

TRẦN VINH

Thiết kế bài giảng **HÌNH HỌC 12**

TẬP HAI



NHÀ XUẤT BẢN HÀ NỘI

TRẦN VINH

THIẾT KẾ BÀI GIẢNG
HÌNH HỌC 12
TẬP 2

NHÀ XUẤT BẢN HÀ NỘI

Chương 2

MẶT NÓN, MẶT TRỤ, MẶT CẦU

Phần 1

GIỚI THIỆU CHƯƠNG

I. CẤU TẠO CHƯƠNG

§1. Khái niệm về mặt tròn xoay

§ 2. Mặt cầu

Ôn tập chương II

1. Mục đích của chương

- Chương II nhằm cung cấp cho học sinh những kiến thức cơ bản về khái niệm các khối tròn xoay trong không gian mà chủ yếu là mặt nón, mặt trụ và mặt cầu.

Mặt nón tròn xoay : Đáy, đường sinh và đường tròn đáy.

Diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của mặt nón.

Thể tích của mặt nón.

- Mặt trụ tròn xoay là gì ?

Diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của mặt trụ.

Thể tích của mặt trụ.

- Mặt cầu là gì ?

Diện tích của mặt cầu.

Thể tích của mặt cầu.

II. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

Nắm được toàn bộ kiến thức cơ bản trong chương đã nêu trên.

Hiểu các khái niệm các mặt tròn xoay: Mặt nón, mặt trụ và mặt cầu.

Nắm được các công thức tính diện tích, thể tích của các mặt tròn xoay.

2. Kỹ năng

Tính được diện tích xung quanh, diện tích toàn phần của các hình tròn xoay.

Tính được thể tích của hình lăng trụ, hình nón.

3. Thái độ

Học xong chương này học sinh sẽ liên hệ được với nhiều vấn đề thực tế sinh động, liên hệ được với những vấn đề hình học đã học ở lớp dưới, mở ra một cách nhìn mới về hình học. Từ đó, các em có thể tự mình sáng tạo ra những bài toán hoặc những dạng toán mới.

Kết luận:

Khi học xong chương này học sinh cần làm tốt các bài tập trong sách giáo khoa và làm được các bài kiểm tra trong chương.

Phần 2

CÁC BÀI SOẠN

(Tiếp theo)

§2. Mặt cầu

(tiết 6, 7, 8, 9, 10)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

HS nắm được:

1. Khái niệm chung về mặt cầu.
2. Điểm thuộc mặt cầu, điểm ở trong và điểm ở ngoài mặt cầu.
3. Giao của mặt cầu và mặt phẳng.
4. Giao của mặt cầu và đường thẳng.
5. Tiếp tuyến của mặt cầu.
6. Thể tích và diện tích của mặt cầu.

2. Kỹ năng

- Vẽ thành thạo các mặt cầu.
- Xác định được một mặt phẳng là tiếp diện của mặt cầu, một mặt phẳng là tiếp tuyến của mặt cầu.
- Xác định được vị trí tương đối của mặt phẳng và mặt cầu.
- Tính được thể tích và diện tích của mặt cầu.

3. Thái độ

- Liên hệ được với nhiều vấn đề thực tế trong không gian.
- Có nhiều sáng tạo trong hình học.
- Hứng thú trong học tập, tích cực phát huy tính độc lập trong học tập.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV:

- Hình vẽ 2.15 đến 2.26.
- Thước kẻ, phấn màu, ...

2. Chuẩn bị của HS :

Đọc bài trước ở nhà, có thể liên hệ các phép biến hình đã học ở lớp dưới

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài được chia thành 5 tiết :

Tiết 1: Từ đầu đến hết phần I

Tiết 2: Tiếp theo đến hết phần II

Tiết 3: Tiếp theo đến hết phần III

Tiết 4: Tiếp theo đến hết phần IV

Tiết 5: Hướng dẫn bài tập

IV. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. ĐẶT VẤN ĐỀ

Câu hỏi 1.

Hình tròn xoay là gì ? Hãy kể một vài hình tròn xoay đã học.

Câu hỏi 2.

Hãy nêu cách tạo ra hình nón và hình trụ.

Câu hỏi 3.

Mặt trụ tròn xoay và hình trụ giống và khác nhau ở những điểm nào?

B. BÀI MỚI

HOẠT ĐỘNG 1

I. MẶT CẦU VÀ KHÁI NIỆM LIÊN QUAN ĐẾN MẶT CẦU

1. Mặt cầu

GV nêu câu hỏi :

H1. Em hãy nêu khái niệm hình cầu theo cách nghĩ của mình.

H2. Quả địa cầu có phải là hình cầu hay không?

• GV sử dụng hình 2.14 trong SGK và đặt vấn đề:

H3. Cho hai điểm M_1 và M_2 , hãy so sánh OM_1 và OM_2 .

H4. Khi cắt một mặt cầu và một đường thẳng đi qua O, ta được những đoạn thẳng. Hãy so sánh các đoạn thẳng đó.

H5. Một đoạn thẳng đi qua O cắt mặt cầu tại A và B. Hãy nêu vị trí của O đối với A và B.

H6. Một đoạn thẳng đi qua O cắt mặt cầu tại A và B. Một điểm M bất kì trên mặt cầu đó. Hãy đo góc \widehat{AMB} .

H7. Nêu định nghĩa mặt cầu theo ý của em.

• GV nêu định nghĩa :

Tập hợp những điểm cách đều một điểm O cho trước một khoảng không đổi là một mặt cầu.

H8. Hãy nêu kí hiệu đường tròn tâm O bán kính R.

H9. Dây cung của đường tròn là gì ?

H10. Hãy nêu tính chất của dây cung lớn nhất.

• GV nêu định nghĩa đường kính của đường tròn:

Đường kính của đường tròn là dây cung đi qua O.

H11. Hãy so sánh độ dài của đường kính với bán kính, với dây cung bất kì?

H12. Khi biết đường kính của mặt cầu thì có xác định được tâm và bán kính của mặt cầu hay không?

- GV nêu sự xác định của mặt cầu:

Một mặt cầu xác định khi biết tâm và bán kính hoặc đường kính của nó.

2. Điểm nằm trong và nằm ngoài mặt cầu. Khối cầu.

H13. M thuộc mặt cầu (O ; R). Hãy so sánh OM và R.

H14. M ở bên trong mặt cầu (O ; R). Hãy so sánh OM và R.

H15. M ở bên ngoài mặt cầu (O ; R). Hãy so sánh OM và R.

- GV nêu các khái niệm điểm nằm trong, nằm trên và nằm ngoài mặt cầu và cho HS điền vào bảng sau:

OM	3	3	7	9
R	5		6	8
Vị trí		Trên		

- GV nêu định nghĩa khối cầu

Tập hợp tất cả các điểm thuộc mặt cầu $S(O; R)$ và tất cả các điểm ở trong mặt cầu gọi là khối cầu.

H16. Đánh dấu × vào ô mà M thuộc khối cầu

OM	3	3	7	9
R	3	4	6	9
Thuộc khối cầu				

3. Biểu diễn mặt cầu

- GV nêu các biểu diễn khối cầu theo ý sau :

Vẽ một đường tròn.

Tâm mặt cầu là tâm đường tròn.

- Các mặt phẳng còn lại cắt mặt cầu là một hình được biểu diễn là hình Elip.

Tham khảo hình 2.16

• GV nêu qua về cách biểu diễn mặt cầu nhờ phép chiếu .

H17. Hãy vẽ một mặt cầu đi qua ba điểm A, B và C. Mặt cầu đó có duy nhất không?

4. Đường kinh tuyến và vĩ tuyến của mặt cầu

H18. Hãy nêu khái niệm đường kinh tuyến và vĩ tuyến trong địa lí.

• GV sử dụng hình 2.17 và đặt các câu hỏi:

H19. Kinh tuyến là cả đường tròn lớn hay nửa đường tròn lớn?

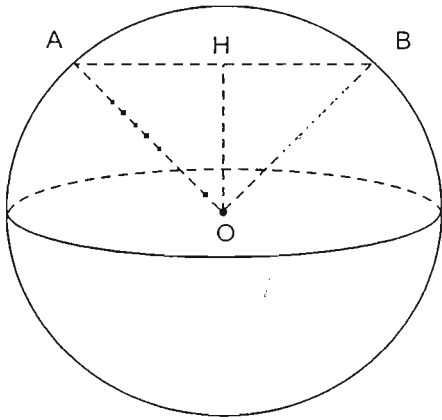
H20. Hãy vẽ kinh tuyến và vĩ tuyến.

• GV nêu định nghĩa kinh tuyến và vĩ tuyến:

Giao của mặt cầu và nửa mặt phẳng có bờ là trục của mặt cầu gọi là kinh tuyến.

Giao của mặt cầu và mặt phẳng vuông góc với trục của nó gọi là vĩ tuyến.

• Thực hiện  1 trong 4 phút.



Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tam giác ABC có đặc điểm gì?	Gợi ý trả lời câu hỏi 1 Tam giác cân
Câu hỏi 2	Gợi ý trả lời câu hỏi 2

<p>Gọi H là trung điểm AB ; OH có đặc điểm gì ?</p> <p>Câu hỏi 3</p> <p>O thuộc mặt phẳng nào ?</p>	<p>$OH \perp AB$.</p> <p>Gợi ý trả lời câu hỏi 3</p> <p>Mặt phẳng trung trực của AB.</p>
--	---

HOẠT ĐỘNG 2

II. GIAO CỦA MẶT CẦU VÀ MẶT PHẪNG

GV sử dụng hình 2.18.

Đặt $OH = h$;

1. Trường hợp $h > r$

H21. So sánh OM và r .

H22. M nằm trong hay ngoài mặt cầu?

- GV kết luận M nằm ngoài mặt cầu và giao của mặt cầu và mặt phẳng là không có.

2. Trường hợp $h = r$

H23. H thuộc S . Đúng hay sai ?

H24. $M \neq H$ thì M không thuộc S . Đúng hay sai.

- GV kết luận :

Giao của mặt cầu S và mặt phẳng P : Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu.

- Dựa vào hình 2.19 GV đưa ra các câu hỏi sau:

H25. Mọi đường thẳng thuộc (O) không đi qua H có giao với mặt cầu hay không?

- GV nêu định lí :

Điều kiện cần và đủ để mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu $S(O ; r)$ tại H là (P) vuông góc với bán kính OH tại H .

H26. Mọi mặt phẳng vuông góc với OH đều tiếp xúc với S . Đúng hay sai ?

H27. Chứng minh khi (P) tiếp xúc với S tại H thì $OH \leq OM$.

2. Trường hợp $h < r$

Trong hình 2.20

- H28. H thuộc miền trong của S. Đúng hay sai ?
- H29. M thuộc (P), M thuộc S thì OM có đặc điểm gì ?
- H30. Cho $OH = h$ tính HM.

• GV kết luận :

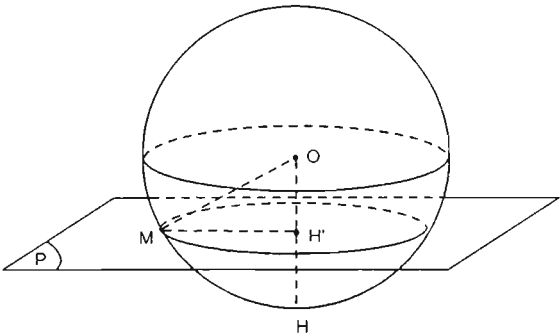
Giao của mặt cầu S và mặt phẳng P là đường tròn tâm H bán kính $r' = \sqrt{r^2 - h^2}$

H31. Khi $h = 0$, tìm tâm đường tròn là giao của (P) và (S).

• GV nêu kết luận

Mặt phẳng đi qua tâm gọi là mặt phẳng kính. Giao của (P) và (S) là đường tròn và gọi là đường tròn lớn.

• Thực hiện $\triangle 2$ trong 5'

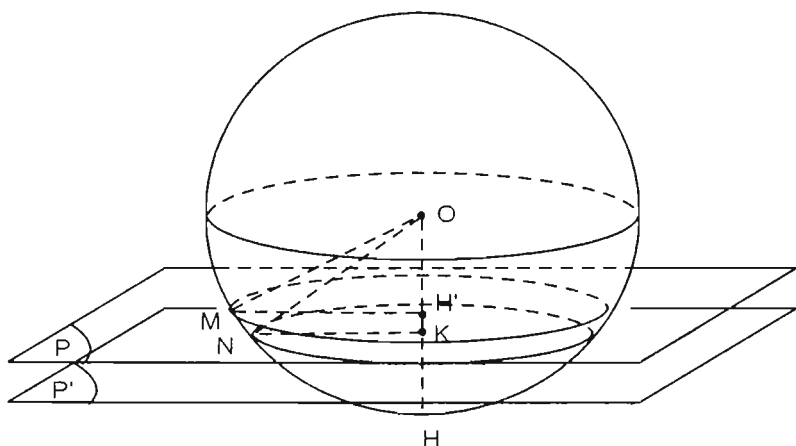


Câu a

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Cho biết độ dài OH' .	Gợi ý trả lời câu hỏi 1 $OH' = \frac{r}{2}$
Câu hỏi 2 Cho biết OM	Gợi ý trả lời câu hỏi 2 $OM = r$

<p>Câu hỏi 3</p> <p>Tính MH'</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 3</p> $MH' = \sqrt{r^2 - \frac{r^2}{4}} = \frac{r\sqrt{3}}{2}$
---	--

Câu b



Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
<p>Câu hỏi 1</p> <p>Ta có $OH' = a$, $OK = b$ so sánh OH' và OK.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 1</p> <p>$OH < OK$.</p>
<p>Câu hỏi 2</p> <p>Tính $H'M$ và KN.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 2</p> <p>HS tự tính</p>
<p>Câu hỏi 3</p> <p>So sánh $H'M$ và KN.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 3</p> <p>$H'M > KN$.</p>

• GV kết luận :

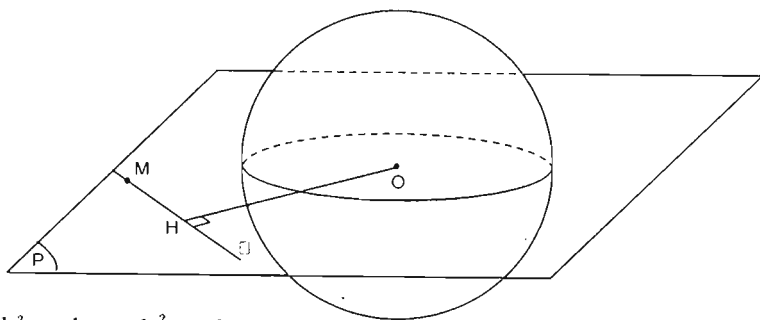
Mặt phẳng càng gần tâm thì đường tròn giao có bán kính càng lớn

HOẠT ĐỘNG 3

III. GIAO CỦA MẶT CẦU VÀ ĐƯỜNG THẲNG. TIẾP TUYẾN CỦA MẶT CẦU

1. Định nghĩa

- GV sử dụng hình 2.22 và đặt ra các câu hỏi:



GV cho HS chỉ ra đoạn thẳng d , r .

1. Trường hợp $d > r$

H32. So sánh OM và OH .

H33. M ở trong hay ngoài mặt cầu?

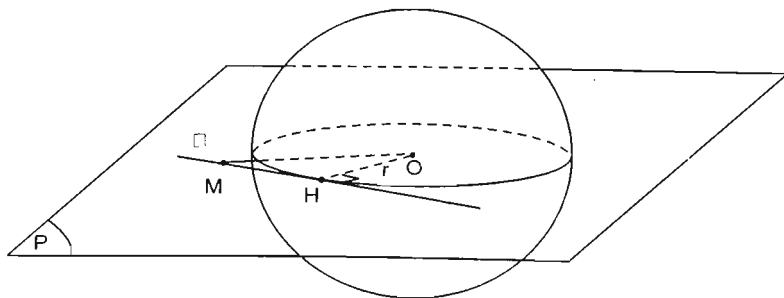
H34. Δ có cắt mặt cầu hay không?

- GV nêu định nghĩa:

Khi $d > r$ thì Δ và (S) không cắt nhau.

2. Trường hợp $d = r$

- GV sử dụng hình 2.23 và đặt ra các câu hỏi:



- H35. So sánh OM và OH.
- H33. $M \neq H$ thì M ở trong hay ngoài mặt cầu?
- H34. Δ có cắt mặt cầu hay không?

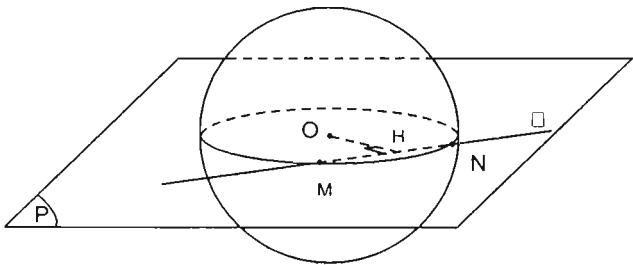
- GV nêu định nghĩa:

Khi $d = r$ thì Δ và (S) tiếp xúc nhau

- GV nêu định lí :

Điều kiện cần và đủ để Δ tiếp xúc với mặt cầu $S(O ; r)$ tại H là Δ vuông góc với bán kính OH tại H.

3. Trường hợp $d < r$



- GV sử dụng hình 2.24 và đặt ra các câu hỏi:

- H35. So sánh OH và OM.
- H36. Mọi điểm thuộc đoạn MN có thuộc khối cầu không.

- Kết luận :

Khi $d < r$ thì đường thẳng Δ cắt (S) tại hai điểm phân biệt.

- GV đặt bài toán : Cho biết d, r hãy tính MN.

KL : $MN = 2\sqrt{r^2 - d^2}$

GV cho HS điền vào bảng sau :

d	3		5	0
r	4	4		
MN		7	3	

- Để tổng kết GV nên cho HS điền bảng sau :

d	3	5	4
r	4	4	4
Giao của Δ và (S)			

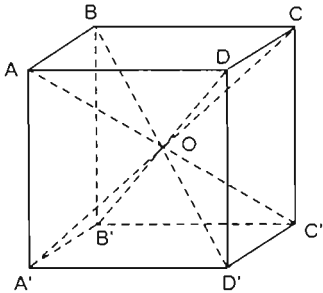
- GV tổng kết chú ý bởi bảng sau :

	SỐ TIẾP TUYẾN VỚI (S)	TÍNH CHẤT CỦA CÁC TIẾP TUYẾN
Qua một điểm ở trên mặt cầu	Vô số	Các tiếp tuyến cùng vuông góc với bán kính tại tiếp điểm
Qua một điểm ở ngoài mặt cầu	Vô số	Độ dài các đoạn thẳng nối điểm đó và tiếp điểm bằng nhau

- GV nêu chú ý :

Mặt cầu gọi là nội tiếp đa diện nếu nó tiếp xúc với tất cả các mặt của đa diện đó và khi đó ta cũng nói đa diện ngoại tiếp mặt cầu.

- Thực hiện $\triangle 3$ trong 5'



Câu a

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
<p>Câu hỏi 1</p> <p>Gọi O là tâm của hình vuông cạnh a. Chứng minh O là giao điểm của các đường chéo.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 1</p> <p>HS tự chứng minh.</p>

<p>Câu hỏi 2</p> <p>Tính OA.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 2</p> $OA = \frac{a\sqrt{3}}{2}$
<p>Câu hỏi 3</p> <p>Xác định tâm và bán kính của mặt cầu.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 3</p> <p>HS tự kết luận.</p>

Câu b

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
<p>Câu hỏi 1</p> <p>Gọi O là tâm của hình vuông cạnh a. Chứng minh O là giao điểm của các đường chéo.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 1</p> <p>HS tự chứng minh.</p>
<p>Câu hỏi 2</p> <p>Tính khoảng cách từ O đến các cạnh.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 2</p> $d = \frac{a}{2}$
<p>Câu hỏi 3</p> <p>Xác định tâm và bán kính của mặt cầu.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 3</p> <p>HS tự kết luận.</p>

Câu c

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
<p>Câu hỏi 1</p> <p>Gọi O là tâm của hình vuông cạnh a. Chứng minh O là giao điểm của các đường chéo.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 1</p> <p>HS tự chứng minh.</p>
<p>Câu hỏi 2</p> <p>Tính khoảng cách từ O đến các mặt</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 2</p> $d = \frac{a}{2}$
<p>Câu hỏi 3</p> <p>Xác định tâm và bán kính của mặt cầu.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 3</p> <p>HS tự kết luận.</p>

HOẠT ĐỘNG 4

IV. CÔNG THỨC DIỆN TÍCH MẶT CẦU VÀ THỂ TÍCH MẶT CẦU

- GV nêu công thức diện tích mặt cầu:

$$S = 4\pi r^2$$

- Với $\pi \approx 3,14$. Hãy điền vào bảng sau với 2 chữ số thập phân

r	1	2	3	4
S				

- GV nêu công thức thể tích mặt cầu:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

- Với $\pi \approx 3,14$. Hãy điền vào bảng sau với 2 chữ số thập phân

r	1	2	3	4
V				

- GV nêu chú ý

a) Diện tích của mặt cầu bán kính r bằng 4 lần diện tích đường tròn lớn của mặt cầu đó.

b) Thể tích V của mặt cầu bằng thể tích của khối chóp có diện tích đáy bằng diện tích mặt cầu và chiều cao bằng bán kính của mặt cầu.

- GV cho HS điền vào bảng sau:

r	1	2	3	4
Diện tích đường tròn lớn				

• Thực hiện $\triangle 4$ trong 5'

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
<p>Câu hỏi 1</p> <p>Xác định tâm và bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 1</p> <p>Tâm O là tâm hình lập phương, bán kính $r = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.</p>
<p>Câu hỏi 2</p> <p>Tính thể tích V.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 2</p> <p>HS tự tính.</p>

HOẠT ĐỘNG 5

TÓM TẮT BÀI HỌC

- 1. Tập hợp những điểm cách đều một điểm O cho trước một khoảng không đổi là một mặt cầu.
- 2. Một mặt cầu xác định khi biết tâm và bán kính hoặc đường kính của nó.
- 3. Tập hợp tất cả các điểm thuộc mặt cầu S(O; R) và tất cả các điểm ở trong mặt cầu gọi là khối cầu.
- 4. Điều kiện cần và đủ để mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu S(O ; r) tại H là (P) vuông góc với bán kính OH tại H.
- 5. Mặt phẳng đi qua tâm gọi là mặt phẳng kính. Giao của (P) và (S) là đường tròn và gọi là đường tròn lớn.
- 6.

	$d > r$	$d = r$	$d < r$
Giao của (P) và (S)	Không có	(P) tiếp xúc (S)	(P) cắt (S) theo một đường tròn

7.

	$d > r$	$d = r$	$d < r$
Giao của Δ và (S)	Không có	Δ tiếp xúc (S)	Δ cắt (S) tại 2 điểm

HOẠT ĐỘNG 6

MỘT SỐ CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Hãy điền đúng (Đ) sai (S) vào các khẳng định sau :

Câu 1.

(a) Một mặt phẳng cắt hình cầu thì cắt theo một đường tròn. ☐

(b) Đường tròn lớn có bán kính bằng bán kính mặt cầu. ☐

(c) Đường tròn lớn đi qua tâm O. ☐

(d) Một hình cầu có vô số đường tròn lớn. ☐

Trả lời.

a	b	c	d
Đ	Đ	Đ	Đ

Câu 2.

(a) Một đường tròn xoay quanh một đường thẳng ta được một hình cầu ☐

(b) Một mặt cầu quay quanh một đường kính của nó ta được một mặt cầu. ☐

(c) Nửa đường tròn quay quanh một đường kính của nó ta được một mặt cầu. ☐

(d) Cả ba khẳng định trên đều sai. ☐

Trả lời.

a	b	c	d
S	Đ	Đ	S

Câu 3. Gọi d là khoảng cách từ O của mặt cầu S(O ; r) đến mặt phẳng (P)

- (a) $d > r$ thì (P) cắt (S) ☐
- (b) $d < r$ thì (P) cắt (S) ☐
- (c) $d = r$ thì (P) cắt (S) ☐
- (d) Cả ba khẳng định trên đều sai ☐

Trả lời.

a	b	c	d
S	Đ	S	S

Câu 4. Gọi d là khoảng cách từ O của mặt cầu S(O ; r) đến mặt phẳng (P)

- (a) $d > r$ thì (P) tiếp xúc với (S) ☐
- (b) $d < r$ thì (P) tiếp xúc với (S) ☐
- (c) $d = r$ thì (P) tiếp xúc với t (S) ☐
- (d) Cả ba khẳng định trên đều sai ☐

Trả lời.

a	b	c	d
S	S	Đ	S

Chọn khẳng định đúng trong các câu sau:

Câu 5. Gọi d là khoảng cách từ O của mặt cầu S(O ; r) đến mặt phẳng (P)

Điền vào chỗ trống sau :

d	3	4	5	5
r	5	4	4	8
Vị trí tương đối của (P) và (S)				

Câu 6. Gọi d là khoảng cách từ O của mặt cầu $S(O; r)$ đến đường thẳng Δ

Điền vào chỗ trống sau :

d	3	4	5	5
r	5	4	4	8
Vị trí tương đối của Δ và (S)				

Câu 7. Cho hình lập phương $ABCD. A'B'C'D'$ tâm O . Tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương là:

- (a) O ; (b) A ;
(c) B ; (d) C .

Trả lời. (a).

Câu 8. Cho hình lập phương $ABCD. A'B'C'D'$ tâm O . Tâm của mặt cầu tiếp xúc với tất cả các mặt của hình vuông hình lập phương là :

- (a) O ; (b) A ;
(c) B ; (d) C .

Trả lời. (a).

Câu 9. Cho hình lập phương $ABCD. A'B'C'D'$ cạnh a . Bán kính của mặt cầu tiếp xúc với tất cả các mặt của hình lập phương là :

- (a) a ; (b) $\frac{a}{2}$;
(c) $\frac{a\sqrt{3}}{2}$; (d) $a\sqrt{2}$

Trả lời. (b).

Câu 10. Cho hình lập phương $ABCD. A'B'C'D'$ cạnh a . Bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương là :

- (a) a ; (b) $\frac{a}{2}$;
(c) $\frac{a\sqrt{3}}{2}$; (d) $a\sqrt{2}$

Trả lời. (c).

Câu 11. Cho hình lập phương ABCD. A'B'C'D' cạnh a. Diện tích xung quanh của mặt cầu tiếp xúc với tất cả các mặt của hình vuông hình lập phương là :

(a) $4\pi a^2$;

(b) πa^2

(c) $8\pi a^2$;

(d) $12\pi a^2$

Trả lời. (b).

Câu 12. Cho hình lập phương ABCD. A'B'C'D' tâm O. Thể tích của mặt cầu tiếp xúc với tất cả các mặt của hình vuông hình lập phương là :

(a) $\frac{4}{3}\pi a^3$;

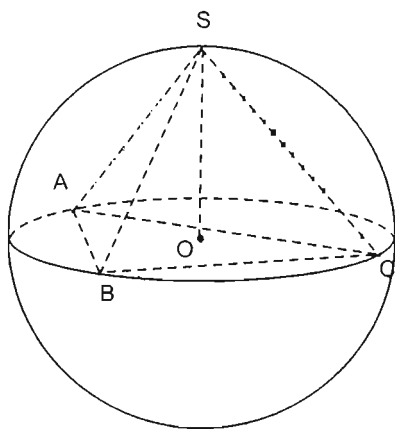
(b) $\frac{1}{6}\pi a^3$

(c) $\frac{2}{3}\pi a^3$;

(d) $\frac{1}{3}\pi a^3$

Trả lời. (b).

Câu 13. Cho hình chóp S.ABC nội tiếp hình cầu tâm O bán kính r (hình vẽ)



Biết tam giác ABC là tam giác đều, $SO \perp (ABC)$. Cạnh AB bằng :

(a) $r\sqrt{3}$;

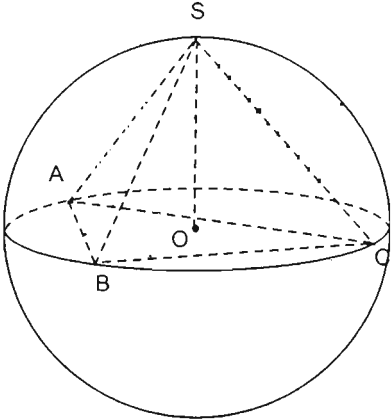
(b) $2r\sqrt{3}$

(c) $4r\sqrt{3}$;

(d) $3r\sqrt{3}$

Trả lời. (a).

