

MI2010

PHƯƠNG PHÁP TÍNH

Phiên bản: 2020.1.0

Mục tiêu: Sinh viên xây dựng được các thuật toán khác nhau và thực hiện thuật toán giải một số bài toán trong không gian một chiều và nhiều chiều.

Objective: Students can write some algorithms and use them to solve some problems in one or multi – dimensional spaces

Nội dung: Một số phương pháp số giải các bài toán: tìm nghiệm phương trình phi tuyến trong không gian một chiều; tìm nghiệm phương trình đại số tuyến tính trong không gian nhiều chiều; xấp xỉ hàm số và ứng dụng trong bài toán dự báo, bổ sung dữ liệu; tính gần đúng tích phân, đạo hàm, giải phương trình vi phân.

Contents: Some numerical methods for solving the following problems: the nonlinear equation in one - dimensional space, linear equation systems, functional approximation and its application in prediction, filling data problems, estimating derivatives, proper integrals and finding numerical solution of initial value problems.

1. THÔNG TIN CHUNG

Tên học phần:	Phương pháp tính (Numerical methods)
Mã số học phần:	MI2010
Khối lượng:	2 (2 – 0 – 0 - 4) - Lý thuyết: 30 tiết - Bài tập/BTL: 0 tiết - Thí nghiệm/Thực hành: 0 tiết
Học phần tiên quyết:	- Không
Học phần học trước:	- MI111/2/3; MI112/1/2: Giải tích 1; Giải tích 2, - MI114/1/2/3: Đại số
Học phần song hành:	- IT1110: Tin học đại cương - MI113/1/2/3: Giải tích 3

2. MÔ TẢ HỌC PHẦN

Học phần đưa ra một số ý tưởng giải một số bài toán trong các không gian hữu hạn chiều, cách triển khai xây dựng phương pháp từ ý tưởng, cách chứng tỏ phương pháp xây dựng được là đúng đắn và hợp lý, phân tích ưu, nhược điểm và các trường hợp có thể sử dụng được phương pháp, từ đó hướng tới việc sinh viên có thể viết lại thuật toán, thực hiện thuật toán giải bài toán bằng các phương pháp đã có, cao hơn là phát triển hoặc kết hợp các phương pháp để giải quyết bài toán phức tạp hơn.

3. MỤC TIÊU VÀ CHUẨN ĐẦU RA CỦA HỌC PHẦN

Học phần hướng tới việc sinh viên có khả năng phát hiện vấn đề, phân tích vấn đề từ đó chọn lựa phương pháp thích hợp để giải quyết một vấn đề chuyên ngành trong khuôn khổ học phần đồng thời viết và thực hiện được các thuật toán cho các phương pháp số giải gần đúng các bài toán đó. Do đó, sinh viên hoàn thành học phần này có khả năng:

Mục tiêu/CĐR	Mô tả mục tiêu/Chuẩn đầu ra của học phần	CĐR được phân bổ cho HP/ Mức độ (I/T/U)
[1]	[2]	[3]
M1	Sinh viên nhận biết được một số dạng bài toán cơ bản, trình bày được ý tưởng, cách xây dựng một phương pháp giải bài toán	I/T/U
M1.1	Nhận diện bài toán: xác định rõ bài toán cho trước thuộc lớp nào trong số các bài toán được đưa ra trong học phần. Trình bày lại ý tưởng, phương pháp giải các bài toán, ưu nhược điểm của từng phương pháp.	I/T
M1.2	Phân tích được điều kiện đầu vào của bài toán và từ đó lựa chọn được phương pháp giải hợp lý.	I/T/U
M1.3	Trình bày được ý tưởng, phát triển lại ý tưởng thành phương pháp, phân tích được vai trò của các điều kiện đầu vào, sự thay đổi của kết quả đầu ra khi điều kiện đầu vào thay đổi.	I/T
M2	Hình thành được các kỹ năng về tư duy, kỹ năng về thực hành, kỹ năng về phân tích, xử lý, quản lý thông tin và các kỹ năng xã hội cần thiết	I/T/U
M2.1	Phân tích, lập luận và tổng hợp được thông tin để xác định được dữ liệu đầu vào, dữ liệu đầu ra	I/T/U
M2.2	Có tư duy logic, tư duy tổng thể và hệ thống để đảm bảo tính mạch lạc, hợp lý của thuật toán	I/T/U
M2.3	Có khả năng tự học, tự nghiên cứu, chủ động, sáng tạo	I/T/U
M2.4	Có khả năng làm việc độc lập và làm việc theo nhóm	I/T/U
M2.5	Cải thiện được thuật toán theo một mục tiêu cụ thể	I/T/U
M3	Hình thành năng lực phân tích, hình thành ý tưởng và giải quyết vấn đề	I/T/U
M3.1	Với công cụ tính toán (máy tính bấm tay hoặc máy vi tính) tự học cách sử dụng công cụ để thực hiện thuật toán theo các phương pháp giải bài toán trong học phần để giải một bài toán cụ thể theo tiêu chí tối ưu về thời gian và thao tác.	I/T/U
M3.2	Viết thuật toán, đưa ra được trình tự thao tác hợp lý trên công cụ để giải bài toán tổng quát trong đó có gói kiểm tra điều kiện thực hiện. Điều chỉnh thuật toán phù hợp với dữ liệu đầu vào khi dữ liệu chưa đạt điều kiện của phương pháp, mở rộng lớp bài toán có thể giải được, kết hợp các phương pháp để giải quyết vấn đề phức tạp hơn	I/T/U

4. TÀI LIỆU HỌC TẬP

Giáo trình

[1] Phương pháp tính – Lê Trọng Vinh.

[2] Phương pháp tính – Tạ Văn Đĩnh

Tham khảo

[1] Sách Phương pháp tính và Matlab – Lê Trọng Vinh, Trần Minh Toàn

[2] Sách Giải tích số – Lê Trọng Vinh.

[3] Sách Giải tích số - Phạm Kỳ Anh

[4] Sách Numerical Methods in Engineering with MATLAB - Jaan Kiusalaas.

5. CÁCH ĐÁNH GIÁ HỌC PHẦN

Điểm thành phần	Phương pháp đánh giá cụ thể	Mô tả	CDR được đánh giá	Tỷ trọng
[1]	[2]	[3]	[4]	[5]
A1. Điểm quá trình (*)	A1.1. Đánh giá quá trình	Thi viết / Thi vấn đáp / Trắc nghiệm / Bài tập lớn Thái độ	M1.1÷M1.2 M2.1÷M2.5 M3.1÷M3.2	30%
A2. Điểm cuối kỳ	A2.1. Thi cuối kỳ	Thi viết/ Thi vấn đáp	M1.1÷M1.2 M2.1÷M2.5 M3.1÷M3.2	70%

* Điểm quá trình sẽ được điều chỉnh bằng cách cộng thêm điểm chuyên cần. Điểm chuyên cần có giá trị từ -2 đến +2, theo Quy chế Đào tạo đại học hệ chính quy của Trường ĐH Bách khoa Hà Nội.

