

使用 SRID 模型预测“X 疾病”在人群中的传播

摘要

关键字：Typst 模板 数学建模

一、问题重述

1.1 问题背景

2024 年 2 月，世界卫生组织（WHO）总干事谭德塞博士对“X 疾病”的潜在暴发发出了警告，引起了全球的广泛关注。“X 疾病”并不指特定的某种疾病，而是由未知病原体引发的，可能导致全球大流行的传染病。由于这种疾病的病因和传播途径尚不明确，因此被称为“X 疾病”。这种病理现象可能会导致比新冠大流行还要高 20 倍的死亡率，具有极高的致病性、快速传播的特性，以及易于变异的特征，使得其发生和发展充满了不确定性。

“X 疾病”可能源自多种途径，包括化学武器泄漏导致的病毒，以及人类与动物频繁接触引发的新型传染病。在全球化的背景下，人员流动频繁，病原体传播的速度和范围也因此增加，进一步加剧了“X 疾病”大流行的风险。随着宿主行为和环境因素的变化，新的传染病可能会更容易大规模传播。

为了更好地理解“X 疾病”在人群中的传播规律，科学家和公共卫生专家们需要进行数学建模分析。这些模型可以帮助预测疾病的传播轨迹，评估不同干预措施的效果，并为公共卫生决策提供科学依据。

1.2 需要解决的问题

任务 1：设计传染病传播模型

首先，我们需要设计一个包括易感者（ S ）、患者（ I ）、康复者（ R ）和死亡者（ D ）四个群体的传染病传播模型。这个模型将使用传染病传播动力学方程描述各群体之间的转变情况，以准确描述“X 疾病”在人群中的传播。具体来说，我们将使用一组微分方程来表征易感者感染为患者、患者康复或死亡的动态过程。

任务 2：分析传播速度和规模的影响因素

基于我们建立的模型，我们将分析“X 疾病”爆发后的传播速度和规模受到哪些因素的影响。这些因素可能包括病毒的传播速率、病死率、康复率、人口密度等。我们还将探讨如何通过调整这些因素来有效控制疾病的传播，从而提出科学合理的公共卫生干预措施。

任务 3：预测干预措施的效果

假设“X 疾病”爆发后，采取了一系列的干预措施，例如隔离、佩戴口罩、接种疫苗等，我们将通过构建数学模型来预测“X 疾病”的发展趋势。这些模型将帮助我们评估不同干预措施的效果，从而为制定应对策略提供依据。我们将考虑不同的干预强度和时机，以找到最佳的控制方案。

任务 4：提出预防和应对建议

基于我们的研究成果，我们将提出关于“X 疾病”到来前的几条相关建议。这些建议将涵盖国际合作、公共卫生教育、医疗资源优化、研究与开发以及环境保护等方面。我们的目标是通过这些措施，降低“X 疾病”暴发的风险，提高全球应对新型传染病的能力。

二、 问题分析

2.1 对问题一的分析

为了描述“X 疾病”在人群中的传播情况，我们需要完成以下任务：

- 1、**模型的定义与选择**: 采用 SIRD 模型,将人群分为易感者(S)、感染者(I)、康复者(R)和死亡者(D)四个群体。
- 2、**定义变量和参数**: 包括各群体数量(S, I, R, D)及感染率(β)康复率(γ)和病死率(μ)。
- 3、**建立动力学方程**: 使用微分方程描述各群体之间的转变情况。
- 4、**设置初始条件**: 设定初始时刻的各群体数量。
- 5、**求解模型**: 采用数值法求解微分方程组，模拟疾病的传播过程。
- 6、**分析和解释结果**: 观察和分析各群体数量随时间的变化趋势,评估疫情传播特点和影响因素。

2.2 对问题二的分析

我们需要分析“X 疾病”爆发后的传播速度和规模受到哪些因素的影响，并探讨如何通过调控这些因素来有效控制疫情的传播。

- 1、**确定关键参数**: β 传播速率、 γ 康复速率、 μ 病死率、 N 总人口数。
- 2、**分析各参数对疫情传播速度和规模的影响**：改变单个参数，观察模型输出的变化，评估对疫情传播速度和规模。
- 3、**提出控制策略**: 优先控制对疫情影响最大的参数；结合多个因素提出控制策略。
- 4、**模拟和验证**: 引入控制措施后的新参数，进行数值模拟，验证控制措施的有效性。

