



# Toán

tuổi thơ 2

**TRUNG HỌC CƠ SỞ**

Giá: 10000đ

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM - BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO





Cuộc thi Vô địch Toán học Úc (AIMO) được tổ chức tại trường THCS Cầu Giấy, Q. Cầu Giấy, Hà Nội

- Trách nhiệm mới: Bộ trưởng Bộ Giáo dục và Đào tạo đã ký quyết định bổ nhiệm ông Hoàng Lê Bách giữ chức vụ Tổng Giám đốc Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam.
- Ngày 14.9.2017, Hội Toán học Hà Nội đã tổ chức buổi khai mạc Seminar các chuyên đề Olympic Toán năm học 2017 - 2018 tại trường THPT chuyên Nguyễn Huệ, Hà Đông, Hà Nội. GS. TSKH. Nguyễn Văn Mậu đã được trao tặng bằng khen và Cup các nhà khoa học tiêu biểu toàn quốc năm 2017 của Liên hiệp các Hội Khoa học và Kỹ thuật Việt Nam.
- Ngày 17.9.2017, Cuộc thi Vô địch Toán học Úc (AIMO) đã được tổ chức tại trường THCS Cầu Giấy, Q. Cầu Giấy, Hà Nội. Đến dự Lễ khai mạc có: TS. Tạ Ngọc Trí, Phó Vụ trưởng Vụ

Giáo dục Tiểu học, Bộ Giáo dục và Đào tạo; ThS. Vũ Kim Thủy, Tổng biên tập tạp chí Toán Tuổi thơ; PGS. TS. Lê Anh Vinh, Phó Viện trưởng Viện Khoa học Giáo dục Việt Nam, ... Cuộc thi năm nay có 415 thí sinh của 28 trường THCS và THPT TP. Hà Nội tham dự.

● Ngày 27.9.2017, Công ty Cổ phần Phát triển Giáo dục POMath đã tổ chức kỉ niệm 5 năm Chương trình toán POMath. Hướng tới *Học hấp dẫn, phát huy tối đa năng lực của học sinh*, POMath đã mang đến cho các em học sinh những giờ học thú vị, giúp các em yêu thích môn toán. POMath cũng là đơn vị đồng hành cùng Toán Tuổi thơ trong ba năm qua với chuyên mục *Học toán cùng POMath*.



**Children's  
Fun Maths  
Journal**

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM - BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

**HỘI ĐỒNG BIÊN TẬP**

Tổng biên tập: VŨ KIM THỦY

Phó Tổng biên tập: NGUYỄN NGỌC HÂN

Trưởng ban biên tập: TRẦN THỊ KIM CƯƠNG

**ỦY VIÊN**

NGND. VŨ HỮU BÌNH

TS. GIANG KHẮC BÌNH

TS. TRẦN ĐÌNH CHÂU

TS. VŨ ĐÌNH CHUẨN

TS. NGUYỄN MINH ĐỨC

ThS. NGUYỄN ANH DŨNG

TS. NGUYỄN MINH HÀ

PGS. TS. LÊ QUỐC HÁN

PGS. TSKH. VŨ ĐÌNH HÒA

TS. NGUYỄN ĐỨC HOÀNG

ThS. NGUYỄN VŨ LOAN

NGUYỄN ĐỨC TẤN

PGS. TS. TÔN THÂN

TRƯƠNG CÔNG THÀNH

PHẠM VĂN TRỌNG

ThS. HỒ QUANG VINH

**TÒA SOẠN**

Tầng 5, số 361 đường Trường Chinh,  
quận Thanh Xuân, Hà Nội

Điện thoại (Tel): 024.35682701

Điện sao (Fax): 024.35682702

Điện thư (Email): bbttoantuoiho@gmail.com  
toantuoiho@vnn.vn

Trang mạng (Website): <http://www.toantuoiho.vn>

**ĐẠI DIỆN TẠI MIỀN NAM**

**NGUYỄN VIỆT XUÂN**

391/150 Trần Hưng Đạo, P. Cầu Kho, Q.1, TP. HCM  
ĐT: 028.66821199, ĐĐ: 0973 308199

Trí sự - Phát hành: TRỊNH THỊ TUYẾT TRANG,  
VŨ ANH THƯ, NGUYỄN HUYỀN THANH

Ché bản: ĐỖ TRUNG KIÊN

Mĩ thuật: Họa sĩ TÚ ÂN

**CHỊU TRÁCH NHIỆM XUẤT BẢN**

Chủ tịch Hội đồng Thành viên NXBGD Việt Nam:

NGUYỄN ĐỨC THÁI

Tổng Giám đốc NXBGD Việt Nam:

HOÀNG LÊ BÁCH

Phó Tổng Giám đốc kiêm Tổng biên tập NXBGD Việt Nam:  
PHAN XUÂN THÀNH

# TRONG SỐ NÀY

**Dành cho học sinh lớp 6 & 7**

Tr 2

Đếm số đường thẳng, số đoạn thẳng

Nguyễn Đức Tấn

Biểu thức chứa dấu giá trị tuyệt đối

Tr 3

Hà Văn Nhân

**Học ra sao? Giải toán thế nào?**

Tr 4

Chứng minh hằng đẳng thức bằng phân tích đa thức thành nhân tử

Trần Tươi

Vận dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông để giải bài tập

Tr 5

Trương Quang An

**Đo trí thông minh**

Tr 6

Số nào?

Tạ Thập

**63 ô cửa**

Tr 7

Chuyến du lịch thú vị (Phần 2)

Hà Tuấn Phục

**Phá án cùng thám tử Sêlôccôc**

Tr 12

Ai là thủ phạm?

Nguyễn Mạnh Cương

**Toán học & đời sống**

Tr 14

Thóc, ngô và nước

Vũ Thành Thành

**Compa vui tính**

Tr 15

Kẻ đường thẳng vuông góc

Nguyễn Việt Hải

**Học Vật lí bằng tiếng Anh**

Tr 19

Electric current

Vũ 128

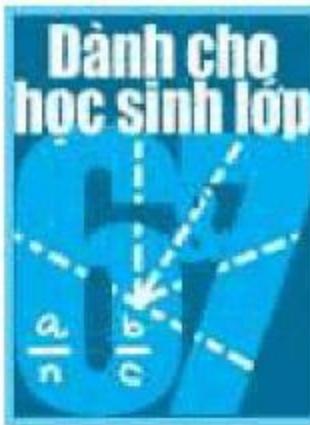
**Bạn đọc phát hiện**

Tr 20

Giải một bài toán hay và khó bằng nhiều cách

Kiểu Đình Minh

**Bìa 1: Công ty cổ phần Mĩ thuật và Truyền thông**



# ĐẾM SỐ ĐƯỜNG THẲNG, SỐ ĐOẠN THẲNG

NGUYỄN ĐỨC TẤN  
(TP. Hồ Chí Minh)

## A. Kiến thức cần nhớ

- Có một và chỉ một đường thẳng đi qua hai điểm cho trước A và B.
- Đoạn thẳng AB là hình gồm điểm A, điểm B và tất cả các điểm nằm giữa A và B.
- Nếu ba điểm A, B, C không thẳng hàng thì có 3 đường thẳng đi qua các cặp điểm là A, B; B, C và C, A và có 3 đoạn thẳng là AB, BC, CA.
- Nếu ba điểm A, B, C thẳng hàng thì có duy nhất 1 đường thẳng đi qua A, B, C và có 3 đoạn thẳng là AB, BC, CA.

## B. Các bài toán

**Bài 1.** Cho 50 điểm trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Cứ qua hai điểm ta vẽ được một đường thẳng. Hỏi có tất cả bao nhiêu đường thẳng?

**Lời giải.** Chọn 1 điểm bất kỳ. Qua điểm đó và từng điểm trong 49 điểm còn lại, vẽ được 49 đường thẳng.

Có 50 điểm nên có  $49 \cdot 50 = 2450$  (đường thẳng). Tuy nhiên mỗi đường thẳng đã được tính 2 lần. Do đó số đường thẳng có là:  $2450 : 2 = 1225$  (đường thẳng).

**Chú ý.** Từ bài toán trên, ta rút ra được: Nếu có n điểm trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng thì số đường thẳng có là  $n(n - 1) : 2$ .

**Bài 2.** Cho 50 điểm trong đó có đúng 5 điểm thẳng hàng, ngoài ra không có 3 điểm nào thẳng hàng. Cứ qua 2 điểm ta vẽ 1 đường thẳng. Hỏi có tất cả bao nhiêu đường thẳng?

**Lời giải.** Giả sử không có 3 điểm nào thẳng hàng. Từ bài toán 1, ta có số đường thẳng là 1225 đường thẳng. Có 5 điểm, không có 3 điểm nào thẳng hàng thì số đường thẳng vẽ được qua các cặp điểm là  $5 \cdot 4 : 2 = 10$ , số đường thẳng bị giảm đi  $10 - 1 = 9$ .

Do đó số đường thẳng có là:

$$1225 - 9 = 1216 \text{ (đường thẳng)}$$

**Chú ý.** Từ bài toán trên, ta rút ra được: Nếu có n điểm, trong đó có đúng m điểm thẳng hàng, ngoài ra không có 3 điểm nào thẳng hàng thì số đường thẳng có là:  $n(n - 1) : 2 - m(m - 1) : 2 + 1$  ( $m, n \in \mathbb{N}; m < n$ ).

**Bài 3.** Cho n điểm, trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Cứ qua 2 điểm ta vẽ được 1 đường thẳng. Số đường thẳng vẽ được là 435. Tìm n.

**Lời giải.** Ta có  $n(n - 1) : 2 = 435$ .

$$\Rightarrow n(n - 1) = 30 \cdot 29$$

$$\Rightarrow n = 30.$$

Vậy  $n = 30$ .

**Bài 4.** Cho 50 điểm, trong đó có đúng m điểm thẳng hàng, ngoài ra không có 3 điểm nào thẳng hàng. Cứ qua 2 điểm ta vẽ một đường thẳng. Số đường thẳng vẽ được là 1216 đường thẳng. Tìm m.

**Lời giải.** Từ phần chú ý của bài toán 2, với  $n = 50$  ta có  $50 \cdot 49 : 2 - m(m - 1) : 2 + 1 = 1216$ .

$$\Rightarrow 1225 - m(m - 1) : 2 + 1 = 1216.$$

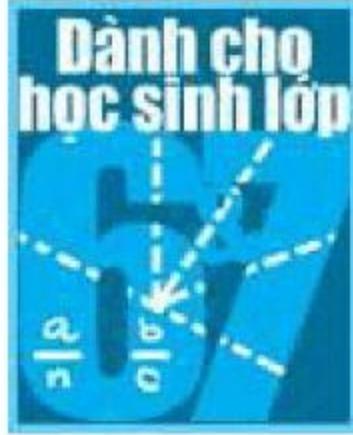
$$\Rightarrow m(m - 1) = 5 \cdot 4 \Rightarrow m = 5.$$

Vậy  $m = 5$ .

## Bài tập tự luyện

1. Cho 2015 điểm, trong đó có đúng 100 điểm thẳng hàng, ngoài ra không còn 3 điểm nào thẳng hàng. Cứ qua 2 điểm ta vẽ 1 đường thẳng. Hỏi tất cả có bao nhiêu đường thẳng?

2. Cho n điểm, trong đó có đúng 5 điểm thẳng hàng, ngoài ra không còn 3 điểm nào thẳng hàng. Cứ qua 2 điểm vẽ được 1 đường thẳng. Số đường thẳng vẽ được là 1216. Tìm n.



# BIỂU THỨC CHỨA ĐẦU GIÁ TRỊ TUYẾT ĐỐI

HÀ VĂN NHÂN

(GV. THCS Hoàng Xuân, Hoàng Hóa, Thanh Hóa)

## A. Kiến thức cần nhớ

Cho A, B là biểu thức đại số chứa biến, khi đó ta có

$$1. |A| = \begin{cases} A & \text{khi } A \geq 0 \\ -A & \text{khi } A < 0. \end{cases}$$

$$2. |A| = |-A|.$$

$$3. |A| \geq 0.$$

$$4. |A| = |B| \Rightarrow \begin{cases} A = B \\ A = -B. \end{cases}$$

$$5. |A| + |B| \geq |A + B|; \text{ dấu "=" xảy ra khi } AB \geq 0.$$

## B. Một số dạng toán và cách giải.

### 1. Dạng $|A(x)| = B$ với $B \geq 0$

#### Phương pháp giải:

Ta xét  $A(x) = B$  hoặc  $A(x) = -B$

**Ví dụ 1.** Tìm x, biết  $3|9 - 2x| - 17 = 16$ .

**Lời giải.**  $3|9 - 2x| - 17 = 16 \Rightarrow |9 - 2x| = 11$ .

$$\Rightarrow 9 - 2x = 11 \text{ hoặc } 9 - 2x = -11.$$

- Xét  $9 - 2x = 11 \Rightarrow -2x = 2 \Rightarrow x = -1$ .
- Xét  $9 - 2x = -11 \Rightarrow -2x = -20 \Rightarrow x = 10$ .

Vậy  $x = -1$  hoặc  $x = 10$ .

### 2. Dạng $|A(x)| = B(x)$

#### Phương pháp giải:

**Cách 1.** Dựa vào tính chất  $|A(x)| = B(x)$

Với điều kiện  $B(x) \geq 0$  ta có  $A(x) = B(x)$  hoặc  $A(x) = -B(x)$  sau đó giải hai trường hợp với điều kiện  $B(x) \geq 0$ .

**Cách 2.** Dựa vào định nghĩa

- Xét  $A(x) \geq 0$ . Ta có  $A(x) = B(x)$  (giải tìm x để thỏa mãn  $A(x) \geq 0$ ).
- Xét  $A(x) < 0$ . Ta có  $A(x) = -B(x)$  (giải tìm x để thỏa mãn  $A(x) < 0$ ).
- Kết luận.

**Ví dụ 2.** Tìm x, biết  $|8 - 2x| = x - 2$ .

**Cách 1.** Điều kiện  $x - 2 \geq 0 \Rightarrow x \geq 2$ .

Ta có  $8 - 2x = x - 2$  hoặc  $8 - 2x = -(x - 2)$

- Nếu  $8 - 2x = x - 2 \Rightarrow -3x = -10 \Rightarrow x = \frac{10}{3}$ .
- Nếu  $8 - 2x = -(x - 2) \Rightarrow 8 - 2x = -x + 2$

$$\Rightarrow x = 6. \text{ Vậy } x = \frac{10}{3} \text{ hoặc } x = 6.$$

**Cách 2.** • Xét  $8 - 2x \geq 0 \Rightarrow x \leq 4$ .

Ta có  $8 - 2x = x - 2 \Rightarrow x = \frac{10}{3}$  (thoả mãn).

• Xét  $8 - 2x < 0 \Rightarrow x > 4$ .

Ta có  $-(8 - 2x) = x - 2 \Rightarrow x = 6$  (thoả mãn).

$$\text{Vậy } x = \frac{10}{3} \text{ hoặc } x = 6.$$

### 3. Dạng $|A(x)| + |B(x)| = 0$

**Phương pháp giải.** Tìm x thoả mãn hai điều kiện  $A(x) = 0$  và  $B(x) = 0$ .

**Ví dụ 3.** Tìm x, biết

$$a. |x + 2| + |x^2 + 2x| = 0.$$

$$b. |x^2 + x| + |(x + 1)(x - 2)| = 0.$$

**Lời giải.** a. Ta có  $|x + 2| + |x^2 + 2x| = 0$  suy ra  $|x + 2| = 0$  và  $|x^2 + 2x| = 0$ .

$$\bullet \text{ Xét } |x + 2| = 0 \Rightarrow x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2. \quad (1)$$

$$\bullet \text{ Xét } |x^2 + 2x| = 0 \Rightarrow x^2 + 2x = 0 \Rightarrow x(x + 2) = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ hoặc } x = -2. \quad (2)$$

Kết hợp (1) và (2) suy ra  $x = -2$ .

$$b. \text{ Ta có } |x^2 + x| + |(x + 1)(x - 2)| = 0$$

Suy ra  $|x^2 + x| = 0$  và  $|(x + 1)(x - 2)| = 0$ .

$$\bullet \text{ Xét } |x^2 + x| = 0 \Rightarrow x^2 + x = 0$$

$$\Rightarrow x = 0 \text{ hoặc } x = -1. \quad (1)$$

$$\bullet \text{ Xét } |(x + 1)(x - 2)| = 0 \Rightarrow (x + 1)(x - 2) = 0$$

$$\Rightarrow x + 1 = 0 \text{ hoặc } x - 2 = 0$$

$$\Rightarrow x = -1 \text{ hoặc } x = 2. \quad (2)$$

Kết hợp (1) và (2) ta được  $x = -1$ .

## Bài tập

### Bài 1. Tìm x, biết

$$a. |2x + \frac{2}{7}| = \frac{5}{7} + 3.$$

$$b. |2x - 3| = x.$$

$$c. |3x - 1| + 2 = 3x + 4.$$

$$d. |x - 1| + |x + 2| - 2|x - 3| = 7.$$



# CHỨNG MINH HẰNG ĐẲNG THỨC

## BẰNG PHÂN TÍCH ĐA THỨC THÀNH NHÂN TỬ

TRẦN TƯƠI

(GV. THCS Huỳnh Thúc Kháng, Krông Pắc, Đăk Lăk)

Ngoài cách chứng minh 7 hằng đẳng thức như sách giáo khoa Toán 8 đã trình bày (*theo cách nhân đa thức với đa thức*), bài viết này sẽ giới thiệu cách chứng minh 7 hằng đẳng thức bằng phương pháp **"Phân tích đa thức thành nhân tử bằng cách thêm và bớt cùng một hạng tử; tách một hạng tử thành hai hạng tử"** và một số ứng dụng của hằng đẳng thức vào việc giải toán.

### A. Chứng minh hằng đẳng thức

•  $A^2 - B^2 = (A - B)(A + B)$

Ta có  $A^2 - B^2 = A^2 + AB - AB - B^2$   
 $= (A^2 + AB) - (AB + B^2)$   
 $= A(A + B) - B(A + B) = (A - B)(A + B).$

•  $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$

Ta có  $A^2 + 2AB + B^2 = A^2 + AB + AB + B^2$   
 $= (A^2 + AB) + (AB + B^2) = A(A + B) + B(A + B)$   
 $= (A + B)(A + B) = (A + B)^2.$

•  $(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$

Ta có  $A^2 - 2AB + B^2 = A^2 - AB - AB + B^2$   
 $= (A^2 - AB) - (AB - B^2)$   
 $= A(A - B) - B(A - B) = (A - B)(A - B) = (A - B)^2.$

•  $(A + B)^3 = A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3$

Ta có  $A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3 = A^3 + 2A^2B + A^2B + 2AB^2 + AB^2 + B^3 = (A^3 + 2A^2B + AB^2) + (A^2B + 2AB^2 + B^3) = A(A^2 + 2AB + B^2) + B(A^2 + 2AB + B^2)$   
 $= (A + B)(A^2 + 2AB + B^2)$   
 $= (A + B)(A + B)^2 = (A + B)^3.$

•  $(A - B)^3 = A^3 - 3A^2B + 3AB^2 - B^3$

Ta có  $A^3 - 3A^2B + 3AB^2 - B^3 = A^3 - 2A^2B - A^2B + 2AB^2 + AB^2 - B^3 = (A^3 - 2A^2B + AB^2) - (A^2B - 2AB^2 + B^3) = A(A^2 - 2AB + B^2) - B(A^2 - 2AB + B^2)$   
 $= (A - B)(A^2 - 2AB + B^2)$   
 $= (A - B)(A - B)^2 = (A - B)^3.$

•  $A^3 + B^3 = (A + B)(A^2 - AB + B^2)$

Ta có  $A^3 + B^3 = A^3 + A^2B - A^2B + AB^2 - AB^2 + B^3$   
 $= (A^3 + A^2B) - (A^2B + AB^2) + (AB^2 + B^3)$   
 $= A^2(A + B) - AB(A + B) + B^2(A + B)$   
 $= (A + B)(A^2 - AB + B^2).$

•  $A^3 - B^3 = (A - B)(A^2 + AB + B^2)$

Ta có  $A^3 - B^3 = A^3 - A^2B + A^2B - AB^2 + AB^2 - B^3$   
 $= (A^3 - A^2B) + (A^2B - AB^2) + (AB^2 - B^3)$   
 $= A^2(A - B) + AB(A - B) + B^2(A - B)$   
 $= (A - B)(A^2 + AB + B^2).$

### B. Bài tập áp dụng

#### Dạng 1. Tính giá trị của biểu thức

- a)  $x^2 + 4x + 4$  tại  $x = 98$ .  
 b) Cho  $x + y = -5$  và  $xy = 6$ . Tính  $(x^3 + y^3 + 34)^{2015}$ .  
 c) Cho  $x^2 + y^2 = 30$  và  $xy = 9$ . Tính  $x^4 + y^4$ .  
 d) Cho  $x + y = 20$  và  $xy = -12$ . Tính  $(x - y)^2$ .

