NĂM THỨ
HAI MƯƠI
ISSN 1859-2740

Toán tuổi thơ 2

5/9
191
NĂM HỌC 2018 - 2019

TRUNG HỌC CƠ SỞ

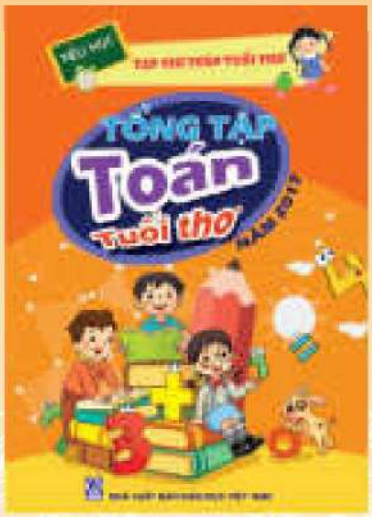
NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM - BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

Một số dạng toán về số chính phương

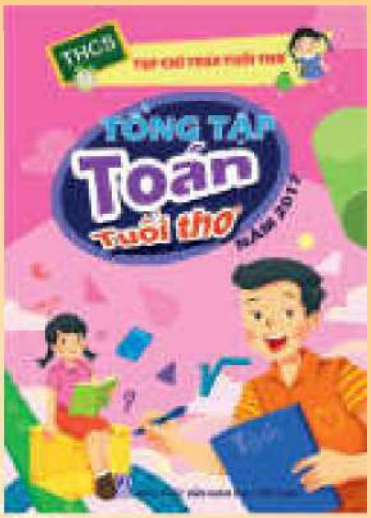
PGS. TS. LÊ QUỐC HÁN

MỘT SỐ ẤN PHẨM TTT ĐANG PHÁT HÀNH

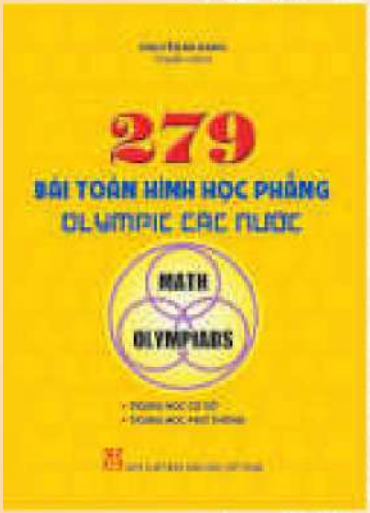
- Số trang: 216
- Giá bìa: 35.000 đồng



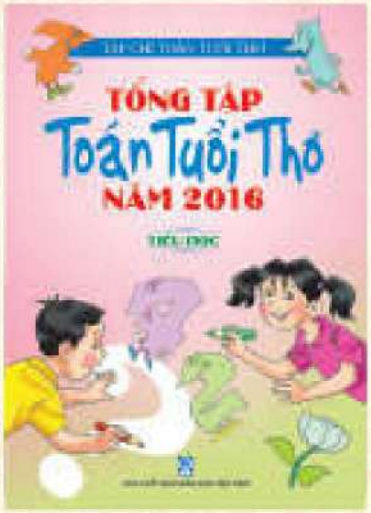
- Khổ: 19 × 27 cm
- Giá bìa: 170.000 đồng



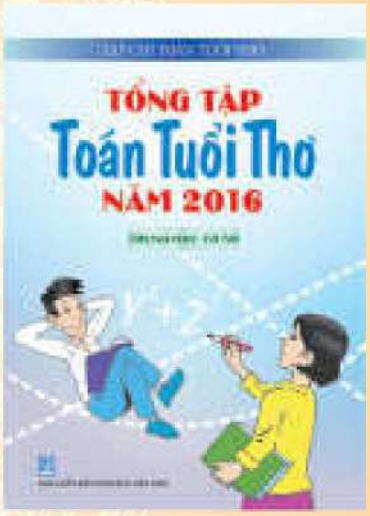
- Khổ: 19 × 27 cm
- Giá bìa: 170.000 đồng



- Khổ: 17 × 24 cm
- Giá bìa: 65.000 đồng



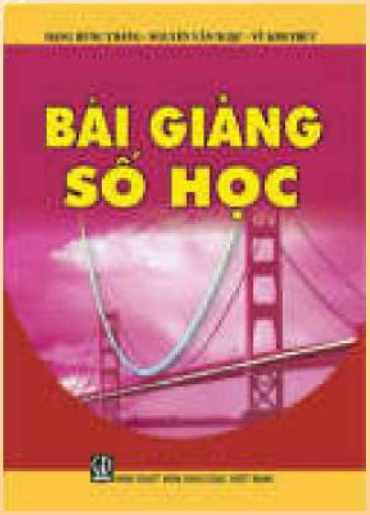
- Khổ: 19 × 27 cm
- Giá bìa: 170.000 đồng



- Khổ: 19 × 27 cm
- Giá bìa: 170.000 đồng

- Số trang: 172
- Giá bìa: 21.000 đồng

- Số trang: 188
- Giá bìa: 21.000 đồng



- Số trang: 136
- Giá bìa: 23.000 đồng

Toán tuổi thơ 2 TRUNG HỌC CƠ SỞ

Children's Fun Maths Journal

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM - BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HỘI ĐỒNG BIÊN TẬP

Phó Tổng biên tập NXBGD Việt Nam:
TS. TRẦN QUANG VINH
Phó Tổng biên tập phụ trách tạp chí:
ThS. NGUYỄN NGỌC HÂN
Phó Tổng biên tập tạp chí:
TRẦN THỊ KIM CƯƠNG

ỦY VIÊN

NGND. VŨ HỮU BÌNH
TS. NGUYỄN MINH ĐỨC
ThS. ĐẶNG HIỆP GIANG
TS. NGUYỄN MINH HÀ
PGS. TS. VŨ ĐÌNH HÒA
ThS. TRẦN QUANG HÙNG
TS. LÊ THỐNG NHẤT
PGS. TS. TẠ DUY PHƯỢNG
ThS. PHẠM ĐỨC TÀI
NGND. PGS. TS. TÔN THÂN
PGS. TS. LÊ ANH VINH

TÒA SOẠN

Tầng 2, nhà A, số 187B Giảng Võ, phường Cát Linh, quận Đống Đa, Hà Nội
Điện thoại: 024.35682701 - Fax: 024.35682702
Email (Ban biên tập): bbttoantuoitho@gmail.com
Email (Trị sự - Phát hành): tapchitoantuoitho@gmail.com
Website: http://www.toantuoitho.vn

ĐỐI TÁC ĐẠI DIỆN PHÍA NAM

Công ty cổ phần Đầu tư và Phát triển Giáo dục Phương Nam
231 Nguyễn Văn Cừ, Q.5, TP. Hồ Chí Minh
ĐT: 028.73035556, Email: thitruong@phuongnam.edu.vn

Trị sự - Phát hành:
TRỊNH THỊ TUYẾT TRANG,
NGUYỄN THỊ HUYỀN THANH, NGUYỄN THỊ HẢI ANH
Biên tập - Chế bản: **VŨ THỊ MAI, ĐỖ TRUNG KIÊN**
Mĩ thuật: **TRẦN NGỌC TRƯỜNG**

CHỊU TRÁCH NHIỆM XUẤT BẢN

Chủ tịch Hội đồng Thành viên NXBGD Việt Nam:
NGUYỄN ĐỨC THÁI
Tổng Giám đốc NXBGD Việt Nam:
HOÀNG LÊ BÁCH
Phó Tổng Giám đốc kiêm Tổng biên tập NXBGD Việt Nam:
PHAN XUÂN THÀNH

TRONG SỐ NÀY

Giải toán thế nào? Tr 2
Một số dạng toán về số chính phương
Lê Quốc Hán

Rừng cười Tr 4
AFF Cup 2018
Vua Tếu

Đo trí thông minh Tr 5
Bạn chọn hình nào?
Đỗ Thị Thúy Ngọc

Phá án cùng thám tử Sê Lốc Cốc Tr 10
"Vụ án" ngày cuối năm
Trần Phương Nam

Chữ và chữ số Tr 14
Kì 38
Thái Nhật Phượng

Compa vui... tính Tr 15
Có hay không giá trị nhỏ nhất?
Phạm Tuấn Khải

Thách đấu Tr 21
Trận đấu thứ một trăm năm mươi chín
Phạm Thanh Hùng

Dành cho các nhà toán học nhỏ Tr 22
Đưa khó về dễ, đưa lạ về quen trong chứng minh hình học (Tiếp theo TTT2 số 190)
Vũ Hữu Bình

Sai ở đâu? Sửa cho đúng Tr 24
Bạn sẽ nói gì?
Tạ Thập

Vào thăm Vườn Anh Tr 28
Ô chữ Năm mới
Nguyễn Thị Hoa

MỘT SỐ DẠNG TOÁN VỀ SỐ CHÍNH PHƯƠNG

PGS. TS. LÊ QUỐC HÁN
GV. Khoa Toán Đại học Vinh

Bài viết này chúng tôi xin giới thiệu với bạn đọc một số dạng toán về số chính phương.

• **Định nghĩa.** Số chính phương là số viết được dưới dạng bình phương của một số nguyên.

Sau đây là một số dạng toán thường gặp:

• **Dạng 1. Nhận dạng một số không là số chính phương dựa vào chữ số tận cùng của số đó.**

Ta có tính chất: Số chính phương chỉ có thể có chữ số tận cùng là 0; 1; 4; 5; 6 và 9.

Bài toán 1. Tổng sau đây có là số chính phương không?

$A = 2017^2 + 2018^2 - 2019^2 + 2010^2$.

Lời giải. Ta có 2017^2, 2018^2, 2019^2, 2010^2 có chữ số tận cùng lần lượt là 9; 4; 1; 0.

Suy ra A có chữ số tận cùng là 2.

Vậy A không là số chính phương.

Bài toán 2. Tìm số tự nhiên n sao cho 1! + 2! + 3! +...+ n! là một số chính phương (trong đó k! là tích của k số tự nhiên khác 0 đầu tiên).

Lời giải. ✻ Với $n \le 3$ thì chỉ có n = 3 thỏa mãn $1! + 2! + 3! = 9 = 3^2$ là số chính phương.

✻ Với n = 4 thì 1! + 2! + 3! + 4! = 33 không là số chính phương.

✻ Với mọi $n \ge 5$ thì n! chia hết cho 5! = 120, do đó n! luôn có chữ số tận cùng bằng 0.

Suy ra 1! + 2! + 3! +...+ n! = 33 + 5! + 6! +...+ n! có chữ số tận cùng là 3 nên không là số chính phương.

Vậy n = 3.

• **Dạng 2. Chứng minh một số không là số chính phương dựa vào tính chất chia hết.**

Ta có tính chất: Nếu một số chính phương chia hết cho số nguyên tố p thì nó chia hết cho p^2.

Bài toán 3. Chứng minh rằng các số sau đây không là số chính phương:

a) 2019^{2017};

b) $\underbrace{444...444}_{2019\ c/s\ 4}$.

Lời giải. a) Ta có

$2019^{2017} = (2019^{1008})^2.2019$. (1)

Vì 2019 chia hết cho 3 và không chia hết cho 9 nên 2019 không là số chính phương. (2)

Mặt khác $(2019^{1008})^2$ là số chính phương. (3)

Từ (1), (2), (3) suy ra 2019^{2017} không là số chính phương.

b) Ta có số $\underbrace{444...444}_{2019\ c/s\ 4}$ có tổng các chữ số là 4.2019 chia hết cho 3 và không chia hết cho 9 nên $\underbrace{444...444}_{2019\ c/s\ 4}$ không là số chính phương.

• **Dạng 3. Chứng minh một số không là số chính phương dựa vào bất đẳng thức.**

Ta có tính chất: Nếu m là số tự nhiên thì giữa hai số m^2 và $(m+1)^2$ không có số chính phương nào.

Bài toán 4. Trong các số tự nhiên từ 1000 đến 1200 có những số nào là số chính phương?

Lời giải. Ta có

$31^2 < 1000 < 32^2 < 33^2 < 34^2 < 1200 < 35^2$.

Do đó trong các số tự nhiên từ 1000 đến 1200 có các số chính phương sau:

$1024 = 32^2$; $1089 = 33^2$; $1156 = 34^2$.

Bài toán 5. Cho số tự nhiên n. Chứng minh rằng $A = n^2 + 4n + 3$ không là số chính phương.

Lời giải. Ta có

$A = n^2 + 4n + 3 > n^2 + 2n + 1 = (n + 1)^2$

$A = n^2 + 4n + 3 < n^2 + 4n + 4 = (n + 2)^2$.

Suy ra $(n + 1)^2 < A < (n + 2)^2$.

Vậy A không là số chính phương.

- **Dạng 4. Chứng minh một số không là số chính phương bằng phương pháp phản chứng.**

Bài toán 6. Chứng minh rằng khi ta thêm các chữ số 0 xen giữa hai chữ số 6, 8 của số 1681, thì số mới tạo thành không là số chính phương.

Lời giải. Giả sử sau khi viết thêm các chữ số 0 vào giữa hai chữ số 6 và 8, số mới tạo thành là số chính phương.

Gọi số chữ số 0 viết thêm là n, $(n \in \mathbb{N}^*)$.

Đặt $16\underbrace{000...00}_{n\ c/s\ 0}81 = k^2 (k \in \mathbb{N}^*)$

$\Rightarrow 16.10^{n+2} + 81 = k^2$.

Suy ra k là số lẻ.

Đặt $k = 2a + 1$ $(a \in \mathbb{N})$.

Ta có $16.\ 10^{n+2} + 9^2 = (2a + 1)^2$

$\Rightarrow 2^4.2^{n+2}.5^{n+2} = (2a + 1)^2 - 9^2$

$\Rightarrow 2^{n+6}.5^{n+2} = (2a - 8)(2a + 10)$

$\Rightarrow 2^{n+4}.5^{n+2} = (a - 4)(a + 5)$. (1)

Vì $(a + 5) - (a - 4) = 9$ không chia hết cho 5 và 2 nên $a + 5$ và $a - 4$ không đồng thời chia hết cho 5 và không cùng tính chẵn lẻ.

Từ (1) suy ra $\left[\begin{array}{l} a - 4 \vdots 5 \\ a + 5 \vdots 5. \end{array}\right.$

Vì $2^{n+4} = 16.2^n < 25.\ 5^n = 5^{n+2}$ nên chỉ có thể xảy ra hai trường hợp sau

- TH1. $\begin{cases} a - 4 = 1 \\ a + 5 = 2^{n+4}.5^{n+2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 5 \\ 10 = 4.10^{n+2}. \end{cases}$

Không tồn tại n thỏa mãn.

- TH2. $\begin{cases} a - 4 = 2^{n+4} \\ a + 5 = 5^{n+2}. \end{cases}$

Suy ra $9 = 5^{n+2} - 2^{n+4} \Leftrightarrow 9 + 16.2^n = 25.5^n$. (2)

Với mọi $n \geq 1$ thì $9 + 16.2^n < 25.5^n$ tức là phương trình (2) vô nghiệm.

Do đó điều giả sử là sai.

Suy ra điều phải chứng minh.

- **Dạng 5. Chứng minh một số là số chính phương.**

Để chứng minh một số là số chính phương, ta biến đổi để đưa số đó về bình phương của một số tự nhiên.

Bài toán 7. Cho một dãy số có số đầu tiên là 16, các số sau được tạo ra bằng cách viết thêm số 15 vào chính giữa số liền trước nó: 16, 1156, 111556, ... Chứng minh rằng mọi số của dãy đều là số chính phương.

Lời giải. Trong mỗi số của dãy trên, số chữ số 5 luôn ít hơn số chữ số 1 là một chữ số.

Đặt $A = \underbrace{11...11}_{n\ c/s\ 1}\ \underbrace{55...55}_{n-1\ c/s\ 5}\ 6$ thuộc dãy số trên.

Ta sẽ chứng minh A là số chính phương.

Thật vậy, đặt $a = \underbrace{11...11}_{n\ c/s\ 1} \Rightarrow 10^n = 9a + 1$.

Ta có $A = \underbrace{11...11}_{n\ c/s\ 1}.10^n + 5.\ \underbrace{11...11}_{n-1\ c/s\ 1}.10 + 5 + 1$

$= \underbrace{11...11}_{n\ c/s\ 1}.10^n + 5.\underbrace{11...11}_{n\ c/s\ 1} + 1 = a(9a + 1) + 5a + 1$

$= (3a + 1)^2 = \underbrace{33...33}_{n-1\ c/s\ 3}\ 4^2$.

Vậy A là số chính phương.

