NĂM THỨ MƯỜI SÁU
ISSN 1859-2740
147+148
05+06/2015
Giá: 19000đ

Toán tuổi thơ 2

TRUNG HỌC CƠ SỞ

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM - BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HỘI THẢO VỀ TOÁN TUỔI THƠ TẠI ĐỒNG BẰNG SÔNG CỬU LONG

Một số đại biểu tham dự hội thảo

Toán Tuổi thơ
TRUNG HỌC CƠ SỞ
Children's Fun Maths Journal
NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM - BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

CHỊU TRÁCH NHIỆM XUẤT BẢN
Chủ tịch Hội đồng Thành viên MẠC VĂN THIỆN
Tổng Giám đốc kiêm Tổng biên tập GS.TS. VŨ VĂN HÙNG

TÒA SOẠN
Tầng 5, số 361 đường Trường Chinh,
quận Thanh Xuân, Hà Nội
Điện thoại (Tel): 04.35682701
Điện sao (Fax): 04.35682702
Điện thư (Email): toantuoitho@vnn.vn
Trang mạng (Website): http://www.toantuoitho.vn

ĐẠI DIỆN TẠI MIỀN NAM
NGUYỄN VIẾT XUÂN
55/12 Trần Đình Xu, P. Cầu Kho, Q.1, TP. HCM
ĐT: 08.66821199, DĐ: 0973 308199

Biên tập: HOÀNG TRỌNG HẢO,
NGUYỄN NGỌC HÂN, PHAN HƯƠNG
Trị sự - Phát hành: TRỊNH THỊ TUYẾT TRANG,
VŨ ANH THƯ, NGUYỄN HUYỀN THANH
Chế bản: ĐỖ TRUNG KIÊN Mĩ thuật: TÚ ÂN

TRONG SỐ NÀY

TRONG SỐ NÀY

DANH SÁCH CÁC BẠN ĐOẠT GIẢI
THI GIẢI TOÁN QUA THƯ
Năm học 2014 - 2015

TT	Họ và tên	Địa chỉ	Giải thưởng
1	Đặng Quang Anh	8A, THCS Nguyễn Chích, Đông Sơn, Thanh Hóa	Giải Vàng
2	Tạ Kim Thanh Hiền	6A4, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, Vĩnh Phúc	Giải Bạc
3	Tạ Lê Ngọc Sáng	8A, THPT chuyên Hà Nội - Amsterdam, Cầu Giấy, Hà Nội	Giải Bạc
4	Đặng Thanh Tùng	9B, THCS Nguyễn Thượng Hiền, Ứng Hòa, Hà Nội	Giải Bạc
5	Vương Tiến Đạt	9B, THCS Nguyễn Thượng Hiền, Ứng Hòa, Hà Nội	Giải Đồng
6	Nguyễn Duy Khương	9A9, THCS Giảng Võ, Ba Đình, Hà Nội	Giải Đồng
7	Trần Quốc Lập	8A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, Phú Thọ	Giải Đồng
8	Hoàng Đức Thuận	9A, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, Phú Thọ	Giải Đồng
9	Nguyễn Thị Bích Hằng	9A, THCS Yên Phong, Yên Phong, Bắc Ninh	Giải Đồng
10	Nguyễn Minh Đức	6C, THCS Nguyễn Cao, Quế Võ, Bắc Ninh	Giải Đồng
11	Nguyễn Văn Thanh Sơn	7/1, THCS Nguyễn Khuyến, Hải Châu, Đà Nẵng	Giải Đồng
12	Kim Thị Hồng Lĩnh	8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, Vĩnh Phúc	Giải Đồng
13	Nguyễn Thúy Hằng	9A, THCS Phú Phúc, Lý Nhân, Hà Nam	Giải Đồng

TTT

BÀI PHÁT BIỂU CỦA THS.VŨ KIM THỦY, TỔNG BIÊN TẬP TẠP CHÍ TOÁN TUỔI THƠ

TẠI HỘI THẢO VỀ TOÁN TUỔI THƠ TẠI ĐỒNG BẰNG SÔNG CỬU LONG

Kính thưa các vị đại biểu, các vị khách quý, các cộng tác viên, các thầy cô giáo, các phóng viên và các bạn đồng nghiệp.

Trước hết cho phép tôi thay mặt Tòa soạn và Hội đồng biên tập tạp chí Toán Tuổi thơ chào mừng sự có mặt của các vị đại biểu, các vị khách quý đến với Toán Tuổi thơ. Sự có mặt của quý vị đại biểu, các vị khách quý là sự khích lệ, động viên lớn đối với những người làm báo chúng tôi. Thay mặt Ban tổ chức, xin chân thành cảm ơn sự đóng góp quý báu, sự hợp tác chân thành của quý vị đối với tạp chí Toán Tuổi thơ trong thời gian qua.

Nhà bác học Lê Quý Đôn từng nói "Dẫu có bạc vàng ngàn vạn lạng, không bằng kinh sử một vài pho". Kinh sử ở đây là sách nói chung.

Hôm qua ngày 21.4.2015 là Ngày sách Việt Nam. Trước khi lên đường vào Cần Thơ, chúng tôi đã tham dự ngày Hội sách tưng bừng ở công viên Thống Nhất, Hà Nội. Hôm qua, chúng tôi cũng có mặt ở Hội sách TP. Hồ Chí Minh gần Bưu điện Thành phố và tặng tạp chí Toán Tuổi thơ cho hàng trăm độc giả đến với Hội sách. Ngày mai là ngày Bản quyền và sách Thế giới.

Hôm nay, chúng tôi rất vui khi được hiện diện ở đây trong dịp kỉ niệm 40 năm TP. Hồ Chí Minh, TP. Cần Thơ và toàn miền Nam giải phóng, nước nhà thống nhất. Năm 1996 lần đầu chúng tôi đến với TP. Hồ Chí Minh, Vĩnh Long, Cần Thơ trong chuyến đi với GS. Nguyễn Cảnh Toàn và tạp chí Toán học & Tuổi trẻ.

Năm 2010, tạp chí Toán Tuổi thơ tổ chức Olympic tại Long An. Năm 2012, Tạp chí tổ chức Olympic Toán Tuổi thơ tại Cà Mau. Nhân dịp này chúng tôi đến với các tỉnh Hậu Giang, Sóc Trăng, Bạc Liêu, Kiên Giang, An Giang, Đồng Tháp, Bến Tre. Trong năm 2013, tòa soạn có chuyến tham quan đến Đồng Tháp, Cần Thơ, Trà Vinh, An Giang, Kiên Giang và Tiền Giang...

Lần này, chúng tôi đến với Cần Thơ, Trung tâm của đồng bằng sông Cửu Long với 23 triệu dân (gần bằng dân số Malaysia), nơi có đến 90% lượng gạo xuất khẩu của cả nước, 70% lượng hoa quả xuất khẩu và làm ra 50% lượng lương thực, thực phẩm cả nước.

Là người làm báo chúng tôi đã có dịp đi đến đủ 63 tỉnh thành cả nước và thấy sự đổi thay nhanh chóng của đất nước. Lần thứ sáu đến với đồng bằng sông Cửu Long cho chúng tôi thấy sự đi lên mạnh mẽ của vùng đất chằng chịt kênh rạch này.

Năm ngoái, chúng tôi đã phối hợp với Hội đồng Quốc gia Giáo dục & Phát triển nhân lực, Cổng thông tin điện tử Chính phủ, NXB Kim Đồng, Tập đoàn TH True Milk, Thái Hà book, Phòng giáo dục Ba Đình, trường THCS Mạc Đĩnh Chi tổ chức Lễ phát động Học sinh đọc sách, báo nâng cao năng lực tự học vào tháng 11.2014.

Tháng 12.2014, chúng tôi tổ chức Hội thảo Toán Tuổi thơ tại TP. Đà Nẵng cho các tỉnh miền Trung. Lần này là Hội thảo mời các đại biểu từ 19 tỉnh Đông Nam Bộ và Tây Nam Bộ.

Thưa quý vị đại biểu, thưa các vị khách quý!

Người ta thường nói đọc báo để làm giàu tốt hơn, đọc sách để làm người tốt hơn, đọc tạp chí để làm nghề tốt hơn. Toán Tuổi thơ vừa có thông tin như báo, vừa có kiến thức như sách vừa cập nhật thông tin dạy và học.

Tạp chí Toán Tuổi thơ là một đơn vị của Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam. Tháng 10 năm 2000, Toán Tuổi thơ ra số đầu tiên, khi đó là một phụ trương của báo Toán học & Tuổi trẻ. Thời kì đầu, Toán Tuổi thơ ra mỗi tháng 1 kì dành cho Tiểu học. Từ tháng 2.2002, Toán Tuổi thơ tách khỏi Toán học & Tuổi trẻ. Từ tháng 3.2003, Toán Tuổi thơ 2 ra đời dành cho THCS. Từ đây, tạp chí ra mỗi tháng 2 kì: Toán Tuổi thơ 1 dành cho Tiểu học và Toán Tuổi thơ 2 dành cho THCS.

Ngay khi mới thành lập, Toán Tuổi thơ là một sân chơi bổ ích, hấp dẫn cho các bạn học sinh và các thầy cô giáo.

Từ năm 2007, tạp chí phối hợp với Hội toán học Hà Nội, Sở GD - ĐT Hà Nội để tăng uy tín và mở rộng hoạt động. Tạp chí phối hợp với Đài truyền hình Việt Nam, Hội toán học Hà Nội tổ chức các cuộc thi, trong đó có cả những cuộc thi quốc tế như SMO. Qua các cuộc thi Quốc tế sẽ có thêm thông tin để đổi mới nội dung của Tạp chí. Phối hợp với đài truyền hình kĩ thuật số VTC tổ chức chương trình Thần đồng đất Việt cho học sinh nhằm quảng bá thương hiệu Toán Tuổi thơ.

Với lợi thế Việt Nam là đất nước yêu toán, học sinh Việt Nam có năng lực tiếp thu môn toán tốt, đồng thời, tạp chí ra đời từ NXBGDVN, đơn vị có bề dày lịch sử và thương hiệu mạnh, đến nay, Toán Tuổi thơ đã trở thành tờ Tạp chí có số lượng phát hành lớn với 80 000 bản/tháng. Hàng năm, Toán Tuổi thơ cũng phát hành hàng nghìn bản sách của các tác giả uy tín, nhằm phục vụ nhu cầu dạy, học toán của học sinh, thầy cô giáo, phụ huynh và các nhà quản lí giáo dục.

Hiện tại, tạp chí phát hành ngày 8 hàng tháng. Toán Tuổi thơ 1 có 28 trang ruột, Toán Tuổi thơ 2 có 32 trang ruột. Trong thời gian qua, để đáp ứng nhu cầu đổi mới dạy và học môn toán trong nhà trường và nâng cao chất lượng tạp chí nhằm phục vụ độc giả ngày càng tốt hơn, Toán Tuổi thơ đã liên tục đổi mới các chuyên mục. Một số chuyên mục cũ được làm mới sao cho ngày càng hay hơn. Nhiều chuyên mục mới được ra đời nhằm phục vụ xu hướng hội nhập quốc tế cho học sinh Việt Nam. Cùng với việc đổi mới nội dung, từ năm 2013, Toán Tuổi thơ đã chú trọng hơn trong việc trình bày để tạp chí ngày càng đẹp hơn, phục vụ tốt hơn nhu cầu của độc giả.

Trên đà đổi mới tạp chí, từ năm 2014, Toán Tuổi thơ đã tiếp tục cải tiến nội dung và hình thức trình bày. Các chuyên mục sẽ được trình bày theo hướng đẹp hơn, phù hợp hơn với lứa tuổi của các bạn học sinh ở từng tờ Toán Tuổi thơ 1 và Toán Tuổi thơ 2. Về nội dung, những chuyên mục được yêu thích sẽ được tăng tần suất. Tạp chí cũng sẽ bổ sung thêm nhiều chuyên mục mới.

Toán Tuổi thơ 1 dành cho Tiểu học: Thay chuyên mục đến với tiếng Hán bằng Từ Hán Việt trong kho tàng tiếng Việt nhằm giúp cung cấp vốn từ Hán Việt cùng ý nghĩa của những từ này, giúp các em học sinh hiểu đúng về những từ mà được dùng hàng ngày. Bên cạnh chuyên mục Toán tiêu dùng sẽ có chuyên mục Toán quanh ta, là những bài liên quan đến cuộc sống hàng ngày và các ứng dụng toán học trong cuộc sống. Chuyên mục Bài toán xanh là những đề toán xuất phát từ thực tế cuộc sống nhằm khơi dậy ý thức bảo vệ môi trường, yêu thiên nhiên của các em học sinh ngay từ nhỏ. Chuyên mục mới: Khoa học, gồm các bài viết song ngữ Anh - Việt về các chủ đề lí, hóa, sinh, môi trường, thiên văn... Nhằm đa dạng nội dung, Toán Tuổi thơ 1 đã mạnh dạn mở những chuyên mục mới như Mĩ thuật với tuổi thơ, Vui cười...

Toán Tuổi thơ 2 dành cho THCS: Hai chuyên mục Học ra sao và Giải toán thế nào ghép lại thành chuyên mục Học ra sao - Giải toán thế nào. Các chuyên mục Lịch sử toán học, Từ zero đến vô cùng, Số và chữ số, Toán quanh ta sẽ xuất hiện với tần suất lớn hơn.

Một số chuyên mục mới của Toán Tuổi thơ 2: Cuộc thi giải toán dành cho nữ sinh, Đề thi các nước, Góc Olympic. Với chuyên mục Đề thi các nước, nội dung đề thi và lời giải toán sẽ được đăng nguyên văn bằng tiếng Anh. Phần này giúp học sinh và các thầy cô giáo toán so sánh nội dung học và kiến thức thi toán Olympic của các nước với Việt Nam.

Từ năm 2008, tạp chí duy trì đều đặn các cuộc thi như: Giải toán qua thư theo năm học, Vui hè được học sinh và các độc giả nhiệt tình hưởng ứng.

Trong năm 2015, kì thi vui hè vẫn được tiếp tục tổ chức trên cả Toán Tuổi thơ 1 và Toán Tuổi thơ 2 nhằm giúp các em có kì nghỉ hè vui vẻ, nhưng vẫn đầy trí tuệ. Trên cả hai tờ của Toán Tuổi thơ cũng đang diễn ra hai cuộc thi lớn. Đó là cuộc thi đặc biệt kỉ niệm 15 năm Toán Tuổi thơ và cuộc thi tìm hiểu cộng đồng ASEAN, nhằm giúp các độc giả có hiểu biết nhất định về lịch sử, địa lí, văn hóa, xã hội, kinh tế của các quốc gia trong Hiệp hội các quốc gia Đông Nam Á. Năm 2015 là mốc dự định thành lập Cộng đồng kinh tế ASEAN, một mốc quan trọng trong quá trình hội nhập Quốc tế của Việt Nam, cũng như của các quốc gia trong khu vực. Cũng nhằm phục vụ độc giả tốt hơn, Toán Tuổi thơ 2 mở thêm chuyên mục dành cho học sinh lớp 6 & 7. Trước đó, tạp chí đã có đề toán trong mục thi Giải toán qua thư dành cho lớp 6, 7.

Bên cạnh việc phục vụ nhu cầu của đông đảo các em học sinh, Toán Tuổi thơ đã tạo ra sân chơi thú vị cho các thầy cô giáo toán. Trong 2 năm 2011, 2012, cuộc thi **Viết bài ôn tập** trên Toán Tuổi thơ đã được đông đảo các thầy cô giáo toán, các nhà quản lí Giáo dục hưởng ứng sôi nổi. Nối tiếp thành công của cuộc thi này, từ năm 2013, Toán Tuổi thơ tiếp tục tạo ra một sân chơi mới cho các thầy cô, đó là **Thi ra đề kiểm tra, đề thi toán.** Cuộc thi cũng được đông đảo các thầy cô gửi để tham dự. Thông qua cuộc thi, chúng ta có cái nhìn khách quan về chất lượng dạy và học toán của các vùng miền. Qua đó, Toán Tuổi thơ sẽ tiếp tục điều chỉnh nội dung tạp chí để phục vụ được nhiều độc giả hơn.

Bên cạnh các hoạt động tổ chức, xuất bản, phát hành tạp chí, hàng năm, Toán Tuổi thơ cũng tổ chức và tham dự nhiều hoạt động có ích cho nhà trường. Nhằm tạo điều kiện cho các em học sinh được tham gia nhiều hoạt động để giáo dục toàn diện, phát triển năng lực của các em học sinh. Đồng thời giúp các thầy cô giáo, các nhà quản lí giáo dục ở các địa phương khác nhau được gặp gỡ, trao đổi, học hỏi về phong trào dạy, học toán, hàng năm tạp chí tổ chức Olympic Toán Tuổi thơ toàn quốc. Tính đến năm 2014, Olympic Toán Tuổi thơ đã là lần thứ 10 được tổ chức. Bốn năm đầu Olympic được tổ chức tại các tỉnh miền Bắc là Nam Định (năm 2005), Quảng Ninh, Hải Phòng, Hà Nội. Năm 2009 tổ chức tại Thừa Thiên - Huế (miền Trung) và lần đầu có Olympic cho THCS. Năm 2010 tại Long An (miền Tây Nam Bộ). Năm 2011 tại Lào Cai (miền núi phía Bắc). Năm 2012 tại Cà Mau (cực Nam của đất nước). Năm 2013 tại Vĩnh Phúc (miền Bắc). Năm 2014 tổ chức tại Đắk Lắk (Tây Nguyên).

Trải qua 10 lần tổ chức Olympic Toán Tuổi thơ toàn quốc, phong trào đã thu hút hầu hết các tỉnh thành tham dự và hưởng ứng nhiệt liệt cách ra đề thi, cách tổ chức thi toán mới của Toán Tuổi thơ. Rất nhiều tỉnh, thành đã tổ chức các kì thi toán cấp huyện, tỉnh theo như mô hình tổ chức của Olympic Toán Tuổi thơ. Điều đó đã góp phần vào sự đổi mới cách dạy, học và thi toán cho học sinh Tiểu học, THCS, đồng thời tạo ra sân chơi trí tuệ, lành mạnh, bổ ích cho học sinh, giáo viên và các nhà quản lí giáo dục trên toàn quốc.

Bên cạnh việc tổ chức các kì thi thường niên, Tạp chí còn phối hợp với nhiều đơn vị khác như với Phòng Nhà trường, Ban Khoa giáo, Đài truyền hình Việt Nam, Hội toán học Hà Nội, Smart Ebook, Pomath, VTVlive nhằm làm tăng uy tín và mở rộng hoạt động của tạp chí. Toán Tuổi thơ cũng đã tham khảo những kì thi toán dành cho Tiểu học và THCS của các nước có nền giáo dục tiên tiến. Tổ chức tham quan, học tập nước ngoài cho cán bộ tòa soạn nhằm tránh bị lạc hậu.

Để có được nội dung và hệ thống phát hành tạp chí tốt, Toán Tuổi thơ có trên 300 cộng tác viên thân thiết về nội dung. Đó chính là những thầy cô giáo, những tác giả là cầu nối của Toán Tuổi thơ với các em học sinh, các giáo viên ở các địa phương. Tạp chí nhận thấy chưa phát hành rộng rãi được tại miền Nam nói chung và các tỉnh đồng bằng sông Cửu Long nói riêng. Đó là lí do chúng tôi tổ chức hội thảo lần này tại Cần Thơ hôm nay.

Kính thưa quý vị đại biểu! Nhằm mục tiêu tiếp cận nhiều hơn nữa với các độc giả phía Nam của Toán Tuổi thơ, đồng thời tạo ra phong trào học toán, yêu toán và thu dần khoảng cách giữa các vùng miền, chúng tôi mong muốn nhận được sự quan tâm hơn nữa của các thầy cô giáo, các cộng tác viên, các đại lí phát hành, các nhà quản lí giáo dục.

Chúng tôi mong muốn nhận được những ý kiến đóng góp của các quý vị về nội dung tạp chí cũng như cách thức phát hành tạp chí ở địa bàn nhằm phổ biến nhiều Toán Tuổi thơ vào trong các nhà trường, đóng góp vào việc đổi mới phương pháp dạy, học, thi và bồi dưỡng toán học theo tinh thần mà Bộ GD - ĐT đã đề ra.

Xin cảm ơn và chúc sức khỏe tới các quý vị đại biểu đã tham dự.

Học ra sao? Giải toán thế nào?

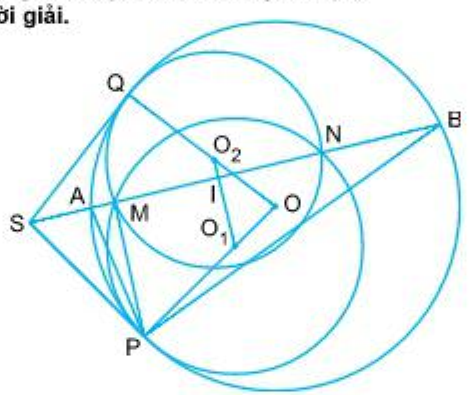
MỘT GÓC NHÌN về bài hình học VMO 2015

NGUYỄN BÁ ĐANG
(Hà Nội)

Kì thi thi học sinh giỏi toán quốc gia (VMO) năm 2015, khác với năm trước chỉ có một bài hình học phẳng. Bài toán này không quá khó, tuy nhiên việc vẽ hình rất rắc rối. Chúng ta sẽ phân tích các bài toán quen thuộc trong chương trình lớp 8 và lớp 9 để đi đến lời giải bài toán trên.

Bài toán 1. Cho đường tròn (O) và dây AB, hai điểm M, N trên AB. Dựng đường tròn qua M và N đồng thời tiếp xúc với đường tròn (O).

Lời giải.



Phân tích. Giả sử đường tròn (O_1) qua M và N đồng thời tiếp xúc với đường tròn (O) tại P.
Từ P kẻ tiếp tuyến với (O) cắt AB tại S.

Ta có $\widehat{SPA}=\widehat{PBA}$ nên $\Delta SPA \backsim \Delta SBP$ (g.g)

$\Rightarrow \dfrac{SP}{SA}=\dfrac{SB}{SP}$

$\Rightarrow SP^2 = SA.SB.$

Tương tự $SP^2 = SM.SN$

$\Rightarrow SA.SB = SM.SN.$

$\Rightarrow SA(SA + AB) = (SA + AM)(SA + AN)$

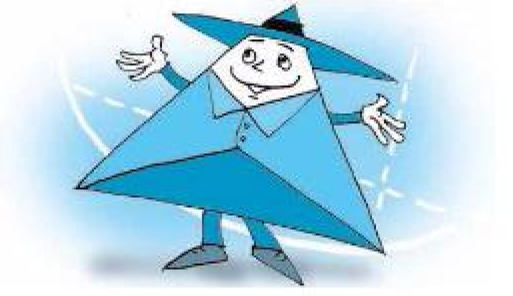
$\Rightarrow SA(AB - AM - AN) = AM.AN$

$\Rightarrow SA = \dfrac{AM.AN}{MB - AN}.$

Do đó ta xác định được điểm S. Từ đó xác định được điểm P.
Mà đường tròn (O_1) đi qua M, N. Suy ra O_1 là giao điểm của đường trung trực của MN với PO.

Cách dựng.
- Dựng điểm S trên tia đối của tia AB sao cho $SA = \dfrac{AN.AM}{MB - AN}$.
- Dựng đường tròn đường kính SO cắt đường tròn (O) tại P.
- Dựng đoạn thẳng PO.
- Dựng đường vuông với MN tại trung điểm I của MN cắt PO tại O_1.
- Dựng đường tròn (O_1, O_1P) là đường tròn cần dựng.

Chứng minh. Bạn đọc tự chứng minh.
Biện luận. - Đường tròn đường kính SO cắt đường tròn (O) tại P và Q.
- Bài toán có hai nghiệm hình.



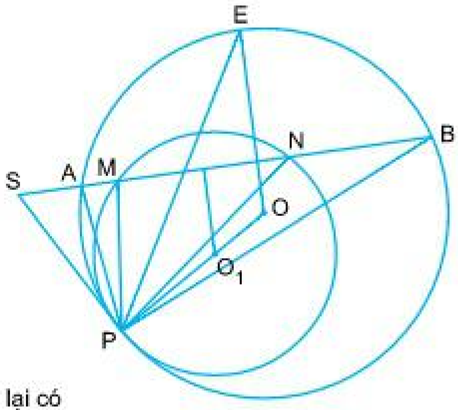
Bài toán 2. Cho đường tròn (O) có dây AB. Hai điểm M, N thay đổi trên đoạn thẳng AB, đường tròn (O_1) đi qua M, N đồng thời tiếp xúc với đường tròn (O) tại P. Chứng minh rằng phân giác của $\widehat{MPN}$ luôn đi qua một điểm cố định.

Lời giải. Gọi E là điểm giữa của $\overset{\frown}{AB}$.

Ta có $\overset{\frown}{AE}=\overset{\frown}{EB}$ nên $\widehat{APE}=\widehat{EPB}$.

Suy ra PE là phân giác của $\widehat{APB}$.
Dựng tiếp tuyến của (O) tại P cắt AB tại S.
Suy ra SP là tiếp tuyến chung của các đường tròn (O) và (O_1).

Do đó $\widehat{PBA}=\widehat{SPA}$ và $\widehat{SPM}=\widehat{PNM}$.



Ta lại có

$\widehat{BPN} = \widehat{PNM} - \widehat{PBA} = \widehat{SPM} - \widehat{SPA} = \widehat{APM}$

$\Rightarrow \widehat{NPE} = \widehat{MPE}$.

Suy ra PE là phân giác của $\widehat{MPN}$.

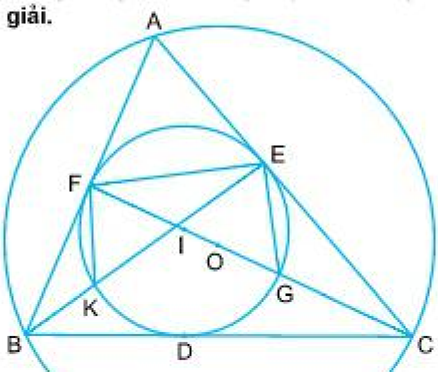
Vậy đường phân giác của $\widehat{MPN}$ luôn đi qua điểm cố định E.

Bài toán 3. Cho đường tròn (O) và hai điểm B, C cố định trên (O) (BC không là đường kính). Một điểm A thay đổi trên (O) sao cho tam giác ABC nhọn. E và F lần lượt là chân đường cao kẻ từ B và C của ΔABC. Đường tròn (I) thay đổi đi qua E, F.

a) Giả sử (I) tiếp xúc với BC tại D. Chứng minh rằng $\dfrac{DB}{DC} = \sqrt{\dfrac{\cot B}{\cot C}}$.

b) Giả sử (I) cắt cạnh BC tại M, N. Gọi H là trực tâm của tam giác ABC và P, Q là giao điểm của đường tròn (I) với đường tròn ngoại tiếp tam giác HBC. Đường tròn (K) qua P, Q tiếp xúc với (O) tại T (T và A cùng thuộc nửa mặt phẳng bờ PQ). Chứng minh rằng đường phân giác trong của $\widehat{MTN}$ đi qua một điểm cố định. *(VMO 2015)*

Lời giải.



a) Gọi K và G là giao điểm của BE và CF với đường tròn (I).

Ta có $BD^2 = BK.BE$ và $CD^2 = CG.CF$.

Vì E, F, K, G thuộc đường tròn (I) nên

$\widehat{FKE} = \widehat{FGE} \Rightarrow \widehat{BKF} = \widehat{CGE}$.

Mà $BE \perp AC$, $CF \perp AB \Rightarrow \widehat{FBK} = \widehat{ECG}$

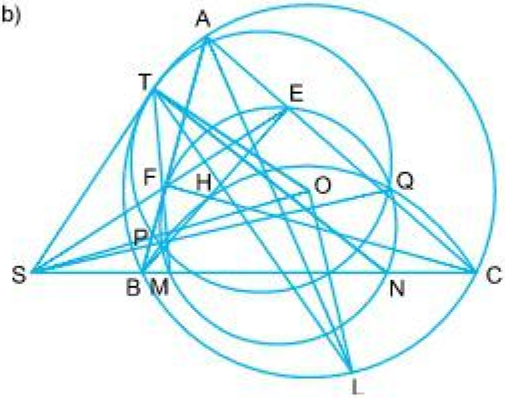
$\Rightarrow \Delta BKF \backsim \Delta CGE$ (g.g)

$\Rightarrow \dfrac{BK}{BF} = \dfrac{CG}{CE} \Rightarrow BK.CE = CG.BF$

Do đó $\dfrac{DB^2}{DC^2} = \dfrac{BK.BE}{CG.CF} = \dfrac{BF.BE}{CE.CF} = \dfrac{\cot B}{\cot C}$.

Suy ra $\dfrac{DB}{DC} = \sqrt{\dfrac{\cot B}{\cot C}}$.

b)

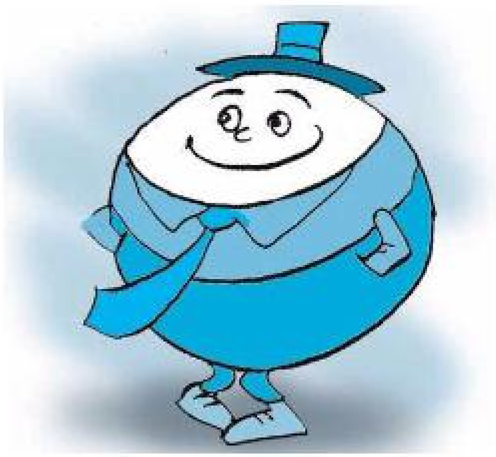


Gọi S là giao điểm của PQ và BC

Ta có SM.SN = SP.SQ.

Ta có $ST^2 = SP.SQ \Rightarrow ST^2 = SM.SN$.

Áp dụng kết quả bài toán 2 ta suy ra đường phân giác của $\widehat{MTN}$ luôn đi qua điểm cố định L là trung điểm của $\overset{\frown}{BC}$.



