

## BÀI TẬP PHẦN ĐỒ THỊ CƠ BẢN

1. **Biểu diễn đồ thị vô hướng.** Cho đồ thị vô hướng  $G=\langle V, E \rangle$  được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh. Hãy viết chương trình thực hiện chuyển đổi biểu diễn đồ thị dưới dạng danh sách kề.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào T là số lượng bộ test.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm  $|E|+1$  dòng: dòng đầu tiên đưa vào hai số  $|V|, |E|$  tương ứng với số đỉnh và số cạnh của đồ thị;  $|E|$  dòng tiếp theo mỗi dòng đưa vào bộ đôi  $u \in V, v \in V$  tương ứng với một cạnh của đồ thị.
- T,  $|V|, |E|$  thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 200$ ;  $1 \leq |V| \leq 10^3$ ;  $1 \leq |E| \leq |V|(|V|-1)/2$ ;

Output:

- Đưa ra danh sách kề của các đỉnh tương ứng theo khuôn dạng của ví dụ dưới đây.

| Input: | Output:           |
|--------|-------------------|
| 1      | 0-> 1-> 2         |
| 6 9    | 1-> 0-> 2->4      |
| 0 1    | 2-> 0-> 1-> 3-> 4 |
| 0 2    | 3-> 2-> 4-> 5     |
| 1 2    | 4-> 1-> 2-> 3-> 5 |
| 1 4    | 5-> 3-> 4         |
| 2 3    |                   |
| 2 4    |                   |
| 3 4    |                   |
| 3 5    |                   |
| 4 5    |                   |

2. **Biểu diễn đồ thị vô hướng.** Cho đồ thị có hướng  $G=\langle V, E \rangle$  được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh. Hãy viết chương trình thực hiện chuyển đổi biểu diễn đồ thị dưới dạng danh sách kề.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào T là số lượng bộ test.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm  $|E|+1$  dòng: dòng đầu tiên đưa vào hai số  $|V|, |E|$  tương ứng với số đỉnh và số cạnh của đồ thị;  $|E|$  dòng tiếp theo mỗi dòng đưa vào bộ đôi  $u \in V, v \in V$  tương ứng với một cạnh của đồ thị.
- T,  $|V|, |E|$  thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 200$ ;  $1 \leq |V| \leq 10^3$ ;  $1 \leq |E| \leq |V|(|V|-1)/2$ ;

Output:

- Đưa ra danh sách kề của các đỉnh tương ứng theo khuôn dạng của ví dụ dưới đây.

| Input: | Output:       |
|--------|---------------|
| 1      | 0-> 1         |
| 6 9    | 1-> 4         |
| 0 1    | 2-> 0-> 1-> 4 |
| 1 4    | 3-> 2         |
| 2 0    | 4-> 3-> 5     |
| 2 1    | 5-> 3         |
| 2 4    |               |
| 3 2    |               |
| 4 3    |               |
| 4 5    |               |
| 5 3    |               |

3. **DFS(u) trên đồ thị vô hướng.** Cho đồ thị vô hướng  $G = \langle V, E \rangle$  được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh. Hãy viết thuật toán duyệt theo chiều sâu bắt đầu tại đỉnh  $u \in V$  ( $\text{DFS}(u) = ?$ )

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào T là số lượng bộ test.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm  $|E|+1$  dòng: dòng đầu tiên đưa vào ba số  $|V|$ ,  $|E|$ ,  $u \in V$  tương ứng với số đỉnh, số cạnh và đỉnh bắt đầu duyệt;  $|E|$  dòng tiếp theo mỗi dòng đưa vào bộ đôi  $u \in V$ ,  $v \in V$  tương ứng với một cạnh của đồ thị.
- T,  $|V|$ ,  $|E|$  thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 200$ ;  $1 \leq |V| \leq 10^3$ ;  $1 \leq |E| \leq |V|(|V|-1)/2$ ;

Output:

- Đưa ra danh sách các đỉnh được duyệt theo thuật toán  $\text{DFS}(u)$  của mỗi test theo khuôn dạng của ví dụ dưới đây.

| Input:  | Output:     |
|---|-------------|
| 1<br>6 9 4<br>0 1<br>0 2<br>1 2<br>1 4<br>2 3<br>2 4<br>3 4<br>3 5<br>4 5 | 4 1 0 2 3 5 |

4. **DFS(u) trên đồ thị có hướng.** Cho đồ thị có hướng  $G = \langle V, E \rangle$  được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh. Hãy viết thuật toán duyệt theo chiều sâu bắt đầu tại đỉnh  $u \in V$  ( $\text{DFS}(u) = ?$ )

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào T là số lượng bộ test.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm  $|E|+1$  dòng: dòng đầu tiên đưa vào ba số  $|V|$ ,  $|E|$ ,  $u \in V$  tương ứng với số đỉnh, số cạnh và đỉnh bắt đầu duyệt;  $|E|$  dòng tiếp theo mỗi dòng đưa vào bộ đôi  $u \in V$ ,  $v \in V$  tương ứng với một cạnh của đồ thị.
- T,  $|V|$ ,  $|E|$  thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 200$ ;  $1 \leq |V| \leq 10^3$ ;  $1 \leq |E| \leq |V|(|V|-1)/2$ ;

Output:

- Đưa ra danh sách các đỉnh được duyệt theo thuật toán  $\text{DFS}(u)$  của mỗi test theo khuôn dạng của ví dụ dưới đây.

| Input:  | Output:     |
|---|-------------|
| 1<br>6 9 4<br>0 1<br>1 4<br>2 0<br>2 1<br>2 4<br>3 2<br>4 3<br>4 5<br>5 3 | 4 3 2 0 1 5 |

5. **BFS(u) trên đồ thị vô hướng.** Cho đồ thị vô hướng  $G = \langle V, E \rangle$  được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh. Hãy viết thuật toán duyệt theo chiều rộng bắt đầu tại đỉnh  $u \in V$  ( $\text{BFS}(u) = ?$ )

