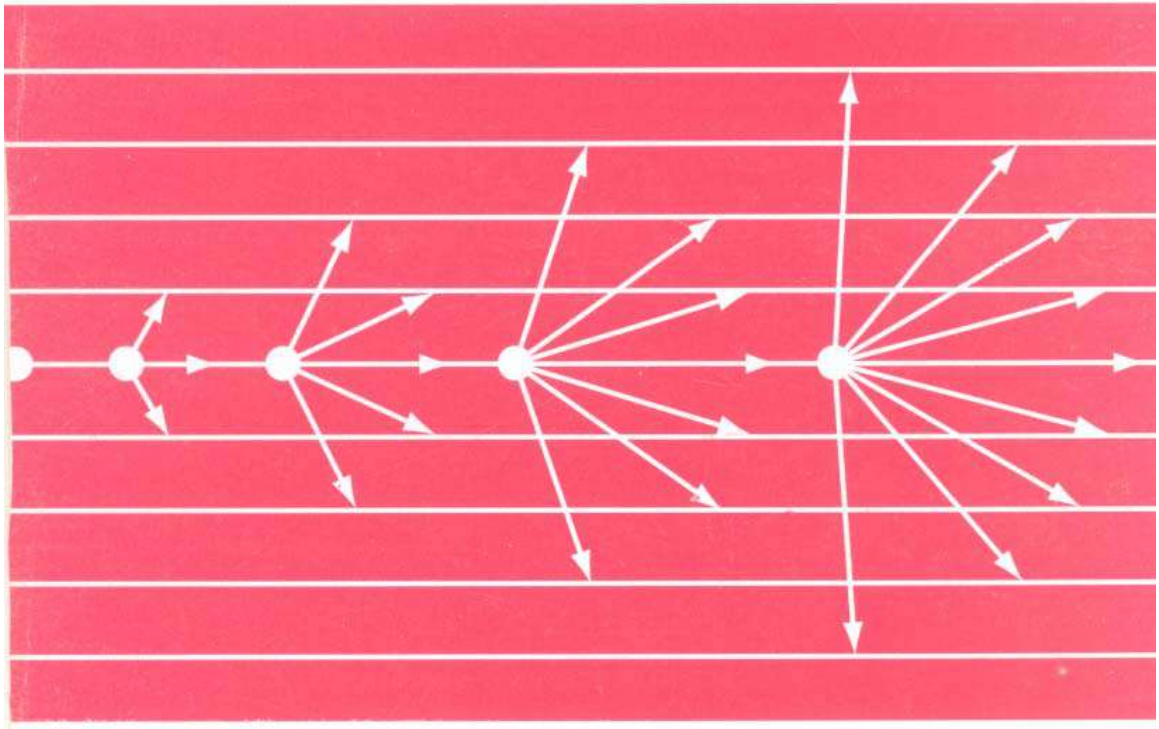
RONALD GAUTREAU - WILLIAM SAVIN

VẬT LÍ HIỆN ĐẠI

(LÍ THUYẾT VÀ BÀI TẬP)



NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC

RONALD GAUTREAU WILLIAM SAVIN

VẬT LÍ HIỆN ĐẠI
LÍ THUYẾT VÀ BÀI TẬP

(486 bài tập có lời giải)
(Tái bản lần thứ tư)
Người dịch: Ngô Phú An, Lê Băng Sương

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC

Nguyên bản :

THEORY AND PROBLEMS OF MODERN PHYSICS

Tác giả :
RONALD GAUTREAU
WILLIAM SAVIN

Nhà xuất bản :
MC GRAW – HILL,
NEW YORK – 1983

04 – 2006/CXB/115 – 1860/GD Mã số: 7K137T6 – DAI

wnloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

LỜI NHÀ XUẤT BẢN

Cuốn sách "Vật lí hiện đại – Lí thuyết và bài tập" do các giáo sư Ronald Gautreau và William Savin thuộc Viện đại học công nghệ New Jersey biên soạn nhằm trình bày với độc giả các vấn đề của vật lí hiện đại, bao gồm : Thuyết tương đối hẹp, Thuyết lượng tử về bức xạ điện từ, Sóng vật chất, Vật lí nguyên tử, Vật lí hạt nhân và Vật lí thống kê để giúp cho độc giả, là các sinh viên đang học giai đoạn 1 và đầu giai đoạn 2, dễ dàng nắm được kiến thức cơ bản ; trong mỗi chương các tác giả đã trình bày ngắn gọn và xúc tích nội dung cơ bản của lí thuyết và sau đó đưa ra một loạt bài tập đa dạng phong phú có lời giải chi tiết ; cuối chương có các bài tập cho sinh viên tự giải (có ghi đáp số).

Bản dịch cuốn sách do các giáo sư Lê Băng Sương và Ngô Phú An thuộc trường Đại học Bách khoa Hà Nội.

Đây là một tài liệu tham khảo cần thiết cho sinh viên học Đại học đại cương, cho giáo viên phổ thông cũng như cho mọi đối tượng muốn tìm hiểu các thành tựu của vật lí hiện đại.

Chúng tôi rất mong nhận được các ý kiến của độc giả góp ý cho bản dịch của cuốn sách này. Thư góp ý xin gửi về : NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC, 81 phố Trần Hưng Đạo Hà Nội.

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

MỤC LỤC

Trang

Phần thứ nhất

THUYẾT TƯƠNG ĐỐI HẸP

Chương 1. **Các phép biến đổi Galilée** 7

Chương 2. **Các tiên đề Einstein** 18

Chương 3. **Phép biến đổi Lorentz** 25

Chương 4. **Độ đo tương đối tính của các độ dài** 34

Chương 5. **Độ đo tương đối tính của thời gian** 38

Chương 6. **Độ đo tương đối tính của không – thời gian** 44

Chương 7. **Phép biến đổi tương đối tính các vận tốc** 59

Chương 8. **Khối lượng, năng lượng và động lượng tương đối tính** 67

Chương 9. **Hiệu ứng Doppler tương đối tính** 84

Phần thứ hai

LÍ THUYẾT LƯỢNG TỬ CỦA BỨC XẠ ĐIỆN TỪ

Chương 10. **Lí thuyết phôtôn** 89

Chương 11. **Hiệu ứng quang điện** 94

Chương 12. **Hiệu ứng Compton** 103

Chương 13. **Sinh và huỷ cặp** 111

Chương 14. **Hấp thụ phôtôn** 120

Phần thứ ba

SÓNG VẬT CHẤT

Chương 15. **Sóng de Broglie** 124

Chương 16. **Kiểm chứng thực nghiệm các giả thuyết de Broglie** 131

Chương 17. **Ý nghĩa xác suất của sóng de Broglie** 139

Chương 18. **Nguyên lí bất định Heisenberg** 144

Phần thứ tư

CÁC NGUYÊN TỬ ĐỒNG DẠNG HIĐRÔ

Chương 19. **Nguyên tử Bohr** 157

Chương 20. **Chuyển động quỹ đạo của êlectrôn và hiệu ứng Zeeman** 179

Chương 21. **Thí nghiệm Stern và Gerlach và spin của êlectrôn** 191

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Chương 22. **Spin của êlectrôn và cấu trúc tinh tế** 196

Phần thứ năm

CÁC NGUYÊN TỬ NHIỀU ÊLECTRÔN

Chương 23. **Nguyên lí loại trừ Pauli** 203
Chương 24. **Các nguyên tử nhiều êlectrôn và bảng phân loại tuần hoàn** 210
Chương 25. **Các chuyển dời của các êlectrôn ở vỏ trong : tia X** 233

Phần thứ sáu

VẬT LÍ HẠT NHÂN

Chương 26. **Tính chất của các nuclôn và của đơtêrôn (hay đơtôn)** 256
Chương 27. **Các tính chất của hạt nhân** 263
Chương 28. **Các mẫu hạt nhân** 270
Chương 29. **Hiện tượng phân rã của các hạt nhân không bền** 290
Chương 30. **Các phản ứng hạt nhân** 314
Chương 31. **Phản ứng phân hạch và nhiệt hạch** 331
Chương 32. **Các hạt sơ cấp** 342

Phần thứ bảy

CÁC HỆ NGUYÊN TỬ

Chương 33. **Các liên kết phân tử** 363
Chương 34. **Các trạng thái kích thích của các phân tử lưỡng nguyên tử** 371
Chương 35. **Thuyết động học các chất khí** 385
Chương 36. **Các hàm phân bố** 397
Chương 37. **Thống kê cổ điển : thống kê Maxwell – Boltzmann** 409
Chương 38. **Thống kê lượng tử** 424
Chương 39. **Lí thuyết vùng trong chất rắn** 460
Phụ lục 476

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

PHẦN THỨ NHẤT

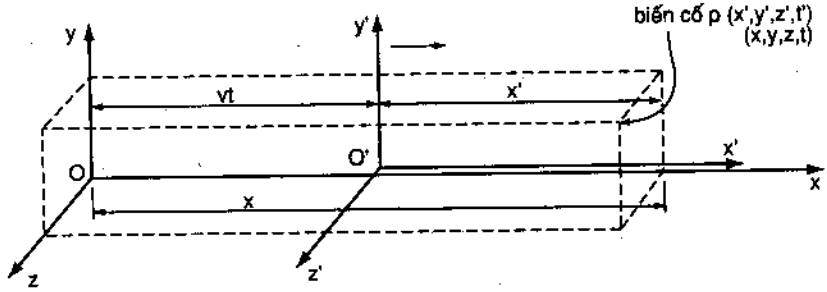
THUYẾT TƯƠNG ĐỐI HẸP

Chương 1

CÁC PHÉP BIẾN ĐỔI GALILÉE

1.1. CÁC BIẾN CỐ VÀ CÁC TOẠ ĐỘ

Trước hết chúng ta hãy trình bày khái niệm về biến cố : một biến cố có thể là một cú sét đánh vào cây cũng như là một quá trình va chạm giữa hai hạt. Một biến cố xảy ra tại một điểm trong không gian và tại một thời điểm đã cho. Một quan sát viên xác định một biến cố nào đó bằng cách gán cho nó bốn toạ độ : ba toạ độ không gian xác định khoảng cách từ nơi xảy ra biến cố đến gốc toạ độ gắn với quan sát viên



Hình 1.1

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

và một toạ độ thời gian được quan sát viên đo bằng một đồng hồ. Bây giờ hãy giả sử có hai quan sát viên O và O'. O' chuyển động với vận tốc không đổi v đối với O dọc theo trục chung x (H.1.1). Hai quan sát viên đều có các dụng cụ đo độ dài và các đồng hồ đo thời gian và do đó có thể đo được các toạ độ của các biến cố.

Hơn nữa, hãy giả sử hai quan sát viên đó đã chỉnh lại cho đồng bộ các đồng hồ của họ sao cho tại điểm $x = x' = 0$ thì các thời gian $t = t' = 0$. Như vậy với bất kể biến cố nào đã cho đều được gán tám số : bốn toạ độ x, y, z, t đối với quan sát viên O và bốn toạ độ x', y', z', t' đối với quan sát viên O'.

1.2. PHÉP BIẾN ĐỔI GALILÉE CÁC TOẠ ĐỘ

Hệ thức giữa các số đo (x, y, z, t) của O và các số đo (x', y', z', t') của O' liên quan đến một biến cố nào đó dựa vào hình 1.1 có dạng :

$$x' = x - vt \; ; \quad y' = y \; ; \quad z' = z.$$

Và lại trong vật lí cổ điển người ta ngầm giả thiết là

$$t' = t.$$

Bốn phương trình đó biểu diễn phép biến đổi Galilée các toạ độ.

1.3. PHÉP BIẾN ĐỔI GALILÉE CÁC VẬN TỐC

Khi nghiên cứu chuyển động của một hạt, việc xác định các toạ độ của nó là quan trọng nhưng đồng thời việc tìm hiểu vận tốc của hạt cũng rất cần thiết. Các quan sát viên O và O' mô tả các vận tốc của một hạt bằng cách gán cho nó ba thành phần (u_x, u_y, u_z) đo được bởi O và (u'_x, u'_y, u'_z) đo được bởi O'. Ta có thể có được hệ thức giữa hai nhóm thành phần vận tốc đó bằng cách lấy đạo hàm theo thời gian hệ thức biến đổi các toạ độ. Từ $x' = x - vt$, ta rút ra :

$$u'_x = \frac{dx'}{dt'} = \frac{d}{dt}(x - vt)\frac{dt}{dt'} = \left(\frac{dx}{dt} - v\right)(1) = u_x - v.$$

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Một cách tổng quát biểu thức của phép biến đổi Galilée các vận tốc là :

$$u'_x = u_x - v \; ; \qquad u'_y = u_y \; ; \qquad u'_z = u_z.$$

1.4. PHÉP BIẾN ĐỔI GALILÉE CÁC GIA TỐC

Gia tốc của một hạt là đạo hàm theo thời gian của vận tốc của nó nghĩa là $a_x = du_x/dt$,...

Muốn tìm biểu thức của phép biến đổi Galilée các gia tốc ta lấy đạo hàm theo thời gian biểu thức biến đổi các vận tốc với chú ý rằng t = t' và v là hằng số, do đó suy ra :

$$a'_x = a_x \; ; \; a'_y = a_y \; ; \; a'_z = a_z.$$

1.5. TÍNH BẤT BIẾN CỦA MỘT PHƯƠNG TRÌNH

Khi nói đến *tính bất biến của một phương trình* chúng ta hiểu là phương trình đó sẽ có cùng một dạng đối với hai quan sát viên khác nhau. Trong lí thuyết cổ điển người ta đã phát biểu thành tiên đề là các số đo không gian và thời gian được liên hệ với nhau bằng các biểu thức Galilée. Thành thử nếu quan sát viên này thiết lập được một dạng phương trình nào đó thì khi áp dụng các phép biến đổi Galilée cho dạng này sẽ cho phép tìm được dạng mà quan sát viên kia sẽ thu được.

Nếu hai dạng đó đều như nhau thì ta nói rằng phương trình đó là bất biến trong các phép biến đổi Galilée. Hãy tham khảo các bài toán 1.11 và 1.12.

BÀI TOÁN CÓ LỜI GIẢI

1.1. Tại thời điểm t = t' = 0 một hành khách ngồi trên tàu hoả đang lăn bánh với vận tốc không đổi 30m/s đi ngang qua trước mắt một người đứng yên trên sân ga. Hai mươi giây

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

sau, quan sát viên đứng yên nhận thấy rằng một con chim bay theo cùng phương và cùng chiều với tàu hoả đã ở cách nhà ga 800m. Xác định các toạ độ của con chim đối với hành khách trên tàu.

Giải. Các toạ độ của con chim đối với quan sát viên trên sân ga là :

$$(x, y, z, t) = (800m, 0, 0, 20s).$$

Khoảng cách x' từ tàu hoả đến con chim, do hành khách trên tàu đo là :

$$x' = x - vt = 800m - (30m/s)(20s) = 200m.$$

Do đó, các toạ độ của con chim trong hệ quy chiếu gắn với hành khách trên tàu là :

$$(x', y', z', t') = (200m, 0, 0, 20s).$$

1.2. Vẫn dùng các dữ kiện của bài toán 1.1. Quan sát viên đứng yên trên sân ga nhận thấy 5 giây sau lần đo thứ nhất con chim đã ở cách nhà ga 850m. Tìm vận tốc của con chim (giả thiết là không đổi) đối với người đứng trên sân ga và người ngồi trên tàu hoả.

Giải. Vị trí thứ hai của con chim đối với quan sát viên trên sân ga có các toạ độ

$$(x_2, y_2, z_2, t_2) = (850m ; 0 ; 0 ; 25s)$$

và vận tốc đo được bởi người đứng trên sân ga là :

$$u_x = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{850m - 800m}{25s - 20s} = +10m/s.$$

Dấu dương chứng tỏ con chim bay theo chiều dương của trục x. Đối với quan sát viên ngồi trên tàu các toạ độ của vị trí thứ hai của con chim là :

$$x'_2 = x_2 - vt_2 = 850m - (30m/s)(25s) = 100m.$$

Lúc đó, $(x'_2, y'_2, z'_2, t'_2) = (100m, 0, 0, 25s)$ và vận tốc u'_x của con chim đối với hành khách trên tàu là

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$$u'_x = \frac{x'_2 - x'_1}{t'_2 - t'_1} = \frac{100m - 200m}{25s - 20s} = -20m/s.$$

Như vậy đối với hành khách ngồi trên tàu thì con chim chuyển động theo chiều âm của trục x. Chú ý là kết quả đó cũng phù hợp với kết quả thu được bằng phép biến đổi Galilée các vận tốc

$$u'_x = u_x - v = 10m/s - 30m/s = -20m/s.$$

1.3. Một mẫu chất phóng xạ ở trạng thái nghỉ trong phòng thí nghiệm phát ra hai êlêctrôn theo hai chiều ngược nhau. Một quan sát viên trong phòng thí nghiệm đo được vận tốc của chúng lần lượt là 0,6c và 0,7c. Tính vận tốc cổ điển của êlectron này so với êlêctron kia.

Giải. Gọi O là quan sát viên đứng yên trong hệ quy chiếu phòng thí nghiệm và O' là quan sát viên đứng yên so với hệ quy chiếu gắn với hạt có vận tốc là 0,6c (giả sử vận tốc đó hướng theo chiều dương). Theo phép biến đổi Galilée các vận tốc ta có :

$$u'_x = u_x - v = -0,7c - 0,6c = -1,3c.$$

Bài toán này chứng tỏ theo phép biến đổi Galilée ta có thể gặp những vận tốc lớn hơn vận tốc ánh sáng, nhưng như sau này chúng ta sẽ thấy kết quả đó không phù hợp với thuyết tương đối hẹp.

1.4. Một tàu hoả có vận tốc 60km/h đi ngang qua trước ga lúc 12 giờ 00. Hai mươi giây sau, một chớp sáng loé trên đường ray cách ga 1km về phía tàu đang chạy. Tìm các toạ độ của chớp sáng trong các hệ quy chiếu gắn với nhà ga và gắn với tàu hoả.

