

Chương 4. CÁC PHƯƠNG PHÁP TÌM KIẾM HEURISTIC



TRÍ TUỆ NHÂN TẠO *Artificial Intelligence*

Đoàn Vũ Thịnh
Khoa Công nghệ Thông tin
Đại học Nha Trang
Email: thinhdv@ntu.edu.vn

Nha Trang, 06-2023

Chương 4. CÁC PHƯƠNG PHÁP TÌM KIẾM HEURISTIC

- Các giải thuật tìm kiếm không sử dụng thông tin phản hồi (hay là giải thuật tìm kiếm mù): duyệt theo chiều rộng (BFS) và duyệt theo chiều sâu (DFS) có đặc điểm:
- Xây dựng tất cả không gian lời giải tiềm năng theo cách vét cạn, không bỏ sót và không lặp lại.
- Trong rất nhiều trường hợp, các giải thuật như vậy không khả thi vì không gian trạng thái bài toán quá lớn, tốc độ xử lý và bộ nhớ của máy tính không cho phép duyệt các lời giải tiềm năng.

Chương 4. CÁC PHƯƠNG PHÁP TÌM KIẾM HEURISTIC

- Giải thuật tìm kiếm tốt nhất đầu tiên (Best First Search)
- OPEN: tập chứa các trạng thái được sinh ra nhưng chưa được xét đến (vì ta đã chọn trạng thái khác). Thực ra OPEN là một hàng đợi ưu tiên mà trong đó, phần tử có độ ưu tiên cao nhất là phần tử tốt nhất.
- CLOSE: tập chứa các trạng thái đã được xét đến. Chúng ta cần lưu trữ những trạng thái này trong bộ nhớ để đề phòng trường hợp khi một trạng thái mới được tạo ra trùng với trạng thái mà ta đã xét trước đó.

Chương 4. CÁC PHƯƠNG PHÁP TÌM KIẾM HEURISTIC

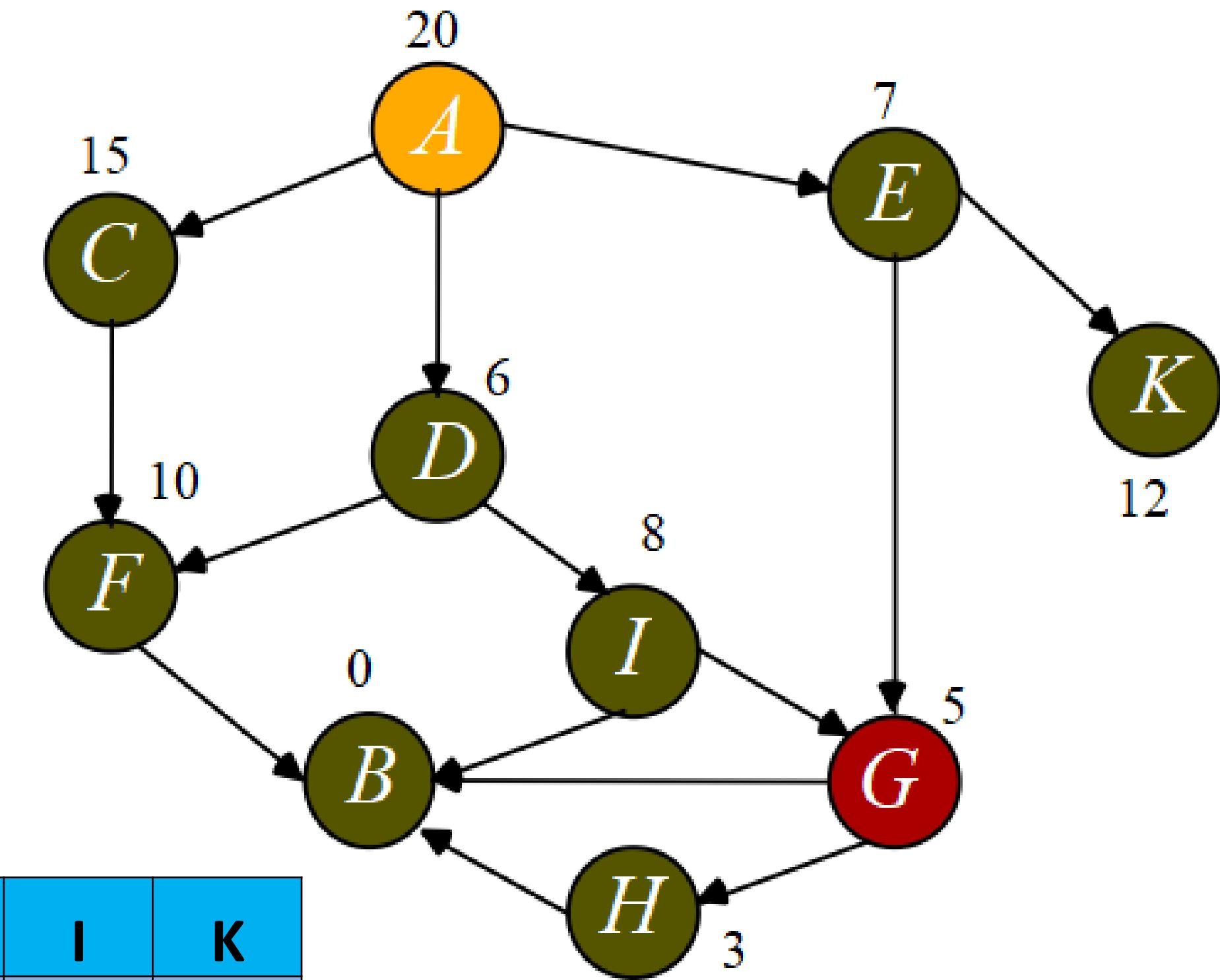
- Giải thuật tìm kiếm tốt nhất đầu tiên (Best First Search)
- Bước 1. Khởi tạo ngăn xếp OPEN = start
- Bước 2. Loop:
 - if ($\text{OPEN} \equiv \emptyset$): thất bại
 - $n = \text{phần tử đầu danh sách OPEN}$
 - if ($n \equiv \text{goal}$): thành công (END)
 - for ($m: \text{mỗi đỉnh kề } \notin \{\text{OPEN} \cup \text{CLOSE}\}$) $\rightarrow \Gamma(n) // n$ chưa xét đến
 - Chèn $\Gamma(n)$ vào danh sách OPEN // không quan tâm đầu/cuối
 - **Sắp xếp danh sách OPEN theo thứ tự tăng dần của hàm đánh giá h'**

Chương 4. CÁC PHƯƠNG PHÁP TÌM KIẾM HEURISTIC

- Giải thuật tìm kiếm tốt nhất đầu tiên (Best First Search)

- Trình bày thuật toán Best-First Search (BFS). Áp dụng BFS để tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh A đến G trên đồ thị với các ước lượng heuristic của các trạng thái so với trạng thái đích được liệt kê:

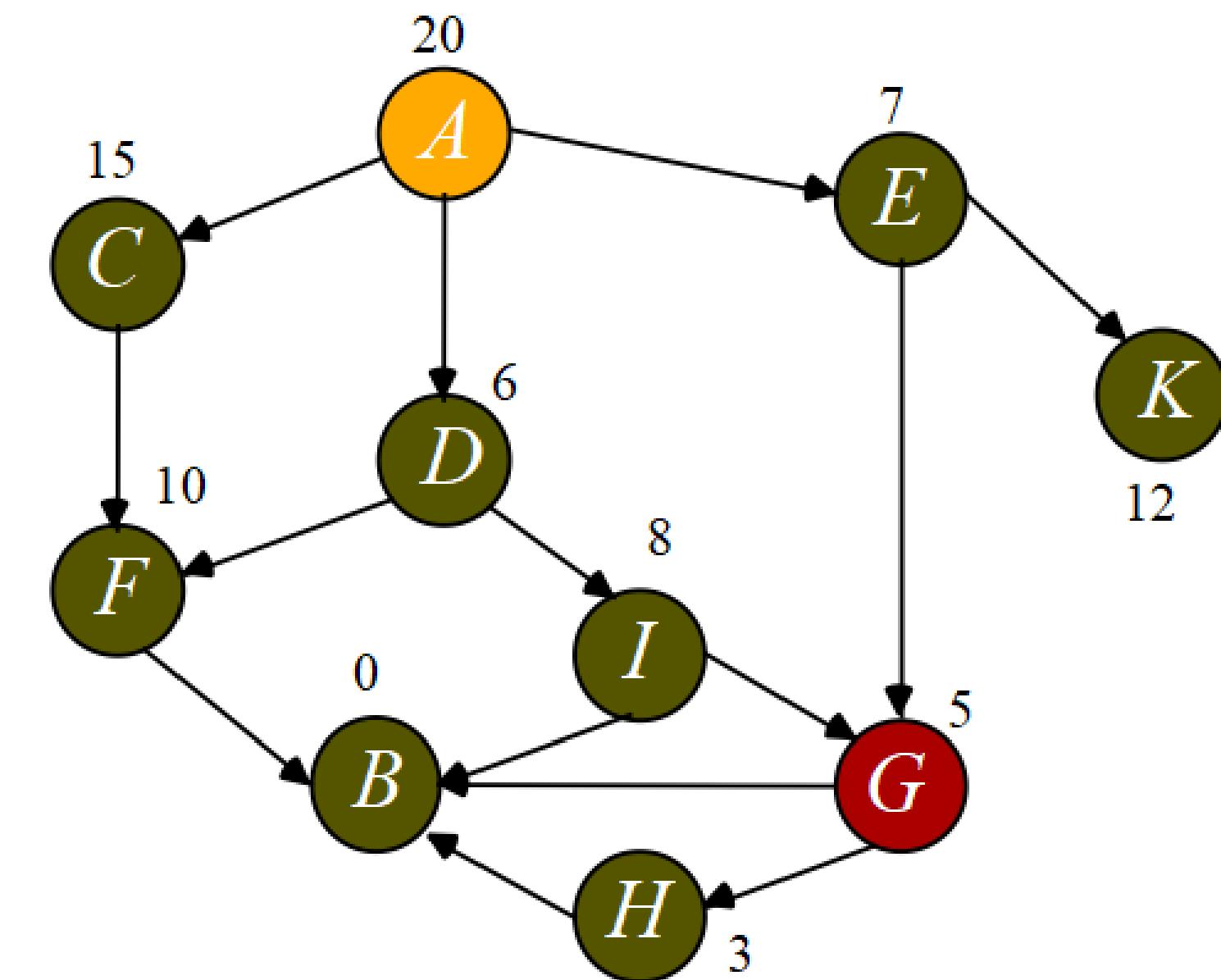
A	B	C	D	E	F	G	H	I	K
20	0	15	6	7	10	5	3	8	12



Chương 4. CÁC PHƯƠNG PHÁP TÌM KIẾM HEURISTIC

- Giải thuật tìm kiếm tốt nhất đầu tiên (Best First Search)

Bước	n	$\Gamma(n)$	Open	Close	$h_{SORT\uparrow}$
0			{A}	\emptyset	
1	A	{C,D,E}	{D,E,C}	{A}	$h(C, D, E)$
2	D	{F,I}	{E,I,F,C}	{A,D}	$h(C, E, F, I)$
3	E	{K,G}	{G,I,F,K,C}	{A,D,E}	$h(C, F, I, K, G)$
4	G	TRUE			



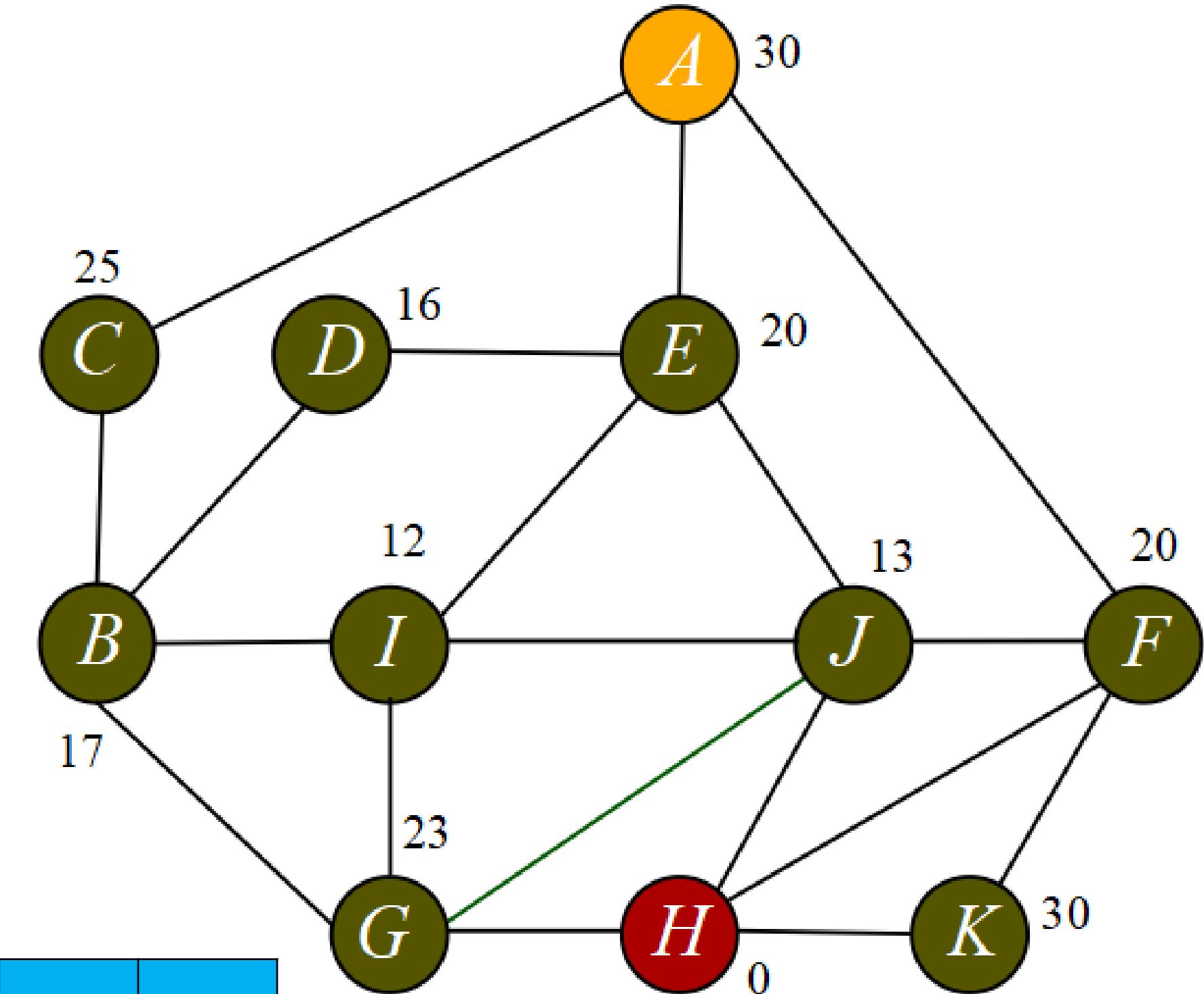
- $A \Rightarrow E \Rightarrow G$

Chương 4. CÁC PHƯƠNG PHÁP TÌM KIẾM HEURISTIC

- Giải thuật tìm kiếm tốt nhất đầu tiên (Best First Search)

- Trình bày thuật toán Best-First Search (BFS). Áp dụng BFS để tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh A đến H trên đồ thị với các ước lượng heuristic của các trạng thái so với trạng thái đích được liệt kê:

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
30	17	25	16	20	20	23	0	12	13	30



Chương 4. CÁC PHƯƠNG PHÁP TÌM KIẾM HEURISTIC

- Giải thuật AT (Algorithm for Tree)
 - Thuật giải BFS khá đơn giản. Tuy vậy, trên thực tế cũng như tìm kiếm theo chiều rộng và chiều sâu, hiếm khi ta dùng BFS một cách trực tiếp. Thông thường, người ta thường dùng các phiên bản của BFS là AT, AKT và A*
 - Thông thường, trong các phương án tìm kiếm BFS. Độ tốt f của một trạng thái được tính dựa vào 2 giá trị g và h'.
 - h': ước lượng chi phí từ trạng thái hiện hành – trạng thái đích
 - g: chiều dài đoạn đường đã đi từ trạng thái ban đầu đến trạng thái hiện tại (g là chi phí thực sự chứ không phải ước lượng)

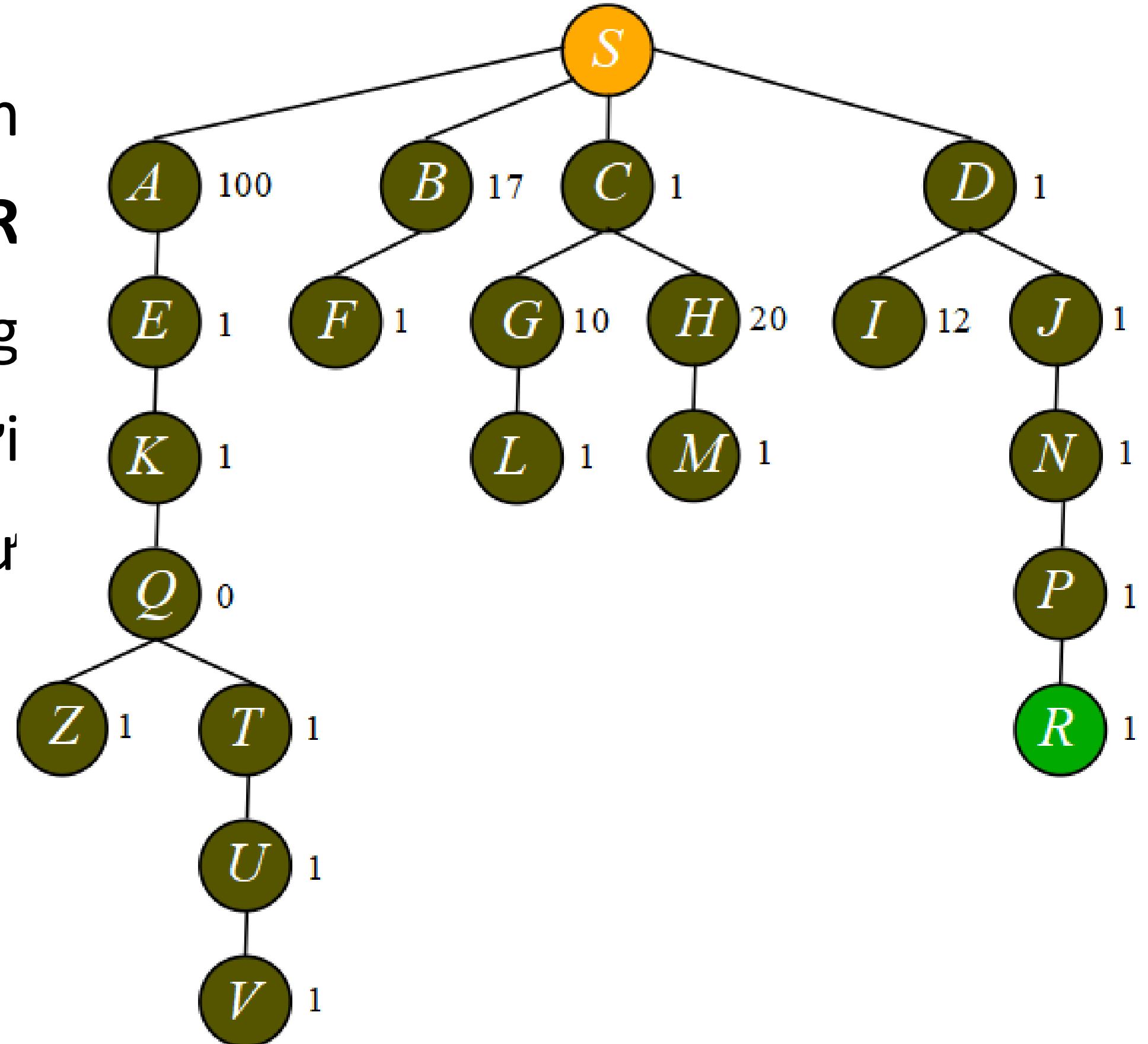
Chương 4. CÁC PHƯƠNG PHÁP TÌM KIẾM HEURISTIC