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào T là số lượng bộ test.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm  $|E|+1$  dòng: dòng đầu tiên đưa vào ba số  $|V|$ ,  $|E|$ ,  $u \in V$  tương ứng với số đỉnh, số cạnh và đỉnh bắt đầu duyệt;  $|E|$  dòng tiếp theo mỗi dòng đưa vào bộ đôi  $u \in V$ ,  $v \in V$  tương ứng với một cạnh của đồ thị.
- T,  $|V|$ ,  $|E|$  thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 200$ ;  $1 \leq |V| \leq 10^3$ ;  $1 \leq |E| \leq |V|(|V|-1)/2$ ;

Output:

- Đưa ra danh sách các đỉnh được duyệt theo thuật toán  $\text{BFS}(u)$  của mỗi test theo khuôn dạng của ví dụ dưới đây.

| Input:  | Output:     |
|---|-------------|
| 1<br>6 9 0<br>0 1<br>0 2<br>1 2<br>1 4<br>2 3<br>2 4<br>3 4<br>3 5<br>4 5 | 0 1 2 4 3 5 |

6. **BFS(u) trên đồ thị có hướng.** Cho đồ thị có hướng  $G = \langle V, E \rangle$  được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh. Hãy viết thuật toán duyệt theo chiều rộng bắt đầu tại đỉnh  $u \in V$  ( $\text{BFS}(u) = ?$ )

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào T là số lượng bộ test.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm  $|E|+1$  dòng: dòng đầu tiên đưa vào ba số  $|V|$ ,  $|E|$ ,  $u \in V$  tương ứng với số đỉnh, số cạnh và đỉnh bắt đầu duyệt;  $|E|$  dòng tiếp theo mỗi dòng đưa vào bộ đôi  $u \in V$ ,  $v \in V$  tương ứng với một cạnh của đồ thị.
- T,  $|V|$ ,  $|E|$  thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 200$ ;  $1 \leq |V| \leq 10^3$ ;  $1 \leq |E| \leq |V|(|V|-1)/2$ ;

Output:

- Đưa ra danh sách các đỉnh được duyệt theo thuật toán  $\text{BFS}(u)$  của mỗi test theo khuôn dạng của ví dụ dưới đây.

| Input:  | Output:     |
|---|-------------|
| 1<br>6 9 0<br>0 1<br>1 4<br>2 0<br>2 1<br>2 4<br>3 2<br>4 3<br>4 5<br>5 3 | 0 1 4 3 5 2 |

7. **Đường đi từ u đến v bằng DFS(u).** Cho đồ thị vô hướng  $G=(V, E)$  được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh. Hãy tìm đường đi từ đỉnh  $s \in V$  đến đỉnh  $t \in V$  trên đồ thị bằng thuật toán DFS.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào T là số lượng bộ test.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm  $|E|+1$  dòng: dòng đầu tiên đưa vào bốn số  $|V|, |E|, s \in V, t \in V$  tương ứng với số đỉnh, số cạnh, đỉnh u, đỉnh v;  $|E|$  dòng tiếp theo mỗi dòng đưa vào bộ đôi  $u \in V, v \in V$  tương ứng với một cạnh của đồ thị.
- T,  $|V|, |E|$  thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 100; 1 \leq |V| \leq 10^3; 1 \leq |E| \leq |V|(|V|-1)/2$ ;

Output:

- Đưa ra đường đi từ đỉnh s đến đỉnh t của mỗi test theo thuật toán DFS của mỗi test theo khuôn dạng của ví dụ dưới đây.

| Input:  | Output:               |
|---|-----------------------|
| 1<br>6 9 1 6<br>1 2<br>1 3<br>2 3<br>2 5<br>3 4<br>3 5<br>4 5<br>4 6<br>5 6 | 1-> 2-> 3-> 4-> 5-> 6 |

8. **Đường đi từ u đến v bằng DFS(u).** Cho đồ thị có hướng  $G=(V, E)$  được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh. Hãy tìm đường đi từ đỉnh  $s \in V$  đến đỉnh  $t \in V$  trên đồ thị bằng thuật toán DFS.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào T là số lượng bộ test.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm  $|E|+1$  dòng: dòng đầu tiên đưa vào bốn số  $|V|, |E|, s \in V, t \in V$  tương ứng với số đỉnh, số cạnh, đỉnh u, đỉnh v;  $|E|$  dòng tiếp theo mỗi dòng đưa vào bộ đôi  $u \in V, v \in V$  tương ứng với một cạnh của đồ thị.
- T,  $|V|, |E|$  thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 100; 1 \leq |V| \leq 10^3; 1 \leq |E| \leq |V|(|V|-1)/2$ ;

Output:

- Đưa ra đường đi từ đỉnh s đến đỉnh t của mỗi test theo thuật toán DFS của mỗi test theo khuôn dạng của ví dụ dưới đây.

| Input:  | Output:       |
|---|---------------|
| 1<br>6 9 1 6<br>1 2<br>2 5<br>3 1<br>3 2<br>3 5<br>4 3<br>5 4<br>5 6<br>6 4 | 1-> 2-> 5-> 6 |

9. **Đường đi từ u đến v bằng BFS(u).** Cho đồ thị vô hướng  $G = \langle V, E \rangle$  được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh. Hãy tìm đường đi từ đỉnh  $s \in V$  đến đỉnh  $t \in V$  trên đồ thị bằng thuật toán BFS.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào T là số lượng bộ test.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm  $|E|+1$  dòng: dòng đầu tiên đưa vào bốn số  $|V|, |E|, s \in V, t \in V$  tương ứng với số đỉnh, số cạnh, đỉnh u, đỉnh v;  $|E|$  dòng tiếp theo mỗi dòng đưa vào bộ đôi  $u \in V, v \in V$  tương ứng với một cạnh của đồ thị.
- T,  $|V|, |E|$  thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 100$ ;  $1 \leq |V| \leq 10^3$ ;  $1 \leq |E| \leq |V|(|V|-1)/2$ ;

Output:

- Đưa ra đường đi từ đỉnh s đến đỉnh t của mỗi test theo thuật toán BFS của mỗi test theo khuôn dạng của ví dụ dưới đây.

| Input:  | Output:            |
|---|--------------------|
| 1<br>6 9 1 6<br>1 2<br>1 3<br>2 3<br>2 5<br>3 4<br>3 5<br>4 5<br>4 6<br>5 6 | 1-> 2-> 7-> 8-> 10 |

