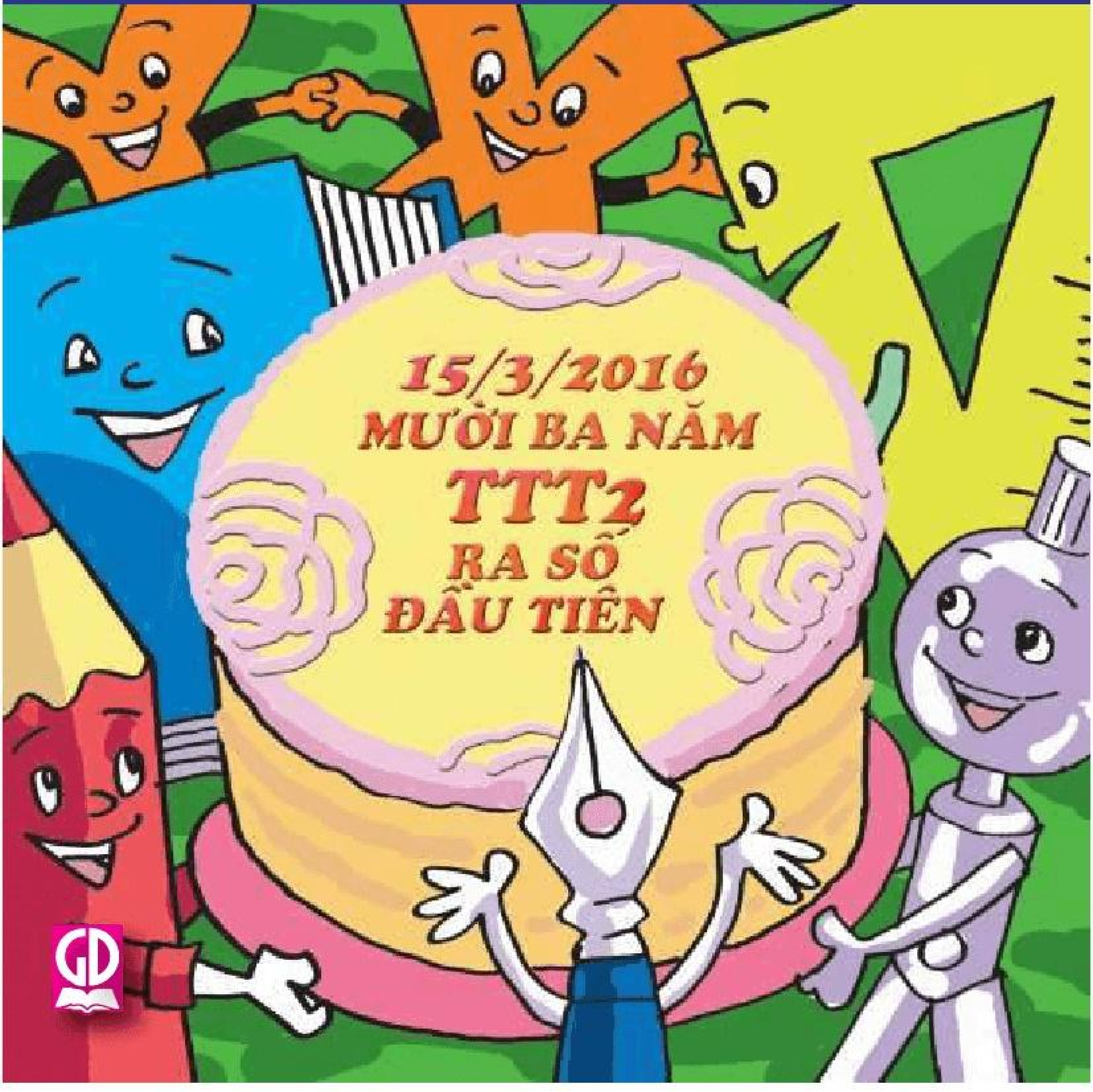
NĂM THỨ MƯỜI BẢY
ISSN 1859-2740
157
03/2016
Giá: 10000đ

Toán tuổi thơ 2

TRUNG HỌC CƠ SỞ

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM - BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO



Toán tuổi thơ TRUNG HỌC CƠ SỞ
Children's Fun Maths Journal
NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM - BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

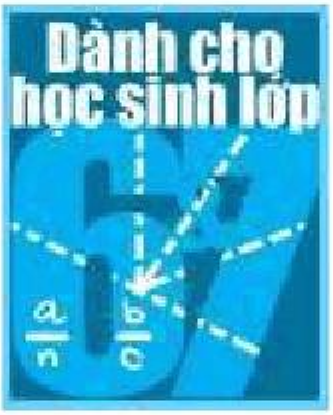
TÒA SOẠN
Tầng 5, số 361 đường Trường Chinh,
quận Thanh Xuân, Hà Nội
Điện thoại (Tel): 04.35682701
Điện sao (Fax): 04.35682702
Điện thư (Email): toantuoitho@vnn.vn
Trang mạng (Website): http://www.toantuoitho.vn

ĐẠI DIỆN TẠI MIỀN NAM
NGUYỄN VIẾT XUÂN
55/12 Trần Đình Xu, P. Cầu Kho, Q.1, TP. HCM
ĐT: 08.66821199, DĐ: 0973 308199

Biên tập: NGUYỄN NGỌC HÂN, PHAN HƯƠNG
Trị sự - Phát hành: TRỊNH THỊ TUYẾT TRANG, VŨ ANH THƯ, NGUYỄN HUYỀN THANH
Chế bản: ĐỖ TRUNG KIÊN
Mĩ thuật: TÚ ÂN

CHỊU TRÁCH NHIỆM XUẤT BẢN
Chủ tịch Hội đồng Thành viên NXBGD Việt Nam:
MẠC VĂN THIỆN
Tổng Giám đốc NXBGD Việt Nam:
GS. TS. VŨ VĂN HÙNG
Phó Tổng Giám đốc kiêm Tổng biên tập NXBGD Việt Nam:
TS. PHAN XUÂN THÀNH

TRONG SỐ NÀY



PHƯƠNG PHÁP TÍNH TỔNG DỰA VÀO ĐỘ LỆCH SO VỚI CÁC TỔNG QUEN THUỘC

ThS. LÊ THỊ NGỌC THÚY
(GV. Cao đẳng Sư phạm Nghệ An)

Có nhiều phương pháp tính nhanh các tổng dạng đặc biệt. Ví dụ điển hình nhất là nhà toán học thiên tài người Đức là F. Gaoxơ khi mới bảy tuổi đã biết tính tổng S = 1 + 2 + 3 + ... + 99 + 100 bằng cách viết lại S = 100 + 99 + ... + 3 + 2 + 1. Từ đó 2S = 101 + 101 + 101 + ... + 101 (có 100 số hạng bằng 101). Suy ra S = 101.100 : 2 = 5050. Sau đây chúng tôi sẽ trình bày một phương pháp tìm công thức tính giá trị biểu thức dạng tổng hoặc hiệu các số.

Bài toán 1. Tìm công thức tính $S_n = 1 + 2a + 3a^2 + \ldots + (n + 1)a^n$.

Lời giải. ● Với a = 1, có $S_n = 1 + 2 + \ldots + (n + 1)$. Dựa vào cách tính tổng như trên của F. Gao xơ, nhận được $S_n = \dfrac{(n+1)(n+2)}{2}$.

● Với a ≠ 1, ta nghĩ đến tổng quen thuộc $P_n = 1 + a + a^2 + \ldots + a^n$ với cách tính như sau:

Ta có $aP_n = a + a^2 + \ldots + a^n + a^{n+1}$.

Đo *độ lệch* aP_n với P_n là

$aP_n - P_n = (a - 1)P_n = a^{n+1} - 1$.

Do đó $P_n = \dfrac{a^{n+1}-1}{a-1}$.

Như vậy để tính S_n, ta đo độ lệch của nó với aS_n, nhận được

$$S_n - aS_n = 1 + a + a^2 + \ldots + a^n - (n+1)a^{n+1}$$

$$= P_n - (n+1)a^{n+1} = \frac{a^{n+1}-1}{a-1} - (n+1)a^{n+1}.$$

Từ đó

$$S_n = \frac{(n+1)a^{n+1}}{a-1} - \frac{a^{n+1}-1}{(a-1)^2} = \frac{(n+1)a^{n+2} - (n+2)a^{n+1} + 1}{(a-1)^2}.$$

Chú ý. Để tính tổng $P_n = 1 - a + a^2 - a^3 + \ldots + (-1)^n a^n$, ta không đo độ lệch của nó với aP_n mà với $-aP_n$, nghĩa là xét biểu thức $P_n - (-aP_n) = P_n + aP_n$ và nhận được $(1 + a)P_n = 1 + (-1)^n a^{n+1}$.

Bài toán 2. Tính

a) $P = 1 + 3 + 3^2 + \ldots + 3^{100}$.

b) $S = 1 + 2.3 + 3.3^2 + \ldots + 101.3^{100}$.

Lời giải. Sử dụng kết quả bài toán 1, ta có

a) $P = \dfrac{3^{101}-1}{2}$.

b) $S = \dfrac{101.3^{102} - 102.3^{101} + 1}{4} = \dfrac{201.3^{101} + 1}{4}$.

Bài toán 3. Tính tổng $S_n = 1.1! + 2.2! + 3.3! + \ldots + n.n!$, trong đó $n! = 1.2.3...n$ là tích của n số nguyên dương đầu tiên.

Lời giải. Để tính được tổng đã cho ta cần sử dụng tổng $P_n = 1! + 2! + 3! + \ldots + n!$. Mặc dù tổng này chưa tính được, nhưng nó giúp ta tìm được tổng cần tính. Ta đo độ lệch của S_n không phải với P_n mà với $-P_n$, nghĩa là xét biểu thức $S_n - (-P_n) = S_n + P_n$.

Nhận xét rằng $k.k! + k! = k!(k+1) = (k + 1)!$.

Ta có $S_n + P_n = 2! + 3! + \ldots + n! + (n + 1)!$

$= P_n + (n + 1)! - 1$. Suy ra $S_n = (n + 1)! - 1$.

Bài toán 4. Tìm công thức tính

$$S_n = \frac{1}{1.2.3} + \frac{1}{2.3.4} + \frac{1}{3.4.5} + \ldots + \frac{1}{n(n+1)(n+2)}.$$

Lời giải. Để tìm được công thức tính này, ta cần phải dựa vào tổng quen thuộc sau

$$P_n = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \ldots + \frac{1}{n(n+1)}.$$

Ta biết rằng $\dfrac{1}{k(k+1)} = \dfrac{1}{k} - \dfrac{1}{k+1}$.

Suy ra

$$P_n = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \ldots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = 1 - \frac{1}{n+1}.$$

Bây giờ ta sẽ đo độ lệch của P_n với S_n

$$\frac{1}{k(k+1)} - \frac{1}{k(k+1)(k+2)} = \frac{1}{k(k+2)} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+2}\right).$$

(Xem tiếp trang 6)

Học ra sao? Giải toán thế nào?

TÌM GIÁ TRỊ LỚN NHẤT, GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT CỦA PHÂN THỨC ĐẠI SỐ

HOÀNG VĂN LONG
(GV. THCS Lê Quý Đôn, TP. Hải Dương, Hải Dương)

Với các bạn học sinh lớp 8 việc tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức đại số là bài toán không đơn giản. Qua bài viết này chúng tôi muốn đưa ra một phương pháp tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của phân thức đại số có dạng $M = \dfrac{ax^3 + bx^2 + cx + d}{ex^2 + gx + h}$.

Bài toán 1. Tìm giá trị lớn nhất của phân thức $A = \dfrac{3x+1}{2x^2 - x + 3}$.

Lời giải. Ta có

$$A = \frac{3x+1}{2x^2-x+3} = \frac{2x^2-x+3-2x^2+4x-2}{2x^2-x+3}$$

$$= \frac{(2x^2-x+3)-2(x^2-2x+1)}{2x^2-x+3}$$

$$= 1 - \frac{2(x-1)^2}{2x^2-x+3} = 1 - \frac{2(x-1)^2}{2\left(x^2-\frac{1}{2}x+\frac{1}{16}\right)+\frac{23}{8}}$$

$$= 1 - \frac{2(x-1)^2}{2\left(x-\frac{1}{4}\right)^2+\frac{23}{8}} \le 1.$$

Vì $\begin{cases}(x-1)^2 \ge 0\ \forall x\\ \left(x-\frac{1}{4}\right)^2 \ge 0\ \forall x\end{cases} \Rightarrow \dfrac{2(x-1)^2}{2\left(x-\frac{1}{4}\right)^2+\frac{23}{8}} \ge 0\ \forall x.$

Dấu "=" xảy ra khi $x = 1$.

Vậy $\text{Max}A = 1$ khi $x = 1$.

Phân tích. Vấn đề đặt ra là làm thế nào để tìm ra cách giải như trên.

Ta để ý mẫu thức của phân thức trên

$$2x^2 - x + 3 = 2\left(x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{16}\right) + \frac{23}{8}$$

$$= 2\left(x - \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{23}{8} > 0\ \forall x.$$

Do đó ta nghĩ đến cách tách

$$A = \frac{3x+1}{2x^2-x+3} = \frac{a(2x^2-x+3)+b(x-c)^2}{2x^2-x+3}$$

$$= a + \frac{b(x-c)^2}{2x^2-x+3}.$$

Ta cần tìm các hệ số a, b, c thỏa mãn

$3x + 1 = a(2x^2 - x + 3) + b(x - c)^2\ \ \forall x$

$\Leftrightarrow 3x + 1 = (2a + b)x^2 - (a + 2bc)x + (3a + bc^2)\ \forall x$

Đồng nhất hệ số hai đa thức trên ta được

$$\begin{cases}2a+b=0\\ -(a+2bc)=3\\ 3a+bc^2=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2a+b=0\\ 2a+b-2(a+2bc)=6\\ 3(2a+b)-2(3a+bc^2)=-2\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}2a+b=0\\ b(1-4c)=6 \quad (*)\\ b(3-2c^2)=-2\end{cases}$$

Suy ra $\dfrac{1-4c}{3-2c^2} = -3 \Rightarrow 1 - 4c = 6c^2 - 9$

$$\Leftrightarrow (c-1)(6c+10) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}c=1\\ c=-\frac{5}{3}.\end{array}\right.$$

- Với $c = 1$ thay vào (*) ta được $b = -2$; $a = 1$
- Với $c = \dfrac{-5}{3}$ thay vào (*) ta được

$b = \dfrac{18}{23}$; $a = \dfrac{-9}{23}$.

Hai bộ số (a; b; c) cho ta hai cách tách tử thức để giải quyết hai bài toán tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của phân thức A.

Bài toán 2. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của phân thức $B = \dfrac{4x^2 - 4x + 12}{x^2 + 2x + 2}$.

Phân tích.

Ta có $B = \dfrac{4x^2-4x+12}{x^2+2x+2} = 4 + \dfrac{-12x+4}{x^2+2x+2}$.

Ta sẽ tìm giá trị lớn nhất của $C = \dfrac{-12x+4}{x^2+2x+2}$.

Vì x = 0 thì C = 2 nên giá trị lớn nhất của C là số dương. Giả sử giá trị lớn nhất của C là $\dfrac{1}{k}$ với k > 0.

Ta sẽ tìm k để

$$C = \frac{-12x+4}{x^2+2x+2} \le \frac{1}{k}\ \forall x \Leftrightarrow \frac{-12x+4}{x^2+2x+2} - \frac{1}{k} \le 0\ \forall x$$

$$\Leftrightarrow k(-12x+4) - (x^2+2x+2) \le 0\ \forall x$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x(6k+1) + 2 - 4k \ge 0\ \forall x$$

$$\Leftrightarrow [x^2 - 2x(6k+1) + (6k+1)^2] + 2 - 4k - (6k+1)^2 \ge 0\ \forall x$$

$$\Leftrightarrow (x-6k-1)^2 - 36k^2 - 16k + 1 \ge 0\ \forall x$$

(vì $k(x^2+2x+2) > 0\ \forall x$)

Ta sẽ chọn k thỏa mãn $-36k^2 - 16k + 1 = 0$.

Suy ra $k = \dfrac{-1}{2}$ (loại) hoặc $k = \dfrac{1}{18}$.

Lời giải. Ta có

$$B = \frac{4x^2-4x+12}{x^2+2x+2} = 4 + \frac{-12x+4}{x^2+2x+2}$$

$$= 4 + \frac{-2(x^2+2x+2)+2x^2-8x+8}{x^2+2x+2}$$

$$= 2 + \frac{2(x-2)^2}{(x+1)^2+1} \ge 2.$$

$$\text{Vì } \begin{cases}(x-2)^2 \ge 0\ \forall x\\ (x+1)^2 \ge 0\ \forall x\end{cases} \Rightarrow \frac{2(x-2)^2}{(x+1)^2+1} \ge 0\ \forall x$$

Dấu "=" xảy ra khi x = 2.

Vậy MinB = 2 khi x = 2.

Bài toán 3. Cho phân thức $M = \dfrac{x^2+7x+28}{x-1}$.

a) Tìm giá trị nhỏ nhất của M với x > 1;

b) Tìm giá trị lớn nhất của M với x < 1.

Hướng dẫn. Ta nghĩ đến cách tách tử thức như sau:

$$M = \frac{x^2+7x+28}{x-1} = \frac{a(x-1)+b(x-c)^2}{x-1} = a + \frac{b(x-c)^2}{x-1}.$$

Bài toán 4. Cho x > 0, tìm giá trị nhỏ nhất của phân thức $S = \dfrac{x^3+x^2+x+3}{x}$.

Hướng dẫn. Ta tách

$$S = \frac{x^3+x^2+x+3}{x} = \frac{(x+a)(x+b)^2+cx}{x}$$

$$= c + \frac{(x+a)(x+b)^2}{x}.$$

Bài toán 5. Cho x > 0, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = \dfrac{x^3-3x^2+5x+4}{x}$.

Hướng dẫn. Ta tách

$$A = \frac{x^3-3x^2+5x+4}{x} = x^2 - 3x + 5 + \frac{4}{x}$$

$$= x^2 - (3+k^2)x + 5 + k^2x + \frac{4}{x}$$

$$= x^2 - 2\frac{(3+k^2)}{2}x + \left(\frac{3+k^2}{2}\right)^2 + 5 - \left(\frac{3+k^2}{2}\right)^2 + \left(k^2x + \frac{4}{x}\right)$$

$$= \left(x - \frac{3+k^2}{2}\right)^2 + \left(\frac{k^2x^2+4xk+4}{x}\right) + 5 - \left(\frac{3+k^2}{2}\right)^2 - 4k$$

$$= \left(x - \frac{3+k^2}{2}\right)^2 + \frac{(kx+2)^2}{x} + 5 - \left(\frac{3+k^2}{2}\right)^2 - 4k.$$

Ta sẽ tìm k sao cho $\dfrac{3+k^2}{2} = -\dfrac{2}{k}$.