- Giải thuật AT (Algorithm for Tree)
 - Bước 1: Chọn $s = \text{đỉnh xuất phát}; g(s)=0$
 - Bước 2: Chọn 1 đỉnh từ tập OPEN: $=n$, có $g(n) = \min$
 - 2.1. Nếu $n \equiv \text{đích}$: đường đi từ $s \Rightarrow n$ là tối ưu
 - 2.2. Nếu $\text{OPEN} = \emptyset$: không tìm thấy đường đi
 - 2.3. Nếu $\exists!$ nhiều hơn 1 đỉnh n có $g(n) = \min$:
 - Chọn ngẫu nhiên một đỉnh $\rightarrow n$
 - Bước 3: Đưa đỉnh đã duyệt vào CLOSE, tạo $\Gamma(n)$: các đỉnh mà n trỏ tới
 - for mỗi nút con m của $\Gamma(n)$:
 - *if* ($m \notin \text{OPEN} \& m \notin \text{CLOSE}$):
 - $g(m) := g(n) + \text{cost}(n, m); // \text{cost}(n, m) \equiv h(m)$
 - $\text{OPEN} := \text{OPEN} \cup \{m\}$
 - Bước 4: Quay lại bước 2

Chương 4. CÁC PHƯƠNG PHÁP TÌM KIẾM HEURISTIC

▪ Giải thuật AT (Algorithm for Tree)

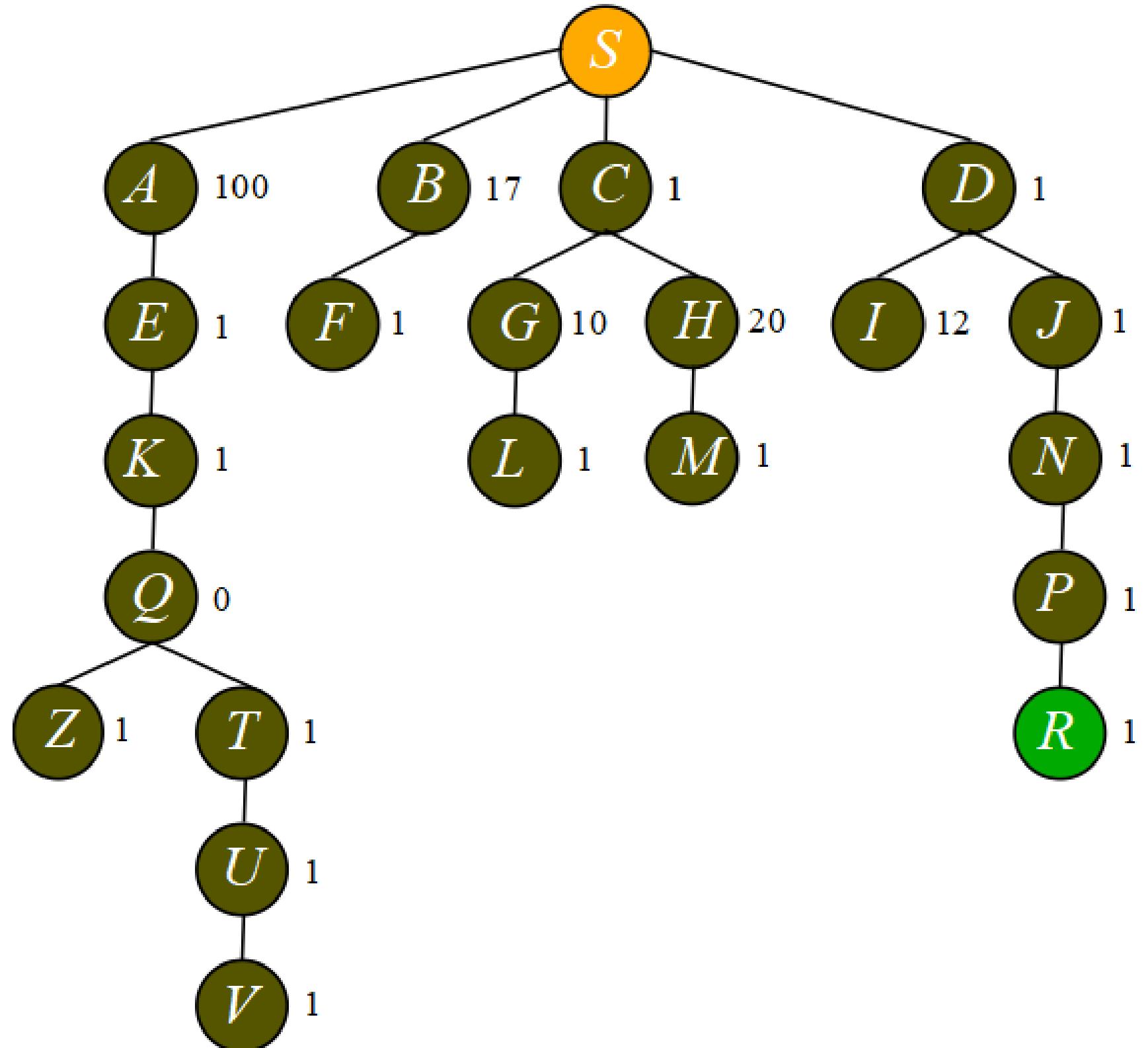
- Trình bày thuật toán AT để tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh S đến R trên đồ thị với các ước lượng heuristic của các trạng thái so với trạng thái đích được liệt kê như hình



Chương 4. CÁC PHƯƠNG PHÁP TÌM KIẾM HEURISTIC

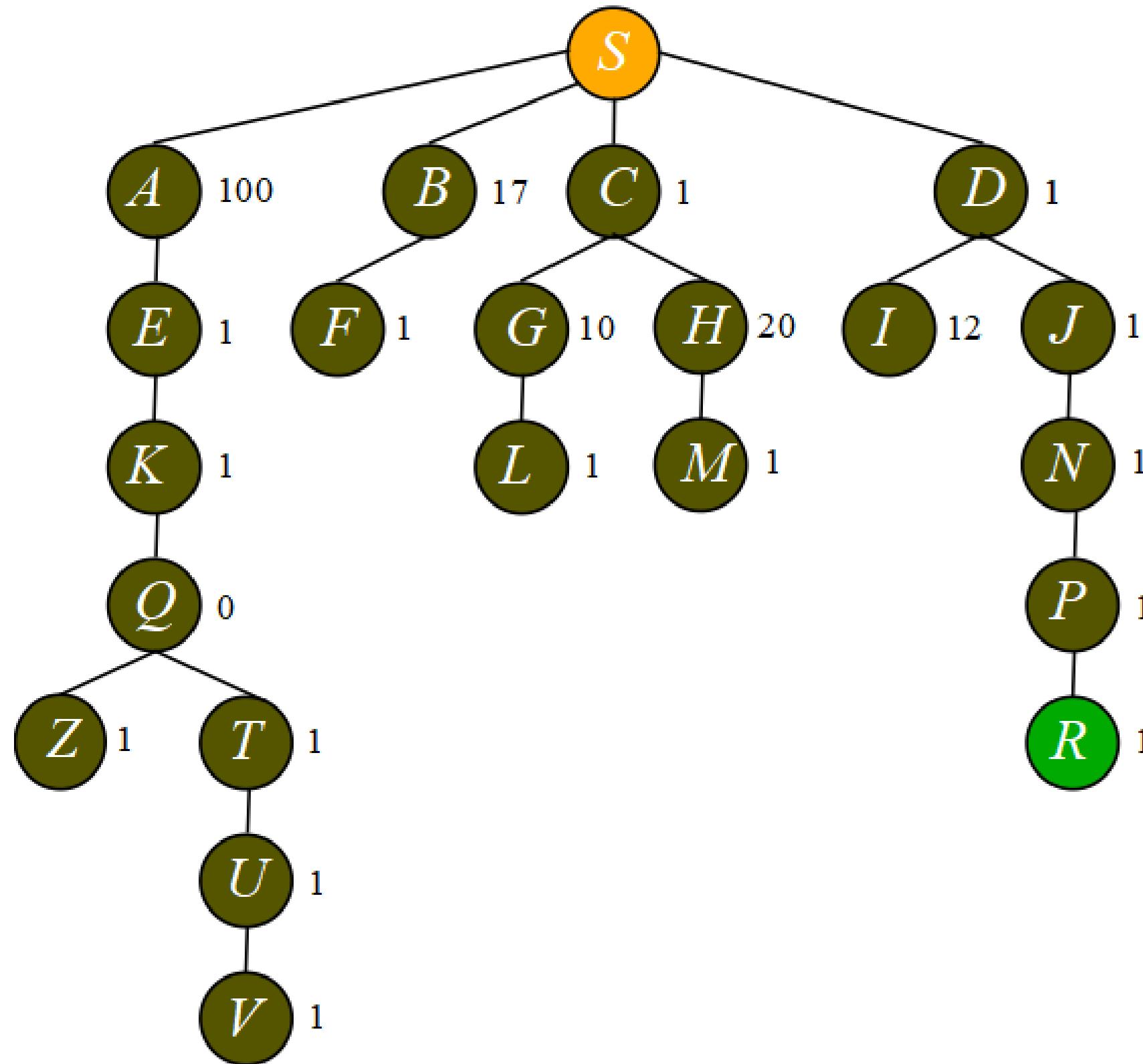
■ Giải thuật AT (Algorithm for Tree)

- Bước 1: OPEN(S); $g(S)=0$
- Bước 2: $n=S$, $\Gamma(n)=\{A,B,C,D\}$, CLOSE={S}
 - $g(A \notin \text{OPEN})=g(S) + g(S \rightarrow A) // g(S)+g(A)$
 $= 0+100 = 100$
 - $g(B \notin \text{OPEN})=g(S) + g(S \rightarrow B) = 0+17 = 17$
 - $g(C \notin \text{OPEN})=g(S) + g(S \rightarrow C) = 0+1 = 1$
 - $g(D \notin \text{OPEN})=g(S) + g(S \rightarrow D) = 0+1 = 1$
 - $g(\min) = g(C)$
 - OPEN={C,D,B,A}



Chương 4. CÁC PHƯƠNG PHÁP TÌM KIẾM HEURISTIC

■ Giải thuật AT (Algorithm for Tree)



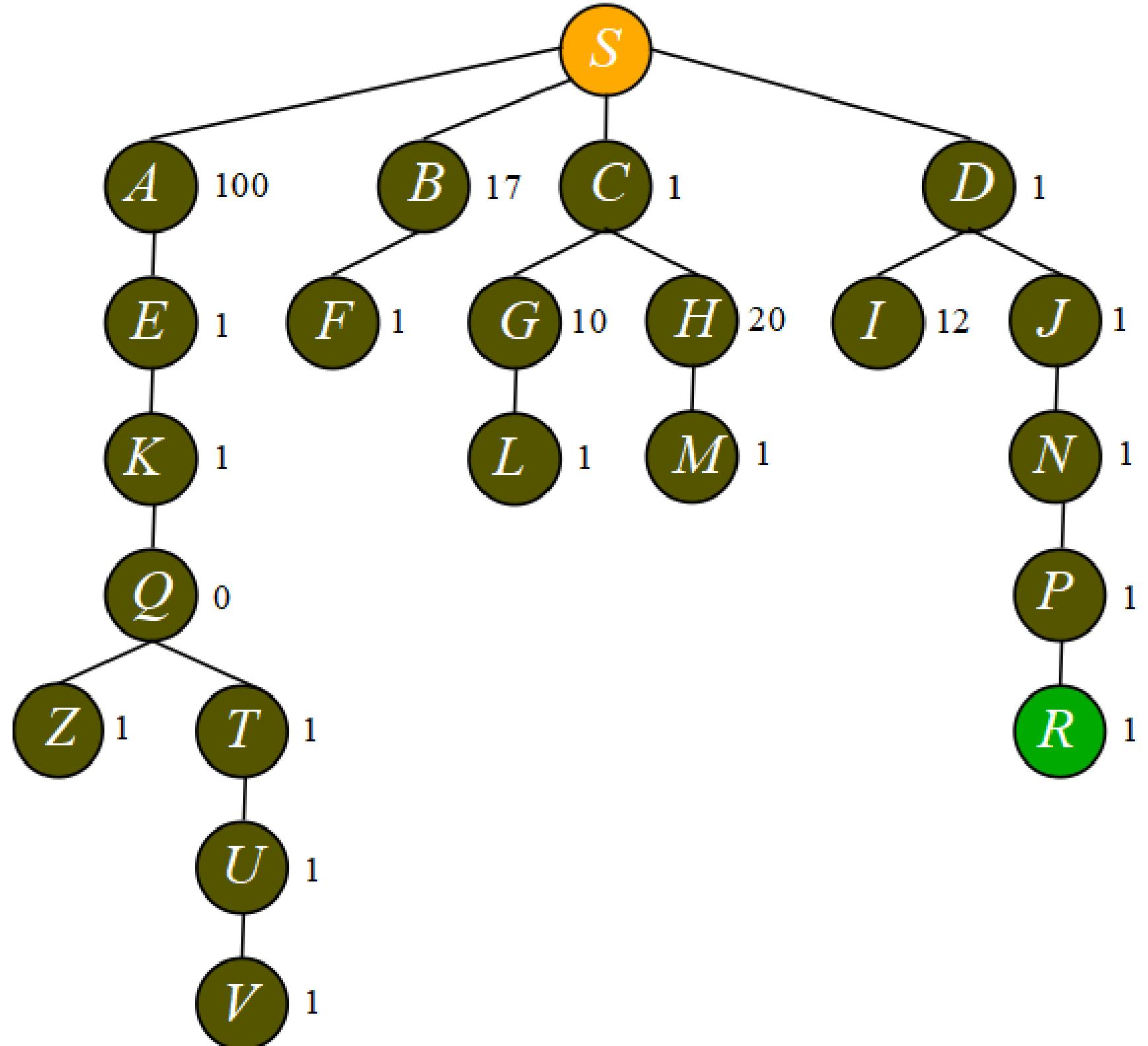
- Bước 3: $n=C$, $\Gamma(n)=\{G,H\}$, CLOSE= $\{S,C\}$
 - $g(A) = 100$
 - $g(B) = 17$
 - $g(D) = 1$
 - $g(G \notin \text{OPEN}) = g(C) + g(C \rightarrow G)$
$$= 1+10 = 11$$
 - $g(H \notin \text{OPEN}) = g(C) + g(C \rightarrow H)$
$$= 1+20 = 21$$
 - $g(\min) = g(D)$
 - OPEN= $\{D,G,B,H,A\}$

Chương 4. CÁC PHƯƠNG PHÁP TÌM KIẾM HEURISTIC

■ Giải thuật AT (Algorithm for Tree)

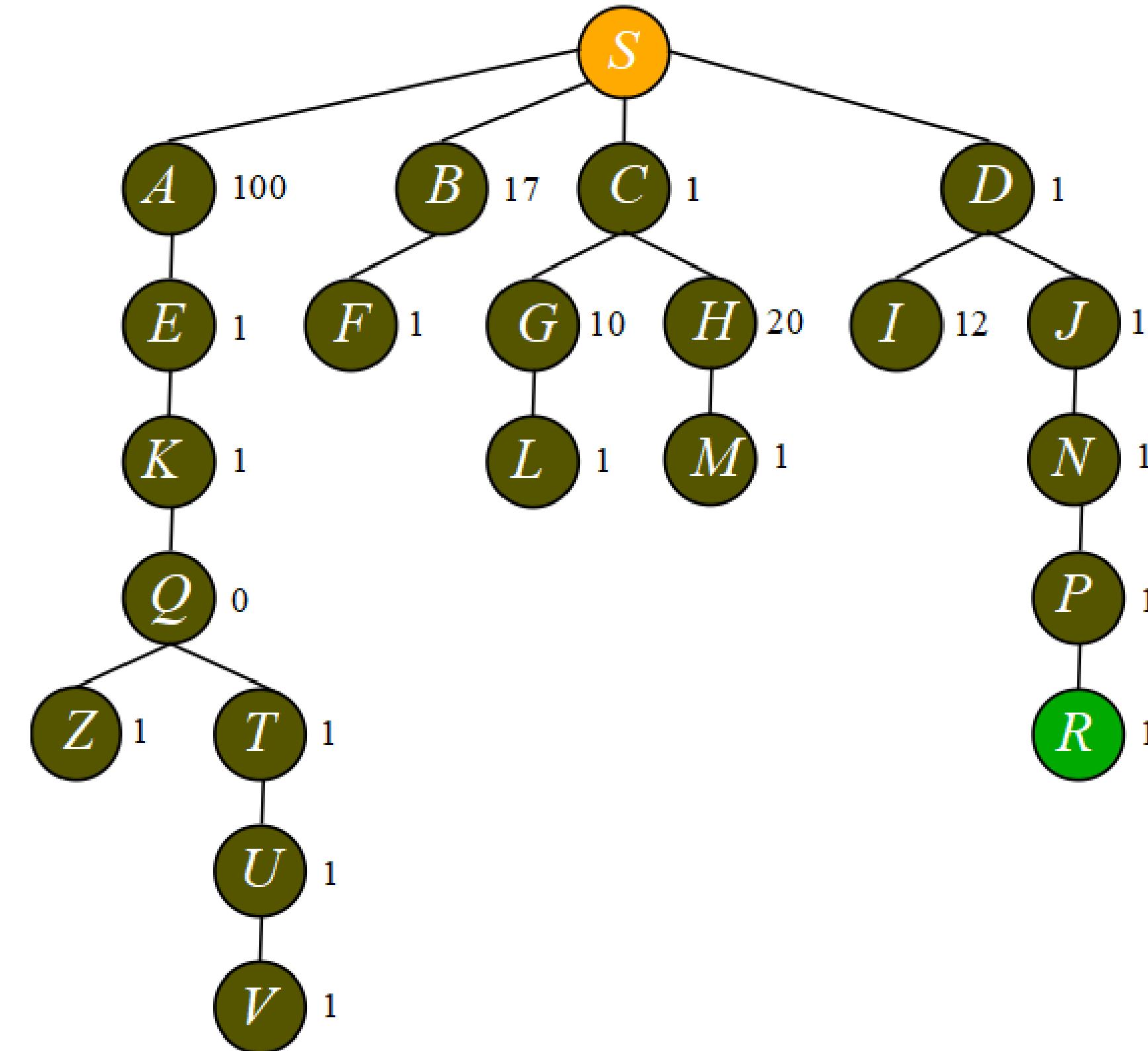
- Bước 4: $n=D$, $\Gamma(n)=\{I, J\}$, CLOSE= $\{S, C, D\}$

- $g(A)= 100$
- $g(B)= 17$
- $g(G)= 11$
- $g(H)= 21$
- $g(I \notin \text{OPEN})=g(D) + g(D \rightarrow I) = 1+ 12 = 13$
- $g(J \notin \text{OPEN})=g(D) + g(D \rightarrow J) = 1+ 1 = 2$
- $g(\min) = g(J)$
- $\text{OPEN}=\{J, G, I, B, H, A\}$



Chương 4. CÁC PHƯƠNG PHÁP TÌM KIẾM HEURISTIC

■ Giải thuật AT (Algorithm for Tree)