Rừng cười

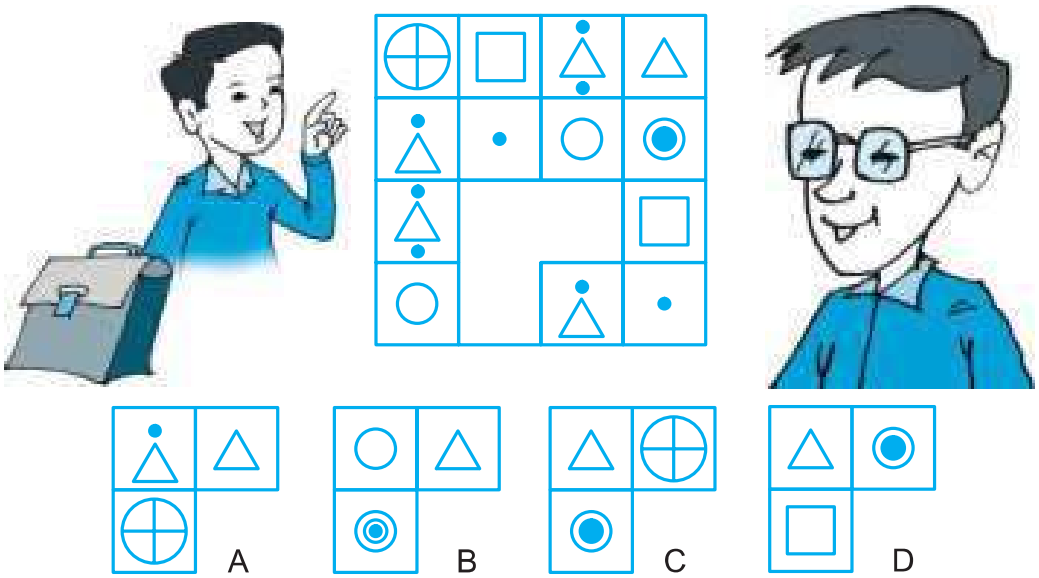
Kì này AFF CUP 2018

Việt Nam mấy trận kiên cường
Mấy trận toàn thắng phi thường làm sao…
Thái Lan trận mấy bị nhào
Trận cuối ai sút đảo chao Mỹ Đình
Ai xuất sắc giải tôn vinh
Ai giữ lưới thật tài tình Việt Nam
Mấy cầu thủ vốn Sông Lam
Tên ông nhạc trưởng quê Hàn giỏi thay
Công Phượng mấy trận giải này
Sút thắng mấy trái làm say lòng người
Cup Vàng chiến thắng rạng ngời
Đã bao nhiêu Cup sáng trời nước ta
Bạn yêu đội tuyển thiết tha
Thế nào cũng sẽ nhận quà Trẫm trao!

VUA TẾU

Kì này BẠN CHỌN HÌNH NÀO?

Hãy chọn hình phù hợp để ghép vào chỗ trống cho hợp lôgic.



ĐỖ THỊ THÚY NGỌC

Phó trưởng phòng Giáo dục Trung học, Sở GD&ĐT Ninh Bình

(Sưu tầm và giới thiệu)

Kết quả TÌM SỐ THÍCH HỢP (TTT2 số 188+189)

Quy luật. Bài 1. Trong mỗi hình chữ thập, số ở giữa bằng tích hai số ở trên và dưới trừ đi tổng hai số ở bên phải và bên trái. Theo quy luật đó ta có

? = 10.2 – (6 – 5) = **19.**

Bài 2. Trong mỗi hình, số ở giữa bằng bình phương số bên trái cộng với lập phương số bên phải. Vậy số thích hợp điền vào dấu **?** là

? = $5^2 + 4^3$ = **89.**

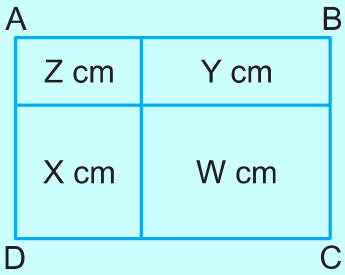
Nhận xét. Hầu hết các bạn đều tìm ra kết quả đúng. Nhiều bạn không nêu quy luật thành lời. Một số bạn diễn đạt không chính xác, ví dụ như "... *tích hai ô vuông* trên và dưới, ... *tổng hai ô vuông* trái và phải". Xin trao thưởng cho các bạn: *Nguyễn Khánh Ngọc*, 6A1, THCS Mộc Ly, Mộc Châu, **Sơn La**; *Đỗ Như Hưng*, 9A4, THCS Giấy Phong Châu, Phù Ninh, **Phú Thọ**; *Lê Thanh Huyền*, 6G, *Nguyễn Xuân Duy*, 7E, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Đoàn Hạnh Diên*, 7A, THCS Lê Thanh Nghị, Gia Lộc, **Hải Dương.**

Các bạn sau được tuyên dương: *Nguyễn Kim Nam*, 8A3, THCS Yên Lạc, Yên Lạc; *Phạm Vũ Hoàng*, 8A, THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên, **Vĩnh Phúc**; *Đinh Xuân Linh*, 7A, *Vương Thị Thùy Trang*, *Trần Tùng Chi*, 8D, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An.**

NGUYỄN XUÂN BÌNH

Các bạn hãy giải bài toán sau bằng tiếng Anh và gửi về tòa soạn nhé! Năm bạn có bài giải tốt nhất sẽ được nhận quà.

Problem 3(191). The rectangle ABCD is divided into 4 regions whose perimeters are indicated in the figure below, where X, Y, Z, W are distinct positive integers and X > Y. It is known that $Z = \frac{X+Y}{3}$ and W < 6. Find X?



TS. ĐỖ ĐỨC THÀNH

GV. Trường liên cấp Tiểu học và THCS Ngôi Sao Hà Nội

Kết quả **Problem 2 (188+189).**

Let $2n$, $2n+2$, $2n+4$ be the number of pairs of red socks, the number of blue socks and the number of white socks respectively, where n is a positive integer.

From the information provided in the question, we have the following relation between the numbers of socks

$$2\times(2n)+(2n+2)+\frac{2n+4}{2}+1=26$$

$$\Leftrightarrow 4n+2n+2+n+2+1=26$$

$$\Leftrightarrow 7n+5=26$$

$$\Leftrightarrow 7n=21$$

$$\Leftrightarrow n=3.$$

Thus, there are 6 pairs of red socks, 8 blue socks and 10 white socks.

Consequently, the total number of socks he has is $2\times6+8+10=30$ (socks).

Nhận xét. Rất tiếc! Kì này chưa có bạn nào tìm ra kết quả chính xác của bài toán. Mặc dù các bạn có hướng giải khá đúng và sáng tạo, tuy nhiên rất có thể do đọc bài chưa kĩ nên đã chưa hiểu đúng đề bài.

ĐỖ ĐỨC THÀNH

KÌ THI TOÁN VÀ KHOA HỌC QUỐC TẾ (IMSO) 2018

LỜI GIẢI ĐỀ THI MÔN TOÁN

PHẦN THI TRẢ LỜI NGẮN

TS. ĐỖ ĐỨC THÀNH
GV. Trường liên cấp Tiểu học và THCS Ngôi Sao Hà Nội
(Sưu tầm và dịch)

(Đề đăng trên số 190)

Câu 1.

Phần công việc Alex làm trong 1 giờ là $\frac{1}{6}$.

Phần công việc Bob làm trong 1 giờ là $\frac{1}{10}$.

Tổng phần công việc cả hai người làm riêng lẻ trong 2 giờ là $\frac{1}{6}+\frac{1}{10}=\frac{4}{15}$.

Phần công việc còn lại sau 6 giờ là $1-3\times\frac{4}{15}=\frac{1}{5}$.

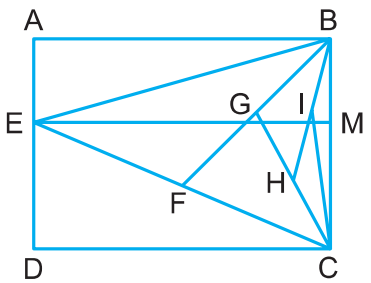
Phần công việc còn lại sau khi Alex làm thêm 1 giờ nữa là $\frac{1}{5}-\frac{1}{6}=\frac{1}{30}$.

Vậy Bob phải làm phần công việc còn lại đó trong $\frac{1}{3}$ giờ nữa.

Cuối cùng, tổng thời gian cần thiết để Alex và Bob hoàn thành công việc là

$6+1+\frac{1}{3}=7\frac{1}{3}$ (giờ).

Câu 2. Do các điểm F, G, H và I lần lượt là trung điểm của CE, BF, CG và BH nên CI, BH, CG và BF lần lượt là trung tuyến của các tam giác BCH, BCG, BCF và BCE.



Ta biết rằng đường trung tuyến của một tam giác chia tam giác đó thành hai phần có diện tích bằng nhau. Do đó ta có

$S_{BCH}=2S_{BCI}=2\ (cm^2)$.

$S_{BCG}=2S_{BCH}=4\ (cm^2)$.

$S_{BCF}=2S_{BCG}=8\ (cm^2)$.

$S_{BCE}=2S_{BCF}=16\ (cm^2)$.

Kẻ EM // CD (M $\in$ BC).

Ta có $S_{CEM}=S_{CDE}=\frac{1}{2}S_{CDEM}$.

$S_{BEM}=S_{ABE}=\frac{1}{2}S_{ABME}$

$\Rightarrow S_{BCE}=S_{CEM}+S_{BEM}=\frac{1}{2}S_{CDEM}+\frac{1}{2}S_{ABME}$

$=\frac{1}{2}(S_{CDEM}+S_{ABME})=\frac{1}{2}S_{ABCD}$

$\Rightarrow S_{ABCD}=2\times S_{BCE}=2\times 16=32(cm^2)$.

Câu 3. Ta có $a_3=\frac{a_1+a_2}{2}\Rightarrow a_1+a_2=2\times a_3$.

$a_4=\frac{a_1+a_2+a_3}{3}=\frac{2\times a_3+a_3}{3}=a_3$.

$a_5=\frac{a_1+a_2+a_3+a_4}{4}=\frac{2\times a_3+a_3+a_3}{4}=a_3$.

$a_6=\frac{a_1+a_2+a_3+a_4+a_5}{5}$.

$=\frac{2\times a_3+a_3+a_3+a_3}{5}=a_3$.

...

$$a_{2018} = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_{2017}}{2017}$$

$$= \frac{2 \times a_3 + \underbrace{a_3 + ... + a_3}_{2015 \text{ số}}}{2017} = a_3.$$

Tổng của 2018 số hạng đầu tiên là

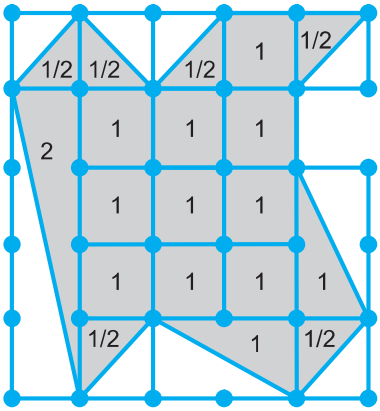
$a_1 + a_2 + a_3 + a_3 + ... + a_3$ (có 2016 số hạng a_3)

$= 2a_3 + 2016a_3 = 2018a_3 = 2018.50 = 100900.$

Với $a_3 = \frac{a_1 + a_2}{2} = \frac{64 + 36}{2} = 50.$

Câu 4. Ta biết rằng đường chéo của một hình vuông hay một hình chữ nhật chia hình vuông hay hình chữ nhật đó ra thành 2 phần có diện tích bằng nhau.

Ta chia nhỏ phần diện tích được tô đậm thành các phần nhỏ như sau



Nhìn vào hình trên ta có tổng diện tích của phần tô đậm là

$2 + 6.\frac{1}{2} + 12.1 = 17\,(cm^2).$

Câu 5. Ta tách hàm số thành hai phần như sau $f(n) = f_1 + f_2 = 6$, trong đó f_1 là tổng các chữ số của n và f_2 là số các chữ số của n.

f(n) đạt giá trị nhỏ nhất nếu và chỉ nếu f_2 đạt giá trị nhỏ nhất, vậy nên ta chọn $f_2 = 1$.

Suy ra $f_1 = 6 - 1 = 5$.

Có nghĩa là giá trị nhỏ nhất của n là 5.

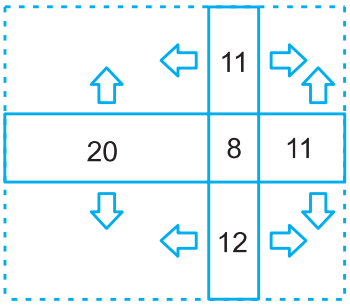
f(n) đạt giá trị lớn nhất nếu và chỉ nếu f_2 đạt giá trị lớn nhất, vậy nên ta chọn $f_2 = 5$.

Suy ra $f_1 = 6 - 5 = 1$.

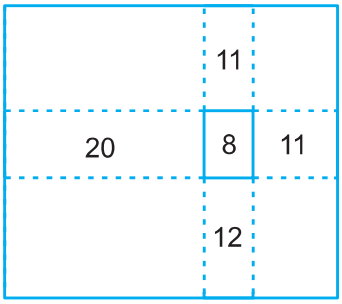
Có nghĩa rằng giá trị lớn nhất của n là 10000.

Vậy tổng của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của n là 10005.

Câu 6.



Bằng cách di chuyển 2 trong số 4 cạnh của các hình có chu vi lần lượt là 11 cm, 11 cm, 12 cm và 20 cm, ta được hình dưới đây

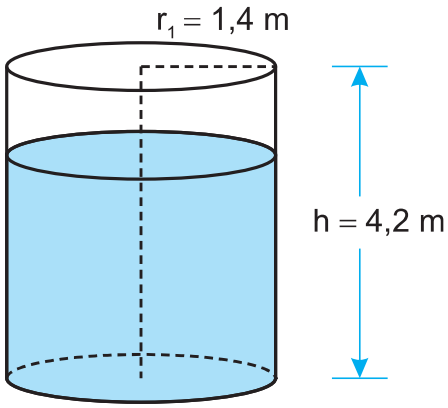


Bốn cạnh còn lại của 4 hình chữ nhật đó sẽ tạo thành một hình chữ nhật có chu vi là 8 cm.

Vậy chu vi của hình chữ nhật ban đầu là

$11 + 11 + 12 + 20 - 8 = 46$ (cm).

Câu 7.



Thể tích của bể nước hình trụ là

$V_1 = A_1 \times h = (\Pi \times r_1^2) \times h$

$= \left(\frac{22}{7} \times (1,4)^2\right) \times 4,2 = 25,872\ (m^3).$

Trong đó, A_1 là diện tích bề mặt của bể nước, r_1 là bán kính của bể nước, h là chiều cao của bể.

Thể tích nước chứa trong mỗi 4 m chiều dài của vòi nước là

$$V_2 = A_2 \times l = (\pi \times r_2^2) \times l$$

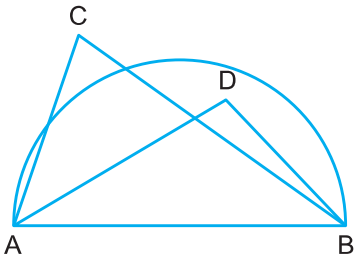
$$= \left(\frac{22}{7} \times (0,035)^2\right) \times 4 = 0,0154\ (m^3).$$

Ở đây A_2 là tiết diện vòi nước, r_2 là bán kính của vòi nước, l là chiều dài cột nước.

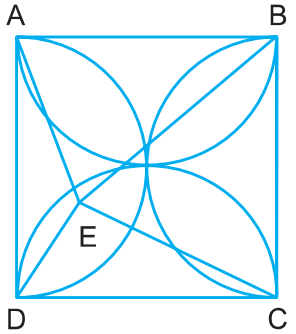
Vậy thời gian cần thiết để vòi nước chảy đầy bể nước là

$$t = \frac{25,872}{0,0154} = 1680\ \text{(giây)} = 28\ \text{(phút)}.$$

Câu 8. Khi điểm C nằm ngoài nửa đường tròn đường kính AB thì $\widehat{ACB}$ là góc nhọn, điểm D nằm trong nửa đường tròn thì $\widehat{ADB}$ là góc tù.



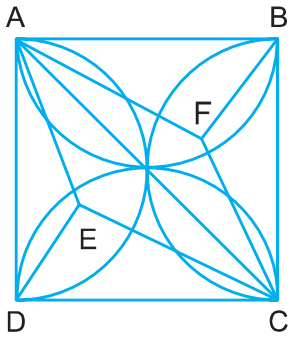
∗ TH1. Có một điểm (điểm E) nằm bên trong hình vuông ABCD.



