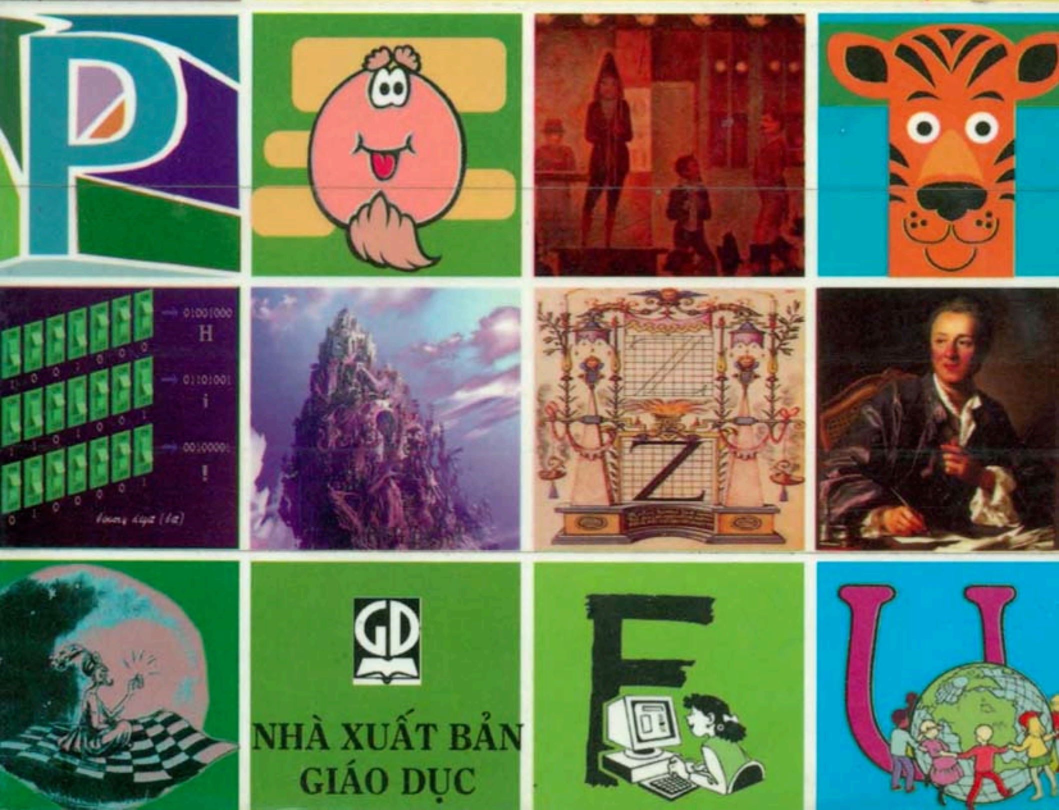
TRƯƠNG QUANG ĐỆ

CON SỐ TRONG ĐỜI SỐNG QUANH TA

TẬP HAI



NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC


ÔN TOÁN HỌC

TRƯƠNG QUANG ĐỆ

(Tuyển chọn, phỏng dịch và giới thiệu)

CON SỐ
TRONG ĐỜI SỐNG
QUANH TA

TẬP HAI

- otoanhoc2911@gmail.com -

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC

$\frac{5}{GD-04}$ 65/198 – 04

Mã số : 8I010M4-TTS

LỜI NHÀ XUẤT BẢN

Truyền hình kĩ thuật số, máy ảnh kĩ thuật số, kĩ thuật số và kĩ thuật số..., trong cuộc sống hàng ngày mỗi người chúng ta đều liên quan đến con số : số nhà, số điện thoại, số báo danh, số lượng thức ăn tiêu thụ v.v... và v.v... Các con số quen thuộc với chúng ta đến nỗi không mấy khi ta suy nghĩ đến chúng qua những câu hỏi đơn giản như : "Số là gì ?", "Có bao nhiêu con số ?", "Con số từ đâu đến ?", "Ai đã tìm ra các con số ?", "Kĩ thuật số là gì ?"...

Nhà xuất bản Giáo dục trân trọng giới thiệu hai tập sách "Con số trong đời sống quanh ta" do tác giả Trương Quang Đệ sưu tầm, phỏng dịch và giới thiệu.

Con số trong đời sống quanh ta tập một *trình bày lịch sử con số từ thuở hồng hoang cho tới hiện nay của văn minh loài người.*

Con số trong đời sống quanh ta tập hai *sẽ tập trung giới thiệu những điều mới biết về con số, số π và số e, con số vàng...*

Như một bản trường ca về trí tuệ con người, qua hai tập sách, người đọc, nhất là học sinh, sinh viên thuộc các chuyên ngành khác nhau đều tìm thấy những nét thú vị bổ ích, những điều kì thú cho riêng mình và từ đó thêm yêu môn toán học và sau đó là các ngành kĩ thuật số, tin học...

Rất mong nhận được nhiều ý kiến đóng góp, phê bình của quý vị độc giả.

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC

MỤC LỤC

THAY LỜI TỰA

CÁC CON SỐ GIÚP TA KHÁM PHÁ NHỮNG ĐIỀU KÌ THÚ CỦA THIÊN NHIÊN

Trong cuộc sống hàng ngày, các con số quen thuộc với ta đến nỗi không mấy khi ta suy nghĩ đến chúng qua những câu hỏi đơn giản như : "Số là gì ?", "Có bao nhiêu con số ?", "Con số từ đâu đến ?", "Ai đã tìm ra các con số ?", "Kĩ thuật số là gì ?"... Thế mà các tập hợp số (từ số tự nhiên đến số siêu phức), những chữ số Ả-rập, hệ thống đếm theo vị trí của người Lưỡng Hà, chữ số 0 của người Ấn Độ, những số siêu việt π và e, số ảo i, tất cả nói lên trí tuệ tuyệt vời của con người. Nhờ các con số mà nhân loại tiến bộ không ngừng : từ thế giới nguyên thuỷ đến thế giới ngày càng văn minh. Ngày nay, hơn bao giờ hết, các con số bám chặt ta mọi nơi mọi lúc, với các công cụ gọi là kĩ thuật số. Ta tìm thấy kĩ thuật số trong vô tuyến truyền hình, trong máy ảnh, dàn nghe nhạc, thẻ tín dụng... Trên người ta bao giờ cũng sẵn những nhóm số dài dặc như số điện thoại, số fax, số mã Internet, số thẻ tín dụng, số chứng minh nhân dân, số hộ chiếu, số tài khoản ngân hàng...

Bây giờ ta thử kiểm điểm một cách tóm tắt bước tiến của con số qua hàng ngàn năm lịch sử.

Trước hết ta nhớ lại là ta đã làm quen với các con số như thế nào khi ta còn ngồi trên ghế nhà trường. Ở trường tiểu học chúng ta học các số nguyên tự nhiên 1, 2, 3, 4... và chúng ta tập đếm các vật : 1 con mèo, 2 con chim, 3 con ngựa... Đếm tức là đặt tập hợp các vật cần đếm tương ứng một đối một với tập hợp các số tự nhiên, "dán" lên mỗi vật một số tự nhiên.

Lên trung học, ngoài các số tự nhiên, chúng ta học thêm các số "tương đối", tức là các số nguyên dương và âm : +1, +2, +3... –1, –2, –3... Các số nguyên âm xuất hiện trong các phép tính trừ khi số bị trừ bé hơn số trừ, chẳng hạn $3 - 5 = -2$. Trong thực tế, người ta dùng số âm để ghi các món nợ, ghi nhiệt độ dưới không... Rồi chúng ta học các phân số, những con số xuất hiện khi phải chia những vật nguyên ra làm nhiều phần nhỏ. Chẳng hạn chia 2 chiếc bánh cho 7 em bé ($\frac{2}{7}$)... Tập hợp N các số tự nhiên, tập hợp Z các số tương đối (nguyên âm và dương), tập hợp các phân số tạo thành tập hợp Q các số hữu tỉ.

Vẫn ở bậc trung học, ta gặp hai loại số mới. Đó là số vô tỉ (như $\sqrt{3}$, $\sqrt[3]{5}$ ...), nghiệm phương trình đại số kiểu $ax^2+bx+c=0$, và số siêu việt π cũng như một số lôgarit khác. Mọi người đều biết π là tỉ số chu vi đường tròn với đường kính, theo công thức $C/(2R)=\pi$ trong đó C là chu vi đường tròn còn R là bán kính của đường tròn ấy. Tập hợp Q cùng với những nghiệm của các phương trình đại số tạo nên tập hợp các số đại số A. Tập hợp này cùng các số siêu việt như π và các lôgarit tạo nên tập hợp R các số thực.

Sinh viên các trường đại học và các học viện cao cấp có dịp làm quen với những số siêu việt mới mà nổi bật nhất là số *e*. Con số này có khai triển thập phân 2,71828... có lịch sử gắn liền với việc gửi tiền lấy lãi gấp đôi với những thời hạn rút ngắn vô hạn. Cũng như người bạn π của nó được phát hiện gần bốn ngàn năm nay, số *e* tuy mới nhưng có rất nhiều ứng dụng trong vật lí, hóa học, sinh học và lí thuyết xác suất. Hai số π và *e* được tìm thấy trong nhiều hiện tượng thiên nhiên. Các sinh viên đại học còn phải biết một con số khác gọi là số ảo, kí hiệu *i*, coi như $\sqrt{-1}$ ($i^2 = -1$). Một số được viết dưới dạng $a + bi$ (a, b là những số thực) là một số phức. Số phức không tồn tại tường minh hay có tính vật chất trong thiên nhiên. Ngược lại, chúng là một phương tiện trí tuệ kì diệu giúp chúng ta đi con đường ngắn nhất trong khảo sát thiên nhiên. Nhờ số phức mà các kĩ sư điện, các nhà vật lí thuộc lĩnh vực hạt cơ bản, các chuyên gia khí động học có thể giải quyết những bài toán kĩ thuật đặt ra hàng ngày. Theo chân số phức, các số "rộng lớn" hơn lần lượt ra đời. Chẳng hạn các số siêu phức hay quaternion. Một quaternion có dạng $a+bi+cj+dk$ trong đó a, b, c, d là những số thực, còn i, j, k là những số ảo. Các số siêu phức này được các nhà vật lí đánh giá cao, nhất là những kĩ sư về người máy (rô bốt).

Tóm lại, mỗi lần con người gặp khó khăn trong tính toán, họ sáng tạo ra một loại số mới nhằm khắc phục trở ngại. Ta có thể nhìn sự tiến hoá các con số theo sơ đồ sau :

Các số tự nhiên N dùng để đếm 1, 2, 3, ...

Các số nguyên tương đối Z dùng để giải các phương trình kiểu $x + 5 = 3$ ($x = -2$).

Các số hữu tỉ Q dùng giải các phương trình như $5x - 7 = 0$ ($x = \frac{7}{5}$)

Các số thực R dùng để giải các phương trình loại $x^2 = 3$ ($x = \pm\sqrt{3}$), $3^x = 5$ ($x = \frac{\log 5}{\log 3}$) v.v...

Các số phức C dùng giải phương trình loại $x^2 + 5 = 0$ ($x = \pm i\sqrt{5}$)

Nhà toán học Thuỵ Sĩ Euler đã phát minh ra một công thức tập hợp một cách thần kì ba số đặc biệt, hai số siêu việt và một số ảo. Công thức đó là :

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

Một sản phẩm toán học đẹp đẽ biết bao ! Trí tuệ con người hùng mạnh biết bao !

Trở lại với các số nguyên tự nhiên, ta thấy nó nom đơn giản nhưng có những tính chất hết sức kì lạ. Trước hết đó là một tập hợp vô hạn, tức là không có một số nào lớn hơn bất kì một số khác. Trong nội bộ tập hợp các số tự nhiên ta có các tập hợp con như tập hợp các số chẵn, tập hợp các số lẻ, tập hợp các bình phương các số tự nhiên ($1^2, 2^2, 3^2, 4^2, ...$), tập hợp các số nguyên tố (một số gọi là nguyên tố khi nó không có ước số nào khác bản thân nó và số 1 : đó là tập hợp (2, 3, 5, 7, 11,...)). Điều kì lạ là lực lượng (hay bản số) của tất cả những tập hợp ấy đều như nhau. Có bao nhiêu phần tử trong N (số tự nhiên) thì cũng có bấy nhiêu phần tử trong *Pa* (số chẵn), trong I (số lẻ), trong P (số nguyên tố)... Với các tập hợp vô hạn thì toàn thể lại bằng bộ phận ! Ta có thể minh hoạ nghịch lí này bằng câu chuyện mà nhà toán học Đức *Hilbert thích thú* và thường xuyên kể cho bạn bè nghe.

Nhà nghiệp chủ lớn Georg Cantor có ý tưởng điên rồ xây dựng một khách sạn có số phòng vô hạn đánh số 1, 2, 3... và cứ thế không dứt. Hôm ấy khách sạn đã chật chỗ nhưng một du khách đến muốn thuê một phòng. "Được thôi, người quản lí có tên là Hilbert nói, xin ông vào phòng số 1, còn mọi thứ tôi lo liệu". Viên quản lí mời khách đang ở phòng 1 chuyển sang phòng 2, khách phòng 2 sang phòng 3 và cứ thế cho đến hết lượt. Mọi việc coi như dàn xếp ổn thoả. Ngày hôm sau một chiếc xe ca chở vô hạn du khách đến. "Không hề gì, viên quản lí Hilbert khẳng định, dù khách sạn chật chỗ nhưng các ngài vẫn có phòng như thường!". Rồi Hilbert đề nghị những khách cũ chuyển hết sang các phòng số lẻ, để lại các phòng số chẵn cho khách mới đến.

*

* *

Chúng tôi tuyển chọn trong 2 tập sách này những bài viết về các con số và sắp xếp chúng theo hệ thống từ đơn giản đến phức tạp, từ cội nguồn đến thời đại ngày nay. Hi vọng quý bạn đọc sẽ tìm thấy ở đây một bản trường ca về trí tuệ loài người, những điều kì thú mà các bạn không hề ngờ tới. Bạn đọc chỉ cần có trình độ toán học vào cuối cấp THCS hoặc đầu cấp THPT là có thể theo dõi dễ dàng những vấn đề nêu ra trong sách. Ngay từ những trang đầu cuốn sách các bạn sẽ thấy một niềm vui chớm nở và khi các bạn đọc xong cuốn sách, chắc chắn các bạn sẽ có một mối cảm tình nồng thắm với toán học nói chung và với các con số nói riêng. Nếu các bạn bỏ chút thì giờ kiên nhẫn giải các bài toán đố và làm các trắc nghiệm đề ra trong sách, trước khi tham khảo lời giải, biết đâu các bạn tạo được cho mình một niềm tin vững chắc vào bản thân trong cuộc sống trí tuệ ngày nay.

TRƯƠNG QUANG ĐỆ

(Bài nói chuyện tại Nhà Pháp ngữ Tp. Hồ Chí Minh tháng 9/2003)

NHỮNG ĐIỀU MỚI BIẾT VỀ CÁC CON SỐ

1995 : KỈ LỤC THẾ GIỚI CHO SỐ π

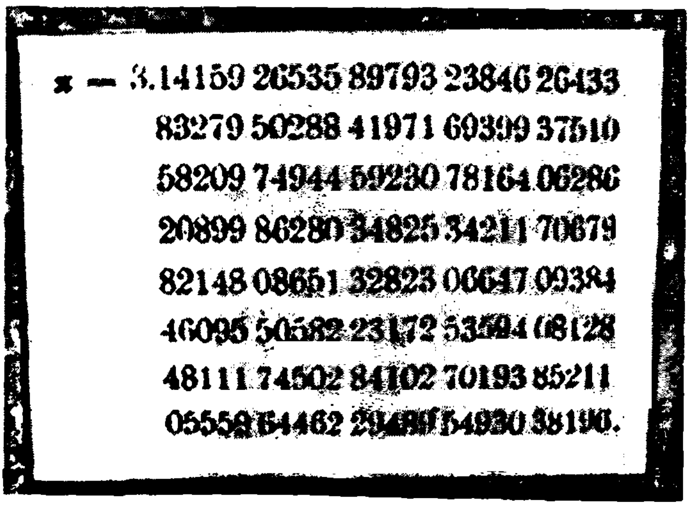
Số π = 3,1416 làm bạn hài lòng rồi chứ gì ? Nhưng giáo sư Yasumasa Kanada (ảnh bên), nhà nghiên cứu tin học ở Đại học Tô-ki-ô thì không. Chàng hiệp sĩ của những con số này đã xây dựng một loại algôrit cực kì cổ điển kiểu *Gauss-Legendre* rồi cho nó chạy trong máy tính Hitachi S-3800/480. Máy này thực hiện được vài triệu phép tính trong một giây. Để khai triển thập phân số π, máy tính chạy trong 116 giờ tính toán và 136 giờ kiểm tra kết quả, rồi nhả ra con số thập phân vào loại chính xác nhất trong lịch sử : số π với 6.442.450.938 chữ số thập phân sau dấu phẩy ! Nếu ta viết tay số này trên băng giấy, nó sẽ đi hết một vòng rưỡi quanh trái đất. Giáo sư Kanada cũng tiến hành kiểm tra nhiều lần trên kết quả mới này, ông không thấy có gì mới so với những đoán nhận trước đây : π vẫn là số vô tỉ siêu việt chứa vô số chữ số thập phân mà cho đến nay vẫn xuất hiện không theo quy tắc nào.

Ông Kanada săn đuổi số π. Như vậy để làm gì ? Nhìn qua thì thấy chẳng có gì lạ ngoài việc thử tính năng của siêu máy tính.

Tuy nhiên, dù ông Kanada không dính líu gì đến các mật thư trong nghề tình báo, ông cũng gợi ý rằng đó là một khả năng lớn cho ngành hoạt động nói trên. Ông nói : "Nếu tôi phát minh ra một phương pháp mã hóa mà chìa khóa là một chuỗi 6 tỉ chữ số thập phân của số π, lúc đó những kẻ muốn giải mã chỉ có hai cách hành động : một là ăn cắp chìa khóa, hai là làm phép tính. Nhưng làm phép tính ? Chà, chà ! Nói thì dễ nhưng làm thì khó biết bao !"

Nếu bạn muốn hiểu biết thêm công trình này, mời bạn liên hệ thẳng với giáo sư Yasumasa Kanada theo địa chỉ :

Yasumasa Kanada
Computer Centre, University of Tokyo
Bunkyo-ku Yayoi 2 – 11 – 16
Tokyo 113 Japan
Email : kanada@pi.cc.u.Tokyo.ac.jp


π = 3.14159 26535 89793 23846 26433
83279 50288 41971 69399 37510
58209 74944 59230 78164 06286
20899 86280 34825 34211 70679
82148 08651 32823 06647 09384
46095 50582 23172 53594 08128
48111 74502 84102 70193 85211
05559 64462 29489 54930 38196.

Một trang kết quả tìm giá trị gần đúng nhất của π.

KHỐI GIẢ LẬP PHƯƠNG HOÀN HẢO

Không có khó khăn gì trong việc xây dựng một hình chữ nhật có hai cạnh là những số nguyên đồng thời đường chéo cũng là số nguyên. Pythagore sẽ gợi ý cho ta chẳng hạn lấy các số 3 và 4 làm hai cạnh, lúc đó đường chéo sẽ là 5, vì theo công thức Pythagore ta có $3^2 + 4^2 = 5^2$.

Theo ý bạn, ta có thể mở rộng trường hợp trên ra cho không gian được không ? Tức là liệu có thể xây dựng một hình hộp vuông với các cạnh là số nguyên (chỉ vậy thôi thì quá được rồi !), đồng thời các đường chéo nối các mặt bên cũng là số nguyên (chuyện này có khó hơn một ít nhưng vẫn còn được : chẳng hạn ta có trường hợp của khối hộp vuông với các cạnh 429, 800 và 2.340. Bạn sẽ thấy các đường chéo mặt bên đều nguyên), rồi người ta đòi hỏi thêm vào đó tất cả những đường chéo nối các đỉnh đối diện cũng là những số nguyên. Bài toán này được biết dưới tên gọi "bài toán khối giả lập phương hoàn hảo". Cho đến nay người ta không biết bài toán có lời giải khái quát hay không (chú ý : không có cạnh nào bằng 0). Người ta mò mẫm tìm kiếm và nhận thấy rằng các cạnh tương ứng với các số rất lớn. Chẳng hạn cạnh bé nhất phải là 333.750.000, còn cạnh lớn nhất vượt quá 1 tỉ.

1988 : GÃ ELKIES DÁM CHÊ TÀI EULER !

"Đoán nhận" có nghĩa là khẳng định một phát biểu nào đó có nhiều cơ may đúng nhưng không có cách chứng minh. Ta chớ nên tin rằng các nhà toán học không bao giờ "đoán nhận" sai. Nhà *toán học lỗi lạc Leonhard Euler (1707-1783) tiên đoán rằng tổng* của ba số trùng phương không thể là một số trùng phương. Nói cách khác $x^4 + y^4 + z^4 = w^4$ không có nghiệm nguyên dương x, y, z, w. Nhà bác học lỗi lạc phạm sai lầm rồi ! Một người Mĩ tên là Noam Elkies vào năm 1988 đã tìm ra được một lời giải. Đương nhiên anh ta phải sử dụng máy điện toán nhưng trước đó phải ra sức nghiên cứu lí thuyết. Trước Elkies đã có nhiều người dùng máy điện toán để giải bài toán nhưng không được. Họ chỉ chứng minh được rằng số lớn nhất trong bốn số tức là *w*, phải lớn hơn 220.000. Bây giờ ta biết rằng với *w* bé hơn 1 triệu ta chỉ có một lời giải. Đó là :

$$95.800^4 + 217.519^4 + 414.481^4 = 422.481^4$$

Ta cũng biết rằng số *w* lớn hơn một triệu ta sẽ có vô số lời giải.

Leonhard EULER (1707-1783)

ĐOÁN NHẬN CỦA GOLDBACH

Khi hai nhà toán học viết thư cho nhau, họ nói gì ? Tất nhiên là về toán học ! Vào một ngày đẹp trời năm 1742. Christian Goldbach, trong lúc hào hứng vui nhộn, đã viết cho Leonhard Euler như sau : "Một số nguyên lớn hơn hay bằng năm đều là tổng của hai số nguyên tố".

Bạn có thể thử với những số nguyên nhỏ hơn 100. Bạn sẽ thấy đoán nhận trên là đúng. Nhưng ta không biết với số nguyên bất kì nào thì đoán nhận trên còn đúng nữa hay không !

1993 : CHỨNG MINH ĐỊNH LÍ FERMAT - SỰ KIỆN CÓ TẦM THẾ KỈ

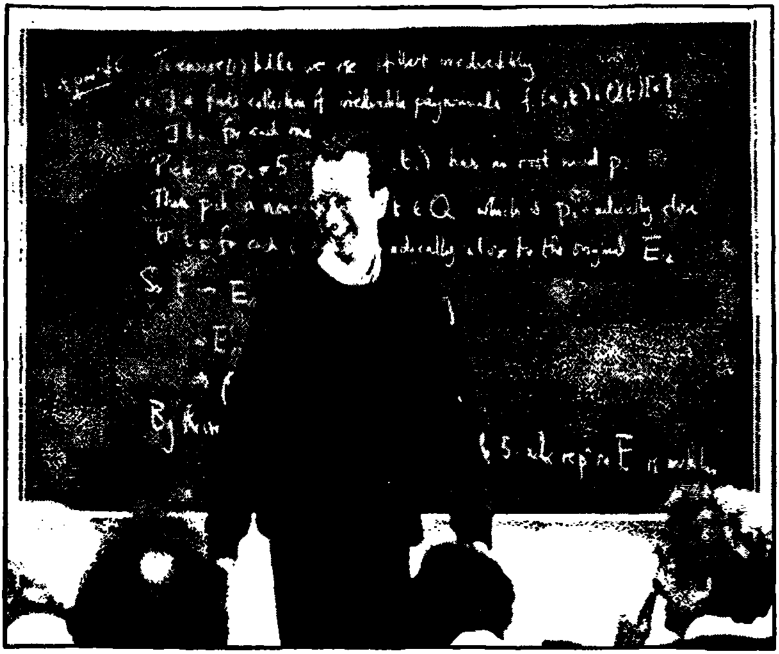
Không nghi ngờ gì nữa, đối với giới toán học, việc nhà toán học người Anh Andrew Wiles chứng minh định lí Fermat năm 1993 là một kì công toán học có tầm cỡ thế kỉ.

