MỚI

PHAN THANH HÙNG

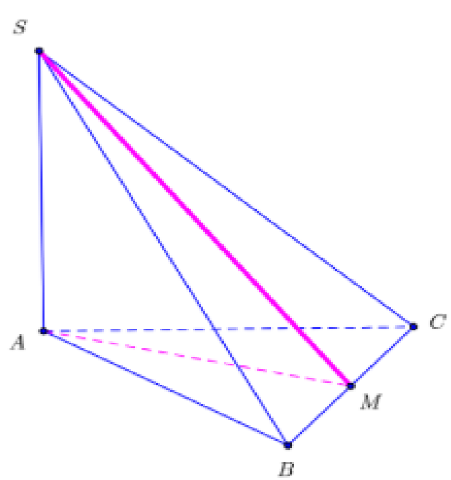
Phương pháp tọa độ trong không gian Oxyz

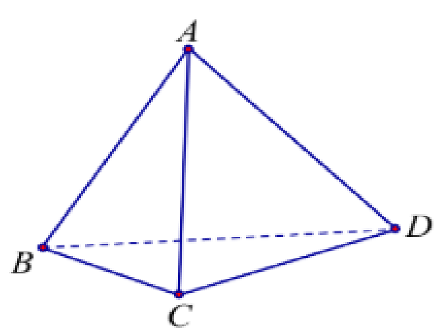
TOÁN 12

Có đáp án

CHUYÊN ĐỀ

Trắc nghiệm phương pháp tọa độ trong không gian Oxyz trong các đề thi thử Toán 2018





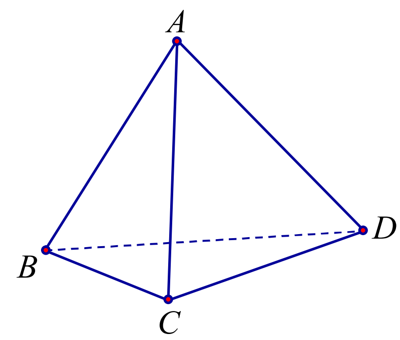
TỦ SÁCH LUYỆN THI

Câu 1: (THPT Lê Hồng Phong-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018) Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(0;\,0;\,3)$, $B(0;\,0;-1)$, $C(1;\,0;\,-1)$, $D(0;\,1;-1)$. Mệnh đề nào dưới đây sai?

A. $AB \perp BD$. **B.** $AB \perp BC$. **C.** $AB \perp AC$. **D.** $AB \perp CD$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $\overrightarrow{AB} = (0;\,0;\,-4)$, $\overrightarrow{AC} = (1;\,0;\,-4) \Rightarrow \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = 16 \neq 0 \Rightarrow AB$ và AC không vuông góc.

Câu 2: (TT Diệu Hiền-Cần Thơ-tháng 10-năm 2017-2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tọa độ của vectơ $\vec{a}$ là:

A. $(2;-1;-3)$. **B.** $(-3;2;-1)$. **C.** $(2;-3;-1)$. **D.** $(-1;2;-3)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k} \Rightarrow \vec{a}(-1;2;-3)$.

Câu 3: (TT Diệu Hiền-Cần Thơ-tháng 10-năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;0;2)$, $B(-2;1;3)$, $C(3;2;4)$, $D(6;9;-5)$. Hãy tìm tọa độ trọng tâm của tứ diện $ABCD$?

A. $(2;3;-1)$. **B.** $(2;-3;1)$. **C.** $(2;3;1)$. **D.** $(-2;3;1)$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $G(x;y;z)$ là tọa độ trọng tâm của tứ diện $ABCD$ ta có:

$$\begin{cases} x = \dfrac{x_A + x_B + x_C + x_D}{4} \\ y = \dfrac{y_A + y_B + y_C + y_D}{4} \\ z = \dfrac{z_A + z_B + z_C + z_D}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{1-2+3+6}{4} \\ y = \dfrac{0+1+2+9}{4} \\ z = \dfrac{2+3+4-5}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \\ z = 1 \end{cases}$$

Câu 4: (THPT Chuyên Lê Hồng Phong-Nam Định-lần 2 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(2;-3;5)$, $N(6;-4;-1)$ và đặt $L = \left|\overrightarrow{MN}\right|$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

A. $L = (4;-1;-6)$. **B.** $L = \sqrt{53}$. **C.** $L = 3\sqrt{11}$. **D.** $L = (-4;1;6)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{MN}=(4;-1;-6)\Rightarrow\left|\overrightarrow{MN}\right|=\sqrt{53}$.

Câu 5: **(THPT Chuyên Lê Hồng Phong-Nam Định-lần 2 năm 2017-2018)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng $(P):4x-z+3=0$. Vec-tơ nào dưới đây là một vec-tơ chỉ phương của đường thẳng d?

A. $\vec{u}=(4;1;-1)$. **B.** $\vec{u}=(4;-1;3)$. **C.** $\vec{u}=(4;0;-1)$. **D.** $\vec{u}=(4;1;3)$.

Lời giải

Chọn C

Do $d\perp(P)$ nên vec-tơ chỉ phương của đường thẳng d là vec-tơ pháp tuyến của (P).

Suy ra một một vec-tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}=\overrightarrow{n_{(P)}}=(4;0;-1)$.

Câu 6: **(Đề tham khảo BGD năm 2017-2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z}{1}$. Đường thẳng d có một vec tơ chỉ phương là

A. $\overrightarrow{u_1}=(-1;2;1)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(2;1;0)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(2;1;1)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(-1;2;0)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 7: **(Đề tham khảo BGD năm 2017-2018)** Trong mặt phẳng tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(2;0;0)$, $N(0;-1;0)$ và $P(0;0;2)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là

A. $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{-1}+\dfrac{z}{2}=0$. **B.** $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{-1}+\dfrac{z}{2}=-1$. **C.** $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{2}=1$. **D.** $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{-1}+\dfrac{z}{2}=1$.

Lời giải

Chọn D

Áp dụng phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn, ta có phương trình của mặt phẳng (MNP) là

$\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{-1}+\dfrac{z}{2}=1$.

Câu 1: **(THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018)** Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. Hình chóp đều có các cạnh bên tạo với mặt phẳng đáy các góc bằng nhau.

B. Hình chóp đều có tất cả các cạnh bằng nhau.

C. Hình chóp đều có các mặt bên là các tam giác cân bằng nhau.

D. Một hình chóp có đáy là một đa giác đều và có chân đường cao trùng với tâm của đa giác đáy đó là hình chóp đều.

Lời giải

Chọn B

Câu 2: **(THPT Lương Thế Vinh-Hà Nội năm 2017-2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho biểu diễn của vectơ $\vec{a}$ qua các vectơ đơn vị là $\vec{a}=2\vec{i}+\vec{k}-3\vec{j}$. Tọa độ của vectơ $\vec{a}$ là

A. $(1;2;-3)$. **B.** $(2;-3;1)$. **C.** $(2;1;-3)$. **D.** $(1;-3;2)$.

Lời giải

Chọn B

$\vec{a}=2\vec{i}+\vec{k}-3\vec{j}=2\vec{i}-3\vec{j}+\vec{k}$ nên $\vec{a}=(2;-3;1)$.

Câu 3: **(THPT Đức Thọ-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;-2;3)$, $B(-1;2;5)$, $C(1;0;1)$. Tìm toạ độ trọng tâm G của tam giác ABC?

A. $G(1;0;3)$. **B.** $G(3;0;1)$. **C.** $G(-1;0;3)$. **D.** $G(0;0;-1)$.

Lời giải

Chọn A

Theo công thức tính tọa độ trọng tâm của tam giác.

Câu 4: **(THPT Đức Thọ-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S):

$x^2+y^2+z^2-6x+4y-8z+4=0$. Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của mặt cầu (S).

A. $I(3;-2;4)$, $R=25$. **B.** $I(-3;2;-4)$, $R=5$.

C. $I(3;-2;4)$, $R=5$. **D.** $I(-3;2;-4)$, $R=25$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu (S) có tâm là $I(3;-2;4)$.

Bán kính của mặt cầu (S) là $R=\sqrt{(3)^2+(-2)^2+(4)^2-4}=5$.

Câu 5: **(THPT Đức Thọ-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm A, B với $\overrightarrow{OA}=(2;-1;3)$, $\overrightarrow{OB}=(5;2;-1)$. Tìm tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$.

A. $\overrightarrow{AB}=(3;3;-4)$. **B.** $\overrightarrow{AB}=(2;-1;3)$. **C.** $\overrightarrow{AB}=(7;1;2)$. **D.** $\overrightarrow{AB}=(-3;-3;4)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}=(5;2;-1)-(2;-1;3)=(3;3;-4)$.

Câu 6: **(THPT Đức Thọ-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a}=(-1;1;0)$, $\vec{b}=(1;1;0)$, $\vec{c}=(1;1;1)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. $\left|\vec{a}\right| = \sqrt{2}$. **B.** $\vec{a} \perp \vec{b}$. **C.** $\left|\vec{c}\right| = \sqrt{3}$. **D.** $\vec{b} \perp \vec{c}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có

❍ $\vec{a} = (-1;1;0) \Rightarrow \left|\vec{a}\right| = \sqrt{2} \Rightarrow$ A đúng.

❍ $\vec{a}.\vec{b} = -1.1 + 1.1 + 0.0 = 0 \Rightarrow \vec{a} \perp \vec{b} \Rightarrow$ B đúng.

❍ $\vec{c} = (1;1;1) \Rightarrow \left|\vec{c}\right| = \sqrt{3} \Rightarrow$ C đúng.

❍ $\vec{b}.\vec{c} = 1.1 + 1.1 + 0.1 = 2 \neq 0 \Rightarrow$ D sai.

Câu 7: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 2 năm học 2017-2018) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + 9 = 0$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu là

A. $I(-1;2;-3)$ và $R = \sqrt{5}$. **B.** $I(1;-2;3)$ và $R = \sqrt{5}$.

C. $I(1;-2;3)$ và $R = 5$. **D.** $I(-1;2;-3)$ và $R = 5$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + 9 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 5$.

Vậy mặt cầu có tâm $I(1;-2;3)$ và $R = \sqrt{5}$.

Câu 8: (THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 3 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{u} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}$. Tìm tọa độ của $\vec{u}$.

A. $\vec{u} = (3;2;-2)$. **B.** $\vec{u} = (3;-2;2)$. **C.** $\vec{u} = (-2;3;2)$. **D.** $\vec{u} = (2;3;-2)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\vec{u} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k} \Leftrightarrow \vec{u} = (3;-2;2)$.

Câu 9: (THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 3 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1;2;4)$, $B(2;4;-1)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác OAB.

A. $G(6;3;3)$. **B.** $G(2;1;1)$. **C.** $G(2;1;1)$. **D.** $G(1;2;1)$.

Lời giải

Chọn D

Gọi G là trọng tâm của tam giác theo công thức ta có $\begin{cases} x_G = \dfrac{x_A + x_B + x_O}{3} \\ y_G = \dfrac{y_A + y_B + y_O}{3} \\ z_G = \dfrac{z_A + z_B + z_O}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_G = 1 \\ y_G = 2 \\ z_G = 1 \end{cases}$.

Vậy $G(1;2;1)$.

Câu 10: (THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 3 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho $\vec{a} = (1;-2;3)$ và $\vec{b} = (2;-1;-1)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\left[\vec{a},\vec{b}\right] = (-5;-7;-3)$.

B. Vectơ $\vec{a}$ không cùng phương với vectơ $\vec{b}$.

C. Vectơ $\vec{a}$ không vuông góc với vectơ $\vec{b}$.

D. $\left|\vec{a}\right| = \sqrt{14}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\left[\vec{a},\vec{b}\right] = (5;7;3)$ nên A sai.

Do $\frac{1}{2} \neq \frac{-2}{-1} \neq \frac{3}{-1}$ nên vectơ $\vec{a}$ không cùng phương với vectơ $\vec{b}$ nên B sai.

Do $\vec{a}.\vec{b} = 1.2 + (-2)(-1) + 3(-1) = 1$ nên vectơ $\vec{a}$ không vuông góc với vectơ $\vec{b}$ nên C sai.

Ta có $\left|\vec{a}\right| = \sqrt{(1)^2 + (-2)^2 + 3^2} = \sqrt{14}$.

Câu 11: (THPT Chuyên ĐH KHTN-Hà Nội năm 2017-2018) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -2 + 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$. Vectơ nào dưới đây là vectơ chỉ phương của d ?

A. $\vec{n} = (1;-2;1)$. **B.** $\vec{n} = (1;2;1)$. **C.** $\vec{n} = (-1;-2;1)$. **D.** $\vec{n} = (-1;2;1)$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào phương trình tham số của đường thẳng d ta có vectơ chỉ phương của d là $\vec{n} = (-1;2;1)$.

Câu 12: (THPT Chuyên ĐH KHTN-Hà Nội năm 2017-2018) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;\ -1;\ 2)$ và $B(2;\ 1;\ 1)$. Độ dài đoạn AB bằng

A. 2. **B.** $\sqrt{6}$. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $AB = \left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{(2-1)^2 + (1-(-1))^2 + (1-2)^2} = \sqrt{6}$.

Câu 13: (THPT Chuyên ĐH KHTN-Hà Nội năm 2017-2018) Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây nằm trên mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 2 = 0$.

A. $Q(1;-2;2)$. **B.** $N(1;-1;-1)$. **C.** $P(2;-1;-1)$. **D.** $M(1;1;-1)$.

Lời giải

Chọn B

Thay tọa độ các điểm Q, N, P, M lần lượt vào phương trình $(P): 2x - y + z - 2 = 0$ ta được:

$2.1 - (-2) + 2 - 2 = 0 \Leftrightarrow 4 = 0$ (sai) nên $Q \notin (P)$.

$2.1 - (-1) - 1 - 2 = 0 \Leftrightarrow 0 = 0$ (đúng) nên $N \in (P)$.

$2.2 - (-1) - 1 - 2 = 0 \Leftrightarrow 2 = 0$ (sai) nên $P \notin (P)$.

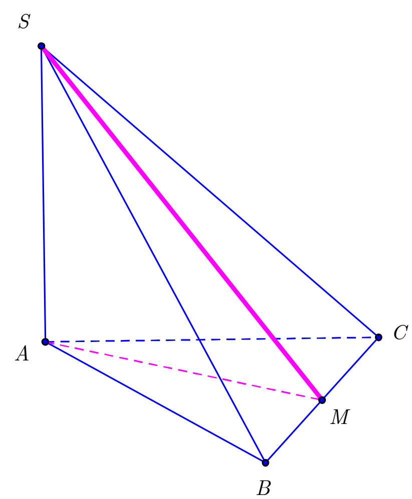
$2.1 - 1 - 1 - 2 = 0 \Leftrightarrow -2 = 0$ (sai) nên $M \notin (P)$.

Câu 14: **(THPT Chuyên ĐH KHTN-Hà Nội năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A và $AB = a\sqrt{2}$. Biết $SA \perp (ABC)$ và $SA = a$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng

A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Lời giải

Chọn B



Kẻ $AM \perp BC$ tại M. Ta có $\begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ (SAM) \perp BC \\ (SAM) \cap (SBC) = SM \\ (SAM) \cap (ABC) = AM \end{cases} \Rightarrow \left(\widehat{(SBC),(ABC)}\right) = \left(\widehat{SM, AM}\right)$.

Suy ra góc giữa (SBC) và (ABC) bằng góc $\widehat{SMA}$.

Ta có $\tan \widehat{SMA} = \dfrac{SA}{AM} = \dfrac{a}{a} = 1 \Rightarrow \widehat{SMA} = 45°$.

Câu 15: **(THPT Chuyên Hạ Long-Quảng Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $(x-1)^2 + (y+3)^2 + z^2 = 9$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu đó.

A. $I(-1;3;0)$; $R = 3$. **B.** $I(1;-3;0)$; $R = 9$. **C.** $I(1;-3;0)$; $R = 3$. **D.** $I(-1;3;0)$; $R = 9$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Mặt cầu đã cho có tâm $I(1;-3;0)$ và bán kính $R = 3$.

Câu 16: **(THPT Chuyên Lê Quý Đôn-Đà Nẵng năm 2017-2018)** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 5 = 0$. Tính diện tích mặt cầu (S).

A. 42π. **B.** 36π. **C.** 9π. **D.** 12π.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$ và bán kính $R=\sqrt{1^2+2^2+3^2-5}=3$.

Diện tích mặt cầu (S) là: $S=4\pi R^2=4\pi 3^2=36\pi$.

Câu 17: **(THPT Chuyên Vĩnh Phúc - lần 3 năm 2017-2018)** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho véctơ $\vec{a}=(1;-2;3)$. Tìm tọa độ của véctơ $\vec{b}$ biết rằng véctơ $\vec{b}$ ngược hướng với véctơ $\vec{a}$ và $\left|\vec{b}\right|=2\left|\vec{a}\right|$.

A. $\vec{b}=(2;-2;3)$. **B.** $\vec{b}=(2;-4;6)$. **C.** $\vec{b}=(-2;4;-6)$. **D.** $\vec{b}=(-2;-2;3)$.

Lời giải

Chọn C

Vì véctơ $\vec{b}$ ngược hướng với véctơ $\vec{a}$ và $\left|\vec{b}\right|=2\left|\vec{a}\right|$ nên ta có $\vec{b}=-2\vec{a}=(-2;4;-6)$.

Câu 18: **(THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 3 MĐ 234 năm học 2017-2018)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vectơ $\vec{a}=(-1;-2;3)$. Tìm tọa độ của véctơ $\vec{b}=(2;y;z)$, biết rằng vectơ $\vec{b}$ cùng phương với vectơ $\vec{a}$.

A. $\vec{b}=(2;4;-6)$. **B.** $\vec{b}=(2;-4;6)$. **C.** $\vec{b}=(2;4;6)$. **D.** $\vec{b}=(2;-3;3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Véctơ $\vec{b}$ cùng phương với véctơ $\vec{a}$ $\Leftrightarrow \dfrac{2}{-1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z}{3}\Leftrightarrow \begin{cases} y=4 \\ z=-6 \end{cases}$.

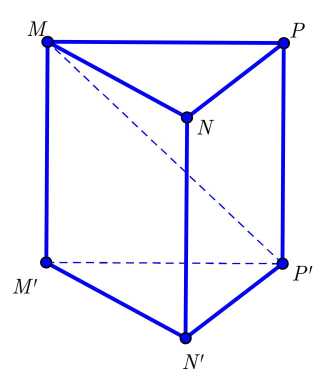
Vậy $\vec{b}=(2;4;-6)$.

Câu 19: **(THPT Hoài Ân-Hải Phòng năm 2017-2018)** Cho lăng trụ đứng tam giác $MNP.M'N'P'$ có đáy MNP là tam giác đều cạnh a, đường chéo MP' tạo với mặt phẳng đáy một góc bằng $60°$. Tính theo a thể tích của khối lăng trụ $MNP.M'N'P'$.

A. $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{2}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{3a^3}{4}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn C



Góc giữa MP' và đáy $(M'N'P')$ bằng góc $\widehat{MP'M'}$. Suy ra $MM'=M'P'\tan 60°=a\sqrt{3}$.

Thể tích khối lăng trụ bằng $V=MM'.S_{MNP}=a\sqrt{3}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{3a^3}{4}$.

Câu 20: (THPT Hồng Quang-Hải Dương năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a}=(2;-1;3)$, $\vec{b}=(1;3;-2)$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{c}=\vec{a}-2\vec{b}$.

A. $\vec{c}=(0;-7;7)$. **B.** $\vec{c}=(0;7;7)$. **C.** $\vec{c}=(0;-7;-7)$. **D.** $\vec{c}=(4;-7;7)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $-2\vec{b}=(-2;-6;4)$ mà $\vec{a}=(2;-1;3)\Rightarrow\vec{c}=(0;-7;7)$.

Câu 21: (THPT Hồng Quang-Hải Dương năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x+2y-4z-2=0$. Tính bán kính r của mặt cầu.

A. $r=2\sqrt{2}$. **B.** $r=\sqrt{26}$. **C.** $r=4$. **D.** $r=\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-1;2)$ và bán kính $r=\sqrt{1^2+(-1)^2+2^2-(-2)}=2\sqrt{2}$.

Câu 22: (THPT Quãng Xương 1-Thanh Hóa năm 2017-2018) Trong không gian $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OA}=3\vec{i}+4\vec{j}-5\vec{k}$. Tọa độ điểm A là

A. $A(3;4;-5)$. **B.** $A(-3;4;5)$. **C.** $A(3;4;5)$. **D.** $A(-3;-4;5)$.

Lời giải

Chọn A

Do $\overrightarrow{OA}=3\vec{i}+4\vec{j}-5\vec{k}$ nên $\overrightarrow{OA}=(3;4;-5)$.

Vậy $A(3;4;-5)$.

Câu 23: (THPT Trần Quốc Tuấn năm 2017-2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hai vectơ $\vec{a}=(-4;5;-3)$, $\vec{b}=(2;-2;1)$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{x}=\vec{a}+2\vec{b}$.

A. $\vec{x}=(0;-1;1)$. **B.** $\vec{x}=(0;1;-1)$. **C.** $\vec{x}=(-8;9;1)$. **D.** $\vec{x}=(2;3;-2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $\vec{a}=(-4;5;-3)$, $2\vec{b}=(4;-4;2)\Rightarrow\vec{x}=(0;1;-1)$.

Câu 24: (THPT Trần Quốc Tuấn năm 2017-2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-4x+2z+4=0$.

A. $I(2;0;-1)$, $R=3$. **B.** $I(4;0;-2)$, $R=3$.

C. $I(-2;0;1)$, $R=1$. **D.** $I(2;0;-1)$, $R=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Mặt cầu (S) có tâm $I(2;0;-1)$.

Bán kính $R=\sqrt{2^2+0^2+(-1)^2-4}=1$.

Câu 25: (THPT Trần Hưng Đạo-TP HCM năm 2017-2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;2;-2)$, $B(-3;5;1)$, $C(1;-1;-2)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC?

A. $G(0;2;-1)$. **B.** $G(0;2;3)$. **C.** $G(0;-2;-1)$. **D.** $G(2;5;-2)$.

Lời giải

Chọn A

Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là $G\left(\frac{2+(-3)+1}{3};\frac{2+5+(-1)}{3};\frac{-2+1+(-2)}{3}\right)$ hay $G(0;2;-1)$.

Câu 26: (THPT Tứ Kỳ-Hải Dương năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-4x+2y-2z-3=0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của (S).

A. $I(2;-1;1)$ và $R=3$. **B.** $I(-2;1;-1)$ và $R=3$.

C. $I(2;-1;1)$ và $R=9$. **D.** $I(-2;1;-1)$ và $R=9$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $(S): x^2+y^2+z^2-4x+2y-2z-3=0$

$\Leftrightarrow (x-2)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=9 \Rightarrow I(2;-1;1)$ và $R=3$.

Câu 27: (THPT Tứ Kỳ-Hải Dương năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;2;1)$, $B(-1;3;2)$; $C(2;4;-3)$. Tích vô hướng $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ là

A. 2. **B.** -2. **C.** 10. **D.** -6.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(-4;1;1)$ và $\overrightarrow{AC}=(-1;2;-4)$. Vậy $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=4+2-4=2$.

Câu 28: (THPT Lương Văn ChasnhPhus Yên năm 2017-2018) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm M. Tọa độ của điểm M là

A. $M(1;-2;0)$. **B.** $M(0;-2;3)$. **C.** $M(1;0;0)$. **D.** $M(1;0;3)$.

Lời giải

Chọn B

Điểm M là hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oyz), khi đó hoành độ điểm A: $x_A=0$

Do đó tọa độ điểm $M(0;-2;3)$.

Câu 29: (THPT Lương Văn ChasnhPhus Yên năm 2017-2018) Trong không gian Oxy, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu tâm $I(1;0;-2)$, bán kính $r=4$?

A. $(x-1)^2+y^2+(z+2)^2=16$. **B.** $(x+1)^2+y^2+(z-2)^2=16$.

C. $(x+1)^2+y^2+(z-2)^2=4$. **D.** $(x-1)^2+y^2+(z+2)^2=4$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình mặt cầu tâm $I(1;0;-2)$, bán kính $r=4$ có dạng $(x-1)^2+y^2+(z+2)^2=16$.

Câu 30: (THPT Chuyên Hoàng Văn Thụ-Hòa Bình năm 2017-2018) Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+2}{-4}=\dfrac{z-3}{-5}$ đi qua điểm

A. $(-1;2;-3)$. **B.** $(1;-2;3)$. **C.** $(-3;4;5)$. **D.** $(3;-4;-5)$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng đi qua điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(u_1;u_2;u_3)$ có phương trình: $\dfrac{x-x_0}{u_1}=\dfrac{y-y_0}{u_2}=\dfrac{z-z_0}{u_3}$.

Suy ra đường thẳng đi qua điểm $(1;-2;3)$.

Câu 31: (THPT Chuyên Hoàng Văn Thụ-Hòa Bình năm 2017-2018) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(4;2;1)$ và điểm $B(2;0;5)$. Tọa độ vectơ $\overrightarrow{AB}$ là

A. $(2;2;-4)$. **B.** $(-2;-2;4)$. **C.** $(-1;-1;2)$. **D.** $(1;1;-2)$.

Lời giải

Chọn B

Tọa độ vectơ $\overrightarrow{AB}=(-2;-2;4)$.

Câu 32: (THPT Chuyên Hoàng Văn Thụ-Hòa Bình năm 2017-2018) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P):x+2y-3z+3=0$ có một vectơ pháp tuyến là

A. $(1;-2;3)$. **B.** $(1;2;-3)$. **C.** $(-1;2;-3)$. **D.** $(1;2;3)$.

Lời giải

Chọn B

Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}=(1;2;-3)$.

Câu 33: (THPT Chuyên Hoàng Văn Thụ-Hòa Bình năm 2017-2018) Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P):2x-2y+z+5=0$. Khoảng cách từ $M(-1;\ 2;\ -3)$ đến mặt phẳng (P) bằng

A. $\dfrac{4}{3}$. **B.** $-\dfrac{4}{3}$. **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** $\dfrac{4}{9}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $d(M,(P))=\dfrac{|2.(-1)-2.2-3+5|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+1^2}}=\dfrac{4}{3}$.

Câu 34: (THPT Hậu Lộc 2-Thanh Hóa năm 2017-2018) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3;-2;5)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng tọa độ (Oxz) là

A. $M(3;0;5)$. **B.** $M(3;-2;0)$. **C.** $M(0;-2;5)$. **D.** $M(0;2;5)$.

Lời giải

Chọn D

Để tìm tọa độ hình chiếu của điểm $A(3;-2;5)$ lên mặt phẳng (Oxz) ta chỉ cần giữ nguyên hoành độ và cao độ, cho tung độ bằng 0.

Câu 35: (THPT Hậu Lộc 2-Thanh Hóa năm 2017-2018) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(1;-2;3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(2;-1;-2)$ có phương trình là

A. $\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z-3}{-2}$. **B.** $\frac{x-1}{-2}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z-3}{2}$.

C. $\frac{x-1}{-2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-3}{-2}$. **D.** $\frac{x+1}{2}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z+3}{-2}$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng đi qua điểm $A(1;-2;3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(2;-1;-2)$ có phương trình là $\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z-3}{-2}$.

Câu 36: (THPT Trần Nhân Tông-Quảng Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y+4z+5=0$. Tọa độ tâm và bán kính của (S) là

A. $I(2;\ 4;\ 4)$ và $R=2$. **B.** $I(-1;\ 2;\ 2)$ và $R=2$.

C. $I(1;\ -2;\ -2)$ và $R=2$. **D.** $I(1;\ -2;\ -2)$ và $R=\sqrt{14}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Phương trình mặt cầu có dạng: $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0\ \left(a^2+b^2+c^2>d\right)$

$\Rightarrow a=1$, $b=-2$, $c=-2$, $d=5$.

Vậy tâm mặt cầu là $I(1;\ -2;\ -2)$ và bán kính mặt cầu $R=\sqrt{1+4+4-5}=2$.

Câu 37: (THPT Yên Định-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(0;-1;1)$, $B(-2;1;-1)$, $C(-1;3;2)$. Biết rằng $ABCD$ là hình bình hành, khi đó tọa độ điểm D là:

A. $D\left(-1;1;\frac{2}{3}\right)$. **B.** $D(1;3;4)$. **C.** $D(1;1;4)$. **D.** $D(-1;-3;-2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi $D(x;y;z)$, ta có $ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \begin{cases} x+1=2 \\ y-3=-2 \\ z-2=2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=4 \end{cases}$. Vậy $D(1;1;4)$.

Câu 38: (THTT số 5-488 tháng 2 năm 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho hình nón đỉnh $S\left(\frac{17}{18};-\frac{11}{9};\frac{17}{18}\right)$ có đường tròn đáy đi qua ba điểm $A(1;0;0)$, $B(0;-2;0)$, $C(0;0;1)$. Tính độ dài đường sinh l của hình nón đã cho.

A. $l=\frac{\sqrt{86}}{6}$. **B.** $l=\frac{\sqrt{194}}{6}$. **C.** $l=\frac{\sqrt{94}}{6}$. **D.** $l=\frac{5\sqrt{2}}{6}$.

Lời giải

Chọn A

$$l=SA=\sqrt{\left(\frac{17}{18}-1\right)^2+\left(-\frac{11}{9}\right)^2+\left(\frac{17}{18}\right)^2}=\frac{\sqrt{86}}{6}.$$

Câu 39: (THPT Mộ Đức-Quãng Ngãi-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;1;-3)$, $B(3;-1;1)$. Gọi M là trung điểm của AB, đoạn OM có độ dài bằng

A. $\sqrt{5}$. **B.** $\sqrt{6}$. **C.** $2\sqrt{5}$. **D.** $2\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có M là trung điểm AB nên $M(2;0;-1) \Rightarrow OM=\sqrt{4+0+1}=\sqrt{5}$.

Câu 40: (THPT Mộ Đức-Quãng Ngãi-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y+2z-3=0$ có bán kính bằng

A. 3. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $\sqrt{6}$. **D.** 9.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;-1)$ và bán kính $R=\sqrt{1^2+2^2+1^2+3}=3$.

Câu 41: (THPT Hoàng Hoa Thám-Hưng Yên-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho vectơ $\vec{u}=(3;0;1)$, $\vec{v}=(2;1;0)$. Tính tích vô hướng $\vec{u}.\vec{v}$.

A. $\vec{u}.\vec{v}=0$. **B.** $\vec{u}.\vec{v}=-6$. **C.** $\vec{u}.\vec{v}=8$. **D.** $\vec{u}.\vec{v}=6$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\vec{u}.\vec{v}=3.2+0.1+1.0=6$.

Câu 1: (THPT Lê Quý Đôn-Hà Nội năm 2017-2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho các điểm $A(0;1;2)$, $B(2;-2;1)$, $C(-2;0;1)$. Phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC là

A. $2x-y-1=0$. **B.** $-y+2z-3=0$. **C.** $2x-y+1=0$. **D.** $y+2z-5=0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\vec{n}=\overrightarrow{BC}=(-2;1;0)$.

Vậy phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC có dạng:

$-2(x-0)+1(y-1)=0 \Leftrightarrow -2x+y-1=0 \Leftrightarrow 2x-y+1=0$.

Câu 2: (THPT Lê Quý Đôn-Hà Nội năm 2017-2018) Đường thẳng $(\Delta): \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z}{-1}$ ***không*** đi qua điểm nào dưới đây?

A. $A(-1;2;0)$. **B.** $(-1;-3;1)$. **C.** $(3;-1;-1)$. **D.** $(1;-2;0)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\dfrac{-1-1}{2}\neq\dfrac{2+2}{1}\neq\dfrac{0}{-1}$ nên điểm $A(-1;2;0)$ không thuộc đường thẳng (Δ).

Câu 3: (THPT Lê Quý Đôn-Hà Nội năm 2017-2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho các điểm $M(1;2;3)$; $N(3;4;7)$. Tọa độ của véc-tơ $\overrightarrow{MN}$ là

A. $(4;6;10)$. **B.** $(2;3;5)$. **C.** $(2;2;4)$. **D.** $(-2;-2;-4)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{MN}=(2;2;4)$.

Câu 4: (THPT Lê Quý Đôn-Hà Nội năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y-4z-25=0$. Tìm tâm I và bán kính R của mặt cầu (S)?

A. $I(1;-2;2)$; $R=6$. **B.** $I(-1;2;-2)$; $R=5$.

C. $I(-2;4;-4)$; $R=\sqrt{29}$. **D.** $I(1;-2;2)$; $R=\sqrt{34}$.

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu $(S): (x-1)^2+(y+2)^2+(z-2)^2=34$.

Khi đó (S) có tâm $I(1;-2;2)$, bán kính $R=\sqrt{34}$.

Câu 5: (THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh-lần 2 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng $d: \begin{cases} x=-2+t \\ y=1+2t \\ z=5-3t \end{cases}$, $(t\in\mathbb{R})$ có vectơ chỉ phương là

A. $\vec{a}=(-1;-2;3)$. **B.** $\vec{a}=(2;4;6)$. **C.** $\vec{a}=(1;2;3)$. **D.** $\vec{a}=(-2;1;5)$.

Lời giải

Chọn A

Vec tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}=(1;2;-3)$ hay $\vec{u}'=(-1;-2;3)$.

Câu 6: (THPT Lý Thái Tổ-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Cho mặt phẳng $(\alpha):2x-3y-4z+1=0$. Khi đó, một véctơ pháp tuyến của (α) là

A. $\vec{n}=(-2;3;1)$. **B.** $\vec{n}=(2;3;-4)$. **C.** $\vec{n}=(2;-3;4)$. **D.** $\vec{n}=(-2;3;4)$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng $(\alpha):2x-3y-4z+1=0$ có vec tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;-3;-4)=-(-2;3;4)$ nên chọn đáp án **D.**

Câu 7: (THPT Phan Châu Trinh-DakLak-lần 2 năm 2017-2018) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P):2x-y+3z-1=0$ có một pháp vectơ là

A. $\vec{n}_1=(2;-1;3)$. **B.** $\vec{n}_1=(2;-1;-1)$. **C.** $\vec{n}_1=(-1;3;-1)$. **D.** $\vec{n}_1=(2;-1;-3)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 8: (THPT Phan Châu Trinh-DakLak-lần 2 năm 2017-2018) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(2;0;0)$, $N(0;1;0)$ và $P(0;0;2)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là

A. $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{2}=0$. **B.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{2}=-1$. **C.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{1}+\frac{z}{2}=1$. **D.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{2}=1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có phương trình đoạn chắn của mặt phẳng (MNP) là $\frac{x}{2}+\frac{y}{1}+\frac{z}{2}=1$.

Câu 9: (THPT Phan Châu Trinh-DakLak-lần 2 năm 2017-2018) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3;2;-1)$. Hình chiếu vuông góc của điểm M lên trục Oz là điểm:

A. $M_3(3;0;0)$. **B.** $M_4(0;2;0)$. **C.** $M_1(0;0;-1)$. **D.** $M_2(3;2;0)$.

Lời giải

Chọn C

$M_1(x;y;z)$ là hình chiếu vuông góc của điểm M lên trục Oz $\Rightarrow\begin{cases}x=y=0\\z=-1\end{cases}\Rightarrow M_1(0;0;-1)$.

Câu 10: (THPT Phan Châu Trinh-DakLak-lần 2 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;-1;1)$, $B(1;0;4)$ và $C(0;-2;-1)$. Phương trình mặt phẳng qua A và vuông góc với đường thẳng BC là

A. $2x+y+2z-5=0$. **B.** $x+2y+5z+5=0$. **C.** $x-2y+3z-7=0$. **D.** $x+2y+5z-5=0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overrightarrow{BC}=(-1;-2;-5)$.

Mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng BC có véc tơ pháp tuyến cùng phương với $\overrightarrow{BC}$ nên $\vec{n}_{(P)}=(1;2;5)$. Phương trình mặt phẳng (P) có dạng: $x-2+2(y+1)+5(z-1)=0$

$\Rightarrow(P):x+2y+5z-5=0$.

Câu 11: (THPT Kinh Môn-Hải Dương lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $A(1;-2;3)$ đến $(P): x+3y-4z+9=0$ là

A. $\frac{\sqrt{26}}{13}$. **B.** $\sqrt{8}$. **C.** $\frac{17}{\sqrt{26}}$. **D.** $\frac{4\sqrt{26}}{13}$.

Lời giải

Chọn D

Khoảng cách từ điểm $A(1;-2;3)$ đến $(P): x+3y-4z+9=0$ là

$$d_{(A;(P))} = \frac{|1+3.(-2)-4.3+9|}{\sqrt{1+9+16}} = \frac{8}{\sqrt{26}} = \frac{4\sqrt{26}}{13}.$$

Câu 12: (THPT Kinh Môn-Hải Dương lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+8}{4} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z}{1}$. Khi đó vectơ chỉ phương của đường thẳng d có tọa độ là $Oxyz$,

A. $(4;-2;1)$. **B.** $(4;2;-1)$. **C.** $(4;-2;-1)$ **D.** $(4;2;1)$.

Lời giải

Chọn A

Vectơ chỉ phương của đường thẳng d có tọa độ là $(4;\,-2;\,1)$.

Câu 13: (THPT Chuyên Lam Sơn-Thanh Hóa-lần 2 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, điểm nào sau đây không thuộc mặt phẳng $(P): x+y+z-1=0$.

A. $K(0;0;1)$. **B.** $J(0;1;0)$. **C.** $I(1;0;0)$. **D.** $O(0;0;0)$.

Lời giải

Chọn D

Với $O(0;0;0)$, thay vào (P) ta được: $-1 \neq 0$.

Câu 14: (THPT Can Lộc-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho $A(1;0;-3)$, $B(3;2;1)$. Mặt phẳng trung trực đoạn AB có phương trình là

A. $x+y+2z-1=0$. **B.** $2x+y-z+1=0$. **C.** $x+y+2z+1=0$. **D.** $2x+y-z-1=0$.

Lời giải

Chọn A

Trung điểm của đoạn AB là $I(2;1;-1)$. Mặt phẳng trung trực đoạn AB chứa I và có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{AB}=(2;2;4)$ có phương trình

$2(x-2)+2(y-1)+4(z+1)=0 \Leftrightarrow x+y+2z-1=0$

Câu 15: (THPT Can Lộc-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian $Oxyz$ với hệ tọa độ $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ cho $\overrightarrow{OA}=-2\vec{i}+5\vec{k}$. Tìm tọa độ điểm A.

A. $(-2;5)$. **B.** $(5;-2;0)$. **C.** $(-2;0;5)$. **D.** $(-2;5;0)$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào định nghĩa $\overrightarrow{OA}=-2\vec{i}+0\vec{j}+5\vec{k} \Rightarrow A(-2;0;5)$.

Câu 16: (THPT Can Lộc-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-3;2)$ và đi qua $A(5;-1;4)$ có phương trình:

A. $(x-1)^2+(y+3)^2+(z-2)^2=\sqrt{24}$. **B.** $(x+1)^2+(y-3)^2+(z+2)^2=\sqrt{24}$.

C. $(x+1)^2+(y-3)^2+(z+2)^2=24$. **D.** $(x-1)^2+(y+3)^2+(z-2)^2=24$.

Lời giải

Chọn D

Tâm $I(1;-3;2)$

Bán kính $R=IA=\sqrt{16+4+4}=\sqrt{24}$

Vậy phương trình mặt cầu (S): $(x-1)^2+(y+3)^2+(z-2)^2=24$.

Câu 17: (THPT Hồng Lĩnh-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Vectơ $\vec{n}=(1;2;-1)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng nào dưới đây?

A. $x+2y+z+2=0$. **B.** $x+2y-z-2=0$. **C.** $x+y-2z+1=0$. **D.** $x-2y+z+1=0$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng $x+2y-z-2=0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;2;-1)$.

Câu 18: (THPT Hồng Lĩnh-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;0;-6)$, $B(8;0;0)$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. 2. **B.** 10. **C.** 14. **D.** 100.

Lời giải

Chọn B

Áp dụng công thức ta có $AB=10$.

Câu 19: (THPT Lê Quý Đôn-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $\vec{a}=2\vec{i}+3\vec{j}-\vec{k}$, $\vec{b}(2;\ 3;\ -7)$. Tìm tọa độ của $\vec{x}=2\vec{a}-3\vec{b}$.

A. $\vec{x}=(2;\ -1;\ 19)$. **B.** $\vec{x}=(-2;\ 3;\ 19)$. **C.** $\vec{x}=(-2;\ -3;\ 19)$. **D.** $\vec{x}=(-2;\ -1;\ 19)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\vec{a}=(2;\ 3;\ -1)$, $\vec{b}=(2;\ 3;\ -7)\Rightarrow\vec{x}=2\vec{a}-3\vec{b}=(-2;\ -3;\ 19)$.

Câu 20: (THPT Lê Quý Đôn-Quãng Trị-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian $Oxyz$ tính khoảng cách từ điểm $M(1;2;-3)$ đến mặt phẳng $(P): x+2y-2z-2=0$.

A. $\frac{11}{3}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** 3. **D.** 1

Lời giải

Chọn C

Ta có $d(M,(P))=\dfrac{|1+2.2-2.(-3)-2|}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}}=\dfrac{9}{3}=3$.

Câu 21: (THPT Chuyên Tiền Giang-lần 1 năm 2017-2018) Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $3x-z+1=0$. Véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) có tọa độ là

A. $(3;0;-1)$. **B.** $(3;-1;1)$. **C.** $(3;-1;0)$. **D.** $(-3;1;1)$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng (P) có một véctơ pháp tuyến là $\vec{n}=(3;0;-1)$.

Câu 22: (THPT Chuyên Tiền Giang-lần 1 năm 2017-2018) Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OA}=3\vec{k}-\vec{i}$. Tìm tọa độ điểm A.

A. $(3;0;-1)$. **B.** $(-1;0;3)$. **C.** $(-1;3;0)$. **D.** $(3;-1;0)$.

Lời giải

Chọn B

Tọa độ điểm $A(-1;0;3)$.

Câu 23: (THPT Phan Đình Phùng-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ $Oxyz$, vec tơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oyz) là

A. $\vec{n}=(1;\ 0;\ 0)$. **B.** $\vec{n}=(0;\ 1;\ 0)$. **C.** $\vec{n}=(\ 0;\ 0;\ 1)$. **D.** $\vec{n}=(1;\ 0;\ 1)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 24: (THPT Đức THọ-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm M thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{OM}=2\vec{j}+\vec{k}$. Tọa độ của điểm M là

A. $M(2;1;0)$. **B.** $M(2;0;1)$. **C.** $M(0;2;1)$. **D.** $M(1;2;0)$.

Lời giải

Chọn C

Vì $\overrightarrow{OM}=2\vec{j}+\vec{k}$ nên tọa độ điểm M là $M(0;2;1)$.

Câu 25: (THPT Đức THọ-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho phương trình mặt phẳng $(P):2x-3y+4z+5=0$. Vectơ nào sau đây là một véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

A. $\vec{n}=(-3;4;5)$. **B.** $\vec{n}=(-4;-3;2)$. **C.** $\vec{n}=(2;-3;5)$. **D.** $\vec{n}=(2;-3;4)$.

Lời giải.

Chọn D

Dễ thấy (P) có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;-3;4)$.

Câu 26: (THPT Đức THọ-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Phương trình mặt cầu có tâm $I(1;-2;3)$, bán kính $R=2$ là

A. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=4$. **B.** $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=4$.

C. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=2$. **D.** $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=2$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình mặt cầu có tâm $I(1;-2;3)$, bán kính $R=2$ là $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=4$.

Câu 27: **(THPT Chuyên Thái Bình-lần 4 năm 2017-2018)** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, vectơ nào sau đây không phải là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): x+3y-5z+2=0$.

A. $\vec{n}=(-3;-9;15)$. **B.** $\vec{n}=(-1;-3;5)$.

C. $\vec{n}=(2;\ 6;\ -10)$. **D.** $\vec{n}=(-2;-6;-10)$.

Lời giải

Chọn D

Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $\overrightarrow{n_{(P)}}=(1;3;-5)$.

Vì vectơ $\vec{n}=(-2;-6;-10)$ không cùng phương với $\overrightarrow{n_{(P)}}$ nên không phải là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

Câu 28: **(THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ-lần 2 năm 2017-2018)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu của điểm $M(1;-3;-5)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là

A. $(0;-3;0)$. **B.** $(0;-3;-5)$. **C.** -6432. **D.** $(1;-3;0)$.

Lời giải

Chọn B

Chú ý: Cho điểm $M(x_M;y_M;z_M)$. Khi đó:

✓ Hình chiếu vuông góc H của M trên mặt phẳng Oxy là $H(x_M;y_M;0)$

✓ Hình chiếu vuông góc H của M trên mặt phẳng Oxz là $H(x_M;0;z_M)$

✓ Hình chiếu vuông góc H của M trên mặt phẳng Oyz là $H(0;y_M;z_M)$

Câu 29: **(THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ-lần 2 năm 2017-2018)** Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình của mặt phẳng Oxz?

A. $y=0$. **B.** $x=0$. **C.** $z=0$. **D.** $y-1=0$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình mặt phẳng Oxz có phương trình là $y=0$.

Câu 30: **(SGD Hà Nội-lần 11 năm 2017-2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2;-2;1)$, $B(1;-1;3)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$ là

A. $(1;-1;-2)$. **B.** $(-3;3;-4)$. **C.** $(3;-3;4)$. **D.** $(-1;1;2)$.

Lời giải

Chọn D

$\overrightarrow{AB}=(-1;1;2)$

Câu 31: **(SGD Hà Nội-lần 11 năm 2017-2018)** Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $x^2+y^2+z^2+2x-4y-2z-3=0$ có bán kính bằng

A. $3\sqrt{3}$. **B.** 9. **C.** 3. **D.** $\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu có tâm $I(-1;2;1)$, bán kính $R=3$.

Câu 32: **(THPT Lục Ngạn-Bắc Giang-lần 1 năm 2017-2018)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x+2y-3z+3=0$. Trong các véctơ sau véc tơ nào là véctơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n}=(1;-2;3)$. **B.** $\vec{n}=(1;2;-3)$. **C.** $\vec{n}=(1;2;3)$. **D.** $\vec{n}=(-1;2;3)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 33: **(THPT Lục Ngạn-Bắc Giang-lần 1 năm 2017-2018)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a}=(3;2;1)$, $\vec{b}=(-2;0;1)$. Độ dài $\vec{a}+\vec{b}$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** $\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C

$\vec{a}=(3;2;1)$, $\vec{b}=(-2;0;1)$ $\Rightarrow \vec{a}+\vec{b}=(1;2;2)$ $\Rightarrow \left|\vec{a}+\vec{b}\right|=\sqrt{1+4+4}=3$.

Câu 34: **(THPT Lục Ngạn-Bắc Giang-lần 1 năm 2017-2018)** Tâm I và bán kính R của mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=9$ là

A. $I(1;2;3); R=3$. **B.** $I(-1;2;-3); R=3$. **C.** $I(1;-2;3); R=3$. **D.** $I(1;2;-3); R=3$.

Lời giải

Chọn C

Câu 35: **(THPT Lục Ngạn-Bắc Giang-lần 1 năm 2017-2018)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(0;-1;4)$ và có một véctơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;2;-1)$. Phương trình của (P) là

A. $2x-2y-z-6=0$. **B.** $2x+2y+z-6=0$. **C.** $2x+2y-z+6=0$. **D.** $2x+2y-z-6=0$.

Lời giải

Chọn C

(P) có dạng $2x+2(y+1)-(z-4)=0 \Leftrightarrow 2x+2y-z+6=0$.

Câu 36: **(THPT Nguyễn Trãi-Đà Nẵng-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hai điểm $M(1;2;-4)$ và $M'(5;4;2)$ biết M' là hình chiếu vuông góc của M lên mặt phẳng (α). Khi đó mặt phẳng (α) có một véctơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}=(3;3;-1)$. **B.** $\vec{n}=(2;-1;3)$. **C.** $\vec{n}=(2;1;3)$. **D.** $\vec{n}=(2;3;3)$.

Lời giải

Chọn C

Do M' là hình chiếu vuông góc của M lên mặt phẳng (α) nên mặt phẳng (α) vuông góc với véctơ $\overrightarrow{MM'}=(4;2;6)=2(2;1;3)$.

Chọn một véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là $\vec{n}=(2;1;3)$.

PB: chỉnh lại dấu vectơ $\vec{n}=(3;3;-1)$ thay vì $\vec{n}=(3;3;-1)$.

Câu 37: **(THPT Lê Xoay-Vĩnh phúc-lần 1 năm 2017-2018)** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng qua $A(1;2;-1)$ có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}(2;0;0)$ có phương trình là

A. $y+z=0$. **B.** $y+z-1=0$. **C.** $x-1=0$. **D.** $2x-1=0$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình mặt phẳng: $2(x-1)=0 \Leftrightarrow x-1=0$.

Câu 38: (THPT Lê Xoay-Vĩnh phúc-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, khoảng cách từ $A(-2;1;-6)$ đến mặt phẳng (Oxy) là

A. 6. **B.** 2. **C.** 1. **D.** $\frac{7}{\sqrt{41}}$.

Lời giải

Chọn A

Khoảng cách từ $A(-2;1;-6)$ đến mặt phẳng (Oxy) là $d(A,(Oxy))=\frac{|-6|}{1}=6$.

Câu 39: (THPT Chuyên Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (Oyz) là

A. $y+z=0$. **B.** $z=0$. **C.** $x=0$. **D.** $y=0$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng (Oyz) qua gốc tọa độ O và nhận vectơ $\vec{i}=(1;0;0)$ làm VTPT.

Vậy phương trình mặt phẳng (Oyz) là $x=0$.

Câu 40: (THPT Chuyên Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x+y-z+1=0$. Vectơ nào sau đây không là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng α ?

A. $\overrightarrow{n_4}=(4;2;-2)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(-2;-1;1)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=(2;1;1)$. **D.** $\overrightarrow{n_1}=(2;1;-1)$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng $(\alpha): 2x+y-z+1=0$ có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_1}=(2;1;-1)$, mà $\overrightarrow{n_2}=(-2;-1;1)=-\overrightarrow{n_1}$, $\overrightarrow{n_4}=(4;2;-2)=2\overrightarrow{n_1}$ nên $\overrightarrow{n_2}$ và $\overrightarrow{n_2}$ cũng là các vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α).

Câu 41: (THPT Đặng Thúc Hứa-Nghệ An-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+(y-1)^2+z^2=2$. Trong các điểm cho dưới đây, điểm nào nằm ngoài mặt cầu (S)?

A. $M(1;1;1)$. **B.** $N(0;1;0)$. **C.** $P(1;0;1)$. **D.** $Q(1;1;0)$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu (S) có tâm $I(0;1;0)$, bán kính $R=\sqrt{2}$.

Khoảng cách từ các điểm đã cho tới tâm mặt cầu:

$MI=\sqrt{2}=R$; $NI=0<R$, $PI=\sqrt{3}>R$, $QI=1<R$. Do đó điểm P nằm ngoài mặt cầu.

Câu 42: (THPT Đặng Thúc Hứa-Nghệ An-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;2)$, $B(3;-2;0)$. Một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB là

A. $\vec{u}=(-1;2;1)$.　　**B.** $\vec{u}=(1;2;-1)$.　　**C.** $\vec{u}=(2;-4;2)$.　　**D.** $\vec{u}=(2;4;-2)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(2;-4;-2)=-2(-1;2;1)$.

Câu 43: (THPT Đặng Thúc Hứa-Nghệ An-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào được cho dưới đây là phương trình mặt phẳng (Oyz)?

A. $x=y+z$.　　**B.** $y-z=0$.　　**C.** $y+z=0$.　　**D.** $x=0$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng (Oyz) đi qua $O(0;0;0)$ và nhận $\vec{n}=(1;0;0)$ làm vec tơ pháp tuyến.

Câu 44: (THPT Chuyên Phan Bội Châu-lần 2 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;3;-1)$ và $B(-4;1;9)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$ là

A. $A.(-6;-2;10)$.　　**B.** $B(-1;2;4)$.　　**C.** $C(6;2;-10)$.　　**D.** $D(1;-2;-4)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(-6;-2;10)$.

Câu 45: (THPT Chuyên Phan Bội Châu-lần 2 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(3;3;-2)$ và có véctơ chỉ phương $\vec{u}=(1;3;1)$. Phương trình của d là

A. $\frac{x+3}{1}=\frac{y+3}{3}=\frac{z-2}{1}$.　　**B.** $\frac{x-3}{1}=\frac{y-3}{3}=\frac{z+2}{1}$.

C. $\frac{x-1}{3}=\frac{y-3}{3}=\frac{z-1}{-2}$.　　**D.** $\frac{x+1}{3}=\frac{y+3}{3}=\frac{z+1}{-2}$.

Lời giải

Chọn B

Câu 46: (THPT Chuyên Phan Bội Châu-lần 2 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(a;b;1)$ thuộc mặt phẳng $(P):2x-y+z-3=0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $2a-b=3$.　　**B.** $2a-b=2$.　　**C.** $2a-b=-2$.　　**D.** $2a-b=4$.

Lời giải

Chọn B

Vì $M\in(P)$ nên $2a-b+1-3=0 \Leftrightarrow 2a-b=2$.

Câu 47: (THPT Chuyên Hùng Vương-Gia Lai-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(-2;4;1)$, $B(1;1;-6)$, $C(0;-2;3)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC.

A. $G\left(-\frac{1}{2};\frac{5}{2};-\frac{5}{2}\right)$.　　**B.** $G(-1;3;-2)$.　　**C.** $G\left(\frac{1}{3};-1;\frac{2}{3}\right)$.　　**D.** $G\left(-\frac{1}{3};1;-\frac{2}{3}\right)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\begin{cases} x_G = \dfrac{x_A + x_B + x_C}{3} = \dfrac{-2+1+0}{3} = -\dfrac{1}{3} \\ y_G = \dfrac{y_A + y_B + y_C}{3} = \dfrac{4+1-2}{3} = 1 \\ z_G = \dfrac{z_A + z_B + z_C}{3} = \dfrac{1-6+3}{3} = -\dfrac{2}{3} \end{cases}$ nên $G\left(-\dfrac{1}{3};1;-\dfrac{2}{3}\right)$.

Câu 48: (THPT Chuyên Hùng Vương-Gia Lai-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x+3y+4z-12=0$ cắt trục Oy tại điểm có tọa độ là

A. $(0;3;0)$. **B.** $(0;6;0)$. **C.** $(0;4;0)$. **D.** $(0;-4;0)$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $M = Oy \cap (P) \Rightarrow M(0;b;0)$. $M \in (P) \Rightarrow 3b-12=0 \Leftrightarrow b=4$. Vậy $M(0;4;0)$.

Câu 49: (THPT Chuyên Hùng Vương-Gia Lai-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(2;-3;-2)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;-5;1)$ có phương trình là

A. $2x-5y+z-12=0$. **B.** $2x-5y+z+17=0$.

C. $2x-5y+z-17=0$. **D.** $2x-3y-2z-18=0$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình mặt phẳng là $2(x-2)-5(y+3)+1(z+2)=0 \Leftrightarrow 2x-5y+z-17=0$.

Câu 50: (PTNK-ĐHQG TP HCM-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng $d: \dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y+2}{2} = \dfrac{z}{3}$ đi qua những điểm nào sau đây?

A. $A(-2;2;0)$. **B.** $B(2;2;0)$. **C.** $C(-3;0;3)$. **D.** $D(3;0;3)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\dfrac{3-2}{1} = \dfrac{0+2}{2} = \dfrac{3}{3} = 1$ nên đường thẳng d đi qua điểm D.

Câu 51: (SGD Phú Thọ – lần 1 - năm 2017 – 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;1)$, $B(2;1;3)$, $C(0;3;2)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC.

A. $G\left(\dfrac{1}{3};\dfrac{2}{3};\dfrac{2}{3}\right)$. **B.** $G(3;6;6)$. **C.** $G(1;2;2)$. **D.** $G(0;6;6)$.

Lời giải

Chọn C

Gọi trọng tâm ΔABC là $G(x;y;z)$, ta có: $G\left(\dfrac{x_A+x_B+x_C}{3};\dfrac{y_A+y_B+y_C}{3};\dfrac{z_A+z_B+z_C}{3}\right)$.

Suy ra tọa độ trọng tâm của tam giác ABC là $G(1;2;2)$.

Câu 52: (SGD Phú Thọ – lần 1 - năm 2017 – 2018) Trong không gian $Oxyz$, tìm tọa độ của véc tơ $\vec{u} = -6\vec{i} + 8\vec{j} + 4\vec{k}$.

A. $\vec{u}=(3;4;2)$. **B.** $\vec{u}=(-3;4;2)$. **C.** $\vec{u}=(6;8;4)$. **D.** $\vec{u}=(-6;8;4)$.

Lời giải

Chọn D

$\vec{u} = -6\vec{i} + 8\vec{j} + 4\vec{k} \Rightarrow \vec{u} = (-6;8;4)$.

Câu 53: (THPT Chuyên ĐH Vinh – lần 1 - năm 2017 – 2018) Trong không gian $Oxyz$, một vectơ chỉ phương của đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2t \\ y = -1 + t \\ z = 1 \end{cases}$ là

A. $\vec{m} = (2;-1;1)$. **B.** $\vec{n} = (-2;-1;0)$. **C.** $\vec{v} = (2;-1;0)$. **D.** $\vec{u} = (2;1;1)$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào hệ số trước t trong phương trình tham số của đường thẳng Δ ta có một vectơ chỉ phương là $\vec{a} = (2;1;0)$ nên ta chọn đáp án B vì vectơ $\vec{n} = (-2;-1;0)$ cùng phương với $\vec{a}$.

Câu 54: (THPT Chuyên ĐH Vinh – lần 1 - năm 2017 – 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Hình chiếu của M lên trục Oy là điểm

A. $P(1;0;3)$. **B.** $Q(0;2;0)$. **C.** $R(1;0;0)$. **D.** $S(0;0;3)$.

Lời giải

Chọn B

Hình chiếu của $M(1;2;3)$ lên trục Oy là điểm $Q(0;2;0)$.

Câu 55: (THPT Tây Thụy Anh – Thái Bình – lần 1 - năm 2017 – 2018) Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(\alpha): x + y + z - 1 = 0$. Trong các mặt phẳng sau tìm mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (α)?

A. $2x - y - z + 1 = 0$. **B.** $2x + 2y + 2z - 1 = 0$.

C. $x - y - z + 1 = 0$. **D.** $2x - y + z + 1 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng (α) có VTPT là $\vec{n}_{(\alpha)} = (1;1;1)$.

Mặt phẳng (β) vuông góc với mặt phẳng (α) khi và chỉ khi $\vec{n}_{(\alpha)}.\vec{n}_{(\beta)} = 0$.

Nhận thấy mặt phẳng $(\beta): 2x - y - z + 1 = 0$ có VTPT $\vec{n}_{(\beta)} = (2;-1;-1)$ thì $\vec{n}_{(\alpha)}.\vec{n}_{(\beta)} = 0$.

Câu 56: (THPT Tây Thụy Anh – Thái Bình – lần 1 - năm 2017 – 2018) Trong không gian $Oxyz$. cho biết $A(-2;3;1)$; $B(2;1;3)$. Điểm nào dưới đây là trung điểm của đoạn AB?

A. $M(0;2;2)$. **B.** $N(2;2;2)$. **C.** $P(0;2;0)$. **D.** $Q(2;2;0)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\begin{cases} x_M = \dfrac{x_A + x_B}{2} \\ y_M = \dfrac{y_A + y_B}{2} \\ z_M = \dfrac{z_A + z_B}{2} \end{cases}$. Suy ra $M(0;2;2)$.

Câu 57: (THPT Tây Thụy Anh – Thái Bình – lần 1 - năm 2017 – 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z+1}{1}$. Trong các mặt phẳng dưới đây, tìm một mặt phẳng vuông góc với đường thẳng d

A. $4x-2y+2z+4=0$. **B.** $4x+2y+2z+4=0$.

C. $2x-2y+2z+4=0$. **D.** $4x-2y-2z-4=0$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng d có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;-1;1)$.

Mặt phẳng $4x-2y+2z+4=0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(4;-2;2)$.

Ta có $\frac{2}{4}=\frac{-1}{-2}=\frac{1}{2}$ nên $\vec{u}$ cùng phương với $\vec{n}$ do đó đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng $4x-2y+2z+4=0$.

Câu 58: (THPT Tây Thụy Anh – Thái Bình – lần 1 - năm 2017 – 2018) Trong các phương trình sau, phương trình nào không phải là phương trình mặt cầu?

A. $x^2+y^2+z^2+2x+4y-4z-21=0$. **B.** $2x^2+2y^2+2z^2+4x+4y-8z-11=0$.

C. $x^2+y^2+z^2=1$. **D.** $x^2+y^2+z^2+2x+2y-4z+11=0$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình $x^2+y^2+z^2+2ax+2by+2cz+d=0$ là phương trình mặt cầu $\Leftrightarrow a^2+b^2+c^2-d>0$.

Biến đổi $2x^2+2y^2+2z^2+4x+4y-8z-11=0 \Leftrightarrow x^2+y^2+z^2+2x+2y-4z-\frac{11}{2}=0$.

Từ đó ta thấy ngay phương trình $x^2+y^2+z^2+2x+2y-4z+11=0$ không là phương trình mặt cầu vì $a^2+b^2+c^2-d=1^2+1^2+(-2)^2-11<0$.

Câu 59: (THPT Yên Lạc – Vĩnh Phúc – lần 4 - năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+3=0$. Véctơ pháp tuyến của (P) là

A. $\vec{n}=(1;-2;3)$. **B.** $\vec{n}=(1;-2;0)$. **C.** $\vec{n}=(1;-2)$. **D.** $\vec{n}=(1;3)$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng $(P): x-2y+3=0$ có một véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;-2;0)$.

Câu 60: (THPT Yên Lạc – Vĩnh Phúc – lần 4 - năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$ và $B(5;2;0)$. Khi đó:

A. $|\overrightarrow{AB}|=5$. **B.** $|\overrightarrow{AB}|=2\sqrt{3}$. **C.** $|\overrightarrow{AB}|=\sqrt{61}$. **D.** $|\overrightarrow{AB}|=3$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(4;0;-3)$. Suy ra: $|\overrightarrow{AB}|=\sqrt{4^2+0^2+(-3)^2}=5$.

Câu 61: (THPT Hồng Bàng – Hải Phòng – năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OM}=2\vec{j}-\vec{k}$, $\overrightarrow{ON}=2\vec{j}-3\vec{i}$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{MN}$ là

A. $(-2;1;1)$. **B.** $(1;1;2)$. **C.** $(-3;0;1)$. **D.** $(-3;0;-1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $M(0;2;-1)$, $N(-3;2;0) \Rightarrow \overrightarrow{MN} = (-3;0;1)$.

Câu 62: (THPT Quảng Xương I – Thanh Hóa – năm 2017 – 2018) Cho mặt phẳng (α) có phương trình $2x+4y-3z+1=0$, một véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là

A. $\vec{n}=(2;4;3)$. **B.** $\vec{n}=(2;4;-3)$. **C.** $\vec{n}=(2;-4;-3)$. **D.** $\vec{n}=(-3;4;2)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 63: (THPT Quảng Xương I – Thanh Hóa – năm 2017 – 2018) Điểm nào sau đây thuộc cả hai mặt phẳng (Oxy) và mặt phẳng $(P): x+y+z-3=0$?

A. $M(1;1;0)$. **B.** $N(0;2;1)$. **C.** $P(0;0;3)$. **D.** $Q(2;1;0)$.

Lời giải

Chọn D

Vì điểm thuộc mặt phẳng (Oxy) nên cao độ của điểm đó bằng 0 suy ra loại hai điểm N và P. Mặt khác điểm nằm trên mặt phẳng (P) nên chỉ có điểm Q có tọa độ thỏa phương trình mặt phẳng (P).

Câu 64: (THPT Quảng Xương I – Thanh Hóa – năm 2017 – 2018) Cho tam giác ABC, biết $A(1;-2;4)$, $B(0;2;5)$, $C(5;6;3)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là

A. $G(2;2;4)$. **B.** $G(4;2;2)$. **C.** $G(3;3;6)$. **D.** $G(6;3;3)$.

Lời giải

Chọn A

G là trọng tâm của tam giác ABC nên ta có: $\begin{cases} x_G = \dfrac{1+0+5}{3} = 2 \\ y_G = \dfrac{-2+2+6}{3} = 2 \\ z_G = \dfrac{4+5+3}{3} = 4 \end{cases}$. Vậy $G(2;2;4)$.

Câu 65: (SGD Bắc Giang – năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2x-z+1=0$. Tọa độ một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

A. $\vec{n}=(2;-1;1)$. **B.** $\vec{n}=(2;0;1)$. **C.** $\vec{n}=(2;0;-1)$. **D.** $\vec{n}=(2;-1;0)$.

Lời giải

Chọn C

Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}=(2;0;-1)$.

Câu 66: (SGD Bắc Giang – năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;-2;3)$. Tọa độ điểm A là hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (Oyz) là

A. $A(0;-2;3)$. **B.** $A(1;0;3)$. **C.** $A(1;-2;3)$. **D.** $A(1;-2;0)$.

Lời giải

Chọn A

Hình chiếu vuông góc của điểm $M\left(a;b;c\right)$ trên mặt phẳng $\left(Oyz\right)$ là $A\left(0;b;c\right)$.

Câu 67: (Chuyên ĐB Sông Hồng –Lần 1 năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vectơ $\vec{u}=\left(x;2;1\right)$ và $\vec{v}=\left(1;-1;2x\right)$. Tính tích vô hướng của $\vec{u}$ và $\vec{v}$.

A. $x+2$. **B.** $3x-2$. **C.** $3x+2$. **D.** $-2-x$

Lời giải

Chọn B

$\vec{u}.\vec{v}=x.1+2\left(-1\right)+1.2x=3x-2$.

Câu 68: (Chuyên ĐB Sông Hồng –Lần 1 năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $\left(P\right)$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=\left(2;-1;1\right)$. Vectơ nào sau đây cũng là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $\left(P\right)$?

A. $\left(4;-2;2\right)$. **B.** $\left(-4;2;3\right)$. **C.** $\left(4;2;-2\right)$. **D.** $\left(-2;1;1\right)$.

Lời giải

Chọn A

Vì $\vec{x}=\left(4;-2;2\right)=2\left(2;-1;1\right)=2\vec{n}$ nên đây cũng là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $\left(P\right)$.

Câu 69: (THPT Chuyên Thoại Ngọc Hầu – An Giang - Lần 3 năm 2017 – 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $\left(P\right):x-2y+3z-1=0$. Mặt phẳng $\left(P\right)$ có một vectơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}=\left(-2;1;3\right)$. **B.** $\vec{n}=\left(1;3;-2\right)$. **C.** $\vec{n}=\left(1;-2;1\right)$. **D.** $\vec{n}=\left(1;-2;3\right)$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng $\left(P\right)$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=\left(1;-2;3\right)$.

Câu 70: (THPT Chuyên Thoại Ngọc Hầu – An Giang - Lần 3 năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M\left(3;0;0\right)$, $N\left(0;-2;0\right)$ và $P\left(0;0;2\right)$. Mặt phẳng $\left(MNP\right)$ có phương trình là

A. $\frac{x}{3}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{2}=-1$. **B.** $\frac{x}{3}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{2}=0$. **C.** $\frac{x}{3}+\frac{y}{2}+\frac{z}{-2}=1$. **D.** $\frac{x}{3}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{2}=1$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng $\left(MNP\right)$ có phương trình là $\frac{x}{3}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{2}=1$.

Câu 71: (THPT Chuyên Thoại Ngọc Hầu – An Giang - Lần 3 năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $\left(S\right):\left(x-5\right)^2+\left(y-1\right)^2+\left(z+2\right)^2=16$. Tính bán kính của $\left(S\right)$.

A. 4. **B.** 16. **C.** 7. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A

Ta có $R=\sqrt{16}=4$.

Câu 72: (THPT Chuyên Thoại Ngọc Hầu – An Giang - Lần 3 năm 2017 – 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A\left(1;-2;4\right)$. Hình chiếu vuông góc của A trên trục Oy là điểm

A. $P(0;0;4)$. **B.** $Q(1;0;0)$. **C.** $N(0;-2;0)$. **D.** $M(0;-2;4)$.

Lời giải

Chọn C

Hình chiếu vuông góc của $A(1;-2;4)$ trên trục Oy là điểm $N(0;-2;0)$.

Câu 73: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): y-2z+1=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n}=(1;-2;1)$. **B.** $\vec{n}=(1;-2;0)$. **C.** $\vec{n}=(0;1;-2)$. **D.** $\vec{n}=(0;2;4)$.

Câu 74: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y}{-2}=\frac{z-1}{2}$. Điểm nào dưới đây không thuộc d?

A. $E(2;-2;3)$. **B.** $N(1;0;1)$. **C.** $F(3;-4;5)$. **D.** $M(0;2;1)$.

Câu 75: **(THPT Chuyên Ngữ – Hà Nội - Lần 1 năm 2017 – 2018)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): y-2z+1=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n}=(1;-2;1)$. **B.** $\vec{n}=(1;-2;0)$. **C.** $\vec{n}=(0;1;-2)$. **D.** $\vec{n}=(0;2;4)$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình $(P): y-2z+1=0$ nên (P) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(0;1;-2)$.

Câu 76: **(THPT Chuyên Ngữ – Hà Nội - Lần 1 năm 2017 – 2018)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y}{-2}=\frac{z-1}{2}$. Điểm nào dưới đây không thuộc d?

A. $E(2;-2;3)$. **B.** $N(1;0;1)$. **C.** $F(3;-4;5)$. **D.** $M(0;2;1)$.

Lời giải

Chọn D

Thay tọa độ điểm $E(2;-2;3)$ vào $d \Rightarrow \frac{2-1}{1}=\frac{-2}{-2}=\frac{3-1}{2} \Rightarrow$ thỏa mãn nên loại **A.**

Thay tọa độ điểm $N(1;0;1)$ vào $d \Rightarrow \frac{1-1}{1}=\frac{0}{-2}=\frac{1-1}{2} \Rightarrow$ thỏa mãn nên loại **B.**

Thay tọa độ điểm $F(3;-4;5)$ vào $d \Rightarrow \frac{3-1}{1}=\frac{-4}{-2}=\frac{5-1}{2} \Rightarrow$ thỏa mãn nên loại **C.**

Thay tọa độ điểm $M(0;2;1)$ vào $d \Rightarrow \frac{0-1}{1}=\frac{2}{-2}=\frac{1-1}{2} \Rightarrow$ không thỏa mãn nên **Chọn D**

Câu 77: **(THPT Chuyên ĐHSP – Hà Nội - Lần 1 năm 2017 – 2018)** Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-1}{1}$. Véctơ nào trong các véctơ sau đây không là véc tơ chỉ phương của đường thẳng d?

A. $\overrightarrow{u_1}=(2;-2;2)$ **B.** $\overrightarrow{u_1}=(-3;3;-3)$ **C.** $\overrightarrow{u_1}=(4;-4;4)$ **D.** $\overrightarrow{u_1}=(1;1;1)$

Lời giải

Chọn D

Nhìn vào phương trình chính tắc của đường thẳng d ta thấy $\vec{u}=(1;-1;1)$ là một vectơ chỉ phương của d. Khi đó $k.\vec{u}$ $(k\in\mathbb{R})$ cũng là một vectơ chỉ phương của d.

Câu 78: (THPT Kim Liên – Hà Nội - Lần 2 năm 2017 – 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M\left(1;2;3\right)$. Hình chiếu vuông góc của M trên $\left(Oxz\right)$ là điểm nào sau đây.

A. $K\left(0;2;3\right)$. **B.** $H\left(1;2;0\right)$. **C.** $F\left(0;2;0\right)$. **D.** $E\left(1;0;3\right)$.

Lời giải

Chọn D

Hình chiếu vuông góc của $M\left(1;2;3\right)$ trên $\left(Oxz\right)$ là điểm $E\left(1;0;3\right)$.

Câu 79: (THPT Kim Liên – Hà Nội - Lần 2 năm 2017 – 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=t\\y=1-t\\z=2+t\end{cases}$. Đường thẳng d đi qua điểm nào sau đây?

A. $K\left(1;-1;1\right)$. **B.** $H\left(1;2;0\right)$. **C.** $E\left(1;1;2\right)$. **D.** $F\left(0;1;2\right)$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng d đi qua điểm $F\left(0;1;2\right)$.

Câu 80: (THPT Kim Liên – Hà Nội - Lần 2 năm 2017 – 2018) Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua $M\left(1;-1;2\right)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z}{3}$.

A. $2x+y+3z-9=0$. **B.** $2x-y+3z+9=0$.

B. $2x-y+3z-6=0$. **D.** $2x-y+3z-9=0$.

Lời giải

Chọn D

Vì mặt phẳng vuông góc với đường thẳng Δ nên VTPT của mặt phẳng là $\vec{n}=\left(2;-1;3\right)$.

Mặt phẳng đi qua $M\left(1;-1;2\right)$, nhận $\vec{n}=\left(2;-1;3\right)$ làm VTPT có phương trình là

$2\left(x-1\right)-\left(y+1\right)+3\left(z-2\right)=0\Leftrightarrow 2x-y+3z-9=0$.

Câu 81: (THPT Trần Phú – Hà Tĩnh - Lần 2 năm 2017 – 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $\left(P\right):3x+y-2z+1=0$. Vectơ nào sau đây là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $\left(P\right)$?

A. $\vec{n}_1=\left(3;1;-2\right)$. **B.** $\vec{n}_2=\left(1;-2;1\right)$. **C.** $\vec{n}_3=\left(-2;1;3\right)$. **D.** $\vec{n}_4=\left(3;-2;1\right)$.

Lời giải

Chọn A

Từ phương trình mặt phẳng $\left(P\right)$ ta có vectơ pháp tuyến của $\left(P\right)$ là $\vec{n}_1=\left(3;1;-2\right)$.

Câu 82: (THPT Trần Phú – Hà Tĩnh - Lần 2 năm 2017 – 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu$\left(S\right):x^2+y^2+z^2+4x-2y+6z+5=0$. Mặt cầu $\left(S\right)$ có bán kính là

A. 3. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 7.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu $\left(S\right)$ có tâm $I\left(-2;1;-3\right)$ và bán kính $R=\sqrt{\left(-2\right)^2+1^2+\left(-3\right)^2-5}=3$.

Câu 83: **(THPT Trần Phú – Hà Tĩnh - Lần 2 năm 2017 – 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+2t\\y=1+t\\z=4-t\end{cases}$. Mặt phẳng đi qua $A(2;-1;1)$ và vuông góc với đường thẳng d có phương trình là

A. $2x+y-z-2=0$. **B.** $x+3y-2z-3=0$. **C.** $x-3y-2z+3=0$. **D.** $x+3y-2z-5=0$.

Lời giải

Chọn A

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua $A(2;-1;1)$ và vuông góc với đường thẳng d.

Ta có d có vectơ chỉ phương là $\vec{u}_d=(2;1;-1)$.

Do $d\perp(P)$ nên một vectơ pháp tuyến của (P) là $\vec{u}_d=(2;1;-1)$.

Khi đó (P): $2x+y-z-2=0$.

Câu 84: **(THPT Thuận Thành 2 – Bắc Ninh - Lần 2 năm 2017 – 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y}{-1}=\frac{z-1}{-3}$. Một vectơ chỉ phương của đường thẳng d là

A. $\overrightarrow{u_2}=(1;0;1)$. **B.** $\overrightarrow{u_3}=(2;-1;-3)$. **C.** $\overrightarrow{u_1}=(2;-1;3)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(-2;-1;3)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 85: **(THPT Thuận Thành 2 – Bắc Ninh - Lần 2 năm 2017 – 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}=(1;2;-3)$, $\vec{b}=(-2;2;0)$. Tọa độ vectơ $\vec{c}=2\vec{a}-3\vec{b}$ là

A. $\vec{c}=(4;-1;-3)$. **B.** $\vec{c}=(8;-2;-6)$. **C.** $\vec{c}=(2;1;3)$. **D.** $\vec{c}=(4;-2;-6)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $2\vec{a}=(2;4;-6)$, $\vec{b}=(-6;6;0)\Rightarrow\vec{c}=2\vec{a}-3\vec{b}=(8;-2;-6)$.

Câu 86: **(THPT Thuận Thành 2 – Bắc Ninh - Lần 2 năm 2017 – 2018)** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(3;-1;2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P):x+y-3z-5=0$ có phương trình là

A. $d:\frac{x-1}{3}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z+3}{2}$. **B.** $d:\frac{x+3}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z+2}{-3}$.

C. $d:\frac{x-3}{1}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-2}{-3}$. **D.** $d:\frac{x+1}{3}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-3}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng d đi qua điểm $A(3;-1;2)$ nhận vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_P}=(1;1;-3)$ là vectơ chỉ phương nên $d:\frac{x-3}{1}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-2}{-3}$.

Câu 87: (THPT Chuyên Lương Thế Vinh – Đồng Nai – Lần 2 năm 2017 – 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$. Tìm tọa độ điểm A_1 là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (Oyz).

A. $A_1(1;0;0)$. **B.** $A_1(0;2;3)$. **C.** $A_1(1;0;3)$. **D.** $A_1(1;2;0)$.

Lời giải

Chọn B

Tọa độ điểm A_1 là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (Oyz) là $A_1(0;2;3)$.

Câu 88: (THPT Chuyên Lương Thế Vinh – Đồng Nai – Lần 2 năm 2017 – 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x-2y+z+5=0$. Khoảng cách h từ điểm $A(1;1;1)$ đến mặt phẳng (α) bằng

A. $h=2$. **B.** $h=6$. **C.** $h=\frac{10}{3}$. **D.** $h=\frac{6}{\sqrt{5}}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $h=\frac{|2-2+1+5|}{3}=2$.

Câu 89: (THPT Chuyên Lương Thế Vinh – Đồng Nai – Lần 2 năm 2017 – 2018) . Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases} x=1-2t \\ y=3 \\ z=5+3t \end{cases}$. Trong các véctơ sau, véctơ nào là một véctơ chỉ phương của đường thẳng d.

A. $\overrightarrow{a_3}=(-2;0;3)$. **B.** $\overrightarrow{a_1}=(-2;3;3)$. **C.** $\overrightarrow{a_1}=(1;3;5)$. **D.** $\overrightarrow{a_1}=(2;3;3)$.

Lời giải

Chọn A

Ta dễ thấy $\overrightarrow{u_d}=\overrightarrow{a_3}=(-2;0;3)$.

Câu 90: (THPT Quỳnh Lưu 1 – Nghệ An – Lần 2 năm 2017 – 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;-4;5)$. Hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (Oxz) là điểm:

A. $P(3;0;5)$. **B.** $M(3;0;0)$. **C.** $N(0;-4;5)$. **D.** $Q(0;0;5)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 91: (THPT Quỳnh Lưu 1 – Nghệ An – Lần 2 năm 2017 – 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(3;0;0)$, $N(0;-2;0)$ và $P(0;0;1)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là

A. $\frac{x}{3}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{1}=-1$. **B.** $\frac{x}{3}+\frac{y}{2}+\frac{z}{1}=1$. **C.** $\frac{x}{3}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{1}=1$. **D.** $\frac{x}{3}+\frac{y}{2}+\frac{z}{-1}=1$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình theo đoạn chắn của mặt phẳng (MNP): $\frac{x}{3}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{1}=1$.

Câu 92: (THPT Quỳnh Lưu 1 – Nghệ An – Lần 2 năm 2017 – 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - z + 1 = 0$. Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là

A. $\overrightarrow{n_3} = (2;0;-1)$. **B.** $\overrightarrow{n_4} = (2;1;0)$. **C.** $\overrightarrow{n_1} = (2;-1;1)$. **D.** $\overrightarrow{n_2} = (2;-1;0)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 93: (SGD Quảng Nam – năm 2017 – 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 4y + 3z - 2 = 0$. Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là ?

A. $\overrightarrow{n_1} = (0;-4;3)$. **B.** $\overrightarrow{n_2} = (1;4;3)$. **C.** $\overrightarrow{n_3} = (-1;4;-3)$. **D.** $\overrightarrow{n_4} = (-4;3;-2)$.

Lời giải

Chọn C

(P) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1;-4;3)$ nên $\overrightarrow{n_3} = (-1;4;-3) = -\vec{n}$ cũng là vectơ pháp tuyến.

Câu 94: (SGD Quảng Nam – năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$, cho hai vectơ $\vec{a} = (2;-1;4)$ và $\vec{b} = \vec{i} - 3\vec{k}$. Tính $\vec{a}.\vec{b}$.

A. $\vec{a}.\vec{b} = -11$. **B.** $\vec{a}.\vec{b} = -13$. **C.** $\vec{a}.\vec{b} = 5$. **D.** $\vec{a}.\vec{b} = -10$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\vec{b} = (1;0;-3)$ nên $\vec{a}.\vec{b} = 2 - 12 = -10$.

Câu 95: (THPT Trần Phú – Đà Nẵng - Lần 2 – năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3;-1;1)$. Gọi A' là hình chiếu của A lên trục Oy. Tính độ dài đoạn OA'.

A. $OA' = -1$. **B.** $OA' = \sqrt{10}$. **C.** $OA' = \sqrt{11}$. **D.** $OA' = 1$.

Lời giải

Chọn D

Vì A' là hình chiếu của A lên trục Oy nên $A'(0;-1;0) \Rightarrow OA' = 1$.

Câu 96: (THPT Trần Phú – Đà Nẵng - Lần 2 – năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y - 1 = 0$. Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là

A. $\vec{n} = (-2;-1;1)$. **B.** $\vec{n} = (2;1;-1)$. **C.** $\vec{n} = (1;2;0)$. **D.** $\vec{n} = (2;1;0)$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng $(P): 2x + y - 1 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2;1;0)$.

Câu 97: (THPT Chuyên ĐH Vinh – Lần 2 – năm 2017 – 2018) Trong không gian $Oxyz$, điểm $M(3;4;-2)$ thuộc mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau?

A. $(R): x + y - 7 = 0$. **B.** $(S): x + y + z + 5 = 0$.

C. $(Q): x - 1 = 0$. **D.** $(P): z - 2 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Xét đáp án A ta thấy $3 + 4 - 7 = 0$ vậy M thuộc (R).

Xét đáp án B ta thấy $3+4-2+5=10\neq 0$ vậy M không thuộc (S).

Xét đáp án C ta thấy $3-1=2\neq 0$ vậy M không thuộc (Q).

Xét đáp án D ta thấy $-2-2=-4\neq 0$ vậy M không thuộc (P).

Câu 98: (THPT Chuyên ĐH Vinh – Lần 2 – năm 2017 – 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}=(-3;2;1)$ và điểm $A(4;6;-3)$. Tìm tọa độ điểm B thỏa mãn $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$.

A. $(7;4;-4)$. **B.** $(1;8;-2)$. **C.** $(-7;-4;4)$. **D.** $(-1;-8;2)$.

Lời giải

Chọn B

Giả sử $B(a;b;c)$ khi đó $\overrightarrow{AB}=(a-4;b-6;c+3)$.

Khi đó $\overrightarrow{AB}=\vec{a}\Leftrightarrow\begin{cases}a-4=-3\\b-6=2\\c+3=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=8\\c=-2\end{cases}\Rightarrow B(1;8;-2)$.

Câu 99: (SGD Nam Định – năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M(2;0;-1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{a}=(4;-6;2)$. Phương trình tham số của Δ là

A. $\begin{cases}x=-2+4t\\y=-6t\\z=1+2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-2+2t\\y=-3t\\z=1+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=4+2t\\y=-6-3t\\z=2+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=2+2t\\y=-3t\\z=-1+t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Vì Δ có vectơ chỉ phương $\vec{a}=(4;-6;2)$ nên Δ cũng nhận vectơ $\frac{1}{2}\vec{a}=(2;-3;1)$ làm vectơ chỉ phương. Do đó phương trình tham số của Δ là $\begin{cases}x=2+2t\\y=-3t\\z=-1+t\end{cases}$.

Câu 100: (SGD Nam Định – năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2;-1;1)$, tìm tọa độ M' là hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng (Oxy).

A. $M'(-2;1;0)$. **B.** $M'(2;1;-1)$. **C.** $M'(0;0;1)$. **D.** $M'(2;-1;0)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 101: (SGD Nam Định – năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;-1)$ và $B(1;4;3)$. Độ dài đoạn AB là:

A. $2\sqrt{13}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $\sqrt{6}$. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(0;6;4)$ nên $AB=\left|\overrightarrow{AB}\right|=\sqrt{0^2+6^2+4^2}=2\sqrt{13}$.

Câu 1: (SGD Thanh Hóa – năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vec tơ $\vec{a}(1;-2;0)$ và $\vec{b}(-2;3;1)$. Khẳng định nào sau đây là ***sai***?

A. $\vec{a}.\vec{b}=-8$. **B.** $2\vec{a}=(2;-4;0)$. **C.** $\vec{a}+\vec{b}=(-1;1;-1)$. **D.** $|\vec{b}|=14$.

Lời giải

Chọn C

$\vec{a}+\vec{b}=(-1;1;1)$.

Câu 2: (SGD Thanh Hóa – năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $z-2x+3=0$. Một vectơ pháp tuyến của (P) là:

A. $\vec{u}=(0;1;-2)$. **B.** $\vec{v}=(1;-2;3)$. **C.** $\vec{n}=(2;0;-1)$. **D.** $\vec{w}=(1;-2;0)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $z-2x+3=0 \Leftrightarrow 2x-z-3=0$. Do đó mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;0;-1)$.

Câu 3: (SGD Thanh Hóa – năm 2017 – 2018) Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm là $A(1;3;-1)$, $B(3;-1;5)$. Tìm tọa độ của điểm M thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{MA}=3\overrightarrow{MB}$.

A. $M\left(\frac{5}{3};\frac{13}{3};1\right)$. **B.** $M\left(\frac{7}{3};\frac{1}{3};3\right)$. **C.** $M\left(\frac{7}{3};\frac{1}{3};3\right)$. **D.** $M(4;-3;8)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overrightarrow{MA}=3\overrightarrow{MB} \Rightarrow \begin{cases} x_M=\dfrac{x_A-3x_B}{1-3}=4 \\ y_M=\dfrac{y_A-3y_B}{1-3}=-3 \\ z_M=\dfrac{z_A-3z_B}{1-3}=8 \end{cases} \Rightarrow M(4;-3;8)$.

Câu 4: (THPT Chuyên Nguyễn Quang Diệu – Đồng Tháp – Lần 5 năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;-1;-2)$ và $B(2;2;2)$. Vectơ $\vec{a}$ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB?

A. $\vec{a}=(2;1;0)$. **B.** $\vec{a}=(2;3;4)$. **C.** $\vec{a}=(-2;1;0)$. **D.** $\vec{a}=(2;3;0)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(2;3;4)$ nên đường thẳng AB có một vectơ chỉ phương là $\vec{a}=(2;3;4)$.

Câu 5: (THPT Chuyên Nguyễn Quang Diệu – Đồng Tháp – Lần 5 năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;3;4)$, $B(8;-5;6)$. Hình chiếu vuông góc của trung điểm I của đoạn AB trên mặt phẳng (Oyz) là điểm nào dưới đây.

A. $M(0;-1;5)$. **B.** $Q(0;0;5)$. **C.** $P(3;0;0)$. **D.** $N(3;-1;5)$.

Lời giải

Chọn A

Tọa độ trung điểm của AB là $I(3;-1;5)$.

Vậy hình chiếu của I trên mặt phẳng (Oyz) là $M(0;-1;5)$.

Câu 6: (THPT Chuyên Thái Bình – Thái Bình – Lần 5 năm 2017 – 2018) Cho các vectơ $\vec{a}=(1;2;3)$; $\vec{b}=(-2;4;1)$; $\vec{c}=(-1;3;4)$. Vectơ $\vec{v}=2\vec{a}-3\vec{b}+5\vec{c}$ có tọa độ là

A. $\vec{v}=(7;3;23)$. **B.** $\vec{v}=(23;7;3)$. **C.** $\vec{v}=(7;23;3)$. **D.** $\vec{v}=(3;7;23)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $2\vec{a}=(2;4;6)$, $-3\vec{b}=(6;-12;-3)$, $5\vec{c}=(-5;15;20)$.

$\Rightarrow \vec{v}=2\vec{a}-3\vec{b}+5\vec{c}=(3;7;23)$.

Câu 7: (THPT Chuyên Hùng Vương – Gia Lai – Lần 2 năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua các điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$ và $C(0;0;c)$ với $abc\neq 0$. Viết phương trình của mặt phẳng (P).

A. $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=0$. **B.** $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}-1=0$. **C.** $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}+1=0$. **D.** $ax+by+cz-1=0$.

Lời giải

Chọn B

Áp dụng phương trình mặt chắn ta được phương trình của mặt phẳng (P) là:

$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1 \Leftrightarrow \frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}-1=0$.

Câu 8: (THPT Chuyên Hùng Vương – Gia Lai – Lần 2 năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(3;0;0)$, $N(0;0;4)$. Tính độ dài đoạn thẳng MN.

A. $MN=1$. **B.** $MN=7$. **C.** $MN=5$. **D.** $MN=10$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $MN=\sqrt{3^2+4^2}=5$.

Câu 9: (THPT Chuyên Hùng Vương – Gia Lai – Lần 2 năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $-3x+2z-1=0$. Vectơ $\vec{n}$ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

A. $\vec{n}=(3;2;-1)$. **B.** $\vec{n}=(-3;2;-1)$. **C.** $\vec{n}=(-3;0;2)$. **D.** $\vec{n}=(3;0;2)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 10: (THPT Chuyên Lương Thế Vinh - Hà Nội – Lần 2 năm 2017 – 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-3)$ và $B(3;-2;-1)$. Tọa độ trung điểm đoạn thẳng AB là điểm

A. $I(4;0;-4)$. **B.** $I(1;-2;1)$. **C.** $I(2;0;-2)$. **D.** $I(1;0;-2)$.

Lời giải

Chọn C

Tọa độ trung điểm AB là điểm I ta có: $\begin{cases} x_I = \dfrac{x_A + x_B}{3} \\ y_I = \dfrac{y_A + y_B}{3} \\ z_I = \dfrac{z_A + z_B}{3} \end{cases} \Rightarrow I(2;0;-2)$.

Câu 11: **(SGD Hà Tĩnh – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2+3t \\ y = 5-4t \\ z = -6+7t \end{cases}, (t \in R)$ và điểm $A(1;2;3)$. Đường thẳng đi qua A và song song với đường thẳng d có vectơ chỉ phương là:

A. $\vec{u} = (3;-4;7)$. **B.** $\vec{u} = (3;-4;-7)$. **C.** $\vec{u} = (-3;-4;-7)$. **D.** $\vec{u} = (-3;-4;7)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi (Δ) là đường thẳng đi qua A và song song với đường thẳng (d)

Do đó VTCP của (Δ) là VTCP của (d). Vậy (Δ) có VTCP là $\vec{u} = (3;-4;7)$.

Câu 12: **(SGD Hà Tĩnh – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oxy) là điểm M có tọa độ?

A. $M(1;-2;0)$. **B.** $M(0;-2;3)$. **C.** $M(1;0;3)$. **D.** $M(2;-1;0)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oxy) là điểm $M(1;-2;0)$.

Câu 13: **(THPT Nghèn – Hà Tĩnh – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba véc-tơ $\vec{a}(1;2;3)$, $\vec{b}(-2;0;1)$, $\vec{c}(-1;0;1)$. Tọa độ của véc-tơ $\vec{n} = \vec{a} + \vec{b} + 2\vec{c} - 3\vec{i}$ là:

A. $\vec{n}(0;2;6)$. **B.** $\vec{n}(-6;2;6)$. **C.** $\vec{n}(6;2;-6)$. **D.** $\vec{n}(6;2;6)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\vec{i} = (1;0;0)$ nên $\vec{n} = \vec{a} + \vec{b} + 2\vec{c} - 3\vec{i} = (-6;2;6)$.

Câu 14: **(THPT Chu Văn An – Hà Nội - năm 2017-2018)** Trong không gian $(Oxyz)$, cho mặt phẳng $(P): x + y - z + 2 = 0$. Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) có tọa độ là

A. $(1;-2;\ 1)$. **B.** $(1;\ 2;\ 1)$. **C.** $(1;\ 1;-1)$. **D.** $(1;-2;\ 1)$.

Lời giải

Chọn C

$(P): x + y - z + 2 = 0$. Véc tơ pháp tuyến của (P) có tọa độ là: $(1;\ 1;-1)$.

Câu 15: (THPT Chu Văn An – Hà Nội - năm 2017-2018) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;0;2)$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $M \in (Oxz)$. **B.** $M \in (Oyz)$. **C.** $M \in Oy$. **D.** $M \in (Oxy)$.

Lời giải

Chọn A

Do $y_M = 0$ nên $M \in (Oxz)$.

Câu 16: (THPT Chu Văn An – Hà Nội - năm 2017-2018) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$. Tọa độ một vectơ chỉ phương của d là

A. $(-2;3;0)$. **B.** $(-2;3;3)$. **C.** $(1;2;3)$. **D.** $(2;3;0)$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào hệ số của t trong phương trình tham số của đường thẳng d ta có một vectơ chỉ phương là $(-2;3;0)$.

Câu 17: (THPT Chuyên Võ Nguyên Giáp – Quảng Bình - năm 2017-2018) Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + 3z + 2018 = 0$ có một véctơ pháp tuyến là

A. $\vec{n} = (-1;-2;3)$. **B.** $\vec{n} = (1;-2;3)$. **C.** $\vec{n} = (1;2;3)$. **D.** $\vec{n} = (-1;2;3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Mặt phẳng (α) có phương trình tổng quát là $x - 2y + 3z + 2018 = 0$. Suy ra một véctơ pháp tuyến của mặt phẳng là $\vec{n} = (1;-2;3)$.

Câu 18: (THPT Chuyên Võ Nguyên Giáp – Quảng Bình - năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x+3}{1} = \dfrac{y-2}{-1} = \dfrac{z-1}{2}$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(2;0;-1)$ và vuông góc với d có phương trình là

A. (P): $x - y - 2z = 0$. **B.** (P): $2x - z = 0$.

C. (P): $x - y + 2z + 2 = 0$. **D.** (P): $x - y + 2z = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

(P) vuông góc với d nên (P) nhận $\vec{u} = (1;-1;2)$ là vtpt.

Vậy (P): $1(x-2) - y + 2(z+1) = 0 \Leftrightarrow x - y + 2z = 0$.

Câu 19: (SGD Bắc Ninh – Lần 2 - năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-1;1); B(3;3;-1)$. Lập phương trình mặt phẳng (α) là trung trực của đoạn thẳng AB.

A. $(\alpha): x + 2y - z + 2 = 0$. **B.** $(\alpha): x + 2y - z - 4 = 0$.

C. $(\alpha): x + 2y - z - 3 = 0$. **D.** $(\alpha): x + 2y + z - 4 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB, suy ra $I(2;1;0)$.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;4;-2)=2(1;2;-1)$.

Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là $(x-2)+2(y-1)-(z-0)=0$ $\Leftrightarrow x+2y-z-4=0$.

Câu 20: (SGD Bắc Ninh – Lần 2 - năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tính bán kính R của mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-2x-4y=0$.

A. $\sqrt{5}$. **B.** 5. **C.** 2. **D.** $\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\begin{cases} 2a=-2 \\ 2b=-4 \\ 2c=0 \\ d=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=-2 \\ c=0 \\ d=0 \end{cases}$.

Vậy bán kính mặt cầu (S) là $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}=\sqrt{1+4}=\sqrt{5}$.

Câu 21: (SGD Bắc Ninh – Lần 2 - năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (α): $2x-y+3z-1=0$. Véc tơ nào sau đây là véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (α).

A. $\vec{n}=(-4;2;-6)$. **B.** $\vec{n}=(2;1;-3)$. **C.** $\vec{n}=(-2;1;3)$. **D.** $\vec{n}=(2;1;3)$.

Lời giải

Chọn A

(α) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;-1;3)$ nên (α) cũng nhận $\vec{k}=(-4;2;-6)$ là vectơ pháp tuyến.

Câu 22: (Chuyên Lê Hồng Phong – Nam Đinh - năm 2017-2018) Trong không gian với hệ trục tọa dộ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y-z+1=0$. Vectơ nào dưới đây là một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\vec{n}=(1;2;-1)$. **B.** $\vec{n}=(1;-2;-1)$. **C.** $\vec{n}=(1;0;1)$. **D.** $\vec{n}=(1;-2;1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Câu 23: (Chuyên Lê Hồng Phong – Nam Đinh - năm 2017-2018) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(2;0;0)$, $N(0;1;0)$ và $P(0;0;2)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là

A. $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{2}=0$. **B.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{2}=1$. **C.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{1}+\frac{z}{2}=1$. **D.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{2}=-1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Phương trình (MNP) là: $\frac{x}{2}+\frac{y}{1}+\frac{z}{2}=1$.

Câu 24: (THPT Đặng Thúc Hứa – Nghệ An - năm 2017-2018) Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, khoảng cách h từ điểm $A(-4;3;2)$ đến trục Ox là

A. $h=4$. **B.** $h=\sqrt{13}$. **C.** $h=3$. **D.** $h=2\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn B

Điểm $H\left(-4;0;0\right)$ là hình chiếu của A lên trục Ox nên $h=AH=\sqrt{13}$.

Câu 25: (THPT Đặng Thúc Hứa – Nghệ An - năm 2017-2018) Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, véctơ nào sau đây là véctơ chỉ phương của đường thẳng $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=1 \\ z=2-t \end{cases}$.

A. $\overrightarrow{u_2}=\left(2;0;-1\right)$. **B.** $\overrightarrow{u_4}=\left(2;1;2\right)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=\left(2;0;2\right)$. **D.** $\overrightarrow{u_1}=\left(-1;1;2\right)$.

Lời giải

Chọn A

véctơ chỉ phương của đường thẳng là $\overrightarrow{u_2}=\left(2;0;-1\right)$.

Câu 26: Cho $\vec{a}=\left(-2;1;3\right)$, $\vec{b}=\left(1;2;m\right)$. Vectơ $\vec{a}$ vuông góc với $\vec{b}$ khi

A. $m=1$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=2$. **D.** $m=0$.

Câu 27: Cho $\vec{a}=\left(-2;1;3\right)$, $\vec{b}=\left(1;2;m\right)$. Vectơ $\vec{a}$ vuông góc với $\vec{b}$ khi

A. $m=1$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=2$. **D.** $m=0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\vec{a}\perp\vec{b}\Leftrightarrow\vec{a}.\vec{b}=0\Leftrightarrow-2+2+3m=0\Leftrightarrow m=0$.

Câu 28: Mặt phẳng có phương trình nào sau đây song song với trục Ox?

A. $y-2z+1=0$. **B.** $2y+z=0$. **C.** $2x+y+1=0$. **D.** $3x+1=0$.

Câu 29: Mặt phẳng có phương trình nào sau đây song song với trục Ox?

A. $y-2z+1=0$. **B.** $2y+z=0$. **C.** $2x+y+1=0$. **D.** $3x+1=0$.

Lời giải

Chọn A

Trục Ox có một véc tơ chỉ phương là $\vec{i}=\left(1;0;0\right)$ và đi qua điểm $O\left(0;0;0\right)$.

Mặt phẳng $y-2z+1=0$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=\left(0;1;-2\right)$.

Do $\vec{n}.\vec{i}=1.0+0.1+0\left(-2\right)=0$ và điểm $O\left(0;0;0\right)$ không thuộc mặt phẳng $y-2z+1=0$ nên mặt phẳng $y-2z+1=0$ song song với trục Ox.

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-3}=\dfrac{z}{4}$. Đường thẳng d có một vector chỉ phương là

A. $\overrightarrow{u_3}=\left(2;-3;0\right)$. **B.** $\overrightarrow{u_1}=\left(2;-3;4\right)$. C. $\overrightarrow{u_4}=\left(1;2;4\right)$. D. $\overrightarrow{u_2}=\left(1;2;0\right)$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng d có phương trình chính tắc $d:\dfrac{x-x_0}{a}=\dfrac{y-y_0}{b}=\dfrac{z-z_0}{c}$ có một vector chỉ phương là $\vec{u}=(a;b;c)$.

Câu 31: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1;-4;-5)$. Tọa độ điểm A' đối xứng với điểm A qua mặt phẳng Oxz là

A. $(1;-4;5)$. **B.** $(-1;4;5)$. **C.** $(1;4;5)$. **D.** $(1;4;-5)$.

Câu 32: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1;-4;-5)$. Tọa độ điểm A' đối xứng với điểm A qua mặt phẳng Oxz là

A. $(1;-4;5)$. **B.** $(-1;4;5)$. **C.** $(1;4;5)$. **D.** $(1;4;-5)$.

Lời giải

Chọn D

Đối xứng của điểm $A(1;-4;-5)$ qua mặt phẳng Oxz là điểm $A'(1;4;-5)$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;2)$ và $B(3;0;-1)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa điểm B và vuông góc với đường thẳng AB. Mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $4x+2y-3z-15=0$. **B.** $4x-2y-3z-9=0$.

C. $4x-2y+3z-9=0$. **D.** $4x-2y-3z-15=0$.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-1;2;3)$. Tìm tọa độ điểm điểm B đối xứng với điểm A qua mặt phẳng (Oyz).

A. $B(1;2;3)$. **B.** $B(1;2;-3)$. **C.** $B(-1;-2;-3)$. **D.** $B(1;-2;3)$.

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1;0;2)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z}{1}$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm I, tiếp xúc với đường thẳng d. Bán kính của (S) bằng

A. $\dfrac{2\sqrt{5}}{3}$. **B.** $\dfrac{5}{3}$. **C.** $\dfrac{4\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{30}}{3}$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z}{-2}$. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng d?

A. $M(-1;-2;0)$. **B.** $M(-1;1;2)$. **C.** $M(2;1;-2)$. **D.** $M(3;3;2)$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;2)$ và $B(3;0;-1)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa điểm B và vuông góc với đường thẳng AB. Mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $4x+2y-3z-15=0$. **B.** $4x-2y-3z-9=0$.

C. $4x-2y+3z-9=0$. **D.** $4x-2y-3z-15=0$.

Lời giải

Chọn D

(P) là mặt phẳng vuông góc với đường thẳng AB nên (P) có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{AB}=(4;-2;-3)$ và đi qua $B(3;0;-1)$, phương trình mặt phẳng (P) là

$4(x-3)-2y-3(z+1)=0 \Leftrightarrow 4x-2y-3z-15=0$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-1;2;3)$. Tìm tọa độ điểm điểm B đối xứng với điểm A qua mặt phẳng (Oyz).

A. $B(1;2;3)$. **B.** $B(1;2;-3)$. **C.** $B(-1;-2;-3)$. **D.** $B(1;-2;3)$.

Lời giải

Chọn A

Hình chiếu của điểm A xuống mặt phẳng (Oyz) là $I(0;2;3)$. Khi đó I là trung điểm của AB nên tọa độ điểm $B(1;2;3)$.

Câu 39: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1;0;2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2}=\frac{y}{-1}=\frac{z}{1}$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm I, tiếp xúc với đường thẳng d. Bán kính của (S) bằng

A. $\frac{2\sqrt{5}}{3}$. **B.** $\frac{5}{3}$. **C.** $\frac{4\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{30}}{3}$.

Lời giải

Chọn D

d qua $M(1;0;0)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u}(2;-1;1)$

Bán kính mặt cầu bằng khoảng cách từ I đến d nên ta có: $R=\frac{\left|\left[\overrightarrow{MI};\vec{u}\right]\right|}{\left|\vec{u}\right|}=\frac{\sqrt{30}}{3}$.

Câu 40: Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z}{-2}$. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng d?

A. $M(-1;-2;0)$. **B.** $M(-1;1;2)$. **C.** $M(2;1;-2)$. **D.** $M(3;3;2)$.

Lời giải

Chọn B

Thay tọa độ từng phương án vào phương trình của d chỉ có điểm $M(-1;1;2)$ thỏa mãn

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, tìm một vectơ chỉ phương của đường thẳng $d: \frac{x-4}{7}=\frac{y-5}{4}=\frac{z+7}{-5}$.

A. $\vec{u}=(7;4;-5)$. **B.** $\vec{u}=(5;-4;-7)$.

C. $\vec{u}=(4;5;-7)$. **D.** $\vec{u}=(7;-4;-5)$.

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}=(2;4;-2)$ và $\vec{b}=(1;-2;3)$. Tích vô hướng của hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng

A. 6. **B.** -22. **C.** -12. **D.** 30.

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, tìm một vectơ chỉ phương của đường thẳng $d: \frac{x-4}{7}=\frac{y-5}{4}=\frac{z+7}{-5}$.

A. $\vec{u}=(7;4;-5)$. **B.** $\vec{u}=(5;-4;-7)$. **C.** $\vec{u}=(4;5;-7)$. **D.** $\vec{u}=(7;-4;-5)$.

Lời giải

Chọn A

$d:\dfrac{x-4}{7}=\dfrac{y-5}{4}=\dfrac{z+7}{-5}$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(7;4;-5)$.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}=(2;4;-2)$ và $\vec{b}=(1;-2;3)$. Tích vô hướng của hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng

A. 6. **B.** -22. **C.** -12. **D.** 30.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\vec{a}.\vec{b}=2.1+4.(-2)-2.3=-12$.

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(1;2;3)$ và vuông góc với mặt phẳng $4x+3y-3z+1=0$ có phương trình là.

A. $\begin{cases}x=-1+4t\\y=-2+3t\\z=-3-3t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+4t\\y=2+3t\\z=3-t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1-4t\\y=2-3t\\z=3-3t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+4t\\y=2+3t\\z=3-3t\end{cases}$.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm $A(2;1;1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $2x-y+2z+1=0$ có phương trình là

A. $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=16$. **B.** $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=9$.

C. $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=4$. **D.** $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=3$.

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(1;2;3)$ và vuông góc với mặt phẳng $4x+3y-3z+1=0$ có phương trình là.

A. $\begin{cases}x=-1+4t\\y=-2+3t\\z=-3-3t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+4t\\y=2+3t\\z=3-t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1-4t\\y=2-3t\\z=3-3t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+4t\\y=2+3t\\z=3-3t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi d là đường thẳng cần tìm. Ta có vectơ chỉ phương của d là $\vec{u}=(4;3;-3)$.

Phương trình đường thẳng d là: $\begin{cases}x=1+4t\\y=2+3t\\z=3-3t\end{cases}$.

Câu 48: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm $A(2;1;1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $2x-y+2z+1=0$ có phương trình là

A. $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=16$. **B.** $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=9$.

C. $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=4$. **D.** $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=3$.

Lời giải

Chọn C

Vì mặt cầu tâm A tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x-y+2z+1=0$ nên bán kính $R=d(A,(P))=2 \Rightarrow (S):(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=4$.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(1;4;-7)$ và vuông góc với mặt phẳng $x+2y-2z-3=0$ có phương trình là

A. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-4}{2}=\frac{z-7}{-2}$. **B.** $\frac{x+1}{1}=\frac{y+4}{4}=\frac{z-7}{-7}$.

C. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-4}{-2}=\frac{z+7}{-2}$. **D.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y-4}{2}=\frac{z+7}{-2}$.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d:\begin{cases} x=1+t \\ y=2+t \\ z=3-t \end{cases}$ và $d':\begin{cases} x=1+2t' \\ y=-1+2t' \\ z=2-2t' \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hai đường thẳng d và d' chéo nhau.

B. Hai đường thẳng d và d' song song với nhau.

C. Hai đường thẳng d và d' cắt nhau.

D. Hai đường thẳng d và d' trùng nhau.

Câu 51: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=4$ có tâm và bán kính lần lượt là

A. $I(-1;-2;3)$; $R=2$. **B.** $I(1;2;-3)$; $R=2$. **C.** $I(1;2;-3)$; $R=4$. **D.** $I(-1;-2;3)$; $R=4$.

Câu 52: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(1;4;-7)$ và vuông góc với mặt phẳng $x+2y-2z-3=0$ có phương trình là

A. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-4}{2}=\frac{z-7}{-2}$. **B.** $\frac{x+1}{1}=\frac{y+4}{4}=\frac{z-7}{-7}$.

C. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-4}{-2}=\frac{z+7}{-2}$. **D.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y-4}{2}=\frac{z+7}{-2}$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng đi qua điểm $A(1;4;-7)$ và vuông góc với mặt phẳng $x+2y-2z-3=0$ nên có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;2;-2)$ có phương trình là: $\frac{x-1}{1}=\frac{y-4}{2}=\frac{z+7}{-2}$.

Câu 53: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d:\begin{cases} x=1+t \\ y=2+t \\ z=3-t \end{cases}$ và $d':\begin{cases} x=1+2t' \\ y=-1+2t' \\ z=2-2t' \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hai đường thẳng d và d' chéo nhau.

B. Hai đường thẳng d và d' song song với nhau.

C. Hai đường thẳng d và d' cắt nhau.

D. Hai đường thẳng d và d' trùng nhau.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng d có VTCP $\overrightarrow{u_1}=(1;1;-1)$.

Đường thẳng d' có VTCP $\overrightarrow{u_2}=(2;2;-2)$.

Ta có $\overrightarrow{u_2}=2\overrightarrow{u_1}$ nên đường thẳng d và d' song song hoặc trùng nhau.

Chọn điểm $M(1;2;3)$ thuộc đường thẳng d, thay tọa độ điểm M vào phương trình đường thẳng d', ta có $d':\begin{cases}1=1+2t'\\2=-1+2t'\\3=2-2t'\end{cases}$ vô nghiệm, vậy M không thuộc đường thẳng d' nên 2 đường thẳng song song nhau.

Câu 54: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=4$ có tâm và bán kính lần lượt là

A. $I(-1;-2;3)$; $R=2$. **B.** $I(1;2;-3)$; $R=2$. **C.** $I(1;2;-3)$; $R=4$. **D.** $I(-1;-2;3)$; $R=4$.

Lời giải

Chọn B

Câu 55: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua $M(1;2;3)$ và song song với mặt phẳng $x-2y+3z-1=0$ có phương trình là:

A. $x-2y+3z+6=0$. **B.** $x-2y+3z-6=0$. **C.** $x+2y-3z-6=0$. **D.** $x+2y-3z+6=0$.

Câu 56: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua $M(1;2;3)$ và song song với mặt phẳng $x-2y+3z-1=0$ có phương trình là:

A. $x-2y+3z+6=0$. **B.** $x-2y+3z-6=0$. **C.** $x+2y-3z-6=0$. **D.** $x+2y-3z+6=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Mặt phẳng cần tìm có dạng $x-2y+3z+c=0$.

Vì mặt phẳng cần tìm đi qua M nên $1-4+9+c=0\,(-\infty;1)$.

Câu 57: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;\,1;\,2)$ và mặt phẳng $(P):2x-y+3z+1=0$. Đường thẳng đi qua điểm M và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z+2}{3}$. **B.** $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+3}{2}$.

C. $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-3}{2}$. **D.** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-2}{3}$.

Câu 58: Trong không gian $Oxyz$, một véctơ pháp tuyến của mặt phẳng $(\alpha):x-2y+3z+1=0$ là

A. $\vec{u}=(3;\,-2;\,1)$. **B.** $\vec{n}=(1;\,-2;\,3)$. **C.** $\vec{m}=(1;\,2;\,-3)$. **D.** $\vec{v}=(1;\,-2;\,-3)$.

Câu 59: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;\,1;\,2)$ và mặt phẳng $(P):2x-y+3z+1=0$. Đường thẳng đi qua điểm M và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z+2}{3}$. **B.** $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+3}{2}$.

C. $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-3}{2}$. **D.** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-2}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Do đường thẳng Δ cần tìm vuông góc với mặt phẳng (P) nên véctơ pháp tuyến của (P) là $\overrightarrow{n_P}=(2;-1;3)$ cũng là véctơ chỉ phương của Δ. Mặt khác Δ đi qua điểm $M(1;\,1;\,2)$ nên phương trình chính tắc của Δ là $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-2}{3}$.

Câu 60: Trong không gian $Oxyz$, một véctơ pháp tuyến của mặt phẳng $(\alpha): x-2y+3z+1=0$ là

A. $\vec{u}=(3;\,-2;\,1)$. **B.** $\vec{n}=(1;\,-2;\,3)$. **C.** $\vec{m}=(1;\,2;\,-3)$. **D.** $\vec{v}=(1;\,-2;\,-3)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có nếu (α) có dạng $Ax+By+Cz+D=0$ thì (α) có một véctơ pháp tuyến là $\vec{n}=(A;B;C)$.

Do đó $(\alpha): x-2y+3z+1=0$ có một véctơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;\,-2;\,3)$.

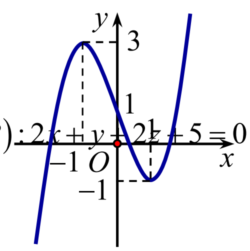
Câu 61: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;0;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x+y+2z+5=0$. Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (P) là

A. $\dfrac{9\sqrt{2}}{2}$. **B.** $3\sqrt{2}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** 3.

Câu 62: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2+(y-3)^2+(z-2)^2=9$. Tọa độ tâm và bán kính của mặt cầu (P) là

A. $I(-1;3;2)$, $R=9$ **B.** $I(1;-3;-2)$, $R=9$

C. $I(-1;3;2)$, $R=3$ **D.** $I(1;3;2)$, $R=3$



Câu 63: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;0;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x+y+2z+5=0$. Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (P) là

A. $\dfrac{9\sqrt{2}}{2}$. **B.** $3\sqrt{2}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Ta có $d(M,d)=\dfrac{|2+2+5|}{\sqrt{4+1+4}}=3$.

Câu 64: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2+(y-3)^2+(z-2)^2=9$. Tọa độ tâm và bán kính của mặt cầu (P) là

A. $I(-1;3;2)$, $R=9$ **B.** $I(1;-3;-2)$, $R=9$

C. $I(-1;3;2)$, $R=3$ **D.** $I(1;3;2)$, $R=3$

Lời giải

Chọn C

Câu 65: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y-3z-2=0$. Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) có một vectơ chỉ phương là

A. $\overrightarrow{u_1}=(1;-2;-2)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(1;-2;-3)$. **C.** $\overrightarrow{u_4}=(1;2;3)$. **D.** $\overrightarrow{u_3}=(1;-3;-2)$.

Câu 66: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(5;7;-13)$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng (Oyz). Tọa độ điểm H là

A. $H(5;0;-13)$. **B.** $H(0;7;-13)$. **C.** $H(5;7;0)$. **D.** $H(0;-7;13)$.

Câu 67: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-1;2;1)$. Mặt phẳng qua A vuông góc với trục Ox có phương trình là

A. $x+y+z-3=0$. **B.** $y-2=0$. **C.** $x-1=0$. **D.** $x+1=0$.

Câu 68: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y-3z-2=0$. Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) có một vectơ chỉ phương là

A. $\overrightarrow{u_1}=(1;-2;-2)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(1;-2;-3)$. **C.** $\overrightarrow{u_4}=(1;2;3)$. **D.** $\overrightarrow{u_3}=(1;-3;-2)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $(P): x-2y-3z-2=0$, suy ra một VTPT của (P) là $\overrightarrow{u_2}=(1;-2;-3)$.

Câu 69: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(5;7;-13)$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng (Oyz). Tọa độ điểm H là?

A. $H(5;0;-13)$. **B.** $H(0;7;-13)$. **C.** $H(5;7;0)$. **D.** $H(0;-7;13)$.

Lời giải

Chọn B

Do H là hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng tọa độ (Oyz) nên $H(0;7;-13)$.

Câu 70: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-1;2;1)$. Mặt phẳng qua A vuông góc với trục Ox có phương trình là

A. $x+y+z-3=0$. **B.** $y-2=0$. **C.** $x-1=0$. **D.** $x+1=0$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng qua $A(-1;2;1)$ vuông góc với trục Ox nhận $\vec{i}=(1;0;0)$ là vectơ pháp tuyến có dạng $x+1=0$.

Câu 71: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+x-2y+1=0$. Tâm I và bán kính R của (S) là

A. $I\left(-\frac{1}{2};1;0\right)$ và $R=\frac{1}{4}$. **B.** $I\left(\frac{-1}{2};1;0\right)$ và $R=\frac{1}{2}$.

C. $I\left(\frac{1}{2};-1;0\right)$ và $R=\frac{1}{\sqrt{2}}$. **D.** $I\left(\frac{1}{2};-1;0\right)$ và $R=\frac{1}{2}$.

Câu 72: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+2z+3=0$ và điểm $M(1;2;-3)$. Khoảng cách từ M đến (P):

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 73: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(d):\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{3-z}{4}$. Một véc tơ chỉ phương của (d) là

A. $(1;2;3)$. **B.** $(2;3;4)$. **C.** $(-1;-2;-3)$. **D.** $(-2;-3;4)$.

Câu 74: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2+x-2y+1=0$. Tâm I và bán kính R của (S) là

A. $I\left(-\dfrac{1}{2};1;0\right)$ và $R=\dfrac{1}{4}$. **B.** $I\left(\dfrac{-1}{2};1;0\right)$ và $R=\dfrac{1}{2}$.

C. $I\left(\dfrac{1}{2};-1;0\right)$ và $R=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$. **D.** $I\left(\dfrac{1}{2};-1;0\right)$ và $R=\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình mặt cầu (S) có dạng $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$ với

$$\begin{cases}-2a=1\\-2b=-2\\-2c=0\\d=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-\dfrac{1}{2}\\b=1\\c=0\\d=1\end{cases}.$$

Do đó (S) có tâm $I\left(\dfrac{-1}{2};1;0\right)$ và bán kính $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}=\sqrt{\left(-\dfrac{1}{2}\right)^2+1^2-1}=\dfrac{1}{2}$.

Câu 75: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x-2y+2z+3=0$ và điểm $M(1;2;-3)$. Khoảng cách từ M đến (P):

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Ta có $d(M,(P))=\dfrac{|1.1-2.2+2(-3)+3|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+2^2}}=2$.

Câu 76: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(d):\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{3-z}{4}$. Một véctơ chỉ phương của (d) là

A. $(1;2;3)$. **B.** $(2;3;4)$. **C.** $(-1;-2;-3)$. **D.** $(-2;-3;4)$.

Lời giải

Chọn D

$(d):\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{3-z}{4}\Leftrightarrow(d):\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-3}{-4}$ nên một VTCP là $(-2;-3;4)$.

Chú ý: Câu này không cẩn thận là chọn sai đáp án.

Cần nhắc lại PTCT của đường thẳng $\dfrac{x-x_0}{a}=\dfrac{y-y_0}{b}=\dfrac{z-z_0}{c}$ có VTCP là (a,b,c)

Câu 77: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng chứa trục Oy có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x=0 \\ y=1 \\ z=t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=0 \\ y=t \\ z=0 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=t \\ y=0 \\ z=0 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=0 \\ y=0 \\ z=t \end{cases}$.

Câu 78: Trong không gian $Oxyz$ cho 2 điểm $A(1;2;3)$, $B(x;y;z)$. Biết rằng $\overrightarrow{AB}=(6;3;2)$, khi đó $(x;y;z)$ bằng

A. $(11;4;1)$. **B.** $(-7;-5;-5)$. **C.** $(7;5;5)$. **D.** $(5;1;-1)$.

Câu 79: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng chứa trục Oy có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x=0 \\ y=1 \\ z=t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=0 \\ y=t \\ z=0 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=t \\ y=0 \\ z=0 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=0 \\ y=0 \\ z=t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Trục Oy qua $O(0;0;0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{j}=(0;1;0)$ nên có phương trình $\begin{cases} x=0 \\ y=t \\ z=0 \end{cases}$.

Câu 80: Trong không gian $Oxyz$ cho 2 điểm $A(1;2;3)$, $B(x;y;z)$. Biết rằng $\overrightarrow{AB}=(6;3;2)$, khi đó $(x;y;z)$ bằng

A. $(11;4;1)$. **B.** $(-7;-5;-5)$. **C.** $(7;5;5)$. **D.** $(5;1;-1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(6;3;2)=(x-1;y-2;z-3)$ nên $(x;y;z)=(7;5;5)$.

Câu 81: Trong không gian $Oxyz$, điểm N đối xứng với $M(3;-1;2)$ qua trục Oy là

A. $N(-3;1;-2)$. **B.** $N(3;1;2)$. **C.** $N(-3;-1;-2)$. **D.** $N(3;-1;-2)$.

Câu 82: Trong không gian $Oxyz$, cho 2 điểm $A(1;2;3)$, $B(-3;-2;-1)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là

A. $x-y-z=0$. **B.** $x+y+z+6=0$. **C.** $x+y+z-6=0$. **D.** $x+y+z=0$.

Câu 83: Trong không gian $Oxyz$, điểm N đối xứng với $M(3;-1;2)$ qua trục Oy là

A. $N(-3;1;-2)$. **B.** $N(3;1;2)$. **C.** $N(-3;-1;-2)$. **D.** $N(3;-1;-2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Điểm đối xứng với điểm $M(3;-1;2)$ qua trục Oy là $N(-3;-1;-2)$.

Câu 84: Trong không gian $Oxyz$, cho 2 điểm $A(1;2;3)$, $B(-3;-2;-1)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là

A. $x-y-z=0$. **B.** $x+y+z+6=0$. **C.** $x+y+z-6=0$. **D.** $x+y+z=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi I là trung điểm của AB $\Rightarrow I(-1;0;1)$.

Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB qua $I(-1;0;1)$ nhận $\overrightarrow{BA}=(4;4;4)$ là vectơ pháp tuyến: $4(x+1)+4y+4(z-1)=0 \Leftrightarrow x+y+z=0$.

Câu 85: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (P) có phương trình $x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z-11=0$. Tọa độ tâm T của (P) là.

A. $T(2;4;6)$. **B.** $T(1;2;3)$. **C.** $T(-2;-4;-6)$. **D.** $T(-1;-2;-3)$.

Câu 86: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $x-z-1=0$. Một vectơ pháp tuyến của (P) có tọa độ là

A. $(1;0;-1)$. **B.** $(1;-1;-1)$. **C.** $(1;-1;0)$. **D.** $(1;1;-1)$.

Câu 87: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng qua ba điểm $A(-3;0;0)$, $B(0;-2;0)$ $C(0;0;1)$ được viết dưới dạng $ax+by-6z+c=0$. Giá trị của $T=a+b+c$ là

A. -7. **B.** -11. **C.** 11. **D.** -1.

Câu 88: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (P) có phương trình $x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z-11=0$. Tọa độ tâm T của (P) là.

A. $T(2;4;6)$. **B.** $T(1;2;3)$. **C.** $T(-2;-4;-6)$. **D.** $T(-1;-2;-3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có tọa độ tâm $T(a;b;c)$ thỏa mãn hệ phương trình $\begin{cases}-2a=-2\\-2b=-4\\-2c=-6\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=1\\b=2\\c=3\end{cases}$.

Vậy $T(1;2;3)$.

Câu 89: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $x-z-1=0$. Một vectơ pháp tuyến của (P) có tọa độ là

A. $(1;0;-1)$. **B.** $(1;-1;-1)$. **C.** $(1;-1;0)$. **D.** $(1;1;-1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Một vectơ pháp tuyến của (P) có tọa độ là $(1;0;-1)$.

Câu 90: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng qua ba điểm $A(-3;0;0)$, $B(0;-2;0)$ $C(0;0;1)$ được viết dưới dạng $ax+by-6z+c=0$. Giá trị của $T=a+b+c$ là

A. -7. **B.** -11. **C.** 11. **D.** -1.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Từ giả thiết ta có $(ABC): \frac{x}{-3}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{1}=1 \Leftrightarrow 2x+3y-6z+6=0$

Vậy $T=a+b+c=11$.

Câu 91: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(0;-3;2)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\overrightarrow{OM}=-3\vec{i}+2\vec{j}$. **B.** $\overrightarrow{OM}=-3\vec{i}+2\vec{j}+\vec{k}$.

C. $\overrightarrow{OM}=-3\vec{j}+2\vec{k}$. **D.** $\overrightarrow{OM}=-3\vec{i}+2\vec{k}$.

Câu 92: Trong không gian $Oxyz$ mặt phẳng (Oxy) có phương trình

A. $z=0$. **B.** $x+y+z=0$. **C.** $y=0$. **D.** $x=0$.

Câu 93: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=4+8t\\y=-6+11t\\z=3+2t\end{cases}$. Vectơ nào dưới đây là vectơ chỉ phương của d?

A. $\vec{u}=(4;-6;3)$. **B.** $\vec{u}=(8;-6;3)$. **C.** $\vec{u}=(8;11;2)$. **D.** $\vec{u}=(4;-6;2)$.

Câu 94: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(0;-3;2)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\overrightarrow{OM}=-3\vec{i}+2\vec{j}$. **B.** $\overrightarrow{OM}=-3\vec{i}+2\vec{j}+\vec{k}$. **C.** $\overrightarrow{OM}=-3\vec{j}+2\vec{k}$. **D.** $\overrightarrow{OM}=-3\vec{i}+2\vec{k}$.

Lời giải

Chọn C

$M(0;-3;2) \Leftrightarrow \overrightarrow{OM}=-3\vec{j}+2\vec{k}$.

Câu 95: Trong không gian $Oxyz$ mặt phẳng (Oxy) có phương trình

A. $z=0$. **B.** $x+y+z=0$. **C.** $y=0$. **D.** $x=0$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng (Oxy) qua gốc tọa độ $O(0;0;0)$ và có một véc tơ pháp tuyến là $\vec{k}=(0;0;1)$

Mặt phẳng (Oxy) phương trình là $z=0$.

Câu 96: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=4+8t\\y=-6+11t\\z=3+2t\end{cases}$. Vectơ nào dưới đây là vectơ chỉ phương của d?

A. $\vec{u}=(4;-6;3)$. **B.** $\vec{u}=(8;-6;3)$. **C.** $\vec{u}=(8;11;2)$. **D.** $\vec{u}=(4;-6;2)$.

Lời giải

Chọn C

d có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(8;11;2)$.

Câu 97: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $M(3;-1;1)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{3}=\frac{y+2}{-2}=\frac{z-3}{1}$ có phương trình là

A. $3x-2y+z-12=0$. **B.** $3x-2y+z-8=0$. **C.** $3x+2y+z-12=0$. **D.** $x-2y+3z-8=0$.

Câu 98: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}=(2;1;-3)$, $\vec{b}=(2;5;1)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\vec{a}.\vec{b}=4$. **B.** $\vec{a}.\vec{b}=12$. **C.** $\vec{a}.\vec{b}=6$. **D.** $\vec{a}.\vec{b}=9$.

Câu 99: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=1$. Mặt cầu (S) có tâm I là

A. $I(1;-2;3)$. **B.** $I(1;2;-3)$. **C.** $I(-1;2;-3)$. **D.** $I(-1;2;3)$.

Câu 100: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $M(3;-1;1)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta:\frac{x-1}{3}=\frac{y+2}{-2}=\frac{z-3}{1}$ có phương trình là

A. $3x-2y+z-12=0$. **B.** $3x-2y+z-8=0$. **C.** $3x+2y+z-12=0$. **D.** $x-2y+3z-8=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Mặt phẳng qua $M(3;-1;1)$ có vecto pháp tuyến là $\vec{n}(3;-2;1)$ có phương trình:

(P): $3x-2y+z-12=0$

Câu 101: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}=(2;1;-3)$, $\vec{b}=(2;5;1)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\vec{a}.\vec{b}=4$. **B.** $\vec{a}.\vec{b}=12$. **C.** $\vec{a}.\vec{b}=6$. **D.** $\vec{a}.\vec{b}=9$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$\vec{a}.\vec{b}=2.2+1.5-3.1=6$.

Câu 102: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=1$. Mặt cầu (S) có tâm I là

A. $I(1;-2;3)$. **B.** $I(1;2;-3)$. **C.** $I(-1;2;-3)$. **D.** $I(-1;2;3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Câu 103: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$ và $B(-3;-4;-5)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là:

A. $(1;1;1)$. **B.** $(-1;-1;-1)$. **C.** $(-2;-2;-2)$. **D.** $(4;6;8)$.

Câu 104: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây **không** là phương trình mặt phẳng:

A. $x+y=4$. **B.** $x+y+z=4$. **C.** $x^2+y^2+z^2=4$. **D.** $y+z=4$.

Câu 105: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$ và $B(-3;-4;-5)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là:

A. $(1;1;1)$. **B.** $(-1;-1;-1)$. **C.** $(-2;-2;-2)$. **D.** $(4;6;8)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $I\left(\frac{1+(-3)}{2};\frac{2+(-4)}{2};\frac{3+(-5)}{2}\right)\Leftrightarrow I(-1;-1;-1)$.

Câu 106: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây **không** là phương trình mặt phẳng:

A. $x+y=4$. **B.** $x+y+z=4$. **C.** $x^2+y^2+z^2=4$. **D.** $y+z=4$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $x^2+y^2+z^2=4$ là phương trình mặt cầu tâm $O(0;0;0)$ bán kính $R=2$.

Câu 107: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(1;-1;1)$, $B(3;3;-1)$. Lập phương trình mặt phẳng (α) là trung trực của đoạn thẳng AB

A. $(\alpha): x+2y-z+2=0$. **B.** $(\alpha): x+2y-z-4=0$.

C. $(\alpha): x+2y-z-3=0$. **D.** $(\alpha): x+2y+z-4=0$.

Câu 108: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(\alpha): 2x-y+3z-1=0$. Véctơ nào sau đây là véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (α).

A. $\vec{n}=(-4;2;-6)$. **B.** $\vec{n}=(2;1;-3)$. **C.** $\vec{n}=(-2;1;3)$. **D.** $\vec{n}=(2;1;3)$.

Câu 109: Cho ba điểm $M(0;2;0)$; $N(0;0;1)$; $A(3;2;1)$. Lập phương trình mặt phẳng (MNP), biết điểm P là hình chiếu vuông góc của điểm A lên trục Ox.

A. $\frac{x}{2}+\frac{y}{1}+\frac{z}{3}=1$. **B.** $\frac{x}{3}+\frac{y}{2}+\frac{z}{1}=1$. **C.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{1}+\frac{z}{1}=1$. **D.** $\frac{x}{3}+\frac{y}{2}+\frac{z}{1}=1$.

Câu 110: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(1;-1;1)$, $B(3;3;-1)$. Lập phương trình mặt phẳng (α) là trung trực của đoạn thẳng AB

A. $(\alpha): x+2y-z+2=0$. **B.** $(\alpha): x+2y-z-4=0$.

C. $(\alpha): x+2y-z-3=0$. **D.** $(\alpha): x+2y+z-4=0$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng (α) có vectơ pháp tuyến là vectơ $\overrightarrow{AB}=(2;4;-2)=2(1;2;-1)$, qua $I(2;1;0)$ là trung điểm của cạnh AB nên có phương trình $1(x-2)+2(y-1)-z=0 \Leftrightarrow x+2y-z-4=0$.

Câu 111: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(\alpha): 2x-y+3z-1=0$. Véctơ nào sau đây là véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (α).

A. $\vec{n}=(-4;2;-6)$. **B.** $\vec{n}=(2;1;-3)$. **C.** $\vec{n}=(-2;1;3)$. **D.** $\vec{n}=(2;1;3)$.

Lời giải

Chọn A

Ta thấy mặt phẳng $(\alpha): 2x-y+3z-1=0$ có một VTPT là $\vec{n}_1=(2;-1;3)$

Khi đó véctơ $\vec{n}=-2\vec{n}_1=(-4;2;-6)$ cũng là một VTPT của (α).

Câu 112: Cho ba điểm $M(0;2;0)$; $N(0;0;1)$; $A(3;2;1)$. Lập phương trình mặt phẳng (MNP), biết điểm P là hình chiếu vuông góc của điểm A lên trục Ox.

A. $\frac{x}{2}+\frac{y}{1}+\frac{z}{3}=1$. **B.** $\frac{x}{3}+\frac{y}{2}+\frac{z}{1}=1$. **C.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{1}+\frac{z}{1}=1$. **D.** $\frac{x}{3}+\frac{y}{2}+\frac{z}{1}=1$.

Lời giải

Chọn B

P là hình chiếu của A lên Ox $\Leftrightarrow P(3;0;0)$ (giữ nguyên hoành độ, tung độ và cao độ bằng 0)

Vậy phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $P(3;0;0);M(0;2;0)$; $N(0;0;1)$ là $\frac{x}{3}+\frac{y}{2}+\frac{z}{1}=1$.

Câu 113: Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc tơ $\vec{u}=\vec{i}\sqrt{3}+\vec{k}$, $\vec{v}=\vec{j}\sqrt{3}+\vec{k}$. Khi đó tích vô hướng của $\vec{u}.\vec{v}$ bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** -3. **D.** 3.

Câu 114: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x-4y+3z-2=0$. Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

A. $\overrightarrow{n_1}=(0;-4;3)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(1;4;3)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=(-1;4;-3)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(-4;3;-2)$.

Câu 115: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1;0;-2)$ và mặt phẳng (P) có phương trình: $x+2y-2z+4=0$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm I và tiếp xúc với (P) là

A. $(x-1)^2+y^2+(z+2)^2=9$. **B.** $(x-1)^2+y^2+(z+2)^2=3$.

C. $(x+1)^2+y^2+(z-2)^2=3$. **D.** $(x+1)^2+y^2+(z-2)^2=9$.

Câu 116: Cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=-3+t\\z=4-t\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$. Khi đó phương trình chính tắc của d là:

A. $\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{-3}=\frac{z+1}{4}$. **B.** $\frac{x+1}{2}=\frac{y-3}{1}=\frac{z+4}{-1}$.

C. $\frac{x-1}{2}=\frac{y+3}{1}=\frac{z-4}{-1}$. **D.** $\frac{x-2}{2}=\frac{y+3}{-1}=\frac{z-5}{1}$.

Câu 117: Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc tơ $\vec{u}=\vec{i}\sqrt{3}+\vec{k}$, $\vec{v}=\vec{j}\sqrt{3}+\vec{k}$. Khi đó tích vô hướng của $\vec{u}.\vec{v}$ bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** -3. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\vec{u}=(\sqrt{3};0;1)$ và $\vec{v}=(0;\sqrt{3};1)$. Suy ra $\vec{u}.\vec{v}=\sqrt{3}.0+0.\sqrt{3}+1.1=1$.

Câu 118: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x-4y+3z-2=0$. Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

A. $\overrightarrow{n_1}=(0;-4;3)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(1;4;3)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=(-1;4;-3)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(-4;3;-2)$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_3}=(-1;4;-3)$.

Câu 119: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1;0;-2)$ và mặt phẳng (P) có phương trình: $x+2y-2z+4=0$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm I và tiếp xúc với (P) là

A. $(x-1)^2+y^2+(z+2)^2=9$. **B.** $(x-1)^2+y^2+(z+2)^2=3$.

C. $(x+1)^2+y^2+(z-2)^2=3$. **D.** $(x+1)^2+y^2+(z-2)^2=9$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $R=d\left(I,(\alpha)\right)=\dfrac{|1+4+4|}{3}=3$

Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1;0;-2)$, bán kính $R=3$ có dạng

(S): $(x-1)^2+y^2+(z+2)^2=9$.

Câu 120: Cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+2t\\ y=-3+t\\ z=4-t\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$. Khi đó phương trình chính tắc của d là:

A. $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-3}=\dfrac{z+1}{4}$.

B. $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z+4}{-1}$.

C. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+3}{1}=\dfrac{z-4}{-1}$.

D. $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-5}{1}$.

Lời giải

Chọn C

$d:\begin{cases}x=1+2t\\ y=-3+t\\ z=4-t\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$ đi qua điểm $M(1;-3;4)$ và nhận $\vec{u}=(2;1;-1)$ làm vtcp.

Vậy $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+3}{1}=\dfrac{z-4}{-1}$.

Câu 121: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;-1;3)$, $B(4;0;1)$ và $C(-10;5;3)$. Vectơ nào dưới đây là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC)?

A. $\vec{n}=(1;8;2)$. **B.** $\vec{n}=(1;2;0)$. **C.** $\vec{n}=(1;2;2)$. **D.** $\vec{n}=(1;-2;2)$.

Câu 122: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$ và $B(-2;1;2)$. Tìm tọa độ điểm M thỏa $\overrightarrow{MB}=2\overrightarrow{MA}$.

A. $M\left(-\dfrac{1}{2};\dfrac{3}{2};\dfrac{5}{2}\right)$. **B.** $M(4;3;1)$. **C.** $M(4;3;4)$. **D.** $M(-1;3;5)$.

Câu 123: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$ và $B(2;4;-1)$. Phương trình chính tắc của đường thẳng AB là

A. $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+4}{2}=\dfrac{z+1}{4}$.

B. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-3}{-4}$.

C. $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+4}{2}=\dfrac{z-1}{-4}$.

D. $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z+3}{4}$.

Câu 124: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;-1;3)$, $B(4;0;1)$ và $C(-10;5;3)$. Vectơ nào dưới đây là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC)?

A. $\vec{n}=(1;8;2)$. **B.** $\vec{n}=(1;2;0)$. **C.** $\vec{n}=(1;2;2)$. **D.** $\vec{n}=(1;-2;2)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;1;-2)$, $\overrightarrow{AC}=(-12;6;0)$, $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(12;24;24)$

$\Rightarrow (ABC)$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1;2;2)$.

Câu 125: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$ và $B(-2;1;2)$. Tìm tọa độ điểm M thỏa $\overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MA}$.

A. $M\left(-\frac{1}{2};\frac{3}{2};\frac{5}{2}\right)$. **B.** $M(4;3;1)$. **C.** $M(4;3;4)$. **D.** $M(-1;3;5)$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $M(x;y;z)$, $\overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MA} \Leftrightarrow \begin{cases} -2-x = 2(1-x) \\ 1-y = 2(2-y) \\ 2-z = 2(3-z) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 3 \\ z = 4 \end{cases} \Rightarrow M(4;3;4)$.

Câu 126: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$ và $B(2;4;-1)$. Phương trình chính tắc của đường thẳng AB là

A. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+4}{2} = \frac{z+1}{4}$. **B.** $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{-4}$.

C. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+4}{2} = \frac{z-1}{-4}$. **D.** $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+3}{4}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có AB qua $A(1;2;3)$ có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{AB} = (1;2;-4) \Rightarrow AB: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{-4}$.

Câu 127: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): \frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n} = (3;2;1)$. **B.** $\vec{n} = (2;3;6)$. **C.** $\vec{n} = (1;2;3)$. **D.** $\vec{n} = (6;3;2)$.

Câu 128: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d có vectơ chỉ phương $\vec{u}$ và mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $\vec{u}$ vuông góc với $\vec{n}$ thì d song song với (P).

B. $\vec{u}$ không vuông góc với $\vec{n}$ thì d cắt (P).

C. d song song với (P) thì $\vec{u}$ cùng phương với $\vec{n}$.

D. d vuông góc với (P) thì $\vec{u}$ vuông góc với $\vec{n}$.

Câu 129: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+3y+4z-5=0$ và điểm $A(1;-3;1)$. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P).

A. $\frac{8}{9}$. **B.** $\frac{8}{29}$. **C.** $\frac{3}{\sqrt{29}}$. **D.** $\frac{8}{\sqrt{29}}$.

Câu 130: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): \frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n}=(3;2;1)$. **B.** $\vec{n}=(2;3;6)$. **C.** $\vec{n}=(1;2;3)$. **D.** $\vec{n}=(6;3;2)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $(P):\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{3}=1\Leftrightarrow 6x+3y+2z-6=0\Rightarrow(P)$ có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(6;3;2)$.

Câu 131: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d có vectơ chỉ phương $\vec{u}$ và mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $\vec{u}$ vuông góc với $\vec{n}$ thì d song song với (P).

B. $\vec{u}$ không vuông góc với $\vec{n}$ thì d cắt (P).

C. d song song với (P) thì $\vec{u}$ cùng phương với $\vec{n}$.

D. d vuông góc với (P) thì $\vec{u}$ vuông góc với $\vec{n}$.

Lời giải

Chọn B

Câu 132: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x+3y+4z-5=0$ và điểm $A(1;-3;1)$. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P).

A. $\dfrac{8}{9}$. **B.** $\dfrac{8}{29}$. **C.** $\dfrac{3}{\sqrt{29}}$. **D.** $\dfrac{8}{\sqrt{29}}$.

Lời giải

Chọn D

$$d\left(A;(P)\right)=\frac{\left|2.1+3.(-3)+4.1-5\right|}{\sqrt{2^2+3^2+4^2}}=\frac{8}{\sqrt{29}}.$$

Câu 133: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2+2x-4y+6z-2=0$. Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của (S).

A. Tâm $I(-1;2;-3)$ và bán kính $R=4$. **B.** Tâm $I(1;-2;3)$ và bán kính $R=4$.

C. Tâm $I(-1;2;3)$ và bán kính $R=4$. **D.** Tâm $I(1;-2;3)$ và bán kính $R=16$.

Câu 134: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):3x+4y+2z+4=0$ và điểm $A(1;-2;3)$. Tính khoảng cách d từ A đến (P).

A. $d=\dfrac{5}{9}$. **B.** $d=\dfrac{5}{29}$. **C.** $d=\dfrac{5}{\sqrt{29}}$. **D.** $d=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$.

Câu 135: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=2-t\\y=1+t\\z=t\end{cases}$. Phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của d?

A. $\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+3}{-1}$. **B.** $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-3}{1}$.

C. $x-2=y=z+3$. **D.** $\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z}{1}$.

Câu 136: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2+2x-4y+6z-2=0$. Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của (S).

A. Tâm $I(-1;2;-3)$ và bán kính $R=4$. **B.** Tâm $I(1;-2;3)$ và bán kính $R=4$.

C. Tâm $I(-1;2;3)$ và bán kính $R=4$. **D.** Tâm $I(1;-2;3)$ và bán kính $R=16$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $(S): x^2+y^2+z^2+2x-4y+6z-2=0$ hay $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=16$.

Do đó mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;-3)$ và bán kính $R=4$.

Câu 137: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x+4y+2z+4=0$ và điểm $A(1;-2;3)$. Tính khoảng cách d từ A đến (P).

A. $d=\frac{5}{9}$. **B.** $d=\frac{5}{29}$. **C.** $d=\frac{5}{\sqrt{29}}$. **D.** $d=\frac{\sqrt{5}}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $d\left[A,(P)\right]=\frac{\left|3.1+4.(-2)+2.3+4\right|}{\sqrt{3^2+4^2+2^2}}=\frac{5}{\sqrt{29}}$.

Câu 138: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=2-t\\ y=1+t\\ z=t\end{cases}$. Phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của d?

A. $\frac{x-2}{-1}=\frac{y}{1}=\frac{z+3}{-1}$. **B.** $\frac{x+2}{1}=\frac{y}{-1}=\frac{z-3}{1}$.

C. $x-2=y=z+3$. **D.** $\frac{x-2}{-1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z}{1}$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng d có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(-1;1;1)$ và đi qua điểm $M(2;1;0)$. Do đó phương trình chính tắc của d là $\frac{x-2}{-1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z}{1}$.

Câu 139: Trong không gian $Oxyz$, tọa độ tâm I và bán kính của mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y-20=0$ là

A. $I(1;-2)$, $R=5$. **B.** $I(1;2;0)$, $R=5$. **C.** $I(-1;2;0)$, $R=5$. **D.** $I(1;-2;0)$, $R=5$.

Câu 29. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho $A(1;2;-1)$, $B(3;1;-2)$, $C(2;3;-3)$ và G là trọng tâm tam giác ABC. Xác định vectơ chỉ phương của đường thẳng OG.

A. $\vec{u}=(1;2;-2)$. **B.** $\vec{u}=(1;2;-1)$. **C.** $\vec{u}=(2;1;-2)$. **D.** $\vec{u}=(2;2;-2)$.

Câu 140: Trong không gian $Oxyz$, tọa độ tâm I và bán kính của mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y-20=0$ là

A. $I(1;-2)$, $R=5$. **B.** $I(1;2;0)$, $R=5$. **C.** $I(-1;2;0)$, $R=5$. **D.** $I(1;-2;0)$, $R=5$.

Lời giải

Chọn D

Ta có tọa độ tâm $I(1;-2;0)$ và bán kính $R=5$.

Câu 34. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho $A(1;2;-1)$, $B(3;1;-2)$, $C(2;3;-3)$ và G là trọng tâm tam giác ABC. Xác định vectơ chỉ phương của đường thẳng OG.

A. $\vec{u}=(1;2;-2)$. **B.** $\vec{u}=(1;2;-1)$. **C.** $\vec{u}=(2;1;-2)$. **D.** $\vec{u}=(2;2;-2)$.

Lời giải

Chọn D

Vì G là trọng tâm tam giác ABC nên $\overrightarrow{OG}(2;2;-2)$.

Câu 141: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u}(1;a;2)$, $\vec{v}(-3;9;b)$ cùng phương. Tính a^2+b.

A. 15. **B.** 3. **C.** 0. **D.** Không tính được.

Câu 142: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u}(1;a;2)$, $\vec{v}(-3;9;b)$ cùng phương. Tính a^2+b.

A. 15. **B.** 3. **C.** 0. **D.** Không tính được.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $\vec{u}(1;a;2)$, $\vec{v}(-3;9;b)$ cùng phương $\Leftrightarrow \dfrac{1}{-3}=\dfrac{a}{9}=\dfrac{2}{b} \Rightarrow \begin{cases} a=-3 \\ b=-6 \end{cases} \Rightarrow a^2+b=3$.

Câu 143: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;-1), B(1;2;3)$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng:

A. $3\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $\sqrt{22}$. **D.** 18.

Câu 144: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-z+5=0$. Một véc tơ pháp tuyến của (P) là:

A. $\overrightarrow{n_4}(2;0;1)$. **B.** $\overrightarrow{n_1}(2;1;5)$. **C.** $\overrightarrow{n_2}(2;0;-1)$. **D.** $\overrightarrow{n_3}(2;-1;5)$.

Câu 145: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(3;0;-4)$ và có véc tơ chỉ phương $\vec{u}(5;1;-2)$ có phương trình::

A. $\dfrac{x-3}{5}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-4}{-2}$. **B.** $\dfrac{x+3}{5}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-4}{-2}$. **C.** $\dfrac{x+3}{5}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+4}{-2}$. **D.** $\dfrac{x-3}{5}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+4}{-2}$.

Câu 146: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;-1), B(1;2;3)$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng:

A. $3\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $\sqrt{22}$. **D.** 18.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-1;1;4) \Rightarrow AB=\sqrt{(-1)^2+1^2+4^2}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$.

Câu 147: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-z+5=0$. Một véc tơ pháp tuyến của (P) là:

A. $\overrightarrow{n_4}(2;0;1)$. **B.** $\overrightarrow{n_1}(2;1;5)$. **C.** $\overrightarrow{n_2}(2;0;-1)$. **D.** $\overrightarrow{n_3}(2;-1;5)$.

Lời giải

Chọn C

$(P): 2x+0y-z+5=0$ nên véc tơ pháp tuyến của (P) là: $\overrightarrow{n_4}(2;0;-1)$.

Câu 148: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(3;0;-4)$ và có véc tơ chỉ phương $\vec{u}(5;1;-2)$ có phương trình::

A. $\frac{x-3}{5}=\frac{y}{1}=\frac{z-4}{-2}$. **B.** $\frac{x+3}{5}=\frac{y}{1}=\frac{z-4}{-2}$. **C.** $\frac{x+3}{5}=\frac{y}{1}=\frac{z+4}{-2}$. **D.** $\frac{x-3}{5}=\frac{y}{1}=\frac{z+4}{-2}$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng đi qua điểm $A(3;0;-4)$ và có véc tơ chỉ phương $\vec{u}(5;1;-2)$ có phương trình

$\frac{x-3}{5}=\frac{y}{1}=\frac{z+4}{-2}$.

Câu 149: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;1)$; $B(2;1;-1)$, véc tơ chỉ phương của đường thẳng AB là:

A. $\vec{u}=(1;-1;-2)$. **B.** $\vec{u}=(3;-1;0)$. **C.** $\vec{u}=(1;3;-2)$. **D.** $\vec{u}=(1;3;0)$.

Câu 150: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;2;-3)$ và vuông góc với trục Oz có phương trình là

A. $z+3=0$. **B.** $z-3=0$. **C.** $x+y-3=0$. **D.** $x+y+z=0$.

Câu 151: Cho $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{x^2+x+1}{x+1}$ và $F(0)=2018$. Tính $F(-2)$.

A. $F(-2)$ không xác định. **B.** $F(-2)=2$.

C. $F(-2)=2018$. **D.** $F(-2)=2020$.

Câu 152: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=2-t\\y=1\\z=-2+3t\end{cases}$ **không** đi qua điểm nào sau đây?

A. $P(4;\ 1;-4)$. **B.** $Q(3;\ 1;-5)$. **C.** $M(2;\ 1;-2)$. **D.** $N(0;\ 1;\ 4)$.

Câu 153: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng qua ba điểm $A(-1;\ 0;\ 0)$, $B(0;\ 1;\ 0)$, $C(0;\ 0;\ 1)$ là:

A. $-x+y+z+1=0$. **B.** $x-y-z-1=0$. **C.** $x-y-z+1=0$. **D.** $x-y+z+1=0$.

Câu 154: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;1)$; $B(2;1;-1)$, véc tơ chỉ phương của đường thẳng AB là:

A. $\vec{u}=(1;-1;-2)$. **B.** $\vec{u}=(3;-1;0)$. **C.** $\vec{u}=(1;3;-2)$. **D.** $\vec{u}=(1;3;0)$.

Lời giải

Chọn C

Véc tơ chỉ phương của đường thẳng AB là: $\vec{u}=\overrightarrow{AB}=(1;3;-2)$. Chọn. **C.**

.

Câu 155: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;2;-3)$ và vuông góc với trục Oz có phương trình là

A. $z+3=0$. **B.** $z-3=0$. **C.** $x+y-3=0$. **D.** $x+y+z=0$.

Lời giải

Chọn D

Trục Oz có vecto chỉ phương $\vec{k}=(0;0;1)$.

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;2;-3)$, nhận 1 vecto chỉ phương $\overrightarrow{n_{(P)}}=\vec{k}=(0;0;1)$ có phương trình: $z+3=0$.

Câu 156: Cho $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{x^2+x+1}{x+1}$ và $F(0)=2018$. Tính $F(-2)$.

A. $F(-2)$ không xác định. **B.** $F(-2)=2$.

C. $F(-2)=2018$. **D.** $F(-2)=2020$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $F(x)=\int\dfrac{x^2+x+1}{x+1}\mathrm{d}x=\int x+\dfrac{1}{x+1}\mathrm{d}x=\dfrac{x^2}{2}+\ln|x+1|+C$.

Theo bài ra $F(0)=C=2018$, nên $F(x)=\dfrac{x^2}{2}+\ln|x+1|+2018\Leftrightarrow F(-2)=2020$.

Câu 157: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=2-t\\y=1\\z=-2+3t\end{cases}$ **không** đi qua điểm nào sau đây?

A. $P(4;\ 1;-4)$. **B.** $Q(3;\ 1;-5)$. **C.** $M(2;\ 1;-2)$. **D.** $N(0;\ 1;\ 4)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Thay tọa độ điểm $P(4;\ 1;-4)$ vào phương trình của Δ. Ta có : $\begin{cases}4=2-t\\1=1\\-4=-2+3t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=-2\\t=\dfrac{-2}{3}\end{cases}$

Hệ vô nghiệm vậy đường thẳng Δ **không** đi qua điểm $P(4;\ 1;-4)$.

Câu 158: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng qua ba điểm $A(-1;\ 0;\ 0)$, $B(0;\ 1;\ 0)$, $C(0;\ 0;\ 1)$ là:

A. $-x+y+z+1=0$. **B.** $x-y-z-1=0$. **C.** $x-y-z+1=0$. **D.** $x-y+z+1=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Phương trình mặt phẳng (ABC): $\dfrac{x}{-1}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{1}=1\Leftrightarrow x-y-z+1=0$.

Câu 159: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-1;3)$. Hình chiếu vuông góc của A trên trục Oz là điểm

A. $Q(2;-1;0)$. **B.** $N(0;-1;0)$. **C.** $P(0;0;3)$. **D.** $M(2;0;0)$.

Câu 160: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x-y+z+1=0$. Trong các véctơ sau, véctơ nào **không** phải là véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\vec{n}_1=(-3;-1;-1)$. **B.** $\vec{n}_4=(6;-2;2)$. **C.** $\vec{n}_3=(-3;1;-1)$. **D.** $\vec{n}_2=(3;-1;1)$.

Câu 161: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-1;2;2)$. Đường thẳng đi qua M và song song với trục Oy có phương trình là

A. $\begin{cases} x=-1 \\ y=2 \\ z=2+t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$. **B.** $\begin{cases} x=-1+t \\ y=2 \\ z=2 \end{cases} (t\in\mathbb{R})$. **C.** $\begin{cases} x=-1+t \\ y=2 \\ z=2+t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$. **D.** $\begin{cases} x=-1 \\ y=2+t \\ z=2 \end{cases} (t\in\mathbb{R})$.

Câu 162: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-1;3)$. Hình chiếu vuông góc của A trên trục Oz là điểm

A. $Q(2;-1;0)$. **B.** $N(0;-1;0)$. **C.** $P(0;0;3)$. **D.** $M(2;0;0)$.

Lời giải

Chọn C

Hình chiếu vuông góc của $A(2;-1;3)$ lên trục Oz là điểm $P(0;0;3)$.

Câu 163: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x-y+z+1=0$. Trong các véctơ sau, véctơ nào **không** phải là véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\vec{n}_1=(-3;-1;-1)$. **B.** $\vec{n}_4=(6;-2;2)$. **C.** $\vec{n}_3=(-3;1;-1)$. **D.** $\vec{n}_2=(3;-1;1)$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(3;-1;1)$.

Do đó vectơ pháp tuyến của (P) là $k\vec{n}=(3k;-k;k)$ với $k\neq 0$.

Câu 164: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-1;2;2)$. Đường thẳng đi qua M và song song với trục Oy có phương trình là

A. $\begin{cases} x=-1 \\ y=2 \\ z=2+t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$. **B.** $\begin{cases} x=-1+t \\ y=2 \\ z=2 \end{cases} (t\in\mathbb{R})$. **C.** $\begin{cases} x=-1+t \\ y=2 \\ z=2+t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$. **D.** $\begin{cases} x=-1 \\ y=2+t \\ z=2 \end{cases} (t\in\mathbb{R})$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng đi qua $M(-1;2;2)$ và song song với trục Oy nên nhận $\vec{j}=(0;1;0)$ làm vectơ chỉ phương nên có phương trình: $\begin{cases} x=-1 \\ y=2+t \\ z=2 \end{cases} (t\in\mathbb{R})$.

Câu 165: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng (P): $3x-2y+z-5=0$. Điểm nào dưới đây thuộc (P)?

A. $N(3;-2;-5)$. **B.** $P(0;0;-5)$. **C.** $Q(3;-2;1)$. **D.** $M(1;1;4)$.

Câu 166: Mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+z^2=9$ có tâm I ?

A. $(1;2;0)$. **B.** $(1;-2;0)$. **C.** $(-1;2;0)$. **D.** $(-1;-2;0)$.

Câu 167: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ vectơ nào dưới đây là vectơ chỉ phương của Oz ?

A. $\overrightarrow{j}=(0;1;0)$. **B.** $\overrightarrow{i}=(1;0;0)$. **C.** $\overrightarrow{m}=(1;1;1)$. **D.** $\overrightarrow{k}=(0;0;1)$.

Câu 168: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng (P): $3x-2y+z-5=0$. Điểm nào dưới đây thuộc (P)?

A. $N(3;-2;-5)$. **B.** $P(0;0;-5)$. **C.** $Q(3;-2;1)$. **D.** $M(1;1;4)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $3.1-2.1+4-5=0 \Rightarrow M(1;1;4)\in(P)$.

Câu 169: Mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+z^2=9$ có tâm I ?

A. $(1;2;0)$. **B.** $(1;-2;0)$. **C.** $(-1;2;0)$. **D.** $(-1;-2;0)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+z^2=9$ có tâm là $(1;-2;0)$.

Câu 170: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ vectơ nào dưới đây là vectơ chỉ phương của Oz ?

A. $\overrightarrow{j}=(0;1;0)$. **B.** $\overrightarrow{i}=(1;0;0)$. **C.** $\overrightarrow{m}=(1;1;1)$. **D.** $\overrightarrow{k}=(0;0;1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Trục Oz có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{k}=(0;0;1)$.

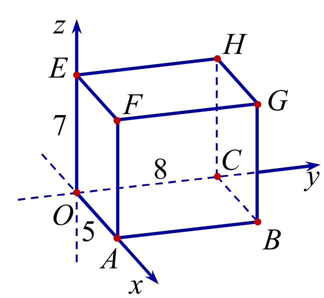
Câu 171: Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng (d) có phương trình chính tắc là $\dfrac{x-5}{3}=\dfrac{y+1}{-4}=\dfrac{z-6}{2}$. Véctơ nào dưới đây là một véctơ chỉ phương của đường thẳng (d)?

A. $\vec{u}=(3;4;2)$. **B.** $\vec{u}=(5;-1;6)$. **C.** $\vec{u}=(3;-4;2)$. **D.** $\vec{u}=(-5;1;-6)$.

Câu 172: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (α) đi qua gốc tọa độ $O(0;0;0)$ và có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(6;3;-2)$ thì phương trình của (α) là

A. $-6x+3y-2z=0$. **B.** $6x-3y-2z=0$. **C.** $-6x-3y-2z=0$. **D.** $6x+3y-2z=0$.

Câu 173: Trong không gian $Oxyz$ cho hình hộp chữ nhật $OABC.EFGH$ có các cạnh $OA=5$, $OC=8$, $OE=7$ (xem hình vẽ). Hãy tìm tọa độ điểm H.



