天善智能
TIANSHAN SOFT

专注于商业智能BI和大数据的垂直社区平台

离散型随机变量的概念

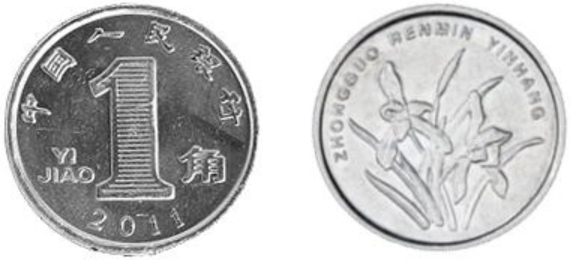
Allen

课程目录

- 随机变量
- 一维离散型随机变量
- 随机变量的分布律
- 多维随机变量
- 常见的离散型分布
- 小结

天善智能 TIANSHAN SOFT

随机变量



结果出现正面 $\rightarrow$ $\eta = 1$

结果出现反面 $\rightarrow$ $\eta = 0$

- 将随机事件和变量与实数联系起来，这种变量在每次试验之前是不能确定的，取值是随机的——随机变量

一维离散型随机变量

- 一维离散型随机变量：随机变量X的全部可能取值只有有限多个或可列无穷多个$\xi=\xi(x)$，就称为**离散型随机变量**
- 例：设样本空间Ω={随机抽取编号为1，2，…，10的相同球}，对于$x\in\Omega$，令$\xi(x)=x$ 编号号码，则$\xi(x)$是Ω上的一个一维离散型随机变量

编号(x)	1	2	……	10
概率(P)	1/10	1/10	……	1/10

随机变量的分布律

- 例：设样本空间Ω={随机抽取编号为1，2，…，10的相同球}，对于$x \in \Omega$，令$\xi(x)=x$编号号码，则$\xi(x)$是Ω上的一个一维离散型随机变量

编号(x)	1	2	……	10
概率(P)	1/10	1/10	……	1/10

随机变量的分布律

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & \ldots\ldots & 10 \\ 1/10 & 1/10 & \ldots\ldots & 1/10 \end{pmatrix}$$

随机变量的分布律

随机变量的分布律—定义和性质

- 定义：对于离散型随机变量X的可能取值为 x_i 的概率为 $P\{X=x_i\}=p_i, i=1,2,\ldots$ 就称为离散型随机变量X的分布律

- 随机变量的分布律具有以下性质：

  - 1. $p_i \geq 0, i=1,2,\ldots;$
  - 2. $\sum_{i=1}^{+\infty} p_i = 1$

多维随机变量

- 例：对于一个家庭有两个小孩，如果用1表示男孩，用0表示女孩，则样本空间$\Omega=\{(1,1)(1,0)(0,1)(0,0)\}$

- 对于上面的例子，每一个试验结果与一个二元组对应，如果以x表示第一胎的性别，以y表示第二胎的性别，则(x,y)就称为二维随机变量

- 更一般地，如果每个试验结果可以有n个数值与之对应，那么就称这种对应关系是一个n维随机变量

天善智能 TIANSHAN SOFT

多维随机变量—分布律

- 例：把2个白球和2个红球等可能地放入编号为1、2的两个盒子中，将落入第1号盒子中的白球个数记为x,将落入第2号盒子中的红球个数记为y,则(x,y)是一个二维随机变量。

分布律

边际分布

$x \backslash y$	0	1	2	$P_{i.}$
0	$\frac{1}{4}*\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}*\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}*\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$
1	$\frac{1}{2}*\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}*\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}*\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$
2	$\frac{1}{4}*\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}*\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}*\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$
$P_{.j}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	

边际分布

天善智能 TIANSHAN SOFT

常见的离散型分布—两点分布

- 0-1分布或两点分布：随机变量取值为0和1

x	0	1
P	p	q

特例：抛硬币就是当p=1/2时的特例

- 若随机变量X的分布律为$P\{X=k\}=p^k(1-p)^{1-k}, k=0,1,(0<p<1)$, 称X服从参数为p的两点分布，记作$X\sim B(1,p)$

伯努利概型

- 定义：如果试验E只有两个可能的结果 A和$\overline{A}$ ，并且 $P(A)=p,P(\overline{A})=1-p=q$(其中$0<p<1$), 把E独立地重复n次试验就构成了一个试验，这个试验称作n重伯努利试验，简称伯努利试验

- 解释：如果一次伯努利试验结果为 $x=(x_1,x_2,\ldots,x_n)$ ，其中 x_i 为A或$\overline{A}$ ，如果 x 中有k个A，那么就有$n-k$ 个$\overline{A}$ ，则$P(x)=p^k q^{n-k}$ ，如果用A_k表示n重伯努利试验中事件A出现k次，则 $P(A_k)=\binom{n}{k}p^k q^{n-k},0\le k\le n$

例：抛掷n枚相同的硬币，恰好出现k个正面的概率为:$P(A_k)=\binom{n}{k}\left(\frac{1}{2}\right)^n,k=1,2,\ldots,n$

常见的离散型分布—二项分布

- 定义：如果随机变量X的分布律为 $P\{X=k\}=C_n^k p^k (1-p)^{n-k}, k=0,1,\dots,n,$ 则称X服从参数为n,p的二项分布，记为 $X \sim B(n,p)$ ，其中 $C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$ 是n重伯努利试验中事件A恰好发生k次的概率。

例：抛掷n枚相同的硬币，恰好出现k个正面的概率为: $P(A_k)=\binom{n}{k}\left(\frac{1}{2}\right)^n, k=1,2,\dots,n$

小结

- 随机变量
- 一维离散型随机变量
- 随机变量的分布律
- 多维随机变量
- 常见的离散型分布
- 小结