Pierre de Fermat (1601–1665) vốn là một luật gia, làm toán cho vui những lúc rảnh rỗi. Thực ra thời đó chưa có mấy người làm toán chuyên nghiệp. Ông đưa ra bài toán mà người đời sau gọi là "bài toán Fermat cuối cùng". Nói chính xác thì Fermat chỉ khẳng định là mình tìm ra lời giải còn lời giải ra sao thì nhiều người nghi ngờ không biết có thực không. Để chứng minh định lí Fermat, Andrew Wiles phải viết hết 200 trang giấy.

Xuất phát từ công thức $a^2 + b^2 = c^2$ với a, b, c có thể đều nguyên, chẳng hạn 3, 4, 5, Fermat tự hỏi xem với các số lập phương thì thế nào với số nguyên. Nếu bạn đựng nước đầy hai bình lập phương có cạnh bất kì, liệu bạn có thể đổ hai bình nước ấy vào bình lập phương thứ ba có cạnh bất kì không ? Dĩ nhiên là được.

Nhưng nếu ta đòi hỏi những bình lập phương kia phải có cạnh là số nguyên, vấn đề không còn là đương nhiên được nữa rồi ! Fermat nói rằng bài toán vô nghiệm, tức là không có số nguyên dương nào thỏa mãn phương trình $x^3 + y^3 = z^3$. Trong phương trình trên, x, y là cạnh của các bình lập phương nhỏ, x^3, y^3 là thể tích hai bình nhỏ, z và z^3 là cạnh và thể tích của bình lớn.

Tại sao chỉ dừng lại đó ? Fermat đặt câu hỏi cho dạng trùng phương (luỹ thừa bốn). Fermat chứng minh được cho trường hợp trùng phương, một cách chứng minh thật đẹp nhưng bạn sẽ bị chóng mặt vì phải liên tục "xuống bậc thang". Fermat tiếp tục với luỹ thừa năm và cuối cùng phát biểu dưới dạng khái quát : "Nếu *n* là số nguyên dương lớn hơn 3, không có số nguyên dương *x*, *y*, *z* nào nghiệm phương trình $x^n + y^n = z^n$".



Andrew Wiles chứng minh định lí Fermat

Sau ba trăm năm mươi năm cố gắng cần cù tìm ra lời giải của không biết bao nhiêu thế hệ các nhà toán học, nay Andrew Wiles mới chấm dứt sự việc.

BÀI TOÁN CỦA CATALAN

Trong lĩnh vực lí thuyết có nhiều vấn đề thật hắc búa. Có một số vấn đề cổ xưa mà các nhà toán học tìm cách giải từ năm này sang năm khác. Năm 1844, một vị trợ giáo của trường Đại học Bách khoa Paris tên là Catalan đề xuất vấn đề như sau : "Chỉ có 8 và 9 là hai số luỹ thừa hoàn hảo liên tiếp mà thôi !".

Một luỹ thừa hoàn hảo có dạng x^n với x và n nguyên dương lớn hơn hay bằng 2. Danh sách những số hoàn hảo đầu như sau :

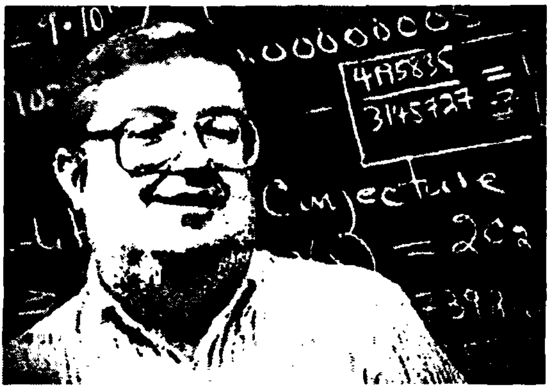
4, 8, 9, 16, 25, 27, 32, 36, 49, 81, 100, 121, 128, 144...

$2^2, 2^3, 3^2, 4^2, 5^2, 3^3$...

Vấn đề đặt ra là tìm xem có những cặp số nguyên liên tiếp nào (hiệu của chúng bằng 1) thuộc danh sách kia không. Ta thấy có 8 và 9 rồi. Liệu có các số khác như vậy không ? Nói cách khác phương trình $x^p - y^q = 1$ có lời giải nào khác ngoài $3^2 - 2^3 = 1$? Hai số x^p và y^q là những luỹ thừa hoàn hảo, còn hiệu của chúng bằng 1 nếu chúng là những số liên tiếp. Từ vài mươi năm trở lại đây người ta chỉ có một số hữu hạn lời giải. Có người cho rằng với $x^p - y^q = 1$ mà x^p lớn hơn 9 thì p phải lớn hơn 60 nhưng không vượt quá 25 chữ số. Catalan khẳng định rằng bài toán chỉ có một lời giải (8, 9). Hiện nay việc thẩm định bằng máy điện toán vẫn chưa có gì mới.

1996 : NHÀ TOÁN HỌC HẠ GỤC PENTIUM

Năm 1993 hãng *Intel* cho ra đời một loại chip siêu hạng gọi là *PENTIUM*. Dù được quảng cáo là cực kì nhanh và cực kì bền, con chip *pentium* bằng silic này ngay lập tức làm phiền lòng nhiều người sử dụng. Có cái gì đó trục trặc, nhưng ở đâu cơ chứ ? Một thầy dạy toán của trường Trung học cơ sở Linchburg ở bang Virginia tên là Thomas Nicely (*ảnh dưới*) đã tìm ra chỗ khiếm khuyết ấy của con chip. Thầy Nicely say mê nghiên cứu những cặp số nguyên tố được gọi là các số "song sinh". Đó là những cặp số như cặp 3 và 5, 41 và 43, 101 và 103, 10.007 và 10.009 v.v... Để tìm những cặp mới. Nicely phải lục lọi trong đám số lớn hơn 100 tỉ. Chính trong việc tìm kiếm ở các vùng số sâu xa này mà Niceli phát hiện thấy chip pentium cho kết quả phép chia 1 cho 824.633.702.441 không chính xác. Nói chung con chip làm việc đúng trong nhiều trường hợp nhưng theo Nicely thì cứ làm một tỉ phép tính, nó cho sai kết quả một lần. Chỉ có một nhà nghiên cứu lí thuyết số làm việc thường xuyên với một số cực lớn mới phát hiện ra cái sai số khó thấy đó. Do vậy hiện nay lí thuyết số còn được dùng để thẩm định độ tin cậy và độ chính xác của các máy siêu điện toán.



Thomas Nicely – Giáo viên trung học Lynchburg bang Virginia

BẠN TRUY CẬP BORDEAUX NGAY ĐI THÔI

Đố bạn biết thánh địa La Mecque của lí thuyết số ở đâu không ? Nó ở ngay trong Đại học Bordeaux đó. Một nhóm chuyên gia ba mươi người làm việc bên cạnh nhà toán học Henri Cohen, một cái đầu sáng chói của ngành lí thuyết số. Chính Henri Cohen đã viết một chương trình có tên là "PARI/GP" được các nhà lí thuyết số mọi nơi trên thế giới sử dụng. Chương trình này có dung lượng 1 mêgaôctet (mégaoctet) dùng để nhân tử hóa, để tìm các số nguyên tố, để tính những lôgarit rời rạc, để vẽ các đường cong và nhiều chuyện khác nữa. Chương trình có thể giúp ích cho việc học tập của học sinh và sinh viên, kể cả nghiên cứu sinh. Bạn có thể truy cập và chép lại miễn phí từ địa chỉ sau :

http://megrez.math.u-bordeaux.fr/pub/pari/unix/pari-1.39n.tar.gz

CUỘC TRANH CÃI XUNG QUANH CHƯƠNG TRÌNH PGP

Hai mươi triệu người dùng Internet ở Mĩ rất xúc động, còn cơ quan FBI thì hoảng hốt. Tất cả do... PGP gây ra ! Ba chữ cái khiêm tốn này chứa cả một phần mềm tai quái chưa từng thấy do nhà toán học Mĩ Phil Zimmermann (*hình trên*) nghĩ ra. Vậy PGP có gì khác lạ ? Đó là một hỗn hợp tinh tế những algôrit không gì bẻ được kể cả những máy tính đồ sộ. Hệ thống này cung cấp cho mỗi người khả năng giao tiếp trên mạng mà luôn giữ được bí mật dù nhà chức trách có xoay xở thế nào đi chăng nữa. Cơ quan FBI cố gắng hết sức để PGP không được phổ biến rộng rãi. Về mặt chính thức, phần mềm PGP chỉ được sử dụng trong phạm vi lãnh thổ Hoa Kì mà thôi. Ở Pháp phần mềm này cũng bị cấm sử dụng. Nhưng vừa qua có một đạo luật mới được thông qua cho phép người ta dùng nó để viết thư mật, với điều kiện là người sử dụng PGP phải đăng kí chìa khóa mật tại một "cơ sở thứ ba" do nhà nước quản lí. Chuyện có kì không... !

CHUYỆN CUỐI CÙNG

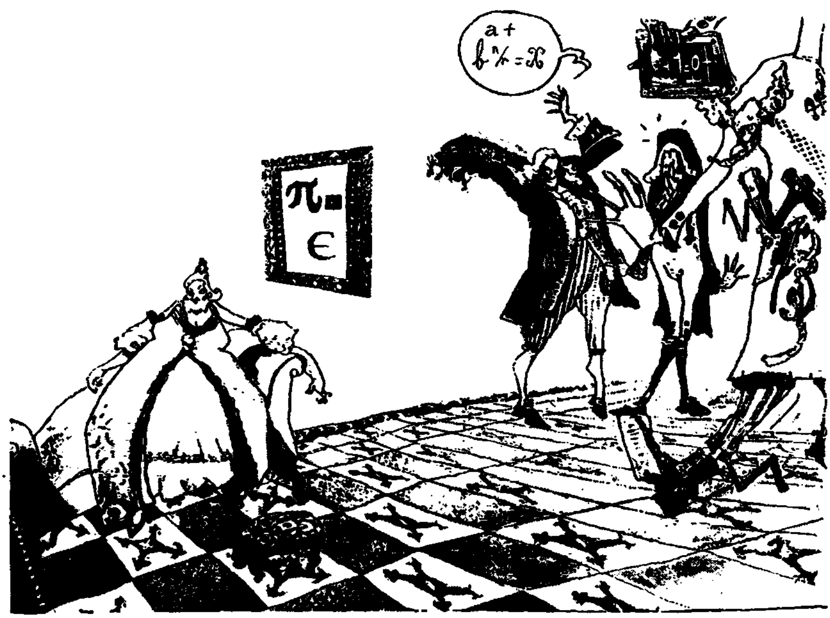
Chỉ còn một bài toán chưa giải được mà thôi ! Bài toán như sau : Nếu *p* là số nguyên tố mà *p* + 2 vẫn là số nguyên tố thì liệu có vô hạn số *p* hay không ? Chẳng hạn 3 là số nguyên tố, 3 + 2 = 5 vẫn còn là số nguyên tố. Có thể lập ngay một danh sách khá dài như vậy :

3, 5, 11, 17, 29, 41, 59, 101, 107, 107, 149, 179, 191, 197....

Nhưng liệu danh sách ấy có kéo dài đến vô tận không hay dừng lại chỗ nào đó ? Dù sao người ta cũng tìm ra được một số số nguyên tố như vậy lớn đến mức chứa hơn 5.000 chữ số !

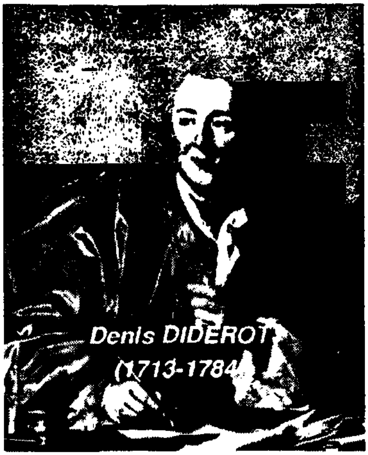
SỐ π VÀ SỐ e – BÍ HIỂM VÀ SIÊU VIỆT

Vào thế kỉ XVIII khi những trí tuệ tinh anh nở rộ khắp nơi, Catherine, nữ hoàng của toàn đế chế Nga vĩ đại đã tập hợp lại bên cạnh mình những bộ óc sáng chói nhất Châu Âu thời đó. Trong lâu đài diễm lệ ở Saint Pétersbourg, những ý tưởng đua nhau nở rộ, người ta tha hồ tán gẫu, thảo luận, tranh cãi... Hôm ấy chủ đề thảo luận là tôn giáo và chàng Diderot lừng danh hăng hái tham gia. Là một kẻ vô thần khét tiếng, lại có tài ăn nói, Diderot tin mình có đủ uy thế để thuyết phục cử toạ rằng thế giới tự hình thành mà hoàn toàn không cần đến bàn tay của Thượng Đế.



Ngay lúc ấy, Leohard Euler, một nhà toán học lớn gốc Thuỵ Sĩ hiện ra như một con quỷ ra khỏi hộp. Ông ta nhìn Diderot bằng con mắt duy nhất rồi với vẻ trịnh thượng ném vào mặt Diderot một công thức toán học như kiểu thách đấu kiếm vậy :

"Ta có $a + \frac{b^{\frac{n}{r}}}{n} = x$, vậy Thượng Đế ất tồn tại. Trả lời đi !".

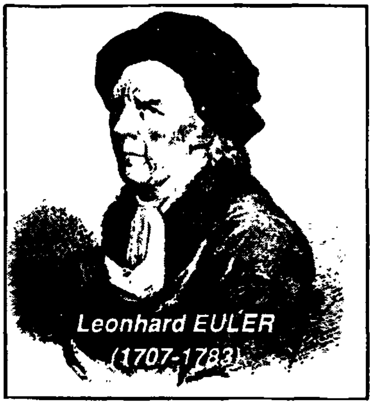


Nhà Bách khoa Toàn thư (Diderot) sững lại ! Bị rơi vào bẫy rồi ! Quả vậy, làm sao mà giải thích nổi trật tự sự vật như vậy ? Nhà toán học Thuỵ Sĩ trong thực tế chỉ loè bịp vị bách khoa toàn thư Pháp cho vui thôi. Cái công thức đưa ra quá đẹp mà làm gì có thực ! Nhưng Euler muốn gây khó khăn cho Diderot thật sự thì cũng dễ thôi. Chỉ cần ném ra công thức "$e^{i\pi} + 1 = 0$" là đủ làm cho Diderot chịu thua rồi.

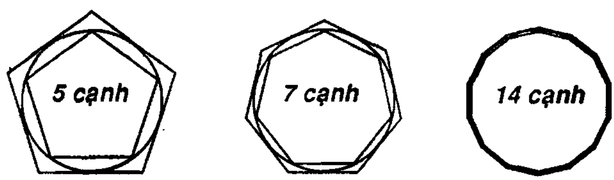
Công thức trên nhìn thì khá đơn giản nhưng được đánh giá là "công thức đẹp nhất trong mọi công thức toán". Chỉ có thế thôi ! Công thức đã thành công trong việc kết liên với phong cách giản dị như lời thánh kinh các số siêu việt thần kì nhất trong thế giới số. Trong công thức ấy ngoài 0 và 1 bình thường ra còn con số ảo i mà ta đã làm quen cách đây ít lâu. Rồi đến π và e. Đó là hai phần tử nổi tiếng nhất, láu lỉnh nhất trong các phần tử toán học. Đó là 2 con số có tính phổ quát ẩn náu sau mọi ngõ ngách của thiên nhiên.

CON SỐ GẮN VỚI ĐƯỜNG TRÒN

Số pi, đối với một đầu óc làng nhàng hiện nay, gợi lên một chữ cái Hi Lạp làm kí hiệu trên một bàn phím máy tính. Về số thì đó là 3,14 và một đám bụi bặm bám theo nữa. Con đường dẫn đến kết quả trên thấm đầy máu, mồ hôi và nước mắt. Tất nhiên đó là nói một cách hình tượng. Số π hỗn láo này từ gần bốn ngàn năm nay chỉ cho phép tiếp cận chứ không bao giờ đạt đến được. Điều đó khiến cho những người săn đuổi nó càng ham mê theo đuổi từ thời cổ đến nay không bao giờ nghỉ.



Trong thời cổ đại các nhà toán học không ngừng tìm hiểu những kích thước không gian bao quanh mình. Hình vuông, hình tam giác, rồi đến những hình chứa góc rối rắm nhất đều bị chinh phục. Chỉ cần lấy thước kẻ đo nhiều lần là tính ngay được diện tích của những hình ấy. Các thứ này thật quá dễ so với đám hình tròn vô lại bất kham kia. Thiên nhiên về bản chất không lấy gì là tai ác nhưng đã đưa vào trong hình tròn một tính chất có tính thực tiễn cao không làm sao tránh né được dù hình tròn to hay nhỏ, tỉ lệ giữa chu vi của nó và đường kính luôn có một giá trị không đổi. Kết quả là $C = 2\pi R$, trong đó C là chu vi đường tròn, R là bán kính ($2R$ là đường kính). Rồi thêm vài ba phép tính nữa, diện tích hình tròn S sẽ được tính qua những thông tin trên. $S = \pi \times R \times R$ tức là $S = \pi R2$.



Phương pháp của Archimède là đóng khung hình tròn bằng hai đa giác trong và ngoài mà ta tính được diện tích. Cứ tăng dần số góc của đa giác lên ta thấy hình tròn càng bị xiết chặt giữa hai đa giác và diện tích hình tròn gần với diện tích của đa giác.

ARCHIMÈDE QUAN TÂM ĐẾN SỐ π

Trên đây là những thông tin tốt lành. Còn bây giờ là tin không hay : số pi không phải là một số nguyên tròn trịa như mong muốn. Thêm vào đó, dãy số thập phân của số này "không chính quy" chút nào, tức là không có chu kì xác định như số hữu tỉ. Như vậy cần phải tìm cho π một giá trị êm thấm nào đó. Những người Lưỡng Hà cũng như người Ai Cập cổ bằng lòng với những giá trị phiên phiến. Họ dùng $\pi = 3$, rồi 251/81 rồi 3,16 và như vậy đủ dùng cho nhu cầu hàng ngày.

Tranh biếm hoạ Archimède cố gắng đo chu vi hình tròn.

Thế rồi lợi ích của số π buộc người ta phải xem xét nó kĩ hơn. Archimède (*xem hình bên*) xuất hiện đúng lúc. Ba thế kỉ tr. CN vị thiên tài sống ở thành Syracuse này giữa hai lần đi tắm đã quan tâm đến số π. Ông thoáng thấy một ý nghĩ : người ta có thể tính toán chính xác diện tích của một số hình hình học như các đa giác chẳng hạn. Vậy sao không nghĩ cách dán một đa giác

khít lên các thành bên của một hình tròn ? Ta bắt đầu bằng một tam giác hay một hình vuông rồi cứ nhân gấp bội các góc lên. Chẳng mấy chốc một đa giác nhiều cạnh gồm nhiều nhánh chi chít sẽ lấp gần hết diện tích hình tròn. Cái hay là người ta tiếp cận với hình tròn sẽ tiến dần đến giá trị đúng của diện tích hình tròn, tức là tiến đến số π. Đa giác bên trong và bên ngoài càng nhiều cạnh thì ta càng tiến sát giá trị của số π hoang dã. Bản thân Archimède khi tính số π đã dùng những đa giác có đến 96 cạnh. Kết quả mà ông đạt tới là : 223/71 < π < 22/7 tức là số pi sẽ được bao gồm giữa 3,140846 và 3,142858.

CUỘC CHẠY ĐUA TÌM ĐUÔI THẬP PHÂN

Giá trị của số π trải qua nhiều thế kỉ trở nên ngày càng chính xác. Các phép toán càng tinh vi thì phần thập phân sau dấu phẩy càng quan trọng. Phần này có 30 chữ số vào cuối thế kỉ XVI, 140 vào thế kỉ XVII và 707 vào cuối thế kỉ XIX (nhưng chỉ khoảng 500 chữ số chính xác). Bao giờ thì đạt đến chữ số cuối cùng ? Không bao giờ ! Vì là số vô tỉ nên số pi có phần thập phân vô tận và không có quy luật gì. Ngày nay việc chạy đua còn tiếp tục. Có 260 triệu chữ số thập phân tìm được năm 1991 và gần đây hơn 6 tỉ. Tuy vậy chỉ cần 47 chữ số thập phân sau dấu phẩy là thỏa mãn mọi nhu cầu tính toán chính xác của ta rồi. Với giá trị của số π như vậy người ta tính chu vi vòng tròn bao bọc vũ trụ chính xác đến kích thước một prôton, tức là một phần triệu của phần tỉ xen–ti–mét !. Vậy thì cứ tiếp tục chạy theo quả bóng không bao giờ bắt được nữa để làm gì ? Thực tế thì việc chạy đua này cho những lợi ích khác như thử tính năng các máy điện toán siêu cấp, các phép tính phức tạp và việc mã hoá thông tin.

Nhưng số π không chỉ đơn thuần là một con bò cái cho chữ số mà nó còn là một quý phu nhân. Đứa con gái của các vòng tròn này sở dĩ được tôn lên hàng quý phu nhân là do tác dụng li kì của nó bên ngoài môn hình học. Cái chữ cái Hi Lạp tương đương với chữ P của ta (tức là π) đi lang thang qua khắp thiên nhiên. Nói cách khác nhiều công thức toán học mô tả các hiện tượng thiên nhiên đa dạng đều chứa π. Chẳng hạn các hiện tượng sóng từ những làn sóng nhỏ trên mặt nước khi ta ném một hòn cuội cho đến những "siêu sóng" nguồn gốc vũ trụ tất cả đều theo đúng những quy luật mà π có vai trò chủ chốt. Kì lạ là số π tham gia vào những việc mà ta không ngờ tới như trong trò chơi may rủi. Một số sự kiện xác suất phải được nắm bắt bằng cách sử dụng pi như trò chơi cho chiếc kim rơi hú họa trong thí nghiệm của Buffon (xem phần *"Các con số và trò chơi may rủi"* ở cuối sách).

Vậy cái duyên của số pi là gì ? Có phải vì nó bám lấy các môn khoa học dai như đỉa chăng ? Hay là vì nó gồm vô tận những chữ số thập phân ? Dù sao thì cái duyên của số pi vẫn tồn tại mãi mãi theo thời gian. Nhiều người tiếp tục say mê tìm tòi số pi. Họ lập ra câu lạc bộ riêng của mình, có cả trang web trên internet (http://www.chaco.com/useless/useless/pi.html). Người ta tổ chức những cuộc thi đọc thuộc lòng hàng ngàn chữ số thập phân sau dấu phẩy (kỉ lục cho tới hiện nay là 42.000 chữ số !). Hàng năm họ còn tụ họp vào ngày 14 tháng ba (trong tiếng Anh trật tự là 3.14) để vui liên hoan với pi.

NHÀ ẢO THUẬT VỀ CHUYỂN ĐỘNG

Khác với số pi là số được các nhà toán học tiếp xúc từ thời xa xưa, số *e* chỉ mới được phát hiện hai thế kỉ trước đây thôi. Số này không dễ nhận ra được ngay vì nó ẩn náu sau nhiều biến hoá muôn vẻ. Để hiểu con số này ta tìm hiểu một số chuyện tiền bạc trước đã. Nhà tài chính Ferdinand Lacaillasse bỏ ra một triệu quan vào việc đầu tư kiếm lợi. Ông ta may mắn tìm được một chỗ đầu tư với lãi suất 100% mỗi năm. Nói một cách nôm na thì sau mỗi năm ông ta được gấp đôi số tiền vay. Để nhìn xa một chút, ông Lacaillasse ước lượng trên giấy như sau :

Năm :	1	2	3	4	5	6	7 ...
Tiền* :	2	4	8	16	32	64	128 ...

(*tính bằng triệu quan)

Chú ý rằng $8 = 2 \times 2 \times 2$, $16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$ v.v..., tức là các số có thể viết dưới dạng lũy thừa của số 2, Lacaillasse có thể ghi trong sổ như sau :

Năm :	1	2	3	4	5	6	7 ...
Tiền*:	2^1	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6	2^7 ...

(*tính bằng triệu quan)

Tức là :	2	4	8	16	32	64	128 ...

LÔGARIT, CÁI GÌ VẬY ?