Dễ dàng nhận thấy rằng điểm E nằm ngoài hai nửa đường tròn đường kính AB và BC, nên $\widehat{AEB}$ và $\widehat{BEC}$ là hai góc nhọn.

Do đó trong trường hợp này ta thu được 2 tam giác nhọn (không thỏa mãn).

∗ TH2. Có hai điểm (điểm E và F) nằm trong hình vuông ABCD.



Trong trường hợp này, điểm E nằm bên trong hai nửa đường tròn đường kính AD và DC, điểm F nằm trong hai nửa đường tròn đường kính AB và BC nên ta có 4 góc tù.

Hơn nữa, $\widehat{AEC}$ và $\widehat{AFC}$ cũng là hai góc tù. Cuối cùng, ta có tổng cộng 6 tam giác tù ΔAED, ΔDEC, ΔAFB, ΔBFC, ΔAEC, ΔAFC.

Câu 9.

Cơ số	Dãy các chữ số tận cùng tương ứng	Chữ số tận cùng với số mũ 2018
12	2, 4, 8, 6, 2, 4, 6, 8, …	4
14	4, 6, 4, 6, 4, 6, 4, 6, …	6
16	6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, …	6
18	8, 4, 2, 6, 8, 4, 2, 6, …	4
20	0, 0, 0, 0, 0, 0, …	0

Từ đó suy ra chữ số tận cùng của tổng 5 số hạng đầu tiên là $4 + 6 + 6 + 4 + 0 = 0$.

Ta nhóm năm số hạng liên tiếp của tổng đã cho thì được các tổng các chữ số tận cùng là 0.

Vậy chữ số tận cùng của tổng là 0.

Câu 10. Phân tích số 18 thành tích các số tự nhiên ta được

$$18 = 1 \times 2 \times 9\ (1)$$
$$= 2 \times 3 \times 3\ (2)$$
$$= 1 \times 3 \times 6\ (3).$$

Từ (1) ta thu được $3 \times 2 \times 1 = 6$ số.

Từ (2) ta thu được 3 số.

Từ (3) ta thu được $3 \times 2 \times 1 = 6$ số.

Vậy có 15 số có 3 chữ số thỏa mãn yêu cầu đề bài.

(Kì sau đăng tiếp)

"VỤ ÁN" NGÀY CUỐI NĂM

TRẦN PHƯƠNG NAM

(Ghi theo câu chuyện của thám tử Sê Lốc Cốc)

Tối qua vì vội đi thăm đồng nghiệp ở bệnh viện nên thầy hiệu trưởng quên không khoá cửa phòng mình. Sáng sớm thầy đến trường, khi bước vào phòng thì giật mình vì thấy toàn bộ tập "Kết quả điểm thi học kỳ I" của trường mà thầy để ngay trên mặt bàn biến mất. Vốn quen thám tử Sê Lốc Cốc nên thầy vội gọi điện thoại:

- A lô... Có vụ nho nhỏ ở trường muốn bạn giúp.

Lập tức sau ít phút, Sê Lốc Cốc đã có mặt. Sau khi nghe kể lại sự việc, Sê Lốc Cốc cười:

- Đúng là chuyện nhỏ. Bởi vì dọc hành lang có camera nên chúng ta sẽ tìm ra nhanh thôi.

Thầy hiệu trưởng cùng thám tử xem lại hình ảnh từ camera ghi lại trong tối qua thì phát hiện có bốn học sinh đã vào phòng. Đây là những học sinh ở nội trú trong trường.

Lập tức bốn học sinh được gọi lên. Cả bốn học sinh đều xác nhận vì tối qua đi qua phòng thầy hiệu trưởng thấy không khoá cửa nên đã bước vào phòng thầy.

Thám tử yêu cầu mỗi học sinh ghi hai câu vào giấy. Rất nhanh chóng, cả bốn học sinh đã viết và nộp ngay.

Sau đây là lời khai của bốn học sinh.

1) Trần Văn An:

a. Bốn chúng em không ai lấy tập kết quả thi.

b. Khi em ra khỏi phòng, tập tài liệu vẫn còn.

2) Nguyễn Văn Bình:

c. Em là người thứ hai đi vào phòng thầy hiệu trưởng.

d. Khi em vào đã không thấy gì trên mặt bàn thầy.

3) Hồ Anh Chinh:

e. Em là người thứ ba vào phòng thầy hiệu trưởng.

g. Khi em rời khỏi phòng thì tập tài liệu vẫn ở trên bàn thầy.

4) Vi Văn Đức:

h. Người lấy tập tài liệu không thể vào phòng thầy hiệu trưởng sau em.

i. Lúc em vào phòng thì không thấy gì trên mặt bàn thầy.

Thầy hiệu trưởng mời cả bốn học sinh gặp riêng. Thầy vui vẻ nói:

- Đây là sự việc không đến mức nghiêm trọng vì văn phòng trường còn có bản lưu. Tuy nhiên thầy không muốn các em lại thêm một tính xấu nữa, đó là đã nói dối khi ghi vào tờ khai.

Cả bốn học sinh lặng lẽ và không ngờ

tất cả đều thú nhận với thầy hiệu trưởng là những điều vừa ghi đều không đúng sự thật.
Thầy hiệu trưởng cười:
- Biết nhận lỗi thế là tốt. Thầy nghĩ chắc chắn trong bốn em có một bạn đã lấy tập tài liệu. Có lẽ chỉ để xem trước kết quả thi mà thôi. Các em không phải viết lại lời khai đâu. Hãy trở về lớp để học, thầy sẽ gặp lại các em sau.
Trở về phòng với thám tử Sê Lốc Cốc, thầy hiệu trưởng nói:
- Thế nào ông bạn? Xem những tờ khai viết sai hoàn toàn có gì thú vị không?
Sê Lốc Cốc đưa một phong bì cho thầy hiệu trưởng:
- Tôi đã ghi tên "Thủ phạm" vào mảnh giấy để trong phong bì này.
Thầy hiệu trưởng nhìn thám tử:
- Mình cũng thử viết tên "thủ phạm" xem có giống nhau không nhé!
Cả hai cười, bắt tay nhau vì đã trúng ý nhau.
Bạn có biết "thủ phạm" của "vụ án" này là ai không?
Hãy giải thích rõ để mọi người "tâm phục, khẩu phục" nhé!

Kết quả **(TTT2 số 188+189)**

Vụ án chiếc đồng hồ quả lắc

Thám tử Sê Lốc Cốc rất vui khi vụ án lần này nhiều "thám tử nhí" đã đưa ra các lập luận chính xác. Thám tử sẽ hỏi thêm cậu Mạnh vì hai lí do chính sau:
1. Chị giúp việc nhìn giờ lần đầu qua chiếc gương treo tường nên chỉ nhìn thấy hình ảnh phản chiếu của chiếc đồng hồ quả lắc, vì vậy khi chị nói là 1 giờ chiều kì thực lúc đó chỉ là 11 giờ trưa. Do vậy thời gian chiếc đồng hồ bị lấy cắp sẽ là từ 11 giờ trưa đến 1 giờ rưỡi chiều. Vì Mạnh đi xem phim lúc 12 giờ nên khoảng thời gian từ 11 giờ đến 12 giờ trưa đủ để Mạnh lấy cắp chiếc đồng hồ.
2. Chú chó nghiệp vụ cả buổi trưa không hề sủa chứng tỏ người đột nhập là người quen của ông chủ Đỗ. Như vậy càng khẳng định nhiều khả năng Mạnh là người đột nhập.

Kì này thám tử Sê Lốc Cốc sẽ trao quà cho những bạn sau: *Mẫn Mai Phương*, 7A2, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Lê Thanh Huyền*, 6G, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Phương Ngân*, 7D, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, **Phú Thọ**; *Nguyễn Trịnh Phương Nhi*, 8C1, THCS Archimedes Academy, **Hà Nội**; *Phan Quang Triết*, 6B, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**.

Thám tử Sê Lốc Cốc

MỘT SỐ BÀI TOÁN GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH TRONG KÌ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN NĂM HỌC 2018 - 2019

NGUYỄN ĐỨC TẤN

(Tiếp theo số 190)

Trong bài viết này chúng tôi xin tiếp tục giới thiệu tới bạn đọc một số bài toán giải hệ phương trình trong kì thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT chuyên năm học 2018 - 2019.

Bài toán 6. Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^2 + y^3 = 1 \\ x^2 + y^5 = x^3 + y^2. \end{cases}$$

(Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT chuyên, TP. Hồ Chí Minh)

Lời giải. Từ hệ phương trình ban đầu ta có

$$\begin{cases} y^5 - y^3 = x^3 + y^2 - 1 \\ x^2 = 1 - y^3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 = (y^2 - 1)(y^3 - 1) \\ x^2 = 1 - y^3. \end{cases}$$

✻ Nếu $x = 0$ thì $y = 1$.

✻ Nếu $x \neq 0$ thì $y \neq 1$ ta có

$$\begin{cases} x = 1 - y^2 \\ x^2 = 1 - y^3. \end{cases}$$

Suy ra $(1 - y^2)^2 = 1 - y^3$

$\Leftrightarrow (1 - y)(-2y^2 - y^3) = 0.$

Do $y \neq 1$ nên ta có

$$\left[\begin{array}{l} y = 0 \Rightarrow x = 1 \\ y = -2 \Rightarrow x = -3. \end{array}\right.$$

Vậy hệ phương trình có các nghiệm (x; y) là (0; 1), (1; 0), (–3; –2).

Nhận xét. *Biến đổi một cách khéo léo đưa về phương trình ẩn y giúp ta tìm ra lời giải cho bài toán.*

Bài toán 7. Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 3 = 4x \\ x^3 + 12x + y^3 = 6x^2 + 9. \end{cases}$$

(Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT chuyên, tỉnh Thái Nguyên)

Lời giải. Từ hệ phương trình ban đầu ta có

$$\begin{cases} (x - 2)^2 + y^2 = 1 \\ (x - 2)^3 + y^3 = 1. \end{cases} \quad (I)$$

Vì $(x - 2)^2 + y^2 = 1$ nên $(x - 2)^2 \leq 1$ và $y^2 \leq 1$.

Suy ra $x - 2 \leq 1$ và $y \leq 1 \Rightarrow x \leq 3$ và $y \leq 1$. (1)

Từ (I) suy ra $(x - 2)^3 - (x - 2)^2 + y^3 - y^2 = 0$

$\Leftrightarrow (x - 2)^2(x - 3) + y^2(y - 1) = 0.$

Kết hợp với (1) ta được

$0 = (x - 2)^2(x - 3) + y^2(y - 1) \leq 0.$

Đẳng thức xảy ra khi $\begin{cases} (x - 2)^2(x - 3) = 0 \\ y^2(y - 1) = 0. \end{cases}$

Giải hệ trên ta được các cặp số (x; y) là (2; 0), (2; 1), (3; 0), (3; 1).

Thử lại ta có các cặp (x; y) thỏa mãn bài toán là (2; 1), (3; 0).

Vậy hệ phương trình có các nghiệm (x; y) là (2; 1), (3; 0).

Nhận xét. *Bài toán trên không dễ vì phải khéo léo chỉ ra $x \leq 3$ và $y \leq 1$, sau đó dẫn đến đẳng thức $(x - 2)^2(x - 3) = 0$ và $y^2(y - 1) = 0$.*

Bài toán 8. Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} xy(x + y) = 2 \\ x^3 + y^3 + x^3y^3 + 7(x + 1)(y + 1) = 31. \end{cases}$$

(Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT chuyên, Đại học KHTN Hà Nội)

Lời giải. Từ hệ phương trình ban đầu ta có

$$\begin{cases} xy(x + y) = 2 \\ (x + y)^3 - 3xy(x + y) + x^3y^3 + 7(xy + x + y + 1) = 31. \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} xy(x+y)=2 \\ (x+y)^3+(xy)^3+7(xy+x+y)=30. \end{cases} \quad (II)$$

Đặt u = x + y, v = xy, hệ phương trình (II) trở thành $\begin{cases} uv=2 \\ u^3+v^3+7(u+v)=30 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} uv=2 \ (2) \\ (u+v)^3+(u+v)-30=0. \ (3) \end{cases}$$

Từ (3) suy ra

$(u+v-3)[(u+v)^2+3(u+v)+10]=0$

$\Leftrightarrow u+v=3.$ (4)

Từ (2), (4) suy ra $\left[\begin{array}{l} u=1, v=2 \\ u=2, v=1. \end{array}\right.$

- Với u = 1, v = 2 ta được $\begin{cases} x+y=1 \\ xy=2. \end{cases}$

(hệ vô nghiệm)

- Với u = 2, v = 1 ta được $\begin{cases} x+y=2 \\ xy=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1. \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm (x; y) là (1; 1).

Nhận xét. *Đây là dạng bài khá quen thuộc khi ta biến đổi các phương trình của hệ ban đầu thành các biểu thức liên quan giữa tổng và tích của hai nghiệm rồi tiến hành đặt ẩn phụ.*

Bài toán 9. Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^2+2y=xy+2x \\ \sqrt{x+y}=xy-2. \end{cases}$$

(Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT chuyên, tỉnh Bà Rịa - Vũng Tàu)

Lời giải. Từ hệ phương trình ban đầu ta có

$$\begin{cases} x^2-xy+2y-2x=0 \\ \sqrt{x+y}=xy-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-y)(x-2)=0 \ (5) \\ \sqrt{x+y}=xy-2. \ (6) \end{cases}$$

Từ (5) suy ra x = y hoặc x = 2.

- Nếu x = y, thay vào (2) ta được $\sqrt{2y}=y^2-2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y^2 \ge 2 \\ y^4-4y^2-2y+4=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y \ge \sqrt{2} \text{ hoặc } y \le -\sqrt{2} \\ (y-2)(y^3+2y^2-2)=0. \end{cases}$$

Ta có $y \ge \sqrt{2} \Rightarrow y^3+2y-2>0;$

$y \le -\sqrt{2} \Rightarrow y^3+2y-2<0.$

Do đó $y=2 \Rightarrow x=2.$

- Nếu x = 2, thay vào (6) ta được

$$\sqrt{2+y}=2y-2 \Leftrightarrow \begin{cases} y \ge 1 \\ 4y^2-9y+2=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y \ge 1 \\ (y-2)(4y-1)=0 \end{cases} \Leftrightarrow y=2.$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất (x; y) là (2; 2).

Nhận xét. *Ta biến đổi phương trình thứ nhất về dạng tích để tạo ra mối liên hệ bậc nhất giữa x và y. Đây là dạng bài quen thuộc.*

Bài toán 10. Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x+y-\dfrac{4}{x}-\dfrac{4}{y}=3 \\ x+y+\dfrac{6}{x+y}=-5. \end{cases}$$

(Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT chuyên, tỉnh Bình Định)

Lời giải. ĐKXĐ $x, y \ne 0; x \ne -y.$

Từ hệ phương trình ban đầu ta có

$$\begin{cases} x+y-\dfrac{4(x+y)}{xy}=3 \\ (x+y)^2+6=-5(x+y) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+y-\dfrac{4(x+y)}{xy}=3 \ (7) \\ (x+y+2)(x+y+3)=0. \ (8) \end{cases}$$

Từ (8) suy ra x + y = –2 hoặc x + y = –3.

- Nếu x + y = –2, thay vào (7) ta được $xy=\dfrac{8}{5}.$

Không tồn tại x, y thỏa mãn trường hợp này.

- Nếu x + y = –3, thay vào (7) ta được xy = 2.

Suy ra $\left[\begin{array}{l} x=-1, y=-2 \\ x=-2, y=-1. \end{array}\right.$ (thỏa mãn ĐKXĐ)

Vậy hệ phương trình có nghiệm (x, y) là (–1; –2), (–2; –1).

Nhận xét. *Tương tự như bài toán 4, ta biến đổi một phương trình của hệ về dạng tích, qua đó tìm được mối liên hệ bậc nhất giữa x và y.*

Kì này KÌ 38

$$\text{DAY} \times 7 = \text{WEEK}.$$

Hãy thay các chữ cái bởi các chữ số. Các chữ khác nhau biểu diễn các chữ số khác nhau.

THÁI NHẬT PHƯỢNG

GV. THCS Nguyễn Văn Trỗi, Cam Nghĩa, Cam Ranh, Khánh Hòa

Kết quả KÌ 36 (TTT2 số 188+189)

$$\begin{array}{r} \text{F I V E} \\ -\ \text{F O U R} \\ \hline \text{O N E} \end{array} \qquad \begin{array}{r} \text{F I V E} \\ +\ \text{F I V E} \\ \hline \text{E V E N} \end{array}$$

Phép tính (1) *Phép tính (2)*

Từ phép tính (1) ta có $E - R = E$ suy ra $R = 0$.