Giải. Đối với cả hai hệ quy chiếu, toạ độ thời gian có giá trị :

$$t = t' = (20s)\left(\frac{1h}{3600s}\right) = \frac{1}{180}h.$$

Trong hệ quy chiếu gắn với nhà ga, x = 1km. Trong hệ quy chiếu gắn với tàu hoả

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$$x' = x - vt = 1km - (60km/h)\left(\frac{1}{180}h\right) = \frac{2}{3}km.$$

1.5. Một thợ săn trên mặt đất bắn một con hươu ở hướng Tây – Bắc. Viên đạn bắn trúng con hươu ở cách xa người đi săn 0,25km. Vận tốc viên đạn là 1800km/h. Ở thời điểm viên đạn ra khỏi nòng súng ngay trên đầu người thợ săn ở độ cao 1km có một máy bay đang bay về hướng Đông với vận tốc 600km/h. Hỏi các toạ độ của viên đạn trong hệ quy chiếu gắn với máy bay ở thời điểm viên đạn xuyên trúng con hươu ?

Giải. Dùng các biểu thức của các phép biến đổi Galilée :

$$t' = t = \frac{0,25\,km}{1800\,km/h} = 1,39.10^{-4}h,$$

$$x' = x - vt = (0,25km)\cos 45^o - (600km/h)(1,39 \times 10^{-4}h) =$$

$$= 0,094km \; ; \; y' = y = (0,25km)\sin 45^o = 0,177km,$$

$$z' = z - h = 0 - 1km = -1km.$$

1.6. Một quan sát viên đứng yên trong hệ quy chiếu gắn với mặt đất, quan sát va chạm sau đây : một khối lượng $m_1 = 3kg$ chuyển động với vận tốc $u_1 = 4m/s$ dọc theo trục x va chạm với một khối lượng $m_2 = 1kg$ chuyển động với vận tốc $u_2 = -3m/s$ cũng dọc theo trục x. Sau va chạm m_2 có vận tốc $u_2^* = 3m/s$. Tìm vận tốc u_1^* của m_1 sau va chạm.

Giải. Động lượng trước va chạm = động lượng sau va chạm

$$m_1u_1 + m_2u_2 = m_1u_1^* + m_2u_2^*,$$

$$(3kg)(4m/s) + (1kg)(-3m/s) = (3kg)u_1^* + (1kg)(3m/s) \; ;$$

$$9kg.m/s = (3kg)u_1^* + 3kg.m/s.$$

Cuối cùng ta có : $u_1^* = 2m/s.$

1.7. Một quan sát viên thứ hai O', chuyển động dọc theo trục x với vận tốc 2m/s trong hệ quy chiếu gắn với Trái Đất, quan sát va chạm trong bài tập 1.6. Tính các động lượng của hệ trước và sau va chạm quan sát bởi O'.

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Giải. Theo các biểu thức Galilée :

$$u'_1 = u_1 - v = 4m/s - 2m/s = 2m/s,$$

$$u'_2 = u_2 - v = -3m/s - 2m/s = -5m/s,$$

$$u_1^{*'} = u_1^* - v = 2m/s - 2m/s = 0,$$

$$u_2^{*'} = u_2^* - v = 3m/s - 2m/s = 1m/s.$$

(động lượng trước va chạm)' $= m_1u'_1 + m_2u'_2 =$

$= (3kg)\ (2m/s) + (1kg)(-5m/s) = 1kg.m/s,$

(động lượng sau va chạm)' $= m_1u_1^{*'} + m_2u_2^{*'} =$

$= (3kg)(0) + (1kg)(1m/s) = 1kg.m/s.$

Như vậy đối với quan sát viên O' động lượng của hệ vẫn bảo toàn (nhưng giá trị của động lượng khác với giá trị quan sát bởi O ; đó là kết quả của việc áp dụng các phương trình biến đổi Galilée).

1.8. Một cậu bé ngồi trên một chiếc xe hơi không mui chuyển động với vận tốc 30m/s tung lên cao một hòn bi với vận tốc ban đầu 6m/s. Viết phương trình chuyển động của hòn bi đối với cậu bé (a) và đối với một quan sát viên đứng bên đường (b).

Giải. (a) Đối với cậu bé : hòn bi chuyển động thẳng đứng lên cao rồi rơi xuống

$$y' = v_0t' + \frac{1}{2}at'^2 = (6m/s)t' + \frac{1}{2}(-10m/s^2)t'^2 = 6t' - 5t'^2,$$

$$x' = z' = 0.$$

(b) Đối với quan sát viên đứng bên đường : áp dụng các phép biến đổi Galilée :

$$t = t',$$

$$x = x' + vt = 0 + 30t, \quad y = y' = 6t - 5t^2, \quad z = z' = 0.$$

1.9. Cho một khối lượng gắn vào đầu một lò xo và chuyển động không ma sát trên một mặt nằm ngang. Bằng cách áp

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

dụng các phép biến đổi Galilée chứng tỏ rằng đối với hai quan sát viên (một đứng yên đối với mặt nằm ngang và một chuyển động với vận tốc không đổi theo phương của lò xo) các phương trình chuyển động của khối lượng trên có cùng dạng như nhau.

Giải. Đối với quan sát viên đứng yên so với mặt nằm ngang phương trình chuyển động của khối lượng có dạng :

$$F = ma,$$

hay là
$$-k(x - x_o) = m\frac{d^2x}{dt^2}. \qquad (1)$$

Để xác định phương trình chuyển động của khối lượng đó đối với quan sát viên thứ hai, ta lại áp dụng các phép biến đổi Galilée :

$$x = x' + vt',\ x_o = x'_o + vt',\ \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d^2x'}{dt'^2}.$$

Thay các giá trị này vào (1) ta có :

$$-k(x' - x'_o) = m\frac{d^2x'}{dt'^2}. \qquad (2)$$

Vì phương trình (1) và (2) có cùng dạng, nên phương trình chuyển động là bất biến đối với các phép biến đổi Galilée.

1.10. Chứng tỏ rằng phương trình truyền sóng điện từ

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\phi}{\partial t^2} = 0$$

là không bất biến đối với các phép biến đổi Galilée.

Giải. Để cho phương trình trên là bất biến thì dạng sẽ không thay đổi khi phương trình được biểu diễn qua các biến số mới x', y', z', t'. Áp dụng các kết quả của các phép biến đổi Galilée

$$\frac{\partial x'}{\partial x} = 1,\ \frac{\partial x'}{\partial t} = -v,\ \frac{\partial t'}{\partial t} = \frac{\partial y'}{\partial y} = \frac{\partial z'}{\partial z} = 1,$$

$$\frac{\partial x'}{\partial y} = \frac{\partial x'}{\partial z} = \frac{\partial y'}{\partial x} = \frac{\partial t'}{\partial x} = \ldots = 0,$$

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

và quy tắc đạo hàm các hàm số kép, ta có :

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\partial \phi}{\partial x'}\frac{\partial x'}{\partial x} + \frac{\partial \phi}{\partial y'}\frac{\partial y'}{\partial x} + \frac{\partial \phi}{\partial z'}\frac{\partial z'}{\partial x} + \frac{\partial \phi}{\partial t'}\frac{\partial t'}{\partial x} = \frac{\partial \phi}{\partial x'}$$

và
$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x'^2}.$$

Tương tự :

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial y'^2}, \qquad \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial z'^2}.$$

Ngoài ra

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = -v\frac{\partial \phi}{\partial x'} + \frac{\partial \phi}{\partial t'}, \quad \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial t'^2} - 2v\frac{\partial^2 \phi}{\partial x'\partial t'} + v^2\frac{\partial^2 \phi}{\partial x'^2}.$$

Thay các biểu thức của $\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2}$, $\frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2}$ và $\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2}$ vào phương trình sóng ta có :

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y'^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z'^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \phi}{\partial t'^2} + \frac{1}{c^2}\left(2v\frac{\partial^2 \phi}{\partial x'\partial t'} - v^2\frac{\partial^2 \phi}{\partial x'^2}\right) = 0.$$

Ta thấy dạng của phương trình đã thay đổi, như vậy phương trình truyền sóng điện từ là không bất biến đối với các phép biến đổi Galilée

Phương trình truyền sóng điện từ được suy ra từ các phương trình Maxwell. Áp dụng các phép tính vừa trình bày cho các phương trình Maxwell, chúng ta thấy rằng các phương trình Maxwell cũng không bất biến đối với các phép biến đổi Galilée (xem bài tập 6.23).

BÀI TOÁN BỔ SUNG

1.11. Một hành khách O' ngồi phía sau một ôtô dài 6m chuyển động với vận tốc 18m/s. Hai giây sau khi O' đi ngang

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

qua một quan sát viên O đứng yên trên hè đường, đèn pha trước ôtô bật sáng. Xác định các toạ độ của biến cố đó đối với từng quan sát viên O và O'.

Đáp số : (x', t') = (6m, 2s) ; (x, t) = (42m, 2s).

1.12. Một cậu bé phát hiện một con hươu chạy ra xa ở phía trước. Vận tốc của con hươu là 40km/h. Cậu bé đuổi theo con hươu với vận tốc 16km/h. Tìm vận tốc của hươu đối với cậu bé.

Đáp số. 24 km/h.

1.13. Một cậu bé trên một đoàn tàu chuyển động với vận tốc 160km/h ném một quả bóng dọc theo hành lang toa tàu theo hướng tàu chạy. Biết rằng vận tốc quả bóng là 40km/h, tìm vận tốc của quả bóng đối với quan sát viên mặt đất.

Đáp số : 200km/h.

1.14. Một hành khách đi dọc theo hành lang một toa tàu với vận tốc 4km/h ngược hướng tàu chạy. Đoàn tàu chuyển động với vận tốc 120km/h. Tìm vận tốc của hành khách đối với một quan sát viên mặt đất.

Đáp số. 116km/h.

1.15. Một tàu hoả chuyển động với vận tốc 60km/h. Lúc tàu đi qua trước mặt, người trưởng ga chỉnh đồng hồ của mình đồng bộ với đồng hồ của người lái tàu. Tàu hoả dài 0,25km. Sau khi tàu hoả đi qua được hai phút người trực phanh ngồi ở buồng cuối tàu châm một điếu thuốc lá. Xác định các toạ độ của biến cố châm thuốc lá đối với người lái tàu và trưởng ga.

Đáp số. $(x', t') = \left(-\frac{1}{4}\text{km}, 2\text{ph}\right)$; $(x, t) = \left(1\frac{3}{4}\text{km}, 2\text{ph}\right)$.

1.16. Một người ngồi trên tàu châm hai điếu thuốc lá cách nhau 10 phút. Tính quãng đường tàu hoả vượt qua trong thời gian đó đối với một quan sát viên đứng bên đường, biết rằng vận tốc tàu hoả là 20m/s.

Đáp số. 12000m.

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

1.17. Một khối lượng hình cầu 1 kg chuyển động dọc theo trục x với vận tốc 3m/s đến va chạm đàn hồi với một khối lượng y hệt đứng yên. Sau va chạm cả hai khối lượng tiếp tục chuyển động dọc theo trục x. Tính động lượng toàn phần trước và sau va chạm trong hệ quy chiếu gắn với phòng thí nghiệm.

Đáp số. 3 kg.m/s.

1.18. Tính năng lượng toàn phần trước và sau va chạm của hai vật trong bài toán 1.17.

Đáp số. 4,5J.

1.19. Cùng các dữ kiện của bài tập 1.17. Tính động lượng và năng lượng toàn phần trước và sau va chạm đo được bởi một quan sát viên đang chuyển động dọc theo chiều dương của trục x với vận tốc 1,5m/s.

Đáp số. 0 ; 2,25J.

1.20. Giải bài tập 1.19 đối với một quan sát viên chuyển động theo chiều âm của trục y.

Đáp số. 5 kg.m/s, hướng theo chiều tạo với chiều âm của trục y một góc 127° ; 8,5J.

1.21. Một tàu thuỷ chạy về phía Đông với vận tốc 5m/s. Khi đi ngang qua bến tàu một hành khách ném một hòn sỏi về phía Bắc. Sau 6 giây hòn sỏi chạm mặt nước ở chỗ cách bến tàu 50m. Tìm các toạ độ của điểm chạm mặt nước trong hệ quy chiếu gắn với tàu thuỷ.

Đáp số. (x', y', t') = (−30m, 50m, 6s).

1.22. Giả sử đối với quan sát viên O có một va chạm đàn hồi xảy ra dọc theo trục x. Bằng các phép biến đổi cổ điển hãy chứng tỏ rằng động năng đo được trong hệ quy chiếu gắn với một quan sát viên chuyển động dọc theo trục x với vận tốc không đổi u đối với O cũng bảo toàn.

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Chương 2

CÁC TIÊN ĐỀ EINSTEIN

2.1. KHÔNG GIAN TUYỆT ĐỐI VÀ ÊTE

Từ phép biến đổi Galilée các vận tốc ta suy ra rằng nếu một quan sát viên O thấy một tín hiệu sáng truyền với vận tốc $c = 3.10^8$m/s thì mọi quan sát viên khác chuyển động đối với O sẽ thấy tín hiệu sáng đó truyền với vận tốc khác c. Như vậy vấn đề đặt ra là phải biết dùng vật gì làm mốc để xác định một hệ quy chiếu đặc biệt mà một quan sát viên đứng yên đối với hệ đó sẽ được ưu đãi là thấy mọi tín hiệu sáng lan truyền với vận tốc c ?

Trước Einstein người ta thường thừa nhận rằng quan sát viên đó cũng chính là quan sát viên mà đối với anh ta các phương trình Maxwell có hiệu lực. Thật vậy các phương trình Maxwell mô tả thuyết điện từ và tiên đoán rằng các sóng điện từ lan truyền với vận tốc $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_o \mu_o}} = 3.10^8$m/s. Không gian đứng yên so với quan sát viên được ưu đãi trên được gọi là "không gian tuyệt đối". Mọi quan sát viên khác chuyển động đối với không gian tuyệt đối đó phải thấy ánh sáng có vận tốc khác c. Trong chừng mực ánh sáng là sóng điện từ, các nhà vật lí của thế kỉ XIX cảm thấy cần thiết phải tồn tại một môi trường để ánh sáng lan truyền trong đó. Vì vậy họ đã nêu thành tiên đề là ête choán đầy không gian tuyệt đối.

2.2. THÍ NGHIỆM MICHELSON VÀ MORLEY

Nếu môi trường ête tồn tại thì lúc đó mọi quan sát viên trên mặt đất chuyển động trong ête sẽ phải chịu tác động của một loại gió ête. Năm 1881, Michelson rồi năm 1887 cùng với Morley đã hiệu chỉnh một thiết bị có độ nhạy cao cho phép đo được chuyển động của Trái Đất so với ête được giả thiết ở trên.

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Tuy nhiên kết quả của các phép đo đã không phát hiện được bất kì một chuyển động nào đối với môi trường ête. Xem các bài toán 2.4, 2.5 và 2.6.

2.3. CÁC PHÉP ĐO THỜI GIAN VÀ ĐỘ DÀI – MỘT VẤN ĐỀ NGUYÊN LÍ

Điểm chung duy nhất giữa kết quả phủ định của thí nghiệm Michelson và Morley và việc các phương trình Maxwell chỉ có hiệu lực đối với quan sát viên được ưu đãi – đó là việc tồn tại phép biến đổi Galilée. Phép biến đổi hiển nhiên này đã được Einstein xem xét lại theo một quan điểm được ông gọi là quan điểm sử dụng. Einstein xuất phát từ nguyên lí là mọi đại lượng thuộc một lí thuyết vật lí đều phải đo đạc được (ít ra là trên lí thuyết) theo một phương pháp hoàn toàn xác định. Nếu một phương pháp như vậy không được thiết lập thì đại lượng đang xét không thể được sử dụng trong vật lí.

Einstein đã không thể tìm được một chứng minh thoả đáng nào cho phép biến đổi Galilée t = t', nghĩa là cho việc khẳng định rằng hai quan sát viên có thể đảm bảo là một biến cố xảy ra tại cùng một thời điểm. Trong những điều kiện đó Einstein đã loại bỏ phép biến đổi t = t', và tất cả các phép biến đổi Galilée nói chung.

2.4. CÁC TIÊN ĐỀ EINSTEIN

Ý tưởng chủ đạo của Einstein, mà ông gọi là nguyên lí tương đối, là việc mọi quan sát viên chuyển động không có gia tốc đều phải được đối xử bình đẳng ngay cả khi chúng chuyển động thẳng đều đối với nhau. Nguyên lí đó được phát biểu như sau :

Tiên đề 1 : *Các định luật vật lí là bất biến (có cùng dạng) đối với tất cả các quan sát viên chuyển động theo quán tính.*

Các định luật Newton về chuyển động là phù hợp với nguyên lí tương đối, nhưng các phương trình Maxwell cũng như các phép biến đổi Galilée lại mâu thuẫn với nguyên lí đó. Do không thể tìm được lí do cho một sự khác nhau căn bản như vậy giữa

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

các định luật của động lực học và của điện từ học, Einstein đã suy ra :

Tiên đề 2 : *Đối với mọi quan sát viên chuyển động theo quán tính, vận tốc ánh sáng trong chân không bằng*

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_o \mu_o}} = 3.10^8 \text{ m/s},$$

không phụ thuộc vào chuyển động của nguồn sáng.

BÀI TOÁN CÓ LỜI GIẢI

2.1. Cho một đồng hồ B ở cách một quan sát viên một khoảng L. Hãy chỉ rõ phương pháp chỉnh cho đồng bộ đồng hồ đó với một đồng hồ A của quan sát viên.

Giải. Cho đồng hồ B dừng vào lúc $t_B = L/c$.

Lúc $t_A = 0$ (trên đồng hồ A) người ta phát một tín hiệu sáng về phía đồng hồ B ; khi tín hiệu đó đến B, cho đồng hồ B hoạt động trở lại.

2.2. Một đèn chớp điện tử ở cách một quan sát viên 30km. Đèn phát ra một chớp sáng và được quan sát viên nhìn thấy vào lúc 13 giờ. Xác định thời điểm thực của biến cố đó.

Giải. $\Delta t = \dfrac{\Delta s}{c} = \dfrac{30 \times 10^3 \text{m}}{3 \times 10^8 \text{m/s}} = 1 \times 10^{-4}\text{s}.$

Do đó đèn đã phát sáng vào lúc 13 giờ kém 1.10^{-4}s.

