NĂM THỨ MƯỜI BA
ISSN 1859-2740
109
03/2012
Giá: 7000đ

Toán tuổi thơ 2

TRUNG HỌC CƠ SỞ

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM - BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

9.6.2012 Olympic Toán Tuổi thơ toàn quốc tổ chức tại Cà Mau

31.3.2012 Giờ Trái đất

BÀI PHÁT BIỂU CỦA TỔNG BIÊN TẬP NXB GIÁO DỤC VIỆT NAM TS. NGUYỄN QUÝ THAO

Nhân dịp tạp chí Toán Tuổi thơ kỉ niệm 10 năm thành lập, thay mặt Hội đồng thành viên, Ban Tổng Giám đốc, Ban Tổng biên tập, Đảng ủy NXBGD Việt Nam, xin gửi tới tập thể cán bộ, nhân viên Tạp chí, các nhà khoa học, sư phạm, các thầy các cô cùng các cộng tác viên và bạn đọc Toán Tuổi thơ lời chúc mừng nồng nhiệt nhất.

Năm 2000, tạp chí Toán Tuổi thơ ra mắt độc giả số đầu tiên (khi đó còn là phụ trương của tạp chí Toán học & Tuổi trẻ) và năm 2002, Toán Tuổi thơ chính thức trở thành một đơn vị trong làng báo, tạp chí Việt Nam nói chung và là đơn vị thuộc NXBGD Việt Nam nói riêng.

Tạp chí đang trong những ngày vui kỉ niệm 10 năm thành lập với những cố gắng và thành tựu đáng trân trọng và ghi nhận. Tạp chí ngày càng được quý thầy cô giáo, các bậc phụ huynh và các em học sinh tin cậy, yêu mến vì Toán Tuổi thơ không chỉ có nhiều bài vở phong phú, hình ảnh sinh động mà còn là mảnh đất tốt ươm mầm tài năng cho những học sinh yêu môn Toán; chắp cánh cho các em vươn tới những chân trời mới lạ của toán học. Đặc biệt, trong những năm gần đây, Toán Tuổi thơ đã tiếp cận được phương pháp học tập tiên tiến, tư duy sáng tạo: học mà vui, vui mà học; học để biết, biết để sống, sống để yêu cuộc sống, yêu những người thân, yêu thương bạn bè và quê hương đất nước.

Thay mặt Ban Tổng Giám đốc, Đảng ủy NXBGD Việt Nam, tôi biểu dương tạp chí Toán Tuổi thơ đã có nhiều đổi mới, cải tiến để thích ứng với những biến chuyển, đổi thay trong dạy và học toán ở nước ta trong thời gian qua. Tôi ghi nhận và đánh giá cao những nỗ lực của Tạp chí, Hội đồng biên tập, các cộng tác viên trên cả nước đã góp sức và trí tuệ làm nên thành quả hôm nay: với hơn 10 triệu bản Toán Tuổi thơ đã được chuyển đến tay bạn đọc trong 10 năm qua.

Tôi cũng biểu dương tạp chí Toán Tuổi thơ đã có sáng kiến tổ chức nhiều hoạt động xã hội như tặng sách báo cho thư viện, xây nhà tình nghĩa. Đặc biệt, Tạp chí đã tổ chức thành công 7 kì Olympic Toán Tuổi thơ toàn quốc, lần lượt diễn ra trên khắp mọi vùng miền từ Bắc chí Nam, từ miền xuôi đến miền núi, tạo hiệu ứng tốt cho phong trào đọc Toán Tuổi thơ nói riêng cũng như dạy và học Toán nói chung. Tôi mong Tạp chí tổng kết kinh nghiệm, phát huy hiệu quả những việc đã làm để tổ chức tốt hơn nữa hoạt động này trong các năm tới. Năm nay - 2012, Olympic Toán Tuổi thơ toàn quốc sẽ diễn ra tại Cà Mau, NXBGD Việt Nam sẽ tiếp tục chỉ đạo và hỗ trợ tạp chí để tổ chức thành công cuộc thi này.

Trong giai đoạn mới, mong rằng Toán Tuổi thơ tiếp tục cố gắng nâng cao chất lượng, cập nhật nhiều thông tin và cách tiếp cận mới, có những điều chỉnh các chuyên mục cần thiết để đáp ứng tốt hơn nữa nhu cầu bạn đọc trên khắp mọi miền đất nước, góp phần đổi mới phương pháp dạy học và tự học của học sinh.

Tôi cũng mong các nhà khoa học, các cán bộ quản lí, các nhà giáo tâm huyết, các cộng tác viên thân thiết cùng các em học sinh ham học hỏi tiếp tục cộng tác chặt chẽ với Tạp chí, cùng góp công sức và trí tuệ để xây dựng Tạp chí vững mạnh và đến được với nhiều bạn đọc trong cả nước hơn nữa.

Chúc mừng tạp chí Toán Tuổi thơ về những kết quả đã đạt được trong 10 năm qua! Chúc mừng Tạp chí vừa được Nhà nước tặng Huân chương Lao động hạng Ba! Chúc Tạp chí luôn vững bước trong sự phát triển chung của NXBGD Việt Nam!

Nhân dịp này, chúng tôi xin gửi tới các nhà khoa học, sư phạm, quý thầy cô giáo, cùng các cộng tác viên, các bậc phụ huynh, quý thầy cô trong Hội đồng biên tập và các em học sinh lời cảm ơn chân thành và lời chúc Sức khỏe - Thành công.

Xin trân trọng cảm ơn!

THƯ CẢM ƠN

Hội nghị cộng tác viên kỉ niệm 10 năm thành lập Tạp chí Toán Tuổi thơ đã nhận được tặng phẩm, lẵng hoa chúc mừng của: Sở Giáo dục & Đào tạo Vĩnh Phúc, Phòng Giáo dục Tiểu học - Sở Giáo dục & Đào tạo Quảng Ninh, Tạp chí Toán học & Tuổi trẻ, Tạp chí Văn học & Tuổi trẻ, NXBGD tại Hà Nội, Xí nghiệp Bản đồ I - Bộ Quốc phòng, Công ti cổ phần Văn phòng phẩm Hồng Hà, Công ti Sách - Thiết bị giáo dục Hải Dương, Công ti cổ phần Dịch vụ xuất bản Giáo dục Hà Nội, Chi bộ Văn phòng II - NXBGD Việt Nam. Các báo, đài VTV, Hànộimới, Giáo dục và thời đại, Tiền phong, Thiếu niên Tiền phong... đã đưa tin, bài, giới thiệu.

Tạp chí xin chân thành cảm ơn.

TTT

HỘI NGHỊ CỘNG TÁC VIÊN ...

(Tiếp theo bìa 2)

đại diện báo Văn nghệ, báo Thiếu niên Tiền phong, VTC...; đại diện Xí nghiệp Bản đồ I - Bộ Quốc phòng, Công ti CP in Diên Hồng; Công ti Sách - TBGD Hải Dương...; các cộng tác viên thân thiết, các phóng viên và cán bộ Tòa soạn.

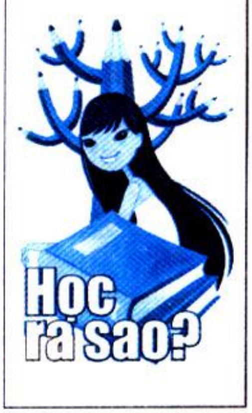
ThS. Vũ Kim Thủy, Tổng Biên tập Tạp chí đã ôn lại chặng đường hơn 10 năm, từ lúc nhen nhóm ý tưởng, đến khi Tạp chí ra đời và quá trình trưởng thành cho đến ngày nay. ThS. Vũ Kim Thủy cũng bày tỏ lòng cảm ơn chân thành tới các cộng tác viên trên cả nước, các ban ngành hữu quan đã góp phần quan trọng trong sự thành công của Tạp chí, đặc biệt là sự cộng tác của các ủy viên Hội đồng biên tập, các cộng tác viên nội dung và phát hành, những người hàng ngày cùng tạp chí truyền tải đến các độc giả yêu toán những ấn phẩm giàu trí tuệ và vui tươi, dí dỏm đậm chất học đường.

TS. Nguyễn Quý Thao, Tổng Biên tập kiêm Phó Tổng Giám đốc NXBGD Việt Nam, thay mặt lãnh đạo NXBGD Việt Nam đã phát biểu ý kiến, biểu dương những đóng góp của Tạp chí trong hơn 10 năm qua.

Tại hội nghị cũng đã diễn ra lễ trao tặng Kỉ niệm chương "Vì trế hệ trẻ" của Trung ương Đoàn TNCS Hồ Chí Minh cho các cộng tác viên và cán bộ tạp chí: ThS. Hoàng Lê Bách, Giám đốc nhân sự NXBGD Việt Nam; Ông Vũ Duy Cảng, Phó Trưởng phòng Tiểu học, Sở GD&ĐT Thanh Hóa; ThS. Vũ Văn Dương, Phó Giám đốc Công ti CP Dịch vụ XB GD Hà Nội; Bà Phan Thị Hương, BTV tạp chí Toán Tuổi thơ; Ông Nguyễn Đức Tấn, ủy viên Hội đồng biên tập TTT2; Bà Trần Thị Thủy, chuyên viên Phòng GD&ĐT TP. Việt Trì, Phú Thọ; TS. Ngô Ánh Tuyết, Phó Tổng biên tập, NXBGD Việt Nam; ThS. Lê Thị Hồng Vân, Công ti CP Dịch vụ XB GD Hà Nội.

Thay mặt cho các cộng tác viên thân thiết, ông Nguyễn Đức Tấn đã phát biểu, cảm ơn cán bộ tạp chí đã tạo ra một sân chơi bổ ích cho thầy, trò và những người quan tâm đến việc giảng dạy môn toán cho thế hệ trẻ.

TTT



SÁNG TÁC CÁC BÀI TOÁN DỰA TRÊN NHỮNG CÁCH GIẢI KHÁC NHAU

(Tiếp theo kì trước)

PGS.TS. LÊ QUỐC HÁN *(Đại học Vinh)*
ThS. LÊ THỊ NGỌC THÚY *(CĐSP Nghệ An)*

Sau đây chúng tôi trình bày một số cách giải bài toán 1 thiên về sử dụng các kiến thức định lượng (tính toán hình học).

Cách giải thứ ba.

Vì $AB = a\sqrt{2}$ và $BD = 2a$ nên $\frac{BD}{AB} = \sqrt{2} = \frac{AB}{BC}$.

Từ đó $\Delta DBA \backsim \Delta ABC$ (c.g.c).

Do đó $\widehat{ADB} = \widehat{CAB}$.

Xét tam giác ABC có

$$\widehat{ABO} = \widehat{ACB} + \widehat{CAB} = \widehat{ACB} + \widehat{ADB}.$$

Vậy $\widehat{ABO} = \widehat{ACO} + \widehat{ADO}$.

Nhận xét. Phân tích cách giải thứ ba ta thấy mấu chốt của nó là sự đồng dạng của hai tam giác ABD và CAB nhờ các tỉ số $\frac{BD}{AB}$ và $\frac{AB}{BC}$ bằng nhau. Từ đó nhận được bài toán sau.

Bài toán 4. Cho $\widehat{xOy} = \alpha$. Trên Ox có một điểm A, trên Oy có ba điểm B, C, D phân biệt sao cho D thuộc tia BC và $BC.BD = AB^2$.

Chứng minh $\widehat{ABO} = \widehat{ACO} + \widehat{ADO}$.

Nhận xét. Hiển nhiên, khi $\alpha = 90^o$ thì việc tính các tỉ số $\frac{BD}{AB}$ và $\frac{AB}{BC}$ dễ dàng hơn.

Chẳng hạn nếu $\alpha = 90^o$ và A trên Ox sao cho $OA = a$. Trên Oy lấy các điểm $B_1, B_2, \ldots, B_m, \ldots, B_{m+k}$ liên tiếp sao cho

$$OB_1 = B_1B_2 = \ldots = B_{m+k-1}B_{m+k} = a,$$

với m, k là các số nguyên dương.

Hãy tìm số nguyên dương n ($n \le k$) sao cho

$$\frac{AB_m}{B_mB_{m+n}} = \frac{B_mB_{m+k}}{AB_m} \text{ hay } a^2 + (ma)^2 = na.ka.$$

Từ đó $1 + m^2 = nk$.

Như vậy nhận được bài toán sau:

Bài toán 4a. Cho góc vuông xOy. Trên Ox lấy điểm A sao cho $OA = a$, trên Oy lấy các điểm $B_1, B_2, \ldots, B_m, \ldots, B_{m+k}$ liên tiếp sao cho

$$OB_1 = B_1B_2 = \ldots = B_{m+k-1}B_{m+k} = a.$$

Chứng minh rằng điều kiện cần và đủ để $\widehat{AB_mO} = \widehat{AB_{m+n}O} + \widehat{AB_{m+k}O}$ là $1 + m^2 = nk$.

Cách giải thứ tư (sử dụng định nghĩa hàm số lượng giác góc nhọn).

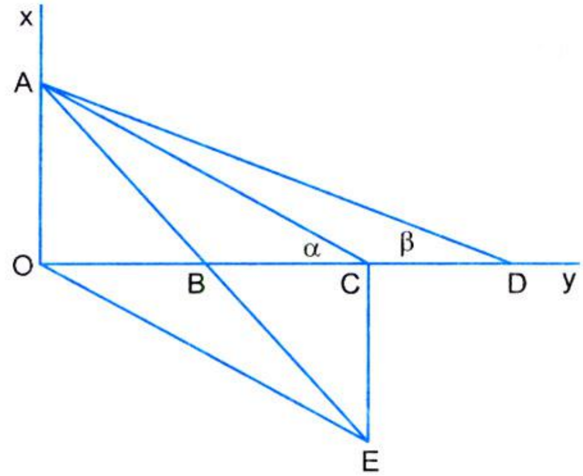
Đặt $\widehat{ACO} = \alpha$, $\widehat{ADO} = \beta$.

Khi đó $tg\alpha = \frac{1}{2}$, $tg\beta = \frac{1}{3}$.

Bài toán đã cho đưa về bài toán sau.

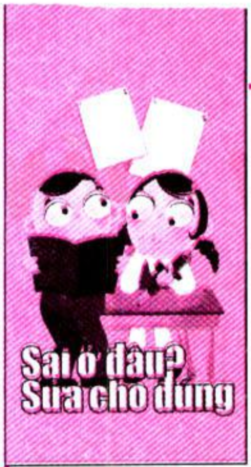
Bài toán 5. Cho hai góc nhọn α và β thỏa mãn điều kiện $tg\alpha = \frac{1}{2}$, $tg\beta = \frac{1}{3}$.

Chứng minh $\alpha + \beta = 45^o$.



Nhận xét. Để giải bài toán 5, ta có thể sử dụng bài toán quen thuộc sau.

(Xem tiếp trang 26)



● *Kì này* Một thoáng bối rối

Bài toán. Rút gọn biểu thức: $A = \sqrt{4 + 2\sqrt{4 - x^2}}\,(\sqrt{2 + x} - \sqrt{2 - x})$.

Một bạn học sinh đã giải bài toán này như sau:

Điều kiện $-2 \le x \le 2$.

Ta có:

$$A^2 = (4 + 2\sqrt{4 - x^2})(2 + x - 2\sqrt{4 - x^2} + 2 - x)$$
$$= (4 + 2\sqrt{4 - x^2})(4 - 2\sqrt{4 - x^2})$$
$$= 16 - 4(4 - x^2) = 4x^2.$$

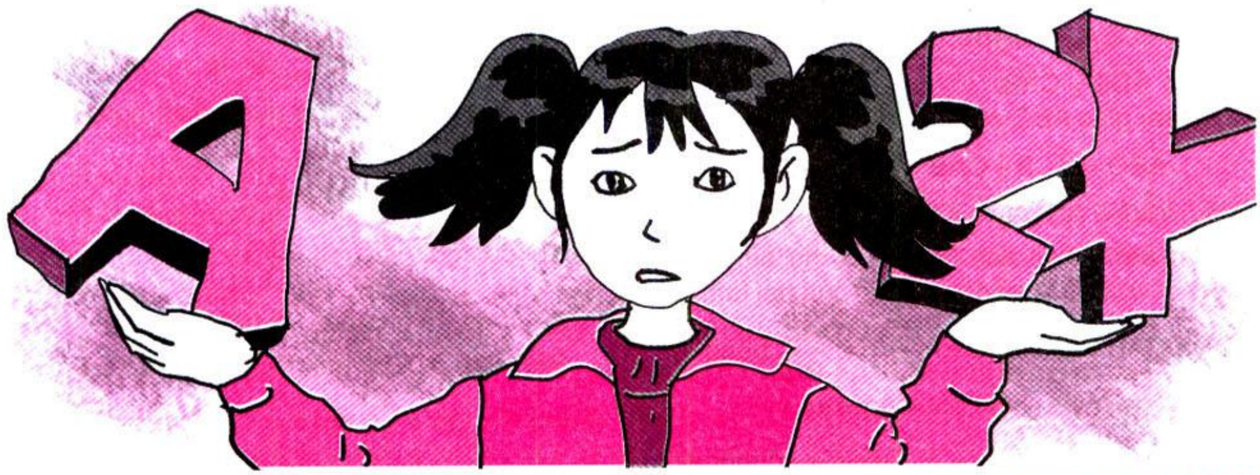
Do đó $A = \sqrt{4x^2} = |2x|$.

Nếu $-2 \le x < 0$ thì $A = -2x$.

Nếu $0 \le x < 2$ thì $A = 2x$.

Theo bạn thì lời giải trên đã đúng chưa?

