BT-tham-khảo-môn-Phương-pháp-tính

Phương pháp tính (Trường Đại học Bách khoa Hà Nội)

BÀI TẬP THAM KHẢO MÔN PHƯƠNG PHÁP TÍNH

Hệ đào tạo: Chính quy Mã HP: MI 2010

Đánh giá HP:

1. **Quá trình (hệ số 0.3): KT giữa kỳ + theo dõi học tập, nội dung KT: chương 1,2,3**
2. **Thi cuối kỳ (hệ số 0.7): nội dung KT như đề cương**

CHƯƠNG 1. SAI SỐ

1.1 Đo trọng lượng của 1 dm^2 nước ở 0^0C nhận được $\rho = 999.847 \pm 0.001\,(g)$. Hãy xác định sai số tương đối giới hạn của phép đo trên.

1.2 Làm tròn những số sau đến 3 chữ số có nghĩa, xác định sai số tuyệt đối và sai số tương đối của các số xấp xỉ nhận được.

a) 2.1514 b) 0.16152 c) 0.009922

1.3 Xác định số các chữ số tin tưởng của các số sau biết sai số tương đối tương ứng của chúng.

a) $\boxed{a = 1.8921, \quad \delta a = 0.1\times 10^{-2}}$

b) $a = 0.000135, \quad \delta a = 0.15$

c) $a = 22.351, \quad \delta a = 0.1$

d) $a = 0.2218, \quad \delta a = 0.2\times 10^{-1}$

e) $a = 0.11452, \quad \delta a = 0.1\%$

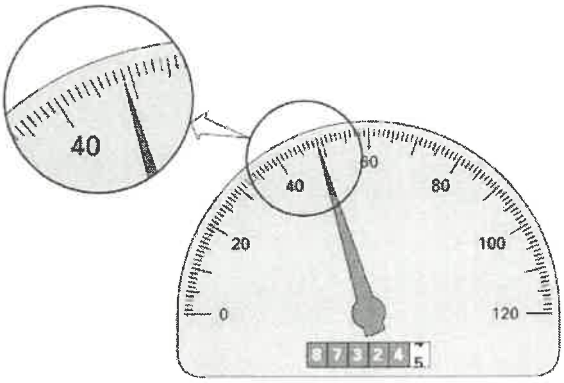
f) $a = 48361, \quad \delta a = 1\%$

1.4 Đo chiều dài của một cây cầu và một chiếc đinh tán, ta thu được kết quả tương ứng là 9999cm và 9cm. Giả sử cây cầu và chiếc đinh có độ dài thực tế lần lượt là 10000cm và 10cm. Tính sai số tuyệt đối và sai số tương đối của các giá trị đo được ở trên.

1.5 Viết sơ đồ khối tính xấp xỉ giá trị của số e tới tám chữ số tin tưởng dựa vào khai triển Maclaurin sau:

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \cdots + \frac{x^n}{n!} + \cdots$$

1.6 Một đồng hồ đo tốc độ của xe máy chỉ như Hình 1. Hỏi tốc độ di chuyển của xe máy là bao nhiêu? Sai số của phép đo trên là bao nhiêu phần trăm?



Hình 1

1.7 Cạnh của một hình lập phương đo được là 8cm bằng thước đo vạch chia đến 0.01cm. Hỏi sai số tương đối và sai số tuyệt đối khi tính thể tích của hình hộp là bao nhiêu?

1.8 Cho hàm số $u = \ln\left(x_1 + x_2^2\right)$. Hãy xác định giá trị của hàm số tại $x_1 = 0.97,\ x_2 = 1.132$. Hãy xác định sai số tuyệt đối và sai số tương đối của u biết mọi chữ số của x_1 và x_2 đều là các chữ số tin tưởng.

CHƯƠNG 2. GIẢI GẦN ĐÚNG PHƯƠNG TRÌNH ĐẠI SỐ VÀ SIÊU VIỆT

2.1. Tìm những khoảng cách ly nghiệm thực của các phương trình sau:

a) $x^4 - 4x + 2 = 0$ b) $\sin x - x = 0$.