2.3. Một thanh nhỏ chuyển động từ trái sang phải. Khi đầu trái của thanh đi qua trước một máy ảnh, một bức ảnh của thanh được chụp đồng thời với ảnh của một thước mét mẫu đứng yên. Sau khi rửa ảnh người ta thấy đầu trái của thanh trùng với vạch O của thước mẫu, còn đầu phải trùng với vạch 0,9m. Biết rằng thanh chuyển động với vận tốc 0,8c đối với máy ảnh, tính độ dài thực của thanh.

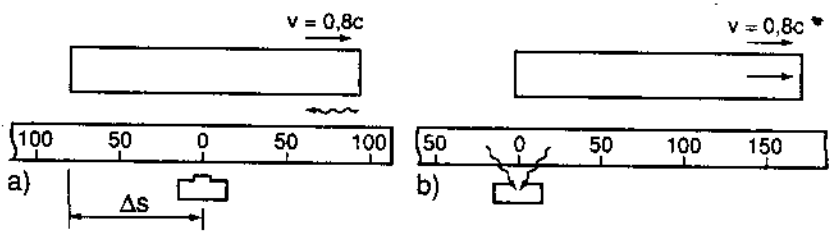
Giải. Để tín hiệu sáng phát từ đầu phải của thanh đến được máy ảnh nó cần phải rời khỏi vạch 0,9m trước đó một khoảng thời gian

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$$\Delta t = \frac{\Delta s}{c} = \frac{0{,}90m}{3.10^8 m/s} = 3.10^{-9}s.$$

Trong khoảng thời gian đó đầu trái của thanh đã dịch chuyển một đoạn Δs^* (H.2.1).

$$\Delta s^* = v\Delta t = (0{,}8 \times 3 \times 10^8 m/s)\ (3 \times 10^{-9}s) = 0{,}72m.$$



(a) Tín hiệu phát ra từ bên phải màn chắn của máy ảnh đóng.

(b) Tín hiệu đến từ bên phải và được máy ảnh ghi lại đồng thời với tín hiệu đến từ bên trái.

Hình 2.1

Trong những điều kiện đó độ dài thực của thanh là

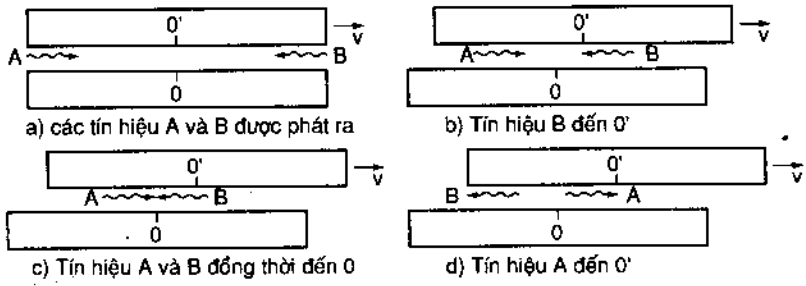
$$L = 0{,}90m + 0{,}72m = 1{,}62m.$$

Kết quả này chứng tỏ rằng việc chụp ảnh một thanh đang chuyển động không cho chúng ta độ dài thực của thanh.

2.4. Cho hai biến cố xảy ra ở hai vị trí cách đều một quan sát viên. Giả sử rằng quan sát viên đó thừa nhận định nghĩa sau đây về tính đồng thời của hai biến cố : "Hai biến cố được gọi là đồng thời nếu các tín hiệu sáng phát đi từ chúng sẽ đến được chỗ tôi đứng vào cùng một thời điểm". Chứng tỏ rằng, theo định nghĩa đó, nếu hai biến cố là đồng thời đối với quan sát viên này thì nói chung chúng là không đồng thời đối với mọi quan sát viên khác chuyển động đối với quan sát viên trên.

Giải. Theo hình 2.2, chúng ta thấy rằng nếu hai tín hiệu sáng đến chỗ quan sát viên O vào cùng một thời điểm, chúng nhất thiết sẽ đến chỗ quan sát viên O' vào các thời điểm khác nhau. Trong chừng mực mà hai nguồn sáng cách đều O' thì đối

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

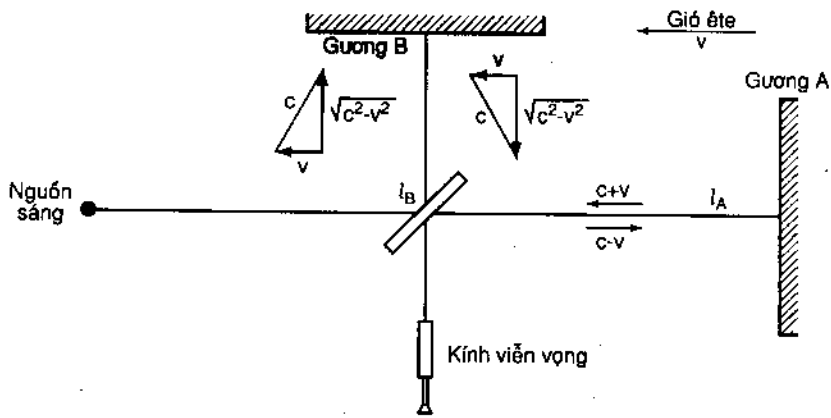


Hình.2.2

với quan sát viên này việc phát các tín hiệu sáng sẽ không đồng thời đối với anh ta : biến cố A sẽ xảy ra sau biến cố B.

2.5. Hình vẽ 2.3 biểu diễn sơ đồ một giao thoa kế Michelson – Morley trong đó nhánh A song song với "gió ête". Chứng tỏ rằng nếu thiết bị quay đi một góc 90° thì số vân giao thoa ΔN diễu qua dây chữ thập trong thị kính tính gần đúng bậc nhất đối với $(v/c)^2$, bằng :

$$\Delta N = \frac{v^2}{\lambda c^2}(l_A + l_B).$$



Hình.2.3

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Giải. Đối với nhánh A : thời gian cần thiết để ánh sáng đến gương A bằng tỉ số của khoảng cách l_A và vận tốc ánh sáng, theo các phép biến đổi Galilée vận tốc này bằng c − v. Thời gian cần thiết để ánh sáng quay trở lại luôn luôn là tỉ số của khoảng cách đã đi được l_A và vận tốc ánh sáng lúc này là c + v. Khoảng thời gian ánh sáng đi và về sẽ là :

$$t_A = \frac{l_A}{c - v} + \frac{l_A}{c + v} = \frac{2l_A/c}{1 - (v^2/c^2)}.$$

Quãng đường dọc theo nhánh kia ánh sáng sẽ đi qua sao cho vectơ vận tốc tổng hợp của ánh sáng (tổng của vận tốc ánh sáng đối với ête và vận tốc của ête đối với giao thoa kế) sẽ vuông góc với nhánh A. Vận tốc ánh sáng dọc theo quãng đường l_B theo hai chiều lúc đó là $\sqrt{c^2 - v^2}$, và thời gian đi và về là

$$t_B = \frac{2l_B}{\sqrt{c^2 - v^2}} = \frac{2l_B/c}{\sqrt{1 - (v^2/c^2)}}$$

Nếu chúng ta giả sử rằng $v/c \ll 1$, t_A và t_B có thể được khai triển theo gần đúng bậc nhất của $(v/c)^2$:

$$t_A \approx \frac{2l_A}{c}\left(1 + \frac{v^2}{c^2}\right) \qquad t_B \approx \frac{2l_B}{c}\left(1 + \frac{v^2}{2c^2}\right),$$

và hiệu của chúng

$$\delta = t_A - t_B \approx \frac{2(l_A - l_B)}{c} + \frac{2l_A v^2}{c^3} - \frac{l_B v^2}{c^3}.$$

Nếu bây giờ quay giao thoa kế một góc 90° thì l_A và l_B sẽ đổi thứ tự và hiệu số thời gian t_A và t_B cũng vậy ; điều đó dẫn đến

$$\delta' \approx \frac{2(l_A - l_B)}{c} + \frac{l_A v^2}{c^3} - \frac{2l_B v^2}{c^3},$$

và người ta sẽ quan sát được sự dịch chuyển ΔN vân trong phổ các vân giao thoa. Ta có :

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$$\Delta N = \frac{\delta - \delta'}{T} = \frac{c(\delta - \delta')}{\lambda} = \frac{(l_A + l_B)v^2}{\lambda c^2},$$

trong đó T và λ là chu kì và bước sóng của ánh sáng.

2.6. Cho một giao thoa kế Michelson – Morley có các nhánh dài 10m, một trong hai nhánh nằm dọc theo chiều chuyển động được giả thiết của Trái Đất đối với ête. Giả sử rằng vận tốc chuyển động của Trái Đất đối với ête bằng vận tốc quỹ đạo của nó nghĩa là $v = 10^{-4}c$; hãy tính hiệu thời gian truyền của hai tia sáng dọc theo hai nhánh.

Giải. Theo bài toán 2.5. ta có :

$$\delta \approx \frac{2}{c}(l_A - l_B) + \frac{2v^2}{c^3}(l_A - \frac{1}{2}l_B) =$$

$$= \frac{2(10^{-4}c)^2}{(3 \times 10^8 m/s)c^2}(5m) = 3{,}33.10^{-16}s.$$

2.7. Các nhánh của giao thoa kế mà Michelson – Morley sử dụng có chiều dài 11m, ánh sáng sử dụng là ánh sáng của natri với $\lambda = 5900$ Å. Thiết bị đó cho phép phát hiện các dịch chuyển đến 0,005 khoảng vân. Hãy tính vận tốc nhỏ nhất của Trái Đất so với ête mà thiết bị trên có thể phát hiện.

Giải. Theo bài toán 2.5, số vân ΔN diễu qua dãy chữ thập trong thị kính là

$$\Delta N = \frac{v^2}{\lambda c^2}(l_A + l_B) = \frac{2lv^2}{\lambda c^2},$$

$$0{,}005 = \frac{2(11m)v^2}{(5900 \times 10^{-10}m)(3 \times 10^8 m/s)^2}.$$

Từ đó $v = 3{,}47 \times 10^3$ m/s.

Chúng ta biết rằng vận tốc quỹ đạo của Trái Đất là 3×10^4 m/s và thiết bị của Michelson – Morley là đủ nhạy để phát hiện một chuyển động như vậy. Tuy nhiên hai ông đã không phát hiện thấy một dịch chuyển nào của các vân giao thoa.

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

BÀI TOÁN BỔ SUNG

2.8. Giải bài toán 2.3. trong trường hợp bức ảnh được chụp vào lúc đầu phải của thanh đi qua trước máy ảnh.

Đáp số. 0,18m.

2.9. Cửa sập của một máy ảnh hoạt động vào lúc điểm giữa của một thước chia độ đi qua trước vật kính. Trong bức ảnh chụp có cả ảnh của một thước mét mẫu. Biết rằng vận tốc chuyển động của thước chia độ là 0,8c, hãy tính chiều dài của nó được đo theo ảnh chụp.

Đáp số. 2,778m.

2.10. Xem bài toán 2.4. Nếu hai tín hiệu sáng đến O' đồng thời thì chúng sẽ xảy ra như thế nào đối với O ?

Đáp số. A xảy ra trước B.

2.11. Giả sử rằng vận tốc quỹ đạo của Trái Đất 3.10^4m/s bằng vận tốc dịch chuyển của nó đối với ête. Trong một giao thoa kế Michelson hai nhánh bằng nhau, ánh sáng phải mất t_A giây để đi hết quãng đường dọc theo nhánh song song với chuyển động của Trái Đất trong ête. Tính thời gian t_B để ánh sáng đi hết quãng đường dọc theo nhánh vuông góc.

Đáp số. $(1 - 0,5.10^{-8})t_A$.

Chương 3

PHÉP BIẾN ĐỔI LORENTZ

Tiên đề 2 của tiết 2.4 kéo theo việc cần thiết phải thay thế phép biến đổi Galilée các toạ độ bằng phép biến đổi Lorentz. Đối với hai quan sát viên của hình 1.1, phép biến đổi Lorentz có dạng :

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \left(\frac{v^2}{c^2}\right)}} \; ; \; t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \left(\frac{v^2}{c^2}\right)}} \; ; \; y' = y \; ; \; z' = z. \quad (3\text{–}1)$$

Có thể đảo lại các phương trình đó ta có (xem bài toán 3.8)

$$x = \frac{x' + vt}{\sqrt{1 - \left(\frac{v^2}{c^2}\right)}} \; ; \; t = \frac{t' + \frac{v}{c^2}x'}{\sqrt{1 - \left(\frac{v^2}{c^2}\right)}} \; ; \; y = y' \; ; \; z = z' \quad (3\text{–}2)$$

Trong các biểu thức (3–1) và (3–2) v là vận tốc của O' đối với O dọc theo trục chung của chúng, v được coi là dương nếu O' chuyển động theo chiều dương của trục x và là âm nếu O' chuyển động theo chiều ngược lại. Người ta cũng giả thiết rằng đối với x = x' = 0 thì t = t' = 0. Chú ý rằng phép biến đổi ngược có thể nhận được từ các biểu thức trên bằng cách đổi chỗ cho nhau giữa đại lượng có dấu phẩy và không dấu phẩy và bằng việc thay v bằng – v. Kết quả này có thể dự kiến được dựa theo tiên đề 1, vì rằng hai quan sát viên là bình đẳng và O chuyển động với vận tốc –v đối với O'.

3.1. TÍNH BẤT BIẾN CỦA VẬN TỐC ÁNH SÁNG

Giả sử rằng ở thời điểm khi O và O' trùng nhau (tại t = t' = 0) một tín hiệu sáng được phát ra từ vị trí gốc chung của chúng theo chiều x, x' dương. Nếu O thấy rằng các toạ độ không gian và thời gian liên hệ với nhau bởi x = ct thì lúc đó theo (3– 1), đối với O'

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \left(\frac{v^2}{c^2}\right)}} = \frac{ct - vt}{\sqrt{1 - \left(\frac{v^2}{c^2}\right)}} =$$

$$= \frac{ct\left[1 - \left(\frac{v}{c}\right)\right]}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{v}{c}\right)\right]\left[1 + \left(\frac{v}{c}\right)\right]}} = \sqrt{\frac{1 - \left(\frac{v}{c}\right)}{1 + \left(\frac{v}{c}\right)}}\, ct,$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$$t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \left(\frac{v^2}{c^2}\right)}} = \frac{t - \frac{v}{c^2}ct}{\sqrt{1 - \left(\frac{v^2}{c^2}\right)}} =$$

$$= \frac{t\left[1 - \left(\frac{v}{c}\right)\right]}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{v}{c}\right)\right]\left[1 + \left(\frac{v}{c}\right)\right]}} = \sqrt{\frac{1 - \left(\frac{v}{c}\right)}{1 + \left(\frac{v}{c}\right)}}\, t.$$

Như vậy đối với O', x' = ct', điều này phù hợp với tiên đề thứ hai của Einstein. Chúng ta cũng cần lưu ý rằng việc đối với biến cố đó, $t \neq t'$, điều này mâu thuẫn hoàn toàn với giả thiết của Galilée.

3.2. TÍNH BẤT BIẾN CỦA PHƯƠNG TRÌNH MAXWELL

Như đã được chỉ rõ trong các chương 1 và 2, các phương trình Maxwell là không bất biến đối với phép biến đổi Galilée, tuy nhiên như Lorentz đã chứng tỏ (trước Einstein) chúng đều bất biến đối với phép biến đổi Lorentz. Xem các bài toán 6.21 và 6.23.

3.3. CÁC NHẬN XÉT CHUNG VỀ CÁCH GIẢI CÁC BÀI TOÁN BẰNG ÁP DỤNG CÁC PHÉP BIẾN ĐỔI LORENTZ

Khi giải một bài toán nào đó liên quan đến vấn đề không – thời gian thì khái niệm mấu chốt cần phải nhớ là khái niệm "biến cố". Đa số các bài toán đều nghiên cứu về việc đo đạc các toạ độ không gian và thời gian của một hay nhiều biến cố ; do đó mỗi biến cố trong số đó được kết hợp với tám số : (x, y, z, t) đối với O và (x', y', z', t') đối với O'. Phép biến đổi Lorentz biểu thị mối liên hệ tồn tại giữa hai tập hợp đó.

Nhiều bài toán nghiên cứu về vấn đề xác định khoảng thời gian và khoảng không gian giữa hai biến cố ; trong các trường

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

hợp này cách thuận tiện là lấy hiệu số của các biểu thức Lorentz đối với mỗi một trong các biến cố. Ví dụ, quan sát viên O' đo các khoảng không gian và thời gian giữa hai biến cố A và B ; và chúng ta muốn biết khoảng thời gian mà quan sát viên O đo được giữa chính hai biến cố đó. Theo (3-2), bằng cách lấy t_B trừ t_A ta có

$$t_B - t_A = \frac{(t'_B - t'_A) + \left(\frac{v}{c^2}\right)(x'_B - x'_A)}{\sqrt{1 - \left(\frac{v^2}{c^2}\right)}} \qquad (3\text{-}3)$$

Vì tất cả các đại lượng trong vế phải đều đã biết, nên ta dễ dàng tính được hiệu $t_B - t_A$.

3.4. TÍNH ĐỒNG THỜI

Hai biến cố xuất hiện *đồng thời* đối với một quan sát viên nếu quan sát viên đó phát hiện thấy chúng xảy ra tại cùng một thời điểm. Trong vật lí cổ điển nếu một quan sát viên thấy hai biến cố là đồng thời thì lúc đó vì theo biến đổi Galilée $t = t'$, chúng cũng là đồng thời đối với tất cả các quan sát viên khác. Ngược lại trong vật lí tương đối tính hai biến cố là đồng thời đối với quan sát viên này, nói chung sẽ là không đồng thời đối với một quan sát viên khác.

Ví dụ giả sử có hai biến cố A và B xảy ra đồng thời đối với quan sát viên O' nghĩa là $t'_A = t'_B$. Theo (3-3) sự khác nhau về thời gian đối với O sẽ là

$$t_B - t_A = \frac{\left(\frac{v}{c^2}\right)(x'_B - x'_A)}{\sqrt{1 - \left(\frac{v^2}{c^2}\right)}}$$

Nếu hai biến cố xảy ra tại cùng một nơi, $x'_B = x'_A$, thì khi đó đối với O chúng cũng là đồng thời ; nhưng nếu $x'_A \neq x'_B$, chúng sẽ không là đồng thời đối với O.

