BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN KIẾN THỨC, KĨ NĂNG MÔN TOÁN LỚP 11

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
NGUYỄN THẾ THẠCH (CHỦ BIÊN)
NGUYỄN HẢI CHÂU – QUÁCH TÚ CHƯƠNG – NGUYỄN TRUNG HIẾU
ĐOÀN THẾ PHIỆT – PHẠM ĐỨC QUANG – NGUYỄN THỊ QUÝ SỬU

HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN KIẾN THỨC, KĨ NĂNG MÔN TOÁN LỚP 11

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

LỜI GIỚI THIỆU

Ngày 5 tháng 5 năm 2006, Bộ trưởng Bộ Giáo dục và Đào tạo đã kí Quyết định số 16/2006/QĐ-BGDĐT về việc ban hành Chương trình Giáo dục phổ thông.

Chương trình Giáo dục phổ thông là kết quả của sự điều chỉnh, hoàn thiện, tổ chức lại các chương trình đã được ban hành, làm căn cứ cho việc quản lí, chỉ đạo, tổ chức dạy học và kiểm tra, đánh giá ở tất cả các cấp học, trường học trên phạm vi cả nước.

Chương trình Giáo dục phổ thông là một kế hoạch sư phạm gồm :

– Mục tiêu giáo dục ;

– Phạm vi và cấu trúc nội dung giáo dục ;

– Chuẩn kiến thức, kĩ năng và yêu cầu về thái độ của từng môn học, cấp học ;

– Phương pháp và hình thức tổ chức giáo dục ;

– Đánh giá kết quả giáo dục từng môn học ở mỗi lớp, cấp học.

Trong Chương trình Giáo dục phổ thông, Chuẩn kiến thức, kĩ năng được thể hiện, cụ thể hoá ở các chủ đề của chương trình môn học, theo từng lớp học ; đồng thời cũng được thể hiện ở phần cuối của chương trình mỗi cấp học.

Có thể nói : Điểm mới của Chương trình Giáo dục phổ thông lần này là đưa Chuẩn kiến thức, kĩ năng vào thành phần của Chương trình Giáo dục phổ thông, đảm bảo việc chỉ đạo dạy học, kiểm tra, đánh giá theo Chuẩn kiến thức, kĩ năng, tạo nên sự thống nhất trong cả nước ; góp phần khắc phục tình trạng quá tải trong giảng dạy, học tập ; giảm thiểu dạy thêm, học thêm.

Nhìn chung, ở các trường phổ thông hiện nay, bước đầu đã vận dụng được Chuẩn kiến thức, kĩ năng trong giảng dạy, học tập, kiểm tra, đánh giá ; song về tổng thể, vẫn chưa đáp ứng được yêu cầu của đổi mới giáo dục phổ thông ; cần phải được tiếp tục quan tâm, chú trọng hơn nữa.

Nhằm góp phần khắc phục hạn chế này, Bộ Giáo dục và Đào tạo tổ chức biên soạn, xuất bản bộ tài liệu ***Hướng dẫn thực hiện Chuẩn kiến thức, kĩ năng*** cho các môn học, lớp học của các cấp Tiểu học, Trung học cơ sở và Trung học phổ thông.

Bộ tài liệu này được biên soạn theo hướng chi tiết, tường minh các yêu cầu cơ bản, tối thiểu về kiến thức, kĩ năng của Chuẩn kiến thức, kĩ năng bằng các nội dung chọn lọc trong sách giáo khoa, tạo điều kiện thuận lợi hơn nữa cho giáo viên và học sinh trong quá trình giảng dạy, học tập và kiểm tra, đánh giá.

Cấu trúc chung của bộ tài liệu gồm hai phần chính :

Phần thứ nhất : Giới thiệu chung về Chuẩn kiến thức, kĩ năng của Chương trình Giáo dục phổ thông ;

Phần thứ hai : Hướng dẫn thực hiện Chuẩn kiến thức, kĩ năng của từng môn học trong Chương trình Giáo dục phổ thông.

Bộ tài liệu : ***Hướng dẫn thực hiện Chuẩn kiến thức, kĩ năng*** các môn học ở Trung học cơ sở và Trung học phổ thông có sự tham gia biên soạn, thẩm định, góp ý của nhiều nhà khoa học, nhà sư phạm, các cán bộ nghiên cứu và chỉ đạo chuyên môn, các giáo viên dạy giỏi ở địa phương.

Hi vọng rằng, ***Hướng dẫn thực hiện Chuẩn kiến thức, kĩ năng*** sẽ là bộ tài liệu hữu ích đối với cán bộ quản lí giáo dục, giáo viên và học sinh trong cả nước. Các Sở Giáo dục và Đào tạo chỉ đạo triển khai sử dụng bộ tài liệu và tạo điều kiện để các cơ sở giáo dục, các giáo viên và học sinh thực hiện tốt yêu cầu đổi mới phương pháp dạy học, đổi mới kiểm tra, đánh giá, góp phần tích cực, quan trọng vào việc nâng cao chất lượng giáo dục trung học.

Lần đầu tiên được xuất bản, bộ tài liệu này khó tránh khỏi những thiếu sót, hạn chế. Bộ Giáo dục và Đào tạo rất mong nhận được những ý kiến nhận xét, đóng góp của các thầy cô giáo và bạn đọc gần xa để tài liệu được tiếp tục bổ sung, hoàn thiện hơn cho lần xuất bản sau.

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

PHẦN THỨ NHẤT
GIỚI THIỆU CHUNG VỀ CHUẨN KIẾN THỨC, KĨ NĂNG CỦA CHƯƠNG TRÌNH GIÁO DỤC PHỔ THÔNG

I – GIỚI THIỆU CHUNG VỀ CHUẨN

1. Chuẩn là những yêu cầu, tiêu chí (gọi chung là yêu cầu) tuân thủ những nguyên tắc nhất định, được dùng để làm thước đo đánh giá hoạt động, công việc, sản phẩm của lĩnh vực nào đó. Đạt được những yêu cầu của chuẩn là đạt được mục tiêu mong muốn của chủ thể quản lí hoạt động, công việc, sản phẩm đó.

Yêu cầu là sự cụ thể hoá, chi tiết, tường minh Chuẩn, chỉ ra những căn cứ để đánh giá chất lượng. Yêu cầu có thể được đo thông qua chỉ số thực hiện. Yêu cầu được xem như những "chốt kiểm soát" để đánh giá chất lượng đầu vào, đầu ra cũng như quá trình thực hiện.

2. Những yêu cầu cơ bản của chuẩn

2.1. Chuẩn phải có tính khách quan, nhìn chung không lệ thuộc vào quan điểm hay thái độ chủ quan của người sử dụng Chuẩn.

2.2. Chuẩn phải có hiệu lực ổn định cả về phạm vi lẫn thời gian áp dụng.

2.3. Đảm bảo tính khả thi, có nghĩa là Chuẩn đó có thể đạt được (là trình độ hay mức độ dung hoà hợp lí giữa yêu cầu phát triển ở mức cao hơn với những thực tiễn đang diễn ra).

2.4. Đảm bảo tính cụ thể, tường minh và có chức năng định lượng.

2.5. Đảm bảo không mâu thuẫn với các chuẩn khác trong cùng lĩnh vực hoặc những lĩnh vực có liên quan.

II – CHUẨN KIẾN THỨC, KĨ NĂNG CỦA CHƯƠNG TRÌNH GIÁO DỤC PHỔ THÔNG

Chuẩn kiến thức, kĩ năng và yêu cầu về thái độ của Chương trình Giáo dục phổ thông (CTGDPT) được thể hiện cụ thể trong các chương trình môn học, hoạt động giáo dục (gọi chung là môn học) và các chương trình cấp học.

Đối với mỗi môn học, mỗi cấp học, mục tiêu của môn học, cấp học được cụ thể hoá thành chuẩn kiến thức, kĩ năng của chương trình môn học, chương trình cấp học.

1. Chuẩn kiến thức, kĩ năng của Chương trình môn học là các yêu cầu cơ bản, tối thiểu về kiến thức, kĩ năng của môn học mà học sinh cần phải và có thể đạt được sau mỗi đơn vị kiến thức (mỗi bài, chủ đề, chủ điểm, mô đun).

Chuẩn kiến thức, kĩ năng của một đơn vị kiến thức là các yêu cầu cơ bản, tối thiểu về kiến thức, kĩ năng của đơn vị kiến thức mà học sinh cần phải và có thể đạt được.

Yêu cầu về kiến thức, kĩ năng thể hiện ***mức độ*** cần đạt về ***kiến thức, kĩ năng***.

Mỗi ***yêu cầu*** về kiến thức, kĩ năng có thể được ***chi tiết hơn*** bằng những ***yêu cầu*** về kiến thức, kĩ năng cụ thể, tường minh hơn ; minh chứng bằng những ***ví dụ*** thể hiện được cả nội dung kiến thức, kĩ năng và mức độ cần đạt về kiến thức, kĩ năng.

2. **Chuẩn kiến thức, kĩ năng của Chương trình cấp học** là các yêu cầu cơ bản, tối thiểu về kiến thức, kĩ năng của các môn học mà học sinh cần phải và có thể đạt được sau từng giai đoạn học tập trong cấp học.

2.1. Chuẩn kiến thức, kĩ năng ở chương trình các cấp học đề cập tới những yêu cầu tối thiểu về kiến thức, kĩ năng mà học sinh (HS) cần và có thể đạt được sau khi hoàn thành chương trình giáo dục của từng lớp học và cấp học. Các chuẩn này cho thấy ý nghĩa quan trọng của việc gắn kết, phối hợp giữa các môn học nhằm đạt được mục tiêu giáo dục của cấp học.

2.2. Việc thể hiện Chuẩn kiến thức, kĩ năng ở cuối chương trình cấp học thể hiện hình mẫu mong đợi về người học sau mỗi cấp học và cần thiết cho công tác quản lí, chỉ đạo, đào tạo, bồi dưỡng giáo viên (GV).

2.3. Chương trình cấp học đã thể hiện chuẩn kiến thức, kĩ năng không phải đối với từng môn học mà đối với từng lĩnh vực học tập. Trong văn bản về chương trình của các cấp học, các chuẩn kiến thức, kĩ năng được biên soạn theo tinh thần :

a) Các chuẩn kiến thức, kĩ năng không được đưa vào cho từng môn học riêng biệt mà cho từng lĩnh vực học tập nhằm thể hiện sự gắn kết giữa các môn học và hoạt động giáo dục trong nhiệm vụ thực hiện mục tiêu của cấp học.

b) Chuẩn kiến thức, kĩ năng và yêu cầu về thái độ được thể hiện trong chương trình cấp học là các chuẩn của cấp học, tức là những yêu cầu cụ thể mà HS cần đạt được ở cuối cấp học. Cách thể hiện này tạo một tầm nhìn về sự phát triển của người học sau mỗi cấp học, đối chiếu với những gì mà mục tiêu của cấp học đã đề ra.

3. Những đặc điểm của Chuẩn kiến thức, kĩ năng

3.1. Chuẩn kiến thức, kĩ năng được chi tiết, tường minh bằng các yêu cầu cụ thể, rõ ràng về kiến thức, kĩ năng.

3.2. Chuẩn kiến thức, kĩ năng có tính tối thiểu, nhằm đảm bảo mọi HS cần phải và có thể đạt được những yêu cầu cụ thể này.

3.3. Chuẩn kiến thức, kĩ năng là thành phần của CTGDPT.

Trong CTGDPT, Chuẩn kiến thức, kĩ năng và yêu cầu về thái độ đối với người học được thể hiện, cụ thể hoá ở các chủ đề của chương trình môn học theo từng lớp và ở các lĩnh vực học tập ; đồng thời, Chuẩn kiến thức, kĩ năng và yêu cầu về thái độ cũng được thể hiện ở phần cuối của chương trình mỗi cấp học.

Chuẩn kiến thức, kĩ năng là thành phần của CTGDPT. Việc chỉ đạo dạy học, kiểm tra, đánh giá theo Chuẩn kiến thức, kĩ năng sẽ tạo nên sự thống nhất ; làm hạn chế tình trạng dạy học quá tải, đưa thêm nhiều nội dung nặng nề, quá cao so với chuẩn kiến thức, kĩ năng vào dạy học, kiểm tra, đánh giá ; góp phần làm giảm tiêu cực của dạy thêm, học thêm ; tạo điều kiện cơ bản, quan trọng để có thể tổ chức giảng dạy, học tập, kiểm tra, đánh giá và thi theo Chuẩn kiến thức, kĩ năng.

III – CÁC MỨC ĐỘ VỀ KIẾN THỨC, KĨ NĂNG

Các mức độ về kiến thức, kĩ năng được thể hiện cụ thể trong Chuẩn kiến thức, kĩ năng của CTGDPT.

Về kiến thức : Yêu cầu HS phải nhớ, nắm vững, hiểu rõ các kiến thức cơ bản trong chương trình, sách giáo khoa, đó là nền tảng vững vàng để có thể phát triển năng lực nhận thức ở cấp cao hơn.

Về kĩ năng : Biết vận dụng các kiến thức đã học để trả lời câu hỏi, giải bài tập, làm thực hành ; có kĩ năng tính toán, vẽ hình, dựng biểu đồ,...

Kiến thức, kĩ năng phải dựa trên cơ sở phát triển năng lực, trí tuệ HS ở các mức độ, từ đơn giản đến phức tạp ; nội dung bao hàm các mức độ khác nhau của nhận thức.

Mức độ cần đạt được về kiến thức được xác định theo 6 mức độ : nhận biết, thông hiểu, vận dụng, phân tích, đánh giá và sáng tạo (có thể tham khảo thêm phân loại Nikko gồm 4 mức độ : nhận biết, thông hiểu, vận dụng ở mức thấp, vận dụng ở mức cao).

1. **Nhận biết :** Là sự nhớ lại các dữ liệu, thông tin đã có trước đây ; nghĩa là có thể nhận biết thông tin, ghi nhớ, tái hiện thông tin, nhắc lại một loạt dữ liệu, từ các sự kiện đơn giản đến các lí thuyết phức tạp. Đây là mức độ, yêu cầu thấp nhất của trình độ nhận thức, thể hiện ở chỗ HS có thể và chỉ cần nhớ hoặc nhận ra khi được đưa ra hoặc dựa trên những thông tin có tính đặc thù của một khái niệm, một sự vật, một hiện tượng.

HS phát biểu đúng một định nghĩa, định lí, định luật nhưng chưa giải thích và vận dụng được chúng.

Có thể cụ thể hoá mức độ nhận biết bằng các yêu cầu :

– Nhận ra, nhớ lại các khái niệm, định lí, định luật, tính chất.

– Nhận dạng được (không cần giải thích) các khái niệm, hình thể, vị trí tương đối giữa các đối tượng trong các tình huống đơn giản.

– Liệt kê, xác định các vị trí tương đối, các mối quan hệ đã biết giữa các yếu tố, các hiện tượng.

2. **Thông hiểu :** Là khả năng nắm được, hiểu được ý nghĩa của các khái niệm, sự vật, hiện tượng ; giải thích, chứng minh được ý nghĩa của các khái niệm, sự vật, hiện tượng ; là mức độ cao hơn nhận biết nhưng là mức độ thấp nhất của việc thấu hiểu sự vật, hiện tượng, liên quan đến ý nghĩa của các mối quan hệ giữa các khái niệm, thông tin mà HS đã học hoặc đã biết. Điều đó có thể được thể hiện bằng việc chuyển thông tin từ dạng này sang dạng khác, bằng cách giải thích thông tin (giải thích hoặc tóm tắt) và bằng cách ước lượng xu hướng tương lai (dự báo các hệ quả hoặc ảnh hưởng).

Có thể cụ thể hoá mức độ thông hiểu bằng các yêu cầu :

– Diễn tả bằng ngôn ngữ cá nhân các khái niệm, định lí, định luật, tính chất, chuyển đổi được từ hình thức ngôn ngữ này sang hình thức ngôn ngữ khác (ví dụ : từ lời sang công thức, kí hiệu, số liệu và ngược lại).

– Biểu thị, minh hoạ, giải thích được ý nghĩa của các khái niệm, hiện tượng, định nghĩa, định lí, định luật.

– Lựa chọn, bổ sung, sắp xếp lại những thông tin cần thiết để giải quyết một vấn đề nào đó.

– Sắp xếp lại các ý trả lời câu hỏi hoặc lời giải bài toán theo cấu trúc lôgic.

3. **Vận dụng :** Là khả năng sử dụng các kiến thức đã học vào một hoàn cảnh cụ thể mới : vận dụng nhận biết, hiểu biết thông tin để giải quyết vấn đề đặt ra ; là khả năng đòi hỏi HS phải biết vận dụng kiến thức, biết sử dụng phương pháp, nguyên lí hay ý tưởng để giải quyết một vấn đề nào đó.

Yêu cầu áp dụng được các quy tắc, phương pháp, khái niệm, nguyên lí, định lí, định luật, công thức để giải quyết một vấn đề trong học tập hoặc của thực tiễn. Đây là mức độ thông hiểu cao hơn mức độ thông hiểu trên.

Có thể cụ thể hoá mức độ vận dụng bằng các yêu cầu :

– So sánh các phương án giải quyết vấn đề.

– Phát hiện lời giải có mâu thuẫn, sai lầm và chỉnh sửa được.

– Giải quyết được những tình huống mới bằng cách vận dụng các khái niệm, định lí, định luật, tính chất đã biết.

– Khái quát hoá, trừu tượng hoá từ tình huống đơn giản, đơn lẻ quen thuộc sang tình huống mới, phức tạp hơn.

4. Phân tích : Là khả năng phân chia một thông tin ra thành các phần thông tin nhỏ sao cho có thể hiểu được cấu trúc, tổ chức của nó và thiết lập mối liên hệ phụ thuộc lẫn nhau giữa chúng.

Yêu cầu chỉ ra được các bộ phận cấu thành, xác định được mối quan hệ giữa các bộ phận, nhận biết và hiểu được nguyên lí cấu trúc của các bộ phận cấu thành. Đây là mức độ cao hơn vận dụng vì nó đòi hỏi sự thấu hiểu cả về nội dung lẫn hình thái cấu trúc của thông tin, sự vật, hiện tượng.

Có thể cụ thể hoá mức độ phân tích bằng các yêu cầu :

– Phân tích các sự kiện, dữ kiện thừa, thiếu hoặc đủ để giải quyết được vấn đề.

– Xác định được mối quan hệ giữa các bộ phận trong toàn thể.

– Cụ thể hoá được những vấn đề trừu tượng.

– Nhận biết và hiểu được cấu trúc các bộ phận cấu thành.

5. Đánh giá : Là khả năng xác định giá trị của thông tin : bình xét, nhận định, xác định được giá trị của một tư tưởng, một nội dung kiến thức, một phương pháp. Đây là một bước mới trong việc lĩnh hội kiến thức được đặc trưng bởi việc đi sâu vào bản chất của đối tượng, sự vật, hiện tượng. Việc đánh giá dựa trên các tiêu chí nhất định ; đó có thể là các tiêu chí bên trong (cách tổ chức) hoặc các tiêu chí bên ngoài (phù hợp với mục đích).

Yêu cầu xác định được các tiêu chí đánh giá (người đánh giá tự xác định hoặc được cung cấp các tiêu chí) và vận dụng được để đánh giá.

Có thể cụ thể hoá mức độ đánh giá bằng các yêu cầu :

– Xác định được các tiêu chí đánh giá và vận dụng để đánh giá thông tin, sự vật, hiện tượng, sự kiện.

– Đánh giá, nhận định giá trị của các thông tin, tư liệu theo một mục đích, yêu cầu xác định.

– Phân tích những yếu tố, dữ kiện đã cho để đánh giá sự thay đổi về chất của sự vật, sự kiện.

– Đánh giá, nhận định được giá trị của nhân tố mới xuất hiện khi thay đổi các mối quan hệ cũ.

Các công cụ đánh giá có hiệu quả phải giúp xác định được kết quả học tập ở mọi cấp độ nói trên để đưa ra một nhận định chính xác về năng lực của người được đánh giá về chuyên môn liên quan.

6. Sáng tạo : Là khả năng tổng hợp, sắp xếp, thiết kế lại thông tin ; khai thác, bổ sung thông tin từ các nguồn tư liệu khác để sáng lập một hình mẫu mới.

Yêu cầu tạo ra được một hình mẫu mới, một mạng lưới các quan hệ trừu tượng (sơ đồ phân lớp thông tin). Kết quả học tập trong lĩnh vực này nhấn mạnh vào các hành vi, năng lực sáng tạo, đặc biệt là trong việc hình thành các cấu trúc và mô hình mới.

Có thể cụ thể hoá mức độ sáng tạo bằng các yêu cầu :

– Mở rộng một mô hình ban đầu thành mô hình mới.

– Khái quát hoá những vấn đề riêng lẻ, cụ thể thành vấn đề tổng quát mới.

– Kết hợp nhiều yếu tố riêng thành một tổng thể hoàn chỉnh mới.

– Dự đoán, dự báo sự xuất hiện nhân tố mới khi thay đổi các mối quan hệ cũ.

Đây là mức độ cao nhất của nhận thức, vì nó chứa đựng các yếu tố của những mức độ nhận thức trên và đồng thời cũng phát triển chúng.

IV – CHUẨN KIẾN THỨC, KĨ NĂNG CỦA CHƯƠNG TRÌNH GIÁO DỤC PHỔ THÔNG VỪA LÀ CĂN CỨ, VỪA LÀ MỤC TIÊU CỦA GIẢNG DẠY, HỌC TẬP, KIỂM TRA, ĐÁNH GIÁ

Chuẩn kiến thức, kĩ năng và yêu cầu về thái độ của CTGDPT bảo đảm tính thống nhất, tính khả thi, phù hợp của CTGDPT ; bảo đảm chất lượng và hiệu quả của quá trình giáo dục.

1. Chuẩn kiến thức, kĩ năng là căn cứ

1.1. Biên soạn sách giáo khoa (SGK) và các tài liệu hướng dẫn dạy học, kiểm tra, đánh giá, đổi mới phương pháp dạy học, đổi mới kiểm tra, đánh giá.

1.2. Chỉ đạo, quản lí, thanh tra, kiểm tra việc thực hiện dạy học, kiểm tra, đánh giá, sinh hoạt chuyên môn, đào tạo, bồi dưỡng cán bộ quản lí và GV.

1.3. Xác định mục tiêu của mỗi giờ học, mục tiêu của quá trình dạy học, đảm bảo chất lượng giáo dục.

1.4. Xác định mục tiêu kiểm tra, đánh giá đối với từng bài kiểm tra, bài thi ; đánh giá kết quả giáo dục từng môn học, lớp học, cấp học.

2. Tài liệu *Hướng dẫn thực hiện Chuẩn kiến thức, kĩ năng* được biên soạn theo hướng chi tiết các yêu cầu cơ bản, tối thiểu về kiến thức, kĩ năng của Chuẩn kiến thức, kĩ năng bằng các nội dung chọn lọc trong SGK.

Tài liệu giúp các cán bộ quản lí giáo dục, các cán bộ chuyên môn, GV, HS nắm vững và thực hiện đúng theo Chuẩn kiến thức, kĩ năng.

3. Yêu cầu dạy học bám sát Chuẩn kiến thức, kĩ năng

3.1. Yêu cầu chung

a) Căn cứ Chuẩn kiến thức, kĩ năng để xác định mục tiêu bài học. Chú trọng dạy học nhằm đạt được các yêu cầu cơ bản và tối thiểu về kiến thức, kĩ năng, đảm bảo không quá tải và không quá lệ thuộc hoàn toàn vào SGK ; mức độ khai thác sâu kiến thức, kĩ năng trong SGK phải phù hợp với khả năng tiếp thu của HS.

b) Sáng tạo về phương pháp dạy học phát huy tính chủ động, tích cực, tự giác học tập của HS. Chú trọng rèn luyện phương pháp tư duy, năng lực tự học, tự nghiên cứu ; tạo niềm vui, hứng khởi, nhu cầu hành động và thái độ tự tin trong học tập cho HS.

c) Dạy học thể hiện mối quan hệ tích cực giữa GV và HS, giữa HS với HS ; tiến hành thông qua việc tổ chức các hoạt động học tập của HS, kết hợp giữa học tập cá thể với học tập hợp tác, làm việc theo nhóm.

d) Dạy học chú trọng đến việc rèn luyện các kĩ năng, năng lực hành động, vận dụng kiến thức, tăng cường thực hành và gắn nội dung bài học với thực tiễn cuộc sống.

e) Dạy học chú trọng đến việc sử dụng có hiệu quả phương tiện, thiết bị dạy học được trang bị hoặc do GV và HS tự làm ; quan tâm ứng dụng công nghệ thông tin trong dạy học.

g) Dạy học chú trọng đến việc động viên, khuyến khích kịp thời sự tiến bộ của HS trong quá trình học tập ; đa dạng nội dung, các hình thức, cách thức đánh giá và tăng cường hiệu quả việc đánh giá.

3.2. Yêu cầu đối với cán bộ quản lí cơ sở giáo dục

a) Nắm vững chủ trương đổi mới giáo dục phổ thông của Đảng, Nhà nước ; nắm vững mục đích, yêu cầu, nội dung đổi mới thể hiện cụ thể trong các văn bản chỉ đạo của Ngành, trong Chương trình và SGK, phương pháp dạy học (PPDH), sử dụng phương tiện, thiết bị dạy học, hình thức tổ chức dạy học và đánh giá kết quả giáo dục.

b) Nắm vững yêu cầu dạy học bám sát Chuẩn kiến thức, kĩ năng trong CTGDPT, đồng thời tạo điều kiện thuận lợi cho GV, động viên, khuyến khích GV tích cực đổi mới PPDH.

c) Có biện pháp quản lí, chỉ đạo tổ chức thực hiện đổi mới PPDH trong nhà trường một cách hiệu quả ; thường xuyên kiểm tra, đánh giá các hoạt động dạy học theo định hướng dạy học bám sát Chuẩn kiến thức, kĩ năng đồng thời với tích cực đổi mới PPDH.

d) Động viên, khen thưởng kịp thời những GV thực hiện có hiệu quả đồng thời với phê bình, nhắc nhở những người chưa tích cực đổi mới PPDH, dạy quá tải do không bám sát Chuẩn kiến thức, kĩ năng.

3.3. Yêu cầu đối với giáo viên

a) Bám sát Chuẩn kiến thức, kĩ năng để thiết kế bài giảng, với mục tiêu là đạt được các yêu cầu cơ bản, tối thiểu về kiến thức, kĩ năng, dạy không quá tải và không quá lệ thuộc hoàn toàn vào SGK. Việc khai thác sâu kiến thức, kĩ năng phải phù hợp với khả năng tiếp thu của HS.

b) Thiết kế, tổ chức, hướng dẫn HS thực hiện các hoạt động học tập với các hình thức đa dạng, phong phú, có sức hấp dẫn phù hợp với đặc trưng bài học, với đặc điểm và trình độ HS, với điều kiện cụ thể của lớp, trường và địa phương.

c) Động viên, khuyến khích, tạo cơ hội và điều kiện cho HS được tham gia một cách tích cực, chủ động, sáng tạo vào quá trình khám phá, phát hiện, đề xuất và lĩnh hội kiến thức ; chú ý khai thác vốn kiến thức, kinh nghiệm, kĩ năng đã có của HS ; tạo niềm vui, hứng khởi, nhu cầu hành động và thái độ tự tin trong học tập cho HS ; giúp HS phát triển tối đa năng lực, tiềm năng của bản thân.

d) Thiết kế và hướng dẫn HS thực hiện các dạng câu hỏi, bài tập phát triển tư duy và rèn luyện kĩ năng ; hướng dẫn sử dụng các thiết bị dạy học ; tổ chức có hiệu quả các giờ thực hành ; hướng dẫn HS có thói quen vận dụng kiến thức đã học vào giải quyết các vấn đề thực tiễn.

e) Sử dụng các phương pháp và hình thức tổ chức dạy học một cách hợp lí, hiệu quả, linh hoạt, phù hợp với đặc trưng của cấp học, môn học ; nội dung, tính chất của bài học ; đặc điểm và trình độ HS ; thời lượng dạy học và các điều kiện dạy học cụ thể của trường, địa phương.

4. Yêu cầu kiểm tra, đánh giá bám sát Chuẩn kiến thức, kĩ năng

4.1. Quan niệm về kiểm tra, đánh giá

Kiểm tra và đánh giá là hai khâu trong một quy trình thống nhất nhằm xác định kết quả thực hiện mục tiêu dạy học. Kiểm tra là thu thập thông tin từ riêng lẻ đến hệ thống về kết quả thực hiện mục tiêu dạy học ; đánh giá là xác định mức độ đạt được về thực hiện mục tiêu dạy học.

Đánh giá kết quả học tập thực chất là việc xem xét mức độ đạt được của hoạt động học của HS so với mục tiêu đề ra đối với từng môn học, từng lớp học, cấp học. Mục tiêu của mỗi môn học được cụ thể hoá thành các chuẩn kiến thức, kĩ năng. Từ các chuẩn này, khi tiến hành kiểm tra, đánh giá kết quả học tập môn học cần phải thiết kế thành những tiêu chí nhằm kiểm tra được đầy đủ cả về định tính và định lượng kết quả học tập của HS.