Rõ ràng giữa hai dãy số trên có một mối tương quan chặt chẽ. Cứ đến năm thứ n, tiền của ông Lacaillasse là 2^n. Cách viết như vậy gọi là "hàm số mũ". Chuyện tài chính thì nhỏ bé thôi nhưng toán học thu lợi rất lớn ! Quả vậy, mối tương quan trên không chỉ vui mắt mà còn cho ta một mẹo nắm nhanh chóng sự vật. Thay vì cứ ngồi tính một cách cần cù hàng năm tiền thu nhập là bao nhiêu, ông Lacaillasse chỉ việc xem lũy thừa của số 2 mà thôi. Ngược lại, Lacaillasse muốn biết bao nhiêu năm nữa ông ta có bao nhiêu tiền thì chỉ liếc qua bảng là rõ. Chẳng hạn sắp tới đây ông ta kỉ niệm lần thứ 64 ngày sinh của mình và nhìn thấy trên bảng số 6 cho năm bỏ tiền đầu tư. Lacaillasse đã tính lôgarit của số 64 một cách vô thức. Lôgarit là công cụ toán học cho phép tìm số lũy thừa của một số để số đó nâng lên lũy thừa ấy sẽ bằng một số cho trước. Quá phức tạp chăng ? Đâu có ! Tìm năm có thu nhập 64 triệu tức là tìm số lũy thừa mà khi nâng 2 lên lũy thừa ấy ta có 64, tức là tìm lôgarit của 64 theo cơ số 2.

THƯỚC ĐO LÔGARÍT LÀM TA GIẢM MẶC CẢM VỀ VỊ TRÍ CỦA MÌNH TRONG BẬC THANG TRÍ TUỆ

Bài này mượn ý tưởng của tác giả Phạm Duy Hiển trong Một góc nhìn của trí thức, NXB Trẻ, 2001. Tạp chí Life (Mĩ) gần đây đã tổ chức bình chọn 100 khuôn mặt tiêu biểu của toàn thế giới cho thiên niên kỉ vừa qua. Đứng đầu bảng là các vị Edison, Columbus, Luther, Galileo, Leonard de Vinci, Newton, Magellan, Pasteur, Darwin và Shakespeare. Trong số 90 vị còn lại ta thấy có Marx (18), Lênin (29), Mao (28), Gandhi (22), Pierre Đại Đế (77), Mendela (91), Kant (58), Beethoven (33), Picasso (78), Disney (90), Tolstoi (93), Lavoisier (80), Neumann (94), Mendel (35), Adam Smith (74), Napoléon (12).... Trong thiên niên kỉ vừa qua có khoảng 100 tỉ người từng sống trên trái đất. Nếu biểu diễn sự tên tuổi của từng cá nhân trên bậc thang tuyến tính (khắc độ bằng nhau) thì Edison chiếm vị trí số 1 và đến 100 tỉ khấc nữa mới đến những kẻ khiêm tốn như chúng ta ! Tức là ta đứng ở vị trí ngay hay gần 100 tỉ. Ta mặc cảm là điều khó tránh khỏi. Nhà vật lí Nga Landau đã gợi ý dùng bậc thang lôgarit trong những trường hợp như vậy để vấn đề trở nên tiện lợi hơn. Mọi người đều biết log1 = 0, log10 = 1, log100 =2, log1000 = 3 và nói chung $\log 10^n = n$ (theo cơ số 10). Nếu dùng bậc thang này để xếp sự nổi tiếng thì Edison ở vị trí 1 trên 100 tỉ , mà 100 tỉ = 10^{11} nên ta coi ông chiếm vị trí 11. Cứ thế Shakespeare số 10, Napoléon ở vị trí 9,... Còn cánh ta nhận vị trí khiêm tốn thứ 100 tỉ, tức là gần với số 0. Như vậy ta không cách xa số 11 là bao nhiêu, ta đâu còn mặc cảm như xưa !

Người ta đặt : log64 = 6 xuất phát từ $2^6 = 64$. Vì phải dựa vào số 2 tức là việc gấp đôi vốn hàng năm cho ông Lacaillasse, ta nói rằng ta có lôgarit cơ số 2. Nhưng bất kì số nào lớn hơn 1 cũng có thể đóng vai trò cơ số. Mọi số đều có thể làm cơ số cho một loại lôgarit. Nhưng có một số hết sức đặc biệt. Bạn đã đoán đúng rồi đó : số *e*.

Để khám phá số này ta cần có thêm chút kiên nhẫn và ta trở lại chuyện tiền nong lần nữa. Lacaillasse muốn tìm cách thu lợi càng nhiều càng tốt nên nảy ra ý tưởng điều đình với ngân hàng gửi tiền một cách tính lãi khác. Thay vì ông được trả lãi vào cuối năm với lãi suất 100%, ông tha thiết đề nghị chia thời gian tính lãi ra làm hai kì : 50% cho sáu tháng đầu năm và 50% cho sáu tháng cuối năm với việc gộp cả vốn lẫn lãi của sáu tháng đầu năm. Theo cách này về cuối năm đầu Lacaillasse thu được 2,25 triệu quan chứ không phải chỉ 2 triệu quan theo cách cũ.

Rõ ràng khi cắt 100% lãi suất ra nhiều đoạn thì tiền lãi thu được lớn hơn. Ferdinand Lacaillasse say mê theo đuổi lợi nhuận cao hơn và cứ thế liên tiếp đề nghị với ngân hàng cho lĩnh lãi từng quý ba tháng rồi từng tháng, từng tuần lễ và cuối cùng từng ngày một. Ông luôn luôn theo một nguyên tắc : chia lãi suất 100% cho nhiều kì và không quên gộp tiền lãi từng kì vào vốn cho kì sau. Ông nhận xét : "Càng lĩnh nhiều lần thì tiền lĩnh càng cao hơn". Việc gì sẽ xảy ra khi cứ lí luận như ông Lacaillasse cho những kì lĩnh càng ngày càng hẹp chẳng hạn từng giờ, từng phút, từng giây... ? Liệu theo cách ấy Lacaillasse có trở thành người giàu nhất thế gian ?

Số tiền thu được hàng năm (tính bằng triệu quan)

Nhận vào cuối năm tùy thuộc kì hạn tính lãi :

Từng năm	:	2
Cứ sáu tháng một	:	2,25
Cứ ba tháng một	:	2,441406
Hàng tháng	:	2,692596
Hàng ngày	:	2,714567

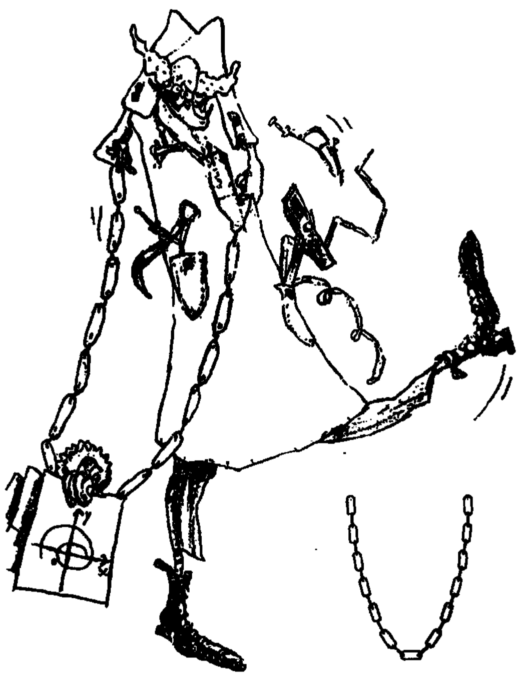
NHỮNG TÍNH CHẤT KHÁC NHAU CỦA SỐ *e*

Chết tôi rồi, Lacaillasse than thở. Ông ta ngơ ngác thấy rằng kì hạn lãi càng nhỏ thì lợi nhuận tăng càng chậm. Rồi dường như nó bị chặn lại ở một ngưỡng nào đó, như gặp phải một bức tường không vượt qua được. Cứ chia hoài đến vô tận kì tính lãi, Lacaillasse tưởng thu được khối lượng vô hạn tiền, thực ra chỉ là 2,71828... triệu thôi ! Lacaillasse, cũng như bạn và tôi, vừa tóm được số *e*. Thế đó, con số kì quặc. Cái đuôi thập phân của nó không chấm dứt đâu. Y như tên đồng bọn với nó là số pi, số *e* là số siêu việt, tức là vô tỉ.

Áp dụng đầu tiên của *e* : Nó cho phép Lacaillasse tính lãi một cách liên tục. Năm này qua năm khác thu nhập của ông ta tăng theo lũy thừa của *e* :

Năm :	1	2	3	4	5	6	7 ...
Tiền :	e^1	e^2	e^3	e^4	e^5	e^6	e^7 ...

Việc số *e* thành công trong tính toán tài chính không phải là ngẫu nhiên. Bởi lẽ nó là cái chìa khoá thực sự cho những biến thiên tình huống. Nếu chọn *e* làm cơ số ta sẽ có một loại lôgarit gọi là "tự nhiên" hay lôgarit Neper (tên người sáng tạo ra lôgarit này). Ta kí hiệu là Log hay ln. Nhờ vào lôgarit tự nhiên mà ta không phải quan sát thiên nhiên với những bước nhảy lớn, ta có thể quan sát các hiện tượng tỉ mỉ từng thời điểm. Có tuyệt không chứ !



Một sợi dây chuyền treo lủng lẳng trên tay thật chẳng có gì lạ cả. Thực tế dây chuyền đó vẽ ra một đường cong đặc biệt mà trong nhiều thế kỉ các nhà toán học ra sức tìm hiểu. Muốn nghiên cứu đường cong đó nhất thiết phải dùng số e.
Bởi lẽ biểu thức của đường cong là :
y = (ex + e–x) : 2.

Số e còn có nhiều cái hay khác. Tưởng tượng rằng Lacaillasse mệt mỏi về cho vay lấy lãi quyết định đầu tư vào đất đai. Ông ta chộp được cơ hội mua một miếng đất giá cực kì rẻ mạt. Thực ra miếng đất nằm kẹt giữa nhiều đường đi trong đó có một đường mòn kì quái, vừa dài vừa cong. Do vậy mà miếng đất có hình thù đặt biệt. Lacaillasse vốn người đa nghi, muốn đo đạc lại miếng đất cẩn thận. Nhờ có số e, mọi việc quá dễ dàng. Miếng đất đó, với chiều dài nhân mét cho diện tích đúng bằng lôgarit Néper của x. Với chiều dài 100 mét, dọc theo hoành độ, diện tích sẽ là Log 100. Bạn dùng bàn tính coi ! Khoảng 4,6 hec-ta đấy.

MỘT KHI SỰ HÀI HOÀ XEN VÀO TOÁN HỌC

Các số siêu việt e và π, chưa thỏa mãn với việc tạo nên công thức Euler thần kì cũng như chen chân vào biết bao nhiêu hiện tượng thiên nhiên kì thú, còn có khả năng tạo nên một kho vô tận những sự hài hòa mặc dù nhìn chúng có vẻ thô thiển. Hai số này được khai triển trong những công thức dài vô tận mà hết sức đều đặn và rất thượng lưu. Chúng tạo nên vẻ đẹp toán học như các công thức sau :

$$e = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} + \dots$$

Dấu chấm than chỉ "giai thừa", tức là một chuỗi số liên tiếp nhân với nhau. Chẳng hạn 5 ! = 1 x 2 x 3 x 4 x 5 ; 6 ! = 1 x 2 x 3 x 4 x 5 x 6.

$$\frac{\pi^2}{6} = \frac{1}{12} + \frac{1}{22} + \frac{1}{32} + \frac{1}{42} + \dots$$

$$\frac{2}{\pi} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}{2} \dots$$

$$\frac{\pi}{2} = \frac{2}{1} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{6}{5} \cdot \frac{6}{7} \dots\dots$$

$$e = 2 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{2}{3 + \cfrac{3}{4 + \cfrac{4}{5 + \dots}}}}}$$

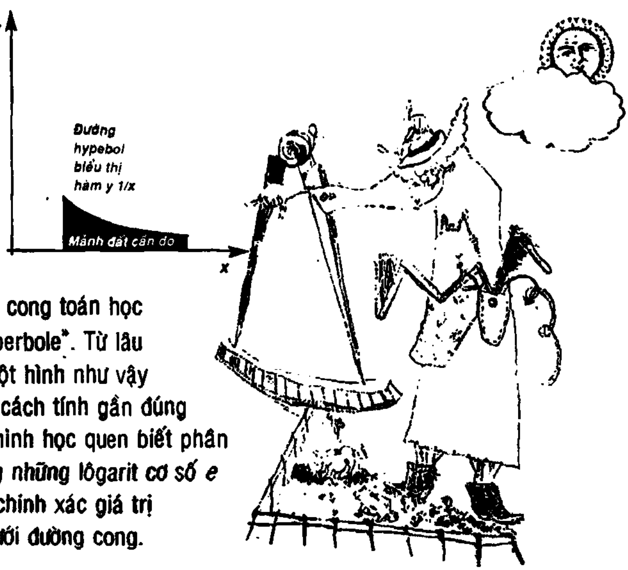
Sau cùng có một công thức nữa để kết nối i, e và π lại với nhau :

$$i = e^{-\frac{\pi}{2}}$$

CHỮ CÁI HỖN LÁO !

Lacaillasse khi đo miếng đất của mình tự nhủ : "Nếu định xong diện tích cần canh tác, thử hỏi chiều dài miếng đất cần mua là bao nhiêu ?". Chuyện thần kì là ở chỗ đó. Chỉ cần nâng e lên lũy thừa x. Giống như trường hợp tính lãi liện tục, không có lỗ hổng nào trong dây chuyền tính toán cả. Bất kì số nào cũng có một lôgarit và bất kì lôgarit nào cũng có số tương đương nếu ta nâng lên hàm số mũ. Nếu Lacaillasse muốn canh tác 5 hec-ta không hơn không kém thì ông ta chỉ việc tính $e^5 = 2{,}72^5 = 148{,}88$ mét chiều dài.

Lacaillasse khó mà đo được diện tích miếng đất này (xem tranh) nếu ông ta không sử dụng lôgarit. Sở dĩ miếng đất khó đo đạc là vì nó có ranh giớiphía trên là một đường cong toán học gọi là đường "hyperbole". Từ lâu để đo diện tích một hình như vậy người ta chỉ dùng cách tính gần đúng với những đường hình học quen biết phân nhỏ ra. Cuối cùng những lôgarit cơ số *e* cho phép đo đạc chính xác giá trị miếng đất nằm dưới đường cong.



Chưa hết đâu ! Số e, cũng như số pi, không chịu giữ vai trò đơn nhất. Số e có những tính chất không bó hẹp vào hình học hay tính toán tài chính. Còn lôgarit tự nhiên thì được thấy trong rất nhiều hiện tượng. Chẳng hạn ta xem xét sự phân rã phóng xạ hạt nhân. Ta xem một chất phóng xạ như Plutonium (Pu), chu kì phân hủy để chất Pu đó còn lại một nửa liên quan đến số *e*. Chu kì đó có tên là "chu kì bán hủy" hay "nửa vòng đời" tính riêng cho từng chất có dạng một lũy thừa của số *e*. Công thức ấy cho phép ta tính vật chất tồn tại ở bất kì thời điểm nào. Chất plutônium có chu kì bán hủy vào khoảng 20.000 năm.

SỐ *e* VÀ THÍNH GIÁC

Số *e* và theo nó là lôgarit được tìm thấy trong những lĩnh vực ít ngờ tới như sự thụ cảm chẳng hạn. Đơn vị đo cường độ âm thanh là đêxiben gắn liền chặt chẽ với số *e*. Ta hãy nhìn vào đường cong phía phải. Số đêxiben càng lớn thì sức mạnh gia tăng để có cùng một âm lượng càng phải lớn gấp bội. Ông Lacaillasse đã làm thí nghiệm việc này khi bày ra trò chơi ngớ ngẩn như sau : Khởi đầu là tiếng lá xào xạc với 10dB, ông ta nâng nó lên 30dB bằng cách nói khẽ. Nhưng từ tiếng súng nổ 160dB, muốn nâng lên 180dB phải dùng tới súng hạng nặng kiểu súng cối. Như vậy chỉ cách nhau có 20dB mà công năng sử dụng khác nhau rất xa.

Hoá học, sinh học, khoa học thống kê đều cần đến số *e*. Chẳng hạn khi ta để *n* bức thư vào *n* phong bì khác nhau đã viết sẵn địa chỉ người nhận, xác suất bỏ thư vào nhầm phong bì không đúng, trong trường hợp số *n* khá lớn, sẽ là xấp xỉ $1/e^2$.

CHÚC THƯ CHO HÀNG TRĂM NĂM VỀ SAU

Mọi người đều nghe kể về số lượng kinh hoàng các hạt lúa mì mà nhà phát minh ra bàn cờ muốn được nhà vua ban thưởng. Số lượng đó được tạo thành bằng cách nhân đôi đơn vị liên tục : trong ô đầu để một hạt lúa mì, ô thứ hai 2 hạt, ô thứ ba 4 hạt... cứ như vậy cho đến ô thứ 64.

Các con số cũng tăng nhanh khi tỉ suất tăng khá nhỏ bé. Một nguồn vốn đầu tư với lãi suất 5% hàng năm tăng lên 1,05 lần. Xem ra sự tăng trưởng đó không đáng là bao. Thế mà chỉ cần một thời gian khá dài, số vốn kia trở nên to lớn khôn lường. Vì vậy mà những nguồn vốn thừa kế tăng đến những con số khủng khiếp nếu chúc thư đặt chúng vào những thời hạn khá lâu. Ta ngạc nhiên thực sự khi thấy ai đó chỉ để lại cho con cháu một số tiền ít ỏi nhưng lại ra lệnh chi những khoản tiền cực kì lớn sau một thời gian nhất định. Chẳng hạn chúc thư của nhà bác học kiêm chính khách Mĩ Benjamin Franklin viết như sau :

«Tôi để lại 1.000 bảng Anh cho dân chúng Boston. Nếu họ nhận 1.000 bảng này, họ phải giao phó cho các bậc quyền quí của thành phố. Các vị này sẽ cho những thợ thủ công trẻ vay với lãi suất 5%(*) . Sau 100 năm số tiền trên sẽ là 131.000 bảng. Tôi muốn dùng 100.000 bảng để xây vào thời điểm trên một số công sở. Số tiền 31.000 bảng còn lại đem cho thợ thủ công trẻ vay với lãi suất như trước trong 100 năm tiếp đó. Sau hai thế kỉ số tiền sẽ lên tới 4.060.000 bảng. Cư dân Boston sẽ được sử dụng 1.060.000 bảng còn 3 triệu bảng kia dành cho quận Massachusetts. Tôi không dám đề xuất kế hoạch xa hơn thế nữa».

Như vậy chỉ có vẻn vẹn 1.000 bảng Franklin đã nghĩ đến chuyện tiêu hàng triệu cho chỗ này chỗ khác. Thực ra không có gì đáng ngạc nhiên cả vì các phép tính toán cho thấy Franklin có cơ sở để nói như trong di chúc. Cứ tăng hàng năm 1,05 lần, số tiền 1.000 bảng sau 100 năm sẽ là :

$$x = 1.000 \times 1{,}05^{100} \text{ bảng}$$

Ta có thể tính biểu thức trên bằng lôgarit :

$$\log x = \log 1000 + 100 \log 1{,}05 = 5{,}11893$$

Như vậy $x = 131.000$ phù hợp với dự kiến của chúc thư.

Vào thế kỉ tiếp đó, số tiền 31.000 bảng sẽ là :

$$y = 31.000 \times 1.05^{100}$$

theo cách tính bằng lôgarit thì :

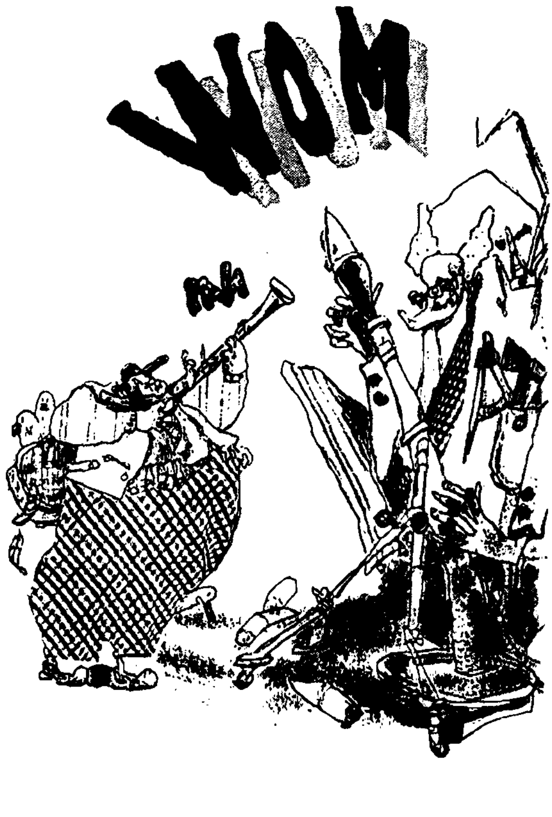
$$y = 4.076.500 \text{ bảng}$$

Số tiền này không khác bao nhiêu với số nêu trong chúc thư.

---

* Thời đó ở Mĩ chưa hề có cơ sở ngân hàng hay tín dụng gì.

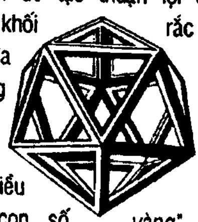
Bây giờ thì các bạn hiểu tại sao các nhà toán học sùng bái công thức của Euler rồi chứ ? Công thức đó là : $e^{\pi}+1=0$. Mối tương quan giữa ba số kia nói lên điều gì ? Rõ ràng không phải chuyện Thượng Đế tồn tại hay không tồn tại. Vấn đề là đứng trước một công thức đơn giản với rất ít kí hiệu nhưng khả năng mô tả lớn biết bao, ta cảm thấy vô cùng khâm phục đầu óc của các nhà toán học.



CON SỐ VÀNG

Ngày hôm ấy giá như Euclide làm một giấc say sưa thì hay biết mấy ! Đúng vậy, nhà toán học vĩ đại nhất thời cổ Hi Lạp đáng lẽ đừng bày ra định nghĩa "về cách chia theo trung và ngoại tỉ" làm gì trong *Cuốn VI* thuộc bộ *Cơ bản* của ông. Vì không ngủ yên giấc nên Euclide mới tung vào cuộc sống một thực thể toán học kì cục để rồi những kẻ không thuộc giới toán học lập tức vồ lấy và tôn vinh thành một "con số vàng".

Euclide sống ở Alexandrie cách đây 23 thế kỉ. Công trình về hình học phẳng của ông vẫn được giảng dạy ở các trường trung học. Ông là người đầu tiên để xướng ra phép chia theo "trung và ngoại tỉ", phép tính này về sau làm nảy sinh ra cái gọi là "con số vàng". Thực tế thì Euclide chỉ đề xuất phép chia nói trên để tạo thuận lợi cho dựng những 'hình khối rắc rối gọi là các khối đa diện. Những ý tưởng đó đã giúp Léonard de Vinci phác họa hình vóc những điều hoang đường về "con số *vàng*".



Một chi tiết đáng chú ý : Cũng như các đồng nghiệp thời Cổ Đại của mình, Euclide chưa bao giờ dùng thuật ngữ "con số vàng".

Ông chỉ hạn chế vào định nghĩa mối liên hệ rõ nét giữa các đoạn thẳng do một điểm phân ra trên một đoạn thẳng cho trước (*xem phần đóng khung*). Tỉ số này giúp Euclide giải quyết một số bài toán trong đó có việc dựng một cách dễ dàng các hình ngũ giác (đa giác năm cạnh), thập giác (đa giác mười cạnh) đều. Euclide vốn thuộc trường phái toán học thuần túy nên không đưa ra phương hướng vận dụng thực tế nào.

Thầy Fra Luca Pacioli đang giảng toán. Vị tu sĩ người Ý thời Phục Hưng này đã có công phổ cập các tác phẩm của Euclide, đặc biệt là "phép chia theo trung, ngoại tỉ".

Chuyện phép chia trung và ngoại tỉ xuất hiện trong lịch sử như vậy. Bây giờ ta bám theo từng bước đi của nó. Năm 1498 Fra Luca Pacioli, vị tu sĩ kiêm giáo sư toán học Ý, đã đề cập đến số này trong bài "Về một tỉ lệ thần thánh" *(De divina proportione).*

Dúng là một đầu đề giật gân cho một bài toán không có gì đặc sắc, ngoại trừ loạt tranh minh họa kí tên Léonard de Vinci.

