

VẬT LÝ PHÓNG XẠ

Tác giả: PGS TRƯỜNG THỊ HỒNG LOAN

Lớp 15KTH+15VLYK+15VLHN

Trình bày bìa: Vũ Quang Nguyên - 1523030

11.01.2018

1823030

$$\text{Đô ph} \text{ Đ} = XS \text{ ph} \text{ut} \text{ Đ}$$

LỜI NÓI ĐẦU

Các quá trình phân rã phóng xạ và các tính toán lý thuyết liên quan đến xác suất biến chuyển trong mỗi loại phân rã phóng xạ là những kiến thức nền tảng của chuyên ngành vật lý hạt nhân, từ đó các môn học khác được triển khai. Môn học về cơ sở vật lý đối với các quá trình phân rã phóng xạ từ lâu đã được giảng dạy cho sinh viên năm thứ ba chuyên ngành Vật lý Hạt nhân và hiện nay bổ sung thêm với ngành Kỹ thuật hạt nhân. Đây là môn học nền tảng không thể thiếu cho sinh viên chuyên ngành. Giáo trình Vật lý phóng xạ do đó là cần thiết cho việc giảng dạy cho sinh viên và học viên cao học chuyên ngành Vật lý Hạt nhân và Kỹ thuật Hạt nhân tại trường Đại học Khoa học Tự nhiên Thành phố Hồ Chí Minh.

Giáo trình cung cấp kiến thức cơ sở cho người học về các tính chất và quy luật của các quá trình phân rã phóng xạ cơ bản như phân rã alpha, beta và dịch chuyển gamma cũng như các mô hình tính toán lý thuyết xác suất biến chuyển trong mỗi phân rã dựa trên nền tảng của cơ học lượng tử và điện động lực học lượng tử. Nội dung giáo trình bao gồm bốn chương:

Chương 1 trình bày tổng quan về hiện tượng phân rã phóng xạ, các tính chất, quy luật và đặc trưng của các quá trình phân rã phóng xạ từ đơn giản (phóng xạ đơn) đến phức tạp (phóng xạ chuỗi), giới thiệu phương trình Bateman để giải quyết bài toán phóng xạ chuỗi. Từ các kiến thức này sinh viên có thể vận dụng trong việc tính toán hoạt độ phóng xạ của mẫu, các kiến thức về cân bằng chuyển tiếp và thế kỷ, cũng như hiểu biết cẩn kẽ các quy luật phân rã phóng xạ giúp người học có thể chọn lựa điều kiện và chỉ tiêu phân tích tối ưu trong phân tích phóng xạ môi trường.

Chương 2 tổng quan về phóng xạ alpha, các phương pháp xác định năng lượng phóng xạ alpha bằng từ phô kế, các phả hê nhân phát alpha, hệ thống hóa năng lượng phóng xạ alpha, trình bày lý thuyết tính toán xác suất phân rã phóng xạ alpha trong mô

hình hổ thê vuông góc kết hợp với rào thê Coulomb dựa trên nền tảng của cơ học lượng tử.

Chương 3 tổng quan về dịch chuyển phóng xạ gamma, các đặc trưng về tính đặc, momen góc của bức xạ, trình bày tính toán xác suất dịch chuyển gamma dựa trên điện động lực học lượng tử.

Chương 4 giới thiệu về phân rã phóng xạ phát beta, bắt đầu từ việc quan sát sự vi phạm các định luật bảo toàn năng lượng, động lượng và spin đưa ra giả thuyết về neutrino, sử dụng thuyết phóng xạ beta của Fermi để tính toán xác suất biến chuyển trong phân rã β^- , β^+ và bắt electron.

Mỗi chương đều có ví dụ minh họa và các bài tập để rèn luyện kiến thức lý thuyết cũng như tính ứng dụng vào thực tế cho người học. Các chương được viết tổng quan về phóng xạ nói chung ở chương 1 và đi chuyên sâu tính toán lý thuyết cụ thể cho từng loại phân rã phóng xạ cơ bản ở chương 2, 3 và 4 giúp cho người học đi từ dễ đến khó, từ tổng quát đến chi tiết hỗ trợ cho việc ứng dụng cũng như nghiên cứu lý thuyết cho các môn học tiếp theo.

Giáo trình này được biên soạn phiên bản đầu tiên nên không tránh khỏi thiếu sót. Nhóm tác giả mong nhận được ý kiến đóng góp của quý đồng nghiệp để giáo trình được hoàn thiện hơn trong những lần tái bản sau. Thay mặt nhóm tác giả xin chân thành cảm ơn Ban xuất bản đã bỏ công chỉnh sửa và in ấn, chân thành cảm ơn Đại học Quốc Gia Thành phố Hồ Chí Minh đã hỗ trợ kinh phí cho việc xuất bản.

Truong Thị Hồng Loan

MỤC LỤC

Chương 1. Đại cương về phân rã phóng xạ	8
1.1. Giới thiệu và lịch sử phát hiện phân rã phóng xạ	8
1.2. Các khái niệm và tính chất của phóng xạ	10
1.2.1. Định nghĩa phóng xạ.....	10
1.2.2. Phóng xạ đơn	11
1.2.3. Bản chất thống kê của hiện tượng phân rã phóng xạ.....	11
1.2.4. Thời gian bán rã và thời gian sống trung bình.....	12
1.2.5. Hoạt độ phóng xạ.....	13
1.2.6. Chồng chập nhiều phóng xạ đơn	15
1.2.7. Phóng xạ chuỗi- Cân bằng phóng xạ	16
1.2.8. Nhân phóng xạ được tạo bởi chiếu xạ hạt nhân.....	22
1.2.9. Phóng xạ chuỗi – Trường hợp tổng quát	23
1.2.10. Tích lũy nhân bền cuối cùng.....	24
1.3. Năng lượng phóng xạ.....	24
1.4. Áp dụng xác định tuổi của Trái đất.....	25
Bài tập chương 1.....	26
Chương 2. Phóng xạ alpha	32
2.1 Giới thiệu và lịch sử phát hiện hạt alpha	32
2.2 Phương pháp xác định động năng của hạt alpha	33
2.3 Cấu trúc tinh tế phỏ alpha	35
2.3.1. Trường hợp 1- Cùng trạng thái đầu nhiều trạng thái cuối	35
2.3.2. Trường hợp 2- Nhiều trạng thái đầu – một trạng thái cuối.....	37
2.4 Phả hệ của các hạt nhân phát alpha	39
2.4.1. Chuỗi thorium (4n)	39
2.4.2. Chuỗi neptunium (4n+1)	40
2.4.3. Chuỗi uranium (4n+2)	41
2.4.4. Chuỗi actinium (4n+3).....	42

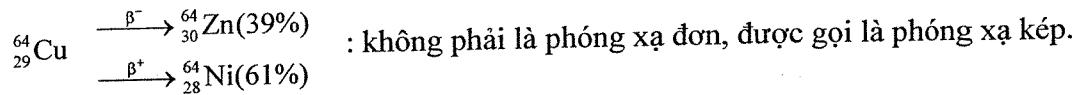
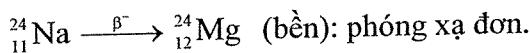
2.5	Sự phụ thuộc của năng lượng phóng xạ theo khối số A.....	44
2.6	Lý thuyết phóng xạ alpha	46
2.6.1.	Hiệu ứng đường hầm	46
2.6.2.	Bài toán phóng xạ alpha với giếng thế hạt nhân chữ nhật và thế Coulomb.....	48
2.6.3.	Xác định bán kính hạt nhân	56
2.6.4.	Định luật Geiger Nutall	57
2.6.5.	Thành công của lý thuyết Gamow	58
	Bài tập chương 2	59
Chương 3. Dịch chuyển gamma	63
3.1	Đại cương	63
3.1.1.	Lịch sử phát hiện – tính chất và nguồn gốc tia γ	63
3.1.2.	Các phương pháp đo năng lượng γ	64
3.1.3.	Năng lượng phóng xạ γ	67
3.2	Lý thuyết phóng xạ gamma	68
3.2.1.	Phản tử ma trận dịch chuyển.....	69
3.2.2.	Mật độ trạng thái cuối.....	71
3.2.3.	Gần đúng đối với photon bước sóng dài.....	72
3.2.4.	Xác suất biến chuyển.....	75
3.2.5.	Các quy tắc lọc lựa.....	82
3.2.6.	Các áp dụng	83
3.2.7.	Trạng thái buộc và trạng thái ảo	85
3.3	Hiện tượng biến đổi nội tại	87
3.3.1.	Hệ số biến đổi nội tại	89
3.3.2.	Xác suất biến đổi nội tại	89
3.2.9.	Biến đổi nội tại đơn cực.....	93
	Bài tập chương 3	96
Chương 4. Phóng xạ beta	102
4.1.	Đại cương	102

4.2. Giả thuyết về neutrino	104
4.3. Sự thất bại của thuyết electron trong nhân	106
4.4. Thuyết phóng xạ beta của Fermi	107
4.4.1. Các giả thuyết cơ bản.....	107
4.4.2. Mô hình bài toán phóng xạ beta của Fermi	107
4.4.3. Dạng phổ năng lượng của beta	109
4.4.4. Hằng số phân rã beta.....	115
4.4.5. Biến chuyển cho phép – Biến chuyển bị cấm – Quy tắc lọc lựa ..	117
4.5. Sự bắt electron	122
4.6. Điều kiện về năng lượng trong các phân rã β	126
4.6.1. Đối với phóng xạ β^-	126
4.6.2. Đối với phóng xạ β^+	127
4.6.3. Đối với bắt electron (EC).....	127
Bài tập chương 4	129
Tài liệu tham khảo	133

1.2.2. Phóng xạ đơn

Phóng xạ đơn là sự tự phân rã của một hạt nhân A₁ (chỉ gồm một loại nhân) để tạo ra một hạt nhân bên A₂ (A₂ có thể y hệt A₁ như trong trường hợp phóng xạ γ và ta loại bỏ trường hợp A₁ tạo ra hai loại hạt nhân A_{2'} và A_{2''} khác nhau).

Ví dụ:



Gọi N(0) là số hạt nhân A₁ hiện hữu lúc t = 0 và N(t) là số hạt nhân A₁ hiện hữu vào thời điểm t.

Giả sử rằng sự thay đổi về số hạt nhân chỉ do sự phóng xạ của A₁ và không có sự tạo thêm hạt nhân A₁ mới. Thí nghiệm chứng tỏ rằng số hạt nhân A₁ phân rã trong đơn vị thời gian tỷ lệ với N(t) hay:

$$\frac{dN(t)}{dt} = -\lambda N(t) \quad \text{Suy ra:} \quad N(t) = N(0) e^{-\lambda t}. \quad (1.1)$$

Hằng số λ là xác suất để một hạt nhân A₁ phân rã trong một đơn vị thời gian và được gọi là hằng số phân rã phóng xạ.

Từ công thức (1.1) có thể suy ra số hạt nhân phân rã từ thời điểm t₁ đến t₂ là

$$N(t_1) - N(t_2) = N(0)(e^{-\lambda t_1} - e^{-\lambda t_2}) \quad (1.2)$$

1.2.3. Bản chất thống kê của hiện tượng phóng xạ

Năm 1905, Von Schweidler đã chứng minh rằng phóng xạ là hiện tượng có tính ngẫu nhiên. Gọi p là xác suất để một hạt nhân A₁ phân rã trong khoảng thời gian Δt, ta có thể chọn Δt khá nhỏ để p tỉ lệ với Δt và nếu sự tự phân rã chỉ là một hiện tượng ngẫu nhiên, p sẽ có cùng một trị số về trung bình đối với tất cả hạt nhân nguyên tử A₁ cùng loại, bất chấp chúng được tạo ra bằng cách nào trước đó. Do đó, ta có thể viết:

$$p = \lambda \cdot \Delta t \quad (1.3)$$

với λ là hằng số đặc trưng của hạt nhân A₁ độc lập với thời gian. Như vậy số hạt nhân không phân rã trong thời gian Δt là:

$$N(\Delta t) = N(0) (1 - \lambda \Delta t) \quad (1.4)$$

với $N(0)$ là số hạt nhân A_1 lúc đầu.

Tương tự, số hạt nhân không phân rã trong khoảng thời gian $2\Delta t$ là:

$$N(2\Delta t) = N(0)(1 - \lambda \Delta t)^2 \quad (1.5)$$

và trong khoảng thời gian $n\Delta t$, số hạt nhân còn lại chưa phân rã là:

$$N(n\Delta t) = N(0)(1 - \lambda \Delta t)^n \quad (1.6)$$

Nếu ta đặt $t = n\Delta t$, ta có:

$$N(t) = N(0) \left(1 - \lambda \frac{t}{n}\right)^n \quad (1.7)$$

Khi $\Delta t \rightarrow 0$, $n \rightarrow \infty$ thì

$$N(t) = N(0) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \lambda \frac{t}{n}\right)^n = N(0)e^{-\lambda t}.$$

Quy luật $N(t) = N(0)e^{-\lambda t}$ gọi là *định luật phân rã phóng xạ đơn*, hay gọi tắt là *định luật phân rã phóng xạ*.

1.2.4. Thời gian bán rã và thời gian sống trung bình

- Thời gian bán rã $T_{\frac{1}{2}}$ của chất phóng xạ là thời gian để số hạt nhân ban đầu phân rã còn một nửa. Ta có:

$$N(T_{\frac{1}{2}}) = N(0)e^{-\lambda T_{\frac{1}{2}}} = \frac{N(0)}{2} \quad (1.8)$$

$$T_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln(2)}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda} \quad (1.9)$$

- Thời gian sống của một hạt nhân nguyên tử là một đại lượng ngẫu nhiên tuân theo quy luật thống kê và được biểu thị bởi giá trị thời gian sống của một tập hợp số lượng lớn hạt nhân nguyên tử tham gia. Thời gian sống của một hạt nhân nguyên tử có thể từ 0 đến ∞ . Để tiện lợi người ta sử dụng khái niệm thời gian sống trung bình của hạt nhân nguyên tử. Nó được định nghĩa như là tổng thời gian sống của các hạt nhân nguyên tử được chia bởi tổng số các hạt nhân nguyên tử hiện diện ban đầu. Với $N(0)$ hạt nhân nguyên tử lúc đầu, số hạt nhân hiện hữu đến thời điểm t là $N(t) = N(0)e^{-\lambda t}$ và số hạt nhân tự rã trong khoảng từ t

đến $t+dt$ là $-dN_t = \lambda N_t dt$. Do đó, xác suất để thời gian sống của một hạt nhân chỉ trong khoảng từ t đến $t+dt$ là $\lambda e^{-\lambda t} dt$.

- Vậy đời sống trung bình τ của một hạt nhân nguyên tử là:

$$\tau = \int_0^{\infty} \lambda e^{-\lambda t} t dt = \frac{1}{\lambda} \quad (1.10)$$

Từ (1.9) và (1.10) suy ra:

$$\tau = \frac{T_{1/2}}{0,693} = 1,44 T_{1/2} \quad (1.11)$$



1.2.5. Hoạt độ phóng xạ

- Hoạt độ phóng xạ $R(t)$ của một chất phóng xạ vào thời điểm t là số hạt nhân nguyên tử của chất đó phân rã trong đơn vị thời gian vào thời điểm t .
- Tương ứng với một đơn vị khối lượng của chất phóng xạ, hoạt độ phóng xạ được gọi là hoạt độ phóng xạ riêng.

Ta có:

$$R(t) = \left| \frac{dN(t)}{dt} \right| = \lambda N_0 e^{-\lambda t} = \lambda N(t) = R(0) e^{-\lambda t} \quad (1.12)$$

Trong đó, $R(0) = \lambda N(0)$ là hoạt độ phóng xạ lúc ban đầu ($t = 0$).

Trong thực tế, người ta không xác định sự thay đổi của $N(t)$ (số hạt nhân nguyên tử còn lại chưa phóng xạ) theo thời gian mà xác định sự thay đổi của $R(t)$ (số hạt nhân nguyên tử phân rã trong một đơn vị thời gian) theo thời gian thông qua các hệ ghi đo bức xạ. Hình 1.1. trình bày quy luật giảm của hoạt độ phóng xạ theo thời gian và các đặc trưng của nó như thời gian bán rã $T_{1/2}$, thời gian sống trung bình τ .

Cách xác định hằng số phân rã phóng xạ λ

- Trường hợp hạt nhân phóng xạ có thời gian bán rã ngắn:

Dùng hệ ghi đo bức xạ ghi số đếm của mẫu vật phân rã ($\alpha, \beta, \gamma, \dots$) trong khoảng thời gian Δt (số hạt này tỉ lệ với $R(t)$) theo thời gian t .

Từ đẳng thức thứ tự của (1.12) suy ra: $\ln R(t) = \ln R(0) - \lambda t \quad (1.13)$

- Nếu vẽ đường biểu diễn của $R(t)/R(0)$ và $\ln R(t)$ theo t trên giấy semilog, ta sẽ có các đường thẳng mà hệ số góc của nó chính là λ .

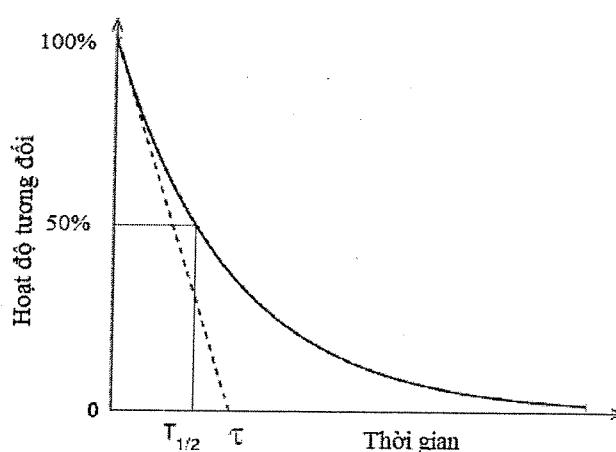
- Chú ý rằng giá trị của tham số λ có thể được xác định tốt hơn bằng kỹ thuật khớp bình phương tối thiểu.

2. Trường hợp nhân phóng xạ có thời gian bán rã dài:

Chúng ta sẽ sử dụng đẳng thức thứ ba của (1.12), $R(0) = \lambda N(0)$ và suy ra:

$$\lambda = R(0)/N(0) \quad (1.14)$$

Trong đó $R(0)$ có được từ việc đo đặc hoạt độ mẫu vật phóng xạ; $N(0)$ được tính từ khối lượng m của chất phóng xạ quan tâm: $N(0) = \frac{m}{A} N_A$, $N_A = 6,023 \cdot 10^{23}$ nguyên tử/mol (số Avogadro).



Hình 1.1. Quy luật giảm của hoạt độ phóng xạ theo thời gian và các đặc trưng của nó [6].

Hoạt độ trong một giây

Khi thời gian sống nhỏ hơn 1 giây, cách sử dụng định nghĩa (1.12) sẽ cho kết quả không tốt (overestimate) do thời gian quá ngắn để đo tốc độ phân rã trong một đơn vị thời gian (thường là một giây). Công thức sau đây giúp xác định hoạt độ trong một giây tốt hơn:

$$R(1s) = \int_0^1 \lambda N dt = N(0)(1 - e^{-\lambda}) \quad (1.15)$$

Với $N(0)$ là số nguyên tử ở thời gian ban đầu $t = 0$. Đối với hoạt độ riêng R_{sp} , $N(0)$ là số nguyên tử trong một đơn vị khối lượng hoặc trong một đơn vị thể tích.

Ví dụ: hoạt độ riêng trong một giây tính trên một đơn vị khối lượng là 1g:

$$R_{sp} = \frac{N_A(1 - e^{-\lambda})}{A} \quad (1.16)$$

Với A là số khối của nguyên tố đang khảo sát. N_A là số Avogadro.

Đơn vị của hoạt độ phóng xạ: hai đơn vị chính để đo hoạt độ phóng xạ là:

- Becquerel (Bq): 1Bq tương ứng với một phân rã trong một giây (decay per second – dps).
- Curie (Ci): $1\text{ Ci} = 3,7 \times 10^{10}\text{ Bq}$ chính là số phân rã quan sát được của 1 g radium.
 - Quy ước quốc tế sử dụng (Bq) như là đơn vị đo hoạt độ phóng xạ trong hệ SI.
 - Hoạt độ phóng xạ riêng (R_{sp}): để thuận lợi trong việc đánh giá hoạt độ phóng xạ của các mẫu vật, trong thực tế người ta cần biểu diễn hoạt độ phóng xạ trong một đơn vị khối lượng hay hoạt độ phóng xạ trong một đơn vị thể tích gọi là hoạt độ phóng xạ riêng. Ví dụ trong đánh giá hoạt độ phóng xạ môi trường rắn thường dùng đơn vị (Bq/kg) hay bội số của nó, trong đánh giá hoạt độ phóng xạ môi trường dạng khí hoặc lỏng người ta thường dùng (Bq/ℓ) hoặc bội số của nó.

1.2.6. Chồng chập của nhiều phóng xạ đơn

a. Nhiều loại phóng xạ đơn của cùng một nhân - phóng xạ kép

Trong phần trước, ta không đề cập đến cách phân rã của hạt nhân nguyên tử A_1 . Tuy nhiên, hạt nhân A_1 có thể phân rã theo các cách khác nhau để tạo ra các nguyên tố mới A'_2 , A''_2 , ... khác nhau. Ta gọi đó là *phóng xạ kép*.

Để đơn giản, ta giả sử rằng các cách phóng xạ thành phần D' , D'' , ... cũng là phóng xạ đơn. Trong một đơn vị thời gian, số hạt nhân nguyên tử A_1 phân rã do cách phóng xạ D' vào thời điểm t là

$$-\left(\frac{dN(t)}{dt}\right)_{D'} = \lambda' N(t) \quad (1.17)$$

và do các cách phóng xạ D'' là

$$-\left(\frac{dN(t)}{dt}\right)_{D''} = \lambda'' N_t(t) \quad (1.18)$$

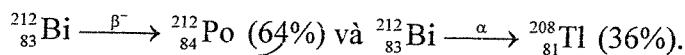
Vậy tổng số hạt nhân A_1 phân rã trong một đơn vị thời gian do các cách phóng xạ khác nhau là:

$$-\frac{dN(t)}{dt} = -\left(\frac{dN(t)}{dt}\right)_{D'} - \left(\frac{dN(t)}{dt}\right)_{D''} = (\lambda' + \lambda'') N(t) \quad (1.19)$$

Suy ra

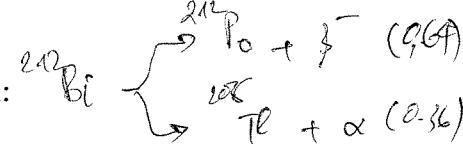
$$N(t) = N(0) e^{-\lambda t} \quad \text{với } \boxed{\lambda = \lambda' + \lambda''}. \quad (1.20)$$

Ví dụ: Hạt nhân $^{212}_{83}\text{Bi}$ có hai khả năng phân rã: phân rã phát β^- cho ra $^{212}_{84}\text{Po}$ với tỷ số phân nhánh (branching ratio) $f = 64\%$ và phát α cho ra $^{208}_{81}\text{Tl}$ với tỷ số phân nhánh $f' = 36\%$.



Vì $\lambda = \lambda' + \lambda''$, dễ thấy rằng tỷ lệ phân nhánh có thể được tính bởi:

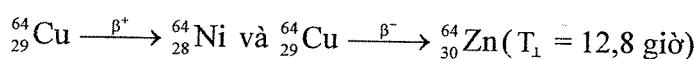
$$f = \frac{\lambda'}{\lambda} = 0,64 \text{ và } f' = \frac{\lambda''}{\lambda} = 0,36.$$



hoặc khi biết tỷ lệ phân nhánh, thời gian bán rã $T_{\frac{1}{2}}$, ta sẽ biết được λ và do đó suy ra λ' và λ'' .

b. Phóng xạ do hỗn hợp nhiều loại hạt nhân khác nhau

Ta thường gặp một chất phóng xạ gồm nhiều đồng vị phóng xạ kết hợp lại, ví dụ như đồng Cu ($Z = 29$) có hai đồng vị phóng xạ:



Hoạt độ phóng xạ chung của nguồn phóng xạ khi đó là tổng số hoạt độ phóng xạ của các đồng vị phóng xạ thành phần.

1.2.7. Phóng xạ chuỗi - Cân bằng phóng xạ

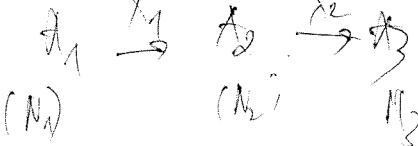
Trong nhiều trường hợp, một hạt nhân phóng xạ A_1 phân rã để tạo ra hạt nhân A_2 với hằng số phóng xạ λ_1 , hạt nhân A_2 lại phân rã để sinh ra hạt nhân A_3 với hằng số phóng xạ λ_2 (trường hợp A_3 bền, ta có $\lambda_3 = 0$).

Vào thời điểm t , các phương trình để xác định số hạt nhân $N_1(t)$ của A_1 và $N_2(t)$ của A_2 là

$$\frac{dN_1(t)}{dt} = -\lambda_1 N_1(t) \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \quad \frac{dN_2(t)}{dt} = \lambda_1 N_1(t) - \lambda_2 N_2(t) \quad (1.21.a)$$

$$\frac{dN_2(t)}{dt} = \lambda_1 N_1(t) - \lambda_2 N_2(t) \quad (1.21.b)$$

Giả sử khi $t = 0$ có $N_1(0)$ hạt nhân A_1 và $N_2(0) = 0$ hạt nhân A_2 . Nghiệm của phương trình (1.21.a) là



$$N_1(t) = N_1(0)e^{-\lambda_1 t} \quad (1.22)$$

và nghiệm tổng quát của (1.21.b) là

$$N_2(t) = N_1(0) \left(h_1 e^{-\lambda_1 t} + h_2 e^{-\lambda_2 t} \right) \quad (1.23)$$

với h_1, h_2 là hai hằng số.

Đưa (1.22) và (1.23) vào (1.21), ta được

$$N_1(0) \left(-\lambda_1 h_1 e^{-\lambda_1 t} - \lambda_2 h_2 e^{-\lambda_2 t} \right) = \lambda_1 N_1(0) e^{-\lambda_1 t} - \lambda_2 N_1(0) \left(h_1 e^{-\lambda_1 t} + h_2 e^{-\lambda_2 t} \right)$$

Suy ra:
$$h_1 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} \quad (1.24)$$

Vì $N_2(0) = 0$ nên $h_2 = -h_1$.

Vậy nghiệm của (1.21.b) là:

$$N_2(t) = N_1(0) \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{-\lambda_1 t} + \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} e^{-\lambda_2 t} \right) \quad (1.25)$$

Hay
$$N_2(t) = N_1(0) \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} \left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t} \right) \quad (1.26)$$

Hoạt độ phóng xạ của A_1 và A_2 là:

$$R_1(t) = \lambda_1 N_1(t) = N_1(0) \lambda_1 e^{-\lambda_1 t} \quad (1.27)$$

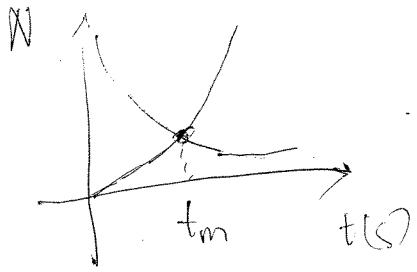
$$\begin{aligned} R_2(t) &= \lambda_2 N_2(t) = N_1(0) \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}) \\ &= R_1(t) \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} [1 - e^{-(\lambda_2 - \lambda_1)t}] \end{aligned} \quad (1.28)$$

Thời điểm cân bằng lý tưởng

Từ (1.26), ta thấy $N_2(t) = 0$ khi $t = 0$ và khi $t \rightarrow \infty$, do đó có một thời điểm t_m để $N_2(t)$ có trị số cực đại tương ứng với $\frac{dN_2(t)}{dt} = 0$ hay

$$\lambda_1 e^{-\lambda_1 t_m} = \lambda_2 e^{-\lambda_2 t_m} \quad (1.29)$$

Vậy trị số của t_m là:



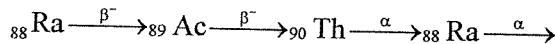
$$t_m = \frac{\ln(\lambda_2 / \lambda_1)}{\lambda_2 - \lambda_1} = \tau_2 \frac{T_{\frac{1}{2},1}}{T_{\frac{1}{2},1} - T_{\frac{1}{2},2}} \ln \frac{T_{\frac{1}{2},1}}{T_{\frac{1}{2},2}} \quad (1.30)$$

với $T_{\frac{1}{2},1}$ và $T_{\frac{1}{2},2}$ là thời gian bán rã của hạt nhân A_1 và hạt nhân A_2 .

Vào thời điểm $t = t_m$, hoạt độ phóng xạ của số hạt nhân mẹ chưa phân rã bằng hoạt độ phóng xạ của hạt nhân con tích lũy từ đầu ($t = 0$) và trị số chung của hoạt độ phóng xạ vào thời điểm t_m là:

$$\begin{aligned} R_1(t_m) &= \lambda_1 N_1(t_m) = N_1(0) \lambda_1 e^{\frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} \ln \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right)} \\ &= N_1(0) \lambda_1 \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right)^{\frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1}} = N_1(0) \lambda_1 \left(\frac{T_{\frac{1}{2},2}}{T_{\frac{1}{2},1}} \right)^{\frac{T_{\frac{1}{2},1}}{T_{\frac{1}{2},1} - T_{\frac{1}{2},2}}} \end{aligned} \quad (1.31)$$

Lúc đó, ta nói có “cân bằng lý tưởng” và cân bằng này chỉ xảy ra vào thời điểm t_m . Hình 1.2 minh họa sự thay đổi của hoạt độ phóng xạ hạt nhân mẹ $R_1(t)$ và hoạt độ phóng xạ của hạt nhân con $R_2(t)$ theo thời gian và thời điểm cân bằng lý tưởng t_m trong phân rã sau đây:



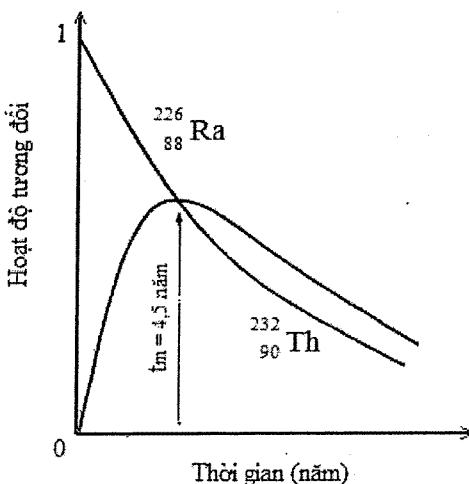
Trong đồ thị trực tung là hoạt độ phóng xạ tương đối của hạt nhân mẹ ${}_{88}\text{Ra}$ và hạt nhân con ${}_{90}\text{Th}$ so với hoạt độ phóng xạ của hạt nhân mẹ lúc ban đầu $t = 0$.

Chú ý rằng khi $0 < t < t_m$, hoạt độ phóng xạ của hạt nhân nguyên tử mẹ lớn hơn hoạt độ phóng xạ của hạt nhân nguyên tử con: $R_1(t) > R_2(t)$ và khi $t_m < t < \infty$, hoạt độ phóng xạ của hạt nhân nguyên tử mẹ nhỏ hơn hoạt độ phóng xạ của hạt nhân nguyên tử con: $R_1(t) < R_2(t)$.

Từ (1.28) suy ra tỷ số giữa hoạt độ phóng xạ của hạt nhân nguyên tử con và của hạt nhân nguyên tử mẹ là:

$$r = \frac{\lambda_2 N_2(t)}{\lambda_1 N_1(t)} = \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} \left[1 - e^{-(\lambda_2 - \lambda_1)t} \right] \quad (1.32)$$

Chú ý rằng khi $t = 0$ ta có $r = 0$, khi $t = t_m$ ta có $r = 1$.



Hình 1.2. Thời điểm cân bằng lý tưởng t_m [2].

Thí dụ trường hợp: $^{131}\text{Te} \xrightarrow[T_{\frac{1}{2}}=1,25\text{ngày}]{\beta^-} ^{131}\text{I} \xrightarrow[T_{\frac{1}{2}}=8\text{ngày}]{\beta^-} ^{131}\text{Xe}$ có cân bằng lý tưởng giữa ^{131}I và

^{131}Te vào thời điểm $t_m = 95$ giờ ≈ 4 ngày.

Ta phân biệt các trường hợp sau đây:

a. **Trường hợp $\lambda_1 > \lambda_2$ hay $T_{\frac{1}{2},1} < T_{\frac{1}{2},2}$ (Nguyên tử con sống lâu hơn) - Sự không cân bằng**

Công thức (1.32) có thể được viết lại:

$$r = \frac{\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} \left[e^{(\lambda_1 - \lambda_2)t} - 1 \right] \quad (1.33)$$

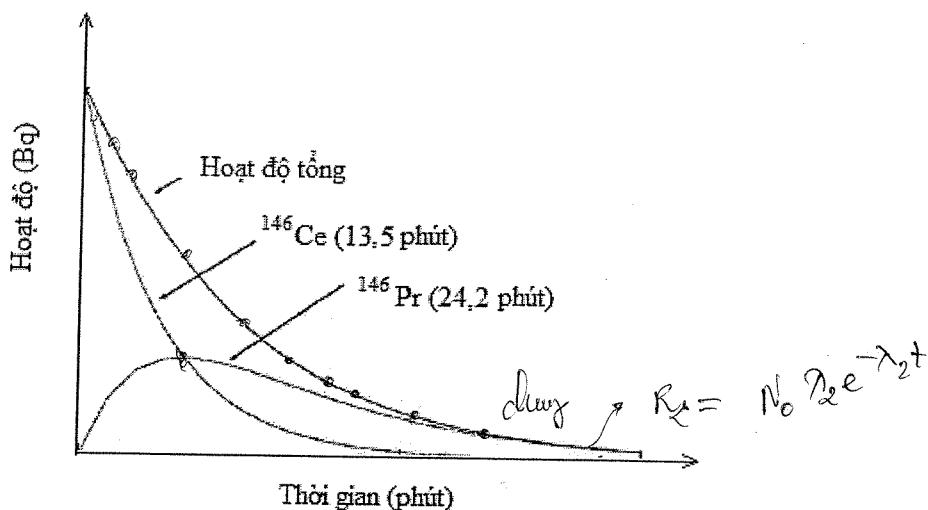
Từ (1.33) ta nhận thấy tỷ số r tăng liên tục từ 0 đến ∞ theo t .

Trong trường hợp $\lambda_1 \gg \lambda_2$ hay $T_{\frac{1}{2},1} \ll T_{\frac{1}{2},2}$ và sau một khoảng thời gian t khá dài:

$$t \gg \frac{1}{\lambda_2 - \lambda_1} \quad (\text{Lý thuyết}) \quad R_2(t) \approx N_1(0) \lambda_2 e^{-\lambda_2 t} \quad (1.34)$$

Hoạt độ phóng xạ của hạt nhân con trở thành độc lập với hạt nhân mẹ: số $N_1(0)$ hạt nhân nguyên tử mẹ A_1 lúc đầu có đời sống ngắn, nhanh chóng phân rã tạo ra $N_1(0)$ hạt nhân nguyên tử con A_2 có đời sống rất dài, để rồi các hạt nhân nguyên tử con này lại phân hủy với chu kỳ riêng $T_{\frac{1}{2},2}$ theo định luật (1.34). Hình 1.3 trình bày quy luật phân rã phóng xạ và sự không cân bằng giữa hạt nhân mẹ ^{146}Ce và hạt nhân con ^{146}Pr trong phân rã

$^{146}_{58}\text{Ce} \longrightarrow ^{146}_{59}\text{Pr} + \beta^- + \bar{\nu}$. Đồ thị cũng cho thấy hoạt độ tổng cộng tiến về hoạt độ của hạt nhân con khi thời gian đủ lâu do đồng vị mẹ ^{146}Ce phân rã hết.



Hình 1.3. Sự không cân bằng giữa hạt nhân mẹ ^{146}Ce và con ^{146}Pr [4].

b. Trường hợp $\lambda_1 < \lambda_2$ hay $T_{\frac{1}{2},1} > T_{\frac{1}{2},2}$ (Nguyên tử con sống ngắn hơn)

Biểu thức (1.33) được sử dụng lại:

$$r = \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} \left[1 - e^{-(\lambda_2 - \lambda_1)t} \right] \quad (1.35)$$

Trong trường hợp này, r tăng liên tục từ zero (khi $t = 0$) đến trị số giới hạn (khi $t \rightarrow \infty$):

$$r_\infty = \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} = \frac{T_{\frac{1}{2},1}}{T_{\frac{1}{2},1} - T_{\frac{1}{2},2}} > 1 \text{ không đổi} \quad (1.36)$$

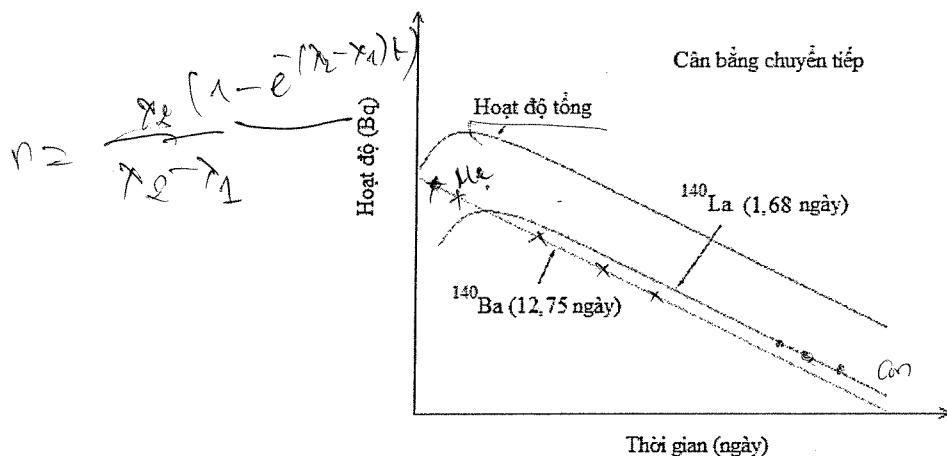
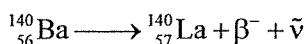
Cân bằng chuyển tiếp

Trên thực tế, r đạt đến trị số giới hạn trong khoảng thời gian t khá lớn so với $\frac{1}{\lambda_2 - \lambda_1}$

và ta nói có sự *cân bằng chuyển tiếp* khi đạt đến $r_\infty = \frac{T_{\frac{1}{2},1}}{T_{\frac{1}{2},1} - T_{\frac{1}{2},2}}$ = hằng số. Lúc đó hoạt độ phóng xạ của hạt nhân mẹ và hoạt độ phóng xạ của hạt nhân con duy trì tốc độ không thay đổi tương đối so với nhau (hoạt độ phóng xạ theo thời gian có dạng đường song song). Trong trường hợp này có thể tính hoạt độ phóng xạ của hạt nhân mẹ bằng hoạt độ phóng xạ của hạt nhân con chia cho r_∞ .

$$R_1(t) = \frac{R_2(t)}{r_\infty} = \frac{R_2(t)(T_{\frac{1}{2},1} - T_{\frac{1}{2},2})}{T_{\frac{1}{2},1}} \quad (1.37)$$

Hình 1.4 trình bày quy luật phân rã và sự cân bằng chuyển tiếp giữa hoạt độ phóng xạ của hạt nhân mẹ ^{140}Ba và hoạt độ phóng xạ của hạt nhân con ^{140}La trong phân rã



Hình 1.4. Sự cân bằng chuyển tiếp giữa mẹ ^{140}Ba và con ^{140}La [4].

Dữ liệu cho thấy sau thời gian hơn 10 ngày hoạt độ phóng xạ của hạt nhân mẹ ^{140}Ba thay đổi song song (duy trì tốc độ đều đặn) với hoạt độ phóng xạ của hạt nhân con ^{140}La .

Cân bằng thế kỷ

Trong trường hợp $\lambda_1 \ll \lambda_2$ hay $T_{\frac{1}{2},1} \gg T_{\frac{1}{2},2}$, hệ thức (1.28) trở thành:

$$R_2(t) = R_1(t)(1 - e^{-\lambda_2 t})$$

$$\text{Và khi } t \gg \frac{1}{\lambda_2} = \tau_2 \text{ ta có } R_2(t) = R_1(t) \text{ hay } r_\infty = 1. \quad (1.38)$$

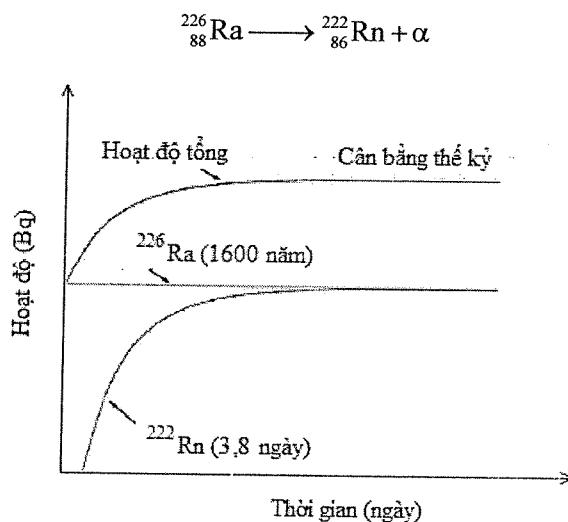
Lúc này ta có *sự cân bằng trường kỷ (cân bằng thế kỷ)* giữa hạt nhân nguyên tử con và hạt nhân nguyên tử mẹ. Hiện tượng xảy ra như là hạt nhân nguyên tử con phân rã với cùng chu kỳ của hạt nhân nguyên tử mẹ. Trong trường hợp này có thể tính toán hoạt độ phóng xạ của hạt nhân mẹ thông qua tính toán hoạt độ phóng xạ của hạt nhân con. Ngoài ra trong chuỗi phân rã liên tiếp nếu đạt trạng thái cân bằng thế kỷ có thể bỏ qua việc khảo sát các hạt nhân con

trung gian (đang ở trạng thái cân bằng với hạt nhân mẹ cần phân tích) để tiếp tục khảo sát các hạt nhân khác tiếp theo trong chuỗi phân rã hoặc hạt nhân bền cuối cùng.

Thí dụ để đánh giá hoạt độ của ^{238}U (thời gian bán rã $4,5 \times 10^9$ năm) sử dụng hệ phổ kê gamma, ta có thể sử dụng các năng lượng tia gamma 63,3 keV hoặc 92,6 keV phát ra từ hạt nhân con trực tiếp phát alpha của nó là ^{234}Th (thời gian bán rã 24,1 ngày) hoặc năng lượng tia gamma 1001 keV của hạt nhân con phát beta $^{234}\text{Pa}^m$ (thời gian bán rã 11,7 phút).

Tương tự để đánh giá hoạt độ của ^{226}Ra (thời gian bán rã 1600 năm) có thể sử dụng năng lượng gamma của con cháu dưới radon ^{222}Rn (thời gian bán rã 3,8 ngày) như: 242 keV, 295 keV, 352 keV của ^{214}Pb (thời gian bán rã 26,8 phút) hoặc 609 keV và 1765 keV của ^{214}Bi (thời gian bán rã 19,9 phút).

Hình 1.5. trình bày quy luật phân rã và sự cân bằng thế kỷ giữa hoạt độ phóng xạ của hạt nhân mẹ ^{226}Ra và hoạt độ phóng xạ của hạt nhân con ^{222}Rn trong phân rã sau đây:



Hình 1.5. Sự cân bằng thế kỷ giữa mẹ ^{226}Ra và con ^{222}Rn [4].

Dữ liệu cho thấy sau thời gian hơn 25 ngày hoạt độ phóng xạ của hạt nhân mẹ ^{226}Ra thay đổi cùng tốc độ với hoạt độ phóng xạ của hạt nhân con ^{222}Rn .

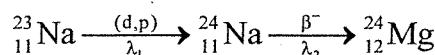
1.2.8. Nhân phóng xạ được tạo bởi chiếu xạ hạt nhân

Xét phản ứng chiếu xạ deuterion lên bia $^{23}_{11}\text{Na}$ để tạo $^{24}_{11}\text{Na}$ phóng xạ sau đây



Gọi $N_1(0)$ là số nguyên tử bia ^{23}Na được chiếu xạ bởi chùm deutron và gọi λ_1 là xác suất để trong một đơn vị thời gian, một nguyên tử ^{23}Na biến thành ^{24}Na . Như vậy các nguyên tử bia ^{23}Na có thể được xem như nguyên tử mẹ A_1 với hoạt độ phóng xạ $\lambda_1 N_1(0)$ để tạo ra nguyên tử con ^{24}Na . Do đó ta có thể viết: $A_1 \xrightarrow{\lambda_1} A_2 \xrightarrow{\lambda_2} A_3$.

Tương ứng với



Xác suất λ_1 để tạo phản ứng ^{23}Na (d, p) ^{24}Na rất nhỏ nhưng số nguyên tử bia là rất lớn, và theo toán học $\lambda_1 N_1(0)$ có trị số xác định khi $\lambda_1 \rightarrow 0$ và $N_1(0) \rightarrow \infty$. Thường thì một lượng không đáng kể nguyên tử bia bị biến đổi trong phản ứng $N_1(t) = N_1(0)e^{-\lambda_1 t}$ nên số nguyên tử bia còn lại được xem như vẫn bằng $N_1(0)$. Tuy nhiên, trong vài trường hợp ngoại lệ, có một số lượng đáng kể nguyên tử bia bị biến đổi trong sự tạo ra nguyên tử phóng xạ plutonium do bắn lâu dài chùm tia dày đặc neutron vào uranium. Trong phản ứng ^{23}Na (d, p) ^{24}Na , hoạt độ phóng xạ ^{24}Na sau một thời gian chiếu xạ, có thể được cho bởi:

$$R(^{24}\text{Na}) = \lambda_1 N_1(0)(1 - e^{-\lambda_2 t}) \quad (\text{vì } \lambda_1 \ll \lambda_2) \quad (1.39)$$

1.2.9. Phóng xạ chuỗi -Trường hợp tổng quát

Với n phóng xạ chuỗi liên tiếp để tạo ra nguyên tử cuối cùng A_{n+1} bền ($\lambda_{n+1} = 0$), ta sẽ phải giải hệ thống phương trình Bateman:

$$\begin{aligned} \frac{dN_1(t)}{dt} &= -\lambda_1 N_1(t) \\ \frac{dN_2(t)}{dt} &= +\lambda_1 N_1(t) - \lambda_2 N_2(t) = R_1(t) - R_2(t) \\ &\dots \\ \frac{dN_n(t)}{dt} &= \lambda_{n-1} N_{n-1}(t) - \lambda_n N_n(t) = R_{n-1}(t) - R_n(t) \\ \frac{dN_{n+1}(t)}{dt} &= \lambda_n N_n(t) \end{aligned} \quad (1.40)$$

Với điều kiện ban đầu $N_1(0) \neq 0$, $N_p(0) = 0$, $\forall p \geq 2$, ta có nghiệm của hệ thống phương trình (1.40) là:

$$N_p(t) = N_1(0) \sum_{i=1}^p h_i e^{-\lambda_i t} \quad (1.41)$$

với

$$h_i = \frac{\prod_{j=1}^{p-1} \lambda_j}{\prod_{j \neq i}^p (\lambda_j - \lambda_i)} \quad (1.42)$$

$$\text{Hiện nhiên ta có: } \sum_{1 \leq p \leq n+1} N_p(t) = N_1(0), \text{ ở mọi thời điểm.} \quad (1.43)$$

1.2.10. Tích lũy của nhân bền sau cùng

Công thức tổng quát để tính số hạt nhân con phóng xạ vào thời điểm t cũng được áp dụng để tính số hạt nhân con bền sau cùng với hằng số phóng xạ tương ứng triệt tiêu.

Ví dụ:

Nếu A_1 phân rã để tạo nhân A_2 bền, áp dụng công thức (1.26) với $\lambda_2 = 0$, ta có

$$N_2(t) = N_1(0)(1 - e^{-\lambda_1 t}) \quad (1.44)$$

Hệ thức này cho

$$N_1(t) + N_2(t) = N_1(0) \quad (1.45)$$

Các kết quả (1.44) và (1.45) nghiệm lại công thức (1.43).

Và tương tự cho trường hợp tổng quát.

1.3. Năng lượng phóng xạ

Năng lượng phóng xạ Q là năng lượng toàn phần giải phóng ra trong một phân rã phóng xạ. Phân rã phóng xạ là một trường hợp đặc biệt của phản ứng hạt nhân:



ở đó không có hạt tói a và hạt nhân X ở trạng thái nghỉ. Tổng quát ta có:

$$Q = (T_b + T_Y) - (T_a + T_X) = [(M_{nt}^a + M_{nt}^X) - (M_{nt}^b + M_{nt}^Y)]c^2 \quad (1.46)$$

Với T_i là động năng của hạt thứ i và M_{nt}^i là khối lượng nguyên tử của hạt thứ i tương ứng.

Áp dụng cho quá trình phân rã phóng xạ, năng lượng phóng xạ có thể được tính từ khối lượng nguyên tử:

$$Q = (M_{nt}^X - M_{nt}^Y - M_{nt}^b)c^2 \quad (1.47)$$

Với M_{nt}^X, M_{nt}^Y và M_{nt}^b là khối lượng nguyên tử của X, Y , và b .

Ví dụ: Khảo sát sự phân rã của $^{238}_{92}\text{U} \longrightarrow ^{234}_{90}\text{Th} + ^4_2\text{He}$. Năng lượng phóng xạ trong phân rã là:

$$\begin{aligned} Q &= M_{nt}(^{238}\text{U}) - M_{nt}(^{234}\text{Th}) - M_{nt}(^4\text{He}) \\ &= (238,050788 \text{ u}) - (234,043601 \text{ u}) - (4,002603 \text{ u}) \\ &= 0,004584 \text{ u} = 4,27 \text{ MeV}. \end{aligned}$$

Hoặc năng lượng phóng xạ có thể tính từ động năng của hạt sau phân rã:

$$Q = T_b + T_Y \text{ (giả sử nhân bia đúng yên).} \quad (1.48)$$

sẽ được trình bày cụ thể trong các chương sau.

1.4. Xác định tuổi của Trái đất

Có thể xác định tuổi của Trái đất dự vào việc phân tích sự thay đổi thành phần phóng xạ nguyên thủy trong trầm tích của đá gốc sử dụng quy luật phân rã phóng xạ. Do thời gian sống của ^{235}U và ^{238}U khác nhau, chúng ta kỳ vọng tỉ số $^{206}\text{Pb}/^{207}\text{Pb}$ sẽ rất khác với tỉ số uranium lúc ban đầu. Giả sử rằng không có sự mất mát của sản phẩm phóng xạ đóng góp thêm, đặc biệt là khí radon, phương trình cân bằng có thể được viết

$$^{206}\text{N} + ^{238}\text{N} = ^{238}_0\text{N} \quad (1.49)$$

$$^{238}\text{N} = ^{238}_0\text{N} \exp(-\lambda_{238}t) \quad (1.50)$$

Kết hợp hai phương trình trên ta có

$$^{206}\text{N} = ^{238}\text{N} [\exp(\lambda_{238}t) - 1] \quad (1.51)$$

$$\text{Tương tự } ^{207}\text{N} = ^{235}\text{N} [\exp(\lambda_{235}t) - 1] \quad (1.52)$$

Ở đây ^{206}N , ^{207}N , ^{238}N , ^{235}N là số nguyên tử tương ứng sau thời gian t. Hai phương trình (1.51) và (1.52) có thể được sử dụng riêng để xác định t. Một cách khác chúng ta có thể sử dụng tỉ số của chúng

$$\frac{^{206}\text{N}}{^{207}\text{N}} = \frac{^{238}\text{N}}{^{235}\text{N}} \frac{[\exp(\lambda_{238}t) - 1]}{[\exp(\lambda_{235}t) - 1]} \quad (1.53)$$

Sử dụng giá trị $^{235}\text{N}/^{238}\text{N} = 1/139$, $\lambda_{235} = 9,72 \times 10^{-10} / \text{năm}$, $\lambda_{238} = 1,52 \times 10^{-10} / \text{năm}$ và $^{206}\text{N}/^{207}\text{N} = 25$ thời gian t được đánh giá khoảng $2,2 \times 10^9$ năm phù hợp với giá trị được chấp nhận 3×10^9 năm từ nhiều các nghiên cứu khác.

Kết quả được điều chỉnh khi quan tâm đến chì ^{206}Pb đã hiện diện trong mẫu khi nguyên tố được hình thành (độ phổ cập ban đầu). Phương trình bổ sung sẽ là

$$^{206}\text{N} - {}_0^{206}\text{N} = {}^{238}\text{N} [\exp(\lambda_{238}t) - 1] \quad (1.54)$$

Trong số bốn đồng vị chì 204, 206, 207 và 208 thì chì ^{204}Pb duy nhất không thay đổi số lượng của nó theo thời gian vì nó không được tạo ra bởi quá trình phóng xạ nào. Và nó được dùng như là thước đo chì ban đầu trong mẫu được kiểm tra. Một cách hiển nhiên

$$^{204}\text{N} = {}_0^{204}\text{N} \quad (1.55)$$

Chúng ta có thể viết phương trình (1.53) thành

$$\frac{{}^{206}\text{N}}{{}^{204}\text{N}} - \frac{{}^{206}_0\text{N}}{{}^{204}_0\text{N}} = \frac{{}^{238}\text{N}}{{}^{204}\text{N}} [\exp(\lambda_{238}t) - 1] \quad (1.56)$$

Tương tự cho ^{207}N và ^{208}N . Các giá trị điển hình cho tỉ số ${}^{206}\text{N}/{}^{204}\text{N}$ trong phạm vi (15 ÷ 18).

Tỉ số ${}^{206}\text{N}/{}^{204}\text{N}$ được tìm thấy bằng cách giả sử rằng chì tìm thấy trong thiên thạch sắt có cùng tỉ lệ với bốn đồng vị trong chì cổ và sự không thay đổi trong tỉ lệ này có thể là do hàm lượng cực nhỏ trong các thiên thạch này. Sử dụng tỉ số ${}^{206}\text{N}/{}^{204}\text{N} = 9,4$ tuổi trái đất có thể được tìm thấy cỡ $4,5 \times 10^9$ năm. Các quan sát thiên văn từ sự suy thoái của các dải ngân hà cho tuổi trái đất là $3,8 \times 10^9$ năm.

Bài tập chương 1

H(4)

- 1.1. Cho biết một mẫu thử chứa một loại đồng vị phóng xạ có hoạt độ giảm 2,5 lần sau 7,0 ngày. Hãy xác định thời gian bán rã của đồng vị phóng xạ trong mẫu thử. $T = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{\ln 2}{0.0216} = 33.3$
- 1.2. Hoạt độ phóng xạ ban đầu của một hạt nhân được xác định là 650 hạt/phút. Hỏi sau một nửa thời gian bán rã thì hoạt độ phóng xạ sẽ giảm còn bao nhiêu? $g_i = 1,4142$
- 1.3. Một mẫu vật phóng xạ có khối lượng m, hằng số phân rã λ , khối lượng nguyên tử M.

Gọi N_A là số Avogadro, chúng tỏ rằng hoạt độ của mẫu là $\lambda \frac{m \cdot N_A}{M}$. $R(t) = \lambda N(t) = \lambda \frac{m \cdot N_A}{M}$

- 1.4. Xác định tỉ số số hạt nhân ban đầu phóng xạ trong mẫu phân rã suốt khoảng thời gian sống trung bình.

$$e^{-T} = \frac{1}{\lambda}$$

26

4 : 0,

$$N_t = N_0 e^{-\lambda t}$$

- 1.5.** Một mẫu tro của người cổ xưa được tìm thấy có hoạt độ beta là 25,8 phân rã/phút/g được cho là do bởi ^{14}C . Nếu hoạt độ riêng của ^{14}C trong tro của gỗ cây còn sống là 30,6 phân rã/phút/g, hãy đánh giá tuổi của mẫu tro cổ này. Cho biết thời gian sống trung bình của ^{14}C là 8035 năm. 1321 năm
- 1.6.** Để nghiên cứu phân rã beta của ^{23}Mg , một ống đếm được sử dụng đo phân rã này ở thời điểm $t = 0$. Sau thời gian $t_1 = 2,0$ giây ghi được N_1 hạt beta và sau thời gian $t_2 = 3 t_1$ số hạt beta 2,66 lần lớn hơn. Hỏi thời gian sống trung bình của hạt nhân ^{23}Mg là bao nhiêu? $\tau = 15,1 \text{ s}$
- 1.7.** Hãy xác định hoạt độ của $1\mu\text{g} \ ^{224}_{88}\text{Ra}$ (ThX) biết thời gian bán rã của đồng vị này là 3,64 ngày. $= 0,115 \text{ Ci}$
- 1.8.** Trong phép đo phòng thí nghiệm, lá dò bạc được đặt gần nguồn neutron. Phản ứng bạc ^{107}Ag bắt neutron tạo ^{108}Ag phóng xạ beta với thời gian bán rã 2,4 phút. Hỏi lá dò cần chiếu xạ bao lâu để có hoạt độ đạt 98% hoạt độ cực đại? $T = 0,069 \text{ h}$
- 1.9.** Một thí nghiệm sử dụng 14 g selenium chứa 97% khối lượng $^{82}_{34}\text{Se}$, hệ ghi đo bức xạ ghi nhận được 35 sự kiện phân rã hai beta trong 7960 giờ. $R(t) = N_0 e^{-\lambda t}$
- $$^{82}_{34}\text{Se} \rightarrow ^{82}_{36}\text{Kr} + 2e^- + 2\bar{\nu}_e$$
- Giả sử hiệu suất ghi của detector là 6,2 %. Hãy ước lượng thời gian sống trung bình của phân rã này. $T = 4034 \text{ } 1,265 \cdot 10^{-2} \text{ (h)}$
- 1.10.** Cho biết cường độ tương đối của phân rã β^- , bắt electron và β^+ của ^{64}Cu là xấp xỉ như sau: $(\beta^-):(EC):(\beta^+) = 2,0:2,0:1,0$; thời gian bán rã của ^{64}Cu là 12,8 giờ.
- Tính hằng số phân rã toàn phần λ và các hằng số phân rã riêng phần λ_{β^-} , λ_{β^+} , theo giây $^{-1}$. λ
 - Thời gian bán rã riêng của phân rã β^- ? 1
 - Xác định hoạt độ phóng xạ theo đơn vị milicuries của nguồn ^{64}Cu phát ra $3,7 \cdot 10^7$ tia β^- /giây. $R = I_0 e^{-\lambda t} \quad N = R \cdot \lambda N$
- 1.11.** Xác định thời gian bán rã của ^{40}K , biết potassium thông thường (a) là trộn lẫn giữa ^{39}K và ^{40}K và ^{41}K với tỷ lệ 0,0119 % ^{40}K ; (b) phát ra 31 tia β /giây/gam trong

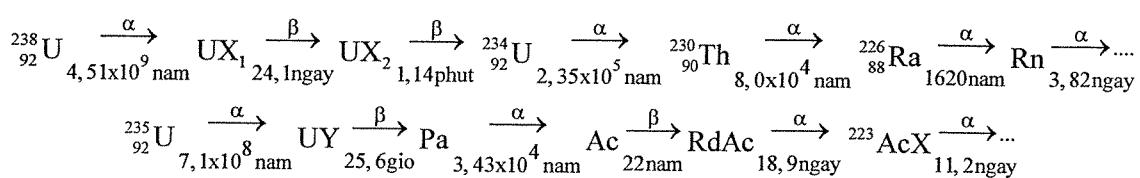
chuyển biến ${}^{40}\text{K} \xrightarrow{\beta^-} {}^{40}\text{Ca}$; và (c) phát 3,4 tia γ /giây/gam trong biến chuyển bắt electron: ${}^{40}\text{K} \xrightarrow{\text{EC}} {}^{40}\text{Ar}$, mỗi chuyển biến EC kèm theo việc phát 1 photon.

- 1.12.** Tính số gam và số nguyên tử phóng xạ chứa trong 1 mCi của (a) Natri phóng xạ ${}^{24}\text{Na}$, $T = 14,8$ giờ; (b) Phosphor phóng xạ ${}^{32}\text{P}$, $T_{\frac{1}{2}} = 14,5$ ngày; (c) và ${}^{226}\text{Ra}$, $T_{\frac{1}{2}} = 1620$ năm.
- 1.13.** Một chất phóng xạ có đời sống trung bình τ (giây), hoạt độ R_1 phân rã/giây ở thời điểm t_1 và hoạt tính R_2 phân rã/giây ở thời điểm t_2 .
- a. Chứng tỏ rằng số nguyên tử phân rã $N_1 - N_2$ giữa t_1 và t_2 là:

$$N_1 - N_2 = \tau(R_1 - R_2)$$

- b. Nếu năng lượng trung bình của việc phát một tia β của ${}^{130}\text{I}$ có thời gian bán rã 12,6 giờ là 0,29 MeV, xác định năng lượng của tia β theo (ergs) được giải phóng trong 24 giờ bởi đồng vị ${}^{130}\text{I}$ mà ban đầu có cường độ là 1 mCi.
- c. Nếu tiêm ${}^{130}\text{I}$ này vào 2 g mô tuyến giáp, hãy xác định liều lượng hấp thụ trong 24 giờ của mô này. Chú ý rằng 1 rep (roentgen equivalent physical) tương ứng với sự hấp thụ 94 ergs/gram mô.
- Ghi chú: $1 \text{ MeV} = 1,602 \times 10^{-6} \text{ erg}$.

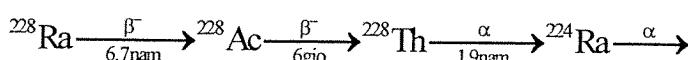
- 1.14.** Cho biết chuỗi phân rã của ${}^{238}\text{U}$ và ${}^{235}\text{U}$ và thời gian bán rã là:

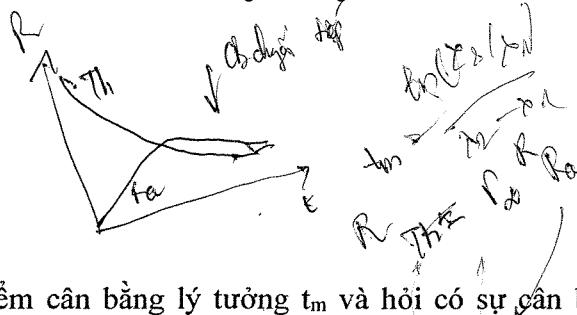


Với 1 g Uranium tự nhiên (có 99,28% ${}^{238}\text{U}$ và 0,72% ${}^{235}\text{U}$), hãy xác định:

- a. Thời điểm cân bằng lý tưởng giữa ${}^{238}\text{U}$ và con UX₁? Có cân bằng chuyển tiếp hay cân bằng thế kỷ xảy ra giữa chúng hay không?
- b. Hoạt độ của ${}^{238}\text{U}$, UX₁, UX₂ và ${}^{234}\text{U}$ theo μCi ?
- c. Tỷ số hoạt độ của ${}^{235}\text{U}$ so với ${}^{238}\text{U}$?

- 1.15.** Trong chuỗi phóng xạ sau đây:





Xác định thời điểm cân bằng lý tưởng t_m và hỏi có sự cân bằng chuyển tiếp giữa ^{228}Th và ^{228}Ra . Hỏi hoạt độ phóng xạ của ^{228}Th từ 1 g ^{228}Ra là bao nhiêu?

- 1.16. Một mẫu KCl nặng 2,71 g nằm trong kho hoá chất được biết là chất phóng xạ có tốc độ phân rã không đổi là 4490 phân rã/giây. Phân rã này được dùng để đánh dấu nguyên tố Kali. Đặc biệt là ^{40}K , đồng vị chiếm 1,17% trong Kali thông thường. Tính thời gian sống của đồng vị này.
- 1.17. Nói chung hạt nhân càng nặng càng có xu hướng không bền đối với phân rã alpha. Ví dụ đồng vị bền nhất của Uranium là ^{238}U có thời gian bán rã phát α là $4,5 \times 10^9$ năm. Đồng vị bền nhất đối với Plutoni là ^{244}Pu có thời gian bán rã phát α là $8,7 \times 10^7$ năm. Và đối với Curium ta có ^{248}Cm có thời gian bán rã phát α là $3,4 \times 10^5$ năm. Hỏi khi một nửa ^{238}U ban đầu đã bị phân rã, thì tỉ lệ các đồng vị ^{244}Pu và ^{248}Cm ban đầu sẽ còn lại bao nhiêu?
- 1.18. Một hạt nhân ^{238}U phát ra hạt α có năng lượng bằng 4,196 MeV. Tính năng lượng phân rã Q đối với quá trình này khi tính đến cả năng lượng giật lùi của hạt nhân còn lại.
- 1.19. Đồng vị ^{137}Cs có mặt trong bụi phóng xạ của các vụ nổ hạt nhân bên trên mặt đất. Vì nó phân rã beta với thời gian bán rã dài 30,2 năm thành ^{137}Ba , và giải phóng một năng lượng đáng kể, nên đây là mối lo ngại về môi trường. Cho khối lượng nguyên tử của Cs và Ba tương ứng bằng 136,9073 u và 136,9058 u. Tính năng lượng toàn phần giải phóng trong phân rã đó. Chú ý: (u) là đơn vị khối lượng nguyên tử.
- 1.20. Có bao nhiêu mg ^{90}Sr để cùng với 1 mg Sr không phóng xạ tạo ra mẫu có độ phóng xạ riêng 1370 Ci/g. Biết thời gian bán rã của ^{90}Sr là 51 ngày.
- 1.21. Tốc độ phân rã phóng xạ được đo trong thời gian 4 phút. Kết quả là

18,59 13,27 10,68 9,34 8,55 8,03 7,63 7,30 6,99 6,71 và 6,44

giả sử nguồn chứa 1 hoặc hai loại nhân phóng xạ, hãy tính hằng số phân rã của các đồng vị đóng góp vào.

- 1.22. Radium là thành viên trong chuỗi uranium. Thời gian bán rã của uranium là $4,5 \times 10^9$ năm còn radium là 1620 năm. Hãy tính tỉ lệ tương đối của các nguyên tố này trong

quặng uranium khi đạt trạng thái cân bằng và giả sử không có nguyên tố nào trong chuỗi thoát ra ngoài.

- 1.23. Một hộp niêm kín được cho là có chứa một hợp kim cấu tạo từ hai phần trọng lượng bằng nhau của hai kim loại A và B. Các kim loại này là phóng xạ có thời gian bán rã là 12 năm và 18 năm tương ứng. Khi hộp được mở ra, người ta thấy còn lại 0,53 kg chất A và 2,20 kg chất B. Hãy đánh giá tuổi của hợp kim.
- 1.24. Một chất phóng xạ có thời gian bán rã 100 ngày phát β với năng lượng trung bình 5×10^{-7} ergs được sử dụng để điều khiển một đơn vị nhiệt điện. Giả sử đơn vị này có hiệu suất 10%, tính toán lượng chất phóng xạ (gam – phân tử) cần thiết để phát 5 watt điện.
- 1.25. Khảo sát sơ đồ phân rã của chuỗi $\text{RaE} \xrightarrow{\beta} \text{RaF} \xrightarrow{\beta} \text{RaG}$ (bền). Một mẫu còn tươi thuần chất RaE nặng 2×10^{-10} g ở thời điểm $t = 0$. Nếu mẫu không bị nhiễu, hãy tính toán thời gian để số nguyên tử RaF đạt cực đại. Xác định số cực đại này. Cho biết thời gian bán rã của RaE ($^{210}_{83}\text{Bi}$) là 5,0 ngày, của RaF ($^{210}_{84}\text{Po}$) là 138 ngày.
- 1.26. Hạt nhân mẹ phân rã với hằng số phân rã λ_1 thành hạt nhân con với hằng số phân rã λ_2 . Các phân rã này được ghi bởi hệ đầu dò mà nó không phân biệt được các hạt phát ra. Chứng tỏ rằng khi $\lambda_1 = 2\lambda_2$, hoạt độ cho bởi đầu dò ở thời điểm t là $2\lambda_2 N_0 \exp(-\lambda_2 t)$, với N_0 là số nguyên tử mẹ hiện hữu ở thời điểm $t = 0$. Bình luận về kết quả này.
- 1.27. Xây dựng biểu thức xác định hoạt độ ở thời điểm t của hạt nhân A, được cho rằng các thành viên của hạt nhân A và B ở thời điểm ban đầu $t = 0$ là N_0 và 0 tương ứng. Chứng tỏ rằng khi đạt trạng thái cân bằng thế kỷ, hoạt độ tổng cộng của A và B là $\lambda_A N_A [2 - \exp(-\lambda_B t)]$, với λ_A và λ_B là hằng số phân rã của các hạt nhân A và B và N_A là số nhân A ở thời điểm t .
- 1.28. Hãy xác định tỉ lệ của ^{235}U trong đá được hình thành cách đây 3×10^9 năm. Cho biết tỉ số khôi lượng của $^{235}\text{U}/^{238}\text{U}$ hiện tại là 1/140; thời gian bán rã của ^{235}U và ^{238}U lần lượt là $8,8 \times 10^8$ năm và $4,5 \times 10^9$ năm tương ứng.

1.29. Cho sơ đồ phân rã $A \xrightarrow{\lambda_A} B \xrightarrow{\lambda_B} C$ (bên). Hãy tìm số nguyên tử của B ở thời điểm t nếu ở thời điểm t = 0 số lượng của A, B và C lần lượt là A_0 , 0 và 0. Chứng tỏ rằng thời gian t để hoạt độ của B đạt cực đại là $t_{\max} = \sqrt{\tau_A \tau_B}$ ở đó τ_A và τ_B là thời gian sống trung bình của hạt nhân A và B.

1.30. Một mẫu phóng xạ bao gồm hai thành phần phân rã β có thời gian sống khác nhau. Đo hoạt độ A theo thời gian ta được dữ liệu sau

t (giờ)	0	1	2	3	5	7	10	14	20
Log(A)	4,10	3,60	3,10	2,60	2,06	1,82	1,60	1,32	0,90

- a. Hãy xác định thời gian bán rã của hai thành phần.
- b. Hãy xác định tỉ số nhau phóng xạ giữa chúng ở thời điểm t = 0.

1.31. Khảo sát biểu đồ phân rã: $A \rightarrow B \rightarrow C$ với $\lambda_A < \lambda_B$. Sau khi có sự cân bằng chuyển tiếp giữa A và B, chứng tỏ rằng khoảng thời gian Δt sao cho (hoạt độ của A ở $t - \Delta t$) = (hoạt tính của B ở t) được cho bởi:

$$\Delta t = \tau_A \ln \left(\frac{\lambda_B}{\lambda_B - \lambda_A} \right)$$

và nó tiến đến $\Delta t = \tau_B$ khi τ_B / τ_A tiến tới 0.

C h u r o n g 2

PHÓNG XẠ ALPHA

2.1. Giới thiệu và lịch sử phát hiện hạt α

- Năm 1896, Henri Becquerel khám phá ra tính phóng xạ từ mẫu bột muối Uranium, quá trình phân rã alpha đầu tiên quan sát được này được nhắc đến như một khởi điểm của Vật lý hạt nhân hiện đại.

- Năm 1898, Marie Curie đã phát hiện ra tính phóng xạ của $^{226}_{88}\text{Ra}$ đánh dấu một mốc quan trọng trong lịch sử phát triển Vật lý hạt nhân (sau này $^{226}_{88}\text{Ra}$ được biết đó là một trong những nguồn phóng xạ alpha mạnh nhất trong tự nhiên với chu kỳ bán rã 1600 năm).

- Năm 1900 Villard nhận thấy một phần của chùm tia phóng xạ bị cản lại dễ dàng bởi các bản mỏng vật chất, trong khi phần còn lại xuyên thấu mạnh (β, γ). Năm 1903, Rutherford làm lệch được phần tia phóng xạ ít xuyên thấu nói trên theo chiều ngược với chiều của tia β^- và được gọi là tia α . Phần chùm tia không chịu tác dụng của điện trường và từ trường thì được gọi là tia γ .

- Khảo sát chiều lệch của các tia cho thấy: tia α mang điện tích dương. Tác dụng của điện trường và từ trường cho biết tỉ số $\frac{q_\alpha}{m_\alpha}$ giữa điện tích và khối lượng của hạt α . Phép đo cho thấy tỉ số trên nhỏ hơn 4000 lần tỉ số $\frac{e}{m_e}$ tương ứng của electron. Sau đó Rutherford và Geiger tìm được $q_\alpha = 2e$.

- Vào khoảng 1909 cả Rutherford và Ramsay đều nhận thấy rằng hạt α chính là hạt nhân của helium, ${}_2^4\text{He}$. Cho đến năm 1903 người ta vẫn còn nghĩ rằng mỗi đồng vị phóng xạ phóng thích các hạt α với năng lượng E_α duy nhất. Tuy nhiên sự phân tích chính xác hơn cho thấy từ một hạt nhân xác định phóng thích ra các hạt α có năng lượng khác nhau nhưng rất gần nhau hợp thành một phổ năng lượng rất sát nhau gọi là cấu trúc tinh tế của phổ α .

- Phân rã alpha xảy ra khi hạt nhân phóng xạ có tỉ số N/Z quá thấp. Khi phân rã alpha, hạt nhân ban đầu ${}^A_Z X$ chuyển thành hạt nhân ${}^{A-4}_{Z-2} X$ và phát hạt alpha.

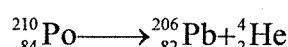
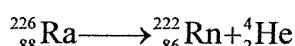
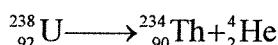


- Về quan hệ khối lượng, năng lượng trong phân rã alpha thỏa định luật bảo toàn năng lượng như sau:

$$M_{nh}({}^A_Z X)c^2 = M_{nh}({}^4_2 He)c^2 + M_{nh}({}^{A-4}_{Z-2} X)c^2 + Q_\alpha \quad (2.2)$$

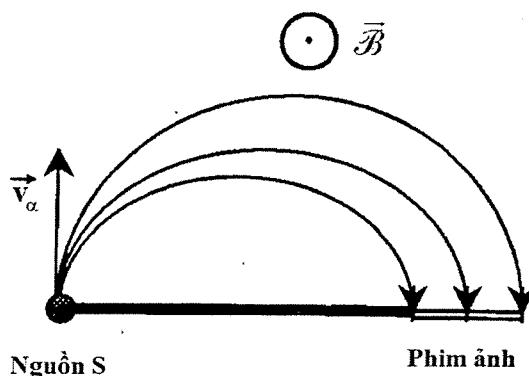
Với M_{nh} là khối lượng của các hạt nhân tương ứng, Q_α là năng lượng tổng cộng giải phóng khi phân rã, còn được gọi là năng lượng phóng xạ alpha.