6. KẾ HOẠCH GIẢNG DẠY

Tuần	Nội dung	CDR học phần	Hoạt động dạy và học (*)	Bài đánh giá
[1]	[2]	[3]	[4]	[5]
1	Giới thiệu môn học Chương 1: Sai số 1.1 Các loại sai số 1.2 Các quy ước viết số gần đúng 1.3 Sai số trong tính toán	M1.1	Giảng bài; Hỏi – đáp Làm bài tập ví dụ	A1.1;
2	Chương 2: Một số phương pháp giải phương trình phi tuyến trong không gian 1 chiều 2.1 Khoảng cách li nghiệm 2.1 Phương pháp chia đôi	M1.1; M1.2; M2.3; M2.4; M2.5;	GV giảng bài hoặc cho SV: - Đọc trước tài liệu; - Phân nhóm thuyết trình, và trao đổi GV tổng kết, khẳng định kiến thức sau khi SV thuyết trình.	A1.1; A2.1;

Tuần	Nội dung	CDR học phần	Hoạt động dạy và học (*)	Bài đánh giá
[1]	[2]	[3]	[4]	[5]
		M3.1;	- SV thực hiện thuật toán giải một số bài toán theo yêu cầu của GV	
3	2.2 Phương pháp dây cung	M1.1; M1.2; M2.3; M2.4; M2.5; M3.1;	GV giảng bài hoặc cho SV: - Đọc trước tài liệu; - Phân nhóm thuyết trình, và trao đổi GV tổng kết, khẳng định kiến thức sau khi SV thuyết trình. - SV thực hiện thuật toán giải một số bài toán theo yêu cầu của GV	A1.1; A2.1;
4	2.3 Phương pháp tiếp tuyến	M1.1; M1.2; M2.2; M2.3; M2.4; M2.5; M3.1;	GV giảng bài hoặc cho SV: - Đọc trước tài liệu; - Phân nhóm thuyết trình, và trao đổi GV tổng kết, khẳng định kiến thức sau khi SV thuyết trình. - SV thực hiện thuật toán giải một số bài toán theo yêu cầu của GV, viết sơ đồ thuật toán, thảo luận và tối ưu hóa thuật toán	A1.1; A2.1;
5	2.4 Phương pháp lập đơn	M1.1; M1.2; M2.2; M2.3; M2.4; M2.5; M3.1;	GV giảng bài hoặc cho SV: - Đọc trước tài liệu; - Phân nhóm thuyết trình, và trao đổi GV tổng kết, khẳng định kiến thức sau khi SV thuyết trình. - SV thực hiện thuật toán giải một số bài toán theo yêu cầu của GV, thiết lập quy trình thao tác tối ưu trên công cụ đối với các thuật toán giải lập, thực hiện so sánh ưu, nhược điểm của bốn phương pháp	A1.1; A2.1;
6	Chương 3: Một số phương pháp giải hệ đại số tuyến tính 3.1 Phương pháp Gauss và Phương pháp Gauss-Jordan	M1.1; M1.2; M2.2; M2.3;	- GV giới thiệu phương pháp Gauss và phương pháp Gauss-Jordan, hướng dẫn sinh viên xây dựng thuật toán cho hai phương pháp.	A1.1; A2.1;

Tuần	Nội dung	CDR học phần	Hoạt động dạy và học (*)	Bài đánh giá
[1]	[2]	[3]	[4]	[5]
	3.2 Một số chuẩn thông dụng trong không gian nhiều chiều, sự hội tụ của dãy vector	M2.4; M2.5; M3.1;	- Đưa ra định nghĩa và giới thiệu về các chuẩn thông dụng trong không gian hữu hạn chiều, cách tính chuẩn vector, ma trận, giới thiệu về sự hội tụ của dãy vector	
7	3.3 Phương pháp lặp đơn và lặp Jacobi 3.3.1 Phương pháp lặp đơn 3.3.2 Phương pháp lặp Jacobi a. Trường hợp chéo trội hàng	M1.1; M1.2; M2.1; M2.2; M2.3; M2.4; M2.5; M3.1;	GV giảng bài hoặc cho SV: - Đọc trước tài liệu; - Phân nhóm thuyết trình, và trao đổi GV tổng kết, khẳng định kiến thức sau khi SV thuyết trình. - SV lập trình chạy một số bài toán cụ thể theo yêu cầu của GV	A1.1; A2.1;
8	b. Trường hợp chéo trội cột 3.4 Phương pháp lặp Seidel và lặp Gauss-Seidel Ôn tập chương 1,2,3	M1.1; M1.2; M2.1; M2.2; M2.3; M2.4; M2.5; M3.1;	GV giảng bài hoặc cho SV: - Đọc trước tài liệu; - Phân nhóm thuyết trình, và trao đổi mục b. GV tổng kết, khẳng định kiến thức sau khi SV thuyết trình. - SV thực hiện thuật toán giải một số bài toán cụ thể theo yêu cầu của GV - GV giới thiệu ý tưởng của phương pháp lặp Seidel và Gauss-Seidel, yêu cầu sinh viên về tự tìm hiểu.	A1.1; A2.1;
9	Chương 4. Nội suy và bình phương tối thiểu 4.1 Bài toán xấp xỉ hàm số và ứng dụng 4.2 Bài toán xấp xỉ hàm số bằng đa thức nội suy. 4.3 Định lý về sự tồn tại duy nhất của đa thức nội suy 4.4 Sơ đồ Horner và ứng dụng 4.4.1 Tính giá trị đa thức và phép chia đa thức 4.4.2 Phép nhân đa thức	M1.1; M1.2; M2.2; M2.3; M2.4; M2.5; M3.1;	GV giảng bài hoặc cho SV: - Đọc trước tài liệu; - Phân nhóm thuyết trình, và trao đổi GV tổng kết, khẳng định kiến thức sau khi SV thuyết trình. - SV xây dựng thuật toán và thực hiện phép tính giá trị, chia hoặc nhân đa thức	A1.1; A2.1;
10	4.5 Đa thức nội suy Lagrange	M1.1; M1.2;	GV giảng bài hoặc cho SV: - Đọc trước tài liệu;	A1.1; A2.1;

Tuần	Nội dung	CDR học phần	Hoạt động dạy và học (*)	Bài đánh giá
[1]	[2]	[3]	[4]	[5]
		M2.1; M2.2; M2.3; M2.4; M2.5; M3.1;	- Phân nhóm thuyết trình, và trao đổi GV tổng kết, khẳng định kiến thức sau khi SV thuyết trình. - SV sử dụng các thuật toán nhân, chia đa thức trong xây dựng thuật toán tìm đa thức nội suy Lagrange, thực hiện thuật toán với một số bộ dữ liệu cụ thể.	
11	4.6 Đa thức nội suy Newton 4.6.1 Tỷ sai phân 4.6.2 Đa thức nội suy Newton mốc bất kỳ	M1.1; M1.2; M2.1; M2.2; M2.3; M2.4; M2.5; M3.1;	GV giảng bài hoặc cho SV: - Đọc trước tài liệu; - Phân nhóm thuyết trình, và trao đổi GV tổng kết, khẳng định kiến thức sau khi SV thuyết trình. - SV xây dựng và thực hiện thuật toán với bộ dữ liệu cụ thể	A1.1; A2.1;
12	4.6.3 Sai phân 4.6.4 Đa thức nội suy Newton mốc cách đều 4.7 Phương pháp bình phương tối thiểu	M1.1; M1.2; M2.1; M2.2; M2.3; M2.4; M2.5; M3.1;	GV giảng bài hoặc cho SV: - Đọc trước tài liệu; - Phân nhóm thuyết trình, và trao đổi GV tổng kết, khẳng định kiến thức sau khi SV thuyết trình. - SV xây dựng và thực hiện thuật toán với bộ dữ liệu cụ thể	A1.1; A2.1;
13	Chương 5. Giải gần đúng phương trình vi phân thường 5.1. Bài toán Cauchy cho phương trình vi phân thường 5.2. Nghiệm và nghiệm gần đúng của bài toán 5.3 Phương pháp Euler (ẩn, hiện) và Euler cải tiến	M1.1; M1.2; M2.1; M2.2; M2.3; M2.4; M2.5; M3.1;	GV giảng bài hoặc cho SV: - Đọc trước tài liệu; - Phân nhóm thuyết trình, và trao đổi GV tổng kết, khẳng định kiến thức sau khi SV thuyết trình. - SV xây dựng và thực hiện thuật toán với bài toán cụ thể	A1.1; A2.1;
14	5.4 Các phương pháp Runge-Kutta	M1.1; M1.2; M2.1; M2.2;	GV giảng bài hoặc cho SV: - Đọc trước tài liệu; - Phân nhóm thuyết trình, và trao đổi	A1.1; A2.1;

Tuần	Nội dung	CĐR học phần	Hoạt động dạy và học (*)	Bài đánh giá
[1]	[2]	[3]	[4]	[5]
		M2.3; M2.4; M2.5; M3.1;	GV tổng kết, khẳng định kiến thức sau khi SV thuyết trình. - SV xây dựng và thực hiện thuật toán với bài toán cụ thể	
15	<i>Tổng kết và ôn tập</i>		Tổng kết kiến thức, trao đổi, giải đáp thắc mắc	

