

**Lưu ý:** - Các kết quả tính đều lấy ít nhất 7 chữ số sau dấu phẩy  
- Không sử dụng tài liệu.

**Câu 1.** Sử dụng phương pháp chia đôi tính gần đúng  $\sqrt[3]{10}$  với sai số cho trước  $\varepsilon = 10^{-3}$  với  $n =$  số thứ tự theo danh sách + 1. Dùng giá trị tìm được tính gần đúng giá trị biểu thức  $A = \frac{1}{3}\sqrt[3]{100} + \sqrt[3]{10}$ , đánh giá sai số cho kết quả tính được và viết số gần đúng thu được theo qui ước dùng chữ số đáng tin.

**Câu 2.** Dùng phương pháp Gauss – Jordan giải hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} 0.015x_1 + x_2 + 23.7x_3 - 15.8x_4 = 6.915 \\ 3.27x_1 + 5.18x_2 - 7.23x_3 + 22.5x_4 = 13.36 \\ 6.585x_1 + 13.36x_2 + 56.64x_3 - 2.4x_4 = 47.465 \\ 6.48x_1 + 6.36x_2 - 109.26x_3 + 108.2x_4 = -0.94 \end{cases}$$

**Câu 3.** Cho hệ phương trình:

$$\begin{cases} 20.5x_1 - 21.7x_2 - 3.2x_3 = 38.9 \\ 3.5x_1 + 67.1x_2 - 5.2x_3 = -68.2 \\ 4.3x_1 - 2.7x_2 + 19.5x_3 = 26.8 \end{cases}$$

- Kiểm tra điều kiện thực hiện phương pháp lặp Jacobi đối với phương trình trên.
- Dùng phương pháp lặp Jacobi tính đến xấp xỉ  $X_3$  và đánh giá sai số cho  $X_3$  theo công thức hai xấp xỉ liên tiếp biết  $X_0 = [1 \ -1 \ 1]^T$ .
- Vẽ sơ đồ thuật toán tiên nghiệm cho phương pháp lặp Jacobi giải gần đúng phương trình  $Ax = b$  trường hợp  $A$  chéo trội cột với sai số cho trước.

$A, b, \varepsilon$

$B, b, \varepsilon$

1. gọi đặt  $x = \sqrt[10]{10} \Rightarrow x^{10} - 10 = 0$

Đặt  $x^{10} - 10 = f(x) \Rightarrow f'(x) = 10x^9 = 0 \Leftrightarrow x = 0$

$x: -\infty \quad 0 \quad +\infty$   
 $f'(x): - \quad 0 \quad +$   
 $f(x): \quad \quad -10 \quad \quad \rightarrow$

ta có  $f(1,2)f(1,3) < 0 \Rightarrow (1,2; 1,3)$  là khoảng cách ly nghiệm.

- Để đạt được sai số  $\varepsilon = 10^{-3}$  ta cần thực hiện ít nhất.

$$n_0 = \log_2 \left( \frac{1,3 - 1,2}{10^{-3}} \right) + 1 = 18$$

- các kết quả khi thực hiện  $p^2$  chia đôi được ghi ở bảng sau:

| $n$ | $a_n$      | $b_n$       | $f\left(\frac{a_n + b_n}{2}\right)$ |
|-----|------------|-------------|-------------------------------------|
| 0   | 1,2        | 1,3         | -                                   |
| 1   | 1,25       | 1,3         | -                                   |
| 2   | 1,25       | 1,275       | +                                   |
| 3   | 1,25       | 1,2625      | +                                   |
| 4   | 1,25625    | 1,2625      | -                                   |
| 5   | 1,26025    | 1,26375     | +                                   |
| 6   | 1,2578125  | 1,259375    | -                                   |
| 7   | 1,25859375 | 1,259375    | -                                   |
| 8   | 1,25859375 | 1,258984375 | +                                   |



$$\sqrt[10]{10} = 1,25892541179$$

$$A = \frac{1}{3} \sqrt[10]{100} + \sqrt[10]{10} = \frac{1}{3} (\sqrt[10]{10})^2 + \sqrt[10]{10}$$

$$\text{Đặt } y = \sqrt[10]{10} \Rightarrow y^* = 1,258 + 0,001$$

$$\Rightarrow A = \frac{1}{3} y^2 + y \Rightarrow \Delta A = \left( \frac{2}{3} y + 1 \right) \Delta y$$

$$\approx 0,001. \text{ (Đánh giá sai số)}$$

$$A = \frac{1}{3} y^2 + y^* = 1,785 \text{ (gần đúng giá trị biểu thức)}$$

$$A^* = 1,785 \pm 0,001. \text{ (số gần đúng theo quy ước)}$$

$$2) \begin{cases} 0,015x_1 + x_2 + 23,7x_3 - 15,8x_4 = 6,915 \\ 3,27x_1 + 5,18x_2 - 7,23x_3 + 22,5x_4 = 13,36 \\ 6,585x_1 + 13,36x_2 + 56,64x_3 - 2,4x_4 = 47,465 \\ 6,48x_1 + 6,36x_2 - 109,26x_3 + 108,2x_4 = -0,94 \end{cases}$$