- Các ví dụ về phân rã alpha:



2.2. Phương pháp xác định động năng của hạt α

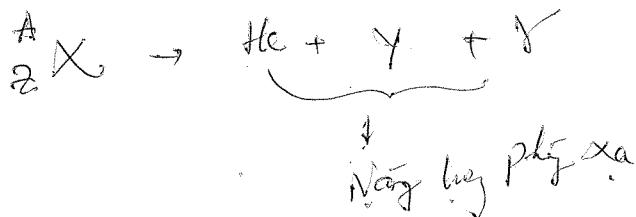
Phương pháp trực tiếp và khá chính xác để đo động năng hạt α là dùng từ phô kẽ, như hình 2.1, để xác định vận tốc của hạt α .



Hình 2.1. Chuyển động của hạt α trong từ trường.

Hạt α chuyển động trong từ trường không đổi vuông góc với mặt phẳng chuyển động gây nên một lực quay tức thời và làm lệch đường đi của hạt mang điện theo một cung tròn.

Đối với quỹ đạo tròn trong từ trường có độ cảm ứng từ \mathcal{B} ta có sự cân bằng giữa lực hướng tâm và lực Lorentz do độ cảm ứng từ gây ra.



Tức là:

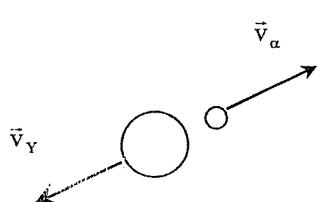
$$q_\alpha v_\alpha \mathcal{B} = m_\alpha \frac{v_\alpha^2}{R} \quad (2.3)$$

Suy ra:

$$v_\alpha = \frac{q_\alpha \mathcal{B} R}{m_\alpha} \quad (2.4)$$

$$\text{Suy ra động năng của hạt } \alpha \text{ là: } T_\alpha = \frac{1}{2} m_\alpha v_\alpha^2 = \frac{1}{2} \frac{(q_\alpha \mathcal{B} R)^2}{m_\alpha} \quad (2.5)$$

Chú ý rằng trong quá trình phóng xạ α của một hạt nhân, sự bảo toàn động lượng cho:



$$\vec{p} = m_\alpha \vec{v}_\alpha + m_Y \vec{v}_Y \quad (2.6)$$

$$v_Y = \frac{m_\alpha v_\alpha}{m_Y} \quad (2.7)$$

Năng lượng phóng xạ Q_α theo định nghĩa là năng lượng tỏa ra khi phân rã của hệ thống:

$$Q_\alpha = T_Y + T_\alpha = \frac{1}{2} m_Y v_Y^2 + \frac{1}{2} m_\alpha v_\alpha^2 \quad (2.8)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} m_Y \frac{m_\alpha^2 v_\alpha^2}{m_\alpha^2} + \frac{1}{2} m_\alpha v_\alpha^2 \\ &= \frac{1}{2} m_\alpha v_\alpha^2 \left(\frac{m_\alpha}{m_Y} + 1 \right) \end{aligned}$$

Suy ra năng lượng phóng xạ α :

$$Q_\alpha = \frac{m_\alpha}{M} T_\alpha \quad (2.9)$$

$$\text{với } \frac{1}{M} = \frac{1}{m_Y} + \frac{1}{m_\alpha} \quad (2.10)$$

Trong đó m_Y và m_α là khối lượng của hạt α và hạt nhân con Y .

Kết quả thực nghiệm đo được với 3 đồng vị phóng xạ polonium được cho trong bảng 2.1.

Bảng 2.1. Kết quả thực nghiệm đo được với 3 đồng vị phóng xạ polonium

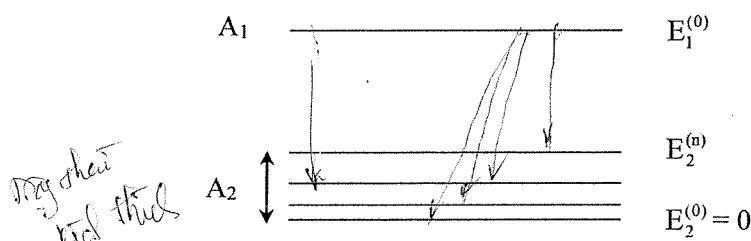
Chất phát α	Quãng chạy trung bình, cm trong không khí, ở $15^\circ C, 760 \text{ mmHg}$ ($\pm 0,007$)	Vận tốc ban đầu của hạt $\alpha, 10^9 \text{ cm/giây}$ ($\pm 0,0001$)	Động năng hạt α , MeV ($\pm 0,001$)
Po($^{210}_{84}\text{Po}$)	3,842	1,5967	5,298
RaC'($^{214}_{84}\text{Po}$)	6,907	1,9215	7,680
ThC'($^{212}_{84}\text{Po}$)	8,570	2,0535	8,886

2.3. Cấu trúc tinh tế của phô α

Thực nghiệm cho thấy alpha có phô nhiều nhóm năng lượng. Khác với suy nghĩ ban đầu các nhà vật lý cho rằng hạt α phát ra từ một loại hạt nhân thì phải có cùng năng lượng, tức là năng lượng của hạt α là đơn năng, cấu trúc nhiều nhóm năng lượng của hạt α này được gọi là cấu trúc tinh tế của phô α . Có hai nguyên nhân dẫn đến cấu trúc phô nhiều nhóm năng lượng:

2.3.1. Trường hợp 1: Cùng trạng thái đầu, nhiều trạng thái cuối

Đây là trường hợp hạt nhân phóng xạ mẹ A_1 ở trạng thái cơ bản $E_1^{(0)}$ so với trạng thái cơ bản $E_2^{(0)}$ được chọn làm mức năng lượng 0 khi phóng xạ α tạo hạt nhân con A_2 có thể ở các trạng thái kích thích khác nhau. Hình 2.2 trình bày sơ đồ năng lượng của việc phát α trường hợp 1.



Hình 2.2. Sơ đồ năng lượng của phóng xạ α trường hợp 1.

Khi phóng thích hạt α , hạt nhân nguyên tử A_1 biến thành hạt nhân A_2 có thể hiện hữu ở trạng thái kích thích $E_2^{(i)}$ so với trạng thái cơ bản $E_2^{(0)}$. Và khi từ trạng thái kích thích $E_2^{(i)}$ trở về $E_2^{(0)}$, hạt nhân nguyên tử A_2 có thể chuyển qua trạng thái trung gian $E_2^{(j)}$ để tạo ra sự phóng thích tia γ mà tần số được cho bởi:

$$hv = E_2^{(i)} - E_2^{(j)}$$

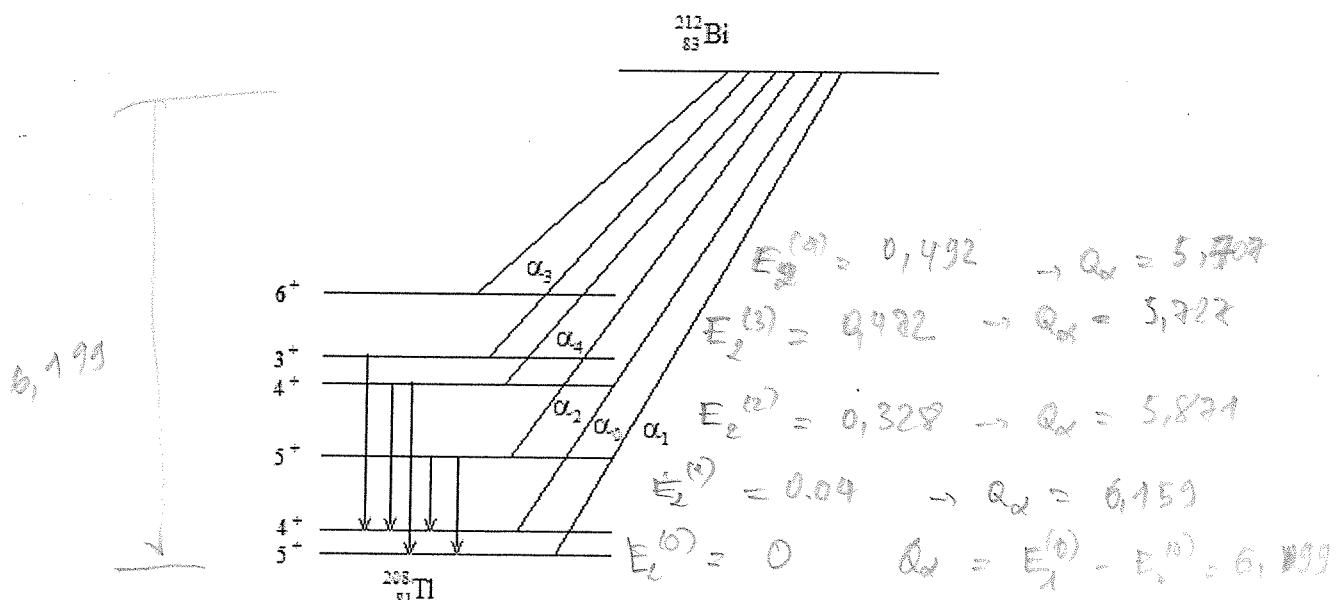
Do đó các năng lượng khác nhau để phóng thích tia α là:

$$Q_{\alpha_i} = E_1^{(0)} - E_2^{(0)} = E_1^{(0)}; E_1^{(0)} - E_2^{(1)}; \dots; E_1^{(0)} - E_2^{(n)}$$

Điều này làm cho tia α phát ra có nhiều nhóm năng lượng hình thành cấu trúc tinh tế của phô alpha.

Ví dụ: Khảo sát sự phóng xạ của $^{212}_{83}\text{Bi}$ thành $^{208}_{81}\text{Tl}$ và gọi $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ là các nhóm tia α theo tỷ lệ số hạt phóng thích giảm dần. Hình 2.3 trình bày sơ đồ phân rã của $^{212}_{83}\text{Bi}$ thành $^{208}_{81}\text{Tl}$. Kết quả thực nghiệm cho thấy có năm nhóm α trong chuyển biến từ $^{212}_{83}\text{Bi}$ thành $^{208}_{81}\text{Tl}$.

Bảng 2.2 trình bày một số đặc trưng phân rã của các nhóm α . Trong đó các ký hiệu $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_4$ ký hiệu các nhóm α theo thứ tự giảm dần của tỉ lệ phân nhánh.

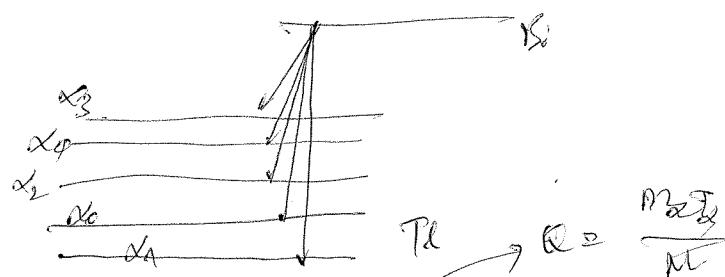


Hình 2.3. Sơ đồ phân rã α của $^{212}_{83}\text{Bi} \longrightarrow ^{208}_{81}\text{Tl}$.

Kết quả thực nghiệm cho thấy nhóm α_0 tương ứng với chuyển biến từ $^{212}_{83}\text{Bi}$ ở trạng thái cơ bản xuống mức 4^+ thấp của $^{208}_{81}\text{Tl}$ có xác suất cao nhất, tỷ lệ phân nhánh 69,8% còn nhóm α_4 tương ứng với chuyển biến từ $^{212}_{83}\text{Bi}$ ở trạng thái cơ bản xuống mức 4^+ cao của $^{208}_{81}\text{Tl}$ có xác suất thấp nhất còn phát hiện được, tỷ lệ phân nhánh 0,16%. Chuyển biến xuống mức 6^+ với năng lượng $Q_{\alpha_6} = 5,580$ MeV có xác suất thấp và không được phát hiện.

Biết được tỉ lệ và hằng số phóng xạ chung λ_α ta có thể suy được hằng số phóng xạ riêng phần λ_i của từng nhóm α_i . Sau khi xác định động năng của nhóm hạt alpha người ta có thể xác định được sơ đồ mức năng lượng của hạt nhân con ở trạng thái cuối.

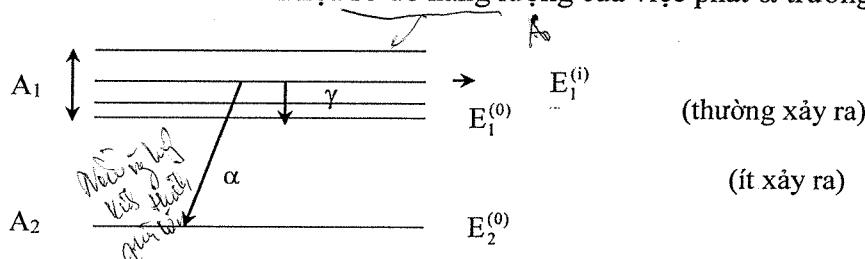
Bảng 2.2. Một số đặc trưng phân rã alpha của $^{212}_{83}\text{Bi} \longrightarrow ^{208}_{81}\text{Tl}$



Nhóm	Tỉ lệ (%)	T_{α_i} (MeV)	Q_{α_i} (MeV)	Trạng thái cuối $E_2^{(i)}$	λ_i
α_1	27,2	6,082	$6,199 = E_1^{(0)}$	$E_2^{(0)} = 0$	$7,75 \times 10^{-5}$
α_0	69,8	6,043	$6,159 = E_1^{(0)} - E_2^{(1)}$	$E_2^{(1)} = 0,040$	$4,50 \times 10^{-5}$
α_2	1,8	5,761	$5,871 = E_1^{(0)} - E_2^{(2)}$	$E_2^{(2)} = 0,328$	$0,12 \times 10^{-5}$
α_4	0,16	5,619	$5,727 = E_1^{(0)} - E_2^{(3)}$	$E_2^{(3)} = 0,472$	$0,01 \times 10^{-5}$
α_3	1,1	5,600	$5,707 = E_1^{(0)} - E_2^{(4)}$	$E_2^{(4)} = 0,492$	$0,06 \times 10^{-5}$

2.3.2. Trường hợp 2: Các trạng thái đầu khác nhau, cùng trạng thái cuối

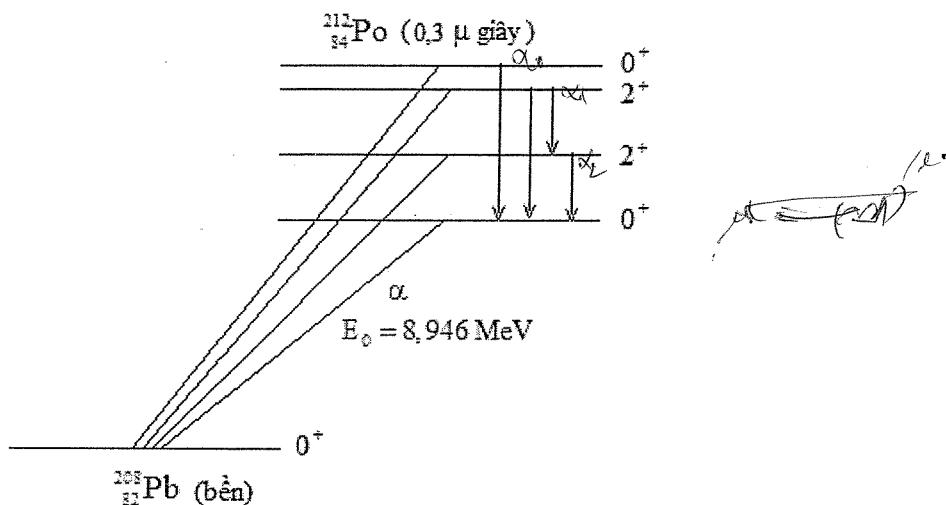
Sự phóng thích của một hạt nhân nguyên tử A_1 hiện hữu ở trạng thái kích thích $E_1^{(i)}$ so với trạng thái cơ bản $E_1^{(0)}$ chỉ xảy ra nếu như hạt nhân A_1 là sản phẩm trung gian của quá trình phân rã trước đó. Hình 2.4 minh họa sơ đồ năng lượng của việc phát α trường hợp 2.



Hình 2.4. Sơ đồ năng lượng của phóng xạ α trường hợp 2.

Chú ý: Z tăng: mũi tên hướng phải, Z giảm: mũi tên hướng trái, Z không đổi: mũi tên hướng thẳng xuống (tia γ).

Ở trạng thái kích thích này thời gian bán rã α có cùng độ lớn hoặc ngắn hơn thời gian bán rã γ tương ứng với hạt nhân phóng xạ chuyển trở về trạng thái cơ bản $E_1^{(0)}$. Do đó thời gian bán rã phát α của các hạt nhân phải rất ngắn và năng lượng phóng xạ α tương ứng E_0 phải lớn hơn năng lượng phóng xạ để chuyển từ trạng thái cơ bản $E_1^{(0)}$ sang trạng thái cơ bản $E_2^{(0)}$. Trường hợp trên có thể tìm thấy trong ví dụ sau đây đối với $^{212}_{84}\text{Po}$. Hình 2.5 trình bày sơ đồ phân rã alpha của $^{212}_{84}\text{Po} \longrightarrow ^{208}_{82}\text{Pb}$.



Hình 2.5. Sơ đồ phân rã alpha của $^{212}_{84}\text{Po} \rightarrow ^{208}_{82}\text{Pb}$.

Nguyên tử $^{212}_{84}\text{Po}$ cân bằng với nguyên tố mẹ $^{212}_{83}\text{Bi}$. Trong sự phóng xạ β^- có khoảng 75% trường hợp tạo ra từ $^{212}_{84}\text{Po}$ ở trạng thái cơ bản năng lượng $E_1^{(0)}$ và $^{212}_{84}\text{Po}$ này lại phân rã để trở thành $^{208}_{82}\text{Pb}$ kèm theo sự phóng thích α với năng lượng phóng xạ $Q_{\alpha_i} = E_1^{(0)}$. Các trường hợp còn lại tương ứng với $^{212}_{84}\text{Po}$ ở trạng thái kích thích $E_1^{(1)}, E_1^{(2)}, E_1^{(3)}$ và $^{212}_{84}\text{Po}$ sau này lại:

- Hoặc trở về trạng thái cơ bản $E_1^{(0)}$ kèm theo sự phóng thích γ (rất dễ xảy ra).
- Hoặc tạo ra $^{208}_{82}\text{Pb}$ với phóng thích trực tiếp α mà năng lượng phóng xạ là: $E_1^{(0)} + E_1^{(1)}$ và $E_1^{(0)} + E_1^{(2)}$.

Sau khi xác định động năng của nhóm hạt alpha người ta có thể xác định được sơ đồ mức năng lượng của hạt nhân mẹ ở trạng thái đầu. Những đặc trưng của các nhóm α có thể được cho trong bảng 2.3.

Bảng 2.3. Đặc trưng của nhóm α trong phân rã $^{212}_{84}\text{Po} \rightarrow ^{208}_{82}\text{Pb}$

Nhóm	Độ phổ cập tỉ đối	$T_{\alpha_i} (\text{MeV})$	$Q_{\alpha_i} (\text{MeV})$	Trạng thái đầu ($^{212}_{84}\text{Po}$)
α_0	10^6	8,776	$8,946 = E_1^{(0)}$	0
α_2	35	9,489	$9,671 = E_1^{(0)} + E_1^{(1)}$	$E_1^{(1)} = 0,725$
α_3	20	10,417	$10,617 = E_1^{(0)} + E_1^{(2)}$	$E_1^{(2)} = 1,671$

α_1	170	10,537	$10,739 = E_l^{(0)} + E_l^{(3)}$	$E_l^{(3)} = 1,797$
------------	-----	--------	----------------------------------	---------------------

Như vậy bằng cách đo động năng của các nhóm alpha, có thể xác định được sơ đồ mức năng lượng của trạng thái đầu của hạt nhân mẹ hay trạng thái cuối của hạt nhân con, góp phần tìm hiểu về cấu trúc của hạt nhân.

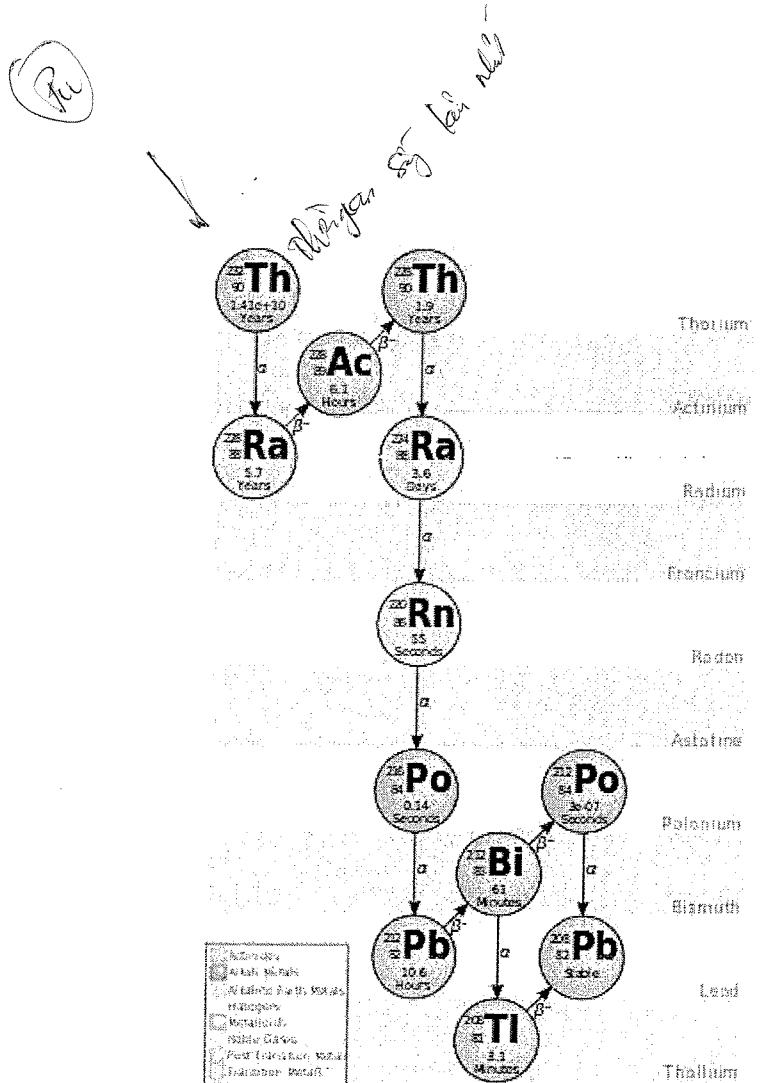
2.4. Phả hệ của các hạt nhân phát alpha

Tất cả các hạt nhân nặng phát α đều có thể phân loại thành một trong bốn chuỗi phân rã sau đây:

2.4.1. Chuỗi thorium ($A = 4n$)

Các hạt nhân trong chuỗi thorium có khối số $A = 4n$, riêng đối với hạt nhân phát α thì $\Delta A = 4$, $\Delta n = 1$, còn phân rã β thì có $\Delta A = 0$, $\Delta n = 0$.

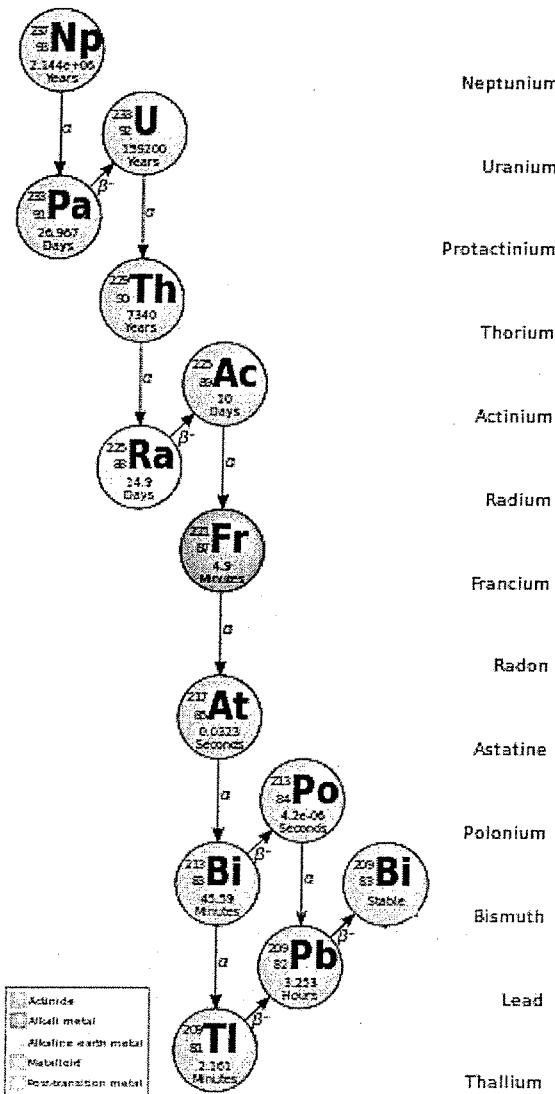
Hình 2.6 trình bày chuỗi thorium $A = 4n$. Chuỗi này mang tên của đồng vị sống lâu nhất còn có trong tự nhiên là $^{232}_{90}\text{Th}$ có thời gian bán rã $T_{\frac{1}{2}} = 13,9 \times 10^9$ năm (gấp 5 lần tuổi trái đất). Vì thời gian sống lâu như vậy nên $^{232}_{90}\text{Th}$ còn tồn tại trong tự nhiên cùng các sản phẩm phân rã của nó tạo nên chuỗi thorium. Thực ra nhân mẹ của $^{232}_{90}\text{Th}$ là $^{236}_{92}\text{U}$ phát α với $T_{\frac{1}{2}} = 2,4 \times 10^7$ năm, khoảng 1/100 tuổi trái đất và do đó không còn tìm thấy trong tự nhiên. Theo những chứng cứ địa vật lý tìm thấy được chứng tỏ rằng $^{236}_{92}\text{U}$ là một trong những đồng vị của uranium khi vũ trụ còn rất trẻ. Hiện nay $^{236}_{92}\text{U}$ nhân tạo được sản xuất bởi phản ứng: $^{235}_{92}\text{U} (n,\gamma) ^{236}_{92}\text{U}$. Một số nhân nặng khác có $A = 4n$ được tạo từ các phản ứng hạt nhân cũng được bổ sung vào trong chuỗi thorium như: ^{240}Pu , ^{236}Pu , ^{236}U , và ^{232}U . Họ thorium được kết thúc bởi đồng vị ThD ($^{208}_{82}\text{Pb}$) bền.



Hình 2.6. Chuỗi thorium A=4n [5].

2.4.2. Chuỗi neptunium (A = 4n+1)

Hình 2.7. trình bày chuỗi neptunium A = 4n+1. Chúng có địa vật lý cho thấy chuỗi này có thể bắt đầu từ ^{241}Pu hoặc ^{241}Am nhưng do các đồng vị này có thời gian bán rã ngắn nên người ta chọn ^{237}Np có thời gian bán rã dài $T_{\frac{1}{2}} = 2,2 \times 10^6$ năm làm nguyên tố đầu chuỗi. Thật ra toàn bộ chuỗi neptunium hiện nay đều không còn dưới dạng các đồng vị phóng xạ nguyên thủy tự nhiên mà được tái hiện từ các đồng vị phóng xạ nhân tạo trừ nguyên tố cuối chuỗi là ^{209}Bi bền có trong tự nhiên. Đây cũng là chuỗi duy nhất có kết thúc không phải là đồng vị chì bền.



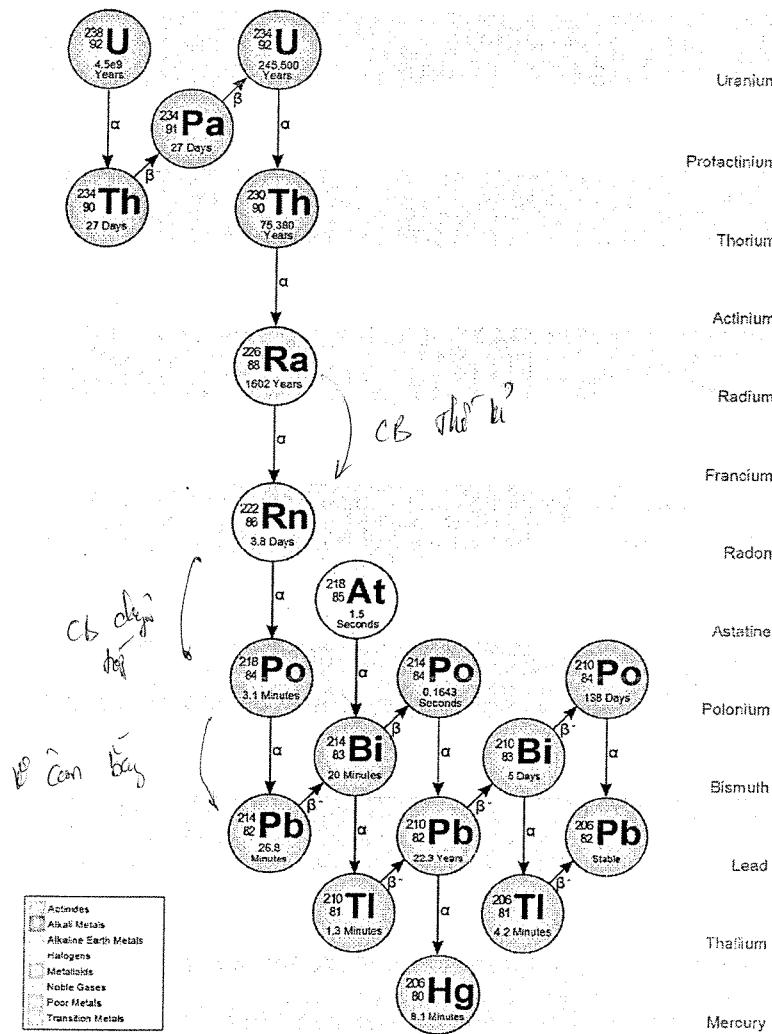
Hình 2.7. Chuỗi neptunium A = 4n+1 [5].

2.4.3. Chuỗi uranium (A = 4n+2)

Hình 2.8 trình bày sơ đồ phân rã của chuỗi uranium A = 4n+2.

Đây là chuỗi dài nhất trong 4 chuỗi. Trong tự nhiên nó bắt đầu bởi đồng vị phóng xạ nặng nhất là $^{238}_{92}\text{U}$ gọi là uranium I. Uranium I này trải qua chuỗi phân rã $\alpha\beta\beta$ để trở thành nguyên tố uranium II. Sau đó trải qua 5 lần phóng xạ α liên tiếp. Ở cuối chuỗi phân rã $\alpha\beta\beta$ lại lặp lại hai lần nữa và kết thúc bởi đồng vị chì ^{206}Pb .

Chuỗi $4n+2$ này đôi khi được gọi là chuỗi protactinium vì được dẫn đầu bởi nguyên tố nhân tạo $^{230}_{91}\text{Pa}$. Khoảng 92% của ^{230}Pa trải qua biến chuyển EC thành ^{230}Th , nhưng 8% còn lại phân rã β^- để trở thành ^{230}U . Trong chuỗi phân rã 4 lần phát α liên tiếp, bắt đầu với ^{230}U , dây phụ thêm này nối với dây chính của con cháu của chuỗi uranium ở RaC'.

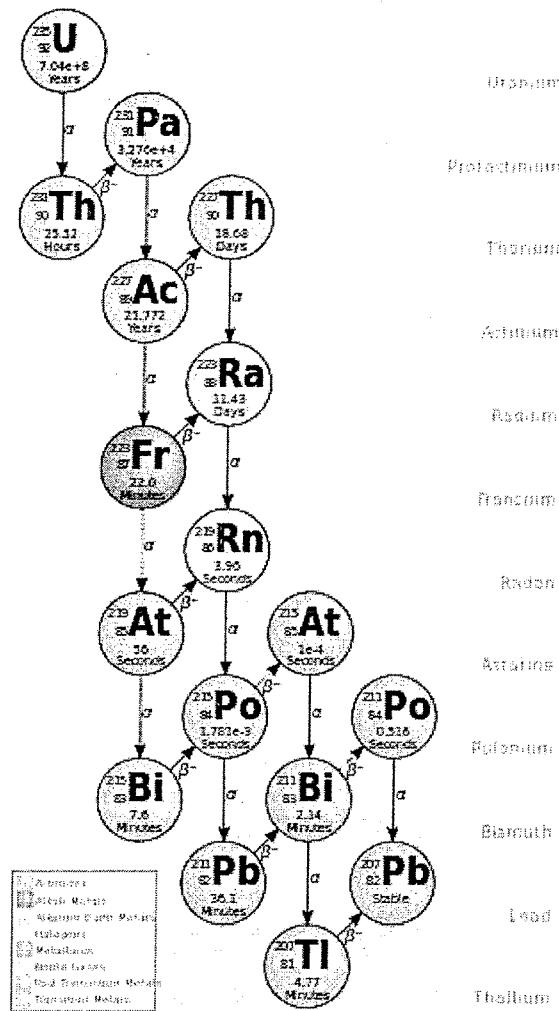


Hình 2.8. Chuỗi uranium A = 4n+2 [5].

2.4.4. Chuỗi actinium (A = 4n+3)

Chuỗi này được nghiên cứu từ năm 1902, khi Giesel khám phá ra sự phóng xạ của actinium. Nhưng cho tới năm 1935, khi đồng vị uranium hiếm ^{235}U được nhận diện trực tiếp bằng khói phô kê và chứng tỏ là thủy tổ của chuỗi actinium, thì nó mới được hiểu đầy đủ.

Actinium (^{227}Ac) tự nó có thể được tách ra từ khoáng chất uranium bằng cách kết tủa với đất hiếm lanthanum và là nguồn cho chuỗi actinium lâu dài ở phòng thí nghiệm.



Hình 2.9. Chuỗi actinium $A = 4n+3$ [5].

Các bức xạ của nó thì cực kỳ mềm. Phổ β của actinium có năng lượng cực đại chỉ cỡ 0,04 MeV. Nhánh phân rã α có độ phổ cập rất thấp, nhưng rất quan trọng vì nó dẫn tới AcK là đồng vị $^{223}_{87}\text{Fr}$ có trong tự nhiên duy nhất của francium. AcK chủ yếu biến đổi bằng phân rã β thành AcX (^{223}Ra) nhưng cũng có 0,004% AcK biến đổi bằng cách phân rã α thành astatine ($^{229}_{85}\text{At}$).

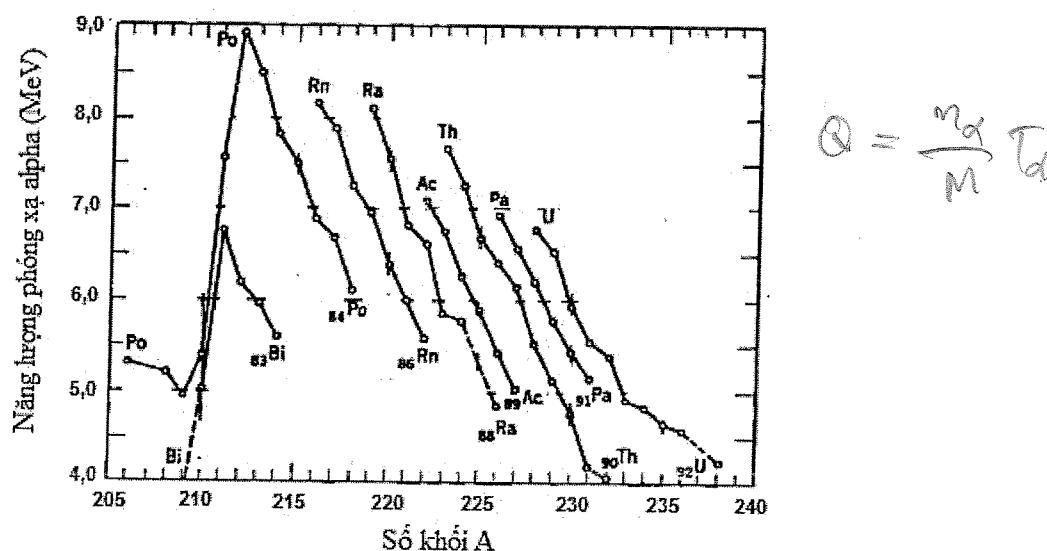
Do đó chuỗi actinium chứa trong nhánh phụ của nó 2 đồng vị tự nhiên của nguyên tố 85 và 87. Các nghiên cứu chính xác về chuỗi này được thực hiện thông qua việc cô lập nguồn

^{227}Ac mạnh và thuần khiết, được sản xuất bởi chiếu xạ kênh neutron vào ^{226}Ra thông qua phản ứng:



2.5. Sự phụ thuộc năng lượng phóng xạ theo số khối A

Hình 2.10 trình bày sự phụ thuộc của năng lượng phóng xạ Q_α vào số khối A với Z không đổi. Trong đó người ta nối các điểm năng lượng phóng xạ Q_α của các chất đồng vị phóng xạ tương ứng với một nguyên tố, cho thấy trị số Q_α thay đổi theo số khối A:



Hình 2.10. Sự phụ thuộc của Q_α vào số khối A với Z không đổi [2].

- Với Z không đổi, Q_α giảm khi A tăng.
- Có sự thay đổi chiêu biến thiên Q_α theo A khi A ở gần trị số 210. Vì lúc đó số N neutron thay đổi qua số kỳ diệu $N = 126$ mà kết quả là làm giảm trị số của năng lượng phóng xạ Q_α của $^{209}_{83}\text{Bi}$ dưới trị số 4 MeV nên không thể phát hiện được sự phóng thích của hạt α tương ứng.

Dựa vào công thức bán thực nghiệm Weizacker của khối lượng cho bởi thuyết giọt chất lỏng, ta có:

$$Q_\alpha = M_{nh}(Z, A) - M_{nh}(Z-2, A-4) - M_{nh}(^4\text{He}) [\text{MeV}] \quad (2.11)$$

Suy ra:

$$\beta = (Z_{mp} + N_{mn} - M(Z, A))$$

$$\begin{aligned} &= M(Z, A) c^2 - M(Z_e, A_e) c^2 - M(Z, A) \\ Q_\alpha &= B(^4\text{He}) + B(Z-2, A-4) - B(Z, A) \end{aligned} \quad (2.12)$$

$$\text{Với } B(Z, A) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} - \frac{a_a (A-2Z)^2}{A} \pm \delta(N, Z) \quad (2.13)$$

là năng lượng liên kết hạt nhân. Trong đó: $\delta(N, Z) = \begin{cases} -|\delta| & \text{khi } N \text{ le } Z \text{ le} \\ 0 & \text{khi } A \text{ le} \\ +|\delta| & \text{khi } N \text{ chan } Z \text{ chan} \end{cases}$

$$a_v = 15,75 \text{ MeV}; a_s = 17,8 \text{ MeV}; a_c = 0,71 \text{ MeV}; a_a = 23,6 \text{ MeV}; \delta = 34A^{-3/4} (\text{MeV}).$$

Số hạng đầu tiên tương ứng với năng lượng khôi. Đối với giọt chất lỏng, nhiệt lượng cần thiết để nó bay hơi tỉ lệ với nhiệt độ bay hơi. Nhiệt độ này tỉ lệ với năng lượng chuyển động của các phân tử tạo nên giọt chất lỏng. Như vậy muốn một hạt nhân tách thành các nucleon riêng biệt thì nó phải được cung cấp một năng lượng thăng bằng năng lượng liên kết giữa các nucleon. Năng lượng liên kết đó bằng tổng các năng lượng liên kết của từng nucleon. Số nucleon trong nhân là A, do đó năng lượng liên kết tỉ lệ với số khôi A.

Số hạng thứ hai tương ứng với năng lượng mặt. Đối với giọt chất lỏng ta có sức căng mặt ngoài. Tương tự các nucleon trên bề mặt hạt nhân chỉ chịu sức hút về phía trong, vì bên ngoài không có chất hạt nhân nữa. Vì vậy năng lượng liên kết hạt nhân phải bị trừ đi một lượng tỉ lệ với diện tích bề mặt hạt nhân, tức tỉ lệ với $A^{2/3}$.

Số hạng thứ ba tương ứng với năng lượng đẩy tĩnh điện. Hạt nhân là giọt chất lỏng mang điện tích dương. Lực tương tác tĩnh điện trong hạt nhân có giá trị dương làm giảm năng lượng liên kết. Năng lượng Coulomb tỉ lệ với bình phương số proton Z^2 và tỉ lệ nghịch với kích thước hạt nhân $A^{1/3}$, nghĩa là tỉ lệ với $\frac{Z^2}{A^{1/3}}$.

Hai số hạng cuối của (2.13) không được giải thích trong khuôn khổ mău giọt mà phải tính đến vai trò của số các nucleon, tính đối xứng của Z và N, tính chẵn lẻ của số nucleon trong nhân mà nó liên quan đến mău lớp.

Trong phân rã α , $(A-2Z)$ là hằng số, và sự thay đổi nhỏ của δ giữa nhân mẹ với nhân con là không đáng kể. Năng lượng liên kết $B(^4\text{He})$ của hạt α cỡ 28,3 MeV, do đó hiệu giữa $B(Z-2, A-4) - B(z, A)$ được xấp xỉ Taylor với $dZ = -2, dA = -4$.

Do đó phương trình (2.12) có thể được diễn tả theo biểu thức như sau:

$$Q_\alpha \approx 28,3 \text{ MeV} - 2 \frac{\partial B}{\partial Z} - 4 \frac{\partial B}{\partial A} \quad (2.15)$$

$$Q_\alpha \approx 28,3 \text{ MeV} - 4a_v + \frac{8}{3}a_s \frac{1}{A^{1/3}} + 4a_c \frac{Z}{A^{1/3}} \left(1 - \frac{Z}{3A}\right) - 4a_a \left(1 - \frac{2Z}{A}\right)^2 \quad (2.16)$$

Đạo hàm của Q_α theo A được xác định bởi:

$$\frac{\partial Q_\alpha}{\partial A} = -\frac{8}{9}a_s \frac{1}{A^{1/3}} - \frac{4}{3}a_c \frac{Z}{A^{4/3}} \left(1 - \frac{4Z}{3A}\right) - 16a_a \frac{Z}{A^2} \left(1 - \frac{2Z}{A}\right) \quad (2.17)$$

Vì mỗi số hạng trong (2.17) đều âm nên ta có:

$$\left(\frac{\partial Q_\alpha}{\partial A}\right)_{Z=\text{const}} < 0 \text{ phù hợp với kết quả trong hình 2.10.}$$

Thế các trị bằng số cụ thể vào công thức (2.16), người ta nhận thấy $Q_\alpha > 0$ khi $A > 150$

Tất cả hạt nhân nguyên tử có số khối $A > 150$ đều không bền đối với phóng xạ α . Tuy nhiên về phương diện thực nghiệm, người ta chỉ phát hiện được phóng xạ α khi năng lượng lớn hơn 4 MeV, tương ứng với $A > 200$. Hiện nay người ta đã biết được hơn hai trăm hạt nhân phân rã alpha. Phân rã alpha chủ yếu xảy ra đối với các hạt nhân nặng ở cuối bản phân loại tuần hoàn Mendeleev với $Z > 83$, tức là hạt nhân có điện tích Z lớn hơn số magic $Z = 82$ hai đơn vị trở lên. Ví dụ thalium ($Z = 81$) không có đồng vị phát alpha, bismuth ($Z = 83$) có 9 đồng vị phát alpha, còn polonium ($Z = 84$) có hơn 21 đồng vị phát alpha. Ngoài ra còn có một nhóm nhỏ các hạt nhân trong vùng đất hiếm cũng phân rã alpha với $A = 140$ đến $A = 160$, hạt nhân nhẹ nhất là $^{142}_{58}\text{Ce}$ chứa 84 neutron cũng phát alpha. Một trường hợp đặc biệt là hạt nhân nhẹ ^8_4Be cũng phát alpha với thời gian bán rã 3×10^{-6} giây.

2.6. Lý thuyết phóng xạ α

2.6.1. Hiệu ứng đường hầm

Ta biết rằng năng lượng hạt α phát ra từ nhân nhỏ hơn nhiều độ cao rào thế Coulomb. Ví dụ trường hợp $^{238}\text{U} \rightarrow ^{234}\text{Th} + \alpha$. Hình 2.11 trình bày dạng thế năng $U(r)$ giữa hạt α và nhân còn lại như một hàm của r . Ở khoảng cách xa α bị đẩy tĩnh điện và sẽ có thế năng $U(r) = 2Ze^2 / r$, ở đây $2e$ là điện tích của hạt α và Ze là điện tích của nhân còn lại. Khi α tiến tới nhân nó sẽ chịu lực hút của lực hạt nhân.

$$U = \frac{q_1 q_2}{r}$$

$$1,44 = \frac{k e^2}{R} (\text{MeV})$$

Rào thê Coulomb đối với ^{238}U là

$$U(R) = \frac{1,44 Z Z}{R} = \frac{1,44 \times 2 \times 90}{8} = 32,4 \text{ MeV.}$$

Giá trị này lớn hơn nhiều động năng của hạt α , $T_\alpha = 5 \text{ MeV}$ trong phân rã của hạt nhân ^{238}U . Về phương diện cổ điển hạt α phải có năng lượng tối thiểu bằng độ cao rào thê 32,4 MeV. Nếu hạt α có động năng T_α nhỏ hơn độ cao rào thê thì theo vật lý cổ điển hạt α không thể vượt ra khỏi hạt nhân. Đây là một nghịch lý. Nghịch lý này được giải quyết bởi Gamow, Gurney và Codon năm 1928 dựa vào nền tảng của cơ học lượng tử. Do tính chất sóng, hạt α có thể xuyên qua rào thê năng có độ cao lớn hơn động năng của α . Nó tương tự như sự truyền qua của ánh sáng giữa hai bản thủy tinh đặt song song và đối diện với nhau. Khi khe hở không khí lớn và khi góc tới của ánh sáng lớn hơn một giá trị tới hạn, không có ánh sáng nào được truyền từ mặt này qua mặt kia. Tuy nhiên nếu các bản thủy tinh này được đặt gần nhau sao cho khe không khí không lớn hơn vài bước sóng, khi đó ánh sáng có thể đi vào bản kia ngay cả khi góc tới lớn hơn góc tới hạn.

Theo cơ học lượng tử, luôn luôn có một xác suất P khác zero để một hạt xuyên qua một bê thê năng có chiều cao lớn hơn động năng của nó, miễn là bê rộng của bê thê năng hữu hạn. Đó là hiệu ứng đường hầm.

Hằng số phóng xạ λ_α của một nguyên tố phóng xạ có thể được viết dưới dạng:

$$\lambda_\alpha = v_0 \cdot P \rightarrow P = \frac{\lambda_\alpha}{v_0} \quad (2.20)$$

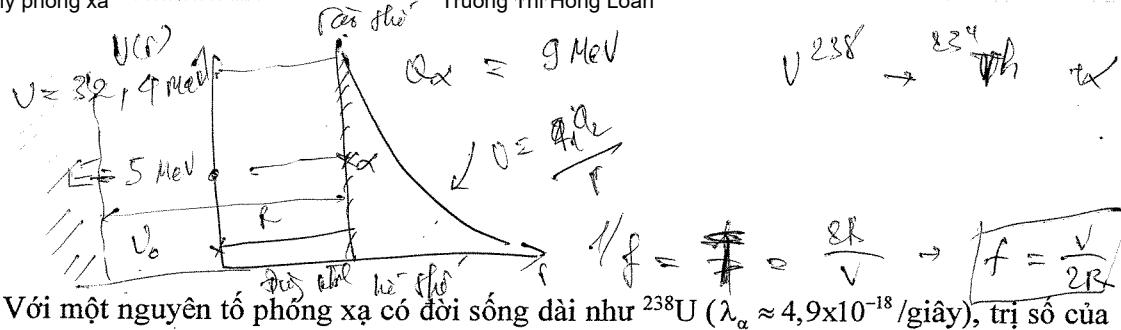
Trong đó v_0 là số lần mà hạt α khi đến bê thê năng muốn vượt ra khỏi nhân trong một giây. Về mặt độ lớn, nó có thể tính bởi:

$$v_0 \approx \frac{v}{2R} \quad (2.21)$$

với v là vận tốc của hạt α và R là bán kính của nhân phóng xạ. Trị số của v_0 , một cách gần đúng, được xem như không thay đổi đối với nhân phóng xạ α :

$$v_0 \approx \frac{2 \cdot 10^9}{2 \cdot 10^{-12}} = 10^{21} \text{ lần/giây}$$

và sự thay đổi đáng kể của λ_α , tuỳ thuộc vào sự thay đổi của P .



Muốn tính được P, ta phải biết thế năng U của nhân còn lại trong đó hiện hữu hạt α .

2.6.2. Bài toán phóng xạ alpha với giếng thế hạt nhân chũ nhặt và thế Coulomb

Giả sử thế năng U(r) đối xứng cầu gồm thế năng hạt nhân khi $r \leq R$ kết hợp với thế năng Coulomb khi $r \geq R$ như hình vẽ (hình 2.11). Trong đó:

- $U(r) = U_0$ khi $r \leq R$.
- $U(r) = \frac{zZe^2}{r}$ khi $r \geq R$. Với R là tổng bán kính của hạt alpha và hạt nhân còn lại.
- Với $z = 2$ là điện tích của hạt α .
- Z: điện tích của hạt nhân còn lại.
- $B = U(R) = \frac{zZe^2}{R}$: chiều cao tường thế Coulomb (lớn hơn nhiều so với U_0 và E).
- R_E : được xác định bởi $\frac{zZe^2}{R_E} = E$.

$$E = \frac{1}{2}mv^2$$

Với E là năng lượng của phân rã α , được tính bằng động năng của hạt α và nhân còn lại khi chúng cách xa nhau đáng kể. $E = T_\alpha + T_r$.

Ký hiệu v là vận tốc tương đối của hạt α so với nhân còn lại khi phóng xạ, v_α và v_Y là vận tốc của hạt α và nhân còn lại trong hệ phòng thí nghiệm. Ta có $v = v_\alpha + v_Y$. Khi đó:

$$E = T_\alpha \frac{m_\alpha}{M} = \frac{1}{2} M v^2 \quad (2.23)$$

với M là khối lượng rút gọn của hệ được tính bởi $\frac{1}{M} = \frac{1}{m_Y} + \frac{1}{m_\alpha}$.

Hàm sóng $\psi(r, \theta, \phi)$ của hạt α , ở trạng thái ổn định, hiện hữu trong thế năng $U(R)$ thỏa phương trình:

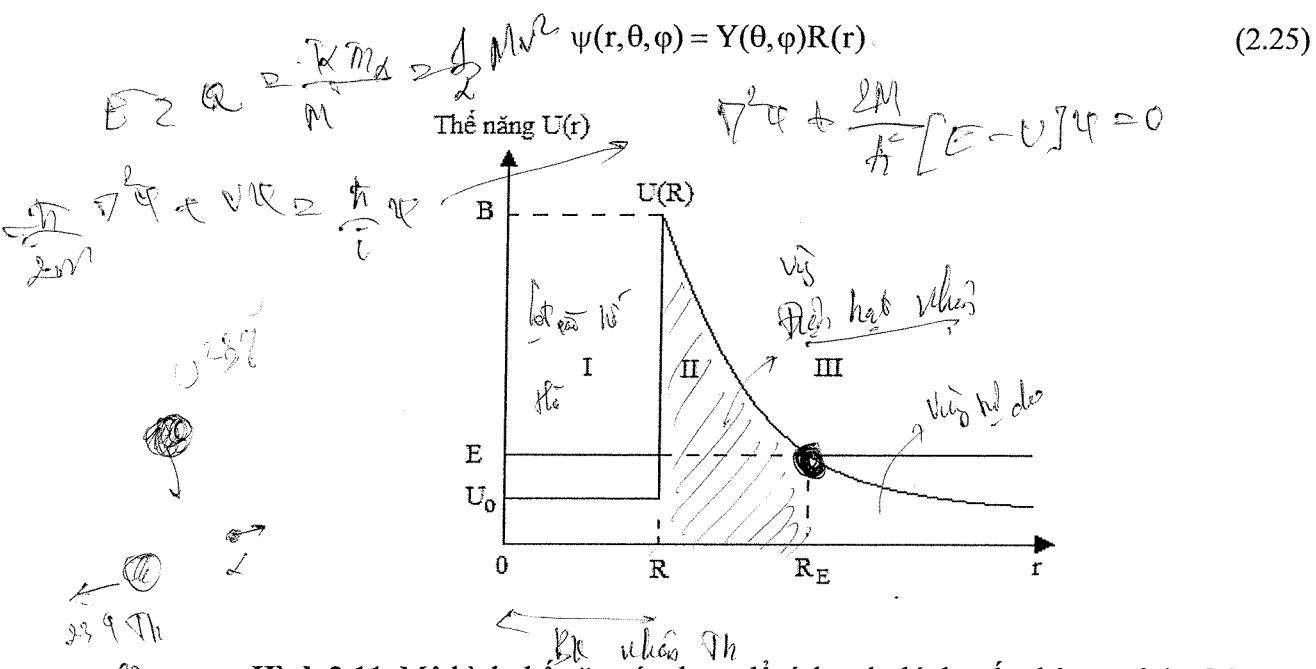
$$\nabla^2 \Psi + \frac{2M}{\hbar^2} [E - U(r)] \Psi = 0.$$

Trong hệ tọa độ cầu ta có:

$$E \Psi = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi + U \Psi$$

$$\left[\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \right] \psi(r, \theta, \phi) + \frac{2M}{\hbar^2} [E - U(r)] \psi(r, \theta, \phi) = 0 \quad (2.24)$$

Trong đó $\psi(r, \theta, \phi)$ có dạng:



Hình 2.11. Mô hình thế năng áp dụng để tính toán lý thuyết phân rã alpha [2].

Với $Y(\theta, \phi)$ là hàm cầu thoả phương trình:

$$\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta \frac{\partial Y}{\partial \theta}) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2 Y}{\partial \phi^2} + l(l+1)Y = 0 \quad (2.26)$$

Và người ta đã giải được:

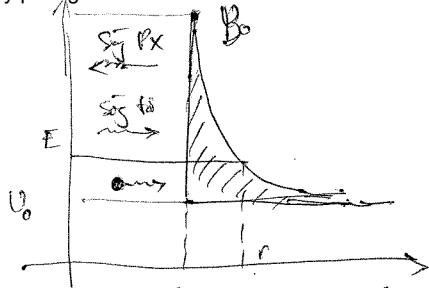
$$Y_{lm}(\theta, \phi) = \epsilon \left[\frac{2l+1}{4\pi} \frac{(l-m)!}{(l+m)!} \right]^{\frac{1}{2}} P_l^m(\cos \theta) e^{im\phi} \quad (2.27)$$

Với: $\epsilon = (-1)^m$ khi $m > 0$
 $\epsilon = 1$ khi $m \leq 0$

Còn hàm sóng xuyên tâm $R(r)$ thoả:

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \left\{ \frac{2M}{\hbar^2} [E - U(r)] - \frac{l(l+1)}{r^2} \right\} R = 0 \quad (2.28)$$

Đặt $R(r) = \frac{u(r)}{r}$, suy ra: (2.29)



$$\frac{d^2u(r)}{dr^2} + \frac{2M}{\hbar^2} \left\{ E - \left[U(r) + \frac{l(l+1)\hbar^2}{2Mr^2} \right] \right\} u(r) = 0 \quad (2.30)$$

1. Trường hợp momen góc $\ell = 0$: hạt α ở trạng thái s

Ta có: $\frac{d^2u(r)}{dr^2} + \frac{2M}{\hbar^2} [E - U(r)] u(r) = 0 \quad (2.31)$

a. Xác định nghiệm hàm sóng trạng thái

Đặt: $k_1 = \sqrt{\frac{2M}{\hbar^2} (E - U_0)}$; $\chi = \sqrt{\frac{2M}{\hbar^2} (U(r) - E)}$; $k_3 = \sqrt{\frac{2M}{\hbar^2} [E - U(r)]} = \sqrt{\chi(r)} \downarrow r \rightarrow \infty \quad (2.32)$

Nghiệm của phương trình (2.31) có thể là:

Trong vùng I: $u_1(r) = A_1' e^{ik_1 r} + A_1'' e^{-ik_1 r}$ $\xrightarrow{\text{tại } r=0}$ $\xrightarrow{\text{tại } r \rightarrow \infty}$ $k_3 = \text{const}$ $\downarrow r \rightarrow \infty \quad (2.33)$

Trong vùng II: $u_2(r) = A_2 \chi(r)^{-\frac{1}{2}} e^{\int_r^{R_E} \chi(r') dr'} + A_2'' \chi(r)^{-\frac{1}{2}} e^{-\int_r^{R_E} \chi(r') dr'} \quad (2.34)$

Trong vùng III: $u_3(r) = A_3 k_3^{-\frac{1}{2}} e^{i \int_r^{R_E} k_3(r') dr'} + A_3'' k_3^{-\frac{1}{2}} e^{-i \int_r^{R_E} k_3(r') dr'} \quad (2.35)$

Vì $R(r)$ xác định tại $r=0$, ta phải có $u_1(0)=0$, suy ra:

$u_1(r) = A_1 \sin(k_1 r) \quad R \xrightarrow{\frac{u_1(r)}{k_1 r} = 0} \quad (2.36)$

Gần trị số $r=R$, tích phân $\int_r^{R_E} \chi(r) dr'$ có trị số khá lớn, nên trong vùng II ta có thể viết:

$$u_2(r) = A_2 \chi(r)^{-\frac{1}{2}} e^{\int_r^{R_E} \chi(r) dr'} \quad (2.37)$$

Khi $r \rightarrow \infty$ (vùng thứ III), hàm nghiệm $u_3(r)$ phải có dạng tương trưng một sóng ra xa ($A_3'' = 0$), khi đó $k_3 = k$ là hằng số:

$$u_3(r) = A_3' k^{-\frac{1}{2}} e^{ik(r-R_E)} = A_3 e^{ikr} \quad (2.38)$$

Với: $k = \frac{\sqrt{2ME}}{\hbar} \quad (2.39)$

Phương pháp WKB (Wentzen – Kramers – Brillouin) đối với sự nối liền hai hàm nghiệm (2.34) và (2.35) xuyên qua trị số $r=R_E$ cho ta:

$$A_2 \frac{1+i}{\sqrt{2k}} = A_3 \quad (2.40)$$

Thật vậy trong vùng II ta có:

$$\chi(r) = \sqrt{\frac{2M}{\hbar^2} [U(r) - E]} \quad (2.41)$$

Khi nối liền vùng II với vùng III theo cung tròn quanh vị trí này ta có:

$$\chi \rightarrow \sqrt{\frac{2M}{\hbar^2} [E - U(r)]}^{1/2} \rho e^{-\frac{i\pi}{2}} = k_3 e^{-\frac{i\pi}{2}} = k_3 (-i)$$

$$\begin{aligned} A_2 \chi^{-\frac{1}{2}}(r) e^{\int_r^R \chi(r') dr'} &\rightarrow A_2 k_3^{-\frac{1}{2}} e^{\frac{i \pi}{4}} e^{\int_r^R -i k_3 dr'} \\ &= A_2 k_3^{-1/2} \frac{1+i}{\sqrt{2}} e^{i \int_r^R k_3(r') dr'} \end{aligned}$$

Khi r khá lớn, biểu thức trên tương đương với

$$= A_2 k_3^{-1/2} \frac{1+i}{\sqrt{2}} e^{i k_3 r} = A_3 e^{i k_3 r}$$

Do đó ta có được (2.40).

Điều kiện liên tục của các hàm sóng và đạo hàm của chúng tại $r = R$ cho chúng ta:

$$A_1 \sin k_1 R = A_2 \chi^{-\frac{1}{2}}(R) e^{\int_R^R \chi(r') dr'} \quad (2.41.a)$$

$$A_1 k_1 \cos k_1 R = - \left[A_2 \chi^{-\frac{1}{2}}(R) e^{\int_R^R \chi(r') dr'} \right] (1 + \gamma) \quad (2.41.b)$$

$$\gamma = \frac{1}{2 \chi^2(R)} \frac{\partial \chi(r)}{\partial r} \Big|_R = -\frac{1}{4kR} \frac{[E/U(R)]^{1/2}}{[1 - E/U(R)]^{3/2}}$$

Chia (2.41.b) cho (2.41.a) ta có:

$$k_1 \cot g(k_1 R) = -(1 + \gamma) \chi(R)$$

Vì $\chi(R) \gg k_1$ và γ nhỏ ($\approx -0,017$) suy ra $k_1 R \approx \pi$. Do đó

$$A_1 k_1 \approx A_2 \chi^{-\frac{1}{2}}(R) e^{\int_R^R \chi(r') dr'} \quad (2.42)$$

Giả sử hàm sóng được chuẩn hóa theo điều kiện:

$$\int_0^R 4\pi r^2 |\Psi|^2 dr = 1$$

$$\text{Suy ra } |A_1|^2 \int_0^R \sin^2 k_1 r dr = 1. \text{ Hay } |A_1|^2 = \frac{2}{R}. \quad (2.43)$$

Sử dụng giá trị A_1 tính được từ (2.43) có thể tính A_2 từ công thức (2.42) và A_3 từ công thức (2.40). Như vậy chúng ta đã xác định được hàm sóng trạng thái ở ba vùng I, II và III.

b. Hằng số phóng xạ alpha

Bây giờ ta đi tính hằng số phóng xạ λ_α . Hạt α bay ra tượng trưng bằng sóng cầu ra $u_3 = A_3 e^{ikr}$. Xác suất để hạt α bay ra trong 1 giây thoát ra khỏi nhân liên kết với sóng cầu ra đó là:

$$\lambda_\alpha = 4\pi r^2 \left| \vec{j} \right|_{r=R_E}$$

Với j tượng trưng cho mật độ dòng hạt trong 1 giây xuyên qua 1cm^2 tại vị trí r tính từ tâm của nhân. Do đó $4\pi r^2 \left| \vec{j} \right|_{r=R_E}$ tượng trưng số hạt xuyên qua mặt cầu bán kính r trong 1 giây. Và đó chính là λ_α .

Trong tọa độ cầu:

$$\vec{\nabla} = \vec{e}_r \cdot \frac{\partial}{\partial r} + \vec{e}_\theta \cdot \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} + \vec{e}_\phi \cdot \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi}$$

$$\vec{j} = -\frac{i\hbar}{2M} (\psi^* \nabla \Psi - \Psi \nabla \psi^*)$$

$$\text{Với: } \psi = Y_{0,0} \frac{A_3 e^{ikr}}{r} = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} A_3 \frac{e^{ikr}}{r}$$

$$\text{Vậy } \vec{j} = \frac{v}{r^2} |A_3|^2 \cdot \frac{1}{4\pi}$$

$$\text{Suy ra } \lambda_\alpha = v |A_3|^2$$

Với v là vận tốc của hạt trong chuyển động tương đối $v = \frac{\hbar k}{M}$

$$\text{Theo (2.40) ta có } \lambda_\alpha = v \left| \frac{1+i}{\sqrt{2k}} \right|^2 |A_2|^2$$

$$= \frac{v}{k} |A_2|^2$$

Theo (2.42) ta có:

$$\begin{aligned} &= \frac{v |A_1|^2 k_1^2}{k \chi(R)} e^{-2C} \quad \text{Với } C = e^{\int_R^{R_E} \chi(r') dr'} \\ &= \frac{2v k_1^2}{k R \chi(R)} e^{-2C} \\ &= \frac{2v}{R \sqrt{\frac{2M}{\hbar^2} E}} \cdot \frac{\frac{2M}{\hbar^2} [E - U_0]}{\sqrt{\frac{2M}{\hbar^2} [U(R) - E]}} e^{-2C} \end{aligned}$$

Mặc khác:

$E - U_0 = \frac{1}{2} M v_{\alpha,i}^2$ là động năng của hạt trong nhân.

$v_{\alpha,i} = v \left(1 - \frac{U}{E}\right)^{1/2}$ là vận tốc tương đối của hạt α trong nhân.

Suy ra: $v = \frac{E^{1/2}}{(E - U_0)^{1/2}} v_{\alpha,i}$.

Vậy hằng số phân rã được tính bởi:

$$\lambda_\alpha = \left[\frac{v_{\alpha,i}}{2R} \right] \left[\frac{4(E - U_0)^{1/2}}{(B - E)^{1/2}} \right] e^{-2C} = \lambda_0 e^{-2C} \quad (2.44)$$

Trong đó: $\frac{v_{\alpha,i}}{2R}$ là tần số để hạt α chạm vào bờ giếng thế.

$\left[\frac{4(E - U_0)^{1/2}}{(B - E)^{1/2}} \right]$ thể hiện sự phản xạ do sự không liên tục tại R của thế năng.

(e^{-2C} tượng trưng cho xác suất xuyên rào và là thừa số chi phối chủ yếu trong phân rã α . Ta nhận thấy rằng khi C tăng thì λ_α giảm tức thời gian bán rã tăng. Với C được tính bởi:

$$C = \int_R^{R_E} \chi(r) dr = \int_R^{R_E} \left[\frac{2M}{\hbar^2} \left(\frac{zZe^2}{r} - E \right) \right]^{1/2} dr \quad (2.45)$$

Ta có: $E = \frac{zZe^2}{R_E} \Rightarrow zZe^2 = E \cdot R_E$

Suy ra: $C = \sqrt{\frac{2ME}{\hbar^2}} \int_R^{R_E} \left(\frac{R_E}{r} - 1 \right)^{1/2} dr$

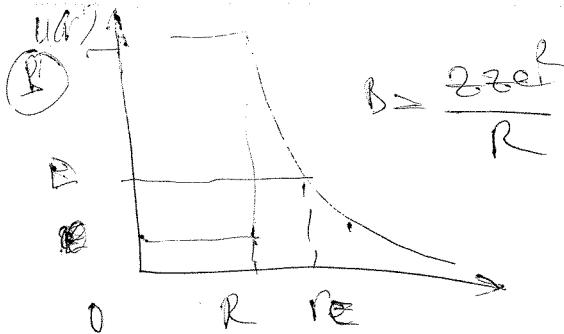
Bằng cách đặt $\sqrt{\frac{r}{R_E}} = \cos \xi \Rightarrow dr = R_E \cdot 2 \cdot \cos(\xi) \cdot \sin(\xi) d\xi$,

$$\left(\frac{1}{\cos^2 \xi} - 1 \right)^{1/2} = \left(\frac{1 - \cos^2 \xi}{\cos^2 \xi} \right)^{1/2} = \left(\frac{\sin^2 \xi}{\cos^2 \xi} \right)^{1/2}$$

Ta có:

$$C = \frac{2R_E}{\hbar} \sqrt{2ME} \int_0^{\xi_0} \sin^2 \xi d\xi, \text{ với } \xi_0 = \arccos \sqrt{\frac{E}{B}} (\text{vì } \frac{E}{B} = \frac{R}{R_E})$$

Do đó suy ra:



$$C = \frac{2zZe^2}{\hbar v} \left[\arccos \sqrt{\frac{E}{B}} - \sqrt{\frac{E}{B} \left(1 - \frac{E}{B} \right)} \right] \quad (2.46)$$

Đối với phỏng xạ α của nguyên tố nặng, thường E khá nhỏ so với B , nên một cách gần đúng, ta có thể viết:

$$\arccos \sqrt{\frac{E}{B}} - \sqrt{\frac{E}{B} \left(1 - \frac{E}{B} \right)} \approx \frac{\pi}{2} - 2\sqrt{\frac{E}{B}}$$

Suy ra $2C = \frac{2\pi zZe^2}{\hbar^2 v} - \frac{4}{\hbar} \sqrt{2MzZe^2 R} \quad (2.47)$

Đặt $\beta = \frac{v}{c}$ và $\frac{e^2}{\hbar c} = \frac{1}{137}$, ta có:

$$2C = \pi \left(\frac{2.z.Z}{137.\beta} \right) - \frac{4}{137} \left(2.z.Z \frac{M}{m_0} \frac{R}{r_0} \right)^{1/2} \rightarrow \lambda_{\alpha,0} = \lambda_0 e^{-2C}$$

hay

$$2C = \frac{2\pi zZ}{137\beta} \left[1 - \frac{4}{\pi} \sqrt{\frac{R}{R_E}} \right] \quad \frac{E}{B} \approx \frac{R}{R_E} \quad (2.48)$$

Trong đó: $r_0 = \frac{e^2}{m_0 c^2}$ là bán kính cổ điện của electron với khối lượng tĩnh m_0 .

Số hạng đầu tiên lớn hơn số hạng thứ hai một thừa số $\frac{\pi}{4} \sqrt{b/R}$ và do đó là số hạng ưu tiên.

Số hạng thứ nhất trong biểu thức (2.48) đôi khi còn được gọi là là thành phần Gamow và tương ứng với giá trị gần đúng của hệ số xuyên rào đối với sóng s ($\ell = 0$) với rào thê rất cao được gọi là thừa số Gamow.

$$G = e^{-\pi(2zZ/137\beta)} \quad (2.49)$$

Biểu thức (2.49) cho thấy khó truyền qua rào thê hạt nhân nếu $\frac{2zZ}{137\beta} \gg 1$. Điều kiện này tượng

trung vùng ở đó lý thuyết cổ điện có hiệu lực. Ngoài ra biểu thức (2.48) cũng chứng tỏ sự phát hạt α với vận tốc thấp hay năng lượng thấp là bị cấm. Cũng vậy hạt nhân có Z càng lớn (các mảnh phân hạch) thì xác suất xuyên qua rào thê càng thấp.

Biểu thức (2.44) tương đương

$$\tau = \tau_0 e^{2C} \quad (2.50)$$

↓ 54

$$\frac{1}{\tau} = \tau_0 = 2 \cdot 10^{-23} (\text{s})$$

với τ là thời gian sống trung bình của hạt nhân phát α và $\tau_0 \approx 7 \times 10^{-23}$ giây.

2. Trường hợp momen góc $\ell \neq 0$:

Nếu nhân mẹ lúc đầu có spin J_i và sau đó trở thành nhân con có spin J_f , momen góc ℓ sẽ có giá trị trong khoảng từ $|J_i - J_f| \leq \ell \leq J_i + J_f$ (vì α có $s=0$) thích hợp với tính chẵn lẻ $\Pi_{J_i} \Pi_{J_f} = (-1)^\ell$. Khi $\ell \neq 0$, thế năng của hệ tăng thêm bởi bậc thế ly tâm như hình 2.12.

$$\text{Hình 2.12: } U_L = \frac{\hbar^2 \ell(\ell+1)}{2MR^2} \quad (2.51)$$

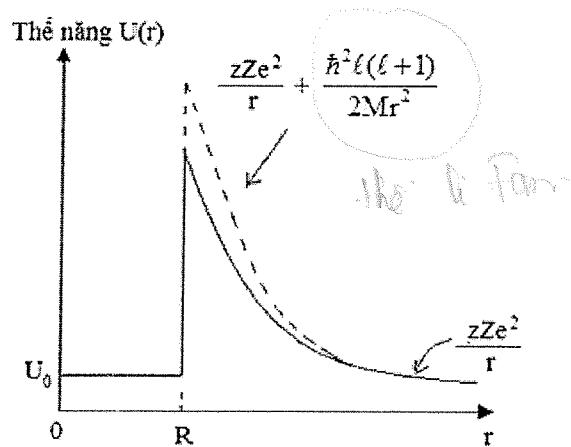
Với giả thiết tần số đậm vào bờ thành thế năng không đổi. Hằng số phóng xạ λ_α vẫn cho bởi (2.44) nhưng với C là:

$$C = \sqrt{\frac{2M}{\hbar^2}} \int_R^{R_E} \left(\frac{zZe^2}{r} + \frac{\ell(\ell+1)\hbar^2}{2Mr^2} - E \right)^{1/2} dr \quad (2.51)$$

$$C = \sqrt{\frac{2M}{\hbar^2}} \int_R^{R_E} \left(\frac{zZe^2}{r} \right)^{1/2} \left(1 + \sigma(r) - \frac{E}{zZe^2 r} \right)^{1/2} dr, \quad (2.52)$$

$$\text{với } \sigma(r) = \frac{\ell(\ell+1)\hbar^2 / 2Mr^2}{zZe^2 / r} \quad (2.53)$$

$$C = \sqrt{\frac{2M}{\hbar^2}} \int_R^{R_E} \left(\frac{zZe^2}{r} \right)^{1/2} \left(1 + \sigma(r) - \frac{r}{R_E} \right)^{1/2} dr$$



Hình 2.12. Trường hợp $\ell \neq 0$ ngoài thế Coulomb có thêm bậc thế ly tâm [2].

Đối với nhân nặng $\sigma(r)$ nhỏ vào khoảng $\sigma(r) \approx 0,002\ell(\ell+1)$ và Gamow tìm được biểu thức gần đúng:

$$\begin{aligned} 2C &\approx \frac{2\pi zZe^2}{\hbar v} - \frac{4zZe^2}{\hbar v} \sqrt{\frac{R}{R_E}} \left(1 - \frac{\sigma}{2}\right) \\ \text{Hay} \quad 2C &\approx \frac{2\pi zZe^2}{\hbar v} - \frac{4}{\hbar} (2Zze^2MR)^{1/2} \left(1 - \frac{\sigma}{2}\right) \end{aligned} \quad (2.54)$$

$$\text{Với: } \sigma \approx \frac{[\ell(\ell+1)/2MR^2]\hbar^2}{zZe^2/R} \ll 1 \rightarrow \text{XS Xept le} \quad (2.55)$$

Do đó:

$$\lambda_{\alpha,\ell} = \lambda_{\alpha,0} e^{-\frac{2\sigma(2Zze^2MR)^{1/2}}{\hbar}} \quad (2.56)$$

Thừa số giảm của $\lambda_{\alpha,\ell}$ do bậc thê ly tâm là:

$$e^{-\frac{2\sigma(2Zze^2MR)^{1/2}}{\hbar}} = e^{-2\ell(\ell+1)\hbar \frac{1}{(2Zze^2MR)^{1/2}}} = e^{-\frac{2\ell(\ell+1)\hbar}{R(2MR)^{1/2}}} \quad (2.57)$$

và còn được gọi là thừa số dạng.

$$\sigma = \frac{\ell(\ell+1)\hbar}{2MR^2(2Zze^2)} \quad U = \frac{2Zze^2}{R}$$

Với ^{226}Ra có $R = 9,3 \times 10^{-13}$ cm, người ta tính được thừa số dạng là $e^{-0,095\ell(\ell+1)}$ và với $\ell = 4$ thừa số dạng vào khoảng $(6,7)^{-1}$. Kết quả gần đúng này thể hiện được tính hiệu quả vật lý của bậc thê ly tâm. Tuy nhiên nó không cho thấy ảnh hưởng của ℓ vào tần số đập, mà theo Preston tần số đập phải tăng theo ℓ . Khi $\ell \leq 4$ sự tăng của tần số đập lớn hơn sự bù đắp lại sự giảm của hệ số xuyên rào.

Gọi U_ℓ là chiều cao của bậc thê ly tâm tại $r = R$, ta có $U_\ell = \frac{\hbar^2 \ell(\ell+1)}{2MR^2}$. Khi $E > U_\ell$ thì hạt

không bị ảnh hưởng bởi bậc thê ly tâm. Nói cách khác, bậc thê ly tâm không ngăn cản sự thoát hạt. Ngược lại, khi $E < U_\ell$, bậc thê ly tâm làm giảm xác suất xuyên rào.

