$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{khi } x \le 0 \\ \frac{1}{2} - k\cos x & \text{khi } 0 < x < \pi \\ 1 & \text{khi } x \geq \pi \end{cases}$$

a) Tìm hệ số k.

Do X là ĐLNN liên tục

→ hàm phân phối XS của X là hàm liên tục

xét $x \in (0, \pi)$ có:

$$\begin{cases} \lim\limits_{x\to 0^-} F(x) = \lim\limits_{x\to 0^+} F(x) \\ \lim\limits_{x\to \pi^-} F(x) = \lim\limits_{x\to \pi^+} F(x) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \lim\limits_{x\to 0^-}(0) = \lim\limits_{x\to 0^+}\left(\frac{1}{2} - k\cos x\right) \\ \lim\limits_{x\to \pi^-}\left(\frac{1}{2} - k\cos x\right) = \lim\limits_{x\to \pi^+}(1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} - k = 0 \\ \frac{1}{2} + k = 1 \end{cases} \Leftrightarrow k = \frac{1}{2}$$

b) Tìm hàm mật độ.

$$f(x) = F'(x) = \begin{cases} (0)' & \text{khi } x \le 0 \\ \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos x\right)' & \text{khi } 0 < x < \pi \\ (1)' & \text{khi } x \geq \pi \end{cases}$$

$$= \begin{cases} 0 & \text{khi } x = 0 \\ \frac{1}{2}\sin x & \text{khi } 0 < x < \pi \\ 0 & \text{khi } x \geq \pi \end{cases} \quad (1)$$

c) $P\left(0 < x < \frac{\pi}{2}\right)$

Từ (1) có: $P\left(0 < x < \frac{\pi}{2}\right) = \int_0^{\pi/2} \frac{1}{2}\sin x$