NGUYỄN ĐỨC TẤN *(TP. Hồ Chí Minh)*



● *Kết quả* BẠN CÓ ĐỒNG Ý KHÔNG? (TTT2 số 107)

Nhận xét. Kì này tuy có khá nhiều bài của các bạn gửi về, nhưng chỉ có bạn *Nguyễn Phùng Thái Cương*, 7B, THCS Hòa Hiếu II, TX. Thái Hòa, **Nghệ An** chỉ ra được hết chỗ sai và đưa ra được lời giải đúng. Bài giải có 2 chỗ sai: một là viết nhầm $2a + 3 = 9$ thành $2a + 1 = 9$. Có lẽ là khi phát hiện ra chỗ sai này các bạn yên tâm không còn chỗ sai khác nữa, trong khi sai lầm thứ hai mới là sai lầm chủ yếu. Trong bài giải mới chỉ xét trường hợp các số nguyên đã cho sắp xếp theo thứ tự tăng dần, còn thiếu trường hợp sắp xếp theo thứ tự giảm dần.

Lời giải đúng. Trường hợp 1: như trong bài đã viết với bốn số đã cho sắp xếp theo thứ tự tăng dần, ta tìm được bốn số thỏa mãn đề bài là 3; 4; 5; 6.

Trường hợp 2: bốn số đã cho sắp xếp theo thứ tự giảm dần $n + 3$; $n + 2$; $n + 1$; n. Giải tương tự ta tìm được $n = -6$, từ đó ta có bốn số nguyên cần tìm là -3; -4; -5; -6.

Phần thưởng kì này được trao cho bạn Cương. Các bạn khác hãy cố gắng hơn nữa ở những số tới nhé.

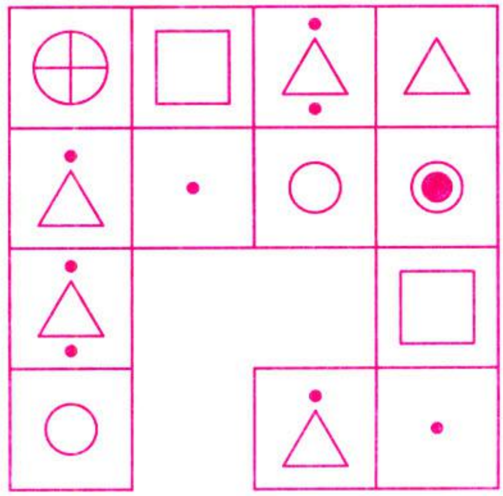
ANH KÍNH LÚP

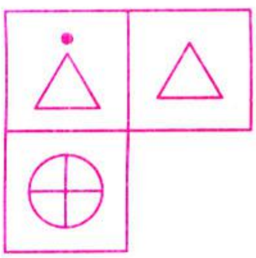
IQ
Đo trí thông minh

● *Kì này* Hình nào còn thiếu?

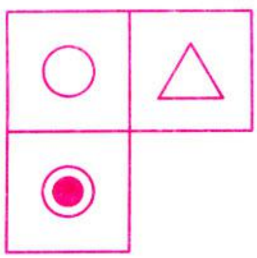
Bạn hãy chọn một trong các hình A, B, C, D để điền vào chỗ còn thiếu trong hình bên cho hợp lôgic.

ĐỖ TRUNG HIỆU *(sưu tầm)*

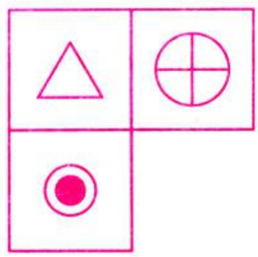




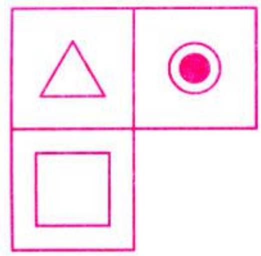
A



B



C



D

● *Kết quả* Hình giao nhau (TTT2 số 107)

Nhận xét. Có rất nhiều bài của các bạn gửi về tòa soạn với các lập luận khác nhau nhưng đều chọn phương án B. Các bài đều trình bày tương đối dài dòng. Lập luận sau dựa theo bạn *Trần Minh Hiếu*, 6B, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**.

Quy luật. Theo hàng ngang: Mỗi hàng đều có 2 hình chữ nhật, 2 hình tam giác, 2 hình elíp (hình bầu dục) 1 nằm "dọc" và 1 nằm "ngang". Hàng cuối cùng đã có 2 hình chữ nhật (1 nằm dọc, 1 nằm ngang), 1 tam giác và 1 elíp đều nằm ngang, thiếu 1 tam giác và 1 elíp nằm dọc. Hình B thỏa mãn điều kiện này. Trong lập luận này không cần đến các dấu gạch chéo, tròn và vành khuyên.

Các bạn sau nhận giải kì này: *Trần Minh Hiếu*, 6B, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Nguyễn Thị Đào*, 6C, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Nguyễn Công Huynh*, 6A4, THCS Núi Đèo, Thủy Nguyên, **Hải Phòng**; hai bạn *Nguyễn Thị Anh Thư* và *Võ Thị Bích Hợp*, 6G, THCS Lương Thế Vinh, TP. Tuy Hòa, **Phú Yên**; hai bạn *Hà Hùng Sơn* và *Nguyễn Vũ Thái Trâm*, 7A1, THCS Giảng Võ, Ba Đình, **Hà Nội**.

TTT khen các bạn sau cũng có lời giải tốt: *Trần Thị Thảo Nguyên*, 7A, THCS Xuân Diệu, thị trấn Nghèn, Can Lộc, **Hà Tĩnh**; hai bạn *Nguyễn Quốc Nghiên* và *Nguyễn Văn Thịnh*, 7A, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Trần Thị Thư*, 8A3, THCS Xuân Trường, Xuân Trường, **Nam Định**; *Nguyễn Mai Linh*, 8A5, THCS Hữu Nghị, TP. Hòa Bình, **Hòa Bình**; *Mai Ngọc Long*, 6A8, THCS Chu Văn An, Ngô Quyền, **Hải Phòng**.

NGUYỄN XUÂN MAI

SỬ DỤNG BẤT ĐẲNG THỨC CÔSI NHỜ KĨ THUẬT TÁCH SỐ

ĐINH VĂN ĐÔNG *(GV. THCS Thanh An, Thanh Hà, Hải Dương)*

Một số bài toán cực trị "có dạng của bất đẳng thức Côsi" nhìn qua có vẻ như không khó, nhưng để tìm ra được lời giải đúng đôi khi các bạn học sinh vẫn khá lúng túng hoặc mắc những sai lầm cơ bản trong việc vận dụng. Bài viết này đưa ra một số bài toán cực trị giải bằng kĩ thuật tách số giúp các em có được kĩ năng sử dụng bất đẳng thức Côsi sáng tạo và tránh một số sai lầm cơ bản.

Bài toán 1. Cho $x > 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = 2x + \frac{1}{x^2}$.

Lời giải 1. Áp dụng bất đẳng thức Côsi cho 2 số dương, ta có $A = 2x + \frac{1}{x^2} \geq 2\sqrt{2x.\frac{1}{x^2}} = 2\sqrt{\frac{2}{x}}$.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi

$$2x = \frac{1}{x^2} \Leftrightarrow x^3 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{\frac{1}{2}}.$$

Vậy $\min A = 2\sqrt{\frac{2}{x}} = 2\sqrt[6]{16}$, đạt được khi và chỉ khi $x = \sqrt[3]{\frac{1}{2}}$.

Lời giải 2. Tách $A = 2x + \frac{1}{x^2} = x + x + \frac{1}{x^2}$.

Áp dụng bất đẳng thức Côsi cho 3 số dương, ta có $x + x + \frac{1}{x^2} \geq 3\sqrt[3]{x.x.\frac{1}{x^2}} = 3$.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $x = \frac{1}{x^2} \Leftrightarrow x = 1$.

Vậy $\min A = 3$, đạt được $x = 1$.

Nhận xét. Trong lời giải 1, ta sử dụng bất đẳng thức Côsi nhưng vẫn còn biến x nên không thể kết luận giá trị nhỏ nhất của A. Với kĩ thuật tách như trên, ta thấy lời giải 2 là đúng.

Bài toán 2. Cho $x > 0, y > 0, x + y \leq 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = xy + \frac{9}{xy}$.

(Đề thi chọn học sinh giỏi lớp 9, tỉnh Hải Dương, năm học 2008 - 2009)

Lời giải 1. Ta có

$$M = xy + \frac{9}{xy} \geq 2\sqrt{xy.\frac{9}{xy}} = 2.3 = 6 \Rightarrow \min M = 6.$$

Lời giải 2. Ta có $1 \geq x + y \geq 2\sqrt{xy} \Rightarrow 0 < xy \leq \frac{1}{4}$.

Ta có $xy = \frac{1}{4} \Leftrightarrow x = y = \frac{1}{2}$.

Mặt khác, $M = xy + \frac{1}{16xy} + \frac{143}{16xy}$

$$\geq 2\sqrt{xy.\frac{1}{16xy}} + \frac{143}{16}.\frac{1}{xy} \geq \frac{1}{2} + \frac{143}{4} = \frac{145}{4}.$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $x = y = \frac{1}{2}$.

Vậy $\min M = \frac{145}{4}$, đạt được tại $x = y = \frac{1}{2}$.

Nhận xét. Trong lời giải 1, ta không sử dụng giả thiết $x + y \leq 1$. Ta có $xy = \frac{9}{xy} \Leftrightarrow xy = 3$ (vì $x > 0$, $y > 0$). Ta thấy ngay không thể tồn tại hai số x, y thỏa mãn $x > 0$, $y > 0$, $x + y \leq 1$ và $xy = 3$. Lời giải 2 là đúng vì với kĩ thuật tách, hai dấu đẳng thức xảy ra đồng thời nên tìm được giá trị nhỏ nhất của M.

Bài toán 3. Cho $x > 0, y > 0, x + y \leq \frac{4}{3}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = x + y + \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$.

(Đề thi tuyển sinh lớp 10 chuyên Toán, tỉnh Hà Tây, năm học 2006 - 2007)

Lời giải 1. Ta có

$$S=\left(x+\frac{1}{x}\right)+\left(y+\frac{1}{y}\right)\ge 2\sqrt{x.\frac{1}{x}}+2\sqrt{y.\frac{1}{y}}=4.$$

Vậy minS = 4.

Lời giải 2. Tách $\frac{1}{x}=\frac{4}{9x}+\frac{5}{9x}$ và $\frac{1}{y}=\frac{4}{9y}+\frac{5}{9y}$.

Khi đó $S=\left(x+\frac{4}{9x}\right)+\left(y+\frac{4}{9y}\right)+\frac{5}{9}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)$

$$\ge 2\sqrt{x.\frac{4}{9x}}+2\sqrt{y.\frac{4}{9y}}+\frac{5}{9}.\frac{4}{x+y}=\frac{4}{3}+\frac{4}{3}+\frac{5}{3}=\frac{13}{3}.$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $x=y=\frac{2}{3}$.

Vậy $\min S=\frac{13}{3}$, đạt được tại $x=y=\frac{2}{3}$.

Nhận xét. Trong lời giải 1, đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi x = y = 1, không thỏa mãn $x+y\le\frac{4}{3}$.

Lời giải 2 là đúng vì thỏa mãn điều kiện.

Bài toán 4. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$A=\frac{(x+y+1)^2}{xy+x+y}+\frac{xy+x+y}{(x+y+1)^2}$$

(với x, y là các số thực dương).

(Đề thi chọn học sinh giỏi lớp 9, tỉnh Hải Dương, năm học 2009 - 2010)

Lời giải 1. Đặt $t=\frac{(x+y+1)^2}{xy+x+y}$, với $t>0$.

Ta có $A=t+\frac{1}{t}\ge 2\sqrt{t.\frac{1}{t}}=2$. Suy ra minA = 2.

Lời giải 2. Đặt $t=\frac{(x+y+1)^2}{xy+x+y}$.

Ta chứng minh $t\ge 3$.

Thật vậy, $t\ge 3\Leftrightarrow 2(x+y+1)^2\ge 6(x+y+xy)$

$\Leftrightarrow (x-y)^2+(x-1)^2+(y-1)^2\ge 0$: đúng.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi x = y = 1.

Ta có $A=\frac{8t}{9}+\left(\frac{t}{9}+\frac{1}{t}\right)\ge\frac{8}{9}.3+2\sqrt{\frac{t}{9}.\frac{1}{t}}=\frac{10}{3}$.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi

$t=3\Leftrightarrow x=y=1$.

Vậy $\min A=\frac{10}{3}$, đạt được tại x = y = 1.

Nhận xét. Trong lời giải 1, đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $t=\frac{1}{t}\Leftrightarrow t=1$ (vì $t>0$). Khi đó $\frac{(x+y+1)^2}{xy+x+y}=1$

$\Leftrightarrow x^2+y^2+1+x+y+xy=0$

$\Leftrightarrow x^2+x(y+1)+(y^2+y+1)=0.$ (1)

Coi đây là phương trình ẩn x.

Ta có $\Delta=-3y^2-2y-3=-3(y+\frac{1}{3})^2-\frac{8}{3}<0$.

Do đó (1) vô nghiệm nên giá trị nhỏ nhất của A không thể bằng 2. Lời giải 2 là đúng.

Bài toán 5. Cho $x>0$, $y>0$ thỏa mãn $x+y\ge 6$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P=3x+2y+\frac{6}{x}+\frac{8}{y}.$$

(Đề thi tuyển sinh lớp 10 Đại học Sư phạm Hà Nội, năm học 2002 - 2003)

Lời giải 1. Ta có

$$P=\left(3x+\frac{6}{x}\right)+\left(2y+\frac{8}{y}\right)\ge 2\sqrt{3x.\frac{6}{x}}+2\sqrt{2y.\frac{8}{y}}=6\sqrt{2}+8.$$

Vậy $\min P=6\sqrt{2}+8$.

Lời giải 2. Tách $3x=\frac{3x}{2}+\frac{3x}{2}$, $2y=\frac{y}{2}+\frac{3y}{2}$.

Ta có $P=\left(\frac{3x}{2}+\frac{6}{x}\right)+\left(\frac{y}{2}+\frac{8}{y}\right)+\frac{3}{2}(x+y)$

$$\ge 2\sqrt{\frac{3x}{2}.\frac{6}{x}}+2\sqrt{\frac{y}{2}.\frac{8}{y}}+\frac{3}{2}.6=6+4+9=19.$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi

$$\frac{3x}{2}=\frac{6}{x},\ \frac{y}{2}=\frac{8}{y},\ x+y=6\Leftrightarrow x=2,\ y=4.$$

Vậy minP = 19, đạt được tại x = 2, y = 4.

Nhận xét. Trong lời giải 1, đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $x=\sqrt{2}$, $y=2$, (vì $x>0$, $y>0$). Khi đó $x+y<6$: không thỏa mãn. Lời giải 2 đúng.

Bài toán 6. Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $b^2+c^2\le a^2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P=\frac{1}{a^2}(b^2+c^2)+a^2\left(\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}\right).$$

(Đề thi tuyển sinh lớp 10 Đại học Khoa học tự nhiên Hà Nội, năm học 2007 - 2008)

Lời giải 1. Ta có $P\ge\frac{1}{a^2}(b^2+c^2)+a^2.\frac{4}{b^2+c^2}$

$$\ge 2\sqrt{\frac{1}{a^2}(b^2+c^2).a^2.\frac{4}{b^2+c^2}}=2\sqrt{4}=4.$$

Suy ra minP = 4.

(Xem tiếp trang 21)

GIỚI THIỆU

OLYMPIC TOÁN HY LẠP LẦN THỨ 24 MANG TÊN ACSIMET 25.2.2007

VŨ KIM THỦY *(Dịch và giới thiệu)*

LTS. *Ngày 3.11.2006 hơn 12000 học sinh của các trường Trung học Phổ thông Hy Lạp đã dự kì thi Toán Quốc gia lần thứ 67 mang tên Talet. 1500 học sinh có bài làm tốt nhất được chọn thi Vòng 2 cuộc thi Toán Quốc gia lần thứ 67 mang tên Ơclit vào ngày 20.12.2006. Từ cuộc thi này hơn 300 học sinh giỏi nhất được dự thi Olympic toán Hy Lạp lần thứ 24 mang tên Acsimet, diễn ra ở Athen ngày 25.2.2007. 50 học sinh giỏi nhất được chọn tham gia kì tuyển sinh lập đội tuyển Hy Lạp cho các kì thi Olympic toán Bancăng lần thứ 11 (cho Junior) gọi tắt là JBMO, Olympic toán Bancăng lần thứ 24 gọi tắt là BMO và Olympic toán Quốc tế lần thứ 48. Sau đây là đề thi Junior.*

24^{th} Hellenic Mathematical Olympiad 2007 "Archimedes"

a. Juniors (THCS)

Bài toán 1. Một tam giác ABG được cho với AB < AG. Gọi I là giao điểm các đường phân giác của nó. Đường phân giác AD gặp đường tròn C ngoại tiếp tam giác BIG tại điểm N với N ≠ I.

i) Xác định góc của tam giác BGN dựa theo các góc của tam giác ABG.

ii) Xác định vị trí tâm của đường tròn C.

Bài toán 2. Cho số 4V + 3 là một bội số của 11, ở đó V là số nguyên. Tìm:

i) Biểu diễn của số nguyên V.

ii) Số dư của phép chia V^4 cho 11.

Bài toán 3. Xác định số nguyên n sao cho A – B là một số nguyên, trong đó $A = \sqrt{n^2 + 24}$ và $B = \sqrt{n^2 - 9}$.