4.2. Hai chức năng cơ bản của kiểm tra, đánh giá

a) Chức năng xác định

– Xác định mức độ đạt được trong việc thực hiện mục tiêu dạy học, xác định mức độ thực hiện Chuẩn kiến thức, kĩ năng của chương trình giáo dục mà HS đạt được khi kết thúc một giai đoạn học tập (kết thúc một bài, chương, chủ đề, chủ điểm, mô đun, lớp học, cấp học).

– Xác định đòi hỏi tính chính xác, khách quan, công bằng.

b) Chức năng điều khiển : Phát hiện những mặt tốt, mặt chưa tốt, khó khăn, vướng mắc và xác định nguyên nhân. Kết quả đánh giá là căn cứ để quyết định giải pháp cải thiện thực trạng, nâng cao chất lượng, hiệu quả dạy học và giáo dục thông qua việc đổi mới, tối ưu hoá PPDH của GV và hướng dẫn HS biết tự đánh giá để tối ưu hoá phương pháp học tập. Thông qua chức năng này, kiểm tra, đánh giá sẽ là điều kiện cần thiết :

– Giúp GV nắm được tình hình học tập, mức độ phân hoá về trình độ học lực của HS trong lớp, từ đó có biện pháp giúp đỡ HS yếu kém và bồi dưỡng HS giỏi ; giúp GV điều chỉnh, hoàn thiện PPDH ;

– Giúp HS biết được khả năng học tập của mình so với yêu cầu của chương trình ; xác định nguyên nhân thành công cũng như chưa thành công, từ đó điều chỉnh phương pháp học tập ; phát triển kĩ năng tự đánh giá ;

– Giúp cán bộ quản lí giáo dục đề ra giải pháp quản lí phù hợp để nâng cao chất lượng giáo dục ;

– Giúp cha mẹ HS và cộng đồng biết được kết quả giáo dục của từng HS, từng lớp và của cả cơ sở giáo dục.

4.3. Yêu cầu kiểm tra, đánh giá

a) Kiểm tra, đánh giá phải ***căn cứ vào Chuẩn kiến thức, kĩ năng*** của từng môn học ở từng lớp ; các yêu cầu cơ bản, tối thiểu cần đạt về kiến thức, kĩ năng của HS sau mỗi giai đoạn, mỗi lớp, mỗi cấp học.

b) Chỉ đạo, kiểm tra việc thực hiện chương trình, kế hoạch giảng dạy, học tập của các nhà trường ; tăng cường đổi mới khâu kiểm tra, đánh giá thường xuyên, định kì ; đảm bảo chất lượng kiểm tra, đánh giá thường xuyên, định kì chính xác, khách quan, công bằng ; không hình thức, đối phó nhưng cũng không gây áp lực nặng nề. Kiểm tra thường xuyên và định kì theo hướng vừa đánh giá được đúng Chuẩn kiến thức, kĩ năng, vừa có khả năng phân hoá cao ; kiểm tra kiến thức, kĩ năng cơ bản, năng lực vận dụng kiến thức của người học, thay vì chỉ kiểm tra học thuộc lòng, nhớ máy móc kiến thức.

c) Áp dụng các phương pháp phân tích hiện đại để tăng cường tính tương đương của các đề kiểm tra, thi. Kết hợp thật hợp lí các hình thức kiểm tra, thi vấn đáp, tự luận và trắc nghiệm nhằm hạn chế lối học tủ, học lệch, học vẹt ; phát huy ưu điểm và hạn chế nhược điểm của mỗi hình thức.

d) Đánh giá chính xác, đúng thực trạng : đánh giá cao hơn thực tế sẽ triệt tiêu động lực phấn đấu vươn lên ; ngược lại, đánh giá khắt khe quá mức hoặc thái độ thiếu thân thiện, không thấy được sự tiến bộ, sẽ ức chế tình cảm, trí tuệ, giảm vai trò tích cực, chủ động, sáng tạo của HS.

e) Đánh giá kịp thời, có tác dụng giáo dục và động viên sự tiến bộ của HS, giúp HS sửa chữa thiếu sót. Đánh giá cả quá trình lĩnh hội tri thức của HS, chú trọng đánh giá hành động, tình cảm của HS : nghĩ và làm ; năng lực vận dụng vào thực tiễn, thể hiện qua ứng xử, giao tiếp ; quan tâm tới mức độ hoạt động tích cực, chủ động của HS trong từng tiết học tiếp thu tri thức mới, ôn luyện cũng như các tiết thực hành, thí nghiệm.

g) Khi đánh giá kết quả học tập, thành tích học tập của HS không chỉ đánh giá kết quả cuối cùng, mà cần chú ý cả quá trình học tập. Cần tạo điều kiện cho HS cùng tham gia xác định tiêu chí đánh giá kết quả học tập với yêu cầu không tập trung vào khả năng tái hiện tri thức mà chú trọng khả năng vận dụng tri thức trong việc giải quyết các nhiệm vụ phức hợp. Có nhiều hình thức và độ phân hoá cao trong đánh giá.

h) Khi đánh giá hoạt động dạy học không chỉ đánh giá thành tích học tập của HS, mà còn bao gồm đánh giá cả quá trình dạy học nhằm cải tiến hoạt động dạy học. Chú trọng phương pháp, kĩ thuật lấy thông tin phản hồi từ HS để đánh giá quá trình dạy học.

i) Kết hợp thật hợp lí giữa đánh giá định tính và định lượng : Căn cứ vào đặc điểm của từng môn học và hoạt động giáo dục ở mỗi lớp học, cấp học, quy định đánh giá bằng điểm kết hợp với nhận xét của GV hay đánh giá bằng nhận xét, xếp loại của GV.

k) Kết hợp đánh giá trong và đánh giá ngoài.

Để có thêm các kênh thông tin phản hồi khách quan, cần kết hợp hài hoà giữa đánh giá trong và đánh giá ngoài :

– Tự đánh giá của HS với đánh giá của bạn học, của GV, của cơ sở giáo dục, của gia đình và cộng đồng.

– Tự đánh giá của GV với đánh giá của đồng nghiệp, của HS, gia đình HS, của các cơ quan quản lí giáo dục và của cộng đồng.

– Tự đánh giá của cơ sở giáo dục với đánh giá của các cơ quan quản lí giáo dục và của cộng đồng.

– Tự đánh giá của ngành Giáo dục với đánh giá của xã hội và đánh giá quốc tế.

l) Phải là động lực thúc đẩy đổi mới PPDH : Đổi mới PPDH và đổi mới kiểm tra, đánh giá là hai mặt thống nhất hữu cơ của quá trình dạy học, là nhân tố quan trọng nhất đảm bảo chất lượng dạy học.

4.4. Các tiêu chí của kiểm tra, đánh giá

a) Đảm bảo tính toàn diện : Đánh giá được các mặt kiến thức, kĩ năng, năng lực, ý thức, thái độ, hành vi của HS.

b) Đảm bảo độ tin cậy : Tính chính xác, trung thực, minh bạch, khách quan, công bằng trong đánh giá, phản ánh được chất lượng thực của HS, của các cơ sở giáo dục.

c) Đảm bảo tính khả thi : Nội dung, hình thức, cách thức, phương tiện tổ chức kiểm tra, đánh giá phải phù hợp với điều kiện HS, cơ sở giáo dục, đặc biệt là phù hợp với mục tiêu theo từng môn học.

d) Đảm bảo yêu cầu phân hoá: Phân loại được chính xác trình độ, mức độ, năng lực nhận thức của học sinh, cơ sở giáo dục ; cần đảm bảo dải phân hoá rộng đủ cho phân loại đối tượng.

e) Đảm bảo hiệu quả : Đánh giá được tất cả các lĩnh vực cần đánh giá HS, cơ sở giáo dục ; thực hiện được đầy đủ các mục tiêu đề ra ; tạo động lực đổi mới phương pháp dạy học, góp phần nâng cao chất lượng giáo dục.

PHẦN THỨ HAI

HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN KIẾN THỨC, KĨ NĂNG MÔN TOÁN THPT

NỘI DUNG MÔN TOÁN THPT

Nội dung môn Toán bao gồm những kiến thức cơ bản về :

– Số và các phép tính trên tập hợp số thực, số phức.

– Mệnh đề và tập hợp ; các biểu thức đại số và lượng giác ; phương trình (bậc nhất, bậc hai, quy về bậc hai) ; hệ phương trình (bậc nhất, bậc hai) ; bất phương trình (bậc nhất, bậc hai, quy về bậc hai) và hệ bất phương trình bậc nhất (một ẩn, hai ẩn).

– Hàm số, giới hạn, đạo hàm, nguyên hàm, tích phân và ứng dụng của chúng.

– Các quan hệ hình học và một số hình thông dụng (điểm, đường thẳng, mặt phẳng, hình tam giác, hình tròn, elip, hình đa diện, hình tròn xoay) ; phép dời hình và phép đồng dạng ; vectơ và toạ độ.

– Một số kiến thức ban đầu về thống kê, tổ hợp, xác suất.

KĨ NĂNG CƠ BẢN

– Thực hiện được các phép tính luỹ thừa, khai căn, lôgarit trên tập số thực và một số phép tính đơn giản trên tập số phức.

– Khảo sát được một số hàm số cơ bản : hàm số bậc hai, bậc ba, hàm số bậc bốn trùng phương, hàm số phân thức $y = \frac{ax+b}{cx+d}$, $y = \frac{ax^2+bx+c}{cx+d}$, hàm số lượng giác, hàm số mũ, hàm số lôgarit.

– Giải thành thạo phương trình, bất phương trình bậc nhất, bậc hai, hệ phương trình bậc nhất. Giải được một số hệ phương trình, hệ bất phương trình bậc hai ; phương trình lượng giác ; phương trình, bất phương trình, hệ phương trình mũ và lôgarit đơn giản.

– Giải được một số bài toán về biến đổi lượng giác, luỹ thừa, mũ, lôgarit, về dãy số, về giới hạn của dãy số và hàm số.

– Tính được đạo hàm, nguyên hàm, tích phân của một số hàm số.

– Vẽ hình ; vẽ biểu đồ ; đo đạc ; tính độ dài, góc, diện tích, thể tích. Viết phương trình đường thẳng, đường tròn, elip, mặt phẳng, mặt cầu.

– Thu thập và xử lí số liệu ; tính toán về tổ hợp và xác suất.

– Ước lượng kết quả đo đạc và tính toán.

– Sử dụng các công cụ đo, vẽ, tính toán.

– Suy luận và chứng minh.

– Giải toán và vận dụng kiến thức toán học trong học tập và đời sống.

PHẨM CHẤT TƯ DUY VÀ THÁI ĐỘ

– Khả năng quan sát, dự đoán, suy luận hợp lí và suy luận lôgic.

– Các thao tác tư duy cơ bản (phân tích, tổng hợp).

– Các phẩm chất tư duy, đặc biệt là tư duy linh hoạt, độc lập và sáng tạo.

– Khả năng diễn đạt chính xác, rõ ràng ý tưởng của mình và hiểu được ý tưởng của người khác.

– Phát triển trí tưởng tượng không gian.

– Có ý thức tự học, hứng thú và tự tin trong học tập.

– Có đức tính trung thực, cần cù, vượt khó, cẩn thận, chính xác, kỉ luật, sáng tạo.

– Có ý thức hợp tác, trân trọng thành quả lao động của mình và của người khác.

– Nhận biết được vẻ đẹp của toán học và yêu thích môn Toán.

GIỚI THIỆU MẠCH KIẾN THỨC
CHƯƠNG TRÌNH MÔN TOÁN PHỔ THÔNG

Ghi chú : + Các yếu tố kiến thức chuẩn bị.
* Học chính thức.

MẠCH NỘI DUNG	CHỦ ĐỀ	LỚP											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1. Số	1.1. Số tự nhiên	*	*	*	*	*	*						
	1.2. Số nguyên						*						
	1.3. Số hữu tỉ - Phân số		+	+	*	*	*						
	- Số thập phân					*	*	*					
	- Số hữu tỉ							*					
	1.4. Số thực							*		*			
	1.5. Số phức												*

MẠCH NỘI DUNG	CHỦ ĐỀ	LỚP											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2. Đại lượng và đo đại lượng	2.1. Độ dài	*	*	*			*			*	*		
	2.2. Góc			+	+		*				*	*	
	2.3. Diện tích			+	+	+			*	*	*		*
	2.4. Thể tích					+			*	*			*
	2.5. Khối lượng		*	*	*								
	2.6. Thời gian	*	*	*	*	*							
	2.7. Vận tốc					*						*	
	2.8. Tiền tệ		*	*									
3. Đại số	3.1. Tập hợp, mệnh đề						*				*		
	3.2. Biểu thức đại số			+	+	+		*	*	*	*		
	3.3. Hàm số và đồ thị				+	+	+	*		*	*	*	*
	3.4. Phương trình, hệ phương trình		+	+	+	+	+	+	*	*	*	*	*
	3.5. Bất đẳng thức, bất phương trình	+	+	+	+	+	+	+	*		*		*
	3.6. Lượng giác									+	*	*	
	3.7. Dãy số, cấp số cộng, cấp số nhân		+	+	+	+	+	+	+			*	

MẠCH NỘI DUNG	CHỦ ĐỀ	LỚP											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
4. Giải tích	4.1. Giới hạn - Giới hạn của dãy số											*	
	- Giới hạn của hàm số											*	
	- Hàm số liên tục											*	
	4.2. Đạo hàm											*	*
	4.3. Nguyên hàm, tích phân												*
5. Hình học	5.1. Các khái niệm hình học mở đầu	+					*						
	5.2. Đại cương về đường thẳng và mặt phẳng		+				*					*	
	5.3. Quan hệ song song - Trong mặt phẳng				+	+		*					
	- Trong không gian								+			*	
	5.4. Quan hệ vuông góc - Trong mặt phẳng				+	+		*					
	- Trong không gian								+			*	
	5.5. Đa giác - Tam giác	+	+	+	+	+		*	*	*	*		
	- Tứ giác	+	+	+	+	+			*	*			
	- Đa giác								*				

MẠCH NỘI DUNG	CHỦ ĐỀ	LỚP											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	5.6. Đường tròn, hình tròn	+		+	+	+	+			*			
	5.7. Hình đa diện					+			*			*	*
	5.8. Hình tròn xoay					+				*			*
	5.9. Vectơ - Trong mặt phẳng										*		
	- Trong không gian											*	*
	5.10. Toạ độ - Trong mặt phẳng							+			*		
	- Trong không gian												*
	5.11. Phép dời hình - Trong mặt phẳng								+			*	
	- Trong không gian												*
	5.12. Phép đồng dạng - Trong mặt phẳng								+			*	
	- Trong không gian												*
6. Thống kê. Tổ hợp. Xác suất	6.1. Thống kê			+	+	+		*			*		
	6.2. Tổ hợp											*	
	6.3. Xác suất											*	

DẠY HỌC MỘT SỐ NỘI DUNG CỦA CHƯƠNG TRÌNH MÔN TOÁN

1. Dạy học các hệ thống số

a) Đặt vấn đề mở rộng các hệ thống số : từ thực tiễn, từ nội bộ toán học, phối hợp.

b) Dạy học những khái niệm số : số và phép toán, ý nghĩa thực tế của những khái niệm số.

c) Dạy học phép tính và quan hệ thứ tự : rèn kĩ năng tính toán, phát triển năng lực trí tuệ, ngầm hình thành quan niệm về cấu trúc.

d) Dạy học những tính chất của mỗi hệ thống số : $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}$.

e) Hệ thống hoá sự phát triển của khái niệm số và làm rõ (giới thiệu) phương pháp mở rộng một hệ thống số.

2. Dạy học phương trình và bất phương trình

a) Dạy học khái niệm phương trình và những khái niệm có liên quan.

b) Dạy học phương trình dựa vào hàm mệnh đề : quan niệm về đẳng thức ; hiểu đúng thực chất của dấu = trong phương trình (hình thức), phân biệt dấu = trong phương trình và dấu = trong biến đổi đồng nhất ; điều kiện xác định và nghiệm phương trình.

c) Sử dụng ngôn ngữ của lí thuyết tập hợp và lôgic toán (biến đổi tương đương, hệ quả, kết hợp nghiệm,...).

d) Dạy học giải phương trình.

e) Diễn biến của tập nghiệm khi biến đổi phương trình : mở rộng, thu hẹp, tương đương.

f) Giải quyết phương diện ngữ nghĩa (xem xét nội dung của những mệnh đề toán học và nghĩa của những cách đặt vấn đề toán học) và phương diện cú pháp (xem xét cấu trúc hình thức và sự biến đổi hình thức những biểu thức toán học, sự làm việc theo những quy tắc xác định, theo thuật giải).

g) Dạy học giải bài toán bằng cách lập phương trình.

h) Thấy được ứng dụng của toán học trong thực tế và việc toán học hoá các bài toán có nội dung thực tiễn.

i) Phát hiện quan hệ giữa các đại lượng.

k) Kĩ năng giải bài toán, trọng tâm là kĩ năng lập và giải phương trình.

3. Dạy học hàm số

a) Dạy học khái niệm hàm số : giải thích định nghĩa hàm số dựa vào biểu tượng tập hợp và cấu trúc lôgic, minh hoạ khái niệm bằng các ví dụ đa dạng.

b) Dạy học khảo sát hàm số : tính toán phục vụ khảo sát, vẽ đồ thị, đọc đồ thị.

c) Phát triển tư duy hàm : tư tưởng chủ đạo (phát hiện, nghiên cứu những sự tương ứng) ; thực hiện gợi động cơ ; hình thành biểu tượng tiến tới tri thức về sự tương ứng đơn trị và tập luyện những hoạt động ăn khớp với tri thức phương pháp về tư duy hàm ; phân bậc hoạt động về tư duy hàm (sự phức tạp, mức độ độc lập của hoạt động nhận thức học sinh, mức độ thành thạo của hoạt động).

d) Phát triển tư duy hàm trong toàn bộ chương trình môn toán (theo các mạch toán).

4. Dạy học đạo hàm và tích phân

a) Dạy học hàm số liên tục : giới hạn của dãy số ; giới hạn của hàm số ; hàm số liên tục.

b) Dạy học đạo hàm : hình thành khái niệm ; dạy học tìm đạo hàm ; dạy học ứng dụng của đạo hàm.

c) Dạy học nguyên hàm và tích phân : hình thành khái niệm ; dạy học tìm nguyên hàm ; khái niệm tích phân ; tính tích phân.

5. Dạy học hình học không gian

a) Dạy học khái niệm : hình thành, củng cố, vận dụng.

b) Dạy học chứng minh : gợi động cơ ; phương pháp suy luận và phương pháp chứng minh (xuôi, ngược lùi) ; quy tắc kết luận lôgic.

c) Hình vẽ trong dạy học hình học không gian : hình biểu diễn, hình vẽ trực quan trong dạy học.

6. Dạy học vectơ và toạ độ

a) Dạy học vectơ

– Dạy học khái niệm vectơ : mô tả tính cùng hướng bằng trực giác, sử dụng vectơ tự do một cách ẩn tàng, chú ý liên môn.

– Dạy học phép toán vectơ : cần định nghĩa phép toán, quy tắc thực hiện phép toán, các tính chất cơ bản của mỗi phép toán.

– Dạy giải bài tập về vectơ : chuyển ngôn ngữ, sử dụng các phép toán.

b) Dạy học toạ độ

– Dạy học phương pháp toạ độ trong mặt phẳng : hệ toạ độ, lập và sử dụng phương trình đường.

– Dạy học phương pháp toạ độ trong không gian liên hệ với hình học phẳng : thêm phép tính tích vectơ (có hướng).

c) Dạy học giải bài tập bằng toạ độ : làm quen với những cách xác định toạ độ của những yếu tố hình học ; quy trình giải một bài toán bằng phương pháp toạ độ.

7. Dạy học mạch toán ứng dụng

a) Dạy học yếu tố của phương pháp số

– Làm rõ mối liên hệ giữa phương pháp số, thuật giải và máy tính.

– Giới thiệu và cho sử dụng một số phương pháp số thông dụng : phương pháp lặp (tìm nghiệm).

– Hình thành thói quen làm tròn số và viết số theo quy tắc chuẩn.

b) Dạy học yếu tố của lí thuyết tối ưu

– Làm rõ nguồn gốc hoặc ý nghĩa thực tiễn của bài toán. (ví dụ : bài toán tìm đường đi ngắn nhất...).

– Cho HS giải toán tối ưu dựa vào những kiến thức toán học phổ thông : bất đẳng thức ; đạo hàm.

c) Dạy học một số yếu tố của xác suất thống kê

– Dạy thống kê mô tả (từ Tiểu học đến Trung học phổ thông).

– Dạy đại số tổ hợp.

Dạy một số yếu tố của lí thuyết xác suất : nêu ý nghĩa thống kê của xác suất.

8. Dạy học một số yếu tố của lí thuyết tập hợp và lôgic toán

a) Làm rõ những mối quan hệ giữa những khái niệm căn cứ vào những mối quan hệ giữa những tập hợp : biểu thị những mối quan hệ đó bằng biểu đồ Ven.

b) Yêu cầu sử dụng kí hiệu của tập hợp và lôgic trong diễn đạt toán học ; yêu cầu lôgic của định nghĩa khái niệm.

c) Phân tích các thành phần của chứng minh và các yêu cầu lôgic tương ứng : luận đề, luận cứ, luận chứng.

9. Dạy học theo mạch kiến thức toán

a) GV cần hình dung được mạch kiến thức trong chương trình toán ở trường phổ thông, cũng như mạch kiến thức chạy ngầm trong Toán học để có thể trình bày đúng khi dạy học và qua đó giúp HS hiểu và có thể thác triển được kiến thức đã học. Cần hình dung và lột tả các mạch dọc, mạch ngang để có thể ứng dụng, soi rọi kiến thức sơ cấp bởi kiến thức Toán cao cấp và ngược lại, chuyển hoá kiến thức Toán cao cấp thành sơ cấp (trong trường hợp có thể). Hướng dẫn HS sao cho qua việc học có được sơ đồ về mạch kiến thức có trong chương trình. Chú ý biện pháp thực hiện sao cho khả thi.

b) GV cần giúp HS hình dung được hệ thống kiến thức để có thể hình dung hệ thống bài tập, qua đó hình dung được mạch kiến thức. Từ đó biết cách khai thác và vận dụng trong giải toán, học toán và nghiên cứu Toán học.

c) Thông qua dạy học các mạch kiến thức, GV cần :

– Rèn luyện cho HS các thao tác tư duy : phân tích, tổng hợp, tương tự hoá, khái quát hoá, đặc biệt hoá,...

– Giúp HS cách làm giàu kiến thức, tức là dạy tri thức và dạy tri thức phương pháp. Như thế cũng là dạy HS cách suy nghĩ, dạy cách sáng tạo.

– Dạy HS cách học, biết tự học.

– Phân bậc hoạt động, tiến tới phân hoá đối tượng.

– Dạy học hướng tới phát triển.

d) Khi hình dung được các mạch toán, GV có thể tự làm giàu kiến thức, vươn tới biết tự sáng tác bài tập.

Dạy học mạch kiến thức cần gắn với dạy học các tình huống điển hình trong môn toán.

Qua việc tìm hiểu các mạch kiến thức toán ở trường phổ thông, GV cần vận dụng được trong dạy học các tình huống điển hình như :

a) Dạy học khái niệm

b) Dạy học định lí

c) Dạy học bài tập

d) Dạy học ôn tập.

Lưu ý tiến hành theo trình tự, chẳng hạn : tiếp cận, hình thành, củng cố, hệ thống hoá,...

HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN KIẾN THỨC, KĨ NĂNG MÔN TOÁN LỚP 11

A - KIẾN THỨC CHƯƠNG TRÌNH MÔN TOÁN LỚP 11

(Phần in nghiêng, đậm dành cho chương trình nâng cao)

ĐẠI SỐ

1. Các hàm số lượng giác (định nghĩa, tính tuần hoàn, sự biến thiên, đồ thị). Phương trình lượng giác cơ bản. Phương trình bậc hai đối với một hàm số lượng giác. Phương trình $a\sin x + b\cos x = c$. Phương trình thuần nhất bậc hai đối với $\sin x$ và $\cos x$. ***Một số dạng phương trình lượng giác đơn giản.***

2. Phương pháp quy nạp toán học. Dãy số. Cấp số cộng. Cấp số nhân.

GIẢI TÍCH

1. Giới hạn của dãy số, giới hạn của hàm số. Một số định lí về giới hạn của dãy số, hàm số. Các dạng vô định. Hàm số liên tục. Một số định lí về hàm số liên tục.

2. Đạo hàm. Ý nghĩa hình học và ý nghĩa cơ học của đạo hàm. Các quy tắc tính đạo hàm. Vi phân. ***Đạo hàm cấp cao.***

HÌNH HỌC

1. Phép dời hình trong mặt phẳng (phép đối xứng trục, phép đối xứng tâm, phép tịnh tiến, phép quay), hai hình bằng nhau. Phép đồng dạng trong mặt phẳng (phép vị tự, phép đồng dạng), hai hình đồng dạng.

2. Đường thẳng và mặt phẳng trong không gian. Vị trí tương đối giữa hai đường thẳng trong không gian. Đường thẳng và mặt phẳng song song. Hai mặt phẳng song song. Hình lăng trụ và hình hộp. Phép chiếu song song. Hình biểu diễn của hình không gian.

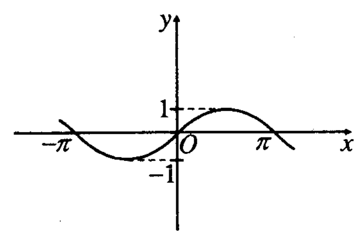
3. Vectơ và phép toán vectơ trong không gian. Hai đường thẳng vuông góc. Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng. Phép chiếu vuông góc. Định lí ba đường vuông góc. Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng. Góc giữa hai mặt phẳng. Hai mặt phẳng vuông góc. Khoảng cách (từ một điểm đến một đường thẳng, đến một mặt phẳng ; giữa đường thẳng và mặt phẳng song song ; giữa hai mặt phẳng song song ; giữa hai đường thẳng chéo nhau). Hình lăng trụ đứng, hình hộp chữ nhật, hình lập phương. Hình chóp, hình chóp đều và hình chóp cụt đều.

TỔ HỢP XÁC SUẤT

Quy tắc cộng, quy tắc nhân. Chỉnh hợp, hoán vị, tổ hợp (không lặp). Nhị thức Niu-tơn. Phép thử và biến cố. Định nghĩa xác suất. Các quy tắc tính xác suất. ***Biến ngẫu nhiên rời rạc.***

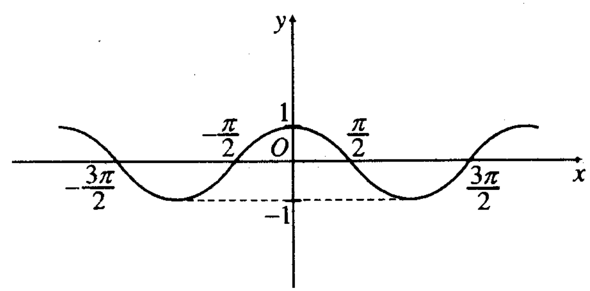
B – HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN KIẾN THỨC, KĨ NĂNG MÔN TOÁN LỚP 11

(Phần in nghiêng, đậm dành cho chương trình nâng cao)

Chuẩn kiến thức – kĩ năng	**Hướng dẫn thực hiện chuẩn**	
	Kiến thức cơ bản	**Dạng toán. Ví dụ. Lưu ý**
I. HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC		
1. Hàm số lượng giác (Định nghĩa ; Tính tuần hoàn ; Sự biến thiên ; Đồ thị). *Về kiến thức :* Hiểu được khái niệm hàm số lượng giác (của biến số thực). *Về kĩ năng :* – Xác định được : tập xác định ; tập giá trị ; tính chất chẵn, lẻ ; tính tuần hoàn ; chu kì ; khoảng đồng biến, nghịch biến của các hàm số $y = \sin x$; $y = \cos x$; $y = \tan x$; $y = \cot x$. – Vẽ được đồ thị của các hàm số $y = \sin x$; $y = \cos x$; $y = \tan x$; $y = \cot x$.	1. Hàm số sin và hàm số côsin $\sin : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ $x \mapsto y = \sin x$; $\text{côsin} : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ $x \mapsto y = \cos x$. • Tập xác định của hai hàm số này là $\mathbb{R}$. • Với mọi $x \in \mathbb{R}$ ta có : $-1 \le \sin x \le 1$; $-1 \le \cos x \le 1$. • $y = \sin x$ là hàm số lẻ, đồ thị của nó đối xứng qua gốc toạ độ (hình 1).  *Hình 1*	– Dạng 1 : Tìm tập xác định ; tập giá trị ; tính chất chẵn, lẻ ; tính tuần hoàn ; chu kì ; khoảng đồng biến, nghịch biến của các hàm số $y = \sin x$; $y = \cos x$; $y = \tan x$; $y = \cot x$. – Dạng 2 : Vẽ đồ thị của các hàm số $y = \sin x$; $y = \cos x$; $y = \tan x$; $y = \cot x$. *Ví dụ*. Cho hàm số $y = -\sin x$. – Tìm tập xác định của hàm số. – Tìm tập giá trị của hàm số. – Hàm số đã cho là chẵn hay lẻ ? – Hàm số đã cho có là hàm số tuần hoàn không ? Nếu tuần hoàn hãy cho biết chu kì ? – Xác định các khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số đó ?