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Cần chú ý rằng nếu hai biến cố xảy ra tại cùng một nơi, lúc đó chỉ cần *một đồng hồ* cho mỗi quan sát viên là đủ để xác định tính đồng thời ; ngược lại nếu hai biến cố không xảy ra tại cùng một nơi thì mỗi quan sát viên cần có hai đồng hồ được chỉnh cho đồng bộ một cách thích hợp để xác định hai biến cố đó có đồng thời hay không.

BÀI TOÁN CÓ LỜI GIẢI

3.1. Ước lượng độ lớn $\sqrt{1 - \left(\frac{v^2}{c^2}\right)}$ khi (a) $v = 10^{-2}c$; (b) $v = 0{,}9998c$.

Giải. Sau đây chúng ta sẽ áp dụng công thức về nhị thức

$$(1 + x)^n = 1 + nx + \frac{n(n-1)}{2}x^2 + \ldots$$

(a) Đặt $x = -10^{-4}$ và $n = 1/2$ trong khai triển và do x nhỏ nên chỉ giữ lại hai số hạng đầu của khai triển

$$(1 - 10^{-4})^{\frac{1}{2}} \approx 1 + \frac{1}{2}(-10^{-4}) = 1 - 0{,}00005 = 0{,}99995 .$$

(b) $$\sqrt{1 - \left(\frac{v^2}{c^2}\right)} = \sqrt{1 - (0{,}9998)^2} = \sqrt{1 - (1 - 0{,}0002)^2}.$$

Để đánh giá lượng $(1 - 0{,}0002)^2$, áp dụng công thức nhị thức ta có :

$$(1 - 0{,}0002)^2 \approx 1 - 2(0{,}0002) = 1 - 0{,}0004.$$

Thay giá trị này của $(1 - 0{,}0002)^2$ vào biểu thức dưới đây ta được :

$$\sqrt{1 - \left(\frac{v^2}{c^2}\right)} \approx \sqrt{1 - (1 - 0{,}0004)} = \sqrt{0{,}0004} = 0{,}02.$$

3.2. Các toạ độ của một chớp sáng do O đo được là x = 100 km, y = 10 km, z = 1 km ở thời điểm $t = 5.10^{-4}$s. Hãy tính các toạ độ không – thời gian của biến cố đó đối với một quan sát

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

viên O' chuyển động so với O với vận tốc – 0,8c dọc theo trục chung x' – x.

Giải. Theo phép biến đổi Lorentz

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \left(\frac{v^2}{c^2}\right)}} =$$

$$= \frac{100\text{km} - (-0{,}8 \times 3 \times 10^5\ \text{km/s})(5 \times 10^{-4}\text{s})}{\sqrt{1 - (-0{,}8)^2}} = 367\ \text{km},$$

$$t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \left(\frac{v^2}{c^2}\right)}} =$$

$$= \frac{5 \times 10^{-4}\text{s} - \frac{(-0{,}8)(100\ \text{km})}{3 \times 10^5\ \text{km/s}}}{\sqrt{1 - (0{,}8)^2}} = 12{,}8 \times 10^{-4}\text{s},$$

$$y' = y = 10\ \text{km}$$

$$z' = z = 1\ \text{km}$$

3.3. Cho một hạt chuyển động với vận tốc không đổi c/2 đối với O' trong mặt phẳng x', y' sao cho quỹ đạo của nó tạo với trục x' một góc 60°. Nếu vận tốc của O' đối với O dọc theo trục x – x' là 0,6c, hãy thiết lập các phương trình chuyển động của hạt xác định bởi O.

Giải. Các phương trình chuyển động xác định bởi O' là :

$$x' = u'_x t' = \frac{c}{2}(\cos 60^o)t' \ ; \ y' = u'_y t' = \frac{c}{2}(\sin 60^o)t'.$$

Thay (3.1) vào biểu thức thứ nhất ta có :

$$\frac{x - vt}{\sqrt{1 - \left(\frac{v^2}{c^2}\right)}} = \frac{c}{2}(\cos 60^o)\frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \left(\frac{v^2}{c^2}\right)}} \ ;$$

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$$x - (0,6c)t = \frac{c}{2}(\cos 60^o)\left(t - \frac{0,6}{c}x\right);$$

$$x = (0,74c)t.$$

Thay vào biểu thức thứ hai ta có :

$$y' = y = \frac{c}{2}(\sin 60^o)\frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \left(\frac{v^2}{c^2}\right)}} =$$

$$= \frac{c}{2}(\sin 60^o)\frac{t - (0,6)(0,74t)}{\sqrt{1 - (0,6)^2}} = (0,30c)t.$$

3.4. Một đoàn tàu dài 1km (đo bởi quan sát viên là hành khách trên tàu) chuyển động với vận tốc 200 km/h. Một quan sát viên trên mặt đất thấy hai chớp sáng đồng thời đập vào hai đầu tàu hoả. Tìm khoảng thời gian giữa hai chớp sáng đo được bởi quan sát viên là hành khách trên tàu.

Giải. Ta có

$$\left(200\text{km/h}\right)\left(\frac{1\text{h}}{3600\text{s}}\right) = 5,56 \times 10^{-2}\ \text{km/s} = 55,6\ \text{m/s}.$$

Chúng ta xác định các biến cố A và B là thời điểm lúc các chớp sáng truyền đến hai đầu đoàn tàu. Quan sát viên O ở trên mặt đất, theo (3–3)

$$t_B - t_A = \frac{(t'_B - t'_A) + \frac{v}{c^2}(x'_B - x'_A)}{\sqrt{1 - \left(\frac{v^2}{c^2}\right)}},$$

$$O = \frac{(t'_B - t'_A) + \frac{55,6\,\text{m/s}}{(3 \times 10^8\,\text{m/s})^2}(1000\text{m})}{\sqrt{1 - \left(\frac{v^2}{c^2}\right)}}.$$

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Từ đó, $t'_B - t'_A = -6,18 \times 10^{-13}$s. Dấu trừ chứng tỏ rằng biến cố A xảy ra trước biến cố B.

3.5. Một quan sát viên O phát hiện hai biến cố riêng rẽ xảy ra cách nhau 600m và 8.10^{-7}s. Tìm vận tốc chuyển động của một quan sát viên O' đối với O để O' thấy hai biến cố trên xảy ra đồng thời.

Giải. Bằng cách trừ hai phép biến đổi Lorentz

$$t'_2 - t'_1 = \frac{(t_2 - t_1) - \frac{v}{c^2}(x_2 - x_1)}{\sqrt{1 - \left(\frac{v^2}{c^2}\right)}},$$

$$0 = \frac{8 \times 10^{-7}\,s - \frac{v}{c}\left(\frac{600m}{3 \times 10^8\,m/s}\right)}{\sqrt{1 - \left(\frac{v^2}{c^2}\right)}}.$$

Từ đó, $v/c = 0,4$.

3.6. Các toạ độ không – thời gian của hai biến cố đối với một quan sát viên O là $x_1 = 6.10^4$m, $y_1 = z_1 = 0$, $t_1 = 2.10^{-4}$s và $x_2 = 12.10^4$m, $y_2 = z_2 = 0$, $t_2 = 1.10^{-4}$s. Tìm vận tốc chuyển động của O' đối với O để đối với O' hai biến cố trên là đồng thời.

Giải. Bằng cách trừ hai phép biến đổi Lorentz

$$t'_2 - t'_1 = \frac{(t_2 - t_1) - \frac{v}{c^2}(x_2 - x_1)}{\sqrt{1 - \left(\frac{v^2}{c^2}\right)}},$$

$$0 = \frac{(1 \times 10^{-4}\,s - 2 \times 10^{-4}\,s) - \frac{v}{c}\left(\frac{12 \times 10^4\,m - 6 \times 10^4\,m}{3 \times 10^8\,m/s}\right)}{\sqrt{1 - \left(\frac{v^2}{c^2}\right)}}.$$

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Từ đó v/c = −1/2. Do đó v hướng theo chiều x âm.

3.7. Xem bài toán 3.6. Tìm khoảng không gian của hai biến cố đối với O'

Giải. Trừ hai phép biến đổi Lorentz ta có :

$$x'_2 - x'_1 = \frac{(x_2 - x_1) - v(t_2 - t_1)}{\sqrt{1 - \left(\frac{v^2}{c^2}\right)}}$$

Theo bài toán 3.6, v/c = −1/2 do đó v = −1,5 × 10^8 m/s.

$$x'_2 - x'_1 = \frac{(12 \times 10^4\,\text{m} - 6 \times 10^4\,\text{m}) - (-1{,}5 \times 10^8\,\frac{\text{m}}{\text{s}})(1 \times 10^{-4}\,\text{s} - 2 \times 10^{-4}\,\text{s})}{\sqrt{1 - (-0{,}5)^2}} = 5{,}20 \times 10^4\,\text{m}$$

BÀI TOÁN BỔ SUNG

3.8. Từ các biểu thức (3–1) rút ra các biểu thức (3–2).

3.9. Một chớp sáng được quan sát bởi O' đến điểm x' = 60m, y' = z' = 0 lúc t' = 8.10^{-8}s. O' chuyển động đối với O với vận tốc 0,5c dọc theo trục x – x' (chung với O). Hãy xác định các toạ độ không – thời gian của biến cố đối với O.

Đáp số : (x, y, z, t) = (93m, 0, 0, 2.10^{-8}s).

3.10. Vận tốc của O' đối với O là 0,8c và các đồng hồ được chỉnh cho đồng bộ sao cho khi x = x' = 0 thì t = t' = 0. Nếu các toạ độ không – thời gian của một biến cố đối với O là x = 50m và t = 2.10^{-7}s, xác định toạ độ thời gian của biến cố đó đối với O'.

Đáp số : $1{,}11.10^{-7}$s.

3.11. Xem bài toán 3.10. Nếu một chớp sáng thứ hai đến điểm x' = 10m lúc t' = 2.10^{-7}s (đối với O'). Tính khoảng thời gian giữa hai biến cố đó đối với O.

Đáp số : $1{,}78.10^{-7}$s.

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

3.12. Xem bài toán 3.11. Tìm khoảng cách không gian giữa hai biến cố (a) đối với quan sát viên O và (b) đối với quan sát viên O'.

Đáp số : (a) 6,67m ; (b) 46,67m.

Chương 4

ĐỘ ĐO TƯƠNG ĐỐI TÍNH CỦA CÁC ĐỘ DÀI

4.1. ĐỊNH NGHĨA ĐỘ DÀI

Nếu một vật đứng yên đối với một quan sát viên, độ dài của vật được xác định bằng cách đo hiệu các toạ độ không gian của các đầu mút của nó. Do vật đang xét không chuyển động nên việc đo đạc có thể tiến hành vào bất kì thời điểm nào. Độ dài được xác định như vậy được gọi là độ dài riêng của vật.

Nếu vật chuyển động, việc đo đạc phức tạp hơn do các toạ độ không gian của các đầu mút phải được xác định tại cùng một thời điểm. Trong những điều kiện đó, hiệu các toạ độ không gian biểu diễn độ dài của vật.

Bây giờ, giả sử có một thước nằm dọc theo trục x – x' và đứng yên so với quan sát viên O', chúng ta muốn xác định mối quan hệ giữa các số đo độ dài thực hiện bởi O và O' khi O' chuyển động đối với O với vận tốc v dọc theo trục chung x – x'. Khi đó giả sử A và B là các đầu mút của thước, theo các công thức của phép biến đổi Lorentz ta có

$$x'_B - x'_A = \frac{(x_B - x_A) + v(t_B - t_A)}{\sqrt{1 - \left(\frac{v^2}{c^2}\right)}} .$$

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Hiệu $x'_B - x'_A = L_o$ là độ dài (riêng) của thước đo bởi O'. Nếu x_B và x_A được đo tại cùng một thời điểm thì $t_B - t_A = 0$, và hiệu $x_B - x_A = L$ sẽ là độ dài của thước đo bởi O. Khi đó

$$L = L_o\sqrt{1 - \left(\frac{v^2}{c^2}\right)}.$$

Do $\sqrt{1 - \left(\frac{v^2}{c^2}\right)} < 1$ ta có $L < L_o$ và độ dài của thước chuyển động đo bởi O sẽ co ngắn lại. Kết quả trên mô tả hiệu ứng co ngắn Lorentz – Fitzgerald

Chú ý : Vấn đề chủ yếu là phải phân biệt rõ khái niệm hiệu của các toạ độ không gian và khái niệm độ dài. Việc nhân hoặc chia một cách đơn giản khoảng không gian với lượng $\sqrt{1 - \left(\frac{v^2}{c^2}\right)}$ là nhầm lẫn thường gặp khi giải các bài toán. Trong trường hợp cần tìm các mối liên hệ giữa các độ dài (khái niệm độ dài được định nghĩa như đã nêu ở trên) ta có thể nhân hoặc chia với $\sqrt{1 - \left(\frac{v^2}{c^2}\right)}$. Tuy nhiên nếu cần xác định khoảng không gian giữa hai biến cố không đồng thời, lúc đó ta phải sử dụng kĩ thuật trừ các toạ độ trình bày trong tiết 3.3 ; việc nhân hoặc chia với $\sqrt{1 - \left(\frac{v^2}{c^2}\right)}$ sẽ không cho kết quả chính xác.

BÀI TOÁN CÓ LỜI GIẢI

4.1. Một tên lửa cần đạt tới vận tốc bao nhiêu để độ dài của nó bằng 99% độ dài riêng ?

Giải : Theo biểu thức về hiệu ứng co ngắn :

$$\frac{L}{L_o} = 0{,}99 = \sqrt{1 - (v^2/c^2)} \text{ ta suy ra } v = 0{,}141c.$$

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

4.2. Xác định độ co ngắn của đường kính Trái Đất (trong mặt phẳng hoàng đạo) đối với một quan sát viên O' đứng yên so với Mặt Trời.

Giải. Theo biểu thức về hiệu ứng co ngắn Lorentz Fitzgerald, đối với đường kính Trái Đất cỡ 12000km và với vận tốc quỹ đạo của nó cỡ 3.10^4m/s :

$$D = D_o\sqrt{1-\left(\frac{v^2}{c^2}\right)} = (12 \times 10^3\,\text{km})\sqrt{1-\left(\frac{3\times 10^4\,\text{m/s}}{3\times 10^8\,\text{m/s}}\right)^2} \approx$$

$$\approx (12 \times 10^3\ \text{km})(1 - 0{,}5 \times 10^{-8}).$$

Từ đó $D_o - D = 6 \times 10^{-5}$km = 6cm. Kết quả này chứng tỏ rằng các hiệu ứng tương đối tính là yếu đối với các vận tốc thường gặp.

4.3. Một thước mét tạo với trục x' của hệ quy chiếu O' một góc 30°. Tìm vận tốc v của thước để nó tạo với trục x của hệ quy chiếu O một góc 45°.

Giải. Ta có :

$$L'_y = L'\sin\theta' = (1\text{m})\sin 30^o = 0{,}5\text{m},$$

$$L'_x = L'\cos\theta' = (1\text{m})\cos 30^o = 0{,}866\,\text{m}.$$

Do hiệu ứng co ngắn chỉ diễn ra theo hướng x – x' nên

$$L_y = L'_y = 0{,}5\text{m}$$

$$L_x = L'_x\sqrt{1-\left(\frac{v^2}{c^2}\right)} = (0{,}866\text{m})\sqrt{1-\left(\frac{v^2}{c^2}\right)}.$$

Vì $\text{tg}\,\theta = L_y/L_x$ ta có :

$$\text{tg}45^o = 1 = \frac{0{,}5\text{m}}{(0{,}866\text{m})\sqrt{1-\left(\frac{v^2}{c^2}\right)}}.$$

Từ đó v = 0,816c.

4.4. Xem bài tập 4.3. Tìm độ dài của thước mét đo bởi O.

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Giải. Theo định lí Pythagore, hoặc một cách đơn giản hơn nữa,

$$L = \frac{L_y}{\sin 45^o} = \frac{0,5m}{\sin 45^o} = 0,707m.$$

4.5. Một vật hình lập phương có thể tích riêng là $1000cm^3$. Xác định thể tích của vật đối với một quan sát viên O' chuyển động so với vật với vận tốc 0,8c theo hướng song song với một trong các cạnh của vật.

Giải. Đối với quan sát viên O', độ dài của cạnh hình lập phương song song với phương chuyển động là

$$l'_x = l_x\sqrt{1 - \left(\frac{v^2}{c^2}\right)} = (10cm)\sqrt{1 - (0,8)^2} = 6cm.$$

Các độ dài của các cạnh khác đều không thay đổi :

$l'_y = l_y = l'_z = l_z = 10cm.$

Từ đó :

$V' = l'_x l'_y l'_z = (6cm)(10cm)(10cm) = 600\,cm^3.$

BÀI TOÁN BỔ SUNG

4.6. Một máy bay chuyển động với vận tốc 600m/s đối với mặt đất. Đối với một quan sát viên mặt đất độ dài máy bay bị co ngắn bao nhiêu nếu độ dài riêng của máy bay là 60m ?

Đáp số. $10^{-10}m$.

4.7. Tính độ co ngắn của một tàu hoả dài 500m chuyển động với vận tốc 100km/h.

Đáp số. $9.10^{-12}m$.

4.8. Vận tốc chuyển động của một quan sát viên đối với mặt đất phải bằng bao nhiêu để đối với quan sát viên đó Trái Đất trở thành một elip với trục lớn gấp 6 lần trục bé ?

Đáp số. 0,986c.

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

4.9. Một quan sát viên O' chuyển động với vận tốc 0,8c đối với quan sát viên O dọc theo trục x – x', cầm một thước 1,00m tạo với trục x' một góc 30°. Tìm độ dài của thước đo bởi O. Xác định góc của thước tạo với trục x.

Đáp số. 0,721m ; $43,9^o$.

4.10. Một hình vuông diện tích $100cm^2$ đứng yên trong hệ quy chiếu O. Tìm diện tích của hình đối với một quan sát viên O' chuyển động với vận tốc 0,8c song song với một cạnh của hình vuông.

Đáp số : $60cm^2$.

4.11. Xem bài tập 4.10. Tìm diện tích của hình đo bởi một quan sát viên O' chuyển động với vận tốc 0,8c nhưng dọc theo một đường chéo.

Đáp số. $60cm^2$.