*GV có thể lựa chọn hoạt động giảng dạy phù hợp với quy mô lớp học và khả năng của SV ở mỗi buổi học

12 QUY ĐỊNH CỦA HỌC PHẦN

(Các quy định của học phần nếu có)

13 NGÀY PHÊ DUYỆT: ...15/7/2020



Viện Toán ứng dụng và Tin học

TIỆN TRƯỞNG
VIỆN TOÁN ỨNG DỤNG & TIN HỌC
TS. Lê Quang Thử

14 QUÁ TRÌNH CẬP NHẬT

Lần cập nhật	Nội dung điều chỉnh	Ngày tháng được phê duyệt	Áp dụng từ kỳ/khóa	Ghi chú
1			
2			

BÀI TẬP THAM KHẢO MÔN PHƯƠNG PHÁP TÍNH**Hệ đào tạo: Chính quy Mã HP: MI 2010****Đánh giá HP:**

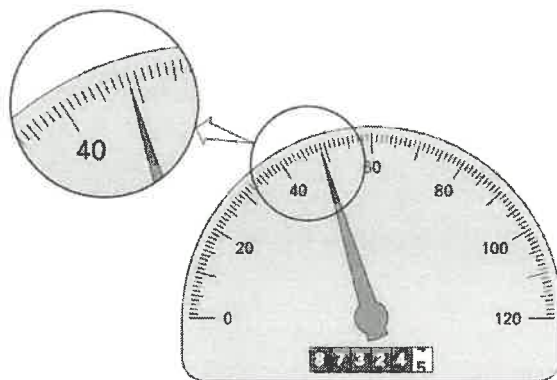
- 1. Quá trình (hệ số 0.3):** KT giữa kỳ + theo dõi học tập, nội dung KT: chương 1,2,3
- 2. Thi cuối kỳ (hệ số 0.7):** nội dung KT như đề cương

CHƯƠNG 1. SAI SỐ

- 1.1 Đo trọng lượng của 1 dm³ nước ở 0°C nhận được $\rho = 999.847 \pm 0.001$ (g). Hãy xác định sai số tương đối giới hạn của phép đo trên.
- 1.2 Làm tròn những số sau đến 3 chữ số có nghĩa, xác định sai số tuyệt đối và sai số tương đối của các số xấp xỉ nhận được.
 - a) 2.1514
 - b) 0.16152
 - c) 0.009922
- 1.3 Xác định số các chữ số tin tưởng của các số sau biết sai số tương đối tương ứng của chúng.
 - a) $a = 1.8921$, $\delta a = 0.1 \times 10^{-2}$
 - b) $a = 0.000135$, $\delta a = 0.15$
 - c) $a = 22.351$, $\delta a = 0.1$
 - d) $a = 0.2218$, $\delta a = 0.2 \times 10^{-1}$
 - e) $a = 0.11452$, $\delta a = 0.1\%$
 - f) $a = 48361$, $\delta a = 1\%$
- 1.4 Đo chiều dài của một cây cầu và một chiếc đỉnh tán, ta thu được kết quả tương ứng là 9999cm và 9cm. Giả sử cây cầu và chiếc đỉnh có độ dài thực tế lần lượt là 10000cm và 10cm. Tính sai số tuyệt đối và sai số tương đối của các giá trị đo được ở trên.
- 1.5 Viết sơ đồ khối tính xấp xỉ giá trị của số e tới tám chữ số tin tưởng dựa vào khai triển Maclaurin sau:

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \dots$$

- 1.6 Một đồng hồ đo tốc độ của xe máy chỉ như Hình 1. Hỏi tốc độ di chuyển của xe máy là bao nhiêu? Sai số của phép đo trên là bao nhiêu phần trăm?



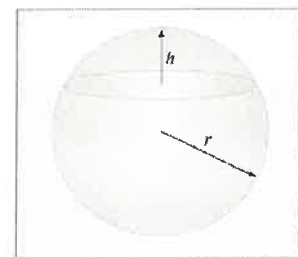
Hình 1

- 1.7 Cạnh của một hình lập phương đo được là 8cm bằng thước đo vạch chia đến 0.01cm. Hỏi sai số tương đối và sai số tuyệt đối khi tính thể tích của hình hộp là bao nhiêu?
- 1.8 Cho hàm số $u = \ln(x_1 + x_2^2)$. Hãy xác định giá trị của hàm số tại $x_1 = 0.97$, $x_2 = 1.132$. Hãy xác định sai số tuyệt đối và sai số tương đối của u biết mọi chữ số của x_1 và x_2 đều là các chữ số tin tưởng.

CHƯƠNG 2. GIẢI GẦN ĐÚNG PHƯƠNG TRÌNH ĐẠI SỐ VÀ SIÊU VIẾT

- 2.1. Tìm những khoảng cách ly nghiệm thực của các phương trình sau:
- a) $x^4 - 4x + 2 = 0$ b) $\sin x - x = 0$.
- 2.2. Sử dụng phương pháp chia đôi tìm nghiệm của các phương trình sau với sai số cho phép là $\Delta x = 0.5 \times 10^{-2}$.
- a) $x^3 - 1.5x^2 + 0.58x - 0.057 = 0$. b) $0.1e^x - \sin^2 x + 0.5 = 0, x \in [-5\pi, 5\pi]$
- 2.3. Sử dụng phương pháp lặp đơn giải các phương trình dưới đây với sai số 0.5×10^{-4}
- a) $x^3 + 3x^2 - 1 = 0$ b) $x^2 + 4\sin x - 1 = 0$. c) $1.4^x - x = 0$.
- 2.4. Sử dụng phương pháp Newton để tính gần đúng nghiệm của phương trình $e^{-x} - x = 0$ với giá trị xấp xỉ ban đầu là $x_0 = 0$.

- 2.5. Lập sơ đồ khối tính gần đúng nghiệm đến 5 chữ số tin tưởng sau dấu phẩy của phương trình $e^x - 10x + 7 = 0$ bằng phương pháp lặp đơn.
- 2.6. Cho phương trình $2^x - 5x + \sin x = 0$ và khoảng cách li nghiệm $[0, 0.5]$. Dùng phương pháp Newton tìm nghiệm xấp xỉ sau 5 bước lặp và đánh giá sai số.
- 2.7. Giải gần đúng phương trình $x^{10} - 2 = 0$ bằng cách sử dụng phương pháp dây cung với sai số 10^{-5} .
- 2.8. Theo định luật Archimedes, độ lớn của lực đẩy tác động lên vật thả trong chất lỏng được tính bằng trọng lượng của phần chất lỏng bị chiếm chỗ bởi vật $F_A = V \rho_N g$. Trong Hình 2, vật thả trong nước có hình cầu bán kính $r = 1\text{m}$, khối lượng riêng của vật là $\rho_S = 201\text{kg/m}^3$, và khối lượng riêng của nước là $\rho_N = 1000\text{kg/m}^3$. Hãy dùng phương pháp chia đôi xác định khoảng cách h từ bề mặt chất lỏng đến hình cầu.
- 2.9. Lập sơ đồ khối phương pháp chia đôi, phương pháp lặp đơn, phương pháp dây cung và phương pháp tiếp tuyến giải gần đúng phương trình $f(x) = 0$ trong khoảng cách li nghiệm (a, b) với sai số cho trước ε .



Hình 2

CHƯƠNG 3. MỘT SỐ PHƯƠNG PHÁP GIẢI HỆ ĐẠI SỐ TUYẾN TÍNH

- 3.1 Tính chuẩn theo hàng, theo cột và chuẩn Euclid của các ma trận sau:

a)
$$\begin{bmatrix} 89.13 & -13.59 & 23.46 \\ 2.14 & 1.27 & 21.35 \\ 2.46 & -81.70 & -25.28 \end{bmatrix}$$

b)
$$\begin{bmatrix} 10 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \\ 22 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

3.2 Lập sơ đồ khối tìm chuẩn theo hàng, theo cột và theo chuẩn Euclid của ma trận A có kích thước $m \times n$ cho trước.