2.3 对问题三的分析

为了更准确地预测“X 疾病”在采取干预措施后的发展趋势，我们可以建立一个带有干预措施的 SEIR 模型。SEIR 模型通过增加暴露者 (E) 群体，更细致地描述了疾病传播的过程。我们将考虑隔离、佩戴口罩和接种疫苗等干预措施的影响。

- 1、**模型选择与定义**: 采用 SEIR 模型，并引入干预措施。SEIR 模型包括四个群体：易感者 (S)、潜伏期患者 (E)、感染者 (I) 和康复者 (R)。在该模型基础上，我们还考虑干预措施的影响。
- 2、**定义变量和参数**: 新增参来表示干预措施的影响。
- 3、**建立动力学方程**: 使用微分方程描述各群体之间的转变情况。
- 4、**设置初始条件**: 设定初始时刻的各群体数量。
- 5、**求解模型**: 采用数值法求解微分方程组，模拟疾病的传播过程。
- 6、**分析和解释结果**: 观察和分析各群体数量随时间的变化趋势,评估疫情传播特点和影响因素。

三、模型的假设

- 1、总人口数 N 为常数: $N = S + E + I + R + D$
- 2、无新生或移入人口。
- 3、病死率和健康复率是常数，不会随时间变化。
- 4、均匀混合：每个人有等同的机会接触到其他人。
- 5、潜伏期传播假设：假设暴露者 E 在潜伏期内不具传染性，只有在转变为感染者 I 后才具有传染性。
- 6、干预措施的即时实施和持续有效性,假设所有干预措施（如隔离、佩戴口罩、接种疫苗）在模拟开始时就已全面实施并且持续有效，没有因为执行力或时间推移而衰减。
- 7、隔离效果假设：假设隔离措施有效且及时，能够完全隔离被识别的感染者，使他们不再具有传染性。
- 8、苗接种效果假设: 假设疫苗接种立即生效且完全有效，被接种者立刻获得免疫，不会再被感染或传播病毒。
- 9、无二次感染假设：假设康复者 R 和接种疫苗的免疫者不会再被感染，即免疫是永久性的。
- 10、线性接种假设: 假设疫苗接种率 ν 是常数，疫苗接种不会因时间或疫苗供应变化而波动。
- 11、疾病传播速率 β ,康复速率 γ ,病死率 μ 为常数

四、符号说明

符号	说明
N	总人口数量
S	易感者数量
E	暴露者数量
I	感染者数量
R	康复者数量
D	死亡者数量
β	传播率（易感者变为暴露者的速率）
γ	康复率（感染者变为康复者的速率）
μ	死亡率（感染者变为死亡者的速率）
σ	潜伏率（暴露者变为感染者的速率）
ν	疫苗接种率（易感者变为免疫者的速率）
δ	隔离率（感染者被隔离的速率）

五、模型建立与求解

5.1 问题一的模型建立与求解

5.1.1 SIRD 模型

这个部分介绍用于研究“X 疾病”传播的 SIRD 模型，这个模型将人群分为易感者(S)、感染者(I)、康复者(R)和死亡者(D)四个群体。四个群体之间的转化关系如图 1 所示。

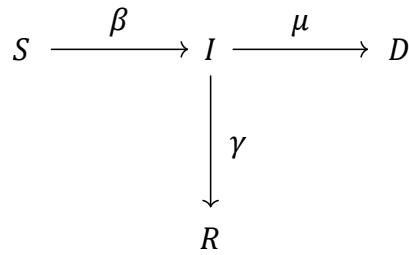


图 1 变量关系

其中， S 表示易感者的数量， I 表示感染者的数量， R 表示康复者的数量， D 表示死亡者的数量。易感者 S 接触到感染者 I 的概率为 β ，感染者 I 康复的概率为 γ ，感染者 I 死亡的概率为 μ 。