A. $H(0;7;8)$. **B.** $H(7;8;0)$.

C. $H(8;7;0)$. **D.** $H(0;8;7)$.

Câu 174: Trong không gian cho $Oxyz$, mặt cầu (S) có phương trình $x^2+(y-4)^2+(z-1)^2=25$. Tâm mặt cầu (S) là điểm

A. $I(-4;-1;25)$. **B.** $I(4;1;25)$. **C.** $I(0;4;1)$. **D.** $I(0;-4;-1)$

Câu 175: Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng (d) có phương trình chính tắc là $\dfrac{x-5}{3}=\dfrac{y+1}{-4}=\dfrac{z-6}{2}$. Véctơ nào dưới đây là một véctơ chỉ phương của đường thẳng (d)?

A. $\vec{u}=(3;4;2)$. **B.** $\vec{u}=(5;-1;6)$. **C.** $\vec{u}=(3;-4;2)$. **D.** $\vec{u}=(-5;1;-6)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 176: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (α) đi qua gốc tọa độ $O(0;0;0)$ và có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(6;3;-2)$ thì phương trình của (α) là

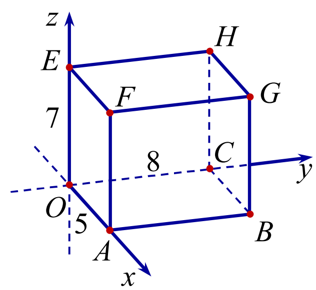
A. $-6x+3y-2z=0$. **B.** $6x-3y-2z=0$. **C.** $-6x-3y-2z=0$. **D.** $6x+3y-2z=0$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình của (α) là $6(x-0)+3(y-0)-2(z-0)=0 \Leftrightarrow 6x+3y-2z=0$.

Câu 177: Trong không gian $Oxyz$ cho hình hộp chữ nhật $OABC.EFGH$ có các cạnh $OA=5$, $OC=8$, $OE=7$ (xem hình vẽ). Hãy tìm tọa độ điểm H.



A. $H(0;7;8)$. **B.** $H(7;8;0)$. **C.** $H(8;7;0)$. **D.** $H(0;8;7)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $H\in(yOz)$ và hình chiếu của H lên Oy trùng với C nên $H(0;8;7)$.

Câu 178: Trong không gian cho $Oxyz$, mặt cầu (S) có phương trình $x^2+(y-4)^2+(z-1)^2=25$. Tâm mặt cầu (S) là điểm

A. $I(-4;-1;25)$. **B.** $I(4;1;25)$. **C.** $I(0;4;1)$. **D.** $I(0;-4;-1)$

Lời giải

Chọn C

Ta có tâm $I(0;4;1)$.

Câu 179: Trong không gian $Oxyz$, tìm một véctơ chỉ phương của đường thẳng $d:\dfrac{3-x}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+4}{3}$.

A. $\vec{b}=(2;-1;3)$. **B.** $\vec{c}=(3;1;-4)$. **C.** $\vec{d}=(-2;1;-3)$. **D.** $\vec{a}=(-2;-1;3)$.

Câu 180: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(-2;0;0)$, $N(0;1;0)$, $P(0;0;2)$. Tìm phương trình của mặt phẳng (MNP).

A. $\frac{x}{-2}+\frac{y}{1}+\frac{z}{2}=1$. **B.** $\frac{x}{-2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{2}=0$. **C.** $\frac{x}{-2}+\frac{y}{1}+\frac{z}{2}=0$. **D.** $\frac{x}{-2}+\frac{y}{1}+\frac{z}{-2}=1$.

Câu 181: Trong không gian $Oxyz$, tìm một véctơ chỉ phương của đường thẳng $d:\frac{3-x}{2}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z+4}{3}$.

A. $\vec{b}=(2;-1;3)$. **B.** $\vec{c}=(3;1;-4)$. **C.** $\vec{d}=(-2;1;-3)$. **D.** $\vec{a}=(-2;-1;3)$.

Lời giải

Chọn D

Ta viết lại phương trình đường thẳng $d:\frac{x-3}{-2}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z+4}{3}$ nên d nhận vec tơ $\vec{a}=(-2;-1;3)$ là một vec tơ chỉ phương.

Câu 182: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(-2;0;0)$, $N(0;1;0)$, $P(0;0;2)$. Tìm phương trình của mặt phẳng (MNP).

A. $\frac{x}{-2}+\frac{y}{1}+\frac{z}{2}=1$. **B.** $\frac{x}{-2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{2}=0$. **C.** $\frac{x}{-2}+\frac{y}{1}+\frac{z}{2}=0$. **D.** $\frac{x}{-2}+\frac{y}{1}+\frac{z}{-2}=1$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn: $\frac{x}{-2}+\frac{y}{1}+\frac{z}{2}=1$.

Câu 183: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-2;3;-1)$. Gọi A' là điểm đối xứng với điểm A qua trục hoành. Tìm tọa độ điểm A'.

A. $A'(2;-3;1)$. **B.** $A'(0;-3;1)$. **C.** $A'(-2;-3;1)$. **D.** $A'(-2;0;0)$.

Câu 184: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x-2y+3z-7=0$. Mặt phẳng (P) có một véctơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}=(-1;2;-3)$. **B.** $\vec{n}=(1;2;-3)$. **C.** $\vec{n}=(-1;2;3)$. **D.** $\vec{n}=(1;-4;3)$.

Câu 185: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-2;3;-1)$. Gọi A' là điểm đối xứng với điểm A qua trục hoành. Tìm tọa độ điểm A'.

A. $A'(2;-3;1)$. **B.** $A'(0;-3;1)$. **C.** $A'(-2;-3;1)$. **D.** $A'(-2;0;0)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 186: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x-2y+3z-7=0$. Mặt phẳng (P) có một véctơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}=(-1;2;-3)$. **B.** $\vec{n}=(1;2;-3)$. **C.** $\vec{n}=(-1;2;3)$. **D.** $\vec{n}=(1;-4;3)$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_{(P)}}=(1;-2;3)=-1(-1;2;-3)$. Nên A đúng.

Câu 187: Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng

$\begin{cases} x = 1-2t \\ y = 3t \\ z = 2+t \end{cases}$?

A. $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{3}=\frac{z+2}{2}$. **B.** $\frac{x+1}{1}=\frac{y}{3}=\frac{z-2}{2}$. **C.** $\frac{x+1}{-2}=\frac{y}{3}=\frac{z-2}{1}$. **D.** $\frac{x-1}{-2}=\frac{y}{3}=\frac{z-2}{1}$.

Câu 188: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(8;0;0), B(0;2;0), C(0;0;-4)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là:

A. $\frac{x}{8}+\frac{y}{2}+\frac{z}{-4}=0$. **B.** $x+4y-2z=0$. **C.** $x+4y-2z-8=0$. **D.** $\frac{x}{4}+\frac{y}{1}+\frac{z}{-2}=1$.

Câu 189: Cho mặt phẳng (α) đi qua $M(1;-3;4)$ và song song với mặt phẳng $(\beta): 6x-5y+z-7=0$. Phương trình mặt phẳng (α) là:

A. $6x-5y+z-25=0$. **B.** $6x-5y+z+25=0$.

C. $6x-5y+z-7=0$. **D.** $6x-5y+z+17=0$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng (β) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_\beta=(6;-5;1)$.

Mặt phẳng (α) đi qua $M(1;-3;4)$ và nhận $\vec{n}_\beta=(6;-5;1)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình $6(x-1)-5(y+3)+1(z-4)=0 \Leftrightarrow 6x-5y+z-25=0$.

Câu 190: Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng $\begin{cases} x = 1-2t \\ y = 3t \\ z = 2+t \end{cases}$?

A. $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{3}=\frac{z+2}{2}$. **B.** $\frac{x+1}{1}=\frac{y}{3}=\frac{z-2}{2}$. **C.** $\frac{x+1}{-2}=\frac{y}{3}=\frac{z-2}{1}$. **D.** $\frac{x-1}{-2}=\frac{y}{3}=\frac{z-2}{1}$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng $\begin{cases} x = 1-2t \\ y = 3t \\ z = 2+t \end{cases}$ có VTCP $\vec{u}=(-2;3;1)$ và đi qua điểm $M(1;0;2)$ nên có phương trình chính tắc là: $\frac{x-1}{-2}=\frac{y}{3}=\frac{z-2}{1}$.

Câu 191: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(8;0;0), B(0;2;0), C(0;0;-4)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là:

A. $\frac{x}{8}+\frac{y}{2}+\frac{z}{-4}=0$. **B.** $x+4y-2z=0$. **C.** $x+4y-2z-8=0$. **D.** $\frac{x}{4}+\frac{y}{1}+\frac{z}{-2}=1$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình đoạn chắn (ABC): $\frac{x}{8}+\frac{y}{2}+\frac{z}{-4}=1 \Leftrightarrow x+4y-2z-8=0$.

Câu 192: Cho mặt phẳng (α) đi qua $M(1;-3;4)$ và song song với mặt phẳng $(\beta): 6x-5y+z-7=0.$ Phương trình mặt phẳng (α) là:

A. $6x-5y+z-25=0$. **B.** $6x-5y+z+25=0$.

C. $6x-5y+z-7=0$. **D.** $6x-5y+z+17=0$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng (β) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_\beta=(6;-5;1)$.

Mặt phẳng (α) đi qua $M(1;-3;4)$ và nhận $\vec{n}_\beta=(6;-5;1)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình $6(x-1)-5(y+3)+1(z-4)=0 \Leftrightarrow 6x-5y+z-25=0$.

Câu 193: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y+4=0$. Một vec tơ pháp tuyến của (P) là

A. $\overrightarrow{n_4}=(1;2;0)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(1;4;2)$. **C.** $\overrightarrow{n_1}=(1;0;2)$. **D.** $\overrightarrow{n_3}=(1;2;4)$.

Câu 194: Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(1;-2;3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(2;-1;6)$ là

A. $\frac{x-2}{1}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z-6}{3}$. **B.** $\frac{x+2}{1}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z+6}{3}$.

C. $\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z-3}{6}$. **D.** $\frac{x+1}{2}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-3}{6}$.

Câu 195: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;3)$, $B(1;0;2)$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. $\sqrt{5}$. **B.** 3. **C.** 9. **D.** $\sqrt{29}$.

Câu 196: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y+4=0$. Một vectơ pháp tuyến của (P) là

A. $\overrightarrow{n_4}=(1;2;0)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(1;4;2)$. **C.** $\overrightarrow{n_1}=(1;0;2)$. **D.** $\overrightarrow{n_3}=(1;2;4)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 197: Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(1;-2;3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(2;-1;6)$ là

A. $\frac{x-2}{1}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z-6}{3}$. **B.** $\frac{x+2}{1}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z+6}{3}$.

C. $\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z-3}{6}$. **D.** $\frac{x+1}{2}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-3}{6}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có phương trình chính tắc đường thẳng đi qua $A(1;-2;3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(2;-1;6)$ là: $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-3}{6}$.

Câu 198: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;3)$, $B(1;0;2)$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. $\sqrt{5}$. **B.** 3. **C.** 9. **D.** $\sqrt{29}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $AB=\sqrt{(1+1)^2+(0-2)^2+(2-3)^2}=\sqrt{4+4+1}=3$

Câu 199: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{1}=1$. Vectơ nào dưới đây là vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n}=(3;2;1)$. **B.** $\vec{n}=\left(1;\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{3}\right)$. **C.** $\vec{n}=(2;3;6)$. **D.** $\vec{n}=(6;3;2)$.

Câu 200: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(1;-2;3)$, bán kính $R=2$ có phương trình là

A. $(x-1)^2-(y+2)^2+(z-3)^2=4$. **B.** $x^2+2y^2+3z^2=4$.

C. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=2^2$. **D.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=4$.

Câu 201: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(1;2;3)$ đến mặt phẳng $(P):2x-2y+z-5=0$ bằng.

A. $\dfrac{4}{9}$. **B.** $-\dfrac{4}{3}$. **C.** $\dfrac{4}{3}$. **D.** $\dfrac{2}{3}$.

Câu 202: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{1}=1$. Vectơ nào dưới đây là vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n}=(3;2;1)$. **B.** $\vec{n}=\left(1;\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{3}\right)$. **C.** $\vec{n}=(2;3;6)$. **D.** $\vec{n}=(6;3;2)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $(P):\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{1}=1 \Leftrightarrow 2x+3y+6z-6=0$

Do đó vectơ pháp tuyến của (P) là: $\vec{n}=(2;3;6)$.

Câu 203: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(1;-2;3)$, bán kính $R=2$ có phương trình là

A. $(x-1)^2-(y+2)^2+(z-3)^2=4$. **B.** $x^2+2y^2+3z^2=4$.

C. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=2^2$. **D.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=4$.

Lời giải

Chọn D

mặt cầu tâm $I(1;-2;3)$, bán kính $R=2$ có phương trình là $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=4$.

Câu 204: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(1;2;3)$ đến mặt phẳng $(P): 2x-2y+z-5=0$ bằng.

A. $\frac{4}{9}$. **B.** $-\frac{4}{3}$. **C.** $\frac{4}{3}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $d(M,(P))=\frac{|2.1-2.2+3-5|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+1}}=\frac{4}{3}$.

Câu 205: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+3t\\y=5-t\\z=2\end{cases}$ có một vectơ chỉ phương là

A. $\vec{u}_1=(3;-1;0)$. **B.** $\vec{u}_2=(2;5;0)$. **C.** $\vec{u}_4=(-3;1;2)$. **D.** $\vec{u}_3=(3;-1;2)$.

Câu 206: Trong không gian $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a}=(-1;1;0)$, $\vec{b}=(1;1;0)$, $\vec{c}=(1;1;1)$. Tìm mệnh đề **đúng.**

A. Hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{c}$ cùng phương. **B.** Hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương.

C. Hai vectơ $\vec{b}$ và $\vec{c}$ không cùng phương. **D.** $\vec{a}.\vec{c}=1$.

Câu 207: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x-z+3=0$ có một vectơ pháp tuyến là

A. $\vec{n_1}=(2;0;-1)$. **B.** $\vec{n_1}=(2;-1;3)$. **C.** $\vec{n_1}=(2;-1;0)$. **D.** $\vec{n_1}=(-1;0;-1)$.

Câu 208: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+3t\\y=5-t\\z=2\end{cases}$ có một vectơ chỉ phương là

A. $\vec{u}_1=(3;-1;0)$. **B.** $\vec{u}_2=(2;5;0)$. **C.** $\vec{u}_4=(-3;1;2)$. **D.** $\vec{u}_3=(3;-1;2)$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}_1=(3;-1;0)$.

Câu 209: Trong không gian $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a}=(-1;1;0)$, $\vec{b}=(1;1;0)$, $\vec{c}=(1;1;1)$. Tìm mệnh đề **đúng.**

A. Hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{c}$ cùng phương. **B.** Hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương.

C. Hai vectơ $\vec{b}$ và $\vec{c}$ không cùng phương. **D.** $\vec{a}.\vec{c}=1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\left[\vec{b};\vec{c}\right]=(1;-1;0)\neq\vec{0}$ suy ra hai vectơ $\vec{b}$ và $\vec{c}$ không cùng phương.

Câu 210: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x-z+3=0$ có một vectơ pháp tuyến là

A. $\overrightarrow{n_1}=(2;0;-1)$. **B.** $\overrightarrow{n_1}=(2;-1;3)$. **C.** $\overrightarrow{n_1}=(2;-1;0)$. **D.** $\overrightarrow{n_1}=(-1;0;-1)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 211: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho $\vec{a}=(1;2;3)$, $\vec{b}=(-2;3;-1)$. Khi đó $\vec{a}+\vec{b}$ có toạ độ là:

A. $(-1;5;2)$. **B.** $(3;-1;4)$. **C.** $(1;5;2)$. **D.** $(1;-5;-2)$.

Câu 212: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;2;1)$ trên Ox có toạ độ là:

A. $(0;0;1)$. **B.** $(3;0;0)$. **C.** $(-3;0;0)$. **D.** $(0;2;0)$.

Câu 213: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, tâm I của mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-8x-2y+1=0$ có toạ độ là:

A. $I(4;1;0)$. **B.** $I(4;-1;0)$. **C.** $I(-4;1;0)$. **D.** $I(-4;-1;0)$.

Câu 214: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho $\vec{a}=(1;2;3)$, $\vec{b}=(-2;3;-1)$. Khi đó $\vec{a}+\vec{b}$ có toạ độ là:

A. $(-1;5;2)$. **B.** $(3;-1;4)$. **C.** $(1;5;2)$. **D.** $(1;-5;-2)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\vec{a}+\vec{b}=(-1;5;2)$.

Câu 215: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;2;1)$ trên Ox có toạ độ là:

A. $(0;0;1)$. **B.** $(3;0;0)$. **C.** $(-3;0;0)$. **D.** $(0;2;0)$.

Lời giải

Chọn B

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;2;1)$ trên Ox có toạ độ là $(3;0;0)$.

Câu 216: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, tâm I của mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-8x-2y+1=0$ có toạ độ là:

A. $I(4;1;0)$. **B.** $I(4;-1;0)$. **C.** $I(-4;1;0)$. **D.** $I(-4;-1;0)$.

Lời giải

Chọn A

Toạ độ tâm I của mặt cầu (S) là: $I(4;1;0)$

Câu 217: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x-y+2z=1$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z-1}{-1}$. Góc giữa Δ và (α) là

A. $30°$. **B.** $120°$. **C.** $150°$. **D.** $60°$.

Câu 218: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x-y+2z=1$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z-1}{-1}$. Góc giữa Δ và (α) là

A. 30°. **B.** 120°. **C.** 150°. **D.** 60°.

Lời giải

Chọn A

$(\alpha): x-y+2z=1$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;-1;2)$.

$\Delta: \dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-1}{-1}$ có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;2;-1)$.

Gọi φ là góc giữa Δ và $(\alpha) \Rightarrow \sin\varphi=\dfrac{|\vec{u}.\vec{n}|}{|\vec{u}||\vec{n}|}=\dfrac{|1.1+(-1).2+2.(-1)|}{\sqrt{1^2+(-1)^2+2^2}\sqrt{1^2+2^2+(-1)^2}}=\dfrac{1}{2}$

$\Leftrightarrow \sin\varphi=\dfrac{1}{2}\ \varphi=30^\circ$.

Câu 219: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+2}{-4}=\dfrac{z-3}{-5}$ đi qua điểm:

A. $(-1;2;-3)$. **B.** $(1;-2;3)$. **C.** $(-3;4;5)$. **D.** $(3;-4;-5)$.

Câu 220: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A lên mặt phẳng (Oyz) là điểm M. Tọa độ điểm M là

A. $M(1;-2;0)$. **B.** $M(0;-2;3)$. **C.** $M(1;0;3)$. **D.** $M(1;0;0)$.

Câu 221: Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu tâm $I(1;0;-2)$, bán kính $r=4$ là?

A. $(x+1)^2+y^2+(z-2)^2=4$. **B.** $(x+1)^2+y^2+(z-2)^2=16$.

C. $(x-1)^2+y^2+(z+2)^2=4$. **D.** $(x-1)^2+y^2+(z+2)^2=16$.

Câu 222: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+2}{-4}=\dfrac{z-3}{-5}$ đi qua điểm:

A. $(-1;2;-3)$. **B.** $(1;-2;3)$. **C.** $(-3;4;5)$. **D.** $(3;-4;-5)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 223: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A lên mặt phẳng (Oyz) là điểm M. Tọa độ điểm M là

A. $M(1;-2;0)$. **B.** $M(0;-2;3)$. **C.** $M(1;0;3)$. **D.** $M(1;0;0)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 224: Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu tâm $I(1;0;-2)$, bán kính $r=4$ là?

A. $(x+1)^2+y^2+(z-2)^2=4$. **B.** $(x+1)^2+y^2+(z-2)^2=16$.

C. $(x-1)^2+y^2+(z+2)^2=4$. **D.** $(x-1)^2+y^2+(z+2)^2=16$.

Lời giải

Chọn D

Câu 225: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1;-1;1)$. Hình chiếu vuông góc của A lên trục Ox là?

A. $Q(-1;0;0)$. **B.** $M(0;-1;1)$. **C.** $P(0;-1;0)$. **D.** $N(-1;-1;0)$.

Câu 226: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2x-2y+z+5=0$. Mặt phẳng (P) có một véctơ pháp tuyến là

A. $\overrightarrow{n_2}=(1;1;0)$. **B.** $\overrightarrow{n_1}=(2;-2;1)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=(2;-2;5)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(-2;1;2)$.

Câu 227: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1;-1;1)$. Hình chiếu vuông góc của A lên trục Ox là?

A. $Q(-1;0;0)$. **B.** $M(0;-1;1)$. **C.** $P(0;-1;0)$. **D.** $N(-1;-1;0)$.

Lời giải

Chọn A

Hình chiếu của $A(-1;-1;1)$ lên trục Ox có tọa độ $(-1;0;0)$.

Câu 228: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2x-2y+z+5=0$. Mặt phẳng (P) có một véctơ pháp tuyến là

A. $\overrightarrow{n_2}=(1;1;0)$. **B.** $\overrightarrow{n_1}=(2;-2;1)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=(2;-2;5)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(-2;1;2)$.

Lời giải

Chọn B

(P) có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_1}=(2;-2;1)$.

Câu 229: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):3x+2y-z+1=0$. Vectơ nào trong các vectơ sau đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\vec{n}=(3;2;-1)$. **B.** $\vec{n}=(3;2;1)$. **C.** $\vec{n}=(-2;3;1)$. **D.** $\vec{n}=(3;-2;-1)$.

Câu 230: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba véctơ $\vec{a}=(1;-1;2)$, $\vec{b}=(3;0;-1)$, $\vec{c}=(-2;5;1)$, đặt $\vec{m}=\vec{a}+\vec{b}-\vec{c}$. Tìm tọa độ của $\vec{m}$.

A. $(-6;6;0)$. **B.** $(6;0;-6)$. **C.** $(0;6;-6)$. **D.** $(6;-6;0)$.

Câu 231: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2;-3;5)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=3-t\\z=4+t\end{cases}$. Viết phương trình chính tắc của đường thẳng Δ đi qua M và song song với d.

A. $\Delta:\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{z+5}{4}$. **B.** $\Delta:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-5}{1}$.

C. $\Delta:\dfrac{2-x}{1}=\dfrac{y+3}{3}=\dfrac{z-5}{4}$. **D.** $\Delta:\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-3}{-1}=\dfrac{z+5}{1}$.

Câu 232: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):3x+2y-z+1=0$. Vectơ nào trong các vectơ sau đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\vec{n}=(3;2;-1)$. **B.** $\vec{n}=(3;2;1)$. **C.** $\vec{n}=(-2;3;1)$. **D.** $\vec{n}=(3;-2;-1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Câu 233: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba véctơ $\vec{a}=(1;-1;2)$, $\vec{b}=(3;0;-1)$, $\vec{c}=(-2;5;1)$, đặt $\vec{m}=\vec{a}+\vec{b}-\vec{c}$. Tìm tọa độ của $\vec{m}$.

A. $(-6;6;0)$. **B.** $(6;0;-6)$. **C.** $(0;6;-6)$. **D.** $(6;-6;0)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $\vec{m}=\vec{a}+\vec{b}-\vec{c} \Leftrightarrow \vec{m}=(6;-6;0)$.

Câu 234: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2;-3;5)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+2t\\ y=3-t\\ z=4+t\end{cases}$. Viết phương trình chính tắc của đường thẳng Δ đi qua M và song song với d.

A. $\Delta:\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{z+5}{4}$. **B.** $\Delta:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-5}{1}$.

C. $\Delta:\dfrac{2-x}{1}=\dfrac{y+3}{3}=\dfrac{z-5}{4}$. **D.** $\Delta:\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-3}{-1}=\dfrac{z+5}{1}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Đường thẳng Δ đi qua M và song song với d nên $\Delta:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-5}{1}$.

Câu 1: (THTT Số 1-484 tháng 10 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OA}=2\vec{i}+2\vec{j}+2\vec{k}$, $B(-2;\ 2;0)$ và $C(4;1;-1)$. Trên mặt phẳng (Oxz), điểm nào dưới đây cách đều ba điểm A, B, C.

A. $M\left(\frac{3}{4};\ 0;\ \frac{1}{2}\right)$. **B.** $N\left(\frac{-3}{4};\ 0;\ \frac{-1}{2}\right)$. **C.** $P\left(\frac{3}{4};\ 0;\ \frac{-1}{2}\right)$. **D.** $Q\left(\frac{-3}{4};\ 0;\ \frac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $A(2;2;2)$ và $PA=PB=PC=\frac{3\sqrt{21}}{4}$.

Câu 2: (THTT Số 1-484 tháng 10 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-1}{2}$, $A(2;1;4)$. Gọi $H(a;b;c)$ là điểm thuộc d sao cho AH có độ dài nhỏ nhất. Tính $T=a^3+b^3+c^3$.

A. $T=8$. **B.** $T=62$. **C.** $T=13$. **D.** $T=\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình tham số của đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+t\\ y=2+t\\ z=1+2t\end{cases}\quad (t\in\mathbb{R})$.

$H\in d\Rightarrow H(1+t;2+t;1+2t)$.

Độ dài $AH=\sqrt{(t-1)^2+(t+1)^2+(2t-3)^2}=\sqrt{6t^2-12t+11}=\sqrt{6(t-1)^2+5}\geq\sqrt{5}$.

Độ dài AH nhỏ nhất bằng $\sqrt{5}$ khi $t=1\Rightarrow H(2;3;3)$.

Vậy $a=2$, $b=3$, $c=3\Rightarrow a^3+b^3+c^3=62$.

Câu 3: (THPT Lê Hồng Phong-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, $A(-3;\ 4;\ 2)$, $B(-5;\ 6;\ 2)$, $C(-10;\ 17;-7)$. Viết phương trình mặt cầu tâm C bán kính AB.

A. $(x+10)^2+(y-17)^2+(z-7)^2=8$. **B.** $(x+10)^2+(y-17)^2+(z+7)^2=8$.

C. $(x-10)^2+(y-17)^2+(z+7)^2=8$. **D.** $(x+10)^2+(y+17)^2+(z+7)^2=8$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $AB=2\sqrt{2}$.

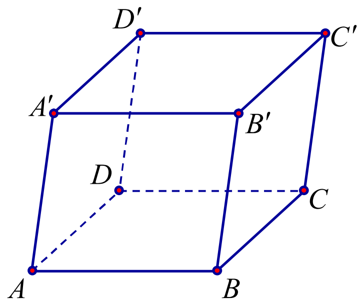
Phương trình mặt cầu tâm C bán kính AB: $(x+10)^2+(y-17)^2+(z+7)^2=8$.

Câu 4: (THPT Lê Hồng Phong-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018) Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0;\ 0;\ 0)$, $B(3;\ 0;\ 0)$, $D(0;\ 3;\ 0)$, $D'(0;\ 3;\ -3)$. Toạ độ trọng tâm tam giác $A'B'C$ là

A. $(1;\ 1;\ -2)$. **B.** $(2;\ 1;\ -2)$. **C.** $(1;\ 2;\ -1)$. **D.** $(2;\ 1;\ -1)$.

Lời giải

Chọn B



Cách 1 : Ta có $\overrightarrow{AB}=(3;\ 0;\ 0)$. Gọi $C(x; y;\ z)\Rightarrow \overrightarrow{DC}=(x;\ y-3;\ z)$

$ABCD$ là hình bình hành $\Rightarrow \overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}\Rightarrow (x;\ y;\ z)=(3;\ 3;\ 0)\Rightarrow C(3;\ 3;\ 0)$

Ta có $\overrightarrow{AD}=(0;\ 3;\ 0)$. Gọi $A'(x';\ y';\ z')\Rightarrow \overrightarrow{A'D'}=(-x';\ 3-y';\ -3-z')$

$ADD'A'$ là hình bình hành $\Rightarrow \overrightarrow{AD}=\overrightarrow{A'D'}\Rightarrow (x';\ y';\ z')=(0;\ 0;\ -3)\Rightarrow A'(0;\ 0;-3)$

Gọi $B'(x_0;\ y_0;\ z_0)\Rightarrow \overrightarrow{A'B'}=(x_0;\ y_0;\ z_0+3)$

$ABB'A'$ là hình bình hành $\Rightarrow \overrightarrow{AB}=\overrightarrow{A'B'}\Rightarrow (x_0;\ y_0;\ z_0)=(3;\ 0;-3)\Rightarrow B'(3;\ 0;-3)$

G là trọng tâm tam giác ABC $\Rightarrow \begin{cases} x_G=\dfrac{0+3+3}{3}=2 \\ y_G=\dfrac{0+0+3}{3}=1 \\ z_G=\dfrac{-3-3+0}{3}=-2 \end{cases} \Rightarrow G(2;\ 1;\ -2)$.

Cách 2: Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng BD'.Ta có $I\left(\dfrac{3}{2};\dfrac{3}{2};-\dfrac{3}{2}\right)$.Gọi $G(a;b;c)$ là trọng tâm tam giác $A'B'C$

Ta có : $\overrightarrow{DI}=3\overrightarrow{IG}$ với $\begin{cases} \overrightarrow{DI}=\left(\dfrac{3}{2};-\dfrac{3}{2};-\dfrac{3}{2}\right) \\ \overrightarrow{IG}=\left(a-\dfrac{3}{2};b-\dfrac{3}{2};c+\dfrac{3}{2}\right) \end{cases}$. Do đó : $\begin{cases} \dfrac{3}{2}=3\left(a-\dfrac{3}{2}\right) \\ -\dfrac{3}{2}=3\left(b-\dfrac{3}{2}\right) \\ -\dfrac{3}{2}=3\left(c+\dfrac{3}{2}\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=1 \\ c=-2 \end{cases}$.

Vậy $G(2;1;-2)$.

Câu 5: (THPT Lê Hồng Phong-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(2;0;0), B(0;2;0), C(0;0;2)$ và $D(2;2;2)$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD. Tọa độ trung điểm I của MN là:

A. $I(1;-1;2)$. **B.** $I(1;1;0)$. **C.** $I\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2};1\right)$. **D.** $I(1;1;1)$.

Lời giải

Chọn D

Cách 1: Ta có M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD nên $M(1;1;0), N(1;1;2)$, từ đó suy ra trung điểm của MN là $I(1;1;1)$.

Cách 2: Từ giả thiết suy ra I là trọng tâm tứ diện.Vậy $I(1;1;1)$.

Câu 6: **(THPT Lê Hồng Phong-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$, $C(-4;7;5)$. Tọa độ chân đường phân giác trong góc B của tam giác ABC là

A. $\left(-\frac{2}{3};\frac{11}{3};1\right)$. **B.** $\left(\frac{11}{3};-2;1\right)$. **C.** $\left(\frac{2}{3};\frac{11}{3};\frac{1}{3}\right)$. **D.** $(-2;11;1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\overrightarrow{BA}=(-1;-3;4)\Rightarrow\left|\overrightarrow{BA}\right|=\sqrt{26};\overrightarrow{BC}=(-6;8;2)\Rightarrow\left|\overrightarrow{BC}\right|=2\sqrt{26}$.

Gọi D là chân đường phân giác trong kẻ từ B lên AC của tam giác ABC

Suy ra : $\frac{DA}{DC}=\frac{BA}{BC}\Rightarrow\overrightarrow{DC}=-2\overrightarrow{DA}\Rightarrow D\left(-\frac{2}{3};\frac{11}{3};1\right)$.

Câu 7: **(THTT Số 2-485 tháng 11-năm học 2017-2018)** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;0)$; $B(2;1;1)$; $C(0;3;-1)$. Xét 4 khẳng định sau:

I. $BC=2AB$. II. Điểm B thuộc đoạn AC.

III. ABC là một tam giác. IV. A, B, C thẳng hàng.

Trong 4 khẳng định trên có bao nhiêu khẳng định đúng?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\overrightarrow{AB}(1;-1;1)$; $\overrightarrow{AC}(-1;1;-1)$.

$\Rightarrow\left|\overrightarrow{AB}\right|=\sqrt{3}$; $\left|\overrightarrow{AC}\right|=\sqrt{3}$; $\overrightarrow{AB}=-\overrightarrow{AC}\Rightarrow A$ là trung điểm của BC

Vậy khẳng định (I); (IV) đúng. Khẳng định (II); (III) sai.

Câu 8: **(THTT Số 2-485 tháng 11-năm học 2017-2018)** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\frac{x-1}{2}=\frac{y-7}{1}=\frac{z-3}{4}$ và d_2 là giao tuyến của hai mặt phẳng $2x+3y-9=0$, $y+2z+5=0$.

Vị trí tương đối của hai đường thẳng là

A. Song song. **B.** Chéo nhau. **C.** Cắt nhau. **D.** Trùng nhau.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng $d_1:\begin{cases}\overrightarrow{u_{d_1}}=(2;1;4)\\M_0=(1;7;3)\end{cases}$.

Véc tơ chỉ phương của $d_2:\begin{cases}2x+3y-9=0\\y+2z+5=0\end{cases}\Rightarrow\vec{u}=\left[\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}\right]=(6;-4;2)=2(3;-2;1)$.

Chọn một véc tơ chỉ phương của d_2 là $\overrightarrow{u_{d_2}}=(3;-2;1)\Rightarrow\overrightarrow{u_{d_1}}\neq k.\overrightarrow{u_{d_2}}\ (1)$.

Mặt khác, xét hệ phương trình tọa độ giao điểm:

$$\begin{cases} x=1+2t \\ y=7+t \\ z=3+4t \\ 2x+3y-9=0 \\ y+2z+5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1+2t \\ y=7+t \\ z=3+4t \\ 2(1+2t)+3(7+t)-9=0 \\ 7+t+2(3+4t)+5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1+2t \\ y=7+t \\ z=3+4t \\ 7t+14=0 \\ 9t+18=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-3 \\ y=5 \\ z=-5 \\ t=-2 \end{cases}.$$

Vậy hai đường thẳng cắt nhau tại điểm $M(-3;5;-5)$.

Câu 9: (TT Diệu Hiền-Cần Thơ-tháng 10-năm 2017-2018) Cho mặt phẳng (P) đi qua các điểm $A(-2;\,0;\,0)$, $B(0;\,3;\,0)$, $C(0;\,0;\,-3)$. Mặt phẳng (P) vuông góc với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau?

A. $x+y+z+1=0$. **B.** $x-2y-z-3=0$.

C. $2x+2y-z-1=0$. **D.** $3x-2y+2z+6=0$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình mặt phẳng (P) theo đoạn chắn: $\frac{x}{-2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{-3}=1 \Leftrightarrow -3x+2y-2z-6=0$.

Dễ thấy mặt phẳng (P) vuông góc với mặt phẳng có phương trình $2x+2y-z-1=0$ vì tích vô hướng của hai vec-tơ pháp tuyến bằng 0.

Câu 10: (TT Diệu Hiền-Cần Thơ-tháng 10-năm 2017-2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxy, có tất cả bao nhiêu số tự nhiên của tham số m để phương trình $x^2+y^2+z^2+2(m-2)y-2(m+3)z+3m^2+7=0$ là phương trình của một mặt cầu.

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn **C**

Ta có: $\begin{cases} a=0 \\ b=m-2 \\ c=-(m+3) \\ d=3m^2+7 \end{cases}$

Phương trình trên là phương trình mặt cầu khi:

$a^2+b^2+c^2-d>0 \Leftrightarrow (m-2)^2+(m+3)^2-(3m^2+7)>0$

$\Leftrightarrow -m^2+2m+6>0 \Leftrightarrow 1-\sqrt{7}<m<1+\sqrt{7}$.

Mà $m\in\mathbb{N} \Rightarrow m\in\{0,1,2,3\}$.

Vậy có bốn giá trị số tự nhiên của m thỏa điều kiện đề bài.

Câu 11: (TT Diệu Hiền-Cần Thơ-tháng 11-năm 2017-2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\frac{x-1}{1}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-3}{-1}$ và $d_2:\frac{x-3}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-5}{3}$. Phương trình mặt phẳng chứa d_1 và d_2 là:

A. $5x-4y-z-16=0$. **B.** $5x-4y+z+16=0$.

C. $5x-4y+z-16=0$. **D.** $5x+4y+z-16=0$.

Lời giải

Chọn C

d_1 có véctơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1}=(1;1;1)$, d_2 có véctơ chỉ phương $\overrightarrow{u_2}=(1;2;3)$.

Vì (P) chứa d_1 và d_2 nên véctơ pháp tuyến $\vec{n}$ của thỏa (P) $\vec{n}\perp\overrightarrow{u_1}$ và $\vec{n}\perp\overrightarrow{u_2}$.

Chọn $\vec{n}=\left[\overrightarrow{u_1};\overrightarrow{u_2}\right]=(5;-4;1)$

Vậy mặt phẳng (P) cần tìm đi qua $M(3;1;5)\in d_2$ và có véctơ pháp tuyến $\vec{n}=(5;-4;1)$, phương trình là $5(x-3)-4(y-1)+1(z-5)=0 \Leftrightarrow 5x-4y+z-16=0$.

Câu 12: **(TT Diệu Hiền-Cần Thơ-tháng 11-năm 2017-2018)** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho $M(1;-2;1)$, $N(0;1;3)$. Phương trình đường thẳng qua hai điểm M, N là

A. $\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z+1}{2}$.

B. $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z-2}{1}$.

C. $\dfrac{x}{-1}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z-3}{2}$.

D. $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-3}{1}$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng MN đi qua $N(0;1;3)$ và có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{MN}=(-1;3;2)$ có phương trình là $\dfrac{x}{-1}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z-3}{2}$.

Câu 13: **(TT Diệu Hiền-Cần Thơ-tháng 11-năm 2017-2018)** Cho điểm $M(2;1;0)$ và đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{-1}$. Gọi d là đường thẳng đi qua M, cắt và vuông góc với Δ. Vectơ chỉ phương của d là:

A. $\vec{u}=(-3;0;2)$.

B. $\vec{u}=(0;3;1)$.

C. $\vec{u}=(2;-1;2)$.

D. $\vec{u}=(1;-4;-2)$.

Lời giải

Chọn D

Gọi H là giao điểm của d và Δ, khi đó giá của $\overrightarrow{MH}$ vuông góc với đường thẳng Δ.

$H(1+2t;-1+t;-t)$, $\overrightarrow{MH}=(2t-1;t-2;-t)$, $\overrightarrow{u_\Delta}=(2;1;-1)$ là VTCP của Δ.

Ta có $\overrightarrow{MH}.\overrightarrow{u_\Delta}=0\Leftrightarrow 2(2t-1)+1(t-2)-1(-t)=0 \Leftrightarrow t=\dfrac{2}{3}$

$\overrightarrow{MH}=\left(\dfrac{1}{3};-\dfrac{4}{3};-\dfrac{2}{3}\right)$.

Vậy vectơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}=(1;-4;-2)$.

Câu 14: **(THPT Hậu Lộc 2-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018)** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-12}{4}=\dfrac{y-9}{3}=\dfrac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P):3x+5y-z-2=0$. Tìm tọa độ giao điểm của d và (P).

A. $(1;\ 0;\ 1)$.

B. $(0;\ 0;\ -2)$.

C. $(1;\ 1;\ 6)$.

D. $(12;\ 9;\ 1)$.

Lời giải:

Chọn B

Gọi M là giao điểm của của đường thẳng d và mặt phẳng (P)

Ta có:

- $M(12+4t;\ 9+3t;\ 1+t)\in d$.
- $M\in(P)\Leftrightarrow 3(12+4t)+5(9+3t)-(1+t)-2=0\Leftrightarrow 26t=-78\Leftrightarrow t=-3$.

Vậy $M(0;\ 0;\ -2)$.

Câu 15: **(THPT Hậu Lộc 2-Thanh Hóa-ần 1-năm 2017-2018)** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(6;\ 2;\ -5)$, $B(-4;\ 0;\ 7)$. Viết phương trình mặt cầu đường kính AB.

A. $(x-5)^2+(y-1)^2+(z+6)^2=62$. **B.** $(x+5)^2+(y+1)^2+(z-6)^2=62$.

C. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=62$. **D.** $(x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=62$.

Lời giải:

Chọn C

Mặt cầu đường kính AB có tâm là trung điểm I của AB.

Ta có $I(1;\ 1;\ 1)$.

Ngoài ra $R=\dfrac{AB}{2}=\sqrt{62}$.

Từ đó ta có phương trình mặt cầu cần tìm là: $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=62$.

Câu 16: **(THPT Hậu Lộc 2-Thanh Hóa-ần 1-năm 2017-2018)** Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có đường kính AB, với $A(6;2;-5)$, $B(-4;0;7)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại A.

A. $(P): 5x+y-6z+62=0$. **B.** $(P): 5x+y-6z-62=0$.

C. $(P): 5x-y-6z-62=0$. **D.** $(P): 5x+y+6z+62=0$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(6;2;-5)$ và nhận véc-tơ $\overrightarrow{AB}=(-10;-2;12)=-2(5;1;-6)$ làm véc-tơ pháp tuyến nên có phương trình:

$$5.(x-6)+1.(y-2)-6.(z+5)=0\Leftrightarrow 5x+y-6z-62=0.$$

Câu 17: **(THPT Hậu Lộc 2-Thanh Hóa-ần 1-năm 2017-2018)** Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;-3)$, $B(3;-1;0)$. Viết phương trình tham số của đường thẳng d là hình chiếu vuông góc của đường thẳng AB trên mặt phẳng (Oxy).

A. $\begin{cases}x=0\\y=-t\\z=-3+3t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=0\\z=-3+3t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=-t\\z=0\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=0\\y=0\\z=-3+3t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Dễ thấy $B\left(3;-1;0\right)\in\left(Oxy\right)$. Gọi A' là hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng $\left(Oxy\right)$, ta có $A'\left(1;0;0\right)$. Đường thẳng d đi qua hai điểm A', B nên có véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{A'B}=\left(2;-1;0\right)$. Phương trình tham số của đường thẳng d là: $\begin{cases}x=1+2t\\y=-t\\z=0\end{cases}$.

Câu 18: **(THTT Số 3-486 tháng 12 năm 2017-2018)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ tính khoảng cách từ điểm $M\left(1;3;2\right)$ đến đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=1+t\\y=1+t\\z=-t\end{cases}$.

A. $\sqrt{2}$. **B.** 2. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Cách 1: Ta có đường thẳng $\Delta:\begin{cases}M_0\left(1;1;0\right)\in\Delta\\VTCP\ \vec{u}=\left(1;1;-1\right)\end{cases}$. Suy ra $\overrightarrow{MM_0}=\left(0;-2;-2\right)$.

Nên $d\left(M,\Delta\right)=\dfrac{\left|\left[\vec{u},\overrightarrow{MM_0}\right]\right|}{\left|\vec{u}\right|}=\dfrac{\sqrt{24}}{\sqrt{3}}=2\sqrt{2}$.

Cách 2: Đường thẳng Δ có vtcp $\vec{u}=\left(1;1;-1\right)$. Gọi H là hình chiếu của $M\left(1;3;2\right)$ trên Δ. Vì $H\in\Delta$ nên $H\left(1+t;1+t;-t\right)$.

Khi đó $\overrightarrow{MH}=\left(t;t-2;-t-2\right)$. Vì $\overrightarrow{MH}.\vec{u}=0\Leftrightarrow t=0$.

Vậy $d\left(M;\Delta\right)=MH=2\sqrt{2}$.

Câu 19: **(THPT Chuyên Lê Hồng Phong-Nam Định-lần 2 năm 2017-2018)** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, mặt cầu $\left(S\right):x^2+y^2+z^2-4x+2y-6z+4=0$ có bán kính R là

A. $R=\sqrt{53}$. **B.** $R=4\sqrt{2}$. **C.** $R=\sqrt{10}$. **D.** $R=3\sqrt{7}$.

Lời giải

Chọn C

$\left(S\right):x^2+y^2+z^2-4x+2y-6z+4=0\Leftrightarrow\left(x-2\right)^2+\left(y+1\right)^2+\left(z-3\right)^2=10$.

Vậy bán kính mặt cầu $\left(S\right)$ là $R=\sqrt{10}$.

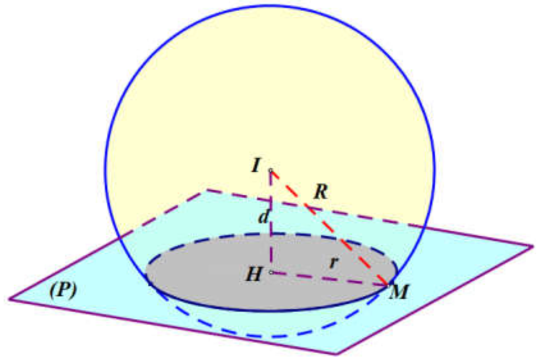
Câu 20: **(THPT Chuyên Lê Hồng Phong-Nam Định-lần 2 năm 2017-2018)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $\left(P\right):x-2y+2z-2=0$ và điểm $I\left(-1;2;-1\right)$. Viết phương trình mặt cầu $\left(S\right)$ có tâm I và cắt mặt phẳng $\left(P\right)$ theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng 5.

A. $\left(S\right):\left(x+1\right)^2+\left(y-2\right)^2+\left(z+1\right)^2=25$. **B.** $\left(S\right):\left(x+1\right)^2+\left(y-2\right)^2+\left(z+1\right)^2=16$.

C. $\left(S\right):\left(x-1\right)^2+\left(y+2\right)^2+\left(z-1\right)^2=34$. **D.** $\left(S\right):\left(x+1\right)^2+\left(y-2\right)^2+\left(z+1\right)^2=34$.

Lời giải.

Chọn D



$d = d\left(I,(P)\right) = \dfrac{\left|-1-4-2-2\right|}{3} = 3$.

$R^2 = d^2 + r^2 = 9 + 25 = 34$.

Vậy $(S):(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 34$.

Câu 21: **(THPT Chuyên Lê Hồng Phong-Nam Định-lần 2 năm 2017-2018)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng chứa hai điểm $A(1;0;1)$, $B(-1;2;2)$ và song song với trục Ox có phương trình là

A. $y - 2z + 2 = 0$. **B.** $x + 2z - 3 = 0$. **C.** $2y - z + 1 = 0$. **D.** $x + y - z = 0$.

Lời giải

Chọn A

Gọi (P) là mặt phẳng cần tìm.

Do $(P) // Ox$ nên $(P): by + cz + d = 0$.

Do (P) chứa các điểm $A(1;0;1)$, $B(-1;2;2)$ nên $\begin{cases} c + d = 0 \\ 2b + 2c + d = 0 \end{cases} \Rightarrow 2b + c = 0$.

Ta chọn $b = 1 \Rightarrow c = -2$. Khi đó $d = 2$.

Vậy phương trình $(P): y - 2z + 2 = 0$.

Câu 22: **(Đề tham khảo BGD năm 2017-2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;-1;1)$. Hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm

A. $M(3;0;0)$. **B.** $N(0;-1;1)$. **C.** $P(0;-1;0)$. **D.** $Q(0;0;1)$.

Lời giải

Chọn B

Cách 1. Tự luận:

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (Oyz).

Mặt phẳng $(Oyz): x = 0$ có VTPT $\vec{n} = (1;0;0)$.

Đường thẳng AH qua $A(3;-1;1)$ và vuông góc với (Oyz) nên nhận $\vec{n} = (1;0;0)$ làm VTCP.

$\Rightarrow AH: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = -1 \\ z = 1 \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}) \Rightarrow H(3+t;-1;1)$.

Mà $H \in (Oyz) \Rightarrow 3 + t = 0 \Rightarrow H(0;-1;1)$.

Cách 2: Trắc nghiệm

Với $M\left(a;b;c\right)$ thì hình chiếu của nó trên $\left(Oyz\right)$ là $M'\left(0;b;c\right)$. Do đó chọ đáp án B.

Câu 23: (Đề tham khảo BGD năm 2017-2018) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(-1;2;1\right)$ và $B\left(2;1;0\right)$. Mặt phẳng qua A và vuông góc với AB có phương trình là

A. $3x-y-z-6=0$. **B.** $3x-y-z+6=0$. **C.** $x+3y+z-5=0$. **D.** $x+3y+z-6=0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{AB}=\left(3;-1;-1\right)$.

Mặt phẳng cần tìm vuông góc với AB nên nhận $\overrightarrow{AB}=\left(3;-1;-1\right)$ làm vectơ pháp tuyến.

Do đó phương trình của mặt phẳng cần tìm là

$3\left(x+1\right)-\left(y-2\right)-\left(z-1\right)=0\Leftrightarrow 3x-y-z+6=0$.

Câu 1: (THPT Lương Thế Vinh-Hà Nội năm 2017-2018) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y+1)^2+(z+2)^2=4$ và mặt phẳng $(P):4x-3y-m=0$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) có đúng 1 điểm chung.

A. $m=1$. **B.** $m=-1$ hoặc $m=-21$.

C. $m=1$ hoặc $m=21$. **D.** $m=-9$ hoặc $m=31$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu (S) có tâm $I(2;-1;-2)$, bán kính $R=2$.

Mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) có đúng 1 điểm chung khi: $d(I;(P))=R$.

$\Leftrightarrow \dfrac{|11-m|}{5}=2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=21 \end{array}\right.$.

Câu 2: (THPT Lương Thế Vinh-Hà Nội năm 2017-2018) Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (P) đi qua điểm $B(2;1;-3)$, đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng $(Q):x+y+3z=0$, $(R):2x-y+z=0$ là

A. $4x+5y-3z+22=0$. **B.** $4x-5y-3z-12=0$.

C. $2x+y-3z-14=0$. **D.** $4x+5y-3z-22=0$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng $(Q):x+y+3z=0$, $(R):2x-y+z=0$ có các vectơ pháp tuyến lần lượt là $\overrightarrow{n_1}=(1;1;3)$ và $\overrightarrow{n_2}=(2;-1;1)$.

Vì (P) vuông góc với hai mặt phẳng (Q), (R) nên (P) có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n}=\left[\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}\right]=(4;5;-3)$.

Ta lại có (P) đi qua điểm $B(2;1;-3)$ nên $(P):4(x-2)+5(y-1)-3(z+3)=0$

$\Leftrightarrow 4x+5y-3z-22=0$.

Câu 3: (THPT Lương Thế Vinh-Hà Nội năm 2017-2018) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^3-3x^2-m^3+3m^2=0$ có ba nghiệm phân biệt.

A. $m=2$. **B.** $m\in(-1;3)$. **C.** $m\in(-1;+\infty)$. **D.** $m\in(-1;3)\setminus\{0;2\}$.

Lời giải

Chọn D

Cách 1: Phương trình tương đương $x^3-3x^2=m^3-3m^2$. Phương trình có ba nghiệm phân biệt khi và chỉ khi đường thẳng d: $y=m^3-3m^2$ có ba điểm chung với đồ thị hàm số $f(x)=x^3-3x^2$.

Ta có $f'(x)=3x^2-6x$, $f'(x)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	

y	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Ta có $f(-1)=4$ và $f(3)=0$. Phương trình có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow -4<m^3-3m^2<0$ $\Leftrightarrow -4<f(m)<0$. Dựa vào bảng biến thiên ta được: $m\in(-1;3)\setminus\{0;2\}$.

Cách 2: Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số

$x^3-3x^2=m^3-3m^2 \Leftrightarrow (x-m)\left[x^2+(m-3)x+m^2-3m\right]=0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-m=0 \\ g(x)=x^2+(m-3)x+m^2-3m=0\ (*) \end{array}\right.$$

Để hai đồ thị hàm số cắt nhau tại ba điểm phân biệt thì cần tìm m để pt$(*)$ có hai nghiệm phân biệt khác m

ĐK: $\begin{cases} \Delta=-3m^2+6m+9>0 \\ g(m)=3m^2-6m\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1<m<3 \\ m\neq 0, m\neq 2 \end{cases}$

Câu 4: (THPT Đức Thọ-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $-y+5z+6=0$. Hỏi mặt phẳng này có gì đặc biệt?

A. (P) đi qua gốc tọa độ. **B.** (P) vuông góc với (Oxy).

C. (P) vuông góc với (Oyz). **D.** (P) vuông góc với (Oyz).

Lời giải

Chọn D

Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}=(0;-1;5) \Rightarrow \vec{n}.\vec{i}=0 \Rightarrow (P)$ song song hoặc chứa trục Ox.

Mặt khác: $O\notin(P) \Rightarrow (P)$ song song với trục Ox.

Vậy mặt phẳng (P) vuông góc với mặt phẳng (Oyz).

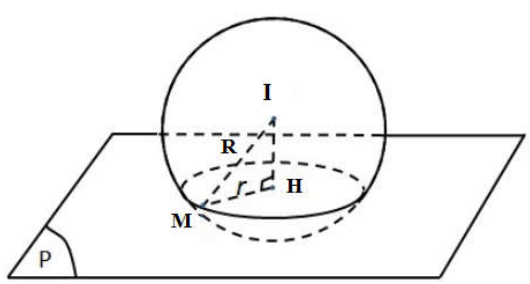
Câu 5: (THPT Đức Thọ-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Trong hệ tọa độ $Oxyz$ cho $I(1;1;1)$ và mặt phẳng (P): $2x+y+2z+4=0$. Mặt cầu (S) tâm I cắt (P) theo một đường tròn bán kính $r=4$. Phương trình của (S) là

A. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=16$. **B.** $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=9$.

C. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=5$. **D.** $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=25$.

Lời giải

Chọn D



Ta có: $d\left(I,(P)\right)=\dfrac{|2+1+2+4|}{\sqrt{2^2+1+2^2}}=\dfrac{9}{3}=3$.

Bán kính của mặt cầu (S) là $R=\sqrt{d^2\left(I,(P)\right)+r^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5$.

Vậy phương trình của mặt cầu (S) là $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=25$.

Câu 6: (THPT Đức Thọ-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(3,-1,2)$, $N(4,-1,-1)$, $P(2,0,2)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là

A. $3x+3y-z+8=0$. **B.** $3x-2y+z-8=0$. **C.** $3x+3y+z-8=0$. **D.** $3x+3y-z-8=0$.

Lời giải

Chọn C

$\overrightarrow{MN}=(1;0;-3)$, $\overrightarrow{MP}=(-1;1;0)\Rightarrow\left[\overrightarrow{MN},\overrightarrow{MP}\right]=(3;3;1)$ là một VTPT của mặt phẳng (MNP).

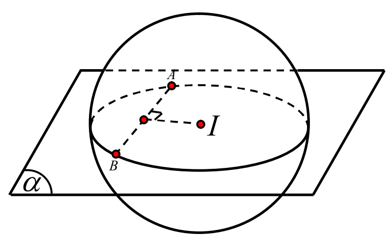
Suy ra phương trình mặt phẳng (MNP): $3(x-3)+3(y+1)+(z-2)=0\Leftrightarrow 3x+3y+z-8=0$.

Câu 7: (THPT Đức Thọ-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm A, B nằm trên mặt cầu có phương trình $(x-4)^2+(y+2)^2+(z+2)^2=9$. Biết rằng AB song song với OI, trong đó O là gốc tọa độ và I là tâm mặt cầu. Viết phương trình mặt phẳng trung trực AB.

A. $2x-y-z-12=0$. **B.** $2x+y+z-4=0$. **C.** $2x-y-z-6=0$. **D.** $2x+y+z+4=0$.

Lời giải

Chọn A



Gọi (α) là mặt phẳng trung trực của AB

Ta có:

❍ Mặt cầu có tâm $I(4;-2;-2)$, bán kính $R=3$.

❍ $\begin{cases}AB//OI\\AB\perp(\alpha)\end{cases}\Rightarrow(\alpha)\perp OI$, $\overrightarrow{OI}=(4;-2;-2)=2(2;-1;-1)$.

$\Rightarrow(\alpha)$ có dạng $2x-y-z+D=0$ $\Rightarrow$ loại B, D

❍ $I\in(\alpha)\Rightarrow D=-12$

Vậy $(\alpha):2x-y-z-12=0$.

Câu 8: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 2 năm học 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;-1;2)$; $B(2;1;1)$ và mặt phẳng $(P):x+y+z+1=0$. Mặt phẳng (Q) chứa A, B và vuông góc với mặt phẳng (P). Mặt phẳng (Q) có phương trình là:

A. $-x+y=0$. **B.** $3x-2y-z+3=0$.

C. $x+y+z-2=0$. **D.** $3x-2y-z-3=0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;2;-1)$ và mặt phẳng (P) có véctơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_p}=(1;1;1)$.

Mặt phẳng (Q) chứa A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) nên có véctơ pháp tuyến

$\overrightarrow{n_Q}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{n_p}\right]=(3;-2;-1)$.

Vậy mặt phẳng (Q) có phương trình: $3(x-1)-2(y+1)-(z-2)=0 \Leftrightarrow 3x-2y-z-3=0$.

Câu 9: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 2 năm học 2017-2018) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $I(1;\,0;\,-1)$ và $A(2;\,2;\,-3)$. Mặt cầu (S) tâm I và đi qua điểm A có phương trình là

A. $(x+1)^2+y^2+(z-1)^2=3$. **B.** $(x-1)^2+y^2+(z+1)^2=3$.

C. $(x+1)^2+y^2+(z-1)^2=9$. **D.** $(x-1)^2+y^2+(z+1)^2=9$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu (S) tâm I có dạng $(x-1)^2+y^2+(z+1)^2=R^2$.

Vì $A\in(S)$ nên $R^2=(2-1)^2+2^2+(-3+1)^2=9 \Rightarrow R=3$

Vậy phương trình cần tìm là $(x-1)^2+y^2+(z+1)^2=9$.

Câu 10: (THPT Chuyên ĐHSP-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(-1;0;0)$, $B(0;0;2)$, $C(0;-3;0)$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ là

A. $\frac{\sqrt{14}}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{14}}{4}$. **C.** $\frac{\sqrt{14}}{2}$. **D.** $\sqrt{14}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi (S) là mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$.

Phương trình mặt cầu (S) có dạng: $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$.

Vì O, A, B, C thuộc (S) nên ta có: $\begin{cases} d=0 \\ 1+2a+d=0 \\ 4-4c+d=0 \\ 9+6b+d=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-\frac{1}{2} \\ b=-\frac{3}{2} \\ c=1 \\ d=0 \end{cases}$.

Vậy bán kính mặt cầu (S) là $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}=\sqrt{\frac{1}{4}+\frac{9}{4}+1}=\frac{\sqrt{14}}{2}$.

Cách 2: $OABC$ là tứ diện vuông có cạnh $OA=1$, $OB=3$, $OC=2$ có bán kính mặt cầu ngoại tiếp là $R=\frac{1}{2}\sqrt{OA^2+OB^2+OC^2}=\frac{1}{2}\sqrt{1+9+4}=\frac{\sqrt{14}}{2}$.

Câu 11: (THPT Chuyên ĐHSP-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0;0;0)$, $B(1;0;0)$, $D(0;1;0)$ và $A'(0;0;1)$. Khoảng cách giữa AC và $B'D$ là

A. 1. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** $\frac{1}{\sqrt{3}}$. **D.** $\frac{1}{\sqrt{6}}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$A(0;0;0)$, $C(1;1;0)$ nên $\overrightarrow{AC}=(1;1;0)$.

$B'(1;0;1)$, $D(0;1;0)$ nên $\overrightarrow{B'D}=(-1;1;-1)$.

$A(0;0;0)$, $D(0;1;0)$ nên $\overrightarrow{AD}=(0;1;0)$.

Khoảng cách giữa AC và $B'D$ là $d(AC,B'D)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{AC},\overrightarrow{B'D}\right].\overrightarrow{AD}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{AC},\overrightarrow{B'D}\right]\right|}=\dfrac{1}{\sqrt{6}}$.

Câu 12: (THPT Chuyên ĐHSP-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $A(0;0;0)$, $B(2;0;0)$, $C(0;2;0)$ và $A'(0;0;2)$. Góc giữa BC' và $A'C$ là

A. $45°$. **B.** $60°$. **C.** $30°$. **D.** $90°$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $B(2;0;0)$, $C'(0;2;2)$ nên $\overrightarrow{BC'}=(-2;2;2)$.

$A'(0;0;2)$, $C(0;2;0)$ nên $\overrightarrow{A'C}=(0;2;-2)$.

Câu 13: Suy ra: $\cos\left(\widehat{BC',A'C}\right)=\left|\cos\left(\overrightarrow{BC'},\overrightarrow{A'C}\right)\right|=\dfrac{|0+4-4|}{\sqrt{12}.\sqrt{8}}=0$, $\Rightarrow \left(\widehat{BC',A'C}\right)=90°$.**(THTT Số 4-487 tháng 1 năm 2017-2018)** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$ cho phương trình $x^2+y^2+z^2-2(m+2)x+4my-2mz+5m^2+9=0$.Tìm m để phương trình đó là phương trình của một mặt cầu.

A. $-5<m<5$. **B.** $m<-5$ hoặc $m>1$. **C.** $m<-5$. **D.** $m>1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $x^2+y^2+z^2-2(m+2)x+4my-2mz+5m^2+9=0$ (*).

(*) $\Leftrightarrow (x-m-2)^2+(y+2m)^2+(z-m)^2=m^2+4m-5$.

Do đó phương trình (*) là phương trình mặt cầu khi $m^2+4m-5>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>1 \\ m<-5 \end{array}\right.$.

Câu 14: (THTT Số 4-487 tháng 1 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a}(5;7;2)$, $\vec{b}(3;0;4)$, $\vec{c}(-6;1;-1)$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{m}=3\vec{a}-2\vec{b}+\vec{c}$.

A. $\vec{m}(3;22;-3)$. **B.** $\vec{m}(3;22;3)$. **C.** $\vec{m}(-3;22;-3)$. **D.** $\vec{m}(3;-22;3)$.

Lời giải

Chọn A

$\vec{a}(5;7;2)\Rightarrow 3\vec{a}(15;21;6)$; $\vec{b}(3;0;4)\Rightarrow 2\vec{b}(6;0;8)$.

Vậy $\vec{m}=3\vec{a}-2\vec{b}+\vec{c}=(15-6-6;21+1;6-8-1)=(3;22;-3)$.

Câu 15: (THTT Số 4-487 tháng 1 năm 2017-2018) Mặt phẳng cắt mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+2y+6z-1=0$ có phương trình là

A. $2x+3y-z-16=0$. **B.** $2x+3y-z+12=0$.

C. $2x+3y-z-18=0$. **D.** $2x+3y-z+10=0$.

Lời giải

Chọn D

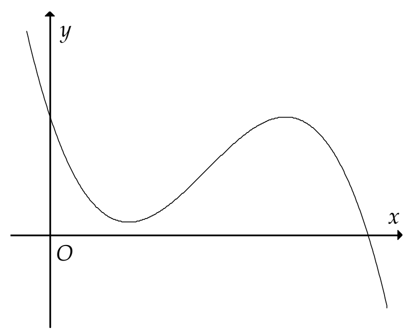
(S) có tâm $I(1;-1;-3)$ và bán kính $R=\sqrt{1^2+1^2+3^2+1}=\sqrt{14}$.

$d(I,(P))=\dfrac{|2.1+3(-1)+3-16|}{\sqrt{2^2+3^2+1^2}}=\sqrt{14}=R$ nên loại đáp án A.

$d(I,(P))=\dfrac{|2.1+3(-1)+3+12|}{\sqrt{2^2+3^2+1^2}}=\sqrt{14}=R$ nên loại đáp án B.

$d(I,(P))=\dfrac{|2.1+3(-1)+3-18|}{\sqrt{2^2+3^2+1^2}}=\dfrac{16}{\sqrt{14}}>R$ nên loại đáp án C.

Câu 16: (SGD Ninh Bình năm 2017-2018) Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình bên.



Tìm số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$.

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị hàm số $y=f'(x)$ ta thấy $f'(x)$ đổi dấu một lần (cắt trục Ox tại một điểm) do đó số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ là 1.

Câu 17: (THPT Chuyên ĐH KHTN-Hà Nội năm 2017-2018) Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x+2y-2z-6=0$ và $(Q): x+2y-2z+3=0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng

A. 1. **B.** 3. **C.** 9. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

Dễ thấy $(P)//(Q)$.

Chọn $M(0;0;-3)\in(P)$.

Khi đó : $d((P);(Q))=d(M;(Q))=\dfrac{|-2.(-3)+3|}{3}=3$.

Câu 18: (THPT Chuyên ĐH KHTN-Hà Nội năm 2017-2018) Phương trình đường thẳng song song với đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z}{-1}$ và cắt hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$; $d_2:\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-3}{3}$ là:

A. $\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-2}{1}$.

B. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{-1}$.

C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-3}{-1}$.

D. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$.

Lời giải

Chọn B

Vectơ chỉ phương của d là $\vec{u}=(1;1;-1)$.

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm và $A=\Delta\cap d_1$, $B=\Delta\cap d_2$. Suy ra: $\begin{cases}A(-1+2a;-1+a;2-a)\\ B(1-b;2+b;3+3b)\end{cases}$.

Khi đó: $\overrightarrow{AB}=(-b-2a+2;b-a+3;3b+a+1)$.

Vì đường thẳng Δ song song với đường thẳng d nên $\overrightarrow{AB}$ cùng phương với $\vec{u}$.

Suy ra: $\dfrac{-b-2a+2}{1}=\dfrac{b-a+3}{1}=\dfrac{3b+a+1}{-1}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\ b=-1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}A(1;0;1)\\ B(2;1;0)\end{cases}$.

Thay $A(1;0;1)$ vào đường thẳng d ta thấy $A\notin d$.

Vậy phương trình đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{-1}$.

Câu 19: (THPT Chuyên Hạ Long-Quảng Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai véctơ $\vec{a}=(2;-3;-1)$ và $\vec{a}=(-1;0;4)$. Tìm tọa độ của véctơ $\vec{u}=4\vec{a}-5\vec{b}$.

A. $\vec{u}=(13;12;-24)$.
B. $\vec{u}=(13;-12;-24)$.
C. $\vec{u}=(3;-12;16)$.
D. $\vec{u}=(13;-12;-24)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Gọi $\vec{u}=(x;y;z)$. Ta có $\vec{u}=4\vec{a}-5\vec{b}\Leftrightarrow\begin{cases}x=4.2-5.(-1)\\ y=4.(-3)-5.0\\ z=4.(-1)-5.4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=13\\ y=-12\\ z=-24\end{cases}$.

Vậy $\vec{u}=(13;-12;-24)$.

Câu 20: (THPT Chuyên Hạ Long-Quảng Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;0;0)$, $B(3;2;4)$, $C(0;5;4)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right|$ nhỏ nhất.

A. $M(1;3;0)$.
B. $M(1;-3;0)$.
C. $M(3;1;0)$.
D. $M(2;6;0)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi I là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+2\overrightarrow{IC}=\vec{0}$ (1).

Ta có $(1) \Leftrightarrow 4\overrightarrow{OI} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + 2\overrightarrow{OC} = (4;12;12) \Leftrightarrow I(1;3;3)$.

Khi đó $\left|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\right| = \left|4\overrightarrow{MI}\right| = 4MI$.

Do M thuộc mặt phẳng (Oxy) nên để $\left|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\right|$ nhỏ nhất hay MI nhỏ nhất thì M là hình chiếu của $I(1;3;3)$ trên $(Oxy) \Leftrightarrow M(1;3;0)$.

Câu 21: (THPT Chuyên Lê Quý Đôn-Đà Nẵng năm 2017-2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$. Biết $A(2;1;-3)$, $B(0;-2;5)$ và $C(1;1;3)$. Diện tích hình bình hành $ABCD$ là

A. $2\sqrt{87}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{349}}{2}$. **C.** $\sqrt{349}$. **D.** $\sqrt{87}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-2;-3;8)$, $\overrightarrow{BC} = (1;3;-2)$. Suy ra $\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}\right] = (-18;4;-3)$.

Diện tích hình bình hành $ABCD$ là: $S_{ABCD} = \left|\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}\right]\right| = \sqrt{(-18)^2 + 4^2 + (-3)^2} = \sqrt{349}$.

Câu 22: (THPT Chuyên Lê Quý Đôn-Đà Nẵng năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết $A(2;4;0)$, $B(4;0;0)$, $C(-1;4;-7)$ và $D'(6;8;10)$. Tọa độ điểm B' là

A. $B'(8;4;10)$. **B.** $B'(6;12;0)$. **C.** $B'(10;8;6)$. **D.** $B'(13;0;17)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ suy ra $D(-3;8;-7)$.

$BB'D'D$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{DD'}$ suy ra $B'(13;0;17)$.

Câu 23: (THPT Chuyên Lê Quý Đôn-Đà Nẵng năm 2017-2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;0)$, $C(0;0;3)$, $B(0;2;0)$. Tập hợp các điểm M thỏa mãn $MA^2 = MB^2 + MC^2$ là mặt cầu có bán kính là:

A. $R = 2$. **B.** $R = \sqrt{3}$. **C.** $R = 3$. **D.** $R = \sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D

Giả sử $M(x;y;z)$.

Ta có: $MA^2 = (x-1)^2 + y^2 + z^2$; $MB^2 = x^2 + (y-2)^2 + z^2$; $MC^2 = x^2 + y^2 + (z-3)^2$.

$MA^2 = MB^2 + MC^2 \Leftrightarrow (x-1)^2 + y^2 + z^2 = x^2 + (y-2)^2 + z^2 + x^2 + y^2 + (z-3)^2$

$\Leftrightarrow -2x + 1 = (y-2)^2 + x^2 + (z-3)^2 \Leftrightarrow (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 2$.

Vậy tập hợp các điểm M thỏa mãn $MA^2 = MB^2 + MC^2$ là mặt cầu có bán kính là $R = \sqrt{2}$.

Câu 24: (THPT Chuyên Lê Quý Đôn-Đà Nẵng năm 2017-2018) Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho $\vec{a}=(2;3;1)$, $\vec{b}=(-1;5;2)$, $\vec{c}=(4;-1;3)$ và $\vec{x}=(-3;22;5)$. Đẳng thức nào đúng trong các đẳng thức sau ?

A. $\vec{x}=2\vec{a}-3\vec{b}-\vec{c}$.

B. $\vec{x}=-2\vec{a}+3\vec{b}+\vec{c}$.

C. $\vec{x}=2\vec{a}+3\vec{b}-\vec{c}$.

D. $\vec{x}=2\vec{a}-3\vec{b}+\vec{c}$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $\vec{x}=m.\vec{a}+n.\vec{b}+p.\vec{c}$ với m, n, $p\in\mathbb{R}$.

Khi đó $\begin{cases}2m-n+4p=-3\\3m+5n-p=22\\m+2n+3p=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=2\\n=3\\p=-1\end{cases}$.

Câu 25: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 3 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;2;-3)$, $B(-3;2;9)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là:

A. $x+3z+10=0$. **B.** $-4x+12z-10=0$. **C.** D. **D.** $x-3z+10=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Trung điểm của đoạn thẳng AB là $I(-1;2;3)$.

Ngoài ra $\overrightarrow{AB}=(-4;0;12)$.

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua $I(-1;2;3)$, nhận $\vec{n}(1;0;-3)$ làm vecto pháp tuyến nên có phương trình $1(x+1)-3(z-3)=0\Leftrightarrow x-3z+10=0$.

Câu 26: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 3 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi H hình chiếu vuông góc của $M(2;0;1)$ lên đường thẳng $\Delta:\frac{x-1}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z-2}{1}$. Tìm tọa độ điểm H.

A. $H(2;2;3)$. **B.** $H(0;-2;1)$. **C.** $H(1;0;2)$. **D.** $H(-1;-4;0)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $\Delta:\begin{cases}x=1+t\\y=2t\\z=2+t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$ mà $H\in\Delta\Rightarrow H(t+1;2t;t+2)\Rightarrow\overrightarrow{MH}=(t-1;2t;t+1)$.

Đường thẳng Δ có một VTCP là $\vec{u}=(1;2;1)$.

Khi đó $MH\perp\Delta\Leftrightarrow\overrightarrow{MH}.\vec{u}=0\Leftrightarrow(t-1)+4t+(t+1)=0\Leftrightarrow t=0\Rightarrow H(1;0;2)$.

Câu 27: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 3 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1;-2;3)$. Phương trình mặt cầu tâm I, tiếp xúc với trục Oy là:

A. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=10$. **B.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=9$.

C. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=8$. **D.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=16$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi M là hình chiếu vuông góc của tâm $I(1;-2;3)$ lên trục Oy, suy ra $M(0;-2;0)$.

Vì mặt cầu tiếp xúc với trục Oy nên có bán kính $R=IM=\sqrt{10}$.

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là: $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=10$.

Câu 28: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 3 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;0)$ và đường thẳng d có phương trình $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{-1}$. Phương trình của đường thẳng Δ đi qua điểm M, cắt và vuông góc với đường thẳng d là:

A. $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-4}=\dfrac{z}{-2}$. **B.** $\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y-1}{-4}=\dfrac{z}{2}$.

C. $\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y-1}{-3}=\dfrac{z}{2}$. **D.** $\dfrac{x-2}{-3}=\dfrac{-y+1}{-4}=\dfrac{z}{-2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

d có VTCP $\vec{u}=(2;1;-1)$.

Gọi $A=\Delta\cap d$. Suy ra $A(1+2a;-1+a;-a)$ và $\overrightarrow{MA}=(2a-1;a-2;-a)$.

Ta có $\Delta\perp d$ nên $\overrightarrow{MA}\perp\vec{u}\Leftrightarrow\overrightarrow{MA}.\vec{u}=0\Leftrightarrow 2(2a-1)+a-2+a=0\Leftrightarrow a=\dfrac{2}{3}$.

Do đó, Δ qua $M(2;1;0)$ có VTCP $\overrightarrow{MA}=\left(\dfrac{1}{3};-\dfrac{4}{3};-\dfrac{2}{3}\right)$, chọn $\vec{u'}=(1;-4;-2)$ là VTCP của Δ nên phương trình của đường thẳng Δ là: $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-4}=\dfrac{z}{-2}$.

Câu 29: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc - lần 3 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;2;-4),B(-3;5;2)$. Tìm tọa độ điểm M sao cho biểu thức MA^2+2MB^2 đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $M(-1;3;-2)$. **B.** $M(-2;4;0)$. **C.** $M(-3;7;-2)$. **D.** $M\left(-\dfrac{3}{2};\dfrac{7}{2};-1\right)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{AB}=\left(-3;3;6\right)\Rightarrow$ một véc tơ chỉ phương của đường thẳng AB là $\vec{u}=\left(-1;1;2\right)$. Phương trình của đường thẳng AB là $\begin{cases}x=-t\\y=2+t\\z=-4+2t\end{cases}$

Gọi I là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IB}=\vec{0}\Rightarrow I\left(-2;4;0\right)$.

$MA^2+2MB^2=\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)^2+2\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)^2=IA^2+2IB^2+3MI^2+2\overrightarrow{MI}\left(\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IB}\right)$
$=IA^2+2IB^2+3MI^2$.

Do A, B, I cố định nên $IA^2+2IB^2+3MI^2$ nhỏ nhất khi MI^2 nhỏ nhất hay M là hình chiếu của I trên đường thẳng AB.

Vì $M\in AB$ nên $M\left(-t;2+t;2\text{t}-4\right)\Rightarrow\overrightarrow{IM}=\left(2-t;t-2;2t-4\right)$

Ta có $IM\perp AB\Rightarrow\overrightarrow{IM}.\overrightarrow{AB}=0\Leftrightarrow 2-t+t-2+4t-8=0\Leftrightarrow t=2\Rightarrow M\left(-2;4;0\right)$.

Câu 30: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 3 MĐ 234 năm học 2017-2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(-1;2;1\right)$, $B\left(0;2;3\right)$. Viết phương trình mặt cầu đường kính AB.

A. $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\left(y+2\right)^2+\left(z-2\right)^2=\frac{5}{4}$.

B. $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\left(y-2\right)^2+\left(z+2\right)^2=\frac{5}{4}$.

C. $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\left(y-2\right)^2+\left(z-2\right)^2=\frac{5}{4}$.

D. $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\left(y-2\right)^2+\left(z-2\right)^2=\frac{5}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Tâm I của mặt cầu là trung điểm của AB $\Rightarrow I\left(-\frac{1}{2};2;2\right)$. Bán kính $R=\frac{AB}{2}=\frac{1}{2}\sqrt{1+4}=\frac{\sqrt{5}}{2}$.

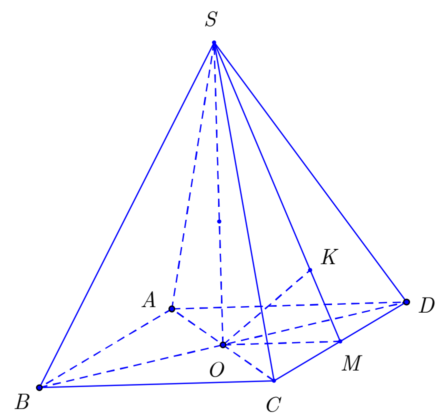
Vậy phương trình mặt cầu $\left(S\right)$ là: $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\left(y-2\right)^2+\left(z-2\right)^2=\frac{5}{4}$.

Câu 31: (THPT Hoài Ân-Hải Phòng năm 2017-2018) Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a. Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SC.

A. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $AB // CD \Rightarrow AB // (SCD)$

$\Rightarrow d(AB, SC) = d(AB, (SCD)) = d(A, (SCD)) = 2d(O, (SCD))$.

Gọi M là trung điểm của CD, trong (SCD) kẻ $OK \perp SM$ tại K.

Ta có $\begin{cases} CD \perp OM \\ CD \perp SO \end{cases} \Rightarrow CD \perp OK$. Suy ra $OK \perp (SCD) \Rightarrow OK = d(O, (SCD))$.

Ta có $SO^2 = SA^2 - OA^2 = a^2 - \dfrac{a^2}{2} = \dfrac{a^2}{2}$.

Suy ra $\dfrac{1}{OK^2} = \dfrac{1}{OM^2} + \dfrac{1}{OS^2} = \dfrac{6}{a^2} \Rightarrow OK = \dfrac{a\sqrt{6}}{6}$.

Vậy khoảng cách giữa AB và SC bằng $\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$.

Câu 32: (THPT Hồng Quang-Hải Dương năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a} = (2; m-1; 3)$, $\vec{b} = (1; 3; -2n)$. Tìm m, n để các vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$ cùng hướng.

A. $m = 7$; $n = -\dfrac{3}{4}$. **B.** $m = 7$; $n = -\dfrac{4}{3}$. **C.** $m = 4$; $n = -3$. **D.** $m = 1$; $n = 0$.

Lời giải

Chọn A

Các vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$ cùng hướng khi và chỉ khi tồn tại số thực dương k sao cho $\vec{a} = k\vec{b}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2 = k \\ m - 1 = 3k \\ 3 = k(-2n) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = k \\ m - 1 = 6 \\ 3 = 2(-2n) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = k \\ m = 7 \\ n = \dfrac{-3}{4} \end{cases}.$$

Câu 33: (THPT Quãng Xương 1-Thanh Hóa năm 2017-2018) Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}$, $\vec{b}$ tạo với nhau 1 góc 120° và $|\vec{a}| = 3$; $|\vec{b}| = 5$. Tìm $T = |\vec{a} - \vec{b}|$.

A. $T = 5$. **B.** $T = 6$. **C.** $T = 7$. **D.** $T = 4$.

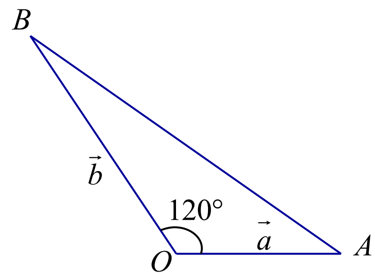
Lời giải

Chọn C

Cách 1: Ta có $T^2=\left|\vec{a}-\vec{b}\right|^2=\vec{a}^2+\vec{b}^2-2\vec{a}.\vec{b}\Leftrightarrow T^2=\vec{a}^2+\vec{b}^2-2.\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|.\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)$

$\Leftrightarrow T^2=3^3+5^2-2.3.5.\cos120^\circ\Leftrightarrow T^2=49\Rightarrow T=7$.

Cách 2:



Đặt $\vec{a}=\overrightarrow{OA}$, $\vec{b}=\overrightarrow{OB}$. Khi đó $T=\left|\vec{a}-\vec{b}\right|=\left|\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}\right|=\left|\overrightarrow{BA}\right|\Leftrightarrow T=BA$.

Theo định lý Côsin trong tam giác OAB có: $BA^2=OA^2+OB^2-2OA.OB.\cos\widehat{AOB}$

$\Leftrightarrow BA^2=3^2+5^2-2.3.5.\cos120^\circ=47\Leftrightarrow T=7$.

Câu 34: (THPT Quãng Xương 1-Thanh Hóa năm 2017-2018) Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}=(1;2;1)$, $\vec{b}=(-1;1;2)$, $\vec{c}=(x;3x;x+2)$. Nếu 3 vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ đồng phẳng thì x bằng ?

A. 2. **B.** 1. **C.** -2. **D.** -1.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\begin{cases}\vec{a}=(1;2;1)\\ \vec{b}=(-1;1;2)\end{cases}\Rightarrow\left[\vec{a};\vec{b}\right]=(3;-3;3)$.

Khi đó $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ đồng phẳng $\Leftrightarrow\left[\vec{a};\vec{b}\right].\vec{c}=0\Leftrightarrow 3x-9x+3(x+2)=0\Leftrightarrow x=2$.

Câu 35: (THPT Quãng Xương 1-Thanh Hóa năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;2;0)$, $B(3;-1;1)$, $C(1;1;1)$. Tính diện tích S của tam giác ABC.

A. $S=1$. **B.** $S=\frac{1}{2}$. **C.** $S=\sqrt{3}$. **D.** $S=\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;-3;1)$, $\overrightarrow{AC}=(0;-1;1)\Rightarrow\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right]=(-2;-2;-2)$.

Do đó $S=\frac{1}{2}\left\|\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right]\right\|=\frac{1}{2}\sqrt{(-2)^2+(-2)^2+(-2)^2}=\sqrt{3}$

Câu 36: (THPT Quãng Xương 1-Thanh Hóa năm 2017-2018) Trong không gian $Oxyz$ cho $A(1;-1;2)$, $B(-2;0;3)$, $C(0;1;-2)$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho biểu thức $S=\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{MC}+3\overrightarrow{MC}.\overrightarrow{MA}$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó $T=12a+12b+c$ có giá trị là

A. $T=3$. **B.** $T=-3$. **C.** $T=1$. **D.** $T=-1$.

Lời giải

Chọn D

Do $M\left(a;b;c\right)$ thuộc mặt phẳng $\left(Oxy\right)$ nên $c=0\Rightarrow M\left(a;b;0\right)$.

Ta có $\overrightarrow{MA}=\left(1-a;-1-b;2\right)$, $\overrightarrow{MB}=\left(-2-a;-b;3\right)$, $\overrightarrow{MC}=\left(-a;1-b;-2\right)$.

$$S=\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{MC}+3\overrightarrow{MC}.\overrightarrow{MA}=6a^2+6b^2+2a-b+1=6\left(a+\frac{1}{6}\right)^2+6\left(b-\frac{1}{12}\right)^2+\frac{19}{24}.$$

$\Rightarrow S\ge\frac{19}{24}$. Vậy S đạt giá trị nhỏ nhất $\frac{19}{4}$ khi $\begin{cases}a=-\frac{1}{6}\\ b=\frac{1}{12}\end{cases}\Rightarrow T=12a+12b+c=-1$

Câu 37: (THPT Trần Quốc Tuấn năm 2017-2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ viết phương trình mặt cầu $\left(S\right)$ có tâm $I(-2;3;4)$ biết mặt cầu $\left(S\right)$ cắt mặt phẳng tọa độ $\left(Oxz\right)$ theo một hình tròn giao tuyến có diện tích bằng 16π.

A. $\left(x+2\right)^2+\left(y-3\right)^2+\left(z-4\right)^2=25$. **B.** $\left(x+2\right)^2+\left(y-3\right)^2+\left(z-4\right)^2=5$.

C. $\left(x+2\right)^2+\left(y-3\right)^2+\left(z-4\right)^2=16$. **D.** $(x+2)^2+(y-3)^2+(z-4)^2=9$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi R, r lần lượt là bán kính mặt cầu và bán kính đường tròn giao tuyến.

Hình tròn giao tuyến có diện tích bằng $16\pi\Leftrightarrow\pi r^2=16\pi\Leftrightarrow r=4$.

Khoảng cách từ $I(-2;3;4)$ đến $\left(Oxz\right)$ là $h=\left|y_I\right|=3$.

Suy ra $R=\sqrt{h^2+r^2}=\sqrt{16+9}=5$.

Vậy phương trình mặt cầu $\left(S\right)$ là: $\left(x+2\right)^2+\left(y-3\right)^2+\left(z-4\right)^2=25$.

Câu 38: (THPT Trần Quốc Tuấn năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho tam giác ABC có $A(2;2;0)$, $B(1;0;2)$, $C(0;4;4)$. Viết phương trình mặt cầu có tâm là A và đi qua trọng tâm G của tam giác ABC.

A. $(x-2)^2+(y-2)^2+z^2=4$. **B.** $(x+2)^2+(y+2)^2+z^2=5$.

C. $(x-2)^2+(y-2)^2+z^2=\sqrt{5}$. **D.** $(x-2)^2+(y-2)^2+z^2=5$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi G là trọng tâm tam giác ABC khi đó ta có $G\left(1;2;2\right)\Rightarrow\overrightarrow{AG}=\left(-1;0;2\right)\Rightarrow\left|\overrightarrow{AG}\right|=\sqrt{5}$.

Phương trình mặt cầu tâm A và đi qua trọng tâm G của tam giác ABC là: $(x-2)^2+(y-2)^2+z^2=5$.

Câu 39: (THPT Trần Quốc Tuấn năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho tam giác vuông $(S): x^2+y^2+z^2-4x+2z+4=0$ có $A(4;0;2)$, $B(1;-4;-2)$ và $C(2;1;1)$. Tính diện tích S của tam giác ABC.

A. $S=\dfrac{\sqrt{242}}{2}$. **B.** $S=\dfrac{\sqrt{246}}{2}$. **C.** $S=\dfrac{\sqrt{206}}{2}$. **D.** $S=\dfrac{\sqrt{210}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $\overrightarrow{BC}=(1;5;3)$; $\overrightarrow{AC}=(-2;1;-1)$. Vì $\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{AC}=-2+5-3=0$ nên tam giác ABC vuông tại C.

Diện tích tam giác ABC là $S=\dfrac{1}{2}AC.BC=\dfrac{1}{2}\sqrt{6}.\sqrt{35}=\dfrac{\sqrt{210}}{2}$.

Câu 40: (THPT Trần Quốc Tuấn năm 2017-2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(-2;3;-4)$, $B(4;-3;3)$. Tính độ dài đoạn thẳng AB.

A. $AB=11$. **B.** $AB=(6;-6;7)$. **C.** $AB=7$. **D.** $AB=9$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có độ dài đoạn thẳng AB là: $AB=\left|\overrightarrow{AB}\right|=\sqrt{6^2+(-6)^2+7^2}=\sqrt{121}\Leftrightarrow AB=11$.

Câu 41: (THPT Trần Quốc Tuấn năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(4;\,2;\,1)$, $B(-2;-1;4)$. Tìm tọa độ điểm M thỏa mãn đẳng thức $\overrightarrow{AM}=2\overrightarrow{MB}$.

A. $M(0;0;3)$. **B.** $M(0;0;-3)$. **C.** $M(-8;-4;7)$. **D.** $M(8;4;-7)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi điểm $M(x;y;z)$. Khi đó: $\overrightarrow{AM}=2\overrightarrow{MB}\Leftrightarrow\begin{cases}x-4=2(-2-x)\\y-2=2(-1-y)\\z-1=2(4-z)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=0\\y=0\\z=3\end{cases}$.

Vậy $M(0;0;3)$.

Câu 42: (THPT Thanh Miện 1-Hải Dương-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu (S) có phương trình: $x^2+y^2+z^2-2x-4y+4z-7=0$. Xác định tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S):

A. $I(-1;-2;2)$; $R=3$. **B.** $I(1;2;-2)$; $R=\sqrt{2}$.

C. $I(-1;-2;2)$; $R=4$. **D.** $I(1;2;-2)$; $R=4$.

Lời giải

Chọn D

$(S): x^2+y^2+z^2-2x-4y+4z-7=0\Rightarrow a=1$; $b=2$; $c=-2$; $d=-7$

$\Rightarrow R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}=4$; $I(1;2;-2)$.

Câu 43: (THPT Thanh Miện 1-Hải Dương-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian $Oxyz$ cho 2 véc tơ $\vec{a}=(2;1;-1)$; $\vec{b}=(1;3;\mathrm{m})$. Tìm m để $\left(\vec{a};\vec{b}\right)=90^\circ$.

A. $m=-5$. **B.** $m=5$. **C.** $m=1$. **D.** $m=-2$

Lời giải

Chọn B

$\left(\vec{a};\vec{b}\right)=90^\circ \Leftrightarrow \vec{a}.\vec{b}=0 \Leftrightarrow 5-m=0 \Leftrightarrow m=5$.

Câu 44: (THPT Trần Hưng Đạo-TP HCM năm 2017-2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}=(0;3;1)$, $\vec{b}=(3;0;-1)$. Tính $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)$.

A. $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=-\dfrac{1}{100}$. **B.** $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\dfrac{1}{100}$. **C.** $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=-\dfrac{1}{10}$. **D.** $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\dfrac{1}{10}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\dfrac{\vec{a}.\vec{b}}{\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|}=\dfrac{0.3+3.0+1.(-1)}{\sqrt{0^2+3^2+1^2}.\sqrt{3^2+0^2+(-1)^2}} \Leftrightarrow \cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=-\dfrac{1}{10}$.

Câu 45: (THPT Trần Hưng Đạo-TP HCM năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(0;1;4)$, $B(3;-1;1)$, $C(-2;3;2)$. Tính diện tích S tam giác ABC.

A. $S=2\sqrt{62}$. **B.** $S=12$. **C.** $S=\sqrt{6}$. **D.** $S=\sqrt{62}$.

Lời giải

Chọn D

$\overrightarrow{AB}=(3;-2;-3)$, $\overrightarrow{AC}=(-2;2;-2) \Rightarrow S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right]\right|=\sqrt{62}$.

Câu 46: (THPT Trần Hưng Đạo-TP HCM năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(3;2;8)$, $N(0;1;3)$ và $P(2;m;4)$. Tìm m để tam giác MNP vuông tại N.

A. $m=25$. **B.** $m=4$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=-10$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overrightarrow{NM}=(3;1;5)$, $\overrightarrow{NP}=(2;m-1;1)$.

Do tam giác MNP vuông tại N nên $\overrightarrow{NM}.\overrightarrow{NP}=0 \Rightarrow 6+m-1+5=0 \Rightarrow m=-10$.

Câu 47: (THPT Tứ Kỳ-Hải Dương năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vectơ $\vec{u}=(1;1;-2)$, $\vec{v}=(1;0;m)$. Tìm m để góc giữa hai vectơ $\vec{u},\vec{v}$ bằng 45°.

A. $m=2-\sqrt{6}$. **B.** $m=2+\sqrt{6}$. **C.** $m=2\pm\sqrt{6}$. **D.** $m=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $\cos\left(\widehat{\vec{u},\vec{v}}\right)=\dfrac{\vec{u}.\vec{v}}{\left|\vec{u}\right|.\left|\vec{v}\right|}=\dfrac{1-2m}{\sqrt{1^2+1^2+(-2)^2}.\sqrt{1^2+m^2}}=\dfrac{1-2m}{\sqrt{6}.\sqrt{1+m^2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$\Leftrightarrow 1-2m=\sqrt{3}\sqrt{1-m^2}$

$\Leftrightarrow 4m^2-4m+1=3+3m^2$ (điều kiện $m<\dfrac{1}{2}$).

$\Leftrightarrow m^2-4m-2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=2-\sqrt{6} \\ m=2+\sqrt{6} \end{array}\right.$. Đối chiếu đk ta có $m=2-\sqrt{6}$.

Câu 48: **(THPT Lương Văn ChasnhPhus Yên năm 2017-2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(1;0;1)$, $B(2;1;2)$, $D(1;-1;1)$, $C'(4;5;-5)$. Tính tọa độ đỉnh A' của hình hộp.

A. $A'(4;6;-5)$. **B.** $A'(2;0;2)$. **C.** $A'(3;5;-6)$. **D.** $A'(3;4;-6)$.

Lời giải

Chọn C

Theo quy tắc hình hộp ta có: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AC'}$.

Suy ra $\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AC'}-\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}$.

Lại có: $\overrightarrow{AC'}=(3;5;-6)$, $\overrightarrow{AB}=(1;1;1)$, $\overrightarrow{AD}=(0;-1;0)$.

Do đó: $\overrightarrow{AA'}=(2;5;-7)$.

Suy ra $A'(3;5;-6)$.

Câu 49: **(THPT Lương Văn ChasnhPhus Yên năm 2017-2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ tạo với nhau một góc $120°$ và $|\vec{u}|=2$, $|\vec{v}|=5$. Tính $|\vec{u}+\vec{v}|$

A. $\sqrt{19}$. **B.** -5. **C.** 7. **D.** $\sqrt{39}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có : $\left(|\vec{u}+\vec{v}|\right)^2=\left(\vec{u}+\vec{v}\right)^2=\vec{u}^2+2\vec{u}\vec{v}+\vec{v}^2=|\vec{u}|^2+2|\vec{u}|.|\vec{v}|\cos\left(\vec{u};\vec{v}\right)+|\vec{v}|^2$

$=2^2+2.2.5.\left(-\dfrac{1}{2}\right)+5^2=19$.

Suy ra $|\vec{u}+\vec{v}|=\sqrt{19}$.

Câu 50: **(THPT Trần Nhân Tông-Quảng Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba điểm $M(2;3;-1)$, $N(-1;1;1)$ và $P(1;m-1;2)$. Tìm m để tam giác MNP vuông tại N.

A. $m=-6$. **B.** $m=0$. **C.** $m=-4$. **D.** $m=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có

$\overrightarrow{NM}=(3;2;-2)$, $\overrightarrow{NP}=(2;m-2;1)$.

Tam giác MNP vuông tại N khi và chỉ khi $\overrightarrow{NM}.\overrightarrow{NP}=0$

$\Leftrightarrow 3.2+2.(m-2)-2.1=0 \Leftrightarrow m=0$.

Vậy giá trị cần tìm của m là $m=0$.

Câu 51: **(THPT Trần Nhân Tông-Quảng Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3;-1;-2)$ và mặt phẳng $(\alpha):3x-y+2z+4=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua M và song song với (α)?

A. $3x+y-2z-14=0$. **B.** $3x-y+2z+6=0$.

C. $3x-y+2z-6=0$. **D.** $3x-y-2z+6=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Mặt phẳng qua M song song với (α) có phương trình là:

$3(x-3)-(y+1)+2(z+2)=0$ hay $3x-y+2z-6=0$.

Vậy phương trình mặt phẳng cần tìm là: $3x-y+2z-6=0$.

Câu 52: (THPT Trần Nhân Tông-Quảng Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị m để phương trình $x^2+y^2+z^2-2x-2y-4z+m=0$ là phương trình của một mặt cầu.

A. $m>6$. **B.** $m\geq 6$. **C.** $m\leq 6$. **D.** $m<6$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có:

$x^2+y^2+z^2-2x-2y-4z+m=0 \Leftrightarrow (x-1)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=6-m$.

Để phương trình này là phương trình mặt cầu thì $6-m>0 \Leftrightarrow m<6$.

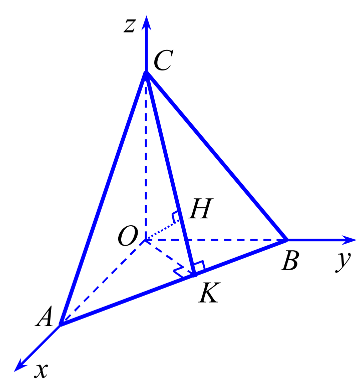
Vậy giá trị cần tìm của m là $m<6$.

Câu 53: (THTT số 5-488 tháng 2 năm 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $H(1;2;-2)$. Mặt phẳng (α) đi qua H và cắt các trục Ox, Oy, Oz tại A, B, C sao cho H là trực tâm tam giác ABC. Viết phương trình mặt cầu tâm O và tiếp xúc với mặt phẳng (α).

A. $x^2+y^2+z^2=81$. **B.** $x^2+y^2+z^2=1$. **C.** $x^2+y^2+z^2=9$. **D.** $x^2+y^2+z^2=25$.

Lời giải

Chọn C



Ta có H là trực tâm tam giác ABC $\Rightarrow OH\perp(ABC)$.

Thật vậy: $\begin{cases} OC\perp OA \\ OC\perp OB \end{cases} \Rightarrow OC\perp AB$ (1)

Mà $CH\perp AB$ (vì H là trực tâm tam giác ABC) (2)

Từ (1) và (2) suy ra $AB\perp(OHC)$ $\Rightarrow AB\perp OH$ (*)

Tương tự $BC\perp(OAH)$ $\Rightarrow BC\perp OH$. (**)

Từ (*) và (**) suy ra $OH\perp(ABC)$.

Khi đó mặt cầu tâm O tiếp xúc mặt phẳng (ABC) có bán kính $R=OH=3$.

Vậy mặt cầu tâm O và tiếp xúc với mặt phẳng (α) là $(S): x^2+y^2+z^2=9$.

Câu 54: (THTT số 5-488 tháng 2 năm 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M\left(1;3;-1\right)$ và mặt phẳng $\left(P\right):x-2y+2z=1$. Gọi N là hình chiếu vuông góc của M trên $\left(P\right)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn MN.

A. $x-2y+2z+3=0$. **B.** $x-2y+2z+1=0$. **C.** $x-2y+2z-3=0$. **D.** $x-2y+2z+2=0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng $\left(P\right)$ là $\vec{n}=\left(1;-2;2\right)$.

Phương trình đường thẳng Δ đi qua $M\left(1;3;-1\right)$ và vuông góc với mặt phẳng $\left(P\right)$ là

$$\begin{cases} x=1+t \\ y=3-2t \\ z=-1+2t \end{cases} \left(t\in\mathbb{R}\right).$$

Gọi N là hình chiếu vuông góc của M trên $\left(P\right)$ ta có $N\left(1+t;3-2t;-1+2t\right)$.

Thay N vào phương trình mặt phẳng $\left(P\right)$ ta được $9t-8=0 \Leftrightarrow t=\dfrac{8}{9} \Rightarrow N\left(\dfrac{17}{9};\dfrac{11}{9};\dfrac{7}{9}\right)$

Gọi I là trung điểm của MN khi đó ta có $I\left(\dfrac{13}{9};\dfrac{19}{9};\dfrac{-1}{9}\right)$.

Do mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng MN song song với mặt phẳng $\left(P\right)$ nên véc tơ pháp tuyến của $\left(P\right)$ cũng là véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng trung trực của đoạn MN.

Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng MN đi qua $I\left(\dfrac{13}{9};\dfrac{19}{9};\dfrac{-1}{9}\right)$ và có một véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}=\left(1;-2;2\right)$ là $x-2y+2z+3=0$.

Câu 55: (THTT số 5-488 tháng 2 năm 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M\left(2;0;1\right)$. Gọi A, B lần lượt là hình chiếu của M trên trục Ox và trên mặt phẳng $\left(Oyz\right)$. Viết phương trình mặt trung trực của đoạn AB.

A. $4x-2z-3=0$. **B.** $4x-2y-3=0$. **C.** $4x-2z+3=0$. **D.** $4x+2z+3=0$.

Lời giải

Chọn A

A là hình chiếu của $M\left(2;0;1\right)$ trên trục Ox nên ta có $A\left(2;0;0\right)$.

B là hình chiếu của $M\left(2;0;1\right)$ trên mặt phẳng $\left(Oyz\right)$ nên ta có $B\left(0;0;1\right)$.

Gọi I là trung điểm AB. Ta có $I\left(1;0;\dfrac{1}{2}\right)$.

Mặt trung trực đoạn AB đi qua I và nhận $\overrightarrow{BA}=\left(2;0;-1\right)$ làm véc tơ pháp tuyến nên có phương trình $2\left(x-1\right)-1\left(z-\dfrac{1}{2}\right)=0 \Leftrightarrow 4x-2z-3=0$.

Câu 56: (THPT Mộ Đức-Quãng Ngãi-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian $Oxyz$, cho $A\left(1;2;-1\right)$, $B\left(0;-2;3\right)$. Tính diện tích tam giác OAB.

A. $\dfrac{\sqrt{29}}{6}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{29}}{2}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{78}}{2}$. **D.** $\dfrac{7}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Diện tích tam giác OAB được xác định bởi công thức: $S=\frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right]\right|$

Ta có $\overrightarrow{OA}=(1;2;-1)$, $\overrightarrow{OB}=(0;-2;3)\Rightarrow\left[\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right]=(4;-3;-2)$

Vậy $S=\frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right]\right|=\frac{1}{2}\sqrt{4^2+(-3)^2+(-2)^2}=\frac{\sqrt{29}}{2}$.

Câu 57: (THPT Mộ Đức-Quãng Ngãi-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;-2;3)$, $B(0;3;1)$, $C(4;2;2)$. Côsin của góc BAC bằng

A. $\frac{9}{\sqrt{35}}$. **B.** $\frac{9}{2\sqrt{35}}$. **C.** $-\frac{9}{2\sqrt{35}}$. **D.** $-\frac{9}{\sqrt{35}}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\cos\widehat{BAC}=\cos\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)=\frac{\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}}{\left|\overrightarrow{AB}\right|\left|\overrightarrow{AC}\right|}$ với $\overrightarrow{AB}=(1;5;-2)$, $\overrightarrow{AC}=(5;4;-1)$.

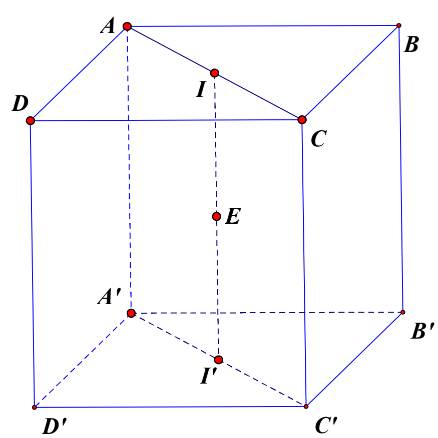
$$\cos\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)=\frac{1.5+5.4+(-2)(-1)}{\sqrt{1^2+5^2+(-2)^2}\sqrt{5^2+4^2+(-1)^2}}=\frac{27}{\sqrt{30}\sqrt{42}}=\frac{9}{2\sqrt{35}}$$

Câu 58: (THPT Mộ Đức-Quãng Ngãi-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(3;1;-2)$, $C(1;5;4)$. Biết rằng tâm hình chữ nhật $A'B'C'D'$ thuộc trục hoành, tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $\frac{\sqrt{91}}{2}$. **B.** $\frac{5\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{74}}{2}$. **D.** $\frac{7\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi I là trung điểm của $AC\Rightarrow$ Tọa độ điểm $I(2;3;1)$

Gọi I' là tâm hình chữ nhật $A'B'C'D'\Rightarrow I'(a;0;0)$.

Ta có: $II'\perp(ABCD)\Rightarrow II'\perp AC\Rightarrow\overrightarrow{II'}.\overrightarrow{AC}=0\Leftrightarrow(a-2)(-2)+(-3).4+(-1).6=0$

$\Leftrightarrow a=-7\Rightarrow I'(-7;0;0)$.

Gọi E là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D' \Rightarrow E$ là trung điểm của $AC \Rightarrow E\left(\frac{-5}{2};\frac{3}{2};\frac{1}{2}\right)$.

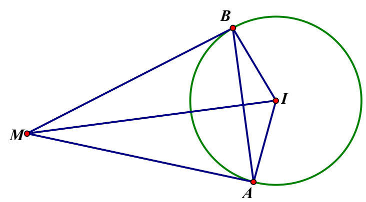
Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ là $R = AI = \frac{7\sqrt{3}}{2}$.

Câu 59: (THPT Mộ Đức-Quãng Ngãi-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu (S): $(x-1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=8$ và điểm $M(-1;\ 1;\ 2)$. Hai đường thẳng (d_1), (d_2) đi qua M và tiếp xúc mặt cầu (S) lần lượt tại A, B. Biết góc giữa (d_1) và (d_2) bằng α với $\cos\alpha = \frac{3}{4}$. Tính độ dài AB.

A. $\sqrt{7}$. **B.** $\sqrt{11}$. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** 7.

Lời giải

Chọn A



Mặt câu (S) có tâm $I(1;-2;-1)$ và bán kính $R = 2\sqrt{2}$; $IM = \sqrt{22}$;

Trong tam giác IMA ta có: $MA = MB = \sqrt{IM^2 - R^2} = \sqrt{22-8} = \sqrt{14}$.

Do $\cos\widehat{IMB} = \frac{MB}{IM} = \frac{\sqrt{14}}{\sqrt{22}} > \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \widehat{IMB} < 45^\circ \Rightarrow \widehat{AMB} < 90^\circ \Rightarrow \alpha = \widehat{BMA}$

Trong tam giác MAB ta có: $AB^2 = MA^2 + MB^2 - 2MA.MB.\cos\alpha = 7 \Rightarrow AB = \sqrt{7}$.

Câu 60: (THPT Hoàng Hoa Thám-Hưng Yên-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;-2)$ và $B(4;3;2)$. Viết phương trình mặt cầu (S) đường kính AB.

A. $(S):(x+3)^2+(y+2)^2+z^2=24$. **B.** $(S):(x-3)^2+(y-2)^2+z^2=6$.

C. $(S):(x-3)^2+(y-2)^2+z^2=24$. **D.** $(S):(x+3)^2+(y+2)^2+z^2=6$.

Lời giải

Chọn B

Ta có mặt cầu (S) đường kính AB có tâm $I(3;2;0)$ là trung điểm AB và có bán kính

$$R = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{2^2+2^2+4^2}}{2} = \sqrt{6}.$$

Vậy phương trình mặt cầu (S) đường kính AB là $(x-3)^2+(y-2)^2+z^2=6$.

Câu 61: (THPT Hoàng Hoa Thám-Hưng Yên-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(0;-2;2-a)$; $B(a+3;-1;1)$; $C(-4;-3;0)$; $D(-1;-2;a-1)$. Tập hợp các giá trị của a để bốn điểm A, B, C, D đồng phẳng là tập con của tập nào sau?

A. $(-7;-2)$. **B.** $(3;6)$. **C.** $(5;8)$. **D.** $(-2;2)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overrightarrow{AB}\left(a+3;1;\mathrm{a}-1\right),\overrightarrow{AC}\left(-4;-1;\mathrm{a}-2\right),\ \overrightarrow{AD}\left(-1;0;2a-3\right)$.

$\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=\left(2a-3;-a^2-5a+10;-a+1\right)$.

Để bốn điểm A, B, C, D đồng phẳng:

$\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}=0\Leftrightarrow -2a+3+\left(2a-3\right).\left(-a+1\right)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}a=0\\ a=\dfrac{3}{2}\end{array}\right.$.

Câu 1: **(SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 1 năm 2017-2018)** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, điểm thuộc trục Ox và cách đều hai điểm $A(4;2;-1)$ và $B(2;1;0)$ là

A. $M(-4;0;0)$. **B.** $M(5;0;0)$. **C.** $M(4;0;0)$. **D.** $M(-5;0;0)$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $M(x;0;0)\in Ox$.

$AM=\sqrt{(x-4)^2+5}$; $BM=\sqrt{(x-2)^2+1}$.

Điểm M cách đều hai điểm $A(4;2;-1)$ và $B(2;1;0)$ khi và chỉ khi $AM=BM$

$\Leftrightarrow (x-4)^2+5=(x-2)^2+1 \Leftrightarrow x=4$.

Do đó $M(4;0;0)$.

Câu 2: **(SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 2 năm 2017-2018)** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, điểm thuộc trục Oy và cách đều hai điểm $A(3;4;1)$ và $B(1;2;1)$ là

A. $M(0;4;0)$. **B.** $M(5;0;0)$. **C.** $M(0;5;0)$. **D.** $M(0;-5;0)$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $M(0;b;0)\in Oy$.

Theo đề: $MA=MB \Leftrightarrow \sqrt{10+(4-b)^2}=\sqrt{2+(2-b)^2} \Leftrightarrow 4b=20 \Leftrightarrow b=5$.

Vậy $M(0;5;0)$.

Câu 3: **(THPT Lê Quý Đôn-Hà Nội năm 2017-2018)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-2}{3}$ và mặt phẳng $(P):x-y-z-1=0$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $A(1;1;-2)$, biết $\Delta // (P)$ và Δ cắt d.

A. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+2}{-1}$. **B.** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+2}{3}$.

C. $\dfrac{x-1}{8}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z+2}{5}$. **D.** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+2}{1}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $M=(d)\cap(\Delta) \Rightarrow M(-1+2t;1+t;2+3t)$.

Khi đó $\overrightarrow{AM}=(2t-2;t;3t+4)$ là một vectơ chỉ phương của (Δ).

$(\Delta)//(P) \Leftrightarrow \overrightarrow{AM}\perp\overrightarrow{n_{(P)}}$ với $\overrightarrow{n_{(P)}}=(1;-1;-1)$.

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AM}.\overrightarrow{n_{(P)}}=0 \Leftrightarrow 2t-2-t-3t-4=0 \Leftrightarrow t=-3 \Rightarrow \overrightarrow{AM}=(-8;-3;-5)$.

Vậy $(\Delta):\dfrac{x-1}{8}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z+2}{5}$.

Câu 4: (THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh-lần 2 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(2;0;0), B(0;4;0)$, $C(0;0;-2)$ và $D(2;1;3)$. Tìm độ dài đường cao của tứ diện $ABCD$ vẽ từ đỉnh D?

A. $\frac{1}{3}$.
B. $\frac{5}{9}$.
C. 2.
D. $\frac{5}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có phương trình mặt phẳng (ABC) là $\frac{x}{2}+\frac{y}{4}+\frac{z}{-2}=1 \Leftrightarrow 2x+y-2z-4=0$.

Gọi H là hình chiếu của D trên mặt phẳng (ABC) thì DH là đường cao của tứ diện $ABCD$.

Ta có DH là khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (ABC).

$$DH=\frac{|2.2+1-2.3-4|}{\sqrt{2^2+1^1+(-2)^2}}=\frac{5}{3}.$$

Câu 5: (THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh-lần 2 năm 2017-2018) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3x+4$ trên đoạn $[0;2]$ là

A. $\min\limits_{[0;2]} y=2$.
B. $\min\limits_{[0;2]} y=4$.
C. $\min\limits_{[0;2]} y=-1$.
D. $\min\limits_{[0;2]} y=6$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=3x^2-3$; giải phương trình $y'=0 \Leftrightarrow 3x^2-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1\ (t/m) \\ x=-1\ (loai) \end{array}\right.$.

Do $y(0)=4$, $y(1)=2$, $y(2)=6$ nên $\min\limits_{[0;2]} y=y(1)=2$.

Câu 6: (THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh-lần 2 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;5;-1)$, $B(1;1;3)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc (Oxy) sao cho $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right|$ nhỏ nhất ?

A. $(-2;-3;0)$.
B. $(2;-3;0)$.
C. $(-2;3;0)$.
D. $(2;3;0)$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $D(x;y;z)$ là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DB}=\vec{0}$ khi đó ta có $D(2;3;4)$

$P=\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right| =\left|\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{DB}\right|=\left|2\overrightarrow{MD}\right|=2MD$

Khi đó P nhỏ nhất khi và chỉ khi M là hình chiếu của D lên mặt phẳng (Oxy)

Ta có phương trình $(MD):\begin{cases} x=2 \\ y=3 \\ z=4+t \end{cases} \Rightarrow M(2;3;4+t)$

$M\in(Oxy)$ nên $4+t=0 \Leftrightarrow t=-4$

Vậy $M(2;3;0)$ là điểm cần tìm.

Câu 7: **(THPT Lý Thái Tổ-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hai mặt phẳng (α): $3x-2y+2z+7=0$ và (β): $5x-4y+3z+1=0$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua gốc tọa độ đồng thời vuông góc (α) và (β) là

A. $x-y-2z=0$. **B.** $2x-y+2z=0$. **C.** $2x+y-2z+1=0$. **D.** $2x+y-2z=0$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $\vec{n}_P$ là vectơ pháp tuyến của (P).

Ta có $\vec{n}_P \perp \vec{n}_\alpha$ và $\vec{n}_P \perp \vec{n}_\alpha$ với $\vec{n}_\alpha=(3;-2;2)$ và $\vec{n}_\beta=(5;-4;3)$.

Chọn $\vec{n}_P=\left[\vec{n}_\alpha;\vec{n}_\beta\right]=(2;1;-2)$.

Mặt phẳng (P) đi qua gốc tọa độ nên (P): $2x+y-2z=0$.

Câu 8: **(THPT Lý Thái Tổ-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho điểm $A(2;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;2)$, $D(2;2;2)$. Mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ có bán kính là

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$. **D.** 3

Lời giải

Chọn B

Gọi $I(a;b;c)$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$. Phương trình mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ có dạng (S): $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0,\ a^2+b^2+c^2-d>0$.

Vì $A,\ B,\ C,\ D$ nên ta có hệ phương trình

$$\begin{cases}4-4a+d=0\\4-4b+d=0\\4-4c+d=0\\12-4a-4b-4c+d=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}d=4a-4\\a=b=c\\12-12a+4a-4=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}d=4a-4\\a=b=c\\12-12a+4a-4=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}d=0\\a=b=c=1\end{cases}.$$

Suy ra $I(1;1;1)$, do đó bán kính mặt cầu là $R=IA=\sqrt{3}$.

Câu 9: **(THPT Lý Thái Tổ-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho tam giác ABC với $A(2;-3;2)$, $B(1;-2;2)$, $C(1;-3;3)$. Gọi A', B', C' lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B, C lên mặt phẳng $(\alpha): 2x-y+2z-3=0$. Khi đó, diện tích tam giác $A'B'C'$ bằng

A. 1. **B.** $\dfrac{3}{2}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Dễ thấy $S_{\Delta A'B'C'}=S_{\Delta ABC}.\cos\varphi$ với $\varphi=\left((ABC);(\alpha)\right)$

Ta có: $AB=\sqrt{(1-2)^2+(-2+3)^2+(2-2)^2}=\sqrt{2}$. $AC=\sqrt{(1-2)^2+(-3+3)^2+(3-2)^2}=\sqrt{2}$.

$BC=\sqrt{(1-1)^2+(-3+2)^2+(3-2)^2}=\sqrt{2}$.

Áp dụng công thức Herong ta được: $S_{\Delta ABC}=\sqrt{p\left(p-AB\right)\left(p-AC\right)\left(p-BC\right)}$

$=\sqrt{\frac{3\sqrt{2}}{2}\left(\frac{3\sqrt{2}}{2}-\sqrt{2}\right)\left(\frac{3\sqrt{2}}{2}-\sqrt{2}\right)\left(\frac{3\sqrt{2}}{2}-\sqrt{2}\right)}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Ta có $\overrightarrow{AB}=\left(-1;1;0\right)$ và $\overrightarrow{AC}=\left(-1;0;1\right)$ nên $\overrightarrow{n_{(ABC)}}=\left(1;1;1\right)$.

Khi đó $\cos\varphi=\frac{\left|2-1+2\right|}{\sqrt{9}.\sqrt{3}}=\frac{1}{\sqrt{3}}\Rightarrow S_{A'B'C'}=\frac{1}{\sqrt{3}}.\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{1}{2}$.

Câu 10: (THPT Kinh Môn-Hải Dương lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $\left(S\right):x^2+y^2+z^2-2x+6y-4z-2=0$ và mặt phẳng $\left(\alpha\right):x+4y+z-11=0$. Viết phương trình mặt phẳng $\left(P\right)$, biết $\left(P\right)$ song song với giá của vectơ $\vec{v}=\left(1;6;2\right)$, vuông góc với $\left(\alpha\right)$ và tiếp xúc với $\left(S\right)$.

A. $\left[\begin{array}{l}x-2y+z+3=0\\x-2y+z-21=0\end{array}\right.$ **B.** $\left[\begin{array}{l}3x+y+4z+1=0\\3x+y+4z-2=0\end{array}\right.$.

C. $\left[\begin{array}{l}4x-3y-z+5=0\\4x-3y-z-27=0\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}2x-y+2z+3=0\\2x-y+2z-21=0\end{array}\right.$.

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu $\left(S\right)$ có tâm $I\left(1;-3;2\right)$ và bán kính $R=4$.

Vì mặt phẳng (P) song song với giá của vectơ $\vec{v}=\left(1;6;2\right)$, vuông góc với $\left(\alpha\right)$ nên có vec tơ pháp tuyến $\vec{n}=\left[\overrightarrow{n_{(\alpha)}},\vec{v}\right]=\left(2;-1;2\right)$.

Mặt phẳng $\left(P\right):2x-y+2z+D=0$.

Vì $\left(P\right)$ tiếp xúc với mặt cầu $\left(S\right)$ nên ta có:

$$d\left(I;\left(P\right)\right)=R\Leftrightarrow\frac{\left|2.1+3+2.2+D\right|}{\sqrt{2^2+\left(-1\right)^2+2^2}}=4\Leftrightarrow\left|D+9\right|=12\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}D=-21\\D=3\end{array}\right..$$

Vậy phương trình mặt phẳng $\left(\alpha\right)$ là $\left[\begin{array}{l}2x-y+2z+3=0\\2x-y+2z-21=0\end{array}\right.$

Câu 11: (THPT Kinh Môn-Hải Dương lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(1;1;\ 1\right)$, $B\left(1;\ 3;\ -5\right)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB.

A. $y-2z+2=0$. **B.** $y-3z+4=0$. **C.** $y-2z-6=0$. **D.** $y-3z-8=0$.

Lời giải

Chọn D

Tọa độ trung điểm M của đoạn AB là $M\left(1;\ 2;\ -2\right)$.

Mặt phẳng trung trực của đoạn AB đi qua M và có véctơ pháp tuyến $\overrightarrow{AB}=\left(0;\ 2;\ -6\right)$ có phương trình $2y-6z-16=0$ hay $y-3z-8=0$.

Câu 12: (THPT Kinh Môn-Hải Dương lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian cho đường thẳng $\Delta:\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-2}{1}$. Tìm hình chiếu vuông góc của Δ trên mặt phẳng $\left(Oxy\right)$.

A. $\begin{cases} x=0 \\ y=-1-t \\ z=0 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-1+t \\ z=0 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=1+t \\ z=0 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=-1+t \\ z=0 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng Δ qua điểm $M(1;\,-1;\,2)$ và có vectơ chỉ phương: $\overrightarrow{u_\Delta}=(2;\,1;\,1)$.

Mặt phẳng (Oxy) có vectơ pháp tuyến $\vec{k}=(0;\,0;\,1)$.

Gọi (P) là mặt phẳng chứa Δ và vuông góc mặt phẳng (Oxy), thì (P) qua M và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=\left[\overrightarrow{u_\Delta};\,\vec{k}\right]=(1;\,-2;\,0)$.

Khi đó, phương trình mặt phẳng (P) là $x-2y-3=0$.

Gọi d là hình chiếu của Δ lên (Oxy), thì d chính là giao tuyến của (P) với (Oxy).

Suy ra $d:\begin{cases} x-2y-3=0 \\ z=0 \end{cases}$ hay $d:\begin{cases} x=3+2t \\ y=t \\ z=0 \end{cases}$. Với $t=-1$, ta thấy d đi qua điểm $N(1;\,-1;\,0)$.

Câu 13: (THPT Chuyên Lam Sơn-Thanh Hóa-lần 2 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua các điểm $A(2;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;4)$ có phương trình là

A. $6x+4y+3z+12=0$. **B.** $6x+4y+3z=0$.

C. $6x+4y+3z-12=0$. **D.** $6x+4y+3z-24=0$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình mặt phẳng (ABC) có dạng $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{4}=1 \Leftrightarrow 6x+4y+3z-12=0$.

Câu 14: (THPT Chuyên Lam Sơn-Thanh Hóa-lần 2 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=9$ tâm I và mặt phẳng $(P):2x+2y-z+24=0$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của I trên (P). Điểm M thuộc (S) sao cho đoạn MH có độ dài lớn nhất. Tìm tọa độ điểm M.

A. $M(-1;0;4)$. **B.** $M(0;1;2)$. **C.** $M(3;4;2)$. **D.** $M(4;1;2)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có tâm $I(1;2;3)$ và bán kính $R=3$. Do $d(I;(P))=9>R$ nên mặt phẳng (P) không cắt mặt cầu (S). Do H là hình chiếu của I lên (P) và MH lớn nhất nên M là giao điểm của đường thẳng IH với mặt cầu (P).

$\overrightarrow{IH}=\overrightarrow{n_{(P)}}=(2;2;-1)$.

Phương trình đường thẳng IH là $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2+2t \\ z=3-t \end{cases}$.

Giao điểm của IH với (S): $9t^2=9 \Leftrightarrow t=\pm 1 \Rightarrow M_1(3;4;2)$ và $M_2(-1;0;4)$.

$M_1H = d\left(M_1;(P)\right) = 12$; $M_2H = d\left(M_2;(P)\right) = 6$.

Vậy điểm cần tìm là $M(3;4;2)$.

Câu 15: (THPT Chuyên Lam Sơn-Thanh Hóa-lần 2 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y-2z+3=0$ và điểm $I(1;1;0)$. Phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với (P) là

A. $(x-1)^2+(y-1)^2+z^2=\dfrac{5}{6}$. **B.** $(x-1)^2+(y-1)^2+z^2=\dfrac{25}{6}$.

C. $(x-1)^2+(y-1)^2+z^2=\dfrac{5}{\sqrt{6}}$. **D.** $(x+1)^2+(y+1)^2+z^2=\dfrac{25}{6}$.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu tiếp xúc mặt phẳng nên bán kính mặt cầu là $r = d\left(I,(P)\right)=\dfrac{5}{\sqrt{6}}$.

Vậy phương trình mặt cầu là $(x-1)^2+(y-1)^2+z^2=\dfrac{25}{6}$.

Câu 16: (THPT Chuyên Lam Sơn-Thanh Hóa-lần 2 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 3x-2y+2z-5=0$ và $(Q): 4x+5y-z+1=0$. Các điểm A, B phân biệt cùng thuộc giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q). Khi đó $\overrightarrow{AB}$ cùng phương với véctơ nào sau đây?

A. $\vec{w}=(3;-2;2)$. **B.** $\vec{v}=(-8;11;-23)$. **C.** $\vec{k}=(4;5;-1)$. **D.** $\vec{u}=(8;-11;-23)$.

Lời giải

Chọn D

* Ta có: $(P)\perp \vec{n}_{(P)}=(3;-2;2)$, $(Q)\perp \vec{n}_{(Q)}=(4;5;-1)$.

* Do $\begin{cases} AB\subset (P) \\ AB\subset (Q)\end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AB\perp \vec{n}_{(P)} \\ AB\perp \vec{n}_{(Q)}\end{cases}$ nên đường thẳng AB có véctơ chỉ phương là

$$\vec{u}=\left[\vec{n}_{(Q)};\vec{n}_{(P)}\right]=(8;-11;-23)$$

* Do $\overrightarrow{AB}$ cũng là một véc tơ chỉ phương của AB nên $\overrightarrow{AB}//\vec{u}=(8;-11;-23)$.

Câu 17: (THPT Can Lộc-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y-mz+1=0$. Khẳng định nào sau đây luôn đúng với mọi số thực m?

A. (S) luôn tiếp xúc với trục Oy. **B.** (S) luôn tiếp xúc với trục Ox.

C. (S) luôn đi qua gốc tọa độ O. **D.** (S) luôn tiếp xúc với trục Oz.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu (S) có tâm $I\left(1;-2;\dfrac{m}{2}\right)$, bán kính $R=\sqrt{4+\dfrac{m^2}{4}}$. Gọi H là hình chiếu của I trên Ox thì $H(1;0;0)$, $R=IH\Rightarrow$ mặt cầu (S) tiếp xúc với Ox.

Câu 18: (THPT Can Lộc-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $M(1;3;2)$, $N(5;2;4)$, $P(2;-6;-1)$ có dạng $Ax+By+Cz+D=0$. Tính tổng $S=A+B+C+D$.

Đề nghị bổ sung điều kiện : $A:B:C:D$ **tối giản**

A. $S=1$. **B.** $S=6$. **C.** $S=-5$. **D.** $S=-3$.

Lời giải

Chọn A

$\overrightarrow{MN}=(4;-1;2)$; $\overrightarrow{MP}=(1;-9;-3)$

$\left[\overrightarrow{MN},\overrightarrow{MP}\right]=(21;14;-35) \Rightarrow \vec{n}=(3;2;-5)$ là vectơ pháp tuyến của (MNP)

Phương trình $(MNP): 3x+2y-5z+1=0 \Rightarrow A+B+C+D=1$.

Câu 19: (THPT Can Lộc-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y+z-6=0$. Chọn khẳng định sai trong các khẳng định sau?

A. Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;2;1)$.

B. Mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(3;4;-5)$.

C. Mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng $(Q): x+2y+z+5=0$.

D. Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu tâm $I(1;7;3)$ bán kính bằng $\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn D

Do $d(I;(P))=\dfrac{12}{\sqrt{6}}=2\sqrt{6}\neq\sqrt{6}$ nên D sai.

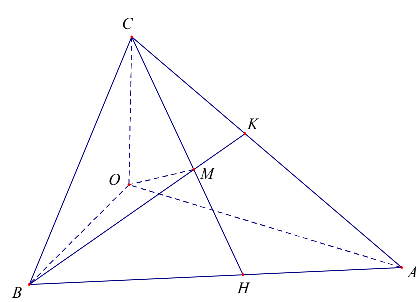
Câu 20: (THPT Can Lộc-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3;2;1)$. Mặt phẳng (P) đi qua M và cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C không trùng với gốc tọa độ sao cho M là trực tâm của tam giác ABC. Trong các mặt phẳng sau, tìm mặt phẳng song song với mặt phẳng (P)?

A. $2x+y+z-9=0$. **B.** $3x+2y+z-14=0$.

C. $3x+2y+z+14=0$. **D.** $2x+y+3z+9=0$.

Lời giải

Chọn C



Gọi H là hình chiếu vuông góc của C trên AB, K là hình chiếu vuông góc B trên AC.

Ta có: $\begin{cases} AB\perp CH \\ AB\perp CO \end{cases} \Rightarrow AB\perp(COH) \Rightarrow AB\perp OM \quad (1)$

Tương tự ta có: $\begin{cases} AC \perp BK \\ AC \perp BO \end{cases} \Rightarrow AC \perp (BOK) \Rightarrow AC \perp OM$ (2).

Từ (1) và (2), ta có: $OM \perp (ABC)$ hay $\overrightarrow{OM}$ là véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

Phương trình mặt phẳng (P) đi qua $M(3;2;1)$ và có một véc tơ pháp tuyến $\overrightarrow{OM} = (3;2;1)$ là $3x + 2y + z - 14 = 0$.

Vậy mặt phẳng song song với mặt phẳng (P) là $3x + 2y + z + 14 = 0$.

Câu 21: (THPT Hồng Lĩnh-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Cho mặt phẳng (α) đi qua $M(0;0;1)$ và song song với giá của hai vectơ $\vec{a} = (1;-2;3)$, $\vec{b} = (3;0;5)$. Phương trình mặt phẳng (α) là

A. $5x + 2y - 3z + 3 = 0$. **B.** $-5x + 2y + 3z + 3 = 0$.

C. $-5x + 2y + 3z - 3 = 0$. **D.** $-10x + 4y + 6z + 3 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $\vec{n}$ là véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) thì $\vec{n} = [\vec{a}, \vec{b}] = (-10;4;6)$.

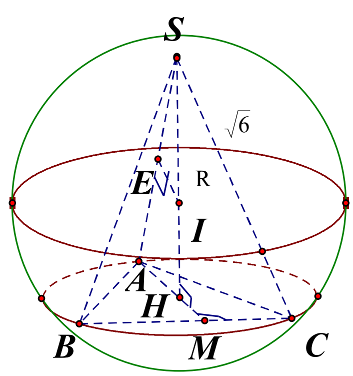
Phương trình mặt phẳng (α) đi qua $M(0;0;1)$ và có một véc tơ pháp tuyến $\vec{n} = (-10;4;6)$ là $-10(x-0) + 4(y-0) + 6(z-1) = 0 \Leftrightarrow -5x + 2y + 3z - 3 = 0$.

Câu 22: (THPT Hồng Lĩnh-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (T) có tâm $I(1;3;0)$ ngoại tiếp hình chóp đều $S.ABC$, $SA = SB = SC = \sqrt{6}$, đỉnh $S(2;1;2)$. Khoảng cách từ S đến mặt phẳng (ABC) bằng

A. $\dfrac{\sqrt{94}}{4}$. **B.** $\sqrt{11}$. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D



Ta có $R = SI = 3$.

Tam giác SAH và tam giác SIE đồng dạng có: $\dfrac{SA}{SI} = \dfrac{SH}{SE} \Rightarrow SH = \dfrac{SA.SE}{SI} = \dfrac{\sqrt{6}.\dfrac{\sqrt{6}}{2}}{3} = 1$.

Câu 23: (THPT Lê Quý Đôn-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(1;1;4)$, $B(2;7;9)$, $C(0;9;13)$.

A. $2x + y + z + 1 = 0$. **B.** $x - y + z - 4 = 0$. **C.** $7x - 2y + z - 9 = 0$. **D.** $2x + y - z - 2 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;6;5)$, $\overrightarrow{AC}=(-1;8;9)$,

(ABC) đi qua $A(1;1;4)$ có vtpt $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(14;-14;14)=14(1;-1;1)$ có dạng $x-y+z-4=0$.

Câu 24: (THPT Lê Quý Đôn-Quãng Trị-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha):3x-2y+z+6=0$. Hình chiếu vuông góc của điểm $A(2;-1;0)$ lên mặt phẳng (α) có tọa độ là

A. $(1;0;3)$. **B.** $(2;-2;3)$. **C.** $(1;1;-1)$. **D.** $(-1;1;-1)$.

Lời giải

Chọn D

$(\alpha):3x-2y+z+6=0$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(3;-2;1)$.

Gọi $H(x;y;z)$ là hình chiếu của điểm A lên mặt phẳng (α). Khi đó:

$$\begin{cases}\overrightarrow{AH}=k.\vec{n}\\ H\in(\alpha)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(x-2;y+1;z)=k(3;-2;1)\\ 3x-2y+z+6=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x-2=3k\\ y+1=-2k\\ z=k\\ 3x-2y+z+6=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2+3k\\ y=-1-2k\\ z=k\\ 3x-2y+z+6=0\end{cases}$$

Giải hệ trên ta có: $x=-1$; $y=1$; $x=-1$ hay $H(-1;1;-1)$.

Câu 25: (THPT Chuyên Tiền Giang-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $M(1;2;3)$, $N(2;-3;1)$, $P(3;1;2)$. Tìm tọa độ điểm Q sao cho $MNPQ$ là hình bình hành.

A. $Q(2;-6;4)$. **B.** $Q(4;-4;0)$. **C.** $Q(2;6;4)$. **D.** $Q(-4;-4;0)$.

Lời giải

Chọn C

Giả sử $Q(x;y;z)$.

Ta có $\overrightarrow{QP}=(3-x;1-y;2-z)$, $\overrightarrow{MN}=(1;-5;-2)$.

$MNPQ$ là hình bình hành $\overrightarrow{QP}=\overrightarrow{MN}\Leftrightarrow\begin{cases}3-x=1\\ 1-y=-5\\ 2-z=-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\ y=6\\ z=4\end{cases}$. Vậy $Q(2;6;4)$.

Câu 26: (THPT Chuyên Tiền Giang-lần 1 năm 2017-2018) Viết phương trình tổng quát của mặt phẳng (α) qua ba điểm A, B, C lần lượt là hình chiếu của điểm $M(2;3;-5)$ xuống các trục Ox, Oy, Oz.

A. $15x-10y-6z-30=0$. **B.** $15x-10y-6z+30=0$.

C. $15x+10y-6z+30=0$. **D.** $15x+10y-6z-30=0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có

A là hình chiếu của $M(2;3;-5)$ trên trục Ox nên $A(2;0;0)$.

B là hình chiếu của $M(2;3;-5)$ trên trục Oy nên $B(0;3;0)$.

C là hình chiếu của $M(2;3;-5)$ trên trục Oz nên $C(0;0;-5)$.

Phương trình mặt phẳng (α) đi qua ba điểm A, B, C là

$\frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{-5}=1 \Leftrightarrow 15x-10y-6z+30=0$.

Câu 27: (THPT Chuyên Tiền Giang-lần 1 năm 2017-2018) Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;1)$ và mặt phẳng $(P):2x-y+2z+1=0$. Phương trình của mặt cầu tâm A và tiếp xúc với mặt phẳng (P) là

A. $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=9$. **B.** $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=2$.

C. $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=4$. **D.** $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=36$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu (S) có bán kính $R=d(A;(P))=\frac{|2.2-1+2.1+1|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}}=2$ và tâm $A(2;1;1)$

$\Rightarrow (S):(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=4$.

Câu 28: (THPT Phan Đình Phùng-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. $[\vec{u},\vec{v}]=\vec{0} \Leftrightarrow \vec{u}$, $\vec{v}$ cùng phương.

B. Nếu $\vec{u}$, $\vec{v}$ không cùng phương thì giá của vectơ $[\vec{u},\vec{v}]$ vuông góc với mọi mặt phẳng song song với giá của các vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$.

C. $|[\vec{u},\vec{v}]|=|\vec{u}||\vec{v}|.\cos(\vec{u},\vec{v})$.

D. $[\vec{u},\vec{v}].\vec{u}=[\vec{u},\vec{v}].\vec{v}=\vec{0}$.

Lời giải

Chọn C

Ta chứng minh $|[\vec{u},\vec{v}]|=|\vec{u}||\vec{v}|.\sin(\vec{u},\vec{v})$.

Giả sử $\vec{u}=(u_1;u_2;u_3)$ và $\vec{v}=(v_1;v_2;v_3)$.

+) Nếu một trong hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ là vectơ $\vec{0}$ thì ta có $|[\vec{u},\vec{v}]|=|\vec{u}||\vec{v}|.\sin(\vec{u},\vec{v})$.

+) Nếu cả hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ đều khác vectơ $\vec{0}$. Khi đó ta có

$$|[\vec{u},\vec{v}]|=|\vec{u}||\vec{v}|.\sin(\vec{u},\vec{v})=|\vec{u}||\vec{v}|.\sqrt{1-\cos^2(\vec{u},\vec{v})}=|\vec{u}||\vec{v}|.\sqrt{1-\frac{(\vec{u}.\vec{v})^2}{|\vec{u}|^2.|\vec{v}|^2}}=\sqrt{\vec{u}^2.\vec{v}^2-(\vec{u}.\vec{v})^2}$$

$$=\sqrt{(u_2v_3-v_2u_3)^2+(u_3v_1-v_3u_1)^2+(u_1v_2-v_1u_2)^2}=|[\vec{u},\vec{v}]|.$$

Ta có $|[\vec{u},\vec{v}]|=|\vec{u}||\vec{v}|.\sin(\vec{u},\vec{v})$ nên khẳng định C sai.

Câu 29: (THPT Phan Đình Phùng-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng trung trực (α) của đoạn thẳng AB với $A(0;4;-1)$ và $B(2;-2;-3)$ là

A. $(\alpha): x-3y-z-4=0$.

B. $(\alpha): x-3y+z=0$.

C. $(\alpha): x-3y+z-4=0$.

D. $(\alpha): x-3y-z=0$.

Lời giải

Chọn D

Gọi M là trung điểm của AB, ta có $M(1;1;-2)$.

Mặt phẳng trung trực (α) của đoạn thẳng AB: $\begin{cases} \text{đi qua } M \\ vtpt\ \overrightarrow{AB}=(2;-6;-2) \end{cases}$

Phương trình $(\alpha): 2(x-1)-6(y-1)-2(z+2)=0 \Leftrightarrow 2x-6y-2z=0 \Leftrightarrow x-3y-z=0$.

Câu 30: (THPT Phan Đình Phùng-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, gọi (α) là mặt phẳng chứa đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z}{-2}$ và vuông góc với mặt phẳng $(\beta): x+y+2z+1=0$. Khi đó giao tuyến của hai mặt phẳng (α), (β) có phương trình

A. $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{-5}=\dfrac{z}{2}$.

B. $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-1}{-5}=\dfrac{z}{2}$.

C. $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{-1}$.

D. $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-1}{1}$.

Lời giải

Chọn C

$\Delta: \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z}{-2}$ đi qua $M(2;1;0)$ và có $vtcp: \vec{u}=(1;1;-2)$.

$(\beta): x+y+2z+1=0$ có $vtpt: \vec{n}=(1;1;2)$.

$(\alpha): \begin{cases} \text{đi qua } M \\ vtpt\left[\vec{u},\vec{n}\right]=(4;-4;0)=4(1;-1;0) \end{cases}$.

Phương trình $(\alpha): (x-2)-(y-1)=0 \Leftrightarrow x-y-1=0$.

Gọi (d) là giao tuyến của hai mặt phẳng (α), (β). Ta có:

$(d): \begin{cases} \text{đi qua } N(0;-1;0) \\ vtcp\left[\vec{n},\overrightarrow{n_\alpha}\right]=(2;2;-2)=2(1;1;-1) \end{cases}$.

Phương trình $(d): \dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{-1}$.

Câu 31: (THPT Phan Đình Phùng-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1;4;2)$ và có thể tích bằng $\dfrac{256\pi}{3}$. Khi đó phương trình mặt cầu (S) là

A. $(x+1)^2+(y-4)^2+(z-2)^2=16$.

B. $(x+1)^2+(y-4)^2+(z-2)^2=4$.

C. $(x-1)^2+(y+4)^2+(z+2)^2=4$.

D. $(x-1)^2+(y+4)^2+(z+2)^2=4$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích mặt cầu là $V=\dfrac{4}{3}\pi R^3$.

Theo đề bài ta có $\dfrac{4}{3}\pi R^3=\dfrac{256\pi}{3} \Leftrightarrow R=4$.

Phương trình mặt cầu (S) tâm $I(-1;4;2)$ và bán kính $R=4$ là

$(x+1)^2+(y-4)^2+(z-2)^2=16$.

Câu 32: (THPT Đức THọ-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Cho tam giác ABC biết $A(2;-1;3)$ và trọng tâm G của tam giác có toạ độ là $G(2;1;0)$. Khi đó $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$ có tọa độ là

A. $(0;6;9)$. **B.** $(0;9;-9)$. **C.** $(0;-9;9)$. **D.** $(0;6;-9)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=3\overrightarrow{AG}=3(0;2;-3)=(0;6;-9)$.

Câu 33: (THPT Đức THọ-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P):ax+by+cz-27=0$ qua hai điểm $A(3;2;1)$, $B(-3;5;2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q):3x+y+z+4=0$. Tính tổng $S=a+b+c$.

A. $S=-12$. **B.** $S=2$. **C.** $S=-4$. **D.** $S=-2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(-6;3;1)$, $\overrightarrow{n_Q}=(3;1;1)$.

Do mặt phẳng (P) qua A, B và vuông góc với mặt phẳng (Q) nên

$\overrightarrow{n_P}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{n_Q}\right]=(2;9;-15)$.

Suy ra phương trình mặt phẳng $(P):2x+9y-15z-27=0$.

Vậy $S=a+b+c=2+9-15=-4$.

Câu 34: (THPT Đức THọ-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm M thỏa mãn $OM=7$. Biết rằng khoảng cách từ M đến (Oxz), (Oyz) lần lượt là 2 và 3. Tính khoảng cách từ M đến (Oxy).

A. 12. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 6.

Lời giải

Chọn D

Gọi $M(x_M;y_M;z_M)$ thì $OM=7 \Leftrightarrow x_M^2+y_M^2+z_M^2=49$ (1)

Ta có $\begin{cases} d(M,(Oxz))=2 \\ d(M,(Oyz))=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |y_M|=2 \\ |x_M|=3 \end{cases}$ (2)

Từ (1) và (2) ta có $2^2+3^2+z_M^2=49 \Leftrightarrow z_M^2=36 \Leftrightarrow |z_M|=6$.

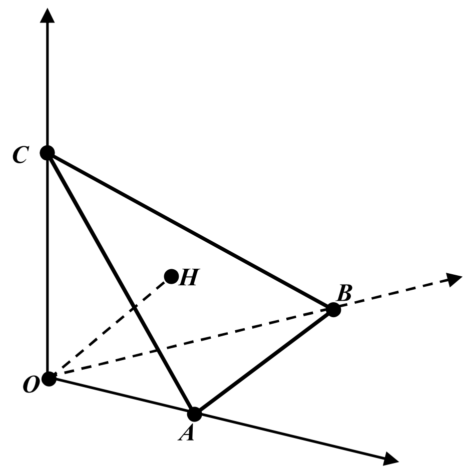
Vậy $d(M,(Oxy))=6$.

Câu 35: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 4 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $H(1;1;-3)$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua H cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C (khác O) sao cho H là trực tâm tam giác ABC là

A. $x+y+3z+7=0$. **B.** $x+y-3z+11=0$. **C.** $x+y-3z-11=0$. **D.** $x+y+3z-7=0$.

Lời giải

Chọn C



Do H là trực tâm $\Delta ABC \Rightarrow AH \perp BC$.

Mặt khác: $OA \perp (OBC) \Rightarrow OA \perp BC \Rightarrow BC \perp (OAH) \Rightarrow OH \perp BC$.

Tương tự: $OH \perp AB \Rightarrow OH \perp (ABC)$ hay $\overrightarrow{OH} = (1;1;-3)$ là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

Hơn nữa, (P) đi qua $H(1;1;-3)$ nên phương trình mặt phẳng (P) là $x + y - 3z - 11 = 0$.

Câu 36: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 4 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với: $\overrightarrow{AB} = (1;-2;2)$; $\overrightarrow{AC} = (3;-4;\ 6)$. Độ dài đường trung tuyến AM của tam giác ABC là

A. 29. **B.** $\sqrt{29}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{29}}{2}$. **D.** $2\sqrt{29}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có

$AB^2 = 1^2 + (-2)^2 + 2^2 = 9$, $AC^2 = 3^2 + (-4)^2 + 6^2 = 61$, $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AB} = 1.3 + (-2)(-4) + 2.6 = 23$.

$\overrightarrow{BC}^2 = \left(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}\right)^2 = \overrightarrow{AC}^2 + \overrightarrow{AB}^2 - 2.\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AB} = 61 + 9 - 2.23 = 24$.

Áp dụng công thức đường trung tuyến ta có: $AM^2 = \dfrac{AB^2 + AC^2}{2} - \dfrac{BC^2}{4} = \dfrac{9+61}{2} - \dfrac{24}{4} = 29$.

Vậy $AM = \sqrt{29}$.

Câu 37: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 4 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 3 = 0$, mặt phẳng $(Q): x - 3y + 5z - 2 = 0$. Cosin của góc giữa hai mặt phẳng (P), (Q) là

A. $\dfrac{\sqrt{35}}{7}$. **B.** $-\dfrac{\sqrt{35}}{7}$. **C.** $\dfrac{5}{7}$. **D.** $\dfrac{-5}{7}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\overrightarrow{n_P}=(1;2;-2)$, véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q) là $\overrightarrow{n_Q}=(1;-3;5)$.

Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (P), (Q) ta có

$$\cos\alpha=\frac{\left|\overrightarrow{n_P}.\overrightarrow{n_Q}\right|}{\left|\overrightarrow{n_P}\right|\left|\overrightarrow{n_Q}\right|}=\frac{\left|1.1+2.(-3)-2.5\right|}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}\sqrt{1^2+(-3)^2+5^2}}=\frac{15}{3\sqrt{35}}=\frac{\sqrt{35}}{7}.$$

Câu 38: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 4 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;2;3)$; $B(4;2;3)$; $C(4;5;3)$. Diện tích mặt cầu nhận đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC làm đường tròn lớn là

A. 9π. **B.** 36π. **C.** 18π. **D.** 72π.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $AB=3$; $BC=3$; $AC=3\sqrt{2}$ nên tam giác ABC vuông cân tại B. Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $R=\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Diện tích mặt cầu cần tìm là $S=4\pi r^2=18\pi$.

Câu 39: (THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ-lần 2 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vec tơ $\vec{a}=(-1;1;0)$; $\vec{b}=(1;1;0)$ và $\vec{c}=(1;1;1)$. Mệnh đề nào dưới đây sai?

A. $\vec{c}\perp\vec{b}$. **B.** $\left|\vec{c}\right|=\sqrt{3}$. **C.** $\vec{a}\perp\vec{b}$. **D.** $\left|\vec{a}\right|=\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\vec{c}.\vec{b}=2$ nên $\vec{c}\not\perp\vec{b}$

Câu 40: (SGD Hà Nội-lần 11 năm 2017-2018) Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(1;2;-1)$ và cắt mặt phẳng $(P):2x-y+2z-1=0$ theo một đường tròn có bán kính bằng $\sqrt{8}$ có phương trình là

A. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=9$. **B.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$.

C. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=3$. **D.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=3$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $d=d\left(I;(P)\right)=\frac{\left|2.1-2+2.(-1)-1\right|}{3}=1$.

Bán kính mặt cầu là $R=\sqrt{d^2+r^2}=3$.

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$.

Câu 41: (SGD Hà Nội-lần 11 năm 2017-2018) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-3)$ và $B(2;0;-1)$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hai điểm A và B nằm khác phía so với mặt phẳng $x+2y+mz+1=0$.

A. $m\in(-\infty;2]\cup[3;+\infty)$. **B.** $m\in[2;3]$.

C. $m\in(2;3)$. **D.** $m\in(-\infty;2)\cup(3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Để hai điểm A và B nằm khác phía so với mặt phẳng thì $(6-3m)(3-m)<0\Leftrightarrow 2<m<3$

Câu 42: (THPT Lục Ngạn-Bắc Giang-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt cầu đi qua hai điểm $A(3;-1;2)$, $B(1;1;-2)$ và có tâm thuộc trục Oz là

A. $x^2+y^2+z^2-2z-10=0$. **B.** $(x-1)^2+y^2+z^2=11$.

C. $x^2+(y-1)^2+z^2=11$. **D.** $x^2+y^2+z^2-2y-11=0$.

Lời giải

Chọn A

Gọi tâm của mặt cầu là $I(a;b;c)$.

Vì $I\in Oz$ nên $I(0;0;c)$.

Lại có $IA=IB\Leftrightarrow IA^2=IB^2$ $\Leftrightarrow 9+1+(c-2)^2=1+1+(c+2)^2$ $\Leftrightarrow c=1$.

Bán kính mặt cầu $R=\sqrt{11}$.

Vậy phương trình mặt cầu là $x^2+y^2+(z-1)^2=11\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2-2z-10=0$.

Câu 43: (THPT Lục Ngạn-Bắc Giang-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;4;1)$; $B(-1;1;3)$ và mặt phẳng $(P): x-3y+2z+3=0$. Phương trình mặt phẳng (α) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) là

A. $2y+3z-11=0$. **B.** $2y-z+6=0$. **C.** $2y-3z+6=0$. **D.** $2y-3z+6=0$.

Lời giải

Chọn A

$\overrightarrow{AB}=(-3;-3;2)$, $\vec{n}_P=(1;-3;2)$

$\left[\overrightarrow{AB},\vec{n}_P\right]=(0;8;12)$

Khi đó (α) có 1 VTPT là $\vec{n}=(0;2;3)$ và qua $A(2;4;1)$

Phương trình (α) là $2(y-4)+3(z-1)=0$ $\Leftrightarrow 2y+3z-11=0$.

Câu 44: (THPT Lục Ngạn-Bắc Giang-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2;3;4)$. Gọi A, B, C là hình chiếu của M trên các trục tọa độ. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

A. $6x+4y+3z-1=0$. **B.** $6x+4y+3z+1=0$.

C. $6x+4y+3z-12=0$. **D.** $6x+4y+3z+12=0$

Lời giải

Chọn C

Theo bài ra ta có $A(2;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;4)$ nên mặt phẳng (ABC) có phương trình

$$\frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{4}=1\Leftrightarrow 6x+4y+3z-12=0..$$

Câu 45: (THTT số 6-489 tháng 3 năm 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;1;1)$; $B(-1;1;0)$; $C(1;3;2)$. Đường trung tuyến xuất phát từ đỉnh A của tam giác ABC nhận vectơ $\vec{a}$ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương?

A. $\vec{a}=(1;1;0)$. **B.** $\vec{a}=(-2;2;2)$. **C.** $\vec{a}=(-1;2;1)$. **D.** $\vec{a}=(-1;1;0)$.

Lời giải

Chọn D

Trung điểm BC có tọa độ $I(0;2;1)$ nên trung tuyến từ A có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{AI}=(-1;1;0)$.

Câu 46: (THTT số 6-489 tháng 3 năm 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(2;4;1)$, $B(-1;1;3)$ và mặt phẳng $(P): x-3y+2z-5=0$. Một mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với (P) có dạng: $ax+by+cz-11=0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $a+b=c$. **B.** $a+b+c=5$. **C.** $a\in(b;c)$. **D.** $b<2019$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $A(2;4;1)$, $B(-1;1;3)\Rightarrow\overrightarrow{AB}=(-3;-3;2)$.

Véc tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}=(1;-3;2)$.

Do mặt phẳng (Q) đi qua AB và vuông góc với (P) nên (Q) nhận véc tơ $\left[\overrightarrow{AB},\vec{n}\right]=(0;-8;-12)$ làm một véc tơ pháp tuyến nên phương trình của (Q) sẽ là $2(y-4)+3(z-1)=0\Leftrightarrow 2y+3z-11=0$.

Suy ra $a=0$, $b=2$, $c=3\Rightarrow a+b+c=5$.

Câu 47: (THTT số 6-489 tháng 3 năm 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Cho mặt phẳng $(P): 2x-y+z-10=0$, điểm $A(1;3;2)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=-2+2t\\ y=1+t\\ z=1-t\end{cases}$. Tìm phương trình đường thẳng Δ cắt (P) và d lần lượt tại hai điểm M và N sao cho A là trung điểm cạnh MN.

A. $\dfrac{x-6}{7}=\dfrac{y-1}{-4}=\dfrac{z+3}{-1}$. **B.** $\dfrac{x+6}{7}=\dfrac{y+1}{4}=\dfrac{z-3}{-1}$.

C. $\dfrac{x-6}{7}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z+3}{-1}$. **D.** $\dfrac{x+6}{7}=\dfrac{y+1}{-4}=\dfrac{z-3}{-1}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $M=(d)\cap(\Delta)\Rightarrow M\in(d)$. Giả sử $M(-2+2t,1+t,1-t)$, $t\in\mathbb{R}$

Do A là trung điểm MN nên $N(4-2t;\ 5-t;\ t+3)$.

Mà $N\in(P)$ nên ta có phương trình $2(4-2t)-(5-t)+(3+t)-10=0\ \Leftrightarrow t=-2$.

Do đó, $M(-6;-1;3)$.

$\overrightarrow{AM}=(-7;-4;1)$ là vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ.

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là $\dfrac{x+6}{7}=\dfrac{y+1}{4}=\dfrac{z-3}{-1}$.

Câu 48: (THTT số 6-489 tháng 3 năm 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(0;1;0)$, $B(2;2;2)$, $C(-2;3;1)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-3}{2}$. Tìm điểm M thuộc d để thể tích V của tứ diện $MABC$ bằng 3.

A. $M\left(-\dfrac{15}{2};\dfrac{9}{4};-\dfrac{11}{2}\right)$; $M\left(-\dfrac{3}{2};-\dfrac{3}{4};\dfrac{1}{2}\right)$.

B. $M\left(-\dfrac{3}{5};-\dfrac{3}{4};\dfrac{1}{2}\right)$; $M\left(-\dfrac{15}{2};\dfrac{9}{4};\dfrac{11}{2}\right)$

C. $M\left(\dfrac{3}{2};-\dfrac{3}{4};\dfrac{1}{2}\right)$; $M\left(\dfrac{15}{2};\dfrac{9}{4};\dfrac{11}{2}\right)$.

D. $M\left(\dfrac{3}{5};-\dfrac{3}{4};\dfrac{1}{2}\right)$; $M\left(\dfrac{15}{2};\dfrac{9}{4};\dfrac{11}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn A

Cách 1: Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;1;2)$; $\overrightarrow{AC}=(-2;2;1)$

Do $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(-3;-6;6)$ nên $S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\right|=\dfrac{9}{2}$.

Gọi $\vec{n}$ là một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) thì $\vec{n}=(1;2;-2)\Rightarrow$ phương trình mặt phẳng (ABC) là $x+2y-2z-2=0$.

Gọi $M(1+2t;-2-t;3+2t)\in d\Rightarrow d\left(M,(ABC)\right)=\dfrac{|4t+11|}{3}$.

Do thể tích V của tứ diện $MABC$ bằng 3 nên $\dfrac{1}{3}.\dfrac{9}{2}.\dfrac{|4t+11|}{3}=3\Leftrightarrow|4t+11|=6\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=-\dfrac{5}{4}\\ t=-\dfrac{17}{4}\end{array}\right.$.

Với $t=-\dfrac{5}{4}$ thì $M\left(-\dfrac{3}{2};-\dfrac{3}{4};\dfrac{1}{2}\right)$.

Với $t=\dfrac{-17}{4}$ thì $M\left(-\dfrac{15}{2};\dfrac{9}{4};-\dfrac{11}{2}\right)$.

Cách 2: Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;1;2)$; $\overrightarrow{AC}=(-2;2;1)\Rightarrow\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(-3;-6;6)$

Gọi $M(1+2t;-2-t;3+2t)\in d\Rightarrow\overrightarrow{AM}=(1+2t;-3-t;3+2t)$.

Vì $V_{MABC}=\dfrac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AM}\right|$ nên $|12t+33|=18\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=-\dfrac{5}{4}\\ t=-\dfrac{17}{4}\end{array}\right.$

Với $t=-\dfrac{5}{4}$ thì $M\left(-\dfrac{3}{2};-\dfrac{3}{4};\dfrac{1}{2}\right)$.

Với $t=\dfrac{-17}{4}$ thì $M\left(-\dfrac{15}{2};\dfrac{9}{4};-\dfrac{11}{2}\right)$.

Câu 49: (THPT Nguyễn Trãi-Đà Nẵng-lần 1 năm 2017-2018) Cho điểm $M(1;2;4)$, hình chiếu vuông góc của điểm M lên mặt phẳng (yOz) là điểm

A. $M'(2;0;4)$. **B.** $M'(0;2;4)$. **C.** $M'(1;0;0)$. **D.** $M'(1;2;0)$.

Lời giải

Chọn B

$(yOz): x=0 \Rightarrow$ vec tơ pháp tuyến là $\vec{k}(1;0;0)$.

Đường thẳng đi qua $M(1;2;4)$ và nhận $\vec{k}(1;0;0)$ làm vec tơ chỉ phương có phương trình

$$d:\begin{cases} x=1+t \\ y=2 \\ z=4 \end{cases}$$

Hình chiếu vuông góc M' của M lên mặt phẳng (yOz) là giao điểm của d và (yOz).

Xét phương trình: $1+t=0 \Leftrightarrow t=-1 \Rightarrow M'(0;2;4)$.

Câu 50: (THPT Nguyễn Trãi-Đà Nẵng-lần 1 năm 2017-2018) Mặt phẳng (P) đi qua ba điểm $A(1;-4;2)$, $B(2;-2;1)$, $C(0;-4;3)$ có phương trình là

A. $y+z-3=0$. **B.** $x+z-3=0$. **C.** $x+y+3=0$. **D.** $-x+z-1=0$.

Lời giải

Chọn B

$\overrightarrow{AB}=(1;2;-1)$, $\overrightarrow{AC}=(-1;0;1)$

$\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(2;0;2)=2(1;0;1)$

Mặt phẳng (P) đi qua ba điểm $A(1;-4;2)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;0;1)$.

Phương trình mặt phẳng (P): $x+z-3=0$

Câu 51: (THPT Nguyễn Trãi-Đà Nẵng-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(-2;0;1)$, $B(4;2;5)$ phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là

A. $3x+y+2z-10=0$. **B.** $3x+y+2z+10=0$.

C. $3x+y-2z-10=0$. **D.** $3x-y+2z-10=0$.

Lời giải

Chọn A

Gọi M là trung điểm AB $\Rightarrow M(1;1;3)$.

$\overrightarrow{AB}=(6;2;4)=2(3;1;2)$

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB qua $M(1;1;3)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(3;1;2)$.

phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là $3x+y+2z-10=0$.

Câu 52: (THPT Nguyễn Trãi-Đà Nẵng-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=9$. Phương trình mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm $M(0;-1;3)$ là

A. $x+2y-2z+8=0$. **B.** $x+2y-2z-4=0$.

C. $-y+3z+8=0$. **D.** $-y+3z-8=0$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;1;1)$, bán kính $R=3$. Mặt phẳng tiếp xúc với (S) tại $M(0;-1;3)$ có vtpt $\overrightarrow{IM}=(-1;-2;2)$ có dạng: $-x-2y+2z-8=0 \Leftrightarrow x+2y-2z+8=0$.