✻ **TH1.** $E < 5$. Xét hàng đơn vị của phép tính (2) ta có $N = E + E = 2E < 10$ nên N là số chẵn. Xét hàng chục phép tính (2) ta có $V + V = 2V$ có tận cùng là E nên E chẵn.

Vậy $E = 2$ hoặc $E = 4$.

• **TH 1.1.** $E = 2$. Suy ra $N = 4$.

Khi đó $V = 1$ hoặc $V = 6$.

* Nếu $V = 1$ loại vì $I + I = 2I$ có tận cùng là V. Suy ra V là số chẵn (mâu thuẫn).

* Nếu $V = 6$ thì $I + I + 1 = 2I + 1$ có tận cùng là V. Suy ra V là số lẻ (mâu thuẫn).

• **TH 1.2.** $E = 4$.

Suy ra $N = 8$ và $V = 2$ hoặc $V = 7$.

* Với $V = 2$. Theo phép tính (1) ta có

$\overline{FI24} - \overline{FOU0} = \overline{O84}$ nên $U = 4 = E$ (loại).

* Với $V = 7$ theo phép tính (2) ta có

$I + I + 1$ có tận cùng là 7.

Suy ra $I = 3$ hoặc $I = 8$.

+) Với $I = 8$. Từ phép tính (2) ta có

$F + F + 1 = E = 4$ (vô lí).

+) Với $I = 3$. Từ phép tính (2) ta có

$\overline{F374} + \overline{F374} = 4748$. Suy ra $F = 2$.

Từ phép tính (1) ta có $2374 - \overline{2OU0} = \overline{O84}$.

Suy ra $U = 9$, $O = 1$.

Ta có đáp số $2374 - 2190 = 184$ và

$2374 + 2374 = 4748$.

✻ **TH2.** $E \geq 5$. Xét hàng đơn vị của phép tính (2) ta có $E + E = 2E$ có tận cùng là N nên N là số chẵn và $V + V + 1 = 2V + 1$ có tận cùng là E nên E là số lẻ.

Suy ra $E = 5$, $E = 7$ hoặc $E = 9$.

• **TH 2.1.** Với $E = 5$ ta có $N = 0 = R$ nên loại.

• **TH 2.2.** Với $E = 7$ ta có $N = 4$ và $V + V + 1$ có tận cùng là 7 nên $V = 3$ hoặc $V = 8$.

* Nếu $V = 3$ thì $I + I = 2I$ có tận cùng là 3 (vô lí).

* Nếu $V = 8$ thì $I + I + 1 = 2I + 1$ có tận cùng là 8 (vô lí).

• **TH 2.3.** Với $E = 9$ ta có $N = 8$ và $V + V + 1$ có tận cùng là 9 nên $V = 4$ hoặc $V = 9 = E$ (loại).

* Nếu $V = 4$ thì $I + I$ có tận cùng là 4.

Suy ra $I = 2$ hoặc $I = 7$.

+) Nếu $I = 2$ thì $F + F = E = 9$ (vô lí).

+) Nếu $I = 7$ thì $F + F + 1 = E = 9$.

Suy ra $F = 4 = V$ (vô lí).

Vậy ta có duy nhất một đáp số là

$2374 - 2190 = 184$ và $2374 + 2374 = 4748$.

Nhận xét. Các bạn sau có lời giải đúng và được nhận quà: *Nguyễn Xuân Bắc*, 7A1, THCS Mộc Ly, Mộc Châu, **Sơn La**; *Phạm Vũ Hoàng*, 8A, THCS Lý Tự Trọng, Thị trấn Hương Canh, Bình Xuyên, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Trung Kiên*, 8A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Nguyễn Công Khanh*, 8D, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Vũ Trà My*, 6A1, THCS Giấy Phong Châu, Phù Ninh, **Phú Thọ**.

TTT

Kì này CÓ HAY KHÔNG GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT?

Bài toán. Cho hình chữ nhật ABCD có chu vi bằng 2k không đổi. Đường tròn (O_1, R_1) đi qua A và D và tiếp xúc với BC tại M. Đường tròn (O_2, R_2) đi qua A và B và tiếp xúc với CD tại N.

Tìm giá trị nhỏ nhất của $R_1 + R_2$.

PHẠM TUẤN KHẢI *(Hà Nội)*

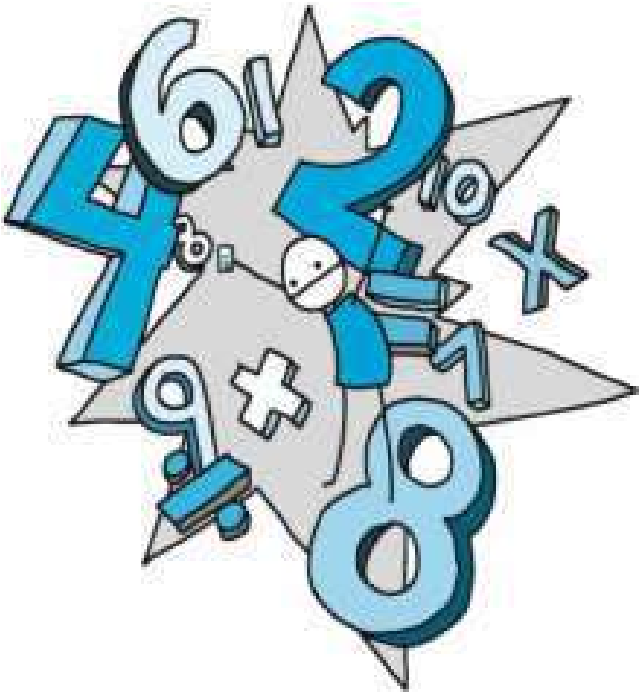
Kết quả **(TTT2 số 188+189)**

ĐA GIÁC 2017 CẠNH

Hồng nói đúng. Vì đường thẳng d không đi qua đỉnh nào của đa giác và chỉ cắt 2 cạnh của đa giác nên các đỉnh của đa giác thuộc hai nửa mặt phẳng đối nhau có bờ là đường thẳng d. Gọi số đỉnh của đa giác 2017 cạnh đã cho cùng thuộc một nửa mặt phẳng là a thì số đỉnh của đa giác ở nửa mặt phẳng còn lại là 2017 – a. Số giao điểm của các cạnh và các đường chéo của đa giác đã cho với d là a(2017 – a) luôn là số chẵn (vì hoặc a hoặc 2017 – a là số chẵn). Trừ hai giao điểm của d với các cạnh của đa giác thì số giao điểm của d với các đường chéo của đa giác là a(2017 – a) – 2 luôn là số chẵn.

Nhận xét. Các bạn sau được thưởng: *Nguyễn Minh Thương, Nguyễn Trịnh Phương, Ngô Hà Trang*, 8C1, THCS Archimedes Academy, **Hà Nội.**

VŨ ĐÌNH HÒA



Kết quả Kì 20 (TTT2 số 188+189)

(Tiếp theo trang 29)

a) Có $AH.BC = 2S_{ABC} = AB.AC$.

Mà ΔABC vuông tại *A* nên $AB^2 + AC^2 = BC^2$.

$$\Rightarrow \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{AB^2 + AC^2}{AB^2.AC^2} = \frac{BC^2}{AH^2.BC^2} = \frac{1}{AH^2}.$$

b) Có $AH \perp BC \Rightarrow AB > AH, AC > AH$. Do đó

$$\frac{1}{AB^5} + \frac{1}{AC^5} = \frac{1}{AB^3}.\frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^3}.\frac{1}{AC^2}$$

$$< \frac{1}{AH^3}.\frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AH^3}.\frac{1}{AC^2} = \frac{1}{AH^3}\left(\frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}\right) = \frac{1}{AH^5}.$$

Nhận xét. Hai bạn được thưởng kì này là: *Ngô Thị An Bình*, 7E, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Dương Hồng Sơn*, 8C1, THCS Archimedes Academy, **Hà Nội.**

THIỀU QUANG TÙNG

Kết quả

Giải toán qua thư

Bài 1(188+189). Tìm các số nguyên x sao cho $\frac{x-1}{9x+7}$ là bình phương của một phân số.

Lời giải. Đặt $\frac{x-1}{9x+7}=\left(\frac{a}{b}\right)^2$ với a, b $\in \mathbb{N}$, $b \neq 0$, (a, b) = 1.

- Nếu a = 0 thì x = 1.
- Nếu $a \neq 0$, ta có $x - 1 = a^2k$, $9x + 7 = b^2k$, $k \in \mathbb{Z}$, $(k \neq 0)$.

Suy ra $9x + 7 - 9(x - 1) = b^2k - 9a^2k$

$\Leftrightarrow 16 = k(b - 3a)(b + 3a)$.

Vì $b + 3a > 0$, $b + 3a > b - 3a$ và $b + 3a$, $b - 3a$ cùng tính chẵn lẻ nên ta có bảng sau:

b + 3a	b – 3a	k	a	b
8	2	1	1	5
8	–2	–1	$\frac{5}{3}$	3
4	2	2	$\frac{1}{3}$	3
4	–2	–2	1	1
2	–4	–2	1	–1
2	–8	–1	$\frac{5}{3}$	–3

Đối chiếu với điều kiện a, b $\in \mathbb{N}$ ta chọn được

- Với a = 1, b = 5, k = 1 ta có x = 2.
- Với a = 1, b = 1, k = –2 ta có x = –1.

Vậy các giá trị của x thỏa mãn bài toán là 1; –1; 2.

Nhận xét. Nhiều bạn bỏ quên trường hợp x = 1. Các bạn sau có lời giải đầy đủ và chính xác: *Lê Thị Như Quỳnh, Nguyễn Ngọc Trâm, Lê Thị Huyền Trâm, Nguyễn Thị Kim Tuyến, Trần Gia Huy*, 7C, *Võ Thị Minh Huyền*, *Phạm Ngọc Huỳnh*, *Trần Hoàng Hà*, *Trần Thảo Vân*, 6A, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Chử Lê Phương Linh*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Nguyễn Văn Bảo Châu*, 7/5, THCS Nguyễn Khuyến, **Đà Nẵng**; *Nguyễn Anh Thư*, 6A3, THCS Kế An, Kế Sách, **Sóc Trăng**.

PHÙNG KIM DUNG

Bài 2(188+189). Tìm các chữ số x, y, z, t, u thỏa mãn $(\overline{xy}+\overline{ztu})^2=\overline{xyztu}$.

Lời giải. Đặt $\overline{xy}=a$; $\overline{ztu}=b$

$(10 \le a \le 99; 100 \le b \le 999)$.

Theo giả thiết ta có $(a + b)^2 - (1000a + b) = 0$

$\Rightarrow (a + b)(a + b - 1) = 999a = 27.37.a$. (1)

Ta có $(a + b)^2 = 1000a + b \le 99999$

$\Rightarrow a + b \le 316$. (2)

Ta lại có $(a + b, a + b - 1) = 1$. (3)

Từ (1), (2), (3) suy ra

$\begin{cases} a+b \vdots 27 \\ a+b-1 \vdots 37. \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a+b \vdots 37 \\ a+b-1 \vdots 27. \end{cases}$

- TH1. $\begin{cases} a+b=27m \\ a+b-1=37n \\ a=mn\ (m,n\in \mathbb{N}^*) \end{cases} \Rightarrow 27m = 37n + 1$

$\Rightarrow 27(m - n) - 9n = n + 1$.

Suy ra $m > n$ và $n + 1 \vdots 9$.

✻ Nếu $n > 10$ thì $m > 10$

$\Rightarrow a = m.n > 100$ (loại).

✻ Nếu $n < 10$ thì $n = 8$

$\Rightarrow m = 11 \Rightarrow a = m.n = 88$

$\Rightarrow b = 27m - a = 209$.

Suy ra $x = y = 8$; $z = 2$; $t = 0$; $u = 9$.
Thử lại thấy đúng.

• TH2. $\begin{cases} a + b = 37k \\ a + b - 1 = 27l \\ a = k.l \ (k, l \in \mathbb{N}^*) \end{cases} \Rightarrow 37k = 27l + 1$

$\Rightarrow 27(l - k) - 9k = k - 1$.

Suy ra $l > k$ và $k - 1 \vdots 9$.

✻ Nếu $k \geq 10$ thì $l \geq 11$ suy ra $a \geq 110$ (loại).

✻ Nếu $k < 10$ thì $k = 1 \Rightarrow l = \frac{4}{3}$ (loại).

Vậy $x = y = 8$; $z = 2$; $t = 0$; $u = 9$.

Nhận xét. Có rất nhiều bạn gửi bài về tòa soạn, tuy nhiên một số bạn chưa tìm đủ điều kiện của a + b. Các bạn sau có lời giải tốt: *Nguyễn Anh Thư*, 6A3, THCS Kế An, Kế Sách, **Sóc Trăng**; *Nhóm bạn Nguyễn Công An*, *Dương Trọng Nguyên*, *Bùi Nhật Đăng*, *Nguyễn Công Phú*, 7C, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**.

LÊ ĐỨC THUẬN

Bài 3(188+189). Tìm số nguyên dương nhỏ nhất bằng ba lần lập phương của một số tự nhiên và bằng bốn lần lũy thừa bậc bốn của một số tự nhiên.

Lời giải. Gọi số cần tìm là n.

Đặt $n = 3a^3 = 4b^4$ $(a, b \in \mathbb{N}^*)$.

Ta có $3a^3 \vdots 2 \Rightarrow a^3 \vdots 2 \Rightarrow a \vdots 2 \Rightarrow a^3 \vdots 8$.

Do đó $4b^4 \vdots 8 \Rightarrow b^4 \vdots 2 \Rightarrow b \vdots 2$. (1)

Ta lại có $4b^4 \vdots 3 \Rightarrow b^4 \vdots 3 \Rightarrow b \vdots 3$. (2)

Từ (1), (2) suy ra $b \vdots 6$ (vì (2, 3) = 1).

Vì n là số nguyên dương nhỏ nhất nên b cũng là số nguyên dương nhỏ nhất. Suy ra $b = 6 \Rightarrow a = 12$.

Do đó $n = 3.12^3 = 4.6^4 = 5184$ (thỏa mãn).

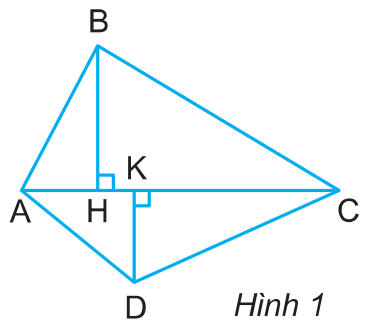
Vậy số cần tìm là 5184.

Nhận xét. Tòa soạn nhận được rất nhiều bài giải của các bạn, hầu hết các bạn đều giải đúng. Tuy nhiên chỉ có các bạn sau có lời giải ngắn gọn hơn cả: *Hồ Trọng Hiếu*, 7C, THCS Cao Xuân Huy, Diễn Châu; *Ngô Thị An Bình*, 7E, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh; *Hoàng Nguyễn Mai Lương*, 7C, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**; *Nguyễn Anh Thư*, 6A3, THCS Kế An, Kế Sách, **Sóc Trăng**; *Võ Thị Minh Huyền*, 6A, *Lê Thị Huyền Trâm*, 7C, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Nguyễn Văn Bảo Châu*, 7/5, THCS Nguyễn Khuyến, **Đà Nẵng**; *Trần Cao Bảo Châu*, 7A, THCS Trần Hưng Đạo, TP. Buôn Ma Thuật, **Đắk Lắk**; *Nguyễn Trần Nguyên Hà*, 6A, THPT Chuyên Hà Nội - Amsterdam, **Hà Nội.**

CAO VĂN DŨNG

Bài 4(188+189). Cho hai tam giác ABC và ADC thỏa mãn $\widehat{BAC}, \widehat{BCA}, \widehat{DAC}, \widehat{DCA}$ đều là các góc nhọn và B, D nằm khác phía đối với AC. Biết $AB^2 + CD^2 = AD^2 + BC^2$. Chứng minh rằng $AC \perp BD$.

Lời giải.



Hình 1

Kẻ $BH \perp AC$, $DK \perp AC$ (H, K $\in$ AC) (hình 1).

Áp dụng định lí Pythagoras ta có

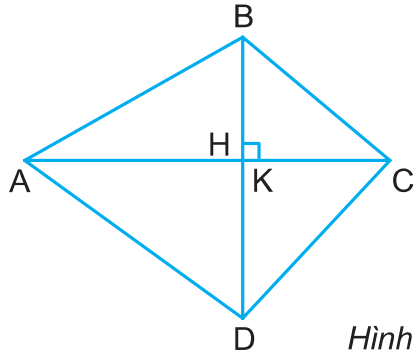
$AB^2 + CD^2 = HA^2 + HB^2 + KC^2 + KD^2$. (1)

$AD^2 + BC^2 = KA^2 + KD^2 + HB^2 + HC^2$. (2)

Mà $AB^2 + CD^2 = AD^2 + BC^2$. (3)

Từ (1), (2), (3) suy ra

$HA^2 + KC^2 = KA^2 + HC^2$. (4)



Hình 2

• Nếu H nằm giữa A và K (Hình 1) thì HA < KA, KC < HC $\Rightarrow HA^2 + KC^2 < KA^2 + HC^2$ (mâu thuẫn với (4)).