Câu 14. Cho hình chóp S.ABC nội tiếp hình cầu tâm O bán kính r (hình vẽ)



Biết tam giác ABC là tam giác đều, $SO \perp (ABC)$. Thể tích hình chóp bằng :

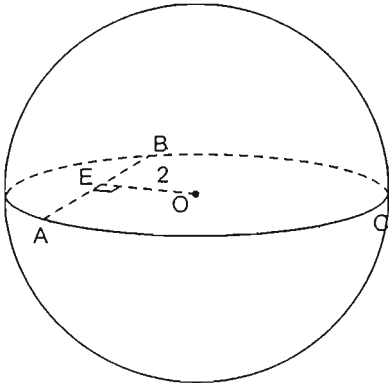
- (a) $4\pi r^3 \sqrt{3}$;

(b) $\frac{4}{3} \pi r^3 \sqrt{3}$;
- (c) $4r^3 \sqrt{3}$;

(d) $3r^3 \sqrt{3}$

Trả lời. (a).

Câu 15. Cho hình cầu S(O ; 4) như hình vẽ



AB bằng :

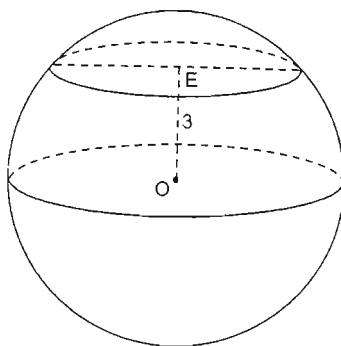
- (a) $2\sqrt{3}$;

(b) $3\sqrt{3}$
- (c) 3 ;

(d) 6.

Trả lời. (a).

Câu 16. Cho hình cầu $S(O; 4)$ như hình vẽ



Bán kính đường tròn tâm O bằng :

(a) $\sqrt{7}$;

(b) $3\sqrt{7}$

(c) 3 ;

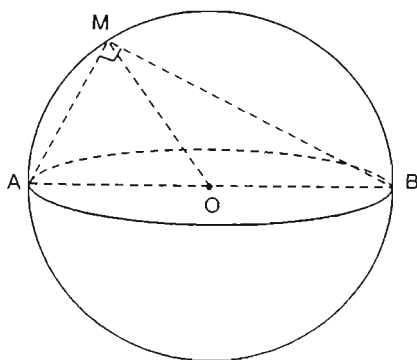
(d) 6.

Trả lời. (a).

HOẠT ĐỘNG 7

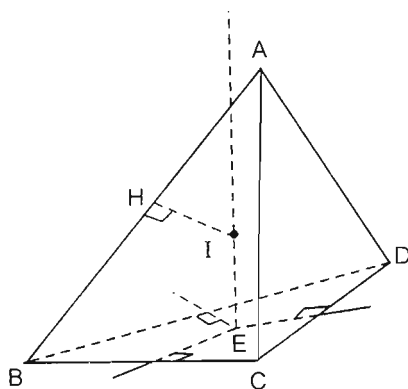
HƯỚNG DẪN BÀI TẬP SGK

Bài 1. Hướng dẫn. Sử dụng định nghĩa hình cầu:



Đáp số. Mặt cầu tâm O (trung điểm AB) bán kính $\frac{AB}{2}$

Bài 2. Hướng dẫn. Dựa vào tính chất của mặt phẳng trung trực và định nghĩa mặt cầu:



Đáp số

- Dựng tâm E đường tròn ngoại tiếp tam giác CBD.

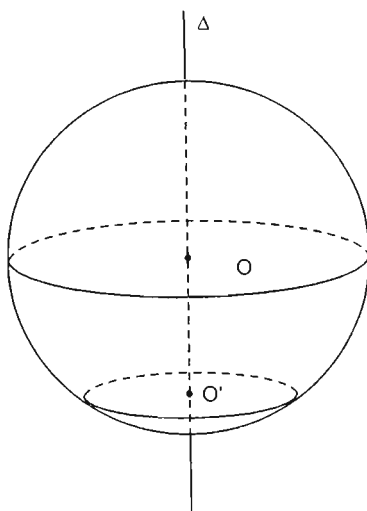
Kẻ $Ex \perp (BCD)$.

Dựng mặt phẳng trung trực của AB.

- I là tâm.

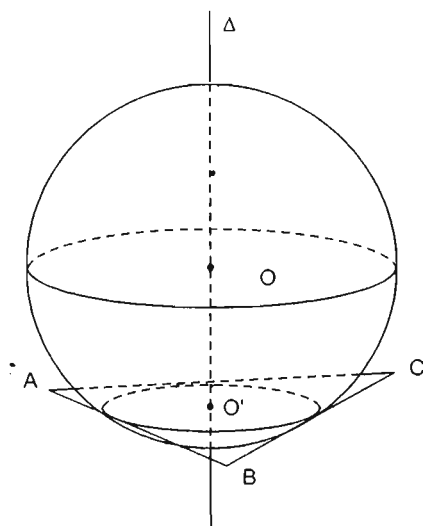
HS tự chứng minh.

Bài 3. Hướng dẫn. Dựa vào tính chất của giao điểm mặt cầu và mặt phẳng.



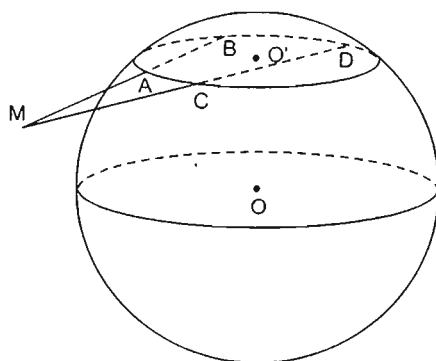
Tập hợp là đường thẳng đi qua tâm O' của đường tròn và $\Delta \perp mp(O')$

Bài 4. Hướng dẫn. Dựa vào định nghĩa mặt cầu.



Goi h (O') là đường tròn nội tiếp tam giác ABC. Sử dụng bài 3.

Bài 5. Hướng dẫn. Dựa vào vị trí tương đối của mặt phẳng và mặt cầu:



Câu a.

Chứng minh 4 điểm A, B, C và D cùng thuộc một đường tròn.

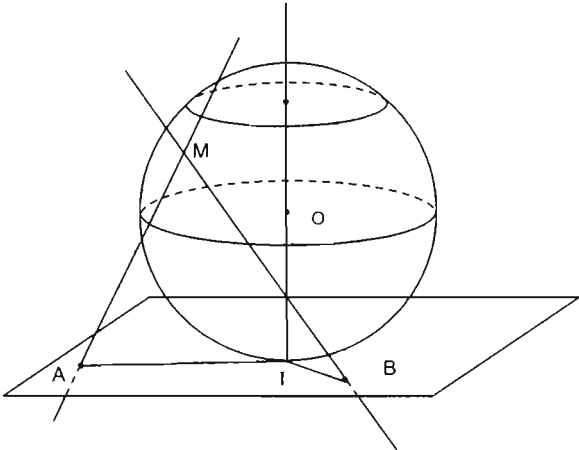
Câu b. *Hướng dẫn.*

Ta có $MA \cdot MB = MO'^2 - r'^2$. Trong đó r' là bán kính đường tròn tâm O'

$$MO'^2 = MO^2 - OO'^2 = d^2 - OO'^2$$

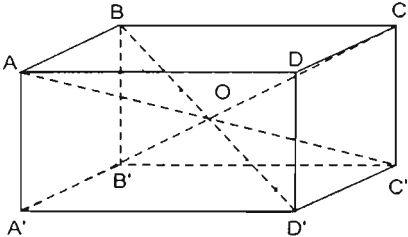
$$r'^2 = r^2 - OO'^2$$

Bài 6. Hướng dẫn. Dựa vào tính chất tiếp tuyến của mặt cầu.



- Chứng minh AI và BI là hai tiếp tuyến của mặt cầu.
- Chứng minh $\triangle MAB = \triangle IAB$.

Bài 7 Hướng dẫn. Dựa vào định nghĩa hình trụ, tính chất của hình trụ, diện tích xung quanh và thể tích hình trụ.



Câu a.
Chứng minh O là giao điểm các đường chéo là tâm của mặt cầu.

$$r = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}{2}$$

Câu b. Tâm O' là tâm hình chữ nhật ABCD.

$$r' = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{2}$$

Bài 8 Hướng dẫn. Dựa vào tính chất của tiếp tuyến mặt cầu.
HS tự giải.

Bài 9 Hướng dẫn. HS tự giải.

Bài 10 Hướng dẫn. HS tự giải.

Ôn tập chương II

(tiết 11, 12)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

HS nắm được:

1. Khái niệm chung về mặt tròn xoay.
2. Mặt trụ và các tính chất của mặt trụ.
3. Mặt cầu và các tính chất của mặt cầu.
4. Giao của mặt cầu và đường thẳng.
5. Tiếp tuyến của mặt cầu.
6. Thể tích và diện tích của mặt cầu.

2. Kỹ năng

- Giải thành thạo các bài toán liên quan đến mặt cầu, mặt trụ.
- Xác định được một mặt phẳng là tiếp diện của mặt cầu, một mặt phẳng là tiếp tuyến của mặt cầu.

3. Thái độ

- Liên hệ được với nhiều vấn đề thực tế trong không gian.
- Có nhiều sáng tạo trong hình học.
- Hứng thú trong học tập, tích cực phát huy tính độc lập trong học tập.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV:

- Thước kẻ, phấn màu, ...

2. Chuẩn bị của HS :

Đọc bài trước ở nhà, có thể liên hệ các phép biến hình đã học ở lớp dưới

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài được chia thành 2 tiết :

Tiết 1: Chữa bài tập và ôn tập.

Tiết 2: Kiểm tra 1 tiết.

IV. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

HOẠT ĐỘNG 1

I. MỘT SỐ CÂU HỎI ÔN TẬP

Câu hỏi 1. Nêu định nghĩa mặt tròn xoay.

Câu hỏi 2. Nêu một số hình tròn xoay trong thực tế mà em biết.

Câu hỏi 3. Một tam giác thường quay quanh một cạnh có được một hình nón không?

Câu hỏi 4. Một hình nón được tạo thành như thế nào?

Câu hỏi 5. Một hình bình hành quay quanh một cạnh có được một hình trụ không?

Câu hỏi 6. Một hình trụ được tạo thành như thế nào?

Câu hỏi 7. Nêu khái niệm trục, đường sinh và đường cao của hình nón.

Câu hỏi 8. Đáy của hình nón là hình gì?

Câu hỏi 9. Nêu khái niệm trục, đường sinh và đường cao của hình trụ.

Câu hỏi 10. Nêu định nghĩa mặt cầu bằng các cách khác nhau.

Câu hỏi 11. Hình cầu và mặt cầu khác nhau như thế nào?

Câu hỏi 12. Từ một điểm kẻ hai tiếp tuyến đến mặt cầu.

a) Khi nào thì kẻ được?

b) Nêu các tính chất của hai tiếp tuyến đó.

Câu hỏi 13. Nêu các vị trí tương đối của mặt phẳng và mặt cầu..

Câu hỏi 14. Nêu các vị trí tương đối của đường thẳng và mặt cầu.

Câu hỏi 15. Nêu sự xác định mặt cầu.

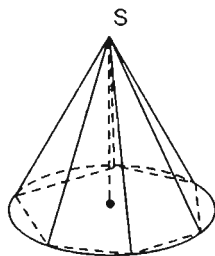
Câu hỏi 16. Nêu các công thức tính diện tích mặt cầu và thể tích khối cầu.

HOẠT ĐỘNG 2

II. MỘT SỐ CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ÔN TẬP CHƯƠNG II

Hãy chọn câu trả lời đúng.

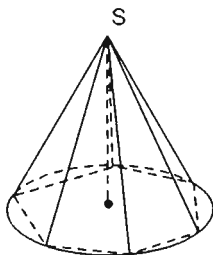
Câu 1. Cho hình chóp nội tiếp một hình nón



- (a) Hai hình chóp và hình nón có đường cao trùng nhau;
- (b) Thể tích hình chóp và thể tích hình nón bằng nhau;
- (c) Thể tích hình chóp lớn hơn thể tích hình nón;
- (d) Cả ba ý trên đều đúng.

Trả lời. (a).

Câu 2. Cho hình chóp lục giác đều cạnh đáy là $2\sqrt{3}$ nội tiếp một hình nón có đường cao là 3



Đường cao kẻ từ S của mỗi mặt bên của hình chóp là :

(a) $2\sqrt{10}$;

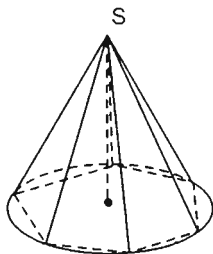
(b) $\sqrt{10}$

(c) $\frac{\sqrt{10}}{2}$;

(d) 10

Trả lời. (b).

Câu 3. Cho hình chóp lục giác đều cạnh đáy là $2\sqrt{3}$ nội tiếp một hình nón có đường cao là 3



Bán kính đường tròn đáy là

(a) $2\sqrt{3}$;

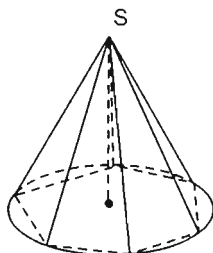
(b) $2\sqrt{6}$

(c) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$;

(d) $\sqrt{3}$.

Trả lời. (a).

Câu 4. Cho hình chóp lục giác đều cạnh đáy là $2\sqrt{3}$ nội tiếp một hình nón có đường cao là 3



Đường sinh là

(a) $2\sqrt{3}$;

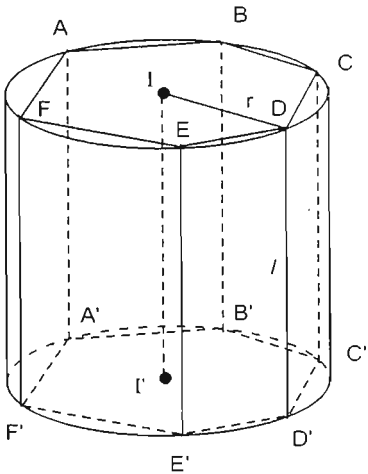
(b) $2\sqrt{6}$

(c) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$;

(d) $\sqrt{3}$.

Trả lời. (b).

Câu 5. Cho hình lăng trụ lục giác đều cạnh đáy là $2\sqrt{3}$ nội tiếp một hình trụ có đường cao là 3

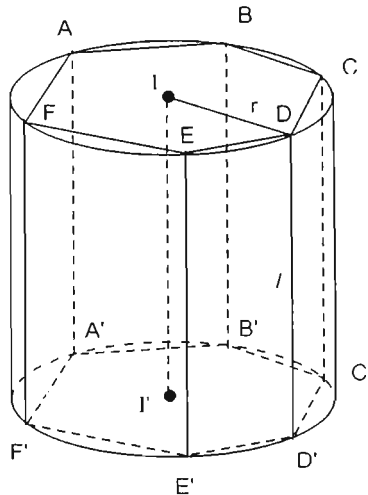


Diện tích xung quanh của hình lăng trụ là là :

- (a) $36\sqrt{3}$;
- (b) $16\sqrt{3}$
- (c) $46\sqrt{3}$;
- (d) $26\sqrt{3}$.

Trả lời. (a).

Câu 6. Cho hình lăng trụ lục giác đều cạnh đáy là $2\sqrt{3}$ nội tiếp một hình trụ có đường cao là 3



Đường sinh của hình trụ là :

(a) $2\sqrt{3}$;

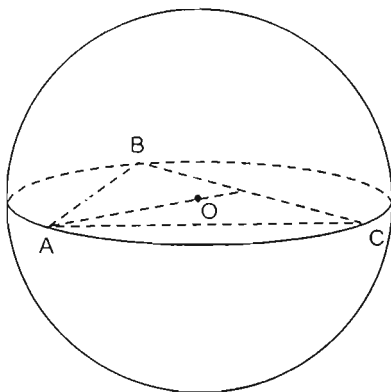
(b) $3\sqrt{3}$

(c) 3 ;

(d) 6.

Trả lời. (c).

Câu 7. Một hình cầu có đường tròn lớn ngoại tiếp một tam giác đều cạnh 1 có bán kính là



(a) 2π ;

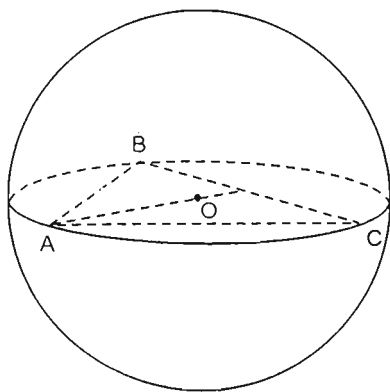
(b) 3π

(c) $\frac{4}{3}\pi$;

(d) 6.

Trả lời. (c).

Câu 8. Một hình cầu có đường tròn lớn ngoại tiếp một tam giác đều cạnh 1 có diện tích toàn phần là :



(a) $2\sqrt{3}$;

(b) $3\sqrt{3}$

(c) $\frac{1}{\sqrt{3}}$;

(d) 6π .

Trả lời. (c).

Câu 9. Gọi d là khoảng cách từ O của mặt cầu $S(O; r)$ đến mặt phẳng (P)

Điền vào chỗ trống sau :

d	6	5	4	8
r	5	4	4	8
Vị trí tương đối của (P) và (S)				

Câu 10. Gọi d là khoảng cách từ O của mặt cầu $S(O; r)$ đến đường thẳng Δ

Điền vào chỗ trống sau :

d	4	4	5	9
r	5	5	7	8
Vị trí tương đối của Δ và (S)				

Câu 11. Cho hình lập phương $ABCD$. $A'B'C'D'$ tâm O . Tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương là

(a) O ;

(b) A

(c) B ;

(d) C .

Trả lời. (a).

Câu 12. Cho hình lập phương $ABCD$. $A'B'C'D'$ tâm O . Tâm của mặt cầu tiếp xúc với tất cả các mặt của hình vuông hình lập phương là :

(a) O ;

(b) A

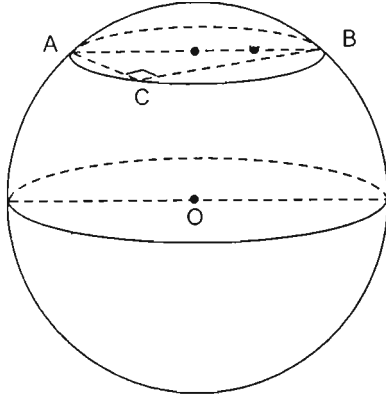
(c) B ;

(d) C .

Trả lời. (a).

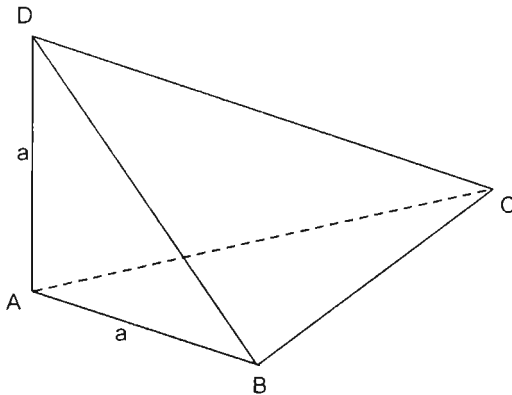
III. HƯỚNG DẪN BÀI TẬP SGK

Bài 1. Hướng dẫn.



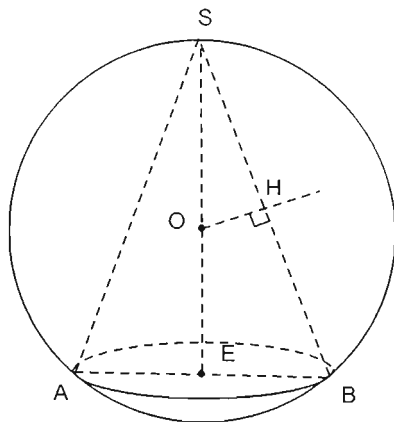
Câu a đúng vì : Qua ba điểm ABC ta có một mặt phẳng. Giao của mặt cầu và mặt phẳng là đường tròn.

Bài 2. Hướng dẫn.



- Đường sinh của hình nón : $BD = a\sqrt{2}$
- Đường cao của hình nón $AB = a$

Bài 3. Hướng dẫn.



Từ tâm E của đáy hình nón kẻ đường cao SE.

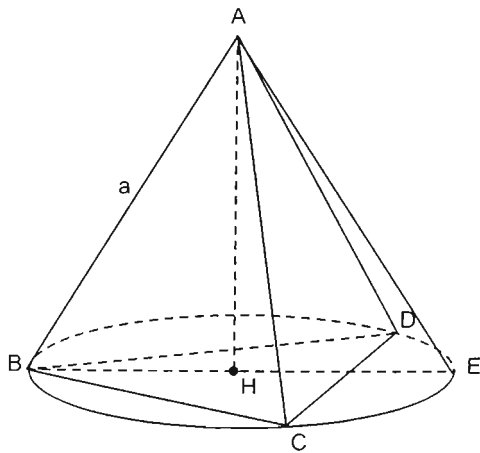
- Mặt phẳng trung trực của một đường cao bất kì cắt SE tại O.

Chúng minh O là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.

Bài 4. Hướng dẫn.

- Chứng minh tâm I đường tròn nội tiếp tam giác ABC thuộc mặt cầu đỏ.
- Chứng minh ABC là tam giác đều.
- Chứng minh $SI \perp (ABC)$.

Bài 5. Hướng dẫn.



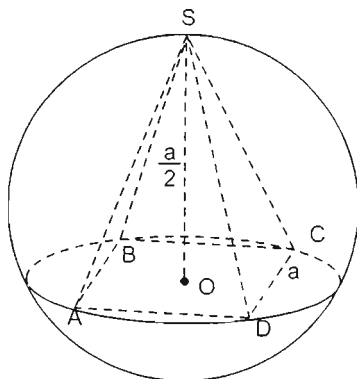
a) HS tự giải.

b)

$$\text{Tính } HB = r = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

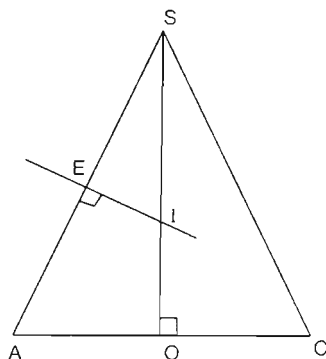
- Đường sinh khối trụ a.

Bài 6. Hướng dẫn.



- Kẻ mặt phẳng trung trực của SA cắt SO tại I.

- Chứng minh I là tâm mặt cầu.



Để tính $r = SI$ ta sử dụng tam giác đồng dạng :

$$\frac{SI}{SA} = \frac{SE}{SO} \Rightarrow SI = \frac{SE \cdot SA}{SO}.$$

Bài 7. HS tự giải.

Câu hỏi trắc nghiệm :

HS tự giải.

HOẠT ĐỘNG 4

MỘT SỐ ĐỀ KIỂM TRA CHƯƠNG II

Đề số 1

Câu 1. (3 đ) Cho hình hộp chữ nhật ABCDA'B'C'D' cạnh a, b, c.

- a) Xác định tâm mặt cầu ngoại tiếp hình hộp.
- b) Tính diện tích mặt cầu đó.

Câu 2. (4 đ) Cho hình nón có bán kính đáy là 4, đường cao là 6.

- a) Tính diện tích xung quanh và thể tích hình nón.
- b) Tính bán kính hình cầu ngoại tiếp hình nón đó.

Câu 3. (3đ) Cho hình trụ có bán kính đáy là 4, chiều cao 3. Cắt hình trụ bởi một mặt phẳng song song với trục.

- a) Hình thiết diện là hình gì?
- b) Nêu các dụng hình đó biết hình đó có diện tích là 18.

Đề số 2

Câu 1. (6 đ).

Cho hình cầu có bán kính là 3.

- a) Tính thể tích khối cầu và diện tích mặt cầu.
- b) Tính thể tích hình trụ ngoại tiếp hình cầu.

Câu 2. (4 đ).

Cho hình nón có bán kính đáy là 6, đường cao là 8.

- a) Tính độ dài đường sinh.
- b) Một mặt phẳng vuông góc với trục cắt hình nón theo một đường tròn bán kính là 2. Tính thể tích hình nón cụt tạo thành.

Chương 3

PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

Phần 1

GIỚI THIỆU CHƯƠNG

I. CẤU TẠO CHƯƠNG

§1. Hệ tọa độ trong không gian

§ 2. Phương trình mặt phẳng

§3. Phương trình đường thẳng trong không gian

Ôn tập chương III

Ôn tập cuối năm

1. Mục đích của chương

- Chương III nhằm cung cấp cho học sinh những kiến thức cơ bản về khái niệm về tọa độ trong không gian và những ứng dụng của nó.

Tọa độ vectơ và tọa độ điểm.

- Biểu thức tọa độ của các phép toán vectơ .

Tích vô hướng của hai vectơ.

Phương trình mặt cầu.

- Giới thiệu về phương trình mặt phẳng trong không gian.

Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng.

- Phương trình tổng quát của mặt phẳng.

- Điều kiện để hai mặt phẳng song song, vuông góc.

Khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng.

- Phương trình đường thẳng trong không gian:

Phương trình tham số của đường thẳng.

- Điều kiện để hai đường thẳng song song.
- Điều kiện để hai đường thẳng chéo nhau.
- Điều kiện để hai đường thẳng cắt nhau.

II. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

Nắm được toàn bộ kiến thức cơ bản trong chương đã nêu trên.

Hiểu các khái niệm và tính chất vectơ trong không gian.

Hiểu và biết được mối quan hệ giữa vectơ pháp tuyến và cặp vectơ chỉ phương của mặt phẳng.

Hiểu và biết được mối quan hệ giữa vectơ pháp tuyến và vectơ chỉ phương của đường thẳng.

2. Kỹ năng

Xác định được các vectơ trong không gian.

Vận dụng được các tính chất để giải bài tập.

- Chứng minh được hai mặt phẳng, song song, vuông góc.

Lập được các phương trình đường thẳng và phương trình mặt phẳng.

Xác định được vị trí tương đối của đường thẳng và đường thẳng, đường thẳng và mặt phẳng, giữa hai mặt phẳng.

3. Thái độ

Học xong chương này học sinh sẽ liên hệ được với nhiều vấn đề thực tế sinh động, liên hệ được với những vấn đề hình học đã học ở lớp dưới, mở ra một cách nhìn mới về hình học. Từ đó, các em có thể tự mình sáng tạo ra những bài toán hoặc những dạng toán mới.

Kết luận:

Khi học xong chương này học sinh cần làm tốt các bài tập trong sách giáo khoa và làm được các bài kiểm tra trong chương.

Phần 2

CÁC BÀI SOẠN

§1. Hệ tọa độ trong không gian

(tiết 1, 2, 3, 4)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

HS nắm được:

1. Khái niệm tạo độ vectơ trong không gian, tọa độ điểm và độ dài vectơ.
2. Biểu thức tọa độ của các phép toán : cộng, trừ vectơ, nhân vectơ với một số thực.
3. Biểu thức tọa độ của tích vô hướng của hai vectơ.
4. Phương trình mặt cầu.

2. Kỹ năng

- Thực hiện thành thạo các phép toán về vectơ, tính độ dài vectơ,
- Viết được phương trình mặt cầu.

3. Thái độ

- Liên hệ được với nhiều vấn đề thực tế trong không gian.
- Có nhiều sáng tạo trong hình học.
- Hứng thú trong học tập, tích cực phát huy tính độc lập trong học tập.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV:

- Hình vẽ 3.1 đến 3.3.
- Thước kẻ, phấn màu, ...

2. Chuẩn bị của HS :

Đọc bài trước ở nhà, có thể liên hệ các phép biến hình đã học ở lớp dưới

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài được chia thành 4 tiết :

Tiết 1: Từ đầu đến hết phần I.

Tiết 2: Tiếp theo đến hết phần II.

Tiết 3: Tiếp theo đến hết phần III.

Tiết 4: Phần IV và hướng dẫn bài tập.

IV. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. ĐẶT VẤN ĐỀ

Câu hỏi 1.

Nhắc lại khái niệm hình hộp, hình chóp.

Câu hỏi 2.

Cho hình lập phương ABCD A'B'C'D'

a) Chứng minh các cạnh của hình lập phương xuất phát từ một đỉnh vuông góc với nhau.

b) Cho cạnh của hình lập phương là a, tính độ dài đường chéo của hình lập phương.

B. BÀI MỚI

HOẠT ĐỘNG 1

I. TỌA ĐỘ CỦA ĐIỂM VÀ CỦA VECTƠ

1. Hệ tọa độ

GV mô tả hệ trục tọa độ trong không gian và nêu câu hỏi :

H1. Hai vectơ \vec{i}, \vec{j} có vuông góc với nhau hay không?

H2. Vectơ \vec{k} có vuông góc với tất cả các vectơ thuộc mặt phẳng (Oxy) không?

- GV sử dụng hình 3.1 trong SGK và đặt vấn đề:

H3. Hãy đọc tên các mặt phẳng tọa độ.