VAI TRÒ CỦA BIỆT SỐ ĐEN TA

NGUYỄN THỊ BÌNH
(707 tòa B, Mulberry Lane, Mỗ Lao, Hà Đông, Hà Nội)

Trong kì thi vào THPT và THPT chuyên các bài toán về phương trình bậc hai rất đa dạng. Để giúp các bạn hệ thống lại kiến thức và phân loại các dạng bài tập, chúng ta sẽ nghiên cứu các dạng bài tập sau:

1. Vai trò của đen ta trong các bài toán về số nghiệm của phương trình bậc hai

Bài toán 1. Với giá trị nào của m thì phương trình sau vô nghiệm $mx^2 - 2(m+1)x + m = 0$.

Lời giải. * Nếu $m = 0$ phương trình trở thành $-2x = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

* Nếu $m \neq 0$ phương trình (1) vô nghiệm khi

$$\Delta' = (m+1)^2 - m^2 = 2m + 1 < 0 \Leftrightarrow m < \frac{-1}{2}.$$

Vậy $m < \frac{-1}{2}$ thì phương trình đã cho vô nghiệm.

Bài toán 2. Cho phương trình $(m-2)x^2 - 2mx + 2m - 3 = 0$.

a) Với giá trị nào của m thì phương trình có nghiệm kép.

b) Tìm nghiệm kép đó.

Lời giải. a) Phương trình đã cho có nghiệm kép khi

$$\begin{cases} m - 2 \neq 0 \ (1) \\ \Delta' = m^2 - (m-2)(2m-3) = 0. \ (2) \end{cases}$$

Ta có (1) $\Leftrightarrow m - 2 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 2$.

(2) $\Leftrightarrow m^2 - (2m^2 - 3m - 4m + 6) = 0$

$\Leftrightarrow m^2 - 2m^2 + 7m - 6 = 0$

$\Leftrightarrow -m^2 + 7m - 6 = 0$

$\Leftrightarrow m = 1$ hoặc $m = 6$ (thỏa mãn).

b) Nghiệm kép của phương trình là: $x_{1,2} = \frac{m}{m-2}$.

* Nếu $m = 1$ thì $x_{1,2} = \frac{1}{1-2} = -1$.

* Nếu $m = 6$ thì $x_{1,2} = \frac{6}{6-2} = \frac{3}{2}$.

Bài toán 3. Cho phương trình $mx^2 - 8x + m = 0$. Tìm giá trị nguyên của m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt.

Lời giải. Phương trình có 2 nghiệm phân biệt khi

$$\begin{cases} m \neq 0 \\ \Delta' = 4^2 - m^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ -4 < m < 4. \end{cases}$$

Mà m là số nguyên nên $m \in \{-3; -2; -1; 1; 2; 3\}$.

Bài toán 4. Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x + m - 3 = 0$. Chứng tỏ rằng phương trình luôn có hai nghiệm với mọi giá trị của m.

Lời giải. Vì $a = 1 \neq 0$ nên phương trình đã cho là phương trình bậc hai ẩn x.

Ta có $\Delta' = (m-1)^2 - (m-3) = m^2 - 2m + 1 - m + 3 = m^2 - 3m + 4$

$$= m^2 - 2.\frac{3}{2}m + \frac{9}{4} + \frac{7}{4} = \left(m - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} > 0.$$

Vậy phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt $\forall$ m.

Bài toán 5. Tìm các giá trị của m để phương trình sau có nghiệm $mx^2 + (2m-1)x + m + 2 = 0$.

Lời giải. * Nếu $m = 0$ thì phương trình trở thành $-x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$.

* Nếu $m \neq 0$ thì phương trình có nghiệm khi

$\Delta = (2m-1)^2 - 4m(m+2) = 4m^2 - 4m + 1 - 4m^2 - 8m = -12m + 1 \geq 0$

$\Leftrightarrow m \leq \frac{1}{12}$.

Vậy $m \leq \frac{1}{12}$ thì phương trình có nghiệm.

Bài toán 6. Trên mặt phẳng Oxy cho parabol $y = 3x^2$ (P) và đường thẳng $y = x + m$ (d). Tìm m để (d) và (P) cắt nhau tại hai điểm phân biệt A và B sao cho $OA \perp OB$.

Lời giải. Xét phương trình $3x^2 - x - m = 0$ (1)

Để (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt. Tức là ta phải có

$\Delta = (-1)^2 - 4.3.(-m) > 0$

$\Leftrightarrow 1 + 12m > 0 \Leftrightarrow m > \dfrac{-1}{12}$.

Khi đó hoành độ điểm A là x_A, hoành độ của B là x_B với x_A và x_B là hai nghiệm của phương trình (1). Gọi phương trình của đường thẳng OA có dạng $y = ax$.

Vì A thuộc parabol $y = 3x^2$ nên $A(x_1; 3x_1^2)$.

Suy ra $a = \dfrac{3x_1^2}{x_1} = 3x_1$ nên phương trình đường thẳng OA là $y = 3x_1x$.

Tương tự có phương trình đường thẳng OB là $y = 3x_2x$.

Để $OA \perp OB$ thì $3x_1.3x_2 = -1$

$\Leftrightarrow x_1x_2 = \dfrac{-m}{3} = \dfrac{1}{9} \Leftrightarrow m = \dfrac{1}{3}$ (thỏa mãn).

Vậy giá trị cần tìm là $m = \dfrac{1}{3}$.

2. Vai trò của Δ trong bài toán về dấu các nghiệm của phương trình bậc hai

Bài toán 7. Tìm các giá trị của m để phương trình $mx^2 - x + m = 0$ có hai nghiệm cùng âm?

Lời giải. Phương trình trên có hai nghiệm cùng âm khi

$$\begin{cases} m \neq 0 \\ \Delta = 1 - 4m^2 \geq 0 \\ \dfrac{c}{a} = \dfrac{m}{m} > 0 \\ -\dfrac{b}{a} = \dfrac{1}{m} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\dfrac{1}{2} \leq m \leq \dfrac{1}{2} \\ m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -\dfrac{1}{2} \leq m < 0.$$

Bài toán 8. Cho phương trình $x^2 - (m + 4)x + 3m - 1 = 0$.

a) Tìm m để phương trình có hai nghiệm trái dấu.

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm cùng dương.

c) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt cùng âm.

Lời giải. Ta có $a = 1$, $b = -(m + 4)$, $c = 3m - 1$.

a) Phương trình có 2 nghiệm trái dấu khi $ac < 0 \Leftrightarrow 3m - 1 < 0 \Leftrightarrow 3m < 1 \Leftrightarrow m < \dfrac{1}{3}$.

b) Phương trình có hai nghiệm cùng dương khi

$$\begin{cases} \Delta = m^2 - 4m + 20 \geq 0 \\ \dfrac{c}{a} = 3m - 1 > 0 \\ -\dfrac{b}{a} = m + 4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m-2)^2 + 16 \geq 0 \\ m > \dfrac{1}{3} \\ m > -4 \end{cases} \Leftrightarrow m > \dfrac{1}{3}.$$

c) Để phương trình có hai nghiệm phân biệt cùng âm thì

$$\begin{cases} \Delta = (m-2)^2 + 16 > 0 \\ \dfrac{c}{a} = m - \dfrac{1}{3} > 0 \\ -\dfrac{b}{a} = m + 4 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \dfrac{1}{3} \\ m < -4 \end{cases} \text{(vô lí).}$$

Vậy không tồn tại m thỏa mãn.

3. Vai trò của Δ trong bài toán về phương trình bậc hai 2 ẩn.

Bài toán 9. Giải phương trình

$2y^2 - 2xy + 5x^2 - 2x - 2y + 1 = 0$. (*)

Lời giải. Ta sẽ biến đổi phương trình về phương trình bậc hai ẩn x.

Ta có (*) $\Leftrightarrow 5x^2 - 2(y + 1)x + 2y^2 - 2y + 1 = 0$. (1)

Phương trình (1) có nghiệm khi

$\Delta' = (y + 1)^2 - 5(2y^2 - 2y + 1)$

$= y^2 + 2y + 1 - 10y^2 + 10y - 5$

$= -9y^2 + 12y - 4 = -(9y^2 - 12y + 4) \geq 0$

$\Leftrightarrow -(3y - 2)^2 \geq 0 \Leftrightarrow y = \dfrac{2}{3}$.

Khi $y = \dfrac{2}{3}$ thì phương trình có nghiệm kép là

$$x_{1,2} = \frac{-b'}{a} = \frac{y+1}{5} = \frac{\frac{2}{3}+1}{5} = \frac{1}{3}.$$

Vậy phương trình có nghiệm (x, y) là $\left(\dfrac{1}{3}; \dfrac{2}{3}\right)$.

4. Vai trò của Δ trong bài toán chứng minh phương trình có nghiệm

Bài toán 10. Cho hai phương trình

$ax^2 + bx + c = 0$ (1)

$a(1 - x^2) + c(1 - x) - b = 0$ (2)

Chứng minh ít nhất một trong hai phương trình trên có nghiệm.

Lời giải. * Nếu $a \neq 0$ thì phương trình (1) có $\Delta_1 = b^2 - 4ac$.

(Xem tiếp trang 58)

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI LỚP 6 CẤP HUYỆN

MÃ ĐỀ: RDKTH005 **Thời gian làm bài:** 120 phút *(không kể thời gian giao đề)*

Câu 1. a) So sánh P và Q, biết $P = \dfrac{2013.2014 - 1007.4030}{2014^2 - 2011.2014}$ và $Q = -\dfrac{214263}{142842}$.

b) Tính $A = 13.15 + 15.17 + 17.19 + ... + 99.101$.

c) Đơn giản biểu thức $M = 0,5 - \dfrac{2}{3!} - \dfrac{3}{4!} - \dfrac{4}{5!} - \cdots - \dfrac{2013}{2014!}$. (Trong đó kí hiệu n! là tích của n số nguyên dương đầu tiên).

Câu 2. Cho hai phân số $Y = \dfrac{3n+1}{4}$ và $B = \dfrac{18}{n+1}$.

a) Tìm các số nguyên n để Y là hợp số còn B là số nguyên tố.

b) Tìm các số nguyên n để tích Y.B là số nguyên dương.

c) Tìm n để tích hai phân số đã cho đúng bằng $-4\dfrac{1}{2}$.

Câu 3. Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn

a) $\dfrac{5}{7} - 1\dfrac{4}{7}\left(450\% + \dfrac{2}{3}x\right) = -\dfrac{1}{14}$.

b) $100 = 6.7^{|x+2|} - 194$.

c) $2^x + 3 = y^2$ (với $x, y \in \mathbb{N}$).

Câu 4. a) Chứng minh rằng 5m + 3 và 3m + 2 là hai số nguyên tố cùng nhau, với m là số nguyên bất kì.

b) Tìm một bộ 3 số nguyên tố biết rằng trong đó có một số bằng 10% tổng của cả 3 số cần tìm.

Câu 5. Cho hai góc kề bù $\widehat{AOB}$ và $\widehat{AOC}$, thỏa mãn $\widehat{AOB} = 3,5.\widehat{AOB}$. Vẽ tia OD bất kì nằm giữa hai tia OA và OC.

a) Tính số đo của $\widehat{AOB}$.

b) So sánh $\widehat{DOA}$ và $\widehat{DOB}$.

c) Gọi Ot và Oz lần lượt là tia phân giác của $\widehat{AOB}$ và $\widehat{BOD}$. Trong ba tia OD, Ot và Oz, tia nào nằm giữa hai tia còn lại? Vì sao?

d) Tính số đo của $\widehat{tOz}$.

Câu 6. Chứng minh rằng với mọi a, b, c và d là các số nguyên thì $T = (a-b)(a-c)(a-d)(b-c)(b-d)(c-d)$ chia hết cho 12.

Câu 7. Tìm số dư khi chia $20^{10^{2013}}$ cho 33.

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI LỚP 7 CẤP HUYỆN

MÃ ĐỀ: RDKTH014 **Thời gian làm bài:** 120 phút *(không kể thời gian giao đề)*

Câu 1. a) Cho $\frac{a-1}{2}=\frac{b+3}{4}=\frac{c-5}{6}$ và $5a-3b-4c=46$. Xác định a, b, c.

b) Cho tỉ lệ thức $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$.

Chứng minh rằng $\frac{2a^2-3ab+5b^2}{2b^2+3ab}=\frac{2c^2-3cd+5d^2}{2d^2+3cd}$ (với điều kiện mẫu thức xác định).

Câu 2. Tính

$A=\frac{1}{3.5}+\frac{1}{5.7}+\frac{1}{7.9}+....+\frac{1}{97.99}$.

$B=-\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}-\frac{1}{3^3}+.....+\frac{1}{3^{50}}-\frac{1}{3^{51}}$.

Câu 3. Xác định các đa thức P(x) có thức bậc 3, biết $P(0)=10$; $P(1)=12$; $P(2)=4$; $P(3)=1$.

Câu 4. Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn. Dựng ra phía ngoài tam giác đó hai tam giác vuông cân đỉnh A là ABD và ACE. Gọi M, N và P lần lượt là trung điểm của BC, BD và CE .

a) Chứng minh rằng $BE = CD$ và $BE \perp CD$.

b) Chứng minh tam giác MNP vuông cân.

CÁCH THỨC GỬI BÀI CHO TOÁN TUỔI THƠ

Với học sinh giải bài. Mỗi bài toán trong mục thi GTQT, mỗi bài tham dự trên các chuyên mục khác, đều phải làm riêng trên một tờ giấy và ghi rõ các thông tin cần thiết: Tham dự mục gì, số tạp chí, tên đề bài, họ và tên học sinh, lớp, trường, quận (huyện), tỉnh (thành).

Học sinh nên ghi thêm địa chỉ nhà, số điện thoại nhà, số điện thoại phụ huynh (nếu có) để Tòa soạn tiện gửi phần thưởng.

Riêng cuộc thi dành nữ sinh, mỗi số tham dự, thí sinh cần dán 1 ảnh 4 × 6 vào bài giải.

Với các cộng tác viên gửi bài. Các bài viết của tác giả gửi TTT chưa được đăng ở bất cứ đâu. Bài đã gửi TTT không gửi cho báo khác. Nếu là bài sưu tầm, tác giả cần viết rõ vào bài gửi là sưu tầm và dẫn nguồn sưu tầm. Nếu là bài dịch, tác giả cần ghi rõ vào bài gửi là dịch và gửi kèm bản gốc.

Các cộng tác viên có thể gửi bài qua đường bưu điện đến Tòa soạn: Số 361 Trường Chinh, Thanh Xuân, Hà Nội hoặc gửi email đến: toantuoitho.vn

TTT

CUỘC THI DÀNH CHO CÁC THẦY CÔ GIÁO

THI RA ĐỀ KIỂM TRA, ĐỀ THI TOÁN

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI LỚP 8 CẤP HUYỆN

MÃ ĐỀ: RDKTH012 **Thời gian làm bài:** 120 phút *(không kể thời gian giao đề)*

Câu 1

1. Phân tích đa thức sau thành nhân tử $A = (x-1)(x-2)(x-3)(x-4) - 63$.

2. Cho biểu thức $Q = \left(\dfrac{x^2}{x^3-4x} - \dfrac{10}{5x+10} + \dfrac{1}{x-2}\right) : \left(x + 2 + \dfrac{6-x^2}{x-2}\right)$, với $x \neq 0$ và $x \neq 2$.

a) Rút gọn biểu thức Q.

b) Tìm x để $Q > 0$.

Câu 2

1. Chứng minh rằng $A = n^4 + 6n^3 + 11n^2 + 30n - 24$ chia hết cho 24 với mọi số tự nhiên n.

2. Đa thức f(x) khi chia cho $x + 1$ dư 5, khi chia cho $x^2 + 1$ dư $2x + 3$. Tìm đa thức dư khi chia f(x) cho $(x + 1)(x^2 + 1)$.

Câu 3

1. Giải các phương trình sau:

a) $\dfrac{x-1}{2014} + \dfrac{x-2}{2013} + \dfrac{x-3}{2012} + ... + \dfrac{x-2013}{2} = 2013$.

b) $(x^2 - 4x)^2 + 2(x-2)^2 = 43$.

2. Giải phương trình nghiệm nguyên

$x^2 + xy - 2012x - 2013y - 2014 = 0$.

Câu 4. Cho hình vuông ABCD cạnh a, lấy điểm M bất kì trên cạnh BC (M khác B và C). Qua B kẻ đường thẳng vuông góc với đường thẳng DM tại H, kéo dài BH cắt đường thẳng DC tại K.

a) Chứng minh rằng KM vuông góc với DB.

b) Chứng minh rằng KC.KD = KH.KB.

c) Chứng minh tổng $S_{ABM} + S_{DCM}$ không đổi.

d) Xác định vị trí của điểm M trên cạnh BC để $S^2_{ABM} + S^2_{DCM}$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tìm giá trị nhỏ nhất đó theo a.

Câu 5

1. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^4 - 2x^2 - 3|x^2 - 1| - 9$.

2. Cho a, b, c là các số thực dương. Chứng minh rằng

$\dfrac{a+3c}{a+b} + \dfrac{a+3b}{a+c} + \dfrac{2a}{b+c} \geq 5$. Đẳng thức xảy ra khi nào?

CUỘC THI DÀNH CHO CÁC THẦY CÔ GIÁO

THI RA ĐỀ KIỂM TRA, ĐỀ THI TOÁN

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI LỚP 9 CẤP HUYỆN

MÃ ĐỀ: RDKTH001 **Thời gian làm bài:** 120 phút *(không kể thời gian giao đề)*

Câu 1. a) Cho số P = 10101...01 (gồm 2n chữ số 0 và 2n + 1 chữ số 1, với $n \in \mathbb{N}^*$). Hỏi P là hợp số hay số nguyên tố?

b) Giả sử x, y là các số tự nhiên khác 0 thỏa mãn phương trình $2x^2 + x = 3y^2 + y$.

Chứng minh rằng $x - y$, $2x + 2y + 1$ và $3x + 3y + 1$ đều là các số chính phương.

Câu 2. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x^2 + z^2 = 9 \\ y^2 + t^2 = 16 \\ xt + yz \geq 12. \end{cases}$

Trong các nghiệm của hệ phương trình đã cho, hãy tìm nghiệm (x_0, y_0, z_0, t_0) sao cho tổng $x_0 + y_0$ đạt giá trị lớn nhất.

Câu 3. Giải phương trình $x = \sqrt{x - \frac{1}{x}} + \sqrt{1 - \frac{1}{x}}$.

Câu 4. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn tâm O (AB < AC). Vẽ đường tròn tâm G qua hai điểm A và C cắt các tia đối của các tia BA và BC lần lượt tại D và E. Vẽ đường tròn tâm J đi qua ba điểm B, D và E cắt đường tròn (O) tại N (khác B).

a) Chứng minh rằng OB vuông góc với DE.

b) Chứng minh rằng BOGJ là hình bình hành.

c) Chứng minh rằng BN vuông góc với NG.

Câu 5. Với mọi số thực x, y, z. Chứng minh rằng có ít nhất một trong ba bất đẳng thức sau là sai: $|x| < |y - z|$, $|y| < |z - x|$, $|z| < |x - y|$.

Nhân 15 năm Toán Tuổi thơ ra số đầu tiên

Bạn có biết

ĐẦU TIÊN, SỚM NHẤT VÀ NHIỀU NHẤT

• Ngày 15.09.2000 **Toán học và Tuổi trẻ** lần đầu tiên giới thiệu măng sét báo **Toán Tuổi thơ** trên bìa 4, giới thiệu Toán Tuổi thơ qua bài viết trên số 279.

• Lần đầu tiên 5 đề toán Thi giải toán qua thư được in trên số báo nói trên. Như vậy là ngay từ khi Toán Tuổi thơ chưa ra đời thì chuyên mục Thi giải toán qua thư đã xuất hiện. Một chuyên mục ra trước cả tờ báo. Đúng là sinh con rồi mới sinh cha.

• Thư của cộng tác viên đầu tiên: Ngày 9.9.2000 biết tin sắp có Toán Tuổi thơ, nhà giáo Vũ Hoàng Lâm, 12 Cát Cụt, Hải Phòng đã gửi thư cho BTV Vũ Kim Thủy gửi bài cộng tác. Thư đến ban biên tập ngày 11.9.2000. Ngày 25.10.2000 số đầu tiên của Toán Tuổi thơ mới ra đời. Vậy là báo chưa ra đời đã nhận được thư của cộng tác viên.

• Nơi đầu tiên in Toán Tuổi thơ: Nhà máy in Diên Hồng, 187B Giảng Võ, Hà Nội. Mẻ báo đầu tiên hoàn thành lúc 15 giờ ngày 25.10.2000.

• Trường đầu tiên được đọc báo Toán Tuổi thơ: Trường tiểu học Kim Liên, quận Đống Đa, Hà Nội.

• Học sinh đầu tiên được đăng tên trên TTT là Lê Tuấn Anh, đăng trên số 1 TTT.

• Tác giả có nhiều bút danh nhất trên Toán Tuổi thơ là: Bính Nam Hà (với 30 bút danh).

VŨ MORIT

Kì này VÌ SAO THỪA NGHIỆM?

Bài toán. Giải phương trình $\sqrt{x^2+3x+5}-\sqrt{x^2+x+2}=2x+3$.

Lời giải. Ta có $x^2+3x+5=\left(x+\frac{3}{2}\right)^2+\frac{11}{4}>0$, $x^2+x+2=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{7}{4}>0$.

Do đó ĐKXĐ: $\mathbb{R}$. Đặt $a=\sqrt{x^2+3x+5}$, $b=\sqrt{x^2+x+2}$.

Ta có $a^2-b^2=2x+3$ và $a-b=2x+3$. Suy ra $a^2-b^2=a-b \Leftrightarrow (a-b)(a+b-1)=0$.

TH1. $a=b$. Ta được $\sqrt{x^2+3x+5}=\sqrt{x^2+x+2} \Leftrightarrow x^2+3x+5=x^2+x+2 \Leftrightarrow x=-\frac{3}{2}$.

TH2. $a+b=1$. Kết hợp với $a-b=2x+3$ ta được $a=x+2$ hay $\sqrt{x^2+3x+5}=x+2$.

Điều kiện $x \geq -2$.

Bình phương hai vế ta được $x^2+3x+5=(x+2)^2 \Leftrightarrow x^2+3x+5=x^2+4x+4 \Leftrightarrow x=1$.

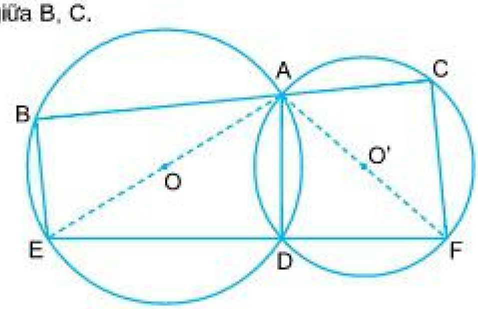
Vậy nghiệm của phương trình là $x=-\frac{3}{2}$; $x=1$.

Khi thử nghiệm ta thấy x = 1 không thỏa mãn. Vì sao lời giải lại thừa nghiệm?

VŨ DUY DĨNH *(GV. THCS Phú Thái, Kim Thành, Hải Dương)*

Kết quả ĐÃ HOÀN CHỈNH CHƯA? (TTT2 số 145)

Nhận xét. Lời giải đã cho sai ở chỗ chưa xét hết các trường hợp của (O), (O') và vội kết luận A nằm giữa B, C.



Lời giải đúng. Ta xét hai trường hợp sau.

TH1. A thuộc đoạn thẳng BC thì giải như bài đã làm, ta có $AB + AC = BC \leq EF$.

$AB + AC = EF$ khi và chỉ khi $d \perp AD$ tại A.

TH2. A nằm ngoài đoạn thẳng BC.

Gọi M là trung điểm BC.

Ta có $AB + AC = 2AM$.

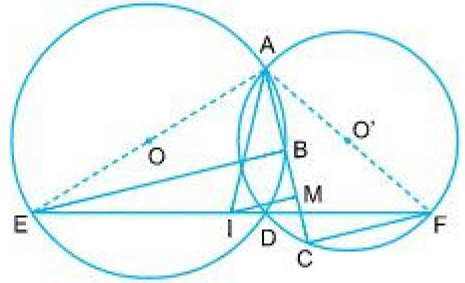
Gọi I là trung điểm EF.

Ta chứng minh được EB, FC, IM cùng vuông góc với AB.

Do đó $AM \leq AI$. Suy ra $AB + AC = 2AM \leq 2AI$.

$AB + AC = 2AI$ khi và chỉ khi d đi qua I.

Đến đây, so sánh EF và 2AI ta dẫn đến kết luận về vị trí cần tìm của d.



Kết luận. • Nếu $\angle OAO' > 90^o$ thì $EF > 2AI$.

Khi đó $AB + AC$ lớn nhất bằng EF, xảy ra khi và chỉ khi $d \perp AD$ tại A.

• Nếu $\angle OAO' < 90^o$ thì $EF < 2AI$.

Khi đó $AB + AC$ lớn nhất bằng 2AI, xảy ra khi và chỉ khi d đi qua I.

• Nếu $\angle OAO' = 90^o$ thì $EF = 2AI$.

Khi đó $AB + AC$ lớn nhất bằng EF và 2AI, xảy ra khi và chỉ khi $d \perp AD$ tại A hoặc (d) đi qua I.

Nhận xét. Vì chưa xét kĩ các khả năng nên không bạn nào giải trọn vẹn được bài toán này. Phần thưởng kì này gác lại kì sau.

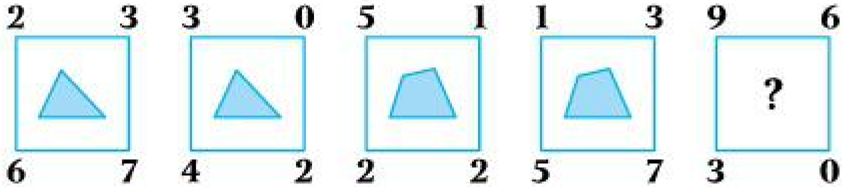
ANH KÍNH LÚP

Kì này SỐ HÌNH CÒN THIẾU

Bài 1. Tìm số tiếp theo của dãy số:

2015; 2023; 2030; 2035; 2045; ...

Bài 2. Tìm hình còn thiếu nằm trong hình vuông.



NGUYỄN ĐỨC TẤN *(TP. Hồ Chí Minh)*

Kết quả BẠN CHỌN HÌNH NÀO? (TTT2 số 145)

Nhận xét. Hầu hết các bạn chọn đúng đáp án là hình B nhưng lập luận không rõ hoặc thiếu trường hợp.

Quy luật. Chồng hai hình liền nhau ở cùng dòng lên nhau, ta được hình ở dòng trên nằm giữa hai hình dưới, trong đó:

- Nếu ở hai vị trí tương ứng *có hai chấm cùng màu* (đen hoặc trắng) thì ta sẽ có một chấm ở cùng vị trí, với màu ngược lại (trắng hoặc đen).
- Các trường hợp còn lại (có hai chấm khác màu, chỉ một vị trí có chấm, cả hai vị trí không có chấm), chấm này sẽ không có ở hình bên trên.

Theo quy luật đó, hình cần chọn để điền là hình B.

Xin trao thưởng cho các bạn sau đây: *Nguyễn Văn Hương*, 6A, THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Đắc Mạnh*, 7C, THCS Nguyễn Cao, Quế Võ; *Nguyễn Đình Công*, 9A, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Hoàng Minh Nhật*, 8A, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Nguyễn Văn Thanh Sơn*, 7/1, THCS Nguyễn Khuyến, Hải Châu, **Đà Nẵng**.

Các bạn sau được tuyên dương: *Lê Đức Thái*, 7A2; *Phan Thị Nguyệt*, 9A1, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Quốc Trung*, 6A9, THCS Chu Văn An; *Từ Quang Bình*, 8B8, THCS Đà Nẵng; Ngô Quyền, **Hải Phòng**; *Phan Văn Tài*, 6B, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**.

NGUYỄN XUÂN BÌNH

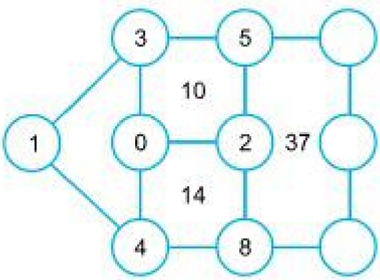
LỜI GIẢI ĐỀ THI OLYMPIC TOÁN HỌC TRẺ QUỐC TẾ TẠI BULGARIA (BIMC 2012)

Senior Section

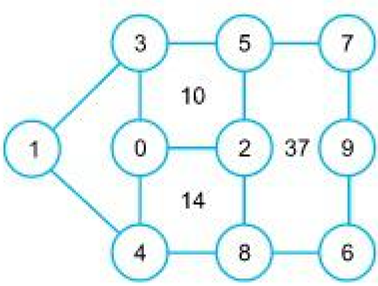
DTH *(Dịch và giới thiệu)*

B. Đề thi đồng đội

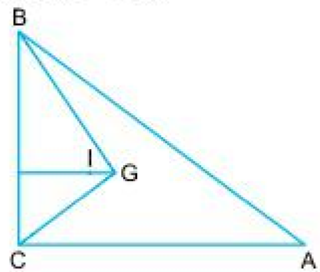
1. Vì tổng của 10 số đó là 45 và tổng của 6 số ở bên phải là 37 nên tổng của 8 số ở bên trái là 8. Mà số 8 chỉ có thể là tổng của các số (0, 1, 3, 4) hoặc (0, 1, 2, 5). Số 1 không thể nối với 0 và 2 bằng một đoạn thẳng. Mặt khác 10 chỉ có thể bằng tổng của các số (0, 2, 3, 5) và (1, 2, 3, 4). Do đó số ở bên trái nhất chỉ có thể là 1 hoặc 4. Nếu số đó là 4 thì 14 bằng tổng của 1, 3, 5 và một số khác và số đó chỉ có thể là 5 (loại). Vậy số ở bên trái nhất là 1. Ta điền được các số như sau



Ta chỉ còn lại ba số 6, 7 và 9. Chú ý rằng số 8 không thể nối với 7 hoặc 9. Vì vậy số ở dưới nhất bên phải là 6. Ta điền các số như sau:



2. Xét tam giác ABC có $\angle C = 90^o$. Gọi G là trọng tâm và I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác. Ta không thể có AC = BC vì khi đó thì $AB = \sqrt{2}AC$. Giả sử BC < AC. Khi đó tia phân giác của $\angle C$ cắt AB tại điểm gần B hơn A. Mặt khác AB > BC nên tia phân giác của $\angle B$ cắt AB tại điểm gần C hơn A. Do đó điểm I nằm trong tam giác GBC. Suy ra GI vuông góc với BC và khoảng cách từ I đến AC bằng $\frac{1}{3}$ độ dài đoạn AC và bằng bán kính r của đường tròn nội tiếp tam giác ABC. Đặt BC = a cm, CA = b cm và AB = c cm.