Lời giải. a)  $x^2 + 4x + 4 = (x + 2)^2$

$$= (98 + 2)^2 = 100^2 = 10000.$$

b) Ta có  $x^3 + y^3 = (x + y)^3 - 3xy(x + y)$   
 $= (-5)^3 - 3.6.(-5) = -35.$

Do đó  $(x^3 + y^3 + 34)^{2015} = (-35 + 34)^{2015}$   
 $= (-1)^{2015} = -1.$

c)  $x^4 + y^4 = (x^2 + y^2)^2 - 2(xy)^2 = 30^2 - 2.9^2 = 738.$

d)  $(x - y)^2 = (x + y)^2 - 4xy = 20^2 - 4.(-12) = 448.$

#### Dạng 2. Phân tích đa thức thành nhân tử

- a)  $9x^2 - 6x + 1$ ; b)  $x^2 - y^2 + 6x + 9$ ;

c)  $4x^2 - 9y^2$ ; d)  $(2x + 3y)^2 + 4(2x + 3y) + 4$ .

Lời giải. a) Ta có  $9x^2 - 6x + 1 = (3x)^2 - 2.3x + 1$   
 $= (3x - 1)^2$ .

b) Ta có  $x^2 - y^2 + 6x + 9 = (x^2 + 6x + 9) - y^2$   
 $= (x + 3)^2 - y^2 = (x + 3 - y)(x + 3 + y).$

c)  $4x^2 - 9y^2 = (2x)^2 - (3y)^2 = (2x - 3y)(2x + 3y).$

d)  $(2x + 3y)^2 + 4(2x + 3y) + 4 = (2x + 3y + 2)^2$ .

#### Dạng 3. Tìm x

a)  $x^2 - 4 = 0$ ; b)  $x^2 + 4x + 4 = 0$ ;

c)  $(2x - 1)^2 - (x + 3)^2 = 0$ .

Lời giải. a)  $x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow (x + 2)(x - 2) = 0 \Leftrightarrow x = \pm 2$ .

b)  $(x + 2)^2 = 4 \Leftrightarrow x + 2 = \pm 2 \Leftrightarrow x = 0$  hoặc  $x = -4$ .

c)  $(2x - 1)^2 - (x + 3)^2 = 0$

$$\Leftrightarrow (2x - 1 - x - 3)(2x - 1 + x + 3) = 0.$$

$$\Leftrightarrow (x - 4)(3x + 2) = 0 \Leftrightarrow x = 4$$
 hoặc  $x = -\frac{2}{3}$ .

#### Dạng 4. Chia đa thức

a)  $(x^2 + 2xy + y^2) : (x + y)$ ; b)  $(125x^3 - 8) : (5x - 2)$ ;

c)  $(4x^2 - 9y^2) : (2x - 3y)$ .

Lời giải. a)  $(x^2 + 2xy + y^2) : (x + y)$

$$= (x + y)^2 : (x + y) = (x + y).$$

b) Ta có  $(125x^3 - 8) : (5x - 2)$

$$= (5x - 2)(25x^2 + 10x + 4) : (5x - 2)$$

$$= (25x^2 + 10x + 4).$$

c)  $(4x^2 - 9y^2) : (2x - 3y)$

$$= (2x - 3y)(2x + 3y) : (2x - 3y) = 2x + 3y.$$



Giải toán?  
thì nào?

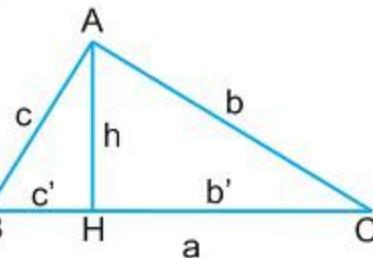
Trong chương trình hình học nói chung và hình học lớp 9 nói riêng phần kiến thức áp dụng các hệ thức lượng trong tam giác vuông để giải toán khá hay và quan trọng. Sau đây tôi xin giới thiệu một số bài toán dùng hệ thức lượng trong tam giác vuông để giải.

#### A. Kiến thức cần nhớ

Hệ thức lượng trong tam giác vuông

Cho tam giác ABC vuông tại A có AB = c; AC = b; BC = a, đường cao AH = h. Gọi b'; c' lần lượt là hình chiếu của AC; AB trên cạnh BC. Khi đó ta có

- $b'^2 = ab'$ ;  $c^2 = ac'$ . (1)
- $h^2 = b'.c'$ . (2)
- $a^2 = b^2 + c^2$ . (3)
- $ah = bc$ . (4)
- $\frac{1}{h^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$ . (5)



#### B. Một số ví dụ

**Ví dụ 1.** Cho  $\triangle ABC$  có  $\hat{A} = 90^\circ$ , đường cao  $AH = 48$ ;  $BC = 100$ . Tính  $AB$ ,  $AC$ ,  $BH$ ,  $CH$ .

**Lời giải.** Áp dụng hệ thức (4) ta có  $AC \cdot AB = BC \cdot AH$ . Từ đó suy ra  $AB \cdot AC = 100 \cdot 48 = 4800$ . (6)

Áp dụng hệ thức (3) ta có  $BC^2 = AC^2 + AB^2$ .

$$AC^2 + AB^2 = 100^2 = 10000. \quad (7)$$

Từ (6) và (7) ta có

$$AC^2 + AB^2 + 2AB \cdot AC = (AC + AB)^2 = 19600.$$

$$\Rightarrow AC + AB = 140. \quad (8)$$

$$\text{Từ (6) và (8) suy ra } \begin{cases} AC = 80 \\ AB = 60 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} AC = 60 \\ AB = 80. \end{cases}$$

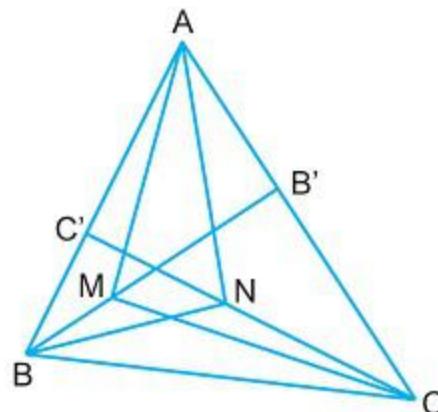
$$\text{Do đó } \begin{cases} CH = 64 \\ BH = 36 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} CH = 36 \\ BH = 64. \end{cases}$$

**Ví dụ 2.** Cho ABC nhọn, kẻ hai đường cao  $BB'$ ,  $CC'$ . Trên 2 đường cao lấy M thuộc  $BB'$ , N thuộc  $CC'$  sao cho  $\widehat{AMC} = \widehat{ANB} = 90^\circ$ . Chứng minh  $AM = AN$ .

TRƯỜNG QUANG AN

(GV. THCS Nghĩa Thắng, Tư Nghĩa, Quảng Ngãi)

**Lời giải.** Ta có  $\triangle AMC$  và  $\triangle ANB$  là các tam giác vuông.



Áp dụng hệ thức (4) và các tam giác vuông AMC và ANB ta có  $AM^2 = AB' \cdot AC$ . (9);  $AN^2 = AC' \cdot AB$ . (10)

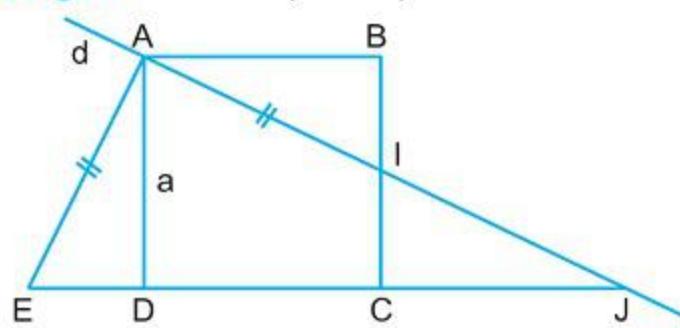
Dễ dàng chứng minh được  $\triangle ABB' \sim \triangle ACC'$  (g.g) nên suy ra  $AB' \cdot AC = AC' \cdot AB$ . (11)

Từ (9); (10) và (11) suy ra  $AM^2 = AN^2$   
 $\Rightarrow AM = AN$ .

**Ví dụ 3.** Cho hình vuông ABCD có cạnh a, đường thẳng d qua A cắt BC, CD lần lượt tại I; J.

$$\text{Chứng minh rằng } \frac{1}{AI^2} + \frac{1}{AJ^2} = \frac{1}{a^2}.$$

**Lời giải.** Kẻ AE  $\perp AI$  ( $E \in CD$ ).



Ta có  $\triangle ABI = \triangle ADE$  (g.c.g) suy ra  $AI = AE$ . (12)

Áp dụng hệ thức (5) vào tam giác vuông EAJ ta có

$$\frac{1}{AE^2} + \frac{1}{AJ^2} = \frac{1}{AD^2}. \quad (13)$$

$$\text{Từ (12) và (13) suy ra } \frac{1}{AI^2} + \frac{1}{AJ^2} = \frac{1}{a^2}.$$

LTS: Từ số 1/9, Toán Tuổi thơ mở chuyên mục 63 ô cửa để nói về đất nước, con người Việt Nam. Hiểu để thêm yêu đất nước và phấn đấu lớn lên xây dựng non sông gấm vóc ngày càng tươi đẹp hơn. Lần này Toán Tuổi thơ tiếp tục đưa bạn đọc đến thăm mảnh đất Nam Định để hiểu thêm về vùng đất có lịch sử lâu đời và con người nơi đây.

## Chuyến du lịch thú vị

### PHẦN 2

#### HÀ TUẤN PHỤC

##### **Thêm yêu và tự hào về người và đất Nam Định**

Ngày 18/6/2017, đoàn vào thăm bảo tàng Đồng Quê. Đây là bảo tàng tư nhân lưu giữ và tái hiện cuộc sống của những người nông dân vùng đồng bằng Bắc Bộ, do cựu chiến binh, Thiếu tướng Hoàng Kiền và nhà giáo Ngô Thị Khiếu xây dựng tại chính quê hương của ông, bà (thôn Bình Di, xã Gia Thịnh, huyện Giao Thủy, tỉnh Nam Định trên diện tích gần 6000 m<sup>2</sup>). Bảo tàng Đồng Quê tổ chức đón khách tham quan chính thức từ ngày 04/02/2013.

Đến bảo tàng Đồng Quê, với nhiều hiện vật đơn sơ nhưng rất đa dạng, phong phú và có ý nghĩa sâu sắc về bảo tồn văn hóa dân tộc. Chúng ta cảm nhận được không gian sống của người dân vùng quê với ruộng lúa, con trâu, cái cày, cái bừa; rồi ao cá, vỏ kéo tay, nơm, đậm, đó, giỏ, rổ, rá, guồng, gàu, cối xay, cối giã, nồi, niêu, bát, đũa, ... những công cụ và vật dụng của người nông dân thời xưa và những căn nhà mái tranh, vách đất, giường, chạn,... nhà của bần nông, trung nông, địa chủ; được chứng kiến các công đoạn nấu rượu thủ công, làm bánh gai, nuôi lợn, ...

Vào thăm ngôi nhà 4 tầng ở chính giữa, tầng 1 trưng bày một số kỉ vật trong chiến tranh; tầng 2 trưng bày các nông cụ liên quan đến nghề trồng, chăm bón, thu hoạch, chế biến lúa gạo, thể hiện

đời sống người nông dân; tầng 3 với các hiện vật chủ yếu là đồ đồng, sành sứ, mây tre đan... Có thể nói, bảo tàng Đồng Quê như một công trình văn hóa tái hiện lại tâm hồn, cuộc sống, tinh thần lao động cần cù, đấu tranh với thiên nhiên của bao thế hệ người Việt; giúp cho các thế hệ thanh, thiếu niên và con cháu chúng ta biết và hiểu được quá khứ của cha ông, từ đó khẳng định sức mạnh và truyền thống của người dân Đất Việt.

Rời huyện Giao Thủy, đoàn đến huyện Xuân Trường thăm Nhà thờ và Tòa giám mục Bùi Chu thuộc xã Giao Ngọc. Nhà thờ chính tòa Bùi Chu được xây dựng từ năm 1884 với chiều dài 78 m, rộng 22 m, cao 15 m. Trải qua hơn 130 năm, ngôi nhà thờ này vẫn đứng vững với những cột gỗ lim và những đường nét hoa văn mang dấu ấn kiến trúc phương Tây.

Tiếp đến là điểm du lịch tâm linh Chùa Cổ Lễ thuộc phía tây thị trấn Cổ Lễ, huyện Trực Ninh, có hiệu là "Thần Quang Tự" do



Ảnh chụp trong vườn  
Tòa giám mục Bùi Chu

thiền sư Nguyễn Minh Không thời Lý sáng lập. Ngôi chùa được xây dựng vào tháng 11 năm 1920. Chùa Cổ Lễ ngoài thờ Phật, còn thờ thiền sư Nguyễn Minh Không. Trước chùa có tháp Cửu Phẩm Liên Hoa 12 tầng được xây dựng vào năm 1926 - 1927. Tầng đế tháp có 8 mặt, đặt trên lưng một con rùa lớn hướng vào chùa. Trong lòng

tháp có một cột trụ rất lớn, có 60 bậc thang từ đế tháp lên đỉnh tháp theo đường xoáy tròn ốc. Từ đây du khách có thể ngắm nhìn toàn bộ phong cảnh vùng này.

Qua một cây cầu cong là tới khu "Phật giáo hội quán" xây dựng năm 1936. Từ khu này qua hai cầu giữa núi là tới chùa chính. Giữa sân chùa có chuông lớn nặng 9 tấn, cao 3,2 m được đúc vào năm 1936. Trên thượng điện có tượng Phật Thích Ca cao 4 m, rộng 3,5 m, bằng gỗ sơn son thiếp vàng. Lễ hội Chùa Cổ Lễ được tổ chức hằng năm vào các ngày 13/9 - 16/9 âm lịch.

Sau bữa ăn trưa tại Nhà hàng Hoa Cháo, 167 Hùng Vương, TP. Nam Định, đoàn đi thăm các phố cổ và mua sắm đặc sản Nam Định: bánh gai Bà Thi, kẹo Sìu Châu 12 Hàng Sắt, bánh xíu pão, bánh nhãm, chuối ngự phố Lý Thường Kiệt,...

Kết thúc tour du lịch

sau khi đoàn dạo thăm làng hoa Mỹ Tân, ngoại thành Nam Định. Chia tay nhau trong niềm vui sau hai ngày gặp mặt với những xúc cảm chân thành cùng những dấu ấn tốt đẹp của những bạn đồng môn một thời sinh viên gian khó và trong sáng. Những tấm hình chân thật các bạn đã đăng lên Facebook và LBN đã nói hộ anh chị em cảm nhận sâu sắc và sự cảm ơn trân trọng đối với các anh VKT, NVN, PVT, KTC và mọi người. Như đã biết, Nam Định nổi tiếng là đất học từ xưa đến nay, chỉ tính riêng Lớp C cũng có đến 4 người. NVN là học sinh giỏi xuất sắc chuyên toán Nam Định, là siêu Lớp phó học tập suốt 4 năm đại học, đã nhiều năm là lãnh đạo Sở Giáo dục và Đào tạo, nay còn kiêm nhiệm Hiệu trưởng trường THPT chuyên Lê Hồng Phong. VKT lớn lên ở TP. Nam Định, khi xe của đoàn đi qua phố Trần Hưng Đạo, anh chỉ cho chúng tôi Trường Mầm non 8/3, nơi đây đã in dấu những kỉ niệm của năm tháng tuổi ấu thơ. Ra trường anh công tác ở Hà Nội, giữ trọng trách Tổng biên tập tạp chí Toán Tuổi thơ nhiều năm nay, nhưng quê hương như là máu thịt, bao đổi thay và những giá trị văn hóa, lịch sử, VKT như một "từ điển sống" về Nam Định. Trong

Lớp ngoài NGN và PHP là con đẻ còn có PVT và DDT là con rể của TP. Nam Định. Thêm nữa, DHP và NHY cũng gắn bó với Nam Định bởi quê của các chị ở Hành Thiện, Xuân Trường - quê hương của cố Tổng Bí thư Trường Chinh. Từ chuyến đi này, không chỉ thêm trân quý tình bạn học một thời, hiểu biết và gắn bó hơn khi mỗi người đang có điều kiện công tác và hoàn cảnh khác nhau, mà còn làm giàu thêm tri thức và trải nghiệm thú vị về những điểm du lịch độc đáo đã đến ở Nam Định nói chung và xiêu lòng khi cảm nhận nét đẹp trầm mặc và cổ kính ở mảnh đất

Thành Nam. Ghi nhận về cuộc gặp mặt cựu sinh viên Lớp Toán C khóa 76-80 ĐHSPHN mùa hè 2017, không chỉ các bạn người Nam Định mà tất cả chúng tôi đều yêu hơn và tự hào về người và đất Nam Định.

Do quý thời gian có hạn, còn nhiều nơi chưa

thể đến được như: Bãi biển Hải Thịnh, Bãi biển Rạng Đông, Khu Sinh thái Núi Ngầm, chùa Linh Ứng, nhà Bồ, các nhà thờ Công giáo ở TP. Nam Định và các huyện Xuân Trường, Hải Hậu; Quần thể Di tích Phủ Dầy; Cầu Ngói chùa Lương, chùa Keo,... thưởng thức món ăn đặc sản gắn liền với miền đất Nam Định không kém phần hấp dẫn như: gạo tám xoan, gạo nếp cái hoa vàng Hải Hậu, bún chả, nem chạo Giao Xuân - Giao Thủy, nem nấm Giao Thủy, rượu Bỉnh Ri - Giao Thịnh, gỏi nhệch và cá nướng rơm Hải Hậu... Thế nên, lại phải có 1, 2 lần hẹn hò, gặp nhau ở Nam Định nữa! Cuộc gặp mặt và chuyến đi của cựu sinh viên Lớp C, khoa Toán, ĐHSPHN khóa 76-80 mùa hè 2017 đã thành công tốt đẹp, đáp ứng nguyện vọng lâu nay của mọi người. Một lần nữa, xin cảm ơn rất nhiều các anh VKT, NVN, PVT, KTC về tấm lòng và sự nhiệt tình cùng tất cả anh, chị em trong Lớp đã góp tâm sức để cuộc gặp mặt và chuyến đi vui vẻ và đầy ý nghĩa. Cảm ơn Ông Trời đã "mưa thuận, gió hòa" cho hai ngày cuối tuần mát mẻ, xua đi nỗi lo của mấy ngày trước đó khi dự báo thời tiết xấu có mưa to và gió lốc.

