



FULL CÔNG THỨC GK PPT

Phương pháp tính (Trường Đại học Bách khoa Hà Nội)

Sai số, hệ số co, số điều kiện \rightarrow làm tròn lên

$$A \approx a \approx a^*$$

$$A \approx a \Rightarrow \Delta_a = |a - A| \Rightarrow \delta_a = \frac{\Delta_a}{|a|}$$

$$a \approx a^* \Rightarrow \theta_{a^*} = |a^* - a|$$

$$A \approx a^* \Rightarrow \Delta_{a^*} = \theta_{a^*} + \Delta_a = |a^* - a| + \delta_a |a|$$

- Các chữ số trước dấu phẩy là những chữ số đáng tin
- Gọi k = số chữ số đáng tin sau dấu phẩy

$$\boxed{k \leq -\log(2\Delta_a)} \Leftrightarrow \boxed{k \leq -\log(2\delta_a |a|)}$$

$$\Delta_f = |f'_x| \Delta_x + |f'_y| \Delta_y \Rightarrow \delta_f = \frac{\Delta_f}{|f|}$$

$$* \Delta(ma + nb) = |m| \Delta(a) + |n| \Delta(b)$$

$$* \delta(a^m b^n) = |m| \delta(a) + |n| \delta(b)$$

$$* \Delta a = |a| \delta a$$

- Chữ số khác 0 thì có nghĩa.
- Các chữ số 0 kẹp giữa những chữ số có nghĩa.
- Những số 0 đại diện cho độ chính xác (số 0 cuối cùng sau dấu thập phân).

VD:

0,0074 có 2 số có nghĩa.
 1,007000 có 7 số có nghĩa.
 500 có 1 chữ số có nghĩa.

	Công thức nghiệm	Công thức tính sai số của pp	Công thức tính sai số tổng quát
PP chia đôi	$f(x) = 0$ $* a_0 = a, b_0 = b \rightarrow x_0 = \frac{a+b}{2}$ $* \left. \begin{matrix} f(a_0).f(x_0) < 0 \rightarrow a_1 = a_0; b_1 = x_0 \\ f(b_0).f(x_0) < 0 \rightarrow a_1 = x_0; b_1 = b_0 \end{matrix} \right\} \rightarrow x_1 = \frac{a_1 + b_1}{2}$	$* \Delta x_n = \frac{b-a}{2^{n+1}}$ $* \text{dự đoán số lần lặp biết } SS \leq \varepsilon$ $\frac{b-a}{2^{n+1}} \leq \varepsilon \Rightarrow n \geq \log_2 \left(\frac{b-a}{\varepsilon} \right) - 1$	$\Delta x_n = \frac{ f(x_n) }{\min_{x \in [a,b]} f'(x) }$
PP lặp	$f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \varphi(x) \\ q = \max_{x \in [a,b]} \varphi'(x) < 1 \end{cases}$ $x_1 = \varphi(x_0)$ $x_2 = \varphi(x_1)$	$* \Delta x_n = \frac{q^n x_1 - x_0 }{1-q} \quad (SS \text{ tiên nghiệm})$ $* \Delta x_n = \frac{q x_n - x_{n-1} }{1-q} \quad (SS \text{ hậu nghiệm})$ $* \text{dự đoán số lần lặp biết } SSTN \leq \varepsilon$ $\frac{q^n x_1 - x_0 }{1-q} \leq \varepsilon \Rightarrow n \geq \log_q \frac{\varepsilon(1-q)}{ x_1 - x_0 }$	

