



专注于商业智能BI和大数据的垂直社区平台

# 矩法估计

Allen

[www.hellobi.com](http://www.hellobi.com)

## 课程目录

- 点估计问题
- 矩法估计概念
- 矩法估计步骤
- 示例
- 小结

## 点估计问题

- 如已知母体服从正态分布  $N(\mu, 1)$  ,  $\mu$ 未知 , 只要对 $\mu$ 做出了推断 , 就对整个母体做出了推断 , 称这类问题为**参数估计问题**

某品牌手表的废品率

某地区的平均降雨量

- **概率函数** : 称随机变量 $\xi$ 的概率函数为 $f(x)$ 是指 , 在连续型时 ,  $f(x)$ 是密度函数值 ; 在离散型时 ,  $f(x)$ 是 $\xi = x$ 的概率

## 参数空间

- 如果总体分布为指数分布  $f(x, \lambda)$  ,  $\lambda$  是确定分布的常数 , 在数理统计中 , 出现在样本分布中的常数为参数
- 参数可能为已知的 , 也可能未知 , 把参数的所有可能取值所构成的集合称为参数空间 , 如上参数空间为  $\Theta = \{\lambda : \lambda > 0\}$

## 点估计问题

- 假设有一族概率函数  $\{f(x; \theta), \theta \in \Theta\}$  , 如  $\{N(\mu, 1), -\infty < \mu < +\infty\}$  是  $\mu$  取实数值的一族正态分布。参数估计就是根据已知的信息, 在分布族  $\{f(x; \theta), \theta \in \Theta\}$  中选定一个分部作为母体的分布。即根据已知信息估计未知参数的值。
- 设  $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$  是取自母体的一个子样, 构造一个统计量  $\eta = u(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)$  作为参数  $\theta$  的估计, 称统计量  $\eta$  为参数  $\theta$  的一个估计量

## 点估计问题

- 若  $x_1, x_2, \dots, x_n$  是子样  $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$  的一组观测值，则  $y = u(x_1, x_2, \dots, x_n)$  就是  $\theta$  的一个点估计值
- 如果分布族中含有  $k$  个未知参数，即  $\{f(x; \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k), (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k) \in \Theta\}$ ，则需要构造  $k$  个统计量  $\eta_1 = u_1(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n), \dots, \eta_k = u_k(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)$  分别作为  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k$  的估计量，这种问题就称为参数的点估计问题

## 矩法估计概念

- 在许多分布中所含参数都是矩的函数，如正态分布  $N(\mu, \sigma^2)$  中的参数就是这个分布的一阶原点矩和二阶中心矩
- 利用子样矩来代替母体矩，从而得到母体分布中参数的一种估计，这种估计方法称为矩法估计

## 矩法估计步骤

- 求  $E\xi^j = v_j(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k), j=1, 2, \dots, k$
- 求子样的j阶矩，令  $v_j(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k) = \overline{\xi^j} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \xi_i^j, j=1, 2, \dots, k$ ，得到含有k个未知数  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k$  的k个方程式，联立这k个方程组求解
- 解出其中的  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k$ ，用  $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \dots, \hat{\theta}_k$  表示
- 方程组的解  $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \dots, \hat{\theta}_k$  分别作为  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k$  的估计量



## 示例

- 求母体均值  $E\xi$  与母体方差  $D\xi$  的矩法估计
- 设  $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$  是母体的子样，已知具有母体均值  $E\xi$  和方差  $D\xi = E\xi^2 - (E\xi)^2$
- 求  $v_1 = E\xi = \bar{\xi}$  ,  $v_2 = E\xi^2 = (E\xi)^2 + D\xi = \overline{\xi^2}$
- 解得矩法估计为  $\hat{E}\xi = \bar{\xi} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \xi_i$  ,  $\hat{D}\xi = \overline{\xi^2} - (\bar{\xi})^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\xi_i - \bar{\xi})^2$

## 小结

- 点估计问题
- 矩法估计概念
- 矩法估计步骤
- 示例
- 小结