CON SỐ VÀNG THEO GÓC ĐỘ TOÁN HỌC

Euclide phát biểu như thế nào ? Đơn giản như sau : để chia đoạn thẳng AC theo *trung và ngoại tỉ, cần xác định một điểm B nào đó nằm giữa* A và C. Điểm B này phải được chọn sao cho tỉ lệ "đoạn lớn trên đoạn nhỏ" bằng tỉ lệ "đoạn lớn cộng đoạn nhỏ trên đoạn lớn". Nói cách khác :

$$\frac{AB}{BC} = \frac{AC}{AB}$$

Tóm lại "phép chia Euclide" thuộc về hình học sơ cấp. Nhưng trong phép chia ấy có những số gì ? Chúng xuất hiện dưới dạng bài toán như sau :

A..........................B......................C

x 1

Giả thiết rằng đoạn BC bằng 1 thì chiều dài x của đoạn lớn AB là bao nhiêu ?

Nếu AB = x và BC = 1 ta có AC = $x + 1$. Theo định nghĩa thì $\frac{AB}{BC} = \frac{AC}{AB}$, thay các đoạn thẳng bằng các biểu thức chứa x, $\frac{AB}{BC}$ trở thành $\frac{x+1}{x}$. Như vậy :

$$\frac{x}{1} = \frac{(x+1)}{x}$$

Từ đó suy ra $x^2 = x + 1$ hay $x^2 - x - 1 = 0$.

Phương trình trên có 2 nghiệm nhưng chỉ 1 nghiệm dùng được, đó là :

$$x = \frac{(\sqrt{5} + 1)}{2}$$

Làm vài con tính và bạn sẽ có con số vàng tiếng tăm lừng lẫy kí hiệu là φ (chữ cái Hi Lạp phiên âm là *phi*, lấy tên nhà điêu khắc Hi Lạp Phidias).

φ =1,61803398874989484820...

Những dấu chấm chỉ ra rằng còn vô số chữ số thập phân sau dấu phẩy.

Trong số những tính chất toán học phong phú của số φ, các tính chất sau đây có tính đặc thù.

– Muốn có số bình phương của nó ta chỉ cần thêm 1 : $\varphi^2 = 2{,}618...$ Công thức là $\varphi^2 = \varphi + 1$.

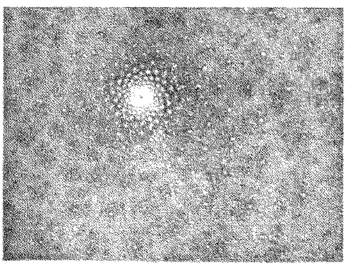
– Nghịch đảo của nó là bản thân nó trừ đi 1. Công thức là : $1/\varphi = \varphi - 1$.

Số này còn lắm truyện hay. Fibonacci, một nhà toán học Ý thời Trung cổ đã phát hiện ra một chuỗi số sau này ta gọi là chuỗi Fibonacci. Chuỗi này được xây dựng đơn giản như sau : mỗi số hạng của chuỗi bằng tổng của hai số hạng đi liền trước đó. Chuỗi đó có dạng như sau :1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233 v.v...

Con số vàng liên hệ chặt chẽ với chuỗi Fibonacci.

Trên đây ta đã thấy là $\varphi^2 = \varphi + 1$. Bây giờ ta xem kĩ những lũy thừa khác của số φ :

φ^2	φ^3	φ^4	φ^5	φ^6 ...
$\varphi + 1$	$2\varphi + 1$	$3\varphi + 2$	$5\varphi + 3$	$8\varphi + 5$



Bạn có thấy được điều gì không ? Mỗi lũy thừa là tổng của hai lũy thừa liền trước đó, cùng nguyên tắc với chuỗi Fibonacci ! Vả lại hệ số của φ cũng như số các phần nguyên đều tạo nên các chuỗi fibonacci. Chẳng hạn trong $2\varphi + 1$,2 là hệ số còn 1 là phần nguyên.

Con số vàng còn có tính chất lì kì này nữa : nó bằng phân số liên tục đơn giản nhất mà ta có thể hình dung. Thực vậy :

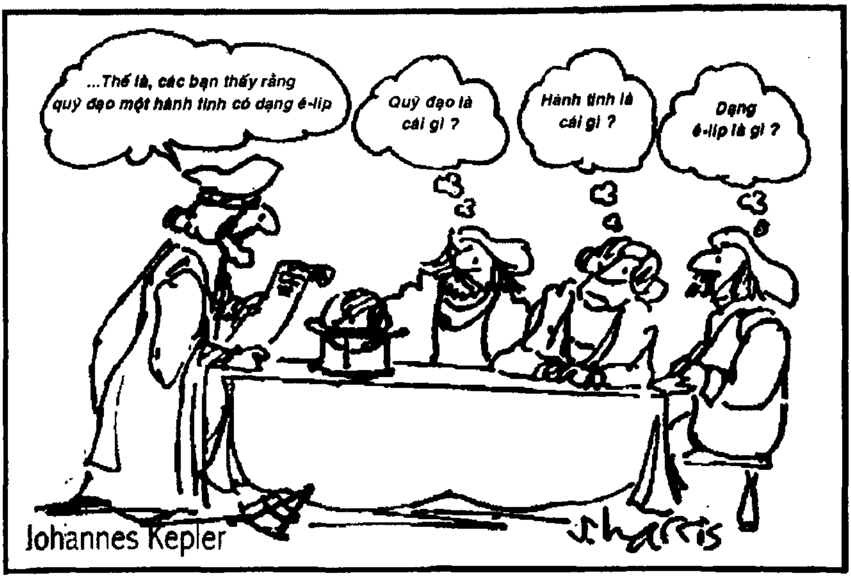
$$\varphi = = 1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \dots}}}$$

(cho tới vô hạn)

Bạn tìm những giá trị liên tiếp của phân số này và bạn sẽ có 3/2, 5/3, 8/5, 13/8, 21/13, 34/21,... tức là vẫn còn những số tạo nên chuỗi Fibonacci.

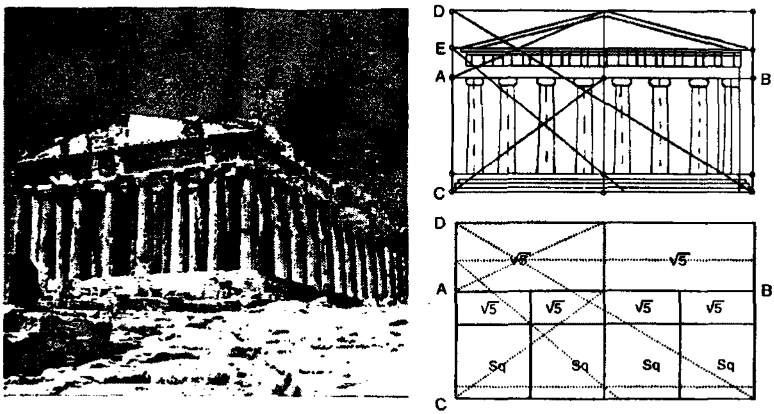
CHUYỆN HOANG ĐƯỜNG VỀ PHÂN ĐOẠN VÀNG

Năm 1596 nhà thiên văn Johannes Kepler giới thiệu rầm rộ phép chia theo trung và ngoại tỉ cho độc giả ở Đức, coi đó là một viên ngọc của toán học. Sau đó thì... im ắng hẳn. Nhà nghiên cứu lịch sử nghệ thuật, bà Margueriti Neveux, người đã từng bỏ công theo dõi sát bước tiến của con số vàng cho biết nó mất hút cho đến trước thế kỉ XIX.



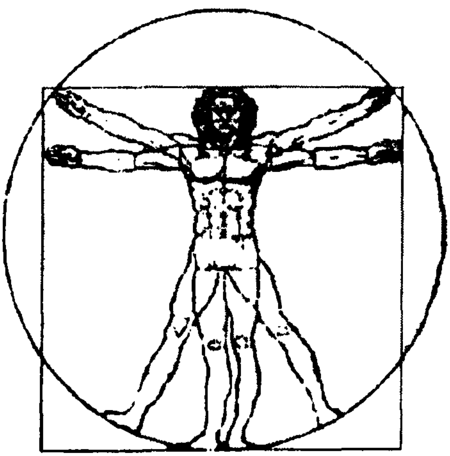
Biếm họa một buổi lên lớp của Kepler.

Lần này nó gặp may khi được một vị giáo sư triết học, ông Adolf Zeising, gọi là "phân đoạn vàng". Đồng ý gọi là "phân đoạn" đi, vì từ này đồng nghĩa với phép chia. Nhưng tại sao gọi là "vàng" ? Hơn thế, lần đầu tiên Zeising vận dụng trực tiếp con số này vào một lĩnh vực không thuộc khoa học, đó là mĩ học. Với câu hỏi muôn thuở : "Tại sao có những vật thể hay sinh vật cho ta cảm giác đẹp ?". Zeising trả lời không một chút đắn đo : "Vì chúng có tỉ lệ phân đoạn vàng !".



Điện Parthénon ở Athènes có chứa những phân đoạn vàng ư ?

Thước đo trong tay, Zeising đi kiểm tra những công trình cổ điển vĩ đại. Điện Parthénon ở Athènes ư ? Hoàn toàn được xây dựng dựa trên phân đoạn vàng. Những lối ra vào thành cổ Acropole ở Athènes, đền thờ Thésée, đền thờ Jupiter Capilotin ở Rome, những tượng Hi Lạp Praxilène và Phidias, và nhiều nhà thờ lớn ở Châu Âu đều theo phân đoạn vàng. Không bó hẹp vào các tượng đài, Zeising tiến xa hơn nữa. Ông tìm tòi phân đoạn vàng trong khoáng vật, cây cỏ, súc vật và tất nhiên trên cơ thể con người. Zeising say sưa khi thấy phân đoạn vàng dàn trải tác dụng tốt đẹp của nó ra mọi nơi.



Kiến trúc sư La mã Vitruve đề xuất một "chuẩn mực" được Léonard de Vinci biểu thị theo hình bên. Theo kiến trúc sư này thì cơ thể con người nội tiếp được đồng thời trong một hình tròn và một hình vuông. Trong mô hình theo chuẩn mực lí tưởng này ta không thấy có mặt con số vàng đâu cả.

Zeising cho ta phép thử sau để xem ta có số đo như thần Appolon hay không. Bạn đo xem rốn của bạn nằm ở chỗ nào. Nếu các tỉ lệ :

$$\frac{\textit{chiều cao toàn thân}}{\textit{khoảng cách rốn đến mặt đất}} \text{ và } \frac{\textit{khoảng cách rốn đến mặt đất}}{\textit{khoảng cách rốn đến đỉnh đầu}}$$

xấp xỉ bằng 1,6 thì xin chúc mừng bạn ! Bạn có một tỉ lệ hoàn hảo. Nhưng chứng minh trên chỉ thuyết phục được một nhúm người hiểu biết. Tuy vậy chúng mở đường cho số đông tin vào chuyện hoang đường đến nỗi không còn suy xét nữa.

CON SỐ VÀNG THEO GÓC ĐỘ VĂN HOÁ

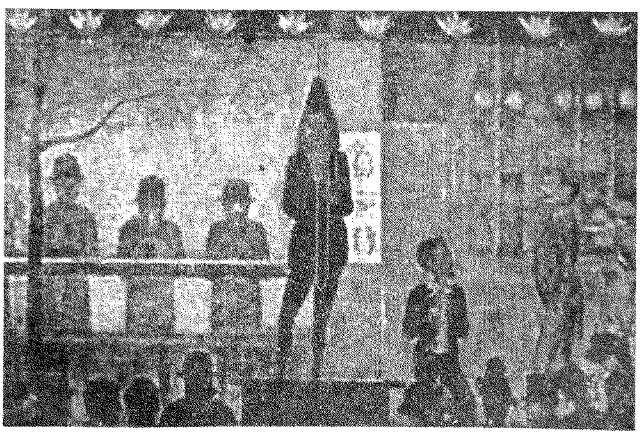
Những kẻ cuồng tín con số vàng tìm đủ mọi cách chứng minh sự hiện diện của số này trong kiến trúc đền Parthénon ở Athènes. Họ dựng lên một mớ đường thẳng đủ kiểu và tìm thấy được giá trị xấp xỉ với số vàng. Thực ra họ hành động theo châm ngôn : cứ tìm là thấy !

Ai có thể tìm ra một mô hình đẹp và hài hoà thẩm mĩ hơn ngôi đền Parthénon ở Athènes ? một nhúm nhà khảo cổ bị con số vàng lây nhiễm nghĩ rằng ắt con số ấy phải hiện diện đâu đó. Trong những năm 20, một người Mĩ tên là Jay Hambidge cắt mặt tiền của đền ra làm 6 hình chữ nhật có đáy bằng căn bậc hai của 5 dựa lên trên 4 hình vuông có đường chéo tạo nên đường sức của công trình kiến trúc. Cách phân tích đó so với ý tưởng của Frederik Lund, người Na Uy thì còn quá thô thiển. Ông này tìm thấy một hình vuông ngoại tiếp một đường tròn, một ngũ giác đều và một ngôi sao năm cánh đều, hai hình sau này được dựng trên cơ sở con số vàng ! Hai luận điểm trên đây không tương thích nhau. Chẳng hạn Jay Hambidge vẽ đường cao của hình chữ nhật chính kể từ bậc thứ 3 của đền (xem hình vẽ). Vậy ta có câu hỏi : Sao lại chọn bậc thứ 3 mà không chọn bậc khác ? Frederik Lund thì vẽ hình vuông từ phần thân cột ngoài. Ta cũng đặt câu hỏi : Tại sao vậy ? Nhà kiến trúc Chrstian Langlois phát hiện ra rằng tỉ lệ nhìn thấy trên mặt tiền của đền thật quá đơn giản. Chiều rộng mặt tiền bằng ba lần chiều cao mỗi cột. Điều phát hiện này có lí vì ta biết rằng người Hi Lạp cổ chỉ chấp nhận số nguyên, khước từ các loại số vô tỉ như $(\sqrt{5} + 1)/2$.

CON SỐ VÀNG ĐƯỢC PHÁT HIỆN NĂM 1931 !

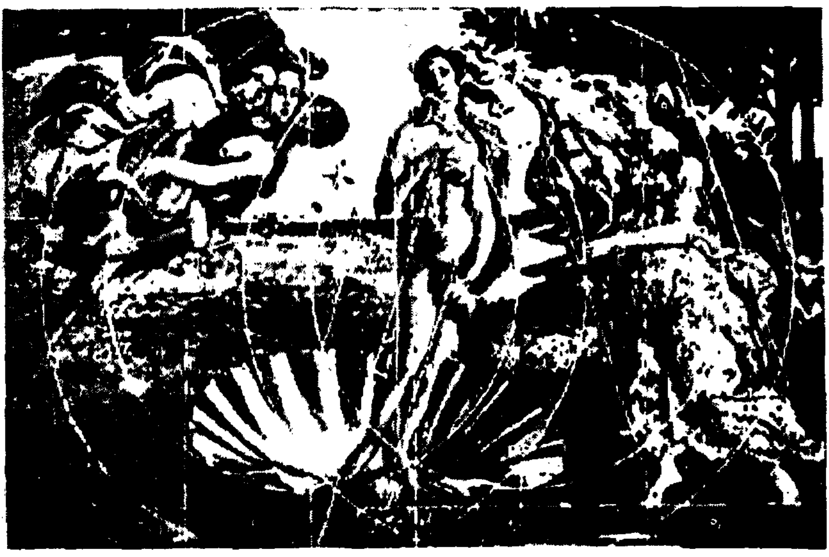
Năm 1927, Matila Ghyka, nhà ngoại giao gốc Ru-ma-ni, vị công tước có học thức cao ham mê toán học, đã cho ra đời cuốn sách mang tên *Mĩ học các tỉ lệ trong thiên nhiên và trong nghệ thuật*. Bốn năm sau ông lại cho ra mắt cuốn *Con số vàng*. Thế là qua cách gọi của Ghyka, những ý tưởng của Zeising trở thành bất hủ. Sách thành công lớn, được tái bản đều đặn nhiều lần. Chỉ tính từ năm 1976 đến nay sách đã được tái bản đến 8 lần !

Ghyka kể lại một câu chuyện tuyệt vời nhưng không quan tâm gì đến tính khoa học của vấn đề. Ông bỏ qua giai đoạn Euclide để tiến thẳng vào giai đoạn Ai Cập cổ coi như nơi sinh ra con số vàng rồi sau đó Pythagore phổ biến con số này từ thế kỉ VI tr. CN. Tuy nhiên các nhà Ai Cập học không tìm thấy dấu vết gì của con số vàng trong kích thước các kim tự tháp cả như Ghyka đã cho biết trong sách của ông. Còn theo Pythagore thì mọi thứ trong thiên nhiên đều do các con số định đoạt, tiếc thay không có tài liệu nào do ông viết được biết đến ngày nay. Nhưng Ghyka chẳng băn khoăn gì chuyện tìm chứng cớ, vì theo ông con số vàng là một điều bí mật, truyền miệng từ đời này sang đời khác và từ người này sang người khác trong giới tu sĩ Ai Cập cho đến những kẻ xây dựng nhà thờ và những họa sĩ thời Phục Hưng.



Họa sĩ Georges Seurat rất say mê toán học. Thế nhưng bức họa nổi tiếng "Diễu hành" của ông không có dáng dấp gì con số vàng. Theo nhà phân tích Marguerite Beveux, kích thước bức họa là 2, 4 và 8.

Kẻ cuồng tín về con số vàng còn phát hiện thấy con số này tồn tại đa dạng trong thiên nhiên : trong hình xoắn ốc của loài sò biển, trong số lượng đài hoa, trong cách sắp xếp lá cây... Nhưng điều làm cho Ghyka thú vị nhất là các tác phẩm nghệ thuật như đồ sứ Hi Lạp, mặt tiền điện Parthénon, các bức hoạ thời Phục Hưng... Chỉ có điều là Ghyka làm việc trên mặt phẳng, ông quên rằng vật thể có thể tích không có cách nào biến chúng thành những tứ giác hai chiều nhỏ bé được. Trên những bản vẽ đen trắng với những hình học lộn xộn, Ghyka không thấy được rằng hội hoạ đâu chỉ là kích thước, mà còn là mầu sắc và ánh sáng nữa. Trong điên loạn tìm kiếm, Ghyka chia cắt mọi thứ theo ý mình, thậm chí chấp nhận những mâu thuẫn sống sượng nhất. Theo cách của Ghyka thì cứ tìm là thấy con số vàng ngay ! Đương nhiên là các chuyên gia, đứng đầu là Marguerite Beveux, không ai bắt chước Ghyka cả.

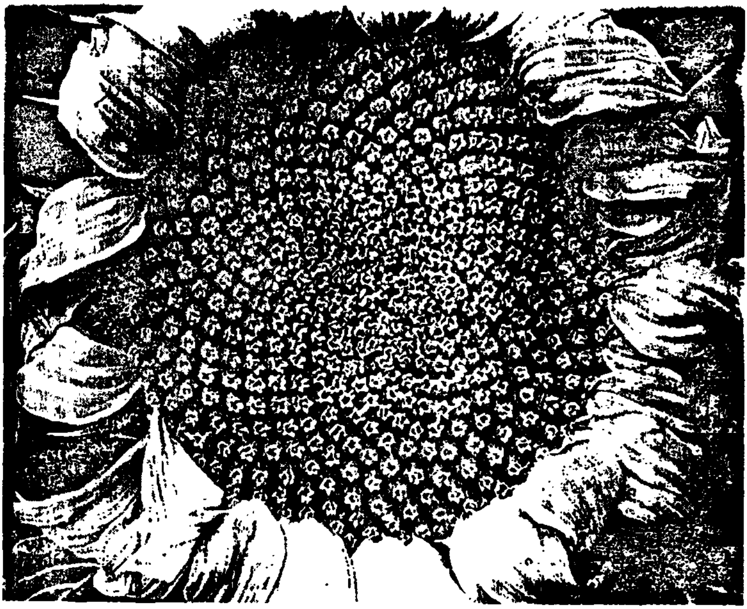


"Vénus đản sinh" của Botticelli liệu có chứa con số vàng không ?

CON SỐ VÀNG TRONG THIÊN NHIÊN

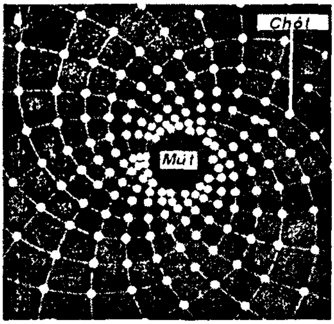
Tâm của hoa hướng dương gồm hai đường xoáy ốc đan chéo nhau và khai triển theo hai hướng ngược nhau. Trong cấu trúc kì lạ đó ta thấy có sự xen kẽ giữa chuỗi Fibonacci và "góc vàng".

Hình cắt của con ốc biển, giống như một "tàu ngầm nhiều khoang". Các khoang xoay quanh một hình xoắn ốc dựng trên những hình vuông có bề mặt khác nhau. Những bề mặt này có diện tích tuân theo chuỗi số Fibonacci.



Khi trên đường bạn gặp một bông hoa hướng dương, bạn hãy ngửi mà xem. Ngửi không phải để cảm nhận mùi thơm mà chỉ để thấy cho rõ. Bạn cố quan sát tâm của hoa và cách sắp xếp kì quái của các búp hoa. Dường như có hai mạng xoắn ốc xuất phát từ tâm, một theo chiều kim đồng hồ và một theo chiều ngược lại. Điều lí kì là hai mạng lưới này không có chung số lượng đường xoắn. Để tiện xem xét. Các nhà thực vật đưa ra khái niệm "tuyến". Trên mỗi hoa hướng dương số tuyến luôn bằng hai số kề nhau trong chuỗi Fibonacci ! Hiện tượng này cũng được thấy trên vỏ quả thông và quả dứa, trong nhị hoa mộc lan và trong nhiều cây cỏ khác. Số tuyến biến đổi theo loài, khi là cặp 21/34, khi thì 34/55, rồi 55/89 có khi đến 89/144.

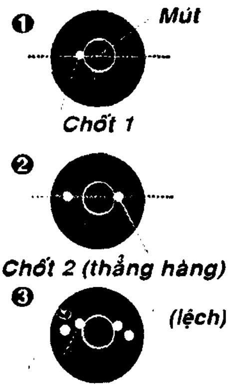
Thế còn con số vàng thì sao ? Kiên nhẫn đi, nó tới rồi đó! Để thấy rõ con số vàng cần xem kĩ những chồi non hoa hướng dương. Khi bóc chồi ta thấy chỗ đỉnh nhọn một vùng nhỏ trơn và tròn. Đó là điểm mút. Trên các gờ điểm mút có những chỗ lồi gọi là "chốt". Mỗi chốt là một khởi điểm cho một thành tố của cây: hoa, lá... Góc tạo ra giữa hai chốt liên tiếp và trục thân cây tiến dần đến 137,5° tức là "góc vàng" đó, có giá trị là 360° / (1+φ) !



Tất cả những điều trên không được các nhà thực vật quan sát dễ dàng. Để giúp họ, hai nhà nghiên cứu thuộc phòng thí nghiệm vật lí, Stéphane Douady và Yves Couder, đã mô phỏng sự tăng trưởng của một loài cây có điểm mút, dựa trên hai nguyên lí cơ bản do các nhà thực vật học đề xuất.

– Những chốt xuất hiện với khoảng cách đều trên các gờ của điểm mút.

– Mỗi chốt có vị trí sao cho nó chịu ảnh hưởng ít nhất của các chốt trước đó.



Ta quan sát thời điểm bắt đầu thí nghiệm : Chốt số 1 mới nhú ra, chốt này cũng như những chốt tiếp theo đâm thẳng ra ngoài. Một thời gian sau chốt thứ hai xuất hiện. Ở đâu vậy ? Ở vị trí mà chốt số một ít ảnh hưởng đến nó nhất, tức là ở ngay phía đối nghịch, góc phân kì giữa 1 và 2 là 180°.

Đến lượt chốt thứ 3, theo lôgic trên thì nó phải ở thế đối nghịch với chốt thứ 2... Ngoại trừ lúc đó nó bị chốt số 1 gây phiền hà ! Như vậy chốt số 3 không nằm cùng trục với hai chốt kia nữa mà đi xiên một chút. Xiên về trái hay phải đây ? Không có gì quan trọng cả – trong cùng một cánh đồng trồng hoa hướng dương, người ta thấy có cả hai trường hợp. Ngoại trừ một khi hướng quay đã chọn thì mọi việc được tuân thủ nghiêm ngặt.

