§ 2.

Bài 1.

a) X là số bi đỏ lấy ra ở 2 viên

(X = 0, 1, 2)

Bảng PPXS

P	0	1	2
x	51/145	72/145	22/145

b) Hàm PPXS

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{nếu } x \le 0 \\ 51/145 & \text{nếu } 0 < x \le 1 \\ \frac{123}{145} & \text{nếu } 1 < x \le 2 \\ 1 & \text{nếu } x > 2 \end{cases}$$

c) Kỳ vọng của biến ngẫu nhiên

$$E(x) = 0 \cdot \frac{51}{145} + 1 \cdot \frac{72}{145} + 2 \cdot \frac{22}{145} = 0,8$$

d) Độ lệch chuẩn

$$D(x) = 0^2 \cdot \frac{51}{145} + 1^2 \cdot \frac{72}{145} + 2^2 \cdot \frac{22}{145} - 0,8^2$$

$$= 2,284$$

e) $P(1 < x \le 3) = P(x = 2)$

$$= \frac{22}{145}.$$

Bài 2.

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{nếu } x \notin (0,1) \\ ax(1-x) & \text{nếu } x \in (0,1) \end{cases}$$

a) $f(x)$ là hàm mật độ xs thỏa mãn:

$$\begin{cases} f(x) \geq 0 \quad \forall x \\ \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx = 1 \end{cases}$$

$f(x) = 0$ nếu $x \notin (0,1)$ → tm

$f(x) = ax(1-x) \geq 0$ nếu $x \in (0,1)$

$\Rightarrow a \geq 0$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx = 1 \Rightarrow \int_0^1 ax(1-x)\,dx = 1$$

$\Rightarrow a = 6$ (tm)

b) Hàm phân phối xs.

$$F(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx = \begin{cases} 0 & \text{nếu } x \leq 0 \\ 3x^2 - 2x^3 & \text{nếu } 0 \leq x \leq 1 \\ 1 & \text{nếu } x \geq 1 \end{cases}$$

c) Kỳ vọng: $E(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x)\,dx$

$$= \int_0^1 6x^2(1-x)\,dx = \frac{1}{2}$$

$$D(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x)\,dx - E(x)^2$$

$$= \int_0^1 6x^3(1-x)\,dx - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{20}$$

d) $P\left(\frac{\pi}{3} < x < \frac{4\pi}{3}\right) = \int_{\pi/3}^{1} 6x(1-x)\,dx = 6,89\ 10^{-3}$

2/3

Câu 3.

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{nếu } x \le 1 \\ ax + b & \text{nếu } 1 < x < 2 \\ 1 & \text{nếu } x \ge 2. \end{cases}$$

Hàm $F(x)$ tăng:

$F(x)$ là hàm số tăng vì $F(1) < F(2)$

- Vì $\lim_{x \to 1} F(x) = F(1) = 0$

$\Rightarrow a + b = 0$ (1)

- Vì $\lim_{x \to 2} F(x) = F(2) = 1$

$\Rightarrow 2a + b = 1$ (2)

(1) và (2) $\Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \end{cases}$

b) Hàm mật độ f.

$$f(x) = F'(x) = \begin{cases} 0 & \text{nếu } x \in (1,2) \\ 1 & \text{nếu } x \in (1,2) \end{cases}$$