Bài toán 4. Mỗi học sinh trong lớp 50 học sinh gửi thiếp chúc Giáng sinh cho đúng 25 bạn trong lớp. Chứng minh rằng có ít nhất 2 trong số 50 học sinh đó người này nhận được thiếp của người kia gửi.

Đề thi Seniors sẽ đăng vào số tới. Mong các bạn tìm đọc.

Kết quả THẾ CỜ (Kì 38)

(TTT2 số 107)

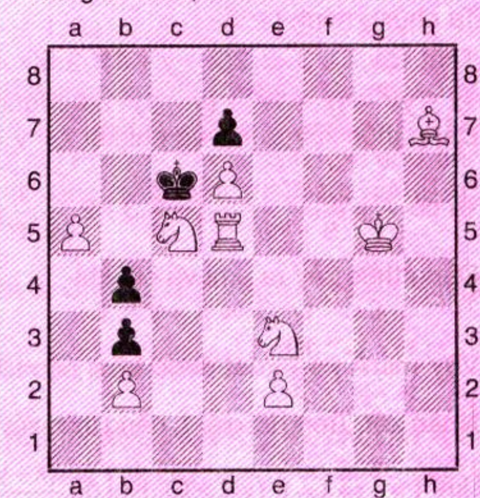
1.♗c1 ♔c3 [1...♔e4 2.♕e2+ ♔f5 3.♕g4#; 1...e4 2.♕h6 ♔c5 3.♕b6#] 2.♕e2 ♔d4 3.♕e3#

Danh sách các em được giải kì 38: *Lương Thế Trung*, 6A1, THCS Hồng Bàng, **Hải Phòng**; *Lê Minh Hiếu*, 9A, THCS Hàn Thuyên, Lương Tài, **Bắc Ninh**.

LÊ THANH TÚ

THẾ CỜ (Kì 40)

Trắng đi trước, chiếu hết sau 3 nước.



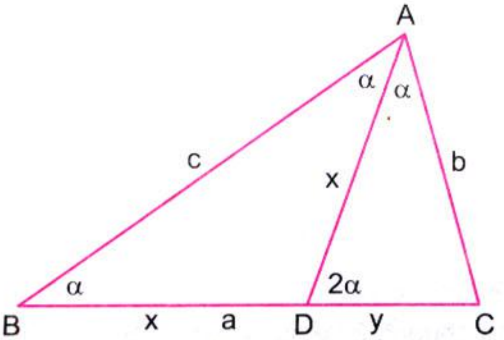
LÊ THANH TÚ *(Đại kiện tướng Quốc tế)*

Hướng dẫn giải đề kì trước (Đề đăng trên TTT2 số 107)

ĐỀ THI OLYMPIC TOÁN SINGAPORE 2009

(THCS Vòng 2)

Bài 1. Gọi AD là đường phân giác của góc A. Như vậy $\Delta ABC \backsim \Delta DAC$. Ta có $\frac{AB}{DA} = \frac{AC}{DC} = \frac{BC}{AC}$.



Đặt BD = x và DC = y. Khi đó $\frac{c}{x} = \frac{b}{y} = \frac{a}{b}$.

Như vậy $cb = ax$, $b^2 = ay$. Do đó $b^2 + cb = ax + ay$ và từ đó $b(b + c) = a^2$.

Bài 2. Chúng ta giải trường hợp tổng quát cho số nguyên với 2n chữ số ($n \geq 2$). Ta có $10^{2n} - 10^{2n-1}$ số nguyên 2n chữ số, có $10^n - 10^{n-1}$ số nguyên n chữ số. Xét tất cả tích các cặp số nguyên có n chữ số. Tổng P của các tích thỏa mãn

$$P \leq 10^n - 10^{n-1} + \frac{(10^n - 10^{n-1})(10^n - 10^{n-1} - 1)}{2}$$

$$= \frac{10^{2n} - 10^{2n-1} - (10^{2n-1} - 10^{2n-2} - 10^n + 10^{n-1})}{2}$$

$$< \frac{10^{2n} - 10^{2n-1}}{2}.$$

Các tích này chứa tất cả các số của M. Như vậy số phần tử của N nhiều hơn.

Bài 3. Các số hai chữ số chứa các thừa số nguyên tố khác nhau là

$30 = 2{\cdot}3{\cdot}5$, $42 = 2{\cdot}3{\cdot}7$, $60 = 4{\cdot}3{\cdot}5 = 2{\cdot}2{\cdot}3{\cdot}5$, $66 = 2{\cdot}3{\cdot}11$, $70 = 2{\cdot}5{\cdot}7$, $78 = 2{\cdot}3{\cdot}13$, $84 = 4{\cdot}3{\cdot}7 = 2{\cdot}2{\cdot}3{\cdot}7$.

Từ đó ta kết luận rằng $a_i = 6$ với $i = 1, 2, \ldots, 2007$ và a_{2008} là 6 hoặc 0.

Bài 4. Nếu x là số nguyên nhỏ nhất trong S sao cho $x \equiv i \pmod 3$ thì $x + 3k \in S$ và $x - 3(k + 1) \notin S$ với mọi $k \geq 0$. Ta có 3 là số nhỏ nhất trong các bội số của 3 thuộc S. 50 là số nhỏ nhất trong S mà đồng dư với 2 (mod 3). 100 là số nhỏ nhất trong S mà đồng dư với 1 (mod 3). Như vậy các số dương không thuộc S là 1, 4, ..., 97 và 2, 5, ..., 47. Tổng của chúng là

$$\frac{33(97 + 1)}{2} + \frac{16(2 + 47)}{2} = 2009.$$

Bài 5. Vế trái là $a^5x_1x_2 \ldots x_5 + a^4b(x_1x_2x_3x_4 + x_1x_2x_3x_5 + \ldots + x_2x_3x_4x_5) + a^3b^2(x_1x_2x_3 + x_1x_2x_4 + \ldots + x_3x_4x_5) + a^2b^3(x_1x_2 + x_1x_3 + \ldots + x_4x_5) + ab^4(x_1 + x_2 + \ldots + x_5) + b^5$

$\geq a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5 = (a + b)^5 = 1$.

Điều này đúng theo bất đẳng thức Côsi:

$$x_1x_2x_3x_4 + x_1x_2x_3x_5 + \ldots + x_2x_3x_4x_5 \geq$$
$$\geq 5(x_1x_2x_3x_4x_5)^{\frac{4}{5}} = 5$$

$$x_1x_2x_3 + x_1x_2x_4 + \ldots + x_3x_4x_5 \geq$$
$$\geq 10(x_1x_2x_3x_4x_5)^{\frac{6}{10}} = 10$$

$$x_1x_2 + x_1x_3 + \ldots + x_4x_5 \geq 10(x_1x_2x_3x_4x_5)^{\frac{4}{10}} = 10$$

$$x_1 + x_2 + \ldots + x_5 \geq 5(x_1x_2x_3x_4x_5)^{\frac{1}{5}} = 5.$$

VŨ ĐÔ QUAN

(Dịch và giới thiệu)

Hướng dẫn giải đề kì trước (Đề đăng trên TTT2 số 108)

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TOÁN LỚP 9 QUẬN I, TP. HCM

Năm học: 2011 - 2012

* *

Bài 1. a) $A = \dfrac{\sqrt{7+\sqrt{48}}-\sqrt{4-\sqrt{12}}}{\sqrt{8}+\sqrt{6+\sqrt{20}}-\sqrt{13+\sqrt{160}}}$

$= \dfrac{\sqrt{4+3+4\sqrt{3}}-\sqrt{3+1-2\sqrt{3}}}{\sqrt{8}+\sqrt{5+1+2\sqrt{5}}-\sqrt{8+5+4\sqrt{10}}}$

$= \dfrac{\sqrt{(\sqrt{3}+2)^2}-\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}}{\sqrt{8}+\sqrt{(\sqrt{5}+1)^2}-\sqrt{(2\sqrt{2}+\sqrt{5})^2}}$

$= \dfrac{\sqrt{3}+2-(\sqrt{3}-1)}{\sqrt{8}+\sqrt{5}+1-(2\sqrt{2}+\sqrt{5})} = 3.$

Đặt $x = \sqrt{13+2\sqrt{11}}+\sqrt{13-2\sqrt{11}}$, $x > 0$.

Ta có $x^2 = 26 + 2\sqrt{(13+2\sqrt{11})(13-2\sqrt{11})}$

$= 26 + 2\sqrt{169-44} = 26 + 2\sqrt{125} = 2(13+5\sqrt{5}).$

$B = \sqrt{2} - \sqrt{2+1-2\sqrt{2}} = \sqrt{2} - \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2} = 1.$

b) $P = \left(\dfrac{1}{\sqrt{x}-1} - \dfrac{4\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)^2}\right)$

$: \left(\dfrac{1}{\sqrt{x}-1} - \dfrac{2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}\right)$

$= \dfrac{(\sqrt{x}-1)^2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)^2} : \dfrac{\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} = \dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}.$

$M = P + \sqrt{x} = \sqrt{x} + 1 - \dfrac{2}{\sqrt{x}+1} = \dfrac{x+2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}.$

+ Nếu $\sqrt{x} \in \mathbb{Z}$ thì $\sqrt{x}+1$ là ước dương của 2 nên $x = 0$ (thỏa mãn) hoặc $x = 1$ (loại).

+ Xét $\dfrac{x+2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} = n$, $(n \in \mathbb{Z})$ khi $\sqrt{x}$ là số vô tỉ.

Suy ra $\sqrt{x}(n-2) = x - n - 1$.

Nếu $n = 2$ thì $x = 3$.

Nếu $n \neq 2$ thì $\sqrt{x} = \dfrac{x-n-1}{n-2}$, là số hữu tỉ: loại.

Vậy $x = 0$ hoặc $x = 3$.

Bài 2. a) Xét $a^3 + b^3 - ab(a+b)$

$= (a+b)(a-b)^2 \geq 0$. Suy ra đpcm.

b) Theo kết quả câu a) ta có

$(a^3+b^3) + (b^3+c^3) + (c^3+a^3)$

$\geq ab(a+b) + bc(b+c) + ca(c+a)$

$= a^2(b+c) + b^2(c+a) + c^2(a+b)$

$\geq 2a^2\sqrt{bc} + 2b^2\sqrt{ac}) + 2c^2\sqrt{ab}$. Suy ra đpcm.

Bài 3. a) Điều kiện $x \geq 1$.

Bình phương 2 vế rồi biến đổi ta được

$$2\sqrt{(x-1)(2x-1)} = 27 - 3x.$$

Điều kiện $x \leq 9$.

Bình phương 2 vế suy ra $x^2 - 150x + 725 = 0$.

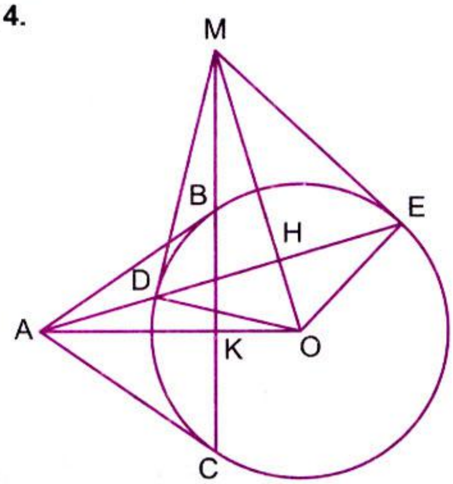
Từ đó $x = 5$.

b) Xét $a^3 - a = a(a^2-1) = (a-1)a(a+1)$, là tích 3 số nguyên liên tiếp nên có 1 số chia hết cho 3 và 1 số chẵn. Tích này chia hết cho 6.

Tương tự $(b^3 - b) \vdots 6$, $(c^3 - c) \vdots 6$.

Vậy $[(a^3+b^3+c^3) - (a+b+c)] \vdots 6$. Suy ra đpcm.

Bài 4.



a) Vì $\widehat{ABO} = \widehat{ACO} = \widehat{AHO} = 90^\circ$ nên B, C, H, O thuộc đường tròn đường kính AO.

b) Vì H là trung điểm DE nên

$$AD + AE - AH = 2AH - AH = AH \leq AO.$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $H \equiv O$ hay d qua O.

c) Gọi K là giao điểm của AO với BC.

Ta có $OA.OK = R^2 = OH.OM$.

Suy ra $\Delta OKM \backsim \Delta OHA$ (c.g.c). ☞

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TOÁN LỚP 9 QUẬN 9 TP .HỒ CHÍ MINH

Năm học: 2011 - 2012 * Thời gian làm bài: 120 phút

Bài 1: *(2 điểm)*

Chứng minh rằng

$$\frac{2\sqrt{mn}}{\sqrt{m}+\sqrt{n}+\sqrt{m+n}}=\sqrt{m}+\sqrt{n}-\sqrt{m+n}.$$

Áp dụng tính $A=\dfrac{2\sqrt{10}}{\sqrt{2}+\sqrt{5}+\sqrt{7}}$.

Bài 2: *(2 điểm)*

Tìm x thỏa mãn $\sqrt{4x^2-4x+1}\le 5-x$.

Bài 3: *(2 điểm)*

Cho a, b, x, y > 0. Chứng minh rằng

$$\sqrt{ax}+\sqrt{by}\le\sqrt{(a+b)(x+y)}.$$

Bài 4: *(2 điểm)*

Cho $A=\dfrac{x^3}{1+y}+\dfrac{y^3}{1+x}$, trong đó x, y là các số dương thỏa $xy=1$. Chứng minh rằng $A\ge 1$.

Bài 5: *(2 điểm)*

Cho tam giác đều ABC, AB = 1. Trên cạnh AC lấy hai điểm D và E sao cho $\widehat{ABD}=\widehat{CBE}=20^o$.

Gọi M là trung điểm BE và N là một điểm trên cạnh BC sao cho BN = BM.

a) Chứng minh rằng tam giác BMN đồng dạng với tam giác BDE.

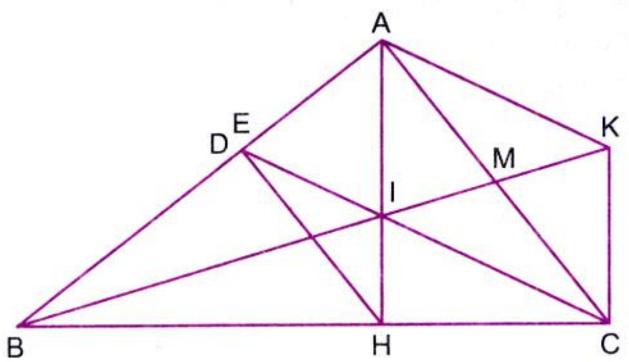
b) Tính tổng diện tích các tam giác BCE và BEN.

Do đó $\widehat{OKM}=\widehat{OHA}=90^o$ hay $MK\perp OA$.

Vậy M thuộc đường thẳng BC cố định.

Bài 5. Từ giả thiết cosB = tanB ta có

$$\frac{BH}{AB}=\frac{AC}{AB}\Rightarrow BH=AC.$$



Gọi I là giao điểm của AH với BM; E là gao điểm của CI với AB; K là điểm đối xứng của I qua M.

Ta thấy tứ giác AICK là hình bình hành.

Suy ra AI // CK, CI // AK.

Theo định lí Talét ta có

$$\frac{BH}{BC}=\frac{BI}{BK}=\frac{BE}{BA}\Rightarrow HE\,//\,AC.$$

Do đó $\widehat{HEC}=\widehat{ECA}$ (1)

và $\dfrac{HE}{AC}=\dfrac{BH}{BC}\Rightarrow HE.BC=AC.BH.$

Mà BH = AC nên $AC^2=HE.BC$.

Lại có $AC^2=CH.BC$ nên HE = HC.

Vậy ΔHAC cân tại H.

Suy ra $\widehat{HCE}=\widehat{HEC}$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{ECA}=\widehat{ECH}$.

Vậy CE là phân giác góc C nên $E\equiv D$.

Tức là AH, BM, CD đồng quy.

TIN TỨC

● Ngày 9.3.2012, tại Thường Tín, Sở Giáo dục & Đào tạo Hà Nội phối hợp với Hội Toán học Hà Nội, trường Bồi dưỡng Cán bộ quản lí giáo dục Hà Nội tổ chức chương trình bồi dưỡng chuyên đề toán THCS cho giáo viên thuộc TP. Hà Nội. Tham dự chuyên đề có đại diện NXBGD Việt Nam, các tạp chí Toán học & Tuổi trẻ, Toán Tuổi thơ. TS. Nguyễn Việt Hải, nguyên Trưởng ban biên tập tạp chí Toán học & Tuổi trẻ, nguyên chuyên viên phụ trách toán của Bộ Giáo dục và Đào tạo trình bày chuyên đề: Những bài toán về thi học sinh giỏi lớp 9 (số học).

● Ngày 14-15.4.2012, tại Khánh Hòa, Sở GD&ĐT Khánh Hòa phối hợp với Hội toán học Hà Nội tổ thức Hội thảo khoa học "Các chuyên đề Toán học bồi dưỡng học sinh giỏi THPT". Hội thảo khoa học lần này là sự tiếp nối hội thảo lần thứ nhất khu vực Duyên hải Nam Trung bộ và Tây Nguyên tại Phú Yên năm 2011 với nhiều báo cáo tại các phiên toàn thể.

PV

● Kết quả
THI GIẢI TOÁN QUA THƯ

Bài 1(107). Tìm tất cả các số tự nhiên lớn hơn 9 sao cho khi xóa đi chữ số hàng đơn vị của nó thì được số mới là ước số của chính số đó.

Lời giải. Gọi số cần tìm là $\overline{Ax}$, trong đó A là số tự nhiên khác 0, x là chữ số.