4.12. Xem bài tập 4.5. Tìm thể tích của vật đo bởi một quan sát viên O' chuyển động với vận tốc 0,8c nhưng theo phương song song với một đường chéo của một mặt của hình lập phương.

Đáp số. $600cm^3$.

Chương 5

ĐỘ ĐO TƯƠNG ĐỐI TÍNH CỦA THỜI GIAN

5.1. THỜI GIAN RIÊNG

Nếu hai biến cố A và B diễn ra đối với quan sát viên O tại cùng một nơi thì khoảng thời gian phân cách chúng sẽ có thể được O đo bằng một đồng hồ duy nhất. Khoảng thời gian này $\Delta t_o = t_B - t_A$ đo bởi O bằng đồng hồ duy nhất đó được gọi là khoảng thời gian riêng giữa hai biến cố.

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

5.2. SỰ DÃN NỞ CỦA THỜI GIAN

Bây giờ chúng ta xét hai biến cố A và B trên đây theo quan điểm của một quan sát viên thứ hai O' chuyển động với vận tốc v đối với O. Với quan sát viên O' hai biến cố đó tất yếu xảy ra tại các nơi khác nhau và để xác định khoảng thời gian $t'_B - t'_A = \Delta t'$, O' cần đặt hai đồng hồ được chỉnh cho đồng bộ một cách thích hợp. Để xác định mối quan hệ giữa các khoảng thời gian được đo bởi O và O' chỉ cần lấy hiệu các biến đổi Lorentz về thời gian, kết quả ta có :

$$\Delta t' = \frac{\Delta t_o - \frac{v}{c^2}(x_B - x_A)}{\sqrt{1 - \left(\frac{v^2}{c^2}\right)}} .$$

Đối với quan sát viên O hai biến cố trên xảy ra tại cùng một nơi nên $x_B - x_A = 0$. Từ đó

$$\Delta t' = \frac{\Delta t_o}{\sqrt{1 - \left(\frac{v^2}{c^2}\right)}} .$$

Vì rằng $\sqrt{1 - \left(\frac{v^2}{c^2}\right)} < 1$ nên, $\Delta t' > \Delta t_o$: khoảng thời gian đo được bởi O' đã bị dãn nở.

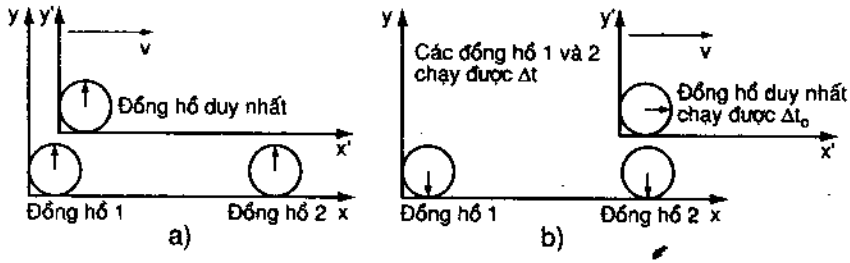
Trong ví dụ trên đây đồng hồ duy nhất là đứng yên đối với O. Chúng ta cũng nhận được cùng một kết quả nếu đồng hồ duy nhất đứng yên đối với O'. Trong những điều kiện đó ta hãy tưởng tượng một đồng hồ duy nhất đang chuyển động trong khoảng thời gian Δt_o. Nếu đồng hồ đó chuyển động đối với quan sát viên O với vận tốc v thì O sẽ ghi được một độ dịch chuyển của hai đồng hồ này trong một khoảng thời gian Δt :

$$\Delta t = \frac{\Delta t_o}{\sqrt{1 - \left(\frac{v^2}{c^2}\right)}} ,$$

(xem hình 5.1)

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Sự dãn nở của thời gian là một hiệu ứng hoàn toàn có thực. Thật vậy giả sử trên hình 5.1 chúng ta đặt trước mặt các đồng hồ 2 và đồng hồ duy nhất hai máy ảnh, và giả thử mỗi máy ảnh sẽ chụp một bức ảnh khi đồng hồ duy nhất đi ngang qua trước mặt đồng hồ 2. Sau khi rửa ảnh các bức ảnh sẽ cho cùng một kết quả, nghĩa là đồng hồ duy nhất đã đo khoảng thời gian Δt_o, trong khi đồng hồ 2 sẽ đo khoảng thời gian Δt ; Δt và Δt_o liên hệ với nhau bởi biểu thức về sự dãn nở của thời gian.



Hình 5.1. Hiện tượng dãn thời gian phát hiện bởi quan sát viên

Chú ý : Cần chú ý phân biệt khoảng thời gian giữa hai biến cố và khoảng thời gian riêng giữa hai biến cố. Nếu hai quan sát viên O và O' đo khoảng thời gian giữa hai biến cố xảy ra ở những địa điểm khác nhau (đối với hai quan sát viên), lúc đó từ khoảng thời gian này không thể suy ra khoảng thời gian kia bằng việc nhân hay chia một cách đơn giản với số hạng $\sqrt{1 - \left(\frac{v^2}{c^2}\right)}$.

BÀI TOÁN CÓ LỜI GIẢI

5.1. Thời gian sống trung bình của một hạt μ-mêzôn là 6.10^{-6}s khi vận tốc của nó là 0,95c. Tính thời gian sống trung bình của hạt trong một hệ quy chiếu mà ở đó hạt đứng yên.

Giải. Nếu hạt đứng yên trong một hệ quy chiếu thì thời gian đo được là thời gian riêng.

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$$\Delta t_o = (\Delta t)\sqrt{1 - \left(\frac{v^2}{c^2}\right)} =$$

$$= (6 \times 10^{-6}\,s)\sqrt{1 - (0{,}95)^2} = 1{,}87 \times 10^{-6}\,s.$$

5.2. Một máy bay chuyển động với vận tốc 600 m/s đối với mặt đất. Cần bao nhiêu thời gian cho máy bay đó bay để đồng hồ trên máy bay chậm đi 2.10^{-6}s so với đồng hồ trên mặt đất ?

Giải. Theo biểu thức về dãn thời gian :

$$\Delta t_{\text{mặt đất}} = \frac{\Delta t_{\text{máy bay}}}{\sqrt{1 - \left(\frac{v^2}{c^2}\right)}} = \frac{\Delta t_{\text{máy bay}}}{\sqrt{1 - \left(\frac{6 \times 10^2\,m/s}{3 \times 10^8\,m/s}\right)^2}} \approx$$

$$\approx \frac{\Delta t_{\text{máy bay}}}{1 - 2 \times 10^{-12}},$$

$$(2 \times 10^{-12})\Delta t_{\text{mặt đất}} \approx \Delta t_{\text{mặt đất}} - \Delta t_{\text{máy bay}} = 2 \times 10^{-6}\,s$$

$$\Delta t_{\text{mặt đất}} \approx 10^6\,s = 11{,}6 \text{ ngày đêm.}$$

Kết quả này chứng tỏ rõ ràng rằng các hiệu ứng tương đối tính là yếu đối với các vận tốc thông thường.

5.3. Hai quan sát viên O và O' chuyển động lại gần nhau với vận tốc tương đối 0,6c. Nếu khoảng cách ban đầu giữa họ đối với O là 20m, hỏi cần bao nhiêu thời gian (luôn luôn đo bởi O) để hai quan sát viên gặp nhau ?

Giải. Ta có :

$$\Delta t = \frac{\text{khoảng cách}}{\text{vận tốc}} = \frac{20m}{0{,}6 \times 3 \times 10^8\,m/s} = 11{,}1 \times 10^{-8}\,s.$$

5.4. Xem bài tập 5.3. Tính thời gian đo bởi O' để hai quan sát viên gặp nhau.

Giải. Hai biến cố đang xét là : (A) – vị trí của O' khi O tiến hành lần đo đầu tiên và (B) – sự gặp nhau giữa O và O'.

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Hai biến cố đó xảy ra với O' coi là điểm gốc. Trong những điều kiện đó khoảng thời gian đo bởi O' là thời gian riêng, và theo biểu thức về sự dãn nở của thời gian ta có :

$$\Delta t_o = (\Delta t)\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = (11,1 \times 10^{-8}\,s)\sqrt{1 - (0,6)^2} = 8,89 \times 10^{-8}\,s.$$

Có thể giải bài toán này với chú ý là khoảng cách ban đầu được xác định bởi O' và khoảng cách ban đầu được đo bởi O liên hệ với nhau bởi biểu thức co ngắn Lorentz – Fitzgerald :

$$L' = L_o\sqrt{1 - \left(\frac{v^2}{c^2}\right)} = (20m)\sqrt{1 - (0,6)^2} = 16m$$

Từ đó

$$\Delta t' = \frac{L'}{v} = \frac{16m}{0,6 \times 3 \times 10^8\,m/s} = 8,89 \times 10^{-8}\,s.$$

5.5. Chu kì bán rã của các piôn là $1,8.10^{-8}$s. Một chùm piôn phát ra từ một máy gia tốc với vận tốc 0,8c. Tìm quãng đường theo quan điểm cổ điển để trên quãng đường đó một nửa số hạt piôn bị phân hủy.

Giải. Ta có :

$$\text{quãng đường} = v\Delta t = (0,8 \times 3 \times 10^8\ m/s)(1,8 \times 10^{-8}s) = 4,32m.$$

5.6. Giải bài toán 5.5. theo quan điểm tương đối tính.

Giải. Chu kì bán rã được xác định bởi một quan sát viên đứng yên đối với chùm piôn. Đối với một quan sát viên đứng yên đối với phòng thí nghiệm chu kì bán rã đã tăng lên và có biểu thức :

$$\Delta t = \frac{\Delta t_o}{\sqrt{1 - \left(\frac{v^2}{c^2}\right)}} = \frac{1,8 \times 10^{-8}\,s}{\sqrt{1 - (0,8)^2}} = 3 \times 10^{-8}\,s.$$

Do đó quãng đường đi được là

$$d = v\Delta t = (0,8 \times 3 \times 10^8 m/s)(3 \times 10^{-8}s) = 7,2m$$

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Đối với quan sát viên đứng yên so với chùm hạt, quãng đường d_p các hạt đi qua là ngắn hơn so với quãng đường d_l đo trong hệ quy chiếu phòng thí nghiệm :

$$d_p = d_l \sqrt{1 - \left(\frac{v^2}{c^2}\right)} = d_l \sqrt{1 - (0,8)^2} = 0,6d_l .$$

Khi các hạt đi hết quãng đường d_p, thời gian đã trôi qua là :

$$\Delta t_o = \frac{d_p}{v} \text{ nghĩa là } 1,8 \times 10^{-8}\,s = \frac{0,6d_l}{0,8 \times 3 \times 10^8 \frac{m}{s}} ;$$

từ đó d_l = 7,20m, kết quả này phù hợp với đáp số suy ra từ biểu thức về sự dãn nở của thời gian.

BÀI TOÁN BỔ SUNG

5.7. Một nguyên tử bị phân rã sau 2.10^{-6}s. Biết vận tốc của nguyên tử so với phòng thí nghiệm là 0,8c, tìm thời gian sống của nguyên tử đo bởi quan sát viên đứng yên trong phòng thí nghiệm.

Đáp số. $3,33 \times 10^{-6}$s.

5.8. Vận tốc của một tên lửa phải bằng bao nhiêu để người lái sẽ già chậm hơn hai lần so với một quan sát viên trên mặt đất ?

Đáp số. 0,866c.

5.9. Một người có thể còn sống 60 năm nữa muốn thăm một thiên hà cách 160.000 năm ánh sáng. Tìm vận tốc không đổi người đó cần có cho chuyến du lịch đó.

Đáp số. $v/c = 1 - (0,703 \times 10^{-7})$.

5.10. Một hạt chuyển động với vận tốc 0,8c trong hệ quy chiếu phòng thí nghiệm và bị phân rã sau khi đi được 3m. Tìm thời gian sống của hạt trong hệ quy chiếu phòng thí nghiệm.

Đáp số. $1,25 \times 10^{-8}$s.

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

5.11. Xem bài toán 5.10. Tìm thời gian sống của hạt đo bởi một quan sát viên đứng yên đối với hạt.

Đáp số. $0,75.10^{-8}$s.

Chương 6

ĐỘ ĐO TƯƠNG ĐỐI TÍNH CỦA KHÔNG – THỜI GIAN

Trong các chương trước đây chúng ta đã nghiên cứu một cách hơi riêng rẽ các bài tập về đo không gian và thời gian. Tuy nhiên trong nhiều bài tập hai loại đo đó thường trộn lẫn vào nhau không thể tách rời. Trong chương này chúng ta sẽ nghiên cứu một số ví dụ.

BÀI TOÁN CÓ LỜI GIẢI

6.1. Một thước mét chuyển động với vận tốc 0,6c trước một quan sát viên theo hướng song song với độ dài của thước. Hỏi cần bao nhiêu thời gian để thước đi ngang qua quan sát viên đứng yên trong hệ quy chiếu phòng thí nghiệm ?

Giải. Độ dài quan sát được của thước mét có thể tính theo biểu thức về hiệu ứng co ngắn :

$$L = L_o\sqrt{1-(v^2/c^2)} = (1m)\sqrt{1-(0,6)^2} = 0,8m.$$

Vậy thời gian vượt qua độ dài L sẽ là :

khoảng cách = vận tốc × thời gian

$$0,8m = (0,6 \times 3 \times 10^8 m/s) \times \Delta t,$$

$$\Delta t = 4,44 \times 10^{-9}s.$$

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

6.2. Ánh sáng phát đi từ miền xa nhất của thiên hà chúng ta, phải mất 10^5 năm để đến Trái Đất. Trong vòng 50 năm một hành khách phải du hành với vận tốc bao nhiêu để đến được miền xa xôi đó ?

Giải. Đối với một quan sát viên đứng yên trên mặt đất ánh sáng đã vượt qua quãng đường : $d_o = c(\Delta t) = 10^5c$ trong 10^5 năm. Trong biểu thức đó c được đo bằng km/năm. Với một hành khách chuyển động với vận tốc v đối với Trái Đất khoảng cách sẽ ngắn lại và

$$d = d_o\sqrt{1-(v^2/c^2)} = (10^5c)\sqrt{1-\left(\frac{v^2}{c^2}\right)}.$$

Khoảng thời gian cần thiết cho chuyến du hành là 50 năm, như vậy

$$v = \frac{d}{\Delta t} = \frac{10^5c\sqrt{1-(v^2/c^2)}}{50}$$

Từ đó

$$\frac{v}{c} = \sqrt{1-2{,}5\times 10^{-7}} \approx 0{,}999999875.$$

Ở vận tốc này hành khách đến đích sẽ già đi 50 tuổi.

6.3. Thời gian sống trung bình của một hạt μ–mêzôn được tạo ra trên độ cao 6000m của khí quyển là 2.10^{-6}s. Lúc tạo thành, hạt có vận tốc 0,998c hướng về phía mặt đất. Tìm quãng đường trung bình hạt đi qua trước khi bị phân rã, đối với một quan sát viên trên mặt đất (theo quan điểm cổ điển quãng đường đó là :

$d = v\Delta t = (0{,}998 \times 3 \times 10^8\text{m/s})\ (2 \times 10^{-6}\text{s}) = 599\text{m}$, và tính trung bình một hạt μ–mêzôn không bao giờ đến được mặt đất).

Giải. Đối với một quan sát viên mặt đất do hiệu ứng kéo dãn thời gian, thời gian sống của hạt tăng lên :

$$\Delta t_{\text{mặt đất}} = \frac{\Delta t}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}} = \frac{2\times 10^{-6}\text{s}}{\sqrt{1-(0{,}998)^2}} = 31{,}6 \times 10^{-6}\text{s},$$

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

và quãng đường hạt đi qua đối với quan sát viên đó là :

$$d = v\Delta t_{\text{mặt đất}} = (0{,}998 \times 3 \times 10^8 \text{m/s})\ (31{,}6 \times 10^{-6}\text{s}) = 9470\text{m}.$$

Như vậy đối với quan sát viên đứng yên so với mặt đất, tính trung bình hạt μ–mêzôn tạo thành trên tầng cao khí quyển đó có thể đến được mặt đất.

6.4. Giả sử một quan sát viên O đứng yên đối với hạt μ–mêzôn của bài toán 6.3. Vào thời điểm hạt bị phân rã, quan sát viên O thấy mặt đất cách mình bao nhiêu mét ? So sánh khoảng cách đó với khoảng cách quan sát viên O – mặt đất vào thời điểm tạo thành hạt μ–mêzôn.

Giải. Đối với quan sát viên O đứng yên đối với hạt μ–mêzôn, Trái Đất đã di chuyển một khoảng :

$$d = v\Delta t_o = (0{,}998 \times 3 \times 10^8 \text{m/s})\ (2 \times 10^{-6}\text{s}) = 599\text{m}.$$

Trong khi đó khoảng cách ban đầu L bị co ngắn lại (do hiệu ứng Lorentz Fitzgerald) :

$$L = L_o\sqrt{1-(v^2/c^2)} = (6 \times 10^3\text{m})\sqrt{1-(0{,}998)^2} = 379\text{m}.$$

Như vậy tính trung bình, đối với quan sát viên O đứng yên đối với hạt μ–mêzôn thì hạt μ–mêdôn đó sẽ đến được mặt đất. Kết quả này phù hợp với kết quả của bài toán trước.

6.5. Một tên lửa chuyển động với vận tốc 0,6c đối với Trái Đất. Khi bay gần Trái Đất, hoa tiêu điều chỉnh cho đồng hồ của mình trùng với 12 giờ trưa. Vào lúc 12h30 (giờ của hoa tiêu) tên lửa bay ngang qua một trạm vũ trụ đứng yên đối với Trái Đất. Hỏi khi tên lửa bay ngang qua trạm vũ trụ thì trên trạm là mấy giờ ?

Giải. Theo biểu thức về dãn thời gian

$$\Delta t_{\text{trạm}} = \frac{\Delta t_{\text{tênlửa}}}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}} = \frac{30\text{ph}}{\sqrt{1-(0{,}6)^2}} = 37{,}5\text{ph}.$$

Vậy lúc đó trên trạm là 12h37,5ph.

6.6. Tìm khoảng cách Trái Đất – trạm vũ trụ trong bài tập trước xác định bởi (a) hoa tiêu của tên lửa ; (b) một quan sát viên trên mặt đất.