(Bài viết có tham khảo wikipedia.org)



Bảo tàng Đồng Quê

# ĐỀ THI TOÁN QUỐC TẾ 2016 (TIMC 2016)

## PHẦN THI CÁ NHÂN

TRỊNH HOÀI DƯƠNG (GV. THCS Giảng Võ, Ba Đình, Hà Nội)

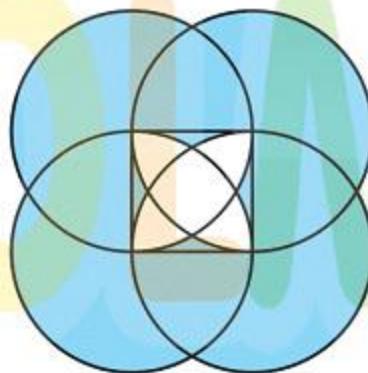
Sưu tầm và giới thiệu)

MAI VŨ (dịch)

1. Cho ABCDE là một ngũ giác đều cạnh 1 m. Có 5, 15, 14, 9 và 17 học sinh được xếp tương ứng ở các đỉnh A, B, C, D và E. Giáo viên muốn số học sinh phải bằng nhau ở mỗi đỉnh ngũ giác. Do vậy, một số bạn phải di chuyển sang các đỉnh khác, và chỉ được đi theo các cạnh của ngũ giác. Tính tổng độ dài nhỏ nhất các học sinh đó phải di chuyển (đơn vị m)?

2. A, B, C cùng chạy một cuộc đua 200 m với vận tốc không đổi. Khi A về đích, B cách sau A 40 m, C cách sau B 10 m. Khi B về đích, C vẫn tiếp tục phải chạy thêm 2 giây nữa. Vậy khi A về đích B cần phải tiếp tục chạy thêm bao nhiêu giây nữa?

3. Với mỗi đỉnh của hình vuông cạnh 1 cm lấy làm tâm vẽ các đường tròn bán kính 1 cm, như ở hình vẽ bên dưới. Vậy diện tích phần bôi đậm lớn hơn diện tích của 1 hình tròn bán kính 1 cm là bao nhiêu  $\text{cm}^2$ ? (Lấy  $\pi = 3,14$ ).



4. Có bao nhiêu bộ số của 18 nằm trong khoảng từ 8142016 đến 8202016?

5. Trong một trò chơi bóng rổ, mỗi cú ném phạt được 1 điểm, mỗi cú ném bình thường 2 điểm và mỗi cú ném xa được 3 điểm. Stephen có 8 cú ném phạt và 14 cú ném khác. Nếu cậu ta có được số cú ném bằng gấp đôi số cú ném bình thường và một nửa của số ném xa thì cậu ta được thêm 7 điểm. Vậy Stephen thực sự đã ghi được bao nhiêu điểm?

6. John chạy nhanh gấp 2 lần vận tốc cậu ta đi bộ. Cả 2 vận tốc này không đổi. Vào một ngày, trên đường đến trường, thời gian John đi bộ gấp đôi thời gian cậu ta chạy, như vậy cậu ta đã mất tổng cộng 30 phút để đến trường. Ngày hôm sau, thời gian John chạy gấp đôi thời gian cậu ta đi bộ. Hỏi ngày hôm sau John đến trường mất bao nhiêu phút?

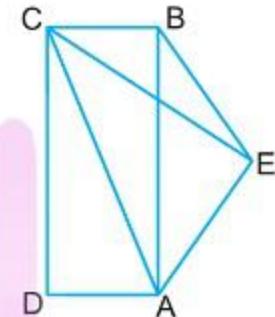
7. Jimmy có một số củ lạc. Vào ngày đầu tiên, trong buổi sáng cậu ta ăn 13 củ, buổi chiều ăn một

phần 10 số còn lại. Ngày thứ hai, buổi sáng cậu ta ăn 16 củ và buổi chiều ăn 1 phần 10 số còn lại. Nếu trong 2 ngày đó Jimmy đều ăn số củ lạc bằng nhau thì cậu ta còn lại bao nhiêu củ lạc?

8. Tổng của 49 số nguyên dương khác nhau bằng 2016. Hỏi trong các số nguyên đó có ít nhất bao nhiêu số là số lẻ?

9. Tổng của 25 số nguyên dương bằng 2016. Hỏi ước chung lớn nhất của các số nguyên đó có thể lớn nhất là bao nhiêu?

10. ABCD là hình chữ nhật trong đó  $AB = 12 \text{ cm}$  và  $BC = 5 \text{ cm}$ , E là một điểm nằm khác phía với C bờ là cạnh AB (xem hình vẽ). Biết  $AE = BE$  và diện tích tam giác AEB là  $36 \text{ cm}^2$ , tính diện tích của  $\Delta AEC$ , (đơn vị  $\text{cm}^2$ ).



11. Anna bắt đầu viết ra tất cả các số nguyên tố theo thứ tự 235711... và dừng lại khi viết được 10 số nguyên tố, sau đó bỏ đi 7 chữ số nào đó trong các chữ số đó và xét số gồm 9 chữ số còn lại. Hỏi giá trị lớn nhất của số gồm 9 chữ số đó có thể bằng bao nhiêu?

12. Giả sử cho 3 số đều có 2 chữ số sao cho tổng của 2 số bất kì là một số có các chữ số giống với các chữ số của số còn lại nhưng với thứ tự ngược lại. Tính tổng của cả 3 số đó.

13. Tổng của 2 số đều có 4 chữ số là một số gồm 5 chữ số. Nếu khi đọc mỗi một số trong 3 số đó theo chiều từ trái sang phải giống với theo chiều từ phải sang trái thì có bao nhiêu số khác nhau gồm bốn chữ số có thể xuất hiện trong phép cộng đó?

14. Khi chia 2016 cho 3, 5 và 11 thì số dư tương ứng lần lượt là 0, 1, 3. Tìm số nhỏ nhất có cùng tính chất đó được tạo ra từ các chữ số 2, 0, 1 và 6, mỗi chữ số này được sử dụng nhiều nhất 1 lần.

15. Mỗi học sinh viết ra 6 số nguyên dương, 6 số này không nhất thiết phải khác nhau, sao cho tích của các số đó nhỏ hơn hoặc bằng tổng của chúng và tổng đó nhỏ hơn hoặc bằng 12. Nếu không có 2 học sinh nào cùng viết ra 6 số giống nhau thì có nhiều nhất bao nhiêu học sinh?

# Bêthi

TRƯỜNG CHUYÊN &  
HSG TRUNG HỌC CƠ SỞ CÁC TỈNH



## ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI MÔN TOÁN LỚP 8 HUYỆN YÊN LẠC, TỈNH VĨNH PHÚC

Năm học: 2015 - 2016

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian giao đề)

**Bài 1.** (2,5 điểm) Cho biểu thức  $A = \frac{4}{3} \left[ \frac{1}{1 + \frac{(2x-1)^2}{3}} - \frac{1}{1 + \frac{(2x+1)^2}{3}} \right] \left( x^2 + \frac{1}{x^2+1} \right)$ .

- a. Tìm điều kiện xác định và rút gọn biểu thức A.
- b. Tìm x biết  $A = 2$ .
- c. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức A.

**Bài 2.** (2,0 điểm)

- a. Cho bốn số nguyên dương a, b, c, d thỏa mãn đẳng thức  $a^2 + b^2 = c^2 + d^2$ .

Chứng minh rằng số  $a + b + c + d$  không thể là một số nguyên tố.

- b. Đa thức  $f(x)$  nếu chia cho  $x - 2015$  thì được số dư bằng 1; nếu chia cho  $x - 2016$  thì được số dư bằng -1. Tìm dư của phép chia đa thức  $f(x)$  cho  $(x - 2015)(x - 2016)$ .

**Bài 3.** (1,5 điểm)

- a. Cho p và q là các số nguyên tố lớn hơn 3 và thỏa mãn  $p = q + 2$ . Tìm số dư khi chia p + q cho 12.

b. Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn  $\frac{1}{2a+1} + \frac{1}{2b+1} + \frac{1}{2c+1} \geq 1$ .

Chứng minh rằng  $\frac{1}{6a+1} + \frac{1}{6b+1} + \frac{1}{6c+1} \geq \frac{3}{7}$ .

**Bài 4.** (3,0 điểm) Cho O là trung điểm của đoạn AB. Trên cùng một nửa mặt phẳng có bờ là cạnh AB vẽ tia Ax, By cùng vuông góc với AB. Trên tia Ax lấy điểm C (khác A), qua O kẻ đường thẳng vuông góc với OC cắt tia By tại D.

- a. Chứng minh  $AB^2 = 4AC.BD$ .
- b. Kẻ OM vuông góc CD tại M. Chứng minh  $AC = CM$ .
- c. Từ M kẻ MH vuông góc AB tại H. Chứng minh BC đi qua trung điểm của MH.
- d. Tìm vị trí của C trên tia Ax để diện tích tứ giác ABDC nhỏ nhất.

**Bài 5.** (1,0 điểm)

Trong một bảng ô vuông kích thước  $100 \times 100$  ta điền vào mỗi ô một dấu (+). Ta tiến hành biến đổi như sau: Mỗi lần ta đổi dấu tất cả các ô trong cùng một hàng hoặc trong cùng một cột (dấu (+) thành dấu (-), và dấu (-) thành dấu (+)). Hỏi sau một số hữu hạn bước biến đổi như trên, liệu trên bảng có đúng 2016 dấu trừ hay không?

**ĐẶT MUA TẠP CHÍ CẢ NĂM HỌC TẠI CÁC CƠ SỞ BƯU ĐIỆN TRONG CẢ NƯỚC**  
**MÃ ÁN PHẨM: C 169.1**

# LỜI GIẢI ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN TP. HÀ NỘI

Năm học 2017 - 2018 ★ Môn thi: Toán (chuyên Toán)  
(Đề đăng trên TTT số 173 +174)

Bài 1.  $\sqrt{6x-x^2}+2x^2-12x+15=0.$

ĐKXĐ:  $6x-x^2 \geq 0$ . Đặt  $t = \sqrt{6x-x^2}$ ,  $t \geq 0$ .

Phương trình đã cho trở thành  $t - 2t^2 + 15 = 0$ .

$$\Leftrightarrow t = 3 \text{ hoặc } t = -\frac{5}{2} \text{ (loại).}$$

Với  $t = 3$  ta có  $\sqrt{6x-x^2} = 3 \Leftrightarrow x = 3$ .

Vậy phương trình có nghiệm là  $x = 3$ .

ĐKXĐ:  $x \neq 0; y \neq 0$ .

2. Hệ phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{cases} 4x^2y = y^2 + 3 & (1) \\ 4y^2x = x^2 + 3 & (2) \end{cases}$$

Lấy (1) trừ (2) theo vế ta được

$$(x-y)(4xy+x+y)=0. \quad (3)$$

Từ  $4x^2 = y + \frac{3}{y}$ ;  $4y^2 = x + \frac{3}{x}$  suy ra  $x, y > 0$ .

Do đó từ (3) ta có  $x = y$ . Từ đó ta có

$$\begin{cases} 4x^2y = y^2 + 3 \\ 4y^2x = x^2 + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y \\ 4x^3 = x^2 + 3 \end{cases} \Leftrightarrow x = y = 1.$$

Vậy hệ đã cho có nghiệm là  $(1; 1)$ .

Bài 2. 1. Vì  $p$  là số nguyên tố lớn hơn 3 nên  $p$  lẻ và  $p$  không chia hết cho 3.

• Vì  $p$  không chia hết cho 3 nên  $p$  chia cho 3 dư 1 hoặc dư 2.

\* Nếu  $p$  chia cho 3 dư 1 thì  $(p-1) \vdots 3$ .

Từ đó  $p^2 - 1 = (p-1)(p+1) \vdots 3$ .

\* Nếu  $p$  chia cho 3 dư 2 thì  $(p+1) \vdots 3$ .

Từ đó  $p^2 - 1 = (p-1)(p+1) \vdots 3$ .

Vậy  $(p^2 - 1) \vdots 3$ .

• Ta chứng minh  $p^2 - 1 = (p-1)(p+1)$  chia hết cho 8.

Thật vậy, vì  $p$  là số lẻ nên  $p-1 = 2n$ ;  $p+1 = 2n+2$  ( $n \in \mathbb{N}^*$ ).

Khi đó  $(p-1)(p+1) = 2n(2n+2) = 4n(n+1)$ .

Vì  $n(n+1) \vdots 2$  nên  $4n(n+1) \vdots 8$ .

Vậy từ trên suy ra  $2017 - p^2 = 2016 - (p^2 - 1) \vdots 24$ .

2. Đặt  $u = x+y$ ,  $v = xy$ . Khi đó phương trình đã cho trở thành  $u^3 - 3uv - 9v = 0$ .

$$\Leftrightarrow u^3 = 3v(u+3).$$

Vì  $x, y \in \mathbb{Z}^+$  nên  $u, v \in \mathbb{Z}^+$ , suy ra

$$3v = \frac{u^3}{u+3} = \frac{u^3 + 27 - 27}{u+3} \in \mathbb{Z}^+ \Rightarrow \frac{27}{u+3} \in \mathbb{Z}^+$$

Từ đó suy ra  $u \in \{6; 24\}$ .

- Với  $u = 6 \Rightarrow v = 8$ , ta có nghiệm là  $(2; 4); (4; 2)$ .
- Với  $u = 24 \Rightarrow v = \frac{512}{3} \notin \mathbb{Z}$ .

Vậy hệ đã cho có 2 nghiệm là  $(2; 4); (4; 2)$ .

3. Đặt  $p = a+b+2\sqrt{ab+c^2}$ , giả sử  $a \geq b$ .

• Xét  $p \notin \mathbb{Z}$  thì  $p$  không là số nguyên tố.

• Xét  $p \in \mathbb{Z}$ : Giả sử  $p$  là số nguyên tố suy ra  $ab+c^2$  là số chính phương.

$$\Rightarrow (a+b)^2 - 4(ab+c^2) = p(a+b+2\sqrt{ab+c^2}) : p$$

$$\Rightarrow (a-b+2c)(a-b-2c) : p.$$

• TH1.  $(a-b+2c) : p$

$$\Rightarrow a-b+2c \geq p = a+b+2\sqrt{ab+c^2}$$

$$\Rightarrow c \geq b + \sqrt{ab+c^2} > c \text{ (loại)}.$$

• TH2.  $a-b-2c : p \Rightarrow a-b-2c = 0$

hoặc  $p \leq |a-b-2c|$ .

+ Nếu  $a-b-2c = 0$

$$\Rightarrow c = \frac{a-b}{2} \Rightarrow p = 2(a+b) \Rightarrow a+b = 1 \text{ (loại)}.$$

+ Nếu  $p \leq |a-b-2c| \leq a+b+2c$

$$\Rightarrow \sqrt{ab+c^2} \leq c \text{ (vô lí)}.$$

Vậy  $p$  không thể là số nguyên tố.

**Bài 3.** Ta có

$$\frac{x}{3-yz} = \frac{2x}{6-2yz} \leq \frac{2x}{6-y^2-z^2} = \frac{2x}{3+x^2} \leq \frac{1+x^2}{3+x^2}.$$

Tương tự ta có  $\frac{y}{3-zx} \leq \frac{1+y^2}{3+y^2}$ ;  $\frac{z}{3-xy} \leq \frac{1+z^2}{3+z^2}$ .

Do đó

$$\begin{aligned} & \frac{x}{3-yz} + \frac{y}{3-zx} + \frac{z}{3-xy} \leq \frac{1+x^2}{3+x^2} + \frac{1+y^2}{3+y^2} + \frac{1+z^2}{3+z^2} \\ &= \frac{3+x^2-2}{3+x^2} + \frac{3+y^2-2}{3+y^2} + \frac{3+z^2-2}{3+z^2} \\ &= 3 - 2\left(\frac{1}{x^2+3} + \frac{1}{y^2+3} + \frac{1}{z^2+3}\right). \end{aligned}$$

Ta có

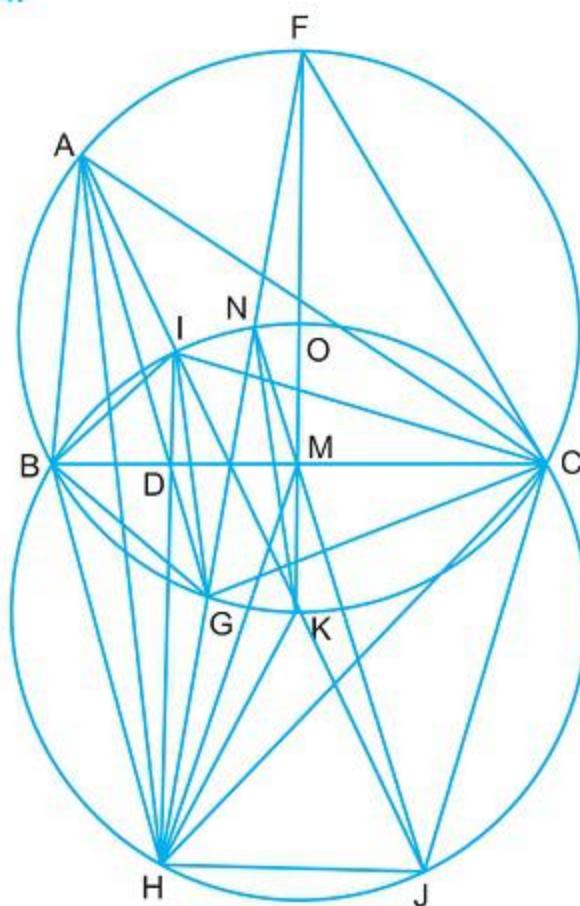
$$\begin{aligned} & \frac{1}{3+x^2} + \frac{1}{3+y^2} + \frac{1}{3+z^2} \geq 3\frac{1}{\sqrt[3]{(3+x^2)(3+y^2)(3+z^2)}}. \quad (1) \\ & (3+x^2) + (3+y^2) + (3+z^2) \\ & \geq 3\sqrt[3]{(3+x^2)(3+y^2)(3+z^2)}. \quad (2) \end{aligned}$$

Nhân theo vế của (1) với (2) ta có

$$\frac{1}{3+x^2} + \frac{1}{3+y^2} + \frac{1}{3+z^2} \geq \frac{9}{x^2+y^2+z^2+9} = \frac{3}{4}.$$

$$\text{Suy ra } \frac{x}{3-yz} + \frac{y}{3-zx} + \frac{z}{3-xy} \leq 3 - 2 \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{2}.$$

**Bài 4.**



1. Gọi K là giao điểm thứ hai của AI với (O).

Suy ra F, O, K thẳng hàng.

Vì F là điểm chính giữa cung BC nên FK ⊥ BC.

Lại có ID ⊥ BC nên FK // ID.

Ta có  $\widehat{DIK} = \widehat{FKI}$ ;  $\widehat{FKI} = \widehat{FGA}$  suy ra  $\widehat{DIK} = \widehat{FGA}$ .

Do đó  $\widehat{AIH} = \widehat{AGH}$  (cùng bù với 2 góc bằng nhau).

Mà 2 góc này cùng chắn cung AH nên tứ giác AIGH nội tiếp  $\Rightarrow DI \cdot DH = DA \cdot DG$ .

Vì ACGB là tứ giác nội tiếp  $\Rightarrow DA \cdot DG = DB \cdot DC$ .

Từ đó  $DI \cdot DH = DB \cdot DC$ .

Vậy IBHC là tứ giác nội tiếp.

2. Ta chứng minh được K là tâm đường tròn ngoại tiếp  $\Delta BIC$ .

Vì H thuộc (K) nên  $JH \perp ID \Rightarrow JH // BC$ .

Do đó tứ giác BCJH là hình thang.

Ta có hình thang BCJH nội tiếp đường tròn (K) nên hình thang BCJH là hình thang cân.

Do đó  $BH = CJ$ .

3. Gọi M là trung điểm của BC.

Ta có FK là đường kính của (O) nên  $FC^2 = FM \cdot FK$ .

Lại có  $FN \cdot FH = FC^2$ .