2.2. Sử dụng phương pháp chia đôi tìm nghiệm của các phương trình sau với sai số cho phép là $\Delta x = 0.5\times10^{-2}$.

a) $x^3 - 1.5x^2 + 0.58x - 0.057 = 0$. b) $0.1e^x - \sin^2 x + 0.5 = 0,\ x \in [-5\pi, 5\pi]$

2.3. Sử dụng phương pháp lặp đơn giải các phương trình dưới đây với sai số 0.5×10^{-4}

a) $x^3 + 3x^2 - 1 = 0$ b) $x^2 + 4\sin x - 1 = 0$. c) $1.4^x - x = 0$.

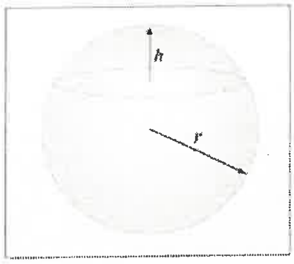
2.4. Sử dụng phương pháp Newton để tính gần đúng nghiệm của phương trình $e^{-x} - x = 0$ với giá trị xấp xỉ ban đầu là $x_0 = 0$.

2.5. Lập sơ đồ khối tính gần đúng nghiệm đến 5 chữ số tin tưởng sau dấu phẩy của phương trình $e^x - 10x + 7 = 0$ bằng phương pháp lặp đơn.

2.6. Cho phương trình $2^x - 5x + \sin x = 0$ và khoảng cách li nghiệm $[0, 0.5]$. Dùng phương pháp Newton tìm nghiệm xấp xỉ sau 5 bước lặp và đánh giá sai số.

2.7. Giải gần đúng phương trình $x^{10} - 2 = 0$ bằng cách sử dụng phương pháp dây cung với sai số 10^{-5}.

2.8. Theo định luật Achimedes, độ lớn của lực đẩy tác động lên vật thả trong chất lỏng được tính bằng trọng lượng của phần chất lỏng bị chiếm chỗ bởi vật $F_A = V\rho_N g$. Trong Hình 2, vật thả trong nước có hình cầu bán kính $r = 1\text{m}$, khối lượng riêng của vật là $\rho_S = 201\text{kg}/\text{m}^3$, và khối lượng riêng của nước là $\rho_N = 1000\ \text{kg}/\text{m}^3$. Hãy dùng phương pháp chia đôi xác định khoảng cách h từ bề mặt chất lỏng đến hình cầu.



Hình 2

2.9. Lập sơ đồ khối phương pháp chia đôi, phương pháp lặp đơn, phương pháp dây cung và phương pháp tiếp tuyến giải gần đúng phương trình $f(x) = 0$ trong khoảng cách li nghiệm (a,b) với sai số cho trước ε.

CHƯƠNG 3. MỘT SỐ PHƯƠNG PHÁP GIẢI HỆ ĐẠI SỐ TUYẾN TÍNH

3.1 Tính chuẩn theo hàng, theo cột và chuẩn Euclid của các ma trận sau:

a) $\begin{bmatrix} 89.13 & -13.59 & 23.46 \\ 2.14 & 1.27 & 21.35 \\ 2.46 & -81.70 & -25.28 \end{bmatrix}$ b) $\begin{bmatrix} 10 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \\ 22 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

3.2 Lập sơ đồ khối tìm chuẩn theo hàng, theo cột và theo chuẩn Euclid của ma trận A có kích thước $m \times n$ cho trước.

3.3 Giải hệ phương trình sau bằng phương pháp Gauss-Jordan:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 + 3x_4 = 6 \\ x_1 - 2x_2 - x_3 = 2 \\ x_2 + x_3 + 2x_4 = 12 \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 6 \end{cases}$$

3.4 Sử dụng phương pháp lặp đơn giải gần đúng hệ phương trình sau với 3 lần lặp và đánh giá sai số.

$$\begin{cases} 3x_1 - 0.1x_2 - 0.2x_3 = 7.85 \\ 0.1x_1 + 7x_2 - 0.3x_3 = 19.3 \\ 0.3x_1 - 0.2x_2 + 10x_3 = 71.4. \end{cases}$$

Lập sơ đồ khối giải gần đúng hệ phương trình trên với sai số $\varepsilon = 10^{-5}$.