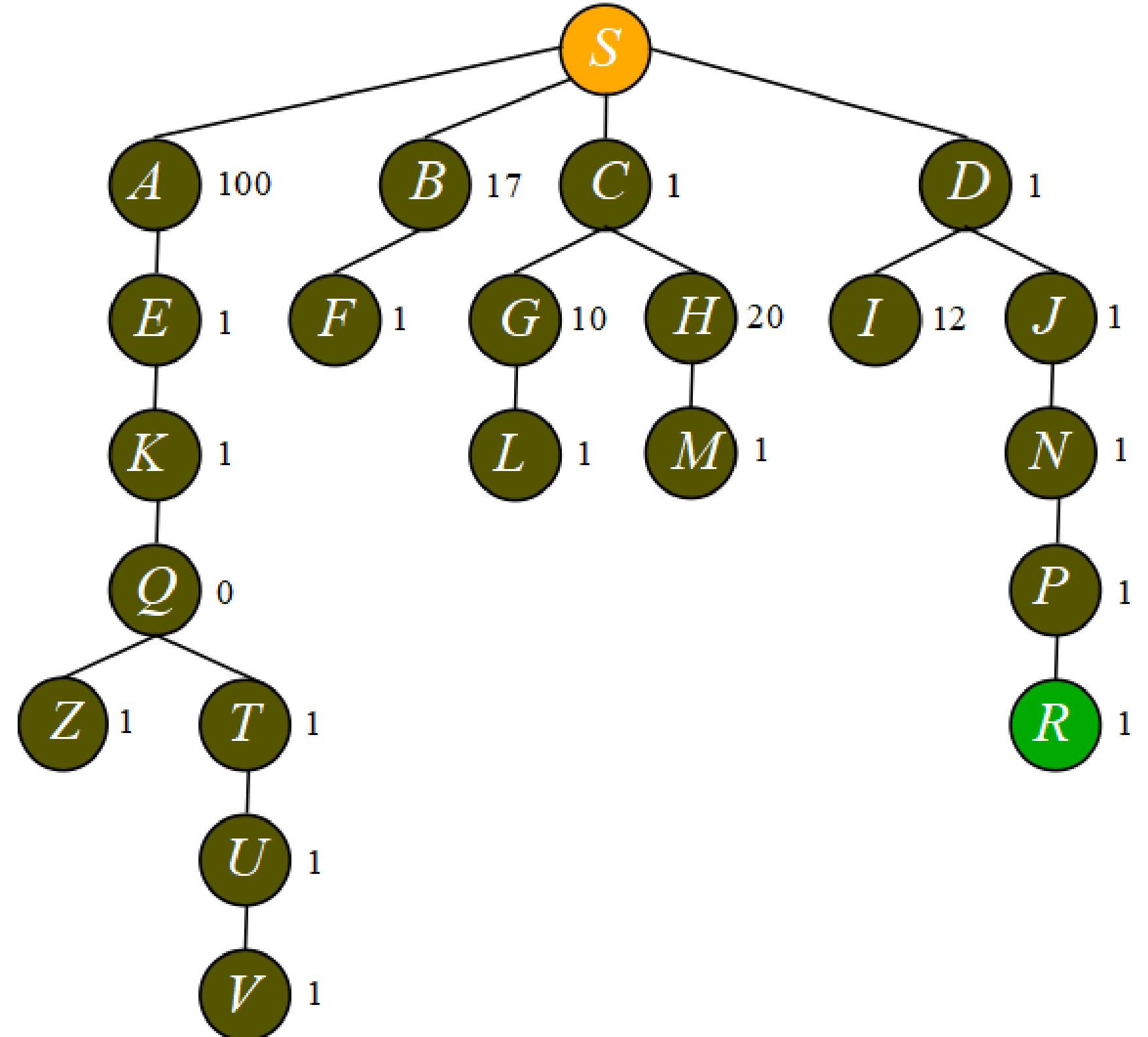


- Bước 5: $n=J$, $\Gamma(n)=\{N\}$, CLOSE= $\{S,C,D,J\}$
 - $g(A)= 100$
 - $g(B)= 17$
 - $g(G)= 11$
 - $g(H)= 21$
 - $g(I)= 13$
 - $g(N \notin OPEN)=g(J) + g(J \rightarrow N) = 2+1 = 3$
 - $g(\min) = g(N)$
 - $OPEN=\{N,G,I,B,H,A\}$

Chương 4. CÁC PHƯƠNG PHÁP TÌM KIẾM HEURISTIC

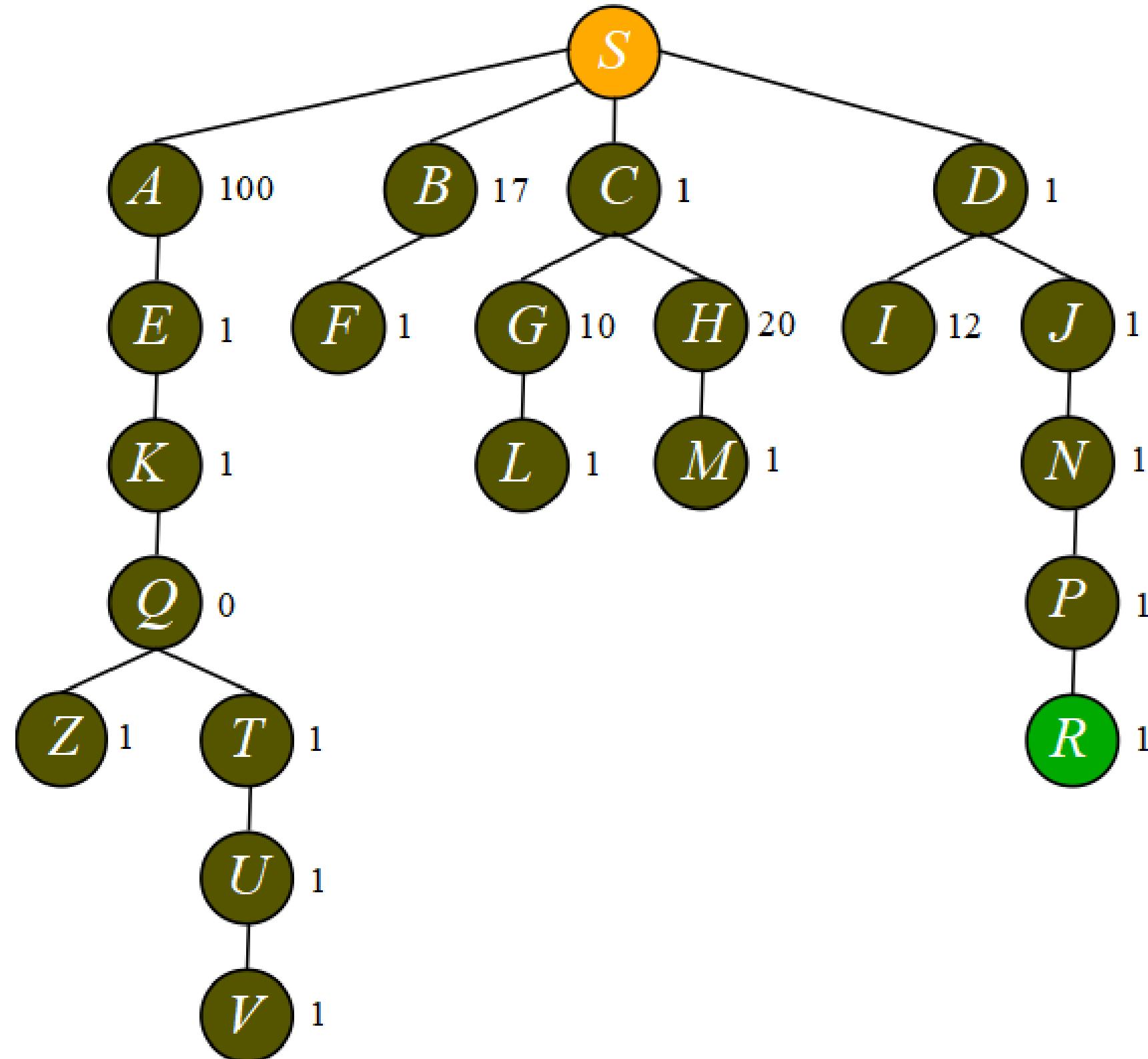
■ Giải thuật AT (Algorithm for Tree)

- Bước 6: $n=N$, $\Gamma(n)=\{P\}$, CLOSE= $\{S,C,D,J,N\}$
 - $g(A)= 100$
 - $g(B)= 17$
 - $g(G)= 11$
 - $g(H)= 21$
 - $g(I)= 13$
 - $g(P \notin OPEN) = g(N) + g(N \rightarrow P) = 3 + 1 = 4$
 - $g(\min) = g(P)$
 - $OPEN=\{P,G,I,B,H,A\}$



Chương 4. CÁC PHƯƠNG PHÁP TÌM KIẾM HEURISTIC

■ Giải thuật AT (Algorithm for Tree)



- Bước 7: $n=P$, $\Gamma(n)=\{R\}$, CLOSE= $\{S,C,D,J,N,P\}$
 - $g(A)= 100$
 - $g(B)= 17$
 - $g(G)= 11$
 - $g(H)= 21$
 - $g(I)= 13$
 - $g(R \notin \text{OPEN})=g(P) + g(P \rightarrow R) = 4+1 = 5$
 - $g(\min) = g(R)$
 - OPEN= $\{R,G,I,B,H,A\}$
- Bước 8: $n=R$ TRUE

Chương 4. CÁC PHƯƠNG PHÁP TÌM KIẾM HEURISTIC

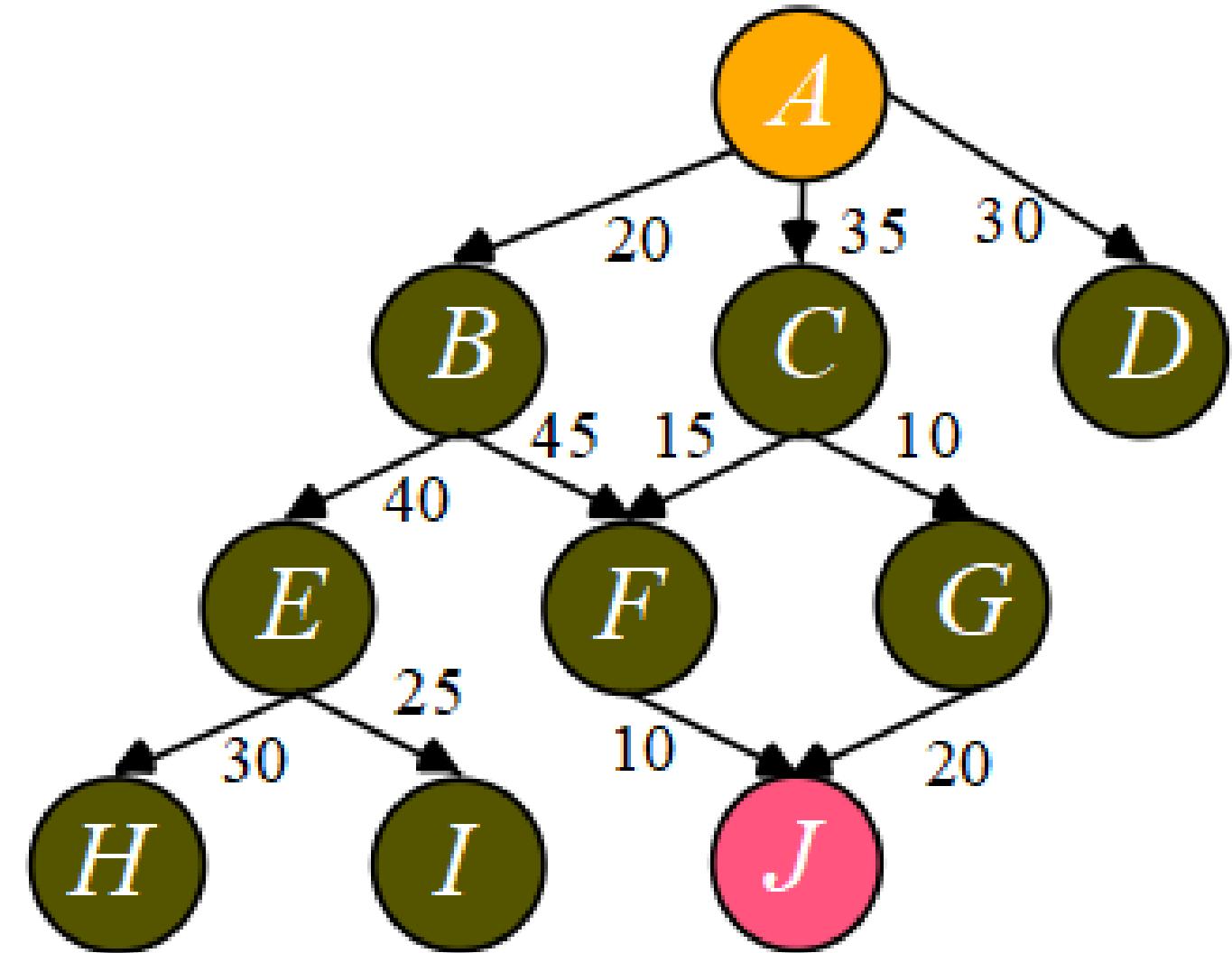
▪ Giải thuật Cost Minimization Search (CMS)

- Bước 1: Chọn $s = \text{đỉnh xuất phát}; g(s)=0$
- Bước 2: Chọn 1 đỉnh từ tập OPEN: $=n$, có $g(n) = \min$
 - 2.1. Nếu $n \equiv \text{đích}$: đường đi từ $s \Rightarrow n$ là tối ưu
 - 2.2. Nếu $\text{OPEN} = \emptyset$: không tìm thấy đường đi
 - 2.3. Nếu $\exists!$ nhiều hơn 1 đỉnh n có $g(n) = \min$:
 - Kiểm tra ($\exists! \equiv \text{đích}$): dừng
 - Ngược lại, chọn ngẫu nhiên một đỉnh: $=n$
- Bước 3: Đưa đỉnh đã duyệt vào CLOSE, tạo $\Gamma(n)$: các đỉnh mà n trỏ tới
 - \forall nút con m của $\Gamma(n) \notin \{\text{CLOSE}, \text{OPEN}\}$:
 - $g(m) := g(n) + cost(n, m)$
 - $\text{OPEN} := \text{OPEN} \cup \{m\}$
 - $\text{CHA}(m)=n$
 - \forall nút con m của $\Gamma(n) \in \{\text{OPEN}\}$:
 - $g_{\text{new}}(m) := g(n) + cost(n, m)$
 - **KHÔNG ĐƯA m VÀO $\Gamma(n)$**
 - So sánh $g(m)$ với $g_{\text{NEW}}(m)$ và cập nhật g_m và nút CHA của m
- Bước 4: Quay lại bước 2

Chương 4. CÁC PHƯƠNG PHÁP TÌM KIẾM HEURISTIC

▪ Giải thuật Cost Minimization Search (CMS)

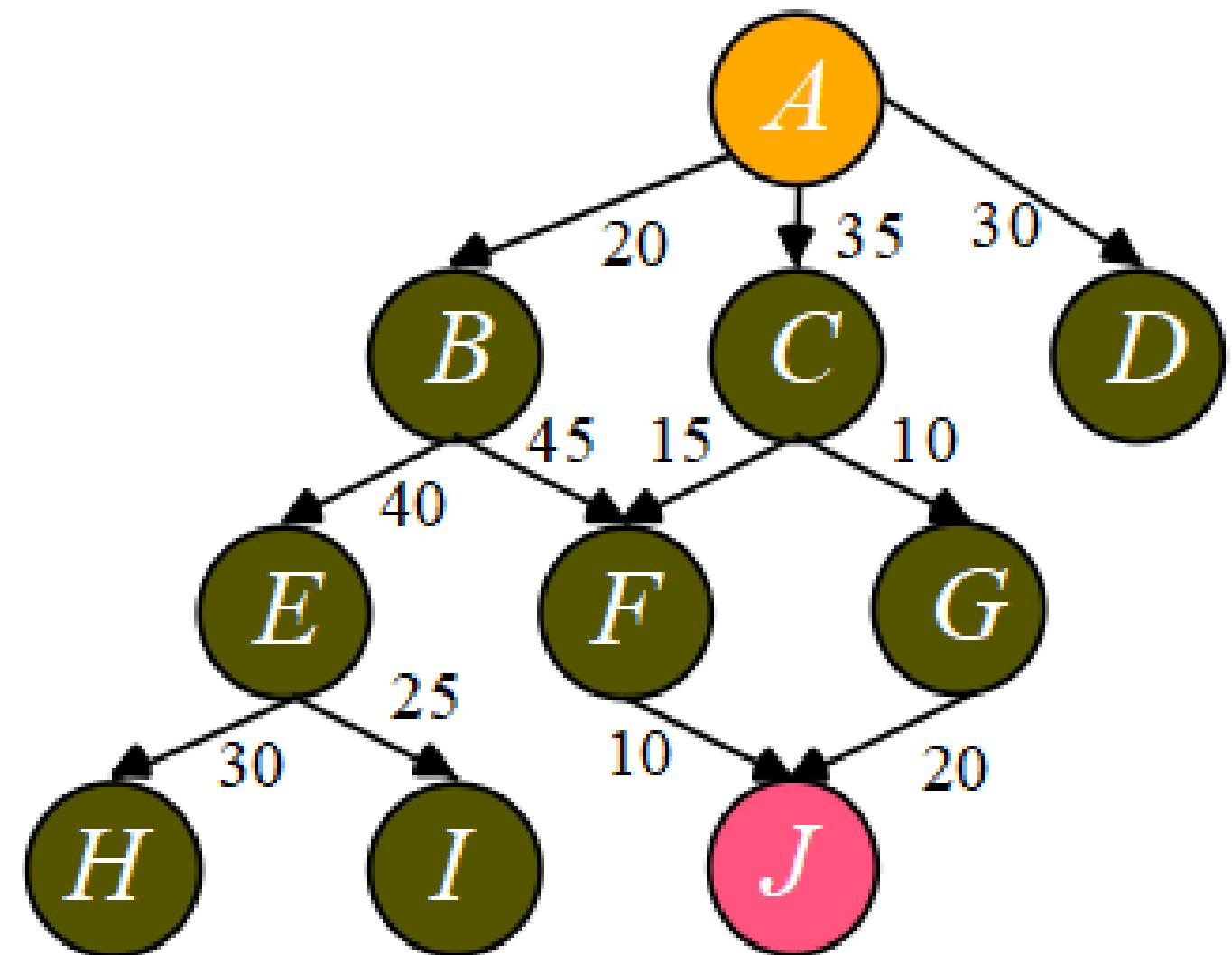
- Trình bày thuật toán CMS để tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh A đến J trên đồ thị với các ước lượng heuristic của các trạng thái so với trạng thái đích được liệt kê như hình



Chương 4. CÁC PHƯƠNG PHÁP TÌM KIẾM HEURISTIC

▪ Giải thuật Cost Minimization Search (CMS)

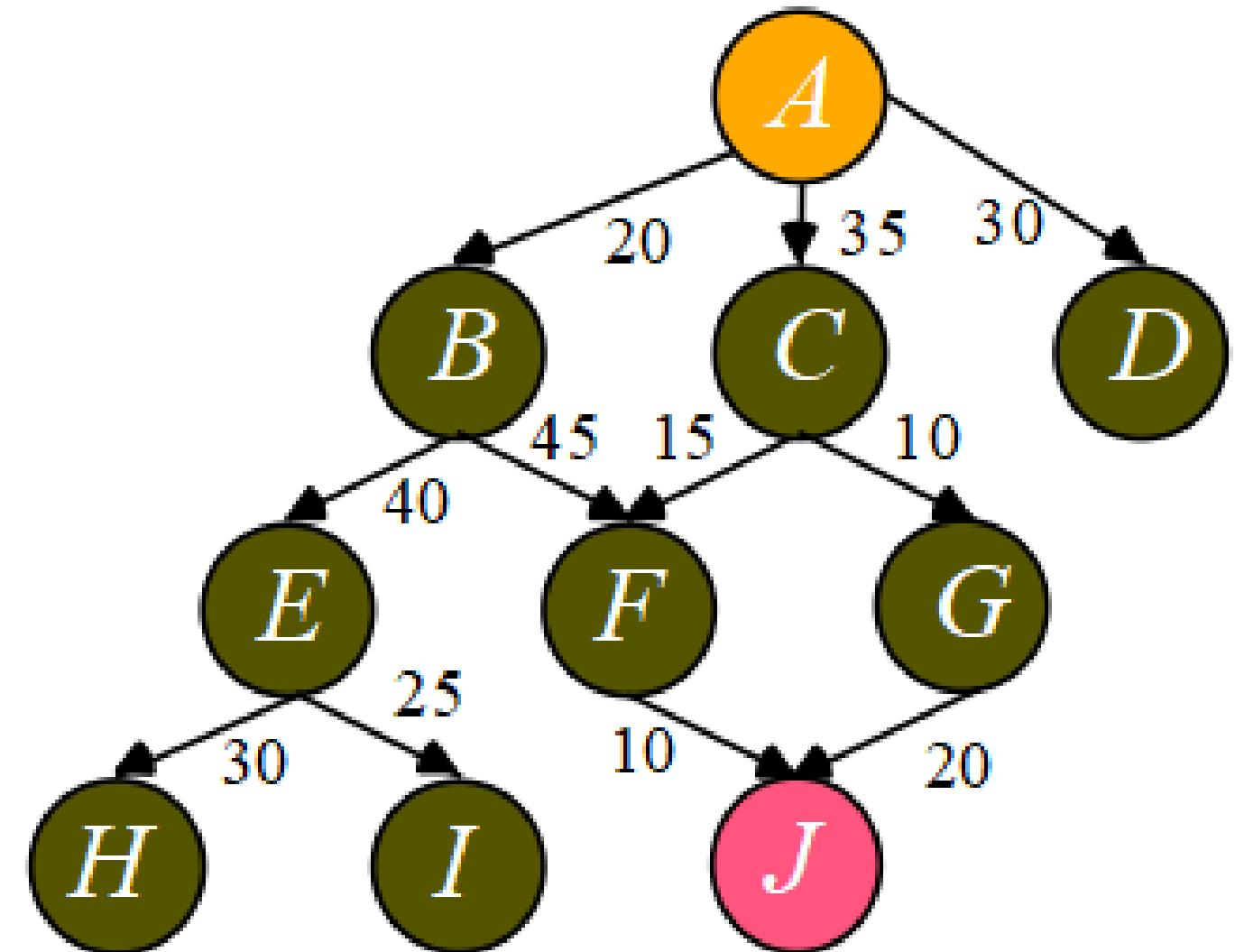
- Bước 1: OPEN(A); $g(A)=0$
- Bước 2: $n=A$, $\Gamma(n)=\{B,C,D\}$, CLOSE={A}
 - $g(B) = g(A) + g(A \rightarrow B) = 0+20 = 20$; Father(B) = A
 - $g(C) = g(A) + g(A \rightarrow C) = 0+35= 35$; Father(C) = A
 - $g(D) = g(A) + g(A \rightarrow D) = 0+30 = 30$; Father(D) = A
 - $g(\min) = g(B)$
 - OPEN={B,D,C}