3.3 Giải hệ phương trình sau bằng phương pháp Gauss-Jordan:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 + 3x_4 = 6 \\ x_1 - 2x_2 - x_3 = 2 \\ x_2 + x_3 + 2x_4 = 12 \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 6 \end{cases}$$

3.4 Sử dụng phương pháp lặp đơn giải gần đúng hệ phương trình sau với 3 lần lặp và đánh giá sai số.

$$\begin{cases} 3x_1 - 0.1x_2 - 0.2x_3 = 7.85 \\ 0.1x_1 + 7x_2 - 0.3x_3 = 19.3 \\ 0.3x_1 - 0.2x_2 + 10x_3 = 71.4 \end{cases}$$

Lập sơ đồ khối giải gần đúng hệ phương trình trên với sai số $\varepsilon = 10^{-5}$.

3.5 Cho hệ phương trình

$$\begin{cases} 15.60x_1 - 2.73x_2 + 1.89x_3 = 6.75 \\ 2.50x_1 - 16.50x_2 + 7.40x_3 = 2.86 \\ 3.00x_1 + 11.56x_2 + 27.90x_3 = 9.85 \end{cases}$$

a) Kiểm tra điều kiện hội tụ của phương pháp lặp đơn.

b) Tính đến xấp xỉ $x^{(3)}$ bằng phương pháp lặp đơn với vector ban đầu là $x^{(0)} = (10.40 \ 0.11 \ 0.27)^T$ và đánh giá sai số cho $x^{(3)}$.

c) Để đạt được sai số 10^{-6} cần thực hiện bao nhiêu lần lặp nếu xuất phát từ vector $x^{(0)}$ như ở ý b).

3.6 Giải hệ phương trình dưới đây bằng phương pháp lặp Jacobi với 3 lần lặp và đánh giá sai số:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 0.2x_3 = 1 \\ 0.3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 7 \\ 0.5x_1 + 0.1x_2 + 3x_3 = 2 \end{cases}$$

3.7 Trong một nền kinh tế gồm 3 ngành sản xuất là chế tạo máy, nông nghiệp và khai khoáng, để sản xuất một sản phẩm của một ngành cần sử dụng nguyên liệu từ các ngành sản xuất với số liệu cho trong bảng dưới đây:

Ngành cung cấp \ Ngành mua	Ngành mua		
	Chế tạo máy	Nông nghiệp	Dịch vụ
Chế tạo máy	0.50	0.20	0.20
Nông nghiệp	0.20	0.30	0.10
Dịch vụ	0.10	0.10	0.30

Hỏi để xuất khẩu 50 sản phẩm ngành chế tạo máy, 30 sản phẩm ngành nông nghiệp và 20 sản phẩm ngành dịch vụ thì mỗi ngành phải sản xuất bao nhiêu sản phẩm? Dùng phương pháp lập đơn để giải bài toán trên.

CHƯƠNG 4. NỘI SUY VÀ PHƯƠNG PHÁP BÌNH PHƯƠNG TỐI THIỂU

4.1 Cho đa thức $P(x) = 7x^6 - 8x^5 + 7x^3 + 18x^2 - 9x - 20$. Sử dụng lược đồ Horner thực hiện các nhiệm vụ sau:

- Tính giá trị đa thức tại $x = 1$.
- Xác định đa thức thương và số dư của phép chia đa thức $P(x)$ cho $(x - 2)$.

4.2 Cho đa thức

$$P(x) = 1 + 3x + 4x(x-1) - 7x(x-1)(x-2) + 5x(x-1)(x-2)(x-3).$$

Sử dụng lược đồ Horner đưa đa thức $P(x)$ về dạng chính tắc.

4.3 Lập sơ đồ khối đưa đa thức $\omega(x) = (x - x_1)(x - x_2) \dots (x - x_n)$ về dạng chính tắc.

4.4 Cho bảng giá trị hàm $y = \log x$ như sau:

x	2.0	2.2	2.3	2.5
$y = \log x$	0.30103	0.34242	0.36173	0.39794

- a) Xây dựng đa thức nội suy Lagrange với bảng dữ liệu trên
 b) Tính giá trị gần đúng giá trị của hàm số tại điểm $x = 2.03$. Đánh giá sai số.

4.5 Lập sơ đồ khối xây dựng đa thức nội suy Lagrange với các điểm

$$(x_0, y_0), (x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n).$$

4.6 Dân số Mỹ (DS) từ năm 1920 đến năm 2000 được cho trong bảng dữ liệu dưới đây với đơn vị triệu người:

Năm	1920	1930	1940	1950	1960	1970	1980	1990	2000
DS	106.46	123.08	132.12	152.27	180.67	205.05	227.23	249.46	205.05

Sử dụng đa thức nội suy Lagrange dựa trên dữ liệu từ năm 1920 đến năm 1990 để dự đoán dân số năm 2000 và so sánh với kết quả thực tế.

4.7 Nồng độ oxy hòa tan trong nước biển phụ thuộc vào nhiệt độ được cho trong bảng:

T (°C)	0	8	16	24	32	40
O (mg/l)	14.621	11.843	9.870	8.418	7.305	6.413

Sử dụng nội suy Newton ước tính lượng oxy trong 1m^3 nước biển ở nhiệt độ 27°C là bao nhiêu? So sánh với kết quả chính xác là 7.986 mg/l .

4.8 Lập sơ đồ khối cho công thức nội suy Newton tiến và lùi có mốc cách đều, áp dụng tính gần đúng giá trị hàm số $y = \sin x$ tại $x = 12^\circ$ và đánh giá sai số biết bảng dữ liệu như sau:

x	10°	15°	20°	25°	30°
$y = \sin x$	0.1736	0.2588	0.3420	0.4226	0.5

4.9 Cho bảng dữ liệu:

x	0	1	2.5	3	3.5	4
y	2	5.4375	7.3516	7.5625	8.4453	9.1875

Sử dụng đa thức nội suy Newton tính gần đúng giá của y tại $x = 3.2$.

4.10 Gia tốc trọng trường ở độ cao y so với mặt đất được cho trong bảng sau:

$y\text{ (m)}$	0	30000	60000	90000	120000
$g\text{ (m/s}^2\text{)}$	9.8100	9.7487	9.6879	9.6278	9.5682

- a) Biểu diễn các điểm dữ liệu trên mặt phẳng và đưa ra lựa chọn của dạng hàm g phụ thuộc theo y .
- b) Tính g ở độ cao $y = 55000\text{m}$ bằng phương pháp bình phương tối thiểu với dạng hàm lựa chọn ở câu a).

4.11 Hiệu điện thế V giữa hai đầu của một điện trở phụ thuộc vào cường độ dòng điện I chạy qua điện trở với dữ liệu cho trong bảng dưới đây:

I	0.5	1.5	2.5	3.0	4.0
V	0.45	0.6	0.70	1.88	6.0

Tính điện trở bằng phương pháp bình phương tối thiểu biết rằng theo định luật Ohm, hiệu điện thế tỉ lệ thuận với cường độ dòng điện.

4.12 Dữ liệu sau cho biết mối quan hệ giữa độ nhớt y của dầu SAE70 và nhiệt độ t :

$t (^{\circ}\text{C})$	26.67	93.33	148.89	315.56
$y (\text{N.S/m}^2)$	0.35	0.085	0.012	0.00075

Tìm hàm thực nghiệm dạng $y = ae^{bt}$.

CHƯƠNG 5. TÍNH GẦN ĐÚNG ĐẠO HÀM VÀ TÍCH PHÂN

5.1 Tính gần đúng đạo hàm của hàm số $y = e^x$ tại $x = 1.5, 2, 2.5$ và đánh giá sai số dựa vào bảng giá trị sau:

x	1.5	2	2.5
y	4.481	7.389	12.182

5.2 Sử dụng dữ liệu sau để tìm vận tốc và gia tốc tại $t = 10\text{s}$.

$t (\text{s})$	0	2	4	6	8	10	12	14	16
Vị trí $x (\text{m})$	0	0.7	1.8	3.4	5.1	6.3	7.9	8.0	8.4

5.3 Sử dụng công thức hình thang tính gần đúng tích phân

$$I = \int_1^2 \sqrt{x^2 + 1} dx$$

với 4 chữ số đáng tin sau dấu phẩy.