Những chốt 4, 5, 6... cứ thế xuất hiện, tức là theo một độ lệch về góc được ổn định nhanh chóng. Điều đó làm cho hoa hướng dương có những đường xoắn ốc. Cái làm ta ngạc nhiên là độ lệch góc giữa hai chốt liên tiếp dần đến giới hạn 137,5°, tức là "góc vàng".

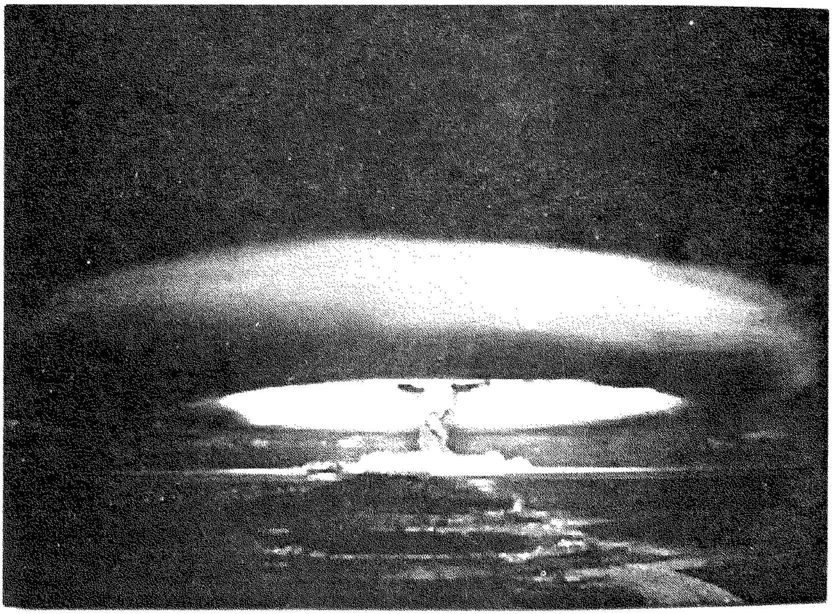
Nhưng Ghyka bỏ nhiều công sức như vậy để làm gì ? Mục tiêu của Ghyka sẽ rõ khi ta đọc một đề mục nhỏ trong cuốn *Con số vàng*. Đó là "Phép hành lễ và nhịp điệu Pythagore trong sự phát triển văn minh Phương Tây". Ghyka tôn vinh môn hình học Hi Lạp và ý nghĩa hình học "*đã cho chủng tộc da trắng thế ưu việt về kĩ thuật và chính trị*". Nói cách khác, nếu không có Pythagore trong huyền thoại về con số vàng thì nền văn minh Phương Tây của chủng tộc da trắng sẽ không như ngày nay. Thực ra vấn đề không phải tôn vinh hình học mà là chủ đích chính trị và xu nịnh tôn giáo. Vì vậy mà đôi khi ta thấy cần thiết phải dành riêng môn toán cho các nhà toán học chứ không để người ta sử dụng bừa bãi.

Toà nhà Antigone do Kiến trúc sư Bofill và Ricardo thiết kế được xây dựng bên bờ sông Lez. thành phố Montpellier, Pháp tuân thủ nguyên tắc "con số vàng" (ảnh nhỏ bên : góc Quảng trường "Con số Vàng")

CÁC CON SỐ VÀ TRÒ CHƠI MAY RỦI

LUẬT SỐ LỚN (SỐ ĐÔNG)

Khi tổng thống Pháp Jacques Chirac quyết định ngừng các vụ thử hạt nhân ở Mururoa mà tiến hành "việc mô phỏng", bạn có biết rằng vị tổng thống lần này quyết định dựa vào các con số hú họa đó sao ?



Chấn động do nổ hạt nhân ở vùng Mururoa. Đây là lần nổ cuối cùng, vì các con số ngẫu nhiên sẽ thay thế việc thử dưới lòng đất

Làm như vậy, ông ta có gì thiếu trách nhiệm không ? Không đâu. Không có phương pháp nào ngoài việc dựa vào các con số hú họa. Còn gọi là số ngẫu nhiên. Chuyện rất đơn giản : Khi không có cách gì tính toán được trên thực tế người ta dùng cách mô phỏng trên một máy điện toán mà thôi ! Làm sao để vẽ được những dãy núi hùng vĩ, một mặt biển sóng cồn trào dâng hay một nốt ruồi trên da mặt bằng hình ảnh tổng hợp ? Chỉ việc dùng các con số ngẫu nhiên chứ sao ! Làm sao để tính được giá một sản phẩm nào đó trên thị trường chứng khoán, trên thị trường giá cả biến động từng giờ, từng phút một cách khó lường ? Chỉ việc thực hiện mô phỏng qua các con số tự nhiên thôi ! Danh sách những ngành sử dụng các con số ngẫu nhiên có lẽ cũng nhiều như chữ số thập phân của số pi vậy : vật lí hạt nhân, viễn thông, ảnh tổng hợp, tài chính... cả việc tạo ra sự bền vững cho các phần mềm tin học và tính giá trị sản phẩm công nghiệp.

Chớ vội nghĩ rằng con số rút hú họa chỉ là chuyện tào lao hỗn độn không có trật tự gì. Bởi vì cái hú họa cũng có quy luật của nó. Quy luật nổi tiếng nhất có tên là luật số lớn (hay luật số đông). Để hiểu luật số này trước hết hãy chơi trò chơi sấp ngửa đã.

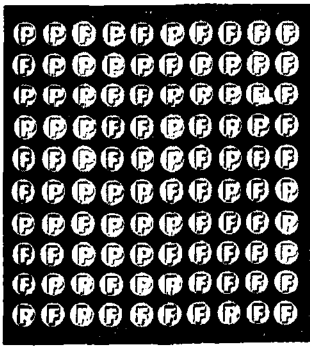
Khi tung một đồng xu lên cao, có bao nhiêu "cơ may" để nó rơi xuống theo mặt sấp ? Bạn nói ngay là "một trên hai". Các nhà toán học vốn thích chính xác nên sẽ nói rằng đồng xu có xác xuất 1/2 (hay 0,5) để rơi xuống mặt sấp hay ngửa với khả năng ngang nhau. Điều này cảnh báo cho giới cá cược không có khả năng gì đoán được kết quả sau từ kết quả trước. Việc rơi sấp hay ngửa hoàn toàn không theo quy luật nào. Nói rõ hơn, nếu ta tính tỉ lệ lần rơi sấp trên số lần tung đồng xu trong số 10, 50, 100, 1000... lần tung đầu tiên, tỉ lệ này có tên là "tần số thực nghiệm" có xu hướng tiến dần về 0,5. Tỉ lệ đó tiến một cách chậm chạp, quanh co khiến cho trong vòng mười lần tung đầu tiên ta chưa thấy xuất hiện cái gì có ý nghĩa cả.

Bây giờ ta hình dung có thể thực hiện việc tung đồng xu "một cách vô hạn". Luật số lớn tiên liệu rằng tần số thực nghiệm sẽ lọt vào trong khoảng hẹp bao quanh 0,5. Để cho khoảng hẹp ấy càng ngày càng bé, bạn chỉ việc gia tăng số lần tung đồng xu.

Việc đồng xu có tần số xuất hiện mặt sấp ½ chứ không phải một tỉ lệ khác nói lên rằng đồng xu có cấu tạo đều đặn. Người ta có thể chế tạo một đồng xu "giả" chẳng hạn bằng cách nhỏ một giọt chì nhỏ lên mặt sấp. Muốn xem một đồng xu nào đó có dỏm hay không, bạn cứ tung nó 10, 50, 100 rồi 1.000 lần. Nếu tần số xuất hiện mặt sấp không phải là 0,5 mà là 0,6 chẳng hạn, bạn có thể la to lên dứt khoát rằng đồng xu bị làm dối rồi.

CÁI HÚ HỌA ĐANG HOẠT ĐỘNG

Các kết quả sấp (P), ngửa (F) xuất hiện không theo quy luật nào, một cách lộn xộn, nhưng là lộn xộn bên ngoài thôi ! Bởi lẽ luật số lớn đang điều hành kết quả liên tiếp sấp hay ngửa. Sau đây là cách đọc bảng kết quả hai bảng phía dưới :



Bảng 1 : Kết quả xuất hiện các mặt sấp (P) ngửa (F) khi tung đồng xu 100 lần
Bảng 2 : Tần số thực nghiệm xuất hiện mặt sấp (P)

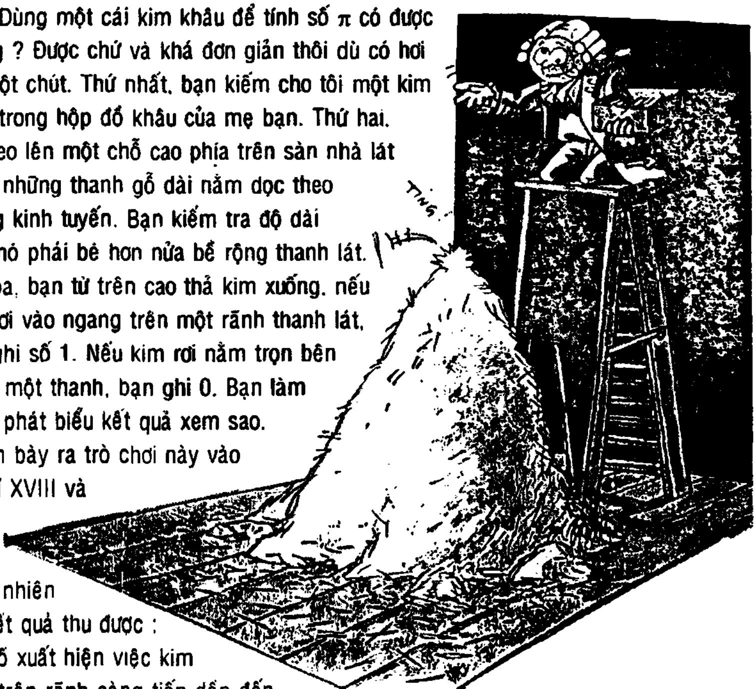
1.00	1.00	0.67	0.75	0.60	0.67	0.57	0.50	0.44	0.40
0.36	0.42	0.46	0.50	0.53	0.50	0.53	0.56	0.53	0.50
0.52	0.55	0.57	0.54	0.52	0.54	0.56	0.57	0.55	0.53
0.55	0.56	0.58	0.56	0.54	0.56	0.54	0.55	0.56	0.55
0.54	0.52	0.53	0.52	0.53	0.54	0.53	0.54	0.53	0.52
0.51	0.52	0.53	0.54	0.55	0.54	0.53	0.53	0.53	0.53
0.54	0.55	0.54	0.55	0.55	0.56	0.55	0.54	0.54	0.54
0.54	0.53	0.53	0.54	0.55	0.54	0.53	0.53	0.52	0.52
0.52	0.52	0.53	0.52	0.53	0.53	0.53	0.52	0.52	0.51
0.52	0.51	0.52	0.51	0.51	0.50	0.49	0.50	0.49	0.49

Bảng 1 là kết quả sấp ngửa của những lần tung đồng xu liên tiếp. Bảng 2 là tần số thực nghiệm xuất hiện mặt sấp của đồng xu. Bạn kết hợp một tần số ở bảng 2 với một kết quả lần thử tương đương ở bảng 1. Bạn thấy lần tung 1 cho kết quả P ứng với tần số 1 (1 sấp / 1 lần tung). Lần tung thứ hai vẫn kết quả P ứng với tần số 1 (2 sấp / 2 lần tung). Lần tung thứ ba có kết quả F ứng với tần số 0,67 (2 sấp / 3 lần tung). Lần tung thứ tư có kết quả P ứng với tần số 0,75 (3 sấp / 4 lần tung)... Ta thấy rõ là tần số xuất hiện mặt sấp đồng xu có dao động nhưng về lâu dài nó tiến sát tới 0,5. Đương nhiên tần số thực nghiệm xuất hiện mặt ngửa cũng như vậy.

Hai tình huống trên có gì giống nhau ? Một điều hết sức cơ bản, đó là tính độc lập của các lần tung đồng xu trong trường hợp cái hú họa làm chủ tình thế, không có yếu tố con người can thiệp. Tính độc lập thể hiện ở chỗ kết quả của mỗi lần tung đồng xu không phụ thuộc vào lần tung trước hay sau đó. Nói cách khác, đồng xu "không có bộ nhớ" dành cho quá khứ, nó không biết chọn cách rơi xuống theo sấp hay ngửa tùy thuộc vào lần rơi trước. Theo chiều hướng đó, người ta nói rằng những lần tung đồng xu kế tiếp nhau, dù đồng xu đều đặn hay đồng xu dỏm, tạo nên một chuỗi những phép thử độc lập. Nếu ta không có điều kiện của tính độc lập. Ta có thể dẹp xó luật số lớn mà không thương tiếc gì.

Máy điện toán cần hàng triệu số ngẫu nhiên để tạo ra hình ảnh tổng hợp. Bạn thấy chưa, cái hủ họa cũng có tính xây dựng cao !

CHIẾC KIM CỦA BUFFON

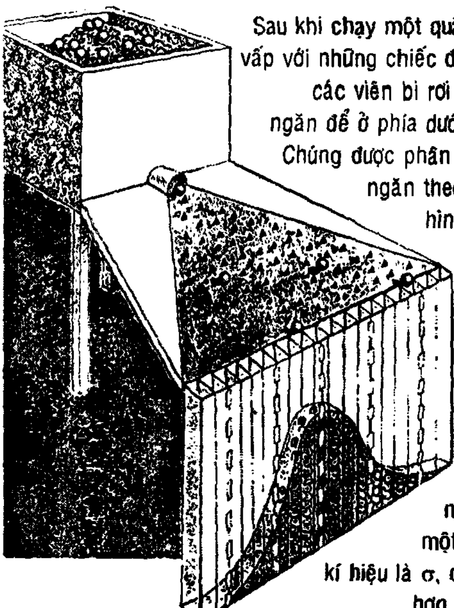


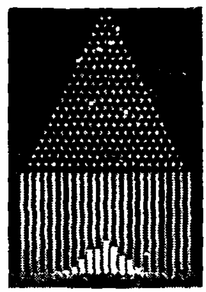
Dùng một cái kim khâu để tính số π có được không ? Được chứ và khá đơn giản thôi dù có hơi lâu một chút. Thứ nhất, bạn kiếm cho tôi một kim khâu trong hộp đồ khâu của mẹ bạn. Thứ hai, bạn leo lên một chỗ cao phía trên sàn nhà lát bằng những thanh gỗ dài nằm dọc theo đường kinh tuyến. Bạn kiểm tra độ dài kim, nó phải bé hơn nửa bề rộng thanh lát. Thứ ba, bạn từ trên cao thả kim xuống, nếu kim rơi vào ngang trên một rãnh thanh lát, bạn ghi số 1. Nếu kim rơi nằm trọn bên trong một thanh, bạn ghi 0. Bạn làm đi và phát biểu kết quả xem sao. Buffon bày ra trò chơi này vào thế kỉ XVIII và vô cùng ngạc nhiên với kết quả thu được : tần số xuất hiện việc kim nằm trên rãnh càng tiến dần đến $1/\pi$ khi số lần thả kim tăng lên đáng kể. Đó là điều mầu nhiệm chăng ? Không đâu, chẳng qua là kết quả của luật số lớn mà thôi. Đương nhiên muốn đạt tới kết quả đó bạn cần tuân thủ triệt để điều kiện về tính độc lập các phép thử. Điều đó bắt buộc bạn phải đứng dậy mỗi lần thả kim để đảm bảo cho chiều cao thả kim như nhau và việc thả hoàn toàn ngẫu nhiên !

ĐƯỜNG CONG HÌNH CHUÔNG, BÀ CHÚA CÁC NGÀNH KHOA HỌC

Bạn nhìn qua cái máy dưới đây một chút : không phải là máy chơi bi-a tự động đâu mà là một bàn cắm đinh gọi là bàn Galton. Gọi như vậy vì người phát minh ra nó có tên là Francis Galton. Bàn thật giản dị nhưng lại tài tình để nói lên cái hú họa hành động như thế nào.

CHIẾC BÀN GALTON





Sau khi chạy một quãng đường va vấp với những chiếc đinh trên bàn, các viên bi rơi xuống những ngăn để ở phía dưới bàn Galton. Chúng được phân phối vào các ngăn theo đường cong hình chuông. Có vô số đường cong hình chuông, có đường với "bướu" rõ rệt và có đường có "cánh" dẹt ít hay nhiều. Mỗi đường cong hình chuông khác biệt với các hình chuông khác bằng một con số, coi như số "chứng minh thư" của nó. Con số này biểu thị một thông số đặc biệt, chỉ độ lệch mẫu, kí hiệu là σ, chữ cái Hi Lạp "sigma". Trong trường hợp bàn Galton, người ta tính σ như sau : Người ta đo khoảng cách từng cột đến trung tâm và nâng khoảng cách đó lên bình phương. Rồi người ta nhân bình phương khoảng cách đó với số bi rơi vào cột (ngăn).

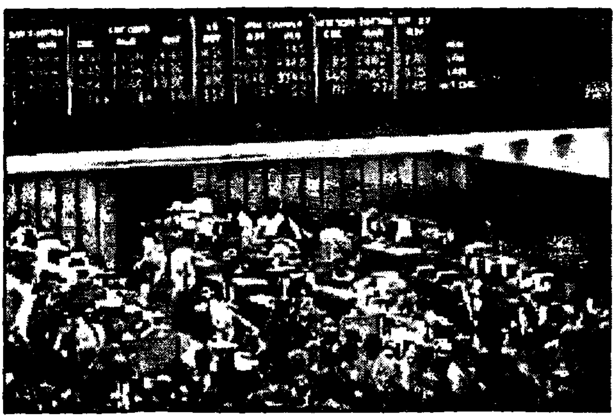
Người ta cộng tất cả những số đó lại và người ta lấy căn bậc hai của kết quả. Căn bậc hai đó chính là σ. Công thức như sau :

$$\sqrt{n_0 \times 0^2 + n_1 \times d_1^2 + n_{-1} \times d_{-1}^2 + \ldots + n_i \times d_i^2 + n_{-i} \times d_{-i}^2 + \ldots}$$

Trong công thức này n_i chỉ số bi rơi vào ngăn thứ i, d_i là khoảng cách từ cột i đến trung tâm số 0. Các ngăn được đánh số từ trái sang phải. Trong trường hợp bàn Galton có 51 ngăn cách đánh số sẽ như sau : –25, –24.....cho đến +24, +25 đi qua số 0.

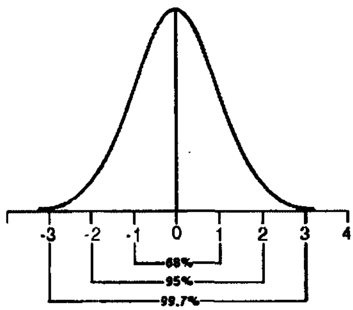
Một khi đã biết số "sigma" rồi chỉ cần tra bảng và luật phân phối chuẩn để biết rằng khoảng 68% các viên bi rơi vào những ngăn có khoảng cách đến trung tâm bé hơn σ và khoảng 95,5% bi rơi vào những ngăn trong vòng bé hơn 2σ.

Một tấm ván nghiêng có cắm đinh nối với một thùng đựng đầy những viên bi. Các viên bi được sắp cách đều nhau cho toàn bộ các hàng, còn từ hàng này sang hàng khác chúng được sắp theo hình nanh sấu. Về phần dưới bàn, người ta đặt các ngăn hứng những viên bi rơi xuống. Ta cho máy vận hành xem sao. Một viên bi ra khỏi thùng và lăn trên ván nghiêng. Những hàng đinh được bố trí sao cho viên bi chạm phải một đinh trong hàng thứ nhất, rồi một đinh của hàng thứ hai và cứ thế cho đến hàng cuối. Mỗi lần va chạm với một cái đinh, viên bi bị lệch sang trái hay sang phải theo cùng xác suất 1/2. Câu hỏi đặt ra là : Nếu ta cho 1.000 viên bi ra khỏi thùng chúng sẽ được phân bố trong các ngăn phía dưới như thế nào ?



Những con số ngẫu nhiên cung cấp cho các nhà tài chính những mô hình diễn biến các giá trị trên thị trường chứng khoán.

Bạn chớ suy xét làm gì, kết quả không phù hợp với trực giác ta đâu. Các ngăn chứa dưới không chứa cùng một lượng viên bi. Dần dần khi số lượng bi ra khỏi thùng tăng lên, ta thấy hai ngăn phía giữa đầy ắp, còn những ngăn còn lại thì càng ít bi nếu chúng ở xa về hai bên. Bây giờ ta vẽ một đường cong nối với các mức phân bố bi của các ngăn, ta sẽ có dáng dấp của một ngôi sao khét tiếng cho toàn lĩnh vực khoa học : đường cong hình chuông !



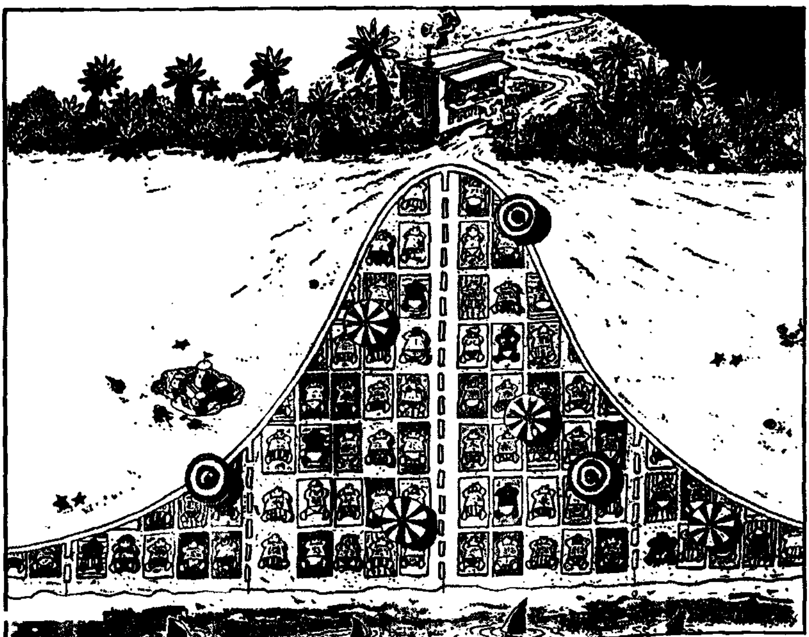
Đường cong này còn được gọi là đường cong Gauss theo tên nhà bác học lớn người Đức Carl Friedrich Gauss thế kỉ XIX. Đường cong nói trên minh họa cho một luật cơ bản thứ hai của sự hú họa được gọi là "luật phân bố chuẩn" hay "định lí về giới hạn trung tâm". Đại khái định lí này khẳng định rằng nếu một hiện tượng ngẫu nhiên nào đó là tổng của một số rất lớn những hiện tượng ngẫu nhiên độc lập cơ bản thì sự phân bố của hiện tượng ngẫu nhiên khái quát sẽ có dạng một đường cong hình chuông.


Carl Friedrich Gauss
(1777-1855)

Thiên nhiên giống như một mớ hỗn mang những con số, hình dạng, màu sắc, khối lượng, độ dài, vận tốc khác nhau. Ngay những đầu óc sáng chói nhất cũng đôi khi lúng túng không hiểu hết. Cái hú họa thì đâu cũng có. Tuy nhiên cần nhắc lại rằng những yếu tố ngẫu nhiên ấy đều tuân thủ một quy luật, đó là luật phân bố chuẩn. Tóm lại, bà Chúa Thiên nhiên ham những đường cong hình chuông. Mà không chỉ Bà chúa Thiên nhiên mới ham như vậy. Biết bao sáng tạo của con người cũng đi theo chiều hướng quy luật ấy. Một số báo *Khoa học và Đời sống* không đủ để nêu hết ví dụ trong quần thể người hay vật, màu da của những người hay vật đó, số vết trên lưng báo hay số vằn trên lưng ngựa vằn, vận tốc của những phân tử trong một loại khí, kết quả đo đạc trong phòng thí nghiệm, kích thước một sản phẩm do máy chế tạo, lãi của một cổ phần niêm yết ở thị trường chứng khoán, mật độ của những người đi nghỉ mát trên một bờ biển (hình dưới)...