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Giải. (a) khoảng cách = vận tốc × thời gian =

$= (0{,}6 \times 3 \times 10^8 m/s)\ (30ph \times 60s/ph)$

$= 3{,}24 \times 10^{11} m$;

(b) khoảng cách = vận tốc × thời gian =

$= (0{,}6 \times 3 \times 10^8 m/s)\ (37{,}5ph \times 60s/ph)$

$= 4{,}05 \times 10^{11} m.$

6.7. Xem các bài toán 6.5 và 6.6. Vào thời điểm tên lửa bay ngang qua trạm vũ trụ, hoa tiêu tiến hành liên lạc với Trái Đất. Hỏi vào thời điểm nào (a) lấy theo thời gian của Trái Đất, (b) lấy theo thời gian của tên lửa, thì Trái Đất nhận được tín hiệu của hoa tiêu ?

Giải. (a) Đối với quan sát viên mặt đất :

$$\text{thời gian} = \frac{\text{khoảng cách}}{\text{vận tốc}} = \frac{4{,}05 \times 10^{11} m}{3 \times 10^8 m/s} \times \frac{1ph}{60s} = 22{,}5ph\ ;$$

và tín hiệu đến lúc

$$12h37ph30s + 22ph30s = 13h.$$

(b) Đối với hoa tiêu

$$\text{thời gian} = \frac{\text{khoảng cách}}{\text{vận tốc}} = \frac{3{,}24 \times 10^{11} m}{3 \times 10^8 m/s} \times \frac{1ph}{60s} = 18ph,$$

và tín hiệu đến lúc

$$12h30 + 18ph = 12h48ph.$$

6.8. Một quan sát viên O phát hiện hai biến cố có các khoảng cách không gian và thời gian lần lượt là $3{,}6.10^8 m$ và 2s. Tìm khoảng thời gian riêng giữa hai biến cố đó.

Giải. Khoảng thời gian riêng của hai biến cố sẽ là khoảng thời gian giữa hai biến cố đo được bởi một quan sát viên O' chuyển động đối với O nếu như hai biến cố đó xảy ra tại cùng một điểm (đối với O'). Nếu A và B là hai biến cố đó, theo các công thức biến đổi Lorentz về toạ độ :

$$x'_B - x'_A = \frac{(x_B - x_A) - v(t_B - t_A)}{\sqrt{1 - (v^2/c^2)}},$$

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$$0 = \frac{3{,}6 \times 10^8 m - v(2s)}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}},$$

$$v = 1{,}8 \times 10^8 m/s = 0{,}6c.$$

Bằng cách trừ hai biến đổi Lorentz ta nhận được khoảng thời gian riêng

$$t'_B - t'_A =$$

$$= \frac{(t_B - t_A) - \frac{v}{c^2}(x_B - x_A)}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}} = \frac{2s - \frac{0{,}6 \times 3{,}6 \times 10^8 m/s}{3 \times 10^8 m/s}}{\sqrt{1-(0{,}6)^2}} = 1{,}6\,s.$$

Một phương pháp khác để tìm lời giải là sử dụng giá trị của v và biểu thức về kéo dãn thời gian :

$$\Delta t_o = (\Delta t)\sqrt{1-(v^2/c^2)} = (2s)\sqrt{1-(0{,}6)^2} = 1{,}6s.$$

6.9. Đối với một quan sát viên O hai biến cố xảy ra đồng thời và cách nhau 600km. Một quan sát viên khác O' thấy hai biến cố trên xảy ra cách nhau 1200km. Tìm khoảng thời gian giữa hai biến cố đó đối với O'.

Giải. Giả sử A và B là hai biến cố trên. Bằng cách trừ hai biến đổi Lorentz ta có :

$$x'_B - x'_A = \frac{(x_B - x_A) - v(t_B - t_A)}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}},$$

$$12 \times 10^5 m = \frac{6 \times 10^5 m - v(o)}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}}.$$

$$\frac{v}{c} = 0{,}866.$$

Lại dùng phép trừ : $t'_B - t'_A = \dfrac{(t_B - t_A) - \frac{v}{c^2}(x_B - x_A)}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}} =$

$$= \frac{0 - \frac{0{,}866(6 \times 10^5 m)}{3 \times 10^8 m/s}}{\sqrt{1-(0{,}866)^2}} = -3{,}46.\ 10^{-3}s.$$

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Dấu trừ chứng tỏ rằng đối với O' biến cố A xẩy ra sau biến cố B.

6.10. Một quan sát viên O' chuyển động với vận tốc 0,8c đối với một trạm vũ trụ và hướng về phía sao α của chòm Nhân Mã ở cách 4 năm ánh sáng. Khi đến nơi, O' quay xung quanh sao α và trở về ngay trạm vũ trụ và gặp lại người anh em sinh đôi của mình vẫn thường xuyên ở trên trạm vũ trụ. So sánh tuổi của hai anh em khi họ gặp nhau.

Giải. Đối với O thời gian chuyến đi là

$$\Delta t = \frac{\text{quãng đường}}{\text{vận tốc}} = \frac{4 \text{ năm} \times (\text{quãng đường ánh sáng đi qua/năm})}{0{,}8 \times (\text{quãng đường ánh sáng đi qua/năm})} =$$

$$= 5 \text{ năm}$$

Chuyến về được thực hiện với cùng vận tốc, vì vậy thời gian tổng cộng là $\Delta t_{\text{du hành đi và về}} = 10$ năm.

Bản thân O' đo thời gian riêng của chuyến du hành. Theo phép biến đổi Lorentz

$\Delta t_o = \Delta t\sqrt{1-(v^2/c^2)} = 5 \text{ năm}\sqrt{1-(0{,}8)^2} = 3$ năm, và khoảng thời gian trôi qua đo bởi O' là $\Delta t_{\text{du hành}} = 6$ năm.

Như vậy khi hai anh em gặp nhau, O' thấy mình trẻ hơn 4 tuổi so với O. Kết quả này minh hoạ cho bài toán nổi tiếng về "anh em sinh đôi". Cần chú ý rằng quá trình chuyển động của hai anh em sinh đôi là không đối xứng. Việc đổi hướng chuyển động của O' quanh ngôi sao là có thực (O' phải chịu gia tốc), trong khi việc đổi hướng chuyển động của O mà O' nhìn thấy chỉ là bề ngoài, không xảy ra trong thực tế (O không hề chịu một gia tốc nào trong suốt quá trình trên). Trong những điều kiện đó chuyển động của O' tương đương với chuyển động của hai quan sát viên quán tính : một chuyển động với vận tốc +0,8c và một chuyển động với vận tốc −0,8c. Còn O, ngược lại, chỉ tương đương với một quan sát viên quán tính duy nhất.

6.11. Xem bài toán 6.10. Bây giờ giả sử rằng mỗi năm O (theo thời gian của mình) gửi một tín hiệu sáng về phía O'. Tìm số tín hiệu sáng mà O' nhận được trên mỗi chặng đường

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

du hành của anh ta (Nói cách khác người em sinh đôi O' sẽ nhìn thấy gì nếu anh ta trên thực tế có thể nhìn được O trong kính viễn vọng).

Giải. Theo O thì O' đến sao α sau t = 5 năm. Để một tín hiệu sáng đến ngôi sao trên đồng thời với O' thì tín hiệu sáng đó phải gửi đi trước đó một thời gian nào đó cho bởi hệ thức :

$$\text{thời gian} = \frac{\text{khoảng cách}}{\text{vận tốc}} =$$

$$= \frac{\text{4năm} \times (\text{quãng đường ánh sáng đi qua/năm})}{\text{quãng đường ánh sáng đi qua/năm}} = 4 \text{ năm.}$$

Trong những điều kiện đó tín hiệu do O phát đi vào lúc t = 1 năm sẽ đến sao α cùng lúc với O'. Trong khi mà O phát 10 tín hiệu thì 9 tín hiệu O' sẽ nhận được trên chặng đường trở về.

6.12. Xem các bài toán 6.10 và 6.11. Bây giờ giả sử rằng mỗi năm O' (theo thời gian của mình) gửi một tín hiệu sáng về phía O. Ta hãy xét tín hiệu được phát vào lúc O' đến sao α ; hỏi tín hiệu này được nhận vào thời điểm nào (theo thời gian của O) ?

(Nói cách khác, O sẽ nhìn thấy gì nếu anh ta có thể nhìn thấy người em sinh đôi qua kính viễn vọng).

Giải. Đối với O thì O' đến đích sau 5 năm. Một tín hiệu sáng phát bởi O' sẽ đến O sau một khoảng thời gian (đo bởi O) là :

$$\Delta t = \frac{\text{khoảng cách}}{\text{vận tốc}} =$$

$$= \frac{\text{4 năm} \times (\text{quãng đường ánh sáng đi qua/năm})}{\text{quãng đường ánh sáng đi qua/năm}} = 4 \text{ năm.}$$

Như vậy O sẽ nhận được tín hiệu vào thời điểm t = 5 năm + 4 năm = 9 năm. Trong những điều kiện đó, trong số các tín hiệu do O' phát ra thì O sẽ nhận được 3 tín hiệu trong vòng 9 năm đầu (cứ 3 năm nhận được một tín hiệu), còn 3 tín hiệu sau O nhận được vào năm cuối cùng.

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

6.13. Một hành khách ngồi phía sau một tên lửa bắn một viên đạn vào một bia ở đầu mũi tên lửa. Độ dài tên lửa là 60m và vận tốc của viên đạn trong hệ quy chiếu gắn với hành khách là 0,8c. Hỏi sau thời gian bao nhiêu (theo thời gian của hành khách) thì viên đạn đến đích ?

Giải. Ta có :

$$\Delta t = \frac{\text{khoảngcách}}{\text{vận tốc}} = \frac{60\text{m}}{0{,}8 \times 3 \times 10^8\text{m/s}} = 2{,}50 \times 10^{-7}\text{s}.$$

6.14. Xem bài toán 6.13. Tìm thời gian bay của viên đạn đối với một quan sát viên mặt đất biết rằng vận tốc của tên lửa đối với mặt đất là 0,6c.

Giải. Bằng cách trừ hai biến đổi Lorentz ngược, ta có :

$$t_B - t_A = \frac{t'_B - t'_A + \frac{v}{c^2}(x'_B - x'_A)}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}} =$$

$$= \frac{2{,}5 \times 10^{-7}\text{s} + \frac{(0{,}6)(60\text{m})}{3 \times 10^8\text{m/s}}}{\sqrt{1-(0{,}6)^2}} = 4{,}63 \times 10^{-7}\text{s}.$$

6.15. Khi đứng yên hai tên lửa A và B lần lượt có độ dài là 90m và 200m. Khi hai tên lửa bay lại gặp nhau, hoa tiêu của tên lửa A thấy rằng tên lửa của mình đi qua mũi tên lửa B hết 5×10^{-7}s. Tìm vận tốc tương đối của hai tên lửa.

Giải. Vận tốc tương đối xác định bởi hoa tiêu A :

$$v = \frac{d}{\Delta t} = \frac{90\text{m}}{5 \times 10^{-7}\text{s}} = 1{,}8 \times 10^8\text{m/s} = 0{,}6\text{c}$$

6.16. Xem bài toán 6.15. Xác định khoảng thời gian cần thiết đối với hoa tiêu B để cho mũi tên lửa của mình đi qua hết chiều dài của tên lửa A.

Giải. Đối với mỗi hoa tiêu vận tốc tương đối của hai tên lửa có cùng giá trị. Tuy nhiên hoa tiêu B thấy chiều dài của tên lửa A co ngắn lại :

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$$L = L_o\sqrt{1-(v^2/c^2)} = (90m)\sqrt{1-(0,6)^2} = 72m.$$

Lúc đó khoảng thời gian đo bởi hoa tiêu B là :

$$\Delta t_B = \frac{L}{v} = \frac{72m}{0,6 \times 3 \times 10^8 m/s} = 4 \times 10^{-7}s.$$

6.17. Một tên lửa dài 90m chuyển động với vận tốc 0,8c đối với Trái Đất. Vào lúc tên lửa đi ngang qua trước mặt một quan sát viên mặt đất, hoa tiêu (ngồi ở đầu tên lửa) phát một tín hiệu sáng về phía đuôi tên lửa. Vào thời điểm nào (a) đối với hoa tiêu, (b) đối với quan sát viên mặt đất thì tín hiệu sáng truyền đến đuôi tên lửa ?

Giải. (a) Giả sử A và B lần lượt là hai biến cố tương ứng với việc phát và thu ánh sáng. Đối với hoa tiêu vận tốc của tín hiệu sáng là –c, do đó

$$t'_B - t'_A = \frac{x'_B - x'_A}{-c} = \frac{-90m}{-3 \times 10^8 m/s} = 3 \times 10^{-7}s.$$

(b) Trừ hai biến đổi Lorentz ngược ta có :

$$t_B - t_A = \frac{(t'_B - t'_A) + \frac{v}{c^2}(x'_B - x'_A)}{\sqrt{1-\left(\frac{v^2}{c^2}\right)}} =$$

$$= 3 \times 10^{-7}s + (0,8)\frac{(-90m)}{3 \times 10^8 m/s} = 1 \times 10^{-7}s.$$

6.18. Xem bài toán 6.17. Vào thời điểm nào thì đuôi tên lửa vượt qua quan sát viên mặt đất. Xét hai trường hợp (a) đối với quan sát viên mặt đất, (b) đối với hoa tiêu của tên lửa.

Giải. (a) Độ dài L của tên lửa xác định bởi quan sát viên mặt đất là

$$L = L_o\sqrt{1-(v^2/c^2)} = (90m)\sqrt{1-(0,8)^2} = 54m.$$

Từ đó

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$$\Delta t = \frac{L}{v} = \frac{54m}{0,8 \times 3 \times 10^8 m/s} = 2,25 \times 10^{-7} s.$$

$$\text{(b)}\ \Delta t' = \frac{L'}{v} = \frac{90}{0,8 \times 3\ 10^8 m/s} = 3,75 \times 10^{-7}\ s.$$

6.19. Một tên lửa chở một quan sát viên O' chuyển động với vận tốc 0,8c đối với một trạm vũ trụ trên đó có một quan sát viên O. Biết rằng O và O' đã chỉnh cho đồng bộ các đồng hồ theo cách thông thường (nghĩa là t = t' = 0 khi x = x' = 0) và rằng O nhìn đồng hồ của O' bằng một kính viễn vọng. Tìm thời gian mà O đọc được trên đồng hồ của O' vào lúc đồng hồ của mình chỉ 30s.

Giải. Chúng ta định nghĩa biến cố A là việc phát tín hiệu sáng bởi O' và biến cố B là việc O nhận được tín hiệu sáng đó. Vấn đề của chúng ta là xác định t'_A. Áp dụng biến đổi Lorentz cho A ta có :

$$t_A = \frac{t'_A + (v/c^2)x'_A}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}} = \frac{t'_A + (v/c^2)(o)}{\sqrt{1-(0,8)^2}} = \frac{t'_A}{0,6},$$

$$x_A = \frac{x'_A + vt'_A}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}} = \frac{0 + (0,8 \times 3 \times 10^8 m/s)t'_A}{\sqrt{1-(0,8)^2}} =$$

$$= (4,0 \times 10^8 m/s)(t'_A).$$

Tín hiệu sáng truyền về phía x âm với vận tốc C, do đó

$$x_B - x_A = -c(t_B - t_A).$$

Bằng cách thay thế ta có :

$$0 - (4,0 \times 10^8 m/s)t'_A = (-3 \times 10^8 m/s)\ (30s - \frac{t'_A}{o,6}).$$

Từ đó $t'_A = 10,0s$.

Kết quả này, cũng như kết quả của bài toán 6.20, minh hoạ sự khác nhau tồn tại giữa sự kiện thấy một biến cố và sự kiện đo các toạ độ của nó.

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

6.20. Xem bài toán 6.19. Giả sử bây giờ O' nhìn đồng hồ của O trong kính viễn vọng. Tìm thời gian mà O' đọc được trên đồng hồ của O khi đồng hồ của O' chỉ 30s.

Giải. Trong trường hợp này A là biến cố O phát tín hiệu sáng và B là biến cố O' nhận được tín hiệu sáng đó. Như vậy ta phải xác định t'_B. Chúng ta lại áp dụng biến đổi Lorentz và có :

$$x'_A = \frac{x_A - vt_A}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}} = \frac{0-(3\times 10^8 m/s)(30s)}{\sqrt{1-(0,8)^2}} = -150 \times 10^8 m ;$$

$$t'_A = \frac{t_A - (v/c^2)x_A}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}} = \frac{30s-(v/c^2)(0)}{\sqrt{1-(0,8)^2}} = 50s.$$

Khi tín hiệu sáng phát từ O đến O' và được đo bởi O', tia sáng sẽ truyền theo chiều $x > 0$ với vận tốc c, do đó :

$$x'_B - x'_A = c(t'_B - t'_A).$$

Thay số ta có :

$$0 - (-150 \times 10^8 m) = (3 \times 10^8 m/s)\ (t'_B - 50s) ;$$

từ đó $t'_B = 100s$.

6.21. Phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2 = 0$ cho chúng ta mối liên hệ giữa các toạ độ không gian và thời gian của một điểm mà một xung ánh sáng dưới dạng sóng cầu xuất phát từ gốc toạ độ vào lúc $t = t' = 0$ truyền đến điểm đó. Áp dụng phép biến đổi Lorentz chứng tỏ rằng đối với quan sát viên O', xung ánh sáng đó cũng là sóng cầu phù hợp với tiên đề Einstein mà theo tiên đề này vận tốc ánh sáng là không đổi đối với mọi quan sát viên.

Giải. Theo biến đổi Lorentz ta có :

$$x^2 = \left[\frac{x'+vt'}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}}\right]^2 = \frac{1}{1-(v^2/c^2)}\ (x'^2 + v^2t'^2 + 2vx't'),$$

$$t^2 = \left[\frac{t'+(v/c^2)x'}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}}\right]^2 = \frac{1}{1-(v^2/c^2)}\left(\frac{v^2}{c^4}x'^2 + t'^2 + \frac{2v}{c^2}x't'\right),$$

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$$y^2 = y'^2, \qquad z^2 = z'^2.$$

Bằng cách thay thế ta có :

$$x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2t'^2.$$

Do $x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2 = 0$

nên $x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2t'^2 = 0$,

và tín hiệu sáng nhận được bởi O' cũng là sóng cầu.