Bậc thê ly tâm chỉ phụ thuộc vào bản chất chuyển động của hạt chứ không phụ thuộc vào điện tích của hạt.

2.6.3. Xác định bán kính hạt nhân

Nếu thời gian sống trung bình trung bình và động năng của chất phát hạt α và Z đã biết bán kính hạt nhân có thể được xác định từ phương trình (2.44) và (2.48). Giá trị r_0 được tính

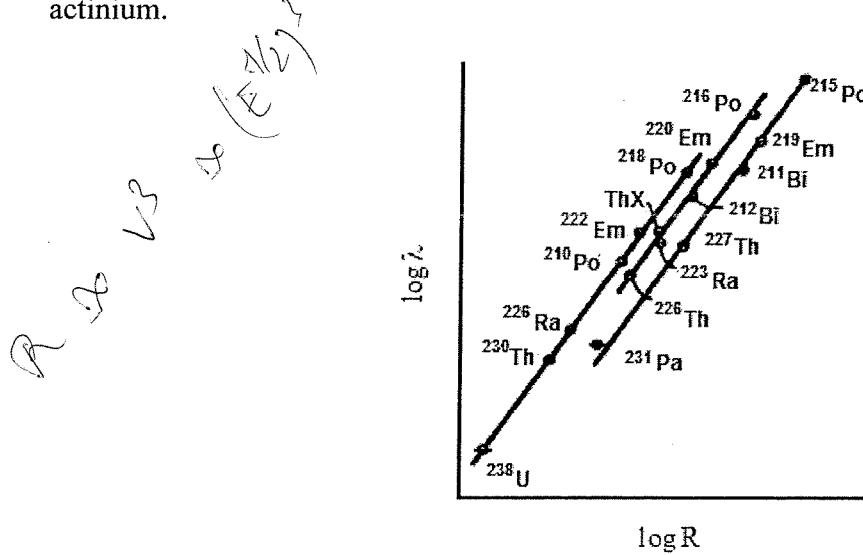
bằng công thức $R = r_0 A^{1/3}$ cho kết quả 1,48 fm cao hơn 20% so với các phương pháp khác. Bán kính hiệu chỉnh của hạt nhân con sẽ hơi nhỏ hơn R do bán kính xác định của hạt α . Do đó bán kính hiệu dụng r_0 hơi nhỏ hơn. Nó cho thấy rằng khi R càng lớn và những tham số khác không thay đổi, bì dày rào thê càng mỏng và do đó sự truyền qua rào thê càng nhiều.

2.6.4. Định luật Geiger – Nutall

Từ nghiên cứu về phân rã α , Geiger và Nutall đã khám phá quy luật $\log \lambda$ giảm tuyến tính theo $\log R$ (R là quãng chạy) đối với các thành phần của chuỗi phóng xạ tự nhiên (như Ra, Th, Ac).

$$\log \lambda = k \log R + c \quad (2.58)$$

với k và c là hằng số. Nếu R được tính bằng (cm), ta có $k = 60$ và c thay đổi ít tuỳ theo chất phóng xạ α thuộc họ nào trong số 3 họ phóng xạ: uranium, thorium, actinium. Hình 2.13 trình bày sự phụ thuộc của hằng số phân rã λ theo quãng chạy R của ba họ uranium, thorium và actinium.



Hình 2.13. Sự phụ thuộc của hằng số phân rã theo quãng chạy [2].

Geiger cũng chứng tỏ $R = \text{const.} v^3 = \text{const.} E^{\frac{3}{2}}$ (2.59)

Do đó $\log \lambda = \text{const.} \log E + \text{const}$

Hay $\log \lambda + \text{const.} \log(1/E) = \text{const}$ (2.60)

Tức là thời gian sống càng nhỏ khi năng lượng α càng lớn. Công thức Gamow cho

$$\lambda = \text{const.} \exp(\text{const.} / \sqrt{E})$$

với Z thay đổi ít. Suy ra $\log \lambda + (\text{const}/\sqrt{E}) = \text{const.}$ (2.61)

Có sự phù hợp giữa (2.60) và (2.61).

Đặc tính chủ yếu của các hệ thức trên là ứng với các biến đổi tương đối nhỏ của quãng chạy (từ 3 cm đến 10 cm) hay của năng lượng (từ 4 MeV đến 9 MeV), hằng số phóng xạ hay thời gian bán rã $T_{1/2}$ thay đổi rất nhiều một cách dị thường.

Thí dụ:

$$^{232}\text{Th} \quad T_{1/2} = 1,3 \times 10^{10} \text{ năm}, \quad Q_\alpha = 4,05 \text{ MeV}$$

$$^{212}\text{Po} \quad T_{1/2} = 3,7 \times 10^{-7} \text{ giây}, \quad Q_\alpha = 8,95 \text{ MeV}$$

Ta thấy năng lượng phóng xạ alpha tăng gấp đôi thì thời gian bán rã giảm 10^{24} lần.

Kết hợp với kết quả trong hình 2.10, ta nhận thấy rằng sự tăng 1 neutron trong hạt nhân có $A > 212$ sẽ làm giảm năng lượng phóng xạ, do đó, theo hệ thức Geiger-Nuttall, thời gian bán rã sẽ tăng lên, hạt nhân trở nên bền hơn.

2.6.5. Thành công của lý thuyết Gamow

Chú ý rằng vận tốc v nằm dưới mẫu trong công thức (2.48) sẽ làm cho thời gian sóng trung bình giảm rất nhanh với chỉ một sự thay đổi nhỏ năng lượng của hạt α . Ví dụ thực nghiệm cho thấy ^{232}Th phát α có thời gian sóng trung bình $1,4 \times 10^{10}$ năm cho hạt α năng lượng 5 MeV trong khi ThC' có thời gian sóng 0,3 micro giây phát α có năng lượng 8 MeV. Tức là sự thay đổi 50% về năng lượng dẫn đến sự thay đổi 24 cấp ở thời gian sóng. Việc giải thích sự thay đổi tỷ lệ nghịch lớn của thời gian sóng theo năng lượng là một thành công sáng chói của lý thuyết Gamow.

Các khảo sát trên có hiệu lực đối với sự truyền sóng s ($\ell = 0$) qua rào thế. Và thuận lợi là một số lớn các hạt nhân phát alpha thích hợp cho tính chất này. Đó là những hạt nhân có Z chẵn và A chẵn. Điều này cũng đúng cho các hạt nhân con cháu. Các hạt nhân này được biết rộng rãi là có mô men góc bằng 0. Từ sự bảo toàn mô men động lượng cho thấy các hạt α sẽ mang sóng s . Nếu $\ell \neq 0$, nghiệm của phương trình có bô sung số hạng xuyên tâm sẽ rất phức tạp. Nói chung $\ell \neq 0$ sẽ gây hiệu ứng tăng độ cao rào thế và do đó tăng thời gian sóng trung bình.



Bài tập chương 2

- 2.1. Các nhân nặng có thể phân rã α , hoặc β thuộc một trong 4 dây phóng xạ tuỳ theo số khối A có dạng $4n, 4n+1, 4n+2, 4n+3$ với n là số nguyên dương.
- Hãy chứng tỏ nếu một nhân thuộc một trong 4 họ đó thì tất cả các sản phẩm con cháu của nó cũng sẽ thuộc chính họ đó.
 - Phân loại các nhân sau theo họ của chúng: ^{235}U , ^{238}U , ^{239}Pu , ^{240}Pu , ^{245}Cm , ^{246}Cm , ^{249}Cf , ^{253}Fm .
- 2.2. Khảo sát sự phóng xạ của ^{212}Bi , người ta cho biết có 33,7% trường hợp phóng thích α và 66,3% trường hợp phóng thích β và trong sự phân rã α có 27,2% trường hợp tương ứng với mức năng lượng phóng xạ lớn nhất. Thời gian bán rã của ^{212}Bi là 60,5 phút. Tính hằng số phóng xạ riêng phần đối với sự phóng thích α với năng lượng phóng xạ lớn nhất.
- 2.3. Xét hai kiểu phân rã của ^{223}Ra sau đây:
- $$\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 \quad \lambda_{\text{tối}} = 33,7\% \times 27,2\% \rightarrow \lambda \rightarrow T$$
- $$\begin{aligned} \lambda_1 &= \chi \frac{Z_{\text{Ra}} e^2}{R_{\text{Ra}} + R_{\text{Pb}}} \quad ^{223}\text{Ra} \rightarrow ^{209}\text{Pb} + ^{14}\text{C} \\ \lambda_2 &= \chi \frac{Z_{\text{Ra}} e^2}{R_{\text{Ra}} + R_{\text{He}}} \quad ^{223}\text{Ra} \rightarrow ^{219}\text{Rn} + ^4\text{He} \end{aligned}$$
- Cho biết độ cao của bờ thế Coulomb đối với các hạt α trong phân rã này là 30 MeV. Tính độ cao bờ thế đối với phân rã của ^{14}C .
- 2.4. Nguyên tố $^{212}_{84}\text{Po}$ phát α cho ra chì $^{208}_{82}\text{Pb}$. Giả sử nhân mẹ và con ở trạng thái cơ bản.
- Viết phương trình phản ứng.
 - Tính năng lượng phóng xạ Q_α .
 - Tính vận tốc hạt α bay ra theo (m/giây).
 - Xác định xác suất xuyênl rào e^{-2C} trong phân rã alpha này.

Cho biết khối lượng nguyên tử:

$$2C = \frac{2m_Z - Z}{134\beta} \left[1 - \frac{4}{\pi} \sqrt{\frac{R}{R_D}} \right]$$

$$M(^{212}_{84}\text{Po}) = 211,2223 \text{ u}; M(^{208}_{82}\text{Pb}) = 207,2101 \text{ u}; M(^4_2\text{He}) = 4,0029 \text{ u}.$$

$$1 \text{ u} = 931,141 \text{ MeV};$$

$$1 \text{ MeV} = 1,60206 \times 10^{-13} \text{ J}, 1 \text{ g} = 5,61 \cdot 10^{26} \text{ MeV}.$$

$$\beta = \frac{v}{c}$$

$$\begin{aligned} \frac{R}{R_D} &= \frac{R}{R_D} \quad E = \text{Năng lượng phun xả} = Q_\alpha \\ \beta = v(t) &= \frac{R_D 2e^2}{R_D} + \left\{ \frac{ke^2}{fm} = 1,49 \text{ (km)} \right\} \\ R &= R_\alpha + R_{\text{Pb}} \end{aligned}$$

$$Q = 15,25A - 12,8 A^{1/3} - 0,21 \frac{Z^2}{A^{1/3}} - 23,6 \frac{(A-24)^2}{A}$$

- 2.5. Từ công thức bán thực nghiệm Weizacker, xây dựng công thức tính khối lượng của hạt nhân $M'(Z,A)$, khi biết Z, A, m_p, m_n . Cho $m_p = 1,673 \times 10^{-27} \text{ kg}$; $m_n = 1,675 \times 10^{-27} \text{ kg}$. Từ đó xác định khối lượng của hạt nhân sau đây: $^{226}_{88}\text{Ra}$ và $^{222}_{86}\text{Rn}$.
- 2.6. Sử dụng công thức tính năng lượng phân rã alpha dùng mô hình mẫu giọt:

$$Q_\alpha \approx 28,3 \text{ MeV} - 4a_v + \frac{8}{3}a_s \frac{1}{A^{1/3}} + 4a_c \frac{Z}{A^{1/3}} \left(1 - \frac{Z}{3A}\right) - 4a_a \left(1 - \frac{2Z}{A}\right)^2$$

Xác định năng lượng phân rã alpha Q_α của $^{198}_{79}\text{Au}$.

- 2.7. Hạt nhân ^{210}Po phát ra hạt α có động năng $T_\alpha = 5,3 \text{ MeV}$. Tất cả các hạt nhân con được tạo ra đều ở trạng thái cơ bản, biết chu kỳ bán rã của ^{210}Po là 138 ngày. Xác định năng lượng phát ra bởi 10 mg ^{210}Po trong thời gian bằng thời gian sống trung bình của hạt nhân này.
- 2.8. Hạt nhân ^{212}Po đứng yên, phát ra hạt α có động năng $T_\alpha = 8,34 \text{ MeV}$. Khi đó hạt nhân con ở trạng thái cơ bản.
- a. Tìm năng lượng toàn phần được giải phóng trong quá trình này. $Q_\alpha \approx \left(\frac{1}{m_{p_b}} + \frac{1}{m_\alpha}\right) m_{p_b} T$
- b. Động năng của nhân con chiếm bao nhiêu phần trăm của năng lượng này.
- 2.9. Trong phân rã α của $^{8}_4\text{Be} \rightarrow \alpha + \alpha$ động năng được giải phóng là 0,094 MeV. Xác định thời gian sống trung bình của $^{8}_4\text{Be}$. Cho biết $r_0 = 1,2 \text{ fm}$; $\tau_0 = 7 \times 10^{-23} \text{ giây}$ và $m_\alpha = 3728,43 \text{ MeV}$.
- 2.10. Hãy xác định lượng nhiệt phát sinh từ 1 mg ^{210}Po phát hạt alpha năng lượng 5,3 MeV trong khoảng thời gian bằng thời gian sống trung bình của nó 138 ngày.
- 2.11. Cho biết thời gian bán rã của ^{235}U và ^{238}U là $8,8 \times 10^8 \text{ năm}$ và $4,5 \times 10^9 \text{ năm}$, hãy tính số hạt alpha tổng cộng phát ra/giây từ 1 g uranium tự nhiên. Cả hai đồng vị đều phát alpha và độ phô cập của ^{235}U là 0,7%. Giả sử khối lượng nguyên tử của uranium là 238.
- 2.12. Radium, polonium và RaC đều là thành phần của cùng một chuỗi phóng xạ. Giả sử cho quãng chạy của hạt α của radium (thời gian bán rã là 1622 năm) trong không khí ở điều kiện chuẩn là 3,36 cm, còn của RaC (thời gian bán rã là $3,3 \times 10^{-9} \text{ giây}$) là 6,97

$$\lambda = \lambda_0 \times e^{-\frac{2H(d+1)}{\lambda}}$$

$$e^{-\frac{2\pi z^2}{137\beta}} \left[1 - \frac{4}{\pi} \sqrt{\frac{E}{B}} \right]$$

$$\log \lambda + \frac{\text{Const}}{\sqrt{E}} = \text{Const}$$

$$\log \lambda = k \log E + c$$

cm. Hãy xác định thời gian bán rã của polonium khi biết quãng chạy của hạt α của nó ở điều kiện chuẩn là 3,85 cm theo định luật Geiger – Nuttall.

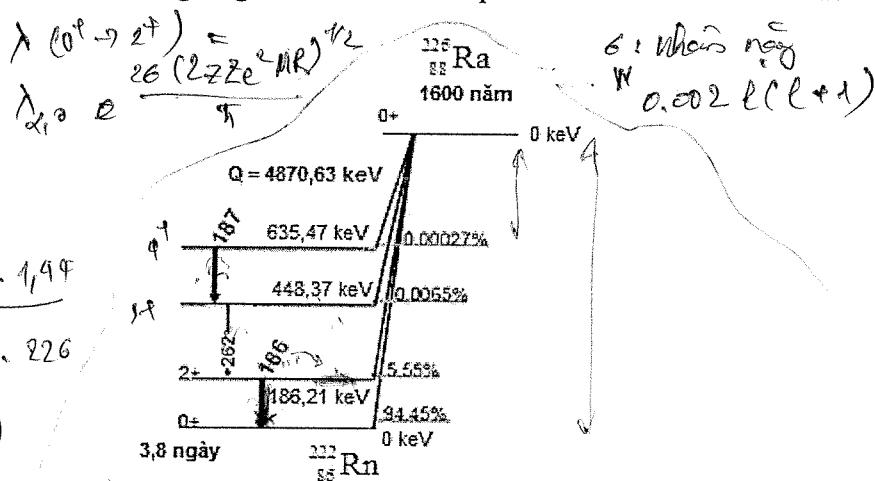
- 2.13. ^{210}Po phân rã α với thời gian bán rã 138 ngày thành chì ^{206}Pb bền. Vẽ đồ thị tốc độ hình thành ^{206}Pb theo thời gian.

- 2.14. Cho sơ đồ phân rã của $^{226}_{88}\text{Ra}$ thành $^{222}_{86}\text{Rn}$ với năng lượng phóng xạ 4870,63 keV tương ứng chuyển biến từ mức 0^+ của ^{226}Ra đến mức kích thích cao nhất của ^{222}Rn .

- Tính chiều cao tường thế Coulomb cho phân rã alpha này.
- Hãy tính động năng của 4 nhóm hạt alpha.
- Xác định vận tốc của 4 nhóm hạt alpha này.
- Tính hằng số phân rã alpha cho chuyển biến từ $^{226}\text{Ra} (0^+)$ đến $^{222}\text{Rn} (0^+)$.
- Tính hằng số phân rã alpha cho chuyển biến từ $^{226}\text{Ra} (0^+)$ đến $^{222}\text{Rn} (2^+)$.
- Xác định hằng số phân rã alpha tổng cộng của chuyển biến câu d và câu e. Tính thời gian bán rã tương ứng. So sánh với kết quả cho ở sơ đồ hình BT 2.1.

$$\begin{aligned} & (2.52) \\ & \lambda = \frac{q^2 (l+1)^2}{2mK^2} \\ & (\text{NeV}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \lambda_\alpha = \frac{Z_2 Z_1 e^2}{R_{\text{Ra}}} \\ & = \frac{2.86 \cdot (ke^2)}{6 A^{1/3}} = \frac{2.86 \cdot 1.94}{1.9 \cdot 826} \\ & K^2 = 1.94 (\mu\text{eV. fm}) \end{aligned}$$



Hình BT 2.1. Sơ đồ phân rã α của $^{226}_{88}\text{Ra}$.

- Tính chiều cao tường ly tâm trong trường hợp $^{226}\text{Ra} (0^+)$ đến $^{222}\text{Rn} (2^+)$.
- Hỏi hạt alpha bay ra trong biến chuyển $^{226}\text{Ra} (0^+)$ đến $^{222}\text{Rn} (2^+)$ có bị ảnh hưởng bởi bậc thê ly tâm tương ứng hay không?
- Tính năng lượng gamma trong chuyển biến từ $^{222}\text{Rn} (2^+)$ đến $^{222}\text{Rn} (0^+)$. Hỏi đây là chuyển biến đa cực gì?

$$T = \frac{Q_\alpha (0^+ \rightarrow 2^+)}{1 + m_\alpha / m_\gamma}$$

61

$$\begin{aligned} Q_\alpha (0^+ \rightarrow 2^+) &= 4870,63 \text{ MeV} \\ Q_\alpha (0^+ \rightarrow 3^+) &= 4870,63 + 187 \text{ MeV} \\ Q_\alpha (2^+ \rightarrow 2^+) &= 4870,63 + 187 + 26^2 \\ Q_\alpha (0^+ \rightarrow 0^+) &= 4870,63 + 187 + 26^2 + 186,21 \end{aligned}$$

- 2.15. Cho biết thời gian bán rã alpha của $^{212}_{84}\text{Po}$ là $0,3 \times 10^{-6}$ giây (năng lượng phân rã là 8,95 MeV) và của $^{142}_{58}\text{Ce}$ là $0,16 \times 10^{24}$ giây (năng lượng phân rã là 1,45 MeV). Hãy vẽ hình độ cao và bề dày rào thê Coulomb của hai trường hợp này. Tính bán kính của nhân $^{212}_{84}\text{Po}$.
- 2.16. Hãy xác định lượng $^{210}_{84}\text{Po}$ cần thiết cung cấp một nguồn α cường độ 5 mCi. Cho biết thời gian bán rã của polonium này là 138 ngày.
- 2.17. Người ta tìm thấy một bình dung dịch chứa 1 g ^{226}Ra phát α chưa bao giờ tích lũy nhiều hơn $6,4 \times 10^{-6}$ g con cháu radon của nó (có thời gian bán rã 3,825 ngày). Hãy cho biết cách xác định thời gian bán rã của radium và xác định giá trị này.
- 2.18. Một nguồn chứa 1 μg ^{242}Pu được trải mỏng trên một dĩa của buồng ion hóa, cho số đếm hạt α là 80 hạt/giây và số đếm phân hạch là 3/giờ. Hãy xác định thời gian bán rã của ^{242}Pu và hằng số phân rã riêng phần đối với cả hai kiểu phân rã.
- 2.19. Samarium phát ra hạt α năng lượng thấp với tốc độ 90 hạt/g/giây. Nếu ^{47}Sm (độ phổ cập 15%) là nguồn gốc của sự phóng xạ này, hãy tính thời gian bán rã của nó.
- 2.20. Khảo sát phân rã α của đồng vị ^{194}Au như sau $^{194}_{79}\text{Au} \rightarrow ^{190}_{77}\text{Ir} + \alpha + 1,8 \text{ MeV}$. Hãy xác định thời gian sống trung bình của phân rã này.
- 2.21. Phân rã phát α với năng lượng phóng xạ 5,49 MeV của ^{238}Pu có thời gian sống trung bình 128 năm cho hạt nhân con là ^{234}U có thời gian sống dài hơn $2,5 \times 10^5$ năm. Một thiết bị đo ngoài vũ trụ sử dụng nguồn cung cấp năng lượng từ ^{238}Pu .
 - Hãy viết phương trình phân rã phát α của ^{238}Pu .
 - Xác định khối lượng ^{238}Pu cần thiết để cung cấp tối thiểu 1 kW nhiệt cho 50 năm.



↓

$$E_{\gamma}(\ell^+ - \ell^-) = 186,21 \cdot 10^{-6} \text{ eV}$$

$$\Delta J \leq \ell \leq J_i + 3 \quad \ell = 2 \quad \leftarrow \ell_2 \quad M_e$$

$$(-1)^2 = +1 \quad (\checkmark)$$

$$(-1)^3 = -1 \quad (x)$$

C h u r o n g 3

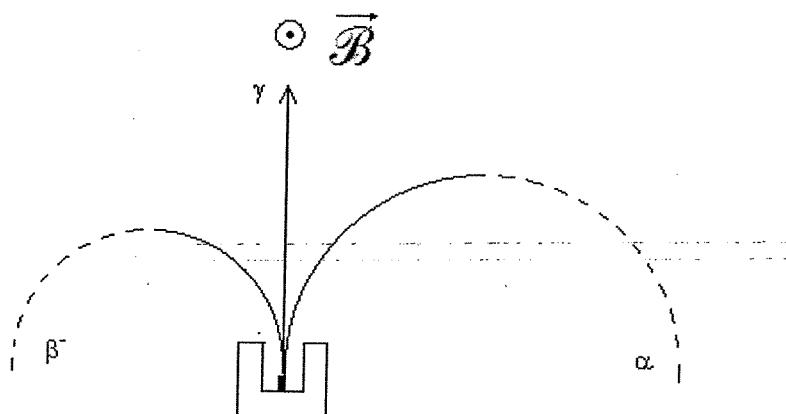
DỊCH CHUYỂN GAMMA

3.1. Đại cương

3.1.1. Lịch sử phát hiện – tính chất và nguồn gốc tia γ

Năm 1903, các tia γ được tách ra khỏi tia α trong chùm tia phóng xạ nhờ tác dụng của một từ trường cường độ lớn.

Tia γ là sóng điện từ có bước sóng rất ngắn khoảng từ $10^{-4} \text{ Å}^0 \rightarrow 1\text{ Å}^0$ tương ứng với năng lượng từ $0,5 \text{ MeV} \rightarrow 100 \text{ MeV}$. Tia γ không bị lệch trong điện trường và từ trường, có khả năng đâm xuyên rất lớn, gây nguy hiểm cho con người.



Hình 3.1.a. Mô hình quỹ đạo các tia bức xạ α , β và γ trong từ trường.

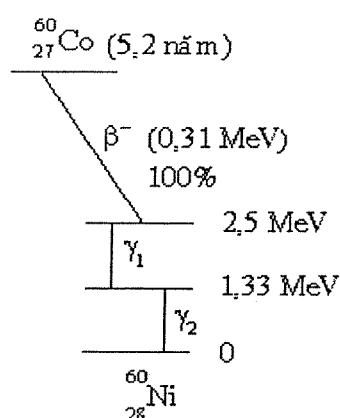
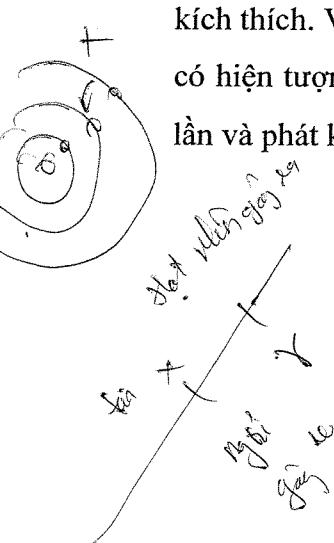
Sự bức xạ hay hấp thu γ có nguồn gốc từ hạt nhân. Dịch chuyển γ của hạt nhân là hiện tượng hạt nhân chuyển từ trạng thái kích thích cao về trạng thái kích thích thấp hơn hoặc về trạng thái cơ bản kèm theo việc phát ra bức xạ γ (lượng tử γ) hay làm bật điện tử từ các lớp vỏ điện tử trong cùng một nguyên tử.

Dịch chuyển γ chỉ xảy ra trong hạt nhân kích thích, sau khi dịch chuyển hạt nhân không thay đổi khối số A và số nguyên tử Z . Vì vậy, quá trình phát tia γ không làm thay đổi thành phần cấu tạo của hạt nhân mà chỉ làm thay đổi trạng thái năng lượng của nó.

Có nhiều cách tạo nên các trạng thái kích thích của hạt nhân. Phương pháp đơn giản và thông dụng nhất là dựa vào sự phân rã tự nhiên của các hạt nhân phóng xạ.

Ngoài ra có thể bắn phá hạt nhân bởi các hạt tích điện, neutron hay photon để chuyển hạt nhân lên trạng thái kích thích.

Đa số các hạt nhân mới tạo thành sau các phân rã β^+, β^-, α đều ở trạng thái bị kích thích. Vì vậy sau các quá trình phân rã này thường có phát tia γ kèm theo. Do đó khi có hiện tượng phóng xạ xảy ra ở một hạt nhân thì hạt nhân đó có thể bị biến đổi nhiều lần và phát kèm theo nhiều tia γ .



Hình 3.1.b. Sơ đồ phân rã γ của ${}^{60}\text{Co}$.

3.1.2. Các phương pháp đo năng lượng γ

Người ta thực hiện nhiều phương pháp đo năng lượng tia γ :

1. Phổ kế chuẩn trực \rightarrow phác xạ

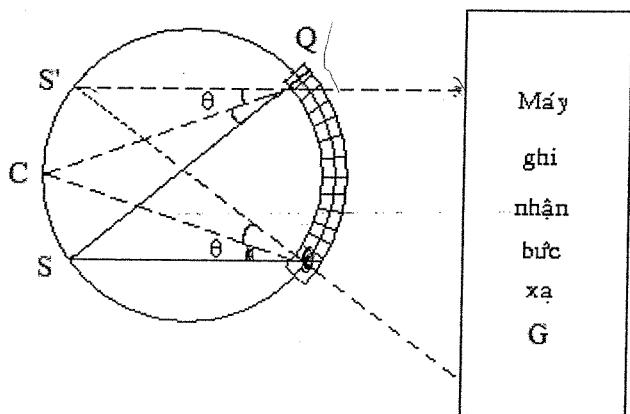
Phổ kế này chỉ có thể dùng để đo năng lượng tia γ không lớn hơn 1,3 MeV ($\lambda > 10^{-2} \text{ Å}^0$). Nó dùng một bản tinh thể cong loại Cauchois Du Mond (1947) như hình vẽ (hình 3.2) và xác định độ dài sóng của tia γ nhiều xạ trên tinh thể này.

Tinh thể khuếch tán Q là một bản cong, có bán kính bằng đường kính của vòng tròn qui tiêu (khoảng 2 m).

Máy dò G được đặt sau Q ghi số đếm A. Số đếm A là một hàm theo θ tức theo vị trí của nguồn phóng xạ S.

Nếu mặt cong Q có tâm tại C, nguồn phóng xạ có năng lượng E_γ đặt tại S. Số đếm cực đại khi thỏa điều kiện nhiễu xạ Bragg:

$$n\lambda = 2d \sin \theta$$



$\Delta L = d \sin \theta$
 $= nA$

Nhận xạ
 Nút dây tơ
 Phép

Hình 3.2. Phô kẽ nhiễu xạ đo tia gamma.

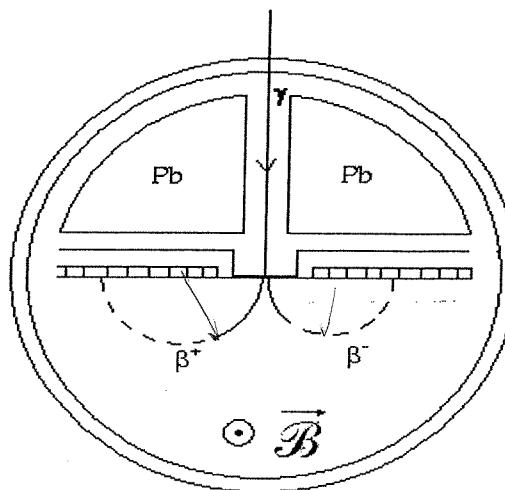
Chùm tia khuếch tán vào máy dò G có thể xem như phát xuất từ nguồn ảo S' sao cho $SC = S'C$. Biết được khoảng cách d của mạng tinh thể, ví dụ với NaCl, $d = 2,52 \times 10^{-8}$ cm, và độ lệch θ , ta có thể xác định được năng lượng E_γ . Như vậy, với nguồn phóng xạ Au^{198} , cường độ 1 Curie, năng lượng E_γ đo được là:

$$E_\gamma = 411,770 \pm 0,036 \text{ keV} \quad (\lambda = 3,011 \times 10^{-10} \text{ cm})$$

2. Trong trường hợp tia γ có độ dài sóng rất ngắn, người ta dùng phương pháp gián tiếp bằng cách truyền năng lượng E_γ cho electron trong nguyên tử môi trường của đầu dò rồi xác định năng lượng của electron này. Sự truyền năng lượng này có thể xảy ra theo các hiệu ứng sau:

- + Biến đổi nội tại
- + Hiệu ứng Compton, hiệu ứng quang điện
- + Hiệu ứng tạo cặp (β^+, β^-).

Trong trường hợp sau, năng lượng của cặp (β^+, β^-) có thể được đo bằng từ phô kẽ như hình vẽ (hình 3.3). Đối với $E_\gamma \gg 1$ MeV, tổng số bán kính của (β^+, β^-) gần như không đổi.



Hình 3.3. Tù phỏ kẽ đo năng lượng của tia gamma thông qua cặp (β^+, β^-).

$$E_\gamma = m_e c^2 + m_e c^2 \quad (3.1)$$

Mà

$$\frac{m_\pm v_\pm^2}{R_\pm} = e \mathcal{B} v_\pm \Rightarrow m_\pm v_\pm = e \mathcal{B} R_\pm \quad (3.2)$$

$$\begin{aligned} E &= c \left(\frac{m_+ v_+}{v_+ / c} + \frac{m_- v_-}{v_- / c} \right) \\ &= c \left(\frac{e \mathcal{B} R_+}{v_+ / c} + \frac{e \mathcal{B} R_-}{v_- / c} \right) \end{aligned} \quad (3.3)$$

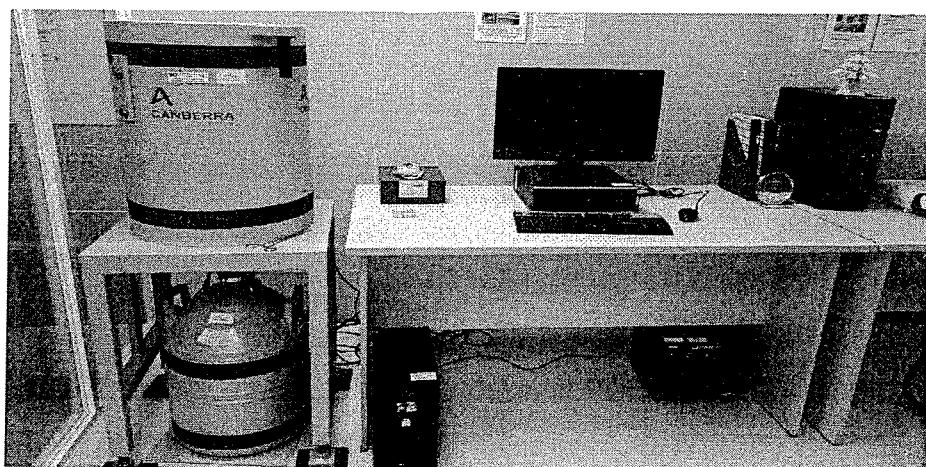
Ở đây: m_\pm là khối lượng tương đối, R_\pm là bán kính cong, v_\pm vận tốc của electron và positron tương ứng; \mathcal{B} là từ trường.

3. Ngày nay hệ phỏ kẽ gamma đầu dò bán dẫn siêu tinh khiết HPGe được sử dụng rộng rãi trong các phòng thí nghiệm nghiên cứu về mật độ mức kích thích hạt nhân thông qua việc đo năng lượng tia gamma phát ra từ nguồn, cũng như ứng dụng trong phân tích định tính và định lượng các nguyên tố và đồng vị phóng xạ vi lượng dựa trên phân tích phổ năng lượng gamma của các hạt nhân không bền và phát photon gamma.

Một ví dụ về hệ phỏ kẽ gamma phông tháp bao gồm đầu dò HPGe đặt trong buồng chì giảm phông và được kết nối với các thiết bị điện tử đi kèm được trình bày trong hình 3.4. Đầu dò sẽ thu nhận các bức xạ gamma phát ra từ mẫu vật rồi chuyển chúng thành các tín hiệu điện để có thể xử lý bằng các thiết bị điện tử. Các tín hiệu từ đầu dò được khuếch đại qua bộ tiền khuếch đại và bộ khuếch đại tuyển tính. Sau khi tín

hiệu được khuếch đại, chúng được đưa qua bộ biến đổi tương tự sang số (ADC), khói phân tích đa kênh (MCA) và cuối cùng được thể hiện trên màn hình máy tính ở dạng phổ năng lượng gamma.

Nguyên tắc hoạt động của các đầu dò tinh thể HPGe là khi có một bức xạ ion hóa đi vào đầu dò, nó sẽ tạo nên các electron tự do thông qua ba hiệu ứng chủ yếu với tinh thể bán dẫn. Các electron tự do di chuyển với động năng lớn sẽ làm kích thích các electron chuyển lên vùng dẫn, đồng thời để lại lỗ trống mang điện tích dương trong vùng hóa trị. Các cặp lỗ trống – electron được tạo ra trong vùng nghèo dọc theo quỹ đạo của bức xạ tới. Chúng được kéo về hai điện cực bởi điện trường do hiệu điện thế ngược được áp vào đầu dò, các electron sẽ di chuyển đến bản cực dương còn các lỗ trống sẽ di chuyển đến bản cực âm kết quả của quá trình này sẽ cho ta một xung dòng điện ở ngõ ra. Khi đó ở mạch điện ngoài đầu dò sẽ xuất hiện một tín hiệu điện áp. Xung điện áp này được ghi nhận và xử lý ở các mạch điện tử phía sau của hệ đo.



Hình 3.4. Hệ phô kẽ gamma đầu dò bán dẫn siêu tinh khiết HPGe GC3520.

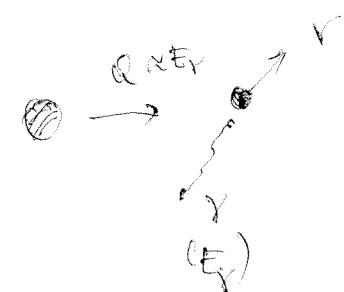
3.1.3. Năng lượng phóng xạ γ

Trong phóng xạ γ , năng lượng phóng xạ Q được xem xấp xỉ bằng năng lượng photon E_γ

$$Q \approx E_\gamma$$

vì năng lượng giật lùi E_r của nhân còn lại được xem như không đáng kể. Thực vậy, theo định luật bảo toàn động lượng ta có:

$$\vec{0} = \vec{P}_r + \vec{P}_\gamma$$



với \vec{P}_r là động lượng của nhân giật lùi, \vec{P}_γ là động lượng của tia γ .

Chiếu lên phương chuyền động của hai hạt sản phẩm ta có:

$$P_r = P_\gamma = \frac{h\nu}{c} = \frac{E_\gamma}{c}$$

mà

$$E_r = \frac{P_r^2}{2m_r}$$

suy ra

$$E_r = \frac{m_r v_r^2}{2} = \frac{P_r^2}{2m_r} = \frac{1}{2m_r} \frac{E_\gamma^2}{c^2} \quad (3.4)$$

Lập tỷ số: $\frac{T_r}{E_\gamma} = \frac{1}{\frac{2m_r}{m_0}} \times \frac{E_\gamma}{m_0 c^2} = \frac{1}{2} \times \frac{m_0}{m_r} \times \frac{E_\gamma}{m_0 c^2} \ll 1$ (3.5)

Ở đây m_0 là khối lượng electron, m_r là khối lượng hạt nhân giật lùi.

P_r là động lượng hạt nhân giật lùi.

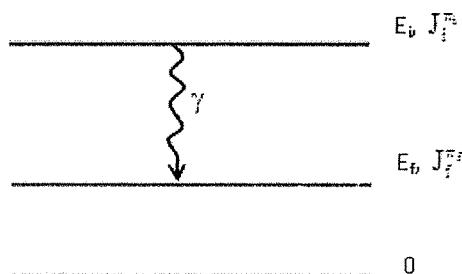
E_γ, T_r là năng lượng tia gamma và động năng của hạt nhân giật lùi.

Vậy có thể bỏ qua năng lượng của hạt nhân giật lùi trong trường hợp gần đúng.

3.2. Lý thuyết phóng xạ gamma

Nghiên cứu quá trình dịch chuyển phát tia γ giữ vai trò quan trọng trong vật lý hạt nhân vì nó cho biết:

- Năng lượng kích thích của hạt nhân.
- Các số lượng tử J , tính chẵn lẻ π thông qua định luật bảo toàn momen góc và chẵn lẻ.
- Sự vững chắc của các mẫu hạt nhân từ sự so sánh thời gian sống trung bình, đo được của các mức kích thích so với thời gian tính từ lý thuyết mẫu hạt nhân.



Hình 3.5. Sơ đồ chuyển đổi phát γ năng lượng $\hbar\omega = E_i - E_f$

(bỏ qua năng lượng giật lùi của hạt nhân bia).

$$\text{Mục tiêu: } \lambda_{fi} = \frac{2\pi}{\hbar} |V_{fi}|^2 \quad (\text{Năng lượng phản})$$

(XS biến đổi) XS đổi đổi Nối với final

Khảo sát sự phân rã γ không tách rời việc khảo sát hiện tượng luôn được kèm là hiện tượng biến đổi nội tại, cũng có bản chất điện từ và cạnh tranh với phân rã γ .

Để mô tả đầy đủ về phóng thích hay hấp thu photon của hạt nhân nguyên tử đòi hỏi đến lý thuyết lượng tử của sự phát bức xạ. Lý thuyết bức xạ lượng tử vay mượn một số biểu diễn cổ điển bằng cách xem nguồn bức xạ như là một dao động momen điện hoặc từ với sự phân bố điện tích và dòng thay đổi theo thời gian.

Chúng ta sẽ dựa trên quy tắc của Fermi để tính xác suất chuyển biến trong đơn vị thời gian λ_{fi} từ trạng thái đầu i đến trạng thái cuối f.

$$\lambda_{fi} = \frac{2\pi}{\hbar} |V_{fi}|^2 \rho_f(\xi_f = \xi_i) \quad (3.6)$$

Ở đây, V_{fi} là ma trận dịch chuyển, ρ_f là mật độ trạng thái cuối.

Do bảo toàn năng lượng nên $\xi_f = \xi_i$, với ξ_i, ξ_f là năng lượng toàn phần của hệ ở trạng thái đầu i và trạng thái cuối f.

3.2.1. Phần tử ma trận dịch chuyển (V_{fi})

Vấn đề khó khăn là tìm ra toán tử tương tác, trạng thái đầu, cuối mà chúng có liên quan đến cấu trúc hạt nhân. Ta nhận thấy:

- Trạng thái đầu i bao gồm chỉ trạng thái kích thích.
- Trạng thái cuối f bao gồm trạng thái kích thích hoặc trạng thái cơ bản.

Dùng biểu thức cổ điển của thế năng tương tác giữa trường bức xạ điện từ và các hạt như sau:

Gọi q_j là điện tích của hạt thứ j, r_j là vị trí của hạt thứ j, \vec{v}_j là vận tốc của hạt thứ j, và $\vec{A}(\vec{r}_j, t)$ là thế vectơ của trường bức xạ tại vị trí của hạt thứ j. Khi đó theo cổ điển, thế năng tương tác có dạng:

$$V = - \sum_{j=1}^N q_j \vec{A}(\vec{r}_j, t) \vec{v}_j \quad (3.7)$$

Thế vectơ $\vec{A}(\vec{r}_j, t)$ thỏa:

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \vec{A} = 0 \quad (3.8)$$

Với

$$\vec{\nabla} \vec{A} \equiv \text{div} \vec{A} = 0 \quad (3.9)$$

(Hiệu chuẩn Coulomb - trường trong miền không có dòng và điện tích).

Do đó ta có:

$$\nabla \cdot \vec{A} - q_i \vec{A}_i \cdot \nabla = q_i$$

$$V_f = -\sum_{j=1}^A q_j \int \dots \int d^3 r_1 \dots d^3 r_j \dots d^3 r_A \vec{A}^*(\vec{r}_j) \Phi_f^*(1, \dots, j, \dots, A) \left(\frac{\vec{p}_j}{m} \right) \Phi_i(1, \dots, j, \dots, A) \quad (3.10)$$

$\vec{A}^*(\vec{r}_j)$ là phần không gian của nghiệm phức trong (3.9). Đó là hàm sóng của photon γ được phóng thích ra; Φ_i , Φ_f là hàm sóng đầu và cuối; $\frac{\vec{p}_j}{m}$, $\vec{p}_j = -i\hbar \vec{\nabla}_j$ lần lượt là toán tử vận tốc và toán tử xung lượng.

Nếu đặc trưng trạng thái photon bằng năng lượng $\hbar\omega$ và động lượng $\hbar\vec{k}$ của nó, ta có:

$$f = \hbar\vec{k} = \frac{\hbar}{\lambda} \quad \omega = 2\pi\nu, \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad v = \frac{c}{\lambda}, \quad k = |\vec{k}|, \quad p = \frac{\hbar}{\lambda} = \hbar\vec{k} \quad \nabla = \frac{\omega}{k} \quad (3.11)$$

Suy ra $\omega = ck$. Hàm sóng của photon - nghiệm của phương trình (3.9) – khi đó là sóng phẳng đơn sắc:

$$\vec{A}(\vec{r}, t) = \vec{A}(\vec{r}) e^{-i\omega t} \quad (3.12)$$

Mà phần không gian trong (3.12) là:

$$\vec{A}(\vec{r}) = A_0 \vec{\epsilon} e^{i\vec{k}\vec{r}} \quad (3.13)$$

Với A_0 là hằng số chuẩn hóa; $\vec{\epsilon}$ là vec tơ đơn vị xác định hướng phân cực của photon γ .

Điều kiện (3.9) cho thấy tính sóng ngang của bức xạ γ . Thật vậy:

$$\epsilon_x k_x + \epsilon_y k_y + \epsilon_z k_z = 0 \text{ hay } \vec{\epsilon} \vec{k} = 0$$

Vậy vectơ phân cực $\vec{\epsilon}$ vuông góc phuong truyền của γ . Do đó trong mặt sóng phẳng chỉ có 2 phuong độc lập tuyen tính mà ta chọn vuông góc nhau $\vec{\epsilon}_1$, $\vec{\epsilon}_2$ (hình 3.6).

$$\vec{\epsilon}_1 \vec{\epsilon}_2 = 0, \quad \vec{\epsilon}_1^2 = \vec{\epsilon}_2^2 = 1 \quad (3.14)$$

Hằng số A_0 được chuẩn hóa trong không gian là thể tích của nhân.

Thật vậy từ $\vec{A}(\vec{r}, t)$ suy ra $\vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$ và $\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$

Năng lượng của điện từ trường:

$$\hbar\omega = \int \frac{1}{2} \left(\epsilon_0 \vec{E}^2 + \frac{1}{\mu_0} \vec{B}^2 \right) dV \text{ và } \vec{A}(\vec{r}, t) = A_0(\omega) \vec{\epsilon} \left\{ e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)} + c \omega n_j \right\}$$

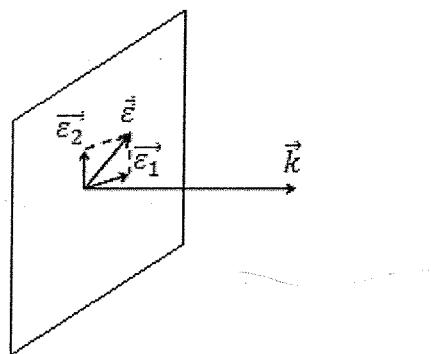
Nếu ta chuẩn hóa hàm sóng photon sao cho năng lượng điện từ chứa trong thể tích chuẩn V đúng bằng năng lượng $\hbar\omega$ thì ta tìm được:

$$\lambda = \frac{2\pi V}{\hbar \omega} \rightarrow V_i = -q \vec{A} \cdot \vec{v} \quad \vec{A} = \sqrt{\frac{\hbar}{2\epsilon_0 \omega}} \vec{E} e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}}$$

$$A_0 = \sqrt{\frac{\hbar}{2\epsilon_0 \omega V}} \quad (3.15)$$

V là thể tích chuẩn hóa (bằng thể tích của nhân).

Các hàm sóng hạt nhân được dùng từ các mẫu hạt nhân (mẫu tầng suy rộng).



Hình 3.6. Biểu diễn tính chất sóng ngang của sóng điện từ.

3.2.2. Mật độ các trạng thái cuối (ρ_f)

Trạng thái đầu được tạo bởi hạt nhân hiện hữu ở một trong những trạng thái kích thích năng lượng E_i và không có photon. Năng lượng toàn phần không nhiễu loạn của hệ là:

$$\xi_i = E_i \text{ trong trạng thái đầu.}$$

Trong trạng thái cuối ta có hạt nhân ở trạng thái kích thích hoặc cơ bản, ở mức năng lượng E_f và một photon có năng lượng $\hbar\omega$, vectơ sóng \vec{k} . Năng lượng thành phần không nhiễu loạn của hệ là:

$$\xi_f = E_f + \hbar\omega \text{ (bỏ qua năng lượng giật lùi).}$$

$$\text{Sự bảo toàn năng lượng cho } \xi_f = \xi_i \quad (3.16)$$

$$\text{Suy ra } \hbar\omega = E_i - E_f \quad (3.17)$$

Đo năng lượng $\hbar\omega$ của photon ta sẽ biết được năng lượng kích thích của hạt nhân. Số trạng thái cuối n_f là số trạng thái của photon.

Nếu giả sử photon có sự phân cực xác định, theo vectơ sóng ta có:

$$dn_f = \frac{d^3 p}{h^3} V \text{ mà } p = \hbar k$$

Suy ra:

$$\underbrace{\text{Số} \ h \text{ay} \ \text{phân} \ \text{cực} \ \text{của} \ \text{photon}}_{\rightarrow} \ dn_f = \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} V = \frac{k^2 dk d\Omega}{(2\pi)^3} V \quad (3.18)$$

w > K

Vì

$$d\xi_f = \hbar d\omega \text{ và } \omega = ck$$

$$d\omega = cdk$$

$$d\xi_f = \hbar c dk \quad (3.19)$$

Mật độ trạng thái cuối:

$$\rho_f = \frac{dn_f}{d\xi_f} = \frac{V}{(2\pi)^3} \frac{1}{\hbar c} \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 d\Omega \quad (3.20)$$

Để tính ρ_f chỉ cần dùng định luật bảo toàn năng lượng (3.16) và (3.17):

$$\omega = \frac{E_i - E_f}{\hbar} \quad (3.21)$$

3.2.3. Gần đúng đối với photon bước sóng dài

Do tính chất phân bố mật độ của hạt trong nhân, phần chính yếu đóng góp vào thành phần (3.10) là những giá trị của $r_j \leq R$ (R là bán kính hạt nhân nguyên tử) và nếu photon được phóng thích ra có bước sóng λ

$$\frac{\hbar c}{\lambda} = 197 \text{ (MeV fm)} \quad \lambda = \frac{\lambda}{2\pi} = \frac{1}{k} = \frac{\hbar c}{\hbar \omega} = \frac{197}{\hbar \omega (\text{MeV})} \text{ (fm)} \quad (3.22)$$

đủ lớn sao cho $kR = \frac{R}{\lambda} \ll 1$ (3.23)

thì ta có thể viết $e^{-ikr_j} = 1 - ik\vec{r}_j + \dots$ (3.24)

Ví dụ đối với hạt nhân có khối số $A = 125$, photon được phóng thích cỡ $\hbar\omega = 100 \text{ keV}$; $R \approx 1,1 \cdot A^{1/3} \text{ fm}$. Suy ra: $kR = 2,7 \times 10^{-3}$.

Sự gần đúng càng tốt khi hạt nhân càng nhỏ và năng lượng photon càng nhỏ.

1. Sự gần đúng cấp 1

Lấy $\vec{A}(r_j) = A_0 \vec{e} e^{-ikr_j}$ suy ra $\vec{A}(\vec{r}_j) = A_0 \vec{e}$

$\vec{A}(\vec{r}_j) = A_0 \vec{e} e^{-ikr_j}$ $V_{fi}^{(1)} = -A_0 \vec{e} e^{-ikr_j} \int d^3 r_i \dots d^3 r_j \dots d^3 r_A \Phi_f^*(1, \dots, j, \dots, A) \sum_{j=1}^Z \frac{\vec{p}_j}{m} \Phi_i(1, \dots, j, \dots, A)$

Viết tắt lại là $V_{fi}^{(1)} = -A_0 \vec{e} e \left\langle \Phi_f \left| \sum_{j=1}^Z \frac{\vec{p}_j}{m} \right| \Phi_i \right\rangle$ (3.25)

Ta có $\frac{\hat{p}_j}{m} = \frac{d\vec{r}_j}{dt} = \frac{-i}{\hbar} [\hat{r}_j, \hat{H}_{nhan}]$

$$V_{fi}^{(1)} = -A_0 \vec{e} e \left\langle \Phi_f \left| \sum_{j=1}^Z \frac{d\hat{r}_j}{dt} \right| \Phi_i \right\rangle \quad (3.26)$$

$$\lambda_{fi} = \frac{2R}{\hbar} \left(\sqrt{\varepsilon_f} \right)^2 \delta(\varepsilon_f) = \frac{2R}{\hbar} \left[\sum_{j=1}^Z q_j d\vec{r}_j \vec{A} \phi^* \frac{\vec{p}_j}{m} A \phi \right]^2 \sqrt{(w)^2 / k_B T} \quad (3.27)$$

$\boxed{\lambda_{fi} = \frac{i}{\hbar} A_0 \bar{\epsilon} e \left\langle \Phi_f \left| \sum_{j=1}^Z [\hat{r}_j, \hat{H}_{nhan}] \right| \Phi_i \right\rangle}$

Mà

$$\left\langle \Phi_f \left| \sum [\hat{r}_j, \hat{H}_{nhan}] \right| \Phi_i \right\rangle = \left\langle \Phi_f \left| \sum (\hat{r}_j \hat{H}_{nhan} - \hat{H}_{nhan} \hat{r}_j) \right| \Phi_i \right\rangle \quad (3.28)$$

Trong đó \hat{H}_{nhan} là Hamilton của hạt nhân, Φ_i và Φ_f là trạng thái riêng. Hay nói cách khác:

$$(-) \quad \begin{cases} \hat{H}_{nhan} \Phi_i = E_i \Phi_i \\ \hat{H}_{nhan} \Phi_f = E_f \Phi_f \end{cases} \rightarrow (E_i - E_f) \sum \hat{r}_j \quad (3.29)$$

Vì \hat{H}_{nhan} là hermitic, $\langle \phi | \hat{H} \phi \rangle = \langle \hat{H} \phi | \phi \rangle$ nên từ (3.28) suy ra:

$$\left\langle \Phi_f \left| \sum [\hat{r}_j, \hat{H}_{nhan}] \right| \Phi_i \right\rangle = (E_i - E_f) \underbrace{\left\langle \Phi_f \left| \sum (\hat{r}_j) \right| \Phi_i \right\rangle}_{(3.30)}$$

Vì $\sum_{j=1}^Z e \cdot \vec{r}_j = \hat{D}$ là momen lưỡng cực điện của hạt nhân (xảy ra khi $\phi_i \neq \phi_f$). Do đó (3.30) suy ra

$$A: \text{tên vecto} \quad \boxed{V_{fi}^{(1)} = i A_0 \bar{\epsilon} \omega \left\langle \Phi_f \left| \hat{D} \right| \Phi_i \right\rangle} \quad (3.31)$$

Để tính (3.31) ta phải biết ϕ_i và ϕ_f dựa vào các mẫu hạt nhân.

Vì đây không phải là giá trị trung bình của momen lưỡng cực điện của hạt nhân $\phi_i \neq \phi_f$ nên phần tử ma trận này \hat{D}_{fi} không nhất thiết phải triệt tiêu.

Vậy khi (3.31) khác zero, \hat{D}_{fi} là yếu tố quan trọng thúc đẩy cho dịch chuyển của photon từ trạng thái đầu i sang trạng thái cuối f.

2. Gần đúng cấp 2

Khi $V_{fi}^{(1)} = 0$, ta phải xét đến số hạng gần đúng cấp 2, đó là $-i \vec{k} \cdot \vec{A}_0 \bar{\epsilon}$.

Gần đúng cấp 2 của phần tử ma trận dịch chuyển có thể được viết từ (3.10) khi khai triển các thành phần. Với:

$$\vec{k} \begin{cases} k_x \\ k_y \\ k_z \end{cases}, \quad \vec{r}_j \begin{cases} r_{j\alpha} \\ r_{j\beta} \\ r_{j\gamma} \end{cases}, \quad \vec{\epsilon} \begin{cases} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \end{cases}, \quad \sum_j \vec{p}_j$$

$$V_{fi}^{(2)} = i A_0 \sum_{\alpha, \beta} k_\alpha \epsilon_\beta \int \dots \int d^3 r_1 \dots d^3 r_j \dots d^3 r_A \cdot \frac{e}{m} \phi_f^*(1, \dots, j, \dots, A) \sum_{j=1}^Z \hat{r}_{j\alpha} \hat{p}_{j\beta} \phi_i(1, \dots, j, \dots, A) \quad (3.32)$$

Toán tử ten-xor hạng hai $\left(\sum_{j=1}^Z r_{j\alpha} p_{j\beta} \right)$ có thể phân tích thành ten-xor phần xứng và đối xứng.

$$\hat{O}^{(a)} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^Z (r_{j\alpha} \cdot p_{j\beta} - r_{j\beta} \cdot p_{j\alpha}) \quad (3.33a)$$

$$\hat{O}^{(s)} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^Z (r_{j\alpha} \cdot p_{j\beta} + r_{j\beta} \cdot p_{j\alpha}) \quad (3.33b)$$

Xét sự tham gia của số hạng tương ứng với $\hat{O}^{(a)}$ ta thấy $r_{j\alpha} p_{j\beta} - r_{j\beta} p_{j\alpha}$ là thành phần của $(\vec{r}_j \times \vec{p}_j)$. Đây chính là momen góc quỹ đạo $\vec{\ell}_j$ của hạt thứ j. Do đó ta có thể viết:

$$\frac{e}{2m} \sum_{j=1}^Z (\hat{r}_{j\alpha} \cdot \hat{p}_{j\beta} - \hat{r}_{j\beta} \cdot \hat{p}_{j\alpha}) = \frac{e}{2m} \sum_{j=1}^Z (\hat{\ell}_j)_{\alpha\beta} = \sum_{j=1}^Z (\hat{\mu}_{j\text{orb}})_{\alpha\beta} \quad (3.34)$$

Với $\hat{\mu}_{\text{orb}}$ là momen luồng cực từ quỹ đạo của hạt nhân.

Nếu ta để ý $(\hat{\mu}_{j\text{orb}})_{\beta\alpha} = -(\hat{\mu}_{j\text{orb}})_{\alpha\beta}$

Và đặt: $\vec{u} = \frac{\vec{k}}{k}; \begin{cases} \alpha \equiv x \\ \beta \equiv y \end{cases}$ thì $\vec{\ell}_j$ nằm trên phương \vec{z}

$$\text{Ta có: } \sum_{\alpha\beta} k_\alpha \varepsilon_\beta (\hat{\mu}_{j\text{orb}})_{\alpha\beta} = k \cdot (\vec{u} \times \vec{\varepsilon}) \hat{\mu}_{j\text{orb}} = \frac{\omega}{c} (\vec{u} \times \vec{\varepsilon}) \hat{\mu}_{j\text{orb}} \quad (3.35)$$

Khi đó thành phần ảnh hưởng của luồng cực từ:

$$V_{\vec{n}}^{(2)(M)} = i A_0 \frac{\omega}{c} (\vec{u} \times \vec{\varepsilon}) \langle \Phi_f | \hat{\mu}_{\text{orb}} | \Phi_i \rangle \quad (3.36)$$

Trong đó: $\langle \Phi_f | \hat{\mu}_{\text{orb}} | \Phi_i \rangle$ là phần tử ma trận luồng cực từ quỹ đạo chi phối chuyển biến của hạt nhân giữa hai trạng thái đầu và cuối.

Các dịch chuyển tương ứng với phần tử ma trận này gọi là chuyển biến luồng cực từ. Và bức xạ γ được phóng thích ra là bức xạ luồng cực từ.

Một cách tổng quát, momen từ của hạt nhân là:

$$\hat{\mu} = \sum_{j=1}^A (\rho_{lj} \hat{\vec{\ell}}_j + \rho_{sj} \hat{\vec{s}}_j) \mu_N$$

Với μ_N là magneton hạt nhân.

Ta thấy $\rho_l = 1$ đối với proton, và $\rho_l = 0$ đối với neutron.

Phản tử ma trận tương ứng (3.36) là $\langle \Phi_f | \hat{\mu} | \Phi_i \rangle$ (3.37)

Cũng với cách tính tương tự, sự tham gia của số hạng đối xứng $\hat{O}^{(s)}$ cho ta:

$$V_{fi}^{(2)(E)} = \frac{1}{6} A_0 \frac{\omega^2}{c} \sum_{\alpha, \beta} u_\alpha \varepsilon_\beta \left\langle \Phi_f | \hat{Q}_{\alpha\beta} | \Phi_i \right\rangle \quad (3.38)$$

Với $\left\langle \Phi_f | \hat{Q}_{\alpha\beta} | \Phi_i \right\rangle$ là phản tử ma trận của toán tử momen từ cực điện giữa trạng thái đầu và cuối. Nó là một ten-xor đối xứng hạng hai.

$$\hat{Q}_{\alpha\beta} = \sum_{j=1}^Z q_j (3r_{j\alpha} r_{j\beta} - \delta_{\alpha\beta} r_j^2)$$

Các chuyển biến liên kết với toán tử này gọi là chuyển biến từ cực điện và bức xạ γ được phóng thích được gọi là bức xạ từ cực điện.

Nếu các phản tử ma trận chuyển biến tương ứng với 2 gân đúng đầu tiên triệt tiêu, ta sẽ xét số hạng gân đúng bậc 3 kế tiếp...

3.2.4. Xác suất biến chuyển

1. Xác suất biến chuyển của lưỡng cực điện ($\text{gân } \vec{D}$)

Từ (3.6), (3.15), (3.20) và (3.31) ta có:

$$\lambda_{fi} = \frac{2\pi}{\hbar} |V_{fi}|^2 \rho_f \quad (\xi_i = \xi_f) \quad (3.39)$$

$$A_0 = \sqrt{\frac{\hbar}{2\varepsilon_0 \omega v}} \quad (3.40)$$

$$\rho_f = \frac{v}{(2\pi)^3} \cdot \frac{1}{\hbar c} \cdot \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 d\Omega \quad (3.41)$$

$$\vec{D} = \sum_{j=1}^Z e \vec{r}_j$$

$$V_{fi}^{(1)} = i A_0 \vec{\varepsilon} \omega \langle \phi_f | \hat{D} | \phi_i \rangle \frac{1}{e} \quad (3.42)$$

$$d_{fi} = \left\langle \phi_f \left| \sum_{j=1}^Z \vec{r}_j \right| \phi_i \right\rangle$$

Suy ra xác suất của biến chuyển lưỡng cực điện:

$$\lambda_{fi}^{(E_1)} = \left(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 \hbar c} \right) \frac{\omega^3}{c^2} |\vec{\varepsilon} \vec{d}_{fi}|^2 \frac{d\Omega}{2\pi} \quad (3.43)$$

Với $\left(\frac{e^2}{4\pi\hbar c}\right)$ là hằng số cấu trúc thanh.

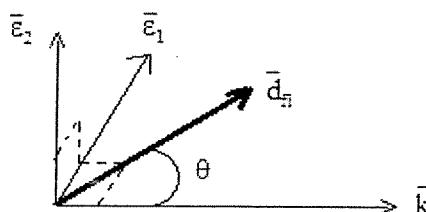
Biểu thức (3.39) cho biết xác suất biến chuyển từ trạng thái đầu i sang trạng thái cuối f của hạt nhân và một trạng thái của photon (được xác định bởi vectơ \vec{k} và hướng phân cực $\vec{\epsilon}$).

Nếu ta không biết hướng phân cực thì phải lấy tổng xác suất (3.39) theo hai phương phân cực độc lập tuyếntính. Vì sự chọn $\vec{\epsilon}_i$ trong mặt phẳng sóng là tùy ý, ta có thể lấy $\vec{\epsilon}_i$ trong mặt phẳng qua tâm khối lượng của hạt nhân và được xác định qua hai vectơ \vec{d}_{fi} và \vec{k} .

Khi đó $\vec{\epsilon}_2 \cdot \vec{d}_{fi} = 0$ và chỉ có sự phân cực theo phương $\vec{\epsilon}_i$ tham gia vào xác suất (3.39).

Nếu ta chọn \vec{d}_{fi} như là phương quy chiếu và gọi θ là góc hợp bởi (\vec{d}_{fi}, \vec{k}) ta có:

$$\vec{\epsilon} \cdot \vec{d}_{fi} = \vec{\epsilon}_i \cdot \vec{d}_{fi} = |\vec{d}_{fi}| \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = d_{fi} \sin \theta \quad (3.44)$$



Hình 3.7. Cách lấy véc tơ phân cực.

Nếu ta không phát hiện cả phương truyền của photon và nếu ta lấy tổng xác suất theo mọi phương truyền ta sẽ được xác suất toàn phần λ , xác suất chuyển từ trạng thái đầu qua trạng thái cuối của hạt nhân do bức xạ lưỡng cực điện.

$$\lambda^{(E_i)} = \sum_{\text{phân cực}} \int \lambda_{fi}^{(E_i)} d\Omega, \quad d\Omega = 2\pi \sin \theta d\theta$$

$$\lambda^{(E_i)} = \alpha \frac{\omega^3}{c^2} |d_{fi}|^2 \int_0^\pi \sin^2 \theta \sin \theta d\theta$$

$$\lambda^{(E_i)} = \frac{4}{3} \alpha \frac{\omega^3}{c^2} |d_{fi}|^2 \quad (3.45.a)$$

hay

$$\lambda^{(E_i)} = \left(\frac{E_\gamma}{1 \text{ MeV}} \right)^3 \left(\frac{|d_{fi}|^2}{1 \text{ fm}} \right)^2 \times 0,38 \times 10^{15} \text{ giây}^{-1}, \quad (3.45.b)$$

Với

$$d_{fi} = \left\langle \phi_f \left| \sum_{j=1}^z r_j \right| \phi_i \right\rangle \quad (3.46)$$

Cũng với cách tính tương tự, nhưng phức tạp hơn ta có được xác suất biến chuyển lưỡng cực từ và từ cực điện.

2. Xác định hàm sóng trạng thái và tính toán xác suất biến chuyển đa cực điện

Về phương diện hạt nhân, các xác suất của biến chuyển lưỡng cực điện, lưỡng cực từ và từ cực điện lần lượt được xác định bởi các phần tử ma trận hạt nhân.

$$\begin{aligned} D_{fi} &= \left\langle \phi_f \left| \hat{D} \right| \phi_i \right\rangle \\ \mu_{fi} &= \left\langle \phi_f \left| \hat{\mu} \right| \phi_i \right\rangle \\ Q_{\alpha\beta} &= \left\langle \phi_f \left| \hat{Q}_{\alpha\beta} \right| \phi_i \right\rangle \end{aligned} \quad (3.47)$$

Các phần tử ma trận có thể được tính từ các hàm sóng cho bởi các mẫu hạt nhân.

Đặc biệt đối với mẫu hạt độc lập:

$$\phi(1, 2, \dots, A) = \phi_{n_1}(1) \cdot \phi_{n_2}(2) \dots \phi_{n_A}(A)$$

Với

$$\phi_{n\ell jm}(\vec{r}, s, t) = \sum_{m_\ell \sigma} \left\langle jm \left| \ell \frac{1}{2} m_\ell \sigma \right. \right\rangle \Psi_{n\ell m_\ell}(\vec{r}) \chi_\sigma(s) \theta_\tau(t)$$

a. Các biến chuyển lưỡng cực điện E_1 : để tính xác suất biến chuyển cần phải xác định độ lớn của phần tử ma trận biến chuyển d_{fi} rồi đưa vào công thức (3.46).

Tương tự ta có thể thực hiện phép tính momen từ cực điện với nhân A lẻ trong khuôn khổ mẫu tầng. Khi đó trạng thái đầu và trạng thái cuối của nhân chỉ khác nhau do trạng thái của chỉ có một nucleon lẻ đôi chịu sự biến chuyển. Có nghĩa là phần tử ma trận hạt nhân quy về phần tử ma trận liên quan đến chỉ một nucleon với các hàm sóng có dạng:

$$\Psi_{n\ell m_\ell}(\vec{r}) = Y_\ell^{m_\ell}(\theta, \phi) R_n^\ell(r)$$

$$\phi_{n\ell jm}(\vec{r}, s, t) = \sum_{m_\ell \sigma} \left\langle jm \left| \ell \frac{1}{2} m_\ell \sigma \right. \right\rangle \Psi_{n\ell m_\ell}(\vec{r}) \chi_\sigma(s) \theta_\tau(t)$$

ở đây

$$\Psi_{\ell m}(\vec{r}) = Y_\ell^m(\theta, \varphi) \cdot R_n(r)$$

$$\vec{r}(x, y, z) \rightarrow \begin{cases} r_+ = -\frac{1}{\sqrt{2}}(x + iy) = -\frac{1}{\sqrt{2}}\sin\theta(\cos\varphi + i\sin\varphi) = -\frac{1}{\sqrt{2}}\sin\theta e^{i\varphi} = \sqrt{\frac{4\pi}{3}}Y_1^1 \quad (m=1) \\ r_- = \frac{1}{\sqrt{2}}(x - iy) = \frac{1}{\sqrt{2}}\sin\theta(\cos\varphi - i\sin\varphi) = \frac{1}{\sqrt{2}}\sin\theta e^{-i\varphi} = \sqrt{\frac{4\pi}{3}}Y_1^{-1} \quad (m=-1) \\ r_0 = z = \cos\theta = \sqrt{\frac{4\pi}{3}}Y_1^0 \end{cases}$$

Các thành phần của \vec{r} tỉ lệ với hàm liên hợp cầu Y_ℓ^m , phần góc của phần tử ma trận d_{fi} cho ta giá trị của hệ số.

$$\langle \ell_1 m_1 | Y_{\ell_2}^{m_2} | \ell_3 m_3 \rangle = \int Y_{\ell_1}^{m_1*}(\theta, \varphi) Y_{\ell_2}^{m_2}(\theta, \varphi) Y_{\ell_3}^{m_3}(\theta, \varphi) d\Omega$$

$$\langle \ell_1 m_1 | Y_{\ell_2}^{m_2} | \ell_3 m_3 \rangle = \sqrt{\frac{(2\ell_2+1)(2\ell_3+1)}{(2\ell_1+1)}} \langle \ell_2 \ell_3 m_2 m_3 | \ell_1 m_1 \rangle \cdot \langle \ell_2 \ell_3 00 | \ell_1 0 \rangle$$

$$\langle \ell \ell | Y_2^0 | \ell \ell \rangle = -\sqrt{\frac{5}{4\pi}} \frac{\ell}{2\ell+3}$$

Ta giả sử các hệ số này vào khoảng đơn vị, thì độ lớn của các phần tử ma trận cho bởi tích phân:

$$\langle R_{n_f}^{\ell_f}(r) | r | R_{n_i}^{\ell_i}(r) \rangle$$

Với giả thiết đơn giản hóa, trong đó các hàm sóng $R_{n_f}^{\ell_f}$ và $R_{n_i}^{\ell_i}$ không khác nhau lớn, một cách gần đúng được xem như là không đổi ở trong nhân và triệt tiêu ở ngoài nhân.

$$\langle R_{n_f}^{\ell_f}(r) | r | R_{n_i}^{\ell_i}(r) \rangle \approx \frac{3}{4}R \quad (3.48)$$

với $R = r_0 A^{1/3}$: bán kính hạt nhân.

Và như vậy

$$d_{fi} \approx R \quad (3.49)$$

Ta có $\frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{1}{\lambda}$, λ là bước sóng của photon γ . Suy ra

$$\lambda^{(E_i)} = \frac{4}{3} \left(\frac{R}{\lambda} \right)^2 \frac{c}{\lambda} \propto (\hbar\omega)^3 \quad (3.50)$$

Thí dụ: Hạt nhân có khối số A trung bình vào khoảng 100 thì bán kính hạt nhân là $R = 5$ fm, năng lượng biến chuyển phát gamma $\hbar\omega = 100$ keV. Dùng (3.22) để tính λ ta được $\lambda^{(E_i)} = 10^{13} \text{ s}^{-1}$ hay thời gian sóng trung bình $\tau^{(E_i)} = 10^{-13} \text{ s}$.

HÀM SỐNG

XS

Ta cũng thấy rằng biến thiên của xác suất biến chuyển $\lambda^{(E_i)}$ theo năng lượng $\hbar\omega$ của photon γ tỉ lệ thuận với $(\hbar\omega)^3$.

$$\lambda^{(E_i)} \text{ tỉ lệ thuận } (\hbar\omega)^3.$$

Như vậy trong phạm vi mẫu tảng $\lambda^{(E_i)}$ tỉ lệ thuận với $A^{2/3}$. (Mẫu tảng)

b. Các biến chuyển lưỡng cực từ:

So sánh (3.31) và (3.36) ta thấy với sai biệt một thừa số nhân, giả sử cỡ đơn vị, ta có thể lấy độ lớn của xác suất biến chuyển M_1 như sau:

$$\lambda^{(M_1)} \approx \alpha \left(\frac{\omega}{c}\right)^3 \frac{1}{e^2} |\vec{\mu}_{fi}|^2 \propto (\hbar\omega)^3 \quad (3.51)$$

Trong phạm vi mẫu tảng ta chấp nhận độ lớn của μ_{fi} là:

Momen đt $|\vec{\mu}_{fi}| = \frac{e\hbar}{2m} (= \mu_N)$, *m* là khối lượng của nucleon.

Và do đó: *nucleon*



$$\lambda^{(M_1)} \approx \alpha \left(\frac{\lambda_c}{\lambda}\right)^2 \cdot \frac{c}{\lambda} \quad (3.52)$$

Với *bước sóng Compton*

$$\lambda = \frac{197}{\hbar\omega(\text{MeV})} \text{ fm}$$

$$\lambda \approx \frac{\hbar c}{\hbar\omega} \text{ fm}$$

$$\lambda = \frac{\hbar c}{\hbar\omega} \left(\frac{v}{\omega}\right) = \frac{1}{K}$$

$\lambda_c = \frac{\hbar}{mc} \approx 2,1 \cdot 10^{-1} \text{ fm}$ gọi là bước sóng Compton của photon γ .

Nếu năng lượng biến chuyển $\hbar\omega = 100 \text{ keV}$ ta có:

$$\lambda^{(M_1)} \approx 10^{10} \text{ giây}^{-1} \text{ hay } \tau^{(M_1)} \approx 10^{-10} \text{ giây.}$$

Cũng giống như đối với phóng thích bức xạ lưỡng cực điện, ta có

$$\lambda^{(M_1)} \text{ tỷ lệ thuận } (\hbar\omega)^3.$$

Như vậy trong khuôn khổ của mẫu tảng xác suất biến chuyển M_1 không phụ thuộc vào khối số A.

c. Các biến chuyển từ cực điện

(*Kết quả* plus)

Để đánh giá sự tham gia quan trọng của từ cực điện ta cần phải có ý niệm về độ lớn của phần tử ma trận $(Q_{\alpha\beta})_{fi}$. (3.38)

Giả sử ta cũng dùng mẫu tảng và cũng giống trường hợp phần tử ma trận $|\vec{d}_{fi}|$ ta để những hằng số qua một bên, khi đó người ta tìm được

$$\frac{1}{e} (Q_{\alpha\beta})_{fi} \approx \frac{3}{5} R^2 = R^2$$

Do đó xác suất liên quan đến biến chuyển từ cực điện là

$$\lambda_{MT}^{(E_2)} \approx \alpha \frac{\omega^5}{c^4} R^4 = \alpha \left(\frac{R}{\lambda} \right)^4 \frac{c}{\lambda} = \alpha \left(\frac{r_0}{\lambda} \right)^4 \frac{c}{\lambda} A^{4/3} \quad (3.53)$$

Với $R = 5$ fm, $\hbar\omega = 100$ keV ta có:

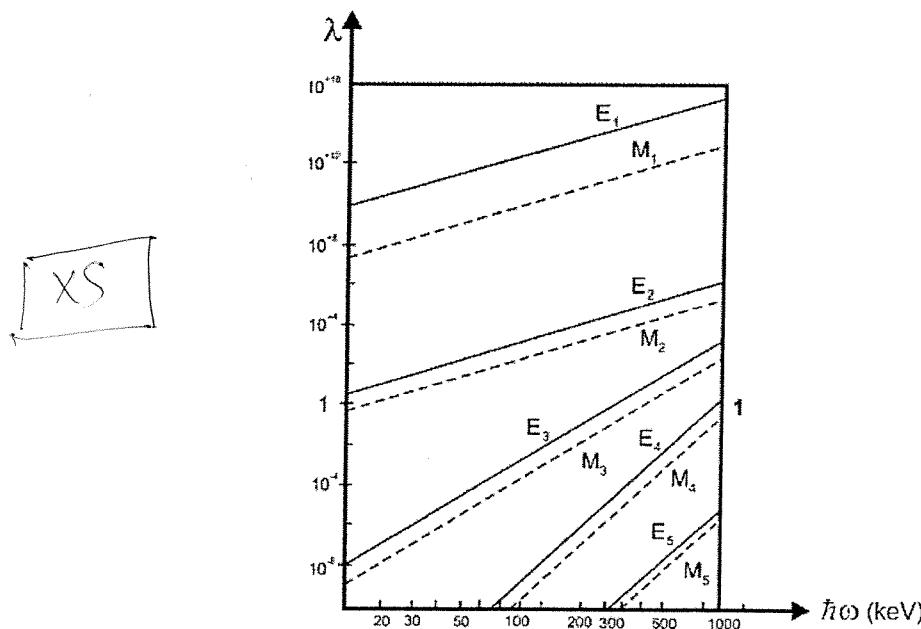
$$\lambda_{MT}^{(E_2)} \approx 10^8 \text{ giây}^{-1}$$

$$\tau_{MT}^{(E_2)} \approx 10^{-8} \text{ giây.}$$

Người ta cũng có thể tính xác suất biến chuyển từ cực điện dựa trên khái niệm của mẫu quay. Tuy nhiên kết quả này khác với (3.53) bởi một thừa số F tỷ lệ với $Z^2\epsilon^2$.

$$\lambda_{rot}^{(E_2)} \approx \frac{\omega^5}{c^4} \alpha \frac{Q^2}{5} = \alpha \frac{\omega^5}{c^4} R^4 \left(\frac{4}{5\sqrt{5}} Z\epsilon \right)^2 \quad (3.54)$$

$F = 0,36 Z^2\epsilon^2$ được gọi là thừa số tăng tốc của biến chuyển từ cực điện E_2 . Hệ số F có giá trị lớn hơn 100 đối với nhân có Z khá lớn ($Z = 72$, $^{171}_{72}\text{Hf}$) và biến dạng nhiều so với nhân dạng hình cầu $\epsilon = 0,4$. Kết quả cho thấy sự phụ thuộc của $\lambda(E_2)$ vào năng lượng chuyển biến theo mẫu hạt nhân là các hạt độc lập có dạng $\lambda(E_2) = (\hbar\omega)^5$. Hình 3.8 trình bày xác suất biến chuyển đa cực điện và từ có được trong khuôn khổ mẫu tầng với hạt nhân đặc trung $A = 100$ theo năng lượng chuyển biến $\hbar\omega$.