<table>
<tr><th rowspan="2">Chuẩn kiến thức – kĩ năng</th><th colspan="2">Hướng dẫn thực hiện chuẩn</th></tr>
<tr><th>Kiến thức cơ bản</th><th>Dạng toán. Ví dụ. Lưu ý</th></tr>
<tr><td></td><td>

• $y = \cos x$ là hàm số chẵn, đồ thị của nó đối xứng qua trục tung (hình 2).



Hình 2

• Cả hai hàm số $y = \sin x$ *và* $y = \cos x$ đều là hàm số tuần hoàn với chu kì 2π, $\sin(x + 2\pi) = \sin x$, $\cos(x + 2\pi) = \cos x$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

• Đồ thị hàm số $y = \cos x$ được suy ra từ đồ thị hàm số $y = \sin x$ qua phép tịnh tiến song song với trục hoành theo vectơ $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$.

2. Hàm số tang và hàm số côtang.

• Hàm số tang là hàm số được xác định bởi công thức :

$$y = \tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

</td><td>

Ví dụ. Vẽ đồ thị của các hàm số sau :

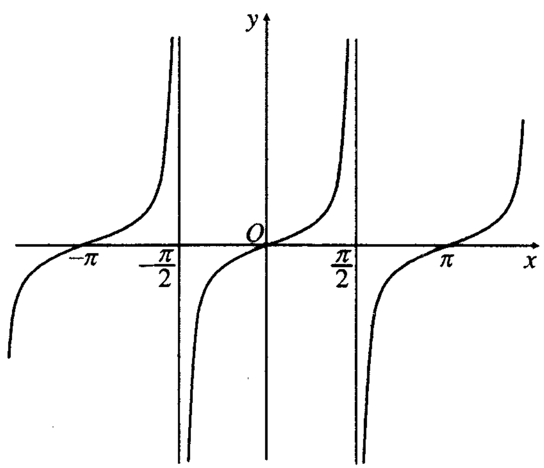
a) $y = 2\sin x$;

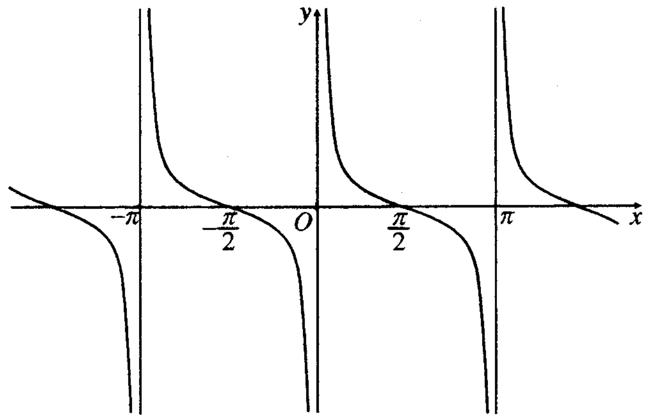
b) $y = -2\cos x$;

c) $y = -\tan x$;

d) $y = -\cot x$.

</td></tr>
</table>

Chuẩn kiến thức – kĩ năng	Hướng dẫn thực hiện chuẩn	
	Kiến thức cơ bản	**Dạng toán. Ví dụ. Lưu ý**
	với tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \dfrac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$ • Hàm số côtang là hàm số được xác định bởi công thức : $y = \cot x = \dfrac{\cos x}{\sin x}$ với tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}.$ • Hàm số $y = \tan x$ (hình 3) và $y = \cot x$ (hình 4) là những hàm số lẻ và tuần hoàn với chu kì π.  *Hình 3*	

Chuẩn kiến thức – kĩ năng	Hướng dẫn thực hiện chuẩn	
	Kiến thức cơ bản	**Dạng toán. Ví dụ. Lưu ý**
	 *Hình 4*	
2. *Phương trình lượng giác cơ bản* (Các phương trình lượng giác cơ bản ; Công thức nghiệm ; ***Minh hoạ trên đường tròn lượng giác***). *Về kiến thức* : Biết được phương trình lượng giác cơ bản : $\sin x = m$; $\cos x = m$; $\tan x = m$; $\cot x = m$ và công thức nghiệm. *Về kĩ năng* : Giải thành thạo phương trình lượng giác cơ bản. Biết sử dụng máy tính bỏ túi hỗ trợ tìm nghiệm phương trình lượng giác cơ bản.	1. Phương trình $\sin x = a$ (1) • Nếu $\|a\| > 1$: Phương trình (1) vô nghiệm. • Nếu $\|a\| \le 1$: Đặt $a = \sin\varphi$, phương trình (1) có các nghiệm $x = \varphi + k2\pi,\ k \in \mathbb{Z}$ và $x = \pi - \varphi + k2\pi,\ k \in \mathbb{Z}$. Ta còn viết : (1) $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \arcsin a + k2\pi,\ k \in \mathbb{Z} \\ x = \pi - \arcsin a + k2\pi,\ k \in \mathbb{Z} \end{array}\right.$ ($\arcsin a$ là góc thuộc đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$, mà sin của nó bằng a).	– Dạng bài tập : Giải phương trình lượng giác cơ bản ; Sử dụng máy tính bỏ túi hỗ trợ tìm nghiệm phương trình lượng giác cơ bản. ***Ví dụ. Giải và minh hoạ trên đường tròn lượng giác nghiệm của mỗi phương trình sau*** a) $\sin x = 0{,}789$. b) $2\sin x = 1$.

<table>
<tr><th rowspan="2">Chuẩn kiến thức – kĩ năng</th><th colspan="2">Hướng dẫn thực hiện chuẩn</th></tr>
<tr><th>Kiến thức cơ bản</th><th>Dạng toán. Ví dụ. Lưu ý</th></tr>
<tr><td></td><td>* Chú ý :
• Nếu số đo của φ được tính bằng độ thì nghiệm của (1) có dạng : $\left[\begin{array}{l}x=\varphi+k360^{\circ}\\x=180^{\circ}-\varphi+k360^{\circ},k\in\mathbb{Z}.\end{array}\right.$
• Tổng quát, với f(x) và g(x) là hai biểu thức của x, ta có : Phương trình $\sin f(x) = \sin g(x)$ tương đương với
$$\left[\begin{array}{l}f(x)=g(x)+k2\pi,k\in\mathbb{Z}\\f(x)=\pi-g(x)+k2\pi,k\in\mathbb{Z}.\end{array}\right.$$
2. Phương trình $\cos x = a$ (2)
• Nếu $|a| > 1$: Phương trình vô nghiệm.
• Nếu $|a| \le 1$: Đặt $a = \cos\varphi$, phương trình (2) có các nghiệm
$$x = \pm\varphi + k2\pi, k\in\mathbb{Z}.$$
Ta còn viết :
$$(2) \Leftrightarrow x = \pm\arccos a + k2\pi, k\in\mathbb{Z}$$
($\arccos a$ là góc thuộc đoạn $[0\,;\pi]$, mà côsin của nó bằng a).
* Chú ý :
• Nếu số đo của φ được tính bằng độ thì nghiệm của (2) có dạng :
$$x = \pm\varphi + k360^{\circ}, k\in\mathbb{Z}.$$</td><td>Ví dụ. Giải các phương trình :
a) $\cos x = -1$;
b) $\cos x = 0{,}123$.
Ví dụ. Giải các phương trình :
a) $\tan x = \sqrt{3}$;
b) $\tan x = 20$.
Ví dụ. Giải các phương trình :
a) $\cot x = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$;
b) $\cot x = 5{,}6789$.</td></tr>
</table>

Chuẩn kiến thức – kĩ năng	Hướng dẫn thực hiện chuẩn	
	Kiến thức cơ bản	**Dạng toán. Ví dụ. Lưu ý**
	• *Tổng quát, với $f(x)$ và $g(x)$ là hai biểu thức của x, ta có : Phương trình* $\cos f(x) = \cos g(x)$ *tương đương với* $f(x) = \pm g(x) + k2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$. 3. Phương trình $\tan x = a$ (3) Với mọi $a \in \mathbb{R}$, phương trình (3) luôn có nghiệm $x = \arctan a + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$ ($\arctan a$ là góc thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$, có tang của nó bằng a). Nếu φ là góc thoả mãn $\tan\varphi = a$ thì nghiệm của (3) là : $x = \varphi + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$. * Chú ý : • Nếu số đo của φ được tính bằng độ thì nghiệm của (3) có dạng : $x = \varphi + k180^{\circ}$, $k \in \mathbb{Z}$. • *Phương trình* $\tan f(x) = \tan g(x)$ *tương đương với* $f(x) = g(x) + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$. 4. Phương trình $\cot x = a$ (4) Với mọi $a \in \mathbb{R}$, phương trình (4) luôn có nghiệm $x = \operatorname{arccot} a + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$ ($\operatorname{arccot} a$ là góc thuộc khoảng $(0 ; \pi)$, có côtang bằng a).	

<table>
<tr><th rowspan="2">Chuẩn kiến thức – kĩ năng</th><th colspan="2">Hướng dẫn thực hiện chuẩn</th></tr>
<tr><th>Kiến thức cơ bản</th><th>Dạng toán. Ví dụ. Lưu ý</th></tr>
<tr><td></td><td>Nếu φ là góc thoả mãn $\cot\varphi = a$ thì nghiệm của (4) là : $x = \varphi + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
* Chú ý :
• Nếu số đo của φ được tính bằng độ thì nghiệm của (4) có dạng : $x = \varphi + k180^{\circ}, k \in \mathbb{Z}$.
• Phương trình $\cot f(x) = \cot g(x)$ tương đương với $f(x) = g(x) + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.</td><td></td></tr>
<tr><td>3. Một số phương trình lượng giác thường gặp (Phương trình bậc nhất, bậc hai đối với một hàm số lượng giác ; Phương trình $a\sin x + b\cos x = c$; Một số phương trình lượng giác khác).
Về kiến thức : Biết được dạng và cách giải phương trình : bậc nhất, bậc hai đối với một hàm số lượng giác ; $a\sin x + b\cos x = c$; phương trình thuần nhất bậc hai đối với $\sin x$ và $\cos x$; phương trình dạng $\boldsymbol{a(\sin x \pm \cos x) + b\sin x\cos x = 0}$; phương trình có sử dụng công thức biến đổi để giải (ở dạng đơn giản).
Về kĩ năng : Giải được phương trình thuộc các dạng nêu trên.</td><td>1. Phương trình bậc nhất đối với một hàm số lượng giác
• Phương trình bậc nhất đối với một hàm số lượng giác có dạng : $at + b = 0$, trong đó a, b là các hằng số ($a \neq 0$) và t là một trong các hàm số lượng giác ($y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \tan x$, $y = \cot x$).
• Cách giải : Biến đổi, đưa phương trình đã cho về phương trình lượng giác cơ bản.
2. Phương trình bậc hai đối với một hàm số lượng giác
• Phương trình $a\sin^2 x + b\sin x + c = 0$, ($a \neq 0$) :
Đặt $t = \sin x$, $|t| \leq 1$, đưa về phương trình bậc hai đối với t : $at^2 + bt + c = 0$. Giải phương trình tìm t rồi từ đó tìm x (lưu ý điều kiện $|t| \leq 1$ để có thể loại ngay các giá trị t không thích hợp).</td><td>– Dạng bài tập : Giải phương trình thuộc các dạng : phương trình bậc nhất, bậc hai đối với một hàm số lượng giác ; phương trình $a\sin x + b\cos x = c$; phương trình thuần nhất bậc hai đối với $\sin x$ và $\cos x$; phương trình dạng $\boldsymbol{a(\sin x \pm \cos x) + b\sin x\cos x = 0}$; phương trình có sử dụng công thức biến đổi để giải (ở dạng đơn giản) ; một số phương trình lượng giác khác.
Ví dụ. Giải phương trình
$3\sin x - 2 = 0$.
Ví dụ. Giải các phương trình :
a) $2\cos^2 x - 3\cos x + 1 = 0$;
b) $\sin^2 x - (1 + \sqrt{3})\sin x\cos x + \sqrt{3}\cos^2 x = 0$.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th rowspan="2">Chuẩn kiến thức – kĩ năng</th><th colspan="2">Hướng dẫn thực hiện chuẩn</th></tr>
<tr><th>Kiến thức cơ bản</th><th>Dạng toán. Ví dụ. Lưu ý</th></tr>
<tr><td></td><td>• Phương trình $a\cos^2 x + b\cos x + c = 0$, $(a \neq 0)$: Đặt $t = \cos x$, $|t| \leq 1$.

• Phương trình $a\tan^2 x + b\tan x + c = 0$, $(a \neq 0)$: Đặt $t = \tan x$.

• Phương trình $a\cot^2 x + b\cot x + c = 0$, $(a \neq 0)$: Đặt $t = \cot x$.

3. Phương trình bậc nhất đối với $\sin x$ và $\cos x$:
$a\sin x + b\cos x = c \ (a \neq 0, b \neq 0)$. (1)
Phương pháp chung để giải :
• Sử dụng công thức biến đổi
$a\sin x + b\cos x = \sqrt{a^2 + b^2}\sin(x + \varphi)$,
đưa phương trình (1) về phương trình lượng giác cơ bản
$\sin(x + \varphi) = \dfrac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ hoặc
$\cos(x - \varphi) = \dfrac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}}$.

• Sử dụng công thức tính sinx và cosx theo $t = \tan\dfrac{x}{2}$:
$\sin x = \dfrac{2t}{1 + t^2}$, $\cos x = \dfrac{1 - t^2}{1 + t^2}$, đưa phương trình (1) về phương trình bậc hai đối với t.</td><td>Ví dụ. Giải các phương trình :
a) $\sin x + \sin 2x + \sin 3x = 0$;
b) $\sin 2x.\sin 5x = \sin 3x.\sin 4x$;
c) $(\sin x + \cos x) - 6\sin x\cos x = 2$;
d) $\sin^2 x + \sin^2 3x = 2\sin^2 2x$.
Ví dụ. Giải các phương trình :
a) $5\sin x + 12\cos x = 13$;
b) $\sin x + \sqrt{3}\cos x = 1$.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th rowspan="2">Chuẩn kiến thức – kĩ năng</th><th colspan="2">Hướng dẫn thực hiện chuẩn</th></tr>
<tr><th>Kiến thức cơ bản</th><th>Dạng toán. Ví dụ. Lưu ý</th></tr>
<tr><td></td><td>4. Phương trình thuần nhất bậc hai đối với sinx và cosx :
• Phương trình $a\sin^2 x + b\sin x\cos x + c\cos^2 x = 0$, trong đó a, b, c là các hằng số, với $a \neq 0$ hoặc $b \neq 0$ hoặc $c \neq 0$.
Phương pháp giải : Chia hai vế của phương trình cho $\cos^2 x$ (với điều kiện $\cos x \neq 0$) để đưa phương trình về phương trình đối với tanx, hoặc chia hai vế của phương trình cho $\sin^2 x$ (với điều kiện $\sin x \neq 0$) để đưa phương trình về phương trình đối với cotx.
* Chú ý : Đối với phương trình
$a\sin^2 x + b\sin x\cos x + c\cos^2 x = d$, ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$, $a^2 + b^2 + c^2 \neq 0$) ta có thể quy về giải phương trình thuần nhất bậc hai đối với sinx và cosx bằng cách viết d dưới dạng
$$d = d(\sin^2 x + \cos^2 x).$$</td><td>Ví dụ. Giải các phương trình :
a) $\sin^2 x + (1 + \sqrt{3})\sin x\cos x + \sqrt{3}\cos^2 x = 0$;
b) $\sin^2 x - 5\sin x\cos x + 3 = 0$.</td></tr>
<tr><td colspan="3">II. TỔ HỢP. KHÁI NIỆM XÁC SUẤT</td></tr>
<tr><td>1. Đại số tổ hợp (Quy tắc cộng và quy tắc nhân ; Chỉnh hợp ; Hoán vị ; Tổ hợp ; Nhị thức Niu-tơn).
Về kiến thức : Biết quy tắc cộng và quy tắc nhân ; hoán vị, chỉnh hợp, tổ hợp chập k của n phần tử ; công thức nhị thức Niu-tơn
$$(a + b)^n.$$</td><td>1. Quy tắc cộng và quy tắc nhân
• Quy tắc cộng :
Giả sử đối tượng X có m cách chọn khác nhau, đối tượng Y có n cách chọn khác nhau và không có cách chọn đối tượng X nào trùng với mỗi cách chọn đối tượng Y. Khi đó có $m + n$ cách chọn một trong hai đối tượng ấy.</td><td>– Dạng 1 : Giải các bài toán có vận dụng quy tắc cộng và quy tắc nhân ; Tính số các hoán vị, chỉnh hợp, tổ hợp chập k của n phần tử.
– Dạng 2 : Khai triển nhị thức Niu-tơn với một số mũ cụ thể ; Tìm hệ số của x^k trong khai triển nhị thức Niu-tơn thành đa thức.</td></tr>
</table>

Chuẩn kiến thức – kĩ năng	Hướng dẫn thực hiện chuẩn	
	Kiến thức cơ bản	**Dạng toán. Ví dụ. Lưu ý**
Về kĩ năng : – Bước đầu vận dụng được quy tắc cộng và quy tắc nhân. – Tính được số các hoán vị, chỉnh hợp, tổ hợp chập k của n phần tử. – Biết khai triển nhị thức Niu-tơn với một số mũ cụ thể. – Tìm được hệ số của x^k trong khai triển nhị thức Niu-tơn thành đa thức.	Kí hiệu số phần tử của tập hợp A là $n(A)$. Giả sử A và B là các tập hợp hữu hạn, không giao nhau • Khi đó : $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$. (1) *** Chú ý : Công thức (1) có thể mở rộng theo hai hướng :*** ***a) Nếu A và B là hai tập hợp hữu hạn bất kì thì*** $\boldsymbol{n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)}$. ***b) Nếu $A_1, ..., A_m$ là các tập hợp hữu hạn tuỳ ý, đôi một không giao nhau thì*** $\boldsymbol{n(A_1 \cup A_2 \cup ... \cup A_m) = n(A_1) + n(A_2) + ... + n(A_m)}$. • Quy tắc nhân Giả sử có hai hành động được thực hiện liên tiếp. Hành động thứ nhất có m kết quả. Ứng với mỗi kết quả của hành động thứ nhất, hành động thứ hai có n kết quả. Khi đó có $m.n$ kết quả của hai hành động liên tiếp đó. *** Chú ý : Quy tắc nhân ở trên có thể mở rộng cho nhiều hành động liên tiếp.*** 2. Hoán vị, chỉnh hợp, tổ hợp (không lặp) : Cho tập hợp A gồm n phần tử ($n \geq 1$).	*Ví dụ.* Một đội thi đấu bóng bàn gồm 8 vận động viên nam và 7 vận động viên nữ. Hỏi có bao nhiêu cách cử ngẫu nhiên vận động viên thi đấu : a) Đơn nam, đơn nữ ? b) Đôi nam – nữ ? *Ví dụ.* Cho các chữ số 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5. Hỏi có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau được thành lập từ các chữ số đã cho ? *Ví dụ.* Hỏi có bao nhiêu cách chia ngẫu nhiên một lớp có 40 học sinh thành các nhóm học tập mà mỗi nhóm có 8 học sinh ? ***Ví dụ. Một hộp có chứa 20 viên bi màu đỏ, 30 viên bi màu xanh và 40 viên bi màu vàng. Lấy bất kì từ hộp đó 10 viên bi. Khi đó :*** ***a) Có bao nhiêu khả năng lấy được 10 viên bi cùng màu ?*** ***b) Có bao nhiêu khả năng lấy được 10 viên bi, trong đó có ít nhất 2 viên bi màu xanh ?*** ***c) Có bao nhiêu khả năng lấy được 10 viên bi trong đó có đúng 2 viên bi màu xanh ?***

<table>
<tr><th rowspan="2">Chuẩn kiến thức – kĩ năng</th><th colspan="2">Hướng dẫn thực hiện chuẩn</th></tr>
<tr><th>Kiến thức cơ bản</th><th>Dạng toán. Ví dụ. Lưu ý</th></tr>
<tr><td></td><td>• Mỗi sự sắp xếp n phần tử của A theo thứ tự nào đó được gọi là một hoán vị của tập hợp A.
Số các hoán vị của tập hợp A được kí hiệu là P_n, ta có
$$P_n = n.(n-1)\dots 2.1 = n!.$$
• Mỗi cách lấy ra k phần tử của A ($1 \le k \le n$) và xếp theo một thứ tự nào đó được gọi là một chỉnh hợp chập k của n phần tử.
Số các chỉnh hợp chập k của n phần tử được kí hiệu là A_n^k, ta có $A_n^k = \dfrac{n!}{(n-k)!}$
(ở đây, quy ước $0! = 1$).
• Mỗi cách lấy ra một tập con gồm k phần tử của A ($0 \le k \le n$) được gọi là một tổ hợp chập k của n phần tử. Coi $\varnothing$ là tổ hợp chập 0 của tập hợp có n phần tử.
Số các tổ hợp chập k của n phần tử được kí hiệu là C_n^k, ta có $C_n^k = \dfrac{n!}{k!(n-k)!}$.
3. Công thức nhị thức Niu-tơn
• Khai triển nhị thức $(a+b)^n$, theo công thức
$$(a+b)^n = C_n^0a^n + C_n^1a^{n-1}b + \dots + C_n^ka^{n-k}b^k + \dots + C_n^{n-1}ab^{n-1} + C_n^nb^n. \quad (*)$$</td><td>Ví dụ
a) Khai triển nhị thức $(2x+1)^{10}$ thành đa thức.
b) Tìm hệ số của x^5 trong khai triển nhị thức $(2x+1)^{10}$ thành đa thức.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th rowspan="2">Chuẩn kiến thức – kĩ năng</th><th colspan="2">Hướng dẫn thực hiện chuẩn</th></tr>
<tr><th>Kiến thức cơ bản</th><th>Dạng toán. Ví dụ. Lưu ý</th></tr>
<tr><td></td><td>• Trong vế phải của công thức (*), ta có :
a) Số các hạng tử là $n + 1$;
b) Số hạng (hạng tử) thứ $k + 1$ là $C_n^k a^{n-k} b^k$, $k = 0, 1, \ldots n$ (quy ước $a^0 = 1$ với $a \neq 0$).
c) Số mũ của a giảm dần từ n đến 0, số mũ của b tăng dần từ 0 đến n đồng thời tổng số mũ của a và b trong mỗi hạng tử luôn bằng n.
d) Hai hạng tử tương ứng đứng cách hạng tử đầu và hạng tử cuối một khoảng bằng nhau thì có cùng hệ số.</td><td>Ví dụ
a) Chứng minh
$C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \ldots + C_n^n = 2^n$.
b) Chứng minh :
$C_{2n}^0 + C_{2n}^2 + C_{2n}^4 + \ldots + C_{2n}^{2n}$
$= C_{2n}^1 + C_{2n}^3 + C_{2n}^5 + \ldots + C_{2n}^{2n-1}$.
Ví dụ. Chứng minh rằng :
a) $C_n^k = C_n^{n-k}$;
b) $C_n^k = C_{n-1}^k + C_{n-1}^{k-1}$.</td></tr>
<tr><td>2. Xác suất (Phép thử và biến cố ; Xác suất của biến cố và các tính chất cơ bản của xác suất ; Công thức cộng xác suất, công thức nhân xác suất ; Biến cố độc lập).
Về kiến thức :
– Biết được : Phép thử ngẫu nhiên ; không gian mẫu ; biến cố liên quan đến phép thử ngẫu nhiên. Định nghĩa cổ điển, định nghĩa thống kê xác suất của biến cố.
– Biết được các khái niệm : Biến cố hợp ; Biến cố xung khắc ; Biến cố đối ; Biến cố giao ; Biến cố độc lập ;
– Biết tính chất :
$P(\varnothing) = 0$; $P(\Omega) = 1$;</td><td>1. Phép thử và biến cố
Tập hợp mọi kết quả có thể xảy ra của một phép thử được gọi là không gian mẫu của phép thử và được kí hiệu là Ω. Ta chỉ xét các phép thử với không gian mẫu Ω là tập hữu hạn.</td><td>– Dạng 1. Xác định : phép thử ngẫu nhiên ; không gian mẫu ; biến cố liên quan đến phép thử ngẫu nhiên.
– Dạng 2. Vận dụng quy tắc cộng xác suất, quy tắc nhân xác suất trong các bài tập đơn giản.
– Dạng 3. Sử dụng máy tính bỏ túi hỗ trợ tính xác suất.
Ví dụ. Gieo ngẫu nhiên một con súc sắc (đồng chất).
a) Hãy mô tả không gian mẫu ;
b) Xác định biến cố "xuất hiện mặt có số lẻ chấm".</td></tr>
</table>

Chuẩn kiến thức – kĩ năng	Hướng dẫn thực hiện chuẩn	
	Kiến thức cơ bản	**Dạng toán. Ví dụ. Lưu ý**
$0 \le P(A) \le 1$. – Biết (không chứng minh) định lí cộng xác suất và định lí nhân xác suất. *Về kĩ năng :* – Xác định được : phép thử ngẫu nhiên ; không gian mẫu ; biến cố liên quan đến phép thử ngẫu nhiên. – Biết vận dụng quy tắc cộng xác suất, quy tắc nhân xác suất trong bài tập đơn giản. – Biết sử dụng máy tính bỏ túi hỗ trợ tính xác suất.	Mỗi tập con A của Ω được gọi là một *biến cố*. Tập $\varnothing$ được gọi là *biến cố không thể*, tập Ω được gọi là *biến cố chắc chắn*. Nếu khi phép thử được tiến hành mà kết quả của nó là một phần tử của A thì ta nói rằng biến cố A xảy ra, hay phép thử là thuận lợi cho A. Biến cố $\overline{A} = \Omega \setminus A$ được gọi là *biến cố đối* của A. A và B đối nhau $\Leftrightarrow$ $A = \overline{B}$. $\overline{A}$ xảy ra khi và chỉ khi A không xảy ra. Biến cố $A \cup B$ xảy ra khi và chỉ khi A hoặc B xảy ra. Biến cố $A \cap B$ xảy ra khi và chỉ khi A và B cùng xảy ra. Nếu $A \cap B = \varnothing$ thì A và B được gọi là *hai biến cố xung khắc*. 2. Xác suất của biến cố Nếu A là biến cố liên quan đến phép thử chỉ có một số hữu hạn các kết quả đồng khả năng xuất hiện thì tỉ số $$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$$ được gọi là *xác suất* của biến cố A. Xác suất có các tính chất sau : a) $0 \le P(A) \le 1, \forall A$; b) $P(\Omega) = 1$;	*Ví dụ.* Gieo ngẫu nhiên hai con súc sắc. Tính xác suất của biến cố : "Tổng số chấm trên mặt xuất hiện của hai con súc sắc bằng 8".

