

Cálculo del valor en riesgo mediante modelos de correlación condicional constante y correlación condicional dinámica

LEYDI AGUDELO RESTREPO¹

¹ Universidad de Antioquia

* Corresponding author: leidy.agudelor@udea.edu.co

Compiled November 20, 2018

En este artículo se habla a cerca de las metodologías para el cálculo del valor en riesgo en condiciones de mercado normales. Específicamente se desarrollan las metodologías de los modelos de correlación condicional constante, y modelos de correlación condicional dinámica, los cuales difieren de los anteriormente mencionados porque permiten que las correlaciones cambien en el tiempo bajo un proceso que puede ser del tipo GARCH. Se realiza una aplicación en donde se calcula el VaR individualmente para los bancos comerciales con periodicidad semanal entre febrero de 2003 y febrero de 2008.

Palabras clave: Valor en riesgo, portafolio, Modelos de correlación condicional constante, Modelos de correlación condicional dinámica, títulos de tesorería TES, GARCH. © 2018 Optical Society of America

<http://dx.doi.org/10.1364/ao.XX.XXXXXX>

1. INTRODUCCIÓN

El concepto de Value at Risk (valor del riesgo) se ha popularizado hace ya casi una década. El cálculo del VaR proviene de la necesidad de cuantificar con determinado nivel de significancia el monto o porcentaje de pérdida que una entidad financiera enfrentará en determinado periodo de tiempo, bajo condiciones normales de mercado. Contar con estimaciones del VaR precisas es importante para mantener la estabilidad del sistema financiero sin perjudicar la rentabilidad de estas instituciones. Si el VaR no es medido adecuadamente se puede presentar deterioro en la rentabilidad de las instituciones o inestabilidad financiera en las mismas.

Este artículo describe el significado de este concepto, y presenta una aplicación sobre el portafolio de 9 bancos comerciales de la industria Colombiana. Se aborda el concepto de valor en riesgo, se mencionan algunos métodos para el cálculo del valor en riesgo, métodos paramétricos, semiparamétricos y no paramétricos. La metodología elegida para trabajar la aplicación son los modelos de correlación condicional constante, donde $H_t = D_t P D_t$ y modelo de correlación condicional dinámica, donde $H_t = D_t P_t D_t$, los cuales son una alternativa a los CCC y difieren de estos porque permiten que las correlaciones cambien en el tiempo bajo un proceso que puede ser del tipo GARCH.

2. MARCO TEÓRICO: CÁLCULO DEL VALOR EN RIESGO (VAR)

El VaR se define como la máxima pérdida para un determinado horizonte de tiempo y un nivel de significancia preestablecido, es decir el VaR representa el peor escenario posible para un activo o portafolio. El nivel de significancia estándar en la industria bancaria es 5%, este nivel de significancia indica que la pérdida será mayor al VaR solamente el 5% de las veces. El VaR para la entidad i en el momento t estará dado por:

$$VaR_{i,t} = \Phi^{-1}(1 - \alpha) \sigma_{i,t} Saldo_{i,t} \quad (1)$$

Donde $\Phi^{-1}()$ es la inversa de la función de distribución normal estándar y α representa el nivel de significancia al que se quiere calcular el VaR, $\sigma_{i,t}$ es la desviación estándar del portafolio de inversiones en el periodo t y está descrita por:

$$\sigma_{i,t} = \sqrt{W_t' H_t W_t} \quad (2)$$

Donde W_i es un vector que contiene la proporción del portafolio expuesto a cada factor de riesgo j , siendo $w_{i,j}$ la proporción del portafolio invertida en el factor j por la entidad i (posición j del vector W_i). H_t es una matriz definida positiva que contiene las varianzas y covarianzas de los retornos, cuya definición varía dependiendo de la metodología empleada.