10. **Đường đi từ u đến v bằng BFS(u).** Cho đồ thị có hướng  $G = \langle V, E \rangle$  được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh. Hãy tìm đường đi từ đỉnh  $u \in V$  đến đỉnh  $v \in V$  trên đồ thị bằng thuật toán BFS.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào T là số lượng bộ test.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm  $|E|+1$  dòng: dòng đầu tiên đưa vào bốn số  $|V|, |E|, s \in V, t \in V$  tương ứng với số đỉnh, số cạnh, đỉnh u, đỉnh v;  $|E|$  dòng tiếp theo mỗi dòng đưa vào bộ đôi  $u \in V, v \in V$  tương ứng với một cạnh của đồ thị.
- T,  $|V|, |E|$  thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 100$ ;  $1 \leq |V| \leq 10^3$ ;  $1 \leq |E| \leq |V|(|V|-1)/2$ ;

Output:

- Đưa ra đường đi từ đỉnh s đến đỉnh t của mỗi test theo thuật toán BFS của mỗi test theo khuôn dạng của ví dụ dưới đây.

| Input:  | Output:       |
|---|---------------|
| 1<br>6 9 1 6<br>1 2<br>2 5<br>3 1<br>3 2<br>3 5<br>4 3<br>5 4<br>5 6<br>6 4 | 1-> 2-> 5-> 6 |

11. **Thuật toán DFS tìm số thành phần liên thông.** Cho đồ thị vô hướng  $G=(V, E)$  được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh. Hãy tìm số thành phần liên thông của đồ thị bằng thuật toán DFS.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào T là số lượng bộ test.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm  $|E|+1$  dòng: dòng đầu tiên đưa vào hai số  $|V|, |E|$  tương ứng với số đỉnh và số cạnh;  $|E|$  dòng tiếp theo mỗi dòng đưa vào bộ đôi  $u \in V, v \in V$  tương ứng với một cạnh của đồ thị.
- T,  $|V|, |E|$  thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 100; 1 \leq |V| \leq 10^3; 1 \leq |E| \leq |V|(|V|-1)/2$ ;

Output:

- Đưa ra số thành phần liên thông của đồ thị bằng thuật toán DFS.

| Input:   | Output: |
|--|---------|
| 1<br>6 6<br>1 2<br>1 3<br>2 3<br>3 4<br>3 5<br>4 5 | 2       |

12. **Thuật toán BFS tìm số thành phần liên thông.** Cho đồ thị vô hướng  $G=(V, E)$  được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh. Hãy tìm số thành phần liên thông của đồ thị bằng thuật toán BFS.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào T là số lượng bộ test.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm  $|E|+1$  dòng: dòng đầu tiên đưa vào hai số  $|V|, |E|$  tương ứng với số đỉnh và số cạnh;  $|E|$  dòng tiếp theo mỗi dòng đưa vào bộ đôi  $u \in V, v \in V$  tương ứng với một cạnh của đồ thị.
- T,  $|V|, |E|$  thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 100; 1 \leq |V| \leq 10^3; 1 \leq |E| \leq |V|(|V|-1)/2$ ;

Output:

- Đưa ra số thành phần liên thông của đồ thị bằng thuật toán BFS.

| Input:   | Output: |
|--|---------|
| 1<br>6 6<br>1 2<br>1 3<br>2 3<br>3 4<br>3 5<br>4 5 | 2       |

13. **Kiểm tra tính liên thông mạnh 1.** Cho đồ thị có hướng  $G=\langle V, E \rangle$  được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh. Sử dụng thuật toán DFS, hãy kiểm tra xem đồ thị có liên thông mạnh hay không?

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào T là số lượng bộ test.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm  $|E|+1$  dòng: dòng đầu tiên đưa vào hai số  $|V|, |E|$  tương ứng với số đỉnh và số cạnh;  $|E|$  dòng tiếp theo mỗi dòng đưa vào bộ đôi  $u \in V, v \in V$  tương ứng với một cạnh của đồ thị.
- T,  $|V|, |E|$  thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 100$ ;  $1 \leq |V| \leq 10^3$ ;  $1 \leq |E| \leq |V|(|V|-1)/2$ ;

Output:

- Đưa ra “YES”, hoặc “NO” theo từng dòng tương ứng với test là liên thông mạnh hoặc không liên thông mạnh.

| Input:  | Output: |
|---|---------|
| 1<br>6 9<br>1 2<br>2 4<br>3 1<br>3 2<br>3 5<br>4 3<br>5 4<br>5 6<br>6 3 | YES     |

14. **Kiểm tra tính liên thông mạnh 2.** Cho đồ thị có hướng  $G=\langle V, E \rangle$  được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh. Sử dụng thuật toán BFS, hãy kiểm tra xem đồ thị có liên thông mạnh hay không?

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào T là số lượng bộ test.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm  $|E|+1$  dòng: dòng đầu tiên đưa vào hai số  $|V|, |E|$  tương ứng với số đỉnh và số cạnh;  $|E|$  dòng tiếp theo mỗi dòng đưa vào bộ đôi  $u \in V, v \in V$  tương ứng với một cạnh của đồ thị.
- T,  $|V|, |E|$  thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 100$ ;  $1 \leq |V| \leq 10^3$ ;  $1 \leq |E| \leq |V|(|V|-1)/2$ ;

Output:

- Đưa ra “YES”, hoặc “NO” theo từng dòng tương ứng với test là liên thông mạnh hoặc không liên thông mạnh.

| Input:  | Output: |
|---|---------|
| 1<br>6 9<br>1 2<br>2 4<br>3 1<br>3 2<br>3 5<br>4 3<br>5 4<br>5 6<br>6 3 | YES     |

15. **Định trụ 1.** Cho đồ thị vô hướng liên thông  $G=\langle V, E \rangle$  được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh. Sử dụng thuật toán DFS, hãy đưa ra tất cả các đỉnh trụ của đồ thị?