Chuẩn kiến thức – kĩ năng	Hướng dẫn thực hiện chuẩn	
	Kiến thức cơ bản	**Dạng toán. Ví dụ. Lưu ý**
	c) Nếu A và B là hai biến cố xung khắc cùng liên quan tới một phép thử thì $$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$ (*công thức cộng xác suất*). Mở rộng : Với hai biến cố A và B bất kì cùng liên quan đến một phép thử thì $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$. ***3. Biến cố độc lập, công thức nhân xác suất. Hai biến cố A và B được gọi là độc lập, nếu sự xảy ra của một trong hai biến cố không ảnh hưởng đến xác suất xảy ra của biến cố kia.*** ***Người ta chứng minh được rằng A và B độc lập khi và chỉ khi $P(A \cap B) = P(A).P(B)$ (công thức nhân xác suất).*** ***Nếu $P(A).P(B) \neq 0$ thì A và B độc lập $\Leftrightarrow$ $\overline{A}$ và B độc lập $\Leftrightarrow$ A và $\overline{B}$ độc lập $\Leftrightarrow$ $\overline{A}$ và $\overline{B}$ độc lập.***	
3. Biến ngẫu nhiên rời rạc (Khái niệm biến ngẫu nhiên rời rạc ; Phân bố xác suất của biến ngẫu nhiên rời rạc ; Kì vọng toán, phương sai, độ lệch chuẩn của biến ngẫu nhiên rời rạc). ***Về kiến thức :*** ***Biết được : Khái niệm biến ngẫu nhiên rời rạc ; Phân bố xác suất của biến ngẫu nhiên rời rạc. Kì vọng ; Phương sai ; Độ lệch chuẩn của biến ngẫu nhiên rời rạc.***	***1. Khái niệm biến ngẫu nhiên rời rạc*** ***Đại lượng X được gọi là một*** biến ngẫu nhiên rời rạc ***nếu nó nhận giá trị bằng số thuộc một tập hợp hữu hạn nào đó và giá trị ấy là ngẫu nhiên, không dự đoán trước được.*** ***2. Phân bố xác suất của biến ngẫu nhiên rời rạc*** ***Giả sử X là một biến ngẫu nhiên rời rạc nhận các giá trị $\{x_1, x_2, ..., x_n\}$. Để hiểu rõ hơn về X, ta***	***– Dạng 1 : Lập và đọc bảng phân bố xác suất của biến ngẫu nhiên rời rạc với một số ít giá trị.*** ***– Dạng 2 : Tính : Phương sai ; Độ lệch chuẩn của biến ngẫu nhiên rời rạc.*** ***Ví dụ. Một hộp chứa 8 viên bi đỏ và 6 viên bi xanh. Lấy bất kì từ hộp đó 4 viên bi. Gọi X là số viên bi xanh được chọn ra trong số các viên bi.*** ***a) Mô tả không gian mẫu ;***

<table>
<tr><th rowspan="2">Chuẩn kiến thức – kĩ năng</th><th colspan="2">Hướng dẫn thực hiện chuẩn</th></tr>
<tr><th>Kiến thức cơ bản</th><th>Dạng toán. Ví dụ. Lưu ý</th></tr>
<tr><td>Về kĩ năng :

– Lập và đọc được bảng phân bố xác suất của biến ngẫu nhiên rời rạc với một số ít giá trị.

– Tính được : Phương sai ; Độ lệch chuẩn của biến ngẫu nhiên rời rạc trong bài tập.</td><td>thường quan tâm đến xác suất để X nhận giá trị x_k tức là các số $P(X = x_k) = p_k$ với $k = 1, 2, ..., n$.
Các thông tin về X như vậy được trình bày dưới dạng bảng sau đây :
<table><tr><td>X</td><td>x_1</td><td>x_2</td><td>...</td><td>x_n</td></tr><tr><td>P</td><td>p_1</td><td>p_2</td><td>...</td><td>p_n</td></tr></table>
Bảng 1
Bảng 1 được gọi là bảng phân bố xác suất của biến ngẫu nhiên rời rạc X.
Trong bảng 1, tổng các số ở dòng thứ hai bằng
$$p_1 + p_2 + ... + p_n = 1.$$
3. Kì vọng
Cho X là biến ngẫu nhiên rời rạc với tập giá trị là $\{x_1, x_2, ..., x_n\}$. Kì vọng của X, kí hiệu là E(X), là một số được tính theo công thức
$$E(X) = x_1p_1 + x_2p_2 + ... + x_np_n = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i,$$
ở đó $p_i = P(X = x_i)$, $(i = 1, 2, ..., n)$.
4. Phương sai
Cho X là biến ngẫu nhiên rời rạc với tập giá trị là $\{x_1, x_2, ..., x_n\}$. Phương sai của X, kí hiệu là V(X), là một số được tính theo công thức</td><td>b) Tính giá trị của biến ngẫu nhiên X ;
c) Tính : Phương sai, độ lệch chuẩn của biến ngẫu nhiên rời rạc X.</td></tr>
</table>

Chuẩn kiến thức – kĩ năng	Hướng dẫn thực hiện chuẩn	
	Kiến thức cơ bản	**Dạng toán. Ví dụ. Lưu ý**
	$V(X) = (x_1 - \mu)^2 p_1 + (x_2 - \mu)^2 p_2 +$ $\ldots + (x_n - \mu)^2 p_n = \sum_{i=1}^{n} (x_i - \mu)^2 p_i$, *ở đó* $p_i = P(X = x_i)$, $(i = 1, 2, \ldots, n)$ *và* $\mu = E(X)$. ***5. Độ lệch chuẩn*** ***Căn bậc hai của phương sai, kí hiệu là*** $\sigma(X)$, ***được gọi là* độ lệch chuẩn *của X, nghĩa là*** $\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$.	
III. DÃY SỐ. CẤP SỐ CỘNG. CẤP SỐ NHÂN		
1. Phương pháp quy nạp toán học (Giới thiệu phương pháp quy nạp toán học và các ví dụ áp dụng). *Về kiến thức :* Hiểu được phương pháp quy nạp toán học. *Về kĩ năng :* Biết cách giải một số bài toán đơn giản bằng quy nạp.	1. Để chứng minh một mệnh đề là đúng với mọi $n \in \mathbb{N}^*$ bằng phương pháp quy nạp toán học, ta tiến hành hai bước : Bước 1 : Kiểm tra rằng mệnh đề đó đúng với $n = 1$. Bước 2 : Giả sử mệnh đề đã cho đúng với một số tự nhiên bất kì $n = k$, $(k \geq 1)$ (ta gọi là giả thiết quy nạp) và chứng minh rằng nó cũng đúng với $n = k + 1$. 2. Trong trường hợp phải chứng minh mệnh đề là đúng với mọi số tự nhiên $n \geq p$ (p là số tự nhiên lớn hơn 1) thì : • Ở bước 1, ta kiểm tra mệnh đề đó đúng với $n = p$. • Ở bước 2, ta giả thiết mệnh đề đã cho đúng với một số tự nhiên bất kì $n = k$ $(k \geq p)$ và chứng minh rằng nó cũng đúng với $n = k + 1$.	– Dạng bài tập : Giải một số bài toán đơn giản bằng phương pháp quy nạp. *Ví dụ.* Chứng minh $n^3 + 11n$ chia hết cho 6 với $\forall n \in \mathbb{N}^*$. *Ví dụ.* Chứng minh rằng với $\forall n \in \mathbb{N}^*$, ta có $1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$. ***Ví dụ. Cho số thực*** $x > -1$. ***Chứng minh rằng :*** $(1 + x)^n \geq 1 + nx$ ***với mọi số nguyên dương n.***

<table>
<tr><th rowspan="2">Chuẩn kiến thức – kĩ năng</th><th colspan="2">Hướng dẫn thực hiện chuẩn</th></tr>
<tr><th>Kiến thức cơ bản</th><th>Dạng toán. Ví dụ. Lưu ý</th></tr>
<tr><td></td><td>3. Chú ý : Phép thử với một số hữu hạn số tự nhiên, tuy không phải là chứng minh, nhưng cho phép ta dự đoán được kết quả. Kết quả này chỉ là giả thiết, và để chứng minh ta có thể dùng phương pháp quy nạp toán học.</td><td></td></tr>
<tr><td>2. Dãy số (Dãy số ; Dãy số tăng, dãy số giảm ; Dãy số bị chặn).
Về kiến thức :
– Biết được : Khái niệm dãy số ; cách cho dãy số (bởi công thức tổng quát ; bởi hệ thức truy hồi ; bằng mô tả) ; dãy số hữu hạn, vô hạn.
– Biết tính tăng, giảm, bị chặn của một dãy số.
Về kĩ năng :
– Xác định được các số hạng của dãy số ; Tìm công thức biểu diễn số hạng tổng quát của dãy số.
– Xét được tính tăng, giảm, bị chặn của dãy số.</td><td>1. Định nghĩa
a) Mỗi hàm số u xác định trên tập số $\mathbb{N}^*$ được gọi là dãy số vô hạn (gọi tắt là dãy số).
$$u : \mathbb{N}^* \to \mathbb{R}$$ $$n \mapsto u(n).$$
Đặt $u(n) = u_n$ và gọi nó là số hạng thứ n của dãy số (u_n).
Đôi khi người ta cũng gọi nó là số hạng tổng quát của dãy số (u_n).
b) Mỗi hàm số u xác định trên tập
$M = \{1, 2, 3, ..., m\}$, với $m \in \mathbb{N}^*$, được gọi là dãy số hữu hạn.
2. Cách cho một dãy số
a) Dãy số cho bằng công thức của số hạng tổng quát
Khi đó $u_n = f(n)$, trong đó f là một hàm số xác định trên $\mathbb{N}^*$.</td><td>– Dạng 1 : Xác định các số hạng của dãy số ; Tìm công thức biểu diễn số hạng tổng quát của dãy số.
– Dạng 2 : Xét tính tăng, giảm, bị chặn của dãy số.
Ví dụ. Trong các dãy số được cho dưới đây, hãy chỉ ra dãy hữu hạn, dãy vô hạn, dãy tăng, dãy giảm, dãy bị chặn :
a) 2, 5, 8, 11.
b) $1, 3, 5, 7, ..., 2n + 1, ...$
c) $\frac{1}{2}, \frac{2}{5}, \frac{3}{10}, ...$
d) $1, -1, 1, -1, 1, -1, ...$</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th rowspan="2">Chuẩn kiến thức – kĩ năng</th><th colspan="2">Hướng dẫn thực hiện chuẩn</th></tr>
<tr><th>Kiến thức cơ bản</th><th>Dạng toán. Ví dụ. Lưu ý</th></tr>
<tr><td></td><td>Đây là cách khá thông dụng (giống như hàm số) và nếu biết giá trị của n (hay cũng chính là số thứ tự của số hạng) thì ta có thể tìm ngay được u_n.
b) Dãy số cho bằng phương pháp mô tả
Người ta cho một mệnh đề mô tả cách xác định các số hạng liên tiếp của dãy số. Trong một số trường hợp, không thể tìm ngay được u_n với n tuỳ ý.
c) Dãy số cho bằng công thức truy hồi (hay quy nạp)
• Cho số hạng thứ nhất u_1 (hoặc một vài số hạng đầu).
• Với $n \geq 2$, cho một công thức tính u_n nếu biết u_{n-1} (hoặc một vài số hạng đứng ngay trước đó). Các công thức có thể là :
$\begin{cases} u_1 = a \\ u_n = f(u_{n-1}), n \geq 2 \end{cases}$ hoặc
$\begin{cases} u_1 = a, u_2 = b \\ u_n = f(u_{n-1}, u_{n-2}), n \geq 3. \end{cases}$
3. Dãy số tăng, dãy số giảm
• Dãy số u_n được gọi là tăng nếu $u_{n+1} > u_n$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$;
• Dãy số u_n được gọi là giảm nếu $u_{n+1} < u_n$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$;</td><td>Ví dụ. Chứng minh rằng dãy số (u_n), với $u_n = \dfrac{2n+3}{3n+2}$ là một dãy số giảm và bị chặn.</td></tr>
</table>

Chuẩn kiến thức – kĩ năng	Hướng dẫn thực hiện chuẩn	
	Kiến thức cơ bản	**Dạng toán. Ví dụ. Lưu ý**
	• Các dãy số *tăng* và dãy số *giảm* được gọi chung là dãy số *đơn điệu*. • Phương pháp khảo sát tính đơn điệu : * Phương pháp 1 : Xét hiệu $H = u_{n+1} - u_n$. + Nếu $H > 0$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$ thì dãy số đã cho là dãy số tăng. + Nếu $H < 0$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$ thì dãy số đã cho là dãy số giảm. * Phương pháp 2 : Nếu $u_n > 0$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$ thì lập tỉ số $\frac{u_{n+1}}{u_n}$, rồi so sánh với 1. + Nếu $\frac{u_{n+1}}{u_n} > 1$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$ thì dãy số đã cho là dãy số tăng. + Nếu $\frac{u_{n+1}}{u_n} < 1$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$ thì dãy số đã cho là dãy số giảm. 4. Dãy số bị chặn • Dãy số (u_n) được gọi là *bị chặn trên* nếu tồn tại số M sao cho $u_n \leq M, \forall n \in \mathbb{N}^*$. • Dãy số (u_n) được gọi là *bị chặn dưới* nếu tồn tại	***Ví dụ. Xác định số thực a để dãy số (u_n), với $u_n = \frac{an+3}{3n+2}$ là :*** ***a) Một dãy số tăng ;*** ***b) Một dãy số giảm.*** *Ví dụ*. Xét xem trong các dãy số sau, dãy số nào là dãy số bị chặn :

Chuẩn kiến thức – kĩ năng	Hướng dẫn thực hiện chuẩn	
	Kiến thức cơ bản	**Dạng toán. Ví dụ. Lưu ý**
	số m sao cho $u_n \geq m,\ \forall n \in \mathbb{N}^*$. • Dãy số được gọi là *bị chặn*, nếu nó vừa bị chặn trên vừa bị chặn dưới, tức là tồn tại hai số m, M sao cho : $m \leq u_n \leq M,\ \forall n \in \mathbb{N}^*$. * *Lưu ý* : Các dấu "=" nêu trên không nhất thiết phải xảy ra.	a) $u_n = \dfrac{n}{n+1},\ \forall n \in \mathbb{N}^*$; b) $u_n = n,\ \forall n \in \mathbb{N}^*$; c) $u_n = (-1)^n.n,\ \forall n \in \mathbb{N}^*$.
3. Cấp số cộng (Số hạng tổng quát của cấp số cộng ; Tổng n số hạng đầu của một cấp số cộng). *Về kiến thức* : Biết được : – Khái niệm cấp số cộng. – Tính chất $u_k = \dfrac{u_{k-1} + u_{k+1}}{2}$; $k \geq 2$. – Số hạng tổng quát u_n. – Tổng S_n của n số hạng đầu tiên của cấp số cộng. *Về kĩ năng* : Tìm được các yếu tố còn lại khi cho biết ba trong năm yếu tố u_1, u_n, n, d, S_n.	1. Định nghĩa : Cho dãy số (u_n). *(u_n) là cấp số cộng* $\Leftrightarrow u_{n+1} = u_n + d$ với $n \in \mathbb{N}^*$, d là hằng số. Hệ quả : *Công sai* $d = u_{n+1} - u_n$. 2. Số hạng tổng quát : $$u_n = u_1 + (n-1)\,d\ (n \geq 2).$$ $$d = \frac{u_n - u_1}{n-1}.$$ 3. Tính chất : $$u_k = \frac{u_{k-1} + u_{k+1}}{2},\ \text{với } k \geq 2,\ n \in \mathbb{N}^*$$ hay $u_{k-1} + u_{k+1} = 2u_k$. 4. Tổng n số hạng đầu : $$S_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2},\ n \in \mathbb{N}^*$$	– Dạng 1 : Tìm các yếu tố còn lại của cấp số cộng khi cho biết ba trong năm yếu tố u_1, u_n, n, d, S_n. ***– Dạng 2 : Chứng minh một dãy số là cấp số cộng.*** *Ví dụ*. Cho cấp số cộng với các số hạng ban đầu là 1, 4, 7, 10, 13, 16,... Xác định u_1, d và tính u_n, S_n theo n. *Ví dụ*. Cho cấp số cộng mà số hạng đầu là 1 và tổng của 10 số hạng đầu tiên là 100. Tìm số hạng tổng quát của cấp số cộng đó. ***Ví dụ. Hãy tìm số hạng tổng quát của cấp số cộng (u_n), biết rằng*** $u_{23} - u_{17} = 30$ ***và*** $u^2_{23} + u^2_{17} = 450$. * *Lưu ý* : Khi giải các bài toán về cấp số cộng, ta thường gặp năm đại lượng là u_1, d, u_n, n, S_n.

<table>
<tr><th rowspan="2">Chuẩn kiến thức – kĩ năng</th><th colspan="2">Hướng dẫn thực hiện chuẩn</th></tr>
<tr><th>Kiến thức cơ bản</th><th>Dạng toán. Ví dụ. Lưu ý</th></tr>
<tr><td></td><td>hoặc $S_n = \dfrac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2}$.</td><td>Cần biết ít nhất ba trong năm đại lượng đó mới tính được các đại lượng còn lại.</td></tr>
<tr><td>4. Cấp số nhân (Số hạng tổng quát của cấp số nhân ; Tổng n số hạng đầu của một cấp số nhân).
Về kiến thức : Biết được :
– Khái niệm cấp số nhân.
– Tính chất $u_k^2 = u_{k-1}.u_{k+1}$; $k \geq 2$.
– Số hạng tổng quát u_n.
– Tổng S_n của n số hạng đầu tiên của cấp số nhân.
Về kĩ năng : Tìm được các yếu tố còn lại khi cho biết ít nhất ba trong năm yếu tố u_1, u_n, n, q, S_n.</td><td>1. Định nghĩa : Cho dãy số (u_n).
(u_n) là cấp số nhân $\Leftrightarrow u_{n+1} = u_n q$, với $n \in \mathbb{N}^*$.
Hệ quả : Công bội $q = \dfrac{u_{n+1}}{u_n}$.
2. Số hạng tổng quát :
$$u_n = u_1 q^{n-1}.$$
3. Tính chất :
$$u_k^2 = u_{k-1}u_{k+1}$$
hay $|u_k| = \sqrt{u_{k-1}u_{k+1}}$ $(k \geq 2)$.
4. Tổng n số hạng đầu tiên :
$$S_n = \frac{u_1(q^n - 1)}{q - 1}, (q \neq 1).$$
Đặc biệt, nếu $q = 1$ thì $S_n = nu_1$.</td><td>– Dạng 1 : Tìm được các yếu tố còn lại của cấp số nhân khi cho biết ít nhất ba trong năm yếu tố u_1, u_n, n, q, S_n.
– Dạng 2 :
Chứng minh một dãy số là cấp số nhân.
Ví dụ. Cho một cấp số nhân với các số hạng ban đầu là 1, 4, 16, 64, ... Xác định u_1, q và tính u_n, S_n theo n.
Ví dụ. Cho một cấp số nhân mà số hạng đầu là 1 và tổng của năm số hạng đầu tiên là 341. Tìm số hạng tổng quát của cấp số nhân đó.
Ví dụ. Cho một dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = 1$ và $u_{n+1} = 5u_n + 8$ với mọi $n \geq 1$. Chứng minh rằng dãy số (v_n), với $v_n = u_n + 2$ là một cấp số nhân. Tìm số hạng tổng quát của cấp số nhân đó.</td></tr>
<tr><td colspan="3">IV. GIỚI HẠN</td></tr>
<tr><td>1. Giới hạn của dãy số (Khái niệm giới hạn của dãy số ; Một số định lí về giới hạn của dãy số ; Tổng của cấp số nhân lùi vô hạn ;</td><td>1. Giới hạn hữu hạn
• $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$ khi và chỉ khi $|u_n|$ luôn nhỏ hơn</td><td>– Dạng 1 : Vận dụng : $\lim \dfrac{1}{n} = 0$; $\lim \dfrac{1}{\sqrt{n}} = 0$;</td></tr>
</table>

Chuẩn kiến thức – kĩ năng	Hướng dẫn thực hiện chuẩn	
	Kiến thức cơ bản	**Dạng toán. Ví dụ. Lưu ý**
Dãy số dần tới vô cực). *Về kiến thức :* – Biết khái niệm giới hạn của dãy số (thông qua ví dụ cụ thể). – Biết (không chứng minh) : + Nếu $\lim u_n = L$ thì $\lim\lvert u_n\rvert = L$. + Nếu $\lim u_n = L$, $u_n \geq 0$ với mọi n thì $L \geq 0$ và $\lim\sqrt{u_n} = \sqrt{L}$. + Định lí về : $\lim\,(u_n \pm v_n)$, $\lim\,(u_n.v_n)$, $\lim\left(\dfrac{u_n}{v_n}\right)$. *Về kĩ năng :* – Biết vận dụng : $\lim\dfrac{1}{n} = 0$; $\lim\dfrac{1}{\sqrt{n}} = 0$; $\lim q^n = 0$ với $\lvert q\rvert < 1$ để tìm giới hạn của một số dãy số đơn giản. – Tìm được tổng của một cấp số nhân lùi vô hạn.	một số dương nhỏ tuỳ ý cho trước, kể từ một số hạng nào đó trở đi. • $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = a \Leftrightarrow \lim\limits_{n\to+\infty}(v_n - a) = 0$. 2. Giới hạn vô cực • $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$ khi và chỉ khi u_n luôn lớn hơn một số dương lớn tuỳ ý cho trước, kể từ một số hạng nào đó trở đi. • $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = -\infty \Leftrightarrow \lim\limits_{n\to+\infty}(-u_n) = +\infty$. * *Lưu ý :* Thay cho $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = a$, $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \pm\infty$, ta viết tắt $\lim u_n = a$, $\lim u_n = \pm\infty$. 3. Các giới hạn đặc biệt : a) $\lim\dfrac{1}{n} = 0$; $\lim\dfrac{1}{n^k} = 0$; $\lim n^k = +\infty$ với k nguyên dương. b) $\lim q^n = 0$ nếu $\lvert q\rvert < 1$; $\lim q^n = +\infty$ nếu $q > 1$. c) $\lim c = c$ (c là hằng số). 4. Định lí về giới hạn hữu hạn a) Nếu $\lim u_n = a$ và $\lim v_n = b$, thì :	$\lim q^n = 0$ với $\lvert q\rvert < 1$ để tìm giới hạn của một số dãy số đơn giản. – Dạng 2 : Tìm tổng của một cấp số nhân lùi vô hạn. ***Ví dụ. Cho dãy (u_n) với $u_n = \dfrac{n}{3^n}$ với n là số nguyên dương.*** ***a) Chứng minh rằng :*** $\dfrac{u_{n+1}}{u_n} \leq \dfrac{2}{3}$; ***b) Bằng phương pháp quy nạp chứng minh rằng*** $0 < u_n \leq \left(\dfrac{2}{3}\right)^n$. ***c) Chứng minh dãy số (u_n) có giới hạn.*** *Ví dụ* a) Tính $\lim\dfrac{n+1}{n}$; b) Tính $\lim\dfrac{n^2+1}{n^2+n}$. *Ví dụ.* Tính tổng của một cấp số nhân lùi vô hạn có các số hạng đầu là : $1, \dfrac{1}{2}, \dfrac{1}{4}, \dfrac{1}{8}, \ldots$

<table>
<tr><th rowspan="2">Chuẩn kiến thức – kĩ năng</th><th colspan="2">Hướng dẫn thực hiện chuẩn</th></tr>
<tr><th>Kiến thức cơ bản</th><th>Dạng toán. Ví dụ. Lưu ý</th></tr>
<tr><td></td><td>• $\lim(u_n + v_n) = a + b$;

• $\lim(u_n - v_n) = a - b$;

• $\lim(u_n.v_n) = a.b$;

• $\lim\frac{u_n}{v_n} = \frac{a}{b}$ (nếu $b \neq 0$);

b) Nếu $u_n \geq 0$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$ và $\lim u_n = a$, thì $\lim\sqrt{u_n} = \sqrt{a}$.

5. Định lí liên hệ giữa giới hạn hữu hạn và giới hạn vô cực

a) Nếu $\lim u_n = a$ và $\lim v_n = \pm\infty$ thì $\lim\frac{u_n}{v_n} = 0$.

b) Nếu $\lim u_n = a > 0, \lim v_n = 0$ và $v_n > 0$ với mọi n thì $\lim\frac{u_n}{v_n} = +\infty$.

c) Nếu $\lim u_n = +\infty$ và $\lim v_n = a > 0$ thì $\lim(u_n.v_n) = +\infty$.</td><td>***Ví dụ. Tính*** $\lim\left(\frac{\sqrt{n^2+1} - 2n}{2n+1}\right)$.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th rowspan="2">Chuẩn kiến thức – kĩ năng</th><th colspan="2">Hướng dẫn thực hiện chuẩn</th></tr>
<tr><th>Kiến thức cơ bản</th><th>Dạng toán. Ví dụ. Lưu ý</th></tr>
<tr><td></td><td>6. Cấp số nhân lùi vô hạn
• Cấp số nhân lùi vô hạn là cấp số nhân vô hạn có công bội q thoả mãn $|q| < 1$.
• Công thức tính tổng S của cấp số nhân lùi vô hạn (u_n) :
$$S = u_1 + u_2 + u_3 + ... + u_n + ... = \frac{u_1}{1-q}.$$</td><td></td></tr>
<tr><td>2. Giới hạn của hàm số (Định nghĩa ; Một số định lí về giới hạn của hàm số ; Mở rộng khái niệm giới hạn của hàm số (giới hạn một bên) ; Các dạng vô định).
Về kiến thức :
– Biết khái niệm giới hạn của hàm số. Giới hạn một bên.
– Biết (không chứng minh) :
+ Nếu $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = L$ thì $\lim\limits_{x \to x_0} |f(x)| = |L|$.
+ Nếu $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = L$, $f(x) \geq 0$ với $x \neq x_0$ thì $L \geq 0$ và $\lim\limits_{x \to x_0} \sqrt{f(x)} = \sqrt{L}$.
+ Định lí về giới hạn : $\lim\limits_{x \to x_0} [f(x) \pm g(x)]$, $\lim\limits_{x \to x_0} [f(x).g(x)]$, $\lim\limits_{x \to x_0} \frac{f(x)}{g(x)}$.</td><td>1. Giới hạn hữu hạn
• Cho khoảng K, $x_0 \in K$ và hàm số $f(x)$ xác định trên K (hoặc $K \setminus \{x_0\}$).
$\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = L$ khi và chỉ khi với dãy số (x_n) bất kì, $x_n \in K \setminus \{x_0\}$ và $x_n \to x_0$ thì $\lim\limits_{n \to +\infty} f(x_n) = L$.
• Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(x_0 ; b)$.
$\lim\limits_{x \to x_0^+} f(x) = L$ khi và chỉ khi với dãy số (x_n) bất kì, $x_0 < x_n < b$ và $x_n \to x_0$, ta có $\lim f(x_n) = L$.
• Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(a ; x_0)$.
$\lim\limits_{x \to x_0^-} f(x) = L$ khi và chỉ khi với dãy số (x_n) bất kì, $a < x_n < x_0$ và $x_n \to x_0$, ta có $\lim f(x_n) = L$.</td><td>– Dạng 1 : Sử dụng định nghĩa giới hạn của hàm số chứng minh hàm số có giới hạn hoặc không có giới hạn.
– Dạng 2 : Tính :
• Giới hạn của hàm số tại một điểm.
• Giới hạn một bên của hàm số tại một điểm.
• Giới hạn của hàm số tại $\pm\infty$.
• Một số giới hạn dạng $\frac{0}{0}$; $\frac{\infty}{\infty}$.
Ví dụ
Tính $\lim\limits_{x \to 2} (x^2 - 3x + 4)$.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th rowspan="2">Chuẩn kiến thức – kĩ năng</th><th colspan="2">Hướng dẫn thực hiện chuẩn</th></tr>
<tr><th>Kiến thức cơ bản</th><th>Dạng toán. Ví dụ. Lưu ý</th></tr>
<tr><td>Về kĩ năng : Trong một số trường hợp đơn giản, tính được :

– Giới hạn của hàm số tại một điểm.

– Giới hạn một bên.

– Giới hạn của hàm số tại $\pm\infty$.

– Một số giới hạn dạng $\frac{0}{0}$; $\frac{\infty}{\infty}$; $\infty - \infty$.</td>
<td>• Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(a ; +\infty)$.

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = L$ khi và chỉ khi với dãy số (x_n) bất kì, $x_n > a$ và $x_n \to +\infty$, thì $\lim f(x_n) = L$.

• Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(-\infty ; a)$.

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = L$ khi và chỉ khi với dãy số (x_n) bất kì, $x_n < a$ và $x_n \to -\infty$, thì $\lim f(x_n) = L$.

2. Giới hạn vô cực

Sau đây là hai trong nhiều loại giới hạn vô cực khác nhau :

• Cho hàm số $f(x)$ xác định trên khoảng $(a ; +\infty)$.

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$ khi và chỉ khi với dãy số (x_n) bất kì, $x_n > a$ và $x_n \to +\infty$, ta có

$$\lim f(x_n) = -\infty.$$

• Cho khoảng K, $x_0 \in K$ và hàm số $f(x)$ xác định trên K (hoặc $K \setminus \{x_0\}$).</td>
<td>Ví dụ

Tính $\lim\limits_{x\to+\infty} (2x^2 - 3x + 5)$.

Ví dụ

Tính $\lim\limits_{x\to1} \dfrac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 1}$.

Ví dụ. Tính

a) $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{2x^2 - 5x + 1}{3x^2 + 1}$;

b) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 1}$.

Ví dụ

Tính $\lim\limits_{x\to+\infty} (x - \sqrt{x^2 + 1})$.

Ví dụ

Tính $\lim\limits_{x\to0^+} \left(\dfrac{x + 2\sqrt{x}}{x - \sqrt{x}}\right)$.