Bài toán 6. Cho x > 2 tìm giá trị nhỏ nhất của phân thức $S = \dfrac{x^3-9x^2+28x-24}{x-2}$.

Hướng dẫn. Đặt t = x – 2.

Bài tập vận dụng

Bài 1. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của

$A = \dfrac{2x+1}{x^2+2x+10}$; $B = \dfrac{x+2}{x^2+2x+3}$;

$C = \dfrac{3x^2+11x+12}{x^2+3x+4}$; $D = \dfrac{36x^2-4x+21}{x^2+x+1}$.

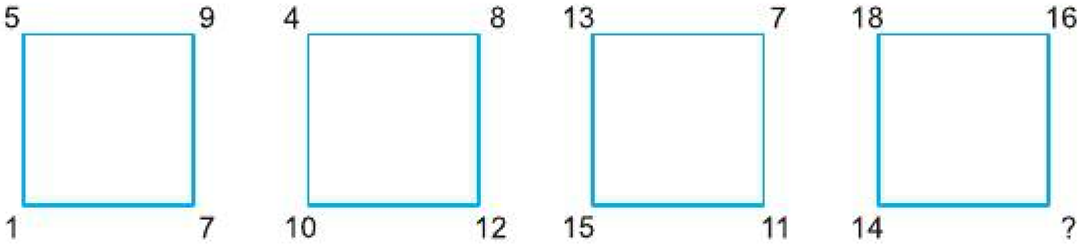
Bài 2. Cho x > 1. Tìm giá trị nhỏ nhất của $E = \dfrac{3x^2-7x+31}{x-1}$.

Bài 3. Cho x > –1. Tìm giá trị nhỏ nhất của $G = \dfrac{18x^3-53x^2+2x+82}{x+1}$.

Kì này SỐ CÒN THIẾU TRONG HÌNH VUÔNG

Bài 1. Tìm số tiếp theo của dãy số 1; 2; 4; 7; 8; 11; 13; 14; 16; 17; ...

Bài 2. Hãy thay dấu ? bằng số thích hợp.



NGUYỄN ĐỨC TẤN *(TP. Hồ Chí Minh)*

Kết quả SỐ NÀO MỚI ĐÚNG ĐÂY? (TTT2 số 155)

Nhận xét. Rất nhiều bạn tham gia gửi bài và tất cả các bạn đều tìm ra đúng quy luật. Riêng bài 1 các bạn cần chỉ ra cụ thể hơn nữa quy luật bằng công thức của số hạng tổng quát.

Quy luật.

Bài 1. Xét dãy số $\frac{1}{3}; \frac{1}{7}; \frac{1}{13}; \frac{1}{21}; \frac{1}{31}; \ldots$

Ta có $\frac{1}{3} = \frac{1}{1.2+1}; \frac{1}{7} = \frac{1}{2.3+1}; \frac{1}{13} = \frac{1}{3.4+1};$

$\frac{1}{21} = \frac{1}{4.5+1}; \frac{1}{31} = \frac{1}{5.6+1}; \ldots$

Số hạng thứ n của dãy có dạng $u_n = \frac{1}{n.(n+1)+1}$.

Vậy số hạng tiếp theo (số hạng thứ 6) là $\frac{1}{6.7+1} = \frac{1}{43}$.

Bài 2. Dễ thấy mỗi số nằm trong tam giác bằng lập phương của tổng ba số nằm ngoài tam giác. Theo quy luật đó, số cần điền vào dấu ? là $(3 + 2 + 1)3 =$ **216**.

Xin trao thưởng cho các bạn có lời giải chính xác, ngắn gọn: *Nguyễn Thị Quỳnh Chi*, 6A2, THCS Yên Phong, Yên Phong; *Nguyễn Phương Mai*, 6C, THCS Lê Văn Thịnh, Gia Bình, **Bắc Ninh**; *Phạm Thị Kiều Trang*, 8A2, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**; *Phan Minh Ánh*, 6A, *Võ Hồng Thái*, 7A, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**.

Các bạn sau được tuyên dương: *Phùng Quốc Lân*, 7E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Khắc Thái Bình*, 8B, THCS Nguyễn Thượng Hiền, Ứng Hòa, **Hà Nội**; *Lã Việt Cường*, 7A, THCS Nam Cao, Lý Nhân, **Hà Nam**; *Trần Nữ Tố Uyên*, 7D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**; *Nguyễn Trúc Quỳnh*, 7/1, THCS Lê Văn Thiêm, TP. Hà Tĩnh, **Hà Tĩnh**.

NGUYỄN XUÂN BÌNH

Kì này SAI LẦM Ở ĐÂU?

Trong một cuốn sách có bài toán với lời giải sau:

Bài toán. Cho $\frac{1}{a}+\frac{1}{c}=\frac{1}{b-c}-\frac{1}{a-b}$ và $ac \neq 0$, $a \neq b$, $b \neq c$.

Chứng minh rằng $\frac{a}{c}=\frac{a-b}{b-c}$.

Lời giải. Ta có $\frac{1}{a}+\frac{1}{c}=\frac{1}{b-c}-\frac{1}{a-b}$

Suy ra $\frac{1}{a-b}+\frac{1}{c}=\frac{1}{b-c}-\frac{1}{a}$.

Ta lại có $\frac{1}{a-b}+\frac{1}{c}=\frac{c+a-b}{(a-b)c}$. (1)

$\frac{1}{b-c}-\frac{1}{a}=\frac{a-b+c}{(b-c)a}$. (2)

Từ (1) và (2), suy ra $(a-b)c=(b-c)a$.

Do đó $\frac{a}{c}=\frac{a-b}{b-c}$.

Theo bạn lời giải trên đã ổn chưa? Nếu chưa ổn thì giải thế nào mới đúng.

Kết quả GIÁ TRỊ LỚN NHẤT (TTT2 số 155)

Theo lời giải của bạn: *Chu Tuấn Kiệt*, 9A2, THCS Hạ Hòa, Hạ Hòa, **Phú Thọ**.

Ta viết $A(x)=\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-4}=1+\frac{7}{\sqrt{x}-4}$ với $x \neq 16$.

Để biểu thức A(x) đạt giá trị lớn nhất thì $A(x) > 0$ và $\sqrt{x}-4$ cần lấy giá trị dương (khi $x > 16$) nhỏ nhất. Giả sử với giá trị tùy ý $x = a > 16$ thì luôn chọn được số thực $b=\frac{a}{2}+8=\frac{a+16}{2}<\frac{2a}{2}=a$, mà $b=\frac{a}{2}+8>\frac{16}{2}+8=16$, tức là $16 < b < a$, khi đó $0<\sqrt{b}-4<\sqrt{a}-4$, nên $A(b)>A(a)$, do đó không thể chọn được giá trị của số thực x để $\sqrt{x}-4$ lấy giá trị dương nhỏ nhất. Vậy khi A(x) lấy các giá trị là số thực thì không tồn tại giá trị lớn nhất của A(x).

Nhận xét. Một số bạn chỉ xét các giá trị nguyên của A(x) nên suy ra giá trị lớn nhất của A(x) là $A(25) = 8$.

Các bạn sau có lời giải đúng được thưởng kì này: *Chu Tuấn Kiệt*, 9A2, THCS Hạ Hòa, Hạ Hòa, **Phú Thọ**; *Chu Văn Việt*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Đặng Thị Hoài Anh*, 9B, THCS Nguyễn Thượng Hiền, Ứng Hòa, **Hà Nội**; *Mai Ánh Quỳnh*, 8A, THCS Chu Văn An, Nga Sơn, **Thanh Hóa**; *Võ Hùng Tuấn*, 9A, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh; *Lê Thanh Hùng*, *Bùi Thanh Trúc*, 8A, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An**.

ANH KÍNH LÚP

PHƯƠNG PHÁP TÍNH TỔNG *(Tiếp theo trang 2)*

Do vậy

$$2(P_n-S_n)=1-\frac{1}{3}+\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\ldots+\frac{1}{n-1}-\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2}=1+\frac{1}{2}-\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+2}$$

$$\Rightarrow 2S_n=2P_n-1-\frac{1}{2}+\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}=$$

$$=2-\frac{2}{n+1}-1-\frac{1}{2}+\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}=\frac{n(n+3)}{2(n+1)(n+2)}.$$

Vậy suy ra $S_n=\frac{n(n+3)}{4(n+1)(n+2)}$.

Bài tập

Bài 1. Tìm công thức của mỗi biểu thức

a) $P_n = 1 - a + a^2 - a^3 + \ldots + (-1)^n a^n$.

b) $S_n = 1 - 2a + 3a^2 - 4a^3 + \ldots + (n+1)(-1)^n a^n$.

Bài 2. a) Tìm hai chữ số tận cùng của

$P = 1 - 3 + 3^2 - 3^3 + \ldots + 3^{100}$.

b) Tìm chữ số tận cùng của

$S = 1 - 2.3 + 3.3^2 - 4.3^3 + \ldots + 101.\ 3^{100}$.

Bài 3. Chứng minh công thức sau

$$1^2+2^2+3^2+\ldots+n^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

CÁC NƯỚC ĐÔNG NAM Á

BÍNH NAM HÀ

AC là từ viết tắt của Cộng đồng ASEAN bằng tiếng Anh (ASEAN Community). Cộng đồng ASEAN thành lập chính thức từ 31.12.2015. Năm 2016 này tạp chí Toán Tuổi thơ mở chuyên mục Cửa sổ AC để bạn đọc hiểu hơn về vùng đất, con người rộng lớn của 10 quốc gia với 625 triệu dân.

Đông Nam Á gồm 11 quốc gia. 10 nước đã tham gia hiệp hội các quốc gia Đông Nam Á (ASEAN) gồm: Brunây Đarutxalam (Brunei), Vương quốc Campuchia (Cambodia), Cộng hòa Inđônêxia (Indonesia), Cộng hòa dân chủ Nhân dân Lào (Laos), Liên bang Malaixia (Malaysia), Liên bang Myanma (Myanmar), Cộng hòa Philippin (Philippines), Vương quốc Thái Lan (Thailand), Cộng hòa xã hội chủ nghĩa Việt Nam (Vietnam), Cộng hòa Xingapo (Singapore) và một nước chưa gia nhập ASEAN: Cộng hòa dân chủ Đông Timo (Timor-Leste). Nước rộng nhất là Indonesia với diện tích 1 913 000 km^2. Nước có diện tích hẹp nhất là Singapore với gần 700 km^2. Nước đông dân nhất là Indonesia với 235 500 000 người (năm 2010). Nước ít dân nhất là Brunei 400 000 người. Núi cao nhất là Cacabo Radi ở Myanmar với 5 885 m. Sông lớn nhất ở Đông Nam Á là Mê Công chảy qua Lào, Thái Lan, Campuchia và Việt Nam. Mật độ dân số cao nhất là Singapore với hơn 7500 người/km^2, thấp nhất là Lào với 27 người/km^2.

GDP cao nhất là Indonesia với 1057 tỉ USD, thấp nhất là Lào với 9 tỉ USD. Bình quân GDP danh nghĩa theo đầu người cao nhất là Singapore với 56000 USD/người/năm và thấp nhất là Campuchia với 1081 USD/người/năm. Nếu tính theo sức mua tương đương thì con số này còn cao hơn.

Về quy mô các nền kinh tế, xếp theo thứ tự là: Indonesia, Thái Lan, Malaysia, Singapore, Philippines, Việt Nam, Myanmar, Campuchia, Brunei, Lào (tính theo thứ tự tổng số GDP theo USD tức tổng sản phẩm quốc nội). Quốc gia chỉ gồm 1 thành phố là Singapore. Quốc gia có nhiều đảo là Indonesia với gần 17 000 hòn đảo chạy dài 5000 km từ Tây sang Đông và 2 000 km từ Bắc xuống Nam. Indonesia cũng là nước nằm cả ở Bắc và Nam bán cầu. Quốc gia gồm có 2 phần rõ rệt là Malaysia với một phần phía Tây thuộc bán đảo Malacca và phần phía Đông thuộc đảo Calimantan. Quốc gia không gặp thiên tai: bão, lũ, sóng thần là Singapore, nằm gần như trùng vào xích đạo. Đa số các nước dùng múi giờ 8. Một số nước dùng múi giờ 7 trong đó có Việt Nam. Riêng Myanmar dùng giờ chuẩn 6.30. Quốc gia có khí hậu nhiệt đới gió mùa, mùa đông lạnh rõ rệt là Việt Nam.

Mười quốc gia luân phiên nhau làm Chủ tịch mỗi năm của Hiệp hội, nay gọi là Cộng đồng. Năm nay Lào là Chủ tịch ASEAN. Văn phòng Tổng thư kí ASEAN đặt tại Jakarta, Indonesia.

QUA HAI BÀI TOÁN NHỎ TRONG CUỘC THI TOÁN AUSTRALIA AMC NĂM 2015

TẠ NGỌC TRÍ

Chúng ta xét hai bài toán sau đây trong các bài thi AMC (Australian Mathematics Competition) năm 2015 cho học sinh các nhóm lớp 7-8 và 9-10. Đối với mỗi bài toán chúng ta sẽ cùng thảo luận về phương pháp dạy và học khi tìm lời giải. Qua đây chúng ta cũng có thể thấy được "dạng" toán mà các cuộc thi tìm kiếm tài năng toán học kiểu như AMC thường sử dụng.

Bài toán 1 *(Câu hỏi 29, AMC 2015 dành cho lớp 7-8)*

Zoltan has a list of whole numbers, all larger than 0 but smaller than 1000. He notices that every number in his list is either one-third of another number in the list or three times another number in the list. What is the largest number of different whole numbers that can be on Zoltan's list?

Bài dịch sang tiếng Việt:

Zoltan có một dãy các số tự nhiên, các số trong dãy đều lớn hơn 0 nhưng nhỏ hơn 1000. Cậu ấy nhận thấy rằng mỗi số trong dãy hoặc là bằng $\frac{1}{3}$ của một số khác trong dãy, hoặc là gấp ba lần một số khác trong dãy. Hỏi số nhiều nhất các số tự nhiên trong dãy của Zoltan có thể có là bao nhiêu?

Qua bài toán này học sinh được rèn luyện, phát triển kĩ năng phân tích, khám phá, suy luận. Chúng tôi xin đề xuất một cách sau đây để thực hiện mục tiêu đó: hãy nghiên cứu từ các trường hợp đơn giản!

- *Trường hợp đơn giản thứ nhất*

Trước hết, chúng ta yêu cầu học sinh nghiên cứu bài toán khi dãy của Zoltan gồm các số lớn hơn 0 *nhưng nhỏ hơn 10*.

Hãy đặt ra các câu hỏi để khám phá: Nếu muốn số 1 nằm trong dãy của Zoltan thì số nào cũng phải (có thể) nằm trong dãy đó? Tương tự như vậy đối với số 2, 3, ... , cụ thể:

Sự xuất hiện của số 1 trong dãy sẽ dẫn đến số 3 phải nằm trong dãy;

Sự xuất hiện của số 2 trong dãy sẽ dẫn đến số 6 phải nằm trong dãy;

Sự xuất hiện của số 3 trong dãy sẽ dẫn đến số 9 có thể nằm trong dãy;

Số 4 không thể nằm trong dãy vì không có số nguyên nào bằng $\frac{1}{3}$ của 4 và ba lần của 4 vượt quá 10;

Tương tự số 5, 7, 8 không thể nằm trong dãy.

Số 6, 9 có thể nằm trong dãy (nếu có số 2, 3 nằm trong dãy).

Từ đó đối với trường hợp này dãy số nhiều nhất của Zoltan là 1, 2, 3, 6, và 9. Tức là trong trường hợp này dãy của Zoltan có nhiều nhất là 5 phần tử!

- *Trường hợp đơn giản thứ hai*

Chúng ta yêu cầu học sinh nghiên cứu bài toán khi dãy của Zoltan gồm các số lớn hơn 0 *nhưng nhỏ hơn 100*.

Tương tự như trên đặt ra các câu hỏi để học sinh khám phá: Nếu muốn số 1 nằm trong dãy của Zoltan thì những số nào cũng phải (có thể) nằm trong dãy đó? Tương tự như vậy đối với số 2, ...

Sau mỗi lần trả lời các câu hỏi đó dãy của Zoltan lại được làm "giàu" lên, cụ thể:

Sự xuất hiện của số 1 trong dãy sẽ dẫn đến số 3 phải nằm trong dãy;

Sự xuất hiện của số 2 trong dãy sẽ dẫn đến số 6 phải nằm trong dãy;

Sự xuất hiện của số 3 trong dãy sẽ dẫn đến số 9 có thể nằm trong dãy;

...

Sự xuất hiện của số 33 trong dãy sẽ dẫn đến số 99 có thể nằm trong dãy;

Số 34 không thể nằm trong dãy vì không có số nguyên nào bằng $\frac{1}{3}$ của 34 và ba lần của 34 vượt quá 100;

Tương tự số 35 không thể nằm trong dãy;

Tuy nhiên số 36 có thể nằm trong dãy (nếu có số 12 nằm trong dãy);

...

Như vậy các số lớn hơn 33 (từ 34 trở đi) sẽ không thể nằm trong dãy của Zoltan nếu số đó không chia hết cho 3, còn các số chia hết cho 3 có thể nằm trong dãy đó (vì có thể lấy trong dãy số là $\frac{1}{3}$ số đó!).

Như vậy dãy của Zoltan nhiều nhất sẽ có các số 1, 2, 3, ... , 33, 36, 39, ... , 99. Như vậy dãy đó nhiều nhất có 33 + (99 – 36) : 3 + 1 = 33 + 21 + 1 = 55 số.

- *Trở lại bài toán 1*

Từ những gì đã tìm được có thể thấy Zoltan có thể có dãy với các số 1, 2, 3, 4, ..., 333, 336, 339, ... , 999. Tức là tất cả các số từ 1 đến 333 và các số chia hết cho 3 kể từ số 334.

Trường hợp đó dãy sẽ có 333 + (999 – 336) : 3 + 1 = 555 số.

Bài toán 2 *(Câu hỏi 27, AMC 2015 dành cho lớp 9-10)*

How many positive intergers n less than 2015 have the property that $\frac{1}{3}+\frac{1}{n}$ can be simplified to a fraction with denominator less than n?

Bài dịch sang tiếng Việt:

Có bao nhiêu số nguyên dương n nhỏ hơn 2015 có tính chất là $\frac{1}{3}+\frac{1}{n}$ rút gọn được thành một phân số với mẫu số nhỏ hơn n?

Ta lại xuất phát từ các trường hợp đơn giản hơn để có hướng giải quyết.