Chương 4. CÁC PHƯƠNG PHÁP TÌM KIẾM HEURISTIC

▪ Giải thuật Cost Minimization Search (CMS)

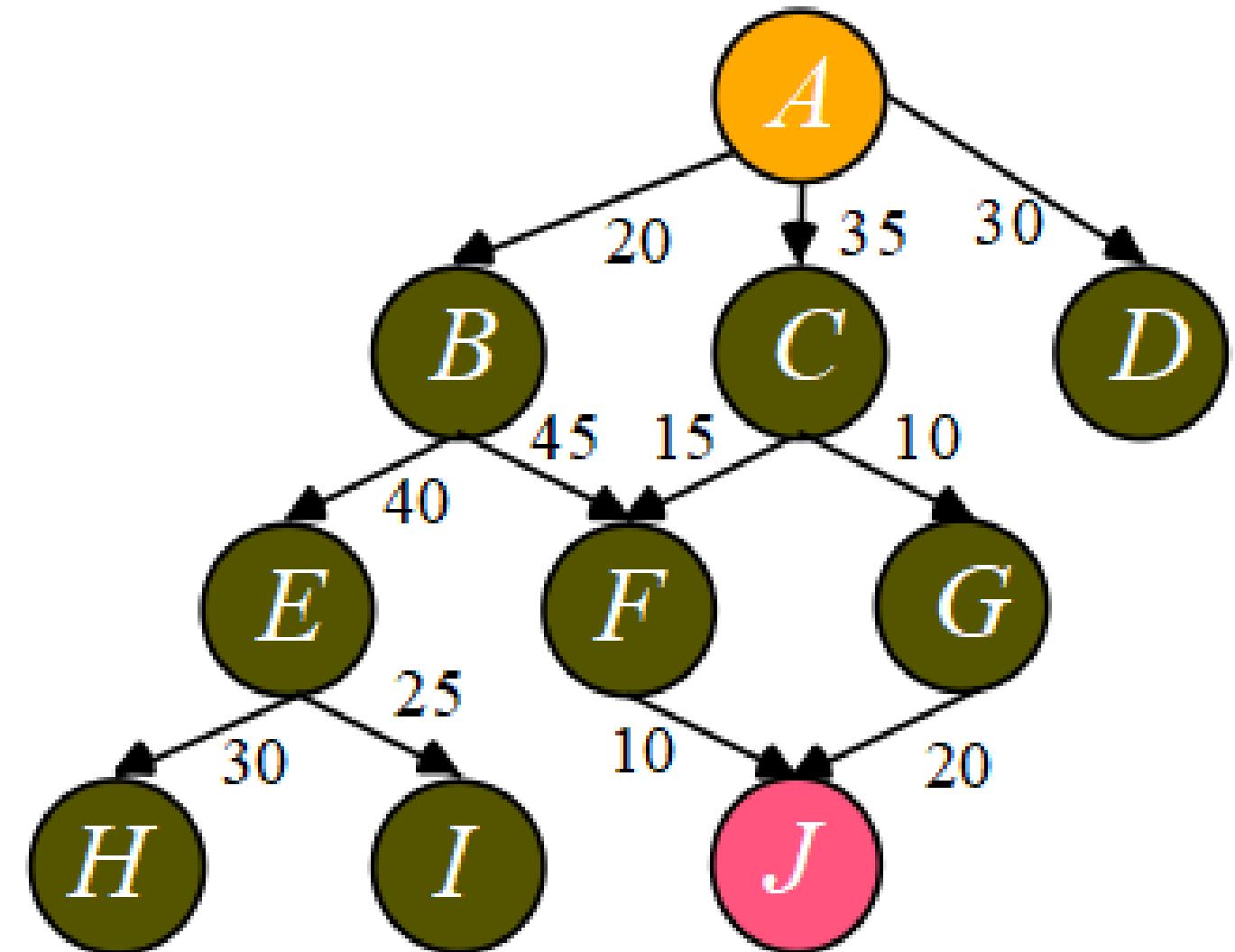
- Bước 3: $n=B$, $\Gamma(n)=\{E,F\}$, CLOSE= $\{A,B\}$
 - $g(C) = 35$
 - $g(D) = 30$
 - $g(E) = g(B) + g(B \rightarrow E) = 20+40 = 60$; Father(E) = B
 - $g(F) = g(B) + g(B \rightarrow F) = 20+45= 65$; Father(F) = B
 - $g(\min) = g(D)$
 - OPEN= $\{D,C,E,F\}$



Chương 4. CÁC PHƯƠNG PHÁP TÌM KIẾM HEURISTIC

▪ Giải thuật Cost Minimization Search (CMS)

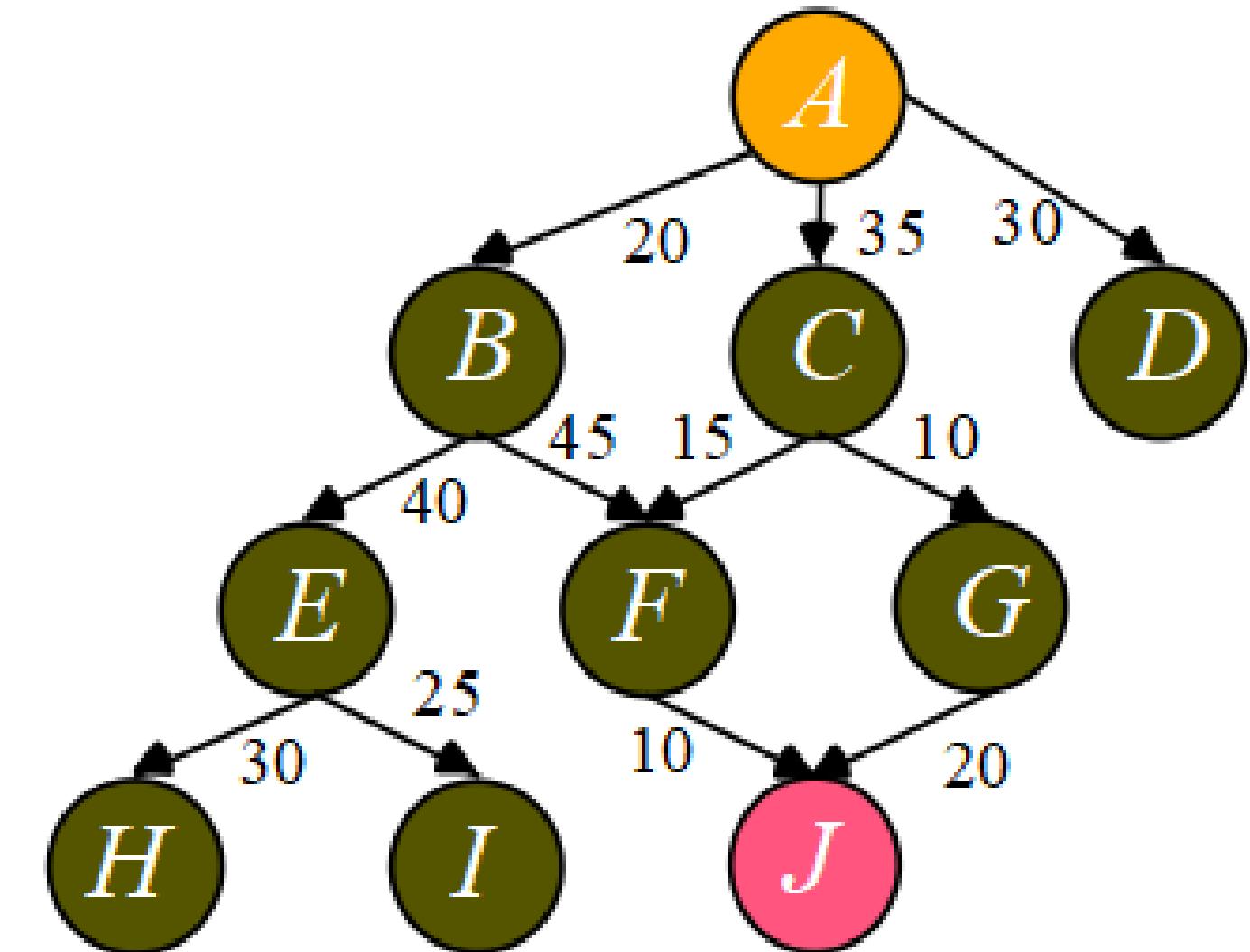
- Bước 4: $n=D$, $\Gamma(n)=\emptyset$, CLOSE={A,B,D}
 - $g(C) = 35$
 - $g(E) = 60$
 - $g(F) = 65$
 - OPEN={C,E,F}
- Bước 5: $n=C$, $\Gamma(n)=\{F \in OPEN, G\}$, CLOSE={A,B,D,C}
 - $g(E) = 60$
 - $g(F) = 65$
 - $g(F) = g(C) + g(C \rightarrow F) = 35 + 15 = 50$
 - $g(F) = \min(50, 65) = 50$; Father(F) = C
 - $g(G) = g(C) + g(C \rightarrow G) = 35 + 10 = 45$; Father(G) = C
 - $g(\min) = g(G)$
 - OPEN={G,F,E}



Chương 4. CÁC PHƯƠNG PHÁP TÌM KIẾM HEURISTIC

■ Giải thuật Cost Minimization Search (CMS)

- Bước 6: $n=G$, $\Gamma(n)=\{J\}$, CLOSE={A,B,D,C,G}
 - $g(E) = 60$
 - $g(F) = 65$
 - $g(J) = g(G) + g(G \rightarrow J) = 45+20= 65$; Father(J) = G
 - OPEN={F,E,J}
- Bước 7: $n=F$, $\Gamma(n)=\{J \in \text{OPEN}\}$, CLOSE={A,B,D,C,G,F}
 - $g(E) = 60$
 - $g(J) = 65$
 - $g(J) = g(F) + g(F \rightarrow J) = 50+10 = 60$
 - $g(J) = \min(60,65) = 60$; Father(J) = F
 - OPEN={E,J}
- Bước 8: $n=J$ (lấy đại cho nhanh), TRUE



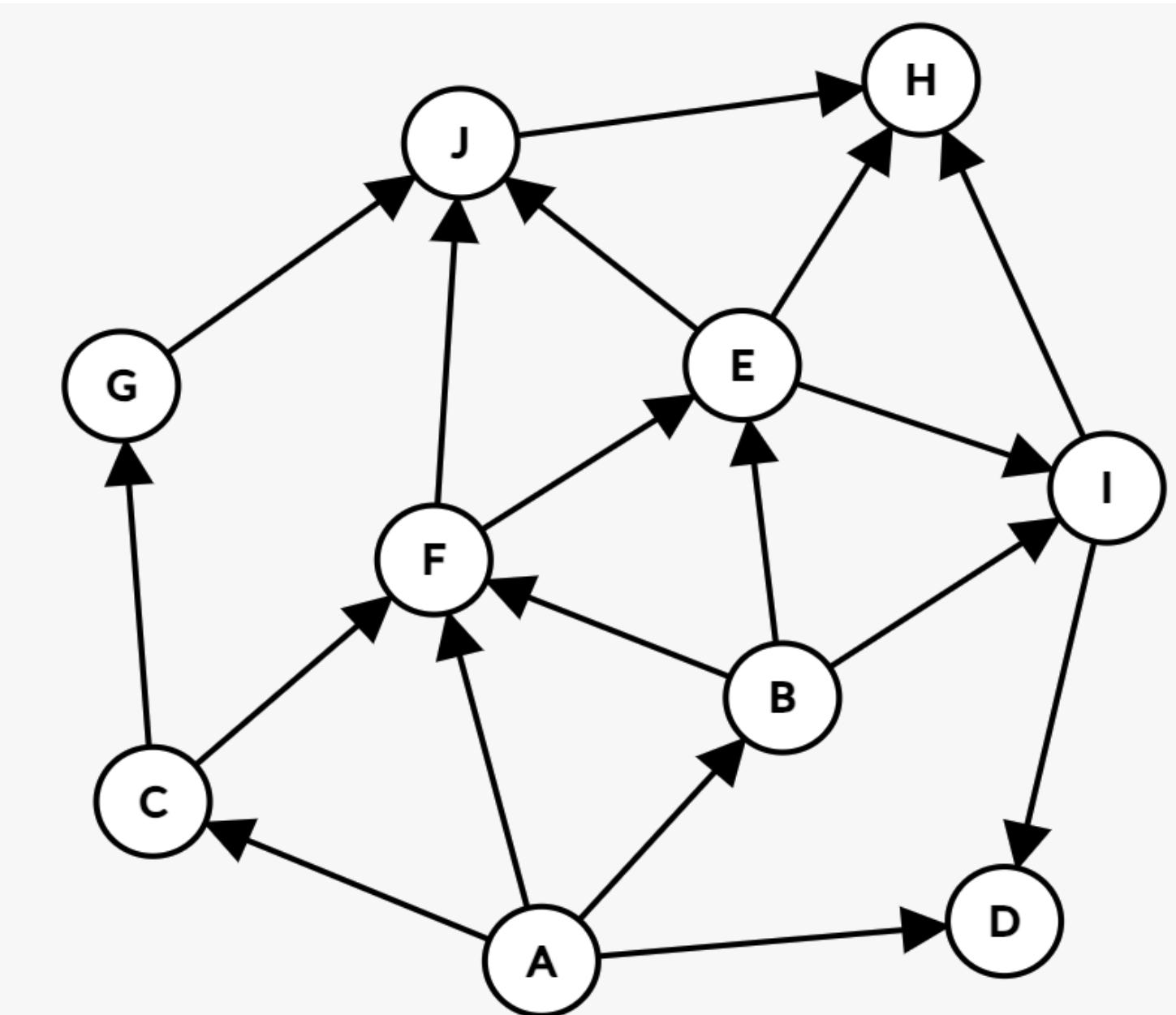
■ $A \Rightarrow C \Rightarrow F \Rightarrow J$

Chương 4. CÁC PHƯƠNG PHÁP TÌM KIẾM HEURISTIC

▪ Giải thuật Cost Minimization Search (CMS)

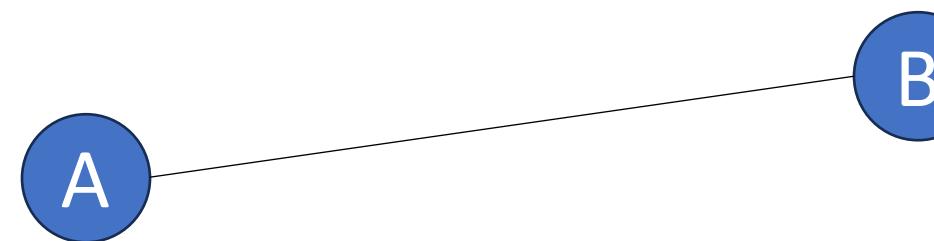
- Trình bày thuật toán CMS để tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh A đến H trên đồ thị với các ước lượng heuristic của các trạng thái so với trạng thái đích được liệt kê như bảng

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
28	15	41	32	11	21	17	0	8	9



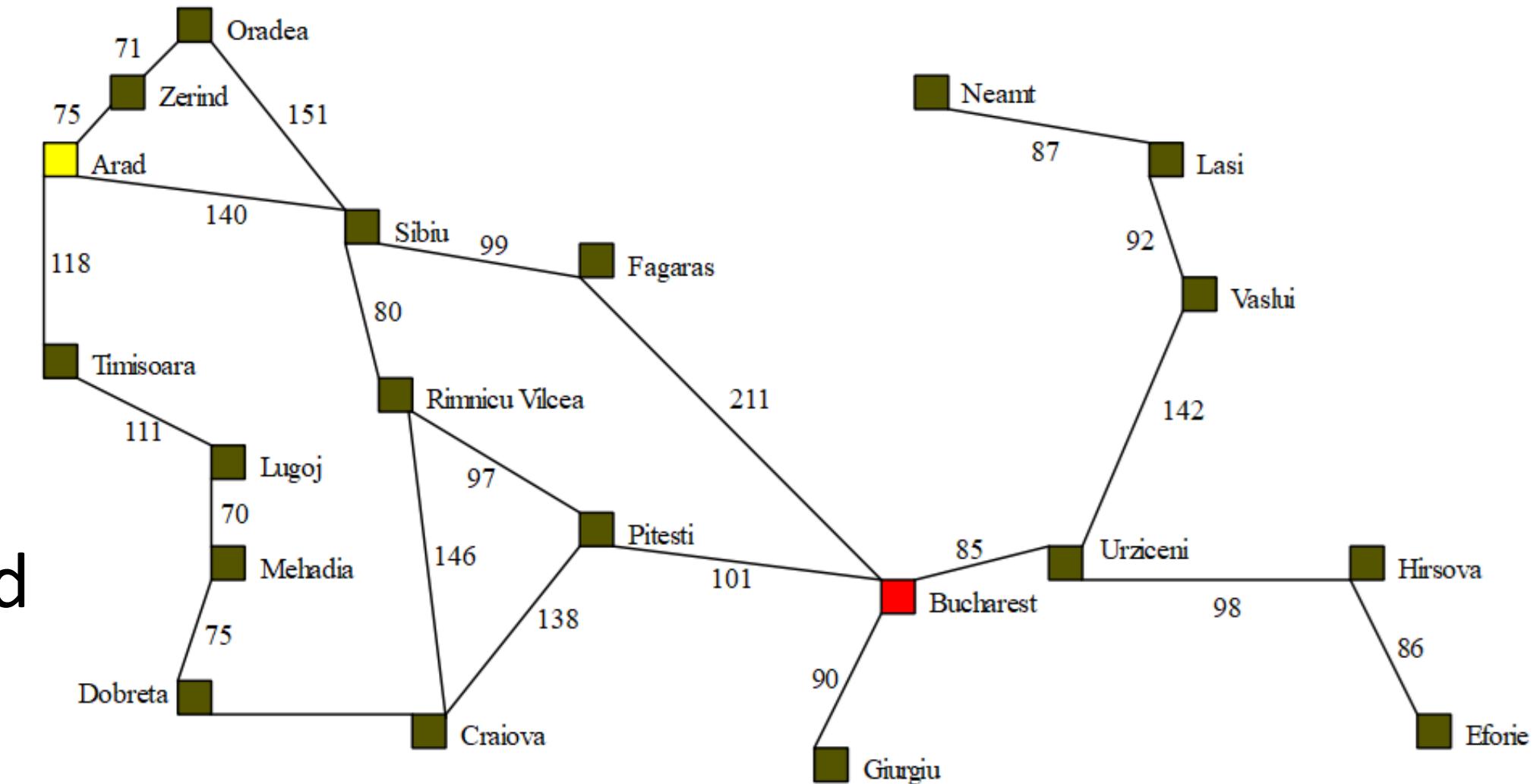
Chương 4. CÁC PHƯƠNG PHÁP TÌM KIẾM HEURISTIC