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào T là số lượng bộ test.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm  $|E|+1$  dòng: dòng đầu tiên đưa vào hai số  $|V|, |E|$  tương ứng với số đỉnh và số cạnh;  $|E|$  dòng tiếp theo mỗi dòng đưa vào bộ đôi  $u \in V, v \in V$  tương ứng với một cạnh của đồ thị.
- T,  $|V|, |E|$  thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 100; 1 \leq |V| \leq 10^3; 1 \leq |E| \leq |V|(|V|-1)/2$ ;

Output:

- Đưa ra danh sách các đỉnh trụ của mỗi test theo từng dòng.

| Input: | Output: |
|--------|---------|
| 1      | 2 3     |
| 1 2    |         |
| 1 3    |         |
| 2 3    |         |
| 2 5    |         |
| 3 4    |         |

16. **Định trụ 2.** Cho đồ thị vô hướng liên thông  $G=\langle V, E \rangle$  được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh. Sử dụng thuật toán BFS, hãy đưa ra tất cả các đỉnh trụ của đồ thị?

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào T là số lượng bộ test.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm  $|E|+1$  dòng: dòng đầu tiên đưa vào hai số  $|V|, |E|$  tương ứng với số đỉnh và số cạnh;  $|E|$  dòng tiếp theo mỗi dòng đưa vào bộ đôi  $u \in V, v \in V$  tương ứng với một cạnh của đồ thị.
- T,  $|V|, |E|$  thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 100; 1 \leq |V| \leq 10^3; 1 \leq |E| \leq |V|(|V|-1)/2$ ;

Output:

- Đưa ra danh sách các đỉnh trụ của mỗi test theo từng dòng.

| Input: | Output: |
|--------|---------|
| 1      | 2 3     |
| 1 2    |         |
| 1 3    |         |
| 2 3    |         |
| 2 5    |         |
| 3 4    |         |

17. **Cạnh cầu 1.** Cho đồ thị vô hướng liên thông  $G=\langle V, E \rangle$  được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh. Sử dụng thuật toán DFS, hãy đưa ra tất cả các cạnh cầu của đồ thị?

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào T là số lượng bộ test.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm  $|E|+1$  dòng: dòng đầu tiên đưa vào hai số  $|V|, |E|$  tương ứng với số đỉnh và số cạnh;  $|E|$  dòng tiếp theo mỗi dòng đưa vào bộ đôi  $u \in V, v \in V$  tương ứng với một cạnh của đồ thị.
- T,  $|V|, |E|$  thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 100; 1 \leq |V| \leq 10^3; 1 \leq |E| \leq |V|(|V|-1)/2$ ;

Output:



- Đưa ra danh sách các cách cầu của mỗi test theo từng dòng.

| Input: | Output: |
|--------|---------|
| 1      | 2 5 3 4 |
| 1 2    |         |
| 1 3    |         |
| 2 3    |         |
| 2 5    |         |
| 3 4    |         |

18. **Cạnh cầu 2.** Cho đồ thị vô hướng liên thông  $G=\langle V, E \rangle$  được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh. Sử dụng thuật toán BFS, hãy đưa ra tất cả các cạnh cầu của đồ thị?

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào T là số lượng bộ test.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm  $|E|+1$  dòng: dòng đầu tiên đưa vào hai số  $|V|, |E|$  tương ứng với số đỉnh và số cạnh;  $|E|$  dòng tiếp theo mỗi dòng đưa vào bộ đôi  $u \in V, v \in V$  tương ứng với một cạnh của đồ thị.
- T,  $|V|, |E|$  thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 100$ ;  $1 \leq |V| \leq 10^3$ ;  $1 \leq |E| \leq |V|(|V|-1)/2$ ;

Output:

- Đưa ra danh sách các cách cầu của mỗi test theo từng dòng.

| Input: | Output: |
|--------|---------|
| 1      | 2 5 3 4 |
| 1 2    |         |
| 1 3    |         |
| 2 3    |         |
| 2 5    |         |
| 3 4    |         |

19. **Cây khung 1.** Cho đồ thị vô hướng  $G=\langle V, E \rangle$  được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh. Sử dụng thuật toán DFS, hãy xây dựng một cây khung của đồ thị bắt đầu tại đỉnh  $u \in V$ ?

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào T là số lượng bộ test.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm  $|E|+1$  dòng: dòng đầu tiên đưa vào ba số  $|V|, |E|, u$  tương ứng với số đỉnh, số cạnh và đỉnh  $u \in V$ ;  $|E|$  dòng tiếp theo mỗi dòng đưa vào bộ đôi  $u \in V, v \in V$  tương ứng với một cạnh của đồ thị.
- T,  $|V|, |E|$  thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 100$ ;  $1 \leq |V| \leq 10^3$ ;  $1 \leq |E| \leq |V|(|V|-1)/2$ ;

Output:

- Đưa ra danh sách các cách cây khung của đồ thị bắt đầu tại đỉnh u của mỗi test theo từng dòng; đưa ra -1 nếu đồ thị không có cây khung?.

| Input: | Output:             |
|--------|---------------------|
| 1      | 5 2 2 1 1 3 3 4 4 6 |
| 1      |                     |
| 6 9 5  |                     |
| 1 2    |                     |
| 1 3    |                     |
| 2 3    |                     |

|     |  |
|-----|--|
| 2 5 |  |
| 3 4 |  |
| 3 5 |  |
| 4 5 |  |
| 4 6 |  |
| 5 6 |  |

20. **Cây khung 2.** Cho đồ thị vô hướng  $G=\langle V, E \rangle$  được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh. Sử dụng thuật toán BFS, hãy xây dựng một cây khung của đồ thị bắt đầu tại đỉnh  $u \in V$ ?

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào T là số lượng bộ test.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm  $|E|+1$  dòng: dòng đầu tiên đưa vào ba số  $|V|$ ,  $|E|$ , u tương ứng với số đỉnh, số cạnh và đỉnh  $u \in V$ ;  $|E|$  dòng tiếp theo mỗi dòng đưa vào bộ đôi  $u \in V$ ,  $v \in V$  tương ứng với một cạnh của đồ thị.
- T,  $|V|$ ,  $|E|$  thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 100$ ;  $1 \leq |V| \leq 10^3$ ;  $1 \leq |E| \leq |V|(|V|-1)/2$ ;

Output:

- Đưa ra danh sách các cạnh cây khung của đồ thị bắt đầu tại đỉnh u của mỗi test theo từng dòng; đưa ra -1 nếu đồ thị không có cây khung?.

| Input: | Output:             |
|--------|---------------------|
| 1      | 5 2 5 3 5 4 5 6 2 1 |
| 6 9 5  |                     |
| 1 2    |                     |
| 1 3    |                     |
| 2 3    |                     |
| 2 5    |                     |
| 3 4    |                     |
| 3 5    |                     |
| 4 5    |                     |
| 4 6    |                     |
| 5 6    |                     |

21. **Chu trình trên đồ thị vô hướng 1.** Cho đồ thị vô hướng  $G=\langle V, E \rangle$  được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh. Sử dụng thuật toán DFS, hãy kiểm tra xem đồ thị có tồn tại chu trình hay không?