• Nếu K nằm giữa A và H thì HA > KA, KC > HC $\Rightarrow HA^2 + KC^2 > KA^2 + HC^2$ (mâu thuẫn với (4)).

• Nếu H ≡ K thì (4) đúng. Khi đó B, H, D thẳng hàng và AC ⊥ BD. (hình 2)

Nhận xét. Lời giải trên là lời giải của đa số các bài gửi về tòa soạn. Các cá nhân, tập thể sau có lời giải tốt, trình bày sạch đẹp: *Chử Lê Phương Linh*, 7A3, *Phạm Hoàng Anh*, 7A4, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Đinh Xuân Linh*, 7A, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh; *Nguyễn Danh Tiến Nam*, 7C, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**; *Tập thể lớp 7C*, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Nguyễn Văn Bảo Châu*, 7/5, THCS Nguyễn Khuyến, **Đà Nẵng**.

HỒ QUANG VINH

Bài 5(188+189). Tìm các cặp số nguyên dương (a; b) thỏa mãn $9a^2b^2 - 5a + 5b$ là số chính phương và $a^{2019} = 2020b^{2018}$.

Lời giải. Đặt $A = 9a^2b^2 - 5a + 5b$.

Ta có $A - (3ab - 1)^2 = 6ab - 5a + 5b - 1$

$= a(6b - 5) + (5b - 1) > 0$ (vì a, b ≥ 1). (1)

Ta lại có $(3ab + 1)^2 - A = 6ab + 5a - 5b + 1$

$= b(6a - 5) + 5a + 1 > 0$. (2)

Từ (1), (2) suy ra $(3ab - 1)^2 < A < (3ab + 1)^2$.

Vì A là số chính phương nên $A = (3ab)^2$

$\Leftrightarrow 9a^2b^2 - 5a + 5b = 9a^2b^2 \Leftrightarrow a = b$.

Ta lại có $a^{2019} = 2020b^{2018}$

$\Rightarrow a = 2020 \Rightarrow b = 2020$.

Nhận xét. Phương pháp được sử dụng trong lời giải trên là phương pháp đánh giá kẹp, một phương pháp khá phổ biến để xử lý các bài toán liên quan về số chính phương nói riêng và các bài toán về lũy thừa nói chung. Ý tưởng của phương pháp dựa trên nhận xét: Nếu $x^n < a^k < (x+k)^n$ trong đó $a, x, k \in \mathbb{Z}, k \geq 2$ thì $a^k \in \{(x+1)^n, ..., (x+k-1)^n\}$.

Các bạn sau có lời giải tốt: *Nguyễn Văn Bảo Châu*, 7/5, THCS Nguyễn Khuyến, **Đà Nẵng**; *Cao Kỳ Anh, Nguyễn Bích Đạt, Dương Hồng Sơn,* 8C1, THCS Archimedes Academy, **Hà Nội**; *Nguyễn Anh Thư*, 6A3, THCS Kế An, Kế Sách, **Sóc Trăng**; *Phan Thành Tín*, 9C, THCS Nam Hồng, Hồng Lĩnh, **Hà Tĩnh**; *Đinh Xuân Linh*, 7A, *Nguyễn Hồng Khánh Lâm*, 9E, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh; *Lê Văn Quang Hiếu*, 6D, *Nguyễn Công An, Bùi Nhật Đăng, Phạm Thị Hoa*, 7C, *Nguyễn Huy Hoàng*, *Nguyễn Văn Dương Hùng*, *Nguyễn Cảnh Mạnh*, 9B, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**; *Đinh Gia Huy*, 8E, *Trần Minh Khôi*, 8C, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì; *Đào Văn Chiến*, *Phạm Minh Hải*, *Đặng Thái Tuấn*, 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Nguyễn Duy Long*, 9A, THCS Tố Như; *Lê Minh Long*, 8B, *Nguyễn Trọng Tâm*, 9D, THCS Nhữ Bá Sỹ, Hoằng Hóa, **Thanh Hóa**.

VÕ QUỐC BÁ CẨN

Bài 6(188+189). Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho họ đường thẳng có phương trình $y = (m - 1)x + 2m - 3$. Trong họ đường thẳng này ta chọn ra ba đường thẳng nào đó. Trong các góc (không có điểm chung trong) tạo bởi hai trong ba đường thẳng vừa chọn ta xét góc có số đo lớn nhất. Gọi x là số đo góc đó. Tìm giá trị nhỏ nhất của x.

Lời giải. Ta có $y = (m - 1)x + 2m - 3$

$\Leftrightarrow m(x + 2) = y + x + 3$.

Gọi A(x; y) là điểm cố định mà họ đường thẳng luôn đi qua với mọi m. Như vậy tọa độ của điểm A thỏa mãn $\begin{cases} x + 2 = 0 \\ y + x + 3 = 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow x = -2$ và $y = -1 \Rightarrow A(-2; -1)$.

Do đó ba đường thẳng mà ta chọn luôn đi qua điểm A. Ba đường thẳng này lại tạo với nhau sáu góc không có điểm chung trong.

Tổng số đo của sáu góc trên là 360°, suy ra góc lớn nhất có số đo không nhỏ hơn 60°.

Vậy x ≥ 60°. Ta có thể chọn ra ba đường

thẳng ứng với m = 1; m = $\sqrt{3}+1$; m = $1-\sqrt{3}$ để x đạt giá trị nhỏ nhất.

Nhận xét. Đây là bài toán không khó, có một số bạn quên chỉ ra trường hợp cụ thể của m để ba đường thẳng cắt nhau tạo ra góc lớn nhất có giá trị nhỏ nhất là 60°. Các bạn sau có lời giải tốt: *Nguyễn Thị Quỳnh Chi*, 9A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Trần Minh Khôi*, 8C, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, **Phú Thọ**.

BÙI MẠNH TÙNG

Bài 7(188+189). Một ghế băng có 4 chỗ ngồi. Có 4 người lần lượt đi đến và ngồi xuống ghế băng. Người đầu tiên ngồi vào một chỗ tùy ý. Mỗi người đến sau cố gắng chọn chỗ ngồi để không phải ngồi cạnh ai cả, nếu không có chỗ ngồi nào thỏa mãn thì họ chọn một chỗ trống tùy ý để ngồi. Hỏi rằng có bao nhiêu khả năng sắp xếp chỗ ngồi cho bốn người đó phù hợp với quy tắc như vậy?

Lời giải. Xét 2 người đầu tiên, hai người này luôn chọn được chỗ ngồi để không phải ngồi cạnh người đến trước. Và sau đó, người thứ 3 và người thứ 4 không thể chọn được vị trí nào ngồi mà không ngồi cạnh người đến trước cho nên họ được chọn tự do vị trí của mình. Do đó số cách sắp xếp chỗ ngồi cho 4 người luôn bằng 2 lần số cách sắp xếp chỗ ngồi cho 2 người đầu tiên.

Ký hiệu các ghế lần lượt là 1, 2, 3 và 4 từ trái qua phải. Nếu người đầu tiên ngồi vào ghế số 2 hoặc ghế số 3 thì người đến thứ hai chỉ có một cách chọn chỗ ngồi cho mình (ghế 4 hoặc ghế 1). Còn nếu người đầu tiên chọn ghế số 1 hoặc ghế số 4 thì người đến thứ hai có 2 khả năng chọn chỗ cho mình (chẳng hạn người đầu tiên ngồi ghế số 1 thì người thứ hai có thể ngồi ghế số 3 hoặc ghế số 4). Số cách xếp chỗ có thể cho 2 người đầu tiên là 2.1 + 2.2 = 6.

Như nhận xét ban đầu, đáp số bài toán là 2.6 = 12 cách sắp xếp có thể.

Nhận xét. Đây là bài toán không quá phức tạp, tuy nhiên có nhiều bạn trình bày còn rất dài. Đặc biệt có một bạn còn xét trường hợp ghế băng là một vòng tròn, điều này là sai so với giả thiết của bài toán.

Các bạn sau có lời giải tốt: *Nguyễn Anh Thư*, 6A3, THCS Kế An, Kế Sách, **Sóc Trăng**; *Phạm Đình Thiên Bảo*, 7C, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Đinh Xuân Linh*, 7A, *Nguyễn Trần Khánh Huyền*, 8D, *Nguyễn Hồng Khánh Lâm*, 9E, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh; *Nguyễn Thanh Tùng*, 8A, THCS Cao Xuân Huy, Diễn Châu, **Nghệ An**; *Trương Ngọc Tâm*, 9D, THCS Nhữ Bá Sỹ; *Nguyễn Duy Long*, 9A, THCS Tố Như, Thị trấn Bút Sơn, Hoằng Hóa, **Thanh Hóa**; *Đặng Thái Tuấn*, *Hạ Hiền Lương*, 9A3, *Đỗ Ánh Tuyết*, *Quản Tiến Anh*, *Quách Thị Thanh Huyền*, *Phạm Minh Châu*, 6A3, THCS Lâm Thao; *Nguyễn Trung Hoàng*, 7A5, *Trần Công Hưng*, 9A4, THCS Giấy Phong Châu, Phù Ninh; *Trần Minh Khôi*, 8C, *Đinh Gia Huy*, 8E, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì; *Nguyễn Tuấn Đạt*, 8A, THCS Nguyễn Quang Bích, Tam Nông, **Phú Thọ**; *Nguyễn Tuấn Dương*, 8C5, THCS Chu Văn An, Ngô Quyền, **Hải Phòng**; *Nguyễn Thị Quỳnh Chi*, *Nguyễn Mạnh Kiên*, *Nguyễn Tiến Phong*, *Trần Quang Tài*, 9A1, *Lê Ánh Nguyệt*, 8A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Dương Hồng Sơn, Lê Duy Anh, Đinh Mai Chi, Nguyễn Minh Phương, Trịnh Hoàng Hải,* 8C1, THCS Archimedes Academy, **Hà Nội**.

TRỊNH HOÀI DƯƠNG

Bài 8(188+189). Cho tam giác ABC vuông tại C với AC = b, CB = a; AB = c. Kẻ đường trung tuyến AE, BF của ΔABC. Biết AE = m; BF = n. Gọi r là bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC.

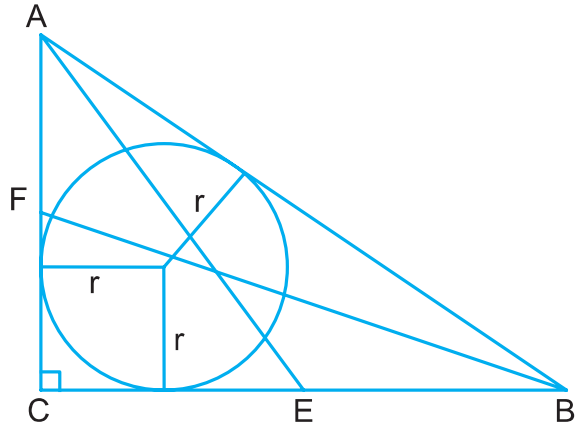
Tìm giá trị lớn nhất của $A=\dfrac{r^2}{m^2+n^2}$.

Lời giải. Ta có

$m^2+n^2=AE^2+BF^2=AC^2+CE^2+BC^2+CF^2$

$$= AC^2 + \frac{BC^2}{4} + BC^2 + \frac{AC^2}{4} = \frac{5(BC^2 + AC^2)}{4}$$

$$= \frac{5(a^2 + b^2)}{4} \geq \frac{5ab}{2}.$$



Ta lại có $\frac{ab}{2} = S_{ABC} = \frac{(a+b+c)r}{2}$

$$\Rightarrow r = \frac{ab}{a+b+c} = \frac{ab}{a+b+\sqrt{a^2+b^2}}$$

$$\leq \frac{ab}{2\sqrt{ab}+\sqrt{2ab}} = \frac{\sqrt{ab}}{2+\sqrt{2}}.$$

Vậy $\frac{r^2}{m^2+n^2} \leq \frac{ab}{(2+\sqrt{2})^2.\frac{5}{2}ab} = \frac{3-2\sqrt{2}}{5}.$

Đẳng thức xảy ra khi a = b, khi đó ΔABC vuông cân tại C.

Nhận xét. Trong bài toán này ta cần chỉ ra GTLN của tử số và GTNN của mẫu số để tìm được GTLN của biểu thức đã cho. Các bạn sau có lời giải tốt: *Đào Văn Chiến*, 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao; *Trần Minh Khôi*, 8C, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, **Phú Thọ**; *Nguyễn Thị Thanh Hằng, Nguyễn Hoàng Huy, Lê Văn Mạnh*, 9B, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**; *Nguyễn Minh Hiển*, 9D, THCS Nguyễn Đăng Đạo, TP. Bắc Ninh; *Nguyễn Thị Quỳnh Chi*, 9A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Dương Hồng Sơn*, 8C1, THCS Archimedes Academy, **Hà Nội**.

TRẦN QUANG HÙNG

ĐƯỢC THƯỞNG KÌ NÀY

Thi giải toán qua thư

Nguyễn Anh Thư, 6A3, THCS Kế An, Kế Sách, **Sóc Trăng**; *Nguyễn Văn Bảo Châu*, 7/5, THCS Nguyễn Khuyến, **Đà Nẵng**; *Nguyễn Tuấn Dương*, 8C5, THCS Chu Văn An, Ngô Quyền, **Hải Phòng**; *Nguyễn Duy Long*, 9A, THCS Tố Như, Hoằng Hóa, **Thanh Hóa**; *Trần Minh Khôi*, 8C, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì; *Chử Lê Phương Linh*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Dương Hồng Sơn*, 8C1, THCS Archimedes Academy, **Hà Nội**; *Nguyễn Thị Quỳnh Chi*, 9A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Hồ Trọng Hiếu*, 7C, THCS Cao Xuân Huy, Diễn Châu, **Nghệ An**; *Trần Cao Bảo Châu*, 7A, THCS Trần Hưng Đạo, TP. Buôn Ma Thuột, **Đắk Lắk**.

BẠN ĐỌC CÓ THỂ ĐẶT MUA TẠP CHÍ CẢ NĂM HỌC TẠI CÁC BƯU CỤC CỦA VNPT TRÊN CẢ NƯỚC VỚI MÃ ĐẶT CÁC ẤN PHẨM NHƯ SAU: Tạp chí Toán Tuổi thơ 1: **C169**; Tạp chí Toán Tuổi thơ 2: **C169.1**; Tổng tập Toán Tuổi thơ 1 năm 2018: **C169.2**; Tổng tập Toán Tuổi thơ 2 năm 2018: **C169.3**; Tổng tập Toán Tuổi thơ 1 năm 2017: **C169.4**; Tổng tập Toán Tuổi thơ 2 năm 2017: **C169.5**.

TRẬN ĐẤU THỨ MỘT TRĂM NĂM MƯƠI CHÍN

Người thách đấu: *Phạm Thanh Hùng*, xã Tân Hiệp A, Tân Hiệp, **Kiên Giang.**

Bài toán thách đấu: Tìm các cặp số nguyên tố (p, q) thỏa mãn $7pq^2 + p = q^3 + 43p^3 + 1$.

Thời hạn: Trước ngày 08.2.2019 theo dấu bưu điện.

Kết quả TRẬN ĐẤU THỨ MỘT TRĂM NĂM MƯƠI BẢY (TTT2 số 188+189)

Đề bài. Cho các số dương a, b, c thỏa mãn $ab + bc + ca = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \sqrt{\frac{a}{a+c}} + \sqrt{\frac{b}{b+c}} - \frac{9\sqrt{c^2+1}}{8c}$.

Lời giải. Ta có nhận xét

$c^2 + 1 = c^2 + ab + bc + ca = (a + c)(b + c)$.