Câu 53: (THPT Nguyễn Trãi-Đà Nẵng-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian $(Oxyz)$, mặt phẳng (α) đi qua hai điểm $A(2;-1;4)$, $B(3;2;-1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\beta): x+y+2z-3=0$ có phương trình là

A. $11x-7y-2z-21=0$. **B.** $11x+7y-2z+7=0$.
C. $11x-7y-2z+21=0$. **D.** $11x+7y-2z-7=0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;3;-5)$ và một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (β) là $\vec{n'}=(1;1;2)$.

Gọi $\vec{n}$ là véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) ta có $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\vec{n'}\right]=(11;-7;-2)$.

Phương trình mặt phẳng (α) đi qua $A(2;-1;4)$ và có véc tơ pháp tuyến $\vec{n}=(11;-7;-2)$ là $11x-7y-2z-21=0$.

Câu 54: (THPT Nguyễn Trãi-Đà Nẵng-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $(Oxyz)$, cho mặt phẳng $(P): x-y+4z-4=0$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-4x-10z+4=0$. Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng

A. $r=\sqrt{2}$. **B.** $r=\sqrt{3}$. **C.** $\sqrt{7}$. **D.** $r=\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-4x-10z+4=0$ có tâm $I(2;0;5)$ và bán kính $R=5$.

Khoảng cách từ tâm $I(2;0;5)$ đến mặt phẳng $(P): x-y+4z-4=0$ là

$$d=d(I,(P))=\frac{|2-0+4.5-4|}{\sqrt{1^2+(-1)^2+4^2}}=\sqrt{18}.$$

Vậy mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính

$$r=\sqrt{R^2-d^2}=\sqrt{25-18}=\sqrt{7}$$

Câu 55: (THPT Lê Xoay-Vĩnh phúc-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x+\sqrt{2}y-z+3=0$ cắt mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2=5$ theo giao tuyến là một đường tròn có diện tích là

A. $\frac{11\pi}{4}$. **B.** $\frac{9\pi}{4}$. **C.** $\frac{15\pi}{4}$. **D.** $\frac{7\pi}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2=5$ có tâm $O(0;0)$ và bán kính $R=\sqrt{5}$.

Ta có $d(O;(P))=\frac{3}{2}$, suy ra bán kính đường tròn giao tuyến là $r=\sqrt{R^2-d^2}=\frac{\sqrt{11}}{2}$.

Do đó, diện tích của đường tròn giao tuyến là $S=\pi r^2=\frac{11\pi}{4}$.

Câu 56: **(THPT Chuyên Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng chứa trục Oz và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): x-y+2z-1=0$ có phương trình là

A. $x+y=0$. **B.** $x+2y=0$. **C.** $x-y=0$. **D.** $x+y-1=0$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng $(\alpha): x-y+2z-1=0$ có vec tơ pháp tuyến $\vec{n}_\alpha=(1;-1;2)$

Trên trục Oz có vec tơ đơn vị $\vec{k}=(0;0;1)$

Mặt phẳng chứa trục Oz và vuông góc với mặt phẳng (α) là mặt phẳng qua O và nhận $\left[\vec{n}_\alpha;\vec{k}\right]=(-1;-1;0)$ làm vec tơ pháp tuyến. Do đó có phương trình $-x-y=0 \Leftrightarrow x+y=0$.

Câu 57: **(THPT Chuyên Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-1)$ và $B(-3;0;-1)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $x-y+z-3=0$. **B.** $2x+y+1=0$. **C.** $x-y+z+3=0$. **D.** $2x+y-1=0$.

Lời giải

Chọn B

Trung điểm của đoạn AB là $M(-1;1;-1)$.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-4;-2;0)$ là một vecto pháp tuyến của mặt phẳng trung trực của AB.

Mặt phẳng trung trực của đoạn AB có phương trình là $2(x+1)+1(y-1)=0 \Leftrightarrow 2x+y+1=0$.

Câu 58: **(THPT Đặng Thúc Hứa-Nghệ An-lần 1 năm 2017-2018)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;2)$, $B(3;-2;0)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đọan AB.

A. $x-2y-2z=0$. **B.** $x-2y-z-1=0$. **C.** $x-2y-z=0$. **D.** $x-2y+z-3=0$.

Lời giải

Chọn D

Chọn $M(2;0;1)$ là trung điểm của đoạn AB.

Mặt phẳng trung trực của đoạn AB đi qua M và nhận $\overrightarrow{AB}=(2;-4;-2)$ làm 1 vec tơ pháp tuyến.

$2(x-2)-4(y-0)+2(z-1)=0 \Leftrightarrow x-2y+z-3=0$.

Câu 59: **(THPT Đặng Thúc Hứa-Nghệ An-lần 1 năm 2017-2018)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x-4}{3}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z+5}{-2}$ và $\Delta_2: \frac{x-2}{1}=\frac{y+3}{3}=\frac{z}{1}$. Giả sử $M\in\Delta_1$, $N\in\Delta_2$ sao cho MN là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2. Tính $\overrightarrow{MN}$.

A. $\overrightarrow{MN}=(5;-5;10)$. **B.** $\overrightarrow{MN}=(2;-2;4)$. **C.** $\overrightarrow{MN}=(3;-3;6)$. **D.** $\overrightarrow{MN}=(1;-1;2)$.

Lời giải

Chọn B

Δ_1 có VTCP $\overrightarrow{u_1}=(3;-1;-2)$ và Δ_2 có VTCP $\overrightarrow{u_2}=(1;3;1)$.

Gọi $M(4+3t;1-t;-5-2t)$ và $N(2+s;-3+3s;s)$.

Suy ra $\overrightarrow{MN}=\left(-2-3t+s;t+3s-4;2t+s+5\right)$.

Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{MN}.\overrightarrow{u_1}=0\\ \overrightarrow{MN}.\overrightarrow{u_2}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2s-t-3=0\\ s-8t-9=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}s=1\\ t=-1\end{cases}$.

Vậy $\overrightarrow{MN}=\left(2;-2;4\right)$.

Câu 60: (THPT Đặng Thúc Hứa-Nghệ An-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(0;2;-2\right)$, $B\left(2;2;-4\right)$. Giả sử $I\left(a;b;c\right)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB. Tính $T=a^2+b^2+c^2$.

A. $T=8$. **B.** $T=2$. **C.** $T=6$. **D.** $T=14$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{OA}=\left(0;2;-2\right)$, $\overrightarrow{OB}=\left(2;2;-4\right)$. $\left(OAB\right)$ có phương trình: $x+y+z=0$

$I\in\left(OAB\right)\Rightarrow a+b+c=0$.

$\overrightarrow{AI}=\left(a;b-2;c+2\right)$, $\overrightarrow{BI}=\left(a-2;b-2;c+4\right)$, $\overrightarrow{OI}=\left(a;b;c\right)$.

Ta có hệ $\begin{cases}AI=BI\\ AI=OI\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a^2+\left(c+2\right)^2=\left(a-2\right)^2+\left(c+4\right)^2\\ \left(b-2\right)^2+\left(c+2\right)^2=b^2+c^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a-c=4\\ -b+c=-2\end{cases}$

Ta có hệ $\begin{cases}a-c=4\\ -b+c=-2\\ a+b+c=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a-c=4\\ -b+c=-2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=2\\ b=0\\ c=-2\end{cases}$.

Vậy $I\left(2;0;-2\right)\Rightarrow T=a^2+b^2+c^2=8$

Câu 61: (THPT Chuyên Hạ Long-Quãng Ninh lần 2 năm 2017-2018) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A\left(2;-3;5\right)$. Tìm tọa độ A' là điểm đối xứng với A qua trục Oy.

A. $A'\left(2;3;5\right)$. **B.** $A'\left(2;-3;-5\right)$. **C.** $A'\left(-2;-3;5\right)$. **D.** $A'\left(-2;-3;-5\right)$.

Lời giải

Chọn D

Gọi H là hình chiếu vuông góc của $A\left(2;-3;5\right)$ lên Oy. Suy ra $H\left(0;-3;0\right)$

Khi đó H là trung điểm đoạn AA'. Tọa độ A': $\begin{cases}x_{A'}=2x_H-x_A=-2\\ y_{A'}=2y_H-y_A=-3\\ z_{A'}=2z_H-z_A=-5\end{cases}\Rightarrow A'\left(-2;-3;-5\right)$.

Câu 62: (THPT Chuyên Hạ Long-Quãng Ninh lần 2 năm 2017-2018) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(3;2;-1\right)$, $B\left(-1;4;5\right)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là

A. $2x+y+3z-11=0$. **B.** $2x-y-3z-7=0$.

C. $2x-y-3z+7=0$. **D.** $-2x+y+3z+7=0$.

Lời giải

Chọn C

Tọa độ trung điểm của AB là $I\left(1;3;2\right)$, $\overrightarrow{AB}=\left(-4;2;6\right)$, ta chọn VTPT là $\vec{n}=\left(-2;1;3\right)$.

Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là

$-2(x-1)+y-3+3(z-2)=0 \Leftrightarrow 2x-y-3z+7=0$.

Câu 63: **(THPT Chuyên Hạ Long-Quãng Ninh lần 2 năm 2017-2018)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(5;-3;2)$ và mặt phẳng $(P): x-2y+z-1=0$. Tìm phương trình đường thẳng d đi qua điểm M và vuông góc (P).

A. $\frac{x+5}{1}=\frac{y-3}{-2}=\frac{z+2}{1}$. **B.** $\frac{x-5}{1}=\frac{y+3}{-2}=\frac{z-2}{-1}$.

C. $\frac{x-6}{1}=\frac{y+5}{-2}=\frac{z-3}{1}$. **D.** $\frac{x+5}{1}=\frac{y+3}{-2}=\frac{z-2}{1}$.

Lời giải

Chọn C

d qua điểm $M(5;-3;2)$ và vuông góc (P) nhận $\vec{u}=(1;-2;1)$ là vtcp có dạng $\begin{cases} x=5+t \\ y=-3-2t \\ z=2+t \end{cases}$.

Cho $t=1 \Rightarrow N(6;-5;3) \in d \Rightarrow d: \frac{x-6}{1}=\frac{y+5}{-2}=\frac{z-3}{1}$.

Câu 64: **(THPT Chuyên Phan Bội Châu-lần 2 năm 2017-2018)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3;3;-2)$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{3}=\frac{z}{1}$; $d_2: \frac{x+1}{-1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-2}{4}$. Đường thẳng d qua M cắt d_1, d_2 lần lượt tại A và B. Độ dài đoạn thẳng AB.

A. 3. **B.** 2. **C.** $\sqrt{6}$. **D.** $\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

+ $A \in d_1 \Rightarrow A(1+a;2+3a;a)$.

+ $B \in d_2 \Rightarrow B(-1-b;1+2b;2+4b)$

Suy ra $\overrightarrow{AM}=(2-a;1-3a;-2-a)$, $\overrightarrow{BM}=(4+b;2-2b;-4-4b)$

Vì A, B và M thẳng hàng suy ra $\overrightarrow{AM}=k.\overrightarrow{BM}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2-a=k(4+b) \\ 1-3a=k(2-2b) \\ -2-a=k(-4-4b) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+4k+kb=2 \\ 3a+2k-2kb=1 \\ a-4k-4kb=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ k=\frac{1}{2} \\ bk=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ k=\frac{1}{2} \\ b=0 \end{cases}.$$

Suy ra $A(1;2;0)$, $B(-1;1;2)$.

Vậy $AB=3$.

Câu 65: **(THPT Chuyên Hùng Vương-Gia Lai-lần 1 năm 2017-2018)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1;2;-5)$ và mặt phẳng $(P): 2x-2y+z-8=0$. Viết phương trình mặt cầu có tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P).

A. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-5)^2=36$. **B.** $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-5)^2=25$.

C. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+5)^2=5$. **D.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+5)^2=25$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $R=d\left(\mathrm{I};(P)\right)=\dfrac{|2-4-5-8|}{\sqrt{4+4+1}}=\dfrac{|-15|}{3}=5$.

Suy ra phương trình mặt cầu là $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+5)^2=25$.

Câu 66: (THPT Chuyên Hùng Vương-Gia Lai-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;4;1)$, $B(-1;1;3)$ và mặt phẳng $(P): x-3y+2z-5=0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (P).

A. $(Q): 2y+3z-10=0$.
B. $(Q): 2x+3z-11=0$.
C. $(Q): 2y+3z-12=0$.
D. $(Q): 2y+3z-11=0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-3;-3;2)$, (P) có vtpt $\vec{n}=(1;-3;2)$. (Q) có vtpt $\vec{k}=\left[\overrightarrow{AB},\vec{n}\right]=4(0;2;3)$.

$\Rightarrow (Q): 2y+3z-11=0$.

Câu 67: (THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng-lần 2 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;1)$ và hai mặt phẳng $(P): 2x-y+3z-1=0$, $(Q): y=0$. Viết phương trình mặt phẳng (R) chứa A, vuông góc với cả hai mặt phẳng (P) và (Q).

A. $3x-y+2z-4=0$. **B.** $3x+y-2z-2=0$. **C.** $3x-2z=0$. **D.** $3x-2z-1=0$.

Lời giải

Chọn D

$(P): 2x-y+3z-1=0$ có véctơ pháp tuyến $\vec{n}_{(P)}=(2;-1;3)$.

$(Q): y=0$ có véctơ pháp tuyến $\vec{n}_{(Q)}=(0;1;0)$.

Do mặt phẳng (R) vuông góc với cả hai mặt phẳng (P) và (Q) nên có véctơ pháp tuyến

$\vec{n}_{(R)}=\left[\vec{n}_{(P)},\vec{n}_{(Q)}\right]$. $\Rightarrow \vec{n}_{(R)}=(-3;0;2)$.

Vậy phương trình mặt phẳng (R) là $-3x+2z+1=0 \Leftrightarrow 3x-2z-1=0$.

Câu 68: (THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng-lần 2 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng tiếp xúc với $(S): x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z-2=0$ và song song với $(\alpha): 4x+3y-12z+10=0$.

A. $\left[\begin{array}{l}4x+3y-12z+26=0\\4x+3y-12z-78=0\end{array}\right.$.
B. $\left[\begin{array}{l}4x+3y-12z-26=0\\4x+3y-12z-78=0\end{array}\right.$.
C. $\left[\begin{array}{l}4x+3y-12z-26=0\\4x+3y-12z+78=0\end{array}\right.$.
D. $\left[\begin{array}{l}4x+3y-12z+26=0\\4x+3y-12z+78=0\end{array}\right.$.

Lời giải

Chọn C

$(S):\begin{cases}có\ tâm\ I(1;2;3)\\bán\ kính: R=4\end{cases}$.

Gọi (β) mặt phẳng tiếp xúc với $(S): x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z-2=0$ và song song với $(\alpha): 4x+3y-12z+10=0$.

Ta có: $(\beta)//(\alpha)$ nên phương trình mặt phẳng $(\beta): 4x+3y-12z+D=0\,(D\neq 10)$.

(β) tiếp xúc với (S) nên $d(I,(\beta))=R \Leftrightarrow \dfrac{|-26+D|}{13}=4 \Leftrightarrow |-26+D|=52 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} D=78\,(n) \\ D=-26\,(n) \end{array}\right.$.

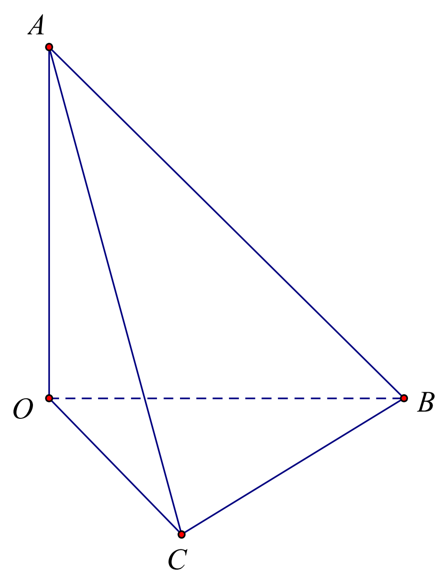
Vậy: $(\beta): \left[\begin{array}{l} 4x+3y-12z-26=0 \\ 4x+3y-12z+78=0 \end{array}\right.$.

Câu 69: (THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng-lần 2 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tính thể tích tứ diện $OABC$ biết A, B, C lần lượt là giao điểm của mặt phẳng $2x-3y+4z+24=0$ với trục Ox, Oy, Oz.

A. 192. **B.** 288. **C.** 96. **D.** 78.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $A(-12;0;0)$, $B(0;8;0)$, $C(0;0;-6)$.

Tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc.

Thể tích tứ diện $OABC$ là $V=\dfrac{1}{3}.S_{OBC}.OA=\dfrac{1}{6}.OA.OB.OC=\dfrac{1}{6}.12.8.6=96$.

Câu 70: (THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng-lần 2 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $M(1;-1;2)$, $N(3;1;-4)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của MN.

A. $x+y+3z+5=0$. **B.** $x+y-3z-5=0$. **C.** $x+y+3z+1=0$. **D.** $x+y-3z+5=0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{MN}=(2;2;-6)$, gọi I là trung điểm $MN \Rightarrow I(2;0;-1)$.

Vậy phương trình mặt phẳng trung trực của MN là $2(x-2)+2(y-0)-6(z+1)=0$

$\Leftrightarrow x+y-3z-5=0$.

Câu 71: (THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng-lần 2 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;2;-2)$ và $B(3;-1;0)$ Đường thẳng AB cắt mặt phẳng $(P): x+y-z+2=0$ tại điểm I. Tỉ số $\frac{IA}{IB}$ bằng

A. 2. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\frac{IA}{IB}=\frac{d(A;(P))}{d(B;(P))}=\frac{\frac{|2+2-(-2)+2|}{\sqrt{1^2+1^2+(-1)^2}}}{\frac{3+(-1)-0+2}{\sqrt{1^2+1^2+(-1)^2}}}=\frac{8}{4}=2$.

Câu 72: (PTNK-ĐHQG TP HCM-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) đi qua các hình chiếu của điểm $M(-1;3;4)$ lên các trục tọa độ là

A. $\frac{x}{1}-\frac{y}{3}-\frac{z}{4}=1$. **B.** $-\frac{x}{1}+\frac{y}{3}+\frac{z}{4}=0$. **C.** $-\frac{x}{1}+\frac{y}{3}+\frac{z}{4}=1$. **D.** $-\frac{x}{1}+\frac{y}{3}-\frac{z}{4}=1$.

Lời giải

Chọn C

Hình chiếu của $M(-1;3;4)$ lên các trục tọa độ lần lượt là các điểm $(-1;0;0)$, $(0;3;0)$ và $(0;0;4)$. Vậy phương trình mặt phẳng (P) là $-\frac{x}{1}+\frac{y}{3}+\frac{z}{4}=1$.

Câu 73: (PTNK-ĐHQG TP HCM-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;2)$, $B(2;-1;3)$. Viết phương trình đường thẳng AB.

A. $\frac{x-1}{3}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-2}{1}$. **B.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z-2}{1}$.

C. $\frac{x-3}{1}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-1}{2}$. **D.** $\frac{x+1}{3}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z+2}{1}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;-2;1)$.

Đường thẳng AB đi qua điểm $A(1;1;2)$ và nhận véctơ $\overrightarrow{AB}=(1;-2;1)$ làm véctơ chỉ phương.

Vậy phương trình của AB là $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z-2}{1}$.

Câu 74: (THPT Chuyên ĐH Vinh – lần 1 - năm 2017 – 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): x+2y-z-1=0$ và $(\beta): 2x+4y-mz-2=0$. Tìm m để (α) và (β) song song với nhau.

A. $m=1$. **B.** $m=2$. **C.** $m=-2$. **D.** Không tồn tại m.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng (α) có một VTPT là $\overrightarrow{n_1}=(1;2;-1)$.

Mặt phẳng (β) có một VTPT là $\overrightarrow{n_2}=(2;4;-m)$.

Ta có $(\alpha)//(\beta) \Leftrightarrow \frac{2}{1}=\frac{4}{2}=\frac{-m}{-1}\neq\frac{-2}{-1} \Leftrightarrow m\in\varnothing$.

Câu 75: (THPT Chuyên ĐH Vinh – lần 1 - năm 2017 – 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;0;-1)$. Mặt phẳng (α) đi qua M và chứa trục Ox có phương trình là

A. $y=0$. **B.** $x+z=0$. **C.** $y+z+1=0$. **D.** $x+y+z=0$.

Lời giải

Chọn A

Do mặt phẳng (α) đi qua M và chứa trục Ox nên (α) có một véctơ pháp tuyến là

$\vec{n}=\left[\vec{i},\overrightarrow{OM}\right]$ với $\vec{i}=(1;0;0)$ và $\overrightarrow{OM}=(1;0;-1)\Rightarrow\vec{n}=(0;1;0)$.

Vậy phương trình mặt phẳng (α) đi qua $M(1;0;-1)$ và có một véc tơ pháp tuyến $\vec{n}=(0;1;0)$ là $y=0$.

Câu 76: (THPT Tây Thụy Anh – Thái Bình – lần 1 - năm 2017 – 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho biết $A(4;-3;7)$; $B(2;1;3)$. Mặt phẳng trung trực đoạn AB có phương trình

A. $x+2y+2z+15=0$. **B.** $x-2y+2z+15=0$.

C. $x+2y+2z-15=0$. **D.** $x-2y+2z-15=0$.

Lời giải

Chọn D

Gọi M là trung điểm của AB suy ra $M(3;-1;5)$.

Mặt phẳng trung trực đoạn AB đi qua $M(3;-1;5)$ và nhận $\overrightarrow{AB}=(-2;4;-4)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình $-2(x-3)+4(y+1)-4(z-5)=0 \Leftrightarrow x-2y+2z-15=0$.

Câu 77: (THPT Tây Thụy Anh – Thái Bình – lần 1 - năm 2017 – 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): y+2z=0$ và hai đường thẳng: $d_1:\begin{cases}x=1-t\\y=t\\z=4t\end{cases}$; $d_2:\begin{cases}x=2-t'\\y=4+2t'\\z=4\end{cases}$. Đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (α) và cắt hai đường thẳng d_1; d_2 có phương trình là

A. $\frac{x-1}{7}=\frac{y}{8}=\frac{z}{-4}$. **B.** $\frac{x+1}{7}=\frac{y}{-8}=\frac{z}{4}$. **C.** $\frac{x-1}{7}=\frac{y}{-8}=\frac{z}{4}$. **D.** $\frac{x-1}{7}=\frac{y}{8}=\frac{z}{4}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $A=d_1\cap\Delta$ suy ra $A(1-t;t;4t)$ và $B=d_2\cap\Delta$ suy ra $B(2-t';4+2t';4)$.

Mặt khác $A\in(\alpha)$; $B\in(\alpha)$ nên ta có $\begin{cases}t+2.4t=0\\4+2t'+2.4=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}t=0\\t'=-6\end{cases}$

Do đó $A(1;0;0)$ và $B(8;-8;4)$.

Đường thẳng Δ đi qua A và nhận $\overrightarrow{AB}=(7;-8;4)$ làm vectơ chỉ phương có phương trình $\frac{x-1}{7}=\frac{y}{-8}=\frac{z}{4}$.

Câu 78: (THPT Tây Thụy Anh – Thái Bình – lần 1 - năm 2017 – 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=1+at\\y=t\\z=-1+2t\end{cases}$; $d_2:\begin{cases}x=1-t'\\y=2+2t'\\z=3-t'\end{cases}$; $(t;t'\in\mathbb{R})$. Tìm a để hai đường thẳng d_1 và d_2 cắt nhau.

A. $a=0$. **B.** $a=1$. **C.** $a=-1$. **D.** $a=2$.

Lời giải

Chọn A

Xét hệ phương trình $\begin{cases}1+at=1-t'\\t=2+2t'\\-1+2t=3-t'\end{cases}$. Ta tìm a để hệ có nghiệm duy nhất.

Từ phương trình thứ hai và thứ ba của hệ suy ra $\begin{cases}t=2\\t'=0\end{cases}$ thế vào phương trình thứ nhất của hệ, ta được $1+2a=1$. Do đó để hệ có nghiệm duy nhất thì $a=0$.

Câu 79: (THPT Tây Thụy Anh – Thái Bình – lần 1 - năm 2017 – 2018) Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm: $A(1;-1;1)$, $B(0;1;2)$, $C(1;0;1)$. Trong các mệnh đề sau hãy chọn mệnh đề đúng?

A. Tam giác ABC vuông tại A. **B.** Ba điểm A, B, C thẳng hàng.

C. Ba điểm A, B, C không thẳng hàng. **D.** B là trung điểm của AC.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(-1;2;1)$ và $\overrightarrow{AC}=(0;1;0)$ mà $\frac{0}{-1}\neq\frac{1}{2}\neq\frac{0}{1}$ nên ba điểm A, B, C không thẳng hàng.

Mặt khác $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=2\neq 0$ nên tam giác ABC không vuông tại A.

Câu 80: (THPT Yên Lạc – Vĩnh Phúc – lần 4 - năm 2017 – 2018) Cho các vectơ $\vec{u}=(1;-2;3)$, $\vec{v}=(-1;2;-3)$. Tính độ dài của vectơ $\vec{w}=\vec{u}-2\vec{v}$.

A. $|\vec{w}|=\sqrt{26}$. **B.** $|\vec{w}|=\sqrt{126}$. **C.** $|\vec{w}|=\sqrt{85}$. **D.** $|\vec{w}|=\sqrt{185}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\vec{w}=\vec{u}-2\vec{v}=(3;-6;9)\Rightarrow|\vec{w}|=\sqrt{3^2+(-6)^2+9^2}=\sqrt{126}$.

Câu 81: (THPT Hồng Bàng – Hải Phòng – năm 2017 – 2018) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0;1;0)$, mặt phẳng $(Q):x+y-4z-6=0$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=3\\y=3+t\\z=5-t\end{cases}$. Phương trình mặt phẳng (P) qua A, song song với d và vuông góc với (Q) là A,

A. $3x+y+z-1=0$. **B.** $3x-y-z+1=0$. **C.** $x+3y+z-3=0$. **D.** $x+y+z-1=0$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng (Q) có VTPT $\overrightarrow{n_Q}=(1;1;-4)$.

Đường thẳng d có VTCP $\overrightarrow{u_d}=(0;1;-1)$.

Gọi VTPT của mặt phẳng (P) là $\overrightarrow{n_P}$.

Ta có: $\overrightarrow{n_P}\perp\overrightarrow{n_Q}$ và $\overrightarrow{n_P}\perp\overrightarrow{u_d}$ nên chọn $\overrightarrow{n_P}=\left[\overrightarrow{n_Q},\overrightarrow{u_d}\right]=(3;1;1)$.

(P) đi qua điểm $A(0;1;0)$, VTPT $\overrightarrow{n_P}=(3;1;1)$ có phương trình là $3x+y+z-1=0$.

Câu 82: (THPT Hồng Bàng – Hải Phòng – năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+t\\y=-3+2t\\z=1+3t\end{cases}$. Viết phương trình đường thẳng d' là hình chiếu vuông góc của d lên mặt phẳng (Oyz).

A. $d':\begin{cases}x=0\\y=-3+2t\\z=1+3t\end{cases}$. **B.** $d':\begin{cases}x=0\\y=3+2t\\z=0\end{cases}$. **C.** $d':\begin{cases}x=2+t\\y=-3+2t\\z=0\end{cases}$. **D.** $d':\begin{cases}x=t\\y=2t\\z=0\end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng (Oyz) có phương trình $x=0$

Gọi A là giao điểm của d và mặt phẳng (Oyz) suy ra $A(0;-7;-5)$.

Chọn $M(2;-3;1)\in d$

Gọi H là hình chiếu của M lên (Oyz) suy ra $H(0;-3;1)$

Hình chiếu vuông góc của d lên mặt phẳng (Oyz) là đường thẳng d' đi qua H nhận $\overrightarrow{AH}=(0;-4;-6)=-2(0;2;3)$ có phương trình: $d':\begin{cases}x=0\\y=-3+2t\\z=1+3t\end{cases}$.

Câu 83: (THPT Hồng Bàng – Hải Phòng – năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;1)$, $B(0;3;-1)$. Mặt cầu (S) đường kính AB có phương trình là

A. $x^2+(y-2)^2+z^2=3$. **B.** $(x-1)^2+(y-2)^2+z^2=3$.

C. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$. **D.** $(x-1)^2+(y-2)^2+z^2=9$.

Lời giải

Chọn B

Tâm I là trung điểm $AB\Rightarrow I(1;2;0)$ và bán kính $R=IA=\sqrt{3}$.

Vậy $(x-1)^2+(y-2)^2+z^2=3$.

Câu 84: (THPT Hồng Bàng – Hải Phòng – năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x+2y-z-4=0$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+t\\y=2+2t\\z=-2-t\end{cases}$. Tam giác ABC có $A(-1;2;1)$, các điểm B, C nằm trên (P) và trọng tâm G nằm trên đường thẳng d. Tọa độ trung điểm I của BC là

A. $I(1;-1;-4)$. **B.** $I(2;1;2)$. **C.** $I(2;-1;-2)$. **D.** $I(0;1;-2)$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $G(2+t;2+2t;-2-t)\in d\Rightarrow \overrightarrow{AG}=(3+t;2t;-3-t)$.

Mà G là trọng tâm của tam giác ABC nên $\overrightarrow{AG}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AI}$ (với I là trung điểm của BC).

$\Rightarrow I\left(\frac{7+3t}{2};2+3t;\frac{-7-3t}{2}\right)$.

Mặt khác $I\in(P)$ nên $2\left(\frac{7+3t}{2}\right)+2(2+3t)-\frac{(-7-3t)}{2}-4=0 \Leftrightarrow 21t+21=0\Leftrightarrow t=-1$.

Với $t=-1$ thì $I(2;-1;-2)$.

Câu 85: (THPT Hồng Bàng – Hải Phòng – năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) song song với hai đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=2+2t\\y=-1-3t\\z=4t\end{cases}$, $d_2:\begin{cases}x=2+t\\y=3+2t\\z=1-t\end{cases}$. Véctơ nào sau đây là véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\vec{n}=(-5;-6;7)$. **B.** $\vec{n}=(-5;6;7)$. **C.** $\vec{n}=(-5;6;-7)$. **D.** $\vec{n}=(5;-6;7)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có một véc tơ chỉ phương của đường thẳng d_1 là $\overrightarrow{u_1}=(2;-3;4)$.

Một véc tơ chỉ phương của đường thẳng d_2 là $\overrightarrow{u_2}=(1;2;-1)$.

Gọi $\vec{n}$ là véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P). Do (P) song song với hai đường thẳng d_1 và d_2 nên $\begin{cases}\vec{n}\perp\overrightarrow{u_1}\\\vec{n}\perp\overrightarrow{u_2}\end{cases}\Rightarrow \vec{n}=\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right]=(-5;6;7)$.

Câu 86: (THPT Quảng Xương I – Thanh Hóa – năm 2017 – 2018) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(5;4;3)$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua các hình chiếu của A lên các trục tọa độ. Phương trình của mặt phẳng (α) là

A. $12x+15y+20z-10=0$. **B.** $12x+15y+20z+60=0$.

C. $\frac{x}{5}+\frac{y}{4}+\frac{z}{3}=1$. **D.** $\frac{x}{5}+\frac{y}{4}+\frac{z}{3}-60=0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $M(5;0;0)$, $N(0;4;0)$, $P(0;0;3)$ lần lượt là hình chiếu của A lên Ox, Oy, Oz.

$(\alpha):\frac{x}{5}+\frac{y}{4}+\frac{z}{3}=1$.

Câu 87: **(SGD Bắc Giang – năm 2017 – 2018)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z}{2}$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(2;0;-1)$ và vuông góc với d có phương trình là?

A. $(P):x+y+2z=0$. **B.** $(P):x-y-2z=0$. **C.** $(P):x-y+2z=0$. **D.** $(P):x-2y-2=0$.

Lời giải

Chọn C

d có VTCP $\vec{u}=(1;-1;2)$.

$(P)\perp d$ nên (P) có VTPT $\vec{n}=(1;-1;2)$.

Vậy phương trình mặt phẳng $(P):x-2-(y-0)+2(z+1)=0\Leftrightarrow x-y+2z=0$.

Câu 88: **(Chuyên ĐB Sông Hồng –Lần 1 năm 2017 – 2018)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình chính tắc của mặt cầu có đường kính AB với $A(2;1;0)$, $B(0;1;2)$.

A. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=4$. **B.** $(x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=2$.

C. $(x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=4$. **D.** $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=2$.

Lời giải

Chọn D

Tâm mặt cầu chính là trung điểm I của AB, với $I(1;1;1)$.

Bán kính mặt cầu: $R=\dfrac{AB}{2}=\dfrac{1}{2}\sqrt{(-2)^2+2^2}=\sqrt{2}$.

Suy ra phương trình mặt cầu: $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=2$.

Câu 89: **(Chuyên ĐB Sông Hồng –Lần 1 năm 2017 – 2018)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ có bao nhiêu mặt phẳng song song với mặt phẳng $(Q):x+y+z+3=0$, cách điểm $M(3;2;1)$ một khoảng bằng $3\sqrt{3}$ biết rằng tồn tại một điểm $X(a;b;c)$ trên mặt phẳng đó thỏa mãn $a+b+c<-2$?

A. 1. **B.** Vô số. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn D

Ta có mặt phẳng cần tìm là $(P):x+y+z+d=0$ với $d\neq 3$.

Mặt phẳng (P) cách điểm $M(3;2;1)$ một khoảng bằng $3\sqrt{3}\Leftrightarrow\dfrac{|6+d|}{\sqrt{3}}=3\sqrt{3}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}d=3\\d=-15\end{array}\right.$ đối chiếu điều kiện suy ra $d=-15$. Khi đó $(P):x+y+z-15=0$.

Theo giả thiết $X(a;b;c)\in(P)\Leftrightarrow a+b+c=15>-2$ không thỏa mãn $a+b+c<-2$.

Vậy không tồn tại mặt phẳng (P).

Câu 90: (Chuyên ĐB Sông Hồng –Lần 1 năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z}{3}$, $d_2: \begin{cases} x = 1+t \\ y = 2+t \\ z = m \end{cases}$. Gọi S là tập tất cả các số m sao cho d_1 và d_2 chéo nhau và khoảng cách giữa chúng bằng $\dfrac{5}{\sqrt{19}}$. Tính tổng các phần tử của S.

A. -11. **B.** 12. **C.** -12. **D.** 11.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng d_1 đi qua điểm $M_1 = (1;0;0)$ và có VTCP $\overrightarrow{u_1} = (2;1;3)$.

Đường thẳng d_2 đi qua điểm $M_2 = (1;2;m)$ và có VTCP $\overrightarrow{u_2} = (1;1;0)$.

Ta có: $\overrightarrow{M_1M_2} = (0;2;m)$; $\left[\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}\right] = (-3;3;1)$. Do đó $[u_1, u_2]\overrightarrow{M_1M_2} = m+6$.

Điều kiện cần và đủ để d_1 và d_2 chéo nhau và khoảng cách giữa chúng bằng $\dfrac{5}{\sqrt{19}}$ là

$$\frac{|m+6|}{\sqrt{19}} = \frac{5}{\sqrt{19}} \Leftrightarrow |m+6| = 5 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m+6=5 \\ m+6=-5 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-1 \\ m=-11 \end{array}\right..$$

Vậy $S = \{-1;-11\}$. Do đó tổng các phần tử của S là $-1+(-11) = -12$.

Câu 91: (Chuyên ĐB Sông Hồng –Lần 1 năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với $a,\ b,\ c > 0$. Biết rằng (ABC) đi qua điểm $M\left(\dfrac{1}{7};\dfrac{2}{7};\dfrac{3}{7}\right)$ và tiếp xúc với mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2 = \dfrac{72}{7}$. Tính $\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}+\dfrac{1}{c^2}$.

A. 14. **B.** $\dfrac{1}{7}$. **C.** 7. **D.** $\dfrac{7}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình đoạn chắn của mặt phẳng (ABC) là $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c} = 1$.

Vì điểm $M\left(\dfrac{1}{7},\dfrac{2}{7},\dfrac{3}{7}\right)$ thuộc mặt phẳng (ABC) nên

$$\frac{\left(\frac{1}{7}\right)}{a}+\frac{\left(\frac{2}{7}\right)}{b}+\frac{\left(\frac{3}{7}\right)}{c} = 1 \Rightarrow \frac{1}{7a}+\frac{2}{7b}+\frac{3}{7c} = 1 \Rightarrow \frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{3}{c} = 7$$

Mặt khác mặt phẳng (ABC) tiếp xúc với $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2 = \dfrac{72}{7}$

$\Rightarrow$ khoảng cách từ tâm $I(1,2,3)$ của cầu tới mặt phẳng (ABC) là $\sqrt{\dfrac{72}{7}}$

$$\Rightarrow d\left(I,\left(ABC\right)\right)=\frac{\left|\frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{3}{c}-1\right|}{\sqrt{\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}}}=\sqrt{\frac{72}{7}} \text{ mà } \frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{3}{c}=7$$

$$\Rightarrow d\left(I,\left(ABC\right)\right)=\frac{\left|7-1\right|}{\sqrt{\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}}}=\sqrt{\frac{72}{7}}\Rightarrow \frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}=\frac{7}{2}.$$

Câu 92: **(THPT Chuyên Thoại Ngọc Hầu – An Giang - Lần 3 năm 2017 – 2018)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M\left(3;-1;-2\right)$ và mặt phẳng $\left(P\right):3x-y+2z+4=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua M và song song với $\left(P\right)$?

A. $\left(Q\right):3x-y+2z+6=0$. **B.** $\left(Q\right):3x-y-2z-6=0$.

C. $\left(Q\right):3x-y+2z-6=0$. **D.** $\left(Q\right):3x+y-2z-14=0$.

Lời giải

Chọn C

Vì $\left(Q\right)//\left(P\right)$ nên $\left(Q\right):3x-y+2z+m=0 \quad \left(m\neq 4\right)$

Mà $M\left(3;-1;-2\right)\in\left(P\right)\Rightarrow m=-6$ (thỏa mãn).

Vậy $\left(Q\right):3x-y+2z-6=0$.

Câu 93: **(THPT Chuyên Thoại Ngọc Hầu – An Giang - Lần 3 năm 2017 – 2018)** Trong không gian $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $x^2+y^2+z^2+4x-2y+2z+m=0$ là phương trình của một mặt cầu.

A. $m\leq 6$. **B.** $m<6$. **C.** $m>6$. **D.** $m\geq 6$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $x^2+y^2+z^2+4x-2y+2z+m=0$ là phương trình của một mặt cầu

$\Leftrightarrow a^2+b^2+c^2-d>0\Leftrightarrow 2^2+\left(-1\right)^2+1^2-m>0\Leftrightarrow m<6$.

Câu 94: **(THPT Chuyên Thoại Ngọc Hầu – An Giang - Lần 3 năm 2017 – 2018)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu có tâm $I\left(1;2;-1\right)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $\left(P\right):x-2y-2z-8=0$?

A. $\left(x+1\right)^2+\left(y+2\right)^2+\left(z-1\right)^2=9$. **B.** $\left(x-1\right)^2+\left(y-2\right)^2+\left(z+1\right)^2=9$.

C. $\left(x+1\right)^2+\left(y+2\right)^2+\left(z-1\right)^2=3$. **D.** $\left(x-1\right)^2+\left(y-2\right)^2+\left(z+1\right)^2=3$.

Lời giải

Chọn B

Do mặt cầu tâm $I\left(1;2;-1\right)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $\left(P\right):x-2y-2z-8=0$ nên

$$d\left(I,\left(P\right)\right)=R\Leftrightarrow R=\frac{\left|1-2.2-2\left(-1\right)-8\right|}{\sqrt{1^2+\left(-2\right)^2+\left(-2\right)^2}}\Leftrightarrow R=3.$$

Vậy phương trình mặt cầu là $\left(x-1\right)^2+\left(y-2\right)^2+\left(z+1\right)^2=9$.

Câu 95: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $\left(S\right):\left(x-1\right)^2+\left(y-2\right)^2+\left(z-2\right)^2=9$ và mặt phẳng $(P): 2x-y-2z+1=0$. Biết (P) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính r. Tính r.

A. $r=3$. **B.** $r=2\sqrt{2}$. **C.** $r=\sqrt{3}$. **D.** $r=2$.

Câu 96: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;0;4)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+1}{2}$. Tìm hình chiếu vuông góc H của M lên đường thẳng d.

A. $H(1;0;1)$. **B.** $H(-2;3;0)$. **C.** $H(0;1;-1)$. **D.** $H(2;-1;3)$.

Câu 97: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-1)^2+z^2=4$ và một điểm $M(2;3;1)$. Từ M kẻ được vô số các tiếp tuyến tới (S), biết tập hợp các tiếp điểm là đường tròn (C). Tính bán kính r của đường tròn (C).

A. $r=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. **B.** $r=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **C.** $r=\dfrac{\sqrt{2}}{3}$. **D.** (2).

Câu 98: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-2y+z=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z}{-1}$. Gọi Δ là một đường thẳng chứa trong (P), cắt và vuông góc với d. Vectơ $\vec{u}=(a;1;b)$ là một vectơ chỉ phương của Δ. Tính tổng $S=a+b$.

A. $S=1$. **B.** $S=0$. **C.** $S=2$. **D.** $S=4$.

Câu 99: **(THPT Chuyên Ngữ – Hà Nội - Lần 1 năm 2017 – 2018)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=9$ và mặt phẳng $(P): 2x-y-2z+1=0$. Biết (P) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính r. Tính r.

A. $r=3$. **B.** $r=2\sqrt{2}$. **C.** $r=\sqrt{3}$. **D.** $r=2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có (S) có tâm $I(1;2;2)$ và bán kính $R=3$; $d(I,(P))=\dfrac{|2-2-4+1|}{\sqrt{4+1+4}}=1$.

Khi đó $r=\sqrt{R^2-d^2(I,(P))}=2\sqrt{2}$.

Câu 100: **(THPT Chuyên Ngữ – Hà Nội - Lần 1 năm 2017 – 2018)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;0;4)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+1}{2}$. Tìm hình chiếu vuông góc H của M lên đường thẳng d.

A. $H(1;0;1)$. **B.** $H(-2;3;0)$. **C.** $H(0;1;-1)$. **D.** $H(2;-1;3)$.

Lời giải

Chọn D

Gọi (P) là mặt phẳng qua $M(1;0;4)$ và vuông góc với đường thẳng $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+1}{2}$.

Phương trình mặt phẳng $(P): x-1-y+2(z-4)=0 \Leftrightarrow x-y+2z-9=0$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của M lên đường thẳng d.

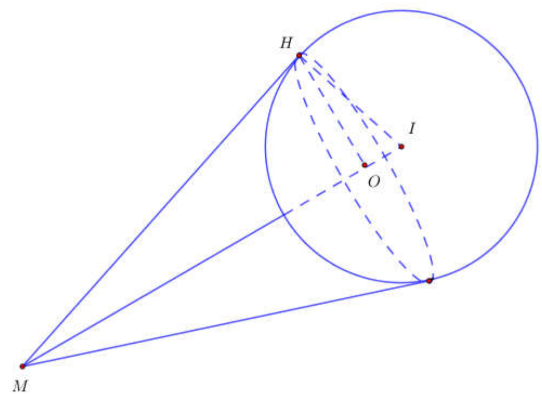
Tọa độ của H là ngiệm của hệ phương trình: $\begin{cases} x-y+2z-9=0 \\ x=t \\ y=1-t \\ z=-1+2t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=2 \\ x=2 \\ y=-1 \\ z=3 \end{cases}$.

Câu 101: **(THPT Chuyên Ngữ – Hà Nội - Lần 1 năm 2017 – 2018)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-1)^2+z^2=4$ và một điểm $M(2;3;1)$. Từ M kẻ được vô số các tiếp tuyến tới (S), biết tập hợp các tiếp điểm là đường tròn (C). Tính bán kính r của đường tròn (C).

A. $r=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. **B.** $r=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **C.** $r=\dfrac{\sqrt{2}}{3}$. **D.** (2).

Lời giải

Chọn A



Mặt cầu (S) có tâm $I(1;1;0)$ và bán kính $R=2$.

Ta có $\overrightarrow{IM}=(1;2;1)$ và $IM=\sqrt{6}$.

Gọi H là một tiếp điểm tùy ý khi kẻ tiếp tuyến từ $Oxyz$ đến mặt cầu, khi đó $MH=\sqrt{IM^2-R^2}=\sqrt{2}$. Gọi O là tâm của đường tròn (C) khi đó $IM\perp HO$ và $HO=r$.

Ta có $HI.HM=HO.IM \Rightarrow r=\dfrac{HI.HM}{IM}=\dfrac{2\sqrt{2}}{\sqrt{6}}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 102: **(THPT Chuyên Ngữ – Hà Nội - Lần 1 năm 2017 – 2018)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-2y+z=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z}{-1}$. Gọi Δ là một đường thẳng chứa trong (P), cắt và vuông góc với d. Vectơ $\vec{u}=(a;1;b)$ là một vectơ chỉ phương của Δ. Tính tổng $S=a+b$.

A. $S=1$. **B.** $S=0$. **C.** $S=2$. **D.** $S=4$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_P=(2;-2;1)$.

Đường thẳng d có vectơ chỉ phương $\vec{u}_d=(1;2;-1)$.

Ta có $[\vec{n}_P;\vec{u}_d]=(0;3;6)=3(0;1;2)=3(0;1;2)$.

Nên Δ có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(0;1;2)$. Vậy $\begin{cases} a=0 \\ b=2 \end{cases} \Rightarrow S=2$.

Câu 103: (THPT Chuyên ĐHSP – Hà Nội - Lần 1 năm 2017 – 2018) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-2;3;4)$. Khoảng cách từ điểm A đến trục Ox là

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

Ta có $B=(-2;0;0)$ là hình chiếu của A trên Ox.

Vậy khoảng cách từ A đến trục Ox là $d=AB=\sqrt{0^2+3^2+4^2}=5$.

Câu 104: (THPT Chuyên ĐHSP – Hà Nội - Lần 1 năm 2017 – 2018) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) đi qua điểm O và cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C khác O thỏa mãn ΔABC có trọng tâm là điểm $G(2;4;8)$. Tọa độ tâm của mặt cầu (S) là

A. $(1;2;3)$. **B.** $\left(\frac{4}{3};\frac{8}{3};\frac{16}{3}\right)$. **C.** $\left(\frac{2}{3};\frac{4}{3};\frac{8}{3}\right)$. **D.** $(3;6;12)$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ lần lượt là các giao điểm của mặt cầu (S) với các tia Ox, Oy, Oz.

Vì ΔABC có trọng tâm là điểm $G(2;4;8)$ suy ra $a=3.2=6$, $b=3.4=12$, $c=3.8=24$.

Gọi phương trình mặt cầu (S) có dạng $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$. Vì mặt cầu (S) đi qua bốn điểm O, $A(6;0;0)$, $B(0;12;0)$ và $C(0;0;24)$ nên ta có hệ

$\begin{cases} d=0 \\ -12a+36=0 \\ -24b+144=0 \\ -48c+576=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=6 \\ c=12 \\ d=0 \end{cases}$. Vậy tâm của mặt cầu (S) là $(3;6;12)$.

Câu 105: (THPT Chuyên ĐHSP – Hà Nội - Lần 1 năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$ và hai mặt phẳng $(P):2x+3y=0$, $(Q):3x+4y=0$. Đường thẳng qua A song song với hai mặt phẳng (P), (Q) có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+t \\ z=3+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \\ z=t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=t \\ y=2 \\ z=3+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1 \\ y=t \\ z=3 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Vì đường thẳng cần tìm song song với hai mặt phẳng (P) và (Q) nên $\left[\vec{n}_{(P)},\vec{n}_{(Q)}\right]=(0;0;-1)$ là một vectơ chỉ phương của d, chọn $\vec{u}_d=(0;0;1)$ ta có phương trình tham số của d là $\begin{cases}x=1\\y=2\\z=3+t\end{cases}$

và nó cũng có phương trình $\begin{cases}x=1\\y=2\\z=t\end{cases}$.

Câu 106: (THPT Chuyên ĐHSP – Hà Nội - Lần 1 năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x+y+mz-2=0$ và $(Q): x+ny+2z+8=0$ song song với nhau. Giá trị của m và n lần lượt là

A. 4 và $\frac{1}{4}$. **B.** 4 và $\frac{1}{2}$. **C.** 2 và $\frac{1}{2}$. **D.** 2 và $\frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn B

Để hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau thì $\frac{2}{1}=\frac{1}{n}=\frac{m}{2}\neq\frac{-2}{8}\Rightarrow m=4$ và $n=\frac{1}{2}$.

Câu 107: (THPT Chuyên ĐHSP – Hà Nội - Lần 1 năm 2017 – 2018) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;-1)$ và $B(1;0;1)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình tổng quát là

A. $x+y+2z=0$. **B.** $x-y+2z-1=0$. **C.** $x-y+2z+1=0$. **D.** $x-y+2z=0$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng cần tìm đi qua trung điểm $I\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2};0\right)$ của AB và có VTPT là $\overrightarrow{AB}=(1;-1;2)$

Phương trình: $1.\left(x-\frac{1}{2}\right)-1.\left(y-\frac{1}{2}\right)+2.z=0\Leftrightarrow x-y+2z=0$.

Câu 108: (THPT Chuyên ĐHSP – Hà Nội - Lần 1 năm 2017 – 2018) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;2)$. Các số a, b khác 0 thỏa mãn khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(P): ay+bz=0$ bằng $2\sqrt{2}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $a=-b$. **B.** $a=2b$. **C.** $b=2a$. **D.** $a=b$.

Lời giải

Chọn D

Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P) là $d\left(A,(P)\right)=\frac{2|a+b|}{\sqrt{a^2+b^2}}$.

Theo đề bài ta có: $d\left(A,(P)\right)=2\sqrt{2}\Leftrightarrow\frac{2|a+b|}{\sqrt{a^2+b^2}}=2\sqrt{2}\Leftrightarrow|a+b|=\sqrt{2\left(a^2+b^2\right)}$

$\Leftrightarrow(a+b)^2=2\left(a^2+b^2\right)\Leftrightarrow(a-b)^2=0\Leftrightarrow a=b$.

Câu 109: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc – Vĩnh Phúc - Lần 4 năm 2017 – 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3;-1;2)$. Tìm tọa độ điểm N đối xứng với M qua mặt phẳng (Oyz).

A. $N(0;-1;2)$. **B.** $N(3;1;-2)$. **C.** $N(-3;-1;2)$. **D.** $N(0;1;-2)$.

Lời giải

Chọn C

Gọi H là hình chiếu vuông góc của $M(3;-1;2)$ lên mặt phẳng $(Oyz) \Rightarrow H(0;-1;2)$.

N là điểm đối xứng với M qua mặt phẳng (Oyz) nên H là trung điểm MN.

$$\Rightarrow \begin{cases} x_N = 2x_H - x_M = 2.0 - 3 = -3 \\ y_N = 2y_H - y_M = 2.(-1) + 1 = -1 \Rightarrow N(-3;-1;2). \\ z_N = 2z_H - z_M = 2.2 - 2 = 2 \end{cases}$$

Câu 110: **(THPT Chuyên Vĩnh Phúc – Vĩnh Phúc - Lần 4 năm 2017 – 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x+3}{1} = \dfrac{y-2}{-1} = \dfrac{z-1}{2}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(2;0;-1)$ và vuông góc với d.

A. $(P): x - y - 2z = 0$. **B.** $(P): x - 2y - 2 = 0$. **C.** $(P): x + y + 2z = 0$. **D.** $(P): x - y + 2z = 0$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng d nên (P) có VTPT $\overrightarrow{n_P} = \overrightarrow{u_d} = (1;-1;2)$.

Nên phương trình mặt phẳng (P) có dạng: $(x-2) - (y-0) + 2(z+1) = 0 \Leftrightarrow x - y + 2z = 0$.

Câu 111: **(THPT Chuyên Vĩnh Phúc – Vĩnh Phúc - Lần 4 năm 2017 – 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;1)$, $B(-1;2;1)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB và vuông góc với mặt phẳng (OAB).

A. $\Delta: \begin{cases} x = t \\ y = 1 + t \\ z = 1 - t \end{cases}$. **B.** $\Delta: \begin{cases} x = t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + t \end{cases}$. **C.** $\Delta: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 4 + t \\ z = 1 - t \end{cases}$. **D.** $\Delta: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = t \\ z = 3 - t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{OA} = (1;0;1)$; $\overrightarrow{OB} = (-1;2;1)$. Do $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB} = 0$ nên tam giác OAB vuông tại $O \Rightarrow$ tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB là trung điểm $I(0;1;1;)$ của đoạn AB.

Ta có $\left[\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}\right] = (-2;-2;2)$.

Gọi $\vec{u}$ là véctơ chỉ phương của đường thẳng Δ thì $\vec{u} = (1;1;-1)$.

Vậy phương trình tham số của đường thẳng Δ là $\begin{cases} x = t \\ y = 1 + t \\ z = 1 - t \end{cases}$.

Câu 112: **(THPT Chuyên Vĩnh Phúc – Vĩnh Phúc - Lần 4 năm 2017 – 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y + 4z - 1 = 0$ và mặt phẳng $(P): x + y - z - m = 0$. Tìm tất cả m để (P) cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính lớn nhất.

A. $m = -4$. **B.** $m = 0$. **C.** $m = 4$. **D.** $m = 7$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;1;-2)$, bán kính $R=\sqrt{7}$. $d=d\left(I,(P)\right)=\dfrac{|4-m|}{\sqrt{3}}$.

Ta có (P) cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính $r=\sqrt{R^2-d^2}$.

r lớn nhất khi (P) đi qua tâm của (S) $\Leftrightarrow d=0 \Leftrightarrow \dfrac{|4-m|}{\sqrt{3}}=0 \Leftrightarrow m=4$.

Câu 113: (THPT Kim Liên – Hà Nội - Lần 2 năm 2017 – 2018) Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(1;2;0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): 2x+y-3z-5=0$.

A. $\begin{cases} x=3+2t \\ y=3+t \\ z=-3-3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2+t \\ z=3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=3+2t \\ y=3+t \\ z=3-3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2-t \\ z=-3t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng d đi qua điểm $A(1;2;0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): 2x+y-3z-5=0$ sẽ có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{a_d}=(2;1;-3)$

Đường thẳng d có phương trình là $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2+t \\ z=-3t \end{cases}$.

Đường thẳng d đi qua $B(3;3;-3)$ nên đường thẳng d còn có thể viết $\begin{cases} x=3+2t \\ y=3+t \\ z=-3-3t \end{cases}$.

Câu 114: (THPT Kim Liên – Hà Nội - Lần 2 năm 2017 – 2018) Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x(3-2x)^2$ trên $\left[\dfrac{1}{4};1\right]$.

A. 2. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=(3-2x)^2+x.2.(3-2x)(-2)=12x^2-24x+9$.

$y'=0 \Leftrightarrow 12x^2-24x+9=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{3}{2}\notin\left[\dfrac{1}{4};1\right] \\ x=\dfrac{1}{2}\in\left[\dfrac{1}{4};1\right] \end{array}\right.$.

Ta có $y\left(\dfrac{1}{4}\right)=\dfrac{25}{16}$; $y(1)=1$; $y\left(\dfrac{1}{2}\right)=2$. Vậy $\min\limits_{\left[\frac{1}{4};1\right]} y=1$.

Câu 115: (THPT Trần Phú – Hà Tĩnh - Lần 2 năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(2;1;-3)$ và tiếp xúc với trục Oy có phương trình là

A. $(x-2)^2+(y-1)^2+(z+3)^2=4$. **B.** $(x-2)^2+(y-1)^2+(z+3)^2=13$.

C. $(x-2)^2+(y-1)^2+(z+3)^2=9$. **D.** $(x-2)^2+(y-1)^2+(z+3)^2=10$.

Lời giải

Chọn B

Gọi M là hình chiếu của I trên $Oy \Rightarrow M(0;1;0)$

Mặt cầu (S) tâm $I(2;1;-3)$ và tiếp xúc với trục Oy có bán kính $IM=\sqrt{13}$

Vậy (S) có phương trình $(x-2)^2+(y-1)^2+(z+3)^2=13$.

Câu 116: **(THPT Thuận Thành 2 – Bắc Ninh - Lần 2 năm 2017 – 2018)**Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;0;0)$, $B(0;-2;0)$, $C(0;0;3)$, $D(1;-1;-2)$. Khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (ABC) bằng

A. $\frac{1}{7}$. **B.** $\frac{1}{\sqrt{7}}$. **C.** $\sqrt{7}$. **D.** $\frac{2}{7}$.

Lời giải.

Chọn A

Phương trình mặt phẳng (ABC) là $\frac{x}{1}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{3}=1$ hay $6x-3y+2z-6=0$.

Do đó $d(D,(ABC))=\frac{|6+3-4-6|}{\sqrt{6^2+3^2+2^2}}=\frac{1}{7}$.

Câu 117: **(THPT Thuận Thành 2 – Bắc Ninh - Lần 2 năm 2017 – 2018)**Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;1;-1)$ và đường thẳng $d:\frac{x-4}{2}=\frac{y-4}{2}=\frac{z-2}{-1}$. Hình chiếu vuông góc của điểm A lên đường thẳng d là

A. $N(2;2;3)$. **B.** $P(6;6;3)$. **C.** $M(2;1;-3)$. **D.** $Q(1;1;4)$.

Lời giải.

Chọn A

Lấy điểm $H(4+2t;4+2t;2-t)\in d$. Khi đó $\overrightarrow{AH}=(3+2t;3+2t;3-t)$.

Để H là hình chiếu của A thì $\overrightarrow{AH}.\vec{u}_d=0 \Leftrightarrow (3+2t)2+(3+2t)2-(3-t)=0 \Leftrightarrow t=-1$.

Ta được hình chiếu $H(2;2;3)$.

Câu 118: **(THPT Thuận Thành 2 – Bắc Ninh - Lần 2 năm 2017 – 2018)**Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P):2x+my+3z-5=0$ và $(Q):nx-8y-6z+2=0$. Tìm giá trị của các tham số m, n để (P) và (Q) song song.

A. $m=-4$, $n=3$. **B.** $m=4$, $n=3$. **C.** $m=-4$, $n=4$. **D.** $m=4$, $n=-4$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng (P) và (Q) song song khi và chỉ khi $\frac{2}{n}=\frac{m}{-8}=\frac{3}{-6}\neq\frac{-5}{2} \Leftrightarrow m=4$, $n=-4$.

Câu 119: **(THPT Chuyên Lương Thế Vinh – Đồng Nai – Lần 2 năm 2017 – 2018).** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;1;1)$, $B(3;0;-1)$, $C(2;0;3)$. Mặt phẳng (α) đi qua hai điểm A,B và song song với đường thẳng OC có phương trình là

A. $x-y+z-2=0$. **B.** $3x+7y-2z-11=0$.

C. $4x+2y-z-11=0$. **D.** $3x+y-2z-5=0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;-1;-2)$, $\overrightarrow{OC}=(2;0;3)$.

$\Rightarrow \overrightarrow{n_{(P)}}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{OC}\right]=(-3;-7;2)\Rightarrow (P):-3(x-2)-7(y-1)+2(z-1)=0$.

Vậy $(P):3x+7y-2z-11=0$.

Câu 120: (THPT Chuyên Lương Thế Vinh – Đồng Nai – Lần 2 năm 2017 – 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(2;1;0)$; $B(1;-1;3)$; $C(3;-2;2)$ và $D(-1;2;2)$. Hỏi có bao nhiêu mặt cầu tiếp xúc với tất cả bốn mặt phẳng (ABC), (BCD), (CDA), (DAB).

A. 7. **B.** 8. **C.** vô số. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}=0$ nên bốn điểm A; B; C; D đồng phẳng. Vậy có vô số mặt cầu thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 121: (THPT Quỳnh Lưu 1 – Nghệ An – Lần 2 năm 2017 – 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;3;2)$ và $B(2;1;0)$. Mặt phẳng trung trực của AB có phương trình là

A. $2x+y+z-3=0$. **B.** $2x-y-z+3=0$.

C. $4x-2y-2z+3=0$. **D.** $4x-2y+2z-6=0$.

Lời giải

Chọn B

Gọi (α) là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB.

Ta có (α) đi qua trung điểm $M(0;2;1)$ của đoạn thẳng AB.

$(\alpha)\perp AB\Rightarrow \overrightarrow{AB}=(4;-2;-2)$ là VTPT của (α). Khi đó $(\alpha):2x-y-z+3=0$.

Câu 122: (THPT Quỳnh Lưu 1 – Nghệ An – Lần 2 năm 2017 – 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x-2y+2z-5=0$ và hai điểm $A(-3;0;1)$, $B(1;-1;3)$. Trong các đường thẳng đi qua A và song song với (P), đường thẳng mà khoảng cách từ B đến đường thẳng đó là nhỏ nhất có phương trình là.

A. $\dfrac{x+3}{26}=\dfrac{y}{11}=\dfrac{z-1}{-2}$. **B.** $\dfrac{x+3}{26}=\dfrac{y}{-11}=\dfrac{z-1}{-2}$.

C. $\dfrac{x-3}{26}=\dfrac{y}{11}=\dfrac{z+1}{-2}$. **D.** $\dfrac{x+2}{26}=\dfrac{y-1}{11}=\dfrac{z+3}{-2}$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng trong đáp án C, D không đi qua A, nên ta loại C, D.

Ta có: $\vec{n}_{(P)}.\vec{u}_A=26-22-4=0$, $\vec{n}_{(P)}.\vec{u}_B=26+22-4=44$.

Do đó, đường thẳng trong đáp án B không song song với (P). Loại B.

Câu 123: (SGD Quảng Nam – năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+3)^2+y^2+(z-1)^2=10$. Mặt phẳng nào trong các mặt phẳng dưới đây cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng 3?

A. $(P_1):x+2y-2z+8=0$. **B.** $(P_1):x+2y-2z-8=0$.

C. $(P_1):x+2y-2z-2=0$. **D.** $(P_1):x+2y-2z-4=0$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S) có tâm $I(-3;0;1)$, bán kính $R=\sqrt{10}$.

Do đường tròn giao tuyến có bán kính bằng 3 nên $d(I;(P))=\sqrt{10-9}=1$.

Có $d(I,(P_1))=1$ nên mặt phẳng cần tìm là $(P_1):x+2y-2z+8=0$.

Câu 124: (SGD Quảng Nam – năm 2017 – 2018) Gọi (α) là mặt phẳng đi qua $M(1;-1;2)$ và chứa trục Ox. Điểm nào trong các điểm sau đây thuộc mặt phẳng (α)?

A. $M(0;4;-2)$. **B.** $N(2;2;-4)$. **C.** $P(-2;2;4)$. **D.** $Q(0;4;2)$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $\vec{n}$ là một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) khi đó ta có $\vec{n}=\left[\overrightarrow{OM},\vec{i}\right]$. Với $\overrightarrow{OM}=(1;-1;2)$, $\vec{i}=(1;0;0)\Rightarrow\vec{n}=(0;2;1)$.

Phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $O(0;0;0)$ và có một véc tơ pháp tuyến $\vec{n}=(0;2;1)$ là $2y+z=0$.

Do $2.2+(-4)=0$ nên điểm $N(2;2;-4)$ thuộc mặt phẳng (α).

Câu 125: (ĐHQG TPHCM – Cơ Sở 2 – năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):3x+4y+5z-8=0$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=2-3t\\y=-1-4t\\z=5-5t\end{cases}$. Góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) là

A. 30°. **B.** 45°. **C.** 60°. **D.** 90°.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng (P) có một VTPT là $\vec{n}=(3;4;5)$.

Đường thẳng d có một VTCP là $\vec{u}=(-3;-4;-5)$.

Ta có $\vec{n}=-\vec{u}\Rightarrow d\perp(P)$ nên góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) là 90°.

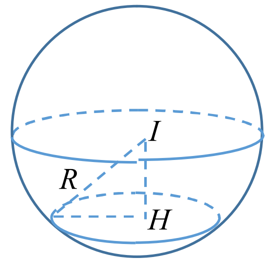
Câu 126: (ĐHQG TPHCM – Cơ Sở 2 – năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;1;0)$ và mặt phẳng $(P):x+y+z+1=0$. Biết (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 1. Viết phương trình mặt cầu (S).

A. $(x-1)^2+(y-1)^2+z^2=2$. **B.** $(x-1)^2+(y-1)^2+z^2=4$.

C. $(x-1)^2+(y-1)^2+z^2=1$. **D.** $(x-1)^2+(y-1)^2+z^2=3$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $d\left(I,(P)\right)=\dfrac{|1.1+1.1+0.1+1|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}}=\sqrt{3}$.

Khi đó bán kính mặt cầu $R=\sqrt{d^2\left(I,(P)\right)+r^2}=2$.

Vậy $(S):(x-1)^2+(y-1)^2+z^2=4$.

Câu 127: (ĐHQG TPHCM – Cơ Sở 2 – năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x+3y+z+1=0$ và điểm $A(1;2;0)$. Khoảng cách từ A tới mặt phẳng (P) bằng

A. $\dfrac{9}{14}$. **B.** $\dfrac{3}{\sqrt{14}}$. **C.** $\dfrac{9}{\sqrt{14}}$. **D.** $\dfrac{3}{14}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $d\left(A,(P)\right)=\dfrac{|2+6+1|}{\sqrt{4+9+1}}=\dfrac{9}{\sqrt{14}}$.

Câu 128: (ĐHQG TPHCM – Cơ Sở 2 – năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=1+2t\\y=2-t\\z=-3\end{cases}$ và đường thẳng $\Delta':\begin{cases}x=3+2t'\\y=1-t'\\z=-3\end{cases}$. Vị trí tương đối của Δ và Δ' là

A. $\Delta\,//\,\Delta'$. **B.** $\Delta\equiv\Delta'$. **C.** Δ cắt Δ'. **D.** Δ và Δ' chéo nhau.

Lời giải

Chọn B

Thấy ngay hai vectơ chỉ phương của Δ và Δ' cùng phương do đó Δ và Δ' song song hoặc trùng nhau.

Lại có hệ phương trình $\begin{cases}1+2t=3+2t'\\2-t=1-t'\end{cases}$ vô số nghiệm suy ra $\Delta\equiv\Delta'$.

Câu 129: (ĐHQG TPHCM – Cơ Sở 2 – năm 2017 – 2018) Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, điều kiện của m để hai mặt phẳng $(P):2x+2y-z=0$ và $(Q):x+y+mz+1=0$ cắt nhau là

A. $m\neq-\dfrac{1}{2}$. **B.** $m\neq\dfrac{1}{2}$. **C.** $m\neq-1$. **D.** $m=-\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_P}=(2;2;-1)$, Mặt phẳng (Q) có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_Q}=(1;1;m)$. Hai mặt phẳng (P) và (Q) cắt nhau khi và chỉ khi hai vectơ pháp tuyến không cùng phương $\Leftrightarrow m\neq\frac{-1}{2}$.

Câu 130: (ĐHQG TPHCM – Cơ Sở 2 – năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;1)$, $B(-1;-1;3)$ và mặt phẳng $(P):x+2y+z-2=0$. Tọa độ điểm M thuộc mặt phẳng (P) sao cho $MA+MB$ nhỏ nhất là:

A. $M(1;0;1)$. **B.** $M(0;0;2)$. **C.** $M(1;2;-3)$. **D.** $M(-1;2;-1)$.

Lời giải

Chọn B

Vì $(1+2.1+1-2)(-1+2.(-1)+3-2)<0$ nên A và B nằm về hai phía so với (P). Do đó $MA+MB\geq AB$ nên $MA+MB$ nhỏ nhất bằng AB khi $M=AB\cap(P)$.

Phương trình đường thẳng $AB:\begin{cases}x=1-t\\y=1-t\\z=1+t\end{cases}$, tọa độ điểm M là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases}x=1-t\\y=1-t\\z=1+t\\x+2y+z-2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1-t\\y=1-t\\z=1+t\\1-t+2(1-t)+1+t-2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=0\\y=0\\z=2\\t=1\end{cases}.$$ Vậy $M(0;0;2)$.

Câu 131: (ĐHQG TPHCM – Cơ Sở 2 – năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-1}{2}$ và mặt phẳng $(P):x+2y+z-5=0$. Tọa độ giao điểm A của đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) là:

A. $(3;0;-1)$. **B.** $(0;3;1)$. **C.** $(0;3;-1)$. **D.** $(-1;0;3)$

Lời giải

Chọn C

Viết lại $\Delta:\begin{cases}x=1+t\\y=2-t\\z=1+2t\end{cases},t\in\mathbb{R}$.

Do đó $A(1+t;2-t;1+2t)$. Vì $A\in(P)$ nên $1+t+2(2-t)+1+2t-5=0\Leftrightarrow t=-1$.

Câu 132: Do đó $A(0;3;-1)$.**(THPT Trần Phú – Đà Nẵng - Lần 2 – năm 2017 – 2018)** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(1;0;0)$, $N(0;-2;0)$ và $P(0;0;1)$. Tính khoảng cách h từ gốc tọa độ đến mặt phẳng (MNP).

A. $h=\frac{1}{3}$. **B.** $h=-\frac{2}{3}$. **C.** $h=\frac{2}{3}$. **D.** $h=\frac{2}{\sqrt{7}}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $(MNP):\frac{x}{1}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{1}=1 \Leftrightarrow 2x-y+2z+2=0$

Khi đó $h=d\left(O,(MNP)\right)=\frac{|2.0-0+2.0+2|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}}=\frac{2}{3}$.

Câu 133: (THPT Trần Phú – Đà Nẵng - Lần 2 – năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x+y-2z+10=0$ và mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y-1)^2+(z-3)^2=25$ cắt nhau theo giao tuyến là đường tròn (C). Gọi V_1 là thể tích khối cầu (S), V_2 là thể tích khối nón (N) có đỉnh là giao điểm của mặt cầu (S) với đường thẳng đi qua tâm mặt cầu (S) và vuông góc với mặt phẳng (P), đáy là đường tròn (C). Biết độ dài đường cao khối nón (N) lớn hơn bán kính của khối cầu (S). Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{V_1}{V_2}=\frac{125}{32}$. **B.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{125}{8}$. **C.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{125}{96}$. **D.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{375}{32}$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S) có tâm $I(2;1;3)$ và bán kính $R=5 \Rightarrow V_1=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{500}{3}\pi$.

Ta có: $d=d\left(I;(P)\right)=3 \Rightarrow$ Bán kính của (C) là $r=\sqrt{R^2-d^2}=4$.

Đài đường cao khối nón (N) là $h=R+d=8$. Suy ra: $V_2=\frac{1}{3}\pi r^2 h=\frac{128}{3}\pi$.

Vậy: $\frac{V_1}{V_2}=\frac{125}{32}$.

Câu 134: (THPT Trần Phú – Đà Nẵng - Lần 2 – năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1;2;1)$ và mặt phẳng $(P):2x-y+z-3=0$. Gọi (Q) là mặt phẳng qua A và song song với (P). Điểm nào sau đây **không** nằm trên mặt phẳng (Q)?

A. $K(3;1;-8)$. **B.** $N(2;1;-1)$. **C.** $I(0;2;-1)$. **D.** $M(1;0;-5)$.

Lời giải

Chọn B

Do $(Q)//(P)$ nên phương trình mặt phẳng (Q) có dạng: $2x-y+z+C=0$ $(C\neq -3)$.

Mặt phẳng (Q) đi qua $A(-1;2;1)$ nên: $2.(-1)-2+1+C=0 \Leftrightarrow C=3$.

Suy ra phương trình mặt phẳng $(Q):2x-y+z+3=0$.

Từ đây, suy ra điểm **không** nằm trên mặt phẳng (Q) là: $N(2;1;-1)$ vì $2.2-1-1+3=5\neq 0$.

Câu 135: (THPT Trần Phú – Đà Nẵng - Lần 2 – năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có tọa độ đỉnh $A(2;\ 0;\ 0)$, $B(0;\ 4;\ 0)$, $C(0;\ 0;\ 6)$, $A(2;\ 4;\ 6)$. Gọi (S) là mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$. Viết phương trình mặt cầu (S') có tâm trùng với tâm của mặt cầu (S) và có bán kính gấp 2 lần bán kính của mặt cầu (S).

A. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=56$. **B.** $x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z=0$.

C. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=14$. **D.** $x^2+y^2+z^2-2x+4y+6z-12=0$.

Lời giải

Chọn A

Gọi phương trình mặt cầu (S) có dạng: $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$.

Vì (S) là mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ nên ta có:

$$\begin{cases}2^2+0^2+0^2-2.a.2-2.b.0-2.c.0+d=0\\0^2+4^2+0^2-2.a.0-2.b.4-2.c.0+d=0\\0^2+0^2+6^2-2.a.0-2.b.0-2.c.6+d=0\\2^2+4^2+6^2-2.a.2-2.b.4-2.c.6+d=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-4a+d=-4\\-8b+d=-16\\-12c+d=-36\\-4a-8b-12c+d=-56\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=2\\c=3\\d=0\end{cases}$$

$\Rightarrow x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z=0\Rightarrow I(1;\ 2;\ 3)$ và $R=\sqrt{14}$ $\Rightarrow R'=2\sqrt{14}$.

Vậy: mặt cầu (S') có tâm $I(1;\ 2;\ 3)$ và $R'=2\sqrt{14}:(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=56$.

Câu 136: **(THPT Chuyên ĐH Vinh – Lần 2 – năm 2017 – 2018)** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-4}{2}$ cắt mặt phẳng (Oxy) tại điểm có tọa độ là

A. $(-3;\ 2;\ 0)$. **B.** $(3;\ -2;\ 0)$. **C.** $(-1;\ 0;\ 0)$. **D.** $(1;\ 0;\ 0)$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình tham số của đường thẳng d là $d:\begin{cases}x=3+t\\y=-2-t\\z=4+2t\end{cases}$, $(Oxy):z=0$.

Tọa độ giao điểm của d và (Oxy) ứng với t thỏa mãn $4+2t=0\Leftrightarrow t=-2\Rightarrow\begin{cases}x=1\\y=0\\z=0\end{cases}$

Tọa độ giao điểm của d và (Oxy) là $(1;0;0)$.

Câu 137: **(THPT Chuyên ĐH Vinh – Lần 2 – năm 2017 – 2018)** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P):2x+6y+z-3=0$ cắt trục Oz và đường thẳng $d:\dfrac{x-5}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-6}{-1}$ lần lượt tại A, B. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

A. $(x+2)^2+(y-1)^2+(z+5)^2=36$. **B.** $(x-2)^2+(y+1)^2+(z-5)^2=9$.

C. $(x+2)^2+(y-1)^2+(z+5)^2=9$. **D.** $(x-2)^2+(y+1)^2+(z-5)^2=36$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng $(P):2x+6y+z-3=0$ cắt trục Oz và đường thẳng $d:\dfrac{x-5}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-6}{-1}$ lần lượt tại $A(0;0;3)$, $B(4;-2;7)$. Suy ra $AB=9$ và trung điểm của đoạn thẳng AB là $I(2;-1;5)$.

Vậy mặt cầu đường kính AB có phương trình là $(x-2)^2+(y+1)^2+(z-5)^2=9$.

Câu 138: **(SGD Nam Định – năm 2017 – 2018)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2(x+2y+3z)=0$. Gọi A, B, C lần lượt là giao điểm (khác gốc tọa độ O) của mặt cầu (S) và các trục tọa độ Ox, Oy, Oz. Phương trình mặt phẳng (ABC) là:

A. $6x-3y-2z+12=0$. **B.** $6x-3y+2z-12=0$.

C. $6x+3y+2z-12=0$. **D.** $6x-3y-2z-12=0$.

Lời giải

Chọn C

Dễ thấy $A(2;0;0)$, $B(0;4;0)$, $C(0;0;6)$.

Do đó $(ABC):\frac{x}{2}+\frac{y}{4}+\frac{z}{6}=1 \Leftrightarrow 6x+3y+2z-12=0$.

Câu 139: **(SGD Nam Định – năm 2017 – 2018)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(0;1;-1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P):2x-y+2z-3=0$

A. $x^2+(y-1)^2+(z+1)^2=4$. **B.** $x^2+(y+1)^2+(z-1)^2=4$.

C. $x^2+(y+1)^2+(z+1)^2=4$. **D.** $x^2+(y-1)^2+(z+1)^2=2$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S) tiếp xúc với mặt phẳng $(P):2x-y+2z-3=0$.

Do đó mặt cầu (S) có bán kính $R=d(I,(P))=\frac{|2.0-1+2.(-1)-3|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}}=2$.

Mặt cầu (S) có tâm $I(0;1;-1)\Rightarrow (S):x^2+(y-1)^2+(z+1)^2=4$.

Câu 140: **(SGD Nam Định – năm 2017 – 2018)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(-3;4;3)$, $C(3;1;-3)$, số điểm D sao cho 4 điểm A, B, C, D là 4 đỉnh của một hình bình hành là

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-4;2;4)$, $\overrightarrow{AC}=(2;-1;-2)$.

Dễ thấy $\overrightarrow{AB}=-2\overrightarrow{AC}$ nên hai vecto $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ cùng phương do đó ba điểm A, B, C thẳng hàng.

Khi đó không có điểm D nào để bốn điểm A, B, C, D là bốn đỉnh của một hình bình hành.

Vậy không có điểm nào thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 1: **(SGD Thanh Hóa – năm 2017 – 2018)** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1;0;-2)$ và mặt phẳng (P) có phương trình: $x+2y-2z+4=0$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) là

A. $(x-1)^2+y^2+(z+2)^2=9$. **B.** $(x-1)^2+y^2+(z+2)^2=3$.

C. $(x+1)^2+y^2+(z-2)^2=3$. **D.** $(x+1)^2+y^2+(z-2)^2=9$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S) có tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) nên bán kính mặt cầu là

$$R=d(I,(P))=\frac{|1+0-2(-2)+4|}{\sqrt{1+4+4}}=3.$$

Vậy phương trình mặt cầu là $(x-1)^2+y^2+(z+2)^2=9$.

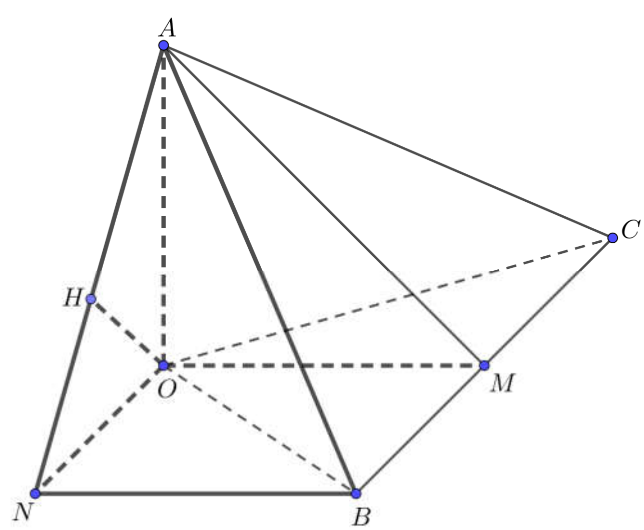
Câu 2: **(Tạp chí THTT – Tháng 4 năm 2017 – 2018)** Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA=OB=OC=a$. Gọi M là trung điểm BC. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và OM bằng

A. $\frac{a}{2}$. **B.** $\frac{2a}{3}$. **C.** $\frac{a}{\sqrt{3}}$. **D.** $\frac{a}{\sqrt{2}}$.

Lời giải

Chọn C

Cách 1:

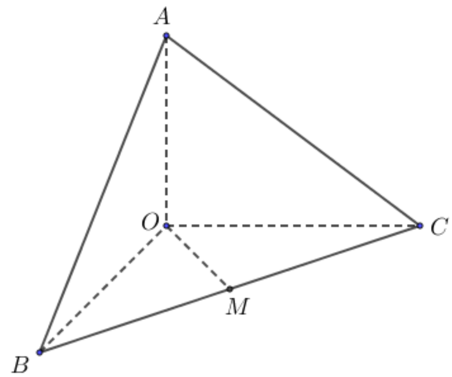


Ta có $OM\perp BC$, $OM=BM=\frac{a}{\sqrt{2}}$.

Dựng hình vuông $OMBN$, dựng $OH\perp AN$. Ta có:

$$d(OM,AB)=d(OM,(ABN))=d(O,(ABN)).=OH=\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{ON^2}+\frac{1}{OA^2}}}=\frac{1}{\sqrt{\frac{2}{a^2}+\frac{1}{a^2}}}=\frac{a}{\sqrt{3}}$$

Cách 2:



Chọn hệ trục tọa độ sao cho $O(0;0;0)$, $A(0;0;a)$, $B(a;0;0)$, $C(0;a;0)$, $M\left(\frac{a}{2};\frac{a}{2};0\right)$.

$\overrightarrow{AB}=(a;0;-a)\Rightarrow AB$ có một vtcp $\vec{u}=(1;0;-1)$.

$\overrightarrow{OM}=\left(\frac{a}{2};\frac{a}{2};0\right)\Rightarrow OM$ có một vtcp $\vec{v}=(1;1;0)$, $\overrightarrow{OA}=(0;0;a)$.

$[\vec{u},\vec{v}]=(1;-1;1)\Rightarrow d(OM,BC)=\dfrac{\left|[\vec{u},\vec{v}].\overrightarrow{OA}\right|}{\left|[\vec{u},\vec{v}]\right|}=\dfrac{a}{\sqrt{3}}$.

Câu 3: (Tạp chí THTT – Tháng 4 năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d:\dfrac{x+3}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{-3}$. Hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng (Oyz) là một đường thẳng có vectơ chỉ phương là

A. $\vec{u}=(0;1;3)$. **B.** $\vec{u}=(0;1;-3)$. **C.** $\vec{u}=(2;1;-3)$. **D.** $\vec{u}=(2;0;0)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có d cắt mặt phẳng (Oyz) tại $M\Rightarrow M\left(0;\frac{5}{2};-\frac{7}{2}\right)$, chọn $A(-3;1;1)\in d$ và gọi B là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng $(Oyz)\Rightarrow B(0;1;1)$.

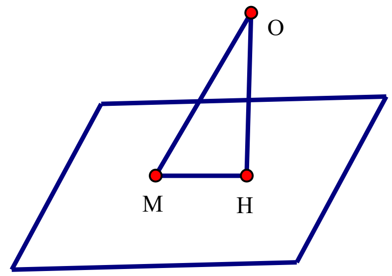
Lại có $\overrightarrow{BM}=\left(0;\frac{3}{2};-\frac{9}{2}\right)$. Khi đó, vectơ chỉ phương của đường thẳng cần tìm sẽ cùng phương với vectơ $\overrightarrow{BM}$ nên chọn đáp án B.

Câu 4: (Tạp chí THTT – Tháng 4 năm 2017 – 2018) Trong không gian Descartes $Oxyz$ cho điểm $M(1;-1;2)$ và mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2=9$. Mặt phẳng đi qua M cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính nhỏ nhất có phương trình là

A. $x-y+2z-2=0$. **B.** $x-y+2z-6=0$. **C.** $x-y+2z=0$. **D.** $x-y+2z-4=0$.

Lời giải

Chọn B



Mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2=9$ có tọa độ tâm $O(0;0;0)$ và bán kính $R=3$.

Ta có: $\overrightarrow{OM}=(1;-1;2)$, $OM=\sqrt{6}<R$ nên M nằm trong mặt cầu.

Gọi (α) là mặt phẳng qua M và cắt (S) theo một đường tròn.

Gọi H là hình chiếu của tâm O trên mặt phẳng (α) ta có $OH \le OM$.

Bán kính của đường tròn giao tuyến là $r=\sqrt{R^2-OH^2} \ge \sqrt{R^2-OM^2}=\sqrt{9-6}=\sqrt{3}$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $H \equiv M$.

Khi đó mặt phẳng (α) qua M và nhận $\overrightarrow{OM}=(1;-1;2)$ làm véctơ pháp tuyến.

Câu 5: Phương trình mặt phẳng $(\alpha): x-y+2z-6=0$.**(THPT Chuyên Nguyễn Quang Diệu – Đồng Tháp – Lần 5 năm 2017 – 2018)** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $M(-3;1;4)$ và gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu của M trên các trục Ox, Oy, Oz. Phương trình nào dưới đây là phương trình cuả mặt phẳng song song với mặt phẳng (ABC)?

A. $4x-12y-3z+12=0$. **B.** $3x+12y-4z+12=0$.

C. $3x+12y-4z-12=0$. **D.** $4x-12y-3z-12=0$.

Lời giải

Chọn D

A, B, C lần lượt là hình chiếu của M trên các trục Ox, Oy, Oz nên $A(-3;0;0)$, $B(0;1;0)$, $C(0;0;4)$.

Phương trình mặt phẳng (ABC): $\dfrac{x}{-3}+y+\dfrac{z}{4}=1 \Leftrightarrow 4x-12y-3z+12=0$.

Vậy phương trình mặt phẳng song song với mặt phẳng (ABC) là: $4x-12y-3z-12=0$.

Câu 6: **(THPT Chuyên Nguyễn Quang Diệu – Đồng Tháp – Lần 5 năm 2017 – 2018)** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $H(2;-1;-2)$ là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ O xuống mặt phẳng (P), số đo góc giữa mặt (P) và mặt phẳng (Q): $x-y-11=0$ bằng bao nhiêu?

A. $45°$. **B.** $30°$. **C.** $90°$. **D.** $60°$.

Lời giải

Chọn A

$H(2;-1;-2)$ là hình chiếu vuông góc của O xuống mặt (P) nên $OH \perp (P)$.

Do đó (P) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(P)}=(2;-1;-2)$.

(Q) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(Q)}=(1;-1;0)$.

$$\cos\left((P),(Q)\right)=\left|\cos\left(\vec{n}_{(P)},\vec{n}_{(Q)}\right)\right|=\frac{\left|\vec{n}_{(P)}.\vec{n}_{(Q)}\right|}{\left|\vec{n}_{(P)}\right|.\left|\vec{n}_{(Q)}\right|}=\frac{\left|2.1-1.(-1)-2.0\right|}{\sqrt{4+1+4}.\sqrt{1+1+0}}=\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Suy ra $\left((P),(Q)\right)=45^\circ$.

Câu 7: (THPT Chuyên Nguyễn Quang Diệu – Đồng Tháp – Lần 5 năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;4;1)$, $B(-1;1;3)$ và mặt phẳng (P): $x-3y+2z-5=0$. Một mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với (P) có dạng là $ax+by+cz-11=0$. Tính $a+b+c$.

A. $a+b+c=10$. **B.** $a+b+c=3$. **C.** $a+b+c=5$. **D.** $a+b+c=-7$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-3;-3;2)$, (P) có vtpt $\vec{n}=(1;-3;2)$, (Q) có vtpt $\vec{k}=\left[\overrightarrow{AB},\vec{n}\right]=(0;8;12)$

$\Rightarrow (Q)$ có dạng: $2(y-4)+3(z-1)=0 \Leftrightarrow 2y+3z-11=0$.

Vậy $a+b+c=5$.

Câu 8: (THPT Chuyên Thái Bình – Thái Bình – Lần 5 năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(Q_1):3x-y+4z+2=0$ và $(Q_2):3x-y+4z+8=0$. Phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai mặt phẳng (Q_1) và (Q_2) là:

A. $(P):3x-y+4z+10=0$. **B.** $(P):3x-y+4z+5=0$.

C. $(P):3x-y+4z-10=0$. **D.** $(P):3x-y+4z-5=0$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng (P) có dạng $3x-y+4z+D=0$.

Lấy $M(0;2;0)\in(Q_1)$ và $N(0;8;0)\in(Q_2)$. Do $(Q_1)//(Q_2)$ trung điểm $I(0;5;0)$ của MN phải thuộc vào (P) nên ta tìm được $D=5$.

Vậy $(P):3x-y+4z+5=0$.

Câu 9: (THPT Chuyên Thái Bình – Thái Bình – Lần 5 năm 2017 – 2018) Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (P): $x-2y-2z-2=0$ có phương trình là:

A. $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=3$. **B.** $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=3$.

C. $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$. **D.** $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9$.

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P):x-2y-2z-2=0$ có bán kính là $R=d\left(I,(P)\right)=\dfrac{\left|-1-4-2-2\right|}{\sqrt{1+4+4}}=3$.

Phương trình của (S) là $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9$.

Câu 10: (THPT Chuyên Thái Bình – Thái Bình – Lần 5 năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;3;1)$, $C(-1;4;2)$. Độ dài đường cao từ đỉnh A của tam giác ABC:

A. $\sqrt{6}$. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B

Độ dài đường cao từ đỉnh A của tam giác ABC là $AH=d(A,BC)$.

Ta có đường thẳng BC đi qua điểm $B(0;3;1)$ và nhận vectơ $\overrightarrow{CB}=(1;-1;-1)$ làm vectơ chỉ phương nên có phương trình $\begin{cases} x=t \\ y=3-t \\ z=1-t \end{cases}$.

Do đó: $AH=d(A,BC)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{CB},\overrightarrow{AB}\right]\right|}{\left|\left[\overrightarrow{CB}\right]\right|}$.

Với $\overrightarrow{CB}=(1;-1;-1)$; $\overrightarrow{AB}=(-2;3;1) \Rightarrow \left[\overrightarrow{CB},\overrightarrow{AB}\right]=(2;1;1) \Rightarrow \left|\left[\overrightarrow{CB},\overrightarrow{AB}\right]\right|=\sqrt{6}$.

$\left|\left[\overrightarrow{CB}\right]\right|=\sqrt{3}$.

Vậy $AH=d(A,BC)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{CB},\overrightarrow{AB}\right]\right|}{\left|\left[\overrightarrow{CB}\right]\right|}=\sqrt{2}$.

Câu 11: (THPT Chuyên Thái Bình – Thái Bình – Lần 5 năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2+2x-4y-6z+m-3=0$. Tìm số thực m để $(\beta):2x-y+2z-8=0$ cắt (S) theo một đường tròn có chu vi bằng 8π.

A. $m=-4$. **B.** $m=-2$. **C.** $m=-3$. **D.** $m=-1$

Lời giải

Chọn C

(S) có tâm $I(-1;2;3)$ và bán kính $R=\sqrt{17-m}$ $(m<17)$.

Đường tròn giao tuyến có chu vi bằng 8π nên bán kính của nó là $r=4$.

Khoảng cách từ tâm mặt cầu tới mặt phẳng giao tuyến là $d=d(I,(\beta))=\dfrac{|-2-2+6-8|}{\sqrt{2^2+1^1+2^2}}=2$.

Theo công thức $R^2=r^2+d^2$ ta có $17-m=16+4 \Leftrightarrow m=-3$.

Câu 12: (THPT Chuyên Hùng Vương – Gia Lai – Lần 2 năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x=0$ và mặt cầu $(S'):x^2+y^2+z^2-2x+z=0$. Kí hiệu I là tâm của mặt cầu (S), I' là tâm mặt cầu (S'). Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. I nằm ngoài mặt cầu (S').

B. Độ dài đoạn II' bằng 2.

C. Đường thẳng II' vuông góc với mặt phẳng có phương trình $z=1$.
D. I' nằm bên ngoài mặt cầu (S).

Lời giải

Chọn C

$(S): x^2+y^2+z^2-2x=0$ có tâm $I(1;0;0)$, bán kính $R=1$.

$(S'): x^2+y^2+z^2-2x+z=0$ có tâm $I'\left(1;0;-\frac{1}{2}\right)$, bán kính $R'=\frac{\sqrt{5}}{2}$.

Khi đó $\overrightarrow{II'}=\left(0;0;-\frac{1}{2}\right)$ cùng phương với vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $z=1$.

Vậy đường thẳng II' vuông góc với mặt phẳng có phương trình $z=1$.

Câu 13: (THPT Chuyên Hùng Vương – Gia Lai – Lần 2 năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $M(3;13;2)$, $N(7;29;4)$, $P(31;125;16)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. M, N, P thẳng hàng, N ở giữa M và P.
B. M, N, P thẳng hàng, P ở giữa M và N.
C. M, N, P thẳng hàng, M ở giữa P và N.
D. M, N, P không thẳng hàng.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{MN}=(4;16;2)$, $\overrightarrow{MP}=(28;112;14)$ nên $\overrightarrow{MP}=7\overrightarrow{MN}$ do đó M, N, P thẳng hàng, N ở giữa M và P.

Câu 14: (THPT Chuyên Hùng Vương – Gia Lai – Lần 2 năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}-2=0$, $abc\neq 0$, xét điểm $M(a;b;c)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Điểm M thuộc mặt phẳng (P).

B. Mặt phẳng (P) đi qua trung điểm của đoạn OM.

C. Mặt phẳng (P) đi qua hình chiếu của M trên trục Ox.

D. Mặt phẳng (P) đi qua hình chiếu của M trên mặt phẳng (Oxz).

Lời giải

Chọn D

+ Thay M vào phương trình của mặt phẳng (P) ta được $3-2\neq 0$ nên $M\notin(P)$.

+ Trung điểm của OM là điểm $I\left(\frac{a}{2};\frac{b}{2};\frac{c}{2}\right)$ thay vào (P) ta được $\frac{3}{2}-2\neq 0$ nên $I\notin(P)$.

+ Hình chiếu của M lên trục Ox là điểm $M_1(a;0;0)$ thay vào (P) ta được $1-2\neq 0$ nên $M_1\notin(P)$.

+ Hình chiếu của M lên mặt phẳng (Oxz) là điểm $M_2(a;0;c)$ thuộc (P).

Câu 15: **(THPT Chuyên Hùng Vương – Gia Lai – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2-2x+4y-4z-m=0$ có bán kính $R=5$. Tìm giá trị của m.

A. $m=4$. **B.** $m=-4$. **C.** $m=16$. **D.** $m=-16$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;2)$.

Gọi R là bán kính của mặt cầu (S).

Theo đề bài ta có: $R=\sqrt{1+4+4+m}=5 \Leftrightarrow m=16$.

Câu 16: **(THPT Chuyên Hùng Vương – Gia Lai – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (α): $x+2y+3z-6=0$ và đường thẳng $\Delta:\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-3}{1}$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $\Delta\,//\,(\alpha)$. **B.** $\Delta\perp(\alpha)$.

C. Δ cắt và không vuông góc với (α). **D.** $\Delta\subset(\alpha)$.

Lời giải

Chọn D

Số điểm chung của Δ và (α) là số nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x=-1-t & (1)\\ y=-1-t & (2)\\ z=3+t & (3)\\ x+2y+3z-6=0 & (4)\end{cases}$$

Thay (1), (2), (3) vào (4) ta được: $0t=0$: phương trình có vô số nghiệm.

Vậy $\Delta\subset(\alpha)$.

Câu 17: **(THPT Chuyên Hùng Vương – Gia Lai – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tập hợp các điểm có tọa độ $(x;y;z)$ sao cho $-1\le x\le 3, -1\le y\le 3, -1\le z\le 3$ là tập các điểm của một khối đa diện (lồi) có một tâm đối xứng. Tìm tọa độ của tâm đối xứng đó.

A. $(0;0;0)$. **B.** $(2;2;2)$. **C.** $(1;1;1)$. **D.** $\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn C

Dễ thấy khối đa diện đó là một khối lập phương có các mặt song song với các mặt phẳng tọa độ, tâm có tọa độ là $\left(\dfrac{3+(-1)}{2};\dfrac{3+(-1)}{2};\dfrac{3+(-1)}{2}\right)=(1;1;1)$.

Câu 18: **(THPT Chuyên Hùng Vương – Gia Lai – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Trong không gian với hệ tọa độ $(Oxyz)$, cho mặt phẳng $(P):x+y-2z-6=0$ và mặt phẳng $(P'):-x-y+2z+2=0$. Xác định tập hợp tâm các mặt cầu tiếp xúc với (P) và tiếp xúc với (P').

A. Tập hợp là hai mặt phẳng có phương trình $x+y-2z\pm 8=0$.

B. Tập hợp là mặt phẳng có phương trình $(P): x+y-2z+8=0$.

C. Tập hợp là mặt phẳng có phương trình $x+y-2z-8=0$.

D. Tập hợp là mặt phẳng có phương trình $x+y-2z-4=0$.

Lời giải

Chọn D

Ta thấy $(P) \parallel (P')$. Chọn $M(0;0;-3)\in(P)$, $N(0;0;-1)\in(P')$.

Tâm mặt cầu tiếp xúc với 2 mặt phẳng trên nằm trên mặt phẳng (Q) song song và cách đều (P) và (P'). Phương trình mặt phẳng (Q) có dạng $x+y-2z+d=0$.

$\mathrm{d}(M;(Q))=\mathrm{d}(N,(Q))$

$\Rightarrow \dfrac{|6+d|}{\sqrt{6}}=\dfrac{|2+d|}{\sqrt{6}} \Leftrightarrow d=-4$. Vậy Phương trình mặt phẳng (Q) là $x+y-2z-4=0$.

CÁCH 2:

Gọi $I(x,y,z)$ là tâm mặt cầu. Để ý $(P)\parallel(P')$ nên I thuộc phần không gian giới hạn bởi 2 mp (P) và (P'), đồng thời cách đều (P) và (P'). Khi đó ta có:

$d(I,(P))=d(I,(P')) \Leftrightarrow |x+y-2z-6|=|-x-y+2z+2| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+y-2z-6=-x-y+2z+2 \\ x+y-2z-6=x+y-2z-2 \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x+2y-4z-8=0 \\ -6=-2\,(vo\ ly) \end{array}\right. \Leftrightarrow x+y-2z-4=0$.

Câu 19: (THPT Chuyên Lương Thế Vinh - Hà Nội – Lần 2 năm 2017 – 2018) Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;-3;0)$ và $C(0;0;6)$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $OABC$ là

A. $\dfrac{7}{2}$. **B.** $\sqrt{11}$. **C.** 11. **D.** $\dfrac{7}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình mặt cầu có dạng: $(S): x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$.

Do A, B, C và O thuộc mặt cầu (S) nên:

$\begin{cases} 4-4a+d=0 \\ 9+6b+d=0 \\ 36-12c+d=0 \\ d=0 \end{cases} \Leftrightarrow a=1,\ b=-\dfrac{3}{2},\ c=3\ ,\ d=0$.

Do đó, mặt cầu có bán kính bằng: $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}=\dfrac{7}{2}$.

Câu 20: (THPT Chuyên Lương Thế Vinh - Hà Nội – Lần 2 năm 2017 – 2018) Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(3;-4;3)$. Tổng khoảng cách từ A đến ba trục tọa độ bằng

A. $\sqrt{34}$. **B.** 10. **C.** $\dfrac{\sqrt{34}}{2}$. **D.** $10+3\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D

Hình chiếu của A lên trục Ox là $A_1(3;0;0)$ nên $d(A,Ox)=AA_1=5$.

Hình chiếu của A lên trục Oy là $A_2(0;-4;0)$ nên $d(A,Oy)=AA_2=3\sqrt{2}$.

Hình chiếu của A lên trục Oz là $A_3(0;0;3)$ nên $d(A,Oz)=AA_3=5$.

Tổng khoảng cách từ A đến ba trục tọa độ bằng $10+3\sqrt{2}$.

Câu 21: (THPT Chuyên Lương Thế Vinh - Hà Nội – Lần 2 năm 2017 – 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-1)$ và mặt phẳng $(P): x-y+2z-3=0$. Đường thẳng d đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+1}{2}$.

B. $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+1}{2}$.

C. $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{2-y}{1}=\dfrac{z+1}{2}$.

D. $d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) nên có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-1;2)$.

Đường thẳng d đi qua $A(1;2;-1)$ nên phương trình chính tắc có dạng: $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+1}{2} \Leftrightarrow \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{2-y}{1}=\dfrac{z+1}{2}$.

Câu 22: (THPT Chuyên Lương Thế Vinh - Hà Nội – Lần 2 năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-2y-2z=0$ và đường thẳng $d:\begin{cases} x=mt \\ y=m^2t \\ z=mt \end{cases}$ với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng d tiếp xúc với mặt cầu (S).

A. $m=1$.

B. $m=-2$.

C. $\left[\begin{array}{l} m=-2 \\ m=0 \end{array}\right.$.

D. $m=0$.

Lời giải

Chọn B

$(S): x^2+y^2+z^2-2x-2y-2z=0 \Leftrightarrow (x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=3$.

Dựa vào phương trình tham số của đường thẳng d ta thấy vectơ chỉ phương của d là $\vec{u}=(m;m^2;m)$ và đi qua điểm $O(0;0;0)$.

Đường thẳng d tiếp xúc với mặt cầu $(S) \Leftrightarrow d_{(I;d)}=R$ với $I(1;1;1)$ và $R=\sqrt{3}$ là tâm và bán kính mặt cầu (S). Ta có $\left[\overrightarrow{OI},\vec{u}\right]=(m^2-m;0;m-m^2)$.

$$\Leftrightarrow \frac{\left|\left[\overrightarrow{OI},\vec{u}\right]\right|}{|\vec{u}|}=R \Leftrightarrow \frac{\sqrt{(m^2-m)^2+(m-m^2)^2}}{\sqrt{m^2+m^4+m^2}}=\sqrt{3} \Leftrightarrow \frac{2(m^2-m)^2}{m^4+2m^2}=3$$

$$\Leftrightarrow 2m^4-4m^3+2m^2=3m^4+6m^2 \Leftrightarrow m^4+4m^3+4m^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=-2 \end{array}\right..$$

Loại đáp án $m=0$ vì khi $m=0$ thì $\vec{u}=(0;0;0)$ không thể là vectơ chỉ phương của d.

Vậy $m=-2$.

Câu 23: (THPT Chuyên Lương Thế Vinh - Hà Nội – Lần 2 năm 2017 – 2018) Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-6x-4y-12z=0$ và mặt phẳng $(P): 2x+y-z-2=0$. Tính diện tích thiết diện của mặt cầu (S) cắt bởi mặt phẳng (P)

A. $S=49\pi$. **B.** $S=50\pi$. **C.** $S=25\pi$. **D.** $S=36\pi$.

Lời giải

Chọn A

(S) có tâm $I(3;2;6)$ bán kính $R=7$.

Ta có: $d(I;(P))=\dfrac{|2.3+2-6-2|}{\sqrt{2^2+1^2+1^2}}=0$. Nên mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo thiết diện là đường tròn lớn đi qua tâm mặt cầu và có bán kính bằng bán kính mặt cầu.

Vậy diện tích thiết diện là: $S=\pi R^2=49\pi$.

Câu 24: (SGD Hà Tĩnh – Lần 2 năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): -x+y+3z-2=0$. Phương trình mặt phẳng (α) đi qua $A(2;-1;1)$ và song song với (P) là:

A. $x-y+3z+2=0$. **B.** $-x+y-3z=0$. **C.** $-x+y+3z=0$. **D.** $-x-y+3z=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$(\alpha)//(P)\Rightarrow(\alpha): -x+y+3z+D=0$, $D\neq -2$

$A\in(P)\Leftrightarrow -2-1+3+D=0\Leftrightarrow D=0\ (t/m)$. Vậy $(\alpha): -x+y+3z=0$.

Câu 25: (SGD Hà Tĩnh – Lần 2 năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x=1-2t \\ y=3+4t \\ z=-2+6t \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x=1-t \\ y=2+2t \\ z=3t \end{cases}$. Khẳng định nào sau đây đúng

A. $d_1\perp d_2$. **B.** $d_1\equiv d_2$.

C. d_1 và d_2 chéo nhau. **D.** $d_1 // d_2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Đường thẳng d_1 có một véc tơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_1}=(-2;4;6)$ và đi qua điểm $M(1;3;-2)$.

Đường thẳng d_2 có một véc tơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_2}=(-1;2;3)$.

Do $\overrightarrow{u_1}=2\overrightarrow{u_2}$ nên hai đường thẳng d_1 và d_2 song song hoặc chéo nhau.

Thay tọa độ điểm $M\left(1;3;-2\right)$ vào phương trình đường thẳng d_2 ta có $\begin{cases}1=1-t\\3=2+2t\\-2=3t\end{cases}$ hệ vô nghiệm. Vậy $d_1 // d_2$.

Câu 26: (THPT Nghèn – Hà Tĩnh – Lần 2 năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M\left(-2;5;1\right)$, khoảng cách từ điểm M đến trục Ox bằng:

A. $\sqrt{29}$. **B.** 2. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** $\sqrt{26}$.

Lời giải

Chọn D

Hình chiếu của M trên trục Ox là $N\left(-2;0;0\right)$.

Vậy khoảng cách từ M đến trục Ox bằng $MN=\sqrt{5^2+1^2}=\sqrt{26}$.

Câu 27: (THPT Nghèn – Hà Tĩnh – Lần 2 năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, gọi $\left(P\right)$ là mặt phẳng chứa trục Ox và vuông góc với mặt phẳng $\left(Q\right): x+y+z-3=0$. Phương trình mặt phẳng $\left(P\right)$ là:

A. $y-z-1=0$. **B.** $y-2z=0$. **C.** $y+z=0$. **D.** $y-z=0$.

Lời giải

Chọn D

Vectơ chỉ phương của trục Ox là: $\vec{i}=\left(1;0;0\right)$.

Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $\left(Q\right)$ là: $\vec{n}_{(Q)}=\left(1;1;1\right)$.

Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $\left(P\right)$ là: $\vec{n}_{(P)}=\left[\vec{i},\vec{n}_{(Q)}\right]=\left(0;-1;1\right)$.

Phương trình tổng quát của mặt phẳng $\left(P\right)$ là: $-y+z=0 \Leftrightarrow y-z=0$.

Câu 28: (THPT Nghèn – Hà Tĩnh – Lần 2 năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1: \dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+1}{3}$ và $\Delta_2: \dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+1}{-3}$ cắt nhau và cùng nằm trong mặt phẳng $\left(P\right)$. Lập phương trình đường phân giác d của góc nhọn tạo bởi Δ_1, Δ_2 và nằm trong mặt phẳng $\left(P\right)$.

A. $d: \begin{cases}x=-1\\y=2\\z=-1+t\end{cases}, \left(t\in\mathbb{R}\right)$.

B. $d: \begin{cases}x=-1+t\\y=2\\z=-1+2t\end{cases}, \left(t\in\mathbb{R}\right)$.

C. $d: \begin{cases}x=-1+t\\y=2-2t\\z=-1-t\end{cases}, \left(t\in\mathbb{R}\right)$.

D. $d: \begin{cases}x=-1+t\\y=2+2t\\z=-1\end{cases}, \left(t\in\mathbb{R}\right)$

Lời giải

Chọn A

Nhận thấy $A(-1;2;-1)$ là giao điểm của Δ_1 và Δ_2.

Δ_1 có VTCP là $\overrightarrow{u_1}=(1;2;3)$

Δ_2 có VTCP là $\overrightarrow{u_2}=(1;2;-3)$.

$\left[\overrightarrow{u_1};\overrightarrow{u_2}\right]=(-12;6;0)=-6(2;-1;0)$.

Phương trình mặt phẳng (P): $2x-y+4=0$.

Gọi $\vec{u}=(a;b;c)$ là VTCP của d cần tìm.

Ta có d nằm trong mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng Δ_1, $\Delta_2 \Rightarrow \vec{u}\perp\left[\overrightarrow{u_1};\overrightarrow{u_2}\right]$

$\Rightarrow 2a-b=0 \Rightarrow b=2a$

Lại có d là phân giác của Δ_1, Δ_2

$$\Rightarrow \cos(d,\Delta_1)=\cos(d,\Delta_2)\Rightarrow \frac{|a+2b+3c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}.\sqrt{14}}=\frac{|a+2b-3c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}.\sqrt{14}}$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} a+2b+3c=a+2b-3c \\ a+2b+3c=-a-2b+3c \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} c=0 & (1) \\ a+2b=0 & (2) \end{array}\right..$$

Xét (1), $c=0$, $b=2a \Rightarrow \vec{u}=(a,2a,0)=(1;2;0).\Rightarrow d:\begin{cases} x=-1+t \\ y=2+2t, t\in\mathbb{R} \\ z=-1 \end{cases}$.

$$\cos(\Delta_1;d)=\frac{|1.1+2.2|}{\sqrt{14}.\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{70}}{14}\Rightarrow(\Delta_1;d)\approx 53^\circ 18'.$$

Xét (2): $\begin{cases} a+2b=0 \\ b=2a \end{cases} \Rightarrow a=b=0 \Rightarrow \vec{u}=(0;0;c)=c(0;0;1)\Rightarrow d:\begin{cases} x=-1 \\ y=2 \\ z=-1+t \end{cases}, t\in\mathbb{R}$.

$$\cos(\Delta_1,d)=\frac{|-3|}{\sqrt{14}.1}=\frac{3}{\sqrt{14}}\Rightarrow(\Delta_1,d)\approx 36^\circ 42'.$$

Do d là đường phân giác của góc nhọn nên $(\Delta_1,d)<45^\circ$.

Vậy đường thẳng d cần tìm là $d:\begin{cases} x=-1 \\ y=2 \\ z=-1+t \end{cases}, t\in\mathbb{R}$.

Nhận xét: Có thể làm đơn giản hơn bằng cách: ta thấy $\overrightarrow{u_1}=(1;2;3)$; $\overrightarrow{u_2}=(1;2;-3)$ là hai véc tơ có độ dài bằng nhau và $\overrightarrow{u_1}.\overrightarrow{u_2}<0\Rightarrow\left(\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right)>90^\circ$. Vậy $\left(\overrightarrow{u_1}-\overrightarrow{u_2}\right)$ chính là véc tơ chỉ phương của d.

Câu 29: (THPT Nghèn – Hà Tĩnh – Lần 2 năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1;2;4)$ và mặt phẳng $(P): 2x+2y+z-1=0$. Mặt cầu tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) có phương trình là:

A. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-4)^2=4$.
B. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-4)^2=4$.
C. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-4)^2=9$.
D. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+4)^2=9$.

Lời giải

Chọn C

Bán kính của mặt cầu là $R=d\left(I;(P)\right)=\dfrac{|2.1+2.2+4-1|}{\sqrt{2^2+2^2+1^2}}=3$.

Mặt cầu tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) có phương trình là

Câu 30: $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-4)^2=9$.**(THPT Chu Văn An – Hà Nội - năm 2017-2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $P(a;b;c)$. Khoảng cách từ P đến trục toạ độ Oy bằng:

A. $\sqrt{a^2+c^2}$. **B.** b. **C.** $|b|$. **D.** a^2+c^2.

Lời giải

Chọn A

Gọi H là hình chiếu của P lên trục Oy. Khi đó $H(0;b;0)$.

$\Rightarrow \overrightarrow{HP}=(a;0;c)$.

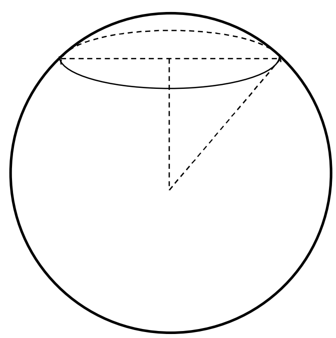
$\Rightarrow d(P,Oy)=PH=\sqrt{a^2+c^2}$.

Câu 31: **(THPT Chu Văn An – Hà Nội - năm 2017-2018)** Trong không gian tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2+2x-2y+4z-3=0$ và mặt phẳng (P): $2x-2y+z=0$. Mặt phẳng (P) cắt khối cầu (S) theo một thiết diện là một hình tròn có diện tích bằng

A. 5π. **B.** 25π. **C.** $2\pi\sqrt{5}$. **D.** 10π.

Lời giải

Chọn D



Mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2x-2y+4z-3=0$ có tâm $I(-1;\ 1;\ -2)$ và bán kính $R=3$.

$d\left(I,(P)\right)=\dfrac{|2.(-1)-2.1+1.(-2)|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+1^2}}=2$. Vậy mặt cầu (S) và mặt phẳng (P) cắt nhau theo một đường tròn có bán kính bằng $r=\sqrt{R^2-d\left(I,(P)\right)^2}=\sqrt{5}$.

Vậy hình tròn có diện tích: $S=2\pi R^2=10\pi$.

Câu 32: **(THPT Chuyên Võ Nguyên Giáp – Quảng Bình - năm 2017-2018)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3;-1;2)$. Điểm N đối xứng với M qua mặt phẳng (Oyz) là

A. $N(0;-1;2)$. **B.** $N(3;1;-2)$. **C.** $N(-3;-1;2)$. **D.** $N(0;1;-2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Vì N đối xứng với M qua mặt phẳng (Oyz) nên $N(-3;-1;2)$.

Câu 33: **(THPT Chuyên Võ Nguyên Giáp – Quảng Bình - năm 2017-2018)** Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-1;2)$. Phương trình mặt phẳng (Q) đi qua các hình chiếu của điểm A trên các trục tọa độ là

A. $(Q): x-y+2z-2=0$.
B. $(Q): 2x-2y+z-2=0$.
C. $(Q): \frac{x}{-1}+\frac{y}{1}+\frac{z}{-2}=1$.
D. $(Q): x-y+2z+6=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Gọi M, N, K lần lượt là hình chiếu của $A(1;-1;2)$ lên các trục Ox, Oy, Oz.

Suy ra: $M(1;0;0)$, $N(0;-1;0)$, $K(0;0;2)$.

Khi đó phương trình mặt phẳng (Q) qua $M(1;0;0)$, $N(0;-1;0)$, $K(0;0;2)$ có dạng:

$\frac{x}{1}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{2}=1 \Leftrightarrow 2x-2y+z-2=0$.

Câu 34: **(THPT Chuyên Võ Nguyên Giáp – Quảng Bình - năm 2017-2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x+2y+z-4=0$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+2}{3}$. Đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P), đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d có phương trình là?

A. $\Delta: \frac{x-1}{5}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-1}{-3}$.
B. $\Delta: \frac{x-1}{5}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-1}{3}$.
C. $\Delta: \frac{x-1}{5}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-1}{-3}$.
D. $\Delta: \frac{x-1}{5}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-1}{2}$.

Hướng dẫn giải $DN=DM=\frac{a\sqrt{3}}{2}$

Chọn C

Mặt phẳng (P): $x+2y+z-4=0$ có một vectơ pháp tuyến: $\overrightarrow{n_P}=(1;\ 2;\ 1)$.

Đường thẳng $d: \frac{x+1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+2}{3}$ có một vectơ chỉ phương: $\overrightarrow{u_d}=(2;\ 1;\ 3)$.

Gọi $(P)\cap d=H \Rightarrow H(1;\ 1;\ 1)$.

Đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P), đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d nhận $\vec{u}=\left[\overrightarrow{n_P},\overrightarrow{u_d}\right]=(5;\ -1;\ -3)$ làm một vectơ chỉ phương và đi qua $H(1;\ 1;\ 1)$.

Phương trình đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{5}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-1}{-3}$.

Câu 35: **(SGD Bắc Ninh – Lần 2 - năm 2017-2018)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $d: \frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-2}{1}$ song song với mặt phẳng (P): $2x+y-m^2z+m=0$

A. $m=1$.
B. Không có giá trị nào của m.
C. $m\in\{-1;1\}$.
D. $m=-1$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-2}{1}$ có một vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_d}=(1;\ -1;\ 1)$ và đi qua điểm $M(1;\ -1;\ 2)$.

Mặt phẳng $(P):2x+y-m^2z+m=0$ có một vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_P}=(2;\ 1;\ -m^2)$.

Để đường thẳng d song song với mặt phẳng (P) thì :

$\overrightarrow{n_P}.\overrightarrow{u_d}=0 \Leftrightarrow 1.2+(-1).1+1.(-m^2)=0 \Leftrightarrow 1-m^2=0 \Leftrightarrow m=\pm 1$.

Với $m=1$ ta có phương trình mặt phẳng $(P):2x+y-z+1=0$. Khi đó $M(1;\ -1;\ 2)\in d$ và $M(1;\ -1;\ 2)\in(P)$ nên d nằm trong (P).

Với $m=-1$ ta có phương trình mặt phẳng $(P):2x+y-z-1=0$. Khi đó $M(1;\ -1;\ 2)\in d$ và $M(1;\ -1;\ 2)\notin(P)$ nên d song song với (P).

Câu 36: (SGD Bắc Ninh – Lần 2 - năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(0;2;0)$; $N(0;0;1)$; $A(3;2;1)$. Lập phương trình mặt phẳng (MNP), biết điểm P là hình chiếu vuông góc của điểm A lên trục Ox.

A. $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{3}=1$. **B.** $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{1}=0$. **C.** $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{1}=1$. **D.** $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{1}=1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có P là hình chiếu của $A(3;2;1)$ lên trục Ox nên $P(3;0;0)$.

Mặt phẳng (MNP): $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{1}=1$.

Câu 37: (Chuyên Lê Hồng Phong – Nam Đinh - năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=t\\ y=-1-4t\\ z=6+6t\end{cases}$ và đường thẳng $d_2:\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+2}{-5}$. Viết phương trình đường thẳng đi qua $A(1;-1;2)$, đồng thời vuông góc với cả hai đường thẳng d_1 và d_2.

A. $\dfrac{x-1}{14}=\dfrac{y+1}{17}=\dfrac{z-2}{9}$. **B.** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-2}{4}$.

C. $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-2}{4}$. **D.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $\begin{cases}\vec{u}_{d_1}=(1;-4;6)\\ \vec{u}_{d_2}=(2;1;-5)\end{cases}$. Gọi d là đường thẳng qua A và vuông góc với d_1, d_2.

Suy ra $\vec{u}_d=\left[\vec{u}_{d_1},\vec{u}_{d_2}\right]=(14;17;9)$. Vậy phương trình $d:\dfrac{x-1}{14}=\dfrac{y+1}{17}=\dfrac{z-2}{9}$.

Câu 38: **(Chuyên Lê Hồng Phong – Nam Đinh - năm 2017-2018)** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y-2z-2=0$, và điểm $I(1;2;-3)$. Mặt cầu tâm I tiếp xúc với mặt phẳng (P) có bán kính là

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{11}{3}$. **C.** 1. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi R là bán kính cầu tâm I tiếp xúc với mặt phẳng (P), ta có

$$R=d(I,(P))=\frac{|1+2.2-2(-3)-2|}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}}=3.$$

Câu 39: **(THPT Đặng Thúc Hứa – Nghệ An - năm 2017-2018)** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(1;\ 2;\ 0)$, $B(2;\ 3;\ 1)$ và song song với trục Oz có phương trình là.

A. $x-y+1=0$. **B.** $x+y-3=0$. **C.** $x+z-3=0$. **D.** $x-y-3=0$.

Lời giải

Chọn A

$(P)\ //\ Oz \Rightarrow (P): ax+by+d=0$.

$A,\ B\in(P) \Leftrightarrow \begin{cases} a+2b+d=0 \\ 2a+3b+d=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+2b+d=0 \\ a+b=0 \end{cases}$.

Chọn $b=-1$ ta suy ra $a=1$, $d=1$.

Vậy $(P): x-y+1=0$.

Cách 2

Thay tọa độ các điểm A, B vào các phương án đã cho. Chỉ có phương án A thỏa mãn.

Câu 40: **(THPT Đặng Thúc Hứa – Nghệ An - năm 2017-2018)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $d: \frac{x-2}{-2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z}{1}$ song song với mặt phẳng $(P): 2x+(1-2m)y+m^2z+1=0.$

A. $m\in\{-1;3\}$. **B.** $m=3$.

C. Không có giá trị nào của m. **D.** $m=-1$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng d đi qua điểm $A(2;1;0)$ có véctơ chỉ phương $\vec{u}=(-2;1;1)$.

Mặt phẳng (P) có véctơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;1-2m;m^2)$.

Đường thẳng d song song với mặt phẳng $(P) \Rightarrow \vec{u}\perp\vec{n}$

$\Leftrightarrow \vec{u}.\vec{n}=0$

$\Leftrightarrow m^2-2m-3=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-1 \\ m=3 \end{array}\right.$.

Với $m=-1$ thì $(P): 2x+3y+z+1=0$. Do $A\notin(P)$ nên $d // (P)$ (thỏa mãn)

Với $m=3$ thì $(P): 2x-5y+9z+1=0$. Do $A\in(P)$ nên $d\subset(P)$ (không thỏa mãn)

Vậy $m=-1$.

Câu 41: (THPT Đặng Thúc Hứa – Nghệ An - năm 2017-2018) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{1}=\frac{y-3}{3}=\frac{z}{2}$ và mặt phẳng $(\alpha): x+y-z+3=0$. Đường thẳng Δ đi qua $A(1;2;-1)$, cắt d và song song với mặt phẳng (α) có phương trình là

A. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+1}{1}$.
B. $\frac{x-1}{1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z+1}{-1}$.
C. $\frac{x-1}{-1}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z+1}{1}$.
D. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z+1}{-1}$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng (α) có một véctơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(\alpha)}=(1;1;-1)$.

Gọi M là giao điểm của d và Δ, ta có: $M(3+t;3+3t;2t)$ suy ra $\overrightarrow{AM}=(t+2;3t+1;2t+1)$

Do Δ song song với mặt phẳng (α) nên $\vec{n}_{(\alpha)}.\overrightarrow{AM}=0 \Leftrightarrow t+2+3t+1-2t-1=0 \;\; \Leftrightarrow t=-1$

Khi đó $\overrightarrow{AM}=(1;-2;-1)$ là một véctơ chỉ phương của Δ nên chọn D.

Câu 42: (THPT Đặng Thúc Hứa – Nghệ An - năm 2017-2018) Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(2;0;1)$, $B(1;0;0)$, $C(1;1;1)$ và mặt phẳng $(P): x+y+z-2=0$. Điểm $M(a;b;c)$ nằm trên mặt phẳng (P) thỏa mãn $MA=MB=MC$.

Tính $T=a+2b+3c$.

A. $T=5$. **B.** $T=3$. **C.** $T=2$. **D.** $T=4$.

Lời giải

Chọn D

Ta có : $\begin{cases} M\in(P) \\ BM=AM \\ BM=CM \end{cases}$ nên $\begin{cases} a+b+c-2=0 \\ (a-1)^2+b^2+c^2=(a-2)^2+b^2+(c-1)^2 \\ (a-1)^2+b^2+c^2=(a-1)^2+(b-1)^2+(c-1)^2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a+b+c=2 \\ 2a+2c=4 \\ 2b+2c=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=0 \\ c=1 \end{cases}$ vậy $T=a+2b+3c=4$.

Câu 43: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(-1;3;2)$, $B(2;0;5)$ và $C(0;-2;1)$. Phương trình trung tuyến AM của tam giác ABC là.

A. $\frac{x+1}{-2}=\frac{y-3}{-2}=\frac{z-2}{-4}$.
B. $\frac{x+1}{2}=\frac{y-3}{-4}=\frac{z-2}{1}$.
C. $\frac{x-2}{-1}=\frac{y+4}{3}=\frac{z-1}{2}$.
D. $\frac{x-1}{2}=\frac{y+3}{-4}=\frac{z+2}{1}$.

Câu 44: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;-2;0)$, $B(3;3;2)$, $C(-1;2;2)$ và $D(3;3;1)$. Độ dài đường cao của tứ diện $ABCD$ hạ từ đỉnh D xuống mặt phẳng (ABC) bằng

A. $\dfrac{9}{7\sqrt{2}}$. **B.** $\dfrac{9}{7}$. **C.** $\dfrac{9}{14}$. **D.** $\dfrac{9}{\sqrt{2}}$.

Câu 45: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có A trùng với gốc tọa độ. Cho $B(a;0;0)$, $D(0;a;0)$, $A'(0;0;b)$ với $a>0$, $b>0$. Gọi M là trung điểm của cạnh CC'. Xác định tỉ số $\dfrac{a}{b}$ để $(A'BD)$ vuông góc với (BDM).

A. $\dfrac{a}{b}=\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{a}{b}=1$. **C.** $\dfrac{a}{b}=-1$. **D.** $\dfrac{a}{b}=2$.

Câu 46: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;\ 0;\ 1)$, $B(-2;\ 1;\ 1)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB là

A. $x-y+2=0$. **B.** $-x+y+2=0$. **C.** $x-y-2=0$. **D.** $x-y+1=0$.

Câu 47: Mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2x-4y+6z-2=0$ có tâm I và bán kính R lần lượt là

A. $I(-1;2;-3)$. **B.** $I(1;-2;3)$ $R=4$.

C. $I(-1;2;-3)$, $R=16$. **D.** $I(-1;2;-3)$, $R=\sqrt{12}$.

Câu 48: Mặt cầu (S) có tâm $I(3;-3;1)$ và đi qua điểm $A(5;-2;1)$ có phương trình là

A. $(x-5)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=\sqrt{5}$. **B.** $(x-3)^2+(y+3)^2+(z-1)^2=25$.

C. $(x-3)^2+(y+3)^2+(z-1)^2=5$. **D.** $(x-5)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=5$.

Câu 49: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(-1;3;2)$, $B(2;0;5)$ và $C(0;-2;1)$. Phương trình trung tuyến AM của tam giác ABC là.

A. $\dfrac{x+1}{-2}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z-2}{-4}$. **B.** $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-3}{-4}=\dfrac{z-2}{1}$.

C. $\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y+4}{3}=\dfrac{z-1}{2}$. **D.** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+3}{-4}=\dfrac{z+2}{1}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $M(1;-1;3)$; $\overrightarrow{AM}=(2;-4;1)$. Phương trình AM: $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-3}{-4}=\dfrac{z-2}{1}$.

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;-2;0)$, $B(3;3;2)$, $C(-1;2;2)$ và $D(3;3;1)$. Độ dài đường cao của tứ diện $ABCD$ hạ từ đỉnh D xuống mặt phẳng (ABC) bằng

A. $\dfrac{9}{7\sqrt{2}}$. **B.** $\dfrac{9}{7}$. **C.** $\dfrac{9}{14}$. **D.** $\dfrac{9}{\sqrt{2}}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(2;5;2)$, $\overrightarrow{AC}=(-2;4;2)$, $\overrightarrow{AD}=(2;5;1)$.

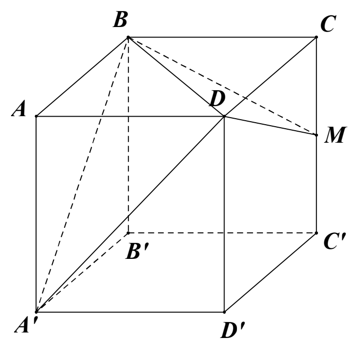
Khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (ABC) bằng $\dfrac{3V_{ABCD}}{S_{ABC}}=\dfrac{3.\frac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}\right|}{\frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\right|}=\dfrac{9}{7\sqrt{2}}$.

Câu 51: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có A trùng với gốc tọa độ. Cho $B(a;0;0)$, $D(0;a;0)$, $A'(0;0;b)$ với $a>0$, $b>0$. Gọi M là trung điểm của cạnh CC'. Xác định tỉ số $\dfrac{a}{b}$ để $(A'BD)$ vuông góc với (BDM).

A. $\dfrac{a}{b}=\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{a}{b}=1$. **C.** $\dfrac{a}{b}=-1$. **D.** $\dfrac{a}{b}=2$.

Lời giải

Chọn B



Ta có: $(A'BD):\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{a}+\dfrac{z}{b}=1\Leftrightarrow bx+by+az-ab=0$.

Nên $\overrightarrow{n_1}=(b;b;a)$ là vectơ pháp tuyến của $(A'BD)$.

Dễ thấy $C(a;a;0)$, $C'=(a;a;b)$ nên $M\left(a;a;\dfrac{b}{2}\right)$. Khi đó $\overrightarrow{BD}=(-a;a;0)$, $\overrightarrow{BM}=\left(0;a;\dfrac{b}{2}\right)$.

$\left[\overrightarrow{BD},\overrightarrow{BM}\right]=\left(\dfrac{ab}{2};\dfrac{ab}{2};-a^2\right)$ nên $\overrightarrow{n_2}=(b;b;-2a)$ là vectơ pháp tuyến của (BDM).

Do $(A'BD)$ vuông góc với (BDM) nên $\overrightarrow{n_1}\perp\overrightarrow{n_2}\Rightarrow 2b^2-2a^2=0\Leftrightarrow a=b\Leftrightarrow\dfrac{a}{b}=1$.

Câu 52: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;\ 0;\ 1)$, $B(-2;\ 1;\ 1)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB là

A. $x-y+2=0$. **B.** $-x+y+2=0$. **C.** $x-y-2=0$. **D.** $x-y+1=0$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $I\left(-\dfrac{3}{2};\ \dfrac{1}{2};\ 1\right)$ là trung điểm của AB.

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(-1;\ 1;\ 0)$.

Ta thấy mặt phẳng trung trực của đoạn AB đi qua $I\left(-\frac{3}{2};\ \frac{1}{2};\ 1\right)$ và nhận $\overrightarrow{AB}=(-1;\ 1;\ 0)$ làm một vectơ pháp tuyến.

Nên phương trình mặt phẳng cần tìm là: $x-y+2=0$.

Câu 53: Mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2x-4y+6z-2=0$ có tâm I và bán kính R lần lượt là

A. $I(-1;2;-3)$.

B. $I(1;-2;3)$ $R=4$.

C. $I(-1;2;-3)$, $R=16$.

D. $I(-1;2;-3)$, $R=\sqrt{12}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\begin{cases} a=-1 \\ b=2 \\ c=-3 \\ d=-2 \end{cases} \Rightarrow I(-1;2;-3),\ R=4$.

Câu 54: Mặt cầu (S) có tâm $I(3;-3;1)$ và đi qua điểm $A(5;-2;1)$ có phương trình là

A. $(x-5)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=\sqrt{5}$.

B. $(x-3)^2+(y+3)^2+(z-1)^2=25$.

C. $(x-3)^2+(y+3)^2+(z-1)^2=5$.

D. $(x-5)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=5$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu (S) có tâm $I(3;-3;1)$ và bán kính R có phương trình là:

$(x-3)^2+(y+3)^2+(z-1)^2=R^2$

Mà $A(5;-2;1)\in(S)$ nên ta có $(5-3)^2+(-2+3)^2+(1-1)^2=R^2 \Leftrightarrow R^2=5$

Vậy Mặt cầu (S) có tâm $I(3;-3;1)$ và đi qua điểm $A(5;-2;1)$ có phương trình là

$(x-3)^2+(y+3)^2+(z-1)^2=5$.

Câu 55: Trong không gian với hệ toa độ $Oxyz$, lập phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(0;-1;3)$ và vuông góc với mặt phẳng (P): $x+3y-1=0$.

A. $\begin{cases} x=t \\ y=-1+2t \\ z=3+2t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x=1 \\ y=3-t \\ z=3 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x=t \\ y=-1+3t \\ z=3-t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x=t \\ y=-1+3t \\ z=3 \end{cases}$.

Câu 56: Trong không gian với hệ toa độ $Oxyz$, lập phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(0;-1;3)$ và vuông góc với mặt phẳng (P): $x+3y-1=0$.

A. $\begin{cases} x=t \\ y=-1+2t \\ z=3+2t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x=1 \\ y=3-t \\ z=3 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x=t \\ y=-1+3t \\ z=3-t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x=t \\ y=-1+3t \\ z=3 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;3;0)$.

Đường thẳng đi qua $A(0;-1;3)$ và vuông góc với mặt phẳng (P) có vectơ chỉ phương là $\vec{n}=(1;3;0)$.

Phương trình đường thẳng là: $\begin{cases} x=t \\ y=-1+3t \\ z=3 \end{cases}$.

Câu 57: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+z^2=25$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S).

A. $I(1;-2;0)$, $R=5$. B. $I(-1;2;0)$, $R=25$. C. $I(1;-2;0)$, $R=25$. D. $I(-1;2;0)$, $R=5$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;0)$ và bán kính $R=5$.

Câu 58: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho các mặt phẳng $(P):x+y+z-1=0$ và (Q): $x-2y+z-2=0$. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua đi qua điểm $M(1;2;3)$ và vuông góc với giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q).

A. $x-z+2=0$. B. $x-2y+z=0$. C. $x-y+1=0$. D. $-2x+y+z-3=0$.

Lời giải

Chọn A

(P) có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_1}=(1;1;1)$, (Q) có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_2}=(1;-2;1)$.

Đặt $\vec{u}=\left[\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}\right]=(3;0;-3)$. (α) đi qua điểm $M(1;2;3)$ nhận $\vec{u}=(3;0;-3)$ là vectơ pháp tuyến

$\Rightarrow (\alpha):3x-3z+6=0 \Leftrightarrow x-z+2=0$.

Câu 59: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z}{2}$ và điểm $A(1;6;0)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của độ dài MA với $M\in d$.

A. $5\sqrt{3}$. B. 6. C. $4\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{30}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $M\in d:\begin{cases} x=1+t \\ y=-t \\ z=2t \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R}) \Rightarrow M(1+t;-t;2t)$, $\overrightarrow{AM}=(t;-t-6;2t)$

$AM^2=t^2+(t+6)^2+4t^2=6t^2+12t+36=6(t+1)^2+30\ge 30 \Rightarrow AM\ge\sqrt{30}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của AM là $\sqrt{30}$.

Câu 60: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng (α): $2x-y-3z=4$. Gọi A, B, C lần lượt là giao điểm của mặt phẳng (α) với các trục tọa độ Ox, Oy, Oz. Thể tích khối tứ diện $OABC$ bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** $\dfrac{32}{9}$. **D.** $\dfrac{16}{9}$.

Câu 61: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(3;2;-1)$ và $B(-5;4;1)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB là?

A. $4x-y+z+7=0$. **B.** $4x-y+z+1=0$. **C.** $4x-y-z+7=0$. **D.** $4x-y+z+1=0$.

Câu 62: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{1}$ và $d_2: \dfrac{x}{-2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-2}{1}$. Phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai đường thẳng d_1, d_2 là

A. $2y-2z+1=0$. **B.** $2y-2z-1=0$. **C.** $2x-2z+1=0$. **D.** $2x-2z-1=0$.

Câu 63: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng (α): $2x-y-3z=4$. Gọi A, B, C lần lượt là giao điểm của mặt phẳng (α) với các trục tọa độ Ox, Oy, Oz. Thể tích khối tứ diện $OABC$ bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** $\dfrac{32}{9}$. **D.** $\dfrac{16}{9}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $A(2;0;0)$, $B(0;-4;0)$, $C\left(0;0;-\dfrac{4}{3}\right)$.

Thể tích khối tứ diện $OABC$ là $S=\dfrac{1}{6}.OA.OB.OC=\dfrac{1}{6}.2.4.\dfrac{4}{3}=\dfrac{16}{9}$.

Câu 64: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(3;2;-1)$ và $B(-5;4;1)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB là?

A. $4x-y+z+7=0$. **B.** $4x-y+z+1=0$. **C.** $4x-y-z+7=0$. **D.** $4x-y+z+1=0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-8;2;2)$ và $I(-1;3;0)$ là trung điểm của đoạn AB.

Phương trình mặt phẳng trung trực của AB đi qua $I(-1;3;0)$ và nhận $\overrightarrow{AB}=(-8;2;2)$ làm véc tơ pháp tuyến có phương trình là $-8(x+1)+2(y-3)+2z=0 \Leftrightarrow 4x-y-z+7=0$.

Câu 65: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{1}$ và $d_2: \dfrac{x}{-2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-2}{1}$. Phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai đường thẳng d_1, d_2 là

A. $2y-2z+1=0$. **B.** $2y-2z-1=0$. **C.** $2x-2z+1=0$. **D.** $2x-2z-1=0$.

Lời giải

Chọn A

VTCP của hai đường thẳng d_1 và d_2 lần lượt là $\vec{u}_1=(-1;1;1)$ và $\vec{u}_2=(-2;1;1)$.

Vì mặt phẳng (P) song song hai đường thẳng d_1, d_2 nên ta có VTPT của $mp(P)$ là

$\vec{n}_P=[\vec{u}_1,\vec{u}_2]=(0;-1;1) \Rightarrow mp(P)$ có phương trình $-y+z+m=0$

Ta có: $A(2;0;0)\in d_1$ và $B(0;1;2)\in d_2$

Vì $mp(P)$ cách đều hai đường thẳng d_1, d_2 nên $d\left(A,(P)\right)=d\left(B,(P)\right)$

$\Leftrightarrow |m|=|m+1| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=m+1 \\ m=-m-1 \end{array}\right. \Leftrightarrow m=-\dfrac{1}{2}$.

Vậy: $mp(P)$ $-y+z-\dfrac{1}{2}=0 \Leftrightarrow 2y-2z+1=0$.

Câu 66: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2;1;0), B(0;4;0), C(0;2;-1)$. Biết đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng (ABC) và cắt đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{3}$ tại điểm $D(a;b;c)$ thỏa mãn $a>0$ và tứ diện $ABCD$ có thể tích bằng $\dfrac{17}{6}$. Tổng $a+b+c$ bằng

A. 5. **B.** 4. **C.** 7. **D.** 6.

Câu 67: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2;1;0), B(0;4;0), C(0;2;-1)$. Biết đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng (ABC) và cắt đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{3}$ tại điểm $D(a;b;c)$ thỏa mãn $a>0$ và tứ diện $ABCD$ có thể tích bằng $\dfrac{17}{6}$. Tổng $a+b+c$ bằng

A. 5. **B.** 4. **C.** 7. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

Do $D\in d$ nên $D(2t+1;t-1;3t+2)$ suy ra $\overrightarrow{AD}=(2t-1;t-2;3t+2)$

Ta có: $\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right]=(-3;-2;4)$

Ta có $V_{ABCD}=\dfrac{17}{6} \Leftrightarrow \dfrac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}\right|=\dfrac{17}{6} \Leftrightarrow |4t+15|=17 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=\dfrac{1}{2} \\ t=-8 \end{array}\right.$

Loại $t=-8$ vì không thỏa $a>0$. Do đó $D\left(2;-\dfrac{1}{2};\dfrac{7}{2}\right)$ vậy $a+b+c=5$.

Câu 68: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;3;5)$ và $B(4;-5;7)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

A. $(x-6)^2+(y+2)^2+(z-12)^2=36$. **B.** $(x-1)^2+(y+4)^2+(z-1)^2=18$.

C. $(x-3)^2+(y+1)^2+(z-6)^2=36$. **D.** $(x-3)^2+(y+1)^2+(z-6)^2=18$.

Câu 69: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x+3y+2z+2=0$ và $(Q):x-3y+2z+1=0$. Phương trình đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và song song với hai mặt phẳng (P), (Q) là

A. $\dfrac{x}{12}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z}{-9}$. **B.** $\dfrac{x}{9}=\dfrac{y}{-12}=\dfrac{z}{-2}$. **C.** $\dfrac{x}{12}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z}{-9}$. **D.** $\dfrac{x}{9}=\dfrac{y}{12}=\dfrac{z}{-2}$.

Câu 70: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(0;1;2)$, $B(2;0;3)$, $C(3;4;0)$ là

A. $x-7y-9z+25=0$. **B.** $9x-y-7z+15=0$.

C. $-x+7y+9z+11=0$. **D.** $9x-y-7z+13=0$.

Câu 71: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x+3}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{2}$, $d_2: \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{1}$ và mặt phẳng $(P): x+3y+2z-5=0$. Đường thẳng vuông góc với (P), cắt cả d_1 và d_2 có phương trình là:

A. $\frac{x+3}{1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-1}{2}$.
B. $\frac{x}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{2}$.

C. $\frac{x+4}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+1}{2}$.
D. $\frac{x+7}{1} = \frac{y-6}{3} = \frac{z+7}{2}$.

Câu 72: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;-2;3)$, $B(0;2;-1)$, $C(3;0;-2)$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua A, trọng tâm G của tam giác ABC và vuông góc với (ABC) là

A. $3x-2y-z+4=0$.
B. $12x+13y+10z-16=0$.

C. $3x-2y-z-4=0$.
D. $12x+13y+10z+16=0$.

Câu 73: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;3;5)$ và $B(4;-5;7)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

A. $(x-6)^2+(y+2)^2+(z-12)^2=36$.
B. $(x-1)^2+(y+4)^2+(z-1)^2=18$.

C. $(x-3)^2+(y+1)^2+(z-6)^2=36$.
D. $(x-3)^2+(y+1)^2+(z-6)^2=18$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $AB=\sqrt{(4-2)^2+(-5-3)^2+(7-5)^2}=6\sqrt{2}$.

Gọi I là trung điểm của AB $\Rightarrow I(3;-1;6)$.

Mặt cầu đường kính AB là mặt cầu tâm I bán kính $R=\frac{AB}{2}=3\sqrt{2}$.

Vậy phương trình mặt cầu là $(x-3)^2+(y+1)^2+(z-6)^2=18$.

Câu 74: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+3y+2z+2=0$ và $(Q): x-3y+2z+1=0$. Phương trình đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và song song với hai mặt phẳng (P), (Q) là

A. $\frac{x}{12}=\frac{y}{2}=\frac{z}{-9}$.
B. $\frac{x}{9}=\frac{y}{-12}=\frac{z}{-2}$.
C. $\frac{x}{12}=\frac{y}{-2}=\frac{z}{-9}$.
D. $\frac{x}{9}=\frac{y}{12}=\frac{z}{-2}$.

Lời giải.

Chọn C

(P) có VTPT $\vec{n}=(2;3;2)$, (Q) có VTPT $\vec{n}'=(1;-3;2)$.

Do đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và song song với hai mặt phẳng (P), (Q) nên đường thẳng có VTCP $\vec{u}=[\vec{n},\vec{n}']=(12;-2;-9)$.

Vậy phương trình đường thẳng là $\frac{x}{12}=\frac{y}{-2}=\frac{z}{-9}$.

Câu 75: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(0;1;2)$, $B(2;0;3)$, $C(3;4;0)$ là

A. $x-7y-9z+25=0$.
B. $9x-y-7z+15=0$.

C. $-x+7y+9z+11=0$.
D. $9x-y-7z+13=0$.

Lời giải.

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;-1;1)$, $\overrightarrow{AC}=(3;3;-2)$.

Khi đó phương trình mp (ABC) có VTPT $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(-1;7;9)$

Phương trình mp (ABC) là $-1(x-0)+7(y-1)+9(z-2)=0 \Leftrightarrow x-7y-9z+25=0$.

Câu 76: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x+3}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-1}{2}$, $d_2:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+1}{1}$ và mặt phẳng $(P):x+3y+2z-5=0$. Đường thẳng vuông góc với (P), cắt cả d_1 và d_2 có phương trình là:

A. $\dfrac{x+3}{1}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z-1}{2}$.

B. $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z+2}{2}$.

C. $\dfrac{x+4}{1}=\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{z+1}{2}$.

D. $\dfrac{x+7}{1}=\dfrac{y-6}{3}=\dfrac{z+7}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $A(-3+t;2-t;1+2t)$ và $B(2+2t';1+t';-1+t')$ lần lượt là giao điểm của đường thẳng cần tìm với d_1 và d_2.

$\overrightarrow{AB}=(5+2t'-t;-1+t'+t;-2+t'-2t)$.

Vì đường thẳng cần tìm vuông góc với (P) nên có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{AB}$ cùng phương với $\overrightarrow{n_{(P)}}=(1;3;2)$.

Do đó $\begin{cases}5+2t'-t=1k\\-1+t'+t=3k\\-2+t'-2t=2k\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}t=-1\\t'=-4\\k=-2\end{cases}$, suy ra $A(-4;3;-1)$, $B(-6;-3;-5)$. Thay vào các đáp án ta thấy C thỏa mãn.

Câu 77: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;-2;3)$, $B(0;2;-1)$, $C(3;0;-2)$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua A, trọng tâm G của tam giác ABC và vuông góc với (ABC) là

A. $3x-2y-z+4=0$.

B. $12x+13y+10z-16=0$.

C. $3x-2y-z-4=0$.

D. $12x+13y+10z+16=0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-1;4;-4)$, $\overrightarrow{AC}=(2;2;-5)$, $G\left(\dfrac{4}{3};0;0\right)$, $\overrightarrow{AG}=\left(\dfrac{1}{3};2;-3\right)$

$\Rightarrow (ABC)$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(12;13;10)$.

(P) có vectơ pháp tuyến $\vec{k}=\left[\overrightarrow{AG},\vec{n}\right]=\left(59;-\dfrac{118}{3};-\dfrac{59}{3}\right)=\dfrac{59}{3}(3;-2;-1)$

(P): $3(x-1)-2(y+2)-(z-3)=0 \Leftrightarrow 3x-2y-z-4=0$.

Câu 78: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;5;3)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{2}$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng d sao cho khoảng cách từ điểm A đến (P) lớn nhất. Khoảng cách từ điểm $M(1;2;-1)$ đến mặt phẳng (P) bằng:

A. $\dfrac{11\sqrt{2}}{6}$. **B.** $3\sqrt{2}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{11}}{18}$. **D.** $\dfrac{7\sqrt{2}}{6}$.

Câu 79: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;5;3)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{2}$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng d sao cho khoảng cách từ điểm A đến (P) lớn nhất. Khoảng cách từ điểm $M(1;2;-1)$ đến mặt phẳng (P) bằng:

A. $\dfrac{11\sqrt{2}}{6}$. **B.** $3\sqrt{2}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{11}}{18}$. **D.** $\dfrac{7\sqrt{2}}{6}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi K, H là hình chiếu vuông góc của A lên d và (P). Khi đó $d(A,(P))=AH\le AK$. Do đó khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất bằng $AK=d(A,d)$.

Giả sử $K(1+2t;t;2+2t)$, ta có $\overrightarrow{AK}=(2t-1;t-5;2t-1)$. Vì $AK\perp d$ nên $2(2t-1)+t-5+2(2t-1)=0 \Leftrightarrow t=1$, suy ra $\overrightarrow{AK}=(1;-4;1)$.

Phương trình mặt phẳng $(P): x-4y+z-3=0$.

Khoảng cách $d(M;(P))=\dfrac{11\sqrt{2}}{6}$.

Câu 80: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;2;3)$ và $N(-1;2;-1)$. Mặt cầu đường kính MN có phương trình là

A. $x^2+(y-2)^2+(z-1)^2=20$. **B.** $x^2+(y-2)^2+(z-1)^2=\sqrt{5}$.

C. $x^2+(y-2)^2+(z-1)^2=5$. **D.** $x^2+(y-2)^2+(z-1)^2=\sqrt{20}$.

Câu 81: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(1;1;2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x-2y+3z+4=0$ có phương trình là

A. $\begin{cases}x=1+t\\y=1-2t\\z=2-3t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+t\\y=-2+t\\z=3+2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1-t\\y=1-2t\\z=2+3t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+t\\y=1-2t\\z=2+3t\end{cases}$.

Câu 82: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(1;2;2)$, song song với mặt phẳng $(P): x-y+z+3=0$ đồng thời cắt đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-3}{1}$ có phương trình là

A. $\begin{cases}x=1-t\\y=2-t\\z=2\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1-t\\y=2-t\\z=3-t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+t\\y=2-t\\z=3\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1-t\\y=2+t\\z=3\end{cases}$.

Câu 83: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(P): z-1=0$ và $(Q): x+y+z-3=0$. Gọi d là đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P), cắt đường thẳng $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-3}{-1}$ và vuông góc với đường thẳng Δ. Phương trình của đường thẳng d là

A. $\begin{cases} x=3+t \\ y=t \\ z=1+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=3-t \\ y=t \\ z=1 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=3+t \\ y=t \\ z=1 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=3+t \\ y=-t \\ z=1+t \end{cases}$.

Câu 84: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;2;3)$ và $N(-1;2;-1)$. Mặt cầu đường kính MN có phương trình là

A. $x^2+(y-2)^2+(z-1)^2=20$. **B.** $x^2+(y-2)^2+(z-1)^2=\sqrt{5}$.

C. $x^2+(y-2)^2+(z-1)^2=5$. **D.** $x^2+(y-2)^2+(z-1)^2=\sqrt{20}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Mặt cầu đường kính MN có tâm $I(0;2;1)$ là trung điểm MN và bán kính $R=IM=\sqrt{5}$

Do đó mặt cầu này có phương trình $x^2+(y-2)^2+(z-1)^2=5$.

Câu 85: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(1;1;2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x-2y+3z+4=0$ có phương trình là

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=1-2t \\ z=2-3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2+t \\ z=3+2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1-t \\ y=1-2t \\ z=2+3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=1-2t \\ z=2+3t \end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng $(P) \Rightarrow \vec{u}_d=\vec{n}_P=(1;-2;3)$

Phương trình đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+t \\ y=1-2t \\ z=2+3t \end{cases}$.

Câu 86: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(1;2;2)$, song song với mặt phẳng $(P): x-y+z+3=0$ đồng thời cắt đường thẳng $d: \frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-3}{1}$ có phương trình là

A. $\begin{cases} x=1-t \\ y=2-t \\ z=2 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1-t \\ y=2-t \\ z=3-t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-t \\ z=3 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1-t \\ y=2+t \\ z=3 \end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi đường thẳng cần tìm là Δ. Gọi $I=\Delta\cap d \Rightarrow I\in d \Leftrightarrow I(1+t;2+t;3+t)$.

$\overrightarrow{MI}=(t;t;1+t)$ mà $MI//(P)$ nên $\overrightarrow{MI}.\vec{n}_{(P)}=0 \Leftrightarrow t-t+(1+t)=0 \Leftrightarrow t=-1 \Rightarrow \overrightarrow{MI}=(-1;-1;0)$

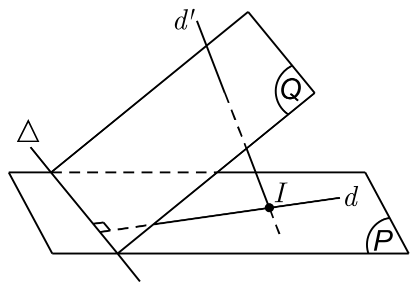
Đường thẳng Δ đi qua $M(1;2;2)$ và I có véctơ chỉ phương là $\overrightarrow{MI}=(-1;-1;0)$ có phương trình tham số là $\begin{cases} x=1-t \\ y=2-t \\ z=2 \end{cases}$.

Câu 87: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(P): z-1=0$ và $(Q): x+y+z-3=0$. Gọi d là đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P), cắt đường thẳng $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-3}{-1}$ và vuông góc với đường thẳng Δ. Phương trình của đường thẳng d là

A. $\begin{cases} x=3+t \\ y=t \\ z=1+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=3-t \\ y=t \\ z=1 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=3+t \\ y=t \\ z=1 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=3+t \\ y=-t \\ z=1+t \end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Đặt $\vec{n}_P=(0;0;1)$ và $\vec{n}_Q=(1;1;1)$ lần lượt là véctơ pháp tuyến của (P) và (Q).

Do $\Delta=(P)\cap(Q)$ nên Δ có một véctơ chỉ phương $\vec{u}_\Delta=\left[\vec{n}_P,\vec{n}_Q\right]=(-1;1;0)$.

Đường thẳng d nằm trong (P) và $d\perp\Delta$ nên d có một véctơ chỉ phương là $\vec{u}_d=\left[\vec{n}_P,u'_\Delta\right]$ $=(-1;-1;0)$.

Gọi $d': \frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-3}{-1}$ và $A=d'\cap d \Rightarrow A=d'\cap(P)$

Xét hệ phương trình $\begin{cases} z-1=0 \\ \frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-3}{-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z=1 \\ y=0 \\ x=3 \end{cases} \Rightarrow A(3;0;1)$.

Do đó phương trình đường thẳng $d: \begin{cases} x=3+t \\ y=t \\ z=1 \end{cases}$.

Câu 88: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(-2;4;3)$ và vuông góc với mặt phẳng $2x-3y+6z+19=0$ có phương trình là

A. $\frac{x+2}{2}=\frac{y-4}{-3}=\frac{z-3}{6}$. **B.** $\frac{x+2}{2}=\frac{y+3}{4}=\frac{z-6}{3}$.

C. $\frac{x-2}{2}=\frac{y+4}{-3}=\frac{z+3}{6}$. **D.** $\frac{x+2}{2}=\frac{y-3}{4}=\frac{z+6}{3}$.

Câu 89: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;1;0)$, $B(2;-1;2)$. Phương trình của mặt cầu có đường kính AB là:

A. $x^2+y^2+(z-1)^2=24$. **B.** $x^2+y^2+(z-1)^2=\sqrt{6}$.

C. $x^2+y^2+(z-1)^2=6$. **D.** $x^2+y^2+(z-1)^2=\sqrt{24}$.

Câu 90: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua tâm của mặt cầu $(x-1)^2+(y+2)^2+z^2=12$ và song song với mặt phẳng (Oxz) có phương trình là:

A. $y+1=0$. **B.** $y-2=0$. **C.** $y+2=0$. **D.** $x+z-1=0$.

Câu 91: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;2)$ và $B(3;0;2)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là:

A. $x+y-z-1=0$. **B.** $x+y-3=0$. **C.** $x-y-z+1=0$. **D.** $x-y-1=0$.

Câu 92: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;-1;3)$, song song với hai đường thẳng $d:\frac{x-4}{1}=\frac{y+2}{4}=\frac{z-1}{-2}$, $d':\frac{x-2}{1}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-1}{1}$ có phương trình là

A. $2x-3y-6z+15=0$. **B.** $2x-3y-6z-15=0$.

C. $2x-3y-5z-10=0$. **D.** $2x-3y-5z+10=0$.

Câu 93: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(-2;4;3)$ và vuông góc với mặt phẳng $2x-3y+6z+19=0$ có phương trình là

A. $\frac{x+2}{2}=\frac{y-4}{-3}=\frac{z-3}{6}$. **B.** $\frac{x+2}{2}=\frac{y+3}{4}=\frac{z-6}{3}$.

C. $\frac{x-2}{2}=\frac{y+4}{-3}=\frac{z+3}{6}$. **D.** $\frac{x+2}{2}=\frac{y-3}{4}=\frac{z+6}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng $2x-3y+6z+19=0$ là $\vec{n}=(2;-3;6)$.

Đường thẳng đi qua điểm $A(-2;4;3)$ và vuông góc với mặt phẳng $2x-3y+6z+19=0$ có một véc tơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;-3;6)$ nên có phương trình là $\frac{x+2}{2}=\frac{y-4}{-3}=\frac{z-3}{6}$.

Câu 94: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;1;0)$, $B(2;-1;2)$. Phương trình của mặt cầu có đường kính AB là:

A. $x^2+y^2+(z-1)^2=24$. **B.** $x^2+y^2+(z-1)^2=\sqrt{6}$.

C. $x^2+y^2+(z-1)^2=6$. **D.** $x^2+y^2+(z-1)^2=\sqrt{24}$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu đường kính AB có tâm $I(0;0;1)$ là trung điểm của AB và mặt cầu có bán kính $R=\frac{AB}{2}=\frac{\sqrt{4^2+(-2)^2+2^2}}{2}=\sqrt{6}$.

Vậy phương trình mặt cầu là: $x^2+y^2+(z-1)^2=6$.

Câu 95: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua tâm của mặt cầu $(x-1)^2+(y+2)^2+z^2=12$ và song song với mặt phẳng (Oxz) có phương trình là:

A. $y+1=0$. **B.** $y-2=0$. **C.** $y+2=0$. **D.** $x+z-1=0$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu có tâm $I(1;-2;0)$.

Mặt phẳng song song mặt phẳng (Oxz) nên có dạng $y+D=0$, qua $I(1;-2;0)$ nên $D=2$.

Vậy mặt phẳng cần tìm là $y+2=0$.

Câu 96: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;2)$ và $B(3;0;2)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là:

A. $x+y-z-1=0$. **B.** $x+y-3=0$. **C.** $x-y-z+1=0$. **D.** $x-y-1=0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có mặt phẳng trung trực của đoạn AB qua trung điểm $I(2;1;2)$ của AB và nhận $\overrightarrow{AB}=(2;-2;0)$ làm vectơ pháp tuyến nên có dạng $2x-2y-2=0$ hay $x-y-1=0$.

Câu 97: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;-1;3)$, song song với hai đường thẳng $d:\dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y+2}{4}=\dfrac{z-1}{-2}$, $d':\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$ có phương trình là

A. $2x-3y-6z+15=0$. **B.** $2x-3y-6z-15=0$.

C. $2x-3y-5z-10=0$. **D.** $2x-3y-5z+10=0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{u_d}=(1;4;-2)\\ \overrightarrow{u_{d'}}=(1;-1;1)\end{cases}\Rightarrow\left[\overrightarrow{u_d};\overrightarrow{u_{d'}}\right]=(2;-3;-5)$.

Mặt phẳng (P) đi qua $A(1;-1;3)$ và nhận $\left[\overrightarrow{u_d};\overrightarrow{u_{d'}}\right]=(2;-3;-5)$ là một VTPT

$\Rightarrow(P):2(x-1)-3(y+1)-5(z-3)=0\Leftrightarrow 2x-3y-5z+10=0$.

Câu 98: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(-1;1;0)$ và $N(3;3;6)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng MN có phương trình là

A. $x+2y+3z-1=0$. **B.** $2x+y+3z-13=0$.

C. $2x+y+3z-30=0$. **D.** $2x+y+3z+13=0$.

Câu 99: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-1;1;6)$ và đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=2+t\\ y=1-2t\\ z=2t\end{cases}$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên đường thẳng Δ là

A. $N(1;3;-2)$. **B.** $H(11;-17;18)$. **C.** $M(3;-1;2)$. **D.** $K(2;1;0)$.

Câu 100: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=6$ tiếp xúc với hai mặt phẳng $(P):x+y+2z+5=0$, $(Q):2x-y+z-5=0$ lần lượt tại các điểm A, B. Độ dài đoạn AB là

A. $3\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $2\sqrt{6}$. **D.** $2\sqrt{3}$.

Câu 101: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(-1;1;0)$ và $N(3;3;6)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng MN có phương trình là

A. $x+2y+3z-1=0$. **B.** $2x+y+3z-13=0$.

C. $2x+y+3z-30=0$. **D.** $2x+y+3z+13=0$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng trung trực (P) của đoạn thẳng MN đi qua điểm $I(1;2;3)$ là trung điểm của đoạn thẳng MN và có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{MN}=(4;2;6)$.