Suy ra  $FN \cdot FH = FM \cdot FK$ . Do đó tứ giác NMKH nội tiếp.

Suy ra  $\widehat{NMF} = \widehat{NHK} = \widehat{HNK} = \widehat{HKM}$ . (1)

Mặt khác MK là trực đối xứng của hình thang cân BCJH (vì MK vuông góc với BC tại trung điểm M) nên  $\widehat{HKM} = \widehat{JMK}$ . (2)

Từ (1) và (2) suy ra  $\widehat{NMF} = \widehat{KMJ}$ .

Vậy N, M, J thẳng hàng.

**Bài 5.** Xét  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  là n số nguyên dương của tập S thỏa mãn đề bài.

Giả sử  $a_1 < a_2 < \dots < a_n$ .

Ta có  $30(a_{i+1} - a_i) \geq a_i a_{i+1}$  ( $\forall i = \overline{1, n-1}$ )

Suy ra  $\frac{1}{a_i} - \frac{1}{a_{i+1}} \geq \frac{1}{30}$  ( $\forall i = \overline{1, n-1}$ ) (\*)

Ta chứng minh (\*) đúng với  $n \leq 10$ .

Thật vậy giả sử ngược lại  $n \geq 11$ .

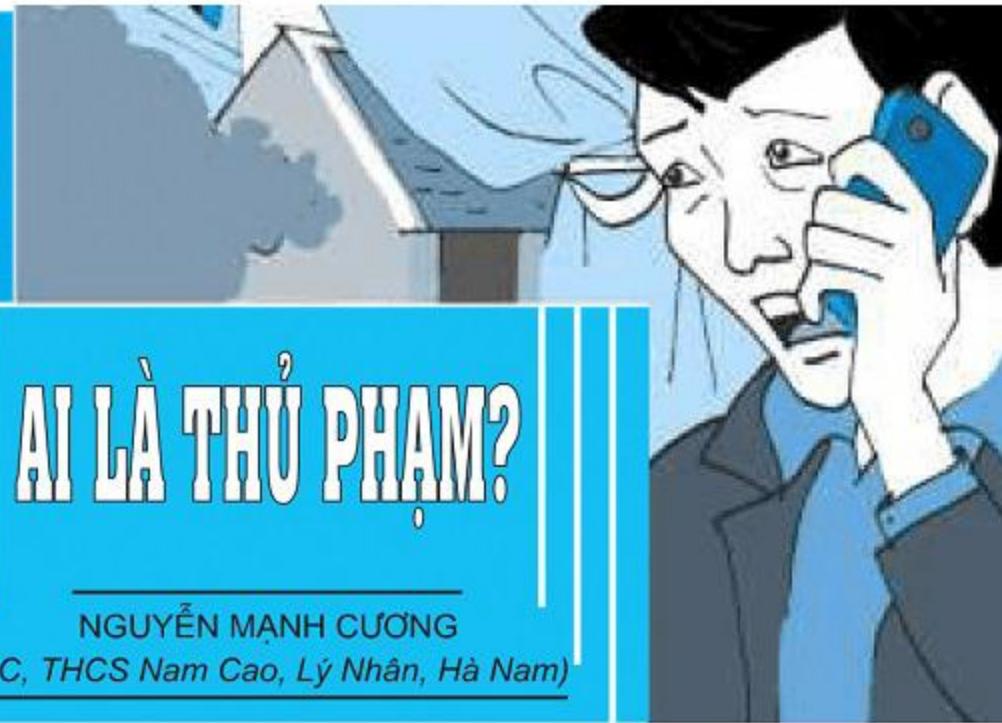
Từ (\*) ta có  $\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_{i+1}} \geq \frac{1}{30}$  ( $\forall i = \overline{6, n-1}$ )

$$\sum_{i=6}^{n-1} \left( \frac{1}{a_i} - \frac{1}{a_{i+1}} \right) \geq \frac{n-6}{30} \Rightarrow \frac{1}{a_6} - \frac{1}{a_n} \geq \frac{n-6}{30}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{6} \geq \frac{1}{a_6} \geq \frac{n-6}{30} + \frac{1}{a_n} > \frac{n-6}{30} \text{ (vì } a_6 \geq 6\text{).}$$

Suy ra  $n < 11$  (vô lí). Vậy  $n \leq 10$ .

Mặt khác, ta chỉ ra được tập S có 10 phần tử là  $S = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 8; 11; 18; 45\}$ . Từ đó, tập S có thể có nhiều nhất là 10 phần tử.



# AI LÀ THỦ PHẠM?

NGUYỄN MẠNH CƯỜNG

(6C, THCS Nam Cao, Lý Nhân, Hà Nam)

**S**áng nay thám tử Sô Lắc Cốc về quê thăm thú họ hàng và bạn bè từ thuở ấu thơ. Khi đang thông thả dạo bước trên đường làng thì thám tử bất ngờ gặp ông Vinh, bạn học từ hồi lớp ba. Đã mấy chục năm trôi qua, giờ mới gặp nhau nên hai người mừng vui khôn tả. Ông Vinh vội vã kéo thám tử về nhà mình. Mấy món ăn dân dã thôn quê được bày ra, hai ông vừa ăn uống vừa chuyện trò vui vẻ. Đúng lúc câu chuyện đang hết sức rôm rả thì ông Vinh có điện thoại. Thấy lúc nghe điện thoại, bạn mình có vẻ lo lắng, buồn rầu, thám tử Sô Lắc Cốc lựa lời:

- Hình như ông đang có điều gì phải bận tâm?
- Ông tinh thật đấy! Đúng là tôi đang có chuyện bức mình và đáng buồn ông ạ.
- Nếu có thể thì cứ kể với tôi. Biết đâu tôi lại giúp được.
- Chuyện là thế này. Cái dây chuyền vàng của vợ tôi bị đứt mẻ từ khá lâu rồi. Chiều qua, tiện có việc đến hàng kim hoàn, tôi đã đem ra để nhờ sửa lại. Sửa xong, tôi mang về nhưng lúc đó do có việc phải đi gấp nên tôi chỉ cất tạm vào ngăn tủ ở phòng khách. Tôi về khá muộn nên tắm rửa qua loa rồi đi ngủ luôn, quên bêng mất sợi dây. Sáng nay mở tủ định lấy sợi dây để cất thì nó đã biến mất. Chỉ tại tôi không cẩn thận, lại hay quên nên mới xảy ra chuyện này.
- Từ lúc ông cất dây chuyền vào tủ cho đến sáng nay, trong nhà có những ai?

- Có 3 người. Một là đứa cháu họ đến ở ít hôm để giúp tôi sửa lại sân và cổng. Hai là bà cô họ xa của tôi, gọi là cô nhưng chỉ tầm tuổi tôi và ông. Bà ấy đến giúp tôi cơm nước vài ngày vì vợ tôi đang đi thăm họ hàng ở xa. Ba là cô con út của tôi, vừa học xong, chưa đi làm.

- Ông có nhớ lúc ông cất dây chuyền vào tủ là khoảng mấy giờ không?

- Khoảng 5 giờ gì đó.

- Tôi có thể nói chuyện riêng với từng người không?

- Được chứ. Để tôi gọi.

Sau đó, thám tử bắt đầu hỏi chuyện anh Bình, cháu của ông Vinh:

- Từ khoảng 5 giờ chiều qua đến sáng nay, cháu đã làm gì, có thể kể cho bác nghe được không?

- Dạ được chứ ạ. Cháu làm ở ngoài cổng suốt chiều, gần tối thì vào nhà tắm rửa rồi ăn cơm. Ăn xong, cháu xem TV ở phòng khách cho đến khuya thì đi ngủ ạ.

- Tối nào cháu cũng xem TV đến khuya sao?

- Không ạ. Cháu làm cả ngày cũng mệt nên chỉ xem một lúc thôi. Riêng hôm qua thì có bộ phim khoa học hay quá nên cháu cứ cố xem.

- Vậy à? Phim về cái gì mà hấp dẫn thế?

- Về các loài cá hung dữ ạ. Ôi! Cá sấu thật đáng sợ bác ạ.

Tiếp theo là bà Hoa, cô họ của ông Vinh:

- Chiều muộn và tối hôm qua bà có đi đâu không hay chỉ quanh quẩn việc nhà thôi?
  - Tôi đến đây là để giúp chú ấy việc nhà nên chả đi đâu bao giờ ông ạ. Cơm nước, dọn dẹp, tắm táp xong thì đã buồn ngủ rồi. Tôi chỉ xem TV một lúc là mắt đíp lại ngay.
  - Bà thường xem TV ở phòng khách à?
  - Vâng. Tôi hay xem phim Hàn Quốc, nhưng chả bao giờ xem được từ đầu đến cuối cả.
- Cuối cùng là cô Hoa, con gái út của ông Vinh. Cô Hoa kể:
- Tôi qua cháu ăn cơm sớm rồi đi chơi với bạn. Lúc cháu về thì cả nhà đã đi ngủ. May mà mẹ cháu đi vắng chứ không thì cháu đã ăn măng vì tội về muộn rồi đấy ạ.

Sau khi nói chuyện với từng người, thám tử Sêlôccôc gọi ông Vinh ra góc vườn, nói nhỏ:

- Chưa dám kết luận nhưng quả thực tôi đã cảm thấy nghi ngờ một người rồi. Ông cứ gặp riêng, lừa lời nói chuyện, may ra thì mọi việc sẽ êm đẹp.

*Ông Vinh nghĩ mãi mà vẫn chưa đoán ra mình cần gặp ai trong số ba người trong nhà. Các thám tử Tuổi Hồng có thể giúp được không?*

## Kết quả (TTT số 172)

# Kẻ khả nghi là ai?

Nhiều thám tử Tuổi Hồng đã rất nhanh nhạy khi phán đoán anh chàng Glenn chính là kẻ đáng nghi. Glenn nói rằng lúc đang lau chùi bảo dưỡng đồng hồ quả lắc, anh ta phát hiện mấy chiếc bị chết nên đã lén dây cót cho chúng. Vậy mà anh ta lại bảo là không biết rõ chính xác lúc đó là mấy giờ mấy phút. Khi lén dây cót cho đồng hồ bị chết, chắc chắn anh ta phải chỉnh cho đồng hồ chạy đúng giờ đúng phút, lẽ nào lại mặc kệ cho đồng hồ chạy sai?



Phản thưởng kì này sẽ được gửi tới:  
Vũ Minh Khải, 7A3, THCS Lâm  
Thao, Lâm Thao, Phú Thọ; Lê Tất Hoan, 7D,  
THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, Vĩnh Phúc;  
Trương Thảo Nguyên, 7A1; Đặng Công  
Quang, 8A3, THCS Yên Phong, Yên Phong,  
**Bắc Ninh**; Nguyễn Yến Ngọc, 6/1, THCS Lê  
Văn Thiêm, TP. Hà Tĩnh, **Hà Tĩnh**.

*Lưu ý: Địa chỉ trường lớp của các bạn là theo năm học 2016 - 2017.*

Thám tử Sêlôccôc

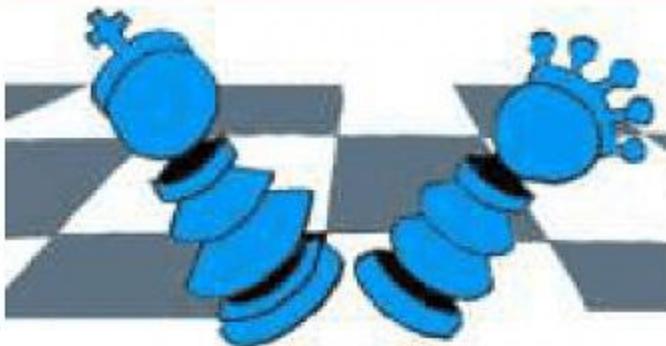
## Kết quả (TTT2 số 172)

### THẾ CỜ (Kì 91)

1.  $\mathbb{W}g6+$  h $x$ g6 2. f $x$ g6#

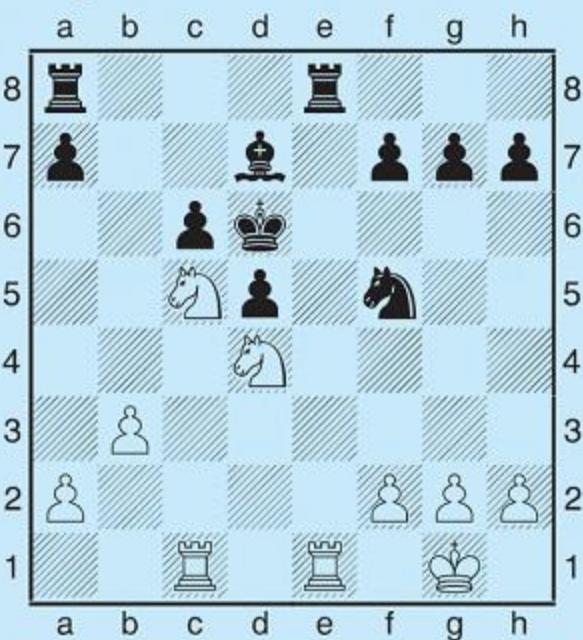
Các bạn được thưởng kì này: **Nguyễn Dương Việt Nga**, 6A1, THCS Bắc Cạn, TP. Bắc Cạn, **Bắc Kạn**; **Nguyễn Tuấn Minh**, 7A1, THCS Nam Hà, Q. Kiến An, **Hải Phòng**; **Nguyễn Hữu Trung Kiên**, 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, Phú Thọ; **Nguyễn Đăng Bắc**, 8A3, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; **Nguyễn Thu Hiền**, 7A3, THCS thị trấn Kỳ Sơn, Kỳ Sơn, **Hòa Bình**.

LÊ THANH TÚ



### THẾ CỜ (Kì 93)

Trắng đi trước chiếu hết sau 2 nước.

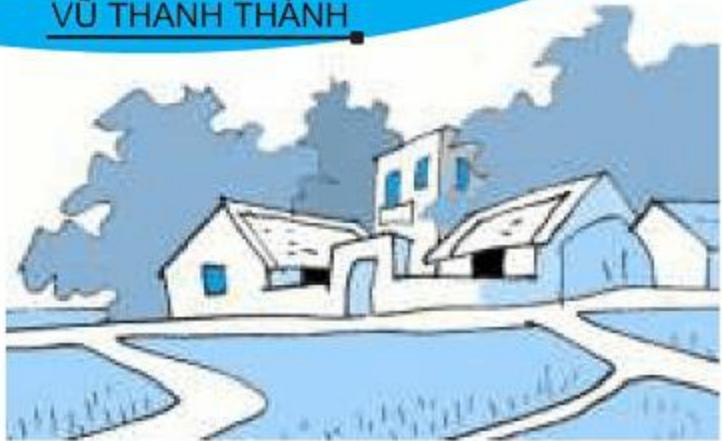


LÊ THANH TÚ (*Đại kiện tướng Quốc tế*)



# THÓC, NGÔ VÀ NƯỚC

VŨ THANH THÀNH



Nước ta mỗi năm sản xuất bình quân 45 triệu tấn thóc, 5,8 triệu tấn ngô, 10,7 triệu tấn sắn và 1,45 triệu tấn khoai. Mỗi năm nước ta xuất khẩu từ 5 đến 7 triệu tấn gạo, thu về từ 2 đến 3 tỉ USD. Xuất khẩu cả nông, lâm, ngư nghiệp một năm khoảng 32 tỉ USD (trong tổng số xuất khẩu tất cả các ngành cả nước là 180 tỉ USD). Như vậy lượng tiền xuất khẩu gạo chiếm khoảng  $\frac{1}{10}$  xuất khẩu nông, lâm, ngư nghiệp. Xuất khẩu nông, lâm, ngư nghiệp chiếm khoảng  $\frac{1}{6}$  tổng số tiền xuất khẩu của tất cả các ngành. Nếu làm phép so sánh tiếp thì lượng xuất khẩu gạo bằng  $\frac{1}{10} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{60}$  của tất cả các hàng hóa, ngành cả nước cộng lại. Riêng năm 2016 diện tích trồng lúa là 7,8 triệu ha, năng suất 5,6 tấn/ha đạt sản lượng 43,6 triệu tấn.



Bên cạnh xuất khẩu nhiều gạo thì chúng ta phải nhập 4 triệu tấn ngô làm thức ăn gia súc. Giá 1 tấn ngô khoảng 200 USD. Giá 1 tấn gạo khoảng 400 USD xuất khẩu. Khi làm các bài toán về số lượng, giá cả, sản lượng, doanh thu bán thóc, gạo, ngô bạn cần chú ý thêm cứ 1 kg thóc thì có 0,2 kg vỏ trấu, gần 0,1 kg cám nên chỉ còn 0,7 kg gạo.

Bạn thử tính xem mỗi năm nước ta làm ra 45 triệu tấn thóc tức là có bao nhiêu triệu tấn gạo?

Bài báo này cung cấp thêm cho các bạn các con số khác. Sông Mê Kông dài 4300 km, diện tích lưu vực là 790 000 km<sup>2</sup> (phủ trên 6 nước). Hai nhánh chảy vào Việt Nam dài 220 km và 250 km. Một con số đáng chú ý nữa là sản xuất ra 1 kg thóc ta cần 3400 lít nước (3,4 m<sup>3</sup>).

Sản xuất ra 1 kg ngô ta cần 900 lít nước.

Bạn thử giải bài toán sau xem nhé.

Năm X chúng ta định giảm sản lượng thóc từ 45 triệu tấn xuống còn 42 triệu tấn. Hỏi:

1) Nếu muốn giữ nguyên giá trị bằng tiền của tổng số gạo và ngô thì phải tăng bao nhiêu tấn ngô bù lại?

2) Với lượng thóc giảm như vậy và lượng ngô tăng như vậy thì lượng nước cần cho sản xuất tăng, giảm bao nhiêu m<sup>3</sup>?

Đây là những câu hỏi thú vị của toán học và đời sống. Chúng ta cùng thử sức các bạn nhé.



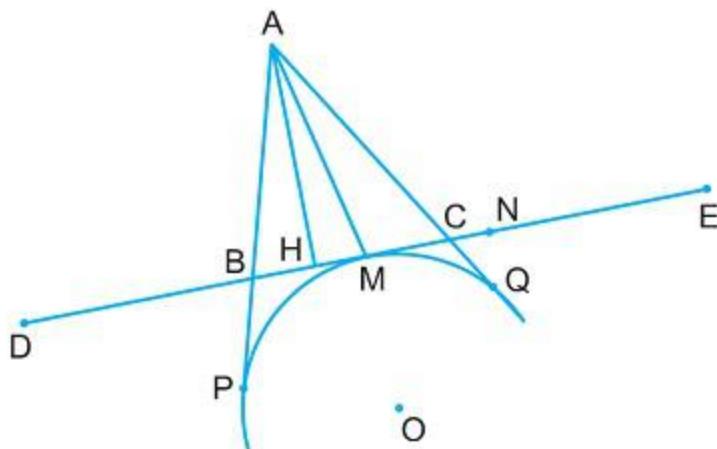
## Kì này KẺ ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC

**Bài toán.** Cho một điểm A nằm ngoài một đường thẳng d. Bạn hãy trình bày cách kẻ đường vuông góc từ điểm A đến đường thẳng d bằng cách chỉ dùng thước thẳng và êke với điều kiện sau:

- \* Dùng thước thẳng kẻ được đường thẳng đi qua hai điểm đã cho hoặc kéo dài một đoạn thẳng.
- \* Dùng êke vẽ được góc vuông tại một điểm, nhưng êke có hai cạnh góc vuông ngắn hơn khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng d đã cho.

NGUYỄN VIỆT HẢI  
(Hà Nội)

### Kết quả CHIA ĐÔI CHU VI TAM GIÁC (TTT2 số 172)



a) Cho tam giác ABC với  $AC \geq AB$ .