Áp dụng bất đẳng thức AM - GM cho hai số thực dương ta có

$$P = \sqrt{\frac{a}{a+c}} + \sqrt{\frac{b}{b+c}} - \frac{9\sqrt{c^2+1}}{8c}$$

$$= \sqrt{\frac{a}{a+c}} + \sqrt{\frac{b}{b+c}} - \frac{9}{8}.\sqrt{\frac{a+c}{c}.\frac{b+c}{c}}$$

$$\le \left(\frac{a}{a+c} + \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{b}{b+c} + \frac{1}{4}\right) - \frac{9}{8}.\sqrt{\frac{a+c}{c}.\frac{b+c}{c}}$$

$$= \left(\frac{5}{4} - \frac{c}{a+c}\right) + \left(\frac{5}{4} - \frac{c}{b+c}\right) - \frac{9}{8}.\sqrt{\frac{a+c}{c}.\frac{b+c}{c}}$$

Đặt $x = \frac{c}{a+c}$; $y = \frac{c}{b+c}$, khi đó

$$\left(\frac{5}{4} - \frac{c}{a+c}\right) + \left(\frac{5}{4} - \frac{c}{b+c}\right) - \frac{9}{8}.\sqrt{\frac{a+c}{c}.\frac{b+c}{c}}$$

$$= \frac{5}{2} - \left(x + y + \frac{9}{8}.\sqrt{\frac{1}{xy}}\right)$$

$$\le \frac{5}{2} - \left(2\sqrt{xy} + \frac{9}{8\sqrt{xy}}\right) \le \frac{5}{2} - 2\sqrt{2.\frac{9}{8}} = \frac{5}{2} - 3 = -\frac{1}{2}.$$

Đẳng thức xảy ra khi $\frac{a}{a+c} = \frac{b}{b+c} = \frac{1}{4}$ và $2\sqrt{xy} = \frac{9}{8\sqrt{xy}}$, $ab + bc + ca = 1$.

$\Leftrightarrow 3a = 3b = c$ và $ab + bc + ca = 1$

$\Leftrightarrow a = b = \frac{1}{\sqrt{7}}, c = \frac{3}{\sqrt{7}}$.

Vậy $\text{MaxP} = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow a = b = \frac{1}{\sqrt{7}}, c = \frac{3}{\sqrt{7}}$.

Nhận xét. Bài toán này là bài toán hay và không quá phức tạp. Có nhiều võ sĩ tham gia, tuy nhiên cách giải hơi dài và khá phức tạp. Không có võ sĩ nào đăng quang trong trận đấu này.

NGUYỄN MINH ĐỨC

ĐƯA KHÓ VỀ DỄ, ĐƯA LẠ VỀ QUEN TRONG CHỨNG MINH HÌNH HỌC

NGND. VŨ HỮU BÌNH

(Tiếp theo số 190)

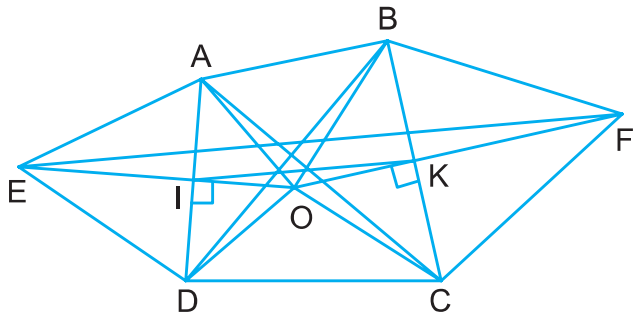
Các phương pháp đưa bài toán hình học từ lạ về quen đã được chúng tôi giới thiệu trong TTT2 số 190. Bài viết này chúng tôi tiếp tục giới thiệu đến bạn đọc thêm một phương pháp nữa.

4. Phương pháp thay đổi cách tiếp cận bài toán.

Bài toán 1. Cho tứ giác ABCD có AC = BD. Ở phía ngoài tứ giác vẽ các tam giác đều ADE, BCF. Gọi I, K theo thứ tự là trung điểm của AD, BC. Chứng minh rằng IK song song với EF.

• **Phân tích.** *Ta nghĩ đến IK có thể là đường trung bình của một tam giác có một cạnh là EF. Gọi O là giao điểm của EI và FK, hình vẽ cho thấy I không là trung điểm của OE, K không là trung điểm của OF, ta chuyển hướng chứng minh IK // EF bằng cách dùng định lí Thales đảo.*

Lời giải.



Gọi O là giao điểm của EI và FK.

O thuộc đường trung trực của AD và BC nên OA = OD, OB = OC.

Mặt khác AC = BD.

Do đó ΔAOC = ΔDOB (c.c.c).

Suy ra $\widehat{AOC} = \widehat{DOB} \Rightarrow \widehat{BOC} = \widehat{AOD}$

$\Rightarrow \widehat{KOC} = \frac{1}{2}\widehat{BOC} = \frac{1}{2}\widehat{AOD} = \widehat{IOD}$.

Do đó ΔIOD ∽ ΔKOC (g.g).

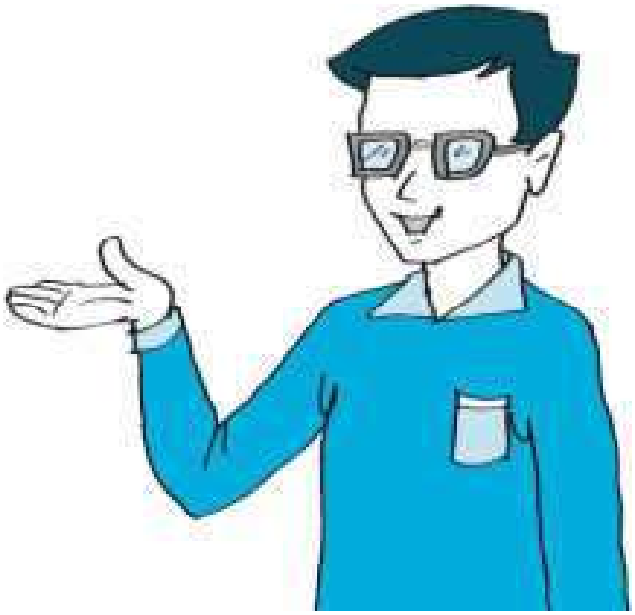
Suy ra $\frac{OI}{OK} = \frac{ID}{KC}$. (1)

Ta lại có ΔIED ∽ ΔKFC (g.g).

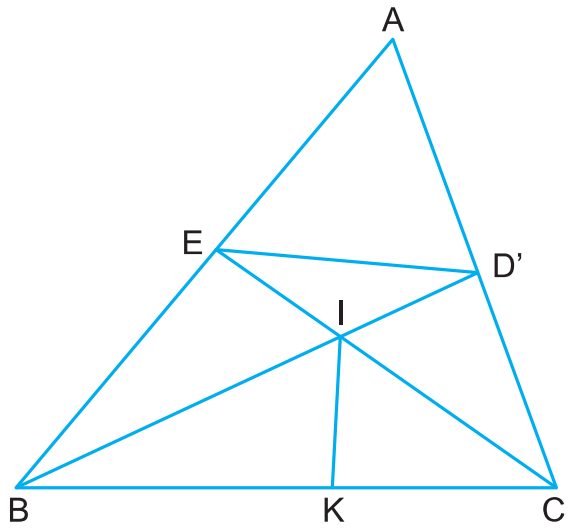
Suy ra $\frac{IE}{KF} = \frac{ID}{KC}$. (2)

Từ (1), (2) suy ra $\frac{OI}{OK} = \frac{IE}{KF} \Rightarrow \frac{OI}{IE} = \frac{OK}{KF}$.

Áp dụng định lí Thales đảo ta có IK // EF.



Bài toán 2. Cho tam giác ABC có $\widehat{A} = 60^o$. CE là tia phân giác của góc ACB (E $\in$ AB). Trên cạnh AC lấy điểm D sao cho $\widehat{CED} = 30^o$. Chứng minh rằng BD là tia phân giác của góc ABC.



• **Phân tích.** *Bài toán nêu trên không dễ vì ta khó gắn các dữ kiện với nhau. Hướng đi thông thường mà nhiều người nghĩ đến đó là ta chứng minh trực tiếp BD là tia phân giác của góc ABC.*

Tuy nhiên trong bài toán này, ta nên thay đổi hướng chứng minh, bằng cách kẻ tia BD' là tia phân giác của góc ABC (D'$\in$ AC), rồi chứng minh D' $\equiv$ D. Tức là chứng minh $\widehat{CED'} = 30^o$.

Lời giải. Kẻ BD' là tia phân giác của $\widehat{ABC}$ (D'$\in$ AC).

Gọi I là giao điểm của BD' và CE.

Kẻ IK là tia phân giác của $\widehat{BIC}$ (K$\in$ BC).

Vì $\widehat{BAC} = 60^o$ nên $\widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 120^o$

$$\Rightarrow \widehat{IBC} + \widehat{ICB} = \frac{\widehat{ABC} + \widehat{ACB}}{2} = \frac{120^o}{2} = 60^o$$

$\Rightarrow \widehat{BIC} = 120^o$

$\Rightarrow \widehat{EIB} = \widehat{CID'} = 60^o$.

Do đó $\Delta BIE = \Delta BIK$ (g.c.g) $\Rightarrow$ IE = IK. (3)

Chứng minh tương tự ta được ID' = IK. (4)

Từ (3), (4) suy ra IE = ID'.

Suy ra $\Delta IED'$ cân tại I.

Do đó

$$\widehat{IED'} = \frac{(180^o - \widehat{EID'})}{2} = \frac{180^o - 120^o}{2} = 30^o$$

$\Rightarrow \widehat{CED'} = 30^o$.

Ta có D' thuộc cạnh AC và $\widehat{CED'} = 30^o$ nên D' trùng D.

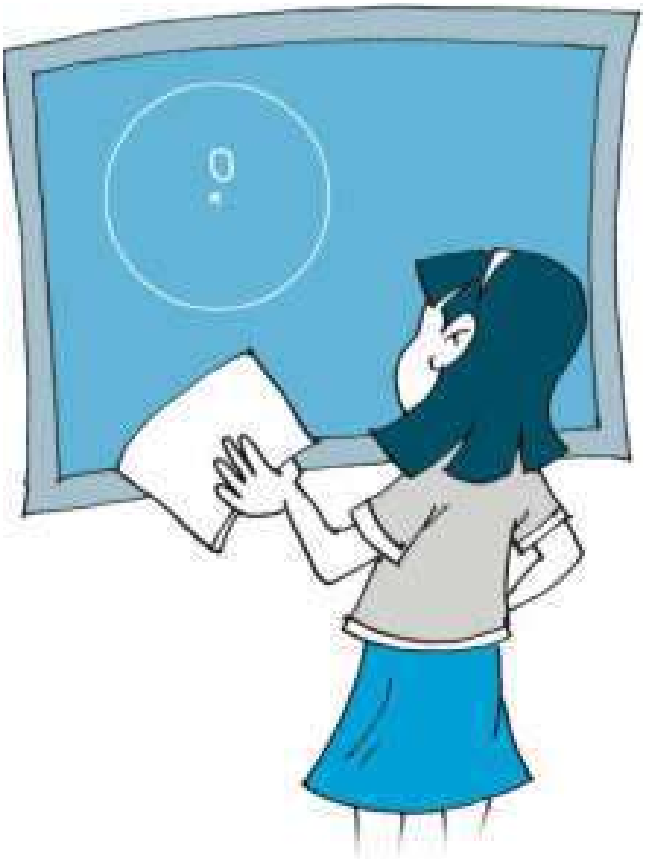
Vậy BD là tia phân giác của $\widehat{ABC}$.

Bài tập vận dụng

Bài 1. Cho tam giác ABC, điểm D di chuyển trên cạnh AB, điểm E di chuyển trên tia đối của tia CA sao cho BD = CE. Chứng minh rằng đường trung trực của DE luôn đi qua một điểm cố định.

Bài 2. Cho tam giác ABC có $\widehat{A} = 60^o$, các đường phân giác BD và CE. Gọi K là điểm đối xứng với E qua BD. Chứng minh rằng K đối xứng với D qua CE.

Bài 3. Cho đường tròn (O), dây BC. Điểm A di chuyển trên cung lớn BC sao cho tam giác ABC nhọn. Gọi AD, BE, CF là các đường cao của tam giác ABC. Tìm vị trí của điểm A để tam giác DEF có chu vi lớn nhất.

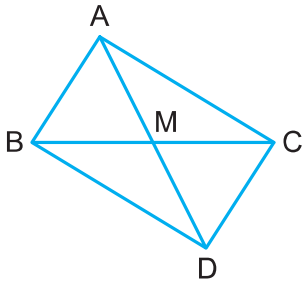


BẠN SẼ NÓI GÌ?

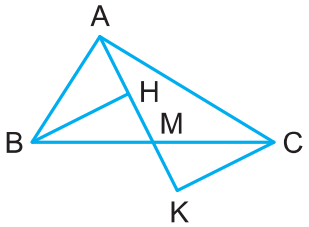
TẠ THẬP
TP. Hồ Chí Minh

Bài toán. Cho tam giác ABC, có AM là đường trung tuyến. Chứng minh rằng AB + AC > 2AM.

Lời giải.



Hình 1



Hình 2

✻ *Cách 1. (Hình 1).* Trên tia đối của tia MA lấy điểm D sao cho MD = MA.

Xét ΔMAB và ΔMDC có

MA = MD;

$\widehat{AMB} = \widehat{DMC}$ (hai góc đối đỉnh);

MB = MC (vì AM là đường trung tuyến của ΔABC).

Do đó ΔMAB = ΔMDC (c.g.c).

Suy ra AB = CD.

Xét ΔACD có CD + AC > AD.

Mà AD = 2AM. Vậy AB + AC > 2AM.

✻ *Cách 2. (Hình 2).* Vẽ BH ⊥ AM tại H, CK ⊥ AM tại K.

Xét ΔHBM và ΔKCM có

$\widehat{BHM} = \widehat{CKM}$ (= 90°);

BM = CM (vì AM là đường trung tuyến của ΔABC);

$\widehat{HMB} = \widehat{KMC}$ (đối đỉnh).

Do đó ΔHBM = ΔKCM (g.c.g).

Suy ra HM = KM.

Ta có AB > AH (vì AH ⊥ BH),

AC > AK (vì AK ⊥ CK).

Do đó AB + AC > AH + AK

= AM – HM + AM + KM = 2AM.

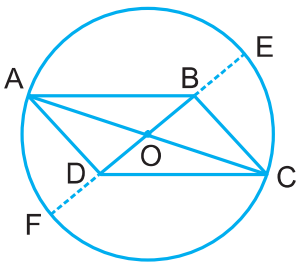
Bạn sẽ nói gì về hai cách giải của bài toán quen thuộc trên?

Kết quả **(TTT2 số 188+189)**

LỜI GIẢI ĐÃ HOÀN HẢO CHƯA?

Hình bình hành ABCD có ba khả năng: AC > BD hoặc AC < BD hoặc AC = BD.

Lời giải trong số 188+189 chỉ đúng trong trường hợp AC < BD thiếu trường hợp AC > BD và AC = BD (tuy nhiên trường hợp thứ ba này có thể ghép vào một trong hai trường hợp trên).



✻ Xét AC > BD.

Ta có OA = OC = OE = OF.

Mà OB = OD nên DF = OF – OD = OE – OB = BE.

Do đó BF = BD + DF = DB + BE = DE.

✻ Xét AC = BD. Khi đó OB = OD = OA = OC, nên E trùng với B và F trùng với D.

Do đó BE = DF = 0.

Nhận xét. Có nhiều bạn gửi bài đến tòa soạn. Các bạn sau có lời giải đầy đủ và chặt chẽ được thưởng: *Nguyễn Thế Sơn*, 8A1, THCS Vĩnh Yên, TP. Vĩnh Yên, **Vĩnh Phúc**; *Đỗ Như Hưng*, 9A4, THCS Giấy Phong Châu, Phù Ninh, **Phú Thọ**; *Nguyễn Ngân Giang*, 9A, THCS Lê Văn Thịnh, Gia Bình; *Đào Văn Thao*, 8A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Hoàng Đình Đức*, 7C, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**.

VI MẠNH TƯỜNG

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI MÔN TOÁN LỚP 9

QUẬN HOÀN KIẾM, HÀ NỘI

Năm học 2018 - 2019

Thời gian làm bài: 150 phút

Bài 1. *(4,0 điểm)*

1. Tìm các số nguyên dương m, n sao cho $n^2 - 2$ chia hết cho $mn + 2$.

2. Tìm tất cả các cặp số nguyên dương (x; y) với x, y nguyên tố cùng nhau và thỏa mãn phương trình $2x^6 - y^3 = 2x^2 - y$.

Bài 2. *(5,0 điểm)*

1. Giải phương trình $3x^2 - 4x - 11 = (2x - 5)\sqrt{3x + 7}$.

2. Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 = 3abc$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \sqrt{\dfrac{a}{3a^2 + 1}} + \sqrt{\dfrac{b}{3b^2 + 1}} + \sqrt{\dfrac{c}{3c^2 + 1}}$.