H4. Hãy kể tên các vector đơn vị.

H5. Có thể có thêm một gốc tọa độ nữa khác O hay không?

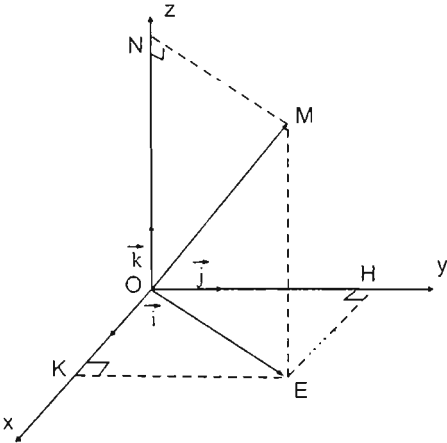
H6. Hãy nêu các tính chất của mặt phẳng tọa độ, vector đơn vị?

H7. Tính $\vec{i}^2 = \vec{i}.\vec{i}$, $\vec{j}^2 = \vec{j}.\vec{j}$, $\vec{k}^2 = \vec{k}.\vec{k}$.

H8. Tính $\vec{i}.\vec{j}$, $\vec{j}.\vec{k}$, $\vec{k}.\vec{i}$.

- Thực hiện **⚠1** trong 4 phút.

Sử dụng hình vẽ 3.2. GV cho HS lên bảng vẽ lại hình và hướng dẫn HS thực hiện



Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
<p>Câu hỏi 1</p> <p>Biểu diễn \overline{OM} theo \overline{OE} và \overline{ON} .</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 1</p> <p>$\overline{OM} = \overline{OE} + \overline{ON}$</p>
<p>Câu hỏi 2</p> <p>Biểu diễn \overline{OE} theo \overline{OH} và \overline{OK} .</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 2</p> <p>$\overline{OE} = \overline{OH} + \overline{OK}$.</p>

<p>Câu hỏi 3</p> <p>Tìm các mối quan hệ giữa các vectơ \overrightarrow{ON}, \overrightarrow{OH} và \overrightarrow{OK}</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 3</p> <p>$\overrightarrow{OK} = x.\vec{i}$ $\overrightarrow{OH} = y.\vec{j}$, $\overrightarrow{ON} = z.\vec{k}$</p>
<p>Câu hỏi 4</p> <p>Biểu diễn \overrightarrow{OM} theo \vec{i}, \vec{j} và \vec{k}.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 4</p> <p>$\overrightarrow{OM} = x.\vec{i} + y.\vec{j} + z.\vec{k}$</p>

2. Tọa độ của điểm

GV sử dụng hình 3.2 và đặt câu hỏi :

H9. Cho ba số thực x , y và z . Có bao nhiêu điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{OM} = x.\vec{i} + y.\vec{j} + z.\vec{k}$.

H10. Cho $\overrightarrow{OM} = x.\vec{i} + y.\vec{j} + z.\vec{k}$. Có bao nhiêu bộ số số thực x , y và z thỏa mãn hệ thức trên.

• GV trả lời và nêu định nghĩa :

Bộ ba số thực $(x; y; z)$ thỏa mãn $\overrightarrow{OM} = x.\vec{i} + y.\vec{j} + z.\vec{k}$ gọi là tọa độ điểm M và kí hiệu $M(x; y; z)$ hoặc $M = (x; y; z)$.

H11. Cho $M(0; 0; 0)$ Hãy chỉ ra M .

H12. Cho $M(0; 1; 2)$. Hỏi M thuộc trục nào ?

H13. Cho $M(1; 0; 2)$. Hỏi M thuộc trục nào ?

H14. Cho $M(1; 2; 0)$. Hỏi M thuộc trục nào ?

3. Tọa độ vector

• GV nêu định nghĩa :

Trong không gian cho vector \vec{a} . Bộ ba số $(x; y; z)$ thỏa mãn $\vec{a} = x.\vec{i} + y.\vec{j} + z.\vec{k}$ gọi là tọa độ của vector \vec{a} . Kí hiệu $\vec{a}(x; y; z)$ hoặc $\vec{a} = (x; y; z)$.

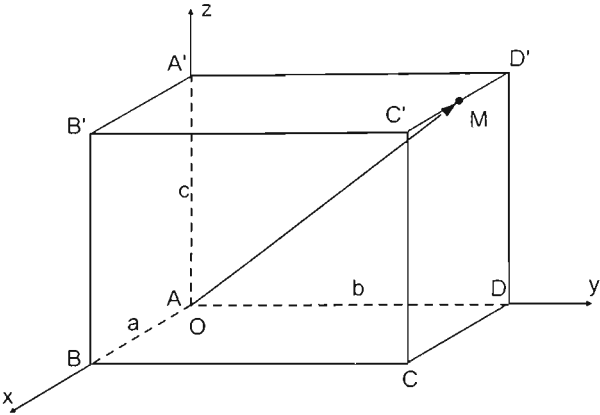
H15. Vector \overrightarrow{OM} và điểm M có cùng tọa độ không?

- GV nêu nhận xét trong SGK:

Tọa độ của \overline{OM} chính là tọa độ của M .

- Thực hiện $\triangle 2$ trong 4 phút.

Sử dụng hình vẽ 3.2. GV cho HS lên bảng vẽ lại hình và hướng dẫn HS thực hiện



Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
<p>Câu hỏi 1</p> <p> Tìm tọa độ của \overline{AB}.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 1</p> <p>$\overline{AB}(a;0;0)$</p>
<p>Câu hỏi 2</p> <p> Tìm tọa độ của \overline{AC}.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 2</p> <p>$\overline{AB}(a;b;0)$.</p>
<p>Câu hỏi 3</p> <p> Tìm tọa độ của $\overline{AC'}$</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 3</p> <p>$\overline{AB}(a;b;c)$</p>
<p>Câu hỏi 4</p> <p> Tìm tọa độ của \overline{AM}.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 4</p> <p>$\overline{AM}(\frac{a}{2};b;c)$</p>

II. BIỂU THỨC TỌA ĐỘ CỦA CÁC PHÉP TOÁN VECTOR

- GV nêu định lí :

Trong không gian Oxyz cho ba vector $\vec{a}(a_1; a_2; a_3)$ và $\vec{b}(b_1; b_2; b_3)$ ta có :

$$\vec{a} + \vec{b} = (a_1 + b_1; a_2 + b_2; a_3 + b_3)$$

$$\vec{a} - \vec{b} = (a_1 - b_1; a_2 - b_2; a_3 - b_3)$$

$k\vec{a} = (ka_1; ka_2; ka_3)$, trong đó k là một số thực.

- GV hướng dẫn HS chứng minh định lí trên.

H16. Hãy so sánh các tọa độ của \vec{a} và \vec{b} khi $\vec{a} = \vec{b}$.

- GV nêu hệ quả 1:

Hai vector bằng nhau thì các tọa độ tương ứng bằng nhau.

H17. Hãy viết các biểu thức tọa độ của hệ quả 1.

- GV nêu hệ quả 2:

Vector $\vec{0}$ có các tọa độ bằng 0.

H18. Hãy viết các biểu thức tọa độ của hệ quả 1.

- GV nêu hệ quả 3:

Hai vec tơ cùng phương thì mỗi tọa độ của vec tơ này bằng k lần tọa độ tương ứng của vec tơ kia..

H19. Hãy viết các biểu thức tọa độ của hệ quả 3.

- GV nêu hệ quả 4:

Khi biết tọa độ của A và B ta có tọa độ của \overrightarrow{AB} bằng cách lấy mỗi tọa độ tương ứng của B trừ đi tọa độ tương ứng của A ..

H20. Hãy viết các biểu thức tọa độ của hệ quả 4.

- Trong sách GK không có ví dụ nhưng GV nên lấy ví dụ minh họa cho định lí và hệ quả này. Vì đây là kiến thức rất quan trọng..

Ví dụ . Cho A (1 ;1 ; 1), B (-1 ; 2; 3) và C (0 ; 4 ; -2).

- a) Hãy tìm các tọa độ của \overline{AB} và \overline{AC} .
- b) Tìm tọa độ của vec tơ $3\overline{AB}$.
- c) Tính $\overline{AC} + 3\overline{AB}$.

- GV gọi một HS giải câu a.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
<p><i>Câu hỏi 1</i></p> <p> Tìm \overline{AB} .</p>	<p><i>Gợi ý trả lời câu hỏi 1</i></p> <p>HS tự giải.</p>
<p><i>Câu hỏi 2</i></p> <p> Tìm \overline{AC}</p>	<p><i>Gợi ý trả lời câu hỏi 2</i></p> <p>HS tự giải.</p>

- GV gọi tiếp HS thứ 2 trả lời câu b và sau đó gọi HS thứ ba làm câu c..

HOẠT ĐỘNG 3

III. TÍCH VÔ HƯỚNG

1. Biểu thức tọa độ của tích vô hướng

- GV nêu định lí

Trong không gian Oxyz cho ba vectơ $\vec{a}(a_1;a_2;a_2)$ và $\vec{b}(b_1;b_2;b_3)$ ta có:

$$\vec{a}.\vec{b} = a_1b_2 + a_2b_2 + a_3b_3 .$$

- GV hướng dẫn HS chứng minh định lí trên.

2. Ứng dụng

a) *Độ dài của vectơ*

- GV nêu câu hỏi sau :

H21. Trong hoạt động 2, hãy tính độ dài AC’

GV nêu định nghĩa :

Cho $\vec{a}(a_1; a_2; a_3)$ khi đó độ dài của vectơ \vec{a} kí hiệu $|\vec{a}|$ và:

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$$

b) Khoảng cách giữa hai điểm

H22. Cho A ($x_A; y_A; z_A$) và B ($x_B; y_B; z_B$).

Xác định \overline{AB} .

Tính AB.

GV nêu kết quả 2:

Khoảng cách giữa hai điểm AB là

$$AB = |\overline{AB}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$$

c) Góc giữa hai vectơ

• GV nêu công thức tính góc giữa hai vectơ :

Cho các vectơ $\vec{u}_1 = (x_1; y_1; z_1)$, $\vec{u}_2 = (x_2; y_2; z_2)$ và số k tùy ý,

$$\text{ta có } \cos(\vec{u}_1, \vec{u}_2) = \frac{x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$$

H23. Khi nào hai vectơ vuông góc với nhau ?

• GV nêu hệ quả :

$$\vec{u}_1 \perp \vec{u}_2 \Leftrightarrow \vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 0 \Leftrightarrow x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2 = 0.$$

H24. Vectơ $\vec{0}$ vuông góc với mọi vectơ.

• Thực hiện  3 trong 4 phút.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tính $\vec{b} + \vec{c}$.	Gợi ý trả lời câu hỏi 1 $\vec{b} + \vec{c} = (3; 0; -3)$

<p>Câu hỏi 2</p> <p>Tính $\vec{a}(\vec{b} + \vec{c})$.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 2</p> <p>$\vec{a}(\vec{b} + \vec{c}) = 3.3 + 0.0 + (-3).1 = 6$.</p>
<p>Câu hỏi 3</p> <p>Tính $\vec{a} + \vec{b}$.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 3</p> <p>$\vec{a} + \vec{b} = (4; -1; -1)$.</p>
<p>Câu hỏi 4</p> <p>Tính $\vec{a} + \vec{b}$</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 4</p> <p>$\vec{a} + \vec{b} = \sqrt{18}$</p>

HOẠT ĐỘNG 4

IV. PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU

- GV nêu cách chia một số khối đa diện và đặt câu hỏi:

H25. Tính khoảng cách giữa hai điểm $M(x; y; z)$ và $I(a; b; c)$.

H26. Biết khoảng cách đó là r , hãy lập biểu thức mối quan hệ đó.

- GV nêu định lí

Mặt cầu tâm $I(a; b; c)$, bán kính r có phương trình

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = r^2$$

- GV hướng dẫn HS chứng minh định lí trên.

- Thực hiện  4 trong 4 phút.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
<p>Câu hỏi 1</p> <p>Hãy xác định a, b và c</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 1</p> <p>$a = 1, b = -2$ và $c = 3$.</p>
<p>Câu hỏi 2</p> <p>Xác định r.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 2</p> <p>$r = 5$.</p>
<p>Câu hỏi 3</p> <p>Viết phương trình mặt cầu.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 3</p> <p>$(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 25$.</p>

H27. Hãy nêu một dạng khác của phương trình mặt cầu.

- GV nêu nhận xét :

Phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0$ là phương trình của mặt cầu khi và chỉ khi $a^2 + b^2 + c^2 > d$. Khi đó tâm mặt cầu là điểm $I(-a ; -b ; -c)$ và bán kính mặt cầu là

$$r = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}.$$

H28. d phải thoả mãn điều kiện gì để $x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0$ là phương trình của mặt cầu ?

- GV cho HS thực hiện ví dụ trong SGK.

HOẠT ĐỘNG 5

TÓM TẮT BÀI HỌC

1. Cho các vectơ $\vec{u}_1 = (x_1 ; y_1 ; z_1)$, $\vec{u}_2 = (x_2 ; y_2 ; z_2)$ và số k tuỳ ý, ta có :

$$1) \vec{u}_1 = \vec{u}_2 \Leftrightarrow x_1 = x_2, y_1 = y_2, z_1 = z_2$$

$$2) \vec{u}_1 + \vec{u}_2 = (x_1 + x_2 ; y_1 + y_2 ; z_1 + z_2)$$

$$3) \vec{u}_1 - \vec{u}_2 = (x_1 - x_2 ; y_1 - y_2 ; z_1 - z_2)$$

$$4) k\vec{u}_1 = (kx_1 ; ky_1 ; kz_1)$$

$$5) \vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$$

$$6) |\vec{u}_1| = \sqrt{\vec{u}_1^2} = \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}$$

$$7) \cos(\vec{u}_1, \vec{u}_2) = \frac{x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}, \text{ với } \vec{u}_1 \neq \vec{0}; \vec{u}_2 \neq \vec{0}$$

$$8) \vec{u}_1 \perp \vec{u}_2 \Leftrightarrow \vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 0 \Leftrightarrow x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2 = 0.$$

$$2. M = (x ; y ; z) \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

3. Cho hai điểm $A(x_A; y_A; z_A)$ và $B(x_B; y_B; z_B)$.

$$1) \overline{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$$

$$2) AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$$

4. Mặt cầu tâm $I(a; b; c)$, bán kính r có phương trình

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = r^2$$

Phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0$ là phương trình của mặt cầu khi và chỉ khi $a^2 + b^2 + c^2 > d$. Khi đó tâm mặt cầu là điểm $I(-a; -b; -c)$ và bán kính mặt cầu là

$$r = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}.$$

HOẠT ĐỘNG 6

MỘT SỐ CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Hãy điền đúng (Đ) sai (S) vào các khẳng định sau :

Câu 1. Cho $\vec{a} = (1; 2; 3)$, $\vec{b} = (-2; 3; -1)$. Khi đó $\vec{a} + \vec{b}$ có tọa độ là

(a) $\vec{a} + \vec{b}$ có tọa độ là $(-1; 5; 2)$ ☐

(b) $\vec{a} - \vec{b}$ có tọa độ là $(3; -1; 4)$ ☐

(c) $\vec{b} - \vec{a}$ có tọa độ là $(3; -1; 4)$ ☐

(d) Cả ba khẳng định trên đều sai ☐

Trả lời.

a	b	c	d
Đ	Đ	S	S

Câu 2. Cho $\vec{a} = (1; 2; 3)$, $\vec{b} = (-2; 3; -1)$. Khi đó $\vec{a} + \vec{b}$ có tọa độ là

- (a) $3\vec{a} + \vec{b}$ có tọa độ là $(1; 9; 8)$ ☐
- (b) $\vec{a} - 2\vec{b}$ có tọa độ là $(5; -4; 5)$ ☐
- (c) $2\vec{b} - \vec{a}$ có tọa độ là $(5; -4; 5)$ ☐
- (d) Cả ba khẳng định trên đều sai ☐

Trả lời.

a	b	c	d
Đ	Đ	S	S

Câu 3. Cho $\vec{a} = (1; 2; 3)$, $\vec{b} = (-2; 3; -1)$. Khi đó $\vec{a} + \vec{b}$ có tọa độ là

- (a) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$ ☐
- (b) $\vec{a} \cdot \vec{b} = -1$ ☐
- (c) $2\vec{b} \cdot \vec{a} = 2$ ☐
- (d) Cả ba khẳng định trên đều sai ☐

Trả lời.

a	b	c	d
Đ	S	Đ	S

Câu 4. Cho hình cầu có phương trình : $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 2$

- (a) Tâm của hình cầu là $I(1; -2; -3)$ ☐
- (b) Tâm của hình cầu là $I(-1; 2; 3)$ ☐
- (c) Bán kính của hình cầu là 2 ☐
- (d) Bán kính của hình cầu là $\sqrt{2}$ ☐

Trả lời.

a	b	c	d
Đ	S	S	Đ

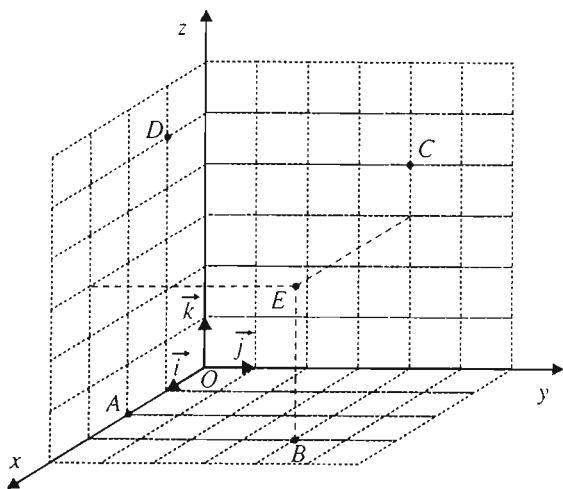
Chọn khẳng định đúng trong các câu sau:

Câu 5. Trong các cặp vectơ sau, cặp vectơ đối nhau là :

- (a) $\vec{a} = (1; 2; -1)$, $\vec{b} = (-1; -2; 1)$;
- (b) $\vec{a} = (1; 2; -1)$, $\vec{b} = (1; 2; -1)$;
- (c) $\vec{a} = (-1; -2; 1)$, $\vec{b} = (-1; -2; 1)$;
- (d) $\vec{a} = (1; 2; -1)$, $\vec{b} = (-1; -2; 0)$;

Trả lời. (a).

Câu 6. Cho hình vẽ :

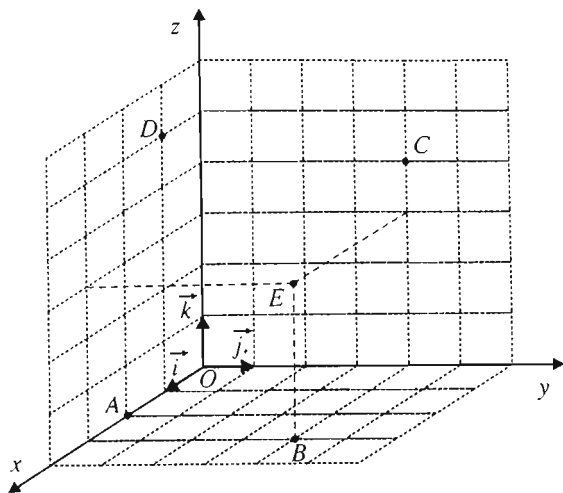


Điểm D có tọa độ là

- (a) (5 ; 1 ; 0) ;
- (b) (0 ; 1 ; 5);
- (c) (1 ; 5 ; 0) ;
- (d) (1 ; 0 ; 5).

Trả lời. (d).

Câu 7. Cho hình vẽ :

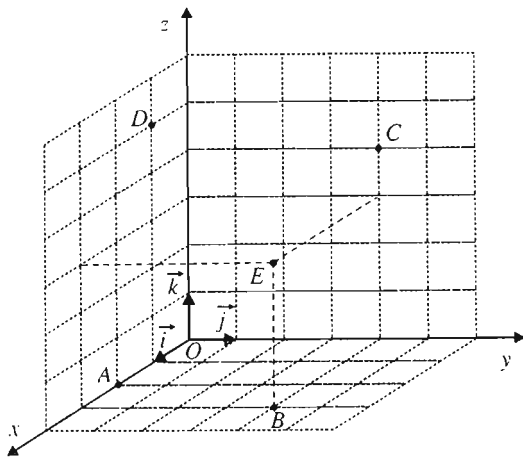


Điểm C có tọa độ là

- (a) $(4 ; 4 ; 0) ;$ (b) $(4 ; 0 ; 4)$ (c) $(0 ; 4 ; 4) ;$ (d) $(0 ; 0 ; 4)$

Trả lời. (b).

Câu 8. Cho hình vẽ :

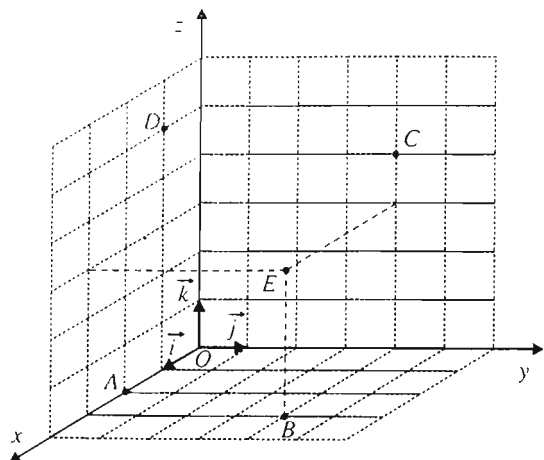


Điểm A có tọa độ là

- (a) $(0 ; 2 ; 0) ;$ (b) $(2 ; 0 ; 2)$ (c) $(2 ; 0 ; 0) ;$ (d) $(0 ; 0 ; 2)$

Trả lời. (c).

Câu 9. Cho hình vẽ :

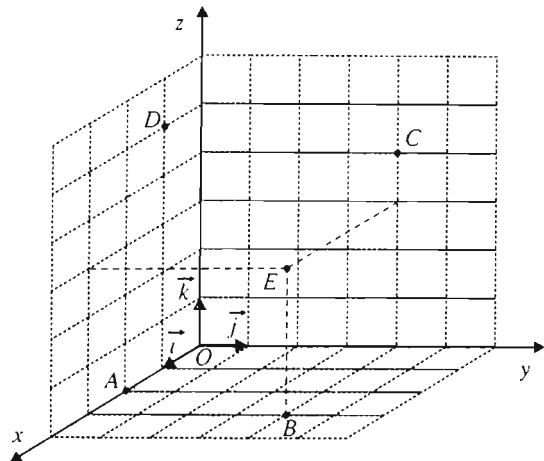


Điểm B có tọa độ là

- (a) (4 ; 4 ; 0) ; (b) (4 ; 0 ; 4) (c) (0 ; 4 ; 4) ; (d) (0 ; 0 ; 4)

Trả lời. (a).

Câu 10. Cho hình vẽ :



Điểm E có tọa độ là

- (a) (3 ; 4 ; 3) ; (b) (4 ; 3 ; 4) (c) (3 ; 4 ; 4) ; (d) (3 ; 0 ; 4)

Trả lời. (a).

HƯỚNG DẪN BÀI TẬP SGK

Bài 1. Hướng dẫn. Dựa vào tính chất của các phép toán vector

Câu a. Ta có $4\vec{a} = (8; -20; 12)$; $-\frac{1}{3}\vec{b} = \left(0; -\frac{2}{3}; -\frac{1}{3}\right)$; $3\vec{c} = (3; 21; 6)$.

Từ đó ta có kết quả.

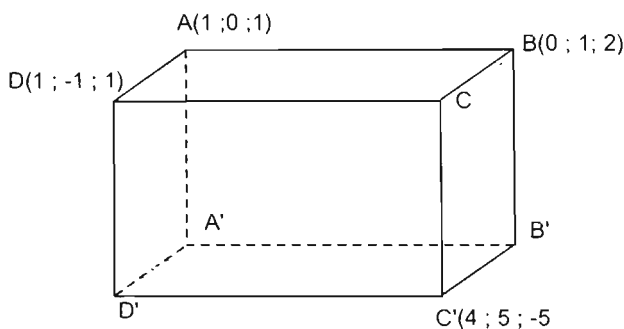
Câu b. Ta có ; $4\vec{b} = (0; 8; -4)$; $-2\vec{c} = (-2; -14; -4)$.

Từ đó ta có kết quả.

Bài 2. Hướng dẫn. Dựa vào tính chất chất $x_G = \frac{1}{3}(x_A + x_B + x_C)$;

$$y_G = \frac{1}{3}(y_A + y_B + y_C) ; z_G = \frac{1}{3}(z_A + z_B + z_C)$$

Bài 3. Hướng dẫn. Dựa vào tính chất của phép toán tọa độ. Hai vectơ bằng nhau.



Tính tọa độ điểm C bằng cách gọi $C(x; y; z)$ và $\overrightarrow{DC} = (x-1; y+1; z-1)$.

$\overrightarrow{AB} = (-1; 2; 1)$ và $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$ Ta có $C(2; 0; 2)$

Tính tọa độ A' bằng cách : $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{DD'}$ ta có $A'(3; 5; 6)$

Tương tự ta có $B'(4; 6; -5)$, $D'(3; 4; -6)$.

Bài 4. Hướng dẫn. Dựa vào tính chất của tích vô hướng hai vector

$$\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2$$

a) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 6$.

b) $\vec{c} \cdot \vec{d} = -21$.

Bài 5. Hướng dẫn. Dựa vào phương trình mặt cầu.

a) Phương trình mặt cầu được viết dưới dạng :

$$(x-4)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 16.$$

Từ đó ta có tâm và bán kính mặt cầu.

b) Phương trình mặt cầu được viết dưới dạng :

$$(x-1)^2 + \left(y + \frac{4}{3}\right)^2 + \left(z + \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{19^2}{6^2}$$

Từ đó ta có tâm và bán kính mặt cầu.

Bài 6. Hướng dẫn. Dựa vào phương trình mặt cầu.

a) Xác định tâm mặt cầu : $I = (3; -1; 5)$, bán kính mặt cầu $r = 3$.

Từ đó ta có tâm và bán kính mặt cầu

$$(x-3)^2 + (y+1)^2 + (z-5)^2 = 9.$$

b) Xác định tâm mặt cầu : $C = (3; -3; 1)$, bán kính mặt cầu $r = \sqrt{5}$

Từ đó ta có tâm và bán kính mặt cầu

$$(x-3)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 5.$$

§2. phương trình mặt phẳng² (tiết 5, 6, 7, 8, 9)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

HS nắm được:

1. Vectơ pháp tuyến của một mặt phẳng, cặp vectơ chỉ phương của mặt phẳng.
2. Sự xác định một mặt phẳng.
3. Biết được phương trình tổng quát và phương trình tham số của mặt phẳng.
4. Xác định được điều kiện để hai mặt phẳng song song và hai mặt phẳng vuông góc.

2. Kỹ năng

- Lập được phương trình mặt phẳng khi biết một điểm và vectơ pháp tuyến, khi biết một điểm và cặp vectơ chỉ phương.
- Xác định được vị trí tương đối của hai mặt phẳng, hai mặt phẳng song song, hai mặt phẳng vuông góc.
- Tìm được khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng.

3. Thái độ

- Liên hệ được với nhiều vấn đề có trong thực tế về mặt phẳng trong không gian.
- Có nhiều sáng tạo trong hình học.
- Hứng thú trong học tập, tích cực phát huy tính độc lập trong học tập.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV:

- Hình vẽ 3.4 đến 3.8 trong SGK.

- Thước kẻ, phấn màu,...
- Chuẩn bị sẵn một vài hình ảnh thực tế trong trường về hai mặt phẳng vuông góc , hai mặt phẳng song song.

2. Chuẩn bị của HS :

- Đọc bài trước ở nhà, ôn tập lại một số kiến thức đã học.
- Chuẩn bị thước kẻ, bút chì, bút màu để vẽ hình.

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài này chia thành 5 tiết:

Tiết 1: từ đầu đến hết định nghĩa phần I.

Tiết 2 : tiếp theo đến hết mục 1 phần II.

Tiết 3: tiếp theo đến hết phần II.

Tiết 4 : tiếp theo đến hết mục 1 phần III.

Tiết 5: tiếp theo đến hết phần IV.

IV. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. ĐẶT VẤN ĐỀ

Câu hỏi 1.

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có A trùng với gốc toạ độ. AB trùng với Ox, AD trùng với Oy, AA' trùng với Oz

- a) Tìm toạ độ tất cả các đỉnh của hình vuông.
- b) Tìm toạ độ vectơ \overrightarrow{AM} với M là trung điểm CC'

Câu hỏi 2.