6.22. Chứng tỏ rằng biểu thức vi phân

$$dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2dt^2$$

là bất biến đối với phép biến đổi Lorentz.

Giải. Nếu biểu thức đã cho là bất biến, nó phải có cùng dạng khi biểu diễn nó theo các toạ độ có dấu phẩy. Theo phép biến đổi Lorentz :

$$dx^2 = \left[\frac{dx' + vdt'}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}}\right]^2 = \frac{1}{1-(v^2/c^2)}\,(dx'^2 + v^2dt^2 + 2vdx'dt'),$$

$$dt^2 = \left[\frac{dt' + (v/c^2)dx'}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}}\right]^2 = \frac{1}{1-(v^2/c^2)}\left(\frac{v^2}{c^4}dx'^2 + dt'^2 + \frac{2v}{c^2}dx'dt'\right),$$

$$dy^2 = dy'^2, \qquad dz^2 = dz'^2.$$

Bằng cách thay thế ta có :

$$dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2dt^2 = dx'^2 + dy'^2 + dz'^2 - c^2dt'^2.$$

6.23. Chứng tỏ rằng phương trình sóng điện từ

$$\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\Phi}{\partial t^2} = 0$$

là bất biến đối với phép biến đổi Lorentz.

Giải. Biểu thức trên là bất biến nếu nó giữ nguyên dạng khi được biểu diễn qua các toạ độ có dấu phẩy. Áp dụng các biến đổi Lorentz ta có :

$$\frac{\partial x'}{\partial x} = \frac{1}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}}\,; \qquad \frac{\partial x'}{\partial t} = \frac{v}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}}\,;$$

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$$\frac{\partial t'}{\partial x} = \frac{v/c^2}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}}\ ; \qquad \frac{\partial t'}{\partial t} = \frac{1}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}}\ ;$$

$$\frac{\partial y'}{\partial y} = \frac{\partial z'}{\partial z} = 1\ ; \qquad \frac{\partial x'}{\partial y} = \frac{\partial x'}{\partial z} = \frac{\partial y'}{\partial x} = \ldots = 0.$$

Từ đó theo quy tắc lấy đạo hàm các hàm số kép :

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = \frac{\partial \Phi}{\partial x'}\frac{\partial x'}{\partial x} + \frac{\partial \Phi}{\partial y'}\frac{\partial y'}{\partial x} + \frac{\partial \Phi}{\partial z'}\frac{\partial z'}{\partial x} + \frac{\partial \Phi}{\partial t'}\frac{\partial t'}{\partial x} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}}\frac{\partial \Phi}{\partial x'} + \frac{-v}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}}\frac{\partial \Phi}{\partial t'}.$$

Đạo hàm lần nữa theo x ta có :

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} = \frac{1}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}}\left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x'^2} + \frac{v^2}{c^4}\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t'^2}\right) - \frac{2v}{c^2 - v^2}\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x'\partial t'}.$$

Tương tự :

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = \frac{-v}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}}\frac{\partial \Phi}{\partial x'} + \frac{1}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}}\frac{\partial \Phi}{\partial t'}\ ;$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = \frac{1}{1-(v^2/c^2)}\left(v^2\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t'^2}\right) - \frac{2v}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}}\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x'\partial t'}\ ;$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y'^2}\ ;\ \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z'^2}.$$

Thay vào phương trình sóng ta được :

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y'^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z'^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t'^2}.$$

Như vậy phương trình sóng điện từ là bất biến đối với phép biến đổi Lorentz. Chú ý rằng điều này không thể thu được từ phép biến đổi Galilée (xem bài toán 1.10).

BÀI TOÁN BỔ SUNG

6.24. Một hạt không bền, thời gian sống trung bình là $4\mu s$ được tạo ra trong một máy gia tốc năng lượng cao và được

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

phóng ra trong phòng thí nghiệm với vận tốc 0,6c. (a) Tìm thời gian sống trung bình của hạt trong hệ quy chiếu phòng thí nghiệm ; (b) Xác định quãng chạy của hạt trước khi bị phân rã cũng trong hệ phòng thí nghiệm đó ; (c) quãng chạy đó sẽ bằng bao nhiêu đối với một quan sát viên trong hệ quy chiếu gắn với hạt ?

Đáp số : (a) 5μs ; (b) 900m ; (c) 720m.

6.25. Một hạt μ–mêzôn, thời gian sống 8.10^{-6}s được tạo ra ở độ cao 10.000m. Tính vận tốc của hạt nếu như nó bị phân rã lúc đến mặt đất.

Đáp số : 0,972c.

6.26. Một thước một mét chuyển động với vận tốc 0,6c dọc theo trục x. Điểm giữa của thước đi qua trước mặt O vào thời điểm t = 0. Tìm các vị trí của các đầu mút của thước đối với O.

Đáp số : 40cm và –40cm.

6.27. Đối với một quan sát viên O diện tích của một hình tròn đứng yên trong mặt phẳng xy là 12cm^2. Tính diện tích của hình đó quan sát bởi một quan sát viên O' chuyển động với vận tốc 0,8c đối với O.

Đáp số. 7,2cm^2.

6.28. Một quan sát viên O phát hiện quá trình phát xạ một tín hiệu sáng màu đỏ. Sau 10^{-6}s, O phát hiện một tín hiệu sáng màu xanh ở cách xa 600m trên trục x. Tính vận tốc của một quan sát viên O' nếu O' thấy hai biến cố trên xảy ra đồng thời.

Đáp số. +0,5c

6.29. Xem bài toán 6.28. Tính khoảng không gian giữa hai tín hiệu sáng đối với O'.

Đáp số : 516,9m.

6.30. Một tên lửa dài 150m chuyển động với vận tốc 0,6c. Vào thời điểm khi đuôi tên lửa đi ngang qua trước một quan sát viên đứng trên một sân ga vũ trụ, quan sát viên này phát

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

ra một tín hiệu sáng theo hướng chuyển động của tên lửa. (a) Tính khoảng cách từ sân ga đến mũi tên lửa khi ánh sáng truyền đến mũi tên lửa. (b) Đối với quan sát viên trên sân ga, khoảng thời gian giữa thời điểm phát và thời điểm thu tín hiệu sáng bằng bao nhiêu ? (c) Đối với một quan sát viên ngồi phía trước tên lửa, khoảng thời gian này bằng bao nhiêu ?

Đáp số (a) 300m ; (b) 10^{-6}s ; (c) $0,5 \times 10^{-6}$s.

6.31. Đối với một quan sát viên O hai biến cố xảy ra tại cùng một địa điểm và cách nhau 4s. Tìm khoảng không gian của hai biến cố trên đối với một quan sát viên O' nếu O' thấy khoảng thời gian giữa hai biến cố là 5s.

Đáp số. 9×10^8m.

6.32. Một quan sát viên kích thích hai chớp sáng trên trục x. Quan sát viên đó thấy rằng chớp sáng thứ nhất có các toạ độ t = 1 giờ và x = 0, còn chớp sáng thứ hai xảy ra sau 20s và ở toạ độ $x = 9 \times 10^8$m. Tính các khoảng không gian và thời gian giữa hai biến cố đó đối với một hành khách chuyển động dọc theo trục x với vận tốc −0,6c

Đáp số. 27,3s ; $56,3 \times 10^8$m.

6.33. Vận tốc tương đối giữa O và O' là 0,8c. Một viên đạn được bắn ra vào thời điểm $t' = 2 \times 10^{-7}$s ở x' = 100m. Viên đạn bay với vận tốc không đổi và bắn trúng vào một bia đặt ở gốc O' vào lúc $t' = 6 \times 10^{-7}$s. Tính vận tốc của viên đạn và quãng đường mà viên đạn bay qua đối với O.

Đáp số. -3×10^7m/s ; −6,67m.

6.34. Một quan sát viên mặt đất O thấy rằng một tên lửa phải mất 5×10^{-7}s để bay hết quãng đường 90m giữa hai điểm mốc đứng yên đối với O. Tìm vận tốc của tên lửa đối với O.

Đáp số. 0,6c.

6.35. Xem bài toán 6.34. Tìm các khoảng không gian và thời gian giữa hai biến cố đối với một quan sát viên đứng yên đối với tên lửa.

Đáp số. 72m ; 4×10^{-7}s.

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

6.36. Một chùm tia laser quay với tốc độ 150 vòng/phút và được phát đến một màn ở cách xa 80.000km. Tìm vận tốc quét trên màn.

Đáp số. 12,63 × 10^5km/s (chú thích : c = 3 × 10^5km/s).

6.37. Chứng tỏ rằng các biểu thức $x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2$ và $dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2dt^2$ đều không bất biến đối với phép biến đổi Galilée.

Chương 7

PHÉP BIẾN ĐỔI TƯƠNG ĐỐI TÍNH CÁC VẬN TỐC

Để thiết lập biểu thức biến đổi tương đối tính về vận tốc, chúng ta lập luận tương tự như khi tìm các biểu thức biến đổi Lorentz (xem H.1.1). Quan sát viên O' chuyển động dọc theo trục chung x–x' với vận tốc v đối với quan sát viên O. Mỗi quan sát viên đo vận tốc của cùng một hạt duy nhất, O đo được (u_x, u_y, u_z) còn O' đo được (u'_x, u'_y, u'_z), (u_x, u_y, u_z là các thành phần của vận tốc đối với hệ quy chiếu gắn với O ; còn u'_x, u'_y, u'_z là các thành phần của vận tốc đối với hệ quy chiếu gắn với O'). Bằng cách sử dụng các công thức biến đổi các toạ độ chúng ta tìm được các biểu thức sau đây của các phép biến đổi Lorentz về vận tốc :

$$u'_x = \frac{u_x - v}{1 - (v/c^2)u_x} \; ; \; u'_y = \frac{u_y\sqrt{1-(v^2/c^2)}}{1 - (v/c^2)u_x} \; ; \; u'_z = \frac{u_z\sqrt{1-(v^2/c^2)}}{1 - (v/c^2)u_x} \quad (7\text{–}1)$$

Cũng như trước đây trong các biểu thức này v > 0 nếu như O' chuyển động theo chiều dương của trục x và v < 0 trong trường hợp ngược lại.

Bằng phép biến đổi ngược ta có :

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$$u_x = \frac{u'_x + v}{1 + (v/c^2)u'_x} \; ; \; u_y = \frac{u'_y\sqrt{1-(v^2/c^2)}}{1 + (v/c^2)u'_x} \; ; \; u_z = \frac{u'_z\sqrt{1-(v^2/c^2)}}{1 + (v/c^2)u'_x} \quad (7\text{-}2)$$

Chú ý rằng, cũng như trong phép biến đổi các toạ độ, ta có thể nhận được các biểu thức (7–2) từ (7–1) bằng cách đổi chỗ các biến số có dấu phẩy và không dấu phẩy cùng với việc thay v bằng –v. Rõ ràng chúng ta sẽ phải nhận được kết quả này khi kể đến tính đối xứng vì theo tiên đề 1 của tiết 2.4, hai quan sát viên hoàn toàn bình đẳng và O chuyển động với vận tốc – v đối với O'.

7.1. PHÉP BIẾN ĐỔI CÁC VẬN TỐC VÀ VẬN TỐC ÁNH SÁNG

Chúng ta lại xét thí nghiệm đã nghiên cứu ở tiết 3.1, trong thí nghiệm đó một tín hiệu sáng được phát ra từ vị trí gốc toạ độ chung lúc O và O' trùng nhau ; ở thời điểm t = t' = 0, theo chiều dương của các trục x và x'. Nếu như đối với O các thành phần của vận tốc ánh sáng là $u_x = c$, $u_y = u_z = 0$ thì theo (7–1) vận tốc ánh sáng mà O' đo được sẽ có các thành phần :

$$u'_x = \frac{u_x - v}{1 - (v/c^2)u_x} = \frac{c - v}{1 - (v/c^2)c} = c, \; u'_y = u'_z = 0.$$

Như vậy đối với O' vận tốc của ánh sáng cũng là c, điều này phù hợp với tiên đề 2 của Einstein.

7.2. NHẬN XÉT CHUNG VỀ CÁCH GIẢI CÁC BÀI TOÁN VỀ VẬN TỐC

Thông thường có ba đối tượng liên quan đến các bài toán loại này : hai quan sát viên O, O' và một hạt P. Có hai vận tốc (6 số) được gắn với hạt P : vận tốc hạt đối với O (u_x, u_y, u_z) và vận tốc hạt đối với O' (u'_x, u'_y, u'_z). Đại lượng v xuất

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

hiện trong các biểu thức biến đổi là vận tốc của O' đối với O. Trong quá trình giải bài toán cần bắt đầu bằng việc tìm các dữ kiện để phân biệt O, O' và P. Có trường hợp việc phân biệt là rõ ràng, nhưng cũng có trường hợp việc chọn O, O' và P có thể tiến hành một cách tuỳ ý (ví dụ xem bài toán 7.3). Sau khi đã chọn O, O' và P chúng ta sẽ áp dụng các biểu thức của biến đổi Lorentz để tìm kết quả.

Cách tốt nhất để tránh nhầm lẫn khi giải các bài toán loại này là không được quên "đại lượng được xét *đối với đối tượng nào*". Nếu chỉ nói vận tốc của một vật sẽ không có ý nghĩa (cả trong cơ học cổ điển lẫn cơ học tương đối tính) vì rằng vận tốc của một vật luôn luôn được đo đối với một vật nào đó.

BÀI TOÁN CÓ LỜI GIẢI

7.1 Thiết lập biểu thức biến đổi Lorentz các vận tốc dọc theo trục x.

Giải. Lấy vi phân công thức Lorentz về toạ độ (3–1) ta có :

$$dx' = \frac{dx - vdt}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}} \; ; \; dt' = \frac{dt - \left(\frac{v}{c^2}\right)dx}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}}.$$

Chia dx' cho dt' :

$$u'_x = \frac{dx'}{dt'} = \frac{dx - vdt}{dt - \left(\frac{v}{c^2}\right)dx} = \frac{\frac{dx}{dt} - v}{1 - \frac{v}{c^2}\frac{dx}{dt}} = \frac{u_x - v}{1-(v/c^2)u_x}.$$

7.2 Với vận tốc bằng bao nhiêu thì các biểu thức Galilée và Lorentz về u'_x sẽ khác nhau 2% ?

Giải. Công thức biến đổi Galilée là $u'_{xG} = u_x - v$ và công thức biến đổi Lorentz là

$$u'_{xR} = \frac{u_x - v}{1-(v/c^2)u_x} = \frac{u'_{xG}}{1-(v/c^2)u_x}$$

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Sắp xếp lại ta có :

$$\frac{u'_{xR} - u'_{xG}}{u'_{xR}} = \frac{vu_x}{c^2}.$$

Như vậy nếu tích số vu_x lớn hơn $0{,}02c^2$ thì sai số khi dùng công thức Galilée thay cho công thức Lorentz sẽ lớn hơn 2%.

7.3. Có hai tên lửa A và B chuyển động đối với mặt đất : một chuyển động sang phải với vận tốc 0,8c và một chuyển động sang trái với vận tốc 0,6c. Tìm vận tốc của A đối với B.

Giải. Chọn O, O' và P tương ứng là Trái Đất, B và A. Lúc đó

$$u'_x = \frac{u_x - v}{1 - (v/c^2)u_x} = \frac{0{,}8c - (-0{,}6c)}{1 - \dfrac{(-0{,}6c)(0{,}8c)}{c^2}} = 0{,}946c.$$

Có thể giải bài toán theo cách khác bằng việc chọn O, O' và P lần lượt là A, B và Trái Đất. Lúc đó

$$u'_x = \frac{u_x - v}{1 - (v/c^2)u_x} \text{ và } 0{,}6c = \frac{-0{,}8c - v}{1 - (v/c^2)(-0{,}8c)}.$$

Sau khi giải ta được $v = -0{,}946c$ và ta lại tìm được kết quả trên. Dấu trừ xuất hiện trong đáp số vì v là vận tốc của O' đối với O, trong trường hợp này đó là vận tốc của tên lửa B đối với tên lửa A.

7.4. Giải lại bài toán trên đây trong trường hợp A chuyển động với vận tốc + 0,8c đối với Trái Đất theo hướng dương của y, còn B vẫn chuyển động theo hướng x âm.

Giải. Chọn O, O' và P lần lượt là Trái Đất, B và A. Lúc đó :

$$u'_x = \frac{u_x - v}{1 - (v/c^2)u_x} = \frac{0 - (-0{,}6c)}{1 - 0} = 0{,}6c \ ;$$

$$u'_y = \frac{u_y\sqrt{1 - (v^2/c^2)}}{1 - (v/c^2)u_x} = \frac{(0{,}8c)\sqrt{1 - (0{,}6)^2}}{1 - 0} = 0{,}64c.$$

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Từ đó độ lớn của vận tốc

$$u' = \sqrt{u'^2_x + u'^2_y} = (0,6c)^2 + (0,64c)^2 = 0,88c.$$

và hướng của vận tốc được xác định bởi

$$tg\phi' = \frac{u'_y}{u'_x} = \frac{0,64c}{0,60c} = 1,067 \text{ hay } \phi' = 46,85^o.$$

7.5. Một hạt chuyển động với vận tốc 0,8c và tạo với trục x một góc 30° đối với một quan sát viên O. Xác định vận tốc của hạt đối với một quan sát viên O' chuyển động dọc theo trục chung x – x' với vận tốc – 0,6c.

Giải. Đối với quan sát viên O, ta có :

$$u_x = (0,8c)\cos 30^o = 0,693c \; ; \; u_y = (0,8c)\sin 30^o = 0,400c.$$

Đối với quan sát viên O', theo phép biến đổi Lorentz các vận tốc :

$$u'_x = \frac{u_x - v}{1 - (v/c^2)u_x} = \frac{0,693c - (-0,6c)}{1 - \frac{(-0,6c)}{c^2}(0,693c)} = 0,913c \; ;$$

$$u'_y = \frac{u_y\sqrt{1 - (v^2/c^2)}}{1 - (v/c^2)u_x} = \frac{(0,4c)\sqrt{1 - (0,6)^2}}{1 - \frac{(-0,6c)}{c^2}(0,693c)} = 0,226c$$

Vận tốc của hạt đo bởi quan sát viên O' là :

$$u' = \sqrt{u'^2_x + u'^2_y} = \sqrt{(0,913c)^2 + (0,226c)^2} = 0,941c.$$

Gọi ϕ' là góc giữa vận tốc đó và trục x', ta có :

$$tg\phi' = \frac{u'_y}{u'_x} = \frac{0,226c}{0,913c} = 0,248 \text{ và } \phi' = 13,9^o.$$

7.6. Một hạt nhân phóng xạ chuyển động với vận tốc 0,5c trong hệ phòng thí nghiệm. Hạt nhân bị phân rã và phát ra một êlectrôn, chuyển động với vận tốc 0,9c đối với nhân và có cùng hướng với chuyển động của nhân. Tìm vận tốc của êlectrôn trên đối với hệ phòng thí nghiệm.