Cách dựng điểm M thuộc BC để M và A chia chu vi tam giác ABC thành hai phần bằng nhau như sau:

- Trên tia đối của tia BC dựng đoạn  $BD = BA$  (vẽ đường tròn tâm B bán kính BA).

- Trên tia đối của tia CB dựng đoạn  $CE = CA$  (vẽ đường tròn tâm C bán kính CA).

\* Cách 1. Dựng trung điểm M của đoạn thẳng DE.

\* Cách 2. Dựng trung điểm M của đoạn thẳng BN với điểm N thuộc đoạn thẳng CE sao cho  $NE = DB$  (xem hình vẽ).

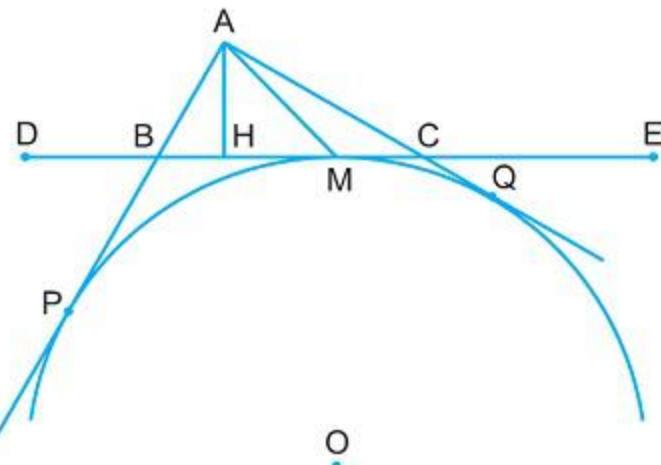
**Chứng minh.** Ta có  $AB + BC + CA = DB + BC + CE = DE$  nên trung điểm M của DE và điểm A chia chu vi  $\triangle ABC$  thành hai phần bằng nhau.

Lúc đó  $2DM = DE = AB + BC + CA > AB + AC = 2DB$  suy ra  $DM > DB$ .

Tương tự  $EM > EC$ .

Do đó điểm M thuộc cạnh BC.

b) Giả sử tam giác ABC có  $\widehat{BAC} = 90^\circ$  và  $\widehat{ABC} = 60^\circ$ .



Dựng tam giác đều ABF với F thuộc BC thì dễ thấy  $BC = 2BF = 2AB$ .

Kẻ đường cao AH thì tam giác vuông ABH có góc  $\widehat{ABH} = 60^\circ$  nên  $AB = 2BH$  và tam giác vuông ACH có góc  $\widehat{ACH} = 30^\circ$  nên  $AC = 2AH$ .

Từ đó  $AB + 2AB + 2AH = AB + BC + AC = 2DM = 2AB + 2BM = 2AB + 2BH + 2HM = 2AB + AB + 2HM$ , suy ra  $AH = HM$ .

Tam giác AHM vuông cân tại A nên  $\widehat{HAM} = 45^\circ$ .

Do đó  $\widehat{MAB} = \widehat{BAH} + \widehat{HAM} = 30^\circ + 45^\circ = 75^\circ$ .



**Nhận xét.** Cách dựng khác: Giả sử đường tròn bằng tiếp tam giác ABC tiếp xúc với cạnh BC tại M và tiếp xúc với tia AB, tia AC tương ứng tại P và Q thì  $AB + BM = AB + BP = AP = AQ = AC + CQ = AC + CM$  và  $2AP = 2AQ = AB + BC + CA$  nên tiếp điểm M chính là điểm cần dựng.

Một số bạn chưa đọc kĩ đề bài nên đã xét tam giác ABC vuông ngay khi tìm cách dựng điểm M.

Các bạn sau có lời giải đúng, được thưởng kì này: Nguyễn Thị Thu Phương, 9A1, THCS Đông Thọ, Yên Phong, Bắc Ninh; Phan Thị Như Quỳnh, 8/3, THCS Nguyễn Thị Minh Khai, Cam Phúc Bắc, Cam Ranh, Khánh Hòa.

ANH COMPA

Kết quả

# Giải toán qua thư



Đề bài

**Bài 1(172).** Tìm các số tự nhiên  $m, n$  thỏa mãn  $7^m + 3 = 2^n$ .



Lời giải

**Cách 1.** Ta xét các trường hợp sau:

- TH1.  $n = 3k$  thì

$2^n = 2^{3k} = 8^k$  chia 7 dư 1, với  $k \in \mathbb{N}^*$ .

• TH2.  $n = 3k+1$  thì  $2^n = 2^{3k+1} = 8^k \cdot 2$  chia 7 dư 2, với  $k \in \mathbb{N}$ .

• TH3.  $n = 3k+2$  thì  $2^n = 2^{3k+2} = 8^k \cdot 4$  chia 7 dư 4, với  $k \in \mathbb{N}$ .

Từ đó ta thấy  $2^n$  chia 7 chỉ có các số dư là 1, 2, 4. (1)

\* Nếu  $m \geq 1 \Rightarrow 7^m \cdot 7 \Rightarrow 7^m + 3$  chia 7 dư 3. (2)

Từ (1) và (2) suy ra  $7^m + 3 \neq 2^n$  với  $m \geq 1$ .

\* Nếu  $m = 0 \Rightarrow 7^0 + 3 = 4 = 2^n \Rightarrow n = 2$ .

Vậy  $m = 0$  và  $n = 2$  là các số cần tìm.

**Cách 2.** • Với  $m = 2k, k \in \mathbb{N}^*$  thì

$7^m + 3 = 7^{2k} + 3 = 49^k + 3$  chia 8 dư 4. (1)

- Với  $m = 2k+1, k \in \mathbb{N}^*$  thì

$7^m + 3 = 7^{2k+1} + 3 = 49^k \cdot 7 + 3$  chia 8 dư 2. (2)

Từ (1) và (2) suy ra  $7^m + 3$  chia cho 8 dư 2 hoặc 4.

Mặt khác với  $n \geq 3$  thì  $2^n : 8 \Rightarrow 2^n \neq 7^m + 3$ .

Vì  $2^n > 3$  nên  $n \geq 2$ .

\* Với  $n = 2$  thì  $7^m + 3 = 4 \Rightarrow m = 0$ .

Vậy  $m = 0$  và  $n = 2$  là các số cần tìm.



Nhận xét

Nhiều bạn đã tham gia giải bài toán. Những bạn sau có lời giải chính xác, ngắn gọn:

Nghiêm Thị Xuân Mai, 6A6; Nguyễn Đình Phúc, 6A5, THCS Thị trấn Chờ, Yên Phong, Bắc Ninh; Nguyễn Tuấn Minh, 7A1, THCS Nam Hà, Kiến An, Hải Phòng; Nguyễn Thiên Phúc Anh, Hoàng Văn Long, 7B, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, Nghệ An; Lê Đức Chính, Lê Minh Long, 6B, THCS Nhữ

Bá Sỹ, Hoằng Hóa, Thanh Hóa; Vũ Nam Tiến Anh, 7/6, THCS Nguyễn Văn Trỗi, Cam Nghĩa, Cam Ranh, Khánh Hòa; Vũ Minh Khải, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, Phú Thọ.

PHÙNG KIM DUNG

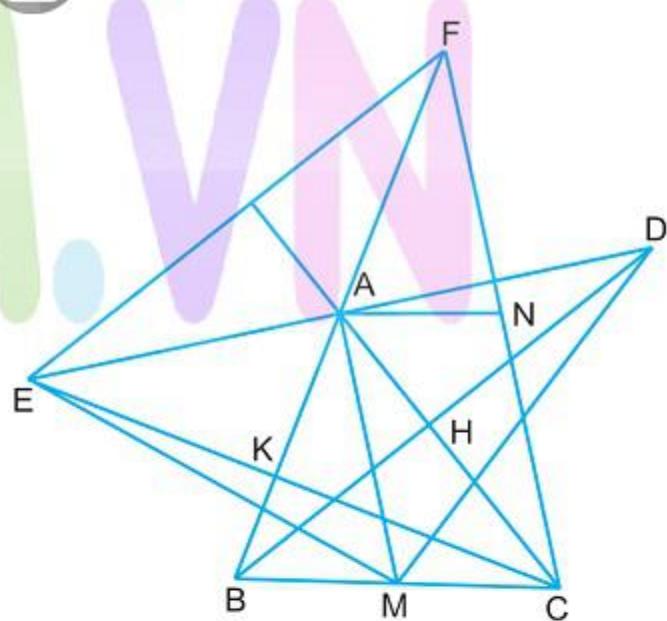


Đề bài

**Bài 2(172).** Cho tam giác ABC ( $\hat{A} \neq 90^\circ$ ) với đường trung tuyến AM và các đường cao BH, CK. Đường thẳng qua A vuông góc với AM cắt các tia BH, CK lần lượt tại D, E. Chứng minh rằng DME là tam giác cân.



Lời giải



Xét trường hợp  $\widehat{BAC}$  nhọn, trường hợp  $\widehat{BAC}$  tù chứng minh tương tự.

Kẻ  $CF \parallel AM$  ( $F \in BA$ );  $AN \parallel BC$  ( $N \in FC$ ).

Ta có  $\Delta ANC = \Delta CMA$  (g.c.g).

Suy ra  $AN = CM = MB$ .

Từ đây dễ thấy  $\Delta ANF = \Delta BMA$  (g.c.g).

Suy ra  $AF = AB$  (\*).

Ta có  $EA \perp AM$ ,  $AM \parallel CF$  nên  $EA \perp CF$ .

Mặt khác  $FA \perp CE$ , suy ra A là trực tâm của  $\Delta CEF$ .

Do đó  $CA \perp EF$ .

Mà  $CA \perp BD$  nên  $BD \parallel EF$ . (\*\*)

Từ (\*) và (\*\*) suy ra  $\Delta ABD = \Delta AEF$  (g.c.g).

Suy ra  $AE = AD$ .

Ta lại có  $MA \perp ED$  nên  $\Delta DME$  cân tại M.

Các bạn sau có lời giải tốt, nhận xét được khen là: Vũ Minh Khải, Nguyễn Công Hải, Nguyễn Ngọc Lan, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, Phú Thọ; Dương Hải Lâm, 7A, THCS Đào Sư Tích, Trực Ninh, Nam Định; Vũ Nam Tiến Anh, 7/6, THCS Nguyễn Văn Trỗi, Cam Nghĩa, Cam Ranh, Khánh Hòa.

### HỒ QUANG VINH



Đề bài

Bài 3(172). Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^3 + y - 20 = 12x \\ 2y^3 + 3z - 44 = 24y \\ 5z^3 + 6x - 104 = 60z. \end{cases}$$



Lời giải

Hệ phương trình có thể viết thành

$$\begin{cases} x^3 - 12x - 16 = 4 - y \\ 2(y^3 - 12y - 16) = 3(4 - z) \\ 5(z^3 - 12z - 16) = 6(4 - x) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x-4)(x+2)^2 = 4-y & (1) \\ 2(y-4)(y+2)^2 = 3(4-z) & (2) \\ 5(z-4)(z+2)^2 = 6(4-x) & (3) \end{cases}$$

Nhân theo vế của (1), (2), (3) và biến đổi ta được

$$10(x-4)(y-4)(z-4)(x+2)^2(y+2)^2(z+2)^2$$

$$= 18(4-x)(4-y)(4-z).$$

$$\Leftrightarrow 2(x-4)(y-4)(z-4) \times$$

$$[(x+2)^2(y+2)^2(z+2)^2 + 9] = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-4)(y-4)(z-4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 4 \\ z = 4 \end{cases}$$

Dễ thấy, nếu một trong ba số x, y, z bằng 4 thì từ hệ phương trình suy ra hai số còn lại bằng 4.

Nghĩa là  $\begin{cases} x = 4 \\ y = 4 \Leftrightarrow x = y = z = 4 \text{ (thỏa mãn).} \\ z = 4 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất  $(x; y; z) = (4; 4; 4)$ .

- Chú ý. Khi biến đổi đến hệ gồm các phương trình (1), (2), (3) có thể xét các trường hợp  $x > 4$  và  $x < 4$ , mỗi trường hợp đều thấy mâu thuẫn, suy ra  $x = 4$ , từ đó có  $x = y = z = 4$ .



Nhận xét

Các bạn sau đây có bài giải tốt: Nguyễn Đăng Khoa, 8A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao,

Phú Thọ; Nguyễn Thu Phương, 9A1, THCS Đông Thọ; Nguyễn Mạnh Kiên, Trần Quang Tài, 8A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, Bắc Ninh; Vũ Hải Sơn, 8A, THCS Kiến Quốc, Kiến Thụy, Hải Phòng.

### NGUYỄN ANH DŨNG

Bài 4(172). Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn  $abc = 1$ . Chứng minh rằng

$$\frac{1}{\sqrt{3a+4b+2c}} + \frac{1}{\sqrt{3b+4c+2a}} + \frac{1}{\sqrt{3c+4a+2b}} \leq 1.$$



Lời giải

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM, ta có

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{3a+4b+2c}} &= 3 \cdot \frac{1}{\sqrt{3a+4b+2c}} \cdot \frac{1}{3} \\ &\leq \frac{3}{2} \left( \frac{1}{3a+4b+2c} + \frac{1}{9} \right). \end{aligned}$$

Mặt khác, theo bất đẳng thức AM-GM ta lại có

$$\begin{aligned} 3a+4b+2c &\geq a+2b+2\sqrt[3]{abc} \\ &= a+2b+6 = (a+b+1)+(b+1+1)+3 \\ &\geq 3(\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b}+1). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Suy ra } \frac{1}{\sqrt{3a+4b+2c}} &\leq \frac{3}{2} \left( \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b}+1} + \frac{1}{9} \right) \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b}+1} + \frac{1}{6}. \end{aligned}$$

Chứng minh tương tự ta được

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{3b+4c+2a}} &\leq \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{bc}+\sqrt[3]{c}+1} + \frac{1}{6}, \\ \frac{1}{\sqrt{3c+4a+2b}} &\leq \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{ac}+\sqrt[3]{a}+1} + \frac{1}{6}. \end{aligned}$$

Kết hợp với  $abc = 1$ , ta được

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{3a+4b+2c}} + \frac{1}{\sqrt{3b+4c+2a}} + \frac{1}{\sqrt{3c+4a+2b}} &\leq \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b}+1} + \frac{1}{\sqrt[3]{bc}+\sqrt[3]{c}+1} + \frac{1}{\sqrt[3]{ac}+\sqrt[3]{a}+1} \right) \\ &+ \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \cdot 1 + \frac{1}{2} = 1. \end{aligned}$$

Đẳng thức xảy ra khi  $a = b = c = 1$ .

Có nhiều bạn tham gia giải bài. Một số bạn biến đổi dài mới đi đến điều phải chứng minh. Sau đây là những bạn có lời giải đúng và ngắn gọn:  
**Nguyễn Ngọc Lan, Nguyễn Công Hải, 7A3, Tống Thu Hà, 8A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, Phú Thọ; Nguyễn Thị Thu Phương, 9A1, THCS Đông Thọ, Yên Phong, Bắc Ninh; Bùi Bích Thảo, 9B, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, Hà Tĩnh; Văn Định Nam, 8A1, THCS Nguyễn Hồng Lễ, Sầm Sơn, Thanh Hóa; Nguyễn Đức Phú, 9A1, THCS Nghi Hương, Cửa Lò, Nghệ An.**

### CAO VĂN DŨNG



#### Đề bài

**Bài 5(172).** Hãy dùng ngôn ngữ tập hợp để viết lại các mệnh đề sau:

- a) Phần tử 1 không phải phần tử của tập hợp B.
- b) Tập hợp A và tập hợp B chứa cùng các phần tử.
- c) Tập hợp C chứa tất cả các phần tử của tập hợp B.
- d) Tập hợp A không phải là tập con của tập hợp B.
- e) Phần tử 5 thuộc tập hợp A.



**Lời giải** a)  $1 \notin B$ ; b)  $A = B$ ; c)  $C \supseteq B$ ;

d)  $A \not\subseteq B$ ; e)  $5 \in A$ .

Các bạn sau có lời giải tốt:  
**Nhận xét** Phạm Đức Trí, 6A2; Đặng Ngọc Linh, Đào Đình Đức, 6A1, THCS Giảng Võ, Ba Đình, Hà Nội; Vũ Nam Tiến Anh, 7/6; Nguyễn Lê Anh Thư, 8<sup>1</sup>, THCS Nguyễn Văn Trỗi, Cam Nghĩa, Cam Ranh, Khánh Hòa; Đào Văn Chiến, Nguyễn Công Hùng, Nguyễn Ngọc Lan, Vũ Minh Khải, Nguyễn Công Hải, 7A3; Nguyễn Chí Công, 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, Phú Thọ; Nguyễn Phương Mai, 7C, THCS Lê Văn Thịnh, Gia Bình; Mẫn Bá Hiếu A, 7A3; Trần Quang Tài, 8A1, THCS Yên Phong; Nguyễn Thị Thu Phương, 9A1, THCS Đông Thọ, Yên Phong, Bắc Ninh; Đào Ngọc Hải Đăng, 8A, THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên, Vĩnh Phúc; Nguyễn Tuấn Dương, 6A5, THCS Chu Văn An, Ngô Quyền, Hải Phòng; Võ Nguyễn Thảo Uyên, 7A6, THCS Thốt Nốt, Q. Thốt Nốt, Cần Thơ; Trần Thị Minh Nguyệt, 8D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, Nghệ An.



#### Đề bài

**Bài 6(172).** Cho tam giác ABC với O, J thứ tự là tâm đường tròn ngoại tiếp và tâm đường tròn bằng tiếp đối diện đỉnh A. Gọi BE, CF là các đường phân giác của tam giác ABC. Chứng minh rằng  $OJ \perp EF$ .



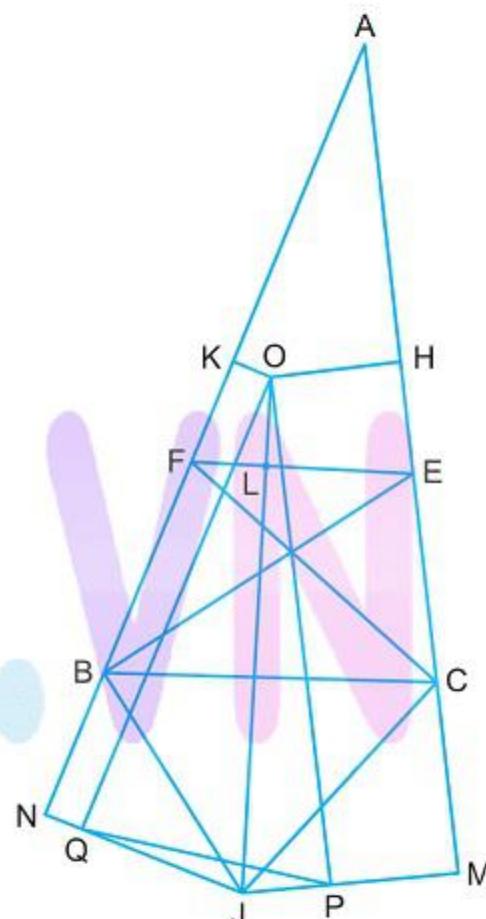
#### Lời giải

**Bổ đề.** Cho tam giác ABC, J là tâm đường tròn bằng tiếp đối diện đỉnh A. Gọi M, N theo thứ tự là hình chiếu của J trên AC, AB. Khi đó  $AM = AN = \frac{a+b+c}{2} = p$ .

*Bạn đọc tự chứng minh bổ đề.*

*Trở lại giải bài toán.*

Gọi H, K theo thứ tự là hình chiếu của O trên AC, AB; M, N theo thứ tự là hình chiếu của J trên AC, AB; P, Q theo thứ tự là hình chiếu của O trên JM, JN; L là giao điểm của OJ và EF.