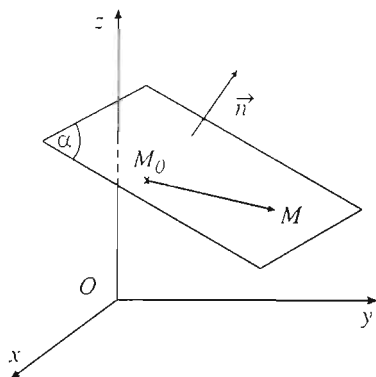
Nêu một số tính chất cơ bản của phép toán về vectơ.

B. BÀI MỚI

HOẠT ĐỘNG 1

I. VECTƠ PHÁP TUYẾN CỦA MẶT PHẪNG

GV nêu một số câu hỏi sau đây:



H1. có bao nhiêu đường thẳng vuông góc với mặt phẳng

H2. Một mặt phẳng xác định khi nào ?

• GV nêu định nghĩa :

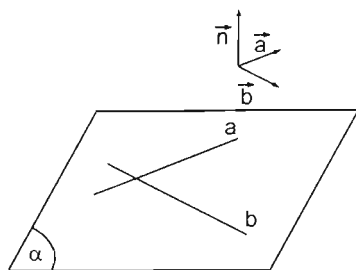
Cho mặt phẳng (α) . Nếu vector \vec{n} khác vector $\vec{0}$ có giá vuông góc với mặt phẳng (α) gọi là vector pháp tuyến của mặt phẳng (α)

H3. Cho \vec{n} là vector pháp tuyến của (α) , hỏi $k\vec{n}$ có là vector pháp tuyến của (α) không?

• GV nêu chú ý :

Nếu \vec{n} là vector pháp tuyến của $mp(\alpha)$ thì $k\vec{n}$ ($k \neq 0$) cũng là vector pháp tuyến của $mp(\alpha)$.

• GV nêu và hướng dẫn HS giải bài toán 1. (Sử dụng hình 3.4).



Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
<p>Câu hỏi 1</p> <p>Để chứng minh \vec{n} là vec tơ pháp tuyến của (α) ta cần chứng minh vấn đề gì ?</p> <p>Câu hỏi 2</p> <p>Hãy chứng minh nhận định trên.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 1</p> <p>Ta chứng minh $\vec{n} \cdot \vec{a} = \vec{n} \cdot \vec{b} = 0$.</p> <p>Gợi ý trả lời câu hỏi 2</p> <p>HS tự chứng minh.</p>

- GV nêu nhận xét :

Vector \vec{n} thoả mãn $\vec{n} \cdot \vec{a} = \vec{n} \cdot \vec{b} = 0$ gọi là tích có hướng của hai vector \vec{a} và \vec{b} , kí hiệu $\vec{n} = \vec{a} \wedge \vec{b}$ hoặc $\vec{n} = [\vec{a}, \vec{b}]$.

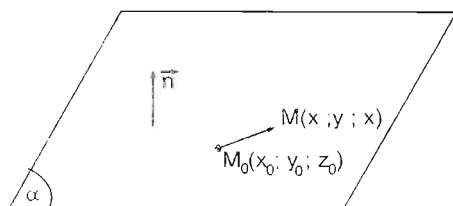
- Thực hiện **Δ1** trong 5 phút.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
<p>Câu hỏi 1</p> <p>Tìm toạ độ vector \overline{AB}</p> <p>Câu hỏi 2</p> <p>Tìm toạ độ vector \overline{AC}</p> <p>Câu hỏi 3</p> <p>Tìm vec tơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC)</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 1</p> <p>$\overline{AB} = (2; 1; -2)$</p> <p>Gợi ý trả lời câu hỏi 2</p> <p>$\overline{AC} = (-12; 6; 0)$</p> <p>Gợi ý trả lời câu hỏi 3</p> <p>$\vec{n} = (1; 2; 2)$.</p>

HOẠT ĐỘNG 2

II. PHƯƠNG TRÌNH TỔNG QUÁT CỦA MẶT PHẪNG

- GV nêu và cho HS giải bài toán 1. (Sử dụng hình 3.5)



Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tìm tọa độ vectơ $\overrightarrow{M_0M}$	Gợi ý trả lời câu hỏi 1 HS tự tính.
Câu hỏi 2 $\overrightarrow{M_0M}$ và \vec{n} có quan hệ với nhau như thế nào?	Gợi ý trả lời câu hỏi 2 $\overrightarrow{M_0M} \cdot \vec{n} = 0$.
Câu hỏi 3 Hãy chứng minh nhận định của bài toán.	Gợi ý trả lời câu hỏi 2 HS tự chứng minh.

- GV nêu và cho HS giải bài toán 2. (Sử dụng hình 3.5)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy chọn điểm M_0 thỏa mãn phương trình đã cho.	Gợi ý trả lời câu hỏi 1 HS tự chọn.
Câu hỏi 2 Gọi (α) là mặt phẳng qua M_0 và nhận $\vec{n}(A;B;C)$ làm vectơ pháp tuyến. Chứng minh: M thuộc (α) khi $Ax + By + Cz + D = 0$.	Gợi ý trả lời câu hỏi 2 HS tự chứng minh.

1. Định nghĩa

- GV nêu định nghĩa sau :

$Ax + By + Cz + D = 0$ trong đó $A^2 + B^2 + C^2 > 0$ gọi là phương trình tổng quát của mặt phẳng (α) .

H4. Tìm vectơ pháp tuyến của mặt phẳng : $Ax + By + Cz + D = 0$

- GV nêu nhận xét a) :

(α) có phương trình $Ax + By + Cz + D = 0$ thì vectơ pháp tuyến của (α) là $\vec{n} = (A; B; C)$

H5. Lập phương trình mặt phẳng đi qua $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và nhận $\vec{n} = (A; B; C)$ là vectơ pháp tuyến.

- GV nêu nhận xét b) :

Mặt phẳng (α) đi qua điểm $M_0(x_0, y_0, z_0)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}(A; B; C)$ là $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$.

- Thực hiện $\triangle 2$ trong 5 phút.

GV gọi ba HS lên bảng điền vectơ pháp tuyến vào ô trống sau:

HS1:

(α)	$4x - 2y - 6z + 7 = 0$	$4x + 2y - 6z + 7 = 0$
VTPT: \vec{n}		

HS2:

(α)	$4x + 2y - 6z + 7 = 0$	$4x + 2y - 6z - 7 = 0$
VTPT: \vec{n}		

HS3 :

(α)	$4x - 2y - 6z - 7 = 0$	$4x + 2y + 6z + 7 = 0$
VTPT : \vec{n}		

• Thực hiện  3 trong 5 phút.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Xác định \overline{MN}	Gợi ý trả lời câu hỏi 1 $\overline{MN} = (3 ; 2 ; 1)$
Câu hỏi 2 Xác định \overline{MP}	Gợi ý trả lời câu hỏi 2 $\overline{MP} = (4 ; 1 ; 0)$.
Câu hỏi 3 Xác định VTPT của (MNP)	Gợi ý trả lời câu hỏi 3 $\vec{n} = (-1 ; 4 ; -5)$
Câu hỏi 5 Lập PTTQ của mặt phẳng.	Gợi ý trả lời câu hỏi 4 $x - 4y + 5z - 2 = 0$.

2. Các trường hợp riêng

a) Mặt phẳng đi qua gốc toạ độ: Sử dụng hình 3.6.

H6. Điểm O (0 ; 0 ; 0) thuộc mặt phẳng (α). Tìm D.

• GV kết luận :

Mặt phẳng (α) đi qua gốc toạ độ O khi và chỉ khi $D = 0$.

b) Một trong các hệ số : A, B hoặc C bằng 0 ; Sử dụng hình 3. 7

H7. A = 0, mặt phẳng (α) và Ox có quan hệ như thế nào ?

• GV kết luận :

Mặt phẳng (α) song song (hoặc chứa) trục toạ độ Ox khi và chỉ khi $A = 0$.

H8. Phát biểu trong trường hợp : B = 0 hoặc C= 0.

GV nêu tổng quát:

Mặt phẳng (α) song song với trục toạ độ nào đó khi và chỉ khi hệ số tương ứng của biến số bằng 0.

- Thực hiện 4 trong 5 phút.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 B = 0 thì (α) có đặc điểm gì ?	Gợi ý trả lời câu hỏi 1 $(\alpha) // Oy$.
Câu hỏi 2 C = 0 thì (α) có đặc điểm gì ?	Gợi ý trả lời câu hỏi 2 $(\alpha) // Oz$.

GV nêu tổng quát:

Mặt phẳng (α) song song với trục toạ độ nào đó khi và chỉ khi hệ số tương ứng của biến số bằng 0.

c) Mặt phẳng (α) trùng với một trong các mặt phẳng toạ độ: Sử dụng hình 3. 8

H9. A = 0, B = 0 mặt phẳng (α) và mp(Oxy) có quan hệ như thế nào ?

- GV kết luận :

Mặt phẳng (α) song song hoặc trùng với mặt phẳng (Oxy) khi và chỉ khi $A = B = 0$.

H10. Phát biểu trong trường hợp : B = 0, C = 0 hoặc C = 0, A = 0.

- Thực hiện 5 trong 5 phút.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 A = C = 0 thì (α) có đặc điểm gì?	Gợi ý trả lời câu hỏi 1 $(\alpha) // Oxz$.
Câu hỏi 2 B = C = 0 thì (α) có đặc điểm gì?	Gợi ý trả lời câu hỏi 2 $(\alpha) // Oyz$.

GV nêu tổng quát:

Mặt phẳng (α) song song với mặt phẳng toạ độ nào đó khi và chỉ khi hệ số tương ứng của các biến số bằng 0.

- GV nêu các câu hỏi

H11. Từ phương trình : $Ax + By + Cz + D = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ bằng cách nào?

GV nhận xét : $Ax + By + Cz + D = 0$ với các hệ số A, B, C, D đều khác 0.

Khi đó bằng cách đặt $a = -\frac{D}{A}$; $b = -\frac{D}{B}$; $c = -\frac{D}{C}$. ta đưa phương trình trên về

dạng : $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$

- GV nêu nhận xét :

Phương trình $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ gọi là phương trình đoạn chắn của mặt phẳng.

H12. Phương trình đoạn chắn của (α) cắt các trục theo điểm nào?

GV nhận xét :

Rõ ràng mặt phẳng có phương trình (2) cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm $M(a ; 0 ; 0)$, $N(0 ; b ; 0)$ và $P(0 ; 0 ; c)$.

- GV nêu ví dụ trong SGK và giải.

HOẠT ĐỘNG 3

III. ĐIỀU KIỆN ĐỂ HAI MẶT PHẪNG SONG SONG, HAI MẶT PHẪNG VUÔNG GÓC.

- Thực hiện  6 trong 5 phút.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Xác định vectơ pháp tuyến của (α) ?	Gợi ý trả lời câu hỏi 1 $\vec{n} = (1; -2; 3)$

<p>Câu hỏi 2</p> <p>Xác định vectơ pháp tuyến của (β)?</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 2</p> <p>$\vec{n}' = (2; -4; 6)$</p>
<p>Câu hỏi 3</p> <p>Hai vectơ trên quan hệ như thế nào?</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 3</p> <p>Hai vectơ trên cộng tuyến.</p>

• GV đặt vấn đề :

Trong không gian toạ độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng (α) và (α') lần lượt có phương trình :

$$(\alpha) : Ax + By + Cz + D = 0$$

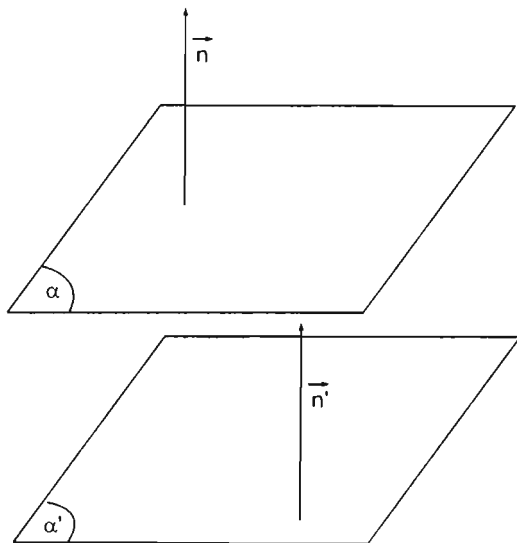
$$(\alpha') : A'x + B'y + C'z + D' = 0 ;$$

chúng lần lượt có các vectơ pháp tuyến là $\vec{n}(A; B; C)$ và $\vec{n}'(A'; B'; C')$.

Khi nào (α) và (α') song song ?

Khi nào (α) và (α') vuông góc ?

1. Điều kiện để hai mặt phẳng song song



H13. Khi nào $(\alpha) \parallel (\alpha')$

- GV kết luận : $(\alpha) // (\alpha') \Leftrightarrow$ hai vector pháp tuyến của hai mặt phẳng đó cộng tuyến.

H14. Hãy viết biểu thức toán học để hai mặt phẳng (α) và (α') song song.

- GV kết luận :

$$(\alpha) // (\alpha') \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{n} = k\vec{n'} \\ D \neq kD' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (A; B; C) = k(A'; B'; C') \\ D \neq kD' \end{cases}$$

$$(\alpha) \equiv (\alpha') \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{n} = k\vec{n'} \\ D = kD' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (A; B; C) = k(A'; B'; C') \\ D = kD' \end{cases}$$

- GV có thể nêu cách khác của kết luận trên cho dễ hiểu hơn:

Cho hai mặt phẳng (α) và (α') lần lượt có phương trình :

$$(\alpha) : Ax + By + Cz + D = 0$$

$$(\alpha') : A'x + B'y + C'z + D' = 0$$

a) Hai mặt phẳng đó song song khi và chỉ khi

$$\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'} \neq \frac{D}{D'}$$

b) Hai mặt phẳng đó trùng nhau khi và chỉ khi

$$\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'} = \frac{D}{D'}$$

- GV nêu chú ý :

Hai mặt phẳng (α) và (α') cắt nhau $\Leftrightarrow (A; B; C) \neq k(A'; B'; C')$

GV có thể nêu cách khác cho dễ nhớ:

Cho hai mặt phẳng (α) và (α') lần lượt có phương trình :

$$(\alpha) : Ax + By + Cz + D = 0$$

$$(\alpha') : A'x + B'y + C'z + D' = 0$$

Hai mặt phẳng đó cắt nhau khi và chỉ khi $A \cdot B \cdot C \neq A' \cdot B' \cdot C'$

- GV nêu ví dụ trong SGK và giải. GV có thể nêu ví dụ khác.
- Sau đây là ví dụ khác :

Cho hai mặt phẳng $(\alpha) : x - my + 4z + m = 0$
 $(\beta) : x - 2y + (m + 2)z - 4 = 0.$

- Hãy tìm giá trị của m để :
- a) Hai mặt phẳng đó song song.
 - b) Hai mặt phẳng đó trùng nhau.
 - c) Hai mặt phẳng đó cắt nhau.

Câu a.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
<p><i>Câu hỏi 1</i></p> <p>Nêu điều kiện để $(\alpha) // (\beta).$</p>	<p><i>Gợi ý trả lời câu hỏi 1</i></p> $\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'} \neq \frac{D}{D'}$
<p><i>Câu hỏi 2</i></p> <p>Xác định m để $(\alpha) // (\beta).$</p>	<p><i>Gợi ý trả lời câu hỏi 2</i></p> $\frac{1}{1} = \frac{-m}{-2} = \frac{4}{m+2} \neq \frac{m}{-4}$ <p>$m = 2$</p>

Câu b.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
<p><i>Câu hỏi 1</i></p> <p>Nêu điều kiện để $(\alpha) \equiv (\beta).$</p>	<p><i>Gợi ý trả lời câu hỏi 1</i></p> $\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'} = \frac{D}{D'}$
<p><i>Câu hỏi 2</i></p> <p>Xác định m để $(\alpha) \equiv (\beta).$</p>	<p><i>Gợi ý trả lời câu hỏi 2</i></p> $\frac{1}{1} = \frac{-m}{-2} = \frac{4}{m+2} = \frac{m}{-4}$ <p>Không có m.</p>

Câu c.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Nêu điều kiện để (α) cắt (β) .	Gợi ý trả lời câu hỏi 1 $A : B : C \neq A' : B' : C'$
Câu hỏi 2 Xác định m để (α) cắt (β) .	Gợi ý trả lời câu hỏi 2 $m \neq 2$.

2. Điều kiện để hai mặt phẳng vuông góc

GV sử dụng hình 3.12 và đặt các câu hỏi :

H15. Nhận xét về hai vectơ $\overrightarrow{n_1}$ và $\overrightarrow{n_2}$.

- GV nêu điều kiện :
 $(\alpha_1) \perp (\alpha_2) \Leftrightarrow \overrightarrow{n_1} . \overrightarrow{n_2} = 0 \Leftrightarrow AA' + BB' + CC' = 0$
- GV nêu ví dụ trong SGK và giải :

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Mặt phẳng đã cho có cặp vectơ chỉ phương nào ?	Gợi ý trả lời câu hỏi 1 \overrightarrow{AB} và \vec{n} .
Câu hỏi 2 Xác định vectơ pháp tuyến của mặt phẳng cần lập.	Gợi ý trả lời câu hỏi 2 Mặt phẳng có vectơ pháp tuyến là : $\vec{n'} = [\overrightarrow{AB}, \vec{n}] = (-1; 13; 5)$
Câu hỏi 3 Xác định mặt phẳng cần lập.	Gợi ý trả lời câu hỏi 3 $x - 13y - 5z + 5 = 0$.

HOẠT ĐỘNG 4

IV. KHOẢNG CÁCH TỪ MỘT ĐIỂM ĐẾN MỘT MẶT PHẪNG

- GV nêu định lí :

Trong không gian Oxyz cho mặt phẳng (α) có phương trình :

$$Ax + By + Cz + D = 0 \text{ và điểm } M_0(x_0 ; y_0 ; z_0).$$

Không cách từ M_0 đến (α) kí hiệu $d(M_0, (\alpha))$ và được tính theo công thức:

$$d(M_0, (\alpha)) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

- Để chứng minh định lí trên, GV cần đưa ra các bước sau :

- Gọi $M_1(x_1 ; y_1 ; z_1)$ là hình chiếu của M_0 trên (α) .

Tính độ dài $|\overline{M_1 M_0} \cdot \vec{n}|$.

Tính độ dài : $|\overline{M_1 M_0}|$.

- Thực hiện ví dụ 1 trong 4'

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tính $d(O, (\alpha))$	Gợi ý trả lời câu hỏi 1 $d(O, (\alpha)) = \frac{ 2 \cdot 0 - 2 \cdot 0 - 0 + 3 }{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + (-1)^2}} = 1.$
Câu hỏi 2 Tính $d(M, (\alpha))$	Gợi ý trả lời câu hỏi 2 $d(O, (\alpha)) = \frac{ 2 \cdot 1 - 2 \cdot (-2) - 13 + 3 }{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + (-1)^2}} = \frac{4}{3}$

- Thực hiện ví dụ 2 trong 4’

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
<p>Câu hỏi 1</p> <p>Chọn một điểm M bất kì thuộc (α).</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 1</p> <p>GV cho HS chọn điểm bất kì.</p>
<p>Câu hỏi 2</p> <p>Tính $d(M, (\alpha))$.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 2</p> <p>$d(M, (\alpha))$</p> <p>$d(M, (\alpha)) = 3$.</p>

- Thực hiện 7 trong 5 phút.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
<p>Câu hỏi 1</p> <p>Hai mặt phẳng này cùng song song với mặt phẳng nào?</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 1</p> <p>MP(Oyz)</p>
<p>Câu hỏi 2</p> <p>Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng đó.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 2</p> <p>$d((\alpha), (\beta)) = -8 - (-2) = 6$.</p>

TÓM TẮT BÀI HỌC

1. Vectơ $\vec{n} \neq \vec{0}$ gọi là *vector pháp tuyến* của mặt phẳng (α) nếu giá của vectơ \vec{n} vuông góc với mặt phẳng (α) .
2. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) đi qua điểm $M_0(x_0, y_0, z_0)$ và có vector pháp tuyến $\vec{n}(A; B; C)$:
 $(\alpha) : A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$.
Đặt $D = -(Ax_0 + By_0 + Cz_0)$ thì phương trình của mặt phẳng (α) được viết dưới dạng : $Ax + By + Cz + D = 0$ trong đó $A^2 + B^2 + C^2 > 0$.
3. Các trường hợp riêng:

Phương trình của (α)	Đặc điểm của (α)
$By + Cz + D = 0$	(α) song song hoặc chứa Ox .
$Ax + By + D = 0$	(α) song song hoặc chứa Oz .
$Ax + Cz + D = 0$	(α) song song hoặc chứa Oy .
$Cz + D = 0$	(α) song song hoặc trùng Oxy .
$By + D = 0$	(α) song song hoặc trùng Oxz .
$Ax + D = 0$	(α) song song hoặc trùng Oyz .

4. Phương trình đoạn chắn : $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

5. Cho hai mặt phẳng (α) và (α') lần lượt có phương trình :

$$(\alpha) : Ax + By + Cz + D = 0$$

$$(\alpha') : A'x + B'y + C'z + D' = 0$$

a) Hai mặt phẳng đó cắt nhau khi và chỉ khi $A : B : C \neq A' : B' : C'$.

b) Hai mặt phẳng đó song song khi và chỉ khi

$$\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'} \neq \frac{D}{D'}$$

c) Hai mặt phẳng đó trùng nhau khi và chỉ khi

$$\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'} = \frac{D}{D'}$$

6. Khoảng cách từ một điểm đến mặt phẳng :

$$d(M_0, (\alpha)) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

HOẠT ĐỘNG 5

MỘT SỐ CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Hãy điền đúng, sai vào các ô trống sau đây:

- (a) Mặt phẳng $x + 3y - z + 2 = 0$ có vectơ pháp tuyến là $(1 ; 3 ; -1)$ ☐
- (b) Mặt phẳng $x + 3y - z + 2 = 0$ có vectơ pháp tuyến là $(1 ; 3 ; 2)$ ☐
- (c) Mặt phẳng $x - 3y - z + 2 = 0$ có vectơ pháp tuyến là $(1 ; -3 ; -1)$ ☐
- (d) Mặt phẳng $-x + 3y - z + 2 = 0$ có vectơ pháp tuyến là $(-1 ; 3 ; -1)$ ☐

Trả lời.

a	b	c	d
Đ	S	Đ	Đ

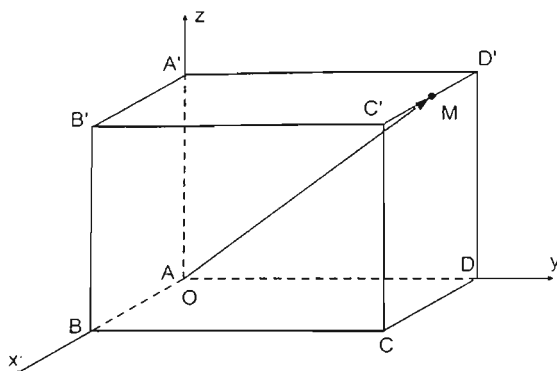
Câu 2. Hãy điền đúng, sai vào các ô trống sau đây:

- (a) Mặt phẳng $3y - z + 2 = 0$ có vectơ pháp tuyến là $(0 ; 3 ; -1)$ ☐
- (b) Mặt phẳng $x + 3y + 2 = 0$ có vectơ pháp tuyến là $(1 ; 3 ; 2)$ ☐
- (c) Mặt phẳng $x - z + 2 = 0$ có vectơ pháp tuyến là $(1 ; 0 ; -1)$ ☐
- (d) Mặt phẳng $-x + 3y - z = 0$ có vectơ pháp tuyến là $(-1 ; 3 ; -1)$ ☐

Trả lời.

a	b	c	d
Đ	S	Đ	Đ

Câu 3. Cho hình lập phương cạnh 1 như hình vẽ.



Hãy điền đúng, sai vào các ô trống sau đây:

- (a) Mặt phẳng ABCD có phương trình là $z = 0$ ☐
- (b) Mặt phẳng BB'C'C có phương trình là $x = 1$ ☐
- (c) Mặt phẳng A'B'C'D' có phương trình là $z = 1$ ☐
- (d) Mặt phẳng CC'D'D có phương trình là $y = 1$ ☐

Trả lời.

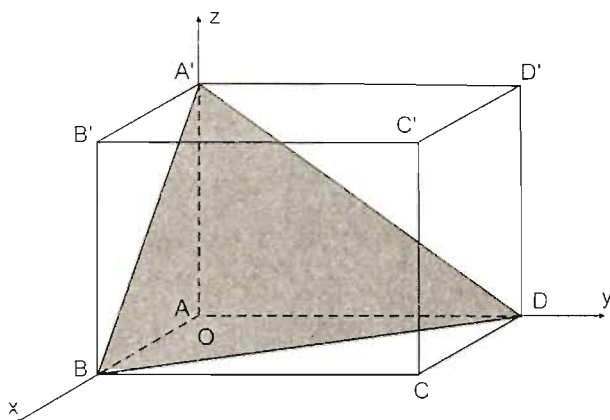
a	b	c	d
Đ	Đ	Đ	Đ

Câu 4. Điền vào ô trống sau :

Phương trình của (α)	Đặc điểm của (α)
	(α) song song hoặc chứa Ox.
	(α) song song hoặc chứa Oz.
	(α) song song hoặc chứa Oy.
	(α) song song hoặc trùng Oxy.
	(α) song song hoặc trùng Oxz.
	(α) song song hoặc trùng Oyz.

Chọn câu trả lời đúng trong các bài tập sau:

Câu 5 Cho hình vẽ. Hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh 1.



Mặt phẳng $(A'BD)$ có phương trình nào sau:

(a) $x + y + 1 = 0$;

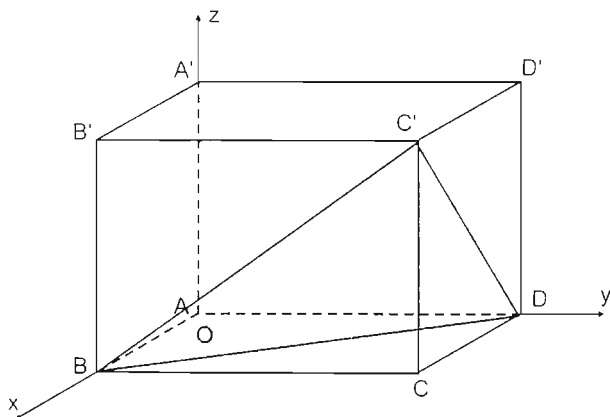
(b) $x + y + z = 1$

(c) $x + z = 1$;

(d) $y + z + 1 = 0$

Trả lời (b).

Câu 6. Cho hình vẽ. Hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh 1.



Mặt phẳng $(C'BD)$ có phương trình nào sau:

(a) $-x + y + z + 1 = 0$;

(b) $-x + y + z = 1$

(c) $x + z = 1$;

(d) $y + z + 1 = 0$

Trả lời . (b).

Câu 7. Cho mặt phẳng có phương trình (P) : $x + 2y + 3z - 1 = 0$.

Mặt phẳng nào sau đây song song với (P)

- (a) $2x + 4y + 6x - 1 = 0$; (b) $2x + 4y - 6z - 2 = 0$;
(c) $2x - 4y + 6z - 2 = 0$; (d) $-2x + 4y + 6z - 2 = 0$.

Trả lời (a).

Câu 8. Cho mặt phẳng có phương trình (P) : $x + 2y + 3z - 1 = 0$.

Mặt phẳng nào sau đây trùng với (P)

- (a) $2x + 4y + 6z - 2 = 0$; (b) $2x + 4y - 6z - 2 = 0$;
(c) $2x - 4y + 6z - 2 = 0$; (d) $-2x + 4y + 6z - 2 = 0$.

Trả lời (a).

Câu 9. Cho mặt phẳng có phương trình (P) : $x + 2y + 3z - 1 = 0$.

Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với (P)

- (a) $2x + 4y + 6x - 2 = 0$; (b) $2x + 4y - 6x - 2 = 0$;
(c) $2x - 4y + 6x - 2 = 0$; (d) $-3x + z - 2 = 0$.

Trả lời (d).

Câu 10. Cho mặt phẳng có phương trình (P) : $x + 2y + 3z - 1 = 0$.

Khoảng cách từ $M(1, 2, -1)$ đến (P) là :

- (a) $\frac{1}{\sqrt{14}}$; (b) $\frac{1}{14}$; (c) $\frac{1}{6}$; (d) $\frac{1}{7}$.

Trả lời (a).

HOẠT ĐỘNG 6

HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

Bài 1. Sử dụng phương trình của mặt phẳng.

a) *Hướng dẫn.* Sử dụng công thức : $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$.