- Algorithm for Knowledgeable Tree Search (AKT)
- Thuật giải A^{KT} là mở rộng của giải thuật A^T bằng cách sử dụng thêm thông tin ước lượng h' (khoảng cách Manhattan).
- Độ tốt của hàm f = g + h'



$$h' = |X_A - X_B| + |Y_A - Y_B|$$

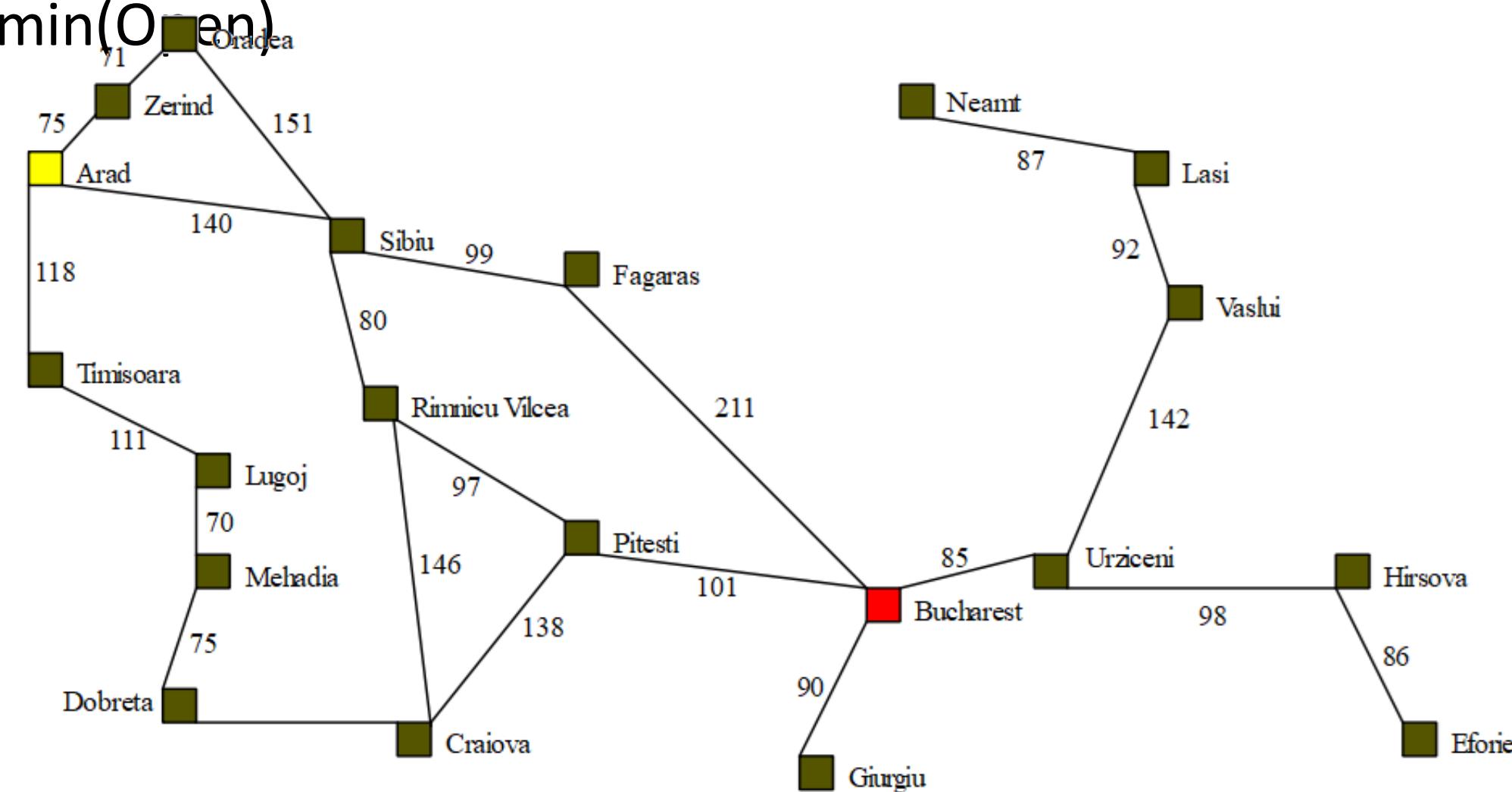
- h' còn được gọi là khoảng cách Euclid



Chương 4. CÁC PHƯƠNG PHÁP TÌM KIẾM HEURISTIC

■ Algorithm for Knowledgeable Tree Search (AKT)

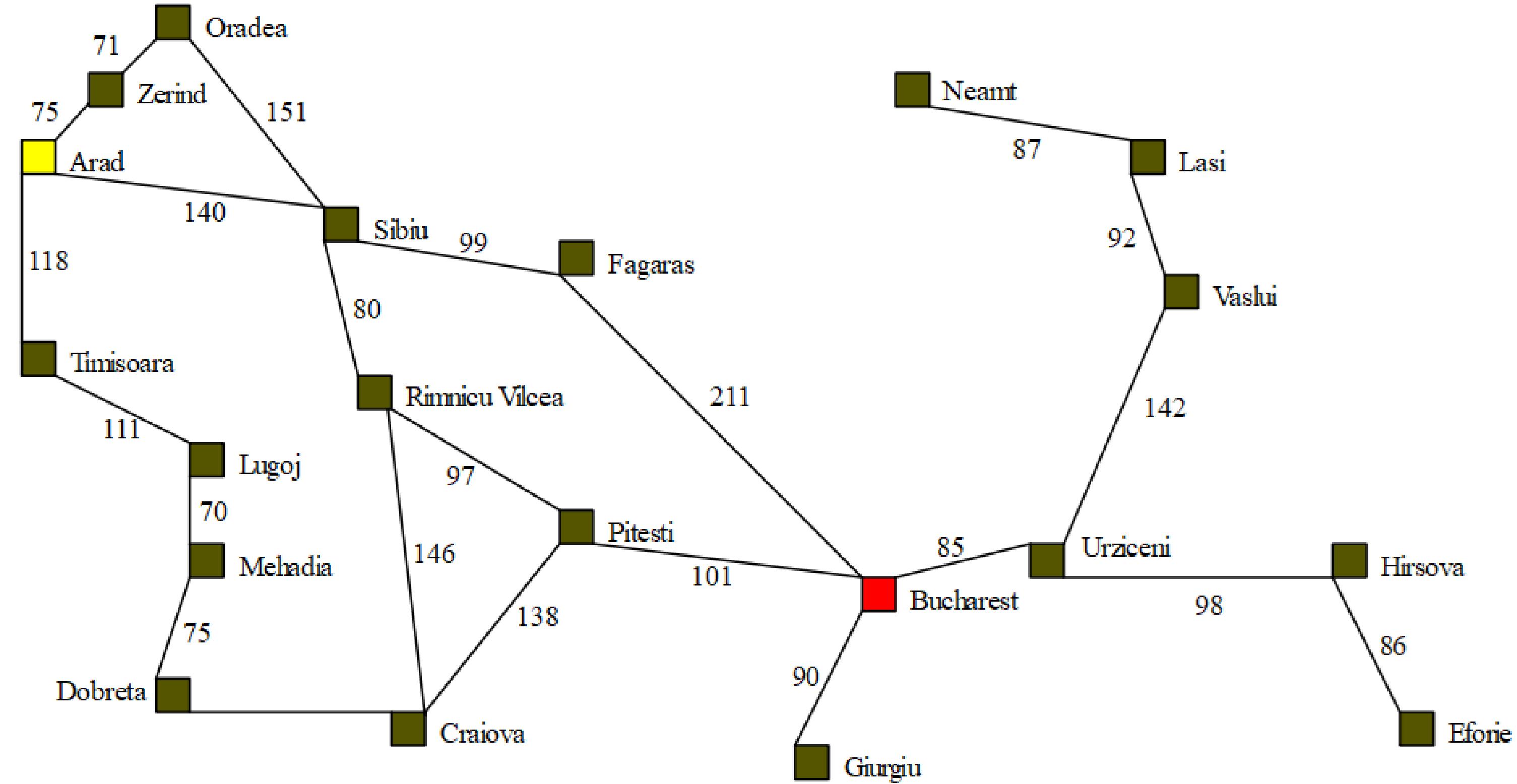
- Open:= {Start};
- While (Open $\neq \emptyset$)
 - n= Retrieve(Open); // Chọn n sao cho $f(n) = \min(\text{Open})$
 - If (n \equiv Goal): Return True
 - Else
 - Tạo $\Gamma(n)$;
 - for mỗi nút con m của $\Gamma(n) \notin \text{CLOSE}$
 - $g(m)=g(n)+\text{Cost}(n,m)$
 - $f(m)=g(m)+h'(m)$
 - OPEN = OPEN $\cup \{m\}$
 - CLOSE = CLOSE $\cup \{n\}$
 - Return False;



Chương 4. CÁC PHƯƠNG PHÁP TÌM KIẾM HEURISTIC

- Algorithm for Knowledgeable Tree Search (AKT)
- Tìm đường đi ngắn nhất từ Arad → Bucharest:

Arad	366
Bucharest	0
Craiova	160
Dobreta	242
Eforie	161
Fagaras	178
Giurgiu	77
Hirsova	151
Lasi	226
Lugoj	244
Mehadia	241
Neamt	234
Oradea	380
Pitesti	98
Rimnicu Vilcea	193
Sibiu	253
Timisoara	329
Urziceni	80
Vaslui	199
Zerind	374



Chương 4. CÁC PHƯƠNG PHÁP TÌM KIẾM HEURISTIC

■ Algorithm for Knowledgeable Tree Search (AKT)

■ Tìm đường đi ngắn nhất từ Arad → Bucharest:

Arad	366
Bucharest	0
Craiova	160
Dobreta	242
Eforie	161
Fagaras	178
Giurgiu	77
Hirsova	151
Lasi	226
Lugoj	244
Mehadia	241
Neamt	234
Oradea	380
Pitesti	98
Rimnicu Vilcea	193
Sibiu	253
Timisoara	329
Urziceni	80
Vaslui	199
Zerind	374

- Start = Arad, $\Gamma(n) = \{\text{Timisoara, Sibiu, Zerind}\}$,
- CLOSE = \emptyset
 - $g(\text{Timisoara}) = g(\text{Arad}) + \text{cost}(\text{Arad} \rightarrow \text{Timisoara}) = 0 + 118 = 118$
 - $f(\text{Timisoara}) = g(\text{Timisoara}) + h'(\text{Timisoara}) = 118 + 329 = 447$
 - $g(\text{Sibiu}) = g(\text{Arad}) + \text{cost}(\text{Arad} \rightarrow \text{Sibiu}) = 0 + 140 = 140$
 - $f(\text{Sibiu}) = g(\text{Sibiu}) + h'(\text{Sibiu}) = 140 + 253 = 393$
 - $g(\text{Zerind}) = g(\text{Arad}) + \text{cost}(\text{Arad} \rightarrow \text{Zerind}) = 0 + 75 = 75$
 - $f(\text{Zerind}) = g(\text{Zerind}) + h'(\text{Zerind}) = 75 + 374 = 449$
- OPEN= {Sibiu – 393, Timisoara – 447, Zerind-449}
 - $f_{\min} = f(\text{Sibiu})$,
 - Father(Sibiu) = Arad
 - Father(Timisoara) = Arad
 - Father(Zerind) = Arad

Chương 4. CÁC PHƯƠNG PHÁP TÌM KIẾM HEURISTIC

■ Algorithm for Knowledgeable Tree Search (AKT)

■ Tìm đường đi ngắn nhất từ Arad → Bucharest:

Arad	366
Bucharest	0
Craiova	160
Dobreta	242
Eforie	161
Fagaras	178
Giurgiu	77
Hirsova	151
Lasi	226
Lugoj	244
Mehadia	241
Neamt	234
Oradea	380
Pitesti	98
Rimnicu Vilcea	193
Sibiu	253
Timisoara	329
Urziceni	80
Vaslui	199
Zerind	374

- $n = \text{Sibiu}$, $\Gamma(n) = \{\text{Arad}, \text{Fagaras}, \text{Oradea}, \text{Rimnicu Vilcea}\}$,
- CLOSE = {Arad, Sibiu}
 - $g(\text{Fagaras}) = g(\text{Sibiu}) + \text{cost}(\text{Sibiu} \rightarrow \text{Fagaras}) = 140 + 99 = 239$
 - $f(\text{Fagaras}) = g(\text{Fagaras}) + h'(\text{Fagaras}) = 239 + 178 = 417$
 - $g(\text{Oradea}) = g(\text{Sibiu}) + \text{cost}(\text{Sibiu} \rightarrow \text{Oradea}) = 140 + 151 = 291$
 - $f(\text{Oradea}) = g(\text{Oradea}) + h'(\text{Oradea}) = 291 + 380 = 671$
 - $g(\text{Rimnicu Vilcea}) = g(\text{Sibiu}) + \text{cost}(\text{Sibiu} \rightarrow \text{Rim.Vilcea}) = 140 + 80 = 220$
 - $f(\text{Rimnicu Vilcea}) = g(\text{Fagaras}) + h'(\text{Rimnicu Vilcea}) = 220 + 193 = 413$
- OPEN= {Rimnicu Vilcea - 413, Fagaras – 417, Timisoara – 447, Zerind-449}
 - $f_{\min} = f(\text{Rimnicu Vilcea})$,
 - Father(Fagaras) = Sibiu
 - Father(Oradea) = Sibiu
 - Father(Rimnicu Vilcea) = Sibiu

Chương 4. CÁC PHƯƠNG PHÁP TÌM KIẾM HEURISTIC

■ Algorithm for Knowledgeable Tree Search (AKT)

■ Tìm đường đi ngắn nhất từ Arad → Bucharest:

Arad	366
Bucharest	0
Craiova	160
Dobreta	242
Eforie	161
Fagaras	178
Giurgiu	77
Hirsova	151
Lasi	226
Lugoj	244
Mehadia	241
Neamt	234
Oradea	380
Pitesti	98
Rimnicu Vilcea	193
Sibiu	253
Timisoara	329
Urziceni	80
Vaslui	199
Zerind	374

- $n = \text{Rimnicu Vilcea}$, $\Gamma(n) = \{\text{Sibiu}, \text{Craiova}, \text{Pitesti}\}$,
- CLOSE = {Arad, Sibiu, Rimnicu Vilcea}
 - $g(\text{Craiova}) = g(\text{R.Vilcea}) + \text{cost}(\text{R.Vilcea} \rightarrow \text{Craiova}) = 220 + 146 = 366$
 - $f(\text{Craiova}) = g(\text{Craiova}) + h'(\text{Craiova}) = 366 + 160 = 526$
 - $g(\text{Pitesti}) = g(\text{R.Vilcea}) + \text{cost}(\text{R.Vilcea} \rightarrow \text{Pitesti}) = 220 + 97 = 317$
 - $f(\text{Pitesti}) = g(\text{Pitesti}) + h'(\text{Pitesti}) = 317 + 98 = 415$
- OPEN= {Pitesti - 415, Fagaras – 417, Timisoara – 447, Zerind-449, Craiova - 526}
 - $f_{\min} = f(\text{Pitesti})$,
 - Father(Craiova) = Rimnicu Vilcea
 - Father(Pitesti) = Rimnicu Vilcea

Chương 4. CÁC PHƯƠNG PHÁP TÌM KIẾM HEURISTIC

■ Algorithm for Knowledgeable Tree Search (AKT)

■ Tìm đường đi ngắn nhất từ Arad → Bucharest:

Arad	366
Bucharest	0
Craiova	160
Dobreta	242
Eforie	161
Fagaras	178
Giurgiu	77
Hirsova	151
Lasi	226
Lugoj	244
Mehadia	241
Neamt	234
Oradea	380
Pitesti	98
Rimnicu Vilcea	193
Sibiu	253
Timisoara	329
Urziceni	80
Vaslui	199
Zerind	374

- $n = \text{Pitesti}, \Gamma(n) = \{\text{Rimnicu Vilcea}, \text{Bucharest}, \text{Craiova}\}$,
- CLOSE = {Arad, Sibiu, Rimnicu Vilcea, Pitesti}
 - $g(\text{Bucharest}) = g(\text{Pitesti}) + \text{cost}(\text{Pitesti} \rightarrow \text{Bucharest})$
 $= 317 + 101 = 418$
 - $f(\text{Bucharest}) = g(\text{Bucharest}) + h'(\text{Bucharest}) = 418 + 0 = 418$
 - $g_{\text{new}}(\text{Craiova}) = g(\text{Pitesti}) + \text{cost}(\text{Pitesti} \rightarrow \text{Craiova})$
 $= 317 + 138 = 455$
 - $f_{\text{new}}(\text{Craiova}) = g(\text{Craiova}) + h'(\text{Craiova}) = 455 + 160 = 615$
- OPEN= {Fagaras – 417, Bucharest - 418, Timisoara – 447, Zerind-449, Craiova – 526 $< f_{\text{new}}$ 615}
 - $f_{\min} = f(\text{Fagaras}),$
 - Father(Fagaras) = Sibiu (từ slide 28)
 - Father(Craiova) = Rimnicu Vilcea (vẫn giữ nguyên)

Chương 4. CÁC PHƯƠNG PHÁP TÌM KIẾM HEURISTIC

■ Algorithm for Knowledgeable Tree Search (AKT)

■ Tìm đường đi ngắn nhất từ Arad → Bucharest:

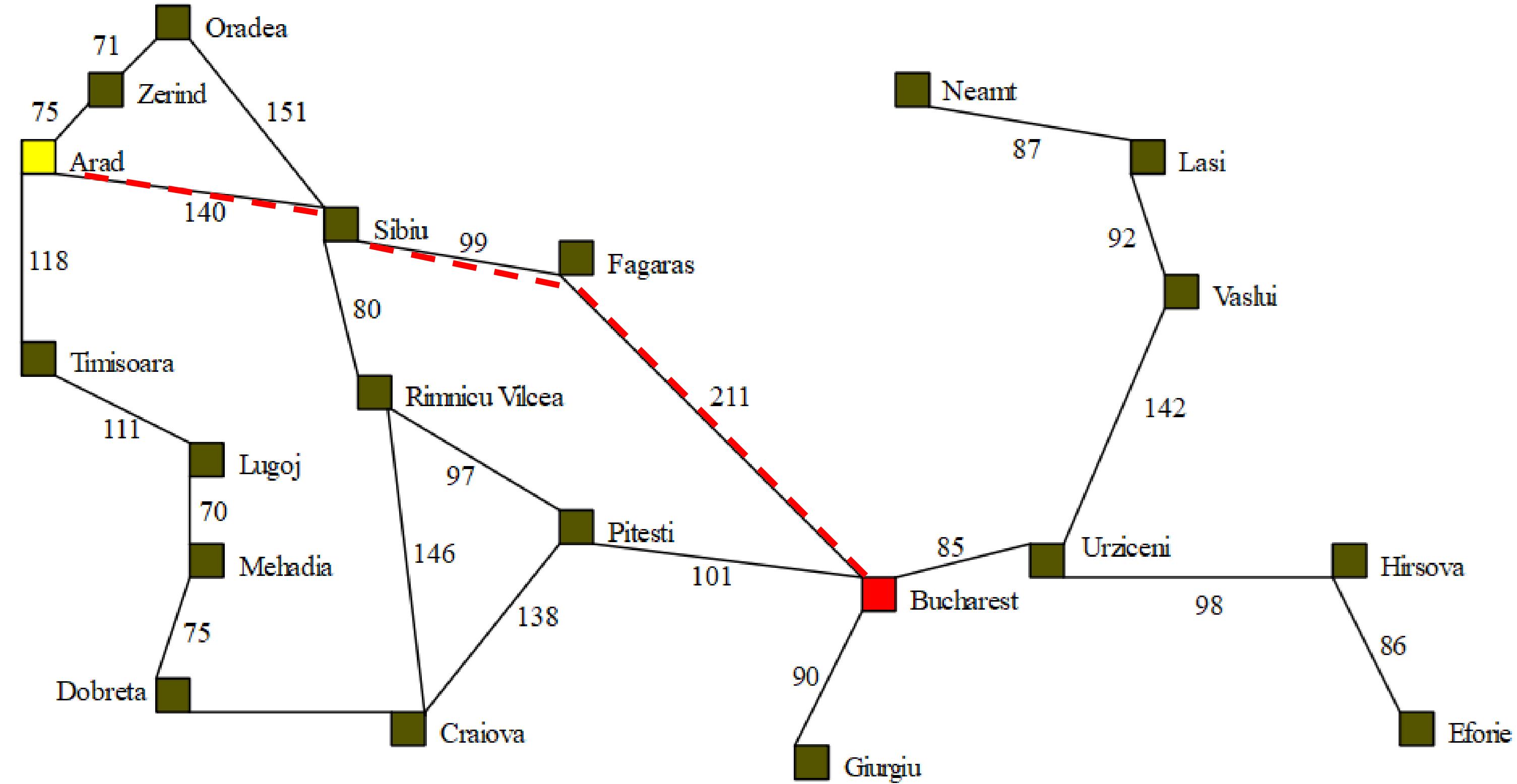
Arad	366
Bucharest	0
Craiova	160
Dobreta	242
Eforie	161
Fagaras	178
Giurgiu	77
Hirsova	151
Lasi	226
Lugoj	244
Mehadia	241
Neamt	234
Oradea	380
Pitesti	98
Rimnicu Vilcea	193
Sibiu	253
Timisoara	329
Urziceni	80
Vaslui	199
Zerind	374

- $n = \text{Fagaras}$, $\Gamma(n) = \{\text{Sibiu}, \text{Bucharest}\}$,
- CLOSE = {Arad, Sibiu, Rimnicu Vilcea, Pitesti, Fagaras}
 - $g_{\text{new}}(\text{Bucharest}) = g(\text{Fagaras}) + \text{cost}(\text{Fagaras} \rightarrow \text{Bucharest}) = 417 + 0 = 417$
 - $f_{\text{new}}(\text{Bucharest}) = g_{\text{new}}(\text{Bucharest}) + h'(\text{Bucharest}) = 417 + 0 = 417$
- OPEN= {Bucharest_{new} – 417, Timisoara – 447, Zerind-449, Craiova – 526 < f_{new} 615}
 - fmin= f(Bucharest),
 - Father(Bucharest) = Fagaras
- $n = \text{Bucharest}$, TRUE

Chương 4. CÁC PHƯƠNG PHÁP TÌM KIẾM HEURISTIC

- Algorithm for Knowledgeable Tree Search (AKT)
- Tìm đường đi ngắn nhất từ Arad → Bucharest:

Arad	366
Bucharest	0
Craiova	160
Dobreta	242
Eforie	161
Fagaras	178
Giurgiu	77
Hirsova	151
Lasi	226
Lugoj	244
Mehadia	241
Neamt	234
Oradea	380
Pitesti	98
Rimnicu Vilcea	193
Sibiu	253
Timisoara	329
Urziceni	80
Vaslui	199
Zerind	374



Chương 4. CÁC PHƯƠNG PHÁP TÌM KIẾM HEURISTIC

- A star(A*)
- Thuật giải A* tránh việc xét các nhánh tìm kiếm đã xác định (cho đến thời điểm hiện tại) có chi phí cao.
- Sử dụng hàm đánh giá $f(u) = g(u) + h(u)$
 - $g(u)$: chi phí của đường đi từ nút gốc \rightarrow nút hiện tại
 - $h(u)$: ước lượng heuristic = khoảng cách Manhattan
 - $f(u)$: chi phí tổng thể ước lượng của đường đi qua nút hiện tại (u) \rightarrow đích
- A* là phiên bản đặc biệt của A^{KT} áp dụng cho trường hợp đồ thị
- A* mở rộng A^{KT} bằng cách bổ sung cách giải quyết trường hợp khi mở một nút mà nút này đã có sẵn trong OPEN hoặc CLOSE.

