

系泊系统的设计

摘 要

摘要

关键字：Typst 模板 数学建模

一、系泊系统的设计

1.1 模型一

第一步：对浮标进行分析

单结锚链所受拉力 T_1 、风力 $F_{\text{风}}$ 、重力 $F_{\text{浮}}$ 、浮力 $F_{\text{浮}}$

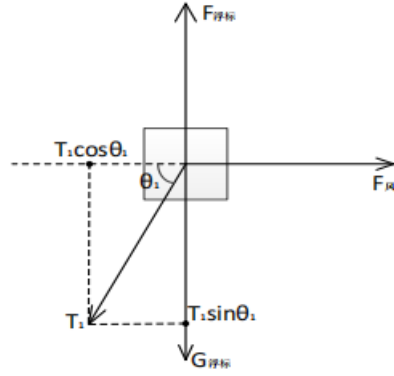


图 1 浮标受力分析

$$\begin{cases} T_1 \cos \theta = F_{\text{风}} \\ T_1 + G_{\text{浮标}} = F_{\text{浮}} \end{cases} \quad (1)$$

第二步：对钢管进行受力分析

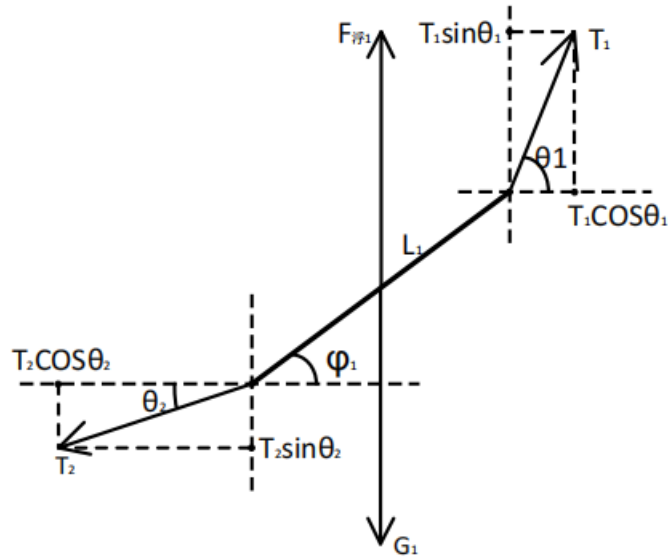


图 2 单结钢管受力分析

$$\begin{cases} T_1 \cos \theta 1 = T_2 \cos \theta 2 \\ T_2 \sin \theta 2 + G_{\text{浮标}} = F_{\text{浮}} + T_1 \sin \theta 1 \end{cases} \quad (2)$$

第三步：对钢管进行力矩分析

由于钢管是刚性物体，受到多个力的作用，所以需要对钢管的力矩的平衡性进行分析

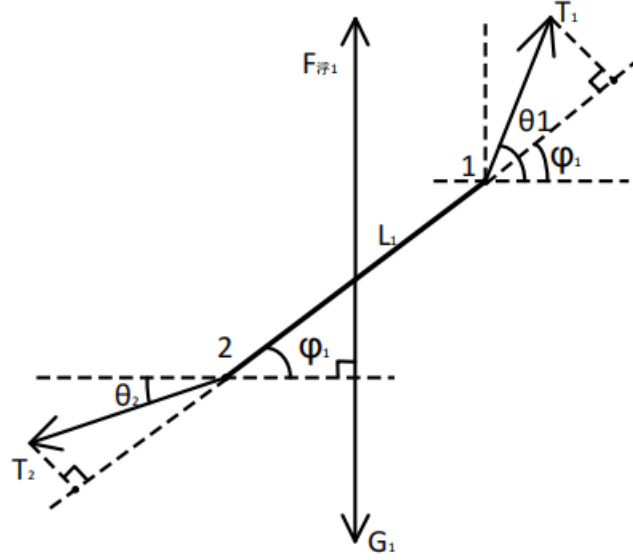


图3 单结钢管力矩分析

$$\begin{cases} T_{i+1} \cos \theta_{i+1} = T_i \cos \theta_i \\ T_{i+1} \sin \theta_{i+1} + G_i = T_i \sin \theta_i + F_{\text{浮}i} \end{cases} \quad (3)$$

对于其他钢管的力矩平衡求解时，也可将第一节钢管的力矩分析进行推广，分别以节点 $i+1$ 和节点 i 作为参考点，对钢管的力矩进行力矩平衡性分析可得到钢管与海平面夹角 φ_i ($i = 1, 2, 3, 4$) 的递推公式：

$$\tan \varphi = \frac{2T_i \sin \theta_i + F_{\text{浮}i} - G_i}{2T_i \cos \theta_i} \quad (4)$$