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào T là số lượng bộ test.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm  $|E|+1$  dòng: dòng đầu tiên đưa vào hai số  $|V|$ ,  $|E|$  tương ứng với số đỉnh, số cạnh của đồ thị;  $|E|$  dòng tiếp theo mỗi dòng đưa vào bộ đôi  $u \in V$ ,  $v \in V$  tương ứng với một cạnh của đồ thị.
- T,  $|V|$ ,  $|E|$  thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 100$ ;  $1 \leq |V| \leq 10^3$ ;  $1 \leq |E| \leq |V|(|V|-1)/2$ ;

Output:

- Đưa ra YES hoặc “NO” kết quả test theo từng dòng tương ứng với đồ thị tồn tại hoặc không tồn tại chu trình.

| Input: | Output: |
|--------|---------|
| 1      | YES     |
| 6 9    |         |
| 1 2    |         |
| 1 3    |         |
| 2 3    |         |

|     |  |
|-----|--|
| 2 5 |  |
| 3 4 |  |
| 3 5 |  |
| 4 5 |  |
| 4 6 |  |
| 5 6 |  |

22. **Chu trình trên đồ thị vô hướng 2.** Cho đồ thị vô hướng  $G=\langle V, E \rangle$  được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh. Sử dụng thuật toán BFS, hãy kiểm tra xem đồ thị có tồn tại chu trình hay không?

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào T là số lượng bộ test.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm  $|E|+1$  dòng: dòng đầu tiên đưa vào hai số  $|V|, |E|$  tương ứng với số đỉnh, số cạnh của đồ thị;  $|E|$  dòng tiếp theo mỗi dòng đưa vào bộ đôi  $u \in V, v \in V$  tương ứng với một cạnh của đồ thị.
- T,  $|V|, |E|$  thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 100$ ;  $1 \leq |V| \leq 10^3$ ;  $1 \leq |E| \leq |V|(|V|-1)/2$ ;

Output:

- Đưa ra YES hoặc “NO” kết quả test theo từng dòng tương ứng với đồ thị tồn tại hoặc không tồn tại chu trình.

| Input: | Output: |
|--------|---------|
| 1      | YES     |
| 6 9    |         |
| 1 2    |         |
| 1 3    |         |
| 2 3    |         |
| 2 5    |         |
| 3 4    |         |
| 3 5    |         |
| 4 5    |         |
| 4 6    |         |
| 5 6    |         |

23. **Chu trình trên đồ thị vô hướng 3.** Cho đồ thị vô hướng  $G=\langle V, E \rangle$  được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh. Sử dụng thuật toán **Union Set**, hãy kiểm tra xem đồ thị có tồn tại chu trình hay không?

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào T là số lượng bộ test.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm  $|E|+1$  dòng: dòng đầu tiên đưa vào hai số  $|V|, |E|$  tương ứng với số đỉnh, số cạnh của đồ thị;  $|E|$  dòng tiếp theo mỗi dòng đưa vào bộ đôi  $u \in V, v \in V$  tương ứng với một cạnh của đồ thị.
- T,  $|V|, |E|$  thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 100$ ;  $1 \leq |V| \leq 10^3$ ;  $1 \leq |E| \leq |V|(|V|-1)/2$ ;

Output:

- Đưa ra YES hoặc “NO” kết quả test theo từng dòng tương ứng với đồ thị tồn tại hoặc không tồn tại chu trình.

| Input: | Output: |
|--------|---------|
| 1      | YES     |
| 6 9    |         |
| 1 2    |         |
| 1 3    |         |
| 2 3    |         |

|     |  |
|-----|--|
| 2 5 |  |
| 3 4 |  |
| 3 5 |  |
| 4 5 |  |
| 4 6 |  |
| 5 6 |  |

24. **Chu trình trên đồ thị vô hướng 4.** Cho đồ thị vô hướng  $G=<V, E>$  được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh. Sử dụng **Disjoin Set**, hãy kiểm tra xem đồ thị có tồn tại chu trình hay không?

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào T là số lượng bộ test.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm  $|E|+1$  dòng: dòng đầu tiên đưa vào hai số  $|V|, |E|$  tương ứng với số đỉnh, số cạnh của đồ thị;  $|E|$  dòng tiếp theo mỗi dòng đưa vào bộ đôi  $u \in V, v \in V$  tương ứng với một cạnh của đồ thị.
- T,  $|V|, |E|$  thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 100; 1 \leq |V| \leq 10^3; 1 \leq |E| \leq |V|(|V|-1)/2$ ;

Output:

- Đưa ra YES hoặc “NO” kết quả test theo từng dòng tương ứng với đồ thị tồn tại hoặc không tồn tại chu trình.

| Input: | Output: |
|--------|---------|
| 1      | YES     |
| 6 9    |         |
| 1 2    |         |
| 1 3    |         |
| 2 3    |         |
| 2 5    |         |
| 3 4    |         |
| 3 5    |         |
| 4 5    |         |
| 4 6    |         |
| 5 6    |         |

25. **Chu trình trên đồ thị có hướng 1.** Cho đồ thị có hướng  $G=<V, E>$  được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh. Sử dụng thuật toán DFS, hãy kiểm tra xem đồ thị có tồn tại chu trình hay không?