Chương 4. CÁC PHƯƠNG PHÁP TÌM KIẾM HEURISTIC

- A star(A*)
- OPEN: tập chứa các trạng thái đã được sinh ra nhưng chưa xét đến
 - Các phần tử được sắp xếp theo độ tốt (giá trị của hàm f)
 - Phần tử có độ ưu tiên cao nhất = phần tử tốt nhất
- CLOSE: Danh sách các trạng thái đã xét
- Hàm REMOVE(): Lấy phần tử ở đầu danh sách OPEN
- Hàm INSERT(): Chèn phần tử vào OPEN theo thứ tự ưu tiên
- Hàm FATHER(x): Trạng thái cha của X

```
function A_Star_Search(){  
    Input: start, goal;  
    Output: Đường đi từ start → goal hoặc thất bại  
}
```

Chương 4. CÁC PHƯƠNG PHÁP TÌM KIẾM HEURISTIC

■ A star(A*)

■ OPEN = start; CLOSE = \emptyset ; $g(\text{start}) = 0$; $f(\text{start}) = h(\text{start})$

■ Loop:

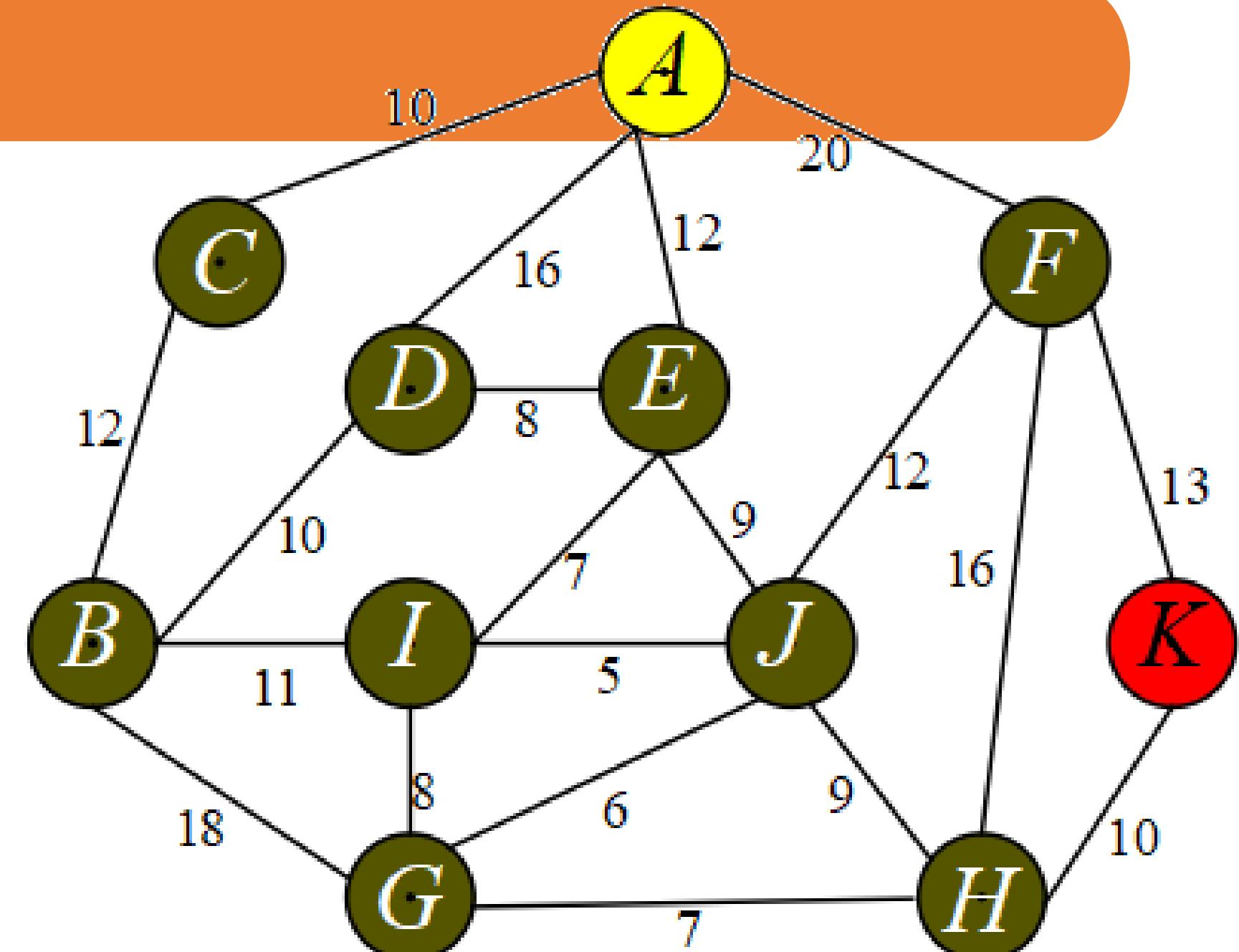
- if ($\text{OPEN} \equiv \emptyset$): Thất bại
- $n = \text{REMOVE}(\text{OPEN})$ // phần tử đầu ds OPEN ($f(n) == \min$)
- if ($n \equiv \text{goal}$): Tìm thấy đường đi
- Ngược lại:
 - Đưa $\{n\}$ vào danh sách CLOSE
 - for (mỗi trạng thái m là con của $\{n\}$):
 - Tính $g(m) = g(n) + \text{cost}(n,m)$
 - Tính $f(m) = g(m) + h(m)$
 - if ($\exists! t \in \text{OPEN} \equiv m$): *(cond 1: không chèn vào Tn)*
 - elseif ($\exists! t \in \text{CLOSE} \equiv m$): *(cond 2: không chèn vào Tn)*
 - else $\text{INSERT}(n, \text{OPEN}) + \text{Ghi nhận } (f,g) + \text{Father} + \text{Sắp xếp lại OPEN}$
 $// m \notin \{\text{OPEN}, \text{CLOSE}\}$

- if ($\exists! t \in \text{OPEN} \equiv m$):
 - if ($f(m)_{\text{new}} < f(t)_{\text{old}}$):
 - $g(t)_{\text{old}} = g(m)_{\text{new}}$
 - $f(t)_{\text{old}} = f(m)_{\text{new}}$
 - FATHER(t) = n
- elseif ($\exists! t \in \text{CLOSE} \equiv m$):
 - if ($f(m)_{\text{new}} < f(t)_{\text{old}}$):
 - $g(t)_{\text{old}} = g(m)_{\text{new}}$
 - $f(t)_{\text{old}} = f(m)_{\text{new}}$
 - FATHER(t) = n

Chương 4. CÁC PHƯƠNG PHÁP TÌM KIẾM HEURISTIC

- A star(A*)

- Áp dụng giải thuật A* để tìm đường đi ngắn nhất $A \rightarrow K$, với các ước lượng heuristic của các trạng thái so với trạng thái đích được cho ở bảng sau:

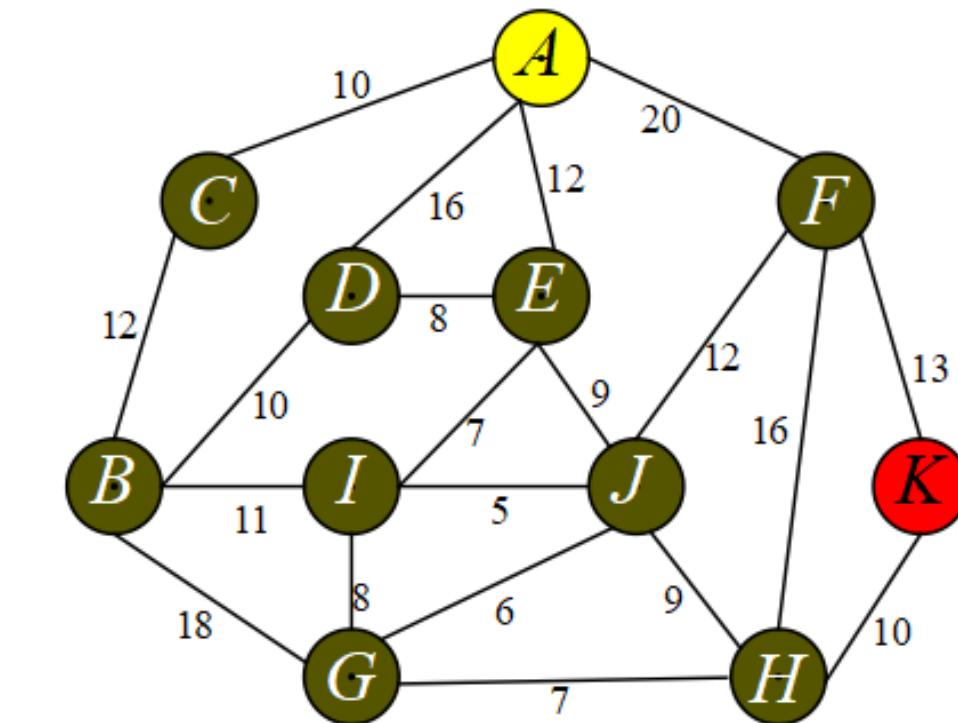


A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
33	35	43	36	28	13	17	10	24	19	0

Chương 4. CÁC PHƯƠNG PHÁP TÌM KIẾM HEURISTIC

■ A star(A*)

- Start = {A}, goal = {K}, OPEN = {A}, CLOSE = \emptyset
- $g(A) = 0, f(A) = h(A) = 33$
- Bước 1. n=A, CLOSE={A}
 - $g(C) = g(A)+\text{cost}(A,C) = 0+10 = 10$
 - $f(C) = g(C)+h(C) = 10+43 = 53$
 - $g(D) = g(A)+\text{cost}(A,D) = 0+16 = 16$
 - $f(D) = g(D)+h(D) = 16+36 = 52$
 - $g(E) = g(A)+\text{cost}(A,E) = 0+12 = 12$
 - $f(E) = g(E)+h(E) = 12+28 = 40$
 - $g(F) = g(A)+\text{cost}(A,F) = 0+20 = 20$
 - $f(F) = g(F)+h(F) = 20+13 = 33$
 - $\{C,D,E,F\} \notin \text{OPEN}$ và $\{C,D,E,F\} \notin \text{CLOSE}$
 - OPEN = {F(33), E(40), D(52), C(53)}



A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
33	35	43	36	28	13	17	10	24	19	0

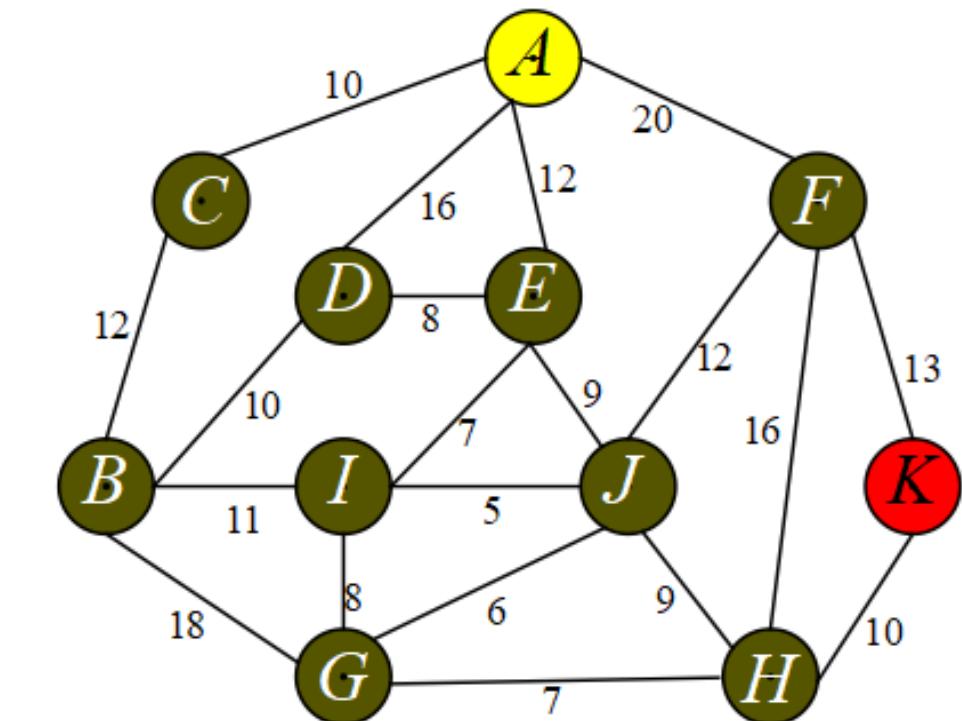
- Father(F, E, D, C) = A

Chương 4. CÁC PHƯƠNG PHÁP TÌM KIẾM HEURISTIC

- A star(A*)

- Bước 2. $n=F$, CLOSE = {A, F}, OPEN = {E, D, C}

- $g_{\text{new}}(A) = g(F) + \text{cost}(F, A) = 20 + 20 = 40$
- $f_{\text{new}}(A) = g(A) + h(A) = 40 + 33 = 73$
 - $t=A \in \text{CLOSE}, f_{\text{new}}(A) < f(t) (73 < 33)$: FALSE
 - $g(A)=0, f(A)=33$
- $g(J) = g(F) + \text{cost}(F, J) = 20 + 12 = 32$
- $f(J) = g(J) + h(J) = 32 + 19 = 51$
- $g(H) = g(F) + \text{cost}(F, H) = 20 + 16 = 36$
- $f(H) = g(H) + h(H) = 36 + 10 = 46$
- $g(K) = g(F) + \text{cost}(F, K) = 20 + 13 = 33$
- $f(K) = g(K) + h(K) = 33 + 0 = 33$
- $\{H, J, K\} \notin \text{OPEN}$ và $\{H, J, K\} \notin \text{CLOSE}$
- OPEN = {K(33), E(40), H(46), D(52), J(51), C(53)}



A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
33	35	43	36	28	13	17	10	24	19	0

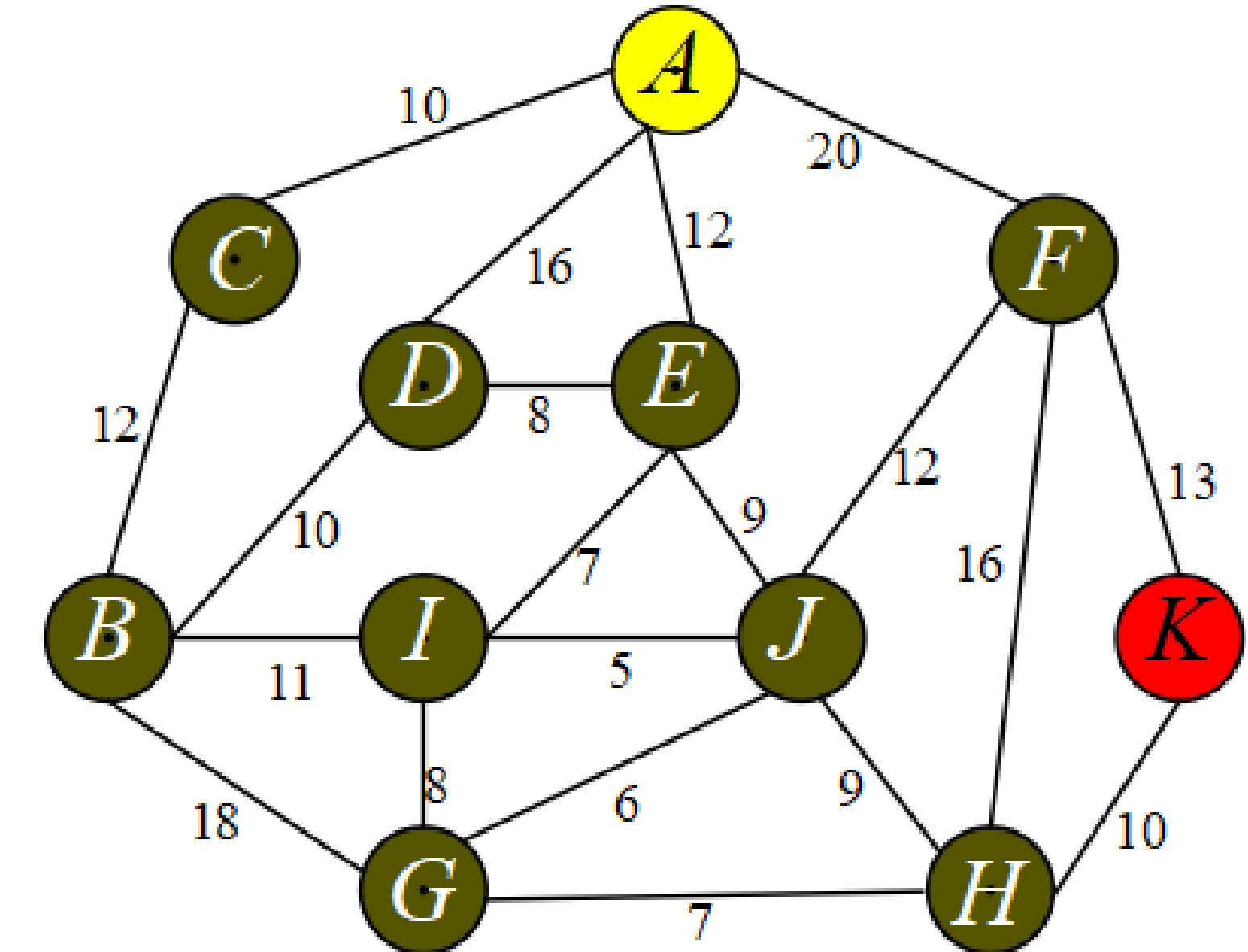
- Father(J, H, K) = F

Chương 4. CÁC PHƯƠNG PHÁP TÌM KIẾM HEURISTIC

■ A star(A*)