Đáp số. $2x + 3y + 5z - 16 = 0$.

b) *Hướng dẫn.* Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng đó là : $\left[\vec{u}, \vec{v} \right] = (2; 6; 6)$

Sử dụng công thức : $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0.$

Đáp số. $x - 3y + 3z - 9 = 0.$

c) *Hướng dẫn.* Sử dụng phương trình đoạn chắn : $\frac{x}{-3} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{-1} = 1$

Đáp số. $2x + 3y + 6z + 6 = 0.$

Bài 2. Sử dụng tính chất của trung điểm và mặt phẳng trung trực.

• Trung điểm của AB là $M = (3; 2; -5).$

• $\vec{AB} = (2; -2; -4)$

Đáp số. $(\alpha) : x - y - 2z + 9 = 0.$

Bài 3. Sử dụng các trường hợp riêng của mặt phẳng.

a) *Hướng dẫn.* Sử dụng hoạt động 4.

Đáp số. $mp(Oxy) : z = 0, mp(Oxz) : zy = 0, mp(Oyz) : x = 0.$

b) $mp(\alpha) \parallel (Oxy)$ nhận $\vec{k}(0; 0; 1)$ làm vectơ pháp tuyến.

Đáp số. $(\alpha) : z + 3 = 0.$

Tương tự : $(\beta) \parallel (Oyz) : x - 2 = 0 ; (\gamma) \parallel (Oxz) : x - 6 = 0.$

Bài 4. Sử dụng phương trình tổng quát của mặt phẳng.

a) *Hướng dẫn.* $mp(\alpha)$ chứa trục Ox và đi qua P sẽ nhận \vec{i} và \vec{OP} làm cặp vectơ chỉ phương.

$\vec{n}_\alpha = [\vec{i}, \vec{OP}] = (0; -2; 1).$

$(\alpha) : 2y + z = 0.$

b) *Hướng dẫn.* $mp(\beta)$ chứa trục Oy và đi qua P sẽ nhận \vec{j} và \vec{OQ} làm cặp vectơ chỉ phương.

$\vec{n}_\beta = [\vec{j}, \vec{OQ}] = (-3; 0; -1).$

$(\beta) : 3x + z = 0.$

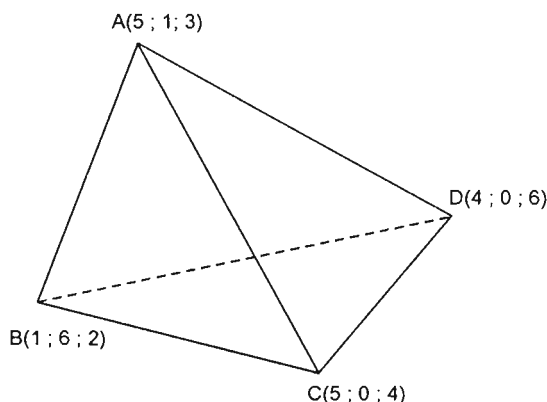
c) *Hướng dẫn.* mp(γ) chứa trục Oz và đi qua R sẽ nhận \vec{k} và \overrightarrow{OR} làm cặp vector chỉ phương.

$$\overrightarrow{n_\gamma} = [\vec{k}, \overrightarrow{OR}] = (4; 3; 0).$$

$$(\gamma) : 4x + 3y = 0.$$

Bài 5. Sử dụng phương trình tổng quát của mặt phẳng.

Nên có hình vẽ để HS trung bình dễ tưởng tượng.



a) *Hướng dẫn.* mp(ACD) sẽ nhận AC và \overrightarrow{AD} làm cặp vector chỉ phương.

$$\overrightarrow{n_{ACD}} = [\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}] = (-2; -1; -1).$$

$$(ACD) : 2x + y + z - 14 = 0$$

$$\text{Tương tự : } (BCD) : 6x + 5y + 3z - 42 = 0.$$

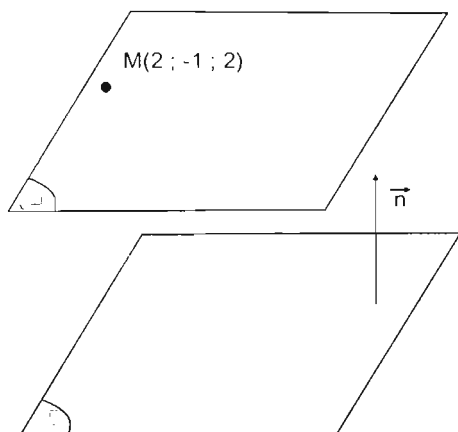
b) *Hướng dẫn.* mp(α) nhận \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{CD} làm cặp vector chỉ phương.

$$\overrightarrow{n_\alpha} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}] = (10; 9; 5).$$

$$(\beta) : 10z + 9y + 5x - 74 = 0.$$

Bài 6. Sử dụng phương trình tổng quát của mặt phẳng.

Nên có hình vẽ để HS trung bình dễ tưởng tượng.



Hướng dẫn. mp(α) sẽ nhận $\overrightarrow{n_\beta} = (2; -1; 3)$ làm vectơ pháp tuyến.

$$(\alpha) : 2x - y + 3z - 11 = 0.$$

Bài 7. Sử dụng phương trình tổng quát của mặt phẳng.

Mặt phẳng (α) cần lập nhận: \overline{AB} và $\overline{n_\beta}$ làm cặp vectơ chỉ phương. Do đó

$$\overline{n_\alpha} = (1; 0; -2).$$

$$(\alpha) : x - 2z + 1 = 0.$$

Bài 8. Sử dụng tính chất : Hai mặt phẳng song song khi và chỉ khi :

$$\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'} \neq \frac{D}{D'}$$

$$a) \frac{2}{n} = \frac{m}{-8} = \frac{3}{-6} \neq \frac{-5}{2} \quad \text{Từ đó ta có } n = -4, m = 4.$$

$$b) \frac{3}{2} = \frac{-5}{n} = \frac{m}{-3} \neq \frac{-3}{1} \quad \text{Từ đó ta có } n = -\frac{10}{3}, m = -\frac{9}{2}$$

Bài 9. Sử dụng trực tiếp công thức tính khoảng cách

$$d(M_0, (\alpha)) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

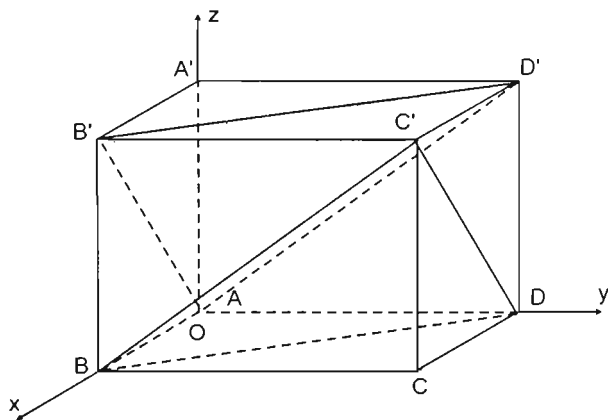
$$a) d(M_0, (\alpha)) = 5$$

b) $d(M_0, (\alpha)) = \frac{44}{13}$.

c) $d(M_0, (\alpha)) = 2$.

Bài 10. Sử dụng phương pháp tọa độ.

Nên vẽ hình để đối tượng HS trung bình dễ tưởng tượng.



Từ hình vẽ HS hãy viết tọa độ các đỉnh của hình lập phương.

- Chứng minh hai mặt phẳng $(AB'D')$ và $(C'BD)$ có chung một vectơ pháp tuyến.
- Lập phương trình mặt phẳng $(C'BD)$ và tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng đó.

Đáp số. $d = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

§3. Phương trình đường thẳng² trong không gian (tiết 10, 11, 12, 13, 14, 15)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

HS nắm được:

1. Phương trình tham số của đường thẳng: Vectơ chỉ phương, cặp vectơ pháp tuyến của đường thẳng.
2. Điều kiện để hai đường thẳng song song, cắt nhau và chéo nhau.

2. Kỹ năng

- Lập được phương trình đường thẳng.
- Tính được khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng.

3. Thái độ

- Liên hệ được với nhiều vấn đề có trong thực tế về đường thẳng trong không gian.
- Có nhiều sáng tạo trong hình học.
- Hứng thú trong học tập, tích cực phát huy tính độc lập trong học tập.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV:

- Hình vẽ 3.14 đến 3.17 trong SGK.
- Thước kẻ, phấn màu,...
- Chuẩn bị sẵn một vài hình ảnh thực tế về đường thẳng.

2. Chuẩn bị của HS

Đọc bài trước ở nhà, ôn tập lại một số kiến thức đã học về đường thẳng.

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài này chia thành 6 tiết:

Tiết 1 : Từ đầu đến hết định lí 1.

Tiết 2 : Tiếp theo đến hết phần I

Tiết 3 : Tiếp theo đến hết hoạt động 4.

Tiết 4 : Tiếp theo đến hết ví dụ 2.

Tiết 5 : Tiếp theo đến hết ví dụ 4.

Tiết 6 : Phần còn lại và bài tập.

IV. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. ĐẶT VẤN ĐỀ

Câu hỏi 1.

Nêu khái niệm về vectơ pháp tuyến của mặt phẳng.

Câu hỏi 2.

Nêu điều kiện để hai mặt phẳng song song.

Câu hỏi 3.

Nêu công thức tính khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng.

Câu hỏi 4.

Nêu cách lập phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm.

B. BÀI MỚI

HOẠT ĐỘNG 1

ĐẶT VẤN ĐỀ

- GV đặt ra một số tình huống:

H1. Hãy nêu phương trình tham số của đường thẳng trong mặt phẳng.?

H2. Hai đường thẳng trong không gian có những vị trí tương đối nào?

- H3. Trong không gian phương trình đường thẳng được lập như thế nào?
- H4. Hai mặt phẳng cắt nhau theo một giao tuyến. Phải chăng một đường thẳng được xác định bởi hai mặt phẳng cắt nhau.

HOẠT ĐỘNG 2

I. PHƯƠNG TRÌNH THAM SỐ CỦA ĐƯỜNG THẲNG

- Thực hiện 1 trong 5 phút.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
<p>Câu hỏi 1</p> <p>Nêu điều kiện để ba điểm thẳng hàng.</p> <p>Câu hỏi 2</p> <p>Hãy chứng tỏ ba điểm đó thẳng hàng.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 1</p> <p>Ba điểm M_0, M_1, M_2 thẳng hàng khi và chỉ khi $\overline{M_0M_1} = k\overline{M_1M_2}$</p> <p>Gợi ý trả lời câu hỏi 2</p> <p>Ta có</p> $\overline{M_0M_1} = (t;t;t); \overline{M_1M_2} = (t;t;t).$ <p>Từ đó ta có điều phải chứng minh.</p>

- GV nêu định lí :

Trong không gian Oxyz cho đường thẳng Δ đi qua $M_0(x_0;y_0;z_0)$ và nhận $\vec{a}=(a_1;a_2;a_3)$ là vec tơ chỉ phương. Điều kiện cần và đủ để $M(z ; y ; z)$ nằm trên Δ là có một số thực t sao cho

$$\begin{cases} x = x_0 + ta_1 \\ y = y_0 + ta_2 \\ z = z_0 + ta_3 \end{cases}$$

- GV hướng dẫn HS chứng minh định lí trên.
- GV nêu định nghĩa :

Phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và nhận

$\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ là vec tơ chỉ phương có dạng :

$$\begin{cases} x = x_0 + ta_1 \\ y = y_0 + ta_2 \\ z = z_0 + ta_3 \end{cases}$$

H5. Viết phương trình tham số đường thẳng Δ đi qua gốc tọa độ và nhận $\vec{a}(1;1;2)$ làm vectơ chỉ phương.

H6. Mọi đường thẳng đều có thể viết dưới dạng tham số. Đúng hay sai ?

• GV nêu chú ý :

Nếu các tọa độ của vectơ \vec{a} đều khác 0 thì Δ có thể viết dưới dạng :

$$\frac{x - x_0}{a_1} = \frac{y - y_0}{a_2} = \frac{z - z_0}{a_3}.$$

• GV cho HS thực hiện ví dụ 1. (xem SGK).

• GV hướng dẫn HS thực hiện ví dụ 2 kĩ lưỡng:

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Xác định vectơ \overline{AB} .	Gợi ý trả lời câu hỏi 1 $\overline{AB} = (1; -2; 3)$.
Câu hỏi 2 Viết phương trình tham số của đường thẳng AB.	Gợi ý trả lời câu hỏi 2 Chú ý rằng ta có thể sử dụng hai điểm A hoặc B. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + 2t \\ z = 3 - 3t \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 2t \\ z = 3t \end{cases}$

- GV hướng dẫn HS thực hiện ví dụ 3 kĩ lưỡng:

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
<p><i>Câu hỏi 1</i></p> <p>Điều kiện để một đường thẳng vuông góc với một mặt phẳng là gì?</p> <p><i>Câu hỏi 2</i></p> <p>Hãy chứng minh bài toán.</p>	<p><i>Gợi ý trả lời câu hỏi 1</i></p> <p>Vectơ chỉ phương của đường thẳng và vectơ pháp tuyến của mặt phẳng cộng tuyến.</p> <p><i>Gợi ý trả lời câu hỏi 2</i></p> <p>Ta có vectơ chỉ phương của d là :</p> $\vec{a} = (1; 2; 3) .$ <p>Vectơ pháp tuyến của (α) là :</p> $\vec{n}_\alpha = (2; 4; 6)$

- Thực hiện 2 trong 5 phút.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
<p><i>Câu hỏi 1</i></p> <p>Hãy xác định điểm M.</p> <p><i>Câu hỏi 2</i></p> <p>Xác định vectơ chỉ phương của Δ.</p>	<p><i>Gợi ý trả lời câu hỏi 1</i></p> <p>M (-1 ; 3 ; 5).</p> <p><i>Gợi ý trả lời câu hỏi 2</i></p> $\vec{a} = (2; -3; 4) .$

HOẠT ĐỘNG 3

II. ĐIỀU KIỆN ĐỂ HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG, CẮT NHAU, CHÉO NHAU

- Thực hiện 3 trong 3 phút.

Câu a

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
<p><i>Câu hỏi 1</i></p> <p>Chứng minh M thuộc d.</p>	<p><i>Gợi ý trả lời câu hỏi 1</i></p> <p>HS tự chứng minh.</p>

Câu hỏi 2 Chứng minh M thuộc d'	Gợi ý trả lời câu hỏi 2 HS tự chứng minh.
---	---

Câu b

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tìm vectơ chỉ phương của d .	Gợi ý trả lời câu hỏi 1 HS tự tìm
Câu hỏi 2 Tìm vectơ chỉ phương của d'	Gợi ý trả lời câu hỏi 2 HS tự tìm.

• GV đặt vấn đề :

H7. Trong không gian d và d' có những vị trí tương đối nào ?

H8. Chúng ta có thể tìm được điều kiện của mỗi trường hợp cụ thể hay không ?

1. Điều kiện để hai đường thẳng song song

• GV nêu điều kiện :

d song song với d' khi và chỉ khi chúng không có điểm chung và hai vectơ chỉ phương \vec{a} và \vec{a}' cùng phương.

H9. Hãy viết biểu thức toán học để $d // d'$

H10. Khi nào d trùng d'

• GV kết luận tóm tắt.

• Thực hiện ví dụ 1 trong 5'

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy tìm vectơ chỉ phương của d .	Gợi ý trả lời câu hỏi 1 GV gọi HS trả lời.
Câu hỏi 2 Hãy tìm vectơ chỉ phương của d'	Gợi ý trả lời câu hỏi 2 GV gọi HS trả lời.

<p>Câu hỏi 3</p> <p>Chứng minh hai vectơ chỉ phương của d và d' cùng phương.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 3</p> <p>HS tự chứng minh.</p>
<p>Câu hỏi 4</p> <p>Chứng minh d và d' không có điểm chung.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 4</p> <p>HS tự chứng minh.</p>

- Thực hiện  4 trong 3 phút.

Cách 1

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
<p>Câu hỏi 1</p> <p>Hãy chọn điểm $M \in d$.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 1</p> <p>HS tự chọn điểm M nào đó.</p>
<p>Câu hỏi 2</p> <p>Chứng minh M thuộc d'</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 2</p> <p>HS tự chứng minh.</p> <p>Vậy d và d' trùng nhau.</p>

Để chứng minh hai đường thẳng trùng nhau ta chọn điểm M bất kì thuộc đường thẳng này và chứng minh nó thuộc đường thẳng kia.

Cách 2

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
<p>Câu hỏi 1</p> <p>Chứng minh hai vectơ chỉ phương của hai đường thẳng cùng phương.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 1</p> <p>HS tự chứng minh.</p>
<p>Câu hỏi 2</p> <p>Chứng minh d và d' có điểm chung.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 2</p> <p>HS tự chứng minh.</p>

2. Điều kiện để hai đường thẳng cắt nhau

Xét các đường thẳng có phương trình :

$$d : \begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t \\ z = z_0 + a_3 t \end{cases} \quad d' : \begin{cases} x = x'_0 + a'_1 t' \\ y = y'_0 + a'_2 t' \\ z = z'_0 + a'_3 t' \end{cases}$$

- GV nêu các câu hỏi sau

H11. Hai đường thẳng cắt nhau có mấy điểm chung ?

H12. Khi hai đường thẳng cắt nhau thì hệ phương trình :

$$\begin{cases} x'_0 + a'_1 t' = x_0 + a_1 t \\ y'_0 + a'_2 t' = y_0 + a_2 t \\ z'_0 + a'_3 t' = z_0 + a_3 t \end{cases}$$

có bao nhiêu nghiệm.

- GV nêu điều kiện :

Hai đường thẳng cắt nhau khi và chỉ khi hệ phương trình

$$\begin{cases} x'_0 + a'_1 t' = x_0 + a_1 t \\ y'_0 + a'_2 t' = y_0 + a_2 t \\ z'_0 + a'_3 t' = z_0 + a_3 t \end{cases}$$

có đúng một nghiệm.

- GV nêu chú ý trong SGK
- Thực hiện ví dụ 2 trong 5'

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Để tìm giao điểm của hai đường thẳng ta cần xét hệ nào?	Gợi ý trả lời câu hỏi 1 GV gọi HS trả lời.
Câu hỏi 2 Hãy tìm t và t'	Gợi ý trả lời câu hỏi 2 GV gọi HS trả lời.
Câu hỏi 3 Chứng minh hệ có nghiệm duy nhất.	Gợi ý trả lời câu hỏi 3 HS tự chứng minh.

3. Điều kiện để hai đường thẳng chéo nhau

H13. Hai đường thẳng chéo nhau có điểm chung hay không ?

H14. Khi hai đường chéo nhau thì hệ phương trình :

$$\begin{cases} x'_0 + a'_1 t' = x_0 + a_1 t \\ y'_0 + a'_2 t' = y_0 + a_2 t \\ z'_0 + a'_3 t' = z_0 + a_3 t \end{cases}$$

có nghiệm hay không ?

H15. Hai đường thẳng chéo nhau thì hai vectơ chỉ phương có cùng phương hay không ?

• GV nêu điều kiện :

Hai đường thẳng chéo nhau khi và chỉ khi \vec{a} và $\vec{a'}$ không cùng phương và hệ phương trình :

$$\begin{cases} x'_0 + a'_1 t' = x_0 + a_1 t \\ y'_0 + a'_2 t' = y_0 + a_2 t \\ z'_0 + a'_3 t' = z_0 + a_3 t \end{cases}$$

vô nghiệm.

• Thực hiện ví dụ 3 trong 5'.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Xác định hai vectơ chỉ phương của hai đường thẳng?	Gợi ý trả lời câu hỏi 1 GV gọi HS trả lời.
Câu hỏi 2 Chứng minh hai vectơ chỉ phương đó không cùng phương.	Gợi ý trả lời câu hỏi 2 GV gọi HS trả lời.
Câu hỏi 3 Chứng minh hệ	Gợi ý trả lời câu hỏi 3 HS tự chứng minh.

$\begin{cases} 1 + 2t = 1 + 3t' \\ -1 + 3t = -2 + 2t' \\ 5 + t = -1 + 2t' \end{cases}$ <p>có nghiệm duy nhất.</p>	
---	--

- Thực hiện ví dụ 4 trong 5'.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
<p>Câu hỏi 1</p> <p>Xác định hai vectơ chỉ phương của hai đường thẳng?</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 1</p> <p>GV gọi HS trả lời.</p>
<p>Câu hỏi 2</p> <p>Hai đường thẳng vuông góc khi nào ?</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 2</p> <p>Khi hai vectơ chỉ phương của chúng vuông góc.</p>
<p>Câu hỏi 3</p> <p>Chứng minh $\vec{a} \cdot \vec{a}' = 0$.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 3</p> <p>HS tự chứng minh.</p>

- GV nêu các vị trí tương đối của đường thẳng và mặt phẳng

Xét mặt phẳng : $(\alpha) : Ax + By + Cz + D = 0$

$$\text{Đường thẳng } d : \begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t \\ z = z_0 + a_3 t \end{cases}$$

H15. Giao điểm của (α) và d là nghiệm của phương trình nào ?

- GV cho HS trả lời và kết luận :

Giao điểm của (α) và d là nghiệm của phương trình :

$$A(x_0 + a_1 t) + B(y_0 + a_2 t) + C(z_0 + a_3 t) + D = 0. \quad (1)$$

Hệ (1) vô nghiệm thì $d // (\alpha)$.

Hệ (1) có vô số nghiệm thì d thuộc (α) .

Hệ (1) có 1 nghiệm thì d cắt (α) .

H16. Khi nào d vuông góc với (α) ?

- Thực hiện $\triangle 5$ trong 5 phút.

Câu a.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
<p>Câu hỏi 1</p> <p>Để tìm số giao điểm ta xét phương trình nào ?</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 1</p> $(2 + t) + (3 - t) + 1 - 3 = 0$ $\Leftrightarrow 4 = 0$
<p>Câu hỏi 2</p> <p>Phương trình đó có nghiệm hay không ?</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 2</p> <p>Phương trình vô nghiệm.</p>
<p>Câu hỏi 3</p> <p>Hãy kết luận.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 3</p> <p>$d \nparallel (\alpha)$</p>

Câu b.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
<p>Câu hỏi 1</p> <p>Để tìm số giao điểm ta xét phương trình nào ?</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 1</p> $(1 + 2t) + (1 - t) + 1 - t - 3 = 0$ $\Leftrightarrow 0 = 0$
<p>Câu hỏi 2</p> <p>Phương trình đó có nghiệm hay không ?</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 2</p> <p>Phương trình có vô số nghiệm.</p>
<p>Câu hỏi 3</p> <p>Hãy kết luận.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 3</p> <p>$d \text{ thuộc } (\alpha)$</p>

Câu c.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
<p>Câu hỏi 1</p> <p>Để tìm số giao điểm ta xét phương trình nào ?</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 1</p> $(1 + 5t) + (1 - 4t) + 1 + 3t - 3 = 0$ $\Leftrightarrow 4t = 0$

<p>Câu hỏi 2</p> <p>Phương trình đó có nghiệm hay không ?</p> <p>Câu hỏi 3</p> <p>Hãy kết luận.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 2</p> <p>Phương trình có 1 nghiệm.</p> <p>Gợi ý trả lời câu hỏi 3</p> <p>d cắt (α)</p>
---	---

HOẠT ĐỘNG 4

TÓM TẮT BÀI HỌC

1. Phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và nhận $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ là vec tơ chỉ phương có dạng :

$$\begin{cases} x = x_0 + ta_1 \\ y = y_0 + ta_2 \\ z = z_0 + ta_3 \end{cases}$$

2. d song song với d' khi và chỉ khi chúng không có điểm chung và hai vectơ chỉ phương \vec{a} và \vec{a}' cùng phương.

3. Hai đường thẳng cắt nhau khi và chỉ khi hệ phương trình :

$$\begin{cases} x'_0 + a'_1 t' = x_0 + a_1 t \\ y'_0 + a'_2 t' = y_0 + a_2 t \\ z'_0 + a'_3 t' = z_0 + a_3 t \end{cases}$$

có đúng một nghiệm.

4. Hai đường thẳng chéo nhau khi và chỉ khi \vec{a} và \vec{a}' không cùng phương và hệ phương trình :

$$\begin{cases} x'_0 + a'_1 t' = x_0 + a_1 t \\ y'_0 + a'_2 t' = y_0 + a_2 t \\ z'_0 + a'_3 t' = z_0 + a_3 t \end{cases}$$

vô nghiệm.

MỘT SỐ CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Hãy điền đúng (Đ) sai (S) vào các câu sau :

(a) Đường thẳng $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = -1 - t \end{cases}$ có vectơ chỉ phương là $\vec{a}(2; 3; -1)$ ☐

(b) Đường thẳng $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = -1 - t \end{cases}$ có vectơ chỉ phương là $\vec{a}(1; 2; -1)$ ☐

(c) Đường thẳng $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = -1 - t \end{cases}$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{a}\left(\frac{1}{2}; 0; -1\right)$ ☐

(d) Đường thẳng $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = -1 - t \end{cases}$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{a}(1; 0; -1)$ ☐

Trả lời.

a	b	c	d
Đ	S	Đ	S

Câu 2. Hãy điền đúng sai vào các câu sau :

(a) Đường thẳng $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = -1 - t \end{cases}$ đi qua điểm $M(1; 2; -1)$ ☐

(b) Đường thẳng $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = -1 - t \end{cases}$ đi qua điểm $M(2; 3; -1)$ ☐

(c)) Đường thẳng $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = -1 - t \end{cases}$ đi qua điểm $M(0;2;1)$ ☐

(d) Cả ba câu trên đều sai ☐

Trả lời.

a	b	c	d
Đ	S	S	S

Câu 3. Hãy điền đúng sai vào các câu sau :

(a) Đường thẳng $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = -1 - t \end{cases}$ có phương trình chính tắc là $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{-1}$ ☐

(b)) Đường thẳng $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = -1 - t \end{cases}$ có phương trình chính tắc là $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+1}{-1}$ ☐

(c) Đường thẳng $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = -1 - t \end{cases}$ vuông góc với mặt phẳng $2x+3y-z+1=0$ ☐

(d) Đường thẳng $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = -1 - t \end{cases}$ vuông góc với mặt phẳng $x+2y-z+3=0$ ☐

Trả lời.

a	b	c	d
Đ	S	Đ	S

Chọn câu trả lời đúng trong các câu sau:

Câu 4. Đường thẳng $\Delta : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$ song song với đường thẳng:

(a) d : $\frac{x-3}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z+5}{-1}$

(b) $\frac{x-3}{1} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z+5}{-1}$

(c) $\frac{x-3}{-1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z+5}{-1}$

(d) $\frac{x-3}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z+5}{1}$

Trả lời (a).

Câu 5. Đường thẳng $\Delta : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$ đi qua điểm nào sau đây:

(a) (1 ; 2 ; 1)

(b) (1 ; 2 ; -1)

(c) (2 ; 3 ; 1)

(d) (1 ; 3 ; -1)

Trả lời (a).

Câu 6. Đường thẳng $\Delta : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$ và đường thẳng nào sau đây cắt nhau

(a) d : $\frac{x-3}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z+5}{-1}$

(b) $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{1}$

(c) $\frac{x-3}{-1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z+5}{-1}$

(d) $\frac{x-3}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z+5}{1}$

Trả lời (b).

Câu 7. Cho A (1 ; 2 ; 3) và B(-1 ; 1 ; 1). Phương trình đường thẳng AB là

(a) $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 2 + 1t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$

(b) $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -2 - t \\ z = 3 - 2t \end{cases}$

$$(c) \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 + 1t \\ z = 1 - 2t \end{cases}$$

$$(d) \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 1t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$$

Trả lời (d).

Câu 8. Cho đường thẳng $\Delta : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$, đường thẳng đi qua $M(1; -1; 2)$ và song

song với Δ là

$$(a) \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 2 + 1t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 - 2t \\ z = 2 + t \end{cases}$$

$$(c) \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 + 1t \\ z = 1 - 2t \end{cases}$$

$$(d) \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 1t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$$

Trả lời (b).

Câu 9. Cặp đường thẳng nào sau đây song song

$$(a) \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 2 + 1t \\ z = 3 + 2t \end{cases} \text{ và } \begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 - 2t \\ z = 2 + t \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 - 2t \\ z = 2 + t \end{cases} \text{ và } \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 1t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$$

$$(c) \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 + 1t \\ z = 1 - 2t \end{cases} \text{ và } \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 1t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$$

$$(d) \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 1t \\ z = 3 + 2t \end{cases} \text{ và } \begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 2 - t \\ z = -3 - 2t \end{cases}$$

Trả lời (d).

Câu 10. Cặp đường thẳng nào sau đây vuông góc với (P) có phương trình :

$$2x + 2y - z + 2 = 0$$

$$(a) \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 - 1t \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 - 2t \\ z = 2 + t \end{cases}$$

$$(c) \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 + 1t \\ z = 1 - 2t \end{cases}$$

$$(d) \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 1t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$$

Trả lời (a).