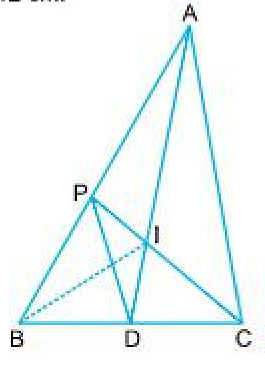
Suy ra $r = \frac{a+b-c}{2} = \frac{a}{3}$. Suy ra $c - b = \frac{a}{3}$.

Mà $a^2 = c^2 - b^2 = \frac{a}{3}(c+b)$. Suy ra c + b = 3a.

Do đó $b = \frac{4}{3}a$ và $c = \frac{5}{3}a$. Bộ ba số nguyên tố cùng nhau cần tìm là a = 3, b = 4 và c = 5.

Vậy giá trị lớn nhất của chu vi tam giác đó là: 3 + 4 + 5 = 12 cm.

3.



Gọi I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC và P là giao điểm của CI và AB.

Chú ý rằng $\angle ADC = 80^o = \angle ACD$.

Ta có $\angle PID = \angle ICB + \angle ADC = 120^o$.

Do đó tứ giác BDIP nội tiếp.

Suy ra $\angle ADP = \angle ABI = 30^o$.

Suy ra P trùng với F.

Do đó $\angle DFC = \angle DPI = \angle DBI = 30^o$.

4. Các số có hai chữ số chia hết cho 13 là 13, 26, 39, 52, 65, 78 và 91. Các số có hai chữ số chia hết cho 27 là 27, 54 và 81. Từ đó suy ra chữ số thứ hai là 2 hoặc 4. Suy ra chữ số thứ hai là 2 vì không có số nào có chữ số hàng chục là 4 và chia hết cho 13 hoặc 27. Chữ số thứ ba là 7 hoặc 6.

* Nếu chữ số thứ ba là 7 thì chữ số tiếp theo là 8 và các chữ số lặp đi lặp lại là 1, 3 và 9. Do đó chữ số thứ 2013 là 3.

* Nếu chữ số thứ ba đó là 6 thì chữ số tiếp theo là 5.

+ Nếu các chữ số lặp đi lặp lại là 5, 2 và 6 thì chữ số thứ 2013 là 6.

+ Nếu các số tiếp theo là 2, 7, 8 và các chữ số lặp đi lặp lại 1, 3 và 9 thì chữ số thứ 2013 là 3.

Vậy tổng cần tìm là 3 + 6 + 7 = 16.

5. a) Giả sử chúng ta có 6 người Betty, Carla, Debra, Ellen, Fiona và Gemma.

Mỗi người trong sáu người đó đấu 5 trận do đó tồn tại một người thắng ít nhất ba trận (vì nếu mỗi người chỉ thắng nhiều nhất hai trận thì số lượt người thắng ít hơn số lượt người thua). Giả sử đó là Betty, cô ấy đánh bại ba người khác ngoại trừ Carla. Khi đó không có người nào đánh bại cả Carla và Betty (mâu thuẫn với đề bài).

Vậy số người chơi không thể là 6.

b) Giả sử có một cô gái thứ bảy Alice tham gia vào giải đấu. Tại lễ trao giải ta sắp xếp họ ngồi vào một bàn tròn theo thứ tự từ A đến Z trong bảng chữ cái theo chiều kim đồng hồ. Có thể xảy ra trường hợp mỗi người thắng ba người phía sau mình và thua ba người phía trước mình theo chiều kim đồng hồ.

Vậy số người chơi có thể là 7.

6. Gọi H và K trên CD sao cho BH và EK vuông góc với BE. Gọi P là điểm trên đoạn thẳng BE sao cho BP = BH.

Ta có $\Delta BHC = \Delta BPA$ (c.g.c)

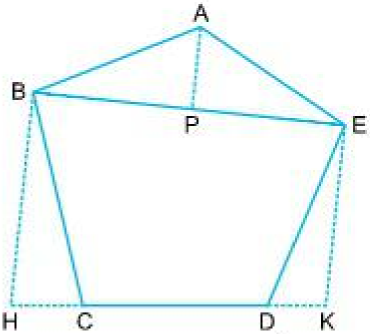
Suy ra $\angle BHC = \angle BPA$.

Mà $\angle DKE = 180^o - \angle BHC$

$= 180^o - \angle BPA = \angle APE$.

Do đó $\Delta APE = \Delta DKE$ (g.c.g)

Suy ra EK = PE và BH + EK = BP + EP = BE = 100 cm.



Suy ra diện tích ngũ giác ABCDE bằng diện tích tứ giác BHKE, và bằng

$$\frac{1}{2}BE(BH+EK) = \frac{1}{2}BE^2 = 5000\text{ cm}^2.$$

7. Đấu thủ đầu tiên sẽ loại bỏ các chấm đen ở các cột từ cột thứ 2 đến cột thứ 99 chỉ để còn lại các chấm đen ở cột thứ nhất và cột thứ 100. Đấu thủ thứ hai sẽ loại bỏ các chấm đen liền nhau ở cột thứ nhất hoặc cột thứ 100. Đấu thủ thứ hai loại bỏ các chấm đen nào thì đấu thủ thứ nhất đến lượt mình lại loại bỏ các chấm đen ở vị trí đối xứng với các chấm đen đó qua tâm của hình vuông 100×100. Ta có thể giả sử đấu thủ thứ hai luôn loại bỏ các chấm đen ở cột đầu tiên và đấu thủ thứ nhất loại bỏ các chấm đen ở hàng cuối cùng. Cứ như thế sẽ có thời điểm ở cột đầu tiên có các chấm đen không ở vị trí liền kề.

Xảy ra ba trường hợp sau:

* **TH 1.** Đấu thủ thứ hai loại bỏ tất các chấm trong cột 1 thì đấu thủ thứ nhất đến lượt mình loại bỏ các chấm trong khối và để lại một chấm.

* **TH 2.** Đấu thủ thứ hai để lại một chấm trong cột 1 thì đấu thủ thứ nhất đến lượt mình loại bỏ toàn bộ các chấm trong cột thứ 100.

* **TH3.** Đấu thủ thứ hai để lại hai chấm trong cột 1 ở hai đầu. Đến lượt mình đấu thủ thứ nhất loại bỏ toàn bộ các chấm ở cột thứ 100.

Trong cả ba trường hợp trên thì đấu thủ thứ hai luôn là người phải loại bỏ chấm đen cuối cùng tức là đấu thủ thứ nhất là người thắng cuộc.

8. Ô vuông ở ngoài cùng bên trái phải chứa một viên đá màu đỏ. Do đó ô vuông thứ hai tính từ dưới lên ở cột thứ nhất là ô không chứa viên đá nào. Từ đó ta biết màu các viên đá ở cột thứ nhất. Ô vuông trên nhất ở cột ngoài cùng bên phải không chứa viên đá nào. Từ đó ta biết vị trí các viên đá ở cột ngoài cùng bên phải.

(Xem tiếp trang 56)

ĐỀ KHẢO SÁT HỌC SINH GIỎI TOÁN LỚP 6
HUYỆN VĨNH TƯỜNG, VĨNH PHÚC

Năm học: 2014 - 2015

Thời gian làm bài: **120 phút**

PHẦN A: ***Phần chung cho mọi học sinh***

Câu 1: a) Thay các chữ bởi các chữ số thích hợp: $\overline{ab}.99 = \overline{aabb}$.

b) Tìm số nguyên n sao cho $2n + 7 \,\vdots\, n - 2$.

c) Tìm hai số tự nhiên, biết rằng tổng của chúng bằng 30, ƯCLN của chúng bằng 6.

Câu 2: a) Tìm $x \in \mathbb{Z}$ biết $|x + 5| - (-17) = 20$.

b) Tìm các cặp số nguyên x, y thỏa mãn $(x - 2)(y + 3) = 15$.

c) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = |x - 5| + |y + 5| - 10$, với $x, y \in \mathbb{Z}$.

Câu 3: a) Rút gọn phân số sau:

$$\frac{7.4^5.3^{11} + 2^{13}.9^5}{6^{10} + 2^{12}.3^{10}}.$$

b) Với mọi số tự nhiên n, chứng tỏ rằng phân số sau tối giản: $C = \dfrac{7n + 4}{9n + 5}$.

c) Cho $A = \dfrac{x + 5}{x + 2}$ (với $x \in \mathbb{Z}$). Hãy tìm x để A có giá trị lớn nhất.

Câu 4: Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ chứa tia Ox, vẽ hai tia Oy và Oz sao cho góc xOy = 40^o và góc xOz = 120^o. Vẽ Om là tia phân giác của xOy, On là tia phân giác của góc xOz.

a) Tính số đo góc xOm, góc xOn, góc mOn.

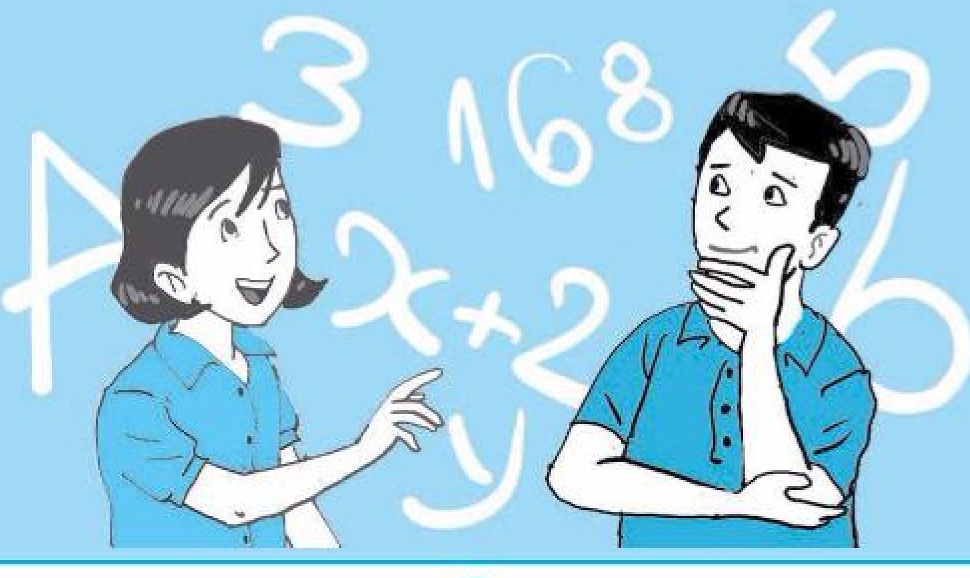
b) Chứng tỏ Oy là tia phân giác của góc mOn.

Câu 5: Với mỗi số nguyên dương k, kí hiệu $k! = 1 \times 2 \times 3 \times \ldots \times k$. Cho số nguyên $n > 3$. Chứng minh rằng số $A_n = 1! + 2! + \ldots + n!$ không thể biểu diễn dưới dạng a^b, với a, b là các số nguyên, $b > 1$.

Câu 6: Tồn tại hay không số tự nhiên x thỏa mãn số $20^{2x} + 12^{2x} + 2012^{2x}$ là một số chính phương?

PHẦN B: ***Phần riêng cho học sinh trường THCS Vĩnh Tường - yêu cầu học sinh làm riêng phần B ra 1 tờ giấy thi***

Câu 7: Biết rằng có 168 số nguyên tố nhỏ hơn 1000. Hỏi có bao nhiêu hợp số nhỏ hơn 1000 mà không chia hết cho bất cứ số nào trong các số 2, 3 và 5.



ĐỀ KIỂM TRA KIẾN THỨC CÂU LẠC BỘ TOÁN LỚP 7
Q. HOÀN KIẾM, TP. HÀ NỘI

Năm học: 2014 - 2015

Thời gian làm bài: **120 phút**

Bài 1. *(2 điểm)*

Thực hiện phép tính:

a) $A = \left|\frac{4}{9} - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2\right| + \left|\frac{4}{9} + \frac{\frac{1}{3} - \frac{2}{5} - \frac{3}{7}}{\frac{2}{3} - \frac{4}{5} - \frac{6}{7}}\right|$

b) $B = 1.4 + 2.5 + 3.6 + \ldots + 99.102$.

Bài 2. *(1 điểm)*

Tìm x thỏa mãn $|x - 3| + 5|x - 4| = 1$.

Bài 3. *(1 điểm)*

Tìm số nguyên dương n nhỏ nhất thỏa mãn

$\frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \ldots + \frac{1}{3^n} > 0{,}4999$.

Bài 4. *(1 điểm)*

Viết phân số $\frac{2015}{2002}$ dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn 1,00649...

Tính tổng của 2015 chữ số sau dấu phẩy của số này.

Bài 5. *(1 điểm)*

Tìm các số nguyên x, y biết $xy + 2x - y = 5$.

Bài 6. *(2 điểm)*

Cho bảng thống kê điểm kiểm tra toán thi học kì 1 của tổ 1 lớp 7H1.

6	7	9	7	8
10	8	9	7	5

a) Tìm mốt.

b) Tính điểm trung bình cộng.

c) Lập bảng tần số, tần suất.

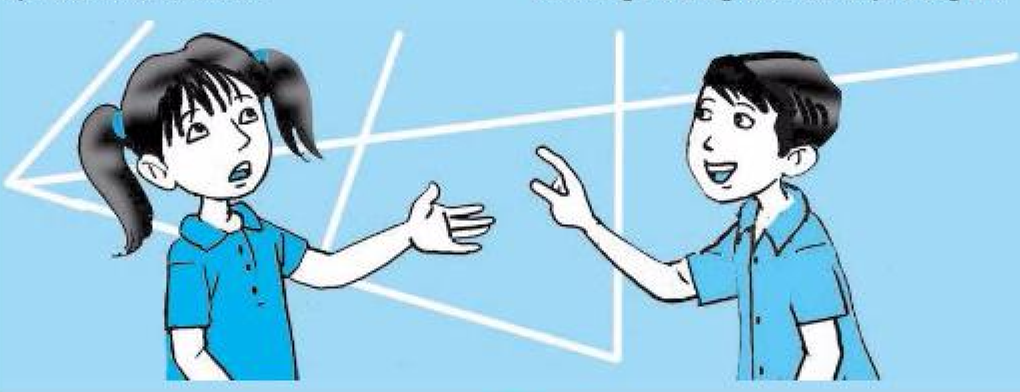
d) Vẽ biểu đồ hình quạt.

Bài 7. *(2 điểm)*

Cho tam giác ABC cân tại A.

a) Biết AB < BC. Chứng minh rằng số đo góc BAC lớn hơn 60^o.

b) Lấy điểm D nằm giữa B và C. Trên tia đối của tia CB lấy điểm E sao cho CE = BD. Đường thẳng vuông góc với BC kẻ từ D cắt đường thẳng AB tại điểm M. Đường thẳng vuông góc với BC kẻ từ E cắt đường thẳng AC tại điểm N. Đường thẳng MN cắt đường thẳng BC tại điểm I. Chứng minh rằng I là trung điểm của đoạn thẳng MN.



ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN LỚP 8
HUYỆN YÊN LẠC, VĨNH PHÚC

Năm học: 2014 - 2015

Thời gian làm bài: **120 phút**

Câu 1: (2,5 điểm)

Cho biểu thức $P = \left(\dfrac{x^2+3x}{x^3+3x^2+9x+27} + \dfrac{3}{x^2+9}\right) : \left(\dfrac{1}{x-3} - \dfrac{6x}{x^3-3x^2+9x-27}\right)$.

a) Tìm điều kiện xác định và rút gọn P.

b) Với $x > 0$ thì P không nhận những giá trị nào?

c) Tìm các giá trị nguyên của x để P có giá trị nguyên.

Câu 2: (2 điểm)

Cho biểu thức $M = \dfrac{a^2+b^2-c^2}{2ab} + \dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc} + \dfrac{c^2+a^2-b^2}{2ca}$.

Chứng minh rằng:

a) Nếu a, b, c là độ dài các cạnh của một tam giác thì $M > 1$.

b) Nếu $M = 1$ thì hai trong ba phân thức đã cho của biểu thức M bằng 1, phân thức còn lại bằng -1.

Câu 3: (2 điểm)

a) Cho n là tổng của hai số chính phương. Chứng minh rằng n^2 cũng là tổng của hai số chính phương.

b) Cho đa thức $A = ax^2 + bx + c$. Xác định hệ số b biết rằng khi chia A cho $x - 1$, chia A cho $x + 1$ đều có cùng một số dư.

Câu 4: (2,5 điểm)

a) Gọi H là hình chiếu của đỉnh B trên đường chéo AC của hình chữ nhật ABCD, M và K theo thứ tự là trung điểm của AH và CD. Tính số đo của góc BMK.

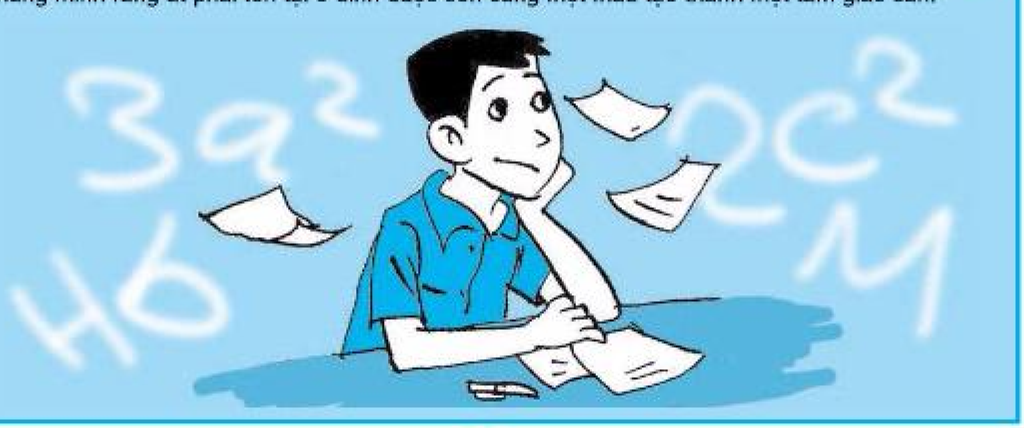
b) Cho tam giác ABC nhọn trực tâm H. Trên đoạn BH lấy điểm M và trên đoạn CH lấy điểm N sao cho $\widehat{AMC} = \widehat{ANB} = 90^{\circ}$. Chứng minh rằng AM = AN.

Câu 5: (1 điểm)

a) Cho a, b, c > 0. Chứng minh rằng

$$\frac{a}{3a^2+2b^2+c^2} + \frac{b}{3b^2+2c^2+a^2} + \frac{c}{3c^2+2a^2+b^2} \le \frac{1}{6}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right).$$

b) Cho đa giác đều gồm 1999 cạnh. Người ta sơn các đỉnh của đa giác bằng hai màu xanh và đỏ. Chứng minh rằng ắt phải tồn tại 3 đỉnh được sơn cùng một màu tạo thành một tam giác cân.



ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN LỚP 9, TP. HÀ NỘI

Năm học: 2014 - 2015

***Thời gian làm bài:* 150 phút**

Bài 1. *(5,0 điểm)*

1) Cho a, b, c là các số thực thỏa mãn $abc = 1$ và $a + b + c = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$. Chứng minh rằng có ít nhất một trong các số a, b, c bằng 1.

2) Cho n là một số nguyên dương. Chứng minh $A = 2^{3n+1} + 2^{3n-1} + 1$ là hợp số.

Bài 2. *(5,0 điểm)*

1) Giải phương trình $x\sqrt{3-2x} = 3x^2 - 6x + 4$.

2) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^3 + 2xy^2 + 12y = 0 \\ x^2 + 8y^2 = 12. \end{cases}$

Bài 3. *(2,0 điểm)*

1) Với các số thực dương a, b, c thỏa mãn $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 3$, hãy tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = \frac{1}{\sqrt{a^2 - ab + b^2}} + \frac{1}{\sqrt{b^2 - bc + c^2}} + \frac{1}{\sqrt{c^2 - ca + a^2}}.$$

Bài 4. *(6,0 điểm)*

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, nội tiếp đường tròn đường tròn tâm O. Các đường cao AD, BE, CF của tam giác ABC đồng quy tại H.

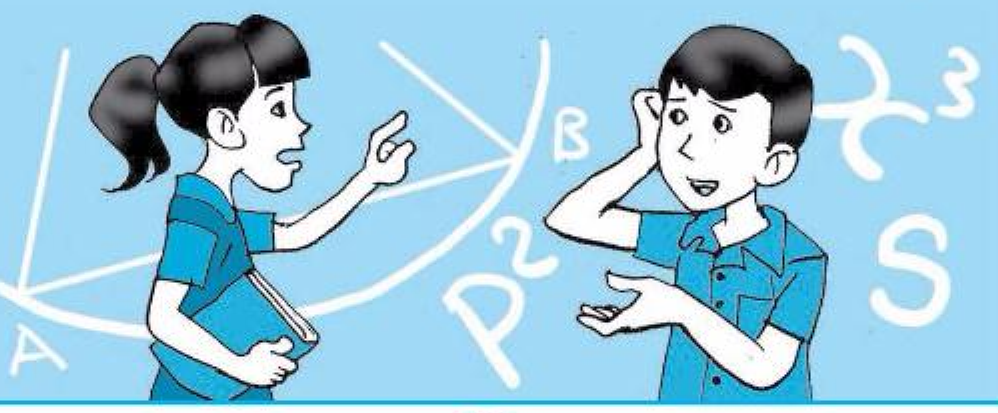
1) Chứng minh $\cos^2\widehat{BAC} + \cos^2\widehat{CBA} + \cos^2\widehat{ACB} < 1$.

2) P là điểm thuộc cung nhỏ AC của đường tròn tâm O. Gọi M, I lần lượt là trung điểm các đoạn thẳng BC và HP. Chứng minh MI vuông góc với AP.

Bài 5. *(2,0 điểm)*

1) Tìm tất cả các số nguyên tố p sao cho $\frac{p^2 - p - 2}{2}$ là lập phương của một số tự nhiên.

2) Cho 5 số thực không âm a, b, c, d, e có tổng bằng 1. Xếp 5 số này trên một đường tròn. Chứng minh luôn tồn tại một các xếp sao cho hai số bất kì cạnh nhau đều có tích không lớn hơn $\frac{1}{9}$.



ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN LỚP 9 QUẬN 1, TP. HỒ CHÍ MINH (VÒNG 2)

Năm học 2014 - 2015

Bài 1. a) Vì $a^2(b + c) = b^2(c + a)$ nên $ab(a - b) = c(b^2 - a^2) \Rightarrow ab = -c(b + a)$ (vì $a \neq b$) hay $ab + bc + ca = 0 \Rightarrow (a - c)(ab + bc + ca) = 0$ $\Rightarrow c^2(a + b) = a^2(b + c)$.

Vậy $M = c^2(a + b) = 2014$.

b) **TH1.** $a = 0$. Vì $|b| \geq 2$ nên $b \neq 0$. Phương trình có nghiệm $x = -\dfrac{1}{b}$.

TH2. $a \neq 0$. Ta có $\Delta = b^2 + 8a(a - 1)$.

Nếu $a \leq 0$ hoặc $a \geq 1$ thì $a(a - 1) \geq 0$ nên $\Delta \geq 0$. Suy ra phương trình có nghiệm.

Xét $0 < a < 1$. Vì $|a| + |b| \geq 2$ nên $|b| \geq 2 - |a| = 2 - a > 0 \Rightarrow b^2 \geq (2 - a)^2$.

Do đó $\Delta \geq (2 - a)^2 + 8a(a - 1) = (3a - 2)^2 \geq 0$.

Suy ra phương trình có nghiệm.

Bài 2. a) Ta có $x^3 + \dfrac{x^3}{(x-1)^3} + \dfrac{3x^2}{x-1} + 7 = 0$

$$\Leftrightarrow \left(x + \frac{x}{x-1}\right)^3 - 3\frac{x^2}{x-1}\left(x + \frac{x}{x-1}\right) + \frac{3x^2}{x-1} + 7 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{x^2}{x-1}\right)^3 - 3\left(\frac{x^2}{x-1}\right)^2 + 3.\frac{x^2}{x-1} - 1 = -8$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{x^2}{x-1} - 1\right)^3 = -8 \Leftrightarrow \frac{x^2}{x-1} - 1 = -2$$

$$\Rightarrow x^2 + x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}.$$

b) Ta thấy $y \neq 0$. Đặt $z = \dfrac{1}{y}$, biến đổi ta được

$$\begin{cases} x + xz + z = 7 \\ x^2 + xz + z^2 = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + xz + z = 7 \\ (x + z)^2 - xz = 13 \end{cases}$$

$\Rightarrow (x + z)^2 + (x + z) - 20 = 0$.

Từ đó $x + z = 4$ hoặc $x + z = -5$.

TH1. $x + z = 4 \Rightarrow xz = 3$. Giải ra ta được $(x; y) = (3; 1), (1; \frac{1}{3})$.

TH2. $x + z = -5 \Rightarrow xz = 12$. Hệ PH vô nghiệm.

Bài 3. a) Ta có $\dfrac{1}{\sqrt{1+a^2}} = \sqrt{\dfrac{abc}{abc + a^2(a+b+c)}}$

$$= \sqrt{\frac{bc}{(a+b)(a+c)}} \leq \frac{1}{2}\left(\frac{b}{a+b} + \frac{c}{a+c}\right)$$

(do áp dụng bất đẳng thức AM-GM).

Chứng minh tương tự cho hai số còn lại rồi cộng theo vế, ta suy ra đpcm.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $a = b = c = \sqrt{3}$.

b) Thử $p = 2$ thì $p^2 + 23 = 27$, có 4 ước số (loại).

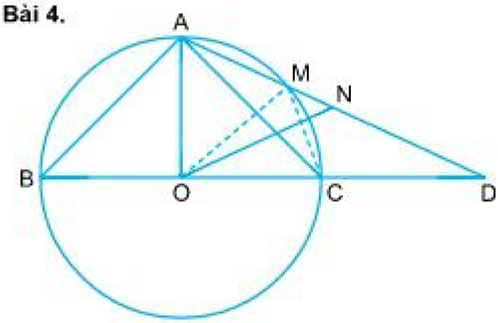
Thử $p = 3$ thì $p^2 + 23 = 32$, có 6 ước số (nhận).

Xét $p > 3$. Ta thấy p lẻ nên $p^2 + 23 = (p^2 - 1) + 24 = (p - 1)(p + 1) + 24$, chia hết cho 8 nên có các ước số là 1, 2, 4, 8.

Mặt khác, p không chia hết cho 3 nên $(p - 1)(p + 1)$ chia hết cho 3. Do đó $p^2 + 23$ có các ước số là 3, 6, 12, 24 (loại).

Vậy $p = 3$.

Bài 4.



a) Vì $OA^2 + OB^2 = AB^2$ và $OA^2 + OC^2 = AC^2$ nên các tam giác OAB, OAC vuông tại O.

Suy ra BC là đường kính của (O) nên $BC = 2R$.

b) Ta có $\widehat{ADO} = 90^\circ - \widehat{OAM} = \dfrac{1}{2}\widehat{AOM} = \widehat{ACM}$.

Suy ra $\Delta ADC \backsim \Delta ACM$ (g.g)

$\Rightarrow AM.AD = AC^2 = 2R^2$.

Theo bất đẳng thức AM-GM ta có

$AM + ON \geq 2\sqrt{AM.ON} = \sqrt{2AM.AD} = 2R$.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $AM = R$. Khi đó $\widehat{AOM} = 60^\circ$. ☞

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN LỚP 9
TỈNH VĨNH PHÚC

Năm học: 2014 - 2015

***Thời gian làm bài:* 150 phút**

Câu 1 (1,5 điểm): Cho biểu thức $A = \left(\dfrac{3x + \sqrt{16x} - 7}{x + 2\sqrt{x} - 3} - \dfrac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 3} - \dfrac{\sqrt{x} + 7}{\sqrt{x} - 1}\right) : \left(2 - \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1}\right)$.

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tìm x để $A = -6$.

Câu 2 (1,5 điểm): Cho hệ phương trình $\begin{cases} mx - 2y = 2 \\ 2x + my = 5 \end{cases}$ (với m là tham số).

a) Giải hệ phương trình trên khi $m = 10$.

b) Tìm m để hệ phương trình đã cho có nghiệm (x, y) thỏa mãn hệ thức

$x + y - 2014 = \dfrac{-2015m^2 + 14m - 8056}{m^2 + 4}$.

Câu 3 (3,0 điểm):

a) Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn $a + b + c = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$P = \dfrac{a}{9a^3 + 3b^2 + c} + \dfrac{b}{9b^3 + 3c^2 + a} + \dfrac{c}{9c^3 + 3a^2 + b}$.

b) Tìm tất cả các cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn $x(1 + x + x^2) = 4y(y - 1)$.