Bài 3. *(4,0 điểm)*

1. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 8x^3 + 4x + 33 = y^3 - 9y^2 + 29y \\ 2\sqrt{x + 4} = y + 1. \end{cases}$

2. Cho a và b là các số nguyên dương thỏa mãn $1218^a + 1$ chia hết cho $1218^b + 1$. Chứng minh a chia hết cho b.

Bài 4. *(6,0 điểm)*

Cho đường tròn (O). Từ điểm M nằm ngoài đường tròn, kẻ hai tiếp tuyến MA và MB đến (O). AO cắt đường tròn tại C. Đường thẳng qua O song song với AB, cắt MB tại K.

1. Chứng minh CK là tiếp tuyến của (O).

2. Gọi I là giao điểm của AB và CK. Chứng minh $\widehat{IOB} = \widehat{BMC}$.

3. BC cắt OK và OI lần lượt tại E và F; IE cắt OC tại G. Chứng minh ba đường thẳng GF, MC, OK đồng quy.

Bài 5. *(1,0 điểm)*

Viết lên vòng tròn 100 số thực khác 0. Sau đó, viết tất cả các tích các cặp số kề nhau vào giữa hai số đó, rồi xóa các số ban đầu đi. Gọi n là số lượng số dương trên vòng tròn lúc đầu. Cho biết số lượng số dương trên vòng tròn lúc đầu và lúc sau là bằng nhau, hãy tìm giá trị nhỏ nhất có thể có của n.

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ THI CHỌN HSG LỚP 9 HUYỆN TAM DƯƠNG, TỈNH VĨNH PHÚC

Năm học 2017-2018

Môn thi: Toán

(Đề đăng trên TTT2 số 188+189)

Bài 1. a) ĐKXĐ $x \neq y;\ x \neq -y;\ x \neq -2y$.

$$A = \left(\frac{x-y}{x+2y} - \frac{x-2y}{x-y} - \frac{4y^2-x^2-4xy}{x^2+xy-2y^2}\right) : \left(1+\frac{2y}{x-y}\right)$$

$$= \frac{(x-y)^2-(x^2-4y^2)-(4y^2-x^2-4xy)}{(x-y)(x+2y)} : \frac{x+y}{x-y}$$

$$= \frac{(x+y)^2}{(x-y)(x+2y)} \cdot \frac{x-y}{x+y} = \frac{x+y}{x+2y}.$$

b) Ta có $x^2 + 2016y^2 = 2017xy$

$\Leftrightarrow (x-y)(x-2016y) = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = y \\ x = 2016y \end{array}\right.$$

$\Leftrightarrow x = 2016y$ (vì $x \neq y$).

Khi đó $A = \dfrac{2017y}{2018y} = \dfrac{2017}{2018}$.

Bài 2. a) Ta có

$$B = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2-\sqrt{3}} + \sqrt{4-\sqrt{15}} + \sqrt{10})}{\sqrt{2}(\sqrt{23-3\sqrt{5}})}$$

$$= \frac{\sqrt{4-2\sqrt{3}} + \sqrt{8-2\sqrt{15}} + 2\sqrt{5}}{\sqrt{46-6\sqrt{5}}}$$

$$= \frac{\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2} + \sqrt{(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2} + 2\sqrt{5}}{\sqrt{(3\sqrt{5}-1)^2}}$$

$$= \frac{\sqrt{3}-1+\sqrt{5}-\sqrt{3}+2\sqrt{5}}{3\sqrt{5}-1} = \frac{3\sqrt{5}-1}{3\sqrt{5}-1} = 1.$$

b) ĐKXĐ $x \neq -1;\ x \neq -4;\ x \neq -6;\ x \neq 3$.

Ta có

$$\frac{3}{x^2+5x+4} + \frac{2}{x^2+10x+24} = \frac{4}{3} + \frac{9}{x^2+3x-18}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{(x+1)(x+4)} + \frac{2}{(x+4)(x+6)} = \frac{4}{3} + \frac{9}{(x-3)(x+6)}$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+4}\right) + \left(\frac{1}{x+4} - \frac{1}{x+6}\right)$$

$$= \frac{4}{3} + \left(\frac{1}{x-3} - \frac{1}{x+6}\right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{x+1} = \frac{4}{3} + \frac{1}{x-3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3(x-3)}{3(x+1)(x-3)} = \frac{4(x+1)(x-3)}{3(x+1)(x-3)} + \frac{3(x+1)}{3(x+1)(x-3)}$$

$\Rightarrow 4x^2 - 8x = 0 \Leftrightarrow 4x(x-2) = 0$

$\Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = 2$ (thỏa mãn ĐKXĐ).

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{0; 2\}$.

c) Ta có

$$C = \sqrt{16x^2+8x+1} + \sqrt{16x^2-24x+9}$$

$$= \sqrt{(4x+1)^2} + \sqrt{(3-4x)^2}$$

$= |4x+1| + |3-4x| \geq |4x+1+3-4x| = 4$.

Đẳng thức xảy ra khi $(4x+1)(3-4x) \geq 0$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{4} \leq x \leq \frac{3}{4}.$$

Bài 3. a) Ta có $3x^2 + 5y^2 = 255$

$\Leftrightarrow 3x^2 = 255 - 5y^2 \Rightarrow 3x^2 \leq 255$

$\Rightarrow -\sqrt{85} \leq x \leq \sqrt{85}$.

Do $x \in \mathbb{Z}$ suy ra $-9 \leq x \leq 9$. (1)

Vì $5y^2 \vdots 5$ và $255 \vdots 5$ nên $3x^2 \vdots 5$

$\Rightarrow x^2 \vdots 5 \Rightarrow x \vdots 5$. (2)

Từ (1), (2) suy ra $x \in \{-5; 0; 5\}$.

- Nếu $x = \pm 5$ thì $y = \pm 6$.
- Nếu $x = 0$ thì $y^2 = 51$ (loại).

Vậy phương trình có các cặp nghiệm (x, y) là (–5; 6), (–5; –6), (5; 6), (5; –6).

b) Áp dụng bất đẳng thức AM - GM ta có

$a^2 + 2b^2 + 3 = (a^2 + b^2) + (b^2 + 1) + 2$

$\geq 2ab + 2b + 2$.

Chứng minh tương tự ta có

$b^2 + 2c^2 + 3 \geq 2bc + 2c + 2;$

$c^2 + 2a^2 + 3 \geq 2ac + 2a + 2.$

Suy ra

$$\frac{1}{a^2+2b^2+3}+\frac{1}{b^2+2c^2+3}+\frac{1}{c^2+2a^2+3}$$
$$\leq \frac{1}{2}\left(\frac{1}{ab+b+1}+\frac{1}{bc+c+1}+\frac{1}{ac+a+1}\right).$$

Ta lại có

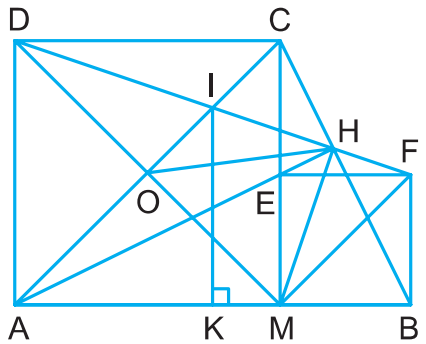
$$\frac{1}{ab+b+1}+\frac{1}{bc+c+1}+\frac{1}{ac+a+1}$$
$$=\frac{1}{ab+b+1}+\frac{ab}{b+1+ab}+\frac{b}{1+ab+b}=\frac{ab+b+1}{ab+b+1}=1.$$

Vậy

$$\frac{1}{a^2+2b^2+3}+\frac{1}{b^2+2c^2+3}+\frac{1}{c^2+2a^2+3}$$
$$\leq \frac{1}{2}.1=\frac{1}{2}.$$

Đẳng thức xảy ra khi $a = b = c = 1$.

Bài 4.



a) Gọi H là giao điểm của AE và BC.

Ta có $\Delta AME = \Delta CMB$ (c.g.c)

$\Rightarrow \widehat{EAM} = \widehat{BCM}$.

Mà $\widehat{BCM} + \widehat{MBC} = 90^\circ$

$\Rightarrow \widehat{EAM} + \widehat{MBC} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{AHB} = 90^\circ$

Vậy $AE \perp BC$.

b) Gọi O là giao điểm của AC và DM.

Suy ra O là trung điểm của AC.

ΔAHC vuông tại H $\Rightarrow HO = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}DM$

$\Rightarrow \Delta DHM$ vuông tại H $\Rightarrow \widehat{DHM} = 90^\circ$.

Chứng minh tương tự ta có $\widehat{MHF} = 90^\circ$.

Suy ra $\widehat{DHM} + \widehat{MHF} = 180^\circ$.

Do đó ba điểm D, H, F thẳng hàng.

Áp dụng hệ thức về cạnh và đường cao vào tam giác vuông DMF ta có

$$\frac{1}{MH^2}=\frac{1}{MD^2}+\frac{1}{MF^2}.$$

c) Ta có $\widehat{DMF} = 90^0 \Rightarrow MF \perp DM$.

Ta lại có $IO \perp DM \Rightarrow IO \,//\, MF$.

Vì O là trung điểm của DM nên I là trung điểm của DF.

Mặt khác $IK \perp AB$ ($K \in AB$) nên $IK \,//\, AD \,//\, BF$.

Suy ra IK là đường trung bình của hình thang ABFD $\Rightarrow IK = \frac{AD+BF}{2} = \frac{AM+BM}{2}$.

Áp dụng định lý Pythagoras vào hai tam giác vuông cân AMD và BMF, ta tính được

$AM = 6$ cm, $BM = 3$ cm

Vậy $IK = \frac{AM+BM}{2} = \frac{6+3}{2} = 4{,}5$ cm.

Bài 5. Gọi A là 1 trong 4037 điểm đã cho. Vẽ đường tròn tâm A bán kính là 1. Kí hiệu (A; 1).

- Nếu tất cả 4036 điểm còn lại đều nằm trong đường tròn này thì bài toán được chứng minh.
- Nếu tồn tại điểm B nằm ngoài đường tròn (A; 1) thì $AB > 1$, vẽ đường tròn tâm B bán kính bằng 1, kí hiệu là (B; 1).

Gọi C là điểm bất kì trong 4035 điểm còn lại.

Do A, B, C là ba điểm bất kì và $AB > 1$ nên theo giả thiết ta có $AC < 1$ hoặc $BC < 1$.

Suy ra C nằm trong (A; 1) hoặc (B; 1).

Do đó hai đường tròn (A; 1) và (B; 1) sẽ chứa hết toàn bộ 4035 điểm còn lại.

Theo nguyên lí Dirichlet một trong hai đường tròn này chứa ít nhất $\left[\frac{4035}{2}\right]+1=2018$ điểm nhưng tính cả điểm A hoặc B ta có 1 đường tròn trên chứa ít nhất 2019 điểm.

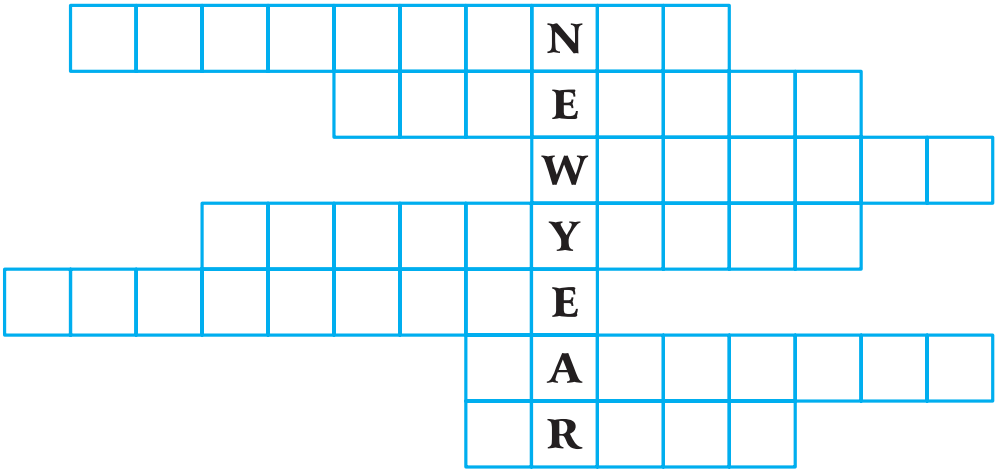
Vậy luôn tồn tại đường tròn bán kính bằng 1 chứa ít nhất 2019 điểm.

Ô chữ

NĂM MỚI

NGUYỄN THỊ HOA
GV. TH Sơn Lộc, Can Lộc, Hà Tĩnh

Trên mỗi hàng ngang của ô chữ này là các danh từ về chủ đề ngày Tết. Nào, chúng ta cùng điền các chữ cái thích hợp vào ô chữ để tìm ra những từ có ý nghĩa các bạn nhé!



Kết quả Ô chữ ĐỊA ĐIỂM THĂM QUAN (TTT2 số 188+189)

✻ RIVER	Dòng sông
✻ FACTORY	Nhà máy
✻ PARK	Công viên
✻ PRISON	Nhà tù
✻ CHURCH	Nhà thờ
✻ MUSEUM	Viện bảo tàng
✻ HOSPITAL	Bệnh viện
✻ RESTAURANT	Nhà hàng
✻ ROAD	Đường cao tốc
✻ BANK	Ngân hàng
✻ AIRPORT	Sân bay
✻ SCHOOL	Trường học
✻ HOTEL	Khách sạn
✻ LIBRARY	Thư viện
✻ SUPERMARKET	Siêu thị

Nhận xét. Năm bạn sau tìm đúng và đủ các địa điểm tham quan trong ô chữ, trình bày sạch đẹp được thưởng kì này: *Nguyễn Thị Phương Thảo A*, 7B, THCS Nguyễn Hiền, Nam Trực, **Nam Định**; *Lê Văn Minh*, 7C, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Nguyễn Vũ Thùy Linh*, 6B, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Phạm Thị Minh Anh*, 7A1, THCS Trưng Vương, Mê Linh, **Hà Nội**; *Nghiêm Thị Vân Anh*, 7A4, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh.**

Các bạn sau được khen: *Nguyễn Vũ Chí Nguyên*, 8D, *Bùi Phương Thanh*, 6A, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Trần Công Hưng*, 9A4, THCS Giấy Phong Châu, Phù Ninh, **Phú Thọ**; *Lương Việt Hương*, 7A, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Ngô Thị Thanh Huyền*, 7A4, THCS Yên Phong, Yên Phong; *Nguyễn Tiến Tuân*, 9C, THCS Nguyễn Cao, Quế Võ, **Bắc Ninh.**

NGUYỄN MINH THU

ĐỀ THI CÂU LẠC BỘ TTT

NGUYỄN ĐỨC TẤN

Kì 22

CLB1. Given three numbers a, b, c satisfying $a + b + c = \frac{1}{abc}$. Find the value of the following expression $M = \frac{(1+a^2b^2)(1+b^2c^2)}{b^2(c+a)^2(1+c^2a^2)}$.

CLB2. Prove that

$$\frac{1}{5}+\frac{1}{13}+\frac{1}{25}+...+\frac{1}{2018^2+2019^2}<\frac{9}{20}.$$

CLB3. Find x when

$$\frac{1}{x+5}+\frac{1}{(x+4)(x+5)}+\frac{1}{(x+3)(x+4)}+\frac{1}{(x+3)(3x+8)}=\frac{3}{2}.$$

CLB4. Find four numbers such that each one of them is exactly equal to the square of the sum of the other numbers.

CLB5. Quadrilateral ABCD with $\angle A = 140^o$; $\angle B = 100^o$, AB = BC = DA. What is the measure of $\angle ACD$?

ĐỖ ĐỨC THÀNH *(dịch)*

Kết quả Kì 20 (TTT2 số 188+189)

CLB1. Vì $a+b+c=\frac{1}{abc}$ nên abc(a + b + c) = 1.

$\Rightarrow 1+b^2c^2 = abc(a+b+c)+b^2c^2 = bc(a+b)(a+c)$.

$1+a^2c^2 = ac(b+a)(b+c)$; $1+a^2b^2 = ab(c+a)(c+b)$.

Vậy $\frac{(1+b^2c^2)(1+a^2c^2)}{c^2+a^2b^2c^2}=\frac{(1+b^2c^2)(1+a^2c^2)}{c^2(1+a^2b^2)}$

$=(a+b)^2$ là số chính phương (do a + b là số nguyên).

CLB2. Đặt $P(x) = ax(x-1)+bx+c$.

Khi đó $20 = P(0) = c \Rightarrow c = 20$.

$11 = P(1) = b + c = b + 20 \Rightarrow b = -9$.

$2017 = P(2) = 2a + 2b + c = 2a + 2 \Rightarrow a = \frac{2015}{2}$.

Vậy $P(x) = \frac{2015}{2}x(x-1)-9x+20$

$=\frac{2015}{2}x^2-\frac{2033}{2}x+20$.