Estimación del VaR

Existen varias metodologías para la estimación del VaR

- Simulación histórica o aproximación no paramétrica, la cual no supone una distribución y no hay necesidad de estimar parámetros. Esta aproximación implica encontrar el percentil de la distribución z_{t+1} a partir de la información disponible. Este método implica, tomar cada una de las pérdidas (expresadas en pesos) como un posible escenario, de tal manera que el VaR corresponderá al percentil de la distribución empírica de los datos.
- Aproximación paramétrica que implica suponer una distribución y estimar unos parámetros. Los métodos paramétricos implican suponer una distribución o modelo al cual se ajustan los diferentes valores del portafolio. Aunque la distribución más usada es la normal, esto depende de cada caso particular.
- La aproximación semiparamétrica que incluye, entre otras, la aproximación por medio de la teoría del valor extremo y la simulación histórica filtrada. Esta aproximación implica en muchos casos solo modelar las colas y no toda la distribución.
- Correlaciones constantes y varianzas dinámicas o metodología CCC, tal que $H_t = D_t P D_t$
- Correlaciones y varianzas condicionales calculadas dinámicamente a partir de modelo GARCH o metodología DCC, donde $H_t = D_t P_t D_t$

Las aproximaciones que se obtienen con cada uno de los métodos pueden ser diferentes y la elección de cuál método es mejor dependerá de cada caso en particular.

El VaR para el sistema financiero s en el momento t , corresponde a la sumatoria de los VaR de todas las entidades.

$$VaR_{s,t} = \sum_{i=1}^n VaR_i \quad (3)$$

Con n igual al número de entidades presentes en el momento de tiempo en que se calcula el VaR.

Títulos de tesorería TES:

Los títulos de tesorería TES son títulos de deuda pública doméstica, emitidos por el gobierno y administrados por el Banco de la República. Los TES pueden ser emitidos en pesos, dólares e incluso en UVR. Estos títulos de tesorería fueron creados por la ley 51 de 1990.

3. OBJETIVOS:

1. Presentar el concepto del VaR y su importancia en la industria bancaria, así como informar sobre las diferentes metodologías para su cálculo.
2. Ilustrar la metodología de los modelos de correlación condicional constante y correlación condicional dinámica, mediante una aplicación al portafolio de 9 entidades bancarias colombianas realizada en el reporte de estabilidad financiera del Banco de la República en marzo de 2008.

4. METODOLOGÍA: MODELOS DE CORRELACIONES CONDICIONALES: CONSTANTES VS DINÁMICAS

Los modelos de correlaciones condicionales constantes (CCC) fueron introducidos por Bollerslev (1990) y los modelos de correlaciones condicionales dinámicas (DCC) fueron propuestos por Engle (2002). El objetivo principal cuando se usan los modelos CCC Y DCC es mejorar la modelación de correlaciones y varianzas de los retornos con respecto a lo que se lograría si se usaran promedio históricos. Sin llegar a un alto grado de complejidad e implementación computacional costosa, como los modelos GARCH multivariados o los modelos de volatilidad estocástica.

A. MODELOS DE CORRELACIONES CONDICIONALES CONSTANTES (CCC)

Sea y_t un vector de $N \times 1$ que contiene los retornos de los factores de riesgo en el momento t , y H_t una matriz de covarianzas condicionales en el momento t , tal que:

$$y_t = E(y_t | \psi_{t-1}) + \epsilon_t, \forall t = 1, \dots, T \quad (4)$$

$$H_t = Var(\epsilon_t | \psi_{t-1}), \forall t = 1, \dots, T \quad (5)$$

Donde ψ_{t-1} es el conjunto de toda la información disponible hasta el período $t - 1$ condicional a la cual se calcula la varianza en el período t , y H_t es una matriz definida positiva para todo t . Las condiciones para que se cumpla esto en los modelos CCC son:

- Cada varianza condicional de los retornos está bien definida (distinta de cero)
- La matriz de correlaciones (estáticas) es de rango completo.