PP Newton



$$f(x) = 0 \Rightarrow \boxed{\varphi(x) = x - \frac{f(x)}{f'(x)}}$$

$$f(a).f''(a) > 0 \rightarrow x_0 = a$$

$$f(a).f''(a) < 0 \rightarrow x_0 = b$$

$$x_1 = \varphi(x_0)$$

$$x_2 = \varphi(x_1)$$

$$\Delta x_n = \frac{|f(x_n)|}{\min_{x \in [a,b]} |f'(x)|}$$

Bấm máy pp chia đôi

$$f(0) < 0 ; f(1) > 0$$

$$D = D + 1 : A : B : X = \frac{A + B}{2} : 5X^3 - \cos 3X$$

$$D = -1 ; A = 0 ; B = 1$$

n	a_n	b_n	x_n	$f(x_n)$
0	0.5	1.5	1	+
1	1	1.5	1.25	-

Lặp : tiên nghiệm -> Xác định n lặp

Hậu nghiệm -> xác định sai số

$$D = D + 1 : Y = \sqrt[3]{10 - 3X} : |Y - X| - 10^{-5} : X = Y$$

	Phương pháp lặp JACOBI	Phương pháp lặp GAUSS-SIEDEL
Hệ 3 phương trình	$\begin{cases} ax_1 + bx_2 + cx_3 = m \\ dx_1 + ex_2 + fx_3 = n \\ gx_1 + hx_2 + kx_3 = t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{m - bx_2 - cx_3}{a} \\ x_2 = \frac{n - dx_1 - fx_3}{c} \\ x_3 = \frac{t - gx_1 - hx_2}{k} \end{cases}$ $T = \begin{pmatrix} 0 & -b/a & -c/a \\ -d/c & 0 & -f/c \\ -t/k & -h/k & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{cases} ax_1 + bx_2 + cx_3 = m \\ dx_1 + ex_2 + fx_3 = n \\ gx_1 + hx_2 + kx_3 = t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{m - bx_2 - cx_3}{a} \\ x_2 = \frac{n - dx_1 - fx_3}{c} \\ x_3 = \frac{t - gx_1 - hx_2}{k} \end{cases}$ $T = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ d & e & 0 \\ g & h & k \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 0 & -b & -c \\ 0 & 0 & -f \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
Hệ 2 phương trình	$\begin{cases} ax_1 + bx_2 = m \\ cx_1 + dx_2 = n \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{m - bx_2}{a} \\ x_2 = \frac{n - cx_1}{d} \end{cases}$ $T = \begin{pmatrix} 0 & -b/a \\ -c/d & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{cases} ax_1 + bx_2 = m \\ cx_1 + dx_2 = n \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{m - bx_2}{a} \\ x_2 = \frac{n - cx_1}{d} \end{cases}$ $T = \begin{pmatrix} 0 & -b/a \\ 0 & cb/ad \end{pmatrix}$

	Phương pháp lặp JACOBI	Phương pháp lặp GAUSS-SIEDEL
Công thức tính sai số	<p>* tiên nghiệm và chuẩn vô cùng: $\Delta x^{(n)} = \frac{\ T\ _{\infty}^n}{1 - \ T\ _{\infty}} \ x^{(1)} - x^{(0)}\ _{\infty}$</p> <p>* tiên nghiệm và chuẩn một: $\Delta x^{(n)} = \frac{\ T\ _1^n}{1 - \ T\ _1} \ x^{(1)} - x^{(0)}\ _1$</p> <p>* hậu nghiệm và chuẩn vô cùng: $\Delta x^{(n)} = \frac{\ T\ _{\infty}}{1 - \ T\ _{\infty}} \ x^{(n)} - x^{(n-1)}\ _{\infty}$</p> <p>* hậu nghiệm và chuẩn một: $\Delta x^{(n)} = \frac{\ T\ _1}{1 - \ T\ _1} \ x^{(n)} - x^{(n-1)}\ _1$</p>	

Bấm máy: jacobi

$$D = D + 1 : X = \frac{8 - 0.24B + 0.08C}{4} : Y = \frac{9 - 0.09A + 0.18C}{3} : Z = \frac{20 - 0.04A + 0.08B}{4} : A = X : B = Y : C = Z$$

k	x_1	x_2	x_3
0	1	2	3
1	1.94	3.15	5.03

$$x^{(n)} - x^{(n-1)} = \begin{pmatrix} X - A \\ Y - B \end{pmatrix} \Rightarrow \|x^{(n)} - x^{(n-1)}\|_1 = |X - A| + |Y - B|$$

$$D = D + 1 : X = \frac{3 - 7B}{15} : Y = \frac{3 + 7A}{14} : |X - A| + |Y - B| - 0.03 : A = X : B = Y$$