CLB3. ✻ Nếu $n = 0$ thì $n^2-2n+15 = 15$, $7^n = 1$.

Có $15 \vdots 1 \Rightarrow n = 0$ (nhận).

✻ Nếu $n = 1$ thì $n^2-2n+15 = 14$, $7^n = 7$.

Có $14 \vdots 7 \Rightarrow n = 1$ (nhận).

✻ Nếu $n \in \mathbb{N}, n \geq 2 \Rightarrow 7^n \vdots 49$

$\Rightarrow n^2-2n+15=\left[(n-1)^2+14\right] \vdots 49 \Rightarrow \left[(n-1)^2+14\right] \vdots 7$

$(n-1)^2 \vdots 7 \Rightarrow (n-1) \vdots 7 \Rightarrow (n-1)^2 \vdots 49 \Rightarrow \left[(n-1)^2+14\right]$

không chia hết cho 49 (mâu thuẫn).

Vậy $n = 0; n = 1$.

CLB4. Vì mỗi số trên đường tròn bằng giá trị tuyệt đối của hiệu hai số đứng liền trước nó theo chiều quay của kim đồng hồ nên tất cả 24 số đều không âm. Gọi a là số lớn nhất trong 24 số đó. Kí hiệu 24 số ngược chiều kim đồng hồ bắt đầu từ số a là $a = t_1, t_2, t_3, ..., t_{24}$.

Khi đó $a = t_1 = |t_2 - t_3|$, mà $0 \leq t_2, t_3 \leq a$ nên hoặc $t_2 = a$, $t_3 = 0$ hoặc $t_2 = 0$, $t_3 = a$.

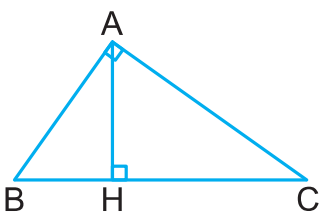
✻ Nếu $t_1 = t_2 = a$ thì $t_3 = 0$, $t_4 = t_5 = a$, $t_6 = 0$, $t_7 = t_8 = a$, ...

✻ Nếu $t_1 = 1$, $t_2 = 0$ thì $t_3 = t_4 = a$, $t_5 = 0$, $t_6 = t_7 = a$, ...

Như vậy, cả hai trường hợp, 24 số trên đường tròn sẽ lặp lại theo chu kì a, a, 0 hoặc a, 0, a. Do đó ta có $32 = 16a + 8.0 \Leftrightarrow a = 2$.

Vậy trên đường tròn có 16 số 2 và 8 số 0 được sắp xếp theo thứ tự các số lặp lại theo chu kỳ 2, 2, 0 hoặc 2, 0, 2.

CLB5.



(Xem tiếp trang 15)

Hỏi: Thủ thành Đặng Văn Lâm có phải là người Nga không anh?

NGUYỄN THỊ H
(THCS Cầu Giấy, Hà Nội)

Đáp:

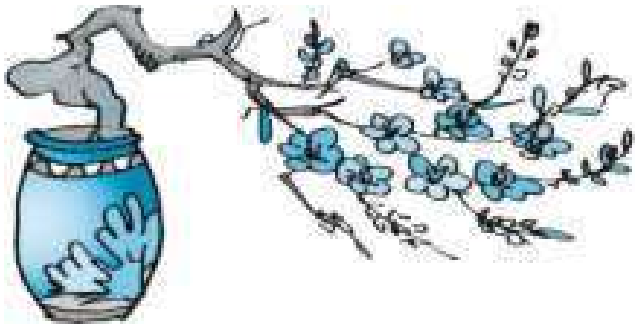
Em hỏi thì anh xin thưa
Văn Lâm người Việt, lại vừa người Nga
Gen Việt là của người cha
Máu Nga của mẹ, Lâm là con chung.

Hỏi: Anh Phó ơi, làm sao để xác định một năm là năm nhuận nhanh nhất?

HỒ VĂN Đ
(THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, Nghệ An)

Đáp:

Nhìn hai chữ số tận cùng
Chia thử cho 4 rồi tung trả lời
Không dư: Năm nhuận mỉm cười
Có dư: Năm nhuận xin mời đợi cho.

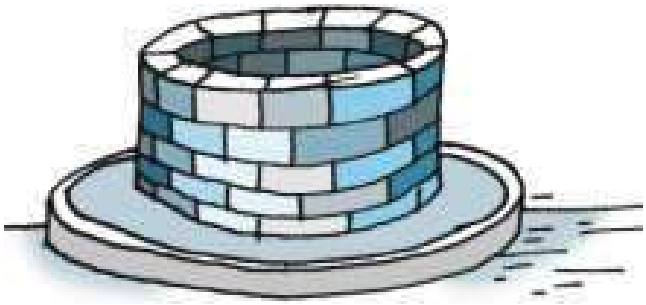


Hỏi: Anh cho em hỏi từ "đào" là động từ hay danh từ?

LÊ CÔNG T
(Thị trấn Nghèn, Can Lộc, Hà Tĩnh)

Đáp:

Từ "đào" mà đứng tự do
Thì anh xin chịu biết dò ra sao
Động từ : "đào giếng", "đào ao"
Danh từ như thế "hoa đào" đúng không?



Hỏi: Em hiểu: Trồng trọt là lĩnh vực sản xuất quan trọng của nông nghiệp: cung cấp lương thực, thực phẩm cho con người; thức ăn cho chăn nuôi; nguyên liệu cho công nghiệp; nông sản để xuất khẩu... Từ "trồng" thì em hiểu nhưng từ "trọt" thì bó tay.com luôn anh ơi!

VI VĂN H
(TP. Bắc Giang, Bắc Giang)

Đáp:

Anh biết là một số đông
Khi nghe từ "trọt" sẽ mông lung liền
Đây là từ thuộc vùng miền
"Trọt" là "chọc" lỗ ở trên …ruộng, vườn…

ANH PHÓ GỠ XƯA

CÁC LỚP 6 & 7

Bài 1(191). Cho số

$M = 1^1 + 2^2 + 3^3 + ... + 99^{99} + 100^{100}$.

Chứng minh rằng số M có 201 chữ số và tính tổng hai chữ số đầu tiên của số M.

NGUYỄN HẠ HÀ UYÊN

(TP. Hồ Chí Minh)

Bài 2(191). Cho

$$S = \frac{1}{2018}\left(\frac{2}{1} + \frac{3}{2} + \frac{4}{3} + ... + \frac{2019}{2018}\right).$$

Chứng minh rằng S không là số tự nhiên.

CAO NGỌC TOẢN

(GV. THPT Tam Giang, Phong Điền, Thừa Thiên - Huế)

Bài 3(191). Tìm các số tự nhiên $\overline{ab}$ sao cho $\overline{ab}, \overline{ba}, \overline{(a+1)b}, \overline{(b+1)a}$ là các số nguyên tố có hai chữ số.

LÊ SƠN TÙNG

(GV. THCS Lâm Thao, Lâm Thao, Phú Thọ)

Bài 4(191). Cho tam giác nhọn ABC. Dựng ra phía ngoài ΔABC các tam giác ACE và ABF thứ tự vuông cân tại E và F. Dựng tam giác DEF vuông cân tại D sao cho A và D cùng thuộc nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng EF. Chứng minh rằng AD vuông góc với BC.

TRẦN QUANG HÙNG

(GV. THPT chuyên KHTN Hà Nội)

SOLVE VIA MALL COMPETITION QUESTIONS

Translated by Thanh Do Duc

1(191). Given that

$M = 1^1 + 2^2 + 3^3 + ... + 99^{99} + 100^{100}$.

Show that M has 201 digits and find the first 2 digits of M.

2(191). Given that

$$S = \frac{1}{2018}\left(\frac{2}{1} + \frac{3}{2} + \frac{4}{3} + ... + \frac{2019}{2018}\right).$$

Prove that S is not a natural number.

3(191). Find all the 2-digit numbers having the form $\overline{ab}$ such that $\overline{ab}, \overline{ba}, \overline{(a+1)b}, \overline{(b+1)a}$ are all 2-digit prime numbers.

4(191). Given acute triangle ABC, we construct two right-angled isosceles triangles ACE with hypotenuse AC and ABF with hypotenuse AB (both of them are outside triangle ABC). Then, we construct another right-angled isosceles DEF with hypotenuse EF such that A, D and are on the same plane side of EF. Show that AD is perpendicular to BC.

CÁC LỚP THCS

Bài 5(191). Cho các số thực x, y thỏa mãn

$$\begin{cases} x^3 + y^3 = 1948 \\ (x+y)(x+1)(y+1) = 2017. \end{cases}$$

Tính x + y.

NGUYỄN NGỌC HÙNG

(GV. THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, Hà Tĩnh)

Bài 6(191). Giả sử a và b là hai số thực sao cho phương trình $x^4 + ax^3 + 3x^2 + 2bx + 2 = 0$ có ít nhất một nghiệm thực.

Chứng minh rằng $a^2 + 2b^2 \geq 12$.

VÕ QUỐC BÁ CẨN

(Trường THCS Archimedes Academy, Hà Nội)

Bài 7(191). Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ x\sqrt{y} + y\sqrt{z} + z\sqrt{x} = \sqrt{xyz} + 2. \end{cases}$$

THÁI NHẬT PHƯỢNG

(GV. THCS Nguyễn Văn Trỗi, Cam Nghĩa, Cam Ranh, Khánh Hòa)

Bài 8(191). Cho tam giác nhọn ABC (AB < AC). Các điểm D và E thứ tự thuộc các cạnh AB và AC sao cho BD = CE. Chứng minh rằng trọng tâm G của tam giác ADE thuộc một đoạn thẳng cố định khi D và E di chuyển trên AB và AC.

ĐOÀN VĂN TRÚC

(GV. THCS Nguyễn Trãi, Mộ Đức, Quảng Ngãi)

SOLVE VIA MALL COMPETITION QUESTIONS

Translated by Thanh Do Duc

5(191). Given real numbers x and y satisfying

$$\begin{cases} x^3 + y^3 = 1948 \\ (x+y)(x+1)(y+1) = 2017. \end{cases}$$

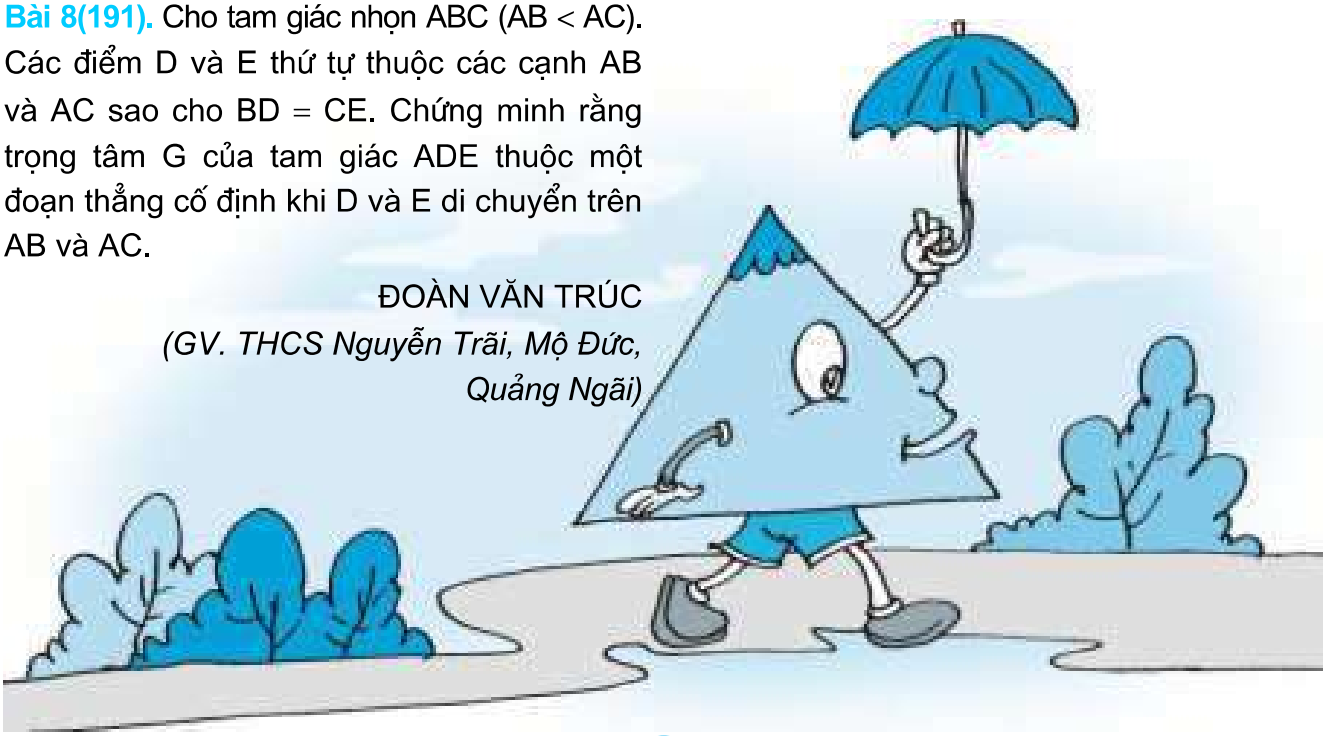
Find the sum x + y.

6(191). Given real numbers a and b such that the equation $x^4 + ax^3 + 3x^2 + 2bx + 2 = 0$ has at least one real root.

Prove that $a^2 + 2b^2 \geq 12$.

7(191). Solve the following system of equations $\begin{cases} x + y + z = 3 \\ x\sqrt{y} + y\sqrt{z} + z\sqrt{x} = \sqrt{xyz} + 2. \end{cases}$

8(191). Given an acute triangle ABC (AB < AC). D and E are on side AB and side AC respectively so that BD = CE. Prove that the centroid G of triangle ADE would move along a fixed line when points D and E move along the segments AB and AC respectively.



Bạn đã có TỔNG TẬP TOÁN TUỔI THƠ NĂM 2018 ?

- Đóng tập 12 số tạp chí cả năm 2018.
- Đóng bìa cứng.
- Tiện tra cứu cho thầy cô.
- Bồi dưỡng học sinh giỏi.
- Lưu trữ trong thư viện.
- Quà tặng học sinh giỏi.
- Giá bìa: 170000 đồng.

Tạp chí còn có tổng tập các năm 2013, 2014, 2016, 2017. Các bạn có nhu cầu hãy liên hệ theo số điện thoại 024 35682701.

TIN TỨC - HOẠT ĐỘNG - GẶP GỠ

Ngày 21.12.2018, Trường THCS Cầu Giấy, Q. Cầu Giấy, Hà Nội đã tổ chức Lễ trao giải Kì thi Vô địch Toán cấp Trung học Úc mở rộng (AIMO) năm 2018 tại Việt Nam. Đến dự có GS. TSKH. Phạm Thế Long, Phó Chủ tịch Hội Toán học Việt Nam; GS. TSKH. NGND. Nguyễn Văn Mậu, Chủ tịch Hội Toán học Hà Nội; TS. Tạ Ngọc Trí, Phó Vụ trưởng Vụ Giáo dục Tiểu học, Bộ Giáo dục và Đào tạo, ... Cuộc thi AIMO năm 2016 lần đầu tiên được Trường THCS Cầu Giấy đăng cai tổ chức tại Việt Nam vào ngày 11.9.2016. Cuộc thi năm nay có gần 1000 thí sinh đến từ 50 trường THCS và THPT trên địa bàn TP. Hà Nội tham gia. Kết quả có 14 thí sinh đạt chứng chỉ Hạng Prize và 32 thí sinh đạt chứng chỉ Hạng High Distinction. Đặc biệt thí sinh Nguyễn Thiện Hải An, 9A0, THCS Nguyễn Trường Tộ, Q. Đống Đa, Hà Nội đã đạt điểm tuyệt đối 35/35 điểm và trở thành thí sinh có kết quả cao nhất của khối 9. Thí sinh Đặng Quang Thắng, 8A2, THCS Cầu Giấy, Q. Cầu Giấy, Hà Nội đạt 34/35 điểm và là thí sinh có điểm cao nhất khối 8.

TTT

Dành cho giáo viên, phụ huynh và trẻ em từ 12 tuổi đến dưới 16 tuổi.
Giấy phép xuất bản: số 31/GP-BVHTT, cấp ngày 23/1/2003 của Bộ Văn hóa và Thông tin.
Mã số: 8BTT191M19. **In tại:** Công ty cổ phần in Công Đoàn Việt Nam, 167 Tây Sơn, Đống Đa, Hà Nội. In xong và nộp lưu chiểu tháng 01 năm 2019.

Giá: 10 000 đồng