3.5 Cho hệ phương trình

$$\begin{cases} 15.60x_1 - 2.73x_2 + 1.89x_3 = 6.75 \\ 2.50x_1 - 16.50x_2 + 7.40x_3 = 2.86 \\ 3.00x_1 + 11.56x_2 + 27.90x_3 = 9.85. \end{cases}$$

a) Kiểm tra điều kiện hội tụ của phương pháp lặp đơn.

b) Tính đến xấp xỉ $x^{(3)}$ bằng phương pháp lặp đơn với vector ban đầu là $x^{(0)} = (10.40 \quad 0.11 \quad 0.27)^t$ và đánh giá sai số cho $x^{(3)}$.

c) Để đạt được sai số 10^{-6} cần thực hiện bao nhiêu lần lặp nếu xuất phát từ vector $x^{(0)}$ như ở ý b).

3.6 Giải hệ phương trình dưới đây bằng phương pháp lặp Jacobi với 3 lần lặp và đánh giá sai số:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 0.2x_3 = 1 \\ 0.3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 7 \\ 0.5x_1 + 0.1x_2 + 3x_3 = 2. \end{cases}$$

3.7 Trong một nền kinh tế gồm 3 ngành sản xuất là chế tạo máy, nông nghiệp và khai khoáng, để sản xuất một sản phẩm của một ngành cần sử dụng nguyên liệu từ các ngành sản xuất với số liệu cho trong bảng dưới đây:

Ngành mua / Ngành cung cấp	Chế tạo máy	Nông nghiệp	Dịch vụ
Chế tạo máy	0.50	0.20	0.20
Nông nghiệp	0.20	0.30	0.10
Dịch vụ	0.10	0.10	0.30

Hỏi để xuất khẩu 50 sản phẩm ngành chế tạo máy, 30 sản phẩm ngành nông nghiệp và 20 sản phẩm ngành dịch vụ thì mỗi ngành phải sản xuất bao nhiêu sản phẩm? Dùng phương pháp lặp đơn để giải bài toán trên.

CHƯƠNG 4. NỘI SUY VÀ PHƯƠNG PHÁP BÌNH PHƯƠNG TỐI THIỂU

4.1 Cho đa thức $P(x)=7x^6-8x^5+7x^3+18x^2-9x-20$. Sử dụng lược đồ Horner thực hiện các nhiệm vụ sau:

a) Tính giá trị đa thức tại $x=1$.

b) Xác định đa thức thương và số dư của phép chia đa thức $P(x)$ cho $(x-2)$.

4.2 Cho đa thức

$$P(x)=1+3x+4x(x-1)-7x(x-1)(x-2)+5x(x-1)(x-2)(x-3).$$

Sử dụng lược đồ Horner đưa đa thức $P(x)$ về dạng chính tắc.

4.3 Lập sơ đồ khối đưa đa thức $\omega(x)=(x-x_1)(x-x_2)...(x-x_n)$ về dạng chính tắc.

4.4 Cho bảng giá trị hàm $y=\log x$ như sau:

x	2.0	2.2	2.3	2.5
$y=\log x$	0.30103	0.34242	0.36173	0.39794

a) Xây dựng đa thức nội suy Lagrange với bảng dữ liệu trên

b) Tính giá trị gần đúng giá trị của hàm số tại điểm $x = 2.03$. Đánh giá sai số.