Ví dụ. Cho hàm số

$f(x) = \begin{cases} 2\lvert x\rvert - 1 & \text{với } x \le -2 \\ \sqrt{2x^2 + 1} & \text{với } x > -2. \end{cases}$

Tìm các giới hạn sau (nếu có) :</td></tr>
</table>

Chuẩn kiến thức – kĩ năng	Hướng dẫn thực hiện chuẩn	
	Kiến thức cơ bản	**Dạng toán. Ví dụ. Lưu ý**
	$\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = +\infty$ khi và chỉ khi với dãy số (x_n) bất kì, $x_n \in K \setminus \{x_0\}$ và $x_n \to x_0$, ta có $$\lim f(x_n) = +\infty.$$ *Nhận xét :* $f(x)$ có giới hạn $+\infty$ khi và chỉ khi $-f(x)$ có giới hạn $-\infty$. 3. Các giới hạn đặc biệt a) $\lim\limits_{x \to x_0} x = x_0$; b) $\lim\limits_{x \to x_0} c = c$; c) $\lim\limits_{x \to \pm\infty} c = c$; d) $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \frac{c}{x} = 0$; e) $\lim\limits_{x \to +\infty} x^k = +\infty$ với k nguyên dương. f) $\lim\limits_{x \to -\infty} x^k = -\infty$, nếu k là số lẻ ; g) $\lim\limits_{x \to -\infty} x^k = +\infty$, nếu k là số chẵn.	$\lim\limits_{x \to (-2)^-} f(x)$; $\lim\limits_{x \to (-2)^+} f(x)$; $\lim\limits_{x \to (-2)} f(x)$.

Chuẩn kiến thức – kĩ năng	Hướng dẫn thực hiện chuẩn	
	Kiến thức cơ bản	**Dạng toán. Ví dụ. Lưu ý**
	4. Định lí về giới hạn hữu hạn Định lí 1 : a) Nếu $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = L$ và $\lim\limits_{x \to x_0} g(x) = M$, thì : • $\lim\limits_{x \to x_0} [f(x) + g(x)] = L + M$; $\lim\limits_{x \to x_0} [f(x) - g(x)] = L - M$; • $\lim\limits_{x \to x_0} [f(x).g(x)] = L.M$; • $\lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{f(x)}{g(x)} = \dfrac{L}{M}$ (nếu $M \neq 0$) ; b) Nếu $f(x) \geq 0$ và $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = L$, thì $L \geq 0$ và $\lim\limits_{x \to x_0} \sqrt{f(x)} = \sqrt{L}$. (Dấu của $f(x)$ được xét trên khoảng đang tìm giới hạn, với $x \neq x_0$). * *Chú ý* : Định lí 1 vẫn đúng khi $x \to +\infty$ hoặc $x \to -\infty$. Định lí 2 : $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = L \Leftrightarrow \lim\limits_{x \to x_0^+} f(x) = \lim\limits_{x \to x_0^-} f(x) = L$.	

Chuẩn kiến thức – kĩ năng	Hướng dẫn thực hiện chuẩn	
	Kiến thức cơ bản	**Dạng toán. Ví dụ. Lưu ý**

5. Quy tắc về giới hạn vô cực

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = L \; ; \; \lim_{x \to x_0} g(x) = \pm\infty.$$

a) Quy tắc tìm giới hạn của tích $f(x).g(x)$.

$\lim\limits_{x \to x_0} f(x)$	$\lim\limits_{x \to x_0} g(x)$	$\lim\limits_{x \to x_0} f(x).g(x)$
$L > 0$	$+\infty$	$+\infty$
	$-\infty$	$-\infty$
$L < 0$	$+\infty$	$-\infty$
	$-\infty$	$+\infty$

b) Quy tắc tìm giới hạn của thương $\dfrac{f(x)}{g(x)}$.

$\lim\limits_{x \to x_0} f(x)$	$\lim\limits_{x \to x_0} g(x)$	Dấu của f(x)	$\lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{f(x)}{g(x)}$
L	$\pm\infty$	Tuỳ ý	0
$L > 0$	0	+	$+\infty$
		–	$-\infty$
$L < 0$	0	+	$-\infty$
		–	$+\infty$

(Dấu của $g(x)$ xét trên một khoảng K nào đó đang tính giới hạn, với $x \neq x_0$).

Chuẩn kiến thức – kĩ năng	Hướng dẫn thực hiện chuẩn – Kiến thức cơ bản	Hướng dẫn thực hiện chuẩn – Dạng toán. Ví dụ. Lưu ý
3. Hàm số liên tục (Định nghĩa hàm số liên tục tại một điểm, hàm số liên tục trên một khoảng ; Một số định lí về hàm số liên tục). *Về kiến thức :* Biết được – Định nghĩa hàm số liên tục (tại một điểm, trên một khoảng). – Định lí về : Tổng, hiệu, tích, thương các hàm số liên tục. – Định lí về : Hàm đa thức, phân thức hữu tỉ liên tục trên tập xác định của chúng. ***–Định lí (giá trị trung gian) : Giả sử hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a ; b]$. Nếu $f(a) \neq f(b)$ thì với mỗi số thực M nằm giữa $f(a)$ và $f(b)$, tồn tại ít nhất một điểm $c \in (a ; b)$ sao cho $f(c) = M$.*** *Về kĩ năng :* – Biết ứng dụng các định lí nói trên xét tính liên tục của một hàm số đơn giản. – Biết chứng minh một phương trình có nghiệm dựa vào định lí giá trị trung gian.	1. Hàm số liên tục • Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng K và $x_0 \in K$. $y = f(x)$ liên tục tại x_0 khi và chỉ khi $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = f(x_0)$. • $y = f(x)$ liên tục trên một khoảng nếu nó liên tục tại mọi điểm thuộc khoảng đó. • $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a ; b]$ nếu nó liên tục trên khoảng $(a ; b)$ và $\lim\limits_{x \to a^+} f(x) = f(a),\ \lim\limits_{x \to b^-} f(x) = f(b)$. *Nhận xét* : Đồ thị của hàm số liên tục trên một khoảng được biểu thị bởi một "đường liền nét" trên khoảng đó. 2. Các định lí Định lí 1 : a) Hàm số đa thức liên tục trên toàn bộ tập số thực $\mathbb{R}$. b) Hàm số phân thức hữu tỉ và hàm số lượng giác liên tục trên từng khoảng của tập xác định của chúng.	– Dạng 1 : Xét tính liên tục của một số hàm số đơn giản : • Tại một điểm ; • Trên một khoảng ; • Trên một đoạn ; • Trên tập xác định của nó. – Dạng 2 : Chứng minh một phương trình có nghiệm trong một khoảng cho trước (dựa vào định lí : Nếu hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a ; b]$ và $f(a).f(b) < 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm nằm trong khoảng $(a ; b)$). *Ví dụ*. Xét tính liên tục của hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2$ tại $x = 2$. *Ví dụ*. Xét tính liên tục của hàm số $f(x) = \dfrac{x+1}{x-1}$ tại $x = 0$.

Chuẩn kiến thức – kĩ năng	Hướng dẫn thực hiện chuẩn	
	Kiến thức cơ bản	**Dạng toán. Ví dụ. Lưu ý**
	Định lí 2 : Giả sử $y = f(x)$ và $y = g(x)$ là hai hàm số liên tục tại điểm x_0. Khi đó : a) Các hàm số $f(x)+g(x)$, $f(x)-g(x)$ *và* $f(x).g(x)$ cũng liên tục tại điểm x_0 ; b) Hàm số $\dfrac{f(x)}{g(x)}$ liên tục tại điểm x_0, nếu $g(x_0) \neq 0$; Định lí 3 : Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a\,;\,b]$ và $f(a).f(b) < 0$ thì tồn tại ít nhất một điểm $c \in (a\,;\,b)$ sao cho $f(c) = 0$. Suy ra : Nếu hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a\,;\,b]$ và $f(a).f(b) < 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm nằm trong khoảng $(a\,;\,b)$.	Ví dụ. Chứng minh rằng hàm số $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - 3x + 2}{x - 2} & \text{với } x \neq 2 \\ 1 & \text{với } x = 2 \end{cases}$ liên tục tại $x = 2$. Ví dụ. Xét tính liên tục của hàm số $y = \begin{cases} \dfrac{x^2 - 5x + 6}{x - 3} & \text{nếu } x \neq 3 \\ 5 & \text{nếu } x = 3. \end{cases}$ Ví dụ. Chứng minh rằng phương trình $x^2\cos x + x\sin x + 1 = 0$ có nghiệm thuộc khoảng $(0\,;\,\pi)$.
V. ĐẠO HÀM		
1. Khái niệm đạo hàm (Định nghĩa ; Cách tính ; ý nghĩa hình học và ý nghĩa vật lí của đạo hàm). *Về kiến thức :* – Biết định nghĩa đạo hàm (tại một điểm, trên một khoảng).	1. Định nghĩa Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $(a\,;\,b)$, $x_0 \in (a\,;\,b)$, $x_0 + \Delta x \in (a\,;\,b)$. Nếu tồn tại giới hạn (hữu hạn) $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$	– Dạng 1 : Tính đạo hàm của hàm luỹ thừa, hàm đa thức bậc 2 hoặc bậc 3 dựa vào định nghĩa. – Dạng 2 : Lập phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại một điểm thuộc đồ thị.

<table>
<tr><th rowspan="2">Chuẩn kiến thức – kĩ năng</th><th colspan="2">Hướng dẫn thực hiện chuẩn</th></tr>
<tr><th>Kiến thức cơ bản</th><th>Dạng toán. Ví dụ. Lưu ý</th></tr>
<tr><td>– Biết ý nghĩa vật lí và hình học của đạo hàm.
Về kĩ năng :
– Tính được đạo hàm của hàm luỹ thừa, hàm đa thức bậc 2 hoặc 3 theo định nghĩa ;
– Lập được phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại một điểm thuộc đồ thị đó ;
– Biết tìm vận tốc tức thời của một chuyển động có phương trình $S = f(t)$.</td>
<td>thì giới hạn này được gọi là đạo hàm của hàm số $f(x)$ tại x_0, kí hiệu là $f'(x_0)$ hay $y'(x_0)$.
$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$
$$= \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}.$$
2. Quy tắc tính đạo hàm bằng định nghĩa
Bước 1 : Với Δx là số gia của đối số tại x_0, tính
$$\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0) ;$$
Bước 2 : Lập tỉ số $\frac{\Delta y}{\Delta x}$;
Bước 3 : Tính $\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$.
* Chú ý : trong định nghĩa và quy tắc trên đây, thay x_0 bởi x ta sẽ có định nghĩa và quy tắc tính đạo hàm của hàm số $y = f(x)$ tại điểm $x \in (a ; b)$.
3. Quan hệ giữa tính liên tục và sự có đạo hàm : Nếu $f(x)$ có đạo hàm tại x_0 thì $f(x)$ liên tục tại x_0. Nhưng điều ngược lại thì chưa chắc đã đúng.</td>
<td>– Dạng 3 : Tìm vận tốc tức thời của một chuyển động có phương trình $S = f(t)$.

Ví dụ. Cho $y = 5x^2 + 3x + 1$, tính $y'(2)$.
Ví dụ. Cho $y = x^2 - 3x$, tìm $y'(x)$.

Ví dụ. Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = x^2$, biết rằng :
a) Tiếp điểm có hoành độ là 2.
b) Tiếp điểm có tung độ là 4.
c) Hệ số góc của tiếp tuyến bằng 3.
Ví dụ. Một chất điểm chuyển động có phương trình $S = 3t^2 + 5t + 1$ (t tính theo giây, S tính bằng mét). Tính vận tốc của chất điểm đó tại thời điểm $t = 1s$ (v tính bằng m/s).</td></tr>
</table>

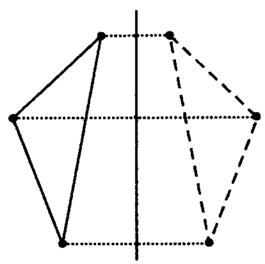
<table>
<tr><th rowspan="2">Chuẩn kiến thức – kĩ năng</th><th colspan="2">Hướng dẫn thực hiện chuẩn</th></tr>
<tr><th>Kiến thức cơ bản</th><th>Dạng toán. Ví dụ. Lưu ý</th></tr>
<tr><td></td><td>4. Ý nghĩa hình học của đạo hàm
Nếu tồn tại thì $f'(x_0)$ là hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm $M_0(x_0\,;f(x_0))$. Khi đó phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại M_0 là
$$y - y_0 = f'(x_0)\,(x - x_0).$$
5. Ý nghĩa cơ học của đạo hàm
$v(t) = s'(t)$ là vận tốc tức thời của chuyển động $s = s(t)$ tại thời điểm t.</td><td></td></tr>
<tr><td>2. Các quy tắc tính đạo hàm (Đạo hàm của tổng, hiệu, tích, thương của các hàm số ; Đạo hàm của hàm hợp).
Về kiến thức : Biết quy tắc tính đạo hàm của tổng, hiệu, tích, thương các hàm số ; hàm hợp và đạo hàm của hàm hợp.
Về kĩ năng : Tính được đạo hàm của hàm số được cho ở các dạng nói trên.</td><td>1. Công thức
• $(c)' = 0$ (c = const) ;
• $(x^n)' = nx^{n-1}$ $(n \in \mathbb{N}^*, x \in \mathbb{R})$;
• $(\sqrt{x})' = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$ $(x > 0)$.
2. Phép toán : Với U, V và W là các hàm số có đạo hàm thì
• $(U + V - W)' = U' + V' - W'$;
• $(UV)' = U'V + UV'$;</td><td>– Dạng bài tập : Tính đạo hàm của hàm số được cho ở các dạng : Tổng, hiệu, tích, thương của các hàm số ; hàm số hợp (không quá ba lần, dạng $y = f[u(t(x))]$).
Ví dụ. Tính đạo hàm của $y = \dfrac{x^2 - 3x + 1}{x^2 + x + 1}$.
Ví dụ. Tính đạo hàm của $y = (x^2 + x)^{10}$.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th rowspan="2">Chuẩn kiến thức – kĩ năng</th><th colspan="2">Hướng dẫn thực hiện chuẩn</th></tr>
<tr><th>Kiến thức cơ bản</th><th>Dạng toán. Ví dụ. Lưu ý</th></tr>
<tr><td></td><td>• $(kU)' = kU'$ (k = const) ;
• $\left(\frac{U}{V}\right)' = \frac{U'V - UV'}{V^2}$ $(V \neq 0)$;
• $\left(\frac{1}{V}\right)' = -\frac{V'}{V^2}$.
3. Đạo hàm của hàm hợp :
$y'_x = y'_u . u'_x$.
$(U^n)' = nU^{n-1}U'$ $(n \in \mathbb{N}^*, x \in \mathbb{R})$;</td><td>Ví dụ. Tính đạo hàm của
a) $y = (3x + 1)(x^2 + 2)(3x^5 + 6)$;
b) $y = \left(\frac{x^3 - 5x + 1}{x^2 + 7x + 9}\right)^{10}$.</td></tr>
<tr><td>3. Vi phân
Về kiến thức :
Biết được $dy = y'dx$.
Về kĩ năng :
Tính được
– Vi phân của một hàm số.
– Giá trị gần đúng của hàm số tại một điểm.</td><td>1. Định nghĩa
Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $(a ; b)$ và có đạo hàm tại $x \in (a ; b)$. Giả sử Δx là số gia của x sao cho $x + \Delta x \in (a ; b)$.
Tích $f'(x).\Delta x$ (hay $y'.\Delta x$) được gọi là vi phân của hàm số $f(x)$ tại x, ứng với số gia Δx, kí hiệu là $df(x)$ hay dy.
* Chú ý : Vì $dx = \Delta x$ cho nên
$dy = df(x) = f'(x)dx$.
2. Ứng dụng của vi phân vào phép tính gần đúng
$f(x_0 + \Delta x) \approx f(x_0) + f'(x_0)\Delta x$.</td><td>– Dạng 1 : Tính vi phân của một hàm số.
– Dạng 2 : Tính giá trị gần đúng của hàm số tại một điểm.
Ví dụ. Cho hàm số $f(x) = x^3$. Tính vi phân của hàm số tại điểm $x = 2$ ứng với $\Delta x = 0,01$.
Ví dụ. Cho $y = 2x^3 - 3x + 1$. Tính dy.
Ví dụ. Tính gần đúng giá trị của sin 45°30'.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th rowspan="2">Chuẩn kiến thức – kĩ năng</th><th colspan="2">Hướng dẫn thực hiện chuẩn</th></tr>
<tr><th>Kiến thức cơ bản</th><th>Dạng toán. Ví dụ. Lưu ý</th></tr>
<tr><td>4. Đạo hàm của các hàm số lượng giác
Về kiến thức :
– Biết được $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$.
– Biết được đạo hàm của hàm số lượng giác.
Về kĩ năng :
– Biết vận dụng $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$ trong một số giới hạn dạng $\frac{0}{0}$ đơn giản.
– Tính được đạo hàm của một số hàm số lượng giác.</td><td>Công thức tính :
• $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$;
• $(\sin x)'=\cos x$;
• $(\cos x)'=-\sin x$;
• $(\tan x)'=\frac{1}{\cos^2 x}$;
• $(\cot x)'=-\frac{1}{\sin^2 x}$.</td><td>– Dạng 1 : Vận dụng $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$ trong việc tìm một số giới hạn dạng $\frac{0}{0}$ đơn giản.
– Dạng 2 : Tính đạo hàm của một số hàm số lượng giác .
Ví dụ. Tính $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\cos 3x}{x^2}$.
Ví dụ. $\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{1-\cos 2x.\cos 3x}{x^2}\right)$.
Ví dụ. Cho $y=\tan(3x)$, tính $y'(x)$.
Ví dụ. Cho $y=\tan(\sin x)$, tính $y'(x)$.</td></tr>
<tr><td>5. Đạo hàm cấp hai, đạo hàm cấp cao (Định nghĩa, cách tính, ý nghĩa hình học và cơ học của đạo hàm cấp hai ; Định nghĩa đạo hàm cấp cao).
Về kiến thức :
Biết được
– Định nghĩa, cách tính, ý nghĩa hình học và cơ học của đạo hàm cấp hai.
– Định nghĩa đạo hàm cấp cao.</td><td>1. Định nghĩa đạo hàm cấp hai
Giả sử hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$. Nếu $f'(x)$ cũng có đạo hàm thì ta gọi đạo hàm của nó là đạo hàm cấp hai của $f(x)$ và kí hiệu là $f''(x)$:
$(f'(x))'=f''(x)$.
2. Ý nghĩa cơ học của đạo hàm cấp hai
Đạo hàm cấp hai $s''(t)$ là gia tốc tức thời của chuyển động $s=f(t)$ tại thời điểm t.</td><td>– Dạng 1 : Tính đạo hàm cấp hai của một số hàm số.
– Dạng 2 : Tính gia tốc tức thời của một chuyển động có phương trình $s=f(t)$ cho trước.
– Dạng 3 : Tính đạo hàm cấp cao của một số hàm số.</td></tr>
</table>

Chuẩn kiến thức – kĩ năng	Hướng dẫn thực hiện chuẩn	
	Kiến thức cơ bản	**Dạng toán. Ví dụ. Lưu ý**
Về kĩ năng : Tính được – Đạo hàm cấp hai của một số hàm số. ***– Đạo hàm cấp cao của một số hàm số.*** – Gia tốc tức thời của một chuyển động có phương trình $s = f(t)$ cho trước.	***3. Định nghĩa đạo hàm cấp cao*** ***Cho hàm số f có đạo hàm tới cấp n – 1 (với $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$) là $f^{(n-1)}$.*** ***Nếu $f^{(n-1)}$ là hàm số có đạo hàm thì đạo hàm của nó được gọi là* đạo hàm cấp** ***n của hàm số f và kí hiệu là $f^{(n)}$. Nói cách khác,*** $$f^{(n)} = \left[f^{(n-1)}\right]', \ (n \in \mathbb{N}, n \geq 2).$$ ***Đạo hàm cấp n của hàm số y = f(x) còn được kí hiệu là $y^{(n)}$.*** Theo định nghĩa ta có $$(f''(x))' = f'''(x) \text{ hoặc } f^{(3)}(x)$$ ... $$(f^{(n-1)}(x))' = f^{(n)}(x) \ ; n \in \mathbb{N}^* .$$	*Ví dụ.* Cho $f(x) = x^7$, tính : a) $f''(x)$; *b)* $f^{(5)}(x)$. *Ví dụ.* Một chuyển động có phương trình $S = t^3 + 4t^2 + 5$ (t tính bằng giây). Tính gia tốc của chuyển động tại thời điểm $t = 2$.

Chuẩn kiến thức – kĩ năng	Hướng dẫn thực hiện chuẩn	
	Kiến thức cơ bản	**Dạng toán. Ví dụ. Lưu ý**
VI. PHÉP DỜI HÌNH VÀ PHÉP ĐỒNG DẠNG TRONG MẶT PHẲNG		
1. Phép biến hình *Về kiến thức* : Biết được định nghĩa phép biến hình. *Về kĩ năng* : Biết một quy tắc tương ứng là phép biến hình. Dựng được ảnh của một điểm qua phép biến hình đã cho.	Định nghĩa : Quy tắc đặt tương ứng mỗi điểm M của mặt phẳng với một điểm xác định duy nhất M' của mặt phẳng đó được gọi là phép biến hình trong mặt phẳng. Ta thường kí hiệu phép biến hình là F và viết $F(M) = M'$ hay $M' = F(M)$, khi đó điểm M' được gọi là ảnh của điểm M qua phép biến hình F. Phép biến hình biến mỗi điểm của mặt phẳng thành chính nó được gọi là *phép đồng nhất*. Nếu H là một hình nào đó trong mặt phẳng thì ta kí hiệu $H' = F(H)$ là tập các điểm $M' = F(M)$, với mọi điểm M thuộc H. Khi đó ta nói F biến hình H thành H', hay hình H' là ảnh của hình H qua phép biến hình F. Để chứng minh hình H' là ảnh của hình H qua phép biến hình F ta có thể chứng minh : Với điểm M tuỳ ý $M \in H \Leftrightarrow M' = F(M) \in H'$.	– Dạng 1 : Nhận biết một quy tắc tương ứng là phép biến hình. – Dạng 2 : Dựng ảnh của một điểm qua phép biến hình đã cho. *Ví dụ*. Trong mặt phẳng, cho đường thẳng d. Với mỗi điểm M thuộc mặt phẳng ta đặt tương ứng với điểm M' là hình chiếu vuông góc của điểm M trên đường thẳng d (gọi là phép chiếu vuông góc). + Dựng ảnh của điểm M theo phép chiếu đó. + Phép chiếu đó có là phép biến hình không ?
2. *Phép đối xứng trục* (Định nghĩa ; Tính chất ; Trục đối xứng của một hình).		

Chuẩn kiến thức – kĩ năng	Hướng dẫn thực hiện chuẩn	
	Kiến thức cơ bản	**Dạng toán. Ví dụ. Lưu ý**
Về kiến thức : Biết được : – Định nghĩa của phép đối xứng trục. – Phép đối xứng trục có các tính chất của phép dời hình. – Trục đối xứng của một hình, hình có trục đối xứng. – Biểu thức toạ độ của phép đối xứng qua mỗi trục toạ độ. *Về kĩ năng :* – Dựng được ảnh của một điểm, một đoạn thẳng, một tam giác qua phép đối xứng trục. – Viết được biểu thức toạ độ của một điểm đối xứng với điểm đã cho qua trục Ox hoặc Oy. – Xác định được trục đối xứng của một hình.	1. Định nghĩa Trong mặt phẳng cho đường thẳng d. Phép biến hình biến mỗi điểm M thuộc d thành chính nó, biến mỗi điểm M không thuộc d thành điểm M' sao cho d là đường trung trực của đoạn thẳng MM' được gọi là *phép đối xứng qua đường thẳng d* hay *phép đối xứng trục d* (hình 5).  *Hình 5* Phép đối xứng qua trục d thường được kí hiệu là $Đ_d$. Như vậy : $M' = Đ_d(M) \Leftrightarrow \overrightarrow{M_0M'} = -\overrightarrow{M_0M}$, với M_0 là hình chiếu vuông góc của M trên d. 2. Trục đối xứng của một hình Đường thẳng d được gọi là trục đối xứng của hình H nếu $Đ_d$ biến H thành chính nó. Khi đó H được gọi là hình có trục đối xứng.	– Dạng 1 : Dựng ảnh của một điểm qua phép đối xứng trục. ***– Dạng 2 : Dùng phép đối xứng trục để giải một số bài toán tìm tập hợp điểm, bài toán dựng hình.*** – Dạng 3 : Xác định trục đối xứng của một hình. *Ví dụ*. Trong mặt phẳng cho đường thẳng d và tam giác ABC. Dựng ảnh của tam giác ABC qua phép đối xứng trục d. ***Ví dụ. Cho tam giác ABC, có trực tâm H và điểm H' là điểm đối xứng của H qua cạnh BC. Chứng minh rằng H' thuộc đường tròn ngoại tiếp tam giác đã cho.*** *Ví dụ* a) Cho điểm $M(1\ ;\ 2)$. Xác định toạ độ của các điểm M' và M'' tương ứng là các điểm đối xứng của M qua các trục Ox, Oy.

<table>
<tr><th rowspan="2">Chuẩn kiến thức – kĩ năng</th><th colspan="2">Hướng dẫn thực hiện chuẩn</th></tr>
<tr><th>Kiến thức cơ bản</th><th>Dạng toán. Ví dụ. Lưu ý</th></tr>
<tr><td></td><td>3. Biểu thức toạ độ

Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, với mỗi điểm $M = (x ; y)$ gọi $M' = Đ_d(M) = (x' ; y')$.

Nếu chọn d là trục Ox, thì
$$\begin{cases} x' = x \\ y' = -y. \end{cases}$$
Nếu chọn d là trục Oy, thì
$$\begin{cases} x' = -x \\ y' = y. \end{cases}$$
4. Tính chất : Phép đối xứng trục :

• Bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì ;

• Biến một đường thẳng thành đường thẳng ;

• Biến một đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng đoạn thẳng đã cho ;

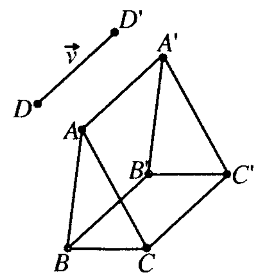
• Biến một tam giác thành tam giác bằng tam giác đã cho ;

• Biến một đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính.</td><td>b) Cho đường thẳng d có phương trình y = 2x+3. Viết phương trình đường thẳng d' đối xứng với đường thẳng d qua trục Oy.

Ví dụ. Trong số các hình sau : Tam giác cân, hình vuông, hình chữ nhật, hình tròn, hình thang vuông,... hình nào có trục đối xứng ? Chỉ ra các trục đối xứng (nếu có) của hình.

Ví dụ. Trong mặt phẳng cho đường thẳng d và hai điểm A, B ở về cùng phía mặt phẳng có bờ là d. Xác định điểm M thuộc d sao cho MA + MB nhỏ nhất.</td></tr>
<tr><td>3. Phép đối xứng tâm (Định nghĩa ; Tính chất ; Tâm đối xứng của một hình).</td><td></td><td></td></tr>
</table>

Chuẩn kiến thức – kĩ năng	Hướng dẫn thực hiện chuẩn	
	Kiến thức cơ bản	**Dạng toán. Ví dụ. Lưu ý**
Về kiến thức : Biết được : – Định nghĩa của phép đối xứng tâm. – Phép đối xứng tâm có các tính chất của phép dời hình. – Tâm đối xứng của một hình, hình có tâm đối xứng. – Biểu thức toạ độ của phép đối xứng qua gốc toạ độ. *Về kĩ năng :* – Dựng được ảnh của một điểm, một đoạn thẳng, một tam giác qua phép đối xứng tâm. – Xác định được biểu thức toạ độ của một điểm đối xứng với điểm đã cho qua gốc toạ độ. – Xác định được tâm đối xứng của một hình.	1. Định nghĩa Cho điểm I. Phép biến hình biến điểm I thành chính nó, biến mỗi điểm M khác I thành M' sao cho I là trung điểm của đoạn thẳng MM' được gọi là *phép đối xứng tâm I*. Phép đối xứng tâm I thường được kí hiệu là Đ_I. Từ định nghĩa suy ra : $M' = \text{Đ}_I(M) \Leftrightarrow \overrightarrow{IM'} = -\overrightarrow{IM}$. Từ đó suy ra : • Nếu $M \equiv I$ thì $M' \equiv I$. • Nếu M không trùng với I thì $M' = \text{Đ}_I(M) \Leftrightarrow I$ là trung điểm của MM'. 2. Tâm đối xứng của một hình. Điểm I được gọi là *tâm đối xứng* của hình H nếu phép đối xứng tâm I biến hình H thành chính nó. Khi đó H được gọi là *hình có tâm đối xứng*. 3. Biểu thức toạ độ Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho điểm $I = (x_0 ; y_0)$, gọi $M = (x ; y)$ và $M' = \text{Đ}_I(M) = (x' ; y')$. Khi đó $\begin{cases} x' = 2x_0 - x \\ y' = 2y_0 - y. \end{cases}$	– Dạng 1 : Dựng ảnh của một hình qua phép đối xứng tâm. ***– Dạng 2 : Dùng phép đối xứng tâm để giải một số bài toán tìm tập hợp điểm, bài toán dựng hình.*** – Dạng 3 : Xác định tâm đối xứng của một hình. *Ví dụ*. Cho điểm O và các điểm A, B, C không thẳng hàng. Hãy dựng ảnh của tam giác ABC qua phép đối xứng tâm O. ***Ví dụ. Cho tam giác ABC, có trực tâm H. Gọi I là trung điểm cạnh BC. Biết rằng*** $\text{Đ}_I : H \to H'$***. Chứng minh rằng H' thuộc đường tròn ngoại tiếp*** ΔABC. *Ví dụ*. Cho điểm $M(1 ; 3)$, xác định toạ độ của điểm M' là điểm đối xứng của M qua gốc toạ độ.