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào T là số lượng bộ test.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm  $|E|+1$  dòng: dòng đầu tiên đưa vào hai số  $|V|, |E|$  tương ứng với số đỉnh, số cạnh của đồ thị;  $|E|$  dòng tiếp theo mỗi dòng đưa vào bộ đôi  $u \in V, v \in V$  tương ứng với một cạnh của đồ thị.
- T,  $|V|, |E|$  thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 100; 1 \leq |V| \leq 10^3; 1 \leq |E| \leq |V|(|V|-1)/2$ ;

Output:

- Đưa ra YES hoặc “NO” kết quả test theo từng dòng tương ứng với đồ thị tồn tại hoặc không tồn tại chu trình.

| Input: | Output: |
|--------|---------|
| 1      | YES     |
| 6 9    |         |
| 1 2    |         |
| 2 4    |         |
| 3 1    |         |

|     |  |
|-----|--|
| 3 2 |  |
| 3 5 |  |
| 4 3 |  |
| 5 4 |  |
| 5 6 |  |
| 6 4 |  |

26. **Chu trình trên đồ thị có hướng 2.** Cho đồ thị có hướng  $G=\langle V, E \rangle$  được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh. Sử dụng thuật toán BFS, hãy kiểm tra xem đồ thị có tồn tại chu trình hay không?

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào T là số lượng bộ test.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm  $|E|+1$  dòng: dòng đầu tiên đưa vào hai số  $|V|, |E|$  tương ứng với số đỉnh, số cạnh của đồ thị;  $|E|$  dòng tiếp theo mỗi dòng đưa vào bộ đôi  $u \in V, v \in V$  tương ứng với một cạnh của đồ thị.
- T,  $|V|, |E|$  thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 100$ ;  $1 \leq |V| \leq 10^3$ ;  $1 \leq |E| \leq |V|(|V|-1)/2$ ;

Output:

- Đưa ra YES hoặc “NO” kết quả test theo từng dòng tương ứng với đồ thị tồn tại hoặc không tồn tại chu trình.

| Input: | Output: |
|--------|---------|
| 1      | YES     |
| 6 9    |         |
| 1 2    |         |
| 2 4    |         |
| 3 1    |         |
| 3 2    |         |
| 3 5    |         |
| 4 3    |         |
| 5 4    |         |
| 5 6    |         |
| 6 4    |         |

27. **Đồ thị Euler/ nửa Euler 1.** Cho đồ thị vô hướng liên thông  $G=\langle V, E \rangle$  được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh. Hãy kiểm tra xem đồ thị có phải là đồ thị Euler, nửa Euler hay không?

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào T là số lượng bộ test.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm  $|E|+1$  dòng: dòng đầu tiên đưa vào hai số  $|V|, |E|$  tương ứng với số đỉnh, số cạnh của đồ thị;  $|E|$  dòng tiếp theo mỗi dòng đưa vào bộ đôi  $u \in V, v \in V$  tương ứng với một cạnh của đồ thị.
- T,  $|V|, |E|$  thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 100$ ;  $1 \leq |V| \leq 10^3$ ;  $1 \leq |E| \leq |V|(|V|-1)/2$ ;

Output:

- Đưa ra 1, -1, 0 kết quả mỗi test theo từng dòng tương ứng với đồ thị là Euler, nửa Euler, hay không phải Euler hoặc nửa Euler.

| Input: | Output: |
|--------|---------|
| 1      | 1       |
| 6 10   |         |
| 1 2    |         |
| 1 3    |         |
| 2 3    |         |

|     |  |
|-----|--|
| 2 4 |  |
| 2 5 |  |
| 3 4 |  |
| 3 5 |  |
| 4 5 |  |
| 4 6 |  |
| 5 6 |  |

28. **Đồ thị Euler/ nửa Euler 2.** Cho đồ thị có hướng liên thông yếu  $G=\langle V, E \rangle$  được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh. Hãy kiểm tra xem đồ thị có phải là đồ thị Euler, nửa Euler hay không?

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào T là số lượng bộ test.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm  $|E|+1$  dòng: dòng đầu tiên đưa vào hai số  $|V|, |E|$  tương ứng với số đỉnh, số cạnh của đồ thị;  $|E|$  dòng tiếp theo mỗi dòng đưa vào bộ đôi  $u \in V, v \in V$  tương ứng với một cạnh của đồ thị.
- T,  $|V|, |E|$  thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 100$ ;  $1 \leq |V| \leq 10^3$ ;  $1 \leq |E| \leq |V|(|V|-1)/2$ ;

Output:

- Đưa ra 1, -1, 0 kết quả mỗi test theo từng dòng tương ứng với đồ thị là Euler, nửa Euler, hay không phải Euler hoặc nửa Euler.

| Input:  | Output: |
|---|---------|
| 1<br>6 10<br>1 2<br>2 4<br>2 5<br>3 1<br>3 2<br>4 3<br>4 5<br>5 3<br>5 6<br>6 4 | 1       |

29. **Chu trình Euler 1.** Cho đồ thị vô hướng liên thông  $G=\langle V, E \rangle$  được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh. Hãy đưa ra một chu trình Euler của đồ thị bắt đầu tại đỉnh  $u \in V$ ?

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào T là số lượng bộ test.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm  $|E|+1$  dòng: dòng đầu tiên đưa vào ba số  $|V|, |E|, u \in V$  tương ứng với số đỉnh, số cạnh và  $u \in V$ ;  $|E|$  dòng tiếp theo mỗi dòng đưa vào bộ đôi  $u \in V, v \in V$  tương ứng với một cạnh của đồ thị.
- T,  $|V|, |E|$  thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 100$ ;  $1 \leq |V| \leq 10^3$ ;  $1 \leq |E| \leq |V|(|V|-1)/2$ ;

Output:

- Đưa ra chu trình Euler của đồ thị bắt đầu tại đỉnh u theo từng dòng, đưa ra -1 nếu đồ thị không có chu trình Euler.

| Input:             | Output:               |
|--------------------|-----------------------|
| 1<br>6 10 1<br>1 2 | 1 2 3 4 5 2 4 6 5 3 1 |

|     |  |
|-----|--|
| 2 4 |  |
| 2 5 |  |
| 3 1 |  |
| 3 2 |  |
| 4 3 |  |
| 4 5 |  |
| 5 3 |  |
| 5 6 |  |
| 6 4 |  |

30. **Chu trình Euler 2.** Cho đồ thị có hướng liên thông yếu  $G=\langle V, E \rangle$  được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh. Hãy đưa ra một chu trình Euler của đồ thị bắt đầu tại đỉnh  $u \in V$ ?