Theo bài ra ta có

$$\overline{Ax} \vdots A \Leftrightarrow (10A + x) \vdots A \Leftrightarrow x \vdots A.$$

Nếu $x = 0$ thì luôn thỏa mãn với mọi số tự nhiên A khác 0.

Khi $x > 0$ thì A phải là số có 1 chữ số (vì x là chữ số). Lần lượt thay A từ 1 đến 9 ta tìm được các giá trị tương ứng của x.

Vậy các số cần tìm là: 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 22, 24, 26, 28, 33, 36, 39, 44, 48, 55, 66, 77, 88, 99 và các số có dạng $\overline{A0}$, với mọi số tự nhiên A khác 0 .

Nhận xét. Đây là bài toán lớp 6. Đa số các bạn đều làm đúng bài này. Các bạn sau có lời giải tốt: *Nguyễn Thị Diệu Hương*, 4A, TH. Sơn Vi; *Nguyễn Đức Thuận*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Nguyễn Hồng Anh*, 6A3; *Chu Mai Anh*, 7A1, THCS Yên Lạc, Yên Lạc; *Nguyễn Quốc Nghiên*, 7A, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Đỗ Minh Thắng*, 7D, THCS Nhữ Bá Sĩ, Hoằng Hóa, **Thanh Hóa**; *Nguyễn Trần Hoàng Minh*, 9A6, THPT chuyên Trần Đại Nghĩa, **TP. Hồ Chí Minh**; *Nguyễn Phong Long*, 8/3, THCS Lê Quý Đôn, TP. Hải Dương, **Hải Dương**.

NGUYỄN XUÂN MAI

Bài 2(107). Tồn tại hay không số nguyên x thỏa mãn $(x-3)^3 + (x-2)^2 + |x-1| + x = 321$.

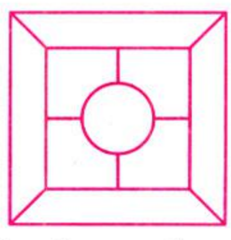
Lời giải. Ta thấy $x-3$, $x-2$, $x-1$, x là 4 số nguyên liên tiếp nên trong 4 số có 2 số lẻ và 2 số chẵn.

Bởi vậy trong 4 số $(x-3)^3$, $(x-2)^2$, $|x-1|$, x có 2 số lẻ và 2 số chẵn. Tổng 4 số này là một số chẵn. Mà 321 là số lẻ nên không tồn tại số nguyên x thỏa mãn điều kiện bài ra.

Nhận xét. Bài toán này nhìn từ góc độ số chẵn - số lẻ thì khá dễ. Có nhiều bạn tham gia giải và đa số đều làm đúng. Các bạn sau có lời giải tốt: *Nguyễn Tiến Thép*, 9C; *Nguyễn Văn Hùng, Nguyễn Quốc Nghiên*, 7A THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường; *Phạm Thị Thúy Nga*, 6A1; *Nguyễn Thu Hà, Nguyễn Hồng Anh, Nguyễn Hương Quỳnh*, 6A3; *Chu Mai Anh*, 7A1, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**; *Lưu Đức Mạnh, Lê Thị Hải Linh*, 9A; *Trần Thị Thu Ánh*, 7A3, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Nguyễn Phong Long*, 8/3, THCS Lê Quý Đôn, TP. Hải Dương, **Hải Dương**; *Hoàng Ngọc Kim Chi*, 9A2, THCS Thị trấn Đông Hưng, Đông Hưng, **Thái Bình**; *Nguyễn Thị Thu Hồng*, 6D, THCS Nhữ Bá Sĩ, Hoằng Hóa, **Thanh Hóa**; *Trương Hoàng Việt*, 7/4, THCS Cầu Quan, Tiểu Cầu, **Trà Vinh**; *Đặng Thị Hằng*, 6A, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Nguyễn Trường Giang*, 8A1, THCS Hồng Bàng, **Hải Phòng**; *Mai Thị Lưu Ly*, 8A, THCS Phù Cừ, Phù Cừ, **Hưng Yên**.

HOÀNG TRỌNG HẢO

Bài 3(107). Bản đồ sau có 9 vùng (như hình vẽ). Ta tô màu các vùng sao cho hai vùng có chung địa giới sẽ khác màu nhau.



Hỏi cần ít nhất mấy màu để tô cho bản đồ trên?

Lời giải. Trước hết để ý rằng nếu chỉ có ba màu (chẳng hạn là đỏ, xanh và vàng) thì ta không thể tô bản đồ thỏa mãn bài toán.

Thật vậy, nếu vòng tròn tâm được tô bằng màu đỏ thì bốn hình vuông khuyết xung quanh nó phải được tô bằng các màu xanh, vàng xen kẽ nhau. Khi đó mỗi hình thang ở ngoài không thể tô bằng màu xanh hoặc vàng. Mặt khác hai hình thang có cạnh chung không thể cùng tô bằng màu đỏ nên với ba màu, ta không thể tô được bản đồ sao cho hai vùng có chung địa giới khác màu nhau.

Với bốn màu ta có thể tô bản đồ như hình dưới.

Vậy số màu ít nhất phải dùng để tô bản đồ là bốn.

Nhận xét. Nhiều bạn chỉ đưa ra cách tô màu đúng như hình vẽ mà không chứng minh với ba màu, ta không thể tô được bản đồ sao cho hai vùng có chung địa giới khác màu nhau. Làm như vậy là không đầy đủ.

Ghi chú. Bài toán bốn màu

Bài toán đặt ra là có thể dùng bốn màu để tô một bản đồ địa lí bất kì trên mặt cầu (hay mặt phẳng) sao cho hai nước có chung biên giới được tô bằng hai màu khác nhau hay không? Đó là bài toán đồ thị do Gathơri (F. Gathrie) nêu ra năm 1852. Năm 1890, Hêut (P. J. Heawood) đã chứng minh được rằng 5 màu là đủ để tô bất kì bản đồ nào. Năm 1976, Haken (W. Haken) và Apen (K. Appel) công bố đã giải được bài toán bốn màu bằng máy tính điện tử. Quá trình tìm cách giải bài toán này đã thúc đẩy sự phát triển của lí thuyết đồ thị.

Các bạn sau đây có lời giải tốt: *Nguyễn Trần Hoàng Minh*, 9A6, THPT chuyên Trần Đại Nghĩa, **TP. Hồ Chí Minh**; *Nguyễn Mai Linh*, 8A5, THCS Hữu Nghị, TP. Hòa Bình, **Hòa Bình**; *Nguyễn Phong Long*, 8/3, THCS Lê Quý Đôn, TP. Hải Dương, **Hải Dương**; *Chu Mai Anh*, 7A1, THCS Yên Lạc, Yên Lạc; *Nguyễn Quốc Nghiên*, 7A, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**.

NGUYỄN ANH DŨNG

Bài 4(107). Cho x, y và z là các số hữu tỉ dương thỏa mãn $x+\frac{1}{yz}$, $y+\frac{1}{zx}$, $z+\frac{1}{xy}$ là những số nguyên.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $A = x + y^2 + z^3$.

Lời giải. Đặt $xyz = \frac{p}{q}$, với $p, q \in \mathbb{N}^*$, $(p, q) = 1$.

Ta có $(x+\frac{1}{yz})(y+\frac{1}{zx})(z+\frac{1}{xy})$

$= x(1+\frac{1}{xyz})y(1+\frac{1}{xyz})z(1+\frac{1}{xyz}) = xyz(1+\frac{1}{xyz})^3$

$= \frac{p}{q}(1+\frac{q}{p})^3 = \frac{(p+q)^3}{qp^2}$.

Từ giả thiết suy ra $\frac{(p+q)^3}{qp^2}$ là số nguyên.

Do đó $(p+q)^3 \vdots qp^2$.

Vì $(p, q) = 1$ nên $(p + q, q) = (p + q, p) = 1$.

Suy ra $p = q = 1$.

Từ đó $x+\frac{1}{yz} = 2x$, $y+\frac{1}{zx} = 2y$, $z+\frac{1}{xy} = 2z$ và 2x, 2y, 2z là những số nguyên dương có tích bằng 8.

Suy ra (2x, 2y, 2z) là hoán vị của một trong các bộ số (1, 1, 8), (1, 2, 4), (2, 2, 2).

Tức là (x, y, z) là hoán vị của một trong các bộ số $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 4)$, $(\frac{1}{2}, 1, 2)$, $(1, 1, 1)$.

Thử các hoán vị trên ta tìm được $A = x + y^2 + z^3$ đạt giá trị lớn nhất là $64\frac{3}{4}$ tại $x = y = \frac{1}{2}$, $z = 4$.

Nhận xét. Đây là bài toán số học hay, dạng cơ bản. Các bạn sau có lời giải đúng: *Lương Thế Sơn*, 9A1, THCS Hồng Bàng, **Hải Phòng**; *Nguyễn Anh Tuấn*, 9E; *Nguyễn Quang Duy, Nguyễn Tiến Thép*, 9C, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**.

NGUYỄN MINH ĐỨC

Bài 5(107). Cho tam giác ABC cân tại A có $\widehat{A} = 40^o$. Lấy điểm D khác phía B so với AC thỏa mãn $\widehat{CAD} = 60^o$, $\widehat{ACD} = 80^o$. Chứng minh rằng $DB \perp AC$.

Lời giải.

Lấy E thuộc đoạn CD sao cho $\widehat{EAC} = 20^o$.

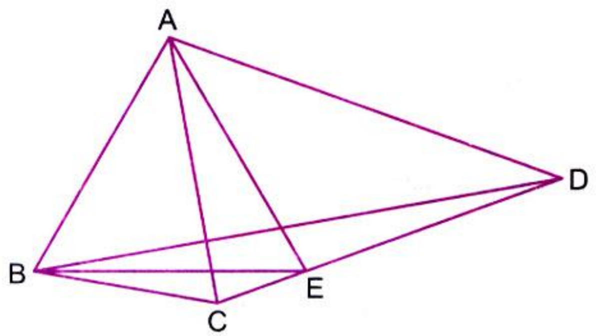
Vì $\widehat{ACD} = 80^o$, $\widehat{CAE} = 20^o$ nên $\widehat{AEC} = 80^o$.

Do đó tam giác CAE cân tại A.

Suy ra AC = AE.

Mà AB = AC (do ΔABC cân tại A) nên AB = AE.

Mà $\widehat{BAE} = 60^o$ nên ΔABE đều.



Do đó EB = EA. (1)

Vì $\widehat{EDA} = \widehat{AEC} - \widehat{EAD} = 80^o - 40^o = 40^o$ nên ΔEAD cân tại E.

Suy ra EA = ED (2).

Từ (1) và (2) suy ra EB = ED.

Lại vì $\widehat{BED} = 60^o + (180^o - 2.40^o) = 160^o$ nên

$$\widehat{EDB} = \frac{180^o - 160^o}{2} = 10^o.$$

Kết hợp với $\widehat{ACD} = 80^o$, suy ra AC $\perp$ BD.

Nhận xét. 1) Đây là bài toán tính góc của hình học 7, khá nhiều bạn tham gia giải và đều cho lời giải đúng, tuy nhiên, có những bạn vẫn phải sử dụng công cụ lượng giác.

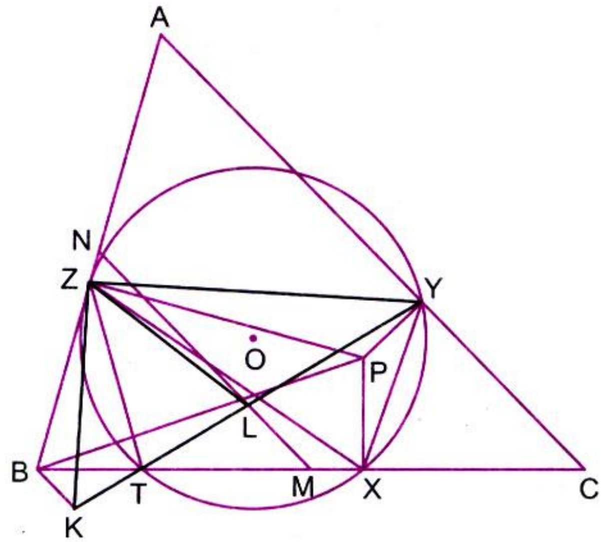
2) Ngoài lời giải trên, còn có một lời giải khá hay khác như sau: Gọi M là điểm thuộc CD sao cho MB = MC rồi chứng minh rằng AD, MD là phân giác ngoài của ΔABM. Từ đó suy ra đpcm.

3) Xin nêu tên một số bạn có lời giải tốt: *Tạ Phương Mai, Nguyễn Đức Thuận*, 7A3; *Vũ Thị Mai*, 9A1, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Lưu Đức Mạnh, Lê Thị Hải Linh*, 9A, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Lương Thế Sơn*, 9A1, THCS Hồng Bàng, **Hải Phòng**; *Trương Hoàng Việt*, 7/4, THCS Cầu Quan, Tiểu Cầu, **Trà Vinh**; *Nguyễn Trần Hoàng Minh*, 9A6, THPT chuyên Trần Đại Nghĩa, **TP. Hồ Chí Minh**.

NGUYỄN MINH HÀ

Bài 6(107). Cho tam giác ABC nhọn. P là một điểm bất kì trong tam giác. Gọi X, Y, Z tương ứng là hình chiếu vuông góc của P trên BC, CA, AB. Đường tròn ngoại tiếp tam giác XYZ cắt BC tại điểm thứ hai T. Gọi M, N lần lượt là trung điểm BC, AB. MN cắt YT tại L. Chứng minh rằng LY = LZ.

Lời giải. Gọi K là giao điểm của YT với đường thẳng qua Z và vuông góc với YZ.



Ta thấy các tứ giác XYZT và BXPZ nội tiếp.

Suy ra $\widehat{ZYT} = \widehat{ZXT} = \widehat{ZPB}$.

Do đó hai tam giác vuông ZYK và ZPB đồng dạng $\Rightarrow \frac{ZY}{ZK} = \frac{ZP}{ZB}$.

Mà $\widehat{YZP} = \widehat{KZB}$ (do $\widehat{YZK} = \widehat{PZB} = 90^o$) nên $\Delta YZP \backsim \Delta KZB$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{YPZ} = \widehat{KBZ}$.

Mà $\widehat{YPZ} + \widehat{YAZ} = 180^o$ (do tứ giác YPZA nội tiếp) nên $\widehat{KBZ} + \widehat{YAZ} = 180^o$.

Vậy BK // AC.

Mà MN là đường trung bình của ΔABC nên MN // AC.

Bởi vậy NL là đường trung bình của hình thang BKYA.

Do đó L là trung điểm YK.

Mà $\widehat{YZK} = 90^o$ nên LY = LZ.

Nhận xét. Đây là một bài toán khó. Không có bạn nào giải được bài toán này.

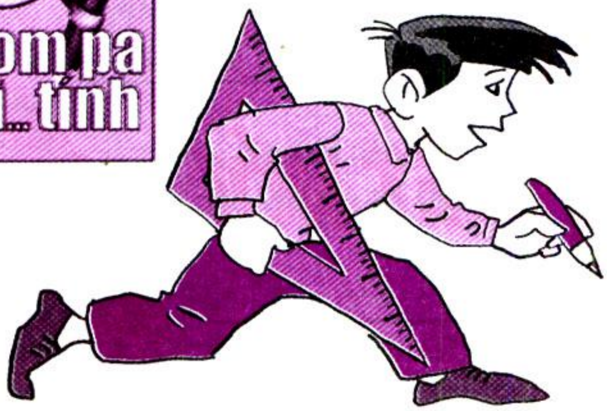
ĐINH THU

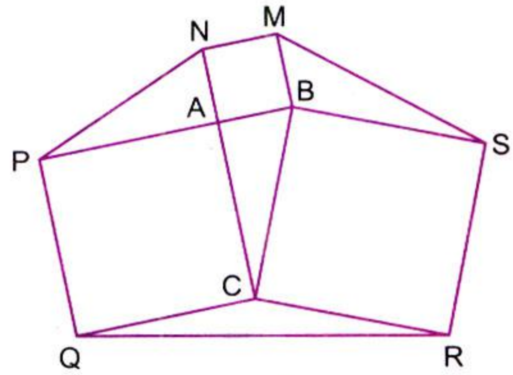
MICROSOFT VIỆT NAM cùng BAN CHỈ ĐẠO PHONG TRÀO THI ĐUA "XÂY DỰNG TRƯỜNG HỌC THÂN THIỆN, HỌC SINH TÍCH CỰC" của Bộ Giáo dục & Đào tạo và tạp chí TOÁN TUỔI THƠ phối hợp tổ chức trao thưởng cho học sinh được nêu tên trên tạp chí.

● *Kì này* HÌNH BAO

Cho tam giác ABC vuông tại A. Dựng ra phía ngoài tam giác các hình vuông ABMN, BCRS, CAPQ. Đặt BC = a, CA = b, AB = c.

Biết $S_{MNPQRS} : S_{ABC} = 229 : 15$. Tính a : b : c.



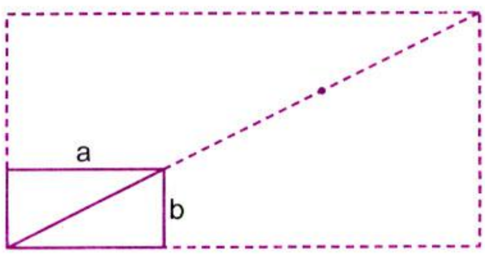


NGUYỄN ĐỨC TẤN *(TP. Hồ Chí Minh)*

● *Kết quả* NÚT LƯỚI LỚN NHẤT (TTT2 số 107)

Lời giải. Giả sử trên đường chéo của hình chữ nhật đã cho có hai điểm A, B gần nhất là đỉnh của hình vuông đơn vị.