Chuẩn kiến thức – kĩ năng	Hướng dẫn thực hiện chuẩn	
	Kiến thức cơ bản	**Dạng toán. Ví dụ. Lưu ý**
	4. Các tính chất : Phép đối xứng tâm • Bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì ; • Biến một đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với đường thẳng đã cho ; • Biến một đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng đoạn thẳng đã cho ; • Biến một tam giác thành tam giác bằng tam giác đã cho ; • Biến một đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính.	***Ví dụ. Cho ví dụ về hình mà nó có vô số tâm đối xứng.*** ***Ví dụ. Cho góc nhọn xOy và điểm A nằm trong góc đó. Hãy dựng đường thẳng d đi qua điểm A và cắt Ox, Oy tương ứng tại B và C sao cho A là trung điểm của BC.***
4. Phép tịnh tiến (Định nghĩa ; Tính chất ; Biểu thức toạ độ). *Về kiến thức :* Biết được – Định nghĩa của phép tịnh tiến. – Phép tịnh tiến có các tính chất của phép dời hình. – Biểu thức toạ độ của phép tịnh tiến. *Về kĩ năng :* Dựng được ảnh của một điểm, một đoạn thẳng, một tam giác, một đường tròn qua phép tịnh tiến.	1. Định nghĩa Trong mặt phẳng cho vectơ $\vec{v}$. Phép biến hình biến mỗi điểm M thành điểm M' sao cho $\overrightarrow{MM'} = \vec{v}$ được gọi là phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}$ (hình 6).  *Hình 6*	– Dạng 1 : Dựng ảnh của một hình qua phép tịnh tiến. ***– Dạng 2 : Dùng phép tịnh tiến để giải một số bài toán tìm tập hợp điểm, bài toán dựng hình.*** *Ví dụ*. Cho vectơ $\vec{v} \neq \vec{0}$ và các điểm : A, B, C không thẳng hàng. Dựng ảnh của tam giác ABC qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}$.

<table>
<tr><th rowspan="2">Chuẩn kiến thức – kĩ năng</th><th colspan="2">Hướng dẫn thực hiện chuẩn</th></tr>
<tr><th>Kiến thức cơ bản</th><th>Dạng toán. Ví dụ. Lưu ý</th></tr>
<tr><td></td><td>
Phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}$ thường được kí hiệu là $T_{\vec{v}}$.

Như vậy $T_{\vec{v}}(M) = M' \Leftrightarrow \overrightarrow{MM'} = \vec{v}$.

*Nhận xét : Phép tịnh tiến theo vectơ-không chính là phép đồng nhất.
2. Biểu thức toạ độ của phép tịnh tiến
Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho điểm $M = (x\ ;\ y)$, $\vec{v} = (a\ ;\ b)$. Gọi điểm $M' = T_{\vec{v}}(M) = (x'\ ;\ y')$.

Khi đó $\begin{cases} x' = x + a \\ y' = y + b. \end{cases}$

3. Các tính chất
Phép tịnh tiến
• Bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì ;
• Biến một đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với đường thẳng đã cho ;
• Biến một đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng đoạn thẳng đã cho ;
• Biến một tam giác thành tam giác bằng tam giác đã cho ;
• Biến một đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính.
</td><td>
Ví dụ. Cho trước đường tròn tâm O và hai điểm A, B. Điểm N chạy trên (O). Tìm tập hợp điểm M sao cho $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{NM}$.

Ví dụ. Cho điểm M(1 ; 2). Xác định toạ độ điểm M' là ảnh của M qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (5\ ;\ 7)$.

Ví dụ. Cho tam giác ABC, gọi M, N, P theo thứ tự là trung điểm của các cạnh BC, CA, AB. Gọi O_1, I_1 tương ứng là tâm đường tròn ngoại tiếp và nội tiếp tam giác APN. Gọi O_2, I_2 tương ứng là tâm đường tròn ngoại tiếp và nội tiếp tam giác PBM. Gọi O_3, I_3 tương ứng là tâm đường tròn ngoại tiếp và nội tiếp tam giác MCN.
a) Xác định ảnh của Δ ANP qua phép tịnh tiến $T_{\overrightarrow{AN}}$.
b) Chứng minh : $\Delta O_1O_2O_3 = \Delta I_1I_2I_3$.
</td></tr>
</table>

Chuẩn kiến thức – kĩ năng	Hướng dẫn thực hiện chuẩn	
	Kiến thức cơ bản	**Dạng toán. Ví dụ. Lưu ý**
5. Khái niệm về phép quay *Về kiến thức :* Biết được – Định nghĩa của phép quay. – Phép quay có các tính chất của phép dời hình. *Về kĩ năng :* Dựng được ảnh của một điểm, một đoạn thẳng, một tam giác qua phép quay.	1. Định nghĩa Cho điểm O và góc lượng giác α. Phép biến hình biến O thành chính nó, biến mỗi điểm M khác O thành điểm M' sao cho $OM' = OM$ và góc lượng giác $(OM\,;\,OM')$ bằng α được gọi là *phép quay tâm O góc* α. Điểm O được gọi là *tâm quay*, α được gọi là *góc quay*. Phép quay tâm O góc α thường được kí hiệu là $Q_{(O,\alpha)}$. *Nhận xét* : • Phép quay tâm O góc quay $\alpha = (2k+1)\pi$ với k nguyên, chính là phép đối xứng tâm O. • Phép quay tâm O góc quay $\alpha = 2k\pi$ với k nguyên, chính là phép đồng nhất. 2. Các tính chất Phép quay • Bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì ; • Biến một đường thẳng thành đường thẳng ; • Biến một đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng đoạn thẳng đã cho ;	– Dạng 1 : Dựng ảnh của một hình qua phép quay. ***– Dạng 2 : Sử dụng phép quay để chứng minh một số bài toán hình học.*** ***– Dạng 3 : Dùng phép quay để giải một số bài toán tìm tập hợp điểm, bài toán dựng hình.*** *Ví dụ.* Cho các điểm O, A, B, C trong đó A, B, C không thẳng hàng. Dựng ảnh của tam giác ABC qua phép quay tâm O và có a) Góc quay 60° ngược chiều kim đồng hồ. b) Góc quay 90° theo chiều kim đồng hồ. ***Ví dụ. Cho nửa đường tròn đường kính AB, điểm M chạy trên cung AB. Lấy BM làm cạnh dựng ra phía ngoài đường tròn hình vuông BMCN. Tìm tập hợp điểm N.*** ***Ví dụ. Cho ΔABC có 3 góc nhọn. Tìm điểm M trong tam giác sao cho*** ***MA + MB + MC nhỏ nhất.***

<table>
<tr><th rowspan="2">Chuẩn kiến thức – kĩ năng</th><th colspan="2">Hướng dẫn thực hiện chuẩn</th></tr>
<tr><th>Kiến thức cơ bản</th><th>Dạng toán. Ví dụ. Lưu ý</th></tr>
<tr><td></td><td>• Biến một tam giác thành tam giác bằng tam giác đã cho ;
• Biến một đường tròn thành một đường tròn có cùng bán kính.</td><td>* Chú ý : Giả sử phép quay tâm I góc α biến đường thẳng d thành đường thẳng d'.
Khi đó
• Nếu $0 < \alpha \leq \frac{\pi}{2}$ thì góc giữa d và d' bằng α ;
• Nếu $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ thì góc giữa d và d' bằng $\pi - \alpha$.</td></tr>
<tr><td>6. Khái niệm về phép dời hình và hai hình bằng nhau
Về kiến thức :
Biết được :
– Khái niệm về phép dời hình.
– Phép tịnh tiến, đối xứng trục, đối xứng tâm, phép quay là phép dời hình.
– Nếu thực hiện liên tiếp hai phép dời hình thì ta được một phép dời hình.
– Phép dời hình : biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và thứ tự giữa các điểm được bảo toàn ; biến đường thẳng thành đường thẳng ; biến tia thành tia ; biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng nó ; biến tam giác thành tam giác bằng nó ; biến góc</td><td>1. Định nghĩa
Phép dời hình là phép biến hình bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì.
Nhận xét :
• Các phép tịnh tiến, đối xứng trục, đối xứng tâm và phép quay đều là những phép dời hình.
• Nếu thực hiện liên tiếp hai phép dời hình thì được một phép dời hình.
2. Tính chất
Phép dời hình
a) Biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và bảo toàn thứ tự giữa ba điểm ấy ;
b) Biến một đường thẳng thành một đường thẳng, biến tia thành tia, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng nó ;</td><td>– Dạng 1 : Xác định ảnh của một hình qua phép dời hình.
– Dạng 2 : Các bài toán về mối liên quan giữa một số phép dời hình quen biết.
– Dạng 3 : Chứng minh hai tứ giác bằng nhau ; hai hình tròn bằng nhau.
Ví dụ. Qua phép dời hình, trực tâm, trọng tâm, ... của tam giác có được biến thành trực tâm, trọng tâm, ... của tam giác ảnh không ?
Ví dụ. Hai tứ giác lồi ABCD và A'B'C'D' có AB = A'B', BC = B'C', CD = C'D', DA = D'A'</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th rowspan="2">Chuẩn kiến thức – kĩ năng</th><th colspan="2">Hướng dẫn thực hiện chuẩn</th></tr>
<tr><th>Kiến thức cơ bản</th><th>Dạng toán. Ví dụ. Lưu ý</th></tr>
<tr><td>thành góc bằng nó ; biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính.
– Khái niệm hai hình bằng nhau.
Về kĩ năng :
– Bước đầu vận dụng phép dời hình trong bài tập đơn giản.
– Nhận biết được hai tứ giác bằng nhau ; hai hình tròn bằng nhau.</td><td>c) Biến một tam giác thành tam giác bằng tam giác đã cho, biến một góc thành góc bằng góc đã cho ;
d) Biến một đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính.
3. Hai hình bằng nhau
Định nghĩa : Hai hình được gọi là bằng nhau nếu có một phép dời hình biến hình này thành hình kia.</td><td>và góc BAC bằng góc B'A'C'. Chứng minh rằng hai tứ giác đó bằng nhau.</td></tr>
<tr><td>7. Phép vị tự (Định nghĩa ; Tính chất ; Tâm vị tự của hai đường tròn).
Về kiến thức :
Biết được
– Định nghĩa phép vị tự (biến hai điểm M, N lần lượt thành hai điểm M', N' thì : $\begin{cases}\overrightarrow{M'N'} = k\overrightarrow{MN}\\ M'N' = |k|MN\end{cases}$).
– Phép vị tự có tính chất của phép đồng dạng.
– Ảnh của một đường tròn qua một phép vị tự.
Về kĩ năng :
– Dựng được ảnh của một điểm, một đoạn thẳng, một đường tròn, ... qua một phép vị tự.</td><td>1. Định nghĩa
Trong mặt phẳng, cho điểm I và một số $k \neq 0$. Phép biến hình biến mỗi điểm M thành điểm M' sao cho $\overrightarrow{IM'} = k.\overrightarrow{IM}$ được gọi là phép vị tự tâm I, tỉ số k.
2. Tính chất
1) Giả sử M', N' theo thứ tự là ảnh của M, N qua phép vị tự tỉ số k. Khi đó
a) $\overrightarrow{M'N'} = k.\overrightarrow{MN}$;
b) $M'N' = |k|.MN$.
2) Phép vị tự tỉ số k
a) Biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và bảo toàn thứ tự giữa các điểm ấy ;</td><td>– Dạng 1 : Dựng ảnh của một điểm, một đoạn thẳng, một đường tròn, ... qua một phép vị tự.
– Dạng 2 : Tìm tâm vị tự của hai đường tròn.
– Dạng 3 : Vận dụng tính chất của phép vị tự trong giải toán.
Ví dụ. Cho điểm O, và các điểm A, B, C không thẳng hàng. Dựng ảnh của tam giác ABC qua phép vị tự tâm O tỉ số 2.
Ví dụ. Tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm O, bán kính R. Các đỉnh B, C cố định còn</td></tr>
</table>

Chuẩn kiến thức – kĩ năng	Hướng dẫn thực hiện chuẩn	
	Kiến thức cơ bản	**Dạng toán. Ví dụ. Lưu ý**
– Bước đầu vận dụng được tính chất của phép vị tự trong bài tập.	b) Biến một đường thẳng thành một đường thẳng song song hoặc trùng với đường thẳng đã cho, biến tia thành tia, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng ; c) Biến một tam giác thành tam giác đồng dạng với tam giác đã cho, biến một góc thành góc bằng góc đã cho ; d) Biến một đường tròn có bán kính R thành đường tròn có bán kính $\|k\|R$. 3. Tâm vị tự của hai đường tròn *Định lí :* Với hai đường tròn bất kì luôn có một phép vị tự biến đường tròn này thành đường tròn kia. Tâm của phép vị tự nói trên được gọi là *tâm vị tự* của hai đường tròn. Cho hai đường tròn phân biệt $(I\ ;\ R)$ và $(I'\ ;\ R')$. Có ba trường hợp xảy ra : • *Nếu I trùng với I'* và $R \neq R'$ thì phép vị tự tâm I tỉ số $\frac{R'}{R}$ và phép vị tự tâm I tỉ số $-\frac{R'}{R}$ biến đường tròn $(I\ ;\ R)$ thành đường tròn $(I\ ;\ R')$. • *Nếu I khác với I'* và $R \neq R'$ thì phép vị tự tâm O tỉ số $k = \frac{R'}{R}$ và phép vị tự tâm O_1 tỉ số $k_1 = -\frac{R'}{R}$ sẽ biến đường tròn $(I\ ;\ R)$ thành đường tròn	***đỉnh A chạy trên (O), tìm tập hợp trọng tâm G của tam giác đó.*** *Ví dụ.* Dựng ảnh của đường tròn $(I\ ;\ 2)$ qua phép vị tự tâm O tỉ số 3, biết rằng $OI = 4$. *Ví dụ.* Cho trước hai đường tròn $(O\ ;\ 2)$ và $(O'\ ;\ 1)$ ở ngoài nhau. Phép vị tự nào biến đường tròn này thành đường tròn kia. ***Ví dụ. Tam giác ABC có H, G, O tương ứng là trực tâm, trọng tâm, tâm đường tròn ngoại tiếp. Chứng minh H, G, O thẳng hàng (bằng phép vị tự).***

<table>
<tr><th rowspan="2">Chuẩn kiến thức – kĩ năng</th><th colspan="2">Hướng dẫn thực hiện chuẩn</th></tr>
<tr><th>Kiến thức cơ bản</th><th>Dạng toán. Ví dụ. Lưu ý</th></tr>
<tr><td></td><td>$(I' ; R')$. Ta gọi O là tâm vị tự ngoài còn O_1 là tâm vị tự trong của hai đường tròn nói trên.
• Nếu I khác I' và $R = R'$ thì chỉ có phép vị tự tâm O_1 tỉ số $k = -\frac{R}{R} = -1$ biến đường tròn $(I ; R)$ thành đường tròn $(I' ; R')$. Đó chính là phép đối xứng tâm O_1.</td><td></td></tr>
<tr><td>8. Khái niệm về phép đồng dạng và hai hình đồng dạng
Về kiến thức :
Biết được :
– Khái niệm phép đồng dạng.
– Phép đồng dạng : biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và bảo toàn thứ tự giữa các điểm ; biến đường thẳng thành đường thẳng ; biến một tam giác thành tam giác đồng dạng với nó ; biến đường tròn thành đường tròn.
– Hai hình đồng dạng.
Về kĩ năng :
– Bước đầu vận dụng phép đồng dạng trong bài tập.
– Nhận biết được hai hình đồng dạng.</td><td>1. Định nghĩa
Phép biến hình F được gọi là phép đồng dạng tỉ số k $(k > 0)$ nếu với hai điểm M, N bất kì và ảnh M', N' tương ứng của chúng, ta luôn có
$$M'N' = k.MN.$$
Nhận xét :
• Phép dời hình là phép đồng dạng tỉ số 1.
• Phép vị tự tỉ số k là phép đồng dạng tỉ số $|k|$.
• Nếu thực hiện liên tiếp hai phép đồng dạng thì được một phép đồng dạng.
2. Tính chất
Phép đồng dạng tỉ số k :
a) Biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và bảo toàn thứ tự giữa ba điểm ấy ;</td><td>– Dạng 1 : Dựng ảnh của một hình qua một phép đồng dạng.
– Dạng 2 : Tìm phép đồng dạng biến hình này thành hình kia.
– Dạng 3 : Vận dụng phép đồng dạng trong giải toán.
Ví dụ. Qua phép đồng dạng, trực tâm, trọng tâm, ... của tam giác có được biến thành trực tâm, trọng tâm, ... của tam giác ảnh không ?
Ví dụ. Điểm C chạy trên nửa đường tròn đường kính AB. Trên tia AC lấy điểm D</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th rowspan="2">Chuẩn kiến thức – kĩ năng</th><th colspan="2">Hướng dẫn thực hiện chuẩn</th></tr>
<tr><th>Kiến thức cơ bản</th><th>Dạng toán. Ví dụ. Lưu ý</th></tr>
<tr><td></td><td>b) Biến một đường thẳng thành một đường thẳng, biến tia thành tia, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng ;
c) Biến một tam giác thành tam giác đồng dạng với tam giác đã cho, biến một góc thành góc bằng góc đã cho ;
d) Biến một đường tròn có bán kính R thành đường tròn có bán kính kR.
3. Hình đồng dạng
Hai hình được gọi là đồng dạng với nhau nếu có một phép đồng dạng biến hình này thành hình kia.</td><td>nằm về phía ngoài của nửa hình tròn, sao cho $CD = BC$.
Tìm tập hợp điểm D.</td></tr>
<tr><td colspan="3">VII. ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG TRONG KHÔNG GIAN. QUAN HỆ SONG SONG</td></tr>
<tr><td>1. Đại cương về đường thẳng và mặt phẳng (Mở đầu về hình học không gian ; Các tính chất thừa nhận ; Ba cách xác định mặt phẳng ; Hình chóp và hình tứ diện).
Về kiến thức :
– Biết các tính chất thừa nhận :
+ Có bốn điểm không cùng thuộc một mặt phẳng.
+ Có một và chỉ một mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng cho trước.</td><td>1. Các tính chất thừa nhận
Tính chất 1 : Có một và chỉ một đường thẳng đi qua hai điểm phân biệt.
Tính chất 2 : Có một và chỉ một mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng.
Tính chất 3 : Nếu một đường thẳng có hai điểm phân biệt thuộc một mặt phẳng thì mọi điểm của đường thẳng đều thuộc mặt phẳng đó.
Tính chất 4 : Có bốn điểm không cùng thuộc một mặt phẳng.</td><td>– Dạng 1 : Vẽ hình biểu diễn của một hình chóp, hình hộp.
– Dạng 2 : Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng.
– Dạng 3 : Tìm giao điểm của đường thẳng và mặt phẳng.</td></tr>
</table>

Chuẩn kiến thức – kĩ năng	Hướng dẫn thực hiện chuẩn	
	Kiến thức cơ bản	**Dạng toán. Ví dụ. Lưu ý**
+ Nếu một đường thẳng có hai điểm phân biệt thuộc một mặt phẳng thì mọi điểm của đường thẳng đều thuộc mặt phẳng đó. + Nếu hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng có một điểm chung khác. + Trên mỗi mặt phẳng, các kết quả đã biết trong hình học phẳng đều đúng. – Biết được ba cách xác định mặt phẳng (qua ba điểm không thẳng hàng ; qua một đường thẳng và một điểm không thuộc đường thẳng đó ; qua hai đường thẳng cắt nhau). – Biết được khái niệm hình chóp ; hình tứ diện. *Về kĩ năng* : – Vẽ được hình biểu diễn của một số hình không gian đơn giản. – Xác định được : giao tuyến của hai mặt phẳng ; giao điểm của đường thẳng và mặt phẳng. – Biết sử dụng giao tuyến của hai mặt phẳng chứng minh ba điểm thẳng hàng trong không gian. – Xác định được : đỉnh, cạnh bên, cạnh đáy, mặt bên, mặt đáy của hình chóp.	*Tính chất 5* : Nếu hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì nó còn có một điểm chung khác nữa. Từ đó suy ra : Nếu hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng sẽ có một đường thẳng chung đi qua điểm chung ấy. *Tính chất 6* : Trên mỗi mặt phẳng, các kết quả đã biết trong hình học phẳng đều đúng. 2. Cách xác định mặt phẳng Một mặt phẳng hoàn toàn được xác định khi biết : 1. Nó đi qua ba điểm không thẳng hàng ; 2. Nó đi qua một điểm và chứa một đường thẳng không đi qua điểm đó. 3. Nó chứa hai đường thẳng cắt nhau. – *Kí hiệu* • (ABC) biểu thị mặt phẳng xác định bởi ba điểm phân biệt không thẳng hàng A, B, C. • (M, d) biểu thị mặt phẳng xác định bởi đường thẳng d và điểm M không nằm trên d. • (d_1, d_2) biểu thị mặt phẳng xác định bởi hai đường thẳng cắt nhau d_1 và d_2.	– Dạng 4 : Sử dụng giao tuyến của hai mặt phẳng chứng minh ba điểm thẳng hàng trong không gian. ***– Dạng 5 : Suy luận dựa vào các tính chất thừa nhận*** *Ví dụ*. Vẽ hình biểu diễn của hình chóp tứ giác. Chỉ ra đỉnh, cạnh bên, cạnh đáy, mặt bên, mặt đáy của hình chóp đó. *Ví dụ*. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là tứ giác lồi. Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD). *Ví dụ*. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông. Gọi M là trung điểm của SC. Xác định giao điểm của AM với mặt phẳng (SBD). *Ví dụ*. Cho tam giác ABC ở ngoài mặt phẳng (P), các cạnh của nó kéo dài cắt mặt phẳng (P) tương ứng tại D, E, F. Chứng minh ba điểm D, E, F thẳng hàng.

Chuẩn kiến thức – kĩ năng	Hướng dẫn thực hiện chuẩn	
	Kiến thức cơ bản	**Dạng toán. Ví dụ. Lưu ý**
	3. Hình chóp và hình tứ diện a) *Hình chóp* : Trong mặt phẳng (α) cho đa giác lồi $A_1A_2...A_n$. Điểm S nằm ngoài (α). Lần lượt nối S với các đỉnh $A_1, A_2, ..., A_n$, ta được n tam giác SA_1A_2, $SA_2A_3, ..., SA_nA_1$. Hình gồm đa giác $A_1A_2...A_n$ và n tam giác $SA_1A_2, SA_2A_3, ..., SA_nA_1$ được gọi là hình chóp, kí hiệu là $S.A_1A_2...A_n$. b) *Hình tứ diện* Cho bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng. Hình gồm bốn tam giác ABC, ABD, ACD, và BCD được gọi là hình tứ diện, kí hiệu là $ABCD$.	***Ví dụ. Người ta thường nói "vững như kiềng ba chân" tại sao ?*** ***Ví dụ. Cho hình lập phương ABCD. A'B'C'D' có M, N, P theo thứ tự là trung điểm của các cạnh BC, CD, A'B'. Xác định giao tuyến của mặt phẳng đi qua M, N, P với các mặt của hình lập phương.*** *Ví dụ*. Cho hình chóp $S.ABC$. Trên cạnh SA lấy hai điểm phân biệt M và N. Chứng minh rằng BM và CN là hai đường thẳng không cắt nhau.
2. *Hai đường thẳng chéo nhau và hai đường thẳng song song* (Vị trí tương đối giữa hai đường thẳng ; Hai đường thẳng song song). *Về kiến thức* : – Biết được khái niệm hai đường thẳng : trùng nhau, song song, cắt nhau, chéo nhau trong không gian ; – Biết (***có chứng minh***) định lí : "Nếu hai mặt phẳng phân biệt lần lượt chứa hai đường thẳng song song mà cắt nhau thì	1. Vị trí tương đối của hai đường thẳng trong không gian Cho hai đường thẳng a và b trong không gian. Trường hợp 1 : Có một mặt phẳng chứa a và b. Khi đó, xảy ra một trong ba khả năng sau : 1) *a và b cắt nhau* tại điểm M, ta kí hiệu $a \cap b = M$; 2) *a và b song song* với nhau, ta kí hiệu $a // b$ hoặc $b // a$;	– Dạng 1 : Xác định vị trí tương đối giữa hai đường thẳng. – Dạng 2 : Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng. – Dạng 3 : Chứng minh hai đường thẳng song song ; Chứng minh hai đường thẳng chéo nhau.

<table>
<tr><th rowspan="2">Chuẩn kiến thức – kĩ năng</th><th colspan="2">Hướng dẫn thực hiện chuẩn</th></tr>
<tr><th>Kiến thức cơ bản</th><th>Dạng toán. Ví dụ. Lưu ý</th></tr>
<tr>
<td>giao tuyến của chúng song song (hoặc trùng) với một trong hai đường đó".

Về kĩ năng :

– Xác định được vị trí tương đối giữa hai đường thẳng.

– Biết cách chứng minh hai đường thẳng song song.

– Biết dựa vào định lí trên xác định giao tuyến hai mặt phẳng trong một số trường hợp đơn giản.</td>
<td>3) a và b trùng nhau, ta kí hiệu $a \equiv b$.

Trường hợp 2 : không có mặt phẳng nào chứa cả a và b , khi đó ta nói a và b chéo nhau.

2. Các định lí và tính chất

1) Trong không gian, qua một điểm không nằm trên đường thẳng cho trước, có một và chỉ một đường thẳng song song với đường thẳng đã cho.

2) Nếu ba mặt phẳng phân biệt đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến ấy hoặc đồng quy hoặc đôi một song song với nhau. (Định lí về giao tuyến của ba mặt phẳng).

3) Nếu hai mặt phẳng phân biệt lần lượt chứa hai đường thẳng song song thì giao tuyến của chúng (nếu có) cũng song song với hai đường thẳng đó hoặc trùng với một trong hai đường thẳng đó.

4) Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.</td>
<td>Ví dụ. Hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành.

a) Các điểm M, N tương ứng là trung điểm của SC, SD, khi đó các đường thẳng AB và MN có song song với nhau không ?

b) Các đường thẳng SC và AB là hai đường thẳng song song, cắt nhau, chéo nhau, hay trùng nhau ?

Ví dụ. Hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành, xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD).

Ví dụ. Trên cạnh AB của tứ diện $ABCD$, lấy hai điểm phân biệt M, N. Chứng minh rằng CM, DN là hai đường thẳng chéo nhau.

Ví dụ. Hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M và N tương ứng là trung điểm của SB và SC. Chứng minh rằng MN song song với AD.

Ví dụ. Cho hai đường thẳng chéo nhau a và b. Có hay không hai đường thẳng cắt nhau c và d và mỗi đường đều cắt cả hai đường thẳng đã cho.</td>
</tr>
</table>

Chuẩn kiến thức – kĩ năng	Hướng dẫn thực hiện chuẩn	
	Kiến thức cơ bản	**Dạng toán. Ví dụ. Lưu ý**
3. Đường thẳng và mặt phẳng song song *Về kiến thức* : – Biết được khái niệm và điều kiện đường thẳng song song với mặt phẳng. – Biết (không chứng minh) định lí : " Nếu đường thẳng a song song với mặt phẳng (P) thì mọi mặt phẳng (Q) chứa a và cắt (P) thì cắt theo giao tuyến song song với a". *Về kĩ năng* : – Xác định được vị trí tương đối giữa đường thẳng và mặt phẳng. – Biết cách vẽ một đường thẳng song song với một mặt phẳng ; chứng minh một đường thẳng song song với một mặt phẳng. – Biết dựa vào các định lí trên xác định giao tuyến hai mặt phẳng trong một số trường hợp đơn giản.	1. Vị trí tương đối của đường thẳng và mặt phẳng Giữa đường thẳng d và mặt phẳng (α) có ba trường hợp về vị trí tương đối như sau : 1) *d và (α) cắt nhau* tại M, kí hiệu $d \cap (\alpha) = \{M\}$; 2) d song song với (α), kí hiệu $d \,//\, (\alpha)$ hay $(\alpha) \,//\, d$; 3) *d nằm trong* (α), kí hiệu $d \subset (\alpha)$. 2. Định lí và tính chất 1) Nếu đường thẳng d không nằm trong mặt phẳng (α) và d song song với đường thẳng d' nằm trong (α) thì d song song với (α) $\begin{cases} d \not\subset (\alpha) \\ d \,//\, d' \\ d' \subset (\alpha) \end{cases} \Rightarrow d \,//\, (\alpha).$ 2) Cho đường thẳng d song song với mặt phẳng (α). Nếu mặt phẳng (β) chứa d và cắt (α) theo giao tuyến d' thì d' song song với d $\begin{cases} d \,//\, (\alpha) \\ (\beta) \supset d \\ (\beta) \cap (\alpha) = d' \end{cases} \Rightarrow d \,//\, d'.$	– Dạng 1 : Xác định vị trí tương đối giữa đường thẳng và mặt phẳng. – Dạng 2 : Chứng minh một đường thẳng song song với một mặt phẳng. – Dạng 3 : Xác định giao tuyến hai mặt phẳng trong một số trường hợp đơn giản ; Dựng thiết diện song song với một đường thẳng. *Ví dụ*. Cho hình lập phương $ABCD. A'B'C'D'$, chỉ ra trên hình vẽ các đường thẳng : + Song song với mặt phẳng $(A'B'C'D')$; + Cắt mặt phẳng $(BCC'B')$; + Nằm trong (thuộc) mặt phẳng $(ABCD)$. *Ví dụ*. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi. a) Chứng minh AB song song với mặt phẳng (SCD). b) Gọi M là trung điểm của SC, xác định giao tuyến của mặt phẳng (BAM) và (SCD).