Si h_{ijt} denota el elemento ij en H_t y y_{it} , ϵ_{it} los i -ésimos elementos en y_t y ϵ_t respectivamente, la correlación entre y_{it} y y_{jt} estará dada por:

$$\rho_{ijt} = \frac{h_{ijt}}{\sqrt{h_{iit}h_{jtt}}}, \text{ con } -1 \leq \rho_{ijt} \leq 1 \quad (6)$$

La correlación entre las variables es cambiante en el tiempo, dado que todos los componentes de H_t lo son. Pero es posible aproximar las covarianzas condicionales h_{ijt} como un producto de la raíz cuadrada de las dos varianzas h_{iit} y h_{jtt} , dejando la correlación condicional constante en el tiempo

$$h_{ijt} = \rho_{ij} \sqrt{(h_{iit}h_{jtt})}, \forall i, j = 1, \dots, N \quad (7)$$

Por tanto los modelos CCC tratan de modelar las varianzas de los retornos por medio de procesos GARCH univariados y las correlaciones condicionales como promedios históricos constantes en el tiempo, tal que

$$H_t = D_t P D_t \quad (8)$$

Donde:

$$D_t = \text{diag}\{(h_{iit})^{1/2}, \dots, (h_{NNt})^{1/2}\}$$

P , la matriz de correlaciones de tamaño $N \times N$ con 1 en la diagonal y elementos del tipo ρ_{ij} en las demás entradas.

En este caso ρ_{ij} es una correlación histórica entre los retornos de los activos i y j , pero también podría ser simulada o estimada.

$$H_{tN \times N} = \begin{bmatrix} \sqrt{h_{11t}} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sqrt{h_{22t}} & & \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & 0 & \cdots & \sqrt{h_{NNt}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \rho_{12} & \cdots & \rho_{1N} \\ \rho_{21} & 1 & \cdots & \rho_{2N} \\ \vdots & & \ddots & \\ \rho_{N1} & \rho_{N2} & \cdots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{h_{11t}} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sqrt{h_{22t}} & & \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & 0 & \cdots & \sqrt{h_{NNt}} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \sqrt{h_{11t}} & \sqrt{h_{11t}}\rho_{12}\sqrt{h_{22t}} & \cdots & \sqrt{h_{22t}}\rho_{1N}\sqrt{h_{NNt}} \\ \sqrt{h_{22t}}\rho_{21}\sqrt{h_{11t}} & \sqrt{h_{22t}} & \cdots & \sqrt{h_{22t}}\rho_{2N}\sqrt{h_{NNt}} \\ \vdots & & \ddots & \\ \sqrt{h_{NNt}}\rho_{N1}\sqrt{h_{11t}} & \sqrt{h_{NNt}}\rho_{N2}\sqrt{h_{22t}} & \cdots & \sqrt{h_{NNt}} \end{bmatrix}$$

Las ecuaciones que describen el comportamiento de las varianzas son las de los modelos GARCH

$$h_{ii,t} = \alpha_{i,0} + \sum_{k=1}^q \alpha_{i,k} \epsilon_{i,t-k}^2 + \sum_{l=k}^p \beta_{i,k} h_{ii,t-k}, \forall i = 1, \dots, N \quad (9)$$

Con $\alpha_0 > 0$, $\alpha_{i,k} \geq 0$, $\beta_{i,k} \geq 0$, para asegurar la no negatividad de la varianza condicional y $\sum_{k=1}^q \alpha_{i,k} + \sum_{l=k}^p \beta_{i,k} < 1$, para asegurar que ante choques el proceso converge a su varianza no condicional.

Modelar las varianzas permitiendo comportamientos heteroscedásticos (no sólo del tipo GARCH, sino en general), dejando las correlaciones entre las series de retornos constantes en el tiempo, simplifica el proceso de estimación. Asumiendo normalidad condicional el estimador que se utiliza en este caso es el de máxima verosimilitud o más exactamente, el de cuasi-máxima verosimilitud cuando la muestra es lo suficientemente grande y no se cumple el supuesto de normalidad. Cuando el logaritmo de la función de verosimilitud es no lineal en los parámetros es necesario recurrir a métodos iterativos de maximización para lograr estimar el modelo.