Phương trình mặt phẳng (P): $4(x-1)+2(y-2)+6(z-3)=0 \Leftrightarrow 2x+y+3z-13=0$.

Câu 102: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-1;1;6)$ và đường thẳng $\Delta:\begin{cases} x=2+t \\ y=1-2t \\ z=2t \end{cases}$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên đường thẳng Δ là

A. $N(1;3;-2)$. **B.** $H(11;-17;18)$. **C.** $M(3;-1;2)$. **D.** $K(2;1;0)$.

Lời giải

Chọn C

Gọi (α) là mặt phẳng đi qua A và vuông góc với Δ tại H. Khi đó H là hình chiếu của A trên (α).

Phương trình mặt phẳng (α): $1(x+1)-2(y-1)+2(z-6)=0 \Leftrightarrow x-2y+2z-9=0$.

Ta có $H\in\Delta \Leftrightarrow H(2+t;1-2t;2t)$.

$H\in(\alpha) \Leftrightarrow 2+t-2(1-2t)+4t-9=0 \Leftrightarrow t=1$.

Vậy $H(3;-1;2)$ là điểm cần tìm.

Câu 103: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=6$ tiếp xúc với hai mặt phẳng $(P):x+y+2z+5=0$, $(Q):2x-y+z-5=0$ lần lượt tại các điểm A, B. Độ dài đoạn AB là

A. $3\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $2\sqrt{6}$. **D.** $2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $A(x;y;z)$ là tiếp điểm của mặt phẳng $(P):x+y+2z+5=0$ và mặt cầu (S).

Khi đó $\begin{cases} \overrightarrow{IA}=k\overrightarrow{n_P} \\ A\in(P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+1}{2} \\ x+y+2z+5=0 \end{cases} \Rightarrow A(0;1;-3)$.

Gọi $B(x';y';z')$ là tiếp điểm của mặt phẳng $(Q):2x-y+z-5=0$ và mặt cầu (S).

Khi đó $\begin{cases} \overrightarrow{IB}=k\overrightarrow{n_Q} \\ B\in(Q) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{x'-1}{2}=\dfrac{y'-2}{-1}=\dfrac{z'+1}{1} \\ 2x'-y'+z'-5=0 \end{cases} \Rightarrow B(3;1;0)$.

Độ dài đoạn $AB = 3\sqrt{2}$.

Câu 104: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3;-2;1)$ và mặt phẳng $(P): x+y+2z-5=0$. Đường thẳng nào sau đây đi qua A và song song với mặt phẳng (P)?

A. $\frac{x-3}{1}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-1}{2}$. **B.** $\frac{x-3}{4}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z+1}{-1}$.

C. $\frac{x+3}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+1}{2}$. **D.** $\frac{x-3}{4}=\frac{y+2}{-2}=\frac{z-1}{-1}$.

Câu 105: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$. Gọi A_1, A_2, A_3 lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên các trục Ox, Oy, Oz. Phương trình của mặt phẳng $(A_1A_2A_3)$ là

A. $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=0$. **B.** $\frac{x}{3}+\frac{y}{6}+\frac{z}{9}=1$. **C.** $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$. **D.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{4}+\frac{z}{6}=1$.

Câu 106: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng nào sau đây chứa trục Ox ?

A. $2y+z=0$. **B.** $x+2y=0$. **C.** $x+2y-z=0$. **D.** $x-2z=0$.

Câu 107: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3;-2;1)$ và mặt phẳng $(P): x+y+2z-5=0$. Đường thẳng nào sau đây đi qua A và song song với mặt phẳng (P)?

A. $\frac{x-3}{1}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-1}{2}$. **B.** $\frac{x-3}{4}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z+1}{-1}$.

C. $\frac{x+3}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+1}{2}$. **D.** $\frac{x-3}{4}=\frac{y+2}{-2}=\frac{z-1}{-1}$.

Lời giải

Chọn D

Vì d đi qua điểm $A(3;-2;1)$ nên loại B, **C.**

$d \perp (P) \Rightarrow \overrightarrow{n_{(P)}}.\overrightarrow{u_d}=0$ nên loại A vì $\overrightarrow{n_{(P)}}=\overrightarrow{u_d}$.

Câu 108: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$. Gọi A_1, A_2, A_3 lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên các trục Ox, Oy, Oz. Phương trình của mặt phẳng $(A_1A_2A_3)$ là

A. $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=0$. **B.** $\frac{x}{3}+\frac{y}{6}+\frac{z}{9}=1$. **C.** $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$. **D.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{4}+\frac{z}{6}=1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $A_1(1;\ 0;\ 0)$, $A_2(0;\ 2;\ 0)$, $A_3(0;\ 0;\ 3)$.

Phương trình của $(A_1A_2A_3)$ là $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$.

Câu 109: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng nào sau đây chứa trục Ox ?

A. $2y+z=0$. **B.** $x+2y=0$. **C.** $x+2y-z=0$. **D.** $x-2z=0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có Ox nhận $\vec{i}=(1;\ 0;\ 0)$ làm vectơ chỉ phương.

Gọi $\vec{n}=(0;\ 2;\ 1)$ là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(\alpha): 2y+z=0$.

Vì $\begin{cases}\vec{n}.\vec{i}=0\\ O\in(\alpha)\end{cases}$ suy ra mặt phẳng (α) chứa Ox.

Câu 110: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $H(2;1;1)$. Viết phương trình mặt phẳng qua H và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho H là trực tâm tam giác ABC.

A. $x-y-z=0$. **B.** $2x+y+z-6=0$. **C.** $2x+y+z+6=0$. **D.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{1}+\frac{z}{1}=1$.

Câu 111: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;2;3)$ và cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C sao cho $T=\frac{1}{OA^2}+\frac{1}{OB^2}+\frac{1}{OC^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất có dạng $(P): x+ay+bz+c=0$. Tính $S=a+b+c$.

A. 19. **B.** 6. **C.** -9. **D.** -5.

Câu 112: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $H(2;1;1)$. Viết phương trình mặt phẳng qua H và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho H là trực tâm tam giác ABC.

A. $x-y-z=0$. **B.** $2x+y+z-6=0$. **C.** $2x+y+z+6=0$. **D.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{1}+\frac{z}{1}=1$.

Lời giải

Chọn B

Vì tứ diện $OABC$ đôi một vuông góc tại O và H là trực tâm tam giác ABC nên $OH\perp(ABC)$.

Do đó $\overrightarrow{OH}=(2;1;1)$ là một vectơ pháp tuyến của (ABC) và H thuộc (ABC).

Vậy $(ABC): 2(x-2)+(y-1)+(z-1)=0 \Leftrightarrow 2x+y+z-6=0$.

Câu 113: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;2;3)$ và cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C sao cho $T=\frac{1}{OA^2}+\frac{1}{OB^2}+\frac{1}{OC^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất có dạng $(P): x+ay+bz+c=0$. Tính $S=a+b+c$.

A. 19. **B.** 6. **C.** -9. **D.** -5.

Lời giải

Chọn C

Gọi H là hình chiếu vuông góc của O lên (ABC).

Tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc nên $\frac{1}{OA^2}+\frac{1}{OB^2}+\frac{1}{OC^2}=\frac{1}{OH^2}\geq\frac{1}{OM^2}$.

Do đó $T=\frac{1}{OA^2}+\frac{1}{OB^2}+\frac{1}{OC^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất khi và chi khi $M\equiv H$ hay $OM\perp(ABC)$.

$\overrightarrow{OM}=(1;2;3)$.

Phương trình mặt phẳng $(P): 1(x-1)+2(y-2)+3(z-3)=0 \Leftrightarrow x+2y+3z-14=0$.

Suy ra $S=a+b+c=2+3-14=-9$.

Câu 114: Trong không gian $Oxyz$, cho 3 vec tơ $\vec{a}=(2;-1;0)$, $\vec{b}=(-1;-3;2)$, $\vec{c}=(-2;-4;-3)$. Tọa độ của $\vec{u}=2\vec{a}-3\vec{b}+\vec{c}$.

A. $(5;\,3;\,-9)$. **B.** $(-5;\,-3;\,9)$. **C.** $(-3;\,-7;\,-9)$. **D.** $(3;\,7;\,9)$.

Câu 115: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho tứ diện $ABCD$ với $A(0;0;1)$, $B(0;1;0)$, $C(1;0;0)$ và $D(-2;3;-1)$. Thể tích khối tứ diện $ABCD$ bằng

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{1}{4}$.

Câu 116: Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(-1;1;-5)$ và $B(0;0;-1)$. Phương trình mặt phẳng (P) chứa A, B và song song với trục Ox.

A. $x+y=0$. **B.** $-x+y=0$. **C.** $x+z=0$. **D.** $4y+z+1=0$.

Câu 117: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{-3}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{2}$. Tọa độ điểm M là giao điểm của Δ với mặt phẳng (P): $x+2y-3z+2=0$:

A. $M(5;-1;-3)$. **B.** $M(1;0;1)$. **C.** $M(2;0;-1)$. **D.** $M(-1;1;1)$.

Câu 118: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z}{-2}$ và hai điểm $A(2;1;0)$, $B(-2;3;2)$. Phương trình mặt cầu (S) đi qua hai điểm A, B và có tâm thuộc đường thẳng d:

A. $(x+1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=17$. **B.** $(x-1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=9$.

C. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=5$. **D.** $(x+1)^2+(y+1)^2+(z+2)^2=16$.

Câu 119: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+my+nz-3=0$, (m và n là các tham số) và đường thẳng $(d): \frac{x+3}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+3}{2}$. Tất cả các gí trị của m và n để (P) vuông góc với (d):

A. $\begin{cases} m=2 \\ n=1 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} m=\frac{1}{2} \\ n=1 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} m=12 \\ n=11 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} m=-2 \\ n=1 \end{cases}$.

Câu 120: Trong không gian $Oxyz$, cho 3 vec tơ $\vec{a}=(2;-1;0)$, $\vec{b}=(-1;-3;2)$, $\vec{c}=(-2;-4;-3)$. Tọa độ của $\vec{u}=2\vec{a}-3\vec{b}+\vec{c}$.

A. $(5;\,3;\,-9)$. **B.** $(-5;\,-3;\,9)$. **C.** $(-3;\,-7;\,-9)$. **D.** $(3;\,7;\,9)$.

Lời giải

Chọn A

$\vec{u}=2\vec{a}-3\vec{b}+\vec{c}=2(2;\,-1;\,0)-3(-1;\,-3;\,2)+(-2;\,-4;\,-3)=(2.2+3-2;\,-2+9-4;\,-6-3)$

$=(5;\,3;\,-9)$.

Câu 121: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho tứ diện $ABCD$ với $A(0;0;1)$, $B(0;1;0)$, $C(1;0;0)$ và $D(-2;3;-1)$. Thể tích khối tứ diện $ABCD$ bằng

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn C

Cách 1: Ta có $(ABC): \frac{x}{1}+\frac{y}{1}+\frac{z}{1}=1 \Leftrightarrow x+y+z-1=0$.

$AB=BC=CA=\sqrt{2} \Rightarrow S_{ABC}=\sqrt{2}^2\frac{\sqrt{3}}{4}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

$d(D;(ABC))=\frac{|-2+3-1-1|}{\sqrt{3}}=\frac{1}{\sqrt{3}}$. Vậy $V_{ABCD}=\frac{1}{3}d(D;(ABC)).S_{ABC}=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{1}{6}$.

Cách 2: $V_{ABCD}=\frac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}\right|=\frac{1}{6}$.

Câu 122: Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(-1;1;-5)$ và $B(0;0;-1)$. Phương trình mặt phẳng (P) chứa A, B và song song với trục Ox.

A. $x+y=0$. **B.** $-x+y=0$. **C.** $x+z=0$. **D.** $4y+z+1=0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có VTPT $\overrightarrow{n_{(P)}}=\left[\overrightarrow{AB},\vec{i}\right]=(0;4;1)$.

Phương trình mặt phẳng (P): $4y+z+1=0$.

Câu 123: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{-3}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{2}$. Tọa độ điểm M là giao điểm của Δ với mặt phẳng $(P): x+2y-3z+2=0$:

A. $M(5;-1;-3)$. **B.** $M(1;0;1)$. **C.** $M(2;0;-1)$. **D.** $M(-1;1;1)$.

Lời giải

Chọn D

Tọa độ giao điểm là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases}\frac{x-2}{-3}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{2}\\ x+2y-3z+2=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=-1\\ y=1\\ z=1\end{cases} \Rightarrow M(-1;1;1).$$

Câu 124: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z}{-2}$ và hai điểm $A(2;1;0)$, $B(-2;3;2)$. Phương trình mặt cầu (S) đi qua hai điểm A, B và có tâm thuộc đường thẳng d:

A. $(x+1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=17$. **B.** $(x-1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=9$.

C. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=5$. **D.** $(x+1)^2+(y+1)^2+(z+2)^2=16$.

Lời giải

Chọn A

+ Gọi I là tâm của mặt cầu (S). Vì $I \in d$ nên $I(1+2t;t;-2t)$, $t \in \mathbb{R}$.

+ Do mặt cầu (S) đi qua hai điểm A, B nên $IA = IB = r \Rightarrow IA^2 = IB^2 \Rightarrow t = -1$

$\Rightarrow I(-1;-1;2) \Rightarrow r = IA = \sqrt{17}$.

Vậy (S): $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 17$.

Câu 125: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + my + nz - 3 = 0$, (m và n là các tham số) và đường thẳng $d: \dfrac{x+3}{2} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z+3}{2}$. Tất cả các giá trị của m và n để (P) vuông góc với d là

A. $\begin{cases} m = 2 \\ n = 1 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} m = \dfrac{1}{2} \\ n = 1 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} m = 12 \\ n = 11 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} m = -2 \\ n = 1 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

+ Mặt phẳng (P) có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1;m;n)$.

+ Đường thẳng (d) có véc tơ chỉ phương là $\vec{u} = (2;1;2)$.

+ Yêu cầu của bài toán tương đương với $\vec{n}$ và $\vec{u}$ cùng phương $\Leftrightarrow \dfrac{1}{2} = \dfrac{m}{1} = \dfrac{n}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \dfrac{1}{2} \\ n = 1 \end{cases}$.

Câu 126: Trong không gian $Oxyz$ cho các điểm $A(3;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;3)$. Gọi (S) là mặt cầu có đường tròn lớn cũng là đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Mệnh đề nào sau đây đúng.

A. Điểm O là tâm của (S). **B.** Điểm O nằm trên (S).

C. Điểm O nằm trong (S). **D.** Điểm O nằm ngoài (S).

Câu 127: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;-1;1)$, $B(4;4;5)$, $C(0;0;3)$. Trọng tâm G của tam giác ABC cách mặt phẳng tọa độ (Oxy) một khoảng bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** 1.

Câu 128: Trong không gian $Oxyz$ mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$. Khối bát diện đều có các đỉnh nằm trên (S) có thể tích bằng bao nhiêu?

A. 9. **B.** 18. **C.** 27 **D.** 36.

Câu 129: Trong không gian $Oxyz$ cho các điểm $A(3;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;3)$. Gọi (S) là mặt cầu có đường tròn lớn cũng là đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Mệnh đề nào sau đây đúng.

A. Điểm O là tâm của (S). **B.** Điểm O nằm trên (S).

C. Điểm O nằm trong (S). **D.** Điểm O nằm ngoài (S).

Lời giải

Chọn C

Ta có ΔABC đều nên tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $G(1;1;1)$.

Khi đó : $OG = \sqrt{3}$; $R = GA = \sqrt{6}$. Vì $R > OG$ nên điểm O nằm bên trong mặt cầu.

Câu 130: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;-1;1)$, $B(4;4;5)$, $C(0;0;3)$. Trọng tâm G của tam giác ABC cách mặt phẳng tọa độ (Oxy) một khoảng bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có $G(2;1;3)$, mặt phẳng $(Oxy): z=0$. Do đó $d(G;(Oxy))=3$.

Câu 131: Trong không gian $Oxyz$ mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9$. Khối bát diện đều có các đỉnh nằm trên (S) có thể tích bằng bao nhiêu?

A. 9. **B.** 18. **C.** 27 **D.** 36.

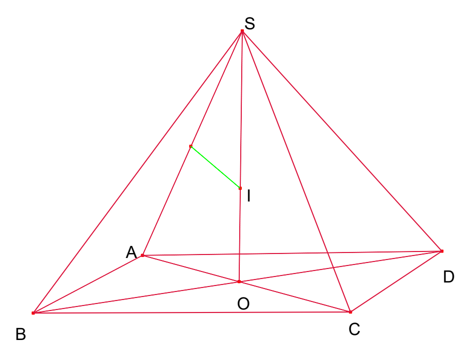
Lời giải

Chọn D

(S) có tâm $I(1;2;1)$ và bán kính $R=3$.

Khối bát diện đều $ST.ABCD$ là khối bát diện đều nội tiếp khối cầu (S) nên $ABCD$ là hình vuông có đường chéo $AC=2R=6$ và $ST=2R=6$. Khi đó $AB=\dfrac{AC}{\sqrt{2}}=3\sqrt{2}$.

Thể tích $V=2.V_{S.ABCD}=2.\dfrac{1}{3}.\dfrac{ST}{2}.AB^2=\dfrac{1}{3}.6.\left(3\sqrt{2}\right)^2=36$.



Khối bát diện đều nội tiếp mặt cầu có bán kính $R=3$.

Gọi $AB=x$ với $x>0$

Vì $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $AC=x\sqrt{2} \Rightarrow OA=\dfrac{x\sqrt{2}}{2} \Rightarrow SO=\dfrac{x\sqrt{2}}{2}$.

Bán kính mặt cầu (S) $R=\dfrac{SA^2}{2SO} \Rightarrow x=3\sqrt{2}$.

Thể tích khối bát diện $V=2.\dfrac{1}{3}S_{ABCD}.SO=36$.

Câu 132: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Δ đi qua $A(1;2;-1)$ và song song với đường thẳng $d:\frac{x-3}{1}=\frac{y-3}{3}=\frac{z}{2}$ có phương trình là:

A. $\frac{x-1}{-2}=\frac{y-2}{-6}=\frac{z+1}{-4}$. **B.** $\frac{x+1}{1}=\frac{y+2}{3}=\frac{z-1}{2}$.

C. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{-3}=\frac{z+1}{-2}$. **D.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{3}=\frac{z+1}{1}$.

Câu 133: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng chứa đường thẳng $d:\frac{x+3}{1}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-1}{2}$ và song song với đường thẳng $d':\frac{x-3}{1}=\frac{y-3}{3}=\frac{z}{2}$ là

A. $x-y+2z-2=0$. **B.** $2x-z-6=0$. **C.** $\frac{x}{-1}+\frac{y}{1}+\frac{z}{-2}=1$. **D.** $2x-z+7=0$.

Câu 134: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Δ đi qua $A(1;2;-1)$ và song song với đường thẳng $d:\frac{x-3}{1}=\frac{y-3}{3}=\frac{z}{2}$ có phương trình là:

A. $\frac{x-1}{-2}=\frac{y-2}{-6}=\frac{z+1}{-4}$. **B.** $\frac{x+1}{1}=\frac{y+2}{3}=\frac{z-1}{2}$.

C. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{-3}=\frac{z+1}{-2}$. **D.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{3}=\frac{z+1}{1}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Vì $\Delta // d$ nên VTCP của đường thẳng Δ là $\overrightarrow{u_\Delta}=k.\overrightarrow{u_d}=k.(1;3;2), k\neq 0$ $\Rightarrow$ loại **C**,**D.**

Δ đi qua điểm $A(1;2;-1)$ nên phương trình đường thẳng Δ là $\frac{x-1}{-2}=\frac{y-2}{-6}=\frac{z+1}{-4}$.

Câu 135: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng chứa đường thẳng $d:\frac{x+3}{1}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-1}{2}$ và song song với đường thẳng $d':\frac{x-3}{1}=\frac{y-3}{3}=\frac{z}{2}$ là

A. $x-y+2z-2=0$. **B.** $2x-z-6=0$. **C.** $\frac{x}{-1}+\frac{y}{1}+\frac{z}{-2}=1$. **D.** $2x-z+7=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Đường thẳng d đi qua điểm $M(-3;2;1)$ có VTCP $\overrightarrow{u_d}=(1;-1;2)$

Đường thẳng d' có VTCP $\overrightarrow{u_{d'}}=(1;3;2)$.

Vì mp(P) chứa d và song song với d' nên VTPT của (P) là $\left[\overrightarrow{u_d},\overrightarrow{u_{d'}}\right]=4(2;0;-1)$.

Khi đó mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(-3;2;1)\in d$ nhận $\vec{n}=(2;0;-1)$ là VTPT nên có phương trình $2x-z+7=0$.

Câu 136: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu (S): $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=81$ tại điểm $P(-5;-4;6)$ là

A. $x-4z+29=0$. **B.** $2x+2y-z+24=0$.
C. $4x+2y-9z+82=0$. **D.** $7x+8y+67=0$.

Câu 137: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(8;9;2)$, $B(3;5;1)$, $C(11;10;4)$. Số đo góc A của tam giác ABC là

A. $60°$. **B.** $30°$. **C.** $150°$. **D.** $120°$.

Câu 138: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2-2x+6y+8z-599=0$. Biết rằng mặt phẳng (α): $6x-2y+3z+49=0$ cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) có tâm là điểm $P(a;b;c)$ và bán kính đường tròn (C) là r. Giá trị của tổng $S=a+b+c+r$ là

A. $S=11$. **B.** $S=13$. **C.** $S=37$. **D.** $S=-13$.

Câu 139: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác OAB với $O(0;0;0)$, $A(-1;8;1)$, $B(7;-8;5)$. Phương trình đường cao OH của tam giác OAB là

A. $\begin{cases} x=6t \\ y=4t \\ z=5t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$. **B.** $\begin{cases} x=8t \\ y=-16t \\ z=4t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$. **C.** $\begin{cases} x=5t \\ y=-4t \\ z=6t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$. **D.** $\begin{cases} x=5t \\ y=4t \\ z=6t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$.

Câu 140: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu (S): $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=81$ tại điểm $P(-5;-4;6)$ là

A. $x-4z+29=0$. **B.** $2x+2y-z+24=0$.
C. $4x+2y-9z+82=0$. **D.** $7x+8y+67=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$.

$\Rightarrow \overrightarrow{IP}=(-6;-6;3)$.

Mặt phẳng (P) cần tìm đi qua $P(-5;-4;6)$ và nhận $\vec{n}=(2;2;-1)$ làm vectơ pháp tuyến.

Phương trình (P) là: $2x+2y-z+24=0$.

Câu 141: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(8;9;2)$, $B(3;5;1)$, $C(11;10;4)$. Số đo góc A của tam giác ABC là

A. $60°$. **B.** $30°$. **C.** $150°$. **D.** $120°$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-5;-4;-1) \Rightarrow \left|\overrightarrow{AB}\right|=\sqrt{42}$; $\overrightarrow{AC}=(3;1;2) \Rightarrow \left|\overrightarrow{AC}\right|=\sqrt{14}$.

Ta có $\cos A=\dfrac{\left|\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}\right|}{\left|\overrightarrow{AB}\right|\left|\overrightarrow{AC}\right|}=\dfrac{|-5.3-4.1-1.2|}{\sqrt{42}\sqrt{14}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow A=30°$.

Câu 142: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2-2x+6y+8z-599=0$. Biết rằng mặt phẳng (α): $6x-2y+3z+49=0$ cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) có tâm là điểm $P(a;b;c)$ và bán kính đường tròn (C) là r. Giá trị của tổng $S=a+b+c+r$ là

A. $S=11$. **B.** $S=13$. **C.** $S=37$. **D.** $S=-13$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

(S) có tâm $I(1;-3;-4)$, bán kính $R=25$.

Ta có $h=d(I,(\alpha))=\dfrac{|6.1-2.(-3)+3.(-4)+49|}{\sqrt{6^2+2^2+3^2}}=7<R=25\Rightarrow r=\sqrt{R^2-h^2}=24$.

Do $IP\perp(\alpha)$ nên IP nhận $\vec{n}=(6;-2;3)$ làm vectơ chỉ phương

$IP:\begin{cases}x=1+6t\\y=-3-2t\\z=-4+3t\end{cases}(t\in\mathbb{R})\Rightarrow P(1+6t;-3-2t;-4+3t)$.

$P\in(\alpha)\Rightarrow 6(1+6t)-2(-3-2t)+3(-4+3t)+49=0\Leftrightarrow t=-1\Rightarrow P(-5;-1;-7)$.

Vậy $S=a+b+c+r=11$.

Câu 143: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác OAB với $O(0;0;0)$, $A(-1;8;1)$, $B(7;-8;5)$. Phương trình đường cao OH của tam giác OAB là

A. $\begin{cases}x=6t\\y=4t\\z=5t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$. **B.** $\begin{cases}x=8t\\y=-16t\\z=4t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$. **C.** $\begin{cases}x=5t\\y=-4t\\z=6t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$. **D.** $\begin{cases}x=5t\\y=4t\\z=6t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $\overrightarrow{AB}=(8;-16;4)=4(2;-4;1)\Rightarrow AB:\begin{cases}x=-1+2t\\y=8-4t\\z=1+t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$.

Do $H\in AB\Rightarrow H(-1+2t;8-4t;1+t)$, $\overrightarrow{OH}=(-1+2t;8-4t;1+t)$.

$OH\perp AB\Leftrightarrow 2(-1+2t)-4(8-4t)+1+t=0\Leftrightarrow t=\dfrac{11}{7}\Rightarrow\overrightarrow{OH}=\left(\dfrac{15}{7};\dfrac{12}{7};\dfrac{18}{7}\right)=\dfrac{3}{7}(5;4;6)$.

Vậy phương trình đường thẳng $OH:\begin{cases}x=5t\\y=4t\\z=6t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$.

Câu 144: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1:\begin{cases}x=t\\y=t\\z=2\end{cases}$ và $\Delta_2:\dfrac{x-3}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z}{1}$.

Đường vuông góc chung của Δ_1 và Δ_2 đi qua điểm nào dưới đây?

A. $Q\left(-2;\dfrac{32}{11};\dfrac{-7}{11}\right)$. **B.** $N\left(-2;\dfrac{32}{11};\dfrac{7}{11}\right)$. **C.** $P\left(2;\dfrac{32}{11};\dfrac{7}{11}\right)$. **D.** $M\left(2;\dfrac{-32}{11};\dfrac{7}{11}\right)$.

Câu 145: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;2;3)$, $N(3;4;5)$ và mặt phẳng $(P): x+2y+3z-14=0$. Gọi Δ là đường thẳng thay đổi nằm trong mặt phẳng (P), các điểm H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của M, N trên Δ. Biết rằng khi $MH = NK$ thì trung điểm của HK luôn thuộc một đường thẳng d cố định, phương trình của d là

A. $\begin{cases} x=1 \\ y=13-2t \\ z=-4+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=t \\ y=13-2t \\ z=-4+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=t \\ y=13+2t \\ z=-4+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=t \\ y=13-2t \\ z=-4-t \end{cases}$.

Câu 146: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Gọi N, P, Q là hình chiếu vuông góc của M trên các trục tọa độ. Mặt phẳng (NPQ) có phương trình là

A. $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$. **B.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{1}+\frac{z}{3}=0$.

C. $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=0$. **D.** $6x+2y+2z+6=0$.

Câu 147: Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(0;1;2)$, $B(2;-2;1)$; $C(-2;0;1)$ và mặt phẳng (P): $2x+2y+z-3=0$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm thuộc (P) sao cho $MA=MB=MC$, giá trị của $a^2+b^2+c^2$ bằng

A. 39. **B.** 63. **C.** 62. **D.** 38.

Câu 148: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1: \begin{cases} x=t \\ y=t \\ z=2 \end{cases}$ và $\Delta_2: \frac{x-3}{-1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z}{1}$.

Đường vuông góc chung của Δ_1 và Δ_2 đi qua điểm nào dưới đây?

A. $Q\left(-2;\frac{32}{11};\frac{-7}{11}\right)$. **B.** $N\left(-2;\frac{32}{11};\frac{7}{11}\right)$. **C.** $P\left(2;\frac{32}{11};\frac{7}{11}\right)$. **D.** $M\left(2;\frac{-32}{11};\frac{7}{11}\right)$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $A(a;a;2)$ thuộc Δ_1, $B(3-b;1+2b;b)$ thuộc Δ_2 sao cho AB là đoạn vuông góc chung của Δ_1 và Δ_2.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(3-b-a;1+2b-a;b-2)$.

Ta có: $\begin{cases} \overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{u_{\Delta_1}} \\ \overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{u_{\Delta_2}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3-b-a+1+2b-a=0 \\ -3+b+a+2+4b-2a+b-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2a+b=-4 \\ -a+6b=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{27}{11} \\ b=\frac{10}{11} \end{cases}$.

Suy ra $B\left(\frac{23}{11};\frac{31}{11};\frac{10}{11}\right)$ và $\overrightarrow{AB}=\left(-\frac{4}{11};\frac{4}{11};-\frac{12}{11}\right)=-\frac{4}{11}(1;-1;3)$.

Phương trình đường vuông góc chung là $\begin{cases} x=\frac{23}{11}+t \\ y=\frac{31}{11}-t \\ z=\frac{10}{11}+3t \end{cases}$.

Với $t=\frac{-1}{11}$ thì điểm $P\left(2;\frac{32}{11};\frac{7}{11}\right)$ thuộc đường vuông góc chung nên Chọn C

Câu 149: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;2;3)$, $N(3;4;5)$ và mặt phẳng $(P): x+2y+3z-14=0$. Gọi Δ là đường thẳng thay đổi nằm trong mặt phẳng (P), các điểm H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của M, N trên Δ. Biết rằng khi $MH=NK$ thì trung điểm của HK luôn thuộc một đường thẳng d cố định, phương trình của d là

A. $\begin{cases}x=1\\y=13-2t\\z=-4+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=t\\y=13-2t\\z=-4+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=t\\y=13+2t\\z=-4+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=t\\y=13-2t\\z=-4-t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng d cần tìm là giao của (P) với (Q), trong đó (Q) là mặt phẳng trung trực của MN.

Gọi I là trung điểm của MN $\Rightarrow I(2;3;4)$

$\overrightarrow{MN}(2;2;2)$

PTTQ của (Q) là $x-2+y-3+z-4=0$ hay $(Q): x+y+z-9=0$ Phương trình đường thẳng d cần tìm là giao của (P) và (Q) PTTS của d là $\begin{cases}x+y+z-9=0\\x+2y+3z-14=0\end{cases}$ hay $\begin{cases}x=t\\y=13-2t\\z=-4+t\end{cases}$.

Câu 150: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Gọi N, P, Q là hình chiếu vuông góc của M trên các trục tọa độ. Mặt phẳng (NPQ) có phương trình là

A. $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$. **B.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{1}+\frac{z}{3}=0$.

C. $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=0$. **D.** $6x+2y+2z+6=0$.

Lời giải

Chọn A

Gọi N là hình chiếu của M lên trục Ox suy ra $N(1;0;0)$.

Gọi P là hình chiếu của M lên trục Oy suy ra $P(0;2;0)$.

Gọi Q là hình chiếu của M lên trục Oz suy ra $Q(0;0;3)$.

Phương trình mặt phẳng (NPQ) là $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$.

Câu 151: Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(0;1;2)$, $B(2;-2;1)$; $C(-2;0;1)$ và mặt phẳng (P): $2x+2y+z-3=0$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm thuộc (P) sao cho $MA=MB=MC$, giá trị của $a^2+b^2+c^2$ bằng

A. 39. **B.** 63. **C.** 62. **D.** 38.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $M(x;y;3-2x-2y)\in(P)$.

$\begin{cases} MA^2 = MB^2 \\ MB^2 = MC^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+(y-1)^2+(z-2)^2=(x-2)^2+(y+2)^2+(z-1)^2 \\ (x-2)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=(x+2)^2+y^2+(z-1)^2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x-6y-2z=4 \\ -8x+4y=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x-2y=10 \\ -8x+4y=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases} \Rightarrow M(2;3;-7)$. Vậy $a^2+b^2+c^2=62$.

Câu 152: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2x-2y+4z-3=0$ và mặt phẳng $(P): 2x-2y+z=0$. Mặt phẳng (P) cắt khối cầu (S) theo thiết diện là một hình tròn. Tính diện của hình tròn đó.

A. 5π. **B.** 25π. **C.** $2\sqrt{5}\pi$. **D.** 10π.

Câu 153: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x+y-2z-5=0$ và đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z}{3}$. Gọi A là giao điểm của Δ và (P); và M là điểm thuộc đường thẳng Δ sao cho $AM=\sqrt{84}$. Tính khoảng cách từ M đến mặt phẳng (P).

A. $\sqrt{6}$. **B.** $\sqrt{14}$. **C.** 3. **D.** 5.

Câu 154: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2x-2y+4z-3=0$ và mặt phẳng $(P): 2x-2y+z=0$. Mặt phẳng (P) cắt khối cầu (S) theo thiết diện là một hình tròn. Tính diện của hình tròn đó.

A. 5π. **B.** 25π. **C.** $2\sqrt{5}\pi$. **D.** 10π.

Lời giải

Chọn A

(S) có tâm $I(-1;1;-2)$ và bán kính $R=3$.

Khoảng cách từ I đến (P) là $d=\dfrac{|2.(-1)-2.1+(-2)|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+1^2}}=2$.

Bán kính của hình tròn thiết diện là $r=\sqrt{R^2-d^2}=\sqrt{5}$.

Do đó diện tích của hình tròn thiết diện là 5π.

Câu 155: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x+y-2z-5=0$ và đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z}{3}$. Gọi A là giao điểm của Δ và (P); và M là điểm thuộc đường thẳng Δ sao cho $AM=\sqrt{84}$. Tính khoảng cách từ M đến mặt phẳng (P).

A. $\sqrt{6}$. **B.** $\sqrt{14}$. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\sin(\Delta,(P))=\dfrac{|\overrightarrow{u_\Delta}.\overrightarrow{n_P}|}{|\overrightarrow{u_\Delta}|.|\overrightarrow{n_P}|}=\dfrac{3}{\sqrt{6}.\sqrt{14}}=\dfrac{\sqrt{21}}{14}$.

Gọi H là hình chiếu của điểm M lên mặt phẳng. Khi đó ta có tam giác ΔAMH là tam giác vuông tại H nên $\sin(\Delta,(P))=\sin\widehat{MAH}=\dfrac{MH}{MA} \Rightarrow MH=3$.

Câu 156: Gọi (α) là mặt phẳng đi qua $M(1;-1;2)$ và chứa trục Ox. Điểm nào trong các điểm sau đây thuộc mặt phẳng (α)?

A. $M(0;4;-2)$. **B.** $N(2;2;-4)$. **C.** $P(-2;2;4)$. **D.** $Q(0;4;2)$.

Câu 157: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2;3;1)$, $B(2;1;0)$, $C(-3;-1;1)$. Tìm tất cả các điểm D sao cho $ABCD$ là hình thang có đáy AD và $S_{ABCD}=3S_{ABC}$.

A. $D(8;7;-1)$. **B.** $\left[\begin{array}{l}D(-8;-7;1)\\D(12;1;-3)\end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l}D(8;7;-1)\\D(-12;-1;3)\end{array}\right.$. **D.** $D(-12;-1;3)$.

Câu 158: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;\ 4;\ 2)$, $B(-1;\ 2;\ 4)$ và đường thẳng $\Delta:\ \dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z}{2}$. Tìm tọa độ M trên Δ sao cho $MA^2+MB^2=28$.

A. $M(1;\ 0;\ -4)$. **B.** $M(-1;\ 0;\ 4)$. **C.** $M(1;\ 0;\ 4)$. **D.** $M(-1;\ 0;\ -4)$.

Câu 159: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;\ 3;\ 1)$, $B(0;\ 2;\ 1)$ và mặt thẳng (P): $x+y+z-7=0$. Viết phương trình đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (P) sao cho mọi điểm thuộc đường thẳng d luôn cách đều hai điểm A và B.

A. $\begin{cases}x=2t\\y=7-3t\\z=t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=t\\y=7+3t\\z=2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-t\\y=7-3t\\z=2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=t\\y=7-3t\\z=2t\end{cases}$.

Câu 160: Gọi (α) là mặt phẳng đi qua $M(1;-1;2)$ và chứa trục Ox. Điểm nào trong các điểm sau đây thuộc mặt phẳng (α)?

A. $M(0;4;-2)$. **B.** $N(2;2;-4)$. **C.** $P(-2;2;4)$. **D.** $Q(0;4;2)$.

Lời giải

Chọn B

(α) chứa trục Ox nên (α) có dạng $by+cz=0$.

(α) qua $M(1;-1;2)\Rightarrow -b+2c=0\Leftrightarrow b=2c\Rightarrow(\alpha):\ 2cy+cz=0\Leftrightarrow 2y+z=0$.

$\Rightarrow(\alpha)$ qua $N(2;2;-4)$.

Câu 161: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2;3;1)$, $B(2;1;0)$, $C(-3;-1;1)$. Tìm tất cả các điểm D sao cho $ABCD$ là hình thang có đáy AD và $S_{ABCD}=3S_{ABC}$.

A. $D(8;7;-1)$. **B.** $\left[\begin{array}{l}D(-8;-7;1)\\D(12;1;-3)\end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l}D(8;7;-1)\\D(-12;-1;3)\end{array}\right.$. **D.** $D(-12;-1;3)$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $D(x;y;z)$, $\overrightarrow{AD}=(x+2;y-3;z-1)$, $\overrightarrow{BC}=(-5;-2;1)$, $BC=\sqrt{30}$.

Do $\overrightarrow{AD}$ cùng chiều với $\overrightarrow{BC}$ $\Rightarrow\dfrac{x+2}{-5}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z-1}{1}=t>0\Rightarrow D(-2-5t;3-2t;1+t)$

Theo đề $S_{ABCD}=3S_{ABC}\Leftrightarrow\dfrac{AD+BC}{2}.d(A,BC)=3.\dfrac{1}{2}d(A,BC).BC\Leftrightarrow AD=2BC$

$\Leftrightarrow 25t^2+4t^2+t^2=4.30 \Leftrightarrow t=2 \Rightarrow D(-12;-1;3)$.

Câu 162: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;\ 4;\ 2)$, $B(-1;\ 2;\ 4)$ và đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z}{2}$. Tìm tọa độ M trên Δ sao cho $MA^2+MB^2=28$.

A. $M(1;\ 0;\ -4)$. **B.** $M(-1;\ 0;\ 4)$. **C.** $M(1;\ 0;\ 4)$. **D.** $M(-1;\ 0;\ -4)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\Delta: \begin{cases} x=1-t \\ y=-2+t \\ z=2t \end{cases}$. Vì $M\in\Delta$ nên gọi tọa độ $M(1-t;\ -2+t;\ 2t)$.

$MA^2+MB^2=28 \Leftrightarrow\ 12t^2-48t+48=0\ \Leftrightarrow t=2$.

Vậy $M(-1;\ 0;\ 4)$.

Câu 163: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;\ 3;\ 1)$, $B(0;\ 2;\ 1)$ và mặt thẳng (P): $x+y+z-7=0$. Viết phương trình đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (P) sao cho mọi điểm thuộc đường thẳng d luôn cách đều hai điểm A và B.

A. $\begin{cases} x=2t \\ y=7-3t \\ z=t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=t \\ y=7+3t \\ z=2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-t \\ y=7-3t \\ z=2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=t \\ y=7-3t \\ z=2t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Vì mọi điểm thuộc đường thẳng d luôn cách đều hai điểm A và B nên đường thẳng d nằm trong mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB. Do đó d là giao tuyến của mặt phẳng (P) và mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB.

Ta gọi I là trung điểm của đoạn AB suy ra $I\left(\dfrac{3}{2};\dfrac{5}{2};1\right)$

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua I và nhận $\overrightarrow{AB}=(3;1;0)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình là $3\left(x-\dfrac{3}{2}\right)+y-\dfrac{5}{2}=0 \Leftrightarrow 3x+y-7=0$.

Ta có d đi qua điểm M là nghiệm của hệ $\begin{cases} 3x+y-7=0 \\ x+y+z-7=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=7 \\ z=0 \end{cases}$.

Vậy d đi qua điểm $M(0;7;0)$ nhận $\vec{u}=\left[\overrightarrow{AB};\vec{n}_P\right]=(1;-3;2)$ làm vectơ chỉ phương có phương trình tham số $\begin{cases} x=t \\ y=7-3t \\ z=2t \end{cases}$.

Câu 164: Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu có tâm $I(1;2;-1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x-2y-2z-8=0$?

A. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=3$. **B.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$.

C. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=3$. **D.** $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=9$.

Câu 165: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$ và mặt phẳng (α) có phương trình $x-2y+z-12=0$. Tìm tọa độ điểm H là hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (α).

A. $H(5;-6;7)$. **B.** $H(2;0;4)$. **C.** $H(3;-2;5)$. **D.** $H(-1;6;1)$.

Câu 166: Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{1}$ và $d_2:\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-2}{-1}$.

A. $2y-2z+1=0$. **B.** $2x-2z+1=0$. **C.** $2y-2z-1=0$. **D.** $2x-2y+1=0$.

Câu 167: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z+2}{3}$ và mặt phẳng $(P):x+2y-2z+3=0$. Gọi M là điểm thuộc đường thẳng d sao cho khoảng cách từ M đến mặt phẳng (P) bằng 2. Nếu M có hoành độ âm thì tung độ của M bằng

A. -3. **B.** -21. **C.** -5. **D.** -1.

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	B	A	A	C	C	C	C	B	B	A	C	D	B	D	A	A	A	B	B	C	B	A	A	A

26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	D	B	B	B	B	B	B	B	B	B	A	C	B	C	B	A	D	A	C	B	A	A	C	A

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 168: Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu có tâm $I(1;2;-1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P):x-2y-2z-8=0$?

A. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=3$. **B.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$.

C. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=3$. **D.** $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=9$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $d(I;(P))=\dfrac{|1-2.2-2.(-1)-8|}{3}=3=R$.

Phương trình mặt cầu cần tìm là: $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$.

Câu 169: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$ và mặt phẳng (α) có phương trình $x-2y+z-12=0$. Tìm tọa độ điểm H là hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (α).

A. $H(5;-6;7)$. **B.** $H(2;0;4)$. **C.** $H(3;-2;5)$. **D.** $H(-1;6;1)$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng MH đi qua $M(1;2;3)$ nhận $\vec{n}_\alpha=(1;-2;1)$ làm vec tơ chỉ phương có phương trình tham số là: $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-2t \\ z=3+t \end{cases}$.

Ta có $H=MH\cap(\alpha)$ suy ra $H(1+t;2-2t;3+t)$.

Vì $H\in(\alpha)$ nên $1+t-2(2-2t)+3+t-12=0 \Leftrightarrow t=2$.

Vậy $H(3;-2;5)$.

Câu 170: Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{1}$ và $d_2:\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-2}{-1}$.

A. $2y-2z+1=0$. **B.** $2x-2z+1=0$. **C.** $2y-2z-1=0$. **D.** $2x-2y+1=0$.

Lời giải

Chọn A

Vectơ chỉ phương của d_1 là $\overrightarrow{u_1}=(-1;1;1)$, vectơ chỉ phương của d_2 là $\overrightarrow{u_2}=(2;-1;-1)$.

$\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right]=(0;1;-1)$ là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P). Do đó $(P): y-z+d=0$.

Lấy $A(2;0;0)\in d_1$ và $B(0;1;2)\in d_2$. Ta có:

$d(d_1,(P))=d(d_2,(P)) \Leftrightarrow d(A,(P))=d(B,(P)) \Leftrightarrow \dfrac{|d|}{\sqrt{2}}=\dfrac{|d-1|}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow d=\dfrac{1}{2}$.

Do đó $(P): y-z+\dfrac{1}{2}=0 \Leftrightarrow 2y-2z+1=0$.

Câu 171: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z+2}{3}$ và mặt phẳng $(P): x+2y-2z+3=0$. Gọi M là điểm thuộc đường thẳng d sao cho khoảng cách từ M đến mặt phẳng (P) bằng 2. Nếu M có hoành độ âm thì tung độ của M bằng

A. -3. **B.** -21. **C.** -5. **D.** -1.

Lời giải

Chọn A

Phương trình tham số của $d:\begin{cases} x=t \\ y=-1+2t \\ z=-2+3t \end{cases}$.

$M \in d \Rightarrow M = (t;-1+2t;-2+3t)$.

$$d(M,(P)) = 2 \Leftrightarrow \frac{|t+2(-1+2t)-2(-2+3t)+3|}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}} = 2 \Leftrightarrow \frac{|-t+5|}{3} = 2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t-5=6 \\ t-5=-6 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=11 \\ t=-1 \end{array}\right..$$

Câu 172: Vì M có hoành độ âm nên chọn $t=-1$. Khi đó tung độ của M bằng -3.Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(2;1;-1)$, tiếp xúc với mặt phẳng tọa độ (Oyz). Phương trình của mặt cầu (S) là

A. $(x+2)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=4$.
B. $(x-2)^2+(y-1)^2+(z+1)^2=1$.
C. $(x-2)^2+(y-1)^2+(z+1)^2=4$.
D. $(x+2)^2+(y-1)^2+(z+1)^2=2$.

Câu 173: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;-1;2)$, $B(4;-1;-1)$ và $C(2;0;2)$. Mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C có phương trình là

A. $3x-3y+z-14=0$.
B. $3x+3y+z-8=0$.
C. $3x-2y+z-8=0$.
D. $2x+3y-z+8=0$.

Câu 174: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho d là đường thẳng đi qua điểm $A(1;2;3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 4x+3y-7z+1=0$. Phương trình tham số của d là:

A. $\begin{cases} x=-1+4t \\ y=-2+3t \\ z=-3-7t \end{cases}$.
B. $\begin{cases} x=1+4t \\ y=2+3t \\ z=3-7t \end{cases}$.
C. $\begin{cases} x=1+3t \\ y=2-4t \\ z=3-7t \end{cases}$.
D. $\begin{cases} x=-1+8t \\ y=-2+6t \\ z=-3-14t \end{cases}$.

Câu 175: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(2;1;-1)$, tiếp xúc với mặt phẳng tọa độ (Oyz). Phương trình của mặt cầu (S) là

A. $(x+2)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=4$.
B. $(x-2)^2+(y-1)^2+(z+1)^2=1$.
C. $(x-2)^2+(y-1)^2+(z+1)^2=4$.
D. $(x+2)^2+(y-1)^2+(z+1)^2=2$.

Lời giải

Chọn C

Bán kính mặt cầu: $R = d[I,(Oyz)] = |x_I| = 2$.

Do đó phương trình mặt cầu cần tìm là $(x-2)^2+(y-1)^2+(z+1)^2=4$.

Câu 176: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;-1;2)$, $B(4;-1;-1)$ và $C(2;0;2)$. Mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C có phương trình là

A. $3x-3y+z-14=0$. **B.** $3x+3y+z-8=0$. **C.** $3x-2y+z-8=0$. **D.** $2x+3y-z+8=0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;0;-3)$ và $\overrightarrow{AC}=(-1;1;0)$. Suy ra $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(3;3;1)$.

Mặt phẳng cần tìm đi qua $A(3;-1;2)$ và nhận $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(3;3;1)$ làm một VTPT nên có phương trình $3x+3y+z-8=0$.

Câu 177: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho d là đường thẳng đi qua điểm $A(1;2;3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 4x+3y-7z+1=0$. Phương trình tham số của d là:

A. $\begin{cases} x=-1+4t \\ y=-2+3t \\ z=-3-7t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+4t \\ y=2+3t \\ z=3-7t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+3t \\ y=2-4t \\ z=3-7t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-1+8t \\ y=-2+6t \\ z=-3-14t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng (α) có VTPT là $\overrightarrow{n_\alpha}=(4;3;-7)$.

Do $d\perp(\alpha)$ nên có VTCP là $\overrightarrow{u_d}=\overrightarrow{n_\alpha}=(4;3;-7)$.

Câu 178: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, xác định phương trình mặt cầu có tâm $I(3;-1;2)$ và tiếp xúc mặt phẳng $(P): x+2y-2z=0$.

A. $(x-3)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=2$. **B.** $(x-3)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=1$.

C. $(x+3)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=1$. **D.** $(x+3)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=4$.

Câu 179: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, xác định phương trình mặt cầu có tâm $I(3;-1;2)$ và tiếp xúc mặt phẳng $(P): x+2y-2z=0$.

A. $(x-3)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=2$. **B.** $(x-3)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=1$.

C. $(x+3)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=1$. **D.** $(x+3)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=4$.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu $S(I;R)$ tiếp xúc (P) $\Leftrightarrow$ $\mathrm{d}(I,(P))=R$.

Ta có $\mathrm{d}(I,(P))=\dfrac{|3+2(-1)-2.2|}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}}=1$.

Phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc mặt phẳng (P) là: $(x-3)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=1$.

Câu 180: Trong không gian $Oxyz$, véctơ nào dưới đây vuông góc với cả hai véctơ $\vec{u}=(-1;0;2)$, $\vec{v}=(4;0;-1)$?

A. $\vec{w}=(0;7;1)$. **B.** $\vec{w}=(1;7;1)$. **C.** $\vec{w}=(0;-1;0)$. **D.** $\vec{w}=(-1;7;-1)$.

Câu 181: Tính diện tích toàn phần của hình lập phương có độ dài đường chéo bằng $\sqrt{12}$.

A. 18. **B.** 24. **C.** 12. **D.** 16.

Câu 182: Trong không gian $f'(x)$, phương trình nào dưới đây **không phải** là phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $A(4;2;0)$, $B(2;3;1)$.

A. $\dfrac{x-2}{-2}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z-1}{1}$. **B.** $\dfrac{x}{-2}=\dfrac{y-4}{1}=\dfrac{z-2}{1}$. **C.** $\begin{cases} x=1-2t \\ y=4+t \\ z=2+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=4-2t \\ y=2+t \\ z=t \end{cases}$.

Câu 183: Cho mặt phẳng (α) và đường thẳng Δ không vuông góc với (α). Gọi $\overrightarrow{u_\Delta}$, $\overrightarrow{n_{(\alpha)}}$ lần lượt là vectơ chỉ phương của Δ và vectơ pháp tuyến của (α). Vectơ nào dưới đây là vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ' là hình chiếu của Δ trên (α)?

A. $\left(\overrightarrow{u_\Delta} \wedge \overrightarrow{n_{(\alpha)}}\right) \wedge \overrightarrow{n_{(\alpha)}}$. **B.** $\overrightarrow{u_\Delta} \wedge \left(\overrightarrow{n_{(\alpha)}} \wedge \overrightarrow{u_\Delta}\right)$. **C.** $\overrightarrow{u_\Delta} \wedge \left(\overrightarrow{u_\Delta} \wedge \overrightarrow{n_{(\alpha)}}\right)$. **D.** $\left(\overrightarrow{u_\Delta} \wedge \overrightarrow{n_{(\alpha)}}\right) \wedge \overrightarrow{u_\Delta}$.

Câu 184: Trong không gian $Oxyz$, véctơ nào dưới đây vuông góc với cả hai véctơ $\vec{u} = (-1;0;2)$, $\vec{v} = (4;0;-1)$?

A. $\vec{w} = (0;7;1)$. **B.** $\vec{w} = (1;7;1)$. **C.** $\vec{w} = (0;-1;0)$. **D.** $\vec{w} = (-1;7;-1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

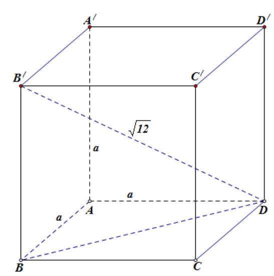
Hai véctơ $\vec{a} = (a_1;a_2;a_3)$ và $\vec{b} = (b_1;b_2;b_3)$ vuông góc với nhau $\Leftrightarrow$ $\vec{a}.\vec{b} = 0$.

Câu 185: Tính diện tích toàn phần của hình lập phương có độ dài đường chéo bằng $\sqrt{12}$.

A. 18. **B.** 24. **C.** 12. **D.** 16.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Đặt $AB = a$. Vì đáy là hình vuông $\Rightarrow$ $BD = a\sqrt{2}$

Vì $\Delta BB'D$ vuông tại B nên $B'D^2 = BB'^2 + BD^2$ $\Leftrightarrow$ $12 = a^2 + 2a^2$ $\Leftrightarrow$ $a = 2$.

Vậy $S_{tp} = 6S_{\text{đáy}} = 6a^2 = 24$.

Câu 186: Trong không gian $f'(x)$, phương trình nào dưới đây **không phải** là phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $A(4;2;0)$, $B(2;3;1)$.

A. $\dfrac{x-2}{-2} = \dfrac{y-3}{1} = \dfrac{z-1}{1}$. **B.** $\dfrac{x}{-2} = \dfrac{y-4}{1} = \dfrac{z-2}{1}$. **C.** $\begin{cases} x = 1-2t \\ y = 4+t \\ z = 2+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 4-2t \\ y = 2+t \\ z = t \end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Vectơ chỉ phương của AB là $\overrightarrow{AB}(-2;1;1)$.

Phương trình của đường thẳng AB có dạng : $\dfrac{x-2}{-2} = \dfrac{y-3}{1} = \dfrac{z-1}{1}$.

Xét đáp án C ta có: $M(1;4;2)$ không nằm trên đường thẳng AB.

Câu 187: Cho mặt phẳng (α) và đường thẳng Δ không vuông góc với (α). Gọi $\overrightarrow{u_\Delta}$, $\overrightarrow{n_{(\alpha)}}$ lần lượt là vectơ chỉ phương của Δ và vectơ pháp tuyến của (α). Vectơ nào dưới đây là vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ' là hình chiếu của Δ trên (α)?

A. $\left(\overrightarrow{u_\Delta} \wedge \overrightarrow{n_{(\alpha)}}\right) \wedge \overrightarrow{n_{(\alpha)}}$. **B.** $\overrightarrow{u_\Delta} \wedge \left(\overrightarrow{n_{(\alpha)}} \wedge \overrightarrow{u_\Delta}\right)$. **C.** $\overrightarrow{u_\Delta} \wedge \left(\overrightarrow{u_\Delta} \wedge \overrightarrow{n_{(\alpha)}}\right)$. **D.** $\left(\overrightarrow{u_\Delta} \wedge \overrightarrow{n_{(\alpha)}}\right) \wedge \overrightarrow{u_\Delta}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi (β) là mặt phẳng chứa đường thẳng Δ và vuông góc mặt phẳng (α) nên có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{u_\Delta} \wedge \overrightarrow{n_{(\alpha)}}$. Đường thẳng Δ' chính là giao tuyến của (α) và (β) nên có vectơ chỉ phương là $\left(\overrightarrow{u_\Delta} \wedge \overrightarrow{n_{(\alpha)}}\right) \wedge \overrightarrow{n_{(\alpha)}}$.

Câu 188: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-3)^2+(z+2)^2=9$. Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm $A(-2;1;-4)$ có phương trình là:

A. $x+2y+2z+8=0$. **B.** $3x-4y+6z+34=0$.
C. $x-2y-2z-4=0$. **D.** $-x+2y+2z+4=0$.

Câu 189: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z-2}{-3}$ và mặt phẳng (P): $x-y+2z-6=0$. Đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P), cắt và vuông góc với d có phương trình

A. $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-2}{7}=\dfrac{z-5}{3}$. **B.** $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-4}{7}=\dfrac{z+1}{3}$.
C. $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+2}{7}=\dfrac{z+5}{3}$. **D.** $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+4}{7}=\dfrac{z-1}{3}$.

Câu 190: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-3)^2+(z+2)^2=9$. Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm $A(-2;1;-4)$ có phương trình là:

A. $x+2y+2z+8=0$. **B.** $3x-4y+6z+34=0$.
C. $x-2y-2z-4=0$. **D.** $-x+2y+2z+4=0$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu có tâm $I(-1;3;-2)$.

Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{IA}=(-1;-2;-2)$ và đi qua $A(-2;1;-4)$ nên có phương trình $-(x+2)-2(y-1)-2(z+4)=0$ hay $x+2y+2z+8=0$.

Câu 191: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z-2}{-3}$ và mặt phẳng (P): $x-y+2z-6=0$. Đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P), cắt và vuông góc với d có phương trình

A. $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-2}{7}=\dfrac{z-5}{3}$. **B.** $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-4}{7}=\dfrac{z+1}{3}$.
C. $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+2}{7}=\dfrac{z+5}{3}$. **D.** $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+4}{7}=\dfrac{z-1}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Tọa độ giao điểm M của d và (P) là nghiệm của hệ $\begin{cases} \dfrac{x}{2} = \dfrac{y-3}{1} = \dfrac{z-2}{-3} \\ x - y + 2z - 6 = 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = -6 \\ 3y + z = 11 \\ x - y + 2z - 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 2 \\ z = 5 \end{cases} \Rightarrow M(-2;2;5)$.

(P): $x - y + 2z - 6 = 0$ có vtpt $\vec{n} = (1;-1;2)$, d có vtcp $\vec{u} = (2;1;-3)$

Ta có Δ đi qua $M(-2;2;5)$ nhận $\vec{k} = [\vec{n}, \vec{u}] = (1;7;3)$ là một vectơ chỉ phương có dạng

Δ: $\dfrac{x+2}{1} = \dfrac{y-2}{7} = \dfrac{z-5}{3}$.

Câu 192: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1;-2;1)$ và hai mặt phẳng $(P),(Q)$ lần lượt có phương trình là $x - 3z + 1 = 0$, $2y - z + 1 = 0$. Đường thẳng đi qua I và song song với hai mặt phẳng $(P),(Q)$ có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{6} = \dfrac{y+2}{-1} = \dfrac{z-1}{2}$.
B. $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+2}{1} = \dfrac{z-1}{-5}$.
C. $\dfrac{x-1}{6} = \dfrac{y+2}{1} = \dfrac{z-1}{2}$.
D. $\dfrac{x-1}{-2} = \dfrac{y+2}{1} = \dfrac{z-1}{5}$.

Câu 193: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $N(1;1;-2)$. Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu của N trên các trục tọa độ Ox, Oy, Oz. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $\dfrac{x}{1} + \dfrac{y}{1} - \dfrac{z}{2} = 0$.
B. $x + y - 2z - 1 = 0$.
C. $x + y - 2z = 0$.
D. $\dfrac{x}{1} + \dfrac{y}{1} - \dfrac{z}{2} = 1$.

Câu 194: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1;-2;1)$ và hai mặt phẳng $(P),(Q)$ lần lượt có phương trình là $x - 3z + 1 = 0$, $2y - z + 1 = 0$. Đường thẳng đi qua I và song song với hai mặt phẳng $(P),(Q)$ có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{6} = \dfrac{y+2}{-1} = \dfrac{z-1}{2}$.
B. $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+2}{1} = \dfrac{z-1}{-5}$.
C. $\dfrac{x-1}{6} = \dfrac{y+2}{1} = \dfrac{z-1}{2}$.
D. $\dfrac{x-1}{-2} = \dfrac{y+2}{1} = \dfrac{z-1}{5}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $\vec{u}$ là vectơ chỉ phương của d.

Ta có $\vec{u} \perp \vec{n}_{(P)} = (1;0;-3)$ và $\vec{u} \perp \vec{n}_{(Q)} = (0;2;-1)$. Chọn $\vec{u} = \left[\vec{n}_{(P)}, \vec{n}_{(Q)}\right] = (6;1;2)$.

Phương trình đường thẳng d: $\dfrac{x-1}{6} = \dfrac{y+2}{1} = \dfrac{z-1}{2}$.

Câu 195: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $N(1;1;-2)$. Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu của N trên các trục tọa độ Ox, Oy, Oz. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $\dfrac{x}{1} + \dfrac{y}{1} - \dfrac{z}{2} = 0$.
B. $x + y - 2z - 1 = 0$.
C. $x + y - 2z = 0$.
D. $\dfrac{x}{1} + \dfrac{y}{1} - \dfrac{z}{2} = 1$.

Lời giải

Chọn D

Tọa độ các điểm $A(1;0;0)$, $B(0;1;0)$, $C(0;0;-2)$.

Phương trình mặt phẳng $\left(ABC\right):\frac{x}{1}+\frac{y}{1}-\frac{z}{2}=1$.

Câu 196: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $K\left(2;4;6\right)$, gọi K' là hình chiếu vuông góc của K lên Oz, khi đó trung điểm của OK' có tọa độ là:

A. $\left(0;0;3\right)$. **B.** $\left(1;0;0\right)$. **C.** $\left(1;2;3\right)$. **D.** $\left(0;2;0\right)$.

Câu 197: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình mặt phẳng qua điểm $M\left(3;-1;1\right)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta:\frac{x-2}{3}=\frac{y+3}{-2}=\frac{z-3}{1}$.

A. $3x-2y+z+12=0$. **B.** $3x-2y+z-12=0$.
C. $3x+2y+z-8=0$. **D.** $x-2y+3z+3=0$.

Câu 198: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi $\left(\alpha\right)$ là mặt phẳng qua $G\left(1;2;3\right)$ và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C (khác gốc O) sao cho G là trọng tâm tam giác ABC. Khi đó mặt phẳng $\left(\alpha\right)$ có phương trình

A. $2x+y+3z-9=0$. **B.** $6x+3y+2z+9=0$.
C. $3x+6y+2z+18=0$. **D.** $6x+3y+2z-18=0$.

Câu 199: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $K\left(2;4;6\right)$, gọi K' là hình chiếu vuông góc của K lên Oz, khi đó trung điểm của OK' có tọa độ là:

A. $\left(0;0;3\right)$. **B.** $\left(1;0;0\right)$. **C.** $\left(1;2;3\right)$. **D.** $\left(0;2;0\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi I là trung điểm của OK'.

Ta có $K'\left(0;0;6\right)$ là hình chiếu vuông góc của K lên $Oz \Rightarrow I\left(0;0;3\right)$.

Câu 200: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình mặt phẳng qua điểm $M\left(3;-1;1\right)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta:\frac{x-2}{3}=\frac{y+3}{-2}=\frac{z-3}{1}$.

A. $3x-2y+z+12=0$. **B.** $3x-2y+z-12=0$.
C. $3x+2y+z-8=0$. **D.** $x-2y+3z+3=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Gọi $\left(\alpha\right)$ là mp cần tìm.

Do $\left(\alpha\right)\perp\Delta$ nên $\overrightarrow{n_\alpha}=\overrightarrow{u_\Delta}=\left(3;-2;1\right)$ và $\left(\alpha\right)$ qua $M\left(3;-1;1\right)$ nên pt mp $\left(\alpha\right)$ là:

$\left(\alpha\right):3\left(x-3\right)-2\left(y+1\right)+1\left(z-1\right)=0 \Leftrightarrow 3x-2y+z-12=0$.

Câu 201: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi $\left(\alpha\right)$ là mặt phẳng qua $G\left(1;2;3\right)$ và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C (khác gốc O) sao cho G là trọng tâm tam giác ABC. Khi đó mặt phẳng $\left(\alpha\right)$ có phương trình

A. $2x+y+3z-9=0$. **B.** $6x+3y+2z+9=0$.
C. $3x+6y+2z+18=0$. **D.** $6x+3y+2z-18=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi $A(a;0;0)$ $B(0;b;0)$ $C(0;0;c)$

Ta có $\begin{cases} \dfrac{a}{3}=1 \\ \dfrac{b}{3}=2 \\ \dfrac{c}{3}=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=6 \\ c=9 \end{cases}$

Vậy mặt phẳng (α) có phương trình $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{6}+\dfrac{z}{9}=1 \Leftrightarrow 6x+3y+2z-18=0$.

Câu 202: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $B(4;2;-3)$ và mặt phẳng $(Q):-2x+4y+z-7=0$. Gọi B' là điểm đối xứng của B qua mặt phẳng (Q). Tính khoảng cách từ B' đến (Q).

A. $\dfrac{2\sqrt{21}}{7}$. **B.** $\dfrac{6\sqrt{13}}{13}$. **C.** $\dfrac{10\sqrt{13}}{13}$. **D.** $\dfrac{10\sqrt{21}}{21}$.

Câu 203: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases} x=-4+t \\ y=1-4t \\ z=3+2t \end{cases}$ và mặt phẳng $(Q):x+y-2z+9=0$.

Gọi (Δ) là đường thẳng đi qua điểm $A(-1;2;3)$, vuông góc với d và song song với (Q). Tính khoảng cách từ giao điểm của d và (Q) đến (Δ) ta được

A. $\dfrac{\sqrt{114}}{3}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{182}}{7}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{146}}{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{506}}{3}$.

Câu 204: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $B(4;2;-3)$ và mặt phẳng $(Q):-2x+4y+z-7=0$. Gọi B' là điểm đối xứng của B qua mặt phẳng (Q). Tính khoảng cách từ B' đến (Q).

A. $\dfrac{2\sqrt{21}}{7}$. **B.** $\dfrac{6\sqrt{13}}{13}$. **C.** $\dfrac{10\sqrt{13}}{13}$. **D.** $\dfrac{10\sqrt{21}}{21}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $d(B';(Q))=d(B;(Q)) =\dfrac{|-8+8-3-7|}{\sqrt{4+16+1}}=\dfrac{10\sqrt{21}}{21}$.

Câu 205: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases} x=-4+t \\ y=1-4t \\ z=3+2t \end{cases}$ và mặt phẳng $(Q):x+y-2z+9=0$.

Gọi (Δ) là đường thẳng đi qua điểm $A(-1;2;3)$, vuông góc với d và song song với (Q). Tính khoảng cách từ giao điểm của d và (Q) đến (Δ) ta được

A. $\dfrac{\sqrt{114}}{3}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{182}}{7}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{146}}{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{506}}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: VTCP của d là $\overrightarrow{u_{(d)}}=(1;-4;2)$ và VTPT của (Q) là $\overrightarrow{n_{(Q)}}=(1;1;-2)$.

Đường thẳng (Δ) đi qua điểm $A(-1;2;3)$ và có VTCP là $\vec{u}=\left[\overrightarrow{u_{(d)}},\overrightarrow{n_{(Q)}}\right]=(6;4;5)$.

Gọi $B=d\cap(Q)$

$B\in d\Rightarrow B(-4+t;1-4t;3+2t)$

$B\in(Q)\Rightarrow t=0\Rightarrow B(-4;1;3)\Rightarrow\overrightarrow{AB}=(-3;-1;0)\Rightarrow\left[\overrightarrow{AB},\vec{u}\right]=(-5;15;-6)$

Vậy: $d(B;(\Delta))=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{AB},\vec{u}\right]\right|}{|\vec{u}|}=\dfrac{\sqrt{286}}{\sqrt{77}}=\dfrac{\sqrt{182}}{7}$.

Câu 206: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có diện tích bằng 6 nằm trên mặt phẳng $(P):x-2y+z+2=0$ và điểm $S(1;2;-1)$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V=2\sqrt{6}$. **B.** $V=\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$. **C.** $V=\sqrt{6}$. **D.** $V=4\sqrt{6}$.

Câu 207: Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;1;4)$, $B(5;-1;3)$, $C(2;2;m)$, $D(3;1;5)$. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để A, B, C, D là bốn đỉnh của một hình tứ diện.

A. $m>6$. **B.** $m<6$.
C. $m\neq 6$. **D.** $m=6$.

Câu 208: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có diện tích bằng 6 nằm trên mặt phẳng $(P):x-2y+z+2=0$ và điểm $S(1;2;-1)$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V=2\sqrt{6}$. **B.** $V=\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$. **C.** $V=\sqrt{6}$. **D.** $V=4\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn B

Chiều cao của khối chóp là $h=d(S;(P))=\dfrac{|1-2.2+(-1)+2|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+1^2}}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$.

Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$ là $V=\dfrac{1}{3}S_{\Delta ABC}.h=\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$.

Câu 209: Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;1;4)$, $B(5;-1;3)$, $C(2;2;m)$, $D(3;1;5)$. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để A, B, C, D là bốn đỉnh của một hình tứ diện.

A. $m>6$. **B.** $m<6$. **C.** $m\neq 6$. **D.** $m=6$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{AB}=(4;-2;-1)$, $\overrightarrow{AD}=(2;0;1)$, $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right]=(-2;-6;4)$, $\overrightarrow{AC}=(1;1;m-4)$

Để A, B, C, D là bốn đỉnh của một hình tứ diện khi $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right].\overrightarrow{AC}\neq 0$

$\Leftrightarrow -2-6+4m-16\neq 0\Leftrightarrow m\neq 6$.

Câu 210: Cho ba điểm $A(2;1;-1)$, $B(-1;0;4)$, $C(0;-2;-1)$. Phương trình nào sau đây là phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng BC?

A. $x-2y-5z=0$. **B.** $x-2y-5z-5=0$. **C.** $x-2y-5z+5=0$. **D.** $2x-y+5z-5=0$.

Câu 211: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;2;3)$, $B(3;4;4)$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $2x+y+mz-1=0$ bằng độ dài đoạn thẳng AB.

A. $m=2$. **B.** $m=-2$. **C.** $m=-3$. **D.** $m=\pm 2$.

Câu 212: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;-3;4)$, $B(-2;-5;-7)$, $C(6;-3;-1)$. Phương trình đường trung tuyến AM của tam giác là

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=-3-t \\ z=4-8t \end{cases}$, $(t\in\mathbb{R})$. **B.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=-1-3t \\ z=8-4t \end{cases}$, $(t\in\mathbb{R})$.

C. $\begin{cases} x=1+3t \\ y=-3+4t \\ z=4-t \end{cases}$, $(t\in\mathbb{R})$. **D.** $\begin{cases} x=1-3t \\ y=-3-2t \\ z=4-11t \end{cases}$, $(t\in\mathbb{R})$.

Câu 213: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng $(\alpha): x+y+z-3=0$, đồng thời đi qua điểm $M(1;2;0)$ và cắt đường thẳng $d: \dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-1}{1}$. Một véc tơ chỉ phương của Δ là

A. $\vec{u}=(1;0;-1)$. **B.** $\vec{u}=(1;1;-2)$. **C.** $\vec{u}=(1;-1;-2)$. **D.** $\vec{u}=(1;-2;1)$.

Câu 214: Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=-4+t \\ y=1-4t \\ z=3+2t \end{cases}$ và mặt phẳng $(Q): x+y-2z+9=0$.

Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(-1;2;3)$, vuông góc với d và song song với (Q). Tính khoảng cách từ giao điểm của d và (Q) đến Δ ta được

A. $\dfrac{\sqrt{114}}{3}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{182}}{7}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{146}}{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{506}}{3}$.

Câu 215: Cho ba điểm $A(2;1;-1)$, $B(-1;0;4)$, $C(0;-2;-1)$. Phương trình nào sau đây là phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng BC?

A. $x-2y-5z=0$. **B.** $x-2y-5z-5=0$. **C.** $x-2y-5z+5=0$. **D.** $2x-y+5z-5=0$.

Lời giải

Chọn B

Có $\overrightarrow{BC}=(1;-2;-5)$. Mặt phẳng cần tìm qua A, nhận $\overrightarrow{BC}$ là véc tơ pháp tuyến nên có phương trình: $1.(x-2)-2(y-1)-5(z+1)=0 \Leftrightarrow x-2y-5z-5=0$.

Câu 216: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;2;3)$, $B(3;4;4)$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $2x+y+mz-1=0$ bằng độ dài đoạn thẳng AB.

A. $m=2$. **B.** $m=-2$. **C.** $m=-3$. **D.** $m=\pm 2$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $(P): 2x+y+mz-1=0$, $AB=3$.

Có $d(A;(P))=AB \Leftrightarrow \dfrac{|3+3m|}{\sqrt{m^2+5}}=3 \Leftrightarrow \sqrt{m^2+5}=|m+1| \Leftrightarrow m^2+5=m^2+2m+1 \Leftrightarrow m=2$.

Vậy $m=2$ thỏa mãn.

Câu 217: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;-3;4)$, $B(-2;-5;-7)$, $C(6;-3;-1)$. Phương trình đường trung tuyến AM của tam giác là

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=-3-t \\ z=4-8t \end{cases}, (t\in\mathbb{R})$. **B.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=-1-3t \\ z=8-4t \end{cases}, (t\in\mathbb{R})$.

C. $\begin{cases} x=1+3t \\ y=-3+4t \\ z=4-t \end{cases}, (t\in\mathbb{R})$. **D.** $\begin{cases} x=1-3t \\ y=-3-2t \\ z=4-11t \end{cases}, (t\in\mathbb{R})$.

Lời giải

Chọn A

Tọa độ trung điểm M của BC là $M(2;-4;-4)$.

Đường thẳng cần tìm qua $A(1;-3;4)$, nhận $\overrightarrow{AM}=(1;-1;-8)$ là véc tơ chỉ phương nên có phương trình $\begin{cases} x=1+t \\ y=-3-t \\ z=4-8t \end{cases}, (t\in\mathbb{R})$.

Câu 218: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng $(\alpha):x+y+z-3=0$, đồng thời đi qua điểm $M(1;2;0)$ và cắt đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-1}{1}$. Một véc tơ chỉ phương của Δ là

A. $\vec{u}=(1;0;-1)$. **B.** $\vec{u}=(1;1;-2)$. **C.** $\vec{u}=(1;-1;-2)$. **D.** $\vec{u}=(1;-2;1)$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $N=d\cap(\alpha)$ khi đó ta có $\overrightarrow{MN}$ là một véc tơ chỉ phương của đường thẳng Δ.

Do $N\in d$ nên $N(2+2t;2+t;3+t)$. Mà $N\in(\alpha)$ nên $2+2t+2+t+3+t-3=0$

$\Rightarrow t=-1 \Rightarrow N(0;1;2) \Rightarrow \overrightarrow{MN}=(-1;-1;2)$.

Vậy một vec tơ chỉ phương của Δ là $\vec{u}=(1;1;-2)$.

Câu 219: Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d:\begin{cases} x=-4+t \\ y=1-4t \\ z=3+2t \end{cases}$ và mặt phẳng $(Q):x+y-2z+9=0$.

Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(-1;2;3)$, vuông góc với d và song song với (Q). Tính khoảng cách từ giao điểm của d và (Q) đến Δ ta được

A. $\dfrac{\sqrt{114}}{3}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{182}}{7}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{146}}{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{506}}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng d có véc tơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_d}=(1;-4;2)$.

Mặt phẳng (Q) có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;1;-2)$.

Do Δ vuông góc với d và song song với (Q) nên Δ có véc tơ chỉ phương là

$\overrightarrow{u_\Delta}=\left[\overrightarrow{u_d};\vec{n}\right]=(6;4;5)$.

Ta có $d\cap(Q)=I(-4;1;3)$ và $\left[\overrightarrow{IA},\overrightarrow{u_\Delta}\right]=(5;-15;6)$.

Vậy $d(I,\Delta)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{IA},\overrightarrow{u_\Delta}\right]\right|}{\left|\overrightarrow{u_\Delta}\right|}=\dfrac{\sqrt{5^2+15^2+6^2}}{\sqrt{6^2+4^2+5^2}}=\dfrac{\sqrt{182}}{7}$.

Câu 220: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P):2x-2y-z-4=0$ và mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z-11=0$ Biết rằng mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn (C). Tọa độ điểm H tâm đường tròn (C) là:

A. $H(4;4;-1)$. **B.** $H(3;0;2)$. **C.** $H(-1;4;4)$. **D.** $H(2;0;3)$.

Câu 221: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z+1}{2}$. Mặt phẳng (Q) đi qua điểm $M(-3;1;1)$ và vuông góc với đường thẳng d có phương trình là:

A. $2x-y-2z+9=0$. **B.** $-2x+y+2z+5=0$.

C. $-2x+y+2z+9=0$. **D.** $2x-y-2z+5=0$.

Câu 222: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P):2x-2y-z-4=0$ và mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z-11=0$ Biết rằng mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn (C). Tọa độ điểm H tâm đường tròn (C) là:

A. $H(4;4;-1)$. **B.** $H(3;0;2)$. **C.** $H(-1;4;4)$. **D.** $H(2;0;3)$.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z-11=0\Leftrightarrow(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=25$ có tâm $I(1;2;3)$ và bán kính $R=5$.

Gọi d là đường thẳng đi qua $I(1;2;3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P):2x-2y-z-4=0$, phương trình đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=2-2t\\z=3-t\end{cases}$.

Gọi $H=d\cap(P)$. Do $H\in d$ nên $H(1+2t;2-2t;3-t)$.

Mặt khác $H\in(P)$ nên $2(1+2t)-2(2-2t)-(3-t)-4=0\Leftrightarrow t=1\Rightarrow H(3;0;2)$.

Câu 223: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z+1}{2}$. Mặt phẳng (Q) đi qua điểm $M(-3;1;1)$ và vuông góc với đường thẳng d có phương trình là:

A. $2x-y-2z+9=0$. **B.** $-2x+y+2z+5=0$.
C. $-2x+y+2z+9=0$. **D.** $2x-y-2z+5=0$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng d có một VTCP là $\vec{u}=(-2;1;2)$.

Do $d\perp(Q)$ nên (Q) nhận $\vec{u}=(-2;1;2)$ làm VTPT.

Vậy $(Q):-2(x+3)+(y-1)+2(z-1)=0\Leftrightarrow -2x+y+2z-9=0$.

Câu 224: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z-5)^2=9$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm $A(2;-4;3)$?

A. $x-6y+8z-50=0$. **B.** $x-2y-2z-4=0$.
C. $x-2y-2z+4=0$. **D.** $3x-6y+8z-54=0$.

Câu 225: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3;3;-2)$ và hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z}{1}$, $d_2:\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-2}{4}$. Đường thẳng đi qua M và cắt cả hai đường thẳng d_1, d_2 tại A, B. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. $2\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{6}$. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 226: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z-5)^2=9$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm $A(2;-4;3)$?

A. $x-6y+8z-50=0$. **B.** $x-2y-2z-4=0$.
C. $x-2y-2z+4=0$. **D.** $3x-6y+8z-54=0$.

Lời giải

Chọn B

$(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z-5)^2=9$ có tâm $I(1;-2;5)$, bán kính $R=9$.

Ta có: $(P):\begin{cases}\text{qua } A(2;-4;3)\\ \text{VTPT } \vec{n}=\overrightarrow{IA}=(1;-2;-2)\end{cases}$

$\Rightarrow (P):x-2y-2z-4=0$.

Câu 227: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3;3;-2)$ và hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z}{1}$, $d_2:\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-2}{4}$. Đường thẳng đi qua M và cắt cả hai đường thẳng d_1, d_2 tại A, B. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. $2\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{6}$. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

$A\in d_1 \Rightarrow A(a+1;3a+2;a)$; $B\in d_2 \Rightarrow B(-b-1;2b+1;4b+2)$.

$\overrightarrow{MA}(a-2;3a-1;a+2)$; $\overrightarrow{MB}(-b-4;2b-2;4b+4)$.

Do M, A, B thẳng hàng nên $\overrightarrow{MA}=k\overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \begin{cases} a-2=k(-b-4) \\ 3a-1=k(2b-2) \\ a+2=k(4b+4) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+kb+4k=2 \\ 3a-2kb+2k=1 \\ a-4kb-4k=-2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ kb=0 \\ k=\dfrac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow a=b=0 \Rightarrow A(1;2;0)$, $B(-1;1;2)$.

Vậy $AB=3$

Câu 228: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho phương trình $x^2+y^2-2(m+2)x-4my+2mz+5m^2+9=0$. Tìm m để phương trình đó là phương trình của một mặt cầu.

A. $-5<m<1$. **B.** $m<-5$ hoặc $m>1$.
C. $m<-5$. **D.** $m>1$.

Câu 229: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho họ đường thẳng $(d_m):\begin{cases} x=1+2mt \\ y=-1+(2m-1)t \\ z=2+(3m+1)t \end{cases}$, m là tham số thực. Mặt phẳng (α) luôn qua (d_m). Tìm chu vi đường tròn giao tuyến của mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-4\text{x}-2y-2\text{z}-3=0$ và mặt phẳng (α).

A. $2\sqrt{2}$. **B.** $4\sqrt{2}$. **C.** $\dfrac{8\pi\sqrt{66}}{11}$. **D.** $4\sqrt{2}\pi$.

Câu 230: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho phương trình $x^2+y^2-2(m+2)x-4my+2mz+5m^2+9=0$. Tìm m để phương trình đó là phương trình của một mặt cầu.

A. $-5<m<1$. **B.** $m<-5$ hoặc $m>1$.
C. $m<-5$. **D.** $m>1$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình $x^2+y^2-2(m+2)x-4my+2mz+5m^2+9=0$ là phương trình của một mặt cầu khi $(m+2)^2+(2m)^2+m^2-5m^2-9>0 \Leftrightarrow m^2+4m-5>0 \Leftrightarrow m<-5$ hoặc $m>1$.

Câu 231: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho họ đường thẳng $(d_m):\begin{cases} x=1+2mt \\ y=-1+(2m-1)t \\ z=2+(3m+1)t \end{cases}$, m là tham số thực. Mặt phẳng (α) luôn qua (d_m). Tìm chu vi đường tròn giao tuyến của mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-4x-2y-2z-3=0$ và mặt phẳng (α).

A. $2\sqrt{2}$. **B.** $4\sqrt{2}$. **C.** $\dfrac{8\pi\sqrt{66}}{11}$. **D.** $4\sqrt{2}\pi$.

Lời giải

Chọn C

Từ phương trình tham số của (d_m), ta có $-5x+2y+2z+3=0$. Vậy mặt phẳng $(\alpha): -5x+2y+2z+3=0$ luôn đi qua (d_m) với mọi m.

Mặt cầu (S) có tâm $I(2;1;1)$ và bán kính $R=3$.

Khoảng cách $d(I;(\alpha))=\dfrac{|-5.2+2+2+3|}{\sqrt{5^2+2^2+2^2}}=\dfrac{\sqrt{33}}{11}$.

Bán kính đường tròn giao tuyến bằng $r=\sqrt{R^2-d^2}=\sqrt{3^2-\left(\dfrac{\sqrt{33}}{11}\right)^2}=\dfrac{4\sqrt{66}}{11}$.

Chu vi của đường tròn giao tuyến là $C=2\pi r=\dfrac{8\pi\sqrt{66}}{11}$.

Câu 232: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $G(1;2;3)$. Mặt phẳng (α) đi qua G, cắt Ox, Oy, Oz tại A, B, C sao cho G là trọng tâm tam giác ABC. Phương trình mặt phẳng (α) là

A. $6x+3y+2z-18=0$. **B.** $2x+3y+6z-18=0$.
C. $6x+3y+3z-18=0$. **D.** $3x+2y+6z-18=0$.

Câu 233: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;-3)$ và $B(-3;2;1)$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua gốc toạ độ sao cho tổng khoảng cách từ A và B đến đường thẳng d lớn nhất.

A. $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{1}$. **B.** $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z}{1}$. **C.** $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{2}$. **D.** $\dfrac{x}{-1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{2}$.

Câu 234: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $G(1;2;3)$. Mặt phẳng (α) đi qua G, cắt Ox, Oy, Oz tại A, B, C sao cho G là trọng tâm tam giác ABC. Phương trình mặt phẳng (α) là

A. $6x+3y+2z-18=0$. **B.** $2x+3y+6z-18=0$.
C. $6x+3y+3z-18=0$. **D.** $3x+2y+6z-18=0$.

Lời giải

Chọn A

Cách 1:

Giả sử $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$.

Phương trình mặt phẳng (ABC) có dạng $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$.

Lại có G là trọng tâm ΔABC nên $\begin{cases} \dfrac{a}{3} = 1 \\ \dfrac{b}{3} = 2 \\ \dfrac{c}{3} = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 6 \\ c = 9 \end{cases}$

Vậy phương trình mặt phẳng (α) là: $\dfrac{x}{3} + \dfrac{y}{6} + \dfrac{z}{9} = 1 \Leftrightarrow 6x + 3y + 2z - 18 = 0$.

Cách 2:

Vì $G \in (\alpha)$ nên ta thay tọa độ của G vào các đáp án.

Câu 235: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;-3)$ và $B(-3;2;1)$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua gốc toạ độ sao cho tổng khoảng cách từ A và B đến đường thẳng d lớn nhất.

A. $\dfrac{x}{1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z}{1}$. **B.** $\dfrac{x}{1} = \dfrac{y}{-1} = \dfrac{z}{1}$. **C.** $\dfrac{x}{1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z}{2}$. **D.** $\dfrac{x}{-1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $d(A;d) + d(B;d) \le OA + OB$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} OA \perp d \\ OB \perp d \end{cases} \Rightarrow d$ có VTCP là $\vec{u} = \left[\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OB}\right] = (7;7;7) = 7(1;1;1)$.

Vậy $d: \dfrac{x}{1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z}{1}$.

Câu 236: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;1;1)$, $B(0;-2;3)$, $C(2;1;0)$. Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1;2;-7)$ và song song với mặt phẳng (ABC) là

A. $3x + y - 3z - 26 = 0$. **B.** $3x + y - 3z - 32 = 0$. **C.** $3x + y + 3z + 16 = 0$. **D.** $3x + y + 3z - 22 = 0$.

Câu 237: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;3;1)$, $C(-3;6;4)$. Gọi M là điểm nằm trên đoạn BC sao cho $MC = 2MB$. Tính độ dài đoạn AM.

A. $AM = 3\sqrt{3}$ **B.** $AM = 2\sqrt{7}$. **C.** $AM = \sqrt{29}$. **D.** $AM = \sqrt{30}$.

Câu 238: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh $AB = a\sqrt{2}$, $AD = a\sqrt{6}$, $AA' = 2a\sqrt{2}$. Tính côsin của góc giữa đường thẳng $B'D$ và mặt phẳng $(B'D'C)$.

A. $\sqrt{\dfrac{35}{38}}$. **B.** $\sqrt{\dfrac{1}{3}}$. **C.** $\sqrt{\dfrac{1}{6}}$. **D.** $\sqrt{\dfrac{3}{11}}$.

Câu 239: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;1;1)$, $B(0;-2;3)$, $C(2;1;0)$. Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1;2;-7)$ và song song với mặt phẳng (ABC) là

A. $3x + y - 3z - 26 = 0$. **B.** $3x + y - 3z - 32 = 0$. **C.** $3x + y + 3z + 16 = 0$. **D.** $3x + y + 3z - 22 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1;-3;2)$, $\overrightarrow{AC} = (1;0;-1)$ nên $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right] = (3;1;3)$ là vectơ pháp tuyến của (ABC). Do đó $(\alpha): 3(x-1) + (y-2) + 3(z+7) = 0 \Leftrightarrow 3x + y + 3z + 16 = 0$.

Câu 240: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;3;1)$, $C(-3;6;4)$. Gọi M là điểm nằm trên đoạn BC sao cho $MC = 2MB$. Tính độ dài đoạn AM.

A. $AM = 3\sqrt{3}$ **B.** $AM = 2\sqrt{7}$. **C.** $AM = \sqrt{29}$. **D.** $AM = \sqrt{30}$.

Lời giải

Chọn C

Vì $\overrightarrow{MC}$ và $\overrightarrow{MB}$ ngược hướng và $MC = 2MB$ nên $\overrightarrow{MC} = -2\overrightarrow{MB}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x_M = \dfrac{x_C + 2x_B}{3} \\ y_M = \dfrac{y_C + 2y_B}{3} \\ z_M = \dfrac{z_C + 2z_B}{3} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x_M = -1 \\ y_M = 4 \\ z_M = 2 \end{cases}$ hay $M(-1;4;2)$.

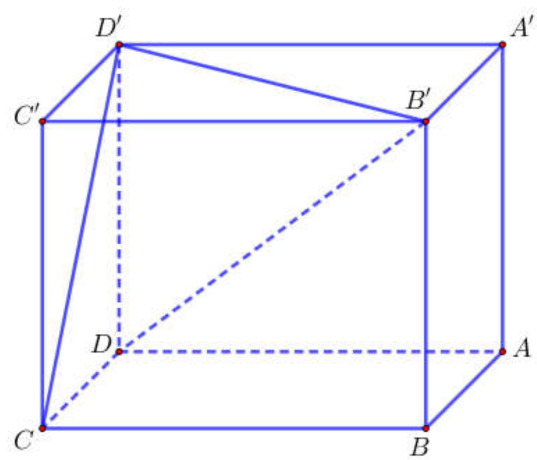
Vậy $AM = \sqrt{29}$.

Câu 241: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh $AB = a\sqrt{2}$, $AD = a\sqrt{6}$, $AA' = 2a\sqrt{2}$. Tính côsin của góc giữa đường thẳng $B'D$ và mặt phẳng $(B'D'C)$.

A. $\sqrt{\dfrac{35}{38}}$. **B.** $\sqrt{\dfrac{1}{3}}$. **C.** $\sqrt{\dfrac{1}{6}}$. **D.** $\sqrt{\dfrac{3}{11}}$.

Lời giải

Chọn A



Chọn hệ trục tọa độ và chuẩn hóa $a = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ sao cho $A(0;0;0)$, $B(1;0;0)$, $D(0;\sqrt{3};0)$, $A'(0;0;2)$, $C(1;\sqrt{3};0)$, $B'(1;0;2)$, $D'(0;\sqrt{3};2)$, $\overrightarrow{B'C} = (0;\sqrt{3};-2)$, $\overrightarrow{B'D'} = (-1;\sqrt{3};0)$, $\left[\overrightarrow{B'C}, \overrightarrow{B'D'}\right] = (2\sqrt{3};2;\sqrt{3})$.

Ta có $B'D$ có một vtcp $\vec{u} = (1;-\sqrt{3};2)$, mặt phẳng $(B'D'C)$ có một vtpt $\vec{n} = (2\sqrt{3};2;\sqrt{3})$

Gọi α là góc giữa đường thẳng $B'D$ và mặt phẳng $(B'D'C)$ thì $\sin\alpha = \dfrac{|\vec{u}.\vec{n}|}{|\vec{u}|.|\vec{n}|} = \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{38}}$

$\Rightarrow \cos\alpha = \sqrt{\dfrac{35}{38}}$ (do $\cos\alpha > 0$).

Câu 242: Trong không gian với hệ tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(-1;2;1)$, $B(0;2;3)$. Viết phương trình mặt cầu có đường kính AB

A. $\left(x+\dfrac{1}{2}\right)^2+(y+2)^2+(z-2)^2=\dfrac{5}{4}$. **B.** $\left(x+\dfrac{1}{2}\right)^2+(y-2)^2+(z+2)^2=\dfrac{5}{4}$.

C. $\left(x+\dfrac{1}{2}\right)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=\dfrac{5}{4}$. **D.** $\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=\dfrac{5}{4}$.

Câu 243: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;3;1)$, $B(0;1;2)$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB là

A. $(P): 2x+2y-z=0$. **B.** $(P): 2x+2y-z-9=0$.

C. $(P): 2x+4y+3z-19=0$. **D.** $(P): 2x+4y+3z-10=0$.

Câu 244: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng $(P): x+2y+z-4=0$.

Và đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{3}$. Viết phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P), đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d.

A. $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-1}{3}$. **B.** $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{-3}$.

C. $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{2}$. **D.** $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{-3}$.

Câu 245: Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $SABC$ có $S(0;0;1)$; $A(1;0;1)$; $B(0;1;1)$; $C(0;0;2)$. Hỏi tứ diện $SABC$ có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 6. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 246: Trong không gian với hệ tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(-1;2;1)$, $B(0;2;3)$. Viết phương trình mặt cầu có đường kính AB

A. $\left(x+\dfrac{1}{2}\right)^2+(y+2)^2+(z-2)^2=\dfrac{5}{4}$. **B.** $\left(x+\dfrac{1}{2}\right)^2+(y-2)^2+(z+2)^2=\dfrac{5}{4}$

C. $\left(x+\dfrac{1}{2}\right)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=\dfrac{5}{4}$ **D.** $\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=\dfrac{5}{4}$

Lời giải

Chọn C

Gọi I là trung điểm của AB thì $I\left(-\dfrac{1}{2};2;2\right)$.

Ta có $IA=\sqrt{\left(-1+\dfrac{1}{2}\right)^2+(2-2)^2+(1-2)^2}=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$.

Phương trình mặt cầu đường kính AB có tâm $I\left(-\dfrac{1}{2};2;2\right)$ và bán kính $R=IA=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$ là

$\left(x+\dfrac{1}{2}\right)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=\dfrac{5}{4}$.

Câu 247: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;3;1)$, $B(0;1;2)$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB là

A. $(P): 2x+2y-z=0$.
B. $(P): 2x+2y-z-9=0$.
C. $(P): 2x+4y+3z-19=0$.
D. $(P): 2x+4y+3z-10=0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-2;-2;1)$.

Phương trình mặt phẳng (P) đi qua $A(2;3;1)$ và vuông góc với đường thẳng AB nhận vectơ $\overrightarrow{AB}=(-2;-2;1)$ làm vectơ pháp tuyến là $-2(x-2)-2(y-3)+(z-1)=0$ $\Leftrightarrow 2x+2y-z-9=0$.

Câu 248: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng $(P): x+2y+z-4=0$.

Và đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{3}$. Viết phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P), đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d.

A. $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-1}{3}$.
B. $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{-3}$.
C. $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{2}$.
D. $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{-3}$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng d có VTCP $\vec{u}=(2;1;3)$.

Mặt phẳng (P) có VTPT $\vec{n}=(1;2;1)$.

Vì $d\perp\Delta\subset(P)$ suy ra VTCP của Δ: $\overrightarrow{u_\Delta}=\left[\vec{n},\vec{u}\right]=(-5;1;3)$.

Gọi I là giao điểm của d và Δ suy ra $I(2t-t;t;3t-2)$ mà $I\in(P)\Rightarrow t=1\Rightarrow I(1;1;1)$.

Suy ra phương trình Δ có dạng: $\dfrac{x-1}{-5}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{3}$.

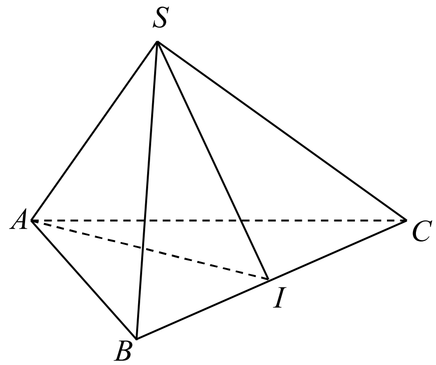
Câu 249: Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $SABC$ có $S(0;0;1)$; $A(1;0;1)$; $B(0;1;1)$; $C(0;0;2)$. Hỏi tứ diện $SABC$ có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 6. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Ta có $SA=SB=SC=1$ và $AB=BC=CA=\sqrt{2}$. Hình chóp đã cho là hình chóp đều có cạnh bên không bằng cạnh đáy. Do đó, có 3 mặt phẳng đối xứng. là các mặt chứa cạnh bên và trung điểm của cạnh đáy đối diện. Mặt phẳng (SIA) là một mặt phẳng đối xứng.



Câu 250: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;0)$, $B(3;-2;2)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là.

A. $x+z-5=0$. **B.** $2x-2y+z+6=0$. **C.** $2x-2y+z-3=0$. **D.** $x+z+1=0$.

Câu 251: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng (P): $2x-y+2z-3=0$; (Q): $x+y+z-3=0$. Giao tuyến của hai mặt phẳng (P), (Q) là một đường thẳng đi qua điểm nào dưới đây?

A. $P(1;1;1)$. **B.** $M(2;-1;0)$. **C.** $N(0;-3;0)$. **D.** $Q(-1;2;-3)$.

Câu 252: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;-2;1)$, $B(-2;2;1)$, $C(1;-2;2)$. Đường phân giác trong góc A của tam giác ABC cắt mặt phẳng (Oyz) tại điểm nào dưới đây?

A. $\left(0;-\frac{4}{3};\frac{8}{3}\right)$. **B.** $\left(0;-\frac{2}{3};\frac{4}{3}\right)$. **C.** $\left(0;-\frac{2}{3};\frac{8}{3}\right)$. **D.** $\left(0;\frac{2}{3};-\frac{8}{3}\right)$

Câu 253: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;0)$, $B(3;-2;2)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là.

A. $x+z-5=0$. **B.** $2x-2y+z+6=0$. **C.** $2x-2y+z-3=0$. **D.** $x+z+1=0$.

Lời giải

Chọn C

Gọi I là trung điểm $AB \Rightarrow I(1;0;1)$.

$\overrightarrow{AB}=(4;-4;2)=2(2;-2;1)$.

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB qua điểm I và nhận $\vec{n}=(2;-2;1)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình là: $2(x-1)-2y+z-1=0 \Leftrightarrow 2x-2y+z-3=0$.

Câu 254: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng (P): $2x-y+2z-3=0$; (Q): $x+y+z-3=0$. Giao tuyến của hai mặt phẳng (P), (Q) là một đường thẳng đi qua điểm nào dưới đây?

A. $P(1;1;1)$. **B.** $M(2;-1;0)$. **C.** $N(0;-3;0)$. **D.** $Q(-1;2;-3)$.

Lời giải

Chọn A

(P) có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_1}=(2;-1;2)$.

(Q) có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_2}=(1;1;1)$.

Gọi $\Delta=(P)\cap(Q)$.

Ta có Δ qua điểm $I(0;1;2)$ và có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=\left[\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}\right]=(-3;0;3)$.

Phương trình đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=-t \\ y=1 \\ z=2+t \end{cases}$.

Dễ thấy $P(1;1;1) \in \Delta$.

Cách khác:

Giả sử giao tuyến của hai mặt phẳng (P), (Q) là một đường thẳng đi qua điểm I.

Khi đó: $\begin{cases} I \in (P) \\ I \in (Q) \end{cases}$.

Kiểm tra các điểm M, N, P, Q. Ta thấy chỉ có điểm P cùng thuộc hai mặt phẳng (P), (Q).

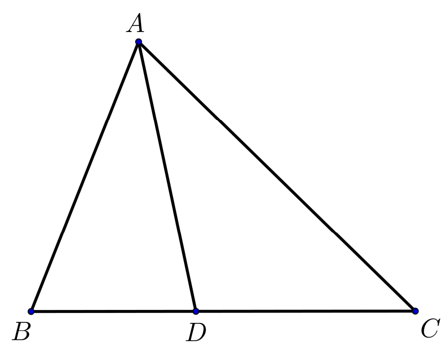
Vậy $P(1;1;1)$ là điểm cần tìm.

Câu 255: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;-2;1)$, $B(-2;2;1)$, $C(1;-2;2)$. Đường phân giác trong góc A của tam giác ABC cắt mặt phẳng (Oyz) tại điểm nào dưới đây?

A. $\left(0;-\frac{4}{3};\frac{8}{3}\right)$. **B.** $\left(0;-\frac{2}{3};\frac{4}{3}\right)$. **C.** $\left(0;-\frac{2}{3};\frac{8}{3}\right)$. **D.** $\left(0;\frac{2}{3};-\frac{8}{3}\right)$

Lời giải

Chọn C



+) Gọi D là chân đường phân giác trong góc A của tam giác ABC.

Ta có $AB=\left|\overrightarrow{AB}\right|=5$, $AC=\left|\overrightarrow{AC}\right|=1$.

Khi đó $\frac{DB}{DC}=\frac{AB}{AC}=5 \Rightarrow \overrightarrow{DB}=5\overrightarrow{CD} \Leftrightarrow D\left(\frac{1}{2};-\frac{4}{3};\frac{11}{6}\right)$.

+) Đường thẳng (AD) qua $A(1;-2;1)$, có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{AD}=\left(-\frac{1}{2};\frac{2}{3};\frac{5}{6}\right)$ cùng phương

với $\vec{u}=(-3;4;5)$ nên có phương trình $(AD): \begin{cases} x=1-3t \\ y=-2+4t \\ z=1+5t \end{cases}$, $(t \in \mathbb{R})$.

+) Gọi $E=(AD)\cap(Oyz)$.

$E \in (AD) \Leftrightarrow E(1-3t;-2+4t;1+5t)$.

$E \in (Oyz) \Leftrightarrow 1-3t=0 \Leftrightarrow t=\frac{1}{3}$.

Từ đó $E\left(0;-\frac{2}{3};\frac{8}{3}\right)$.

Cách trắc nghiệm

Gọi Δ là đường phân giác trong góc A của tam giác ABC, khi đó Δ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=\frac{1}{AB}.\overrightarrow{AB}+\frac{1}{AC}.\overrightarrow{AC}=\frac{1}{5}.\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$.

Suy ra $\vec{u}=\left(-\frac{3}{5};\frac{4}{5};1\right)$ cùng phương với $\vec{v}=(-3;4;5)$.

Từ đó làm tương tự như trên, ta tìm được $E\left(0;-\frac{2}{3};\frac{8}{3}\right)$.

Câu 256: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi (P) là mặt phẳng chứa trục Oy và tạo với mặt phẳng $y+z+1=0$ một góc $60°$. Phương trình mặt phẳng (P) là

A. $\left[\begin{array}{l}x-z=0\\x+z=0\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}x-y=0\\x+y=0\end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l}x-z-1=0\\x-z=0\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}x-2z=0\\x+z=0\end{array}\right.$.

Câu 257: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi (P) là mặt phẳng chứa trục Oy và tạo với mặt phẳng $y+z+1=0$ một góc $60°$. Phương trình mặt phẳng (P) là

A. $\left[\begin{array}{l}x-z=0\\x+z=0\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}x-y=0\\x+y=0\end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l}x-z-1=0\\x-z=0\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}x-2z=0\\x+z=0\end{array}\right.$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

+) Do (P) chứa trục Oy nên phương trình (P) có dạng $(P): ax+cz=0$, $\left(a^2+c^2>0\right)$.

+) Gọi $(Q): y+z+1=0$, ta có $\cos\left((P),(Q)\right)=\cos 60° \Leftrightarrow \frac{|c|}{\sqrt{a^2+c^2}.\sqrt{2}}=\frac{1}{2} \Leftrightarrow c=\pm a$.

Khi đó $\left[\begin{array}{l}(P): ax+az=0\\(P): ax-az=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}(P): x+z=0\\(P): x-z=0\end{array}\right.$ (do $a=0$ dẫn đến không tồn tại mặt phẳng (P)).

Câu 1: (THTT Số 1-484 tháng 10 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-y+z-10=0$ và đường thẳng $d: \dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{-1}$. Đường thẳng Δ cắt (P) và d lần lượt tại M và N sao cho $A(1;3;2)$ là trung điểm MN. Tính độ dài đoạn MN.

A. $MN=4\sqrt{33}$. **B.** $MN=2\sqrt{26,5}$. **C.** $MN=4\sqrt{16,5}$. **D.** $MN=2\sqrt{33}$.

Lời giải

Chọn C

Vì $N=\Delta\cap d$ nên $N\in d$, do đó $N(-2+2t;1+t;1-t)$.

Mà $A(1;3;2)$ là trung điểm MN nên $\begin{cases} x_M=2x_A-x_N \\ y_M=2y_A-y_N \\ z_M=2z_A-z_N \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M=4-2t, \\ y_M=5-t, \\ z_M=3+t. \end{cases}$

Vì $M=\Delta\cap(P)$ nên $M\in(P)$, do đó $2(4-2t)-(5-t)+(3+t)-10=0 \Leftrightarrow t=-2$.

Suy ra $M(8;7;1)$ và $N(-6;-1;3)$.

Vậy $MN=2\sqrt{66}=4\sqrt{16,5}$.

Câu 2: (THTT Số 1-484 tháng 10 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-4)$, $B(1;-3;1)$, $C(2;2;3)$. Tính đường kính l của mặt cầu (S) đi qua ba điểm trên và có tâm nằm trên mặt phẳng (Oxy).

A. $l=2\sqrt{13}$. **B.** $l=2\sqrt{41}$. **C.** $l=2\sqrt{26}$. **D.** $l=2\sqrt{11}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi tâm mặt cầu là : $I(x;\ y;\ 0)$.

$$\begin{cases} IA=IB \\ IA=IC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{(x-1)^2+(y-2)^2+4^2}=\sqrt{(x-1)^2+(y+3)^2+1^2} \\ \sqrt{(x-1)^2+(y-2)^2+4^2}=\sqrt{(x-2)^2+(y-2)^2+3^2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (y-2)^2+4^2=(y+3)^2+1^2 \\ x^2-2x+1+16=x^2-4x+4+9 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 10y=10 \\ 2x=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ y=1 \end{cases} \Rightarrow l=2R=2\sqrt{(-3)^2+(-1)^2+4^2}=2\sqrt{26}.$$

Câu 3: (THTT Số 1-484 tháng 10 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3;2;1)$. Mặt phẳng (P) đi qua M và cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C không trùng với gốc tọa độ sao cho M là trực tâm tam giác ABC. Trong các mặt phẳng sau, tìm mặt phẳng song song với mặt phẳng (P).

A. $3x+2y+z+14=0$. **B.** $2x+y+3z+9=0$. **C.** $3x+2y+z-14=0$. **D.** $2x+y+z-9=0$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $A(a;0;0); B(0;b;0); C(0;0;c)$

Phương trình mặt phẳng (P) có dạng: $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1\left(a.b.c\neq 0\right)$

Vì (P) qua M nên $\frac{3}{a}+\frac{2}{b}+\frac{1}{c}=1 \quad (1)$

Ta có: $\overrightarrow{MA}=(a-3;-2;-1);\overrightarrow{MB}=(-3;b-2;-1);\overrightarrow{BC}=(0;-b;c);\overrightarrow{AC}=(-a;0;c)$

Vì M là trực tâm của tam giác ABC nên: $\begin{cases}\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{BC}=0\\ \overrightarrow{MB}.\overrightarrow{AC}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2b=c\\ 3a=c\end{cases}(2)$

Từ (1) và (2) suy ra $a=\frac{14}{3};b=\frac{14}{2};c=14$. Khi đó phương trình (P): $3x+2y+z-14=0$

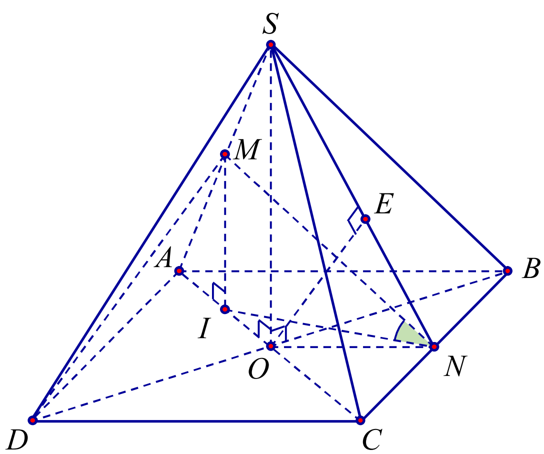
Vậy mặt phẳng song song với (P) là: $3x+2y+z+14=0$.

Câu 4: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 1-năm 2017-2018) Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và BC. Biết góc giữa MN và mặt phẳng (ABC) bằng $60°$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng BC và DM là

A. $a.\sqrt{\frac{15}{62}}$. **B.** $a.\sqrt{\frac{30}{31}}$. **C.** $a.\sqrt{\frac{15}{68}}$. **D.** $a.\sqrt{\frac{15}{17}}$.

Lời giải.

Chọn B



Gọi I là trung điểm OA. Vì $IM//SO\Rightarrow IM\perp(ABCD)$ nên hình chiếu của MN lên $(ABCD)$ là IN. Suy ra $\widehat{MNI}=60°$

Áp dụng định lí cô sin trong ΔCIN, ta có

$$IN=\sqrt{CI^2+CN^2-2CI.CN.\cos 45°}=\sqrt{\left(\frac{3a\sqrt{2}}{4}\right)^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2-2\frac{3a\sqrt{2}}{4}.\frac{a}{2}.\frac{\sqrt{2}}{2}}=\frac{a\sqrt{5}}{2\sqrt{2}}.$$

Trong tam giác vuông MIN ta có.

$$\tan 60°=\frac{MI}{IN}\Rightarrow MI=IN.\sqrt{3}=\frac{a\sqrt{15}}{2\sqrt{2}}=\frac{a\sqrt{30}}{4}\Rightarrow SO=\frac{a\sqrt{30}}{2}.$$

Ta có $d(BC,DM)=d(BC,(SAD))=d(N,(SAD))=2d(O,(SAD))=2d(O,(SBC))$.

Kẻ $OE\perp SN\Rightarrow OE\perp(SBC)$.

Ta có $d(O,(SBC))=OE$ mà $\frac{1}{OE^2}=\frac{1}{OS^2}+\frac{1}{ON^2}=\frac{4}{30a^2}+\frac{4}{a^2}=\frac{62}{15a^2}\Rightarrow OE=\frac{a\sqrt{15}}{\sqrt{62}}$.

Vậy $d\left(BC,DM\right)=2OE=\dfrac{2a\sqrt{15}}{\sqrt{62}}=\sqrt{\dfrac{30}{31}}a$.

Câu 5: **(THPT Lê Hồng Phong-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ΔABC biết $A\left(2;0;0\right)$, $B\left(0;2;0\right)$, $C\left(1;1;3\right)$. $H\left(x_0;y_0;z_0\right)$ là chân đường cao hạ từ đỉnh A xuống BC. Khi đó $x_0+y_0+z_0$ bằng:

A. $\dfrac{38}{9}$. **B.** $\dfrac{34}{11}$. **C.** $\dfrac{30}{11}$. **D.** $\dfrac{11}{34}$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng BC có véc tơ chỉ phương là $\overrightarrow{BC}=\left(1;-1;3\right)$

Nên phương trình đường thẳng $BC:\begin{cases}x=t\\y=2-t\\z=3t\end{cases}\left(t\in\mathbb{R}\right)$.

Gọi $H\left(t;2-t;3t\right)\in BC$.

Khi đó: $\overrightarrow{AH}=\left(t-2;2-t;3t\right)$.

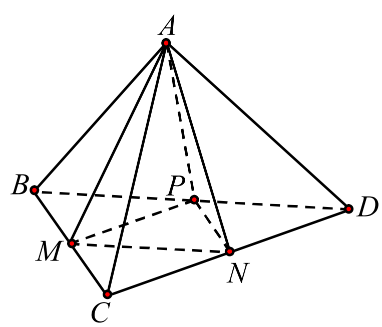
Mà H là chân đường cao hạ từ đỉnh A xuống BC nên

$\overrightarrow{AH}\perp\overrightarrow{BC}\Leftrightarrow\overrightarrow{AH}.\overrightarrow{BC}=0\Leftrightarrow t-2-2+t+9t=0\Leftrightarrow t=\dfrac{4}{11}$.

$\Rightarrow H\left(\dfrac{4}{11};\dfrac{18}{11};\dfrac{12}{11}\right)\Rightarrow x_0+y_0+z_0=\dfrac{34}{11}$.

Câu 6: **(THPT Chuyên ĐH Vinh-GK1-năm 2017-2018)** Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh AB, AC, AD vuông góc với nhau từng đôi một và $AB=3a$, $AC=6a$, $AD=4a$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh BC, CD, BD. Tính thể tích khối đa diện $AMNP$.

A. $3a^3$. **B.** $12a^3$. **C.** a^3. **D.** $2a^3$.



Lời giải

Chọn A

Cách 1: Khối tứ diện $ABCD$ được chia thành bốn tứ diện có thể tích bằng nhau.

Mà $V_{ABCD}=\dfrac{1}{6}AB.AC.AD=12a^3$ nên $V_{AMNP}=\dfrac{1}{4}V_{ABCD}=3a^3$.

Cách 2: Ta có $V_{ABCD}=\dfrac{1}{6}AB.AC.AD=12a^3$.

$BC=\sqrt{AB^2+AC^2}=3a\sqrt{5}$; $CD=\sqrt{AC^2+AD^2}=2a\sqrt{13}$; $BD=\sqrt{AB^2+AD^2}=5a$.

Diện tích tam giác BCD: $S_{BCD}=\sqrt{p\left(p-BC\right)\left(p-CD\right)\left(p-BD\right)}$, với $p=\dfrac{3a\sqrt{5}+2a\sqrt{13}+5a}{2}$

$\Rightarrow S_{BCD}=3a^2\sqrt{29}\Rightarrow d\left(A,\left(BCD\right)\right)=\dfrac{3V_{ABCD}}{S_{BCD}}=\dfrac{12a}{\sqrt{29}}$.

Mà M, N, P là trung điểm các cạnh BC, CD, BD nên hai tam giác BCD và MNP đồng dạng theo tỉ số $k=\dfrac{1}{2}$ nên $S_{MNP}=\dfrac{1}{4}S_{BCD}$

Khi đó $V_{AMNP}=\dfrac{1}{3}.S_{MNP}.d\left(A,\left(MNP\right)\right)=3a^3$.

Câu 7: (THTT Số 2-485 tháng 11-năm học 2017-2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt cầu $\left(S\right)$ có tâm nằm trên đường thẳng $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-2}{1}$ và tiếp xúc với hai mặt phẳng

$\left(P\right):2x-z-4=0,$

$\left(Q\right):x-2y-2=0$ là

A. $\left(S\right):\left(x-1\right)^2+\left(y-2\right)^2+\left(z-3\right)^2=5.$ **B.** $\left(S\right):\left(x-1\right)^2+\left(y-2\right)^2+\left(z-3\right)^2=\sqrt{5}.$

C. $\left(S\right):\left(x+1\right)^2+\left(y+2\right)^2+\left(z+3\right)^2=5.$ **D.** $\left(S\right):\left(x-1\right)^2+\left(y-2\right)^2+\left(z-3\right)^2=3.$

Lời giải

Chọn A

Gọi I là tâm mặt cầu $\left(S\right)$. Khi đó $I\left(t;1+t;2+t\right)$ và ta có

$d\left(I,\left(P\right)\right)=d\left(I,\left(Q\right)\right)\Leftrightarrow\dfrac{\left|2t-\left(2+t\right)-4\right|}{\sqrt{5}}=\dfrac{\left|t-2\left(1+t\right)-2\right|}{\sqrt{5}}\Leftrightarrow\left|t-6\right|=\left|-t-4\right|\Leftrightarrow t=1.$

Vậy mặt cầu $\left(S\right)$ có tâm $I\left(1;2;3\right)$ và bán kính $R=d\left(I,\left(P\right)\right)=\dfrac{\left|2.1-\left(2+1\right)-4\right|}{\sqrt{5}}=\sqrt{5}.$

Do đó mặt cầu $\left(S\right)$ có phương trình $\left(S\right):\left(x-1\right)^2+\left(y-2\right)^2+\left(z-3\right)^2=5.$

Câu 8: (THTT Số 2-485 tháng 11-năm học 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $\left(P\right):x+2y-2z+2018=0$ và $\left(Q\right):x+my+\left(m-1\right)z+2017=0$. Khi hai mặt phẳng $\left(P\right)$ và $\left(Q\right)$ tạo với nhau một góc nhỏ nhất thì điểm H nào dưới đây nằm trong mặt phẳng $\left(Q\right)$?

A. $H\left(-2017;1;1\right)$. **B.** $H\left(2017;-1;1\right)$. **C.** $H\left(-2017;0;0\right)$. **D.** $H\left(0;-2017;0\right)$.

Lời giải

Chọn A

Vectơ pháp tuyến của $\left(P\right)$ và $\left(Q\right)$ lần lượt là $\vec{n}_{(P)}=\left(1;2;-2\right)$; $\vec{n}_{(Q)}=\left(1;m;m-1\right)$.

Gọi φ là góc tạo bởi hai mặt phẳng $\left(P\right)$ và $\left(Q\right)$ thì $0^\circ\le\varphi\le90^\circ$.

Ta có: $\vec{n}_{(P)}.\vec{n}_{(Q)}=3$; $\left|\vec{n}_{(P)}\right|=3$; $\left|\vec{n}_{(Q)}\right|=\sqrt{2m^2-2m+2}$ $\Rightarrow\cos\varphi=\dfrac{1}{\sqrt{2m^2-2m+2}}$.

Để $\left(P\right)$ và $\left(Q\right)$ tạo với nhau một góc nhỏ nhất thì $\cos\varphi$ lớn nhất $\Leftrightarrow\sqrt{2m^2-2m+2}$ nhỏ nhất.

Mà $\sqrt{2m^2-2m+2}=\sqrt{2\left(m-\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{3}{2}}\ge\sqrt{\dfrac{3}{2}}$ nên giá trị lớn nhất của là $\cos\varphi=\sqrt{\dfrac{2}{3}}$ khi $m=\dfrac{1}{2}$

Khi đó $(Q): x+\frac{1}{2}y-\frac{1}{2}z+2017=0$

Vậy $H(-2017;\ 1;\ 1)\in(Q)$.

Câu 9: (THTT Số 2-485 tháng 11-năm học 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng chéo nhau $d_1:\begin{cases}x=4-2t\\y=t\\z=3\end{cases}$, $d_2:\begin{cases}x=1\\y=t'\\z=-t'\end{cases}$. Phương trình mặt cầu có bán kính nhỏ nhất tiếp xúc với cả hai đường thẳng trên là

A. $\left(x+\frac{3}{2}\right)^2+y^2+(z+2)^2=\frac{9}{4}$.

B. $\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+y^2+(z-2)^2=\frac{9}{4}$.

C. $\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+y^2+(z-2)^2=\frac{3}{2}$.

D. $\left(x+\frac{3}{2}\right)^2+y^2+(z+2)^2=\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Cách 1: d_1 đi qua điểm $A(4;\ 0;\ 3)$ có vectơ chỉ phương là $\vec{u}_1=(-2;\ 1;\ 0)$

d_2 đi qua điểm $B(1;\ 0;\ 0)$ có vectơ chỉ phương là $\vec{u}_2=(0;\ 1;\ -1)$.

Gọi (α) là mặt phẳng chứa d_2 và song song với d_1 và (β) là mặt phẳng chứa d_1 và song song với d_2

Ta có VTPT của (α) và (β) là $\vec{n}=\vec{u}_1\wedge\vec{u}_2=(1;\ 2;\ 2)$

$\Rightarrow(\alpha): x+2y+2z-1=0$, $(\beta): x+2y+2z-10=0$

$\Rightarrow$ mặt phẳng song song và cách đều hai mặt phẳng (α) và (β) là $(\gamma): x+2y+2z-\frac{11}{2}=0$

Vì (α) tiếp xúc với d_1 và d_2 nên bán kính mặt cầu $R=\frac{1}{2}d(A,(\alpha))=\frac{3}{2}\Rightarrow$ loại C, **D.**

Nhận thấy phương án B có tâm $I\left(\frac{3}{2};\ 0;\ 2\right)\in(\gamma)$ nên **Chọn B**

Cách 2: Đường thẳng d_1 có vtcp $\overrightarrow{u_1}=(-2;1;0)$; đường thẳng d_2 có vtcp $\overrightarrow{u_2}=(0;1;-1)$

Giả sử $M\in d_1\Rightarrow M(4-2t;t;3)$, $N\in d_2\Rightarrow N(1;t';-t')$.

Khi đó: $\overrightarrow{MN}=(2t-3;t'-t;-t'-3)$.

MN là đoạn vuông góc chung của d_1 và d_2 khi $\begin{cases}\overrightarrow{MN}.\overrightarrow{u_1}=0\\\overrightarrow{MN}.\overrightarrow{u_2}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t'-5t+6=0\\2t'-t+3=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=1\\t'=-1\end{cases}$

Vậy $M(2;1;3)$, $N(1;-1;1)$.

Mặt cầu cần tìm là mặt cầu đường kính MN nên có tâm $I\left(\frac{3}{2};0;2\right)$, bán kính $R=\frac{AB}{2}=\frac{3}{2}$

Do đó Chọn B

Câu 10: (TT Diệu Hiền-Cần Thơ-tháng 10-năm 2017-2018) Trong không gian với tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;2)$, $B(-1;3;-9)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc Oy sao cho ΔABM vuông tại M.

A. $\left[\begin{array}{l} M\left(0;1+2\sqrt{5};0\right) \\ M\left(0;1-2\sqrt{5};0\right) \end{array}\right.$.

B. $\left[\begin{array}{l} M\left(0;2+2\sqrt{5};0\right) \\ M\left(0;2-2\sqrt{5};0\right) \end{array}\right.$.

C. $\left[\begin{array}{l} M\left(0;1+\sqrt{5};0\right) \\ M\left(0;1-\sqrt{5};0\right) \end{array}\right.$.

D. $\left[\begin{array}{l} M\left(0;2+\sqrt{5};0\right) \\ M\left(0;2-\sqrt{5};0\right) \end{array}\right.$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $M \in Oy \Leftrightarrow M\left(0;a;0\right)$.

$\overrightarrow{MA} = \left(1;1-a;2\right)$, $\overrightarrow{BM} = \left(1;a-3;9\right)$.

ΔABM vuông tại M $\Leftrightarrow \overrightarrow{MA}.\overrightarrow{BM} = 0 \Leftrightarrow 1+(1-a)(a-3)+18 = 0$

$\Leftrightarrow a^2 - 4a - 16 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = 2+2\sqrt{5} \\ a = 2-2\sqrt{5} \end{array}\right.$.

Câu 11: (TT Diệu Hiền-Cần Thơ-tháng 10-năm 2017-2018) Người ta bỏ ba quả bóng bàn cùng kích thước vào trong một chiếc hộp hình trụ có đáy bằng hình tròn lớn của quả bóng bàn và chiều cao bằng ba lần đường kính bóng bàn. Gọi S_1 là tổng diện tích của ba quả bóng bàn, S_2 là diện tích xung quanh của hình trụ. Tỉ số $\dfrac{S_1}{S_2}$ bằng:

A. 1. **B.** $1,2$. **C.** 2. **D.** $1,5$.

Lời giải

Chọn A

Gọi R là bán kính của một quả bóng bàn. Khi đó bán kính đáy của chiếc hộp hình trụ cũng là R.

Tổng diện tích ba quả bóng bàn là: $S_1 = 3.4\pi R^2 = 12\pi R^2$.

Diện tích xung quanh của hình trụ: $S_2 = 2\pi R.h = 2\pi R.6R = 12\pi R^2$ (với $h = 3.2R = 6R$).

Do đó $\dfrac{S_1}{S_2} = 1$.

Câu 12: (TT Diệu Hiền-Cần Thơ-tháng 10-năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta : \dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y}{3} = \dfrac{z+1}{-1}$ và hai điểm $A\left(1;2;-1\right)$, $B\left(3;-1;-5\right)$. Gọi d là đường thẳng đi qua điểm A và cắt đường thẳng Δ sao cho khoảng cách từ điểm B đến đường thẳng d là lớn nhất. Phương trình đường thẳng d là:

A. $\dfrac{x-3}{2} = \dfrac{y}{2} = \dfrac{z+5}{-1}$.

B. $\dfrac{x}{-1} = \dfrac{y+2}{3} = \dfrac{z}{4}$.

C. $\dfrac{x+2}{3} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-1}{-1}$.

D. $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{6} = \dfrac{z+1}{-5}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $I = \Delta \cap d$. Khi đó $I\left(-1+2t;3t;-1-t\right)$.

Ta có: $\overrightarrow{AB} = \left(2;-3;-4\right)$; $\overrightarrow{AI} = \left(2t-2;3t-2;-t\right)$ $\Rightarrow \left[\overrightarrow{AI};\overrightarrow{AB}\right] = \left(8-15t;6t-8;10-12t\right)$.

Suy ra: $d\left(B;d\right)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{AI},\overrightarrow{AB}\right]\right|}{\left|\overrightarrow{AI}\right|}=\sqrt{\dfrac{405t^2-576t+228}{14t^2-20t+8}}$.

Xét hàm số $f\left(t\right)=\dfrac{405t^2-576t+228}{14t^2-20t+8}=\dfrac{3}{2}.\dfrac{135t^2-192t+76}{7t^2-10t+4}$

$\Rightarrow f'\left(t\right)=\dfrac{3}{2}.\dfrac{-6t^2+16t-8}{\left(7t^2-10t+4\right)^2}$. Cho $f'\left(t\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=2\\ t=\dfrac{2}{3}\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

t	$-\infty$		$\frac{2}{3}$		2		$+\infty$
$f'(t)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(t)$	$\frac{405}{14}$	$\searrow$	27	$\nearrow$	29	$\searrow$	$\frac{405}{14}$

Do đó $d\left(B;d\right)$ nhỏ nhất khi $f\left(t\right)$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 27 tại $t=\dfrac{2}{3}$.

Suy ra $\overrightarrow{AI}=\left(\dfrac{1}{3};2;-\dfrac{5}{3}\right)$.

Chọn một vectơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}=3\overrightarrow{AI}=\left(1;6;-5\right)$.

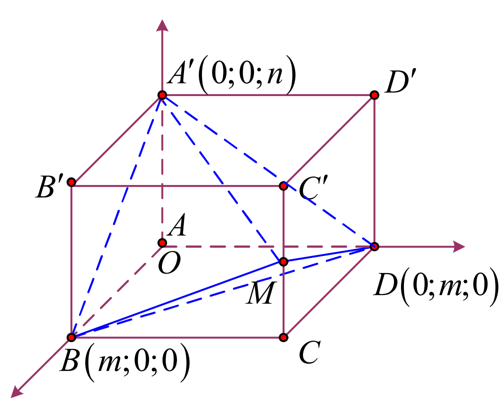
Vậy phương trình đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{6}=\dfrac{z+1}{-5}$.

Câu 13: (TT Diệu Hiền-Cần Thơ-tháng 10-năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có A trùng với gốc tọa độ O, các đỉnh $B\left(m;0;0\right)$, $D\left(0;m;0\right)$, $A'\left(0;0;n\right)$ với m, $n>0$ và $m+n=4$. Gọi M là trung điểm của cạnh CC'. Khi đó thể tích tứ diện $BDA'M$ đạt giá trị lớn nhất bằng:

A. $\dfrac{245}{108}$. **B.** $\dfrac{9}{4}$. **C.** $\dfrac{64}{27}$. **D.** $\dfrac{75}{32}$.

Lời giải

Chọn C



Cách 1: Ta chia khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ thành các hình chóp có thể tích $V_{M.BCD}=V_1$, $V_{B.B'C'A'}=V_2$, $V_{A'.BC'M}=V_3$, $V_{A'.MDC'}=V_4$, $V_{D.A'D'C'}=V_5$, $V_{A'.ABD}=V_6$ và $V_{BDA'M}=V_7$. Khi đó, ta có:

$V=V_{ABCD.A'B'C'D'}=m^2.n=V_1+V_2+V_3+V_4+V_5+V_6+V_7$. Trong đó $V_1=\frac{1}{3}.\frac{n}{2}.\frac{1}{2}m^2=\frac{1}{12}V$;

$V_2=\frac{1}{3}n.\frac{1}{2}m^2=\frac{1}{6}V$; $V_3=\frac{1}{3}m.\frac{1}{4}m.n=\frac{1}{12}V$; $V_4=\frac{1}{12}V$; $V_5=\frac{1}{6}V$; $V_6=\frac{1}{6}V$. Suy ra

$V_{BDA'M}=V_7=V-\left(V_1+V_2+V_3+V_4+V_5+V_6\right)=V-\frac{3}{4}V=\frac{1}{4}V=\frac{1}{4}m^2n$; do

$m+n=4\Rightarrow n=4-m\Rightarrow$

$V_{BDA'M}=V_7=\frac{1}{4}m^2\left(4-m\right)=\frac{1}{4}\left(4m^2-m^3\right)$.

Xét hàm số $V_7=\frac{1}{4}\left(4m^2-m^3\right)$ xác định và liên tục trên $\left[0;4\right]$:

$\left(V_7\right)'=2m-\frac{3}{4}m^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\in\left[0;4\right]\\ m=\frac{8}{3}\in\left[0;4\right]\end{array}\right.$, $V_7\left(0\right)=0$, $V_7\left(\frac{8}{3}\right)=\frac{64}{27}$, $V_7\left(4\right)=0$. Vậy

$\max\limits_{[0;4]}V_7=\frac{64}{27}$.

Cách 2: Dùng phương pháp tọa độ trong không gian.

Vì M là trung điểm của cạnh CC' nên $M\left(m;m;\frac{n}{2}\right)$, $m+n=4\Rightarrow n=4-m$.

Xét tứ diện $BDA'M$, với các đỉnh có tọa độ là $B\left(m;0;0\right)$, $D\left(0;m;0\right)$, $A'\left(0;0;4-\mathrm{m}\right)$,

$M\left(m;m;\frac{4-m}{2}\right)$. Ta có $\overrightarrow{BD}=\left(-m;m;0\right)$, $\overrightarrow{BA'}=\left(-m;0;4-\mathrm{m}\right)$, $\overrightarrow{BM}=\left(0;\mathrm{m};\frac{4-\mathrm{m}}{2}\right)$ suy ra

$\left[\overrightarrow{BD},\overrightarrow{BA'}\right]=\left(\begin{vmatrix}m&0\\0&4-m\end{vmatrix};\begin{vmatrix}0&-m\\4-m&-m\end{vmatrix};\begin{vmatrix}-m&m\\-m&0\end{vmatrix}\right)=\left(4m-m^2;4m-m^2;m^2\right)$,

$\left[\overrightarrow{BD},\overrightarrow{BA'}\right].\overrightarrow{BM}=m\left(4m-m^2\right)+m^2\frac{4-m}{2}=6m^2-\frac{3}{2}m^3$.

Áp dụng công thức tính thể tích tứ diện:

$V_{BDA'M}=\frac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{BD},\overrightarrow{BA'}\right].\overrightarrow{BM}\right|=\frac{1}{6}\left|6m^2-\frac{3}{2}m^3\right|=m^2\left|\frac{4-m}{4}\right|=m^2\left(\frac{4-m}{4}\right)$.

Xét hàm số $V_{BDA'M}=V_7=\frac{1}{4}\left(4m^2-m^3\right)$ xác định và liên tục trên $\left[0;4\right]$:

$\left(V_7\right)'=2m-\frac{3}{4}m^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\in\left[0;4\right]\\ m=\frac{8}{3}\in\left[0;4\right]\end{array}\right.$, $V_7\left(0\right)=0$, $V_7\left(\frac{8}{3}\right)=\frac{64}{27}$, $V_7\left(4\right)=0$. Vậy

$\max\limits_{[0;4]}V_7=\frac{64}{27}$.

Câu 14: (TT Diệu Hiền-Cần Thơ-tháng 10-năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu $\left(S\right)$ có phương trình

$\left(x-1\right)^2+\left(y-2\right)^2+\left(z+1\right)^2=1$. Phương trình mặt phẳng $\left(Q\right)$ chứa trục hoành và tiếp xúc với mặt cầu $\left(S\right)$ là:

A. $4y+3z=0$. **B.** $4y+3z+1=0$. **C.** $4y-3z+1=0$. **D.** $4y-3z=0$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-1)$ và bán kính $R=1$.

Gọi vec tơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q) là $\vec{n}(A;B;C)$ với $A^2+B^2+C^2\neq 0$.

Ta có $\vec{n}\perp\vec{i}\Leftrightarrow A=0$. Mặt khác (Q) chứa trục hoành nên (Q) có phương trình dạng $(Q):By+Cz=0$. Do đó loại các đáp án B, **C.**

Lại có (Q) tiếp xúc mặt cầu (S) nên $d(I,(Q))=1\Leftrightarrow \dfrac{|2B-C|}{\sqrt{B^2+C^2}}=1\Leftrightarrow (2B-C)^2=B^2+C^2$

$\Leftrightarrow 3B^2-4BC=0\Leftrightarrow B(3B-4C)=0\Leftrightarrow B=0\vee 3B-4C=0$.

Với $3B-4C=0$, chọn $B=4\Rightarrow C=3$. Vậy $(Q):4y+3z=0$. Do đó A đúng.

Câu 15: (TT Diệu Hiền-Cần Thơ-tháng 11-năm 2017-2018) Trong không gian $Oxyz$, cho tám điểm $A(-2;-2;0)$, $B(3;-2;0)$, $C(3;3;0)$, $D(-2;3;0)$, $M(-2;-2;5)$, $N(3;3;5)$, $P(3;-2;5)$, $Q(-2;3;5)$. Hình đa diện tạo bởi tám điểm đã cho có bao nhiêu mặt đối xứng?

A. 3. **B.** 9. **C.** 8. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{AB}=(5;0;0)$, $\overrightarrow{DC}=(5;0;0)$ nên $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}\Rightarrow ABCD$ là hình bình hành, mặt khác

$\overrightarrow{AD}=(0;5;0)\Rightarrow\begin{cases}AB\perp AD\\AB=AD=5\end{cases}$. Vậy $ABCD$ là hình vuông.

Tương tự, ta có $\overrightarrow{MP}=\overrightarrow{QN}=(5;0;0)$; $\overrightarrow{MQ}=(0;5;0)$ nên $MPNQ$ cũng là hình vuông.

Lại có, $\overrightarrow{AM}=(0;0;5)$ nên $AM\perp(ABCD)$ và $AM=AB=AD$. Vậy 8 điểm trên tạo thành hình lập phương nên có 9 mặt phẳng đối xứng.

Câu 16: (THTT Số 3-486 tháng 12 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình đường vuông góc chung của hai đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{z+4}{-5}$ và $d':\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y-4}{-2}=\dfrac{z-4}{-1}$.

A. $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{1}$.

B. $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-3}{4}$.

C. $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-3}{2}$.

D. $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-3}{-1}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $M\in d$ suy ra $M(2+2m;3+3m;-4-5m)$. Tương tự $N\in d'$ suy ra $N(-1+3n;4-2n;4-n)$. Từ đó ta có $\overrightarrow{MN}=(-3+3n-2m;1-2n-3m;8-n+5m)$.

Mà do MN là đường vuông góc chung của d và d' nên $\begin{cases}MN\perp d\\MN\perp d'\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}2(-3+3n-2m)+3.(1-2n-3m)-5(8-n+5m)=0\\3(-3+3n-2m)-2.(1-2n-3m)-1(8-n+5m)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-38m+5n=43\\-5m+14n=19\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=-1\\n=1\end{cases}$.

Suy ra $M(0;0;1)$, $N(2;2;3)$.

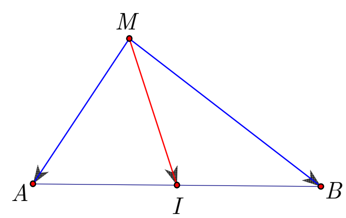
Ta có $\overrightarrow{MN}=(2;2;2)$ nên đường vuông góc chung MN là $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{1}$.

Câu 17: (THTT Số 3-486 tháng 12 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;-2;-1)$, $B(-2;-4;3)$, $C(1;3;-1)$ và mặt phẳng $(P): x+y-2z-3=0$. Tìm điểm $M\in(P)$ sao cho $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $M\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2};-1\right)$. **B.** $M\left(-\dfrac{1}{2};-\dfrac{1}{2};1\right)$. **C.** $M(2;2;-4)$. **D.** $M(-2;-2;4)$.

Lời giải

Chọn A



Gọi I, O lần lượt là trung điểm của AB và IC, khi đó với điểm M bất kỳ ta luôn có

$\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)+\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)=2\overrightarrow{MI}$; tương tự $\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{MC}=2\overrightarrow{MO}$.

Suy ra $d=\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right|=\left|2\overrightarrow{MI}+2\overrightarrow{MC}\right|=4\left|\overrightarrow{MO}\right|$ nên d nhỏ nhất khi và chỉ khi $\left|\overrightarrow{MO}\right|$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow MO\perp(P)$ nên M là hình chiếu vuông góc của O lên (P).

Có $A(0;-2;-1)$, $B(-2;-4;3)$ $\Rightarrow I(-1;-3;1)$, kết hợp với $C(1;3;-1)$ ta có $O(0;0;0)$.

Đường thẳng qua $O(0;0;0)$ vuông góc với (P) có phương trình $d:\begin{cases}x=t\\y=t\\z=-2t\end{cases}$.

Giao điểm của d và (P) chính là hình chiếu vuông góc M của $O(0;0;0)$ lên mặt phẳng (P).

Giải hệ $\begin{cases}x=t\\y=t\\z=-2t\\x+y-2z-3=0\end{cases}$ ta được $t=\dfrac{1}{2}$, $x=\dfrac{1}{2}$, $y=\dfrac{1}{2}$, $z=-1$.

Vậy $M\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2};-1\right)$.

* Nhận xét: Với 4 đáp án bài này học sinh chỉ làm phép thử đơn giản là thay tọa độ từng điểm vào phương trình mặt phẳng (P) thôi cũng đủ chọn đáp án A, "mồi nhử" chưa tốt. Có lẽ tác giả chỉ quan tâm cách giải tự luận!

Câu 18: (THTT Số 3-486 tháng 12 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y+z-4=0$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+2}{3}$. Viết phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P), đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d.

A. $\frac{x-1}{5}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-1}{-3}$.

B. $\frac{x-1}{5}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-1}{-3}$.

C. $\frac{x-1}{5}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-1}{2}$.

D. $\frac{x+1}{5}=\frac{y+3}{-1}=\frac{z-1}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}_{(P)}=(1;2;1)$.

Vectơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}_d=(2;1;3)$.

Phương trình tham số của đường thẳng $d: \begin{cases} x=-1+2t \\ y=t \\ z=-2+3t \end{cases}$.

Xét phương trình: $-1+2t+2t-2+3t-4=0 \Leftrightarrow 7t-7=0 \Leftrightarrow t=1$.

Suy ra giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) là $A(1;1;1)$. Ta có: $A \in \Delta$.

Vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u}_\Delta=\left[\vec{n}_{(P)},\vec{u}_d\right]=(5;-1;-3)$.

Phương trình chính tắc của đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{5}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-1}{-3}$.

Câu 19: (THTT Số 3-486 tháng 12 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, xét đường thẳng Δ đi qua điểm $A(0;0;1)$ và vuông góc với mặt phẳng Ozx. Tính khoảng cách nhỏ nhất giữa điểm $B(0;4;0)$ tới điểm C trong đó C là điểm cách đều đường thẳng Δ và trục Ox.

A. $\frac{1}{2}$.

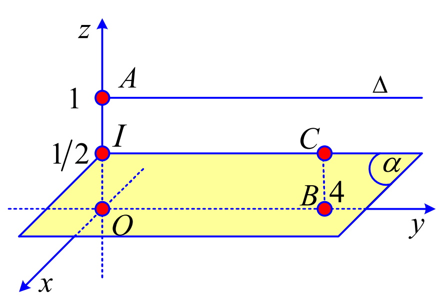
B. $3\sqrt{2}$.

C. $\sqrt{6}$.

D. $\frac{\sqrt{65}}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Vì đường thẳng Δ đi qua điểm $A(0;0;1)$ và vuông góc với mặt phẳng Ozx thì Δ song song với trục Oy và nằm trong mặt phẳng Oyz. Dễ thấy OA là đường vuông góc chung của Δ và Ox.

Xét mặt phẳng (α) đi qua $I\left(0;0;\frac{1}{2}\right)$ và là mặt phẳng trung trực của OA. Khi đó $\Delta//(\alpha)$, $Ox//(\alpha)$ và mọi điểm nằm trên (α) có khoảng cách đến Δ và Ox là bằng nhau. Vậy tập hợp điểm C là các điểm cách đều đường thẳng Δ và trục Ox là mặt phẳng (α).

Mặt phẳng (α) đi qua $I\left(0;0;\frac{1}{2}\right)$ có véc tơ pháp tuyến là $\vec{k}=(0;0;1)$ nên có phương trình: $z-\frac{1}{2}=0$. Đoạn BC nhỏ nhất khi C là hình chiếu vuông góc của B lên (α). Do đó khoảng cách nhỏ nhất giữa điểm $B(0;4;0)$ tới điểm C chính là khoảng cách từ $B(0;4;0)$ đến mặt phẳng (α): $z-\frac{1}{2}=0$ suy ra $\min(BC)=d(B;(\alpha))=\frac{\left|0-\frac{1}{2}\right|}{1}=\frac{1}{2}$.

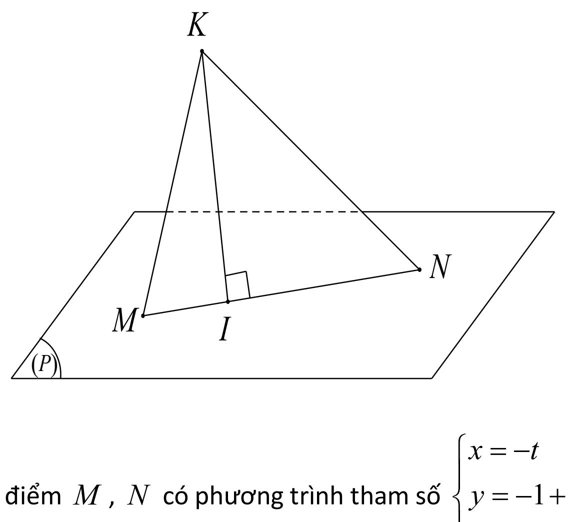
Câu 20: (THPT Chuyên Lê Hồng Phong-Nam Định-lần 2 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho hai điểm $M(0;-1;2)$, $N(-1;1;3)$. Một mặt phẳng (P) đi qua M, N sao cho khoảng cách từ điểm $K(0;0;2)$ đến mặt phẳng (P) đạt giá trị lớn nhất. Tìm tọa độ véctơ pháp tuyến $\vec{n}$ của mặt phẳng (P).

$\vec{n}=(1;-1;1)$. **B.** $\vec{n}=(1;1;-1)$. **C.** $\vec{n}=(2;-1;1)$. **D.** $\vec{n}=(2;1;-1)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\overrightarrow{MN}=(-1;2;1)$.



Đường thẳng (d) qua hai điểm M, N có phương trình tham số $\begin{cases} x=-t \\ y=-1+2t \\ z=2+t \end{cases}$.

Gọi I là hình chiếu vuông góc của K lên đường thẳng $(d) \Rightarrow I(-t;-1+2t;2+t)$.

Khi đó ta có $\overrightarrow{KI}=(-t;-1+2t;t)$.

Do $KI \perp MN \Rightarrow \overrightarrow{KI}.\overrightarrow{MN}=0 \Leftrightarrow t-2+4t+t=0 \Leftrightarrow t=\frac{1}{3} \Rightarrow \overrightarrow{KI}=\left(-\frac{1}{3};-\frac{1}{3};\frac{1}{3}\right)=-\frac{1}{3}(1;1;-1)$.

Ta có $d(K;(P)) \le KI \Rightarrow d(K;(P))_{nax}=KI \Leftrightarrow KI \perp (P) \Rightarrow \vec{n}=(1;1;-1)$.

Câu 21: (THPT Chuyên Lê Hồng Phong-Nam Định-lần 2 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với a, b, c là các số thực dương thay đổi tùy ý sao cho $a^2+b^2+c^2=3$. Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABC) lớn nhất bằng:

A. $\frac{1}{3}$. **B.** 3. **C.** $\frac{1}{\sqrt{3}}$. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Phương trình mặt phẳng (ABC): $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$

Khi đó: $d(O;(ABC))=\frac{\left|\frac{0}{a}+\frac{0}{b}+\frac{0}{c}-1\right|}{\sqrt{\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}}}=\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}}}$

Ta có: $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2} \ge \frac{9}{a^2+b^2+c^2}=\frac{9}{3}=3 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}}} \le \frac{1}{\sqrt{3}}$ hay $d(O;(ABC)) \le \frac{1}{\sqrt{3}}$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} a=b=c>0 \\ a^2+b^2+c^2=3 \end{cases} \Leftrightarrow a=b=c=1$.

Vậy Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABC) lớn nhất bằng $\frac{1}{\sqrt{3}}$ tại $a=b=c=1$.

Câu 22: (Đề tham khảo BGD năm 2017-2018) Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{-1}=\frac{y-3}{-2}=\frac{z+2}{1}$; $d_2: \frac{x-5}{-3}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): x+2y+3z-5=0$. Đường thẳng vuông góc với (P), cắt d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z}{3}$. **B.** $\frac{x-2}{1}=\frac{y-3}{2}=\frac{z-1}{3}$.

C. $\frac{x-3}{1}=\frac{y-3}{2}=\frac{z+2}{3}$. **D.** $\frac{x-1}{3}=\frac{y+1}{2}=\frac{z}{1}$.

Lời giải

Chọn A

Cách 1:

- Gọi M và N lần lượt là giao điểm của đường thẳng d cần tìm với d_1 và d_2, khi đó $M(3-t;3-2t;-2+t)$, $N(5-3s;-1+2s;2+s) \Rightarrow \overrightarrow{MN}=(2-3s+t;-4+2s+2t;4+s-t)$.

- Đường thẳng d vuông góc với (P) suy ra $\overrightarrow{MN}$ cùng phương với $\overrightarrow{n_P}=(1;2;3)$. Do đó $\frac{2-3s+t}{1}=\frac{-4+2s+2t}{2}=\frac{4+s-t}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} t=2 \\ s=1 \end{cases} \Rightarrow M(1;-1;0)$.

- Vậy đường thẳng cần tìm qua $\Rightarrow M(1;-1;0)$ và có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;2;3)$ là $\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z}{3}$.

Câu 23: (Đề tham khảo BGD năm 2017-2018) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;1;2)$. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng (P) đi qua M và cắt các trục $x'Ox$, $y'Oy$, $z'Oz$ lần lượt tại điểm A, B, C sao cho $OA=OB=OC\neq 0$?

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 8.

Lời giải

Chọn A

Gọi $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$. Từ đó ta có $OA=|a|$, $OB=|b|$, $OC=|c|$

Mặt phẳng đoạn chắn đi qua các điểm A, B, C có dạng: $(P):\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.

Vì $M\in(P)$ nên $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{2}{c}=1$.

Vì $OA=OB=OC \Rightarrow |a|=|b|=|c|$

Từ đó ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{2}{c}=1 \\ |a|=|b|=|c| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{2}{c}=1 \\ |a|=|b| \\ |b|=|c| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{2}{c}=1 \\ \left[\begin{array}{l} a=b \\ a=-b \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} b=c \\ b=-c \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=b=c=2 \\ a=-b=c=2 \\ a=-b=-c=-2 \end{array}\right..$$

Vậy có 3 mặt phẳng thỏa mãn.

Câu 24: (Đề tham khảo BGD năm 2017-2018) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;\,2;\,1)$, $B\left(-\frac{8}{3};\frac{4}{3};\frac{8}{3}\right)$. Đường thẳng đi qua tâm đường tròn nội tiếp tam giác OAB và vuông góc với mặt phẳng (OAB) có phương trình là

A. $\frac{x+1}{1}=\frac{y-3}{-2}=\frac{z+1}{2}$. **B.** $\frac{x+1}{1}=\frac{y-8}{-2}=\frac{z-4}{2}$.

C. $\frac{x+\frac{1}{3}}{1}=\frac{y-\frac{5}{3}}{-2}=\frac{z-\frac{11}{6}}{2}$. **D.** $\frac{x+\frac{2}{9}}{1}=\frac{y-\frac{2}{9}}{-2}=\frac{z+\frac{5}{9}}{2}$.

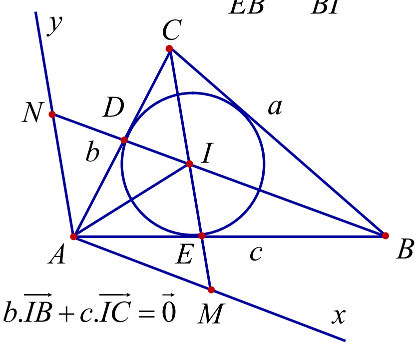
Lời giải

Chọn A

Xét bài toán: Cho ΔABC*, gọi* I *là tâm đường tròn nội tiếp tam giác* ABC*. Gọi* a*,* b*,* c *là độ dài các cạnh. Khi đó ta có* $a.\overrightarrow{IA}+b.\overrightarrow{IB}+c.\overrightarrow{IC}=\vec{0}$.

Chứng minh. Gọi D và E lần lượt là chân các đường phân giác của ΔABC kẻ từ B và C.
Dựng tia Ax song song BD cắt CE tại M. Dựng tia Ay song song CE cắt BD tại N.

Ta có: $\overrightarrow{AI}=\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{AN}$. Mặt khác $\Delta EAM\ \#\ \Delta EBI$, suy ra $\dfrac{EA}{EB}=\dfrac{AM}{BI}$.



Hơn nữa, $\dfrac{EA}{EB}=\dfrac{AC}{BC}=\dfrac{b}{a}$

Do đó $\dfrac{AM}{BI}=\dfrac{b}{a}\Rightarrow \overrightarrow{AM}=\dfrac{b}{a}\overrightarrow{IB}$.

Tương tự: $\overrightarrow{AN}=\dfrac{c}{a}\overrightarrow{IC}$

Từ đó suy ra $\overrightarrow{AI}=\dfrac{b}{a}\overrightarrow{IB}+\dfrac{c}{a}\overrightarrow{IC}\Leftrightarrow a.\overrightarrow{IA}+b.\overrightarrow{IB}+c.\overrightarrow{IC}=\vec{0}$

Gọi $I\left(a;b;c\right)$ là tâm đường tròn nội tiếp tam giác OAB.

Áp dụng bài toán trên cho ΔOAB, ta được $AB.\overrightarrow{IO}+OB.\overrightarrow{IA}+OA.\overrightarrow{IB}=\vec{0}$ $\left(*\right)$.

Ta có $OA=3$, $OB=4$, $AB=5$;

$\overrightarrow{IO}=\left(-a;-b;-c\right)$, $\overrightarrow{IA}=\left(2-a;2-b;1-c\right)$, $\overrightarrow{IB}=\left(\dfrac{-8}{3}-a;\dfrac{4}{3}-b;\dfrac{8}{3}-c\right)$.

Từ $\left(*\right)$ ta có $\begin{cases}-5a+4\left(2-a\right)+3\left(-\dfrac{8}{3}-a\right)=0\\ -5b+4\left(2-b\right)+3\left(\dfrac{4}{3}-b\right)=0\\ -5c+4\left(1-c\right)+3\left(\dfrac{8}{3}-c\right)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=0\\ b=1\\ c=1\end{cases}$.

Do đó $I\left(0;1;1\right)$.

Mặt khác, ta có: $\left[\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right]=\left(4;-8;8\right)$.

Suy ra vec tơ chỉ phương của đường thẳng cần tìm là $\vec{u}=\left(1;-2;2\right)$.

Vậy đường thẳng cần tìm có phương trình là $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-1}{2}$.

Nhận xét: Điểm $K\left(-1;3-1\right)\in d$ nên phương trình đường thẳng d viết lại $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z+1}{2}$.

Câu 1: (THPT Lương Thế Vinh-Hà Nội năm 2017-2018) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;2;3)$ và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C (khác O). Viết phương trình mặt phẳng (P) sao cho M là trực tâm của tam giác ABC.

A. $6x+3y-2z-6=0$.

B. $x+2y+3z-14=0$.

C. $x+2y+3z-11=0$.

D. $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=3$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$ và $C(0;0;c)$ với $abc\neq 0$.

Phương trình mặt phẳng (P) đi qua ba điểm A, B, C là $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.

Vì $M(1;2;3)\in(P)$ nên ta có: $\frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{3}{c}=1$.

Điểm M là trực tâm của $\Delta ABC \Leftrightarrow \begin{cases} AM\perp BC \\ BM\perp AC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BC}=0 \\ \overrightarrow{BM}.\overrightarrow{AC}=0 \end{cases}$.

Ta có: $\overrightarrow{AM}=(1-a;2;3)$, $\overrightarrow{BC}=(0;-b;c)$, $\overrightarrow{BM}=(1;2-b;3)$, $\overrightarrow{AC}=(-a;0;c)$.

Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} -2b+3c=0 \\ -a+3c=0 \\ \frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{3}{c}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=\frac{3}{2}c \\ a=3c \\ \frac{1}{3c}+\frac{2}{\frac{3}{2}c}+\frac{3}{c}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=14 \\ b=7 \\ c=\frac{14}{3} \end{cases}$.

Phương trình mặt phẳng (P) là $\frac{x}{14}+\frac{y}{7}+\frac{3z}{14}=1 \Leftrightarrow x+2y+3z-14=0$.

Câu 2: (THPT Lương Thế Vinh-Hà Nội năm 2017-2018) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;0;-1)$, $B(-1;1;0)$, $C(1;0;1)$. Tìm điểm M sao cho $3MA^2+2MB^2-MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $M\left(\frac{3}{4};\frac{1}{2};-1\right)$.

B. $M\left(-\frac{3}{4};\frac{1}{2};2\right)$.

C. $M\left(-\frac{3}{4};\frac{3}{2};-1\right)$.

D. $M\left(-\frac{3}{4};\frac{1}{2};-1\right)$.

Lời giải

Chọn D

Cách 1: Giả sử $M(x;y;z)\Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AM}=(x;y;z+1) \\ \overrightarrow{BM}=(x+1;y-1;z) \\ \overrightarrow{CM}=(x-1;y;z-1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AM^2=x^2+y^2+(z+1)^2 \\ BM^2=(x+1)^2+(y-1)^2+z^2 \\ CM^2=(x-1)^2+y^2+(z-1)^2 \end{cases}$

$\Rightarrow 3MA^2+2MB^2-MC^2=3\left[x^2+y^2+(z+1)^2\right]+2\left[(x+1)^2+(y-1)^2+z^2\right]$

$-\left[(x-1)^2+y^2+(z-1)^2\right]$

$=4x^2+4y^2+4z^2+6x-4y+8z+6=\left(2x+\frac{3}{2}\right)^2+(2y-1)^2+(2z+2)^2-\frac{5}{4}\geq-\frac{5}{4}$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x=-\frac{3}{4}$, $y=\frac{1}{2}$, $z=-1$, khi đó $M\left(-\frac{3}{4};\frac{1}{2};-1\right)$.

Cách 2: Ta có:

$P=3MA^2+2MB^2-MC^2=3\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)^2+2\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)^2-\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IC}\right)^2$

$P=4MI^2+2\overrightarrow{MI}\left(3\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IB}-\overrightarrow{IC}\right)+3IA^2+2IB^2-IC^2$

Chọn điểm $I(a;b;c)$ sao cho

$$3\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IB}-\overrightarrow{IC}=\vec{0}\begin{cases}3(-a)+2(-1-a)-(1-a)=0\\3(-b)+2(1-b)-(-b)=0\\3(-1-c)+2(-c)-(1-c)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\frac{-3}{4}\\b=\frac{1}{2}\\c=-1\end{cases}\Rightarrow I\left(\frac{-3}{4};\frac{1}{2};-1\right)$$

Để P nhỏ nhất thì $M\equiv I$ .Vậy $M\left(-\frac{3}{4};\frac{1}{2};-1\right)$

Câu 3: (THPT Đức Thọ-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$, trong đó $a>0$, $b>0$, $c>0$. Mặt phẳng (ABC) đi qua điểm $I(1;2;3)$ sao cho thể tích khối tứ diện $OABC$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó các số a, b, c thỏa mãn đẳng thức nào sau đây?

A. $a+b+c=12$. **B.** $a^2+b=c-6$. **C.** $a+b+c=18$. **D.** $a+b-c=0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $(ABC):\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$. Do $I\in(ABC)\Rightarrow\frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{3}{c}=1$.

Ta có $1=\frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{3}{c}\geq 3\sqrt[3]{\frac{6}{abc}}\Rightarrow abc\leq 162$. Suy ra $V_{OABC}=\frac{1}{6}abc\geq 27$.

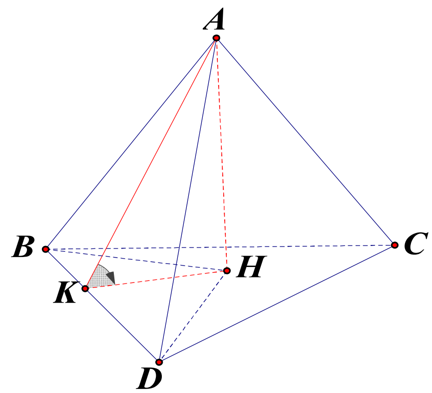
Dấu bằng xảy ra khi $\frac{1}{3}=\frac{1}{a}=\frac{2}{b}=\frac{3}{c}\Rightarrow a=3;b=6;c=9$.

Câu 4: (THPT Thạch Thành 2-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018) Cho tứ diện $ABCD$ có $BD=2$, hai tam giác ABD, BCD có diện tích lần lượt là 6 và 10. Biết thể tích của tứ diện $ABCD$ bằng 16, tính số đo góc giữa hai mặt phẳng (ABD) và (BCD).

A. $\arccos\left(\frac{4}{15}\right)$. **B.** $\arcsin\left(\frac{4}{15}\right)$. **C.** $\arcsin\left(\frac{4}{5}\right)$. **D.** $\arccos\left(\frac{4}{5}\right)$.

Lời giải

Chọn C



* Hạ $AK \perp BD$ và $AH \perp (BCD)$ suy ra $BD \perp (AKH)$ nên $BD \perp KH$.

* Do đó góc giữa hai mặt phẳng (ABD) và (BCD) chính là góc $\widehat{AKH} = \alpha$.

* Lại có $AH = \dfrac{3V_{ABCD}}{S_{BCD}} = \dfrac{3.16}{10} = \dfrac{24}{5}$; $AK = \dfrac{2S_{ABD}}{BD} = \dfrac{2.6}{2} = 6$.

* Trong tam giác vuông AHK, ta có $\sin\alpha = \dfrac{AH}{AK} = \dfrac{\frac{24}{5}}{6} = \dfrac{4}{5} \Rightarrow \alpha = \arcsin\left(\dfrac{4}{5}\right)$.

Câu 5: **(THPT Chuyên Thái Bình-lần 2 năm học 2017-2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $H(2;1;1)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua H và cắt các trục tọa độ tại A, B, C sao cho H là trực tâm tam giác ABC. Phương trình mặt phẳng (P) là

A. $2x + y + z - 6 = 0$. **B.** $x + 2y + z - 6 = 0$. **C.** $x + 2y + 2z - 6 = 0$. **D.** $2x + y + z + 6 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Cách 1.

Giả sử $A(a;0;0) \in Ox$, $B(0;b;0) \in Oy$, $C(0;0;c) \in Oz$.