- *Trường hợp đơn giản thứ nhất*

Có bao nhiêu số nguyên dương n nhỏ hơn 10 có tính chất là $\frac{1}{3}+\frac{1}{n}$ biểu diễn thành một phân số tối giản với mẫu số nhỏ hơn n?

Bằng cách lần lượt xét các số 1, 2, 3, ... , 9 chúng ta thấy bài toán chỉ có thể được thỏa mãn khi n = 6 (khi đó chúng ta được kết quả của phép cộng hai phân số trên là $\frac{1}{2}$).

Khi thay như vậy bài toán này được thỏa mãn nếu phân số có dạng $\left(\frac{n+3}{3n}\right)$ và giản ước được cho một thừa số chung lớn hơn 3, tức là tử số và mẫu số có thừa số chung lớn hơn 3. Đối với trường hợp đang xét điều đó xảy ra khi n = 6 và thừa số chung đó là 9.

- *Trường hợp đơn giản thứ hai*

Có bao nhiêu số nguyên dương n nhỏ hơn 30 có tính chất là $\frac{1}{3}+\frac{1}{n}$ biểu diễn thành một phân số tối giản với mẫu số nhỏ hơn n?

Đối với trường hợp này chúng ta chỉ cần xét thêm các trường hợp n = 10, 11, ..., 29 và thấy chỉ có được thêm khi n = 15 và n = 24. Như vậy trường hợp này chúng ta có 3 đáp số là 6, 15 và 24 và thừa số chung đó cũng là 9.

- *Trở lại bài toán 1*

Đến đây chúng ta đã có thể dự đoán rằng có thể chỉ các giá trị của n là 6, 15, 24, ... thì bài toán mới được thỏa mãn và thừa số chung của cả tử số và mẫu số của phân số có dạng nêu trên là 9.

Dãy số 6, 15, 24, ... có tính chất gì? Dễ dàng dự đoán thấy rằng dãy này gồm các số bắt đầu là 6 và mỗi số của dãy kể từ số thứ hai bằng số liền trước nó cộng thêm 9. Do đó đối với bài toán đang xét dãy số mà n có thể được sẽ là 6, 15, 24, ..., 2013 và kết quả cần tìm có thể là (2013 – 6) : 9 + 1 = 224 số.

Liệu đây có thể là đáp án của bài toán?

Mấu chốt của vấn đề là chúng ta phải tìm các số n để tử số (n + 3) và mẫu số (3n) có thừa số chung lớn hơn 3 (để giản ước được) thì bài toán mới được thỏa mãn. Do đó chúng ta phải tìm hiểu xem ước chung của n + 3 và 3n có thể có là những số nào.

Từ đó chúng ta có thể giải như sau:

Giả sử d là ước chung của n + 3 và 3n. Như vậy thì d cũng là ước của 3(n + 3) và 3n. Do đó d là ước của 3(n + 3) – 3n = 9. Do đó d chỉ có thể là 1, 3 hoặc 9. Để cho mẫu số của phân số $\frac{n+3}{3n}$ nhỏ hơn n thì chúng ta phải giản ước được cả tử và mẫu cho một thừa số chung d lớn hơn 3. Vì vậy thừa số chung đó chỉ có thể là 9. Từ đó chúng ta có n + 3 = 9k, hay n = 9k – 3, k = 1, 2, ... Và vì vậy n chỉ có thể là các số 6, 15, 24, ... , 2013 như chúng ta đã dự đoán được ở trên.

Một ý xin nhấn mạnh ở đây là bài thi AMC chỉ yêu cầu tô vào kết quả là một số từ 0 đến 999 đối với các bài từ 26 đến 30. Do đó trong khi làm bài thi các bạn học sinh chỉ cần nghiên cứu các trường hợp đơn giản thứ nhất và thứ hai là có thể "dự đoán" được kết quả cần tìm (555 với Bài toán 1 và 224 với Bài toán 2). Việc giải chi tiết chỉ để làm rõ tại sao có kết quả đó mà thôi.

Có thể thấy rằng hai bài toán trên không đòi hỏi quá nhiều kiến thức về toán (Bài toán 1 có thể dành cho học sinh Việt Nam lớp 4-5 và Bài toán 2 có thể dành cho học sinh lớp 6) nhưng có thể giúp rèn luyện cho các bạn học sinh tư duy phân tích, dự đoán và suy luận toán học. Đó có lẽ là những kĩ năng quan trọng giúp cho các bạn học sinh sau này trong cuộc sống!

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI MÔN TOÁN LỚP 7, QUẬN 9, TP. HỒ CHÍ MINH

Năm học 2014 - 2015

Bài 1. a) Nếu $x \in \mathbb{Z}$ thì

$$|x| + x = \begin{cases} 2x \text{ khi } x \geq 0 \\ 0 \text{ khi } x < 0 \end{cases} \Rightarrow |x| + x \text{ là số chẵn}$$

Do đó $|a - b| + |b - c| + |c - d| + |d - a|$ $= (|a - b| + a - b) + (|b - c| + b - c) + (|c - d| + c - d) + (|d - a| + d - a)$ là số chẵn với mọi $x \in \mathbb{Z}$.
Mà 2015 là số lẻ nên không có giá trị nào của a, b, c, d thỏa mãn.

b) Ta có $49A = 1 + \dfrac{48}{7^{2013}+1}$; $49B = 1 + \dfrac{48}{7^{2015}+1}$.

$\Rightarrow 49A > 49B \Rightarrow A > B$.

Bài 2. Ta có

$$\frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2015} - \frac{1}{2016}$$

$$= \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2015} + \frac{1}{2016}\right) - \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{1008}\right)$$

$= \dfrac{1}{1009} + \dfrac{1}{1010} + \dots + \dfrac{1}{2016}$. Do đó A = 1.

b) Ta có $\dfrac{x}{3} = \dfrac{y}{5} \Rightarrow y = \dfrac{5x}{3}$.

Thay vào B ta tính được B = 8.

c) Ta có $x - y - z = 0 \Rightarrow x - z = y;\ y - x = -z;\ y + z = x$.

$$\Rightarrow C = \frac{x-z}{x} \cdot \frac{y-x}{y} \cdot \frac{z+y}{z} = \frac{y}{x} \cdot \frac{-z}{y} \cdot \frac{x}{z} = -1.$$

Bài 3. Đặt $\dfrac{a}{12} = \dfrac{b}{9} = \dfrac{c}{5} = k$

$\Rightarrow a = 12k;\ b = 9k,\ c = 5k$. Từ abc = 20 ta tìm được $k = \dfrac{1}{3} \Rightarrow a = 4;\ b = 3;\ c = \dfrac{5}{3}$.

b) Gọi x; y; z lần lượt là 3 số cần tìm với x + y + z = 420. Ta có

$$\frac{6}{7}x = \frac{9}{11}y = \frac{2}{3}z \Rightarrow \frac{x}{\frac{7}{6}} = \frac{y}{\frac{11}{9}} = \frac{z}{\frac{3}{2}} = \frac{x+y+z}{\frac{7}{6} + \frac{11}{9} + \frac{3}{2}} = 108$$

$\Rightarrow x = 126;\ y = 132;\ z = 162$.

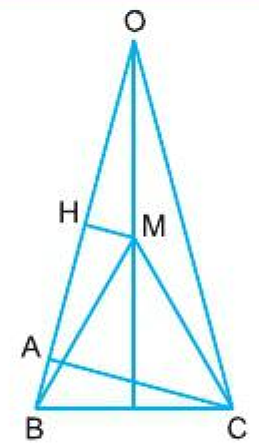
Bài 4. Gọi H là trung điểm của BO.
Ta có OH = HB = AC.
Vẽ tam giác đều MBC (M, A cùng phía với BC).

Ta có $\widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 90^o \Rightarrow \widehat{ABC} = 75^o$;

$\widehat{HBM} + \widehat{MBC} = \widehat{ABC} = 75^o \Rightarrow \widehat{HBM} = 15^o$.

Như vậy $\Delta ABC = \Delta HMB$ (c.g.c)

Suy ra $\widehat{MHB} = \widehat{BAC} = 90^o \Rightarrow HM \perp BO$.

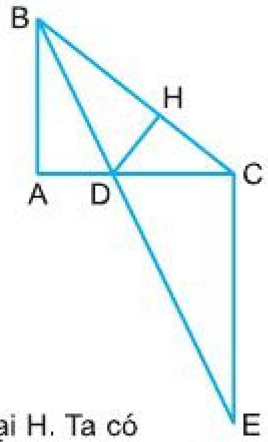


Do đó BMO là tam giác cân tại M.

$\Rightarrow \widehat{BMO} = 150^o \Rightarrow \widehat{OMC} = 150^o$.

Từ các điều trên ta chứng minh được $\Delta BMO = \Delta CMO$ (c.g.c) $\Rightarrow$ OB = OC. Vậy ΔBOC cân tại O.

Bài 5.



Kẻ $DH \perp BC$ tại H. Ta có

$\widehat{ABD} = \widehat{BEC}$ (so le trong) $\Rightarrow \widehat{BEC} = \widehat{EBC}$ $(= \widehat{ABD})$.

Do đó ΔBCE cân tại C $\Rightarrow$ BC = CE.

Chứng minh được $\Delta BDA = \Delta BDH \Rightarrow AD = DH$.

Mà DH < DC, suy ra AD < DC.

Theo định lí Pytago ta có $BD^2 = AB^2 + AD^2$, $DE^2 = CE^2 + CD^2$.

Ta lại có AB < BC = CE và AD < DC $\Rightarrow$ BD < DE.

Vậy chu vi ΔABD nhỏ hơn chu vi ΔCDE.

Bài 6. Ta lấy bất kì 9 trong 10 hộp thuốc đã cho và đánh số từ 1 đến 9, một hộp còn lại không đánh số. Lấy ra ở hộp đánh số 1, 2, 3, ..., 9 lần lượt 1 gói, 2 gói, 3 gói, ..., 9 gói. Như vậy ta lấy ra 45 gói và đem cân chúng.

- Nếu khối lượng cân được là 4500 g thì hộp không đánh số là hộp làm sai.
- Nếu khối lượng là (4500 – 10a) g thì hộp đánh số a là hộp làm sai (với a bằng 1, 2, 3).

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI MÔN TOÁN LỚP 9 HUYỆN VĨNH TƯỜNG, TỈNH VĨNH PHÚC

Năm học: 2015 - 2016

***Thời gian làm bài:* 150 phút**

Câu 1. *(3 điểm)*

a) Rút gọn biểu thức $M = (a+b) - \sqrt{\dfrac{(a^2+1)(b^2+1)}{c^2+1}}$ với a, b, c > 0 và ab + bc + ca = 1.

b) Cho $am^3 = bn^3 = cp^3$ và $\dfrac{1}{m}+\dfrac{1}{n}+\dfrac{1}{p}=1$. Chứng minh rằng $\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}+\sqrt[3]{c}=\sqrt[3]{am^2+bn^2+cp^2}$.

Câu 2. *(2 điểm)*

a) Giải phương trình $x^2+3x+1=(x+3)\sqrt{x^2+1}$.

b) Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn $x^2 - xy = 6x - 5y - 8$.

Câu 3. *(1 điểm)*

a) Cho các số dương x, y thỏa mãn x + y = 1. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = \dfrac{1}{x^2+y^2}+\dfrac{2}{xy}+4xy$.

b) Cho các số dương a, b, c thỏa mãn $abc \le 1$. Chứng minh rằng $\dfrac{a}{b}+\dfrac{b}{c}+\dfrac{c}{a} \ge a+b+c$.

Câu 4. *(3 điểm)*

Cho tam giác ABC có BC = a, AC = b, AB = c. Gọi (I) là đường tròn nội tiếp tam giác. Đường vuông góc với CI tại I cắt các cạnh AC, BC theo thứ tự ở M, N. Chứng minh rằng

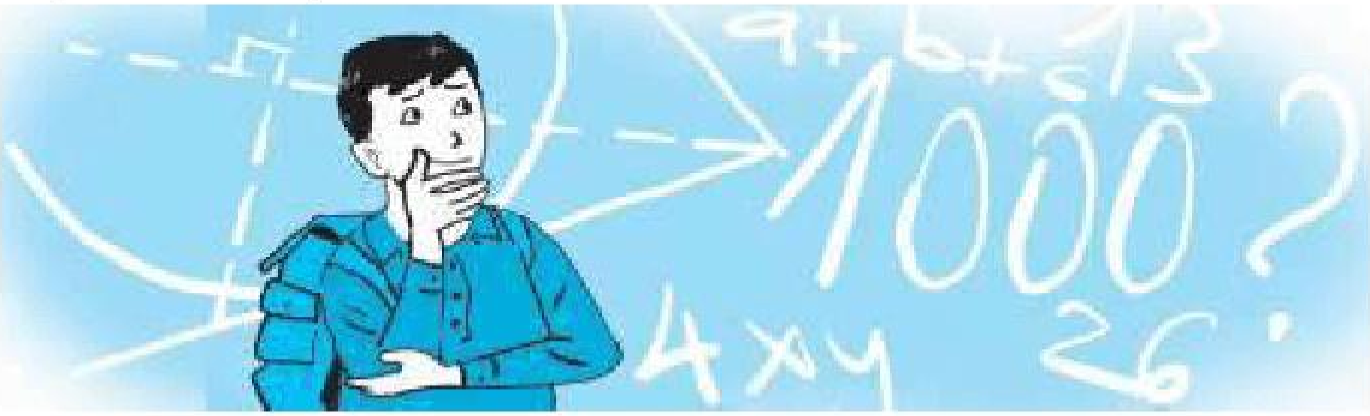
a) $AM.BN = IM^2 = IN^2$;

b) $\dfrac{IA^2}{bc}+\dfrac{IB^2}{ca}+\dfrac{IC^2}{ab}=1$.

Câu 5. *(1 điểm)*

a) Mỗi điểm của mặt phẳng được tô bởi một trong ba màu Đỏ, Xanh, Vàng. Chứng minh rằng tồn tại hai điểm A, B được tô bởi cùng một màu mà AB = 2016.

b) Trong một trường học có 1000 sinh viên, được đánh số từ 1 đến 1000. Một nhóm gồm 500 sinh viên được gọi là "Nhóm hay" nếu có một sinh viên trong nhóm có số chia hết cho số của một sinh viên khác trong nhóm đó và gọi là "Nhóm tồi" nếu điều đó không thỏa mãn. Ví dụ 500 sinh viên có số từ 1 đến 500 là một "Nhóm hay" bởi vì 13 là ước của 26 và cả hai sinh viên mang số 13 và 26 đều thuộc nhóm đó. Một "Sinh viên hay" là sinh viên không thuộc bất kì "Nhóm tồi" nào. Tìm sinh viên có số lớn nhất trong các "Sinh viên hay".



Kết quả

Giải toán qua thư

Bài 1(155). Tìm các số nguyên dương a, b, c thỏa mãn đồng thời các điều kiện sau:
(i) $ab + b - a! = 1$;
(ii) $cb + c - b! = 1$;
(iii) $a^2 - 2b^2 + 2a - 4b = 2$.

Lời giải. Từ (iii) suy ra a là số chẵn.
Vì a là số chẵn nên từ (i) suy ra b là số lẻ. (1)
Vì b là số lẻ nên b + 1 là số chẵn, suy ra c(b +1) là số chẵn hay cb + c là số chẵn.
Do đó từ (ii) suy ra b! là số lẻ. (2)
Từ (1) và (2) suy ra b = 1.

- Với b = 1 thay vào (ii) suy ra c = 1.
- Với b = 1 thay vào (iii) suy ra a = 2.

Vậy (a; b; c) = (2; 1; 1).

Nhận xét. Bài toán này nhìn qua tưởng khó nhưng thực chất lời giải rất đơn giản. Có khá nhiều em tham gia giải bài nhưng nhiều lời giải dài dòng, phức tạp.
Xin kể tên một số bạn có lời giải tốt: *Nguyễn Thị Mai Linh*, 6B, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương; *Nguyễn Xuân Hưng*, 6C, THCS Cao Xuân Huy, Diễn Châu, **Nghệ An**; *Nguyễn Trung Hiếu, Nguyễn Thị Ngọc Trâm, Đặng Đình Huy, Nguyễn Thị Việt Trà*, 6B; *Bùi Hồng Quân, Nguyễn Cẩm Vi, Phạm Trần Duy Khánh*, 6C, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Nguyễn Quốc Trung, Ngô Đặng Công Vinh*, 7B9, THCS Chu Văn An, Ngô Quyền, **Hải Phòng**; *Nguyễn Quốc Thứ, Nguyễn Đức Tân, Triệu Hồng Ngọc*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**.

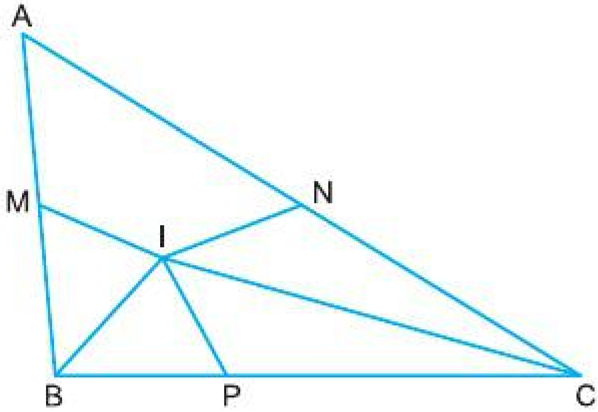
PHÙNG KIM DUNG

Bài 2(155). Cho tam giác ABC có AB + AC = 2BC. Gọi I là giao điểm các đường phân giác trong của tam giác. Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của AB, AC. Chứng minh rằng $\widehat{AMI} + \widehat{ANI} = 180^o$.

Lời giải. Vì M, N theo thứ tự là trung điểm của AB, AC và AB + AC = 2BC nên 2MB + 2NC = 2BC, từ đó MB + NC = BC.
Do đó tồn tại điểm P thuộc đoạn thẳng BC sao cho BP = BM và CP = CN.
Ta có $\Delta BMI = \Delta BPI$ (c.g.c) và $\Delta CNI = \Delta CPI$ (c.g.c).
Do đó

$$\widehat{AMI} + \widehat{ANI} = (180^o - \widehat{BMI}) + (180^o - \widehat{CNI})$$

$$= 360^o - (\widehat{BPI} + \widehat{CPI}) = 360^o - 180^o = 180^o.$$



Nhận xét. Có nhiều bạn gửi bài giải về tòa soạn. Các bạn sau có lời giải tốt: *Từ Tấn Dũng*, 7D, THPT chuyên Hà Nội - Amsterdam, Cầu Giấy, **Hà Nội**; *Nguyễn Quốc Trung, Cao Sơn Tùng*, 7B9, THCS Chu Văn An, Ngô Quyền, **Hải Phòng**; *Phạm Thùy Linh, Triệu Hồng Ngọc, Ngô Bình Minh*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao; *Trần Quang Vinh, Nguyễn Đức Mạnh*, 7A, THCS Hùng Vương, TX. Phú Thọ, **Phú Thọ**; *Tạ Kim Thanh Hiền*, 7A4, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**; *Lê Văn Mạnh*, 6B; *Nguyễn Xuân Hà*, 7A; *Nguyễn Thu Huyền, Trần Duy Minh, Nguyễn Trình Tuấn Đạt, Nguyễn Thị Linh Đan*, 7D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương; *Đường Minh Quân, Nguyễn Trọng Trung Phong, Đường Hải Sáng*, 7C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An**; *Lê Thị Hằng Nhi, Thái Thị Thu Sang, Nguyễn An Na*, 7A, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**.