Gauss- siedel

Nếu có tính sai số thì chọn ct này

$$D = D + 1 : X = \frac{8 - 0.24B + 0.08C}{4} : Y = \frac{9 - 0.09X + 0.18C}{3} : Z = \frac{20 - 0.04X + 0.08Y}{4} : A = X : B = Y : C = Z$$

Nếu tính nghiệm thoy thì dùng ct này

$$D = D + 1 : A = \frac{8 - 0.24B + 0.08C}{4} : B = \frac{9 - 0.09A + 0.18C}{3} : C = \frac{20 - 0.04A + 0.08B}{4}$$

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ l_{21} & 1 & 0 \\ l_{31} & l_{32} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} \\ 0 & u_{22} & u_{23} \\ 0 & 0 & u_{33} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ a_{21}/a_{11} & 1 & 0 \\ a_{31}/a_{11} & l_{32} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ 0 & D_2/D_1 & u_{23} \\ 0 & 0 & D_3/D_2 \end{pmatrix}$$

$$d_3 \times c_2 \Rightarrow \frac{a_{31} \cdot a_{12}}{a_{11}} + l_{32} \cdot \frac{D_2}{D_1} = a_{32} ; d_2 \times c_3 \Rightarrow \frac{a_{21} \cdot a_{13}}{a_{11}} + u_{23} = a_{23}$$

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ a_{21}/a_{11} & 1 & 0 & 0 \\ a_{31}/a_{11} & l_{32} & 1 & 0 \\ a_{41}/a_{11} & l_{42} & l_{43} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ 0 & D_2/D_1 & u_{23} & u_{24} \\ 0 & 0 & D_3/D_2 & u_{34} \\ 0 & 0 & 0 & D_4/D_3 \end{pmatrix}$$

$$d_3 \times c_2 \Rightarrow \frac{a_{31} \cdot a_{12}}{a_{11}} + l_{32} \cdot \frac{D_2}{D_1} = a_{32}$$

$$d_4 \times c_2 \Rightarrow \frac{a_{41} \cdot a_{12}}{a_{11}} + l_{42} \cdot \frac{D_2}{D_1} = a_{42}$$

$$d_2 \times c_3 \Rightarrow \frac{a_{21} \cdot a_{13}}{a_{11}} + u_{23} = a_{23}$$

$$d_2 \times c_4 \Rightarrow \frac{a_{21} \cdot a_{14}}{a_{11}} + u_{24} = a_{24}$$

$$d_4 \times c_3 \Rightarrow \frac{a_{41} \cdot a_{13}}{a_{11}} + l_{42} \cdot u_{23} + l_{43} \cdot \frac{D_3}{D_2} = a_{43}$$

$$d_3 \times c_4 \Rightarrow \frac{a_{31} \cdot a_{14}}{a_{11}} + l_{32} \cdot u_{24} + u_{34} = a_{34}$$



2. PHÂN TÍCH $A = BB^T$ THEO PP CHOLESKY

Đk: A phải đối xứng và xác định dương

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} & a_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{11} & 0 & 0 \\ b_{21} & b_{22} & 0 \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ 0 & b_{22} & b_{23} \\ 0 & 0 & b_{33} \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow B = \begin{pmatrix} \sqrt{D_1} & 0 & 0 \\ \frac{a_{21}}{b_{11}} & \sqrt{D_2 / D_1} & 0 \\ \frac{a_{31}}{b_{11}} & \frac{a_{32} - b_{31}b_{21}}{b_{22}} & \sqrt{D_3 / D_2} \end{pmatrix}$$

$$A \text{ xđ } \Leftrightarrow \begin{cases} p_1 > 0 \\ p_2 > 0 \\ p_3 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{array}{cccccc} 7 & 2 & 2 & 7 & 2 \\ 2 & \alpha & -7 & 2 & \alpha \\ 2 & -7 & 2 & 2 & -7 \end{array}$$

4. SỐ ĐIỀU KIỆN CỦA MA TRẬN

$$k(A) = \text{Cond}(A) = \|A\| \cdot \|A^{-1}\|$$

$$1 \leq k(A) \leq +\infty$$