Khi đó, xét hình chữ nhật nhận AB là đường chéo. Giả sử hình chữ nhật này có kích thước là $a \times b$ (với a, b là các số nguyên dương).



Ta thấy đường chéo của hình chữ nhật lớn nhất được chia thành các đoạn thẳng bằng AB. Giả sử có n đoạn thì trên đường chéo có n + 1 nút lưới.

Cạnh của hình chữ nhật lớn nhất là na và nb.

Ta có $na \times nb = 2400 \Leftrightarrow n^2ab = 2400$.

Vì $2400 = 20^2 \times 6$ nên n lớn nhất là 20. Khi đó hình chữ nhật đã cho có kích thước 20×120 (ứng với $a \times b = 1 \times 6$) hoặc 40×60 (ứng với $a \times b = 2 \times 3$).

Vậy đường chéo này đi qua nhiều nhất 21 nút lưới.

Nhận xét. Bài này hơi "lạ" với nhiều bạn. Tiếc rằng bài có ít bạn "đọc" được ý tưởng của người ra đề nên đã không giải ra được đúng đáp số. Anh Com pa khen thưởng kì này cho các bạn sau có đáp số đúng: *Trần Phúc Tài*, 9A3, THCS Trần Đăng Ninh, TP. Nam Định, **Nam Định**; *Nguyễn Mai Linh*, 8A5, THCS Hữu Nghị, TP. Hòa Bình, **Hòa Bình**.

ANH COM PA

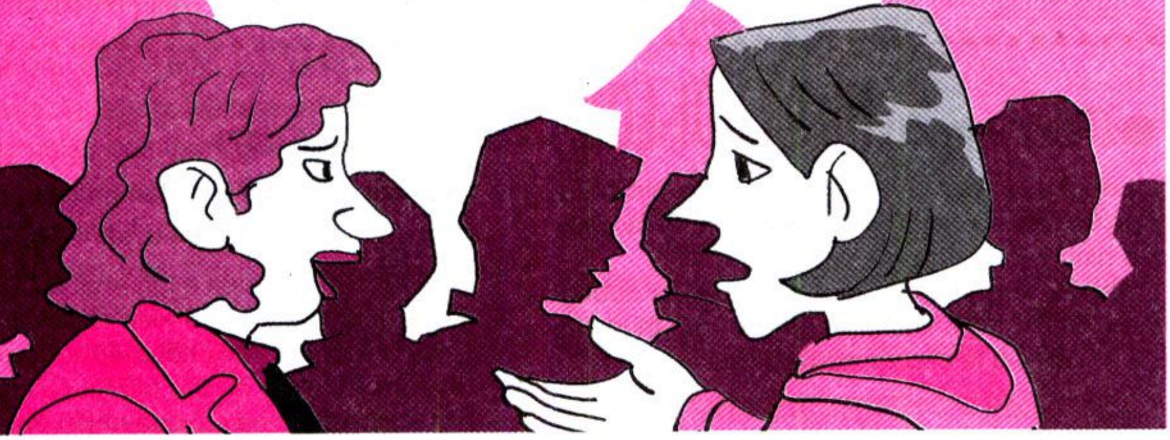
Các bạn được thưởng kì này Thi giải toán qua thư

Nguyễn Trần Hoàng Minh, 9A6, THPT chuyên Trần Đại Nghĩa, **TP. Hồ Chí Minh**; *Trương Hoàng Việt*, 7/4, THCS Cầu Quan, Tiểu Cầu, **Trà Vinh**; *Lưu Đức Mạnh*, *Lê Thị Hải Linh*, 9A, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Nguyễn Hồng Anh*, 6A3; *Chu Mai Anh*, 7A1, THCS Yên Lạc, Yên Lạc; *Nguyễn Quốc Nghiên*, 7A; *Nguyễn Tiến Thép*, 9C, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Lương Thế Sơn*, 9A1, THCS Hồng Bàng, **Hải Phòng**; *Nguyễn Phong Long*, 8/3, THCS Lê Quý Đôn, TP. Hải Dương, **Hải Dương**; *Nguyễn Đức Thuận*, 7A3; *Nguyễn Thị Diệu Hương*, 4A, TH. Sơn Vi, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**.

TỜ TIỀN BIẾT NÓI

VŨ THÙY LINH

(7C, THCS Phan Bội Châu, Tứ Kì, Hải Dương)



Trên đường đi làm về, cô Merry ghé vào chợ mua món quà sinh nhật. Sáng nay cô vừa được công ty thưởng 100 đôla và cô quyết định dùng số tiền này để mua bộ quần áo thể thao tặng chồng.

Merry tới một quầy bán đồ thể thao. Cô ngắm đi ngắm lại mãi rồi chọn một bộ màu xanh dương có pha sọc đỏ. “Chà! Bộ này nhìn thật trẻ trung, chất liệu lại đẹp, chắc ông xã mình sẽ thích lắm đây!”. Merry vui vẻ nghĩ thầm rồi rút tiền trong ví ra để trả. Có lẽ do phấn khởi nên cô đã sơ ý làm rơi một tờ 100 đôla. Cô còn chưa kịp nhặt lên thì có một người phụ nữ đã cúi xuống nhặt. Bà ta nhanh chân bỏ đi, định hòa vào đám đông. Merry vội đi theo. Vừa chỉ vào tờ 100 đôla người phụ nữ đang cầm trên tay, cô vừa nói nhỏ nhẹ:

- Xin lỗi, chị làm ơn cho tôi xin lại tờ 100 đôla tôi vừa làm rơi.

Người phụ nữ quay lại, trừng mắt nhìn Merry. Bà ta cao giọng:

- Cô nói gì lạ thế ? Tiền này là của tôi, tôi có nhặt tiền của ai đâu.

Merry cố nhẫn nhịn, nói:

- Tôi vừa làm rơi ở đằng kia, tôi thấy chị nhặt lên mà. Chị cho xin lại đi!

- Cô đừng nhận vơ! Cô có đánh dấu tiền của mình không mà dám bảo tờ 100 đôla này là của cô? Chẳng có chứng cứ nào cả!

Merry nói thế nào người phụ nữ tham lam kia cũng không nghe nên cô định sẽ đành chịu thua vậy. May sao, đúng lúc đó, thám tử Sêlôccôc đi qua. Dừng lại vài phút, nghe qua câu chuyện của hai người, thám tử đã hiểu ngay sự việc. Ông nói với người phụ nữ tham lam:

- Chị đưa tờ tiền đó tôi xem nào! Chắc cô Merry không đánh dấu vào nó để chứng tỏ tiền của mình đâu.

Người phụ nữ đưa tiền cho thám tử Sêlôccôc. Ông ngắm nghía rồi nói một câu. Người phụ nữ tham lam im bặt và lảng dần. Thế là Merry nhận lại được tiền của mình.

- Cảm ơn thám tử! Tôi nghe tiếng ông từ lâu mà hôm nay mới được mắt thấy tai nghe những gì ông làm. Ông quả là một thám tử tài ba và tốt bụng.

● Đố các thám tử "Tuổi Hồng" của TTT biết Sêlôccôc đã nói câu gì khiến người phụ nữ tham lam phải bỏ đi?

● *Kết quả* BÀI TẬP CỦA THÁM TỬ (TTT2 số 107)

Rất nhiều bạn phán đoán đúng: Bà chủ quán khuyên người đàn ông thưa với quan là mình nhất định sẽ đi nơi khác nhưng xin mang theo hai đứa con để nuôi dạy, không bỏ mặc tất cả lại cho vợ. Người phụ nữ tham lam kia nhất định sẽ không chịu mất con. Bà ta chắc chắn sẽ phải trả tiền cho người đàn ông.

Phần thưởng kì này được trao cho: *Tập thể lớp 6E1*, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Phan Thị Thùy Linh*, 6A, THCS Đoàn Thị Điểm, Yên Mỹ, **Hưng Yên**; *Nguyễn Đình Hưng*, 7A, THCS Tân Bình, TX. Tam Điệp, **Ninh Bình**; *Bùi Phú Trường*, 6A8, THCS Chu Văn An, Ngô Quyền, **Hải Phòng**; Nhóm bạn *Trần Minh Tài, Võ Anh Đức, Lê Văn Sỹ, Nguyễn Thế Dương*, 6C, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**.

Thám tử Sêlôccôc

Đến với tiếng Hán

ThS. NGUYỄN VŨ LOAN

Bài 29 他在医院工作 Anh ấy làm việc ở bệnh viện

LTS. Nếu biết tiếng Hán bạn sẽ:

1. Hiểu các từ Hán Việt, sử dụng tốt hơn tiếng Việt của mình. Trong kho từ vựng tiếng Việt rất nhiều từ Hán Việt.

2. Đọc được sách cổ, văn bia bằng chữ Hán và Hán Nôm, thêm hiểu văn chương, lịch sử nước Nam mình.

3. Hiểu ngôn ngữ mà cứ 5 người trên thế giới có hơn 1 người dùng. Dễ dàng hợp tác, làm ăn với các nước và vùng lãnh thổ Trung Quốc, Hồng Kông, Đài Loan, Singapore và cả Nhật Bản, Hàn Quốc. Nếu biết cả tiếng Anh và tiếng Hán thì thật là tuyệt.

Từ mới.

医院 yīyuàn: [y viện] bệnh viện
商店 shângdiàn: [thương điếm] cửa hàng
工厂 gōngchăng: [công xưởng] công trường
学生 xuésheng: [học sinh] học sinh
护士 hùshi: [hộ sỹ] y tá
工作 gōngzuò: [công tác] làm việc
售货员 shòuhuòyuán: [thụ hóa viên] người bán hàng
校长 xiàozhăng: [hiệu trưởng] hiệu trưởng
司机 sījī: [tư cơ] lái xe

Mẫu câu và hội thoại.

1. A: 他在哪儿工作？(Tā zài năr gōngzuò?) Anh ấy làm việc ở đâu?
   B: 他在医院工作。(Tā zài yīyuàn gōngzuò.) Anh ấy làm việc ở bệnh viện.
2. A: 你爸爸在那儿喝茶？(Nĭ bàba zài năr hē chá?) Bố bạn uống trà ở đâu?
   B: 爸爸在厨房喝茶。(Bàba zài chúfáng hē chá.) Bố mình uống trà trong bếp.
3. 我哥哥是工人，他在工厂工作。(Wŏ gēge shì gōngrén, tā zài gōngchăng gōngzuò.)
   Anh trai mình là công nhân, anh ấy làm việc ở công trường.

Tập đọc.

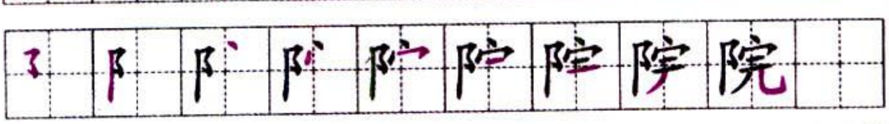
学生 xuésheng
在学校学习 zài xuéxiào xuéxí
校长 / 教师 xiàozhăng / jiàoshī
在学校工作 zài xuéxiào gōngzuò
我爸爸是校长，他在学校工作。
Wŏ bàba shì xiàozhăng, tā zài xuéxiào gōngzuò.

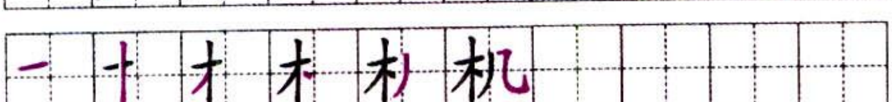
售货员 shòuhuòyuán
在商店工作 zài shângdiàn gōngzuò
医生/ 护士 yīshēng / hùshi
在医院工作 zài yīyuàn gōngzuò
我妈妈是护士，她在医院工作。
Wŏ māma shì hùshi, tā zài yīyuàn gōngzuò.

Tập viết.

校 

长 

院 

机 

THÁCH ĐẤU! THÁCH ĐẤU ĐÂY!

TRẬN ĐẤU THỨ CHÍN MƯƠI LĂM

Người thách đấu. Nguyễn Minh Hà, GV. Trường THPT chuyên Đại học Sư phạm Hà Nội.

Bài toán thách đấu. Cho tam giác ABC không cân. Đường tròn (I) nội tiếp tam giác tiếp xúc với các cạnh BC, CA, AB tại A_0, B_0, C_0. IA_1, IB_1, IC_1 theo thứ tự là đường phân giác của các tam giác IBC, ICA, IAB. Các đường phân giác A_0A_2, B_0B_2, C_0C_2 của tam giác $A_0B_0C_0$ đồng quy tại I_0. Chứng minh rằng các đường thẳng A_1A_2, B_1B_2, C_1C_2 đồng quy tại một điểm thuộc II_0.

Xuất xứ. Sáng tác.

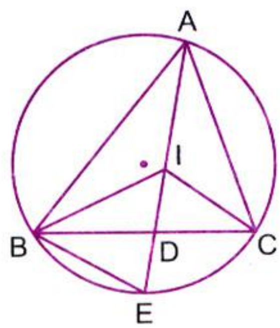
Thời hạn. Trước ngày 15.05.2012 theo dấu bưu điện.

Kết quả TRẬN ĐẤU THỨ CHÍN MƯƠI BA (TTT2 số 107)

Lời giải. Ta xét hai bổ đề sau.

Bổ đề 1. Nếu I là tâm đường tròn nội tiếp của ΔABC thì $AI^2 = \dfrac{AB.AC(AB + AC - BC)}{AB + AC + BC}$. (1)

Chứng minh. Đặt $D = AI \cap BC$, E là giao điểm thứ hai của của AI với đường tròn ngoại tiếp ΔABC.



Ta thấy

$\Delta AEB \backsim \Delta ACD$ (g.g) và $\Delta DEB \backsim \Delta DCA$ (g.g).

Suy ra $\dfrac{AE}{AB} = \dfrac{AC}{AD}$ và $\dfrac{DE}{DB} = \dfrac{DC}{DA}$.

Do đó AE.AD = AB.AC và DE.DA = DB.DC.

Vậy (AE − DE)AD = AB.AC − DB.DC hay

$$AD^2 = AB.AC - DB.DC.$$

Mà $DB = \dfrac{AB.CB}{AB + AC}$, $DC = \dfrac{AC.BC}{AB + AC}$ nên

$$AD^2 = AB.AC - \frac{AB.AC.BC^2}{(AB + AC)^2}$$

$$= \frac{AB.AC}{(AB + AC)^2}.(AB + AC + BC).(AB + AC - BC).$$

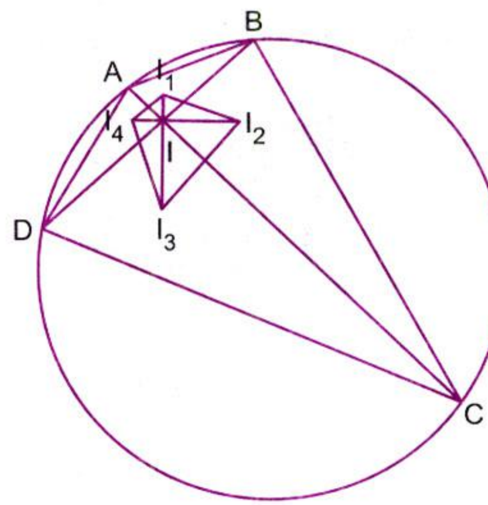
Mà $\dfrac{AI}{DI} = \dfrac{AB + AC}{BC} \Rightarrow \dfrac{AI}{AD} = \dfrac{AB + AC}{AB + AC + BC}$ nên suy ra (1).

Bổ đề 2. Tứ giác ABCD ngoại tiếp khi và chỉ khi

$$AB + CD = AD + BC.$$

Bổ đề 2 rất quen thuộc, có thể tìm thấy phép chứng minh nó trong bài viết "Tứ giác ngoại tiếp" (TTT2 các số 68, 69).

Trở lại phép chứng minh của bài toán thách đấu.



Vì tứ giác ABCD nội tiếp nên $\Delta IAB \backsim \Delta IDC$ (g.g) và $\Delta IBC \backsim \Delta IAD$ (g.g).

Do đó $\dfrac{IA + IB - AB}{IA + IB + AB} = \dfrac{ID + IC - DC}{ID + IC + DC}$;

$$\frac{IB + IC - BC}{IB + IC + BC} = \frac{IA + ID - AD}{IA + ID + AD}. (*)$$

Chứng minh điều kiện cần.

Vì tứ giác $I_1I_2I_3I_4$ nội tiếp nên $II_1.II_3 = II_2II_4$.

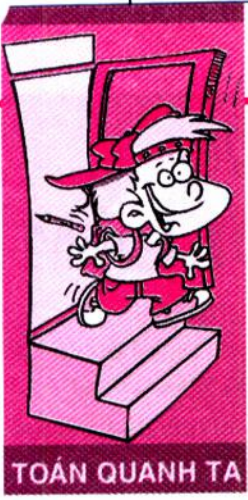
Từ đó, theo bổ đề 1, ta có

$$\frac{IA + IB - AB}{IA + IB + AB}.\frac{ID + IC - DC}{ID + IC + DC} = \frac{IB + IC - BC}{IB + IC + BC}.\frac{IA + ID - AD}{IA + ID + AD}.$$

Kết hợp với (*) ta được

$$\frac{IA + IB - AB}{IA + IB + AB} = \frac{ID + IC - DC}{ID + IC + DC} = \frac{IB + IC - BC}{IB + IC + BC} = \frac{IA + ID - AD}{IA + ID + AD}.$$

(Xem tiếp trang 29)



Toán học với mã số, mã vạch

MÃ SỐ SÁCH QUỐC TẾ, MÃ SỐ TẠP CHÍ QUỐC TẾ

TS. NGUYỄN ĐĂNG QUANG *(NXBGD Việt Nam)*

Cầm trên tay tờ Toán Tuổi thơ 2 cho học sinh THCS, ngay trên trang bìa, góc trện bên phải, có dòng chữ: ISSN 1859-2740. Nó là cái gì vậy?