HỒ QUANG VINH

Bài 3(155). Giả sử n là số nguyên dương sao cho tồn tại các số nguyên dương a, b, c thỏa mãn $ab + a^2c + b^2c + abc^2 = 101^n$. Chứng minh rằng n là số chẵn.

Lời giải. Ta có $ab + a^2c + b^2c + abc^2 = 101^n$
$\Leftrightarrow (a + bc)(b + ca) = 101^n$

Vì 101 là số nguyên tố nên $\begin{cases} a + bc = 101^k \\ b + ca = 101^m \end{cases}$ $(k, m \in \mathbb{N})$.

Vì vai trò của a, b như nhau nên không mất tính tổng quát, có thể giả sử $a \ge b$.
Khi đó $(b + ca) - (a + bc) = (a - b)(c - 1) \ge 0$
$\Rightarrow 101^m \ge 101^k \Rightarrow m \ge k$.

Ta lại có

$$\begin{cases} a+bc+b+ca = 101^k + 101^m \\ b+ca-a-bc = 101^m - 101^k \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (a+b)(c+1) = 101^k(101^{m-k}+1)\ (1) \\ (a-b)(c-1) = 101^k(101^{m-k}-1)\ (2) \end{cases}$$

● Nếu $c + 1 \,\vdots\, 101$ thì $(c - 1, 101) = 1$ nên từ (2) suy ra $a - b \,\vdots\, 101^k$.

Mà $0 \le a - b < a + bc = 101^k \Rightarrow a = b$.

Do đó $101^n = (a + ac)^2$, suy ra n là số chẵn.

● Nếu $(c + 1, 101) = 1$, từ (1) suy ra $a + b \,\vdots\, 101^k$.

Mà $a + b \le a + bc = 101^k \Rightarrow c = 1$.

Do đó $101^n = (a + b)^2$, suy ra n là số chẵn.

Vậy trong mọi trường hợp, ta có n là số tự nhiên chẵn. Bài toán được chứng minh.

Nhận xét. Đây là đề toán khó nên không có nhiều bạn giải đúng. Các bạn hãy suy nghĩ xem trong đầu bài, có thể thay số 101 bằng một số nguyên tố bất kì hay không nhé.

Các bạn có bài giải tốt: *Nguyễn Quốc Trung*, 7B9, THCS Chu Văn An, Ngô quyền, **Hải Phòng**; *Tạ Nam Khánh*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh tường, **Vĩnh Phúc**; *Cao Việt Hải Nam*, 9E, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**.

NGUYỄN ANH DŨNG

Bài 4(155). Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn a + b + c = 3. Chứng minh rằng

$$\frac{a^2+ab^2}{b^2+a+b} + \frac{b^2+bc^2}{c^2+b+c} + \frac{c^2+ca^2}{a^2+c+a} \ge 2.$$

Lời giải. Bất đẳng thức cần chứng minh tương đương với

$$\left(a - \frac{a^2+ab^2}{b^2+a+b}\right) + \left(b - \frac{b^2+bc^2}{c^2+b+c}\right) + \left(c - \frac{c^2+ca^2}{a^2+c+a}\right) \le 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{ab}{b^2+a+b} + \frac{bc}{c^2+b+c} + \frac{ca}{a^2+c+a} \le 1.$$

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM, ta có

$$b^2+a+b \ge 3\sqrt[3]{ab^3} = 3b\sqrt[3]{a}.$$

Do đó

$$\frac{ab}{b^2+a+b} \le \frac{1}{3}\cdot\frac{ab}{b\sqrt[3]{a}} = \frac{\sqrt[3]{a^2}}{3} \le \frac{1}{9}(a+a+1) = \frac{2a+1}{9}.$$

Tương tự, ta có

$$\frac{bc}{c^2+b+c} \le \frac{2b+1}{9}, \frac{ca}{a^2+c+a} \le \frac{2c+1}{9}.$$

Cộng theo vế các bất đẳng thức trên ta được

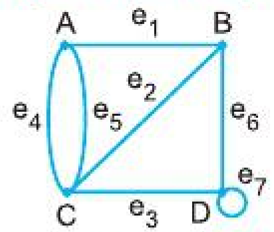
$$\frac{ab}{b^2+a+b} + \frac{bc}{c^2+b+c} + \frac{ca}{a^2+c+a} \le \frac{2(a+b+c)+3}{9} = 1.$$

Suy ra đpcm. Đẳng thức xảy ra khi a = b = c = 1.

Nhận xét. Có rất nhiều bạn tham gia giải bài. Một số bạn biến đổi dài dòng mới đi đến điều phải chứng minh. Các bạn sau đây có lời giải tốt: *Đinh Thị Thanh Huyền*, 9E1, *Nguyễn Thị Hương Nữ*, 9B, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường; *Trần Đức Duy, Phạm Thu Bắc*, 9A4, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**; *Bùi Thanh Trúc*, 8A, THCS Bạch Liêu, Yên Thành; *Trần Hữu Đức Mạnh, Nguyễn Quang Nam*, 9A, *Cao Việt Hải Nam*, 9E, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Phạm Huỳnh*, 6B, *Bùi Thị Minh Thư*, 7A, *Trần Sỹ Hoàng*, 8C, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Nguyễn Thị Thuỳ Trang, Hoàng Thế Sơn*, 9A1, THCS Hồng Bàng, Hồng Bàng, **Hải Phòng**; *Nguyễn Minh Nghĩa*, 9B, THCS *Nguyễn Thượng Hiền*, Ứng Hoà, **Hà Nội**; *Nguyễn Thu Hiền, Nguyễn Hữu Trung Kiên*, 8A3, *Nguyễn Thảo Chi, Trần Quốc Lập, Trần Thị Thu Huyền*, 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao; *Lê Nguyễn Quỳnh Trang*, 9C, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì; *Phí Anh Châu*, 9A2, THCS Giấy Phong Châu, Phù Ninh, **Phú Thọ**.

CAO VĂN DŨNG

Bài 5(155). Một đa đồ thị G(V, E) bao gồm một tập hợp V các đỉnh và một tập hợp E các cạnh, trong đó E có thể bao gồm các cạnh kép và khuyên. Xem ví dụ (e_4, e_5 là cạnh kép, e_7 là khuyên).



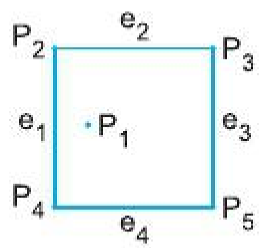
Hãy vẽ biểu đồ cho mỗi đa đồ thị G(V, E), trong đó $V = \{P_1, P_2, P_3, P_4, P_5\}$ và

a) $E = \{\{P_2, P_4\}, \{P_2, P_3\}, \{P_3, P_5\}, \{P_5, P_4\}\}$;

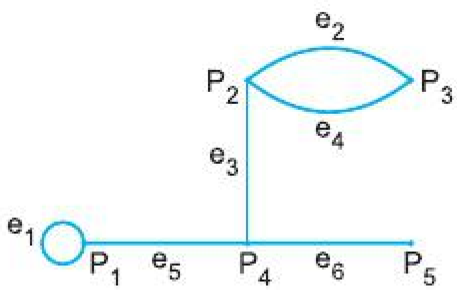
b) $E = \{\{P_1, P_1\}, \{P_2, P_3\}, \{P_2, P_4\}, \{P_3, P_2\}, \{P_4, P_1\}, \{P_5, P_4\}\}$.

Lời giải.

a)



b)

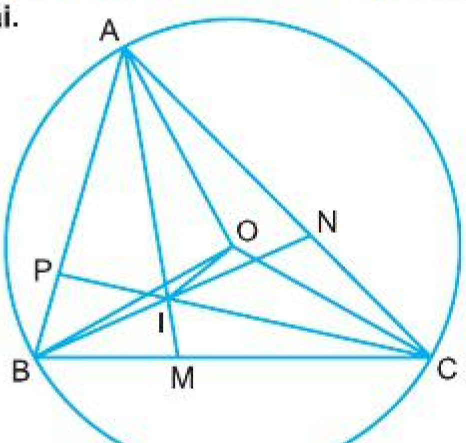


Nhận xét. Có một số bạn vẽ sai đa đồ thị, nhiều bạn mắc lỗi thừa cạnh. Các bạn sau đây có lời giải tốt: *Từ Tấn Dũng*, 7D, THPT chuyên Hà Nội - Amsterdam, Cầu Giấy; *Nguyễn Minh Nghĩa*, 9B, THCS Nguyễn Thượng Hiền, Ứng Hòa, **Hà Nội**; *Tạ Nam Khánh*, 8E1; *Kim Thị Hồng Lĩnh*, 9E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Nhật Linh*, 8A, THCS Lê Quý Đôn, TP. Tuyên Quang, **Tuyên Quang**.

TRỊNH HOÀI DƯƠNG

Bài 6(155). Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O; R). Gọi I là điểm nằm trong tam giác ABC (I không nằm trên cạnh của tam giác). Các tia AI, BI, CI thứ tự cắt BC, CA, AB tại M, N, P. Chứng minh rằng $\frac{1}{AM.BN}+\frac{1}{BN.CP}+\frac{1}{CP.AM}\le\frac{4}{3(R-OI)^2}$.

Lời giải.



Trước hết xin phát biểu không chứng minh hai bổ đề quen thuộc.

- *Bổ đề 1.* Với mọi số a, b, c ta có $(a+b+c)^2 \ge 3(ab+bc+ca)$.
- *Bổ đề 2.* Nếu điểm I nằm trong tam giác ABC và AI, BI, CI theo thứ tự cắt BC, CA, AB tại M, N, P thì $\frac{IM}{AM}+\frac{IN}{AN}+\frac{IP}{AP}=1$.

Trở lại bài toán

Theo bất đẳng thức tam giác và các bổ đề 1, 2, ta có $R-OI = AO-OI \le AI$.

Tương tự $R-OI\le BI$, $R-OI\le CI$.

Từ đó $\frac{1}{AM.BN}+\frac{1}{BN.CP}+\frac{1}{CP.AM}$

$$\le\frac{1}{(R-OI)^2}\left(\frac{AI}{AM}\cdot\frac{BI}{BN}+\frac{BI}{BN}\cdot\frac{CI}{CP}+\frac{CI}{CP}\cdot\frac{AI}{AM}\right)$$

$$\le\frac{1}{3(R-OI)^2}\left(\frac{AI}{AM}+\frac{BI}{BN}+\frac{CI}{CP}\right)^2$$

$$=\frac{1}{3(R-OI)^2}\left(1-\frac{IM}{AM}+1-\frac{IN}{BN}+1-\frac{IP}{CP}\right)^2$$

$$=\frac{1}{3(R-OI)^2}\left(3-\frac{IM}{AM}-\frac{IN}{BN}-\frac{IP}{CP}\right)^2$$

$$=\frac{1}{3(R-OI)^2}(3-1)^2=\frac{4}{3(R-OI)^2}.$$

Nhận xét. Các bạn sau có lời giải đúng: *Lê Nguyễn Quỳnh Trang*, 9C, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, **Phú Thọ**; *Tạ Nam Khánh*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường; *Phạm Thu Bắc*, 9A4, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**; *Trần Hữu Đức Hạnh*, 9A, *Cao Việt Hải Nam*, 9E, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**.

NGUYỄN MINH HÀ

ĐƯỢC THƯỞNG KÌ NÀY Thi giải toán qua thư

Trần Hữu Đức Mạnh, 9A; *Cao Việt Hải Nam*, 9E, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Phạm Trần Duy Khánh*, 6C, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Nguyễn Quốc Trung*, 7B9, THCS Chu Văn An, Ngô Quyền, **Hải Phòng**; *Triệu Hồng Ngọc*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao; *Lê Nguyễn Quỳnh Trang*, 9C, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, **Phú Thọ**; *Nguyễn Minh Nghĩa*, 9B, THCS Nguyễn Thượng Hiền, Ứng Hòa; *Từ Tấn Dũng*, 7D, THPT chuyên Hà Nội - Amsterdam, Cầu Giấy, **Hà Nội**; *Tạ Nam Khánh*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường; *Phạm Thu Bắc*, 9A4, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Nhật Linh*, 8A, THCS Lê Quý Đôn, TP. Tuyên Quang, **Tuyên Quang**.

HOCMAI

Từ số tháng 9 năm 2015, Công ty Cổ phần Dịch vụ Giáo dục Việt Nam sẽ tặng các khóa học trực tuyến trên website: *hocmai.vn* cho các bạn học sinh được thưởng trong các chuyên mục và các bạn học sinh được khen trong chuyên mục Kết quả thi giải toán qua thư. Các bạn học sinh sau khi nhận được mã cung cấp thì đăng kí tại địa chỉ: *thcs.hocmai.vn/toantuoitho* (Xin liên hệ SĐT 0966464644 để được giải đáp).

Kì này KHÔNG VẼ ĐƯỜNG TRÒN

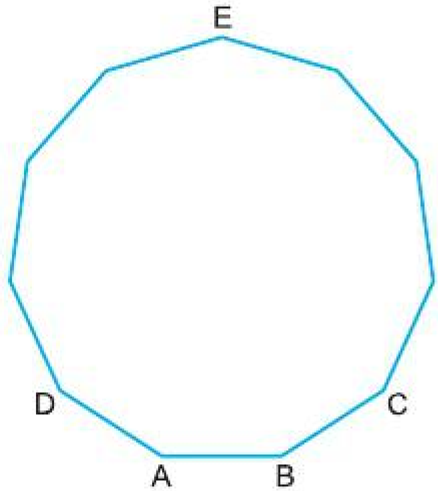
Bài toán. Cho tam giác ABC nhọn, trực tâm H, nội tiếp đường tròn (O). Không vẽ đường tròn đường kính AH, hãy dựng giao điểm K khác A của đường tròn này với đường tròn (O).

PHẠM TUẤN KHẢI *(Hà Nội)*

Kết quả CÓ CHIA HẾT KHÔNG? (TTT2 số 155)

Trong 11 số đã ghi ở đỉnh đa giác có 6 số chia cho 3 dư 1, ta thay chúng bởi số 1, còn 5 số chia cho 3 dư 2 ta thay chúng bởi số 2. Nếu tìm được một tam giác cân mà ba đỉnh đều là số 1, hoặc ba đỉnh đều là số 2 thì dễ thấy tổng ba số ghi ở các đỉnh đó là 3 hoặc 6 do đó tổng ba số ban đầu đã ghi ở các đỉnh đó chia hết cho 3 (điều cần chứng minh).
Khi ghi 6 số 1 và 5 số 2 vào 11 đỉnh của đa giác thì không thể xảy ra mỗi số 1 xen giữa các số 2, do đó tồn tại ít nhất hai đỉnh liên tiếp ghi số 1, giả sử là A, B. Xét bốn đỉnh liên tiếp D, A, B, C.
1) Nếu ba đỉnh A, B, C (hoặc ba đỉnh D, A, B) đều ghi số 1 thì tam giác ABC (hoặc DAB) cân do đa giác 11 cạnh là đa giác đều, đó là tam giác cần tìm.
2) Nếu hai đỉnh D, C đều ghi số 2 thì do đa giác có 11 đỉnh nên tồn tại tam giác ABE với đỉnh E thuộc đường trung trực của AB và cũng thuộc đường trung trực của DC.

- Giả sử đỉnh E ghi số 1 thì ABE là tam giác cân có ba đỉnh ghi số 1 nên là tam giác cần tìm.
- Giả sử đỉnh E ghi số 2 thì DCE là tam giác cân có ba đỉnh ghi số 2 nên là tam giác cần tìm. Vậy bạn Toán nói đúng.



Nhận xét. Chỉ có hai bạn giải đúng bài này được nhận phần thưởng là: *Võ Thị Bảo Anh*, *Hoàng Thị Thu Huệ*, 8A1, THCS Nghi Hương, TX. Cửa Lò, **Nghệ An.**

ANH COMPA

Kết quả (TTT2 số 155)

THẾ CỜ (Kì 78)

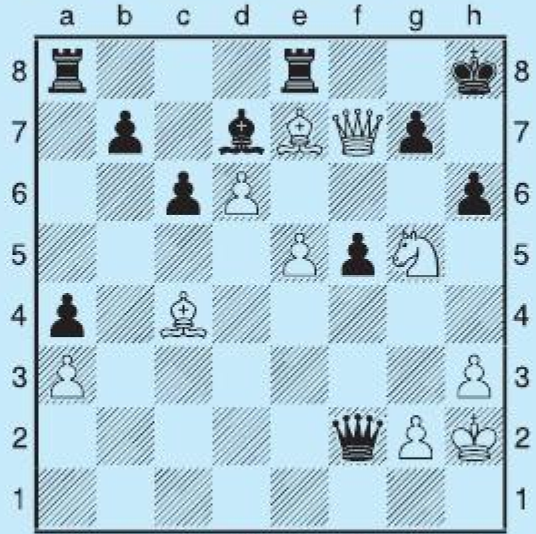
1.♖a6+ ♔e7 2.♖a8 ♖xh7 3.♖a7+ và thắng

Các bạn sau được thưởng kì này: *Hoàng Phúc*, 7B, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Chu Văn Việt*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**.

LÊ THANH TÚ

THẾ CỜ (Kì 80)

Trắng đi và chiếu hết sau 3 nước.



LÊ THANH TÚ *(Đại kiện tướng Quốc tế)*

MẤT TRỘM VÌ ngủ quên

NGUYỄN NGỌC SƠN
(9B, THCS Nguyễn Thượng Hiền, Ứng Hòa, Hà Nội)

Hôm nay thám tử Sêlôccôc hơi mệt nên ông quyết định nghỉ ở nhà, không đến văn phòng. Ông cùng vợ ngồi ăn sáng và uống cà phê ngay trước hiên nhà. Hai vợ chồng đang trò chuyện vui vẻ thì chuông điện thoại reo vang. Vừa ra hiệu cho chồng đừng nghe, vợ thám tử vừa nhanh tay nhấc điện thoại lên. Bình thường bà không bao giờ nghe điện thoại của chồng, nhưng hôm nay, bà muốn ông được nghỉ ngơi dưỡng sức. Tuy nhiên, chỉ sau một vài giây, bà đành phải đưa điện thoại cho chồng:

- Ông Smith gọi, nhất định đòi gặp ông.