Hình 3.8. Xác suất biến chuyển tính từ mẫu tầng với $A = 100$ [2].

Phân tích các kết quả có được ở trên cho phép suy ra các tính chất:

- Toán tử biến chuyển đa cực điện cấp 2^L là $\hat{O}(E_L)$ biến đổi như hàm sóng L, có tính chẵn lẻ được tính bởi $(-1)^L$. $\xrightarrow{\text{chẵn lẻ}} (-1)^L \leftrightarrow (\text{H})$
- Toán tử biến chuyển đa cực từ cấp 2^L là $\hat{O}(M_L)$ biến đổi như hàm sóng momen động lượng L và có tính chẵn lẻ được tính bởi $(-1)^{L+1}$. $\xrightarrow{\text{chẵn lẻ}} (-1)^{L+1} \leftrightarrow (\text{H})$

Các biến chuyển này đưa đến phát các bức xạ tương ứng gọi là bức xạ cấp 2^L cực điện hoặc từ.

Những kết quả (3.52), (3.57) được suy rộng tổng quát để tính $\lambda^{(E_L)}$ và $\lambda^{(M_L)}$ như sau:

$$\xrightarrow{\text{Xác suất}} \lambda^{(E_L)} = \frac{1}{\tau_{E_L}} = S \frac{\omega}{137} \left(\frac{R}{\lambda} \right)^{2L} \quad (3.55)$$

với $R = r_0 A^{1/3}$ là bán kính hạt nhân; S là trọng số thống kê giảm nhanh khi L tăng, được cho bởi

$$\xrightarrow{\text{thống kê}} S = \frac{2^{2L} (L+1)! (L-1)!}{[(2L+1)!]^2} \left(\frac{3}{L+3} \right)^2 \quad (3.56)$$

Từ phương trình (3.56) ta có một số giá trị S ứng với những giá trị của L.

Bảng 3.1. Các giá trị của trọng số thống kê S theo L

L	1	2	3	4	5
S	0,5	10^{-2}	$1,2 \times 10^{-4}$	10^{-6}	$0,6 \times 10^{-8}$

Ta thấy $1/S$ tăng lên 10^2 khi tăng L lên một đơn vị.

Mặc khác bước sóng của bức xạ có thể biểu diễn theo năng lượng $\Delta E \equiv E_\gamma$.

$$\xrightarrow{\text{Bước sóng}} \lambda = 2\pi\lambda = \frac{c}{v} = \frac{ch}{\Delta E} = \frac{(h/m_0 c)}{(\Delta E / m_0 c^2)} = \frac{1240 \times 10^{-13} \text{ cm}}{\Delta E (\text{MeV})} \quad (3.57)$$

Phương trình (3.57) có thể được đưa về dạng tương đương:

$$\begin{aligned} \xrightarrow{\text{(khi} \gamma \text{)}} \tau_E &= \frac{1}{S} \left[\frac{137}{(\Delta E / m_0 c^2)} \right]^{2L+1} \left[\frac{r_0}{R_0 A^{1/3}} \right]^{2L} \frac{\hbar}{m_0 c^2} \\ &\approx \left[\frac{70}{\Delta E (\text{MeV})} \right]^{2L+1} \left[\frac{2}{A^{1/3}} \right]^{2L} \frac{1,29 \times 10^{-2L}}{S} \text{ giây} \end{aligned} \quad (3.58)$$

(3.59)

Ở đây bán kính electron có điểu:

$$r_0 = \left(\frac{e^2}{m_0 c^2} \right) = 2,82 \cdot 10^{-13} \text{ cm}$$

$$r_0 = \left(\frac{e^2}{m_0 c^2} \right) = 2,82 \times 10^{-13} \text{ cm} \quad (3.60)$$

Tỷ số bán kính electron cõi điện đổi với bán kính đơn vị hạt nhân R_0 được xác định là $(r_0/R_0) \approx 2$ và $\frac{\hbar}{m_0 c^2} = 1,29 \times 10^{-21}$ giây.

Bức xạ đa cực điện xuất phát từ sự thay đổi mật độ điện tích trong hạt nhân. Còn bức xạ đa cực từ bắt nguồn từ sự thay đổi tuần hoàn mật độ dòng, mà ở đó suất của nó có cấp độ $(v/c)\rho$, với v là vận tốc của điện tích. Do đó với cùng một bậc đa cực L thì xác suất phát bức xạ đa cực từ nhỏ hơn nhiều so với xác suất phát bức xạ đa cực điện.

$$\frac{\tau_M}{\tau_E} \approx \frac{1}{10} \left[\frac{R}{(\hbar/Mc)} \right]^2 \approx 4,4 \cdot A^{2/3} \quad (3.61)$$

Ở đây $R \approx 1,4 \cdot 10^{-13}$ cm, $\hbar/Mc = 0,211 \cdot 10^{-13}$ cm.

Tỷ số trong phương trình (3.61) độc lập với cả năng lượng dịch chuyển lẫn chỉ số đa cực L .

Trong khuôn khổ của mẫu tầng với nucleon lẻ đôi, sự phụ thuộc của xác suất biến chuyển vào bán kính hạt nhân được tổng quát hóa thành:

$$\begin{aligned} \lambda^{(E_L)} &\sim R^{2L} \sim A^{2L/3} \\ \lambda^{(M_L)} &\sim R^{2(L-1)} \sim A^{2(L-1)/3} \end{aligned} \quad (3.62)$$

Kết quả này đối với mẫu tầng cho giá trị xác suất biến chuyển dùng để tham khảo.

3.2.5. Các quy tắc lọc lựa

Các xác suất biến chuyển $\lambda^{(E_L)}$, $\lambda^{(M_L)}$ tỷ lệ với bình phương mô đun các phần tử ma trận

Gọi $J_i^{\pi_i}$ và $J_f^{\pi_f}$ là spin và chẵn lẻ của trạng thái hạt nhân đầu Φ_i và cuối Φ_f . Các quy tắc cộng momen động lượng và các định luật bảo toàn tính chẵn lẻ cho phép xác định các điều kiện về sự không triệt tiêu của các phần tử ma trận này.

Ta có quy tắc như sau:

$$|J_i - J_f| \leq L \leq |J_i + J_f|$$

Với $\pi_i \pi_f = (-1)^L$ đối với biến chuyển E_L .

$$\pi_i \pi_f = (-1)^{L+1} \text{ đối với biến chuyển } M_L.$$

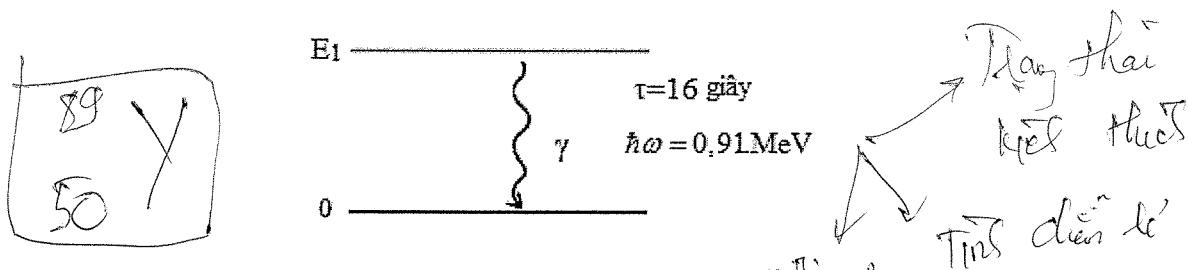
Những trường hợp không thỏa thì bị cấm.

Vì đây là sóng ngang $L \neq 0$ nên không có biến chuyển $0 \rightarrow 0$ tức không có phóng thích γ . Tuy nhiên, các bức xạ điện từ có thể xảy ra để tạo hiện tượng biến đổi nội tại hay tạo cặp (nếu năng lượng đủ lớn hơn 1,02 MeV).

3.2.6. Các áp dụng

Khảo sát thực nghiệm phóng xạ γ liên quan đến các mẫu hạt nhân.

Ví dụ: Xét hạt nhân $^{89}_{50}\text{Y}$ với thông tin sau đây:



Thực nghiệm cho biết $J_f^{\pi_f} = \left(\frac{1}{2}\right)^-$. Ta tìm hiểu xem trạng thái kích thích đầu tiên

có phải là E_1 với tính chẵn lẻ và momen $J_i^{\pi_i}$ bao nhiêu.

Nhận thấy $Z = 50$ là số magic. Số neutron $N = 39$ nên nucleon lẻ đôi nằm ở $2p_{1/2}$ (mẫu tầng) phù hợp với $J^\pi = \frac{1}{2}^-$.

Vậy dùng mẫu tầng để tìm hiểu E_L .

Ta có $\lambda = \frac{1}{\tau} = 6,25 \cdot 10^{-2} \text{ giây}^{-1}$; $\hbar\omega = 0,91 \text{ MeV} \approx 1000 \text{ keV}$.

Ta dự đoán $L = 4$ (xem hình 3.9).

Theo quy tắc lọc lựa

$$\boxed{J_i - J_f \leq L \leq J_i + J_f}$$

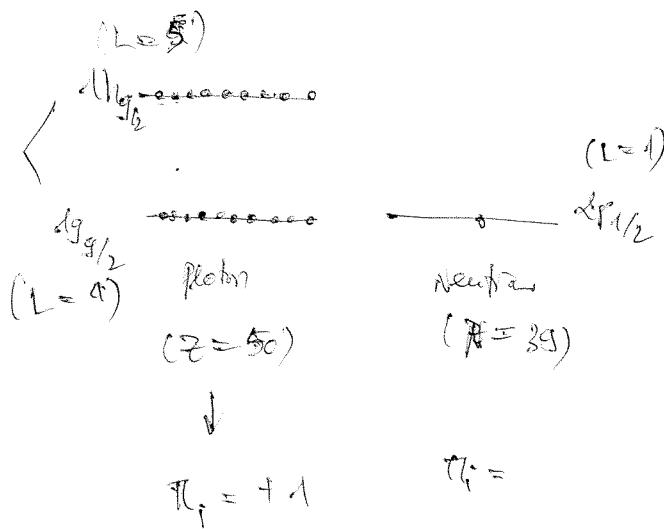
$$J_i - \frac{1}{2} \leq 4 \leq J_i + \frac{1}{2}$$

Chọn L nhỏ nhất

$$4 = J_i - J_f = J_i - \frac{1}{2} \Rightarrow J_i = \frac{9}{2}$$

$$\pi_i \pi_f = (-1)^4 \text{ đối với biến chuyển } E_4$$

$$\pi_i \pi_f = (-1)^5 \longrightarrow \begin{matrix} Mg \\ 83 \end{matrix}$$



$$\pi_i \pi_f = (-1)^5 \text{ đối với biến chuyển } M_4$$

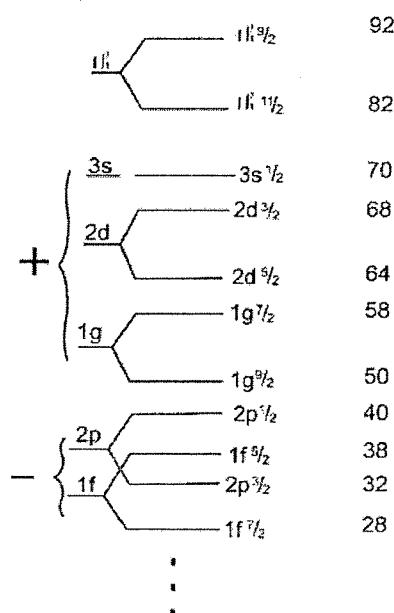
Trong sơ đồ mẫu tầng hình 3.9 trạng thái kích thích của nucleon lẻ đầu tiên với dự đoán $L = 4$ là $1g\ 9/2$ hoặc $1h\ 9/2$.

Nếu đó là $(1g\ 9/2)^+$ thì $\pi_i = +1$ vậy đây là chuyển biến M_4 .

Nếu đó là $(1h\ 9/2)^-$ thì $\pi_i = -1$ vậy đây là chuyển biến E_4 .

Vì đây là mức kích thích đầu tiên (mức năng lượng thấp nhất) nên M_4 là thích hợp.

Mẫu tầng thích hợp cho những nhân lẻ, A lớn, và chuyển biến ΔJ lớn.



Hình 3.9. Sơ đồ mức theo mẫu tầng.

Ví dụ trên minh họa một cách khá hệ thống các xác suất biến chuyển M_4 trùng hợp với những suy đoán về mẫu tầng đối với những nhân có số nucleon lẻ trong khoảng $39 \div 49$ (số magic 50) hay từ $65 \div 81$ (trước số magic 82) hay $115 \div 125$ (trước số magic 126). Sự trùng hợp này là một xác nhận đối với sự vững chắc của mẫu tầng vì nó bao hàm hai mức nucleon gần nhau có tính chẵn lẻ đối nhau và j rất khác nhau, có thể phỏng thích photon γ cấp đa cực cao và do đó tương ứng với thời gian sống dài. Sự trùng hợp của những giá trị xác suất biến chuyển đo được với trị suy đoán từ mẫu tầng ít khi được tốt như trong ví dụ trên. Ví dụ biến chuyển E_1 bao hàm thay đổi tính chẵn lẻ nên ít nhất phải thay đổi tầng đối với một nucleon đơn lẻ. Sự hiện hữu các trạng thái có tính chẵn lẻ đối nhau không làm giảm bớt khó khăn này, vì các trị của j rất khác xa nhau và không phù

hợp với $L = 1$, ngoại trừ trong trường hợp của những nhân rất nhẹ, những biến chuyển E_1 của trạng thái kích thích không thể chỉ là biến chuyển của một nucleon.

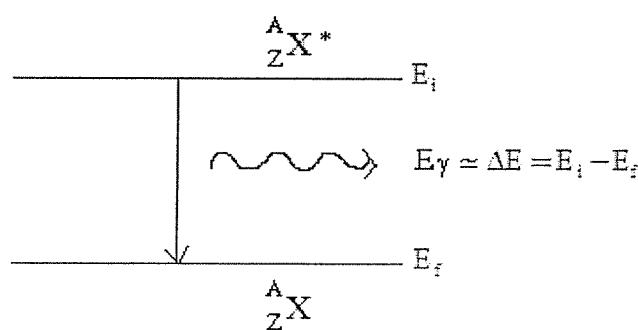
Tương tự đối với biến chuyển E_2 , sự trùng hợp của giá trị tính toán đơn giản hóa 54 của mẫu tầng và thực nghiệm chỉ là bán định lượng ở lân cận ở tầng magic. Xác suất λ_{MT} của biến chuyển theo mẫu tầng (MT) luôn thấp hơn giá trị thực nghiệm bởi thừa số $f = \frac{\lambda_{exp}}{\lambda_{MT}}$ xấp xỉ giá trị F (ở phần 3.2.4.2.c. về biến chuyển từ cực điện).

Những khó khăn để có sự trùng hợp định lượng giữa giá trị thực nghiệm và trị suy đoán lý thuyết đối với các xác suất phóng thích γ với những mẫu đơn giản chứng tỏ các giá trị lý thuyết bị chi phối quan trọng bởi hàm sóng hạt nhân.

3.2.7. Trạng thái buộc và trạng thái ảo

Khi một nhân (Z, A) ở trạng thái kích thích E_i ứng với mức năng lượng cao hơn mức năng lượng cơ bản thì trên nguyên tắc luôn luôn nó có thể phóng thích năng lượng thừa ΔE dưới dạng bức xạ điện từ. Năng lượng E_γ của một photon được phóng thích ra gần bằng $E_\gamma \approx \Delta E = E_i - E_f$ (coi như năng lượng giật lùi của nhân không đáng kể).

Trong trường hợp đặc biệt khi từ trạng thái kích thích E_i trở về trạng thái cơ bản bên nhân có thể phóng thích ra một vi tử (chẳng hạn hạt α, β hay neutron) thì đòi hỏi năng lượng kích thích ΔE phải khá lớn, lớn hơn năng lượng nhỏ nhất trong số các năng lượng phân ly E_s của hạt tương ứng trong nhân $\Delta E \gg E_s$. Đối với proton hay neutron năng lượng này vào khoảng 7 đến 8 MeV.



Hình 3.10. Sơ đồ dịch chuyển gamma.

Các mức năng lượng kích thích tương ứng với năng lượng ΔE không đủ để có sự phóng thích tự nhiên một hay nhiều hạt ($\Delta E < E_s$) gọi là các mức buộc. Còn các mức năng lượng kích thích đủ để phóng thích hạt thì được gọi là ảo hay không buộc.

Ví dụ: Khảo sát các năng lượng phân ly của các hạt α , n , p , d từ ^{14}N :

$$\left\{ \begin{array}{l} E_p = E_{\text{p}} = (^{13}\text{C}) + (^1\text{H}) - (^{14}\text{N}) = 7,542 \text{ MeV} \\ E_d = (^{12}\text{C}) + (^2\text{H}) - (^{14}\text{N}) = 10,264 \text{ MeV} \\ E_n = (^{13}\text{N}) + n - (^{14}\text{N}) = 10,545 \text{ MeV} \\ E_{\alpha} = (^{10}\text{B}) + (^4\text{He}) - (^{14}\text{N}) = 11,613 \text{ MeV} \end{array} \right.$$

phát hạt He^4
phát hạt He^2
phát hạt n
phát hạt α

ta thấy với mức kích thích của ^{14}N :

+ dưới 7,542 MeV: chỉ có phát tia γ

+ dưới 10,264 MeV: có thể phát γ, p

+ dưới 10,545 MeV: có thể phát γ, p, d

+ và từ 11,613 MeV trở đi thì có thể phát γ, p, d, n, α .

$$\lambda_i = \frac{1}{\tau_i} \Rightarrow \Gamma_i = \tau_i \lambda_i$$

Mỗi cách phân huỷ của một trong số các trạng thái kích thích X^* được xác định bằng hằng số phân huỷ riêng phần λ_i ($\lambda_i = \frac{1}{\tau_i}$). τ_i là thời gian sống trung bình riêng phần cho mỗi hạt phóng thích tương ứng.

$$\text{Ta có thời gian sống trung bình } \tau = \frac{1}{\lambda} \text{ với } \lambda = \sum_i \lambda_i \quad (3.63)$$

Theo nguyên lý bất định Heisenberg, thời gian sống trung bình của một trạng thái kích thích liên hệ với độ rộng Γ của mức năng lượng kích thích ΔE qua hệ thức $\Gamma \cdot \tau \approx \hbar$.

$$\text{Do đó: } \Gamma = \frac{\hbar}{\tau} = \hbar \lambda = \sum_i \hbar \lambda_i = \sum_i \frac{\hbar}{\tau_i} = \sum_i \Gamma_i \quad (3.64)$$

Với Γ_i là độ rộng riêng phần đối với mỗi cơ chế có thể xảy ra để khử kích thích đối với mức năng lượng ΔE_j .

Như vậy độ rộng của một mức năng lượng càng lớn khi thời gian sống trung bình τ của trạng thái kích thích tương ứng càng ngắn. Thường đối với những trạng thái năng lượng kích thích ΔE lớn, số cách phân huỷ có thể xảy ra tăng theo ΔE nên xác suất để xảy ra sự phân rã tăng lên. Do đó thời gian sống trung bình ngắn lại và như vậy độ rộng

Γ của mức kích thích lớn lên. Ví dụ với ^{14}N , các trạng thái kích thích năng lượng có $\Delta E > 10 \text{ MeV}$ sẽ có độ rộng từ 10 đến 100 keV.

Xác định các mức năng lượng kích thích là vấn đề cơ bản để khảo sát cấu trúc của nhân và mọi lý thuyết đều nhằm cố gắng dự đoán các mức năng lượng kích thích. Trên phương diện thực nghiệm người ta nhận thấy mức năng lượng kích thích đầu tiên cách mức cơ bản ít nhất vài trăm keV. Nhưng khi mức năng lượng kích thích càng cao chúng càng sát với nhau và khi ΔE khoảng vài MeV, khoảng cách giữa các mức năng lượng thường ít hơn 100 eV tức có thể ngắn hơn độ rộng của mỗi mức. Lúc đó có sự phủ lên nhau của các mức năng lượng. Do đó trên thực tế càng khó khảo sát hơn.

3.3. Hiện tượng biến đổi nội tại

Chuyển biến từ một mức kích thích của một hạt nhân về một mức thấp hơn của cùng một hạt nhân (đặc biệt là trạng thái cơ bản) cũng có thể xảy ra mà không phát ra photon. Năng lượng kích thích ΔE tương ứng có thể được truyền trực tiếp cho một electron liên kết của nguyên tử có năng lượng liên kết B_i , electron lúc đó bị đẩy ra ngoài với động năng T_e :

Gọi E_i, E_f là năng lượng trạng thái đầu và cuối.

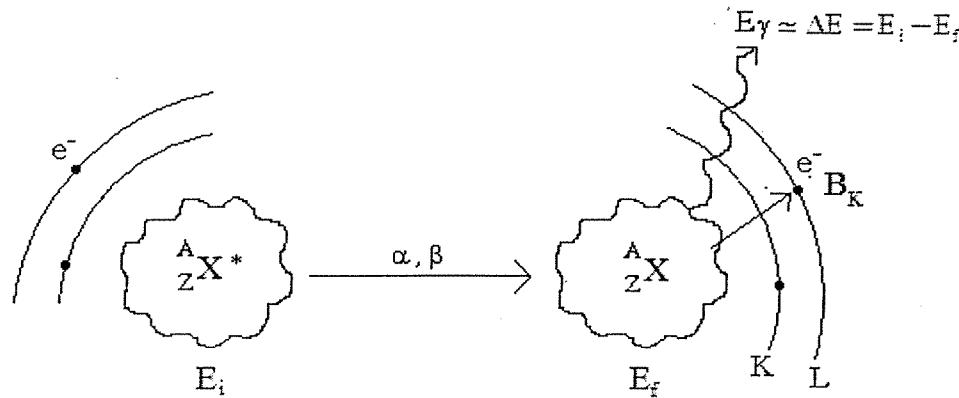
B_j, T_e là năng lượng liên kết của electron tầng j ở trạng thái đầu Ψ_i và động năng electron ở trạng thái cuối Ψ_f .

Nếu bỏ qua động năng giật lùi của hạt nhân kích thích ta có:

$$E_i + (-B_j) = E_f + T_e \quad (3.65)$$

$$T_e = E_i - E_f - B_j = \hbar\omega - B_j \quad (3.66)$$

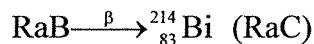
$$B_j \equiv B_K, B_L, \dots$$



Hình 3.11. Mô hình biến đổi nội tại cạnh tranh trong dịch chuyển gamma.

Hiện tượng tương tác trực tiếp này của trường hạt nhân với electron của nguyên tử được gọi là hiện tượng biến đổi nội tại và luôn cạnh tranh với sự phóng thích tự nhiên một photon γ . Biến đổi nội tại có thể xảy ra với bất cứ điện tử nào của các tầng K, L, M, N,... miễn là $\Delta E \geq B_j$.

Các mức năng lượng kích thích ΔE của nguyên tố (Z, A) để tạo ra biến đổi nội tại thường xuất phát từ sự phóng xạ α hay β của một nhân (Z', A'). Có thể biết được rõ ràng hiện tượng biến đổi nội tại xảy ra với nhân (Z, A) hay (Z', A') bằng cách tính trực tiếp năng lượng buộc của hai nguyên tử liên hệ. Với cách này, Ellis đã chứng minh được rằng hiện tượng biến đổi nội tại kèm theo trong phóng xạ β của RaB (^{214}Pb):



đã xảy ra từ RaC vì bảng trị số 3.2 sau đây cho thấy trị số trung bình ΔE trùng hợp với trị đo trực tiếp của $E_\gamma = 53,2 \text{ keV}$ của tia γ được phóng thích ra nếu không xảy ra hiện tượng biến đổi nội tại.

Bảng 3.2. Kết quả xác định năng lượng electron biến đổi nội tại của ${}_{83}^{214}\text{Bi}$

$T_e (\text{keV})$	Mức năng lượng của biến đổi nội tại	$B_L (\text{keV})$ của ${}_{83}^{214}\text{Bi}$	$E_\gamma = T_e + B_L$
36,74	L1	16,34	53,08
37,37	L2	15,67	53,00
39,63	L3	13,38	53,01
48,85	M1	3,99	52,84
49,10	M2	3,68	52,78

49,66	M3	3,17	52,83
51,90	N1	0,93	52,83
52,64	0	0,20	52,84

3.3.1. Hệ số biến đổi nội tại

Gọi λ_γ là hằng số phóng xạ biểu diễn xác suất trong đơn vị thời gian đối với sự phóng thích một photon có năng lượng $E_\gamma = \hbar\omega = hv$, do sự biến chuyển phát xạ của đa cực hạt nhân.

Gọi λ_e là hằng số phóng xạ tương trung xác suất trong một đơn vị thời gian mà trường đa cực hạt nhân này sẽ truyền cùng một năng lượng E_γ cho electron liên kết trong nguyên tử của nó. Khi đó hệ số biến đổi nội tại toàn phần α được định nghĩa:

$$\alpha = \frac{\lambda_e}{\lambda_\gamma} = \frac{N_e}{N_\gamma} \quad \text{với } \frac{\text{phát } e^-}{\text{phát } \gamma} \quad (3.67)$$

với N_e và N_γ là số electron biến đổi nội tại và số γ phát ra, được xác định từ thực nghiệm, trong cùng một khoảng thời gian từ cùng một mẫu nhân nguyên tử.

Tổng xác suất dịch chuyển λ là:

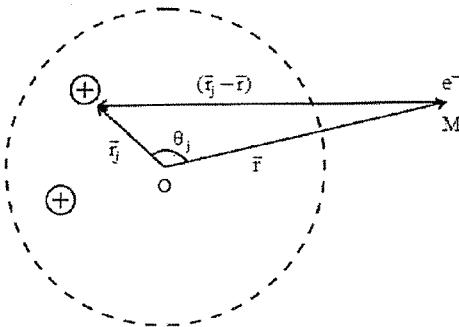
$$\lambda = \lambda_\gamma + \lambda_e = \lambda_\gamma \left(1 + \frac{\lambda_e}{\lambda_\gamma}\right) = \lambda_\gamma (1 + \alpha) \quad (3.68)$$

và tổng số hạt nhân chịu sự biến đổi là $N_\gamma + N_e$.

Nếu thiết bị phát hiện electron có độ phân giải năng lượng cao, ta có thể phân biệt nguồn gốc electron bằng cách đo động năng electron T_e . Sự phát electron tầng làm kích thích ion tương ứng, việc khử kích thích hay xếp đặt lại của electron làm phát ra bức xạ điện từ (tia X) mà năng lượng của nó đặc trưng cho lỗ trống tạo ra bởi hiện tượng biến đổi nội tại. Vậy ta có những biện pháp tốt để xác định trạng thái đầu của electron.

3.3.2. Xác suất biến đổi nội tại

Thế năng nhiễu loạn V gây ra các biến chuyển thông thường là thế năng tương ứng tương tác Coulomb giữa những proton và electron phóng thích ra.

**Hình 3.12.** Thể vec tơ tạo ra tại M.

Thể vec tơ tạo ra tại M

$$\phi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{j=1}^Z \frac{e}{|\vec{r} - \vec{r}_j|} \quad (3.69)$$

Trong đó: $|\vec{r} - \vec{r}_j| = \left(r^2 - 2rr_j \cos\theta_j + r_j^2 \right)^{1/2} = r \left(1 - \frac{2r_j \cos\theta_j}{r} + \frac{r_j^2}{r^2} \right)^{1/2}$ (3.70)

$(1+\varepsilon)^m = 1 + m \cdot \frac{\varepsilon}{1!} + \frac{m(m-1)}{2!} \varepsilon^2 + \dots \text{ với } |\varepsilon| < 1$ (3.71)

Suy ra: $\phi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left\{ \frac{1}{r} (Ze) + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\vec{r}}{r} \right) \sum_{j=1}^Z e \cdot \vec{r}_j + \frac{1}{2r^3} \sum_{j=1}^Z 2 \left[3 \left(\frac{\vec{r}}{r} \cdot \vec{r}_j \right)^2 - r_j^2 \right] + \dots \right\}$ (3.72)

Thể năng toàn phần: $(-e) \cdot \phi(\vec{r})$ (3.73)

Thể tương tác thặng dư:

$$V = \frac{-1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{j=1}^Z \frac{e^2}{|\vec{r} - \vec{r}_j|} - \left(-\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) \quad (3.74)$$

Nếu ta gọi $\phi_i (1, 2, \dots, j, \dots, A)$ và $\phi_f (1, 2, \dots, j, \dots, A)$ là hàm sóng đầu và cuối của nhân. $\phi_i(\vec{r})$ và $\phi_f(\vec{r})$ là hàm sóng đầu và cuối của electron, thì phần tử biến chuyển là:

$V_{f_i} = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \int \dots \int d^3 r_i \dots d^3 r_j \dots d^3 r_A d^3 r \phi_f^*(1, \dots, A) \phi_f(\vec{r}) \left(\sum_{j=1}^Z \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}_j|} \right) \phi_i(\vec{r}) \phi_i(1, \dots, A)$ (3.75)

Số hạng thứ hai trong (3.74) biến mất vì nó độc lập với tọa độ r_j của μ và tính trực giao của hàm sóng ϕ_i , ϕ_f .

Để tính (3.75) người ta dùng một gần đúng tương tự $|\vec{r}_j| < |\vec{R}|$. Sự gần đúng này dựa trên cơ sở là vùng trong đó hàm sóng hạt nhân có giá trị không thể bỏ qua lại rất nhỏ hơn trong vùng ở đó hiện hữu hàm sóng electron.

Trong điều kiện như vậy, một cách trung bình ta có $r_j < r$, $\forall j$ do đó ta có thể áp dụng khai triển gần đúng trên

$$\sum_{j=1}^Z \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}_j|} = \frac{Z}{r} + \left(\frac{\vec{r}}{r} \right) \frac{1}{r^2} \sum_{j=1}^Z \vec{r}_j + \dots \quad (3.76)$$

Và số hạng thứ nhất của (3.76) bị loại giống như trường hợp của (3.74). Do đó:

$$V_{fi(bdn)}^{(E_1)} = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \vec{d}_{fi} \int \phi_f^*(\vec{r}) \frac{\vec{r}}{r^3} \phi_i(\vec{r}) d^3r \quad (3.77)$$

Trong đó \vec{d}_{fi} là phần tử ma trận hạt nhân của biến chuyển lưỡng cực điện (3.46)

$$\vec{d}_{fi} = \left\langle \phi_f \left| \sum_{j=1}^Z \vec{r}_j \right| \phi_i \right\rangle$$

Nếu sự tham gia của số hạng lưỡng cực trong (3.77) triệt tiêu, ta phải tính đến sự tham gia của số hạng kế tiếp.

Phần tử ma trận được viết dưới dạng tích phân để làm xuất hiện dưới dạng thừa số ma trận hạt nhân $(\hat{O}_{\alpha\beta})_{fi}$ của biến chuyển E_2 (3.47).

Để có những biến chuyển từ, cần phải thêm vào trong (3.75) tương tác giữa dòng electron với thế vector tạo nên bởi các nucleon.

Một cách tổng quát đối với năng lượng chuyển biến $\Delta E \equiv E_\gamma$ sao cho $B_K \ll E \ll m_0 c^2$, người ta tìm được hệ số biến đổi nội tại tầng K với biến chuyển đa cực điện E_L :

$$\alpha_K^{(E_L)} \approx \frac{L}{L+1} Z^3 \left(\frac{1}{137} \right)^4 \left(\frac{2m_0 c^2}{\Delta E} \right)^{L+\frac{5}{2}} \quad (3.78)$$

Đối với đa cực từ (tính chẵn lẻ không thuận lợi), hệ số biến đổi nội tại lớp K với $B_K \ll E \ll m_0 c^2$ được xấp xỉ là:

$$\alpha_K^{(M_L)} \approx Z^3 \left(\frac{1}{137} \right)^4 \left(\frac{2m_0 c^2}{\Delta E} \right)^{L+\frac{3}{2}} \quad (3.79)$$

Cả hai hệ thức trên được tính từ gần đúng Born. Do đó giá trị của chúng thỏa mãn điều kiện Born $\{Z/137(v/c)\} \ll 1$, v là vận tốc của electron biến đổi nội tại phát ra.

Các thửa số tìm thấy trong (3.76) được tổng quát hóa và dẫn đến nhiều tính chất của biến đổi nội tại như:

- Phần tử ma trận biến chuyển ở cấp cho sẵn tỉ lệ thuận với phương trình ma trận hạt nhân biến chuyển γ , các quy tắc chọn lựa của biến đổi nội tại cũng giống hệt các quy tắc lọc lựa của biến đổi hạt nhân trừ trường hợp biến đổi nội tại đơn cực. Điều này dẫn tới cách sắp xếp các hệ số biến đổi nội tại theo các cấp của đa cực điện và từ.

- Các hệ số biến đổi nội tại không phụ thuộc vào các phần tử biến đổi nội tại của nhân và có thể tính được độc lập với cấu trúc hạt nhân với độ chính xác cao. Đây là một bài toán nguyên tử hơn là một bài toán hạt nhân. Để có được độ chính xác cao cần tính các phương trình ma trận electron với các hàm sóng có kể đến trạng thái xoắn Coulomb ở trạng thái cuối của electron cũng như hiệu ứng tương đối đối với Z lớn.

Giá trị của hệ số biến đổi ma trận được tính và cho trong phụ lục của các tài liệu về gamma. Từ đó, khảo sát sự biến thiên của α_K theo năng lượng biến chuyển ($E_i - E_f$) theo Z và theo cấp đa cực của bức xạ (xem hình 3.13, 3.14).

Từ kết quả khảo sát nhận thấy hệ số biến đổi nội tại (3.67)

- Tăng theo Z.
- Tăng theo cấp đa cực L.
- Giảm khi ΔE tăng.
- Có trị lớn hơn đối với một biến chuyển từ so với biến chuyển điện cùng cấp.
- Có trị α thỏa $\alpha_K > \alpha_L > \alpha_M \dots$

Giải thích

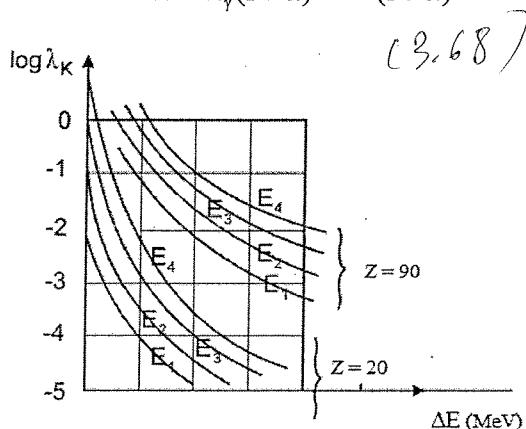
- Tăng theo Z và hàm sóng e^- ở tầng K.

$$\varphi_i(r) \sim \sqrt{\frac{Z^3}{\pi a_0^3}} e^{-\frac{Zr}{a_0}} \quad (3.78)$$

giảm nhanh khi r tăng, chú ý bán kính Bohr = $\frac{a_0}{Z}$

- Dựa vào hệ số biến đổi nội tại ta xác định được đa cực của bức xạ điện từ.
- Hệ số biến đổi nội tại ảnh hưởng quan trọng đến thời gian sống của mức kích thích:

$$\tau = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\lambda_\gamma(1+\alpha)} = \tau_\gamma \frac{1}{(1+\alpha)} \quad (3.79)$$

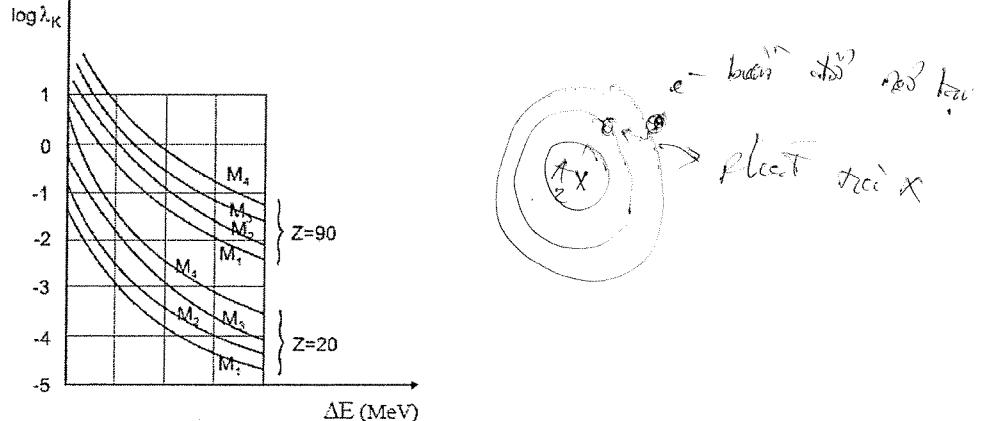


Hình 3.13. Hằng số phân rã theo năng lượng gamma của biến chuyển đa cực điện [2].

Trong ví dụ $^{89}_{50}\text{Y}$ ở trạng thái kích thích $\frac{9^+}{2}$ mức năng lượng 0,9 MeV, hệ số biến đổi

nội tại $\alpha = 10^{-2}$ không ảnh hưởng đáng kể đến thời gian sống của mức kích thích, trái lại với nhôm $^{41}_{13}\text{Al}$, khi khử kích thích do biến chuyển M_4 , năng lượng biến chuyển khoảng 104 MeV, hệ số biến đổi nội tại vào khoảng $\alpha = 270$ do đó thời gian sống kích thích

trung bình của mức $\frac{9^+}{2}$ là 62 ngày sẽ là 46 năm nếu trong cùng trạng thái kích thích đó với cùng loại biến chuyển và nếu chỉ có phóng thích γ là khả hưu.



Hình 3.14. Hằng số phân rã theo năng lượng gamma của biến chuyển đa cực từ [2].

3.3.3. Biến đổi nội tại đơn cực

Do bản chất sóng ngang của sóng điện từ nên không có biến chuyển $J_i = 0 \rightarrow J_f = 0$ đối với phóng thích photon γ . Tuy nhiên, các biến chuyển $J_i = 0 \rightarrow J_f = 0$ vẫn có thể xảy

ra với electron được phóng thích ra dù rằng không có số hạng đơn cực trong khai triển (3.74).

Người ta thấy rằng có thể giải thích điều này khi xét đến sự hiện hưu của electron trong nhân, $r < r_j$. Do đó cần khai triển lại phương trình ma trận (3.77).

Với $r < r_j$, ta có thể viết:

$$\sum_{j=1}^Z \frac{1}{|\vec{r}_j - \vec{r}|} = \sum_{j=1}^Z \frac{1}{r_j} + \sum_{j=1}^Z \frac{\vec{r}_j \cdot \vec{r}}{\vec{r}_j^3} + \dots \quad (3.80)$$

Trong đó chỉ có số hạng thứ nhất là tương ứng với biến chuyển đơn cực $L = 0$. Do đó, phương trình ma trận tương ứng là:

$$V_{f0,i0} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \sum_{j=1}^Z \iiint d_{r1}^3 d_{rj}^3 \dots d_{rA}^3 \phi_f^*(1\dots j\dots A) \frac{1}{r_j} \phi_{i0}(1\dots j\dots A) \int_{r < r_j} \phi_f^*(\vec{r}) \phi_i(\vec{r}) d^3r \quad (3.81)$$

Vì các hàm sóng electron biến thiên chậm bên trong nhân ta có thể gần đúng thay thế chúng tại tâm O của nhân.

$$\phi_f(\vec{r}) \approx \phi_f(0)$$

$$\phi_i(\vec{r}) \approx \phi_i(0) \quad (r < r_j)$$

Và ta có:

$$\int \phi_f^*(\vec{r}) \phi_i(\vec{r}) d^3r = \phi_f^*(0) \phi_i(0) \frac{4}{3} \pi r_j^3$$

Như vậy ta có thể suy ra:

$$V_{f0,i0} \approx \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{4}{3} \pi \phi_f^*(0) \phi_i(0) \int \int d^3r_1 \dots d^3r_A \phi_f^*(\dots j \dots) \sum_{j=1}^Z r_j^2 \phi_i(\dots j \dots) \quad (3.82)$$

Giả sử electron bắn ra là e^-_K và động năng T của nó đủ lớn và có thể viết

$$\begin{aligned} T_e &= E_i - E_f - B_i \\ &\approx E_i - E_f = \Delta E \end{aligned} \quad (3.83)$$

Giả sử hàm sóng cuối của nó là hàm sóng phẳng $\phi_f(\vec{r}) = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\vec{k}\vec{r}}$, với V là thể tích chuẩn

hóa trong đó tồn tại electron và hàm sóng đầu ở trạng thái buộc (3.10):

$$\phi_i(\vec{r}) = \sqrt{\frac{Z^3}{\pi a_0^3}} e^{-\frac{Zr}{a_0}} \quad (3.84)$$

Nếu chỉ để ý đến độ lớn tương tự như kết quả đã có trong (3.49) hay (3.27), ta có:

$$\left\langle \phi_f \left| \sum_{j=1}^Z r_j^2 \right| \phi_i \right\rangle \approx R^2 \text{ vì } \pi_i = \pi_f (\pi_i \cdot \pi_f = (-1)^0 = 1)$$

Qui tắc lọc lựa đổi với biến chuyển 0 - 0:

Nếu tính chẵn lẻ thay đổi thì chuyển biến bị cấm, do đó ta có:

$$V_{f0,i0} = \frac{4}{3} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{\sqrt{V}} \sqrt{\frac{Z^3}{\pi a_0^3}} R^2$$

Để tính xác suất biến chuyển ta phải tìm mật độ trạng thái cuối ρ_f gắn liền với electron có xung lượng biến thiên $p+dp$ trong góc khói $d\Omega$.

Số trạng thái của electron động lượng $p \rightarrow p+dp$ vào trong góc khói $d\Omega$ là:

$$dn = \frac{2p^2 dp V d\Omega}{(2\pi\hbar)^3}$$

V là thể tích chuẩn hóa của hàm sóng; chỉ số 2 là hai trạng thái spin khác nhau của electron; động năng $T_e = \frac{p^2}{2m_0}$, suy ra $2m_0 T_e = p^2$ và $m_0 dT_e = pdp$.

Suy ra

$$dn = \frac{2m_0 \sqrt{2m_0 T_e} dT_e V d\Omega}{(2\pi\hbar)^3}$$

Mà

$$dT_e = dE_f, T_e \approx \Delta E$$

Vậy

$$\rho_f = \frac{dn}{dE_f} = \frac{dn}{dT_e} = \frac{2m_0 \sqrt{2m_0 \Delta E}}{(2\pi\hbar)^3} V d\Omega$$

Xác suất biến chuyển biến tính bởi $\lambda = \frac{2\pi}{\hbar} |V_{f0,i0}|^2 \rho_f$. Như vậy, xác suất của biến chuyển đơn cực với phỏng thích e_K là:

$$\lambda_K(0 \rightarrow 0) = \frac{32}{9} \alpha \left(\frac{r_0}{a_0} \right)^4 \frac{m_0 c^2}{\hbar} Z^3 A^{4/3} \sqrt{2 \frac{\Delta E}{m_0 c^2}} \quad (3.85)$$

Với $R = r_0 A^{1/3}$; $a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{m_0 e^2}$; $\alpha = \frac{1}{137} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c}$; $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$;

$$\hbar = 0,658 \times 10^{-18} \text{ keV.giây}; a_0 = 5,29 \times 10^{-15} \text{ fm}; m_0 c^2 = 510 \text{ keV}.$$

Ví dụ: $A = 100$, $r_0 = 1,1 \text{ fm}$, $Z = 45$, $\Delta E = 500 \text{ keV}$ ta có:

$$\lambda_K(0 \rightarrow 0) = 2 \times 10^8 \text{ giây}^{-1}.$$

$$\frac{6}{6^2} = \frac{1}{6}$$

Với cùng năng lượng biến chuyển electron và cùng hạt nhân ta sẽ có phóng thích photon γ với biến chuyển lưỡng cực từ.

$$\lambda^{(E_1)} = 10^{14} \text{ giây}^{-1},$$

$$\lambda^{(M_1)} = 10^{12} \text{ giây}^{-1},$$

$$\lambda^{(E_2)} = 10^9 \text{ giây}^{-1},$$

Biến chuyển $J_i = 0 \rightarrow J_f = 0$ bị cấm đối với biến đổi nội tại nếu tính chẵn lẻ của trạng thái đầu và cuối khác nhau. Tuy nhiên, cơ chế khác có thể xảy ra, chẳng hạn phóng thích hai photon hay một electron và một photon nhưng xác suất rất nhỏ vì đây là hiện tượng cấp hai. Ta cũng nhận rằng nếu năng lượng biến chuyển lớn hơn $2m_0c^2$ thì một loạt hiện tượng mới khử kích thích là hiện tượng tạo cặp.

Bài tập chương 3

- 3.1.** Nguyên tố ${}_{83}\text{RaC}$ hoặc phát ra một loại tia γ hoặc phát e- biến đổi nội tại có năng lượng lần lượt là:

$$36,74 ; 37,37 ; 39,63 ; \text{ và } 48,85 \text{ keV}$$

Cho biết năng lượng buộc của các tầng tương ứng là:

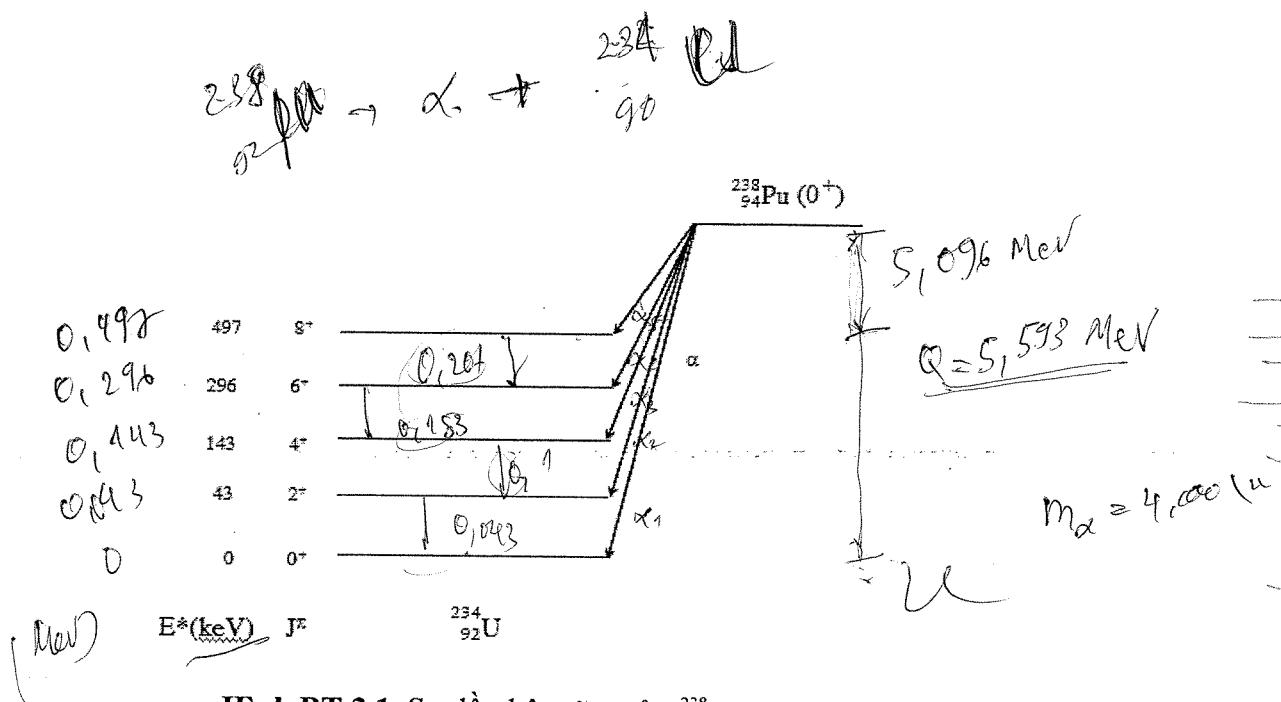
$$16,34 ; 15,67 ; 13,68 ; \text{ và } 3,99 \text{ keV}$$

Tính năng lượng trung bình của lượng tử γ theo (keV).

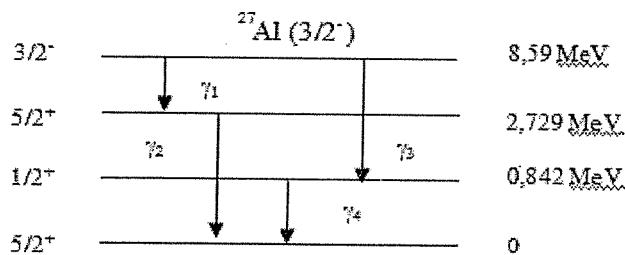
- 3.2.** Trạng thái kích thích đầu tiên của ${}^{11}\text{Be}$ được biết phát photon lưỡng cực điện E_1 với năng lượng 0,32 MeV. Hãy xác định thời gian sống của mức kích thích này. So sánh với giá trị thời gian sống trung bình thực nghiệm $1,79 \times 10^{-13}$ giây.

- 3.3.** ${}_{94}^{238}\text{Pu}$ phóng thích α và trở thành nhân ${}_{92}^{234}\text{U}$ ở các mức năng lượng E^* (keV) như hình vẽ. Năng lượng phóng xạ cần thiết trong biến chuyển từ ${}_{94}^{238}\text{Pu}$ (0^+) đến ${}_{92}^{234}\text{U}$ (0^+) là $Q = 5,593 \text{ MeV}$.

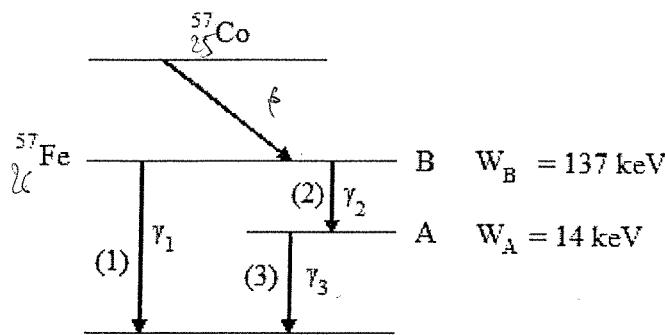
- Tính động năng T_α của hạt α được phóng thích ra tương ứng với 5 trạng thái mức năng lượng của ${}_{92}^{234}\text{U}$.
- Xác định loại đa cực biến chuyển phóng thích các photon γ từ 2^+ xuống 0^+ ở hình BT 3.1.

**Hình BT 3.1.** Sơ đồ phân rã α của $^{238}_{94}\text{Pu}$.

- 3.4.** Sự khử kích thích của mức năng lượng 8,59 MeV của nhôm ^{27}Al ($3/2^-$) làm phóng thích bức xạ điện từ theo sơ đồ hình BT 3.2 sau:

**Hình BT 3.2.** Sơ đồ dịch chuyển phát γ của $^{27}_{13}\text{Al}$.

- a. Tính năng lượng của các photon $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4$.
 - b. Ứng với γ_1 có loại biến chuyển đa cực nào, tính chẵn lẻ của nhân ra sao?
 - c. Xác định năng lượng của e- biến đổi nội tại cạnh tranh với quá trình phát photon γ_4 , biết năng lượng liên kết tầng K của nhôm là $B_K = 3,6 \text{ keV}$.
- 3.5.** Hình BT 3.3 mô tả sơ đồ phân rã của sắt. Sự khử kích thích của sắt ^{57}Fe là $w_A = 14 \text{ keV}$, $w_B = 137 \text{ keV}$ (so với mức cơ bản).
- a. Tính năng lượng của các vạch biến đổi nội tại.
 - b. Hệ số biến đổi nội tại nói chung lần lượt là $\alpha_1 = 0,12; \alpha_2 = 0,021; \alpha_3 = 0,4$. Số electron biến đổi nội tại ghi nhận được theo tỉ số $\frac{N_1}{N_2} = 0,85$. Từ trạng thái kích thích B, tính tỷ số phần trăm của chuyển biến gamma theo ngã (2), theo ngã (1).



Hình BT 3.3. Sơ đồ khử kích thích của ^{57}Fe .

- a. Định tỉ số $\frac{N_3}{N_2}$ giữa số electron biến đổi nội tại tương ứng với ngã (3) và số electron biến đổi nội tại tương ứng với ngã (2).
- b. Thời gian bán rã ứng với mức A là $T_{\frac{1}{2}}^A = 1,1 \times 10^{-7} \text{ giây}$ tìm thời gian bán rã riêng phần $T_{\frac{1}{2}}^{\gamma_3}$ ứng với phóng thích γ_3 . Cho biết năng lượng liên kết electron tầng K và L lần lượt là: $B_K = 7,1 \text{ keV}$ và $B_L = 0,8 \text{ keV}$ đối với ^{57}Fe .

3.6. Trạng thái kích thích thứ nhất mức năng lượng E_i của nhân $^{113}_{49}\text{In}$ có bán sinh $T_{\frac{1}{2}} = 104 \text{ phút}$. Khi khử trạng thái kích thích này, nhân biến chuyển về trạng thái cơ bản ($E_f = 0, J_f^{\pi f}$) với phóng thích photon γ hoặc tạo ra hiện tượng biến đổi nội tại với các e tầng K. Khi cho e_K được phóng thích ra vào trong một từ trường đều, cảm ứng từ \mathcal{B} vuông góc với phương tới của e_K thì e_K vạch thành cung tròn bán kính R và người ta đo được: $\mathcal{B} \cdot R = 237 \times 10^{-5} \text{ Tesla.m}$. Hệ số biến đổi nội tại $\alpha_K = 0,5$.

- a. Tính thời gian bán rã riêng phần $T_{\frac{1}{2}}^{\gamma}$ của nhân $^{113}_{49}\text{In}$ ở trạng thái kích thích đối với phóng thích γ .
- b. Tính động năng T của e_K được phóng thích ra và suy ra mức năng lượng E_i (xem e_K có vận tốc lớn và nên dùng các công thức tương đối của Einstein).

Cho biết:

- Năng lượng liên kết của e_K là $B_K = 28 \text{ keV}$;
- Năng lượng nghỉ của e: $m_0 c^2 = 511 \text{ keV}$ (m_0 là khối lượng tĩnh của electron);

$$\Gamma = \frac{t}{\tau} = \frac{t}{\lambda}$$

$d\Gamma$

- (X) \rightarrow
- Điện tích của electron : $-e = -1,6 \times 10^{-19}$ Coulomb;
 - Một keV = $1,6 \times 10^{-16}$ J.

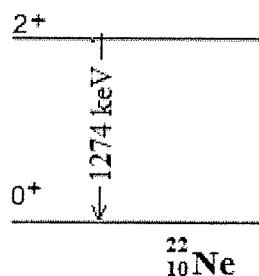
3.7. Trạng thái kích thích ^{17}O ở năng lượng 4,56 MeV có thời gian sống trung bình chỉ có $1,6 \cdot 10^{-20}$ giây. Hãy xác định ma trận biến chuyển của photon gamma phát ra nếu giả sử nó do chuyển biến lưỡng cực điện. Dánh giá bề rộng Γ của mức.

B.45b)

3.8. Nhân ^{27}Al phát gamma với photon năng lượng 7,748 MeV. Hãy xác định thời gian sống của mức kích thích này đối với chuyển biến lưỡng cực điện.

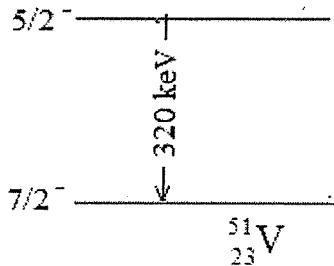
3.9. Đồng vị $^{22}_{10}\text{Ne}$ là sản phẩm phân rã beta của $^{22}_{11}\text{Na}$ ở trạng thái kích thích 2^+ và phát photon gamma 1274 keV để trở về trạng thái cơ bản 0^+ theo sơ đồ hình BT3.4.

- a. Xác định cấp đa-cực và tính chẵn lẻ của photon này. Đây là chuyển biến đa-cực gì?
- b. Xác định xác suất chuyển biến [giây^{-1}] tương ứng ở câu a (theo mẫu tảng). Xác định thời gian sống của mức kích thích 2^+ này.
- c. Xác định hệ số biến đổi nội tại ứng với chuyển biến đa-cực trong câu b. Từ đó suy ra xác suất biến đổi nội tại [giây^{-1}] và thời gian sống [giây] riêng phần của mức kích thích 2^+ ứng với biến đổi nội tại cạnh tranh với quá trình phát gamma trong câu b.
- d. Xác định bề rộng mức gamma 2^+ của $^{22}_{10}\text{Ne}$.



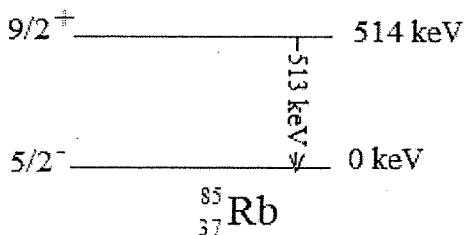
Hình BT 3.4. Sơ đồ mức kích thích của $^{22}_{10}\text{Ne}$.

3.10. Đồng vị $^{51}_{23}\text{V}$ là sản phẩm phân rã beta của $^{51}_{24}\text{Cr}$ ở trạng thái kích thích $5/2^-$ và phát photon gamma 320 keV để trở về trạng thái cơ bản $7/2^-$ theo sơ đồ hình BT3.5.



Hình BT 3.5. Sơ đồ mức kích thích của $^{51}\text{V}_{23}$.

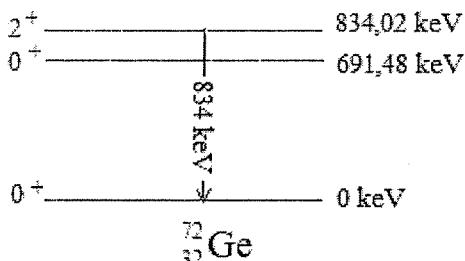
- Hỏi có bao nhiêu loại chuyển biến phát gamma từ mức $5/2^+$ về $7/2^-$ của $^{51}\text{V}_{23}$. Xác định cấp đa cực và tên gọi chuyển biến đa cực tương ứng?
 - Xác định xác suất chuyển biến gamma [giây^{-1}] tương ứng ở câu a với ℓ thấp nhất (theo mẫu tầng). Xác định thời gian sống [giây] riêng phần của mức kích thích $5/2^+$ với chuyển biến phát gamma này.
 - Xác định hệ số biến đổi nội tại ứng với chuyển biến đa cực trong câu b. Từ đó suy ra xác suất biến đổi nội tại [giây^{-1}] và thời gian sống [giây] riêng phần của mức kích thích $5/2^+$ ứng với biến đổi nội tại cạnh tranh với quá trình phát gamma trong câu b.
- 3.11.** Đồng vị $^{85}\text{Rb}_{36}$ là sản phẩm phân rã beta trừ của $^{85}\text{Kr}_{37}$ ở trạng thái kích thích $9/2^+$ và phát photon gamma 513 keV để trở về trạng thái cơ bản $5/2^-$ theo sơ đồ hình BT3.6.



Hình BT 3.6. Sơ đồ mức kích thích của $^{85}\text{Rb}_{36}$.

- Hỏi có bao nhiêu loại chuyển biến phát gamma từ mức $9/2^+$ về $5/2^-$ của $^{85}\text{Rb}_{36}$. Xác định cấp đa cực và tên gọi chuyển biến đa cực tương ứng?
- Xác định xác suất chuyển biến gamma [giây^{-1}] tương ứng ở câu a với ℓ thấp nhất (theo mẫu tầng). Xác định thời gian sống [giây] riêng phần của mức kích thích $9/2^+$ với chuyển biến phát gamma này.

- c. Xác định hệ số biến đổi nội tại ứng với chuyển biến đa cực trong câu b. Từ đó suy ra xác suất biến đổi nội tại [giây^{-1}] và thời gian sống [giây] riêng phần của mức kích thích $9/2^+$ ứng với biến đổi nội tại cạnh tranh với quá trình phát gamma trong câu b.
- d. Hỏi mức $9/2^+$ này có đồng phân với mức $5/2^-$ hay không?
- 3.12.** Đồng vị ^{72}Ge là sản phẩm phân rã beta trừ của ^{72}Ga ở nhiều trạng thái kích thích khác nhau. Hình BT 3.7. trình bày sơ đồ các mức kích thích đầu tiên của ^{72}Ge .

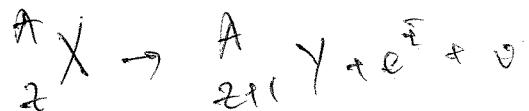


Hình BT 3.7. Sơ đồ các mức kích thích đầu tiên của ^{72}Ge .

- a. Hỏi có bao nhiêu loại chuyển biến phát gamma từ mức 2^+ về 0^+ . Xác định cấp đa cực và tên gọi chuyển biến đa cực tương ứng?
- b. Xác định xác suất chuyển biến gamma [giây^{-1}] tương ứng ở câu a (theo mẫu tầng). Xác định thời gian sống [giây] riêng phần của mức kích thích 2^+ với chuyển biến phát gamma này. Tính bề rộng riêng phần của mức kích thích 2^+ tương ứng với chuyển biến phát gamma này.
- c. Thực nghiệm cho thấy mức kích thích 0^+ năng lượng 691,48 keV không phát photon gamma về mức cơ bản 0^+ nhưng lại có electron biến đổi nội tại. Xác định xác suất electron biến đổi nội tại đơn cực [giây^{-1}] này. Xác định thời gian sống riêng phần [giây] của mức kích thích 0^+ tương ứng. Hỏi có biến chuyển nội tại tạo cặp cạnh tranh xảy ra không?

phamhuutuan7443@gmail.com

C h u o n g 4



PHÓNG XẠ BETA

4.1. Đại cương

- Hiện tượng phân rã β là sự biến đổi tự nhiên của một hạt nhân không bền thành một hạt nhân khác, có điện tích thay đổi một đơn vị và phát ra một electron hay bắt một electron của lớp vỏ nguyên tử (thường là lớp K).
- Có 3 loại phân rã beta:
 - + Phân rã β^-
 - + Phân rã β^+
 - + Hiện tượng bắt electron
- Phân rã β phụ thuộc vào cấu trúc hạt nhân, có liên quan đến tương tác yếu (tương tác này có cường độ nhỏ hơn tương tác hạt nhân cỡ 24 bậc).
- Phạm vi phân rã β rộng bao trùm từ số khối $A = 1$ đến số khối của hạt nhân nặng nhất. Năng lượng phát ra trong phân rã β thay đổi từ 0,02 MeV đến 13,4 MeV.
- Năm 1956, Chien Shiung Wu (nữ giáo sư Vật lý người Mỹ gốc Hoa) đã khẳng định qua kết quả đo phân bố của electron phát ra từ phân rã β^- của ^{60}Co có tính chẵn lẻ π không bảo toàn trong quá trình tương tác yếu. Phát minh này đã thực sự là một bước ngoặt đối với phát triển của vật lý hạt cơ bản.
- Thường có những phóng thích electron không xuất phát từ cơ chế phóng xạ beta mà do hiện tượng “biến đổi nội tại”: tia gamma phát ra từ nhân có thể tương tác với các điện tử bên ngoài để các điện tử này bị đẩy ra khỏi nguyên tử và chúng thể hiện một đặc điểm rất quan trọng là đơn năng.
- Cũng như trong trường hợp phóng xạ alpha, cần phải xác định động năng T_β của tia β được phóng thích ra và từ đó suy ra năng lượng phóng xạ Q . Đối với tia β , người ta được

một phô liên tục và cách đo β chỉ được thực hiện với từ phô kế trong chân không. Cũng tương tự như từ phô kế dùng để xác định động năng T_α của hạt α , các hạt mang điện di chuyển với vận tốc v trên nửa cung tròn bán kính R nằm trong mặt phẳng thẳng góc với từ trường \mathcal{B} ta có:

$$p = mv$$

Năng lượng toàn phần của hạt beta là $E = m_0c^2 + T_\beta$, với T_β là động năng của hạt beta.

Áp dụng hệ thức cơ bản của động lực học:

$$e\mathcal{B} \cdot v = \frac{mv^2}{R}$$

Suy ra $e\mathcal{B} \cdot R = mv$, v là vận tốc hướng tâm của beta.

Mặc khác theo công thức Einstein ta có: $E^2 = p^2c^2 + m_0^2c^4$

$$\begin{aligned} \text{Nên động năng hạt beta: } T_\beta &= E - m_0c^2 = \sqrt{p^2c^2 + m_0^2c^4} - m_0c^2 \\ &= \sqrt{(e\mathcal{B} \cdot R)^2 c^2 + m_0^2c^4} - m_0c^2 \end{aligned}$$

- Kết quả khảo sát thực nghiệm cho thấy phô năng lượng T_β liên tục và có trị số cực đại ($T_{\beta_{\max}}$).

- Sự hiện hữu của phô năng lượng liên tục là đặc trưng chủ yếu của phóng xạ beta và đã gây khó khăn lúc ban đầu về lý thuyết liên quan đến hiện tượng vì *dường như có sự vi phạm về bảo toàn năng lượng*.

- Trong cơ chế phóng xạ alpha, khi nhân mẹ A phân rã để tạo ra nhân con B, có khả năng nhân mẹ và nhân con hiện hữu ở trạng thái kích thích trước và sau khi phóng xạ α do đó cho phân rã α với nhiều nhóm năng lượng khác nhau theo định luật bảo toàn năng lượng:

$$E_A = E_B + T_{\alpha_i} + E_i$$

- Trong phóng xạ beta, nếu chỉ với những gì quan sát được, sự bảo toàn năng lượng không được thỏa vì ứng với dãy trị số thay đổi liên tục của phô năng lượng beta thì yêu cầu nhân con phải nằm ở những trạng thái kích thích rất gần nhau và khi từ trạng thái kích thích về cơ bản tia γ phải được thấy có phóng thích ra. Nhưng thực nghiệm cho thấy có một số trường hợp phóng xạ β không có tia γ kèm theo. Do đó không thể chấp nhận giả thuyết có

nhiều trạng thái cuối của nhân còn lại. Vậy sẽ không có định luật bảo toàn năng lượng nếu chỉ dựa vào các hạt đã phát hiện được (bao gồm nhân đầu, nhân cuối và hạt β).

- Sự hiện hữu của phổ năng lượng liên tục trong phóng xạ β không phải là khó khăn duy nhất để tìm hiểu hiện tượng phóng xạ β . **Sự bảo toàn momen góc chung đường như cũng không được thỏa đổi** với biến đổi kiểu $A \rightarrow B + \beta^\pm$ như đang giả định. Vì spin của nhân A và B là một số nguyên (khối số A không đổi) trong khi đó spin của electron là $\frac{1}{2}$.

4.2. Giả thuyết về neutrino

- Để giải quyết các khó khăn đã nêu ở trên, năm 1930 Pauli (người được giải thưởng Nobel vật lý năm 1954 về phát minh nguyên lý loại trừ lượng tử mang tên ông) trong khi nghiên cứu phân rã β^- của hạt nhân ^{14}C :



đã đưa ra giả thuyết để đảm bảo sự bảo toàn momen góc (với ^{14}C có spin 0, ^{14}N có spin 1 và electron có spin $\frac{1}{2}$, momen góc của 2 về trong phân rã trên không bằng nhau), xung lượng và năng lượng trong phân rã β^- phải có một hạt mới được phóng thích ra và mang theo nó một phần năng lượng. Hạt mới này được gọi là neutrino, ký hiệu ν có khối lượng rất nhỏ, spin $\frac{1}{2}$, không mang điện tích do đó hổ tác rất yếu với vật chất và rất khó phát hiện.

- Với giả thuyết có neutrino, sự bảo toàn năng lượng được viết

$$E_A - E_B = T_\beta + T_\nu$$

và cơ chế của phóng xạ β có thể được phát biểu lại:

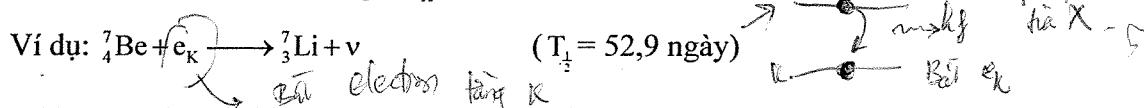
- + Phân rã β^- là quá trình chuyển một hạt nhân mẹ (A, Z) không bền giàu neutron sang một hạt nhân đồng khối ($A, Z+1$) trong đó neutron của nhân mẹ rã thành proton cùng với cặp lepton ($e^-, \bar{\nu}$) theo cơ chế: $n \rightarrow p + \beta^- + \bar{\nu}$.



- + Phân rã β^+ là quá trình chuyển một hạt nhân mẹ (A, Z) không bền giàu proton sang một hạt nhân đồng khối ($A, Z-1$) trong đó proton của nhân mẹ phân rã thành neutron cùng với cặp lepton (e^+, ν) theo cơ chế: $p \rightarrow n + \beta^+ + \nu$.



+ Bắt electron (EC) là quá trình chuyển một hạt nhân mẹ (A, Z) không bền giàu proton sang một hạt nhân đồng khối ($A, Z-1$) trong đó proton của nhân mẹ bắt electron tàng và phân rã thành neutron theo cơ chế: $p + e_K \rightarrow n + v$



- Các khảo sát thực nghiệm chứng tỏ sự hiện hữu của neutrino. Dựa vào sự khảo sát chuyển động lùi của nhân còn lại trong phóng xạ β người ta dự đoán rằng nếu chỉ có nhân còn lại và hạt β chi phối tất cả động lượng của hệ thống thì động lượng giật lùi của nhân này sẽ phải đối song với động lượng của β . Nhưng nhiều thí nghiệm cho thấy chiều giật lùi của nhân còn lại không ngược hướng với chiều phóng thích của hạt β . Do đó ***nếu không có neutrino, không thể có sự bảo toàn động lượng.***

- Reines và Cowan ở Los Alamos, đã làm hiện rõ neutrino thích hợp theo phản ứng

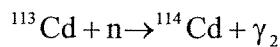


- Để có một nguồn dồi dào neutrino, các nhà vật lý đã đặt hệ thống máy thực nghiệm vào sát một mặt của lò phản ứng Hanford. Máy dò nhấp nháy lỏng được bao quanh bởi 90 máy nhân quang điện. Khi một proton của máy nhấp nháy lỏng hấp thụ một neutrino, một positron và một neutron được tạo ra.

+ positron được làm chậm lại rất nhanh và kết hợp với một electron để tự hủy và tạo ra 2 photon γ_1 năng lượng 0,51 MeV di chuyển ngược chiều nhau. Các lượng tử γ_1 thường bị chất lỏng nhấp nháy hấp thu và các máy nhân quang điện tạo ra một xung điện.

+ còn neutron thì khuếch tán qua chất lỏng và bị các nhân nặng của chất lỏng hấp thụ. Để sự hấp thụ này được dễ dàng, người ta đưa vào chất lỏng chất cadmium vì chất này có hiệu điện hấp thu rất lớn đối với neutron chậm.

- Sự hấp thu neutron thường xảy ra vài giây sau khi neutron được tạo ra và ngay sau khi được hấp thu, tia γ được phóng thích ra theo phản ứng:



và photon γ_2 này rất dễ bị chất lỏng nhấp nháy hấp thu để tạo ra một xung điện thứ hai.

Khảo sát các xung điện nhận được người ta thấy có sự trùng hợp tốt giữa lý thuyết và thực nghiệm về sự hiện diện của phản neutrino.

4.3. Sự thất bại của thuyết electron trong nhân

Trong những ngày đầu của lý thuyết hạt nhân khi chưa biết neutron, nhân nguyên tử được biết như bao gồm proton và electron: một nhân ${}_Z^A X$ có Z proton và A-Z electron.

Sau khi khám phá của Chadwick về neutron năm 1932, nhân nguyên tử được giả sử gồm proton và neutron: một nhân ${}_Z^A X$ có Z proton và A - Z neutron. Thay đổi ý kiến này bắt nguồn từ các lý do sau đây:

1) Kích thước của nhân vào khoảng 10^{-15} m. Một electron không thể hiện hữu trong vùng kích thước nhỏ hơn kích thước của nhân. Động lượng của electron tương ứng với độ dài sóng λ là

$$p = \frac{\hbar}{\lambda} = \frac{\hbar}{10^{-12}} \approx 10^{-15} \text{ ergs}$$

Do đó năng lượng tương ứng vào khoảng 20 MeV, quá lớn so với năng lượng của một hạt β bất kỳ được phóng thích ra từ nhân.