Câu 4 (3,0 điểm): Cho đoạn thẳng AC có độ dài bằng a. Trên đoạn AC lấy điểm B sao cho AC = 4AB. Tia Cx vuông góc với AC tại điểm C. Gọi D là một điểm bất kì thuộc tia Cx (D không trùng với C). Từ điểm B kẻ đường thẳng vuông góc với AD cắt hai đường thẳng AD và CD lần lượt tại K, E.

a) Tính giá trị CD.CE theo a.

b) Xác định vị trí điểm D để tam giác BDE có diện tích nhỏ nhất.

c) Chứng minh rằng khi điểm D thay đổi trên tia Cx thì đường tròn đường kính DE luôn có một dây cung cố định.

Câu 5 (1,0 điểm): Cho dãy gồm 2015 số $\dfrac{1}{1}, \dfrac{1}{2}, \dfrac{1}{3}, \ldots, \dfrac{1}{2014}, \dfrac{1}{2015}$.

Người ta biến đổi dãy nói trên bằng cách xóa đi hai số u, v bất kì trong dãy và viết thêm vào dãy một số có giá trị bằng u + v + uv vào vị trí của u hoặc v. Cứ làm như thế đối với dãy mới thu được và sau 2014 lần biến đổi, dãy cuối cùng chỉ còn lại một số. Chứng minh rằng giá trị của số cuối cùng đó không phụ thuộc vào việc chọn các số u, v để xóa trong mỗi lần thực hiện việc biến đổi dãy. Hãy tìm số cuối cùng đó.

☞ **Bài 5.** Gọi T là giao điểm của AN với EF.

Ta có $\widehat{TAF} = \widehat{DAN} = 180^o - \widehat{DCN} = \widehat{TFN}$.

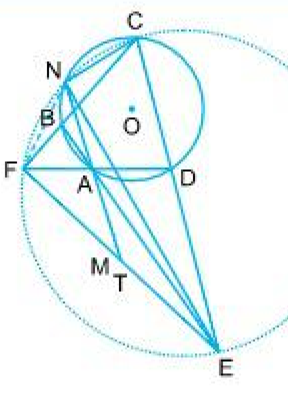
Suy ra $\Delta TAF \backsim \Delta TFN$ (g.g) $\Rightarrow TF^2 = TA.TN$.

Ta có $\widehat{TAE} = \widehat{BAN} = \widehat{BCN} = \widehat{FEN}$.

Suy ra $\Delta TAE \backsim \Delta TEN$ (g.g) $\Rightarrow TE^2 = TA.TN$.

Do đó $TE^2 = TF^2$ nên T là trung điểm EF hay T trùng M.

Vậy M, A, N thẳng hàng.



Kết quả

Giải toán qua thư

Bài 1(145). Tìm số dư khi chia 4^{99} cho 21.

Lời giải. *Cách 1.* Xét tổng $S = 1 + 4 + 4^2 + 4^3 + ... + 4^{99}$. Khi đó tổng S có 100 số hạng. Mà 100 chia 3 dư 1.

Ta có $S = 1 + (4 + 4^2 + 4^3) + (4^4 + 4^5 + 4^6) + ... + (4^{97} + 4^{98} + 4^{99})$

$= 1 + 21.4^3 + 21.4^4 + ... + 21.4^{97}$. (1)

Suy ra S chia 21 dư 1.

Mặt khác $S = (1 + 4 + 4^2) + (4^3 + 4^4 + 4^5) + ... + (4^{96} + 4^{97} + 4^{98}) + 4^{99}$

$= 21 + 21.4^3 + ... + 21.4^{96} + 4^{99}$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra 4^{99} chia 21 dư 1.

Cách 2. Ta có $4^{99} = (4^3)^{33} = 64^{33} = (63 + 1)^{33} = BS(63) + 1$.

Vì $BS(63) \vdots 21$ nên 4^{99} chia 21 dư 1.

Nhận xét: Bài toán này hay và "nhẹ nhàng" nên rất nhiều học sinh tham gia giải và thường sử dụng cách "đồng dư". Cách này ngắn gọn nhưng kiến thức về đồng dư không có trong sách giáo khoa. Cách 1 của đáp án khá thú vị vì chỉ cần kiến thức cơ bản về lũy thừa và một chút "khéo léo" với nhận xét $21 = 1 + 4 + 4^2$ là làm được. Từ bài tập này các bạn có thể "sáng tác" nhiều bài tập tương tự.

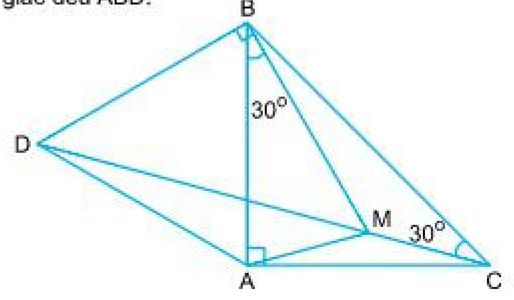
Các bạn sau có lời giải tốt, trình bày đẹp: *Tô Lê Hải*, 6A, THCS Nguyễn Quang Bích, Tam Nông; *Hoàng Quỳnh Nga*, 7A, THCS Thị trấn II, Yên Lập; *Thạch Nguyễn Ngọc Thảo*, 6A1, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Dương Phước Sang*, 6A; *Trần Thị Phương Anh*, 6D, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Tạ Thị Thu Hoài*, 6A, THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên, **Vĩnh Phúc**; *Phạm Linh Anh*, 6B, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Vũ Quỳnh Chi*, 7A2, THCS Hồng Bàng, Hồng Bàng, **Hải Phòng.**

Lưu ý: *Một số bạn làm 2 bài trên 1 tờ giấy sẽ gây khó khăn cho việc chấm bài vì mỗi bài có một giáo viên chấm.*

PHÙNG KIM DUNG

Bài 2(145). Cho tam giác ABC vuông cân tại A. Lấy điểm M bên trong tam giác sao cho $\widehat{MBA} = \widehat{MCB} = 30^o$. Chứng minh rằng BM = BA.

Lời giải. Dựng ra phía ngoài tam giác ABC tam giác đều ABD.



Vì AD = AB = AC nên ΔACD cân tại A.

Mà $\widehat{DAC} = \widehat{DAB} + \widehat{BAC} = 60^o + 90^o = 150^o$ nên

$\widehat{ACD} = \dfrac{180^o - 150^o}{2} = 15^o$

$\Rightarrow \widehat{DCB} = \widehat{ACB} - \widehat{ACD} = 45^o - 15^o = 30^o$.

Mà $\widehat{MCB} = 30^o \Rightarrow \widehat{DCB} = \widehat{MCB}$.

Vậy D, M, C thẳng hàng.

Suy ra $\widehat{DMB} = \widehat{MCB} + \widehat{MBC} = 30^o + 15^o = 45^o$.

Mà $\widehat{DBM} = \widehat{DBA} + \widehat{ABM} = 60^o + 30^o = 90^o$ nên ΔDMB vuông cân tại B.

Dẫn đến BM = BD = BA (đpcm).

Nhận xét. Số lời giải gửi về tòa soạn khá nhiều, hầu hết đều giải đúng. Các bạn sau có lời giải ngắn gọn: *Tạ Kim Thanh Hiền*, 6A4, THCS Yên Lạc, Yên Lạc; *Nguyễn Minh Hiếu*, 7D, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Hữu Mạnh*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao; *Đồng Vũ Hải*, 7D, THCS Văn Lang, Việt Trì, **Phú Thọ**;

Đinh Thị Huyền Trang, 7A, THCS Nam Cao, Lý Nhân, **Hà Nam**; *Đinh Thị Quỳnh Châu*, 7C, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương; *Nguyễn Xuân Kiên, Chu Tuấn Nghĩa*, 7C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An**; *Nguyễn Sỹ Huân*, 7/4, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**.

HỒ QUANG VINH

Bài 3(145). Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x+y=1 \ (1) \\ x^4+y^4+x^3-y^3=x^2+y^2. \ (2) \end{cases}$$

Lời giải. Từ x + y = 1 ta suy ra

$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=1-2xy;$

$x^4+y^4=(x^2+y^2)^2-2x^2y^2=(1-2xy)^2-2x^2y^2$

$=1-4xy+2x^2y^2;$

$x^3-y^3=(x-y)(x^2+y^2+xy)=(x-y)(1-xy).$

Thay vào (2) ta được

$1-4xy+2x^2y^2+(x-y)(1-xy)=1-2xy$

$\Leftrightarrow -2xy+2x^2y^2+(x-y)(1-xy)=0$

$\Leftrightarrow 2xy(xy-1)+(x-y)(1-xy)=0$

$\Leftrightarrow (xy-1)(2xy-x+y)=0.$

TH1. $\begin{cases} x+y=1 \\ xy=1. \end{cases}$ Hệ PT này vô nghiệm.

TH2. $\begin{cases} x+y=1 \\ 2xy-x+y=0. \end{cases}$

Suy ra y = 1 − x và 2x(1 − x) − x + 1 − x = 0 hay $2x^2=1$.

Từ đó $(x;y)=\left(\frac{\sqrt{2}}{2};\ 1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right),\left(-\frac{\sqrt{2}}{2};\ 1+\frac{\sqrt{2}}{2}\right).$

Nhận xét. Đây là bài toán không khó. Phần lớn các bạn làm theo cách này. Có thể giải bài toán bằng cách thay y = 1 − x từ (1) vào (2) và biến đổi được phương trình tích

$(x^2-x+1)(2x^2-1)=0$, từ đó suy ra kết quả.

Các bạn sau đây có bài giải tốt: *Trần Thị Thu Huyền, Trần Quốc Lập*, 8A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao; *Chu Tuấn Kiệt, Phạm Thu Hiền*, 8A2, THCS Hạ Hòa, Hạ Hòa, **Phú Thọ**; *Tạ Kim Thanh Hiền*, 6A4, THCS Yên Lạc, Yên Lạc; *Kim Thị Hồng Lĩnh*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Đinh Viết Ty*, 8D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương; *Võ Hùng Tuấn, Nguyễn Quang Nam*, 8A, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Đặng Quang Anh*, 8A, THCS Nguyễn Chích, Đông Sơn; *Nguyễn Thị Thảo Linh, Nguyễn Văn Hùng*, 8D, THCS Nhữ Bá Sỹ, Hoằng Hóa, **Thanh Hóa**.

Ngoài ra, *có trên 30 bạn lớp 8A*, THCS Đức Lý, Lý Nhân, **Hà Nam** có bài giải tốt. Hoan nghênh phong trào học và tham gia giải bài trên tạp chí Toán Tuổi thơ của các bạn.

NGUYỄN ANH DŨNG

Bài 4(145). Cho a, b là các số thực dương. Chứng minh rằng $\sqrt[3]{\frac{a^5+b^5}{a^2+b^2}} \geq \frac{a+b}{2}.$

Lời giải. Ta chứng minh $a^5+b^5 \geq a^2b^2(a+b)$.

Thật vậy, xét hiệu $a^5+b^5-a^2b^2(a+b)$

$=(a^5-a^3b^2)+(b^5-a^2b^3)$

$=a^3(a^2-b^2)-b^3(a^2-b^2)=(a^2-b^2)(a^3-b^3)$

$=(a-b)^2(a+b)(a^2+ab+b^2) \geq 0.$

Suy ra $2(a^5+b^5) \geq a^5+b^5+a^2b^2(a+b)$

$=(a^2+b^2)(a^3+b^3).$

Do đó $\frac{a^5+b^5}{a^2+b^2} \geq \frac{a^3+b^3}{2}.$

Ta chứng minh $\sqrt[3]{\frac{a^3+b^3}{2}} \geq \frac{a+b}{2}.$ (1)

Thật vậy (1) $\Leftrightarrow 4(a^3+b^3) \geq (a+b)^3$

$\Leftrightarrow 4(a+b)(a^2-ab+b^2) \geq (a+b)^3$

$\Leftrightarrow (a+b)(4a^2-4ab+4b^2-a^2-2ab-b^2) \geq 0$

$\Leftrightarrow 3(a+b)(a-b)^2 \geq 0$: đúng.

Vậy $\sqrt[3]{\frac{a^5+b^5}{a^2+b^2}} \geq \frac{a+b}{2}.$

Đẳng thức xảy ra khi a = b.

Nhận xét. Bài toán trên không quá khó nên có nhiều bạn tham gia giải bài. Hầu hết các bạn giải đều đúng. Các bạn sau đây có lời giải đúng và ngắn gọn: *Tạ Lê Ngọc Sáng*, 8A; *Đoàn Ngọc Hiếu*, 9B, THPT chuyên Hà Nội - Amsterdam, Cầu Giấy; *Nguyễn Duy Khương*, 9A9, THCS Giảng Võ, Ba Đình; *Phạm Trường Giang, An Năng Quốc, Đặng Đức Thành, Phan Thành Trung*, 9A4, THCS Ngô Sĩ Liên, Hoàn Kiếm, **Hà Nội**; *Phạm Thu Bắc*, 8A4, THCS Yên Lạc, Yên Lạc; *Tạ Nam Khánh*, 7E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Trần Quốc Lập, Nguyễn Hải Dương*, 8A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Ngô Thị Ngọc Ánh*, 8A, THCS Cao Xuân Huy, Diễn Châu;

Trần Hữu Đức Mạnh, 8A, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Hà Thị Minh Thủy*, 9A3, THCS Trần Đăng Ninh, TP. Nam Định, **Nam Định**; *Nguyễn Đình Công*, 9A, THCS Yên Phong, Yên Phong; *Nguyễn Công Vinh*, 9A5, THCS Trần Đăng Ninh, TP. Bắc Ninh, **Bắc Ninh**; *Đinh Thị Hồng Nhung*, 9A1, THCS Lê Danh Phương, Hưng Hà, **Thái Bình**; *Nguyễn Lê Kim Chi*, 9A1, Thực nghiệm Giáo dục Phổ thông Tây Ninh, **Tây Ninh**.

CAO VĂN DŨNG

Bài 5(145). Cho A là tập hợp gồm 5 phần tử là những số nguyên. Kí hiệu $S = \{x + y | x, y \in A\}$. Biết rằng S có 9 phần tử. Chứng minh rằng tổng các phần tử của A chia hết cho 5.

Lời giải. Giả sử $A = \{a, b, c, d, e\}$, với a, b, c, d, e là những số nguyên và $a < b < c < d < e$.

Ta thấy 9 phần tử phân biệt sau thuộc S:

$2a < a + b < 2b < b + c < 2c < c + d < 2d < d + e < 2e$.

Theo giả thiết thì S chỉ có đúng 9 phần tử. Suy ra mọi tổng $x + y$ (với $x, y \in A$) còn lại đều bằng với một trong 9 số trên.

Xét $a + c$, ta có $a + b < a + c < b + c$.

Suy ra $a + c = 2b$.

Tương tự $b + d = 2c$, $c + e = 2d$.

Đặt $b - a = k$, với $k \in \mathbb{Z}$. Ta suy ra

$b = a + k$, $c = a + 2k$, $d = a + 3k$, $e = a + 4k$.

Do đó $a + b + c + d + e = 5a + 10k$, chia hết cho 5 (đpcm).

Nhận xét. Một số bạn do không đọc kĩ đề bài nên đã không xét các phần tử $x + x$ (với $x \in A$) của S. Một số bạn khác tuy hiểu đề bài nhưng đã không chọn đúng 9 phần tử phân biệt ban đầu của S (chọn phần tử có thể bằng nhau).

Ta hoàn toàn có thể chứng minh với

$b = a + k$, $c = a + 2k$, $d = a + 3k$, $e = a + 4k$

thì S có đúng 9 phần tử.

Tiếc là không bạn nào giải trọn vẹn bài toán này.

HOÀNG TRỌNG HẢO

Bài 6(145). Cho tam giác ABC. Trên cạnh AB lấy hai điểm D, E sao cho AD = BE và D nằm giữa A, E. Đường thẳng qua E song song với AC cắt CB và CD tương ứng tại M, N.

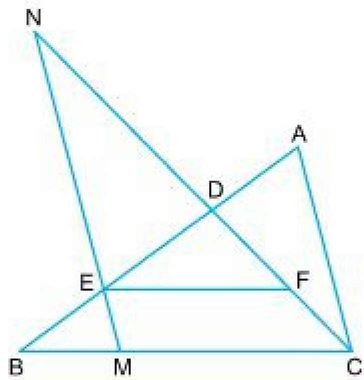
Chứng minh rằng $\frac{ME}{MN} = \left(\frac{CD}{CN}\right)^2$.

Lời giải. Lấy E thuộc CD sao cho EF // BC.

Ta thấy $\frac{ME}{MN} = \frac{CF}{CN}$ (vì EF // MC)

$= \frac{CF}{CD}.\frac{CD}{CN} = \frac{BE}{BD}.\frac{CD}{CN}$ (vì EF // BC)

$= \frac{AD}{AE}.\frac{CD}{CN}$ (vì BE = AD, BD = AE)



$= \frac{CD}{CN}.\frac{CD}{CN}$ (vì AC // EN)

$= \left(\frac{CD}{CN}\right)^2$ (đpcm).

Nhận xét. Bài toán này có nhiều bạn tham gia giải. Xin nêu tên một số bạn có lời giải tốt: *Nguyễn Kim Ngân, Lê Đức Anh*, 8A1, THCS và THPT Hai Bà Trưng, TX. Phúc Yên, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Thị Viên*, 9A1; *Nguyễn Thế Hòa, Nguyễn Minh Trang*, 8A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Trần Quốc Lập, Trần Mạnh Cường, Nguyễn Hải Dương, Nguyễn Thảo Chi, Hoàng Thị Hồng Ngát*, 8A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao; *Hoàng Thế Khôi*, 8B, THCS Thanh Hà, Thanh Ba, **Phú Thọ**; *Nguyễn Thị Thảo Linh, Trần Như Quỳnh*, 8D, THCS Nhữ Bá Sỹ, Hoằng Hóa; *Đặng Quang Anh*, 8A, THCS Nguyễn Chích, Đông Sơn, **Thanh Hóa**.

NGUYỄN MINH HÀ

ĐƯỢC THƯỞNG KÌ NÀY

Thi giải toán qua thư

Trần Quốc Lập, Nguyễn Hải Dương, 8A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Nguyễn Thị Thảo Linh*, 8D, THCS Nhữ Bá Sỹ, Hoằng Hóa; *Đặng Quang Anh*, 8A, THCS Nguyễn Chích, Đông Sơn, **Thanh Hóa**.

Compa vui...tính

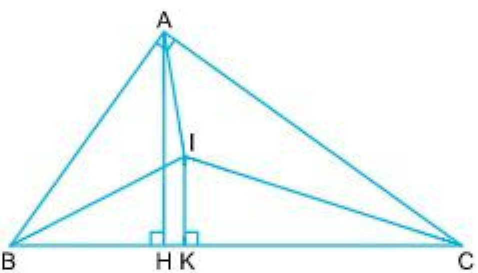
Kì này TAM GIÁC KHÔNG NHỌN

Bài toán. Cho bốn điểm A, B, C và D sao cho không có ba điểm nào thẳng hàng. Chứng minh rằng luôn tìm được một tam giác vuông hoặc tù có đỉnh là ba trong bốn điểm trên.

TRẦN ANH TUẤN

(GV. THCS Phù Phúc, Lý Nhân, Hà Nam)

Kết quả LỚN HƠN, NHỎ HƠN (TTT2 số 145)



Ta có $2S_{ABC} = 2(S_{IBC} + S_{IAB} + S_{IAC})$

$\Rightarrow$ AH.BC = IK.BC + IK.AB + IK.AC

$$\Rightarrow \frac{AH}{IK} = \frac{BC + AB + AC}{BC} = 1 + \frac{AB + AC}{BC}.$$

Theo bất đẳng thức tam giác, ta có

$$AB + AC > BC \Rightarrow \frac{AH}{IK} = 1 + \frac{AB + AC}{BC} > 2. \ (1)$$

Mặt khác, vì ΔABC vuông tại A nên AB < BC và AC < BC $\Rightarrow$ AB + AC < 2BC

$$\Rightarrow \frac{AH}{IK} = 1 + \frac{AB + AC}{BC} < 3. \ (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra 2IK < AH < 3IK.

Vậy bạn Vui đã nói đúng.

Nhận xét. Ta có thể làm mạnh hơn bất đẳng thức (2) như sau:

Vì $(AB - AC)^2 \geq 0$ nên $AB^2 + AC^2 \geq 2AB.AC$. Suy ra $2(AB^2 + AC^2) \geq AB^2 + AC^2 + 2AB.AC$ hay $2BC^2 \geq (AB + AC)^2$.

$$\text{Từ đó } \frac{AH}{IK} = 1 + \frac{AB + AC}{BC} \leq 1 + \sqrt{2}.$$

Các bạn sau giải tốt có lập luận chặt chẽ, ngắn gọn: *Vương Tiến Đạt*, 9B, THCS Nguyễn Thượng Hiền, Ứng Hòa; *Tạ Lê Ngọc Sáng*, 8A, THPT chuyên Hà Nội - Amsterdam, Cầu Giấy, **Hà Nội**; *Nguyễn Thế Hà*, 8A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Phan Xuân Đạt*, 9C, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Từ Quang Bình*, 8B8, THCS Đà Nẵng, Ngô Quyền, **Hải Phòng.**

Các bạn sau cũng được khen kì này: *Nguyễn Quang Hà*, 8A, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Kim Thị Hồng Lĩnh*, 8E1; *Tạ Nam Khánh*, 7E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Phùng Quang Minh*, 8A1, THCS Hồng Bàng, Hồng Bàng, **Hải Phòng**; *Nguyễn Văn Thanh Sơn*, 7/1, THCS Nguyễn Khuyến, Hải Châu, **Đà Nẵng**.

ANH COM PA

Phá án cùng thám tử Sê Lốc Cốc

CHUYỆN XẢY RA lúc nửa đêm

DƯƠNG TẤN DŨNG
(7/1, THCS Lê Văn Thiêm, TP. Hà Tĩnh, Hà Tĩnh)

Ông Pendy là một doanh nhân bận rộn. Ông thường về nhà khá muộn. Hôm nay, gần 12 giờ đêm ông mới trở về sau chuyến công tác dài ngày. Vào phòng, ông bật điều hòa rồi mở tủ lạnh lấy lon bia. Ông có thói quen hàng ngày trước khi đi ngủ luôn nhấp mấy ngụm bia. Đặt lon bia lên chiếc bàn nhỏ cạnh giường, ông định ngả lưng một chút rồi dậy uống nhưng mệt quá nên ngủ thiếp đi lúc nào không biết.

Một lúc lâu sau, ông tỉnh giấc vì muốn đi vệ sinh. Chợt ông phát hiện có bóng đen đang lục lọi trong phòng. Theo phản xạ, ông hét lên thất thanh. Rồi ông cảm thấy đầu mình bị vật gì đó ném rất mạnh vào. Ngay sau đó, ông không biết gì nữa.

Nghe tiếng hét, mọi người trong nhà vội chạy vào. Thấy ông Pendy nằm bất động trên sàn nhà, anh Bip - vệ sĩ - và cậu Bin - con nuôi - vội đặt ông lên giường. Bà giúp việc Ana thì cuống quýt gọi cấp cứu. Rồi anh Bip sực nhớ tới thám tử Sêlôccôc và quyết định gọi ông tới giúp đỡ. Mặc dù đã rất khuya, thám tử vẫn nhận lời. Ông cũng không quên dặn mọi người giữ nguyên hiện trường.

Một lúc sau, cả thám tử và xe cấp cứu cùng đến. Các bác sĩ kiểm tra sơ bộ rồi đưa ông Pendy đến bệnh viện. Thám tử Sêlôccôc thì bắt tay ngay vào công việc của mình. Ông yêu cầu mọi người ra khỏi phòng ông Pendy rồi bắt đầu gặp riêng từng người. Đầu tiên, bà giúp việc Ana kể:

- Lúc ông chủ về tôi bị thức giấc, vì thế, khi nghe tiếng hét, tôi biết ngay là tiếng của ông chủ. Tôi vội vàng lao lên phòng. Thấy ông ấy ngã dưới sàn, tôi cuống quá, một lúc sau mới gọi cấp cứu được.

- Bà có thấy điều gì khác thường trong phòng ông chủ không?

- Tôi cuống quá nên không để ý.

Tiếp theo, thám tử gặp anh Bip - vệ sĩ. Anh Bip nói:

- Tôi vừa về nhà cùng ông chủ nên lúc đó vẫn chưa ngủ. Đang chuẩn bị tắm thì tôi nghe tiếng hét. Chạy sang, thấy ông chủ nằm bất động, tôi vội vàng đến bên ông ấy, định đặt lên giường. Do vội, tôi vấp phải góc bàn, làm đổ lon bia đang uống dở của ông chủ. Mấy ngón chân tôi đang tím bầm lại đây ạ.

- Anh có phát hiện điều gì khả nghi trong phòng ông chủ không?

- Tôi không thấy gì lạ cả... mà thực ra là tôi không để ý.

Cuối cùng là cậu Bin, con nuôi ông Pendy.

- Cháu đang xem TV thì nghe tiếng ba cháu hét. Cháu vội vã chạy sang. Thấy ba ngã, cháu cứng đờ cả người, chẳng biết phải làm gì nữa. Chú Bip phải nhắc thì cháu mới cùng chú ấy nâng ba cháu lên giường.

- Cháu có thấy chuyện gì khác lạ không?

- Không ạ. Lúc đó cháu chẳng chú ý đến mọi thứ xung quanh.

Sau khi hỏi chuyện cả ba người, thám tử trở lại phòng ông Pendy xem xét kĩ hiện trường. Cuối cùng, ông đã phát hiện được kẻ khả nghi. Ban đầu, hắn nhất định không chịu nhưng sau đó cũng phải cúi đầu nhận tội.

** Theo các bạn, thám tử Sêlôccôc đã nghi ai? Vì sao?*

Kết quả **Chiếc nhẫn biến mất** (TTT2 số 145)

Kì này rất đông các bạn tham gia nhưng số bài làm đúng thì lại không nhiều. Phần lớn các bạn đều cho rằng chỉ thực vật mới có khả năng quang hợp, do đó, cô cháu gái Nina chính là kẻ khả nghi. Tuy nhiên, nếu chịu khó đọc sách báo và xem phim khoa học thì các bạn sẽ biết được rằng: các nhà khoa học đã phát hiện một số loài động vật cũng có khả năng quang hợp, tức là khả năng tổng hợp dưỡng chất từ ánh sáng mặt trời.

Kẻ khả nghi trong vụ trộm này chính là bà Bacbara: A-li-xơ ở xứ sở thần tiên (Alice in Wonderland) không phải là tác phẩm của An-đec-xen mà là của nhà văn, nhà toán học người Anh Lewis Carroll.

Phần thưởng kì này sẽ được gửi tới: *Nguyễn Đức Luân*, 7A, THCS Lê Quý Đôn, Thanh Sơn, **Phú Thọ**; *Nguyễn Đức Anh*, 6A, THCS Vĩnh Yên, TP. Vĩnh Yên, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Minh An*, 7A, THCS Nam Cao, Lý Nhân, **Hà Nam**; *Hoàng Nghĩa Hiệp*, 6A, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Lê Bùi Vỹ Giang*, 6C, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**.

Thám tử Sêlôccôc

ĐẾN VỚI TIẾNG HÁN

Bài 61: Bạn đã xem quảng cáo chưa?

你看广告没有？

ThS. NGUYỄN VŨ LOAN

LTS. Nếu biết tiếng Hán bạn sẽ:

1. Hiểu các từ Hán Việt, sử dụng tốt hơn tiếng Việt của mình. Trong kho từ vựng tiếng Việt rất nhiều từ Hán Việt.

2. Đọc được sách cổ, văn bia bằng chữ Hán và Hán Nôm, thêm hiểu văn chương, lịch sử nước Nam mình.

3. Hiểu ngôn ngữ mà cứ 5 người trên thế giới có hơn 1 người dùng. Dễ dàng hợp tác, làm ăn với các nước và vùng lãnh thổ Trung Quốc, Hồng Kông, Đài Loan, Singapore và cả Nhật Bản, Hàn Quốc. Nếu biết cả tiếng Anh và tiếng Hán thì thật là tuyệt.

Từ mới.

手机shǒujī: [thủ cơ] điện thoại di động

地铁dìtiě: [địa thiết] tầu điện ngầm

中心zhōngxīn: [trung tâm] trung tâm

手表shǒubiǎo:[thủ biểu] đồng hồ đeo tay

美国 měiguó: [mỹ quốc] nước Mỹ

广告 guǎnggào: [quảng cáo] quảng cáo

收音机shōuyīnjì: [thu âm cơ] máy

市中心 shìzhōngxīn: [thị trung tâm] trung tâm thành phố

没(有) méi yǒu: [một hữu] không, không có

花园 huāyuán: [hoa viên] vườn hoa

Mẫu câu.

1. A:我想买一个手机，哪个好？(Wǒ xiǎng mǎi yīgè shǒujī, nǎge hǎo?)
   Tôi muốn mua một cái điện thoại di động, cái nào tốt?
   B:这个好。你看广告没有？这是美国最好的手机。
   (Zhège hǎo. Nǐ kàn guǎnggào méiyǒu? Zhè shì měiguó zuì hǎo de shǒujī.)
   Cái này tốt. Bạn xem quảng cáo chưa? Đây là điện thoại tốt nhất của nước Mỹ.
   A:我看了。电视里有这个广告。(Wǒ kànle. Diànshì li yǒu zhège guǎnggào.)
   Tôi xem rồi. Trong ti vi có quảng cáo này.
   B:地铁里也有。(Dìtiě li yě yǒu.) Trong tầu điện ngầm cũng có.
2. 我喜欢广告，喜欢看电视里的广告，也喜欢听收音机里的广告，每个广告都很有意思。我今天在市中心看了一个手表的广告，漂亮极了！
   (Wǒ xǐhuān guǎnggào, xǐhuān kàn diànshì lǐ de guǎnggào, yě xǐhuān tīng shōuyīnjī lǐ de guǎnggào, měi gè guǎnggào dōu hěn yǒuyìsi. Wǒ jīntiān zài shì zhōngxīn kànle yīgè shǒubiǎo de guǎnggào, piàoliang jíle!)
   Tôi thích quảng cáo, thích xem các quảng cáo trong ti vi, cũng thích nghe quảng cáo trên đài phát thanh, mỗi loại quảng cáo đều rất có ý nghĩa. Hôm nay ở trung tâm thành phố tôi thấy một quảng cáo về đồng hồ đeo tay, nó vô cùng đẹp!