Thám tử Sêlôccôc nghe máy rồi bảo vợ:

- Tôi lại không được nghỉ rồi. Phải đến nhà Smith thôi. Ông ấy đang bệnh tật thế, mình không thể không giúp. Hi vọng sẽ sớm xong việc để về nghỉ.

Một lúc sau, thám tử đã có mặt tại nhà ông Smith, người bạn thân từ thuở thiếu thời, hiện đang phải chống chọi với bệnh dạ dày và bệnh khớp.

Ông Smith lo lắng kể với thám tử:

- Tối qua tôi đến ăn cơm ở nhà một người họ hàng. Về hơi muộn, lại uống chút rượu nên tôi mệt quá, lăn ra ngủ luôn. Sáng tỉnh dậy, chẳng thấy ví và đồng hồ đeo tay đâu cả. Tôi nhớ là khi về tới nhà, tôi bỏ ví ra khỏi túi áo, tháo đồng hồ rồi nằm luôn ra ghế đi-văng ở phòng khách.

- Ông ngủ cả đêm ở phòng khách luôn à?

- Ừ! Tôi ngủ một mạch, chẳng biết gì.

Sau một hồi trò chuyện với ông Smith, thám tử Sêlôccôc đã "khoanh vùng" được 3 đối tượng nghi vấn: Cô giúp việc Anne, đứa cháu Aeron và ông hàng xóm sát nhà David. Như mọi lần, thám tử lần lượt trò

chuyện với từng người. Đầu tiên là cô giúp việc.
- Tối qua lúc ông Smith về, cô có biết không?
- Không. Tôi chẳng biết ông chủ về lúc nào vì tôi ở lì trong phòng mình trên tầng hai. Tối qua ông ấy không ăn cơm nhà nên tôi nấu nướng đơn giản rồi lên phòng nghỉ ngơi từ sớm. Sáng nay, xuống đi chợ tôi mới thấy ông ấy nằm trên đi-văng.
Tiếp theo là đứa cháu đang ở nhờ nhà ông Smith.
- Cậu đã làm gì, ở đâu từ tối qua đến sáng nay?
- Tối qua nhân chú Smith đi vắng, cháu tranh thủ đi chơi với đám bạn. Cháu về khá muộn nên ngủ li bì. Sáng nay cháu dậy cũng muộn. Cháu vừa dậy thì bác đến đấy ạ.
Cuối cùng là ông David hàng xóm.
- Từ tối qua đến giờ ông có sang nhà ông Smith không?
- Không! Tôi mới mượn được quyển sách hay quá nên cứ say sưa đọc, chẳng quan tâm đến việc gì nữa.
- Vậy ư? Sách gì mà hấp dẫn thế?
- Sách về một số loài thú sống dưới nước.
- Ồ, thế thì thú vị thật! Tôi cũng biết một số loài, rành rành là thú - đẻ con và nuôi con bằng sữa - nhưng lại sống dưới nước như cá.
- Tối qua tôi vừa đọc về một trong số những loài thú đặc biệt đó đấy - thú mỏ vịt, thám tử ạ.
Sau khi hỏi chuyện cả ba người, thám tử Sêlôccôc nói riêng với ông Smith:
- Tôi tìm được người khả nghi nhất rồi. Tất nhiên, chưa đủ cơ sở để kết luận người đó có đúng là kẻ đã lấy trộm không. Tôi và ông sẽ cùng điều tra thêm nhé.
Ông Smith không thể đoán được thám tử Sêlôccôc đã nghi ai? Các thám tử Tuổi Hồng có thể giúp được không?

Kết quả ĐÔI HOA TAI BIẾN MẤT (TTT2 số 155)

Tất cả các bạn đều đoán được ngay: Thám tử Sêlôccôc nghi ngờ anh John. Lí do là anh này nói rằng tác giả của Harry Potter là nhà văn nổi tiếng người Mỹ, chuyên viết truyện trinh thám và "ông ta" tên là J.K. Rowling. Sự thực thì J.K. Rowling đúng là tác giả của Harry Potter nhưng nhà văn nổi tiếng này là nữ (chứ không phải "ông ta") và bà là người Anh (chứ không phải người Mỹ).

Phần thưởng sẽ được trao cho: *Nguyễn Trường Giang*, 7A1, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Đinh Văn Thái Sơn*, 6I, THCS Lê Quý Đôn, Cầu Giấy, **Hà Nội**; *Hoàng Trung Nguyên*, 7A, THCS Đông Lâm, Tiền Hải, **Thái Bình**; *Nguyễn Quốc Trung*, 7B9, THCS Chu Văn An, Ngô Quyền, **Hải Phòng**; *Thái Minh Dũng*, 6B, THCS Đặng Thai Mai, Vinh, **Nghệ An**; Nhóm bạn *Thái Thị Thanh Phương, Thái Thị Thu Thủy, Phạm Hồng Nam*, 7C, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**.

Thám tử Sêlôccôc

Bài 66: Ôn tập

ThS. NGUYỄN VŨ LOAN

LTS. Nếu biết tiếng Hán bạn sẽ:

1. Hiểu các từ Hán Việt, sử dụng tốt hơn tiếng Việt của mình. Trong kho từ vựng tiếng Việt rất nhiều từ Hán Việt.

2. Đọc được sách cổ, văn bia bằng chữ Hán và Hán Nôm, thêm hiểu văn chương, lịch sử nước Nam mình.

3. Hiểu ngôn ngữ mà cứ 5 người trên thế giới có hơn 1 người dùng. Dễ dàng hợp tác, làm ăn với các nước và vùng lãnh thổ Trung Quốc, Hồng Kông, Đài Loan, Singapore và cả Nhật Bản, Hàn Quốc. Nếu biết cả tiếng Anh và tiếng Hán thì thật là tuyệt.

1. 某人+动词+宾语+不+动词？	例句：你吃月饼不吃？
	你去商店不去？
	妈妈喝茶不喝？
2. 某人+不+动词+宾语+吗？	你不吃月饼吗？
	他不看电影吗？
	姐姐不打乒乓球吗？
3. 主语+除了+动词词组1，还+动词词组2	我们除了吃月饼，还吃水果。
	端午节除了吃　子，还看龙舟。
	弟弟除了学习汉语，还学习法语。
4. 某人+动词+过+宾语+吗？	你爸爸去过故宫吗？
	你学习过书法吗？
	妈妈看过中国电影吗？
5. 某人+动词+过+宾语	他去过北京。
	我学习过书法。
	妈妈看过中国电影。
6. 某人+没（有）+动词+过+宾语	他没去过长城。
	我没看过中国电影。
	他没去过　港。
7. A比B+形容词+得多	顺化比河内热得多。
	哥哥比弟弟高得多。
	火车站比飞机场近得多。
8. 主语+形容词+得+不得了	夏天热得不得了。
	飞机场远得不得了。
	他们的表演好得不得了。

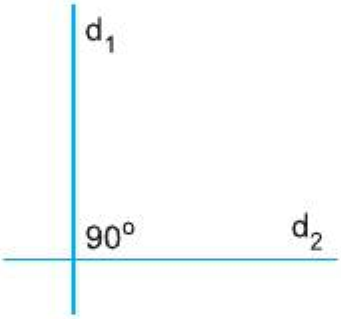
GEOMETRY
HÌNH HỌC

(Tiếp theo kì trước)

VŨ ĐÔ QUAN

3. Perpendicular lines

An angle that has a measure of 90^o is a right angle. If two lines intersect at right angles, the lines are perpendicular.



d_1 and d_2 are perpendicular, denoted by $d_1 \perp d_2$.

A right angle symbol in an angle of intersection indicates that the lines are perpendicular.

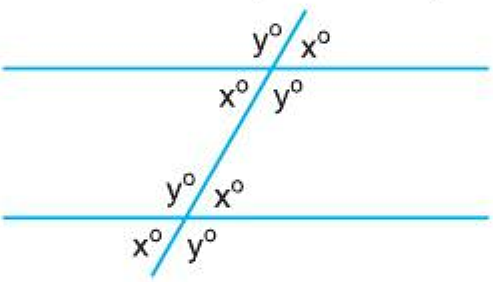
4. Parallel lines

If two lines that are in the same plane do not intersect, the two lines are parallel.

In the figure

lines d_1 and d_2 are parallel, denoted $d_1 // d_2$.

If two parallel lines are intersected by a third line, as shown below, then the angle measure are related as indicated, where $x^o + y^o = 180^o$.



5. Maths Terms

perpendicular lines	hai đường thẳng vuông góc
angle	góc
measure	số đo
right angle	góc vuông
intersect	cắt nhau
denoted by	được kí hiệu là
symbol	kí hiệu, biểu tượng
parallel	song song
same plane	cùng một mặt phẳng, đồng phẳng
figure	hình, chữ số
third line	đường thứ ba

6. Bạn hãy dựa vào từ khóa cho trong phần 5 để dịch phần 3, 4 gửi về tòa soạn dự thi. Bài dịch tốt và gửi sớm (tính theo dấu bưu điện) sẽ có thưởng.

CÂU LẠC BỘ TOÁN TUỔI THƠ

Ngoài các câu lạc bộ đã được nêu tên, các trường sau đã đăng kí Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ với Tạp chí: *TH Tây Yên 2*, *TH Tây Yên A1*, xã Tây Yên; *TH Đông Yên 2*, *TH Đông Yên 1*, xã Đông Yên; *TH Đông Thái 2*, xã Đông Thái; *TH Nam Yên 2*, xã Nam Yên; *TH Thị trấn Thứ Ba 1*, *TH Thị trấn Thứ Ba 2*, Thị trấn Thứ Ba; *TH Đông Thái 3*, xã Đông Thái; *TH Nam Thái 1*, *TH Nam Thái 2*, xã Nam Thái; *TH Hưng Yên 1*, xã Hưng Yên, huyện An Biên; *TH Đông Hồ*, phường Đông Hồ, TX. Hà Tiên, **Kiên Giang**; *THCS Nguyễn Khuyến*, phường Khuê Trung, quận Cẩm Lệ, **TP. Đà Nẵng**; *THCS Nguyễn Hiền*, xã Nam Hồng; *TH Nam Đảo*, huyện Nam Trực, Nam Định; *TH Tam Quang*, xã Tam Quang; *TH Minh Lãng*, xã Minh Lãng, huyện Vũ Thư; *TH Lê Hồng Phong*, TP. Thái Bình, **Thái Bình**; *TH Thị Trấn Vĩnh Tường*, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *TH Đoàn Thị Điểm*, quận Nam Từ Liêm; *TH Ban Mai*, quận Hà Đông, **Hà Nội**; *trường TH-THCS-THPT Đoàn Thị Điểm*, TP. Hạ Long, **Quảng Ninh**; *TH Đoàn Thị Điểm Ecopark*, huyện Văn Giang, **Hưng Yên.**

Từ số báo này các Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ các trường hãy tham gia giải bài trong chuyên mục ***CLB Toán Tuổi thơ*** *(Tạp chí khuyến khích lời giải trình bày bằng tiếng Anh). Các bạn không là thành viên các CLB TTT vẫn tham gia giải bình thường như chuyên mục Góc Olympic trước đây. Nhiều phần thưởng đang đón chờ các bạn đấy!*

CLB1. At which integer value of x, the expression $M = \dfrac{2015 - x}{1963 - x}$ attains its maximum value? Find that maximum value.

CLB2. Let a and b be positive integers such that $a^2 + b^2$ is divisible by the product ab. Find the value of the expression $P = \dfrac{a}{b} + \dfrac{b}{a}$.

CLB3. Given the real numbers a, b, and c such that $abc(a + b + c) = 1$. Find the value of the expression $Q = \dfrac{c^2(a+b)^2(1+a^2b^2)}{(1+b^2c^2)(1+c^2a^2)}$.

CLB4. Find all whole numbers n, given that the sum of all digits of n equals $n^2 - 2015n + 8$.

CLB5. Given an equilateral triangle ABC having an area of S. Let D and E be the points on BC such that $\angle BAD = \angle DAE = \angle EAC = 20^o$. Let M be the midpoint of AD, and N be a point on AB such that AN = AM. Find the sum of areas of the triangles ABD and ADN in terms of S.

NGUYỄN ĐỨC TẤN *(TP. Hồ Chí Minh)*

THÁCH ĐẤU! THÁCH ĐẤU ĐÂY!

TRẬN ĐẤU THỨ MỘT TRĂM BA MƯƠI LĂM

Người thách đấu: *Nguyễn Minh Hà*, GV. trường THPT chuyên Đại học Sư phạm Hà Nội.

Bài toán thách đấu: Cho hai điểm A, B thuộc đường tròn (O). Hai đường tròn (I), (K) tiếp xúc ngoài với nhau tại C, cùng tiếp xúc với AB và cùng tiếp xúc trong với đường tròn (O) (I, K cùng nằm trên một nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng AB). Tìm quỹ tích điểm C khi hai đường tròn (I), (K) thay đổi.

Xuất xứ: Sáng tác.

Thời hạn: Trước ngày 08.4.2016 theo dấu bưu điện.

Kết quả TRẬN ĐẤU THỨ MỘT TRĂM BA MƯƠI BA (TTT2 số 155)

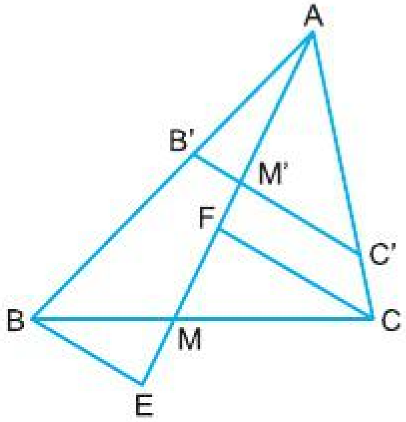
Bài toán này không khó nhưng chỉ có một bạn tham gia giải với lời giải quá dài. Do đó không có võ sĩ nào đăng quang trong trận đấu này. Sau đây là lời giải chuẩn của bài toán.

Ta cần có một bổ đề.

● *Bổ đề.* Cho tam giác ABC và điểm M thuộc đoạn BC. Một đường thẳng bất kì theo thứ tự cắt các đoạn AB, AC, AM tại B', C', M' (khác A). Khi đó $\frac{AM}{AM'} = \frac{MC}{BC}\cdot\frac{AB}{AB'} + \frac{MB}{CB}\cdot\frac{AC}{AC'}$.

Chứng minh. Dựng các điểm E, F thuộc AM sao cho BE // CF // B'C' *(hình 1)*.

Không mất tính tổng quát, giả sử AE ≥ AF.



Hình 1

Vì BE // CF // B'C' nên

$$\frac{AB}{AB'} = \frac{AE}{AM'};\ \frac{AC}{AC'} = \frac{AF}{AM'};\ \frac{ME}{MB} = \frac{MF}{MC}.$$

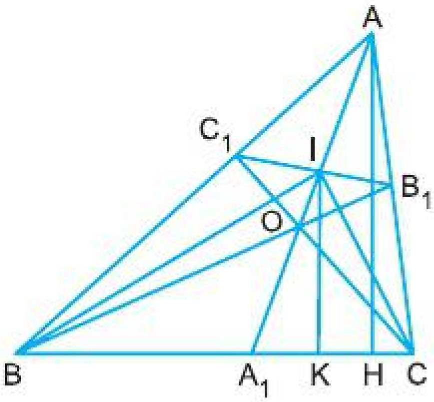
Do đó

$$\frac{MC}{BC}\cdot\frac{AB}{AB'} + \frac{MB}{CB}\cdot\frac{AC}{AC'} = \frac{MC}{BC}\cdot\frac{AE}{AM'} + \frac{MB}{CB}\cdot\frac{AF}{AM'}$$

$$= \frac{MC(AM+ME)+MB(AM-MF)}{BC.AM'} = \frac{(MC+MB)AM}{BC.AM'} = \frac{AM}{AM'}.$$

Trở lại giải bài toán thách đấu.

Đặt BC = a; CA = b; AB = c. Gọi A_1 là giao điểm của AO và BC *(hình 2)*. Vẽ AH ⊥ BC và IK ⊥ BC.



Hình 2

Theo bổ đề trên và tính chất đường phân giác, ta có

$$\frac{AA_1}{AI} = \frac{A_1B}{CB}\cdot\frac{AC}{AB_1} + \frac{A_1C}{BC}\cdot\frac{AB}{AC_1}$$

$$= \frac{c}{b+c}\cdot\frac{a+c}{c} + \frac{b}{b+c}\cdot\frac{a+b}{b} = \frac{2a+b+c}{b+c}.\ (1)$$

Vì IK // AH; $S_{IBC} = S_{ICA} + S_{IAB}$ nên

$$\frac{AI}{AA_1} = \frac{IK}{AH} = \frac{IK.BC}{AH.BC} = \frac{\frac{1}{2}S_{IBC}}{\frac{1}{2}S_{ABC}} = \frac{(S_{IBC}+S_{ICA}+S_{IAB})}{2S_{ABC}} = \frac{1}{2}.$$

Do đó $\frac{AA_1}{AI} = 2.\ (2)$

Từ (1) và (2) suy ra $\frac{2a+b+c}{b+c} = 2.$

Vậy $a = \frac{1}{3}(a+b+c).$

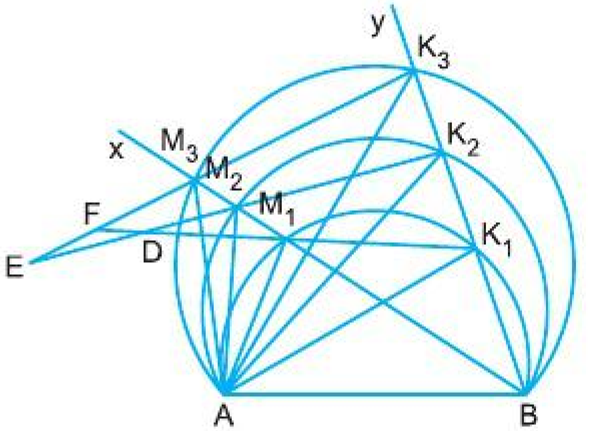
NGUYỄN MINH HÀ

ĐỊNH LÍ THALÈS CHO ĐƯỜNG TRÒN

THÁI NHẬT PHƯỢNG
(GV. THCS Nguyễn Văn Trỗi, Cam Nghĩa, Cam Ranh, Khánh Hòa)

Trong chuyên mục *Nhìn ra thế giới*, Toán Tuổi thơ số 96 tháng 02 năm 2011 có giới thiệu một bài toán của "Cuộc thi đồng đội toán Baltic Way" như sau:

Bài toán. Cho 3 cung tròn (C_1), (C_2), (C_3) có 2 điểm chung A và B. Cả 3 cung này ở cùng một phía đối với AB, trong đó (C_2) nằm giữa (C_1) và (C_3). Tia Bx cắt (C_1), (C_2), (C_3) lần lượt tại M_1, M_2, M_3. Tia By cắt (C_1), (C_2), (C_3) lần lượt tại K_1, K_2, K_3. Chứng minh rằng $\frac{M_1M_2}{M_2M_3}=\frac{K_1K_2}{K_2K_3}$.