- Bước 3. n=K, TRUE
- Father(J, H, K) = F
- Father(F, E, D, C) = A

■ $A \Rightarrow F \Rightarrow K$

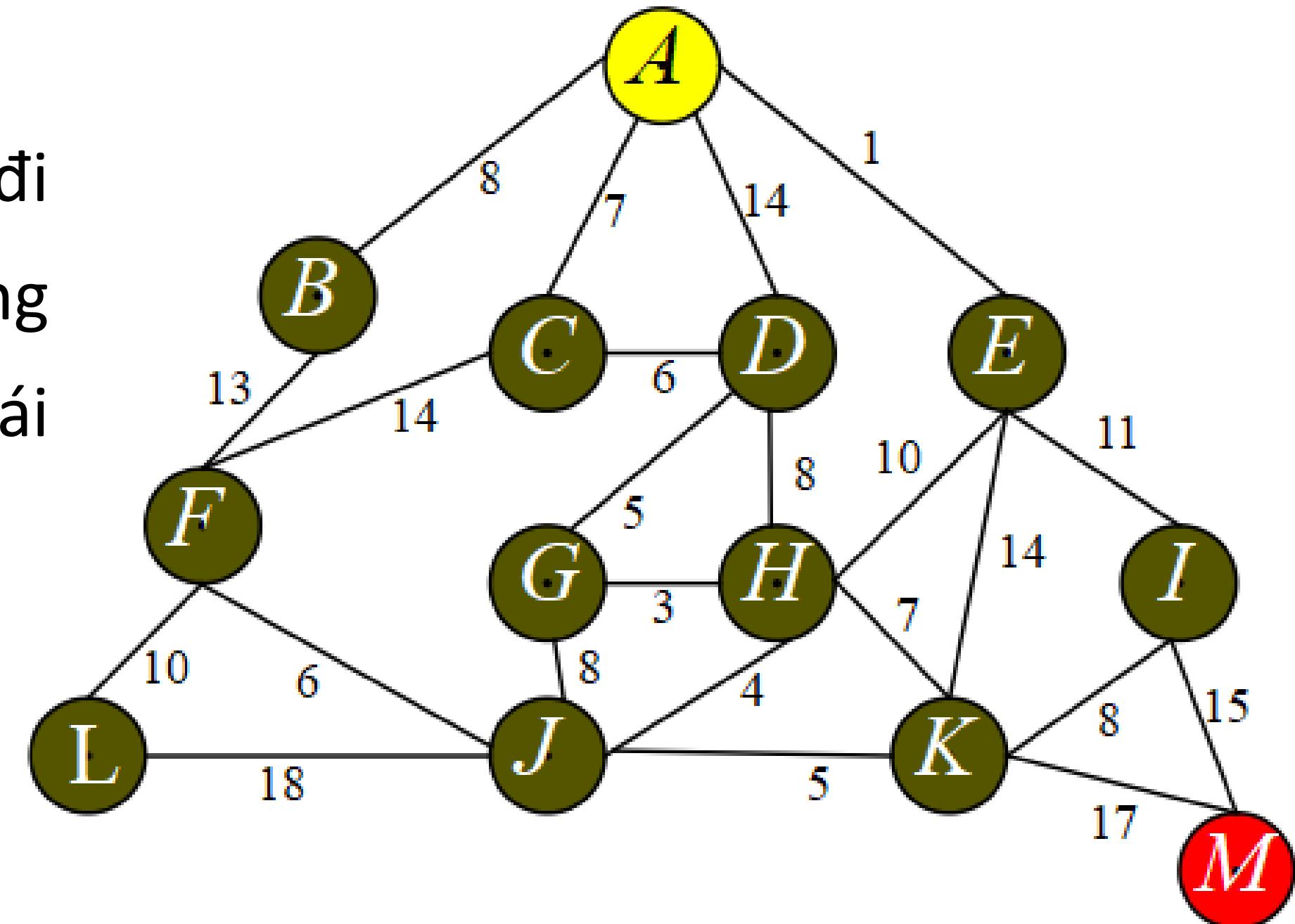


A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
33	35	43	36	28	13	17	10	24	19	0

Chương 4. CÁC PHƯƠNG PHÁP TÌM KIẾM HEURISTIC

■ A star(A*)

- Áp dụng giải thuật A* để tìm đường đi ngắn nhất $A \rightarrow M$, với các ước lượng heuristic của các trạng thái so với trạng thái đích được cho ở bảng sau:

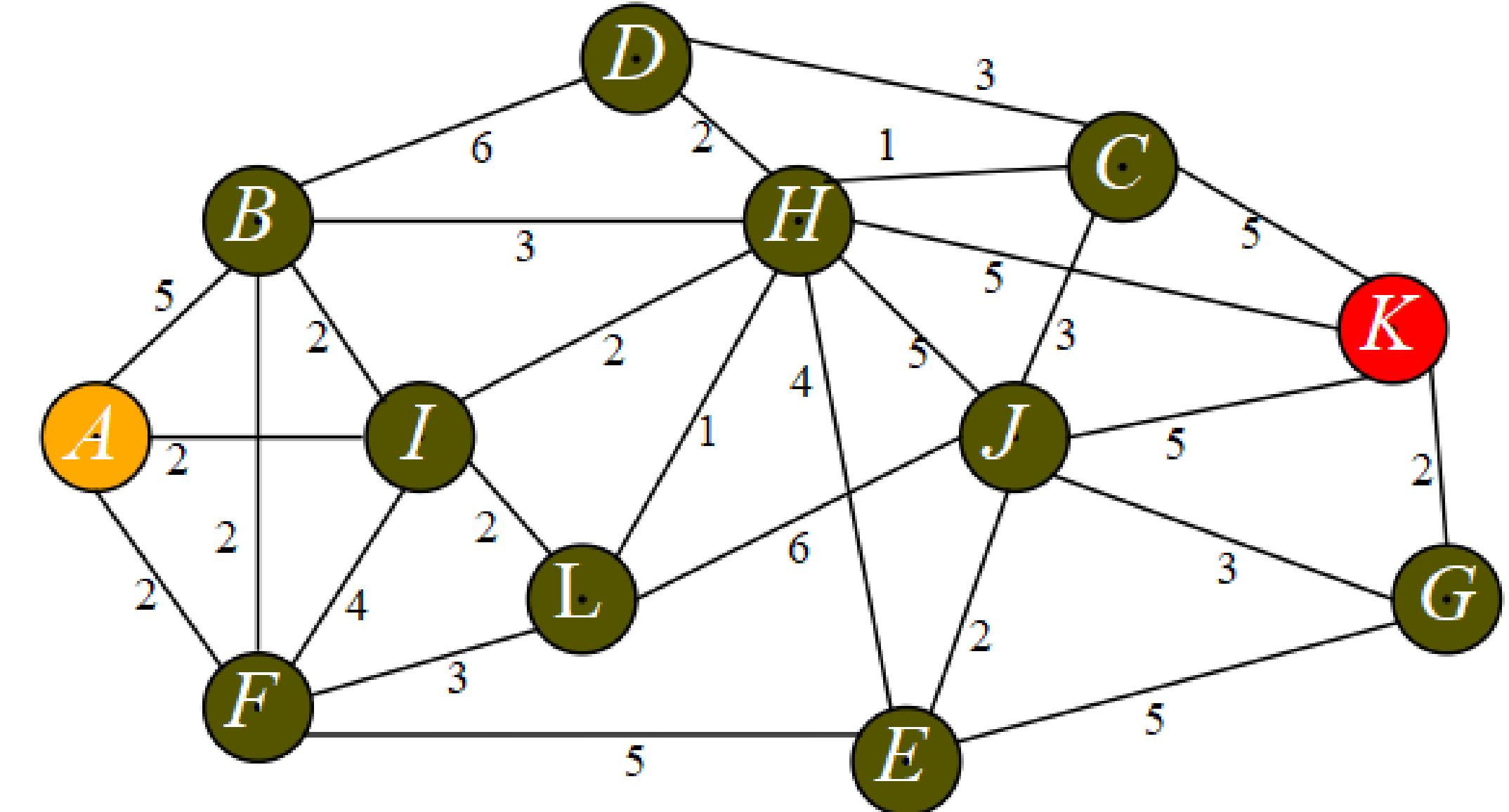


A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
27	34	33	32	26	28	27	24	15	22	17	15	0

Chương 4. CÁC PHƯƠNG PHÁP TÌM KIẾM HEURISTIC

■ A star(A*)

- Áp dụng giải thuật A* để tìm đường đi ngắn nhất $A \rightarrow K$, với các ước lượng heuristic của các trạng thái so với trạng thái đích được cho ở bảng sau:



A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
9	8	5	7	7	9	2	5	7	5	0	6

Chương 4. CÁC PHƯƠNG PHÁP TÌM KIẾM HEURISTIC

- Nhánh – cận (Branch-and-Bound)
- Thuật toán tìm kiếm leo đồi kết hợp với hàm đánh giá $f(u)$. Tại mỗi bước, khi phát triển trạng thái u , chọn trạng thái con v tốt nhất ($f(v)$ nhỏ nhất) của u để phát triển ở bước sau.
- Quá trình tiếp tục như vậy cho đến khi gặp trạng thái w là đích, hoặc w không có đỉnh kề, hoặc w có $f(w)$ lớn hơn độ dài đường đi tối ưu tạm thời. Trong các trường hợp này, chúng ta không phát triển đỉnh w nữa, tức là cắt bỏ những nhánh xuất phát từ w , và quay lên cha của w để tiếp tục đi xuống trạng thái tốt nhất trong số những trạng thái còn lại chưa được phát triển

Chương 4. CÁC PHƯƠNG PHÁP TÌM KIẾM HEURISTIC

- Nhánh – cận (Branch-and-Bound)
- Bước 1. OPEN = {start}, min = $+\infty$
- Bước 2. Loop:
 - 2.1. if(OPEN = \emptyset): STOP
 - 2.2. n:= lấy phần tử đầu danh sách OPEN
 - 2.3. if(n=goal):
 - if ($f(n) < min$): {min= $f(n)$: quay lại 2.1 //cập nhật lại min}
 - 2.4. if($n \neq goal$) && $f(n) > min$: quay lại 2.1 //cắt bỏ nhánh con
 - 2.5. if($n \neq goal$) && $f(n) < min$:
 - 2.5.1. for ($\forall m: \Gamma(n) \notin \{OPEN, CLOSE\}$: đỉnh kè n):
 - $g(m) = g(n) + cost(m,n); f(m) = g(m)+h(m)$
 - Sắp xếp $\Gamma(n)$ theo thứ tự tăng dần của f
 - Chèn $\Gamma(n)$ vào đầu OPEN (Không sắp xếp lại OPEN)
 - Ghi nhận Father(m) = n

Chương 4. CÁC PHƯƠNG PHÁP TÌM KIẾM HEURISTIC

- Nhánh – cận (Branch-and-Bound)
- Bước 1. OPEN = {start}, min = $+\infty$
- Bước 2. Loop:
 - 2.5. if($n \neq goal$) && $f(n) < min$:
 - 2.5.2. for ($\forall m: \Gamma(n) \notin \{OPEN\} \text{ && } \in \{CLOSE\}$):
 - $g(m_{new}) = g(n) + cost(m,n)$
 - $f(m_{new}) = g(m_{new}) + h(m)$
 - $gm = m_{new}$
 - $fm = f(m_{new})$
 - ~~KHÔNG CẬP NHẬT Father~~
 - CHÈN m VÀO $\Gamma(n)$

Chương 4. CÁC PHƯƠNG PHÁP TÌM KIẾM HEURISTIC

- Nhánh – cận (Branch-and-Bound)

- Bước 1. OPEN = {start}, min = $+\infty$

- Bước 2. Loop:

- 2.5. if($n \neq goal$) && $f(n) < min$:

- 2.5.3. for ($\forall m: \Gamma(n) \in \{OPEN\}$ // \in or $\notin \{CLOSE\}$):

- $g(m_{new}) = g(n) + cost(m,n)$

- $f(m_{new}) = g(m_{new}) + h(m)$

- if ($f_{m_{new}} < f_m$):

- $gm = gm_{new}$,

- $fm = fm_{new}$

- CẬP NHẬT $Father(m) = n$

- KHÔNG CHÈN m VÀO $\Gamma(n)$

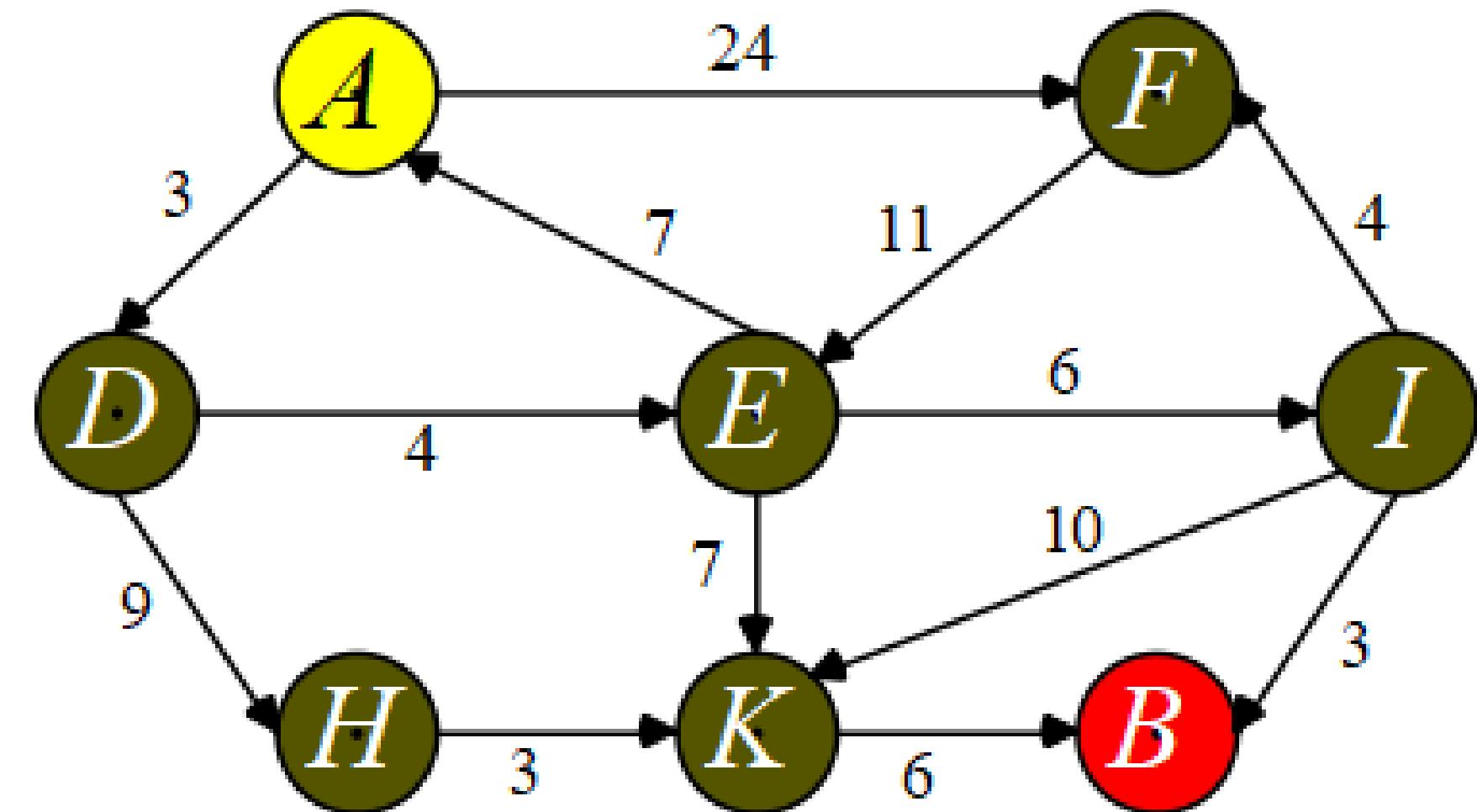
Chương 4. CÁC PHƯƠNG PHÁP TÌM KIẾM HEURISTIC

- Nhánh – cận (Branch-and-Bound)
- Bước 1. OPEN = {start}, min = $+\infty$
- Bước 2. Loop:
 - 2.5. if($n \neq goal$) && $f(n) < min$:
 - 2.5.4. for ($\forall m: \Gamma(n) \in \{OPEN\}$ && $m \in \{CLOSE\}$):
 - KHÔNG THỂ NÀO

Chương 4. CÁC PHƯƠNG PHÁP TÌM KIẾM HEURISTIC

Nhánh – cận (Branch-and-Bound)

- Áp dụng thuật toán nhánh cận để tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh A → B, với các ước lượng heuristic của các trạng thái so với trạng thái đích được cho ở Bảng.



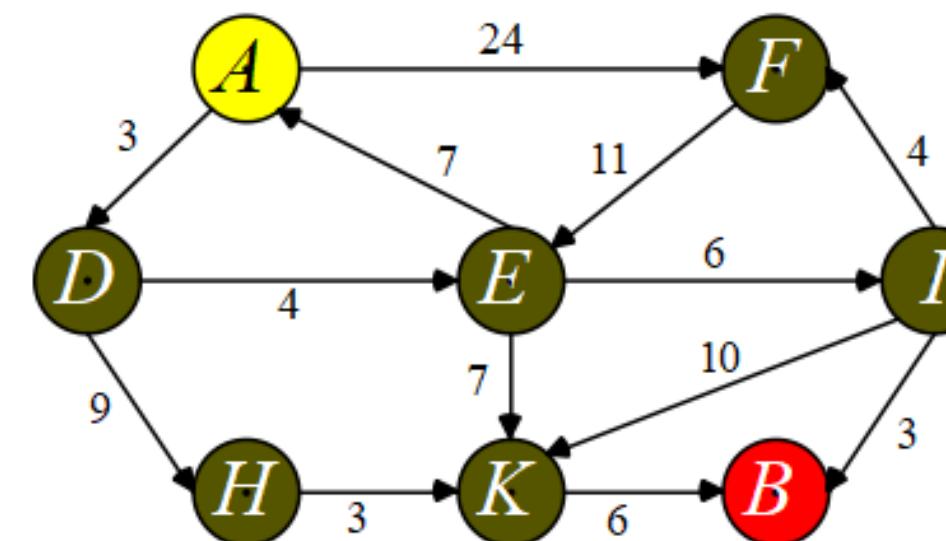
A	B	D	E	F	H	I	K
13	0	2	8	9	7	6	4

Chương 4. CÁC PHƯƠNG PHÁP TÌM KIẾM HEURISTIC

Nhánh – cận (Branch-and-Bound)

Bước	n	m	$g(m) = g(n) + \text{cost}(n,m)$	$f(m) = g(m) + h(m)$	$\Gamma(n) \uparrow$	OPEN	min
0			$g(A) = 0$	$f(A) = h(A) = 13$	\emptyset	A	$+\infty$
1	A $f(A) < \text{min}$	D F	$g(D) = g(A) + \text{cost}(A,D)$ = $0 + 3 = 3$	$f(D) = g(D) + h(D)$ = $3 + 2 = 5$	$D^5 \rightarrow F^{33}$	D^5, F^{33}	$+\infty$
			$g(F) = g(A) + \text{cost}(A,F)$ = $0 + 24 = 24$	$f(F) = g(F) + h(F)$ = $24 + 9 = 33$			

Father(D,F) = A



VET								
A	B	D	E	F	H	I	K	
\emptyset	-	A	-	A	-	-	-	-

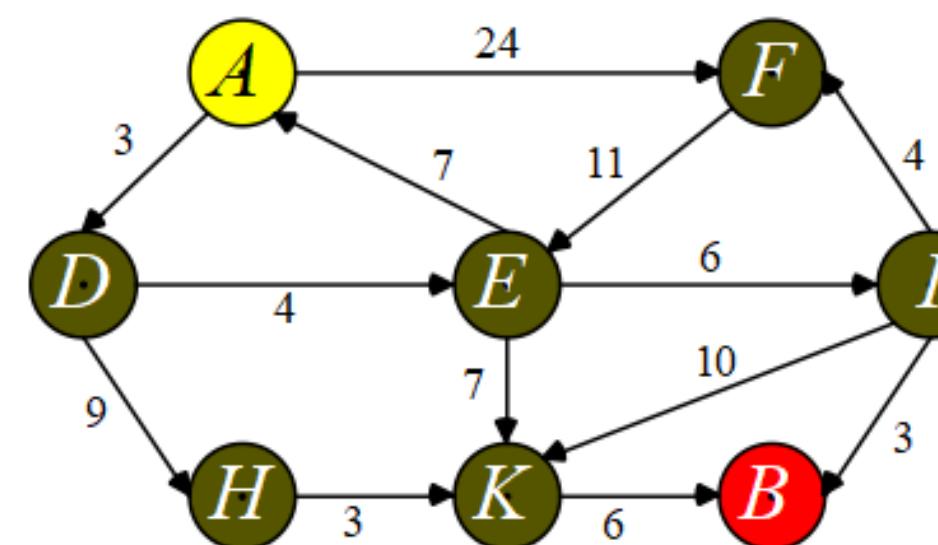
HÀM LƯỢNG GIÁ (H)								
A	B	D	E	F	H	I	K	
13	0	2	8	9	7	6	4	