Tập đọc.

1. 地铁里有广告，汽车上也有广告，哪个广告有意思？
   Dìtiě li yǒu guǎnggào, qìchē shàng yěyǒu guǎnggào, nǎge guǎnggào yǒuyìsi?
2. 你看市中心的广告没有？那个是一个运动鞋的广告，好极了！
   Nǐ kàn shì zhōngxīn de guǎnggào méiyǒu? Nàgè shì yīgè yùndòng xié de guǎnggào, hǎo jíle!

(Xem tiếp trang 59)

HỌC TOÁN BẰNG TIẾNG ANH

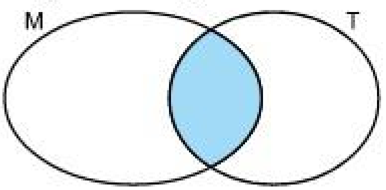
SETS

BÌNH NAM HÀ

In mathematics a set is a collection of numbers or other objects. The objects are called the elements of the set. If P is a set having a finite number of elements, then the number of elements is denoted by $|P|$. Such a set is often defined by listing its elements, for example, $M = \{4, -2, 0\}$ is a set with $|M| = 3$. The order in which the elements are listed in a set does not matter; thus $\{4, -2, 0\} = \{-2, 0, 4\}$. If all the elements of a set M are also elements of a set T, then M is a subset of T; for example, $M = \{4, -2, 0\}$ is a subset of $T = \{4, -2, 0, 1, 10\}$.

For any two sets A and B, the union of A and B is the set of all elements that are in A or in B or in both. The intersection of A and B is the set of all elements that are both in A and in B. The union is denoted by $A \cup B$ and the intersection is denoted by $A \cap B$. As an example, if $A = \{3, 4\}$ and $B = \{4, 5, 7\}$, then $A \cup B = \{3, 4, 5, 7\}$ and $A \cap B = \{4\}$. Two sets that have no elements in common are said to be disjoint or multually exclusive.

The relationship between sets in often illustrated with a Venn diagram in which sets are represented by regions in a plane. For two sets M and T that are not disjoint and neither is a subset of the other, the intersection $M \cap T$ is represented by the shaded region of the diagram below.



This diagram illustrates a fact about any two finite sets M and T: the number of elements in their union equals the sum of their individual numbers of elements minus the number of elements in their intersection because the latter are counted twice in the sum; more concisely, $|M \cup T| = |M| + |T| - |M \cap T|$.

This counting method is called the general addition rule for two sets. As a special case, if M and T are disjoint, then $|M \cup T| = |M| + |T|$ since $|M \cap T| = 0$ (because $M \cap T = \varnothing$).

Math Terms

set	tập hợp
sets	các tập hợp, khái niệm tập hợp
collection	sự tụ tập, sự sưu tập
element	phần tử, thành viên
finite	hữu hạn
listing	liệt kê
order	thứ tự, trật tự
subset	tập con
union	hợp (của các tập hợp)
intersection	giao
common	chung, phổ biến
disjoint	rời nhau
multually exclusive	loại trừ nhau
Venn diagram	biểu đồ Ven
region	vùng, miền
plane	mặt phẳng
shaded	được tô màu, được gạch chéo
general	tổng quát
special	đặc biệt, riêng

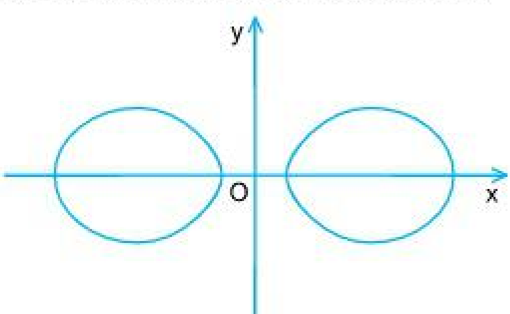
Protive: Bạn hãy dịch đoạn trên, gửi bài về tòa soạn.

Hình bầu dục CASSINIAN

HOÀNG NGUYÊN LINH *(Sưu tầm)*

Cho trước hai hằng số dương a và c. S, T là hai điểm cố định trên mặt phẳng sao cho ST = 2a. Tập hợp những điểm M thay đổi trên mặt phẳng sao cho MS.MT = c^2 gọi là hình bầu dục Cassinian. Hình bầu dục Cassinian nhận hai điểm S, T là tiêu điểm.

Hình dạng của đường cong Cassinian phụ thuộc vào tỉ lệ của c và a. Nếu c > a thì đường cong là hình bầu dục có hai vòng. Nếu c < a thì đường cong có một vòng. Trường hợp đặc biệt, khi c = a, nhà toán học Jacob Bernoulli biểu diễn nó là một đường cong hình số 8.



(Trường hợp c > a)

Các hình bầu dục Cassinian được nghiên cứu lần đầu tiên vào năm 1680 bởi Giovanni Cassini (1625 - 1712), một nhà toán học người Pháp. Khi ông quan sát sự chuyển động tương đối của Trái đất và Mặt trời, ông cho rằng Mặt trời đi vòng quanh Trái đất trên một trong những hình bầu dục, với Trái đất là một trong hai tiêu điểm (thực tế Trái đất quay xung quanh Mặt trời).

Phương trình trong hệ tọa độ Descartes vuông góc: $(x^2 + y^2)^2 - 2a^2(x^2 - y^2) + a^4 - c^4 = 0$.
Phương trình trong hệ tọa độ cực: $rr' = k^2$.
Sau 14 năm Cassinian giới thiệu đường cong hình bầu dục, nhà toán học Bernoulli đã mô tả đường cong này trong trường hợp đặc biệt a = c.

TRẬN ĐẤU THỨ MỘT TRĂM HAI MƯƠI BẢY

Người thách đấu: Nguyễn Minh Hà, GV. Trường THPT chuyên, Đại học Sư phạm Hà Nội.

Bài toán thách đấu: Cho tam giác ABC. Điểm M thay đổi trên cạnh BC. I, J theo thứ tự là tâm đường tròn nội tiếp các tam giác MAB, MAC. PQ là tiếp tuyến chung ngoài khác BC của hai đường tròn (I), (J), với P thuộc (I), Q thuộc (J). Chứng minh rằng:

a) Đường tròn ngoại tiếp tam giác MIJ luôn đi qua một điểm cố định.

b) Giao điểm của BP với CQ luôn chuyển động trên một đường tròn cố định khi M thay đổi trên cạnh BC.

Xuất xứ: Sưu tầm.

Thời hạn: Trước ngày 08.06.2015 theo dấu bưu điện.

Kết quả TRẬN ĐẤU THỨ MỘT TRĂM HAI MƯƠI LĂM (TTT2 số 145)

Bài toán này có 4 võ sĩ tham gia giải với 4 lời giải đúng: *Vương Tiến Đạt*, 9B, THCS Nguyễn Thượng Hiền, Ứng Hòa, **Hà Nội**; *Nguyễn Minh Hiếu*, 9D; *Hoàng Văn Hiếu, Hoàng Thúy Hà*, 9E, THCS Vĩnh Yên, TP. Vĩnh Yên, **Vĩnh Phúc**.

Sau đây là tóm tắt lời giải của 4 võ sĩ.

Ta cần có hai bổ đề.

Bổ đề 1. Nếu H, O theo thứ tự là trực tâm và tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC thì điểm đối xứng của O qua BC là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác HBC.

Bổ đề 2. Cho tam giác ABC, (O, R), H theo thứ tự là đường tròn ngoại tiếp và trực tâm. D, E, F theo thứ tự là giao điểm của BC, CA, AB. M, N, P, X, Y, Z theo thứ tự là trung điểm của BC, CA, AB, HA, HB, HC. Khi đó D, E, F, M, N, P, X, Y, Z cùng thuộc một đường tròn có tâm là trung điểm của OH và có bán kính bằng $\frac{R}{2}$.

Phép chứng minh các bổ đề trên rất đơn giản, không trình bày ở đây.

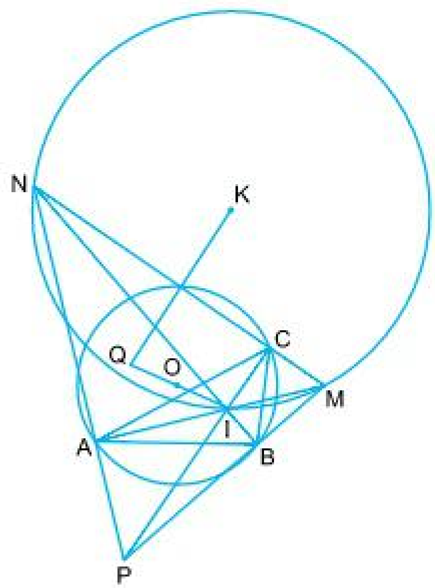
Trở lại giải bài toán thách đấu.

Gọi P là tâm đường tròn bàng tiếp góc C của tam giác ABC.

Ta thấy I là trực tâm của ΔMNP và A, B, C theo thứ tự là giao điểm của MI, NI, PI và NP, PM, MC.

Theo bổ đề 1, Q là tâm đường tròn ngoại tiếp của ΔMNP.

Theo bổ đề 2, O là trung điểm của IQ (đpcm).



Đương nhiên cả 4 võ sĩ trên đều đăng quang trong trận đấu này.

NGUYỄN MINH HÀ

TỪ MỘT BÀI TOÁN
TRONG SÁCH GIÁO KHOA HÌNH HỌC 6

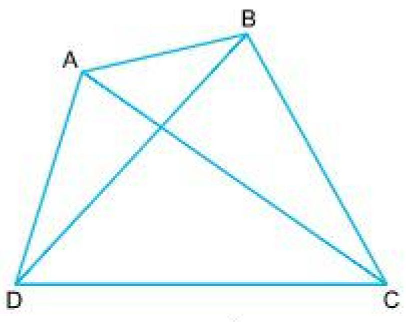
THÁI HỮU HUỆ
(GV. THCS Quang Lộc, Can lộc, Hà Tĩnh)

Khi được đọc, nghiên cứu mục "Học ra sao? Giải toán thế nào?" của Toán Tuổi thơ 2, tôi nhận thấy nội dung bài viết phong phú đa dạng khai thác nhiều mảng kiến thức hay, khó dành cho những độc giả thích môn toán. Đặc biệt là với những học sinh khá, giỏi muốn học tập, trau dồi, tích lũy kinh nghiệm vốn kiến thức cho bản thân. Trong chương trình hình học lớp 6 có nhiều bài toán hay, nếu chúng ta khai thác thì giúp học sinh hiểu sâu hơn và tạo hứng thú cho người học. Xuất phát từ suy nghĩ đó tôi đã khai thác một bài toán nhằm giúp học sinh học tốt hơn môn hình học.

Bài toán 1. *(Bài 17 trang 109 SGK Hình học 6)* Lấy 4 điểm A, B, C, D trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Kẻ các đường thẳng đi qua các cặp điểm trong các điểm trên. Có tất cả bao nhiêu đường thẳng? Đó là những đường thẳng nào?

Lời giải. Qua các cặp điểm ta vẽ được 6 đường thẳng.

Đó là các đường thẳng AB, AC, AD, BC, BD, DC.



Bài toán 1.1. Cho 2012 điểm trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Qua hai điểm ta kẻ một đường thẳng. Hỏi có tất cả bao nhiêu đường thẳng?

Lời giải. Ta có số đường thẳng là
$2012(2012 - 1) : 2 = 2023066$.

Bài toán 1.2. Cho 2012 điểm trong đó 1000 điểm thẳng hàng. Qua hai điểm ta kẻ một đường thẳng. Hỏi có tất cả bao nhiêu đường thẳng?

Lời giải. Qua 2012 điểm trong đó không có 2 điểm nào thẳng hàng ta vẽ được số đường thẳng là $2012(2012 - 1) : 2 = 2023066$.

Qua 1000 điểm trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng ta vẽ được số đường thẳng là
$1000(1000 - 1) : 2 = 499500$.

Nhưng qua 1000 điểm thẳng hàng ta vẽ được 1 đường thẳng.

Vậy qua 2012 điểm trong đó có 1000 điểm thẳng hàng, ta vẽ được số đường thẳng là
$2023066 - 499500 + 1 = 1523567$.

Tổng quát. - Khi có n điểm ($n > 1$) trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng thì ta có số đường thẳng là $n(n - 1) : 2$.

- Qua n điểm ($n > 1$) trong đó có m ($m < n$) điểm thẳng hàng thì ta có số đường thẳng là
$n(n - 1) : 2 - m(m - 1) : 2 + 1$.

- Qua n điểm ($n > 1$) ta vẽ được $n(n - 1) : 2$ đoạn thẳng.

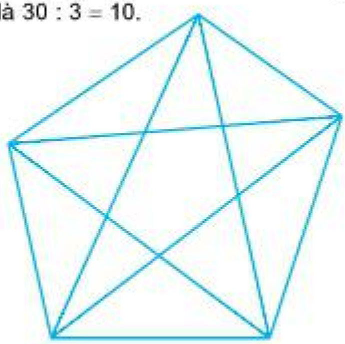
Bài toán 2. Cho 5 điểm trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Cứ qua 3 điểm ta vẽ được một tam giác. Hỏi có tất cả bao nhiêu tam giác?

Lời giải. Số đoạn thẳng tạo thành từ 5 điểm là
$5(5 - 1) : 2 = 10$.

Mỗi đoạn thẳng kết hợp với 3 điểm còn lại được 3 tam giác.

Số tam giác tạo thành là 10.3 = 30.

Vì mỗi tam được tính 3 lần nên số tam giác vẽ từ 5 điểm là 30 : 3 = 10.



Bài toán 2.1. Cho 2012 điểm trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Qua 3 điểm ta vẽ được một tam giác. Hỏi có tất cả bao nhiêu tam giác tạo thành?

Lời giải. Số đoạn thẳng tạo thành từ 2012 điểm là 2012(2012 – 1) : 2 = 2023066.

Mỗi đoạn thẳng kết hợp với 2010 điểm còn lại được 2010 tam giác.

Số tam giác tạo thành là

2023066.2010 = 4066362660.

Vì mỗi tam được tính 3 lần nên số tam giác vẽ từ 2012 điểm là

4066362660 : 3 = 1355454220.

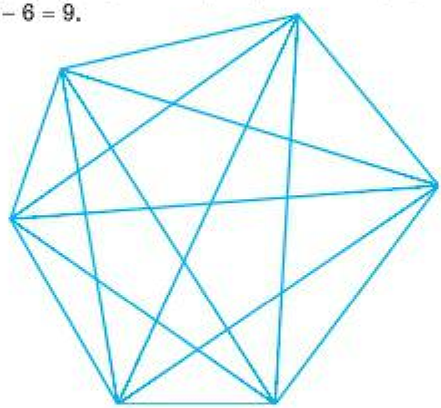
Tổng quát. Qua n điểm trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng ta vẽ được số tam giác là n(n – 1)(n – 2) : 6.

Bài toán 3. *(Toán 8)*

Cho lục giác lồi. Hỏi có tất cả bao nhiêu đường chéo?

Lời giải. Số đoạn thẳng được nối từ 2 trong 6 đỉnh là 6(6 – 1) : 2 = 15.

Trong 15 đoạn đó có 6 đoạn là cạnh của lục giác. Vậy số đường chéo được tạo thành từ lục giác là 15 – 6 = 9.



Bài toán 3.1. Cho đa giác lồi 2012 cạnh. Hỏi có tất cả bao nhiêu đường chéo?

Lời giải. Số đoạn thẳng được nối từ 2 trong 2012 điểm là 2012(2012 – 1) : 2 = 2023066.

Trong 2023066 đoạn thẳng đó có 2012 đoạn thẳng là cạnh của đa giác.

Vậy số đường chéo được tạo thành từ đa giác 2012 cạnh là 2023066 – 2012 = 2021054.

Tổng quát.

Số đường chéo của lục giác lồi n cạnh (n > 3) là n(n – 1) : 2 – n.

Chúng ta tự tìm bài toán tổng quát của bài toán sau:

Bài toán 4. Cho hai tia đối nhau Ox và Oy. Vẽ nửa mặt phẳng có bờ chứa đường thẳng xy vẽ 2012 tia gốc O. Hỏi có tất cả bao nhiêu góc?

Chúc các em học tập thành công.

TÌM HIỂU SÂU MỘT BÀI TOÁN

NGUYỄN TIẾN LÂM
(GV. Trường THPT chuyên Đại học Khoa học Tự nhiên Hà Nội)

Trên TTT2 số 145 (tháng 3.2015), mục Giải toán qua thư có bài toán suy luận sau.

Bài 5(145). Cho A là một tập hợp gồm 5 phần tử là những số nguyên.

Kí hiệu $S = \{x + y \mid x, y \in A\}$.

Biết rằng S có 9 phần tử. Chứng minh rằng tổng các phần tử của A chia hết cho 5.

Bản chất của bài toán trên là chứng minh số phần tử của *S* không nhỏ hơn 9 để từ đó suy ra số phần tử của *S* bằng 9 khi và chỉ khi các phần tử của A lập thành một dãy số cách đều nhau (cấp số cộng). Trong bài viết này, ta sẽ đưa ra lời giải cho bài toán tổng quát và tìm hiểu thêm một số bài toán liên quan.

Trước hết ta cần lưu ý một số vấn đề sau:

1. Ta dùng kí hiệu $|X|$ để chỉ số phần tử của một tập hợp X (hữu hạn).

2. Nếu có n người (với $n \geq 2$), hai người bất kì đều bắt tay nhau thì số bắt tay sẽ là $\frac{n(n-1)}{2}$. Một phát biểu tương tự là nếu tập X có n phần tử thì sẽ có $\frac{n(n-1)}{2}$ cách chọn ra hai phần tử từ tập X.

3. Dãy số $a_1, a_2, \dots, a_n$ được gọi là một cấp số cộng với công sai d nếu $a_i - a_{i-1} = d$, với mọi $i = 2, 3, \dots, n$. Khi đó, ta có thể chứng minh được $a_i = a_1 + (i-1)d$, với mọi $i = 1, 2, \dots, n$.

Bài toán 1. Cho tập hợp $X = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ và đặt $S = \{a_h + a_k \mid a_h, a_k \in X\}$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|S|$.

Lời giải. Giả sử $a_1 < a_2 < \dots < a_n$.

Theo lưu ý 2 ở trên, có tất cả là $\frac{n(n-1)}{2}$ tổng $a_h + a_k$, trong đó h, k phân biệt và n tổng $a_h + a_h = 2a_h$.

a) Tìm giá trị nhỏ nhất của $|S|$. Ta thấy

$2a_1 < a_1 + a_2 < 2a_2 < a_2 + a_3 < \dots < a_{n-1} + a_n < 2a_n$.

Nghĩa là $2n - 1$ tổng này phân biệt.

Suy ra $|S| \geq 2n - 1$.

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi mọi số của S đều thuộc tập hợp

$Y = \{2a_1, a_1 + a_2, 2a_2, a_2 + a_3, \dots, a_{n-1} + a_n, 2a_n\}$.

Xét số $a_1 + a_3$. Ta có $a_1 + a_2 < a_1 + a_3 < a_2 + a_3$.

Mà $a_1 + a_3 \in Y$ nên $a_1 + a_3 = 2a_2$ hay

$a_2 - a_1 = a_3 - a_2$.

Xét tiếp tổng $a_2 + a_4$, tương tự ta suy ra

$a_3 - a_2 = a_4 - a_3$.

Cứ tiếp tục như vậy ta sẽ suy ra

$a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = \dots = a_n - a_{n-1}$.

Đặt mỗi hiệu trên là d. Khi đó $a_i = a_1 + (i-1)d$, với mọi $i = 1, 2, \dots, n$.

Suy ra với mọi $h, k = 1, 2, \dots, n$ ta có

$a_h + a_k = 2a_1 + (h + k - 2)d$.

- Nếu h + k chẵn thì

$$a_h + a_k = 2\left[a_1 + \left(\frac{h+k}{2} - 1\right)d\right] = 2a_{\frac{h+k}{2}} \in Y.$$

- Nếu h + k lẻ thì

$$a_h + a_k = a_1 + \left(\frac{h+k-1}{2} - 1\right)d + a_1 + \left(\frac{h+k+1}{2} - 1\right)d$$

$$= a_{\frac{h+k-1}{2}} + a_{\frac{h+k+1}{2}} \in Y \text{ vì } \frac{h+k+1}{2} - \frac{h+k-1}{2} = 1.$$

Suy ra mọi tổng $a_h + a_k$ đều thuộc Y.

Vậy giá trị nhỏ nhất của $|S|$ là $2n - 1$, đạt được khi và chỉ khi X là một cấp số cộng.

b) Tìm giá trị lớn nhất của |S|.

Ta có $|S| \le \frac{n(n-1)}{2} + n = \frac{n(n+1)}{2}$.

Ta sẽ chỉ ra một ví dụ để dấu bằng xảy ra.

Chọn $a_i = 10^i$, với mọi i = 1, 2,... , n. Ta cần chứng minh các tổng $a_h + a_k$ đôi một phân biệt. Giả sử tồn tại hai tổng bằng nhau là

$a_h + a_k = a_p + a_q$, với $k \ge h$, $q \ge p$.

Suy ra $10^h(10^{k-h} + 1) = 10^p(10^{q-p} + 1)$.

Do đó h = p, k – h = q – p hay k = q: vô lí.

Vậy giá trị lớn nhất của S là $\frac{n(n+1)}{2}$.

Nhận xét. Một ví dụ đơn giản khi |S| đạt giá trị nhỏ nhất là X = {1, 2, 3,... , n}.

Khi đó S = {2, 3, 4,... , 2n}.

Bài toán 2. Trên một đường thẳng, xét n điểm phân biệt $A_1, A_2,\ldots, A_n$. Gọi M_{hk} là trung điểm của đoạn thẳng A_hA_k. Gọi S là tập hợp gồm các điểm M_{hk}, tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của |S|.

Hướng dẫn. Trên trục số là đường thẳng chứa các điểm, gọi tọa độ của điểm A_i là x_i thì tọa độ trung điểm M_{hk} là $\frac{x_h + x_k}{2}$. Bài toán quy về bài toán 1.

Bài toán 3. Cho tập hợp $X = \{a_1, a_2,\ldots, a_n\}$ và đặt $D = \{a_h - a_k | a_h, a_k \in X\}$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của |D|.

Lời giải. Giả sử $a_1 < a_2 <\ldots < a_n$.

a) Tìm giá trị nhỏ nhất của |D|. Ta thấy

$a_1 - a_n < a_1 - a_{n-1} <\ldots < a_1 - a_2 < a_1 - a_1 < a_2 - a_1 < a_3 - a_1 < \ldots < a_n - a_1$.

Nghĩa là 2n – 1 hiệu này phân biệt.

Suy ra $|D| \ge 2n - 1$.

Nếu dấu bằng xảy ra thì ta phải có

$a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = a_4 - a_3 =\ldots = a_n - a_{n-1} = d$

hay dãy số $a_1, a_2,\ldots, a_n$ lập thành cấp số cộng với công sai d.

Đảo lại, nếu dãy số $a_1, a_2,\ldots, a_n$ lập thành cấp số cộng với công sai d thì $a_i = a_1 + (i - 1)d$, với mọi i = 1, 2,... , n.

Suy ra với mọi h, k = 1, 2,... , n ta có

$a_h - a_k = (h - k)d$.

Với $h \ge k$ thì $a_h - a_k = a_{h-k+1} - a_1$.

Với $h < k$ thì $a_h - a_k = a_1 - a_{h-k+1}$.

Đẳng thức trên khẳng định khi dãy số $a_1, a_2,\ldots, a_n$ lập thành cấp số cộng thì |D| = 2n – 1.

b) Tìm giá trị lớn nhất của |D|.

Số hiệu $a_h - a_k$ với h, k phân biệt và h, k = 1, 2,... , n là n(n – 1).

Vì $a_h - a_h = 0$, với mọi h nên $|D| \le n^2 - n + 1$.

Tương tự như bài 1, bằng cách chọn $a_i = 10^i$, với mọi i = 1, 2,... , n, ta chỉ ra rằng các hiệu $a_h - a_k$ nhận đúng $n^2 - n + 1$ giá trị, nghĩa là khi đó $|D| \le n^2 - n + 1$.

Nhận xét. Nếu thay hiệu $a_h - a_k$ bằng $|a_h - a_k|$ thì ta có thể phát biểu bài toán 3 dưới dạng bài toán hình học sau đây.

Bài toán 4. Trên một đường thẳng, xét n điểm phân biệt $A_1, A_2,\ldots, A_n$. Kí hiệu d_{hk} là khoảng cách giữa hai điểm A_h, A_k, trong đó h, k không nhất thiết phân biệt. Hỏi số giá trị mà các số d_{hk} có thể nhận được nhiều nhất và ít nhất là bao nhiêu?

Đáp số. Số giá trị nhỏ nhất là n, số giá trị lớn nhất là $\frac{n(n-1)}{2} + 1 = \frac{n^2 - n + 2}{2}$.

Cuối cùng để kết thúc bài viết, ta đưa ra một hướng tổng quát cho bài toán 1. Do khuôn khổ bài báo, nên chúng tôi chỉ phát biểu bài toán, việc tìm lời giải được xem như một bài tập "thể thao trí tuệ" dành cho độc giả.

Bài toán 5. Xét tập hợp A có n phần tử và kí hiệu S_k là số giá trị khác nhau của tổng k phần tử (không nhất thiết phân biệt) thuộc A. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của S_k.

TOÁN QUANH TA

TRÒ CHƠI DOBBLE

một đề thi học sinh giỏi toán ở Pháp năm 2015

GS. NGUYỄN TIẾN DŨNG

(Bài viết với sự hợp tác của Sputnik Education)

Vào ngày 18.03.2015 ở Pháp đã diễn ra cuộc thi HSG toán "Olympiades Académiques de Mathématiques". Chữ "académique" ở đây hiểu là "Sở giáo dục" - mỗi Sở giáo dục của một vùng (như kiểu một tỉnh) của Pháp gọi là một academia. Đây là kì thi HSG toàn quốc cấp vùng: Mỗi đề thi gồm có 4 bài, trong đó 2 bài chung cho toàn quốc và 2 bài riêng của vùng.

Ở đây tôi muốn giới thiệu một bài của cuộc thi này, vừa thú vị nhưng lại vừa rất sơ cấp, học sinh tiểu học cũng có thể hiểu và có thể làm được nếu suy luận tốt. Đó là bài số 3 trong đề thi ở Toulouse. Bài này là về một trò chơi với các quân bài, gọi là Dobble, xuất hiện từ năm 2009 và có bán ở các cửa hàng đồ chơi ở Pháp.

Một bộ quân bài Dobble gồm các quân bài, mà trên mỗi quân bài có vẽ N hình khác nhau. Trong bộ bài Dobble chuẩn thì N = 8 và có 55 quân bài, nhưng cũng có bộ bài với N = 6 và về nguyên tắc thì N bằng bao nhiêu cũng được. Các hình vẽ trên các quân bài thỏa mãn các điều kiện sau đây: **Cứ 2 quân bài bất kì trong bộ bài thì có đúng 1 hình trùng nhau và không có hình nào xuất hiện trên toàn bộ các quân bài.**

Có nhiều kiểu chơi Dobble (luật chơi) khác nhau, nhưng đều có chung một nguyên tắc như nhau: Tại mỗi vòng chơi, người chơi nào mà tìm được đầu tiên cái hình trùng nhau giữa hai quân bài nào đó thì là người thắng vòng đó. Ví dụ, một trong các kiểu chơi là kiểu "cái giếng" (puits). Theo kiểu này, rút 1 quân bài đặt ngửa giữa bàn, còn 54 quân còn lại chia đều cho những người chơi (chia có dư thì bỏ đi phần dư). Ở mỗi vòng, mỗi người phải rút ra 1 quân bài trong số các quân bài mình giữ, rồi xem xem nó có hình gì trùng với quân bài nằm giữa bàn. Ai mà tìm ra trước thì phải hô hình đó lên và được đặt quân bài của mình vào giữa bàn lên trên quân bài cũ nằm ở giữa. Đến vòng sau người này phải rút một quân bài mới từ tệp bài của mình, còn những người còn lại có thể giữ quân bài cũ. Ai cho được hết số quân bài của mình vào chỗ giữa trước là thắng.

Đề bài. Để đơn giản, ta sẽ gọi các hình của bộ bài là A, B, C... Bài toán có 3 phần 1, 2, 3 xếp theo thứ tự từ dễ đến khó.

1) Trường hợp N = 2.

a) Hãy tạo một bộ bài với 3 quân bài khi N = 2.

b) Tại sao không thể thêm một quân bài vào bộ bài cho thành bộ 4 quân bài?

2) Trường hợp N = 3.

a) Giả sử A là một trong các hình của bộ bài. CMR có ít nhất 1 quân bài không có hình A và nhiều nhất 3 quân bài có hình A.

b) Hãy làm 1 bộ bài mà mỗi hình của bộ bài xuất hiện trên đúng 2 quân bài.

c) Giả sử hình A xuất hiện trên 3 quân bài. CMR có ít nhất 7 hình khác nhau trong bộ bài. Hãy xây dựng 1 bộ bài với 7 quân bài mà có A xuất hiện trên 3 quân. Có thể thêm 1 quân vào bộ bài được không?

3) Trường hợp N = 8.

a) Hình A có thể xuất hiện trên nhiều nhất là bao nhiêu quân bài?

b) CMR bộ bài có không quá 57 quân bài.

c) Nếu bộ bài có đúng 57 quân, thì phải có ít nhất là bao nhiêu hình khác nhau trong đó?

