

1 Số gần đúng và sai số

• Đại lượng $\Delta = |a - A|$ được gọi là sai số tuyệt đối của số gần đúng a . Tuy nhiên, do không biết số chính xác A , ta ước lượng một đại lượng tương đương Δ_a càng bé càng tốt thỏa mãn $|a - A| \leq \Delta_a$ được gọi là sai số tuyệt đối giới hạn của số gần đúng a .

$$A = a \pm \Delta_a$$

• Sai số tương đối:

$$\delta_a = \frac{|A - a|}{|A|} \text{ hoặc } \delta_a = \frac{\Delta_a}{|A|} \cdot 100\% \text{ (Sai số tương đối giới hạn)}$$

• Chữ số có nghĩa của một số là những chữ số của số đó kể từ chữ số khác không đầu tiên tính từ trái sang phải.

• Làm tròn lên và làm tròn xuống

Ví dụ:

$a < 3,9236$ làm tròn lên đến 2 chữ số ta được $a < 3,93$

$b > 8,6789$ làm tròn xuống đến 2 chữ số ta được $b > 8,67$

• Chữ số đáng tin

Cho $a \approx A$. Chữ số α_k trong phép biểu diễn dưới dạng thập phân được gọi là đáng tin nếu $\Delta_a \leq 0,5 \cdot 10^k$ và ngược lại.

Ví dụ: $a = 3,7284, \delta_a = 0,0047$

$\delta_a = 0,0047 = 0,47 \cdot 10^{-2} \leq 0,5 \cdot 10^{-2}$ nên a có 3 chữ số đáng tin là 3,7,2 và 2 chữ số không đáng tin là 8,4.

2 Xác định sai số của hàm số biết sai số và đối số

2.1 Công thức tổng quát của sai số

Cho hàm số khả vi liên tục $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ và sai số tuyệt đối Δ_{x_i} của các đối số x_i

- Sai số tuyệt đối

$$\Delta_y = \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial f}{\partial x_i} \right| \cdot \Delta_{x_i}$$

- Sai số tương đối

$$\delta_y = \frac{\Delta_y}{y} = \frac{\sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial f}{\partial x_i} \right| \cdot \Delta_{x_i}}{|f|} = \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial \ln f}{\partial x_i} \right| \cdot \Delta_{x_i}$$

2.2 Sai số của tổng đại số

Xét hàm số $y = \pm x_1 \pm x_2 \pm \dots \pm x_n$ có $\left| \frac{\partial f}{\partial x_i} \right| = 1$. Do đó sai số tuyệt đối là $\Delta_y = \Delta_{x_1} + \Delta_{x_2} + \dots \Delta_{x_n}$ và sai số tương đối $\delta_y = \frac{\Delta_y}{y}$

2.3 Sai số của tích

Xét hàm số $y = x_1.x_2 \dots x_n$ có $\left| \frac{\partial}{\partial x_i} \ln y \right| = \frac{1}{|x_i|} \Rightarrow \left| \frac{\partial}{\partial x_i} \ln y \right| . \Delta_{x_i} = \frac{\Delta_{x_i}}{|x_i|} = \delta_{x_i}$.
Do đó sai số tương đối của y là $\delta_y = \delta_{x_1} + \delta_{x_2} + \dots + \delta_{x_n}$ và sai số tuyệt đối là $\Delta_y = \delta_y \cdot |y|$