四个群体的数量随时间变化的微分方程组如下，公式 1 表示易感者的变化率，公式 2 表示感染者的变化率，公式 3 表示康复者的变化率，公式 4 表示死亡者的变化率。

$$\frac{dS}{dt} = -\frac{\beta}{N}SI \quad (1)$$

$$\frac{dI}{dt} = \frac{\beta}{N}SI - (\gamma + \mu)I \quad (2)$$

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I \quad (3)$$

$$\frac{dD}{dt} = \mu I \quad (4)$$

5.1.2 模型的求解

为了求解上述微分方程组，我们可以采用数值方法，如 Runge-Kutta 方法。给定初始条件 ($S_0 = 999, I_0 = 1, R_0 = 0, D_0 = 0$) 和参数 ($\beta = 0.3, \gamma = 0.1, \mu = 0.01$)，利用 python 语言，我们可以用数值方法计算出各个群体数量随时间变化的曲线如图 2 所示。

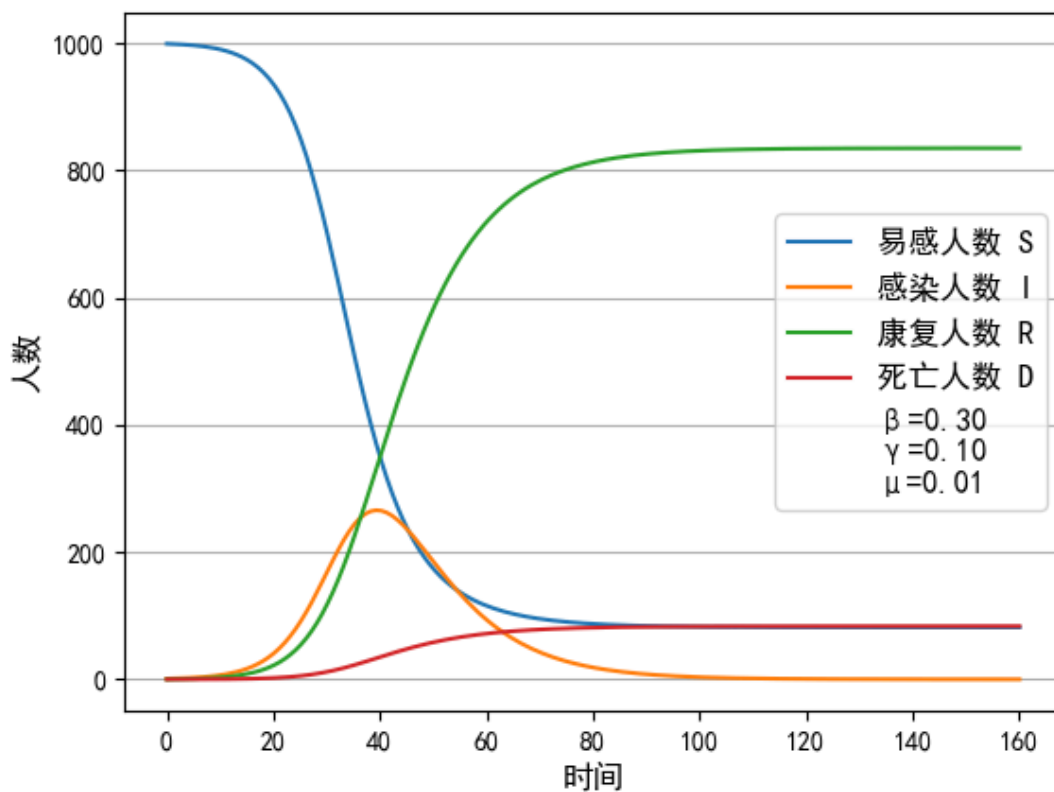


图 2 传染病模型

5.1.3 分析和解释结果

从图2中可以看出，整个疫情的传播过程大体可以分为三个阶段：

- 1、**初期阶段：**易感者数量急剧增加，但感染者数量较少，随着时间的推移，感染者数量逐渐增加，康复者数量逐渐减少，最终康复者数量和死亡者数量达到平稳状态。

5.2 问题二的模型建立与求解

5.3 问题三的模型建立与求解

六、优缺点分析

参考文献