2) Theo lý thuyết thống kê, một nhân gồm một số lẻ các hạt cơ bản thuộc thống kê Fermi và một số chẵn các hạt cơ bản thuộc thống kê Bose - Einstein. Các giả thuyết khác nhau về cơ cấu của nhân đưa đến số khác nhau về các hạt cơ bản trong nhân. Thí dụ đối với nhân ${}_Z^A X$, ta có:

Giả thuyết	m electron trong nhân	neutron trong nhân
A proton		Z proton
A - Z electron		A - Z neutron
2A - Z hạt cơ bản trong nhân		A hạt cơ bản trong nhân

Do đó, nhân ${}_{7}^{14} N$ có 21 hạt cơ bản theo thuyết electron trong nhân và 14 hạt cơ bản theo thuyết neutron trong nhân. Phổ phân tử thực nghiệm chứng tỏ ${}_{7}^{14} N$ thuộc thống kê Bose Einstein nên nhân ${}_{7}^{14} N$ có một số chẵn các hạt cơ bản và do đó đã chứng minh sự đúng đắn của lý thuyết neutron trong nhân.

4.4. Lý thuyết phóng xạ beta của Fermi

4.4.1. Các giả thuyết cơ bản

Thuyết Fermi về phóng xạ beta dựa trên các giả thuyết cơ bản sau đây:

- Tương tác giữa các hạt nhân, electron và neutrino có thể tạo sự biến đổi một neutron thành proton hay ngược lại để phóng thích cặp lepton ($e^-, \bar{\nu}$) hay (e^+, ν) hoặc hấp thu một electron tàng và phát một neutrino.

- Neutrino có spin $\frac{1}{2}\hbar$ (fermion), không mang điện tích, có khối lượng tĩnh rất nhỏ hay zero.

- Tương tác xảy ra với tầm ngắn vào khoảng kích thước hạt nhân, hoàn toàn đối xứng đối với phóng thích hay hấp thu.

- Điện tích chung được bảo toàn trong mỗi biến đổi.

4.4.2. Mô hình bài toán phóng xạ beta

Đối với sự phóng thích tia beta và neutrino có momen góc quỹ đạo zero, nếu ảnh hưởng của trường Coulomb được xem như không đáng kể, xác suất để trong một đơn vị thời gian, nhân phóng thích hạt beta có động lượng trong khoảng p đến $p+dp$ và neutrino động lượng từ q đến $q+dq$ có thể được viết là

$$P(p)dp = \frac{2\pi}{\hbar} |H_f|^2 \frac{dn_f}{dE_0} \quad (4.1)$$

Trong đó

Ký hiệu năng lượng toàn phần của hệ $E_0 = E + E_\nu$ với E là năng lượng toàn phần của hạt beta và E_ν là năng lượng toàn phần của neutrino.

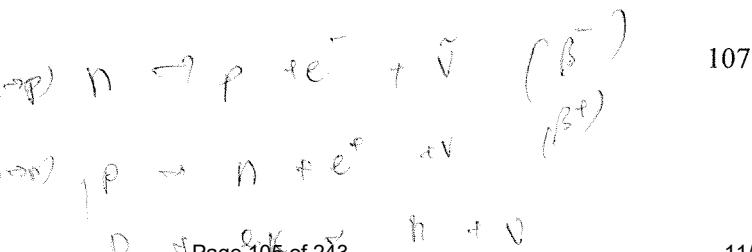
H_f là thành phần ma trận chi phối bởi toán tử tương tác \hat{H}

$$H_f = g_w \sum_{j=1}^A \int \dots \int d^3r_1 \dots d^3r_A \varphi_\beta^*(\vec{r}_j) \varphi_\nu^*(\vec{r}_j) \psi_f(1\dots j\dots A) \hat{H}(j) \psi_i(1\dots j\dots A) \quad (4.2)$$

$\hat{H}(j)$ là toán tử gây biến chuyển tương ứng với nucleon thứ j .

$\hat{H}(j) \equiv \hat{\tau}_+(j)$ và $\hat{\tau}_+(j)\theta_{neutron} = \theta_{proton}$ đối với phân rã β^-

$\hat{H}(j) \equiv \hat{\tau}_-(j)$ và $\hat{\tau}_-(j)\theta_{proton} = \theta_{neutron}$ đối với phân rã β^+



$\frac{dn_f}{dE_0}$ là hàm mật độ trạng thái cuối của electron và neutrino trong khoảng năng lượng dE_0 .

$\varphi_i(\vec{r})$ là hàm sóng trạng thái của hạt i (beta và neutrino).

$\psi(1\dots j\dots A)$ là hàm sóng trạng thái của nhân (trạng thái đầu i và trạng thái cuối f).

g_w là hằng số tương tác yếu có độ lớn $0,9 \times 10^{-43} \text{ MeV.cm}^3$ (giống như hằng số e đặc trưng cho độ lớn của tương tác Coulomb).

Thành phần hàm sóng của electron và neutrino được viết dưới dạng sóng phẳng:

$$\varphi_\beta = N_\beta \exp\left[\frac{i}{\hbar}(\vec{p} \cdot \vec{r})\right] \text{ và } \varphi_v = N_v \exp\left[\frac{i}{\hbar}(\vec{q} \cdot \vec{r})\right]$$

Hai hàm sóng φ_β và φ_v được chuẩn hóa về đơn vị:

$$\int_{\Omega} \varphi_{\beta,v}^* \varphi_{\beta,v} d\tau_{\beta,v} = 1$$

Suy ra $\varphi_\beta = \frac{1}{\sqrt{V}} \exp\left[\frac{i}{\hbar}(\vec{p} \cdot \vec{r})\right]$ và $\varphi_v = \frac{1}{\sqrt{V}} \exp\left[\frac{i}{\hbar}(\vec{q} \cdot \vec{r})\right]$ (4.3)

Gọi $\varphi_\beta(0), \varphi_v(0)$ là hàm sóng trạng thái của các hạt khi còn trong nhân. Ta có:

$$\varphi_\beta(0) = \varphi_v(0) = \frac{1}{\sqrt{V}}$$

Khi đó $P(p)dp = \frac{2\pi}{\hbar} \left[|\varphi_\beta(0)| |\varphi_v(0)| |M_f| g_w \right]^2 \frac{dn}{dE_0}$ (4.4)

M_f là thành phần ma trận hạt nhân biểu thị sự biến đổi của trạng thái hạt nhân từ trạng thái đầu ψ_i sang trạng thái cuối ψ_f chi phối bởi toán tử tương tác \hat{H} .

$$M_f = \left\langle \Psi_f \left| \sum_{j=1}^A \hat{H}(j) \right| \Psi_i \right\rangle$$

✓: Thiết kế
đã đưa

Suy ra $H_f = \frac{g_w}{V} |M_f|^2$ (4.6)

Trong tương tác yếu, g_w được xác định từ thực nghiệm bằng cách so sánh kết quả tính toán hằng số phân rã beta từ lý thuyết với thực nghiệm. Thành phần ma trận M_f phụ thuộc vào sự chồng chập lên nhau của các trạng thái đầu, cuối của các nucleon. Nếu hai trạng thái

này là giống nhau thì $M_f = 1$. Sự khác nhau về dạng của thành phần sóng sẽ làm giảm giá trị của M_f . Nó được xác định bởi tính chất sóng trong trạng thái đầu, cuối. Giá trị lớn nhất có được xung quanh các giá trị cho phép phải thỏa mãn các trạng thái đầu, cuối của hạt nhân (các giá trị của spin, tính chẵn lẻ của nhân) theo quy tắc chọn lọc.

Ví dụ:

Trong phân rã β của ^{14}O , $|M_f|^2 = 2$.

Trong sự phân rã β của neutron $|M_f|^2 = 1$, $|M_f|^2 = 3$.

Đại lượng $\frac{dn}{dE_0}$ là mật độ trạng thái cuối của nhân ứng với khoảng đơn vị năng lượng,

tức số trạng thái của sóng φ_β và φ_v khi giá trị của động lượng hạt beta nằm trong khoảng từ p đến $p + dp$ và của neutrino nằm trong khoảng từ q đến $q + dq$.

4.4.3. Dạng phổ năng lượng của beta

Trong công thức (4.5) dạng phổ năng lượng tuỳ thuộc vào hệ số thống kê $\frac{dn_f}{dE_0}$, còn phần đầu không đổi. Ta có số trạng thái tương ứng với một electron động lượng trong khoảng từ p đến $p + dp$ và neutrino động lượng từ q đến $q + dq$ khi hiện hữu trong một thể tích bất kỳ V trong nhân là

$$\begin{aligned} dn_f &= dn_\beta \cdot dn_v = \frac{4\pi p^2}{(2\pi\hbar)^3} V dp \cdot \frac{4\pi q^2}{(2\pi\hbar)^3} V dq \\ &= \frac{Vp^2}{2\pi^2\hbar^3} dp \frac{Vq^2}{2\pi^2\hbar^3} dq = \frac{V^2 pqdpdq}{4\pi^4\hbar^6} \end{aligned} \quad (4.7)$$

Gọi E_0 là năng lượng toàn phần phân phối cho electron E , và neutrino E_v và nhân giật lùi E_r . Do năng lượng giật lùi không đáng kể nên:

$$E_0 \approx E_\beta + E_v \quad (4.8)$$

Theo công thức Einstein:

$$E_0 \approx E + E_v = \sqrt{p^2 c^2 + m_0^2 c^4} + \sqrt{q^2 c^2 + m_v^2 c^4}.$$

Ta có

$$E^2 = p^2 c^2 + m_0^2 c^4 \text{ nên } EdE = c^2 pdp \text{ và } p^2 = (E^2 - m_0^2 c^4)/c^2.$$

$$E_v^2 = q^2 c^2 + m_v^2 c^4 \text{ nên } E_v dE_v = c^2 q dq \text{ và } q^2 = (E_v^2 - m_v^2 c^4) / c^2.$$

Vì vậy

$$\begin{aligned} dn &= \frac{V^2}{4\pi^4 \hbar^6 c^6} [(E^2 - m_0^2 c^4)^{1/2} (E_v^2 - m_v^2 c^4)^{1/2}] E dE E_v dE_v. \\ dn &= \frac{V^2}{4\pi^4 \hbar^6 c^6} [(E^2 - m_0^2 c^4)^{1/2} [(E_0 - E)^2 - m_v^2 c^4]^{1/2}] E dE (E_0 - E) dE_v. \end{aligned}$$

$$dE dE_v = J dE_0 dE \text{ với } J = \begin{vmatrix} \frac{\partial E}{\partial E_0} & \frac{\partial E_v}{\partial E_0} \\ \frac{\partial E}{\partial E_v} & \frac{\partial E_v}{\partial E_v} \end{vmatrix} = 1.$$

$$dn = \frac{V^2}{4\pi^4 \hbar^6 c^6} [(E^2 - m_0^2 c^4)^{1/2} [(E_0 - E)^2 - m_v^2 c^4]^{1/2}] E (E_0 - E) dE_0 dE$$

Suy ra

$$\frac{dn}{dE_0} = \frac{V^2}{4\pi^4 \hbar^6 c^6} [(E^2 - m_0^2 c^4)^{1/2} [(E_0 - E)^2 - m_v^2 c^4]^{1/2}] E (E_0 - E) dE \quad (4.9)$$

Hay

$$\frac{dn}{dE_0} = \frac{V^2}{4\pi^4 \hbar^6 c^6} Y(E) dE$$

Với

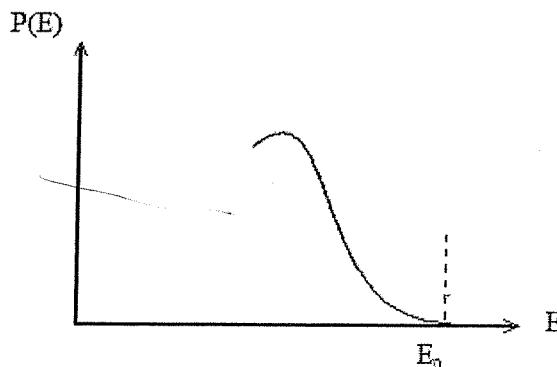
$$Y(E) = [(E^2 - m_0^2 c^4)^{1/2} [(E_0 - E)^2 - m_v^2 c^4]^{1/2}] E (E_0 - E) \quad (4.10)$$

Xét hai trường hợp

- a. Nếu $m_v = 0$ thì $Y(E) = 0$ khi:

$$\begin{cases} E = m_0 c^2 \text{ ứng với điểm bắt đầu của phô,} \\ E = E_0 \text{ ứng với điểm cuối của phô,} \\ E = 0 \text{ không nhận vì } E \geq m_0 c^2. \end{cases}$$

Tại điểm E_0 , đường biểu diễn $P(E)$ tiếp xúc dạng parabol với trục OE .



Hình 4.1. Dạng phổ năng lượng beta trường hợp $m_v = 0$.

Về mặt thực nghiệm cần phải đo chính xác vị trí $E_{\beta_{\max}}$.

+ Ảnh hưởng của trường thế Coulomb: So sánh giữa phổ lý thuyết và thực nghiệm thấy rằng phần lớn phân rã β diễn tả sự ảnh hưởng tích lũy của các hạt β phát ra trong suốt quá trình chuyển đổi từ trạng thái cơ bản lên trạng thái kích thích của hạt nhân con. Khi còn gần nhân hạt β có thể chịu ảnh hưởng của Coulomb của nhân: ví dụ tia β^- sẽ bị nhân hút làm cho chậm lại để cho số tia β^- rất chậm trong phổ sẽ nhiều hơn số β^- chỉ cho bởi hàm số thống kê riêng lẻ và ngược lại tia β^+ bị đẩy mạnh hơn nên số β^+ năng lượng thấp bị giảm xuống. Một cách định lượng ảnh hưởng Coulomb của nhân có thể xem như gây nhiễu loạn hàm sóng ψ_e . Kết quả tính toán không tương đối với hiệu chỉnh Coulomb làm xuất hiện thừa số $F(Z', \eta)$ trong công thức tính xác suất $P(\eta)$ để phỏng thích β động lượng từ $\eta \rightarrow \eta + d\eta$.

Rõa Hỗn Coulomb \rightarrow *Không xác* \rightarrow *Nhieu* $\left(w = \frac{m}{m_0} \right)$ (4.11)

Với $y = \pm \frac{Z'}{137\beta} = \pm \frac{Z'\alpha w}{\eta} \rightarrow \frac{P}{m_0 c}$: *Điều* *điều* (4.12)

Ở đây dấu cộng ứng với tia β^- và dấu trừ ứng với tia β^+ ,

Z' là điện tích của nhân còn lại sau khi phỏng thích β ,

$$\beta = \frac{v}{c} = \frac{mv}{m_0 c} \cdot \frac{m_0}{m} = \frac{\eta}{w}$$

$\alpha = \frac{1}{137}$ là hằng số cấu trúc thanh $= \frac{e^2}{\hbar c}$

$$\eta = \frac{p}{m_0 c}$$

$$w = \frac{m}{m_0} = \frac{mc^2}{m_0 c^2} = \frac{T_\beta + m_0 c^2}{m_0 c^2} = \frac{E}{m_0 c^2} \quad (4.13)$$

$$\eta^2 = \frac{p^2}{m_0^2 c^2} = \frac{p^2 c^2}{m_0^2 c^4} = \frac{E^2 - m_0^2 c^4}{m_0^2 c^4} = w^2 - 1 \text{ và } \eta d\eta = w dw \quad (4.14)$$

Do đó ta có thể viết biểu thức (4.9) khi $m_v = 0$ lại như sau:

$$\frac{dn}{dE_0} = \frac{V^2 m_0^5 c^4}{4\pi^4 \hbar^6} \eta^2 (w_0 - w)^2 d\eta F(Z', \eta) \quad (4.15)$$

$$\text{Với } w = \frac{E}{m_0 c^2}; w_0 = \frac{E_0}{m_0 c^2} \text{ ứng với trường hợp } m_v = 0 \quad (4.16)$$

$$\text{Và } EdE = (m_0 c^2)^2 \eta d\eta$$

$$\text{Khi } \beta \ll 1 \text{ ta có } w \approx 1, \eta \gg 1 \Rightarrow \frac{w}{\eta} \gg 1.$$

- Do đó đối với hạt β^- ta có $y > 0$ suy ra $F(Z', \eta) \approx 2\pi y \propto \frac{1}{\eta}$. Với $y \gg 1$ ta có

$$\left| \frac{dn}{dE_0} \propto \eta(E_0 - E)^2 d\eta \right| \quad (4.17)$$

Vậy sự phân bố của β^- năng lượng thấp gần như tuyến tính theo η . Đó cũng là trường hợp β^- của ^{64}Cu .

- Còn đối với β^+ ta có $y < 0$ nên

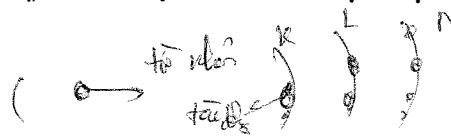
$$F(Z', \eta) = \frac{2\pi|y|}{1 - e^{-2\pi|y|}} \approx 2\pi|y|e^{-2\pi|y|} = 2\pi|y|e^{-2\pi \frac{|Z'|}{137\beta}} \quad (4.18)$$

Dạng này làm ta liên tưởng đến biểu thức của hệ số Gamow trong phân rã alpha. Như vậy tại các điểm năng lượng thấp của phô β^+ có sự giảm quan trọng về số hạt β^+ năng lượng thấp trong phô. Hình 4.2. trình bày ảnh hưởng trường thế Coulomb lên phô hạt beta được khảo sát bằng lý thuyết Fermi.

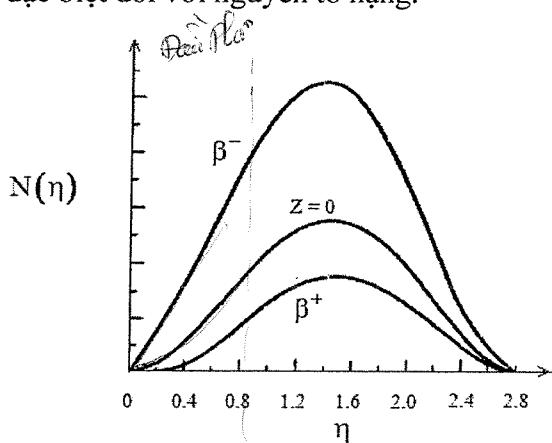
Mới nhìn qua ta có thể ngạc nhiên vì nhận thấy rằng ảnh hưởng Coulomb lại ngăn cản sự phóng thích β^+ so với β^- . Ảnh hưởng này không có tính cổ điển. Theo cơ lượng tử có một bậc thế năng giữa positron và nhân và positron phải xuyên rào thế để được phóng thích

ra. Đối với positron năng lượng thấp $F(Z', \eta)$ chứa một thừa số thuộc loại xuyên rào như thừa số Gamow trong phân rã alpha.

+ Ảnh hưởng của màn che điện tử



Ngoài ảnh hưởng Coulomb của nhân các electron của nguyên tử cũng có ảnh hưởng đến dạng phô β . Các hiệu chỉnh do ảnh hưởng này không được diễn tả dưới dạng giải tích đơn giản. Các phép tính gần đúng của Rose và Longmire, Brown cho thấy các electron trong nguyên tử ảnh hưởng rất nhỏ vào phô β^- nhưng có thể ảnh hưởng nhiều vào điểm cuối năng lượng thấp của phô β^+ đặc biệt đối với nguyên tố nặng.



Hình 4.2. Ảnh hưởng trường thế Coulomb lên phô động lượng tương đối của beta [2].

Một cách tổng quát màn electron được xem như chỉ có ảnh hưởng thấp đến điểm cuối của phô β^- nhưng làm tăng đáng kể sự phóng thích tia β^+ năng lượng thấp, đặc biệt năng lượng dưới 100 keV trong các nguyên tố nặng.

b. Nếu $m_v \neq 0$ thì $Y(E) = 0$ khi:

$$E = m_0 c^2 \quad \text{ứng với điểm bắt đầu của phô } \beta$$

$$E = E_0 \quad \text{không có ý nghĩa vì } E_{\beta \max} = E_0 - m_v c^2$$

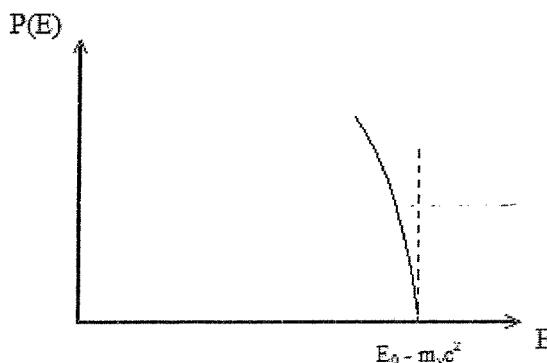
$$E = 0 \quad \text{không có ý nghĩa vì } E \geq m_0 c^2$$

$$E = E_0 - m_v c^2 \quad \text{ứng với điểm cuối của phô } \beta$$

$$E = E_0 + m_v c^2 \quad \text{không có ý nghĩa vì } E_{\beta \max} = E_0 - m_v c^2$$

Tại điểm cuối $E = E_{\beta \max} = E_0 - m_v c^2$ phô năng lượng có đường tiếp tuyến thẳng đứng và đường biểu diễn $P(E)$ tiếp xúc với đường thẳng đứng.

Rao hoc

**Hình 4.3.** Dạng phổ năng lượng beta trường hợp $m_\nu \neq 0$.

Các kết quả thực nghiệm đối với phổ β^- của ${}^3\text{H}$ cho phép biết được $m_\nu < \frac{m_0}{2000}$ và do đó đã biện minh được giả thiết khối lượng tĩnh của neutrino bằng 0.

Kiểm chứng bằng thực nghiệm

Thường kết quả thực nghiệm không được chính xác ở phần năng lượng nhỏ. Trong khoảng sai số thực nghiệm đường biểu diễn lý thuyết với $m_\nu = 0$ tỏ ra thích hợp với kết quả thực nghiệm. Tuy nhiên khó xác định trực tiếp trị số thực nghiệm E_0 vì đường biểu diễn $N(E)$ tiếp xúc với trục hoành tại E_0 .

Kurie đã đề nghị cách xác định chính xác hơn như sau. Công thức (4.15) là xác suất đối với sự phóng thích tia β động lượng từ η đến $\eta + d\eta$ có thể viết như sau

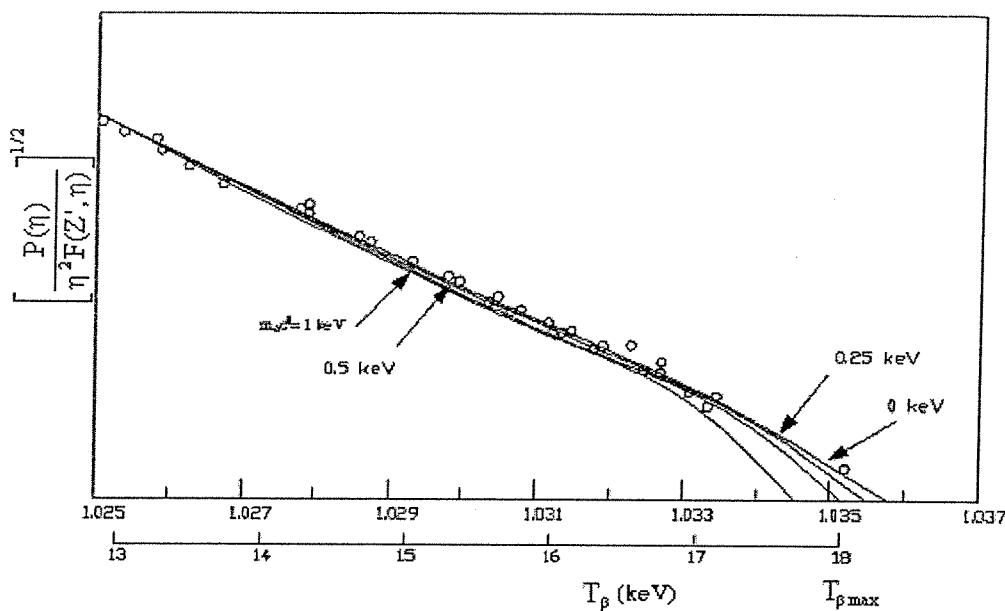
$$P(\eta)d\eta = (\text{const})(E_0 - E)^2 \eta^2 F(Z', \eta)d\eta \quad (4.19)$$

Suy ra tỷ số

$$\left[\frac{P(\eta)}{\eta^2 F(Z', \eta)} \right]^{1/2} = (\text{const})(E_0 - E) = (\text{const})(E_{\beta_{\max}} - E_\beta) \quad (4.20)$$

Đường thẳng này cắt trục hoành tại $E = E_{\beta_{\max}}$ (còn gọi là điểm Kurie). Về phương diện thực hành các kết quả liên quan đến phổ tia beta đều được dựa trên đường Kurie. Phân tích chính xác đồ thị Kurie gần năng lượng cực đại electron và có thể trả lời cho câu hỏi liên quan đến khối lượng của neutrino. Nếu $m_\nu = 0$ đường Kurie là đường thẳng, cắt trục hoành tại $E = E_{\beta_{\max}} = E_0$. Nếu $m_\nu \neq 0$ đồ thị Kurie bị cong xuống và cắt trục hoành ở $E = E_0 - m_\nu c^2$. Việc xác định khoảng cách giữa điểm cuối phổ ngoại suy đồ thị Kurie khi $m_\nu = 0$ với điểm

cuối phô thực nghiệm cho ta thông tin về khối lượng neutrino ($m_\nu c^2$). Hình 4.4 trình bày phô thực nghiệm phát β^- của 3H có động năng cực đại $T_{\beta \max} = 18$ keV và đường ngoại suy cho kết quả $m_\nu < 15$ eV.



Hình 4.4. Đường đặc trưng Kurie của phô β^- của 3H [2].

4.4.4. Hằng số phân rã beta

Như trên đã phân tích, khi biểu diễn theo động lượng rút gọn η và năng lượng rút gọn w ta có thể viết lại công thức tính xác suất đối với sự phóng thích β động lượng từ

$\eta \rightarrow \eta + d\eta$ khi năng lượng phóng xạ $w_0 = \frac{E_{\beta \max}}{m_0 c^2} = \frac{T_{\beta \max} + m_0 c^2}{m_0 c^2}$ là

$$P(\eta) d\eta = \frac{|M_{fi}|^2 g_w^2 m_0^5 c^4}{2\pi^3 \hbar^7} (w_0 - w)^2 \eta^2 F(Z', \eta) d\eta \quad (4.21)$$

Hoặc nếu đổi sang hoàn toàn theo w bằng mô hình liên hệ $w^2 = \eta^2 + 1$ suy ra $w dw = \eta d\eta$ và $F(Z', \eta) = F(Z', w)$ thì:

$$P(w) dw = \frac{|M_{fi}|^2 g_w^2 m_0^5 c^4}{2\pi^3 \hbar^7} (w_0 - w)^2 (w^2 - 1)^{1/2} F(Z', w) w dw \quad (4.22)$$

Do đó hằng số phóng xạ beta là:

$$\lambda = \frac{0,693}{T} = \int_0^{\eta_0} P(\eta) d\eta \quad (4.23)$$

$$\lambda = \int_1^{w_0} P(w) dw = \frac{|M_{fi}|^2}{\tau_0} f(Z', w_0) \quad (4.24)$$

Ở đây:

$$\tau_0 = \frac{2\pi^3 \hbar^7}{g_w^2 m_0^5 c^4} \quad (4.25)$$

có thứ nguyên thời gian được gọi là hằng số thời gian phổ quát có giá trị vào khoảng giờ.

$$f(Z', w_0) = \int_1^{w_0} F(Z', w) (w^2 - 1)^{1/2} (w_0 - w)^2 w dw \quad (4.26)$$

được gọi là hàm tích phân Fermi.

Trường hợp $Z = 0$, $F(Z', w) = 1$, khi đó (4.26) có thể tính xấp xỉ đối với năng lượng thấp:

$$f(0, w_0) = (w_0^2 - 1)^{1/2} \left(\frac{w_0^4}{30} - \frac{3w_0^2}{20} - \frac{2}{15} \right) + \frac{w_0}{4} \ln \left[w_0 + (w_0^2 - 1)^{1/2} \right] \quad (4.27)$$

Số hạng logarithm quan trọng chỉ ở vùng năng lượng thấp. Khai triển (4.27) ở vùng năng lượng nhỏ, ta có :

$$f(0, w_0) = 0,2155(w_0 - 1)^{\frac{7}{2}} + 0,0898(w_0 - 1)^{\frac{9}{2}} \quad (4.28)$$

Khi năng lượng trung bình, giá trị của f được cho trong bảng 4.1 dưới đây:

Bảng 4.1. Các giá trị của w_0 và $f(0, w_0)$

W_0	1	1,2	1,4	2	3	4	5	6	8	11
$f(0, w_0)$	0	0,0003	0,002	0,0098	0,0196	0,0247	0,0274	0,0292	0,031	0,032
w_0^5										

Đối với năng lượng lớn $W_0 \gg 1$, xấp xỉ tốt là

$$f(0, w_0) \approx 0,030 w_0^5 \quad (4.29)$$

Kết quả này cho thấy, thời gian bán rã của phân rã beta tỉ lệ với lũy thừa năm của năng lượng beta.

Khi $W_0 \ll 0,5$ thửa số Fermi được tính bởi

$$f(0, w_0) \approx \frac{2}{105} w_0^7 \quad (4.30)$$

Việc tính toán giá trị $f(Z', w_0)$ được cho bởi Feenberg và Trigg như sau:

$$f(Z', w_0) \approx e^{\bar{y}} f(0, w_0) \text{ khi } \frac{Z'}{\eta} \text{ nhỏ.} \quad (4.31)$$

Với \bar{y} là giá trị trung bình của y trong (4.12): $y = \frac{\pm Z'}{137\eta}$.

Chú ý rằng ảnh hưởng của trường thê Coulomb có thể bỏ qua khi $Z \leq 10$ hoặc năng lượng β đủ lớn.

Ví dụ. Xác định thời gian bán rã của ${}^6\text{He}$ phát β có động năng cực đại là 3,5 MeV và $|M_{fi}|^2 = 6$. Cho biết $g_w = 0,9 \times 10^{-43} \text{ MeV cm}^3$.

Giải:

Sử dụng công thức (4.24): $\lambda = \frac{|M_{fi}|^2}{\tau_0} f(Z', w_0)$ với $\tau_0 = \frac{2\pi^3 \hbar^7}{g_w^2 m_0^5 c^4}$

Với $W_0 = \frac{3,5 + 0,511}{0,511} = 7,849$ và $\hbar c = 1,97 \times 10^{-11} \text{ MeV cm}$.

Kết hợp với (4.29) $f(0, w_0) \approx 0,030 w_0^5$ ta có :

$$\lambda = \frac{(g_w)^2 (m_0 c^2)^5 c |M_{fi}|^2}{60\pi^3 (\hbar c)^7} w_0^5$$

$$\lambda = \frac{(0,9)^2 \times 10^{-86} \times (0,511)^5 \times 3 \times 10^{10} \times 6 \times (7,849)^5}{60\pi^3 (1,97)^7 \times 10^{-77}} = 0,707$$

Suy ra: $T_{1/2} = \frac{0,693}{0,707} = 0,98$ giây. Giá trị thực nghiệm là 0,81 s.

4.4.5. Biến chuyển cho phép – Biến chuyển bị cấm – Quy tắc lọc lựa

Từ (4.24), ta có tích số

$$f(Z', w_0) \cdot T = \frac{\text{const}}{|M_{fi}|^2} \quad (4.32)$$

có thứ nguyên thời gian và được gọi là thời gian sống suy rộng.

Ở đây $f(Z', w_0)$ được xác định từ thực nghiệm.

Ta nhận thấy rằng trị số $f.T$ cực tiểu khi phần tử ma trận $|M_{fi}|^2$ cực đại biểu thị các chuyển biến beta dễ xảy ra nhất (hay chuyển biến được phép). Người ta có thể phân loại mức độ được phép hay bị cấm như sau:

$1000 \text{ giây} < f.T < 5000 \text{ giây}$: các biến chuyển được gọi là dễ dàng được phép hay thuận lợi (càng nhỏ càng tốt).

$5000 \text{ giây} < f.T < 500.000 \text{ giây}$: các biến chuyển không thuận lợi hay còn gọi là bị cấm. Cấp độ bị cấm tương ứng với sự triệt tiêu của số hạng thứ nhất, số hạng thứ hai, ba,... trong biểu thức khai triển của ma trận M theo R/λ (R là bán kính nhân phóng xạ, λ là bước sóng tia phóng xạ). Đối với các phân rã thường xảy ra tỷ số R/λ xấp xỉ cỡ 10^{-1} , do đó một cách tượng trưng người ta có thể viết:

$$M = M_0 + M_1 \left(\frac{R}{\lambda}\right) + M_2 \left(\frac{R}{\lambda}\right)^2 + \dots + M_n \left(\frac{R}{\lambda}\right)^n \quad (4.33)$$

Và người ta nói rằng một biến chuyển được gọi là cấm cấp n khi số hạng đầu tiên khác không trong ma trận M là M_n .

Quy tắc lọc lựa đối với số hạng M_n là điều kiện cần về sự thay đổi của số lượng tử đặc trưng cho trạng thái của nhân để $M_n \neq 0$. Hiển nhiên mỗi số hạng M_n đòi hỏi một quy tắc lọc lựa riêng.

Những số lượng tử thay đổi trong một chuyển biến bị chi phối bởi quy tắc lọc lựa là: momen hạt nhân I và tính chẵn lẻ của hàm sóng trạng thái mô tả hiện tượng. Cụ thể là ta xét đến các đại lượng sau

- + Sự thay đổi momen xung lượng toàn phần ΔJ ,
- + Sự thay đổi tính chẵn lẻ của hàm sóng $\Delta \pi$ (có thay đổi tính chẵn lẻ thì ta gọi là chuyển biến có; không thay đổi tính chẵn lẻ thì ta gọi là chuyển biến không).

1. Tương tác Fermi và Gamow – Teller

Trong lý thuyết của Fermi, yếu tố ma trận tương tác được biểu diễn như tương tác “tiếp xúc”. Ví dụ phân rã của $^{17}_9 F \rightarrow ^{17}_8 O + e^+ + \nu$. Tương tác spin bị bỏ qua dù biết rằng các hạt này là những fermion có spin $\frac{1}{2}$.

Tương tác trong phân rã beta thông qua trung gian là các hạt boson W mang điện. Ở mức cơ bản tương tác với quark hơn là với nucleon.

Giả sử các nucleon được xem như phi tương đối tính, bao gồm thành phần “spin up” và “spin – down”. Do đó khi bổ sung thêm spin, trạng thái của các nucleon được biểu diễn là hàm sóng hai thành phần

$$\Psi(r) = \Psi_+(r) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \Psi_-(r) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Psi_+ \\ \Psi_- \end{pmatrix} \quad (4.34)$$

Do đó hàm sóng kết hợp là $\Psi^\otimes(r) = (\Psi_+^*, \Psi_-^*)$. Tuy nhiên positron và neutrino di chuyển với vận tốc tương đối tính nên cần phải sử dụng hàm sóng tương đối tính. Ngoại trừ trong hàm sóng Dirac, yếu tố ma trận của lepton thì không đơn giản. Đóng góp của tương tác Coulomb của trường W thì tương tự như lý thuyết Fermi đã khảo sát và được gọi là tương tác Fermi. Phần này không ảnh hưởng đến spin của nucleon và đối với chuyển biến cho phép momen góc của positron và neutrino phải kết hợp để cho momen góc toàn phần của lepton là zero. Đóng góp của tương tác Fermi trong ma trận tương tác là

$$H_F^F = g_W \int \Psi_n^\otimes(r) \Psi_p(r) d^3r \times (\text{phản của lepton}) \quad (4.35)$$

Phản của lepton chứa yếu tố tương tác yếu. Bao gồm hàm sóng neutrino và positron được đánh giá ở r của hệ tọa độ nucleon như trong lý thuyết Fermi đơn giản đã trình bày ở phần 4.4, nhưng cũng mô tả sự sắp xếp của spin neutrino và positron và tương quan góc giữa chúng. Phương của neutrino có thể được suy ra bởi việc đo động năng của nhân giật lùi. Phản lepton được cho một cách chính xác bởi Mô hình chuẩn của Vật lý hạt cơ bản. Tuy nhiên thí nghiệm chỉ đo phỏ năng lượng của electron và không tính đến sự tương quan giữa chúng tương đồng với việc lấy trung bình khắp các phương và spin, và phỏ được cho chính xác như trong lý thuyết đơn giản. Nếu chỉ có tương tác Fermi đóng góp vào trong phân rã, phỏ năng lượng, tốc độ phân rã, thời gian sống trung bình và tốc độ bắt electron được cho bởi công thức đã trình bày nhưng với yếu tố ma trận hạt nhân là

$$M^F = \int \Psi_n^\otimes(r) \Psi_p(r) d^3r \quad (4.36)$$

Hằng số g_W được cho theo hằng số vật lý hạt

$$g_W = g_F V_{ud} \quad (4.37)$$

Với g_F là hằng số Fermi và V_{ud} là yếu tố ma trận Kobayashi – Mashawa trong lý thuyết Mô hình chuẩn của tương tác yếu giữa lepton và quark. Hằng số được xác định thực nghiệm từ việc đo tốc độ phân rã của muon và có giá trị

$$g_F = 1,166\ 39\ (2) \times 10^{-11} (\hbar c)^3 \text{ MeV}^{-2} \quad (4.38)$$

Từ bộ số liệu hạt nhân, người ta tính được

$$V_{ud} = 0,9744\ (10). \quad (4.39)$$

Phản ánh hướng từ trường của các boson W dẫn tới số hạng yếu tố trong ma trận tương tác được gọi là tương tác Gamov Teller. Trong đó momen góc toàn phần của lepton J có $j=1$ và phần tương tác của nhân (sử dụng phi tương đối) chứa ma trận Pauli σ , như vậy có số hạng $\sigma \cdot J$ trong tương tác Hamiltonian. Yếu tố ma trận Gamow Teller đối với chuyển biến ^{17}F là

$$H_{fi}^{\text{GT}} = g_A g_W \int \Psi_n^\otimes(r) \sigma \Psi_p(r) d^3r \times (\text{phần của lepton}) \quad (4.40)$$

Phần lepton bây giờ là một véc tơ. Do đó công thức trên biểu thị một tích vô hướng.

Nếu chúng ta định nghĩa

$$M^{\text{GT}} = g_A \int \Psi_n^\otimes(r) \sigma \Psi_p(r) d^3r = (M_x^{\text{GT}}, M_y^{\text{GT}}, M_z^{\text{GT}}) \quad (4.41)$$

và lấy tổng khắp các phân rã cho phép đối với $j = 0$ và ba trạng thái $j = 1$. Tốc độ phân rã toàn phần đối với electron có năng lượng từ E đến $E + dE$ được cho bởi

$$dR(E) = \frac{g_F^2 V_{ud}^2}{2\pi^3 \hbar^7 c^6} \left[|M^F|^2 + |M_x^{\text{GT}}|^2 + |M_y^{\text{GT}}|^2 + |M_z^{\text{GT}}|^2 \right] Y(E) dE \quad (4.42)$$

và thời gian sống trung bình được cho bởi

$$\frac{1}{\tau} = \frac{g_F^2 V_{ud}^2 m_0^5 c^4}{2\pi^3 \hbar^7} \left[|M^F|^2 + |M_x^{\text{GT}}|^2 + |M_y^{\text{GT}}|^2 + |M_z^{\text{GT}}|^2 \right] f(Z, E_0) dE \quad (4.43)$$

Phân rã cho phép có thể là thuần túy Fermi, thuần túy Gamow – Teller hoặc là sự trộn lẫn giữa hai quy tắc này tùy thuộc vào bản chất của yếu tố ma trận tương tác. Chú ý rằng phổ năng lượng electron độc lập với khái niệm này. Nói chung trạng thái đầu và trạng thái cuối của hệ có trong M^F và M^{GT} thì phức tạp hơn trường hợp của ^{17}F . Hai ma trận M^F và M^{GT} sẽ triệt tiêu nếu trạng thái đầu và cuối của hạt nhân thay đổi tính chẵn lẻ do ma trận Pauli σ là

một vec tơ trực. Vì vậy không có sự thay đổi tính chẵn lẻ trong trạng thái đầu và cuối của hạt nhân khi chuyển biến là được phép.

Hằng số kết cặp theo trực g_A là tham số lý thuyết. Đây không phải là tham số vật lý. Nó được tính trong phần dưới đây và có giá trị $g_A \approx 1,26$.

Trong chuyển biến Fermi, sự thay đổi ΔJ trong spin hạt nhân phải bằng 0. Còn trong chuyển biến Gamow Teller thì cho phép $\Delta J = 0$ hoặc $\Delta J = 1$ do tính cộng của mô men góc, ngoại trừ biến chuyển $0 \rightarrow 0$ bị cấm do ma trận Pauli triệt tiêu giữa hai trạng thái đối xứng cầu.

2. Quy tắc lọc lựa Fermi và Gamov Teller

- Quy tắc Fermi: Như đã phân tích trong yếu tố ma trận biến chuyển M của quy tắc Fermi, toán tử gây chuyển biến từ trạng thái đầu i đến trạng thái cuối f là toán tử đơn vị mà nó là đại lượng vô hướng. $M^F = \int \Psi_f^* \Psi_i^* d\tau$. Do đó ma trận biến chuyển được phép bao gồm những biến chuyển β dẫn đến tổng momen xung lượng và tính chẵn lẻ và spin của nhân không đổi và các lepton phát ra ở trạng thái singlet. $\Delta J = 0$, $\frac{\pi_i}{\pi_f} = 1$.

- Quy tắc Gamov - Teller (G-T): yếu tố ma trận biến chuyển M của quy tắc G-T là một ten xơ chứa ma trận spin Pauli. $M^{GT} = \int \Psi_f^* \sigma \Psi_i^* d\tau$. Đây là đại lượng giả vec tơ và không đổi dấu qua phép phản chiếu không gian. Do đó trạng thái đầu và cuối cùng tính chẵn lẻ $\frac{\pi_i}{\pi_f} = 1$ nhưng có sự thay đổi về momen xung lượng. Các lepton phát ra ở trạng thái triplet: $\Delta J = 0$ hoặc $\Delta J = \pm 1$ (không chấp nhận sự chuyển $0 - 0$).

Bảng 4.1 tổng kết các quy tắc lọc lựa trong phân rã beta của Fermi và Gamov Teller.

Ví dụ:

- Phân rã β của $^{14}_8 O \rightarrow ^{14}_7 N^* + \beta^+ + \nu$ ($[0^+] \rightarrow [0^+]$) tuân theo quy tắc chọn lọc Fermi.
- Phân rã β của $^6_2 He \rightarrow ^6_3 Li + \beta^- + \bar{\nu}$ (phân rã $[0^+] \rightarrow [1^+]$) tuân theo quy tắc chọn lọc Gamow Teller.
- Tuy nhiên phân rã $n(\frac{1}{2}^+) \rightarrow p(\frac{1}{2}^+) + \beta^- + \bar{\nu}$ và $^3_1 H(\frac{1}{2}^+) \rightarrow ^3_2 He(\frac{1}{2}^+) + \beta^- + \bar{\nu}$ là sự trộn lẫn của chuyển biến Fermi và Gamow Teller.

Một số chất biến chuyển phát β được trình bày trong bảng 4.2.

Bảng 4.1. Quy tắc lọc lựa trong phân rã beta của Fermi và Gamov Teller

Loại chuyển biến	Tính chẵn lẻ $\Delta\pi$	ΔJ (Gamow-Teller)	ΔJ (Fermi)	Log f.T
Siêu được phép	0	$0, \pm 1$ (không có chuyển biến 0 - 0)	0	3 - 3,7
Được phép	0	$0, \pm 1$ (không có chuyển biến 0 - 0)	0	4 - 6
Cấp 1	$\neq 0$	$0, \pm 1, \pm 2$ (không có chuyển biến 0 - 0, $\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$, 0 - 1)	$0, \pm 1$ (không có chuyển biến 0 - 0)	6 - 10
Cấp 2	0	$\pm 2, \pm 3, 0 - 0$ (không có chuyển biến 0 - 2)	$\pm 1, \pm 2$ (không có chuyển biến 0 - 1)	10 - 14
Cấp n -n lẽ -n chẵn	$\neq 0$ 0	$\pm n, \pm (n+1)$	$\pm n, \pm (n-1)$	> 14

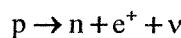
Bảng 4.2. Các biến chuyển phát beta điển hình

Biến chuyển β		$E_{\max}(\text{MeV})$	Log(f.T)
Dễ dàng được phép	${}_0^1n \xrightarrow{\beta^-} {}_1^1H$	0,78	3,1
	${}_1^3H \xrightarrow{\beta^-} {}_2^3He$		2,9
Được phép	${}_{16}^{35}S \xrightarrow{\beta^-} {}_{17}^{35}Cl$	0,17	5,0
Cấp 1	${}_{36}^{87}Kr \xrightarrow{\beta^-} {}_{37}^{87}Rb$	3,60	7,0
Cấp 2	${}_{55}^{137}Cs \xrightarrow{\beta^-} {}_{56}^{137}Ba$	1,17	12,2
Cấp 3	${}_{37}^{87}Rb \xrightarrow{\beta^-} {}_{38}^{87}Sr$	0,27	17,6

4.5. Bắt electron ($p + e^- \rightarrow n + v$)

Một nhân nguyên tử Z có thể bắt một trong các electron nó để trở thành nhân đồng khói A và bậc số nguyên tử bằng $Z - 1$. Thường chuyển biến bắt electron xảy ra với một electron tầng K vì các electron K có mật độ xác suất lớn nhất để ở trong nhân. Nhân cũng có thể thu electron s của tầng L vào khoảng 10% đối với sự thu electron ở tầng K. Trong sự bắt electron, một proton của nhân chuyển thành một neutron theo cơ chế $p + e^- \rightarrow n + v$ và nhân còn lại có thể ở trạng thái cơ bản hay kích thích (phóng thích ra dưới dạng tia X).

Quá trình này có thể khảo sát như quá trình ngược của phân rã β^+



Ví dụ: $e^- + {}^7 Be \rightarrow {}^7 Li + \nu$.

Nếu hàm sóng electron khác zero trong nhân, trạng thái $s_{1/2}$ đối với tầng K và $2s_{1/2}$ đối với tầng L là những trạng thái quan trọng duy nhất trong việc bắt electron vì hạt có $l=0$ có hàm sóng xác định tại tâm hạt nhân. Đóng góp ở tầng L_{II} và L_{III} là rất bé do sự mở rộng hữu hạn của hạt nhân và hiệu ứng tương đối tính.

Lý thuyết tính toán hằng số phân rã bắt electron tương tự như trong phân rã beta.

$$\lambda = \frac{2\pi |H_f|^2 dn}{\hbar dE} \quad (4.44)$$

ở đây trọng số thống kê chỉ liên quan tới mật độ neutrino.

Gọi E_0 là năng lượng giải phóng trong quá trình bắt electron

$$\begin{aligned} E_v &= E_0 - B_i \\ \text{Suy ra} \quad dn &= \frac{V 4\pi p_v^2 dp_v}{\hbar^3} \end{aligned} \quad (4.45)$$

$$\text{Trong đó} \quad p_v = \frac{E_v}{c} \quad \text{và} \quad dp_v = \frac{dE_v}{c} \quad (4.46)$$

$$\begin{aligned} \text{Suy ra} \quad \frac{dn}{dE_v} &= \frac{V 4\pi E_v^2}{\hbar^3 c^3} = \frac{V(E_0 - B_i)}{2\pi^2 \hbar^3 c^3} \end{aligned} \quad (4.47)$$

Chúng ta chỉ quan tâm tới việc bắt electron tầng K. Yếu tố ma trận

$$H_f = \int \Psi_f^* H \Psi_i d\tau = \int \Psi_n^* \Psi_v^* g \Psi_p \Psi_e d\tau \quad (4.48)$$

Gọi yếu tố ma trận hạt nhân

$$M_f = \int \Psi_f^* \Psi_{in} d\tau \quad (4.49)$$

Sử dụng hàm sóng electron tầng K tại tâm hạt nhân $\Psi_e = \Psi_K(0)$, hàm sóng neutrino xấp xỉ sóng phẳng tại tâm nhân $\Psi_v(0) = \frac{1}{\sqrt{V}}$, ta có

$$H_f = \frac{g_w}{\sqrt{V}} M_f \Psi_K(0) \quad (4.50)$$

$$\text{Với } \Psi_K(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left[\frac{Z}{a_0} \right]^{3/2} \exp(-Zr/a_0) \text{ và } \Psi_K(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left[\frac{Zm_0e^2}{\hbar} \right]^{3/2} \text{ vì } a_0 = \frac{\hbar^2}{m_0 e^2} \quad (4.51)$$

Từ đó tính hằng số phân rã bắt electron. Chú ý rằng do số electron tầng K là hai, cần nhân thêm kết quả cho 2.

$$\lambda_K = \frac{2g_w^2 Z^3 m_0^3 e^6 |M_{fi}|^2 (w_0 - w_B)^2}{\pi^2 \hbar^{10} c^3} \quad (4.52)$$

với $w_B = \frac{1}{2}(\alpha Z)^2$, α là hằng số cấu trúc thanh. Vì yếu tố ma trận hạt nhân trong trường hợp bắt electron thì tương tự phân rã β^+ , ta có thể tính toán tỷ số phân nhánh mà nó thì độc lập với ma trận M_{fi} .

Kết hợp công thức tính hằng số phân rã của hai quá trình, với chú ý bỏ qua năng lượng liên kết electron ta có

$$\frac{\lambda_k}{\lambda_{\beta^+}} = \frac{4\pi^3 z^3 e^6 E_0^2}{\hbar^3 c^7 m^2 f(Z, w_0)} = 4\pi \left[\frac{Z}{137} \right]^3 \frac{w_0^2}{f_K(Z, W_0)} \quad (4.53)$$

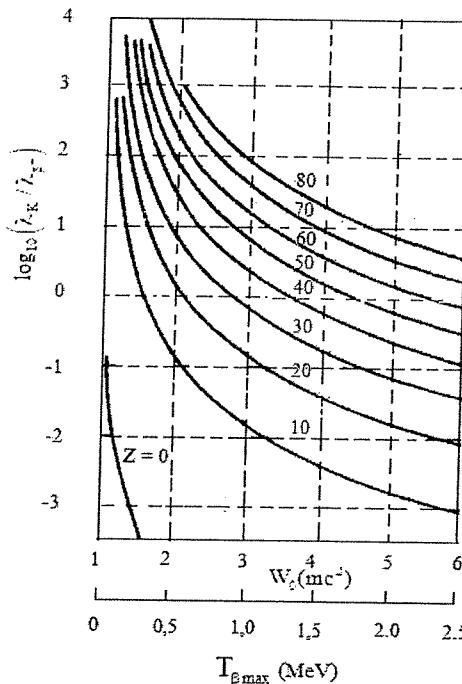
Đối với Z thấp và w_0 lớn ta có

$$f_K(0, w_0) \approx \frac{w_0^5}{30} \quad (4.54)$$

Khi đó $\frac{\lambda_k}{\lambda_{\beta^+}} = 120\pi \left[\frac{Z}{137} \right]^3 \frac{1}{w_0^3} \quad (4.55)$

Công thức chứng tỏ đối với nguyên tố nhẹ và năng lượng ở điểm cuối phô lớn quá trình bắt K ít xảy ra hơn phát positron. Khi W_0 tiến đến năng lượng ngưỡng của positron hoặc Z tăng quá trình bắt K sẽ tăng.

Hình 4.5 vẽ đồ thị của $\log \left(\frac{\lambda_k}{\lambda_{\beta^+}} \right)$ theo năng lượng tương đối W_0 với Z khác nhau.



Hình 4.5. Tỷ số xác suất bắt K với xác suất phát β^+ [2].

Trong các nhân nặng có thuận lợi lớn để bắt electron hơn phóng thích positron. Ví dụ với $Z' = 80$ ứng với β^+ có $T_{\beta_{\text{max}}} = 0,51 \text{ MeV}$ ($W_0 = 2$) xác suất phóng thích β^+ khoảng 1000 lần nhỏ hơn xác suất thu điện tử K. Sau khi bắt electron, nguyên tử mới ở trạng thái kích thích với thiếu một electron tầng K và thừa một electron ở tầng ngoài nên có sự sắp đặt lại electron và do đó phóng thích tia X tương ứng. $\log_{10}(\lambda_K / \lambda_{\beta^+})$

Đối với các nguyên tố nhẹ có nhiều xác suất để photon X hoặc γ va chạm vào electron bên ngoài để electron này bị bắn ra được gọi là electron Auger. Hai hiện tượng thứ cấp phát tia X và bắn ra điện tử Auger có thể góp phần quan trọng trong việc phát hiện ra hiện tượng bắt electron.

Chứng cứ thực nghiệm của lý thuyết bắt electron chủ yếu dựa vào phép đo tỷ số $\left(\frac{\lambda_K}{\lambda_{\beta^+}} \right)$.

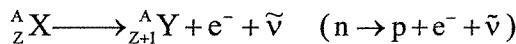
Xác suất tương đối của việc bắt K và bắt L liên quan trực tiếp đến mật độ xác suất tương đối ở nhân L và K. Tỉ số thực nghiệm của hằng số phân rã bắt K và bắt L là 0,087 thì phù hợp với giá trị tính toán 0,082 đối với ^{37}Al .

Tốc độ bắt electron tùy thuộc vào phạm vi nhỏ trong môi trường ở đó nhân định vị. Vì hàm sóng electron cần hiệu chỉnh một chút khi nguyên tử ở trạng thái liên kết. Hiệu ứng này lớn đối với nhân nhẹ. Có sự khác biệt khoảng 0,8% giữa tốc độ rã của ${}^7\text{Be}$ trong BeF_2 và trong Be kim loại. Do có sự khác nhau lớn giữa năng lượng ngưỡng của quá trình bắt electron và phát positron ($2m_0c^2 - B_i$) một nhân không bền đối với phát positron cũng sẽ bắt K. Nếu nhân đủ nặng, cả ba quá trình phát β^- , β^+ và bắt K có thể xảy ra ví dụ ${}^{36}\text{Cl}$ và ${}^{76}\text{As}$.

4.6. Điều kiện về năng lượng trong các phân rã β

4.6.1. Đối với phóng xạ β^-

Cơ chế phân rã β^- được viết



Giả sử hạt nhân mẹ đứng yên trước khi phóng xạ, sự bảo toàn năng lượng cho phép ta có thể viết

$$M_{nh}(A, Z)c^2 = M_{nh}(A, z+1)c^2 + m_0c^2 + T_{\beta_i} + m_\nu c^2 + T_{\bar{\nu}_i} + T_{Y_i} + E_i^* \quad (4.56)$$

$M_{nh}(A, Z)$ và $M_{nh}(A, Z+1)$ là khối lượng hạt nhân mẹ X và hạt nhân con Y.

T_{Y_i} là động năng giật lùi của hạt nhân con Y ứng với mức kích thích thứ i.

T_{β_i} và $T_{\bar{\nu}_i}$ là động năng của hạt β^- và $\bar{\nu}$ tương ứng với hạt nhân con Y ở mức kích thích thứ i.

m_0, m_ν khối lượng tĩnh của electron và neutrino.

Vì khối lượng của $\bar{\nu}$ và è nhỏ hơn rất nhiều so với hạt nhân nguyên tử nên $T_Y \ll T_{\beta^-} + T_{\bar{\nu}}$. Mà $T_\beta + T_{\bar{\nu}} = T_{\beta_{max}}$. Do đó (4.60) suy ra :

$$M_{nh}(A, Z)c^2 = M_{nh}(A, z+1)c^2 + m_0c^2 + T_{\beta_{max_i}} + m_\nu c^2 + E_i^*$$

Cộng 2 vế trên với Zm_0c^2 ta có

$$M_{nh}(A, Z)c^2 + Zm_0c^2 = M_{nh}(A, z+1)c^2 + (Z+1)m_0c^2 + T_{\beta_{max_i}} + m_\nu c^2 + E_i^* \quad (4.57)$$

Mặc khác năng lượng liên kết electron tầng của nguyên tử có bậc số nguyên tử Z được cho bởi

$$B_Z = M_{nh}(A, Z) + Zm_0c^2 - M(A, Z)c^2,$$

Từ (4.70) suy ra:

$$M_{nt}(A, Z)c^2 + B_Z = M_{nt}(A, Z+1)c^2 + B_{Z+1} + T_{\beta^-_{max_i}} + m_v c^2 + E_i^*$$

$M_{nt}(A, Z)$, $M_{nt}(A, Z+1)$ là khối lượng tĩnh của nguyên tử tương ứng.

B_Z , B_{Z+1} là năng lượng liên kết các electron tầng của nguyên tử tương ứng.

Hiệu số $B_{Z+1} - B_Z$ khoảng vài chục keV nên không đáng kể.

Suy ra

$$M_{nt}(A, Z)c^2 = M_{nt}(A, Z+1)c^2 + T_{\beta^-_{max_i}} + m_v c^2 + E_i^*$$

Năng lượng kích thích của nhân con chỉ có thể lấy các giá trị gián đoạn và $E_i^* = 0$ tương ứng với nhân con ở trạng thái cơ bản. Do đó điều kiện để phóng thích β^- là

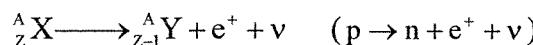
$$M_{nt}(A, Z)c^2 - M_{nt}(A, Z+1)c^2 \geq 0. \quad (4.58)$$

Năng lượng phóng xạ trong phân rã β^- là:

$$Q_{\beta^-} = M_{nt}(A, Z)c^2 - M_{nt}(A, Z+1)c^2 = T_{\beta^-_{max_i}} + m_v c^2 + E_i^* \quad (4.59)$$

4.6.2. Đối với phân rã β^+ (positron)

Cơ chế phân rã β^+ như sau



Tương tự như trên ta có

$$M_{nh}(A, Z)c^2 = M_{nh}(A, Z-1)c^2 + m_0 c^2 + T_{\beta^+_{max_i}} + m_v c^2 + E_i^*$$

Cộng hai vế cho $Zm_0 c^2$

$$M_{nt}(A, Z)c^2 = M_{nt}(A, Z-1)c^2 + 2m_0 c^2 + T_{\beta^+_{max_i}} + m_v c^2 + E_i^*$$

Để phóng thích β^+ điều kiện là

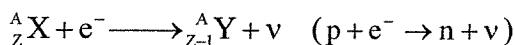
$$M_{nt}(A, Z)c^2 - M_{nt}(A, Z-1)c^2 \geq 2m_0 c^2 \quad (4.60)$$

Năng lượng phóng xạ trong phân rã β^+ là:

$$Q_{\beta^+} = M_{nt}(A, Z)c^2 - M_{nt}(A, Z-1)c^2 - 2m_0 c^2 = T_{\beta^+_{max_i}} + m_v c^2 + E_i^* \quad (4.61)$$

4.6.3. Đối với bắt electron (EC) *và CĐN* *capture*

Cơ chế bắt electron như sau



Trong hiện tượng này hạt nhân nguyên tử có bậc số nguyên tử Z bắt một electron ở tầng K chẵng hạn để trở thành nguyên tử ở trạng thái kích thích và năng lượng kích thích được phóng thích ra được xem như bằng năng lượng liên kết B_{Z-1} của electron tầng K trong nguyên tử con tương ứng. Sự bảo toàn năng lượng cho phép ta viết

$$M_{nt}(A, Z)c^2 = M_{nt}(A, Z-1)c^2 + B_{Z-1} + T_v + T_Y + m_v c^2$$

Do đó để hiện tượng bắt electron xảy ra ta phải có

$$M_{nt}(A, Z)c^2 - M_{nt}(A, Z-1)c^2 \geq B_{Z-1} \quad (4.62)$$

Vì B_{Z-1} luôn luôn nhỏ hơn $2m_0c^2$ ta thấy rằng khi điều kiện phóng thích β^+ được thỏa thì điều kiện bắt electron cũng được thỏa. Do đó luôn luôn có thể xảy ra sự bắt electron trong trường hợp có phóng thích β^+ . Tuy nhiên khi

$$B_{Z-1} < M_{nt}(A, Z)c^2 - M_{nt}(A, Z-1)c^2 < 2m_0c^2 \text{ thì chỉ có bắt electron xảy ra.}$$

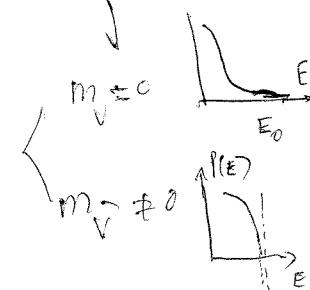
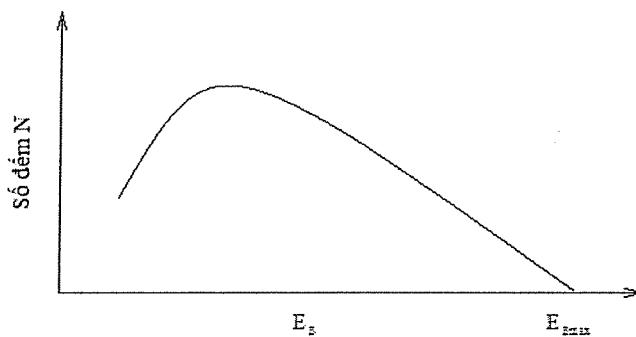
Năng lượng phóng xạ trong phân rã EC là:

$$Q_{EC} = M_{nt}(A, Z)c^2 - M_{nt}(A, Z-1)c^2 - B_{Z-1} = T_v + T_Y \quad (4.63)$$

Bản tóm tắt $E_\beta = E_\gamma + T_\beta$
 Hỗn hợp $\nu \rightarrow$ neutrino và electron $\rightarrow \gamma$
 Xem bài $\nu \rightarrow Q = E_\gamma + T_\beta$
 (Đạo đổi ngược
lên giữa
 ν và γ)

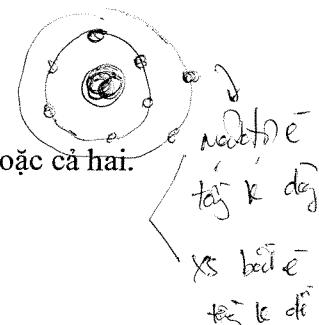
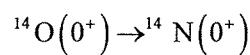
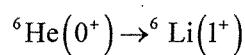
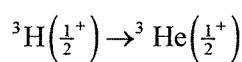
Bài tập chương 4

- 4.1. Giải thích tại sao phô α rời rạc còn phô β liên tục? \rightarrow
- 4.2. Khối lượng neutrino được đánh giá từ việc nghiên cứu dạng phô β như thế nào?
- 4.3. Trong phân rã β^- cho trước, phô β^- có dạng như hình sau đây:



Hỏi khi đó phô neutrino tương ứng trong cùng sơ đồ phân rã sẽ như thế nào?

- 4.4. Chứng tỏ rằng thửa số Fermi $F(Z', \eta)$ trong công thức (4.11) sẽ tiến về một khi Z' nhỏ và vận tốc v lớn.
- 4.5. Giải thích một cách định tính tại sao khi nguyên tử có Z cao, xác suất bắt electron nhiều hơn phân rã β^+ . \rightarrow
- 4.6. Giải thích tại sao trong bắt electron, bắt K chiếm ưu thế hơn bắt L.
- 4.7. Hãy phân loại các biến chuyển β sau đây theo quy tắc Fermi, G-T hoặc cả hai.



- 4.8. Phân loại dịch chuyển $^{14}\text{O} \xrightarrow{\beta^+} {}^{14}\text{N}$ là siêu cho phép, cho phép hay bị cấm. Cho biết $f.t = 3103$ giây.

$\Delta J = 0$ \rightarrow Fermi

$\Delta I \neq 0$ \rightarrow Gauzes - Teller

- 4.9. Hạt nhân ^{64}Cu có thể phân rã cả β^- lẫn β^+ . Khảo sát vùng năng lượng thấp của phô cho thấy ít positron hơn electron. Giải thích tại sao?

Điều kiện
Coulomb

β^+

($E_{kin} \rightarrow$ hạt led $\rightarrow e^-$)
(Nhà đài \rightarrow già đeo)

4.5 \rightarrow Năng lượng \rightarrow Bất e^- dễ làm phản ứng β^-
năng lượng \rightarrow β^+ , quay ngược

$$(Cô bùn thê + m_v = 0) \quad (M_{He} - M_{Li})c^2 = (\Delta E_{Li} - \Delta E_{He})$$

$$(m_{He} > m_{Li}) \rightarrow {}_2^4 He \rightarrow {}_3^6 Li + \beta^- + Q_{\beta^-} \Rightarrow \Delta E = T_{\beta}^{max}$$

- 4.10. Nguyên tử ${}_2^4 He$ có khối lượng năng hơn ${}_3^6 Li$ 0,067 %. Xác định năng lượng cực đại của hạt β phát ra bởi ${}_3^6 Li$. $m_{He} =$

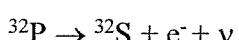
- 4.11. Trong chuỗi phóng xạ của uranium, hạt nhân đầu chuỗi là ${}_{92}^{238} U$ và hạt nhân cuối chuỗi là ${}_{82}^{206} Pb$. Hỏi có bao nhiêu phân rã phát α và β khi uranium phân rã tới chì bền cuối cùng.
- $${}_{92}^{238} U \rightarrow {}_{82}^{206} Pb + uS + g\alpha$$

- 4.12. Một neutron tự do phân rã β theo phương trình $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}$. Hỏi nếu hiệu khói lượng của neutron và nguyên tử Hidro bằng 840μ thì năng lượng cực đại của phô β khi đó bằng bao nhiêu? (u là đơn vị khối lượng nguyên tử). 10.7825 MeV

- 4.13. Một electron phát ra từ một nhân có khói lượng trung bình (ví dụ $A = 150$) với động năng 1,0 MeV.

- a. Tính bước sóng De Broglie của electron đó. $\lambda = \frac{h}{p}$
- b. Tính bán kính của hạt nhân phân rã. $R = R_0 A^{1/3}$
- c. Một electron như vậy có thể “nhốt” như một sóng đứng trong một hộp có kích thước như ở câu b không? Bạn có thể dùng con số đó để bác bỏ một lập luận cho rằng electron tồn tại bên trong hạt nhân?

- 4.14. Nuclide phóng xạ ${}^{32}P$ phân rã thành ${}^{32}S$ như sau:



$$P_{{}^{32}S}^2 = P_{\beta^-}^2 \rightarrow T_{{}^{32}S} = \frac{(T_p + E_0)^2 - E_0^2}{2m_{{}^{32}S} \times c^2}$$

Trong một xác suất nào đó, một electron được phát ra với động năng lớn nhất 1,7 MeV. Tính động năng nhân giật lùi tương ứng với trường hợp này (Gợi ý: đối với electron ở đây cần dùng biểu thức tương đối tính cho động năng và động lượng. Đối với nguyên tử ${}^{32}S$ chuyển động tương đối chậm có thể dùng cơ học Newton).

- 4.15. Cho biết khối lượng nguyên tử của 3 nhân có $A = 126$ là:

$M({}_{52}^{126} Te) = 125,94420 \text{ u}; M({}_{53}^{126} I) = 125,94612 \text{ u}; M({}_{54}^{126} Xe) = 125,94476 \text{ u}$
cho biết $m_0 = 0,51 \text{ MeV}; 1 \text{ u} = 931,141 \text{ MeV}$.

- a. ${}_{53}^{126} I$ sẽ trải qua những loại quá trình phóng xạ beta nào.
- b. Nếu quá trình đó dẫn đến trạng thái cơ bản của nhân con thì động năng cực đại của các hạt beta phát ra sẽ bằng bao nhiêu.
- c. Vẽ sơ đồ phân rã β cho các phân rã của ${}_{53}^{126} I$.

- 4.16. Hạt nhân $^{64}_{29}\text{Cu}$ có thể phân rã theo loại nào? Tính động năng cực đại của các hạt được phóng thích ra. Cho biết:

$$M(^{64}_{28}\text{Ni}) = 63,927958 \text{ u}; M(^{64}_{30}\text{Zn}) = 63,929145 \text{ u}; M(^{64}_{29}\text{Cu}) = 63,929759 \text{ u}.$$

- 4.17. Cho biết: $M(^{51}_{23}\text{V}) = 50,956585 \text{ u}; M(^{51}_{24}\text{Cr}) = 50,957959 \text{ u}; M(^{39}_{19}\text{Ca}) = 38,970691 \text{ u}; M(^{39}_{19}\text{K}) = 38,963710 \text{ u}; M(^{63}_{30}\text{Zn}) = 62,93125 \text{ u}; M(^{63}_{29}\text{Cu}) = 62,929594 \text{ u}.$

a. Hãy cho biết các quá trình phân rã sau đây có xảy ra hay không: ^{51}V phân rã β^- ; ^{39}Ca phân rã β^+ ; ^{63}Zn bắt K.

b. Tìm động năng cực đại của hạt bay ra giả sử rằng các hạt nhân con được xem như ở trạng thái cơ bản.

- 4.18. Có bao nhiêu mg ^{90}Sr để cùng với 1 mg Sr không phóng xạ tạo ra mẫu có độ phóng xạ riêng 1370 Ci/g. Biết thời gian bán rã của ^{90}Sr là 51 ngày.

- 4.19. Cho phân rã $^{3}_1\text{H} \xrightarrow{\beta^-} {}^{3}_2\text{He}$ giả sử $|M_{fi}^F|^2 = 3$ với biến chuyển $s_{1/2} \rightarrow s_{1/2}$.

a. Xác định thời gian sống của $^{3}_1\text{H}$ nếu động năng cực đại của phổ beta là 0,018 MeV và $\tau_0 \approx 7000$ giây. Cho biết $f(Z, W_0) \approx e^{-y} f(0, W_0)$ khi Z/η nhỏ.

$$\text{Với } f(0, W_0) = (W_0^2 - 1)^{1/2} \left(\frac{W_0^4}{30} - \frac{3W_0^2}{20} - \frac{2}{15} \right) + \frac{W_0}{4} \ln[W_0 + (W_0^2 - 1)^{1/2}]$$

$$y = \frac{\pm Z'}{137\beta}, W_0 = \frac{E_0}{m_0 c^2}.$$

b. Chuyển biến này là dễ dàng thuận lợi hay bị cản?

- 4.20. Cho sơ đồ phân rã của $^{7}_4\text{Be}$ như hình BT.4.1 với thời gian bán rã toàn phần là $T_{1/2} =$

53 ngày, năng lượng phân rã xuống mức $1/2$ của $^{7}_3\text{Li}$ là $Q = 861,815 \text{ keV}$ với độ xác suất phân nhánh 10,52 %. Hãy xác định:

a. Phân rã của $^{7}_4\text{Be}$ thành $^{7}_3\text{Li}$ phát loại hạt beta gì? Tính ΔJ và tính chẵn lẻ của biến chuyển này. Biến chuyển xuống mức nào dễ dàng hơn. Tại sao?

b. Xác định thời gian bán rã riêng phần của $^{7}_4\text{Be}$ chuyển biến xuống mức kích thích 477,61 keV.

503

131

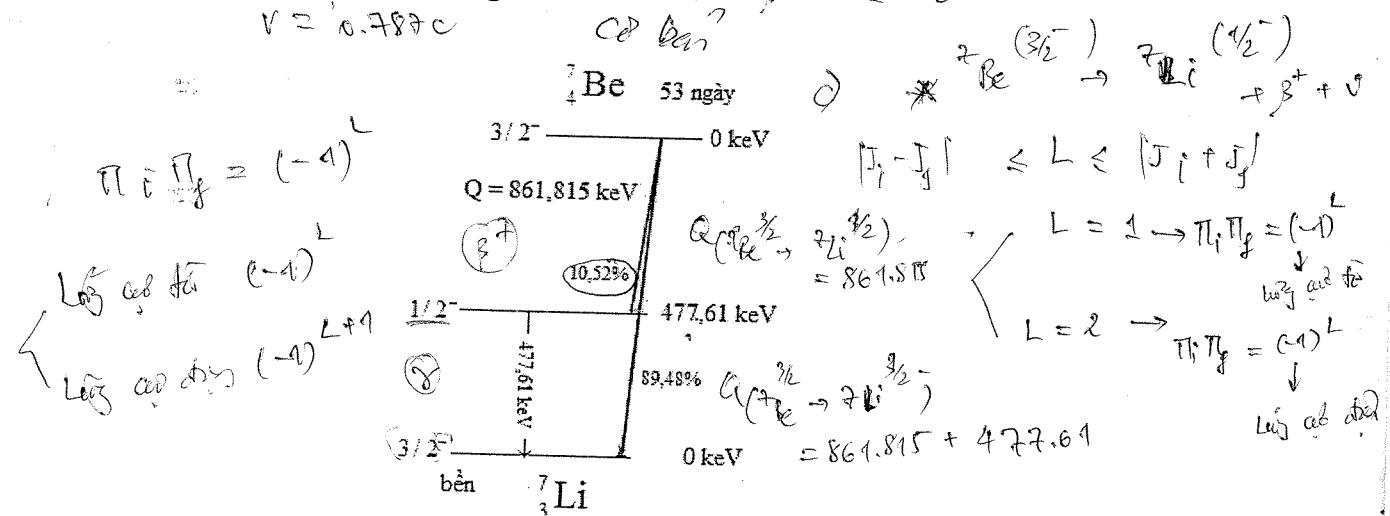
$$T = \frac{503(\log)}{(\frac{1}{2} - \frac{1}{131})} \times 10^3$$



c. Ứng với gamma từ mức 477,61 keV về cơ bản của $^7_{3}\text{Li}$ có những chuyển biến đa cực nào?