Khi đó mặt phẳng (P) có dạng: $\dfrac{x}{a} + \dfrac{y}{b} + \dfrac{z}{c} = 1$.

Ta có $\overrightarrow{AH} = (2-a;1;1)$, $\overrightarrow{BH} = (2;1-b;1)$, $\overrightarrow{BC} = (0;-b;c)$, $\overrightarrow{AC} = (-a;0;c)$.

Do H là trực tâm tam giác ABC nên: $\begin{cases} \dfrac{2}{a} + \dfrac{1}{b} + \dfrac{1}{c} = 1 \\ -b + c = 0 \\ -2a + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 6 \\ c = 6 \end{cases}$.

Vậy phương trình của mặt phẳng (P) là: $\dfrac{x}{3} + \dfrac{y}{6} + \dfrac{z}{6} = 1 \Leftrightarrow 2x + y + z - 6 = 0$.

Cách 2.

Vì tứ diện $OABC$ có các cạnh đôi một vuông tại O và H là trực tâm tam giác ABC nên $OH \perp (ABC)$ (tham khảo bài tập 4, trang 105 SGK HH11).

Suy ra $\vec{n}_{(ABC)} = \overrightarrow{OH} = (2;1;1)$.

Khi đó phương trình mặt phẳng (P) có dạng: $2x + y + z + D = 0$.

$H \in (P)$ nên: $2.2 + 1 + 1 + D = 0 \Rightarrow D = -6$.

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là: $2x + y + z - 6 = 0$.

Câu 6: (THPT Chuyên ĐHSP-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(0;0;-2)$, $B(4;0;0)$. Mặt cầu (S) có bán kính nhỏ nhất, đi qua O, A, B có tâm là

A. $I(0;0;-1)$. **B.** $I(2;0;0)$. **C.** $I(2;0;-1)$. **D.** $I\left(\frac{4}{3};0;-\frac{2}{3}\right)$.

Lời giải

Chọn C

Gọi J là trung điểm AB $\Rightarrow J(2;0;-1)$

Tam giác ABO vuông tại O nên J là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB.

Gọi I là tâm mặt cầu (S), (S) qua các điểm A,B,O.

Ta có đường thẳng IJ qua J và có một VTCP là $\vec{j}=(0;1;0)$ nên có PTTS $\begin{cases} x=2 \\ y=b \\ z=-1 \end{cases}$.

$I\in(\text{IJ})\Rightarrow I(2;b;-1),\text{IA}=\sqrt{b^2+5}\Rightarrow IA\ge\sqrt{5}$. Dấu bằng xảy ra khi $b=0$

Vậy $I(2;0;-1)$.

Câu 7: (THPT Chuyên ĐHSP-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(-3;0;0)$, $B(0;0;3)$, $C(0;-3;0)$ và mặt phẳng $(P): x+y+z-3=0$. Tìm trên (P) điểm M sao cho $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right|$ nhỏ nhất.

A. $M(3;3;-3)$. **B.** $M(-3;-3;3)$. **C.** $M(3;-3;3)$. **D.** $M(-3;3;3)$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $I(a;b;c)$ là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}-\overrightarrow{IC}=\vec{0}$ (1)

Ta có $\overrightarrow{IA}(-3-a;-b;-c)$, $\overrightarrow{IB}(-a;-b;3-c)$, $\overrightarrow{IC}(-a;3-b;-c)$

$$(1)\Leftrightarrow\begin{cases} -3-a=0 \\ b-3=0 \\ 3-c=0 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} a=-3 \\ b=3 \\ c=3 \end{cases}\Leftrightarrow I(-3;3;3).$$

Nhận thấy $I(-3;3;3)\in(P)$

$\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right|=\left|\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}-\overrightarrow{IC}\right|=\left|\overrightarrow{MI}\right|=MI\ge 0$.

$\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right|$ nhỏ nhất bằng 0 khi $M(-3;3;3)$.

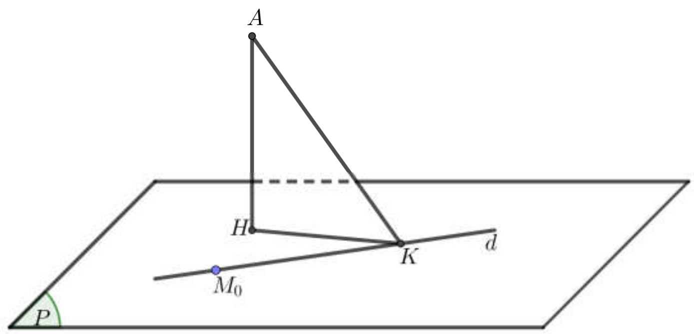
Câu 8: (THTT Số 4-487 tháng 1 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(3;2;-1)$ và đường thẳng

$d:\begin{cases} x=t \\ y=t \\ z=1+t \end{cases}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa d sao cho khoảng cách từ A đến (P) là lớn nhất.

A. $2x+y-3z+3=0$. **B.** $x+2y-z-1=0$. **C.** $3x+2y-z+1=0$. **D.** $2x-y-3z+3=0$.

Lời giải

Chọn A



+ d qua $M_0(0;0;1)$ có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;1;1)$.

+ Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A lên (P) và d. Ta có:

$$d(A,(P))=AH\le AK.$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $H\equiv K$.

Do đó $d(A,(P))_{\max}=AK$. Khi đó (P) đi $M_0(0;0;1)$ nhận $\overrightarrow{AK}$ làm vectơ pháp tuyến.

+ $K\in d$ nên $K(t,t,1+t)$ và $\overrightarrow{AK}=(t-3;t-2;t+2)$. Ta có:

$\overrightarrow{AK}\perp\vec{u}\Leftrightarrow\overrightarrow{AK}.\vec{u}=0\Leftrightarrow 1.(t-3)+1.(t-2)+1.(t+2)=0\Leftrightarrow t=1$.

Suy ra: $\overrightarrow{AK}=(-2;-1;3)$.

Vậy $(P):-2(x-0)-1.(y-0)+3.(z-1)=0\Leftrightarrow 2x+y-3z+3=0$.

Câu 9: (THPT Chuyên ĐH KHTN-Hà Nội năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z+1}{3}$ và $d_2:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-9}{3}$. Mặt cầu có một đường kính là đoạn thẳng vuông góc chung của d_1 và d_2 có phương trình là:

A. $\left(x-\dfrac{16}{3}\right)^2+\left(y-\dfrac{2}{3}\right)^2+(z-14)^2=3$.

B. $\left(x-\dfrac{8}{3}\right)^2+\left(y-\dfrac{1}{3}\right)^2+(z-7)^2=12$.

C. $\left(x-\dfrac{8}{3}\right)^2+\left(y-\dfrac{1}{3}\right)^2+(z-7)^2=3$.

D. $\left(x-\dfrac{16}{3}\right)^2+\left(y-\dfrac{2}{3}\right)^2+(z-14)^2=12$.

Lời giải

Chọn C

Vectơ chỉ phương của d_1 và d_2 lần lượt là $\vec{u}_1=(2;1;3)$, $\vec{u}_2=(1;2;3)$.

Gọi AB là đoạn vuông góc chung của d_1 và d_2 với $A\in d_1$, $B\in d_2$.

Suy ra: $A(-1+2a;-1+a;-1+3a)$; $B(2+b;2b;9+3b)$.

Khi đó: $\overrightarrow{AB}=(-2a+b+3;-a+2b+1;-3a+3b+10)$.

Vì AB là đoạn vuông góc chung của d_1 và d_2 nên:

$$\begin{cases}\overrightarrow{AB}\perp\vec{u}_1\\ \overrightarrow{AB}\perp\vec{u}_2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}14a-13b=37\\13a-14b=35\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\dfrac{7}{3}\\ b=-\dfrac{1}{3}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}A\left(\dfrac{11}{3};\dfrac{4}{3};6\right)\\ B\left(\dfrac{5}{3};-\dfrac{2}{3};8\right)\end{cases}\Rightarrow AB=2\sqrt{3}.$$

Gọi I là tâm mặt cầu (S) có đường kính là AB. Suy ra $I\left(\dfrac{8}{3};\dfrac{1}{3};7\right)$ và $R=\dfrac{1}{2}AB=\sqrt{3}$.

Vậy phương trình mặt cầu $(S):\left(x-\frac{8}{3}\right)^2+\left(y-\frac{1}{3}\right)^2+(z-7)^2=3$.

Câu 10: (THPT Chuyên Lê Quý Đôn-Đà Nẵng năm 2017-2018) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng a. Gọi K là trung điểm DD'. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng CK và $A'D$.

A. $\frac{4a}{3}$. **B.** $\frac{a}{3}$. **C.** $\frac{2a}{3}$. **D.** $\frac{3a}{4}$.

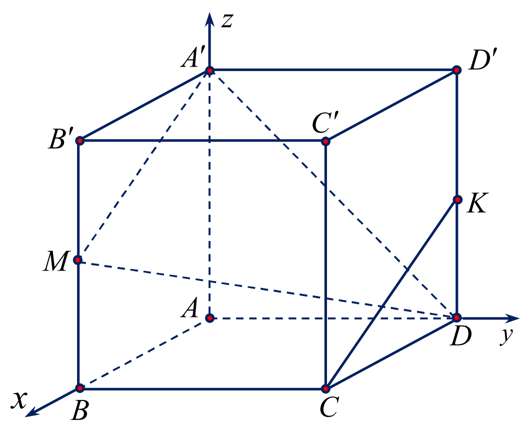
Lời giải

Chọn B

Gọi M là trung điểm BB'. Ta có: $CK \,//\, A'M \Rightarrow CK \,//\, (A'MD)$.

Khi đó $d(CK, A'D)=d(CK,(A'MD))=d(C,(A'MD))$.

Gắn hệ trục tọa độ như hình vẽ:



Ta có: $A(0;0;0)$, $B(a;0;0)$, $D(0;a;0)$, $A'(0;0;a)$, $B'(a;0;a)$, $C(a;a;0)$, $M\left(a;0;\frac{a}{2}\right)$.

$\overrightarrow{A'M}=\left(a;0;-\frac{a}{2}\right)$, $\overrightarrow{A'D}=(0;a;-a)$, $\left[\overrightarrow{A'M},\overrightarrow{A'D}\right]=\left(\frac{a^2}{2};a^2;a^2\right)$.

Vậy mặt phẳng $(A'MD)$ nhận $\vec{n}=(1;2;2)$ làm vectơ pháp tuyến.

Phương trình $(A'MD)$ là $x+2y+2z-2a=0$.

Do đó: $d(C,(A'DM))=\frac{|a+2a-2a|}{3}=\frac{a}{3}$.

Câu 11: (THPT Chuyên Lê Quý Đôn-Đà Nẵng năm 2017-2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(2;-3;7)$, $B(0;4;1)$, $C(3;0;5)$ và $D(3;3;3)$. Gọi M là điểm nằm trên mặt phẳng (Oyz) sao cho biểu thức $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó tọa độ của M là:

A. $M(0;1;-4)$. **B.** $M(2;1;0)$. **C.** $M(0;1;-2)$. **D.** $M(0;1;4)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(-2;7;-6)$, $\overrightarrow{AC}=(1;3;-2)$, $\overrightarrow{AD}=(1;6;-4)$ nên $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}=-4\neq 0$.

Suy ra: $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$ không đồng phẳng.

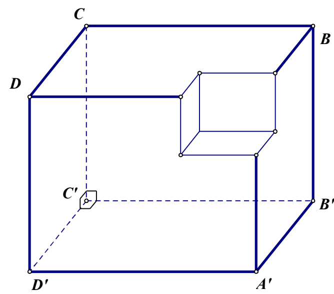
Gọi G là trọng tâm tứ diện $ABCD$. Khi đó $G(2;1;4)$.

Ta có: $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right|=\left|4\overrightarrow{MG}\right|=4MG$.

Do đó $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right|$ nhỏ nhất khi và chỉ khi MG ngắn nhất.

Vậy M là hình chiếu vuông góc của G lên mặt phẳng (Oyz) nên $M(0;1;4)$.

Câu 12: **(THPT Chuyên Quốc Học-Huế năm 2017-2018)** Một khối đa diện H được tạo thành bằng cách từ một khối lập phương cạnh bằng 3, ta bỏ đi khối lập phương cạnh bằng 1 ở một "góc" của nó như hình vẽ.

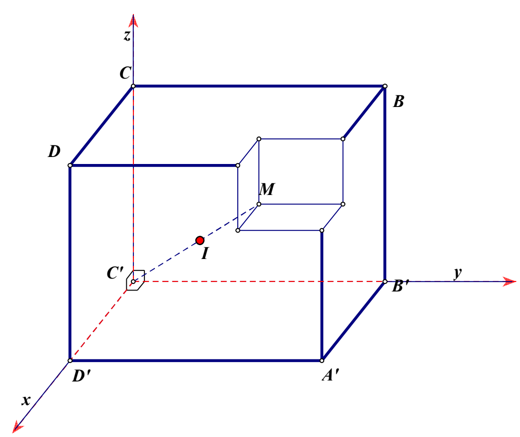


Gọi S là khối cầu có thể tích lớn nhất chứa trong H và tiếp xúc với các mặt phẳng $(A'B'C'D')$, $(BCC'B')$ và $(DCC'D')$. Tính bán kính của S.

A. $\dfrac{2+\sqrt{3}}{3}$. **B.** $3-\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi M là đỉnh của hình lập phương có cạnh bằng 1 nằm trên đường chéo AC' và nằm trên khối còn lại sau khi cắt. Gọi I là tâm của khối cầu có thể tích lớn nhất thỏa yêu cầu bài toán.

Ta có $d(I,(A'B'C'D'))=d(I,(BCC'B'))=d(I,(DCC'D'))$

Suy ra I thuộc đoạn thẳng $C'M$ và mặt cầu tâm I cần tìm đi qua điểm M.

Đặt $d(I,(DCC'D'))=a$, ta có $IC'=a\sqrt{3}$. Mà $C'A=3\sqrt{3}$, $AM=\sqrt{3}$. Suy ra $IM=2\sqrt{3}-a\sqrt{3}$

Ta có $d(I,(DCC'D'))=IM \Leftrightarrow a=2\sqrt{3}-a\sqrt{3} \Leftrightarrow a=\dfrac{2\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}=3-\sqrt{3}$.

***Cách khác**:*

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho $C'(0;0;0)$, $B'(0;3;0)$, $D'(3;0;0)$, $C(0;0;3)$.

Khi đó $M\left(2;2;2\right)$. Ta có phương trình đường thẳng $C'M$ là $\begin{cases} x=t \\ y=t \\ z=t \end{cases} \Rightarrow I\left(t;t;t\right)$ với $2>t>0$ do I thuộc đoạn thẳng $C'M$.

Ta có $d\left(I,\left(Oyz\right)\right)=IM \Leftrightarrow \left|t\right|=\sqrt{3\left(t-2\right)^2} \Leftrightarrow t=\left(2-t\right)\sqrt{3} \Leftrightarrow t=3-\sqrt{3}$.

Suy ra $R=IM=3-\sqrt{3}$.

Câu 13: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 3 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M\left(1;2;3\right)$. Gọi $\left(P\right)$ là mặt phẳng đi qua điểm M và cách gốc tọa độ O một khoảng lớn nhất, mặt phẳng $\left(P\right)$ cắt các trục tọa độ tại các điểm A, B, C. Tính thể tích khối chóp $O.ABC$.

A. $\dfrac{1372}{9}$. **B.** $\dfrac{686}{9}$. **C.** $\dfrac{524}{3}$. **D.** $\dfrac{343}{9}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Gọi $A\left(a;0;0\right)$, $B\left(0;b;0\right)$, $C\left(0;0;c\right)$. Ta có phương trình mặt phẳng $\left(P\right)$ là: $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$.

Gọi H là hình chiếu của O lên $\left(P\right)$. Ta có: $d\left(O;\left(P\right)\right)=OH \le OM$.

Do đó $\max d\left(O;\left(P\right)\right)=OM$ khi và chỉ khi $\left(P\right)$ qua $M\left(1;2;3\right)$ nhận $\overrightarrow{OM}=\left(1;2;3\right)$ làm VTPT. Do đó $\left(P\right)$ có phương trình:

$$1\left(x-1\right)+2\left(y-2\right)+3\left(z-3\right)=0 \Leftrightarrow x+2y+3z=14 \Leftrightarrow \frac{x}{14}+\frac{y}{7}+\frac{z}{\frac{14}{3}}=1.$$

Suy ra: $a=14$, $b=7$, $c=\dfrac{14}{3}$.

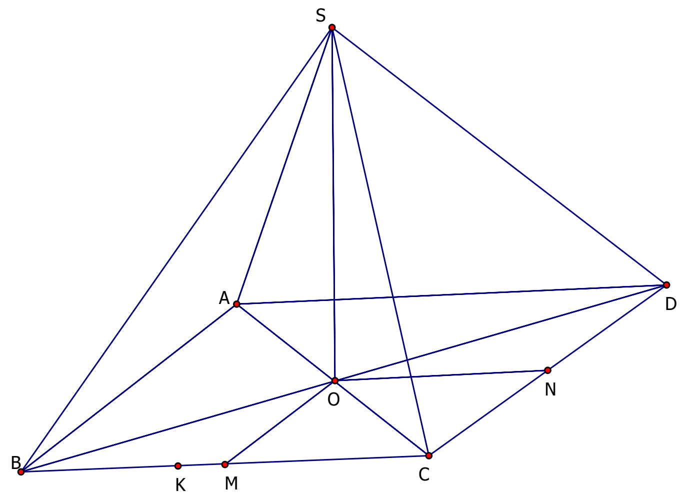
Vậy $V_{O.ABC}=\dfrac{1}{6}.OA.OB.OC=\dfrac{1}{6}.14.7.\dfrac{14}{3}=\dfrac{686}{9}$.

Câu 14: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 3 năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có cạnh bằng bên bằng nhau và bằng $2a$, đáy là hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=2a$, $AD=a$. Gọi K là điểm thuộc BC sao cho $3\overrightarrow{BK}+2\overrightarrow{CK}=\vec{0}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và SK.

A. $x=\dfrac{2\sqrt{165}a}{15}$. **B.** $x=\dfrac{\sqrt{165}a}{15}$. **C.** $x=\dfrac{2\sqrt{135}a}{15}$. **D.** $x=\dfrac{\sqrt{135}a}{15}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi O là giao điểm của AC và BD, M là trung điểm của BC, N là trung điểm của CD.

Ta có $SO\perp\left(ABCD\right)$ và $SO=\sqrt{SB^2-OB^2}=\dfrac{a\sqrt{11}}{2}$.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho $OM\equiv Ox$, $ON\equiv Oy$, $OS\equiv Oz$.

$O\left(0;0;0\right)$, $M\left(a;0;0\right)$, $N\left(0;\dfrac{a}{2};0\right)$, $S\left(0;0;\dfrac{a\sqrt{11}}{2}\right)$, $B\left(a;-\dfrac{a}{2};0\right)$, $D\left(-a;\dfrac{a}{2};0\right)$, $C\left(a;\dfrac{a}{2};0\right)$, $A\left(-a;-\dfrac{a}{2};0\right)$.

Có $AD//\left(SBC\right)$, $SK\subset\left(SBC\right)$ nên $d\left(AD;SK\right)=d\left(AD;SBC\right)=d\left(A;SBC\right)$.

$\overrightarrow{SB}\left(a;-\dfrac{a}{2};-\dfrac{a\sqrt{11}}{2}\right)$, $\overrightarrow{SC}\left(a;\dfrac{a}{2};-\dfrac{a\sqrt{11}}{2}\right)\Rightarrow\vec{n}\left(\sqrt{11};0;2\right)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $\left(SBC\right)$. Phương trình mặt phẳng $\left(SBC\right)$ là $\sqrt{11}x+2z-\sqrt{11}a=0$.

$d\left(AD;SK\right)=d\left(A;SBC\right)=\dfrac{\left|-\sqrt{11}a-\sqrt{11}a\right|}{\sqrt{15}}=\dfrac{2\sqrt{165}a}{15}$.

Câu 15:

(THPT Chuyên Vĩnh Phúc - lần 3 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;-3)$, $B(-3;-2;-5)$. Biết rằng tập hợp các điểm M trong không gian thỏa mãn đẳng thức $AM^2+BM^2=30$ là một mặt cầu (S). Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) là

A. $I(-2;-2;-8)$; $R=3$.
B. $I(-1;-1;-4)$; $R=\sqrt{6}$.
C. $I(-1;-1;-4)$; $R=3$.
D. $I(-1;-1;-4)$; $R=\dfrac{\sqrt{30}}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi tọa độ điểm $M(x;y;z)$. Khi đó $AM^2+BM^2=30$

$\Leftrightarrow (x-1)^2+y^2+(z+3)^2+(x+3)^2+(y+2)^2+(z+5)^2=30$

$\Leftrightarrow 2x^2+2y^2+2z^2+4x+4y+16z+18=0$

$\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2+2x+2y+8z+9=0$

$\Leftrightarrow (x+1)^2+(y+1)^2+(z+4)^2=9$ là phương trình của mặt cầu (S), có tâm $I(-1;-1;-4)$ và bán kính $R=3$.

Câu 16: **(THPT Chuyên Vĩnh Phúc - lần 3 năm 2017-2018)** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;0)$, $B(0;1;0)$, $C(0;0;1)$, $D(0;0;0)$. Hỏi có bao nhiêu điểm cách đều 4 mặt phẳng (ABC), (BCD), (CDA), (DAB).

A. 4.
B. 5.
C. 1.
D. 8.

Lời giải

Chọn D

Gọi điểm cần tìm là $M(x_0;y_0;z_0)$.

Phương trình mặt phẳng (ABC) là: $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{1}=1 \Leftrightarrow x+y+z-1=0$.

Phương trình mặt phẳng (BCD) là: $x=0$.

Phương trình mặt phẳng (CDA) là: $y=0$.

Phương trình mặt phẳng (DAB) là: $z=0$.

Ta có M cách đều 4 mặt phẳng (ABC), (BCD), (CDA), (DAB) nên:

$$\frac{|x_0+y_0+z_0-1|}{\sqrt{3}}=|x_0|=|y_0|=|z_0| \Leftrightarrow \begin{cases} x_0=\pm y_0 \\ x_0=\pm z_0 \\ x_0+y_0+z_0-1=\pm x_0 \end{cases}.$$

Ta có các trường hợp sau:

TH1: $\begin{cases} x_0=y_0=z_0 \\ x_0+y_0+z_0-1=\sqrt{3}x_0 \end{cases} \Leftrightarrow x_0=y_0=z_0=\dfrac{1}{3-\sqrt{3}}$.

TH2: $\begin{cases} x_0=-y_0=z_0 \\ x_0+y_0+z_0-1=\sqrt{3}x_0 \end{cases} \Leftrightarrow x_0=-y_0=z_0=\dfrac{1}{1-\sqrt{3}}$.

TH3: $\begin{cases} x_0 = y_0 = -z_0 \\ x_0 + y_0 + z_0 - 1 = \sqrt{3}x_0 \end{cases} \Leftrightarrow x_0 = y_0 = -z_0 = \dfrac{1}{1-\sqrt{3}}$.

TH4: $\begin{cases} x_0 = y_0 = z_0 \\ x_0 + y_0 + z_0 - 1 = -\sqrt{3}x_0 \end{cases} \Leftrightarrow x_0 = y_0 = z_0 = \dfrac{1}{3+\sqrt{3}}$.

TH5: $\begin{cases} x_0 = -y_0 = -z_0 \\ x_0 + y_0 + z_0 - 1 = \sqrt{3}x_0 \end{cases} \Leftrightarrow x_0 = -y_0 = -z_0 = \dfrac{-1}{1+\sqrt{3}}$.

TH6: $\begin{cases} x_0 = -y_0 = z_0 \\ x_0 + y_0 + z_0 - 1 = -\sqrt{3}x_0 \end{cases} \Leftrightarrow x_0 = -y_0 = z_0 = \dfrac{1}{1+\sqrt{3}}$.

TH7: $\begin{cases} x_0 = y_0 = -z_0 \\ x_0 + y_0 + z_0 - 1 = -\sqrt{3}x_0 \end{cases} \Leftrightarrow x_0 = y_0 = -z_0 = \dfrac{1}{1+\sqrt{3}}$.

TH8: $\begin{cases} x_0 = -y_0 = -z_0 \\ x_0 + y_0 + z_0 - 1 = -\sqrt{3}x_0 \end{cases} \Leftrightarrow x_0 = -y_0 = -z_0 = \dfrac{1}{\sqrt{3}-1}$.

Vậy có 8 điểm M thỏa mãn bài toán.

Câu 17: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 3 MĐ 234 năm học 2017-2018) Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $SABC$ có $S(0;0;1)$, $A(1;0;1)$, $B(0;1;1)$; $C(0;0;2)$. Hỏi tứ diện $SABC$ có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 6. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

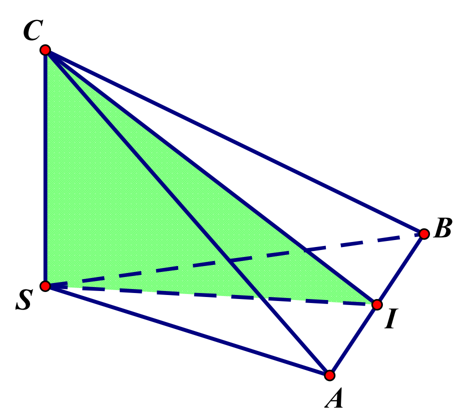
Hướng dẫn giải

Chọn D

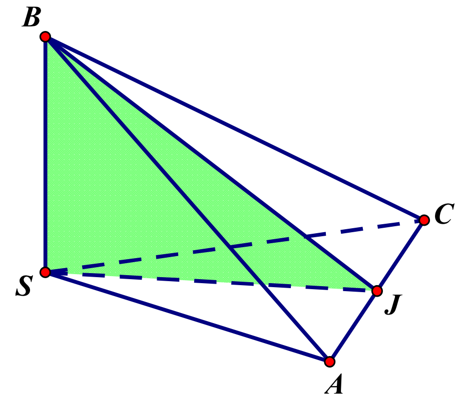
Ta có: $\overrightarrow{SA} = (1;0;0)$, $\overrightarrow{SB} = (0;1;0)$, $\overrightarrow{SC} = (0;0;1)$ nên $\overrightarrow{SA}.\overrightarrow{SB} = 0$, $\overrightarrow{SB}.\overrightarrow{SC} = 0$, $\overrightarrow{SC}.\overrightarrow{SA} = 0$ và $\left|\overrightarrow{SA}\right| = \left|\overrightarrow{SB}\right| = \left|\overrightarrow{SC}\right| = 1$

Tức là tứ diện $SABC$ có các cạnh $SA,\ SB,\ SC$ bằng nhau và đôi một vuông góc. Vậy tứ diện $SABC$ có tất cả ba mặt phẳng đối xứng đó là:

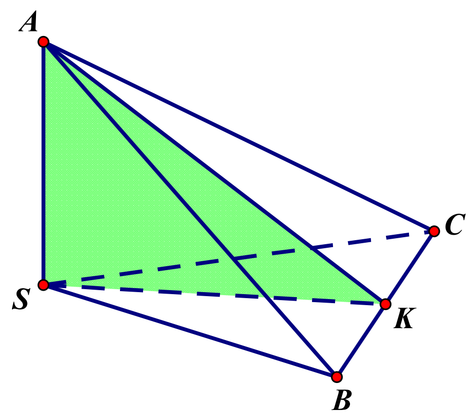
- Mặt phẳng trung trực của cạnh AB.



- Mặt phẳng trung trực của cạnh AC.



- Mặt phẳng trung trực của cạnh BC.



Câu 18: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 3 MĐ 234 năm học 2017-2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình là $x^2+y^2+z^2-2x-2y-6z+7=0$. Cho ba điểm A, M, B nằm trên mặt cầu (S) sao cho $\widehat{AMB}=90°$. Diện tích tam giác AMB có giá trị lớn nhất bằng?

A. 4. **B.** 2. **C.** 4π. **D.** Không tồn tại.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $(S):(x-1)^2+(y-1)^2+(z-3)^2=4 \Rightarrow (S)$ có tâm $I(1;1;3)$ và bán kính $R=2$.

Bài ra A, M, B nằm trên mặt cầu (S) và $\widehat{AMB}=90° \Rightarrow AB$ qua $I \Rightarrow AB=2R=4$.

Ta có $S_{AMB}=\dfrac{1}{2}MA.MB\le\dfrac{MA^2+MB^2}{4}=\dfrac{AB^2}{4}=4$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow MA=MB=\dfrac{AB}{\sqrt{2}}=2\sqrt{2}$ và $AB=4$.

Do đó diện tích tam giác AMB có giá trị lớn nhất bằng 4.

Câu 19: (THPT Hồng Quang-Hải Dương năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(2;1;3)$, $B(1;-1;2)$, $C(3;-6;1)$. Điểm $M(x;y;z)$ thuộc mặt phẳng (Oyz) sao cho $MA^2+MB^2+MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính giá trị của biểu thức $P=x+y+z$.

A. $P=0$. **B.** $P=2$. **C.** $P=6$. **D.** $P=-2$.

Lời giải

Chọn A

Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Suy ra: $G(2;-2;2)$.

Ta có: $MA^2+MB^2+MC^2=\overrightarrow{MA}^2+\overrightarrow{MB}^2+\overrightarrow{MC}^2$

$=\left(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GA}\right)^2+\left(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GB}\right)^2+\left(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GC}\right)^2=3MG^2+GA^2+GB^2+GC^2$.

Do tổng $GA^2+GB^2+GC^2$ không đổi nên $MA^2+MB^2+MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi MG^2 nhỏ nhất SC nhỏ nhất.

Mà S nằm trên mặt phẳng (Oyz) nên M là hình chiếu vuông góc của G lên mặt phẳng (Oyz). Suy ra: $M(0;-2;2)$.

Vậy $P=x+y+z=0+(-2)+2=0$.

Câu 20: (THPT Trần Quốc Tuấn năm 2017-2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và B. Ba đỉnh $A(1;2;1)$, $B(2;0;-1)$, $C(6;1;0)$ Hình thang có diện tích bằng $6\sqrt{2}$. Giả sử đỉnh $D(a;b;c)$, tìm mệnh đề đúng?

A. $a+b+c=6$. **B.** $a+b+c=5$. **C.** $a+b+c=8$. **D.** $a+b+c=7$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;-2;-2)\Rightarrow\left|\overrightarrow{AB}\right|=3$; $\overrightarrow{BC}=(4;1;1)\Rightarrow\left|\overrightarrow{BC}\right|=3\sqrt{2}$.

Theo giả thiết $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B và có diện tích bằng $6\sqrt{2}$ nên $\frac{1}{2}AB(AD+BC)=6\sqrt{2}\Leftrightarrow\frac{1}{2}.3.\left(AD+3\sqrt{2}\right)=6\sqrt{2}\Rightarrow AD=\sqrt{2}\Rightarrow AD=\frac{1}{3}BC$.

Do $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B nên $\overrightarrow{AD}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$.

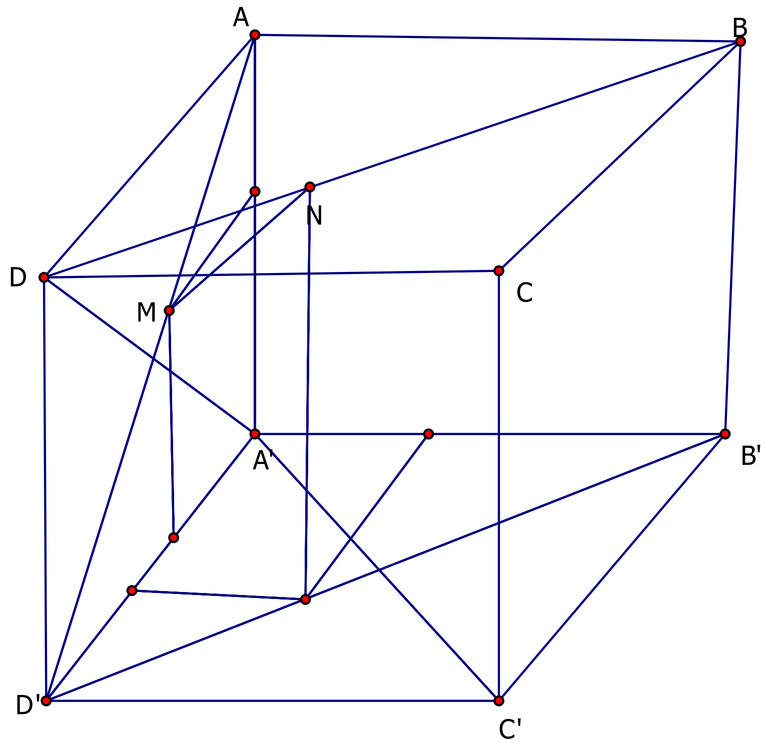
Giả sử $D(a;b;c)$ khi đó ta có $\begin{cases}a-1=\frac{4}{3}\\ b-2=\frac{1}{3}\\ c-1=\frac{1}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\frac{7}{3}\\ b=\frac{7}{3}\\ c=\frac{4}{3}\end{cases}\Rightarrow a+b+c=6$.

Câu 21: (THPT Thanh Miện 1-Hải Dương-lần 1 năm 2017-2018) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng a. Lấy điểm M thuộc đoạn AD', điểm N thuộc đoạn BD sao cho $AM=DN=x$, $\left(0<x<\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)$. Tìm x theo a để đoạn MN ngắn nhất.

A. $x=\frac{a\sqrt{2}}{3}$. **B.** $x=\frac{a\sqrt{2}}{4}$. **C.** $x=\frac{a}{3}$. **D.** $x=\frac{a}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho $O \equiv A'$, $A'D' \equiv Ox$, $A'B' \equiv Oy$, $A'A \equiv Oz$.

$A'(0;0;0)$, $D'(a;0;0)$, $B'(0;a;0)$, $A(0;0;a)$, $D(a;0;a)$, $B(0;a;a)$, $C'(a;a;0)$, $C(a;a;a)$.

$M\left(\dfrac{x}{\sqrt{2}};0;\dfrac{a\sqrt{2}-x}{\sqrt{2}}\right)$, $N\left(\dfrac{a\sqrt{2}-x}{\sqrt{2}};\dfrac{x}{\sqrt{2}};a\right)$.

$\Rightarrow MN^2 = \left(\sqrt{2}x-a\right)^2 + \dfrac{x^2}{2} + \dfrac{x^2}{2} = 3x^2 - 2\sqrt{2}ax + a^2 = 3\left(x^2 - 2\dfrac{\sqrt{2}}{3}ax + \dfrac{2a^2}{9}\right) + \dfrac{a^2}{3}$.

$\Rightarrow MN^2 = 3\left(x - \dfrac{\sqrt{2}a}{3}\right)^2 + \dfrac{a^2}{3}$. Vậy MN ngắn nhất $\Leftrightarrow x = \dfrac{a\sqrt{2}}{3}$.

Câu 22: (THPT Trần Hưng Đạo-TP HCM năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(0;0;-6)$, $B(0;1;-8)$, $C(1;2;-5)$ và $D(4;3;8)$. Hỏi có tất cả bao nhiêu mặt phẳng cách đều bốn điểm đó?

A. Có vô số mặt phẳng. **B.** 1 mặt phẳng. **C.** 7 mặt phẳng. **D.** 4 mặt phẳng.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD} \neq 0$, suy ra bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng.

Gọi (P) là mặt phẳng cách đều bốn điểm A, B, C, D.

TH1: Có một điểm nằm khác phía với ba điểm còn lại so với (P). Có bốn mặt phẳng thỏa mãn.

TH2: Mỗi phía của mặt phẳng (P) có hai điểm. Có ba mặt phẳng thỏa mãn.

Vậy có bảy mặt phẳng thỏa mãn.

Câu 23: (THPT Chuyên Hoàng Văn Thụ-Hòa Bình năm 2017-2018) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;1)$, $B(-1;2;0)$, $C(2;-3;2)$. Tập hợp tất cả các điểm M cách đều ba điểm A, B, C là một đường thẳng d. Phương trình tham số của đường thẳng d là:

A. $\begin{cases} x=-8-3t \\ y=t \\ z=15+7t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-8+3t \\ y=t \\ z=15-7t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-8+3t \\ y=-t \\ z=-15-7t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-8+3t \\ y=t \\ z=15+7t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-2;1;-1)$; $\overrightarrow{BC}=(3;-5;2)$.

Ta thấy $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{BC}$ không cùng phương nên ba điểm A, B, C không thẳng hàng.

M cách đều hai điểm A, B nên điểm M nằm trên mặt trung trực của AB.

M cách đều hai điểm B, C nên điểm M nằm trên mặt trung trực của BC.

Do đó tập hợp tất cả các điểm M cách đều ba điểm A, B, C là giao tuyến của hai mặt trung trực của AB và BC.

Gọi (P), (Q) lần lượt là các mặt phẳng trung trực của AB và BC.

$K\left(0;\frac{3}{2};\frac{1}{2}\right)$ là trung điểm AB; $N\left(\frac{1}{2};-\frac{1}{2};1\right)$ là trung điểm BC.

(P) đi qua K và nhận $\overrightarrow{AB}=(-2;1;-1)$ làm véctơ pháp tuyến nên

$(P):-2x+\left(y-\frac{3}{2}\right)-\left(z-\frac{1}{2}\right)=0$ hay $(P):2x-y+z+1=0$.

(Q) đi qua N và nhận $\overrightarrow{BC}=(3;-5;2)$ làm véctơ pháp tuyến nên

$(Q):3\left(x-\frac{1}{2}\right)-5\left(y+\frac{1}{2}\right)+2(z-1)=0$ hay $(Q):3x-5y+2z-6=0$.

Ta có $d:\begin{cases} 2x-y+z+1=0 \\ 3x-5y+2z-6=0 \end{cases}$

Nên d có véctơ chỉ phương $\vec{u}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BC}\right]=(-3;1;7)$.

Cho $y=0$ ta sẽ tìm được $x=-8$, $z=15$ nên $(-8;0;15)\in d$.

Vậy $\begin{cases} x=-8-3t \\ y=t \\ z=15+7t \end{cases}$.

Câu 24: (THPT Chuyên Hoàng Văn Thụ-Hòa Bình năm 2017-2018) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;1)$, $B(1;2;-3)$ và đường thẳng $d:\frac{x+1}{2}=\frac{y-5}{2}=\frac{z}{-1}$. Tìm vectơ chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng Δ đi qua điểm A và vuông góc với d đồng thời cách B một khoảng lớn nhất.

A. $\vec{u}=(4;-3;2)$. **B.** $\vec{u}=(2;0;-4)$. **C.** $\vec{u}=(2;2;-1)$. **D.** $\vec{u}=(1;0;2)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;-0;-4)$, $\overrightarrow{u_d}=(2;2;-1)$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của B lên Δ, lúc đó $d(B,\Delta)=BH \le BA$.

Do đó $d(B,\Delta)$ lớn nhất khi $H \equiv A \Rightarrow \Delta \perp d$ và $\Delta \perp AB$.

Ta có VTCP của Δ là $\overrightarrow{u_\Delta}=\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{u_d}\right]=(8;-6;4)$. Do đó chọn $\vec{u}=(4;-3;2)$ là VTCP của Δ.

Câu 25: **(THPT Chuyên Hoàng Văn Thụ-Hòa Bình năm 2017-2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;-1)$, mặt phẳng $(P): x+y-z-3=0$. Mặt cầu (S) có tâm I nằm trên mặt phẳng (P), đi qua điểm A và gốc tọa độ O sao cho chu vi tam giác OIA bằng $6+\sqrt{2}$. Phương trình mặt cầu (S) là

A. $(x+2)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$ và $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+2)^2=9$.

B. $(x-3)^2+(y-3)^2+(z-3)^2=9$ và $(x-1)^2+(y-1)^2+(z+1)^2=9$.

C. $(x-2)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9$ và $x^2+y^2+(z+3)^2=9$.

D. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+2)^2=9$ và $(x-2)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9$.

Lời giải

Chọn D

Giả sử $(S): x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$ $\left(a^2+b^2+c^2-d>0\right)$.

(S) có $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}$ và tâm $I(a;b;c)\in(P)$

$\Rightarrow a+b-c-3=0$ (1)

(S) qua A và O nên $\begin{cases} 2-2a+2c+d=0 \\ d=0 \end{cases} \Rightarrow 1-a+c=0$ (2) $\Rightarrow c=a-1$.

Cộng vế theo vế (1) và (2) ta suy ra $b=2$. Từ đó, suy ra $I(a;2;a-1)$.

Chu vi tam giác OIA bằng $6+\sqrt{2}$ nên $OI+OA+AI=6+\sqrt{2}$

$\Leftrightarrow 2\sqrt{2a^2-2a+5}=6 \Leftrightarrow a^2-a-2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=-1 \\ a=2 \end{array}\right.$.

+ Với $a=-1 \Rightarrow I(-1;2;-2) \Rightarrow R=3$. Do đó $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z+2)^2=9$.

+ Với $a=2 \Rightarrow I(2;2;1) \Rightarrow R=3$. Do đó $(S):(x-2)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9$.

Câu 26: **(THPT Chuyên Hoàng Văn Thụ-Hòa Bình năm 2017-2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(0;1;3)$, $N(10;6;0)$ và mặt phẳng $(P): x-2y+2z-10=0$. Điểm $I(-10;a;b)$ thuộc mặt phẳng (P) sao cho $|IM-IN|$ lớn nhất. Khi đó tổng $T=a+b$ bằng

A. $T=5$. **B.** $T=1$. **C.** $T=2$. **D.** $T=6$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $(x_M-2y_M+2z_M-10)(x_N-2y_N+2z_N-10)=(0-2.1+2.3-10)(10-2.6+2.0-10)>0$

Nên hai điểm M và N nằm cùng phía so với mặt phẳng (P).

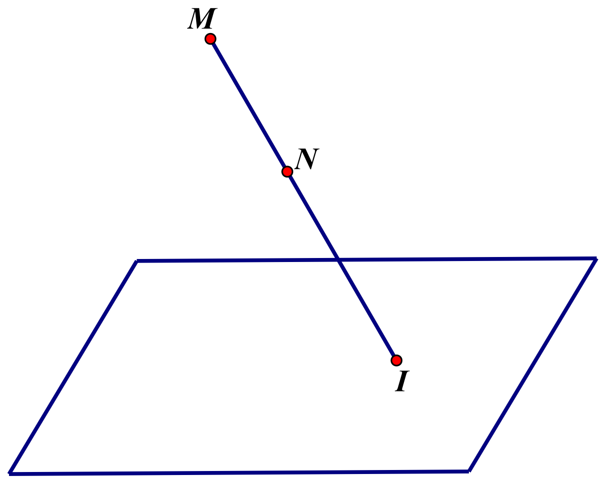
Ta luôn có: $|IM-IN|\le MN=\sqrt{134}$, nên $|IM-IN|$ lớn nhất khi và chỉ khi I là giao điểm của đường thẳng MN với mặt phẳng (P).

Đường thẳng MN có vec-tơ chỉ phương $\overrightarrow{MN}=(10;5;-3)$,

nên phương trình đường thẳng MN là $\begin{cases}x=10t\\ y=1+5t\\ z=3-3t\end{cases}$.

Tọa độ giao điểm I của đường thẳng MN với mặt phẳng (P) ứng với t là nghiệm phương trình: $(10t)-2(1+5t)+2(3-3t)-10=0 \Leftrightarrow t=-1$

Do đó $I=(-10;-4;6)$, từ đó ta có $a=-4$ và $b=6$, nên $T=(-4)+6=2$.



Câu 27: (THPT Hậu Lộc 2-Thanh Hóa năm 2017-2018) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y-4z-16=0$ và mặt phẳng $(P): x+2y-2z-2=0$. Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính là:

A. $r=\sqrt{6}$. **B.** $r=2\sqrt{2}$. **C.** $r=4$. **D.** $r=2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y-4z-16=0$ có tâm $I(1;-2;2)$ bán kính $R=5$.

Khoảng cách từ $I(1;-2;2)$ đến mặt phẳng $(P): x+2y-2z-2=0$ là $d=\dfrac{|1-4-4-2|}{\sqrt{1+4+4}}=3$.

Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính là:

$r=\sqrt{R^2-d^2}=4$.

Câu 28: (THPT Hậu Lộc 2-Thanh Hóa năm 2017-2018) Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+4x-6y+m=0$ và đường thẳng Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): x+2y-2z-4=0$ và $(\beta): 2x-2y-z+1=0$. Đường thẳng Δ cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt A,B thỏa mãn $AB=8$ khi:

A. $m=12$. **B.** $m=-12$. **C.** $m=-10$. **D.** $m=5$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình $(S): x^2+y^2+z^2+4x-6y+m=0$ là phương trình mặt cầu $\Leftrightarrow m<13$.

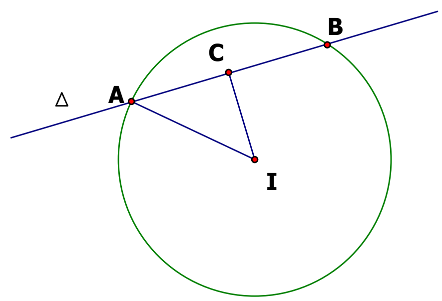
Khi đó (S) có tọa độ tâm $I(-2;3;0)$ bán kính $R=\sqrt{13-m}$.

Gọi $M(x;y;z)$ là điểm bất kỳ thuộc Δ.

$\Rightarrow$ Tọa độ M thỏa mãn hệ: $\begin{cases} x+2y-2z-4=0 \\ 2x-2y-z+1=0 \end{cases}$.

Đặt $y=t$ ta có: $\begin{cases} x-2z=4-2t \\ 2x-z=-1+2t \end{cases}$ $\begin{cases} x=-2+3t \\ z=-3+2t \end{cases}$ $\Rightarrow \Delta$ có phương trình tham số: $\begin{cases} x=-2+2t \\ y=\quad t \\ z=-3+2t \end{cases}$.

$\Rightarrow \Delta$ đi qua điểm $N(-2;0;-3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}(2;1;2)$.



Giả sử mặt cầu (S) cắt Δ tại hai điểm phân biệt A,B sao cho $AB=8$.Gọi (C) là đường tròn lớn chứa đường thẳng Δ. Khi đó $IC^2=R^2-AC^2=13-m-4^2=-m-3$.

$\overrightarrow{IN}=(0;-3;-3)$, $\left[\overrightarrow{IN},\vec{u}\right]=(-3;-6;6)\Rightarrow\left|\left[\overrightarrow{IN},\vec{u}\right]\right|=9$, $|\vec{u}|=3$.

$d(I,\Delta)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{IN},\vec{u}\right]\right|}{|\vec{u}|}=3$.

Vậy mặt cầu (S) cắt Δ tại hai điểm phân biệt A,B sao cho $AB=8$.

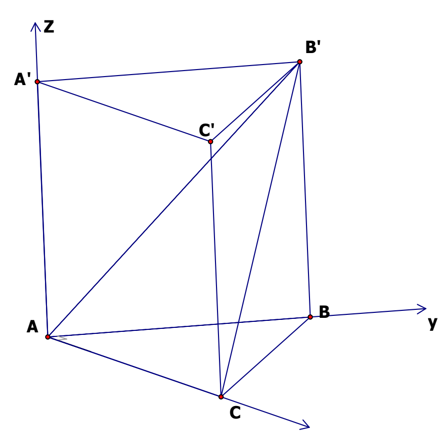
$\Leftrightarrow -m-3=9\Leftrightarrow m=-12$.

Câu 29: **(THPT Hậu Lộc 2-Thanh Hóa năm 2017-2018)** Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại A, cạnh $BC=a\sqrt{6}$. Góc giữa mặt phẳng $(AB'C)$ và mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng 60^0. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$?

A. $V=\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $V=\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $V=\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn D



Vì tam giác ABC vuông cân tại A, cạnh $BC = a\sqrt{6}$ nên $AB = AC = a\sqrt{3}$.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho $A(0;0;0)$, $C(a\sqrt{3};0;0)$, $B(0;a\sqrt{3};0)$, $A'(0;0;z)$ $(z>0)$.

$\Rightarrow B'(0;a\sqrt{3};z)$; $\overrightarrow{BC} = (-a\sqrt{3};a\sqrt{3};0)$, $\overrightarrow{BB'} = (0;0;z)$.

VTPT của $(BCC'B')$ là: $\overrightarrow{n_1} = \dfrac{1}{za\sqrt{3}}\left[\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BB'}\right] = (1;1;0)$.

$\overrightarrow{AC} = (a\sqrt{3};0;0)$, $\overrightarrow{AB'} = (0;a\sqrt{3};z)$.

$\Rightarrow$ VTPT của mặt phẳng $(BA'C)$ là: $\overrightarrow{n_2} = \dfrac{1}{a\sqrt{3}}\left[\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AB'}\right] = (0;-z;a\sqrt{3})$.

Vì góc giữa mặt phẳng $(AB'C)$ và mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng 60^0 nên:

$cos60° = \left|cos\left(\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}\right)\right| \Leftrightarrow \dfrac{|z|}{\sqrt{2(z^2+3a^2)}} = \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow z = a\sqrt{3}$.

Vậy thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là: $V = \dfrac{1}{2}AC.AB.AA' = \dfrac{3a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 30: (THPT Trần Nhân Tông-Quảng Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(0;-2;1)$ và mặt phẳng $(P): x+2y-2z+3=0$. Biết mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có diện tích là 2π .Viết phương trình mặt cầu (S).

A. $(S): x^2+(y+2)^2+(z+1)^2 = 3$. **B.** $(S): x^2+(y+2)^2+(z+1)^2 = 1$.

C. $(S): x^2+(y+2)^2+(z-1)^2 = 3$. **D.** $(S): x^2+(y+2)^2+(z+1)^2 = 2$

Hướng dẫn giải.

Chọn C

Ta có $h = d(I,(P)) = 1$

Gọi (C) là đường tròn giao tuyến có bán kính r.

Vì $S = r^2.\pi = 2\pi \Leftrightarrow r = \sqrt{2}$.

Mà $R^2 = r^2 + h^2 = 3 \Rightarrow R = \sqrt{3}$.

Vậy phương trình mặt cầu tâm $I(0;-2;1)$ và bán kính $R = \sqrt{3}$.

$(S): x^2+(y+2)^2+(z-1)^2 = 3$

Câu 31: (THPT Yên Định-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(x)+2f\left(\dfrac{1}{x}\right) = 3x$. Tính tích phân $I = \displaystyle\int_{\frac{1}{2}}^{2}\dfrac{f(x)}{x}\mathrm{d}x$

A. $I = \dfrac{1}{2}$. **B.** $I = \dfrac{5}{2}$. **C.** $I = \dfrac{3}{2}$. **D.** $I = \dfrac{7}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Đặt $t = \frac{1}{x}$. Suy ra $\mathrm{d}t = \mathrm{d}\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{-1}{x^2}\mathrm{d}x \Rightarrow \mathrm{d}x = -\frac{1}{t^2}\mathrm{d}t$.

Đổi cận $x = \frac{1}{2} \Rightarrow t = 2$. $x = 2 \Rightarrow t = \frac{1}{2}$.

Ta có $I = \int\limits_2^{\frac{1}{2}} tf\left(\frac{1}{t}\right)\left(\frac{-1}{t^2}\right)\mathrm{d}t = \int\limits_{\frac{1}{2}}^{2} f\left(\frac{1}{t}\right)\left(\frac{1}{t}\right)\mathrm{d}t = \int\limits_{\frac{1}{2}}^{2} f\left(\frac{1}{x}\right)\left(\frac{1}{x}\right)\mathrm{d}x$.

Suy ra $3I = \int\limits_{\frac{1}{2}}^{2} \frac{f(x)}{x}\mathrm{d}x + 2\int\limits_{\frac{1}{2}}^{2} f\left(\frac{1}{x}\right)\left(\frac{1}{x}\right)\mathrm{d}x = \int\limits_{\frac{1}{2}}^{2} \frac{1}{x}\left(f(x) + 2f\left(\frac{1}{x}\right)\right)\mathrm{d}x = \int\limits_{\frac{1}{2}}^{2} 3\mathrm{d}x = 3x\Big|_{\frac{1}{2}}^{2} = \frac{9}{2}$.

Vậy $I = \frac{3}{2}$.

Câu 1: (THPT Lê Quý Đôn-Hà Nội năm 2017-2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;1;1)$. Mặt phẳng (P) đi qua M và cắt chiều dương của các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C thỏa mãn $OA = 2OB$. Tính giá trị nhỏ nhất của thể tích khối tứ diện $OABC$.

A. $\frac{64}{27}$. **B.** $\frac{10}{3}$. **C.** $\frac{9}{2}$. **D.** $\frac{81}{16}$.

Lời giải

Chọn D

Giả sử $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với $a,b,c>0$. Khi đó mặt phẳng (P) có dạng $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$. Vì (P) đi qua M nên $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=1$.

Mặt khác $OA=2OB$ nên $a=2b$ nên $\frac{3}{2b}+\frac{1}{c}=1 \Rightarrow \frac{1}{c}=1-\frac{3}{2b}=\frac{2b-3}{2b} \Rightarrow c=\frac{2b}{2b-3}$.

Thể tích khối tứ diện $OABC$ là $V=\frac{1}{6}abc=\frac{1}{3}b^2c$.

Ta có $\frac{3}{2b}+\frac{1}{c}=\frac{3}{4b}+\frac{3}{4b}+\frac{1}{c}\ge 3\sqrt[3]{\frac{9}{16b^2c}} \Rightarrow \sqrt[3]{\frac{9}{16b^2c}}\le\frac{1}{3}\Rightarrow\frac{16b^2c}{9}\ge 27\Rightarrow\frac{b^2c}{3}\ge\frac{81}{16}$.

$$V_{\min}=\frac{81}{16} \text{ khi } \frac{3}{4b}=\frac{1}{c}=\frac{1}{3} \Rightarrow \begin{cases} a=\frac{9}{2} \\ b=\frac{9}{4} \\ c=3 \end{cases}.$$

Câu 2: (THPT Lê Quý Đôn-Hà Nội năm 2017-2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hai mặt cầu $(S_1): x^2+y^2+z^2+4x+2y+z=0$; $(S_2): x^2+y^2+z^2-2x-y-z=0$ cắt nhau theo một đường tròn (C) nằm trong mặt phẳng (P). Cho các điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;3)$. Có bao nhiêu mặt cầu tâm thuộc (P) và tiếp xúc với cả ba đường thẳng AB, BC, CA?

A. 4 mặt cầu. **B.** 2 mặt cầu. **C.** 3 mặt cầu. **D.** 1 mặt cầu.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng (P) chứa đường tròn (C) có phương trình là: $6x+3y+2z=0$.

Mặt phẳng (ABC) có phương trình là: $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1 \Leftrightarrow 6x+3y+2z-6=0$.

Do đó $(P)//(ABC)$.

Mặt cầu (S) tiếp xúc với cả ba đường thẳng AB, BC, CA sẽ giao với mặt phẳng (ABC) theo một đường tròn tiếp xúc với ba đường thẳng AB, BC, CA. Trên mặt phẳng (ABC) có 4 đường tròn tiếp xúc với ba đường thẳng AB, BC, CA đó là đường tròn nội tiếp tam giác ABC và ba đường tròn bàng tiếp các góc A, B, C. Do đó có 4 mặt cầu có tâm nằm trên (P) và tiếp xúc với cả ba đường thẳng AB, BC, CA. Tâm của 4 mặt cầu là hình chiếu của tâm 4 đường tròn tiếp xúc với ba đường thẳng AB, BC, CA lên mặt phẳng (P).

Câu 3: (THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh-lần 2 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(2;1;2)$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2y-2z-7=0$. Mặt phẳng (P) đi qua A và cắt (S) theo thiết diện là đường tròn (C) có diện tích nhỏ nhất. Bán kính đường tròn (C) là

A. 1. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu (S) có tâm $I(0;1;1)$ và bán kính $R=3$.

Ta có $IA=\sqrt{(2-0)^2+(1-1)^2+(2-1)^2}=\sqrt{5}<3=R$ nên A nằm trong mặt cầu (S).

Đặt h là khoảng cách từ I đến mặt phẳng (P), r là bán kính đường tròn (C). Khi đó:

$h\le IA=\sqrt{5}$ và $h=\sqrt{5}$ khi và chỉ khi $IA\perp(P)$.

$r^2=R^2-h^2\ge 3^2-\sqrt{5}^2=4\Rightarrow r\ge 2$.

Đường tròn (C) có diện tích nhỏ nhất nên $r=2$.

Câu 4: (THPT Lý Thái Tổ-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;2;-3)$, $B\left(\frac{3}{2};\frac{3}{2};-\frac{1}{2}\right)$, $C(1;1;4)$, $D(5;3;0)$. Gọi (S_1) là mặt cầu tâm A bán kính bằng 3, (S_2) là mặt cầu tâm B bán kính bằng $\frac{3}{2}$. Có bao nhiêu mặt phẳng tiếp xúc với 2 mặt cầu (S_1), (S_2) đồng thời song song với đường thẳng đi qua 2 điểm C, D.

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn A

Cách 1: Gọi $\vec{n}=(a;b;c)\ne\vec{0}$ là vtpt của mp(P) cần tìm.

TH1: $a\ne 0$, chọn $a=1$.Khi đó $\vec{n}=(1;b;c)$.

$\overrightarrow{CD}=(4;2;-4)$. Vì $\overrightarrow{CD}.\vec{n}=0\Rightarrow b=2c-2\Rightarrow\vec{n}=(1;2c-2;c)$.

Ptmp(P): $x+(2c-2)y+cz+d=0$.

$$\begin{cases} d(A;(P))=3 \\ d(B;(P))=\dfrac{3}{2} \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} \dfrac{|c+d-3|}{\sqrt{1+(2c-2)^2+c^2}}=3 \\ \dfrac{\left|\frac{5}{2}c+d-\frac{3}{2}\right|}{\sqrt{1+(2c-2)^2+c^2}}=\dfrac{3}{2} \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} \{|c+d-3|=2\left|\frac{5}{2}c+d-\frac{3}{2}\right| \\ \dfrac{|c+d-3|}{\sqrt{1+(2c-2)^2+c^2}}=3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases} \left[\begin{array}{l} d=-4c \\ d=-2c+2 \end{array}\right. \\ \dfrac{|c+d-3|}{\sqrt{1+(2c-2)^2+c^2}}=3 \end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} \begin{cases} d=-4c \\ \dfrac{|c+d-3|}{\sqrt{1+(2c-2)^2+c^2}}=3 \end{cases} \\ \begin{cases} d=-2c+2 \\ \dfrac{|c+d-3|}{\sqrt{1+(2c-2)^2+c^2}}=3 \end{cases} \end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} \begin{cases} d=-4c \\ 4c^2-10c+4=0 \end{cases} \\ \begin{cases} d=-2c+2 \\ 44c^2-74c+44=0 \end{cases} \end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l} c=2 \\ c=\dfrac{1}{2} \end{array}\right..$$

Với $c=2$ ta có ptmp (P): $x+2y+2z-8=0$: T/m vì song song với CD

Với $c=\frac{1}{2}$ ta có ptmp (P): $x-y+\frac{1}{2}z-2=0$: Loại vì chứa điểm C .

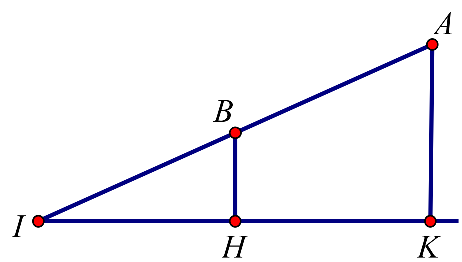
TH2: $a=0$. Khi đó $\vec{n}=(0;b;c)$. Vì $\overrightarrow{CD}.\vec{n}=0\Rightarrow b=2c-2\Rightarrow b=2c\Rightarrow \vec{n}=(0;2;1)$.

Phương trình mặt phẳng $(P): 2y+z+d=0$.

$$\begin{cases} d\left(A;(P)\right)=3 \\ d\left(B;(P)\right)=\frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{|d+1|}{\sqrt{5}}=3 \\ \frac{\left|d+\frac{5}{2}\right|}{\sqrt{5}}=\frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow \text{Không tồn tại mp.}$$

KL:Có một mặt phẳng thỏa mãn ycbt

Cách 2: Ta có $AB=\frac{3\sqrt{3}}{2}$ mà $R_1+R_2=3+\frac{3}{2}=\frac{9}{2}$ nên hai mặt cầu cắt nhau theo một đường tròn giao tuyến.



Gọi $I=AB\cap(\alpha)$ với (α) là mặt phẳng thỏa mãn bài toán. Hạ BH, AK vuông góc với mặt phẳng (α).

Khi đó ta có I nằm ngoài AB và B là trung điểm AI vì $R_2=\frac{3}{2}=\frac{1}{2}R_1 \Leftrightarrow BH=\frac{1}{2}AK$.

Suy ra $I(2;1;2)$.

Gọi $(\alpha): a(x-2)+b(y-1)+c(z-2)=0$.

Vì $(\alpha)//CD$ mà $\overrightarrow{CD}=(4;2;-4)$ nên ta có $2a+b-2c=0 \Leftrightarrow b=2c-2a$

Khi đó $d\left(A;(\alpha)\right)=3 \Leftrightarrow \frac{|-a+b-5c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=3$

$$\Leftrightarrow (c+a)^2=a^2+(2c-2a)^2+c^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=2c\Rightarrow b=-2c \\ a=\frac{1}{2}c\Rightarrow b=c \end{array}\right. .$$

Ta có hai trường hợp:

Câu 5: $b=-2c$; $a=2c \Rightarrow (\alpha): 2c(x-2)-2c(y-1)+c(z-2)=0 \Leftrightarrow 2x-2y+z-4=0$

Mặt khác $CD//(\alpha)$ nên $C,D\notin(\alpha) \Rightarrow$ loại trường hợp trên.

Câu 6: $b=c$; $a=\frac{1}{2}c \Rightarrow (\alpha): \frac{1}{2}c(x-2)+c(y-1)+c(z-2)=0 \Leftrightarrow x+2y+2z-8=0$

Kiểm tra thấy $C,D\notin(\alpha)$ nên nhận trường hợp này.

Vậy $(\alpha): x+2y+2z-8=0$.

Câu 7: (THPT Phan Châu Trinh-DakLak-lần 2 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;-3;7)$, $B(0;4;-3)$ và $C(4;2;5)$. Biết điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ nằm trên mp(Oxy) sao cho $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|$ có giá trị nhỏ nhất. Khi đó tổng $P=x_0+y_0+z_0$ bằng

A. $P=0$. **B.** $P=6$. **C.** $P=3$. **D.** $P=-3$.

Lời giải

Chọn C

Gọi G là điểm sao cho $S=1 \Rightarrow G(2;1;3)$.

Khi đó $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|=\overrightarrow{OB}=\left(-\frac{8}{3};\frac{4}{3};\frac{8}{3}\right)OA=3$.

Nên $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|$ có giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi MG ngắn nhất, khi đó M là hình chiếu vuông góc của $G(2;1;3)$ trên mp(Oxy). Do đó $M=(2;1;0)$.

Vậy $P=x_0+y_0+z_0=2+1+0=3$.

Câu 8: (THPT Kinh Môn-Hải Dương lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian $Oxyz$ cho các mặt phẳng $(P):x-y+2z+1=0$, $(Q):2x+y+z-1=0$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm thuộc trục hoành, đồng thời (S) cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 2 và (S) cắt mặt phẳng (Q) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng r. Xác định r sao cho chỉ có đúng một mặt cầu (S) thỏa yêu cầu.

A. $r=\sqrt{3}$. **B.** $r=\sqrt{\frac{3}{2}}$. **C.** $r=\sqrt{2}$. **D.** $r=\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $I(m;0;0)$ là tâm mặt cầu có bán kính R, d_1, d_2 là các khoảng cách từ I đến (P) và (Q). Ta có $d_1=\frac{|m+1|}{\sqrt{6}}$ và $d_2=\frac{|2m-1|}{\sqrt{6}}$

Theo đề ta có $\sqrt{d_1^2+4}=\sqrt{d_2^2+r^2} \Leftrightarrow \sqrt{\frac{m^2+2m+1}{6}+4}=\sqrt{\frac{4m^2-4m+1}{6}+r^2}$

$\Leftrightarrow m^2-2m+2r^2-8=0\ (1)$.

Yêu cầu bài toán tương đương phương trình (1) có đúng một nghiệm m $\Leftrightarrow 1-(2r^2-8)=0$

$\Leftrightarrow r^2=\frac{9}{2} \Leftrightarrow r=\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 9: (THPT Chuyên Lam Sơn-Thanh Hóa-lần 2 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x+6y-4z-2=0$, mặt phẳng $(\alpha):x+4y+z-11=0$. Gọi (P) là mặt phẳng vuông góc với (α), (P) song song với giá của véctơ $\vec{v}=(1;6;2)$ và (P) tiếp xúc với (S). Lập phương trình mặt phẳng (P).

A. $2x-y+2z-2=0$ và $x-2y+z-21=0$. **B.** $x-2y+2z+3=0$ và $x-2y+z-21=0$.

C. $2x-y+2z+3=0$ và $2x-y+2z-21=0$. **D.** $2x-y+2z+5=0$ và $2x-y+2z-2=0$.

Lời giải

Chọn C

(S) có tâm $I(1;-3;2)$ và bán kính $R=4$. Véc tơ pháp tuyến của (α) là $\overrightarrow{n_\alpha}=(1;4;1)$.

Suy ra VTPT của (P) là $\overrightarrow{n_P}=\left[\overrightarrow{n_\alpha},\vec{v}\right]=(2;-1;2)$.

Do đó (P) có dạng: $2x-y+2z+d=0$.

Mặt khác (P) tiếp xúc với (S) nên $d(I,(P))=4$

Hay $\dfrac{|2+3+4+d|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}}=4 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} d=-21 \\ d=3 \end{array}\right.$.

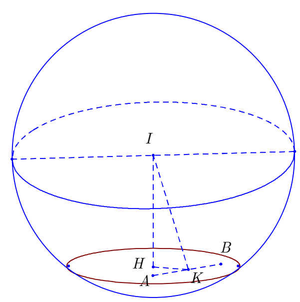
Vậy PTMP (P): $2x-y+2z+3=0$ và $2x-y+2z-21=0$.

Câu 10: (THPT Chuyên Lam Sơn-Thanh Hóa-lần 2 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=16$ và các điểm $A(1;0;2)$, $B(-1;2;2)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua hai điểm A, B sao cho thiết diện của (P) với mặt cầu (S) có diện tích nhỏ nhất. Khi viết phương trình (P) dưới dạng $(P): ax+by+cz+3=0$. Tính $T=a+b+c$.

A. 3. **B.** -3. **C.** 0. **D.** -2.

Lời giải

Chọn B



Mặt cầu có tâm $I(1;2;3)$ bán kính là $R=4$.

Ta có A, B nằm trong mặt cầu. Gọi K là hình chiếu của I trên AB và H là hình chiếu của I lên thiết diện.

Ta có diện tích thiết diện bằng $S=\pi r^2=\pi\left(R^2-IH^2\right)$. Do đó diện tích thiết diện nhỏ nhất khi IH lớn nhất. Mà $IH\le IK$ suy ra (P) qua A,B và vuông góc với IK.

Ta có $IA=IB=\sqrt{5}$ suy ra K là trung điểm của AB. Vậy $K(0;1;2)$ và $\overrightarrow{KI}=(1;1;1)$.

Vậy $(P):(x-1)+y+(z-2)=0 \Leftrightarrow -x-y-z+3=0$.

Vậy $T=-3$.

Câu 11: (THPT Hồng Lĩnh-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $OABC$ (O là gốc tọa độ), $A\in Ox$, $B\in Oy$, $C\in Oz$ và mặt phẳng (ABC) có phương trình: $6x+3y+2z-12=0$. Thể tích khối tứ diện $OABC$ bằng

A. 14. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 8.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $A(2;0;0)$, $B(0;4;0)$, $C(0;0;6)$.

Thể tích khối tứ diện $OABC$ là $V=\frac{1}{3}.S_{OBC}.OA=\frac{1}{6}.OA.OB.OC=\frac{1}{6}.2.4.6=8$ (đvtt).

Câu 12: (THPT Hồng Lĩnh-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;0)$, $B(0;0;2)$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-2y+1=0$. Số mặt phẳng chứa hai điểm A, B và tiếp xúc với mặt cầu (S) là

A. 1 mặt phẳng. **B.** 2 mặt phẳng. **C.** 0 mặt phẳng.. **D.** Vô số mặt phẳng..

Lời giải

Chọn A

Gọi phương trình mặt phẳng là $(P): Ax+By+Cz+D=0\left(A^2+B^2+C^2\neq 0\right)$.

Theo đề bài, mặt phẳng qua A,B nên ta có:

$\begin{cases}A+D=0\\2C+D=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}A=2C\\D=-2C\end{cases}$. Vậy mặt phẳng (P) có dạng: $2Cx+By+Cz-2C=0$.

(S) có tâm $I(1,1,0)$ và $R=1$.

Vì (P) tiếp xúc với (S) nên $d\left(I;(P)\right)=R\Leftrightarrow\frac{|2C+B-2C|}{\sqrt{5C^2+B^2}}=1\Leftrightarrow B^2=5C^2+B^2\Leftrightarrow C=0$.

Suy ra $A=D=0$.

Vậy phương trình mặt phẳng $(P): y=0$.

Câu 13: (THPT Lê Quý Đôn-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(3;2;1)$. Viết phương trình mặt phẳng đi qua M và cắt các trục $x'Ox$, $y'Oy$, $z'Oz$ lần lượt tại các điểm A, B, C sao cho M là trực tâm của tam giác ABC.

A. $3x+y+2z-14=0$. **B.** $3x+2y+z-14=0$. **C.** $\frac{x}{9}+\frac{y}{3}+\frac{z}{6}=1$. **D.** $\frac{x}{12}+\frac{y}{4}+\frac{z}{4}=1$.

Lời giải

Chọn B

Giả sử $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với $a,b,c\neq 0$.

Phương trình mặt phẳng (P) qua A, B, C có dạng: $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.

Vì (P) đi qua $M(3;2;1)$ nên ta có: $\frac{3}{a}+\frac{2}{b}+\frac{1}{c}=1\ (1)$.

$\overrightarrow{MA}=(a-3;-2;-1)$, $\overrightarrow{BC}=(0;-b;c)$, $\overrightarrow{MC}=(-3;-2;c-1)$, $\overrightarrow{AB}=(-a;b;0)$.

M là trực tâm của tam giác ABC $\Rightarrow\begin{cases}\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{BC}=0\\\overrightarrow{MC}.\overrightarrow{AB}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2b-c=0\\3a-2b=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}c=2b\\a=\frac{2b}{3}\end{cases}\ (2)$.

Thay (2) vào (1) ta được: $\frac{9}{2b}+\frac{2}{b}+\frac{1}{2b}=1\Leftrightarrow\frac{7}{b}=1\Leftrightarrow b=7\Rightarrow\begin{cases}a=\frac{14}{3}\\c=14\end{cases}$.

Vậy phương trình mặt phẳng $(P):\frac{3x}{14}+\frac{y}{7}+\frac{z}{14}=1\Leftrightarrow 3x+2y+z-14=0$

Câu 14: (THPT Lê Quý Đôn-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $A(3;2;1)$, $B(-2;3;6)$. Điểm $M(x_M;y_M;z_M)$ thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy). Tìm giá trị của biểu thức $T=x_M+y_M+z_M$ khi $\left|\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}\right|$ nhỏ nhất.

A. $-\frac{7}{2}$. **B.** $\frac{7}{2}$. **C.** 2. **D.** -2.

Lời giải

Chọn C

Gọi điểm H thỏa mãn $\overrightarrow{HA}+3\overrightarrow{HB}=\vec{0}$ khi đó: $\begin{cases} x_H=\dfrac{x_A+3x_B}{1+3} \\ y_H=\dfrac{y_A+3y_B}{1+3} \\ z_H=\dfrac{z_A+3z_B}{1+3} \end{cases} \Rightarrow H\left(-\frac{3}{4};\frac{11}{4};\frac{19}{4}\right)$.

Phương trình mặt phẳng (Oxy) là $z=0$.

Xét $T=\frac{z_H}{1}=\frac{19}{4}$ do đó tọa độ điểm M cần tìm là $\begin{cases} x_M=x_H-aT \\ y_M=y_H-bT \\ z_M=z_H-cT \end{cases} \Rightarrow M\left(-\frac{3}{4};\frac{11}{4};0\right)$.

Vậy $T=x_M+y_M+z_M=-\frac{3}{4}+\frac{11}{4}+0=2$.

Câu 15: (THPT Lê Quý Đôn-Quãng Trị-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho 3 điểm $A(1;1;1)$, $B(0;1;2)$, $C(-2;1;4)$ và mặt phẳng $(P): x-y+z+2=0$. Tìm điểm $N\in(P)$ sao cho $S=2NA^2+NB^2+NC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $N\left(-\frac{4}{3};2;\frac{4}{3}\right)$. **B.** $N(-2;0;1)$. **C.** $N\left(-\frac{1}{2};\frac{5}{4};\frac{3}{4}\right)$. **D.** $N(-1;2;1)$.

Lời giải

Chọn D

Với mọi điểm I ta có

$S=2NA^2+NB^2+NC^2=2\left(\overrightarrow{NI}+\overrightarrow{IA}\right)^2+\left(\overrightarrow{NI}+\overrightarrow{IB}\right)^2+\left(\overrightarrow{NI}+\overrightarrow{IC}\right)^2$

$=4NI^2+2\overrightarrow{NI}\left(2\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}\right)+2IA^2+IB^2+IC^2$

Chọn điểm I sao cho $2\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}=\vec{0}$

$2\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}=\vec{0}\Leftrightarrow 4\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\vec{0}$ Suy ra tọa độ điểm I là $I(0;1;2)$.

Khi đó $S=4NI^2+2IA^2+IB^2+IC^2$, do đó S nhỏ nhất khi N là hình chiếu của I lên mặt phẳng (P).

Phương trình đường thẳng đi qua I và vuông góc với mặt phẳng (P) là $\begin{cases} x=0+t \\ y=1-t \\ z=2+t \end{cases}$

Tọa độ điểm $N(t;1-t;2+t)\in(P)\Rightarrow t-1+t+2+t+2=0\Leftrightarrow t=-1\Rightarrow N(-1;2;1)$.

Câu 16: (THPT Lê Quý Đôn-Quãng Trị-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(1;2;3)$, $B(3;4;4)$, $C(2;6;6)$ và $I(a;b;c)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Tính $a+b+c$.

A. $\frac{63}{5}$. **B.** $\frac{31}{3}$. **C.** $\frac{46}{5}$. **D.** 10.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;2;1),\overrightarrow{BC}=(-1;2;2)\Rightarrow\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BC}\right]=(2;-5;6)$.

Phương trình mặt phẳng (ABC) là $2x-5y+6z-10=0$.

Do $I(a;b;c)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC nên

$$\begin{cases} I\in(ABC) \\ IA=IB \\ IA=IC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a-5b+6c-10=0 \\ (a-1)^2+(b-2)^2+(c-3)^2=(a-3)^2+(b-4)^2+(c-4)^2 \\ (a-1)^2+(b-2)^2+(c-3)^2=(a-2)^2+(b-6)^2+(c-6)^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2a-5b+6c=10 \\ 4a+4b+2c=27 \\ 2a+8b+6c=62 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{3}{10} \\ b=4 \\ c=\frac{49}{10} \end{cases}.$$

Vậy $a+b+c=\frac{46}{5}$.

Câu 17: (THPT Chuyên Tiền Giang-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2;0;0)$; $B(0;3;0)$; $C(0;0;4)$. Gọi H là trực tâm tam giác ABC. Tìm phương trình tham số của đường thẳng OH.

A. $\begin{cases} x=4t \\ y=3t \\ z=-2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=3t \\ y=4t \\ z=2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=6t \\ y=4t \\ z=3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=4t \\ y=3t \\ z=2t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Do tứ diện $OABC$ có ba cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc và H là trực tâm tam giác ABC nên $OH\perp(ABC)$.

Phương trình mặt phẳng (ABC) là $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{4}=1$, hay $6x+4y+3z-12=0$.

Vì $OH\perp(ABC)$ nên đường thẳng OH có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(6;4;3)$.

Vậy, phương trình tham số của đường thẳng OH là $\begin{cases} x=6t \\ y=4t \\ z=3t \end{cases}$.

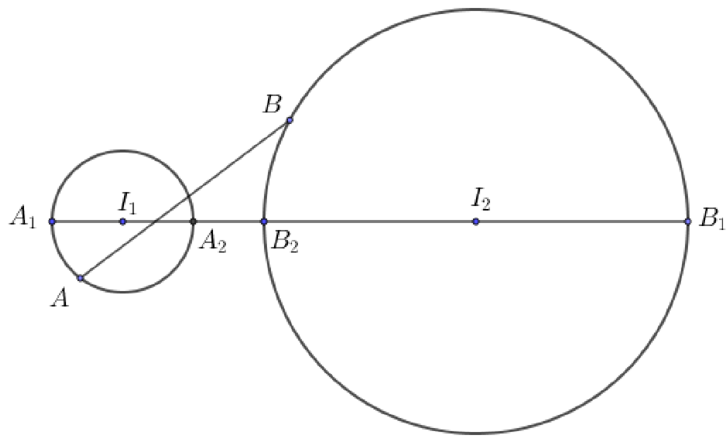
Câu 18: **(THPT Phan Đình Phùng-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho a, b, c, d, e, f là các số thực thỏa mãn $\begin{cases}(d-1)^2+(e-2)^2+(f-3)^2=1\\(a+3)^2+(b-2)^2+c^2=9\end{cases}$. Gọi giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F=\sqrt{(a-d)^2+(b-e)^2+(c-f)^2}$ lần lượt là M, m Khi đó, $M-m$ bằng

A. 10. **B.** $\sqrt{10}$. **C.** 8. **D.** $2\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $A(d;e;f)$ thì A thuộc mặt cầu $(S_1):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=1$ có tâm $I_1(1;2;3)$, bán kính $R_1=1$, $B(a;b;c)$ thì B thuộc mặt cầu $(S_2):(x+3)^2+(y-2)^2+z^2=9$ có tâm $I_2(-3;2;0)$, bán kính $R_2=3$. Ta có $I_1I_2=5>R_1+R_2\Rightarrow(S_1)$ và (S_2) không cắt nhau và ở ngoài nhau.



Dễ thấy $F=AB$, AB max khi $A\equiv A_1, B\equiv B_1$ $\Rightarrow$ Giá trị lớn nhất bằng $I_1I_2+R_1+R_2=9$.

AB min khi $A\equiv A_2, B\equiv B_2\Rightarrow$ Giá trị nhỏ nhất bằng $I_1I_2-R_1-R_2=1$.

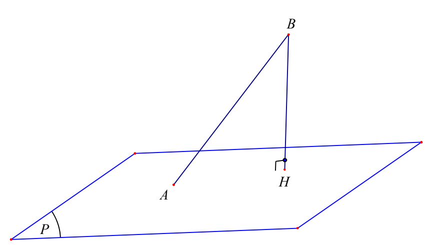
Vậy $M-m=8$

Câu 19: **(THPT Đức THọ-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;4)$ và $B(0;1;5)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A sao cho khoảng cách từ B đến (P) là lớn nhất. Khi đó, khoảng cách d từ O đến mặt phẳng (P) bằng bao nhiêu?

A. $d=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **B.** $d=\sqrt{3}$. **C.** $d=\dfrac{1}{3}$. **D.** $d=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;-1;1)\Rightarrow\left|\overrightarrow{AB}\right|=\sqrt{3}$.

Gọi H là hình chiếu của B trên mặt phẳng (P) khi đó ta có BH là khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (P). Ta luôn có $BH \le AB$ do đó khoảng cách từ B đến mặt phẳng (P) lớn nhất khi $H \equiv A$,khi đó $\overrightarrow{AB} = (1;-1;1)$ là véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

Vậy phương trình mặt phẳng (P) đi qua $A(-1;2;4)$ và có véc tơ pháp tuyến $\overrightarrow{AB} = (1;-1;1)$ là $x - y + z - 1 = 0$.

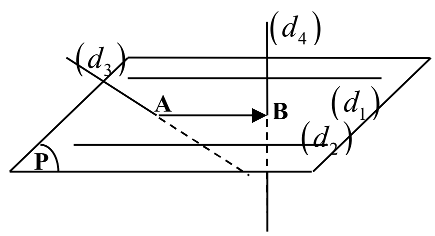
Vậy khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (P) là $d(O,(P)) = \dfrac{|-1|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2 + 1^2}} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

Câu 20: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 4 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho bốn đường thẳng: $d_1 : \dfrac{x-3}{1} = \dfrac{y+1}{-2} = \dfrac{z+1}{1}$, $d_2 : \dfrac{x}{1} = \dfrac{y}{-2} = \dfrac{z-1}{1}$, $d_3 : \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-1}{1}$, $d_4 : \dfrac{x}{1} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z}{-1}$. Số đường thẳng trong không gian cắt cả bốn đường thẳng trên là

A. 0. **B.** 2. **C.** Vô số. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A



Ta có d_1 song song d_2, phương trình mặt phẳng chứa hai

Hai đường thẳng d_1, d_2 là $(P): x + y + z - 1 = 0$.

Gọi $A = d_3 \cap (P) \Rightarrow A(1;-1;1)$, $(A \notin d_1, A \notin d_2)$.

$B = d_4 \cap (P) \Rightarrow B(0;1;0)$, $(B \notin d_1, B \notin d_2)$.

Mà $\overrightarrow{AB} = (-1;2;-1)$ cùng phương với véc-tơ chỉ phương của hai đường thẳng d_1, d_2 nên không tồn tại đường thẳng nào đồng thời cắt cả bốn đường thẳng trên.

Câu 21: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 4 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $M(3;4;5)$ và mặt phẳng $(P): x - y + 2z - 3 = 0$. Hình chiếu vuông góc của M lên mặt phẳng (P) là

A. $H(2;5;3)$. **B.** $H(2;-3;-1)$. **C.** $H(6;7;8)$. **D.** $H(1;2;2)$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình đường thẳng d đi qua M và vuông góc với mặt phẳng (P) là $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 4 - t \\ z = 5 + 2t \end{cases}$.

Hình chiếu vuông góc H của M lên mặt phẳng (P) có tọa độ là nghiệm $(x;y;z)$ của hệ

phương trình: $\begin{cases} x=3+t \\ y=4-t \\ z=5+2t \\ x-y+2z-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=5 \\ z=3 \\ t=-1 \end{cases}$.

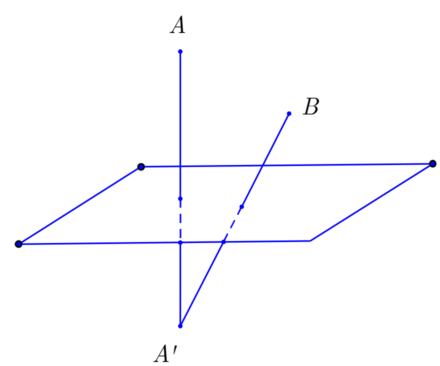
Suy ra $H(2;5;3)$.

Câu 22: **(THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ-lần 2 năm 2017-2018)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+z-1=0$ và điểm $A(0;-2;3)$, $B(2;0;1)$. Điểm $M(a;b;c)$ thuộc (P) sao cho $MA+MB$ nhỏ nhất. Giá trị của $a^2+b^2+c^2$ bằng

A. $\dfrac{41}{4}$. **B.** $\dfrac{9}{4}$. **C.** $\dfrac{7}{4}$. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B



Ta có A, B cùng nằm về một phía của (P). Gọi A' đối xứng với A qua (P) suy ra $A'(-2;2;1)$.

Ta có $MA+MB=MA'+MB \geq BA'$. Dấu bằng xảy ra khi M là giao điểm của BA' và (P).

Xác định được $M\left(1;\dfrac{1}{2};1\right)$. Suy ra chọn B.

Câu 23: **(THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ-lần 2 năm 2017-2018)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;2)$, $B(-1;0;4)$, $C(0;-1;3)$ và điểm M thuộc mặt cầu $(S): x^2+y^2+(z-1)^2=1$. Khi biểu thức $MA^2+MB^2+MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất thì độ dài đoạn AM bằng

A. $\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{6}$. **C.** 6. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Ta có $G(0;0;3)$ và $G \notin (S)$.

Khi đó: $MA^2+MB^2+MC^2=\left(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GA}\right)^2+\left(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GB}\right)^2+\left(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GC}\right)^2$

$=3MG^2+2\overrightarrow{MG}\left(\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}\right)+GA^2+GB^2+GC^2$

$=3MG^2+6$.

Do đó $\left(MA^2+MB^2+MC^2\right)_{\min} \Leftrightarrow MG$ ngắn nhất

Ta lại có, mặt cầu (S) có bán kính $R=1$ tâm $I(0;0;1)$ thuộc trục Oz, và (S) qua O.

Mà $G\in Oz$ nên MG ngắn nhất khi $M=Oz\cap(S)$. Do đó $M(0;0;2)$.

Vậy $MA=\sqrt{2}$.

Câu 24: (SGD Hà Nội-lần 11 năm 2017-2018) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;1)$, $B(2;-1;3)$. Tìm điểm M trên mặt phẳng (Oxy) sao cho MA^2-2MB^2 lớn nhất.

A. $M\left(\frac{3}{2};\frac{1}{2};0\right)$. **B.** $M\left(\frac{1}{2};-\frac{3}{2};0\right)$. **C.** $M(0;0;5)$. **D.** $M(3;-4;0)$.

Lời giải

Chọn D

Gọi điểm E thỏa $\overrightarrow{EA}-2\overrightarrow{EB}=\vec{0}$. Suy ra B là trung điểm của AE, suy ra $E(3;-4;5)$.

Khi đó: $MA^2-2MB^2=\left(\overrightarrow{ME}+\overrightarrow{EA}\right)^2-2\left(\overrightarrow{ME}+\overrightarrow{EB}\right)^2=-ME^2+EA^2-2EB^2$.

Do đó MA^2-2MB^2 lớn nhất $\Leftrightarrow ME$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow M$ là hình chiếu của $E(3;-4;5)$ lên (Oxy) $\Leftrightarrow M(3;-4;0)$.

Chú ý: Ta có thể làm trắc nghiệm như sau

+ Loại C vì $M(0;0;5)$ không thuộc (Oxy).

+ Lần lượt thay $M\left(\frac{3}{2};\frac{1}{2};0\right)$, $M\left(\frac{1}{2};-\frac{3}{2};0\right)$, $M(3;-4;0)$ vào biểu thức MA^2-2MB^2 thì $M(3;-4;0)$ cho giá trị lớn nhất nên ta chọn $M(3;-4;0)$.

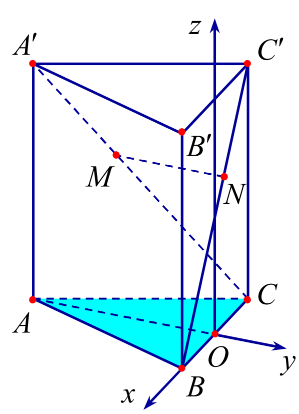
Câu 25: (SGD Hà Nội-lần 11 năm 2017-2018) Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên bằng cạnh đáy. Đường thẳng MN $(M\in A'C;\ N\in BC')$ là đường vuông góc chung của $A'C$ và BC'. Tỷ số $\frac{NB}{NC'}$ bằng

A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$. **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

* Kết quả bài toán sẽ không thay đổi nếu ta xét lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên bằng cạnh đáy bằng 2.



* Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ (O là trung điểm của BC). Ta có: $A'\left(0;-\sqrt{3};2\right)$, $B(1;0;0)$, $C(-1;0;0)$, $C'(-1;0;2)$, $\overrightarrow{CA'}=\left(1;-\sqrt{3};2\right)$, $\overrightarrow{BC'}=(-2;0;2)$.

* Do $\begin{cases}\overrightarrow{CM}=m\overrightarrow{CA'}\\ \overrightarrow{BN}=n\overrightarrow{BC'}\end{cases}$ nên ta có $M\left(-1+m;-\sqrt{3}m;2m\right)$, $N(1-2n;0;2n)$

$\Rightarrow \overrightarrow{MN}=\left(-m-2n+2;\sqrt{3}m;2n-2m\right)$.

* Đường thẳng MN là đường vuông góc chung của $A'C$ và BC' nên:

$$\begin{cases}\overrightarrow{MN}.\overrightarrow{CA'}=0\\ \overrightarrow{MN}.\overrightarrow{\text{BC}'}=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}-4m+2n=-1\\ -m+4n=2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m=\dfrac{2}{5}\\ n=\dfrac{3}{5}\end{cases} \Rightarrow \frac{BN}{BC'}=n=\frac{3}{5} \Rightarrow \frac{NB}{NC'}=\frac{3}{2}.$$

Câu 26: (THTT số 6-489 tháng 3 năm 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x+y-2z+m=0$ và mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z-2=0$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn (T) có chu vi bằng $4\pi\sqrt{3}$.

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

(S) có tâm $I(1;-2;3)$ và bán kính $R=4$.

Gọi H là hình chiếu của I lên (P).

Khi đó $IH=d\left(I,(P)\right)=\dfrac{|2.1-2-2.3+m|}{\sqrt{2^2+1^2+(-2)^2}}=\dfrac{|m-6|}{3}$.

Đường tròn (T) có chu vi là $4\pi\sqrt{3}$ nên có bán kính là $r=\dfrac{4\pi\sqrt{3}}{2\pi}=2\sqrt{3}$.

(P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn (T) có chu vi bằng $4\pi\sqrt{3}$

$$\Leftrightarrow IH=\sqrt{R^2-r^2} \Leftrightarrow \frac{|m-6|}{3}=\sqrt{16-12} \Leftrightarrow |m-6|=6 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m-6=6\\ m-6=-6\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m=12\\ m=0\end{array}\right..$$

Vậy có 2 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 27: (THPT Nguyễn Trãi-Đà Nẵng-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian $(Oxyz)$, cho hai điểm $A(0;8;2)$, $B(9;-7;23)$ và mặt cầu (S) có phương trình $(S):(x-5)^2+(y+3)^2+(z-7)^2=72$. Mặt phẳng $(P):x+by+cz+d=0$ đi qua điểm A và tiếp xúc với mặt cầu (S) sao cho khoảng cách từ B đến mặt phẳng (P) lớn nhất. Giá trị của $b+c+d$ khi đó là

A. $b+c+d=2$. **B.** $b+c+d=4$. **C.** $b+c+d=3$. **D.** $b+c+d=1$.

Lời giải

Chọn C

Vì $A\in(P)$ nên ta $8b+2c+d=0 \Leftrightarrow d=-8b-2c \Rightarrow (P):x+by+cz-(8b+2c)=0$.

Do (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) nên $d(I;(P))=R \Leftrightarrow \dfrac{|5-11b+5c|}{\sqrt{1+b^2+c^2}}=6\sqrt{2}$.

Ta có: $d(B;(P))=\dfrac{|9-7b+23c-8b-2c|}{\sqrt{1+b^2+c^2}}=\dfrac{|(5-11b+5c)+4(1-b+4c)|}{\sqrt{1+b^2+c^2}}$

$\Rightarrow d(B;(P))\le \dfrac{|5-11b+5c|}{\sqrt{1+b^2+c^2}}+4\dfrac{|1-b+4c|}{\sqrt{1+b^2+c^2}} \Leftrightarrow d(B;(P))\le 6\sqrt{2}+4\dfrac{|1-b+4c|}{\sqrt{1+b^2+c^2}}$

$\overset{Cosi-Svac}{\Leftrightarrow} d(B;(P))\le 6\sqrt{2}+4\dfrac{\sqrt{(1+1+16)(1+b^2+c^2)}}{\sqrt{1+b^2+c^2}} \Leftrightarrow d(B;(P))\le 18\sqrt{2}$.

Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases} 1=-b=\dfrac{c}{4} \\ \dfrac{|5-11b+5c|}{\sqrt{1+b^2+c^2}}=6\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=-1 \\ c=4 \\ d=0 \end{cases}$.

Vậy $P_{\max}=18\sqrt{2}$ khi $b+c+d=3$.

Câu 28: (THPT Lê Xoay-Vĩnh phúc-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;2;1)$; $N(-1;0;-1)$. Có bao nhiêu mặt phẳng qua M, N cắt trục Ox, trục Oy lần lượt tại A, B $(A\neq B)$ sao cho $AM=\sqrt{3}BN$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn B

Gọi $\vec{n}=(A;B;C)$, $A^2+B^2+C^2\neq 0$ là vectơ pháp tuyến của mp(P) thỏa yêu cầu bài toán.

• mp(P) qua $N(-1;0;-1)$ nên phương trình mặt phẳng có dạng:

$A(x+1)+By+C(z+1)=0 \Leftrightarrow Ax+By+Cz+A+C=0$.

• mp(P) qua $M(1;2;1)$ suy ra $A+2B+C+A+C=0 \Leftrightarrow A+B+C=0 \Leftrightarrow A+C=-B$ (1).

• mp(P) cắt trục Ox tại $A(a;0;0)$ suy ra $A.a+A+C=0 \Leftrightarrow A.a-B=0$.

$\Rightarrow a=\dfrac{B}{A}$ (Do nếu $A=0\Rightarrow B=0\Rightarrow C=0$ nên $A\neq 0$). Suy ra $A\left(\dfrac{B}{A};0;0\right)$

• mp(P) cắt trục Oy tại $B(0;b;0)$ suy ra $B.b+A+C=0 \Leftrightarrow B.b-B=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} B=0 \\ b=1 \end{array}\right.$.

TH1: $B=0\Rightarrow A+C=0\Rightarrow A=-C$. Chọn $C=1\Rightarrow A=-1$.

Phương trình mặt phẳng (P) có dạng: $x-z=0 \Rightarrow A\equiv B\equiv O(0;0;0)$ không thỏa yêu cầu.

TH2: $b=1\Rightarrow B(0;1;0)$

$AM=\sqrt{\left(1-\dfrac{B}{A}\right)^2+5}$; $BN=\sqrt{3}$

$AM=\sqrt{3}BN \Leftrightarrow \sqrt{\left(1-\dfrac{B}{A}\right)^2+5}=3 \Leftrightarrow \left(1-\dfrac{B}{A}\right)^2+5=9 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 1-\dfrac{B}{A}=2 \\ 1-\dfrac{B}{A}=-2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \dfrac{B}{A}=-1 \\ \dfrac{B}{A}=3 \end{array}\right.$

• $\dfrac{B}{A}=-1\Rightarrow B=-A\Rightarrow C=0$. Chọn $A=1\Rightarrow B=-1$.

Phương trình mp$(P): x-y+1=0$

- $\frac{B}{A}=3 \Rightarrow B=3A \Rightarrow C=-4A$. Chọn $A=1 \Rightarrow B=3 \Rightarrow C=-4$.

  Phương trình mp$(P): x+3y-4z-3=0$

Vậy có hai mặt phẳng thỏa yêu cầu.

Câu 29: (THPT Lê Xoay-Vĩnh phúc-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;2;-2)$; $B(3;-3;3)$. Điểm M trong không gian thỏa mãn $\frac{MA}{MB}=\frac{2}{3}$. Khi đó độ dài OM lớn nhất bằng

A. $6\sqrt{3}$. **B.** $12\sqrt{3}$. **C.** $\frac{5\sqrt{3}}{2}$. **D.** $5\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $M(x;y;z)$.

Ta có $\frac{MA}{MB}=\frac{2}{3} \Leftrightarrow 3MA=2MB \Leftrightarrow 9MA^2=4MB^2$

$\Leftrightarrow 9\left[(x+2)^2+(y-2)^2+(z+2)^2\right]=4\left[(x-3)^2+(y+3)^2+(z-3)^2\right]$

$\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2+12x-12y+12z=0$

$\Leftrightarrow (x+6)^2+(y-6)^2+(z+6)^2=108$.

Như vậy, điểm M thuộc mặt cầu (S) tâm $I(-6;6;-6)$ và bán kính $R=\sqrt{108}=6\sqrt{3}$.

Do đó OM lớn nhất bằng $OI+R=\sqrt{(-6)^2+6^2+(-6)^2}+6\sqrt{3}=12\sqrt{3}$.

Câu 30: (THPT Chuyên Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1}=\frac{y+3}{2}=\frac{z+2}{2}$ và điểm $A(3;2;0)$. Điểm đối xứng của điểm A qua đường thẳng d có tọa độ là

A. $(-1;0;4)$. **B.** $(7;1;-1)$. **C.** $(2;1;-2)$. **D.** $(0;2;-5)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng d. Phương trình của mặt phẳng (P) là $1(x-3)+2(y-2)+2(z-0)=0 \Leftrightarrow x+2y+2z-7=0$.

Gọi H là hình chiếu của A lên đường thẳng d, khi đó $H=d\cap(P)$

Suy ra $H\in d \Rightarrow H(-1+t;-3+2t;-2+2t)$, mặt khác $H\in(P) \Rightarrow -1+t-6+4t-4+4t-7=0$ $\Rightarrow t=2$. Vậy $H(1;1;2)$.

Gọi A' là điểm đối xứng với A qua đường thẳng d, khi đó H là trung điểm của AA' suy ra $A'(-1;0;4)$.

Câu 31: (THPT Chuyên Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(1;2;3)$, $B(1;0;-1)$, $C(2;-1;2)$. Điểm D thuộc tia Oz sao cho độ dài đường cao xuất phát từ đỉnh D của tứ diện $ABCD$ bằng $\frac{3\sqrt{30}}{10}$ có tọa độ là

A. $(0;0;1)$. **B.** $(0;0;3)$. **C.** $(0;0;2)$. **D.** $(0;0;4)$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng (ABC) đi qua $B(1;0;-1)$ và có một véctơ pháp tuyến là

$\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BC}\right]=(-10;-4;2)=-2(5;2;-1)$.

Phương trình mặt phẳng (ABC): $5x+2y-z-6=0$.

Độ dài đường cao xuất phát từ đỉnh $D(0;0;d)$ của tứ diện $ABCD$ bằng $d(D,(ABC))$.

Theo bài ra ta có $\frac{|-d-6|}{\sqrt{25+4+1}}=\frac{3\sqrt{30}}{10}\Leftrightarrow|-d-6|=9\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}d=-15\\d=3\end{array}\right.$.

Do D thuộc tia Oz nên $D(0;0;3)$.

Câu 32: (THPT Chuyên Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;0;1)$, $B(3;2;1)$, $C(5;3;7)$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm thỏa mãn $MA=MB$ và $MB+MC$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $P=a+b+c$

A. $P=4$. **B.** $P=0$. **C.** $P=2$. **D.** $P=5$.

Lời giải

Chọn D

Gọi I là trung điểm của AB, suy ra $I(1;1;1)$; $\overrightarrow{AB}=(4;2;0)$.

Phương trình mặt phẳng trung trực của AB: $(\alpha):2x+y-3=0$.

Vì $(2.3+1.2-3).(2.5+1.3-3)=50>0$ nên B, C nằm về một phía so với (α), suy ra A, C nằm về hai phía so với (α).

Điểm M thỏa mãn $MA=MB$ khi $M\in(\alpha)$. Khi đó $MB+MC=MA+MC\geq AC$.

$MB+MC$ nhỏ nhất bằng AC khi $M=AC\cap(\alpha)$.

Phương trình đường thẳng AC: $\begin{cases}x=-1+2t\\y=t\\z=1+2t\end{cases}$, do đó tọa độ điểm M là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}x=-1+2t\\y=t\\z=1+2t\\2x+y-3=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=1\\x=1\\y=1\\z=3\end{cases}$. Do đó $M(1;1;3)$, $a+b+c=5$.

Câu 33: (THPT Đặng Thúc Hứa-Nghệ An-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x+1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{1}$, mặt phẳng $(P):x+y-2z+5=0$ và $A(1;-1;2)$. Đường thẳng Δ cắt d và (P) lần lượt tại M và N sao cho A là trung điểm của đoạn thẳng MN. Một vectơ chỉ phương của Δ là

A. $\vec{u}=(2;3;2)$. **B.** $\vec{u}=(1;-1;2)$. **C.** $\vec{u}=(-3;5;1)$. **D.** $\vec{u}=(4;5;-13)$.

Lời giải

Chọn A

Điểm $M\in d\Rightarrow M(-1+2t;t;2+t)$, A là trung điểm của $MN\Rightarrow N(3-2t;-2-t;2-t)$

Điểm $N\in(P)\Rightarrow 3-2t-2-t-2(2-t)+5=0\Leftrightarrow t=2\Rightarrow M(3;2;4)$, $N(-1;-4;0)$

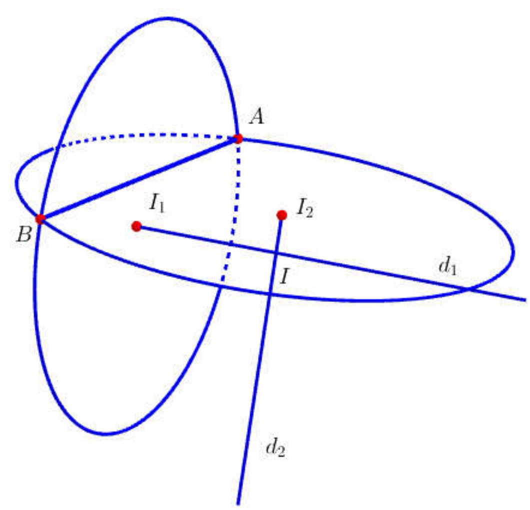
$\Rightarrow\overrightarrow{MN}=(-4;-6;-4)=-2(2;3;2)$.

Câu 34: (THPT Đặng Thúc Hứa-Nghệ An-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;2;2)$, $B(2;-2;0)$. Gọi $I_1(1;1;-1)$ và $I_2(3;1;1)$ là tâm của hai đường tròn nằm trên hai mặt phẳng khác nhau và có chung một dây cung AB. Biết rằng luôn có một mặt cầu (S) đi qua cả hai đường tròn ấy. Tính bán kính R của (S).

A. $R=\dfrac{\sqrt{219}}{3}$. **B.** $R=2\sqrt{2}$. **C.** $R=\dfrac{\sqrt{129}}{3}$. **D.** $R=2\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi d_1 là đường thẳng đi qua I_1 và vuông góc với mặt phẳng (I_1AB), khi đó d_1 chứa tâm các mặt cầu đi qua đường tròn tâm I_1; d_2 là đường thẳng đi qua I_2 và vuông góc với mặt phẳng (I_2AB), khi đó d_2 chứa tâm các mặt cầu đi qua đường tròn tâm I_2. Do đó, mặt cầu (S) đi qua cả hai đường tròn tâm (I_1) và (I_2) có tâm I là giao điểm của d_1 và d_2 và bán kính $R=IA$

Ta có $\overrightarrow{I_1A}=(-1;1;3)$, $\overrightarrow{I_1B}=(1;-3;1)$. Đường thẳng d_1 có véc-tơ pháp tuyến là $\left[\overrightarrow{I_1A};\overrightarrow{I_1B}\right]=(10;4;2)=2(5;2;1)$.

Phương trình đường thẳng d_1 là $d_1:\begin{cases}x=1+5t\\y=1+2t\\z=-1+t\end{cases}$.

Ta có $\overrightarrow{I_2A}=(-3;1;1)$, $\overrightarrow{I_2B}=(-1;-3;-1)$. Đường thẳng d_2 có véc-tơ pháp tuyến là $\left[\overrightarrow{I_2A};\overrightarrow{I_2B}\right]=(2;-4;10)=2(1;-2;5)$.

Phương trình đường thẳng d_2 là $d_2:\begin{cases}x=3+s\\y=1-2s\\z=1+5s\end{cases}$.

Xét hệ phương trình: $\begin{cases}1+5t=3+s\\1+2t=1-2s\\-1+t=1+5s\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=\dfrac{1}{3}\\s=-\dfrac{1}{3}\end{cases}$. Suy ra $I=\left(\dfrac{8}{3};\dfrac{5}{3};-\dfrac{2}{3}\right)$.

Bán kính mặt cầu (S) là $R=IA=\sqrt{\left(-\dfrac{8}{3}\right)^2+\left(2-\dfrac{5}{3}\right)^2+\left(2+\dfrac{2}{3}\right)^2}=\dfrac{\sqrt{129}}{3}$.

Câu 35: (THPT Chuyên Hạ Long-Quãng Ninh lần 2 năm 2017-2018) Trong không gian $Oxyz$, cho ba đường thẳng $d_1:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{-2}$, $d_2:\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z+4}{-1}$ và $d_3:\dfrac{x+3}{4}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z}{6}$. Đường thẳng song song d_3, cắt d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\dfrac{x-3}{4}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{6}$. **B.** $\dfrac{x-3}{-4}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{-6}$.

C. $\dfrac{x+1}{4}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-4}{6}$. **D.** $\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+4}{6}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $d_1:\begin{cases}x=3+2u\\y=-1+u\\z=2-2u\end{cases}$, $d_2:\begin{cases}x=-1+3v\\y=-2v\\z=-4-v\end{cases}$.

Gọi d_4 là đường thẳng cần tìm.

Gọi $A=d_4\cap d_1\Rightarrow A(3+2u;-1+u;2-2u)$, $B=d_4\cap d_2\Rightarrow B(-1+3v;-2v;-4-v)$.

$\overrightarrow{AB}=(-4+3v-2u;1-2v-u;-6-v+2u)$.

d_4 song song d_3 nên $\overrightarrow{AB}=k\vec{u}_3$ với $\vec{u}_3=(4;-1;6)$.

$\overrightarrow{AB}=k\vec{u}_3\Leftrightarrow\begin{cases}-4+3v-2u=4k\\1-2v-u=-k\\-6-v+2u=6k\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}v=0\\u=0\\k=-1\end{cases}$.

Đường thẳng d_4 đi qua $A(3;-1;2)$ và có vtcp là $\vec{u}_3=(4;-1;6)$ nên $d_4:\dfrac{x-3}{-4}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{-6}$.

Câu 36: (THPT Chuyên Hạ Long-Quãng Ninh lần 2 năm 2017-2018) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;0;0)$, $B(1;2;1)$ và $C(2;-1;2)$. Biết mặt phẳng qua B, C và tâm mặt cầu nội tiếp tứ diện $OABC$ có một vectơ pháp tuyến là $(10;a;b)$. Tổng $a+b$ là

A. -2. **B.** 2. **C.** 1. **D.** -1.

Lời giải

Chọn B

Gọi tâm mặt cầu nội tiếp tứ diện $OABC$ là $I(x;y;z)$.

Ta có phương trình (OBC): $x-z=0$.

Phương trình mặt phẳng (ABC): $5x+3y+4z-15=0$.

Tâm I cách đều hai mặt phẳng (OBC) và (ABC) suy ra:

$$\frac{|x-z|}{\sqrt{2}}=\frac{|5x+3y+4z-15|}{5\sqrt{2}} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} y+3z-5=0 & (\alpha) \\ 10x+3y-z-15=0 & (\beta) \end{array}\right.$$

Nhận xét: hai điểm A và O nằm về cùng phía với (α) nên loại (α).

Hai điểm A và O nằm về khác phía (β) nên nhận (β).

Thấy ngay một vectơ pháp tuyến là $(10;a;b)$ thì $a=3$, $b=-1$.Vậy $a+b=2$.

Câu 37: (THPT Chuyên Hạ Long-Quãng Ninh lần 2 năm 2017-2018) Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng $\Delta_1:\begin{cases} x=1 \\ y=2+t \\ z=-t \end{cases}$, $\Delta_2:\begin{cases} x=4+t \\ y=3-2t \\ z=1-t \end{cases}$. Gọi (S) là mặt cầu có bán kính nhỏ nhất tiếp xúc với cả hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2. Bán kính mặt cầu (S).

A. $\frac{\sqrt{10}}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{11}}{2}$. **C.** $\frac{3}{2}$. **D.** $\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B

$A\in\Delta_1 \Rightarrow A(1;2+t;-t)$, $B\in\Delta_2 \Rightarrow B(4+t';3-2t';1-t')$.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(3+t';1-2t'-t;1-t'+t)$

VTCP của đường thẳng Δ_1 là $\overrightarrow{u_1}=(0;1;-1)$.

VTCP củả đường thẳng Δ_2 là $\overrightarrow{u_2}=(1;-2;-1)$.

Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{u_1}=0 \\ \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{u_2}=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1-2t'-t-(1-t'+t)=0 \\ 3+t'-2(1-2t'-t)-(1-t'+t)=0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -t'-2t=0 \\ 6t'+t=0 \end{cases} \Leftrightarrow t=t'=0$. Suy ra $\overrightarrow{AB}=(3;1;1) \Rightarrow AB=\sqrt{11}$.

Mặt cầu có bán kính nhỏ nhất tiếp xúc với cả hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 có đường kính bằng độ dài đoạn AB nên có bán kính $r=\frac{AB}{2}=\frac{\sqrt{11}}{2}$.

Câu 38: (THPT Chuyên Phan Bội Châu-lần 2 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3;4;5)$ và mặt phẳng $(P): x-y+2z-3=0$. Hình chiếu vuông góc của điểm M lên mặt phẳng (P) là

A. $H(1;2;2)$. **B.** $H(2;5;3)$. **C.** $H(6;7;8)$. **D.** $H(2;-3;-1)$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình đường thẳng Δ đi qua M và vuông góc với mặt phẳng (P) là

$$\frac{x-3}{1}=\frac{y-4}{-1}=\frac{z-5}{2}.$$

Tọa độ H là hình chiếu vuông góc của M lên mặt phẳng (P) là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases}\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-4}{-1}=\dfrac{z-5}{2}\\ x-y+2z-3=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\ y=5\\ z=3\end{cases}$$

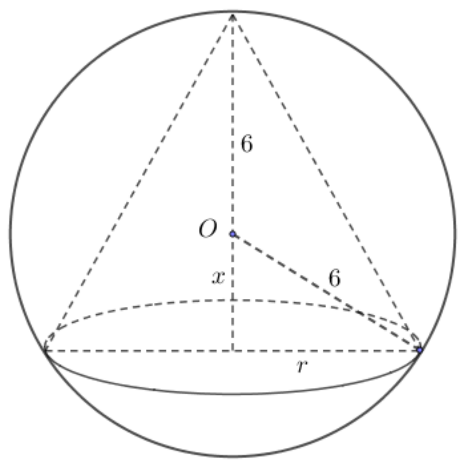
Vậy $H(2;5;3)$.

Câu 39: (THPT Chuyên Phan Bội Châu-lần 2 năm 2017-2018) Cho khối cầu tâm O bán kính 6 cm. Mặt phẳng (P) cách O một khoảng x cắt khối cầu theo một hình tròn (C). Một khối nón có đỉnh thuộc mặt cầu, đáy là hình tròn (C). Biết khối nón có thể tích lớn nhất, giá trị của x bằng

A. 2 cm. **B.** 3 cm. **C.** 4 cm. **D.** 0 cm.

Lời giải

Chọn A



Ta có bán kính đường tròn đáy của hình nón $r=\sqrt{36-x^2}$, chiều cao khối nón $h=6+x$

Thể tích khối nón $V=\frac{1}{3}\pi r^2h=\frac{1}{3}\pi\left(36-x^2\right)(x+6)=\frac{1}{3}\pi\left(216+36x-x^3-6x^2\right)$

Ta có $V'=\frac{1}{3}\pi\left(36-12x-3x^2\right)$, $V'=0\Leftrightarrow x=2$.

x	0		2		6
$V'(x)$		$+$	0	$-$	
$V(x)$		$\nearrow$		$\searrow$	

Vậy khối nón có thể tích lớn nhất khi $x=2$.

Chú ý: Ta có thể tìm $V_{\max}$ như sau

$$V=\frac{1}{3}\pi\left(36-x^2\right)(x+6)=\frac{\pi}{6}(12-2x)(x+6)(x+6)\le\frac{\pi}{6}\left(\frac{12-2x+2x+12}{3}\right)^3=\frac{256\pi}{3}.$$

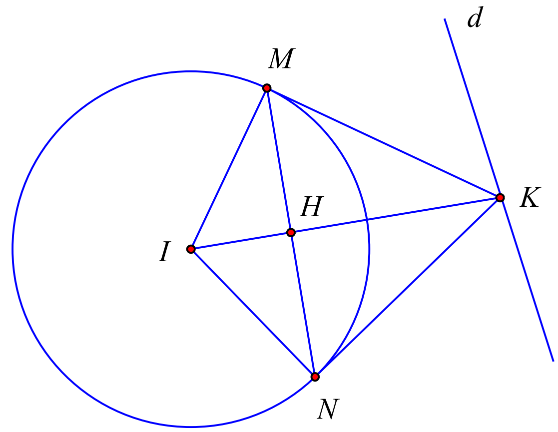
Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $12-2x=x+6\Leftrightarrow x=2$.

Câu 40: (THPT Chuyên Phan Bội Châu-lần 2 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-2}{2}=\frac{y}{-1}=\frac{z}{4}$ và mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=2$. Hai mặt phẳng (P), (Q) chứa d và tiếp xúc với (S). Gọi M và N là tiếp điểm. Độ dài đoạn thẳng MN bằng?

A. $2\sqrt{2}$. **B.** $\frac{4\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B



Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;1)$ và bán kính $R=IM=IN=\sqrt{2}$.

Kẻ $IK\perp d$ và gọi $H=IK\cap MN$.

Ta có $d:\begin{cases}x=2+2t\\ y=-t\\ z=4t\end{cases}\quad (t\in\mathbb{R})\Rightarrow K(2t+2;-t;4t)\Rightarrow\overrightarrow{IK}=(2t+1;-t-2;4t-1)$.

Đường thẳng d có một VTCP là $\vec{u}=(2;-1;4)$.

Ta có $IK\perp d\Leftrightarrow\overrightarrow{IK}.\vec{u}=0\Leftrightarrow 2(2t+1)+(t+2)+4(4t-1)=0\Leftrightarrow t=0$

$\Rightarrow\overrightarrow{IK}=(1;-2;-1)\Rightarrow IK=\sqrt{6}\Rightarrow IH=\frac{IM^2}{IK}=\frac{2}{\sqrt{6}}$

$\Rightarrow MH=\sqrt{IM^2-IH^2}=\frac{2\sqrt{3}}{3}\Rightarrow MN=2MH=\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

Chú ý: Ta có thể tính IK như sau:

d qua $M_0(2;0;0)$ có VTCP $\vec{u}=(2;-1;4)$; $IK=d(I;d)=\frac{\left|\left[\overrightarrow{IM_0},\vec{u}\right]\right|}{|\vec{u}|}=\sqrt{6}$.

Câu 41: (THPT Chuyên Hùng Vương-Gia Lai-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian xét $\vec{m}$, $\vec{n}$, $\vec{p}$, $\vec{q}$ là các véctơ đơn vị (có độ dài bằng 1). Gọi M là giá trị lớn nhất của biểu thức $\left|\vec{m}-\vec{n}\right|^2+\left|\vec{m}-\vec{p}\right|^2+\left|\vec{m}-\vec{q}\right|^2+\left|\vec{n}-\vec{p}\right|^2+\left|\vec{n}-\vec{q}\right|^2+\left|\vec{p}-\vec{q}\right|^2$.

Khi đó $M-\sqrt{M}$ thuộc khoảng nào sau đây?

A. $\left(4;\dfrac{13}{2}\right)$. **B.** $\left(7;\dfrac{19}{2}\right)$. **C.** $(17;\,22)$. **D.** $(10;\,15)$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $S=\left|\vec{m}-\vec{n}\right|^2+\left|\vec{m}-\vec{p}\right|^2+\left|\vec{m}-\vec{q}\right|^2+\left|\vec{n}-\vec{p}\right|^2+\left|\vec{n}-\vec{q}\right|^2+\left|\vec{p}-\vec{q}\right|^2$

Ta có $0\le\left|\vec{m}+\vec{n}+\vec{p}+\vec{q}\right|^2=4+2\left(\vec{m}.\vec{n}+\vec{m}.\vec{p}+\vec{m}.\vec{q}+\vec{n}.\vec{p}+\vec{n}.\vec{q}+\vec{p}.\vec{q}\right)$.

Từ đó suy ra $\vec{m}.\vec{n}+\vec{m}.\vec{p}+\vec{m}.\vec{q}+\vec{n}.\vec{p}+\vec{n}.\vec{q}+\vec{p}.\vec{q}\ge-2$.

Mặt khác, ta có $\left|\vec{m}-\vec{n}\right|^2+\left|\vec{m}-\vec{p}\right|^2+\left|\vec{m}-\vec{q}\right|^2+\left|\vec{n}-\vec{p}\right|^2+\left|\vec{n}-\vec{q}\right|^2+\left|\vec{p}-\vec{q}\right|^2$

$=12-2\left(\vec{m}.\vec{n}+\vec{m}.\vec{p}+\vec{m}.\vec{q}+\vec{n}.\vec{p}+\vec{n}.\vec{q}+\vec{p}.\vec{q}\right)$

Vậy $\left|\vec{m}-\vec{n}\right|^2+\left|\vec{m}-\vec{p}\right|^2+\left|\vec{m}-\vec{q}\right|^2+\left|\vec{n}-\vec{p}\right|^2+\left|\vec{n}-\vec{q}\right|^2+\left|\vec{p}-\vec{q}\right|^2\le12-2.(-2)=16$.

Dấu bằng xảy ra chẳng hạn khi $\vec{m}=\vec{n}=(1;0;0)$ và $\vec{p}=\vec{q}=(-1;0;0)$.

Vậy $M-\sqrt{M}=16-4=12\in(10;15)$.

Câu 42: (THPT Chuyên Hùng Vương-Gia Lai-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x+y+6z-1=0$ và hai điểm $A(1;-1;0)$, $B(-1;0;1)$. Hình chiếu vuông góc của đoạn thẳng AB trên mặt phẳng (P) có độ dài bao nhiêu?

A. $\sqrt{\dfrac{255}{61}}$. **B.** $\sqrt{\dfrac{237}{41}}$. **C.** $\sqrt{\dfrac{137}{41}}$. **D.** $\sqrt{\dfrac{155}{61}}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{AB}(-2;1;1)\Rightarrow AB=\sqrt{6}$.

$$d\left(A;(P)\right)=\frac{\left|2.1-1+6.0-1\right|}{\sqrt{2^2+1^2+6^2}}=0\Rightarrow A\in(P).$$

$$d\left(A;(P)\right)=\frac{\left|2.(-1)+1.0+6.1-1\right|}{\sqrt{2^2+1^2+6^2}}=\frac{3}{\sqrt{41}}.$$

Vậy $A'B'=AH=\sqrt{AB^2-d^2\left(B,(P)\right)}=\sqrt{6-\dfrac{9}{41}}=\sqrt{\dfrac{237}{41}}$.

Câu 43: (THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng-lần 2 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) chứa điểm $M(1;3;-2)$, cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho $\dfrac{OA}{1}=\dfrac{OB}{2}=\dfrac{OC}{4}$.

A. $2x-y-z-1=0$. **B.** $x+2y+4z+1=0$. **C.** $4x+2y+z+1=0$. **D.** $4x+2y+z-8=0$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình mặt chắn cắt tia Ox tại $A(a;0;0)$, cắt tia Oy tại $B(0;b;0)$, cắt tia Oz tại $C(0;0;c)$ có dạng là $(P):\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$ (với $a>0$, $b>0$, $c>0$).

Theo đề: $\dfrac{OA}{1}=\dfrac{OB}{2}=\dfrac{OC}{4}\Leftrightarrow\dfrac{a}{1}=\dfrac{b}{2}=\dfrac{c}{4}\Rightarrow\begin{cases}a=\dfrac{b}{2}\\c=2b\end{cases}$.

Vì $M(1;3;-2)$ nằm trên mặt phẳng (P) nên ta có: $\dfrac{1}{\frac{b}{2}}+\dfrac{3}{b}+\dfrac{-2}{2b}=1\Leftrightarrow\dfrac{4}{b}=1\Leftrightarrow b=4$.

Khi đó $a=2$, $c=8$.

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{4}+\dfrac{z}{8}=1\Leftrightarrow 4x+2y+z-8=0$.

Câu 44: (THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng-lần 2 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(-1;-2;0)$, $B(0;-4;0)$, $C(0;0;-3)$. Phương trình mặt phẳng (P) nào dưới đây đi qua A, gốc tọa độ O và cách đều hai điểm B và C?

A. $(P):2x-y+3z=0$.　　**B.** $(P):6x-3y+5z=0$.

C. $(P):2x-y-3z=0$.　　**D.** $(P):-6x+3y+4z=0$.

Lời giải

Chọn D

Cách 1: Ta có $\overrightarrow{AO}=(1;2;0)$, $\overrightarrow{BC}=(0;4;-3)$.

TH1: B và C nằm cùng phía với (P), khi đó $\overrightarrow{BC}$ có giá song song với (P). Phương trình mặt phẳng (P) qua O có vtpt $\vec{n}=\left[\overrightarrow{BC},\overrightarrow{AO}\right]=(-6;3;4)$ nên $(P):-6x+3y+4z=0$.

TH2: B và C nằm khác phía với (P), khi đó trung điểm $I\left(0;-2;\dfrac{-3}{2}\right)$ của BC thuộc (P).

$\overrightarrow{IO}=\left(0;2;\dfrac{3}{2}\right)$. Phương trình mặt phẳng (P) qua O có vtpt $\vec{n}=\left[\overrightarrow{IO},\overrightarrow{AO}\right]=\left(3;-\dfrac{3}{2};2\right)$ nên $(P):6x-3y+4z=0$.

Cách 2: Gọi $\vec{n}=(a;b;c)\neq\vec{0}$ là vtpt của mặt phẳng (P).

$\overrightarrow{OA}=(-1;-2-0)$.

Ta có: $\vec{n}.\overrightarrow{OA}=-a-2b=0\Leftrightarrow a=-2b\Rightarrow\vec{n}=(-2b;b;c)$.

Phương trình mặt phẳng (P) qua O có dạng: $-2bx+by+cz=0$

Vì $d(B;(P))=d(C;(P))$ nên $|3c|=|4b|\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}c=\dfrac{4}{3}b\\c=\dfrac{-4}{3}b\end{array}\right.$.

Suy ra có hai mặt phẳng thỏa mãn ycbt là $(P):-6x+3y+4z=0$ và $(P):-6x+3y-4z=0$

Cách 3: Trắc nghiệm.

Câu 45: (PTNK-ĐHQG TP HCM-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $(P):x-2y+2z-5=0$, $A(-3;0;1)$, $B(1;-1;3)$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua A, song song với (P) sao cho khoảng cách từ B đến d là lớn nhất.

A. $\dfrac{x+3}{1}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-1}{2}$.　**B.** $\dfrac{x+3}{3}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z-1}{2}$.　**C.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z-1}{2}$.　**D.** $\dfrac{x+3}{2}=\dfrac{y}{-6}=\dfrac{z-1}{-7}$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng d đi qua A nên $d\left(B;d\right)\le BA$, do đó khoảng cách từ B đến d lớn nhất khi $AB\perp d \Rightarrow \vec{u}\perp\overrightarrow{AB}$, với $\vec{u}$ là vectơ chỉ phương của d.

Lại có d song song với $\left(P\right)$ nên $\vec{u}\perp\overrightarrow{n_{(P)}}$.

$\overrightarrow{AB}=\left(4;-1;2\right)$, $\overrightarrow{n_{(P)}}=\left(1;-2;2\right)$, chọn $\vec{u}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{n_{(P)}}\right]=\left(2;-6;-7\right)$.

Do đó phương trình đường thẳng d là $\dfrac{x+3}{2}=\dfrac{y}{-6}=\dfrac{z-1}{-7}$.

Câu 46: (PTNK-ĐHQG TP HCM-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=1+t\\y=2-2t\\z=-3-t\end{cases}$ và $d_2:\begin{cases}x=4+3t\\y=3+2t\\z=1-t\end{cases}$. Trên đường thẳng d_1 lấy hai điểm A, B thỏa mã $AB=3$. Trên đường thẳng d_2 lấy hai điểm C, D thỏa mãn $CD=4$. Tính thể tích V của tứ diện $ABCD$.

A. $V=7$. **B.** $V=2\sqrt{21}$. **C.** $V=\dfrac{4\sqrt{21}}{3}$. **D.** $V=\dfrac{5\sqrt{21}}{6}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có d_1 đi qua điểm $M\left(1;2;-3\right)$ và có vtcp $\overrightarrow{u_1}=\left(1;-2;-1\right)$.

Đường thẳng d_2 đi qua điểm $N\left(4;3;1\right)$ và có vtcp $\overrightarrow{u_2}=\left(3;2;-1\right)$.

Khi đó $\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right]=\left(4;-2;8\right)$ và $\overrightarrow{MN}=\left(3;1;4\right)$.

Do đó $\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right].\overrightarrow{MN}=12-2+32=42$ nên hai đường thẳng đã cho luôn chéo nhau và

$$d\left(d_1;d_2\right)=\frac{\left|\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right].\overrightarrow{MN}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right]\right|}=\frac{42}{\sqrt{16+4+64}}=\sqrt{21}.$$

Mặt khác, $\overrightarrow{u_1}.\overrightarrow{u_2}=0$ nên $d_1\perp d_2$.

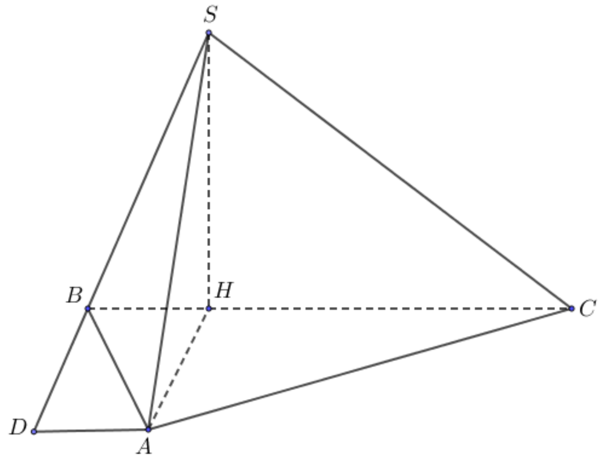
Vậy $V_{ABCD}=\dfrac{1}{6}.AB.CD.d\left(AB;CD\right).\sin\left(AB,CD\right)=2\sqrt{21}$.

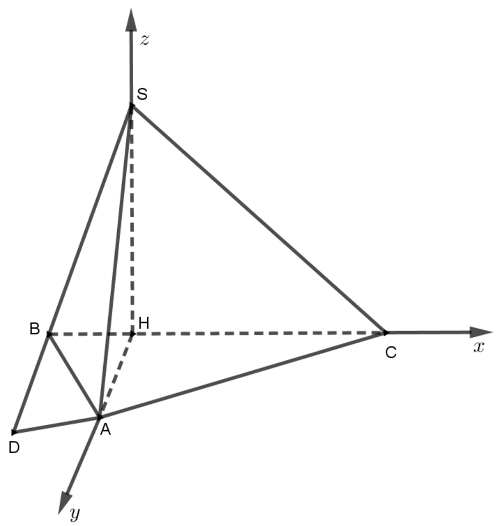
Câu 47: (SGD Phú Thọ – lần 1 - năm 2017 – 2018) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $\widehat{ABC}=60°$, $BC=2a$. Gọi D là điểm thỏa mãn $3\overrightarrow{SB}=2\overrightarrow{SD}$. Hình chiếu của S trên mặt phẳng $\left(ABC\right)$ là điểm H thuộc đoạn BC sao cho $BC=4BH$. Biết SA tạo với đáy một góc $60°$. Góc giữa hai đường thẳng AD và SC bằng

A. $60°$. **B.** $45°$. **C.** $90°$. **D.** $30°$.

Lời giải

Chọn C





Ta có $AH^2 = BH^2 + BA^2 - 2.BH.BA.\cos 60° = \frac{a^2}{4} + a^2 - 2.\frac{a}{2}.a.\frac{1}{2} = \frac{3a^2}{4} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

$\tan 60^{\circ} = \frac{SH}{AH} \Rightarrow SH = AH.\sqrt{3} = \frac{3a}{2}$.

Chuẩn hóa và chọn hệ trục tọa độ sao cho $H(0;0;0)$, $C\left(\frac{3}{2};0;0\right)$, $A\left(0;\frac{\sqrt{3}}{2};0\right)$, $S\left(0;0;\frac{3}{2}\right)$,

$B\left(-\frac{1}{2};0;0\right)$, $\overrightarrow{SB} = \left(-\frac{1}{2};0;-\frac{3}{2}\right) \Rightarrow \overrightarrow{SD} = \left(-\frac{3}{4};0;-\frac{9}{4}\right) \Rightarrow D\left(-\frac{3}{4};0;-\frac{3}{4}\right)$.

Ta có $\overrightarrow{DA} = \left(\frac{3}{4};\frac{\sqrt{3}}{2};\frac{3}{4}\right) \Rightarrow \vec{u} = \left(\sqrt{3};2;\sqrt{3}\right)$ là một vtcp của AD.

$\overrightarrow{SC} = \left(\frac{3}{2};0;-\frac{3}{2}\right) \Rightarrow \vec{v} = (1;0;-1)$ là một vtcp của SC. Ta có $\vec{u}.\vec{v} = 0 \Rightarrow AD \perp SC$

Vậy góc giữa hai đường thẳng AD và SC bằng $90°$.

Câu 48: (SGD Phú Thọ – lần 1 - năm 2017 – 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;1;2)$. Mặt phẳng (P) qua M cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho thể tích tứ diện $OABC$ nhỏ nhất. Gọi $\vec{n} = (1;a;b)$ là một véc tơ pháp tuyến của (P). Tính $S = a^3 - 2b$.

A. $S = 0$. **B.** $S = -3$. **C.** $S = 6$. **D.** $S = -\frac{15}{8}$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng (P) cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C nên $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ $(a,b,c>0)$.

Phương trình mặt phẳng $(P): \dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$.

+ Mặt phẳng (P) qua M nên $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{2}{c}=1$.

Ta có $1=\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{2}{c}\geq 3\sqrt[3]{\dfrac{2}{abc}} \Leftrightarrow abc\geq 54$

+ Thể tích khối tứ diện $OABC$: $V=\dfrac{1}{6}abc\geq 9$.

Thể tích khối tứ diện $OABC$ nhỏ nhất khi $\dfrac{1}{a}=\dfrac{1}{b}=\dfrac{2}{c}=\dfrac{1}{3}$ suy ra $a=3$, $b=3$, $c=6$.

Phương trình mặt phẳng $(P): \dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{3}+\dfrac{z}{6}=1$ hay $x+y+\dfrac{1}{2}z-3=0 \Rightarrow$ $a=1$, $b=\dfrac{1}{2}$.

Vậy $S=0$.

Câu 49: (THPT Chuyên ĐH Vinh – lần 1 - năm 2017 – 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-3}{1}$ và mặt phẳng $(\alpha): x+y-z-2=0$. Trong các đường thẳng sau, đường thẳng nào nằm trong mặt phẳng (α), đồng thời vuông góc và cắt đường thẳng d?

A. $\Delta_2: \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-4}{-2}=\dfrac{z-4}{3}$.

B. $\Delta_4: \dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z}{1}$.

C. $\Delta_3: \dfrac{x-5}{3}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z-5}{1}$.

D. $\Delta_1: \dfrac{x+2}{-3}=\dfrac{y+4}{2}=\dfrac{z+4}{-1}$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình tham số của đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=3+t \end{cases}$.

$I\in d \Rightarrow I(1+t;2+2t;3+t)$

$I\in(\alpha) \Rightarrow 1+t+2+2t-(3+t)-2=0 \Leftrightarrow t=1 \Rightarrow I(2;4;4)$.

Vectơ chỉ phương của d là $\vec{u}=(1;2;1)$

Vectơ chỉ pháp tuyến của (α) là $\vec{n}=(1;1;-1)$

Ta có $\left[\vec{u},\vec{n}\right]=(-3;2;-1)$.

Đường thẳng cần tìm qua điểm $I(2;4;4)$, nhận một VTCP là $\left[\vec{u},\vec{n}\right]=(-3;2;-1)$ nên có PTTS

$\begin{cases} x=2-3t \\ y=4+2t \\ z=4-t \end{cases}$.

Kiểm tra $A(5;2;5)\in\Delta_3$, thấy $A(5;2;5)$ thỏa mãn phương trình $(*)$. Vậy chọn C.

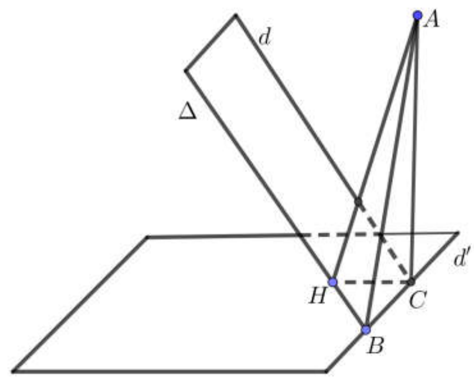
Câu 50: (THPT Chuyên ĐH Vinh – lần 1 - năm 2017 – 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x+y-2z-2=0$, đường thẳng $d: \frac{x+1}{1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z+3}{2}$ và điểm $A\left(\frac{1}{2};1;1\right)$. Gọi Δ là đường thẳng nằm trong mặt phẳng (α), song song với d đồng thời cách d một khoảng bằng 3. Đường thẳng Δ cắt mặt phẳng (Oxy) tại điểm B. Độ dài đoạn thẳng AB bằng.

A. $\frac{7}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{21}}{2}$. **C.** $\frac{7}{3}$. **D.** $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Cách 1:



Ta có: $B\in Oxy$ và $B\in(\alpha)$ nên $B(a;2-2a;0)$.

$d: \frac{x+1}{1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z+3}{2}$ đi qua $M(-1;-2;-3)$ và có một véctơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;2;2)$.

Ta có: $d\subset(\alpha)$ nên d và Δ song song với nhau và cùng nằm trong mặt phẳng (α).

Gọi $C=d\cap(Oxy)$ $C:\begin{cases}\frac{x+1}{1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z+3}{2}\\ z=0\end{cases} \Rightarrow C\left(\frac{1}{2};1;0\right)$.

Gọi $d'=(\alpha)\cap(Oxy)$, suy ra d' thỏa hệ $\begin{cases}(\alpha): 2x+y-2z-2=0\\ (Oxy): z=0\end{cases}$. Do đó, d' qua $C\left(\frac{1}{2};1;0\right)$ và có VTCP $\vec{u}_{d'}=(1;-2;0)$.

Gọi $\varphi=(\Delta,d')=(d,d')$. Ta có: $\cos\varphi=\left|\cos(\vec{u}_d,\vec{u}_{d'})\right|=\frac{1}{\sqrt{5}}$.

Gọi H là hình chiếu của C lên Δ. Ta có $CH=3$ và $BC=\frac{CH}{\sin\varphi}=\frac{3\sqrt{5}}{2}$.

Ta có $\overrightarrow{AC}=(0;0;-1)$ nên $AC\perp(Oxy)\Rightarrow AC\perp BC$.

Vậy $AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{1+\frac{45}{4}}=\frac{7}{2}$.

Cách 2: Ta có: $d: \frac{x+1}{1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z+3}{2}$ đi qua $M(-1;-2;-3)$ và có một VTCP là $\vec{u}=(1;2;2)$.

Ta có: $B=\Delta\cap(Oxy)$, $\Delta\subset(\alpha)$ nên $B\in(Oxy)\cap(\alpha)\Rightarrow B(a;2-2a;0)$.

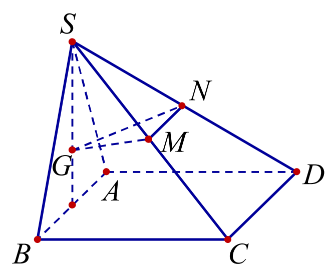
Ta có: $\Delta // d$ và $d(\Delta, d) = 3$ nên $d(B; d) = 3 \Leftrightarrow \dfrac{\left|\left[\vec{u}; \overrightarrow{MB}\right]\right|}{\left|\vec{u}\right|} = 3$

Ta có: $\overrightarrow{MB} = (a+1; 4-2a; 3)$; $\left[\vec{u}; \overrightarrow{MB}\right] = (4a-2; 2a-1; 2-4a)$.

Do đó $\dfrac{\left|\left[\vec{u}; \overrightarrow{MB}\right]\right|}{\left|\vec{u}\right|} = 3 \Leftrightarrow \dfrac{3\sqrt{(2a-1)^2}}{3} = 3 \Leftrightarrow (2a-1)^2 = 9$.

Vậy $AB = \sqrt{\left(a - \dfrac{1}{2}\right)^2 + (1-2a)^2 + 1^2} = \sqrt{\dfrac{9}{4} + 9 + 1} = \dfrac{7}{2}$.

Câu 51: (THPT Chuyên ĐH Vinh – lần 1 - năm 2017 – 2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi G là trọng tâm của tam giác SAB và M, N lần lượt là trung điểm của SC, SD (tham khảo hình vẽ bên). Tính côsin của góc giữa hai mặt phẳng (GMN) và $(ABCD)$.

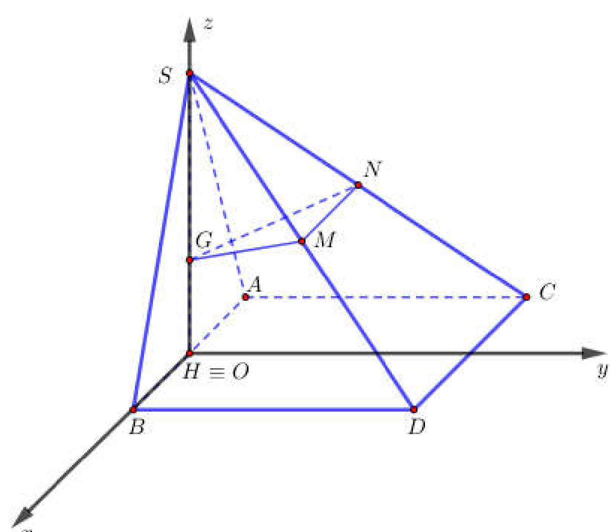


A. $\dfrac{2\sqrt{39}}{39}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{39}}{13}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{13}}{13}$.

Lời giải

Chọn C

Cách 1:



Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ. Khi đó

$S\left(0; 0; \dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$; $A\left(\dfrac{-a}{2}; 0; 0\right)$; $B\left(\dfrac{a}{2}; 0; 0\right)$; $C\left(\dfrac{a}{2}; a; 0\right)$; $D\left(\dfrac{-a}{2}; a; 0\right)$

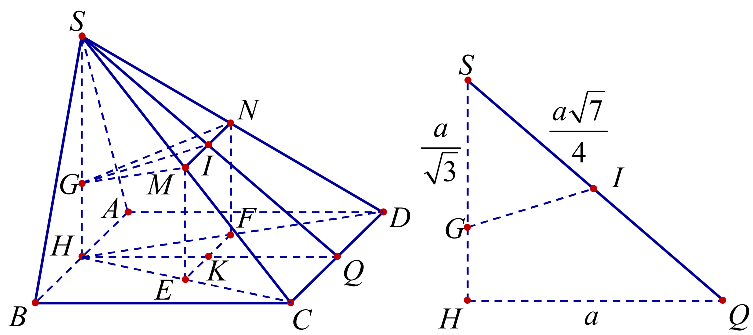
suy ra $G\left(0;0;\dfrac{a\sqrt{3}}{6}\right)$; $M\left(\dfrac{a}{4};\dfrac{a}{2};\dfrac{a\sqrt{3}}{4}\right)$; $N\left(-\dfrac{a}{4};\dfrac{a}{2};\dfrac{a\sqrt{3}}{4}\right)$

Ta có mặt phẳng $(ABCD)$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{k}=(0;0;1)$, mặt phẳng (GMN) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{GM};\overrightarrow{GN}\right]=\left(0;-\dfrac{a\sqrt{3}}{24};\dfrac{a}{4}\right)$

Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (GMN) và $(ABCD)$, ta có

$$\cos\alpha=\frac{\left|\vec{n}.\vec{k}\right|}{\left|\vec{n}\right|.\left|\vec{k}\right|}=\frac{\frac{1}{4}}{\frac{\sqrt{39}}{24}}=\frac{2\sqrt{39}}{13}.$$

Cách 2:



Gọi E, F lần lượt là hình chiếu của M và N lên $(ABCD)$. Suy ra E, F lần lượt là trung điểm của HC, HD.

Hình chiếu của ΔGMN lên $(ABCD)$ là ΔHEF

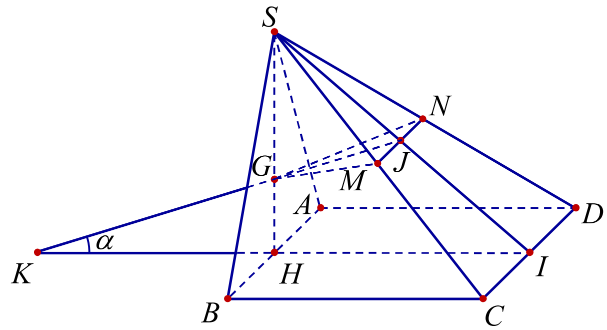
$$\cos\varphi=\frac{S_{\Delta HEF}}{S_{\Delta GMN}}=\frac{HK}{GI}=\frac{a}{2GI}\ (*)$$

Trong ΔSHQ: $\cos\hat{S}=\dfrac{SH}{SQ}=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}.\dfrac{2}{a\sqrt{7}}=\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$

Trong ΔSGI: $GI^2=SG^2+SI^2=2SG.SI.\cos\hat{S}=\dfrac{13a^2}{48}\Rightarrow GI=\dfrac{a\sqrt{13}}{4\sqrt{3}}$

Thay vào $(*)$ có $\cos\varphi=\dfrac{a}{2\dfrac{a\sqrt{13}}{4\sqrt{3}}}=\dfrac{2\sqrt{3}}{\sqrt{13}}=\dfrac{2\sqrt{39}}{13}$.

Cách 3:



Gọi H, I lần lượt là trung điểm của AB, CD.

$J=SI\cap MN$, $K=GJ\cap HI$

$$\begin{cases} d=(GMN)\cap(ABCD) \\ G\in d \\ MN\,//\,CD \end{cases} \Rightarrow d\,//\,AB.$$

Mà $d\perp(SIH)$ nên góc giữa góc giữa hai mặt phẳng (GMN) và $(ABCD)$ là $\widehat{GKH}=\alpha$

Vì $\begin{cases} JS=JI \\ GS=2GH \end{cases} \Rightarrow HK=HI=a \Rightarrow \tan\alpha=\dfrac{GH}{GK}=\dfrac{\sqrt{3}}{6} \Rightarrow \cos\alpha=\dfrac{2\sqrt{39}}{13}$.

Câu 52: (THPT Chuyên ĐH Vinh – lần 1 - năm 2017 – 2018) Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(\alpha): x-z-3=0$ và điểm $M(1;1;1)$. Gọi A là điểm thuộc tia Oz. Gọi B là hình chiếu của A lên (α). Biết rằng tam giác MAB cân tại M. Diện tích của tam giác MAB bằng

A. $6\sqrt{3}$. **B.** $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{3\sqrt{123}}{2}$. **D.** $3\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $A(0;0;a)$. Đường thẳng AB qua A và vuông góc với (α) có phương trình $\begin{cases} x=t \\ y=0 \\ z=a-t \end{cases}$.

B là hình chiếu của A lên (α) nên tọa độ B thỏa mãn hệ $\begin{cases} x=t \\ y=0 \\ z=a-t \\ x-z-3=0 \end{cases}$ suy ra

$B\left(\dfrac{a+3}{2};0;\dfrac{a-3}{2}\right)$.

Tam giác MAB cân tại M nên

$$MA=MB \Leftrightarrow 1+1+(1-a)^2=\left(\frac{a+1}{2}\right)^2+1+\left(\frac{a-5}{2}\right)^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=3 \\ a=-3 \end{array}\right..$$

- Nếu $a=-3$ thì tọa độ $A(0;0;-3)$ và $B(0;0;-3)$ trùng nhau, loại.
- Nếu $a=3$ thì tọa độ $A(0;0;3)$, $B(3;0;0)$.

  Diện tích tam giác MAB bằng $S=\dfrac{1}{12}\left|\left[\overrightarrow{MA},\overrightarrow{MB}\right]\right|=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 53: (THPT Hồng Bàng – Hải Phòng – năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-3;2)$, $B(3;5;4)$. Tìm toạ độ điểm M trên trục Oz so cho MA^2+MB^2 đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $M(0;0;49)$. **B.** $M(0;0;67)$. **C.** $M(0;0;3)$. **D.** $M(0;0;0)$.

Lời giải

Chọn C

Gọi I là trung điểm của $AB \Rightarrow I\left(\dfrac{5}{2};1;3\right)$.

Ta có: $MA^2+MB^2=\overrightarrow{MA}^2+\overrightarrow{MB}^2=\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)^2+\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)^2=2MI^2+IA^2+IB^2$.

$IA^2 + IB^2$ không đổi nên $MA^2 + MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất khi MI đạt giá trị nhỏ nhất.

$\Rightarrow M$ là hình chiếu của I trên trục Oz.

$\Rightarrow M(0;0;3)$.

Câu 54: (THPT Quảng Xương I – Thanh Hóa – năm 2017 – 2018) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2;0;0)$, $N(1;1;1)$. Mặt phẳng (P) thay đổi qua M, N cắt các trục Ox, Oy lần lượt tại $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ $(b>0,\ c>0)$. Hệ thức nào dưới đây là đúng?

A. $bc = 2(b+c)$. **B.** $bc = \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$. **C.** $b + c = bc$. **D.** $bc = b - c$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{MN} = (-1;1;1)$, $\overrightarrow{MB} = (-2;b;0)$, $\overrightarrow{MC} = (-2;0;c)$.

Bốn điểm M, N, B, C đồng phẳng nên $\left[\overrightarrow{MB};\overrightarrow{MC}\right].\overrightarrow{MN} = 0$.

Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{MB} = (-2;b;0) \\ \overrightarrow{MC} = (-2;0;c) \end{cases} \Rightarrow \left[\overrightarrow{MB};\overrightarrow{MC}\right] = (bc;2c;2b)$.

Mà $\overrightarrow{MN} = (-1;1;1)$ nên $\left[\overrightarrow{MB};\overrightarrow{MC}\right].\overrightarrow{MN} = 0 \Leftrightarrow -bc + 2c + 2b = 0 \Leftrightarrow bc = 2(b+c)$.

Câu 55: (THPT Quảng Xương I – Thanh Hóa – năm 2017 – 2018) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0;0;-2)$ và đường thẳng $\Delta : \frac{x+2}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+3}{2}$. Phương trình mặt cầu tâm A, cắt Δ tại hai điểm B và C sao cho $BC = 8$ là

A. $(S): x^2 + y^2 + (z+2)^2 = 16$. **B.** $(S): x^2 + y^2 + (z+2)^2 = 25$.

C. $(S): (x+2)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 16$. **D.** $(S): (x+2)^2 + y^2 + z^2 = 25$.

Lời giải

Chọn B

Kẻ $AH \perp \Delta$ $(H \in \Delta) \Rightarrow HB = HC = 4$.

Ta có $\Delta : \begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = -3 + 2t \end{cases}$ $(t \in \mathbb{R}) \Rightarrow H(2t-2;3t+2;2t-3) \Rightarrow \overrightarrow{AH} = (2t-2;3t+2;2t-1)$.

Lại có $\overrightarrow{u_\Delta} = (2;3;2)$, $AH \perp \Delta \Leftrightarrow \overrightarrow{AH}.\overrightarrow{u_\Delta} = 0 \Leftrightarrow 2(2t-2) + 3(3t+2) + 2(2t-1) = 0$

$\Leftrightarrow t = 0 \Rightarrow \overrightarrow{AH} = (-2;2;-1) \Rightarrow AH = \sqrt{(-2)^2 + 2^2 + (-1)^2} = 3$.

Mặt cầu (S) có tâm $A(0;0;-2)$, bán kính $R = \sqrt{AH^2 + HB^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$

$\Rightarrow (S): x^2 + y^2 + (z+2)^2 = 25$.

Câu 56: (THPT Quảng Xương I – Thanh Hóa – năm 2017 – 2018) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC biết $A(1;0;-1)$, $B(2;3;-1)$, $C(-2;1;1)$. Phương trình đường thẳng đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) là

A. $\frac{x-3}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-5}{5}$. **B.** $\frac{x}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{5}$.

C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z+1}{2}$. **D.** $\dfrac{x-3}{3}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-5}{5}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(1;3;0)$; $\overrightarrow{BC}=(-4;-2;2)$, $\overrightarrow{AC}=(-3;1;2)$

$\Rightarrow AB^2=10$, $BC^2=24$, $AC^2=14 \Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại A.

Tâm I của đường tròn ngoại tiếp tam giác là trung điểm của $BC \Rightarrow I(0;2;0)$.

Đường thẳng d cần tìm đi qua $I(0;2;0)$ và nhận vectơ $\vec{u}=\dfrac{1}{2}\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(3;-1;5)$ làm véc tơ chỉ phương. Phương trình chính tắc của đường thẳng d là $\dfrac{x-3}{3}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-5}{5}$.

Câu 57: (THPT Quảng Xương I – Thanh Hóa – năm 2017 – 2018) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1;2;3)$, $B(2;1;0)$, $C(4;3;-2)$, $D(3;4;1)$, $E(1;1;-1)$. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng cách đều 5 điểm trên?

A. 1. **B.** 4. **C.** 5. **D.** Không tồn tại.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;-1;-3)$, $\overrightarrow{DC}=(1;-1;-3)$, $\overrightarrow{AD}=(2;-4;-2)$. Suy ra $ABCD$ là hình bình hành.

Ta lại có $\overrightarrow{AE}=(0;-1;-4)$, $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right]=(-10;-4;-2)$ $\Rightarrow \left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right].\overrightarrow{AE}=12\neq 0$

$\Rightarrow E.ABCD$ là hình chóp đáy là hình bình hành nên các mặt phẳng cách đều 5 điểm là

+ Mặt phẳng qua 4 trung điểm của 4 cạnh bên.

+ Mặt phẳng qua 4 trung điểm lần lượt của ED, EC, AD, BC.

+ Mặt phẳng qua 4 trung điểm lần lượt của EC, EB, DC, AB.

+ Mặt phẳng qua 4 trung điểm lần lượt của EA, EB, AD, BC.

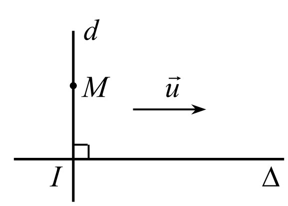
+ Mặt phẳng qua 4 trung điểm lần lượt của EA, ED, AB, DC.

Câu 58: (SGD Bắc Giang – năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2;\ 1;\ 0)$ và đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{-1}$. Phương trình tham số của đường thẳng d đi qua M, cắt và vuông góc với Δ là

A. $d:\begin{cases} x=2+t \\ y=1-4t \\ z=-2t \end{cases}$. **B.** $d:\begin{cases} x=2-t \\ y=1+t \\ z=t \end{cases}$. **C.** $d:\begin{cases} x=1+t \\ y=-1-4t \\ z=2t \end{cases}$. **D.** $d:\begin{cases} x=2+2t \\ y=1+t \\ z=-t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi $I=d\cap\Delta$. Do $I\in\Delta$ nên $I(2t+1;t-1;-t)$. Suy ra $\overrightarrow{MI}=(2t-1;\ t-2;\ -t)$.

Ta có Δ có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(2;1;-1)$.

$d \perp \Delta \Leftrightarrow \overrightarrow{MI} \perp \vec{u} \Leftrightarrow \overrightarrow{MI}.\vec{u} = 0 \Leftrightarrow (2t-1).2 + (t-2).1 + (-t).(-1) = 0 \Leftrightarrow 6t - 4 = 0 \Leftrightarrow t = \dfrac{2}{3}$.

Suy ra $\overrightarrow{MI} = \left(\dfrac{1}{3}; -\dfrac{4}{3}; \ -\dfrac{2}{3}\right)$, từ đó suy ra d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}_d = (1;-4;-2)$ và đi qua $M(2;\ 1;\ 0)$ nên có phương trình $d: \begin{cases} x = 2+t \\ y = 1-4t \\ z = -2t \end{cases}$.

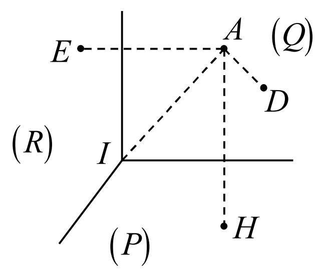
Câu 59: (SGD Bắc Giang – năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 16$ và điểm $A(1;2;3)$. Ba mặt phẳng thay đổi đi qua A và đôi một vuông góc với nhau, cắt mặt cầu theo ba đường tròn. Tính tổng diện tích của ba đường tròn tương ứng đó.

A. 10π. **B.** 38π. **C.** 33π. **D.** 36π.

Lời giải

Chọn B

Nhận xét:



Cho ba mặt phẳng đôi một vuông góc với nhau (P), (Q), (R) tại I. Hạ AH, AD, AE lần lượt vuông góc với ba mặt phẳng trên thì ta luôn có: $IA^2 = AD^2 + AH^2 + AE^2$.

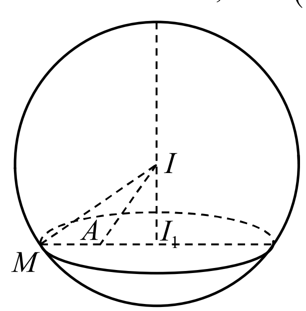
Chứng minh:

Chọn hệ trục tọa độ với $I(0;0;0)$, ba trục Ox, Oy, Oz lần lượt là ba giao tuyến của ba mặt phẳng (P), (Q), (R).

Khi đó $A(a,b,c)$ thì $IA^2 = a^2 + b^2 + c^2 = d^2(A,(Iyz)) + d^2(A,(Ixz)) + d^2(A,(Ixy))$ hay $IA^2 = AD^2 + AH^2 + AE^2$ (đpcm).

Áp dụng:

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-1;2)$ và có bán kính $r = 4$; $\overrightarrow{IA} = (0;3;1) \Rightarrow IA = \sqrt{10}$.



Gọi và r_i là tâm và bán kính của các đường tròn ($i = 1;2;3$).

Ta có tổng diện tích các đường tròn là $S = \pi\left(r_1^2 + r_2^2 + r_3^2\right) = \pi\left(r^2 - II_1^2 + r^2 - II_1^2 + r^2 - II_1^2\right)$

$= \pi\left[3r^2 - \left(II_1^2 + II_1^2 + II_1^2\right)\right] = \pi\left(3r^2 - IA^2\right) = 38\pi$.

Câu 60: (SGD Bắc Giang – năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho điểm $A(2;1;3)$ và mặt phẳng $(P): x+my+(2m+1)z-m-2=0$, m là tham số. Gọi $H(a;b;c)$ là hình chiếu vuông góc của điểm A trên (P). Tính $a+b$ khi khoảng cách từ điểm A đến (P) lớn nhất?

A. $a+b=-\dfrac{1}{2}$. **B.** $a+b=2$. **C.** $a+b=0$. **D.** $a+b=\dfrac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $x+my+(2m+1)z-m-2=0 \Leftrightarrow m(y+2z-1)+x+z-2=0$ $(*)$

Phương trình $(*)$ có nghiệm với $\forall m \Leftrightarrow \begin{cases} y+2z-1=0 \\ x+z-2=0 \end{cases}$.

Suy ra (P) luôn đi qua đường thẳng $d: \begin{cases} x=2-t \\ y=1-2t \\ z=t \end{cases}$.

$K \in d \Rightarrow K(2-t;1-2t;t)$, $\overrightarrow{AK}(-t;-2t;t-3)$

Đường thẳng d có VTCP $\vec{u}=(-1;-2;1)$.

$\overrightarrow{AK}.\vec{u}=0 \Leftrightarrow t+4t+t-3=0 \Leftrightarrow t=\dfrac{1}{2} \Rightarrow K\left(\dfrac{3}{2};0;\dfrac{1}{2}\right)$

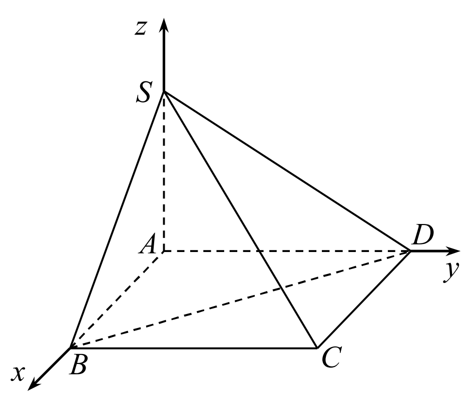
Ta có $AH \le AK \Rightarrow AH_{\max}=AK \Leftrightarrow H \equiv K$. Vậy $a+b=\dfrac{3}{2}$.

Câu 61: (SGD Bắc Giang – năm 2017 – 2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=a$, $BC=a\sqrt{3}$, $SA=a$ và SA vuông góc với đáy $ABCD$. Tính $\sin\alpha$, với α là góc tạo bởi giữa đường thẳng BD và mặt phẳng (SBC).

A. $\sin\alpha=\dfrac{\sqrt{7}}{8}$. **B.** $\sin\alpha=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\sin\alpha=\dfrac{\sqrt{2}}{4}$. **D.** $\sin\alpha=\dfrac{\sqrt{3}}{5}$.

Lời giải

Chọn C



Đặt hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ.

Khi đó, ta có $A(0;0;0)$, $B(a;0;0)$, $D(0;a\sqrt{3};0)$, $S(0;0;a)$.

Ta có $\overrightarrow{BD}=\left(-a;a\sqrt{3};0\right)=a\left(-1;\sqrt{3};0\right)$, nên đường thẳng BD có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=\left(-1;\sqrt{3};0\right)$.