Ghi chú. Có thể làm bộ bài Dobble có 57 quân với N = 8. Nhưng bộ bài bán ở cửa hàng chỉ có 55 quân thay vì 57 quân, có lẽ tại vì con số 55 hấp dẫn khách hàng hơn là 57.

Lời giải. 1) N = 2. Gọi quân bài với 2 hình A, B là [A,B].

a) Một bộ bài với 3 quân là [A,B], [A,C] và [B,C].

b) Xét 2 quân bài có một hình trùng nhau là [A,B], [A,C], với B khác C. Vì không có hình nào có trên tất cả các quân bài, nên có (ít nhất) một quân bài không có hình A. Ta coi đó là quân bài thứ ba. Quân bài này phải có hình B (vì phải có chung một hình với quân bài thứ nhất) và có hình C (vì phải có trùng một hình với quân bài thứ hai). Như vậy quân bài thứ ba là [B,C]. Bây giờ giả sử có thêm một quân bài thứ tư nào đó. Nếu quân bài thứ tư không có hình nào mới ngoài ba hình A, B, C thì nó phải là [A,B], [A,C] hoặc [B,C]: vô lí theo giả thiết. Giả sử quân bài thứ tư có một hình mới, gọi nó là D. Hình còn lại của quân bài thứ 4 phải là A hoặc B (vì phải có chung một hình với quân bài [A,B]). Nếu hình đó là chẳng hạn là A thì quân bài [D,A] không có hình nào chung với quân bài [B,C]: vô lí.

Như vậy không thể có quân bài thứ tư.

2) N = 3. a) Phải có ít nhất 1 quân bài không có hình A, vì nếu không tất cả các quân bài sẽ đều có hình A, trái với giả thiết.

Giả sử có nhiều hơn 3 quân bài có hình A là [A,B,C], [A,D,E], [A,F,G], [A,H,I] trong đó B, C, D, E, F, G là các hình khác nhau. Phải có thêm ít nhất một quân bài mà không chứa hình A (vì nếu không tất cả các quân bài đều có chung hình A). Quân bài số đó phải chứa một trong hai hình B, C (để có hình chung với quân bài thứ nhất). Tương tự, quân bài đó phải chứa một trong hai hình trong các cặp [D,E], [F,G], [H,I]. Suy ra quân bài này chứa 4 hình: vô lí.

b) Một ví dụ bộ bài là: [A,B,C], [A,D,E], [B,D,F], [C,E,F], với 6 hình khác nhau (Tổng số hình trên tất cả các quân bài là 4 nhân 3 bằng 12, và vì mỗi hình hiện đúng 2 lần nên có 12/2 = 6 hình khác nhau). Có thể suy luận vì sao một bộ bài với N = 3 mà mỗi hình hiện trên đúng 2 quân bài phải có đúng 4 quân bài. Thật vậy, gọi quân bài đầu là [A,B,C], thì trong các quân còn lại còn tổng cộng đúng 1 hình A, đúng 1 hình B, đúng 1 hình C, và mỗi quân còn lại chứa đúng 1 trong 3 hình này. Vì có đúng 3 hình nên cũng có đúng 3 quân còn lại).

c) Giả sử hình A hiện trên đúng 3 quân bài là [A,B,C], [A,D,E], [A,F,G]. Như vậy có ít nhất 7 hình khác nhau trên các quân bài là A, B, C, D, E, F, G. Một ví dụ bộ bài với 7 quân là [A,B,C], [A,D,E], [A,F,G], [B,D,F], [B,E,G], [C,D,G], [C,E,F] (quân bài thứ 4 có dạng [B,D,F] vì nó phải có một hình từ quân thứ nhất, một hình từ quân thứ hai, một hình từ quân thứ 3, và các hình đó đều khác A. Quân thứ 5 tương tự như vậy, và giữa hai quân phải có đúng một hình chung, ta có thể giả sử hình đó là B. Tương tự với các quân thứ 6 và thứ 7).

Chú ý là trong bộ bài trên, mỗi hình xuất hiện đúng 3 lần. Tổng số hình trên các quân bài là 3 nhân 7 bằng 21, ứng với 7 hình xuất hiện 3 lần, và 7 quân bài có 3 hình.

Không thể có đến 8 quân bài hoặc nhiều hơn, vì nếu có thêm quân bài thứ 8 thì nó cũng phải chứa các hình trên thôi (một trong hai hình [B,C], một trong hai hình [D,E], một trong hai hình [F,G] để còn có hình chung với 3 quân bài đầu). Khi đó chỉ có 7 hình khác nhau, mà tổng số hình ít nhất là 8 lần 3 lớn hơn 7 lần 3, suy ra có hình xuất hiện ít nhất 4 lần, mâu thuẫn với câu a.

3) N = 8 (là trường hợp thông dụng, được bán ở cửa hàng)

a) Giả sử hình A là hình xuất hiện nhiều lần nhất trong số các hình trong bộ bài và gọi số lần đó là k. Khi đó k quân bài chứa hình A có thể được kí hiệu như sau: [A, B_1, C_1, D_1, E_1, F_1, G_1, H_1], [A, B_2, C_2, D_2, E_2, F_2, G_2, H_2], ..., [A, B_k, C_k, D_k, E_k, F_k, G_k, H_k], trong đó tất cả các hình B_1, C_1, D_1, E_1, F_1, G_1, H_1, B_2, C_2, D_2, E_2, F_2, G_2, H_2, ..., B_k, C_k, D_k, E_k, F_k, G_k, H_k khác nhau.

Lấy quân bài thứ k + 1 không chứa hình A. Quân bài này phải chứa một trong các hình B_1, C_1, D_1, E_1, F_1, G_1, H_1. Lập luận tương tự suy ra quân bài này chứa ít nhất k hình, mỗi hình lấy từ một hình trong k hình ban đầu.

Vậy $k \le 8$.

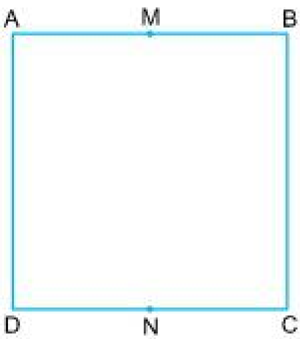
b) Giả sử mỗi hình xuất hiện không quá k lần trong tập bài. Lấy một quân bài đầu tiên [A,B,C,D,E,F,G,H]. Chia các quân bài còn là thành 8 nhóm a, b, c, d, e, f, g, h: Nhóm a là nhóm có chung hình A với quân bài thứ nhất, nhóm b là nhóm có chung hình B với quân bài thứ nhất... Quân bài nào cũng nằm trong đúng một trong các nhóm này (vì có chung đúng 1 hình với quân bài thứ nhất). Các quân bài ở nhóm a đều có hình A, trừ quân thứ nhất và tổng cộng chỉ có không quá k hình A nên nhóm a không thể có quá k – 1 quân bài. Các nhóm kia cũng vậy. Do đó tổng số quân bài ở các nhóm không quá 8(k – 1). Thêm vào quân bài thứ nhất, ta có tổng số quân bài của bộ bài không quá $8(k-1)+1 \le 8.7+1 = 57$ (vì $k \le 8$).

GẤP GIẤY

HOÀNG TRỌNG HẢO

1. Gấp giấy để chia đôi một đoạn thẳng

Từ một mảnh giấy hình vuông, ta có thể gấp đôi mảnh giấy này bằng cách đặt vừa khít mép giấy. Với mảnh giấy hình vuông ABCD, ta đặt 2 đỉnh A, B trùng nhau và C, D trùng nhau rồi vuốt phẳng giấy sẽ tạo ra nếp gấp MN, với M, N tương ứng là trung điểm AB và CD (hình vẽ).



Như thế, ta đã chia một cạnh của hình vuông thành hai phần bằng nhau.

Nếu coi chiều dài cạnh hình vuông là 1 đơn vị thì ta vừa tạo ra bốn đoạn thẳng có có chiều dài bằng $\frac{1}{2}$ là AM, BM, CN và DN.

Bây giờ, ta sẽ tìm cách gấp giấy để có thể tạo ra những đoạn thẳng có chiều dài bằng $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}$...

2. Gấp giấy để chia ba một đoạn thẳng

Ta đặt hai điểm D và M trùng nhau. Nếp gấp sẽ cắt cạnh AD tại P và BC tại Q, R (hình vẽ).

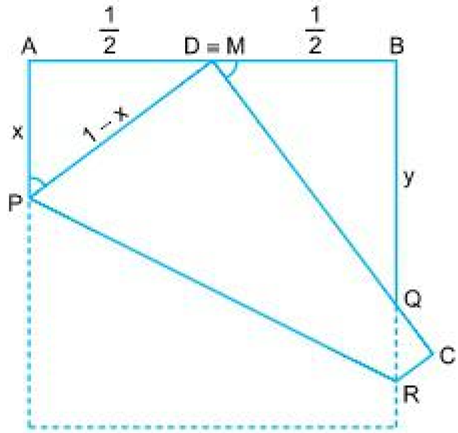
Đặt AP = x, BQ = y (với 0 < x, y < 1).

Xét tam giác AMP vuông tại A có $AM = \frac{1}{2}$, AP = x và PM = PD = 1 − x.

Theo định lí Pythagore ta có

$$AM^2 + AP^2 = PM^2 \Leftrightarrow \frac{1}{4} + x^2 = (1-x)^2$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4} + x^2 = 1 - 2x + x^2 \Leftrightarrow x = \frac{3}{8}.$$



Ta thấy $\widehat{BMQ} = 90^\circ - \widehat{AMP} = \widehat{APM}$.

Suy ra $\Delta APM \backsim \Delta BMQ$ (g.g).

Do đó $\frac{AP}{AM} = \frac{BM}{BQ} \Leftrightarrow AP.BQ = AM.BM$

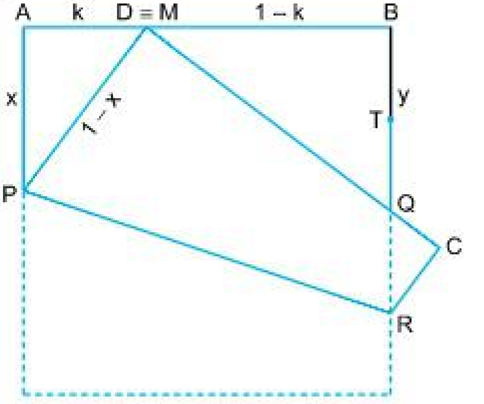
$$\Leftrightarrow \frac{3}{8}.y = \frac{1}{4} \Leftrightarrow y = \frac{2}{3}.$$

Bây giờ, nếu ta trải phẳng tờ giấy về vị trí ban đầu là hình vuông thì $CQ = BC - y = \frac{1}{3}$.

3. Gấp giấy để chia một đoạn thẳng thành nhiều phần

Kazuo Haga, một giáo sư người Nhật Bản đã nghỉ hưu đưa ra phương pháp gấp giấy như sau: Giả sử sau một số bước, ta đã gấp được đoạn thẳng trên một cạnh, giả sử trên cạnh AB là $AM = k = \frac{1}{N}$ (ta đã gấp được với N = 2, 3 như trên).

Bây giờ ta thực hiện lặp lại quá trình gấp giấy, với D, M trùng nhau.



Bằng lập luận tương tự, ta có

$$x^2 + k^2 = (1-x)^2 \Leftrightarrow x = \frac{1-k^2}{2};$$

$$xy = k(1-k) \Leftrightarrow \frac{1-k^2}{2}.y = k(1-k) \Leftrightarrow y = \frac{2k}{1+k}.$$

Đến đây, ta lại trải phẳng tờ giấy về vị trí ban đầu là hình vuông. Ta gấp giấy sao cho B trùng Q thì nếp gấp trên cạnh BC là T. Ta được

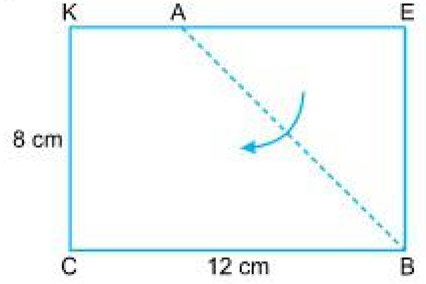
$$BT = \frac{y}{2} = \frac{k}{1+k} = \frac{\frac{1}{N}}{1+\frac{1}{N}} = \frac{1}{N+1}.$$

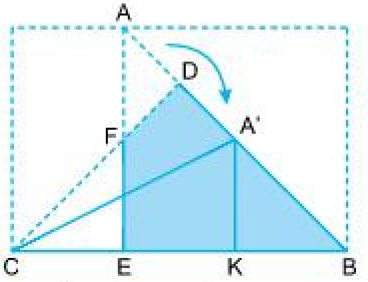
Nghĩa là ta đã dựng được một đoạn thẳng bằng $\frac{1}{N+1}$ trên đoạn thẳng BC.

Theo nguyên lí quy nạp, bằng việc gấp giấy, ta có thể gấp được tất cả các đoạn thẳng bằng $\frac{1}{N}$, với N là số nguyên dương bất kì, N > 1.

4. Một số bài toán gấp giấy

Bài toán 1. Một mảnh giấy hình chữ nhật có chiều dài là 12 cm và chiều rộng là 8 cm. Người ta gấp giấy theo nếp gấp là đoạn thẳng AB, với AE = 8 cm. Sau đó gấp giấy tại C dọc theo đường thẳng AB để được hình dưới. Tính diện tích phần tô đậm.





Lời giải. Ta thấy các tam giác EAB, DBC, ECF, DAF vuông cân tương ứng tại E, D, E, D. Từ đó EB = EA = 8 cm, EC = EF = 4 cm ⇒ AF = 4 cm.

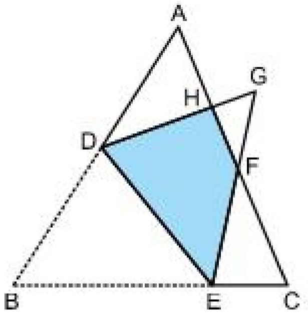
Từ định lí Pythagore ta có $AF^2 = 2DF^2$.

Suy ra $S_{BEFD} = S_{EAB} - S_{ADF}$

$$= \frac{1}{2}.BE^2 - \frac{1}{2}.DF^2 = \frac{1}{2}.BE^2 - \frac{1}{4}.AF^2$$

$$= 32 - 4 = 28 \ (cm^2).$$

Bài toán 2. Cho mảnh giấy hình tam giác ABC. Người ta gấp mảnh giấy theo đoạn thẳng DE như hình vẽ. Biết diện tích tam giác ABC gấp đôi diện tích phần sau khi gấp giấy ADECFGH. Diện tích phần tô đậm là 10 cm^2. Tính diện tích tam giác ABC.



(Xem tiếp trang 47)

CUỘC THI
Vui Chào Hè 2015

Hè đã về, chúng ta lại cùng nhau tham dự Cuộc thi vui chào hè, nhằm giúp các bạn cùng bàn luận, chia sẻ và giải trí với những bài toán vui sau một năm học. Cuộc thi **Vui chào hè 2015** dành cho mọi độc giả của TTT. Các bạn học sinh, các bậc phụ huynh, các thầy cô giáo hay bất cứ độc giả nào thấy vui và trả lời được câu hỏi là có thể tham dự.

Đề bài sẽ đăng trên TTT2 các số 147+148 và 149+150 (ra tháng 5 và 8 năm 2015).

Các câu sẽ được chấm riêng và cuối cuộc thi sẽ tính tổng điểm của cá nhân, tập thể tham dự.

Sẽ có nhiều giải thưởng dành cho cá nhân và tập thể tham dự có điểm cao nhất. Giải thưởng gồm quà tặng, giấy chứng nhận và tiền mặt.

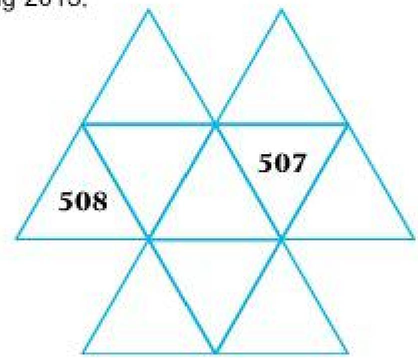
Đáp án và danh sách đoạt giải sẽ đăng trên TTT2 số 153.

Bài tham dự gửi về ***Tạp chí Toán Tuổi thơ, tầng 5, số 361 Trường Chinh, Thanh Xuân, Hà Nội***. Ngoài phong bì ghi rõ **"Tham dự cuộc thi Vui chào hè 2015"**.

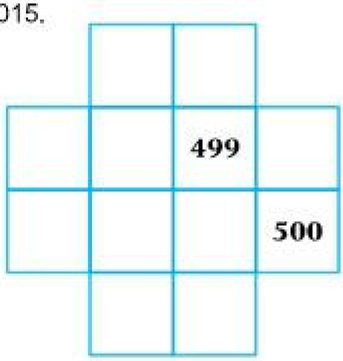
Thời hạn nhận bài giải: hết ngày 10.10.2015 (theo dấu bưu điện).

Sau đây là nội dung câu hỏi của kì này.

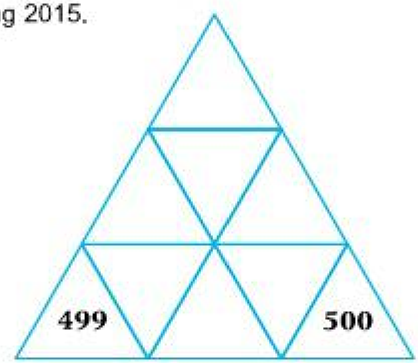
Câu 1. Bạn hãy điền các số tự nhiên liên tiếp từ 499 đến 506 vào những tam giác nhỏ sao cho tổng bốn số trong mỗi tam giác lớn (do bốn tam giác nhỏ liền kề hợp thành) đều bằng 2015.



Câu 2. Điền các số tự nhiên liên tiếp từ 501 đến 510 vào những ô vuông nhỏ sao cho tổng bốn số ở mỗi hàng ngang, cột dọc đều bằng 2015.



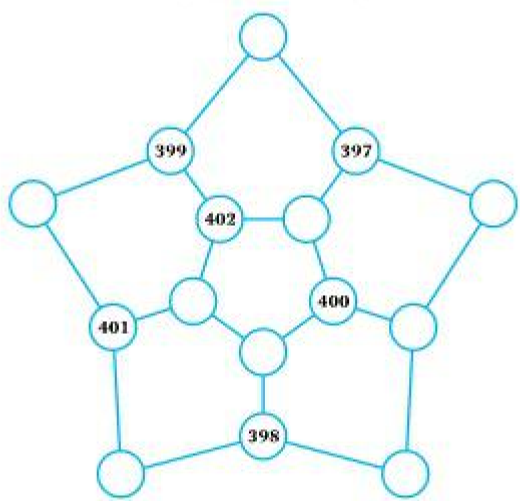
Câu 3. Điền các số tự nhiên liên tiếp từ 501 đến 507 vào những tam giác nhỏ sao cho tổng bốn số nằm trong mỗi tam giác lớn (do bốn tam giác nhỏ liền kề hợp thành) đều bằng 2015.



NGUYỄN VĂN HIẾU

(Số 80 đường Xuân 68, TP. Huế, Thừa Thiên - Huế)

Câu 4. Bạn hãy điền 9 số tự nhiên liên tiếp từ 403 đến 411 vào các hình tròn sao cho tổng 5 số của mỗi ngũ giác đều bằng 2015.



ĐAN QUỲNH *(Hà Nội)*

11^{th} INTERNATIONAL MATHEMATICS AND SCIENCE OLYMPIAD (IMSO) FOR PRIMARY SCHOOL 2014

TRỊNH HOÀI DƯƠNG *(GV. THCS Giảng Võ, Ba Đình, Hà Nội sưu tầm và giới thiệu)*

Instructions:

- *Write down your name and country on every page.*
- *You have 90 minutes to work on this test.*
- *Write down your detail solutions or working process in English on the space below the question.*
- *Each problem is worth 3 points, and partial credit may be awarded.*
- *Use black or blue colour pen or pencil to write your answer.*

1. Al lives in Alton and Ben lives in Benburg, the two towns are 12 km apart. They want to go to Centreville, which is 30 km from Alton and 20 km from Benburg. Ben asks Al to take a taxi from Alton to Benburg to pick up him, and then go together to Centreville. The cost of the taxi is 1000 rupiahs per km. Ben will pay the part of the cost of the taxi resulting from the extra distance caused by this detour, and will share the remaining cost equally with Al. How much is Ben's saving by sharing the taxi with Al?

2. Each of Alice and Brian has some cows. Alice says to Brian, "If I add three times the number of cows you have to what I have, then I am satisfied." Brian replies, "If I add five times the number of cows you have to what I have, then I am satisfied." If the number of cows which makes them satisfied is the same, what is the minimum value of this number?

3. Initially, a robot faces north. Whenever it stops moving, it automatically faces north. It is programmed to do the following:

(1) Turn 30 to the right, move 1 km forward and stop.

(2) Turn 90 to the right, move 1 km forward and stop.

(3) Turn 150 to the right, move 1 km forward and stop.

(4) Turn 210 to the right, move 1 km forward and stop.

(5) Turn 270 to the right, move 1 km forward and stop.

(6) Turn 330 to the right, move 1 km forward and stop.

What is the distance between the initial and final position of the robot?

4. Holly's is paid 67510 rupiahs per hour while Molly is paid 32490 rupiahs per hour. Together they earn 267510 rupiahs. Had Holly worked the number of hours Molly did and Molly work the number of hours Holly did, their combined earning would have been 232490 rupiahs. How many hours Holly and Molly work?

5. ABCD is a rectangle with AB = 25 cm and BC = 30 cm. M is a point on AD such that $\frac{AM}{AD} = \frac{1}{3}$ and N is a point on the diagonal AC such that $\frac{AN}{AC} = \frac{3}{5}$. What is the area of triangle BMN?

6. Four different positive integers are such that the sum of any two is divisible by 2 and the sum of any three is divisible by 3. What is the minimum value of the sum of all these four integers?

7. ABCD is a square of side length 10 cm. E, F, G and H are points on AB, BC, CD and DA respectively, such that EG is parallel to AD and FH is parallel to AB. P is a point on AE such that PE = 2 cm, and Q is a point on DH such that HQ = 3 cm. What is the area of the quadrilateral PFGQ?

8. Each of the numbers 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 and 9 is to be placed into a different square in the expression

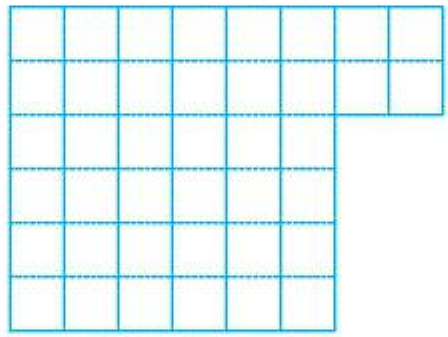
$$\square + \cfrac{1}{\square + \cfrac{1}{\square}} + \square + \cfrac{1}{\square + \cfrac{1}{\square}} + \square + \cfrac{1}{\square + \cfrac{1}{\square}}$$

What is the maximum value of this expression?

9. In triangle ABC, AD and BE are altitudes and AP and BQ are angle bisectors at A and B respectively, where P lies on CD and Q lies on CE. If $\angle PAD = 6^\circ$ and $\angle QBE = 18^\circ$, what is the degree of $\angle BCA$?

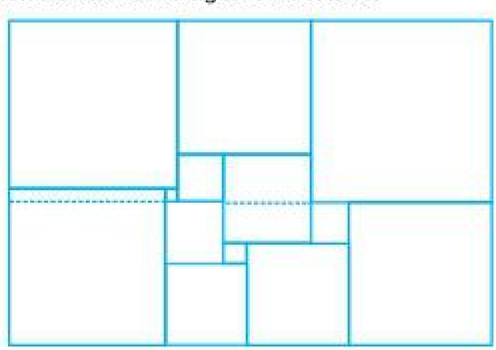
10. A 2014-digit number is the smallest positive integer such that when it is multiplied by 3, every digit of the product is even. How many times the digit 3 appears in the original number?

11. Give three different ways in order to divide the figure below into two parts of the same areas using one straight line.



12. Each of 18 people shakes hands with at least one other person, and no two people shake hands more than once. If X shakes hands with Y, then X does not shake hands with anyone who shakes hands with Y. If X does not shake hands with Y, then X shakes hands with everyone who shakes hands with Y. How many maximum number of handshakes and minimum number of handshakes?

13. A 112 m by 75 m farm has been divided into 13 square fields, as shown in the diagram below. The field at the bottom right corner has side length 33 m. There is a straight path which serves as a boundary for several fields, and cut across two other fields along the dotted lines. What is the side length of each field?



CÂU HỎI KÌ 5

Điều lệ cuộc thi đăng ở TTT2 số 140, 144. Câu hỏi đăng trên các số tạp chí trong năm 2015.

Câu 13. Bạn hãy nêu vài nét về Học bổng ASEAN.

Câu 14. Hội nghị thượng đỉnh ASEAN đã được tổ chức bao nhiêu lần? Lần gần nhất là khi nào, ở đâu?

Câu 15. Bạn hãy nêu tên cây cầu dài nhất Đông Nam Á. Cây cầu này ở đâu và dài bao nhiêu ki lô mét?

BTC

Kết quả KÌ 3 (TTT2 số 145)

Câu 7. Tôn giáo chủ yếu của 10 quốc gia trong ASEAN: Hồi giáo (Brunei), Phật giáo (Cambodia), Hồi giáo (Indonesia), Phật giáo (Laos), Hồi giáo (Malaysia), Phật giáo (Myanmar), Thiên Chúa giáo (Philippines), Phật giáo (Singapore), Phật giáo (Thailand), tín ngưỡng truyền thống, Phật giáo (Vietnam).

Câu 8. Hồ lớn nhất Đông Nam Á là hồ Tonle Sap hay Biển Hồ ở Cambodia. Hồ có diện tích 10.000 km^2.

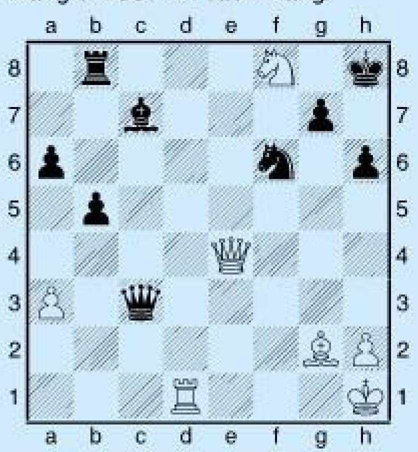
Câu 9. Đỉnh núi cao nhất Đông Nam Á là đỉnh Cacabo Radi ở Myanmar, cao 5885 m so với mực nước biển.

Nhận xét. Các bạn sau được khen kì này: *Hoàng Quỳnh Nga*, 7A, THCS Thị trấn II, Yên Lập, **Phú Thọ**; *Mai Đức Toán*, 9C, THCS Nguyễn Cao, Quế Võ, **Bắc Ninh**; *Phùng Thị Thùy Dung*, 6E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**.

BTC

THẾ CỜ (Kì 72)

Trắng đi trước tìm cách thắng.



LÊ THANH TÚ *(Đại kiện tướng Quốc tế)*

Kết quả (TTT2 số 145)

THẾ CỜ (Kì 70)

1...e5+ 2.dxe5 [2.♔xe5 ♕xg3+] 2...♕d2#

Các bạn sau giải đúng thế cờ kì 70: *Hoàng Vũ Trung Nguyên*, 7C, THPT chuyên Hà Nội - Amsterdam; *Nguyễn Cao Bảo Hiếu*, 7I, THCS Lê Quý Đôn, Cầu Giấy, **Hà Nội**; *Đào Ngọc Hải Đăng*, 6A, THCS Lý Tự Trọng, Bình Nguyên, **Vĩnh Phúc**; *Hoàng Phúc*, 6B, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Vũ Quỳnh Chi*, 7A2, THCS Hồng Bàng, **Hải Phòng**.

LÊ THANH TÚ

Kì 18

Hãy thay các chữ cái bởi các chữ số. Các chữ khác nhau biểu diễn các chữ số khác nhau. Lời giải cần có lập luận lôgic.

$$\begin{array}{r} PEN \\ \times \quad INK \\ \hline LETTER \end{array}$$

TRƯƠNG CÔNG THÀNH *(Sưu tầm)*

Kết quả Kì 16 (TTT2 số 144)

$$\begin{array}{r} YELLOW \\ + \quad BROWN \\ \hline PURPLE \end{array}$$

Từ giả thiết ta suy ra {Y, E, L, O, W, B, R, N, P, U} là 10 chữ số khác nhau nên tổng của 10 chữ số là 45.
Đánh số cột từ 1 đến 6 tính từ phải qua trái.
Từ cột 4 suy ra **L = 9**.
Từ cột 6 suy ra P = Y + 1.
Bằng cách thử các trường hợp của Y thuộc {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7} ta tìm được P tương ứng. Sau đó từ cột 2 và 3 ta tìm ra O, W. Tiếp sau, ta có hai cột 1 và 5, 6 độc lập nhau. Ta tìm được

$$\begin{array}{r} 649981 \\ + \quad 52813 \\ \hline 702794 \end{array}$$

Nhận xét. Kì này ô số khó nên chưa có bạn nào giải đúng. Phần thưởng kì này gác lại kì sau.

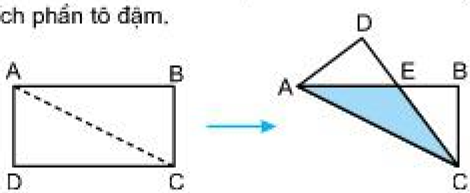
HOÀNG NGUYÊN LINH

GẤP GIẤY

(Tiếp theo trang 41)

Lời giải. So sánh diện tích, ta thấy $S_{ABC} - S_{ADECFGH} = S$, với S là diện tích phần tô đậm.
Mà $S_{ABC} = 2S_{ADECFGH}$ nên $S_{ABC} = 3S = 30$ (cm^2).