Chương 4. CÁC PHƯƠNG PHÁP TÌM KIẾM HEURISTIC

Nhánh – cận (Branch-and-Bound)

Bước	n	m	$g(m) = g(n) + \text{cost}(n,m)$	$f(m) = g(m) + h(m)$	$\Gamma(n) \uparrow$	OPEN	min
2	D $f(D) < \text{min}$	E H	$g(E) = g(D) + \text{cost}(D,E)$ $= 3 + 4 = 7$ $g(H) = g(D) + \text{cost}(D,H)$ $= 3 + 9 = 12$	$f(E) = g(E) + h(E)$ $= 7 + 8 = 15$ $f(H) = g(H) + h(H)$ $= 12 + 7 = 19$	$E^{15} \rightarrow$ H^{19}	E^{15}, H^{19}, F^{33}	$+\infty$

- Father(D,F) = A
- Father(E,H) = D



VET							
A	B	D	E	F	H	I	K
Ø	-	A	D	A	D	-	-

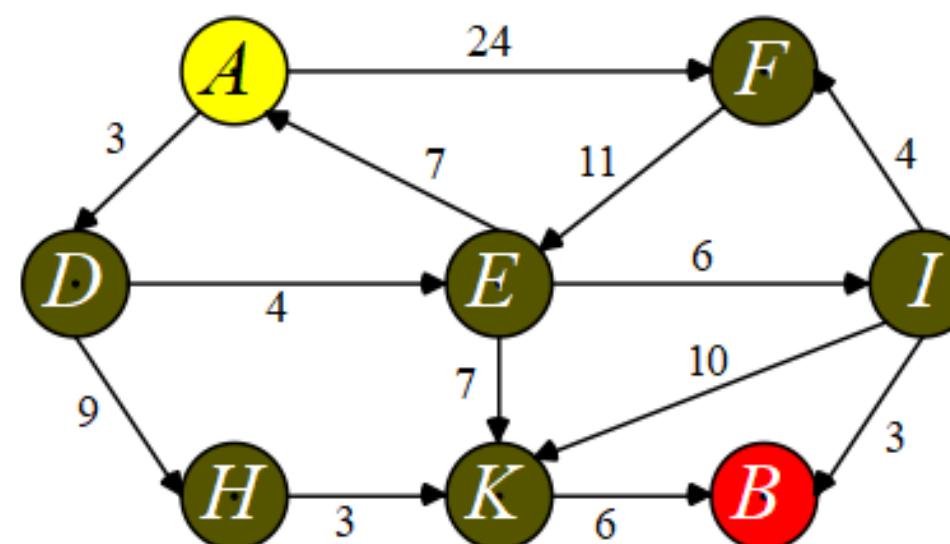
HÀM LƯỢNG GIÁ (H)							
A	B	D	E	F	H	I	K
13	0	2	8	9	7	6	4

Chương 4. CÁC PHƯƠNG PHÁP TÌM KIẾM HEURISTIC

Nhánh – cận (Branch-and-Bound)

Bước	n	m	$g(m) = g(n) + \text{cost}(n,m)$	$f(m) = g(m) + h(m)$	$\Gamma(n) \uparrow$	OPEN	min
3	E $f(E) < \text{min}$	I K A	$g(I) = g(E) + \text{cost}(E,I)$ $= 7 + 6 = 13$ $g(K) = g(E) + \text{cost}(E,K)$ $= 7 + 7 = 14$ $g(A) = g(E) + \text{cost}(E,A)$ $= 7 + 7 = 14$	$f(I) = g(I) + h(I)$ $= 13 + 6 = 19$ $f(K) = g(K) + h(K)$ $= 14 + 4 = 18$ $f(A) = g(A) + h(A)$ $= 14 + 13 = 27$	$K^{18} \rightarrow$ $I^{19} \rightarrow$ A^{27}	$K^{18}, I^{19}, A^{27}, H^{19},$ F^{33}	$+\infty$

- Father(D,F) = A
- Father(E,H) = D
- Father(I,K) = E
- A: Không update Father
- Father(A)=∅



VET							
A	B	D	E	F	H	I	K
∅	-	A	D	A	D	E	E

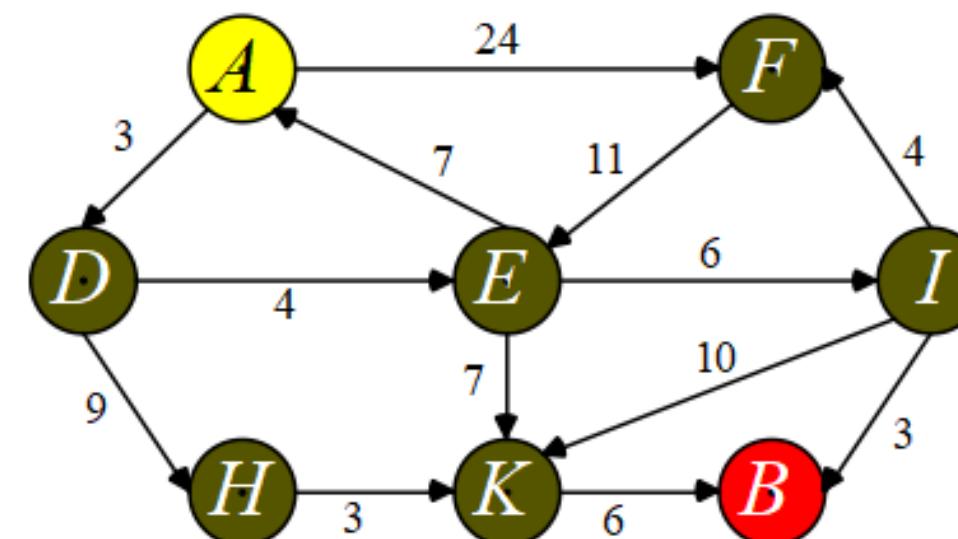
HÀM LƯỢNG GIÁ (H)							
A	B	D	E	F	H	I	K
13	0	2	8	9	7	6	4

Chương 4. CÁC PHƯƠNG PHÁP TÌM KIẾM HEURISTIC

Nhánh – cận (Branch-and-Bound)

Bước	n	m	$g(m) = g(n) + \text{cost}(n,m)$	$f(m) = g(m) + h(m)$	$\Gamma(n) \uparrow$	OPEN	min
4	K	B	$g(B) = g(K) + \text{cost}(K,B)$ $= 14 + 6 = 20$	$f(B) = g(B) + h(B)$ $= 20 + 0 = 20$	B^{20}	$B^{20}, I^{19}, A^{27}, H^{19}, F^{33}$	$+\infty$

- Father(D,F) = A
- Father(E,H) = D
- Father(I,K) = E
- Father(A)=∅



VET								
A	B	D	E	F	H	I	K	
∅	K	A	D	A	D	E	E	

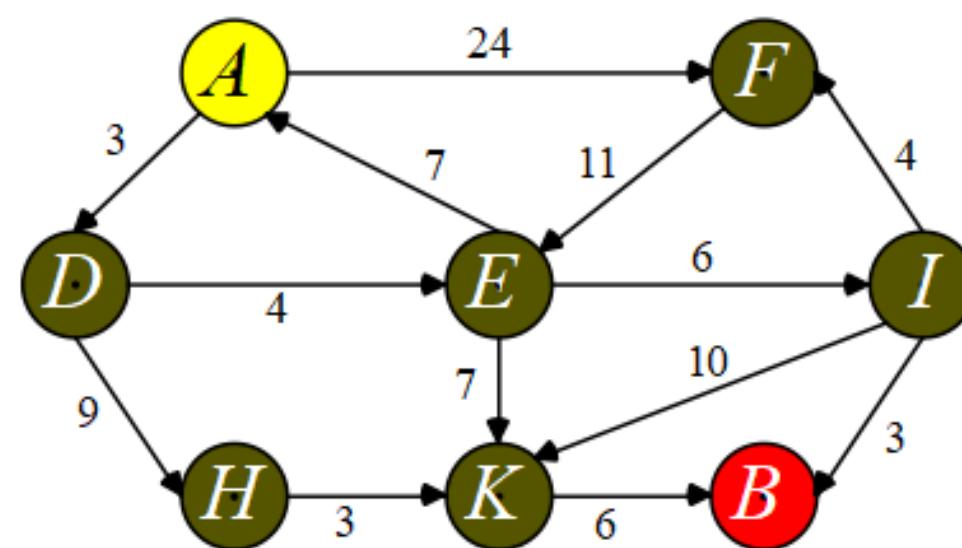
HÀM LƯỢNG GIÁ (H)								
A	B	D	E	F	H	I	K	
13	0	2	8	9	7	6	4	

Chương 4. CÁC PHƯƠNG PHÁP TÌM KIẾM HEURISTIC

Nhánh – cận (Branch-and-Bound)

Bước	n	m	$g(m)=g(n) + \text{cost}(n,m)$	$f(m)=g(m) + h(m)$	$\Gamma(n) \uparrow$	OPEN	min
5	B	\emptyset		$f(B) = 20 < \text{min}$		$I^{19}, A^{27}, H^{19}, F^{33}$	20
6	I $f(I) < \text{min}$	B F K	$g(B) = g(I) + \text{cost}(I,B)$ $= 13 + 3 = 16$ $g(F) = g(I) + \text{cost}(I,F)$ $= 13 + 4 = 17$ $g(K) = g(I) + \text{cost}(I,K)$ $= 13 + 10 = 23$	$f(B) = g(B) + h(B)$ $= 16 + 0 = 16$ $f(F) = g(F) + h(F)$ $= 17 + 9 = 26 < 33$ $f(K) = g(K) + h(K)$ $= 23 + 4 = 27$	$B^{16} \rightarrow$ $K^{27} \rightarrow$ F^{36}	$B^{16}, K^{27}, A^{27}, H^{19},$ F^{33}	20

- Father(D,F) = A
- Father(E,H) = D
- Father(I,K) = E
- Father(A) = \emptyset



VET							
A	B	D	E	F	H	I	K
\emptyset	I	A	D	I	D	E	E

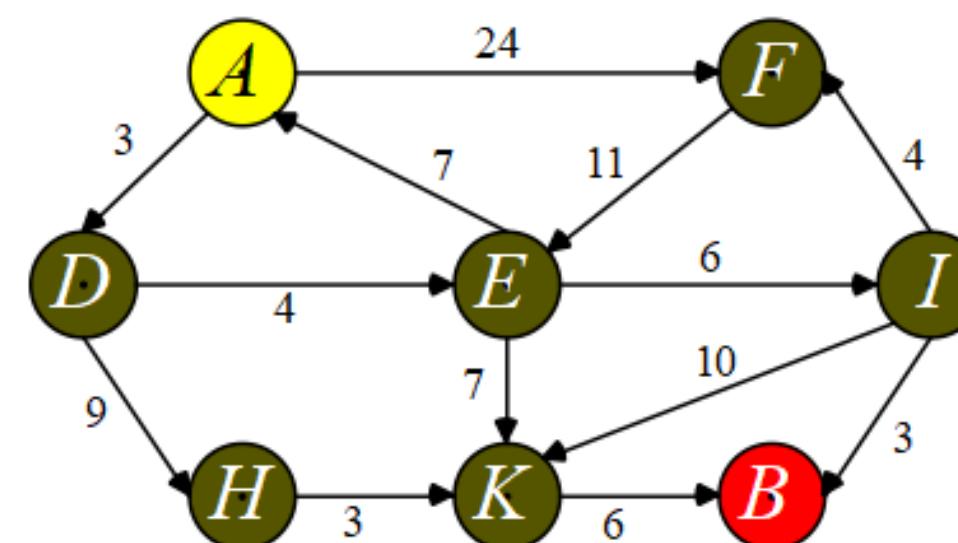
HÀM LƯỢNG GIÁ (H)							
A	B	D	E	F	H	I	K
13	0	2	8	9	7	6	4

Chương 4. CÁC PHƯƠNG PHÁP TÌM KIẾM HEURISTIC

Nhánh – cận (Branch-and-Bound)

Bước	N	m	$g(m) = g(n) + \text{cost}(n,m)$	$f(m) = g(m) + h(m)$	$\Gamma(n) \uparrow$	OPEN	min
7	B			$f(B) = 16 < \text{min}$		$K^{27}, A^{27}, H^{19}, F^{33}$	16
8	K		quay lại 2.1 (cắt bỏ nhánh con)	$f(K) = 27 > \text{min}$		A^{27}, H^{19}, F^{33}	16
9	A		quay lại 2.1 (cắt bỏ nhánh con)	$f(A) = 27 > \text{min}$		H^{19}, F^{33}	16

- Father(D,F) = A
- Father(E,H) = D
- Father(I,K) = E
- Father(A) = \emptyset
- Father(B,F) = I



VET								
A	B	D	E	F	H	I	K	
\emptyset	I	A	D	I	D	E	E	

HÀM LƯỢNG GIÁ (H)								
A	B	D	E	F	H	I	K	
13	0	2	8	9	7	6	4	

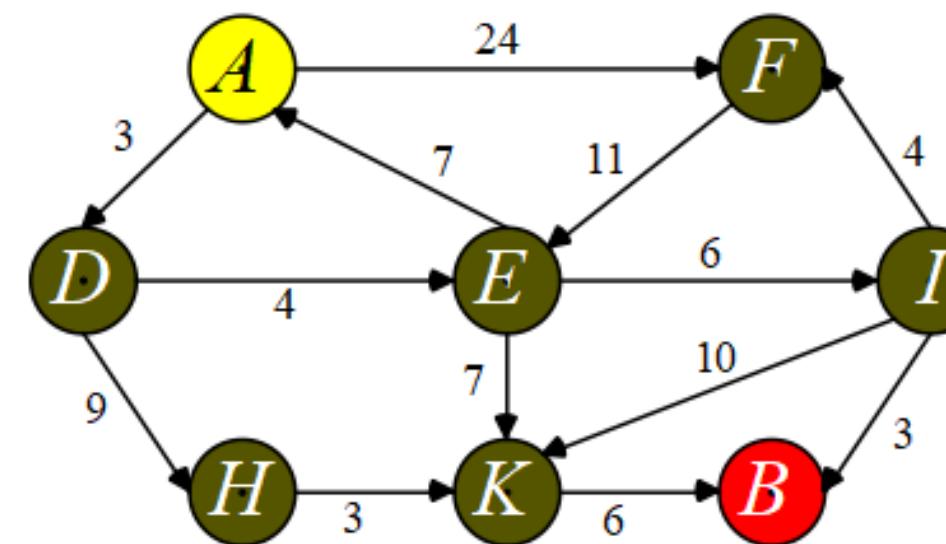
Chương 4. CÁC PHƯƠNG PHÁP TÌM KIẾM HEURISTIC

■ Nhánh – cận (Branch-and-Bound)

Bước	N	m	$g(m) = g(n) + \text{cost}(n,m)$	$f(m) = g(m) + h(m)$	$\Gamma(n) \uparrow$	OPEN	min
11	H		quay lại 2.1 (cắt bỏ nhánh con)	$f(H) = 19 > min$		F^{33}	16
12	F		quay lại 2.1 (cắt bỏ nhánh con)	$f(F) = 33 > min$		\emptyset	16
13	\emptyset						

■ A \Rightarrow D \Rightarrow E \Rightarrow I \Rightarrow B

- Father(D,F) = A
- Father(E,H) = D
- Father(I,K) = E
- Father(A) = \emptyset
- Father(B) = I



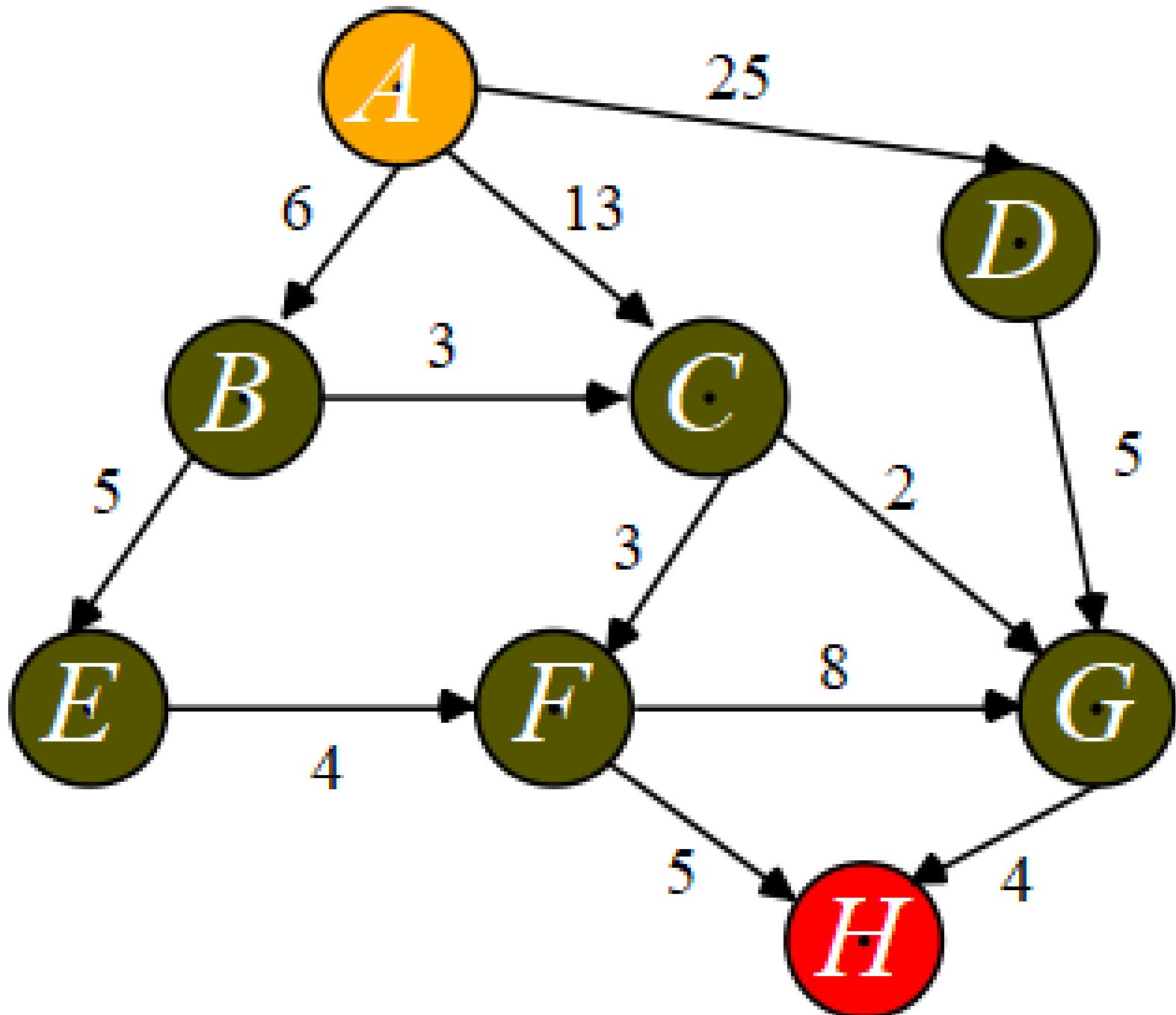
VET								
A	B	D	E	F	H	I	K	
\emptyset	I	A	D	I	D	E	E	

HÀM LƯỢNG GIÁ (H)								
A	B	D	E	F	H	I	K	
13	0	2	8	9	7	6	4	

Chương 4. CÁC PHƯƠNG PHÁP TÌM KIẾM HEURISTIC

Nhánh – cận (Branch-and-Bound)

- Áp dụng thuật toán nhánh cận để tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh A → I, với các ước lượng heuristic của các trạng thái so với trạng thái đích được cho ở Bảng.



A	B	C	D	E	F	G	H
20	5	7	6	9	1	3	0

HẾT CHƯƠNG 4