Vì  $AM = AN = p$ ;  $AH = \frac{b}{2}$ ;  $AK = \frac{c}{2}$  và  $\widehat{ABE} = \widehat{CBE}$ ;

$\widehat{ACF} = \widehat{BCF}$ , theo bổ đề trên và tính chất đường phân giác của tam giác, ta có

$$\begin{aligned}\frac{OP}{OQ} &= \frac{HM}{KN} = \frac{AM - AH}{AN - AK} = \frac{\frac{p-b}{2}}{\frac{p-c}{2}} = \frac{a+c}{a+b} = \frac{\frac{bc}{a+b}}{a+c} \\ &= \frac{AF}{AE}.\end{aligned}$$

Mặt khác vì OP, OQ tương ứng song song với AF, AE nên  $\widehat{POQ} = \widehat{FAE}$ .

Vậy các tam giác OPQ, AFE đồng dạng.

(Xem tiếp trang 6)



# Electric current

VŨ 128

An electric current is the rate of flow of electric charge. The charge which flows consists of electrons and these flow because in an electric field there is a difference in potential between two places. A potential difference is needed to produce an electric current.

A circuit is a closed loop, consisting of a source of potential difference and one or more components, around which the current flows.

## Physics terms

current	dòng, dòng điện, hiện thời
electric current	dòng điện
electric field	điện trường
potential	điện thế
potential difference	hiệu điện thế
circuit	mạch điện
Ampere or amp	Ampe hoặc amp (đơn vị của dòng điện)
SI unit	đơn vị Quốc tế
electromotive force	suất điện động
e.m.f	sđđ
cell	pin
battery	bộ pin, ắc quy
generator	máy phát điện, máy nổ
ammeter	ampe kế
Coulomb	Culông (đơn vị của điện tích)
direct current (d.c.)	dòng điện một chiều (d.c.)
alternating current (a.c.)	dòng điện xoay chiều (a.c.)

## Practice

Các bạn hãy dịch bài khóa trên dựa vào các từ vựng đã cho.

Bạn cần học nghĩa các từ mới cho trong bài. Bài làm tốt, gửi sớm sẽ được đăng tên trên tạp chí và có quà tặng.





# GIẢI MỘT BÀI TOÁN HAY VÀ KHÓ BẰNG NHIỀU CÁCH

KIỀU ĐÌNH MINH

(GV. THPT chuyên Hùng Vương, Phú Thọ)

Trong kì thi tuyển sinh vào lớp 10 chuyên toán trường THPT chuyên Hùng Vương, Phú Thọ năm học 2012 - 2013, có một bài toán bất đẳng thức hay và khó, để phân loại thí sinh. Bài toán này gây nhiều khó khăn cho thí sinh và đã có rất ít bạn làm được. Trong bài viết này chúng tôi sẽ trình bày một số lời giải cho bài toán. Hi vọng đem đến cho bạn đọc nhiều điều bổ ích.

**Bài toán.** Cho  $x, y, z$  là các số không âm thỏa mãn  $x+y+z = \frac{3}{2}$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $S = x^3 + y^3 + z^3 + x^2y^2z^2$ .

**Lời giải.** **Cách 1.** Ta có

$$\left(xyz - \frac{1}{8}\right)^2 \geq 0, \forall x, y, z \Rightarrow x^2y^2z^2 \geq \frac{1}{4}xyz - \frac{1}{64}.$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi  $xyz = \frac{1}{8}$ .

$$\text{Suy ra } S \geq x^3 + y^3 + z^3 + \frac{1}{4}xyz - \frac{1}{64}.$$

Đặt  $a = 2x, b = 2y, c = 2z$  ( $a, b, c \geq 0$ ).

Suy ra  $a+b+c = 3$ .

$$\text{Do đó } 8S \geq a^3 + b^3 + c^3 + \frac{1}{4}abc - \frac{1}{8}. \quad (1)$$

Xét  $T = a^3 + b^3 + c^3 + \frac{1}{4}abc - \frac{1}{8}$ , ta có

$$T = (a+b+c)^3 - 3(a+b)(b+c)(c+a) + \frac{1}{4}abc - \frac{1}{8}$$

$$= 27 - 3(3-a)(3-b)(3-c) + \frac{1}{4}abc - \frac{1}{8}$$

$$= 27 - 81 + 27(a+b+c) - 9(ab+bc+ca)$$

$$+ 3abc + \frac{1}{4}abc - \frac{1}{8}$$

$$= \frac{13}{4}abc - 9a(b+c) - 9bc + \frac{215}{8}$$

$$= -9a(3-a) - bc\left(9 - \frac{13}{4}a\right) + \frac{215}{8}$$

$$\geq -9a(3-a) - \frac{(b+c)^2}{4}\left(9 - \frac{13}{4}a\right) + \frac{215}{8}$$

$$= -9a(3-a) - \frac{(3-a)^2}{4}\left(9 - \frac{13}{4}a\right) + \frac{215}{8}$$

$$= \frac{13}{16}a^3 + \frac{15}{8}a^2 - \frac{99}{16}a + \frac{53}{8} = M. \quad (2)$$

Xét hiệu

$$M - \frac{25}{8} = \frac{1}{16}(a-1)^2(13a+56) \geq 0 \Rightarrow M \geq \frac{25}{8}. \quad (3).$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi  $a = 1$ .

$$\text{Từ (1), (2) và (3) suy ra } 8S \geq \frac{25}{8} \Leftrightarrow S \geq \frac{25}{64}.$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi

$$a = b = c = 1 \Leftrightarrow x = y = z = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Vậy } \text{Min}S = \frac{25}{64} \text{ khi } x = y = z = \frac{1}{2}.$$

**Cách 2.** Đặt  $a = 2x, b = 2y, c = 2z$  ( $a, b, c \geq 0$ ).

Ta có  $a+b+c = 3$ .

$$\text{Suy ra } T = 64S = 8(a^3 + b^3 + c^3) + a^2b^2c^2.$$

Đặt  $p = x+y+z, q = xy+yz+zx, r = xyz$ .

$$\text{Khi đó ta có } T = 8(27 - 9q + 3r) + r^2.$$

Theo bất đẳng thức Schur

$$x(x-y)(x-z) + y(y-x)(y-z) + z(z-x)(z-y) \geq 0$$

$$\Rightarrow p^3 - 4pq + 9r \geq 0 \Rightarrow r \geq \frac{12q - 27}{9}.$$

$$\text{Do đó } T \geq 8\left[27 - 9q + \frac{12q - 27}{3}\right] + \left(\frac{12q - 27}{9}\right)^2$$

$$= \frac{16}{9}(3-q)(24-q) + 25 \geq 25 \Rightarrow S \geq \frac{25}{64}$$

(vì  $q \leq \sqrt{3p} = 3$  ).

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi  $a = b = c = 1$

$$\Leftrightarrow x = y = z = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Vậy } \text{Min}S = \frac{25}{64} \text{ khi } x = y = z = \frac{1}{2}.$$

Các bạn hãy tìm thêm các lời giải khác cho bài toán trên nhé.

# TRẬN ĐẤU THÚ MỘT TRĂM BỐN MUOI CHÍN

**Người thách đấu:** Hoàng Lê Nhật Tùng, SV. K61 Sư phạm toán, Đại học quốc gia Hà Nội.

**Bài toán thách đấu:** Cho các số thực dương  $a, b, c$  thỏa mãn  $(a^2 + b^2)(b^2 + c^2)(c^2 + a^2) = 8$ . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức  $P = abc(a + b + c)^3$ .

**Thời hạn:** Trước ngày 08.11.2017 theo dấu bưu điện.

## THÁCH ĐẤU



➤ Kết quả (TTT2 số 172)

## TRẬN ĐẤU THÚ MỘT TRĂM BỐN MUOI BẢY

Sau đây là lời giải của võ sĩ Phan An Khánh, 9A2, THCS Giảng Võ, Q. Đống Đa, Hà Nội.

**Lời giải.** Áp dụng bất đẳng thức AM-GM cho ba số không âm, ta có

$$a^3 + 1 + 1 \geq 3a;$$

$$b^3 + 1 + 1 \geq 3b;$$

$$c^3 + 1 + 1 \geq 3c;$$

$$\text{Suy ra } a^3 + b^3 + c^3 + 6 \geq 3a + 3b + 3c$$

$$\Rightarrow 9 \geq 3a + 3b + 3c$$

$$\Rightarrow 9 - b + c \geq 3a + 2b + 4c. \quad (1)$$

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM cho hai số không âm được

$$\frac{a}{2} + \frac{b}{2} \geq \sqrt{ab};$$

$$\frac{3b}{2} + \frac{3c}{2} \geq 3\sqrt{bc};$$

$$\frac{5a}{2} + \frac{5c}{2} \geq 5\sqrt{ac}.$$

Suy ra

$$3a + 2b + 4c \geq \sqrt{ab} + 3\sqrt{bc} + 5\sqrt{ac}. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra

$$\sqrt{ab} + 3\sqrt{bc} + 5\sqrt{ac} \leq 9 - b + c.$$

Dấu đẳng thức xảy ra  $\Leftrightarrow a = b = c = 1$ .



Võ sĩ Phan An Khánh là người đăng quang trong trận đấu này.

Một số võ sĩ khác có lời giải tương đối tốt, được khen kỉ này: Vũ Hải Sơn, 8A, THCS Kiến Quốc, Kiến Thụy, Hải Phòng; Nguyễn Đức Phú, 9A1, THCS Nghi Hương, Cửa Lò, Nghệ An; Nguyễn Đăng Trí, Nguyễn Trường An, Nguyễn Hữu Tuấn Nam, Nghiêm Thị Mai Phương, 8A1, THCS Thị trấn Chờ, Yên Phong, Bắc Ninh.

LÊ ĐỨC THUẬN





# GIẢI PHƯƠNG TRÌNH VÔ TỈ BẰNG PHƯƠNG PHÁP ĐÁNH GIÁ

LÊ VĂN QUYNH

(GV. THCS Yên Phong, Yên Phong, Bắc Ninh)

## I. Phương pháp đánh giá dựa vào ĐKXĐ của phương trình

### Bài toán 1. Giải phương trình

$$\sqrt{x(3x+1)} - \sqrt{x(x-1)} = 2\sqrt{x^2} \quad (\text{Đề thi THPT chuyên KHTN Hà Nội năm học 2001 - 2002}).$$

**Lời giải.** ĐKXĐ  $x \leq -\frac{1}{3}$  hoặc  $x = 0$  hoặc  $x \geq 1$ .

- Xét  $x = 0$  (thỏa mãn phương trình).
- Xét  $x \geq 1$  thì

$$\begin{aligned} & \sqrt{x(3x+1)} - \sqrt{x(x-1)} = 2\sqrt{x^2} \\ & \Leftrightarrow \sqrt{3x+1} - \sqrt{x-1} = 2\sqrt{x} \\ & \Leftrightarrow \sqrt{3x+1} = \sqrt{x-1} + 2\sqrt{x} \\ & \Leftrightarrow 3x+1 = x-1 + 4x + 4\sqrt{x(x-1)} \\ & \Leftrightarrow 2\sqrt{x(x-1)} = 1-x. \quad (2) \end{aligned}$$

Vì  $x \geq 1$  nên  $2\sqrt{x(x-1)} \geq 1-x$ .

Đẳng thức xảy khi  $x = 1$ .

- Xét  $x \leq -\frac{1}{3} < 0$ , đặt  $t = -x$ ,  $t \geq \frac{1}{3} > 0$ .

Phương trình trở thành

$$\begin{aligned} & \sqrt{t(3t-1)} - \sqrt{t(t+1)} = 2\sqrt{t^2} \\ & \Leftrightarrow \sqrt{3t-1} + \sqrt{t+1} = 2\sqrt{t} \\ & \Leftrightarrow (3t-1) + (t+1) + 2\sqrt{(3t-1)(t+1)} = 4t \\ & \Leftrightarrow 2\sqrt{(3t-1)(t+1)} = 0 \\ & \Leftrightarrow (3t-1)(t+1) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{3} \quad (\text{vì } t+1 > 0) \\ & \Leftrightarrow x = -\frac{1}{3} \text{ (thỏa mãn).} \end{aligned}$$

Vậy phương trình có tập nghiệm  $S = \left\{-\frac{1}{3}; 0; 1\right\}$ .

### Bài toán 2. Giải phương trình

$$(\sqrt{x+3} - \sqrt{x})(\sqrt{1-x} + 1) = 1 \quad (\text{Đề thi THPT chuyên KHTN Hà Nội năm học 2011 - 2012}).$$

**Lời giải.** ĐKXĐ  $0 \leq x \leq 1$ .

Ta có  $0 \leq x \leq 1$  nên  $\sqrt{x+3} + \sqrt{x} > 0$ .

$$\begin{aligned} & \text{Do đó } (\sqrt{x+3} - \sqrt{x})(\sqrt{1-x} + 1) = 1 \\ & \Leftrightarrow (\sqrt{x+3} - \sqrt{x})(\sqrt{x+3} + \sqrt{x})(\sqrt{1-x} + 1) \\ & = \sqrt{x+3} + \sqrt{x} \\ & \Leftrightarrow 3(\sqrt{1-x} + 1) = \sqrt{x+3} + \sqrt{x}. \quad (1) \end{aligned}$$

- Xét  $x = 1$  (thỏa mãn).

- Xét  $0 \leq x < 1$ . Khi đó

$$1-x > 0 \Rightarrow \sqrt{1-x} > 0 \Rightarrow 3(\sqrt{1-x} + 1) > 3. \quad (2)$$

Vì  $0 \leq x < 1$  nên  $x+3 < 4 \Rightarrow \sqrt{x+3} < 2$ .

Suy ra  $\sqrt{x+3} + \sqrt{x} < 3. \quad (3)$

Từ (2) và (3) suy ra phương trình đã cho không có nghiệm  $0 \leq x < 1$ .

Vậy phương trình có tập nghiệm là  $S = \{1\}$ .

## II. Phương pháp dựa về tổng các lũy thừa bậc chẵn bằng 0

### Bài toán 3. Giải phương trình

$$4\sqrt{x+1} = x^2 - 5x + 14 \quad (\text{Đề thi THPT chuyên KHTN Hà Nội năm học 2001 - 2002}).$$

**Lời giải.** ĐKXĐ  $x \geq -1$ .

$$\begin{aligned} & \text{Ta có } 4\sqrt{x+1} = x^2 - 5x + 14 \\ & \Leftrightarrow (x+1) - 4\sqrt{x+1} + 4 + x^2 - 6x + 9 = 0 \\ & \Leftrightarrow (\sqrt{x+1} - 2)^2 + (x-3)^2 = 0 \end{aligned}$$

Vì  $x \geq -1$  nên

$$\begin{aligned} & (\sqrt{x+1} - 2)^2 \geq 0; (x-3)^2 \geq 0 \\ & \Rightarrow (\sqrt{x+1} - 2)^2 + (x-3)^2 \geq 0. \end{aligned}$$

Đẳng thức xảy ra khi

$$(\sqrt{x+1} - 2)^2 = (x-3)^2 = 0$$

$\Leftrightarrow x = 3$  (thỏa mãn ĐKXĐ).

Vậy phương trình có tập nghiệm là  $S = \{3\}$ .

#### Bài toán 4. Giải phương trình

$x + 4\sqrt{x+3} + 2\sqrt{3-2x} = 11$  (Đề thi THPT chuyên KHTN Hà Nội năm học 2005 - 2006).

**Lời giải.** ĐKXĐ  $-3 \leq x \leq \frac{3}{2}$ .

Ta có

$$x + 4\sqrt{x+3} + 2\sqrt{3-2x} = 11$$

$$\Leftrightarrow (x+3) - 4\sqrt{x+3} + 4 + (3-2x) - 2\sqrt{3-2x} + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{x+3} - 2)^2 + (\sqrt{3-2x} - 1)^2 = 0$$

Vì  $-3 \leq x \leq \frac{3}{2}$  nên

$$(\sqrt{x+3} - 2)^2 \geq 0; (\sqrt{3-2x} - 1)^2 \geq 0$$

$$\Rightarrow (\sqrt{x+3} - 2)^2 + (\sqrt{3-2x} - 1)^2 \geq 0.$$

Đẳng thức xảy ra khi

$$(\sqrt{x+3} - 2)^2 = (\sqrt{3-2x} - 1)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 1 \text{ (thỏa mãn ĐKXĐ).}$$

Vậy phương trình có tập nghiệm là  $S = \{1\}$ .

### III. Phương pháp sử dụng bất đẳng thức

#### Bài toán 5. Giải phương trình

$$\sqrt{x^2+x-1} + \sqrt{x-x^2+1} = x^2 - x + 2. \quad (1)$$

**Lời giải.** ĐKXĐ  $\begin{cases} x^2 + x - 1 \geq 0 \\ -x^2 + x + 1 \geq 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \leq x \leq \frac{1+\sqrt{5}}{2}.$$

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM ta có

$$\sqrt{(x^2+x-1)\cdot 1} \leq \frac{x^2+x-1+1}{2};$$

$$\sqrt{(-x^2+x+1)\cdot 1} \leq \frac{-x^2+x+1+1}{2}.$$

Suy ra  $\sqrt{x^2+x-1} + \sqrt{x-x^2+1} \leq x+1$ . (2)

Đẳng thức xảy ra khi  $\begin{cases} x^2 + x - 1 = 1 \\ -x^2 + x + 1 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1$ .

Từ (1) và (2) suy ra  $x^2 - x + 2 \leq x + 1$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 \leq 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 1.$$

Thử lại thấy  $x = 1$  thỏa mãn.

Vậy phương trình có tập nghiệm là  $S = \{1\}$ .

### Bài tập

#### Bài 1. Giải phương trình

$$a) \sqrt{x(x-1)} + \sqrt{x(x+2)} = 2\sqrt{x^2};$$

$$b) \sqrt{2x^2 + 8x + 6} + \sqrt{x^2 - 1} = 2x + 2;$$

$$c) \sqrt{x-1} - \sqrt{5x-1} = \sqrt{3x-2}.$$

**Bài 2.** Giải phương trình  $\sqrt{4x+1} = 2x^2 + 2x + 1$  (Đề thi THPT chuyên Hà Tĩnh năm học 2007 - 2008).

**Bài 3.** Giải phương trình  $x^2 - x + 2 = 2\sqrt{x^2 - x + 1}$  (Đề thi THPT chuyên KHTN Hà Nội năm học 2009 - 2010).

#### Bài 4. Giải phương trình

$$4x^2 + 3x + 3 = 4\sqrt{x^3 + 3x^2} + 2\sqrt{2x-1}.$$

#### Bài 5. Giải phương trình

$$\sqrt{x-1} + \sqrt{y-2} + \sqrt{z-3} = \frac{1}{2}(x+y+z-3)$$

(Đề thi học sinh giỏi lớp 9 TP. Hải Phòng năm học 2009 - 2010).

#### Bài 6. Giải phương trình

$$\sqrt{x} + \sqrt{y-z} + \sqrt{z-x} = \frac{1}{2}(y+3) \quad (\text{Đề thi học sinh giỏi lớp 9, TP. Đà Nẵng năm học 2010 - 2011}).$$

**Bài 7.** Giải phương trình  $x^2 + 4x + 5 = 2\sqrt{2x+3}$ .

#### Bài 8. Giải phương trình

$$\sqrt{12 - \frac{3}{x^2}} + \sqrt{4x^2 - \frac{3}{x^2}} = 4x^2 \quad (\text{Đề thi THPT chuyên ĐHNN Hà Nội năm học 2010 - 2011}).$$

$$\text{Bài 9. Giải phương trình } \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{x+1}} + \sqrt{x} = \sqrt{x+9}$$

(Đề thi Olympic 30/4 năm 2007).