B. MODELOS DE CORRELACIONES CONDICIONALES DINÁMICAS (DCC)

Los modelos de correlaciones condicionales dinámicas (DCC) son una alternativa a los CCC y difieren porque permiten que las correlaciones cambien en el tiempo bajo un proceso que puede ser del tipo GARCH. La varianza entonces quedaría expresada como:

$$H_t = D_t P_t D_t \quad (10)$$

El método de estimación en este caso también es el de máxima verosimilitud y se lleva a cabo en dos etapas:

1. Se estiman las varianzas condicionales, utilizando un proceso como el descrito en (7), y se obtienen los residuales estandarizados (residuos divididos por su respectiva desviación estándar condicional).

2. Se modelan las correlaciones de los residuos (o de forma equivalente las covarianzas de los residuales estandarizados) utilizando modelos GARCH.

Retorno estandarizado: Sean ϵ_{it} los residuos del modelo en media de los retornos, asumiendo media igual a cero, $y_{it} = \epsilon_{it}$ y $(h_{ii,t})^{1/2}$ las desviaciones estándar calculadas en la primera etapa, tal que se define el retorno estandarizado z_{it} como:

$$z_{it} = \frac{\epsilon_{it}}{(h_{ii,t})^{1/2}} \quad (11)$$

Los residuos estandarizados se usan para estimar en una segunda etapa la matriz de correlaciones, P_t , cuyo elemento i, j será del tipo:

$$\rho_{ij,t} = \frac{q_{ij,t}}{\sqrt{q_{ii,t}q_{jj,t}}} \quad (12)$$

Las covarianzas de los retornos estandarizados $q_{ij,t}$ se modelan siguiendo un proceso GARCH(1,1):

$$q_{ij,t} = \rho_{ij} + \alpha(z_{i,t-1}z_{j,t-1} - \rho_{ij}) + \beta(q_{ij,t-1} - \rho_{ij}), \forall i, j = 1, \dots, N \quad (13)$$

Donde ρ_{ij} es la correlación no condicional de los residuales estandarizados.

5. APLICACIÓN

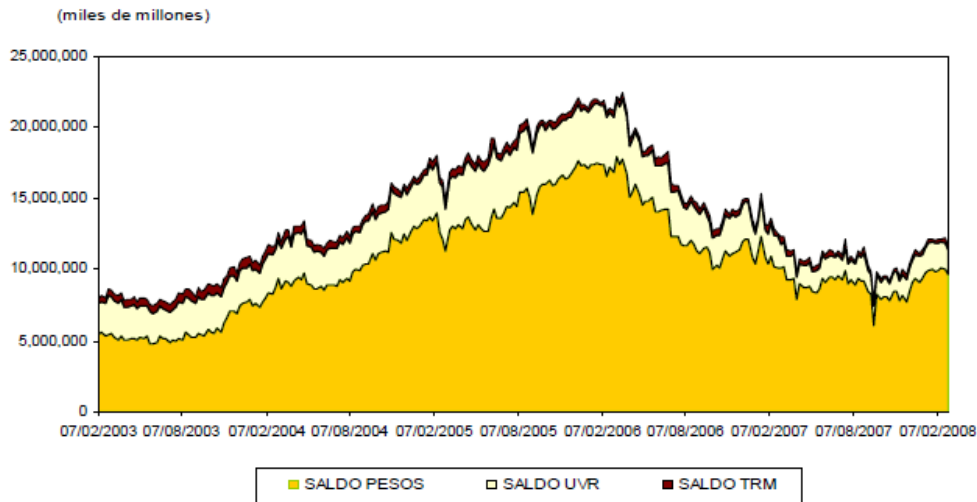
A. Descripción de las fuentes y las series

Los modelos antes descritos permiten calcular una medida de riesgo de mercado, en diferentes momentos de tiempo. La periodicidad de este cálculo es semanal, y los saldos expuestos corresponden a los de cada viernes durante el período febrero 7 de 2003 a febrero 29 de 2008.

El insumo principal fueron las estadísticas del Depósito Centralizado de Valores, administrado por el departamento de Fiduciaria y Valores del Banco de la República. Esta información nos permitió conocer los saldos de TES B que los bancos comerciales tenían en su poder en cada una de las fechas para las que se realizó el ejercicio.