5.4 Cho tích phân $I = \int_{2.1}^{3.1} \frac{x^3}{x-1} dx$.

a) Tính gần đúng tích phân I bằng công thức hình thang với bước $h = 0.1$.

b) Đánh giá sai số của giá trị gần đúng tìm được.

5.5 Sử dụng công thức Simpson tính gần đúng tích phân

$$I = \int_0^2 \sqrt{e^x + 2} dx$$

với 10 đoạn chia và đánh giá sai số của kết quả tính được.

5.6 Cho tích phân $I = \int_1^2 \sqrt[3]{8x + 3} dx$. Dùng công thức Simpson xác định số đoạn chia

tối thiểu để sai số không vượt quá 10^{-6} . Tính xấp xỉ I với số đoạn chia tìm được.

5.7 Vận tốc của một vận động viên đua xe đạp được cho trong bảng dưới đây:

t (phút)	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5	5.5	6
v (km/h)	0	10	11.7	12	17	20	18	16	15.3	14.1	15	16.5	0

a) Tính quãng đường vận động viên đó đi được trong khoảng thời gian trên bằng công thức Simpson.

b) Đánh giá sai số

CHƯƠNG 6. GIẢI GẦN ĐÚNG PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN THƯỜNG

6.1 Giải gần đúng phương trình vi phân

$$\frac{dy}{dx} = -2x^3 + 12x^2 - 20x + 8.5$$

trong đoạn $[0, 4]$ với bước lưới $h = 0.5$ và điều kiện Cauchy $y(0) = 1$ bằng phương pháp Euler hiện.

6.2 Cho hệ phương trình vi phân và điều kiện ban đầu:

$$\begin{cases} y' = \frac{y-x}{z}, & y(0.5) = 1 \\ z' = \frac{3y}{z+x}, & z(0.5) = 1 \end{cases}$$

Tính gần đúng giá trị hàm nghiệm tại $x = 0.6$ bằng phương pháp Euler hiện với bước lưới $h = 0.1$.

6.3 Sử dụng phương pháp Euler ẩn giải gần đúng bài toán Cauchy $y' = \frac{xy}{x}$, $y(1) = 1$ trên đoạn $[1, 1.5]$ với bước lưới $h = 0.1$.

6.4 Cho bài toán Cauchy $y' = 4e^{0.8x} - 0.5y$, $y(0) = 2$. Giải gần đúng bài toán bằng phương pháp Euler cải tiến trên đoạn $[0, 4]$ với bước lưới $h = 0.5$.

6.5 Xét bài toán Cauchy

$$\begin{cases} y'' = \ln(ty+1) + (y'+2)^2 + 2.1t - 0.3 \\ y(1) = 0.2, \quad y'(1) = 0.5. \end{cases}$$

Sử dụng công thức Euler hiện tính gần đúng y và y' tại $t = 1.2$ với bước $h = 0.2$.

6.6 Xét bài toán Cauchy $\begin{cases} y' = xy^3 + 3^{-x} + 1.5x - 1 \\ y(1) = 0.25. \end{cases}$

Dùng công thức Runge-Kutta 4 nấc tính gần đúng y tại $x = 1.2$ với bước $h = 0.2$.

6.7 Trên một hòn đảo biệt lập chỉ có 2 loài là hổ và hươu sinh sống. Mô hình Lotka-Volterra mô tả số lượng của hai loài theo thời gian như sau:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 2x - 1.1xy, & x(0) = 1 \\ \frac{dy}{dt} = 0.9xy - y, & y(0) = 0.5, \end{cases}$$

trong đó x, y lần lượt là số lượng hươu, hổ trên đảo. Tìm số lượng hai loài tại thời điểm $t = 0.2$ bằng phương pháp RK4 với bước lưới $h = 0.1$.

- 6.8 Lập sơ đồ khối công thức RK4 giải bài toán giá trị ban đầu cho phương trình vi phân thường:

$$\begin{cases} y' = f(x, y) \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$$

với bước lưới h trên đoạn $[x_0, x_0 + nh]$.

- 6.9 Lập sơ đồ khối của công thức Euler cải tiến tìm nghiệm gần đúng của bài toán Cauchy cho phương trình vi phân thường:

$$\begin{cases} y' = f(x, y) \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$$

trên lưới $\{x_i = x_0 + ih\}_{i=0, \overline{n}}$.

BÀI TẬP THỰC HÀNH PHƯƠNG PHÁP TÍNH VÀ MATLAB

Hệ đào tạo: Chính quy

Mã HP: 2110

BÀI THỰC HÀNH SỐ 1.**CHƯƠNG 1. MATLAB CƠ BẢN****1.1 Biểu thức Matlab****Bài tập 1.1.** Tính bằng tay các biểu thức sau rồi thử lại bằng MATLAB:

- | | |
|--|---|
| 1. $10/2 \setminus 5 - 3 + 2 * 4$ | 5. $2 + \text{floor}(6/11)/2 - 3$ |
| 2. $3^2/4$ | 6. $2 + \text{ceil}(-6/9) - 3$ |
| 3. 3^{2^2} | 7. $\text{fix}(-4/9) + \text{fix}(3*(5/6))$ |
| 4. $2 + \text{round}(6/9 + 3*2)/2 - 3$ | |

Bài tập 1.2. Cho $a=36, b=15$. Tính bằng tay các biểu thức sau rồi thử lại bằng MATLAB:

- | | |
|----------------------|----------------------|
| 1. $\text{mod}(a,b)$ | 3. $\text{gcd}(a,b)$ |
| 2. $\text{rem}(a,b)$ | 4. $\text{lcm}(a,b)$ |

Thử lại với các cặp giá trị (a,b) khác.**Bài tập 1.3.** Dự đoán kết quả những phép toán sau, giải thích và kiểm tra lại bằng MATLAB:

- | | |
|-------------------|----------------------------------|
| 1. $1 \ \& \ -1$ | 4. $0 \ \leq \ 0.2 \ \leq \ 0.4$ |
| 2. $13 \ \& \ -6$ | 5. $5 \ > \ 4 \ > \ 3$ |
| 3. $0 \ < \ -20$ | 6. $2 \ > \ 3 \ \& \ 1$ |

1.2 Vector và ma trận**Bài tập 1.4.** Nhập vào vector $x = [3 \ 1 \ 5 \ 7 \ 9 \ 2 \ 6]$, dự đoán kết quả của các dòng lệnh sau và thử lại bằng MATLAB:

- | | |
|-----------|-------------|
| 1. $x(3)$ | 2. $x(1:7)$ |
|-----------|-------------|

3. $x(1:end)$

6. $x([1 \ 6 \ 2 \ 1 \ 1])$

4. $x(1:end-1)$

7. $\text{sum}(x), \min(x), \max(x)$.