Ta có $\overrightarrow{SB}=\left(a;0;-a\right)$, $\overrightarrow{BC}=\left(0;a\sqrt{3};0\right)\Rightarrow\left[\overrightarrow{SB},\overrightarrow{BC}\right]=\left(a^2\sqrt{3};0;a^2\sqrt{3}\right)=a^2\sqrt{3}\left(1;0;1\right)$.

Như vậy, mặt phẳng (SBC) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;0;1)$.

Do đó, α là góc tạo bởi giữa đường thẳng BD và mặt phẳng (SBC) thì

$$\sin\alpha=\frac{\left|\vec{u}.\vec{n}\right|}{\left|\vec{u}\right|.\left|\vec{n}\right|}=\frac{\left|(-1).1+\sqrt{3}.0+0.1\right|}{\sqrt{(-1)^2+\sqrt{3}^2+0^2}.\sqrt{1^2+0^2+1^2}}=\frac{\sqrt{2}}{4}.$$

Câu 62: (Chuyên ĐB Sông Hồng –Lần 1 năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$ và mặt phẳng $(P):2x+y-4z+1=0$, đường thẳng d đi qua điểm A, song song với mặt phẳng (P), đồng thời cắt trục Oz. Viết phương trình tham số của đường thẳng d.

A. $\begin{cases}x=1+5t\\y=2-6t\\z=3+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=t\\y=2t\\z=2+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+3t\\y=2+2t\\z=3+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1-t\\y=2+6t\\z=3+t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $B(0;0;b)$ là giao điểm của đường thẳng d và trục Oz.

Ta có $\overrightarrow{u_d}=\overrightarrow{AB}=(-1;-2;b-3)$. Vì đường thẳng d song song với mặt phẳng (P) nên:

$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{n_P}=0\Leftrightarrow-2-2-4(b-3)=0\Leftrightarrow b=2$.

Suy ra $\overrightarrow{u_d}=\overrightarrow{AB}=(-1;-2;-1)=-1(1;2;1)$.

Câu 63: (Chuyên ĐB Sông Hồng –Lần 1 năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua gốc tọa độ O và điểm $I(0;1;1)$. Gọi S là tập hợp các điểm nằm trên mặt phẳng (Oxy), cách đường thẳng Δ một khoảng bằng 6. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi S.

A. 36π. **B.** $36\sqrt{2}\pi$. **C.** $18\sqrt{2}\pi$. **D.** 18π.

Lời giải

Chọn B

Gọi $M(x;y;0)\in(Oxy)$

$$d(M,\Delta)=\frac{\left|\left[\overrightarrow{OM},\overrightarrow{OI}\right]\right|}{OI}=\frac{\sqrt{y^2+2x^2}}{\sqrt{2}}$$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow\dfrac{\sqrt{y^2+2x^2}}{\sqrt{2}}=6\Leftrightarrow\dfrac{x^2}{36}+\dfrac{y^2}{72}=1$

Vậy quỹ tích M trên (Oxy) là hình Elip với $a=6$ và $b=6\sqrt{2}\Rightarrow S=\pi ab=36\sqrt{2}\pi$.

Câu 64: (THPT Chuyên Thoại Ngọc Hầu – An Giang - Lần 3 năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-3;2)$, $B(3;5;4)$. Tìm toạ độ điểm M trên trục Oz so cho MA^2+MB^2 đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $M(0;0;49)$. **B.** $M(0;0;67)$. **C.** $M(0;0;3)$. **D.** $M(0;0;0)$.

Lời giải

Chọn C

Gọi I là trung điểm của $AB \Rightarrow I\left(\frac{5}{2};1;3\right)$.

Ta có: $MA^2+MB^2=\overrightarrow{MA}^2+\overrightarrow{MB}^2=\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)^2+\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)^2=2MI^2+IA^2+IB^2$.

IA^2+IB^2 không đổi nên MA^2+MB^2 đạt giá trị nhỏ nhất khi MI đạt giá trị nhỏ nhất.

$\Rightarrow M$ là hình chiếu của I trên trục Oz.

$\Rightarrow M(0;0;3)$.

Câu 65: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-3}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z+2}{1}$ và điểm $M(2;-1;0)$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm I thuộc đường thẳng d và tiếp xúc với mp (Oxy) tại điểm M. Hỏi có bao nhiêu mặt cầu thỏa mãn?

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** Vô số.

Câu 66: (THPT Chuyên Ngữ – Hà Nội - Lần 1 năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-3}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z+2}{1}$ và điểm $M(2;-1;0)$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm I thuộc đường thẳng d và tiếp xúc với mp (Oxy) tại điểm M. Hỏi có bao nhiêu mặt cầu thỏa mãn?

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn B

Ta có $d:\begin{cases} x=3+t \\ y=t \\ z=-2+t \end{cases}$ nên $I\in d \Rightarrow I(3+t;t;-2+t)$, $\overrightarrow{IM}=(1+t;t+1;-2+t)$

Mặt phẳng (Oxy) có vtpt $\vec{k}=(0;0;1)$.

Ta có: $\left[\overrightarrow{IM};\vec{k}\right]=(1+t;-t-1;0)=\vec{0}\Leftrightarrow t+1=0\Leftrightarrow t=-1$ nên $I(2;-1;-3)$

$R=d\left(I,(Oxy)\right)=\frac{|3|}{1}=3$. Vậy $(x-2)^2+(y+1)^2+(z+3)^2=9$.

Câu 67: (THPT Chuyên ĐHSP – Hà Nội - Lần 1 năm 2017 – 2018) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$. Gọi (S) là mặt cầu chứa A có tâm I thuộc tia Ox và bán kính bằng 7. Phương trình mặt cầu (S) là

A. $(x+5)^2+y^2+z^2=49$. **B.** $(x+7)^2+y^2+z^2=49$.

C. $(x-3)^2+y^2+z^2=49$. **D.** $(x-7)^2+y^2+z^2=49$.

Lời giải

Chọn D

Vì tâm I thuộc tia Ox nên $I\left(m;0;0\right)$ $m>0$.

Vì $\left(S\right)$ chứa A và có bán kính bằng 7 nên: $IA=7\Leftrightarrow\sqrt{\left(1-m\right)^2+13}=7\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-5\left(L\right)\\m=7\left(N\right)\end{array}\right.$.

Câu 68: **(THPT Chuyên Vĩnh Phúc – Vĩnh Phúc - Lần 4 năm 2017 – 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho bốn đường thẳng: $d_1:\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z+1}{1}$, $d_2:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z-1}{1}$, $d_3:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-1}{1}$, $d_4:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$. Số đường thẳng trong không gian cắt cả bốn đường thẳng trên là

A. 0. **B.** 2. **C.** Vô số. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng d_1 đi qua điểm $M_1=\left(3;-1;-1\right)$ và có một véctơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_1}=\left(1;-2;1\right)$.

Đường thẳng d_2 đi qua điểm $M_2=\left(0;0;1\right)$ và có một véctơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_2}=\left(1;-2;1\right)$.

Do $\overrightarrow{u_1}=\overrightarrow{u_2}$ và $M_1\notin d_1$ nên hai đường thẳng d_1 và d_2 song song với nhau.

Ta có $\overrightarrow{M_1M_2}=\left(-3;1;2\right)$, $\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{M_1M_2}\right]=\left(-5;-5;-5\right)=-5\left(1;1;1;\right)$

Gọi $\left(\alpha\right)$ là mặt phẳng chứa d_1 và d_2 khi đó $\left(\alpha\right)$ có một véctơ pháp tuyến là $\vec{n}=\left(1;1;1\right)$. Phương trình mặt phẳng $\left(\alpha\right)$ là $x+y+z-1=0$.

Gọi $A=d_3\cap\left(\alpha\right)$ thì $A\left(1;-1;1\right)$. Gọi $B=d_4\cap\left(\alpha\right)$ thì $B\left(-1;2;0\right)$.

Do $\overrightarrow{AB}=\left(-2;3;-1\right)$ không cùng phương với $\overrightarrow{u_1}=\left(1;-2;1\right)$ nên đường thẳng AB cắt hai đường thẳng d_1 và d_2.

Câu 69: **(THPT Kim Liên – Hà Nội - Lần 2 năm 2017 – 2018)** Trong không gian Oxy, cho điểm $M\left(-1;1;2\right)$ và hai đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z-1}{1}$, $d':\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z}{-2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua điểm M, cắt d và vuông góc với d'?

A. $\begin{cases}x=-1-7t\\y=1+7t\\z=2+7t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-1+3t\\y=1-t\\z=2\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+3t\\y=1-t\\z=2\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=-1+3t\\y=1+t\\z=2\end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi đường thẳng cần tìm là Δ, A là giao của Δ và d.

Khi đó: $A\left(2+3t;-3+2t;1+t\right)$, $\overrightarrow{MA}=\left(3+3t;-4+2t;-1+t\right)$.

Do Δ vuông góc với d' nên: $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{u_2}=0\Leftrightarrow 7t-7=0\Leftrightarrow t=1$.

Khi đó $\overrightarrow{MA}=\left(6;-2;0\right)$, hay vectơ chỉ phương của Δ là $\left(3;-1;0\right)$.

Vậy phương trình $\Delta:\begin{cases}x=-1+3t\\y=1-t\\z=2\end{cases}$.

Câu 70: (THPT Kim Liên – Hà Nội - Lần 2 năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;1)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua M và cắt ba tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C khác gốc O sao cho thể tích khối tứ diện $OABC$ nhỏ nhất.

A. $2x-y+2z-3=0$.
B. $4x-y-z-6=0$.
C. $2x+y+2z-6=0$.
D. $x+2y+2z-6=0$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$, do A, B, C thuộc ba tia Ox, Oy, Oz nên a, b, $c>0$.

(P) theo đoạn chắn có dạng $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$. Do $M(2;1;1)\in(P)\Rightarrow\frac{2}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=1$.

Áp dụng Cauchy cho 3 số dương $\frac{2}{a}$, $\frac{1}{b}$, $\frac{1}{c}$ ta có $1=\frac{2}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\geq 3\sqrt[3]{\frac{2}{abc}}$

$\Rightarrow V_{OABC}=\frac{abc}{6}\geq 9$. Dấu bằng xảy ra khi $\frac{2}{a}=\frac{1}{b}=\frac{1}{c}=\frac{1}{3}\Rightarrow\begin{cases}a=6\\b=c=3\end{cases}$.

Vậy $(P):\frac{x}{6}+\frac{y}{3}+\frac{z}{3}=1\Leftrightarrow x+2y+2z-6=0$.

Câu 71: (THPT Kim Liên – Hà Nội - Lần 2 năm 2017 – 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(2;2;1)$, $N\left(\frac{-8}{3};\frac{4}{3};\frac{8}{3}\right)$. Viết phương trình mặt cầu có tâm là tâm của đường tròn nội tiếp tam giác OMN và tiếp xúc với mặt phẳng (Oxz).

A. $x^2+(y+1)^2+(z+1)^2=1$.
B. $x^2+(y-1)^2+(z-1)^2=1$.
C. $(x-1)^2+(y-1)^2+z^2=1$.
D. $(x-1)^2+y^2+(z-1)^2=1$.

Lời giải

Chọn B

Gọi I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác OMN.

Ta áp dụng tính chất sau: "Cho tam giác OMN với I là tâm đường tròn nội tiếp, ta có $a.\overrightarrow{IO}+b.\overrightarrow{IM}+c.\overrightarrow{IN}=\vec{0}$, với $a=MN$, $b=ON$, $c=OM$".

Ta có $OM=\sqrt{2^2+2^2+1^2}=3$, $ON=\sqrt{\left(\frac{-8}{3}\right)^2+\left(\frac{4}{3}\right)^2+\left(\frac{8}{3}\right)^2}=4$.

$MN=\sqrt{\left(\frac{-8}{3}-2\right)^2+\left(\frac{4}{3}-2\right)^2+\left(\frac{8}{3}-1\right)^2}=5$.

$$5.\overrightarrow{IO}+4.\overrightarrow{IM}+3.\overrightarrow{IN}=\vec{0}\Leftrightarrow\begin{cases}x_I=\dfrac{5.0+4.2+3.\left(\frac{-8}{3}\right)}{3+4+5}=0\\ y_I=\dfrac{5.0+4.2+3.\left(\frac{4}{3}\right)}{3+4+5}=1\\ z_I=\dfrac{5.0+4.2+3.\left(\frac{8}{3}\right)}{3+4+5}=1\end{cases}.$$

Mặt phẳng (Oxz) có phương trình $y=0$.

Mặt cầu tiếp xúc với mặt phẳng (Oxz) nên mặt cầu có bán kính $R=d\left(I,(Oxz)\right)=1$.

Vậy phương trình mặt cầu là $x^2+(y-1)^2+(z-1)^2=1$.

Câu 72: (THPT Trần Phú – Hà Tĩnh - Lần 2 năm 2017 – 2018) Trong không gian $Oxyz$, Cho mặt phẳng $(R): x+y-2z+2=0$ và đường thẳng $\Delta_1: \dfrac{x}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{-1}$. Đường thẳng Δ_2 nằm trong mặt phẳng (R) đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng Δ_1 có phương trình là

A. $\begin{cases} x=t \\ y=-3t \\ z=1-t \end{cases}$.   **B.** $\begin{cases} x=t \\ y=-2t \\ z=1+t \end{cases}$.   **C.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=1-t \\ z=t \end{cases}$.   **D.** $\begin{cases} x=2+3t \\ y=1-t \\ z=t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình tham số của đường thẳng Δ_1 là $\begin{cases} x=2t \\ y=t \\ z=1-t \end{cases}$.

Gọi $I(x;y;z)$ là giao điểm của Δ_1 và (R).

Khi đó tọa độ của I là thỏa mãn $\begin{cases} x=2t \\ y=t \\ z=1-t \\ x+y-2z+2=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=0 \\ z=1 \end{cases} \Rightarrow I=(0;0;1)$.

Mặt phẳng (R) có VTPT $\vec{n}=(1;1;-2)$; Đường thẳng Δ_1 có VTCP $\vec{u}=(2;1;-1)$.

Khi đó $[\vec{n},\vec{u}]=(1;-3;-1)$.

Đường thẳng Δ_2 nằm trong mặt phẳng (R) đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng Δ_1.

Do đó Δ_2 đi qua $I=(0;0;1)$ và nhận $[\vec{n},\vec{u}]$ làm một VTCP.

Vậy phương trình của Δ_2 là $\begin{cases} x=t \\ y=-3t \\ z=1-t \end{cases}$.

Câu 73: (THPT Trần Phú – Hà Tĩnh - Lần 2 năm 2017 – 2018) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (α) đi qua $M(1;1;4)$ cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C phân biệt sao cho tứ diện $OABC$ có thể tích nhỏ nhất. Tính thể tích nhỏ nhất đó.

A. 72.   **B.** 108.   **B.** 18.   **D.** 36.

Lời giải

Chọn B

Đặt $A=(a;0;0)$, $B=(0;b;0)$, $C=(0;0;c)$ với a, b, $c>0$.

Khi đó phương trình mặt phẳng (α) là $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$.

Vì (α) đi qua $M(1;1;4)$ nên $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{4}{c}=1$.

Thể tích của tứ diện $OABC$ là $V_{OABC}=\frac{1}{6}OA.OB.OC=\frac{1}{6}abc$.

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM ta có $1=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{4}{c}\ge 3\sqrt[3]{\frac{4}{abc}}\Rightarrow abc\ge 108$.

Dấu bằng xảy ra khi $a=b=3$; $c=12$.

Vậy tứ diện $OABC$ có thể tích nhỏ nhất bằng $\frac{1}{6}.108=18$.

Câu 74: (THPT Thuận Thành 2 – Bắc Ninh - Lần 2 năm 2017 – 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y}{-1}=\frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P):2x-y-2z+1=0$. Đường thẳng nằm trong (P), cắt và vuông góc với d có phương trình là

A. $\frac{x+2}{3}=\frac{y-1}{4}=\frac{z+3}{1}$.
B. $\frac{x-2}{3}=\frac{y+1}{4}=\frac{z-3}{-1}$.
C. $\frac{x-2}{3}=\frac{y+1}{4}=\frac{z-3}{1}$.
D. $\frac{x-1}{3}=\frac{y+1}{4}=\frac{z-1}{1}$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình tham số của $d:\begin{cases}x=1+t\\y=-t\\z=2+t\end{cases}$. Gọi $M=d\cap(P)$.

Khi đó $M\in d$ nên $M(1+t;-t;2+t)$; $M\in(P)$ nên $2(1+t)-(-t)-2(2+t)+1=0\Leftrightarrow t=1$.

Vậy đường thẳng d cắt mặt phẳng (P) tại $M(2;-1;3)$.

Gọi $\overrightarrow{u_d}=(1;-1;1)$ và $\vec{n}=(2;-1;-2)$ lần lượt là vectơ chỉ phương của d và vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

Khi đó một vectơ chỉ phương của đường thẳng cần tìm là $\vec{u}=\left[\overrightarrow{u_d},\vec{n}\right]=(3;4;1)$.

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là $\frac{x-2}{3}=\frac{y+1}{4}=\frac{z-3}{1}$.

Câu 75: (THPT Chuyên Lương Thế Vinh – Đồng Nai – Lần 2 năm 2017 – 2018) Có bao nhiêu mặt cầu (S) có tâm thuộc đường thẳng $\Delta:\frac{x-3}{2}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-1}{-2}$ đồng thời tiếp xúc với hai mặt phẳng $(\alpha_1):2x+2y+z-6=0$ và $(\alpha_2):x-2y+2z=0$

A. 1. **B.** 0. **C.** Vô số. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Phương trình tham số của đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=3+2t\\y=1-t\\z=1-2t\end{cases}$

Gọi tâm $I\in\Delta\Rightarrow I(3+2t;1-t;1-2t)$

Vì mặt cầu (S) đồng thời tiếp xúc với hai mặt phẳng (α_1) và (α_2) nên ta có

$d(I,(\alpha_1))=d(I,(\alpha_2))$

$\Leftrightarrow \dfrac{|2(3+2t)+2(1-t)+1-2t-6|}{\sqrt{2^2+2^2+1^2}} = \dfrac{|3+2t-2(1-t)+2(1-2t)|}{\sqrt{2^2+2^2+1^2}} \Leftrightarrow \dfrac{|3|}{3} = \dfrac{|3|}{3}$ (luôn đúng).

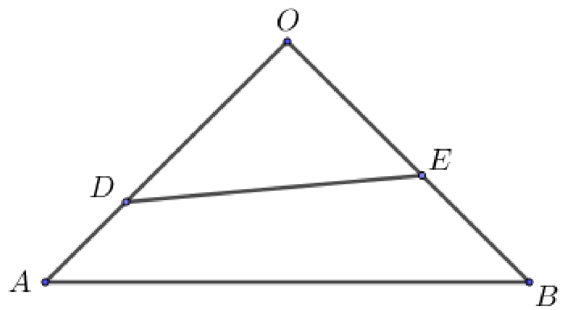
Do đó có vô số mặt cầu thỏa yêu cầu đề bài.

Câu 76: (THPT Chuyên Lương Thế Vinh – Đồng Nai – Lần 2 năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;1)$, $B(0;1;-1)$. Hai điểm D, E thay đổi trên các đoạn OA, OB sao cho đường thẳng DE chia tam giác OAB thành hai phần có diện tích bằng nhau. Khi DE ngắn nhất thì trung điểm của đoạn DE có tọa độ là

A. $I\left(\dfrac{\sqrt{2}}{4};\dfrac{\sqrt{2}}{4};0\right)$. **B.** $I\left(\dfrac{\sqrt{2}}{3};\dfrac{\sqrt{2}}{3};0\right)$. **C.** $I\left(\dfrac{1}{3};\dfrac{1}{3};0\right)$. **D.** $I\left(\dfrac{1}{4};\dfrac{1}{4};0\right)$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $\overrightarrow{OA}=(1;0;1)$, $\overrightarrow{OB}=(0;1;-1)$, $OA=OB=\sqrt{2}$, $\overrightarrow{AB}=(-1;1;-2)$, $AB=\sqrt{6}$.

Ta có $\dfrac{S_{ODE}}{S_{OAB}}=\dfrac{OD.OE}{OA.OB} \Leftrightarrow \dfrac{1}{2}=\dfrac{OD.OE}{2} \Leftrightarrow OD.OE=1$

$\cos\widehat{AOB}=\dfrac{OA^2+OB^2-AB^2}{2.OA.OB}=\dfrac{2+2-6}{4}=\dfrac{-1}{2}$.

Ta có $DE^2=OD^2+OE^2-2OD.OE\cos\widehat{AOB}=OD^2+OE^2+OD.OE\geq 3OD.OE \Rightarrow DE\geq\sqrt{3}$.

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $OD=OE=1$.

Khi đó $\overrightarrow{OD}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}.\overrightarrow{OA} \Rightarrow D\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2};0;\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$, $\overrightarrow{OE}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}.\overrightarrow{OB} \Rightarrow E\left(0;\dfrac{\sqrt{2}}{2};-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$

Vậy trung điểm I của DE có tọa độ $I\left(\dfrac{\sqrt{2}}{4};\dfrac{\sqrt{2}}{4};0\right)$.

Chú ý: Sau khi chứng minh được $OD=OE=1$ thì ta có thể tìm trung điểm I của DE như sau:

Gọi $K\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2};0\right)$ là trung điểm của AB. Ta có:

$\dfrac{OI}{OK}=\dfrac{OD}{OA}=\dfrac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \overrightarrow{OI}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\overrightarrow{OK} \Rightarrow I\left(\dfrac{\sqrt{2}}{4};\dfrac{\sqrt{2}}{4};0\right)$.

Câu 77: (THPT Quỳnh Lưu 1 – Nghệ An – Lần 2 năm 2017 – 2018) Trong hệ tọa độ $Oxyz$ cho $A(3;3;0)$, $B(3;0;3)$, $C(0;3;3)$. Mặt phẳng (P) đi qua O, vuông góc với mặt phẳng (ABC) sao cho mặt phẳng (P) cắt các cạnh AB, AC tại các điểm M, N thỏa mãn thể tích tứ diện $OAMN$ nhỏ nhất. Mặt phẳng (P) có phương trình:

A. $x+y-2z=0$. **B.** $x+y+2z=0$. **C.** $x-z=0$. **D.** $y-z=0$

Lời giải

Chọn A

Nhận thấy tam giác ABC đều có trọng tâm $G(2;2;2)$, và $OG\perp(ABC)$ nên hình chiếu của O lên (ABC) là điểm G.

Khi đó $V_{OAMN}=\frac{1}{3}.S_{AMN}.d\left(O,(ABC)\right)=\frac{1}{3}.OG.\frac{1}{2}.AM.AN.\sin\widehat{MAN}$.

Vì OG và $\sin\widehat{MAN}=\frac{\sqrt{3}}{2}$ cố định nên thể tích V_{OAMN} nhỏ nhất khi và chỉ khi $AM.AN$ nhỏ nhất.

Vì M, N, G thẳng hàng nên $3=\frac{AB}{AM}+\frac{AC}{AN}\geq 2\sqrt{\frac{AB}{AM}.\frac{AC}{AN}}$, suy ra $AM.AN\geq\frac{4}{9}AB.AC$.

Đẳng thức xảy ra khi $\frac{AB}{AM}=\frac{AC}{AN}$ hay $MN\,//\,BC$.

Khi đó mặt phẳng (P) đi qua O và nhận $\overrightarrow{GA}=(1;1;-2)$ là một vectơ pháp tuyến, do đó $(P):x+y-2z=0$.

Câu 78: (THPT Quỳnh Lưu 1 – Nghệ An – Lần 2 năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ trục toạ độ $(Oxyz)$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=9$, điểm $A(0;\ 0;\ 2)$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và cắt mặt cầu (S) theo thiết diện là hình tròn (C) có diện tích nhỏ nhất là

A. $(P):x+2y+3z+6=0$. **B.** $(P):x+2y+z-2=0$.

C. $(P):x-2y+z-6=0$. **D.** $(P):3x+2y+2z-4=0$.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=9$ có tâm $I(1;2;3)$, bán kính $R=3$.

$IA=\sqrt{6}<R$ nên A nằm trong mặt cầu.

Gọi r là bán kính đường tròn thiết diện, ta có $r=\sqrt{R^2-h^2}$.

Trong đó h là khoảng cách từ I đến (P).

Diện tích thiết diện là $\pi r^2=\pi\left(R^2-h^2\right)\geq\pi\left(R^2-IA^2\right)$ (Do $h\leq IA$).

Vậy diện tích hình tròn (C) đạt nhỏ nhất khi $h=IA$. Khi đó $\overrightarrow{IA}$ là véc tơ pháp tuyến của (P).

Phương trình mặt phẳng (P) là $1(x-0)+2(y-0)+(z-2)=0\Leftrightarrow x+2y+z-2=0$.

Câu 79: (THPT Quỳnh Lưu 1 – Nghệ An – Lần 2 năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;6)$, $D(1;1;1)$. Có tất cả bao nhiêu mặt phẳng phân biệt đi qua 3 trong 5 điểm O, A, B, C, D?

A. 6. **B.** 10. **C.** 7. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

Phương trình mặt phẳng $(ABC):\frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{6}=1$.

Ta thấy 4 điểm A, B, C, D đồng phẳng (do $D \in (ABC)$).

Chọn 3 trong 5 điểm có $C_5^3 = 10$ cách.

Chọn 3 trong 4 điểm đồng phẳng A, B, C, D có $C_4^3 = 4$ cách.

Câu 80: Vậy có $10-4+1=7$ mặt phẳng phân biệt đi qua 5 điểm đã cho. **(SGD Quảng Nam – năm 2017 – 2018)** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;0)$, $B(0;-1;2)$. Biết rằng có hai mặt phẳng cùng đi qua hai điểm A, O và cùng cách B một khoảng bằng $\sqrt{3}$. Véctơ nào trong các véctơ dưới đây là một véctơ pháp tuyến của một trong hai mặt phẳng đó.

A. $\vec{n} = (1;-1;-1)$. **B.** $\vec{n} = (1;-1;-3)$. **C.** $\vec{n} = (1;-1;5)$. **D.** $\vec{n} = (1;-1;-5)$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình đường thẳng qua hai điểm A, O có dạng $\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$.

Gọi (P) là mặt phẳng cùng đi qua hai điểm A, O nên (P): $m(x-y)+nz=0$, $m^2+n^2>0$.

Khi đó véctơ pháp tuyến của (P) có dạng $\vec{n} = (m;-m;n)$.

Ta có $d(B,(P)) = \sqrt{3} \Leftrightarrow \dfrac{|m+2n|}{\sqrt{m^2+m^2+n^2}} = \sqrt{3} \Leftrightarrow 2m^2 - 4mn - n^2 = 0 \Leftrightarrow\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \dfrac{m}{n} = 1 \\ \dfrac{m}{n} = \dfrac{1}{5} \end{array}\right.$.

Vậy một véctơ pháp tuyến của một trong hai mặt phẳng đó là $\vec{n} = \left(\dfrac{1}{5}n; \dfrac{-1}{5}n; n\right) = \dfrac{n}{5}(1;-1;5)$.

Câu 81: **(SGD Quảng Nam – năm 2017 – 2018)** Trong không gian với hệ tọa độ Oxy, cho mặt phẳng $(P): 2y - z + 3 = 0$ và điểm $A(2;0;0)$. Mặt phẳng (α) đi qua A, vuông góc với (P), cách gốc tọa độ O một khoảng bằng $\dfrac{4}{3}$ và cắt các tia Oy, Oz lần lượt tại các điểm B, C khác O. Thể tích khối tứ diện $OABC$ bằng

A. 8. **B.** 16. **C.** $\dfrac{8}{3}$. **D.** $\dfrac{16}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Giả sử $B(0;b;0)$ và $C(0;0;c)$, với b, $c > 0$.

Khi đó phương trình mặt phẳng (α) là: $\dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{b} + \dfrac{z}{c} = 1$.

Vì $(\alpha) \perp (P)$ nên $\dfrac{2}{b} - \dfrac{1}{c} = 0 \Leftrightarrow \dfrac{1}{c} = 2.\dfrac{1}{b}$.

Mặt khác

$$d(O,(\alpha)) = \frac{4}{3} \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{b}\right)^2 + \left(\frac{1}{c}\right)^2}} = \frac{4}{3} \Leftrightarrow \frac{5}{b^2} = \frac{5}{16} \Leftrightarrow b^2 = 16 \Leftrightarrow b = 4 \Rightarrow c = 2.$$

Vậy $V_{O.ABC}=\dfrac{1}{6}.OA.OB.OC=\dfrac{8}{3}$.

Câu 82: (ĐHQG TPHCM – Cơ Sở 2 – năm 2017 – 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-2}{3}$ và mặt phẳng $(P):x-y-z-1=0$. Phương trình đường thẳng Δ đi qua $A(1;1;-2)$, song song với mặt phẳng (P) và vuông góc với đường thẳng d là

A. $\Delta:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+1}{5}=\dfrac{z-2}{-3}$.

B. $\Delta:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{5}=\dfrac{z+2}{-3}$.

C. $\Delta:\dfrac{x+1}{-2}=\dfrac{y+1}{-5}=\dfrac{z-2}{3}$.

D. $\Delta:\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y-1}{-5}=\dfrac{z+2}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Δ có vecto chỉ phương $\vec{u}=(2;5;-3)$ và đi qua $A(1;1;-2)$ nên có phương trình:

$\Delta:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{5}=\dfrac{z+2}{-3}$.

Câu 83: (THPT Trần Phú – Đà Nẵng - Lần 2 – năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;-1)$ và mặt phẳng $(P):x+y-z-3=0$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm I nằm trên mặt phẳng (P), đi qua điểm A và gốc tọa độ O sao cho diện tích tam giác OIA bằng $\dfrac{\sqrt{17}}{2}$. Tính bán kính R của mặt cầu (S).

A. $R=3$. **B.** $R=9$. **C.** $R=1$. **D.** $R=5$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $I(a;b;c)$

Ta có $IA=IO=R\Leftrightarrow$ hình chiếu của I lên OA là trung điểm $H\left(\dfrac{1}{2};0;\dfrac{-1}{2}\right)$ của OA.

$$S_{\Delta OIA}=\frac{1}{2}IH.OA=\frac{1}{2}\sqrt{\left(a-\frac{1}{2}\right)^2+b^2+\left(c+\frac{1}{2}\right)^2}.\sqrt{1^2+0^2+(-1)^2}$$

$$\Leftrightarrow\frac{\sqrt{17}}{2}=\frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2+c^2-a+c+\frac{1}{2}}.\sqrt{2}\ \Leftrightarrow 17=2a^2+2b^2+2c^2-2a+2c+1$$

$\Leftrightarrow 2a^2+2b^2+2c^2-2a+2c-16=0$.

Theo bài ra ta có $\begin{cases}OI=IA\\ S_{\Delta OIA}=\dfrac{\sqrt{17}}{2}\\ I\in(P)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\sqrt{a^2+b^2+c^2}=\sqrt{(a-1)^2+b^2+(c+1)^2}\\ 2a^2+2b^2+2c^2-2a+2c-16=0\\ a+b-c-3=0\end{cases}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}a-c-1=0 & (1)\\ a^2+b^2+c^2-a+c-8=0 & (2)\\ a+b-c-3=0 & (3)\end{cases}.$$

Từ (1) và (3) ta có $\begin{cases}a-c=1\\ b=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1+c\\ b=2\end{cases}$ thế vào (2) ta có

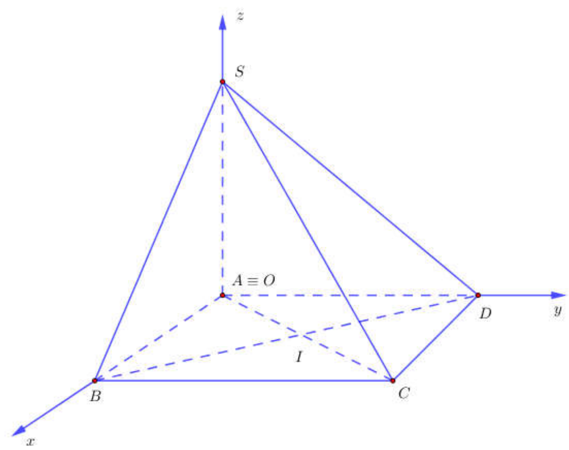
$$(c+1)^2+4+c^2-(c+1)+c-8=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} c=-2 \\ c=1 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} I(-1;2;-2) \\ I(2;2;1) \end{array}\right. \Rightarrow OI=R=3.$$

Câu 84: (THPT Trần Phú – Đà Nẵng - Lần 2 – năm 2017 – 2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông có độ dài đường chéo bằng $a\sqrt{2}$ và SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$. Nếu $\tan\alpha=\sqrt{2}$ thì góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SBC) bằng

A. $30°$. **B.** $60°$. **C.** $45°$. **D.** $90°$.

Lời giải

Chọn B



Gọi $I=AC\cap BD$.

Hình vuông $ABCD$ có độ dài đường chéo bằng $a\sqrt{2}$ suy ra hình vuông đó có cạnh bằng a.

Ta có $\left\{\begin{array}{l} (SBD)\cap(ABCD)=BD \\ SI\perp BD \\ AI\perp BD \end{array}\right. \Rightarrow \widehat{((SBD);(ABCD))}=\widehat{(SI;AI)}=\widehat{SIA}$.

Ta có $\tan\alpha=\tan\widehat{SIA}=\dfrac{SA}{AI}\Leftrightarrow SA=a$.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ. Ta có $A(0;0;0)$, $B(a;0;0)$, $C(a;a;0)$, $S(0;0;a)$.

Khi đó $\overrightarrow{SA}=(0;0;-a)$; $\overrightarrow{SC}=(a;a;-a)$; $\overrightarrow{SB}=(a;0;-a)$.

Mặt phẳng (SAC) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_1=(-1;1;0)$.

Mặt phẳng (SBC) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_2=(1;0;1)$.

Suy ra $\cos\left(\widehat{(SAC);(SBC)}\right)=\dfrac{|\vec{n}_1.\vec{n}_2|}{|\vec{n}_1|.|\vec{n}_2|}=\dfrac{1}{\sqrt{2}.\sqrt{2}}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow\left(\widehat{(SAC);(SBC)}\right)=60°$.

Câu 85: (THPT Chuyên ĐH Vinh – Lần 2 – năm 2017 – 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+2}{4}=\dfrac{y-1}{-4}=\dfrac{z+2}{3}$ và mặt phẳng $(P):2x-y+2z+1=0$. Đường thẳng Δ đi qua $E(-2;1;-2)$, song song với (P) đồng thời tạo với d góc bé nhất. Biết rằng Δ có một véctơ chỉ phương $\vec{u}=(m;n;1)$. Tính $T=m^2-n^2$.

A. $T=-5$. **B.** $T=4$. **C.** $T=3$. **D.** $T=-4$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng (P) có vec tơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;-1;2)$ và đường thẳng d có vec tơ chỉ phương $\vec{v}=(4;-4;3)$

Vì Δ song song với mặt phẳng (P) nên $\vec{u}\perp\vec{n}\Leftrightarrow 2m-n+2=0\Leftrightarrow n=2m+2$.

Mặt khác ta có $\cos\left(\widehat{\Delta;d}\right)=\dfrac{|\vec{u}.\vec{v}|}{|\vec{u}|.|\vec{v}|}=\dfrac{|4m-4n+3|}{\sqrt{m^2+n^2+1}.\sqrt{4^2+(-4)^2+3^2}}=\dfrac{|4m+5|}{\sqrt{41\left(5m^2+8m+5\right)}}$

$=\dfrac{1}{\sqrt{41}}.\sqrt{\dfrac{(4m+5)^2}{5m^2+8m+5}}=\dfrac{1}{\sqrt{41}}.\sqrt{\dfrac{16m^2+40m+25}{5m^2+8m+5}}$.

Vì $0°\le\left(\widehat{\Delta;d}\right)\le 90°$ nên $\left(\widehat{\Delta;d}\right)$ bé nhất khi và chỉ khi $\cos\left(\widehat{\Delta;d}\right)$ lớn nhất

Xét hàm số $f(t)=\dfrac{16t^2+40t+25}{5t^2+8t+5}\Rightarrow f'(t)=\dfrac{-72t^2-90t}{\left(5t^2+8t+5\right)^2}$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		$-\frac{5}{4}$		0		$+\infty$
f'		$-$	0	$+$	0	$-$	
f	$\frac{16}{5}$	$\searrow$	0	$\nearrow$	5	$\searrow$	$\frac{16}{5}$

Dựa vào bảng biến thiên ta có $\max f(t)=f(0)=5$ suy ra $\left(\widehat{\Delta;d}\right)$ bé nhất khi $m=0\Rightarrow n=2$.

Do đó $T=m^2-n^2=-4$.

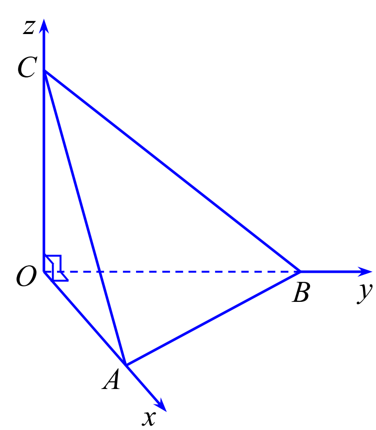
Làm theo cách này thì không cần đến dữ kiện: đường thẳng Δ đi qua $E(-2;1;-2)$.

Câu 86: (THPT Chuyên ĐH Vinh – Lần 2 – năm 2017 – 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm A, B, C (không trùng O) lần lượt thay đổi trên các trục Ox, Oy, Oz và luôn thỏa mãn điều kiện: tỉ số giữa diện tích của tam giác ABC và thể tích khối tứ diện $OABC$ bằng $\dfrac{3}{2}$. Biết rằng mặt phẳng (ABC) luôn tiếp xúc với một mặt cầu cố định, bán kính của mặt cầu đó bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B



Ta có $\dfrac{S_{ABC}}{V_{OABC}}=\dfrac{S_{ABC}}{\frac{1}{3}S_{ABC}.d\left(O,\left(ABC\right)\right)}=\dfrac{3}{d\left(O,\left(ABC\right)\right)}$

Mà $\dfrac{S_{ABC}}{V_{OABC}}=\dfrac{3}{2}$ nên $d\left(O,\left(ABC\right)\right)=2$.

Vậy mặt phẳng $\left(ABC\right)$ luôn tiếp xúc mặt cầu tâm O, bán kính $R=2$.

Câu 87: (SGD Nam Định – năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có phương trình đường phân giác trong góc A là: $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-6}{-4}=\dfrac{z-6}{-3}$. Biết rằng điểm $M\left(0;5;3\right)$ thuộc đường thẳng AB và điểm $N\left(1;1;0\right)$ thuộc đường thẳng AC. Vectơ nào sau đây là vectơ chỉ phương của đường thẳng AC.

A. $\vec{u}=\left(1;2;3\right)$. **B.** $\vec{u}=\left(0;1;3\right)$. **C.** $\vec{u}=\left(0;-2;6\right)$. **D.** $\vec{u}=\left(0;1;-3\right)$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình tham số của đường phân giác trong góc A: $\begin{cases}x=t\\y=6-4t\\z=6-3t\end{cases}$. $\left(d\right)$

Gọi D là điểm đối xứng với M qua $\left(d\right)$. Khi đó $D\in AC\Rightarrow$ đường thẳng AC có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{ND}$.

Ta xác định điểm D.

Gọi K là giao điểm MD với $\left(d\right)$. Ta có $K\left(t;6-4t;6-3t\right)$; $\overrightarrow{MK}=\left(t;1-4t;3-3t\right)$.

Ta có $\overrightarrow{MK}\perp\vec{u}_d$ với $\vec{u}_d=\left(1;-4;-3\right)$ nên $t-4\left(1-4t\right)-3\left(3-3t\right)=0\Leftrightarrow t=\dfrac{1}{2}$.

$K\left(\dfrac{1}{2};4;\dfrac{9}{2}\right)$. K là trung điểm MD nên $\begin{cases}x_D=2x_K-x_M\\y_D=2y_K-y_M\\z_D=2z_K-z_M\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_D=1\\y_D=3\\z_D=6\end{cases}$ hay $D\left(1;3;6\right)$.

Một vectơ chỉ phương của AC là $\overrightarrow{DN}=\left(0;-2;-6\right)$. Hay $\vec{u}=\left(0;1;3\right)$ là vectơ chỉ phương.

Câu 1: **(SGD Thanh Hóa – năm 2017 – 2018)** Một tấm đề can hình chữ nhật được cuộn tròn lại theo chiều dài tạo thành một khối trụ có đường kính 50 (cm). Người ta trải ra 250 vòng để cắt chữ và in tranh cổ động, phần còn lại là một khối trụ có đường kính 45 (cm). Hỏi phần đã trải ra dài bao nhiêu mét (làm tròn đến hàng đơn vị)?

A. 373 (m). **B.** 187 (m). **C.** 384 (m). **D.** 192 (m).

Lời giải

Chọn A

Cách 1: Bề dày của tấm đề can là: $a=\dfrac{50-45}{2\times 250}=0,01\text{ (cm)}$.

Gọi d là chiều dài đã trải ra và h là chiều rộng của tấm đề can. Khi đó ta có:

$$dha=\pi\left(\frac{50}{2}\right)^2 h-\pi\left(\frac{45}{2}\right)^2 h \Rightarrow d=\frac{\pi\left(50^2-45^2\right)}{4a}\approx 37306\text{ (cm)}\approx 373\text{ (m)}.$$

Cách 2: Chiều dài của phần trải ra là tổng chu vi của 250 đường tròn có bán kính là một cấp số cộng có số hạng đầu bằng 25, công sai là $-a=-0,01$.

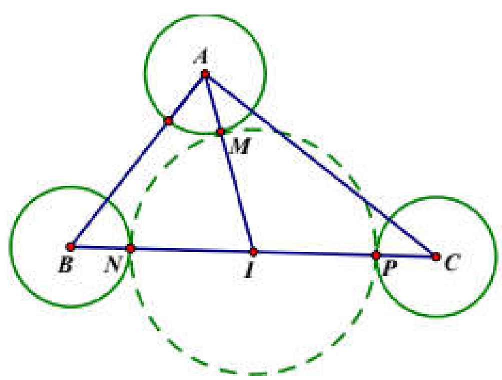
Do đó chiều dài là $l=2\pi(2.25-249.0,01)\dfrac{250}{2}\approx 37314\text{ (cm)}\approx 373\text{ (m)}$.

Câu 2: **(SGD Thanh Hóa – năm 2017 – 2018)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho các mặt cầu (S_1), (S_2), (S_3) có bán kính $r=1$ và lần lượt có tâm là các điểm $A(0;3;-1)$, $B(-2;1;-1)$, $C(4;-1;-1)$. Gọi (S) là mặt cầu tiếp xúc với cả ba mặt cầu trên. Mặt cầu (S) có bán kính nhỏ nhất là

A. $R=2\sqrt{2}-1$. **B.** $R=\sqrt{10}$. **C.** $R=2\sqrt{2}$. **D.** $R=\sqrt{10}-1$.

Lời giải

Chọn D



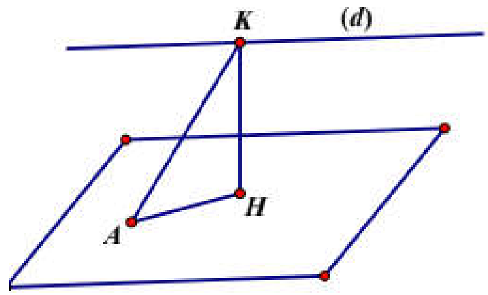
Ta có $AB=\sqrt{8}$, $AC=\sqrt{32}$, $BC=\sqrt{40}$ nên tam giác ABC vuông tại A. Gọi I là trung điểm của BC, khi đó $IM=IN=IP=\sqrt{10}-1$. Do đó mặt cầu (S) thỏa mãn đề bài là mặt cầu có bán kính $R=\sqrt{10}-1$.

Câu 3: **(SGD Thanh Hóa – năm 2017 – 2018)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(2;-1;-2)$ và đường thẳng (d) có phương trình $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua điểm A, song song với đường thẳng (d) và khoảng cách từ đường thẳng d tới mặt phẳng (P) là lớn nhất. Khi đó mặt phẳng (P) vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

A. $x-y-6=0$. **B.** $x+3y+2z+10=0$. **C.** $x-2y-3z-1=0$. **D.** $3x+z+2=0$.

Lời giải

Chọn D



Gọi $K(x;y;z)$ là hình chiếu vuông góc của A lên d. Tọa độ của K là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} -x+1=y-1 \\ y-1=-z+1 \\ x-y+z-1=0 \end{cases} \begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=1 \end{cases} \Rightarrow K(1;1;1).$$

Ta có $d((d),(P))=d(K,(P))=KH\leq KA=\sqrt{14}$. Nên khoảng cách từ d đến (P) đạt giá trị lớn nhất bằng $\sqrt{14}$ khi mặt phẳng (P) qua A và vuông góc với $\overrightarrow{KA}$. Khi đó có thể chọn VTPT của (P) là $\overrightarrow{KA}$. Vậy (P) vuông góc với mặt phẳng $3x+z+2=0$.

Câu 4: (Tạp chí THTT – Tháng 4 năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ tọa độ Descartes $Oxyz$, cho điểm $A(3;-1;0)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-1}{1}$. Mặt phẳng (α) chứa d sao cho khoảng cách từ A đến (α) lớn nhất có phương trình là

A. $x+y-z=0$. **B.** $x+y-z-2=0$. **C.** $x+y-z+1=0$. **D.** $-x+2y+z+5=0$.

Lời giải

Chọn A

Gọi H là hình chiếu của A đến d. Khi đó $H(2-t;-1+2t;1+t)\Rightarrow\overrightarrow{AH}=(-1-t;2t;1+t)$.

Do $AH\perp d\Rightarrow-(-1-t)+2.2t+1+t=0\Leftrightarrow t=-\dfrac{1}{3}$. Khi đó $\overrightarrow{AH}=\left(-\dfrac{2}{3};-\dfrac{2}{3};\dfrac{2}{3}\right)$.

Mặt phẳng (α) chứa d sao cho khoảng cách từ A đến (α) lớn nhất khi $AH\perp(\alpha)$.

Do đó (α) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;1;-1)$.

Vậy (α): $1(x-2)+1(y+1)-1(z-1)=0\Leftrightarrow x+y-z=0$.

Câu 5: (Tạp chí THTT – Tháng 4 năm 2017 – 2018) Trong không gian cho ba điểm $A(1;1;1)$, $B(-1;2;1)$, $C(3;6;-5)$. Điểm M thuộc mặt phẳng Oxy sao cho $MA^2+MB^2+MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất là

A. $M(1;2;0)$. **B.** $M(0;0;-1)$. **C.** $M(1;3;-1)$. **D.** $M(1;3;0)$.

Lời giải

Chọn D

Lấy $G(1;3;-1)$ là trọng tâm của tam giác ABC.

Ta có: $MA^2+MB^2+MC^2=\left(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GA}\right)^2+\left(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GB}\right)^2+\left(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GC}\right)^2$

$= 3MG^2 + GA^2 + GB^2 + GC^2$.

Do đó $MA^2 + MB^2 + MC^2$ bé nhất khi MG bé nhất $\Leftrightarrow$ M là hình chiếu của điểm G lên mặt phẳng Oxy.

Vậy $M(1;3;0)$.

Câu 6: (Tạp chí THTT – Tháng 4 năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ tọa độ Descartes $Oxyz$, cho điểm $M(0;-1;2)$ và hai đường thẳng $d_1: \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y+2}{-1} = \dfrac{z-3}{2}$, $d_2: \dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y-4}{-1} = \dfrac{z-2}{4}$. Phương trình đường thẳng đi qua M, cắt cả d_1 và d_2 là

A. $\dfrac{x}{-\frac{9}{2}} = \dfrac{y+1}{\frac{9}{2}} = \dfrac{z+3}{8}$. **B.** $\dfrac{x}{3} = \dfrac{y+1}{-3} = \dfrac{z-2}{4}$. **C.** $\dfrac{x}{9} = \dfrac{y+1}{-9} = \dfrac{z-2}{16}$. **D.** $\dfrac{x}{-9} = \dfrac{y+1}{9} = \dfrac{z-2}{16}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm.

$\Delta \cap d_1 = A(t_1+1; -t_1-2; 2t_1+3)$; $\Delta \cap d_2 = B(2t_2-1; -t_2+4; 4t_2+2)$.

$\overrightarrow{MA} = (t_1+1; -t_1-1; 2t_1+1)$; $\overrightarrow{MB} = (2t_2-1; -t_2+5; 4t_2)$.

Ta có: M, A, B thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{MA} = k\overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1+1 = k(2t_2-1) \\ -t_1-1 = k(-t_2+5) \\ 2t_1+1 = 4kt_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = \dfrac{7}{2} \\ k = -\dfrac{1}{2} \\ kt_2 = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = \dfrac{7}{2} \\ t_2 = -4 \end{cases}$.

$\Rightarrow \overrightarrow{MB} = (-9; 9; -16)$.

Đường thẳng Δ đi qua $M(0;-1;2)$, một VTCP là $\vec{u} = (9; -9; 16)$ có phương trình là:

$$\Delta: \frac{x}{9} = \frac{y+1}{-9} = \frac{z-2}{16}.$$

Câu 7: (Tạp chí THTT – Tháng 4 năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $(a,b \neq 0)$. Tập hợp tất cả các điểm cách đều ba điểm O, A, B là một đường thẳng có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = \dfrac{a}{2} \\ y = \dfrac{b}{2} \\ z = t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = a \\ y = b \\ z = t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = at \\ y = bt \\ z = t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Tập hợp tất cả các điểm cách đều ba điểm O, A, B là trục của đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB, mà $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$ nên tam giác OAB vuông tại O. Do đó đường thẳng cần tìm vuông góc với mặt phẳng tọa độ (Oxy) tại trung điểm $M\left(\dfrac{a}{2};\dfrac{b}{2};0\right)$ của AB.

Suy ra vectơ chỉ phương của nó cùng phương với vectơ đơn vị trên trục Oz là $\vec{k} = (0;0;1)$.

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm $\begin{cases} x = \dfrac{a}{2} \\ y = \dfrac{b}{2} \\ z = t \end{cases}$.

Câu 8: (THPT Chuyên Nguyễn Quang Diệu – Đồng Tháp – Lần 5 năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho điểm $I(-2;1;3)$ và mặt phẳng (P): $2x - y + 2z - 10 = 0$. Tính bán kính r của mặt cầu (S), biết rằng (S) có tâm I và nó cắt (P) theo một đường tròn (T) có chu vi bằng 10π.

A. $r = 5$. **B.** $r = \sqrt{34}$. **C.** $r = \sqrt{5}$. **D.** $r = 34$.

Lời giải

Chọn B

Đường tròn (T) có bán kính $R = 5$.

$d(I,(P)) = 3$

Mặt cầu (S) cắt mặt phẳng (P) theo một đường tròn (T) nên có bán kính:

$r = \sqrt{R^2 + \left(d(I,(P))\right)^2} = \sqrt{34}$.

Câu 9: (THPT Chuyên Nguyễn Quang Diệu – Đồng Tháp – Lần 5 năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - z + 9 = 0$, đường thẳng $d: \dfrac{x-3}{1} = \dfrac{y-3}{3} = \dfrac{z}{2}$ và điểm $A(1;2;-1)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm A cắt d và song song với mặt phẳng (P).

A. $\dfrac{x-1}{-1} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z+1}{-1}$. **B.** $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z+1}{-1}$.

C. $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z+1}{1}$. **D.** $\dfrac{x-1}{-1} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z+1}{1}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (1;1;-1)$.

Gọi $B = \Delta \cap d$ thì $B(3+t;3+3t;2t) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (2+t;3t+1;2t+1)$.

Do đường thẳng Δ song song với mặt phẳng (P) nên ta có $\overrightarrow{AB}.\vec{n} = 0 \Leftrightarrow 2 + t + 3t + 1 - 2t - 1 = 0 \Leftrightarrow t = -1$.

Với $t = -1$ thì $\overrightarrow{AB} = (1;-2;-1) \Rightarrow$ một véc tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u} = (-1;2;1)$.

Vậy phương trình đường thẳng Δ là $\dfrac{x-1}{-1} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z+1}{1}$.

Câu 10: (THPT Chuyên Thái Bình – Thái Bình – Lần 5 năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;5)$. Số mặt phẳng (α) đi qua M và cắt các trục Ox, Oy, Oz tại A, B, C sao cho $OA = OB = OC$ (A, B, C không trùng với gốc tọa độ O) là

A. 8. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Gọi $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$, (α) có dạng $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$, $M\in(\alpha)\Rightarrow\frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{5}{c}=1$.

Do $OA=OB=OC\Rightarrow|a|=|b|=|c|$.

Xét các trường hợp

+ $a=b=c\Rightarrow\frac{8}{a}=1\Rightarrow a=8\Rightarrow(\alpha):\ x+y+z-8=0$.

+ $a=b=-c\Rightarrow\frac{-2}{a}=1\Rightarrow a=-2\Rightarrow(\alpha):x+y-z+2=0$.

+ $a=-b=-c\Rightarrow\frac{-6}{a}=1\Rightarrow a=-6\Rightarrow(\alpha):x-y-z+6=0$.

+ $a=-b=c\Rightarrow\frac{4}{a}=1\Rightarrow a=4\Rightarrow(\alpha):x-y+z-4=0$.

Vậy có 4 mặt phẳng (α) thỏa ycbt.

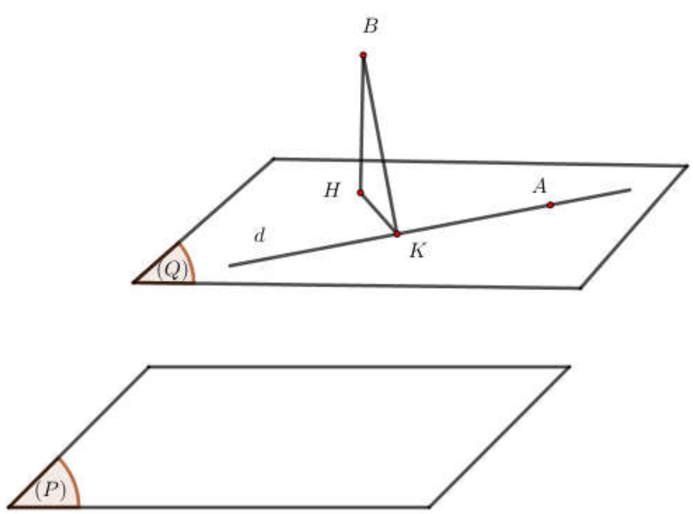
Câu 11: (THPT Chuyên Thái Bình – Thái Bình – Lần 5 năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-3;0;1)$, $B(1;-1;3)$ và mặt phẳng $(P):x-2y+2z-5=0$. Viết phương trình chính tắc của đường thẳng d đi qua A, song song với mặt phẳng (P) sao cho khoảng cách từ B đến d nhỏ nhất.

A. $d:\frac{x+3}{26}=\frac{y}{11}=\frac{z-1}{-2}$. **B.** $d:\frac{x+3}{26}=\frac{y}{-11}=\frac{z-1}{2}$.

C. $d:\frac{x+3}{26}=\frac{y}{11}=\frac{z-1}{2}$. **D.** $d:\frac{x+3}{-26}=\frac{y}{11}=\frac{z-1}{-2}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi mặt phẳng (Q) là mặt phẳng đi qua A và song song với mặt phẳng (P). Khi đó phương trình của mặt phẳng (Q) là $1(x+3)-2(y-0)+2(z-1)=0\Leftrightarrow x-2y+2z+1=0$.

Gọi H là hình chiếu của điểm B lên mặt phẳng (Q), khi đó đường thẳng BH đi qua $B(1;-1;3)$ và nhận $\vec{n}_{(Q)}=(1;-2;2)$ làm vectơ chỉ phương có phương trình tham số là $\begin{cases} x=1+t \\ y=-1-2t \\ z=3+2t \end{cases}$.

Vì $H=BH\cap(Q)\Rightarrow H\in BH\Rightarrow H(1+t;-1-2t;3+2t)$ và $H\in(Q)$ nên ta có $(1+t)-2(-1-2t)+2(3+2t)+1=0\Leftrightarrow t=-\dfrac{10}{9}\Rightarrow H\left(-\dfrac{1}{9};\dfrac{11}{9};\dfrac{7}{9}\right)$.

$\Rightarrow \overrightarrow{AH}=\left(\dfrac{26}{9};\dfrac{11}{9};\dfrac{-2}{9}\right)=\dfrac{1}{9}(26;11;-2)$.

Gọi K là hình chiếu của B lên đường thẳng d, khi đó

Ta có $d(B;d)=BK\geq BH$ nên khoảng cách từ B đến d nhỏ nhất khi $BK=BH$, do đó đường thẳng d đi qua A và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(26;11;-2)$ có phương trình chính tắc: $d:\dfrac{x+3}{26}=\dfrac{y}{11}=\dfrac{z-1}{-2}$.

Câu 12: **(THPT Chuyên Lương Thế Vinh - Hà Nội – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;7;0)$ và $B(3;0;3)$. Phương trình đường phân giác trong của $\widehat{AOB}$ là

A. $d:\dfrac{x}{4}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z}{3}$. **B.** $d:\dfrac{x}{3}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z}{7}$. **C.** $d:\dfrac{x}{6}=\dfrac{y}{7}=\dfrac{z}{5}$. **D.** $d:\dfrac{x}{5}=\dfrac{y}{7}=\dfrac{z}{4}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{OA}=(1;7;0)\Rightarrow OA=5\sqrt{2} \\ \overrightarrow{OB}=(3;0;3)\Rightarrow OB=3\sqrt{2} \\ \overrightarrow{AB}=(2;-7;3)\Rightarrow AB=\sqrt{62} \end{cases}$.

Gọi $I(a;b;c)$ là tâm đường tròn nội tiếp tam giác OAB.

Lại có $AB.\overrightarrow{OI}+OB.\overrightarrow{AI}+OA.\overrightarrow{BI}=0$

$\Rightarrow \sqrt{62}(a;b;c)+3\sqrt{2}(a-1;b-7;c)+5\sqrt{2}(a-3;b;c-3)=0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a\sqrt{62}+3\sqrt{2}(a-1)+5\sqrt{2}(a-3)=0 \\ b\sqrt{62}+3\sqrt{2}(b-7)+5\sqrt{2}b=0 \\ c\sqrt{62}+3c\sqrt{2}+5\sqrt{2}(c-3)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\dfrac{18\sqrt{2}}{\sqrt{62}+8\sqrt{2}} \\ b=\dfrac{21\sqrt{2}}{\sqrt{62}+8\sqrt{2}} \\ c=\dfrac{15\sqrt{2}}{\sqrt{62}+8\sqrt{2}} \end{cases}$$

$$\Rightarrow I\left(\dfrac{18\sqrt{2}}{\sqrt{62}+8\sqrt{2}};\dfrac{21\sqrt{2}}{\sqrt{62}+8\sqrt{2}};\dfrac{15\sqrt{2}}{\sqrt{62}+8\sqrt{2}}\right)\Rightarrow \overrightarrow{OI}=\left(\dfrac{18\sqrt{2}}{\sqrt{62}+8\sqrt{2}};\dfrac{21\sqrt{2}}{\sqrt{62}+8\sqrt{2}};\dfrac{15\sqrt{2}}{\sqrt{62}+8\sqrt{2}}\right).$$

Đường thẳng OI nhận $\overrightarrow{OI}$ là một VTCP nên nhận $\vec{u}=(6;7;5)$ là một VTCP.

Kết hợp với OI qua $O(0;0;0)\Rightarrow OI:\dfrac{x}{6}=\dfrac{y}{7}=\dfrac{z}{5}$.

Câu 13: **(THPT Chuyên Lương Thế Vinh - Hà Nội – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;\,1;\,2)$ và mặt phẳng $(P):(m-1)x+y+mz-1=0$, với m là tham số. Biết khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P) lớn nhất. Khẳng định đúng trong bốn khẳng định dưới đây là

A. $2<m<6$. **B.** Không có m. **C.** $-2<m<2$. **D.** $-6<m<-2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $d(A;(P))=\dfrac{|(m-1).1+1+m.2-1|}{\sqrt{(m-1)^2+1^2+m^2}}=\dfrac{|3m-1|}{\sqrt{2m^2-2m+2}}=\sqrt{\dfrac{9m^2-6m+1}{2m^2-2m+2}}$

Nhận xét $T=\dfrac{9m^2-6m+1}{2m^2-2m+2}\ge 0$, với $m\in\mathbb{R}$.

Ta có $T=\dfrac{9m^2-6m+1}{2m^2-2m+2}\Leftrightarrow (2T-9)m^2-2(T-3)m+2T-1=0\ \ (*)$

Phương trình $(*)$ có nghiệm $\Leftrightarrow\ \Delta'=(T-3)^2-(2T-9)(2T-1)\ge 0\Leftrightarrow -3T^2+14T\ge 0$

$\Leftrightarrow\ 0\le T\le\dfrac{14}{3}$.

Do đó $d(A;(P))$ đạt giá trị lớn nhất bằng $\dfrac{\sqrt{42}}{3}$ khi $m=5\in(2;\,6)$.

Câu 14: **(SGD Hà Tĩnh – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(1;2;1)$ và cắt tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho độ dài OA, OB, OC theo thứ tự tạo thành cấp số nhân có công bội bằng 2. Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O tới mặt phẳng (α).

A. $\dfrac{4}{\sqrt{21}}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{21}}{21}$. **C.** $\dfrac{3\sqrt{21}}{7}$. **D.** $9\sqrt{21}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Giả sử $A(a;0;0)$. $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ (a, b, $c>0$), (α) có dạng $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$.

(α) đi qua điểm $M(1;2;1)$ $\Rightarrow\dfrac{1}{a}+\dfrac{2}{b}+\dfrac{1}{c}=1$.

OA, OB, OC theo thứ tự tạo thành cấp số nhân có công bội bằng 2

$\Rightarrow b=2a$, $c=2b\Rightarrow\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{4a}=1\Rightarrow a=\dfrac{9}{4}$, $b=\dfrac{9}{2}$, $c=9\Rightarrow(\alpha):\ \dfrac{4x}{9}+\dfrac{2y}{9}+\dfrac{z}{9}=1$

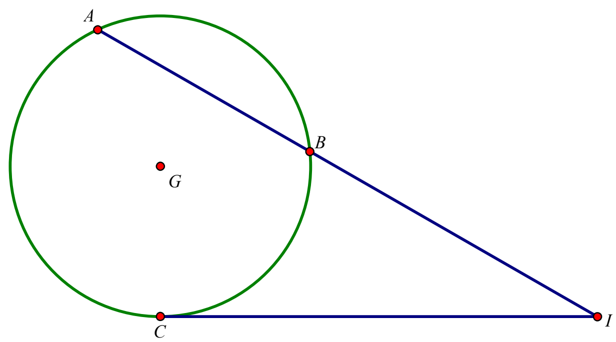
hay $(\alpha):4x+2y+z-9=0\Rightarrow d(O,(\alpha))=\dfrac{9}{\sqrt{4^2+2^2+1^2}}=\dfrac{3\sqrt{21}}{7}$.

Câu 15: **(SGD Hà Tĩnh – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+y-z-3=0$ và hai điểm $A(1;1;1)$, $B(-3;-3;-3)$. Mặt cầu (S) đi qua hai điểm A,B và tiếp xúc với (P) tại điểm C. Biết rằng C luôn thuộc một đường tròn cố định. Tính bán kính của đường tròn đó

A. $R=4$. **B.** $R=6$. **C.** $R=\frac{2\sqrt{33}}{3}$. **D.** $R=\frac{2\sqrt{11}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Phương trình đường thẳng AB là $\begin{cases} x=t \\ y=t \\ z=t \end{cases}$.

Giao điểm của AB và (P) là $I(3;3;3)$. Suy ra $IA=2\sqrt{3}$ và $IB=6\sqrt{3}$.

Vì mặt cầu (S) tiếp xúc với mặt phẳng (P) tại C nên IC là tiếp tuyến của mặt cầu (S). Do đó $IA.IB=IC^2 \Leftrightarrow IC=\sqrt{IA.IB}=6$ (không đổi).

Vậy C luôn thuộc một đường tròn cố định nằm trên mặt phẳng (P) với tâm $I(3;3;3)$, bán kính bằng 6.

Câu 16: (SGD Hà Tĩnh – Lần 2 năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ tọa độ vuông góc $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y+z-4=0$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+2}{3}$. Phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P), đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d là

A. $\frac{x-1}{5}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-1}{-3}$. **B.** $\frac{x-1}{5}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-1}{2}$.

C. $\frac{x-1}{5}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-1}{3}$. **D.** $\frac{x+1}{5}=\frac{y+3}{-1}=\frac{z-1}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi $A=d\cap\Delta \Rightarrow A=d\cap(P)$

Tọa độ A thỏa mãn hệ $\begin{cases} \frac{x+1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+2}{3} \\ x+2y+z-4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=1 \end{cases} \Rightarrow A(1;1;1)$.

Do $\Delta\subset(P)$ và $\Delta\perp d$ nên nhận $\vec{u}=[\vec{n}_P;\vec{u}_d]=(5;-1;-3)$ là một véctơ chỉ phương.

Đường thẳng Δ đi qua $A(1;1;1)$ nên Δ có dạng $\frac{x-1}{5}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-1}{-3}$.

Câu 17: (THPT Nghèn – Hà Tĩnh – Lần 2 năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng $(P): 2x-2y+z-17=0$. Biết mặt phẳng (Q) cắt mặt cầu $(S): x^2+(y+2)^2+(z-1)^2=25$ theo một đường tròn có chu vi bằng 6π. Khi đó mặt phẳng (Q) có phương trình là:

A. $2x-2y+z+7=0$. **B.** $2x-2y+z+17=0$.
C. $x-y+2z-7=0$. **D.** $2x-2y+z-17=0$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S) có tâm $I(0;-2;1)$ và bán kính $R=5$.

$S=2\pi r=6\pi \Rightarrow r=3 \Rightarrow h=\sqrt{R^2-r^2}=\sqrt{25-9}=4$.

(Q) song song với (P) nên phương trình mặt phẳng (Q) có dạng $(Q): 2x-2y+z+d=0$

$$h=d(I,(Q))=\frac{|2.0-2.(-2)+1.1+d|}{3}=4 \Leftrightarrow |d+5|=12 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} d=7 \\ d=-17 \end{array}\right.$$

+Với $d=-17$ thì $(Q)\equiv(P)$.

+Với $d=7$ thì $(Q): 2x-2y+z+7=0$.

Câu 18: (THPT Nghèn – Hà Tĩnh – Lần 2 năm 2017 – 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-1;0;3)$. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng (P) qua điểm M và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho $3OA=2OB=OC\neq 0$.

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 8.

Lời giải

Chọn B

Vì 3 điểm A, B, C thuộc các trục Ox, Oy, Oz nên ta giả sử tọa độ của ba điểm lần lượt là $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$.

Khi đó mặt phẳng (P) có dạng: $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$

Ta có $3OA=2OB=OC\neq 0$ nên suy ra $\begin{cases} a,b,c\neq 0 \\ 3|a|=2|b| \quad (1) \\ 3|a|=|c| \quad (2) \end{cases}$

Điểm $M(-1;0;3)\in(P)$ nên ta có: $\frac{-1}{a}+\frac{3}{c}=1 \ (3)$

Từ (2) suy ra $c=3a$ hoặc $c=-3a$

Thay $c=3a$ vào (3) ta có $\frac{-1}{a}+\frac{1}{a}=1$ (vô nghiệm)

Thay $c=-3a$ vào (3) ta có $\frac{-1}{a}-\frac{1}{a}=1 \Leftrightarrow \frac{-2}{a}=1 \Leftrightarrow a=-2$.

Suy ra $c=6, b=3$ hoặc $c=6, b=-3$.

Vậy ta có hai phẳng (P) là : $\frac{x}{-2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{6}=1$ hoặc $\frac{x}{-2}+\frac{y}{-3}+\frac{z}{6}=1$.

Câu 19: (THPT Nghèn – Hà Tĩnh – Lần 2 năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d:\begin{cases} x=2-t \\ y=1+2t \\ z=4-2t \end{cases}$ và $d':\frac{x-4}{1}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z}{2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng thuộc mặt phẳng chứa d và d' đồng thời cách đều hai đường thẳng đó.

A. $\frac{x-2}{3}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-4}{-2}$.

B. $\frac{x+3}{1}=\frac{y+2}{-2}=\frac{z+2}{2}$.

C. $\frac{x-3}{1}=\frac{y}{-2}=\frac{z-2}{2}$.

D. $\frac{x+3}{-1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+2}{-2}$.

Lời giải

Chọn C

d đi qua $A(2;1;4)$ và có véc tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1}=(-1;2;-2)$.

d' đi qua $B(4;-1;0)$ có véc tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_2}=(1;-2;2)$.

Ta có $\overrightarrow{u_1}=-\overrightarrow{u_2}$ và $\frac{2-4}{1}\neq\frac{1+1}{-2}\neq\frac{4}{2}$ nên $d//d'$.

Đường thẳng Δ thuộc mặt phẳng chứa d và d' đồng thời cách đều hai đường thẳng đó khi và chỉ khi $\begin{cases} \Delta//d//d' \\ d(\Delta,d)=d(\Delta,d') \end{cases}$ hay Δ qua trung điểm $I(3;0;2)$ và có một véc tơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;-2;2)$. Khi đó phương trình của Δ: $\frac{x-3}{1}=\frac{y}{-2}=\frac{z-2}{2}$.

Câu 20: (THPT Nghèn – Hà Tĩnh – Lần 2 năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M\left(\frac{\sqrt{2}}{2};\frac{\sqrt{2}}{2};0\right)$ và mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2=8$. Đường thẳng d thay đổi đi qua điểm M, cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt A, B. Tính diện tích lớn nhất S của tam giác OAB.

A. $S=4$.

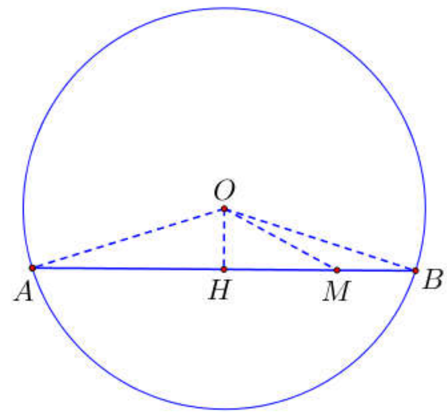
B. $S=2\sqrt{7}$.

C. $S=\sqrt{7}$.

D. $S=2\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C



(S) có tâm $O(0;0;0)$, bán kính $R = 2\sqrt{2}$, $OM = 1 < 2\sqrt{2} \Rightarrow M$ nằm trong mặt cầu (S).

Gọi H là trung điểm của AB thì $OH \perp AB$.

Ta có $S_{OAB} = \dfrac{1}{2}OA.OB.\sin\widehat{AOB} = 4\sin\widehat{AOB}$.

TH1: $\widehat{AOB} \le 90^{\circ}$, khi đó S_{OAB} đạt giá trị lớn nhất khi $\sin\widehat{AOB} = 1 \Rightarrow S_{OAB} = 4$

TH2: $\widehat{AOB} > 90^{\circ}$, $\widehat{AOB}$ giảm dần thì giá trị $\sin\widehat{AOB}$ tăng dần $\Rightarrow AB$ giảm dần
$\Rightarrow OH$ tăng dần, mà $OH \le OM = 1$, dấu bằng xảy ra khi $H \equiv M$, khi đó
$AM = \sqrt{OA^2 - OM^2} = \sqrt{7} \Rightarrow S_{\max} = OM.AM = \sqrt{7}$.

Câu 21: **(THPT Chu Văn An – Hà Nội - năm 2017-2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;-1;2), B(1;1;2)$ và đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-1}{1}$. Biết điểm $M(a;b;c)$ thuộc đường thẳng d sao cho tam giác MAB có diện tích nhỏ nhất. Khi đó, giá trị $T = a + 2b + 3c$ bằng

A. 5. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 10.

Lời giải

Chọn D

Ta có $S_{\Delta MAB} = \dfrac{1}{2}.d(M;AB).AB$ nên ΔMAB có diện tích nhỏ nhất khi $d(M;AB)$ nhỏ nhất.

Gọi Δ là đường vuông góc chung của d, AB. Khi đó $M = \Delta \cap d$. Gọi $N = \Delta \cap AB$.

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (1;2;0)$, phương trình đường thẳng $AB: \begin{cases} x = s \\ y = -1 + 2s \\ z = 2 \end{cases}$

Do $N \in AB \Rightarrow N(s;-1+2s;2)$, $M \in d \Rightarrow M(-1+t;t;1+t)$.

$\Rightarrow \overrightarrow{NM} = (t-s-1;t-2s+1;t-1)$. Mà $MN \perp d, MN \perp \Delta$ nên

$$\begin{cases} t-s-1+2t-4s+2=0 \\ t-s-1+t-2s+1+t-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3t-5s=-1 \\ 3t-3s=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \dfrac{4}{3} \\ s = 1 \end{cases}.$$

Do đó $M\left(\dfrac{1}{3};\dfrac{4}{3};\dfrac{7}{3}\right)$ hay $T = a + 2b + 3c = 10$.

Câu 22: **(THPT Chu Văn An – Hà Nội - năm 2017-2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x + y - 2z + 9 = 0$ và ba điểm $A(2;1;0), B(0;2;1), C(1;3;-1)$. Điểm $M \in (\alpha)$ sao cho $\left|2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} - 4\overrightarrow{MC}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $x_M + y_M + z_M = 1$. **B.** $x_M + y_M + z_M = 4$. **C.** $x_M + y_M + z_M = 3$. **D.** $x_M + y_M + z_M = 2$.

Lời giải

Chọn B

Xét điểm $I(a;b;c)$ thỏa mãn $2\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IB} - 4\overrightarrow{IC} = \vec{0}$. Khi đó:

$$\begin{cases} 2(2-a) - 3a - 4(1-a) = 0 \\ 2(1-b) + 3(2-b) - 4(3-b) = 0 \\ -2c + 3(1-c) - 4(-1-c) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = -4 \\ c = 7 \end{cases} \Rightarrow I(0;-4;7).$$

Khi đó: $\left|2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} - 4\overrightarrow{MC}\right| = \left|2\overrightarrow{MI} + 3\overrightarrow{MI} - 4\overrightarrow{MI} + 2\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IB} - 4\overrightarrow{IC}\right| = IM$.

Do đó $\left|2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} - 4\overrightarrow{MC}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất thì M là hình chiếu của I trên (α).

Gọi Δ qua I và vuông góc với (α). Khi đó: $\Delta: \begin{cases} x = 2t \\ y = -4 + t \\ z = 7 - 2t \end{cases}$.

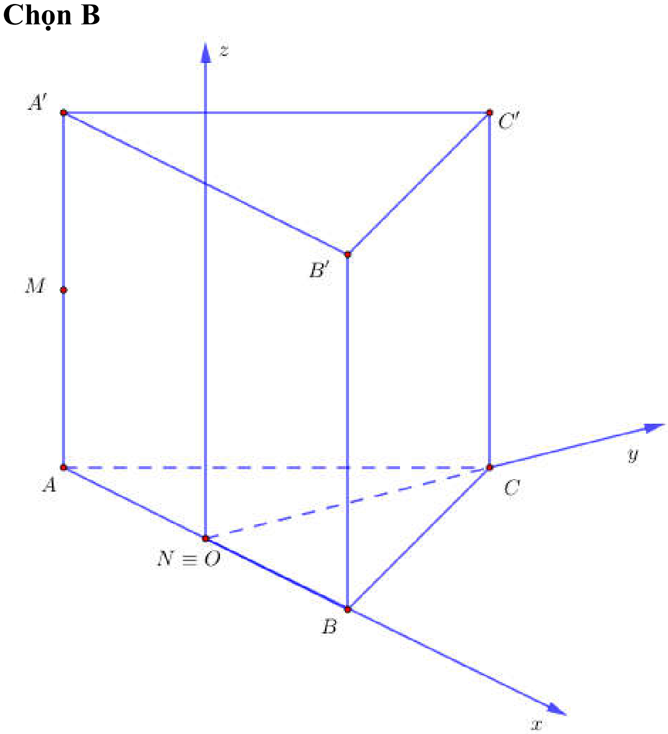
Ta có: $2(2t) + (-4 + t) - 2(7 - 2t) + 9 = 0 \Leftrightarrow t = 1$. Vậy $M(2;-3;5) \Rightarrow x_M + y_M + z_M = 4$.

Câu 23: **(THPT Chu Văn An – Hà Nội - năm 2017-2018)** Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a, gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AA' và AB. Khoảng cách giữa hai đường thẳng MN và $B'C$ bằng

A. $\frac{2\sqrt{5}}{5}a$. **B.** $\frac{3\sqrt{5}}{10}a$. **C.** $\frac{3\sqrt{5}}{5}a$. **D.** $\frac{2\sqrt{5}}{15}a$.

Lời giải

Chọn B



Xét hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a. Gắn hệ trục như hình vẽ quy ước $a=1$ (đơn vị).

Ta có $N(0;0;0)$, $C\left(0;\dfrac{\sqrt{3}}{2};0\right)$, $M\left(\dfrac{-1}{2};0;\dfrac{1}{2}\right)$, $B'\left(\dfrac{1}{2};0;1\right)$.

Suy ra $\overrightarrow{MN}=\left(\dfrac{1}{2};0;\dfrac{-1}{2}\right)$; $\overrightarrow{B'C}=\left(\dfrac{-1}{2};\dfrac{\sqrt{3}}{2};-1\right)$; $\overrightarrow{NC}=\left(0;\dfrac{\sqrt{3}}{2};0\right)$.

Do đó $d(MN;B'C)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{MN};\overrightarrow{BC}\right].\overrightarrow{NC}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{MN};\overrightarrow{BC}\right]\right|}=\dfrac{3\sqrt{5}}{10}a$.

Câu 24: (THPT Chu Văn An – Hà Nội - năm 2017-2018) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z}{1}$ và hai điểm $A(1;2;-5)$, $B(-1;0;2)$. Biết điểm M thuộc Δ sao cho biểu thức $T=|MA-MB|$ đạt giá trị lớn nhất là $T_{\max}$. Khi đó, $T_{\max}$ bằng bao nhiêu?

A. $T_{\max}=3$. **B.** $T_{\max}=2\sqrt{6}-3$. **C.** $T_{\max}=\sqrt{57}$. **D.** $T_{\max}=3\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn C

$\overrightarrow{AB}=(-2;-2;7)$.

Phương trình đường thẳng AB là: $\begin{cases} x=-1-2t' \\ y=-2t' \\ z=2+7t' \end{cases}$.

Xét vị trí tương đối của Δ và AB ta thấy Δ cắt AB tại điểm $C\left(-\dfrac{1}{3};\dfrac{2}{3};-\dfrac{1}{3}\right)$.

$\overrightarrow{AC}=\left(-\dfrac{4}{3};-\dfrac{4}{3};\dfrac{14}{3}\right)$; $\dfrac{3}{2}\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}$ nên B nằm giữa A và C.

$T=|MA-MB|\le AB$ Dấu bằng xảy ra khi M trùng C. Vậy $T_{\max}=AB=\sqrt{57}$.

Câu 25: (THPT Chuyên Võ Nguyên Giáp – Quảng Bình - năm 2017-2018) Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(2;2;1)$, $B(4;4;2)$, $C(-2;4;-3)$. Đường phân giác trong AD của tam giác ABC có một vectơ chỉ phương là:

A. $(-2;4;-3)$. **B.** $(6;0;5)$. **C.** $\left(0;1;-\dfrac{1}{3}\right)$. **D.** $\left(-\dfrac{4}{3};-\dfrac{1}{3};-1\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $AB=3, AC=6$. Kí hiệu $(x;y;z)$ là toạ độ điểm D.

Vì AD là phân giác trong của tam giác ABC nên $\dfrac{DB}{DC}=\dfrac{AB}{AC}=\dfrac{1}{2}$.

Do đó, ta có $\overrightarrow{DB}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{DC} \Rightarrow \begin{cases}4-x=-\frac{1}{2}(-2-x)\\ 4-y=-\frac{1}{2}(4-y)\\ 2-z=-\frac{1}{2}(-3-z)\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x=2\\ y=4\\ z=\frac{1}{3}\end{cases}$. Vậy $D\left(2;4;\frac{1}{3}\right)$.

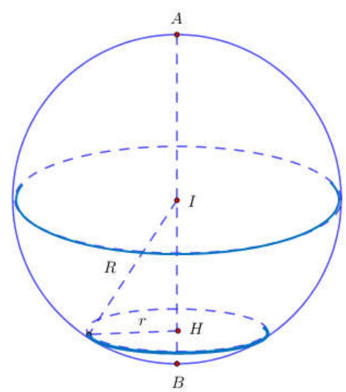
$\overrightarrow{AD}=\left(0;2;-\frac{2}{3}\right) \Rightarrow \overrightarrow{AD}=2\vec{u}$, với $\vec{u}=\left(0;1;-\frac{1}{3}\right)$.

Câu 26: (THPT Chuyên Võ Nguyên Giáp – Quảng Bình - năm 2017-2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;3)$, $B(6;5;5)$. Gọi (S) là mặt cầu có đường kính AB. Mặt phẳng (P) vuông góc với đoạn AB tại H sao cho khối nón đỉnh A và đáy là hình tròn tâm H (giao của mặt cầu (S) và mặt phẳng (P)) có thể tích lớn nhất, biết rằng $(P): 2x+by+cz+d=0$ với b, c, $d\in\mathbb{Z}$. Tính $S=b+c+d$.

A. $S=-18$. **B.** $S=-11$. **C.** $S=-24$. **D.** $S=-14$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Ta có $\overrightarrow{AB}=(4;4;2) \Rightarrow AB=6$ suy ra mặt cầu (S) có tâm $I(4;3;4)$ và bán kính $R=3$.

Đặt $IH=x$ $(0\le x\le 3)$.

Gọi r là bán kính đường tròn tâm H suy ra $r=\sqrt{R^2-x^2}=\sqrt{9-x^2}$.

Thể tích khối nón là $V=\frac{1}{3}\pi r^2.AH=\frac{1}{3}\pi.(3^2-x^2).(3+x)$.

Áp dụng bất đẳng thức Cô si ta có

$V=\frac{1}{6}\pi(6-2x)(3+x)(3+x)\le\frac{1}{6}\pi\left(\frac{6+3+3}{3}\right)^3 \Leftrightarrow V\le\frac{32\pi}{3}$.

Vậy thể tích khối nón lớn nhất bằng $\frac{32\pi}{3}$ khi $6-x=3+x \Leftrightarrow x=\frac{3}{2} \Leftrightarrow IH=\frac{3}{2}$.

Mặt phẳng (P) vó vec tơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;b;c)$. Vì (P) vuông góc với đoạn AB nên ta có $\vec{n}$ cùng phương với $\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \frac{2}{4}=\frac{b}{4}=\frac{c}{2} \Leftrightarrow \begin{cases}b=2\\ c=1\end{cases}$. Vậy $(P): 2x+2y+z+d=0$.

Mặt khác $d\left(I;(P)\right)=1\Leftrightarrow\frac{|8+6+4+d|}{\sqrt{2^2+2^2+1}}=1\Leftrightarrow|18+d|=3\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}18+d=3\\18+d=-3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}d=-15\\d=-21\end{array}\right.$.

Mặt khác A và I nằm cùng phía với mặt phẳng (P) nên ta có $(9+d)(18+d)>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}d<-18\\d>-9\end{array}\right.$. Vậy $d=-21$ suy ra $S=b+c+d=2+1-21=-18$.

Câu 27: (SGD Bắc Ninh – Lần 2 - năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x-1)^2+(y+1)^2+z^2=11$ và hai đường thẳng d_1: $\frac{x-5}{1}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-1}{2}$, d_2: $\frac{x+1}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z}{1}$. Viết phương trình tất cả các mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu (S) đồng thời song song với hai đường thẳng d_1, d_2.

A. $3x-y-z+7=0$. **B.** $3x-y-z-15=0$.

C. $3x-y-z-7=0$. **D.** $3x-y-z+7=0$ hoặc $3x-y-z-15=0$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-1;0)$, bán kính $R=\sqrt{11}$.

d_1 qua $A(5;-1;1)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1}=(1;1;2)$.

d_2 qua $B(-1;0;0)$ có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_2}=(1;2;1)$.

Mặt phẳng (P) cần tìm song song với hai đường thẳng d_1, d_2 nên (P) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right]=(-3;1;1)$.

Phương trình mặt phẳng (P) có dạng: $-3x+y+z+d=0$.

$A\notin(P)\Leftrightarrow d\neq15$; $B\notin(P)\Leftrightarrow d\neq-3$.

Mặt khác mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) nên ta có:

$d\left(I,(P)\right)=R\Leftrightarrow\frac{|-3-1+0+d|}{\sqrt{9+1+1}}=\sqrt{11}\Leftrightarrow|-4+d|=11\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}d=15\\d=-7\end{array}\right.$.

* $d=15$ (loại)

* $d=-7$, ta có phương trình mặt phẳng (P) là $-3x+y+z-7=0\Leftrightarrow3x-y-z+7=0$.

Câu 28: (Chuyên Lê Hồng Phong – Nam Đinh - năm 2017-2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu $(S_1):(x-1)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=16$ và $(S_2):(x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$ cắt nhau theo giao tuyến là đường tròn (C). Tìm tọa độ tâ J của đường tròn (C).

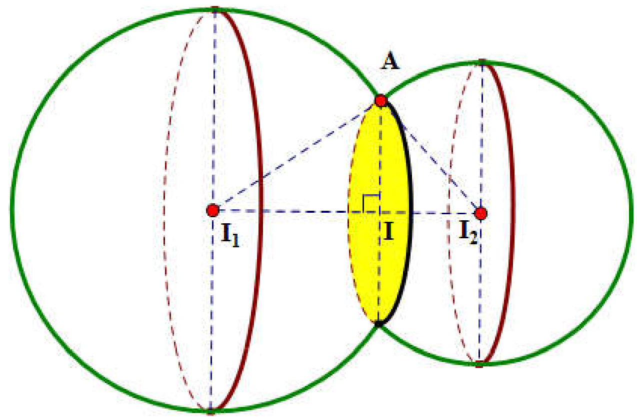
A. $J\left(-\frac{1}{2};\frac{7}{4};\frac{1}{4}\right)$. **B.** $J\left(\frac{1}{3};\frac{7}{4};\frac{1}{4}\right)$. **C.** $J\left(-\frac{1}{3};\frac{7}{4};-\frac{1}{4}\right)$. **D.** $J\left(-\frac{1}{2};\frac{7}{4};-\frac{1}{4}\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

(S_1) và (S_2) có tâm và bán kính lần lượt là $I_1(1;1;2)$, $R_1=4$ và $I_2(-1;2;-1)$, $R_2=3$

Gọi I là tâm của đường tròn giao tuyến (C) và A là một điểm thuộc (C).



Ta có $I_1I = I_1A.\cos\widehat{AI_1I} = R_1.\cos\widehat{AI_1I_2} = R_1.\dfrac{I_1A^2 + I_1I_2^2 - AI_2^2}{2.I_1A.I_1I_2} = 4.\dfrac{4^2 + \sqrt{14}^2 - 3^2}{2.4.\sqrt{14}} = \dfrac{21}{2\sqrt{14}}$

$$\overrightarrow{I_1I} = \frac{\left|\overrightarrow{I_1I}\right|}{\left|\overrightarrow{I_1I_2}\right|}\overrightarrow{I_1I_2} \Leftrightarrow \overrightarrow{I_1I} = \frac{\frac{21}{2\sqrt{14}}}{\sqrt{14}}\overrightarrow{I_1I_2} \Leftrightarrow \overrightarrow{I_1I} = \frac{3}{4}\overrightarrow{I_1I_2} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 = \frac{3}{4}(-1-1) \\ y-1 = \frac{3}{4}(2-1) \\ z-2 = \frac{3}{4}(-1-2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ y = \frac{7}{4} \\ z = -\frac{1}{4} \end{cases}.$$

Câu 29: (Chuyên Lê Hồng Phong – Nam Đinh - năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho các điểm $A(4;2;5)$, $B(0;4;-3)$, $C(2;-3;7)$. Biết điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ nằm trên mặt phẳng Oxy sao cho $\left|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính tổng $P = x_0 + y_0 + z_0$.

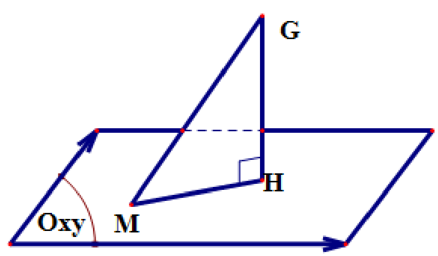
A. $P = -3$. **B.** $P = 0$. **C.** $P = 3$. **D.** $P = 6$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi $G(2;1;3)$ là trọng tâm ΔABC $\Rightarrow \left|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\right| = \left|3\overrightarrow{MG}\right| = 3MG$

Do đó $\left|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\right|$ nhỏ nhất khi MG nhỏ nhất



Mà $MG \ge d\left[G,(Oxy)\right] = GH$ nên MG nhỏ n hất khi $M \equiv H$ khi đó M là hình chiếu vuông góc của G lên $(Oxy) \Rightarrow M(2;1;0) \Rightarrow x_0 + y_0 + z_0 = 3$

Câu 30: (Chuyên Lê Hồng Phong – Nam Đinh - năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+2}{-1}$ và hai điểm $A(0;-1;3)$, $B(1;-2;1)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc đường thẳng Δ sao cho $MA^2 + 2MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $M(5;2;-4)$. **B.** $M(-1;-1;-1)$. **C.** $M(1;0;-2)$. **D.** $M(3;1;-3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Vì M thuộc đường thẳng Δ nên $M\left(1+2t;t;-2-t\right)$.

Ta có $MA^2+2MB^2=\left(2t+1\right)^2+\left(t+1\right)^2+\left(t+5\right)^2+2\left[\left(2t\right)^2+\left(t+2\right)^2+\left(t+3\right)^2\right]=18t^2+36t+53$

$\Leftrightarrow\ MA^2+2MB^2=18\left(t+1\right)^2+35\ge 35,\forall t\in\mathbb{R}$.

Vậy $\min\left(MA^2+2MB^2\right)=35\Leftrightarrow t=-1$ hay $M\left(-1;-1;-1\right)$.

Câu 31: (THPT Đặng Thúc Hứa – Nghệ An - năm 2017-2018) Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho ba điểm $A\left(1;2;-1\right)$, $B\left(2;0;1\right)$, $C\left(-2;2;3\right)$. Đường thẳng Δ qua trực tâm H của tam giác ABC và nằm trong mặt phẳng $\left(ABC\right)$ cùng tạo với các đường thẳng AB, AC một góc $\alpha<45^{\circ}$ có một véctơ chỉ phương là $\vec{u}\left(a;b;c\right)$ với c là một số nguyên tố. Giá trị của biểu thức $ab+bc+ca$ bằng

A. -67. **B.** 23. **C.** -33. **D.** -37.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AB}=\left(1;-2;2\right)$, $\overrightarrow{AC}=\left(-3;0;4\right)$.

$\left(ABC\right)$ có véctơ pháp tuyến $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=\left(8;10;6\right)=2\left(4;5;3\right)$

$\Rightarrow\left(ABC\right)$: $4x+5y+3z-11=0$.

Do $\Delta\subset\left(ABC\right)\Rightarrow\vec{u}.\vec{n}=0\Rightarrow 4a+5b+3c=0$.

Ta có $\cos\alpha=\dfrac{\left|a-2b+2c\right|}{3.\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=\dfrac{\left|-3a+4c\right|}{5.\sqrt{a^2+b^2+c^2}}\Leftrightarrow 5\left|a-2b+2c\right|=3\left|-3a+4c\right|$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}5a-10b+10c=-9a+12c\\5a-10b+10c=9a-12c\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}7a-5b-c=0\\2a+5b-11c=0\end{array}\right.$

TH1: $\begin{cases}7a-5b-c=0\\4a+5b+3c=0\end{cases}\Rightarrow 11a+2c=0\Rightarrow c=-\dfrac{11a}{2}$, do c là số nguyên tố nên chọn $a=-2$, $c=11$, $b=-5\Rightarrow ab+bc+ca=10-55-22=-67$.

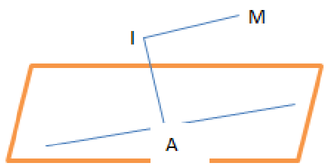
TH2: $\begin{cases}2a+5b-11c=0\\4a+5b+3c=0\end{cases}\Rightarrow 2a+14c=0\Rightarrow c=-\dfrac{a}{7}$, do c là số nguyên tố nên chọn $a=-14$, $c=2$, $b=10$ (loại) do $\cos\alpha=\dfrac{\left|a-2b+2c\right|}{3.\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=\dfrac{30}{3.10\sqrt{3}}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}\Rightarrow\alpha>45^{\circ}$.

Câu 32: (THPT Đặng Thúc Hứa – Nghệ An - năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=1+3\mathrm{a}+at\\y=-2+t\\x=2+3\mathrm{a}+(1+a)t\end{cases}$. Biết rằng khi a thay đổi luôn tồn tại một mặt cầu cố định qua điểm $M\left(1;1;1\right)$ và tiếp xúc với đường thẳng Δ. Tìm bán kính mặt cầu đó.

A. $5\sqrt{3}$. **B.** $4\sqrt{3}$. **C.** $7\sqrt{3}$. **D.** $3\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn A



Từ đường thẳng $\Delta:\begin{cases} x=1+3a+at \\ y=-2+t \\ x=2+3a+(1+a)t \end{cases} \Rightarrow x+y-z+3=0$

Ta có Δ luôn qua điểm $A(1;-5;-1)$ cố định và Δ nằm trong mặt phẳng $(P): x+y-z+3=0$

Mặt cầu tiếp xúc với đường thẳng Δ vói mọi a . Nên mặt cầu tiếp xúc mặt phẳng (P) tại A.

Đường thẳng IA qua A và vuông góc (P) có phương trình $\begin{cases} x=1+t \\ y=-5+t \\ z=-1-t \end{cases} \Rightarrow I(1+t;-5+t;-1-t)$

Mà $IA=IM \Leftrightarrow t^2+t^2+t^2=t^2+(t-6)^2+(t+2)^2 \Leftrightarrow t=5$ vậy $I(6;0;-6) \Rightarrow R=IM=5\sqrt{3}$

Câu 33: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;1;1)$, $B(2;3;0)$. Biết rằng tam giác ABC có trực tâm $H(0;3;2)$ tìm tọa độ của điểm C.

A. $C(3;2;3)$. **B.** $C(4;2;4)$. **C.** $C(1;2;1)$. **D.** $C(2;2;2)$.

Câu 34: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;1;1)$, $B(2;3;0)$. Biết rằng tam giác ABC có trực tâm $H(0;3;2)$ tìm tọa độ của điểm C.

A. $C(3;2;3)$. **B.** $C(4;2;4)$. **C.** $C(1;2;1)$. **D.** $C(2;2;2)$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $C(a;b;c)$. Ta có H là trực tâm tam giác ABC nên $\begin{cases} \overrightarrow{AH} \perp \overrightarrow{BC} \\ \overrightarrow{BH} \perp \overrightarrow{AC} \\ \left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AH}=0 \end{cases}$

$\overrightarrow{AH}=(-1;2;1)$, $\overrightarrow{BH}=(-2;0;2)$, $\overrightarrow{AC}=(a-1;b-1;c-1)$, $\overrightarrow{BC}=(a-2;b-3;c)$,

$\overrightarrow{AB}=(1;2;-1)$.

$\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(2c+b-3,-a-c+2,b-2a+1)$.

Suy ra $\begin{cases} -a+2+2b-6+c=0 \\ -2a+2+2c-2=0 \\ -2c-b+3-2a-2c+4+b-2a+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -a+2b+c=4 \\ -2a+2c=0 \\ -4a-4c=-8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=2 \\ c=1 \end{cases}$

Vậy $C(1;2;1)$.

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(d):\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z}{3}$ và mặt phẳng $(P): x+3y+z=0$. Đường thẳng (Δ) đi qua $M(1;1;2)$, song song với mặt phẳng (P) đồng thời cắt đường thẳng (d) có phương trình là

A. $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-9}{2}$. B. $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-6}{2}$.

C. $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-2}{1}$.

D. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-2}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình tham số của $(d):\begin{cases}x=1+t\\y=1-t,t\in\mathbb{R}\\z=3t\end{cases}$.

Mặt phẳng (P) có véc tơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;3;1)$.

Gọi $\Delta\cap d=A(1+t;1-t;3t)$.

$\Rightarrow\overrightarrow{MA}=(t;-t;3t-2)$ là véc tơ chỉ phương của Δ $\Rightarrow\overrightarrow{MA}.\vec{n}=0\Leftrightarrow t-3t+3t-2=0\Leftrightarrow t=2$.

$\Rightarrow\overrightarrow{MA}=(2;-2;4)=2(1;-1;2)$. Vậy phương trình đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-2}{2}$.

Câu 36: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-1}{3}$, điểm $A(2;2;4)$ và mặt phẳng $(P):x+y+z-2=0$. Viết phương trình đường thẳng Δ nằm trong (P), cắt d sao cho khoảng cách từ A đến Δ lớn nhất.

A. $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z-2}{1}$.

B. $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+4}{-2}=\dfrac{z-3}{1}$.

C. $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z-4}{1}$.

D. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-2}{1}$.

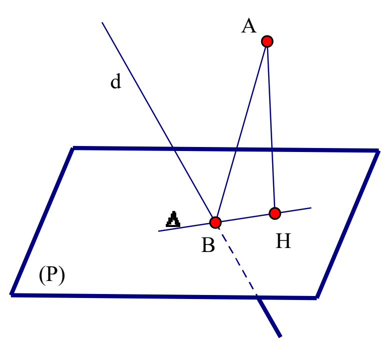
Lời giải

Chọn B

Tọa độ giao điểm B của d và (P) là nghiệm của hệ phương trình

$\begin{cases}\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-1}{3}\\x+y+z-2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\y=0\\z=1\end{cases}$. Suy ra $B(1;0;1)$. Ta có Δ đi qua B.

Gọi H là hình chiếu của A lên Δ.



Gọi $d(A,\Delta)=AH\le AB$, nên $d(A,\Delta)$ đạt giá trị lớn nhất là AB. Khi đó đường thẳng Δ qua B và có một véc tơ chỉ phương là $\vec{u}=\left[\overrightarrow{n_P},\overrightarrow{AB}\right]=-(1;-2;1)$ với $\overrightarrow{n_P}=(1;1;1)$.

Thế tọa độ $B(1;0;1)$ vào bốn phương án, chỉ phương án B thỏa mãn.

✍ Chú ý: Do cách cho các phương án nên sau khi tìm được điểm B thì ta chỉ cần thay điểm B vào các phương án để thử là tìm được đáp án.

Câu 37: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-4x+10y-2z-6=0$. Cho m là số thực thỏa mãn giao tuyến của hai mặt phẳng $y=m$ và $x+z-3=0$ tiếp xúc với mặt cầu (S). Tích tất cả các giá trị mà m có thể nhận được bằng

A. -11. **B.** -10. **C.** -5. **D.** -8.

Câu 38: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;4;0)$, $C(0;0;6)$. Điểm M thay đổi trên mặt phẳng (ABC) và N là điểm trên tia OM sao cho $OM.ON=12$. Biết rằng khi M thay đổi, điểm N luôn thuộc một mặt cầu cố định. Tính bán kính của mặt cầu đó.

A. $\frac{7}{2}$. **B.** $3\sqrt{2}$. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** $\frac{5}{2}$.

Câu 39: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba mặt phẳng $(P): x-2y+2z+1=0$, $(Q): x-2y+2z-8=0$, $(R): x-2y+2z+4=0$. Một đường thẳng Δ thay đổi cắt ba mặt phẳng (P), (Q), (R) lần lượt tại các điểm A, B, C. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $AB+\frac{96}{AC^2}$ là

A. $\frac{41}{3}$. **B.** 99. **C.** 18. **D.** 24.

Câu 40: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-4x+10y-2z-6=0$. Cho m là số thực thỏa mãn giao tuyến của hai mặt phẳng $y=m$ và $x+z-3=0$ tiếp xúc với mặt cầu (S). Tích tất cả các giá trị mà m có thể nhận được bằng

A. -11. **B.** -10. **C.** -5. **D.** -8.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-4x+10y-2z-6=0$ có tâm $I(2;-5;1)$ và bán kính $R=6$.

Giao tuyến của hai mặt phẳng $y=m$ và $x+z-3=0$ là đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=t \\ y=m \\ z=3-t \end{cases}, t\in\mathbb{R}$.

Δ đi qua $A(0;m;3)$ và có một véc tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;0;-1)$, $\overrightarrow{IA}=(-2;m+5;2)$,

$\left[\overrightarrow{IA},\vec{u}\right]=(-m-5;0;-m-5)$.

Δ tiếp xúc với mặt cầu (S) khi và chỉ khi

$$d(I,\Delta)=R \Leftrightarrow \frac{\left|\left[\overrightarrow{IA},\vec{u}\right]\right|}{\left|\vec{u}\right|}=6 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{2(m+5)^2}}{\sqrt{2}}=6 \Leftrightarrow m^2+10m-11=0.$$

Vậy tích $m_1.m_2=-11$.

Câu 41: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;4;0)$, $C(0;0;6)$. Điểm M thay đổi trên mặt phẳng (ABC) và N là điểm trên tia OM sao cho $OM.ON=12$. Biết rằng khi M thay đổi, điểm N luôn thuộc một mặt cầu cố định. Tính bán kính của mặt cầu đó.

A. $\frac{7}{2}$. **B.** $3\sqrt{2}$. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** $\frac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình mặt phẳng $(ABC):\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{4}+\dfrac{z}{6}=1\Leftrightarrow 6x+3y+2z-12=0$

Gọi $N(x;y;z)$

Theo giả thiết ta có N là điểm trên tia OM sao cho $OM.ON=12$ suy ra $\overrightarrow{OM}=\dfrac{12}{ON^2}.\overrightarrow{ON}$

Do đó $M\left(\dfrac{12x}{x^2+y^2+z^2};\dfrac{12y}{x^2+y^2+z^2};\dfrac{12z}{x^2+y^2+z^2}\right)$.

Mặt khác $M\in(ABC)$ nên $6\dfrac{12x}{x^2+y^2+z^2}+3\dfrac{12y}{x^2+y^2+z^2}+2\dfrac{12z}{x^2+y^2+z^2}-12=0$

$\Leftrightarrow 6x+3y+2z-(x^2+y^2+z^2)=0\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2-6x-3y-2z=0$.

Do đó điểm N luôn thuộc một mặt cầu cố định $(S):x^2+y^2+z^2-6x-3y-2z=0$ có tâm $I\left(3;\dfrac{3}{2};1\right)$ và bán kính $R=\sqrt{3^2+\left(\dfrac{3}{2}\right)^2+1^2}=\dfrac{7}{2}$.

Câu 42: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba mặt phẳng $(P):x-2y+2z+1=0$, $(Q):x-2y+2z-8=0$, $(R):x-2y+2z+4=0$. Một đường thẳng Δ thay đổi cắt ba mặt phẳng (P), (Q), (R) lần lượt tại các điểm A, B, C. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $AB+\dfrac{96}{AC^2}$ là

A. $\dfrac{41}{3}$. **B.** 99. **C.** 18. **D.** 24.

Lời giải

Chọn B

Ta có ba mặt phẳng (P), (Q), (R) đôi một song song và (P) nằm giữa (Q), (R).

$d((P),(Q))=\dfrac{|1+8|}{\sqrt{1+2^2+2^2}}=3$, $d((P),(R))=\dfrac{|1-4|}{\sqrt{1+2^2+2^2}}=1$.

Suy ra $AB+\dfrac{96}{AC^2}\geq 3+\dfrac{96}{1^2}=99$.

Đẳng thức xảy ra khi Δ vuông góc với (P).

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, cho ba đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z+1}{-1}$; $d_2:\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z}{2}$; $d_3:\dfrac{x+3}{-3}=\dfrac{y-2}{-4}=\dfrac{z+5}{8}$. Đường thẳng song song với d_3, cắt d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{-3}=\dfrac{y}{-4}=\dfrac{z+1}{8}$. **B.** $\dfrac{x+1}{-3}=\dfrac{y-3}{-4}=\dfrac{z}{8}$.

C. $\dfrac{x-1}{-3}=\dfrac{y-3}{-4}=\dfrac{z}{8}$. **D.** $\dfrac{x-1}{-3}=\dfrac{y}{-4}=\dfrac{z-1}{8}$.

Câu 44: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(P):x+2y+z+1=0$ và $(Q):2x-y+2z+4=0$. Gọi M là điểm thuộc mặt phẳng (P) sao cho điểm đối xứng của M qua mặt phẳng (Q) nằm trên trục hoành. Tung độ của điểm M bằng:

A. 4 **B.** 2 **C.** -5 **D.** 3

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho ba đường thẳng $d_1:\frac{x-1}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z+1}{-1}$; $d_2:\frac{x+2}{1}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z}{2}$; $d_3:\frac{x+3}{-3}=\frac{y-2}{-4}=\frac{z+5}{8}$. Đường thẳng song song với d_3, cắt d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\frac{x-1}{-3}=\frac{y}{-4}=\frac{z+1}{8}$.

B. $\frac{x+1}{-3}=\frac{y-3}{-4}=\frac{z}{8}$.

C. $\frac{x-1}{-3}=\frac{y-3}{-4}=\frac{z}{8}$.

D. $\frac{x-1}{-3}=\frac{y}{-4}=\frac{z-1}{8}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi d là đường thẳng song song với d_3, cắt d_1 và d_2 lần lượt tại các điểm A, B.

Gọi $A(1+2a;3a;-1-a)$ và $B(-2+b;1-2b;2b)$ $\Rightarrow \overrightarrow{AB}=(b-2a-3;-2b-3a+1;2b+a+1)$.

Đường thẳng d_3 có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(-3;-4;8)$.

Đường thẳng d song song với d_3 nên

$$\overrightarrow{AB}=k\vec{u}\Leftrightarrow\begin{cases}b-2a-3=-3k\\-2b-3a+1=-4k\\2b+a+1=8k\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=0\\b=\frac{3}{2}\\k=\frac{1}{2}\end{cases}.$$

Như vậy $A(1;0;-1)$ và $B=\left(-\frac{1}{2};-2;3\right)$.

Phương trình đường thẳng d là: $\frac{x-1}{-3}=\frac{y}{-4}=\frac{z+1}{8}$.

Câu 46: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(P):x+2y+z+1=0$ và $(Q):2x-y+2z+4=0$. Gọi M là điểm thuộc mặt phẳng (P) sao cho điểm đối xứng của M qua mặt phẳng (Q) nằm trên trục hoành. Tung độ của điểm M bằng:

A. 4 **B.** 2 **C.** -5 **D.** 3

Lời giải

Chọn A

Gọi A là điểm đối xứng của M qua mặt phẳng (Q) vì $A\in Ox$ nên ta có $A(a;0;0)$.

Phương trình đường thẳng qua A và vuông góc với (Q) có dạng $d:\begin{cases}x=a+2t\\y=-t\\z=2t\end{cases}\quad(t\in\mathbb{R})$.

Ta có $(Q)\cap d=I$, $I\in d$ nên $I(a+2t;-t;2t)$. Mặt khác $I\in(Q)$ nên $2(a+2t)+t+4t+4=0$

$t=\frac{-4-2a}{9}$. Nên $I\left(a+2.\frac{-4-2a}{9};\frac{4+2a}{9};\frac{-8-4a}{9}\right)$

$\Rightarrow M\left(2a+4.\frac{-4-2a}{9}-a;\frac{8+4a}{9};\frac{-16-8a}{9}\right)$.

$M \in (P) \Rightarrow 2a + 4.\dfrac{-4-2a}{9} - a + 2.\dfrac{8+4a}{9} + \dfrac{-16-8a}{9} + 1 = 0$

$\Leftrightarrow 9a - 16 - 8a + 16 + 8a - 16 - 8a + 9 = 0$

$\Leftrightarrow a = 7$. Vậy $M(-1;4;-8)$.

Câu 47: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(6;3;2)$, $B(2;-1;6)$. Trên mặt phẳng (Oxy), lấy điểm $M(a;b;c)$ sao cho $MA + MB$ bé nhất. Tính $P = a^2 + b^3 - c^4$.

A. $P = 129$. **B.** $P = -48$. **C.** $P = 33$. **D.** $P = 48$.

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(6;3;2)$, $B(2;-1;6)$. Trên mặt phẳng (Oxy), lấy điểm $M(a;b;c)$ sao cho $MA + MB$ bé nhất. Tính $P = a^2 + b^3 - c^4$.

A. $P = 129$. **B.** $P = -48$. **C.** $P = 33$. **D.** $P = 48$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng (Oxy) có phương trình $z = 0$, và A, B nằm cùng phía với (Oxy). Gọi A' là điểm đối xứng với A qua $(Oxy) \Rightarrow A'(6;3;-2)$.

Ta có $MA + MB = MA' + MB$ bé nhất khi M, A', B thẳng hàng, khi đó $M = A'B \cap (Oxy)$.

Ta có $\overrightarrow{A'B} = (-4;-4;8) = -4(1;1-2)$ suy ra $A'B$ có một vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1;1-2)$

$\Rightarrow A'B: \begin{cases} x = 2+t \\ y = -1+t \\ z = 6-2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. $M \in A'B \Rightarrow M(2+t;-1+t;6-2t)$.

Do $M \in (Oxy) \Rightarrow 6 - 2t = 0 \Leftrightarrow t = 3 \Rightarrow M(5;2;0)$. Vậy $P = a^2 + b^3 - c^4 = 33$.

Câu 49: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi (P) là mặt phẳng đi qua $H(2;1;1)$ và cắt các trục tọa độ tại các điểm A, B, C sao cho H là trực tâm của tam giác ABC. Phương trình của (P) là

A. $2x + y + z - 6 = 0$. **B.** $x + 2y + z - 6 = 0$. **C.** $x + 2y + 2z - 6 = 0$. **D.** $2x + y + z + 6 = 0$.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(m;0;0)$, $B(0;m-1;0)$; $C(0;0;m+4)$ thỏa mãn $BC = AD$, $CA = BD$ và $AB = CD$. Giá trị nhỏ nhất của bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ bằng

A. $\dfrac{\sqrt{7}}{2}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{14}}{2}$. **C.** $\sqrt{7}$. **D.** $\sqrt{14}$.

Câu 51: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta_1: \dfrac{x-8}{2} = \dfrac{y+2}{4} = \dfrac{z-3}{m-1}$ và $\Delta_2: \begin{cases} x = 4+4t \\ y = 3-t \\ z = 2+2t \end{cases}$. Giá trị của m để Δ_1 và Δ_2 cắt nhau là

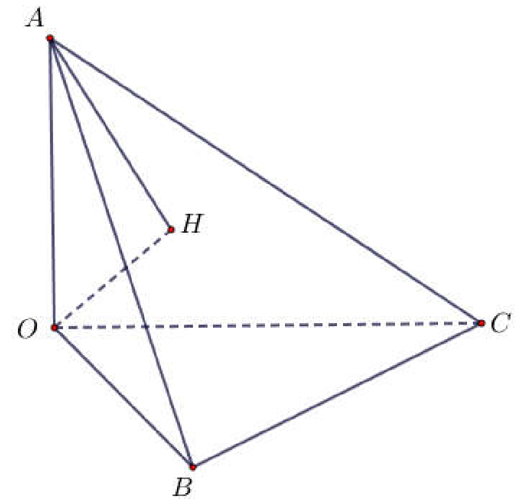
A. $m = -\dfrac{25}{8}$. **B.** $m = \dfrac{25}{8}$. **C.** $m = 3$. **D.** $m = -3$.

Câu 52: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi (P) là mặt phẳng đi qua $H(2;1;1)$ và cắt các trục tọa độ tại các điểm A, B, C sao cho H là trực tâm của tam giác ABC. Phương trình của (P) là

A. $2x + y + z - 6 = 0$. **B.** $x + 2y + z - 6 = 0$. **C.** $x + 2y + 2z - 6 = 0$. **D.** $2x + y + z + 6 = 0$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $AH \perp BC$, $OA \perp BC \Rightarrow OH \perp BC$. Chứng minh tương tự ta cũng có $OH \perp AC$ $\Rightarrow OH \perp (ABC)$ nên $\overrightarrow{OH} = (2;1;1)$ là vectơ pháp tuyến của (ABC).

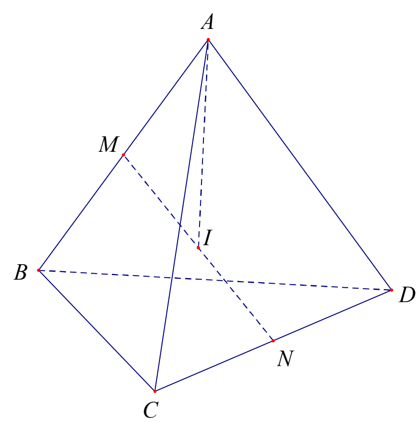
Vậy (ABC): $2x + y + z - 6 = 0$.

Câu 53: Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(m;0;0)$, $B(0;m-1;0)$; $C(0;0;m+4)$ thỏa mãn $BC = AD$, $CA = BD$ và $AB = CD$. Giá trị nhỏ nhất của bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ bằng

A. $\dfrac{\sqrt{7}}{2}$.   **B.** $\dfrac{\sqrt{14}}{2}$.   **C.** $\sqrt{7}$.   **D.** $\sqrt{14}$.

Lời giải

Chọn B



Đặt $BC = a$; $CA = b$; $AB = c$.

Gọi M, N lần lượt là trrung điểm của AB và CD.

Theo giả thiết ta có tam giác $\Delta ABC = \Delta CDA$ $(c.c.c) \Rightarrow CM = DM$ hay tam giác CMD cân tại M $\Rightarrow MN \perp CD$.

Chứng minh tương tự ta cũng có $MN \perp AB$.

Gọi I là trung điểm của MN thì $IA = IB$ và $IC = ID$.

Mặt khác ta lại có $AB = CD$ nên $\Delta BMI = \Delta CNI \Rightarrow IB = IC$ hay I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

Ta có $IA^2 = IM^2 + AM^2 = \dfrac{MN^2}{4} + \dfrac{AB^2}{4} = \dfrac{MN^2 + c^2}{4}$.

Mặt khác CM là đường trung tuyến của tam giác ABC nên $CM^2 = \dfrac{2a^2 + 2b^2 - c^2}{4}$

$\Rightarrow MN^2 = CI^2 - CN^2 = \dfrac{2a^2 + 2b^2 - c^2}{4} - \dfrac{c^2}{4} = \dfrac{a^2 + b^2 - c^2}{2}$.

Vậy $IA^2 = \dfrac{a^2 + b^2 + c^2}{8}$.

Với $a^2 + b^2 + c^2 = 2m^2 + 2(m-1)^2 + 2(m+4)^2 = 6(m+1)^2 + 28$

Vậy $IA^2 = \dfrac{6(m+1)^2 + 28}{8} \geq \dfrac{7}{2} \Rightarrow IA_{\min} = \sqrt{\dfrac{7}{2}} = \dfrac{\sqrt{14}}{2}$.

Câu 54: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta_1 : \dfrac{x-8}{2} = \dfrac{y+2}{4} = \dfrac{z-3}{m-1}$ và $\Delta_2 : \begin{cases} x = 4 + 4t \\ y = 3 - t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$. Giá trị của m để Δ_1 và Δ_2 cắt nhau là

A. $m = -\dfrac{25}{8}$. **B.** $m = \dfrac{25}{8}$. **C.** $m = 3$. **D.** $m = -3$.

Lời giải

Chọn B

Δ_1 qua $M_1(8;-2;3)$ và có véctơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1} = (2;4;m-1)$.

Δ_2 qua $M_2(4;3;2)$ và có véctơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1} = (4;-1;2)$.

Ta có:

□ $\left[\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_1}\right] = (m+7; 4m-8; -18)$; $\overrightarrow{M_1M_2} = (-4;5;-1)$.

□ $\left[\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_1}\right].\overrightarrow{M_1M_2} = 16m - 50$.

□ Δ_1 và Δ_2 cắt nhau khi $\left[\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_1}\right].\overrightarrow{M_1M_2} = 0 \Leftrightarrow 16m - 50 = 0 \Leftrightarrow m = \dfrac{25}{8}$.

Câu 55: Trong không gian $Oxyz$, cho các đường thẳng $d : \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = t \end{cases}$, $d' : \begin{cases} x = 2 \\ y = t' \\ z = 1 + t' \end{cases}$ và $\Delta : \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-1}{1}$.

Gọi (S) là mặt cầu có tâm thuộc Δ và tiếp xúc với hai đường thẳng d, d'. Phương trình của (S) là

A. $(x-1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 1$. **B.** $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 1$.

C. $\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\left(y-\frac{1}{2}\right)^2+\left(z-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{1}{2}$. **D.** $\left(x-\frac{5}{4}\right)^2+\left(y-\frac{1}{4}\right)^2+\left(z-\frac{5}{4}\right)^2=\frac{9}{16}$.

Câu 56: Trong không gian $Oxyz$, đường vuông góc chung của hai đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+t\\y=0\\z=-5+t\end{cases}$ và $d':\begin{cases}x=0\\y=4-2t'\\z=5+3t'\end{cases}$ có phương trình là

A. $\frac{x-4}{-1}=\frac{y}{3}=\frac{z+2}{1}$. **B.** $\frac{x-4}{2}=\frac{y}{-3}=\frac{z-2}{-2}$.

C. $\frac{x+4}{-2}=\frac{y}{3}=\frac{z-2}{2}$. **D.** $\frac{x-4}{-2}=\frac{y}{3}=\frac{z+2}{2}$.

Câu 57: Trong không gian $Oxyz$, gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng $d:\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z}{-1}$ và cắt các trục Ox, Oy lần lượt tại A và B sao cho đường thẳng AB vuông góc với d. Phương trình của mặt phẳng (P) là

A. $x+2y+5z-5=0$. **B.** $x+2y+5z-4=0$. **C.** $x+2y-z-4=0$. **D.** $2x-y-3=0$.

Câu 58: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(2;5;3)$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{2}$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng d sao cho khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất. Khoảng cách từ điểm $M(1;2;-1)$ đến mặt phẳng (P) bằng

A. $\frac{11\sqrt{2}}{6}$. **B.** $3\sqrt{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{11}}{18}$. **D.** $\frac{7\sqrt{2}}{6}$.

Câu 59: Trong không gian $Oxyz$, cho các đường thẳng $d:\begin{cases}x=1\\y=1\\z=t\end{cases}$, $d':\begin{cases}x=2\\y=t'\\z=1+t'\end{cases}$ và $\Delta:\frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{1}$.

Gọi (S) là mặt cầu có tâm thuộc Δ và tiếp xúc với hai đường thẳng d, d'. Phương trình của (S) là

A. $(x-1)^2+y^2+(z-1)^2=1$. **B.** $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=1$.

C. $\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\left(y-\frac{1}{2}\right)^2+\left(z-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{1}{2}$. **D.** $\left(x-\frac{5}{4}\right)^2+\left(y-\frac{1}{4}\right)^2+\left(z-\frac{5}{4}\right)^2=\frac{9}{16}$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng Δ có phương trình tham số là: $\Delta:\begin{cases}x=1+m\\y=m\\z=1+m\end{cases}$. Gọi I là tâm mặt cầu (S) ta có $I(m+1;m;m+1)$.

Đường thẳng d đi qua $A(1;1;0)$ và có véctơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1}=(0;0;1)\Rightarrow\overrightarrow{AI}=(m;m-1,m+1)$.

Đường thẳng d đi qua $B(2;0;1)$ và có véctơ chỉ phương $\overrightarrow{u_2}=(0;1;1)\Rightarrow\overrightarrow{BI}=(m-1;m,m)$.

Do (S) tiếp xúc với hai đường thẳng d, d' nên ta có: $d(I;d)=d(I;d')=R$

$$\frac{\left|\left[\overrightarrow{IA};\overrightarrow{u_1}\right]\right|}{\left|\overrightarrow{u_1}\right|}=\frac{\left|\left[\overrightarrow{IB};\overrightarrow{u_2}\right]\right|}{\left|\overrightarrow{u_2}\right|}\Leftrightarrow\frac{\sqrt{(m-1)^2+m^2}}{1}=\frac{\sqrt{(m-1)^2+(m-1)^2}}{\sqrt{2}}\Leftrightarrow m=0$$

$\Rightarrow I(1;0;1)$ và $R=1$. Phương trình của mặt cầu (S) là $(x-1)^2+y^2+(z-1)^2=1$.

Câu 60: Trong không gian $Oxyz$, đường vuông góc chung của hai đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+t\\y=0\\z=-5+t\end{cases}$ và $d':\begin{cases}x=0\\y=4-2t'\\z=5+3t'\end{cases}$ có phương trình là

A. $\dfrac{x-4}{-1}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z+2}{1}$.

B. $\dfrac{x-4}{2}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z-2}{-2}$.

C. $\dfrac{x+4}{-2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z-2}{2}$.

D. $\dfrac{x-4}{-2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z+2}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Giả sử AB là đường vuông góc chung của d và d' với $A\in d$, $B\in d'$.

Ta có $\overrightarrow{u_d}=(1;0;1)$, $\overrightarrow{u_{d'}}=(0;-2;3)$, $\begin{cases}A(a+1;0;a-5)\\B(0;4-2b;3b+5)\end{cases}\Rightarrow\overrightarrow{BA}=(a+1;2b-4;a-3b-10)$.

Khi đó $\begin{cases}d\perp AB\\d'\perp AB\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\overrightarrow{u_d}.\overrightarrow{BA}=0\\\overrightarrow{u_{d'}}.\overrightarrow{BA}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(a+1)+(a-3b-10)=0\\-2(2b-4)+3(a-3b-10)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=3\\b=-1\end{cases}$

$\Rightarrow\begin{cases}A(4;0;-2)\\B(0;6;2)\end{cases}\Rightarrow\overrightarrow{BA}=(4;-6;-4)\Rightarrow\vec{u}=(-2;3;2)$ là một VTCP của AB.

Kết hợp với AB qua $A(4;0;-2)\Rightarrow AB:\dfrac{x-4}{-2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z+2}{2}$.

Câu 61: Trong không gian $Oxyz$, gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z}{-1}$ và cắt các trục Ox, Oy lần lượt tại A và B sao cho đường thẳng AB vuông góc với d. Phương trình của mặt phẳng (P) là

A. $x+2y+5z-5=0$. **B.** $x+2y+5z-4=0$. **C.** $x+2y-z-4=0$. **D.** $2x-y-3=0$.

Lời giải

Chọn .

Ta có $\overrightarrow{u_d}=(1;2;-1)$, $\begin{cases} A\in Ox\Rightarrow A(a;0;0) \\ B\in Oy\Rightarrow B(0;b;0)\end{cases}\Rightarrow \overrightarrow{AB}=(-a;b;0)$.

Theo đề bài $AB\perp d\Rightarrow \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{u_d}=0\Leftrightarrow -a+2b=0\Leftrightarrow a=2b\Rightarrow \overrightarrow{AB}=(-2b;b;0)$

$\Rightarrow \vec{u}=(-2;1;0)$ là một VTCP của AB.

Ta có $\begin{cases} \vec{u}=(-2;1;0) \\ \overrightarrow{u_d}=(1;2;-1)\end{cases}\Rightarrow \left[\vec{u};\overrightarrow{u_d}\right]=(-1;-2;-5)\Rightarrow \vec{n}=(1;2;5)$ là một VTPT của (P).

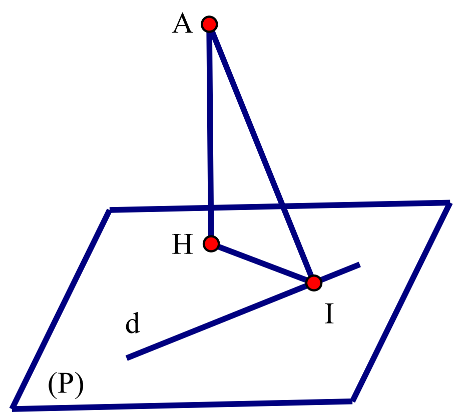
Kết hợp với (P) qua $M(2;1;0)\in d\Rightarrow (P):(x-2)+2(y-1)+5z=0\Leftrightarrow x+2y+5z-4=0$.

Câu 62: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(2;5;3)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{2}$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng d sao cho khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất. Khoảng cách từ điểm $M(1;2;-1)$ đến mặt phẳng (P) bằng

A. $\dfrac{11\sqrt{2}}{6}$. **B.** $3\sqrt{2}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{11}}{18}$. **D.** $\dfrac{7\sqrt{2}}{6}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi $I(1+2t;t;2+2t)$ là hình chiếu vuông góc của A trên d.

d có véctơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_d}=(2;1;2)$

Ta có $\overrightarrow{AI}.\overrightarrow{u_d}=0$ $(2t-1)2+(t-5)+(2t-1)2=0\Leftrightarrow t=1$ suy ra $I(3;1;4)$.

Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (P) là $AH=d(A,(P))\le AI$ suy ra khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất bằng AI. Khi đó mặt phẳng (P) qua I và nhận $\overrightarrow{AI}=(1;-4;1)$ làm véctơ pháp tuyến. Phương trình mặt phẳng (P): $x-4y+z-3=0$

Khoảng cách từ $M(1;2;-1)$ đến mặt phẳng (P) là $d(M,(P))=\dfrac{|1-8-1-3|}{\sqrt{1+16+1}}=\dfrac{11\sqrt{2}}{6}$.

Câu 63: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=12$ và mặt phẳng $(P):2x+2y-z-3=0$. Gọi (Q) là mặt phẳng song song với (P) và cắt (S) theo thiết diện là đường tròn (C) sao cho khối nón có đỉnh là tâm của mặt cầu và đáy là hình tròn giới hạn bởi (C) có thể tích lớn nhất. Phương trình của mặt phẳng (Q) là

A. $2x+2y-z-4=0$ hoặc $2x+2y-z+17=0$.

B. $2x+2y-z+2=0$ hoặc $2x+2y-z+8=0$.

C. $2x+2y-z-1=0$ hoặc $2x+2y-z+11=0$.

D. $2x+2y-z-6=0$ hoặc $2x+2y-z+3=0$.

Câu 64: Trong không gian $Oxyz$, gọi (S) là mặt cầu có tâm I thuộc đường thẳng $\frac{x}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z-1}{4}$ và đi qua điểm $M(0;3;9)$. Biết điểm I có hoành độ là số nguyên và cách đều hai mặt phẳng $x-2y+2z+2=0$, $3x-2=0$. Phương trình của (S) là

A. $(x-6)^2+(y-9)^2+(z-13)^2=\sqrt{88}$.

B. $(x-4)^2+(y-6)^2+(z-9)^2=5$.

C. $(x-6)^2+(y-9)^2+(z-13)^2=88$.

D. $x^2+y^2+(z-1)^2=73$.

Câu 65: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=12$ và mặt phẳng $(P):2x+2y-z-3=0$. Gọi (Q) là mặt phẳng song song với (P) và cắt (S) theo thiết diện là đường tròn (C) sao cho khối nón có đỉnh là tâm của mặt cầu và đáy là hình tròn giới hạn bởi (C) có thể tích lớn nhất. Phương trình của mặt phẳng (Q) là

A. $2x+2y-z-4=0$ hoặc $2x+2y-z+17=0$.

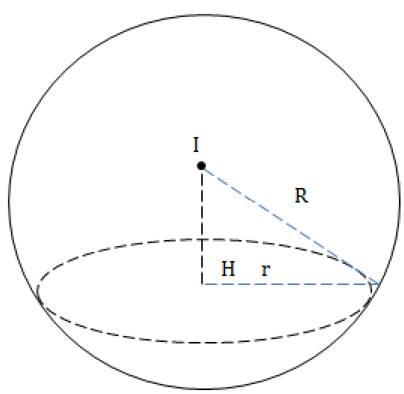
B. $2x+2y-z+2=0$ hoặc $2x+2y-z+8=0$.

C. $2x+2y-z-1=0$ hoặc $2x+2y-z+11=0$.

D. $2x+2y-z-6=0$ hoặc $2x+2y-z+3=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;3)$ và bán kính $R=2\sqrt{3}$.

Gọi r là bán kính đường tròn (C) và H là hình chiếu của I lên (Q).

Đặt $IH=x$ ta có $r=\sqrt{R^2-x^2}=\sqrt{12-x^2}$

Vậy thể tích khối nón tạo được là $V=\frac{1}{3}.IH.S_{((C))}=\frac{1}{3}.x.\pi\left(\sqrt{12-x^2}\right)^2=\frac{1}{3}\pi\left(12x-x^3\right)$.

Gọi $f(x)=12x-x^3$ với $x\in\left(0;2\sqrt{3}\right)$. Thể tích nón lớn nhất khi $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất

Ta có $f'(x)=12-3x^2$

$f'(x)=0 \Leftrightarrow 12-3x^2=0 \Leftrightarrow x=\pm 2 \Leftrightarrow x=2$.

Bảng biến thiên :

x	0		2		$2\sqrt{3}$
f'		$+$	0	$-$	
f	0	$\nearrow$	16	$\searrow$	0

Vậy $V_{\max}=\dfrac{1}{3}\pi 16=\dfrac{16\pi}{3}$ khi $x=IH=2$.

Mặt phẳng $(Q)//(P)$ nên $(Q): 2x+2y-z+a=0$

Và $d\left(I;(Q)\right)=IH \Leftrightarrow \dfrac{\left|2.1+2(-2)-3+a\right|}{\sqrt{2^2+2^2+(-1)^2}}=2 \Leftrightarrow |a-5|=6 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=11 \\ a=-1 \end{array}\right.$.

Vậy mặt phẳng (Q) có phương trình $2x+2y-z-1=0$ hoặc $2x+2y-z+11=0$.

Câu 66: Trong không gian $Oxyz$, gọi (S) là mặt cầu có tâm I thuộc đường thẳng $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z-1}{4}$ và đi qua điểm $M(0;3;9)$. Biết điểm I có hoành độ là số nguyên và cách đều hai mặt phẳng $x-2y+2z+2=0$, $3x-2=0$. Phương trình của (S) là

A. $(x-6)^2+(y-9)^2+(z-13)^2=\sqrt{88}$. **B.** $(x-4)^2+(y-6)^2+(z-9)^2=5$.

C. $(x-6)^2+(y-9)^2+(z-13)^2=88$. **D.** $x^2+y^2+(z-1)^2=73$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Vì tâm I thuộc đường thẳng $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z-1}{4}$ nên $I=(2t;3t;1+4t)$.

Ta có hệ:

$$\frac{\left|(2t)-2(3t)+2(1+4t)+2\right|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+2^2}}=\frac{\left|3(2t)-2\right|}{\sqrt{3^2}}$$

$$\Leftrightarrow |2t+2|=|3t-1| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=3 \Rightarrow I(6;9;13) \\ t=-\dfrac{1}{5} \Rightarrow I\left(-\dfrac{2}{5};-\dfrac{3}{5};\dfrac{1}{5}\right) \end{array}\right..$$

Vì điểm I có hoành độ là số nguyên, do đó $I(6;9;13)$

$\Rightarrow IM=\sqrt{(-6)^2+(3-9)^2+(9-13)^2}=\sqrt{88}$.

Vậy, phương trình mặt cầu cần lập là: $(x-6)^2+(y-9)^2+(z-13)^2=88$.

Câu 67: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M\left(\frac{1}{2};\frac{\sqrt{3}}{2};0\right)$ và mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2=8$. Một đường thẳng đi qua điểm M và cắt (S) tại hai điểm phân biệt A, B. Diện tích lớn nhất của tam giác OAB bằng

A. 4. **B.** $2\sqrt{7}$. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{7}$.

Câu 68: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-3)^2+(z-2)^2=4$. Gọi $N(x_0;y_0;z_0)$ là điểm thuộc (S) sao cho khoảng cách từ điểm N đến mặt phẳng (Oxz) lớn nhất. Giá trị của biểu thức $P=x_0+y_0+z_0$ bằng

A. 6. **B.** 8. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 69: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;1)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=t\\z=-2-t\end{cases}$. Mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d sao cho khoảng cách từ điểm A đến (P) lớn nhất có phương trình là

A. $x+2y+4z+7=0$. **B.** $4x-7y+z-2=0$.

C. $4x-5y+3z+2=0$. **D.** $x+y+3z+5=0$.

Câu 70: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M\left(\frac{1}{2};\frac{\sqrt{3}}{2};0\right)$ và mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2=8$. Một đường thẳng đi qua điểm M và cắt (S) tại hai điểm phân biệt A, B. Diện tích lớn nhất của tam giác OAB bằng

A. 4. **B.** $2\sqrt{7}$. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{7}$.

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu (S) có tâm $O(0;0;0)$ và bán kính $R=2\sqrt{2}$.

Ta có: $\overline{OM}=\left(\frac{1}{2};\frac{\sqrt{3}}{2};0\right)\Rightarrow OM=1<R\Rightarrow$ điểm M nằm trong mặt cầu (S).

Gọi H là trung điểm $AB\Rightarrow OH\le OM$.

Đặt $OH=x\Rightarrow 0\le x\le 1$.

Đặt $\widehat{AOH}=\alpha\Rightarrow \sin\alpha=\frac{AH}{OA}=\frac{\sqrt{OA^2-OH^2}}{OA}=\frac{\sqrt{8-x^2}}{2\sqrt{2}}$; $\cos\alpha=\frac{OH}{OA}=\frac{x}{2\sqrt{2}}$.

Suy ra $\sin\widehat{AOB}=2\sin\alpha\cos\alpha=\frac{x\sqrt{8-x^2}}{4}$.

Ta có: $S_{\Delta OAB}=\frac{1}{2}OA.OB.\sin\widehat{AOB}=x\sqrt{8-x^2}$ với $0\le x\le 1$.

Xét hàm số $f(x)=x\sqrt{8-x^2}$ trên đoạn $[0;1]$

$$f'(x)=\sqrt{8-x^2}-\frac{x^2}{\sqrt{8-x^2}}=\frac{8-2x^2}{\sqrt{8-x^2}}>0,\forall x\in[0;1]\Rightarrow \max_{[0;1]}f(x)=f(1)=\sqrt{7}$$

Vậy diện tích lớn nhất của tam giác OAB bằng $\sqrt{7}$.

Câu 71: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-3)^2+(z-2)^2=4$. Gọi $N(x_0;y_0;z_0)$ là điểm thuộc (S) sao cho khoảng cách từ điểm N đến mặt phẳng (Oxz) lớn nhất. Giá trị của biểu thức $P=x_0+y_0+z_0$ bằng

A. 6. **B.** 8. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Gọi d là đường thẳng đi qua tâm $I(1;3;2)$ của mặt cầu (S) và vuông góc với (Oxz).

Phương trình tham số của $d:\begin{cases} x=1 \\ y=3+t,(t\in\mathbb{R}) \\ z=2 \end{cases}$.

Gọi A, B lần lượt là giao điểm của d và (S) suy ra: $A(1;5;2)$, $B(1;1;2)$.

Ta có: $d(A;(Oxz))>d(B;(Oxz))$.

Theo đề bài thì $N\equiv A\Rightarrow N(1;5;2)\Rightarrow x_0+y_0+z_0=8$.

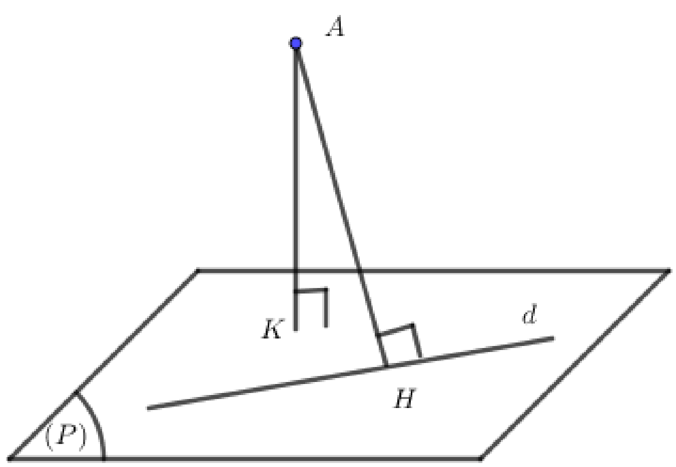
Câu 72: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;1)$ và đường thẳng $d:\begin{cases} x=1+2t \\ y=t \\ z=-2-t \end{cases}$. Mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d sao cho khoảng cách từ điểm A đến (P) lớn nhất có phương trình là

A. $x+2y+4z+7=0$. **B.** $4x-7y+z-2=0$.

C. $4x-5y+3z+2=0$. **D.** $x+y+3z+5=0$.

Lời giải

Chọn D



Gọi H là hình chiếu của A trên d; K là hình chiếu của A trên (P).

Ta có $d(A;(P))=AK\le AH$ (không đổi)

$\Rightarrow d(A;(P))$ lớn nhất khi $K\equiv H$.

Vì $H\in d$ nên $H(1+2t;t;-2-t)$.

Ta có $\overrightarrow{AH}=(2t-1;t-1;-3-t)$.

Đường thẳng d có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(2;1;-1)$

Vì H là hình chiếu của A trên d nên $\overrightarrow{AH}.\vec{u}=\vec{0}\Leftrightarrow 2(2t-1)+1(t-1)+(3+t)=0\Leftrightarrow t=0$.

Vậy $H=(1;0;-2)\Rightarrow \overrightarrow{AH}=(-1;-1;-3)$.

Mặt phẳng (P) qua H và vuông góc với AH nên (P) có phương trình $x+y+3z+5=0$.

Câu 73: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-1)$, đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P):x+y+2z+1=0$. Điểm B thuộc mặt phẳng (P) thỏa mãn đường thẳng AB vuông góc và cắt đường thẳng d. Tọa độ điểm B là

A. $(3;-2;-1)$. **B.** $(-3;8;-3)$. **C.** $(0;3;-2)$. **D.** $(6;-7;0)$.

Câu 74: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-m}{2}$ và mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=9$. Tìm m để đường thẳng d cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt E, F sao cho độ dài đoạn EF lớn nhất

A. $m=1$. **B.** $m=0$. **C.** $m=-\dfrac{1}{3}$. **D.** $m=\dfrac{1}{3}$.

Câu 75: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+t\\y=2-t\\z=t\end{cases}$, $d':\begin{cases}x=2t'\\y=1+t'\\z=2+t'\end{cases}$. Đường thẳng Δ cắt d, d' lần lượt tại các điểm A, B thỏa mãn độ dài đoạn thẳng AB nhỏ nhất. Phương trình đường thẳng Δ là

A. $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z}{3}$. **B.** $\dfrac{x-4}{-2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-2}{3}$.

C. $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-3}{-1}=\dfrac{z+1}{-3}$. **D.** $\dfrac{x-2}{-2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{3}$.

Câu 76: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-1)$, đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P):x+y+2z+1=0$. Điểm B thuộc mặt phẳng (P) thỏa mãn đường thẳng AB vuông góc và cắt đường thẳng d. Tọa độ điểm B là

A. $(3;-2;-1)$. **B.** $(-3;8;-3)$. **C.** $(0;3;-2)$. **D.** $(6;-7;0)$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng d có một VTCP là $\overrightarrow{u_d}=(2;1;-1)$.

Gọi $M=AB\cap d\Rightarrow M(1+2t;-1+t;2-t)\Rightarrow \overrightarrow{AM}=(2t;t-3;3-t)$.

$AB\perp d\Leftrightarrow \overrightarrow{AM}.\vec{u}=0\Leftrightarrow 4t+t-3-3+t=0\Leftrightarrow t=1\Rightarrow \overrightarrow{AM}=(2;-2;2)=2(1;-1;1)$

Đường thẳng AB đi qua điểm $A(1;2;-1)$, có một VTCP là $\vec{u}=(1;-1;1)$

$$\Rightarrow AB:\begin{cases}x=1+t\\y=2-t\\z=-1+t\end{cases}\ (t\in\mathbb{R}).$$

Ta có: $B = AB \cap (P)$ nên tọa độ của B là nghiệm của hệ $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2-t \\ z = -1+t \\ x+y+2z+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=-1 \\ x=0 \\ y=3 \\ z=-2 \end{cases}$

$\Rightarrow B(0;3;-2)$.

Câu 77: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-m}{2}$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 9$. Tìm m để đường thẳng d cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt E, F sao cho độ dài đoạn EF lớn nhất

A. $m=1$. **B.** $m=0$. **C.** $m=-\dfrac{1}{3}$. **D.** $m=\dfrac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;1;2)$ và bán kính $R=3$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của I trên d, khi đó H là trung điểm đoạn EF.

Ta có $EF = 2EH = 2\sqrt{R^2 - \left(d\left(I,(P)\right)\right)^2}$. Suy ra EF lớn nhất khi $d\left(I,(P)\right)$ nhỏ nhất

Đường thẳng d qua $A(1;-1;m)$ và có véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (1;1;2)$.

Ta có $\overrightarrow{AI} = (0;2;2-m)$, $\left[\overrightarrow{AI},\vec{u}\right] = (2+m;2-m;-2)$.

Suy ra $d\left(I,(P)\right) = \dfrac{\left|\left[\overrightarrow{AI},\vec{u}\right]\right|}{\left|\vec{u}\right|} = \dfrac{\sqrt{2m^2+12}}{\sqrt{1+1+4}} \geq \sqrt{2}$.

Do đó $d\left(I,(P)\right)$ nhỏ nhất khi $m=0$. Khi đó $EF = 2EH = 2\sqrt{R^2 - \left(d\left(I,(P)\right)\right)^2} = 2\sqrt{7}$.

Câu 78: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+t \\ y=2-t \\ z=t \end{cases}$, $d': \begin{cases} x=2t' \\ y=1+t' \\ z=2+t' \end{cases}$. Đường thẳng Δ cắt d, d' lần lượt tại các điểm A, B thỏa mãn độ dài đoạn thẳng AB nhỏ nhất. Phương trình đường thẳng Δ là

A. $\dfrac{x-1}{-2} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z}{3}$. **B.** $\dfrac{x-4}{-2} = \dfrac{y}{-1} = \dfrac{z-2}{3}$.

C. $\dfrac{x}{2} = \dfrac{y-3}{-1} = \dfrac{z+1}{-3}$. **D.** $\dfrac{x-2}{-2} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z-1}{3}$.

Lời giải

Chọn D

$\Delta \cap d = A(1+t;2-t;t)$, $\Delta \cap d = B(2t';1+t';2+t')$.

$\begin{cases} \overrightarrow{AB}.\vec{u} = 0 \\ \overrightarrow{AB}.\vec{u'} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2t'-t-1-t'-t+1+t'-t+2=0 \\ 4t'-2t-2+t'+t-1+t'-t+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2t'-3t=-2 \\ 6t'-2t=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t'=\dfrac{1}{2} \\ t=1 \end{cases}$.

Suy ra $A(2;1;1)$, $\overrightarrow{AB} = \left(-1;\dfrac{1}{2};\dfrac{3}{2}\right)$

AB ngắn nhất khi và chỉ khi AB là đoạn vuông góc chung của d, d'.

Vậy Δ đi qua $A(2;1;1)$ có vectơ chỉ phương $\vec{u}=2\overrightarrow{AB}=(-2;1;3)$ $\Rightarrow \Delta: \dfrac{x-2}{-2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{3}$.

Câu 79: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;6)$. Biết rằng có hai điểm M, N phân biệt thuộc trục Ox sao cho các đường thẳng AM, AN cùng tạo với đường thẳng chứa trục Ox một góc $45°$. Tổng các hoành độ hai điểm M, N tìm được là

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 5.

Câu 80: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;6)$. Biết rằng có hai điểm M, N phân biệt thuộc trục Ox sao cho các đường thẳng AM, AN cùng tạo với đường thẳng chứa trục Ox một góc $45°$. Tổng các hoành độ hai điểm M, N tìm được là

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Cách 1: Gọi điểm $M(a;0;0)$, $N(b;0;0)$ $(a\neq b)$ thì trung điểm I của MN là $I\left(\dfrac{a+b}{2};0;0\right)$.

Do ΔAMN có $\widehat{AMN}=\widehat{ANM}=45°$ nên ΔAMN cân tại $A \Rightarrow AI\perp Ox$

Ta có $\overrightarrow{AI}=\left(\dfrac{a+b-2}{2};0;-6\right) \Rightarrow \dfrac{a+b-2}{2}.1=0 \Leftrightarrow a+b=2$.

Cách 2: $\overrightarrow{AM}=(a-1;0;-6)$, $\overrightarrow{AN}=(b-1;0;-6)$

Gọi α, β lần lượt là góc giữa 2 đường thẳng AM, AN với Ox.

$$\cos\alpha=\cos\beta=45° \Leftrightarrow \frac{|a-1|}{\sqrt{(a-1)^2+36}}=\frac{|b-1|}{\sqrt{(b-1)^2+36}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases}36=(a-1)^2\\36=(b-1)^2\end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}a=7\\a=-5\end{array}\right. \text{ và } \left[\begin{array}{l}b=7\\b=-5\end{array}\right..$$

$\Rightarrow M(7;0;0)$, $N(-5;0;0)$ hay $M(-5;0;0)$, $N(7;0;0)$. Tổng các hoành độ của M, N là 2.

Câu 81: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;\,2;\,-1)$, đường thẳng d có phương trình $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{z}{2}$ và mặt phẳng (α) có phương trình $x+y-z+3=0$. Đường thẳng Δ đi qua điểm A, cắt d và song song với mặt phẳng (α) có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z+1}{-1}$. **B.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+1}{1}$.

C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-1}{1}$. **D.** $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z+1}{1}$.

Câu 82: Cho 2 mặt cầu $(S_1):(x-3)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=4$, $(S_2):(x-1)^2+y^2+(z-1)^2=1$. Gọi d là đường thẳng đồng thời tiếp xúc với hai mặt cầu trên, cắt đoạn thẳng nối tâm hai mặt cầu và cách gốc tọa độ O một khoảng lớn nhất. Nếu $\vec{u}=(a;\,1;\,b)$ là một vectơ chỉ phương của d thì tổng $S=2a+3b$ bằng bao nhiêu?

A. $S=2$. **B.** $S=1$. **C.** $S=0$. **D.** $S=4$.

Câu 83: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;\,2;\,-1)$, đường thẳng d có phương trình $\frac{x-3}{1}=\frac{y-3}{3}=\frac{z}{2}$ và mặt phẳng (α) có phương trình $x+y-z+3=0$. Đường thẳng Δ đi qua điểm A, cắt d và song song với mặt phẳng (α) có phương trình là

A. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z+1}{-1}$.

B. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+1}{1}$.

C. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-1}{1}$.

D. $\frac{x-1}{-1}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z+1}{1}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $B(3+t;\,3+3t;\,2t)$ là giao điểm của d và Δ. Đường thẳng Δ nhận $\overrightarrow{AB}=(2+t;\,1+3t;\,2\text{t}+1)$ làm vec tơ chỉ phương.

Vì $\Delta//(\alpha)$ nên $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{n_\alpha}=0$. Suy ra

$(2+t)+(1+3t)-(2t+1)=0 \Leftrightarrow 2+2t=0 \Leftrightarrow t=-1$. Suy ra $B(2;\,0;\,-2)$.

Vec tơ chỉ phương của đường thẳng Δ: $\overrightarrow{AB}=(1;\,-2;\,-1)$

Phương trình đường thẳng Δ: $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z+1}{-1}$.

Câu 84: Cho 2 mặt cầu $(S_1):(x-3)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=4$, $(S_2):(x-1)^2+y^2+(z-1)^2=1$. Gọi d là đường thẳng đồng thời tiếp xúc với hai mặt cầu trên, cắt đoạn thẳng nối tâm hai mặt cầu và cách gốc tọa độ O một khoảng lớn nhất. Nếu $\vec{u}=(a;\,1;\,b)$ là một vectơ chỉ phương của d thì tổng $S=2a+3b$ bằng bao nhiêu?

A. $S=2$.
B. $S=1$.
C. $S=0$.
D. $S=4$.

Lời giải

Chọn A

(S_1) có tâm $I_1(3;\,2;\,2)$, bán kính $R_1=2$.

(S_2) có tâm $I_2(1;\,0;\,1)$, bán kính $R_2=1$.

Ta có: $I_1I_2=3=R_1+R_2$, do đó (S_1) và (S_2) tiếp xúc ngoài với nhau tại điểm $A\left(\frac{5}{3};\frac{2}{3};\frac{4}{3}\right)$.

Vì d tiếp xúc với hai mặt cầu, đồng thời cắt đoạn thẳng nối hai tâm I_1I_2 nên d phải tiếp xúc với hai mặt cầu tại $A \Rightarrow d\perp I_1I_2$.

Mặt khác $d=d(O;\,d)\le OA \;\Rightarrow d_{\max}=OA$ khi $d\perp OA$.

Khi đó, d có một vectơ chỉ phương là $\left[\overrightarrow{I_1I_2},\overrightarrow{OA}\right]=(6;\,-3;\,-6) \;\Rightarrow \vec{u}=(-2;\,1;\,2)$.

Suy ra $a=-2$, $b=2$.

Vậy $S=2$.

Câu 85: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\frac{x}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z}{2}$ và $d_2:\frac{x+1}{-2}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{1}$. Điểm $M\in d_1$ và $N\in d_2$ sao cho đoạn thẳng MN ngắn nhất:

A. $M\left(\frac{3}{35};\frac{3}{35};\frac{6}{35}\right)$, $N\left(\frac{69}{35};\frac{-17}{35};\frac{18}{35}\right)$.

B. $M\left(\frac{3}{35};\frac{3}{35};\frac{6}{35}\right)$, $N\left(\frac{-1}{35};\frac{-17}{35};\frac{18}{35}\right)$

C. $M\left(\frac{3}{35};\frac{3}{35};\frac{6}{35}\right)$, $N\left(\frac{69}{35};\frac{17}{35};\frac{18}{35}\right)$. **D.** $M\left(\frac{3}{5};\frac{3}{5};\frac{6}{5}\right)$, $N\left(\frac{69}{5};\frac{-17}{5};\frac{18}{5}\right)$.

----------HẾT----------

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	D	A	A	C	B	D	B	D	B	A	C	B	B	D	C	D	B	A	D	D	C	C	D	A

26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	C	D	D	D	A	C	D	B	A	B	B	B	C	D	C	D	B	D	C	A	A	C	B	B

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 86: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z}{2}$ và $d_2: \frac{x+1}{-2}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{1}$. Điểm $M \in d_1$ và $N \in d_2$ sao cho đoạn thẳng MN ngắn nhất là

A. $M\left(\frac{3}{35};\frac{3}{35};\frac{6}{35}\right)$, $N\left(\frac{69}{35};\frac{-17}{35};\frac{18}{35}\right)$.
B. $M\left(\frac{3}{35};\frac{3}{35};\frac{6}{35}\right)$, $N\left(\frac{-1}{35};\frac{-17}{35};\frac{18}{35}\right)$

C. $M\left(\frac{3}{35};\frac{3}{35};\frac{6}{35}\right)$, $N\left(\frac{69}{35};\frac{17}{35};\frac{18}{35}\right)$.
D. $M\left(\frac{3}{5};\frac{3}{5};\frac{6}{5}\right)$, $N\left(\frac{69}{5};\frac{-17}{5};\frac{18}{5}\right)$.

Lời giải

Chọn B

+ Đường thẳng d_1 có véctơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_1}=(1;1;2)$ và đi qua điểm $O(0;0;0)$.

+ Đường thẳng d_2 có véctơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_2}=(-2;1;1)$ và đi qua điểm $K(-1;0;1)$.

+ Ta có: $\left[\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}\right]=(-1;-5;3)$. Vì $\left[\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}\right].\overrightarrow{OK}=4$ nên hai đường thẳng đã cho có vị trí chéo nhau.

+ Vì $\left[\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}\right].\overrightarrow{OK}=5$ nên hai đường thẳng đã cho có vị trí chéo nhau.

+ Suy ra MN ngắn nhất khi và chỉ khi MN là đoạn vuông góc chung của d_1 và d_2.

+ Vì $M \in d_1$ nên $M(m;m;2m)$, $m \in \mathbb{R}$ và $N \in d_2$ nên $N(-1-2n;n;1+n)$, $n \in \mathbb{R}$.

Ta có: $\overrightarrow{MN}=(-2n-m-1;n-m;n-2m+1)$.

Cách 1: Từ yêu cầu của bài toán ta có hệ phương trình sau:

$$\begin{cases}\overrightarrow{MN}.\overrightarrow{u_1}=0\\ \overrightarrow{MN}.\overrightarrow{u_2}=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}n-6m=-1\\ 6n-m=-3\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}n=\frac{-17}{35}\\ m=\frac{3}{35}\end{cases}$$

Suy ra $M\left(\frac{3}{35};\frac{3}{35};\frac{6}{35}\right)$, $N\left(\frac{-1}{35};\frac{-17}{35};\frac{18}{35}\right)$.

Cách 2: Từ yêu cầu của bài toán ta có hệ phương trình sau:

Câu 87: $\begin{cases}\overrightarrow{MN}.\overrightarrow{u_1}=0\\ \overrightarrow{MN}.\overrightarrow{u_2}=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}n-6m=-1\\ 6n-m=-3\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}n=\frac{-17}{35}\\ m=\frac{3}{35}\end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{3}{35};\frac{3}{35};\frac{6}{35}\right), N\left(\frac{-1}{35};\frac{-17}{35};\frac{18}{35}\right)$.Trong không gian $Oxyz$ cho tam giác ABC có $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$, $C(-4;7;5)$. Tọa độ chân đường phân giác góc $\widehat{ABC}$ của tam giác ABC là

A. $\left(\frac{11}{2};-2;1\right)$.
B. $\left(\frac{2}{3};\frac{11}{3};\frac{1}{3}\right)$.
C. $(-2;11;1)$.
D. $\left(-\frac{2}{3};\frac{11}{3};1\right)$.

Câu 88: Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(3;1;0)$, $B(2;0;-1)$, $C(0;2;-1)$, $D(0;0;-2)$. Với mỗi điểm M tùy ý, đặt $T=MA+MB+MC+MD$. Gọi $M_0(a;b;c)$ sao cho T đạt giá trị nhỏ nhất. Lúc đó, tổng $a+5b+c$ bằng

A. 7. **B.** 4. **C.** 3. **D.** -13.

Câu 89: Trong không gian $Oxyz$ cho tam giác ABC có $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$, $C(-4;7;5)$. Tọa độ chân đường phân giác góc $\widehat{ABC}$ của tam giác ABC là

A. $\left(\frac{11}{2};-2;1\right)$. B. $\left(\frac{2}{3};\frac{11}{3};\frac{1}{3}\right)$. C. $(-2;11;1)$. D. $\left(-\frac{2}{3};\frac{11}{3};1\right)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có phương trình đường thẳng AC là $\begin{cases} x=1-5t \\ y=2+5t \\ z=-1+6t \end{cases},(t\in\mathbb{R})$.

Gọi I là chân đường phân giác góc $\widehat{ABC}$ của tam giác ABC.

$\Rightarrow I(1-5t;2+5t;-1+6t)$.

Lại có $\overrightarrow{BA}(-1;3;-4)$, $\overrightarrow{BC}(-6;8;2)$, $\overrightarrow{BI}(-5t-1;5t+3;6t-4)$.

Vì I là chân đường phân giác góc $\widehat{ABC}$ của tam giác nên ABC:

$$\cos\left(\overrightarrow{BA};\overrightarrow{BI}\right)=\cos\left(\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BI}\right) \Leftrightarrow \frac{\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BI}}{\left|\overrightarrow{BA}\right|.\left|\overrightarrow{BI}\right|}=\frac{\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{BI}}{\left|\overrightarrow{BC}\right|.\left|\overrightarrow{BI}\right|}$$

$$\Leftrightarrow \frac{5t+1+15t+9+16-24t}{\sqrt{(-1)^2+3^2+(-4)^2}}=\frac{30t+6+40t+24+12t-8}{\sqrt{(-6)^2+8^2+2^2}} \Leftrightarrow \frac{-4t+26}{\sqrt{26}}=\frac{82t+22}{\sqrt{104}}$$

$$\Leftrightarrow -8t+52=82t+22 \Leftrightarrow t=\frac{1}{3} \Rightarrow I\left(-\frac{2}{3};\frac{11}{3};1\right).$$

Câu 90: Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(3;1;0)$, $B(2;0;-1)$, $C(0;2;-1)$, $D(0;0;-2)$. Với mỗi điểm M tùy ý, đặt $T=MA+MB+MC+MD$. Gọi $M_0(a;b;c)$ sao cho T đạt giá trị nhỏ nhất. Lúc đó, tổng $a+5b+c$ bằng

A. 7. **B.** 4. **C.** 3. **D.** -13.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-1;-1;-1)$, $\overrightarrow{AC}=(-3;1;-1)$ và $\overrightarrow{AD}=(-3;-1;-2)$.

Mà $\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}=0$ nên A, B, C, D đồng phẳng và tạo thành tứ giác $ABDC$ có hai đường chéo $AD:\begin{cases} x=3t \\ y=t \\ x=-2+2t \end{cases}$ và $BC:\begin{cases} x=2+t' \\ y=-t' \\ z=-1 \end{cases}$ cắt nhau tại điểm $I\left(\frac{3}{2};\frac{1}{2};-1\right)$.