Trên trang bìa cuốn Toán tuổi thơ 1 cho học sinh Tiểu học, lại có dòng chữ: ISSN 1859-266X. Là cái gì?

Trên mỗi cuốn sách của Nhà xuất bản Giáo dục, ở bìa sau cũng lại có một hàng số và vạch, đại loại như sau:

8 934980 221501

Vậy đó là gì?

Khi bạn vào siêu thị, mỗi hàng hóa đều có in hoặc dán một mã vạch như thế. Ở quầy thu ngân, cô bán hàng chỉ cần một tích tắc cầm cái máy đọc, tít một cái là đã tính tiền xong cái thứ mà bạn cầm trên tay. Sao lẹ vậy?

Ở một số cơ quan, người ta cấp cho mỗi nhân viên một cái thẻ. Khi đến công sở, cô nhân viên để thẻ trong túi, chẳng cần mở túi lấy thẻ mà dí cả túi vào cạnh máy. Vậy mà máy vẫn ghi được giờ đến của cô. Hay thật đấy!

Toán Tuổi thơ sẽ lần lượt "giải mã" cho các bạn, không chỉ trả lời đó là gì mà cả những bí ẩn ít người biết đến đằng sau những con số và kí hiệu đó.

I. Mã ISSN

Thoạt đầu, người ta gọi mỗi cuốn sách, tờ báo, tạp chí bằng tên. Thí dụ báo Toán Tuổi thơ, sách Tiếng Việt 1,...

Thế rồi, số lượng sản phẩm ngày một nhiều thêm, nhất là từ khi mọi cái đều được quản lí bằng hệ thống máy tính, việc quản lí theo tên trở nên bất cập. Cuốn Toán Tuổi thơ 2 cho học sinh THCS chẳng hạn. Có người gõ vào máy **Toán Tuổi thơ 2**, có người gõ **Toán Tuổi thơ THCS**, có người gõ **Toán Tuổi thơ 2 THCS**. Máy tính có khi nhận thành 3 cuốn khác nhau. Nhất là khi báo được xuất khẩu ra Quốc tế, các nước không có phông chữ Việt có dấu, không biết người ta gõ kiểu gì? Vậy phải đặt cho nó một cái tên cho máy tính dễ nhận, bằng số, nói cách khác, một mã số.

Trên thế giới, từ cách đây gần nửa thế kỉ, người ta đã nghĩ đến việc phải lập ra một hệ thống mã số cho sách và một hệ thống mã số cho báo và tạp chí, tạo thuận lợi cho sách, báo khi giao thương trên phạm vi Quốc tế. Hệ thống mã số cho sách gọi là ISBN (*International Standard Book Number - Mã số sách Quốc tế*), hệ thống mã số cho báo và tạp chí là ISSN (*International Standard Serial Number - Mã số ấn phẩm định kì Quốc tế*). Ta tìm hiểu thêm về hệ thống ISSN.

II. Cấu trúc mã ISSN

ISSN - International Standard Serial Number là hệ thống mã số cho các xuất bản phẩm định kì như báo và tạp chí. Mỗi tờ báo được gắn với một mã, trong một hệ thống thống nhất trên toàn thế giới.

Một mã gồm 4 chữ ISSN và 8 con số, chia

thành 2 cụm, giữa có gạch nối. Thí dụ:

Toán Tuổi thơ 1 là **ISSN 1859-266X**.

Toán Tuổi thơ 2 là **ISSN 1859-2740**.

Báo Sài Gòn giải phóng là **ISSN 0866-8825**.

Trong 8 con số thì 7 con số đầu là mã thực, còn con số cuối cùng gọi là số kiểm tra.

Hệ thống này là thống nhất trên toàn thế giới, có nghĩa là sẽ không có một tờ báo nào khác mang mã 1859-2740 ngoài Toán tuổi thơ 2. Có thể xem mã này như một Số chứng minh thư để tờ báo lưu hành khắp thế giới. Tại các thư viện trên toàn thế giới, trong hệ thống quản lí của thư viện người ta nhận ra Toán tuổi thơ 2 bởi dãy 8 con số này. Trong các hệ thống phát hành, buôn bán sách báo tạp chí, kể cả trên mạng, người ta cũng quản lí theo mã này.

Số kiểm tra được tính trên cơ sở tổ hợp của cả 7 con số phía trước, được lập trình sẵn trong máy. Vì vậy, nếu người gõ chẳng may gõ nhầm 1 trong 7 số phía trước thì máy tính sẽ tự động cho ra con số kiểm tra khác, và người gõ sẽ nhận ra ngay là mình đã gõ sai.

III. Cách tính số kiểm tra

Bạn thử hỏi bố mẹ, anh chị xem có ai biết cách tính số kiểm tra? Bạn hãy học cách tính này về đố lại mọi người nhé!

Giả sử một tờ báo có mã là 0317-847. Giả sử ta chưa biết số kiểm tra. Ta tính số kiểm tra như sau:

- Ta viết 7 con số đầu: 0 3 1 7 8 4 7.
- Viết các số từ 8 trở xuống là: 8 7 6 5 4 3 2.
- Nhân từng cặp theo cột, ta được các tích là:

0 21 6 35 32 12 14.

- Cộng các kết quả trên:

$0 + 21 + 6 + 35 + 32 + 12 + 14 = 120.$

- Lấy tổng chia cho 11, tìm số dư:

$120 : 11 = 10$, dư 10.

- Lấy 11 trừ đi số dư, ra số kiểm tra:

$11 - 10 = 1.$

- Toàn bộ mã sẽ là: ISSN 0317-8471.

Trường hợp kết quả số kiểm tra tính ra là 10, người ta dùng chữ X thay thế. Đó là trường hợp của Toán tuổi thơ 1.

Bạn hãy tính thử số kiểm tra của Toán tuổi thơ 1 và 2 xem !!!

Trong Toán học, người ta gọi cách tính số kiểm tra này là phương pháp lấy *mođun 11 trên cơ sở trọng số từ 8 đến 2.* Phương pháp này còn được dùng để tính số kiểm tra của nhiều loại mã khác, chỉ thay mođun và trọng số. Sau này các em học lên sẽ biết kĩ hơn.

***Bài sau:* Mã vạch**

SỬ DỤNG BẤT ĐẲNG THỨC... *(Tiếp theo trang 7)*

Lời giải 2. Ta có $P \geq \frac{1}{a^2}(b^2+c^2) + a^2.\frac{4}{b^2+c^2}$

$$= \left(\frac{b^2+c^2}{a^2} + \frac{a^2}{b^2+c^2}\right) + \frac{3a^2}{b^2+c^2}$$

$$\geq 2\sqrt{\frac{b^2+c^2}{a^2}.\frac{a^2}{b^2+c^2}} + 3 = 5.$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $b = c = \frac{a}{\sqrt{2}}$.

Nhận xét. Trong cách giải 1, đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $b^2 + c^2 = 2a^2$: loại. Lời giải 2 đúng.

Bài tập tự luyện

Bài 1. Cho $a > 0, b > 0, a + b \leq 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = a^2 + b^2 + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$.

(Đề thi tuyển sinh lớp 10 chuyên Toán, tỉnh Hà Tây, năm học 2007 - 2008).

Bài 2. Với a, b, c > 0, hãy tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = (a+b+1)(a^2+b^2) + \frac{4}{a^2+b^2}$.

Bài 3. Cho a, b là các số dương thỏa mãn $ab = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$A = (a+b+1)(a^2+b^2) + \frac{4}{a^2+b^2}.$$

(Đề thi tuyển sinh lớp 10 năng khiếu Toán ĐHQG TP. Hồ Chí Minh, 2001 - 2002).

ĐƯỜNG TRÒN BÀNG TIẾP

VI QUỐC DŨNG *(Đại học Sư phạm Thái Nguyên)*

A. Mục đích

Giúp học sinh lớp 9 ôn tập kiến thức thi vào các trường chuyên trung học phổ thông.

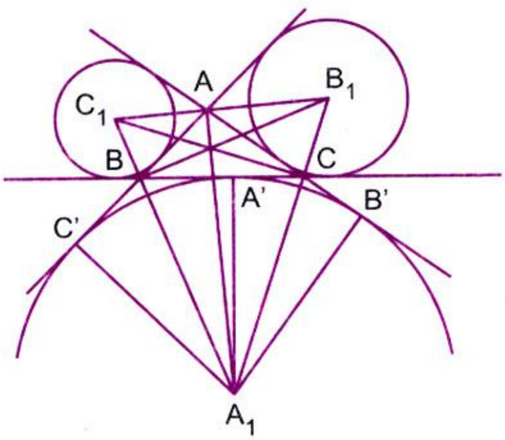
B. Lí thuyết

1. Định nghĩa

Cho ΔABC. Đường tròn (A_1) là đường tròn bàng tiếp ΔABC nếu đường tròn (A_1) tiếp xúc cạnh BC tại A', tiếp xúc các tia đối của các tia CA, BA tại B', C'.

Chú ý. - Đường tròn (A_1) nằm ngoài ΔABC.

- Có 3 đường tròn bàng tiếp ΔABC là (A_1, r_a), (B_1, r_b), (C_1, r_c).



2. Tính chất

Gọi (A_1, r_a) là đường tròn bàng tiếp ΔABC (nằm trong góc A)

1) AA_1 là phân giác trong $\widehat{BAC}$;

BA_1, CA_1 là phân giác góc ngoài của $\hat{B}$, $\widehat{C}$;

$\widehat{A}_1 = \widehat{A}_2, \hat{B}_1 = \hat{B}_2, \widehat{C}_1 = \widehat{C}_2$;

$A_1A' \perp BC, A_1B' \perp AC, A_1C' \perp AB$;

$A_1A' = A_1B' = A_1C' = r_a$.

2) $AB' = AC' = p$ (p là nửa chu vi ΔABC)

C. Bài tập

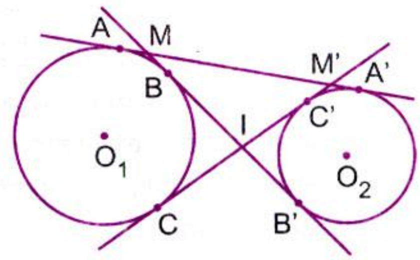
Bài toán 1. Cho 2 đường tròn (O) và (O') ngoài nhau. Kẻ 1 tiếp tuyến chung ngoài AA' và hai tiếp tuyến chung trong BB', CC', với $A, B, C \in (O)$ còn $A', B', C' \in (O')$. Gọi M và M' là giao của AA' với BB' và CC'. Chứng minh AM = A'M'.

Lời giải. Gọi I là giao của BB' và CC'; 2p là chu vi $\Delta MIM'$.

Ta thấy (O) và (O') là 2 đường tròn bàng tiếp của $\Delta MIM'$.

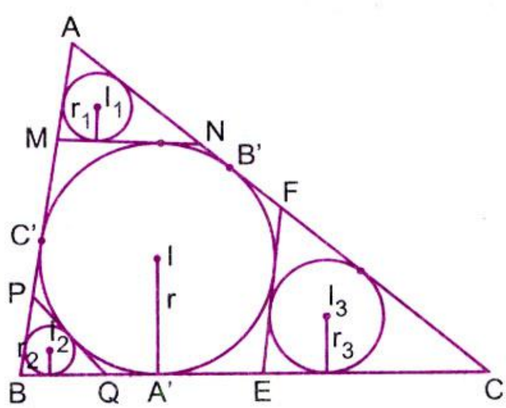
Theo tính chất 2 ta có

$MA' = MB' = p$, $M'A = M'C = p \Rightarrow AM = A'M'$.



Bài toán 2. Cho ΔABC ngoại tiếp (I, r). Kẻ 3 tiếp tuyến của (I) lần lượt là: x // BC, y // AC, t // AB. x cắt AB, AC tại M, N; y cắt BA, BC tại P, Q; t cắt CB, CA tại E, F. Gọi (I_1, r_1), (I_2, r_2), (I_3, r_3) lần lượt là đường tròn nội tiếp các ΔAMN, ΔBPQ, ΔCEF. Chứng minh $r_1 + r_2 + r_3 = r$.

Lời giải. Gọi A', B', C' là các tiếp điểm của (I) trên BC, CA, AB. Gọi 2p, $2p_1$, $2p_2$, $2p_3$ lần lượt là chu vi các tam giác ABC, AMN, BPQ, CEF.



Ta thấy (I) là đường tròn bàng tiếp các tam giác trên. Theo tính chất 2 ta có $AC' + AB' = 2p_1$;

$BC' + BA' = 2p_2$; $CA' + CB' = 2p_3$.

Suy ra $2p_1 + 2p_2 + 2p_3 = 2p$. (1)

Mặt khác, ta thấy các tam giác AMN, BPQ, CEF đồng dạng với tam giác ABC.

Suy ra $\frac{r_1}{r} = \frac{2p_1}{2p}, \frac{r_2}{r} = \frac{2p_2}{2p}, \frac{r_3}{r} = \frac{2p_3}{2p}$. Do đó

$$\frac{r_1 + r_2 + r_3}{r} = \frac{2p_1 + 2p_2 + 2p_3}{2p} = \frac{2p}{2p} = 1 \text{ (theo (1))}.$$

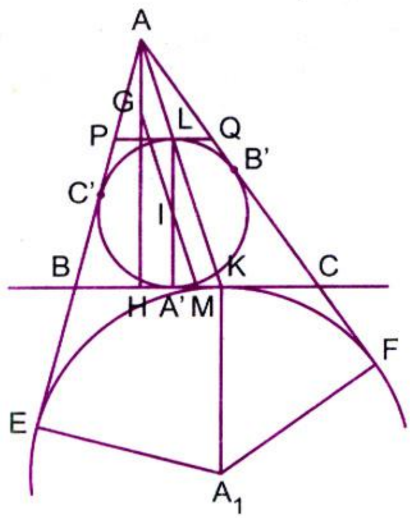
Vậy $r_1 + r_2 + r_3 = r$.

Bài toán 3. Cho ΔABC ngoại tiếp đường tròn (I, r). Kẻ đường cao AH. Gọi M là trung điểm BC; MI cắt AH tại G. Chứng minh AG = r.

Lời giải. Vẽ đường tròn (A_1) bàng tiếp góc A của ΔABC. Gọi E, K, F lần lượt là tiếp điểm của (A_1) trên AB, BC, CA; A'I cắt (I) tại L, qua L kẻ PQ // BC ($P \in AB$; $Q \in AC$).

Ta thấy (I) là đường tròn bàng tiếp của ΔAPQ.

Vì $\Delta APQ \backsim \Delta ABC$. Suy ra A, L, K thẳng hàng. Theo tính chất 2 thì AE = AF = p, AC = b.



Do đó CF = CK = p − b.

Mà BA' = BC' = p − b nên BA' = CK;

Mặt khác, vì MB = MC nên MA' = MK.

Lại có IA' = IL nên IM là đường trung bình của tam giác A'LK.

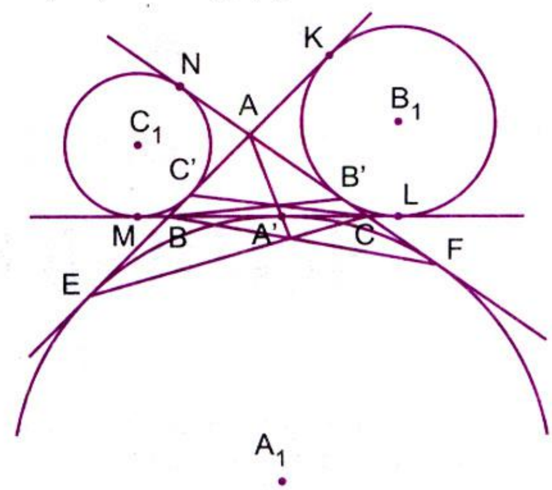
Suy ra MI // AL. Mà AG // LI nên AGIL là hình bình hành. Vậy AG = r.

Bài toán 4. Cho ΔABC. Gọi (A_1), (B_1), (C_1) là các đường tròn bàng tiếp ΔABC lần lượt nằm trong các góc A, B, C. Các tiếp điểm của (A_1) trên BC, CA, AB, là A', F, E.

a) Chứng minh AA', BF, CE đồng quy.

b) Gọi B', C' là tiếp điểm của (B_1), (C_1) trên AC, AB. Chứng minh AA', BB', CC' đồng quy.

Lời giải. a) Vì A'B = EB, A'C = FC, EA = FA nên $\frac{A'B}{A'C}.\frac{FC}{FA}.\frac{EA}{EB} = 1$. Do đó theo định lí Xêva đảo thì AA', BF, CE đồng quy.



b) Gọi K, L là tiếp điểm của (B_1) trên BA, BC; M, N là tiếp điểm của (C_1) trên CB, CA.

Theo tính chất 2 ta có

$$\begin{cases} B'A = AK = BK - BA = p - AB \\ C'A = AN = CN - CA = p - AC; \\ C'B = BM = CM - CB = p - BC \end{cases}$$

$$\begin{cases} A'B = BE = AE - AB = p - AB \\ A'C = CF = AF - AC = p - AC \\ B'C = CL = BL - BC = p - BC. \end{cases}$$

Suy ra $\frac{A'B}{A'C}.\frac{B'C}{B'A}.\frac{C'A}{C'B} = 1$.

Do đó theo định lí Xêva đảo thì AA', BB', CC' đồng quy.