HOẠT ĐỘNG 6

HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

Bài 1. Sử dụng phương trình tham số hoặc phương trình chính tắc của đường thẳng:

Câu a. HS tự giải.

Câu b. Chú ý rằng đường thẳng $\Delta \perp (P) \Leftrightarrow \overrightarrow{u_\Delta} = k\overrightarrow{n_P}$

Ta có $\overrightarrow{n_\alpha} = (1; 1; -1)$. Từ đó suy ra đường thẳng cần tìm.

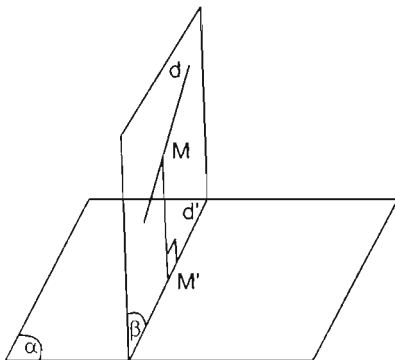
Câu c. $d \parallel d' \Leftrightarrow \overrightarrow{u_d} = k\overrightarrow{u_{d'}}$.

HS tự giải.

Câu d. Phương trình đường thẳng PQ có $\overrightarrow{u_{PQ}} = \overrightarrow{PQ}$.

HS tự giải.

Bài 2. GV nên vẽ hình để dễ tưởng tượng.



Để tìm hình chiếu của một đường thẳng d trên một mặt phẳng (α) ta làm như sau:

Bước 1. Lập phương trình mặt phẳng (β) đi qua d và vuông góc với d

Mặt phẳng này đi qua một điểm của d và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = [\vec{u}_d, \vec{n}_\alpha]$

Bước 2. Giao của (α) và (β) là d' có $\vec{u}_{d'} = [\vec{n}_\alpha, \vec{n}_\beta]$

Câu a.

Xác định vectơ pháp tuyến của (Oxy) : $\vec{k} = (0; 0; 1)$.

Xác định vectơ chỉ phương của d : $\vec{u}_d = (1; 2; 3)$.

Xác định vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) đi qua d và vuông góc với Oxy :

$$\vec{n} = [\vec{u}_d, \vec{n}_\alpha] = (-2; 1; 0).$$

Vectơ chỉ phương của d' là : $\vec{u} = (1; 2; 0)$.

Ta có $M(2; -3; 0)$ thuộc giao tuyến của (α) và (Oxy) nên nó thuộc d'

$$\text{Phương trình đường thẳng } d' \text{ là : } \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3 + 2t \\ z = 0 \end{cases}$$

Câu b. Giải tương tự câu a.

$$\text{Đáp số. } \begin{cases} x = 0 \\ y = -3 + 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$$

Bài 3. Sử dụng trục vị trí tương đối của hai đường thẳng

Câu a. *Hướng dẫn.* Xét hệ phương trình :

$$\begin{cases} -3 + 2t = 5 + t' \\ -2 + 3t = -1 - 4t' \\ 6 + 4t = 20 + t' \end{cases}$$

Giải ra ta có hai đường thẳng cắt nhau.

Bài 4. Hướng dẫn. Sử dụng trực tiếp tính chất của hai đường thẳng cắt nhau khi và chỉ khi hệ :

$$\begin{cases} x'_0 + a'_1 t' = x_0 + a_1 t \\ y'_0 + a'_2 t' = y_0 + a_2 t \\ z'_0 + a'_3 t' = z_0 + a_3 t \end{cases}$$

có nghiệm duy nhất :

Như vậy hai đường thẳng đã cho cắt nhau khi và chỉ khi hệ :

$$\begin{cases} 1 + at = 1 - t' \\ t = 2 + 2t' \\ -1 + 2t = 3 - t' \end{cases}$$

có nghiệm duy nhất.

Giải ra ta có $a = 0$.

Bài 5. Hướng dẫn. Để tìm giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (α) ta thay các giá trị còn phụ thuộc vào tham số t của x, y và z vào phương trình của (α) . Giải ra ta được t . Từ đó ta có kết quả ;

Câu a.

Ta có $3(12 + 4t) + 5(9 + 3t) - (1 + t) - 2 = 0 \Leftrightarrow 26t + 78 = 0 \Leftrightarrow t = -3$.

Từ đó ta có : $x = 0, y = 0, z = -2$.

Đường thẳng d cắt mặt phẳng (α) tại một điểm duy nhất.

Câu b. Giải tương tự câu a ta có $d \cap (\alpha)$.

Câu c. d thuộc mặt phẳng (α) .

Bài 6. Hướng dẫn. Chứng minh $\Delta \parallel (\alpha)$ và tìm một điểm thuộc Δ .

Tìm khoảng cách từ điểm đó đến (α) .

Ta có $M(-3 ; -1 ; -1) \in \Delta$.

$$d(\Delta, (\alpha)) = d(M, (\alpha)) = \frac{2}{3}$$

Bài 7. Hướng dẫn.

Câu a. Dựng mặt phẳng (α) đi qua A và vuông góc với Δ . Giao điểm của (α) và (Δ) là điểm cần tìm.

Vectơ pháp tuyến của (α) là $\overline{n_\alpha} = \overline{u_\Delta} = (1; 2; 1)$

Mặt phẳng $(\alpha) : x + 2y + z - 1 = 0$.

Từ đó giải như bài 6 ta có giao điểm là $H\left(\frac{3}{2}; 0; -\frac{1}{2}\right)$.

Câu b. *Hướng dẫn.*

H chính là trung điểm của AA'

$$\begin{cases} x_{A'} = 2x_H - x_A \\ y_{A'} = 2y_H - y_A \\ z_{A'} = 2z_H - z_A \end{cases}$$

Từ đó ta có $A'(2; 0; -1)$.

Bài 8. Hướng dẫn.

Câu a. Dựng qua M một đường thẳng Δ vuông góc với (α) . Đường thẳng đó có vectơ chỉ phương chính là vectơ pháp tuyến của (α) . Giao của đường thẳng Δ và (α) chính là điểm cần tìm.

$$\Delta : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 4 + t \\ z = 2 + t \end{cases}$$

từ đó ta có $H(-1; 2; 0)$.

Câu b. Giải tương tự bài 7.

M $(-3 ; 0 ; -2)$.

Câu c. $d(M, (\alpha)) = MH = 2\sqrt{3}$.

Bài 9. Hướng dẫn.

Để chứng minh hai đường thẳng chéo nhau ta chứng minh :

Hai đường thẳng có hai vectơ chỉ phương không cộng tuyến.

Hệ phương trình

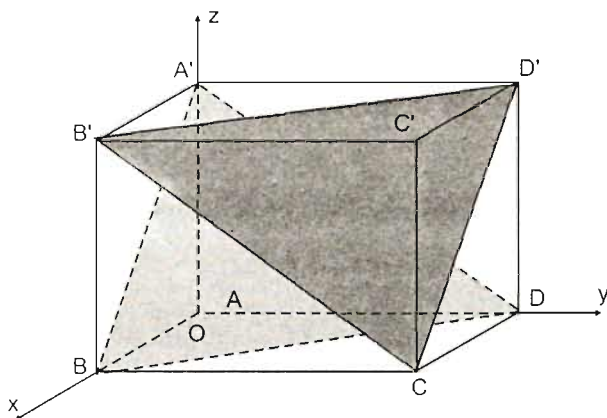
$$\begin{cases} x'_0 + a'_1 t' = x_0 + a_1 t \\ y'_0 + a'_2 t' = y_0 + a_2 t \\ z'_0 + a'_3 t' = z_0 + a_3 t \end{cases}$$

vô nghiệm

HS tự chứng minh.

Bài 10. Hướng dẫn.

Hình vẽ :



Đặt hệ trục tọa độ như hình vẽ.

Lập phương trình mặt phẳng $(A'BD)$: $x + y + z - 1 = 0$.

Lập phương trình mặt phẳng $(CB'D')$: $x + y + z - 2 = 0$.

Đáp số.

$$d(A, (A'BD)) = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

$$d(A, (CB'D')) = \frac{2}{\sqrt{3}}.$$

Ôn tập chương 3

(tiết 16, 17)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

HS nắm được:

1. Khái niệm :

- + Định nghĩa hệ trục tọa độ trong không gian.
- + Định nghĩa phương trình mặt cầu.
- + Định nghĩa phương trình mặt phẳng trong không gian.
- + Định nghĩa phương trình đường thẳng trong không gian.

2. Một số định lí và mệnh đề quan trọng:

- + Các tính chất của phép toán về tọa độ trong không gian.
- + Tích vô hướng của hai vectơ.
- + Tích hỗn hợp của hai vectơ.
- + Điều kiện để hai mặt phẳng song song, hai mặt phẳng cắt nhau.
- + Vị trí tương đối của đường thẳng và mặt phẳng.
- + Vị trí tương đối của hai đường thẳng.
- + Khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng, đến đường thẳng.

2. Kỹ năng

- Lập được phương trình : mặt phẳng, mặt cầu và đường thẳng.
- Tính được khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng, đến đường thẳng.

3. Thái độ

- Liên hệ được với nhiều vấn đề có trong thực tế với môn học hình học không gian.
- Có nhiều sáng tạo trong hình học.
- Hứng thú trong học tập, tích cực phát huy tính độc lập trong học tập.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV:

- Chuẩn bị ôn tập toàn bộ kiến thức trong chương.
- Chuẩn bị một đến hai bài kiểm tra.
- Cho học sinh kiểm tra và chấm, trả bài.

2. Chuẩn bị của HS :

Ôn tập lại toàn bộ kiến thức trong chương, giải và trả lời các câu hỏi bài tập trong chương.

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài này chia thành 2 tiết:

Tiết 1 : Ôn tập.

Tiết 2 : Kiểm tra 1 tiết.

IV. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. ĐẶT VẤN ĐỀ

Câu hỏi 1.

Em hãy nhắc lại : Các khái niệm tọa độ trong không gian, phương trình mặt cầu và phương trình mặt phẳng.

Câu hỏi 2.

Nêu mối quan hệ giữa đường thẳng và mặt phẳng.

Câu hỏi 3.

Viết các công thức tính khoảng cách.

B. BÀI MỚI

HOẠT ĐỘNG 1

1. Ôn tập kiến thức cơ bản trong chương

a) Tóm tắt lí thuyết cơ bản.

- Tọa độ của điểm và tọa độ của vectơ đối với hệ tọa độ $Oxyz$:

+ Điểm M có tọa độ $(x; y; z) \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$.

+ Vectơ \vec{u} có tọa độ $(x; y; z) \Leftrightarrow \vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$.

+ $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$.

• Tích vô hướng và tích vectơ: Cho $\vec{u} = (x; y; z)$ và $\vec{v} = (x'; y'; z')$ thì:

+ Tích vô hướng của \vec{u} và \vec{v} là số: $\vec{u} \cdot \vec{v} = xx' + yy' + zz'$

+ Một số tính chất: $\vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$;

• Phương trình mặt cầu: phương trình có dạng

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0,$$

với điều kiện $a^2 + b^2 + c^2 > d$, là phương trình mặt cầu có tâm $(-a; -b; -c)$ và có bán

$$\text{kinh } R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$$

• Phương trình mặt phẳng: phương trình

$$Ax + By + Cz + D = 0, \text{ với } A^2 + B^2 + C^2 > 0$$

là phương trình của mặt phẳng có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}(A; B; C)$.

• Mặt phẳng đi qua điểm $(x_0; y_0; z_0)$ với vectơ pháp tuyến $(A; B; C)$ có phương trình:

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0.$$

• Phương trình đường thẳng:

Phương trình tham số

$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$$

với $a^2 + b^2 + c^2 > 0$.

+ Phương trình chính tắc :

$$\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c} \text{ với } abc \neq 0.$$

Đường thẳng với phương trình đó đi qua điểm $(x_0; y_0; z_0)$ và có vector chỉ phương $\vec{u} = (a; b; c)$.

• Vị trí tương đối giữa hai mặt phẳng (α) và (α') :

Nếu (α) có phương trình : $Ax + By + Cz + D = 0$ và (α') có phương trình : $A'x + B'y + C'z + D' = 0$, thì

+ (α) và (α') cắt nhau khi và chỉ khi $A : B : C \neq A' : B' : C'$

+ (α) và (α') song song khi và chỉ khi $\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'} \neq \frac{D}{D'}$

+ (α) và (α') trùng nhau khi và chỉ khi $\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'} = \frac{D}{D'}$.

+ (α) và (α') vuông góc với nhau khi và chỉ khi $AA' + BB' + CC' = 0$

• Khoảng cách :

+ Khoảng cách giữa hai điểm $A(x_A; y_A; z_A)$ và $B(x_B; y_B; z_B)$:

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$$

+ Khoảng cách từ điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ đến mặt phẳng (α) có phương trình $Ax + By + Cz + D = 0$ là :

$$d(M_0, (\alpha)) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

b) Câu hỏi trắc nghiệm nhằm ôn tập kiến thức:

GV nên đưa ra một hệ thống câu hỏi trắc nghiệm nhằm ôn tập toàn bộ kiến thức trong chương.

Sau đây xin giới thiệu một số câu hỏi:

I. HÃY KHOANH TRÒN CÂU ĐÚNG, SAI TRONG CÁC CÂU SAU MÀ EM CHO LÀ HỢP LÝ.

Câu 1. Hai đường thẳng song song thì hai vectơ chỉ phương cộng tuyến.

(a) Đúng

(b) Sai.

Câu 2. Đường thẳng $\Delta \perp (\alpha)$ khi và chỉ khi vectơ chỉ phương của Δ và vectơ pháp tuyến của (α) cộng tuyến.

(a) Đúng

(b) Sai.

Câu 3. Cho hai đường thẳng

$$d : \begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t \\ z = z_0 + a_3 t \end{cases} \text{ và } d' : \begin{cases} x = x'_0 + a'_1 t' \\ y = y'_0 + a'_2 t' \\ z = z'_0 + a'_3 t' \end{cases}$$

$$\text{Hệ phương trình } \begin{cases} x'_0 + a'_1 t' = x_0 + a_1 t \\ y'_0 + a'_2 t' = y_0 + a_2 t \\ z'_0 + a'_3 t' = z_0 + a_3 t \end{cases} \text{ vô nghiệm thì } d // d'$$

(a) Đúng

(b) Sai.

Câu 4. Cho hai đường thẳng

$$d : \begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t \\ z = z_0 + a_3 t \end{cases} \text{ và } d' : \begin{cases} x = x'_0 + a'_1 t' \\ y = y'_0 + a'_2 t' \\ z = z'_0 + a'_3 t' \end{cases}$$

$$\text{Hệ phương trình } \begin{cases} x'_0 + a'_1 t' = x_0 + a_1 t \\ y'_0 + a'_2 t' = y_0 + a_2 t \\ z'_0 + a'_3 t' = z_0 + a_3 t \end{cases} \text{ vô nghiệm thì } d \text{ và } d' \text{ chéo nhau}$$

(a) Đúng

(b) Sai.

Câu 5. Cho hai đường thẳng

$$d : \begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t \\ z = z_0 + a_3 t \end{cases} \text{ và } d' : \begin{cases} x = x'_0 + a'_1 t' \\ y = y'_0 + a'_2 t' \\ z = z'_0 + a'_3 t' \end{cases}$$

Hệ phương trình
$$\begin{cases} x'_0 + a'_1 t' = x_0 + a_1 t \\ y'_0 + a'_2 t' = y_0 + a_2 t \\ z'_0 + a'_3 t' = z_0 + a_3 t \end{cases}$$
 có nghiệm thì d và d' cắt nhau

(a) Đúng

(b) Sai.

Câu 6. Cho hai đường thẳng

d :
$$\begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t \\ z = z_0 + a_3 t \end{cases}$$
 và d' :
$$\begin{cases} x = x'_0 + a'_1 t' \\ y = y'_0 + a'_2 t' \\ z = z'_0 + a'_3 t' \end{cases}$$

Hệ phương trình
$$\begin{cases} x'_0 + a'_1 t' = x_0 + a_1 t \\ y'_0 + a'_2 t' = y_0 + a_2 t \\ z'_0 + a'_3 t' = z_0 + a_3 t \end{cases}$$
 có nghiệm duy nhất thì d và d' cắt nhau

(a) Đúng

(b) Sai.

Câu 7. Hai mặt phẳng song song khi và chỉ khi hai vectơ pháp tuyến của chúng cộng tuyến.

(a) Đúng

(b) Sai.

Câu 8. Hai mặt phẳng vuông góc với nhau khi và chỉ khi tích vô hướng hai vectơ pháp tuyến bằng 0.

(a) Đúng

(b) Sai.

Câu 9. Cho mặt cầu (I, r) và một mặt phẳng (α).

$d(I, (\alpha)) < r$ thì giao của mặt cầu và (α) là đường tròn.

(a) Đúng

(b) Sai.

Câu 10. Cho mặt cầu (I, r) và một mặt phẳng (α).

$d(I, (\alpha)) = r$ thì (α) tiếp xúc với (I, r).

(a) Đúng

(b) Sai.

Câu 11. Cho mặt cầu (I, r) và một mặt phẳng (α).

$d(I, (\alpha)) > r$ thì giao của mặt cầu và (α) là đường tròn.

(a) Đúng

(b) Sai.

Câu 12. Phương trình đường thẳng AB nhận \overline{AB} làm vectơ chỉ phương.

(a) Đúng

(b) Sai.

Câu 13. Phương trình mặt phẳng vuông góc với AB nhận \overline{AB} làm vectơ pháp tuyến

(a) Đúng

(b) Sai.

Câu 14. Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C nhận $[\overline{AB}, \overline{AC}]$ làm vectơ pháp tuyến.

(a) Đúng

(b) Sai.

Câu 15. Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C nhận $[\overline{AB}, \overline{BC}]$ làm vectơ pháp tuyến.

(a) Đúng

(b) Sai.

Câu 16. Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C nhận $[\overline{CB}, \overline{AC}]$ làm vectơ pháp tuyến.

(a) Đúng

(b) Sai.

Câu 17. Phương trình mặt cầu tổng quát có dạng:

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0.$$

(a) Đúng

(b) Sai.

Câu 18. Phương trình mặt cầu tổng quát có dạng:

$$2x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0.$$

(a) Đúng

(b) Sai.

Câu 19. Mặt cầu tâm I(a, b, c) bán kính r là :

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = r$$

(a) Đúng

(b) Sai.

Câu 20. Mặt cầu tâm I(a, b, c) bán kính r là :

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = r^2$$

(a) Đúng

(b) Sai.

Câu 21. Phương trình mặt cầu : phương trình có dạng

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0,$$

với điều kiện $a^2 + b^2 + c^2 < d$, là phương trình mặt cầu có tâm $(-a; -b; -c)$ và có bán

$$\text{kính } r = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$$

(a) Đúng

(b) Sai.

Câu 22. Phương trình mặt cầu : phương trình có dạng

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0,$$

với điều kiện $a^2 + b^2 + c^2 = d$, là phương trình mặt cầu có tâm $(-a; -b; -c)$ và có bán

$$\text{kính } R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$$

(a) Đúng

(b) Sai.

Câu 23. Phương trình mặt cầu : phương trình có dạng

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0,$$

với điều kiện $a^2 + b^2 + c^2 > d$, là phương trình mặt cầu có tâm $(-a; -b; -c)$ và có bán

$$\text{kính } R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$$

(a) Đúng

(b) Sai.

Câu 24. $\vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$

(a) Đúng

(b) Sai.

Câu 25. Cho $\vec{u} = (x; y; z)$ và $\vec{v} = (x'; y'; z')$. Tích vô hướng của \vec{u} và \vec{v} là số

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = xx' + yy' + zz'$$

(a) Đúng

(b) Sai.

Câu 26. Điểm M có tọa độ $(x; y; z) \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$.

(a) Đúng

(b) Sai.

Câu 27. Vectơ \vec{u} có tọa độ $(x; y; z) \Leftrightarrow \vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$.

(a) Đúng

(b) Sai.

Câu 28. Nếu điểm $A = (x_A; y_A; z_A)$ và điểm $B = (x_B; y_B; z_B)$ thì

$$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A).$$

(a) Đúng

(b) Sai.

Câu 29. Phương trình chính tắc :

$$\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c} \text{ với } abc \neq 0.$$

Đường thẳng với phương trình đó đi qua điểm $(x_0; y_0; z_0)$ và có vector chỉ phương $\vec{u} = (a; b; c)$.

(a) Đúng

(b) Sai.

Câu 30. Cho (α) có phương trình : $Ax + By + Cz + D = 0$ và (α') có phương trình : $A'x + B'y + C'z + D' = 0$

(α) và (α') cắt nhau khi và chỉ khi $A : B : C \neq A' : B' : C'$

(a) Đúng

(b) Sai.

Câu 31. Cho (α) có phương trình : $Ax + By + Cz + D = 0$ và (α') có phương trình : $A'x + B'y + C'z + D' = 0$

(α) và (α') song song khi và chỉ khi $\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'} \neq \frac{D}{D'}$

(a) Đúng

(b) Sai.

Câu 32. Cho (α) có phương trình : $Ax + By + Cz + D = 0$ và (α') có phương trình : $A'x + B'y + C'z + D' = 0$

(α) và (α') trùng nhau khi và chỉ khi $\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'} = \frac{D}{D'}$.

(a) Đúng

(b) Sai.

Câu 33. Cho (α) có phương trình : $Ax + By + Cz + D = 0$ và (α') có phương trình : $A'x + B'y + C'z + D' = 0$

(α) và (α') vuông góc với nhau khi và chỉ khi $AA' + BB' + CC' = 0$

(a) Đúng

(b) Sai.

Câu 34. Khoảng cách giữa hai điểm $A(x_A ; y_A ; z_A)$ và $B(x_B ; y_B ; z_B)$:

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$$

- (a) Đúng (b) Sai.

Câu 35. Khoảng cách từ điểm $M_0(x_0 ; y_0 ; z_0)$ đến mặt phẳng (α) có phương trình $Ax + By + Cz + D = 0$ là :

$$d(M_0, (\alpha)) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

- (a) Đúng (b) Sai.

II. ĐIỂN ĐÚNG, SAI VÀO Ô THÍCH HỢP

Hãy diễn đúng, sai vào các ô trống sau đây mà em cho là hợp lí nhất.

Câu 36. Cho hai điểm $A(0 ; 1 ; 0)$, $B(1, 0, 1)$

- (a) $\overline{AB} = (1 ; -1 ; 1)$ ☐
- (b) $AB = 1$ ☐
- (c) $AB = \sqrt{3}$ ☐
- (d) Cả ba câu trên đều sai. ☐

Trả lời.

a	b	c	d
Đ	S	Đ	S

Câu 37. Cho hai điểm $A(0 ; 1 ; 0)$, $B(1, 0, 1)$

- (a) Phương trình đường thẳng AB là $\begin{cases} x = t \\ y = 1 - t \\ z = t \end{cases}$ ☐

(b) Phương trình đường thẳng AB là $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -t \\ z = 1 + t \end{cases}$ ☐

(c) Phương trình đường thẳng AB là $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{1}$ ☐

(d) Cả ba câu trên đều sai. ☐

Trả lời.

a	b	c	d
Đ	Đ	Đ	S

Câu 38. Cho phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 2z = 6$

(a) Đây là một phương trình mặt cầu ☐

(b) Đây là một phương trình mặt cầu tâm I (1 ; -2 ; 1) ☐

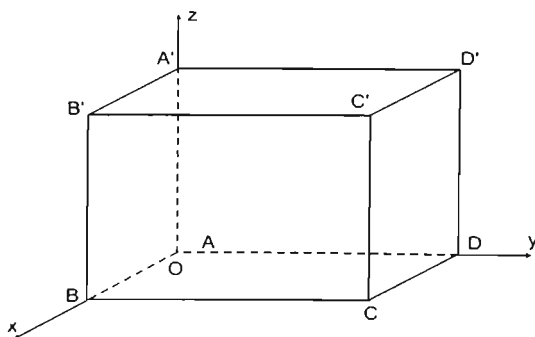
(c) Đây là một phương trình mặt cầu có bán kính $r = 6$ ☐

(d) Đây là một phương trình mặt cầu bán kính $r = \sqrt{6}$ ☐

Trả lời.

a	b	c	d
Đ	Đ	S	Đ

Câu 39. Cho hình vuông có cạnh là 1 như hình vẽ.



(a) Điểm A (0 ; 0 ; 0)

☐

(b) Điểm D' (0 ; 1 ; 1)

☐

(c) Điểm C' (1 ; 1 ; 1)

☐

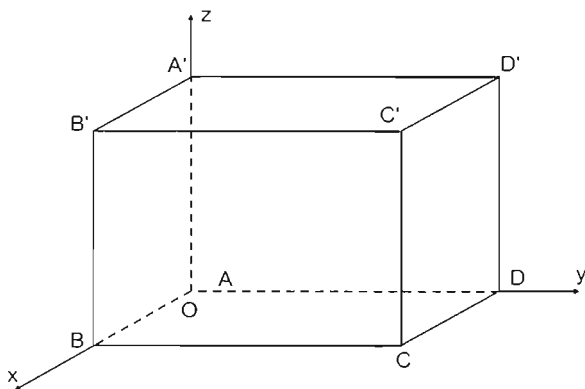
(d) Cả ba câu trên đều sai.

☐

Trả lời.

a	b	c	d
Đ	Đ	Đ	S

Câu 40. Cho hình vuông có cạnh là 1 như hình vẽ.



(a) Đường thẳng A'D' có phương trình
$$\begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = 1 \end{cases}$$

☐

(b) Đường thẳng CC' có phương trình
$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = t \end{cases}$$

☐

(c) Đường thẳng A'C' có phương trình
$$\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = 1 \end{cases}$$

☐

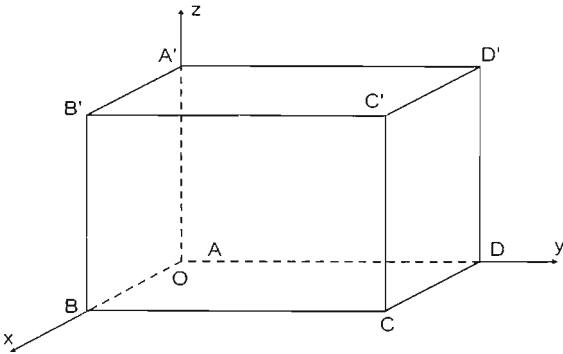
(d) Cả ba câu trên đều sai.

☐

Trả lời.

a	b	c	d
Đ	Đ	Đ	S

Câu 41. Cho hình vuông có cạnh là 1 như hình vẽ.



- (a) Mặt phẳng $(CC'D'D)$ có phương trình $y = 1$

(b) Mặt phẳng $(CC'A'A)$ có phương trình $-x + y + 1 = 0$

(c) Mặt phẳng $(BB'D'D)$ có phương trình $x + y = 0$

(d) Cả ba câu trên đều sai.
- ☐
☐
☐
☐

Trả lời.

a	b	c	d
Đ	Đ	Đ	S

III. CÂU HỎI ĐA LỰA CHỌN

Chọn câu trả lời đúng trong các bài tập sau:

Câu 42. Cho ba điểm $M(1;0;0)$, $N(0;-2;0)$, $P(0;0;1)$. Nếu $MNPQ$ là một hình bình hành thì toạ độ của điểm Q là :

- (a) $(-1 ; 2 ; 1)$;

(c) $(-2 ; 1 ; 2)$;
- (b) $(1 ; 2 ; 1)$

(d) $(-2 ; 3 ; 4)$

Trả lời (b).

Câu 43. Cho ba điểm $M(1;0;0)$, $N(0;-2;0)$, $P(0;0;1)$. Nếu $MNPQ$ là một hình bình hành thì PQ có phương trình là

$$(a) \begin{cases} x = t \\ y = 2t; \\ z = 1 \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} x = 2t \\ y = t \\ z = 1 \end{cases}$$

$$(c) \begin{cases} x = 1 \\ y = 2t; \\ z = t \end{cases}$$

$$(d) \begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = -1 \end{cases}$$

Trả lời (a).

Câu 44. Cho ba điểm $A(1;2;0)$, $B(1;0;-1)$, $C(0;-1;2)$.

Độ dài AB là :

$$(a) 2;$$

$$(b) 2$$

$$(c) 1;$$

$$(d) \sqrt{5}.$$

Trả lời (d).

Câu 45. Cho ba điểm $A(1;2;0)$, $B(1;0;-1)$, $C(0;-1;2)$.

Độ dài BC là :

$$(a) 2;$$

$$(b) \sqrt{11}$$

$$(c) 1;$$

$$(d) \sqrt{5}$$

Trả lời (b).

