Bài 6.

Bài 1.

X là số lần thử bắn cần thiết ($x = 1, 2, 3$)

Gọi A_i là biến cố lấy được bóng tốt ở lần thử i.

($i = 1, 2, 3$)

$$P(x=1) = P(A_1) = \frac{C_9^1}{C_{20}^1} = \frac{9}{10}$$

$$P(x=2) = P(\bar{A_1}) \cdot P(A_2)$$

$$= \frac{C_2^1}{C_{20}^1} \cdot \frac{C_9^1}{C_{19}^1} = \frac{9}{95}$$

$$P(x=3) = P(\bar{A_1}) \cdot P(\bar{A_2}) \cdot P(A_3)$$

$$= \frac{1}{190}$$

⇒ Bảng phân phối

x	1	2	3
P	9/10	9/95	1/190

b) Hàm PPXS

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{khi } x \le 1 \\ 9/10 & \text{khi } 1 < x \le 2 \\ 189/190 & \text{khi } 2 < x \le 3 \\ 1 & \text{khi } x > 3 \end{cases}$$

c) Số lần thử TB:

$$E(x) = 1 \cdot \frac{9}{10} + 2 \cdot \frac{9}{95} + 3 \cdot \frac{1}{190}$$

$$= \frac{21}{19}$$

d) Phg sai

$$P(X) = \left(1^2 \cdot \frac{9}{10} + 2^2 \cdot \frac{9}{95} + 3^2 \cdot \frac{1}{190}\right) - \left(\frac{21}{19}\right)^2$$

$$= \frac{189}{1805}$$

e) $P(1 < x \leq 3) = P(x=2) + P(x=3)$

$$= \frac{9}{50} + \frac{1}{190} = \frac{1}{10}$$

Bài 2.

$f(x)$ là hàm MĐXS tìm:

$f(x) \geq 0 \quad \forall x \Rightarrow a \geq 0$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx = 1 \Leftrightarrow \int_{1}^{+\infty} a \cdot e^{-2x}\,dx = 1$$

$$\rightarrow a \cdot \frac{e^{-2}}{2} = 1 \rightarrow a = 2/e^{-2} \text{ (tm)}$$

b) Hàm PPXS:

$$\rightarrow F(x) = \int f(x)\,dx \begin{cases} 0 \text{ nếu } x \leq 1 \\ -e^{-2x+2} & x > 1 \end{cases}$$

c) Kì vọng:

$$E(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x)\,dx = \int_{1}^{+\infty} x \cdot \frac{2}{e^{-2}} e^{-2x}\,dx = \frac{3}{2}$$

$$D(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x)\,dx - (E(x))^2 = \frac{5}{2} - \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

d) $P(0 < x < 2) = \int_{1}^{2} \frac{2}{e^{-2}} \cdot e^{-2x}\,dx = 0,8646.$

Bài 3.

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{nếu } x \le -1 \\ a \arcsin x + b & \text{nếu } -1 < x < 0 \\ 1 & \text{nếu } x \ge 0 \end{cases}$$

Hàm ppsx tm:

$F(x)$ là hàm số giảm vì: $x_1 > x_2 \to F(x_1) > F(x_2)$

$0 < 1 \to F(0) < F(1)$

$\lim\limits_{x \to -\infty} F(x) = 0$, $\lim\limits_{x \to +\infty} F(x) = 1$

$\lim\limits_{x \to -1} F(x) = F(-1) = 0$

$\lim\limits_{x \to -1} a \arcsin x + b = 0$

$\to a \cdot -\frac{\pi}{2} + b = 0$

- $\lim\limits_{x \to 0} F(x) = F(0) = 1$

$\to \lim\limits_{x \to 0} a \arcsin x + b = 1$

$\to b = 1$

$\to a = \frac{2}{\pi}$

$$\Rightarrow F(x) = \begin{cases} 0 & \text{nếu } x \le -1 \\ \frac{2}{\pi} \arcsin x - 1 & \text{nếu } -1 \le x < 0 \\ 1 & \text{nếu } x \ge 0 \end{cases}$$

b) $f(x) = F'(x) = \begin{cases} c & \text{nếu } x \notin (0;-1) \\ \frac{2}{\pi\sqrt{1-x^2}} & \text{nếu } x \in (0;-1) \end{cases}$