Mặt khác, $MA+MD\ge AD$ và $MB+MC\ge BC$ nên $T=MA+MB+MC+MD\ge AD+BC$.

Do đó $T_{\min}=AD+BC=\sqrt{14}+2\sqrt{2}$ khi $M\equiv I$. Suy ra $M_0\left(\frac{3}{2};\frac{1}{2};-1\right)$.

Vậy $a+5b+c=3$.

Câu 91: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): x+2y-z+4=0$ và cắt cả hai đường thẳng $d: \dfrac{x+3}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z}{2}, d': \begin{cases} x=3+t \\ y=3t \\ z=2t \end{cases}$, trong các điểm sau, điểm nào thuộc đường thẳng Δ?

A. $M(6;5;-4)$. **B.** $N(4;5;6)$. **C.** $P(5;6;5)$. **D.** $Q(4;4;5)$

Câu 92: Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ biết $A(1;0;1)$, $B(2;1;2)$, $D(2;-2;2)$, $A'(3;0;-1)$, điểm M thuộc cạnh DC. Giá trị nhỏ nhất của tổng các khoảng cách $AM+MC'$ là

A. $\sqrt{17}$. **B.** $\sqrt{17+4\sqrt{6}}$. **C.** $\sqrt{17+8\sqrt{3}}$. **D.** $\sqrt{17+6\sqrt{2}}$.

Câu 93: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;\ -1;\ 1)$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm A và cách gốc tọa độ O một khoảng lớn nhất là:

A. $2x-y+z+6=0$. **B.** $2x-y+z-6=0$. **C.** $2x+y+z-6=0$. **D.** $2x+y-z-6=0$.

Câu 94: Cho hình chóp $S.ABC$ có ΔABC vuông tại B, $AB=1, BC=\sqrt{3}$, ΔSAC đều, mặt phẳng (SAC) vuông với đáy. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SBC). Giá trị của $\cos\alpha$ bằng

A. $\dfrac{2\sqrt{65}}{65}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{65}}{20}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{65}}{10}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{65}}{65}$.

Câu 95: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(3;4;0)$ và đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+1}{-4}$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm I và cắt Δ tại hai điểm A, B sao cho diện tích tam giác IAB bằng 12 là

A. $(x+3)^2+(y+4)^2+z^2=25$. **B.** $(x-3)^2+(y-4)^2+z^2=5$.

C. $(x-3)^2+(y+4)^2+z^2=5$. **D.** $(x-3)^2+(y-4)^2+z^2=25$.

Câu 96: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): x+2y-z+4=0$ và cắt cả hai đường thẳng $d: \dfrac{x+3}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z}{2}, d': \begin{cases} x=3+t \\ y=3t \\ z=2t \end{cases}$, trong các điểm sau, điểm nào thuộc đường thẳng Δ?

A. $M(6;5;-4)$. **B.** $N(4;5;6)$. **C.** $P(5;6;5)$. **D.** $Q(4;4;5)$

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi $A=\Delta\cap d$, $B=\Delta\cap d' \Rightarrow A(-3+a;2-a;2a)$, $B(3+t;3t;2t)$.

Ta có: $\overrightarrow{AB}$ cùng phương với VTPT $\vec{n}_{(\alpha)} \Rightarrow \dfrac{6+t-a}{1}=\dfrac{3t-2+a}{2}=\dfrac{2t-2a}{-1}$.

$\Leftrightarrow \begin{cases} t=2 \\ a=4 \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AB}=(4;8;-4)$.

Đường thẳng Δ đi qua điểm $B(5;6;4)$ có VTCP $\vec{u}=(1;2;-1)$ là: $\begin{cases} x=5+t \\ y=6+2t \\ z=4-t \end{cases}$

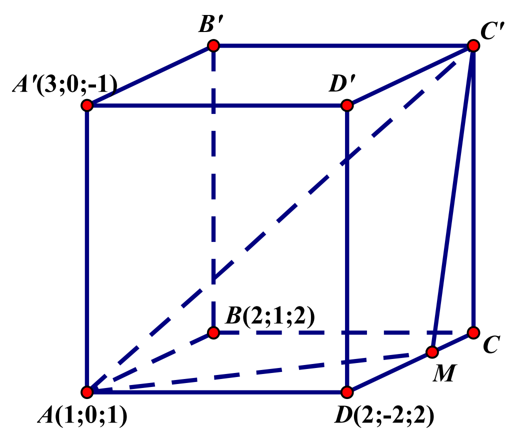
$\Rightarrow Q(4;4;5)\in\Delta$.

Câu 97: Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ biết $A(1;0;1)$, $B(2;1;2)$, $D(2;-2;2)$, $A'(3;0;-1)$, điểm M thuộc cạnh DC. Giá trị nhỏ nhất của tổng các khoảng cách $AM+MC'$ là

A. $\sqrt{17}$. **B.** $\sqrt{17+4\sqrt{6}}$. **C.** $\sqrt{17+8\sqrt{3}}$. **D.** $\sqrt{17+6\sqrt{2}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;1;1)$; $\overrightarrow{AA'}=(2;0;-2)$; $\overrightarrow{AD}=(1;-2;1)$.

Theo quy tắc hình hộp ta có $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AC'}$ $\Rightarrow C'(5;-1;1)$.

Phương trình đường thẳng DC đi qua $D(2;-2;2)$ và nhận $\overrightarrow{AB}=(1;1;1)$ làm véc tơ chỉ phương là $\begin{cases} x=2+t \\ y=-2+t \\ z=2+t \end{cases}$.

Gọi $M(2+t;-2+t;2+t)\in DC$.

Ta có

$\overrightarrow{AM}=(t+1;t-2;t+1)\Rightarrow |MA|=\sqrt{3t^2+6}$, $\overrightarrow{C'M}=(t-3;t-1;t+1)\Rightarrow |MC'|=\sqrt{3(t-1)^2+8}$.

Xét vectơ $\vec{u}=(\sqrt{3}t;\sqrt{6})$, $\vec{v}=(\sqrt{3}-\sqrt{3}t;2\sqrt{2})$.

Do $\left|\vec{u}\right|+\left|\vec{v}\right|\ge\left|\vec{u}+\vec{v}\right|$ nên $AM+MC'\ge\sqrt{\left(\sqrt{3}\right)^2+\left(\sqrt{6}+\sqrt{8}\right)^2}\Leftrightarrow AM+MC'\ge\sqrt{17+8\sqrt{3}}$.

Dấu "=" xảy ra khi $\dfrac{\sqrt{3}t}{\sqrt{3}\left(1-t\right)}=\dfrac{\sqrt{6}}{2\sqrt{3}}\Leftrightarrow\dfrac{t}{1-t}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\Leftrightarrow t=2\sqrt{3}-3$.

$\Rightarrow M\left(2\sqrt{3}-1;1-2\sqrt{3};2\sqrt{3}-1\right)$.

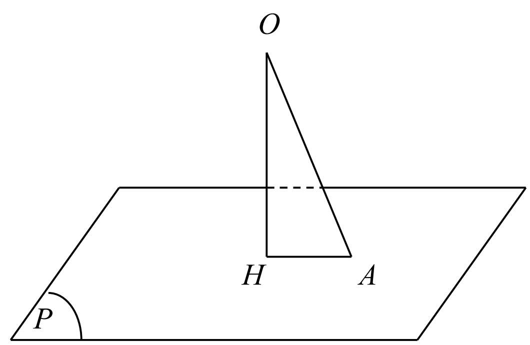
Vậy giá trị nhỏ nhất của tổng các khoảng cách $AM+MC'$ là $\sqrt{17+8\sqrt{3}}$.

Câu 98: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A\left(2;\ -1;\ 1\right)$. Phương trình mặt phẳng $\left(P\right)$ đi qua điểm A và cách gốc tọa độ O một khoảng lớn nhất là:

A. $2x-y+z+6=0$. **B.** $2x-y+z-6=0$. **C.** $2x+y+z-6=0$. **D.** $2x+y-z-6=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi H là hình chiếu của A lên mặt phẳng $\left(P\right)$. Suy ra khoảng cách từ O đến mặt phẳng $\left(P\right)$ chính là OH. Phương trình mặt phẳng $\left(P\right)$ đi qua điểm A và cách gốc tọa độ O một khoảng lớn nhất khi $H\equiv A$ hay $OA\perp\left(P\right)$.

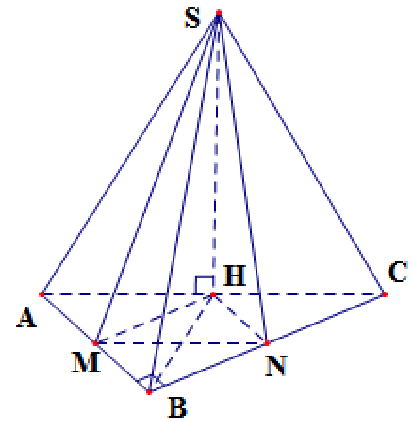
Phương trình mặt phẳng $\left(P\right)$ đi qua điểm A và nhận $\overrightarrow{OA}=\left(2;\ -1;\ 1\right)$ làm một vectơ pháp tuyến: $2\left(x-2\right)-1\left(y+1\right)+1\left(z-1\right)=0$ hay $2x-y+z-6=0$.

Câu 99: Cho hình chóp $S.ABC$ có ΔABC vuông tại B, $AB=1,BC=\sqrt{3}$, ΔSAC đều, mặt phẳng $\left(SAC\right)$ vuông với đáy. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng $\left(SAB\right)$ và $\left(SBC\right)$. Giá trị của $\cos\alpha$ bằng

A. $\dfrac{2\sqrt{65}}{65}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{65}}{20}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{65}}{10}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{65}}{65}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi H, M, N lần lượt là trung điểm của AC, AB, BC.

$(SAC)\perp(ABC)\Rightarrow SH\perp(ABC)\Rightarrow SH\perp HM, SH\perp HN$

ΔABC vuông tại $B\Rightarrow HM\perp HN$

ΔABC vuông tại $B\Rightarrow AC=2\Rightarrow SH=\sqrt{3}$

$HM=\frac{1}{2}BC=\frac{\sqrt{3}}{2}; HN=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}$

Chọn hệ trục tọa độ như sau: $H(0;0;0)$; $S\left(0;0;\sqrt{3}\right)$; $M\left(0;\frac{\sqrt{3}}{2};0\right)$; $N\left(\frac{1}{2};0;0\right)$, $B\left(\frac{1}{2};\frac{\sqrt{3}}{2};0\right)$

$\overrightarrow{BM}=\left(-\frac{1}{2};0;0\right)$ $\quad\overrightarrow{BN}=\left(0;-\frac{\sqrt{3}}{2};0\right)$

$\overrightarrow{BS}=\left(-\frac{1}{2};-\frac{\sqrt{3}}{2};\sqrt{3}\right)$; $\overrightarrow{BS}=\left(-\frac{1}{2};-\frac{\sqrt{3}}{2};\sqrt{3}\right)$

$\overrightarrow{n_1}=\left[\overrightarrow{BM},\overrightarrow{BS}\right]=\left(0;\frac{\sqrt{3}}{2};\frac{\sqrt{3}}{4}\right)$; $\overrightarrow{n_2}=\left[\overrightarrow{BN},\overrightarrow{BS}\right]=\left(-\frac{3}{2};0;-\frac{\sqrt{3}}{4}\right)$

$$\cos\alpha=\left|\cos\left(\overrightarrow{n_1};\overrightarrow{n_2}\right)\right|=\frac{\left|-\frac{3}{16}\right|}{\sqrt{\frac{3}{4}+\frac{3}{16}}.\sqrt{\frac{9}{4}+\frac{3}{16}}}=\frac{\sqrt{65}}{65}$$

Câu 100: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(3;4;0)$ và đường thẳng $\Delta:\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+1}{-4}$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm I và cắt Δ tại hai điểm A, B sao cho diện tích tam giác IAB bằng 12 là

A. $(x+3)^2+(y+4)^2+z^2=25$. **B.** $(x-3)^2+(y-4)^2+z^2=5$.

C. $(x-3)^2+(y+4)^2+z^2=5$. **D.** $(x-3)^2+(y-4)^2+z^2=25$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1;2;-1)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;1;-4)$.

Ta có $\overrightarrow{IM}=(-2;-2;-1)\Rightarrow\left[\overrightarrow{IM},\vec{u}\right]=(9;-9;0)\Rightarrow\left|\left[\overrightarrow{IM},\vec{u}\right]\right|=9\sqrt{2}$.

Khoảng cách từ I đến đường thẳng Δ là

$$d\left(I,\Delta\right)=\frac{\left|\left[\overrightarrow{IM},\vec{u}\right]\right|}{\left|\vec{u}\right|}=\frac{9\sqrt{2}}{\sqrt{18}}=3.$$

Diện tích tam giác IAB bằng 12 nên

$$AB=\frac{2S_{IAB}}{d\left(I,\Delta\right)}=\frac{2.12}{3}=8.$$

Bán kính mặt cầu $\left(S\right)$ là

$$R=\sqrt{\left(\frac{AB}{2}\right)^2+\left[d\left(I,\Delta\right)\right]^2}=\sqrt{4^2+3^2}=5.$$

Phương trình mặt cầu $\left(S\right)$ cần lập là

$$\left(x-3\right)^2+\left(y-4\right)^2+z^2=25.$$

Câu 101: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $\left(S\right):\left(x-3\right)^2+\left(y-1\right)^2+z^2=4$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=-1+t\\z=-t\end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$. Mặt phẳng chứa d và cắt $\left(S\right)$ theo một đường tròn có bán kính nhỏ nhất có phương trình là

A. $3x-2y-4z-8=0$. **B.** $y+z+1=0$. **C.** $x-2y-3=0$. **D.** $x+3y+5z+2=0$.

Câu 102: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $\left(S\right):\left(x-3\right)^2+\left(y-1\right)^2+z^2=4$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=-1+t\\z=-t\end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$. Mặt phẳng chứa d và cắt $\left(S\right)$ theo một đường tròn có bán kính nhỏ nhất có phương trình là

A. $3x-2y-4z-8=0$. **B.** $y+z+1=0$. **C.** $x-2y-3=0$. **D.** $x+3y+5z+2=0$.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu $\left(S\right)$ có tâm $I\left(3;1;0\right)$ và bán kính là $R=2$.

Ta có $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=-1+t\\z=-t\end{cases}$ có véc tơ chỉ phương $\vec{u}=\left(2;1;-1\right)$

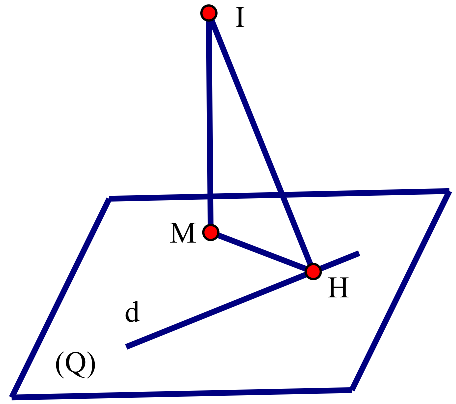
Gọi $H\left(1+2t;-1+t;-t\right)$ là hình chiếu của I trên d.

Ta có $\overrightarrow{IH}.\vec{u}=0$ $\Leftrightarrow\left(2t-2\right)2+\left(t-2\right)+t=0\Leftrightarrow t=1$ suy ra $H\left(3;0;-1\right)$

Gọi $\left(Q\right)$ là mặt phẳng chứa d.

Bán kính đường tròn giao tuyến của mặt phẳng chứa d và mặt cầu $\left(S\right)$ là

$r=\sqrt{R^2-\left(d\left(I,\left(Q\right)\right)\right)^2}$, suy ra r nhỏ nhất khi $d\left(I,\left(Q\right)\right)$ lớn nhất



Gọi M là hình chiếu của I trên (Q).

Ta có $d(I,(Q)) = IM \le IH$ suy ra $d(I,(Q))$ lớn nhất khi $d(I,(Q)) = IH$, lúc đó mặt phẳng (Q) qua $H(3;0;-1)$ và có một véc tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{IH} = (0;-1;-1)$.

Phương trình mặt phẳng $(Q): y + z + 1 = 0$.

Câu 103: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-1;1)$ và hai đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-3}{-1}$, $\Delta': \dfrac{x}{1} = \dfrac{y+1}{-2} = \dfrac{z-2}{1}$. Phương trình đường thẳng đi qua điểm A và cắt cả hai đường thẳng Δ, Δ' là

A. $\dfrac{x-1}{-6} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-1}{7}$.
B. $\dfrac{x+1}{-6} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z+1}{7}$.
C. $\dfrac{x-1}{-6} = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z-1}{7}$.
D. $\dfrac{x-1}{6} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-1}{7}$.

Câu 104: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-2}{2}$ và $d': \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y}{2} = \dfrac{z-1}{1}$. Phương trình mặt phẳng chứa đường thẳng d và tạo với đường thẳng d' một góc lớn nhất là

A. $x - z + 1 = 0$.
B. $x - 4y + z - 7 = 0$.
C. $3x - 2y - 2z - 1 = 0$.
D. $-x + 4y - z - 7 = 0$.

Câu 105: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0;1;2)$, mặt phẳng $(\alpha): x - y + z - 4 = 0$ và mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 16$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A, vuông góc với (α) và đồng thời (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Tọa độ giao điểm M của (P) và trục $x'Ox$ là

A. $M\left(-\dfrac{1}{2};0;0\right)$.
B. $M\left(-\dfrac{1}{3};0;0\right)$.
C. $M(1;0;0)$.
D. $M\left(\dfrac{1}{3};0;0\right)$.

Câu 106: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(2;3;3)$, phương trình đường trung tuyến kẻ từ B là $\dfrac{x-3}{-1} = \dfrac{y-3}{2} = \dfrac{z-2}{-1}$, phương trình đường phân giác trong của góc C là $\dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y-4}{-1} = \dfrac{z-2}{-1}$. Đường thẳng BC có một vecto chỉ phương là

A. $\vec{u} = (2;1;-1)$.
B. $\vec{u} = (1;1;0)$.
C. $\vec{u} = (1;-1;0)$.
D. $\vec{u} = (1;2;1)$.

Câu 107: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, tam giác SAB cân tại S. Góc giữa mặt bên (SAB) và mặt đáy bằng $60°$, góc giữa SA và mặt phẳng đáy bằng $45°$. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{8a^3\sqrt{3}}{3}$. Chiều cao của hình chóp $S.ABCD$ bằng

A. $a\sqrt{3}$. **B.** $a\sqrt{6}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Câu 108: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-1;1)$ và hai đường thẳng $\Delta:\frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z-3}{-1}$, $\Delta':\frac{x}{1}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z-2}{1}$. Phương trình đường thẳng đi qua điểm A và cắt cả hai đường thẳng Δ, Δ' là

A. $\frac{x-1}{-6}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-1}{7}$. **B.** $\frac{x+1}{-6}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z+1}{7}$.

C. $\frac{x-1}{-6}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-1}{7}$. **D.** $\frac{x-1}{6}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-1}{7}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi d là đường thẳng cần tìm.

Gọi $B(1+2t;t;3-t)=d\cap\Delta$, $C(t';-1-2t';2+t')=d\cap\Delta'$

$\Rightarrow \overrightarrow{AB}=(2t;t+1;2-t)$, $\overrightarrow{AC}(t'-1;-2t';1+t')$.

Có A, B, C thẳng hàng nên $\overrightarrow{AB}=k\overrightarrow{AC}\Rightarrow\begin{cases}2t=k(t'-1)\\t+1=-2kt'\\2-t=k(1+t')\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2t-kt'+k=0\\t+2kt'=-1\\t+kt'+k=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=-\frac{3}{2}\\k=\frac{13}{4}\\t'=\frac{1}{13}\end{cases}$

$\Rightarrow\overrightarrow{AB}=\left(-3;-\frac{1}{2};\frac{7}{2}\right)$.

Đường thẳng cần tìm qua A và nhận $\vec{u}=2\overrightarrow{AB}=(-6;-1;7)$ là véc tơ chỉ phương nên có phương trình $\frac{x-1}{-6}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-1}{7}$.

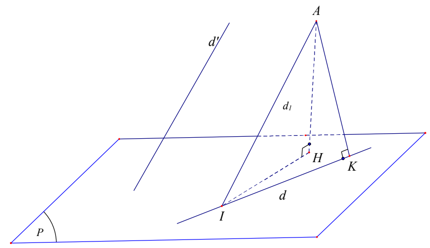
Câu 109: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-2}{2}$ và $d':\frac{x+1}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z-1}{1}$. Phương trình mặt phẳng chứa đường thẳng d và tạo với đường thẳng d' một góc lớn nhất là

A. $x-z+1=0$. **B.** $x-4y+z-7=0$.

C. $3x-2y-2z-1=0$. **D.** $-x+4y-z-7=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Ta có đường thẳng d đi qua điểm $I(1;-1;2)$ và có một véc tơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;1;2)$.
Đường thẳng d' có một véc tơ chỉ phương là $\overrightarrow{u'}=(1;2;1)$.

Gọi (P) là mặt phẳng cần dựng.

Qua $I(1;-1;2)$ kẻ đường thẳng $d_1 \,//\, d'$, khi đó góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) bằng góc giữa đường thẳng d_1 và mặt phẳng (P).

Gọi A là một điểm bất kỳ trên đường thẳng d_1, và gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A trên mặt phẳng (P) và đường thẳng d, ta có góc giữa đường thẳng d_1 và mặt phẳng (P) là góc $\widehat{AIH}$. Ta có $\begin{cases} \sin\widehat{AIH}=\dfrac{AH}{AI} \\ \sin\widehat{AIK}=\dfrac{AK}{AI} \end{cases}$.

Do $AH \le AK$ nên $\sin\widehat{AIH} \le \sin\widehat{AIK}$ nên $\widehat{AIH}$ lớn nhất khi và chỉ khi $AH = AK \Rightarrow H \equiv K$.
Khi đó mặt phẳng (P) đi qua d và vuông góc với mặt phẳng (d,d_1).

$\Rightarrow$ Một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}=\left[\vec{u},\left[\vec{u},\overrightarrow{u'}\right]\right] \Rightarrow \vec{n}=(3;-12;3)$.

Vậy phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $I(1;-1;2)$ và có một véc tơ pháp tuyến $\vec{n}=(3;-12;3)$ là $3(x-1)-12(y+1)+4(z-2)=0 \Leftrightarrow z-4y+z-7=0$.

Câu 110: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0;1;2)$, mặt phẳng $(\alpha): x-y+z-4=0$ và mặt cầu $(S): (x-3)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=16$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A, vuông góc với (α) và đồng thời (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Tọa độ giao điểm M của (P) và trục $x'Ox$ là

A. $M\left(-\dfrac{1}{2};0;0\right)$. **B.** $M\left(-\dfrac{1}{3};0;0\right)$. **C.** $M(1;0;0)$. **D.** $M\left(\dfrac{1}{3};0;0\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi $\vec{n}=(a;b;c)$ là một vec tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

Theo đề bài ta có mặt phẳng (P) vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): x-y+z-4=0$ nên ta có phương trình $a-b+c=0 \Leftrightarrow b=a+c \Rightarrow \vec{n}=(a;a+c;c)$.

Phương trình mặt phẳng (P) đi qua $A(0;1;2)$ và có véc tơ pháp tuyến $\vec{n}=(a;a+c;c)$ là $ax+(a+c)(y-1)+c(z-2=0)$.

Khoảng cách từ tâm $I(3;1;2)$ đến mặt phẳng (P) là $d(I,(P))=h=\dfrac{|3a|}{\sqrt{2(a^2+ac+c^2)}}$.

Gọi r là bán kính của đường tròn giao tuyến giữa mặt cầu (S) và mặt phẳng (P) ta có $r^2=16-h^2 \Rightarrow r$ nhỏ nhất khi h lớn nhất.

Khi $a=0$ thì $h=0$.

Khi $a\neq 0$ thì $h=\sqrt{\dfrac{9}{2\left(1+\dfrac{c}{a}+\dfrac{c^2}{a^2}\right)}}$. Do $2\left(1+\dfrac{c}{a}+\dfrac{c^2}{a^2}\right)=2\left[\left(\dfrac{c}{a}+\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{3}{4}\right]\geq\dfrac{3}{2}$ nên

$h=\sqrt{\dfrac{9}{2\left(1+\dfrac{c}{a}+\dfrac{c^2}{a^2}\right)}}\leq 9.\dfrac{2}{3}=6$. Dấu "=" xảy ra khi $a=-2c$.$\Rightarrow$ một véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;1;-1)\Rightarrow$ phương trình mặt phẳng (P) là $2x+y-z+1=0$.

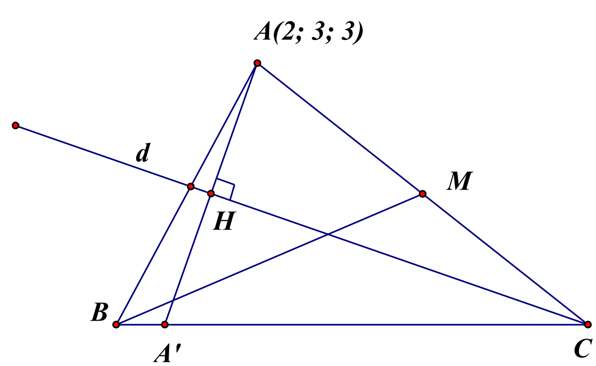
Vậy tọa độ giao điểm M của (P) và trục $x'Ox$ là $M\left(-\dfrac{1}{2};0;0\right)$

Câu 111: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(2;3;3)$, phương trình đường trung tuyến kẻ từ B là $\dfrac{x-3}{-1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$, phương trình đường phân giác trong của góc C là $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-4}{-1}=\dfrac{z-2}{-1}$. Đường thẳng BC có một vectơ chỉ phương là

A. $\vec{u}=(2;1;-1)$. **B.** $\vec{u}=(1;1;0)$. **C.** $\vec{u}=(1;-1;0)$. **D.** $\vec{u}=(1;2;1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi M là trung điểm của AC. Khi đó M thuộc vào đường trung tuyến Δ kẻ từ B của tam giác ABC.

Giả sử $M(3-t;3+2t;2-t)\in\Delta\Rightarrow C(4-2t;3+4t;1-2t)$.

Mà C thuộc và đường phân giác trong d của góc C nên ta có: $\begin{cases}4-2t=2+2t'\\3+4t=4-t'\\1-2t=2-t'\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=0\\t'=1\end{cases}$. Suy ra $C(4;3;1)$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên đường phân giác trong d.

Suy ra $H(2+2t';4-t';2-t')\Rightarrow\overrightarrow{AH}=(2t';1-t';-1-t')$

Ta có $\overrightarrow{AH}.\vec{u}_d=0\Leftrightarrow 2.2t'+(-1)(1-t')+(-1)(-1-t')=0\Leftrightarrow 4t'-1+t'+1+t'=0\Leftrightarrow t'=0$

$\Rightarrow H(2;4;2)$. Gọi A' đối xứng với A qua đường phân giác trong d.

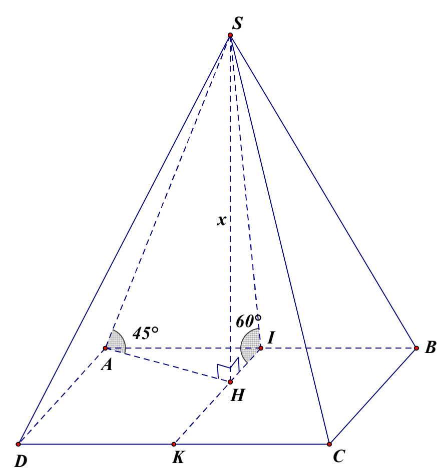
Suy ra $A'\in(BC)$ và $A'(2;5;1)$. Khi đó $\overrightarrow{A'C}=(2;-2;0)$ hay $\vec{u}=(1;-1;0)$ là vectơ chỉ phương của đường thẳng BC.

Câu 112: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, tam giác SAB cân tại S. Góc giữa mặt bên (SAB) và mặt đáy bằng $60°$, góc giữa SA và mặt phẳng đáy bằng $45°$. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\dfrac{8a^3\sqrt{3}}{3}$. Chiều cao của hình chóp $S.ABCD$ bằng

A. $a\sqrt{3}$. **B.** $a\sqrt{6}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi I, K lần lượt là trung điểm của AB và CD và H là hình chiếu của S trên IK. Khi đó, ta có:

□ $\left.\begin{matrix}SI\perp AB\\IK\perp AB\end{matrix}\right\}\Rightarrow AB\perp(SIK)$.

□ $\left.\begin{matrix}SH\perp IK\\SH\perp AB\end{matrix}\right\}\Rightarrow SH\perp(ABCD)$.

Đặt $SH=x$. Ta có:

□ $IH = x\cot 60° = \dfrac{x}{\sqrt{3}}$.

□ $AH = SH = x$ (Do tam giác SAH vuông cân ở H).

Nên $AI = \sqrt{AH^2 - IH^2} = \sqrt{x^2 - \dfrac{x^2}{3}} = \dfrac{x\sqrt{6}}{3} \Rightarrow AB = \dfrac{2x\sqrt{6}}{3}$.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là: $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}SH.S_{ABCD} = \dfrac{1}{3}.x.\left(\dfrac{2x\sqrt{6}}{3}\right)^2 = \dfrac{8x^3}{9}$.

Theo bài ra ta có: $\dfrac{8x^3}{9} = \dfrac{8a^3\sqrt{3}}{3} \Rightarrow x = a\sqrt{3}$.

Vậy chiều cao của hình chóp là $a\sqrt{3}$.

Câu 113: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$, $B(0;4;5)$. Gọi M là điểm sao cho $MA = 2MB$. Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng $(P): 2x - 2y - z + 6 = 0$ đạt giá trị nhỏ nhất là

A. $\dfrac{7}{9}$. **B.** $\dfrac{14}{9}$. **C.** $\dfrac{17}{9}$. **D.** $\dfrac{11}{9}$.

Câu 114: Cho tứ diện $ABCD$ có M, N, P lần lượt thuộc các cạnh AB, BC, CD sao cho $MA = MB, NB = 2NC, PC = 2PD$. Mặt phẳng (MNP) chia tứ diện thành hai phần. Gọi T là tỉ số thể tích của phần nhỏ chia phần lớn. Giá trị của T bằng?

A. $\dfrac{13}{25}$. **B.** $\dfrac{25}{43}$. **C.** $\dfrac{19}{26}$. **D.** $\dfrac{26}{45}$.

Câu 115: Cho hình chóp $SABC$ có đáy làm tam giác vuông tại B, $AB = 8$, $BC = 6$. Biết $SA = 6$ và $SA \perp (ABC)$. Tìm bán kính mặt cầu có tâm thuộc phần không gian bên trong của hình chóp và tiếp xúc với tất cả các mặt của hình chóp $S.ABC$.

A. $\dfrac{4}{3}$. **B.** $\sqrt{5} - 1$. **C.** $\dfrac{5}{4}$. **D.** $\dfrac{7}{5}$.

Câu 116: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC biết điểm $A(1;\ 2;\ 3)$, đường trung tuyến BM và đường cao CH có phương trình tương ứng là $\begin{cases} x = 5t \\ y = 0 \\ z = 1 + 4t \end{cases}$ và $\dfrac{x-4}{16} = \dfrac{y+2}{-13} = \dfrac{z-3}{5}$. Viết phương trình đường phân giác góc A.

A. $\dfrac{x-1}{7} = \dfrac{y-2}{-1} = \dfrac{z-3}{10}$. **B.** $\dfrac{x-1}{4} = \dfrac{y-2}{13} = \dfrac{z-3}{5}$.

C. $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-2}{-3} = \dfrac{z-3}{-1}$. **D.** $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-2}{-11} = \dfrac{z-3}{-5}$.

Câu 117: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$, $B(0;4;5)$. Gọi M là điểm sao cho $MA = 2MB$. Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng $(P): 2x - 2y - z + 6 = 0$ đạt giá trị nhỏ nhất là

A. $\dfrac{7}{9}$. **B.** $\dfrac{14}{9}$. **C.** $\dfrac{17}{9}$. **D.** $\dfrac{11}{9}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $M\left(x;y;z\right)$.

Ta có $MA=2MB$ nên $\left(x-1\right)^2+\left(y-2\right)^2+\left(z-3\right)^2=4\left[x^2+\left(y-4\right)^2+\left(z-5\right)^2\right]$

$\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2+\dfrac{2}{3}x-\dfrac{28}{3}y-\dfrac{34}{3}z+50=0$.

Suy ra tập hợp các điểm M thỏa mãn $MA=2MB$ là mặt cầu $\left(S\right)$ có tâm $I\left(-\dfrac{1}{3};\dfrac{14}{3};\dfrac{17}{3}\right)$ và bán kính $R=2$.

Vì $d\left(I;\left(P\right)\right)=\dfrac{29}{9}>R$ nên $\left(P\right)$ không cắt $\left(S\right)$.

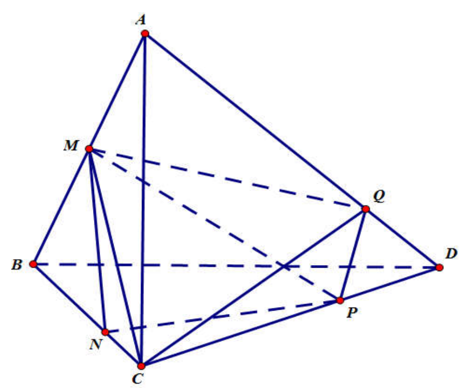
Do đó, khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng $\left(P\right):2x-2y-z+6=0$ đạt giá trị nhỏ nhất là $d_{\min}=d\left(I;\left(P\right)\right)-R=\dfrac{29}{9}-2=\dfrac{11}{9}$.

Câu 118: Cho tứ diện $ABCD$ có M,N,P lần lượt thuộc các cạnh AB,BC,CD sao cho $MA=MB, NB=2NC, PC=2PD$. Mặt phẳng $\left(MNP\right)$ chia tứ diện thành hai phần. Gọi T là tỉ số thể tích của phần nhỏ chia phần lớn. Giá trị của T bằng?

A. $\dfrac{13}{25}$. **B.** $\dfrac{25}{43}$. **C.** $\dfrac{19}{26}$. **D.** $\dfrac{26}{45}$.

Lời giải

Chọn C



Đặt $V=V_{ABCD}, V_1=V_{BDMNPQ}, V_2=V_{ACMNPQ}$

$Q=\left(MNP\right)\cap AD\Rightarrow\dfrac{MA}{MB}.\dfrac{NB}{NC}.\dfrac{PC}{PD}.\dfrac{QD}{QA}=1\Rightarrow\dfrac{QD}{QA}=\dfrac{1}{4}$.

$V_2=V_{ACMNPQ}=V_{C.MNP}+V_{C.MPQ}+V_{C.AQM}$.

$\dfrac{V_{CMNP}}{V_{CMBD}}=\dfrac{CN}{CB}.\dfrac{CP}{CD}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{2}{3}=\dfrac{2}{9}$; $\dfrac{V_{BCDM}}{V_{BCDA}}=\dfrac{BM}{BA}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow\dfrac{V_{CMNP}}{V_{ABCD}}=\dfrac{2}{9}.\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{9}\Rightarrow V_{CMNP}=\dfrac{V}{9}$.

$S_{CPQ}=\dfrac{2}{3}S_{CDQ}=\dfrac{2}{3}.\dfrac{1}{5}S_{ACD}=\dfrac{2}{15}S_{ACD}\Rightarrow V_{MCPQ}=\dfrac{2}{15}V_{MACD}=\dfrac{1}{15}V_{ABCD}=\dfrac{V}{15}$;

$\dfrac{V_{AMCQ}}{V_{ABCD}}=\dfrac{AM}{AB}.\dfrac{AQ}{AD}=\dfrac{1}{2}.\dfrac{4}{5}=\dfrac{2}{5}\Rightarrow V_{AMCQ}=\dfrac{2V}{5}$.

Suy ra: $V_2=\dfrac{V}{9}+\dfrac{V}{15}+\dfrac{2V}{5}=\dfrac{26V}{45}\Rightarrow V_1=\dfrac{19V}{45}\Rightarrow\dfrac{V_2}{V_1}=\dfrac{26}{19}$.

Câu 119: Cho hình chóp $SABC$ có đáy làm tam giác vuông tại B, $AB=8$, $BC=6$. Biết $SA=6$ và $SA\perp(ABC)$. Tìm bán kính mặt cầu có tâm thuộc phần không gian bên trong của hình chóp và tiếp xúc với tất cả các mặt của hình chóp $S.ABC$.

A. $\frac{4}{3}$. **B.** $\sqrt{5}-1$. **C.** $\frac{5}{4}$. **D.** $\frac{7}{5}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có V là thể tích của tứ diện $SABC$. S_1,S_2,S_3,S_4 là diện tích các mặt. r là bán kính của mặt cầu nội tiếp thì $V=\frac{1}{3}(S_1+S_2+S_3+S_4)r$. Suy ra $r=\frac{3V}{S_{tp}}$

Mà ta có $S_{tp}=2.\frac{1}{2}.6.8+2.\frac{1}{2}.6.10=108$ và $V=\frac{1}{3}.\frac{1}{2}.8.6.6=48$.

Suy ra $r=\frac{3.48}{108}=\frac{4}{3}$.

Câu 120: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC biết điểm $A(1;\,2;\,3)$, đường trung tuyến BM và đường cao CH có phương trình tương ứng là $\begin{cases}x=5t\\y=0\\z=1+4t\end{cases}$ và $\frac{x-4}{16}=\frac{y+2}{-13}=\frac{z-3}{5}$. Viết phương trình đường phân giác góc A.

A. $\frac{x-1}{7}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-3}{10}$. **B.** $\frac{x-1}{4}=\frac{y-2}{13}=\frac{z-3}{5}$.

C. $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{-3}=\frac{z-3}{-1}$. **D.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{-11}=\frac{z-3}{-5}$.

Lời giải

Chọn D

Giả sử $B(5b;\,0;\,1+4b)\in BM$, $C(4+16c;\,-2-13c;\,3+5c)\in CH$.

Ta có:

□ Tọa độ trung điểm M của AC là $M\left(\frac{5+16c}{2};\,-\frac{13c}{2};\,\frac{6+5c}{2}\right)$.

$$M\in BM\ \Rightarrow\begin{cases}\frac{5+16c}{2}=5t\\ \frac{-13c}{2}=0\\ \frac{6+5c}{2}=1+4t\end{cases}\ \Leftrightarrow\begin{cases}c=0\\ t=\frac{1}{2}\end{cases}\Rightarrow C(4;\,-2;\,3).$$

□ $\overrightarrow{AB}=(5b-1;\,-2;\,4b-2)$

Vectơ chỉ phương của CH là: $\vec{w}=(16;\,-13;\,5)$.

Do $AB\perp CH$ nên $\overrightarrow{AB}.\vec{u}=0\ \Leftrightarrow 16(5b-1)-13(-2)+5(4b-2)=0\ \Leftrightarrow b=0\ \Rightarrow B(0;\,0;\,1)$.

□ $\overrightarrow{AB}=(-1;\,-2;\,-2)$, $\overrightarrow{AC}=(3;\,-4;\,0)$.

Đặt $\overrightarrow{u_1}=\frac{\overrightarrow{AB}}{\left|\overrightarrow{AB}\right|}=\left(-\frac{1}{3};\,-\frac{2}{3};\,-\frac{2}{3}\right)$, $\overrightarrow{u_2}=\left(\frac{3}{5};\,-\frac{4}{5};\,0\right)$, $\vec{u}=\overrightarrow{u_1}+\overrightarrow{u_2}=\left(\frac{4}{15};\,-\frac{22}{15};\,-\frac{2}{3}\right)$.

Chọn $\vec{v}=(2;-11;-5)$ là vectơ chỉ phương của đường phân giác góc A.

Vậy phương trình đường phân giác góc A là: $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-11}=\dfrac{z-3}{-5}$.

Câu 121: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(2;1;5)$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm M và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C sao cho M là trực tâm của tam giác ABC. Tính khoảng cách từ điểm $I(1;2;3)$ đến mặt phẳng (P)

A. $\dfrac{17\sqrt{30}}{30}$. **B.** $\dfrac{13\sqrt{30}}{30}$. **C.** $\dfrac{19\sqrt{30}}{30}$. **D.** $\dfrac{11\sqrt{30}}{30}$.

Câu 122: Trong không gian (Oxy) cho tam giác ABC có $A(2;3;3)$, phương trình đường trung tuyến kẻ từ B là $\dfrac{x-3}{-1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$, phương trình đường phân giác trong góc C là $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-4}{-1}=\dfrac{z-2}{-1}$. Biết rằng $\vec{u}=(m;n;-1)$ là một véc tơ chỉ phương của đường thẳng AB. Tính giá trị biểu thức $T=m^2+n^2$.

A. $T=1$. **B.** $T=5$. **C.** $T=2$. **D.** $T=10$.

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	A	C	B	A	B	C	B	C	A	C	B	C	D	D	C	D	A	B	D	A	C	A	D	D

26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	A	B	C	B	A	D	C	A	B	D	B	B	A	B	A	B	C	D	D	C	A	D	C	C

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 123: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(2;1;5)$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm M và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C sao cho M là trực tâm của tam giác ABC. Tính khoảng cách từ điểm $I(1;2;3)$ đến mặt phẳng (P)

A. $\dfrac{17\sqrt{30}}{30}$. **B.** $\dfrac{13\sqrt{30}}{30}$. **C.** $\dfrac{19\sqrt{30}}{30}$. **D.** $\dfrac{11\sqrt{30}}{30}$.

Lời giải

Chọn D

Xét tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc nên nếu M là trực tâm tam giác ABC thì $OM\perp(ABC)$.

Khi đó phương trình mặt phẳng (ABC) là: $2(x-2)+(y-1)+5(z-5)=0$ $\Leftrightarrow 2x+y+5z-30=0$.

Vậy khoảng cách từ điểm $I(1;2;3)$ đến mặt phẳng (P) là $\dfrac{|2.1+2+5.3-30|}{\sqrt{4+1+25}}=\dfrac{11}{\sqrt{30}}=\dfrac{11\sqrt{30}}{30}$

Câu 124: Trong không gian (Oxy) cho tam giác ABC có $A(2;3;3)$, phương trình đường trung tuyến kẻ từ B là $\frac{x-3}{-1}=\frac{y-3}{2}=\frac{z-2}{-1}$, phương trình đường phân giác trong góc C là $\frac{x-2}{2}=\frac{y-4}{-1}=\frac{z-2}{-1}$. Biết rằng $\vec{u}=(m;n;-1)$ là một véc tơ chỉ phương của đường thẳng AB. Tính giá trị biểu thức $T=m^2+n^2$.

A. $T=1$. **B.** $T=5$. **C.** $T=2$. **D.** $T=10$.

Lời giải

Chọn C

Gọi M là trung điểm AC. Trung tuyến BM có phương trình $\frac{x-3}{-1}=\frac{y-3}{2}=\frac{z-2}{-1}$ suy ra $M(3-m;3+2m;2-m) \Rightarrow C(4-2m;3+4m;1-2m)$.

Vì C nằm trên đường phân giác trong góc C nên

$\frac{4-2m-2}{2}=\frac{3+4m-4}{-1}=\frac{1-2m-2}{-1} \Rightarrow m=0 \Rightarrow C(4;3;1)$.

Gọi A' là điểm đối xứng của A qua phân giác trong góc C, khi đó $A'(2+4a;5-2a;1-2a)$ và $A' \in BC$.

Véc tơ chỉ phương của đường thẳng chứa phân giác trong góc C là $\vec{u}=(2;-1;-1)$.

Ta có $\overrightarrow{AA'}.\vec{u}=0 \Leftrightarrow 4a.2+(2-2a).(-1)+(-2a-2)(-1)=0 \Leftrightarrow a=0 \Rightarrow A'(2;5;1) \in BM$.

Câu 125: Suy ra $A' \equiv B \Rightarrow B(2;5;1) \Rightarrow \overrightarrow{AB}=(0;-2;2)=2(0;-1;1)$ là một véc tơ của đường thẳng AB. Vậy $T=m^2+n^2=2$.Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=9$ và đường thẳng $\Delta:\frac{x-6}{-3}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-2}{2}$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(4;3;4)$ song song với đường thẳng Δ và tiếp xúc với mặt cầu (S) là:

A. $x-2y+2z-1=0$. **B.** $2x+2y+z-18=0$.

C. $2x-y-2z-10=0$. **D.** $2x+y+2z-19=0$.

Câu 126: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $M(2;2;-3)$ và $N(-4;2;1)$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua M, nhận vecto $\vec{u}=(a;b;c)$ làm vectơ chỉ phương và song song với mặt phẳng $(P):2x+y+z=0$ sao cho khoảng cách từ N đến Δ đạt giá trị nhỏ nhất. Biết $|a|$, $|b|$ là hai số nguyên tố cùng nhau. Khi đó $|a|+|b|+|c|$ bằng:

A. 15. **B.** 13. **C.** 16. **D.** 14.

Câu 127: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=9$ và đường thẳng $\Delta:\frac{x-6}{-3}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-2}{2}$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(4;3;4)$ song song với đường thẳng Δ và tiếp xúc với mặt cầu (S) là:

A. $x-2y+2z-1=0$. **B.** $2x+2y+z-18=0$.

C. $2x-y-2z-10=0$. **D.** $2x+y+2z-19=0$.

Lời giải

Chọn D

Gọi vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}=(a;b;c)$, $a^2+b^2+c^2>0$.

Phương trình mặt phẳng $(P): a(x-4)+b(y-3)+c(z-4)=0$.

Do (P) // Δ nên $-3a+2b+2c=0 \Rightarrow 3a=2(b+c)$

Mặt phẳng (P) tiếp xúc với (S) nên $\dfrac{|-3a-b-c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=3 \Leftrightarrow 9(a^2+b^2+c^2)=(3a+b+c)^2$ (*).

Thay $3a=2(a+b)$ vào (*) ta được:

$4(b+c)^2+9(b^2+c^2)=9(b+c)^2 \Leftrightarrow 2b^2-5bc+2c^2=0 \Leftrightarrow (2b-c)(b-2c)=0$

TH1: $2b-c=0$, chọn $b=1$; $c=2 \Rightarrow a=2 \Rightarrow (P): 2x+y+2z-19=0$ (thỏa).

TH2: $b-2c=0$, chọn $c=1$; $b=2 \Rightarrow a=2 \Rightarrow (P): 2x+2y+z-18=0$ (loại do $\Delta \subset (P)$).

Câu 128: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $M(2;2;-3)$ và $N(-4;2;1)$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua M, nhận vecto $\vec{u}=(a;b;c)$ làm vectơ chỉ phương và song song với mặt phẳng $(P): 2x+y+z=0$ sao cho khoảng cách từ N đến Δ đạt giá trị nhỏ nhất. Biết $|a|$, $|b|$ là hai số nguyên tố cùng nhau. Khi đó $|a|+|b|+|c|$ bằng:

A. 15. **B.** 13. **C.** 16. **D.** 14.

Lời giải

Chọn A

Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua $M(2;2;-3)$ và song song với mặt phẳng (P).

Suy ra $(Q): 2x+y+z-3=0$.

Do Δ // (P) nên $\Delta \subset (Q)$.

$d(N,\Delta)$ đạt giá trị nhỏ nhất $\Leftrightarrow \Delta$ đi qua N', với N' là hình chiếu của N lên (Q).

Gọi d là đường thẳng đi qua N và vuông góc (P), $d: \begin{cases} x=-4+2t \\ y=2+t \\ z=1+t \end{cases}$.

Ta có $N' \in d \Rightarrow N'(-4+2t;2+t;1+t)$; $N' \in (Q) \Rightarrow t=\dfrac{4}{3} \Rightarrow N'\left(-\dfrac{4}{3};\dfrac{10}{3};\dfrac{7}{3}\right)$.

$\vec{u}=(a;b;c)$ cùng phương $\overrightarrow{MN'}=\left(-\dfrac{10}{3};\dfrac{4}{3};\dfrac{16}{3}\right)$.

Do $|a|$, $|b|$ nguyên tố cùng nhau nên chọn $\vec{u}=(-5;2;8)$.

Vậy $|a|+|b|+|c|=15$.

45-47 CHANH MUỐI

Câu 129: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;0)$, $B(0;0;2)$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-2y+1=0$. Hỏi có tất cả bao nhiêu mặt phẳng chứa hai điểm A, B và tiếp xúc với (S).

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 130: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;0)$, $B(0;0;2)$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-2y+1=0$. Hỏi có tất cả bao nhiêu mặt phẳng chứa hai điểm A, B và tiếp xúc với (S).

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Có: $(S): x^2+y^2+z^2-2x-2y+1=0 \Rightarrow \begin{cases} I(1;1;0) \\ R=1 \end{cases}$.

Gọi (P) là mặt phẳng thỏa mãn bài toán.

Ta có $A(1;0;0)\in(S) \Rightarrow$ nếu tồn tại (P) thì (P) tiếp xúc với (S) tại A.

$\begin{cases} A\in(P) \\ VTPT\ \overrightarrow{IA} \end{cases} \Rightarrow (P): y=0$ Ta thấy $B(0;0;2)\in(P) \Rightarrow$ duy nhất một mặt phẳng thỏa mãn bài toán.

Ghi chú : *Bài toán này thường thường thì sẽ có hai mặt phẳng thỏa mãn, nhưng với số liệu của bài này thì chỉ có một mặt phẳng thỏa mãn bài toán.*

Câu 131: Trong không gian $Oxyz$ cho $A(1;2;-1)$, $B(3;1;-2)$, $C(2;3;-3)$ và mặt phẳng $(P): x-2y+2z-3=0$. $M(a;b;c)$ là điểm thuộc mặt phẳng (P) sao cho biểu thức $MA^2+MB^2+MC^2$ có giá trị nhỏ nhất. Xác định $a+b+c$.

A. -3. **B.** -2. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 132: Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho $A(1;1;-1)$, $B(2;3;1)$, $C(5;5;1)$. Đường phân giác trong góc A của tam giác ABC cắt mặt phẳng (Oxy) tại $M(a;b;0)$. Tính $3b-a$.

A. 6. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 133: Trong không gian $Oxyz$ cho $A(1;2;-1)$, $B(3;1;-2)$, $C(2;3;-3)$ và mặt phẳng $(P): x-2y+2z-3=0$. $M(a;b;c)$ là điểm thuộc mặt phẳng (P) sao cho biểu thức $MA^2+MB^2+MC^2$ có giá trị nhỏ nhất. Xác định $a+b+c$.

A. -3. **B.** -2. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Gọi $G(2;2;-2)$ là trọng tâm tam giác ABC, khi đó $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$.

Ta có

$MA^2+MB^2+MC^2 =\left(\overrightarrow{GA}-\overrightarrow{GM}\right)^2+\left(\overrightarrow{GB}-\overrightarrow{GM}\right)^2+\left(\overrightarrow{GC}-\overrightarrow{GM}\right)^2 =GA^2+GB^2+GC^2+3GM^2$ đạt giá trị nhỏ nhất khi M là hình chiếu vuông góc của G trên mặt phẳng (P). Khi đó tọa độ của $M(a;b;c)$ thỏa mãn hệ $\begin{cases} a-2b+2c=3 \\ \dfrac{a-2}{1}=\dfrac{b-2}{-2}=\dfrac{c+2}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=0 \\ c=0 \end{cases}$.

Vậy $a+b+c=3$.

Câu 134: Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho $A(1;1;-1)$, $B(2;3;1)$, $C(5;5;1)$. Đường phân giác trong góc A của tam giác ABC cắt mặt phẳng (Oxy) tại $M(a;b;0)$. Tính $3b-a$.

A. 6. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Ta có $AB=3$, $AC=6$. Gọi $I(x;y;z)$ là điểm thuộc cạnh BC sao cho AI là phân giác trong của góc A

Ta có $\dfrac{IC}{IB}=\dfrac{AC}{AB}=2 \Rightarrow \overrightarrow{IC}=-2\overrightarrow{IB} \Rightarrow \begin{cases} 5-x=-2(2-x) \\ 5-y=-2(3-y) \\ 1-z=-2(1-z) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=\dfrac{11}{3} \\ z=1 \end{cases} \Rightarrow I\left(3;\dfrac{11}{3};1\right)$.

Ta có $\overrightarrow{AI}=\left(2;\dfrac{8}{3};2\right)$.

Phương trình tham số của AI là: $\begin{cases} x=1+2t \\ y=1+\dfrac{8}{3}t \\ z=-1+2t \end{cases}$.

Phương trình mặt phẳng (Oxy) là: $z=0$.

Giao điểm của đường thẳng AI với mặt phẳng (Oxy) là $M\left(2;\dfrac{7}{3};0\right)$.

Vậy $3b-a=5$.

Câu 135: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): 5x+my+4z+n=0$ đi qua giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): 3x-7y+z-3=0$ và $(\beta): x-9y-2z+5=0$. Tính $m+n$.

A. 6. **B.** -16. **C.** -3. **D.** -4.

Câu 136: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, gọi M và N lần lượt là tâm của các hình vuông $ABCD$ và $DCC'D'$. Mặt phẳng $(A'MN)$ chia khối lập phương trình hai phần có thể tích là V_1 và V_2 $(V_1<V_2)$. Tính tỷ số $\dfrac{V_2}{V_1}$.

A. $\dfrac{5}{3}$. **B.** $\dfrac{5}{2}$. **C.** $\dfrac{3}{2}$. **D.** 2.

Câu 137: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=27$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua hai điểm $A(0;0;-4)$, $B(2;0;0)$ và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C)

sao cho khối nón đỉnh là tâm của (S) và đáy là là đường tròn (C) có thể tích lớn nhất. Biết rằng $(\alpha): ax+by-z+c=0$, khi đó $a-b+c$ bằng

A. -4. **B.** 8. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 138: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): 5x+my+4z+n=0$ đi qua giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): 3x-7y+z-3=0$ và $(\beta): x-9y-2z+5=0$. Tính $m+n$.

A. 6. **B.** -16. **C.** -3. **D.** -4.

Hướng dẫn giải

Chọn B

VTPT của (α), (β), (P) lần lượt là $\overrightarrow{n_1}=(3;-7;1)$, $\overrightarrow{n_2}=(1;-9;-2)$, $\vec{n}=(5;m;4)$.

Gọi $\Delta=(\alpha)\cap(\beta)\Rightarrow$ VTCP $\overrightarrow{u_\Delta}=\left[\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}\right]=(23;7;-20)$.

Đường thẳng Δ đi qua điểm $A\left(\frac{1}{7};0;\frac{18}{7}\right)$.

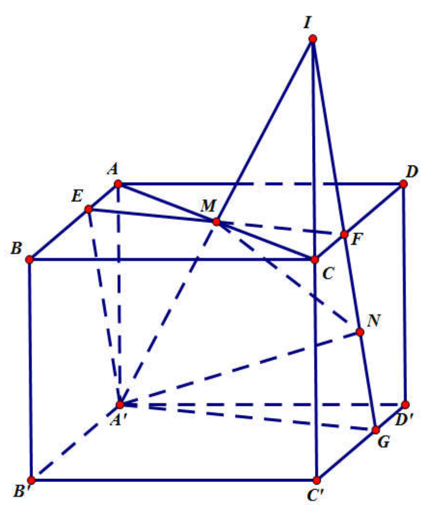
$$\Delta\subset(P)\Leftrightarrow\begin{cases}\overrightarrow{u_\Delta}.\vec{n}=0\\ A\in(P)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=-5\\ n=-11\end{cases}\Rightarrow m+n=-16.$$

Câu 139: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, gọi M và N lần lượt là tâm của các hình vuông $ABCD$ và $DCC'D'$. Mặt phẳng $(A'MN)$ chia khối lập phương trình hai phần có thể tích là V_1 và V_2 $(V_1<V_2)$. Tính tỷ số $\frac{V_2}{V_1}$.

A. $\frac{5}{3}$. **B.** $\frac{5}{2}$. **C.** $\frac{3}{2}$. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi $I=AM\cap C'C$; $F=IN\cap CD$; $G=IN\cap C'D'$; $E=FM\cap AB$.

Vậy thiết diện của hình hộp cắt bởi mặt phẳng $(A'MN)$ là hình bình hành $A'EFG$.

Ta có: $\frac{AE}{CF}=\frac{MA}{MC}=1\Rightarrow AE+FD=CF+FD=CD$.

Tương tự: $FD + GD' = CD$.

$V_{AEFDA'GD'} = V_{A'.AEFD} + V_{A'.FDD'G}$

$= \frac{1}{3}A'A.\frac{1}{2}(AE + DF).AD + \frac{1}{3}A'D'.\frac{1}{2}(FD + GD').DD'$

$= \frac{CD^3}{6} + \frac{CD^3}{6} = \frac{V_{hh}}{3}$.

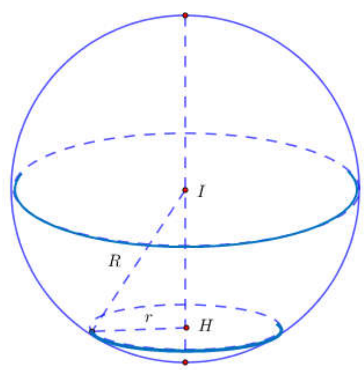
$\Rightarrow V_1 = \frac{V_{hh}}{3} \Rightarrow V_2 = \frac{2V_{hh}}{3} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = 2$.

Câu 140: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 27$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua hai điểm $A(0;0;-4)$, $B(2;0;0)$ và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) sao cho khối nón đỉnh là tâm của (S) và đáy là là đường tròn (C) có thể tích lớn nhất. Biết rằng $(\alpha): ax + by - z + c = 0$, khi đó $a - b + c$ bằng

A. -4. **B.** 8. **C.** 0. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;3)$ và bán kính $R = 3\sqrt{3}$.

Vì $(\alpha): ax + by - z + c = 0$ đi qua hai điểm $A(0;0;-4)$, $B(2;0;0)$ nên $c = -4$ và $a = 2$.

Suy ra $(\alpha): 2x + by - z - 4 = 0$.

Đặt $IH = x$, với $0 < x < 3\sqrt{3}$ ta có $r = \sqrt{R^2 - x^2} = \sqrt{27 - x^2}$.

Thể tích khối nón là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 IH = \frac{1}{3}\pi(27 - x^2)x = \frac{1}{3\sqrt{2}}\pi\sqrt{(27 - x^2).(27 - x^2).2x^2} \leq 18\pi$.

$V_{\max} = 18\pi$ khi $27 - x^2 = x^2 \Leftrightarrow x = 3$.

Khi đó, $d(I;(\alpha)) = \frac{|2b+5|}{\sqrt{b^2+5}} = 3 \Leftrightarrow (2b+5)^2 = 9(b^2+5) \Leftrightarrow b = 2$.

Vậy $a - b + c = -4$.

Câu 141: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2;-1;-6)$ và hai đường thẳng $d_1:\frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z+1}{1}$, $d_2:\frac{x+2}{3}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-2}{2}$. Đường thẳng đi qua điểm M và cắt cả hai đường thẳng d_1, d_2 tại hai điểm A, B. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. $\sqrt{38}$. **B.** $2\sqrt{10}$. **C.** 8. **D.** 12.

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	A	A	B	B	A	C	A	D	A	B	A	A	C	D	A	B	A	C	D	A	A	A	C	A

26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	A	CC	A	A	A	B	C	A	A	A	C	A	D	A	A	A	A	A	B	A	C	A	B	A

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 142: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2;-1;-6)$ và hai đường thẳng $d_1:\frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z+1}{1}$, $d_2:\frac{x+2}{3}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-2}{2}$. Đường thẳng đi qua điểm M và cắt cả hai đường thẳng d_1, d_2 tại hai điểm A, B. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. $\sqrt{38}$. **B.** $2\sqrt{10}$. **C.** 8. **D.** 12.

Lời giải

Chọn A

Vì A thuộc $d_1:\frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z+1}{1}$ nên $A(1+2t;1-t;-1+t)$.

Vì B thuộc $d_2:\frac{x+2}{3}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-2}{2}$ nên $B(-2+3t';-1+t';2+2t')$.

Suy ra $\overrightarrow{MA}=(2t-1;2-t;5+t)$, $\overrightarrow{MB}=(-4+3t';t';8+2t')$.

Ta có, A, B, M thẳng hàng khi và chỉ khi

$$\left[\overrightarrow{MA};\overrightarrow{MB}\right]=\vec{0}\Leftrightarrow\begin{cases}\begin{vmatrix}2t-1 & 2-t\\ -4+3t' & t'\end{vmatrix}=0\\ \begin{vmatrix}2-t & 5+t\\ t' & 8+2t'\end{vmatrix}=0\\ \begin{vmatrix}5+t & 2t-1\\ 8+2t' & -4+3t'\end{vmatrix}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}5tt'-4t-7t'+8=0 & (1)\\ -3tt'-8t-t'+16=0 & (2)\\ -tt'+20t+17t'-14=0 & (3)\end{cases}$$

Từ (1) và (2):

$$\begin{cases}5tt'-4t-7t'+8=0\\ t'=-2t+4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t^2-3t+2=0\\ t'=-2t+4\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1,t'=2\\ t=2,t'=0\end{array}\right..$$

Thay vào (3) ta được $t=1$, $t'=2$ thỏa mãn.

Câu 143: Với $t=1$, $t'=2$ ta được $A(3;0;0)$, $B(4;1;6)$ suy ra $AB=\sqrt{38}$.Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;0;-1)$ và cắt mặt phẳng $(P): 2x+y-2z-16=0$ theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 3. Phương trình của mặt cầu (S) là

A. $(x-1)^2+y^2+(z+1)^2=25$. **B.** $(x+1)^2+y^2+(z-1)^2=25$.

C. $(x-1)^2+y^2+(z+1)^2=9$. **D.** $(x+1)^2+y^2+(z-1)^2=9$.

Câu 144: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 4x+y+2z+1=0$ và điểm $M(4;2;1)$. Khi đó điểm đối xứng với M qua mặt phẳng (P) là

A. $M'(-4;0;-3)$. **B.** $M'(-4;-4;-1)$. **C.** $M'(4;2;1)$. **D.** $M'(-2;0;5)$.

Câu 145: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(3;-2;4)$, $B(5;3;-2)$, $C(0;4;2)$, đường thẳng d cách đều ba điểm A, B, C có phương trình là

A. $\begin{cases} x=\frac{8}{3}+26t \\ y=\frac{5}{3}+22t \\ z=\frac{4}{3}+27t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=4+26t \\ y=2+22t \\ z=\frac{9}{4}+27t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=\frac{11}{6} \\ y=\frac{1}{6}+22t \\ z=27t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=4+26t \\ y=2+38t \\ z=\frac{9}{4}+27t \end{cases}$.

Câu 146: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{1}=\frac{y-3}{3}=\frac{z}{2}$, mặt phẳng $(\alpha): x+y-z+3=0$ và điểm $A(1;2;-1)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A cắt d và song song với mặt phẳng (α).

A. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+1}{1}$. **B.** $\frac{x-1}{-1}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z+1}{1}$.

C. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z+1}{-1}$. **D.** $\frac{x-1}{-1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+1}{-1}$.

Câu 147: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y+z-1=0$ và hai điểm $A(1;-3;0)$, $B(5;-1;-2)$. Điểm $M(a;b;c)$ nằm trên (P) và $|MA-MB|$ lớn nhất. Giá trị abc bằng

A. 1. **B.** 12. **C.** 24. **D.** -24.

Câu 148: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;0;-1)$ và cắt mặt phẳng $(P): 2x+y-2z-16=0$ theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 3. Phương trình của mặt cầu (S) là

A. $(x-1)^2+y^2+(z+1)^2=25$. **B.** $(x+1)^2+y^2+(z-1)^2=25$.

C. $(x-1)^2+y^2+(z+1)^2=9$. **D.** $(x+1)^2+y^2+(z-1)^2=9$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $d=d(I;(P))=\frac{|2.1+0-2.(-1)-16|}{\sqrt{2^2+1^2+2^2}}=4$.

Bán kính mặt cầu $R=\sqrt{d^2+r^2}=5$.

Vậy phương trình mặt cầu là $(x-1)^2+y^2+(z+1)^2=25$.

Câu 149: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):4x+y+2z+1=0$ và điểm $M(4;2;1)$. Khi đó điểm đối xứng với M qua mặt phẳng (P) là

A. $M'(-4;0;-3)$. **B.** $M'(-4;-4;-1)$. **C.** $M'(4;2;1)$. **D.** $M'(-2;0;5)$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình đường thẳng d qua M vuông góc với (P) là $\begin{cases} x=4+4t \\ y=2+t \\ z=1+2t \end{cases}$

Gọi $H=d\cap(P)\Rightarrow H(0;1;-1)$.

M' đối xứng với M qua (P) nên H là trung điểm MM' $\Rightarrow M'(-4;0;-3)$.

Câu 150: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(3;-2;4)$, $B(5;3;-2)$, $C(0;4;2)$, đường thẳng d cách đều ba điểm A, B, C có phương trình là

A. $\begin{cases} x=\dfrac{8}{3}+26t \\ y=\dfrac{5}{3}+22t \\ z=\dfrac{4}{3}+27t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=4+26t \\ y=2+22t \\ z=\dfrac{9}{4}+27t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=\dfrac{11}{6} \\ y=\dfrac{1}{6}+22t \\ z=27t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=4+26t \\ y=2+38t \\ z=\dfrac{9}{4}+27t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi I là trung điểm của AB suy ra $I\left(4;\dfrac{1}{2};1\right)$ và (P) là mặt phẳng trung trực của đoạn AB.

Mặt phẳng (P) đi qua I và nhận $\overrightarrow{AB}=(2;5;-6)$ làm vec tơ pháp tuyến có phương trình là: $2(x-4)+5\left(y-\dfrac{1}{2}\right)-6(z-1)=0\Leftrightarrow 4x+10y-12z-9=0$.

Gọi J là trung điểm của AC suy ra $J\left(\dfrac{3}{2};1;3\right)$ và (Q) là mặt phẳng trung trực của đoạn AC

Mặt phẳng (Q) đi qua J và nhận $\overrightarrow{AC}=(-3;6;-2)$ làm vec tơ pháp tuyến có phương trình là: $-3\left(x-\dfrac{3}{2}\right)+6(y-1)-2(z-3)=0\Leftrightarrow 6x-12y+4z-9=0$.Khi đó $d=(P)\cap(Q)$

Ta có d có vectơ chỉ phương $\vec{u}=\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right]=(26;22;27)$ và đi qua M là nghiệm của hệ $\begin{cases} 4x+10y-12z-9=0 \\ 6x-12y+4z-9=0 \end{cases}$, ta chọn $x=4$ suy ra $y=2$ và $z=\dfrac{9}{4}$. Vậy $M\left(4;2;\dfrac{9}{4}\right)$.

Phương trình tham số của d là: $\begin{cases} x = 4 + 26t \\ y = 2 + 22t \\ z = \dfrac{9}{4} + 27t \end{cases}$.

Câu 151: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-3}{1} = \dfrac{y-3}{3} = \dfrac{z}{2}$, mặt phẳng $(\alpha): x + y - z + 3 = 0$ và điểm $A(1; 2; -1)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A cắt d và song song với mặt phẳng (α).

A. $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z+1}{1}$.

B. $\dfrac{x-1}{-1} = \dfrac{y-2}{-2} = \dfrac{z+1}{1}$.

C. $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{-2} = \dfrac{z+1}{-1}$.

D. $\dfrac{x-1}{-1} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z+1}{-1}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $M = \Delta \cap d \Rightarrow M \in d \Rightarrow M(3+t; 3+3t; 2t) \Rightarrow \overrightarrow{AM} = (2+t; 1+3t; 1+2t)$.

(α) có VTPT là $\vec{n} = (1; 1; -1)$.

$AM \,//\, (\alpha) \Leftrightarrow \overrightarrow{AM}.\vec{n} = 0 \Leftrightarrow 2 + t + 1 + 3t - 1 - 2t = 0 \Leftrightarrow t = -1 \Rightarrow \overrightarrow{AM} = (1; -2; -1)$.

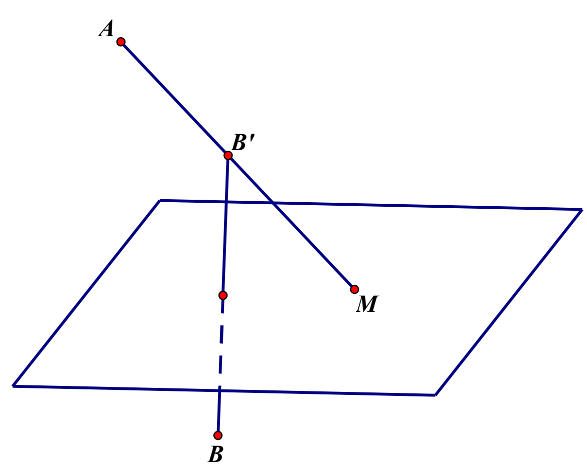
Vậy $\Delta: \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{-2} = \dfrac{z+1}{-1}$.

Câu 152: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 1 = 0$ và hai điểm $A(1; -3; 0)$, $B(5; -1; -2)$. Điểm $M(a; b; c)$ nằm trên (P) và $|MA - MB|$ lớn nhất. Giá trị abc bằng

A. 1. **B.** 12. **C.** 24. **D.** -24.

Lời giải

Chọn C



Thay tọa độ điểm A và B vào vế trái của phương trình mặt phẳng (P) ta có:

$$1 + (-3) + 0 - 1 = -3 < 0 \text{ và } 5 + (-1) + (-2) - 1 = 1 > 0$$

Nên suy ra A và B nằm khác phía so với mặt phẳng (P).

Gọi $B'=\left(\frac{13}{3};-\frac{5}{3};-\frac{8}{3}\right)$ là điểm đối xứng với B qua (P). Ta có

$$|MA-MB|=|MA-MB'|\le AB'.$$

Do đó $|MA-MB|$ lớn nhất là bằng AB' khi và chỉ khi M là giao điểm của đường thẳng AB' với mặt phẳng (P).

Ta có $\overrightarrow{AB'}=\left(\frac{10}{3};\frac{4}{3};-\frac{8}{3}\right)$ nên đường thẳng AB' có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(5;2;-4)$. Phương trình đường thẳng AB' là $\begin{cases}x=1+5t\\y=-3+2t\\z=-4t\end{cases}$.

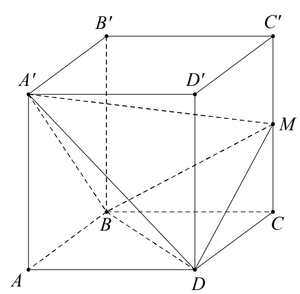
Tọa độ điểm M là nghiệm hệ $\begin{cases}x=1+5t\\y=-3+2t\\z=-4t\\x+y+z-1=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=6\\y=-1\\z=-4\end{cases}$.

Như vậy $M(6;-1;-4)\Rightarrow abc=6.(-1).(-4)=24$.

Câu 153: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x}{10}=\frac{y+2}{8}=\frac{z-1}{1}$ và mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2+2x-6y+4z-15=0$. Mặt phẳng chứa d, tiếp xúc với (S) và cắt trục Oz tại điểm có cao độ lớn hơn 3 có phương trình là

A. $2x-3y+4z-10=0$.
B. $2x-3y+4z-12=0$.
C. $3x-4y+2z-12=0$.
D. $3x-4y+2z-10=0$.

Câu 154: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $AA'=b$. Gọi M là trung điểm của cạnh CC'. Tính theo a và b thể tích V của khối tứ diện $BDA'M$.



A. $V=\frac{a^2b}{4}$.
B. $V=\frac{a^2b}{6}$.
C. $V=\frac{a^2b}{2}$.
D. $V=\frac{a^2b}{3}$.

Câu 155: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng d_1 và d_2 lần lượt có phương trình là $\frac{x}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z}{1}$ và $\frac{x}{1}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z-1}{3}$. Đường thẳng d cắt cả hai đường thẳng d_1,d_2 và song song với đường thẳng $\Delta:\frac{x-4}{1}=\frac{y-7}{4}=\frac{z-3}{-2}$ có phương trình là

A. $\frac{x+1}{1}=\frac{y+1}{4}=\frac{z+4}{-2}$.
B. $\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{4}=\frac{z-4}{-2}$.
C. $\frac{x+1}{1}=\frac{y-1}{4}=\frac{z+4}{-2}$.
D. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{4}=\frac{z-4}{-2}$.

Câu 156: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x}{10}=\dfrac{y+2}{8}=\dfrac{z-1}{1}$ và mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2+2x-6y+4z-15=0$. Mặt phẳng chứa d, tiếp xúc với (S) và cắt trục Oz tại điểm có cao độ lớn hơn 3 có phương trình là

A. $2x-3y+4z-10=0$. **B.** $2x-3y+4z-12=0$.

C. $3x-4y+2z-12=0$. **D.** $3x-4y+2z-10=0$.

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;3;-2)$ và bán kính $R=\sqrt{29}$.

$d:\dfrac{x}{10}=\dfrac{y+2}{8}=\dfrac{z-1}{1}\Leftrightarrow\begin{cases}4x-5y-10=0\\ y-8z+10=0\end{cases}$.

Mặt phẳng (P) chứa d có dạng $m(4x-5y-10)+n(y-8z+10)=0$

$\Leftrightarrow 4mx+(n-5m)y-8nz+10n-10m=0$ với $m^2+n^2>0$.

(P) tiếp xúc với (S) nên $d(I,(P))=R$

$\Leftrightarrow \dfrac{|-29m+29n|}{\sqrt{16m^2+(n-5m)^2+64n^2}}=\sqrt{29}\Leftrightarrow 12m^2+48mn+36n^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-n\\ m=-3n\end{array}\right.$.

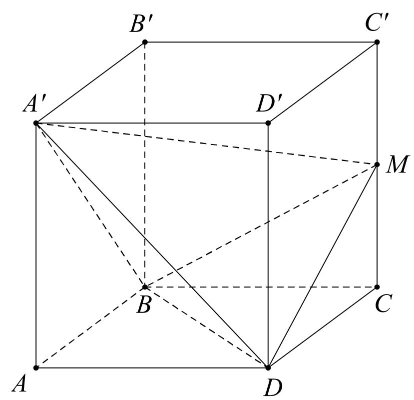
Trường hợp 1: $m=-n$, phương trình mặt phẳng $(P):2x-3y+4z-10=0$.

Khi đó giao điểm của (P) và Ox có tọa độ là $\left(0;0;\dfrac{5}{2}\right)$ (nhận)

Trường hợp 1: $m=-3n$, phương trình mặt phẳng $(P):x-2y+6z-10=0$.

Khi đó giao điểm của (P) và Ox có tọa độ là $\left(0;0;\dfrac{5}{3}\right)$ (loại).

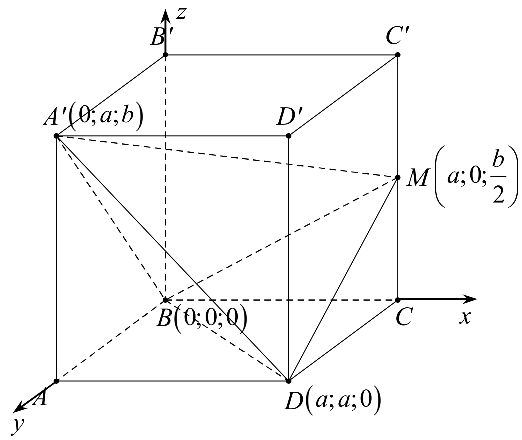
Câu 157: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $AA'=b$. Gọi M là trung điểm của cạnh CC'. Tính theo a và b thể tích V của khối tứ diện $BDA'M$.



A. $V=\dfrac{a^2b}{4}$. **B.** $V=\dfrac{a^2b}{6}$. **C.** $V=\dfrac{a^2b}{2}$. **D.** $V=\dfrac{a^2b}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ.

Khi đó $\overrightarrow{BD}=(a;a;0)$, $\overrightarrow{BM}=\left(a;0;\dfrac{b}{2}\right)$, $\left[\overrightarrow{BD},\overrightarrow{BM}\right]=\left(\dfrac{ab}{2};-\dfrac{ab}{2};-a^2\right)$, $\overrightarrow{BA'}=(0;a;b)$.

Thể tích khối tứ diện $BDA'M$ là $V_{BDA'M}=\dfrac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{BD},\overrightarrow{BM}\right].\overrightarrow{BA'}\right|=\dfrac{a^2b}{4}$.

Câu 158: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng d_1 và d_2 lần lượt có phương trình là $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{1}$ và $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-1}{3}$. Đường thẳng d cắt cả hai đường thẳng d_1,d_2 và song song với đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y-7}{4}=\dfrac{z-3}{-2}$ có phương trình là

A. $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+1}{4}=\dfrac{z+4}{-2}$.

B. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{4}=\dfrac{z-4}{-2}$.

C. $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z+4}{-2}$.

D. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z-4}{-2}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi (P) là mặt phẳng chứa hai đường thẳng d_1 và d

Khi đó (P) đi qua $M(0;-1;0)$ và có cặp véctơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1}=(1;2;1)$, $\vec{u}=(1;4;-2)$.

Gọi $\vec{n}$ là VTPT của (P). Khi đó $\vec{n}=\left[\overrightarrow{u_1},\vec{u}\right]=(-8;3;2)$

Phương trình $(P):-8x+3y+2z+3=0$

Gọi H là giao điểm của đường thẳng d_2 và (P):

$$\begin{cases}-8x+3y+2z+3=0\\x=t\\y=1-2t\\z=1+3t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\y=-1\\z=4\end{cases}\Rightarrow H(1;-1;4).$$

Đường thẳng d đi qua H và có VTCP $\vec{u}=(1;4;-2)$ có phương trình: $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{4}=\dfrac{z-4}{-2}$.

Câu 159: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{z}{2}$, mặt phẳng (α): $x+y-z+3=0$ và điểm $A(1;2;-1)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A cắt d và song song với mặt phẳng (α).

A. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+1}{1}$.   **B.** $\frac{x-1}{-1}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z+1}{1}$.

C. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z+1}{-1}$.   **D.** $\frac{x-1}{-1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+1}{-1}$.

Câu 160: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(3;-1;2)$, $B(1;1;2)$, $C(1;-1;4)$, đường tròn (C) là giao của mặt phẳng $(P): x+y+z-4=0$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-4x-6z+10=0$. Hỏi có bao nhiêu điểm M thuộc đường tròn (C) sao cho $T=MA+MB+MC$ đạt giá trị lớn nhất?

A. 3.   **B.** 2.   **C.** 4.   **D.** 1.

Câu 161: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-3}{1}=\frac{y-3}{3}=\frac{z}{2}$, mặt phẳng (α): $x+y-z+3=0$ và điểm $A(1;2;-1)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A cắt d và song song với mặt phẳng (α).

A. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+1}{1}$.   **B.** $\frac{x-1}{-1}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z+1}{1}$.

C. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z+1}{-1}$.   **D.** $\frac{x-1}{-1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+1}{-1}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi giao điểm của Δ và d là B nên ta có: $B(3+t;3+3t;2t) \Rightarrow \overrightarrow{AB}=(2+t;1+3t;2t+1)$.

Vì đường thẳng Δ song song với mặt phẳng (α) nên:

$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{n_\alpha}=0 \Leftrightarrow 2+t+1+3t-2t-1=0 \Leftrightarrow t=-1$.

Suy ra: $\overrightarrow{AB}=(1;-2;-1)$.

Phương trình đường thẳng Δ đi qua A và nhận $\overrightarrow{AB}$ làm vtcp: $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z+1}{-1}$.

Câu 162: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(3;-1;2)$, $B(1;1;2)$, $C(1;-1;4)$, đường tròn (C) là giao của mặt phẳng $(P): x+y+z-4=0$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-4x-6z+10=0$. Hỏi có bao nhiêu điểm M thuộc đường tròn (C) sao cho $T=MA+MB+MC$ đạt giá trị lớn nhất?

A. 3.   **B.** 2.   **C.** 4.   **D.** 1.

Hướng dẫn giải

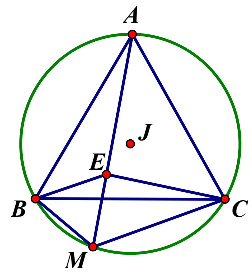
Chọn A

Ta có mặt cầu (S) có tâm $I(2;0;3)$ và bán kính $R=\sqrt{3}$.

Gọi Δ là đường thẳng đi qua I và vuông góc với (P) ta có $\Delta:\begin{cases} x=2+t \\ y=t \\ z=3+t \end{cases} \quad (t\in\mathbb{R})$.

Tâm J của đường tròn giao tuyến (C) chính là giao điểm của Δ và $(P) \Rightarrow J\left(\frac{5}{3};-\frac{1}{3};\frac{8}{3}\right)$.

Thấy $A, B, C \in (P)$, $JA=JB=JC=\frac{2\sqrt{6}}{3}$, $AB=BC=CA=2\sqrt{2}$ nên $A, B, C \in (C)$ và tam giác ABC đều.



TH1: Xét M thuộc cung nhỏ $\overset{\frown}{BC}$. Lấy điểm E thuộc đoạn AM sao cho $MB = ME$ mà $\widehat{BME} = \widehat{BCA} = 60^{\circ}$ (do góc nội tiếp cùng chắn cung $\overset{\frown}{AB}$) suy ra tam giác BME đều.

Ta có $\widehat{ABE} = \widehat{CBM}$ (vì cùng cộng với góc $\widehat{EBC}$ bằng 60°) $\Rightarrow \Delta ABE = \Delta CBM \Rightarrow MC = AE$.

$\Rightarrow MB + MC = ME + EA = MA$

$\Rightarrow MA + MB + MC = 2MA$ nên $MA + MB + MC$ đạt giá trị lớn nhất khi và chỉ khi MA đạt giá trị lớn nhất khi và chỉ khi MA là đường kính tức M là điểm chính giữa cung nhỏ $\overset{\frown}{BC}$. Vậy trong trường hợp này có một điểm M thỏa mãn.

TH2 và **TH3**: Xét M thuộc cung nhỏ $\overset{\frown}{AC}$; $\overset{\frown}{AB}$ do vai trò bình đẳng các đỉnh của tam giác đều hoàn toàn tương tự mỗi trường hợp cũng có một điểm M thỏa mãn.

Vậy có ba điểm M thuộc đường tròn (C) sao cho $MA + MB + MC$ đạt giá trị lớn nhất.

Câu 163: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng chéo nhau $d: \dfrac{x-3}{-4} = \dfrac{y+2}{1} = \dfrac{z+1}{1}$ và $d': \dfrac{x}{-6} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z-2}{2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng vuông góc chung của d và d'?

A. $\dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z}{2}$. **B.** $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z}{2}$. **C.** $\dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z}{2}$. **D.** $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z+1}{2}$.

Câu 164: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(3;0;0)$, $B(0;6;0)$, $C(0;0;6)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua trực tâm của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC).

A. $\dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y+2}{1} = \dfrac{z+3}{1}$. **B.** $\dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z-1}{1}$.

C. $\dfrac{x-3}{2} = \dfrac{y-6}{1} = \dfrac{z-6}{1}$. **D.** $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-3}{1} = \dfrac{z-3}{1}$.

Câu 165: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 25$ và hai điểm $A(3;-2;6)$, $B(0;1;0)$. Mặt phẳng $(P): ax + by + cz - 2 = 0$ chứa đường thẳng AB và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Tính giá trị của biểu thức $M = 2a + b - c$.

A. $M = 2$. **B.** $M = 3$. **C.** $M = 1$. **D.** $M = 4$.

Câu 166: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng chéo nhau $d: \dfrac{x-3}{-4} = \dfrac{y+2}{1} = \dfrac{z+1}{1}$ và $d': \dfrac{x}{-6} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z-2}{2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng vuông góc chung của d và d'?

A. $\frac{x+1}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z}{2}$. **B.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z}{2}$. **C.** $\frac{x+1}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z}{2}$. **D.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $\begin{cases} A(3-4a;-2+a;-1+a)\in d \\ B(-6b;1+b;2+2b)\in d' \end{cases}$ sao cho $\begin{cases} AB\perp d \\ AB\perp d' \end{cases}$

Ta có $\overrightarrow{AB}=(4a-6b-3;b-a+3;2b-a+3)$; $\overrightarrow{u_d}=(-4;1;1)$; $\overrightarrow{u_{d'}}=(-6;1;2)$;

$\begin{cases} \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{u_d}=0 \\ \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{u_{d'}}=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4(4a-6b-3)+b-a+3+2b-a+3=0 \\ -6(4a-6b-3)+b-a+3+2(2b-a+3)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=0 \end{cases}$

$\Rightarrow A(-1;-1;0)$, $B(0;1;2)$, $\overrightarrow{AB}=(1;2;2)$.

Vậy phương trình đường thẳng vuông góc chung của d và d' là $\frac{x+1}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z}{2}$.

Câu 167: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(3;0;0)$, $B(0;6;0)$, $C(0;0;6)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua trực tâm của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC).

A. $\frac{x+1}{2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z+3}{1}$. **B.** $\frac{x-2}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-1}{1}$.

C. $\frac{x-3}{2}=\frac{y-6}{1}=\frac{z-6}{1}$. **D.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y-3}{1}=\frac{z-3}{1}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $H(a;b;c)$ là trực tâm tam giác ABC nên ta có $\begin{cases} \overrightarrow{AH}.\overrightarrow{BC}=0 \\ \overrightarrow{BH}.\overrightarrow{AC}=0 \\ \left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AH}=0 \end{cases}$.

Ta có $\overrightarrow{AH}=(a-3;b;c)$; $\overrightarrow{BH}=(a;b-6;c)$; $\overrightarrow{BC}=(0;-6;6)$; $\overrightarrow{AC}=(-3;0;6)$; $\overrightarrow{AB}=(-3;6;0)$.

$\Rightarrow \left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(36;18;18)$.

$\begin{cases} \overrightarrow{AH}.\overrightarrow{BC}=0 \\ \overrightarrow{BH}.\overrightarrow{AC}=0 \\ \left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AH}=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6b+6c=0 \\ -3a+6c=0 \\ 36(a-3)+18b+18c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6b+6c=0 \\ -3a+6c=0 \\ 2a+b+c=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=1 \\ c=1 \end{cases} \to H(2;1;1)$.

Đường thẳng đi qua trực tâm $H(2;1;1)$ của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có vecto chỉ phương $\vec{u}=\frac{1}{18}\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(2;1;1)$ có phương trình là

$\frac{x-2}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-1}{1}$.

Câu 168: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=25$ và hai điểm $A(3;-2;6)$, $B(0;1;0)$. Mặt phẳng $(P):ax+by+cz-2=0$ chứa đường thẳng AB và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Tính giá trị của biểu thức $M=2a+b-c$.

A. $M=2$. **B.** $M=3$. **C.** $M=1$. **D.** $M=4$.

Lời giải

Chọn C

* Ta có: $(P)\perp\vec{n}=(a;b;c)$ trong đó $a;b;c$ không đồng thời bằng 0. Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$ và bán kính $R=5$.

Do mặt phẳng (P) chứa đường thẳng AB nên ta có: $\begin{cases}3a-2b+6c-2=0\\ b-2=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}b=2\\ a=2-2c\end{cases}$ (1)

* Bán kính đường tròn giao tuyến là $r=\sqrt{R^2-d^2}$ trong đó

$d=d(I;(P))=\dfrac{|c+4|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=\sqrt{\dfrac{c^2+8c+16}{5c^2-8c+8}}$. Để bán kính đường tròn nhỏ nhất điều kiện là d lớn nhất $\Leftrightarrow\dfrac{c^2+8c+16}{5c^2-8c+8}=\dfrac{1}{5}+\dfrac{24}{5}.\dfrac{2c+3}{5c^2-8c+8}$ lớn nhất $\Leftrightarrow m=\dfrac{2c+3}{5c^2-8c+8}$ lớn nhất.

Coi hàm số $m=\dfrac{2c+3}{5c^2-8c+8}$ là một phương trình ẩn c ta được

$$5mc^2-2(4m+1)c+(8m-3)=0,$$

phương trình có nghiệm $c\Leftrightarrow\Delta'=-24m^2+23m+1\ge0\Leftrightarrow-\dfrac{1}{24}\le m\le1\Rightarrow m$ lớn nhất $\Leftrightarrow c=1$.

$\Rightarrow a=0\Rightarrow M=2a+b-c=1$.

Câu 169: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=9$ và mặt phẳng $(P):2x-2y+z+3=0$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm trên mặt cầu sao cho khoảng cách từ M đến (P) lớn nhất. Khi đó:

A. $a+b+c=8$. **B.** $a+b+c=5$. **C.** $a+b+c=6$. **D.** $a+b+c=7$.

Câu 170: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(-2;-2;1)$, $A(1;2;-3)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-5}{2}=\dfrac{z}{-1}$. Tìm véctơ chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng Δ đi qua M, vuông góc với đường thẳng d, đồng thời cách điểm A một khoảng lớn nhất.

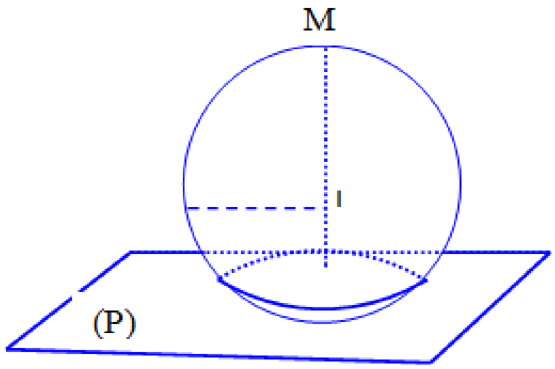
A. $\vec{u}=(4;-5;-2)$. **B.** $\vec{u}=(1;0;2)$. **C.** $\vec{u}=(8;-7;2)$. **D.** $\vec{u}=(1;1;-4)$.

Câu 171: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=9$ và mặt phẳng $(P):2x-2y+z+3=0$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm trên mặt cầu sao cho khoảng cách từ M đến (P) lớn nhất. Khi đó:

A. $a+b+c=8$. **B.** $a+b+c=5$. **C.** $a+b+c=6$. **D.** $a+b+c=7$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Mặt (S) cầu có tâm $I(1;2;3), R=3$.

$d\left(I,(P)\right)=\dfrac{|2.1-2.2+3+3|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+1^2}}=\dfrac{4}{3}<R$ mặt phẳng cắt mặt cầu theo một đường tròn

Gọi $M(a;b;c)$ là điểm trên mặt cầu sao cho khoảng cách từ M đến (P) lớn nhất.

Khi M thuộc đường thẳng Δ vuông đi qua M và vuông góc với (P)

$\Delta:\begin{cases}x=1+2t\\y=2-2t\\z=3+t\end{cases}$. Thay vào mặt cầu $(S)\Rightarrow(2t)^2+(-2t)^2+(t)^2=9\Rightarrow 9t^2=9\Rightarrow t=\pm1$

Với $t=1\Rightarrow M(3;0;4)\Rightarrow d\left(M;(P)\right)=\dfrac{|2.3-2.0+4+3|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+1^2}}=\dfrac{10}{3}$

Với $t=-1\Rightarrow M(-1;4;2)\Rightarrow d\left(M;(P)\right)=\dfrac{|2.(-1)-2.4+2+3|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+1^2}}=\dfrac{1}{3}$

Vậy $M(3;0;4)\Rightarrow a+b+c=7$.

Câu 172: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(-2;-2;1)$, $A(1;2;-3)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-5}{2}=\dfrac{z}{-1}$. Tìm véctơ chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng Δ đi qua M, vuông góc với đường thẳng d, đồng thời cách điểm A một khoảng lớn nhất.

A. $\vec{u}=(4;-5;-2)$. **B.** $\vec{u}=(1;0;2)$. **C.** $\vec{u}=(8;-7;2)$. **D.** $\vec{u}=(1;1;-4)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên Δ, ta có $d(A;\Delta)=AH$.

Mặt khác, vì $M\in\Delta$ nên $AH\le AM$. Do đó, $AH_{\max}=AM \Leftrightarrow H\equiv M$.

Khi đó, đường thẳng Δ đi qua M, vuông góc với đường thẳng d và vuông góc với đường thẳng AM nên có véctơ chỉ phương là $\vec{u}=\left[\overrightarrow{u_d};\overrightarrow{AM}\right]=(4;-5;-2)$.

Câu 173: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(1;3;-2)$. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng (P) đi qua M và cắt các trục $x'Ox$, $y'Oy$, $z'Oz$ lần lượt tại ba điểm phân biệt A, B, C sao cho $OA=OB=OC\neq0$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 174: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(1;3;-2)$. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng (P) đi qua M và cắt các trục $x'Ox$, $y'Oy$, $z'Oz$ lần lượt tại ba điểm phân biệt A, B, C sao cho $OA = OB = OC \neq 0$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Gọi $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$; $C(0;0;c)$. Ta có $OA = |a|$; $|OB| = b$; $|OC| = |c|$.

Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C là $(P): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Theo giả thiết ta có điểm $M(1;3;-2) \in (P)$ nên $\frac{1}{a} + \frac{3}{b} - \frac{2}{c} = 1$.

Vì $OA = OB = OB \Rightarrow |a| = |b| = |c|$ nên ta có hệ phương trình $\begin{cases} \frac{1}{a} + \frac{3}{b} - \frac{2}{c} = 1 \\ |a| = |b| = |c| \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{a} + \frac{3}{b} - \frac{2}{c} = 1 \\ |a| = |b| \\ |b| = |c| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{a} + \frac{3}{b} - \frac{2}{c} = 1 \\ \left[\begin{array}{l} a = b \\ a = -b \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} b = c \\ b = -c \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = b = c = 2 \\ a = b = -c = 6 \\ a = -b = c = 4 \end{array}\right..$$

Vậy có 3 mặt phẳng thỏa mãn.

Câu 175: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+5}{-1}$ và mặt phẳng $(P): 2x - 3y + z - 6 = 0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P), cắt và vuông góc với (d)?

A. $\frac{x-8}{2} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+7}{11}$. **B.** $\frac{x-4}{2} = \frac{y-3}{5} = \frac{z-3}{11}$.

C. $\frac{x+8}{2} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-7}{11}$. **D.** $\frac{x+4}{2} = \frac{y+3}{5} = \frac{z+3}{11}$.

Câu 176: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) tâm $I(2;5;3)$ cắt đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{2}$ tại hai điểm phân biệt A, B với chu vi tam giác IAB bằng $10 + 2\sqrt{7}$. Phương trình nào sau đây là phương trình của mặt cầu (S)?

A. $(x-2)^2 + (y-5)^2 + (z-3)^2 = 100$. **B.** $(x-2)^2 + (y-5)^2 + (z-2)^2 = 7$.

C. $(x-2)^2 + (y-5)^2 + (z-3)^2 = 25$. **D.** $(x-2)^2 + (y-5)^2 + (z-3)^2 = 28$.

Câu 177: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z+5}{-1}$ và mặt phẳng $(P):2x-3y+z-6=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) , cắt và vuông góc với (d) ?

A. $\dfrac{x-8}{2}=\dfrac{y-1}{5}=\dfrac{z+7}{11}$.

B. $\dfrac{x-4}{2}=\dfrac{y-3}{5}=\dfrac{z-3}{11}$.

C. $\dfrac{x+8}{2}=\dfrac{y+1}{5}=\dfrac{z-7}{11}$.

D. $\dfrac{x+4}{2}=\dfrac{y+3}{5}=\dfrac{z+3}{11}$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình tham số của $d:\begin{cases}x=2+3t\\ y=-1+t\\ z=-5-t\end{cases}$

Ta có $M=d\cap(P)$ nên $2(2+3t)-3(-1+t)-5-t-6=0\Leftrightarrow t=2\Rightarrow M(8;1;-7)$

VTCP của Δ là $\vec{u}=\left[\overrightarrow{u_d};\overrightarrow{n_{(P)}}\right]=(-2;-5;-11)=-1.(2;5;11)$

Δ đi qua M có VTCP $\vec{a}=(2;5;11)$ nên có phương trình: $\dfrac{x-8}{2}=\dfrac{y-1}{5}=\dfrac{z-7}{11}$.

Câu 178: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) tâm $I(2;5;3)$ cắt đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{2}$ tại hai điểm phân biệt A, B với chu vi tam giác IAB bằng $10+2\sqrt{7}$. Phương trình nào sau đây là phương trình của mặt cầu (S)?

A. $(x-2)^2+(y-5)^2+(z-3)^2=100$.

B. $(x-2)^2+(y-5)^2+(z-2)^2=7$.

C. $(x-2)^2+(y-5)^2+(z-3)^2=25$.

D. $(x-2)^2+(y-5)^2+(z-3)^2=28$.

Lời giải

Chọn C

Gọi R là bán kính của mặt cầu, H là trung điểm của AB.

Ta có $IH\perp AB\Rightarrow IH=d(I;d)$.

d qua $M(1;0;2)$ và có VTCP $\vec{u}=(2;1;2)$, $\overrightarrow{IM}=(-1;-5;-1)$.

$\Rightarrow\left[\vec{u};\overrightarrow{IM}\right]=(9;0;-9)$.

$\Rightarrow IH=\dfrac{\left|\left[\vec{u},\overrightarrow{IM}\right]\right|}{\left|\vec{u}\right|}=3\sqrt{2}$

$AB=2AH=2\sqrt{R^2-IH^2}=2\sqrt{R^2-18}$, $R>3\sqrt{2}$.

Chu vi ΔABC là $IA+IB+AB=10+2\sqrt{7}\Rightarrow 2R+2\sqrt{R^2-18}=10+2\sqrt{7}$

$\Leftrightarrow R+\sqrt{R^2-18}=5+\sqrt{7}\Leftrightarrow R-5+\dfrac{R^2-25}{\sqrt{R^2-18}+\sqrt{7}}=0\Leftrightarrow(R-5)\left(1+\dfrac{R+5}{\sqrt{R^2-18}+\sqrt{7}}\right)=0$

$\Leftrightarrow R=5$.

Mặt cầu (S) có tâm $I(2;5;3)$, bán kính $R=5$.

Phương trình mặt cầu (S) là: $(x-2)^2+(y-5)^2+(z-3)^2=25$.

Chú ý: $\underbrace{R+\sqrt{R^2-18}-5-\sqrt{7}}_{f(R)}=0$ có $f'(R)=1+\dfrac{R}{\sqrt{R^2-18}}>0$ với mọi $R>3\sqrt{2}$ nên phương trình có nghiệm duy nhất $R=5$.

Câu 179: Trong không gian Oxyz , cho hai điểm $M(1;2;3)$, $A(2;4;4)$ và hai mặt phẳng $(P): x+y-2z+1=0$, $(Q): x-2y-z+4=0$. Đường thẳng Δ qua điểm M, cắt hai mặt phẳng (P), (Q) lần lượt tại B và $C(a;b;c)$ sao cho tam giác ABC cân tại A và nhận AM làm đường trung tuyến. Tính $T=a+b+c$.

A. $T=9$. **B.** $T=3$. **C.** $T=7$. **D.** $T=5$.

Lời giải

Chọn C

Câu 180: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2;1;0)$, $B(4;4;-3)$, $C(2;3;-2)$ và đường thẳng $(d): \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-1}{-1}$. Gọi (α) là mặt phẳng chứa (d) sao cho A, B, C ở cùng phía đối với mặt phẳng (α). Gọi d_1, d_2, d_3 lần lượt là khoảng cách từ A, B, C đến (α). Tìm giá trị lớn nhất của $T=d_1+2d_2+3d_3$.

A. $T_{\max}=2\sqrt{21}$. **B.** $T_{\max}=6\sqrt{14}$.

C. $T_{\max}=\sqrt{14}+\dfrac{\sqrt{203}}{3}+3\sqrt{21}$. **D.** $T_{\max}=\sqrt{203}$.

Câu 181: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho 5 điểm $A(1;2;-1)$, $B(2;3;0)$, $C(2;3;-1)$, $D(3;2;5)$, $E(3;4;0)$. Tìm số mặt phẳng cách đều 5 điểm A, B, C, D, E.

A. 0. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 1.

Câu 182: Trong không gian Oxyz , cho hai điểm $M(1;2;3)$, $A(2;4;4)$ và hai mặt phẳng $(P): x+y-2z+1=0$, $(Q): x-2y-z+4=0$. Đường thẳng Δ qua điểm M, cắt hai mặt phẳng (P), (Q) lần lượt tại B và $C(a;b;c)$ sao cho tam giác ABC cân tại A và nhận AM làm đường trung tuyến. Tính $T=a+b+c$.

A. $T=9$. **B.** $T=3$. **C.** $T=7$. **D.** $T=5$.

Lời giải

Chọn C

Gọi mặt phẳng đi qua M nhận $\overrightarrow{AM}(1;2;1)$ làm vectơ pháp tuyến nên:

$(R): 1(x-1)+2(y-2)+1(z-3)=0 \Leftrightarrow x+2y+z-8=0$.

Gọi d là giao tuyến của mặt phẳng (R) và (P).

Vectơ pháp tuyến của mp (P) là: $\vec{n}(1;1;-2)$

Ta có $\vec{u}=\left[\overrightarrow{AM},\vec{n}\right]=(-5;3;-1)$

Gọi M là điểm thuộc giao tuyến của (R) và (P) nên tọa độ M là nghiệm của hệ

$\begin{cases} x+2y+z-8=0 \\ x+y-2z+1=0 \\ x=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=3 \\ z=2 \end{cases}$ nên $M(0;3;2)$

Phương trình đường thẳng $d:\begin{cases} x=0-5t \\ y=3+3t \\ z=2-t \end{cases}$

Ta có $B\in d$ nên $B(-5t;3+3t;2-t)$

Mặt khác M là trung điểm của đoạn BC nên $\begin{cases} x_C=2.1+5t \\ y_C=2.2-3-3t \\ z_C=2.3-2+t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C=2+5t \\ y_C=1-3t \\ z_C=4+t \end{cases}$

Mặt khác $C\in(Q)$ nên $2+5t-2(1-3t)-(4+t)+4=0 \Leftrightarrow 10t=0 \Leftrightarrow t=0$.

Nên $C(2;1;4)$ nên $T=a+b+c=7$.

Câu 183: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2;1;0)$, $B(4;4;-3)$, $C(2;3;-2)$ và đường thẳng $(d):\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-1}{-1}$. Gọi (α) là mặt phẳng chứa (d) sao cho A, B, C ở cùng phía đối với mặt phẳng (α). Gọi d_1, d_2, d_3 lần lượt là khoảng cách từ A, B, C đến (α). Tìm giá trị lớn nhất của $T=d_1+2d_2+3d_3$.

A. $T_{\max}=2\sqrt{21}$.

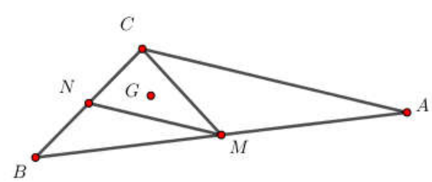
B. $T_{\max}=6\sqrt{14}$.

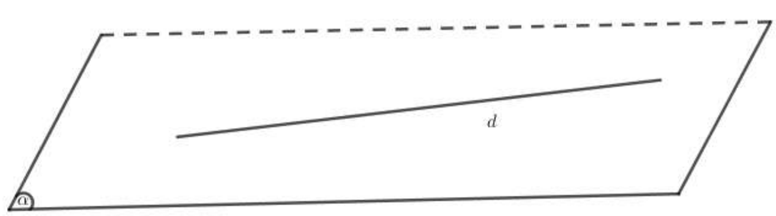
C. $T_{\max}=\sqrt{14}+\dfrac{\sqrt{203}}{3}+3\sqrt{21}$.

D. $T_{\max}=\sqrt{203}$.

Lời giải

Chọn B





Ta có $AB=3\sqrt{6}$; $AC=2\sqrt{6}$; $BC=\sqrt{6}$.

Ta có $T=d_1+2d_2+3d_3=d_1+d_2+d_2+d_3+2d_3$.

Gọi M là trung điểm AB, và N là trung điểm của BC ta có $2d(M;(\alpha))=d_1+d_2$ và $2d(N;(\alpha))=d_2+d_3$.

Gọi G là trọng tâm tam giác MNC. Khi đó ta có
$T = 2d\left(M;(\alpha)\right) + 2d\left(N;(\alpha)\right) + 2d_3 = 6d\left(G;(\alpha)\right)$.

Do đó $T = 6d\left(G;(\alpha)\right) \le 6d\left(G;(d)\right)$.

Ta có $M\left(1;\dfrac{5}{2};\dfrac{-3}{2}\right)$; $N\left(3;\dfrac{7}{2};\dfrac{-5}{2}\right)$ suy ra $G(2;3;-2)$.

Gọi $H(1+t;1-2t;1-t)$ là hình chiếu của G lên đường thẳng (d), ta có

$\overrightarrow{GH} = (t-1;-2t-2;3-t)$.

$\overrightarrow{GH}.\vec{u}_d = 0 \Leftrightarrow (t-1) - 2(-2t-2) - (3-t) = 0 \Leftrightarrow t = 0$.

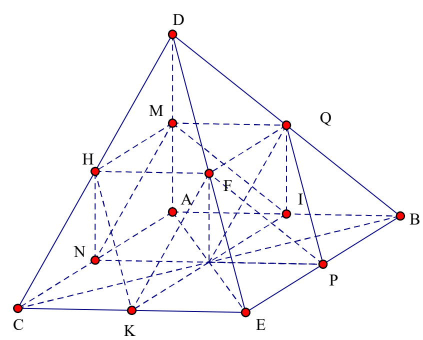
Vậy $T_{\max} = 6GH = 6\sqrt{1^2+2^2+3^2} = 6\sqrt{14}$.

Câu 184: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho 5 điểm $A(1;2;-1)$, $B(2;3;0)$, $C(2;3;-1)$, $D(3;2;5)$, $E(3;4;0)$. Tìm số mặt phẳng cách đều 5 điểm A, B, C, D, E.

A. 0. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C



Ta có $\overrightarrow{BE} = (1;1;0)$, $\overrightarrow{AC} = (1;1;0)$ suy ra $ACEB$ là hình bình hành.

$D.ACEB$ là hình chóp. Có 5 mặt phẳng cách đều 5 điểm A, B, C, D, E, các mặt phẳng đó đi qua trung điểm các cạnh của hình chóp. Đó là các mặt phẳng $(HMQF)$, $(MQPN)$, $(HFPN)$, $(FQIK)$, $(MHKI)$.

Câu 185: Trong không gian Oxyz, cho hai đường thẳng $d_1: \dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y+2}{-1} = \dfrac{z-3}{1}$ và $d_2: \begin{cases} x = 1-t \\ y = 1+2t \\ z = -1+t \end{cases}$. Đường thẳng Δ đi qua điểm $A(1;2;3)$, vuông góc với d_1 và cắt d_2 có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{-1} = \dfrac{y-2}{-3} = \dfrac{z-3}{-5}$. **B.** $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{3} = \dfrac{z-3}{5}$.

C. $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{3} = \dfrac{z-3}{-5}$. **D.** $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{-3} = \dfrac{z-3}{-5}$.

Câu 186: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với a,b,c là các số thực dương thay đổi tùy ý sao cho $a^2+b^2+c^2=1$. Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABC) lớn nhất là

A. $\frac{1}{\sqrt{3}}$. **B.** 1. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** 3.

Câu 187: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{1}$ và $d_2: \begin{cases} x = 1-t \\ y = 1+2t \\ z = -1+t \end{cases}$. Đường thẳng Δ đi qua điểm $A(1; 2; 3)$, vuông góc với d_1 và cắt d_2 có phương trình là

A. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-5}$. **B.** $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{5}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-5}$. **D.** $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-5}$.

Lời giải

Chọn D

$M \in d_2: \begin{cases} x = 1-t \\ y = 1+2t \Rightarrow M(1-t; 1+2t; -1+t) \\ z = -1+t \end{cases}$.

Vectơ chỉ phương của d_1 là $\vec{u}(2;-1;1)$; $\overrightarrow{AM}(-t; 2t-1; -4+t)$

Theo yêu cầu bài toán: $\vec{u}.\overrightarrow{AM} = 0 \Leftrightarrow -2t-(2t-1)-4+t = 0 \Leftrightarrow t = -1$ nên $\overrightarrow{AM}(1;-3;-5)$.

Đường thẳng Δ đi qua điểm $A(1; 2; 3)$ nhận $\overrightarrow{AM}(1;-3;-5)$ làm vectơ chỉ phương nên:

$\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-5}$.

Câu 188: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với a,b,c là các số thực dương thay đổi tùy ý sao cho $a^2+b^2+c^2=1$. Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABC) lớn nhất là

A. $\frac{1}{\sqrt{3}}$. **B.** 1. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Do $a,b,c>0$ nên phương trình mặt phẳng $(ABC): \frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.

Do đó $d(O,(ABC)) = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}}}$.

Ta có theo BĐT Côsi: $(a^2+b^2+c^2)\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}\right) \ge 9 \Rightarrow \frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2} \ge 9$.

Do đó $d(O,(ABC)) \le \frac{1}{3}$. Dấu "=" xảy ra khi $a=b=c=\frac{1}{\sqrt{3}}$.

*Chú ý: Đề bài không cần a,b,c là các số thực dương mà có thể tùy ý thì lời giải tương tự.

Câu 189: Cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-3}{1}$; $d_2:\begin{cases}x=1-t\\y=1+2t\\z=-1+t\end{cases}$ và điểm $A(1;2;3)$. Đường thẳng Δ đi qua A, vuông góc với d_1 và cắt d_2 có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-3}{1}$.
B. $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-2}{-3}=\dfrac{z-3}{-1}$.
C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-3}{5}$.
D. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-3}=\dfrac{z-3}{-5}$.

Câu 190: Cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-3}{1}$; $d_2:\begin{cases}x=1-t\\y=1+2t\\z=-1+t\end{cases}$ và điểm $A(1;2;3)$. Đường thẳng Δ đi qua A, vuông góc với d_1 và cắt d_2 có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-3}{1}$.
B. $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-2}{-3}=\dfrac{z-3}{-1}$.
C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-3}{5}$.
D. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-3}=\dfrac{z-3}{-5}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $B(1-t;1+2t;-1+t)$ là giao của Δ và d_2.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-t;2t-1;t-4)$

Đường thẳng Δ vuông góc với d_1 suy ra $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{d_1}=0 \Leftrightarrow -2t+1-2t-4+t=0 \Leftrightarrow t=-1$

Suy ra $\overrightarrow{AB}=(1;-3;-5)$

Vậy đường thẳng Δ đi qua A, vuông góc với d_1 và cắt d_2 có phương trình là $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-3}=\dfrac{z-3}{-5}$.

Câu 191: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $(P):2x+y+6z-1=0$ và $A(1;-1;0)$, $B(-1;0;1)$. Hình chiếu vuông góc của đoạn thẳng AB lên (P) có độ dài bằng bao nhiêu?

A. $\sqrt{\dfrac{155}{61}}$.
B. $\sqrt{\dfrac{237}{41}}$.
C. $\sqrt{\dfrac{137}{41}}$.
D. $\sqrt{\dfrac{255}{61}}$.

Câu 192: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x+6y-4z-2=0$, mặt phẳng $(\alpha):x+4y+z-11=0$. Gọi (P) là mặt phẳng vuông góc với (α), (P) song song với giá của vectơ $\vec{u}=(1;6;2)$ và tiếp xúc với (S). Phương trình mặt phẳng (P) là:

A. $2x-y+2z+5=0$; $2x-y+2z-2=0$.
B. $x-2y+2z+3=0$; $x-2y+z-21=0$.
C. $2x-y+2z-2=0$; $x-2y+z-21=0$.
D. $2x-y+2z+3=0$; $2x-y+2z-21=0$.

Câu 193: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng chứa $M(1;3;-2)$ và cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho $\dfrac{OA}{1}=\dfrac{OB}{2}=\dfrac{OC}{4}$.

A. $x+2y+4z+1=0$.
B. $4x+2y+z-8=0$.
C. $4x+2y+z+1=0$.
D. $2x-y-z-1=0$.

Câu 194: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(2;-3;7)$, $B(0;4;-3)$, $C(4;2;3)$. Biết $M(x_0;y_0;z_0)\in(Oxy)$ sao cho $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|$ nhỏ nhất. Khi đó tổng $P=x_0+y_0+z_0$ bằng:

A. $P=-3$. **B.** $P=6$. **C.** $P=3$. **D.** $P=0$.

Câu 195: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2x+2y-2z+15=0$ và mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2y-2z-1=0$. Khoảng cách nhỏ nhất từ một điểm thuộc (P) đến một điểm thuộc (S) là

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 196: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho phương trình đường phân giác trong của góc A là $\frac{x}{1}=\frac{y-6}{-4}=\frac{z-6}{-3}$. Biết $M(0;5;3)$ thuộc đường thẳng AB và $N(1;1;0)$ thuộc đường thẳng AC. Vector nào sau đây là vector chỉ phương của đường thẳng AC?

A. $\vec{u}=(0;1;3)$. **B.** $\vec{u}=(0;1;-3)$. **C.** $\vec{u}=(0;-2;6)$. **D.** $\vec{u}=(1;2;3)$.

Câu 197: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho $(P):2x+y+6z-1=0$ và $A(1;-1;0)$, $B(-1;0;1)$. Hình chiếu vuông góc của đoạn thẳng AB lên (P) có độ dài bằng bao nhiêu?

A. $\sqrt{\frac{155}{61}}$. **B.** $\sqrt{\frac{237}{41}}$. **C.** $\sqrt{\frac{137}{41}}$. **D.** $\sqrt{\frac{255}{61}}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: A thuộc (P) nên hình chiếu của A lên (P) là điểm A.

Gọi B' là hình chiếu vuông góc của B lên (P).

Lúc đó: Phương trình đường thẳng qua B vuông góc với (P) có dạng $d:\begin{cases}x=-1+2t\\y=t\\z=1+6t\end{cases}$

Khi đó tạo độ điểm B' là giao điểm của d và (P) nên $B'\left(-\frac{47}{41};-\frac{3}{41};\frac{23}{41}\right)$

Vậy $AB'=\sqrt{\frac{237}{41}}$.

Câu 198: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x+6y-4z-2=0$, mặt phẳng $(\alpha):x+4y+z-11=0$. Gọi (P) là mặt phẳng vuông góc với (α), (P) song song với giá của vectơ $\vec{u}=(1;6;2)$ và tiếp xúc với (S). Phương trình mặt phẳng (P) là:

A. $2x-y+2z+5=0$; $2x-y+2z-2=0$. **B.** $x-2y+2z+3=0$; $x-2y+z-21=0$.

C. $2x-y+2z-2=0$; $x-2y+z-21=0$. **D.** $2x-y+2z+3=0$; $2x-y+2z-21=0$.

Lời giải

Chọn D

(α) có một vtpt là $\overrightarrow{n_\alpha}=(1;4;1)$.

Do (P) song song với giá của vectơ $\vec{u}(1;6;2)$ và vuông góc với (α)

nên (P) có một vtpt $\vec{n}=\left[\overrightarrow{n_\alpha},\vec{u}\right]=(2;-1;2)$.

Suy ra phương trình mặt phẳng (P) có dạng : $2x-y+2z+d=0$.

Mặt khác mặt cầu (S) có tâm $I(1;-3;2)$ và bán kính $R=4$.

Do (P) tiếp xúc với (S) nên $d(I,(P))=\dfrac{|2+3+4+d|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}}=4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} d=3 \\ d=-21 \end{array}\right.$.

Vậy có hai mặt phẳng (P) thỏa mãn yêu cầu bài toán là

$2x-y+2z+3=0$ và $2x-y+2z-21=0$.

Câu 199: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng chứa $M(1;3;-2)$ và cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho $\dfrac{OA}{1}=\dfrac{OB}{2}=\dfrac{OC}{4}$.

A. $x+2y+4z+1=0$. **B.** $4x+2y+z-8=0$. **C.** $4x+2y+z+1=0$. **D.** $2x-y-z-1=0$.

Lời giải

Chọn B

Gọi (α) là mặt phẳng cần tìm.

Vì (α) cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C nên ta có $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ $(a,b,c>0)$.

Phương trình (α) theo đoạn chắn là $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$.

Vì $M\in(\alpha)$ nên ta có $\dfrac{1}{a}+\dfrac{3}{b}-\dfrac{2}{c}=1$ (1).

Ta có $\dfrac{OA}{1}=\dfrac{OB}{2}=\dfrac{OC}{4} \Leftrightarrow \dfrac{|a|}{1}=\dfrac{|b|}{2}=\dfrac{|c|}{4} \Leftrightarrow \dfrac{a}{1}=\dfrac{b}{2}=\dfrac{c}{3}$ (2).

Từ (1) và (2) ta có $\begin{cases} a=2 \\ b=4 \\ c=8 \end{cases}$.

Vậy (α) : $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{4}+\dfrac{z}{8}=1 \Leftrightarrow 4x+2y+z-8=0$.

Câu 200: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(2;-3;7)$, $B(0;4;-3)$, $C(4;2;3)$. Biết $M(x_0;y_0;z_0)\in(Oxy)$ sao cho $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|$ nhỏ nhất. Khi đó tổng $P=x_0+y_0+z_0$ bằng:

A. $P=-3$. **B.** $P=6$. **C.** $P=3$. **D.** $P=0$.

Lời giải

Chọn C

Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC. Ta có $G\left(2;1;\dfrac{7}{3}\right)$.

Ta có $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|=\left|3\overrightarrow{MG}\right|=3.\left|\overrightarrow{MG}\right|=3MG$.

$\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|$ nhỏ nhất khi và chỉ khi MG ngắn nhất. Mà $M\in(Oxy)$ nên MG ngắn nhất $\Leftrightarrow$ M là hình chiếu của G trên (Oxy).

Do đó $M(2;1;0)$. Suy ra $x_0=2$, $y_0=1$, $z_0=0$. Ta có $P=x_0+y_0+z=2+1+0=3$.

Câu 201: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2x+2y-2z+15=0$ và mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-2y-2z-1=0$. Khoảng cách nhỏ nhất từ một điểm thuộc (P) đến một điểm thuộc (S) là

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.　　**B.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$.　　**C.** $\sqrt{3}$.　　**D.** $\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu (S) có tâm $I(0;1;1)$ và bán kính $R=\sqrt{3}$, $d(I;(P))=\frac{5\sqrt{3}}{2}$.

Do đó, khoảng cách nhỏ nhất từ một điểm thuộc (P) đến một điểm thuộc (S) là

$d(I;(P))-R=\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 202: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho phương trình đường phân giác trong của góc A là $\frac{x}{1}=\frac{y-6}{-4}=\frac{z-6}{-3}$. Biết $M(0;5;3)$ thuộc đường thẳng AB và $N(1;1;0)$ thuộc đường thẳng AC. Vector nào sau đây là vector chỉ phương của đường thẳng AC?

A. $\vec{u}=(0;1;3)$.　　**B.** $\vec{u}=(0;1;-3)$.　　**C.** $\vec{u}=(0;-2;6)$.　　**D.** $\vec{u}=(1;2;3)$.

Lời giải

Chọn A

$\overrightarrow{MN}=(1;-4;-3)$,

d qua điểm $A(t;6-4t;6-3t)$ và có VTCP $\vec{u}=(1;-4;-3)$.

Suy ra $MN//d$

Giả sử AK là tia phân giác ngoài góc A cắt MN tại $K \Rightarrow K$ là trung điểm của MN.

$\Rightarrow K\left(\frac{1}{2};3;\frac{3}{2}\right)$, $\overrightarrow{KA}=\left(t-\frac{1}{2};3-4t;\frac{9}{2}-3t\right)$.

$\overrightarrow{KA}\perp\vec{u}\Rightarrow\overrightarrow{KA}.\vec{u}=0\Rightarrow 1.\left(t-\frac{1}{2}\right)-4(3-4t)-3\left(\frac{9}{2}-3t\right)=0\Rightarrow t=1\Rightarrow A(1;2;3)$.

$\overrightarrow{AN}=(0;1;3)$.

Vậy AC có một vector chỉ phương là $\overrightarrow{AN}=(0;1;3)$.

Câu 203: Mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(1;2;-1)$, $B(2;1;3)$ và tạo với trục Ox một góc lớn nhất. điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (P)?

A. $M(2;-7;1)$.　　**B.** $N(-2;7;1)$.　　**C.** $E(2;7;-1)$.　　**D.** $F(2;7;1)$.

Câu 204: Mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(1;2;-1)$, $B(2;1;3)$ và tạo với trục Ox một góc lớn nhất. điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (P)?

A. $M(2;-7;1)$.　　**B.** $N(-2;7;1)$.　　**C.** $E(2;7;-1)$.　　**D.** $F(2;7;1)$.

Lời giải

Chọn C

Góc lớn nhất tạo bởi đường thẳng và mặt phẳng là góc vuông suy ra mặt phẳng đang xét vuông góc với trục Ox.

Do đó VTPT của (P) là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\vec{i}\right]=(0;4;1)$.

Vậy phương trình mặt phẳng (P): $4y+z-7=0$. Điểm thuộc mặt phẳng (P) là $E(2;7;-1)$.

Câu 205: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{1}$ và $d_2: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{2}$. Đường thẳng qua điểm $M(1;1;1)$ và cắt d_1, d_2 lần lượt tại A, B. Tính tỉ số $\frac{MA}{MB}$.

A. $\frac{MA}{MB} = \frac{3}{2}$. **B.** $\frac{MA}{MB} = \frac{2}{3}$. **C.** $\frac{MA}{MB} = \frac{1}{2}$. **D.** $\frac{MA}{MB} = 2$.

Câu 206: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(a;0;0)$, $B(1;b;0)$, $C(1;0;c)$ với a, b, c là các số thực thay đổi sao cho $H(3;2;1)$ là trực tâm của tam giác ABC. Tính $S = a+b+c$.

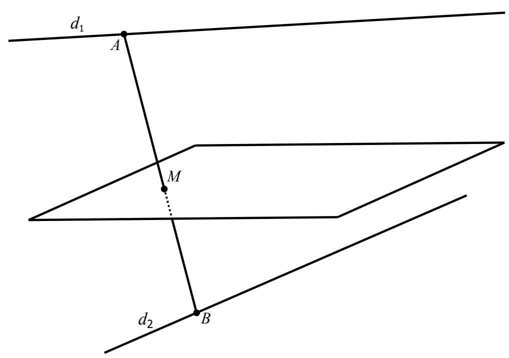
A. $S = 2$. **B.** $S = 19$. **C.** $S = 11$. **D.** $S = 9$.

Câu 207: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{1}$ và $d_2: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{2}$. Đường thẳng qua điểm $M(1;1;1)$ và cắt d_1, d_2 lần lượt tại A, B. Tính tỉ số $\frac{MA}{MB}$.

A. $\frac{MA}{MB} = \frac{3}{2}$. **B.** $\frac{MA}{MB} = \frac{2}{3}$. **C.** $\frac{MA}{MB} = \frac{1}{2}$. **D.** $\frac{MA}{MB} = 2$.

Lời giải

Chọn A



Ta có d_1 đi qua $I(1;1;-1)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1} = (1;1;1)$; d_2 đi qua $J(-1;1;0)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_2} = (2;-1;2)$.

Vì $\left[\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}\right] = (-3;0;3)$ và $\left[\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}\right].\overrightarrow{IJ} \neq 0$ nên d_1 , d_2 chéo nhau.

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua $M(1;1;1)$ và song song với d_1, d_2 khi đó: $(P): x - z = 0$. Khi đó

$$\frac{MA}{MB} = \frac{d(d_1,(P))}{d(d_2,(P))} = \frac{d(I,(P))}{d(J,(P))} = \frac{2}{1} = 2.$$

Câu 208: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(a;0;0)$, $B(1;b;0)$, $C(1;0;c)$ với a, b, c là các số thực thay đổi sao cho $H(3;2;1)$ là trực tâm của tam giác ABC. Tính $S = a+b+c$.

A. $S = 2$. **B.** $S = 19$. **C.** $S = 11$. **D.** $S = 9$.

Lời giải

Chọn B

+ Ta có: $\overrightarrow{AB} = (1-a;b;0)$, $\overrightarrow{AC} = (1-a;0;c)$

$\Rightarrow \left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=\left(bc;c\left(a-1\right);b\left(a-1\right)\right)$.

Phương trình $\left(ABC\right): bcx+c\left(a-1\right)y+b\left(a-1\right)z-abc=0$.

+ Ta lại có : $\overrightarrow{CH}=\left(2;2;1-c\right)$, $\overrightarrow{BH}=\left(2;2-b;1\right)$.

$H(3;2;1)$ là trực tâm của tam giác $ABC \Rightarrow \begin{cases} H\in\left(ABC\right) \\ \overrightarrow{CH}.\overrightarrow{AB}=0 \\ \overrightarrow{BH}.\overrightarrow{AC}=0 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} 3bc+2c\left(a-1\right)+b\left(a-1\right)-abc=0 \\ 2\left(1-a\right)+2b=0 \\ 2\left(1-a\right)+c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b^2\left(-2b+9\right)=0 \\ 2b=c \\ a=1+b \end{cases}$.

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=0;a=1;c=0\Rightarrow A\equiv B\equiv C\left(1;0;0\right) \quad \text{(loai)} \\ b=\dfrac{9}{2};a=\dfrac{11}{2};c=9 \quad \left(t/m\right) \end{array}\right. \Rightarrow S=19$.

Câu 209: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng $\left(P\right)$ song song và cách đều hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{1}$ và $d_2:\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-2}{-1}$ là?

A. $\left(P\right): 2y-2z+1=0$. **B.** $\left(P\right): 2x-2z+1=0$.

C. $\left(P\right): 2x-2y+1=0$. **D.** $\left(P\right): 2y-2z-1=0$.

Câu 210: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A\left(3;1;0\right)$, $B\left(-9;4;9\right)$ và mặt phẳng $\left(P\right)$ có phương trình $2x-y+z+1=0$. Gọi $I\left(a;b;c\right)$ là điểm thuộc mặt phẳng $\left(P\right)$ sao cho $\left|IA-IB\right|$ đạt giá trị lớn nhất. Khi đó tổng $a+b+c$ bằng

A. -4. **B.** 22. **C.** 13. **D.** -13.

Câu 211: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $\left(S\right):\left(x-1\right)^2+y^2+\left(z+2\right)^2=4$ và đường thẳng $d:\begin{cases} x=2-t \\ y=t \\ z=m-1+t \end{cases}$. Gọi T là tập tất cả các giá trị của m để d cắt $\left(S\right)$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho các tiếp diện của $\left(S\right)$ tại A và B tạo với nhau góc lớn nhất có thể. Tính tổng các phần tử của tập hợp T.

A. 3. **B.** -3. **C.** -5. **D.** -4.

Câu 212: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng $\left(P\right)$ song song và cách đều hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{1}$ và $d_2:\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-2}{-1}$ là?

A. $\left(P\right): 2y-2z+1=0$. **B.** $\left(P\right): 2x-2z+1=0$.

C. $\left(P\right): 2x-2y+1=0$. **D.** $\left(P\right): 2y-2z-1=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $d_1:\begin{cases} \text{qua } A\left(2;0;0\right) \\ \text{vtcp } \overrightarrow{u_1}=\left(-1;1;1\right) \end{cases}$ và $d_2:\begin{cases} \text{qua } B\left(0;1;2\right) \\ \text{vtcp } \overrightarrow{u_2}=\left(2;-1;-1\right) \end{cases}$.

Mặt phẳng (P) song song và cách đều hai đường thẳng $d_1:\frac{x-2}{-1}=\frac{y}{1}=\frac{z}{1}$ và $d_2:\frac{x}{2}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-2}{-1}$ nên:

□ (P) có một véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right]=(0;1;-1)$ suy ra $(P): y-z+D=0$

□ Và $d\left(A,(P)\right)=d\left(B,(P)\right)\Leftrightarrow |D|=|D-1|\Leftrightarrow D=\frac{1}{2}$

Vậy $(P): 2y-2z+1=0$.

Câu 213: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3;1;0)$, $B(-9;4;9)$ và mặt phẳng (P) có phương trình $2x-y+z+1=0$. Gọi $I(a;b;c)$ là điểm thuộc mặt phẳng (P) sao cho $|IA-IB|$ đạt giá trị lớn nhất. Khi đó tổng $a+b+c$ bằng

A. -4. **B.** 22. **C.** 13. **D.** -13.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Thay tọa độ hai điểm $A(3;1;0)$, $B(-9;4;9)$ vào vế trái phương trình mặt phẳng (P), ta có

$$2.3-1+0+1=6>0 \text{ và } 2.(-9)-4+9+1=-12<0.$$

Nên suy ra, hai điểm A, B nằm khác phía với mặt phẳng (P).

Gọi $A'(-1;3;-2)$ là điểm đối xứng với điểm A qua mặt phẳng (P). Ta có

$$|IA-IB|=|IA'-IB|\le A'B=\sqrt{186}.$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi A', B, I thẳng hàng và I nằm ngoài đoạn $A'B$. Suy ra I là giao điểm của đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng (P).

Ta có $\overrightarrow{A'B}=(-8;1;11)$, nên suy ra phương trình đường thẳng $A'B$ là $\begin{cases}x=-1-8t\\ y=3+t\\ z=-2+11t\end{cases}$.

Tọa độ điểm I là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases}x=-1-8t\\ y=3+t\\ z=-2+11t\\ 2x-y+z+1=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=7\\ y=2\\ z=-13\\ t=-1\end{cases}.$$

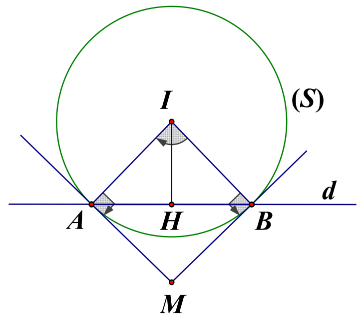
Vậy $I(7;2;13)$ nên $a+b+c=7+2+(-13)=-4$.

Câu 214: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+y^2+(z+2)^2=4$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=2-t\\ y=t\\ z=m-1+t\end{cases}$. Gọi T là tập tất cả các giá trị của m để d cắt (S) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho các tiếp diện của (S) tại A và B tạo với nhau góc lớn nhất có thể. Tính tổng các phần tử của tập hợp T.

A. 3. **B.** -3. **C.** -5. **D.** -4.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Mặt cầu $\left(S\right)$ có tâm $I\left(1;0;-2\right)$ và bán kính $R=2$.

Đường thẳng d đi qua điểm $N\left(2;0;m-1\right)$ và có véc tơ chỉ phương $\vec{u}=\left(-1;1;1\right)$.

Điều kiện để d cắt $\left(S\right)$ tại hai điểm phân biệt là $d\left(I;\left(d\right)\right)<R \Leftrightarrow \dfrac{\left|\left[\overrightarrow{IN};\vec{u}\right]\right|}{\left|\vec{u}\right|}<2$

$\Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{2m^2+6m+6}}{\sqrt{3}}<2 \Leftrightarrow \dfrac{-3-\sqrt{21}}{2}<m<\dfrac{-3+\sqrt{21}}{2}$.

Khi đó, tiếp diện của $\left(S\right)$ tại A và B vuông góc với IA và IB nên góc giữa chúng là góc $\left(IA;IB\right)$.

Ta có $0^\circ \le \left(IA;IB\right)\le 90^\circ$ nên $\left(IA;IB\right)_{\max}=90^\circ \Leftrightarrow IA\perp IB$.

Từ đó suy ra $d\left(I;\left(d\right)\right)=\dfrac{1}{2}AB=\sqrt{2} \Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{2m^2+6m+6}}{\sqrt{3}}=\sqrt{2} \Leftrightarrow 2m^2+6m=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=-3 \end{array}\right.$ (thỏa).

Vậy $T=\left\{-3;0\right\}$. Tổng các phần tử của tập hợp T bằng -3.

Câu 1: (THTT Số 1-484 tháng 10 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+ax+by+cz+d=0$ có bán kính $R=\sqrt{19}$, đường thẳng $d:\begin{cases} x=5+t \\ y=-2-4t \\ z=-1-4t \end{cases}$ và mặt phẳng $(P): 3x-y-3z-1=0$. Trong các số $\{a;b;c;d\}$ theo thứ tự dưới đây, số nào thỏa mãn $a+b+c+d=43$, đồng thời tâm I của (S) thuộc đường thẳng d và (S) tiếp xúc với mặt phẳng (P)?

A. $\{-6;-12;-14;75\}$. **B.** $\{6;10;20;7\}$. **C.** $\{-10;4;2;47\}$. **D.** $\{3;5;6;29\}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $I\in d \Rightarrow I(5+t;-2-4t;-1-4t)$.

Do (S) tiếp xúc với (P) nên $d(I;(P))=R=\sqrt{19} \Leftrightarrow |19+19t|=19 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=0 \\ t=-2 \end{array}\right.$

Mặt khác (S) có tâm $I\left(-\frac{a}{2};-\frac{b}{2};-\frac{c}{2}\right)$; bán kính $R=\sqrt{\frac{a^2+b^2+c^2}{4}-d}=\sqrt{19}$

Xét khi $t=0 \Rightarrow I(5;-2;-1) \Rightarrow \{a;b;c;d\}=\{-10;4;2;47\}$

Do $\frac{a^2+b^2+c^2}{4}-d \neq 19$ nên ta loại trường hợp này.

Xét khi $t=2 \Rightarrow \{a;b;c;d\}=\{-6;-12;-14;75\}$

Do $\frac{a^2+b^2+c^2}{4}-d=19$ nên thỏa.

Câu 2: (THPT Lê Hồng Phong-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;\ 1;\ 1)$, $B(3;\ 0;-1)$, $C(0;\ 21;-19)$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=1$. $M(a;\ b;\ c)$ là điểm thuộc mặt cầu (S) sao cho biểu thức $T=3MA^2+2MB^2+MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính tổng $a+b+c$.

A. $a+b+c=\frac{14}{5}$. **B.** $a+b+c=0$. **C.** $a+b+c=\frac{12}{5}$. **D.** $a+b+c=12$.

Lời giải

Chọn A

$(S): (x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=1$ có tâm $I(1;\ 1;\ 1)$

Gọi $G(x;y;z)$ là điểm thỏa $3\overrightarrow{GA}+2\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$, khi đó

$$\begin{cases} 3(0-x)+2(3-x)+(0-x)=0 \\ 3(1-y)+2(0-y)+(21-y)=0 \\ 3(1-z)+2(-1-z)+(-19-z)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=4 \\ z=-3 \end{cases} \Rightarrow G(1;\ 4;-3)$$

Lúc này ta có

$$\begin{aligned}T &= 3MA^2 + 2MB^2 + MC^2\\ &= 3MG^2 + 6\overrightarrow{MG}.\overrightarrow{GA} + 3GA^2 + 2MG^2 + 4\overrightarrow{MG}.\overrightarrow{GB} + 2GB^2 + MG^2 + 2\overrightarrow{MG}.\overrightarrow{GC} + GC^2\\ &= 6MG^2 + 2\overrightarrow{MG}\left(3\overrightarrow{GA} + 2\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}\right)\\ &= 6MG^2\end{aligned}$$

T đạt giá trị nhỏ nhất khi M là một trong hai giao điểm của đường thẳng IG và mặt cầu (S).

Phương trình đường thẳng $IG:\begin{cases}x=1\\y=1+3t\\z=1-4t\end{cases}$

$M = IG\cap(S)$ nên tọa độ M là nghiệm của hệ

$$\begin{cases}x=1\\y=1+3t\\z=1-4t\\(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=1\end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l}t=\dfrac{1}{5}\\t=\dfrac{-1}{5}\end{array}\right.. \text{ Khi đó : } \left[\begin{array}{l}M_1\left(1;\dfrac{8}{5};\dfrac{1}{5}\right)\\M_2\left(1;\dfrac{2}{5};\dfrac{9}{5}\right)\end{array}\right.$$

Vì $M_1G < M_2G$ nên điểm $M \equiv M_1\left(1;\dfrac{8}{5};\dfrac{1}{5}\right)$

Vậy $a+b+c=\dfrac{14}{5}$.

Câu 3: (THTT Số 2-485 tháng 11-năm học 2017-2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;1)$, $B(0;3;-1)$. Điểm M nằm trên mặt phẳng $(P):2x+y+z-4=0$ sao cho $MA+MB$ nhỏ nhất là

A. $(1;0;2)$. **B.** $(0;1;3)$. **C.** $(1;2;0)$. **D.** $(3;0;2)$.

Lời giải

Chọn C

Khi đó Trước hết ta xét vị trí tương đối của hai điểm $A(2;1;1)$ và $B(0;3;-1)$ so với mặt phẳng $(P):2x+y+z-4=0$. Ta có $(2.2+1+1-4)(2.0+3-1-4)=-4<0.$ Do đó $A(2;1;1)$ và $A(0;3;-1)$ nằm khác phía so với mặt phẳng $(P):2x+y+z-4=0$.

Theo bất đẳng thức tam giác ta có $MA+MB\geq AB$. Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi M, A, B thẳng hàng hay $M = AB\cap(P)$.

Đường thẳng AB qua điểm $A(2;1;1)$ và có vec tơ chỉ phương $\overrightarrow{AB}=-2(1;-1;1)$ có phương trình tham số $\begin{cases}x=2+t\\y=1-t\\z=1+t.\end{cases}$ Suy ra $M(2+t;1-t;1+t)$.

Vì $M\in(P)$ nên ta có $2(2+t)+1-t+1+t-4=0 \Leftrightarrow 2t=-2 \Leftrightarrow t=-1.$

Vậy $M(1;2;0)$.

Câu 4: **----------HẾT----------(TT Diệu Hiền-Cần Thơ-tháng 11-năm 2017-2018)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{3}$ và hai điểm $A(2;0;3)$, $B(2;-2;-3)$. Biết điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ thuộc d thỏa mãn MA^4+MB^4 nhỏ nhất. Tìm x_0.

A. $x_0=1$. **B.** $x_0=3$. **C.** $x_0=0$. **D.** $x_0=2$.

Lời giải

Chọn D

Gọi I là trung điểm của AB. Khi đó ta có

$$MA^4+MB^4=\left(MA^2+MB^2\right)^2-2MA^2.MB^2=\left(2MI^2+\frac{AB^2}{2}\right)^2-2\left(MI^2-\frac{AB^2}{4}\right)^2$$

$$=4MI^4+2MI^2AB^2+\frac{AB^4}{4}-2MI^4+MI^2AB^2-\frac{AB^4}{8}$$

$$=2MI^4+3MI^2AB^2+\frac{AB^4}{4}=2\left(MI^2+\frac{3AB^2}{4}\right)^2-\frac{7}{10}AB^4$$

Do đó, MA^4+MB^4 đạt GTNN khi MI nhỏ nhất $\Leftrightarrow$ M là hình chiếu vuông góc của I lên d.

Điểm $I(2;-1;0)$. Lấy $M(2+t;-1+2t;3t)\in \mathrm{d}$. $\overrightarrow{IM}=(t;2t;3t)$

$\overrightarrow{IM}\perp\overrightarrow{u_d}\Leftrightarrow\overrightarrow{IM}.\overrightarrow{u_d}=0\Leftrightarrow t+4t+9t=0\Leftrightarrow t=0$

Suy ra $M\equiv I$.

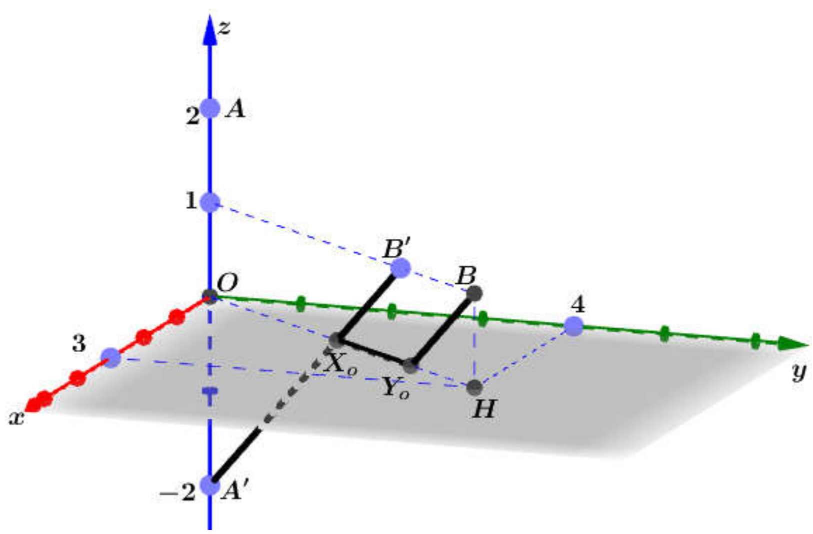
Vậy $x_0=2$

Câu 5: **(THTT Số 3-486 tháng 12 năm 2017-2018)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho các điểm $A(0;0;2)$, $B(3;4;1)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $AX+BY$ với X, Y là hai điểm thuộc mặt phẳng Oxy sao cho $XY=1$.

A. 3. **B.** 5. **C.** $2+\sqrt{17}$. **D.** $1+2\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn B



Lấy $A'(0;0;-2)$ đối xứng với A qua mặt phẳng Oxy. Khi đó với mọi $X\in Oxy$ thì $AX=A'X$.

Gọi $B'\left(\frac{12}{5};\frac{16}{5};1\right)$ thuộc mặt phẳng (OAB) và $BB'=1$. Gọi H là hình chiếu của B trên mp Oxy.

Kẻ $B'A'$ cắt OH tại X_0, dựng hình bình hành $BB'X_0Y_0$ thì $X_0Y_0=1$.

Dễ dàng chứng minh được với X_0, Y_0 dựng được như vậy thì với mọi $X,Y\in Oxy$ ta luôn có $AX+BY=A'X+BY\geq A'X_0+BY_0=A'X_0+B'X_0=A'B'=5$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của $AX+BY$ bằng 5.

Câu 6: ----------HẾT----------(Đề tham khảo BGD năm 2017-2018) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;1)$, $B(3;-1;1)$ và $C(-1;-1;1)$. Gọi (S_1) là mặt cầu có tâm A, bán kính bằng 2; (S_2) và (S_3) là hai mặt cầu có tâm lần lượt là B, C và bán kính bằng 1. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng tiếp xúc với cả ba mặt cầu (S_1), (S_2), (S_3).

A. 5. **B.** 7. **C.** 6. **D.** 8.

Lời giải

Chọn B

Gọi phương trình mặt phẳng (P) tiếp xúc với cả ba mặt cầu đã cho có phương trình là $ax+by+cz+d=0$ (đk: $a^2+b^2+c^2>0$).

Khi đó ta có hệ điều kiện sau:

$$\begin{cases} d(A;(P))=2 \\ d(B;(P))=1 \\ d(C;(P))=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{|a+2b+c+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=2 \\ \dfrac{|3a-b+c+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=1 \\ \dfrac{|-a-b+c+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |a+2b+c+d|=2\sqrt{a^2+b^2+c^2} \\ |3a-b+c+d|=\sqrt{a^2+b^2+c^2} \\ |-a-b+c+d|=\sqrt{a^2+b^2+c^2} \end{cases}.$$

Khi đó ta có: $|3a-b+c+d|=|-a-b+c+d|$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3a-b+c+d=-a-b+c+d \\ 3a-b+c+d=a+b-c-d \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=0 \\ a-b+c+d=0 \end{array}\right..$$

Với $a=0$ thì ta có

$$\begin{cases} |2b+c+d|=2\sqrt{b^2+c^2} \\ |2b+c+d|=2|-b+c+d| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |2b+c+d|=2\sqrt{b^2+c^2} \\ \left[\begin{array}{l} 4b-c-d=0 \\ c+d=0 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} c=d=0,\ b\neq 0 \\ c+d=4b,\ c=\pm 2\sqrt{2}b \end{array}\right.$$

Do đó có 3 mặt phẳng thỏa bài toán.

Với $a-b+c+d=0$ thì ta có $\begin{cases} |3b|=2\sqrt{a^2+b^2+c^2} \\ |2a|=\sqrt{a^2+b^2+c^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |3b|=4|a| \\ |2a|=\sqrt{a^2+b^2+c^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |b|=\dfrac{4}{3}|a| \\ |c|=\dfrac{\sqrt{11}}{3}|a| \end{cases}$

Do đó có 4 mặt phẳng thỏa mãn bài toán.

Vậy có 7 mặt phẳng thỏa mãn bài toán.

Câu 1: **(THPT Lương Thế Vinh-Hà Nội năm 2017-2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2;3;1)$, $B(2;1;0)$, $C(-3;-1;1)$. Tìm tất cả các điểm D sao cho $ABCD$ là hình thang có đáy AD và $S_{ABCD} = 3S_{ABC}$.

A. $D(8;7;-1)$. **B.** $\left[\begin{array}{l} D(-8;-7;1) \\ D(12;1;-3) \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} D(8;7;-1) \\ D(-12;-1;3) \end{array}\right.$. **D.** $D(-12;-1;3)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $AD//BC \Rightarrow AD$ nhận $\overrightarrow{CB} = (5;2;-1)$ là một VTCP.

Kết hợp với AD qua $A(-2;3;1) \Rightarrow AD:\begin{cases} x = -2+5t \\ y = 3+2t \\ z = 1-t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}) \Rightarrow D(5t-2;2t+3;1-t)$.

Biến đổi $S_{ABCD} = 3S_{ABC} \Leftrightarrow S_{ACD} = 2S_{ABC}$ (1)

Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (4;-2;-1) \\ \overrightarrow{AC} = (-1;-4;0) \\ \overrightarrow{AD} = (5t;2t;-t) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right] = (-4;1;-18) \\ \left[\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AD}\right] = (4t;-t;18t) \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} S_{ABC} = \dfrac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right]\right| = \dfrac{1}{2}\sqrt{(-4)^2+1^2+(-18)^2} = \dfrac{\sqrt{341}}{2} \\ S_{ACD} = \dfrac{1}{2}\left[\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AD}\right] = \dfrac{1}{2}\sqrt{(4t)^2+(-t)^2+(18t)^2} = \dfrac{|t|\sqrt{341}}{2} \end{cases}$$

Kết hợp với (1) ta được $\dfrac{|t|\sqrt{341}}{2} = \sqrt{341} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 2 \Rightarrow D(8;7;-1) \\ t = -2 \Rightarrow D(-12;-1;3) \end{array}\right.$

Với $D(8;7;-1) \Rightarrow \overrightarrow{AD} = (10;4;-2) = 2\overrightarrow{CB} = -2\overrightarrow{BC}$.

Với $D(-12;-1;3) \Rightarrow \overrightarrow{AD} = (-10;-4;2) = -2\overrightarrow{CB} = 2\overrightarrow{BC}$.

Hình thang $ABCD$ có đáy AD thì $\overrightarrow{AD} = k\overrightarrow{BC}$ với $k > 0$.

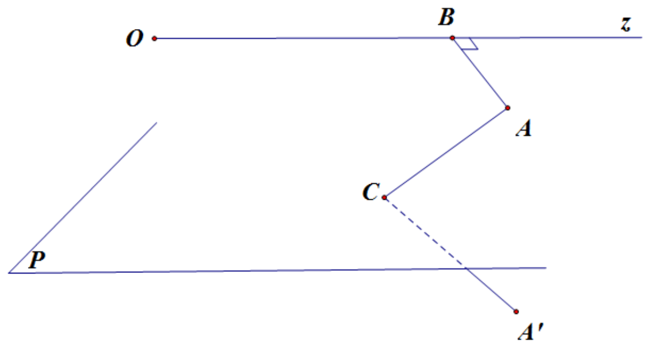
Do đó chỉ có $D(-12;-1;3)$ thỏa mãn.

Câu 2: **(THPT Lương Thế Vinh-Hà Nội năm 2017-2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-6;1)$ và mặt phẳng $(P): x+y+7=0$. Điểm B thay đổi thuộc Oz; điểm C thay đổi thuộc mặt phẳng (P). Biết rằng tam giác ABC có chu vi nhỏ nhất. Tọa độ điểm B là.

A. $B(0;0;1)$. **B.** $B(0;0;-2)$. **C.** $B(0;0;-1)$. **D.** $B(0;0;2)$.

Lời giải

Chọn A



Trước hết ta nhận thấy $Oz//(P)$ và $(x_O + y_O + 7)(x_A + y_A + 7) > 0$ nên A và Oz nằm về một phía của mặt phẳng (P).

Gọi A' là điểm đối xứng của A qua (P). Gọi p là chu vi tam giác ABC.

Ta có $p = AB + BC + CA = AB + BC + A'C \geq AB + A'B$.

Do $Oz//(P)$ nên $AA' \perp Oz$. Gọi K là hình chiếu vuông góc của A lên Oz, ta có $Oz \perp A'K$.

Lúc đó $\begin{cases} AB \geq AK \\ A'B \geq A'K \end{cases} \Rightarrow p_{\min}$ khi $K \equiv B$.

Vậy $B(0;0;1)$.

Câu 3: ----------HẾT----------**(THPT Chuyên ĐHSP-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(0;1;2)$, $B(2;-2;0)$, $C(-2;0;1)$. Mặt phẳng (P) đi qua A, trực tâm H của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $4x - 2y - z + 4 = 0$. **B.** $4x - 2y + z + 4 = 0$. **C.** $4x + 2y + z - 4 = 0$. **D.** $4x + 2y - z + 4 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2;-3;-2)$, $\overrightarrow{AC} = (-2;-1;-1)$ nên $\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] = (1;6;-8)$.

Phương trình mặt phẳng (ABC) là $x + 6y - 8z + 10 = 0$.

Phương trình mặt phẳng qua B và vuông góc với AC là $2x + y + z - 2 = 0$.

Phương trình mặt phẳng qua C và vuông góc với AB là $2x - 3y - 2z + 6 = 0$.

Giao điểm của ba mặt phẳng trên là trực tâm H của tam giác ABC nên $H\left(-\frac{22}{101};\frac{70}{101};\frac{176}{101}\right)$.

Mặt phẳng (P) đi qua A, H nên $\overrightarrow{n_P} \perp \overrightarrow{AH} = \left(-\frac{22}{101};-\frac{31}{101};-\frac{26}{101}\right) = -\frac{1}{101}(22;31;26)$.

Mặt phẳng $(P) \perp (ABC)$ nên $\overrightarrow{n_P} \perp \vec{n}_{(ABC)} = (1;6;-8)$.

Vậy $\left[\vec{n}_{(ABC)};\vec{u}_{AH}\right] = (404;-202;-101)$ là một vectơ pháp tuyến của (P).

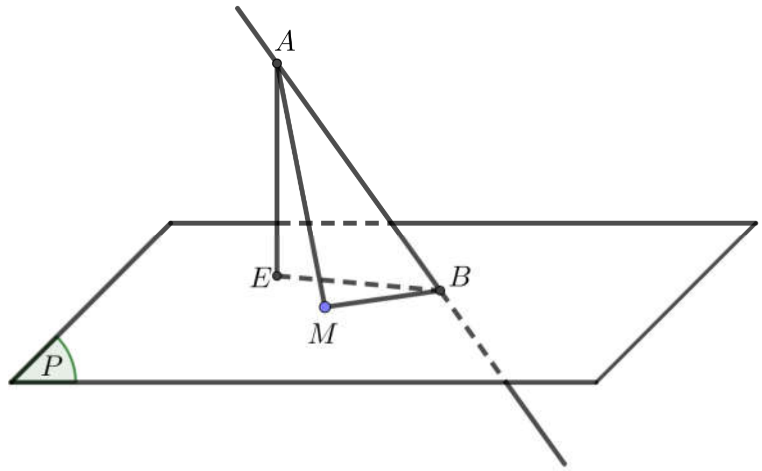
Chọn $\vec{n}_P = (4;-2;-1)$ nên phương trình mặt phẳng (P) là $4x - 2y - z + 4 = 0$.

Câu 4: **(THTT Số 4-487 tháng 1 năm 2017-2018)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z + 9 = 0$. Đường thẳng d đi qua A và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (3;4;-4)$ cắt (P) tại B. Điểm M thay đổi trong (P) sao cho M luôn nhìn đoạn AB dưới góc 90°. Khi độ dài MB lớn nhất, đường thẳng MB đi qua điểm nào trong các điểm sau?

A. $H(-2;-1;3)$. **B.** $I(-1;-2;3)$. **C.** $K(3;0;15)$. **D.** $J(-3;2;7)$.

Lời giải

Chọn B



+ Đường thẳng d đi qua $A(1;2;-3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(3;4;-4)$ có phương trình là

$$\begin{cases} x=1+3t \\ y=2+4t \\ z=-3-4t \end{cases}.$$

+ Ta có: $MB^2=AB^2-MA^2$. Do đó $(MB)_{\max}$ khi và chỉ khi $(MA)_{\min}$.

+ Gọi E là hình chiếu của A lên (P). Ta có: $AM \geq AE$.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $M \equiv E$.

Khi đó $(AM)_{\min}=AE$ và MB qua B nhận $\overrightarrow{BE}$ làm vectơ chỉ phương.

+ Ta có: $B \in d$ nên $B(1+3t;2+4t;-3-4t)$ mà $B \in (P)$ suy ra:

$2(1+3t)+2(2+4t)-(-3-4t)+9=0 \Leftrightarrow t=-1 \Rightarrow B(-2;-2;1)$.

+ Đường thẳng AE qua $A(1;2;-3)$, nhận $\vec{n}_P=(2;2;-1)$ làm vectơ chỉ phương có phương trình là

$$\begin{cases} x=1+2t \\ y=2+2t \\ z=-3-t \end{cases}.$$

Suy ra $E(1+2t;2+2t;-3-t)$.

Mặt khác, $E \in (P)$ nên $2(1+2t)+2(2+2t)-(-3-t)+9=0 \Leftrightarrow t=-2 \Rightarrow E(-3;-2;-1)$.

+ Do đó đường thẳng. MB . qua $B(-2;-2;1)$, có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{BE}=(-1;0;-2)$ nên có

phương trình là $\begin{cases} x=-2-t \\ y=-2 \\ z=1-2t \end{cases}$.

Thử các đáp án thấy điểm $I(-1;-2;3)$ thỏa. Vậy chọn đáp án **B.**

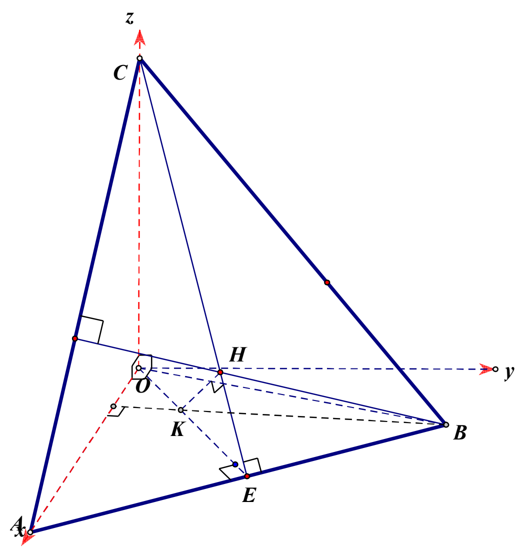
Câu 5: (THPT Chuyên ĐH KHTN-Hà Nội năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(5;0;0)$ và $B(3;4;0)$. Với C là điểm nằm trên trục Oz, gọi H là trực tâm của tam giác

ABC. Khi C di động trên trục Oz thì H luôn thuộc một đường tròn cố định. Bán kính của đường tròn đó bằng

A. $\frac{\sqrt{5}}{4}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{5}}{2}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $C(0;0;c)$. Dễ thấy tam giác ABC cân tại C. Gọi $E=(4;2;0)$ là trung điểm của AB.

Ta có mặt phẳng (OCE) vuông góc với AB (do $\begin{cases} AB \perp OC \\ AB \perp CE \end{cases}$) và là mặt phẳng cố định.

Gọi K là trực tâm tam giác OAB, do A, B và K cùng nằm trong mặt phẳng (Oxy) nên

$\begin{cases} \overrightarrow{OK}.\overrightarrow{AB}=0 \\ \overrightarrow{BK}.\overrightarrow{OA}=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x.(-2)+y.4=0 \\ x-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=\frac{3}{2} \end{cases}$. Tìm được $K=\left(3;\frac{3}{2};0\right)$.

Ta chứng minh được $KH \perp (CAB)$ do $\begin{cases} AB \perp (OEC) \\ CA \perp (BHK) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} HK \perp AB \\ HK \perp CA \end{cases}$.

Suy ra $\widehat{KHE}=90°$. Suy ra H thuộc mặt cầu đường kính $KE=\sqrt{1+\frac{1}{4}}=\frac{\sqrt{5}}{2}$ và

$\Rightarrow d(B,(SCD))=\frac{3}{2}d(H,(SCD))$ thuộc mặt phẳng (OCE) cố định. Vậy H luôn thuộc một đường tròn cố định có bán kính $R=\frac{\sqrt{5}}{4}$.

Câu 6: (THPT Chuyên ĐH KHTN-Hà Nội năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC vuông tại C, $\widehat{ABC}=60°$, $AB=3\sqrt{2}$, đường thẳng AB có phương trình $\frac{x-3}{1}=\frac{y-4}{1}=\frac{z+8}{-4}$, đường thẳng AC nằm trên mặt phẳng $(\alpha): x+z-1=0$. Biết B là điểm có hoành độ dương, gọi $(a;b;c)$ là tọa độ điểm C, giá trị của $a+b+c$ bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 7.

Lời giải

Chọn B

Ta có A là giao điểm của đường thẳng AB với mặt phẳng (α). Tọa độ điểm A là nghiệm của hệ $\begin{cases} \dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-4}{1}=\dfrac{z+8}{-4} \\ x+z-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=2 \\ z=0 \end{cases}$. Vậy điểm $A(1;2;0)$.

Điểm B nằm trên đường thẳng AB nên điểm B có tọa độ $B(3+t;4+t;-8-4t)$.

Theo giả thiết thì $t+3>0 \Leftrightarrow t>-3$.