4.5 Lập sơ đồ khối xây dựng đa thức nội suy Lagrange với các điểm

$$(x_0, y_0),\quad (x_1, y_1),\quad \ldots,\quad (x_n, y_n).$$

4.6 Dân số Mỹ (DS) từ năm 1920 đến năm 2000 được cho trong bảng dữ liệu dưới đây với đơn vị triệu người:

Năm	1920	1930	1940	1950	1960	1970	1980	1990	2000
DS	106.46	123.08	132.12	152.27	180.67	205.05	227.23	249.46	205.05

Sử dụng đa thức nội suy Lagrange dựa trên dữ liệu từ năm 1920 đến năm 1990 để dự đoán dân số năm 2000 và so sánh với kết quả thực tế.

4.7 Nồng độ oxy hòa tan trong nước biển phụ thuộc vào nhiệt độ được cho trong bảng:

T (^{0}C)	0	8	16	24	32	40
O (mg/l)	14.621	11.843	9.870	8.418	7.305	6.413

Sử dụng nội suy Newton ước tính lượng oxy trong 1m^3 nước biển ở nhiệt độ 27^{0}C là bao nhiêu? So sánh với kết quả chính xác là 7.986 mg/l.

4.8 Lập sơ đồ khối cho công thức nội suy Newton tiến và lùi có mốc cách đều, áp dụng tính gần đúng giá trị hàm số $y = \sin x$ tại $x = 12^0$ và đánh giá sai số biết bẳng dữ liệu như sau:

x	10^0	15^0	20^0	25^0	30^0
$y = \sin x$	0.1736	0.2588	0.3420	0.4226	0.5

4.9 Cho bảng dữ liệu:

x	0	1	2.5	3	35	4
y	2	5.4375	7.3516	7.5625	8.4453	9.1875

Sử dụng đa thức nội suy Newton tính gần đúng giá của y tại $x = 3.2$.

4.10 Gia tốc trọng trường ở độ cao y so với mặt đất được cho trong bảng sau:

y (m)	0	30000	60000	90000	120000
g (m/s^2)	9.8100	9.7487	9.6879	9.6278	9.5682

a) Biểu diễn các điểm dữ liệu trên mặt phẳng và đưa ra lựa chọn của dạng hàm g phụ thuộc theo y.

b) Tính g ở độ cao $y = 55000$m bằng phương pháp bình phương tối thiểu với dạng hàm lựa chọn ở câu a).

4.11 Hiệu điện thế V giữa hai đầu của một điện thế phụ thuộc vào cường độ dòng điện I chạy qua điện trở với dữ liệu cho trong bảng dưới đây:

I	0.5	1.5	2.5	3.0	4.0
V	0.45	0.6	0.70	1.88	6.0

Tính điện trở bằng phương pháp bình phương tối thiểu biết rằng theo định luật Ohm, hiệu điện thế tỉ lệ thuận với cường độ dòng điện.

4.12 Dữ liệu sau cho biết mối quan hệ giữa độ nhớt y của dầu SAE70 và nhiệt độ t:

t (^{0}C)	26.67	93.33	148.89	315.56
y (N.S/m^2)	0.35	0.085	0.012	0.00075

Tìm hàm thực nghiệm dạng $y = ae^{bt}$.

CHƯƠNG 5. TÍNH GẦN ĐÚNG ĐẠO HÀM VÀ TÍCH PHÂN

5.1 Tính gần đúng đạo hàm của hàm số $y = e^x$ tại $x = 1.5, 2, 2.5$ và đánh giá sai số dựa vào bảng giá trị sau:

x	1.5	2	2.5
y	4.481	7.389	12.182

5.2 Sử dụng dữ liệu sau để tìm vận tốc và gia tốc tại $t = 10$s.

t (s)	0	2	4	6	8	10	12	14	16
Vị trí x (m)	0	0.7	1.8	3.4	5.1	6.3	7.9	8.0	8.4

5.3 Sử dụng công thức hình thang tính gần đúng tích phân

$$I = \int_1^2 \sqrt{x^2+1}dx$$

với 4 chữ số đáng tin sau dấu phẩy.

5.4 Cho tích phân $I = \int_{2.1}^{3.1} \frac{x^3}{x-1}dx.$

a) Tính gần đúng tích phân I bằng công thức hình thang với bước $h = 0.1$.

b) Đánh giá sai số của giá trị gần đúng tìm được.

