天善智能
TIANSHAN SOFT

专注于商业智能BI和大数据的垂直社区平台

离散型随机变量的数字特征

Allen

课程目录

- 数字特征的引入和意义
- 数学期望的定义
- 数学期望的性质
- 方差的定义
- 方差的性质
- 常见随机变量分布的期望和方差
- 小结

天善智能
TIANSHAN SOFT

数字特征的引入和意义

- 分布律描述全面但是很难掌握要领

班级平均成绩

不同地区的平均亩产量

- 引入数学期望反应平均水平，很容易反应一个整体的情况

- 引入方差反应平均水平衡量随机变量离开数学期望的偏离程度

天善智能 TIANSHAN SOFT

数学期望的定义

- 例：n=30个同学的班级，数学成绩如下，求其平均值

成绩(r)	60	70	80	90
人数(n_r)	5	10	10	5

$$\frac{\sum_{r=60}^{90} r \cdot n_r}{n} = \frac{60 \cdot 5 + 70 \cdot 10 + 80 \cdot 10 + 90 \cdot 5}{30} = 75$$

- 解释：其中 $\frac{n_r}{n}$ 是成绩为r这一事件的频率，记作 f_r ，则 $\text{平均值} = \sum_{r=60}^{90} r \cdot f_r$

天善智能 TIANSHAN SOFT

数学期望的定义

- 如果用概率代替频率，这样得到的平均值才是理论上的平均值，这个平均值就称为**数学期望**，若随机变量为ξ，则他的数学期望记作E_ξ
- 数学定义：若离散型随机ξ的可能取值为$a_i(i=1,2,\ldots)$，其分布律为p_i，则当$\sum_{i=1}^{+\infty}|a_i|p_i<+\infty$时，称ξ存在数学期望，并且数学期望为$E_\xi=\sum_{i=1}^{+\infty}a_i p_i$，如果$\sum_{i=1}^{+\infty}|a_i|p_i=+\infty$，称ξ不存在数学期望

数学期望的性质

- 若c是常数，则$E(c)=c$

- $E(aX+bY)=aE(X)+bE(Y)$,其中a,b是任意常数

- 若X,Y相互独立，则$E(XY)=E(X)E(Y)$

方差的定义

- 例:有甲、乙两种牌子的手表日走时误差分别为ξ_1和ξ_2，各分布律如下

误差(s)	-1	0	1
概率	0.1	0.8	0.1

误差(s)	-2	-1	0	1	2
概率	0.1	0.2	0.4	0.2	0.1

随机变量的数学期望都为0，哪个好？

方差的定义

- 鉴于上面的问题，可以用$|\xi - E\xi|$衡量随机变量和期望值之间的偏离程度
- 改进1：用$(\xi - E\xi)^2$去衡量偏差，避免计算绝对值
- 改进2：$(\xi - E\xi)^2$是一个随机变量，用它的平均值即$E(\xi - E\xi)^2$来衡量ξ离开其平均值的偏离程度，$E(\xi - E\xi)^2$称为随机变量ξ的方差，记为$D\xi$

方差的定义

- 例:有甲、乙两种牌子的手表日走时误差分别为ξ_1和ξ_2，各分布律如下

误差(s)	-1	0	1
概率	0.1	0.8	0.1

误差(s)	-2	-1	0	1	2
概率	0.1	0.2	0.4	0.2	0.1

$$D_{\xi_1}=\sum_{i=-1}^{1}(a_i-0)^2p_i=1\cdot 0.1+0+1\cdot 0.1=0.2$$

$$D_{\xi_2}=\sum_{i=-2}^{2}(a_i-0)^2p_i=4\cdot 0.1+1\cdot 0.2+0+1\cdot 0.2+4\cdot 0.1=1.2$$

天善智能 TIANSHAN SOFT

方差的性质

- 若c是常数，则D(c)=0
- $D(aX+b)=a^2D(X)$,其中a,b是任意常数
- 若X,Y相互独立，则D(X+Y)=D(X)+D(Y)

常见随机变量分布的期望和方差

- 若X服从参数为p的两点分布 $B(1,p)$ 则

$$E(X)=p, D(X)=p(1-p)$$

- 若X服从参数为n,p的二项分布 $B(n,p)$ 则

$$E(X)=np, D(X)=np(1-p)$$

天善智能 TIANSHAN SOFT

小结

- 数字特征的引入和意义
- 数学期望的定义
- 数学期望的性质
- 方差的定义
- 方差的性质
- 常见随机变量分布的期望和方差
- 小结