El número de bancos comerciales para los que se estimó la medida de riesgo de mercado se ha reducido en el tiempo, pasando de 27 en el 2003 a 16 para febrero de 2008. El saldo total expuesto al riesgo de mercado también ha venido cambiando en el tiempo. Su evolución se presenta en la figura 1 expuesta a continuación.

Fig. 1. Monto Expuesto a Riesgo de Mercado de los Bancos Comerciales: 2003-2008

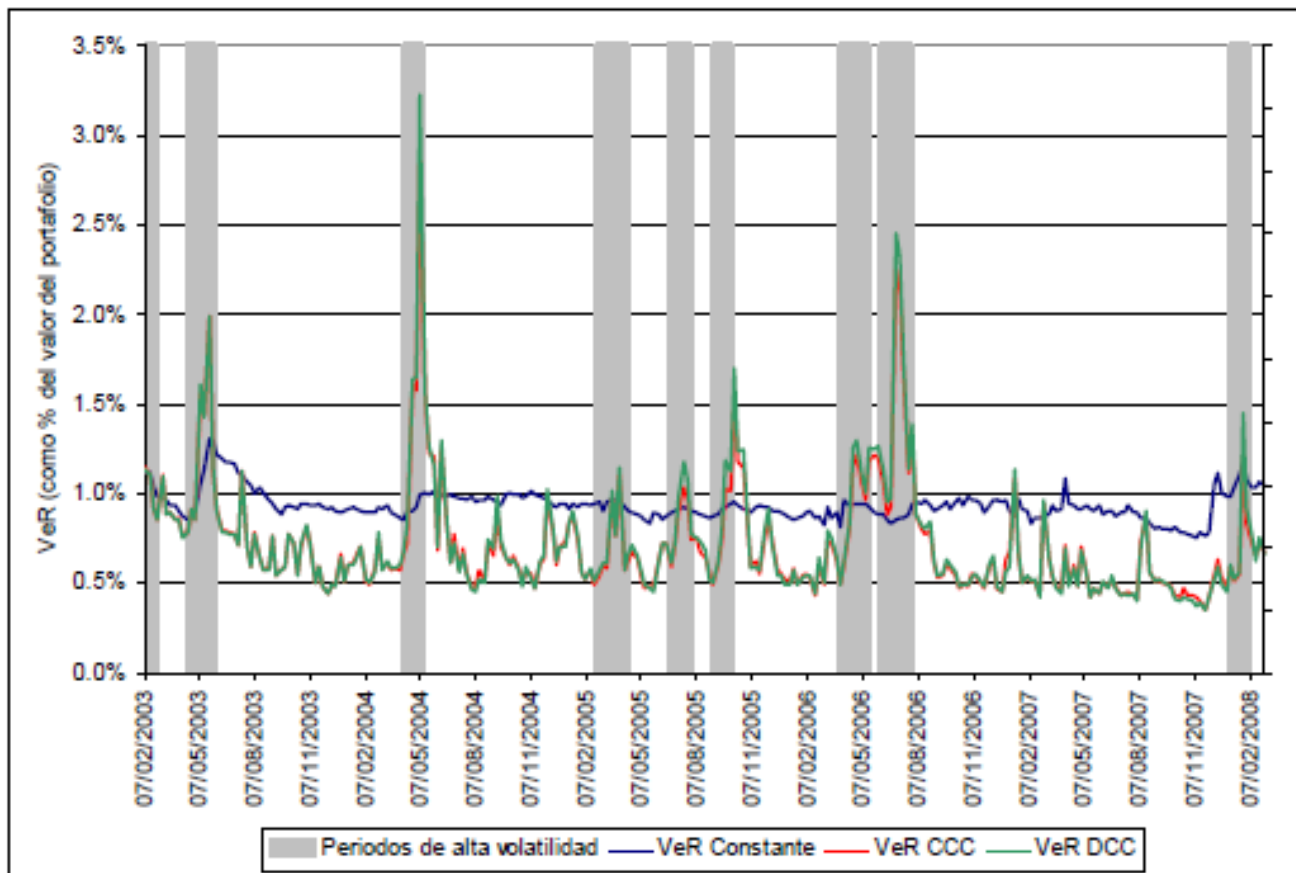


Para principios de 2008, el monto expuesto a riesgo de mercado se ubicó en 11,67 billones de pesos. El 24 de marzo de 2006 el saldo expuesto ascendió a 22,4 billones, siendo éste el monto máximo de exposición al riesgo registrado en la muestra bajo estudio. Este punto marca dos tendencias opuestas en la serie: de febrero de 2003 a marzo de 2006 creciente y decreciente de abril de 2006 a noviembre de 2007. Este comportamiento obedece a dos consideraciones: por un lado, la reducción del número de bancos en el sistema, una vez estos se fusionaron o fueron adquiridos por otros, algunas posiciones en títulos fueron liquidadas y, por otra parte, la proporción de títulos para mantener al vencimiento se incrementó considerablemente, la suma de los títulos negociables y disponibles para la venta pasó de representar, en promedio para todo el sistema, el 82% en enero de 2006 al 62% en febrero de 2008.

En la figura 1 también se muestra el saldo total expuesto a riesgo de mercado y la participación de las denominaciones que lo componen: saldos en pesos, en UVR y en dólares americanos. El promedio de participación de los TES en pesos dentro del total desde febrero 7 de 2002 hasta febrero 29 de 2008 es 76.07%, para los TES UVR es 20.44% y 3.49% para la posición propia de los bancos comerciales. Esta composición se ha mantenido relativamente estable, presentándose la mayor participación de los TES en pesos el 19 de octubre de 2007 (84.92%) y la menor en agosto 8 de 2003 (61.17%). El remanente del saldo: TES UVR y posición propia en dólares ha oscilado en los intervalos 32%-13% y 1%-8% respectivamente. Resulta destacable la recomposición hacia títulos denominados en pesos a lo largo del período de estudio, sobretudo a costas en la reducción de la posición propia.