(Lời giải đăng trên TTT số 98. Hướng dẫn: Xét các tam giác đồng dạng AM_iM_j và AK_iK_j, $i, j \in \{1; 2; 3\}$)

Kết quả của bài toán trên ta gọi là định lí Thalès trong đường tròn. Bài viết này sẽ mở rộng, bổ sung thêm một số tính chất khác của định lí Thalès trong đường tròn.

1. Vẽ tiếp các cung tròn (C_4), (C_5), ..., (C_n) có 2 điểm chung A và B và gọi các giao điểm của các tia Bx và By với các cung tròn trên tương ứng là M_4, M_5, ..., M_n và K_4, K_5, ..., K_n. Ta sẽ chứng minh $\widehat{M_iAM_j}$ không đổi với $i, j \in \{1, 2, ..., n\}$ và $i \neq j$ khi tia Bx thay đổi. (1)

Gọi (C_1), (C_2), (C_3) lần lượt là cung chứa góc α, β, γ có 2 điểm chung A và B.

Ta có $\widehat{M_1AM_2}=\widehat{AM_1B}-\widehat{AM_2B}=\alpha-\beta$ không đổi.

Tương tự $\widehat{M_2AM_3}=\beta-\gamma$ không đổi, $\widehat{M_1AM_3}=\alpha-\gamma$ không đổi, ...

2. Vì $\widehat{AK_1M_1}=\widehat{ABM_2}=\widehat{AK_2M_2}$ và $\widehat{M_1AK_1}=\widehat{xBy}=\widehat{M_2AK_2}$ nên $\Delta AM_1K_1 \backsim \Delta AM_2K_2$.

Tương tự ta có $\Delta AM_iK_i \backsim \Delta AM_jK_j$ với $i, j \in \{1, 2, ..., n\}$ và $i \neq j$.

3. Xét tia Bx nằm giữa hai tia By và BA.

Ta có $\widehat{AM_1K_1}=\widehat{AM_2K_2}$ (vì $\Delta AM_1K_1 \backsim \Delta AM_2K_2$), mà $\widehat{AM_1B}>\widehat{AM_2B}$ nên $\widehat{BM_1K_1}<\widehat{BM_2K_2}$.

Tương tự ta có

$\widehat{BM_1K_1}<\widehat{BM_2K_2}<\widehat{BM_3K_3}<...<\widehat{BM_nK_n}$

Suy ra M_1K_1, M_2K_2, M_3K_3, ..., M_nK_n đôi một cắt nhau.

Gọi D, E, F thứ tự là giao điểm của M_1K_1 với M_2K_2, M_2K_2 với M_3K_3, M_1K_1 với M_3K_3.

Từ $\Delta AM_1K_1 \backsim \Delta AM_2K_2 \backsim \Delta AM_3K_3$

$\Rightarrow \widehat{AK_1D}=\widehat{AK_2E}=\widehat{AK_3F}$; $\widehat{AM_1D}=\widehat{AM_2E}=\widehat{AM_3F}$.

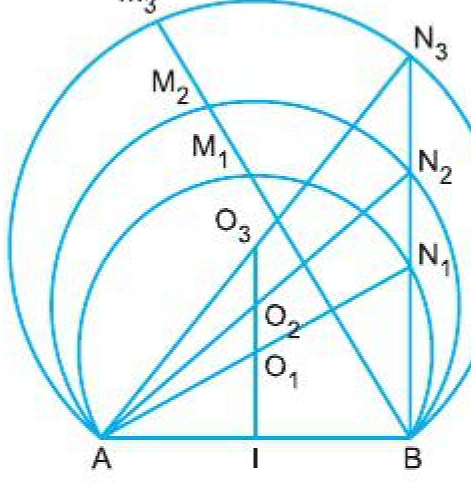
Suy ra các tứ giác sau nội tiếp AK_1K_2D, AK_2K_3E, AK_1K_3F, AM_1M_2D, AM_2M_3E, AM_1M_3F.

Do đó

$\widehat{M_1DM_2}=\widehat{M_1AM_2}=\alpha-\beta$, $\widehat{M_2EM_3}=\widehat{M_2AM_3}=\beta-\gamma$, $\widehat{M_1FM_3}=\widehat{M_1AM_3}=\alpha-\gamma$.

Tức là các đường thẳng M_1K_1, M_2K_2, M_3K_3 đôi một cắt nhau tạo thành góc không đổi khi các tia Bx, By thay đổi.

4.



Gọi O_1, O_2, O_3 lần lượt là tâm của các cung (C_1), (C_2), (C_3) và vẽ các đường kính AO_1N_1, AO_2N_2, AO_3N_3. Gọi I là trung điểm của AB, ta có IO_1, O_1O_2, O_2O_3 là các đường trung bình của các tam giác ABN_1, AN_1N_2, AN_2N_3.
Mà I, O_1, O_2, O_3 thẳng hàng nên B, N_1, N_2, N_3 thẳng hàng. Vì $O_1O_3 \,//\, N_1N_3$ nên $N_2N_1 = kN_2N_3$ $\Leftrightarrow O_2O_1 = kO_2O_3$. (2)

Từ (1) suy ra $\Delta AM_1M_2 \backsim \Delta AN_1N_2 \Rightarrow \dfrac{M_1M_2}{N_1N_2} = \dfrac{AM_2}{AN_2}$

và $\Delta AM_2M_3 \backsim \Delta AN_2N_3 \Rightarrow \dfrac{M_2M_3}{N_2N_3} = \dfrac{AM_2}{AN_2}$

Do đó $\dfrac{M_1M_2}{N_1N_2} = \dfrac{M_2M_3}{N_2N_3} \Leftrightarrow \dfrac{M_1M_2}{M_2M_3} = \dfrac{N_1N_2}{N_2N_3}$.

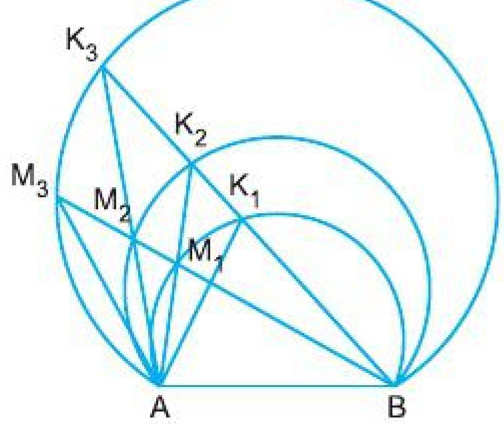
Kết hợp với (2) suy ra $\dfrac{M_iM_j}{M_iM_t} = \dfrac{N_iN_j}{N_iN_t} = \dfrac{O_iO_j}{O_iO_t}$

(không đổi) với $i, j, t \in \{1, 2, ..., n\}$.
Nói riêng M_2 là trung điểm của M_1M_3 khi và chỉ khi O_2 là trung điểm của O_1O_3.

5. Từ các kết quả trên suy ra $\dfrac{M_iM_j}{M_iM_t} = \dfrac{N_iN_j}{N_iN_t} = \dfrac{K_iK_j}{K_iK_t}$

hay tỉ số $\dfrac{M_iM_j}{K_iK_j} = \dfrac{M_iM_t}{K_iK_t}$ không đổi với các chỉ số khác nhau $i, j, t \in \{1; 2; 3; ...; n\}$).

6.



Ta có A, M_1, K_2 thẳng hàng

$\Leftrightarrow \widehat{AM_1B} = \widehat{AK_2B} + \widehat{xBy} \Leftrightarrow \widehat{xBy} = \alpha - \beta$.

Tương tự A, M_2, K_3 thẳng hàng $\Leftrightarrow \widehat{xBy} = \beta - \gamma$.
Vậy A, M_1, K_2 thẳng hàng và A, M_2, K_3 thẳng hàng $\Leftrightarrow \widehat{xBy} = \alpha - \beta = \beta - \gamma$.

7. Đảo lại nếu có $\alpha - \beta = \beta - \gamma$ thì A, M_1, K_2 thẳng hàng $\Leftrightarrow$ A, M_2, K_3 thẳng hàng.

Thật vậy A, M_1, K_2 thẳng hàng

$\Leftrightarrow \widehat{xBy} = \alpha - \beta \Leftrightarrow \widehat{xBy} = \beta - \gamma$

$\Leftrightarrow$ A, M_2, K_3 thẳng hàng.

8. Giả sử $\alpha - \beta = \beta - \gamma$. Trên (C_2) và (C_3) lần lượt lấy K_2 và M_3 sao cho $AM_3 = AK_2 = AB$. Tia BM_3 cắt (C_1), (C_2) lần lượt tại M_1, M_2. Tia BK_2 cắt (C_3) tại K_3. Thế thì A, M_1, K_2 thẳng hàng và A, M_2, K_3 thẳng hàng.

Chứng minh. Từ $AM_3 = AK_2 = AB$, suy ra

$\widehat{ABK_2} = \widehat{AK_2B}$; $\widehat{ABM_3} = \widehat{AM_3B} = \widehat{AK_3B}$

$\Rightarrow \widehat{AK_2B} = \widehat{ABK_2} = \widehat{ABM_3} + \widehat{M_3BK_3} = \widehat{AK_3B} + \widehat{M_3BK_3}$

$\Rightarrow \widehat{M_3BK_3} = \beta - \gamma = \alpha - \beta$.

Vậy A, M_1, K_2 thẳng hàng và A, M_2, K_3 thẳng hàng.

9. Nếu A, M_1, K_2 thẳng hàng và A, M_2, K_3 thẳng hàng thì $\widehat{M_1AK_1} = \widehat{M_1AM_2} = \widehat{M_2AM_3} = \widehat{xBy}$.

Bài toán trên còn có những tính chất thú vị và ứng dụng nào khác? Các bạn hãy tiếp tục khai thác nhé.

Bài tập áp dụng

Bài 1. Vẽ ba cung tròn (C_1), (C_2), (C_3) thứ tự là các cung chứa góc 90^o, 70^o, 50^o cùng dựng trên đoạn thẳng AB và nằm cùng một phía đối với AB. Lấy $D \in (C_2)$ sao cho $AD = AB$. Gọi E là giao điểm của AD và đường tròn (C_1), F là giao điểm của BE và đường tròn (C_3). Tính $\widehat{BFD}$.

Bài 2. Vẽ ba cung tròn (C_1), (C_2), (C_3) thứ tự có tâm là O_1, O_2, O_3 sao cho $O_1O_2 = O_2O_3$ cùng dựng trên đoạn thẳng AB và nằm cùng một phía đối với AB, lấy $M \in (C_2)$. Tia AM cắt (C_1), (C_3) thứ tự tại C và D. Tia BM cắt (C_1), (C_3) thứ tự tại E và F. Chứng minh rằng CF // DE.

IMSO 2015
MATHEMATICS ESSAY PROBLEMS SOLUTION

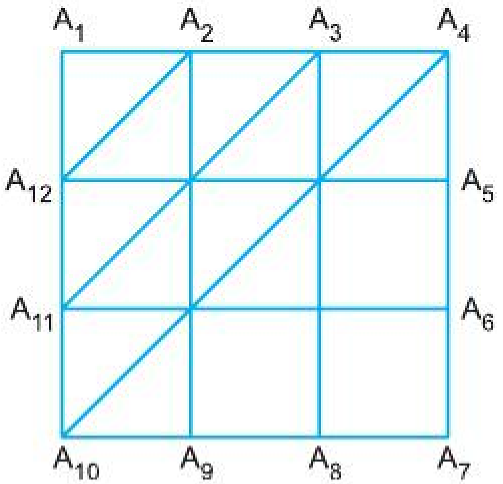
(Tiếp theo kì trước)

TRỊNH HOÀI DƯƠNG *(GV. THCS Giảng Võ, Ba Đình, Hà Nội)*
(Sưu tầm và giới thiệu)

10. Suppose those three fractions are $\frac{3}{5}, \frac{2}{9}, \frac{4}{15}$ their sum is $\frac{27}{45}+\frac{10}{45}+\frac{12}{45}=\frac{49}{45}$.

Since the real sum of these three fractions is $\frac{28}{45}$, which is $\frac{28}{45}\div\frac{49}{45}=\frac{4}{7}$ times of our supposed three fractions. Hence these three fractions are $\frac{3}{5}\times\frac{4}{7}=\frac{12}{35}, \frac{2}{9}\times\frac{4}{7}=\frac{8}{63}, \frac{4}{15}\times\frac{4}{7}=\frac{16}{105}$. So the sum of their denominator is 35 + 63 + 105 = 203.

11.



A_4A_{10} and A_2, A_3, A_5, A_6, A_8, A_9, A_{11} or A_{12} can form a triangle that has one interior angle equal to 45°.

A_4A_{10} and A_1 or A_7 can form a triangle that has two interior angle equal to 45°.

A_3A_{11} and A_2, A_6, A_8, A_{12} can form a triangle that has one interior angle equal to 45°.

A_3A_{11} and A_1 can form a triangle that has two interior angle equal to 45°.

A_5A_9 and A_2, A_6, A_8, A_{12} can form a triangle that has one interior angle equal to 45°.

$A_5A_9 + A_7$ can form a triangle that has two interior angle equal to 45°.

$A_2A_{12} + A_5$, A_9 can form a triangle that has one interior angle equal to 45°.

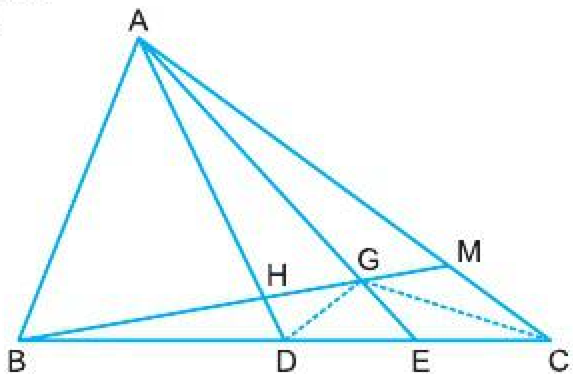
$A_2A_{12} + A_1$ can form a triangle that has two interior angle equal to 45°.

$A_6A_8 + A_3$, A_{11} can form a triangle that has one interior angle equal to 45°.

$A_6A_8 + A_7$ can form a triangle that has two interior angle equal to 45°.

There are 8 + 2 + 4 + 1 + 4 + 1 + 2 + 1 + 2 + 1 = 26 triangles that can be found from this direction. We also can find 26 triangles from another diagonal direction, therefore there are 26 + 26 = 52 triangles, and there are the last 8 triangles $A_2A_5A_8$, $A_3A_6A_8$, $A_5A_8A_{11}$, $A_6A_9A_{12}$, $A_8A_{11}A_2$, $A_9A_{12}A_3$, $A_{11}A_2A_5$, $A_{12}A_3A_6$ can form a triangle that has two interior angle equal to 45°. There are 52 + 8 = 60 triangles in total that have at least one interior angle equal to 45°.

12.



Let $S_{GMC} = x$, then $S_{AGM} = 3x$, $S_{GMC} = 4x$.

Since $\frac{S_{ABG}}{S_{AGC}}=\frac{BE}{EC}=\frac{2+1}{1}=3$, $S_{ABG} = 12x$.

$\frac{S_{ABG}}{S_{BGC}}=\frac{3}{1}=3 \Rightarrow S_{BGC}=4x \Rightarrow S_{GEC}=x$.

$S_{GEC} : S_{GDE} : S_{GDB} = 1 : 1 : 2$, $S_{BDG} = 2x$.

Hence

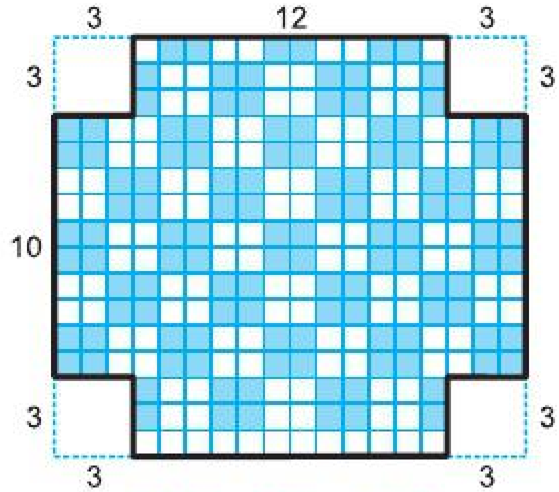
$\frac{S_{ABG}}{S_{BDG}}=\frac{AH}{HD}=\frac{12x}{2x}=6, \frac{S_{ADG}}{S_{AGC}}=1 \Rightarrow S_{ADG}=4x.$

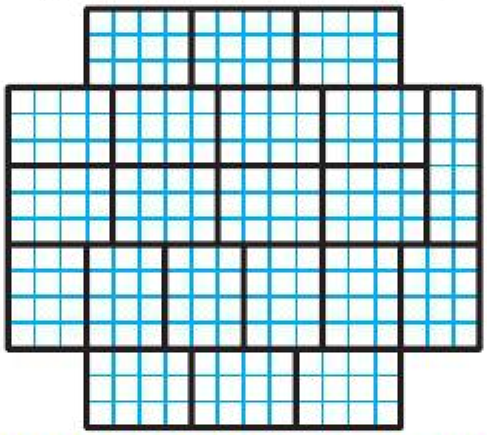
We have $S_{AHG} = 4x \times \frac{6}{1+6} = \frac{24}{7}x$, so

$S_{ABH} = S_{AGB} - S_{AHG} = 12x - \frac{24}{7}x = \frac{60}{7}x$.

Thus BH : HG : GM = 60x : 24x : 21x = 20 : 8 : 7.

13. Color the squares of the unit squares red and white as shown in the figure. Each 3 cm by 4 cm rectangle will cover 6 squares of each color. However, there are 128 red squares and 124 white squares. Note that $\frac{124}{6} = 20.67$. Hence, at most 20 rectangles can be cut off from the remaining part of the paper. The figure at the bottom below is an example of 20 rectangles that have been cut off.