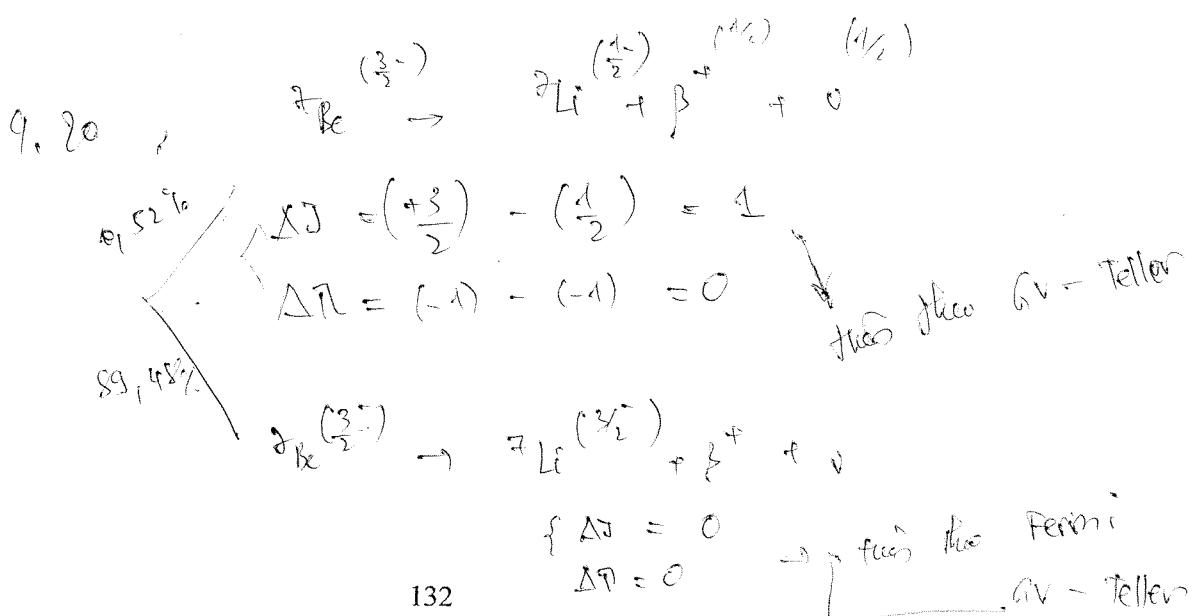
- d. Tính năng lượng phóng xạ trong chuyển biến từ $^7_{4}\text{Be}$ thành $^7_{3}\text{Li}$ ở mức kích thích.
- e. Xác định động năng (keV) và vận tốc (m/giây) của hạt beta bay ra trong phân rã của $^7_{4}\text{Be}$ xuống $^7_{3}\text{Li}$ ở trạng thái kích thích. $T_{\beta}^{144} = Q_2 - 2m_0c^2 \rightarrow E_{\beta} = T_{\beta} + E_0$

$$v = c/7870$$



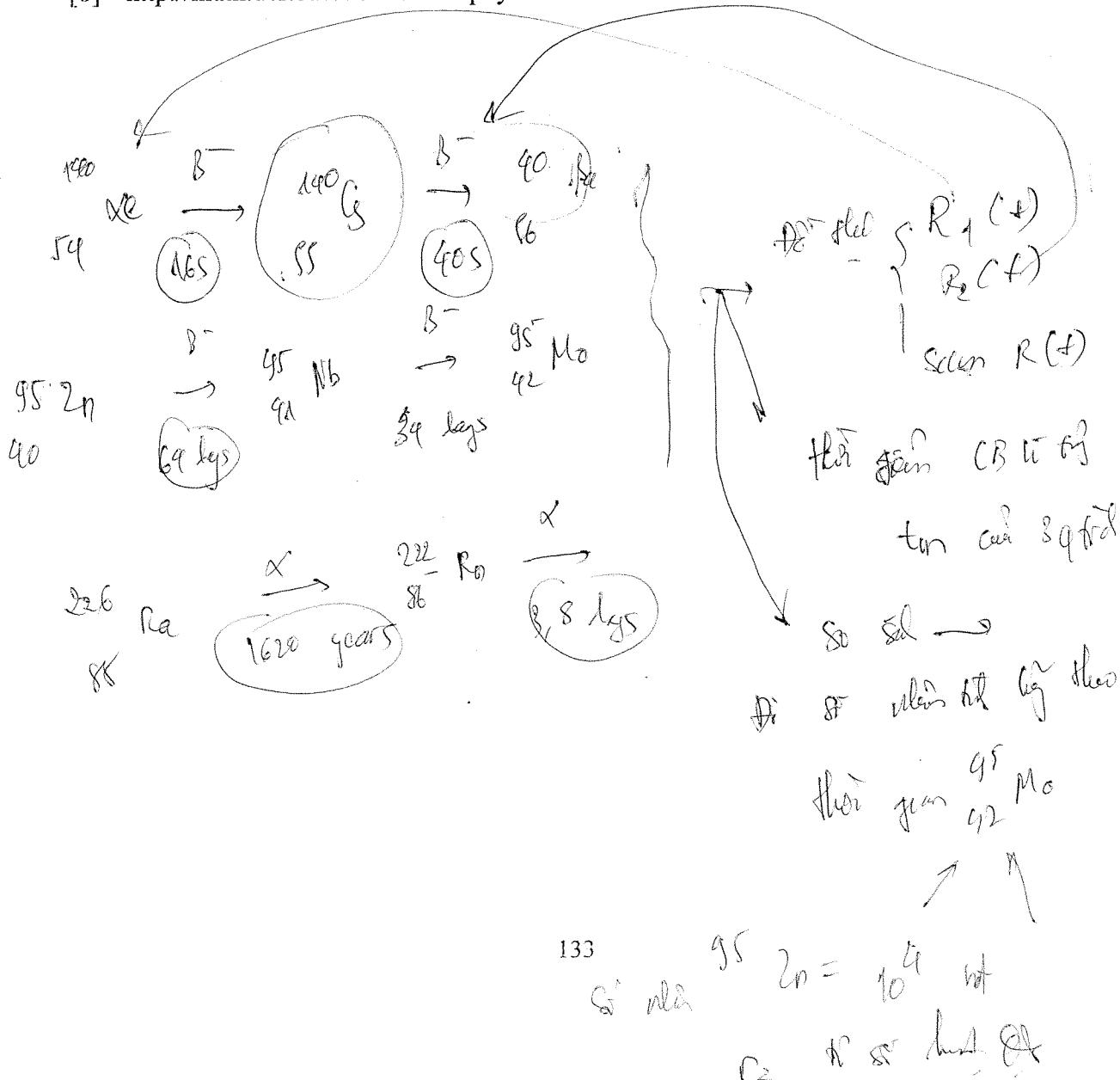
Hình BT.4.1. Sơ đồ phân rã của $^7_{4}\text{Be}$.

Chú ý: ký hiệu $3/2^-$ có nghĩa là $J=3/2$ và $\pi=-1$, với J là momen xung lượng toàn phần; π là tính chẵn lẻ của mức.



TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] W.N. Cottingham, D.A. Greenwood, “*An Introduction to Nuclear Physics*”, second edition, Cambridge University Press, 2004.
 - [2] Robley D. Evans, “*The Atomic Nucleus*”, McGraw-Hill, 1988.
 - [3] Anwar Kamal, “*Nuclear Physics*”, Springer, 2014.
 - [4] Joseph Magill, Jean Galy, “*Radioactivity – Radionuclides – Radiation*”, Springer, 2005.
 - [5] https://en.wikipedia.org/wiki/Decay_chain
 - [6] <http://math.ucr.edu/home/baez/physics/ParticleAndNuclear/HalfLife/halfLife.html>

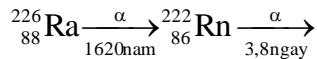
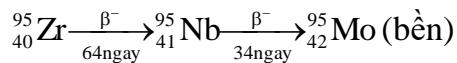
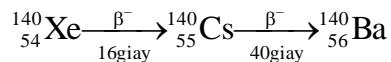


Bài tập nhóm.

Nhóm Kỹ thuật Hạt nhân

Bài tập chương 2

1. Cho các phân rã sau đây.



- Dùng Excel lập bảng tính toán và vẽ đồ thị hoạt độ phóng xạ của nhân mẹ $R_1(t)$ và hoạt độ phóng xạ của nhân con $R_2(t)$ và hoạt độ tổng $R(t)$ theo thời gian.
- Tính thời điểm cân bằng lý tưởng t_m của mỗi quá trình. So sánh kết quả tính toán với giá trị trên hình vẽ. Cho biết mỗi quá trình có/không sự cân bằng phóng xạ. Gọi tên cân bằng phóng xạ.
- Vẽ đồ thị số nhân tích lũy theo thời gian của đồng vị ${}^{95}_{42}\text{Mo}$ khi cho biết số nhân mẹ ${}^{95}_{40}\text{Zr}$ ban đầu là 10^4 hạt.
- Tính tỷ số r của hoạt độ phóng xạ nhân con $R_2(t)$ và hoạt độ phóng xạ của nhân mẹ $R_1(t)$.

2. Cho ví dụ khác về quá trình phân rã phóng xạ cho từng loại cân bằng phóng xạ.

Nhóm Vật lý Hạt nhân

Bài tập chương 3

1. Vẽ lại ba sơ đồ phân rã phóng xạ chuỗi uranium, thorium và actinium (đính kèm). Với dữ liệu hạt nhân được cập nhật theo thư viện sau đây

http://www.nucleide.org/DDEP_WG/DDEPdata.htm

2. Lập bảng khối lượng nguyên tử cho các đồng vị có trong 3 chuỗi phân rã trên (tra trên google).
3. Từ ba chuỗi phóng xạ ở câu 1, trích ra một số quá trình phân rã phóng xạ có cân bằng phóng xạ chuyển tiếp, cân bằng thế kỷ hoặc không cân bằng.

Nhóm Vật lý Y khoa

Bài tập chương 1.

1. Giải thích ý nghĩa của đơn vị $1\text{Ci} = 3,7 \times 10^{10}$ phân rã/giây. Giá trị này từ đâu có.
2. Một nhân phóng xạ có thể phân rã theo ba kiểu cạnh tranh nhau: phân rã β^- với thời gian bán rã T^- , phân rã β^+ với thời gian bán rã T^+ , và bắt electron với thời gian bán rã T_e . Gọi T là thời gian bán rã toàn phần. Hãy xây dựng công thức liên hệ giữa T và T^- , T^+ , T_e .
3. ^{210}Po phân rã α với thời gian bán rã 138 ngày thành chì ^{206}Pb bền. Vẽ đồ thị tốc độ hình thành ^{206}Pb theo thời gian.
4. Radium là thành viên trong chuỗi uranium. Thời gian bán rã của uranium là $4,5 \times 10^9$ năm còn radium là 1620 năm. Hãy tính tỉ lệ tương đối của các nguyên tố này trong quặng uranium khi đạt trạng thái cân bằng và giả sử không có nguyên tố nào trong chuỗi thoát ra ngoài.
5. Giải thích tại sao chuỗi phóng xạ $4n+1$ (neptunium) không còn tồn tại trong tự nhiên.

Table 1A
 ^{232}Th Series

Nuclide	Half-life	Major gamma radiation energies (keV) and intensities in %	
^{232}Th	$1.41 \times 10^{10} \text{ Y}$		
$^{90}\alpha$			
^{228}Ra	5.75 Y		
$^{88}\beta^-$			
^{228}Ac	6.15 h	099.6 (D)	1.37
$^{89}\beta^-$		129.1	2.45
		209.3	3.88
		270.2	3.43
		328.0	2.95
		338.3	11.25
		409.5	1.94
		463.0	4.44
		772.4 (D)	1.58
		794.9	4.34
		835.7	1.68
		911.2	26.60
		964.8	5.11
		969.0	16.17
		1588.2	3.27
		1630.6	1.60
^{228}Fr	1.910 Y	84.37	1.6
$^{90}\alpha$		216.0	0.3
^{224}Ra	3.64 d	241.0	3.97
$^{88}\alpha$			
^{220}Rn	55 s	549.7	0.1
$^{86}\alpha$			
^{216}Po	0.15 s		
$^{84}\alpha$			
^{212}Pb	10.64 h	238.6	43.6
$^{82}\beta^-$		300.1	3.34
^{212}Bi	60.6 m	39.86	1.10
$^{83}\beta^-$		288.1	0.34
		452.8	0.36
		727.3	6.65
		785.4	1.11
		1620.6	1.51
(64.0%) β^-			
^{212}Po	304 ns		
$^{84}\alpha$			
^{208}Tl	3.05 m	277.4	6.31
$^{81}\beta^-$		510.8	22.60
		583.2	84.50
		860.6	12.42
		2614.5	99.20
^{208}Pb	Stable		
$^{82}\alpha$			

- Intensities refer to percentage of disintegrations of the nuclide itself, not to orig series.

D Doublet energy is weighed mean and intensity the sum of both peaks.

Nuclide		Half-life	Major gamma radiation energies (keV) and intensities in %	
^{238}U	α	$4.5 \times 10^9 \text{ Y}$		
^{234}Th	β^-	24.1 d	63.3 92.6	4.49 5.16
^{234}Pa	β^-	1.17 m	766.6 1001.4	0.21 0.59
(99.87%) β^-	IT(0.13%)			
	^{234}Pa	6.75 h	131.2 226.8 569.3 882.0 926.4 946.0	20.0 11.4 13.5 28.0 24.9 12.0
^{234}U	β^-	$2.47 \times 10^5 \text{ Y}$	53.2	0.12
^{230}Th	β^-	$8.0 \times 10^4 \text{ Y}$	67.7 143.9	0.38 0.05
^{226}Ra	β^-	1602 Y	186.1	3.5
(^{222}Ra)	β^-	3.823 d		
^{218}Po	β^-	3.05 m		
(99.98%) α	β^- (0.02%)			
^{214}Pb	β^-	26.8 m	211.9 295.2 351.9	7.46 19.20 37.10
	α	$\sim 2 \text{ s}$		
^{214}Bi	β^-	19.9 m	609.3 768.4 934.0 1120.3 1238.1 1377.6 1408.0 1729.6 1764.5 2204.1	46.10 4.88 3.16 15.00 5.92 4.02 2.48 3.05 15.90 4.99
(99.98%) β^-	α (0.02%)			
^{214}Po	β^-	164 ps	799.7	0.01
	α	1.3 m	296.0 795.0 1060.0 1210.0 1310.0	79.16 98.95 12.37 16.82 20.78
^{210}Po	β^-	22.3 Y	46.5	4.05
^{210}Pb	β^-	5.01 d		
(~100%) β^-	α (0.0013%)			
^{210}Po	β^-	138.4 d	803.0	0.0011
	α	4.19 m		
^{206}Pb	β^-	Stable		

Intensities refer to percentage of disintegrations of the nuclide itself, not to original parent of series.

**Table 1C
235U Series**

Nuclide	Half-life	Major gamma radiation energies (keV) and intensities in %	
235U 92	7.1x108 Y	143.8	10.9
		163.3	5.00
		185.7	57.50
		205.3	5.00
231Th 90	25.5h	81.5 (D)	1.29
		84.2	6.60
231Pa 91	3.276x104 Y	27.4	9.3
		283.7	1.60
		300.0	2.39
		302.7	2.21
		330.1	1.31
227Ac 89	21.6Y		
(98.6%) β⁻ α (1.4%)			
227Th 90	18.718d	49.9	0.52
		50.1	7.28
		236.0 (D)	11.65
		256.0 (D)	7.6
	22m	50.8	34.0
		80.0	8.16
		234.6	3.4
223Ra 88	11.43d	122.3	1.19
		144.2	3.26
		154.2	5.59
		269.4	13.6
		323.9	3.9
		338.3	2.78
		444.9	1.27
219Ru 86	4.0s	271.2	9.9
		401.7	6.64
215Po 84	1.78ms	-	-
(~100%) α β⁻ (0.00023%)			
211Pb 82	36.1m	404.8	3.83
		427.0	1.72
		831.8	3.8
	~0.1ms		
215At 85			
211Bi 83	2.14m	351.0	12.76
(0.28%) β⁻ α (99.7%)			
211Po 84	0.52s	569.65	0.53
		897.8	0.52
	4.79m	897.8	0.24
207Tl 81			
207Pb 82	Stable		

Intensities refer to percentage of disintegrations of the nuclide itself, not to original parent of series.

ĐẠI HỌC QUỐC GIA THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN
KHOA VẬT LÝ-VẬT LÝ KỸ THUẬT
NGÀNH KỸ THUẬT HẠT NHÂN

Môn học

VẬT LÝ PHÓNG XẠ
BÀI TẬP CHƯƠNG I
ĐẠI CƯƠNG VỀ PHÂN RÃ PHÓNG XẠ

NGƯỜI THỰC HIỆN: LỚP VẬT LÝ Y KHOA 2015
GVHD: PGS.TS TRƯƠNG THỊ HỒNG LOAN

Tp Hồ Chí Minh, ngày 19 tháng 11 năm 2017

DANH SÁCH LỚP VẬT LÝ Y KHOA

STT	MSSV	Họ và tên	Số bài	Chữ ký
1	1523014	Nguyễn Thị Thu Hiền	1.1 đến 1.6	
2	1523017	Nguyễn Đoàn Hoàng Huy	1.7 đến 1.12	
3	1523026	Lê Đỗ Lộc	1.13 - 1.14	
4	1523027	Lý Nhật Minh	1.15 - 1.16	
5	1523029	Nguyễn Nhật Nam	1.17 - 1.18 - 1.19	
6	1523019	Đỗ Văn Huỳnh	1.20 - 1.21 - 1.22	
7	1523023	Nguyễn Thị Thùy Linh	1.23 - 1.24 - 1.25	
8	1523024	Đặng Văn Long	1.26 - 1.27	
9	1423001	Ksor A lâu	1.28 - 1.30	
10	1523032	Trịnh Nguyễn Yên Nhi	1.29 - 1.31	
11	1523056	Trương Thị Tiến	1 - 2 - 3	
12	1523059	Huỳnh Tự Trí	4 - 5	

I. NGUYỄN THỊ THU HIỀN - 1523014

- 1.1. Cho biết một mẫu thử chứa một loại đồng vị phóng xạ có hoạt độ giảm 2,5 lần sau 7 ngày. Hãy xác định thời gian bán rã của đồng vị phóng xạ.

Giải: Ta có: $R(t) = R_0 \cdot e^{-\lambda t}$

$$\Rightarrow \frac{R(t)}{R_0} = e^{-\lambda t} = \frac{1}{2,5}$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{\ln(\frac{1}{2,5})}{-7.24.3600} = 1,515 \cdot 10^{-6}$$

mặt khác: $\frac{R(t)}{R_0} = 2^{-\frac{t}{T}} = \frac{1}{2,5}$

$$\Rightarrow \log_2 \frac{1}{2,5} = -\frac{t}{T} \Rightarrow T = -\frac{t}{\log_2 \frac{1}{2,5}}$$

$$= -\frac{7.24.3600}{\log_2 \frac{1}{2,5}} = 457513,5382 \text{ (s)}$$

$$= 127,08 \text{ ngày}$$

- 1.2. Hoạt độ phóng xạ ban đầu của một hạt nhân được xác định là 650 hạt/phút. Hỏi sau một nữa thời gian bán rã thì hoạt độ phóng xạ sẽ giảm còn bao nhiêu?

Giải: Ta có: $\frac{R(t)}{R_0} = 2^{-\frac{t}{T}} \text{ mà } t = \frac{T}{2} \Rightarrow \frac{R(t)}{R_0} = 2^{-\frac{1}{2}} = 0,707$

$$\Rightarrow R(t) = R_0 \cdot 0,707 = 650 \cdot 0,707 = 459,62 \text{ hạt/phút}$$

- 1.3. Một mẫu phóng xạ có khối lượng m, hằng số phân rã λ, khối lượng nguyên tử M. Gọi N_A là hằng số Avogadro, chứng tỏ rằng hoạt độ của mẫu là $\lambda \cdot m \cdot \frac{N_A}{M}$.

Giải: Ta có: $R(t) = R_0 \cdot e^{-\lambda t} = \lambda N_0 \cdot e^{-\lambda t} = N(t) \lambda$

$$R_0 = \lambda N_0 = \lambda \cdot m \cdot \frac{N_A}{M}$$

$$\Rightarrow R(t) = R_0 \cdot e^{-\lambda t} = \lambda \cdot m \cdot \frac{N_A}{M} \cdot e^{-\lambda t}$$

Khi nhân phóng xạ có thời gian bán rã dài $\square t \sim \infty \Rightarrow e^{-\lambda t} \approx 1$

$$\Rightarrow R(t) = \lambda \cdot m \cdot \frac{N_A}{M}$$

- 1.4. Xác định tỉ số hạt nhân ban đầu phóng xạ trong mẫu phân rã suốt khoảng thời gian sống trung bình.

Giải: Ta có: $\tau = \frac{1}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{1}{\tau}$

$$N(\tau) = N_0 \cdot e^{-\lambda \tau} \Rightarrow \frac{N_0}{N(\tau)} = e^{-\lambda \tau}$$

$$\Rightarrow \frac{N_o}{N(\tau)} = e^{-\lambda\tau} = e^{-\frac{\lambda_1}{\lambda}} = e^{-1} = 0,3679$$

- 1.5. Một mẫu tro của người cổ xưa được tìm thấy có hoạt độ phóng beta là 25,8 phân rã/ phút/g được cho là do bởi $^{14}_6C$. Nếu hoạt độ riêng của $^{14}_6C$ trong tro của gỗ cây còn sống là 30,6 phân rã/phút/g, hãy đánh giá tuổi của mẫu tro cổ này. Cho biết thời gian sống trung bình của $^{14}_6C$ là 8035 năm.

Giải: Ta gọi: $H = 25,8$ phân rã/ phút/g

$$H_o = 30,6 \text{ phân rã/phút/g}$$

$$\tau = 8035 \Rightarrow T = \ln 2 \cdot 8035 = 5569,44 \text{ năm}$$

$$\text{Ta có: } H = H_o \Rightarrow t = T \cdot \log_2 \left(\frac{H}{H_o} \right) = 1371 \text{ năm}$$

Vậy: Tuổi của mẫu tro là: 1371 năm

- 1.6. Để nghiên cứu phân rã beta của $^{23}_{12}Mg$ một ống đếm được sử dụng đo phân rã này ở thời điểm $t=0$. Sau thời gian $t_1=2,0$ giây ghi được N_1 hạt beta và sau thời gian $t_2= 3t_1$ số hạt beta 2.66 lần lớn hơn. Hỏi thời gian sống trung bình của hạt nhân $^{23}_{12}Mg$ là bao nhiêu?

II. NGUYỄN ĐOÀN HOÀNG HUY – 1523017

- 1.7. Hãy xác định hoạt độ phóng xạ của $1\mu g \text{ } ^{224}_{88}Ra$ (ThX) biết thời gian bán rã của đồng vị này là 3,64 ngày.

Giải: $R_0 = \lambda \cdot N_0 = \lambda \cdot \frac{m}{M} \cdot N_A = \frac{1}{T_{1/2}} \cdot \frac{m}{M} \cdot N_A = \frac{1}{314496} \cdot \frac{10^{-6}}{226} \cdot N_A = 8472808200$
phân rã/s

- 1.8. Trong phép đo phòng thí nghiệm, lá dò bạc được đặt gần nguồn neutron. Phản ứng bạc ^{107}Ag bắt neutron tạo ^{108}Ag phóng xạ beta với thời gian bán rã 2,4 phút. Hỏi là dò cần chiếu xạ bao lâu để có hoạt độ đạt 98% hoạt độ cực đại?

Giải:

$$\text{Ta có: } R = R_0 \cdot e^{-\lambda t} = R_0 \cdot e^{-\frac{\ln(2)}{T_1} \cdot t}$$

Thay số vào công thức trên, ta được:

$$\Leftrightarrow 98\% \cdot R_0 = R_0 \cdot e^{-\frac{\ln(2)}{T_1} \cdot t} \Rightarrow T = 0,07 \text{ phút}$$

- 1.9. Một thí nghiệm sử dụng 14g selenium chứa 97% khối lượng $^{82}_{34}Se$, hệ ghi đo bức xạ ghi nhận được 35 sự kiện phân rã hai beta trong 7960 giờ.

Giải: $N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} = N_0 \cdot e^{-\frac{1}{\tau} \cdot t} \Leftrightarrow \frac{35}{6,2} \cdot 100 = \frac{14,97\%}{82} \cdot e^{-\frac{1}{\tau} \cdot t} \Rightarrow \tau = 978,6 \text{ năm}$

- 1.10. Cho biết cường độ tương đối của phân rã β^- , bắt electron và β^+ của ^{64}Cu xấp xỉ như sau: $(\beta^-):(EC):(\beta^+) = 2,0 : 2,0 : 1,0$; thời gian bán rã của ^{64}Cu là 12,8 giờ.

a) Tính hằng số phân rã toàn phần λ và các hằng số phân rã riêng phần λ_{β^-} , λ_{EC} , λ_{β^+} theo giây $^{-1}$.

b) Thời gian bán ra riêng của phân rã β^- ?

c) Xác định hoạt độ phóng xạ theo đơn vị milicuries của nguồn ^{64}Cu phát ra $3,7 \cdot 10^7$ tia β^- /giây.

Giải: Ta có: $\lambda = \lambda_{\beta^-} + \lambda_{EC} + \lambda_{\beta^+}$

a) $1,5 \cdot 10^{-5} s^{-1}$

Dựa theo tỉ số trên để bài ta được:

$$\lambda_{\beta^-} = 0,4 \cdot \lambda = 6 \cdot 10^{-6} s^{-1}$$

$$\lambda_{EC} = 0,4 \cdot \lambda = 6 \cdot 10^{-6} s^{-1}$$

$$\lambda_{\beta^+} = 0,2 \cdot \lambda = 3 \cdot 10^{-6} s^{-1}$$

b) $T_{\frac{1}{2}\beta^-} = \frac{\ln(2)}{\lambda_{\beta^-}} = 115524,53 \text{ s}$

$$c) R = \lambda \cdot N_0 = 555Bq = 1,5 \cdot 10^{-8} Ci$$

- 1.11. Xác định thời gian bán rã của ^{40}K , biết potassium thông thường (a) là trộn lẫn giữa ^{39}K , ^{40}K và ^{41}K với tỷ lệ 0,0119% ^{40}K ; (b) phát ra 31 tia β /giây/gam trong chuyển biến $^{40}K \xrightarrow{\beta^-} {}^{40}Ca$; và (c) phát 3,4 tia γ /giây/gam trong biến chuyển bắt electron $^{40}K \xrightarrow{EC} {}^{40}Ar$, mỗi chuyển biến EC kèm theo việc phát 1 photon.

Giải: Ta tính hoạt độ phóng xạ theo từng phân rã

$$R_{\beta^-} = \lambda_{\beta^-} \cdot N_0 = 31$$

$$R_{EC} = \lambda_{EC} \cdot N_0 = 3,4$$

Ta có:

$$R = R_{\beta^-} + R_{EC} = \lambda N_0 = \lambda \frac{1}{39} N_A = 34,4$$

$$\Rightarrow \lambda = 2,23 \cdot 10^{-21}$$

$$\Rightarrow \lambda_{^{40}K} = 0,0119\%. \lambda = 2,6537 \cdot 10^{-25}$$

$$3 \cdot 10^{19}$$

- 1.12. Tính số gam và số nguyên tử phóng xạ chứa trong 1mCi của (a) Natri phóng xạ ^{24}Na , $T = 14,8$ giờ; (Phosphor phóng xạ ^{32}P , $T = 14,5$ ngày; (c) và ^{226}Ra , $T = 1620$ năm.

Giải: $1mCi = 3,7 \cdot 10^7$ nguyên tử/s

$$a) R_{Na} = \frac{\ln(2)}{T_{1/2}} \cdot \frac{m}{M} \cdot N_A \Rightarrow m = 1,133 \cdot 10^{-10} g$$

$$b) R_P = \frac{\ln(2)}{T_{1/2}} \cdot \frac{m}{M} \cdot N_A \Rightarrow m = 3,55 \cdot 10^{-9} g$$

$$c) R_U = \frac{\ln(2)}{T_{1/2}} \cdot \frac{m}{M} \cdot N_A \Rightarrow m = 1,205 \cdot 10^{-3} g$$

III. LÊ ĐỒ LỘC – 1523026

- 1.13. Một chất phóng xạ có đời sống trung bình τ (giây), hoạt độ R_1 phân rã/giây ở thời điểm t_1 và R_2 phân rã/giây ở thời điểm t_2

a. Chứng tỏ rằng số nguyên tử phân rã N_1-N_2 giữa t_1 và t_2 là:

$$N_1-N_2=\tau (R_1-R_2)$$

b. Nếu năng lượng trung bình của việc phát một tia β của ^{130}I có thời gian bán rã 12,6 giờ là 0,29 Mev, xác định năng lượng của tia β theo (ergs) được giải phóng trong 24 giờ bởi đồng vị ^{130}I mà ban đầu có cường độ là 1mCi.

c. Nếu tiêm ^{130}I này vào 2g mô tuyến giáp, hãy xác định liều lượng hấp thụ của mô này. Chú ý rằng 1 rep(roentgen equivalent physical) tương ứng với sự hấp thụ 94 ergs/gram mô.

Ghi chú: $1 \text{ Mev} = 1,602 \times 10^{-6} \text{ ergs}$.

Giải:

a. Ta có:

$$R(t)=\lambda N(t)$$

$$\Leftrightarrow R(t)=(1/\tau)N(t)$$

$$\Leftrightarrow N(t)=\tau R(t)$$

Suy ra: $N_1-N_2=\tau (R_1-R_2)$

b. $E_{tb}=0,29 \text{ (Mev)}$

$T_{1/2}=12,6 \text{ giờ}$

$$\Rightarrow \tau = T_{1/2}/\ln(2) = 18,18 \text{ giờ}$$

$T=24 \text{ giờ}$

$R_1=1 \text{ mCi}$

$$\Rightarrow R_2=R_1 \times 2^{-t/T_{1/2}} = 0,267 \text{ mCi}$$



Từ công thức câu a $\Rightarrow N_1 - N_2 = \tau (R_1 - R_2) = 4,93 \times 10^{11}$ (phân rã)

Năng lượng được giải phóng:

$$E = 0,29 \cdot 1,602 \times 10^{-6} \cdot 4,93 \times 10^{11} = 229021,09 \text{ (ergs)}$$

c. Liều hấp thụ $= 229021,09 / (2 \times 94) = 1218,2$ (rep)

1.14.

Với 1g Uranium tự nhiên (99,28% ^{238}U và 0,72% ^{235}U), hãy xác định:

- a. Thời điểm cân bằng lý tưởng giữa ^{238}U và con UX₁? Có cân bằng chuyển tiếp hay cân bằng thế kỷ xảy ra giữa chúng hay không?
- b. Hoạt độ của ^{238}U , UX₁, UX₂ và ^{234}U theo μCi ?
- c. Tỷ số hoạt độ của ^{235}U so với ^{238}U ?

Giải:

- a. Thời điểm cân bằng lý tưởng:

$$t_m = \ln(\lambda_2 - \lambda_1) / (\lambda_2 - \lambda_1)$$

$$\Leftrightarrow t_m = \tau_2 \cdot \ln(T_{1/2,1} / T_{1/2,2}) \cdot \frac{T_{1/2,1}}{T_{1/2,1} - T_{1/2,2}}$$

$$= 867,39 \text{ (ngày)}$$

$$(\text{với } \tau_2 = 24,1 / \ln(2) \text{ (ngày)}; T_{1/2,1} = 4,51 \times 10^9 \text{ (năm)}; T_{1/2,1} = 24,1 \text{ (ngày)})$$

Xét tỷ số hoạt độ của ^{238}U và con UX₁:

$$r^\infty = \lambda_2 / \lambda_1 \cdot \lambda_2$$

$$r^\infty \approx 1$$

Suy ra có cân bằng thế kỷ giữa ^{238}U và con UX₁.

b. Ta có trong 1g Uranium tự nhiên (99,28% ^{238}U và 0.72% ^{235}U):

$$N(^{238}\text{U}) = (0,9928/238) \cdot N_A = 2,5215 \times 10^{21} \text{ (Nguyên tử)}$$

$$R(^{238}\text{U}) = N(^{238}\text{U}) \cdot \ln(2) / T_{1/2}(^{238}\text{U}) = 12244,47 \text{ (phân rã/giây)}$$

Mặt khác :

$$R(\text{UX}_1)/R(^{238}\text{U}) = r^\infty \approx 1$$

Suy ra :

$$R(\text{UX}_1) = R(^{238}\text{U}) = 12244,47 \text{ (phân rã/giây)}$$

Xét tỷ số hoạt độ của UX₁ và UX₂ :

$$r^\infty = \lambda_2 / \lambda_1 \cdot \lambda_2$$

$$\Rightarrow r^\infty \approx 1,00003285$$

Suy ra :

$$R(\text{UX}_2) = R(\text{UX}_1) \cdot r^\infty = 12244,87 \text{ (phân rã/giây)}$$

Xét hoạt độ của UX₂ và ^{234}U :

c. Tỷ số hoạt độ của ^{235}U và ^{238}U là:

$$r = (\lambda_1 / \lambda_2) \times N_1 / N_2 \quad (*)$$

Với λ_1 là hằng số phóng xạ ^{235}U

λ_2 là hằng số phóng xạ ^{238}U

N₁ là số mol nguyên tử ^{235}U

N₂ là số mol nguyên tử ^{238}U

Mà m₁/m₂ = (235.N₁)/(238.N₂) = 0,72/99,28

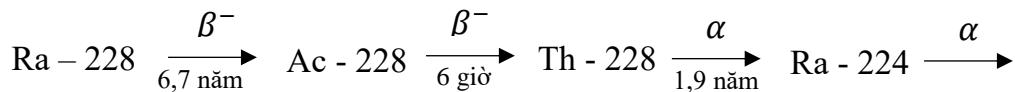
Suy ra N₁/N₂ = 7,3448 × 10⁻³

Thết vào (*):

$$r = 1,1563 \times 10^{-3}$$

IV. LÝ NHẬT MINH – 1523027

1.15. Trong chuỗi phóng xạ sau đây:



Xác định thời điểm cân bằng lý tưởng t_m và hỏi có sự cân bằng chuyển tiếp giữa Th-228 và Ra-228. Hồi hoạt độ phóng xạ của Th-228 từ 1g Ra-228 là bao nhiêu?

Giải: Do ^{228}Ac ($T_{\frac{1}{2},\text{Ac}} = 6 \text{ giờ}$) có thời gian bán rã rất ngắn so với ^{228}Ra ($T_{\frac{1}{2},\text{Ra}} = 6,7 \text{ năm}$)

Nên có thể xem phản ứng là: $^{228}\text{Ra} \rightarrow ^{228}\text{Th}$ và $N_{\text{Ac},228} \approx 0$

$$\Rightarrow N_{\text{Th},228}(t) \approx N_{\text{Ra},228}(0) \times \frac{\lambda_{\text{Ra},228}}{\lambda_{\text{Th},228} - \lambda_{\text{Ra},228}} \times (e^{-\lambda_{\text{Ra},228} t} - e^{-\lambda_{\text{Th},228} t})$$

Ta có:

$$\lambda_{\text{Ra},228} = \frac{\ln(2)}{T_{\frac{1}{2},\text{Ra}}} ; \lambda_{\text{Th},228} = \frac{\ln(2)}{T_{\frac{1}{2},\text{Th}}}$$

$$\Rightarrow t_m = \frac{\ln(\frac{\lambda_{\text{Th},228}}{\lambda_{\text{Ra},228}})}{\lambda_{\text{Th},228} - \lambda_{\text{Ra},228}} = \frac{\ln(\frac{T_{\frac{1}{2},\text{Ra}}}{T_{\frac{1}{2},\text{Th}}})}{\ln(2) \times (\frac{1}{T_{\frac{1}{2},\text{Th}}} - \frac{1}{T_{\frac{1}{2},\text{Ra}}})} \approx 4,822 \text{ (năm)}$$

- Do $T_{\frac{1}{2},\text{Ra}} > T_{\frac{1}{2},\text{Th}}$ \Rightarrow Cân bằng chuyển tiếp có thể xảy ra
- Hoạt độ phóng xạ của ^{228}Th từ 1 gam ^{228}Ra

$$\begin{aligned} R_{\text{Th},228}(t) &\approx \lambda_{\text{Th},228} \times N_{\text{Ra},228}(0) \times \frac{\lambda_{\text{Ra},228}}{\lambda_{\text{Th},228} - \lambda_{\text{Ra},228}} \times (e^{-\lambda_{\text{Ra},228} t} - e^{-\lambda_{\text{Th},228} t}) \\ &\Rightarrow R_{\text{Th},228}(t) \approx \lambda_{\text{Th},228} \times \frac{m_{\text{Ra}} \times Av}{M_{\text{Ra},228}} \times \frac{\lambda_{\text{Ra},228}}{\lambda_{\text{Th},228} - \lambda_{\text{Ra},228}} \times (e^{-\lambda_{\text{Ra},228} t} - e^{-\lambda_{\text{Th},228} t}) \\ &\approx 3,815 \times 10^{20} \end{aligned}$$

1.16. Một mẫu KCl nặng 2,71g nằm trong kho hóa chất được biết là chất phóng xạ có tốc độ phân rã không đổi là 4490 phân rã/giây. Phân rã này được dùng để đánh dấu nguyên tố Kali. Đặc biệt là K-40, đồng vị chiếm 1,17% trong Kali thông thường. Tính thời gian sống của đồng vị này.

Giải: Ta có:

$$n_K = n_{KCl} = \frac{m_{KCl}}{M_{KCl}} = \frac{2,71}{39 + 35} = \frac{2,71}{7450} \approx 0,0364 \text{ (mol)}$$

⇒ Số hạt nhôm Kali trong kho là $N_K = n_K \times A = \frac{2,71}{7450} \times 6,023 \times 10^{23} \approx 2,19 \times 10^{22}$ (hạt nhôm)

⇒ Số hạt nhôm ${}^{40}K$ trong kho là $N_{K,40} = N_K \times 1,17\% \approx 2,563 \times 10^{20}$ (hạt nhôm)

Vì tốc độ phân rã hạt nhôm không đổi ta có:

$$R(t) = \lambda_{K,40} \times N_{K,40}(t) \approx \lambda_{K,40} \times N_{K,40}(0) = 4490 \text{ (phân rã/giây)}$$

$$\Rightarrow \lambda_{K,40} = \frac{R(t)}{N_{K,40}(0)} = \frac{4490}{2,563 \times 10^{20}} \approx 1,752 \times 10^{-17}$$

$$\Rightarrow \tau = \frac{1}{\lambda_{K,40}} = \frac{1}{1,752 \times 10^{-17}} \approx 5,708 \times 10^{16} \text{ (giây)} = 1810076411 \text{ (năm)}$$

V. NGUYỄN NHẬT NAM – 1523029

- 1.17. Nói chung hạt nhân càng nặng càng có xu hướng không bền đối với phân rã alpha. Ví dụ đồng vị bền nhất của Uranium là U²³⁸ có thời gian bán rã phát alpha là 4,5x10⁹ năm. Đồng vị bền nhất đối với Plutonium là Pu²⁴⁴ có thời gian bán rã phát alpha là 8,5x10⁷ năm. Và đối với Curium ta có Cm²⁴⁸ có thời gian bán rã phát alpha là 3,4x10⁵ năm. Hỏi khi một nửa U²³⁸ ban đầu bị phân rã, thì tỉ lệ các đồng vị Pu²⁴⁴ và Cm²⁴⁸ ban đầu sẽ còn lại bao nhiêu?

Giải: Ta có một nửa U²³⁸ ban đầu bị phân rã : $t = 4,5 \times 10^9$

Ta lại có:

$$N = N_0 e^{-\ln(2) \cdot t/T}$$

Suy ra:

$$N_{Pu}^{244}/N_{0Pu}^{244} = e^{-\ln(2) \cdot t/T(Pu)} = 2.688 \times 10^{-16}$$

$$N_{Cm}^{248}/N_{0Cm}^{248} = e^{-\ln(2) \cdot t/T(Cm)} = 0$$

- 1.18. Một hạt nhân U²³⁸ phát ra hạt alpha có năng lượng bằng 4,196 Mev. Tính năng lượng phân rã Q đối với quá trình này khi tính đến cả năng lượng giật lùi của hạt nhân còn lại.

Giải: Năng lượng phân rã bằng năng lượng phát ra hạt:

$$Q = Q_0 = 4,196 \text{ (MeV)}$$

1.19

Năng lượng toàn phần giải phóng trong phân rã:

$$Q = (m_{Cs} - m_{Ba}) \cdot c^2 = 1,3973 \text{ (MeV)}$$

- 1.19. Đồng vị Cs¹³⁷ có mặt trong bụi phóng xạ cấu các vụ nổ hạt nhân bên trên mặt đất. Vì nó phân rã beta với thời gian bán rã dài 30,2 năm thành Ba¹³⁷, và giải phóng một năng lượng đáng kể, nên đây là mối lo ngại về môi trường. Cho khối lượng nguyên tử của Cs và Ba tương ứng bằng 136,9073 u và 136,9058 u. Tính năng lượng toàn phần giải phóng trong phân rã đó. Chú ý: (u) là đơn vị khối lượng nguyên tử.

Giải: Năng lượng toàn phần giải phóng trong phân rã:

$$Q = (m_{Cs} - m_{Ba}) \cdot c^2 = 1,3973 \text{ (MeV)}$$

VI. ĐỖ VĂN HUỲNH – 1523019

- 1.20. Có bao nhiêu mg ^{90}Sr để cùng với 1 mg Sr không phóng xạ tạo ra mẫu có độ phóng xạ riêng 1370 Ci/g. Biết thời gian bán rã của ^{90}Sr là 51 ngày.

Giải: Gọi m là mẫu Sr – 90 không phóng xạ.

m là mẫu Sr – 90 phóng xạ.

$$R(o)/(m+mg) = 1370 \text{ Ci/g} = \lambda N(o)/(m+mg) = \lambda \cdot mg \cdot Na/[M \cdot (m+mg)]$$

$$\Rightarrow mg = 1370mM / (\lambda Na - 1370M) = 5,06 \cdot 10^{-5} \text{ g} = 0,0506 \text{ mg}$$

- 1.22. Tốc độ phân rã phóng xạ được đo trong thời gian 4 phút. Kết quả là

18,59 13,27 10,68 9,34 8,55 8,03 7,63 7,30 6,99 6,71 và
6,44

giả sử nguồn chứa một hoặc hai loại nhân phóng xạ, hãy tính hằng số phân rã của các đồng vị đóng góp vào.

Giải:

$$\lambda_1 = \ln 2 / T_1 = \ln 2 / (4,5 \cdot 10^9 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600) = 4,88 \cdot 10^{-18} \text{ (1/s)}$$

$$\lambda_2 = \ln 2 / T_2 = \ln 2 / (1620 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600) = 1,36 \cdot 10^{-11} \text{ (1/s)}$$

Ta có thời gian đạt trạng thái cân bằng $t_m = \ln(\lambda_2/\lambda_1) / (\lambda_2 - \lambda_1)$
 $= 1,09 \cdot 10^{12} \text{ s}$

Tỉ lệ của U là: $N_1(t_m) / N_1(o) = e^{-\lambda_1 t_m} = 0,99999468 = 99,999468 \%$

Tỉ lệ của Rn là: $N_2(t_m) / N_1(o) = \lambda_1 / (\lambda_2 - \lambda_1) \cdot (e^{-\lambda_1 t_m} - e^{-\lambda_2 t_m}) = 3,5882 \cdot 10^{-7}$
 $= 3,5882 \cdot 10^{-5} \%$

- 1.21. Radium là thành viên trong chuỗi Uranium. Thời gian bán rã của Uranium là $4,5 \cdot 10^9$ năm còn Radium là 1620 năm. Hãy tính tỉ lệ tương đối của các nguyên tố này trong quặng Uranium khi đạt trạng thái cân bằng và giả sử không có nguyên tố nào trong chuỗi thoát ra ngoài.

Giải: Tốc độ phân rã đo được là hoạt độ phóng xạ. Và kết quả đo được là hoạt độ phóng xạ chung của nguồn.

$$H(t) = H(o) e^{-\lambda t} = 6,44 = 18,59 \cdot e^{-\lambda \cdot 4,60}$$

$$\Rightarrow \lambda = 4,417 \cdot 10^{-3} (1/s)$$

VII. NGUYỄN THỊ THÙY LINH – 1523023

- 1.23. Một hộp niêm kín được cho là có chứa một hợp kim cấu tạo từ hai phần trọng lượng bằng nhau của 2 kim loại A và B. Các kim loại này phóng xạ có thời gian bán rã là 12 năm và 18 năm tương ứng. Khi hộp được mở ra, người ta thấy còn lại 0,53 kg chất A và 2,2 kg chất B. Hãy đánh giá tuổi của hợp kim.

Giải:

$$T_A = 12 \text{ năm}$$

$$T_B = 18 \text{ năm}$$

$$m_A = m_{0(A)} \times e^{\frac{-\ln(2) \times t}{T_A}} \Rightarrow m_{0(A)} = \frac{m_A}{e^{\frac{-\ln(2) \times t}{T_A}}} = \frac{m_A}{2^{\frac{t}{T_A}}} = m_A \times 2^{\frac{t}{T_A}}$$

$$m_B = m_{0(B)} \times e^{\frac{-\ln(2) \times t}{T_B}} \Rightarrow m_{0(B)} = \frac{m_B}{e^{\frac{-\ln(2) \times t}{T_B}}} = \frac{m_B}{2^{\frac{t}{T_B}}} = m_B \times 2^{\frac{t}{T_B}}$$

Ta có:

$$m_{0(A)} = m_{0(B)}$$

$$\Rightarrow m_A \times 2^{\frac{t}{T_A}} = m_B \times 2^{\frac{t}{T_B}}$$

$$\Rightarrow 2^{\left(\frac{t}{T_A} - \frac{t}{T_B}\right)} = \frac{m_B}{m_A}$$

$$\Rightarrow t \times \left(\frac{1}{T_A} - \frac{1}{T_B}\right) = \log_2 \left(\frac{m_B}{m_A}\right)$$

$$\Rightarrow t = \frac{\log_2 \left(\frac{m_B}{m_A}\right)}{\frac{1}{T_A} - \frac{1}{T_B}} = 73.92 \text{ (năm)}$$

- 1.24. Một chất phóng xạ có thời gian bán rã 100 ngày phát β với năng lượng trung bình 5×10^{-7} ergs được sử dụng để điều khiển một đơn vị nhiệt điện. Giả sử đơn vị này có hiệu suất 10%, tính toán lượng chất phóng xạ (gam-phân tử) cần thiết để phát 5 watt điện.

Giải:

$$\lambda = \frac{\ln(2)}{100 \times 24 \times 3600} = 8.0225 \times 10^{-8}$$

$$E = 5 \times 10^{-7} \text{ ergs} = 5 \times 10^{-14} \text{ J}$$

P= 5W

Hoạt độ lý thuyết:

$$R_0 = \frac{5}{5 \times 10^{-14}} = 10^{14} (\text{phân rã}/\text{s})$$

Hoạt độ thực tế:

$$R_0 \times \frac{100}{10} = 10^{15} (\text{phân rã}/\text{s})$$

Số phân tử phát ra:

$$R_0 = \lambda \times N_0 \Rightarrow N_0 = \frac{R_0}{\lambda} = \frac{10^{15}}{8.0225 \times 10^{-8}} = 1.2465 \times 10^{22} \quad (\text{phân tử})$$

1.25. Khảo sát sơ đồ phân rã chuỗi RaE $\xrightarrow{\beta}$ RaF $\xrightarrow{\beta}$ RaG (bên). Một mẫu còn tươi thuần chất RaE nặng 2×10^{-10} g tại thời điểm t=0. Nếu mẫu không bị nhiễu, hãy tính toán thời gian để số nguyên tử RaF đạt cực đại. Xác định số cực đại này. Cho biết thời gian bán rã của RaE($^{210}_{83}\text{Bi}$) là 5 ngày, của RaF ($^{210}_{84}\text{Po}$) là 138 ngày.

Giải:

$$\lambda_1 = \frac{\ln(2)}{T_1} = 1.6 \times 10^{-6}$$

$$\lambda_2 = \frac{\ln(2)}{T_2} = 5.81 \times 10^{-8}$$

$$t_{2\max} = \frac{\ln(\lambda_2 / \lambda_1)}{\lambda_2 - \lambda_1} = 2.15 \times 10^6 (\text{s}) \approx 24.89 (\text{ngày})$$

$$N_1 = \frac{m_1}{M_{RaE}} \times N_A = \frac{2 \times 10^{-10}}{210} \times 6.02 \times 10^{23} = 5.73 \times 10^{11}$$

$$N_{2\max} = N_1 \times \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} \times (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}) = 5.06 \times 10^{11} \quad (\text{nguyên tử})$$

VIII. ĐẶNG VĂN LONG – 1523024

1.26. Hạt nhân mẹ phân rã với hằng số phân rã λ_1 thành hạt nhân con với hằng số phân rã λ_2 . Các phân rã này được ghi bởi đầu dò mà nó không phân biệt được các hạt phát ra. Chứng tỏ rằng khi $\lambda_1 = \lambda_2$, hoạt độ cho bởi đầu dò ở thời điểm t là $2\lambda_2 N_0 \exp(-t)$, với N_0 là số nguyên tử mẹ hiện hữu ở thời điểm t=0.

Giải: A₁ ⊒ A₂ ⊒ A₃

Gọi N₁(t) và N₂(t) là số hạt nhân của A₁ và A₂ ở thời điểm t, giả sử A₃ bền.

Ta có số hạt nhân A₁ là:

$$N_1(t) = N_0 e^{-\lambda_1 t}$$

Với hoạt độ phóng xạ:

$$R_1 = \lambda_1 N_0 e^{-\lambda_1 t}$$

Số hạt nhân A₂ là:

$$\begin{aligned} N_2(t) &= N_0 \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{-\lambda_1 t} + \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} e^{-\lambda_2 t} \right) \\ &= N_0 \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}) \end{aligned}$$

Với hoạt độ phóng xạ:

$$R_2 = \lambda_2 N_2(t) = N_0 \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t})$$

Tổng hoạt độ phóng xạ cho bởi đầu dò là:

$$\begin{aligned} R &= R_1 + R_2 \\ &= N_0 \lambda_1 [e^{-\lambda_1 t} + \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t})] \end{aligned}$$

Với $\lambda_1 = 2\lambda_2$, ta được:

$$\begin{aligned} R &= 2\lambda_2 N_0 [e^{-2\lambda_2 t} - (e^{-2\lambda_2 t} - e^{-\lambda_2 t})] \\ &= 2\lambda_2 N_0 e^{-\lambda_2 t} \end{aligned}$$

IX. KSƠR A LÂU – 1423001

- 1.28. Hãy xác định tỉ lệ của U^{235} trong đá được hình thành cách đây 3×10^9 năm. Cho biết tỉ số khối lượng của U^{235}/U^{238} hiện tại là $1/140$; Thời gian bán rã của U^{235} và U^{238} lần lượt là $8,8 \times 10^8$ năm và $4,5 \times 10^9$ năm tương ứng.

Theo đề bài: $\frac{m(U^{235})}{m(U^{238})} = \frac{1}{140}$

$\square = \frac{1}{140}$ Với $t = 3 \cdot 10^9$ năm, $T_1 = 8,8 \cdot 10^8$ năm và $T_2 = 4,5 \cdot 10^9$

Thay số ta được: $\frac{m_0(U^{235})}{m_0(U^{238})} = 1,0674 \cdot 10^{-3}$

Theo CT: $m_0 = M \cdot N_0 / N_A$

Nên ta có: $\frac{m_0(U^{235})}{m_0(U^{238})} = \frac{N_0(U^{235}) \cdot 235}{N_0(U^{238}) \cdot 238}$

$\square \frac{N_0(U^{235})}{N_0(U^{238})} = \frac{238}{235} \times 1,0674 \cdot 10^{-3} = 1,081 \cdot 10^{-3}$

Suy ra tỉ lệ cần tính là: $\frac{N_0(U^{235})}{N_0(U^{238}) + N_0(U^{235})} = 1,0798 \cdot 10^{-3}$

X. TRÌNH NGUYỄN YÊN NHI – 1523032

- 1.29. Cho sơ đồ phân rã A (λ_1) → B (λ_2) → C (bên). Hãy tìm số nguyên tử B ở thời điểm t nếu ở thời điểm t=0 số lượng của A, B và C lần lượt là A_0 , 0 và 0. Chứng tỏ rằng thời gian t để hoạt độ của B đạt cực đại là $t_{max} = \sqrt{\tau_1 \tau_2}$ ở đó τ_1 và τ_2 là thời gian sống trung bình của hạt nhân A và B.

Giải: Vào thời điểm t, các phương trình để xác định số hạt nhân $N_1(t)$ của A và $N_2(t)$ của B là:

$$\frac{dN_1(t)}{dt} = -\lambda_1 N_1(t)$$

$$\frac{dN_2(t)}{dt} = +\lambda_1 N_1(t) - \lambda_2 N_2(t)$$

Khi t = 0, số lượng hạt A, B và C lần lượt là $A_0 = N_1(0)$, 0 và 0 thì:

$$N_1(t) = N_1(0)e^{-\lambda_1 t}$$

$$N_2(t) = N_1(0)(h_1 e^{-\lambda_1 t} + h_2 e^{-\lambda_2 t})$$

Với h_1, h_2 là hai hằng số.

Từ 2 phương trình trên ta được:

$$N_1(0)(-\lambda_1 h_1 e^{-\lambda_1 t} - \lambda_2 h_2 e^{-\lambda_2 t}) = N_1(0)e^{-\lambda_1 t} - N_1(0)(h_1 e^{-\lambda_1 t} + h_2 e^{-\lambda_2 t})$$

Suy ra:

$$h_1 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1}$$

Vì $N_2(0) = 0$ nên $h_2 = -h_1$

Vậy

$$N_2(t) = N_1(0)\left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1}e^{-\lambda_1 t} + \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1}e^{-\lambda_2 t}\right)$$

hay

$$N_2(t) = N_1(0)\frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1}(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t})$$

Hoạt độ của hạt nhân B:

$$R_2(t) = N_2(0)\frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1}(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t})$$

$$R'_2(t) = N_1(0)\frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1}(-\lambda_1 e^{-\lambda_1 t} + \lambda_2 e^{-\lambda_2 t})$$

Hoạt độ của B đạt cực đại:

$$\Rightarrow R'_2(t) = 0$$

$$\rightarrow N_1(0) \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} (-\lambda_1 e^{-\lambda_1 t} + \lambda_2 e^{-\lambda_2 t}) = 0$$

$$\rightarrow \lambda_1 e^{-\lambda_1 t} = \lambda_2 e^{-\lambda_2 t}$$

$$\rightarrow t = \frac{\ln(\lambda_2/\lambda_1)}{\lambda_2 - \lambda_1}$$

1.31. Khảo sát biểu đồ A \square B \square C với $\lambda_A < \lambda_B$. Sau khi có sự cân bằng chuyển tiếp giữa A và B, chúng tôi rằng sau khoảng thời gian Δt sao cho (hoạt độ của A ở $t - \Delta t$) = (hoạt tính của B ở t) được cho bởi:

$$\Delta t = \tau_A \ln\left(\frac{\lambda_B}{\lambda_B - \lambda_A}\right)$$

Và nó tiến đến $\Delta t = \tau_B$ khi tiến đến 0.

Giải:

Hoạt độ phóng xạ của A tại thời điểm t:

$$R_A(t) = N_A(0) \lambda_A e^{-\lambda_A t}$$

Hoạt độ phóng xạ của A tại thời điểm $t + \Delta t$:

$$R_A(t - \Delta t) = N_A(0) \lambda_A e^{-\lambda_A(t - \Delta t)}$$

Hoạt độ phóng xạ của B tại thời điểm t:

$$R_B(t) = R_A(t) \frac{\lambda_B}{\lambda_B - \lambda_A} (1 - e^{-(\lambda_B - \lambda_A)t})$$

Mà theo đề, sau khoảng thời gian:

$$\Delta t = \tau_A \ln\left(\frac{\lambda_B}{\lambda_B - \lambda_A}\right)$$

Thì

$$R_A(t - \Delta t) = R_B(t)$$

Xét

$$\begin{aligned} R_A(t - \Delta t) &= N_A(0) \lambda_A e^{-\lambda_A(t - \Delta t)} \\ &= N_A(0) \lambda_A e^{-\lambda_A\left(t - \tau_A \ln\left(\frac{\lambda_B}{\lambda_B - \lambda_A}\right)\right)} \\ &= N_A(0) \lambda_A e^{-\lambda_A\left(t - \frac{1}{\lambda_A} \ln\left(\frac{\lambda_B}{\lambda_B - \lambda_A}\right)\right)} \\ &= N_A(0) \lambda_A e^{-\lambda_A t} \left(\frac{\lambda_B}{\lambda_B - \lambda_A}\right) \\ &= R_A(t) \left(\frac{\lambda_B}{\lambda_B - \lambda_A}\right) \end{aligned}$$

Mà A và B có sự cân bằng chuyển tiếp nên:

$t \rightarrow \infty$ nêu $e^{-(\lambda_B - \lambda_A)t} = 0 \rightarrow 1 - e^{-(\lambda_B - \lambda_A)t} = 1$

Vậy:

$$R_A(t - \Delta t) = R_B(t)$$

XI. TRƯỜNG THỊ TIẾN – 1523056

1. Ý nghĩa đơn vị $1\text{Ci} = 3,7 \cdot 10^{10}$ phân rã/giây là số phân rã quan sát được của 1g radium.

Giải:

Gía trị này lấy từ họ của hai vợ chồng nhà khoa học Pierre Curie và Marie Curie đã tìm ra thorium ngoài ra còn nguyên tố polonium và radium cũng có tính chất tương tự. Và được nhận giải thưởng Nobel năm 1903.

2. Một nhân phóng xạ có thể phân rã theo ba kiểu cạnh tranh nhau: phân rã β^- với thời gian bán rã T^- , phân rã β^+ với thời gian bán rã T^+ , và bắt electron với thời gian bán rã T_e . Gọi T là thời gian bán rã toàn phần. Hãy xây dựng công thức liên hệ giữa T và T^- , T^+ , T_e .

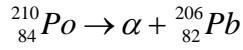
Giải:

Thời gian bán rã toàn phần : $T = T^+ + T^- + T_e$

Mà $T^+ = \ln 2 / \lambda^+$; $T^- = \ln 2 / \lambda^-$; $T_e = \ln 2 / \lambda_e$

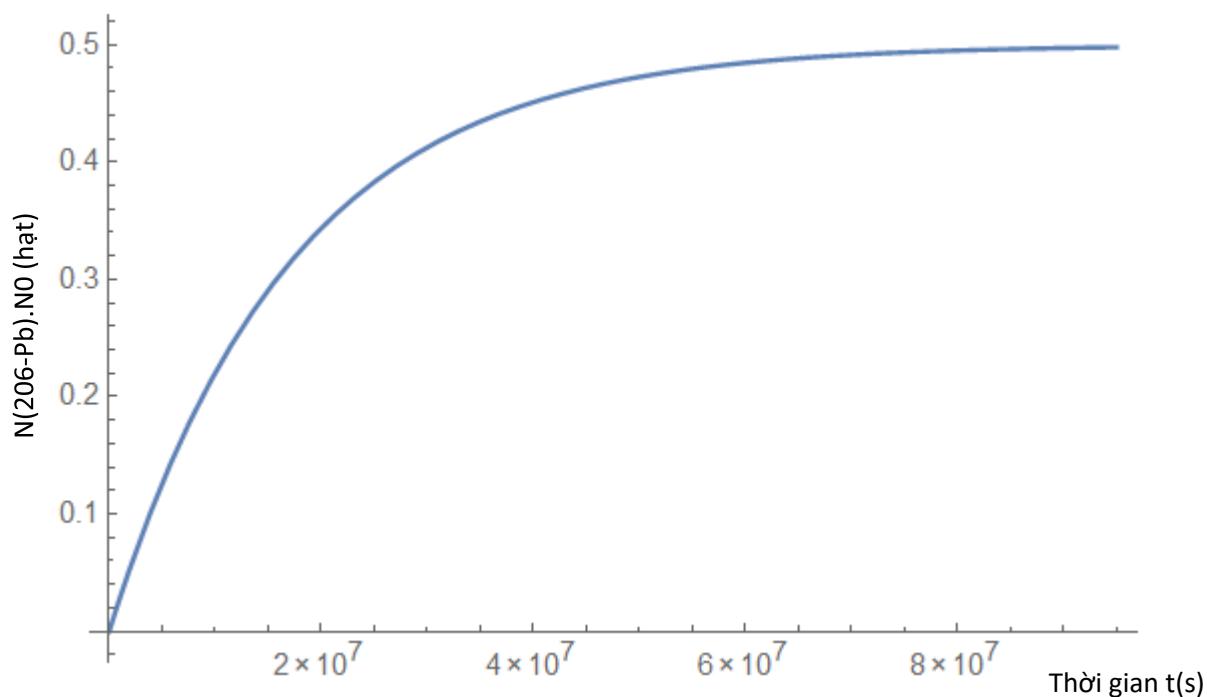
Vậy : $T = \ln 2 \cdot (1/\lambda^+ + 1/\lambda^- + 1/\lambda_e)$

3. ^{210}Po phân rã α với thời gian bán rã 138 ngày thành chì ^{206}Pb bền. Vẽ đồ thị tốc độ hình thành ^{206}Pb theo thời gian.



$$N_2 = N_\alpha + N_{Pb} = 2N_{Pb} = N_0[1 - e^{-\lambda t}]$$

$$N_{Pb} = \frac{1}{2} \cdot N_0[1 - e^{-\lambda t}]$$



Do thi Pb.nb * - Wolfram Mathematica 10.4

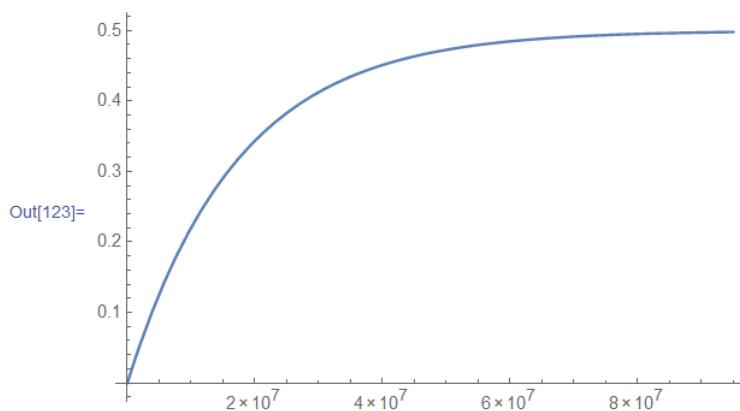
```

File Edit Insert Format Cell Graphics Evaluation Palettes Window Help

In[119]:= T = 138 * 86400;
           N0 = Const;
           lamda[T_] = Log[2] / T;
           Npb[t_] = 1/2 * (1 - Exp[-lamda[T] * t]);
           Plot[Npb[t], {t, 0, 1100 * 86400}]]

Out[122]= 1/2 (1 - 2^-t/11923200)

```



4. Radium là thành viên trong chuỗi uranium. Thời gian bán rã của uranium là $4,5 \times 10^9$ năm còn radium là 1620 năm. Hãy tính tỉ lệ tương đối của các nguyên tố này trong quặng uranium khi đạt trạng thái cân bằng và giả sử không có nguyên tố nào trong chuỗi thoát ra ngoài. (1.22)
5. Giải thích tại sao chuỗi phóng xạ $4n+1$ (neptunium) không còn tồn tại trong tự nhiên.

Giải: Do tuổi trái đất là $4,54 \times 10^9$, còn thời gian bán rã dài nhất của chuỗi Neptunium là 2.2×10^6 (Np - 237). Nên chuỗi $4n+1$ không còn tồn tại trong tự nhiên.

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐẠI HỌC QUỐC GIA TP HCM
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN
KHOA VẬT LÝ - VẬT LÝ KỸ THUẬT



Bài Tập Nhóm

Nhiệm vụ: Giải Bài tập chương 2

Giảng viên hướng dẫn : PGS T.S Trương Thị Hồng Loan
Nhóm thực hiện : Nhóm Kỹ thuật hạt nhân
Lớp : 15KTH

1. Danh sách nhóm:

STT	MSSV	Họ Và Tên	Nhiệm Vụ	Chữ ký
1	1423012	Phan Thị Ngọc Diễm	bài 1 2 3	
2	1523002	Trần Bảo Anh	bài 4 5	
3	1523006	Trần Lê Quốc Đại	bài 6 7	
4	1523010	Nguyễn Văn Giai	bài 9 và 10 Phân công nhiệm vụ, làm báo cáo, tổng hợp bài làm.	
5	1523011	Phạm Duy Hân	bài 13 và 15	
6	1523030	Vũ Quang Nguyên	câu 1 trong mail cô gửi	
7	1523034	Nguyễn Ngọc Hàn Ny	bài 19, 20, 4	
8	1523042	Nguyễn Phước Dư Sang	câu 2 trong mail cô gửi	
9	1523043	Nguyễn Tân Sang	bài 14 câu a đến e	
10	1523048	Lê Ngọc Thái	bài 14 câu f đến i	
11	1523062	Phạm Hữu Tuấn	bài 8 và 18	
12	1323059	Đỗ Thành Nhân	bài 16-17	
13	1323069	Võ Nguyên Phương	bài 11	
14	1323100	Trương Công Anh Tuấn	bài 18	

2. Bài Làm

Bài 2.1) (Phan Thi Ngọc Diễm, MSSV:1423012) Các nhân nặng có thể phân rã anpha, hoặc beta thuộc một trong 4 dây phóng xạ tùy theo số khối A có dạng $4n$, $4n+1$, $4n+2$, $4n+3$ với n là số nguyên dương.

- Hãy chứng tỏ nếu một nhân thuộc một trong 4 họ đó thì tất cả các sản phẩm con cháu của nó cũng sẽ thuộc chính họ đó.
- Phân loại các nhân sau theo họ của chúng: $U(235)$, $U(238)$, $Pu(239)$, $Pu(240)$, $Cm(245)$, $Cm(246)$, $Cf(249)$, $Fm(253)$.

Bài làm:

a) Với phân rã α

Phương trình phản ứng: $X^A \rightarrow Y^B + mHe^4$

Với $A = 4n \rightarrow B = 4n - 4m = 4(n-m)$, suy ra Y thuộc họ $4n$

$A = 4n+1 \rightarrow B = 4n+1 - 4m = 4(n-m)+1$, suy ra Y thuộc họ $4n+1$

Tương tự với $A=4n+2$, và $A=4n+3$.

Với phân rã β , số khối của X và Y giống nhau nên X thuộc nhóm nào thì Y sẽ thuộc nhóm đó.

b) Nhóm $4n$: ^{240}Pu , ^{249}Cf , ^{253}Fm .

Nhóm $4n+1$: ^{245}Cm .

Nhóm $4n+2$: ^{238}U , ^{246}Cm .

Nhóm $4n+3$: ^{239}Pu , ^{235}Cu .

Bài 2.2) (Phan Thị Ngọc Diễm, MSSV:1423012) Khảo sát sự phóng xạ của Bi(212), người ta cho biết có 33,7% trường hợp phóng thích anpha và 66,3% trường hợp phóng thích beta và trong sự phân rã anpha có 27,2% trường hợp tương ứng với mức năng lượng phóng xạ lớn nhất. Thời gian bán rã của Bi(212) là 60,5 phút. Tính hằng số phóng xạ riêng phần đối với sự phóng thích anpha với năng lượng phóng xạ lớn nhất.

Bài làm:

Hằng số phóng xạ riêng phần đối với sự phóng thích α với năng lượng phóng xạ lớn nhất

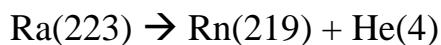
$$\ln R(t) = \ln R(0) - \lambda t$$

$$\Leftrightarrow \ln(R(0) * 0.272 * 0.663 * \frac{1}{2}) = \ln R(0) - \lambda T$$

$$\Leftrightarrow \ln(0.272 * 0.663 * 1/2) = -\lambda T$$

$$\Leftrightarrow \lambda = \frac{-\ln(0.272 * 0.663 * \frac{1}{2})}{60.5 * 60} = 6.628 * 10^{-4}$$

Bài 2.3)) (Phan Thị Ngọc Diễm, MSSV:1423012) Xét hai kiểu phân rã của Ra(223) sau đây:



Cho biết độ cao của bờ thê Coulomb đối với các hạt alpha trong phân rã này là 30MeV. Tính độ cao bờ thê đối với phân rã của C(14).

Bài làm:

Ta có: Độ cao bờ thê của hạt α trong phân rã là: $B_\alpha = \frac{k * z_\alpha Z_{Rn} e^2}{R_{Rn}} = 30 \text{ MeV.}$

Độ cao bờ thê của hạt C trong phân rã là:
 $B_\alpha = \frac{k * z_C Z_{Rn} e^2}{R_{Rn}} = \frac{30}{z_\alpha} * z_C = \frac{30}{2} * 6 = 90 \text{ MeV.}$

Bài 2.4) (Trần Bảo Anh, MSSV:1523002) Nguyên tố Po(212) phát alpha cho ra chì Pb(208). Giả sử nhân mẹ và con ở trạng thái cơ bản.

- Viết phương trình phản ứng
- Tính năng lượng phóng xạ Q_{alpha}
- Tính vận tốc hạt alpha bay ra theo (m/giây).
- Xác định xác suất xuyên rào e^{-2C} trong phân rã alpha này.

Cho biết khối lượng nguyên tử:

$$M(Po(212))=211,2223 \text{ u}; M(Pb(208))=207,2101 \text{ u}; M(He(4))=4,0029 \text{ u}.$$

$$1 \text{ u}=931,141 \text{ MeV};$$

$$1 \text{ MeV}=1,60206 \times 10^{-13} \text{ J}, 1 \text{ g}=5,61 \times 10^{26} \text{ MeV}.$$

Bài làm:

a) Áp dụng định luật bảo toàn số khối và điện tích, ta viết được phương trình sau:



b) Do đề bài chỉ cho khối lượng nguyên tử nên ta áp dụng công thức tính năng lượng phóng xạ theo khôi lượng nguyên tử:

$$Q_\alpha = [M_{\text{nt}}(\text{Po}) - (M_{\text{nt}}(\text{Pb}) + M_{\text{nt}}(\text{He}))].c^2 = 8.660 \text{ (MeV)}$$

c) Áp dụng Định luật bảo toàn động lượng:

$$\xrightarrow{P_\alpha} + \xrightarrow{P_{Pb}} = 0 \text{ (do hạt nhân mẹ ở trạng thái đứng yên)}$$

$$\Rightarrow (P_\alpha)^2 = (P_{Pb})^2$$

$$\Rightarrow m_{\text{he}}K_{\text{he}} = m_{\text{Pb}}K_{\text{Pb}} \text{ (dùng công thức liên hệ giữa động lượng và động năng)}$$

$$\Rightarrow K_{\text{He}}/K_{\text{Pb}} = m_{\text{He}}/m_{\text{Pb}} = 52$$

$$\Rightarrow K_{\text{He}} = 52K_{\text{Pb}} \quad (1)$$

Áp dụng Định luật bảo toàn năng lượng:

$Q = K_{He} + K_{Pb} = \frac{53}{52} m_{He} (v_{He})^2$ (sử dụng (1) để đưa về công thức chưa vận tốc của hạt He)

$$\Rightarrow V_\alpha = \sqrt{\frac{52Q}{53m_{.931,141}}} = 0,048 \text{ (m/s)}$$

d) Ta có :

$$v_0 = V_\alpha / (2R) = 10^{21} \text{ (lần/giây)}$$

Ta lại có:

$$\lambda_\alpha = v_0 P = 10^{21} P$$

Trong phân rã alpha này xác suất xuyên rào e^{-2C} là:

$$\lambda_0 e^{-2C} = 10^{21} P$$

$$\Rightarrow P = (\lambda_0 e^{-2C}) / 10^{21}$$

Bài 2.5) (Trần Bảo Anh, MSSV:1523002) Từ công thức bán thực nghiệm Weizacker, xây dựng công thức tính khối lượng của hạt nhân $M'(Z,A)$, khi biết Z , A , m_p , m_n . Cho $m_p = 1,673 \times 10^{-27}$ kg; $m_n = 1,675 \times 10^{-27}$ kg. Từ đó xác định khối lượng của hạt nhân sau đây: Ra(226) và Rn(222).

Bài làm:

Áp dụng công thức bán thực nghiệm Weizacker:

$$\Delta E(M') = a_0 A - a_1 A^{2/3} - a_2 Z A^{-1/3} - a_3 (A/2-Z)^2/A + \delta \quad (1)$$

Áp dụng công thức tính năng lượng nguyên tử:

$$\Delta E(M') = [Z m_p + (A-Z)m_n - M'(A,Z)]c^2 \quad (2)$$

Từ (1) và (2), ta có:

$$M'(A,Z) = Z m_p + (A-Z)m_n - \frac{1}{c^2} (a_0 A - a_1 A^{2/3} - a_2 Z A^{-1/3} - a_3 (A/2-Z)^2/A + \delta) \quad (3)$$

- Ta có: $^{226}\text{Ra}_{88} \Rightarrow \delta = 34A^{-3/4}$ (do số neutron và số electron đều chẵn)

$$(3) \Rightarrow \text{Ra}(226, 88) = 10^3 \times 3,784 \cdot 10^{-25} - \frac{1}{c^2} \cdot 1734,834 \cdot \frac{1}{5,61 \cdot 10^{26}}$$

$$= 3,784 \cdot 10^{-22} (\text{g})$$

- Tương tự: RError! Bookmark not defined.n(222,86) $\Rightarrow \delta = 34A^{-3/4}$ (do số neutron và số electron đều chẵn)

$$(3) \Rightarrow \text{Rn}(222, 86) = 3,717 \cdot 10^{-25} - \frac{1}{c^2} \cdot 1710,350$$

$$= 3,717 \cdot 10^{-22} (\text{g})$$

Bài 2.6: (Trần Lê Quốc Đại, MSSV:1523006) Sử dụng công thức tính năng lượng phân rã alpha dùng mô hình mẫu giọt:

$$Q_\alpha \approx 28,3 \text{ MeV} - 4a_v + \frac{8}{3}a_s \frac{1}{A^{1/3}} + 4a_c \frac{Z}{A^{1/3}} \left(1 - \frac{Z}{3A}\right) - 4a_a \left(1 - \frac{2Z}{A}\right)^2$$

Xác định năng lượng phân rã alpha Q_α của Au(198).

Bài làm :

Năng lượng phân rã alpha Q_α của ^{198}Au là:

$$Q_\alpha \approx 28,3 \text{ MeV} - 4a_v + \frac{8}{3}a_s \frac{1}{A^{1/3}} + 4a_c \frac{Z}{A^{1/3}} \left(1 - \frac{Z}{3A}\right) - 4a_a \left(1 - \frac{2Z}{A}\right)^2$$

Với $a_v=15,75 \text{ MeV}$; $a_s=17,8 \text{ MeV}$; $a_c=0,71 \text{ MeV}$; $a_a=23,6 \text{ MeV}$; $A=198$; $Z=79$

$$\Rightarrow Q_\alpha \approx 2,965 \text{ MeV}$$

Bài 2.7: (Trần Lê Quốc Đại, MSSV:1523006) Hạt nhân Po(210) phát ra hạt alpha có động năng $T_\alpha=5,3 \text{ MeV}$. Tất cả các hạt nhân con được tạo ra đều ở trạng thái cơ bản, biết chu kỳ bán rã của Po(210) là 137 ngày. Xác định năng lượng phát ra bởi 10mg Po(210) trong thời gian bằng thời gian sống trung bình của hạt này.

Bài làm:

Số hạt nhân ^{210}Po phân rã trong thời gian sống trung bình $\tau = \frac{1}{\lambda}$ là:

$$N = N_0 e^{-\lambda t} = \frac{m}{M} N_A e^{-\lambda \tau} = \frac{10 \times 10^{-3}}{210} \times 6,023 \times 10^{23} \times e^{-1}$$

Năng lượng phát ra khi 1 hạt ^{210}Po phân rã là:

$$Q_\alpha = \frac{m_\alpha}{M} T_\alpha$$

$$\text{Với } \frac{1}{M} = \frac{1}{m_Y} + \frac{1}{m_\alpha} \Rightarrow M = \frac{m_Y m_\alpha}{m_Y + m_\alpha} = \frac{206 \times 4}{206 + 4} = 3,9238$$

$$\text{Và } T_\alpha = 5,3 \text{ MeV} \Rightarrow Q_\alpha = 5,4029 \text{ MeV}$$

Vậy sau khoảng thời gian bằng thời gian sống trung bình của ^{210}Po năng lượng phát ra là:

$$Q = N Q_\alpha = 2,1942 \times 10^{20} \text{ MeV} = 35107,739 \text{ (kJ)}$$

Bài 2.8 (Phạm Hữu Tuấn, MSSV: 1523062) Hạt nhân Po(212) đứng yên, phát hạt anpha có động năng $T_\alpha=8,34 \text{ MeV}$. Khi đó hạt nhân con ở trạng thái cơ bản.