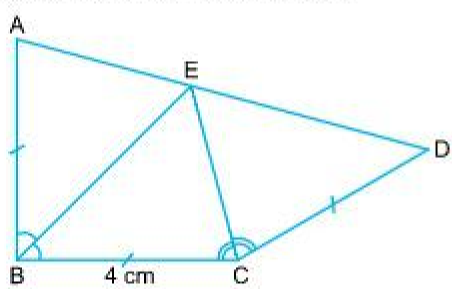
Bài toán 3. Một mảnh giấy hình chữ nhật ABCD được gấp theo nếp gấp là đường chéo AC như hình vẽ. Biết AB = 8 cm, BC = 4 cm. Tính diện tích phần tô đậm.



Lời giải. Đặt BE = x (cm), $0 < x < 8$.
Ta có EC = EA = 8 – x.
Theo định lí Pythagore ta có
$EB^2 + BC^2 = EC^2 \Leftrightarrow x^2 + 16 = (8 - x)^2 \Leftrightarrow x = 3$.
Vậy $S_{BEC} = BE.BC : 2 = 5.4 : 2 = 10$ (cm^2).

Bài toán 4. Cho tứ giác ABCD có AB = BC = CD = 4 cm và $\angle ABC = 90^o$, $\angle BCD = 150^o$.
a) Tính số đo các góc A, D.
b) Tính diện tích tứ giác ABCD.

Nhận xét. Bạn đọc tự giải bài toán này theo gợi ý của hình vẽ. Để giải nhanh câu a), ta gấp giấy bằng cách đặt A trùng C, nếp gấp là BE. Tương tự, đặt D trùng B thì nếp gấp là CE.



Từ đó $\angle A = \angle ECB = 75^o$, $\angle D = \angle EBC = 45^o$.

Góc OLYMPIC

ĐỀ ĐỀ XUẤT
OLYMPIC TOÁN TUỔI THƠ TOÀN QUỐC

ĐỀ THI CÁ NHÂN SỐ 01 - *Thời gian làm bài: 30 phút*

Từ câu 1 đến câu 15 chỉ viết đáp số.

Câu 16 viết lời giải đầy đủ ở mặt sau Tờ trả lời.

****

Câu 1. Chọn ngẫu nhiên 90 số từ 100 số tự nhiên đầu tiên (từ 1 đến 100) thì nhận được ít nhất bao nhiêu số chia hết cho 3 ?

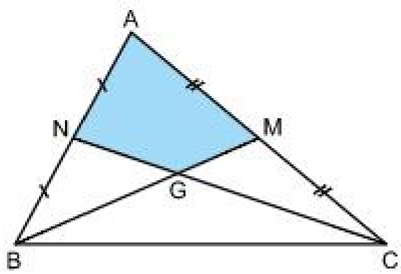
Câu 2. Cho dãy số: 2, 3, 10, 15, 26,.... Hãy viết số hạng tiếp theo của dãy số trên.

Câu 3. Hãy tìm một nghiệm của đa thức P(x) = $x^2 + ax + b$, biết $a - 2b = \frac{1}{2}$.

Câu 4. Tìm x biết

$$\frac{x+2}{2011} + \frac{x+1}{2012} + \frac{x}{2013} = \frac{x-1}{2014} + \frac{x-2}{2015} + \frac{x-3}{2016}.$$

Câu 5. Cho hình vẽ, biết MA = MC, NA = NB và $S_{ABC} = 18\ cm^2$. Tính S_{AMGN}.



Câu 6. Cho ○ = △ + ★

○ + △ = □

□ + □ = ★ + ★ + ★

Hỏi ○ bằng bao nhiêu lần △?

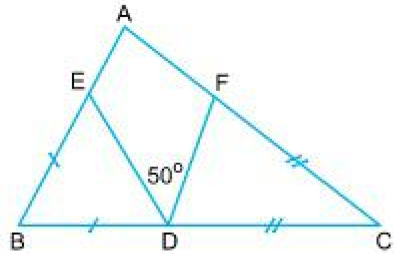
Câu 7. Một hộp đựng 10 viên bi bằng nhau về kích thước gồm: 1 viên bi màu đỏ, 2 viên bi màu xanh, 3 viên bi màu vàng, 4 viên bi màu trắng. Hỏi cần lấy ngẫu nhiên ít nhất bao nhiêu viên bi trong hộp để được ba viên bi cùng màu?

Câu 8. Đường trung bình của hình thang chia hình thang thành hai hình thang có tỉ số diện tích là $\frac{2}{3}$. Tính tỉ số của đáy nhỏ và đáy lớn.

Câu 9. Cho $\frac{x}{6} - \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = \frac{x}{6} + \frac{y}{3} + \frac{z}{8} = 1$.

Tính x + y + z.

Câu 10. Cho hình vẽ có BD = BE, CD = CF và $\widehat{EDF} = 50^\circ$. Tính $\hat{A}$.



Câu 11. Một tam giác có độ dài ba cạnh là 18 cm, 24 cm, 30 cm. Tính độ dài đường cao ứng với cạnh dài 30 cm.

Câu 12. Tính $A = 1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + ... + 2013^2$.

Câu 13. Hai vật cùng xuất phát từ A đi đến B. Vật thứ nhất mỗi phút đi được 10 m. Vật thứ hai đi được 1 m trong phút thứ nhất, đi được 2 m trong phút thứ hai, đi được 3 m trong phút thứ ba, ... cứ tiếp tục như thế thì sau thời gian bao lâu vật thứ hai đuổi kịp vật thứ nhất?

Câu 14. Cho $x^2 + 3x + 1 = 0$.

Tính $B = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2$.

Câu 15. Hãy vẽ đường thẳng d chia hình bình hành và hình chữ nhật, mỗi hình thành thành hai phần có diện tích bằng nhau.

Câu 16. *(Tự luận)* Cho $\left(\frac{x+y}{4}\right)^2 = \frac{xy}{3}$ và $x \neq y$.

Tính $\frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$.

THÁI NHẬT PHƯỢNG *(GV. THCS Nguyễn Văn Trỗi, Cam Nghĩa, Cam Ranh, Khánh Hòa)*

ĐỀ ĐỀ XUẤT
OLYMPIC TOÁN TUỔI THƠ TOÀN QUỐC

ĐỀ THI CÁ NHÂN SỐ 02 - ***Thời gian làm bài: 30 phút***

Từ câu 1 đến câu 15 chỉ viết đáp số.

Câu 16 viết lời giải đầy đủ ở mặt sau Tờ trả lời.

****

Câu 1. Tính giá trị của tổng $S = 3 + 5 + 7 + ... + 2009 + 2011 + 2013$.

Câu 2. Bạn An viết các chữ cái: O, L, Y, M, P, I, C, T, O, A, N, O, L, Y, ... Hỏi chữ cái thứ 2015 là chữ gì?

Câu 3. Tìm ba chữ số tận cùng của số 5^{2015}.

Câu 4. Cho tam giác ABC có đường cao AH và AB = 6 cm, AC = 8 cm, BC = 10 cm. Tính độ dài AH.

Câu 5. Trong một năm không phải năm nhuận có nhiều nhất bao nhiêu ngày chủ nhật.

Câu 6. Trong các số tự nhiên từ 1 đến 100 có bao nhiêu số a^3 có tính chất tồn tại số nguyên b sao cho $a^3 = b^2$?

Câu 7. Tìm ba chữ số tận cùng của tổng sau $A = 999^4 + 999$.

Câu 8. Tính giá trị của biểu thức $M = x(x + 2) + y(y - 2) - 2xy + 2010$ khi $x - y = 1$.

Câu 9. Tính $A = (15.3^{11} + 4.27^4) : 9^7$.

Câu 10. Tính giá trị của biểu thức $B = \dfrac{3^{(x+y)^2}}{3^{(x-y)^2}}$ với $xy = 1$.

Câu 11. Tìm số dư trong phép chia 38^{10} cho 13.

Câu 12. Tìm tập nghiệm của phương trình $4^x - 10.2^x + 16 = 0$.

Câu 13. Cho tam giác ABC vuông tại A có, đường phân giác BD chia cạnh AC thành hai đoạn DA = 3 cm và DC = 5 cm. Tính chu vi tam giác ABC.

Câu 14. Cho hình thang ABCD có đáy lớn AD, đường chéo AC vuông góc với cạnh bên CD, biết $\widehat{BAC} = \widehat{CAD}$, chu vi hình thang là 20 cm và $\widehat{D} = 60^o$. Tính độ dài cạnh AD.

Câu 15. Cho một đa giác có số đo các góc (tính theo độ) lập thành một dãy số cách đều, tăng dần. Biết số đo góc nhỏ nhất là 110^o và số đo góc lớn nhất là 160^o. Tính số cạnh của đa giác đó.

Câu 16. *(Tự luận)* Hai đội bóng bàn của hai trường A và B thi đấu giao hữu để chuẩn bị tranh giải toán tỉnh. Biết rằng mỗi đấu thủ của đội A phải lần lượt gặp các đấu thủ của đội B một lần và số trận đấu gấp 2 lần số đấu thủ của hai đội. Tìm số đấu thủ của đội A và đội B.

(Sở Giáo dục và Đào tạo Sơn La)

Bài 7NS. Giải hệ phương trình

$$\begin{cases}\sqrt{2x-3}+x=z^2-2z+3\\ \sqrt{2y-3}+y=x^2-2x+3\\ \sqrt{2z-3}+z=y^2-2y+3.\end{cases}$$

PHẠM VĂN PHÚC *(GV. THCS Liêm Cần, Thanh Liêm, Hà Nam)*

Bài 8NS. Cho các số thực không âm a, b, c thỏa mãn $abc = 1$.

Chứng minh rằng $\sqrt{a^2+1}+\sqrt{b^2+1}+\sqrt{c^2+1}\le\sqrt{2}(a+b+c)$.

DƯƠNG ĐỨC LÂM *(SV K51 XD9, Đại học Xây dựng Hà Nội)*

Bài 9NS. Cho hai đường tròn tiếp xúc trong với nhau tại K. Dây cung AB của đường tròn lớn tiếp xúc với đường tròn nhỏ tại điểm M và AM = 10, biết AK : BK = 2 : 5. Tính độ dài đoạn BM.

NGUYỄN ĐỄ *(Hải Phòng)*

Kết quả CUỘC THI GIẢI TOÁN DÀNH CHO NỮ SINH (TTT2 số 145)

Bài 1NS. ĐKXĐ $x\ge\frac{1}{2}; y\ge\frac{1}{2}$.

Ta có $2x-1-2\sqrt{2x-1}.1+1=(\sqrt{2x-1}-1)^2\ge 0$

$\Leftrightarrow x\ge\sqrt{2x-1}\Leftrightarrow\frac{\sqrt{2x-1}}{x}\le 1$. (1)

Tương tự $\frac{\sqrt{2y-1}}{y}\le 1$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\frac{\sqrt{2x-1}}{x}+\frac{\sqrt{2y-1}}{y}\le 2$.

Dấu "=" xảy ra khi x = 1, y = 1.

Vậy (x; y) = (1; 1).

Nhận xét. Các bạn sau có lời giải tốt cho bài toán trên: *Hà Thị Minh Thủy*, 9A3, THCS Trần Đăng Ninh, TP. Nam Định, **Nam Định**; *Trần Thị Thu Huyền*, 8A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao; *Phùng Hải Yến*, 9A2, THCS Giấy Phong Châu, Phù Ninh, **Phú Thọ**; *Kim Thị Hồng Lĩnh*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường; *Lê Thu Trang*, 8D, THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên, **Vĩnh Phúc**; *Đỗ Phương Dung*, 9A, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Nguyễn Lê Kim Chi*, 9A1, trường Thực Nghiệm GDPT Tây Ninh, TP. Tây Ninh, **Tây Ninh**; *Đinh Thị Hồng Nhung*, 9A1, THCS Lê Danh Phương, Hưng Hà, **Thái Bình**.

Bài 2NS. Ta có $bc + 8ac + 27ab = abc$

$\Leftrightarrow\frac{1}{a}+\frac{8}{b}+\frac{27}{c}=1$.

Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacốpxki ta có

$(a+2b+3c)\left(\frac{1}{a}+\frac{8}{b}+\frac{27}{c}\right)\ge(1+4+9)^2$

$\Rightarrow a+2b+3c\ge 196$

Mà $(a^2+b^2+c^2)(1+4+9)\ge(a+2b+3c)^2$

$\Rightarrow a^2+b^2+c^2\ge 2744$.

Do đó $P = a^2 + b^2 + c^2 - 729 \ge 2744 - 729 = 2015$

Dấu "=" xảy ra khi a = 14, b = 28, c = 42.

Vậy MinP = 2015 khi a = 14, b = 28, c = 42.

Nhận xét. Các bạn sau có lời giải tốt cho bài toán trên: *Đinh Thị Hồng Nhung*, 9A1, THCS Lê Danh Phương, Hưng Hà, **Thái Bình**; *Nguyễn Lê Kim Chi*, 9A1, trường Thực Nghiệm GDPT Tây Ninh, TP. Tây Ninh, **Tây Ninh.**

Bài 3NS. *(Bạn đọc tự vẽ hình)*

Hai đường tròn (A) và (E) cắt nhau tại A và E.

Ta có ΔIMO cân tại I, ΔOBE cân tại O.

Ta chứng minh được

$\Delta IME \backsim \Delta OBE$, $\Delta NAD \backsim \Delta DBC$, $\Delta NAO \backsim \Delta DBK$.

Suy ra $\widehat{ADK}=\widehat{MEB}=\widehat{IEO}=\widehat{IAO}$.

Do đó AI // DK.

Nhận xét. Không có bạn nào có lời giải đúng cho bài toán này.

Các bạn sau thưởng kì này: *Đinh Thị Hồng Nhung*, 9A1, THCS Lê Danh Phương, Hưng Hà, **Thái Bình**; *Nguyễn Lê Kim Chi*, 9A1, trường Thực Nghiệm GDPT Tây Ninh, TP. Tây Ninh, **Tây Ninh**; *Hà Thị Minh Thủy*, 9A3, THCS Trần Đăng Ninh, TP. Nam Định, **Nam Định**; *Kim Thị Hồng Lĩnh*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Phùng Hải Yến*, 9A2, THCS Giấy Phong Châu, Phù Ninh, **Phú Thọ.**

Ảnh các bạn được khen ở bìa 4.

NGUYỄN NGỌC HÂN

DANH SÁCH CÁC CÁ NHÂN VÀ TẬP THỂ ĐOẠT GIẢI

CUỘC THI RA ĐỀ KIỂM TRA, ĐỀ THI TOÁN

Cuộc thi ra đề kiểm tra, đề thi toán diễn ra từ tháng 1.2013 đến tháng 12.2014, cuộc thi đã thu hút được sự tham gia của rất nhiều thầy cô giáo và các cán bộ quản lí giáo dục. Qua cuộc thi các thầy cô giáo được học hỏi cách ra đề kiểm tra, đề thi toán ở các vùng miền khác nhau. Nhiều thầy cô giáo đã có đề được chọn đăng trên Tạp chí và đó là các đề tham khảo rất tốt cho các thầy cô giáo và các em học sinh. Tạp chí Toán Tuổi thơ xin chúc mừng các thầy cô giáo đoạt giải. Sau đây là danh sách các cá nhân và tập thể đoạt giải:

CẤP TIỂU HỌC

- **Giải Nhất:** *Vương Thị Lai*, Số 117 đường Tuệ Tĩnh, Thị trấn Thanh Miện, **Hải Dương**.
- **Giải Nhì:** *Đỗ Ngọc Thiện*, Hiệu phó trường TH Nguyễn Du, Hoàn Kiếm, **Hà Nội**; *Phan Duy Nghĩa*, chuyên viên Phòng Giáo dục Tiểu học, Sở Giáo dục và Đào tạo **Hà Tĩnh**.
- **Giải Ba:** *Đỗ Mạnh Cường*, Giáo viên TH Lam Cốt, Tân Yên, **Bắc Giang**; *Lưu Thu Chinh*, Giáo viên TH Lam Cốt, Tân Yên, **Bắc Giang**; *Tạ Xuân Năm*, Giáo viên TH Lam Cốt, Tân Yên, **Bắc Giang**; *Nguyễn Thị Thanh Huyền*, Giáo viên TH Sơn Lôi A, Bình Xuyên, **Vĩnh Phúc**; *Vũ Thị Nhật*, Giáo viên TH Diễn Hưng, Diễn Châu, **Nghệ An**.
- **Giải tập thể:** *Tập thể giáo viên*, Trường TH Nguyễn Văn Trỗi, Vĩnh Lợi, **Bạc Liêu**; *Tập thể giáo viên*, Trường TH Trần Quốc Toản, Vĩnh Lợi, **Bạc Liêu**; *Tập thể giáo viên*, Trường TH Hoàng Hoa Thám, Vĩnh Lợi, **Bạc Liêu**; *Tập thể giáo viên*, Trường TH Quang Trung, TP. Cà Mau, **Cà Mau**; *Tập thể giáo viên*, Trường TH Kim Đồng, TX. Nghĩa Lộ, **Yên Bái.**

BẬC TRUNG HỌC CƠ SỞ

- **Giải Nhất:** *Chu Tuấn*, Giáo viên THCS Nguyễn Thượng Hiền, Ứng Hòa, **Hà Nội.**
- **Giải Nhì:** *Thái Nhật Phượng*, Giáo viên THCS Nguyễn Văn Trỗi, Cam Nghĩa, Cam Ranh, **Khánh Hòa**; *Lại Quang Thọ*, Chuyên viên phòng Giáo dục Tam Dương, Tam Dương, **Vĩnh Phúc**.
- **Giải Ba:** *Hà Văn Nhân*, Giáo viên THCS Hoằng Xuân, Hoằng Hóa, **Thanh Hóa**; *Trịnh Phong Quang*, Giáo viên THCS Quảng Lạc, Nho Quan, **Ninh Bình**; *Cao Quốc Cường*, Chuyên viên phòng Giáo dục Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Trương Quang An*, Giáo viên THCS Nghĩa Thắng, Tư Nghĩa, **Quảng Ngãi**.
- **Giải tập thể:** *Tập thể giáo viên*, Trường THCS Nguyễn Minh Nhựt, Vĩnh Lợi, **Bạc Liêu**; *Tập thể giáo viên*, Trường THCS Ngô Quang Nhã, Vĩnh Lợi, **Bạc Liêu.**

BTC

Một số dạng toán VỀ SỐ NGUYÊN TỐ

LƯU LÝ TƯỞNG
(GV. THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, Phú Thọ)

Các bài tập về số nguyên tố, hợp số rất phong phú và đa dạng. Trong bài viết này chúng tôi sẽ giới thiệu một số dạng toán điển hình về số nguyên tố, hợp số.

Dạng 1. Sử dụng các tính chất của phép chia số nguyên

i) Trong n số nguyên liên tiếp có một và chỉ một số chia hết cho n.

ii) Mọi số nguyên tố lớn hơn 2 đều có dạng $4n \pm 1$.

iii) Mọi số nguyên tố lớn hơn 3 đều có dạng $6n \pm 1$.

Bài toán 1. Cho p là số nguyên tố và một trong các số $8p + 1$ và $8p - 1$ cũng là số nguyên tố, hỏi số thứ ba là số nguyên tố hay hợp số?

Lời giải. * Với $p = 3$ ta có $8p + 1 = 25$ là hợp số, còn $8p - 1 = 23$ là số nguyên tố.

* Với $p \neq 3$ ta có $8p - 1$, $8p$, $8p + 1$ là 3 số nguyên tố liên tiếp nên có một số chia hết cho 3. Do p là nguyên tố khác 3 nên $(8p, 3) = 1$, do đó $8p - 1$ hoặc $8p + 1$ chia hết cho 3 và lớn hơn 3. Vậy số thứ 3 là hợp số.

Bài toán 2. Hai số $2^n - 1$ và $2^n + 1$ ($n \in \mathbb{N}$, $n > 2$) có thể đồng thời là số nguyên tố được không? Tại sao?

Lời giải. Trong 3 số nguyên liên tiếp $2^n - 1$, 2^n và $2^n + 1$ có một số chia hết cho 3, mà 2^n không chia hết cho 3.

Do đó $2^n - 1$ hoặc $2^n + 1$ chia hết cho 3 và lớn hơn 3. Vậy $2^n - 1$ và $2^n + 1$ không đồng thời là số nguyên tố.

Bài toán 3. Chứng minh rằng nếu p và $p + 2$ là hai số nguyên tố lớn hơn 3 thì tổng của chúng chia hết cho 12.

Lời giải. Ta có: $p + (p + 2) = 2(p + 1)$.

Vì p là số nguyên tố lớn hơn 3 nên p là số nguyên tố lẻ, suy ra $p + 1 \vdots 2 \Rightarrow 2(p + 1) \vdots 4$. (1)

Vì p, $p + 1$ và $p + 2$ là 3 số nguyên liên tiếp nên có một số chia hết cho 3.

Mà p và $p + 2$ không chia hết cho 3 nên $p + 1 \vdots 3 \Rightarrow 2(p + 1) \vdots 3$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $2(p + 1) \vdots 12$ (vì $(3, 4) = 1$).

Bài toán 4. Tìm các số tự nhiên k để dãy số $k + 1$, $k + 2$, $k + 3$, ..., $k + 10$ chứa nhiều số nguyên tố nhất.

Lời giải. * Với $k = 0$ ta có dãy số 1, 2, 3, ..., 10 chứa 4 số nguyên tố là 2, 3, 5 và 7.

* Với $k = 1$ ta có dãy số 2, 3, 4, ..., 11 chứa 5 số nguyên tố là 2, 3, 5, 7 và 11.

* Với $k = 2$ ta có dãy số 3, 4, 5, ..., 12 chứa 4 số nguyên tố là 3, 5, 7 và 11.

* Với $k \geq 3$ thì dãy số $k + 1$, $k + 2$, $k + 3$, ..., $k + 10$ chứa 5 số lẻ liên tiếp lớn hơn 3, trong đó có một số chia hết cho 3.

Mà 5 số chẵn trong dãy số trên là hợp số.

Vậy trong dãy số trên có ít hơn 5 số nguyên tố.

Vậy $k = 1$ thì dãy số $k + 1$, $k + 2$, $k + 3$, ..., $k + 10$ chứa nhiều số nguyên tố nhất.

Bài toán 5. Tìm tất cả các số nguyên tố p để $2^p + p^2$ là số nguyên tố.

Lời giải * Với $p = 2$ ta có $2^p + p^2 = 2^2 + 2^2 = 4$ không là số nguyên tố.

* Với $p = 3$ ta có $2^p + p^2 = 2^3 + 3^2 = 17$ là số nguyên tố.

* Với $p > 3$ ta có $2^p + p^2 = (p^2 - 1) + (2^p + 1)$. Vì $p > 3$ nên p không chia hết cho 3 và p là số lẻ.

Do đó $p^2 - 1 \vdots 3$ và $2^p + 1 \vdots 3$

$\Rightarrow 2^p + p^2 \vdots 3$ và $2^p + p^2 > 3$.

Do đó $2^p + p^2$ là hợp số.

Vậy $p = 3$.

Dạng 2. Áp dụng định lí Fermat

Định lí Fermat. Cho p là số nguyên tố và và a là số nguyên sao cho (a, p) = 1 thì $a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$.

Bài toán 6. Tìm số nguyên tố p sao cho $2^p + 1$ chia hết cho p.

Lời giải. Giả sử p là số nguyên tố thỏa mãn $2^p + 1 \,\vdots\, p$.

Theo định lí Fermat ta có $2^p \equiv 2 \pmod{p}$.

Suy ra $2^p - 2 \,\vdots\, p$.

Do đó $3 = (2^p + 1) - (2^p - 2) \,\vdots\, p$, suy ra p = 3.

Với p = 3 ta có $2^p + 1 = 9 \,\vdots\, 3$ (thỏa mãn).

Bài toán 7. Tìm bảy số nguyên tố sao cho tích của các số đó bằng tổng các lũy thừa bậc sáu của bảy số đó.

Lời giải. Gọi bảy số nguyên tố đó là $p_1, p_2, p_3, ..., p_7$.

Ta có

$$p_1p_2p_3p_4p_5p_6p_7 = p_1^6 + p_2^6 + p_3^6 + p_4^6 + p_5^6 + p_6^6 + p_7^6. \quad (*)$$

Giả sử trong bảy số nguyên tố trên có k số khác 7 với $0 \le k \le 7$.

* Nếu k = 0, tức là cả bảy số trên đều bằng 7.

Ta có

$7.\,7.\,7.\,7.\,7.\,7.\,7 = 7^6 + 7^6 + 7^6 + 7^6 + 7^6 + 7^6 + 7^6$ thỏa mãn (*).

* Nếu k = 7, tức là cả bảy số trên đều là số nguyên tố khác 7 thì vế trái của (*) không chia hết cho 7, còn vế phải của (*) chia hết cho 7 (theo định lí Format): vô lí.

* Nếu 0 < k < 7 thì vế trái của (*) chia hết cho 7 còn vế phải không chia hết cho 7: vô lí.

Vậy bảy số nguyên tố cần tìm đều bằng 7.

Bài tập

Bài 1. Tìm số nguyên tố p sao cho p + 10 và p + 14 đều là số nguyên tố.

Bài 2. a) Tìm 3 số lẻ liên tiếp đều là các số nguyên tố.

b) Tìm số nguyên tố p sao cho p vừa là tổng vừa là hiệu của hai số nguyên tố.

Bài 3. Ta gọi p, q là hai số nguyên tố liên tiếp, nếu giữa p và q không có số nguyên tố nào khác. Tìm 3 số nguyên tố liên tiếp p, q, r sao cho $p^2 + q^2 + r^2$ cũng là số nguyên tố.

Bài 4. Tìm 3 số nguyên tố p, q, r sao cho $p^q + q^p = r$.

Bài 5. Tìm tất cả các bộ ba số nguyên tố a, b, c sao cho abc < ab + bc + ca.

Bài 6. Cho p là số nguyên tố lớn hơn 2. Chứng minh rằng có vô số số tự nhiên n thỏa mãn $n.2^n - 1$ chia hết cho p.

Bài 7. Cho p là số nguyên tố, chứng minh rằng số $2^p - 1$ chỉ có ước nguyên tố có dạng 2pk + 1.

Bài 8. Giả sử p là số nguyên tố lẻ và $m = \dfrac{9^p - 1}{8}$.

Chứng minh rằng m là hợp số lẻ không chia hết cho 3 và $3^{m-1} \equiv 1 \pmod{m}$.

(Kì sau đăng tiếp)

Giới thiệu Sách

MỚI TÁI BẢN HAI CUỐN SÁCH ĐƯỢC BẠN ĐỌC YÊU THÍCH

❋ TUYỂN CHỌN 10 NĂM TOÁN TUỔI THƠ - CÁC CHUYÊN ĐỀ VÀ ĐỀ TOÁN CHỌN LỌC THCS

◆ Các tác giả: Vũ Kim Thủy, Nguyễn Xuân Mai, Hoàng Trọng Hảo đã tuyển chọn và biên soạn những bài viết hay trên tạp chí Toán Tuổi thơ.

◆ Tái bản có chỉnh lí và bổ sung chương 3.

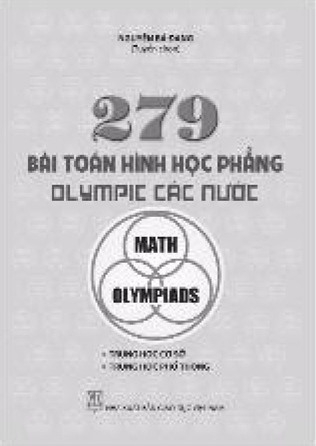
◆ **Chương 1.** *Học ra sao*. Tuyển chọn những bài viết hay trong các chuyên mục Học ra sao, Giải toán nào. Đây là tài liệu rất bổ ích cho các thầy cô giáo và các em học sinh.

◆ **Chương 2.** *Sai đâu? Sửa cho đúng*. Đây là tập hợp những bài toán mà đề bài hoặc lời giải có sai sót. Qua các bài toán đó giúp các thầy cô giáo và các em học sinh tránh được những sai sót trong quá trình dạy, học toán.

◆ **Chương 3.** *Toán học và hội nhập - Nhìn ra thế giới*. Nội dung của phần này giúp học sinh được tham khảo để thi học sinh giỏi ở nhiều vùng miền trên thế giới, giúp chúng ta hiểu được cách học và thi của các nước phát triển.

◆ Giá bìa: 45.000 đồng.

❋ 279 BÀI TOÁN HÌNH HỌC PHẲNG OLYMPIC CÁC NƯỚC



◆ Tác giả: Nguyễn Bá Đang.

◆ Đây là cuốn sách rất được yêu thích của những người đam mê hình học phẳng.

◆ Gồm có 279 bài toán hình học phẳng tuyển chọn từ các bài toán đăng trên các tạp chí trên thế giới và các cuộc thi Olympic của các nước. Lời giải của các bài toán đó chỉ dùng kiến thức THCS.

◆ **Chương I.** *Kiến thức bổ sung*: Gồm các định lí, các tính chất thường dùng.

◆ **Chương II.** *Tam giác*: Gồm có 93 bài toán về tam giác.

◆ **Chương III.** *Tứ giác*: Gồm có 53 bài toán về tứ giác.

◆ **Chương IV.** *Đường tròn*: Gồm có 133 bài toán về đường tròn.

◆ Giá bìa: 45.000 đồng.

❋ CÁC BẠN CÓ THỂ TÌM MUA CÁC CUỐN SÁCH TRÊN TẠI

❑ Các cửa hàng sách giáo dục trên toàn quốc.

❑ Đặt mua tại các điểm bưu điện trên toàn quốc.

❑ Tạp chí Toán Tuổi thơ, tầng 5, số 361 Trường Chinh, Q. Thanh Xuân, Hà Nội. SĐT: 04. 35682701.

❑ Đại diện tại miền Nam: ông Nguyễn Viết Xuân, số 55/12 Trần Đình Xu, P. Cầu Kho, Q. 1, TP. Hồ Chí Minh. SĐT: 0973308199.