5.5 Sử dụng công thức Simpson tính gần đúng tích phân

$$I = \int_0^2 \sqrt{e^x+2}dx$$

với 10 đoạn chia và đánh giá sai số của kết quả tính được.

5.6 Cho tích phân $I = \int_1^2 \sqrt[3]{8x+3}dx$. Dùng công thức Simpson xác định số đoạn chia tối thiểu để sai số không vượt quá 10^{-6}. Tính xấp xỉ I với số đoạn chia tìm được.

5.7 Vận tốc của một vận động viên đua xe đạp được cho trong bảng dưới đây:

t (phút)	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5	5.5	6
v (km/h)	0	10	11.7	12	17	20	18	16	15,3	14.1	15	16.5	0

a) Tính quãng đường vận động viên đó đi được trong khoảng thời gian trên bằng công thức Simpson.

b) Đánh giá sai số

CHƯƠNG 6. GIẢI GẦN ĐÚNG PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN THƯỜNG

6.1 Giải gần đúng phương trình vi phân

$$\frac{dy}{dx} = -2x^3 + 12x^2 - 20x + 8.5$$

trong đoạn $[0,4]$ với bước lưới $h=0.5$ và điều kiện Cauchy $y(0)=1$ bằng phương pháp Euler hiện.

6.2 Cho hệ phương trình vi phân và điều kiện ban đầu:

$$\begin{cases} y' = \dfrac{y-x}{z}, & y(0.5)=1 \\ z' = \dfrac{3y}{z+x}, & z(0.5)=1 \end{cases}$$

Tính gần đúng giá trị hàm nghiệm tại $x = 0.6$ bằng phương pháp Euler hiện với bước lưới $h = 0.1$.

6.3 Sử dụng phương pháp Euler ẩn giải gần đúng bài toán Cauchy $y'=\dfrac{xy}{x}$, $y(1)=1$ trên đoạn $[1,1.5]$ với bước lưới $h=0.1$.

6.4 Cho bài toán Cauchy $y'=4e^{0.8x}-0.5y$, $y(0)=2$. Giải gần đúng bài toán bằng phương pháp Euler cải tiến trên đoạn $[0,4]$ với bước lưới $h=0.5$.

6.5 Xét bài toán Cauchy

$$\begin{cases} y''=\ln(ty+1)+(y'+2)^2+2.1t-0.3 \\ y(1)=0.2,\ y'(1)=0.5. \end{cases}$$

Sử dụng công thức Euler hiện tính gần đúng y và y' tại $t = 1.2$ với bước $h = 0.2$.

6.6 Xét bài toán Cauchy $\begin{cases} y'=xy^3+3^{-x}+1.5x-1 \\ y(1)=0.25. \end{cases}$

Dùng công thức Runge-Kutta 4 nấc tính gần đúng y tại $x = 1.2$ với bước $h = 0.2$.

6.7 Trên một hòn đảo biệt lập chỉ có 2 loài là hổ và hươu sinh sống. Mô hình Lotka-Volterra mô tả số lượng của hai loài theo thời gian như sau:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 2x-1.1xy, & x(0)=1 \\ \dfrac{dy}{dt} = 0.9xy-y, & y(0)=0.5, \end{cases}$$

trong đó x, y lần lượt là số lượng hươu, hổ trên đảo. Tìm số lượng hai loài tại thời điểm $t = 0.2$ bằng phương pháp RK4 với bước lưới $h = 0.1$.

6.8 Lập sơ đồ khối công thức RK4 giải bài toán giá trị ban đầu cho phương trình vi phân thường:

$$\begin{cases} y' = f(x,y) \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$$

với bước lưới h trên đoạn $[x_0, x_0 + nh]$.

6.9 Lập sơ đồ khối của công thức Euler cải tiến tìm nghiệm gần đúng của bài toán Cauchy cho phương trình vi phân thường:

$$\begin{cases} y' = f(x,y) \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$$

trên lưới $\{x_i = x_0 + ih\}_{i=\overline{0,n}}$.