Kết quả ĐƯỜNG THẲNG (TTT2 số 155)

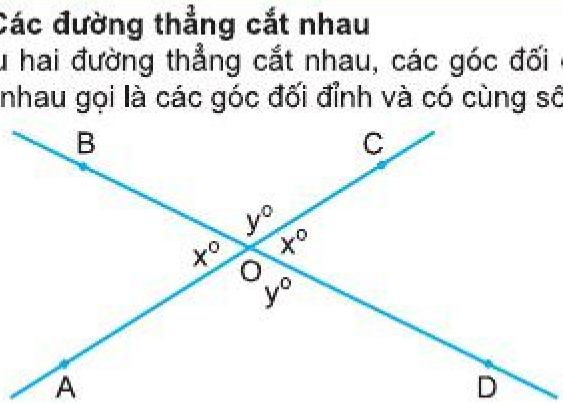
1. Đường thẳng

Trong hình học, từ đường dùng để chỉ một đường thẳng kéo dài không kết thúc ở cả hai hướng. Đường thẳng có thể được gọi là đường thẳng AB hay đường thẳng d.

Phần của đường thẳng từ điểm A đến điểm B được gọi là đoạn thẳng. A và B là hai đầu mút của đoạn thẳng. Kí hiệu $\overline{AB}$ được dùng để biểu thị đoạn thẳng AB và AB được sử dụng để biểu thị độ dài của đoạn thẳng này.

2. Các đường thẳng cắt nhau

Nếu hai đường thẳng cắt nhau, các góc đối diện với nhau gọi là các góc đối đỉnh và có cùng số đo.



$\widehat{AOB}$ và $\widehat{COD}$ là hai góc đối đỉnh, $\widehat{BOC}$ và $\widehat{AOD}$ là hai góc đối đỉnh. Ngoài ra, $x^o + y^o = 180^o$.

Nhận xét. Có rất nhiều bạn đã gửi bài đến tòa soạn, hầu như các bạn đều dịch đúng. Xin được trao phần thưởng cho các bạn có bài dịch sát với nội dung hơn và trình bày đẹp hơn là: *Từ Tấn Dũng*, 7D, THPT chuyên Hà Nội - Amsterdam, Cầu Giấy, **Hà Nội**; *Thân Hoài Thương*, 7/7, THCS Võ Như Hưng, Điện Bàn, **Quảng Nam**; *Ngô Võ Hoàng Việt*, 6A3, TH Thực hành Sài Gòn phường 4 quận 5, **TP. Hồ Chí Minh.**

Các bạn sau được khen: Hoàng Bảo, 7I, THCS Lê Quý Đôn, Nghĩa Đô, Cầu Giấy; *Đặng Thị Hoài Anh*, 9B, THCS Nguyễn Thượng Hiền, Ứng Hòa, **Hà Nội**; *Kiều Bảo My*, 9A2; *Ngô Thị Thuyết*, 8A2, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Nguyễn Trình Tuấn Đạt*, 7D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương; *Đào Thị Xuân Lộc*, 7C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An**; *Cao Thị Khánh Linh*, 6B, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Mai Ánh Quỳnh*, 8A, THCS Chu Văn An, Nga Sơn, **Thanh Hóa**; *Nguyễn Nhật Linh*, 8E, THCS Lê Quý Đôn, TP. Tuyên Quang, **Tuyên Quang**.

MAI VŨ

Bài 1NS. Tìm các số nguyên dương x, y thỏa mãn

$(x^2 + 4y^2 + 28)^2 = 17(x^4 + y^4 + 14y^2 + 49)$.

TRƯƠNG QUANG AN

(GV. trường THCS Nghĩa Thắng, Tư Nghĩa, Quảng Ngãi)

Bài 2NS. Tìm tổng bình phương các nghiệm của phương trình

$(x^2 + 2x)^2 - 2013(x^2 + 2x) + 2015 = 0$.

NGUYỄN ĐỄ *(Hải Phòng)*

Bài 3NS. Cho điểm A nằm ngoài đường tròn (O). Vẽ các tiếp tuyến AB và AC đến đường tròn (O) (B, C là tiếp điểm). Gọi H là giao điểm của OA và BC. Đường thẳng qua H song song với AC cắt cung nhỏ BC tại D. AD cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai E. Gọi R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ODH. Chứng minh rằng $BH \le R$.

NGUYỄN ĐỨC TẤN *(TP. Hồ Chí Minh)*

Kết quả CUỘC THI GIẢI TOÁN DÀNH CHO NỮ SINH (TTT2 số 155)

Bài 25NS. Ta thấy $1^4, 2^4, 3^4, 4^4$ chia cho 5 đều có số dư là 1. Do đó $S = 1^n + 2^n + 3^n + 4^n \equiv 1^r + 2^r + 3^r + 4^r \pmod 5$, với r là số dư khi chia n cho 4.

Suy ra S chia hết cho 5 khi và chỉ khi n không chia hết cho 4. Có (2012 – 4) : 4 + 1 = 503 số nguyên dương nhỏ hơn 2016 và chia hết cho 4.

Do đó số các số cần tìm là 2015 – 503 = 1512 (số).

Nhận xét. Các bạn có lời giải đúng bài toán trên: *Nguyễn Thị Thùy Trang*, 9A1, THCS Hồng Bàng, Hồng Bàng, **Hải Phòng**; *Nguyễn Thị Hương*, 9A4, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Thảo Chi, Trần Thị Thu Huyền*, 9A3; *Bùi Thị Quỳnh, Nguyễn Thùy Dương*, 8A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao; *Phan Trần Khánh Linh*, 8A, THCS Hùng Vương, TX. Phú Thọ, **Phú Thọ**.

Bài 26NS. ĐKXĐ $x \ge -2$. Ta có

$(x+4)(\sqrt{x+2}+2) = (x+1)(x^2-2x+3)$

$\Leftrightarrow [(\sqrt{x+2})^2+2](\sqrt{x+2}+2) = [(x-1)+2][(x-1)^2+2]$. (1)

Đặt $a = \sqrt{x+2} \ge 0$; $b = x - 1$.

Thay vào (1) ta được $a^3 + 2a^2 + 2a = b^3 + 2b^2 + 2b$

$\Leftrightarrow (a - b)(a^2 + ab + b^2 + 2(a + b) + 2) = 0$

$\Leftrightarrow a = b$ (vì $a^2 + ab + b^2 + 2(a + b) + 2 > 0$)

$\Leftrightarrow \sqrt{x+2} = x - 1 \Leftrightarrow x = \dfrac{3+\sqrt{13}}{2}$.

Nhận xét. Các bạn sau có lời giải tốt: *Nguyễn Thị Thùy Trang*, 9A1, THCS Hồng Bàng, Hồng Bàng, **Hải Phòng**; *Đặng Thị Hoài Anh*, 9B, THCS Nguyễn Thượng Hiền, Ứng Hòa, **Hà Nội**; *Nguyễn Thị Linh Đan*, 7D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**; *Nguyễn Thị Hương Nữ, Phan Huyền Ngọc*, 9B, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường; *Nguyễn Thị Hương*, 9A4, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**.

Bài 27NS. *Bạn đọc tự vẽ hình.*

Gọi I là giao điểm của AN và BM. Tia HI cắt AB và BK lần lượt tại P và Q.

Ta có các tứ giác AMHO và BNHO nội tiếp, $\widehat{AHB} = 90^o$.

Suy ra $\widehat{HOM} = \widehat{HNO} = \widehat{HBO} \Rightarrow \widehat{MOA} = \widehat{OHB} = \widehat{HBO}$.

Do đó OM và ON thứ tự là tia phân giác của $\widehat{HOA}, \widehat{HOB}$. Suy ra MH = MA, NH = NB.

Vì AM // NB nên

$\dfrac{MI}{IB} = \dfrac{MA}{NB} = \dfrac{MH}{HN} \Rightarrow HI \,//\, NB \Rightarrow HQ \perp AB$. (1)

Ta lại có $\widehat{AKB} = \widehat{NHB} = \widehat{NBH} \Rightarrow \widehat{ABK} = \widehat{ABH}$. (2)

Từ (1), (2) suy ra AB là đường trung trực của HQ nên HP = HQ. (3)

Mặt khác $\dfrac{IH}{MA} = \dfrac{NH}{NM} = \dfrac{BI}{BM} = \dfrac{IP}{MA} \Rightarrow IH = IP$. (4)

Từ (3), (4) suy ra HP = PQ = 2IP.

Do đó $\dfrac{MA}{AK} = \dfrac{IP}{PQ} = \dfrac{1}{2}$.

Nhận xét. Các bạn có lời giải tốt: *Kim Thị Hồng Lĩnh*, 9E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường; *Nguyễn Thị Hương*, 9A4, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**; *Đặng Thị Hoài Anh*, 9B, THCS Nguyễn Thượng Hiền, Ứng Hòa, **Hà Nội**; *Nguyễn Thị Thùy Trang*, 9A1, THCS Hồng Bàng, Hồng Bàng, **Hải Phòng**; *Trần Thị Thu Huyền*, 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**.

Các bạn được thưởng kì này: *Đặng Thị Hoài Anh*, 9B, THCS Nguyễn Thượng Hiền, Ứng Hòa, **Hà Nội**; *Phan Huyền Ngọc*, 9B, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Thị Thùy Trang*, 9A1, THCS Hồng Bàng, Hồng Bàng, **Hải Phòng**; *Trần Thị Thu Huyền*, 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**.

Ảnh các bạn được thưởng ở bìa 4.

NGUYỄN NGỌC HÂN

Giới thiệu Sách

SÁCH HAY CẦN ĐỌC

1. Cuốn sách: Bài giảng số học

Các tác giả: *Đặng Hùng Thắng, Nguyễn Văn Ngọc, Vũ Kim Thủy*

Không có gì cổ và đơn giản hơn số học. Nhưng nhiều bài toán mà các nhà toán học lớn thách đấu đến nay chưa giải được lại thuộc về số học.

Để phục vụ tốt cho một phạm vi đông đảo các bạn đọc thì các chương 1 và 2 được trình bày các kiến thức cơ bản nhẹ nhàng, dễ hiểu rất thích hợp với các em học sinh cấp THCS, giúp các em được trang bị các kiến thức cơ bản quan trọng để phục vụ cho các kì thi học sinh giỏi cũng như thi vào các trường THPT chuyên. Các thầy cô giáo cũng có thể dùng như các giáo trình phục vụ giảng dạy các đội tuyển học sinh giỏi. Các chương 3, 4 và 5 thích hợp để làm giáo trình giảng dạy cho các lớp chuyên khối THPT và các em học sinh lớp 9 muốn tìm hiểu sâu thêm bộ môn số học. Có lẽ khó nhất là chương 5, đi sâu vào phương trình Điôphăng, có thể dùng cho các em học sinh luyện thi Olympic toán quốc gia lớp 12, thi Olympic toán quốc tế và dùng làm tài liệu bồi dưỡng cho giáo viên. Chúng tôi tin rằng tất cả mọi người yêu thích bộ môn số học cũng có thể tìm hiểu một phần hoặc toàn bộ các nội dung của cuốn sách này và những ai chưa yêu bộ môn số học hay sợ bộ môn này thì sau khi đọc xong cuốn sách bạn sẽ suy nghĩ khác. Năm 1998 sách đã được Bộ Giáo dục & Đào tạo quy định là tài liệu chính thức dành cho các lớp THPT chuyên toán. Sách đã tái bản lần thứ 5.

2. Tòa nhà hình học phẳng và căn nhà hướng

Tác giả: *Nguyễn Minh Hà*

Hình học Euclid phẳng (hình học phẳng) là một trong những ngành khoa học cổ xưa của nhân loại. Từ thế kỉ thứ VII đến thế kỉ thứ III trước Công nguyên các kiến thức hình học phẳng dần dần được hệ thống.

Vào thế kỉ thứ III trước Công nguyên (TCN), các kiến thức hình học phẳng được tổng kết xuất sắc trong tác phẩm *Nguyên lí* của Euclid (330 - 275 TCN).

Theo Euclid, để định nghĩa một khái niệm hình học phẳng ta buộc phải dựa vào những khái niệm đã được định nghĩa trước đó. Như vậy phải có những khái niệm đầu tiên không định nghĩa mà mô tả, đó là những khái niệm cơ bản. Để chứng minh một định lí hình học phẳng ta buộc phải dựa vào những định lí đã được chứng minh trước đó và như vậy phải có những định lí đầu tiên không chứng minh mà công nhận, đó là những tiên đề. Hệ thống các khái niệm cơ bản và các tiên đề của Euclid được gọi là hệ tiên đề Euclid. Với hệ tiên đề Euclid, tòa nhà hình học phẳng đã được xây dựng. Suốt thời gian dài, nếu không kể tới việc tìm cách chứng minh tiên đề 5[(1)], về căn bản người ta tin rằng tòa nhà hình học phẳng đã hoàn chỉnh. Mãi đến thế kỉ XIX, khoảng 2200 năm sau thời của Euclid, cùng với việc giải quyết dứt điểm về sự khẳng định tiên đề 5[(2)], vấn đề cơ sở lôgic của hình học phẳng lại được nghiên cứu rộng rãi và sôi nổi. Kết quả là một hệ tiên đề mới, được nhà toán học vĩ đại Hilbert (1862 - 1943) trình bày trong tác phẩm *Cơ sở hình học*. Với hệ tiên đề Hilbert, tòa nhà hình học phẳng đã được nâng cấp căn bản và toàn diện.

Có lẽ vì Euclid và Hilbert đều quá lỗi lạc nên cho đến bây giờ người ta vẫn cho rằng tòa nhà hình học phẳng đã hoàn chỉnh. Không biết từ bao giờ, trước hay sau thời của Hilbert, khái niệm góc lượng giác và kèm theo nó cái đồng hồ xuất hiện trong hình học phẳng. Với sự xuất hiện của cái đồng hồ, tòa nhà hình học phẳng vẫn chưa hoàn chỉnh. Không thể định nghĩa cái đồng hồ bằng các khái niệm cơ bản của hệ tiên đề Hilbert.

Coi hình học phẳng là đam mê lớn nhất của cuộc đời, TS. Nguyễn Minh Hà đã trăn trở với vấn đề trên trong nhiều năm. Bắt đầu từ năm 2000, ông quyết tâm tìm cách bỏ cái đồng hồ ra khỏi hình học phẳng (cách nói của GS. TSKH. Nguyễn Văn Khuê) và kết quả là bộ sách hai tập ***Hướng trong hình học phẳng*** và ***Hình học phẳng định hướng*** vừa ra đời. Với bộ sách này, tòa nhà hình học phẳng có thêm một căn nhà nhỏ, căn nhà có hướng. Nói cách khác, lí thuyết về hướng đã được xây dựng chặt chẽ trong hình học phẳng.

Chú thích:

(1) Tiên đề 5 của Euclid được phát biểu như sau: "Qua điểm A không nằm trên đường thẳng b có và chỉ có duy nhất một đường thẳng song song với đường thẳng b".

(2) Phải chăng tiên đề 5 là một định lí. Câu hỏi trên đã làm đau đầu biết bao thế hệ các nhà toán học và cuối cùng đã được giải quyết gần như cùng một lúc bởi ba nhà toán học: Lobachevski (1792 - 1856), Gauss (1777 - 1855), Bolyai (1802 - 1860), đặc biệt xuất sắc là Lobachevski.

BBT

NHỮNG CÔNG TRÌNH MỚI

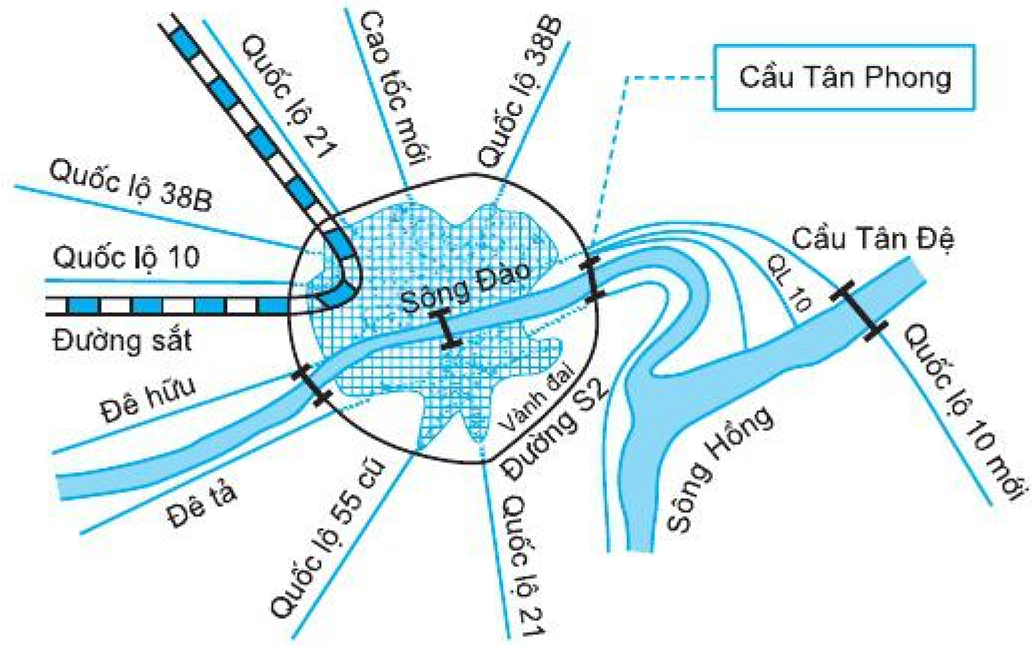
VŨ ĐÔ QUAN

• Ngày 3.1.2016 tuyến Quốc lộ 1 đoạn Bắc Ninh - Bắc Giang dài 20 km được nâng cấp lên tiêu chuẩn đường cao tốc. Từ nay xe từ Bắc Giang về Hà Nội chạy chưa hết một giờ đồng hồ.

• Ngày 8.1.2016 hầm chui nút giao giữa đường vành đai 3 và đường xuyên tâm (Nguyễn Trãi, Hà Nội) với tên gọi nút giao Thanh Xuân đã khánh thành. Nút giao thông này có 4 tầng: hầm chui, đường mặt đất, đường trên cao và đường sắt trên cao, là nút giao hiện đại nhất nước ta hiện nay. Với việc hoàn thành nút giao này xe từ cửa ngõ Hà Đông (siêu thị Co.opmart) đến Ngã tư Sở Hà Nội chạy thẳng không có đèn xanh, đèn đỏ, với 4 km chỉ hết chưa đến 10 phút vào giờ cao điểm.

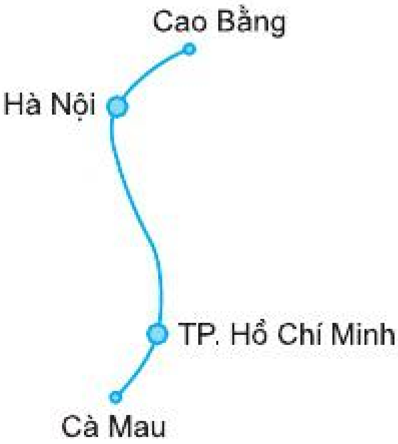
Cùng ngày hầm chui nút giao giữa đường vành đai 3 và đường xuyên tâm (Thăng Long) với tên gọi nút giao Trung Hòa cũng hoàn thành.