❑ Nhà sách Hoàng Cương, số 161 Nguyễn Văn Trỗi, TP. Bà Rịa, Bà Rịa - Vũng Tàu.

❑ Trung tâm sách Cửu Long 2, số 93 đường Trần Văn Hoài, P. Xuân Khánh, Q. Ninh Kiều, TP. Cần Thơ. SĐT: 0710.3783034.

ĐỀ ĐỀ XUẤT
OLYMPIC TOÁN TUỔI THƠ TOÀN QUỐC

ĐỀ THI CÁ NHÂN SỐ 03 - ***Thời gian làm bài: 30 phút***

Từ câu 1 đến câu 15 chỉ viết đáp số.

Câu 16 viết lời giải đầy đủ ở mặt sau Tờ trả lời.

****

Câu 1. Một tờ báo giảm giá 20%. Hỏi tờ báo đó phải tăng giá bao nhiêu phần trăm để lại có giá như cũ?

Câu 2. Có bao nhiêu hình chữ nhật có chiều dài, chiều rộng là các số tự nhiên mà diện tích là 2006?

Câu 3. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(2x-1) = (x-12)(x+13)$ với mọi số thực x. Tính $f(31)$.

Câu 4. Bảy sinh viên góp tiền mua sách tham khảo hết 260000 đồng. Mỗi sinh viên góp 37100 đồng hoặc 37200 đồng. Hỏi có bao nhiêu sinh viên góp 37100 đồng?

Câu 5. Lớp 8A có 40 học sinh trong đó có 2 em không thích học cả văn và toán, 30 em thích học toán, 25 em thích học văn. Hỏi có bao nhiêu học sinh thích học cả văn và toán?

Câu 6. Phép toán * được cho bởi công thức $g * h = g^2 - h^2$. Nếu $g > 0$ và $g * 6 = 45$. Tính g.

Câu 7. Cho tam giác ABC, M là trung điểm của BC. Biết $\widehat{ABM} = 15^o$, $\widehat{ABC} = 30^o$. Tính $\widehat{BCA}$.

Câu 8. Cho dãy số 1; 1; 2; 6; 24; ... Hỏi số hạng tiếp theo của dãy số trên là bao nhiêu?

Câu 9. Một hình vuông A được cắt thành 2011 hình vuông nhỏ cạnh bằng 1 và một hình vuông B cạnh khác 1. Tính độ dài cạnh hình vuông A (biết độ dài cạnh các hình vuông là số tự nhiên).

Câu 10. Tìm số nguyên dương nhỏ nhất không phải là ước của tích $A = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot ... \cdot 98$.

Câu 11. Hai xe ô tô khởi hành từ cùng một địa điểm với vận tốc bằng nhau theo chiều ngược nhau. Mỗi xe chạy 6 km rồi cùng rẽ trái, rồi chạy tiếp 8 km rồi dừng lại. Hỏi sau khi hai xe dừng lại thì khoảng cách hai xe là bao nhiêu?

Câu 12. Cho dãy số 1, 5, 13, 25, ... Hỏi số tiếp theo của dãy số đó là bao nhiêu?

Câu 13. Tìm các số tự nhiên a, b, c biết

$a^2 = a + b - 2c + 2d + e - 8$

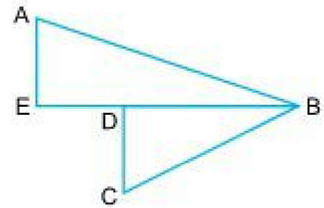
$b^2 = -a - 2b - c + 2d + 2e - 6$

$c^2 = 3a + 2b + c + 2d + 2e - 31$

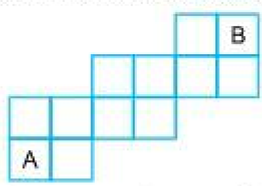
$d^2 = 2a + b + c + 2d + 2e - 2$

$e^2 = a + 2b + 3c + 2d + e - 8$

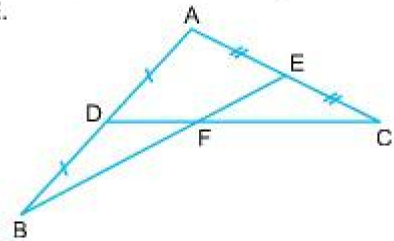
Câu 14. Cho các tam giác vuông EAB, DBC, có $AE = ED = DC = 1$ cm, $DB = 2$ cm. Tính $\widehat{ABC}$.



Câu 15. Một khu văn phòng gồm 12 phòng làm việc. Biết hai phòng chung cạnh đều thông nhau. Hỏi có bao nhiêu cách để đi từ phòng A sang phòng B mà chỉ đi qua 7 phòng?



Câu 16. *(Tự luận)* Cho hình vẽ, biết diện tích tứ giác ADFE là 256 cm^2. Tính diện tích tam giác ABE.



(Phòng Giáo dục TP. Lào Cai, Lào Cai)

LỜI GIẢI ĐỀ THI OLYMPIC... (Tiếp theo trang 17)

	R		Y		R	
R	R					B
	Y				R	
G	G				B	B
R					Y	Y
	B				G	
	B		B		G	

Ô vuông dưới nhất ở cột giữa không chứa viên đá nào. Vì vậy ô vuông trên nhất ở cột giữa chứa viên đá màu vàng, ô vuông thứ hai từ dưới lên ở cột giữa chứa viên đá màu xanh da trời. Vì vậy ô vuông ở chính giữa chứa viên đá màu đỏ. Vị trí các viên đá khác được xác định dễ dàng như hình dưới đây.

	R		Y		R	
R	R	G	Y	B		B
	Y	B	G		R	
G	G		R	Y	B	B
R		R	B	G	Y	Y
	B	Y		R	G	
	B		B		G	

Kết quả DECIMALS (TTT2 số 145)

5. Phần thập phân

Trong hệ thập phân, giá trị của các chữ số phụ thuộc vào vị trí của của dấu phẩy thập phân. Ví dụ, các chữ số trong số 6.556,154 có giá trị như sau:

Hàng nghìn		Hàng trăm	Hàng chục	Hàng đơn vị		Hàng phần mười	Hàng phần trăm	Hàng phần nghìn
6	.	5	5	6	,	1	5	4

Một số ví dụ:

$$0,154 = \frac{1}{10} + \frac{5}{100} + \frac{4}{1.000} = \frac{154}{1.000}$$

$$0,0154 = \frac{0}{10} + \frac{1}{100} + \frac{5}{1.000} + \frac{4}{10.000} = \frac{154}{10.000}$$

$$5,56 = 5 + \frac{5}{10} + \frac{6}{100} = \frac{556}{100}$$

Đôi khi các số thập phân được biểu diễn như là tích của một số chỉ có một chữ số bên trái dấu phẩy thập phân và lũy thừa của 10. Đó được gọi là kí hiệu khoa học. Ví dụ, 154 có thể được viết là $1,54 \times 10^2$ và 0,0154 có thể được viết là $1,54 \times 10^{-2}$. Khi một số được thể hiện trong kí hiệu khoa học, số mũ của 10 đã chỉ ra số lượng những chữ số mà dấu phẩy thập phân được di chuyển trong số đó để được một số nhân với một lũy thừa của 10 để được tích. Dấu phẩy được di chuyển sang bên phải nếu số mũ là số dương và di chuyển sang bên trái nếu số mũ là số âm.

Ví dụ, $6,056 \times 10^4$ bằng với 60.560 và $1,54 \times 10^{-4}$ bằng với 0,000154.

Nhận xét. Kì này có nhiều bạn gửi bài dịch về TTT. Các bạn sau được thưởng kì này vì có bài dịch sát nhất và sớm nhất: *Nguyễn Huyền Phương*, 7C, THCS Lê Hữu Lập, Hậu Lộc, **Thanh Hóa**; *Lê Thị Tố Uyên*, 6C, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Chí Công*, 6A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Nguyễn Thị Hà Phương*, 8A, trường THPT chuyên Hà Nội - Amsterdam, Cầu Giấy, **Hà Nội**; *Vũ Thái Thùy Linh*, 7C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An**.

Các bạn sau được khen kì này: *Phạm Thu Thủy*, 7A, THCS Thị trấn II, Yên Lập, **Phú Thọ**; *Vũ Quỳnh Chi*, 7A2, THCS Hồng Bàng, Hồng Bàng, **Hải Phòng**; *Lê Đức Thái*, 7A2, THCS Yên Lạc, Yên Lạc; *Bùi Thu Hiền*, 6A, *Vũ Hương Giang*, 6B, THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên; *Lê Hồng Nhung*, 6A, THCS Vĩnh Yên, Vĩnh Yên, **Vĩnh Phúc**; *Đinh Thị Hồng Nhung*, 9A1, THCS Lê Danh Phương, Hưng Hà, **Thái Bình**; *Phạm Thị Minh Lý*, 9A1, THCS Trưng Vương, Đại Thịnh, Mê Linh, **Hà Nội**; *Phạm Thị Ngọc Diệp*, 7C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An**.

NGUYỄN NGỌC MINH

NGUYỄN ĐĂNG VIỆT
(Hội Văn nghệ Nghệ An)

Biển khoác áo xanh

Quả táo, quả na
Lăn vào cổ tích
Trường Sa em thích
Là cây phong ba

Biển đảo quê ta
Rập rờn sóng biếc
Chiếc bút em viết
Vẽ đảo, vẽ hoa

Bố rời đảo xa
Cún Vàng ngồi nhớ
Vầng trăng vừa nở
Vàng ươm kén tằm

Vầng trăng đêm rằm
Lung linh trời đảo
Biển xanh khoác áo
Là chú hải quân.

VŨ VỴ CÔI

Thành Nam

Sông Hồng, sông Đào
Vấn vít thành cũ
Phở bò, chuối ngự
Bánh cuốn, bánh gai
Nổi tiếng nghìn đời
Chợ Viềng, hội Phủ
Vọng Cung, Cổ Lễ
Nhà thờ Bùi Chu
Chùa Tháp, đền Trần
Đông A rạng rỡ
Thịnh Long hè về
Quất Lâm sóng vỗ
Đò Quan, Tân Đệ
Nam Định ba cầu*
Về quê trạng trẻ
Nguyễn Hiền gần hơn
Trạng Lương Thế Vinh
Tú Xương, Nguyễn Bính
Văn Cao, Nguyên Hồng
Thế Phong, Văn Ký
Buồn vui cũ kĩ
Ghi niềm nhân gian
Về nhé thành Nam
*Rạng Đông chờ bạn***
Làng Vỵ Khê xanh
Vườn Cửa Đông xanh...

---

* Nam Định: tên cầu mới bắc qua sông Đào.
** Rạng Đông: Khu công nghiệp mới ở gần sông Ninh Cơ, cạnh thị xã mới Thịnh Long.

VAI TRÒ CỦA... *(Tiếp theo trang 9)*

Ta có (2) $\Leftrightarrow a - ax^2 + c - cx - b = 0$

$\Leftrightarrow ax^2 + cx + b - a - c = 0$ (3)

Phương trình (3) có

$\Delta_3 = c^2 - 4a(b - a - c) = c^2 - 4ab + 4a^2 + 4ac.$

Xét tổng $\Delta_1 + \Delta_2 = b^2 - 4ac + c^2 - 4ab + 4a^2 + 4ac$

$= b^2 + c^2 - 4ab + 4a^2 = (2a - b)^2 + c^2 \geq 0.$

Suy ra có ít nhất một trong hai số Δ_1, Δ_2 không âm. Do đó ít nhất một trong hai phương trình trên có nghiệm.

* Nếu a = 0 thì (1) $\Leftrightarrow bx + c = 0$ (4).

(2) $\Leftrightarrow cx + b - c = 0.$ (5)

- Nếu $b \neq 0$ thì phương trình (4) luôn có nghiệm.
- Nếu b = 0, c = 0 thì phương trình (5) luôn có nghiệm.
- Nếu b = 0, $c \neq 0$ thì phương trình (5) luôn có nghiệm.

Vậy với mọi a, b, c thì ít nhất một trong hai phương trình đã cho có nghiệm.

5. Vai trò của Δ trong bài toán tìm miền giá trị của một hàm số

Bài toán 11. Tìm miền giá trị của hàm số

$y = \dfrac{x}{(x-1)^2}.$

Lời giải. Ta biến đổi hàm số về dạng phương trình bậc hai ẩn x.

Với $x \neq 1$ ta có

$y = \dfrac{x}{(x-1)^2} \Leftrightarrow y = \dfrac{x}{x^2 - 2x + 1}$

$\Leftrightarrow yx^2 - 2xy + y - x = 0$

$\Leftrightarrow yx^2 - (2y + 1)x + y = 0.$ (1)

Vận dụng điều kiện có nghiệm của phương trình, ta xét các trường hợp sau:

* Nếu y = 0 thì (1) $\Leftrightarrow -x = 0 \Leftrightarrow x = 0.$

* Nếu $y \neq 0$ thì (1) có nghiệm khi

$\Delta = (2y + 1)^2 - 4y^2 \geq 0 \Leftrightarrow 4y + 1 \geq 0$

$\Leftrightarrow y \geq -\dfrac{1}{4}.$

Vậy với $y \geq -\dfrac{1}{4}$ thì phương trình (1) có nghiệm.

6. Vai trò của Δ trong bài toán về tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của một biểu thức

Bài toán 12. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = x(x + 1)(x + 2)(x + 3).$

Lời giải. Ta có $A = (x^2 + 3x)(x^2 + 3x + 2).$

Đặt $x^2 + 3x = t$ ta được

$A = t(t + 2) \Leftrightarrow t^2 + 2t - A = 0$ (1)

Để phương trình (1) có nghiệm thì

$\Delta' = 1 + A \geq 0 \Leftrightarrow A \geq -1.$

Ta có $A = -1 \Leftrightarrow t = -1.$

Phương trình $x^2 + 3x = -1$

$\Leftrightarrow x^2 + 3x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}.$

Vậy MinA $= -1 \Leftrightarrow x = \dfrac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}.$

Bài tập vận dụng

Bài 1. Tìm m để parabol $y = x^2$ và đường thẳng $y = -6x - m + 2$ tiếp xúc với nhau. Tìm tọa độ tiếp điểm.

Bài 2. Với giá trị nào của m thì tồn tại duy nhất một cặp số (x ; y) thỏa mãn phương trình

$mx^2 + (3m + 2)y^2 + 4mxy - 2mx + (4 - 6m)y + 2 = 0.$

Bài 3. Cho phương trình $x + (m-2)\sqrt{x} + 3 - m = 0.$

Tìm m để phương trình có nghiệm.

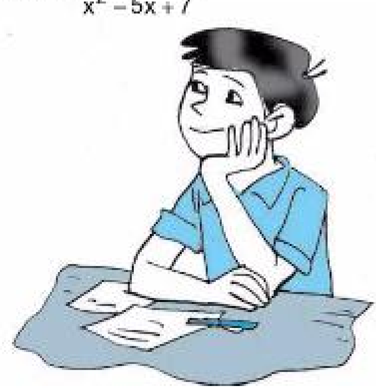
Bài 4. Chứng minh rằng với mọi a, b, c khác 0 thì ít nhất một trong các phương trình sau có nghiệm

$ax^2 + 2bx + c = 0$ (1)

$bx^2 + 2cx + a = 0$ (2)

$cx^2 + 2ax + b = 0$ (3)

Bài 5. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \dfrac{x}{x^2 - 5x + 7}.$



Kì này Vui vui trong Vườn Anh

ABSTRACTION

Teacher: - What's an abstract noun, Margaret?

Pupil: - I'm afraid I don't know, sir.

Teacher: - Well, you should know, I've told you again and again. An abstract noun is something one can think of but can't touch. Now, give me an example, please!

Pupil: - Boiling water.

Bạn hãy dịch mẩu hội thoại vui này và hãy kể lại một tình huống tương tự mà bạn là người trong cuộc hoặc người chứng kiến nhé!

MINH HÀ *(st)*

ĐẾN VỚI TIẾNG HÁN *(Tiếp theo trang 30)*

3. 收音机里有音乐，是亚洲的音乐，很有意思。电视里有没有这个音乐？
Shōuyīnjī li yǒu yīnyuè, shì yàzhōu de yīnyuè, hěn yǒuyisi. Diànshì li yǒu méiyǒu zhège yīnyuè?

4. 你看电视没有？电视里有这个手表的广告。这个手表是欧洲最好的手表，贵极了。
Nǐ kàn diànshì méiyǒu? Diànshì li yǒu zhège shǒubiǎo de guǎnggào. Zhège shǒubiǎo shì ōuzhōu zuì hǎo de shǒubiǎo, guì jíle.

Bài tập. Đọc và nối

1）电视里有广告，收音机里也有广告。	a) Trung tâm thành phố có hai vườn hoa, cái nào đẹp hơn?
2）你看今天的天气预报没有？	b) Máy tính của bạn không giống của anh ấy, cái nào tốt hơn?
3）我喜欢看地铁里的广告。	c) Trên ti vi có quảng cáo, trên đài cũng có quảng cáo.
4）市中心有两个花园，哪个漂亮？	d) Bạn xem dự báo thời tiết hôm nay chưa?
5）你的电脑跟他的不一样，哪个好？	e) Tôi thích xem quảng cáo trên tầu điện ngầm.

Tập viết.

手
话
告
心
表

ÂM NHẠC
hát cùng tuổi hoa

TUẤN GIANG

Tuổi học trò đẹp như bốn mùa: Xuân - Hạ - Thu - Đông. Dòng thời gian ấy, cứ lặp đi, lặp lại đều đều, sao không nhàm chán? Bởi mỗi mùa nhiều màu hoa khoe sắc như tuổi hoa, từng ngày tưng bừng đến lớp.

Các bạn ơi! Ta nhận biết bốn mùa qua màu hoa, sắc nắng, cảm xúc buồn vui bao kỉ niệm ghi dấu trên dòng thời gian. Nhớ mùa hoa phượng đỏ, nắng vàng tươi, tiếng chim gù rộn rã sân trường bỏ ngỏ. Tiếng hát ầu ơ... bà ru em ngủ, lòng bâng khuâng nhớ bạn phương nào. Khúc dân ca càng tha thiết làm sao? Tôi bỗng nhận ra bao nhiêu bài hát ru em, đã ru mình lớn nổi thành người. Mỗi bài hát hòa đồng tuổi hoa, ai biết thuở còn nằm nôi mẹ dạy:

"Công cha như núi Thái Sơn
Nghĩa mẹ như nước trong nguồn chảy ra"...

Lớn khôn hòa nhập cộng đồng, bài học đầu đời tiếng hát đồng dao nhiều vô kể, dạy ta biết các trò chơi dân gian. Ngày chưa ra thành phố, những đêm trăng chúng tôi chơi trốn tìm. Bài đồng dao có câu hát:

"Chu chi chu chít
Bán mít chợ Tây
Bán mây chợ Viện
Bán kiến chợ Đào"...

Ngày xưa tôi chỉ hát chơi đùa, bây giờ mới hiểu từng câu ca ấy đã dạy tôi biết quê hương mình nhiều quả ngon trái lạ. Những sản vật ấy, có công cha nghĩa mẹ, đâu chỉ lam lũ nuôi con khôn lớn. Người dân quê còn tạo dựng nên cuộc sống: "Đất lề quê thói". Sống hòa nhập cộng đồng phải biết tôn ti trật tự, điều ấy đẹp như quy luật bốn mùa hoa nở. Bà thường đọc bài "Con voi". Từng câu ngân vang theo bước tuổi đồng dao:

"Con vỏi con voi
Cái vòi đi trước
Hai chân trước đi trước
Hai chân sau đi sau
Còn cái đuôi đi sau rốt!"

Tiếng bà ngân vang mãi tuổi thơ, đến bây giờ tôi mới hiểu muốn sống hòa nhập cộng đồng, cần biết tôn trọng quy luật sắp xếp tự nhiên. Đó là câu thành ngữ: "Kính trên nhường dưới!". Các bạn ơi! Sống giàu lòng vị tha, cái nào ra trước, có trước phải công nhận. Người bé biết tôn trọng anh lớn, như bài *Con voi*, sự sống đã sắp đặt sinh ra không thể khác.

Ngày xưa tôi nhớ nhiều thành ngữ, lắm câu đọc thoảng qua: "Ăn trông nồi ngồi trông hướng", chẳng hiểu để làm gì? Nhưng tôi nhớ mãi mùa cúng cơm mới quê hương, xưa thường vào ngày 10 tháng 10 hằng năm. Tôi bé ngồi trong, hai bố mẹ ngồi đầu nồi ở hai bên. Cúng xong, cả nhà ngồi ăn vui vẻ, quanh bữa cơm ngày mùa đầu tiên. Ăn không biết no, nhìn nồi cơm bốc hơi nghi ngút, tôi đưa bát xin thêm. Bố nói: "Hết rồi, con ạ!". Tôi ngượng quá! Lúc ấy mới biết, thế nào là "ăn trông nồi, ngồi trông hướng". Hóa ra những bài dân ca, ca dao, những câu thành ngữ đã thiết chế nên một nền tảng giáo dục hoàn thiện nhân cách tuổi chúng ta đấy. Chưa hết đâu! Những bài dân ca, dân nhạc còn tạo ra một vòng tròn âm nhạc khép kín cuộc đời mỗi con người. Khi sinh ra nghe khúc hát ru, lớn lên hòa nhập cộng đồng, học tiếng hát đồng dao. Đến tuổi trưởng thành nghe tiếng hát giao duyên ý nhị lắm:

"Bây giờ mận mới hỏi đào
Vườn hồng đã có ai vào hay chưa?
Mận hỏi thì đào xin thưa:
Vườn hồng có lối nhưng chưa ai vào"...

Lớn lên chúng ta phải lao động để tồn tại, như cha mẹ xưa từng hát những bài ca lao động sản xuất: Xe chỉ vá may, Hò kéo chài, Lý phường vải, Hò đò dọc... Sau những giờ phút lao động gian nan vất vả, qua trải nghiệm từ thiên nhiên, cha ông ta còn luận về thiên nhiên, vũ trụ như các bài dân ca, ca dao: *"Chuồn chuồn bay thấp thì mưa, bay cao thì nắng, bay vừa thì râm"*... Khi kết thúc một vòng đời, tiếng nhạc Lâm khốc đưa con người về cùng thế giới tổ tiên, dòng giống Lạc hồng, lại hồi sinh cùng quy luật đất trời. Phải chăng âm nhạc luôn gắn kết hòa đồng tuổi hoa, mang sức sống nhịp điệu tâm hồn con người?

Vui cười

❑ Thấy em ngủ gật bên bàn học, chị đánh thức dậy và hỏi:

- Em giải nghĩa từ "công lao" xem nào!
- Dạ... dạ... công lao là con công bị... bệnh lao ạ.
- Trời!!!

❑ Tèo khoe với cả lớp:

- Tớ mới học được cách đối phó với bệnh ngứa. Rất đơn giản mà cực kì hiệu quả nhé!
- Cách gì, cậu nói luôn đi! - Các bạn nhao nhao.
- Gãi.

Cả lớp cười bò.

❑ Chị gái dạy Tèo học:

- Nào Tèo, bây giờ em hãy đặt một câu chủ động!
- Vâng ạ. Câu của em là "Con ong đốt em".
- Tốt. Bây giờ em hãy đổi thành câu bị động!
- Con ong bị em đốt.
- Trời ơi! Em tôi!

❑ Mẹ bảo Tý:

- Con phải chú ý đừng để muỗi đốt nhé. Muỗi truyền nhiều bệnh lắm đấy.
- Ơ, con tưởng muỗi hút máu thì chỉ gây mỗi một bệnh là thiếu máu thôi chứ?

NGUYỄN VĂN KHẢI

(8A2, THCS Hàn Thuyên, Lương Tài, Bắc Ninh)

Hỏi: Anh Phó ơi! Nếu em gửi bài tham gia Thi giải toán qua thư mà quên không dán phiếu dự thi thì có được tính không ạ?

ĐỖ THỊ NAM BÌNH

(7A, THCS Chu Văn An, TT. Eakar, Eakar, Đắk Lắk)

Đáp:

Chuyện này anh đã nói rồi
Gửi bài không phiếu gửi chơi chứ gì
Bao giờ dán phiếu dự thi
Bắt đầu từ đó được ghi tên mà.

Hỏi: Em luôn thắc mắc một điều là: Có biết bao nhiêu bạn gửi câu hỏi về cho anh thì anh sẽ chọn câu nào để trả lời ạ?

NGUYỄN HẢI NAM

(6D, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, Vĩnh Phúc)

Đáp:

Anh trả lời tất tật
Chỉ có sớm hay lâu
Muốn được trả lời mau
Phải hỏi hay hỏi khó!

Hỏi: Anh Phó ơi! Có bắt buộc phải trình bày từng bài dự thi vào một tờ giấy riêng không ạ?

Một bạn quên ghi tên

Đáp:

Mỗi bài gửi một thầy
Chấm riêng từng tờ một
Nên cũng cần phải viết
Đừng chung vào một tờ.

Hỏi: Em thường được khen mà chưa được nhận quà ở chuyên mục Giải toán qua thư. Em giải đúng 1 bài thì có được quà không ạ?

Một bạn quên ghi tên

Đáp:

Khen là ở mức hai rồi
Còn hơn khối bạn phải ngồi mức ba
Đấy là mức động viên mà
Thế là đã giỏi hơn là không khen.

ANH PHÓ

Thi giải toán qua thư

CÁC LỚP 6 & 7

Bài 1(147+148). Cho

$$A = \frac{2015}{2014^2+1} + \frac{2015}{2014^2+2} + \dots + \frac{2015}{2014^2+2014}.$$

Chứng minh rằng A không phải là số nguyên dương.

NGUYỄN NGỌC HÙNG
(GV. THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, Hà Tĩnh)

Bài 2(147+148). Cho hai số nguyên dương a, b thỏa mãn ƯCLN(a, b) + BCNN(a, b) = a + b và $a \ge b$. Chứng minh rằng a chia hết cho b.

TRẦN BÁ DUY LINH
(Long Phước, Long Hồ, Vĩnh Long)

CÁC LỚP THCS

Bài 3(147+148). Tìm a, b và c, biết rằng tập nghiệm của phương trình $x^5 + 2x^4 + ax^2 + bx + c = 0$ là $S = \{1; -1\}$.

NGUYỄN ĐỄ *(Hải Phòng)*

Bài 4(147+148). Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $x + y \le xy$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$M = \frac{1}{5x^2+7y^2} + \frac{1}{5y^2+7x^2}.$$

KIỀU ĐÌNH MINH
(GV. THPT chuyên Hùng Vương, Phú Thọ)

Bài 5(147+148). Tìm các chữ số a, b, c, d biết $\overline{aa...abb...bcc...c} + 1 = (\overline{dd...d} + 1)^3$, biết rằng số lần xuất hiện các chữ số a, b, c và d trong biểu thức trên bằng nhau.

TRẦN TRỌNG QUÂN
(GV. THCS Nhân Hậu, Lý Nhân, Hà Nam)

Bài 6(147+148). Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm O, G là trọng tâm. Tiếp tuyến tại B của (O) cắt CG tại M. Tiếp tuyến tại C của (O) cắt BG tại N. Chứng minh rằng $\angle MAB = \angle NBC$.

TRỊNH HUY VŨ
(HS. 11A1 Toán, trường THPT chuyên Đại học Khoa học Tự nhiên Hà Nội)

SOLVE VIA MAIL COMPETITION QUESTIONS

Translated by Nam Vũ Thành

1(147+148). Given the expression $A = \frac{2015}{2014^2+1} + \frac{2015}{2014^2+2} + \dots + \frac{2015}{2014^2+2014}$.

Prove that A is not a positive integer.

2(147+148). Given two positive integers a and b such that $\gcd(a, b) + \mathrm{lcm}(a, b) = a + b$, and that $a \ge b$. Prove that a is divisible by b.

3(147+148). Find a, b, and c such that the solution set of the equation $x^5 + 2x^4 + ax^2 + bx + c = 0$ is $S = \{1; -1\}$.

PHIẾU ĐĂNG KÍ THAM DỰ CUỘC THI GTQT NĂM HỌC 2014-2015

4(147+148). Let x and y be positive real numbers such that $x + y \le xy$. Find the maximum value of the expression $M = \frac{1}{5x^2+7y^2} + \frac{1}{5y^2+7x^2}$.

5(147+148). Find the digits a, b, c, and d such that

$\overline{aa...abb...bcc...c} + 1 = (\overline{dd...d} + 1)^3$,

given that the digits a, b, c, and d appear an equal number of times in the equality.

6(147+148). Given a triangle ABC inscribed in a circle centered at O, and its centroid G. The tangent at B of the circle (O) intersects CG at M. The tangent at C intersects BG at N. Prove that $\angle MAB = \angle NBC$.

Vẻ đẹp tĩnh lặng

Ngàn thông vi vút trên đỉnh đồi. Thông hát cùng gió cho hoa cỏ cao nguyên. Bao nhiêu sắc hoa. Bao nhiêu cảm xúc và cảm nhận tươi đẹp về miền đất kì thú mà một bức ảnh đã nói nhiều điều. Bánh xe bên phải như điểm xuyết cho bức ảnh làm ngừng không gian, thời gian trong vẻ đẹp tĩnh lặng. Toán Tuổi thơ mời bạn viết bài về vẻ đẹp bức ảnh này. Bài viết hay sẽ được chọn trao thưởng.

VŨ VỴ CÔI

Ảnh: Vũ Thanh Hà

CÁC HỌC SINH ĐƯỢC KHEN TRONG CUỘC THI GIẢI TOÁN DÀNH CHO NỮ SINH

Từ trái sang phải: Hà Thị Minh Thủy, Kim Thị Hồng Linh, Phùng Hải Yến.

Giấy phép xuất bản: số 31/GP-BVHTT, cấp ngày 23/1/2003 của Bộ Văn hóa và Thông tin.
Mã số: 8BTT147M15. **In tại:** Công ty cổ phần in Công Đoàn Việt Nam, 167 Tây Sơn, Đống Đa, Hà Nội. In xong và nộp lưu chiểu tháng 05 năm 2015.