TẮM NẮNG DƯỚI HÌNH CHUÔNG

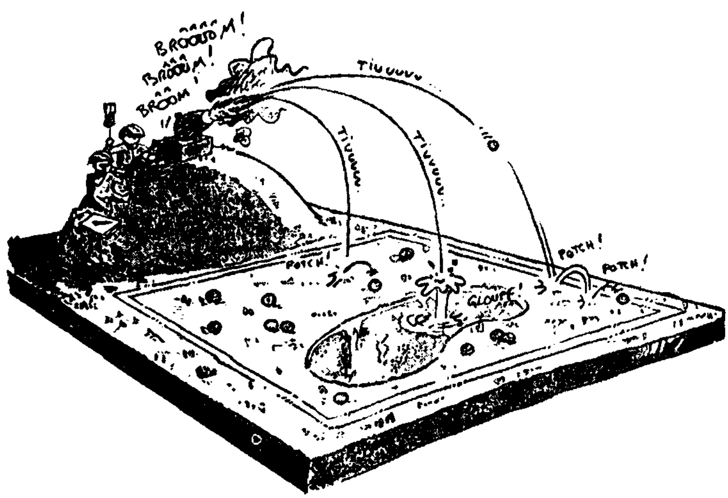
Đây là một con đường đâm thẳng ra một bãi biển rộng lớn vùng Landes. Những người đi tắm biển sẽ phân bố như thế nào đây trên bãi cát ? Những người ra biển đầu tiên tìm cách nằm càng gần con đường càng tốt. Những kẻ ra sau chạm phải những kẻ ra trước liền tản ra bên trái hoặc bên phải tùy theo ý thích (thực sự là tùy theo ngẫu nhiên sai khiến !). Cứ thế những người tắm nắng ban đầu đóng vai trò những chiếc đinh của bàn Galton đối với cánh đến sau. Cuối cùng vào



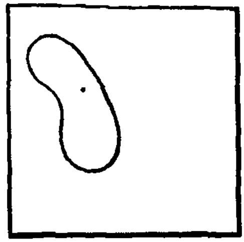
lúc gần trưa những chiếc trực thăng của Ban cứu hộ từ trên cao ngơ ngác trông thấy một hình chuông hình thành trên bãi biển. Do tính lười tự nhiên mà những kẻ tắm nắng ít khi tạo nên một độ lệch mẫu lớn hơn 100m. Điều đó có nghĩa là nếu tra cứu bảng phân phối chuẩn thì ta thấy khoảng 68% người tắm nắng tụ tập trong vòng 200m về hai bên con đường. Bạn thấy chưa, đường cong hình chuông có mặt khắp mọi nơi !

BẮT CHƯỚC CÁI HÚ HOẠ NHƯ THẾ NÀO ?

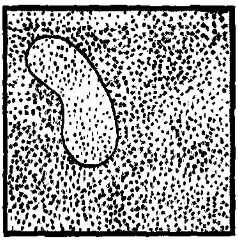
Năm 1946, người Mĩ tìm cách chế tạo một thứ bom nguyên tử mạnh hơn nhiều so với quả bom ném xuống Hiroshima. Đó là bom nhiệt hạch. Vấn đề gay go là làm sao quan sát được cung cách một thứ hạt cơ bản gọi là nơtron có trong chất phóng xạ uranium hay plutonium. Phải tạo ra một cơ chế khiến hạt nơtron va chạm với một nguyên tử urani hay plutôni. Thế nhưng quỹ đạo riêng của hạt nơtron giống hệt như việc gieo con xúc xắc. Trong quả bom nguyên tử có đến hàng tỉ tỉ tỉ... những hạt nơtron nên việc quan sát từng hạt là không thể được. Nhà toán học John Von Neumann nẩy sinh ra ý tưởng tài tình dùng chiếc máy điện toán mới có lúc đó ENIAC để gieo hàng triệu lần con xúc xắc. Phương pháp mô phỏng còn gọi là phương pháp Monte-Carlo ra đời từ đó.



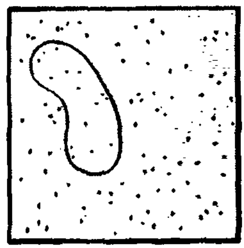
PHƯƠNG PHÁP MONTE-CARLO



Một viên kĩ sư thủy-lực muốn đo diện tích một mặt hồ có hình dạng thoáng giống một củ khoai lang. Ông không có *kính ngắm* cũng *không có thước đo*. Gần địa điểm đó có một đơn vị pháo binh đang tập trận. Viên kĩ sư trao đổi ý tưởng xác suất với viên đại uý pháo binh. Hai người thỏa thuận với nhau cách đo mặt hồ bằng những quy tắc ngẫu nhiên và ... những phát đại bác. Họ tiến hành như sau :



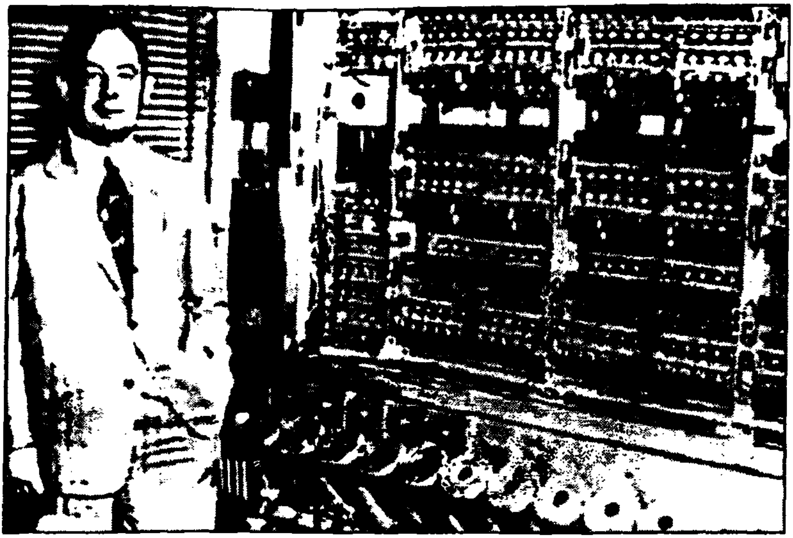
Đại bác bắn 10 phát vào một cánh đồng hình vuông gọi là "hình vuông đơn vị" có diện tích đã biết (100 hecta chẳng hạn). Súng không chính xác nên đạn rơi hú họa vào hình vuông đơn vị. Ta thấy có 1 viên rơi vào hồ.



Đại bác bắn 100 phát, có 15 viên đạn rơi xuống hồ.

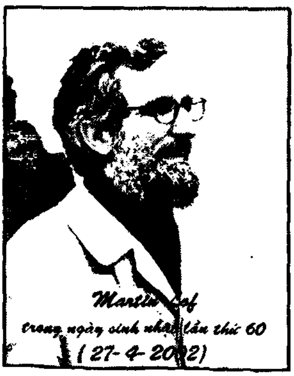
Bắn 1.000 phát thì đếm được 141 viên đạn rơi xuống hồ. Luật số lớn cho biết rằng đạn rơi đều trên mặt hình vuông. Ta tính ngay ra : diện tích mặt hồ = 100 hec-ta × 141/1000 = 14,1 hec-ta !

Nhưng đòi hỏi cỗ máy do người làm ra mô phỏng cái hú họa được sao ? Muốn hiểu rõ ta phải biết trong máy điện toán các số được mã hóa thành các chuỗi số 0 và số 1. Chẳng hạn 0,75 sẽ có dạng 16 bít : 101 101 1100101 100. Từ đó nảy sinh ý tưởng đầu tiên : để tạo ra con số ngẫu nhiên ta tung lên trời 16 lần một đồng xu có cấu tạo đều. Mặt sấp được ghi là 1 còn mặt ngửa được ghi là 0. Như vậy ta có trong tay một con số mới hoàn toàn ngẫu nhiên. Nhưng hệ thống này sẽ chậm khủng khiếp. Để tạo ra 1.000 số ngẫu nhiên với một máy như vậy cần phải mất ... 10 giờ ! Trong khi đó các kĩ sư cần hàng ngày hàng tỉ số ngẫu nhiên. Rõ ràng phương pháp trên không ổn.



Nhà toán học John Von Neumann (1903 – 1957) bên chiếc máy điện toán tiền thân của các thế hệ máy tính ngày nay

Vẫn nhà toán học John Von Neumann nảy ra một ý : từ biệt máy để tung đồng xu mà dùng máy điện toán vừa được phát minh. Ông hình dung một algôrit (một chương trình tính toán) tạo ra kết quả ... nhưng kết quả là thất bại hoàn toàn ! Đó là một lần trong đời nhà bác học lớn bị hẫng. Hệ thống của ông bắt chước cái hú họa quá xoàng chưa từng thấy. Các nhà toán học cảm thấy vô cùng lúng túng, họ suýt nữa lên cơn co giật khi nhà lí thuyết tên là Martin Lof chứng minh vào năm 1966 rằng không có một algôrit nào lại có thể tạo ra những con số ngẫu nhiên cả. Đơn giản chỉ vì một algôrit bao giờ cũng thực hiện những chỉ thị phụ thuộc lẫn nhau, cái sau phụ thuộc cái trước. Trong những vấn đề lôgic như vậy cái hú họa sẽ không có chỗ đứng. Tóm lại máy điện toán và số ngẫu nhiên khó mà ưa nhau !



Vậy phải làm gì đây ? Đành phải làm trò ảo thuật thôi ! Những người sử dụng số ngẫu nhiên quyết định quên đi các nhà lí thuyết. Họ vẫn còn sử dụng những algôrit cực nhanh lập ra trên cơ sở đặc điểm số nguyên. Họ phải chu đáo trong việc kiểm nghiệm xem những số tạo ra có được những tính chất về thống kê của số ngẫu nhiên đặc biệt luật số lớn và định lí giới hạn trung tâm đã nói trên đây. Để tỏ ra thận trọng, người ta gọi những số được tạo thành như vậy là những số giả ngẫu nhiên : những số có hương vị ngẫu nhiên mà thôi. Chúng giống như số ngẫu nhiên nhưng không phải là số ngẫu nhiên. Nếu bạn thích tìm hiểu một kĩ thuật tạo ra số giả ngẫu nhiên thường dùng nhất, bạn cố đọc kĩ phần đóng khung sau đây :

BẮT CHƯỚC CÁI HÚ HOẠ !

Đây là một trong những kĩ thuật phổ biến nhất để tạo ra những chuỗi số giả ngẫu nhiên. Xem hai số nguyên dương a và b, a bé hơn b và hai số này không có ước số chung ngoài số 1. Ta bình phương số a và đem a^2 chia cho b : số dư trong phép chia này là a_1. Ta lại lấy a_1 nhân với a và có số dư a_2 trong phép chia aa_1 cho b. Một số hiểu biết về số học cho ta thấy rằng không bao giờ ta có số dư bằng 0 và tồn tại một số N sao cho a_N tính toán như trên bằng 1. Ta suy ra ngay rằng số dư tiếp đó a_{N+1} lại chính là số a. Ta tạo ra được một chuỗi số có chu kì, tức là cứ sau một thời gian những con số đó sẽ lặp lại theo một thứ tự không đổi. Vì theo định nghĩa cái hú họa là cái không lường trước được, ví dụ trên nói lên rằng những số ngẫu nhiên thực sự không thể tạo ra bằng máy điện toán.

Ta xem một trường hợp cụ thể với a = 19, b = 23 và một "hạt giống" a_0 được chọn là 7. Con số "hạt giống" này cho phép khởi động các phép tính toán. Ta hãy vận dụng phương pháp trên từng bước một.

Giai đoạn 1 : Ta nhân a_0 với a, tức $7 \times 19 = 133$. Trong phép chia số 133 cho 23 ta có số dư là $a_1 = 18$.

Giai đoạn 2 : Ta đem 18 nhân với 19 và ta được kết quả 342. Số dư trong phép chia 342 cho 23 sẽ là $a_2 = 20$.

Giai đoạn 3 : Đem 20 nhân với 19 ta được 380. Số dư trong phép chia 380 cho 23 sẽ là $a_3 = 12$. Và ta cứ tiếp tục như vậy....

Ta có chuỗi số như sau : 7, 18, 20, 12, 21, 8, 14, 13, 17, 1, 19, 16, 5, 3, 11, 2, 15, 9, 10, 6, 22, 4, 7....Ngay khi ta gặp lại "hạt giống" 7, cái chu kì khép lại.

Đương nhiên kho dự trữ các số giả ngẫu nhiên sẽ rất lớn nếu ta dùng những số đầu a và b khá lớn. Nói chung số b thường là số nguyên tố vì trong trường hợp này người ta chứng minh rằng độ dài N của chuỗi số sẽ là $N = b - 1$. Đó là một trong những tính chất hay và khó nhận thấy của số nguyên tố. Những giá trị của các số a, b từng có tiếng vang là $a = 7^8$ và $b = 2^{31} - 1$ (một số nguyên tố).

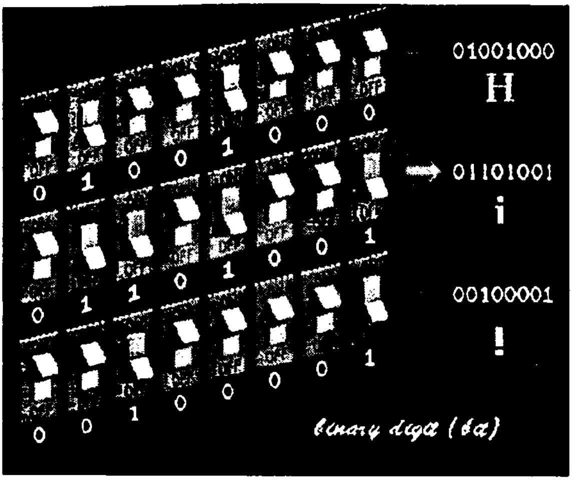
Không có gì khó hơn việc bắt chước cái ngẫu nhiên hú hoạ. Để lập một danh sách những số ngẫu nhiên thực sự không có máy điện toán hoàn hảo nào thay được cái bàn quay số trong sòng bạc !

XÁC SUẤT VÀ THÔNG TIN

Khái niệm thông tin, cũng như khái niệm entrôpi, đều gắn bó hữu cơ với khái niệm xác suất các biến cố. Ta biết rằng một đồng xu khi ném lên trời rơi xuống sẽ có ba khả năng : sấp, ngửa hoặc đứng chênh vênh trên biên của nó. Trong thực tế thì ta chỉ thấy hai khả năng thôi, còn khả năng thứ ba ít ỏi quá khiến ta không thèm nghĩ đến nữa. Ta nhớ lại trong cuốn "*Gulliver du kí*" của nhà văn Swift có đoạn viết về một nhà bác học xứ Laputa đã phát kiến ra một phương pháp sáng tác theo đó bất kì một ai dù tầm thường đến đâu cũng có thể làm thơ, viết văn, viết luận văn khoa học, triết học, thần học mà không cần sử dụng nhiều đến trí tuệ. Người ta dùng một khung chứa nhiều khối vuông liền nhau và nối với nhau bằng những sợi chỉ. Trên bốn mặt của từng khối vuông người ta viết sẵn một từ dưới dạng biến hình biến cách nhất định. Nhà bác học chỉ hô một tiếng là bốn mươi tay giúp việc nắm lấy các tay quay và quay một vòng các khối vuông. Trên bề mặt khung chữ hiện lên cách sắp xếp mới : nếu các từ ghép thành một câu nào đó có nghĩa, lập tức những tay thư kí ghi chép ngay vào sổ, nếu không có câu nào ra gì, nhà bác học cho quay tiếp. Đa số dân cư xứ Laputa cho ra đời những tác phẩm văn chương và khoa học theo cách của nhà bác học đó. Tất nhiên "phương pháp sáng tạo" này có thể sản sinh những châm ngôn hay, những câu nói ngắn có ý nghĩa, thậm chí vài câu thơ độc đáo. Nhưng muốn có một câu thơ thì người ta phải sản xuất ra hàng triệu thậm chí hàng tỉ những câu vô nghĩa. Một tỉ làm ta mất bao nhiêu thì giờ bạn biết không ? Giá dụ ta mất một giây để đếm một số và ta đếm mỗi ngày mười tiếng đồng hồ thì khi đếm từ 1 đến một tỉ ta phải mất 80 năm !

Trong cuộc sống hàng ngày ta thường coi những biến cố có xác suất thấp như là những biến cố không thể xảy ra. Bởi vì nếu chúng ta quan tâm đến chúng thì chúng ta lấn cấn suốt đời mà chẳng làm được gì cả. Vì vậy, khi ném một đồng xu lên trời ta chỉ nghĩ đến hai biến cố đồng xác suất khi nó rơi xuống mà thôi : sấp hoặc ngửa. Còn khi ta ném một con xúc xắc thì có sáu khả năng xẩy ra : sáu mặt của con xúc xắc có xác suất như nhau. Về phương diện thông tin, giữa việc biết mặt sấp mặt ngửa của đồng xu và biết mặt nào con xúc xắc hiện ra, thông tin nào lớn hơn ? Đương nhiên việc biết mặt con xúc xắc có thông tin lớn hơn rồi. Nhưng lớn hơn bao nhiêu ? Ta đo độ lớn của thông tin bằng những con số. Vậy ta phải định ra một đơn vị cho việc đo này.

ĐƠN VỊ THÔNG TIN BIT



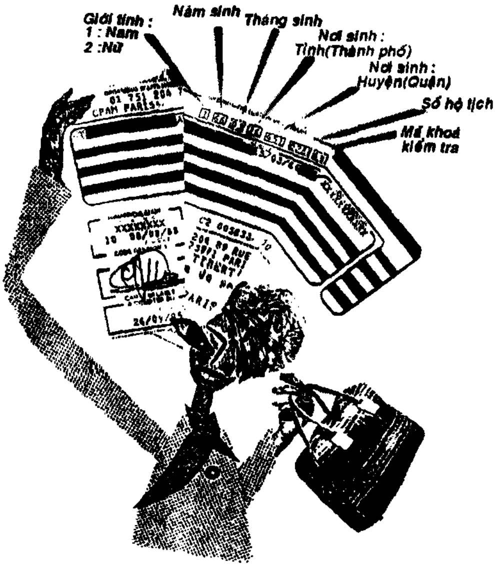
Bạn ngồi trước máy vi tính thì trong đầu bạn thường nghĩ đến những chữ như octet, byte, kilobyte v.v... Chúng đều bắt nguồn từ một đơn vị được gọi là BIT được phát hiện ra cuối những năm 50 của thế kỉ trước (từ hai từ tiếng Anh binary digit). Mỗi thứ đơn vị đều được định nghĩa rõ ràng, chẳng hạn một mét là bằng 0,0000001 của một phần tư kinh tuyến đi ngang qua Paris. Thế còn một bit tương đương với cái gì ? Thông báo cho ta hay đồng tiền rơi sấp hay ngửa có lượng thông tin bằng 1 bit. Một bit là độ đo của thông tin về một trong hai khả năng có xác suất ngang nhau. Nó cho ta biết hoặc "có" hoặc "không". Còn trong trường hợp có đến ba, bốn, sáu, trăm, nghìn, vạn ... khả năng thì sao ? Ví dụ số khả năng để các phân tử prôtêin tạo ra tổ hợp nào đó là một con số vô cùng khủng khiếp, gồm số 1 theo sau là 1.300 số không. Muốn biết người ta đo thông tin bằng bit như thế nào cần nhớ lại những kiến thức cơ bản về lôgarit. Ở trường phổ thông ta học lôgarit thập phân (cơ số 10), trong lí thuyết thông tin người ta dùng lôgarit nhị phân (cơ số 2).

Ta có $\lg_2 2 = 1$ và đó là giá trị của 1 bit. Thông báo cho biết hướng một con tàu biển giữa bốn khả năng Nam, Bắc, Đông, Tây là $\lg_2 4 = 2$ bit. Còn thông báo cho biết con xúc xắc rơi xuống mặt nào là $\lg_2 6 = 2,58$ bit. Người ta có thể cộng hay trừ các thông tin. Thông tin về mặt con xúc xắc lớn hơn thông tin về sấp ngửa của đồng xu là 1,58 bit vì $2,58 - 1 = 1,58$.

Điều đáng chú ý trong lĩnh vực thông tin là khi ta truyền đạt thông tin cho người khác, ta không mất thông tin đó đi. Một thầy giáo dạy cho học sinh biết về một định lí toán học nào đó vẫn không vì thế mà dốt đi so với lúc chưa giảng dạy. Rõ ràng trường hợp này khác với việc ta cho ai mượn cuốn sách hay vay tiền !

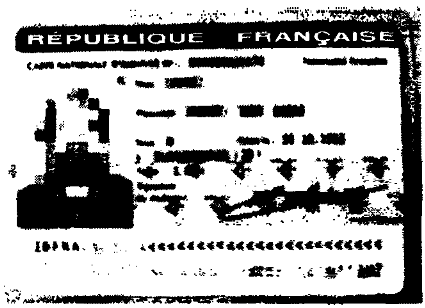
CÁC CON SỐ KHÔNG THỂ NÀO QUÊN

THẺ INSEE : 13 CHỮ SỐ CHO MỖI CUỘC ĐỜI



Người Pháp không làm sao thoát được thẻ này. Con số INSEE (*Institut National de la Statistique et des Études Économiques* - Viện thống kê và nghiên cứu kinh tế) gồm có 13 chữ số gán cho mọi người từ thuở cất tiếng khóc chào đời ! Tên thật của số này là : số ghi danh bộ (*Numéro d'inscription au répertoire* . - NIR). Nó bám theo ta suốt đời. Những thông tin trên các chữ số đó được xem như bất di bất dịch, mặc dù vài thay đổi có thể được chấp nhận như khi thay đổi giới tính chẳng hạn. Tóm lại nhiệm vụ thẻ NIR là nhận dạng không nhầm lẫn một cá thể trong xã hội. Nhiệm vụ này được thực thi hoàn hảo đến nỗi có lúc người ta sợ rằng liệu 13 chữ số kia cho phép kiểm soát nghiêm ngặt con người thái quá không. Mối hiểm nguy thật sự không phải đơn giản ở chỗ dùng một con số cho mọi nơi mọi lúc mà ở "tính nối mạng" của nó. Nối mạng nghĩa là chỉ cần ấn nút là biết hết thông tin về một con người, từ những bằng cấp cho đến bệnh tật. Hiện nay ở Pháp mối nguy hiểm đó coi như đã bị loại bỏ : trên thẻ NIR chỉ còn thông tin về ngày qua đời ghép vào những thông tin chủ yếu của thẻ. Trong một số quốc gia như ở vùng Bắc Âu, người ta dùng mà không lo lắng gì một con số "nhân thân" cho nhiều chức năng khác nhau. Con số này cho phép biết được những thông tin về đóng thuế, bảo hiểm xã hội, hộ chiếu, bằng lái xe, thẻ cử tri, các khoản tiền gửi ngân hàng... Trong những trường hợp này đố mà còn giấu ai điều gì được nữa.

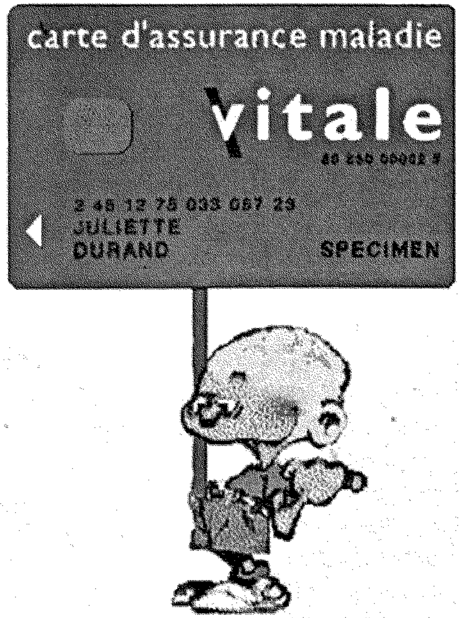
NỐI MẠNG, NỖI ÁM ẢNH TỰ THUỞ NÀO !