Câu 46. Cho tam giác ABC có $A(1;1;1)$, $B(0;-2;3)$, $C(2;1;0)$.

Phương trình mặt phẳng (ABC) là

$$(a) 3x + y + 3z + 7 = 0$$

$$(b) 3x + y + 3z - 7 = 0$$

$$(c) 3x + y + 3z + 5 = 0;$$

$$(d) 3x + y + 3z - 5 = 0$$

Trả lời (b).

Câu 47. Cho tam giác ABC có $A = (1; 1; 1)$, $B = (0; -2; 3)$, $C = (2; 1; 0)$.

Phương trình mặt phẳng đi qua $M(1; 2; -7)$ và song song với mặt phẳng (ABC) là

(a) $3x + y + 3z + 12 = 0$

(b) $3x + y + 3z - 32 = 0$

(c) $3x + y + 3z + 16 = 0$;

(d) $3x + y + 3z - 22 = 0$

Trả lời (c).

Câu 48. Cho tam giác ABC có $A = (1; 1; 1)$, $B = (0; -2; 3)$, $C = (2; 1; 0)$.

Phương trình đường thẳng đi qua $M(1; 2; -7)$ và vuông góc với mặt phẳng (ABC) là

(a)
$$\begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 2 + t \\ z = -7 + 2t \end{cases}$$

(b)
$$\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 - t \\ z = -7 + 2t \end{cases}$$

(c)
$$\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + t \\ z = 7 + 2t \end{cases}$$

(d)
$$\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + t \\ z = -7 + 2t \end{cases}$$

Trả lời (d).

Câu 49. Cho tam giác ABC có $A = (1; 1; 1)$, $B = (0; -2; 3)$, $C = (2; 1; 0)$. Mặt cầu tâm $I(1; 1; -1)$ tiếp xúc với mặt phẳng tọa độ (ABC) có phương trình là :

(a) $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = \frac{36}{19}$

(b) $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = \frac{36}{19}$

(c) $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = \frac{36}{19}$

(d) $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = -\frac{36}{19}$.

Trả lời (a).

(d) $\frac{a\sqrt{6}}{4}$.

Trả lời (d).

HOẠT ĐỘNG 2

2. Hướng dẫn trả lời câu hỏi và bài tập ôn tập chương III

Bài 1. Hướng dẫn.

Câu a. Để chứng minh 4 điểm lập thành một tứ diện ta chứng minh các điểm đó không đồng phẳng.

Cách 1. Lập phương trình mặt phẳng (ABC) và chứng minh D không thuộc mặt phẳng đó.

Cách 2. Lập phương trình hai đường thẳng AB và CD sau đó chứng minh hai đường thẳng đó chéo nhau.

HS tự giải.

Câu b.

Ta sử dụng công thức : $\cos(\overline{AB}, \overline{CD}) = \frac{|\overline{AB}, \overline{CD}|}{AB \cdot CD}$

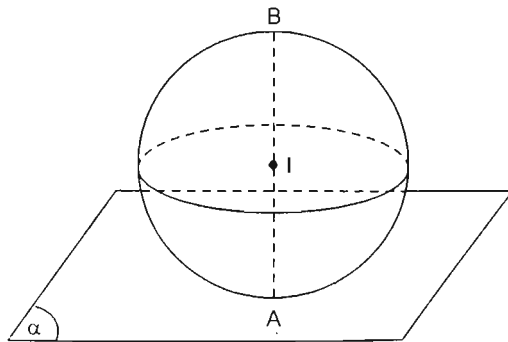
Ta có $\overline{AB} = (-1; 1; 0)$, $\overline{CD} = (-2; 1; -2)$. Từ đó ta có góc cần tìm là 45°

Câu c. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (BCD)

(BCD) : $x - 2y - 2z + 2 = 0$.

$d(A, (BCD)) = 1$

Bài 2. Hướng dẫn.



Câu a. Tâm I là trung điểm của AB: I (1 ; 1 ; 1).

$$r = \frac{AB}{2} = \sqrt{62}$$

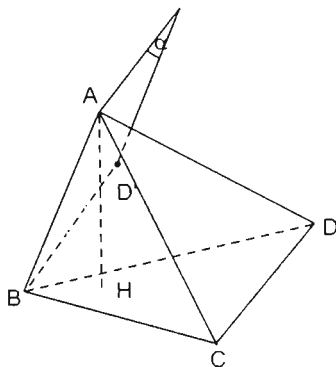
Câu b. Dựa vào phương trình mặt cầu :

$$(S) : (x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 62.$$

Câu c. (α) đi qua A và vuông góc với AB.

$$(\alpha) : 5x + y - 6z - 62 = 0.$$

Bài 3. Hướng dẫn.



Câu a. Tìm tọa độ của các vectơ : \overrightarrow{BC} và \overrightarrow{BD} .

Vectơ pháp tuyến của (BCD) là : $[\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}]$.

Từ đó ta có : (BCD) : $8x - 3y - 2z + 4 = 0$.

Chúng minh tọa độ A không thỏa mãn phương trình của (BCD).

Câu b. $AH = d(A, (BCD)) = \frac{36}{\sqrt{77}}$.

Câu c. Vectơ pháp tuyến của (α) là $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}]$. Từ đó ta có phương trình của (α) là : $x - z + 5 = 0$.

Bài 4. Hướng dẫn. Dựa trực tiếp vào phương trình đường thẳng:

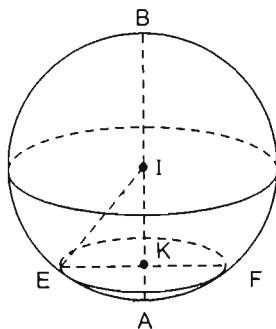
Câu a. HS tự giải

Đáp số. Phương trình AB :
$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -t \\ z = -3 + 3t \end{cases}$$

Câu b. Gọi d là đường thẳng cần lập. Ta thấy ngay d và Δ có cùng vectơ chỉ phương.

Đáp số. Đường thẳng d :
$$\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 3 - 4t \\ z = -5 - 5t \end{cases}$$

Bài 5. Hướng dẫn.



Tâm I của mặt cầu (S) : I (3 ; -2 ; 1). Bán kính của (S) : $r = 10$.

Khoảng cách từ I đến (α) bằng $IK = d(I, (\alpha)) = 6$.

Bán kính đường tròn $r' = \sqrt{r^2 - IK^2} = \sqrt{100 - 36} = 8$.

• Để tìm tâm K : Lập đường thẳng Δ đi qua I và vuông góc với (α) .

Δ cắt (α) tại K.

Đáp số K(-1 ; 2 ; 3)

Bài 6. Hướng dẫn.

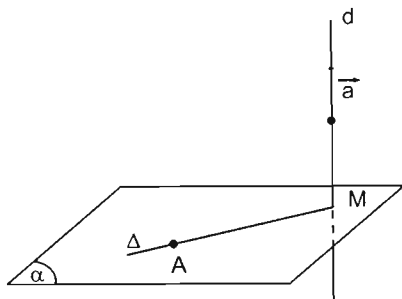
Câu a. Thay các tọa độ của d vào phương trình (α) ta được phương trình theo t. Giải ra ta được t. Từ đó suy ra giao điểm.

Đáp số. Giao điểm M(0 ; 0 ; -2).

Câu b. Vectơ pháp tuyến của (β) là vectơ chỉ phương của d.

Từ đó ta có $(\beta) : 4x + 3y + z + 2 = 0$.

Bài 7. Hướng dẫn. Sử dụng tính chất hình chiếu trong không gian. Công thức tính thể tích.



Câu a. (α) nhận \vec{a} làm vectơ chỉ phương.

$$(\alpha) : 6x - 2y - 3z + 1 = 0.$$

Câu b. Thay tọa độ của d vào phương trình (α) .

Đáp số. M (1 ; -1 ; 3)

Câu c. Δ chính là đường thẳng AM :
$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 - 3t \\ z = 3 + 6t \end{cases}$$

Bài 8. Hướng dẫn. Phương trình mặt phẳng (α) nhận $[\vec{u_d}, \vec{u_{d'}}]$ làm vectơ pháp tuyến. Khoảng cách từ tâm I của mặt cầu (S) đến (α) bằng r.

Ta có $[\vec{u_d}, \vec{u_{d'}}] = (4 ; 6 ; 5)$. Gọi (α) có phương trình :

$$4x + 6y + 5z + D = 0.$$

Tâm I (5 ; -1 ; -13), r = 5.

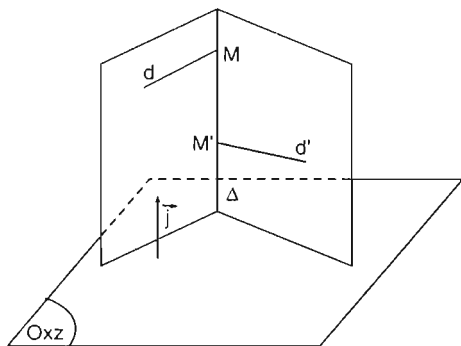
Từ đó ta có : $(\alpha) : 4x + 6y + 5z + 51 \pm \sqrt{77} = 0$.

Bài 9. Hướng dẫn. Lập phương trình đường thẳng Δ đi qua M và vuông góc với (α) (nghĩa là nhận vectơ pháp tuyến của (α) làm vectơ chỉ phương).

Giao điểm của Δ và (α) là điểm cần tìm .

Đáp số. M(-3 ; 1 ; -2).

Bài 11. Hướng dẫn.



$$\text{Đáp số. } \Delta : \begin{cases} x = \frac{3}{7} \\ y = -\frac{25}{7} + t \\ z = \frac{18}{7} \end{cases}$$

Đáp số. A' (-3 ; 2 ; 1).

HOẠT ĐỘNG 3

Trả lời câu hỏi trắc nghiệm chương III

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D	C	A	D	D	A	B	B	D	C
11	12	13	14	15					
C	B	C	D	A					

HOẠT ĐỘNG 4

Giới thiệu một số đề kiểm tra chương III

Đề số 1

PHẦN 1. Câu hỏi và bài tập trắc nghiệm, mỗi câu 1 điểm.

Câu 1. Cho hình lập phương ABCDA'B'C'D' cạnh 1, trong hệ trục tọa độ Oxyz, O trùng A, AB thuộc Ox, AD thuộc Oy, AA' thuộc Oz. Khi đó :

- (a) Mặt phẳng (ABCD) có phương trình $x = 0$;
- (b) Mặt phẳng (A'B'C'D') có phương trình $z = 1$;
- (c) Mặt phẳng (A'B'C'D') có phương trình $y = 1$
- (d) Cả ba câu trên đều sai

Hãy chọn câu trả lời đúng.

Câu 2. Cho A (1 ; 2 ; 3), B (0 ; -1 ; 2).

- (a) Vectơ $\overrightarrow{AB} = (-1; -3; -1)$;
- (b) Vectơ $\overrightarrow{AB} = (-1; 3; -1)$;
- (c) Vectơ $\overrightarrow{AB} = (-1; -3; 1)$;
- (d) Cả ba câu trên đều sai.

Hãy chọn câu trả lời đúng.

Câu 3. Cho A (1 ; 2 ; 3), B (0 ; -1 ; 2)..

(a) Phương trình đường thẳng AB là
$$\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 - 3t \\ z = 3 - t \end{cases}$$

(b) Phương trình đường thẳng AB là
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 + t \end{cases}$$

(c) Phương trình đường thẳng AB là
$$\begin{cases} x = -t \\ y = -1 - 3t \\ z = 2 - t \end{cases}$$

(d) Cả ba câu trên đều sai.

Hãy chọn câu trả lời sai.

Câu 4. Cho mặt phẳng (α) có phương trình :

$2x + 3y - z + 1 = 0$ và điểm M(1 ; 0 ; 2)

Phương trình mặt phẳng đi qua M và song song với (P) là

(a) $2x + 3y - z + 2 = 0$;

(b) $2x + 3y - z = 0$

(c) $2x + 3y - z - 1 = 0$;

(d) $2x + 3y - z + 1 = 0$.

PHẦN 2. Bài tập tự luận 6 điểm

Câu 5. (6 điểm) Cho hai mặt phẳng (α) : $2x + 3y - z + 1 = 0$ và

(β): $x - y + z - 2 = 0$.

a) Lập phương trình tham số của giao tuyến Δ của hai mặt phẳng.

b) Tính khoảng cách từ điểm M (2 ; -3 ; 0) đến đường thẳng Δ .

Đề số 2

PHẦN 1. Câu hỏi và bài tập trắc nghiệm, mỗi câu 1 điểm.

Câu 1. Khoảng cách từ $M(0; 1; 0)$ đến mặt phẳng $(\alpha): x + y - z - 2 = 0$ là

- (a) 1 ; (b) 2
(c) 3 ; (d) 4

Hãy chọn câu trả lời đúng.

Câu 2. Điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng $(\alpha): x + y - z - 2 = 0$

- (a) $M(1; 1; 1)$; (b) $N(1; -1; 1)$;
(c) $P(1; 1; 0)$; (d) $Q(1; 1; -1)$;

Hãy chọn câu trả lời đúng.

Câu 3. Cho $A(0; 1; 2)$, $B(1; 0; 2)$ và $C(0; -1; -1)$

- (a) $\overline{AB} = (1; -1; 0)$; (b) $\overline{AC} = (0; -2; -3)$
(c) $\overline{BC} = (-1; -1; -3)$ (d) Cả ba câu trên đều sai

Hãy chọn câu trả lời sai.

Câu 4. Đường thẳng đi qua $M(1; -1; 0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha):$

$$x - y + 2z - 7 = 0 \text{ là}$$

- (a) $x - y + 2z - 4 = 0$; (b) $x - y + 2z - 5 = 0$
(c) $x - y + 2z - 2 = 0$ (d) $x - y + 2z - 3 = 0$

Chọn câu trả lời đúng

PHẦN 2. Bài tập tự luận 6 điểm

Câu 5. (6 điểm). Cho hai đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 3 - t \\ z = -4 + t \end{cases}$ và $\Delta': \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -2 + t \\ z = 5 - t \end{cases}$

- a) Xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng.
b) Xác định đường vuông góc chung của Δ và Δ'

Đề số 3

PHẦN 1. Câu hỏi và bài tập trắc nghiệm, mỗi câu 1 điểm.

Hãy điền đúng sai vào các khẳng định sau:

Câu 1. Cho hình cầu có phương trình : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4z - 22 = 0$

(a) Tâm của mặt cầu là I(1 ; 1 ; 2) ☐

(b) Tâm của mặt cầu là I (1 ; -1 ; 2) ☐

(c) Bán kính mặt cầu là $r = 22$ ☐

(d) Bán kính mặt cầu là $r = 4$ ☐

Câu 2. Cho hình cầu có phương trình : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4z - 22 = 0$

(a) Mặt phẳng $(\alpha) : x + y - z - 1$ tiếp xúc với mặt cầu ☐

(b) Mặt phẳng $(\alpha) : x + y - z - 1$ cắt với mặt cầu ☐

(c) Mặt cầu trên luôn luôn không cắt (α) ☐

(d) Cả ba khẳng định đều sai ☐

Câu 3. Cho đường thẳng $\Delta : \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 - t \end{cases}$

(a) Mặt phẳng $x - 3y + z - 3$ vuông góc với Δ ☐

(b) Mặt phẳng $x - 3y + z - 3$ song song với Δ ☐

(c) Phương trình của Δ là : $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-1}$ ☐

(d) Cả ba ý trên đều sai ☐

Câu 4. Cho mặt phẳng $(\alpha) : z - 1 = 0$

(a) Mặt phẳng $(\alpha) // (Oxy)$ ☐

- (b) $(\alpha) \perp Oz$

☐
- (c) $(\alpha) // Ox$

☐
- (d) Cả ba ý trên đều sai

☐

PHẦN 2. Bài tập tự luận 6 điểm

Câu 5. (6 điểm) Cho mặt phẳng (α) có phương trình : $2x + 3y + z - 1 = 0$ và điểm $A(1; 2; -5)$

- a) Xác định A' đối xứng với A qua (α) .
- b) Lập phương trình mặt cầu tâm A và cắt (α) theo đường tròn có bán kính là 2.

HƯỚNG DẪN - ĐÁP ÁN

Đề số 1

PHẦN 1. Câu hỏi và bài tập trắc nghiệm, mỗi câu 1 điểm.

Hãy chọn câu trả lời đúng trong các câu sau

Câu 1	Câu 2	Câu 2	Câu 4
<i>b</i>	<i>a</i>	<i>d</i>	<i>b</i>

PHẦN 2. Bài tập tự luận 6 điểm (HS tự giải)

Đề số 2

PHẦN 1. Câu hỏi và bài tập trắc nghiệm, mỗi câu 1 điểm.

Câu 1	Câu 2	Câu 2	Câu 4
<i>a</i>	<i>c</i>	<i>a</i>	<i>d</i>

PHẦN 2. Bài tập tự luận 6 điểm

Đề số 3

PHẦN 1. Câu hỏi và bài tập trắc nghiệm, mỗi câu 1 điểm.

Câu 1.

a	b	c	d
S	Đ	S	Đ

Câu 2.

a	b	c	d
S	Đ	S	S

Câu 3.

a	b	c	d
Đ	S	Đ	S

Câu 4.

a	b	c	d
Đ	Đ	Đ	S

PHẦN 2. Bài tập tự luận 6 điểm

Bạn đọc tự giải.

Ôn tập cuối năm

(tiết 18, 19)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

HS nắm được:

1. Khái niệm :

Chương 1

- + Định nghĩa khối đa diện.
- + Định nghĩa hình chóp, hình lăng trụ
- + Định nghĩa khối đa diện đều
- + Thể tích và diện tích của khối đa diện.

Chương 2

- + Định nghĩa hình tròn xoay, hình nón, hình trụ, và hình cầu và các khái niệm cơ bản.
- + Khái niệm về thể tích, diện tích của các khối tròn xoay.

Chương 3

- + Định nghĩa hệ trục tọa độ trong không gian.
- + Định nghĩa phương trình mặt cầu.
- + Định nghĩa phương trình mặt phẳng trong không gian.
- + Định nghĩa phương trình đường thẳng trong không gian.

2. Một số định lí và mệnh đề quan trọng:

Chương 1

- + Công thức tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình nón và hình trụ.
- + Phân chia và lắp ghép khối đa diện như thế nào?

Chương 2

- + Công thức về diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình nón, hình trụ và hình cầu.
- + Công thức thể tích của hình nón, hình trụ và hình cầu.

Chương 3

- + Các tính chất của phép toán về tọa độ trong không gian.
- + Tích vô hướng của hai vectơ.
- + Tích hỗn hợp của hai vectơ.
- + Điều kiện để hai mặt phẳng song song, hai mặt phẳng cắt nhau.
- + Vị trí tương đối của đường thẳng và mặt phẳng.
- + Vị trí tương đối của hai đường thẳng.
- + Khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng, đến đường thẳng.

2. Kỹ năng

Ôn tập toàn bộ các kỹ năng của 3 chương.

3. Thái độ

- Liên hệ được với nhiều vấn đề có trong thực tế với môn học hình học không gian.
- Có nhiều sáng tạo trong hình học.
- Hứng thú trong học tập, tích cực phát huy tính độc lập trong học tập.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV:

- Chuẩn bị ôn tập toàn bộ kiến thức.
- Chuẩn bị một đến hai bài kiểm tra.
- Cho học sinh kiểm tra và chấm, trả bài.

2. Chuẩn bị của HS :

Ôn tập lại toàn bộ kiến thức, giải và trả lời các câu hỏi bài tập trong chương.

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài này chia thành 2 tiết:

Tiết 1 : Ôn tập.

Tiết 2 : Kiểm tra 1 tiết.

IV. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. ĐẶT VẤN ĐỀ

Câu hỏi 1.

Hãy thống kê các công thức tính diện tích và thể tích.

Câu hỏi 2.

Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau. Đúng hay sai ?

Câu hỏi 3.

Viết các công thức tính khoảng cách.

B. BÀI MỚI

HOẠT ĐỘNG 1

1. Ôn tập kiến thức cơ bản

a) Tóm tắt lí thuyết cơ bản.

Chương 1

- Hình đa diện chia không gian làm hai phần (phần bên trong và phần bên ngoài), nó gồm một số hữu hạn đa giác phẳng thỏa mãn hai điều kiện :

- a) Hai đa giác hoặc không có điểm chung, hoặc có một đỉnh chung, hoặc có một cạnh chung.

- b) Mỗi cạnh của một đa giác là cạnh chung của đúng hai đa giác.

- Hình đa diện cùng với phần bên trong của nó gọi là một khối đa diện.

Mỗi khối đa diện có thể phân chia được thành những khối tứ diện.

- Phép dời hình trong không gian là phép biến hình bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì.

- Hai hình đa diện bằng nhau nếu có một phép dời hình biến hình này thành hình kia.

- Hai hình tứ diện bằng nhau nếu chúng có các cạnh tương ứng bằng nhau.
- Có 5 loại khối đa diện đều : khối tứ diện đều, khối lập phương, khối tám mặt đều, khối mười hai mặt đều, khối hai mươi mặt đều.

Thể tích của khối hộp chữ nhật bằng tích số ba kích thước.

- Thể tích của khối chóp bằng một phần ba tích số của diện tích mặt đáy và chiều cao khối chóp.
- Thể tích của khối lăng trụ bằng tích số của diện tích mặt đáy và chiều cao của khối lăng trụ.

Chương 2

- Mặt cầu $S(O ; R)$ là tập hợp $\{M \mid OM = R\}$. Khối cầu $S(O ; R)$ là tập hợp $\{M \mid OM \leq R\}$.

Mặt cầu là hình tròn xoay sinh bởi một đường tròn khi quay quanh một đường kính của đường tròn đó.

Khối cầu là hình tròn xoay sinh bởi một hình tròn khi quay quanh một đường kính của hình tròn đó.

- Giao của mặt cầu $S(O ; R)$ và $mp(P)$ phụ thuộc vào R và khoảng cách d từ O đến (P) . Giả sử H là hình chiếu của O trên $mp(P)$. Khi đó :

– Nếu $d < R$ thì giao là đường tròn nằm trên (P) có tâm H , bán kính

$$r = \sqrt{R^2 - d^2}$$

– Nếu $d = R$ thì $mp(P)$ tiếp xúc với mặt cầu $S(O ; R)$ tại H .

– Nếu $d > R$ thì $mp(P)$ không cắt mặt cầu $S(O ; R)$.

- Giao của mặt cầu $S(O ; R)$ và đường thẳng Δ phụ thuộc vào R và khoảng cách d từ O tới Δ . Giả sử H là hình chiếu của O trên Δ . Khi đó :

– Nếu $d < R$ thì đường thẳng Δ cắt mặt cầu $S(O ; R)$ tại hai điểm phân biệt.

– Nếu $d = R$ thì Δ tiếp xúc với mặt cầu $S(O ; R)$ tại H . Các đường thẳng tiếp xúc với mặt cầu tại H nằm trên tiếp diện của mặt cầu tại H .

– Nếu $d > R$ thì Δ không cắt mặt cầu $S(O ; R)$.

- Về các tiếp tuyến của mặt cầu đi qua một điểm A nằm ngoài mặt cầu :

- Các đoạn thẳng nối A và các tiếp điểm bằng nhau.
- Tập hợp các tiếp điểm là một đường tròn.
- Hình cầu bán kính R có diện tích bằng $4\pi R^2$ có thể tích bằng $\frac{4}{3}\pi R^3$
- Mặt trụ là hình tròn xoay sinh bởi đường thẳng l khi quay quanh đường thẳng Δ song song với l .
- Mặt trụ có trục Δ , bán kính R là tập hợp các điểm cách đường thẳng Δ một khoảng R .
- Hình trụ là phần mặt trụ nằm giữa hai mặt phẳng phân biệt (P) , (P') vuông góc với trục của mặt trụ, cùng với hai hình tròn giới hạn bởi hai đường tròn (\mathcal{C}) và (\mathcal{C}') là giao tuyến của mặt trụ với hai mặt phẳng (P) và (P') .

Hình trụ là hình tròn xoay sinh bởi bốn cạnh của một hình chữ nhật khi quay quanh một đường trung bình của hình chữ nhật đó.

Diện tích xung quanh của hình trụ bằng tích số chu vi đường tròn đáy và chiều cao.

Diện tích toàn phần của hình trụ bằng tổng diện tích xung quanh và diện tích hai đáy.

- Khối trụ là hình trụ cùng với phần bên trong hình trụ đó.

Khối trụ là hình tròn xoay sinh bởi một hình chữ nhật (kể cả các điểm nằm trong nó) khi quay quanh một đường trung bình của hình chữ nhật đó.

Thể tích khối trụ bằng tích số của diện tích đáy và chiều cao.

C Mặt nón, hình nón, khối nón

- Mặt nón là hình tròn xoay sinh bởi đường thẳng l khi quay quanh đường thẳng Δ cắt l nhưng không vuông góc với l .
- Mặt nón đỉnh O , trục Δ (O thuộc Δ), góc ở đỉnh 2α là hình tạo bởi các đường thẳng đi qua O và tạo với Δ một góc bằng α ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$).
- Hình nón là hình tròn xoay sinh bởi ba cạnh của một tam giác cân khi quay quanh trục đối xứng của tam giác đó.
- Diện tích xung quanh của hình nón bằng một nửa tích số chu vi đáy và độ dài đường sinh.

- Diện tích toàn phần của hình nón bằng tổng diện tích xung quanh và diện tích đáy.
- Khối nón là hình nón cùng với phần bên trong của hình nón đó.
- Khối nón là hình tròn xoay sinh bởi một hình tam giác vuông (kể cả phần trong) khi quay quanh đường thẳng chứa một cạnh góc vuông.
- Thể tích của khối nón bằng một phần ba tích số diện tích đáy và chiều cao.

Chương 3

- Tọa độ của điểm và tọa độ của vectơ đối với hệ tọa độ $Oxyz$:

+ Điểm M có tọa độ $(x; y; z) \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$.

+ Vectơ \vec{u} có tọa độ $(x; y; z) \Leftrightarrow \vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$.

+ $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$.

- Tích vô hướng và tích vectơ : Cho $\vec{u} = (x; y; z)$ và $\vec{v} = (x'; y'; z')$ thì :

+ Tích vô hướng của \vec{u} và \vec{v} là số : $\vec{u} \cdot \vec{v} = xx' + yy' + zz'$.

+ Một số tính chất : $\vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$;

- Phương trình mặt cầu : Phương trình có dạng

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0,$$

với điều kiện $a^2 + b^2 + c^2 > d$, là phương trình mặt cầu có tâm $(-a; -b; -c)$ và có bán

$$\text{kinh } R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$$

- Phương trình mặt phẳng : Phương trình

$$Ax + By + Cz + D = 0, \text{ với } A^2 + B^2 + C^2 > 0$$

là phương trình của mặt phẳng có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}(A; B; C)$.

- Mặt phẳng đi qua điểm $(x_0; y_0; z_0)$ với vectơ pháp tuyến $(A; B; C)$ có phương trình :

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0.$$

- Phương trình đường thẳng :

Phương trình tham số :

$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$$

với $a^2 + b^2 + c^2 > 0$.

+ Phương trình chính tắc :

$$\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c} \text{ với } abc \neq 0.$$

Đường thẳng với phương trình đó đi qua điểm $(x_0; y_0; z_0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (a; b; c)$.

• Vị trí tương đối giữa hai mặt phẳng (α) và (α') :

Nếu (α) có phương trình : $Ax + By + Cz + D = 0$ và (α') có phương trình : $A'x + B'y + C'z + D' = 0$, thì

+ (α) và (α') cắt nhau khi và chỉ khi $A : B : C \neq A' : B' : C'$

+ (α) và (α') song song khi và chỉ khi $\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'} \neq \frac{D}{D'}$

+ (α) và (α') trùng nhau khi và chỉ khi $\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'} = \frac{D}{D'}$.

+ (α) và (α') vuông góc với nhau khi và chỉ khi $AA' + BB' + CC' = 0$.

• Khoảng cách :

+ Khoảng cách giữa hai điểm $A(x_A; y_A; z_A)$ và $B(x_B; y_B; z_B)$:

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$$

+ Khoảng cách từ điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ đến mặt phẳng (α) có phương trình $Ax + By + Cz + D = 0$ là :

$$d(M_0, (\alpha)) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

b) Câu hỏi trắc nghiệm nhằm ôn tập kiến thức:

GV nên đưa ra một hệ thống câu hỏi trắc nghiệm nhằm ôn tập toàn bộ kiến thức trong chương.

Sau đây xin giới thiệu một số câu hỏi:

1. HÃY KHOANH TRÒN CÂU ĐÚNG, SAI TRONG CÁC CÂU SAU MÀ EM CHO LÀ HỢP LÍ.

Câu 1. Qua hai phép biến hình : Phép tịnh tiến theo vectơ \vec{v} và phép đối xứng qua đường thẳng được hai khối đa diện bằng nhau.