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào T là số lượng bộ test.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm  $|E|+1$  dòng: dòng đầu tiên đưa vào ba số  $|V|, |E|, u \in V$  tương ứng với số đỉnh, số cạnh và  $u \in V$ ;  $|E|$  dòng tiếp theo mỗi dòng đưa vào bộ đôi  $u \in V, v \in V$  tương ứng với một cạnh của đồ thị.
- T,  $|V|, |E|$  thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 100$ ;  $1 \leq |V| \leq 10^3$ ;  $1 \leq |E| \leq |V|(|V|-1)/2$ ;

Output:

- Đưa ra chu trình Euler của đồ thị bắt đầu tại đỉnh u theo từng dòng, đưa ra -1 nếu đồ thị không có chu trình Euler.

| Input: | Output:               |
|--------|-----------------------|
| 1      | 1 2 4 3 2 5 6 4 5 3 1 |
| 6 10 1 |                       |
| 1 2    |                       |
| 1 3    |                       |
| 2 3    |                       |
| 2 4    |                       |
| 2 5    |                       |
| 3 4    |                       |
| 3 5    |                       |
| 4 5    |                       |
| 4 6    |                       |
| 5 6    |                       |

31. **Đường đi Euler 1.** Cho đồ thị vô hướng liên thông  $G=\langle V, E \rangle$  được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh. Hãy đưa ra một đường đi Euler của đồ thị?

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào T là số lượng bộ test.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm  $|E|+1$  dòng: dòng đầu tiên đưa vào hai số  $|V|, |E|$  tương ứng với số đỉnh, số cạnh của đồ thị;  $|E|$  dòng tiếp theo mỗi dòng đưa vào bộ đôi  $u \in V, v \in V$  tương ứng với một cạnh của đồ thị.
- T,  $|V|, |E|$  thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 100$ ;  $1 \leq |V| \leq 10^3$ ;  $1 \leq |E| \leq |V|(|V|-1)/2$ ;

Output:

- Đưa ra một đường đi Euler của đồ thị theo từng dòng, đưa ra -1 nếu đồ thị không có đường đi Euler.

| Input: | Output:             |
|--------|---------------------|
| 1      | 2 1 3 2 5 3 4 6 5 4 |

|     |  |
|-----|--|
| 6 9 |  |
| 1 2 |  |
| 2 5 |  |
| 3 1 |  |
| 3 2 |  |
| 4 3 |  |
| 4 5 |  |
| 5 3 |  |
| 5 6 |  |
| 6 4 |  |

32. **Đường đi Euler 2.** Cho đồ thị có hướng liên thông yếu  $G=\langle V, E \rangle$  được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh. Hãy đưa ra một đường đi Euler của đồ thị?

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào T là số lượng bộ test.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm  $|E|+1$  dòng: dòng đầu tiên đưa vào hai số  $|V|, |E|$  tương ứng với số đỉnh, số cạnh của đồ thị;  $|E|$  dòng tiếp theo mỗi dòng đưa vào bộ đôi  $u \in V, v \in V$  tương ứng với một cạnh của đồ thị.
- T,  $|V|, |E|$  thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 100$ ;  $1 \leq |V| \leq 10^3$ ;  $1 \leq |E| \leq |V|(|V|-1)/2$ ;

Output:

- Đưa ra một đường đi Euler của đồ thị theo từng dòng, đưa ra -1 nếu đồ thị không có đường đi Euler.

| Input: | Output:             |
|--------|---------------------|
| 1      | 5 3 1 2 4 3 2 5 6 4 |
| 6 9    |                     |
| 1 2    |                     |
| 2 4    |                     |
| 2 5    |                     |
| 3 1    |                     |
| 3 2    |                     |
| 4 3    |                     |
| 5 3    |                     |
| 5 6    |                     |
| 6 4    |                     |

33. **Biểu diễn đồ thị vô hướng có trọng số.** Cho đồ thị vô hướng có trọng số  $G=\langle V, E \rangle$  được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh trọng số. Hãy viết chương trình thực hiện chuyển đổi biểu diễn đồ thị dưới dạng danh sách kề có trọng số.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào T là số lượng bộ test.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm  $|E|+1$  dòng: dòng đầu tiên đưa vào hai số  $|V|, |E|$  tương ứng với số đỉnh và số cạnh của đồ thị;  $|E|$  dòng tiếp theo mỗi dòng đưa vào bộ ba  $u \in V, v \in V, w$  tương ứng với một cạnh cùng với trọng số cạnh của đồ thị.
- T,  $|V|, |E|$  thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 200$ ;  $1 \leq |V| \leq 10^3$ ;  $1 \leq |E| \leq |V|(|V|-1)/2$ ;

Output:

- Đưa ra danh sách trọng số của các cạnh kề với đỉnh tương ứng theo khuôn dạng của ví dụ dưới đây.

| Input: | Output: |
|--------|---------|
|--------|---------|



|       |                  |
|-------|------------------|
| 1     | 1: 3->3          |
| 6 10  | 2: 3-> 3->5->5   |
| 1 2 3 | 3: 3-> 3-> 5-> 5 |
| 1 3 3 | 4: 5-> 5-> 2-> 2 |
| 2 3 3 | 5: 5-> 5-> 2-> 2 |
| 2 4 5 | 6: 2-> 2         |
| 2 5 5 |                  |
| 3 4 5 |                  |
| 3 5 5 |                  |
| 4 5 2 |                  |
| 4 6 2 |                  |
| 5 6 2 |                  |

34. **Thuật toán Kruskal tìm cây khung nhỏ nhất.** Cho đồ thị vô hướng có trọng số  $G=\langle V, E \rangle$  được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh trọng số. Hãy viết chương trình tìm cây khung có độ dài nhỏ nhất bằng thuật toán Kruskal.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào T là số lượng bộ test.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm  $|E|+1$  dòng: dòng đầu tiên đưa vào hai số  $|V|, |E|$  tương ứng với số đỉnh và số cạnh của đồ thị;  $|E|$  dòng tiếp theo mỗi dòng đưa vào bộ ba  $u \in V, v \in V, w$  tương ứng với một cạnh cùng với trọng số cạnh của đồ thị.
- T,  $|V|, |E|$  thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 200; 1 \leq |V| \leq 10^3; 1 \leq |E| \leq |V|(|V|-1)/2$ ;