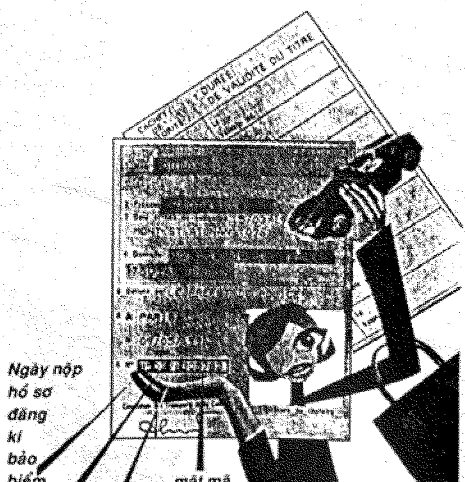


Nhóm số dành cho mọi người có trước nhóm số NIR (số ghi vào sổ hộ tịch) được sinh ra trong những ý đồ đặc biệt đen tối. Đó là vào năm 1941 dưới chế độ Vichy lúc người ta quan tâm nhiều đến việc kiểm soát dân cư. Sau ngày giải phóng chính quyền vẫn giữ số này lại và còn phát triển mở rộng cho các cơ quan hành chính. Một nhóm số duy nhất dành cho một cá nhân cho phép kiểm tra dễ dàng mọi thông tin liên quan đến cá nhân ấy thông qua việc nối mạng, tức là liên kết các hồ sơ lại với nhau. Một hệ thống thật tiện lợi để phát hiện một kẻ gian dối nhưng đồng thời kiểm soát không sót một ai. Nước Pháp suýt nữa bị kiểm soát theo cách nối mạng ấy. Trong những năm 70 có một dự án nối mạng tất cả các cơ quan hành chính dựa trên sự tiến bộ tin học. Dự án có tên là "Quỷ Sa-tăng" được giữ kín cho đến khi báo *Le Monde* vạch ra công khai sự phẫn nộ của công chúng và dự án bị hủy bỏ. Thay vào đó người ta lập ra một cơ quan theo dõi các nhóm số có tên là CNIL (Uỷ ban quốc gia về tin học và bảo vệ tự do).

THẺ BẢO HIỂM, MỘT LOẠI THẺ "SỐNG ĐỘNG" ?

Chớ nên nhầm lẫn từ trước đến nay sự chữa bệnh với việc thanh toán tiền chữa bệnh. Hồ sơ bảo hiểm y tế gồm những thông tin về chi phí tiền thuốc, các khoản đóng góp v.v... Còn "hồ sơ y tế" thì bao gồm những thông tin cơ bản về sức khỏe lại nằm rải rác ở các phòng khám thuộc các thầy thuốc khác nhau. Tình hình đó sẽ nhanh chóng thay đổi. Thẻ "bảo hiểm" sẽ được thay bằng thẻ tin học "Sống động", thẻ này xuất phát từ một nguyên tắc khá hấp dẫn : biến hàng tỉ tờ hóa đơn bảo hiểm y tế mà quỹ bảo hiểm y tế nhận hàng năm thành thông tin vi điện tử 10 lần ít tốn kém hơn. Dần dần thẻ "Sống động" còn thu nhận nhiều thông tin khác nữa. Đầu tiên là những thông tin "cấp cứu" cho mỗi người như nhóm máu, v.v... Tiếp





đó sẽ là những thông tin y học được lưu trữ trong bộ nhớ. Thông tin gì ? Hiện nay chưa quy định rõ. Có điều là một khi các phòng mạch được nối mạng thì mọi thông tin đều có thể dựa vào thẻ. Theo tính toán, năm 1999 mỗi người Pháp đều đã có thẻ "Sống động" (Vitale) rồi. Vấn đề là không biết tương lai sẽ ra sao khi những thông tin y học đó dù đã được mã hóa nhưng trôi nổi về đâu đây ?

GIẤY CHỨNG MINH NHÂN DÂN, BẰNG LÁI XE CHỨA NHỮNG CHỮ SỐ BÍ MẬT

Ở Pháp, dù không bắt buộc, ai cũng phải có giấy chứng minh nhân dân. Nhưng nhiều nước khác không có chuyện ấy và lí do khá rõ ràng. Ở Mĩ hay ở Anh người ta luôn coi chuyện kiểm soát giấy CMND là vi phạm tự do cá nhân và nghĩ rằng mọi công dân không việc gì phải chứng minh nhân thân của mình cho ai và bất kì lúc nào cả. Chính phủ Anh có đưa ra dự án liên kết giấy CMND với bằng lái xe, lấy lí do là cần thiết cho việc đấu tranh chống gây rối hiệu quả hơn. Dự án này bị ngay giới cảnh sát phản đối. Dự án cũng gây phẫn nộ cho đa số dân chúng trong nước. Ở Pháp, những con số ghi trên hai loại giấy tờ này thường không biết do đâu mà ra. Lí do là có một nhóm số dùng để kiểm tra xem giấy tờ có bị làm giả không. Theo Bộ Nội vụ Pháp thì những kẻ làm giấy tờ giả càng ngày càng có khả năng làm như giấy tờ thật. Chỉ có điều là 6 con số cuối cùng được tạo ra theo một mẹo được giữ kín, khiến cho việc giả mạo gặp khó khăn. Đối với bằng lái xe, nhóm số này được nối mạng và thông với các hồ sơ cảnh sát hay đội bảo vệ lãnh thổ quản lí, chúng được tra cứu ngay khi có chuyện vi phạm luật lệ giao thông.

THẺ TÍN DỤNG NHƯ MỘT SỢI DÂY RÀNG BUỘC CHÂN TA

Rút tiền ngay trên hè phố, chìa thẻ ra trả tiền trong tiệm ăn, chỉ gọi điện thoại báo số thẻ để gửi hoa tặng ai đó... Cái thẻ nhựa con con quả tình làm đời sống ta giản tiện biết bao. Với điều kiện là chớ lo sợ gì sự tọc mạch của người khác. Dùng thẻ tín dụng tức là phơi bày đời tư của mình trên giấy trắng mực đen hoặc để người khác đọc thoải mái thông tin trên thẻ. Một nhà tài chính chỉ việc liếc qua phiếu ghi là biết vị khách hàng Dupont đi nghỉ hè đã trọ ở khách sạn nào, ông ta đến tiệm giặt ủi mấy lần trong tháng... Liệu có rắc rối gì không ? Câu hỏi này đáng đặt ra vì hiện nay người ta dùng thường xuyên thẻ tín dụng hàng ngày : trả phí giao thông, mua hàng, trả phí đỗ xe... Nguy cơ ở chỗ lúc nào cũng phải xưng ra một nhóm mã số cá nhân và để lại dấu vết hành động mọi nơi.

NHỮNG LOẠI THẺ "KHÔNG TIẾP XÚC" NHƯNG LƯU LẠI DẤU VẾT KHẮP NƠI !

Ngài Jacques Mellick, thị trưởng thành phố Béthume khi gặp vận xui mới vỡ lẽ : thẻ trả phí giao thông điều khiển từ xa trên người ông tuy giúp ông chạy qua các trạm thu phí giao thông mà không phải dừng xe nhưng đã để lại dấu vết chuyến đi. Chuyện như sau : Trong vụ Bernard Tapie, ông Jacques Mellick *muốn cung cấp chứng cớ* ngoại phạm cho ông Bernard Tapie, nói bừa rằng vào đúng ngày 17 / 6 / 1993 ông ta đã trò chuyện với Bernard Tapie tại nhà riêng. Nhưng hỡi ôi, các máy điện toán nhất loạt khẳng định ông ta có mặt trên xa lộ gần một trạm thu phí. Những loại thẻ có bộ phận phát sóng như vậy ngày càng phát triển.

Trong nhiều xí nghiệp cũng như một số trường học người ta bắt đầu sử dụng thẻ "không tiếp xúc". Các thẻ này hoạt động trên cùng một nguyên tắc : cho phép tự do đi từ phòng này sang phòng khác, vào ăn ở quán ăn cơ quan... Nhưng những hoạt động ấy đều bị máy điện toán kiểm soát, lưu giữ trong bộ nhớ bất kì hành vi gì. Người mang thẻ đi đâu đều để lại dấu vết ở đó !

NGUY CƠ ĐẾN TỪ KĨ THUẬT ĐIỆN TỬ

Những ví dụ trên làm ta thấy rõ : tin học bây giờ giữ vai trò trung tâm trong việc tạo lập hồ sơ dưới dạng tập tin. Đó là vì tin học cho phép truyền tin nhanh chóng, dễ dàng đồng thời kiểm tra và lưu trữ nhanh chóng dễ dàng không kém. Vì vậy, cần có những phương pháp mã hóa để những bức thư tình *chẳng hạn không ai đọc được ngoài người nhận đích thực.* Một khía cạnh khác về năng lực của bà tiên điện tử : khả năng phân tích. Một số phần mềm được dùng để phân tích tự động các dữ liệu, các tập tin, và cả việc kiểm soát tự động. Người ta nối các camêra với những hệ thống nhận biết kí hiệu để đọc biển số xe ở lối ra vào đường hầm biển Manche rồi so sánh ngay với các biển số xe lưu trữ trong các hồ sơ. Bằng phương pháp ấy người ta phát hiện những xe bị đánh cắp một cách dễ dàng. Nhưng ai dám chắc rằng việc kiểm soát xe cộ này trong tương lai sẽ mở rộng ra cho nhiều lĩnh vực khác ?

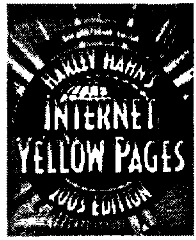
NHỮNG CÚ ĐIỆN THOẠI : MỘT NĂM NẰM TRONG BỘ NHỚ !

Gọi một cú điện thoại chắc không để lại dấu vết gì ? Không chắc đâu. Hãng viễn thông *France Télécom* lưu trữ tất cả các cuộc gọi từ các buồng công cộng. Gọi điện thoại bằng thẻ cũng không thoát việc để lại dấu vết. Máy điện toán lưu giữ nhóm số ghi ở đầu mút thẻ. Rồi người ta phổ cập nhanh chóng hệ thống nhận dạng nhanh chóng số máy gọi, đương nhiên việc lắp đặt phải mất tiền. Khi chuông reo lập tức số máy gọi hiện lên trên màn hình. Những trò phá quậy đã hết thời !

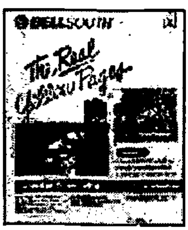
ĐỊA CHỈ "IP" TRÊN INTERNET KHÔNG THOÁNG NHƯ TA TƯỞNG

Liệu Internet, cái không gian tự do rộng lớn kia cho phép ta truy cập thoải mái mọi thứ mà không ai biết ? Người ta muốn tin là như vậy lắm. Thực tế thì một khi máy điện toán được nối mạng rồi thì được nhận dạng qua một con số tạm thời có tên là "địa chỉ IP" (*Internet Protocol*). Một chuỗi bốn con số từ một đến ba chữ số ghi nhận ngay mỗi một thông báo, mỗi một kết nối. Bề ngoài thì mỗi người chỉ đánh số nhân thân của mình "DNS" (*Domain Name System*) không thay đổi, nhưng ở trung tâm máy điện toán chủ cơ sở dữ liệu về người sử dụng được lưu giữ kĩ càng.

DANH BẠ, DANH BẠ VÀ DANH BẠ



Mọi thứ dường như cần phải được đánh số cả : một cuốn sách mượn ở thư viện, một chiếc áo mưa mua qua Internet, việc đặt mua báo dài hạn, và cứ như vậy khách hàng nào cũng sớm được ghi vào danh bạ. Trong các danh bạ này người ta có thể thấy các trường hợp thông tin nào đó, từ địa chỉ khách hàng cho đến thị hiếu, thu nhập... Tất cả những thông tin này nói chung được thu thập một cách hợp pháp. Nhưng một số những danh bạ lập ra như vậy được bán lại với giá khá đắt cho các xí nghiệp khác. Các xí nghiệp đó cứ thế mà tiếp xúc với nhiều khách hàng mới. Điều đó giải thích vì sao ta cứ nhận một mớ hỗn độn những tài liệu quảng cáo ở ngay hòm thư nhà mình. Cách đây hơn mười năm có một công trình nghiên cứu ước lượng rằng mỗi người chúng ta ít nhất phải có mặt trong chừng 500 danh bạ khác nhau. Ngày nay chắc chắn số danh bạ phải gấp đôi !



KHUNG SỐ " THIÊN VĂN "

NHÂN ĐÔI NHỮNG HẠT LÚA MÌ

Một huyền thoại khẳng định rằng trò chơi cờ được một nhà bác học Ấn Độ tên là Sissa Ben Daher phát minh vào thời cổ. Khi vua Sheram biết được kẻ phát minh ra bàn cờ là thần dân của mình, ngài liền triệu ngay đến lâu đài.

– Trẫm cám ơn nhà ngươi đã nghĩ ra trò chơi làm vui tuổi già của trẫm. Ngươi muốn trẫm ban thưởng gì nào ?

Sissa yên lặng không nói :

– Nào, nhà vua sốt ruột thúc giục, nhà ngươi thử nói xem sao, hay nhà ngươi sợ ta không có gì để ban thưởng chăng ?

Những lời đó của nhà vua xúc phạm Sissa. Ông tự nhủ phải cho nhà vua một bài học.

– Tâu bệ hạ, Sissa nói, thần xin bệ hạ một món quà nhỏ.

– Được rồi, quà gì vậy ?

– Bệ hạ lệnh ban cho thần một hạt lúa mì đặt vào ô thứ nhất của bàn cờ.

– Có thế thôi à ? Ngươi chế nhạo trẫm phải không, kẻ to gan kia ?

– Thần đâu dám ! Xin bệ hạ ban tiếp cho thần hai hạt lúa mì vào ô thứ hai, 4 hạt vào ô thứ ba, 8 hạt vào ô thứ tư, 16 hạt vào ô thứ năm và cứ thế cho đến ô thứ sáu mươi tư, cứ ô sau có số hạt gấp đôi ô trước.

Nhà vua chạm lòng tự ái :

– Ta rộng rãi với ngươi mà ngươi lại xem thường ta quá đó. Thôi mặc kệ ngươi vậy. Ngươi xéo đi cho rảnh mắt ta. Ngày mai viên tổng quản sẽ cho người mang lúa mì đến cho ngươi.

Rạng sáng hôm sau, viên tổng quản mặt mày xanh xám chạy vào đánh thức nhà vua dậy. Ông ta lập cập :

– Tâu bệ hạ... tâu bệ hạ... khốn ta rồi !

– Này Barbapoux, ngươi nói gì thế ? Ngươi không điên đấy chứ ?

Viên tổng quản vẫn run cầm cập :

– Tâu bệ hạ, các nhà toán học của triều đình đã làm việc suốt đêm qua. Họ kết luận rằng toàn vương quốc của bệ hạ không đủ lúa mì để phát thưởng cho Sissa.

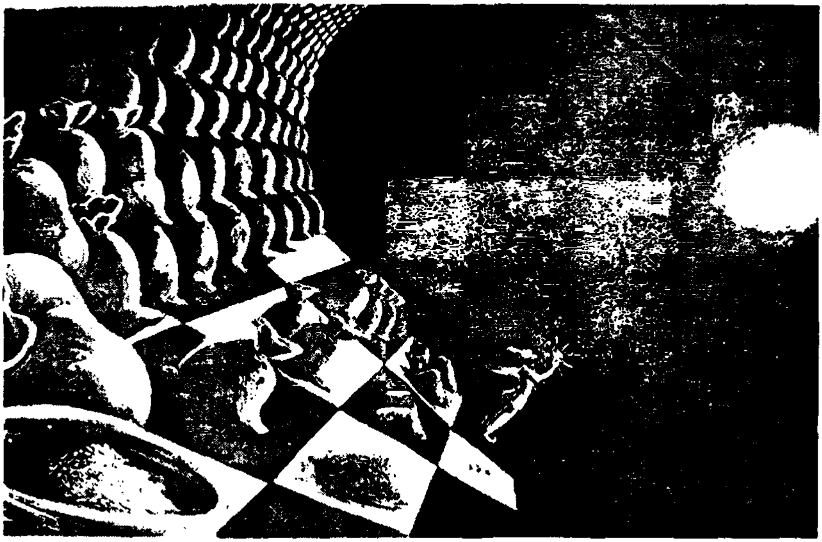
– Nói nghe xem có con số gì lớn xuất phát từ con số bé như vậy trên bàn cờ ?

– Số đó là mười tám tỉ tỉ tỉ tỉ bốn trăm bốn mươi sáu tỉ tỉ tỉ bảy trăm bốn mươi bốn tỉ tỉ không trăm bảy mươi ba tỉ bảy trăm linh chín triệu năm trăm năm mươi mốt ngàn sáu trăm mười lăm hạt ! (18.446.744.073.709.551.615)

Xin tâu bệ hạ rõ !

Công thức mầu nhiệm

Để có được một lượng lúa mì như vậy nhà vua phải thu gom tất cả vụ mùa trên trái đất trong vòng 5.000 năm. Nếu kho lúa của nhà vua cao 4m, rộng 10m thì chiều dài phải là 300 triệu km, tức là gấp đôi khoảng cách từ trái đất đến mặt trời. Đó là sức mạnh của những chuỗi số gọi là cấp số nhân. Cấp số này khởi sự bằng một đơn vị khá nhỏ bé, chẳng có gì đáng kể, rồi bỗng phình ra thành những con quái vật !



Ta gọi là cấp số nhân một chuỗi số trong đó mỗi số bằng số đi liền trước nhân với một số gọi là công bội. Trong tự nhiên, ta thấy có nhiều loại cấp số nhân gắn liền với một số bài toán. Chẳng hạn sự sinh trưởng vùn vụt của một số quần thể sinh vật trong một số hoàn cảnh nào đó (châu chấu, chuột, v.v...).

Sau đây là một công thức giúp bạn điều hành thuận lợi những cấp số nhân.

Nếu a là số hạng đầu của cấp số nhân, n là số hạng cuối, r là công bội. N là số các số hạng và S là tổng các số hạng từ a đến n, ta có :

$$S = a \times \frac{r^N - 1}{r - 1}$$

Về trường hợp số hạt lúa mì của nhà vua ban tặng cho Sissa, ta có $a = 1$, $n = 64$ (có tất cả 64 ô cờ trên bàn cờ), $r = 2$ (gấp đôi số hạt cho ô sau), $N = 64$. Từ đó suy ra :

$$S = 1 \times \frac{2^{64} - 1}{2 - 1}$$

$$S = 2^{64} - 1 = 18.446.744.073.709.551.615$$

Trắc nghiệm 1 :

Nắm công thức trong tay rồi chưa đủ, cái chủ yếu là đem nó ra thử thách trong thực tế. Nếu có một lĩnh vực mà các cấp số nhân làm ta choáng váng, đó chính là sự lan truyền nhanh của các tin đồn (nhảm). Tin đồn thường được truyền đi với một vận tốc cực kì nhanh khiến những nạn nhân tin rằng ai cũng có âm mưu gì đây đối với họ. Điều đó không đúng đâu ! Một công thức mầu nhiệm sẽ giải thích tại sao tin đồn đi nhanh như vậy. Ta có trắc nghiệm sau : Ngày thứ hai vừa rồi vào lúc 6 giờ cô Zézette mơ thấy nữ diễn viên Lola Palmito, thần tượng của cô, bị mắc phải một chứng nan y. Đến nơi làm việc lúc 9 giờ Zézette kể chuyện mơ của mình cho ba người bạn Lucette, Odette và Josette nghe. Có điều cô ta còn ngái ngủ nên không nói rõ với bạn đó là giấc mơ, làm các cô bạn coi như chuyện thật. Thế rồi Lucette, Odette và Josette ra oai cho thiên hạ biết bằng cách đem câu chuyện trên kể lại cho người khác nghe, mỗi cô kể cho ba người. Ta giả thiết rằng Paris chỉ có 2 triệu dân và giả sử việc kể chuyện cứ lặp đi lặp lại cách nhau 5 phút cho những nhóm người mới, bạn tính xem sau bao lâu tất cả dân Paris biết tin về chứng bệnh nan y của nữ diễn viên tên tuổi kia ?

Giải đáp

Ta dựng lại kịch bản : Vào lúc 9 giờ sáng Zézette kể câu chuyện cho ba người bạn, tức là vào thời điểm đó có 4 người biết chuyện. Vào 9 giờ 5 phút mỗi người trong số ba bạn kia kể lại chuyện cho 3 người quen nghe. Như vậy có $4 + (3 \times 3) = 13$ biết chuyện. Đến 9 giờ 10 phút mỗi người trong số 9 người biết chuyện kia lại kể cho 3 người khác nghe. Như vậy có thêm $13 + (9 \times 3) = 40$ người được nghe chuyện.

Sau một giờ chẳng hạn có bao nhiêu người biết chuyện ? (tức là sau 12 lần kể lại, mỗi lần cách nhau 5 phút).

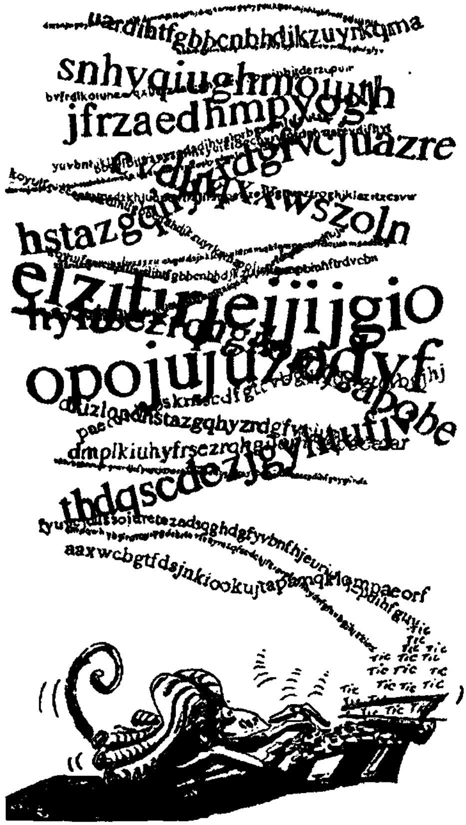
Vận dụng công thức, ta có : $S = 1 \times \frac{3^{12} - 1}{3 - 1} = 265720$ người

Và 5 phút sau đó thì sao ? Có 797.161 người. Còn 5 phút tiếp đó nữa ? Có đến 2.391.484 người ! Tóm lại, chỉ cần 1 giờ 10 phút là cả 2 triệu người Paris đều biết tin đồn do chỉ một người tung ra. Tất nhiên phép trắc nghiệm này chỉ có giá trị về lí thuyết. Trong thực tế có nhiều người không nhắc lại tin đồn, trong khi nhiều người khác lại nghe tin ấy nhiều lần. Dù sao trắc nghiệm trên cũng cho ta thấy rõ pháo nổ dây chuyền không nhanh là bao so với tin đồn nhảm !

CON KHỈ ĐÁNH MÁY CHỮ

Có một nhà bác học yếm thế đi đâu cũng nói rằng trên đời chẳng có ai tài giỏi cả. Bất kì công trình nào, dù tuyệt vời đến mấy, chẳng qua cũng do hú họa mà nên. Câu thơ nổi tiếng nhất trong kịch cổ điển Pháp "*Le jour n'est pas plus pur que le fond de mon cœur*" (Ánh sáng ban ngày không trong trẻo bằng đáy lòng ta) trích từ hồi IV cảnh 3 trong vở *Phèdre* của Racine chẳng qua cũng hú họa mà có.

Nhà bác học ấy khuyên ta hình dung một con khỉ học sử dụng máy chữ. Không phải chuyện dạy chữ cho nó đâu vì điều đó là bất khả. Nhưng để dạy cho nó cách sắp 40 chữ cái thành các nhóm chữ. Tại sao 40 chữ cái ? Bởi vì câu thơ của Racine có 40 chữ cái ! Nhà bác học "hâm" này khẳng định rằng sau một hồi đánh lung tung hú họa, cứ cho là sau 10 năm, 100 năm đi nữa, con khỉ và tiếp theo là con con khỉ, cháu con khỉ, chắt con khỉ kia... có thể sẽ đạt tới cụm



LejournestpaspluspurquelefonddemoncœurR (Chú ý rằng dấu ' bị loại bỏ và œ coi như hai chữ cái, chữ R đóng vai trò chữ thứ 40).

Cách lập luận có vẻ tào lao, nhưng không phải vô lí hoàn toàn. Thực vậy, xác suất để tạo ra một cách hú họa câu thơ của Racine không bằng 0. Không bằng 0 được rồi, nhưng xác suất ấy có ý nghĩa gì ?