D. Bài tập tự luyện

Cho ΔABC nội tiếp (O, R), ngoại tiếp (I, r). Gọi (A_1, r_a), (B_1, r_b), (C_1, r_c) là các đường tròn bàng tiếp ΔABC.

Câu 1. Chứng minh rằng đường tròn (O) đi qua trung điểm D của IA_1.

Câu 2. Chứng minh rằng $A_1A.A_1B.A_1C = 4Rr_a^2$.

Câu 3. Chứng minh rằng $A_1O^2 = R^2 + 2Rr_a$.

Câu 4. Giả sử $\widehat{BAC} = 60^o$. Tính $\widehat{IOA_1}$.

Câu 5. Chứng minh rằng $\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{1}{r}$.

Câu 6. Dựng ΔABC biết I, O, A_1.

Câu 7. Chứng minh rằng $r_a + r_b + r_c = 4R + r$.

Bài dự thi: Viết bài ôn tập

Chương II Hình học 8:

ĐA GIÁC - DIỆN TÍCH ĐA GIÁC

MS: M2

(Tiếp theo kì trước)

Dạng 4. Sử dụng công thức diện tích để chứng minh hệ thức hình học, tính độ dài đoạn thẳng

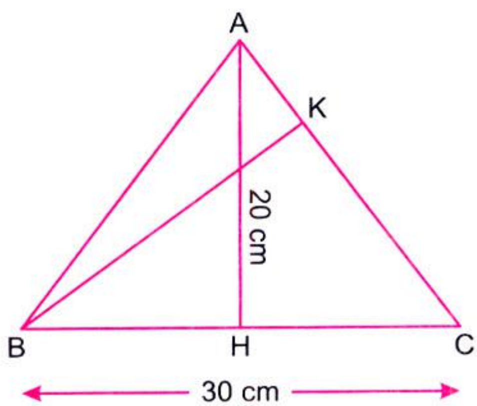
Bài 7. Cho tam giác cân ABC (AB = AC) có BC = 30 cm, các đường cao AH, BK.

a) Hãy giải thích vì sao ta có đẳng thức

$$AH.BC = BK.AC.$$

b)Tính chiều cao BK biết AH = 20 cm.

HD. a) Tính diện tích ΔABC bằng hai cách sau.



Cách 1. $S = \frac{1}{2}BC.AH.$

Cách 2. $S = \frac{1}{2}AC.BK.$

Vì ΔABC chỉ có một diện tích nên hai kết quả trên phải bằng nhau tức là AH.BC = BK.AC.

Đây chính là nội dung của "Phương pháp diện tích".

b) Vì ΔAHC vuông ở H nên $AC^2 = CH^2 + AH^2$ hay $AC^2 = 25^2$, AC = 25 cm.

Áp dụng kết quả câu a) ta có 20.30 = BK.25 nên BK = 24 (cm).

Bài 8. Cho tam giác ABC, các đường cao AA', BB', CC' cắt nhau ở H.

Chứng minh rằng $\frac{HA'}{AA'} + \frac{HB'}{BB'} + \frac{HC'}{CC'} = 1.$

HD. (Bạn đọc tự vẽ hình)

Vì $S_{HBC} + S_{HCA} + S_{HAB} = S_{ABC}$ nên

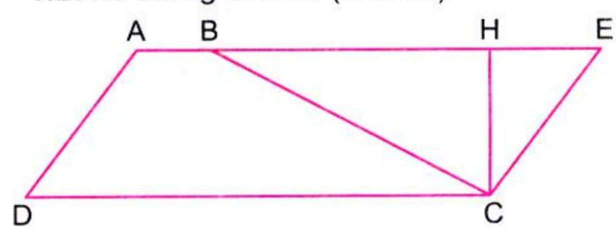
$$\frac{HA'.BC}{AA'.BC} + \frac{HB'.AC}{BB'.AC} + \frac{HC'.AB}{CC'.AB} = 1.$$

Vậy $\frac{HA'}{AA'} + \frac{HB'}{BB'} + \frac{HC'}{CC'} = 1.$

Dạng 5. Tính diện tích hình thang, hình bình hành

Bài 9. Cho hình thang ABCD (AB // CD). Vẽ thêm điểm E sao cho tứ giác ADCE là hình bình hành, biết rằng AB = 4 cm, BC = 17 cm, CD = 25 cm, DA = 10 cm. Tính diện tích hình bình hành ADCE và diện tích hình thang ABCD.

HD. Kẻ đường cao CH ($H \in BE$).



Áp dụng công thức tính diện tích hình thang, hình bình hành ta có

$$S_{ABCD} = \frac{(AB + CD).CH}{2} = \frac{29}{2}.CH;$$

$$S_{ADCE} = AE.CH = 25.CH.$$

Vì AE = CD = 25 cm và AB = 4 cm nên BE = 21 cm. Đặt BH = x thì HB = 21 − x.

Áp dụng định lí Pytago vào hai tam giác vuông CHB, CHE ta được

$$CH^2 = 17^2 - x^2 = 10^2 - (21 - x)^2.$$

Suy ra x = 15 (cm).

Từ đó CH = 8 (cm).

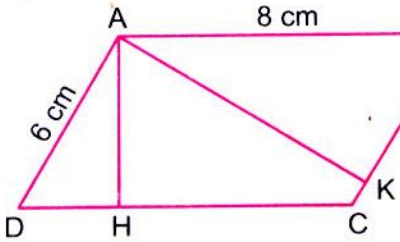
Vậy $S_{ABCD} = \frac{29}{2}.8 = 116\ (cm^2);$

$S_{ADCE} = 25.8 = 200\ (cm^2).$

Bài 10. Hai cạnh của một hình bình hành có độ dài là 6 cm và 8 cm. Một trong các đường cao có độ dài là 5 cm. Tính độ dài đường cao thứ hai. Hỏi bài toán có mấy đáp số ?

HD. Xét hình bình hành ABCD có AB = 8 cm, AD = 6 cm và có một đường cao dài 5 cm. Kẻ các đường cao AH, AK. Tính diện tích hình bình hành trên bằng hai cách là S = CD.AH = 8AH và S = BC.AK = 6AK.

Vì hình bình hành ABCD chỉ có một diện tích nên hai kết quả trên phải bằng nhau tức là 8AH = 6AK.



Nếu AH = 5 cm thì $8.5 = 6AK \Leftrightarrow AK = \dfrac{20}{3}$ (cm).

Nếu AK = 5 cm thì $8AH = 6.5 \Leftrightarrow AH = \dfrac{15}{4}$ (cm).

Như vậy bài toán có hai đáp số.

Dạng 6. Tính diện tích tứ giác có hai đường chéo vuông góc, diện tích hình thoi.

Bài 11. Cho hình thang ABCD (AB // CD) có $AC \perp BD$, AB = 5 cm, CD = 10 cm, AC = 12 cm.

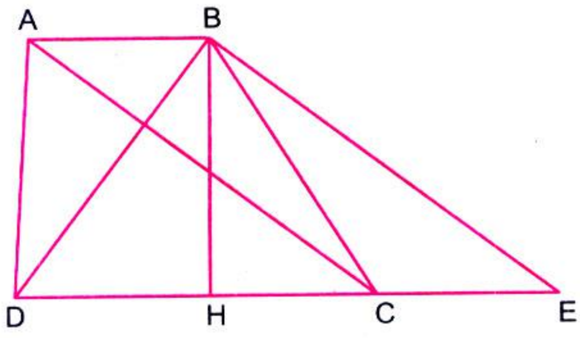
Hãy tính

a) Độ dài BD.

b) S_{ABCD}.

c) Chiều cao BH.

HD. a) Vẽ thêm BE // AC.



Vì $AC \perp BD$ nên $BE \perp BD$.

Vì BE = AC = 12 cm và CE = AB = 5 cm nên DE = 15 cm.

Vì tam giác BDE vuông ở B nên

$$BD^2 = DE^2 - BE^2 = 15^2 - 12^2 = 9^2.$$

Vậy BD = 9 cm.

b) Vì hình thang ABCD có hai đường chéo vuông góc nên $S = \dfrac{AC.BD}{2} = \dfrac{12.9}{2} = 54\ (cm^2)$.

c) Chiều cao BH của hình thang được tính nhờ công thức diện tích

$$BH = \frac{2S_{ABCD}}{AB + CD} = \frac{2.54}{5+10} = 7{,}2\ (cm^2).$$

Dạng 7. Tính diện tích đa giác, chia đa giác thành các phần có diện tích bằng nhau

Bài 12. Cho tứ giác ABCD có $\widehat{A} = 60^o$, AB = 3 cm, AC = 4 cm, AD = 5 cm.

a) Tính diện tích tứ giác ABCD.

b) Hãy dựng một đường thẳng đi qua B chia tứ giác đã cho thành hai phần có diện tích bằng nhau.

HD. (Bạn đọc tự vẽ hình).

a) Kẻ $CH \perp AB$, $CK \perp AD$.

Vì các tam giác CHA, CKA vuông ở H, K có $\widehat{A}_1 = \widehat{A}_2 = 30^o$ nên là nửa tam giác đều.

Do đó $CH = CK = \dfrac{AC}{2} = 2$ (cm).

Ta có $S_{ACB} = \dfrac{AB.CH}{2} = \dfrac{3.2}{2} = 3\ (cm^2)$;

$S_{ACD} = \dfrac{AD.CK}{2} = \dfrac{5.2}{2} = 5\ (cm^2)$.

Vậy $S_{ABCD} = 8\ cm^2$.

b) Qua C kẻ CE // BD.

Ta có $S_{BCD} = S_{BDE}$.

Suy ra $S_{ABE} = S_{ABCD}$.

Trong tam giác ABE kẻ trung tuyến BM thì BM chia tứ giác đã cho thành hai phần có diện tích bằng nhau.

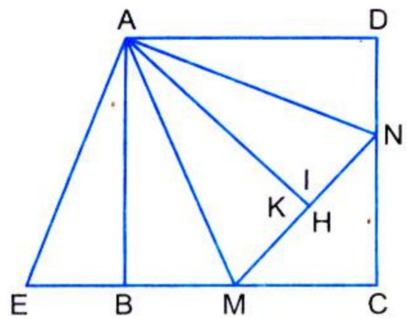
SÁNG TÁC CÁC BÀI TOÁN... (Tiếp theo trang 3)

Bài toán 5a. Trên hai cạnh BC và CD của hình vuông ABCD lấy hai điểm M, N sao cho

$$BM + DN = MN.$$

Chứng minh $\widehat{BAM} + \widehat{DAN} = 45^o$.

Lời giải. Trên CB kéo dài lấy điểm E sao cho BE = DN.



Khi đó ME = MB + BE = MB + DN = MN.

Hơn nữa hai tam giác vuông ABE và AND bằng nhau nên AE = AN và $\widehat{EAB} = \widehat{NAD}$.

Suy ra $\Delta EAM = \Delta NAM$ (c.c.c) và

$$\widehat{EAN} = \widehat{BAD} = 90^o.$$

Do đó $\widehat{EAM} = \widehat{NAM} = 45^o$.

Vậy $\widehat{BAM} + \widehat{DAN} = \widehat{BAM} + \widehat{BAE} = \widehat{MAE} = 45^o$.

Trở lại cách giải bài toán 5. Dựng hình vuông ABCD cạnh bằng a.

Trên hai cạnh BC và CD lấy hai điểm M, N sao cho BM = MC, CN = 2ND.

Khi đó $\text{tg}\widehat{BAM} = \dfrac{BM}{AB} = \dfrac{1}{2}$, $\text{tg}\widehat{DAN} = \dfrac{DN}{AD} = \dfrac{1}{3}$.

Suy ra $\widehat{BAM} = \alpha$, $\widehat{DAN} = \beta$.

Mà $MN^2 = CM^2 + CN^2 = \dfrac{a^2}{4} + \dfrac{4a^2}{9} = \dfrac{25a^2}{36}$

nên $MN = \dfrac{5a}{6} = \dfrac{a}{3} + \dfrac{a}{2} = BM + DN$.

Áp dụng kết quả bài toán 5a, ta có

$$\widehat{BAM} + \widehat{DAN} = 45^o \text{ hay } \alpha + \beta = 45^o.$$

Nhận xét. Từ bài toán 5a, nhận được bài toán đảo sau đây.

Bài toán 5b. Cho hình vuông ABCD. Trên hai cạnh BC và CD có hai điểm M, N sao cho $\widehat{BAM} + \widehat{DAN} = 45^o$.

Chứng minh BM + DN = MN.

Nhận xét. Có thể giải bài toán này bằng cách lấy điểm E trên CB kéo dài sao cho BE = DN, tuy nhiên ở đây chúng tôi trình bày một cách giải khác.

Lời giải. Trên MN lấy điểm I sao cho

$$\widehat{IAM} = \widehat{MAB}.$$

Vì $\widehat{MAB} + \widehat{DAN} = 45^o = \widehat{MAN} = \widehat{IAM} + \widehat{IAN}$ nên

$$\widehat{IAN} = \widehat{DAN}.$$

Gọi H và K là chân đường vuông góc hạ từ M và N xuống AI (xem hình bài 5a).

Khi đó hai tam giác vuông MAB và MAH bằng nhau nên AB = AH.

Tương tự AD = AK.

Mà AB = AD nên AH = AK.

Từ đó H và K trùng nhau và trùng với I.

Suy ra BM + DN = MH + NK = MI + IN = MN.

Nhận xét. Chú ý rằng nếu cạnh hình vuông ABCD bằng a thì AI = a và $AI \perp MN$. Từ đó nhận được bài toán sau.

Bài toán 5c. Trên hai cạnh BC, CD của hình vuông ABCD có hai điểm M, N tương ứng chuyển động sao cho BM + DN = MN.

Chứng minh MN luôn luôn tiếp xúc với một đường tròn cố định (đường tròn tâm A, bán kính bằng AB).

Trở lại với bài toán 5, chú ý rằng nếu $\text{tg}\alpha = \dfrac{1}{2}$, $\text{tg}\beta = \dfrac{1}{3}$ thì $\text{tg}\alpha + \text{tg}\beta = \dfrac{5}{6}$ và $\text{tg}\alpha.\text{tg}\beta = \dfrac{1}{6}$.

Suy ra $\text{tg}\alpha + \text{tg}\beta = 1 - \text{tg}\alpha\text{tg}\beta$.

Hơn nữa $\alpha + \beta = 45^o$ và do đó

$$\text{tg}(\alpha + \beta) = \text{tg}45^o = 1.$$

Từ đó ta dự đoán kết quả sau:

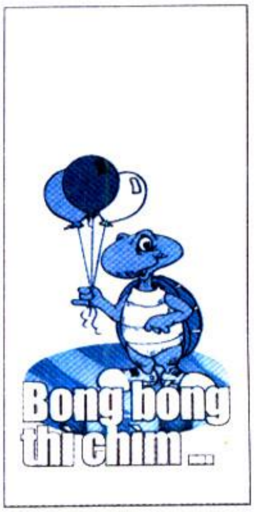
Bài toán 6. Cho α, β là các góc nhọn sao cho $\alpha + \beta < 90^o$. Chứng minh công thức

$$\text{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\text{tg}\alpha + \text{tg}\beta}{1 - \text{tg}\alpha\text{tg}\beta}.$$

Bạn hãy giải bài toán 6 như một bài tập và sử dụng kết quả đó để giải bài toán sau:

Bài toán 6a. Cho hình vuông ABCD cạnh bằng a. Trên hai cạnh BC và CD có hai điểm M, N chuyển động. Đặt BM = u, DN = v. Tìm hệ thức giữa u và v để $\widehat{BAM} + \widehat{DAN} = 45^o$.

Khi đó hãy tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của diện tích tam giác AMN.



• Kì này Đặc sản Hà Nội

Nhờ có "tâm hồn ăn uống" nên một bạn đã sưu tầm được mấy câu ca dao tục ngữ về đặc sản Hà Nội xưa. Tuy nhiên, khi gửi về TTT, bạn ấy đã chép nhầm vài chỗ. Các bạn hãy sửa giúp nhé!

- *Cốm Vòng, gạo nếp Mễ Trì*
  Tương Bần, húng Láng còn gì ngon hơn?
- *Mễ Đình thơm gạo tám xoan*
  Dự hương, dé cánh thóc vàng như tơ.
- *Vải ngon thì nhất làng Vòng*
  Khắp thành Hà Nội hỏi rằng đâu hơn?
- *Thanh Trì có bánh rán ngon*
  Có gò Ngũ Nhạc có con sông Hồng...

NGUYỄN ĐỨC

TOÁN TUỔI THƠ 2012 CÓ GÌ MỚI?

Trong năm 2012 Toán Tuổi thơ sẽ đến với độc giả cùng nhiều chuyên mục mới: Từ zero đến vô cùng, Những đường cong toán học, Học Toán bằng tiếng Anh, Học Vật lí bằng tiếng Anh, Toán quanh ta... Tạp chí cũng sẽ đăng các đề Olympic TTT của các tỉnh thành.

Dự kiến có 2 số gộp tháng 5+6 (ra vào đầu tháng 5) và tháng 7+8 (ra vào cuối tháng 8) cho phù hợp lịch nghỉ hè và khai giảng năm học 2012 - 2013.

Nếu được độc giả hưởng ứng, từ đầu năm học 2012 - 2013 Toán Tuổi thơ sẽ xuất bản số phụ **Toán học giải trí** ra hai tháng một kì đăng các bài toán vui, toán cổ, giai thoại toán học, lịch sử toán học, các trò chơi, IQ, câu đố, bài thơ toán và nhiều bài dịch từ sách, báo toán nước ngoài. Nếu bạn đồng ý mua thì xin điền vào *Phiếu thăm dò* sau gửi về tòa soạn.