#### Bài 10. Giải phương trình

$$\sqrt{2x-3} + \sqrt{5-2x} + 4x - x^2 - 6 = 0.$$

#### Bài 11. Giải phương trình

$$x^2 = \sqrt{x^3 - x^2} + \sqrt{x^2 - x} \quad (\text{Đề thi học sinh giỏi lớp 9 tỉnh Nghệ An năm học 2009 - 2010}).$$

#### Bài 12. Giải phương trình

$$\sqrt{x-1} + \sqrt{3-x} + x^2 + 2x - 3 - \sqrt{2} = 0.$$

#### Bài 13. Giải phương trình

$$\sqrt{3x^2 - 1} + \sqrt{x^2 - x} - x\sqrt{x^2 + 1} = \frac{1}{2\sqrt{2}}(x^2 - x + 4).$$

**Bài 14.** Giải phương trình  $x\sqrt{y-1} + y\sqrt{x-1} = xy$ .

#### Bài 15. Giải phương trình

$$\sqrt{x-2} + \sqrt{4-x} = x^2 - 6x + 11.$$

# ĐỀ DỰ TUYỂN CUỘC THI CÂU LẠC BỘ TOÁN TUỔI THƠ TOÀN QUỐC 2017



NKC

**Question 1.** The value of number  $a$  such that the remainder of the division of  $f(x) = 16x^3 - 6x^2 - 2ax + 4 - 5a$  by  $g(x) = 2x + 1$  equal to 4 is:

- A.  $-\frac{1}{12}$     B.  $-\frac{1}{8}$     C.  $\frac{1}{12}$     D.  $-\frac{7}{8}$

**Question 2.** The total sum of all integers  $x$  such that the value of expression  $P = \frac{x^2 - 2x + 3}{x - 2}$  is an integer is:

- A. 8    B. 10    C. -4    D. -8

**Question 3.** Given two distinct non-zero numbers  $a, b$  such that  $a^2 - ab - 2b^2 = 0$ . The value of expression  $\frac{(a-2b)(a+4b)}{a^2 - 4b^2}$  is:

- A.  $\frac{3}{2}$     B. 3    C.  $\frac{5}{3}$     D.  $\frac{3}{2}$  or 3

**Question 4.** Given  $x + 3y = 7$  and  $x^2 + 9y^2 = 65$ .

Then, the value of expression  $\frac{x^3}{27} + y^3$  is:

- A.  $\frac{511}{27}$     B.  $\frac{175}{27}$     C.  $\frac{343}{27}$     D.  $\frac{455}{27}$

**Question 5.** Given two numbers  $a, b$  such that  $a < b < 0$  and  $a(a-3) + b(b+3) = 2ab + 28$ . Then, the value of  $a - b$  is:

- A. 7    B. 3    C. -4    D. -11

**Question 6.** The total sum of all roots of the equation  $(x^2 - 6x - 1)^2 + 4(x^2 - 6x) - 64 = 0$  is:

- A. 9    B. 8    C. 6    D. 0

**Question 7.** Which of the following equations is equivalent to the equation  $|2x - 1| = |x^2 - x + 1|$ ?

- A.  $\frac{(x^2 - 1)(x^2 - 2x)}{x + 1} = 0$     B.  $|2x + 1| = |x^2 + x - 1|$

C.  $\frac{(x^2 - 1)(x^3 - 4x)}{x + 2} = 0$     D.  $(x^2 - x)(x^2 - 4) = 0$

**Question 8.** Given the inequality  $\frac{x-1}{2} - \frac{4x+2}{3} < 5$ . Which of the following statements is wrong?

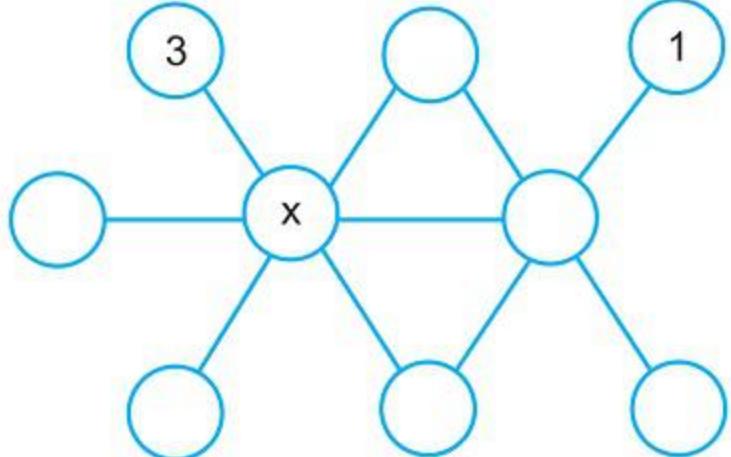
- A. The inequality's set of solutions is  $S = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x > -\frac{37}{5} \right\}$ ;  
 B. All numbers  $x > 2$  are the solutions of the inequality;  
 C. All numbers  $x > -8$  are not the solutions of the inequality;  
 D. The inequality has positive solutions.

**Question 9.** Given numbers  $a, b, c$  such that  $-1 \leq a, b, c \leq 3$  and  $a + b + c = 5$ . Then, the largest value of  $P = a^2 + b^2 + c^2$  is:

- A. 9    B. 11    C.  $\frac{25}{3}$     D. 19

**Question 10.** In the diagram, each of the integers 1 through 9 is placed in one circle so that the integers in every straight row of three joined circles add to 18. The 3 and 1 have been filled in. The value of the number represented by  $x$  is:

- A. 5    B. 7    C. 8    D. 9



(Xem tiếp trang 27)



MUA

Ô

TÔ

VŨ THÀNH NAM

Giá cơ bản của một chiếc xe được nhà sản xuất xác định dựa trên nguyên liệu, công lao động, công quản lý, chi phí quảng cáo và bao gồm lợi nhuận của đại lý bán hàng.

Giá đề xuất là giá cơ bản cộng với giá của các thiết bị tùy chọn thêm vào.

Ta còn phải cộng thêm thuế bán hàng, phí vận chuyển, phí chuẩn bị xe, lệ phí đăng kí xe vào giá đề xuất.

Tổng tất cả các loại giá, thuế, phí sẽ là giá bán của chiếc xe.

Ví dụ bảng sau ghi một số giá cơ bản và giá của một số thiết bị tùy chọn phổ biến (giá tính theo USD trong một năm cụ thể).

	Cỡ nhỏ	Hạng trung	Thể thao	Hạng sang
<b>Giá cơ bản</b>	14,075	16,120	28,335	24,385
<b>Bảo hành (nhựa / da)</b>	189	189	189	189
<b>Cửa sổ trời</b>	390	390	390	390
<b>Chống trộm</b>	985	1150	1150	1265
<b>Dán kính</b>	120	120	130	140
<b>Đài FM</b>	255	165	có sẵn	có sẵn
<b>Đầu CD</b>	285	285	285	285
<b>Phanh trợ lực</b>	130	145	có sẵn	có sẵn
<b>Bảo hành sơn</b>	390	390	390	có sẵn
<b>Khóa cửa điện</b>	Không có	130	180	230
<b>Vô lăng chỉnh vị trí</b>	Không có	120	150	có sẵn

Một số từ thường gặp khi đọc hướng dẫn

*base price*

giá cơ bản

*sticker price*

giá đề xuất

*selling price*

giá bán

*compact*

loại xe nhỏ (một đầu)

*sedan*

xe hạng trung (hai đầu)

*sport coupe*

xe thể thao

*luxury*

xe hạng sang

*5 years vinyl / leather protection*

bảo hành 5 năm nhựa / da

*sun roof*

cửa sổ trời

*theft deterrent*

chống trộm

*tinted glass*

dán kính

*AM - FM stereo radio*

đài AM - FM

*CD player*

đầu CD

*power brakes*

thanh trợ lực

*5 years paint & chrome protection*

bảo hành 5 năm sơn và mạ

*power windows*

cửa kính chỉnh điện

*power door locks*

khóa cửa điện

*automatic transmission*

hộp số tự động

*rear window defogger*

sưởi kính sau

*tilt steering wheel*

vô lăng chỉnh vị trí

*unavailable*

không có

*standard*

có / có sẵn / trang bị tiêu chuẩn





**Bài 13NS.** Giải phương trình  $\sqrt{\frac{1-x}{x}} = \frac{2x+x^2}{1+x^2}$ .

LƯU LÝ TƯỞNG (GV. THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, Phú Thọ)

**Bài 14NS.** Cho các số thực dương a, b, c. Chứng minh rằng

$$\frac{b+c}{a^2} + \frac{c+a}{b^2} + \frac{a+b}{c^2} \geq 2\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right).$$

CAO NGỌC TOẢN

(GV. THPT Tam Giang, Phong Điền, Thừa Thiên - Huế)

**Bài 15NS.** Cho tam giác ABC với các đường phân giác trong AN và BP cắt nhau tại Q. Biết rằng QPCN là tứ giác nội tiếp. Tính tỉ số  $\frac{PQ}{PN}$ .

NGUYỄN THÙY MINH VƯƠNG

(GV. THCS Nhơn Lộc, An Nhơn, Bình Định)

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{x+3}+3} + \frac{1}{\sqrt[3]{(x+2)^2} + 2\sqrt[3]{x+2} + 4} - 1 \leq -\frac{1}{3} < 0.$$

Do đó  $(1) \Leftrightarrow x-6=0 \Leftrightarrow x=6$  (thỏa mãn ĐKXĐ).

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất  $x=6$ .

**Nhận xét.** Bạn có lời giải đúng: *Phan Thị Như Quỳnh*, 8/3, THCS Nguyễn Thị Minh Khai, Cam Ranh, Khánh Hòa.

**Bài 9NS.** Không mất tính tổng quát, giả sử

$\hat{A} \geq 90^\circ$ . HẠ BH  $\perp$  AC. Ta có

$$\begin{aligned} a^2 &= BC^2 = CH^2 + BH^2 = (CA + AH)^2 + BH^2 \\ &\geq AC^2 + AH^2 + BH^2 = AC^2 + AB^2 = b^2 + c^2. \end{aligned}$$

Do đó  $a^2 \geq b^2 + c^2$ . Ta có

$$\begin{aligned} (a^2 + b^2 + c^2) &\left( \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \right) \\ &= 1 + a^2 \left( \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \right) + \frac{b^2 + c^2}{a^2} + (b^2 + c^2) \left( \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \right) \\ &\geq 1 + a^2 \cdot \frac{4}{b^2 + c^2} + \frac{b^2 + c^2}{a^2} + 4 \\ &= 5 + \frac{3a^2}{b^2 + c^2} + \left( \frac{a^2}{b^2 + c^2} + \frac{b^2 + c^2}{a^2} \right) \geq 5 + 3 + 2 = 10. \end{aligned}$$

**Nhận xét.** Trường hợp  $\hat{A} = 90^\circ$  thì  $H \equiv A$ . Lời giải trên vẫn đúng. Bạn có lời giải đúng: *Phan Thị Như Quỳnh*, 8/3, THCS Nguyễn Thị Minh Khai, Cam Ranh, Khánh Hòa.

**Chỉ có một bạn được thưởng kỉ này:**  
*Phan Thị Như Quỳnh*, 8/3, THCS Nguyễn Thị Minh Khai, Cam Ranh, Khánh Hòa.

NGUYỄN HIỆP

## Kết quả (TTT2 số 172)

### Cuộc thi giải toán

#### dành cho nữ sinh

**Bài 7NS.** Ta có  $(a+b)^2 - (a^2 + b^2) = 2ab$

Vì  $a+b \in \mathbb{Z}$  và  $a^2 + b^2 \in \mathbb{Z}$  nên  $2ab \in \mathbb{Z}$ . (1)

Ta lại có  $(a^2 + b^2)^2 - (a^4 + b^4) = 2a^2b^2$ .

Mà  $a^2 + b^2 \in \mathbb{Z}$ ,  $a^4 + b^4 \in \mathbb{Z}$  nên  $2a^2b^2 \in \mathbb{Z}$ .

Do đó  $\frac{(2ab)^2}{2} \in \mathbb{Z}$ , suy ra  $(2ab)^2 : 2$ . (2)

Từ (1) và (2) suy ra  $2ab : 2 \Rightarrow ab \in \mathbb{Z}$ .

Do đó  $a^6 + b^6 + 2a^3b^3$

$= (a^2 + b^2)^3 - 3(ab)^2(a^2 + b^2) + 2(ab)^3 \in \mathbb{Z}$ .

**Nhận xét.** Các bạn tham gia giải bài này đều mắc sai lầm: Từ  $P, Q \in \mathbb{Z}$  và  $P \in \mathbb{Z}$  suy ra  $Q \in \mathbb{Z}$ .

**Bài 8NS.** ĐKXĐ  $x \geq -3$ .

$$(\sqrt{x+3}-3)+(\sqrt[3]{x+2}-2)=x-6$$

$$\Leftrightarrow \frac{x-6}{\sqrt{x+3}+3} + \frac{x-6}{\sqrt[3]{(x+2)^2} + 2\sqrt[3]{x+2} + 4} = x-6$$

$$\Leftrightarrow (x-6) \left[ \frac{1}{\sqrt{x+3}+3} + \frac{1}{\sqrt[3]{(x+2)^2} + 2\sqrt[3]{x+2} + 4} - 1 \right] = 0. \quad (1)$$

$$\text{Ta có } \frac{1}{\sqrt[3]{(x+2)^2} + 2\sqrt[3]{x+2} + 4} = \frac{1}{(\sqrt[3]{x+2}+1)^2 + 3} \leq \frac{1}{3}.$$



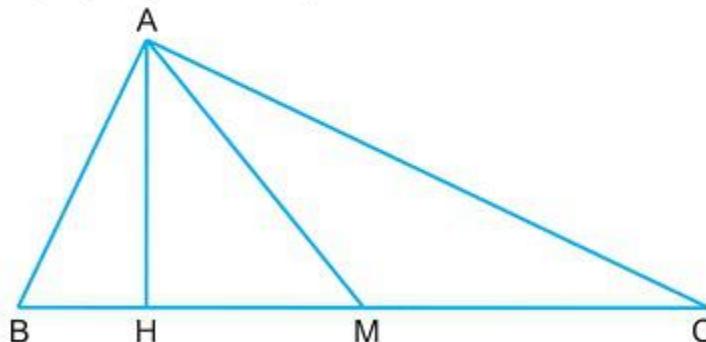


# BẠN CÓ Ý KIẾN GÌ KHÔNG?

Sai ở đâu?  
Sửa cho đúng

**Bài toán.** Cho tam giác ABC vuông tại A, với đường cao AH. Biết rằng BC = 10 cm, AH = 4 cm. Tính độ dài đoạn thẳng BH.

Một bạn học sinh đã giải như sau:



Vẽ AM là đường trung tuyến của tam giác ABC.

$$\text{Ta có } AM = \frac{BC}{2} = 5 \text{ (cm)}.$$

Vì tam giác HAM vuông tại H nên theo định lí Pythagore ta có

$$AH^2 + HM^2 = AM^2$$

$$\text{Suy ra } HM^2 = AM^2 - AH^2 = 5^2 - 4^2 = 9.$$

$$\text{Do đó } HM = 3 \text{ (cm)}.$$

$$\text{Mà } BH + HM = BM = \frac{BC}{2}.$$

$$\text{Do đó } BH = 5 - 3 = 2 \text{ (cm)}.$$

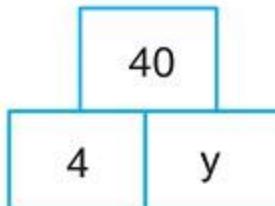
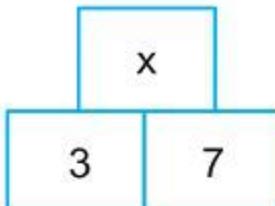
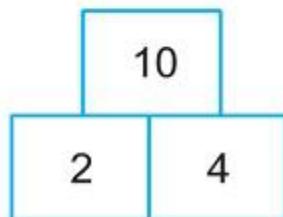
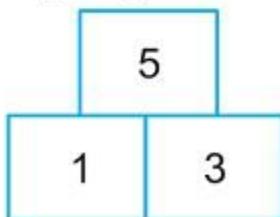
Bạn có ý kiến gì nữa về lời giải này.

NGUYỄN ĐỨC TẤN (TP. Hồ Chí Minh)

## Đề dự tuyển ...

(Tiếp theo trang 24)

**Question 11.** Given the diagram below where  $x$  and  $y$  are positive integers.



The value of  $x + y$  is:

- A. 17      B. 37      C. 45      D. 50

**Question 12.** Given a convex polygon with sum of all internal angles is  $1980^\circ$ . Which of the following statements is right?

- A. The number of the polygon's sides is divisible by 3.
- B. The number of the polygon's sides is not a prime.
- C. The number of the polygon's diagonals is divisible by 5.
- D. The number of the polygon's vertices is square.

**Question 13.** The area of rhombus ABCD is  $34.56 \text{ cm}^2$  and the sum of two diagonals is 16.8 cm. The length of a rhombus's side is:

- A. 3.0cm    B. 4.0cm    C. 5.0cm    D. 6.0cm

**Question 14.** Given the rectangular ABCD with  $\widehat{ABD} = 15^\circ$ ,  $BD = 10 \text{ cm}$ . The area of the rectangular ABCD is:

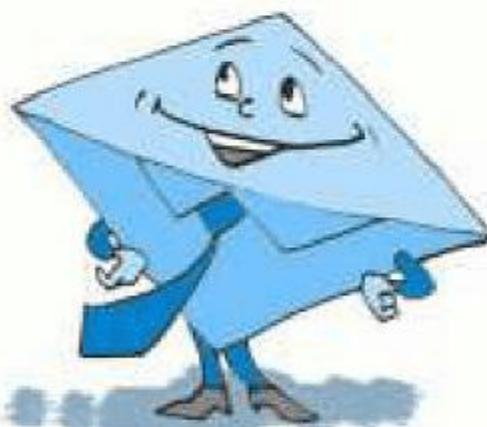
- A.  $25\sqrt{3} \text{ cm}^2$     B.  $25 \text{ cm}^2$     C.  $50 \text{ cm}^2$     D.  $50\sqrt{3} \text{ cm}^2$

**Question 15.** Given regular - hexagon ABCDEF. Two diagonals BD, CF intersect at K. The ratio of the equilateral FKDE's area to the triangle BCK's area is:

- A.  $2\sqrt{3} : 1$     B.  $3\sqrt{3} : 2$     C. 4 : 1    D. 5 : 1

**Question 16. Solve the following problem**

There is a 20 m long rope. We cut a segment from the rope to create a rectangular with the length which is two times the width. The remaining of the rope is created a square. Find the length of the cut segment such that the sum of two figures' area is the smallest.





# $x$ \* 25 10 \* $y$ KÍ HIỆU TOÁN HỌC VÀ NĂM RA ĐỜI $+$ $\cdot$ $\div$ $\sqrt{\phantom{x}}$ $\sqrt[3]{\phantom{x}}$ $\approx$ $\neq$

BÌNH NAM HÀ (*Sưu tầm*)

Lần đầu tiên L. Pacioli (người Italia) đã dùng  $\tilde{p}$  để chỉ phép toán cộng và  $\tilde{m}$  để chỉ phép toán trừ vào cuối thế kỷ XV. (Sở dĩ dùng các kí hiệu đó là vì *plus* là *cộng*, *minus* là *trừ* theo tiếng latin).

Kí hiệu + (cộng) do Rudolff dùng năm 1524 và – (trừ) cũng do Rudolff dùng cùng năm đó.

Oughtred dùng kí hiệu  $\times$  (nhân) năm 1631.

Kí hiệu  $\cdot$  (nhân) là của Leibniz dùng năm 1684.

Cũng Leibniz đưa ra kí hiệu : (chia) năm 1684.

Kí hiệu  $a^2$ ,  $a^3$ ,  $a^n$  là của Descartes đưa ra năm 1637.

Rudolff năm 1525 đưa ra kí hiệu  $\sqrt{\phantom{x}}$ ,  $\sqrt[3]{\phantom{x}}$  (căn bậc hai, căn bậc ba).

Năm 1718 Bernoulli đưa ra cách viết  $f(x)$  để chỉ hàm số.