5. $x(6:-2:1)$

Bài tập 1.5. Cho $x = [1 \ 5 \ 2 \ 8 \ 9 \ 0 \ 1]$ và $y = [5 \ 2 \ 2 \ 6 \ 0 \ 0 \ 2]$ giải thích kết quả của các dòng lệnh sau:

1. $x > y$

5. $y \geq x$

9. $(x > y) | (y < x)$

2. $y < x$

6. $x | y$

10. $(x > y) \ \& \ (y < x)$

3. $x == y$

7. $x \ \& \ y$

4. $x \leq y$

8. $x \ \& \ -y$

Bài tập 1.6. Cho hai vector $a = [1 \ 0 \ 2]$ và $a = [0 \ 2 \ 2]$ xác định giá trị của các biểu thức sau, giải thích và sau đó kiểm tra lại bằng MATLAB:

1. $a = b$

5. $a | (a)$

2. $a < b$

6. $b \ \& \ (b)$

3. $a < b < a$

7. $a = b == a$ (xác định giá trị cuối của a)

4. $a < b < b$

Bài tập 1.7. Cho $x = 1:10$ và $y = [3 \ 1 \ 5 \ 6 \ 8 \ 2 \ 9 \ 4 \ 7 \ 0]$, dự đoán kết quả các dòng lệnh, giải thích và thử lại bằng MATLAB:

1. $(x > 3) \ \& \ (x < 8)$

4. $x((x < 2) | (x \geq 8))$

2. $x(x > 5)$

5. $y((x < 2) | (x \geq 8))$

3. $y(x \leq 4)$

6. $x(y < 0)$

Bài tập 1.8. Cho $A = [2 \ 7 \ 9 \ 7; \ 3 \ 1 \ 5 \ 6; \ 8 \ 1 \ 2 \ 5]$, $x = [1 \ 4 \ 8]$, và $y = [2 \ 1 \ 5]$. Xét xem dòng lệnh nào hợp lệ, dự đoán kết quả, giải thích và thử lại bằng MATLAB:

1. $[x; y']$

5. $A(:)$

2. $[x; y]$

6. $[A; A(\text{end}, :)]$

3. $A(:, [1, 4])$

7. $A(1:3, :)$

4. $A([2 \ 3], [3 \ 1])$

8. $[A; A(1:2, :)]$

Bài tập 1.9. Cho $x = [2 \ -5 \ 1 \ 6]$. Viết các lệnh thực hiện:

1. Cộng thêm 16 vào tất cả các phần tử
2. Cộng thêm 3 vào tất cả các phần tử ở vị trí lẻ
3. Lấy căn bậc 2 của tất cả các phần tử có giá trị dương
4. Bình phương tất cả các phần tử

Bài tập 1.10. Tạo vector $x = \text{randperm}(35)$ (tạo ngẫu nhiên một hoán vị từ 1 đến 35).

Viết các lệnh để tính hàm sau sử dụng chỉ số logic:

$$y(x) = \begin{cases} 2 & x < 6 \\ x-4 & 6 \leq x \leq 20 \\ 36-x & 20 \leq x \leq 25 \end{cases}$$

Bài tập 1.11. Cho $x = [3, 15, 9, 12, -1, 0, -12, 9, 6, 1]$.

1. Viết lệnh chuyển các giá trị dương thành 0.
2. Chuyển các bội số của 3 thành số 3.
3. Nhân các giá trị chẵn với 5.
4. Chuyển các giá trị nhỏ hơn trung bình cộng thành 0.

Bài tập 1.12. Cho các vector cột $x = [3 \ 2 \ 6 \ 8]'$, $y = [4 \ 1 \ 3 \ 5]'$.

1. Lấy tổng các phần tử của x thêm vào từng phần tử của y .
2. Lũy thừa mỗi phần tử của x với số mũ là các phần tử của y tương ứng.
3. Chia các phần tử tương ứng của y cho x .
4. Nhân các phần tử tương ứng của x và y và gán kết quả cho vector w .
5. Tính $x.*y-w$
6. Tính tích vô hướng của x và y .

Bài tập 1.13. Cho $x = [1 \ 4 \ 8]$, $y = [2 \ 1 \ 5]$ và $A = [3 \ 1 \ 6; 5 \ 2 \ 7]$. Xét xem dòng lệnh nào hợp lệ, dự đoán kết quả và thử lại bằng MATLAB:

1. $x+y$
2. $x+A$
3. $x'+y$
4. $A-[x' \ y']$
5. $A-3$

Bài tập 1.14. Cho $A = [2 \ 7 \ 9 \ 7; 3 \ 1 \ 5 \ 6; 8 \ 1 \ 2 \ 5]$, dự đoán kết quả các lệnh, giải thích và thử lại bằng MATLAB:

1. A'
2. $\text{sum}(A)$
3. $\text{sum}(A')$
4. $\text{sum}(A, 2)$
5. $\left[\left[A; \text{sum}(A) \right] \left[\text{sum}(A, 2); \text{sum}(A(:)) \right] \right]$

Bài tập 1.15. Tạo ma trận A vuông cỡ 4 có giá trị nguyên ngẫu nhiên nằm trong khoảng $[-10, 10]$, sau đó:

1. Cộng thêm 10 vào các phần tử của dòng 1 và dòng 2 của A , gán kết quả cho B .
2. Cộng thêm 10 vào các phần tử của cột 1 và cột 4 của A , gán kết quả cho C .
3. Tính nghịch đảo của các phần tử khác 0 của A , gán kết quả cho D .
4. Lấy căn bậc hai của mọi phần tử dương của A , gán kết quả cho E .

Bài tập 1.16. Cho ma trận $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 1; & 6 & 7 & 2; & 3 & 5 & 9 \end{bmatrix}$, viết các lệnh MATLAB:

1. Gán cho vector x dòng thứ nhất của A .
2. Gán cho y hai dòng còn lại của A .
3. Tìm phần tử lớn nhất và nhỏ nhất của ma trận A .
4. Tính tổng tất cả các phần tử của A .

Bài tập 1.17. Nhập vào hai ma trận:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -2 & 5 & -1 \\ 3 & 4 & 9 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ -1 & 3 & -2 \\ 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}$$

Thực hiện:

1. Tìm ma trận X sao cho $X * B = A$.
2. Tìm ma trận X sao cho $X * A = B$.
3. Xóa cột thứ 2 của ma trận A .
4. Thêm cột thứ nhất của ma trận B vào sau cột cuối của ma trận A .

1.3 Vẽ đồ thị

Bài tập 1.18.

1. Vẽ đồ thị của hàm số $y = x + \sin x$ theo biến x trong đó $x = -\pi : 0.1 : \pi$, sau đó thêm tiêu đề cho đồ thị và gán nhãn cho các trục tọa độ.
2. Vẽ đồ thị của hàm số $y = x^2 \sin x$ theo biến x trong đó $x = -\pi : 0.1 : \pi$, sau đó thêm tiêu đề cho đồ thị và gán nhãn cho các trục tọa độ.

Bài tập 1.19. Nhập vào các lệnh sau để định nghĩa và vẽ đồ thị hàm $g(x) = \exp(x)$:

```
sym x
```

```
g = exp(x)
```

```
ezplot(g)
```

Sau đó, điều chỉnh lại miền xác định bằng cách nhập: **ezplot** (g, [-2, 2])

Bài tập 1.20. Vẽ đồ thị các hàm $y = \sin x$, $y = \sin(x + \pi/2)$, $y = \sin(x + \pi/3)$ trên cùng một hệ trục tọa độ với vector $x = \text{linspace}(0, 2*\pi)$.

Bài tập 1.21.

1. Nhập lệnh sau và xem kết quả:

```
sym x y;
```

```
ezmesh(sin(x)*cos(y), [0, 10, 0, 10])
```

2. Kích vào **Tools**, sau đó kích vào **Rotate 3D**. Trỏ vào đồ thị, dùng chuột trái giữ và quay ảnh theo ý bạn.
3. Sử dụng lệnh **ezmesh** vẽ đồ thị hàm số $f(x, y) = x^2 - y^2$ với $x, y \in [-2, 2]$
4. Vẽ đồ thị hàm số $f(x, y) = \sin x^5 * \cos y$ sử dụng miền mặc định

Bài tập 1.22.

1. Nhập vào các dòng lệnh sau:

```
[X, Y] = meshgrid (-1 : .2 : 1);
```

```
Z = X.^2 - Y.^2
```

```
contour(Z)
```

Nhận xét về nhãn của các trục tọa độ. Hãy thử lại bằng lệnh **contour**(X, Y, Z)

2. Thử các lệnh sau và cho biết kết quả:

```
contourf (X, Y, Z)
```

```
contour (X, Y, Z, 10)
```

```
contour (X, Y, Z, 20)
```

```
contourf (X, Y, Z, 20)
```

BÀI THỰC HÀNH SỐ 2.

CHƯƠNG 2.