Do $AB=3\sqrt{2}$, ta có $(t+2)^2+(t+2)^2+16(t+2)^2=18 \Rightarrow t=-1$ nên $B(2;3;-4)$.

Theo giả thiết thì $AC=AB\sin 60°=\dfrac{3\sqrt{6}}{2}$; $BC=AB.\cos 60°=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$.

Vậy ta có hệ $\begin{cases} a+c=1 \\ (a-1)^2+(b-2)^2+c^2=\dfrac{27}{2} \\ (a-2)^2+(b-3)^2+(c+4)^2=\dfrac{9}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+c=1 \\ 2a+2b-8c=9 \\ (a-1)^2+(b-2)^2+c^2=\dfrac{27}{2} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a=\dfrac{7}{2} \\ b=3 \\ c=-\dfrac{5}{2} \end{cases}$. Vậy $C\left(\dfrac{7}{2};3;-\dfrac{5}{2}\right)$ nên $a+b+c=2$.

Câu 7: (THPT Hậu Lộc 2-Thanh Hóa năm 2017-2018) Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho các điểm $A(1;5;0)$, $B(3;3;6)$ và đường thẳng $\Delta:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z}{2}$. Gọi $M(a;b;c)\in\Delta$ sao cho chu vi tam giác MAB đạt giá trị nhỏ nhất. Tính tổng $T=a+b+c$?

A. $T=2$. **B.** $T=3$. **C.** $T=4$. **D.** $T=5$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $M\in\Delta \Rightarrow M=(-1+2t;1-t;2t)$.

$\overrightarrow{MA}=(2-2t;4+t;-2t)$, $\overrightarrow{MB}=(4-2t;2+t;6-2t)$.

Khi đó chu vi tam giác MAB đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi $MA+MB$ nhỏ nhất.

Xét hàm số $f(t)=MA+MB=\sqrt{9t^2+20}+\sqrt{9t^2-36t+56}$

$=\sqrt{(3t)^2+(2\sqrt{5})^2}+\sqrt{(6-3t)^2+(2\sqrt{5})^2}\ge\sqrt{6^2+(4\sqrt{5})^2}=2\sqrt{29}$.

Dấu bằng đạt được khi và chỉ khi bộ số $(3t;6-3t)$ và bộ số $(2\sqrt{5};2\sqrt{5})$ tỉ lệ.

Suy ra $3t=6-3t \Leftrightarrow t=1$. Suy ra $M=(1;0;2)$.

Chú ý ở đây có dùng bất đẳng thức Mincopski (Hệ quả của bất đẳng thức Cauchy)

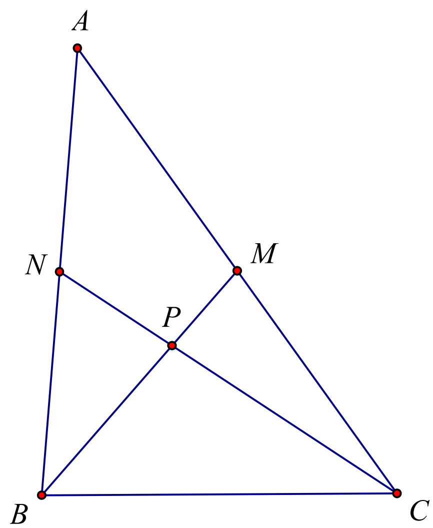
$\sqrt{a_1^2+b_1^2}+\sqrt{a_2^2+b_2^2}+...+\sqrt{a_n^2+b_n^2}\ge\sqrt{(a_1+a_2+...+a_n)^2+(b_1+b_2+...+b_n)^2}$, đúng với mọi a_i, b_i. Dấu bằng xảy ra khi hai bộ số $(a_1,a_2,...,a_n)$ và $(b_1,b_2,...,b_n)$ tỉ lệ.

Câu 8: (THPT Trần Nhân Tông-Quảng Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $B(2;-1;-3)$, $C(-6;-1;3)$. Trong các tam giác ABC thỏa mãn các đường trung tuyến kẻ từ B và C vuông góc với nhau, điểm $A\left(a;b;0\right)$, $b>0$ sao cho góc A lớn nhất. Tính giá trị $\dfrac{a+b}{\cos A}$.

A. 10. **B.** -20. **C.** 15. **D.** $-\dfrac{\sqrt{31}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi M, N lần lượt là trung điểm của cạnh AC, AB.

Gọi $P=BM\cap CN$, ta có $BM\perp CN$ nên $BC^2=BP^2+CP^2$.

Theo công thức tính đường trung tuyến, ta có

$$BP^2=\left(\frac{2}{3}BM\right)^2=\frac{4}{9}.\frac{2\left(BA^2+BC^2\right)-AC^2}{4},\ CP^2=\left(\frac{2}{3}CN\right)^2=\frac{4}{9}.\frac{2\left(CA^2+CB^2\right)-AB^2}{4}$$

$$\Rightarrow BC^2=\frac{AB^2+AC^2+4BC^2}{9}\Rightarrow AB^2+AC^2=5BC^2.$$

Góc A lớn nhất $\Leftrightarrow \cos A$ nhỏ nhất.

Ta có $\cos A=\dfrac{AB^2+AC^2-BC^2}{2AB.AC}=\dfrac{5\left(AB^2+AC^2\right)-\left(AB^2+AC^2\right)}{10AB.AC}$

$=\dfrac{2}{5}.\dfrac{AB^2+AC^2}{AB.AC}\geq\dfrac{2}{5}.\dfrac{2AB.AC}{AB.AC}=\dfrac{4}{5}$, dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow AB=AC$.

Ta có $A\left(a;b;0\right)$, $b>0$ và $B\left(2;-1;-3\right)$, $C\left(-6;-1;3\right)$

$$\Rightarrow\begin{cases}\overrightarrow{AB}=\left(2-a;-1-b;-3\right)\Rightarrow AB^2=\left(2-a\right)^2+\left(b+1\right)^2+9\\ \overrightarrow{AC}=\left(-6-a;-1-b;3\right)\Rightarrow AC^2=\left(a+6\right)^2+\left(b+1\right)^2+9\end{cases}$$

$$\Rightarrow\left(2-a\right)^2+\left(b+1\right)^2+9=\left(a+6\right)^2+\left(b+1\right)^2+9\Rightarrow 4-4a=12a+36\Rightarrow a=-2.$$

Ta có $\overrightarrow{BC}=(-8;0;6)\Rightarrow BC^2=8^2+6^2=100$.

Khi đó từ $AB^2+AC^2=5BC^2$ và $AB=AC$

$\Rightarrow 2\left[(2-a)^2+(b+1)^2+9\right]=5.100\Rightarrow 4^2+(b+1)^2+9=250$.

Kết hợp với $b>0$ ta được $b=14$ thỏa mãn.

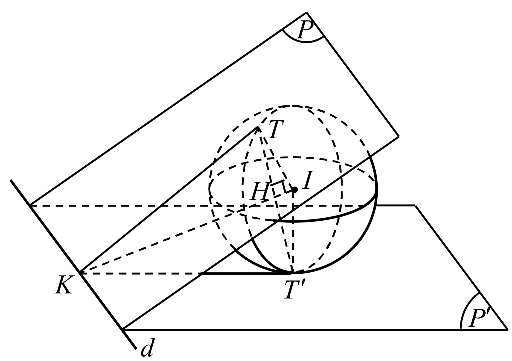
Như vậy $\dfrac{a+b}{\cos A}=\dfrac{-2+14}{\frac{4}{5}}=15$.

Câu 9: **(THTT số 5-488 tháng 2 năm 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+2z+1=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z}{-1}$. Hai mặt phẳng (P), (P') chứa d và tiếp xúc với (S) tại T và T'. Tìm tọa độ trung điểm H của TT'.

A. $H\left(\dfrac{5}{6};\dfrac{1}{3};-\dfrac{5}{6}\right)$. **B.** $H\left(\dfrac{5}{6};\dfrac{2}{3};-\dfrac{7}{6}\right)$. **C.** $H\left(-\dfrac{5}{6};\dfrac{1}{3};\dfrac{5}{6}\right)$. **D.** $H\left(-\dfrac{7}{6};\dfrac{1}{3};\dfrac{7}{6}\right)$.

Lời giải

Chọn A



(S) có tâm mặt cầu $I(1;0;-1)$, bán kính $R=1$.

Gọi $K=d\cap(ITT')$. Ta có $\begin{cases} d\perp IT \\ d\perp IT' \end{cases}\Rightarrow d\perp(ITT')$ nên K là hình chiếu vuông góc của I trên d. Ta có $K(0;2;0)$

Ta có $\dfrac{IH}{IK}=\dfrac{IH.IK}{IK^2}=\dfrac{R^2}{IK^2}=\left(\dfrac{1}{\sqrt{6}}\right)^2=\dfrac{1}{6}$.

$$\Rightarrow \overrightarrow{IH}=\frac{1}{6}\overrightarrow{IK}\Leftrightarrow 5\overrightarrow{HI}+\overrightarrow{HK}=\vec{0}\Leftrightarrow \begin{cases} x_H=\dfrac{5x_I+x_K}{5+1}=\dfrac{5}{6} \\ y_H=\dfrac{5y_I+y_K}{5+1}=\dfrac{2}{6} \\ z_H=\dfrac{5z_I+z_K}{5+1}=\dfrac{-5}{6} \end{cases}\Leftrightarrow H\left(\frac{5}{6};\frac{1}{3};\frac{-5}{6}\right).$$

Câu 10: **(THPT Mộ Đức-Quãng Ngãi-lần 1 năm 2017-2018)** Trong mặt phẳng tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(0;-1;2)$, $B(2;-3;0)$, $C(-2;1;1)$, $D(0;-1;3)$. Gọi (L) là tập hợp tất cả các điểm M

trong không gian thỏa mãn đẳng thức $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{MC}.\overrightarrow{MD}=1$. Biết rằng (L) là một đường tròn, đường tròn đó có bán kính r bằng bao nhiêu?

A. $r=\dfrac{\sqrt{11}}{2}$. **B.** $r=\dfrac{\sqrt{7}}{2}$. **C.** $r=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $r=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải

Chọn A

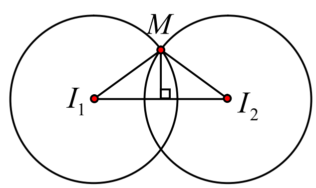
Gọi $M(x;y;z)$ là tập hợp các điểm thỏa mãn yêu cầu bài toán. Ta có

$\overrightarrow{AM}=(x;y+1;z-2)$, $\overrightarrow{BM}=(x-2;y+3;z)$, $\overrightarrow{CM}=(x+2;y-1;z-1)$, $\overrightarrow{DM}=(x;y+1;z-3)$.

Từ giả thiết: $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{MC}.\overrightarrow{MD}=1 \Leftrightarrow \begin{cases}\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=1\\ \overrightarrow{MC}.\overrightarrow{MD}=1\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}x(x-2)+(y+1)(y+3)+z(z-2)=1\\ x(x+2)+(y+1)(y-1)+(z-1)(z-3)=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x^2+y^2+z^2-2x+4y-2z+2=0\\ x^2+y^2+z^2+2x-4z+1=0\end{cases}$

Suy ra quỹ tích điểm M là đường tròn giao tuyến của mặt cầu tâm $I_1(1;-2;1)$, $R_1=2$ và mặt cầu tâm $I_2(-1;0;2)$, $R_2=2$.



Ta có: $I_1I_2=\sqrt{5}$.

Dễ thấy: $r=\sqrt{R_1^2-\left(\dfrac{I_1I_2}{2}\right)^2}=\sqrt{4-\dfrac{5}{4}}=\dfrac{\sqrt{11}}{2}$.

Câu 11: (THPT Hoàng Hoa Thám-Hưng Yên-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(-1;2;1)$, $B(2;-1;3)$, $C(3;5;-1)$. Điểm $M(a;b;c)$ trên mặt phẳng (Oyz) sao cho $\left|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{CM}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó ta có $2b+c$ bằng

A. -1. **B.** 4. **C.** 1. **D.** -4.

Lời giải

Chọn B

Gọi G là trọng tâm tam giác ABC.

$\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{CM}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MB}=3\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{MB}$

Nên $\left|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{CM}\right|=\left|3\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{MB}\right|=\left|3\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{MN}+3\overrightarrow{NG}+\overrightarrow{NB}\right|$

Gọi N là điểm thỏa $3\overrightarrow{NG}+\overrightarrow{NB}=\vec{0}$ nên $\left|3\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{MB}\right|=\left|4\overrightarrow{MN}\right|$.

Để $\left|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{CM}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $\left|4\overrightarrow{MN}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất hay M là hình chiếu của N lên mặt phẳng (Oyz).

Tọa độ trọng tâm của tam giác ABC là: $G\left(\dfrac{4}{3};2;1\right)$.

$$3\overrightarrow{NG}+\overrightarrow{NB}=\vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} 3\left(x_G-x_N\right)+\left(x_B-x_N\right)=0 \\ 3\left(y_G-y_N\right)+\left(y_B-y_N\right)=0 \\ 3\left(z_G-z_N\right)+\left(z_B-z_N\right)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_N=\dfrac{1}{4}\left(3x_G+x_B\right) \\ y_N=\dfrac{1}{4}\left(3y_G+y_B\right) \\ z_N=\dfrac{1}{4}\left(3z_G+z_B\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_N=\dfrac{1}{4}\left(3.\dfrac{4}{3}+2\right) \\ y_N=\dfrac{1}{4}\left(3.2-1\right) \\ z_N=\dfrac{1}{4}\left(3.1+3\right) \end{cases}$$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x_N=\dfrac{3}{2} \\ y_N=\dfrac{5}{4} \\ z_N=\dfrac{3}{2} \end{cases}$ nên $N\left(\dfrac{3}{2};\dfrac{5}{4};\dfrac{3}{2}\right)$. Vậy tọa độ điểm $M\left(0;\dfrac{5}{4};\dfrac{3}{2}\right)$ hay $2b+c=4$.

Câu 1: **(THPT Lê Quý Đôn-Hà Nội năm 2017-2018)** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho ba mặt phẳng: $(P): x-2y+z-1=0$, $(Q): x-2y+z+8=0$, $(R): x-2y+z-4=0$. Một đường thẳng d thay đổi cắt ba mặt phẳng (P), (Q), (R) lần lượt tại A, B, C. Tìm giá trị nhỏ nhất của $T = AB^2 + \dfrac{144}{AC}$.

A. $72\sqrt[3]{3}$. **B.** 96. **C.** 108. **D.** $72\sqrt[3]{4}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $M(1;0;0) \in (P)$ và ba mặt phẳng (P), (Q), (R) đôi một song song với nhau.

Gọi B', C' lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên các mặt phẳng (Q), (R), ta có:

$$AB' = d(A;(Q)) = d(M;(Q)) = \frac{|1-2.0+0+8|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+1^2}} = \frac{3\sqrt{6}}{2}.$$

$$AC' = d(A;(R)) = d(M;(R)) = \frac{|1-2.0+0-4|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+1^2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}.$$

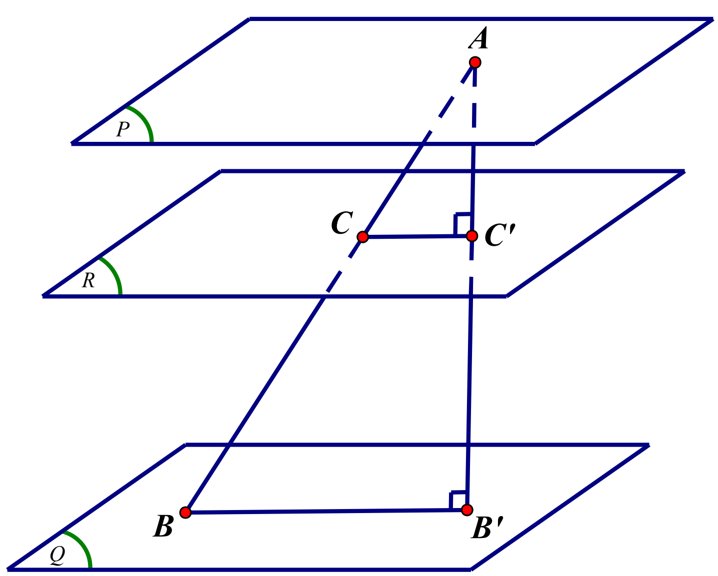
Do $AB' = 3AC'$ nên đặt $CC' = a \Rightarrow BB' = 3a$.

Ta có $AB^2 = AB'^2 + BB'^2 = \dfrac{27}{2} + 9a^2$; $AC = \sqrt{AC'^2 + CC'^2} = \sqrt{\dfrac{3}{2}+a^2}$.

Nên: $T = AB^2 + \dfrac{144}{AC} = \dfrac{27}{2} + 9a^2 + \dfrac{144}{\sqrt{\dfrac{3}{2}+a^2}} = 9\left(\dfrac{3}{2}+a^2\right) + \dfrac{72}{\sqrt{\dfrac{3}{2}+a^2}} + \dfrac{72}{\sqrt{\dfrac{3}{2}+a^2}}$

$$\ge 3\sqrt[3]{9\left(\frac{3}{2}+a^2\right).\frac{72}{\sqrt{\frac{3}{2}+a^2}}.\frac{72}{\sqrt{\frac{3}{2}+a^2}}} = 108.$$

Do đó $\min T = 108$ khi $a = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$.



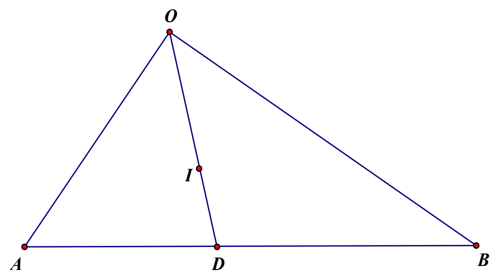
----------HẾT----------

Câu 2: **(THPT Phan Châu Trinh-DakLak-lần 2 năm 2017-2018)** Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(2;2;1)$, $B\left(-\frac{8}{3};\frac{4}{3};\frac{8}{3}\right)$. Biết $I(a;b;c)$ là tâm đường tròn nội tiếp của tam giác OAB. Tính $S=a+b+c$.

A. $S=1$. **B.** $S=0$. **C.** $S=-1$. **D.** $S=2$.

Lời giải

Chọn D



Ta có: $\overrightarrow{OA}=(2;2;1)$, $\overrightarrow{OB}=\left(-\frac{8}{3};\frac{4}{3};\frac{8}{3}\right)\Rightarrow \overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}=-\frac{16}{3}+\frac{8}{3}+\frac{8}{3}=0\Rightarrow \overrightarrow{OA}\perp\overrightarrow{OB}$.

Lại có: $OA=3$, $OB=4\Rightarrow AB=5$.

Gọi D là chân đường phân giác trong góc $\widehat{AOB}\Rightarrow D$ thuộc đoạn AB.

Theo tính chất của phân giác trong ta có:

$\frac{DA}{DB}=\frac{OA}{OB}=\frac{3}{4}\Rightarrow \overrightarrow{DA}=-\frac{3}{4}\overrightarrow{DB}\Rightarrow D=\left(0;\frac{12}{7};\frac{12}{7}\right)$.

Tam giác OAB có diện tích $S=\frac{1}{2}.OA.OB=6$, nửa chu vi $p=\frac{OA+OB+AB}{2}=6$

$\Rightarrow r=\frac{S}{p}=1$ là bàn kính đường tròn nội tiếp; chiều cao $OH=\frac{OA.OB}{AB}=\frac{12}{5}$.

Gọi I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác OAB $\Rightarrow I$ thuộc đoạn OD.

Ta có: $\frac{DI}{DO}=\frac{r}{OH}=\frac{5}{12}\Rightarrow \overrightarrow{DI}=\frac{5}{12}\overrightarrow{DO}$ $\Rightarrow I=(0;1;1)$ hay $\begin{cases}a=0\\b=1\\c=1\end{cases}$.

Vậy $S=a+b+c=2$.

Câu 3: **(THPT Chuyên Lam Sơn-Thanh Hóa-lần 2 năm 2017-2018)** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho các điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;3)$, $D(2;-2;0)$. Có tất cả bao nhiêu mặt phẳng phân biệt đi qua 3 trong 5 điểm O, A, B, C, D?

A. 7. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 10.

Lời giải

Chọn B

Ta thấy A, B, C lần lượt thuộc các trục tọa độ Ox, Oy, Oz. Phương trình mặt phẳng (ABC) là $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$. Rõ ràng $D\in(ABC)$.

Ta cũng có $\overrightarrow{AB}=(-1;2;0)$ và $\overrightarrow{AD}=(1;-2;0)$ nên $\overrightarrow{AB}=-\overrightarrow{AD}$, suy ra D nằm trên đường thẳng AB.

Bởi vậy, có 5 mặt phẳng phân biệt đi qua 3 trong 5 điểm O, A, B, C, D là (OAB), (OBC), (OAC), (ABC) và (OCD).

Câu 4: (THPT Lê Quý Đôn-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x+2y+2z-6=0$. Trong (P) lấy điểm M và xác định điểm N thuộc đường thẳng OM sao cho $\overrightarrow{ON}.\overrightarrow{OM}=1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Điểm N luôn thuộc mặt cầu có phương trình $\left(x-\frac{1}{6}\right)^2+\left(y-\frac{1}{3}\right)^2+\left(z-\frac{1}{3}\right)^2=\frac{1}{4}$.

B. Điểm N luôn thuộc mặt cầu có phương trình $\left(x-\frac{1}{12}\right)^2+\left(y-\frac{1}{6}\right)^2+\left(z-\frac{1}{6}\right)^2=\frac{1}{16}$.

C. Điểm N luôn thuộc mặt phẳng có phương trình $x+2y+2z-1=0$.

D. Điểm N luôn thuộc mặt phẳng có phương trình $x+2y+2z+1=0$.

Lời giải

Chọn B

Vì O, M, N thẳng hàng và $\overrightarrow{OM}.\overrightarrow{ON}=1$ nên $OM.ON=1$, do đó $\overrightarrow{OM}=\frac{1}{ON^2}.\overrightarrow{ON}$.

Gọi $N(a;b;c)$, khi đó $M\left(\frac{a}{a^2+b^2+c^2};\frac{b}{a^2+b^2+c^2};\frac{c}{a^2+b^2+c^2}\right)$.

Vì $M\in(P)$ nên $\frac{a}{a^2+b^2+c^2}+\frac{2b}{a^2+b^2+c^2}+\frac{2c}{a^2+b^2+c^2}-6=0$

$\Leftrightarrow a^2+b^2+c^2-\frac{a}{6}-\frac{b}{3}-\frac{c}{3}=0 \Leftrightarrow \left(a-\frac{1}{12}\right)^2+\left(b-\frac{1}{6}\right)^2+\left(c-\frac{1}{6}\right)^2=\frac{1}{16}$.

Câu 5: (THPT Lê Quý Đôn-Quãng Trị-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian $Oxyz$, cho 2 điểm $A(3;-2;3)$, $B(1;0;5)$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z-3}{2}$. Tìm tọa độ điểm M trên đường thẳng d để MA^2+MB^2 đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $M(1;2;3)$. **B.** $M(2;0;5)$. **C.** $M(3;-2;7)$. **D.** $M(3;0;4)$.

Lời giải

Chọn B

Gọi I là trung điểm của AB, ta có $I=(2;-1;4)$.

Khi đó: $MA^2+MB^2=\overrightarrow{MA}^2+\overrightarrow{MB}^2=\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)^2+\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)^2$

$=2\overrightarrow{MI}^2+\overrightarrow{IA}^2+\overrightarrow{IB}^2+2\overrightarrow{MI}.\left(\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}\right)=2MI^2+IA^2+IB^2=MI^2+6$.

Do đó MA^2+MB^2 đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi MI có độ dài ngắn nhất, điều này xảy ra khi và chỉ khi M là hình chiếu vuông góc của I trên đường thẳng d.

Phương trình mặt phẳng (P) đi qua I và vuông góc với đường thẳng d là

$1.(x-2)-2.(y+1)+2.(y-4)=0$ hay $(P): x-2y+2z-12=0$.

Phương trình tham số của đường thẳng d là $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-2t \\ z=3+2t \end{cases}$.

Tọa độ điểm M cần tìm là nghiệm $(x;y;z)$ của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x=1+t \\ y=2-2t \\ z=3+2t \\ x-2y+2z-12=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=0 \\ z=5 \\ t=1 \end{cases}. \text{ Vậy } M(2;0;5).$$

Câu 6: **----------HẾT----------(THPT Phan Đình Phùng-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình vuông $ABCD$ biết $A(1;0;1)$, $B(1;0;-3)$ và điểm D có hoành độ âm. Mặt phẳng $(ABCD)$ đi qua gốc tọa độ O. Khi đó đường thẳng d là trục đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$ có phương trình

A. $d:\begin{cases} x=-1 \\ y=t \\ z=-1 \end{cases}$. **B.** $d:\begin{cases} x=1 \\ y=t \\ z=-1 \end{cases}$. **C.** $d:\begin{cases} x=-1 \\ y=t \\ z=1 \end{cases}$. **D.** $d:\begin{cases} x=t \\ y=1 \\ z=t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AB}=(0;0;-4)=-4(0;0;1)$. Hay AB có véc-tơ chỉ phương $\vec{k}=(0;0;1)$.

Mặt phẳng $(ABCD)$ có một véc-tơ pháp tuyến: $\left[\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OB}\right]=(0;4;0)=4(0;1;0)$, hay $\vec{j}=(0;1;0)$ là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(ABCD)$.

Vì $\begin{cases} AD\perp AB \\ AD\subset(ABCD) \end{cases}$ nên $\begin{cases} \overrightarrow{AD}\perp\vec{k} \\ \overrightarrow{AD}\perp\vec{j} \end{cases}$.

Đường thẳng AD có véc-tơ chỉ phương là $\left[\vec{j};\vec{k}\right]=(1;0;0)$.

Phương trình đường thẳng AD là $\begin{cases} x=1+t \\ y=0 \\ z=1 \end{cases}$.

Do đó $D(1+t;0;1)$.

Mặt khác $AD=AB \Leftrightarrow \sqrt{t^2+0^2+(1-1)^2}=4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=4 \\ t=-4 \end{array}\right.$.

Vì điểm D có hoành độ âm nên $D(-3;0;1)$.

Vì tâm I của hình vuông $ABCD$ là trung điểm BD, nên $I=(-1;0;-1)$.

Đường thẳng d là trục đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$ có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{j}=(0;1;0)$, nên phương trình đường thẳng d là $d:\begin{cases} x=-1 \\ y=t \\ z=-1 \end{cases}$.

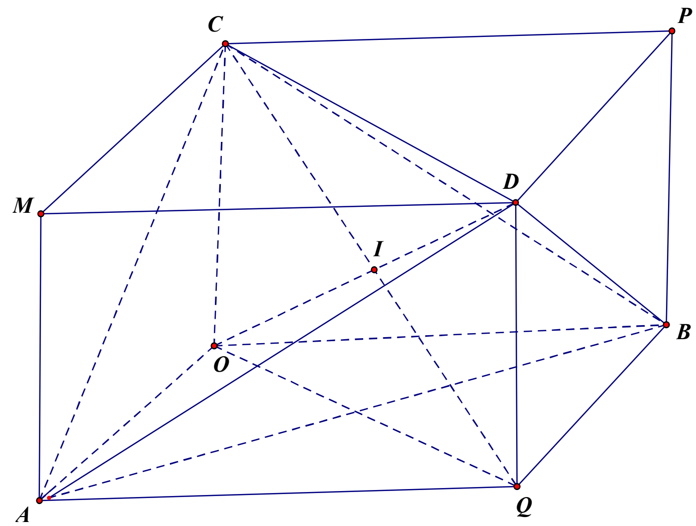
Câu 7: **(THPT Đức THọ-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, xét tứ diện $ABCD$ có các cặp cạnh đối diện bằng nhau và D khác phía với O so với (ABC); đồng thời A,B,C lần lượt là giao điểm của các trục Ox,Oy,Oz và $(\alpha):\dfrac{x}{m}+\dfrac{y}{m+2}+\dfrac{z}{m-5}=1$ (với

$m \neq -2, m \neq 0\ , m \neq 5$). Tìm khoảng cách ngắn nhất từ tâm mặt cầu ngoại tiếp I của tứ diện $ABCD$ đến O.

A. $\sqrt{30}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{13}}{2}$. **C.** $\sqrt{26}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{26}}{2}$.

Lời giải

Chọn D



Dựng hình hộp chữ nhật $OAQB.CMDP$. Gọi I là giao điểm các đường chéo của hình hộp, dễ thấy I chính là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$

Ta có $A(m;0;0)$, $B(0;m+2;0)$, $C(0;0;m-5)$ suy ra $D(m;m+2;m-5)$.

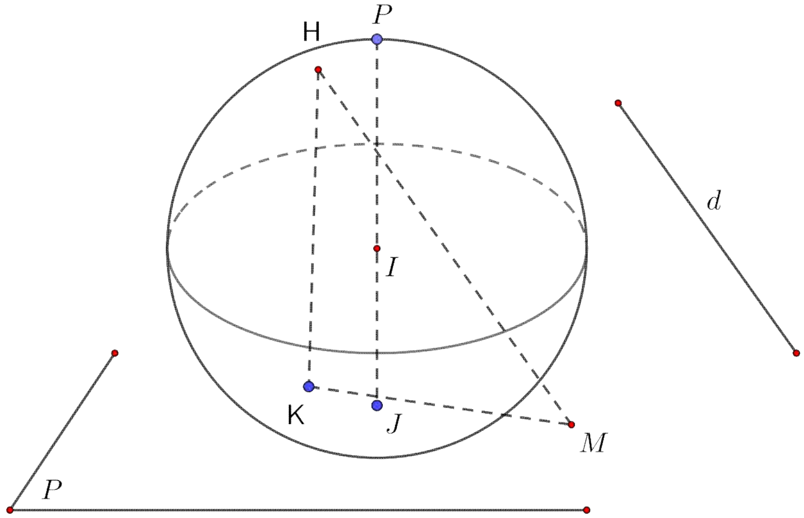
Bán kính $R = \dfrac{1}{2}OD = \dfrac{1}{2}\sqrt{3m^2 - 6m + 29} \geq \dfrac{\sqrt{26}}{2}$.

Câu 8: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 4 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 1 = 0$, đường thẳng $d: \dfrac{x-15}{1} = \dfrac{y-22}{2} = \dfrac{z-37}{2}$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 8x - 6y + 4z + 4 = 0$. Một đường thẳng (Δ) thay đổi cắt mặt cầu (S) tại hai điểm A, B sao cho $AB = 8$. Gọi A', B' là hai điểm lần lượt thuộc mặt phẳng (P) sao cho AA', BB' cùng song song với d. Giá trị lớn nhất của biểu thức $AA' + BB'$ là

A. $\dfrac{8+30\sqrt{3}}{9}$. **B.** $\dfrac{24+18\sqrt{3}}{5}$. **C.** $\dfrac{12+9\sqrt{3}}{5}$. **D.** $\dfrac{16+60\sqrt{3}}{9}$.

Lời giải

Chọn B



Mặt cầu (S) có tâm $I(4;3;-2)$ và bán kính $R=5$.

Gọi H là trung điểm của AB thì $IH \perp AB$ và $IH=3$ nên H thuộc mặt cầu (S') tâm I bán kính $R'=3$.

Gọi M là trung điểm của $A'B'$ thì $AA'+BB'=2HM$, M nằm trên mặt phẳng (P).

Mặt khác ta có $d(I;(P))=\frac{4}{\sqrt{3}}<R$ nên (P) cắt mặt cầu (S) và $\sin(d;(P))=\sin\alpha=\frac{5}{3\sqrt{3}}$.

Gọi K là hình chiếu của H lên (P) thì $HK=HM.\sin\alpha$.

Vậy để $AA'+BB'$ lớn nhất thì HK lớn nhất

$\Leftrightarrow HK$ đi qua I nên $HK_{\max}=R'+d(I;(P))=3+\frac{4}{\sqrt{3}}=\frac{4+3\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$.

Vậy $AA'+BB'$ lớn nhất bằng $2\left(\frac{4+3\sqrt{3}}{\sqrt{3}}\right).\frac{3\sqrt{3}}{5}=\frac{24+18\sqrt{3}}{5}$.

Câu 9: **(SGD Hà Nội-lần 11 năm 2017-2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S_1) có tâm $I(2;1;1)$ có bán kính bằng 4 và mặt cầu (S_2) có tâm $J(2;1;5)$ có bán kính bằng 2. (P) là mặt phẳng thay đổi tiếp xúc với hai mặt cầu (S_1), (S_2). Đặt M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của khoảng cách từ điểm O đến (P). Giá trị $M+m$ bằng

A. $\sqrt{15}$. **B.** $8\sqrt{3}$. **C.** 9. **D.** 8.

Lời giải

Chọn C

Giả sử (P) tiếp xúc với (S_1), (S_2) lần lượt tại A và B.

Gọi $IJ\cap(P)=M$. Do $\frac{IA}{JB}=\frac{MI}{MJ}=2$ nên J là trung điểm của IM. Suy ra $M(2;1;9)$.

Gọi $\vec{n}=(a;b;c)$ với $a^2+b^2+c^2\neq 0$ là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

Ta có: $(P): a(x-2)+b(y-1)+c(z-9)=0$.

Và: $\begin{cases} d\left(I,(P)\right)=R_1 \\ d\left(J,(P)\right)=R_2 \end{cases} \Rightarrow \dfrac{|c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=\dfrac{1}{2} \Leftrightarrow a^2+b^2=3c^2 \Leftrightarrow \left(\dfrac{a}{c}\right)^2+\left(\dfrac{b}{c}\right)^2=3 \ (1)$.

Ta có: $d\left(O,(P)\right)=\dfrac{|2a+b+9c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=\dfrac{|2a+b+9c|}{2|c|}=\dfrac{1}{2}\left|\dfrac{2a}{c}+\dfrac{b}{c}+9\right|$.

Đặt $t=\dfrac{2a}{c}+\dfrac{b}{c} \Leftrightarrow \dfrac{b}{c}=t-\dfrac{2a}{c}$. Ta có: $d\left(O,(P)\right)=\dfrac{1}{2}|t+9|$.

Thay $\dfrac{b}{c}=t-\dfrac{2a}{c}$ vào (1), ta được $\left(\dfrac{a}{c}\right)^2+\left(t-\dfrac{2a}{c}\right)^2=3 \Leftrightarrow 5\left(\dfrac{a}{c}\right)^2-4.\dfrac{a}{c}.t+t^2-3=0$.

Để phương trình có nghiệm với ẩn $\dfrac{a}{c}$ thì $4t^2-5t^2+15\geq 0 \Leftrightarrow -\sqrt{15}\leq t\leq \sqrt{15}$

$\Leftrightarrow 0<9-\sqrt{15}\leq t+9\leq 9+\sqrt{15} \Rightarrow \dfrac{9-\sqrt{15}}{2}\leq d\left(O,(P)\right)\leq \dfrac{9+\sqrt{15}}{2}$.

$\Rightarrow M=\dfrac{9+\sqrt{15}}{2}$ và $m=\dfrac{9-\sqrt{15}}{2}$. Vậy $M+m=9$.

Cách 2: Do $IJ=4>R_1+R_2$ nên 2 mặt cầu cắt nhau.

Giả sử IJ cắt (P) tại M ta có $\dfrac{MJ}{MI}=\dfrac{R_2}{R_1}=2 \Rightarrow J$ là trung điểm của MI

Suy ra $M(2;1;9)$. Khi đó $(P): a(x-2)+b(y-1)+c(z-9)=0\left(a^2+b^2+c^2>0\right)$

Mặt khác $d\left(I(P)\right)=4 \Leftrightarrow \dfrac{|8c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=4 \Leftrightarrow \dfrac{|2c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=1$

Do đó $c\neq 0$ chọn $c=1 \Rightarrow a^2+b^2=3$

Đặt $a=\sqrt{3}\sin t; b=\sqrt{3}\cos t$

$\Rightarrow d\left(O;(P)\right)=\dfrac{|2a+b+9|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=\dfrac{|2a+b+9|}{2}=\dfrac{\left|2\sqrt{3}\sin t+\sqrt{3}\cos t+9\right|}{2}$

Mặt khác $-\sqrt{12+3}\leq 2\sqrt{3}\sin t+\sqrt{3}\cos t\leq \sqrt{12+3} \Rightarrow \dfrac{9-\sqrt{15}}{2}\leq d_O\leq \dfrac{\sqrt{15}+9}{2} \Rightarrow M+m=9$

Câu 10: (THPT Lục Ngạn-Bắc Giang-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(2;0;0)$, $M(1;1;1)$. Mặt phẳng (P) thay đổi qua AM cắt các tia Oy, Oz lần lượt tại B, C. Khi mặt phẳng (P) thay đổi thì diện tích tam giác ABC đạt giá trị nhỏ nhất bằng bao nhiêu?

A. $5\sqrt{6}$. **B.** $3\sqrt{6}$. **C.** $4\sqrt{6}$. **D.** $2\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$, khi đó $b,c>0$.

Phương trình mặt phẳng $(P)\equiv(ABC): \dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$.

Mà $M\in(P) \Rightarrow \dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}=1 \Leftrightarrow \dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}=\dfrac{1}{2} \Leftrightarrow bc=2(b+c)$.

Do $bc=2(b+c)\leq \dfrac{(b+c)^2}{4} \Rightarrow (b+c)^2\geq 8(b+c) \Rightarrow b+c\geq 8$ (do $b,c>0$).

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(-2;b;0),\overrightarrow{AC}=(-2;0;c)\Rightarrow\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(bc;2c;2b)$.

Do đó $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\right|=\frac{1}{2}\sqrt{b^2c^2+4b^2+4c^2}$

$=\sqrt{b^2+c^2+(b+c)^2}\geq\sqrt{\frac{1}{2}(b+c)^2+(b+c)^2}=\frac{\sqrt{6}}{2}(b+c)$.

Vậy $S_{\Delta ABC}\geq 4\sqrt{6}$.

Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases}b,c>0\\ b+c=8\\ b=c\end{cases}\Leftrightarrow b=c=4$.

Câu 11: (THPT Chuyên Phan Bội Châu-lần 2 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua điểm M và cách gốc tọa độ O một khoảng lớn nhất, mặt phẳng (P) cắt các trục tọa độ tại các điểm A, B, C. Thể tích khối chóp $O.ABC$ bằng?

A. $\frac{1372}{9}$. **B.** $\frac{686}{9}$. **C.** $\frac{524}{3}$. **D.** $\frac{343}{9}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $d(O;(P))\leq OM$ (không đổi). Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow OM\perp(P)$.

Khi đó (P) qua $M(1;2;3)$ và nhận $\overrightarrow{OM}=(1;2;3)$ là một VTPT có phương trình

$(P):1.(x-1)+2(y-2)+3(z-3)=0\Leftrightarrow x+2y+3z-14=0\Leftrightarrow\frac{x}{14}+\frac{y}{7}+\frac{x}{\frac{14}{3}}=1$.

Giả sử (P) cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C.

Khi đó, ta có: $A(14;0;0)$; $B(0;7;0)$; $C\left(0;0;\frac{14}{3}\right)$.

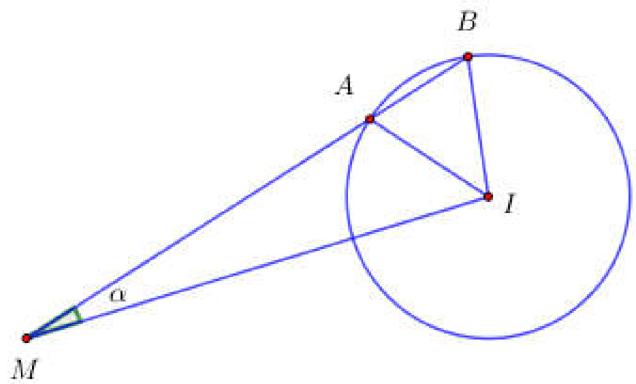
Vậy $V_{O.ABC}=\frac{1}{6}OA.OB.OC=\frac{1}{6}.14.7.\frac{14}{3}=\frac{686}{9}$.

Câu 12: (PTNK-ĐHQG TP HCM-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x+4y+4z=0$ và điểm $M(1;2;-1)$. Một đường thẳng thay đổi qua M và cắt (S) tại hai điểm A, B. Tìm giá trị lớn nhất của tổng $MA+MB$.

A. 8. **B.** 10. **C.** $2\sqrt{17}$. **D.** $8+2\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn C



Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;-2)$, bán kính $R=3$.

Vì $IM=\sqrt{17}<3$ nên M nằm ngoài đường tròn,

Gọi α là góc tạo bởi MB và MI. Áp dụng định lí Côsin cho tam giác MIA và MIB ta có

$R^2=MA^2+MI^2-2MA.MI.\cos\alpha \quad (1)$

$R^2=MB^2+MI^2-2MB.MI.\cos\alpha \quad (2)$

Lấy (1) trừ cho (2) vế theo vế ta được

$0=MA^2-MB^2-2\sqrt{17}.(MA-MB).\cos\alpha \Leftrightarrow MA+MB=2\sqrt{17}\cos\alpha$

Do đó $MA+MB$ lớn nhất bằng $2\sqrt{17}$ khi $\cos\alpha=1\Leftrightarrow \alpha=0$.

Câu 13: (SGD Phú Thọ – lần 1 - năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=9$ và điểm $A(1;1;-1)$. Ba mặt phẳng thay đổi đi qua điểm A và đôi một vuông góc với nhau, cắt (S) theo giao tuyến là ba đường tròn. Tổng diện tích của hình tròn đó bằng

A. 12π. **B.** 3π. **C.** 22π. **D.** 11π.

Lời giải

Chọn C

Ba mặt phẳng $(P):x=1$, $(Q):y=1$ và $(R):z=-1$ đều đi qua điểm A và đôi một vuông góc với nhau, cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến lần lượt là các đường tròn $(C_1),(C_2)$ và (C_3).

Trong mặt phẳng (P), đường tròn $(C_1):(y-1)^2+(z+2)^2=5\Rightarrow R_1=\sqrt{5}$

Trong mặt phẳng (Q), đường tròn $(C_2):(x+1)^2+(z+2)^2=9\Rightarrow R_2=3$

Trong mặt phẳng (R), đường tròn $(C_3):(x+1)^2+(y-1)^2=8\Rightarrow R_3=2\sqrt{2}$

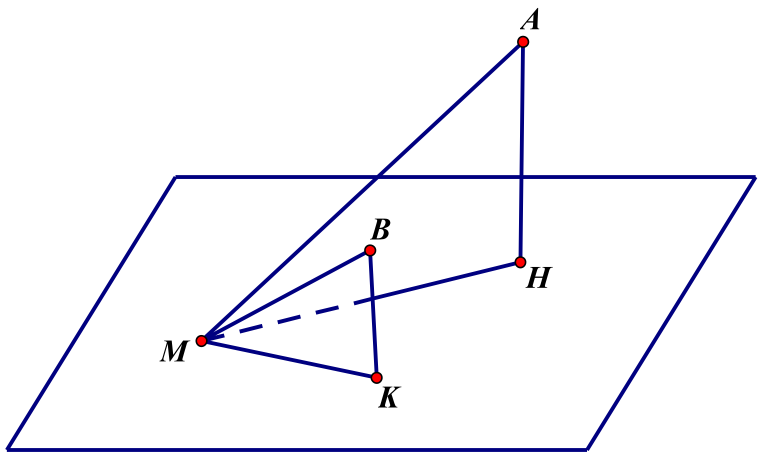
Tổng diện tích ba hình tròn (C_1), (C_2) và (C_3) là $S=\pi\left(R_1^2+R_2^2+R_3^2\right)=22\pi$.

Câu 14: (THPT Chuyên ĐH Vinh – lần 1 - năm 2017 – 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(10;6;-2)$, $B(5;10;-9)$ và mặt phẳng $(\alpha):2x+2y+z-12=0$. Điểm M di động trên (α) sao cho MA, MB luôn tạo với (α) các góc bằng nhau. Biết rằng M luôn thuộc một đường tròn (ω) cố định. Hoành độ của tâm đường tròn (ω) bằng

A. -4. **B.** $\dfrac{9}{2}$. **C.** 2. **D.** 10.

Lời giải

Chọn C



Gọi H,K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A,B trên mặt phẳng (α), khi đó:

$AH=d\left(A;(\alpha)\right)=\dfrac{\left|2.10+2.6+(-2)-12\right|}{\sqrt{2^2+2^2+1^2}}=6$;

$BK=d\left(B;(\alpha)\right)=\dfrac{\left|2.5+2.10+(-9)-12\right|}{\sqrt{2^2+2^2+1^2}}=3$.

Vì MA, MB với (α) các góc bằng nhau nên $\widehat{AMH}=\widehat{BMK}$. Từ $AH=2BK$ suy ra $MA=2MB$.

Gọi $M(x;y;z)$, ta có:

$MA=2MB \Leftrightarrow MA^2=4MB^2$

$\Leftrightarrow (x-10)^2+(y-6)^2+(z+2)^2=4\left[(x-5)^2+(y-10)^2+(z+9)^2\right]$

$\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2-\dfrac{20}{3}x-\dfrac{68}{3}y+\dfrac{68}{3}z+228=0$.

Như vậy, điểm M nằm trên mặt cầu (S) có tâm $I\left(\dfrac{10}{3};\dfrac{34}{3};-\dfrac{34}{3}\right)$ và bán kính $R=2\sqrt{10}$. Do đó, đường tròn (ω) là giao của mặt cầu (S) và mặt phẳng (α), nên tâm J của đường tròn D là hình chiếu vuông góc của I trên mặt phẳng (α).

Phương trình đường thẳng d đi qua I và vuông góc với mặt phẳng (α) là $\begin{cases} x=\dfrac{10}{3}+2t \\ y=\dfrac{34}{3}+2t \\ z=-\dfrac{34}{3}+t \end{cases}$.

Tọa độ điểm J là nghiệm $(x;y;z)$ của hệ phương trình: $\begin{cases} x=\dfrac{10}{3}+2t \\ y=\dfrac{34}{3}+2t \\ z=-\dfrac{34}{3}+t \\ 2x+2y+z-12=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=10 \\ z=-\dfrac{38}{3} \\ t=-\dfrac{2}{3} \end{cases}$.

Vậy $J=\left(2;10;-\dfrac{38}{3}\right)$.

Câu 15: (THPT Yên Lạc – Vĩnh Phúc – lần 4 - năm 2017 – 2018) Biết rằng có n mặt phẳng có phương trình tương ứng là $(P_i): x+a_iy+b_iz+c_i=0$ $(i=1,2,...,n)$ đi qua $M(1;2;3)$ (nhưng không đi qua O) và cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz theo thứ tự tại A, B, C sao cho hình chóp $O.ABC$ là hình chóp đều. Tính tổng $S=a_1+a_2+...+a_n$.

A. $S=3$. **B.** $S=1$. **C.** $S=-4$. **D.** $S=-1$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$, với $abc\neq 0$, khi đó phương trình mặt phẳng (P) đi qua $M(1;2;3)$ (nhưng không đi qua O) và cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz theo thứ tự tại A, B, C có dạng: $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$.

Vì (P) đi qua $M(1;2;3)$ nên $\dfrac{1}{a}+\dfrac{2}{b}+\dfrac{3}{c}=1 \quad (1)$.

Hình chóp $O.ABC$ là hình chóp đều nên $|a|=|b|=|c|=m>0$.

Ta có các khả năng sau:

- $a=b=c=m$: thay vào (1) ta được $\dfrac{6}{m}=1\Leftrightarrow m=6$, phương trình mặt phẳng (P_1) thỏa mãn đề bài là $(P_1): x+y+z-6=0$. Như vậy $a_1=1$.
- $a=b=c=-m$: thay vào (1) ta được $\dfrac{6}{-m}=1\Leftrightarrow m=-6$ (loại).
- $a=b=m;\ c=-m$: thay vào (1) ta được $0=1$ (vô lí).
- $a=b=-m$; $c=m$: thay vào (1) ta được $0=1$ (vô lí).
- $a=c=m$; $b=-m$: thay vào (1) ta được $\dfrac{2}{m}=1\Leftrightarrow m=2$, phương trình mặt phẳng (P_2) thỏa mãn đề bài là $(P_2): x-y+z-2=0$. Như vậy $a_2=-1$.
- $a=c=-m$; $b=m$: thay vào (1) ta được $\dfrac{2}{-m}=1\Leftrightarrow m=-2$ (loại).
- $a=m$; $b=c=-m$: thay vào (1) ta được $-\dfrac{4}{m}=1\Leftrightarrow m=-4$ (loại).
- $a=-m$; $b=c=m$: thay vào (1) ta được $\dfrac{4}{m}=1\Leftrightarrow m=4$, phương trình mặt phẳng (P_3) thỏa mãn đề bài là $(P_3): x-y-z+4=0$. Như vậy $a_3=-1$.

Như vậy, chỉ có 3 mặt phẳng thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Ta có: $S=a_1+a_2+a_3=1+(-1)+(-1)=-1$.

Câu 16: (SGD Bắc Giang – năm 2017 – 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác nhọn ABC có $H(2;2;1)$, $K\left(-\dfrac{8}{3};\dfrac{4}{3};\dfrac{8}{3}\right)$, O lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B, C trên các cạnh

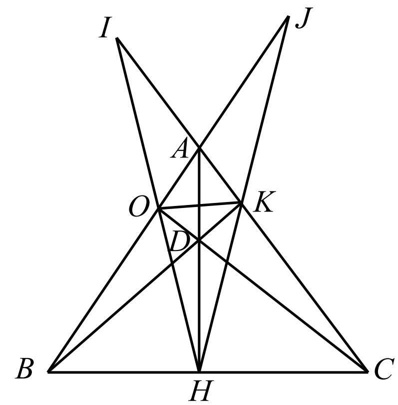
BC, AC, AB. Đường thẳng d qua A và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $d:\dfrac{x+4}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-1}{2}$. **B.** $d:\dfrac{x-\frac{8}{3}}{1}=\dfrac{y-\frac{2}{3}}{-2}=\dfrac{z+\frac{2}{3}}{2}$.

C. $d:\dfrac{x+\frac{4}{9}}{1}=\dfrac{y-\frac{17}{9}}{-2}=\dfrac{z-\frac{19}{9}}{2}$. **D.** $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-6}{-2}=\dfrac{z-6}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có tứ giác $BOKC$ là tứ giác nội tiếp đường tròn (vì có hai góc vuông K, O cùng nhìn BC dưới một góc vuông) suy ra $\widehat{OKB}=\widehat{OCB}$ (1)

Ta có tứ giác $KDHC$ là tứ giác nội tiếp đường tròn (vì có hai góc vuông K, H cùng nhìn DC dưới một góc vuông) suy ra $\widehat{DKH}=\widehat{OCB}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{DKH}=\widehat{OKB}$. Do đó BK là đường phân giác trong của góc $\widehat{OKH}$ và AC là đường phân giác ngoài của góc $\widehat{OKH}$.

Tương tự ta chứng minh được OC là đường phân giác trong của góc $\widehat{KOH}$ và AB là đường phân giác ngoài của góc $\widehat{KOH}$.

Ta có $OK=4$; $OH=3$; $KH=5$.

Gọi I, J lần lượt là chân đường phân giác ngoài của góc $\widehat{OKH}$ và $\widehat{KOH}$.

Ta có $I=AC\cap HO$ ta có $\dfrac{IO}{IH}=\dfrac{KO}{KH}=\dfrac{4}{5}\Rightarrow\overrightarrow{IO}=\dfrac{4}{5}\overrightarrow{IH}\Rightarrow I(-8;-8;-4)$.

Ta có $J=AB\cap KH$ ta có $\dfrac{JK}{JH}=\dfrac{OK}{OH}=\dfrac{4}{3}\Rightarrow\overrightarrow{JK}=\dfrac{4}{3}\overrightarrow{JH}\Rightarrow J(16;4;-4)$.

Đường thẳng IK qua I nhận $\overrightarrow{IK}=\left(\dfrac{16}{3};\dfrac{28}{3};\dfrac{20}{3}\right)=\dfrac{4}{3}(4;7;5)$ làm vec tơ chỉ phương có phương trình $(IK):\begin{cases}x=-8+4t\\y=-8+7t\\z=-4+5t\end{cases}$.

Đường thẳng OJ qua O nhận $\overrightarrow{OJ}=(16;4;-4)=4(4;1;-1)$ làm vec tơ chỉ phương có phương trình $(OJ):\begin{cases}x=4t'\\y=t'\\z=-t'\end{cases}$.

Khi đó $A=IK\cap OJ$, giải hệ ta tìm được $A(-4;-1;1)$.

Ta có $\overrightarrow{IA}=(4;7;5)$ và $\overrightarrow{IJ}=(24;12;0)$, ta tính $\left[\overrightarrow{IA},\overrightarrow{IJ}\right]=(-60;120;-120)=-60(1;-2;2)$.

Khi đó đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có véc tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-2;2)$ nên có phương trình $\dfrac{x+4}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-1}{2}$.

Nhận xét:

- Mấu chốt của bài toán trên là chứng minh trực tâm D của tam giác ABC là tâm đường tròn nội tiếp tam giác OHK. Khi đó, ta tìm tọa độ điểm D dựa vào tính chất quen thuộc sau: "Cho tam giác ABC với I là tâm đường tròn nội tiếp, ta có $a.\overrightarrow{IA}+b.\overrightarrow{IB}+c.\overrightarrow{IC}=\vec{0}$, với $a=BC$, $b=CA$, $c=AB$". Sau khi tìm được D, ta tìm được A với chú ý rằng $A\in DH$ và $OA\perp DA$.
- Ta cũng có thể tìm ngay tọa độ điểm A bằng cách chứng minh A là tâm đường tròn bàng tiếp góc H của tam giác OHK. Khi đó, ta tìm tọa độ điểm D dựa vào tính chất quen thuộc sau: "Cho tam giác ABC với J là tâm đường tròn bàng tiếp góc A, ta có $-a.\overrightarrow{JA}+b.\overrightarrow{JB}+c.\overrightarrow{JC}=\vec{0}$, với $a=BC$, $b=CA$, $c=AB$".

Câu 17: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=9$ và hai điểm $M(4;-4;2)$, $N(6;0;6)$. Gọi E là điểm thuộc mặt cầu (S) sao cho $EM+EN$ đạt giá trị lớn nhất. Viết phương trình tiếp diện của mặt cầu (S) tại E.

A. $x-2y+2z+8=0$. **B.** $2x+y-2z-9=0$. **C.** $2x+2y+z+1=0$. **D.** $2x-2y+z+9=0$.

Câu 18: **(THPT Chuyên Ngữ – Hà Nội - Lần 1 năm 2017 – 2018)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=9$ và hai điểm $M(4;-4;2)$, $N(6;0;6)$. Gọi E là điểm thuộc mặt cầu (S) sao cho $EM+EN$ đạt giá trị lớn nhất. Viết phương trình tiếp diện của mặt cầu (S) tại E.

A. $x-2y+2z+8=0$. **B.** $2x+y-2z-9=0$. **C.** $2x+2y+z+1=0$. **D.** $2x-2y+z+9=0$.

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;2)$ và bán kính $R=3$.

Gọi K là trung điểm của MN $\Rightarrow K(5;-2;4)$ và K nằm ngoài mặt cầu (S).

Do đó $\overrightarrow{IK}=(4;-4;2)$, $\overrightarrow{MN}=(2;4;4)$, $MN=6$ và $IK\perp MN$.

Ta có $EM+EN\le\sqrt{2\left(EM^2+EN^2\right)}=\sqrt{2\left(EK^2+\dfrac{MN^2}{2}\right)}=\sqrt{2EK^2+36}$.

Bởi vậy $EM+EN$ đạt giá trị lớn nhất khi và chỉ khi $EM=EN$ và EK lớn nhất.

Vì $IK \perp MN$ nên $EM = EN$ thì E thuộc đường thẳng $IK:\begin{cases} x = 1+2t \\ y = 2-2t \\ z = 2+t \end{cases}$.

Tọa độ giao điểm E của đường thẳng IK với mặt cầu (S) ứng với t là nghiệm phương trình:

$(1+2t-1)^2 + (2-2t-2)^2 + (2+t-2)^2 = 9 \Leftrightarrow t = \pm 1$.

Như vậy $E_1(3;0;3)$ hoặc $E_2(-1;4;1)$.

Ta có $E_1K = 3$, $E_2K = 9$. Suy ra $E = (-1;4;1) \Rightarrow \overrightarrow{IE} = (-2;2;-1)$, nên phương trình tiếp diện của mặt cầu (S) tại E có phương trình:

$-2(x+1) + 2(y-4) - 1(z-1) = 0$ hay $2x - 2y + z + 9 = 0$.

Câu 19: (THPT Kim Liên – Hà Nội - Lần 2 năm 2017 – 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;4)$, $B(0;0;1)$ và mặt cầu $(S):(x+1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 4$. Mặt phẳng $(P): ax + by + cz + 3 = 0$ đi qua A, B và cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Tính $T = a + b + c$.

A. $T = -\frac{3}{4}$. **B.** $T = \frac{33}{5}$. **C.** $T = \frac{27}{4}$. **D.** $T = \frac{31}{5}$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;1;0)$ và bán kính $R = 2$.

Đường thẳng AB đi qua điểm B, có một VTCP là $\overrightarrow{BA} = (1;2;3) \Rightarrow AB:\begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = 1+3t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$

$\overrightarrow{IB} = (1;-1;1) \Rightarrow IB = \sqrt{3} < R \Rightarrow (P)$ luôn cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn (C)

(C) có bán kính nhỏ nhất $\Leftrightarrow d(I,(P))$ lớn nhất.

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của I lên (P) và AB, ta có:

$d(I,(P)) = IH \le IK$

Do đó $d(I,(P))$ lớn nhất $\Leftrightarrow H \equiv K$ hay mặt phẳng (P) vuông góc với IK

Tìm $K: K \in AB \Rightarrow K(t;2t;1+3t) \Rightarrow \overrightarrow{IK} = (t+1;2t-1;3t+1)$

Ta có $IK \perp AB \Leftrightarrow \overrightarrow{IK}.\overrightarrow{AB} = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{1}{7} \Rightarrow \overrightarrow{IK}\left(\frac{6}{7};-\frac{9}{7};\frac{4}{7}\right) = \frac{1}{7}(6;-9;4)$

Mặt phẳng (P) đi qua $B(0;0;1)$, có một VTPT là $\vec{n} = (6;-9;4)$

$\Rightarrow (P): 6x - 9y + 4z - 4 = 0 \Leftrightarrow -\frac{9}{2}x + \frac{27}{4}y - 3z + 3 = 0$. Vậy $T = -\frac{3}{4}$.

Câu 20: (THPT Trần Phú – Hà Tĩnh - Lần 2 năm 2017 – 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;-2;1)$, $B(5;0;-1)$, $C(3;1;2)$ và mặt phẳng $(Q): 3x + y - z + 3 = 0$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm thuộc (Q) thỏa mãn $MA^2 + MB^2 + 2MC^2$ nhỏ nhất. Tính tổng $a + b + 5c$.

A. 11. **B.** 9. **C.** 15. **D.** 14.

Lời giải

Chọn B

Gọi E là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{EB}+2\overrightarrow{EC}=\vec{0}\Rightarrow E\left(3;0;1\right)$.

Ta có: $S=MA^2+MB^2+2MC^2=\overrightarrow{MA}^2+\overrightarrow{MB}^2+2\overrightarrow{MC}^2$

$=\left(\overrightarrow{ME}+\overrightarrow{EA}\right)^2+\left(\overrightarrow{ME}+\overrightarrow{EB}\right)^2+2\left(\overrightarrow{ME}+\overrightarrow{EC}\right)^2=4ME^2+EA^2+EB^2+2EC^2$.

Vì $EA^2+EB^2+2EC^2$ không đổi nên S nhỏ nhất khi và chỉ khi ME nhỏ nhất.

$\Rightarrow M$ là hình chiếu vuông góc của E lên $\left(Q\right)$.

Phương trình đường thẳng $ME:\begin{cases}x=3+3t\\y=t\\z=1-t\end{cases}$.

Tọa độ điểm M là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases}x=3+3t\\y=t\\z=1-t\\3x+y-z+3=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=0\\y=-1\\z=2\\t=-1\end{cases}$.

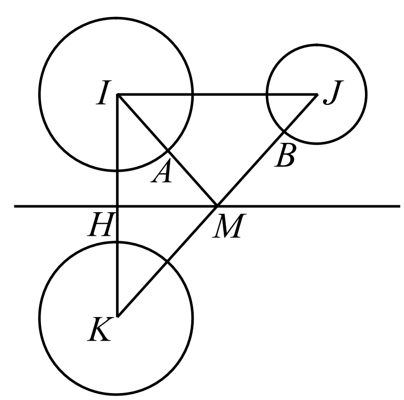
$\Rightarrow M\left(0;-1;2\right)\Rightarrow a=0$, $b=-1$, $c=2\Rightarrow a+b+5c=0-1+5.2=9$.

Câu 21: **------------Hết------------(THPT Thuận Thành 2 – Bắc Ninh - Lần 2 năm 2017 – 2018)**Trong không gian $Oxyz$, cho $\left(S_1\right):\left(x-1\right)^2+y^2+z^2=4$, $\left(S_2\right):\left(x-2\right)^2+\left(y-3\right)^2+\left(z-1\right)^2=1$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=2-t\\y=-3t\\z=-2-t\end{cases}$. Gọi A, B là hai điểm tùy ý thuộc $\left(S_1\right)$, $\left(S_2\right)$ và M thuộc đường thẳng d. Khi đó giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=MA+MB$ bằng

A. $\dfrac{\sqrt{2211}}{11}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3707}}{11}-3$. **C.** $\dfrac{\sqrt{1771+2\sqrt{110}}}{11}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3707}}{11}$.

Lời giải

Chọn B



Mặt cầu $\left(S_1\right)$ có tâm $I\left(1;0;0\right)$, bán kính $R_1=2$.

Mặt cầu $\left(S_2\right)$ có tâm $J\left(2;3;2\right)$, bán kính $R_2=1$.

Đường thẳng d đi qua điểm $N\left(2;0;-2\right)$ và có véc tơ chỉ phương $\vec{u}=\left(-1;-3;-1\right)$.

Ta có: $\overrightarrow{IJ}=\left(1;3;1\right)//\vec{u}$ và $I\notin d$ nên $IJ//d$.

Gọi (S') là mặt cầu đối xứng của (S_1) qua d; K, A' lần lượt là điểm đối xứng của I và A qua d. Thì K là tâm của (S') và $A' \in (S')$.

Khi đó: $P = MA + MB = MA' + MB \geq A'B$. Suy ra $P_{\min} = A'B = JK - (R_1 + R_2)$.

Ta lại có: $IH = d(I;d) = \dfrac{3\sqrt{66}}{11} \Rightarrow IK = \dfrac{6\sqrt{66}}{11}$. Và $IJ = \sqrt{11} \Rightarrow JK = \dfrac{\sqrt{3707}}{11}$.

Vậy $P_{\min} = \dfrac{\sqrt{3707}}{11} - 3$.

---------HẾT---------

Câu 22: (THPT Chuyên Lương Thế Vinh – Đồng Nai – Lần 2 năm 2017 – 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(-4;-1;3)$, $B(-1;-2;-1)$, $C(3;2;-3)$ và $D(0;-3;-5)$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua D và tổng khoảng cách từ A, B, C đến (α) lớn nhất, đồng thời ba điểm A, B, C nằm về cùng phía so với (α). Trong các điểm sau, điểm nào thuộc mặt phẳng (α).

A. $E_1(7;-3;-4)$. **B.** $E_2(2;0;-7)$. **C.** $E_3(-1;-1;-6)$. **D.** $E_4(36;1;-1)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi G là trọng tâm tam giác ABC nên $G\left(-\dfrac{2}{3};-\dfrac{1}{3};-\dfrac{1}{3}\right)$

Suy ra: $T = d(A;(\alpha)) + d(B;(\alpha)) + d(C;(\alpha)) = 3d(G;(\alpha)) \leq 3GD$.

Vậy GTLN của T bằng $3GD$, đẳng thức xảy ra khi $GD \perp (\alpha)$ tại D.

Do đó: Phương trình mặt phẳng (α) qua $D(0;-3;-5)$ nhận $\overrightarrow{GD} = \left(\dfrac{2}{3};-\dfrac{8}{3};-\dfrac{14}{3}\right)$ làm VTPT có dạng: $x - 4y - 7z - 47 = 0$

Vậy $E_1(7;-3;-4) \in (\alpha)$.

Chú ý: Ta chứng minh $d(A;(\alpha)) + d(B;(\alpha)) + d(C;(\alpha)) = 3d(G;(\alpha))$, với A, B, C ở cùng phía so với mặt phẳng (α) như sau:

Gọi $(\alpha): ax + by + cz + d = 0$. Đặt $f(M) = ax_M + by_M + cz_M + d$.

Vì A, B, C ở cùng phía so với mặt phẳng (α) nên $f(A)$, $f(B)$, $f(C)$ cùng dấu. Suy ra:

$$|f(A)| + |f(B)| + |f(C)| = |f(A) + f(B) + f(C)|$$

Ta có:

$$d(A;(\alpha)) + d(B;(\alpha)) + d(C;(\alpha)) = \frac{|f(A)| + |f(B)| + |f(C)|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} = \frac{|f(A) + f(B) + f(C)|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$$

$$= \frac{|a(x_A + x_B + x_C) + b(y_A + y_B + y_C) + c(z_A + z_B + z_C) + 3d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$$

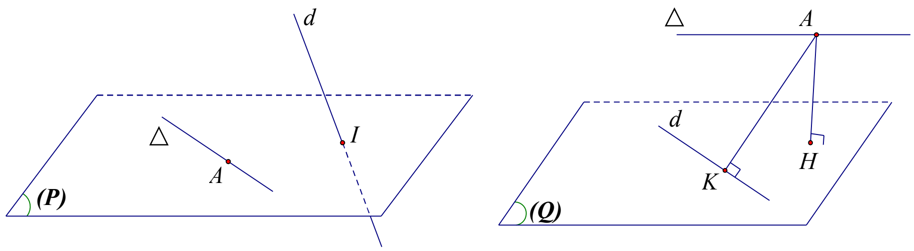
$$= \frac{|3ax_G + 3by_G + 3cz_G + 3d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} = \frac{3|f(G)|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} = 3d(G,(\alpha)).$$

Câu 23: **(SGD Quảng Nam – năm 2017 – 2018)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y-4z=0$, đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-3}{1}$ và điểm $A(1;\ 3;\ 1)$ thuộc mặt phẳng (P). Gọi Δ là đường thẳng đi qua A, nằm trong mặt phẳng (P) và cách đường thẳng d một khoảng cách lớn nhất. Gọi $\vec{u}=(a;\ b;\ 1)$ là một véc tơ chỉ phương của đường thẳng Δ. Tính $a+2b$.

A. $a+2b=-3$. **B.** $a+2b=0$. **C.** $a+2b=4$. **D.** $a+2b=7$.

Lời giải

Chọn A



Đường thẳng d đi qua $M(1;\ -1;\ 3)$ và có véc tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1}=(2;\ -1;\ 1)$.

Nhận xét rằng, $A\notin d$ và $d\cap(P)=I(-7;\ 3;\ -1)$.

Gọi (Q) là mặt phẳng chứa d và song song với Δ. Khi đó $d(\Delta,d)=d(\Delta,(Q))=d(A,(Q))$.

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên (Q) và d. Ta có $AH\le AK$.

Do đó, $d(\Delta,d)$ lớn nhất $\Leftrightarrow$ $d(A,(Q))$ lớn nhất $\Leftrightarrow AH_{\max}$ $\Leftrightarrow H\equiv K$. Suy ra AH chính là đoạn vuông góc chung của d và Δ.

Mặt phẳng (R) chứa A và d có véc tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_{(R)}}=\left[\overrightarrow{AM},\overrightarrow{u_1}\right]=(-2;\ 4;\ 8)$.

Mặt phẳng (Q) chứa d và vuông góc với (R) nên có véc tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_{(Q)}}=\left[\overrightarrow{n_{(R)}},\overrightarrow{u_1}\right]=(12;\ 18;\ -6)$.

Đường thẳng Δ chứa trong mặt phẳng (P) và song song với mặt phẳng (Q) nên có véc tơ chỉ phương là $\vec{u}=\left[\overrightarrow{n_{(P)}},\overrightarrow{n_{(R)}}\right]=(66;\ -42;\ 6)=6(11;\ -7;\ 1)$.

Suy ra, $a=11;\ b=-7$. Vậy $a+2b=-3$.

Câu 24: **(THPT Chuyên ĐH Vinh – Lần 2 – năm 2017 – 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;3;-2)$, $B(-3;7;-18)$ và mặt phẳng $(P): 2x-y+z+1=0$. Điểm $M(a,b,c)$ thuộc (P) sao cho mặt phẳng (ABM) vuông góc với (P) và $MA^2+MB^2=246$. Tính $S=a+b+c$.

A. 0. **B.** -1. **C.** 10. **D.** 13.

Lời giải

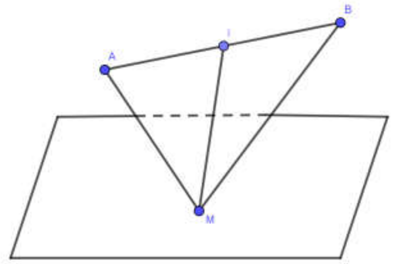
Chọn D

Gọi $M(a;b;c)\in(P)$. Ta có $\overrightarrow{AB}=(-2;4;-16)$, $\overrightarrow{AM}=(a+1;b-3;c+2)$.

$\Rightarrow\left[\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AB}\right]=-2(8b+2c-20;-8a+c-6;-2a-b+1)$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABM).

Vì mp(ABM) vuông góc với mp (P) nên $\overrightarrow{n_{ABM}}.\overrightarrow{n_P}=0\Rightarrow 2a+5b+c-11=0$.

Mặt khác A, B không thuộc (P) và nằm cùng một phía đối với mp (P).



Ta có $AB = 2\sqrt{69}$. Gọi I là trung điểm của AB, ta có $I(-2;5;-10)$.

Vì MI là trung tuyến của tam giác AMB $\Rightarrow MI^2 = \dfrac{MA^2 + MB^2}{2} - \dfrac{AB^2}{4} = 54$.

Khi đó ta có hệ phương trình $\begin{cases} 2a - b + c + 1 = 0 \\ 2a + 5b + c - 11 = 0 \\ (a+2)^2 + (b-5)^2 + (c+10)^2 = 54 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 2 \\ c = -7 \end{cases}$.

Vậy $S = a + b + c = 4 + 2 - 7 = -1$.

Câu 25: (THPT Chuyên ĐH Vinh – Lần 2 – năm 2017 – 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(2;3;3)$, phương trình đường trung tuyến kẻ từ B là $\dfrac{x-3}{-1} = \dfrac{y-3}{2} = \dfrac{z-2}{-1}$, phương trình đường phân giác trong của góc C là $\dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y-4}{-1} = \dfrac{z-2}{-1}$. Đường thẳng AB có một véc-tơ chỉ phương là

A. $\vec{u}_3 = (2;1;-1)$. **B.** $\vec{u}_2 = (1;-1;0)$. **C.** $\vec{u}_4 = (0;1;-1)$. **D.** $\vec{u}_1 = (1;2;1)$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình tham số của đường phân giác trong góc C là $CD: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 4 - t \\ z = 2 - t \end{cases}$.

Gọi $C = (2+2t; 4-t; 2-t)$, suy ra tọa độ trung điểm M của AC là $M = \left(2+t; \dfrac{7-t}{2}; \dfrac{5-t}{2}\right)$.

Vì $M \in BM$ nên:

$$\frac{(2+t)-3}{-1} = \frac{\left(\frac{7-t}{2}\right)-3}{2} = \frac{\left(\frac{5-t}{2}\right)-2}{-1} \Leftrightarrow \frac{t-1}{-1} = \frac{1-t}{4} = \frac{1-t}{-2} \Rightarrow t = 1.$$

Do đó $C = (4;3;1)$.

Phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc CD là

$2.(x-2) - 1.(y-3) - 1.(z-3) = 0$ hay $2x - y - z + 2 = 0$.

Tọa độ giao điểm H của (P) và CD là nghiệm $(x;y;z)$ của hệ

$$\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 4 - t \\ z = 2 - t \\ 2x - y - z + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 4 - t \\ z = 2 - t \\ 2(2+2t) - (4-t) - (2-t) + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \\ z = 2 \\ t = 0 \end{cases} \Rightarrow H(2;4;2).$$

Gọi A' là điểm đối xứng với A qua đường phân giác CD, suy ra H là trung điểm AA', bởi vậy:

$$\begin{cases} x_{A'} = 2x_H - x_A = 2.2 - 2 = 2 \\ y_{A'} = 2y_H - y_A = 2.4 - 3 = 5 \\ x_{A'} = 2z_H - z_A = 2.2 - 3 = 1 \end{cases} \Rightarrow A'(2;5;1).$$

Do $A' \in BC$ nên đường thẳng BC có véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{CA'} = (-2;2;0) = 2(-1;1;0)$, nên phương trình đường thẳng BC là $\begin{cases} x = 4 - t \\ y = 3 + t \\ z = 1 \end{cases}$.

Vì $B = BM \cap BC$ nên tọa độ B là nghiệm $(x;y;z)$ của hệ

$$\begin{cases} x = 4 - t \\ y = 3 + t \\ z = 1 \\ \dfrac{x-3}{-1} = \dfrac{y-3}{2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 5 \\ z = 1 \\ t = 2 \end{cases} \Rightarrow B(2;5;1) \equiv A'.$$

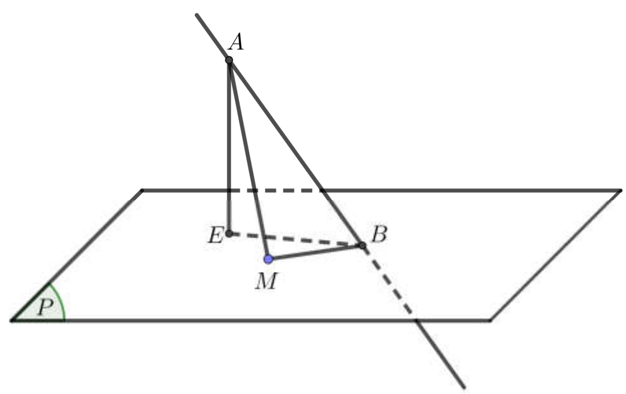
Đường thẳng AB có một véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{AB} = (0;2;-2) = 2(0;1;-1)$; hay $\vec{u}_4 = (0;1;-1)$ là một véc-tơ chỉ của phương đường thẳng AB.

Câu 26: (SGD Nam Định – năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$ và mặt phẳng (P): $2x + 2y - z + 9 = 0$. Đường thẳng d đi qua A và vuông góc với mặt phẳng $(Q): 3x + 4y - 4z + 5 = 0$ cắt mặt phẳng (P) tại B. Điểm M nằm trong mặt phẳng (P) sao cho M luôn nhìn AB dưới góc vuông và độ dài MB lớn nhất. Tính độ dài MB.

A. $MB = \dfrac{\sqrt{41}}{2}$. **B.** $MB = \dfrac{\sqrt{5}}{2}$. **C.** $MB = \sqrt{5}$. **D.** $MB = \sqrt{41}$.

Lời giải

Chọn C



+ Đường thẳng d đi qua $A(1;2;-3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (3;4;-4)$ có phương trình là

$$\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \\ z = -3 - 4t \end{cases}.$$

+ Ta có: $MB^2 = AB^2 - MA^2$. Do đó $MB_{\max}$ khi và chỉ khi $MA_{\min}$.

+ Gọi E là hình chiếu của A lên $\left(P\right)$. Ta có: $AM \ge AE$.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $M \equiv E$.

Khi đó $MA_{\min} = AE$ và MB qua B nhận $\overrightarrow{BE}$ làm vectơ chỉ phương.

+ Ta có: $B \in d$ nên $B\left(1+3t;2+4t;-3-4t\right)$ mà $B \in \left(P\right)$ suy ra:

$2\left(1+3t\right)+2\left(2+4t\right)-\left(-3-4t\right)+9=0 \Leftrightarrow t=-1 \Rightarrow B\left(-2;-2;1\right)$.

+ Đường thẳng AE qua $A\left(1;2;-3\right)$, nhận $\overrightarrow{n_P}=\left(2;2;-1\right)$ làm vectơ chỉ phương có phương trình là $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2+2t \\ z=-3-t \end{cases}$.

Suy ra $E\left(1+2t;2+2t;-3-t\right)$.

Mặt khác, $E \in \left(P\right)$ nên $2\left(1+2t\right)+2\left(2+2t\right)-\left(-3-t\right)+9=0 \Leftrightarrow t=-2 \Rightarrow E\left(-3;-2;-1\right)$.

Khi đó $MB = BE = \sqrt{5}$

Câu 1: (SGD Thanh Hóa – năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(7;2;3)$, $B(1;4;3)$, $C(1;2;6)$, $D(1;2;3)$ và điểm M tùy ý. Tính độ dài đoạn OM khi biểu thức $P = MA + MB + MC + \sqrt{3}MD$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $OM = \dfrac{3\sqrt{21}}{4}$. **B.** $OM = \sqrt{26}$. **C.** $OM = \sqrt{14}$. **D.** $OM = \dfrac{5\sqrt{17}}{4}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{DA} = (6;0;0)$, $\overrightarrow{DB} = (0;2;0)$, $\overrightarrow{DC} = (0;0;3)$ nên tứ diện $ABCD$ là tứ diện vuông đỉnh D. Giả sử $M(x+1;y+2;z+3)$.

Ta có $MA = \sqrt{(x-6)^2 + y^2 + z^2} \ge |x-6| \ge 6-x$, $MB = \sqrt{x^2 + (y-2)^2 + z^2} \ge |y-2| \ge 2-y$.

$MC = \sqrt{x^2 + y^2 + (z-3)^2} \ge |z-3| \ge 3-z$,

$\sqrt{3}MD = \sqrt{3(x^2 + y^2 + z^2)} \ge \sqrt{(x+y+z)^2} \ge x+y+z$.

Do đó $P \ge (6-x) + (2-y) + (3-z) + (x+y+z) = 11$.

Vậy P đạt giá trị nhỏ nhất bằng 11, khi và chỉ khi $\begin{cases} x = y = z = 0 \\ 6-x \ge 0 \\ 2-y \ge 0 \\ 3-z \ge 0 \\ x+y+z \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = y = z = 0$.

Khi đó $M(1;2;3)$ suy ra $OM = \sqrt{1^2 + 2^2 + 3^2} = \sqrt{14}$.

Câu 2: (THPT Chuyên Thái Bình – Thái Bình – Lần 5 năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;4;5)$, $B(3;4;0)$, $C(2;-1;0)$ và mặt phẳng $(P): 3x - 3y - 2z - 12 = 0$. Gọi $M(a;b;c)$ thuộc (P) sao cho $MA^2 + MB^2 + 3MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính tổng $a+b+c$.

A. 3. **B.** 2. **C.** -2. **D.** -3.

Lời giải

Chọn A

Gọi $I(x;y;z)$ là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IC} = \vec{0}$ (*).

Ta có: $\overrightarrow{IA} = (1-x;4-y;5-z)$, $\overrightarrow{IB} = (3-x;4-y;-z)$ và $3\overrightarrow{IC} = (6-3x;-3-3y;-3z)$.

Từ (*) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} 1-x+3-x+6-3x = 0 \\ 4-y+4-y-3-3y = 0 \\ 5-z-z-3z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \\ z = 1 \end{cases} \Rightarrow I(2;1;1)$.

Khi đó: $MA^2 = \overrightarrow{MA}^2 = \left(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA}\right)^2 = MI^2 + 2\overrightarrow{MI}.\overrightarrow{IA} + IA^2$.

$MB^2 = \overrightarrow{MB}^2 = \left(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB}\right)^2 = MI^2 + 2\overrightarrow{MI}.\overrightarrow{IB} + IB^2$.

$3MC^2 = 3\overrightarrow{MC}^2 = 3\left(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IC}\right)^2 = 3\left(MI^2 + 2\overrightarrow{MI}.\overrightarrow{IC} + IC^2\right)$.

Do đó: $S = MA^2 + MB^2 + 3MC^2 = 5MI^2 + IA^2 + IB^2 + 3IC^2$.

Do $IA^2 + IB^2 + 3IC^2$ không đổi nên S đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi MI đạt giá trị nhỏ nhất. Tức là M là hình chiếu của I lên mặt phẳng $(P): 3x - 3y - 2z - 12 = 0$.

Vectơ chỉ phương của IM là $\vec{n} = (3; -3; -2)$.

Phương trình tham số của IM là: $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 1 - 3t \\ z = 1 - 2t \end{cases}, \ (t \in \mathbb{R})$.

Gọi $M(2 + 3t; 1 - 3t; 1 - 2t) \in (P)$ là hình chiếu của I lên mặt phẳng (P).

Khi đó: $3(2 + 3t) - 3(1 - 3t) - 2(1 - 2t) - 12 = 0 \Leftrightarrow 22t - 11 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}$.

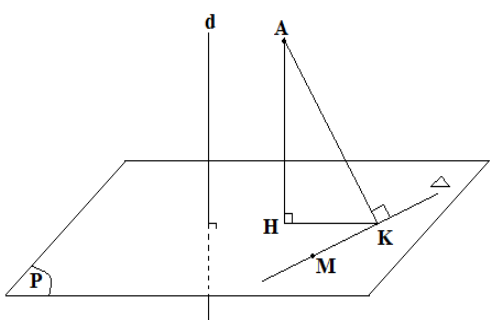
Suy ra: $M\left(\frac{7}{2}; -\frac{1}{2}; 0\right)$. Vậy $a + b + c = \frac{7}{2} - \frac{1}{2} = 3$.

Câu 3: (THPT Chuyên Hùng Vương – Gia Lai – Lần 2 năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(-2; -2; 1)$, $A(1; 2; -3)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-5}{2} = \frac{z}{-1}$. Tìm một vectơ chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng Δ đi qua M, vuông góc với đường thẳng d đồng thời cách điểm A một khoảng bé nhất.

A. $\vec{u} = (2; 2; -1)$. **B.** $\vec{u} = (1; 7; -1)$. **C.** $\vec{u} = (1; 0; 2)$. **D.** $\vec{u} = (3; 4; -4)$.

Lời giải

Chọn C



Gọi (P) là mp đi qua M và vuông góc với d, khi đó (P) chứa Δ.

Mp (P) qua $M(-2; -2; 1)$ và có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_P} = \overrightarrow{u_d} = (2; 2; -1)$ nên có phương trình: $(P): 2x + 2y - z + 9 = 0$.

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A lên (P) và Δ. Khi đó: $AK \geq AH : const$ nên $AK_{\min}$ khi $K \equiv H$. Đường thẳng AH đi qua $A(1, 2, -3)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_d} = (2; 2; -1)$ nên

AH có phương trình tham số: $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 2t \\ z = -3 - t \end{cases}$.

$H \in AH \Rightarrow H(1 + 2t; 2 + 2t; -3 - t)$.

$H \in (P) \Rightarrow 2(1 + 2t) + 2(2 + 2t) - (-3 - t) + 9 = 0 \Rightarrow t = -2 \Rightarrow H(-3; -2; -1)$.

Vậy $\vec{u} = \overrightarrow{HM} = (1; 0; 2)$.

Câu 4: (SGD Bắc Ninh – Lần 2 - năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{-1}$ và điểm $A(1;1;1)$. Hai điểm B, C di động trên đường thẳng d sao cho mặt phẳng (OAB) vuông góc với mặt phẳng (OAC). Gọi điểm B' là hình chiếu vuông góc của điểm B lên đường thẳng AC. Biết rằng quỹ tích các điểm B' là đường tròn cố định, tính bán kính r đường tròn này.

A. $r = \frac{\sqrt{60}}{10}$. **B.** $r = \frac{3\sqrt{5}}{5}$. **C.** $r = \frac{\sqrt{70}}{10}$. **D.** $r = \frac{3\sqrt{5}}{10}$.

Lời giải

Chọn D

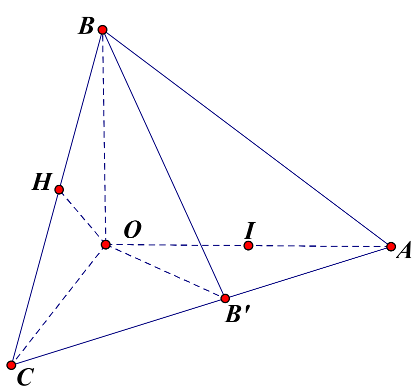
+ Ta có: một véctơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u} = (2; -1; -1)$. Suy ra $\vec{u} \perp \overrightarrow{OA}$.

+ Gọi H là hình chiếu của O trên đường thẳng d

$\Rightarrow H(2t; 1 - t; -1 - t)$. Do $OH \perp d$ nên $4t - 1 + t + 1 + t = 0 \Rightarrow t = 0 \Rightarrow H(0; 1; -1)$.

+ Suy ra $\overrightarrow{OH}.\overrightarrow{OA} = 0 \Rightarrow OH \perp OA$ và $OA \perp BC$ nên $OA \perp (OBC)$

$$\left.\begin{array}{l} \Rightarrow OA \perp OB \\ (OAB) \perp (OAC) \\ OA = (OAB) \cap (OAC) \end{array}\right\} \Rightarrow OB \perp (OAC).$$



Do đó ta có: $\begin{cases} OB \perp AC \\ BB' \perp AC \end{cases} \Rightarrow AC \perp (OBB') \Rightarrow AB' \perp OB'$.

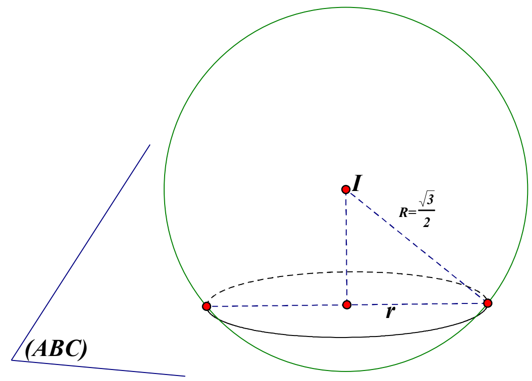
Vậy B' thuộc mặt cầu (S) đường kính $OA = \sqrt{3}$.

+ Gọi $I\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ là trung điểm OA

Phương trình mặt cầu $(S):\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\left(y-\frac{1}{2}\right)^2+\left(z-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{3}{4}$

+ Mặt khác $B'\in(ABC)\equiv(A;d)$. Mặt phẳng (ABC) có một véctơ pháp tuyến là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AH};\vec{u}\right]=(2;5;-1)$.

Phương trình mặt phẳng (ABC) : $2x+5y-z-6=0$.



+ Vậy B' thuộc đường tròn cố định là đường tròn (C), giao tuyến của mặt cầu (S) và (ABC).

(C) có bán kính $r=\sqrt{R^2-d^2}=\frac{3\sqrt{5}}{10}$, với $R=\frac{\sqrt{3}}{2}$ và $d=d\left(I,(ABC)\right)=\frac{\sqrt{30}}{10}$.

Câu 5: **(SGD Bắc Ninh – Lần 2 - năm 2017-2018)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm M thuộc mặt cầu $(S):(x-3)^2+(y-3)^2+(z-2)^2=9$ và ba điểm $A(1;0;0)$, $B(2;1;3)$; $C(0;2;-3)$. Biết rằng quỹ tích các điểm M thỏa mãn $MA^2+2\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{MC}=8$ là đường tròn cố định, tính bán kính r đường tròn này.

A. $r=\sqrt{3}$. **B.** $r=6$ **C.** $r=3$. **D.** $r=\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu $(S):(x-3)^2+(y-3)^2+(z-2)^2=9$ có tâm $I(3;3;2)$, bán kính $R=3$.

Gọi $M(x;y;z)$ ta được

$MA^2=(1-x)^2+y^2+z^2=x^2+y^2+z^2-2x+1$.

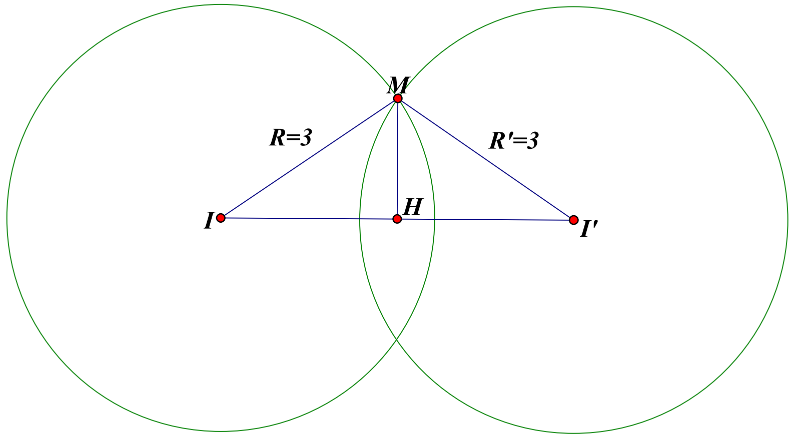
$\begin{cases}\overrightarrow{MB}=(2-x;1-y;3-z)\\ \overrightarrow{MC}=(-x;2-y;-3-z)\end{cases}\Rightarrow \overrightarrow{MB}.\overrightarrow{MC}=x^2+y^2+z^2-2x-3y-7$.

Ta có: $MA^2+2\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{MC}=8 \Leftrightarrow 3x^2+3y^2+3z^2-6x-6y-21=0$.

$\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2-2x-2y-7=0$.

Suy ra M thuộc mặt cầu (S') tâm $I'(1;1;0)$, bán kính $R'=3$.

Nên $M\in(S)\cap(S')$ là đường tròn (C) có tâm H là trung điểm của đoạn II' (do $R=R'=3$).



Vậy bán kính của đường tròn (C) : $r=\sqrt{R^2-IH^2}=\sqrt{6}$.

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;2)$ và $B(5;7;0)$. Có tất cả bao nhiêu giá trị thực của tham số m để phương trình $x^2+y^2+z^2-4x+2my-2(m+1)z+m^2+2m+8=0$ là phương trình của một mặt cầu (S) sao cho qua hai điểm A, B có duy nhất một mặt phẳng cắt mặt cầu (S) đó theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 1.

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;2)$ và $B(5;7;0)$. Có tất cả bao nhiêu giá trị thực của tham số m để phương trình $x^2+y^2+z^2-4x+2my-2(m+1)z+m^2+2m+8=0$ là phương trình của một mặt cầu (S) sao cho qua hai điểm A, B có duy nhất một mặt phẳng cắt mặt cầu (S) đó theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 1.

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Đặt $x^2+y^2+z^2-4x+2my-2(m+1)z+m^2+2m+8=0$ (1)

Ta có $a=2$, $b=-m$, $c=m+1$, $d=m^2+2m+8$.

(1) là phương trình mặt cầu (S) khi $a^2+b^2+c^2-d>0$

$\Leftrightarrow 4+m^2+(m+1)^2-(m^2+2m+8)>0 \Leftrightarrow m^2-3>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>\sqrt{3} \\ m<-\sqrt{3} \end{array}\right.$.

mặt cầu (S) có tâm $I(2;-m;m+1)$, bán kính $R=\sqrt{m^2-3}$.

TH1: (P) là (ABI) và (S) có bán kính $R=1 \Leftrightarrow \sqrt{m^2-3}=1$ và A, B, I không thẳng hàng.

$\overrightarrow{AB}=(2;6;-2)$, $\overrightarrow{AI}=(-1;-m-1;m-1) \Rightarrow \begin{cases} m=\pm 2 \\ m\neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow m=-2$.

TH2: (P) cách I một khoảng lớn nhất, đồng thời $d^2(I,(P))=R^2-1$.

Gọi H, K là hình chiếu của I lên (P) và AB, ta có $d(I,(P))=IH\le IK$

$\Rightarrow d_{\max} = IK = d(I, AB) = \dfrac{\left|\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AI}\right]\right|}{\left|\overrightarrow{AB}\right|}$, $\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AI}\right] = (4m-8; 4-2m; 4-2m) = (m-2)(4;-2;-2)$

$\Rightarrow d(I, AB) = \dfrac{|m-2|.2\sqrt{6}}{2\sqrt{11}} = \dfrac{|m-2|\sqrt{66}}{11}$

Ta có $d^2(I,(P)) = R^2 - 1 \Leftrightarrow \dfrac{6}{11}(m-2)^2 = m^2 - 4 \Leftrightarrow 5m^2 + 24m - 68 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 2(l) \\ m = -\dfrac{34}{5}(t/m) \end{array}\right.$

Vậy có hai giá trị của m thỏa ycbt.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 8$ và hai điểm $A(4;4;3)$, $B(1;1;1)$. Gọi (C) là tập hợp các điểm $M \in (S)$ để $|MA - 2MB|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Biết rằng (C) là một đường tròn bán kính R. Tính R.

A. $\sqrt{7}$. B. $\sqrt{6}$. C. $2\sqrt{2}$. D. $\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S) có tâm $I(0;0;3)$ và bán kính $R_1 = 2\sqrt{2}$.

Với $M(x;y;z) \in (S)$ tùy ý, ta có $T = |MA - 2MB| \geq 0$. Do đó, $\min T = 0 \Leftrightarrow MA = 2MB$.

Khi đó, ta có $(x-4)^2 + (y-4)^2 + (z-3)^2 = 4\left[(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2\right]$

$\Leftrightarrow 3x^2 + 3y^2 + 3z^2 - 2z - 29 = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - \dfrac{2}{3}z - \dfrac{29}{3} = 0$.

Ta được hệ $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - \dfrac{2}{3}z - \dfrac{29}{3} = 0 \\ x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 8 \\ z = 2 \end{cases}$

(Lấy PT thứ nhất trừ theo vế cho PT thứ hai ta được $\dfrac{16}{3}z - \dfrac{32}{3} = 0 \Leftrightarrow z - 2 = 0$)

Do đó M thuộc đường tròn (C) là giao tuyến của $(S): x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 8$ và $(P): z - 2 = 0$.

Ta có: (S) có tâm $I(0;0;3)$, bán kính $R = 2\sqrt{2}$.

Ta có $d(I;(P)) = 1$ nên đường tròn (C) có bán kính $R = \sqrt{R_1^{\,2} - d^2} = \sqrt{7}$.

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(2;-1;1)$, $M(5;3;1)$, $N(4;1;2)$ và mặt phẳng $(P): y + z = 27$. Biết rằng tồn tại điểm B trên tia AM, điểm C trên (P) và điểm D trên tia AN sao cho tứ giác $ABCD$ là hình thoi. Tọa độ điểm C là

A. $(-15;21;6)$. **B.** $(21;21;6)$.

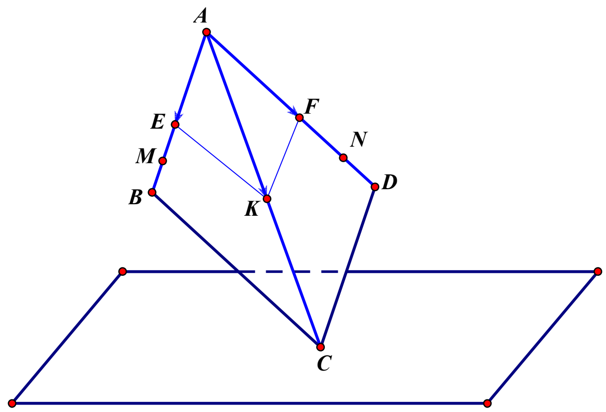
C. $(-15;7;20)$. **D.** $(21;19;8)$.

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(2;-1;1)$, $M(5;3;1)$, $N(4;1;2)$ và mặt phẳng $(P): y + z = 27$. Biết rằng tồn tại điểm B trên tia AM, điểm C trên (P) và điểm D trên tia AN sao cho tứ giác $ABCD$ là hình thoi. Tọa độ điểm C là

A. $(-15;21;6)$. **B.** $(21;21;6)$. **C.** $(-15;7;20)$. **D.** $(21;19;8)$.

Lời giải

Chọn B



Cách 1: Ta có $\overrightarrow{AM}=(3;4;0)$; $AM=5$. Gọi E là điểm sao cho $\overrightarrow{AE}=\frac{1}{AM}.\overrightarrow{AM}=\left(\frac{3}{5};\frac{4}{5};0\right)$, khi đó E thuộc tia AM và $AE=1$.

Ta cũng có $\overrightarrow{AN}=(2;2;1)$; $AN=3$. Gọi F là điểm sao cho $\overrightarrow{AF}=\frac{1}{AN}.\overrightarrow{AN}=\left(\frac{2}{3};\frac{2}{3};\frac{1}{3}\right)$, khi đó F thuộc tia AN và $AF=1$.

Do $ABCD$ là hình thoi nên suy ra $\overrightarrow{AK}=\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{AF}=\left(\frac{19}{15};\frac{22}{15};\frac{1}{3}\right)=\frac{1}{15}(19;22;5)$ cùng hướng với $\overrightarrow{AC}$, hay $\vec{u}=(19;22;5)$ là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng AC. Phương trình đường thẳng AC là $AC:\begin{cases}x=2+19t\\y=-1+22t\\z=1+5t\end{cases}$.

Tọa độ điểm C ứng với t là nghiệm phương trình: $(-1+22t)+(1+5t)=27\Leftrightarrow t=1$.

Do đó $C(21;21;6)$.

Cách 2: $\overrightarrow{AM}=(3;4;0)$, $AM=5$.

$\overrightarrow{AN}=(2;2;1)$, $AN=3$.

Chọn điểm $\overrightarrow{AM_1}=3\overrightarrow{AM}$, $AM_1=15$ và $\overrightarrow{AN_1}=3\overrightarrow{AN}$, $AN_1=15$. Khi đó tam giác AM_1N_1 cân tại A . Do tứ giác $ABCD$ là hình thoi nên tam giác ABD cân tại A. Suy ra BD và M_1N_1 song song.

Ta có $\overrightarrow{M_1N_1}=\overrightarrow{AN_1}-\overrightarrow{AM_1}=5\overrightarrow{AN}-3\overrightarrow{AM}=(1;-2;5)$.

Cần có $AC\perp BD\Leftrightarrow AC\perp M_1N_1\Leftrightarrow\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{M_1N_1}=0$ Với $C(x;y;z)$, ta có $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{M_1N_1}=0\Leftrightarrow x-2y+5z-9=0$.Thử đáp án thấy B thỏa mãn.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1;0;0)$, mặt phẳng $(P):x-2y-2z+1=0$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=2\\y=t\\z=1+t\end{cases}$. Gọi d' là đường thẳng đi qua điểm I và vuông góc với mặt phẳng (P), M là hình chiếu vuông góc của I trên mặt phẳng (P), N là điểm thuộc đường thẳng d sao cho diện tích tam giác IMN nhỏ nhất. Tọa độ điểm N là

A. $N\left(2;\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$. **B.** $N\left(2;\frac{5}{2};\frac{7}{2}\right)$. **C.** $N\left(2;\frac{3}{2};\frac{5}{2}\right)$. **D.** $N\left(2;-\frac{5}{2};-\frac{3}{2}\right)$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1;0;0)$, mặt phẳng $(P): x-2y-2z+1=0$ và đường thẳng $d:\begin{cases} x=2 \\ y=t \\ z=1+t \end{cases}$. Gọi d' là đường thẳng đi qua điểm I và vuông góc với mặt phẳng (P), M là hình chiếu vuông góc của I trên mặt phẳng (P), N là điểm thuộc đường thẳng d sao cho diện tích tam giác IMN nhỏ nhất. Tọa độ điểm N là

A. $N\left(2;\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$. **B.** $N\left(2;\frac{5}{2};\frac{7}{2}\right)$. **C.** $N\left(2;\frac{3}{2};\frac{5}{2}\right)$. **D.** $N\left(2;-\frac{5}{2};-\frac{3}{2}\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Phương trình đường thẳng d' là: $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2t \\ z=-2t \end{cases}$

Tọa độ điểm M ứng với t là nghiệm phương trình:

$(1+t)-2(-2t)-2(-2t)+1=0 \Leftrightarrow t=-\frac{2}{9} \Rightarrow M\left(\frac{7}{9};\frac{4}{9};\frac{4}{9}\right)$.

Như vậy $IM=\frac{2}{3}$.

Gọi H là hình chiếu của N trên d thì $S_{\Delta IMN}=\frac{1}{2}IM.NH=\frac{1}{3}NH$.

Do đó, diện tích tam giác IMN nhỏ nhất khi và chỉ khi độ dài NH nhỏ nhất.

N là điểm thuộc đường thẳng d nên $N(2;n;1+n) \Rightarrow \overrightarrow{IN}(1;n;1+n)$.

Đường thẳng d' có véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{u'}=(1;-2;-2)$.

Ta có: $\left[\overrightarrow{IN},\overrightarrow{u'}\right]=(2;n+3;-n-2)$, nên:

$$NH=d(N;d')=\frac{\left|\left[\overrightarrow{IN},\overrightarrow{u'}\right]\right|}{\left|\overrightarrow{u'}\right|}=\frac{\sqrt{2^2+(n+3)^2+(-n-2)^2}}{3}=\frac{\sqrt{2\left(n+\frac{5}{2}\right)^2+\frac{9}{4}}}{3}\geq\frac{1}{2}.$$

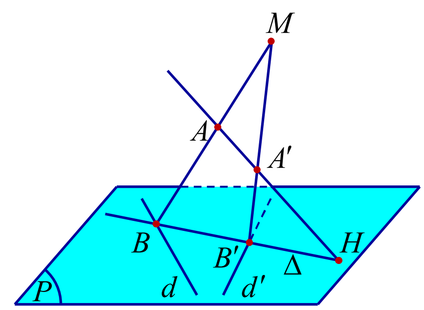
Như vậy, NH nhỏ nhất là bằng $\frac{1}{2}$ khi và chỉ khi $n=-\frac{5}{2} \Rightarrow N\left(2;-\frac{5}{2};-\frac{3}{2}\right)$.

Câu 13: Cho hình lập phương $a=1$ có cạnh bằng $a=1$. Một đường thẳng d đi qua đỉnh D' và tâm I của mặt bên $BCC'B'$. Hai điểm M, N thay đổi lần lượt thuộc các mặt phẳng $(BCC'B')$ và $(ABCD)$ sao cho trung điểm K của MN thuộc đường thẳng d (tham khảo hình vẽ). Giá trị bé nhất của độ dài đoạn thẳng MN là

A. $a=1$. **B.** $a=1$. **C.** $a=1$. **D.** $a=1$.

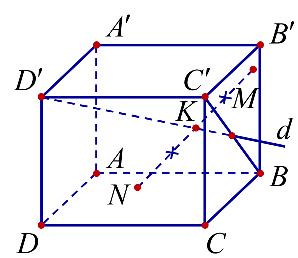
Câu 14: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-5}{2}=\dfrac{z-2}{1}$, $d':\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-2}{1}$ và hai điểm $A(a;0;0)$, $A'(0;0;b)$.

Gọi (P) là mặt phẳng chứa d và d'; H là giao điểm của đường thẳng AA' và mặt phẳng (P). Một đường thẳng Δ thay đổi trên (P) nhưng luôn đi qua H đồng thời Δ cắt d và d' lần lượt tại B, B'. Hai đường thẳng AB, $A'B'$ cắt nhau tại điểm M. Biết điểm M luôn thuộc một đường thẳng cố định có véctơ chỉ phương $\vec{u}=(15;-10;-1)$ (tham khảo hình vẽ). Tính $T=a+b$.



A. $T=8$. **B.** $T=9$. **C.** $T=-9$. **D.** $T=6$.

Câu 15: Cho hình lập phương $a=1$ có cạnh bằng $a=1$. Một đường thẳng d đi qua đỉnh D' và tâm I của mặt bên $BCC'B'$. Hai điểm M, N thay đổi lần lượt thuộc các mặt phẳng $(BCC'B')$ và $(ABCD)$ sao cho trung điểm K của MN thuộc đường thẳng d (tham khảo hình vẽ). Giá trị bé nhất của độ dài đoạn thẳng MN là



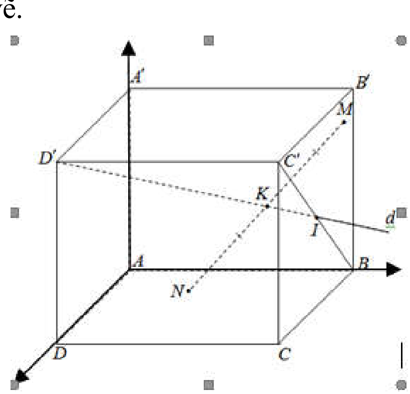
A. $a=1$. **B.** $a=1$. **C.** $a=1$. **D.** $a=1$.

Lời giải

Chọn C

Cho $a=1$.

Chọn hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ.



$A(0;0;0)$, $D'(1;0;1)$, $B(0;1;0)$, $C'(1;1;1)$

I là trung điểm $BC' \Rightarrow I\left(\dfrac{1}{2};1;\dfrac{1}{2}\right) \Rightarrow \overrightarrow{D'I}=\left(-\dfrac{1}{2};1;-\dfrac{1}{2}\right)=-\dfrac{1}{2}(1;-2;1)$.

Đường thẳng $D'I$ đi qua $D'(1;0;1)$, có một VTCP là $\vec{u}=(1;-2;1)$ có phương trình là:

$$\begin{cases} x=1+t \\ y=-2t\ (t\in\mathbb{R}) \\ z=1+t \end{cases}$$

Mặt phẳng $(ABCD)$: $z=0$

Mặt phẳng $(BCC'B')$: $y=1$

$M\in(BCC'B')\Rightarrow M(m;1;n)$, $K\in D'I\Rightarrow K(1+t;-2t;1+t)$

K là trung điểm $MN\Rightarrow N(2t-m+2;-4t-1;2t-n+2)$.

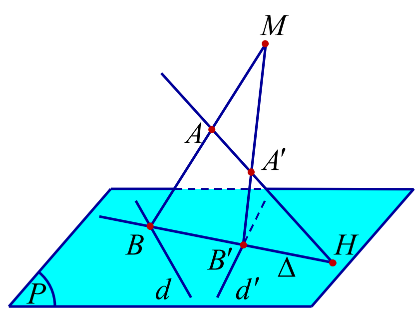
$N\in(ABCD)\Leftrightarrow z_N=0\Leftrightarrow 2t-n+2=0\Leftrightarrow t=\dfrac{n-2}{2}\Rightarrow N(n-m;3-2n;0)$.

$\overrightarrow{MN}=(n-2m;2-2n;-n)\Rightarrow MN^2=(n-2m)^2+(2-2n)^2+n^2=(n-2m)^2+5n^2-8n+4$

$=(n-2m)^2+5\left(n-\dfrac{4}{5}\right)^2+\dfrac{4}{5}\ge\dfrac{4}{5}\Rightarrow MN\ge\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$.

Dấu bằng xảy ra khi $b=\dfrac{4}{5}$ và $a=\dfrac{2}{5}$.

Câu 16: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-5}{2}=\dfrac{z-2}{1}$, $d':\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-2}{1}$ và hai điểm $A(a;0;0)$, $A'(0;0;b)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa d và d'; H là giao điểm của đường thẳng AA' và mặt phẳng (P). Một đường thẳng Δ thay đổi trên (P) nhưng luôn đi qua H đồng thời Δ cắt d và d' lần lượt tại B, B'. Hai đường thẳng AB, $A'B'$ cắt nhau tại điểm M. Biết điểm M luôn thuộc một đường thẳng cố định có véctơ chỉ phương $\vec{u}=(15;-10;-1)$ (tham khảo hình vẽ). Tính $T=a+b$.



A. $T=8$. **B.** $T=9$. **C.** $T=-9$. **D.** $T=6$.

Lời giải

Chọn D

Nhận xét rằng $A(a;0;0)\in Ox$ và $A'(0;0;b)\in Oz$.

Gọi (α) là mặt phẳng chứa d và AB và (β) là mặt phẳng chứa d' và $A'B'$.

Ta có M thuộc đường thẳng Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng (α) và (β).

Theo giả thiết, Δ có một véctơ chỉ phương là $\vec{u}=(15;-10;-1)$.

Mặt phẳng (α) đi qua $M_1(2;5;2)$ và có cặp véctơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_1}=(1;2;1)$ và $\vec{u}=(15;-10;-1)$

$\Rightarrow$ (α) có véctơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_1}=\left[\overrightarrow{u_1};\vec{u}\right]=(8;16;-40)=8(1;2;-5)$.

Phương trình của (α) là $x+2y-5z-2=0$.

Mặt phẳng (β) đi qua $M_2(2;1;2)$ và có cặp véctơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_2}=(1;-2;1)$ và $\vec{u}=(15;-10;-1)$

$\Rightarrow$ (β) có véctơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_2}=\left[\overrightarrow{u_2};\vec{u}\right]=(12;16;20)=4(3;4;5)$.

Phương trình của (β) là $3x+4y+5z-20=0$.

Khi đó $A=(\alpha)\cap Ox$ nên $A(2;0;0)$ và $A'=(\beta)\cap Oz$ nên $A'(0;0;4)$. Vậy $T=a+b=6$.

Câu 17: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC nhọn có $H(2;2;1)$, $K\left(-\frac{8}{3};\frac{4}{3};\frac{8}{3}\right)$, O lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B, C trên các cạnh BC, AC, AB. Gọi I là trực tâm tam giác ABC. Phương trình mặt cầu (S) tâm A, đi qua điểm I là

A. $(S):(x+4)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=20$. **B.** $(S):(x-2)^2+y^2+(z-1)^2=5$.

C. $(S):x^2+(y-1)^2+(z-1)^2=20$. **D.** $(S):(x+2)^2+y^2+(z-1)^2=5$.

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC nhọn có $H(2;2;1)$, $K\left(-\frac{8}{3};\frac{4}{3};\frac{8}{3}\right)$, O lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B, C trên các cạnh BC, AC, AB. Gọi I là trực tâm tam giác ABC. Phương trình mặt cầu (S) tâm A, đi qua điểm I là

A. $(S):(x+4)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=20$. **B.** $(S):(x-2)^2+y^2+(z-1)^2=5$.

C. $(S):x^2+(y-1)^2+(z-1)^2=20$. **D.** $(S):(x+2)^2+y^2+(z-1)^2=5$.

Lời giải

Chọn A

Trong mặt phẳng (ABC), ta có tứ giác $AOIK$ nội tiếp trong đường tròn đường kính AI, do đó $\widehat{KAI}=\widehat{KOI}$ (1) (cùng chắn cung $\overset{\frown}{KI}$).

Ta cũng có tứ giác $ACHO$ nội tiếp trong đường tròn đường kính AC, do đó $\widehat{KAI}=\widehat{HOI}$ (2) (cùng chắn cung $\overset{\frown}{HC}$).

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{KOI}=\widehat{HOI}$, hay IO là phân giác trong của góc $\widehat{KOH}$.

Tương tự, HI là phân giác trong của góc $\widehat{KHO}$.

Như vậy, điểm I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác OHK.

Ta có $OH=3$, $OK=4$, $HK=5$.

Vì I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác OHK nên $HK.\overrightarrow{IO}+OK.\overrightarrow{IH}+OH.\overrightarrow{IK}=\vec{0}$

$$\Leftrightarrow 5\overrightarrow{IO}+4\overrightarrow{IH}+3\overrightarrow{IK}=\vec{0}\Rightarrow I(0;1;1).$$

Đường thẳng AH có véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{IH}=(2;1;0)$ nên phương trình AH là $\begin{cases} x=2t \\ y=1+t \\ z=1 \end{cases}$.

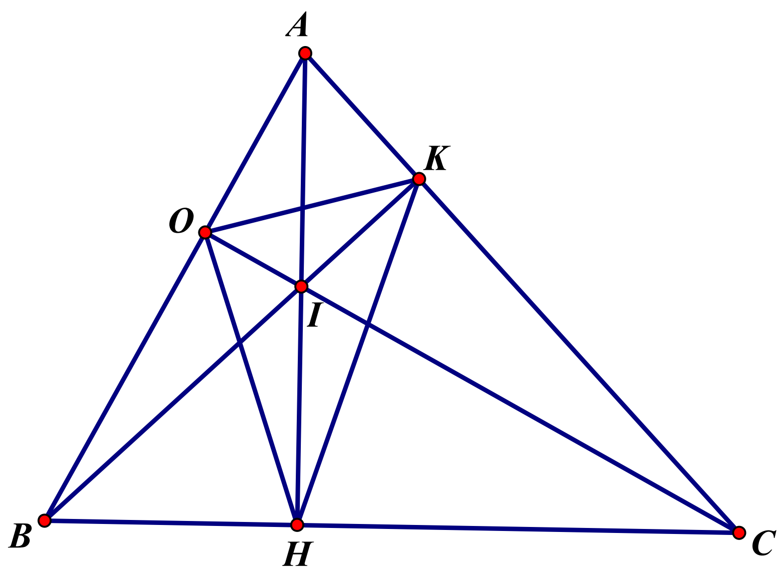
Vì $A\in AH$ nên $A(2t;1+t;1)\Rightarrow \overrightarrow{OA}(2t;1+t;1)$.

Mà $OI\perp OA$ nên $\overrightarrow{OI}.\overrightarrow{OA}=0 \Leftrightarrow 0.(2t)+1.(1+t)+1.1=0 \Leftrightarrow t=-2 \Rightarrow A(-4;-1;1)$.

Như vậy $AI=\sqrt{20}$.

Vậy, phương trình mặt cầu (S) tâm A, đi qua điểm I là

$$(S):(x+4)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=20.$$



Câu 19: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, gọi (P) là mặt phẳng đi qua hai điểm $A(1;-7;-8)$, $B(2;-5;-9)$ sao cho khoảng cách từ điểm $M(7;-1;-2)$ đến (P) đạt giá trị lớn nhất. Biết (P) có một véctơ pháp tuyến là $\vec{n}=(a;b;4)$, khi đó giá trị của tổng $a+b$ là

A. -1. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 2.

Câu 20: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, gọi (P) là mặt phẳng đi qua hai điểm $A(1;-7;-8)$, $B(2;-5;-9)$ sao cho khoảng cách từ điểm $M(7;-1;-2)$ đến (P) đạt giá trị lớn nhất. Biết (P) có một véctơ pháp tuyến là $\vec{n}=(a;b;4)$, khi đó giá trị của tổng $a+b$ là

A. -1. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Do (P) có một véctơ pháp tuyến $\vec{n}=(a;b;4)$ và qua $A(1;-7;-8)$ nên

$$(P):a(x-1)+b(y+7)+4(z+8)=0.$$

Do (P) đi qua $B(2;-5;-9)$ nên $a+2b-4=0\Rightarrow a=4-2b$.

Với $M(7;-1;-2)$, ta có $d=d(M,(P))=\dfrac{6|a+b+4|}{\sqrt{a^2+b^2+16}}=\dfrac{6|8-b|}{\sqrt{5b^2-16b+32}}$

$$\Leftrightarrow \frac{d^2}{36}=\frac{b^2-16b+64}{5b^2-16b+32}=f(b)$$

Ta có $f'(b)=\dfrac{64b^2-576b+512}{\left(5b^2-16b+32\right)^2}$. Cho $f'(b)=0\Leftrightarrow b=1\vee b=8$.

Bảng biến thiên

b	$-\infty$		1		8		$+\infty$
$f'(b)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(b)$	$\frac{1}{5}$	$\nearrow$	$\frac{7}{3}$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$\frac{1}{5}$

Như vậy d đạt giá trị lớn nhất khi và chỉ khi $f(b)$ đạt giá trị lớn nhất

$\Leftrightarrow b=1\Rightarrow a=2\Rightarrow a+b=3$.

Cách khác: Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của M trên (P) và đường thẳng AB.

Ta có: $K(3;-3;-10)$ và $d(M,(P))=MH\le MK$.

Dấu bằng xảy ra khi $H\equiv K$, khi đó $\overrightarrow{MH}=(-4;-2;-8)=-2(2;1;4)$, mặt phẳng (P) nhận $\vec{n}=(2;1;4)$ làm vectơ pháp tuyến.

Vậy $a+b=3$.

Câu 21: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S_m):(x-1)^2+(y-1)^2+(z-m)^2=\dfrac{m^2}{4}$ (với $m>0$ là tham số thực) và hai điểm $A(2;3;5)$, $B(1;2;4)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của m để trên (S_m) tồn tại điểm M sao cho $MA^2-MB^2=9$.

A. $m=1$. **B.** $m=3-\sqrt{3}$. **C.** $m=8-4\sqrt{3}$. **D.** $m=\dfrac{4-\sqrt{3}}{2}$.

Câu 22: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S_m):(x-1)^2+(y-1)^2+(z-m)^2=\dfrac{m^2}{4}$ (với $m>0$ là tham số thực) và hai điểm $A(2;3;5)$, $B(1;2;4)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của m để trên (S_m) tồn tại điểm M sao cho $MA^2-MB^2=9$.

A. $m=1$. **B.** $m=3-\sqrt{3}$. **C.** $m=8-4\sqrt{3}$. **D.** $m=\dfrac{4-\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $M(x;y;z)$, suy ra

$MA^2-MB^2=9\Leftrightarrow (x-2)^2+(y-3)^2+(z-5)^2-\left[(x-1)^2+(y-2)^2+(z-4)^2\right]=9$

$\Leftrightarrow x+y+z-4=0$

Suy ra: Tập các điểm $M(x;y;z)$ thỏa mãn $MA^2-MB^2=9$ là mặt phẳng $(P):x+y+z-4=0$

Trên (S_m) tồn tại điểm M sao cho $MA^2 - MB^2 = 9$ khi và chỉ khi (S_m) và (P) có điểm chung $\Leftrightarrow d(I;(P)) \le R \Leftrightarrow \dfrac{|1+1+m-4|}{\sqrt{1+1+1}} \le \dfrac{|m|}{2} \Leftrightarrow 2|m-2| \le \sqrt{3}|m|$

$\Leftrightarrow m^2 - 16m + 16 \le 0 \Leftrightarrow 8 - 4\sqrt{3} \le m \le 8 + 4\sqrt{3}$

Vậy giá trị nhỏ nhất của m là $8 - 4\sqrt{3}$.

Câu 23: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S_1): x^2 + y^2 + z^2 = 1$, $(S_2): x^2 + (y-4)^2 + z^2 = 4$ và các điểm $A(4;0;0)$, $B\left(\dfrac{1}{4};0;0\right)$, $C(1;4;0)$, $D(4;4;0)$. Gọi M là điểm thay đổi trên (S_1), N là điểm thay đổi trên (S_2). Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $Q = MA + 2ND + 4MN + 6BC$ là

A. $2\sqrt{265}$. **B.** $\dfrac{5\sqrt{265}}{2}$. **C.** $3\sqrt{265}$. **D.** $\dfrac{7\sqrt{265}}{2}$.

Câu 24: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S_1): x^2 + y^2 + z^2 = 1$, $(S_2): x^2 + (y-4)^2 + z^2 = 4$ và các điểm $A(4;0;0)$, $B\left(\dfrac{1}{4};0;0\right)$, $C(1;4;0)$, $D(4;4;0)$. Gọi M là điểm thay đổi trên (S_1), N là điểm thay đổi trên (S_2). Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $Q = MA + 2ND + 4MN + 6BC$ là

A. $2\sqrt{265}$. **B.** $\dfrac{5\sqrt{265}}{2}$. **C.** $3\sqrt{265}$. **D.** $\dfrac{7\sqrt{265}}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu (S_1) có tâm $O(0;0;0)$ bán kính bằng 1, mặt cầu (S_2) có tâm $I(0;4;0)$ bán kính bằng 2.

Ta có bốn điểm O, A, D, I là bốn đỉnh của hình vuông cạnh bằng 4, và $OB = \dfrac{1}{4}$, $IC = 1$.

Ta có $\Delta OMA \backsim \Delta OBM$ $(c-g-c) \Rightarrow \dfrac{MA}{BM} = \dfrac{OM}{OB} = 4 \Rightarrow MA = 4MB$

Ta có $\Delta IND \backsim \Delta ICN$ $(c-g-c)$ $\Rightarrow \dfrac{ND}{CN} = \dfrac{IN}{IC} = 2 \Rightarrow ND = 2NC$

$Q = 4MB + 4NC + 4MN + 6BC$

$= 4(BM + MN + NC) + 6BC \ge 4BC + 6BC = 10BC = 10.\dfrac{\sqrt{265}}{4} = \dfrac{5\sqrt{265}}{2}$.

Vậy Q nhỏ nhất là bằng $\dfrac{5\sqrt{265}}{2}$, dấu "$=$" xảy ra khi M, N là giao điểm của BC với các mặt cầu.

Câu 25: Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho $A(1;2;0)$, $B(5;4;4)$, $C\left(\dfrac{11}{3};\dfrac{22}{3};-\dfrac{16}{3}\right)$. Gọi (S_1), (S_2), (S_3) là 3 mặt cầu tâm lần lượt là A, B, C và có cùng bán kính là $\dfrac{13}{5}$. Xác định số tiếp diện chung của ba mặt cầu trên.

A. 6. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 9.

Câu 26: Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho $A(1;3;10)$, $B(4;6;5)$ và M là điểm thay đổi trên mặt phẳng (Oxy) sao cho MA, MB cùng tạo với mặt phẳng (Oxy) các góc bằng nhau. Tính giá trị nhỏ nhất của AM.

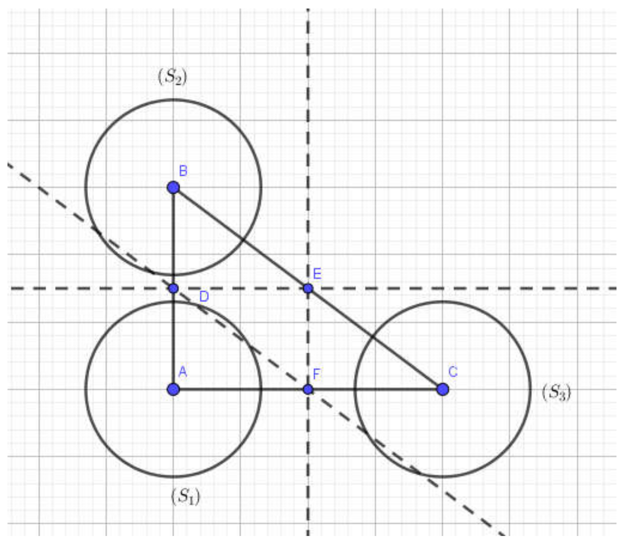
A. $6\sqrt{3}$. **B.** 10. **C.** $\sqrt{10}$. **D.** $8\sqrt{2}$.

Câu 27: Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho $A(1;2;0)$, $B(5;4;4)$, $C\left(\frac{11}{3};\frac{22}{3};-\frac{16}{3}\right)$. Gọi (S_1), (S_2), (S_3) là 3 mặt cầu tâm lần lượt là A, B, C và có cùng bán kính là $\frac{13}{5}$. Xác định số tiếp diện chung của ba mặt cầu trên.

A. 6. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 9.

Lời giải

Chọn A



Ta có nhận xét: Trong không gian, cho điểm A và đường thẳng Δ, khi đó có đúng hai mặt phẳng (P) chứa Δ và cách A một khoảng là h nếu $h < d(A;\Delta)$ và không có mặt phẳng nào chứa Δ và cách A một khoảng là h nếu $h > d(A;\Delta)$.

Xét mặt phẳng (α) đi qua các điểm A, B, C. Ta có $AB = 6$; $AC = 8$; $BC = 10$. Gọi D, E, F lần lượt là trung điểm của AB, BC, AC.

Mặt phẳng (P) xác định như sau:

Đi qua D, E: Ta có $d(B;DE) = BD = \frac{1}{2}AB = 3 > \frac{13}{5}$ nên có 2 mặt phẳng tiếp xúc với cả 3 mặt cầu như nhận xét trên.

Đi qua E, F: Ta có $d(C;EF) = CF = \frac{1}{2}AC = 4 > \frac{13}{5}$ có 2 mặt phẳng tiếp xúc với cả 3 mặt cầu như nhận xét trên.

Đi qua D, F: Ta có $d(A;DF) = \frac{1}{2}d(A;BC) = \frac{12}{5} < \frac{13}{5}$ nên không có mặt phẳng nào tiếp xúc với cả 3 mặt cầu như nhận xét trên.

Hơn nữa (S_1), (S_2), (S_3) có cùng bán kính nên có 2 mặt phẳng tiếp xúc với chúng và song song với mặt phẳng (ABC).

Vậy có tất cả 6 tiếp diện chung của ba mặt cầu.

Câu 28: Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho $A(1;3;10)$, $B(4;6;5)$ và M là điểm thay đổi trên mặt phẳng (Oxy) sao cho MA, MB cùng tạo với mặt phẳng (Oxy) các góc bằng nhau. Tính giá trị nhỏ nhất của AM.

A. $6\sqrt{3}$. **B.** 10. **C.** $\sqrt{10}$. **D.** $8\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $M(x;y;0)\in(Oxy)$.

Ta có $d\left(A,(Oxy)\right)=10$; $d\left(B,(Oxy)\right)=5$.

Do đó, MA, MB cùng tạo với mặt phẳng (Oxy) các góc bằng nhau khi và chỉ khi

$MA=2MB \Leftrightarrow (1-x)^2+(3-y)^2+100=4\left[(4-x)^2+(6-y)^2+25\right]$

$\Leftrightarrow (1-x)^2+(3-y)^2+100=4\left[(4-x)^2+(6-y)^2+25\right]$

$\Leftrightarrow x^2+y^2-10x-14y+66=0$

$\Leftrightarrow (x-5)^2+(y-7)^2=8$.

Đặt $\begin{cases} x-5=\sqrt{8}\cos\alpha \\ y-7=\sqrt{8}\sin\alpha \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=\sqrt{8}\cos\alpha+5 \\ y=\sqrt{8}\sin\alpha+7 \end{cases}$.

Khi đó, ta có

$AM^2=(x-1)^2+(y-3)^2+100$

$=\left(\sqrt{8}\cos\alpha+4\right)^2+\left(\sqrt{8}\sin\alpha+4\right)^2+100$

$=16\sqrt{2}(\sin\alpha+\cos\alpha)+140=32\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)+140\ge 108$.

Suy ra $AM\ge 6\sqrt{3}$.

Dấu “=” xảy ra khi $\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)=-1 \Leftrightarrow \alpha=-\frac{3\pi}{4}+k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

Khi đó $\begin{cases} x=3 \\ y=5 \end{cases} \Rightarrow M(3;5;0)$.

Vậy $\min AM=6\sqrt{3}$.

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y+2)^2+z^2=4$ và các điểm $A\left(-2;0;-2\sqrt{2}\right)$, $B(-4;-4;0)$. Biết rằng tập hợp các điểm M thuộc (S) và thỏa mãn $MA^2+\overrightarrow{MO}.\overrightarrow{MB}=16$ là một đường tròn. Tính bán kính đường tròn đó.

A. $\frac{3\sqrt{2}}{4}$. **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** $\frac{3\sqrt{7}}{4}$. **D.** $\frac{5}{2}$.

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y+2)^2+z^2=4$ và các điểm $A\left(-2;0;-2\sqrt{2}\right)$, $B(-4;-4;0)$. Biết rằng tập hợp các điểm M thuộc (S) và thỏa mãn $MA^2+\overrightarrow{MO}.\overrightarrow{MB}=16$ là một đường tròn. Tính bán kính đường tròn đó.

A. $\dfrac{3\sqrt{2}}{4}$. **B.** $\dfrac{3}{2}$. **C.** $\dfrac{3\sqrt{7}}{4}$. **D.** $\dfrac{5}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y+2)^2+z^2=4$ có tâm $I(-1;-2;0)$, bán kính $R=2$.

Gọi $M(x;y;z)$ ta được $MA^2=(x+2)^2+y^2+\left(z+2\sqrt{2}\right)^2=x^2+y^2+z^2+4x+4\sqrt{2}z+12$.

và $\begin{cases}\overrightarrow{MO}=(-x;-y;-z)\\ \overrightarrow{MB}=(-4-x;-4-y;-z)\end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{MB}.\overrightarrow{MC}=x^2+y^2+z^2+4x+4y$.

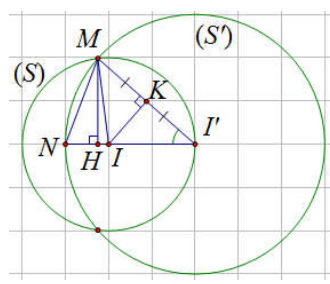
Ta có $MA^2+\overrightarrow{MO}.\overrightarrow{MB}=16 \Leftrightarrow 2x^2+2y^2+2z^2+8x+4y+4\sqrt{2}z-4=0$.

$\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2+4x+2y+2\sqrt{2}z-2=0$.

Suy ra M thuộc mặt cầu (S') tâm $I'\left(-2;-1;-\sqrt{2}\right)$, bán kính $R'=3$.

Nên $M\in(S)\cap(S')$ là đường tròn (C) có tâm H là hình chiếu của M lên II'.

Vì $II'=2$ nên $I'\in(S)$.



Gọi K là trung điểm của $I'M$ ta có $IK=\sqrt{2^2-\left(\dfrac{3}{2}\right)^2}=\dfrac{\sqrt{7}}{2}$.

Mà $\sin\widehat{MI'I}=\dfrac{MH}{I'M}=\dfrac{IK}{II'}$ suy ra $MH=\dfrac{I'M.IK}{II'}=\dfrac{3\sqrt{7}}{4}$.

Vậy bán kính của đường tròn (C) là $r=MH=\dfrac{3\sqrt{7}}{4}$.

Câu 31: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(2;5;3)$ cắt đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{2}$ tại hai điểm phân biệt A, B với chu vi tam giác IAB bằng $14+2\sqrt{31}$ có phương trình

A. $(x-2)^2+(y-3)^2+(z-5)^2=49$. **B.** $(x-2)^2+(y-3)^2+(z-5)^2=196$.

C. $(x-2)^2+(y-3)^2+(z-5)^2=31$. **D.** $(x-2)^2+(y-3)^2+(z-5)^2=124$.

Câu 32: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x-3y+2z-15=0$ và ba điểm $A(1;2;0)$, $B(1;-1;3), C(1;-1;-1)$. Điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ thuộc (P) sao cho $2MA^2-MB^2+MC^2$ nhỏ nhất. Giá trị $2x_0+3y_0+z_0$ bằng

A. 11. **B.** 5. **C.** 15. **D.** 10.

Câu 33: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(2;5;3)$ cắt đường thẳng $d: \frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{2}$ tại hai điểm phân biệt A, B với chu vi tam giác IAB bằng $14+2\sqrt{31}$ có phương trình

A. $(x-2)^2+(y-3)^2+(z-5)^2=49$. **B.** $(x-2)^2+(y-3)^2+(z-5)^2=196$.

C. $(x-2)^2+(y-3)^2+(z-5)^2=31$. **D.** $(x-2)^2+(y-3)^2+(z-5)^2=124$.

Lời giải

Chọn A

Gọi R ($R>0$) là bán kính của mặt cầu cần tìm.

d đi qua điểm $M(1;0;2)$ và có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;1;2)$.

Gọi H là hình chiếu của I lên d ta có $IH=d(I;d)=\frac{\left|\left[\overrightarrow{MI};\vec{u}\right]\right|}{\left|\vec{u}\right|}=3\sqrt{2}$.

Suy ra $AB=2\sqrt{R^2-IH^2}=2\sqrt{R^2-18}$.

Từ đó ta có

$2R+2\sqrt{R^2-18}=14+2\sqrt{31}$

$\Leftrightarrow R+\sqrt{R^2-18}=7+\sqrt{31}$

$\Leftrightarrow (R-7)+\sqrt{R^2-18}-\sqrt{31}=0$

$\Leftrightarrow (R-7)\left(1+\frac{R+7}{\sqrt{R^2-18}+\sqrt{31}}\right)=0$

$\Leftrightarrow R=7$.

Suy ra phương trình mặt cầu $(x-2)^2+(y-3)^2+(z-5)^2=49$.

Câu 34: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x-3y+2z-15=0$ và ba điểm $A(1;2;0)$, $B(1;-1;3), C(1;-1;-1)$. Điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ thuộc (P) sao cho $2MA^2-MB^2+MC^2$ nhỏ nhất. Giá trị $2x_0+3y_0+z_0$ bằng

A. 11. **B.** 5. **C.** 15. **D.** 10.

Lời giải

Chọn B

Xét điểm I thỏa $2\overrightarrow{IA}-\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}=\vec{0}$ suy ra $I(1;2;-2)$.

$2MA^2-MB^2+MC^2=2\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)^2-\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)^2+\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IC}\right)^2=2MI^2+2IA^2-IB^2+IC^2$.

$2MA^2-MB^2+MC^2$ nhỏ nhất khi và chỉ khi MI nhỏ nhất hay M là hình chiếu của I lên (P).

Lúc đó, đường thẳng MI có phương trình $\begin{cases} x = 1+3t \\ y = 2-3t \\ z = -2+2t \end{cases}$ suy ra $\begin{cases} x_0 = 1+3t \\ y_0 = 2-3t \\ z_0 = -2+2t \end{cases}$.

Mà $3x_0 - 3y_0 + 2z_0 - 15 = 0 \Leftrightarrow 3(1+3t) - 3(2-3t) + 2(-2+2t) - 15 = 0 \Leftrightarrow t = 1$.

$2x_0 + 3y_0 + z_0 = 2(1+3t) + 3(2-3t) + (-2+2t) = 6 - t = 5$.

Câu 35: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - y + z + 3 = 0$, $(Q): x + 2y - 2z - 5 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 11 = 0$. Gọi M là điểm di động trên (S) và N là điểm di động trên (P) sao cho MN luôn vuông góc với (Q). Giá trị lớn nhất của độ dài đoạn thẳng MN bằng

A. $9 + 5\sqrt{3}$. **B.** 28. **C.** 14. **D.** $3 + 5\sqrt{3}$.

Câu 36: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - y + z + 3 = 0$, $(Q): x + 2y - 2z - 5 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 11 = 0$. Gọi M là điểm di động trên (S) và N là điểm di động trên (P) sao cho MN luôn vuông góc với (Q). Giá trị lớn nhất của độ dài đoạn thẳng MN bằng

A. $9 + 5\sqrt{3}$. **B.** 28. **C.** 14. **D.** $3 + 5\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;3)$, bán kính $R = 5$; $d(I,(P)) = 3\sqrt{3}$.

MN có vectơ chỉ phương $\vec{u}(1;2;-2)$, mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}(1;-1;1)$.

Gọi α là góc giữa MN và mặt phẳng $(P) \Rightarrow \sin\alpha = \dfrac{|\vec{u}.\vec{n}|}{|\vec{u}|.|\vec{n}|} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

Ta có $MN = \dfrac{d(M,(P))}{\sin\alpha} = \sqrt{3}.d(M,(P)) \le \sqrt{3}.[d(I,(P)) + R] = 9 + 5\sqrt{3}$.

Vậy giá trị lớn nhất của độ dài đoạn thẳng MN bằng $9 + 5\sqrt{3}$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): x - my + z + 6m + 3 = 0$ và $(\beta): mx + y - mz + 3m - 8 = 0$ (với m là tham số thực); hai mặt phẳng này cắt nhau theo giao tuyến là đường thẳng Δ. Gọi Δ' là hình chiếu của Δ lên mặt phẳng Oxy. Biết rằng khi m thay đổi thì đường thẳng Δ' luôn tiếp xúc với một mặt cầu cố định có tâm $I(a;b;c)$ thuộc mặt phẳng Oxy. Tính giá trị biểu thức $P = 10a^2 - b^2 + 3c^2$.

A. $P = 56$. **B.** $P = 9$. **C.** $P = 41$. **D.** $P = 73$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): x - my + z + 6m + 3 = 0$ và $(\beta): mx + y - mz + 3m - 8 = 0$ (với m là tham số thực); hai mặt phẳng này cắt nhau theo giao tuyến là đường thẳng Δ. Gọi Δ' là hình chiếu của Δ lên mặt phẳng Oxy. Biết rằng khi m thay đổi thì đường thẳng Δ' luôn tiếp xúc với một mặt cầu cố định có tâm $I(a;b;c)$ thuộc mặt phẳng Oxy. Tính giá trị biểu thức $P = 10a^2 - b^2 + 3c^2$.

A. $P = 56$. **B.** $P = 9$. **C.** $P = 41$. **D.** $P = 73$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng $(\alpha): x-my+z+6m+3=0$ có một véc tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_1}=(1;-m;1)$, và mặt phẳng $(\beta): mx+y-mz+3m-8=0$ có một véc tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_2}=(m;1;-m)$.

Ta có $M\left(-3m+\dfrac{4}{m}-3;0;-3m-\dfrac{4}{m}\right)\in\Delta=(\alpha)\cap(\beta)$

Δ có một véc tơ chỉ phương là $\vec{u}=\left[\overrightarrow{n_1};\overrightarrow{n_2}\right]=\left(m^2-1;2m;m^2+1\right)$.

Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng Δ và vuông góc với mặt phẳng (Oxy). Khi đó (P) có một véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}=\left[\vec{u};\vec{k}\right]=\left(2m;1-m^2;0\right)$ (với $\vec{k}=(0;0;1)$).

Phương trình mặt phẳng (P) là $2mx+\left(1-m^2\right)y+6m^2+6m-8=0$.

Vì $I(a;b;c)\in(Oxy)$ nên $I(a;b;0)$.

Theo giả thiết ta suy ra (P) là tiếp diện của mặt cầu (S) $\Rightarrow$ $d(I;(P))=R$ (cố định)

$$\Leftrightarrow \frac{\left|2ma+\left(1-m^2\right)b+6m^2+6m-8\right|}{\sqrt{4m^2+\left(1-m^2\right)^2}}=R>0 \text{ (cố định)}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\left|2m(a+3)+(6-b)m^2+b-8\right|}{m^2+1}=R>0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2m(a+3)+(6-b)m^2+b-8=R\left(m^2+1\right)\\ 2m(a+3)+(6-b)m^2+b-8=-R\left(m^2+1\right)\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}2(a+3)=0\\6-b=R\\b-8=R\\R>0\end{cases}\\ \begin{cases}2(a+3)=0\\6-b=-R\\b-8=-R\\R>0\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}a=-3\\6-b=b-8\\R=6-b>0\end{cases}\\ \begin{cases}a=-3=0\\6-b=b-8\\-R=6-b<0\end{cases}\end{array}\right.$$

Suy ra $\begin{cases}a=-3\\b=7\end{cases}$. Vậy $I(-3;7;0)$, do đó $P=10a^2-b^2+3c^2=41$.

Câu 39: Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có $A(1;1;1)$, $B(2;0;2)$, $C(-1;-1;0)$ và $D(0;3;4)$. Trên các cạnh AB, AC, AD lần lượt lấy các điểm B', C', D' sao cho thể tích của khối tứ diện $AB'C'D'$ nhỏ nhất và $\dfrac{AB}{AB'}+\dfrac{AC}{AC'}+\dfrac{AD}{AD'}=4$. Tìm phương trình của mặt phẳng $(B'C'D')$.

A. $16x+40y-44z+39=0$. **B.** $16x-40y-44z+39=0$.

C. $16x+40y+44z+39=0$. **D.** $16x+40y-44z-39=0$.

----------HẾT----------

BẢNG ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ 198

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	C	D	B	B	D	D	C	B	B	A	A	A	D	C	B	B	A	D	C	D	D	B	C	D

26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	C	B	C	A	D	A	C	B	D	A	A	B	B	D	C	C	C	D	A	C	B	D	B	A

HƯỚNG DẪN GIẢI

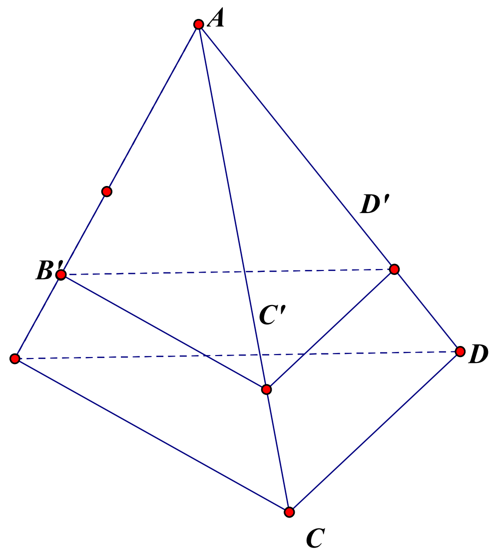
Câu 40: Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có $A(1;1;1)$, $B(2;0;2)$, $C(-1;-1;0)$ và $D(0;3;4)$. Trên các cạnh AB, AC, AD lần lượt lấy các điểm B', C', D' sao cho thể tích của khối tứ diện $AB'C'D'$ nhỏ nhất và $\dfrac{AB}{AB'}+\dfrac{AC}{AC'}+\dfrac{AD}{AD'}=4$. Tìm phương trình của mặt phẳng $(B'C'D')$.

A. $16x+40y-44z+39=0$. **B.** $16x-40y-44z+39=0$.

C. $16x+40y+44z+39=0$. **D.** $16x+40y-44z-39=0$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $\dfrac{V_{ABCD}}{V_{AB'C'D'}}=\dfrac{AB}{AB'}.\dfrac{AC}{AC'}.\dfrac{AD}{AD'}\le\dfrac{1}{27}.\left(\dfrac{AB}{AB'}+\dfrac{AC}{AC'}+\dfrac{AD}{AD'}\right)^3=\dfrac{64}{27}$

Dấu "=" xảy ra khi $\dfrac{AB}{AB'}=\dfrac{AC}{AC'}=\dfrac{AD}{AD'}=\dfrac{4}{3}$.

$\Rightarrow \overrightarrow{AB'}=\dfrac{3}{4}\overrightarrow{AB}\Rightarrow B'\left(\dfrac{7}{4};\dfrac{1}{4};\dfrac{7}{4}\right)$.

Suy ra $(B'C'D')$ qua $B'\left(\dfrac{7}{4};\dfrac{1}{4};\dfrac{7}{4}\right)$ và song song (BCD) nên $(B'C'D')$ có một véctơ pháp tuyến là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BD}\right]=(4;10;-11)$

$\Rightarrow$ phương trình $(B'C'D')$ là $16x+40y-44z+39=0$.

Câu 41: **----------HẾT----------**Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x-4y+6z-13=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{1}$. Tọa độ điểm M trên đường thẳng d sao cho từ M kẻ được 3 tiếp tuyến MA, MB, MC đến mặt cầu (S)

(A, B, C là các tiếp điểm) thỏa mãn $\widehat{AMB}=60°$, $\widehat{BMC}=90°$, $\widehat{CMA}=120°$ có dạng $M(a;b;c)$ với $a<0$ Tổng $a+b+c$ bằng:

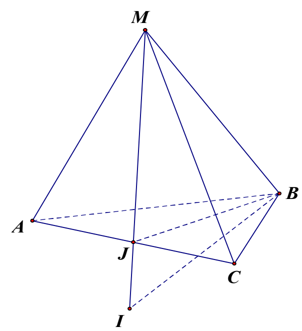
A. $\frac{10}{3}$. **B.** 2. **C.** -2. **D.** 1.

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-4y+6z-13=0$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{1}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-1}{1}$. Tọa độ điểm M trên đường thẳng d sao cho từ M kẻ được 3 tiếp tuyến MA, MB, MC đến mặt cầu (S) (A, B, C là các tiếp điểm) thỏa mãn $\widehat{AMB}=60°$, $\widehat{BMC}=90°$, $\widehat{CMA}=120°$ có dạng $M(a;b;c)$ với $a<0$ Tổng $a+b+c$ bằng:

A. $\frac{10}{3}$. **B.** 2. **C.** -2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C



Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-3)$ và có bán kính $R=3\sqrt{3}$.

Vì MA, MB và MC là các tiếp tuyến của (S) nên $MA=MB=MC$ nên MI là trục của tam giác ABC.

Đặt $MA=x$. Khi đó $AB=x$. $BC=x\sqrt{2}$ và $CA=x\sqrt{3}$. Như vậy $AB^2+BC^2=AC^2 \Rightarrow$ tam giác ABC vuông tại B.

Gọi J là trung điểm AC ta có J là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác $ABC \Rightarrow J\in MI$ và $BJ=\frac{1}{2}AC=\frac{x\sqrt{3}}{2}$.

Trong tam giác vuông MBI ta có: $\frac{1}{BJ^2}=\frac{1}{MB^2}+\frac{1}{BI^2} \Leftrightarrow \frac{4}{3x^2}=\frac{1}{x^2}+\frac{1}{27} \Leftrightarrow x=3$.

$MI^2=MB^2+IB^2=9+27=36 \Rightarrow MI=6$.

Phương trình tham số của $d: \begin{cases} x=-1+t \\ y=-2+t \\ z=1+t \end{cases}$.

$M\in d$ nên $M(-1+t;-2+t;1+t)$ với $t<1$ (vì $a=-1+t<0$)

$MI=6 \Leftrightarrow (2+t)^2+(4-t)^2+(4+t)^2=36 \Leftrightarrow 3t^2-4t=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=0 \\ t=\frac{4}{3}\ (L) \end{array}\right.$.

Vậy $M(-1;-2;1)$. Tổng $a+b+c=-1-2+1=-2$

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y+z-4=0$ và ba điểm $A(1;2;1)$, $B(0;1;2)$, $C(0;0;3)$. Điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ thuộc (P) sao cho $MA^2+3MB^2+2MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Giá trị $x_0+2y_0-z_0$ bằng

A. $\frac{2}{9}$. **B.** $\frac{6}{9}$. **C.** $\frac{46}{9}$. **D.** $\frac{4}{9}$.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y+z-4=0$ và ba điểm $A(1;2;1)$, $B(0;1;2)$, $C(0;0;3)$. Điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ thuộc (P) sao cho $MA^2+3MB^2+2MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Giá trị $x_0+2y_0-z_0$ bằng

A. $\frac{2}{9}$. **B.** $\frac{6}{9}$. **C.** $\frac{46}{9}$. **D.** $\frac{4}{9}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi I là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{IA}+3\overrightarrow{IB}+2\overrightarrow{IC}=\vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{OI}=\frac{1}{6}\left(\overrightarrow{OA}+3\overrightarrow{OB}+2\overrightarrow{OC}\right) \Rightarrow I\left(\frac{1}{6};\frac{5}{6};\frac{13}{6}\right)$.

Khi đó, ta có:

$$Q=MA^2+3MB^2+2MC^2=\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)^2+3\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)^2+2\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IC}\right)^2$$
$$=6MI^2+IA^2+3IB^2+2IC^2.$$

Do $IA^2+3IB^2+2IC^2$ không đổi nên Q nhỏ nhất khi MI nhỏ nhất.

Mà M thuộc mặt phẳng (P) nên MI nhỏ nhất khi M là hình chiếu vuông góc của I trên (P).

$MI\perp(P)$ nên phương trình MI là $\begin{cases} x=\frac{1}{6}+t \\ y=\frac{5}{6}+t \\ z=\frac{13}{6}+t \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{1}{6}+t;\frac{5}{6}+t;\frac{13}{6}+t\right)$.

$M\in(P) \Leftrightarrow \frac{1}{6}+t+\frac{5}{6}+t+\frac{13}{6}+t-4=0 \Leftrightarrow t=\frac{5}{18} \Rightarrow M\left(\frac{4}{9};\frac{10}{9};\frac{22}{9}\right)$.

Suy ra $x_0+2y_0-z_0=\frac{4}{9}+\frac{20}{9}-\frac{22}{9}=\frac{2}{9}$.

Câu 45: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x+y+z=0$ vaf và hai điểm $A(1;2;0)$, $B(2;3;1)$. Mặt cầu (S) đi qua hai điểm A, B và tiếp xúc với (P) tại điểm C. Biết rằng C luôn thuộc một đường tròn cố định. Tính bán kính R của đường tròn đó.

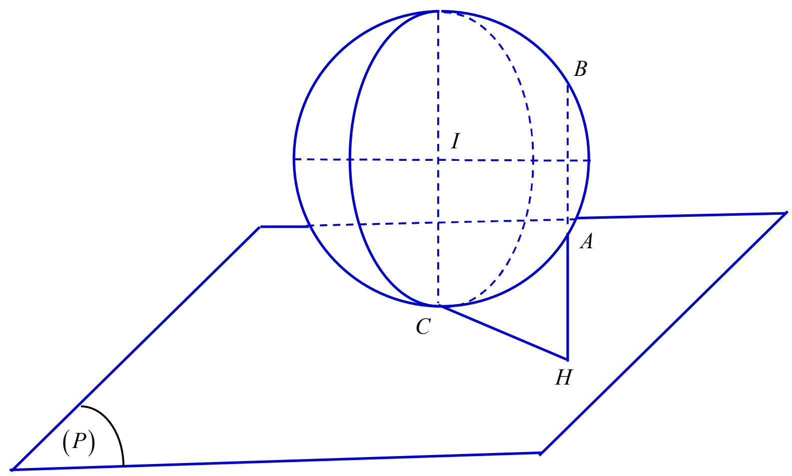
A. $R=2\sqrt{3}$. **B.** $R=12$. **C.** $R=6$. **D.** $R=\sqrt{6}$.

Câu 46: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x+y+z=0$ vaf và hai điểm $A(1;2;0)$, $B(2;3;1)$. Mặt cầu (S) đi qua hai điểm A , B và tiếp xúc với (P) tại điểm C . Biết rằng C luôn thuộc một đường tròn cố định. Tính bán kính R của đường tròn đó.

A. $R=2\sqrt{3}$. **B.** $R=12$. **C.** $R=6$. **D.** $R=\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có VTPT của (P) là $\vec{n}=(1;1;1)$.

$\overrightarrow{AB}=(1;1;1)$ suy ra $AB\perp(P)$.

$d\left(A,(P)\right)=\sqrt{3}$, $d\left(B,(P)\right)=2\sqrt{3}$.

Gọi $H=AB\cap(P)$

Ta có $HA.HB=HC^2 \Leftrightarrow \sqrt{3}.2\sqrt{3}=HC^2 \Leftrightarrow HC=\sqrt{6}$.

Vậy C nằm trên đường tròn (C) cố định trên mặt phẳng (P) và có bán kính $R=HC=\sqrt{6}$.

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng cắt nhau $\Delta_1:\begin{cases}x=2+t\\y=2+2t\\z=-1-t\end{cases}$, $\Delta_2:\begin{cases}x=1-t'\\y=-t'\\z=2t'\end{cases}$ $(t,t'\in\mathbb{R})$. Viết phương trình đường phân giác của góc nhọn tạo bởi Δ_1 và Δ_2.

A. $\frac{x+1}{2}=\frac{y}{-3}=\frac{z}{3}$. **B.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z}{1}$. **C.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z}{-3}$. **D.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{-1}=\frac{z}{1}$.

Câu 48: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng cắt nhau $\Delta_1:\begin{cases}x=2+t\\y=2+2t\\z=-1-t\end{cases}$, $\Delta_2:\begin{cases}x=1-t'\\y=-t'\\z=2t'\end{cases}$ $(t,t'\in\mathbb{R})$. Viết phương trình đường phân giác của góc nhọn tạo bởi Δ_1 và Δ_2.

A. $\frac{x+1}{2}=\frac{y}{-3}=\frac{z}{3}$. **B.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z}{1}$. **C.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z}{-3}$. **D.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{-1}=\frac{z}{1}$.

Lời giải

Chọn C

Thấy ngay $\Delta_1\cap\Delta_2=M(1;0;0)$ và các VTCP lần lượt là $\vec{a}=(1;2;-1)$ và $\vec{b}=(-1;-1;2)$.

Ta có $\vec{a}+\vec{b}=(0;1;1)=\vec{u}$ và $\left[\vec{a},\vec{b}\right]=(3;-1;1)=\vec{v}$.

Vì $\vec{a}.\vec{b} = -4 < 0$ nên góc giữa hai vectơ là góc tù do đó đường phân giác của góc nhọn tạo bởi Δ_1 và Δ_2 có VTCP $\vec{n} = \left[\vec{u}, \vec{v}\right] = \left(-2;-3;3\right)$.

Vậy phương trình đường phân giác cần tìm: $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y}{3} = \dfrac{z}{-3}$.

Câu 49: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y-z-3=0$ và hai điểm $A(1;1;1)$, $B(-3;-3;-3)$. Mặt cầu $\left(S\right)$ đi qua A, B và tiếp xúc với $\left(P\right)$ tại C. Biết rằng C luôn thuộc một đường tròn cố định. Tìm bán kính R của đường tròn đó.

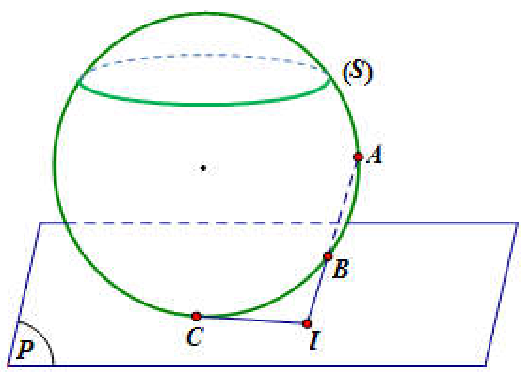
A. $R = 4$. **B.** $R = \dfrac{2\sqrt{33}}{3}$. **C.** $R = \dfrac{2\sqrt{11}}{3}$. **D.** $R = 6$.

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y-z-3=0$ và hai điểm $A(1;1;1)$, $B(-3;-3;-3)$. Mặt cầu $\left(S\right)$ đi qua A, B và tiếp xúc với $\left(P\right)$ tại C. Biết rằng C luôn thuộc một đường tròn cố định. Tìm bán kính R của đường tròn đó.

A. $R = 4$. **B.** $R = \dfrac{2\sqrt{33}}{3}$. **C.** $R = \dfrac{2\sqrt{11}}{3}$. **D.** $R = 6$.

Lời giải

Chọn D



Xét mặt cầu $\left(S\right)$ bất kì đi qua A, B và tiếp xúc $\left(P\right)$ tại C.

$\overrightarrow{AB} = \left(-4;-4;-4\right)$.

PTTS của đường thẳng AB là: $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 1+t \\ z = 1+t \end{cases}$.

Gọi $I = AB \cap \left(P\right)$. Ta có $I\left(3;3;3\right)$.

Ta có $IC^2 = IA.IB \Rightarrow IC = \sqrt{IA.IB}$.

Mặt khác A, B và $\left(P\right)$ cố định nên I cố định.

Suy ra C thuộc đường tròn nằm trong mặt phẳng $\left(P\right)$ có tâm I và bán kính $R = \sqrt{IA.IB}$.

Ta có $IA = 2\sqrt{3}$, $IB = 6\sqrt{3}$.

Vậy $R = \sqrt{2\sqrt{3}.6\sqrt{3}} = 6$.

Câu 51: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành có thể tích bằng V. Gọi E là điểm trên cạnh SC sao cho $EC = 2ES$. Gọi (α) là mặt phẳng chứa AE và song song với BD, (α) cắt SB, SD lần lượt tại hai điểm M, N. Tính theo V thể tích khối chóp $S.AMEN$.

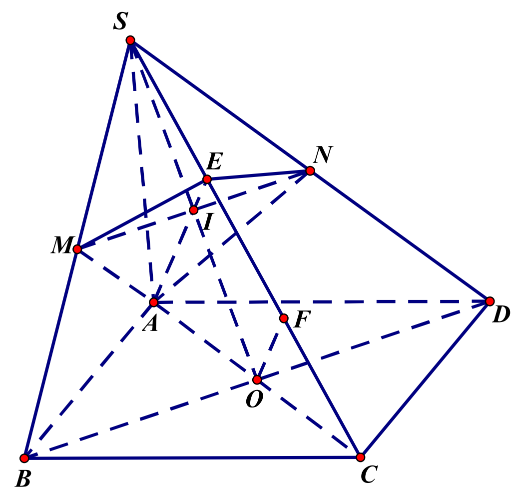
A. $\frac{3V}{8}$. **B.** $\frac{3V}{16}$. **C.** $\frac{V}{9}$. **D.** $\frac{V}{6}$.

Câu 52: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành có thể tích bằng V. Gọi E là điểm trên cạnh SC sao cho $EC = 2ES$. Gọi (α) là mặt phẳng chứa AE và song song với BD, (α) cắt SB, SD lần lượt tại hai điểm M, N. Tính theo V thể tích khối chóp $S.AMEN$.

A. $\frac{3V}{8}$. **B.** $\frac{3V}{16}$. **C.** $\frac{V}{9}$. **D.** $\frac{V}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi O là tâm hình bình hành $ABCD$, $I = SO \cap AE$, khi đó MN đi qua I và $MN // BD$.

Gọi F là trung điểm EC, suy ra $OF // AE$. Ta có $\frac{SI}{SO} = \frac{SE}{SF} = \frac{1}{2}$.

Từ đó $\frac{SM}{SB} = \frac{SN}{SD} = \frac{SI}{SO} = \frac{1}{2}$.

Từ đó:

$$\frac{V_{S.AME}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA}{SA}.\frac{SM}{SB}.\frac{SE}{SC} = 1.\frac{1}{2}.\frac{1}{3} = \frac{1}{6} \Rightarrow V_{S.AME} = \frac{1}{6}V_{S.ABC} = \frac{1}{12}V.$$

$$\frac{V_{S.ANE}}{V_{S.ADC}} = \frac{SA}{SA}.\frac{SN}{SD}.\frac{SE}{SC} = 1.\frac{1}{2}.\frac{1}{3} = \frac{1}{6} \Rightarrow V_{S.ANE} = \frac{1}{6}V_{S.ADC} = \frac{1}{12}V.$$

Do đó $V_{S.AMEN} = V_{S.AME} + V_{S.ANE} = \frac{1}{12}V + \frac{1}{12}V = \frac{V}{6}$