• Ngày 9.1.2016 khánh thành cầu Tân Phong bắc qua sông Đào, TP. Nam Định trên quốc lộ 21B là đường vành đai S2. Đây là cây cầu thứ 3 qua sông Đào (sau cầu Đô Quan và cầu Nam Định). Nam Định trở thành thành phố đầu tiên của Việt Nam có đường vành đai hình tròn từ 30.4.2016 cùng 13 đường xuyên tâm (trong đó có 9 đường lớn và 4 đường đê) có hệ thống giao thông đường bộ, đường sắt, đường thủy thuận lợi.

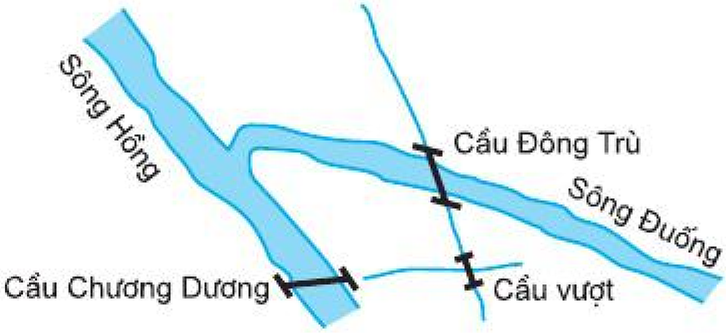


● Ngày 15.1.2016 Quốc lộ 19 (Pleiku, Gia Lai - Quy Nhơn, Bình Định) hoàn thành việc nâng cấp. Đây là con đường quan trọng kết nối Tây Nguyên với ven biển Trung Trung Bộ.

● Ngày 17.1.2016 tuyến đường Cầu Giấy - Nhật Tân đường cao tốc đi sân bay Nội Bài, dài 6,4 km được thông tuyến. Từ nay theo tuyến đường này đường đi sân bay tính từ Cầu Giấy chỉ còn 23,5 km với tốc độ xe chạy 100 km/h.



● Cùng ngày cầu Hòa Trung (Năm Căn - Đất Mũi) cây cầu cuối cùng trên toàn tuyến 2000 km từ Cao Bằng tới mũi Cà Mau thông xe.



● Ngày 18.1.2016 cầu vượt nút Long Biên trên tuyến QL5 cũ nối với QL18 mới và QL2 (thông qua cầu Đông Trù) khánh thành. Đây là cầu vượt bằng sắt lớn nhất Việt Nam.

Câu hỏi kì này: Bạn hãy kể tên các cây cầu bắc qua sông Hồng tại Hà Nội theo thứ tự từ Bắc xuống Nam.

Kết quả Nhà hát Lớn Hà Nội (TTT2 số 155)

Nhà hát Lớn Hà Nội là một trong những trung tâm văn hóa của Hà Nội, nơi thường xuyên diễn ra các sự kiện văn hóa nghệ thuật. Nhà hát được khởi công năm 1901, hoàn thành năm 1911 và hiện nay, nó đã tròn 105 tuổi. Nơi đây được trang trí khá cầu kì, với thanh đỡ uốn lượn, các cửa sổ được uốn vòm. Trên mái nhà là các cột Ionic La Mã với mái chóp cong lợp ngói đá. Tất cả đều mang dáng dấp của kiến trúc Châu Âu. Trước vẻ đẹp đầy cuốn hút đó, ta có cảm giác như đang lạc giữa trời Tây vậy. Qua góc máy của tác giả, nhà hát hiện lên dưới màu xanh của lá, của mây trời, màu vàng của hoa và thêm điểm xuyết màu đỏ của lá cờ. Với sự hài hòa về màu sắc, bố cục của cảnh vật ấy càng làm cho cảnh vật trong lòng Hà Nội trở nên thơ mộng, thanh bình một cách lạ kì.

Nhận xét. Chỉ có bạn *Nguyễn Tuệ An*, 7C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An** có lời bình hay nhất được trao thưởng kì này.

MAI VŨ

ĐẠI SỐ

(Tiếp theo kì trước)

BÍNH NAM HÀ

Ngày 29.5.1832 trước khi lao vào cuộc đấu súng định mệnh, ông để lại bức thư cho Auguste Chevalier nói về mối quan hệ giữa lí thuyết nhóm với lời giải của các đa thức bằng căn thức. Mãi đến năm 1843 Joseph Liouville mới xem bản thảo của ông và kết luận Galois đã giải được bài toán do Niels Henrik Abel đưa ra. Công trình sau đó được công bố toàn văn trong Tạp chí toán lí thuyết và ứng dụng năm 1846. Nhưng phải 20 năm sau nữa mới có những người hiểu được những ý tưởng của ông. Giáo trình Đại số cao cấp của Serret và sau này cuốn Nghiên cứu các phép thế của Jordan đã giải thích cặn kẽ các khái niệm và vấn đề Galois đặt ra. Các khái niệm nhóm, vành, trường chưa ai đặt ra nên Galois phải trình bày khá dài và diễn giải. Ông chứng minh được điều kiện cần và đủ để một phương trình đại số giải được bằng căn thức. Ông đưa ra các khái niệm Nhóm con phân biệt, Phép đẳng cấu nhóm, Nhóm thương. Ông đã là người giải quyết được vấn đề tìm nghiệm của các phương trình đa thức bậc 5 trở lên bằng việc xây dựng lí thuyết Nhóm (group (nhóm) cũng là từ do ông dùng đầu tiên). Ngày nay lí thuyết này gọi là lí thuyết nhóm Galois.

Nói đến đại số, không thể không kể đến Nhenxơ Henrich Aben (Niels Henrik Abel), nhà toán học Na Uy (1802 - 1829). Vào năm 22 tuổi ông đã cho in tập sách trong đó có định lí nổi tiếng nói rằng phương trình bậc lớn hơn bốn dạng tổng quát không thể có nghiệm dưới dạng căn thức. Ông còn tách ra được một lớp các phương trình bậc lớn hơn bốn có thể giải được dưới dạng căn thức, sau này gọi là lớp phương trình Aben. Giống như số phận các công trình của Galois, công trình của Aben khi gửi đến viện hàn lâm khoa học Pari đã chẳng được ai xem xét và xếp vào hồ sơ lưu trữ. Aben đã sống cuộc sống đói rét nghèo và mắc bệnh lao khi bước sang tuổi 27. Sự thiên tài và trong sáng của tâm hồn cống hiến cho khoa học của ông đã được người đời sau ghi nhớ. Thủ đô Na Uy đã tạc tượng ông tại một quảng trường lớn. Ngày nay đã có giải thưởng toán học mang tên Aben. Galois và Aben đều chưa vượt qua được nửa đời người thông thường nhưng sự nghiệp và các công trình khoa học để lại sừng sững như những tháp cao trong lâu đài Đại số của vương quốc Toán học.

Đại số hiện đại được bắt đầu từ thế kỉ 20 với sự khởi đầu về nghiên cứu tìm nghiệm của phương trình bậc cao mà Galois khởi đầu. Từ đó ra đời những chuyên ngành của Đại số như Lí thuyết nhóm, Lí thuyết vành, Lí thuyết trường. Đại số giao hoán là một chuyên ngành hẹp mà đối tượng nghiên cứu của nó là các vành trong đó phép nhân thỏa mãn luật giao hoán, đặc biệt là vành các đa thức nhiều biến.

Tuy nhiên giới hạn của Đại số không thật rõ ràng. Đại số trừu tượng là một ngành của toán học với đối tượng nghiên cứu là các nhóm, các vành, các trường, các dàn ... Đó là một khoa học nghiên cứu các phép toán trên các phần tử của một tập hợp tùy ý, suy rộng các phép cộng và phép nhân các số thông thường. Ngày nay để hiểu được đại số hiện đại cần phải có rất nhiều kiến thức về số học và hình học hiện đại.

Tài liệu tham khảo:

[1] Nguyễn Trường, Kể chuyện các nhà toán học, NXB Văn hóa Thông tin, 2011.

[2] Đặng Huấn, Kể chuyện về những nhà toán học, NXB Văn học, 1997.

[3] Vũ Kim Thủy, Lí thuyết biểu diễn thứ cấp của các mođun trên vành giao hoán, Viện Toán học, 1998.

[4] Nguyễn Đức Thuần, Sơ lược Lịch sử toán học, Trần Tất Thắng dịch, NXB Khoa học và Kĩ thuật, 1993.

Hỏi: Anh Phó thân mến! Em rất muốn được cộng tác với TTT2 trong một số chuyên mục nhưng em chưa biết phải viết như thế nào. Em có cần phải viết mỗi bài và lời giải chi tiết trên từng tờ giấy không ạ?

Một bạn ở Ứng Hòa, Hà Nội

Đáp:

Mỗi bài trên một tờ
Ghi họ tên đầy đủ
Cả lớp trường vào nữa
Quận huyện hay tỉnh nào
Rồi tất cả bỏ vào
Một phong bì tất tật
Nếu giải bài kì trước
Cần dán Phiếu dự thi
Hãy mạnh dạn lên đi
Gửi ngay về tòa soạn.

Hỏi: Anh Phó ơi! Một số bạn chỉ được nêu tên trong một bài của mục *Thi giải toán qua thư* mà đã được thưởng. Còn em thì đã được khen như vậy vài lần nhưng lại không được thưởng. Thế là sao ạ?

Một bạn giấu tên

Đáp:

Có phần khen, phần thưởng
Em cần đọc kĩ vào
Xem tên được mức nào
Nếu chỉ khen cũng tốt
Được thưởng thì phải khao.

Hỏi: Em xin hỏi trình tự để gửi bài tham dự các chuyên mục của TTT là như thế nào ạ?

NGUYỄN THỊ TÚ ANH
(6D, THCS Đặng Thai Mai, Vinh, Nghệ An)

Đáp:

Phải đề rõ cả họ tên
Lớp trường huyện tỉnh ở trên mỗi bài
Dán phiếu dự thi bên ngoài
Phong bì để biết là bài dự thi.

ANH PHÓ

Bạn hãy vào website: **http://olm.vn/hieu-sach-online** để đọc tạp chí Toán Tuổi thơ bản điện tử nhé.

CÁC LỚP 6 & 7

Bài 1(157). Nhà toán học De Morgan (1806-1871) khi được hỏi tuổi đã trả lời: Tôi x tuổi vào năm x^2. Hỏi năm x^2 đó ông bao nhiêu tuổi?

VŨ KIM THỦY

Bài 2(157). Cho tam giác ABC với $\widehat{BAC} = 100^o$ và AB = AC. Trên tia AB lấy điểm D sao cho AD = BC. Tính $\widehat{ADC}$.

NGUYỄN BÁ ĐANG *(Hà Nội)*

CÁC LỚP THCS

Bài 3(157). Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^3 + y^3 + 7(x+y) = 3(x^2 + xy + y^2) + 5 \\ \sqrt{\dfrac{3}{x+1}} + \sqrt{\dfrac{3}{y+1}} = \dfrac{4}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} \end{cases}$$

HOÀNG ĐỨC NGUYÊN

(GV. trường THPT chuyên Đại học Sư phạm Hà Nội)

Bài 4(157). Cho các số thực a, b, c và d thỏa mãn: $a \ge b \ge c \ge d$; $a + b + c + d = 9$; $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 21$. Chứng minh rằng $ab - cd \ge 2$.

LÊ XUÂN ĐẠI *(GV. THPT chuyên Vĩnh Phúc)*

Bài 5(157). Cho một bảng ô vuông kích thước 7×7 (gồm 49 ô vuông đơn vị). Đặt 22 đấu thủ vào bảng sao cho mỗi ô vuông đơn vị có không quá một đấu thủ. Hai đấu thủ được gọi là tấn công lẫn nhau nếu họ cùng trên một hàng hoặc cùng trên một cột. Chứng minh rằng với mỗi cách đặt bất kì luôn tồn tại ít nhất 4 đấu thủ không tấn công lẫn nhau.

HÀ VĂN NHÂN *(GV. THCS Hoằng Xuân, Hoằng Hóa, Thanh Hóa)*

Bài 6(157). Cho tam giác ABC nhọn, không cân tại A, nội tiếp đường tròn (O). Gọi M, N là hai điểm cố định thuộc cung nhỏ BC sao cho MN // BC và tia AM nằm giữa hai tia AB và AN. Gọi P là điểm nào đó trên đoạn thẳng AM. Đường thẳng đi qua P song song với BC cắt AC, AB lần lượt tại E, F. Đường tròn ngoại tiếp tam giác NEF cắt đường tròn (O) tại Q khác N. Chứng minh rằng đường thẳng PQ luôn đi qua một điểm cố định khi điểm P di chuyển trên đoạn thẳng AM (P khác M).

TRẦN QUANG HÙNG

(GV. trường THPT chuyên Đại học Khoa học Tự nhiên Hà Nội)

SOLVE VIA MAIL COMPETITION QUESTIONS

Translated by Nam Vũ Thành

1(157). When asked about his age, the mathematician De Morgan (1806-1871) answered: I'm *x* years old in the year x^2. How old was he in the year x^2?

2(157). Given the triangle *ABC* with $\angle BAC = 100^o$ and $AB = AC$. Let *D* be a point on the ray *AB* such that $AD = BC$. Find the measure of $\angle ADC$.

3(157). Solve the following simultaneous equations
$$\begin{cases} x^3 + y^3 + 7(x+y) = 3(x^2 + xy + y^2) + 5 \\ \sqrt{\dfrac{3}{x+1}} + \sqrt{\dfrac{3}{y+1}} = \dfrac{4}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} \end{cases}$$

PHIẾU ĐĂNG KÍ THAM DỰ CUỘC THI GTQT NĂM HỌC 2015-2016

4(157). Given the real numbers *a*, *b*, *c*, and *d* such that $a \ge b \ge c \ge d$, $a + b + c + d = 9$, and $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 21$. Prove that $ab - cd \ge 2$.

5(157). Given a 7×7 square board which contains 49 small squares. Place 22 players on the board such that each small square has at most one player. Two players are said to contend each other if they are either on the same column or on the same rank. Prove that for any arbitrary arrangement of the players, there exist at least 4 players who do not contend one another.

6(157). Given an acute triangle *ABC* which is non-isosceles at *A* and inscribes a circle (*O*). Let *M* and *N* be two fixed points on the minor arc *BC* such that *MN* // *BC* and that the ray *AM* lies between the rays *AB* and *AN*. Let *P* be a point on the line segment *AM*. The line passing through *P* and parallel to *BC* intersects *AC* and *AB* at *E* and *F*, respectively. The circumcircle of the triangle *NEF* intersects the circle (*O*) at another point *Q* apart from the point *N*. Prove that the line *PQ* always passes through a fixed point when *P* moves along the line segment *AM* (and *P* does not coincide with *M*).

TIN TỨC - HOẠT ĐỘNG - GẶP GỠ

● Ngày 30.01.2016, ThS. Vũ Kim Thủy, Tổng biên tập tạp chí Toán Tuổi thơ và các cán bộ Tạp chí đã đến trao 11 suất quà cho các gia đình chính sách và các hộ nghèo ở phường Mộ Lao, quận Hà Đông, TP. Hà Nội. Tới dự buổi Lễ trao quà có ông Nguyễn Văn Long, Bí thư Đảng ủy; ông Bạch Hồng Hiếu, Phó Chủ tịch UBND Phường; ông Bạch Hùng Tiến, Chủ tịch Mặt trận tổ quốc Việt Nam Phường Mộ Lao, cùng lãnh đạo các ban ngành, đoàn thể của phường và các gia đình chính sách, các hộ nghèo.

ThS. Vũ Kim Thủy và ông Nguyễn Văn Long trao quà cho các gia đình

● Từ ngày 10.2 đến ngày 15.2.2016, Phố sách Xuân lần đầu tiên đã được tổ chức tại phố Lê Thạch, Hà Nội với hơn 20 gian hàng được trưng bày công phu, bắt mắt. Có nhiều loại sách được mang đến Hội chợ như: sách thiếu nhi, sách Văn học, sách Toán, sách Kinh tế, sách Khoa học Kĩ thuật, ... Tạp chí Toán Tuổi thơ đã tham gia giới thiệu 10 đầu sách.

Gian hàng của Công ty Cổ phần Văn hóa Giáo dục Long Minh

● Ngày 4.3.2016, Tạp chí Toán Tuổi thơ đã gặp lãnh đạo Sở Giáo dục và Đào tạo Hòa Bình: ông Đặng Quang Ngàn, Phó Giám đốc Sở Giáo dục và Đào tạo; ông Bùi Đức Ngọc, Trưởng phòng Giáo dục Tiểu học; ông Trương Trung Yên, chuyên viên Phòng Giáo dục Trung học. Trong buổi làm việc Tạp chí đã giới thiệu về cuộc thi Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ toàn quốc 2016 sẽ diễn ra vào tháng 6.2016 và cuộc thi AMC phối hợp với AMT của Australia tổ chức vào tháng 7.2016. Ông Đặng Quang Ngàn đã có các ý kiến ủng hộ các hoạt động của Tạp chí và các cuộc thi Tạp chí đang tổ chức. Cùng ngày Tạp chí đã gặp ông Nguyễn Minh Tân, Giám đốc và ông Phạm Huy Đông, Phó Giám đốc Công ty CP sách và TBTH Hòa Bình để giới thiệu các ấn phẩm Toán Tuổi thơ đang phát hành.

PV.

Phó Giám đốc Sở GD - ĐT Hòa Bình Đặng Quang Ngàn và ThS. Vũ Kim Thủy

XƯA và NAY

Nơi Hoàng Thành xếp lớp các tầng văn hóa các triều Lý, Trần, Lê. Hoàng Thành hôm nay nằm giữa trái tim Thủ đô Hà Nội. Vẻ đẹp cổ kính ấy bừng sức sống mới với hoa sen ngày mới, với đàn trẻ chủ nhân của tương lai. Kinh đô xưa, thủ đô nay đẹp hào sảng, vừa cổ kính vừa trẻ trung. Bạn hãy viết bài bình về bức ảnh đẹp này. Chờ bài viết của bạn.

VŨ SƠN NAM

Ảnh: Phan Ngọc Quang

CÁC HỌC SINH ĐƯỢC KHEN TRONG CUỘC THI GIẢI TOÁN DÀNH CHO NỮ SINH

Từ trái sang phải: Đặng Thị Hoài Anh, Phan Huyền Ngọc, Nguyễn Thị Thùy Trang.

Giấy phép xuất bản: số 31/GP-BVHTT, cấp ngày 23/1/2003 của Bộ Văn hóa và Thông tin.
Mã số: 8BTT157M16. **In tại:** Công ty cổ phần in Công Đoàn Việt Nam, 167 Tây Sơn, Đống Đa, Hà Nội. In xong và nộp lưu chiểu tháng 03 năm 2016.