SỬ DỤNG SYMBOLIC MATH TOOLBOX

Bài tập 2.1. Tính các giới hạn sau:

$$1. \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sin \sqrt{x+1} - \sin \sqrt{x})$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 - \cos x}{x^2}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin x - \sin a}{x - a}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(\cos ax)}{\log(\cos bx)}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin 3x}{\sin 4x}$$

Bài tập 2.2. Cho $f(x) = x^5 + 3x^4 - 3x + 7$.

1. Tính đạo hàm $f'(x)$

2. Tính các giá trị $f(4)$, $f'(4)$ dùng lệnh **subs**

3. Sử dụng lệnh **solve** để tìm tất cả các điểm tới hạn của hàm $f(x)$.

Bài tập 2.3. Tìm tất cả các nghiệm thực của phương trình $x = 4 \sin x$ bằng cách sử dụng lệnh **fzero**.

Bài tập 2.4. Tính giá trị của các tích phân sau bằng cách sử dụng cả hai lệnh **int** và **quadl**:

$$1. \int_0^{\pi} \sqrt{1 + \sin^2 x} dx$$

$$2. \int_0^{\pi} \sqrt{1 + \sin^4 x} dx.$$

Bài tập 2.5. Chứng minh rằng các hàm sau đây là nghiệm của phương trình vi phân tương ứng (sử dụng lệnh **simplify** nếu cần).

$$1. y = 1 + e^{-t^2/2}, y' + ty = t$$

$$2. y = \frac{1}{t-3}, y' + y^2 = 0.$$

$$3. y = 10 - t^2 / 2, yy' + ty = 0.$$

$$4. y = \ln x, (2e^y - x)y' = 1. \text{ Nhắc lại, trong MATLAB, } \ln(x) \text{ là } \log(x).$$

$$5. y = e^t \cos 2t, y'' - 2y' + 5y = 0.$$

Bài tập 2.6. Xác định biến độc lập, sử dụng lệnh **dsolve** tìm nghiệm tổng quát của các phương trình. Tiếp đó, sử dụng lệnh **subs** để thay thế hằng số tích phân $C_1 = 2$. Cuối cùng, sử dụng lệnh **ezplot** để vẽ các hàm kết quả.

1. $y' + ty = t$
2. $(x + y^2)y' = y$
3. $yy' + ty = 0$
4. $(2e^y - x)y' = 1$
5. $y' + y^2 = 0$
6. $x(y' - y) = e^x$

Bài tập 2.7. Xác định biến độc lập, sử dụng lệnh **dsolve** tìm nghiệm của các bài toán giá trị ban đầu. Sử dụng lệnh **ezplot** để vẽ các hàm kết quả trên các khoảng tương ứng.

1. $y' + ty = t, y(0) = -1, [-4, 4]$
2. $y' + y^2 = 0, y(0) = 2, [0, 5]$
3. $(x + y^2)y' = y, y(0) = 4, [-4, 6]$
4. $(2e^y - x)y' = 1, y(0) = 0, [-5, 5]$
5. $yy' + ty = 0, y(1) = 4, [-4, 4]$
6. $x(y' - y) = e^x, y(1) = 4e, [0.001, 1]$.

Bài tập 2.8. Chứng tỏ rằng:

1. Hàm số $z = y \ln(x^2 - y^2)$ thỏa mãn phương trình $\frac{1}{x} \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{1}{y} \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{z}{y^2}$.
2. Hàm số $z = y^x \sin \frac{y}{x}$ thỏa mãn phương trình $x^2 \frac{\partial z}{\partial x} + xy \frac{\partial z}{\partial y} = yz$.

Bài tập 2.9. Tính các tích phân bội

1. $\int_0^1 \int_{x^2}^1 (x + y) dy dx$
2. $\int_0^2 \int_{x^2}^x y^2 x dy dx$
3. $\int_1^4 \int_0^{\sqrt{y}} e^{x/\sqrt{y}} dx dy$
4. $\int_{-5}^5 \int_{-\sqrt{25-x^2}}^{\sqrt{25-x^2}} \int_{\sqrt{x^2+y^2}}^5 dz dy dx$
5. $\int_0^1 \int_{-1}^2 \int_1^3 (x + y^2 + z^3) dz dy dx$
6. $\int_{\pi/2}^{\pi} \int_0^{x^2} \frac{1}{x} \cos \frac{y}{x} dy dx$
7. $\int_0^6 \int_0^z \int_0^x xy dz dy dx$

Bài tập 2.10. Tính tổng của các chuỗi hội tụ:

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$
2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4}$
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n}$
4. $\sum_{n=1}^{\infty} x^n, |x| < 1$.

BÀI THỰC HÀNH SỐ 3.

CHƯƠNG 3. LẬP TRÌNH MATLAB

Bài tập 3.1.

1. Tạo một thủ tục MATLAB với tên 'test1.m' thực hiện các công việc sau:
 - a. Xóa tất cả các biến trong bộ nhớ
 - b. Tạo một vector hàng $x = 1 : 0.1 : 10$;
 - c. Tính $y = \sin x - \cos x$
 - d. Vẽ đồ thị của y theo đối x .
2. Viết thêm các chú thích và lưu chương trình của bạn vào trong thư mục làm việc.

Sau đó:

- a. Kiểm tra và gỡ lỗi nếu có
- b. Hiện thị các chú thích bằng lệnh `>> help test1`

Bài tập 3.2.

1. Tạo một hàm tên 'test2.m' với biến đầu vào (input) x và biến đầu ra y tính toán và hiển thị trên màn hình.
 - a. Tính $y = \sin x - \cos x$
 - b. Vẽ đồ thị của hàm y theo đối x .
2. Viết thêm các chú thích và lưu chương trình của bạn vào trong thư mục làm việc.

Sau đó:

- a. Kiểm tra chương trình với $x = 1 : 0.1 : 10$ và gỡ lỗi nếu có
 - b. Hiện thị các chú thích bằng lệnh `>> help test2`
3. Giải thích sự khác nhau giữa thủ tục và hàm.

Bài tập 3.3. Tính gần đúng số π sử dụng kết quả sau: $\frac{\pi^2}{6} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$. Với sai số là $1e-$

12 thì cần ít nhất bao nhiêu số hạng?

Bài tập 3.4. Có một thuật toán khác để tính gần đúng số π như sau:

1. Đặt $a = 1, b = 1/\sqrt{2}, t = 1/4, x = 1$.
2. Lặp lại quy trình dưới đây cho đến khi $|b - a| < \varepsilon$, ε là sai số cho trước:

$$\begin{aligned}
 y &= a \\
 a &= (a + b) / 2 \\
 b &= \text{sqrt}(b * y) \\
 t &= t - x * (y - a)^2 \\
 x &= 2 * x
 \end{aligned}$$

3. Từ các giá trị a, b, t , ước lượng giá trị π bởi công thức

$$\text{Pi_est} = ((a + b)^2) / (4 * t)$$

Hãy viết chương trình MATLAB thể hiện thuật toán trên. Cần bao nhiêu bước lặp để thu được sai số là $1e-8, 1e-12$? So sánh với thuật toán trong bài tập 3.3.

Bài tập 3.5. Viết các chương trình tính $n!, (2n-1)!!, (2n)!!$

Bài tập 3.6. Dãy Fibonacci là dãy số được xác định như sau:

$$F_1 = F_2 = 1, F_n = F_{n-1} + F_{n-2}, n \geq 3.$$

1. Tính 10 số hạng đầu tiên của dãy Fibonacci
2. Với 50 số hạng đầu tiên của dãy, tính tỷ số $\frac{F_n}{F_{n-1}}$.

Người ta chứng minh được rằng dãy tỷ số này tiến tới tỷ lệ vàng $\rho = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$.

Kiểm định điều này qua kết quả của bạn.

Bài tập 3.7. Đa thức Legendre được định nghĩa theo công thức truy hồi sau:

$$(n+1)P_{n+1}(x) - (2n+1)xP_n(x) + nP_{n-1}(x) = 0.$$

với $P_0(x) = 1, P_1(x) = x, P_2(x) = \frac{3x^2 - 1}{2}$. Lập chương trình tính đa thức Legendre bậc n , kết quả lưu dưới dạng vector hệ số.