第四步：其他部分

分析过程与钢管相同，先进行受力分析，在进行力矩分析，详细结构参考优秀论文将上述的力学分析和和力矩平衡的递推公式进行整理，可得：

$$\begin{cases} \begin{cases} T_1 \cos \theta_1 = 0.625 \times D(2-h)v^2 \\ T_1 \sin \theta_1 = \rho_{\text{海水}} g \pi r^2 h - m_{\text{浮标}} g \end{cases} \\ \begin{cases} T_{i+1} \cos \theta_{i+1} = T_i \cos \theta_i \\ T_{i+1} \sin \theta_{i+1} = T_i \sin \theta_i - (G_i - F_{i \text{浮}}) \end{cases} & (i \neq 5) \\ \begin{cases} T_6 \cos \theta_6 = T_5 \cos \theta_5 \\ T_6 \sin \theta_6 = T_5 \sin \theta_5 - (G_{\text{球}} - F_{\text{浮球}}) - (G_5 - F_{\text{浮}5}) \end{cases} & (i = 5) \\ \varphi_i = \arctan \left(\frac{2T_i \sin \theta_i - (G_i - F_{\text{浮}i})}{2T_i \cos \theta_i} \right), (i = 1, 2, \dots, n) \\ H = \sum_{i=1}^n L_i \sin \varphi_i + h \\ R = \sum_{i=1}^n L_i \cos \varphi_i \end{cases}$$

1.2 模型二

(1) 风速 36m/s 时，将风速带入模型一中的第二个模型里面

(2) 最小重物质量模型

约束条件：钢桶倾斜角度小于 5 度，锚链夹角小于 16 度

风速为 24 时，满足约束条件

风速为 36 时，不满足约束条件

因此，需要改变重物球质量，以重物球的质量为搜索变量，进行二分查找，对海水深度 18 米进行逼近，得出最终质量。

Min $m_{\text{球}}$

$$\text{st.} \begin{cases} \begin{cases} T_1 \cos \theta_1 = 0.625 \times D(2-h)v^2 \\ T_1 \sin \theta_1 = \rho_{\text{海水}} g \pi r^2 h - m_{\text{浮标}} g \end{cases} \\ \begin{cases} T_{i+1} \cos \theta_{i+1} = T_i \cos \theta_i \\ T_{i+1} \sin \theta_{i+1} = T_i \sin \theta_i - (G_i - F_{i \text{浮}}) \end{cases} & (i \neq 5) \\ \begin{cases} T_6 \cos \theta_6 = T_5 \cos \theta_5 \\ T_6 \sin \theta_6 = T_5 \sin \theta_5 - (G_{\text{球}} - F_{\text{浮球}}) - (G_5 - F_{\text{浮}5}) \end{cases} & (i = 5) \\ \tan \varphi_i = \frac{2T_i \sin \theta_i - (G_i - F_{\text{浮}i})}{2T_i \cos \theta_i} (i = 1, 2, \dots, n) \\ H = \sum_{i=1}^n L_i \sin \varphi_i + h \\ R = \sum_{i=1}^n L_i \cos \varphi_i \\ \varphi_{215} \leq 16^\circ \\ 90^\circ - \varphi_5 \leq 5^\circ \end{cases}$$

1.3 模型三

以吃水深度最小、游动范围尽可能小为主要目标，同时要求钢桶倾斜角度小于 5 度，最后一节锚链与地面的夹角小于 16 度，由此即可确定锚链的型号。以锚链长度和重物球质量为搜索变量，利用遍历法，对满足最大水流速度和风速指标，水深 16m 时的钢桶角度和 20m 时的最后一节锚链与水平方向的夹角为约束的重力球质量与锚链长度进行求解。

由于存在水流力的影响，需要对模型一的结果进行修正，修正结果如下：

$$\left\{ \begin{array}{l} T_1 \cos \theta_1 = 0.625D(2-h)v^2 + 374Dhv^2 \\ T_1 \sin \theta_1 = \rho_{\text{海水}} g \pi r^2 h - m_{\text{浮标}} g \\ \left\{ \begin{array}{l} T_{i+1} \cos \theta_{i+1} = T_i \cos \theta_i + \vec{F}_{\text{水}i} \\ T_{i+1} \sin \theta_{i+1} = T_i \sin \theta_i - (G_i - F_{\text{浮}i}) \end{array} \right. \quad (i \neq 5) \\ \left\{ \begin{array}{l} T_6 \cos \theta_6 = T_5 \cos \theta_5 + F_{\text{水}5} + F_{\text{水球}} \\ T_6 \sin \theta_6 = T_5 \sin \theta_5 - (G_{\text{球}} - F_{\text{浮球}}) - (G_5 - F_{\text{浮}5}) \end{array} \right. \quad (i = 5) \\ \varphi_i = \arctan \left(\frac{2T_i \sin \theta_i - (G_i - F_{\text{浮}i})}{2T_i \cos \theta_i} \right) \quad (i = 1, 2, \dots, n) \\ H = \sum_{i=1}^n L_i \sin \varphi_i + h \\ R = \sum_{i=1}^n L_i \cos \varphi_i \\ 16 \leq H \leq 20 \\ \varphi_n \leq 16^\circ \\ 90 - \varphi_5 \leq 5^\circ \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} T_1 \cos \theta_1 = F_{\text{风}} + 374Dhv^2 \\ T_1 + G_{\text{浮标}} = F_{\text{浮}} \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} T_{i+1} \cos \theta_{i+1} = T_i \cos \theta_i \\ T_{i+1} \sin \theta_{i+1} + G_i = T_i \sin \theta_i + F_{\text{浮}i} \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} T_6 \cos \theta_6 = T_5 \cos \theta_5 + F_{\text{水}} + F \\ T_6 \sin \theta_6 = T_5 \sin \theta_5 - (G_{\text{球}} - F_{\text{浮}}) - (G_5 - F_{\text{浮}5}) \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (5)$$

二、附录 A