<table>
<tr><th rowspan="2">Chuẩn kiến thức – kĩ năng</th><th colspan="2">Hướng dẫn thực hiện chuẩn</th></tr>
<tr><th>Kiến thức cơ bản</th><th>Dạng toán. Ví dụ. Lưu ý</th></tr>
<tr><td></td><td>3) Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thì giao tuyến của chúng (nếu có) cũng song song với đường thẳng đó.
$\begin{cases}(\alpha)//d\\(\beta)//d\\(\alpha)\cap(\beta)=d'\end{cases}\Rightarrow d//d'$
4) Cho hai đường thẳng chéo nhau. Có duy nhất một mặt phẳng chứa đường thẳng này và song song với đường thẳng kia.</td><td>Ví dụ. Cho tứ diện ABCD và M là trung điểm của cạnh AD. Mặt phẳng (P) đi qua điểm M và đồng thời song song với AC và BD. Xác định giao tuyến của (P) với các mặt của tứ diện đã cho.</td></tr>
<tr><td>4. Hai mặt phẳng song song. Hình lăng trụ và hình hộp
Về kiến thức :
Biết được :
– Khái niệm và điều kiện hai mặt phẳng song song.
– Định lí Ta-lét (thuận và đảo) trong không gian.
– Khái niệm hình lăng trụ, hình hộp.
– Khái niệm hình chóp cụt.
Về kĩ năng :
– Biết cách chứng minh hai mặt phẳng song song.</td><td>1. Định nghĩa
Hai mặt phẳng (α) và (β) được gọi là song song với nhau nếu chúng không có điểm chung, kí hiệu $(\alpha)//(\beta)$ hay $(\beta)//(\alpha)$.
$(\alpha)//(\beta)\Leftrightarrow(\alpha)\cap(\beta)=\varnothing$.
2. Định lí và tính chất
1) Nếu mặt phẳng (α) chứa hai đường thẳng cắt nhau a, b và hai đường thẳng này cùng song song với mặt phẳng (β) thì mặt phẳng (α) song song với mặt phẳng (β).
$\begin{cases}a\subset(\alpha),\ b\subset(\alpha)\\a \text{ cắt } b\\a//(\beta),\ b//(\beta)\end{cases}\Rightarrow(\alpha)//(\beta).$</td><td>– Dạng 1 : Vẽ hình biểu diễn của một hình chóp, chóp cụt, lăng trụ.
– Dạng 2 : Chứng minh hai mặt phẳng song song với nhau.
– Dạng 3 : Xác định thiết diện tạo bởi mặt phẳng (α) với một hình chóp khi cho biết (α) song song với một mặt phẳng nào đó trong hình chóp.
Ví dụ
a) Vẽ hình biểu diễn của hình lăng trụ với đáy là tam giác.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th rowspan="2">Chuẩn kiến thức – kĩ năng</th><th colspan="2">Hướng dẫn thực hiện chuẩn</th></tr>
<tr><th>Kiến thức cơ bản</th><th>Dạng toán. Ví dụ. Lưu ý</th></tr>
<tr><td>– Vẽ được hình biểu diễn của hình hộp ; hình lăng trụ, hình chóp có đáy là tam giác, tứ giác.

– Vẽ được hình biểu diễn của hình chóp cụt với đáy là tam giác, tứ giác.</td><td>Hệ quả : Nếu mặt phẳng (α) chứa hai đường thẳng cắt nhau là a và b, mặt phẳng (β) chứa hai đường thẳng cắt nhau là a' và b' đồng thời $a \parallel a'$, $b \parallel b'$ thì mặt phẳng (α) song song với mặt phẳng (β).

2) Qua một điểm nằm ngoài một mặt phẳng cho trước có một và chỉ một mặt phẳng song song với mặt phẳng đã cho.

Hệ quả 1 :
Nếu đường thẳng d song song với mặt phẳng (α) thì trong (α) có một đường thẳng song song với d và qua d có duy nhất một mặt phẳng song song với (α).

Hệ quả 2 :
Hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với mặt phẳng thứ ba thì song song với nhau.

Hệ quả 3 :
Cho điểm A không nằm trong mặt phẳng (α). Mọi đường thẳng đi qua A và song song với (α) đều nằm trong mặt phẳng đi qua A và song song với (α).

3) Cho hai mặt phẳng song song với nhau. Nếu một mặt phẳng cắt mặt phẳng này thì cũng cắt mặt phẳng kia và hai giao tuyến song song với nhau.</td><td>b) Vẽ hình biểu diễn của hình chóp cụt với đáy là tam giác đều. Chỉ ra trên hình vẽ mặt đáy, mặt bên, cạnh đáy, cạnh bên của chóp cụt đó.

Ví dụ. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$.
a) Mặt phẳng $(A'B'C'D')$ có cắt mặt phẳng $(ABCD)$ không ?
b) Chứng minh rằng $(AB'D') \parallel (BDC')$.

Ví dụ. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$.
Xác định giao tuyến của mặt phẳng (P) đi qua trung điểm M của cạnh BB' và (P) song song với $(ABCD)$.

Ví dụ. Cho lăng trụ ABC.A'B'C' có M là trung điểm của CA'. Mặt phẳng (P) đi qua điểm M và đồng thời song song với AB' và BC'. Xác định thiết diện của hình lăng trụ khi cắt bởi mặt phẳng (P).

Ví dụ. Cho tứ diện ABCD. Các điểm M, N theo thứ tự chạy trên các cạnh AD và BC sao cho $\frac{AM}{AD} = \frac{CN}{CB}$. Chứng minh rằng MN luôn song song với một mặt phẳng cố định.</td></tr>
</table>

Chuẩn kiến thức – kĩ năng	Hướng dẫn thực hiện chuẩn	
	Kiến thức cơ bản	**Dạng toán. Ví dụ. Lưu ý**
	Hệ quả : Hai mặt phẳng song song chắn trên hai cát tuyến song song những đoạn thẳng bằng nhau. 4) Định lí Ta-lét thuận : Ba mặt phẳng đôi một song song định ra trên hai cát tuyến bất kì những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ. 3. Hình lăng trụ và hình chóp cụt 1) Hình lăng trụ Cho hai mặt phẳng song song (α) và (α'). Trên (α) cho đa giác lồi $A_1A_2...A_n$. Qua các đỉnh A_1, A_2, ..., A_n ta vẽ các đường thẳng song song với nhau và cắt (α') lần lượt tại $A'_1, A'_2, ..., A'_n$. Hình gồm hai đa giác $A_1A_2...A_n$, $A'_1A'_2 ... A'_n$ và các hình bình hành $A_1A'_1A'_2A_2$, $A_2A'_2A'_3A_3$, ..., $A_nA'_nA'_1A_1$ được gọi là *hình lăng trụ* và kí hiệu là $A_1A_2...A_n.A'_1A'_2 ... A'_n$. Lăng trụ có đáy là hình bình hành được gọi là hình hộp. 2) Hình chóp cụt Cho hình chóp $S.A_1A_2...A_n$. Một mặt phẳng không qua đỉnh, song song với mặt phẳng đáy của hình chóp cắt các cạnh SA_1, SA_2,..., SA_n	

Chuẩn kiến thức – kĩ năng	Hướng dẫn thực hiện chuẩn	
	Kiến thức cơ bản	**Dạng toán. Ví dụ. Lưu ý**
	lần lượt tại $A'_1, A'_2, ..., A'_n$. Hình tạo bởi thiết diện $A'_1A'_2 ... A'_n$ và đáy $A_1A_2...A_n$ của hình chóp cùng với các tứ giác $A'_1A'_2A_2A_1$, $A'_2A'_3A_3A_2$, ..., $A'_nA'_1A_1A_n$ gọi là *hình chóp cụt*, kí hiệu là $A'_1A'_2 ... A'_n. A_1A_2...A_n$.	
5. Phép chiếu song song. Hình biểu diễn của một hình không gian *Về kiến thức :* Biết được : – Khái niệm phép chiếu song song. – Khái niệm hình biểu diễn của một hình không gian. *Về kĩ năng :* – Xác định được : phương chiếu : mặt phẳng chiếu trong một phép chiếu song song. Dựng được ảnh của một điểm, một đoạn thẳng, một tam giác, một đường tròn qua một phép chiếu song song. – Vẽ được hình biểu diễn của một hình không gian.	1. Phép chiếu song song Cho mặt phẳng (α) và đường thẳng Δ cắt (α). Với mỗi điểm M trong không gian, đường thẳng đi qua M và song song hoặc trùng với Δ cắt (α) tại điểm M' xác định. Điểm M' được gọi là *hình chiếu song song* của điểm M trên mặt phẳng (α) theo phương Δ. Mặt phẳng (α) được gọi là mặt phẳng chiếu, phương của đường thẳng Δ được gọi là phương chiếu. Phép đặt tương ứng mỗi điểm M trong không gian với hình chiếu M' của nó trên mặt phẳng (α) được gọi là phép chiếu song song lên (α) theo phương Δ. 2. Các tính chất của phép chiếu song song (với đường thẳng và đoạn thẳng không song song hoặc trùng với phương chiếu).	– Dạng 1 : Xác định hình chiếu của một hình phẳng qua phép chiếu song song. – Dạng 2 : Vẽ hình biểu diễn của một hình không gian. *Ví dụ.* Xác định hình chiếu của một đường thẳng qua phép chiếu song song trong các trường hợp : – Đường thẳng đó song song với phương chiếu. – Đường thẳng đó không song song với phương chiếu. *Ví dụ.* Hình chiếu song song của một hình bình hành có là một hình bình hành không ? *Ví dụ.* Vẽ hình biểu diễn của : tam giác đều, hình thang vuông, hình bình hành, hình thoi.

Chuẩn kiến thức – kĩ năng	Hướng dẫn thực hiện chuẩn	
	Kiến thức cơ bản	**Dạng toán. Ví dụ. Lưu ý**
	1) Phép chiếu song song biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và không làm thay đổi thứ tự ba điểm đó ; 2) Phép chiếu song song biến đường thẳng thành đường thẳng, biến tia thành tia, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng ; 3) Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau. 4) Phép chiếu song song không làm thay đổi tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng nằm trên hai đường thẳng song song hoặc cùng nằm trên một đường thẳng. 3. Hình biểu diễn của một số hình không gian trên mặt phẳng 1) Một tam giác bất kì bao giờ cũng có thể coi là hình biểu diễn của một tam giác tuỳ ý cho trước (có thể là tam giác đều, tam giác cân, tam giác vuông, ...). 2) Một hình bình hành bất kì bao giờ cũng có thể coi là hình biểu diễn của một hình bình hành tuỳ ý cho trước (có thể là hình bình hành, hình vuông, hình chữ nhật, hình thoi, ...). 3) Một hình thang bất kì bao giờ cũng có thể coi là hình biểu diễn của một hình thang tuỳ ý cho trước, miễn là tỉ số độ dài hai đáy của hình biểu	***Ví dụ. Vẽ hình biểu diễn của một lục giác đều nội tiếp một đường tròn.***

Chuẩn kiến thức – kĩ năng	Hướng dẫn thực hiện chuẩn	
	Kiến thức cơ bản	**Dạng toán. Ví dụ. Lưu ý**
	diễn phải bằng tỉ số độ dài hai đáy của hình đã cho. 4) Người ta thường dùng hình elip để biểu diễn hình tròn.	
VIII. VECTƠ TRONG KHÔNG GIAN. QUAN HỆ VUÔNG GÓC TRONG KHÔNG GIAN		
1. Vectơ trong không gian (Vectơ ; Cộng vectơ ; Nhân vectơ với một số ; Điều kiện đồng phẳng của ba vectơ ; Tích vô hướng của hai vectơ). *Về kiến thức* : Biết được – Quy tắc hình hộp để cộng vectơ trong không gian. – Khái niệm và điều kiện đồng phẳng của ba vectơ trong không gian. *Về kĩ năng :* – Xác định được góc giữa hai vectơ trong không gian. – Vận dụng được : phép cộng, trừ ; nhân vectơ với một số, tích vô hướng của hai vectơ ; sự bằng nhau của hai vectơ trong không gian. – Biết cách xét sự đồng phẳng hoặc không đồng phẳng của ba vectơ trong không gian.	1. Các định nghĩa 1) Vectơ, giá và độ dài của vectơ • *Vectơ trong không gian* là một đoạn thẳng có hướng. Kí hiệu $\overrightarrow{AB}$ chỉ vectơ có điểm đầu A, điểm cuối B. Vectơ còn được kí hiệu là $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{x}$, $\vec{y}$, ... • *Giá của vectơ* là đường thẳng đi qua điểm đầu và điểm cuối của vectơ đó. Hai vectơ được gọi là *cùng phương* nếu giá của chúng song song hoặc trùng nhau. Hai vectơ cùng phương thì có thể *cùng hướng* hoặc *ngược hướng*. • *Độ dài hay mô đun của vectơ* là độ dài của đoạn thẳng có hai đầu mút là điểm đầu và điểm cuối của vectơ đó. Vectơ có độ dài bằng 1 được gọi là *vectơ đơn vị*. Ta kí hiệu độ dài vectơ là $\lvert\overrightarrow{AB}\rvert$. Như vậy $\lvert\overrightarrow{AB}\rvert = AB$.	– Dạng 1 : Xác định các yếu tố của vectơ ; Xác định góc giữa hai vectơ trong không gian. – Dạng 2 : Chứng minh các đẳng thức về vectơ. – Dạng 3 : Xét sự đồng phẳng hoặc không đồng phẳng của ba vectơ trong không gian. *Ví dụ.* Cho tam giác đều ABC cạnh a, gọi M là trung điểm của BC. a) Cho biết độ dài của vectơ $\overrightarrow{AB}$. b) Xác định góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{BC}$. *Ví dụ.* Cho tứ diện $ABCD$, gọi G là trọng tâm tam giác BCD, chứng minh rằng : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG}$.

Chuẩn kiến thức – kĩ năng	Hướng dẫn thực hiện chuẩn	
	Kiến thức cơ bản	**Dạng toán. Ví dụ. Lưu ý**
	2) Hai vectơ bằng nhau, vectơ-không • Hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ được gọi là bằng nhau nếu chúng có cùng độ dài và cùng hướng. Khi đó ta kí hiệu $\vec{a}=\vec{b}$. • "*Vectơ-không*" là một vectơ đặc biệt có điểm đầu và điểm cuối trùng nhau, nghĩa là với mọi điểm A tuỳ ý ta có $\overrightarrow{AA} = \vec{0}$ và khi đó mọi đường thẳng đi qua điểm A đều chứa vectơ $\overrightarrow{AA}$. Quy ước mọi vectơ $\vec{0}$ đều bằng nhau, có độ dài bằng 0 và cùng phương, cùng hướng với mọi vectơ. Do đó ta viết $\overrightarrow{AA} = \overrightarrow{BB}$ với mọi điểm A, B tuỳ ý. *2. Phép cộng và phép trừ vectơ* 1) Định nghĩa • Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$. Trong không gian lấy một điểm A tuỳ ý, dựng $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ và $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$. Vectơ $\overrightarrow{AC}$ được gọi là *tổng* của hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$, và được kí hiệu $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \vec{a} + \vec{b}$. • Vectơ $\vec{b}$ là *vectơ đối* của $\vec{a}$ nếu $\lvert\vec{b}\rvert = \lvert\vec{a}\rvert$ và $\vec{a}$, $\vec{b}$ ngược hướng với nhau, kí hiệu $\vec{b} = -\vec{a}$. • $\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$.	*Ví dụ.* Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J tương ứng là trung điểm của AB, CD. Chứng minh rằng $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{IJ}$ là các vectơ đồng phẳng. ***Ví dụ. Trong không gian, cho tam giác ABC, chứng minh rằng nếu điểm M thuộc mặt phẳng (ABC) thì*** $\overrightarrow{OM} = x\overrightarrow{OA} + y\overrightarrow{OB} + z\overrightarrow{OC}$ ***với mọi điểm O và*** $x + y + z = 1$.

<table>
<tr><th rowspan="2">Chuẩn kiến thức – kĩ năng</th><th colspan="2">Hướng dẫn thực hiện chuẩn</th></tr>
<tr><th>Kiến thức cơ bản</th><th>Dạng toán. Ví dụ. Lưu ý</th></tr>
<tr><td></td><td>2) Tính chất
Với các vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ bất kì ta có
• $\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}$ (tính chất giao hoán) ;
• $(\vec{a}+\vec{b})+\vec{c}=\vec{a}+(\vec{b}+\vec{c})$ (tính chất kết hợp) ;
• $\vec{a}+\vec{0}=\vec{0}+\vec{a}=\vec{a}$ (tính chất của vectơ-không) ;
• $\vec{a}+(-\vec{a})=-\vec{a}+\vec{a}=\vec{0}$.
3) Các quy tắc cần nhớ khi tính toán
a) Quy tắc ba điểm
Với ba điểm A, B, C bất kì ta có :
$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$;
$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}$;
$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}+(-\overrightarrow{AB})=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC}$.
b) Quy tắc hình bình hành
Với hình bình hành ABCD ta có :
$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$.
c) Quy tắc hình hộp
Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D' với AB, AD, AA' là ba cạnh có chung đỉnh A và AC' là đường chéo, ta có :
$\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}$.</td><td></td></tr>
</table>

<table>
<tr><th rowspan="2">Chuẩn kiến thức – kĩ năng</th><th colspan="2">Hướng dẫn thực hiện chuẩn</th></tr>
<tr><th>Kiến thức cơ bản</th><th>Dạng toán. Ví dụ. Lưu ý</th></tr>
<tr><td></td><td>d) Mở rộng quy tắc ba điểm

Cho n điểm $A_1, A_2, ..., A_n$ bất kì, ta có :

$$\overrightarrow{A_1A_2}+\overrightarrow{A_2A_3}+...+\overrightarrow{A_{n-1}A_n}=\overrightarrow{A_1A_n}.$$
3. Phép nhân vectơ với một số

1) Định nghĩa. Cho số thực $k \neq 0$ và vectơ $\vec{a} \neq \vec{0}$. Tích của số k với vectơ $\vec{a}$ là một vectơ, kí hiệu là $k\vec{a}$, cùng hướng với $\vec{a}$ nếu $k > 0$, ngược hướng với $\vec{a}$ nếu $k < 0$ và có độ dài bằng $|k|.|\vec{a}|$.

2) Tính chất. Với mọi vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$ và mọi số thực m, n ta có :

• $m(\vec{a}+\vec{b})=m\vec{a}+m\vec{b}$;

• $(m+n)\vec{a}=m\vec{a}+n\vec{a}$;

• $m(n\vec{a})=(mn)\vec{a}$;

• $1.\vec{a}=\vec{a}$;

• $(-1)\vec{a}=-\vec{a}$;

• $0.\vec{a}=\vec{0}$;

• $k.\vec{0}=\vec{0}$.</td><td></td></tr>
</table>

<table>
<tr><th rowspan="2">Chuẩn kiến thức – kĩ năng</th><th colspan="2">Hướng dẫn thực hiện chuẩn</th></tr>
<tr><th>Kiến thức cơ bản</th><th>Dạng toán. Ví dụ. Lưu ý</th></tr>
<tr><td></td><td>4. Điều kiện đồng phẳng của ba vectơ
1) Khái niệm về sự đồng phẳng của ba vectơ trong không gian
Cho ba vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ đều khác vectơ $\vec{0}$ trong không gian. Từ một điểm O bất kì ta dựng các vectơ $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ và $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$. Khi đó xảy ra hai trường hợp sau :
• Nếu các đường thẳng OA, OB, OC không cùng nằm trong một mặt phẳng, ta nói ba vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ không đồng phẳng.
• Nếu các đường thẳng OA, OB, OC cùng nằm trong một mặt phẳng thì ta nói ba vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ đồng phẳng.
2) Định nghĩa
Trong không gian, ba vectơ được gọi là đồng phẳng nếu các giá của chúng cùng song song với một mặt phẳng.
3) Điều kiện để ba vectơ đồng phẳng
Định lí 1. Trong không gian cho hai vectơ không cùng phương $\vec{a}$ và $\vec{b}$ và một vectơ $\vec{c}$. Khi đó, ba vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ đồng phẳng khi và chỉ khi có duy nhất cặp số thực m, n sao cho
$$\vec{c} = m\vec{a} + n\vec{b}.$$</td><td></td></tr>
</table>

Chuẩn kiến thức – kĩ năng	Hướng dẫn thực hiện chuẩn	
	Kiến thức cơ bản	**Dạng toán. Ví dụ. Lưu ý**
	4) Phân tích (biểu thị) một vectơ theo ba vectơ không đồng phẳng Định lí 2. Cho $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ là ba vectơ không đồng phẳng. Với mọi vectơ $\vec{x}$ trong không gian ta đều tìm được duy nhất một bộ ba số thực *m, n, p* sao cho $\vec{x} = m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c}$.	
2. *Hai đường thẳng vuông góc* (Vectơ chỉ phương của đường thẳng ; Góc giữa hai đường thẳng ; Hai đường thẳng vuông góc). *Về kiến thức :* Biết được – Khái niệm vectơ chỉ phương của đường thẳng. – Khái niệm góc giữa hai đường thẳng. – Khái niệm và điều kiện hai đường thẳng vuông góc với nhau. *Về kĩ năng :* – Xác định được vectơ chỉ phương của đường thẳng ; góc giữa hai đường thẳng. – Biết chứng minh hai đường thẳng vuông góc với nhau.	1. Tích vô hướng của hai vectơ trong không gian 1) Góc giữa hai vectơ Cho $\vec{u}$ và $\vec{v}$ là hai vectơ trong không gian. Từ một điểm *A* bất kì dựng $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{v}$. Khi đó ta gọi $\widehat{BAC}$ $(0^o \le \widehat{BAC} \le 180^o)$ là góc giữa hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$, kí hiệu $(\vec{u}, \vec{v})$. Ta có : $(\vec{u}, \vec{v}) = \widehat{BAC}$. 2) Tích vô hướng Tích vô hướng của hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ (đều khác vectơ $\vec{0}$) trong không gian là một số, được kí hiệu là $\vec{u}.\vec{v}$ và xác định bởi : $\vec{u}.\vec{v} = \lvert\vec{u}\rvert.\lvert\vec{v}\rvert.\cos(\vec{u}, \vec{v})$. Nếu $\vec{u} = \vec{0}$ hoặc $\vec{v} = \vec{0}$ thì ta quy ước $\vec{u}.\vec{v} = 0$.	– Dạng 1 : Tính tích vô hướng của hai vectơ. Sử dụng tích vô hướng để tính độ dài của đoạn thẳng (hoặc tính khoảng cách giữa hai điểm) trong không gian. – Dạng 2 : Xác định vectơ chỉ phương của đường thẳng ; Tính góc giữa hai đường thẳng trong không gian. – Dạng 3 : Chứng minh hai đường thẳng vuông góc với nhau. *Ví dụ.* Cho tam giác đều *ABC* cạnh a, gọi *M* là trung điểm của *BC*. a) Tính $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC}$. b) Cho biết $\lvert\overrightarrow{AM}\rvert$.

Chuẩn kiến thức – kĩ năng	Hướng dẫn thực hiện chuẩn	
	Kiến thức cơ bản	**Dạng toán. Ví dụ. Lưu ý**
	3) Tính chất Với ba vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ bất kì trong không gian và với mọi số thực k ta có : • $\vec{a}.\vec{b}=\vec{b}.\vec{a}$ (tính chất giao hoán) ; • $\vec{a}.(\vec{b}+\vec{c})=\vec{a}.\vec{b}+\vec{a}.\vec{c}$ (tính chất phân phối đối với phép cộng vectơ) ; • $(k\vec{a}).\vec{b}=k(\vec{a}.\vec{b})=\vec{a}.k\vec{b}$; • $\vec{a}^2 \geq 0$; • $\vec{a}^2=0 \Leftrightarrow \vec{a}=\vec{0}$. 4) Vectơ chỉ phương của đường thẳng • Vectơ $\vec{a} \neq \vec{0}$ được gọi là *vectơ chỉ phương* của đường thẳng d nếu giá của vectơ a song song hoặc trùng với đường thẳng d. • Nếu vectơ $\vec{a}$ là *vectơ chỉ phương* của đường thẳng d thì vectơ $k\vec{a}$ với $k \neq 0$ cũng là vectơ chỉ phương của d. • Một đường thẳng d trong không gian hoàn toàn được xác định khi biết một điểm A thuộc d và một vectơ chỉ phương $\vec{a}$ của d.	*Ví dụ*. Cho tam giác ABC, tìm một vectơ chỉ phương của đường thẳng a) Chứa cạnh BC. b) Chứa trung tuyến AM. *Ví dụ*. Cho hình lập phương $ABCD.\ A'B'C'D'$. Xác định góc giữa các đường thẳng AB' và CD'. *Ví dụ*. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Chứng minh rằng AB' vuông góc với CD'. *Ví dụ*. Chứng minh rằng nếu $b \parallel c$ mà a vuông góc với b thì a vuông góc với c. ***Ví dụ. Cho hình tứ diện ABCD. Chứng minh rằng : nếu*** $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AB}$ ***thì*** $AB \perp CD,\ AC \perp BD, AD \perp BC$.

Chuẩn kiến thức – kĩ năng	Hướng dẫn thực hiện chuẩn	
	Kiến thức cơ bản	**Dạng toán. Ví dụ. Lưu ý**
	5) Một số ứng dụng của tích vô hướng • Tính độ dài của đoạn thẳng AB : $$AB = \left\|\overrightarrow{AB}\right\| = \sqrt{\overrightarrow{AB}^2}.$$ • Xác định góc giữa hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ là $(\vec{u}, \vec{v})$ theo công thức : $\cos(\vec{u}, \vec{v}) = \dfrac{\vec{u}.\vec{v}}{\|\vec{u}\|.\|\vec{v}\|}$. • $\vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow \vec{u}.\vec{v} = 0$. 2. Góc giữa hai đường thẳng *Góc giữa hai đường thẳng a và b* trong không gian là góc giữa hai đường thẳng a' và b' cùng đi qua một điểm bất kì đồng thời tương ứng song song với a và b. 3. Hai đường thẳng vuông góc • Hai đường thẳng a và b được gọi là *vuông góc với nhau* nếu góc giữa chúng bằng 90^o. Ta kí hiệu $a \perp b$ hoặc $b \perp a$. • Nếu $\vec{u}$ và $\vec{v}$ lần lượt là các vectơ chỉ phương của hai đường thẳng a và b thì $a \perp b \Leftrightarrow \vec{u}.\vec{v} = 0$. • Nếu a // b và c vuông góc với một trong hai đường thẳng đó thì c vuông góc với đường thẳng còn lại.	