Output:

- Đưa ra độ dài cây khung nhỏ nhất của mỗi test theo từng dòng; đưa ra -1 nếu đồ thị không liên thông.

| Input: | Output: |
|--------|---------|
| 1      | 15      |
| 6 10   |         |
| 1 2 3  |         |
| 1 3 3  |         |
| 2 3 3  |         |
| 2 4 5  |         |
| 2 5 5  |         |
| 3 4 5  |         |
| 3 5 5  |         |
| 4 5 2  |         |
| 4 6 2  |         |
| 5 6 2  |         |

35. **Thuật toán PRIM tìm cây khung nhỏ nhất.** Cho đồ thị vô hướng có trọng số  $G=\langle V, E \rangle$  được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh trọng số. Hãy viết chương trình tìm cây khung có độ dài nhỏ nhất bằng thuật toán PRIM.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào T là số lượng bộ test.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm  $|E|+1$  dòng: dòng đầu tiên đưa vào hai số  $|V|, |E|$  tương ứng với số đỉnh và số cạnh của đồ thị;  $|E|$  dòng tiếp theo mỗi dòng đưa vào bộ ba  $u \in V, v \in V, w$  tương ứng với một cạnh cùng với trọng số cạnh của đồ thị.
- T,  $|V|, |E|$  thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 200; 1 \leq |V| \leq 10^3; 1 \leq |E| \leq |V|(|V|-1)/2$ ;

Output:

- Đưa ra độ dài cây khung nhỏ nhất của mỗi test theo từng dòng; đưa ra -1 nếu đồ thị không liên thông.

| Input: | Output: |
|--------|---------|
| 1      | 15      |
| 6 10   |         |
| 1 2 3  |         |
| 1 3 3  |         |
| 2 3 3  |         |
| 2 4 5  |         |
| 2 5 5  |         |
| 3 4 5  |         |
| 3 5 5  |         |
| 4 5 2  |         |
| 4 6 2  |         |
| 5 6 2  |         |

36. **Chu trình âm.** Cho đồ thị có trọng số  $G=(V, E)$  được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh trọng số âm hoặc dương. Hãy viết chương trình xác định xem đồ thị có chu trình âm hay không.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào T là số lượng bộ test.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm  $|E|+1$  dòng: dòng đầu tiên đưa vào hai số  $|V|, |E|$  tương ứng với số đỉnh và số cạnh của đồ thị;  $|E|$  dòng tiếp theo mỗi dòng đưa vào bộ ba  $u \in V, v \in V, w$  tương ứng với một cạnh cùng với trọng số cạnh của đồ thị.
- T,  $|V|, |E|$  thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 100; 1 \leq |V| \leq 10^3; 1 \leq |E| \leq |V|(|V|-1)/2$ ;

Output:

- Đưa ra 1 hoặc 0 theo từng dòng của mỗi test tương ứng với đồ thị có hoặc không có chu trình âm.

| Input: | Output: |
|--------|---------|
| 2      | 1       |
| 3 3    | 0       |
| 1 2 -1 |         |
| 2 3 4  |         |
| 3 1 -2 |         |
| 3 3    |         |
| 3 3    |         |
| 1 2 -1 |         |
| 2 3 2  |         |
| 3 1 -2 |         |

37. **Thuật toán Dijkstra.** Cho đồ thị có trọng số không âm  $G=(V, E)$  được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh trọng số. Hãy viết chương trình tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh  $u \in V$  đến tất cả các đỉnh còn lại trên đồ thị.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào T là số lượng bộ test.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm  $|E|+1$  dòng: dòng đầu tiên đưa vào hai ba số  $|V|, |E|$  tương ứng với số đỉnh và  $u \in V$  là đỉnh bắt đầu;  $|E|$  dòng tiếp theo mỗi dòng đưa vào bộ ba  $u \in V, v \in V, w$  tương ứng với một cạnh cùng với trọng số cạnh của đồ thị.

- $T, |V|, |E|$  thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 100$ ;  $1 \leq |V| \leq 10^3$ ;  $1 \leq |E| \leq |V|(|V|-1)/2$ ;

Output:

- Đưa ra kết quả của mỗi test theo từng dòng. Kết quả mỗi test là trọng số đường đi ngắn nhất từ đỉnh  $u$  đến các đỉnh còn lại của đồ thị theo thứ tự tăng dần các đỉnh.

| Input:   | Output:                |
|--|------------------------|
| 1<br>9 12 1<br>1 2 4<br>1 8 8<br>2 3 8<br>2 8 11<br>3 4 7<br>3 6 4<br>3 9 2<br>4 5 9<br>4 6 14<br>5 6 10<br>6 7 2<br>6 9 6 | 0 4 12 19 21 11 9 8 14 |

38. **Thuật toán Bellman-Ford.** Cho đồ thị có trọng số có thể âm hoặc không âm  $G = \langle V, E \rangle$  được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh trọng số. Hãy viết chương trình tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh  $u \in V$  đến tất cả các đỉnh còn lại trên đồ thị.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào  $T$  là số lượng bộ test.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm  $|E|+1$  dòng: dòng đầu tiên đưa vào hai ba số  $|V|, |E|$  tương ứng với số đỉnh và  $u \in V$  là đỉnh bắt đầu;  $|E|$  dòng tiếp theo mỗi dòng đưa vào bộ ba  $u \in V, v \in V, w$  tương ứng với một cạnh cùng với trọng số cạnh của đồ thị.
- $T, |V|, |E|$  thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 100$ ;  $1 \leq |V| \leq 10^3$ ;  $1 \leq |E| \leq |V|(|V|-1)/2$ ;

Output:

- Đưa ra kết quả của mỗi test theo từng dòng. Kết quả mỗi test là trọng số đường đi ngắn nhất từ đỉnh  $u$  đến các đỉnh còn lại của đồ thị theo thứ tự tăng dần các đỉnh.

| Input:   | Output:     |
|--|-------------|
| 1<br>5 8 1<br>1 2 -1<br>1 3 4<br>2 3 3<br>2 4 2<br>2 5 2<br>4 2 1<br>4 3 5<br>5 4 -3 | 0 -1 2 -2 1 |

39.