- Tìm năng lượng toàn phần được giải phóng trong quá trình này.
- Động năng của nhân con chiếm bao nhiêu phần trăm của năng lượng này.

Bài làm:

a) Năng lượng toàn phần

$$Q = \frac{m_\alpha}{M} T_\alpha = m_\alpha T_\alpha \left(\frac{1}{m_\alpha} + \frac{1}{M_\alpha} \right) = 4.8,34 \cdot \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{208} \right) = 8,5 \text{ MeV}$$

b)

$$\text{Động năng của nhân con } T_y = Q - T_\alpha = 8,5 - 8,34 = 0,16 \text{ MeV}$$

$$\frac{T_y}{Q} = 1,9\%$$

Bài 2.9: (Nguyễn Văn Giai, MSSV:1523010) Trong phân rã α của ${}^8Be \rightarrow \alpha + \alpha$ động năng được giải phóng là 0,094 MeV. Xác định thời gian sống trung bình của 8Be . Cho biết $r_0 = 1,2$ fm; $\tau_0 = 7 \cdot 10^{-23}$ giây và $m_\alpha = 3728,43$ MeV.

Bài làm:

Ta có: $T = 0,094$ MeV = $1,504 \cdot 10^{-14}$ J, $m_\alpha = 3728,43$ MeV = $6,64656 \cdot 10^{-27}$ kg. Do hạt α là hạt nặng nên vận tốc có thể được tính theo công thức cơ học cổ điển: $T = \frac{1}{2}mv^2$

$$\text{Vận tốc của hạt } \alpha \text{ bay ra là: } v = \sqrt{\frac{2T}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 1,504 \cdot 10^{-14}}{6,64656 \cdot 10^{-27}}} = 2127357,365 \text{ m/s}$$

$$\approx 2,13 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

từ đó ta được: $\beta = v/c = 7,1 \cdot 10^{-3}$

$$\text{và } 2C = \frac{2\pi zZ}{137\beta} \left[1 - \frac{4}{\pi} \sqrt{\frac{R}{R_E}} \right] = \frac{2\pi zZ}{137\beta} \left[1 - \frac{4}{\pi} \sqrt{\frac{E}{B}} \right] \quad \text{với} \quad z=2, \quad Z=2,$$

$$R = r_0 \cdot A^{1/3} = 1,2 \cdot 8^{1/3} = 2,4 \text{ fm}$$

$$B = \frac{zZe^2}{R} = \frac{2 \times 2 \times (4,8 \cdot 10^{-10})^2}{2,4 \cdot 10^{-13}} = 3,84 \cdot 10^{-6} \text{ erg}$$

$$= 3,84 \cdot 10^{-13} \text{ J} = 2,4 \text{ MeV}$$

$$\Rightarrow 2C = \frac{2\pi \times 2 \times 2}{137 \times 7,1 \cdot 10^{-3}} \left[1 - \frac{4}{\pi} \sqrt{\frac{0,094}{2,4}} \right] = 19,33$$

Thời gian sống trung bình của 8Be : $\tau = \tau_0 e^{2C} = 7 \cdot 10^{-23} \times e^{19,33} = 1,74 \cdot 10^{-14}$ giây.

Bài 2.10. (Nguyễn Văn Giai, MSSV:1523010) Hãy xác định lượng nhiệt phát sinh từ 1mg ${}^{210}\text{Po}$ phát ra hạt alpha năng lượng 5,3 MeV trong khoảng thời gian bằng thời gian sống trung bình của nó 138 ngày.

Bài làm:

Hằng số phân rã

$$\lambda = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{138 \times 24 \times 3600} = 8,39 \cdot 10^{-8}$$

Khối lượng hạt nhân đã bị phân rã trong thời gian 138 ngày:

$$\Delta m = m_0 \cdot (1 - e^{-\lambda \cdot t}) = 1 \cdot 10^{-3} \left(1 - e^{8,39 \cdot 10^{-8} \cdot 138 \cdot 24 \cdot 3600} \right) = 6,323 \cdot 10^{-4} \text{ g}$$

$$\begin{aligned} \text{Năng lượng do } 1\text{mg } {}^{210}\text{Po phát ra: } E &= E_0 \cdot \frac{m}{M} \times N_A = 5,3 \times \frac{6,323 \cdot 10^{-4}}{210} \times 6,02 \cdot 10^{23} \\ &= 9,61 \cdot 10^{18} \text{ MeV} \end{aligned}$$

Lượng nhiệt phát sinh: $Q=E=9,61 \cdot 10^{18} \text{ MeV}=1,54 \cdot 10^6 \text{ J}$

BÀI 2.11 (Võ Nguyên Phương, 1323069) Cho biết thời gian bán rã của U(235) và U(238) là $8,8 \times 10^8$ năm và $4,5 \times 10^9$ năm, hãy tính số hạt alpha tổng cộng phát ra/giây từ 1g uranium tự nhiên. Cả hai đồng vị đều phát alpha và độ phổ cập của U(235) là 0,7%. Giá trị khối lượng nguyên tử của uranium là 238.

Bài làm:

$$m_{U^{235}} = 7 \times 10^{-3} (g) \Rightarrow No_{U^{235}} = 1.7938 \times 10^{19} (\text{hạt})$$

$$m_{U^{238}} = 0.993 (g) \Rightarrow No_{U^{238}} = 2.5126 \times 10^{21} (\text{hạt})$$

$$T_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln(2)}{\lambda}$$

$$\Rightarrow \lambda_{U^{235}} = \frac{\ln(2)}{T_{\frac{1}{2}} U^{235}} = \frac{\ln(2)}{8.8 \times 10^8 \times 365 \times 24 \times 3600} = 2.4977 \times 10^{-17} (s^{-1})$$

$$\Rightarrow \lambda_{U^{238}} = \frac{\ln(2)}{T_{\frac{1}{2}} U^{238}} = \frac{\ln(2)}{4.5 \times 10^9 \times 365 \times 24 \times 3600} = 4.8843 \times 10^{-18} (s^{-1})$$

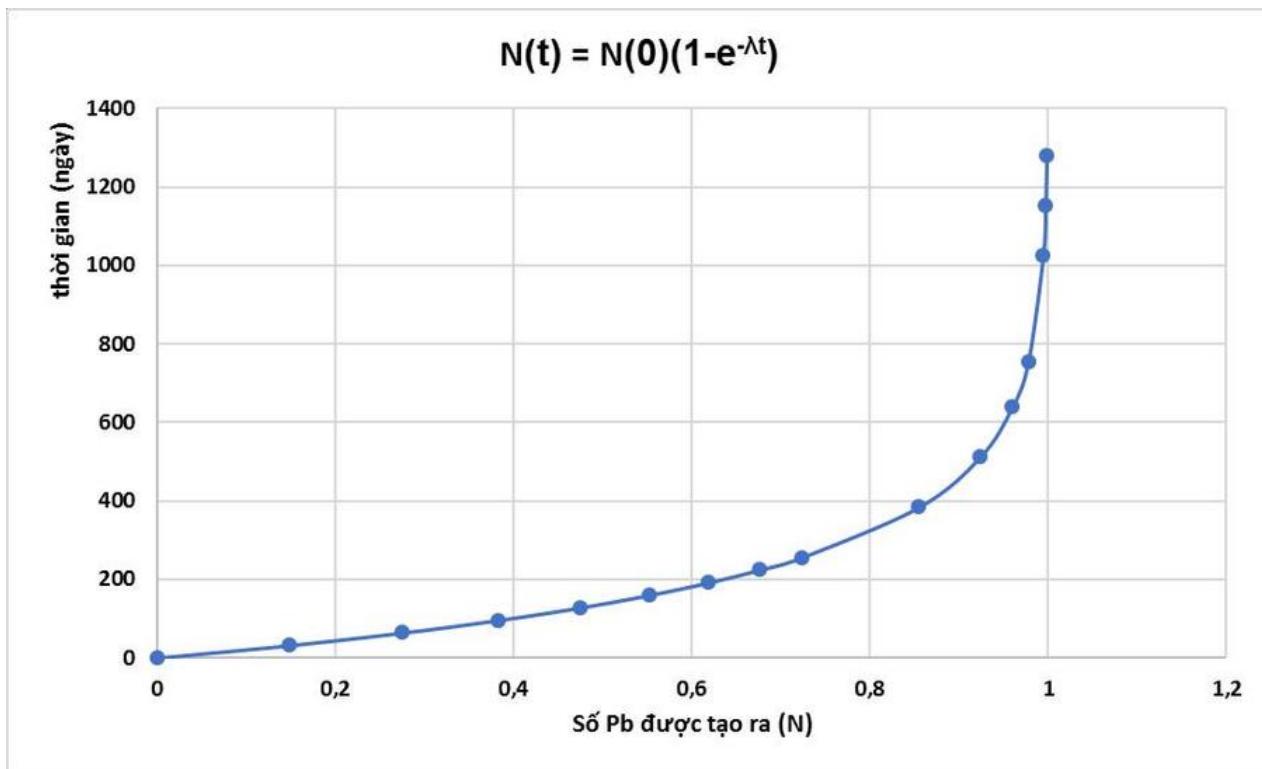
$$\Rightarrow N_{Alpha_{U^{235}}} = No_{U^{235}} \times \lambda_{U^{235}} = 448 \left(\frac{\text{hạt}}{s} \right)$$

$$\Rightarrow N_{Alpha_{U^{238}}} = No_{U^{238}} \times \lambda_{U^{238}} = 12272 \left(\frac{\text{hạt}}{s} \right)$$

$$\Rightarrow \sum N_{Alpha} = N_{Alpha_{U^{235}}} + N_{Alpha_{U^{238}}} = 448 + 12272 = 12720 \left(\frac{\text{hạt}}{s} \right)$$

Bài 2.13.(Phạm Duy Hân, Mssv: 1523011) ^{210}Po phân rã α với thời gian bán rã 138 ngày thành chì ^{206}Pb bền. Vẽ đồ thị hình thành ^{206}Pb theo thời gian.

Bài làm:



Đồ thị hình thành ^{206}Pb theo thời gian

Bài 2.15 .(Phạm Duy Hân, Mssv: 1523011). Cho biết thời gian bán rã alpha của ^{212}Po là $0,3 \times 10^{-6}$ giây (năng lượng phân rã là 8,95 MeV) và của ^{142}Ce là $0,16 \times 10^{24}$ giây (năng lượng phân rã là 1,45 MeV). Hãy vẽ hình độ cao và bè dày rào thế Coulomb của hai trường hợp này. Tính bán kính của nhân ^{212}Po .

Bài làm:

* ^{212}Po :

$$\text{Ta có: } T_{1/2} = 0,3 \times 10^{-6} (\text{s}) \Rightarrow \tau(^{212}\text{Po}) = \frac{T_{1/2}}{\ln 2} = 4,328 \times 10^{-7} (\text{s})$$

$$E = 8,95 \text{ MeV} = 1,432 \times 10^{-12} \text{ J}$$

$$R_E = \frac{zZe^2}{E} = \frac{2.82.e^2}{1,432 \times 10^{-12}} = 2,94 \times 10^{-24} (\text{m})$$

$$\tau = \tau_0 e^{2C} \Rightarrow 2C = \ln\left(\frac{\tau}{\tau_0}\right) = \ln \frac{4,328 \times 10^{-7}}{7 \times 10^{-23}} = 36,36 \text{ (với } \tau_0 = 7 \times 10^{-23} \text{ giây)}$$

$$2C = \frac{2\pi Z}{137\beta} \left[1 - \frac{4}{\pi} \sqrt{\frac{R}{R_E}} \right] = 36,36$$

$$\Rightarrow \frac{2\pi \cdot 2.82}{137 \cdot \sqrt{\frac{2.8.95}{3726}}} \left[1 - \frac{4}{\pi} \sqrt{\frac{R}{2.94 \times 10^{-24}}} \right] = 36,36$$

$$\Rightarrow R = 8 \times 10^{-25} \text{ (m)}$$

Bề dày rào thê Coulomb là $8 \times 10^{-25} \text{ MeV}$

$$\text{Chiều cao rào thê Coulomb } B = U(R) = \frac{z \cdot Z \cdot e^2}{R} = \frac{2.82 \cdot e^2}{8 \times 10^{-25}} = 5.26 \times 10^{-12} \text{ (J)}$$

$$= 32,88 \text{ MeV}$$

Bán kính của nhân ^{212}Po : $R(\text{Po-212}) = r_0 \cdot A^{1/3} = 1,2.212^{1/3} = 7,155 \text{ (fm)}$

* ^{142}Ce :

$$\text{Ta có: } T_{1/2} = 0,16 \times 10^{-24} \text{ (s)} \Rightarrow \tau(^{142}\text{Po}) = \frac{T_{1/2}}{\ln 2} = 2,3 \times 10^{23} \text{ (s)}$$

$$E = 1,45 \text{ MeV} = 2,32 \times 10^{-12} \text{ J}$$

$$R_E = \frac{zZ e^2}{E} = \frac{2.56 \cdot e^2}{2,32 \times 10^{-13}} = 1,24 \times 10^{-23} \text{ (m)}$$

$$\tau = \tau_0 e^{2C} \Rightarrow 2C = \ln\left(\frac{\tau}{\tau_0}\right) = \ln \frac{2,3 \times 10^{23}}{7 \times 10^{-23}} = 104,8 \text{ (với } \tau_0 = 7 \times 10^{-23} \text{ giây)}$$

$$2C = \frac{2\pi Z}{137\beta} \left[1 - \frac{4}{\pi} \sqrt{\frac{R}{R_E}} \right] = 104,8$$

$$\Rightarrow \frac{2\pi \cdot 2.56}{137 \cdot \sqrt{\frac{2.1,45}{3726}}} \left[1 - \frac{4}{\pi} \sqrt{\frac{R}{R_E}} \right] = 104,8$$

$$\Rightarrow R = 1,415 \times 10^{-24} \text{ (m)}$$

Bề dày rào thê Coulomb là $1,415 \times 10^{-24} \text{ MeV}$

$$\text{Chiều cao rào thê Coulomb } B = U(R) = \frac{z.Z.e^2}{R} = \frac{2.56.e^2}{1.415 \times 10^{-24}} = 2,03 \times 10^{-12} (\text{J}) \\ = 12,6875 \text{ MeV}$$

Bài 2.14. (Lê Ngọc Thái – 1523048 và Nguyễn Tân Sang-1523043) Cho sơ đồ phân rã của Ra(226) thành Rn(222) với năng lượng phóng xạ 4870,63 keV tương ứng chuyển biến từ mức 0^+ của Ra(226) đến mức kích thích cao nhất của Rn(222).

- Tính chiều cao tường thê Coulomb cho phân rã anpha này
- Hãy tính động năng của 4 nhóm hạt anpha.
- Xác định vận tốc của 4 nhóm hạt anpha này.
- Tính hằng số phân rã anpha cho chuyển biến từ Ra(226) (0^+) đến Rn(222) (0^+).
- Tính hằng số phân rã anpha cho chuyển biến từ Ra(226) (0^+) đến Rn(222) (2^+).
- Xác định hằng số phân rã anpha tổng cộng của chuyển biến câu d và câu e. Tính thời gian bán rã tương ứng. So sánh với kết quả cho ở sơ đồ hình BT 2.1 (giáo trình Vật lý phóng xạ, p.61)
- Tính chiều cao tường thê ly tâm trong trường hợp Ra(226) (0^+) đến Rn(222) (2^+).
- Hỏi hạt anpha bay ra trong biến chuyển Ra(226) (0^+) đến Rn(222) (2^+) có bị ảnh hưởng bởi bậc thê ly tâm tương ứng hay không?
- Tính năng lượng gamma trong chuyển biến từ Rn(222) (2^+) đến Rn(222) (0^+). Hỏi đây là chuyển biến đa cực gì?

Bài giải:

- a, Chiều cao tường thê Coulomb

$$B = \frac{1,44zZ}{R} = \frac{1,44zZ}{r_0 A^{\frac{1}{3}}} = \frac{1,44zZ}{r_0 A^{\frac{1}{3}}} = 29 \text{ MeV}$$

Với $z=2$ là số nguyên tử của α , $Z=86$ là số nguyên tử của Rn, $r_0=1,4$ fm, $A=226$ là số khói của Ra

- b-c, Động năng T (công thức 2.9) và vận tốc v của hạt

Q (keV)	4870,63	5057,73	5319,89 (2^+)	5506 (0^+)
T (keV) $= \frac{1}{1+\frac{m}{M}} Q \sim \frac{1}{1+\frac{a}{A}} Q$	4784,42	4968,21	5225,73	5408,65
v (m/s) $= \sqrt{1 - \frac{E_0}{T+E_0}} c$	0,052c	0,053c	0,053c	0,055c

Với m : khối lượng hạt α , M : khối lượng hạt Rn, $a=4$ là số khói của α , $A=222$ là số khói của Rn.

d, Hằng số phân rã α theo công thức 2.44

$$\lambda_\alpha = \lambda_0 e^{-2C}$$

Với $2C = \frac{2\pi z Z}{137\beta} [1 - \frac{4}{\pi} \sqrt{\frac{R}{Re}}]$ theo công thức 2.48. Trong đó β
 $= \frac{v}{c} = 0,995, \frac{R}{Re} = \frac{Q}{B}$

e,

f,

g, Chiều cao tường thé ly tâm trường hợp $l=2$

$$B_l = B_0 + U_l = B_0 + \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2Mr^2} = 29,44 \text{ MeV}$$

Với $M = M^{-1} + m^{-1}$

h, Do $E(2^+) = 5,54 \text{ MeV} > U_l \Rightarrow$ Không ảnh hưởng bởi bậc thé ly tâm

i, $E_\gamma = E(2^+) - E(0^+) = 186,21 \text{ KeV}$

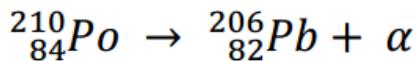
Ta có $\pi_i \pi_f = 1 = (-1)^l$ với $l=2$.

\Rightarrow Chuyển biến từ cực điện

Bài 2.16: (Đỗ Thành Nhân, MSSV:1323059) Hãy xác định lượng Po(210) cần thiết cung cấp một nguồn alpha cường độ 5 mCi. Cho biết thời gian bán rã của polonium này là 138 ngày.

Bài Làm:

Phương trình phân rã phóng xạ của $^{210}_{84}Po$:



Ta có: $R_\alpha = 5mCi = 5 \cdot 10^{-3} \cdot 3,7 \cdot 10^{10} Bq = 18,5 \cdot 10^7$ Phân rã/giây

$$T_{1/2} = 138 \text{ ngày} = 138 \cdot 86400 = 11923200(\text{s})$$

Số hạt nhân Po còn lại sau 1(s) là:

$$\Rightarrow N_{1s} = \frac{R_\alpha}{\lambda e^{-\lambda t}} = 3,182284995 \cdot 10^{15} \text{ (hạt nhân)} \quad (\text{với } t = 1\text{s})$$

λ : hằng số phóng xạ

$$\Rightarrow N_0 = \frac{R_\alpha}{\lambda} = 3,18228518 \cdot 10^{15} \text{ (hạt nhân)}$$

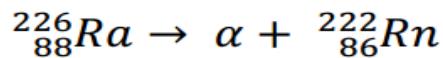
$$\Rightarrow \Delta N = N_0 - N_{1s} = 1,85 \cdot 10^8 \text{ (hạt nhân)}$$

Khối lượng Po cần bổ sung trong 1s là:

$$m = \frac{M \cdot \Delta N}{N_A} = \frac{210 \cdot 1,85 \cdot 10^8}{6,023 \cdot 10^{23}} = 6,45 \cdot 10^{-14}(\text{g})$$

Bài 2.17: (Đỗ Thành Nhân, MSSV:1323059) Người ta tìm thấy một bình dung dịch chứa 1g Ra(226) phát alpha chưa bao giờ tích lũy nhiều hơn $6,4 \times 10^{-6}$ g con cháu radon của nó (có thời gian bán rã 3,825 ngày). Hãy cho biết cách xác định thời gian bán rã của radium và xác định giá trị này.

Bài làm:



⇒ Cân bằng thế kỷ: $R_{Ra}(t) = R_{Rn}(t)$

$$\Leftrightarrow \lambda_{Ra}N_{Ra}(t) = \lambda_{Rn}N_{Rn}(t) \quad \lambda: hằng số phóng xạ$$

$$\Leftrightarrow \frac{N_{Ra}(t)}{T_{Ra}} = \frac{N_{Rn}(t)}{T_{Rn}} \Rightarrow T_{Ra} = \frac{N_{Ra}(t).T_{Rn}}{N_{Rn}(t)} \sim \frac{m_{Ra}(t)}{m_{Rn}(t)} T_{Rn}$$

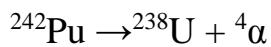
Do Ra-226 và Rn-222 cân bằng thế kỷ nên phương trình được viết lại như sau:

$$T_{Ra} = \frac{m_{Ra}(t)}{m_{Rn}(t)} T_{Rn} \sim \frac{m_{Ra}}{m_{Rn}} T_{Rn} = \frac{1(g)}{6,4 \cdot 10^{-6}(g)} \times 3.825(\text{ngày}) = 597656(\text{ngày}) =$$

$$T_{Ra} \approx 1637(\text{năm})$$

Bài 2.18: (Truong Công Anh Tuấn, MSSV: 1323100) Một nguồn chứa $1\mu\text{g}$ Pu(242) được trai móng trên một dĩa của buồng ion hóa, cho số đếm hạt là 80 hạt/giây và số đếm phân hạch là 3/giờ. Hãy xác định thời gian bán rã của Pu(242) và hằng số phân rã riêng phần đối với 2 kiểu phân rã.

Bài làm:

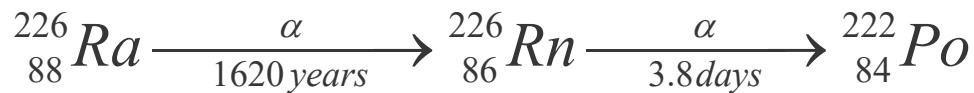


Số hạt có trong $1\mu\text{g}$ ^{242}Pu :

$$\frac{10^{-6}}{242} * 6,023 * 10^{23} = 2,4876 * 10^{15} (\text{hạt})$$

$$\lambda = \frac{80}{2,4876 * 10^{15}} = 3,2159 \times 10^{-14}$$

$$T = \frac{\ln(2)}{\lambda} = 2,15 \times 10^{13} (\text{s}) = 683454 (\text{năm})$$



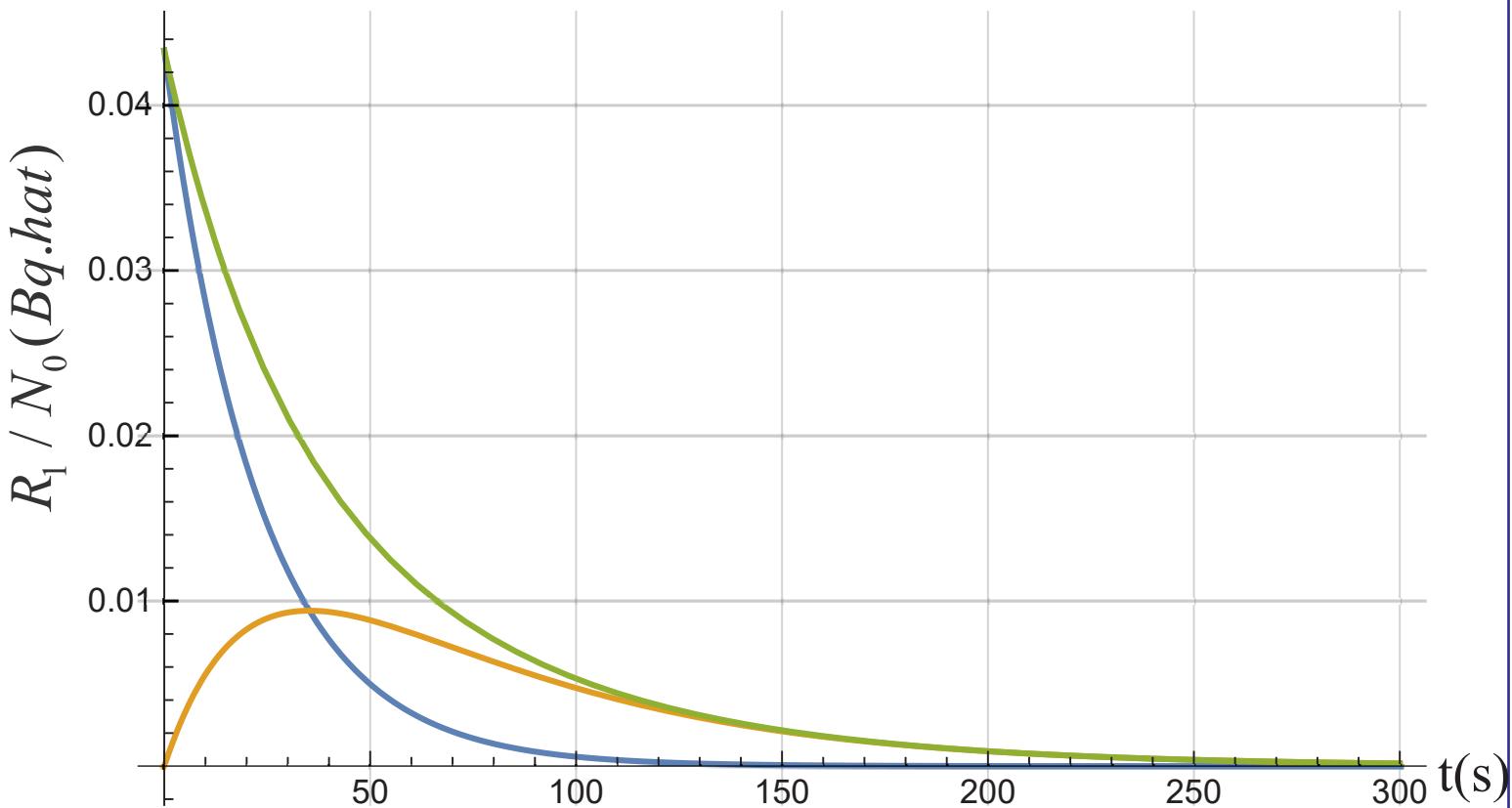
Lập bảng tính toán và vẽ đồ thị hoạt độ phóng xạ của nhân mẹ, nhân con và hoạt độ tổng theo thời gian t

$$\lambda = \frac{\ln(2)}{T_{1/2}} \quad R_1 = N_0 \cdot \lambda_1 \cdot e^{-\lambda_1 t} \quad R_2 = R_1 \cdot \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} \cdot [1 - e^{-(\lambda_2 - \lambda_1)t}] \quad R = R_1 + R_2$$

Chú thích

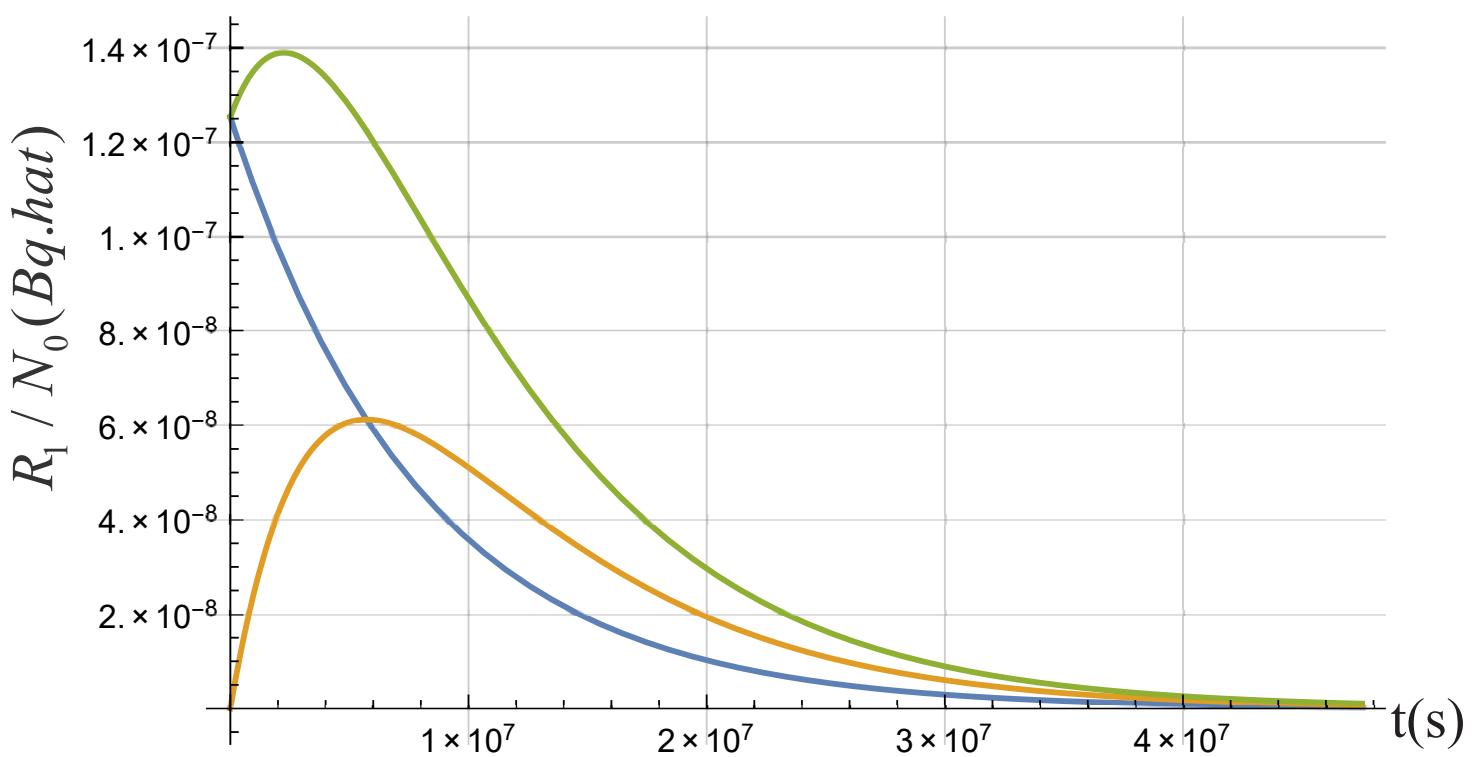
Chuỗi phân rã 140-Xe

- $R_1 / N_0 (\text{Bq.hat})$
- $R_2 / N_0 (\text{Bq.hat})$
- $R / N_0 (\text{Bq.hat})$



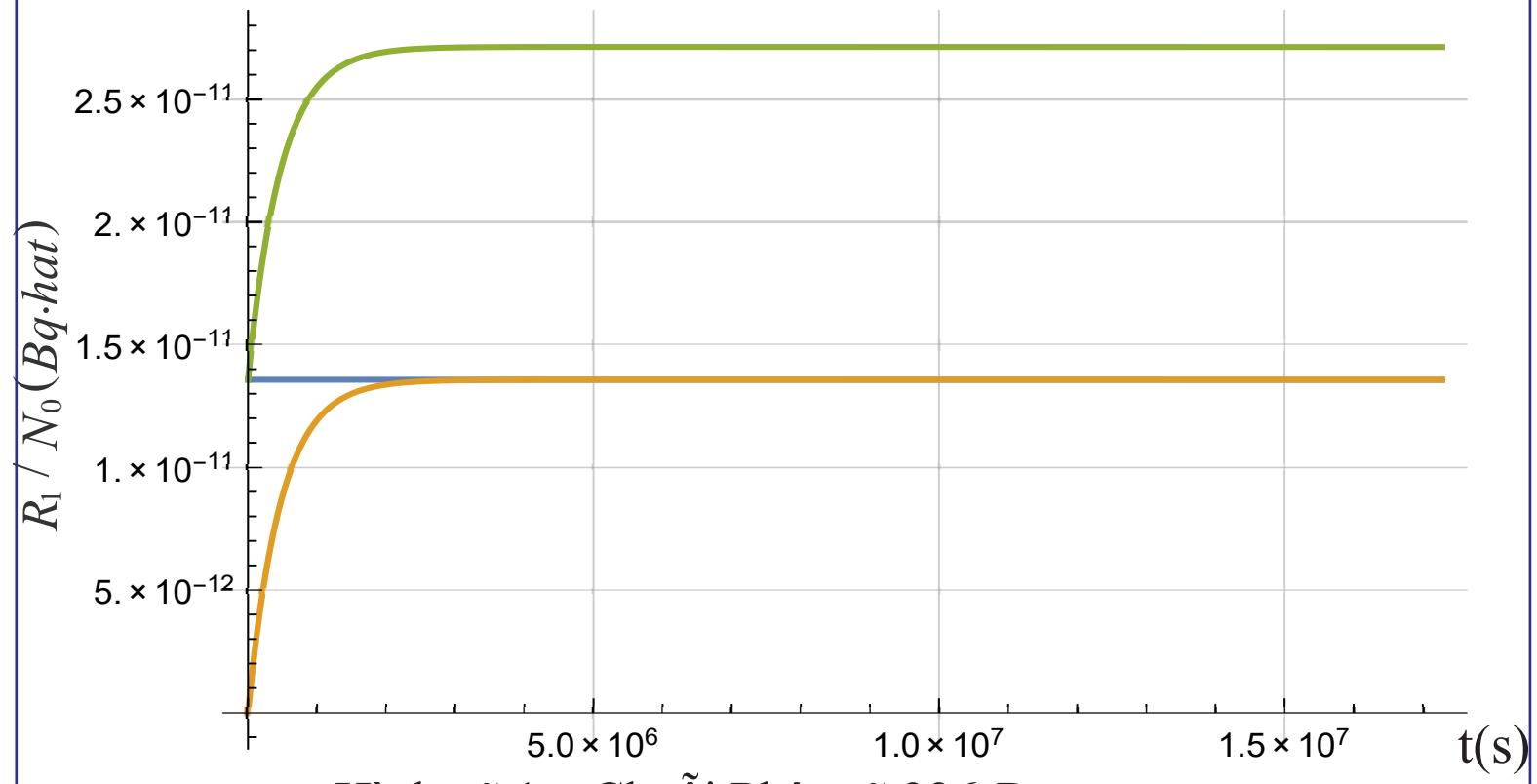
Hình vẽ 1a: Chuỗi Phân rã 140 -Xe
Page 181 of 243

Chuỗi phân rã 95-Zr



Hình vẽ 1b: Chuỗi Phân rã 95-Zr

Chuỗi phân rã 226-Ra



Hình vẽ 1c: Chuỗi Phân rã 226-Ra

2. Tính thời điểm cân bằng lý tưởng của mỗi quá trình. So sánh kết quả tính toán với giá trị trên hình vẽ. Cho biết mỗi quá trình có hay có sự cân bằng phóng xạ. Gọi tên cân bằng phóng xạ

- Thời điểm cân bằng lý tưởng cho từng quá trình phân rã phóng xạ của các chuỗi lần lượt là 140-Xe, 95-Zr và 226-Ra.

Dựa trên lý thuyết, ta có công thức sau đây:

$$t_m = \frac{\ln\left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)}{\lambda_2 - \lambda_1} = \frac{1}{\lambda_2} \cdot \frac{T_1}{T_1 - T_2} \cdot \ln\left(\frac{T_1}{T_2}\right)$$

$$140 - Xe : t_m = 35.2514s$$

$$95 - Zr : t_m = 66.1893 \text{ days}$$

$$226 - Ra : t_m = 65.54 \text{ days}$$

Lý thuyết

Dựa trên đồ thị, ta xác định được các thời điểm cân bằng lý tưởng sau đây

$$140 - Xe : t_m = 36.1s$$

$$95 - Zr : t_m \approx 65.71 \text{ days}$$

$$226 - Ra : t_m \approx 42.03 \div 60 \text{ days}$$

Dựa trên đồ thị

a. Quá trình phân rã 140-Xe: Quá trình có sự cân bằng. Tên: Cân bằng phóng xạ 140-Xenon

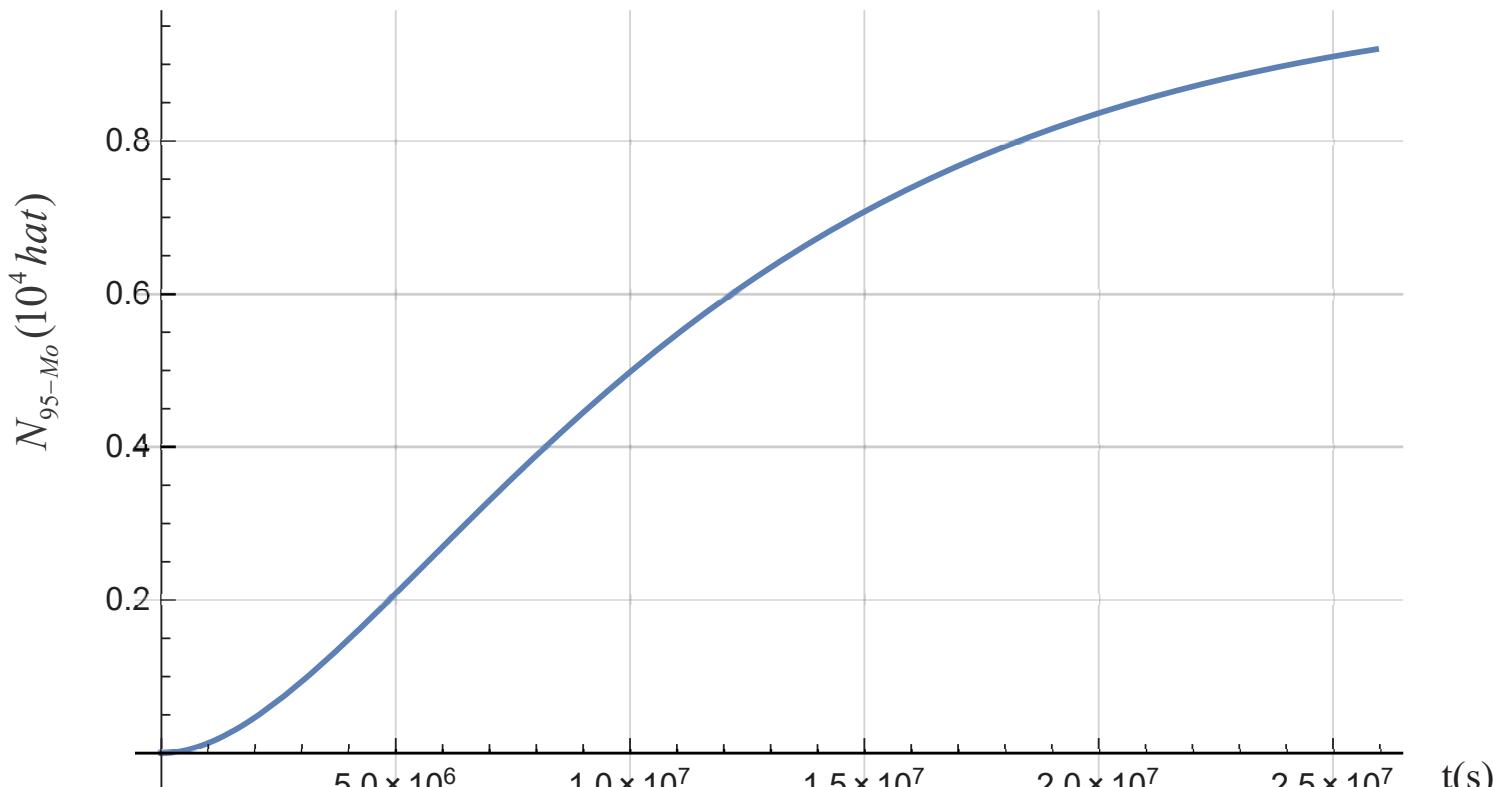
b. Quá trình phân rã 95-Zr: có sự không cân bằng.

c. Quá trình phân rã 226-Ra: có sự cân bằng thế kỉ giữa hoạt độ phóng xạ của nhân mẹ 226-Ra, và nhân con 222-Rn

3. Vẽ đồ thị số nhân tích luỹ theo thời gian của đồng vị 95-Mo khi biết số nhân mẹ 95-Zr ban đầu là 10.000 hạt

Xét phân rã phóng rã 95-Zr, cho số hạt nhân của 95-Zr = 10^4 hạt. Dưới đây, là công thức và đồ thị biểu diễn số nhân con 95-Mo theo thời gian

$$N_{Mo} = N_0 \left[1 - e^{-\lambda_1 t} - \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}) \right]$$



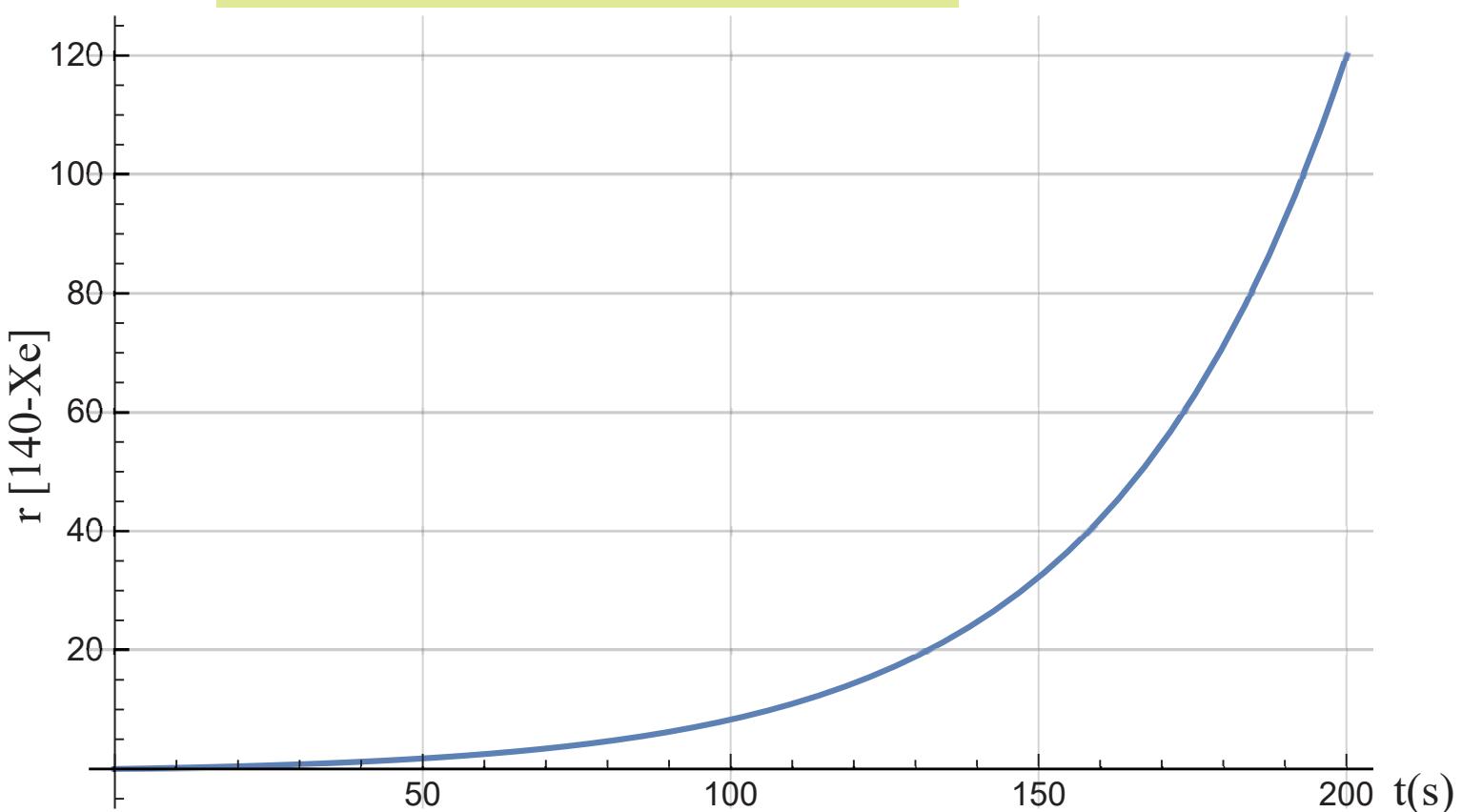
Hình vẽ 2: đồ thị biểu diễn N(95-Mo) theo thời gian

Nhận xét: Hạt nhân con 95-Mo, sinh ra tăng dần theo thời gian, đến khi $t=t(\text{infinity})$, $N(95-\text{Mo})=N_0=10^4$ hạt

4. Tính tỷ số r của hoạt độ phóng xạ nhân con và hoạt độ phóng xạ của nhân mẹ

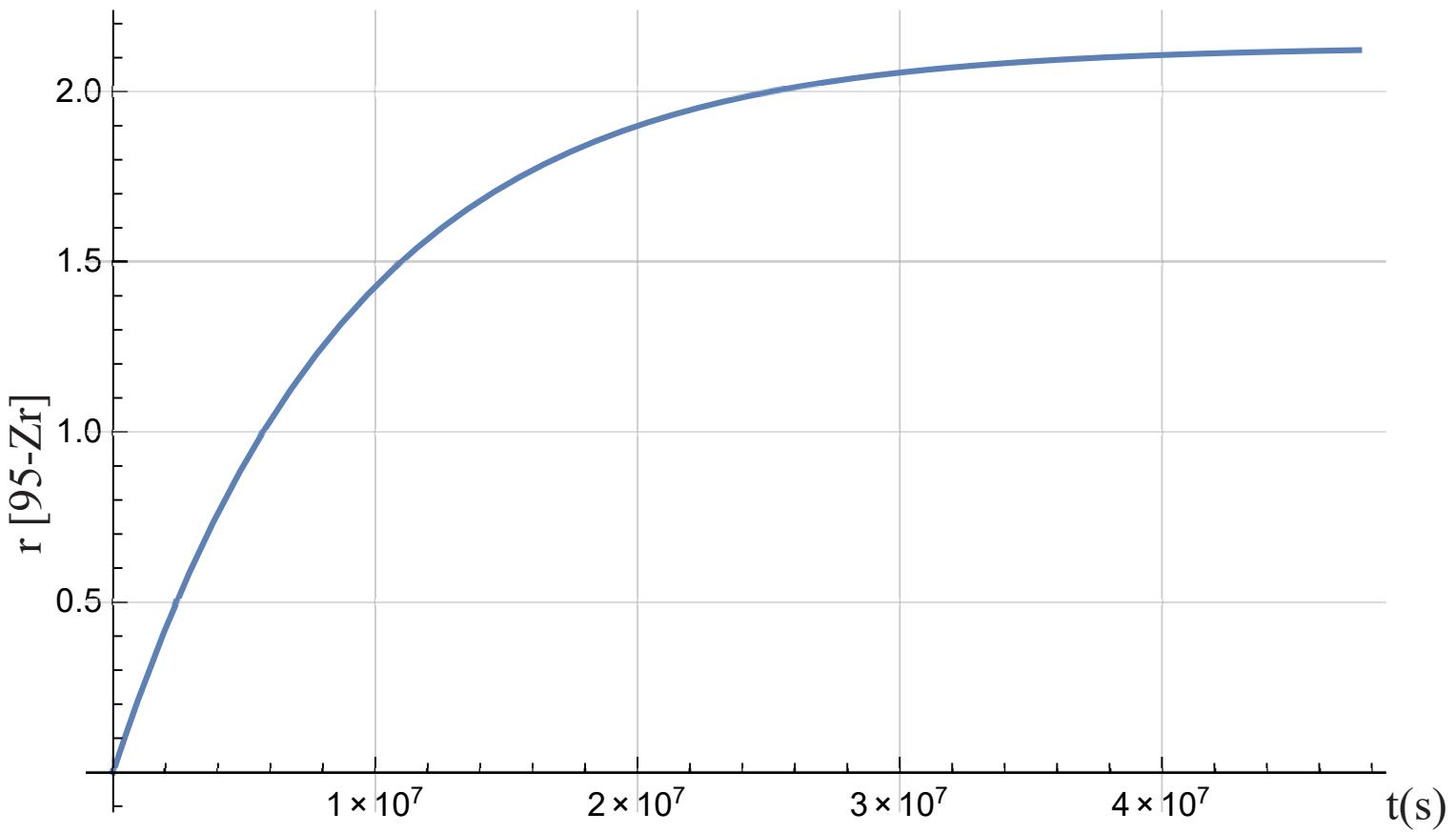
Dựa vào lý thuyết phóng xạ chuỗi, ta có công thức tính tỷ số r, vào đồ thị tương ứng.

$$140-Xe : r = \frac{\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} \left[e^{(\lambda_1 - \lambda_2)t} - 1 \right]$$

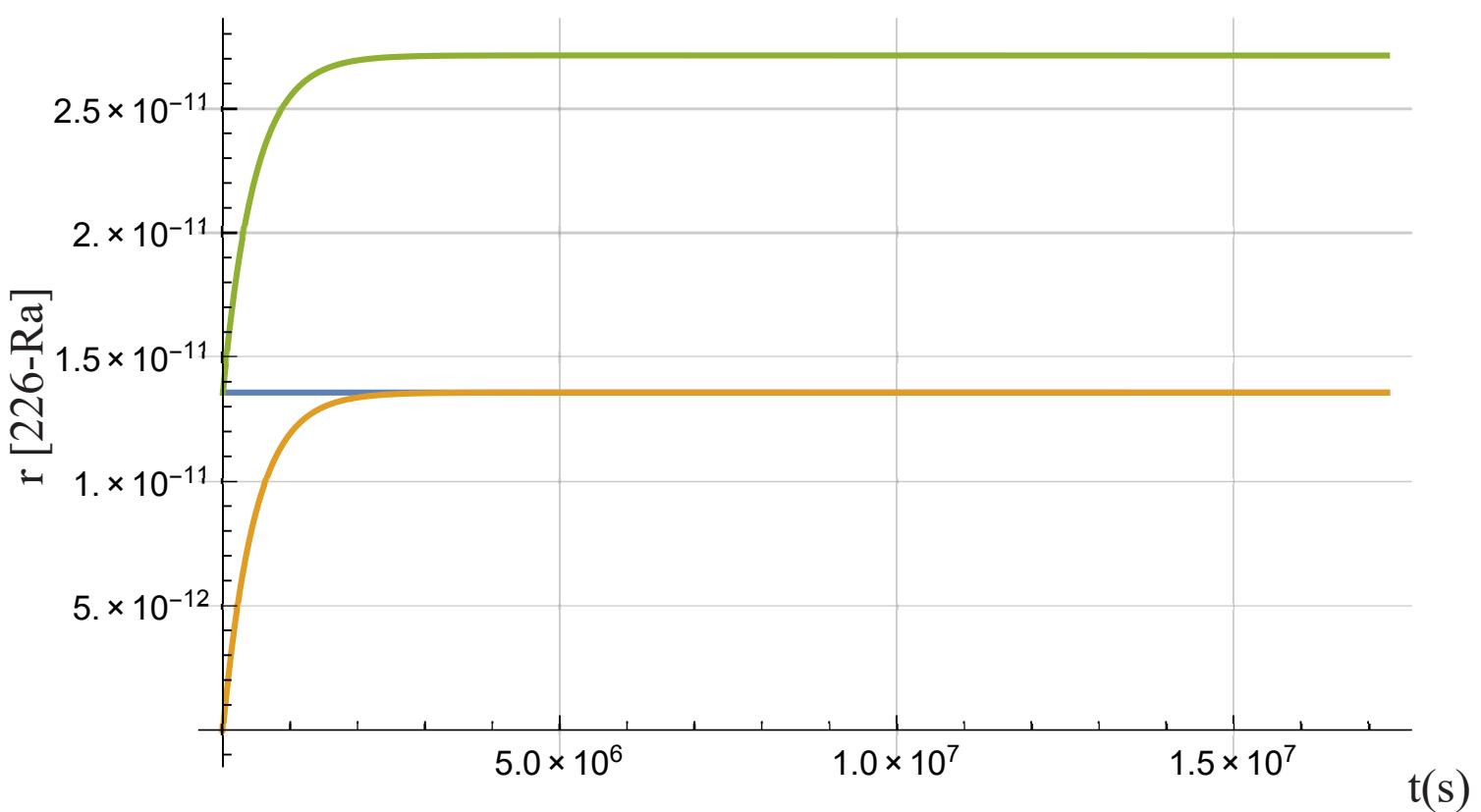


Hình 3: Đồ thị biểu diễn r theo thời gian của các chuỗi phóng xạ $^{140}\text{-Xe}$, $^{95}\text{-Zr}$ và $^{226}\text{-Ra}$

$$95-Zr : r = \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} \cdot [1 - e^{-(\lambda_2 - \lambda_1)t}], r_{\infty} = \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} = 2.086957$$



$$226-Ra : r = \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} \cdot [1 - e^{-(\lambda_2 - \lambda_1)t}], r_{\infty} = 1$$



Bài tập mở rộng:

Câu 2: (Nguyễn Phước Dư Sang, MSSV:1523042) Cho ví dụ khác về quá trình phân rã phóng xạ cho từng loại cân bằng phóng xạ.

Có 3 loại cân bằng phóng xạ: cân bằng lý tưởng, cân bằng chuyển tiếp và cân bằng thế kỷ

- Cân bằng phóng xạ lý tưởng chỉ xảy ra vào thời điểm t^* . Vào thời điểm $t=t^*$, hoạt độ phóng xạ của hạt nhân con tích lũy từ đầu ($t=0$) và trị số chung của hoạt độ phóng xạ vào thời điểm t^* :

$$R_1(t^*) = \lambda_1 N_1(t^*) = N_1(0) \lambda_1 e^{\frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} \ln(\frac{\lambda_2}{\lambda_1})} = N_1(0) \lambda_1 \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2}\right)^{\frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1}}$$

Ví dụ cân bằng lý tưởng giữa ^{131}I và ^{131}Te vào thời điểm $t^*=95$ giờ

-Cân bằng chuyển tiếp khi $r_\infty = \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1}$ = hằng số. Lúc đó hoạt độ phóng xạ của hạt nhân mẹ và hoạt độ phóng xạ của hạt nhân con duy trì tốc độ không thay đổi tương đối so với nhau

Ví dụ cân bằng chuyển tiếp của ^{140}Ba :



-Cân bằng thế kỷ xảy ra khi $\lambda_1 \ll \lambda_2$. Lúc này ta có sự cân bằng thế kỷ giữa hạt nhân nguyên tử con và hạt nhân nguyên tử mẹ. Hiện tượng xảy ra như là hạt nhân nguyên tử con phân rã với cùng chu kỳ của hạt nhân nguyên tử mẹ.

Ví dụ về sự cân bằng thế kỷ giữa hoạt độ phóng xạ của hạt nhân mẹ $^{238}_{92}U$ và hoạt độ phóng xạ của hạt nhân con $^{234}_{90}Th$ trong phân rã sau đây:

$^{238}_{92}U \xrightarrow{\alpha} ^{234}_{90}Th$, với thời gian bán rã của $^{238}_{92}U$ và $^{234}_{90}Th$ lần lượt là $4,51 \cdot 10^9$ năm và 24.1 ngày.



ĐẠI HỌC QUỐC GIA TP.HCM
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN
KHOA VẬT LÝ-VẬT LÝ KỸ THUẬT
BỘ MÔN VẬT LÝ HẠT NHÂN

MÔN VẬT LÝ PHÓNG XẠ
BÀI TẬP GIỮA KÌ

NHÓM VẬT LÝ HẠT NHÂN
GVHD: PGS.TS. Trương Thị Hồng Loan

TP.HCM, ngày 18/12/2017

DANH SÁCH SINH VIÊN THỰC HIỆN

STT	HỌ VÀ TÊN	MSSV	BÀI TẬP	KÍ TÊN
1	Lã Thanh Trúc	1513212	Bài tập 3.1, 3.8 và 3.11	
2	Dương Hồng Trúc	1513211	Bài tập 3.2 và 3.9	
3	Trần Hữu Trọng	1513207	Bài tập 3.4 và 3.10	
4	Đào Hoàng Duy	1413234	Bài tập 3.4 và 3.5	
5	Hoàng Thị Nhung	1413112	Bài tập 3.5 và 3.6	
6	Nguyễn Thị Thảo Vy	1513230	Bài tập 3.3 và 3.12	
7	Huỳnh Lê Thu Thảo	1513171	Bài tập 3.6 và 3.7	
8	Nguyễn Thị Thùy Linh	1513091	Câu 1-chuỗi U-238	
9	Ngô Bảo Trâm	1513200	Câu 1-chuỗi U-235	
10	Nguyễn Thị Ngọc Mai	1513103	Câu 1-chuỗi Th-232	
11	Nguyễn Văn Pháp	1413118	Câu 2- chuỗi Thorium	
12	Nguyễn Thị Huệ	1313055	Câu 2- chuỗi Thorium	
13	Lâm Hoàng Nhã	1413106	Câu 2- chuỗi Uranium	
14	Trần Thị Liễu	1413080	Câu 2- chuỗi Uranium	
15	Nguyễn Minh Thương	1413253	Câu 2- chuỗi Actinium	
16	Trần Thanh Duy	1313273	Câu 2- chuỗi Actinium	
17	Phan Thị Ngọc Hân	1513049	Câu 3- chuỗi Th-232	
18	Nguyễn Thanh Luân	1513096	Câu 3-chuỗi U-238	
19	Bùi Ngọc Thiện	1513177	Câu 3-chuỗi U-235	

Họ và tên: Lã Thanh Trúc – 1513212

Lớp: 15VLHN

Bài tập 3.1 Nguyên tố ^{83}RaC hoặc phát ra một loại tia γ hoặc phát e- biến đổi nội tại có năng lượng lần lượt là:

36,74 ; 37,37 ; 39,63 ; và 48,85 keV

Cho biết năng lượng buồm của các tần tương ứng là:

16,34 ; 15,67 ; 13,68 ; và 3,99 keV

Tính năng lượng trung bình của lượng tử γ theo (keV).

Ta có: $E_\gamma = T_{ei} + B_i$

$$E\gamma 1 = 36.74 + 16.34 = 53.08 \text{ (keV)}$$

$$E\gamma 2 = 37.37 + 15.67 = 53.04 \text{ (keV)}$$

$$E\gamma 3 = 39.63 + 13.68 = 53.31 \text{ (keV)}$$

$$E\gamma 4 = 48.85 + 3.99 = 52.84 \text{ (keV)}$$

$$\Rightarrow \Delta E\gamma = \frac{E\gamma 1 + E\gamma 2 + E\gamma 3 + E\gamma 4}{4} = \frac{53.08 + 53.04 + 53.31 + 52.84}{4} \\ = 53.07 \text{ (keV)}$$

Bài tập 3.8 Nhân ^{27}Al phát gamma với photon năng lượng 7,748 MeV. Hãy xác định thời gian sống của mức kích thích này đối với chuyển biến lưỡng cực điện.

Gọi λ là bước sóng photon.

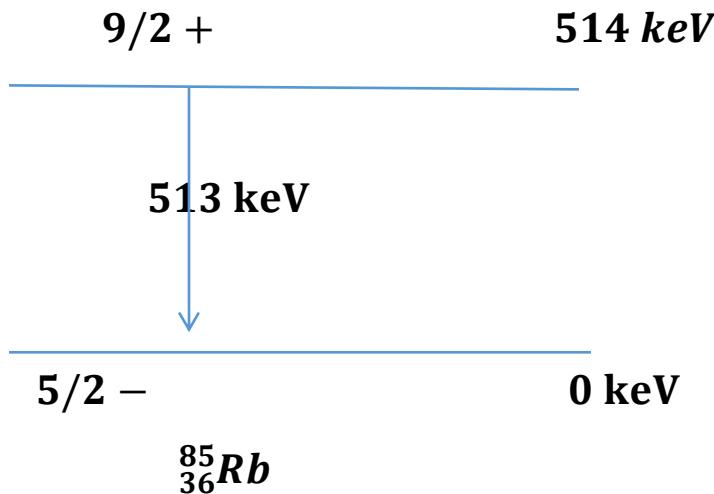
$$\text{Ta có: } \lambda = \frac{197}{\hbar\omega} = \frac{197}{7.748} = 25.426 \text{ (fm)}$$

$$\lambda^{(E1)} = \frac{4}{3} \alpha \left(\frac{R}{\lambda}\right)^2 \frac{c}{\lambda} = \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{137} \left(\frac{1.2 \sqrt[3]{27}}{25.426}\right)^2 \cdot \frac{3 \cdot 10^8 \cdot 10^{15}}{25.426} = 2,302 \cdot 10^{18} (s^{-1})$$

Vậy thời gian sống của mức kích thích này là:

$$\tau^{(E1)} = \frac{1}{\lambda^{(E1)}} = \frac{1}{2,302 \cdot 10^{18}} = 4,344 \cdot 10^{-19} (s)$$

Bài tập 3.11 Đóng vị $^{85}_{36}\text{Rb}$ là sản phẩm phân rã beta trù của $^{85}_{37}\text{Kr}$ ở trạng thái kích thích $9/2^+$ và phát photon gamma 513 keV để trở về trạng thái cơ bản $5/2^-$ theo sơ đồ dưới:



a/ Hỏi có bao nhiêu loại chuyển biến phát gamma từ mức $9/2^+$ về $5/2^-$ của $^{85}_{36}\text{Rb}$. Xác định cấp đa cực và tên gọi chuyển biến đa cực tương ứng?

$$J_i = 9/2$$

$$J_f = 5/2$$

Theo quy tắc lọc lựa ta có:

$$\begin{aligned} |J_i - J_f| &\leq L \leq J_i + J_f \\ \Rightarrow 2 &\leq L \leq 7 \end{aligned}$$

- $L=2$: Cấp đa cực: $2^L = 2^2 = 4$
+ TH1: đa cực điện: $\pi_i \cdot \pi_f = (-1)^L = (-1)^2 = 1$ (không thỏa tính bảo toàn chẵn lẻ)

+TH2: đa cực từ: $\pi_i \cdot \pi_f = (-1)^{L+1} = (-1)^3 = -1$ (thỏa tính bảo toàn chẵn lẻ)

Suy ra: chuyển biến đa cực từ

- L=3: Cấp đa cực: $2^L = 2^3 = 8$

+TH1: đa cực điện: $\pi_i \cdot \pi_f = (-1)^L = (-1)^3 = -1$ (thỏa tính bảo toàn chẵn lẻ)

+TH2: đa cực từ: $\pi_i \cdot \pi_f = (-1)^{L+1} = (-1)^4 = 1$ (không thỏa tính bảo toàn chẵn lẻ)

Suy ra: chuyển biến đa cực điện

- L=4: Cấp đa cực: $2^L = 2^4 = 16$

+TH1: đa cực điện: $\pi_i \cdot \pi_f = (-1)^L = (-1)^4 = 1$ (không thỏa tính bảo toàn chẵn lẻ)

+TH2: đa cực từ: $\pi_i \cdot \pi_f = (-1)^{L+1} = (-1)^5 = -1$ (thỏa tính bảo toàn chẵn lẻ)

Suy ra: chuyển biến đa cực từ

- L=5: Cấp đa cực: $2^L = 2^5 = 32$

+TH1: đa cực điện: $\pi_i \cdot \pi_f = (-1)^L = (-1)^5 = -1$ (thỏa tính bảo toàn chẵn lẻ)

+TH2: đa cực từ: $\pi_i \cdot \pi_f = (-1)^{L+1} = (-1)^6 = 1$ (không thỏa tính bảo toàn chẵn lẻ)

Suy ra: chuyển biến đa cực điện

- L=6: Cấp đa cực: $2^L = 2^6 = 64$

+TH1: đa cực điện: $\pi_i \cdot \pi_f = (-1)^L = (-1)^6 = 1$ (không thỏa tính bảo toàn chẵn lẻ)

+TH2: đa cực từ: $\pi_i \cdot \pi_f = (-1)^{L+1} = (-1)^7 = -1$ (thỏa tính bảo toàn chẵn lẻ)

Suy ra: chuyển biến đa cực từ

- $L=7$: Cấp đa cực: $2^L = 2^7 = 128$
 - + TH1: đa cực điện: $\pi_i \cdot \pi_f = (-1)^L = (-1)^7 = -1$ (thỏa tính bảo toàn chẵn lẻ)
 - + TH2: đa cực từ: $\pi_i \cdot \pi_f = (-1)^{L+1} = (-1)^8 = 1$ (không thỏa tính bảo toàn chẵn lẻ)
- Suy ra: chuyển biến đa cực điện

b/ Xác định xác suất chuyển biến gamma [giây^{-1}] tương ứng ở câu a với L thấp nhất (theo mẫu tầng). Xác định thời gian sống [giây] riêng phần của mức kích thích $9/2^+$ với chuyển biến phát gamma này.

Với $L=2$ ta có xác suất chuyển biến gamma tương ứng:

$$\lambda_\gamma = S \frac{\omega}{137} \left(\frac{R}{\lambda}\right)^{2L} = S \frac{1}{137} \frac{c}{\lambda} \left(\frac{R}{\lambda}\right)^{2L} = 10^{-2} \frac{1}{137} \left(\frac{1.2 \sqrt[3]{85}}{384,02}\right)^4 \cdot \frac{3 \cdot 10^8 \cdot 10^{15}}{384,02} = 2,03 \cdot 10^9 (\text{s}^{-1})$$

$$\Rightarrow \tau_{E_2} = \frac{1}{\lambda_\gamma} = 4,926 \cdot 10^{-10} (\text{s})$$

$$\text{Lại có: } \frac{\tau_{M_2}}{\tau_{E_2}} \cong \frac{1}{10} \left[\frac{R}{(8/Mc)} \right]^2 \cong 4,4 A^{\frac{2}{3}}$$

$$\Rightarrow \tau_{M_2} = 4,4 A^{\frac{2}{3}} \tau_{E_2} = 4,4 \cdot 85^{\frac{2}{3}} \cdot 4,926 \cdot 10^{-10} = 0,057 \cdot 10^8 (\text{s})$$

c/ Xác định hệ số biến đổi nội tại ứng với chuyển biến đa cực trong câu b. Từ đó suy ra xác suất biến đổi nội tại [giây^{-1}] và thời gian sống [giây] riêng phần của mức kích thích $9/2^+$ ứng với biến đổi nội tại cạnh tranh với quá trình phát gamma trong câu b.

Hệ số biến đổi nội tại ứng với đa cực từ:

$$\alpha = Z^3 \left(\frac{1}{137} \right)^4 \left(\frac{2m_0 c^2}{\Delta E} \right)^{L+\frac{3}{2}} = 37^3 \left(\frac{1}{137} \right)^4 \left(\frac{2.0,511}{0,513} \right)^{2+\frac{3}{2}}$$

$$= 1,605 \cdot 10^{-3}$$

Ta có: $\alpha = \frac{\lambda_e}{\lambda_\gamma} \Rightarrow \lambda_e = \alpha \lambda_\gamma = 1,605 \cdot 10^{-3} \cdot 0,057 \cdot 10^8 = 9,1485 \cdot 10^3 \text{ (1/s)}$

Vậy thời gian sóng riêng phần của mức kích thích này là:

$$\tau = \frac{1}{\lambda_e} = 1,093 \cdot 10^{-4} \text{ (s)}$$

Họ và tên: Dương Hồng Trúc -1513211

Lớp 15VLHN

Bài tập 3.2: Trạng thái kích thích đầu tiên của ^{11}Be được biết phát photon lưỡng cực điện E_1 với năng lượng 0.32 MeV. Hãy xác định thời gian sống của mức kích thích này. So sánh với giá trị thời gian sống thực nghiệm 1.79×10^{-13} giây.

Bài giải:

Ta có:

$$\lambda = \frac{197}{\hbar\omega} = \frac{197}{0,32} = 615,625 \text{ (fm)}$$

Vì ^{11}Be phát photon lưỡng cực điện E_1 nên áp dụng công thức dưới:

$$\lambda^{(E1)} = \frac{4}{3} \alpha \left(\frac{R}{\lambda}\right)^2 \frac{c}{\lambda} = \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{137} \left(\frac{1.2 \sqrt[3]{11}}{615,625}\right)^2 \cdot \frac{3 \cdot 10^8 \cdot 10^{15}}{615,625} = 8,913 \cdot 10^{13} (\text{s}^{-1})$$

Lại có:

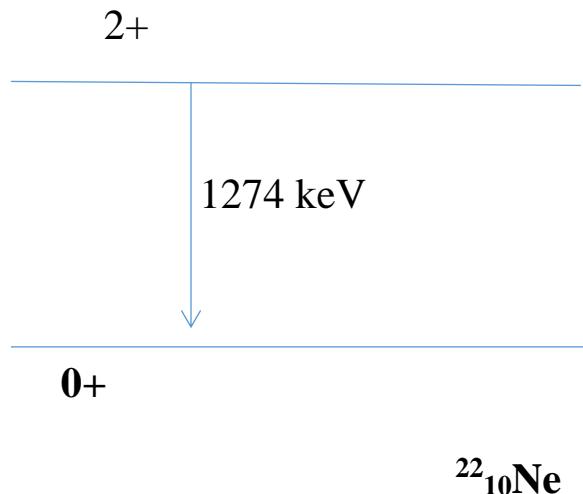
$$\Rightarrow \tau^{(E1)} = \frac{1}{\lambda^{(E1)}} = \frac{1}{8,913 \cdot 10^{13}} = 1,122 \cdot 10^{-14} (\text{s})$$

Vậy thời gian sống của mức kích thích này $1,22 \cdot 10^{-14}$ (s)

So sánh với thời gian sống thực nghiệm, ta thấy

$$1,22 \cdot 10^{-14} (\text{s}) < 1,79 \cdot 10^{-13} (\text{s})$$

Bài tập 3.9 Đồng vị ${}^{22}_{10}\text{Ne}$ là sản phẩm phân rã beta của ${}^{22}_{11}\text{Na}$ ở trạng thái kích thích $2+$ và phát photon gamma 1274 keV để trở về vị trí cơ bản $0+$ theo sơ đồ dưới:



Bài giải

a/ Xác định cấp đa cực và tính chẵn lẻ của photon này. Đây là biến chuyển đa cực gì?

Tại mức $2+$: $J_i = 2$, $\pi_i = 1$

Tại mức $0+$ $J_f = 0$, $\pi_f = 1$

Theo qui tắc lọc lựa:

$$| J_i - J_f | \leq L \leq J_i + J_f$$

$$\Rightarrow | 0 - 2 | \leq L \leq 0 + 2$$

Suy ra: $L = 2$

Cấp đa cực: $2^L = 2^2 = 4$.

Tính chẵn lẻ: $\pi_i \cdot \pi_f = 1 \cdot 1 = 1 \rightarrow$

- Nếu là túc cực điện: $(-1)^L = (-1)^2 = 1$ (thõa tính bảo toàn chẵn lẻ)
- Nếu là túc cực từ: $(-1)^{L+1} = (-1)^3 = -1$ (không thõa tính bảo toàn chẵn lẻ)

Suy ra: đây là chuyển biến túc cực điện.

b/ Xác định xác suất chuyển biến [giây⁻¹] tương ứng ở câu a (theo mẫu tầng). Xác định thời gian sống của mức kích thích 2^+ này.

Ta có:

$$\lambda = \frac{197}{\hbar \omega} = \frac{197}{1,274} = 154,631 \text{ (fm)}$$

Với: $\omega = \frac{c}{\lambda}$

Với $L=2$ ta tính được $S = 10^{-2}$ với $S = \frac{L^{2L}(L+1)!(L-1)!}{[(2L+1)!]2} \times \left(\frac{3}{L+3}\right)^2$

Với: $R=r_0 \sqrt[3]{A}$.

Xác suất chuyển biến tại E_2 :

$$\lambda_{E2} = S \frac{\omega}{137} \left(\frac{R}{\lambda}\right)^{2L} = S \frac{1}{137} \frac{c}{\lambda} \left(\frac{R}{\lambda}\right)^{2L} = 10^{-2} \frac{1}{137} \left(\frac{1.2 \sqrt[3]{22}}{154,631}\right)^4 \cdot \frac{3 \cdot 10^8 \cdot 10^{15}}{154,631} = 3,16 \cdot 10^{10} (\text{s}^{-1})$$

$$\Rightarrow \tau = \frac{1}{\lambda_{E2}} = \frac{1}{3,16 \cdot 10^{10}} = 3,16 \cdot 10^{-11} (\text{s})$$

Thời gian sống của mức kích thích 2^+ này là $3,16 \cdot 10^{-11}$ (s).

c/ Xác định hệ số biến đổi nội tại ứng với chuyển biến đa cực trong câu b. Từ đó suy ra xác suất biến đổi nội tại [giây -1] và thời gian sống [giây] riêng phần của mức kích thích 2^+ ứng với biến đổi nội tại cạnh tranh với quá trình phát gamma trong câu b.