- (a) Đúng (b) Sai.

Câu 2. Qua hai phép biến hình : Phép đối xứng tâm O và phép đối xứng qua đường thẳng được hai khối đa diện bằng nhau.

- (a) Đúng (b) Sai.

Câu 3. Khối đa diện luôn chứa trọn mọi đoạn thẳng có hai đầu thuộc khối đa diện là khối đa diện lồi.

- (a) Đúng (b) Sai.

Câu 4. Khối đa diện luôn chứa trọn mọi đường thẳng là khối đa diện lồi.

- (a) Đúng (b) Sai.

Câu 5. Khối tứ diện có 4 mặt là tam giác đều là khối đa diện đều

- (a) Đúng (b) Sai.

Câu 6. Có vô số khối đa diện đều

- (a) Đúng (b) Sai.

Câu 7. Chỉ có 5 khối đa diện đều

- (a) Đúng (b) Sai.

Câu 8. Khối đa diện đều có số đỉnh và số mặt bằng nhau

- (a) Đúng (b) Sai.

Câu 9. Đa diện có các mặt là tam giác thì tổng số các mặt phải là số chẵn.

- (a) Đúng (b) Sai.

Câu 110. Trung điểm các cạnh của một tứ diện đều là đỉnh của một tứ diện đều.

- (a) Đúng (b) Sai.

Câu 118. Hình lập phương là một đa diện đều.

- (a) Đúng (b) Sai.

Câu 12. Hình lập phương là lục diện đều.

- (a) Đúng (b) Sai.

Câu 13. Hình lập phương là đa diện đều dạng $\{4, 3\}$

- (a) Đúng (b) Sai.

Câu 14. Hình lập phương là đa diện đều dạng $\{3, 4\}$

- (a) Đúng (b) Sai.

Câu 15. Hình bát diện đều là đa diện đều dạng $\{4, 3\}$

- (a) Đúng (b) Sai.

Câu 16. Hình 12 mặt đều là đa diện đều dạng $\{3, 5\}$

- (a) Đúng (b) Sai.

Câu 17. Mọi mặt phẳng đều cắt mặt nón theo một đường tròn

- (a) Đúng (b) Sai.

Câu 18. Mọi mặt phẳng vuông góc với trục đều cắt mặt nón theo một đường tròn

- (a) Đúng (b) Sai.

Câu 19. Mọi mặt phẳng đi qua trục đều cắt mặt nón theo một tam giác cân

- (a) Đúng (b) Sai.

Câu 20. Mọi mặt phẳng đi qua đỉnh nếu cắt mặt nón thì cắt theo một tam giác cân

- (a) Đúng (b) Sai.

Câu 21. Mọi mặt phẳng cắt mặt trụ theo một đường tròn

- (a) Đúng (b) Sai.

Câu 22. Mọi mặt phẳng vuông góc với trục của mặt trụ cắt mặt trụ theo một đường tròn

- (a) Đúng (b) Sai.

Câu 23. Mọi mặt phẳng đi qua trục của mặt trụ cắt mặt trụ theo một hình chữ nhật

- (a) Đúng (b) Sai.

Câu 24. Mọi mặt phẳng song song với trục của mặt trụ nếu cắt mặt trụ thì cắt theo một hình chữ nhật

- (a) Đúng (b) Sai.

Câu 25. Đường thẳng $\Delta \perp (\alpha)$ khi và chỉ khi vectơ chỉ phương của Δ và vectơ pháp tuyến của (α) cộng tuyến.

- (a) Đúng (b) Sai.

Câu 27. Cho hai đường thẳng

$$d : \begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t \\ z = z_0 + a_3 t \end{cases} \text{ và } d' : \begin{cases} x = x'_0 + a'_1 t' \\ y = y'_0 + a'_2 t' \\ z = z'_0 + a'_3 t' \end{cases}$$

$$\text{Hệ phương trình } \begin{cases} x'_0 + a'_1 t' = x_0 + a_1 t \\ y'_0 + a'_2 t' = y_0 + a_2 t \\ z'_0 + a'_3 t' = z_0 + a_3 t \end{cases} \text{ vô nghiệm thì } d // d'$$

- (a) Đúng (b) Sai.

Câu 27. Cho hai đường thẳng

$$d : \begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t \\ z = z_0 + a_3 t \end{cases} \text{ và } d' : \begin{cases} x = x'_0 + a'_1 t' \\ y = y'_0 + a'_2 t' \\ z = z'_0 + a'_3 t' \end{cases}$$

$$\text{Hệ phương trình } \begin{cases} x'_0 + a'_1 t' = x_0 + a_1 t \\ y'_0 + a'_2 t' = y_0 + a_2 t \\ z'_0 + a'_3 t' = z_0 + a_3 t \end{cases} \text{ vô nghiệm thì } d \text{ và } d' \text{ chéo nhau}$$

- (a) Đúng (b) Sai.

Câu 28. Cho hai đường thẳng

$$d : \begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t \\ z = z_0 + a_3 t \end{cases} \text{ và } d' : \begin{cases} x = x'_0 + a'_1 t' \\ y = y'_0 + a'_2 t' \\ z = z'_0 + a'_3 t' \end{cases}$$

$$\text{Hệ phương trình } \begin{cases} x'_0 + a'_1 t' = x_0 + a_1 t \\ y'_0 + a'_2 t' = y_0 + a_2 t \\ z'_0 + a'_3 t' = z_0 + a_3 t \end{cases} \text{ có nghiệm thì } d \text{ và } d' \text{ cắt nhau}$$

(a) Đúng

(b) Sai.

Câu 29. Cho hai đường thẳng

$$d : \begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t \\ z = z_0 + a_3 t \end{cases} \text{ và } d' : \begin{cases} x = x'_0 + a'_1 t' \\ y = y'_0 + a'_2 t' \\ z = z'_0 + a'_3 t' \end{cases}$$

$$\text{Hệ phương trình } \begin{cases} x'_0 + a'_1 t' = x_0 + a_1 t \\ y'_0 + a'_2 t' = y_0 + a_2 t \\ z'_0 + a'_3 t' = z_0 + a_3 t \end{cases} \text{ có nghiệm duy nhất thì } d \text{ và } d' \text{ cắt nhau}$$

(a) Đúng

(b) Sai.

Câu 30. Hai mặt phẳng song song khi và chỉ khi hai vectơ pháp tuyến của chúng cộng tuyến.

(a) Đúng

(b) Sai.

Câu 31. Hai mặt phẳng vuông góc với nhau khi và chỉ khi tích vô hướng hai vectơ pháp tuyến bằng 0.

(a) Đúng

(b) Sai.

Câu 32. Cho mặt cầu (I, r) và một mặt phẳng (α) .

$d(I, (\alpha)) < r$ thì giao của mặt cầu và (α) là đường tròn.

(a) Đúng

(b) Sai.

Câu 33. Cho mặt cầu (I, r) và một mặt phẳng (α) .

$d(I, (\alpha)) = r$ thì (α) tiếp xúc với (I, r) .

(a) Đúng

(b) Sai.

Câu 34. Cho mặt cầu (I, r) và một mặt phẳng (α) .

$d(I, (\alpha)) > r$ thì giao của mặt cầu và (α) là đường tròn.

(a) Đúng

(b) Sai.

Câu 35. Phương trình đường thẳng AB nhận \overline{AB} làm vectơ chỉ phương.

(a) Đúng

(b) Sai.

Câu 36. Phương trình mặt phẳng vuông góc với AB nhận \overline{AB} làm vectơ pháp tuyến

(a) Đúng

(b) Sai.

Câu 37. Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C nhận $[\overline{AB}, \overline{AC}]$ làm vectơ pháp tuyến.

(a) Đúng

(b) Sai.

Câu 38. Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C nhận $[\overline{AB}, \overline{BC}]$ làm vectơ pháp tuyến.

(a) Đúng

(b) Sai.

Câu 39. Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C nhận $[\overline{CB}, \overline{AC}]$ làm vectơ pháp tuyến.

(a) Đúng

(b) Sai.

Câu 40. Phương trình mặt cầu tổng quát có dạng:

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0.$$

(a) Đúng

(b) Sai.

Câu 41. Phương trình mặt cầu tổng quát có dạng:

$$2x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0.$$

(a) Đúng

(b) Sai.

Câu 42. Mặt cầu tâm $I(a, b, c)$ bán kính r là :

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = r$$

(a) Đúng

(b) Sai.

Câu 43. Mặt cầu tâm $I(a, b, c)$ bán kính r là :

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = r^2$$

(a) Đúng

(b) Sai.

Câu 44. Phương trình mặt cầu : Phương trình có dạng

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0,$$

với điều kiện $a^2 + b^2 + c^2 < d$, là phương trình mặt cầu có tâm $(-a; -b; -c)$ và có bán

kính $r = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$

(a) Đúng

(b) Sai.

Câu 45. Phương trình mặt cầu : Phương trình có dạng

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0,$$

với điều kiện $a^2 + b^2 + c^2 = d$, là phương trình mặt cầu có tâm $(-a; -b; -c)$ và có bán

kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$

(a) Đúng

(b) Sai.

Câu 46. $\vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$

(a) Đúng

(b) Sai.

Câu 47. Cho $\vec{u} = (x; y; z)$ và $\vec{v} = (x'; y'; z')$. Tích vô hướng của \vec{u} và \vec{v} là số

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = xx' + yy' + zz'$$

(a) Đúng

(b) Sai.

Câu 48. Nếu điểm $A = (x_A; y_A; z_A)$ và điểm $B = (x_B; y_B; z_B)$ thì

$$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A).$$

(a) Đúng

(b) Sai.

Câu 49. Phương trình chính tắc :

$$\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c} \text{ với } abc \neq 0.$$

Đường thẳng với phương trình đó đi qua điểm $(x_0; y_0; z_0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (a; b; c)$.

(a) Đúng

(b) Sai.

Câu 50. Cho (α) có phương trình : $Ax + By + Cz + D = 0$ và (α') có phương trình : $A'x + B'y + C'z + D' = 0$

(α) và (α') cắt nhau khi và chỉ khi $A : B : C \neq A' : B' : C'$

(a) Đúng

(b) Sai.

Câu 51. Cho (α) có phương trình : $Ax + By + Cz + D = 0$ và (α') có phương trình : $A'x + B'y + C'z + D' = 0$

(α) và (α') song song khi và chỉ khi $\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'} \neq \frac{D}{D'}$

(a) Đúng

(b) Sai.

Câu 52. Cho (α) có phương trình : $Ax + By + Cz + D = 0$ và (α') có phương trình : $A'x + B'y + C'z + D' = 0$

(α) và (α') trùng nhau khi và chỉ khi $\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'} = \frac{D}{D'}$.

(a) Đúng

(b) Sai.

Câu 53. Cho (α) có phương trình : $Ax + By + Cz + D = 0$ và (α') có phương trình : $A'x + B'y + C'z + D' = 0$

(α) và (α') vuông góc với nhau khi và chỉ khi $AA' + BB' + CC' = 0$

(a) Đúng

(b) Sai.

Câu 54. Khoảng cách từ điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ đến mặt phẳng (α) có phương trình $Ax + By + Cz + D = 0$ là :

$$d(M_0, (\alpha)) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

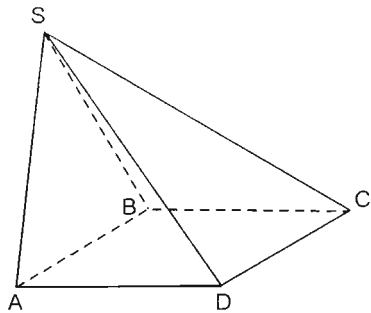
(a) Đúng

(b) Sai.

II. ĐIỀN ĐÚNG, SAI VÀO Ô THÍCH HỢP

Hãy điền đúng, sai vào các ô trống sau đây mà em cho là hợp lí nhất.

Câu 55. Cho hình chóp S.ABCD, đáy ABCD là hình vuông cạnh a, $SA = a$
 $SA \perp (ABCD)$.

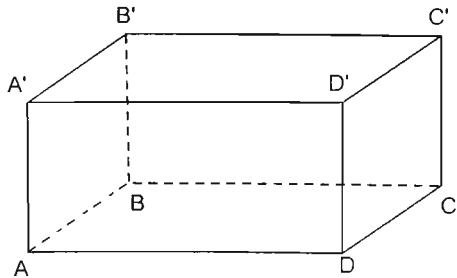


- (a) Thể tích hình chóp là a^3 ☐
- (b) Thể tích hình chóp là $\frac{1}{3} a^3$ ☐
- (c) Thể tích hình chóp là $\frac{1}{6} a^3$ ☐
- (d) Cả ba câu trên đều sai. ☐

Trả lời.

a	b	c	d
S	S	Đ	S

Câu 56. Cho hình hộp chữ nhật ABCDA'B'C'D' có $AA' = c$, $AB = a$, $AD = b$

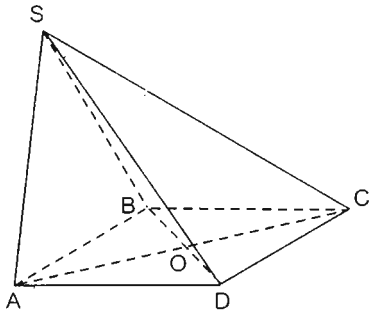


- (a) Thể tích hình hộp là abc ☐
- (b) Thể tích hình chóp $A'.ABCD$ là abc ☐
- (c) Thể tích hình chóp $A'.ABCD$ là $\frac{1}{3} abc$ ☐
- (d) $V_{(ABCD.A'B'C'D')} = 3V_{(A'.ABCD)}$ ☐

Trả lời.

a	b	c	d
Đ	S	Đ	Đ

Câu 57. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA = a$ vuông góc với đáy.

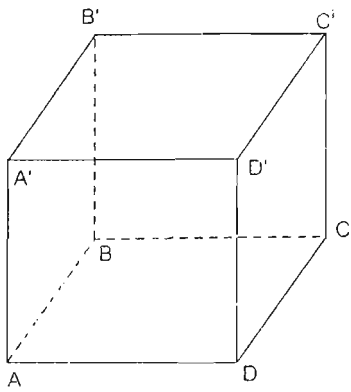


- (a) $SB = a\sqrt{2}$ ☐
- (b) $SD = a\sqrt{2}$ ☐
- (c) Diện tích tam giác SBD bằng $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ ☐
- (d) Cả ba câu trên đều sai. ☐

Trả lời.

a	b	c	d
Đ	Đ	Đ	S

Câu 58. Cho hình lập phương $ABCD A'B'C'D'$ cạnh a .



- (a) Thể tích khối lập phương là a^3

☐
- (b) Thể tích khối chóp $A'.DD'C'$ là $\frac{1}{6}a^3$

☐
- (c) Thể tích khối lăng trụ $AA'B'.DD'C'$ là $\frac{1}{6}a^3$

☐
- (d) Cả ba câu trên đều sai

☐

Trả lời.

a	b	c	d
Đ	Đ	Đ	S

Câu 59. Cho hai điểm $A(0 ; 1 ; 0)$, $B(1, 0, 1)$

- (a) $\overline{AB} = (1 ; -1 ; 1)$

☐
- (b) $AB = 1$

☐
- (c) $AB = \sqrt{3}$

☐
- (d) Cả ba câu trên đều sai.

☐

Trả lời.

a	b	c	d
Đ	S	Đ	S

Câu 60. Cho hai điểm $A(0 ; 1 ; 0)$, $B(1, 0, 1)$

(a) Phương trình đường thẳng AB là $\begin{cases} x = t \\ y = 1 - t \\ z = t \end{cases}$ ☐

(b) Phương trình đường thẳng AB là $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -t \\ z = 1 + t \end{cases}$ ☐

(c) Phương trình đường thẳng AB là $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{1}$ ☐

(d) Cả ba câu trên đều sai. ☐

Trả lời.

a	b	c	d
Đ	Đ	Đ	S

Câu 61. Cho phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 2z = 6$

(a) Đây là một phương trình mặt cầu ☐

(b) Đây là một phương trình mặt cầu tâm I (1 ; -2 ; 1) ☐

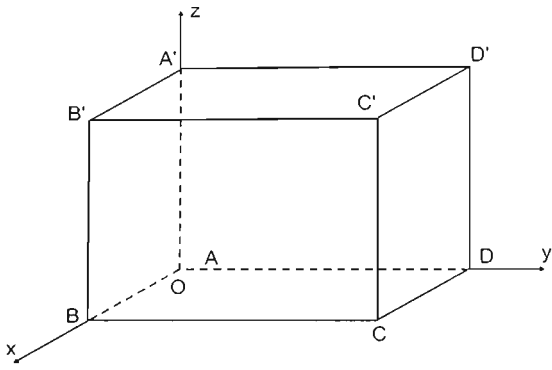
(c) Đây là một phương trình mặt cầu có bán kính $r = 6$ ☐

(d) Đây là một phương trình mặt cầu bán kính $r = \sqrt{6}$ ☐

Trả lời.

a	b	c	d
Đ	Đ	S	Đ

Câu 62. Cho hình vuông có cạnh là 1 như hình vẽ.



(a) Đường thẳng A'D' có phương trình $\begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = 1 \end{cases}$ ☐

(b) Đường thẳng CC' có phương trình $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = t \end{cases}$ ☐

(c) Đường thẳng A'C' có phương trình $\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = 1 \end{cases}$ ☐

(d) Cả ba câu trên đều sai. ☐

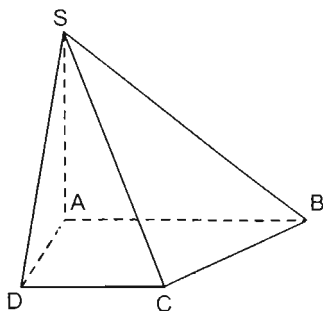
Trả lời.

a	b	c	d
Đ	Đ	Đ	S

III. CÂU HỎI ĐA LỰA CHỌN

Chọn câu trả lời đúng trong các bài tập sau:

Câu 64. Cho hình chóp SABCD, đáy ABCD là hình thang vuông tại A, $SA \perp (ABCD)$, $SA = a$, $AB = 2a$, $AD = DC = a$. Khoảng cách từ A đến (SBC) là



(a) a ;

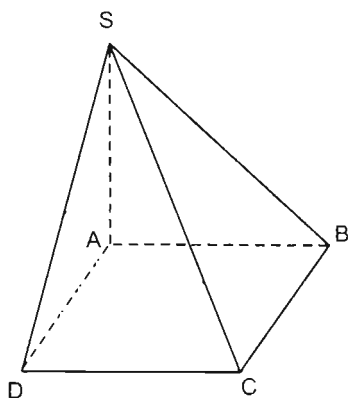
(b) $2a$

(c) $a\sqrt{3}$;

(d) $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Trả lời (d).

Câu 65. Cho hình chóp SABCD, đáy ABCD là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$, $SA = a$. Khoảng cách giữa AB và SD là



(a) a ;

(b) $2a$

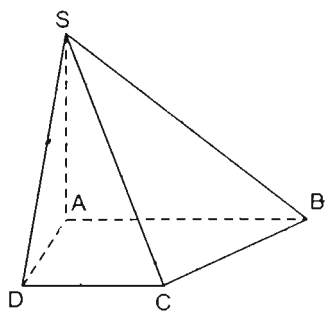
(c) $a\sqrt{2}$;

(d) $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Trả lời (d).

Câu 66. Cho hình chóp SABCD, đáy ABCD là hình thang vuông tại A,

$SA \perp (ABCD)$, $SA = a$, $AB = 2a$, $AD = DC = a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) là



(a) a^2 ;

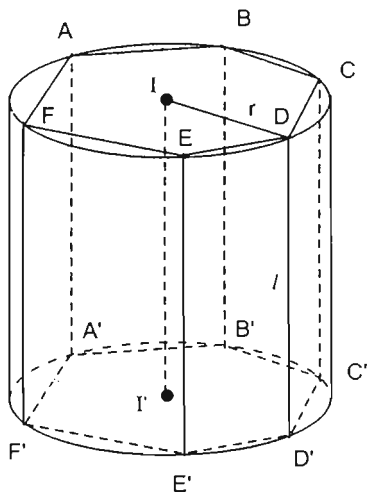
(b) $2a^2$

(c) $a^2\sqrt{2}$;

(d) $\frac{a^2\sqrt{6}}{2}$.

Trả lời (d).

Câu 67. Cho hình lăng trụ lục giác đều cạnh đáy là $2\sqrt{3}$ nội tiếp một hình trụ có đường cao là 3



Đường sinh của hình trụ là :

(a) $2\sqrt{3}$;

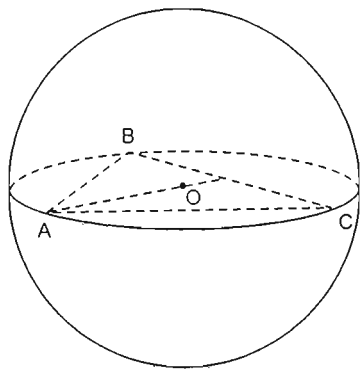
(b) $3\sqrt{3}$

(c) 3 ;

(d) 6.

Trả lời. (c).

Câu 68. Một hình cầu có đường tròn lớn ngoại tiếp một tam giác đều cạnh 1 có diện tích toàn phần là :



- (a) $2\sqrt{3}$;
- (b) $3\sqrt{3}$
- (c) $\frac{1}{\sqrt{3}}$;
- (d) 6π .

Trả lời. (c).

Câu 69: Gọi d là khoảng cách từ O của mặt cầu $S(O ; r)$ đến mặt phẳng (P)

Điền vào chỗ trống sau :

d	6	5	4	8
r	5	4	4	8
Vị trí tương đối của (P) và (S)				

Câu 70. Cho ba điểm $M(1;0;0)$, $N(0;-2;0)$, $P(0;0;1)$. Nếu $MNPQ$ là một hình bình hành thì PQ có phương trình là

- (a) $\begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = 1 \end{cases}$
- (b) $\begin{cases} x = 2t \\ y = t \\ z = 1 \end{cases}$

$$(c) \begin{cases} x = 1 \\ y = 2t \\ z = t \end{cases}$$

$$(d) \begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = -1 \end{cases}$$

Trả lời . (a).

Câu 71. Cho ba điểm $A(1;2;0)$, $B(1;0;-1)$, $C(0;-1;2)$.

Độ dài AB là :

- (a) 2; (b) 2
(c) 1; (d) $\sqrt{5}$

Trả lời . (d).

Câu 72. Cho ba điểm $A(1;2;0)$, $B(1;0;-1)$, $C(0;-1;2)$.

Độ dài BC là :

- (a) 2; (b) $\sqrt{11}$
(c) 1; (d) $\sqrt{5}$

Trả lời (b).

Câu 73. Cho tam giác ABC có $A=(1;1;1)$, $B=(0;-2;3)$, $C=(2;1;0)$.

Phương trình mặt phẳng (ABC) là

- (a) $3x + y + 3z + 7 = 0$ (b) $3x + y + 3z - 7 = 0$
(c) $3x + y + 3z + 5 = 0$; (d) $3x + y + 3z - 5 = 0$

Trả lời (b).

Câu 74. Cho tam giác ABC có $A=(1;1;1)$, $B=(0;-2;3)$, $C=(2;1;0)$.

Phương trình mặt phẳng đi qua M (1 ; 2 ; -7) và song song với mặt phẳng (ABC) là

- (a) $3x + y + 3z + 12 = 0$ (b) $3x + y + 3z - 32 = 0$
(c) $3x + y + 3z + 16 = 0$; (d) $3x + y + 3z - 22 = 0$

Trả lời (c).

Câu 75. Cho tam giác ABC có $A = (1; 1; 1)$, $B = (0; -2; 3)$, $C = (2; 1; 0)$. Phương trình đường thẳng đi qua $M(1; 2; -7)$ và vuông góc với mặt phẳng (ABC) là

$$(a) \begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 2 + t \\ z = -7 + 2t \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 - t \\ z = -7 + 2t \end{cases}$$

$$(c) \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + t \\ z = 7 + 2t \end{cases}$$

$$(d) \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + t \\ z = -7 + 2t \end{cases}$$

Trả lời (d).

Câu 76. Cho tam giác ABC có $A = (1; 1; 1)$, $B = (0; -2; 3)$, $C = (2; 1; 0)$. Mặt cầu tâm $I(1; 1; -1)$ tiếp xúc với mặt phẳng tọa độ (ABC) có phương trình là :

$$(a) (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = \frac{36}{19}$$

$$(b) (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = \frac{36}{19}$$

$$(c) (x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = \frac{36}{19}$$

$$(d) (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = -\frac{36}{19}$$

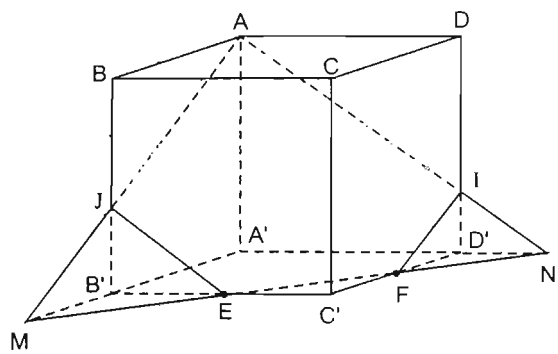
Trả lời (a).

HOẠT ĐỘNG 2

2. Hướng dẫn trả lời câu hỏi và bài tập ôn tập cuối năm

Bài 1. Hướng dẫn. Gọi I là trung điểm của OO' . Chứng minh O là tâm đối xứng của phép đối xứng tâm O biến lăng trụ này thành lăng trụ kia.

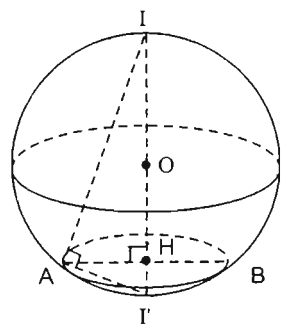
Bài 2. Hướng dẫn.



Trước hết tìm thể tích tứ diện A.A'MN rồi trừ đi 2 lần thể tích khối tứ diện J.MEB'.

Đáp số. $V_{(H)} = \frac{25}{72}a^3$

Bài 3. Hướng dẫn.



Câu a. Ta có $V = \frac{1}{3}\pi AH^2 IH = \frac{1}{3}\pi (2r - h)h^2$

Câu b. $h = \frac{4}{3}r$

Bài 4. Hướng dẫn. Dựa trực tiếp vào phương trình đường thẳng:

Câu a. Lập phương trình đường thẳng AB và chứng minh AB cắt d hoặc $AB \parallel d$.

Câu b. Tìm A' đối xứng với A qua d. A'B cắt d tại I. Ta có I là điểm cần tìm.

MỤC LỤC

Chương 2 – MẶT NÓN, MẶT TRỤ, MẶT CẦU	3
Phần 1 – GIỚI THIỆU CHƯƠNG.....	3
Phần 2 – CÁC BÀI SOẠN	5
§2. Mặt cầu.....	5
Ôn tập chương II.....	28
Một số đề kiểm tra chương II.....	38
Chương 3 – PHƯƠNG PHÁP TOẠ ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN	39
Phần 1 – GIỚI THIỆU CHƯƠNG.....	39
Phần 2 – CÁC BÀI SOẠN	41
§ 1. Hệ toạ độ trong không gian	41
§ 2. Phương trình mặt phẳng	58
§ 3. Phương trình đường thẳng trong không gian	82
Ôn tập chương II	103
Giới thiệu một số đề kiểm tra chương 3.....	123
Ôn tập cuối năm	129

Thiết kế bài giảng
HÌNH HỌC 12 – TẬP HAI
TRẦN VINH
NHÀ XUẤT BẢN HÀ NỘI

Chịu trách nhiệm xuất bản:

NGUYỄN KHẮC OÁNH

Biên tập:

PHẠM QUỐC TUẤN

Vẽ bìa:

NGUYỄN TUẤN

Trình bày:

QUỲNH TRANG

Sửa bản in:

PHẠM QUỐC TUẤN

In 2000 cuốn, khổ 17x24 cm, tại Công ty Cổ phần in Khoa học Công nghệ
mới. Giấy phép xuất bản số: 127 – 2008/CXB/100 h TK – 05/HN

In xong và nộp lưu chiểu năm 2008

Sách liên kết với
Công ty cổ phần In và Phát hành sách Việt Nam



Phát hành tại Công ty cổ phần In và Phát hành sách Việt Nam

Địa chỉ : 178 - Đồng Cốc - Đống Đa - Hà Nội

ĐT : (04) 5.115921 - Fax : (04) 5.115921

Thiết kế BG Hình học 12T2

Nhóm
000112



NCC
2027 7 7

22.000 đ

Giá: 22.000đ