Dấu = (bằng nhau) là công của Record đề xướng (năm 1557).

Dấu  $>$ ,  $<$  (lớn hơn, nhỏ hơn) được dùng năm 1631 bởi Harriot.

Kí hiệu  $\equiv$  (trùng nhau) là của Gauss từ năm 1801.

Kí hiệu // (song song) là của Oughtred từ năm 1677.

Kí hiệu  $\perp$  (vuông góc) là của Erigon vào năm 1634.

Harriot dùng  $\neq$  (khác) vào năm 1631 và  $\approx$  (gần đúng) cũng vào năm đó ...





**ĐỀ THI  
CÂU LẠC BỘ TTT**

NGUYỄN ĐỨC TẤN  
VŨ THÀNH NAM (dịch)

**Kì 9**

**CLB46.** Given the real numbers  $a$ ,  $b$ , and  $c$  such that  $abc \neq 0$  and  $a+b+c=0$ . Find the value of the following expression.

$$M = \frac{ab}{a^2 + b^2 - c^2} + \frac{bc}{b^2 + c^2 - a^2} + \frac{ca}{c^2 + a^2 - b^2}.$$

**CLB47.** Find the minimum value of the expression

$$A = |x-3| + |x-5| + |x-7| + |x-9|.$$

**CLB48.** Given 100 positive integers 1, 2, 3, ..., 100. How many ways are there to put the numbers into 7 groups such that in each group, the largest number is equal to  $\frac{1}{3}$  of the sum of the rest of the numbers?

**CLB49.** How many pairs of integers  $(a, b)$  satisfy that  $a^3 - b^3 = 123123$ .

**CLB50.** Given a right triangle with the right angle at  $A$  and  $AB < AC$ . Let  $D$  be a point on the side  $AC$  such that  $\angle DBC = 45^\circ$ . Draw  $DE$  perpendicular to  $BC$  at  $E$ . Find the measure of  $\angle BAE$ .

.....

**Kết quả**

(TTT2 số 172)

*Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ*

**CLB36.** Ta có  $n^2 - 440 = k^2$  (với  $k$  là số nguyên dương).

Suy ra  $440 = (n+k)(n-k)$ . Vì  $n+k$  và  $n-k$  cùng tính chẵn lẻ nên chúng cùng là số chẵn và  $n+k > n-k$ .

Thử các trường hợp ta được  $n = 21, 27, 57, 111$ .

**CLB37.** Ta có  $6xy + 4x - 9y - 7 = 0$

$$\Leftrightarrow (2x-3)(3y+2) = 1.$$

Vì  $1 = 1.1 = (-1).(-1)$  nên thử các trường hợp ta được  $(x, y) = (1, -1)$ .

**CLB38.** Giả sử  $f(x) = x^3 - x - 1 = (x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$ .

Suy ra  $x_1 + x_2 + x_3 = 0$ ;  $x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1 = -1$  và  $x_1x_2x_3 = 1$ .

Khi đó

$$T = \frac{1+x_1}{1-x_1} + \frac{1+x_2}{1-x_2} + \frac{1+x_3}{1-x_3} = \frac{A}{(1-x_1)(1-x_2)(1-x_3)}.$$

Trong đó

$$A = 3 - (x_1 + x_2 + x_3) - (x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1) + 3x_1x_2x_3 = 3 - 0 - (-1) + 3.1 = 7.$$

Ta lại có  $f(1) = (1-x_1)(1-x_2)(1-x_3)$ .

Từ đó  $T = -7$ .

**CLB39.** Ta có  $4p^8 - 8p^2 = 992$ .

$$\text{Suy ra } 4p^2(p^6 - 2) = 992 = 4.2^2.62.$$

Do đó  $p = 2$ .

**CLB40.** Ta có  $792 = 8.9.11$ .

Do đó số  $\overline{13xy45z}$  chia hết cho 8, 9 và 11.

Suy ra  $x = 8$ ,  $y = 0$ ,  $z = 6$ .



Các bạn sau có lời giải tốt được thưởng kì này: **Nghiêm Thị Mai Phương**, 8A1, THCS Thị trấn Chờ, Yên Phong, **Bắc Ninh**; **Triệu Hồng Ngọc**, 8A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; **Vũ Nam Tiến Anh**, 7/6, THCS Nguyễn Văn Trỗi, Cam Nghĩa, Cam Ranh, **Khánh Hòa**; **Nguyễn Thu Hiền**, 7A3, THCS Thị trấn Kỳ Sơn, Kỳ Sơn, **Hòa Bình**; **Nguyễn Văn Hồng Phúc**, 9A, THCS Kiến Quốc, Kiến Thụy, **Hải Phòng**;

Các bạn sau được khen kì này: **Nguyễn Mạnh Kiên**, 8A1, THCS Yên Phong, Yên Phong; **Nguyễn Minh Hiển**, 8A1, THCS Nguyễn Đăng Đạo, TP. Bắc Ninh, **Bắc Ninh**; **Nguyễn Tuấn Minh**, 7A1, THCS Nam Hà, Q. Kiến An, **Hải Phòng**.

**NGUYỄN NGỌC HÂN**



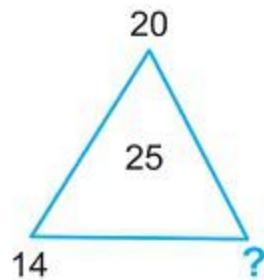
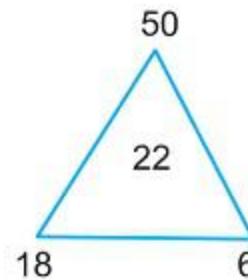
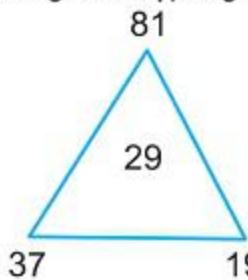
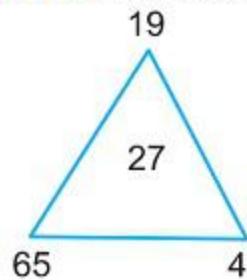


## Kì này SỐ NÀO?

**Bài 1.** Tim số tiếp theo của dãy số:

3; 4; 6; 8; 12; 14; 18; ...

**Bài 2.** Điền vào chỗ trống cho hợp lôgic.



TẠ THẬP (TP. Hồ Chí Minh)

## Kết quả → SỐ NÀO THÍCH HỢP?

(TTT2 số 172)

**Quy luật.** **Bài 1.** Xét các số theo chiều ngược lại của chiều quay kim đồng hồ, bắt đầu từ số 1, mỗi số được nhân với 4 rồi trừ đi lần lượt 1; 3; 5; 7 để được số tiếp theo. Do đó

$$? = 117 \times 4 - 9 = 459.$$

**Bài 2.** Tổng các chữ số của các số trên hàng ngang, trên cột dọc đều bằng 15 và các số trong bảng đều là số có hai chữ số. Số cần tìm phải là số có hai chữ số và tổng hai chữ số bằng 1. Do đó  
?  
= 10.

**Nhận xét.** Quy luật kì này tương đối khó. Chỉ có một số ít bạn tìm ra đúng quy luật.

Xin trao thưởng cho các bạn: Vũ Minh Khải, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, Phú Thọ; Nguyễn Trường An, 8A1, THCS thị trấn Chờ; Nguyễn Đăng Bắc, 8A3, THCS Yên Phong, Yên Phong, Bắc Ninh.

Các bạn sau được tuyên dương: Đặng Công Quang, 8A3, THCS Yên Phong, Yên Phong, Bắc Ninh; Đào Thành Dung, 8A1, THCS Chất lượng cao Mai Sơn, Mai Sơn, Sơn La.

NGUYỄN XUÂN BÌNH

Điều đó có nghĩa là  $OJ \perp EF$ .



Nhận xét

Bài toán này khó, chỉ có bạn Nguyễn Lê Anh Thư, 8<sup>1</sup>, THCS Nguyễn Văn Trỗi, Cam Nghĩa, Cam Ranh, Khánh Hòa tham gia giải. Lời giải của bạn Anh Thư tương tự với lời giải trên.

NGUYỄN MINH HÀ

## ĐƯỢC THƯỞNG KÌ NÀY

Thi giải toán qua thư

Trần Quang Tài, 8A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, Bắc Ninh; Nguyễn Tuấn Dương, 6A5, THCS Chu Văn An, Ngô Quyền, Hải Phòng; Nguyễn Thiên Phúc Anh, 7B, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, Nghệ An; Vũ Nam Tiến Anh, 7/6, Nguyễn Lê Anh Thư, 8<sup>1</sup>, THCS Nguyễn Văn Trỗi, Cam Nghĩa, Cam Ranh, Khánh Hòa; Vũ Minh Khải, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, Phú Thọ; Dương Hải Lâm, 7A, THCS Đào Sư Tích, Trực Ninh, Nam Định; Văn Đinh Nam, 8A1, THCS Nguyễn Hồng Lễ, Sầm Sơn, Thanh Hóa; Phạm Đức Trí, 6A2; Đặng Ngọc Linh, 6A1, THCS Giảng Võ, Ba Đình, Hà Nội; Đào Ngọc Hải Đăng, 8A, THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên, Vĩnh Phúc; Võ Nguyễn Thảo Uyên, 7A6, THCS Thốt Nốt, Q. Thốt Nốt, Cần Thơ.

## Kết quả giải toán...

(Tiếp theo trang 18)

Kết hợp với tứ giác OPJQ nội tiếp, ta có  $\widehat{AFL} = \widehat{OPQ} = \widehat{OJQ} = \widehat{OJN}$ .

Do đó tứ giác LFNJ nội tiếp.

Từ đó, chú ý rằng  $\widehat{FNJ} = 90^\circ$ , suy ra  $\widehat{FLJ} = 90^\circ$ .



**Hỏi:** Anh Phó ơi! Em có thể tham gia viết bài cho những chuyên mục nào trên TTT ạ?

NGUYỄN KHÁNH LINH  
(7A1, THCS Yên Phong, Yên Phong,  
Bắc Ninh)

**Đáp:**

Trù Thi giải qua thư  
Trù mục ghi Thách đấu  
Đề thi Câu lạc bộ  
Đều dành cho thầy cô  
Còn tất cả các trang  
Học sinh đều viết được  
Nhưng điều kiện nhớ trước  
Không được chép ở đâu  
Tự mình nghĩ trong đầu  
Thấy hay thì gửi báo



**Hỏi:** Anh Phó ơi! Tại sao anh lại trả lời câu hỏi của các bạn bằng thơ ạ? Có chuyên mục nào mà TTT đặt câu hỏi để các bạn trả lời bằng thơ không?

TRẦN TIẾN ĐẠT

(8A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, Phú Thọ)

**Đáp:**

Nhàn thi mới viết thành thơ  
Nếu bạn anh viết một tờ bằng văn  
Thơ, văn đừng có băn khoăn  
Miễn là nói đúng điều anh cần bàn  
Báo mình cũng đã nhiều lần  
Ra đề cho bạn đọc toàn bằng thơ  
Hoặc đề không phải bằng thơ  
Nhưng yêu cầu giải bằng thơ cả bài



**Hỏi:** Anh Phó ơi! Chuyên mục Thế cờ giải thế nào ạ? Em vẫn chưa rõ lắm.

ĐẶNG QUANG ANH  
(6A, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường,  
Vĩnh Phúc)

**Đáp:**

Em hỏi anh chị lớn  
Đã biết đánh cờ Vua  
Hay là hỏi thầy cô  
Giảng cho mình biết nước  
Nếu mà nhờ ai được  
Mua quyển sách dạy cờ  
Trên báo Toán Tuổi thơ  
Đất cho cờ dành ít  
Không dạy được từ đầu

ANH PHÓ

PHIẾU  
ĐĂNG KÍ  
THAM DỰ  
CUỘC THI  
GTQT  
NĂM HỌC  
2017-2018



## CÁC LỚP 6 & 7

**Bài 1(175).** Với  $n$  là số nguyên dương thì số  $A = 19 \cdot 2^{3n} + 17$  là số nguyên tố hay hợp số? Vì sao?

LÊ THANH BÌNH

(GV. THCS Thị trấn Lập Thạch,  
Lập Thạch, Vĩnh Phúc)

**Bài 2(175).** Cho tam giác ABC với các đường phân giác AD và BE. Biết  $\frac{\widehat{EDC}}{\widehat{ADE}} = \frac{\widehat{DEC}}{\widehat{BED}}$ . Chứng minh rằng ABC là tam giác cân.

NGUYỄN BÁ ĐANG

(Hà Nội)

## CÁC LỚP THCS

**Bài 3(175).** Giải phương trình

$$13\sqrt{x^2 - x^4} + 9\sqrt{x^2 + x^4} = 16.$$

NGUYỄN NGỌC HÙNG

(GV. THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, Hà Tĩnh)

**Bài 4(175).** Cho các số thực dương  $a, b, c$  thỏa mãn  $abc = 1$ . Chứng minh rằng

$$\frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{c} + \frac{c^2}{a} \geq \frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a}.$$

CAO MINH QUANG

(GV. THPT chuyên Nguyễn Bỉnh Khiêm,  
Vĩnh Long)

**Bài 5(175).** Xét  $n$  điểm trên mặt phẳng sao cho các điểm đó không cùng nằm trên một đường thẳng và cứ 3 điểm bất kì không thẳng hàng trong các điểm đó lập thành một tam giác vuông. Hỏi số nguyên dương  $n$  lớn nhất thỏa mãn điều kiện trên là bao nhiêu?

VŨ ĐÌNH HÒA

(GV. ĐH Sư phạm Hà Nội)

**Bài 6(175).** Cho đường tròn  $(O)$  với BC là một dây không phải là đường kính. Xét điểm A trên cung lớn BC của đường tròn  $(O)$  sao cho ABC là tam giác nhọn. Gọi H là trực tâm của tam giác ABC. Đường trung trực

của AH cắt AB, AC theo thứ tự tại M và N. Chứng minh rằng số đo  $\widehat{MON}$  không đổi khi điểm A di động trên cung lớn BC của đường tròn  $(O)$ .

THÂN VĂN CHƯƠNG

(GV. THCS Võ Như Hưng, TX. Điện Bàn,  
Quảng Nam)

## SOLVE VIA MAIL COMPETITION QUESTIONS

Translated by Nam Vũ Thành

**Q1(175).** Let  $n$  be a positive integer. Is the number  $A = 19 \cdot 2^{3n} + 17$  a prime number or a composite number? Why?

**Q2(175).** Given a triangle ABC and its angle bisectors AD and BE. Given that  $\frac{\angle EDC}{\angle ADE} = \frac{\angle DEC}{\angle BED}$ , prove that ABC is an isosceles triangle.

**Q3(175).** Solve the following equation.

$$13\sqrt{x^2 - x^4} + 9\sqrt{x^2 + x^4} = 16.$$

**Q4(175).** Given positive real numbers  $a, b$ , and  $c$  such that  $abc = 1$ . Prove that

$$\frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{c} + \frac{c^2}{a} \geq \frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a}.$$

**Q5(175).** Consider  $n$  points on a plane such that they are not all on a straight line, and any 3 points that are not collinear form a right triangle. What is the largest positive integer  $n$  that satisfies the above condition?

**Q6(175).** Given a circle  $(O)$  and a chord BC that is not a diameter. Consider a point A on the major arc BC of the circle  $(O)$  such that ABC is an acute triangle. Let H be the orthocenter of the triangle ABC. The perpendicular bisector of the line segment AH intersects AB and AC at M and N, respectively. Prove that the measure of  $\angle MON$  does not change when the point A moves along the major arc BC of the circle  $(O)$ .

**PHIẾU  
ĐĂNG KÍ  
THAM DỰ  
CUỘC THI  
GTQT  
NĂM HỌC  
2017-2018**



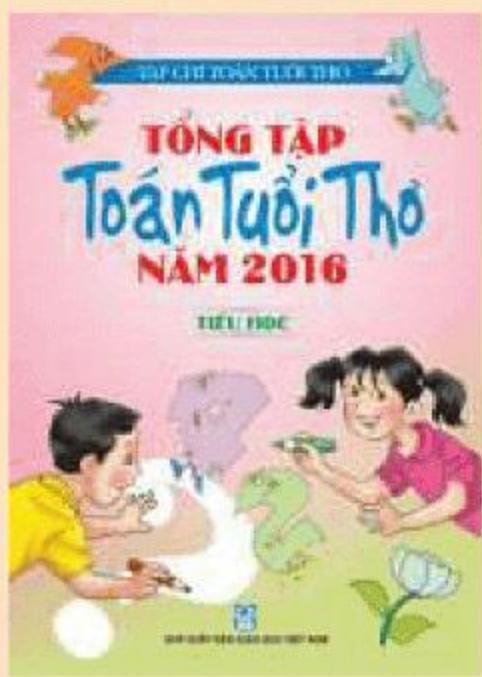
# BÔNG SEN ĐÁ

Cao Bằng có thác Bản Giốc, danh thắng nổi tiếng của biên giới phía Bắc nước ta. Gần đó còn có động Nguồm Ngao, dịch nghĩa là tiếng hổ gầm. Hai địa danh này khá gần nhau. Đến Nguồm Ngao bạn gặp động như Phong Nha (Quảng Bình) với vô vàn hình khối thiên tạo lạ, đẹp. Điều đặc biệt là những cánh ruộng bậc thang làm từ sự ngưng đọng của đá vôi theo nước nhỏ giọt từ ngàn đời. Bất ngờ hơn cả là Bông sen ngược với cánh mềm mại giống 100% bông sen thật. Chỉ có điều đây là bông sen đá tức là do nhũ đá, do Trời và Đất tạo nên. Bạn hãy viết bài tả vẻ đẹp của tạo hóa này. Bạn hãy một lần đến để được chiêm ngưỡng vẻ kì thú có một không hai này.

MORIS VŨ Ảnh: VKT



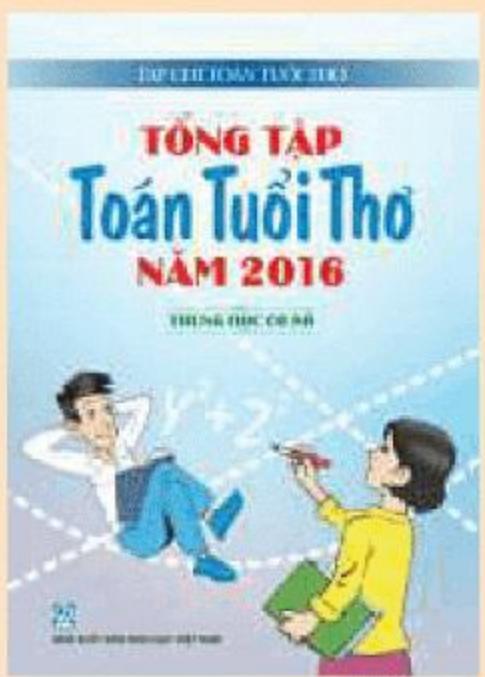
## Bạn đã có TỔNG TẬP TOÁN TUỔI THƠ NĂM 2016 ?



- Đóng tập 12 số tạp chí cả năm 2016.
- Đóng bìa cứng.
- Tiện tra cứu cho thầy cô.
- Bồi dưỡng học sinh giỏi.
- Lưu trữ trong thư viện.
- Quà tặng học sinh giỏi.
- Giá bìa: 170000 đồng.

Tạp chí còn có tổng tập các năm 2013, 2014.

Các bạn có nhu cầu hãy liên hệ theo số điện thoại 024 35682701.



**Giấy phép xuất bản:** số 31/GP-BVHTT, cấp ngày 23/1/2003 của Bộ Văn hóa và Thông tin.

**Mã số:** 8BTT175M17. **In tại:** Công ty cổ phần in Công Đoàn Việt Nam, 167 Tây Sơn, Đống Đa, Hà Nội. In xong và nộp lưu chiểu tháng 10 năm 2017.