$$\text{Đặt } \bar{A} = \begin{pmatrix} 0,015 & 1 & 23,7 & -15,8 & 6,915 \\ 3,27 & 5,18 & -7,23 & 22,5 & 13,36 \\ 6,585 & 13,36 & 56,64 & -2,4 & 47,465 \\ 6,48 & 6,36 & -109,26 & 108,2 & -0,94 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} & \xrightarrow{h_2 - 5,18h_1 \rightarrow h_2} \begin{pmatrix} 0,015 & 1 & 23,7 & -15,8 & 6,915 \\ 3,1923 & 0 & -129,996 & 104,344 & -22,4597 \\ 6,3846 & 0 & -259,992 & 208,688 & -44,9194 \\ 6,3846 & 0 & -259,992 & 208,688 & -44,9194 \end{pmatrix} \\ & \xrightarrow{h_3 - 13,36h_1 \rightarrow h_3} \begin{pmatrix} 0,015 & 1 & 23,7 & -15,8 & 6,915 \\ 3,1923 & 0 & -129,996 & 104,344 & -22,4597 \\ 6,3846 & 0 & -259,992 & 208,688 & -44,9194 \end{pmatrix} \\ & \xrightarrow{h_3 - h_4 \rightarrow h_3} \begin{pmatrix} 0,015 & 1 & 23,7 & -15,8 & 6,915 \\ 3,1923 & 0 & -129,996 & 104,344 & -22,4597 \\ 6,3846 & 0 & -259,992 & 208,688 & -44,9194 \end{pmatrix} \end{aligned}$$



$$\rightarrow \begin{pmatrix} 0,7319987 & 1 & 0 & 0 & 3,2232991 & 2,8202979 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 6,3846 & 0 & -259,992 & 208,688 & 0 & -44,9194 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 0,7319987x_1 + x_2 + 3,2232991x_4 = 2,8202979 \\ 6,3846x_1 - 259,992x_3 + 208,688x_4 = -44,9194 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_2 = 2,8202979 - 0,7319987x_1 - 3,2232991x_4 \\ x_3 = \frac{-44,9194 - 208,688x_4 - 6,3846x_1}{-259,992} \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 20,5x_1 - 21,7x_2 - 3,2x_3 = 38,9 \\ 3,5x_1 + 6,7x_2 - 5,2x_3 = -68,2 \\ 4,3x_1 - 2,7x_2 + 19,9x_3 = 26,8 \end{cases}$$

$$\text{Ta co: } \begin{matrix} 20,5 & 3,5 & 4,3 \\ 67,1 & 21,7 & 2,7 \\ 19,5 & 5,2 & 3,2 \end{matrix} \Rightarrow \text{A coo' hoi co'}$$

$\Rightarrow$

$$\begin{aligned} x_1 &= 4 \\ x_2 &= 2 \\ x_3 &= 1 \\ x_4 &= 1 \\ x_5 &= 1 \\ x_6 &= 1 \\ x_7 &= 1 \\ x_8 &= 1 \\ x_9 &= 1 \\ x_{10} &= 1 \end{aligned}$$



Tính lặp công thức trên

$$B = \begin{pmatrix} 0 & \frac{21,7}{20,5} & \frac{3,2}{20,5} \\ \frac{-3,5}{67,1} & 0 & \frac{5,2}{67,1} \\ \frac{-4,3}{19,5} & \frac{+2,7}{19,5} & 0 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} \frac{38,9}{20,5} \\ \frac{-68,2}{67,1} \\ \frac{26,8}{19,5} \end{pmatrix}$$

Chọn  $x_0 = (1, -1, 1)^T$ : Ta xd dãy lặp theo CT

$$\Rightarrow x_n = B \cdot x_{n-1} + D$$

$$\Rightarrow x_1 = \begin{pmatrix} 0,9951219 \\ -0,9910581 \\ 1,0153846 \end{pmatrix}$$

$$x_2 = \begin{pmatrix} 1,0069887 \\ -0,9896114 \\ 1,0176983 \end{pmatrix}$$

$$x_3 = \begin{pmatrix} 1,0088813 \\ -0,9900511 \\ 1,0192819 \end{pmatrix}$$

$\Rightarrow$  Đánh giá sai số:

$$\|x^{(3)} - x^*\| = \frac{q^3}{1-q} \|x^{(3)} - x^{(2)}\|$$

$$\text{Với } q = \max \left\{ \frac{4,3+2,5}{20,5}, \frac{21,7+2,7}{67,1}, \frac{5,2+3,2}{19,5} \right\} = 0,4307$$