Chuẩn kiến thức – kĩ năng	Hướng dẫn thực hiện chuẩn	
	Kiến thức cơ bản	**Dạng toán. Ví dụ. Lưu ý**
3. Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng ; Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng ; Phép chiếu vuông góc ; Định lí ba đường vuông góc ; Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng). *Về kiến thức :* Biết được : – Định nghĩa và điều kiện đường thẳng vuông góc với mặt phẳng. – Khái niệm phép chiếu vuông góc. – Khái niệm mặt phẳng trung trực của một đoạn thẳng. *Về kĩ năng :* – Biết cách chứng minh : một đường thẳng vuông góc với mặt phẳng ; một đường thẳng vuông góc với một đường thẳng. – Xác định được vectơ pháp tuyến của một mặt phẳng. – Xác định được hình chiếu vuông góc của một điểm, một đường thẳng, một tam giác. – Bước đầu vận dụng được định lí ba đường vuông góc. – Xác định được góc giữa đường thẳng và mặt phẳng.	1. Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng Đường thẳng d được gọi là *vuông góc với mặt phẳng* (α) nếu d vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong (α). Khi đó ta nói (α) *vuông góc với* d và kí hiệu $d \perp (\alpha)$ hoặc $(\alpha) \perp d$; mỗi vectơ chỉ phương của đường thẳng d còn được gọi là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α). 2. Điều kiện để đường thẳng vuông góc với mặt phẳng Nếu đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau nằm trong mặt phẳng (α) thì d vuông góc với (α). 3. Tính chất 1) Có duy nhất một mặt phẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một đường thẳng cho trước. 2) Có duy nhất một đường thẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một mặt phẳng cho trước. 4. Liên hệ giữa tính vuông góc và tính song song của đường thẳng và mặt phẳng trong không gian	– Dạng 1 : Chứng minh : một đường thẳng vuông góc với mặt phẳng ; một đường thẳng vuông góc với một đường thẳng. – Dạng 2 : Xác định vectơ pháp tuyến của một mặt phẳng ; Xác định hình chiếu vuông góc của một điểm, một đường thẳng, một tam giác. – Dạng 3 : Vận dụng định lí ba đường vuông góc vào giải toán. – Dạng 4 : Xác định góc giữa đường thẳng và mặt phẳng. – Dạng 5 : Các bài toán vận dụng mối liên hệ giữa tính song song và tính vuông góc của đường thẳng và mặt phẳng. *Ví dụ.* Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành và các cạnh bên bằng nhau. Gọi O là giao của hai đường chéo của đáy. a) Chứng minh rằng SO vuông góc với $(ABCD)$. b) Chỉ ra một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(ABCD)$.

<table>
<tr><th rowspan="2">Chuẩn kiến thức – kĩ năng</th><th colspan="2">Hướng dẫn thực hiện chuẩn</th></tr>
<tr><th>Kiến thức cơ bản</th><th>Dạng toán. Ví dụ. Lưu ý</th></tr>
<tr><td>– Biết xét mối liên hệ giữa tính song song và tính vuông góc của đường thẳng và mặt phẳng.</td><td>1) Cho hai đường thẳng song song. Mặt phẳng nào vuông góc với đường thẳng này thì cũng vuông góc với đường thẳng kia.
2) Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.
3) Cho hai mặt phẳng song song. Đường thẳng nào vuông góc với mặt phẳng này thì cũng vuông góc với mặt phẳng kia.
4) Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.
5) Cho đường thẳng a và mặt phẳng (α) song song với nhau. Đường thẳng nào vuông góc với (α) thì cũng vuông góc với a.
6) Nếu một đường thẳng và một mặt phẳng (không chứa đường thẳng đó) cùng vuông góc với một đường thẳng khác thì chúng song song với nhau.
5. Phép chiếu vuông góc và định lí ba đường vuông góc
1) Định nghĩa. Cho đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (α). Phép chiếu song song theo phương d lên mặt phẳng (α) được gọi là phép chiếu vuông góc lên mặt phẳng (α).
2) Định lí ba đường vuông góc.
Cho đường thẳng a nằm trong mặt phẳng (α) và b là đường thẳng không thuộc (α) đồng thời</td><td>Ví dụ. Qua phép chiếu vuông góc hai góc bằng nhau có bằng nhau không ?

Ví dụ. Cho hình chóp $S.ABC$, có SA vuông góc với đáy và đáy là tam giác vuông tại B.
a) Chứng minh rằng SB vuông góc với CB.
b) Xác định góc giữa SB và (ABC).
c) Xác định hình chiếu vuông góc của C trên (SAB).

Ví dụ. Cho hình tứ diện OABC có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau. Chứng minh rằng H là hình chiếu vuông góc của O trên (ABC) thì H là trực tâm tam giác ABC.

Ví dụ. Cho tứ diện ABCD, xác định điểm O sao cho OA = OB = OC = OD.</td></tr>
</table>

Chuẩn kiến thức – kĩ năng	Hướng dẫn thực hiện chuẩn	
	Kiến thức cơ bản	**Dạng toán. Ví dụ. Lưu ý**
	không vuông góc với (α). Gọi b' là hình chiếu vuông góc của b lên (α). Khi đó a vuông góc với b khi và chỉ khi a vuông góc với b'. 3) Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng Cho đường thẳng d và mặt phẳng (α). Ta có định nghĩa : • Nếu đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (α) thì ta nói rằng góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (α) bằng 90^o. • Nếu đường thẳng d không vuông góc với mặt phẳng (α) thì góc giữa d và hình chiếu d' của nó trên (α) được gọi là *góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng* (α). * *Lưu ý* : Số đo (bằng độ) của góc giữa đường thẳng và mặt phẳng là một số không âm và không vượt quá 90^o.	
4. Hai mặt phẳng vuông góc (Góc giữa hai mặt phẳng ; Hai mặt phẳng vuông góc ; Hình lăng trụ đứng ; Hình hộp chữ nhật ; Hình lập phương ; Hình chóp đều và hình chóp cụt đều). *Về kiến thức :* Biết được :	1. Góc giữa hai mặt phẳng *Góc giữa hai mặt phẳng* là góc giữa hai đường thẳng lần lượt vuông góc với hai mặt phẳng đó. Nếu hai mặt phẳng song song hoặc trùng nhau thì ta nói rằng góc giữa hai mặt phẳng đó bằng 0^o.	– Dạng 1 : Xác định góc giữa hai mặt phẳng. – Dạng 2 : Chứng minh hai mặt phẳng vuông góc. – Dạng 3 : Vận dụng tính chất của lăng trụ đứng, hình hộp, hình chóp đều, chóp cụt đều vào giải một số bài toán.

<table>
<tr><th rowspan="2">Chuẩn kiến thức – kĩ năng</th><th colspan="2">Hướng dẫn thực hiện chuẩn</th></tr>
<tr><th>Kiến thức cơ bản</th><th>Dạng toán. Ví dụ. Lưu ý</th></tr>
<tr><td>– Khái niệm góc giữa hai mặt phẳng.
– Khái niệm và điều kiện hai mặt phẳng vuông góc.
– Tính chất hình lăng trụ đứng, lăng trụ đều, hình hộp đứng, hình hộp chữ nhật, hình lập phương.
– Khái niệm hình chóp đều và chóp cụt đều.
Về kĩ năng :
– Xác định được góc giữa hai mặt phẳng.
– Biết chứng minh hai mặt phẳng vuông góc.
– Vận dụng được tính chất của lăng trụ đứng, hình hộp, hình chóp đều, chóp cụt đều vào giải một số bài tập.</td>
<td>• Xác định góc giữa hai mặt phẳng cắt nhau :
Cho hai mặt phẳng (α) và (β) cắt nhau theo giao tuyến c. Từ một điểm I bất kì trên c ta dựng đường thẳng a trong (α) vuông góc với c và dựng đường thẳng b trong (β) vuông góc với c. Khi đó góc giữa (α) và (β) là góc giữa hai đường thẳng a và b.
• Diện tích hình chiếu của đa giác :
$$S' = S.\cos\varphi$$
(với S là diện tích đa giác nằm trong (α), S' là diện tích hình chiếu vuông góc của đa giác đó trên (β), φ là góc giữa (α) và (β)).
2. Hai mặt phẳng vuông góc
1) Định nghĩa
Hai mặt phẳng (α) và (β) được gọi là vuông góc với nhau nếu góc giữa hai mặt phẳng đó là một góc vuông.
Khi đó ta kí hiệu $(\alpha) \perp (\beta)$ hoặc $(\beta) \perp (\alpha)$.
2) Tính chất
a) Điều kiện cần và đủ để hai mặt phẳng vuông góc với nhau là mặt phẳng này chứa một đường thẳng vuông góc với mặt phẳng kia.
b) Nếu hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì bất cứ đường thẳng nào nằm trong mặt phẳng này và</td>
<td>Ví dụ. Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với đáy và đáy là hình chữ nhật.
a) Xác định góc giữa mặt phẳng (SCB) và $(ABCD)$.
b) Chứng minh : $(SAB) \perp (SAD)$.

Ví dụ. Cho biết mệnh đề nào sau đây là đúng
+ Hình hộp là lăng trụ đứng ;
+ Hình hộp chữ nhật là lăng trụ đứng ;
+ Lăng trụ là hình hộp ;
+ Có lăng trụ không là hình hộp.

Ví dụ. Hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều và các cạnh bên bằng nhau có là hình chóp đều không ? Vì sao ?

Ví dụ. Hình chóp cụt tam giác có hai đáy là tam giác đều có phải là hình chóp cụt đều không ?

Ví dụ. Cho tam giác ABC và mặt phẳng (P). Biết góc giữa (P) và (ABC) là φ. Hình chiếu (vuông góc) của tam giác ABC trên (P) là tam</td></tr>
</table>

Chuẩn kiến thức – kĩ năng	Hướng dẫn thực hiện chuẩn	
	Kiến thức cơ bản	**Dạng toán. Ví dụ. Lưu ý**
	vuông góc với giao tuyến thì vuông góc với mặt phẳng kia. c) Cho hai mặt phẳng (α) và (β) vuông góc với nhau. Nếu từ một điểm thuộc mặt phẳng (α) ta dựng một đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (β) thì đường thẳng này nằm trong mặt phẳng (α). d) Nếu hai mặt phẳng cắt nhau và cùng vuông góc với một mặt phẳng thì giao tuyến của chúng vuông góc với mặt phẳng đó. 3. Hình lăng trụ đứng, hình hộp chữ nhật, hình lập phương *Hình lăng trụ đứng* là hình lăng trụ có các cạnh bên vuông góc với các mặt đáy. *Hình hộp chữ nhật* là hình lăng trụ đứng có đáy là hình chữ nhật. *Hình lập phương* là hình lăng trụ đứng có đáy là hình vuông và các mặt bên đều là hình vuông. 4. Hình chóp đều và hình chóp cụt đều *Hình chóp đều* là hình chóp có đáy là một đa giác đều và chân của đường cao trùng với tâm của đa giác đáy. Phần của hình chóp đều nằm giữa đáy và một thiết diện song song với đáy cắt tất cả các cạnh bên của hình chóp đều đó được gọi là hình chóp cụt đều. Hai đáy của hình chóp cụt đều là hai đa giác đều, đồng dạng với nhau.	***giác A'B'C'. Gọi S và S' theo thứ tự là diện tích của các tam giác ABC và A' B' C'.*** ***Chứng minh :*** $S' = S.\cos\varphi$.

<table>
<tr><th rowspan="2">Chuẩn kiến thức – kĩ năng</th><th colspan="2">Hướng dẫn thực hiện chuẩn</th></tr>
<tr><th>Kiến thức cơ bản</th><th>Dạng toán. Ví dụ. Lưu ý</th></tr>
<tr><td>5. Khoảng cách (Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng, đến một mặt phẳng ; Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau ; Khoảng cách giữa đường thẳng và mặt phẳng ; Khoảng cách giữa hai mặt phẳng).
Về kiến thức – kĩ năng :
Biết và xác định được :
– Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng.
– Khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng.
– Khoảng cách giữa hai đường thẳng.
– Khoảng cách giữa đường thẳng và mặt phẳng song song.
– Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song.
– Đường vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau.
– Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau.</td><td>1. Định nghĩa
1) Cho một điểm O và đường thẳng a không đi qua O. Trong mặt phẳng xác định bởi điểm O và đường thẳng a gọi H là hình chiếu của điểm O trên a. Khi đó, khoảng cách giữa hai điểm O và H được gọi là khoảng cách từ điểm O đến đường thẳng a. Kí hiệu là $d(O, a)$.
Như vậy : $d(O, a) = OH$.
2) Khoảng cách từ một điểm O đến mặt phẳng (α) là khoảng cách giữa hai điểm O và H, với H là hình chiếu vuông góc của O trên (α), kí hiệu là
$$d(O, (\alpha)).$$Như vậy $d(O, (\alpha)) = OH$.
3) Khoảng cách giữa đường thẳng a và mặt phẳng (α) song song với a là khoảng cách từ một điểm bất kì thuộc a tới mặt phẳng (α), kí hiệu là
$$d(a, (\alpha)).$$Như vậy $d(a, (\alpha)) = OH$, trong đó O thuộc a còn H là hình chiếu của điểm O trên (α).</td><td>– Dạng bài tập : Tính :
• Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng ;
• Khoảng cách giữa hai đường thẳng ;
• Khoảng cách giữa đường thẳng và mặt phẳng song song với nó ;
• Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song ;
• Đường vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau ;
• Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau.
Ví dụ. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$.
+ Xác định khoảng cách giữa điểm A và đường thẳng BC.
+ Xác định khoảng cách giữa điểm A và mặt phẳng $(CDD'C')$.</td></tr>
</table>

Chuẩn kiến thức – kĩ năng	Hướng dẫn thực hiện chuẩn	
	Kiến thức cơ bản	**Dạng toán. Ví dụ. Lưu ý**
	4) Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song (α) và (β), kí hiệu $d((\alpha),(\beta))$, là khoảng cách từ một điểm bất kì của mặt phẳng này đến mặt phẳng kia. $d((\alpha),(\beta)) = d(M,(\beta))$ với $M \in (\alpha)$. $d((\alpha),(\beta)) = d(N,(\alpha))$ với $N \in (\beta)$. *Như vậy $d((\alpha), (\beta)) = MH$, trong đó M thuộc (α) còn H là hình chiếu của điểm M trên (β).* 5) Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau là độ dài của đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng đó.	+ Xác định khoảng cách giữa đường thẳng AA' và đường thẳng $C'C$. + Xác định khoảng cách giữa đường thẳng AD và mặt phẳng $(BCC'B')$. + Xác định khoảng cách giữa mặt phẳng $(ABB'A')$ và mặt phẳng $(CDD'C')$. + Xác định khoảng cách giữa đường thẳng AB và đường thẳng $C'C$. * *Lưu ý* : 1) Tính khoảng cách có thể áp dụng trực tiếp định nghĩa hoặc tính gián tiếp. Chẳng hạn, có thể tính được đường cao của một tam giác (khoảng cách từ đỉnh tới đáy) nếu biết diện tích và số đo độ dài cạnh đáy của tam giác đó. 2) Phải xác định được các yếu tố cần có để tính khoảng cách trước khi thực hiện việc tính toán.

TỔ CHỨC THỰC HIỆN

I - YÊU CẦU CHUNG

Việc thực hiện chuẩn kiến thức, kĩ năng của chương trình giáo dục phổ thông môn Toán cần theo quan điểm cơ bản : sát thực, trực quan, đúng chuẩn và đổi mới.

SÁT THỰC

– Sát với nội dung chuẩn, với thực tế đối tượng và điều kiện giảng dạy, với thời lượng cho phép ; biên soạn đủ dạng các bài luyện tập tương đương với các ví dụ nêu trong chuẩn nhằm giúp học sinh rèn luyện kĩ năng giải toán đạt chuẩn và phân hoá theo mức độ yêu cầu của chương trình chuẩn và chương trình nâng cao. Thực hiện chương trình tự chọn của bộ môn theo hướng giúp học sinh đạt chuẩn tốt hơn.

– Chú trọng các ví dụ và bài toán có nội dung thực tiễn đời sống và gắn với các môn học khác (làm cho học sinh thấy rõ Toán học gắn với cuộc sống và làm quen với việc áp dụng tri thức Toán học để giải các bài toán thực tế, các bài toán của môn học Vật lí, Hoá học, Sinh học, ...)

TRỰC QUAN

– Tiếp cận chuẩn bằng phương pháp trực quan nhằm giảm tính hàn lâm, giảm các nội dung nặng nề, đơn giản hoá những vấn đề phức tạp nhưng không làm mất tính chính xác và suy luận có lí mà chuẩn đề ra.

– Dạy và học kiến thức kĩ năng theo chuẩn trên cơ sở dẫn dắt từng bước, qua những ví dụ mô tả khái niệm một cách rõ ràng, tránh áp đặt thiếu tự nhiên.

ĐÚNG CHUẨN

– Đảm bảo đúng kiến thức, kĩ năng, mức độ phức tạp của dạng toán minh hoạ, những lưu ý nêu trong chuẩn.

– Trước hết đảm bảo đạt chuẩn hoá và phân hoá theo mức độ yêu cầu của chương trình chuẩn và chương trình nâng cao ; hạn chế các ví dụ và bài tập phức tạp, đòi hỏi kĩ thuật và mẹo mực, nội dung khô cứng thiếu tự nhiên khó tiếp thu, giảm bớt số lượng công thức cần nhớ. Đảm bảo sự gọn, chặt chẽ và hệ thống kiến thức, kĩ năng mà chuẩn nêu.

ĐỔI MỚI

Theo chỉ đạo dạy và học của Bộ GD&ĐT : Đổi mới kiểm tra đánh giá theo chuẩn, đổi mới công cụ kiểm tra đánh giá, đổi mới thời lượng, đổi mới thứ tự thực hiện kiến thức kĩ năng chuẩn nêu, đổi mới phương tiện dạy học để đổi mới phương pháp dạy học, tăng cường tính chủ động của học sinh trong giờ học, giúp học sinh tích cực, hứng thú học tập. Tìm tòi sáng tạo những cách đưa nội dung học tập một cách nhẹ nhàng, dễ hiểu, tự nhiên mà vẫn chính xác. Cần đa dạng hoá các hoạt động thực hiện chuẩn (ôn lại kiến thức, giới thiệu kiến thức mới, học trước ở nhà, làm tại lớp, chia theo đề tài, thực hiện cá nhân hay nhóm nhỏ, áp dụng ngay kiến thức vừa học, câu hỏi trắc nghiệm khách quan, sử dụng máy tính cầm tay để giải toán ...).

II - HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN

VỚI HỌC SINH

– Với học sinh đại trà của mọi vùng miền, nội dung được nêu trong văn bản này là nội dung học tập bắt buộc phải đạt, không hạn chế nội dung học tập với học sinh có nhu cầu học tập nâng cao.

– Với những học sinh có nhu cầu học tập mở rộng, nâng cao hoặc đối tượng học sinh khá, giỏi, có thể tham khảo Chương trình Nâng cao hoặc Chương trình Chuyên của Bộ GD&ĐT ban hành ; có thể tham khảo trong sách giáo khoa hoặc sách bài tập, sách tham khảo nội dung chuyên mà nhà trường tuyển chọn hoặc có thể tự học theo năng lực bản thân.

– Ở vùng thuận lợi, học sinh cần được tăng cường chất lượng học tập qua việc tiếp cận các nguồn thông tin, các phương tiện công nghệ để củng cố, mở rộng, nâng cao kiến thức.

– Chuẩn kiến thức, kĩ năng của Chương trình Trung học phổ thông môn Toán giúp các em học sinh tự học, tự kiểm tra kiến thức, kĩ năng theo các yêu cầu cơ bản, tối thiểu của kiến thức, kĩ năng môn Toán mà học sinh cần phải có và phải đạt được qua học tập. Học sinh tự học, tự kiểm tra theo chuẩn kiến thức, kĩ năng qua học, kiểm tra các khái niệm cơ bản, các kĩ năng cơ bản, các công thức cần nhớ, các phương pháp giải, các dạng toán, ví dụ minh hoạ ... tương ứng với các chủ đề của chương trình ; tự nghiền ngẫm nội dung học tập theo một yêu cầu, phong cách riêng và với tốc độ phù hợp. Tự học không những giúp học sinh tự thân nắm nội dung học một cách chắc chắn và bền vững, xác định phương pháp học tập và kĩ năng vận dụng tri thức, rèn luyện ý chí và năng lực hoạt động sáng tạo ; tự thân bù đắp cho mình những lỗ hổng về kiến thức, đáp ứng với yêu cầu của chương trình. (Qua các hoạt động học tập : xây dựng kế hoạch, tập trung sức lực và thời gian cho nội dung trọng tâm, quan trọng nhất, nội dung còn khuyết hoặc chưa rõ, tránh dàn trải, phân tán. Nỗ lực, tự lực nắm nội dung học tập thông qua : đọc, tóm tắt tổng hợp, so sánh, phân loại ; tự làm bài tập, đề kiểm tra. Tranh thủ sự giúp đỡ của thầy cô giáo, của bạn bè và của cha mẹ, anh em trong gia đình, trong dòng họ).

VỚI GIÁO VIÊN

– Với giáo viên thì nội dung cơ bản nêu trong văn bản này là căn cứ để soạn bài, tiến hành dạy học, ôn tập và dựa trên đó để kiểm tra đánh giá kết quả học tập của học sinh. Đảm bảo vừa *đạt chuẩn* vừa *phân hoá* theo đặc điểm vùng, miền cho các đối tượng học sinh khác nhau ; đánh giá theo đề tự luận, đề TNKQ hoặc hỗn hợp gồm cả bài toán tự luận lẫn bài toán TNKQ. Ôn tập nhằm hệ thống hoá kiến thức đã học, hoàn thiện kĩ năng giải bài tập, qua ôn tập bổ khuyết cho những phát hiện thiếu sót về kiến thức, kĩ năng, về suy luận toán học thiếu căn cứ lôgic hoặc chưa hợp lí ; nhờ đó tạo cho từng học sinh vững tin vào năng lực bản thân có thể đạt kết quả tốt trong các kì kiểm tra đánh giá và thi.

Việc ôn tập môn Toán cần đạt tới hiểu được bản chất và vận dụng được các nội dung học ; khi ôn tập không nên quá chú ý vào việc tìm những thủ thuật ghi nhớ được nhiều, mặc dù nhớ là cơ sở cần cho việc giải các bài toán, nhưng không đủ ; bởi vì việc nắm vững các cách giải các dạng bài toán cơ bản cho nhiều khả năng đạt kết quả tốt trong kiểm tra, thi. Việc ôn tập giúp ta nhớ nội dung học tốt hơn và thực sự hữu ích cho việc giải các bài toán. Sự quan trọng của việc ôn tập là ở chỗ : giúp học sinh hệ thống lại và rút ra những điều cơ bản, chủ yếu, khái quát hoá của những kiến thức – kĩ năng đã học để thấy được sự tương đồng, tương ứng, đồng dạng, biến đổi về hình, khái niệm, phương pháp, dạng toán... trong chương trình môn học của một nội dung, một chủ đề, một lớp hay toàn cấp học.

– Giáo viên hướng dẫn ôn tập cần quán triệt rõ : những cách ôn tập đều là những biểu hiện cụ thể của việc hệ thống hoá kiến thức theo hướng làm rõ cấu trúc của từng phần, từng chương, từng mạch kiến thức, từng chủ đề hay toàn thể của chương trình ; làm rõ vị trí của mỗi kiến thức và quan hệ giữa các kiến thức ; tránh việc hệ thống hoá nặng tính hình thức như liệt kê các công thức, các định lí, các dạng toán đã học theo đúng khuôn mẫu và trình tự như trong sách giáo khoa. Cùng với việc hướng dẫn học sinh hệ thống hoá kiến thức, giáo viên giúp học sinh sắp xếp các bài tập và phân chia thành các dạng bài tập để nắm vững cách giải chung cho từng dạng chính, đồng thời nhắc lại và ghi ra được những kiến thức, định lí, công thức, suy luận đã học ở lớp dưới, nay thường phải sử dụng nhiều để giải toán ở lớp 11. Trong tình hình thực tế hiện nay, giáo viên cần tổ chức dạy và học chu đáo ngay từ đầu năm học, ôn tập đều đặn sau từng chương, mục, giúp học sinh tự giải các câu hỏi và bài tập nêu trong chuẩn kiến thức, kĩ năng.

– Giáo viên cần phải linh hoạt trong việc dạy học, có thể dẫn dắt học sinh tiếp cận kiến thức, kĩ năng trình bày theo phương pháp khác, cách khác hoặc thay bởi ví dụ khác tuỳ theo đối tượng, vùng miền để thực hiện chuẩn phù hợp với mức độ nhận thức của mỗi loại đối tượng. Trong dạy học cũng như kiểm tra, đánh giá, cần lưu ý tới công cụ máy tính cầm tay nhằm giảm tải phần tính toán cũng như đổi mới cả trình bày lời giải lẫn khâu ra đề và đáp án tương ứng yêu cầu tính đúng hoặc tính gần đúng ; khích lệ những học sinh có cách giải đúng bởi những kiến thức, kĩ năng có được do bản thân nỗ lực học tập.

VỚI CƠ QUAN, CÁN BỘ QUẢN LÍ GIÁO DỤC

– Với các cơ quan, cán bộ quản lí giáo dục thì nội dung văn bản nêu trong cuốn sách này là căn cứ tối thiểu để đánh giá, kiểm tra việc dạy và học.

– Trong thanh tra, kiểm tra dạy và học cần quán triệt tinh thần

+ Khuyến khích giáo viên sáng tạo linh hoạt trong mỗi bài học, tiết học ; giáo viên có thể trình bày dạy nội dung kiến thức như đã nêu trong văn bản, tuy nhiên có thể linh hoạt trong cách trình bày (có thể trình bày theo phương pháp khác, cách khác hoặc thay bởi ví dụ khác tương tự về mức độ nhận thức) ; kiểm tra (hoặc ra đề thi) đúng theo yêu cầu mức độ đã đề cập trong cuốn sách với những bài toán khác tương đương mức độ nhận thức ;

+ Cần lưu ý tới công cụ máy tính cầm tay nhằm giảm tải về phần tính toán và để đổi mới cả trình bày lời giải lẫn khâu ra đề và đáp án tương ứng yêu cầu tính đúng hoặc tính gần đúng ;

+ Khích lệ những học sinh có cách giải đúng bởi những kiến thức, kĩ năng có được do bản thân nỗ lực học tập.

TÀI LIỆU THAM KHẢO CHÍNH

1. SGK, SGV Toán 10, 11, 12 - Chương trình nâng cao – *GS.* Đoàn Quỳnh (Tổng Chủ biên) và các tác giả.
2. SGK, SGV Toán 10, 11, 12 - Chương trình chuẩn – *PGS.* Trần Văn Hạo (Tổng Chủ biên) và các tác giả.
3. Văn bản chỉ đạo của Bộ GD&ĐT liên quan : Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán, Đổi mới phương pháp dạy học, Đổi mới ra đề kiểm tra, Danh mục thiết bị dạy học Toán 10, 11, 12.
4. Hướng dẫn thực hành Toán trên máy tính Casio, Vinacal fx-570MS.
5. Tài liệu về hội nghị tập huấn phương pháp dạy học Toán học phổ thông, Bộ Giáo dục và Đào tạo, 12/2000.
6. Đề tài B94 – 27 – 01 – PP về đổi mới phương pháp dạy học các môn khoa học tự nhiên ở trường THPT theo hướng "hoạt động hoá người học" – 1997.
7. Jean – Marc Denommé et Madelleine Roy : (Pour une pédagogie interactive). Tiến tới một phương pháp sư phạm tương tác (Người dịch : Nguyễn Quang Thuấn – Tống Văn Quán) – NXBTN – 2003.
8. Trần Kiều (Chủ biên) và cộng sự : Đổi mới phương pháp dạy học ở trường Trung học cơ sở – Viện Khoa học Giáo dục – 1997.
9. Geoffrey Petty : Dạy học ngày nay, Dự án Việt – Bỉ, 2002.
10. Robert Fisher : Dạy học trẻ, Dự án Việt – Bỉ, 2002.
11. Wilbert J. McKeachie : Những thủ thuật trong dạy học, Dự án Việt – Bỉ, 2002.
12. Trần Bá Hoành và cộng sự : Áp dụng dạy và học tích cực trong môn Toán, Dự án Việt – Bỉ, 2002.
13. Nguyễn Bá Kim - Đinh Nho Chương ... : Phương pháp dạy học môn Toán – NXBGD – 1994.
14. Phạm Gia Đức – Nguyễn Mạnh Cảng... : Phương pháp dạy học môn Toán – NXBGD – 1998.
15. Đề tài cấp Bộ mã số B 2002 – 49 – TĐ37 về Định hướng và các giải pháp đổi mới PPDH ở trường phổ thông – Viện Chiến lược và Chương trình Giáo dục, Hà Nội, 2004.

MỤC LỤC

Chịu trách nhiệm xuất bản :

Chủ tịch HĐQT kiêm Tổng Giám đốc NGÔ TRẦN ÁI
Phó Tổng Giám đốc kiêm Tổng biên tập NGUYỄN QUÝ THAO

Tổ chức bản thảo và chịu trách nhiệm nội dung :
Phó Vụ trưởng Vụ Giáo dục Trung học NGUYỄN HẢI CHÂU
Giám đốc CTCP Dịch vụ xuất bản Giáo dục Hà Nội PHAN KẾ THÁI

Biên tập nội dung :
NGUYỄN NGỌC TÚ – NGUYỄN TRỌNG THIỆP

Trình bày bìa :
LƯU CHÍ ĐỒNG

Sửa bản in :
NGUYỄN THỊ THANH

Chế bản :
CÔNG TY CỔ PHẦN THIẾT KẾ VÀ PHÁT HÀNH SÁCH GIÁO DỤC

HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN KIẾN THỨC, KĨ NĂNG
MÔN TOÁN LỚP 11

Số đăng ký KHXB : 641-2009/CXB/39-1124/GD. Mã số : TYT91H9 - ĐTH

In 7.000 bản (QĐ 84TK); khổ 29 x 20.5 cm.
In tại Nhà máy in BTTM. Số in : 1073
In xong và nộp lưu chiểu tháng 11 năm 2009.