Hệ số biến đổi nội tại ứng với chuyển biến đa cực điện E_2 :

$$\alpha_K = \frac{L}{L+1} Z^3 \left(\frac{1}{137}\right)^4 \left(\frac{2m_0c^2}{\Delta E}\right)^{L+\frac{5}{2}} = \frac{2}{2+1} 10^3 \left(\frac{1}{137}\right)^4 \left(\frac{2.0,511}{1,274}\right)^{2+\frac{5}{2}}$$

$$= 7,02 \cdot 10^{-7}$$

Xác suất biến đổi nội tại:

Ta có: hệ số biến đổi nội tại toàn phần α :

$$\alpha = \frac{\lambda_e}{\lambda_\gamma} \Rightarrow \lambda_e = \alpha \lambda_\gamma = 7,02 \cdot 10^{-7} \cdot 3,16 \cdot 10^{10} = 2,22 \cdot 10^4 (s^{-1})$$

Thời gian sống riêng phần:

$$\tau_e = \frac{1}{\lambda_e} = \frac{1}{2,22 \cdot 10^4} = 4,5 \cdot 10^{-5} (s)$$

d/Xác định bề rộng mức gamma 2^+ của ${}^{22}_{10}\text{Ne}$:

Bề rộng mức gamma:

$$\Gamma = \lambda_e \cdot \hbar + \lambda_\gamma \cdot \hbar$$

$$= \hbar (\lambda_e + \lambda_\gamma)$$

$$= \hbar(2,22 \cdot 10^4 + 3,16 \cdot 10^{10})$$

$$= 3,33 \cdot 10^{-24} (\text{J}) = 2,08 \cdot 10^{-11} (\text{MeV})$$

Họ và tên: Trần Hữu Trọng -1513207

Lớp 15VLHN

Bài tập 3.4: Sự khử kích thích của mức năng lượng 8,59 MeV của nhôm ^{27}Al ($3/2^-$) làm phóng thích bức xạ điện từ theo sơ đồ hình BT 3.2 sau:

- a) Tính năng lượng của các photon $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4$
- b) Ứng với γ_1 có các loại biến chuyển nào, tính chẵn lẻ của nhân ra sao;
- c) Xác định năng lượng của e^- biến đổi nội tại cạnh tranh với quá trình phát photon γ_4 , biết năng lượng tầng K của Nhôm là $B_k = 3,6 \text{ keV}$

Giải

- a) Năng lượng của các Photon là:

$$E\gamma_1 = E_1 - E_2 = 8,59 - 2,729 = 5861 \text{ (MeV)}$$

$$E\gamma_2 = E_2 - E_4 = 2,729 - 0 = 2,729 \text{ (MeV)}$$

$$E\gamma_3 = E_1 - E_3 = 8,59 - 0,842 = 7,718 \text{ (MeV)}$$

$$E\gamma_4 = E_3 - E_4 = 0,842 - 0 = 0,842 \text{ (MeV)}$$

- b) Xét γ_1 (ứng với B_k từ $3/2^-$ đến $5/2^+$)

$$J_i^{\pi i} = 3/2^- \Rightarrow \begin{cases} \pi i = -1 \\ J_i = 3/2 \end{cases}; J_f^{\pi f} \Rightarrow \begin{cases} \pi f = +1 \\ J_f = 5/2 \end{cases}$$

Điều kiện bảo toàn moment góc l của lực γ :

$$|J_i - J_f| \leq l \leq J_i + J_f$$

$$1 \leq l \leq 4$$

$$l = 1, 2, 3, 4$$

-Tại $l=1$:

Tc: $(-1)^l = -1$ và $\pi_i \pi_f = -1$ suy ra $(-1)^l = \pi_i \pi_f$

B/c lưỡng cực điện E_1 , không có lưỡng cực từ

\Rightarrow Có tác động tính chẵn lẻ trong nhân

-Tại $l=2$:

$(-1)^l = +1$ và $\pi_i \pi_f = -1$ suy ra $(-1)^l \neq \pi_i \pi_f$

Biến chuyển từ cực từ M_2 không có lưỡng cực điện E_2

\Rightarrow Có tác động tính chẵn lẻ trong nhân

-Tại $l=3$:

$(-1)^l = -1$ và $\pi_i \pi_f = -1$ suy ra $(-1)^l = \pi_i \pi_f$

Biến chuyển bát cực điện E_3 , không có bát cực từ M_3

\Rightarrow Có tác động tính chẵn lẻ trong nhân

-Tại $l=4$:

$(-1)^l \neq \pi_i \pi_f$

Biến chuyển đa cực từ M_4 , không có đa cự điện E_4

\Rightarrow Có tác động tính chẵn lẻ

c) Năng lượng của e- biến đổi nội tại cạnh tranh với quá trình phát γ_4 :

$$E_1 = E_{\gamma_4} = 0,842 \text{ MeV}$$

$$L_k = 3,6 \text{ keV}$$

$$\Rightarrow E_c = E_i - E_k = 0,824 - 0,0036 = 0,8204 \text{ MeV}$$

Bài tập 3.10: Đồng vị V(51,23) là sản phẩm phân rã Beta của Cr(51,24) ở trạng thái kích thích $5/2^+$ và phát photon gamma 320 keV để trở về trạng thái cơ bản $7/2^-$

- a) Hỏi có bao nhiêu loại chuyển biến phát gamma từ mức $5/2^-$ về $7/2^-$ của V(51,23). Xác định cấp đa cực và tên gọi cấp đa cực tương ứng;
- b) Xác định xác suất chuyển biến gamma [giây^{-1}] tương ứng với câu a với l thấp nhất (theo mẫu tầng). Xác định thời gian sống [giây] riêng phần của mức kích thích $5/2^-$ với chuyển biến phát gamma này.
- c) Xác định hệ số biến đổi nội tại ứng với chuyển biến đa cực trong câu b. Từ đó suy ra xác suất biến đổi nội tại [giây^{-1}] và thời gian [giây] sống riêng phần của mức kích thích $5/2^-$ ứng với biến đổi nội tại cạnh tranh với quá trình phát gamma trong câu b.

Giải

b) $L=1 \longrightarrow \rightarrow$ Lưỡng cực từ

Xác suất biến chuyển γ tương ứng $E\gamma=\hbar w=320\text{keV}=0,32\text{MeV}$

$$\text{Ta có: } \lambda^{\mu 1} = \alpha \left(\frac{r_c}{r}\right)^2 \frac{C}{T}$$

$$\text{Với } \alpha = \frac{e^2}{4\pi^3 0 \hbar C} \approx 7,97 \cdot 10^{-3}$$

$$T = \frac{197}{\hbar w} \approx \frac{197}{0,32} \approx 615,625\text{fm}$$

$$r_c = \frac{\hbar}{m w} \approx 0.21\text{fm}$$

Với $m \approx$ khối lượng nucleon $\approx m_p$

$$\Rightarrow \lambda^{\mu 1} = 4,1377 \cdot 10^{11} (\text{s}^{-1})$$

Thời gian sống riêng phần của phát gamma này:

$$\tau = \lambda^{-1} = 2,4168 \cdot 10^{-12} (\text{s})$$

c) hệ số biến đổi nội tại ứng với biến chuyển lưỡng cực từ

$$\alpha_K^{(\mu L)} = Z^3 \cdot \left(\frac{1}{137}\right)^4 \cdot \left(\frac{2m_0c^2}{\Delta E}\right)^{1+3/2}$$

Với $Z=23$

$m_0c^2=511\text{keV}$

$\Delta E=320\text{keV}$

$$\Rightarrow \alpha_K^{(\mu L)} = 23^3 \cdot \left(\frac{1}{137}\right)^4 \cdot \left(\frac{2.511}{320}\right)^{1+3/2}$$

$$\approx 6,2958 \cdot 10^{-4}$$

$$\alpha_K = \frac{\lambda_e}{\lambda_\gamma} \Rightarrow \lambda_e = \alpha_K \cdot \lambda_\gamma = 260,5 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}$$

$$\Rightarrow \Gamma_e = 3,8388 \cdot 10^{-9} \text{ s}$$

Họ và tên: Đào Hoàng Duy -1413234

Bài tập 3.4 Sự khử kích thích của mức năng lượng 8,59 MeV của ^{27}Al ($3/2^-$) làm phóng thích bức xạ điện từ theo sơ đồ hình BT 3.2 (trang 97, Giáo trình Vật lý phong xa, Trương Thị Hồng Loan, năm 2017):

- a. Tính năng lượng các photon $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4$
- b. Ứng với γ_1 có loại chuyển biến đa cực nào, tính chẵn lẻ của nhân ra sao?
- c. Xác định năng lượng của e- biến đổi nội tại cạnh tranh với quá trình phát photon γ_4 , biết năng lượng liên kết tàn K của nhôm là $B_K = 3,6$ keV.

Bài giải

a. Năng lượng các photon lần lượt là:

$$\gamma_1 = 8,59 - 2,729 = 6,221\text{MeV}$$

$$\gamma_2 = 2,729 - 0 = 2,729\text{MeV}$$

$$\gamma_3 = 8,59 - 0,842 = 7,748\text{MeV}$$

$$\gamma_4 = 0,842 - 0 = 0,842\text{MeV}$$

b. + Với γ_1 theo quy tắc lọc lựa ta có:

$$\begin{aligned} \left| \frac{3}{2} + \frac{5}{2} \right| &\geq L \geq \left| \frac{3}{2} - \frac{5}{2} \right| \\ \Rightarrow 4 &\geq L \geq 1 \end{aligned}$$

Vậy $L = 1, 2, 3, 4$

Ta có $\pi_i * \pi_f = (-1) * (+1) = -1(*)$

Với $L=1$ $\pi_i * \pi_f = (-1)^1 = -1$ (thỏa *) \Rightarrow chuyển biến lưỡng cực điện E_1

Với $L=2 \pi_i * \pi_f = (-1)^2 = +1$ (không thỏa *) \Rightarrow chuyển biến từ cực từ M_2

Với $L=3 \pi_i * \pi_f = (-1)^3 = -1$ (thỏa *) \Rightarrow chuyển biến đa cực điện E_3

Với $L=4 \pi_i * \pi_f = (-1)^4 = +1$ (không thỏa *) \Rightarrow chuyển biến đa cực từ M_4

c. Với γ_4 ta có:

$$T_{e^-} = E_{\gamma_4} - B_K = 0,842 - 3,6 * 10^{-3} = 0,8384 MeV = 838,4 \text{ keV}$$

Bài tập 3.5 Hình BT 3.3 (trang 98, Giáo trình Vật lý phóng xạ, Trương Thị Hồng Loan, năm 2017) mô tả sơ đồ phân rã của sắt. Sự khử kích thích của sắt ^{57}Fe là $w_A = 14 \text{ keV}$, $w_B = 137 \text{ keV}$ (so với mức cơ bản).

a. Tính năng lượng của các vạch biến đổi nội tại.

b. Hệ số biến đổi nội tại nói chung lần lượt là $\alpha_1 = 0,12; \alpha_2 = 0,021; \alpha_3 = 0,4$. Số electron biến đổi nội tại ghi nhận được theo tỉ số $\frac{N_1}{N_2} = 0,85$. Từ trạng thái kích thích B, tính tỉ số phần trăm của chuyển biến gamma theo ngã (2), theo ngã (1).

c. Định tỉ số $\frac{N_3}{N_2}$ giữa số electron biến đổi nội tại tương ứng với ngã (3) và số electron biến đổi nội tại tương ứng với ngã (2).

d. Thời gian bán rã ứng với mức A là $T_{\frac{1}{2}}^A = 1,1 \times 10^{-7}$ giây tìm thời gian bán rã riêng phần $T_{\frac{1}{2}}^{\gamma_3}$ ứng với mức phóng thích γ_3 . Cho biết năng lượng liên kết electron tầng K và L lần lượt là: $B_K = 7,1 \text{ keV}$ và $B_L = 0,8 \text{ keV}$ đối với ^{57}Fe .

Bài giải

a. Năng lượng các photon lần lượt là:

$$\gamma_1 = W_B - 0 = 137 - 0 = 137 \text{ keV}$$

$$\gamma_2 = W_B - W_A = 137 - 14 = 123 \text{ keV}$$

$$\gamma_3 = W_A - 0 = 14 - 0 = 14 \text{ keV}$$

Năng lượng biến đổi nội tại lớp K:

$$T_{e1} = \gamma_1 - B_K = 137 - 7,1 = 129,9 \text{ keV}$$

$$T_{e2} = \gamma_2 - B_K = 123 - 7,1 = 115,9 \text{ keV}$$

$$T_{e3} = \gamma_3 - B_K = 14 - 7,1 = 6,9 \text{ keV}$$

Năng lượng biến đổi nội tại lớp L:

$$T_{e1} = \gamma_1 - L_K = 137 - 0,8 = 136,2 \text{ keV}$$

$$T_{e2} = \gamma_2 - L_K = 123 - 0,8 = 122,2 \text{ keV}$$

$$T_{e3} = \gamma_3 - L_K = 14 - 0,8 = 13,2 \text{ keV}$$

b. Hệ số biến đổi nội tại:

$$\alpha_1 = \frac{N_{e1}}{N_{\gamma 1}}; \alpha_2 = \frac{N_{e2}}{N_{\gamma 2}}$$

$$N_1 = N_{e1} + N_{\gamma 1}; N_2 = N_{e2} + N_{\gamma 2}$$

Tỷ số phần trăm biến đổi:

$$\begin{aligned}
N_{ng\bar{a}1} &= \frac{N_1}{N}; N_{ng\bar{a}2} = \frac{N_2}{N} \\
N &= N_{\gamma 1} + N_{e1} + N_{\gamma 2} + N_{e2} \\
\Rightarrow N_{ng\bar{a}1} &= \frac{N_1}{N} = \frac{N_{\gamma 1} + N_{e1}}{N_{\gamma 1} + N_{e1} + N_{\gamma 2} + N_{e2}} = \frac{N_{e1}(1 + \frac{1}{\alpha_1})}{N_{e1}(1 + \frac{1}{\alpha_1}) + N_{e2}(1 + \frac{1}{\alpha_2})} \\
&= \frac{(1 + \frac{1}{\alpha_1})}{(1 + \frac{1}{\alpha_1}) + \frac{N_{e2}}{N_{e1}}(1 + \frac{1}{\alpha_2})} = 58\% \\
\Rightarrow N_{ng\bar{a}2} &= 100\% - N_{ng\bar{a}1} = 100\% - 58\% = 42\%
\end{aligned}$$

c. Ta có

$$\begin{aligned}
N_2 &= N_3 \Rightarrow N_{\gamma 2} + N_{e2} = N_{\gamma 3} + N_{e3} \\
\Rightarrow \frac{N_{e3}}{N_{e2}} &= \frac{N_{\gamma 2}}{N_{e2}} - \frac{N_{\gamma 3}}{N_{e2}} + 1 \\
\Rightarrow \frac{N_{e3}}{N_{e2}} &= \frac{\cancel{1/\alpha_2} + 1}{\cancel{1/\alpha_3} + 1} \\
Ta \ có &\quad \frac{N_{e2}}{N_{e2} + N_{\gamma 2}} = \frac{\alpha_2 N_{\gamma 2}}{\alpha_2 N_{\gamma 2} + N_{\gamma 2}} = \frac{\alpha_2}{\alpha_2 + 1} \\
và &\quad \frac{N_{e3}}{N_{e3} + N_{\gamma 3}} = \frac{\alpha_3 N_{\gamma 3}}{\alpha_3 N_{\gamma 3} + N_{\gamma 3}} = \frac{\alpha_3}{\alpha_3 + 1} \\
\Rightarrow \frac{N_{e3}}{N_{e2}} &= \frac{\alpha_3 + 1}{\alpha_3} \cdot \frac{\alpha_2}{\alpha_2 + 1} = 0,072
\end{aligned}$$

d) Theo đề bài ta có

$$\begin{aligned}T_{\frac{1}{2}}^A &= 1,2 \times 10^{-7} \\ \lambda_A &= \lambda_e + \lambda_\gamma = \left(\frac{\lambda_e}{\lambda_\gamma} + 1 \right) \cdot \lambda_\gamma = (\alpha + 1) \cdot \lambda_\gamma \\ \Rightarrow \frac{\ln 2}{T_A} &= (\alpha + 1) \cdot \frac{\ln 2}{T_\gamma} \\ \Rightarrow T_\gamma &= T_A \cdot (\alpha + 1) = 1,1 \times 10^{-7} \cdot (0,4 + 1) = 1,54 \times 10^{-7} \text{ giây}\end{aligned}$$

Họ và tên: Hoàng Thị Nhung -1413112

Bài tập 3.5 Hình BT 3.3 mô tả sơ đồ phân rã của sắt. Sự khử kích thích của sắt ^{57}Fe là $w_A = 14 \text{ keV}$, $w_B = 137 \text{ keV}$ (so với mức cơ bản).

a.Tính năng lượng của các vạch biến đổi nội tại.

b.Hệ số biến đổi nội tại nói chung lần lượt là $\alpha_1 = 0,12; \alpha_2 = 0,021; \alpha_3 = 0,4$. Số electron biến đổi nội tại ghi nhận được theo tỉ số $\frac{N_1}{N_2} = 0,85$. Từ trạng thái kích thích B, tính tỉ số phần trăm của chuyển biến gamma theo ngã (2), theo ngã (1).

c.Định tỉ số $\frac{N_3}{N_2}$ giữa số electron biến đổi nội tại tương ứng với ngã (3) và số electron biến đổi nội tại tương ứng với ngã (2).

d.Thời gian bán rã ứng với mức A là $T_{\frac{1}{2}}^A = 1,1 \times 10^{-7}$ giây tìm thời gian bán rã riêng phần $T_{\frac{1}{2}}^{\gamma_3}$ ứng với mức phóng thích γ_3 . Cho biết năng lượng liên kết electron tầng K và L lần lượt là: $B_K = 7,1 \text{ keV}$ và $B_L = 0,8 \text{ keV}$ đối với ^{57}Fe .

Bài giải

a.Năng lượng các photon lần lượt là:

$$\gamma_1 = W_B - 0 = 137 - 0 = 137 \text{ keV}$$

$$\gamma_2 = W_B - W_A = 137 - 14 = 123 \text{ keV}$$

$$\gamma_3 = W_A - 0 = 14 - 0 = 14 \text{ keV}$$

Năng lượng biến đổi nội tại lớp K:

$$T_{e1} = \gamma_1 - B_K = 137 - 7,1 = 129,9 \text{ keV}$$

$$T_{e2} = \gamma_2 - B_K = 123 - 7,1 = 115,9 \text{ keV}$$

$$T_{e3} = \gamma_3 - B_K = 14 - 7,1 = 6,9 \text{ keV}$$

Năng lượng biến đổi nội tại lớp L:

$$T_{e1} = \gamma_1 - L_K = 137 - 0,8 = 136,2 \text{ keV}$$

$$T_{e2} = \gamma_2 - L_K = 123 - 0,8 = 122,2 \text{ keV}$$

$$T_{e3} = \gamma_3 - L_K = 14 - 0,8 = 13,2 \text{ keV}$$

b. Hệ số biến đổi nội tại:

$$\alpha_1 = \frac{N_{e1}}{N_{\gamma_1}}; \alpha_2 = \frac{N_{e2}}{N_{\gamma_2}}$$

$$N_1 = N_{e1} + N_{\gamma_1}; N_2 = N_{e2} + N_{\gamma_2}$$

Tỷ số phần trăm biến đổi:

$$N_{ng\tilde{a}1} = \frac{N_1}{N}; N_{ng\tilde{a}2} = \frac{N_2}{N}$$

$$N = N_{\gamma_1} + N_{e1} + N_{\gamma_2} + N_{e2}$$

$$\Rightarrow N_{ng\tilde{a}1} = \frac{N_1}{N} = \frac{N_{\gamma_1} + N_{e1}}{N_{\gamma_1} + N_{e1} + N_{\gamma_2} + N_{e2}} = \frac{N_{e1}(1 + \frac{1}{\alpha_1})}{N_{e1}(1 + \frac{1}{\alpha_1}) + N_{e2}(1 + \frac{1}{\alpha_2})}$$

$$= \frac{(1 + \frac{1}{\alpha_1})}{(1 + \frac{1}{\alpha_1}) + \frac{N_{e2}}{N_{e1}}(1 + \frac{1}{\alpha_2})} = 58\%$$

$$\Rightarrow N_{ng\tilde{a}2} = 100\% - N_{ng\tilde{a}1} = 100\% - 58\% = 42\%$$

c. Ta có

$$\begin{aligned}
 N_2 = N_3 &\Rightarrow N_{\gamma 2} + N_{e2} = N_{\gamma 3} + N_{e3} \\
 \Rightarrow \frac{N_{e3}}{N_{e2}} &= \frac{N_{\gamma 2}}{N_{e2}} - \frac{N_{\gamma 3}}{N_{e2}} + 1 \\
 \Rightarrow \frac{N_{e3}}{N_{e2}} &= \frac{\frac{1}{\alpha_2} + 1}{\frac{1}{\alpha_3} + 1} \\
 \text{Ta có } \frac{N_{e2}}{N_{e2} + N_{\gamma 2}} &= \frac{\alpha_2 N_{\gamma 2}}{\alpha_2 N_{\gamma 2} + N_{\gamma 2}} = \frac{\alpha_2}{\alpha_2 + 1} \\
 \text{và } \frac{N_{e3}}{N_{e3} + N_{\gamma 3}} &= \frac{\alpha_3 N_{\gamma 3}}{\alpha_3 N_{\gamma 3} + N_{\gamma 3}} = \frac{\alpha_3}{\alpha_3 + 1} \\
 \Rightarrow \frac{N_{e3}}{N_{e2}} &= \frac{\alpha_3 + 1}{\alpha_3} \cdot \frac{\alpha_2}{\alpha_2 + 1} = 0,072
 \end{aligned}$$

d. Theo đề bài ta có

$$\begin{aligned}
 T_{\gamma/2}^A &= 1,2 \times 10^{-7} \\
 \lambda_A = \lambda_e + \lambda_\gamma &= \left(\frac{\lambda_e}{\lambda_\gamma} + 1 \right) \lambda_\gamma = (\alpha + 1) \lambda_\gamma \\
 \Rightarrow \frac{\ln 2}{T_A} &= (\alpha + 1) \cdot \frac{\ln 2}{T_\gamma} \\
 \Rightarrow T_\gamma &= T_A \cdot (\alpha + 1) = 1,1 \times 10^{-7} \cdot (0,4 + 1) = 1,54 \times 10^{-7} \text{ giây}
 \end{aligned}$$

Bài tập 3.6: Trạng thái kích thích thứ nhất mức năng lượng E_i của nhân $^{113}_{49}In$ có bán sinh $T_{\frac{1}{2}} = 104$ phút. Khi khử trạng thái kích thích này, nhân biến chuyển về trạng thái cơ bản ($E_f = 0, J_f^{\pi f}$) với phóng thích photon γ hoặc tạo ra hiện tượng biến đổi nội tại với các e tầng K. Khi cho e_K được phóng thích ra vào trong một từ trường đều, cảm ứng từ \mathcal{B} vuông góc với phương tới của e_K thì e_K vạch thành cung tròn bán kính R và người ta đo được: $\mathcal{B} \cdot R = 237 \times 10^{-5}$ Tesla.m. Hệ số biến đổi nội tại $a_K = 0.5$

- a) Tính thời gian bán rã riêng phần, $T_{\frac{1}{2}}^{\gamma}$ của nhân $^{113}_{49}In$ ở trạng thái kích thích đối với phóng thích γ .
- b) Tính động năng T của e_K được phóng thích ra và suy ra mức năng lượng E_i (xem e_K có vận tốc lớn và nên dùng các công thức tương đối của Einstein)
- Cho biết

- Năng lượng liên kết của e_K là $B_K = 28\text{keV}$
- Năng lượng nghỉ của e: $moc^2 = 511\text{keV}$
- Điện tích của electron: $-e = -1.6 \times 10^{-19} \text{ Coulomb}$
- Một keV = $1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$

Giải

- a. Thời gian bán rã riêng phần của nhân ở trạng thái kích thích là

$$\alpha_{eK} = \frac{\lambda_{eK}}{\lambda_{\gamma}} \Rightarrow \lambda_{\gamma} = \frac{\lambda_{eK}}{\alpha_{eK}} = \frac{0,693}{104 \times 0,5}$$

$$\Rightarrow T^{\gamma} = \frac{0,693}{0,693} \times 104 \times 0,5 = 52(\text{phút})$$

- b. Năng lượng của e_K

$$E_k = c \frac{eBR}{v/c} = c^2 \frac{eBR}{v}$$

Vì e_K có vận tốc lớn $\Rightarrow v \approx c$

$$E_k = ceBR = 3 \times 10^8 \times 1,6 \times 10^{-19} \times 237 \times 10^{-5} = 1,1376 \times 10^{-13} (J)$$

$$= 711(keV)$$

Động năng của e_K được phóng thích ra

$$T_{ek} = E_k - B_k = 711 - 28 = 683(keV)$$

Mức năng lượng E_i

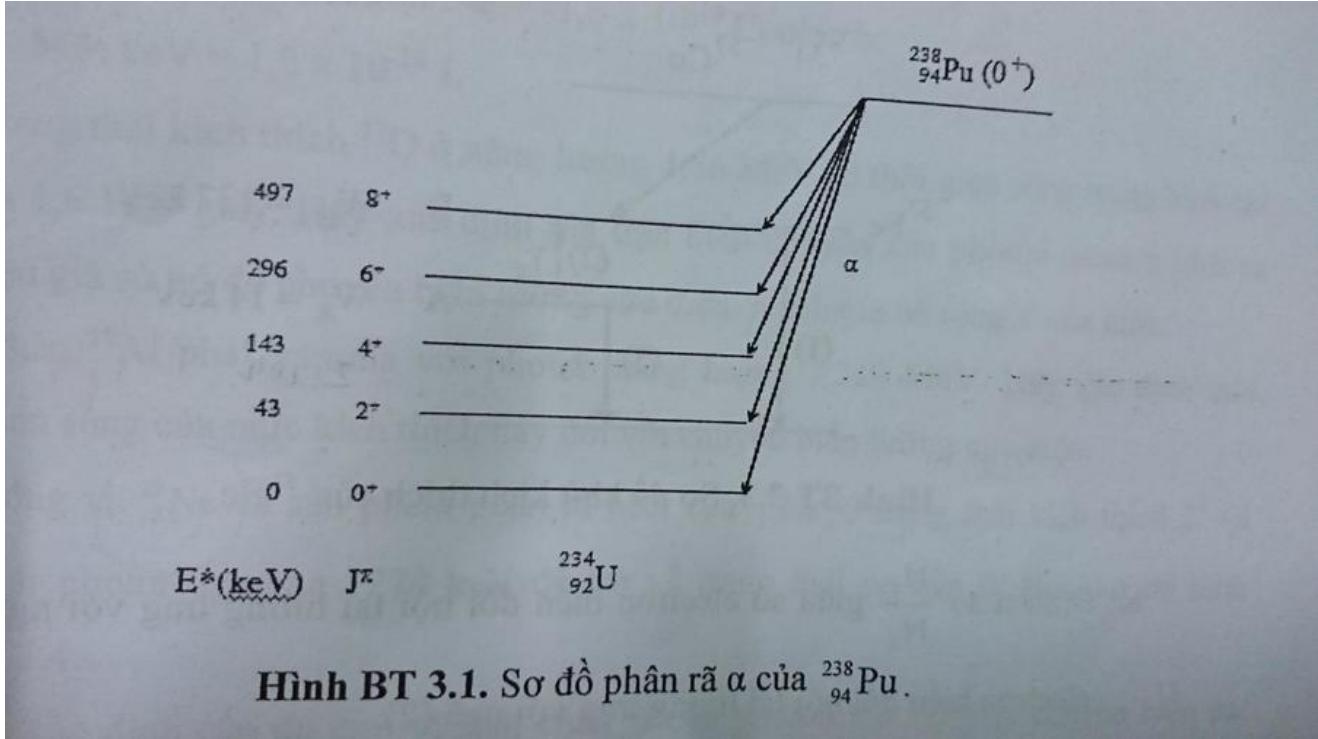
$$E_i = E_0 + T_{ek} = 511 + 683 = 1194(keV)$$

Họ và tên: Nguyễn Thị Thảo Vy -1513230
Lớp 15VLHN

Bài tập 3.3

$^{238}_{94}Pu$ phóng thích α và trở thành nhân $^{234}_{92}U$ ở các mức năng lượng E^* (keV) như hình vẽ. Năng lượng phóng xạ cần thiết trong biến chuyển từ $^{238}_{94}Pu (0^+)$ đến $^{234}_{92}U (0^+)$ là $Q=5,593\text{MeV}$

- a. Tính động năng T_α của hạt α được phóng thích ra ngoài tương ứng với 5 trạng thái mức năng lượng của $^{234}_{92}U$
- b. Xác định loại đa cực biến chuyển phóng thích các photon γ từ 2^+ xuống 0^+



Hình BT 3.1. Sơ đồ phân rã α của $^{238}_{94}Pu$.

Bài giải

- a) Động năng của hạt α được phóng thích ra tương ứng với 5 trạng thái mức năng lượng của $^{234}_{92}U$



Theo định luật bảo toàn động lượng và năng lượng toàn phần, ta có:

$$\vec{P}_\alpha + \vec{P}_U = \vec{0} \Leftrightarrow P_\alpha = P_U \Leftrightarrow m_\alpha T_\alpha = m_U T_U \Leftrightarrow T_U = T_\alpha \cdot \frac{m_\alpha}{m_U}$$

$$Q = T_\alpha + T_U = T_\alpha \left(1 + \frac{m_\alpha}{m_U}\right)$$

Ta có $Q_{0+ \rightarrow 0+} = 5,593 \text{ MeV} = 5593 \text{ keV}$

$$Q_{0+ \rightarrow 0+} = E_1^{0+} - E_2^{0+} = 5593 - 0 \text{ keV} = 5593 \text{ keV} \Rightarrow T_{\alpha(0+ \rightarrow 0+)} = 5,499 \text{ MeV} = 5499 \text{ keV}$$

$$Q_{0+ \rightarrow 2+} = E_1^{0+} - E_2^{2+} = 5593 - 43 = 5550 \text{ keV} \Rightarrow T_{\alpha(0+ \rightarrow 2+)} = 5456,72 \text{ keV}$$

$$Q_{0+ \rightarrow 4+} = E_1^{0+} - E_2^{4+} = 5593 - 143 = 5450 \text{ keV} \Rightarrow T_{\alpha(0+ \rightarrow 4+)} = 5358,4 \text{ keV}$$

$$Q_{0+ \rightarrow 6+} = E_1^{0+} - E_2^{6+} = 5593 - 296 = 5297 \text{ keV} \Rightarrow T_{\alpha(0+ \rightarrow 6+)} = 5207,975 \text{ keV}$$

$$Q_{0+ \rightarrow 8+} = E_1^{0+} - E_2^{8+} = 5593 - 497 = 5096 \text{ keV} \Rightarrow T_{\alpha(0+ \rightarrow 8+)} = 5010,353 \text{ keV}$$

b) Xác định loại đa cực biến chuyển phóng thích các photon γ từ 2^+ xuống 0^+

Ta có: $J_i=2, J_f=0$

Áp dụng quy tắc $|J_i - J_f| \leq L \leq J_i + J_f$

Ta có: $|2-0| \leq L \leq 2+0 \Rightarrow L=2 \Rightarrow$ bức xạ túc

Ta có hai trường hợp

* Trường hợp 1: chuyển biến túc điện

$\pi_i \pi_f = (-1)^L = (-1)^2 = 1$ (đảm bảo định luật bảo toàn tính chẵn lẻ)

* Trường hợp 2: chuyển biến túc từ

$\pi_i \pi_f = (-1)^{L+1} = (-1)^{2+1} = -1$ (không đảm bảo định luật bảo toàn tính chẵn lẻ)

Vậy đa cực biến chuyển phóng thích các photon γ từ 2^+ xuống 0^+ là biến chuyển túc điện

**Nhận xét:

- Ở câu a ta thấy rằng ứng với biến chuyển càng xa thì năng lượng phóng xạ cần thiết và động năng của hạt a tương ứng

càng lớn

$$Q_{0+ \rightarrow 0+} > Q_{0+ \rightarrow 2+} > Q_{0+ \rightarrow 4+} > Q_{0+ \rightarrow 6+} > Q_{0+ \rightarrow 8+}$$

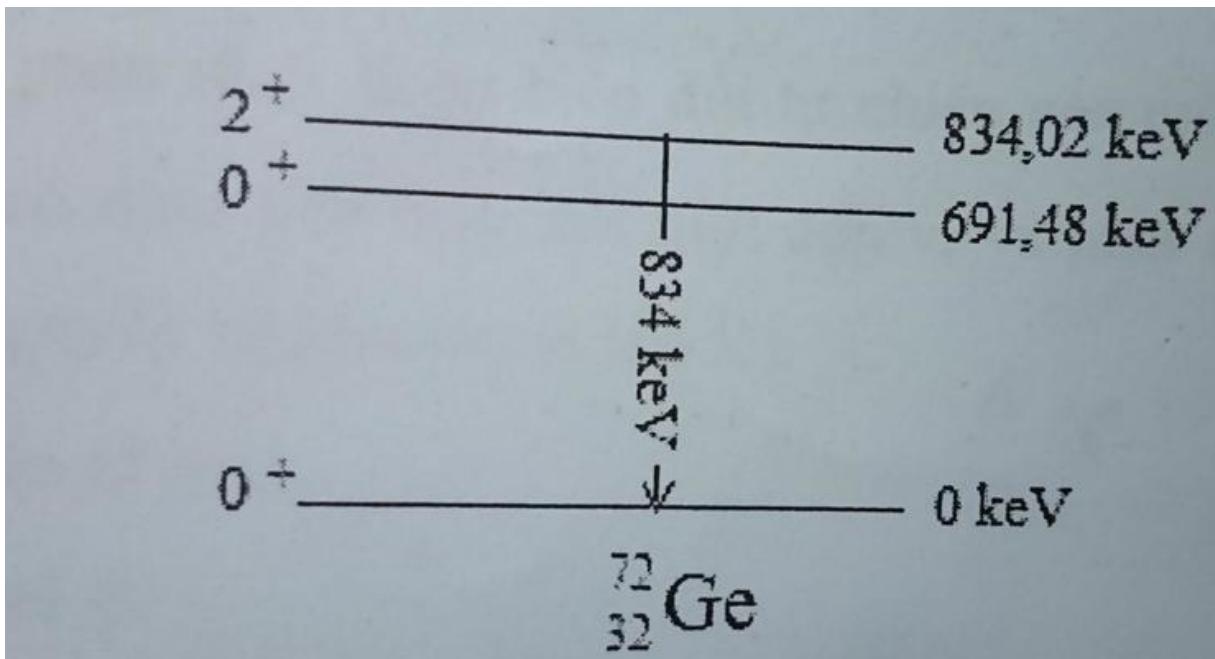
$$T_{\alpha(0+ \rightarrow 0+)} > T_{\alpha(0+ \rightarrow 2+)} > T_{\alpha(0+ \rightarrow 4+)} > T_{\alpha(0+ \rightarrow 6+)} > T_{\alpha(0+ \rightarrow 8+)}$$

- Ở câu b biến chuyển được lựa chọn phải phù hợp với quy tắc lọc lựa và đảm bảo thoả mãn định luật bảo toàn tính chẵn lẻ

Bài tập 3.12

Đồng vị $^{72}_{32}Ge$ là sản phẩm phân rã beta trù của $^{72}_{31}Ga$ ở nhiều trạng thái kích thích khác nhau. Hình sau trình bày sơ đồ ở các mức kích thích đầu tiên của $^{72}_{32}Ge$

- a. Hỏi có bao nhiêu loại biến chuyển gamma từ 2^+ xuống 0^+ . Xác định cấp đa cực và tên gọi biến đa cực tương ứng?
- b. Xác định xác suất biến chuyển gamma [giây^{-1}] tương ứng ở câu a (theo mẫu tầng). Xác định thời gian sống [giây] riêng phần của mức kích thích 2^+ với biến chuyển phát gamma này. Tính bề rộng riêng phần của mức kích thích 2^+ tương ứng với biến chuyển phát gamma này.
- c. Thực nghiệm cho thấy mức kích thích 0^+ năng lượng 691,48keV không phát photon gamma về mức cơ bản 0^+ nhưng lại có electron biến đổi nội tại. Xác định xác suất electron biến đổi nội tại đơn cực [giây^{-1}] này. Xác định thời gian sống riêng phần [giây] của mức kích thích 0^+ tương ứng. Hỏi có biến chuyển nội tại tạo căng cạnh tranh xảy ra không?



BT 3.7. Sơ đồ các mức kích thích đầu tiên của $^{72}_{32}\text{Ge}$

Bài giải:

- a) Chuyển biến phát gamma từ 2^+ xuống 0^+ . Cấp đa cực và tên gọi?

Ta có: $J_i=2$, $J_f=0$

Áp dụng quy tắc $|J_i - J_f| \leq L \leq J_i + J_f$

Ta có: $|2-0| \leq L \leq 2+0 \Rightarrow L=2 \Rightarrow$ bức xạ tứ cực

Ta có hai trường hợp

* Trường hợp 1: chuyển biến tứ cực điện

$\pi_i \pi_f = (-1)^L = (-1)^2 = 1$ (**đảm bảo** định luật bảo toàn tính chẵn lẻ)

* Trường hợp 2: chuyển biến tứ cực từ

$\pi_i \pi_f = (-1)^{L+1} = (-1)^{2+1} = -1$ (**không đảm bảo** định luật bảo toàn tính chẵn lẻ)

Vậy đa cực biến chuyển phóng thích các photon γ từ 2^+ xuống 0^+ là biến chuyển tứ cực điện

b) * Xác suất chuyển biến gamma tương ứng với biến chuyển từ cực điện

Ta có năng lượng biến chuyển phát gamma là $\hbar\omega = 834 \text{ keV} = 0,834 \text{ MeV}$

$$\text{Ta tính } \lambda = \frac{\lambda}{2\pi} = \frac{\hbar c}{\hbar\omega} = \frac{197}{0,834} = 236,211 \text{ fm}$$

$$\text{Xác suất chuyển biến từ cực điện là } \lambda^{E2} = \alpha \frac{\omega^5}{c^4} R^4 = \alpha \left(\frac{R}{\lambda}\right)^4 \cdot \frac{c}{\lambda}$$

$$\text{với } \alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} \approx 7,297 \cdot 10^{-3}$$

$$R = r_0 \cdot A^{1/3} = 1,2 \cdot 72^{1/3} \approx 5 \text{ fm} \text{ lấy } r_0 = 1,2 \text{ fm}$$

$$\text{thế số vào ta được } \lambda^{E2} \approx 7,297 \cdot 10^{-3} \cdot \left(\frac{5}{236,211}\right)^4 \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{236,211 \cdot 10^{-15}} \approx 1,86 \cdot 10^{12} \text{ s}^{-1}$$

* Thời gian sống riêng phần của mức kích thích 2^+ với chuyển biến phát gamma này

$$\tau = 1/\lambda^{E2} \approx 5,3763 \cdot 10^{-13} \text{ s}$$

* Bề rộng riêng phần của mức kích thích 2^+ tương ứng chuyển biến phát gamma

$$\Gamma = \frac{\hbar}{\tau} = \hbar\lambda \approx 1,9615 \cdot 10^{-22} \text{ J} \approx 1,2243 \cdot 10^{-3} \text{ eV}$$

c) Ta có $T_e = E_i - E_f = \Delta E = 691,48 \text{ keV}$

Xác suất electron biến đổi nội tại đơn cực này

$$\lambda_{K(0+ \rightarrow 0+)} \approx \frac{32}{9} \alpha \left(\frac{r_0}{a_0}\right)^4 \frac{m_0 c^2}{\hbar} Z^3 A^{4/3} \sqrt{2 \frac{\Delta E}{m_0 c^2}}$$

$$\text{với } a_0 = 5,29 \cdot 10^4 \text{ fm; } m_0 c^2 = 511 \text{ keV, } \hbar = 0,658 \cdot 10^{-18} \text{ keV.s,}$$

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} \approx 7,297 \cdot 10^{-3}, \text{ lấy } r_0 = 1,2 \text{ fm}$$

$$Z = 32, A = 72, \Delta E = 691,48 \text{ keV}$$

$$\Rightarrow \lambda_{K(0+ \rightarrow 0+)} \approx 86146322,12 \text{ s}^{-1} \approx 86,1463 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}$$

* Thời gian sống riêng phần của mức kích thích 0^+ tương ứng là:

$$\tau = 1/\lambda = 11,61 \cdot 10^{-9} \text{ s}$$

* ta có $2m_0c^2 = 1022 \text{ keV}$

Nhận xét: $\Delta E < 2m_0c^2 \Rightarrow$ Không có biến chuyển nội tại tạo cặp cạnh tranh

**** Nhận xét:**

- Ở câu a xác định loại chuyển biến phát gamma phải phù hợp theo quy tắc lọc lựa và đảm bảo định luật bảo toàn tính chẵn lẻ
- Ở câu b từ công thức bè rộng riêng phần $\Gamma = \frac{\hbar}{\tau} = \hbar\lambda$ đối với một mức năng lượng, ta thấy độ rộng của một mức năng lượng càng lớn khi thời gian sống trung bình τ của trạng thái kích thích tương ứng càng ngắn
- Câu c, ứng với biến đổi nội tại đơn cực ($0^+ \rightarrow 0^+$) ứng với phóng thích e ở tầng K (xác suất xảy ra cao hơn các tầng còn lại) nên khi xác định xác suất electron biến đổi nội tại đơn cực ta chủ yếu tính $\lambda_{K(0+ \rightarrow 0+)}$. Ở biến chuyển đơn cực ($0^+ \rightarrow 0^+$) nếu tính chẵn lẻ thay đổi thì biến chuyển bị cấm.

Nếu năng lượng biến chuyển lớn hơn $2m_0c^2 = 1,022 \text{ MeV}$ thì sẽ xảy ra hiện tượng mới khử kích thích là hiện tượng tạo cặp, nói cách khác là có biến chuyển nội tại tạo cặp cạnh tranh.

Họ và tên: Huỳnh Lê Thu Thảo -1513171

Lớp 15VLHN

Bài tập 3.6: Trạng thái kích thích thứ nhất mức năng lượng E_i của nhân $^{113}_{49}In$ có bán sinh $T_{\frac{1}{2}} = 104$ phút. Khi khử trạng thái kích thích này, nhân biến chuyển về trạng thái cơ bản ($E_f = 0, J_f^{\pi f}$) với phóng thích photon γ hoặc tạo ra hiện tượng biến đổi nội tại với các e tầng K. Khi cho e_K được phóng thích ra vào trong một từ trường đều, cảm ứng từ \mathcal{B} vuông góc với phương tối của e_K thì e_K vạch thành cung tròn bán kính R và người ta đo được: $\mathcal{B} \cdot R = 237 \times 10^{-5}$ Tesla.m. Hệ số biến đổi nội tại $\alpha_K=0.5$

a.Tính thời gian bán rã riêng phần , $T_{\frac{1}{2}}^\gamma$ của nhân $^{113}_{49}In$ ở trạng thái kích thích đối với phóng thích γ .

b.Tính động năng T của e_K được phóng thích ra và suy ra mức năng lượng E_i (xem e_K có vận tốc lớn và nên dùng các công thức tương đối của Einstein)

Cho biết

- Năng lượng liên kết của e_K là $B_K= 28\text{keV}$
- Năng lượng nghỉ của e: $moc^2=511\text{keV}$
- Điện tích của electron: $-e=-1.6 \times 10^{-19}$ Coulomb
- Một keV= 1.6×10^{-19} J

Bài giải

a.Thời gian bán rã riêng phần của nhân $^{113}_{49}In$ ở trạng thái kích thích là:

$$\alpha_{eK} = \frac{\lambda_{eK}}{\lambda_\gamma} \Rightarrow \lambda_\gamma = \frac{\lambda_{eK}}{\alpha_{eK}} = \frac{0,693}{104 \times 0,5}$$

$$\Rightarrow T^\gamma = \frac{0,693}{0,693} \times 104 \times 0,5 = 52(\text{phút})$$

b.Năng lượng của e_K trong từ trường đều là:

$$E_k = c \frac{eBR}{v/c} = c^2 \frac{eBR}{v}$$

Vì e_K có vận tốc lớn $\Rightarrow v \approx c$

$$\begin{aligned} E_k &= ceBR = 3 \times 10^8 \times 1,6 \times 10^{-19} \times 237 \times 10^{-5} = 1,1376 \times 10^{-13}(J) \\ &= 711(keV) \end{aligned}$$

Động năng của e_K được phóng thích ra là:

$$T_{ek} = E_k - B_k = 711 - 28 = 683(keV)$$

Suy ra mức năng lượng E_i là:

$$E_i = E_0 + T_{ek} = 511 + 683 = 1194(keV)$$

Bài tập 3.7 Trạng thái kích thích O^{17} ở năng lượng 4,56MeV có thời gian sống trung bình chỉ có $1,6 \cdot 10^{-20}$ giây. Hãy xác định ma trận chuyển biến của photon gamma phát ra nếu giả sử nó do chuyển biến lưỡng cực điện. Đánh giá bề rộng Γ của mức

Bài giải

Theo đề giả sử nó do chuyển biến lưỡng cực điện nên xác suất biến chuyển của lưỡng cực điện

$$\begin{aligned} \lambda^{E_1} &= \left(\frac{E_\gamma}{1MeV} \right)^3 \left(\frac{|d_{fi}|^2}{1fm} \right)^2 \times 0.38 \times 10^{15} \text{ giây}^{-1} \\ \Rightarrow |d_{fi}|^2 &= \sqrt{\frac{\lambda^{E_1} \times (1MeV)^3 \times (1fm)^2}{0.38 \times 10^{15} \times (E_\gamma)^3}} \end{aligned}$$

Ta có $\lambda^{E_1} = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{1,6 \cdot 10^{-20}} = 6,25 \cdot 10^{19}$ (giây⁻¹)

$$\Rightarrow |d_{fi}|^2 = \sqrt{\frac{6,25 \cdot 10^{19} \times (1 \text{ MeV})^3 \times (1 \text{ fm})^2}{0,38 \times 10^{15} \times (4,56 \text{ MeV})^3}} = 41,649 \text{ (fm)}$$

$$\Rightarrow |d_{fi}| = \sqrt{41,649} = 6,46 \text{ (fm}^{1/2}\text{)}$$

Ta lại có

$$\vec{D} = \sum_{j=1}^Z e \vec{r}_j \quad (1)$$

$$|d_{fi}| = \langle \emptyset_f | \sum_{j=1}^Z \vec{r}_j | \emptyset_i \rangle \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $\langle \emptyset_f | \vec{D} | \emptyset_i \rangle = \sum_{j=1}^Z e |d_{fi}|$

$$\text{Và } A_o = \sqrt{\frac{\hbar}{2\epsilon_o \omega v}}$$

$$v = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi (1,2 \sqrt[3]{A})^3 \text{ (fm)}$$

Má trận chuyển biến của photon phát ra là:

$$\begin{aligned} V_{fi}^{(1)} &= i A_o \vec{\epsilon} \omega \langle \emptyset_f | \vec{D} | \emptyset_i \rangle \frac{1}{e} e \\ &= i \sqrt{\frac{\hbar}{2\epsilon_o \omega v}} \vec{\epsilon} \omega e |d_{fi}| \frac{1}{e} e \\ &= i \sqrt{\frac{\hbar \omega}{2\epsilon_o \frac{4}{3} \pi (1,2 \sqrt[3]{A})^3}} \vec{\epsilon} e |d_{fi}| \\ &= i \sqrt{\frac{E_\gamma}{2\epsilon_o \frac{4}{3} \pi (1,2 \sqrt[3]{A})^3}} \vec{\epsilon} e |d_{fi}| \\ &= i \sqrt{\frac{4,56 \text{ (MeV)}}{2 \times \frac{10^{-9}}{36\pi} \times \frac{4}{3} \pi \times (1,2 \sqrt[3]{17} \text{ fm})^3}} \times 6,46 \text{ (fm}^{1/2}\text{)} e \vec{\epsilon} \\ &= 1,89 \cdot 10^{-5} i \vec{\epsilon} \text{ (m.coulomb)} \end{aligned}$$

Bề rộng của mức là: $\Gamma = \frac{\hbar}{\tau} = 0,041 \text{ (MeV)}$

Họ và tên: Nguyễn Thị Thùy Linh -1513091

Lớp 15VLHN

<u>Hạt nhân</u>	<u>T_{1/2}</u>	Năng lượng bức xạ gamma (KeV)	Độ phô cập (%)
^{238}U \downarrow^α	$4.468*10^9 \text{ y}$	4151 4198	22.3 77.5
^{234}Th $\downarrow\beta^-$	24.1d	63.6 92.38 92.8	3.75 2.18 2.15
^{234m}Pa β^-	1.159m	766.361 1001.026 742.813	0.323 0.847 0.094
^{234}Pa β^-	6.7h	925.0 131.3 926.7 569.5 733.39 880.52 883.24 946.00	7.9 18.2 7.3 9.3 7.0 10.5 9.7 13.5
^{234}U \downarrow^α	$2.455*10^5 \text{ y}$	53.2 120.90	0.125 0.0386
^{230}Th	$7.538*10^4 \text{ y}$	67.762 143.872	0.38 0.049

$\downarrow \alpha$				
^{226}Ra	$1.6*10^3 \text{ y}$	186.211	3.555	
$\downarrow \alpha$				
^{222}Rn	3.8232 d	510	0.076	
$\downarrow \alpha$				
^{218}Po	3.071 m			
α				
^{214}Pb	26.916 m	351.932 295.224 241.997	35.6 18.414 7.268	
β^-				
^{218}At	1.4 s			
α				
\downarrow				
^{214}Bi	19.8 m	609.312 768.356 934.061 1120.287 1238.11 1377.669 1764.494 2204.21	45.49 4.892 3.1 14.91 5.831 3.968 15.31 4.913	
β^-				
^{214}Po	$162.3*10^{-6} \text{ s}$	799.7	0.01	
α				
^{210}Tl	1.3 m	296.0 799.6 1070 1210 1310	79 98.969 11.9 16.8 20.8	
$\downarrow \beta^-$				

<p>$^{210}\text{Po} \xrightarrow{\beta^-} ^{210}\text{Bi} \xrightarrow{\beta^-} ^{206}\text{Tl} \xrightarrow{\beta^-} ^{206}\text{Pb}$</p> <p>$^{210}\text{Pb} \xrightarrow{\alpha} ^{210}\text{Bi}$</p>	22.23y 5.011d 8.32m 138.376d 4.202m Bền(stable)	2430 46.539 304.896 69.42 803.052 803.06	8.9 4.252 26 2.2 0.001 0.005
--	---	---	---

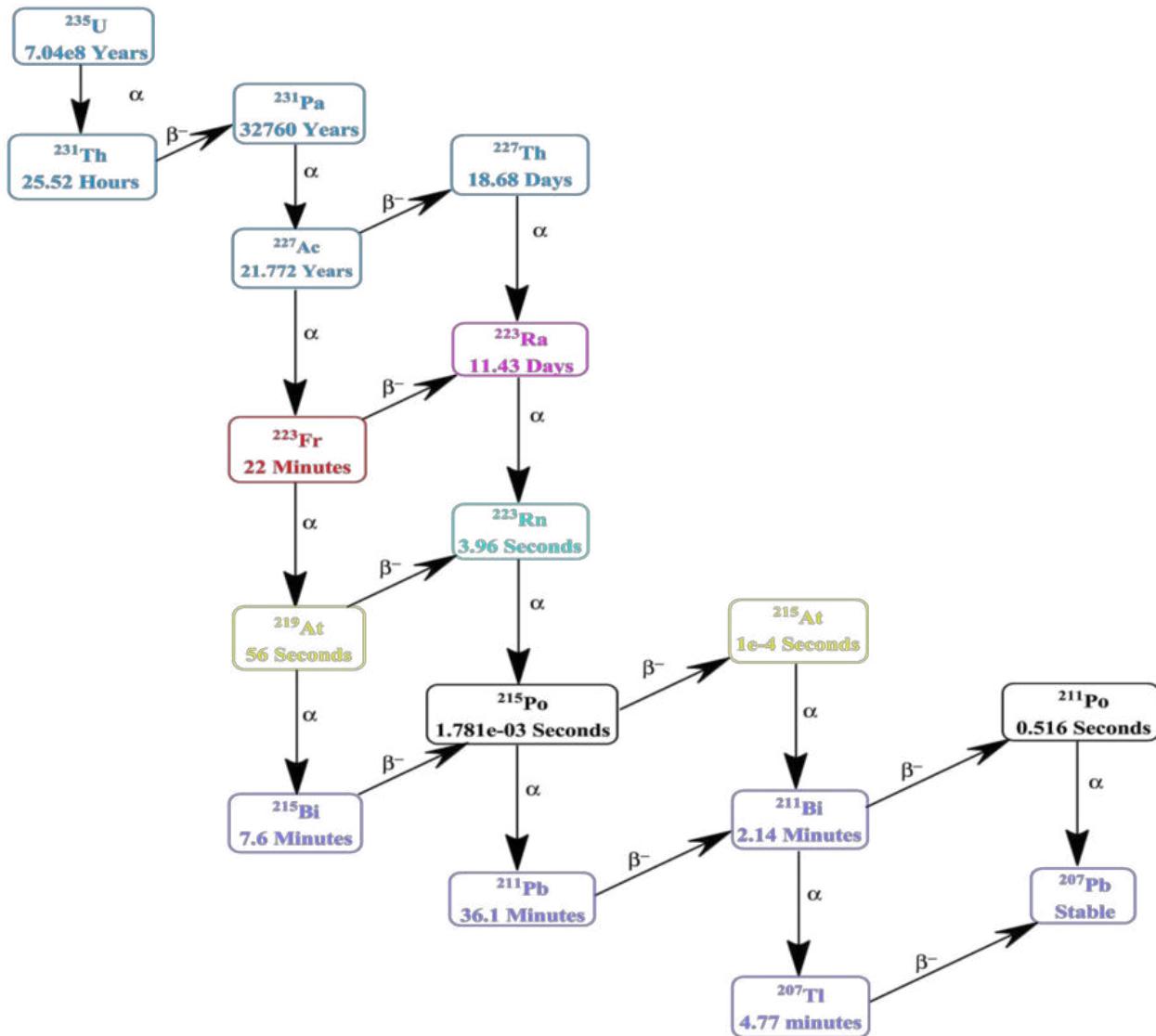
CÂU 1: Sơ đồ phân rã chuỗi phóng xạ uranium và dữ liệu hạt nhân đính kèm.

Nguồn tham khảo: <http://www.nucleide.org/Laraweb/>

Họ và tên: Ngô Bảo Trâm -1513200
Lớp 15VLHN

Câu 1 Vẽ lại ba sơ đồ phân rã phóng xạ chuỗi uranium, thorium và actinum (đính kèm). Với dữ liệu hạt nhân được cập nhật theo thư viện sau đây

SƠ ĐỒ PHÂN RÃ CHUỖI U-235



ĐỒNG VỊ	CHU KÌ BÁN RÃ	NĂNG LƯỢNG PHÂN RÃ (KeV)	PHÂN RÃ
$^{235}\text{U}_{92}$	$704 \times 10^6 \text{Y}$	4678.3	A
$^{231}\text{Th}_{90}$	25.522h	391.6	β^-
$^{231}\text{Pa}_{91}$	32670Y	5149.9	A
$^{227}\text{Ac}_{89}$	21.772Y	5042.19 44.8	α

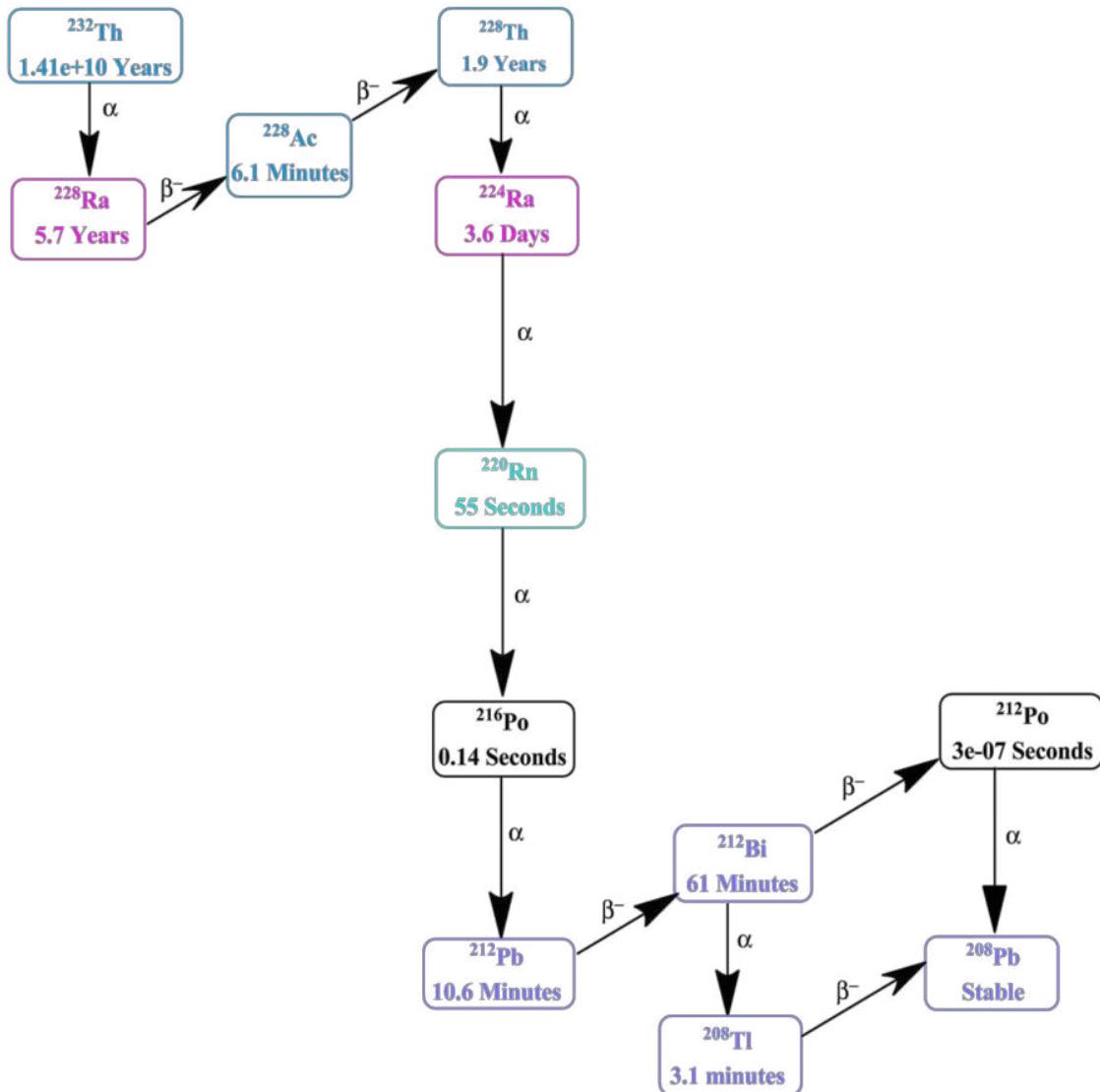
			β^-
$^{227}_{90}\text{Th}$	18.718day		A
$^{223}_{87}\text{Fr}$	22min	1149.2	β^-
$^{223}_{88}\text{Ra}$	11.43day	5978.99	A
$^{219}_{86}\text{Rn}$	3.98s	6946.1	A
$^{215}_{84}\text{Po}$	1.781×10^{-3} s	7526.3 715	α β^-
$^{211}_{82}\text{Pb}$	36.1min	1367	β^-
$^{215}_{85}\text{At}$	0.1×10^{-3} s	8178	A
$^{211}_{83}\text{Bi}$	2.15min	6750.33 574	α β^-
$^{211}_{84}\text{Po}$	0.516s	7594.48	A
$^{207}_{81}\text{Tl}$	4.774min	1418	β^-
$^{207}_{82}\text{Pb}$	STABLE		

Họ và tên: Nguyễn Thị Ngọc Mai- 1513103

Lớp 15VLHN

Câu 1: Vẽ lại ba sơ đồ phân rã phóng xạ chuỗi uranium, thorium và actinum (đính kèm). Với dữ liệu hạt nhân được cập nhật theo thư viện sau đây

SƠ ĐỒ PHÂN RÃ CHUỖI Th-232



ĐỒNG VỊ	CHU KÌ BÁN RÃ	NĂNG LƯỢNG PHÂN RÃ (KeV)	PHÂN RÃ
$^{232}_{90}\text{Th}$	$14.02 \times 10^9 \text{Y}$	4081.6	α
$^{228}_{88}\text{Ra}$	5.75Y	45.8	β^-
$^{228}_{89}\text{Ac}$	6.15h	2123.8	β^-
$^{228}_{90}\text{Th}$	1.9126Y	5520.08	α
$^{224}_{88}\text{Ra}$	3.631d	5788.85	α
$^{220}_{86}\text{Rn}$	55.8s	6404.67	α

$^{216}_{84}\text{Po}$	0.148s	6906.3	α
$^{212}_{82}\text{Pb}$	10.64h	569.9	β^-
$^{212}_{83}\text{Bi}$	60.54min	6207.26 2252.1	α β^-
$^{212}_{84}\text{Po}$	$300 \times 10^{-9}s$	8954.12	α
$^{208}_{81}\text{Tl}$	3.058min	4999	β^-
$^{208}_{82}\text{Pb}$	STABLE		

Họ và tên: Nguyễn Văn Pháp -1413118

Nguyễn Thị Huế -1313055

CÂU 2: Lập bảng khối lượng nguyên tử cho các đồng vị có trong 3 chuỗi phân rã trên (tra trên google).

Bảng khối lượng nguyên tử cho các đồng vị có trong phân rã chuỗi Thorium

*Chuỗi 1:

Số nguyên tử, Z	Tên nguyên tố	Ký hiệu	Số khối	Khối lượng nguyên tử u
81	Thallium	Tl	205	204,974
82	Lead	Pb	208	207,977
			212	211,992
83	Bismuth	Bi	212	211.991
84	Polonium	Po	212	211.989
			216	216.002
86	Radon	Rn	220	220,011
88	Radium	Ra	224	224,020
			228	228,031
89	Actinium	Ac	228	228.031
90	Thorium	Th	228	228,029
			232	232,038

Họ và tên: Lâm Hoàng Nhã -1413106

Trần Thị Liễu -1413080

CÂU 2: Lập bảng khối lượng nguyên tử cho các đồng vị có trong 3 chuỗi phân rã trên (tra trên google).

Bảng khối lượng nguyên tử cho các đồng vị có trong phân rã chuỗi Uranium

Chuỗi 2

Số nguyên tử, Z	Tên nguyên tố	Ký hiệu	Số khói	Khối lượng nguyên tử u
81	Thallium	Tl	206 210	205.976 209.99
82	Lead	Pb	206 210 214	205,974 209,984 213,999
83	Bismuth	Bi	210 214	209.984 213.999
84	Polonium	Po	210 214 218	209,983 213,995 218,009
85	Astatine	At	218	218.009
86	Radon	Rn	222	222,018
88	Radium	Ra	226	226,025
90	Thorium	Th	230 234	230,033 234.044
91	Protactinium	Pa	234	234.043
92	Uranium	U	238	238,051

Họ và tên: Nguyễn Minh Thương -1413253

Trần Thanh Duy -1313273

CÂU 2: Lập bảng khối lượng nguyên tử cho các đồng vị có trong 3 chuỗi phân rã trên (tra trên google).

Bảng khối lượng nguyên tử cho các đồng vị có trong phân rã chuỗi Actinium

Chuỗi 3:

Số nguyên tử, Z	Tên nguyên tố	Ký hiệu	Số khối	Khối lượng nguyên tử u
81	Thallium	Tl	207	206.977
82	Lead	Pb	207	206,976
			211	210,989
83	Bismuth	Bi	211	210,987
84	Polonium	Po	211	210.987
			215	214.999
85	Astatine	At	215	214.999
86	Radon	Rn	219	219.009
87	Francium	Fr	223	223,020
88	Radium	Ra	223	223.019
89	Actinium	Ac	227	227,028
90	Thorium	Th	227	227.028
			231	231.036
91	Protactinium	Pa	231	231.036
92	Uranium	U	235	235,044

Họ và tên: Phan Thị Ngọc Hân -1513049

Lớp 15VLHN

Câu 3. Từ ba chuỗi phóng xạ ở câu 1, trích ra một số quá trình phân rã phóng xạ có cân bằng phóng xạ chuyển tiếp, cân bằng thế kỷ hoặc không cân bằng.

Chuỗi 1: Th(232,90)

Cân bằng chuyển tiếp: (T₁>T₂ =>r_∞>1)

Ra(228) -> Ac(): r_∞=1,0001

Th(228) -> Ra(224) : r_∞=1,005

Ra(224) -> Rn(220) : r_∞=1,0002

Rn(220) -> Po(216) : r_∞=1,003

Pb(212) -> Bi(): r_∞=1,1

Bi() -> Tl(): r_∞=1,05

Bi() -> Po(): r_∞=1,00000008

Cân bằng thế kỷ: (T₁>>T₂ => r_∞=1)

Th(232) -> Ra(228) : r_∞=1

Không cân bằng: (T₁<T₂)

Ac() -> Th(228)

Po() -> Pb(212)

Họ và tên: Nguyễn Thanh Luân -1513096

Lớp 15VLHN

Câu 3. Từ ba chuỗi phóng xạ ở câu 1, trích ra một số quá trình phân rã phóng xạ có cân bằng phóng xạ chuyển tiếp, cân bằng thế kỷ hoặc không cân bằng.

Chuỗi 238-U

1/ QUÁ TRÌNH PHÂN RÃ PHÓNG XẠ CÓ CÂN BẰNG PHÓNG XẠ CHUYỂN TIẾP :

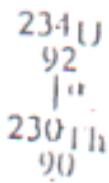
$$\text{Ta có điều kiện : } r_{\infty} = \frac{T_1}{T_1 - T_2} = \text{hằng số} \quad (1)$$

\Rightarrow Quá trình phân rã phóng xạ có cân bằng phóng xạ chuyển tiếp

T1 : thời gian bán rã của hạt nhân mẹ

T2 : thời gian bán rã của hạt nhân con

Theo chuỗi 238-U ta có :

	<p>Ta có thời gian bán rã :</p> $T(234-U) = 2.47 \times 10^5 \text{ năm}$ $T(230-Th) = 8 \times 10^4 \text{ năm}$ <p>Theo công thức số (1) ta có :</p> $r_{\infty} = \frac{T(234-U)}{T(234-U) - T(230-Th)} = 1.479$
	<p>Ta có thời gian bán rã :</p> $T(230-Th) = 8 \times 10^4 \text{ năm}$

 $r_{\infty} = \frac{T(230-\text{Th})}{T(230-\text{Th}) - T(226-\text{Ra})} = 1.02$	<p>$T(226-\text{Ra}) = 1602$ năm</p> <p>Theo công thức số (1) ta có :</p>
 $r_{\infty} = \frac{T(214-\text{Bi})}{T(214-\text{Bi}) - T(210-\text{Tl})} = 1.069$	<p>Ta có thời gian bán rã :</p> <p>$T(214-\text{Bi}) = 19.9$ tháng</p> <p>$T(210-\text{Tl}) = 1.3$ tháng</p> <p>Theo công thức số (1) ta có :</p>

2/ QUÁ TRÌNH PHÂN RÃ PHÓNG XẠ CÓ CÂN BẰNG THẾ KỈ :

Theo công thức số (1) nếu $r_{\infty} = 1$

\Rightarrow QUÁ TRÌNH PHÂN RÃ PHÓNG XẠ CÓ CÂN BẰNG
THẾ KỈ

	<p>Ta có thời gian bán rã :</p> <p>$T(238-\text{U}) = 4.51 \times 10^9$ năm</p> <p>$= 1.64615 \times 10^{12}$ ngày</p> <p>$T(234-\text{Th}) = 24.1$ ngày</p> <p>Theo công thức số (1) ta có :</p>
--	--

	$r^{\infty} = \frac{T(238-U)}{T(238-U) - T(234-Th)} = 1$
$^{214}\text{-Bi} \xrightarrow{\beta^-} ^{214}\text{-Po}$	<p>Ta có thời gian bán rã :</p> <p>$T(214\text{-Bi}) = 19.9$ tháng $= 5158 \times 10^4$ s</p> <p>$T(214\text{-Po}) = 164\mu\text{s} = 164 \times 10^{-6}$ s</p> <p>Theo công thức số (1) ta có :</p> $r^{\infty} = \frac{T(214\text{-Bi})}{T(214\text{-Bi}) - T(214\text{-Po})} = 1$

3/ QUÁ TRÌNH PHÂN RÃ PHÓNG XẠ KHÔNG CÂN BẰNG :

Ta có điều kiện : $T_2 > T_1$ (2)

\Rightarrow Quá trình phân rã phóng xạ không cân bằng

T_1 : thời gian bán rã của hạt nhân mẹ

T_2 : thời gian bán rã của hạt nhân con

$^{234}\text{-Pa} \xrightarrow{\beta^-} ^{234}\text{-U}$	<p>Ta có thời gian bán rã :</p> <p>$T(234\text{-Pa}) = 6.75\text{h}$</p> <p>$T(234\text{-U}) = 2.47 \times 105 \text{ năm} = 2.163 \times 10^9\text{h}$</p> <p>Theo điều kiện (2) ta có :</p> <p>$T(234\text{-U}) > T(234\text{-Pa})$</p>
$\begin{array}{c} ^{222}\text{Rn} \\ _{86} \\ ^{218}\text{Po} \\ _{84} \end{array}$	<p>Ta có thời gian bán rã :</p> <p>$T(222\text{-Rn}) = 3.823 \text{ ngày}$</p> <p>$T(218\text{-Po}) = 3.05 \text{ tháng} = 91.5 \text{ ngày}$</p> <p>Theo điều kiện (2) ta có :</p> <p>$T(218\text{-Po}) > T(222\text{-Rn})$</p>
$^{214}\text{-Po} \xrightarrow{\alpha} ^{210}\text{-Pb}$	<p>Ta có thời gian bán rã :</p> <p>$T(214\text{-Po}) = 164\mu\text{s} = 164 \times 10^{-6}\text{s}$</p> <p>$T(210\text{-Pb}) = 22.3 \text{ năm} = 7.032 \times 10^8\text{s}$</p> <p>Theo điều kiện (2) ta có :</p> <p>$T(210\text{-Pb}) > T(214\text{-Po})$</p>

Họ và tên: Bùi Ngọc Thiện -1513177

Lớp 15VLHN

Câu 3. Từ ba chuỗi phóng xạ ở câu 1, trích ra một số quá trình phân rã phóng xạ có cân bằng phóng xạ chuyển tiếp, cân bằng thế kỷ hoặc không cân bằng.

Chuỗi U-235

	Cân bằng chuyển tiếp $T_{\frac{1}{2},1} > T_{\frac{1}{2},2}$	Cân bằng thế kỷ $T_{\frac{1}{2},1} >> T_{\frac{1}{2},2}$	Không cân bằng $T_{\frac{1}{2},1} < T_{\frac{1}{2},2}$
Chuỗi 3	Po(215,84) →At(215,85) 1,78ms > 0,1ms	U(235,92)→Th(231,90) 7,1.10 ⁸ y >> 25,5h	Th(231,90)→Pa(231,91) 22,5h < 3,276.10 ⁴ y
	Pb(211,82) →Bi(211,83) 36,1m > 2,14m	Pa(231,91)→Ac(227,89) 3,276.10 ⁴ y >> 21,6y	Fr(223,87) →Ra(223,88) 22m < 11,43d
	Th(227,90) →Ra(223,88) 18,718d > 11,43d	Ac(227,89) →Fr(223,87) 21,6y >> 22m	Po(215,84) →Pb(211,82) 1,78ms < 36,1m

	$\text{Ac}(227,89) \rightarrow \text{Th}(227,90)$ $21,6\text{y} >> 18,718\text{d}$	$\text{At}(215,85)$ $\rightarrow \text{Bi}(211,83)$ $0,1\text{ms} < 2,14\text{m}$
	$\text{Ra}(223,88) \rightarrow \text{Rn}(219,86)$ $11.43\text{d} >> 4\text{s}$	$\text{Bi}(211,83) \rightarrow \text{Tl}(207,81)$ $2,14\text{m} < 4,79\text{m}$
	$\text{Rn}(219,86) \rightarrow \text{Po}(215,84)$ $4\text{s} >> 1,78\text{ms}$	
	$\text{Bi}(211,83) \rightarrow \text{Po}(211,84)$ $2,14 \text{ m} >> 0,52 \text{ s}$	

a. Nguyên tử con sống lâu hơn nguyên tử mẹ - Sự không cân bằng.

-Theo công thức (1.32), tỷ số giữa hoạt độ phóng xạ của hạt nhân nguyên tử con và hạt nhân nguyên tử mẹ là:

$$r = \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} [1 - e^{-(\lambda_2 - \lambda_1)t}]$$

Ví dụ: Bi(211,83) → Tl(207,81)

Bi(221,83) có $T_{\frac{1}{2},1} = 2,14\text{m} = 128,4\text{s}$, $\lambda_1 = \frac{\ln 2}{T_{\frac{1}{2},1}} \approx 5,4 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$

Tl(207,81) có $T_{\frac{1}{2},2} = 4,79\text{m} = 287,4\text{s}$, $\lambda_2 = \frac{\ln 2}{T_{\frac{1}{2},2}} \approx 2,4 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$

Tỷ số giữa hoạt động phóng xạ của Tl và Bi là

$$r = \frac{2,4 \cdot 10^{-3}}{2,4 \cdot 10^{-3} - 5,4 \cdot 10^{-3}} [1 - e^{-(2,4 \cdot 10^{-3} - 5,4 \cdot 10^{-3})t}]$$

$$\leftrightarrow r = \frac{4}{5} (e^{3 \cdot 10^{-3} t} - 1)$$

-Ta thấy khi thời gian t tiến tới ∞ , tỷ số hoạt độ phóng xạ của Tl và Bi cũng sẽ tiến tới ∞ .

Nguyên nhân là do đồng vị mẹ có thời gian bán rã ngắn so với đồng vị con, cho nên sau một thời gian đủ lâu đồng vị mẹ phân rã hết chỉ còn đồng vị con. Do đó hoạt độ phóng xạ tổng lúc này sẽ là hoạt độ phóng xạ con. Điều đó dẫn đến sự không cân bằng.

b. Nguyên tử con sống ngắn hơn nguyên tử mẹ.

1. $T_{\frac{1}{2},1} > T_{\frac{1}{2},2}$: Cân bằng chuyển tiếp.

-Theo công thức (1.32), tỷ số giữa hoạt độ phóng xạ của hạt nhân nguyên tử con và hạt nhân nguyên tử mẹ là:

$$r = \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} (1 - e^{-(\lambda_2 - \lambda_1)t})$$

Ví dụ: Th(227,90) → Ra(223,88)

Th(227,90) có $T_{\frac{1}{2},1} = 18,718\text{d} = 1617235.2\text{s}$, $\lambda_1 = \frac{\ln 2}{T_{\frac{1}{2},1}} \approx 4,28 \cdot 10^{-7} \text{ s}^{-1}$

Ra(223,88) có $T_{\frac{1}{2},2} = 11,43\text{d} = 987552\text{s}$, $\lambda_2 = \frac{\ln 2}{T_{\frac{1}{2},2}} \approx 7,02 \cdot 10^{-7} \text{ s}^{-1}$

Tỷ số giữa hoạt động phóng xạ của Ra và Th là

$$r = \frac{7,02 \cdot 10^{-7}}{7,02 \cdot 10^{-7} - 4,28 \cdot 10^{-7}} [1 - e^{-(7,02 \cdot 10^{-7} - 4,28 \cdot 10^{-7})t}]$$

$$\leftrightarrow r = 2,56(1 - e^{-2,74 \cdot 10^{-7}t})$$

-Ta thấy khi thời gian t tiến tới ∞ , tỷ số giữa hoạt động phóng xạ của Ra và Th tiến tới 2,56 và không thay đổi. Khi đó hoạt độ phóng xạ của hạt nhân con và hạt nhân mẹ duy trì tốc độ tương đối không thay đổi.

2. $T_{\frac{1}{2},1} >> T_{\frac{1}{2},2}$: Cân bằng thế kỷ.

-Theo công thức (1.32), tỷ số giữa hoạt độ phóng xạ của hạt nhân nguyên tử con và hạt nhân nguyên tử mẹ là:

$$r = \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} (1 - e^{-(\lambda_2 - \lambda_1)t})$$

Do $T_{\frac{1}{2},1} >> T_{\frac{1}{2},2}$ nên $\lambda_1 \ll \lambda_2$

Công thức (1.32) được biến đổi thành:

$$r = 1 - e^{-\lambda_2 t}$$

-Do đó khi thời gian t tiến tới ∞ , tỷ số giữa hoạt động phóng xạ của hạt nhân mẹ và hạt nhân con tiến tới 1. Khi đó hạt nhân con phân rã cùng chu kỳ với hạt nhân mẹ.