Bài tập 3.8. Đa thức Chebyshev được định nghĩa theo công thức truy hồi như sau:

$$T_{n+1}(x) = 2xT_n(x) - T_{n-1}(x).$$

với $T_0(x) = 1, T_1(x) = x$, lập chương trình tính đa thức Chebyshev bậc n , kết quả lưu dưới dạng vector hệ số.

Bài tập 3.9. Viết chương trình tính tiền điện của một gia đình biết rằng giá điện thay đổi phụ thuộc vào số điện tiêu thụ n theo quy định sau:

- Mỗi số điện (Kwh) có giá 500đ nếu $n < 100$
- Mỗi số điện có giá 700đ nếu $100 \leq n < 200$
- Mỗi số điện có giá 1000đ nếu $200 \leq n \leq 500$
- Mỗi số điện có giá 1200đ nếu $n > 500$.

Đồng thời nếu $n < 0$ thì in ra không hợp lệ, nếu $n \geq 500$ thì in ra tổng số tiền kèm theo câu ‘Hạn chế sử dụng điện.’

Bài tập 3.10. Viết chương trình giải phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0$. Áp dụng để giải các phương trình $x^2 - 3x + 2 = 0$; $x^2 + 2x - 1 = 0$. Kiểm tra lại kết quả bằng cách tính tay hoặc dùng hàm **roots** của MATLAB.

Bài tập 3.11. Viết chương trình với input là một số nguyên dương n , output là hai số S_1, S_2 trong đó $S_1 = \sum_{k=1}^n k$, $S_2 = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k^3}$. Áp dụng tính với $n = 2012$, sử dụng **format long** để in ra kết quả.

Bài tập 3.12. Viết chương trình tính căn bậc hai của a theo sai số cho trước ε theo công thức lặp Newton:

- Chọn $x_1 = \frac{a}{2}$.
- Sử dụng công thức lặp: $x_{n+1} = \frac{1}{2} \left(x_n + \frac{a}{x_n} \right)$
- Điều kiện dừng: $\frac{|x_{n+1} - x_n|}{|x_n|} < \varepsilon$

Bài tập 3.13. Viết chương trình tính gần đúng căn bậc ba của a với sai số cho trước ε theo công thức lặp Newton:

- Chọn $x_1 = \frac{a}{3}$.
- Sử dụng công thức lặp $x_{n+1} = \frac{1}{3} \left(2x_n + \frac{a}{x_n^2} \right)$
- Điều kiện dừng: $\frac{|x_{n+1} - x_n|}{|x_n|} < \varepsilon$

Bài tập 3.14. Viết chương trình MATLAB tính tổng $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k^3}$ bằng cách sử dụng mã vô hướng và mã vector hóa. So sánh thời gian chạy của hai cách trên.

BÀI THỰC HÀNH SỐ 4.

CHƯƠNG 4.

LẬP TRÌNH MATLAB TRONG PHƯƠNG PHÁP TÍNH

Các bài tập dưới đây đều yêu cầu lập chương trình trên Matlab.

Bài tập 4.1. Giả sử hàm số $y = f(x)$ cho dưới dạng bảng:

x	x_0	x_1	\dots	x_n
y	y_0	y_1	\dots	y_n

1. Lập chương trình thể hiện việc tìm đa thức nội suy Lagrange, Newton tiến, Newton lùi của hàm số trên.
2. Chạy thử chương trình với bộ dữ liệu đầu vào: $x = 0:3$, $y = [-5 \ -6 \ -1 \ 16]$
3. Dùng lệnh $u = \text{sym}('x')$ để tìm đa thức nội suy dưới dạng công thức giải tích.

Bài tập 4.2. Xét phương trình $f(x) = 0$.

1. Với giả thiết hàm số $f(x)$ thỏa mãn các điều kiện của phương pháp Newton (tiếp tuyến), hãy lập trình thể hiện phương pháp trên theo công thức lặp

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}, \quad n = 1, 2, \dots$$

2. Thử nghiệm chương trình trên trong việc tìm nghiệm gần đúng của phương trình $f(x) = x^4 - 3x^2 + 75x - 10000 = 0$ trong khoảng $(-11, -10)$. Chọn điểm xuất

phát $x_0 = -11$, tìm nghiệm x_n sao cho sai số tương đối $\left| \frac{x_n - x_{n-1}}{x_{n-1}} \right| < 1e-5$.

Bài tập 4.3. Xét phương trình $f(x) = 0$.

1. Với giả thiết hàm số $f(x)$ thỏa mãn các điều kiện của phương pháp dây cung trên khoảng phân ly nghiệm (a, b) , hãy lập trình thể hiện phương pháp trên theo công thức lặp

$$x_{n+1} = x_n - \frac{(x_n - d)f(x_n)}{f(x_n) - f(d)}, \quad n = 1, 2, \dots$$

với $(x_0, d) = (a, b)$ hoặc $(x_0, d) = (b, a)$ tùy thuộc vào hàm $f(x)$.

2. Thử nghiệm chương trình trên trong việc tìm nghiệm gần đúng của phương trình $f(x) = x^3 - 0.2x^2 - 0.2x - 1.2 = 0$ trong khoảng $(1, 1.5)$. Chọn điểm xuất phát $x_0 = 1.5$, tìm nghiệm x_n sao cho sai số tương đối $\left| \frac{x_n - x_{n-1}}{x_{n-1}} \right| < 1e-5$.

Bài tập 4.4.

1. Lập các chương trình thể hiện các phương pháp Euler, Euler cải tiến, RK3, RK4, ví dụ theo dạng sau:

Function [t, y] = euler(fun, t0, tn, y0, h)

.....

End

trong đó các dữ liệu đầu vào:

- fun: là hàm vế phải
- t0, tn: điểm đầu và điểm cuối
- y0: giá trị ban đầu
- h: bước lưới

và các dữ liệu đầu ra là các mảng t, y chứa lưới và giá trị hàm nghiệm tại nút lưới tương ứng.

2. Thử nghiệm các chương trình trên với các bài toán cụ thể. Vẽ đồ thị nghiệm số và nghiệm đúng trên cùng một hệ trục tọa độ để so sánh. (kiểm tra lại nghiệm đúng bằng lệnh **dsolve**)

(a) $y' = t + y, y(0) = 1, t \in [0, 0.5], y(t) = 2e^t - t - 1$

(b) $y' = t - 2y, y(0) = 1, t \in [0, 1], y(t) = \frac{1}{4}(2t - 1 + 5e^{-2t})$

$$(c) \quad y' = \frac{ty}{2}, y(0) = 1, t \in [0, 1], y(t) = \frac{e^{t^2}}{4}$$

Bài tập 4.5. Xét hệ phương trình Lorenz

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 10(y - x) \\ \frac{dy}{dt} = 23x - y - xz \\ \frac{dz}{dt} = xy - \frac{8}{3}z. \end{cases}$$

Tìm nghiệm gần đúng của hệ trên sử dụng RK4. Vẽ đồ thị của cả ba hàm số $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ trên cùng một hệ trục tọa độ.

Bài tập 4.6.

1. Lập chương trình kiểm tra tính chéo trội của một ma trận cho trước
2. Lập chương trình thể hiện phương pháp lặp Jacobi giải hệ đại số tuyến tính $Ax = b$ trong đó, A là ma trận chéo trội.
3. Lập chương trình thể hiện phương pháp lặp Gauss-Seidel giải hệ đại số tuyến tính $Ax = b$ trong đó, A là ma trận chéo trội.
4. Thử nghiệm các chương trình trên tìm nghiệm với 5 bước lặp với

$$A = \begin{bmatrix} 10 & 2 & 1 \\ 1 & 10 & 2 \\ 1 & 1 & 10 \end{bmatrix}; b = \begin{bmatrix} 10 \\ 12 \\ 8 \end{bmatrix}; x_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Viện Toán ứng dụng và Tin học



VIỆN TRƯỞNG
VIỆN TOÁN ỨNG DỤNG & TIN HỌC
TS. Lê Quang Thủy