B. VeR constante, CCC y DCC en períodos de alta volatilidad

Fig. 2. VeR constante, CCC y DCC en períodos de alta volatilidad



La medida de riesgo de mercado calculada por los modelos VaR CCC y VaR DCC reacciona en periodos de turbulencia o alta volatilidad de los retornos. Al incluir estimaciones dinámicas de la variancia y/o de las correlaciones estos modelos incorporan la volatilidad reciente en sus pronósticos del VeR. Por otro lado, estimaciones estáticas de la variancia y las correlaciones impiden que las mediciones de riesgo de mercado reaccionen con la misma magnitud y rapidez.

CONCLUSIONES

La relevancia de contar con un estimador para el riesgo de un portafolio o activo particular es evidente dada la creciente volatilidad de los precios de los activos.

Las ventajas de la metodología VaR son las siguientes:

1. Es más fácil valorar el riesgo, ya que se agrega todo el riesgo de una inversión en un solo número.
2. Esta medida de riesgo es muy estandarizada y por esta razón se puede comparar fácilmente, por ser ampliamente calculada.

Las desventajas de la metodología VaR son las siguientes:

1. La utilidad de esta metodología está estrechamente ligada con los resultados que se han utilizado para calcularlo. En caso de que los datos incluidos no sean correctos, el VaR no será útil.
2. No se contemplan todos los peores escenarios en esta metodología.

3. Algunos de los métodos para calcularlo son costosos y difíciles de aplicar (Monte Carlo)
4. Los resultados mostrados pueden ser diferentes, si se usan diferentes métodos.

En la metodología para el cálculo del Valor en Riesgo presentada en el Reporte de Estabilidad Financiera de marzo de 2008 en el Banco de la República, se expusieron las ventajas de modelar varianzas y correlaciones de forma dinámica frente a la alternativa histórica. El objetivo a futuro es implementar diariamente estos cálculos y realizar pruebas de back-testing para evaluar la capacidad predictiva de las medidas de riesgo de mercado en el tiempo.

REFERENCES

Christian A. Johnson, Value At Risk: Teoría y aplicaciones. Diciembre, 2001
Martínez óscar, Reporte de estabilidad financiera. Marzo, 2018