Công thức mầu nhiệm

Để giản tiện ta hình dung máy chữ có 26 phím mang 26 chữ của bảng chữ cái. Ngay cú đầu, con khỉ có 1/26 cơ may đánh trúng chữ L. Rồi nó có cũng chừng ấy cơ may đánh trúng chữ E. ta dừng lại một chút để suy nghĩ xem có bao nhiêu cơ may đánh được chữ L tiếp đó là E ? Câu trả lời của lí thuyết xác suất là như sau : Khi một biến cố (chẳng hạn đánh L rồi tiếp đến là E) là kết quả việc thực hiện hai biến cố (biến cố L và biến cố E), xác suất của nó là xác suất biến cố thứ nhất (1/26) nhân với xác suất biến cố thứ hai (1/26). Con khỉ sẽ có 1/26 × 1/26 tức là 1/676 cơ may đánh được L và tiếp đó là E.

Đối với 40 biến cố (câu thơ của Racine có 40 chữ cái trong thứ tự nhất định) tái lập câu thơ, xác suất sẽ là 1/26 nhân với nó 40 lần, tức là $1/26^{40}$. Chuyển sang lũy thừa của 10, số đó có mẫu số tương đương áng chừng với 10^{56}. Một số bắt đầu bằng 1 và gồm 56 chữ số 0 tiếp theo ! Một số như vậy khó mà hình dung nổi ! Nó lớn hơn bất kì cái gì tồn tại trong vũ trụ, ngay cả số giây có từ thời nguyên thủy Big Bang đến nay cũng chỉ là 10^{20} mà thôi !

Trong công trình *"Cấu trúc cái ngẫu nhiên"*, Jean-Louis Boursin cho biết rằng tập quán con người bỏ qua những xác suất chừng $1/10^6$, tức là một phần triệu. Nói cách khác ta coi những biến cố có xác suất chừng một trên một triệu là như không có khả năng xảy ra. Tác giả trên còn cho biết rằng người nào băn khoăn về những biến cố có xác suất chừng 1/triệu thì có thể vào nhà thương điên rồi. Xác suất 1/triệu là xác suất để mỗi chúng ta lăn đùng ra chết sau một phút nữa. Trở lại trường hợp con khỉ đánh máy, xác suất để nó tái lập một câu thơ duy nhất của Racine dứt khoát hoàn toàn tuyệt đối vô nghĩa.

Trắc nghiệm 2 :

Bạn có một người quen tự cho mình giỏi toán đánh cuộc 1 euro cho chuyện *như sau : hễ có 100 người đầu tiên đi qua dưới cửa sổ buồng anh ta là đàn ông thì* anh ta thắng. Liệu bạn có dám cược với anh ta không ?

Giải đáp : Nếu ta chấp nhận rằng trên đường phố có số nam và nữ như nhau thì xác suất để một người đàn ông đi qua cửa sổ bằng 1/2. Đương nhiên nếu bạn ở trong phạm vi một khu nội trú con trai hay trong một doanh trại quân đội thì chớ có đánh cuộc làm gì !

Trên đường phố bình thường của một thành phố bình thường, xác suất để thấy hai người đàn ông đi qua cửa sổ là bao nhiêu ? Theo công thức trên thì 1/2 x 1/2 = 1/4. Xác suất để một vị mày râu thứ ba đi qua là bao nhiêu ? 1/2 x 1/2 x 1/2 = 1/8. Áp dụng công thức cho 100 người qua đường ta có xác suất là $1/2^{100}$. 2^{100} là số gì vậy ? *Đó là số 2 nhân với chính nó 100 lần.* Bạn chớ dùng bàn tính làm gì, nó chịu thua con số kinh khủng đó, con số tương đương với 10 lũy thừa 10. Tất cả những giọt nước của khắp đại dương chẳng thấm vào đâu với nó ! Bạn cứ bình tâm cá cược *bất kì thứ gì bạn có để thắng con người thiển cận kia. Ông bạn này phải chờ đến* ngày tận thế mới có được trăm vị nam nhi đi qua cửa sổ của mình.

BÀN ĂN CỦA VUA TANGOR

Ngày xưa có ông vua Tangor vừa nghèo vừa yếu kém so với 19 vị chư hầu của mình. Của cải đáng giá nhất của vua là công chúa Brunehilde mà các lãnh chúa chư hầu nhòm ngó dạm hỏi. Trong đó có một vị lãnh chúa chư hầu hùng mạnh nhất, tàn bạo nhất và đầy tham vọng nhất so với tất cả đám chư hầu họp lại. Người ta gọi ông là Hoàng thân Đen và ai nom thấy ông ta đều sởn gai ốc rồi.

Một hôm vua Tangor, công chúa và 19 vị chư hầu tụ họp trong gian đại sảnh của lâu đài. Người ta xếp ba người ngồi vào một bàn ăn và người ta bàn định chuyện hôn nhân. Brunehilde nom dáng buồn phiền còn nhà vua Tangor thì ung dung tươi cười. Các lãnh chúa chư hầu nhìn nhau trừng trừng dù ai cũng biết công chúa Brunehilde khó mà thoát khỏi tay Hoàng thân Đen. Tuy vậy trong cuộc chạy đua lấy vợ này vị nào cũng làm vẻ mình có danh giá đây, có kém chi người khác.

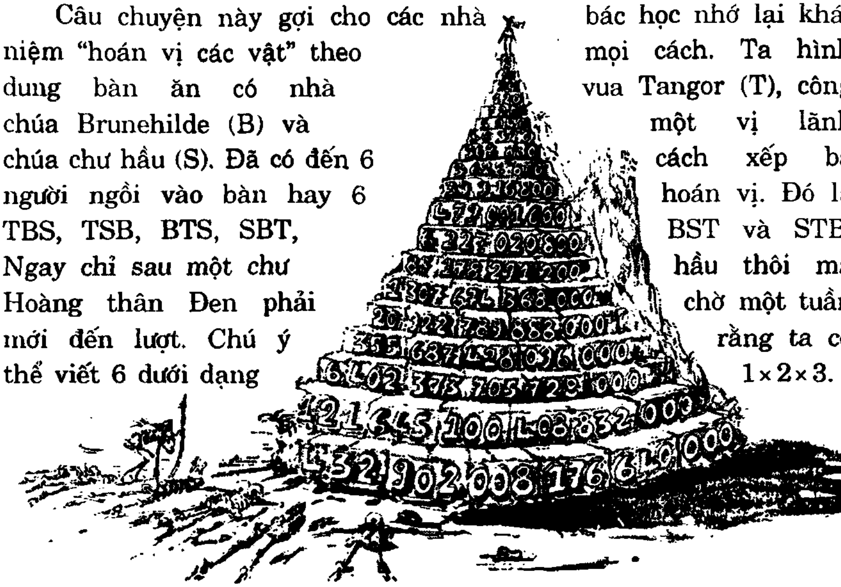
Buổi tiệc kết thúc, vua Tangor đứng dậy nói :

– Thưa các bậc tôn quý, bây giờ đã đến lúc nói chuyện hôn nhân của công chúa đây. Các Quý Ngài đây đều danh giá như nhau, quả nhân đây không muốn làm mếch lòng một ai. Ta chỉ muốn mời mọi người thay phiên nhau đến ngồi cùng bàn với ta và công chúa, từng người hoặc cả hai, sao cho ta có dịp tiếp chuyện các Quý Ngài lần lượt tối này đến tối khác. Rồi các Quý Ngài ra ngồi với nhau theo bàn ba người và theo một trật tự có thể có. Hoàng thân Đen vốn là người hăng hái với hôn nhân nhất xin chịu khó kiên nhẫn một chút : Ngài chỉ đến ngồi với ta sau khi 18 vị kia đã cùng ta và công chúa ngồi cùng nhau theo bàn ba người với mọi tư thế rồi. Vào lúc đó Ngài sẽ là Phò mã của ta.

Hoàng thân Đen thở phào nhẹ nhõm : chỉ việc kiên nhẫn một chút chờ đến lượt ngồi cùng bàn với vua Tangor và công chúa. "Suy cho cùng cũng chỉ có 19 người thôi !", ông ta tự nhủ. Vua Tangor khôn ngoan mỉm cười. Nụ cười của nhà vua bí hiểm đến nỗi Hoàng thân Đen giật mình tự hỏi liệu ông ta có hớ không khi nhận lời đề nghị của nhà vua.

Công thức mầu nhiệm

Câu chuyện này gợi cho các nhà bác học nhớ lại khái niệm "hoán vị các vật" theo mọi cách. Ta hình dung bàn ăn có nhà vua Tangor (T), công chúa Brunehilde (B) và một vị lãnh chúa chư hầu (S). Đã có đến 6 cách xếp ba người ngồi vào bàn hay 6 hoán vị. Đó là TBS, TSB, BTS, SBT, BST và STB. Ngay chỉ sau một chư hầu thôi mà Hoàng thân Đen phải chờ một tuần mới đến lượt. Chú ý rằng ta có thể viết 6 dưới dạng 1×2×3.



Bây giờ thêm một vị nữa vào bộ ba kia, kí hiệu Z. Ta thực hiện các phép hoán vị bộ ba, tức là ba người một. Ngoài 6 nhóm ba người đã tính ta có thêm TBZ, TSZ, BTZ, BSZ, SBZ, STZ, TZS, TZB, BZS, BSZ, SZT. SZB, ZBS, ZSB, ZTS, ZST, ZBT, ZTB. Tổng số này còn được viết dưới dạng 1 × 2 × 3 × 4.

Công thức mầu nhiệm như sau : số các hoán vị của *n* vật bằng tích *n* số nguyên liền nhau. Tích này được gọi là giai thừa *n*, kí hiệu là *n!*. Dấu chấm than nhắc nhở ta lường trước những kết quả khó tưởng tượng nổi.

Hình trên cho ta thấy 20 giai thừa đầu tiên cho trường hợp Tangor, công chúa và 18 vị chư hầu trừ Hoàng thân Đen. Hoàng thân Đen tội nghiệp, ông ta bị mắc lừa rồi. Không bao giờ ông ta lấy được Brunehilde vì phải chờ một số ngày bằng 400.000 lần thời gian kể từ ngày khai thiên lập địa đến nay, ước chừng vào khoảng 15 tỉ năm.

Cái tháp số này cho kết quả những giai thừa từ 1 đến 20. Trên đỉnh là số $1! = 1$. Rồi đến $2! = 1 \times 2$. Rồi đến $3! = 1 \times 2 \times 3 = 6$. Rồi đến $4! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 = 24$. Cứ như vậy cho đến $20! = 1 \times 2 \times \ldots \times 19 \times 20$ = con số khổng lồ nằm dưới chân tháp.

MỘT PHÉP TÍNH TẠO RA NHỮNG CON SỐ «THIÊN VĂN»

Những con số cực kì lớn mà ta thường gặp trong ngành thiên văn là kết quả của phép «nâng lên luỹ thừa» hay còn gọi là phép tính thứ năm trong đại số. Phép này có hai phép *tính nghịch đảo* : phép khai căn và lôgarít. Vì vậy người ta thường gọi đại số là số học của 7 phép tính : cộng, trừ, nhân, chia, nâng lên luỹ thừa, khai căn, lấy lôgarít.

Trong đời sống thường ngày ta có cần đến phép nâng lên luỹ thừa không ? Rất cần đến nó và còn cần thường xuyên nữa ! Việc tính diện tích hay thể tích một vật buộc ta phải dùng đến các phép bình phương (luỹ thừa 2) hay lập phương (luỹ thừa 3) rồi. Muốn tính sức bền vật liệu, các viên kĩ sư cần đến luỹ thừa 4. Tính đường kính của một ống dẫn hơi phải dùng luỹ thừa 6. Một kĩ sư thủy lợi cần biết rằng nếu dòng chảy con sông A lớn gấp 4 lần dòng chảy con sông B thì dòng chảy của A có thể cuốn trôi một tảng đá nặng hơn $4^6 = 4.096$ lần so với dòng chảy B.

VÀI CON SỐ «THIÊN VĂN»

Các nhà thiên văn sử dụng thường xuyên nhất phép nâng lên luỹ thừa. Trong sổ sách của họ chỉ thấy những con số gồm vài ba chữ số có nghĩa rồi đến một loạt những số 0 liền nhau. Những con số đó nếu viết nguyên dạng thì rất bất tiện. Chẳng hạn chòm sao Andromède ở cách xa chúng ta vào khoảng :

95.000.000.000.000.000.000 km

Nếu thể hiện số trên bằng cm thì phải thêm 5 số 0 nữa :

9.500.000.000.000.000.000.000.000 cm

Chòm sao Andromède – nàng công chúa xinh đẹp xứ Ethiopie dũng cảm hi sinh thân mình chuộc lỗi cho mẹ – theo sự tưởng tượng của người Hi Lạp cổ đại.

Khối lượng các vì sao còn được tính bằng những con số lớn hơn thế nữa. Chẳng hạn khối lượng mặt trời tính ra gam sẽ là :

1.983.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000 g

Ai cũng thấy khi tính toán với những số như thế người ta dễ nhầm lẫn và mệt mỏi. Vả lại các con số vừa nêu ra đâu phải là quá lớn.

Phép nâng lên luỹ thừa cho phép ta tránh được khó khăn đó. Những con số bắt đầu bằng số 1 với một loạt số 0 tiếp theo chẳng qua là những luỹ thừa từ bậc thấp đến bậc cao của số 10.

$$100 = 10^2 \quad 1.000 = 10^3 \quad 10.000 = 10^4 \text{ v.v...}$$

Những con số khổng lồ trên đây sẽ được viết thành 95×10^{23} và 1983×10^{30}.

Rõ ràng viết như vậy tiết kiệm được chỗ lại làm cho tính toán dễ dàng hơn. Chẳng hạn đem hai số nói trên nhân với nhau, ta chỉ cần thực hiện tích số $95 \times 1983 = 188.385$, sau đó thực hiện $10^{23} \times 10^{30} = 10^{23+30} = 10^{53}$ rồi gộp lại thành :

$$95 \times 10^{23} \times 1983 \times 10^{30} = 188.385 \times 10^{53}$$

BẦU KHÍ QUYỂN NẶNG BAO NHIÊU ?

Bài toán về so sánh khối lượng khí quyển và khối lượng quả đất sẽ cho ta thấy phép nâng lên luỹ thừa làm dễ dàng tính toán cho ta đến mức nào. Ta biết rằng khí quyển tạo ra một áp lực là 1 ki-lô-gam trên mỗi xen-ti-mét vuông. Điều đó có nghĩa là trọng lượng cột không khí đè lên mỗi xen-ti-mét vuông bằng 1 ki-lô-gam. Như vậy quả đất có bao nhiêu xen-ti-mét vuông bề mặt thì khí quyển có trọng lượng bấy nhiêu ki-lô-gam. Sách địa lí cho ta biết bề mặt quả đất đo được 510 triệu km^2 tức là 51×10^7 km^2. Bây giờ ta tính xem có bao nhiêu cm^2 trong 1 km^2.

$$1 \text{ km} = 1.000\text{m} \text{ , } 1\text{m} = 100\text{cm} \quad \text{vậy } 1\text{km} = 10^5\text{cm}$$

Nâng lên luỹ thừa 2 cả hai vế ta có :

$$1 \text{ km}^2 = (10^5)^2\text{cm}^2 = 10^{10}\text{cm}^2$$

Bề mặt quả đất sẽ đo được $51.10^7.10^{10}$ cm^2 = 51.10^{17} cm^2, suy ra khối lượng không khí là $51 \times 10^7 \times 10^{10}$ kg = $51 \times 10^{17} : 1.000$ tấn = $51 \times 10^{17} : 10^3$ tấn = $51 \times 10^{17-3}$ tấn = 51×10^{14} tấn. Vì khối lượng toàn quả đất là 6×10^{21} tấn nên so quả đất với không khí ta thấy tỉ lệ là $6 \times 10^{21} : 51 \times 10^{14}$ xấp xỉ bằng 10^6 tức là khí quyển chiếm một phần triệu của khối lượng toàn quả đất.

KHÔNG NÓNG, KHÔNG BỐC LỬA MÀ VẪN CHÁY

Theo các nhà hoá học thì sự cháy, tức là sự phản ứng với khí ô-xy, xảy ra ở bất kì nhiệt độ nào, chỉ có điều nhanh chậm khác nhau. Định luật về tốc độ phản ứng hoá học cho biết rằng nhiệt độ cứ giảm đi 10^o thì tốc độ phản ứng của các phân tử tham gia phản ứng giảm đi hai lần. Giả thử ở nhiệt độ 600^o ta đốt cháy được 1g củi trong 1 giây. Hỏi trong thời gian bao nhiêu thì 1 g củi cháy hết ở nhiệt độ 20^o ? Ở đây nhiệt độ giảm đi 580 độ (600 - 20 = 580) tức là giảm đi 58 × 10 độ (58 lần 10 độ). Như vậy theo định luật trên tốc độ phản ứng hoá học giảm đi 2^{58} lần. Do đó 1g củi sẽ cháy hết trong 2^{58} giây. Bao nhiêu năm nhỉ ? Ta thử tính xấp xỉ mà không phải đem 2 nhân với nó đến 57 lần cũng không nhờ đến bảng lôgarít.

Ta có $2^{10} = 1.024$ xấp xỉ 10^3

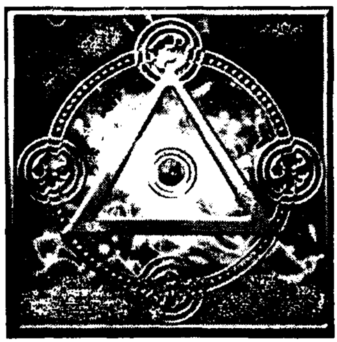
Như vậy $2^{58} = 2^{60-2} = 2^{60} : 2^2 = 1/4\ (2^{10})^6$ xấp xỉ $1/4 \times 10^{18}$

Biết rằng một năm có khoảng 30 triệu giây tức là 3×10^7 giây ta suy ra 1 g củi sẽ cháy hết ở 20 độ trong vòng $(1/4 \times 10^{18}) : (3 \times 10^7) = 1/12 \times 10^{11}$ xấp xỉ 10^{10} năm. Mười tỉ năm ! Một gam gỗ cháy hết như vậy đó, không nóng, không lửa gì hết !

CẦN BAO LÂU ĐỂ MỞ MỘT KHOÁ CHỮ ?

Ở nước Nga có lần người ta đào được một két sắt thuộc thời Nga hoàng xa xưa. Trên két sắt còn nguyên một ổ khoá chữ. Muốn mở két dĩ nhiên phải biết mã của khoá chữ hoặc đơn giản là đập tung két. Nhưng người ta hy vọng mày mò tìm ra được chìa khoá mật. Khoá chữ gồm 5 vòng tròn liền kề nhau, trên mỗi biên vòng tròn có khắc toàn bộ các chữ cái Nga[1]. Vấn đề là sắp các chữ cái nào đó trên 5 vòng tròn để được một từ đúng là mật mã. Người ta ra sức lập các tổ hợp chữ cái hòng may mắn tìm ra được tổ hợp vừa ý. Cứ mỗi tổ hợp người ta mất 3 giây đồng hồ. Liệu có thể hy vọng trong vòng 10 ngày mở được khoá không ?

Ta tính trước hết số tổ hợp tạo nên từ các chữ cái trên 5 vòng tròn là bao nhiêu. Mỗi một trong số 36 chữ cái trên vòng tròn đầu tiên có thể hợp với 36 chữ cái của vòng tròn thứ hai. Ta có : $36 \times 36 = 36^2$ nhóm chữ.



Mỗi một nhóm này có thể hợp với mỗi một chữ cái của vòng tròn thứ ba. Ta có : $36^2 \times 36 = 36^3$ tổ hợp ba chữ cái. Tương tự như vậy ta sẽ có 36^4 tổ hợp bốn chữ cái và 36^5 tổ hợp năm chữ cái. Tính ra ta có $36^5 = 60.466.176$. Cứ ba giây ta lập được một tổ hợp năm chữ cái, vậy với số tổ hợp trên ta có :

$$3 \times 60.466.176 = 181.398.528 \text{ giây}$$

Số giây này tương đương với 50.000 giờ hay xấp xỉ 6.300 ngày, mỗi ngày làm việc 8 giờ, tức là phải mất 20 năm mới mò ra hết các tổ hợp chữ. Như vậy chỉ có 10/6.300, tức là 1/630 cơ may để mở được két trong 10 ngày tới. Xác suất này quá nhỏ bé nên ta không thể hy vọng gì. Người ta cuối cùng phải dùng đến búa vậy !

---

(1) *Bảng chữ cái Nga có 36 chữ và kí hiệu.*

Chịu trách nhiệm xuất bản :
Chủ tịch HĐQT kiêm Tổng Giám đốc NGÔ TRẦN ÁI
Phó Tổng Giám đốc kiêm Tổng biên tập VŨ DƯƠNG THỤY

Biên tập nội dung :
TRẦN QUỐC HẢI

Biên tập kĩ -mĩ thuật :
TRẦN THÀNH TOÀN

Minh hoạ và làm bìa :
MINH HẢI

Sửa bản in :
ĐỨC VIÊN

Sắp chữ tại :
PHÒNG SẮP CHỮ ĐIỆN TỬ – NXBGD TẠI TP. HCM

CON SỐ TRONG ĐỜI SỐNG QUANH TA

Mã số: 81010m4-TTS

In 3.000 bản, (34TK), khổ 14,3 x 20,3cm, tại Công ty CP in - vật tư Ba Đình Thanh Hóa. Số in: 59. Số xuất bản: 65/198 - 04.
In xong và nộp lưu chiểu tháng 7 năm 2004.

TÌM ĐỌC SÁCH THAM KHẢO BỘ MÔN TIẾNG PHÁP
CỦA NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC

* TUYỂN TẬP ĐỀ THI OLYMPIC 30-4 MÔN TIẾNG PHÁP

Sách tham khảo dùng cho học sinh Tiểu học :

1. A COMME AVION - EM TẬP PHÂN BIỆT ÂM ĐẦU TỪ TIẾNG PHÁP — *Đoàn Phùng Thuý Liên*
2. MON PREMIER VOCABULAIRE - EM HỌC TỪ TIẾNG PHÁP (tập 1, 2) — *Hoàng Mai - Phan Hà*

Sách song ngữ Pháp - Việt :

1. CÂY CỎ QUANH EM - NOS AMIES, LES PLANTES — *Trần Hà Nam - Nguyễn Văn Hoàng*
2. EM ĐI DÃ NGOẠI - PROMENONS-NOUS — *Trần Hà Nam - Nguyễn Văn Hoàng*
3. EM YÊU MUÔNG THÚ - AIMONS LES BÊTES — *Trần Hà Nam - Nguyễn Văn Hoàng*
4. CHIM CỔ ĐỎ VÀ NHỮNG CHUYỆN KỂ KHÁC- LE ROUGE-GORGE ET AUTRES CONTES ET RÉCITS — *Nguyễn Mạnh Suý*
5. LE SAIS-TU - ĐỐ EM — *Từ Nhược Lan*
6. CHUYỆN CƯỜI TIẾNG PHÁP — *Nguyễn Mạnh Suý*

Các sách tham khảo khác :

1. BÍ QUYẾT VIẾT ĐÚNG CHÍNH TẢ TIẾNG PHÁP — *Đoàn Phùng Thuý Liên*
2. GỐC TỪ HI LẠP VÀ LA-TINH TRONG HỆ THỐNG THUẬT NGỮ PHÁP - ANH — *Hỹ Nguyên*
3. NGỮ PHÁP VĂN BẢN TIẾNG PHÁP - GRAMMAIRE TEXTUELLE DU FRANÇAIS — *Trương Quang Đệ*
4. TỪ ĐỒNG ÂM, TỪ ĐỒNG NGHĨA VÀ TỪ PHẢN NGHĨA KÈM BÀI TẬP - HOMONYMES, SYNONYMES ET ANTONYMES AVEC EXERCICES — *Đoàn Phùng Thuý Liên*
5. TIẾNG PHÁP THỰC HÀNH CHO GIÁO VIÊN KHOA HỌC TỰ NHIÊN - FRANÇAIS PRATIQUE POUR PROFESSEURS DE SCIENCES — *Trương Quang Đệ*
6. NGỮ PHÁP TIẾNG PHÁP — *Đoàn Phùng Thuý Liên*
7. RENÉ DESCARTES VÀ TƯ DUY KHOA HỌC — *Trương Quang Đệ*

Bạn đọc có thể mua tại các Công ti Sách và Thiết bị trường học ở địa phương hoặc các cửa hàng sách của Nhà xuất bản Giáo dục:

81 Trần Hưng Đạo hoặc 187 Giảng Võ - Hà Nội
15 Nguyễn Chí Thanh - TP. Đà Nẵng
104 Mai Thị Lựu - Quận 1 - TP. Hồ Chí Minh

8934980420904

Giá : 6.400đ