Bạn đã có TỔNG TẬP TOÁN TUỔI THƠ 2011?

Sách đóng bìa cứng gồm toàn bộ các số TTT2 trong năm 2011 dành cho học sinh THCS. Phát hành từ tháng 1 năm 2012. Sách tiện tra cứu, lưu giữ, làm quà biếu tặng, phần thưởng cho học sinh giỏi...

Các bạn có thể mua tại bưu điện, các công ty Sách và Thiết bị trường học, các đại lí có bán tạp chí Toán Tuổi thơ hoặc gửi yêu cầu mua trực tiếp tại tòa soạn: Tầng 5, 361 Trường Chinh, Thanh Xuân, Hà Nội.

TTT

ĐỒNG Ý MUA TOÁN HỌC GIẢI TRÍ

Họ và tên: ....

Tuổi: .... Học lớp: ....

Địa chỉ: ....

....

Nghề nghiệp: ....

Ra 2 tháng 1 kì ☐

Ra 3 tháng 1 kì ☐

36 trang, giá 10000 đồng ☐

48 trang, giá 15000 đồng ☐

ĐẶT MUA TẠP CHÍ CHO CẢ NĂM 2012 TẠI CÁC CƠ SỞ BƯU ĐIỆN TRONG CẢ NƯỚC

Giọt sương

Tôi biết giọt sương từ bao giờ nhỉ? Có phải lúc nhặt sợi dây tơ hồng trên rặng cúc tần hay những sớm mai trên đường đi học.

Sương đậu long lanh trên những ngọn cỏ mềm ven đường, sương giăng mắc trên đám cỏ ngoài bãi chăn trâu.

Sương là nước hay là khói, vì nhìn sương cứ trong vắt một màu, mờ ảo.

Có lúc tôi nảy ra ý định làm sao "hái" được những giọt sương đặt lên lòng tay để chiêm ngưỡng và nói thầm với sương: vẻ đẹp của bạn thật thanh khiết, trong lành và giản dị.

Nhưng ý định ấy không thành, tôi trách mặt trời hay tự trách mình đã để những giọt sương ấy tan đi theo năm tháng tuổi thơ.

Bây giờ có lúc nào nhìn thấy những giọt sương tôi lại xấu hổ vì chỉ có một việc giản đơn như vậy mà vẫn chưa làm tròn...

Ngõ nhỏ

Đường vào nhà là ngõ. Bước chân đi trên những hàng gạch lát mỗi buổi học về cùng bạn bè ríu rít lại thấy con đường thêm gần gũi, thân quen.

Ngõ ngày nắng có bóng tre trùm mát rượi.

Ngõ ngày mưa ao bèo nở tím, những ngôi nhà tranh vách đất như bỗng nên thơ.

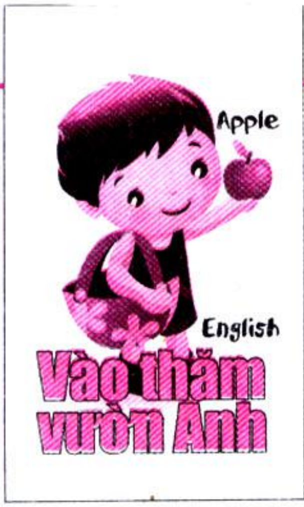
Bao người đã lớn lên từ ngõ nhỏ quê hương. Bọn trẻ chúng tôi cũng vậy, mới ngày nào lớp 1, lớp 2 nay đã bím tóc ngang vai, chợt nhìn con đường mà vừa mênh mông vừa như hẹp lại.

Tôi giữ riêng cho mình kỉ niệm về ngõ nhỏ: là *tiếng gọi* của bạn bè rủ nhau mỗi sáng mai đến trường.

Có phải vì tiếng gọi ấy ở nơi mình chôn rau cắt rốn hay vì là tiếng gọi của tuổi thơ mà để lại trong tâm trí tôi sâu đậm nhường vậy.

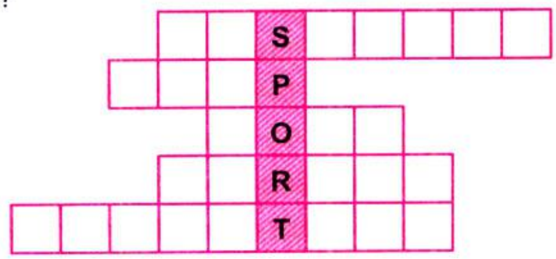
Kìa ai đó gọi mình, tôi như đang được trở về ngôi nhà, ngõ xóm ngày thơ ấu...

NGUYỄN ĐỨC QUANG



● Kì này Ô chữ Thể thao

Trên mỗi hàng ngang là tên một môn thể thao khá quen thuộc. Bạn sẽ tìm ra chứ ?



NGUYỄN VĂN THÀNH
(Nông Sơn, Điện Phước, Điện Bàn, Quảng Nam)

● Kết quả Ô chữ Sinh học (TTT2 số 107)

Đúng là vừa thạo Tiếng Anh vừa giỏi Sinh học nên bạn nào cũng tìm đúng những từ trong ô chữ, đó là: BLOOD (máu); RESPIRATION (hô hấp); CHROMOSOME (nhiễm sắc thể); CELL (tế bào); SKELETON (bộ xương); DIGEST (tiêu hóa); LYMPH (bạch huyết).

Chủ Vườn sẽ gửi quà đến những bạn sau: *Phan Thanh Hiếu; Trần Thị Yến; Vũ Quang Minh*, 8A, THCS Lê Văn Thịnh, Gia Bình, **Bắc Ninh**.

Chủ Vườn

Kết quả TRẬN ĐẤU ... (Tiếp theo trang 19)

Vậy $\dfrac{AB}{IA+IB}=\dfrac{DC}{ID+IC}=\dfrac{BC}{IB+IC}=\dfrac{AD}{IA+ID}$.

Mà $\dfrac{AB+DC}{IA+IB+ID+IC}=\dfrac{BC+AD}{IB+IC+IA+ID}$ nên

$$AB+CD=AD+BC.$$

Vậy, theo bổ đề 2, tứ giác ABCD ngoại tiếp.

Chứng minh điều kiện đủ.

Giả sử tứ giác $I_1I_2I_3I_4$ không nội tiếp.

Ta có $II_1.II_3 \neq II_2II_4$.

Từ đó, theo bổ đề 1, ta có

$$\frac{IA+IB-AB}{IA+IB+AB}.\frac{ID+IC-DC}{ID+IC+DC}\neq\frac{IB+IC-BC}{IB+IC+BC}.\frac{IA+ID-AD}{IA+ID+AD}.$$

Kết hợp với (*) ta được

$$\frac{IA+IB-AB}{IA+IB+AB}=\frac{ID+IC-DC}{ID+IC+DC}\neq\frac{IB+IC-BC}{IB+IC+BC}=\frac{IA+ID-AD}{IA+ID+AD}.$$

Vậy $\dfrac{AB}{IA+IB}=\dfrac{DC}{ID+IC}\neq\dfrac{BC}{IB+IC}=\dfrac{AD}{IA+ID}$.

Mà $\dfrac{AB+DC}{IA+IB+ID+IC}\neq\dfrac{BC+AD}{IB+IC+IA+ID}$ nên

$$AB+CD\neq AD+BC.$$

Vậy, theo bổ đề 2, tứ giác ABCD không ngoại tiếp, mâu thuẫn.

Tóm lại, tứ giác $I_1I_2I_3I_4$ nội tiếp.

Nhận xét. Đây là bài toán khó, nó chính là bài tập 5 sau bài viết "Tứ giác ngoại tiếp" (TTT2 các số 68, 69). Không võ sĩ nào bước lên sàn đấu và đương nhiên không có võ sĩ nào đăng quang trong trận đấu này.

1) Lời giải trên không có trong bất cứ tài liệu nào, cái đặc sắc của nó là sơ cấp, chỉ dùng kiến thức hình học 8, 9.

2) Lời giải trên là một ví dụ đẹp về vai trò quan trọng của phương pháp chứng minh phản chứng.

NGUYỄN MINH HÀ

● *Kì này* Tiếng gió trong phích?

Chúng ta thường thấy các bà, các mẹ khi đi mua phích nước đều áp dụng kinh nghiệm sau: úp tai vào sát miệng phích, nếu nghe thấy tiếng "vù vù, o o" như tiếng gió thổi thì chiếc phích đó tốt, có thể mua về dùng. Nhiều người biết kinh nghiệm này nhưng không phải ai cũng hiểu được vì sao lại thế. Khi đi biển, úp tai vào miệng vỏ ốc chưa bị vỡ chúng ta cũng nghe thấy tiếng vù vù, hay úp tai vào miệng một chiếc cốc kín đáy, ta cũng nghe thấy âm thanh tương tự. Bạn có giải thích được hiện tượng này không?

NGÔ TÙNG DƯƠNG

(8B, THCS Bình Minh, TP. Hải Dương, Hải Dương)

● *Kết quả*

Ô chữ Du xuân qua những con đèo (TTT2 số 107)

Hàng ngang *(từ trên xuống)*: Hải Vân, Phượng Hoàng, Cù Mông

Cột dọc *(từ trái qua phải)*: Cả, Pha Đin, Ngoạn Mục, Lũng Lô

TTT chúc mừng các bạn được nhận quà kì này: *Nguyễn Hồng Nhung*, 8E, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Trần Anh Tuấn*, 8C, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Nguyễn Phương Thảo*, 8B, THCS Đặng Thai Mai, Vinh, **Nghệ An**; *Nguyễn Thị Minh Châu*, 7A, THCS Lê Văn Thịnh, Gia Bình, **Bắc Ninh**.

TĐT

Ru bic Hỏi... Đáp

Hỏi: Anh Phó ơi! Em muốn gửi một đề thi học sinh giỏi cấp tỉnh, môn Toán lớp 9 thì gửi về địa chỉ nào ạ? Có cần gửi đáp án không?

HOÀNG THANH PHONG

(9A, THCS Diễn Thịnh, Diễn Châu, Nghệ An)

Đáp:

Đề thi nào cũng được
Nhưng bản gốc mới cần
Để bạn đọc xa gần
Cùng làm thêm cùng giỏi
Còn nếu là đề mới
Thi giải toán qua thư
Chỉ nhận của thầy cô
Tạm thời quy chế thế.

Hỏi: Anh Phó ơi! Nếu em giải mục "Thi giải toán qua thư" mà quên dán "Phiếu đăng kí tham dự cuộc thi GTQT năm học 2011-2012" thì bài giải của em có được công nhận không?

NGUYỄN THỊ THẢO NGUYÊN

(6B, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, Hà Tĩnh)

Đáp:

Em cứ gửi bài giải
Mà quên mất tham gia
Bao giờ em nhớ ra
Thì tham gia từ đấy.

Hỏi: Anh Phó ơi! Tại sao tụi con trai chúng em lại viết chữ xấu hơn con gái? Có phải chỉ số IQ của con trai thấp hơn con gái?

TRẦN QUỐC BẢO

(7C, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, Hà Tĩnh)

Đáp:

Chữ xấu với IQ
Chẳng liên quan tí gì
Biết bao nhiêu bác sĩ
IQ cao cực kì
Mà đơn thuốc viết gì
Chỉ dược sĩ mới hiểu.

ANH PHÓ

Bài 1(109). Tìm số nguyên tố p để $\frac{p+1}{2}$ và $\frac{p^2+1}{2}$ là các số chính phương (là bình phương đúng của một số nguyên).

ĐOÀN CÁT NHƠN *(GV. THCS Nhơn Lộc, An Nhơn, Bình Định)*

Bài 2(109). Tìm số tự nhiên n thỏa mãn $\frac{n^3+5n+1}{n^4+6n^2+n+5}=\frac{85}{361}$.

NGUYỄN VĂN TIẾN *(GV. THCS Lâm Thao, Lâm Thao, Phú Thọ)*

Bài 3(109). Giải phương trình $\sqrt{x^2-3x+2}+1=x+\frac{1}{\sqrt{x}}$.

THÁI NHẬT PHƯỢNG

(GV. THCS Nguyễn Văn Trỗi, Cam Nghĩa, Cam Ranh, Khánh Hòa)

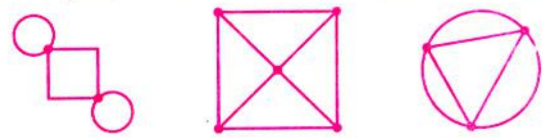
Bài 4(109). Cho x, y và z là các số thực không âm thỏa mãn $x^2+y^2+z^2=1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A=\frac{1-xyz}{3-2xy-yz+zx}$.

LẠI QUANG THỌ *(GV. THCS Tam Dương, Vĩnh Phúc)*

Bài 5(109). Với định nghĩa cạnh là đoạn thẳng nối 2 điểm hoặc cung tròn nối 2 điểm hoặc cung nối 1 điểm với chính nó như hình vẽ . Gọi V là số đỉnh, E là số cạnh, R là số miền của mặt phẳng xác định từ một hình vẽ.

i) Xác định số V, E, R của mỗi hình vẽ sau:

ii) Nêu mối liên hệ giữa V, E, R đối với mỗi hình bất kì.



VŨ KIM THỦY *(Hà Nội)*

Bài 6(109). Cho tam giác ABC không cân tại A. Hãy dựng trên hai cạnh AB và AC các điểm D, E tương ứng sao cho BD + CE = BC và tứ giác BDEC nội tiếp.

NGUYỄN KHÁNH NGUYÊN *(GV. THSC Hồng Bàng, Hải Phòng)*

CORRESPONDENCE PROBLEM SOLVING COMPETITION

Translated by Nam Vũ Thành

1(109). Find all prime numbers *p* such that $\frac{p+1}{2}$ and $\frac{p^2+1}{2}$ are square numbers.

2(109). Find all natural numbers *n* that satisfy the following equation $\frac{n^3+5n+1}{n^4+6n^2+n+5}=\frac{85}{361}$.

3(109). Solve the following equation $\sqrt{x^2-3x+2}+1=x+\frac{1}{\sqrt{x}}$.

PHIẾU ĐĂNG KÍ THAM DỰ CUỘC THI GIẢI TOÁN QUA THƯ NĂM HỌC 2011 - 2012

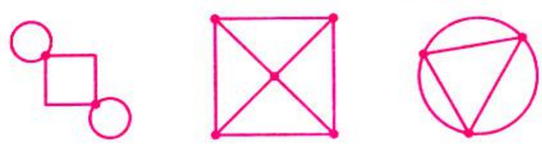
4(109). Let *x*, *y* and *z* be non-negative real numbers such that $x^2+y^2+z^2=1$.

Find the minimum value of $A=\frac{1-xyz}{3-2xy-yz+zx}$.

5(109). An edge is defined as a straight or curved line connecting two points or a point with itself, as in the following figure .

Let *V* be the number of vertices, *E* be the number of edges and *R* be the number of regions of a plane in a figure.

i) Determine the values of *V*, *E* and *R* in each of the following figures.



ii) State the relation between *V*, *E*, and *R* that exists in any figure.

6(109). Let *ABC* be a triangle that is non-isosceles at the vertex *A*. Construct the points *D* and *E* on the two sides *AB* and *AC* respectively such that *BD* + *CE* = *BC* and *BDEC* is a cyclic quadrilateral.

Hoa hay quả?

Đem lại cuộc sống tốt đẹp cho con người, thế giới thực vật với muôn hồng nghìn tía khoe sắc. Hoa làm cho thế giới tươi đẹp hơn, thi vị hơn. Bởi thế con người trồng hoa, chơi hoa từ rất sớm. Người Việt mình có câu: Vua chơi lan, quan chơi trà. Gia đình nào có một mảnh vườn trồng hoa thì thật là lí tưởng. Bạn hãy nhìn kĩ bức ảnh này và viết bài về loài cây này nhé. Vẻ đẹp của cây, của lá, của hoa hay quả mà bạn đang thấy hay đã biết.

Bài viết hay sẽ được nhận quà tặng của tòa soạn.

MORIT VŨ

Bạn có biết?

GIỜ TRÁI ĐẤT

Giờ Trái đất là một sự kiện Quốc tế hàng năm, do Quỹ Quốc tế Bảo vệ Thiên nhiên khởi xướng, cổ động các hộ gia đình và cơ sở kinh doanh tắt đèn và các thiết bị điện không ảnh hưởng lớn đến sinh hoạt trong 1 tiếng đồng hồ từ 8 giờ 30 phút tối đến 9 giờ 30 phút tối thứ bảy cuối cùng của tháng 3 hàng năm. Mục đích của sự kiện nhằm đề cao việc tiết kiệm điện năng, vì vậy làm giảm lượng khí thải cácbon điôxít (CO_2), một khí gây ra hiệu ứng nhà kính, và nhằm gây sự chú ý của mọi người tới việc bảo vệ môi trường. Qua sự kiện Giờ Trái đất ngày 26 tháng 3 năm 2011 năm ngoái, Việt Nam đã tiết kiệm được 400 000 kWh điện. Mỗi kWh điện có thể đun sôi được khoảng 4 ấm nước 1,5 lít từ nhiệt độ trung bình. Chiến dịch Giờ Trái đất năm nay sẽ diễn ra trong 1 giờ vào ngày 31 tháng 3, từ 8 giờ 30 phút tối đến 9 giờ 30 phút.

LÊ SONG HÀ

Giấy phép xuất bản: số 31/GP-BVHTT, cấp ngày 23/1/2003 của Bộ Văn hóa và Thông tin
Mã số: 8BTT109M12. **In tại:** Công ty cổ phần in Diên Hồng
In xong và nộp lưu chiểu tháng 03 năm 2012