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Giải. Chọn O, O' và P lần lượt là quan sát viên đứng yên trong phòng thí nghiệm, hạt nhân phóng xạ và êlectrôn được phát ra. Lúc đó :

$$u_x = \frac{u'_x + v}{1 + (v/c^2)u'_x} = \frac{0{,}9c + 0{,}5c}{1 + \dfrac{(0{,}5c)(0{,}9c)}{c^2}} = 0{,}966c.$$

7.7. Xem bài toán 7.6. Giả sử bây giờ hạt nhân phát ra một êlectrôn theo hướng vuông góc với hướng chuyển động của hạt nhân trong hệ quy chiếu phòng thí nghiệm. Êlectrôn này có vận tốc là 0,9c trong hệ quy chiếu gắn với hạt nhân. Tìm vận tốc của êlectrôn trong hệ quy chiếu phòng thí nghiệm.

Giải. Sử dụng việc chọn O, O' và P như trong bài toán trước :

$$u_x = \frac{u'_x + v}{1 + (v/c^2)u'_x} = \frac{0 + 0{,}5c}{1 + 0} = 0{,}5c \ ;$$

$$u_y = \frac{u'_y\sqrt{1 - (v^2/c^2)}}{1 + (v/c^2)u'_x} = \frac{(0{,}9c)\sqrt{1 - (0{,}5)^2}}{1 + 0} = 0{,}779c.$$

Từ đó

$$u = \sqrt{u_x^2 + u_y^2} = \sqrt{(0{,}5c)^2 + (0{,}779c)^2} = 0{,}926c.$$

và $\quad \mathrm{tg}\phi = \dfrac{u_y}{u_x} = \dfrac{0{,}779c}{0{,}5c} = 1{,}56$ và $\phi = 57{,}3^\circ$.

7.8. Vào thời điểm t = 0 một quan sát viên phát ra một phôtôn theo hướng tạo với trục x một góc 60°. Một quan sát viên thứ hai chuyển động dọc theo trục chung x – x' với vận tốc 0,6c. Tìm góc giữa quỹ đạo của phôtôn với trục x' của O'.

Giải. Ta có :

$$u_x = c\cos 60^\circ = 0{,}500c \ ; \ u_y = c\sin 60^\circ = 0{,}866c \ ;$$

$$u'_x = \frac{u_x - v}{1 - (v/c^2)u_x} = \frac{0{,}5c - 0{,}6c}{1 - \dfrac{(0{,}6c)(0{,}5c)}{c^2}} = -0{,}143c \ ;$$

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$$u'_y = \frac{u_y\sqrt{1-(v^2/c^2)}}{1-(v/c^2)u_x} = \frac{(0,866c)\sqrt{1-(0,6)^2}}{1-\dfrac{(0,6c)(0,5c)}{c^2}} = 0,990c \ ;$$

từ đó

$$tg\phi' = \frac{u'_y}{u'_x} = \frac{0,990c}{-0,143c} = -6,92$$

và vận tốc tạo với chiều âm của trục x' một góc $\phi' = 81,8^o$. Độ lớn của vận tốc phôtôn đối với quan sát viên O' là

$$u' = \sqrt{u'^2_x + u'^2_y} = \sqrt{(-0,143c)^2 + (0,990c)^2} = c$$

đúng theo tiên đề 2 của Einstein.

7.9. Vận tốc của ánh sáng trong nước đứng yên là c/n, với n là chiết suất của nước (n = 4/3). Năm 1851 Fizeau đã tìm thấy rằng vận tốc ánh sáng (đối với phòng thí nghiệm) trong một dòng nước chuyển động với vận tốc V (đối với phòng thí nghiệm) có thể được biểu diễn dưới dạng :

$$u = \frac{c}{n} + kV,$$

trong đó k là hệ số kéo theo. Fizeau đo được k = 0,44.

Từ các phương trình Lorentz xác định giá trị của k.

Giải. Vận tốc ánh sáng đo bởi một quan sát viên đứng yên đối với nước là $u'_x = c/n$. Một quan sát viên đứng yên đối với phòng thí nghiệm khi coi ánh sáng là một hạt chuyển động, sẽ tìm thấy vận tốc của nó :

$$u_x = \frac{u'_x + V}{1 + \dfrac{V}{c^2}u'_x} = \frac{\dfrac{c}{n} + V}{1 + \dfrac{V}{c^2}\dfrac{c}{n}} = \left(\frac{c}{n} + V\right)\left(1 + \frac{V}{nc}\right)^{-1}$$

Với V nhỏ ta có biểu thức gần đúng

$$\left(1 + \frac{V}{nc}\right)^{-1} \approx 1 - \frac{V}{nc} \ ;$$

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

do đó

$$u_x \approx \left(\frac{c}{n} + V\right)\left(1 - \frac{V}{nc}\right) \approx \frac{c}{n} + \left[1 - \frac{1}{n^2}\right]V,$$

trong đó ta đã bỏ qua lượng V^2/c. Cuối cùng

$$k \approx 1 - \frac{1}{n^2} = 1 - \frac{1}{(4/3)^2} = 0{,}438$$

phù hợp với kết quả thực nghiệm của Fizeau.

BÀI TOÁN BỔ SUNG

7.10. Một tên lửa chuyển động với vận tốc c/3 đối với một quan sát viên cầm trong tay một đèn chiếu sáng. Hoa tiêu của tên lửa tiến hành đo vận tốc ánh sáng phát ra từ đèn chiếu. Xác định vận tốc này bằng cách áp dụng các phương trình Lorentz.

Đáp số. c

7.11. Hoa tiêu trên một tên lửa chuyển động với vận tốc 0,8c đối với mặt đất, phát hiện thấy một tên lửa khác chuyển động theo chiều ngược lại với vận tốc 0,7c. Xác định vận tốc của tên lửa thứ hai này đối với một quan sát viên mặt đất.

Đáp số. 0,227c

7.12. Một quan sát viên trên một tên lửa A phát hiện thấy hai tên lửa B và C đi xa anh ta theo hai hướng ngược nhau với các vận tốc tương ứng 0,6c và 0,8c.

Tìm vận tốc của C đo bởi B.

Đáp số. 0,946c (theo tính toán cổ điển đáp số là 1,4c).

7.13. Một quan sát viên O' chuyển động dọc theo trục x–x' với vận tốc c/2 đối với một quan sát viên O. O đo được vận tốc của một hạt chuyển động dọc theo trục y là $c/\sqrt{3}$. Tính vận tốc của hạt này đối với O'.

Đáp số. $c/\sqrt{2}$, 135°.

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

7.14. Một quan sát viên trên một sân ga vũ trụ phát hiện hai tên lửa đang tiến gần lại ảnh ta từ hai hướng ngược nhau với các vận tốc tương ứng là 0,9c và 0,8c. Tính vận tốc của tên lửa này đối với tên lửa kia.

Đáp số. 0,998c.

7.15. Thiết lập các biểu thức biến đổi Lorentz đối với các vận tốc theo các hướng y và z.

7.16. Thiết lập các biểu thức ngược (7-2) từ các biểu thức thuận (7-1).

7.17. Một hạt mêzôn K^o đứng yên phân rã thành hai hạt mêzôn π^+ và mêzôn π^- với vận tốc của mỗi hạt là 0,827c. Giả sử có một hạt mêzôn K^o đang chuyển động với vận tốc 0,6c và bị phân rã, tìm vận tốc lớn nhất mà một trong hai hạt mêzôn π có thể đạt được.

Đáp số. 0,954c.

Chương 8

KHỐI LƯỢNG, NĂNG LƯỢNG VÀ ĐỘNG LƯỢNG TƯƠNG ĐỐI TÍNH

8.1. SỰ CẦN THIẾT PHẢI ĐỊNH NGHĨA LẠI ĐỘNG LƯỢNG

Một trong những hệ quả quan trọng nhất của thuyết tương đối hẹp là khối lượng của một vật biến đổi theo vận tốc của nó. Dưới đây là một chứng minh bổ ích giúp ta phát hiện hiện tượng này.

Xét thí nghiệm con lắc thử đạn đơn giản sau đây : một quan sát viên O' bắn một viên đạn theo hướng y' vào một vật giả sử đứng yên đối với người bắn. Chúng ta có thể giả thiết một

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

cách hợp lí rằng độ xuyên sâu của viên đạn trong vật tùy thuộc vào thành phần theo trục y' của động lượng của viên đạn $p' = m'u'_y$, với m' là khối lượng của viên đạn đo bởi O'.

Giả sử bây giờ cùng thí nghiệm trên được một quan sát viên O nghiên cứu ; đối với quan sát viên O, người bắn súng O' chuyển động với vận tốc v dọc theo trục chung x – x'. Vì rằng vết đạn để lại trong vật nằm theo hướng vuông góc với hướng chuyển động tương đối nên O và O' nhìn thấy vết đâm xuyên có cùng chiều sâu và như vậy họ hi vọng sẽ tìm được cùng một giá trị đối với thành phần theo phương y của mômen động lượng của viên đạn.

Đối với O thì $p_y = mu_y$, trong đó m là khối lượng của viên đạn mà O đo được. Theo phép biến đổi Lorentz các vận tốc, vì $u'_x = 0$, nên ta có

$$u_y = \frac{u'_y \sqrt{1 - (v^2/c^2)}}{1 + (v/c^2)\, u'_x} = u'_y \sqrt{1 - (v^2/c^2)}$$

và $p_y = mu'_y \sqrt{1 - (v^2/c^2)}$. Vì $p'_y = m'u'_y$, nên nếu hai quan sát viên coi viên đạn có cùng một khối lượng nghĩa là m' = m thì họ sẽ tìm được $p'_y \neq p_y$, điều đó không phải là kết quả đã được dự đoán.

8.2. SỰ BIẾN ĐỔI CỦA KHỐI LƯỢNG THEO VẬN TỐC

Đến đây chúng ta có sự lựa chọn giữa hai phương pháp tiến hành. Chúng ta có thể giả sử rằng các tính chất của động lượng – đặc biệt tính chất bảo toàn của nó – không có hiệu lực ở những vận tốc lớn, hoặc chúng ta tìm cách định nghĩa lại động lượng để sao cho các nguyên lí về động lượng vẫn có hiệu lực trong thuyết tương đối hẹp. Chính Einstein đã chọn cách thứ hai. Thực tế Einstein đã chứng tỏ rằng các tính chất cổ điển của động lượng vẫn có hiệu lực đối với mọi quan sát viên, nếu như khối lượng của vật m thay đổi với vận tốc u của nó theo biểu thức :

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$$m = \frac{m_o}{\sqrt{1 - (u^2/c^2)}},$$

trong đó m_o được gọi là khối lượng nghỉ của vật, đó là khối lượng của vật đo được khi vật đứng yên đối với quan sát viên (xem bài tập 8.1).

8.3. ĐỊNH LUẬT THỨ HAI CỦA NEWTON TRONG THUYẾT TƯƠNG ĐỐI

Theo biểu thức cổ điển của định luật hai Newton : lực tổng hợp tác dụng lên một vật bằng đạo hàm động lượng của vật theo thời gian. Để bao gồm cả các hiệu ứng tương đối tính chúng ta cần phải đưa vào sự kiện là khối lượng thay đổi theo vận tốc của vật. Từ đó suy ra rằng biểu thức của định luật hai Newton mở rộng cho cả thuyết tương đối hẹp trở thành :

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt}\left[\frac{m_o\vec{u}}{\sqrt{1 - (u^2/c^2)}}\right] = \frac{d}{dt}(m\vec{u}).$$

8.4. HỆ THỨC KHỐI LƯỢNG – NĂNG LƯỢNG : $E = mc^2$

Trong cơ học tương đối tính cũng như trong cơ học cổ điển, động năng K của một vật chuyển động bằng công của ngoại lực thực hiện để làm tăng vận tốc của vật từ 0 đến giá trị u cho trước :

$$K = \int_{u=0}^{u=u} \vec{F}.d\vec{s} .$$

Theo định luật thứ hai của Newton $\vec{F} = d(m\vec{u})/dt$, người ta tìm thấy rằng (xem bài toán 8.21) biểu thức này chuyển thành

$$K = mc^2 - m_o c^2 .$$

Động năng của vật biểu diễn hiệu số giữa năng lượng toàn phần E của vật đang chuyển động và năng lượng nghỉ E_o của nó, do đó :

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$E - E_o = mc^2 - m_o c^2$. Nếu lấy năng lượng nghỉ của vật $E_o = m_o c^2$, chúng ta nhận được hệ thức nổi tiếng của Einstein :

$$E = mc^2,$$

hệ thức đó chỉ rõ sự tương đương khối lượng – năng lượng. Do đó ngay cả khi đứng yên vật cũng có một năng lượng với giá trị được biểu diễn bởi $E_o = m_o c^2$; điều đó chứng tỏ về mặt nguyên lí, khối lượng của một vật có thể biến đổi hoàn toàn thành một dạng năng lượng quen thuộc hơn.

8.5. HỆ THỨC GIỮA ĐỘNG LƯỢNG VÀ NĂNG LƯỢNG

Vì động lượng được bảo toàn (điều này không đúng đối với vận tốc) nên để thuận tiện người ta thường biểu diễn năng lượng của vật dưới dạng một hàm của động lượng của nó. Để làm được điều đó ta bình phương biểu thức :

$$m = \frac{m_o}{\sqrt{1 - (u^2/c^2)}},$$

rồi nhân cả hai vế với $c^4[1 - (u^2/c^2)]$, ta được :

$$m^2 c^4 - m^2 u^2 c^2 = m_o^2 c^4 .$$

Sử dụng các kết quả $E = mc^2$, $E_o = m_o c^2$ và $|\vec{p}| = mu$, chúng ta tìm được hệ thức mong muốn giữa E và p :

$$E^2 = (pc)^2 + E_o^2 \text{ hay } (K + m_o c^2)^2 = (pc)^2 + (m_o c^2)^2 .$$

8.6. CÁC ĐƠN VỊ

Êlectrôn-vôn (eV) là động năng mà một vật có điện tích bằng điện tích của êlectrôn, nhận được khi vật được gia tốc dưới hiệu điện thế 1 vôn :

$$1eV = (1,602 \times 10^{-19}C)(1V) = 1,602 \times 10^{-19}J,$$

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$$1MeV = 10^6 eV \; ; \; 1GeV = 10^9 eV.$$

Hệ thức $1,602 \times 10^{-19} J = 1eV$ được coi là thừa số biến đổi giữa hai đơn vị khác nhau của năng lượng.

Đơn vị cơ học của động lượng là kg.m/s. Tuy nhiên với các tính toán của cơ học tương đối tính người ta thường sử dụng MeV/c. Đơn vị này được suy ra từ biểu thức :

$$p = \frac{\sqrt{E^2 - E_o^2}}{c}.$$

Thừa số biến đổi trong trường hợp này là

$$1 \frac{MeV}{c} = 0,534 \times 10^{-21} \frac{kg.m}{s}.$$

8.7. NHẬN XÉT CHUNG VỀ LỜI GIẢI CỦA CÁC BÀI TOÁN VỀ KHỐI LƯỢNG – NĂNG LƯỢNG

Việc sử dụng một biểu thức không chính xác về động năng để giải các bài toán về khối lượng – năng lượng là một sai lầm thường gặp. Như vậy

$$K \neq \frac{1}{2} m_o u^2 \text{ và } K \neq \frac{1}{2} mu^2.$$

Biểu thức chính xác của động năng là :

$$K = (m - m_o)c^2.$$

Tương tự, đối với động lượng của vật cần chú ý là

$$p \neq m_o u.$$

BÀI TOÁN CÓ LỜI GIẢI

8.1. Hãy chỉ rõ hệ thức khối lượng – vận tốc của Einstein cho phép giải quyết mâu thuẫn xuất hiện ở tiết 8.1 như thế nào.

Giải. Đối với O', do $u'_x = 0$, khối lượng của viên đạn sẽ là :

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$$m' = \frac{m_o}{\sqrt{1 - \frac{u'^2}{c^2}}} = \frac{m_o}{\sqrt{1 - \frac{u'^2_x + u'^2_y}{c^2}}} = \frac{m_o}{\sqrt{1 - \frac{u'^2_y}{c^2}}},$$

trong khi đối với O, do $u_x = v$, nên khối lượng của viên đạn là :

$$m = \frac{m_o}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = \frac{m_o}{\sqrt{1 - \frac{u^2_x + u^2_y}{c^2}}} = \frac{m_o}{\sqrt{1 - \frac{v^2 + u^2_y}{c^2}}}.$$

Sử dụng phép biến đổi Lorentz và do

$$1 - \frac{v^2}{c^2} - \frac{u^2_y}{c^2} = 1 - \frac{v^2}{c^2} - \frac{1}{c^2}\left(u'_y\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}\right)^2 =$$

$$= \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)\left(1 - \frac{u'^2_y}{c^2}\right),$$

ta có :

$$m = \frac{m_o}{\sqrt{1 - (v^2/c^2)}\sqrt{1 - (u'^2_y/c^2)}} = \frac{m'}{\sqrt{1 - (v^2/c^2)}}.$$

Từ đó :

$$p_y = mu'_y\sqrt{1 - (v^2/c^2)} =$$

$$= \left(\frac{m'}{\sqrt{1 - (v^2/c^2)}}\right) u'_y\sqrt{1 - (v^2/c^2)} = m'u'_y = p'_y .$$

8.2. Sử dụng bảng các khối lượng nghỉ (xem Phụ lục A.4.) tính năng lượng nghỉ của êlectrôn bằng jun và bằng êlectrôn-vôn.

Giải. Ta có : $E_o = m_o c^2 =$

$$= (9{,}109 \times 10^{-31}\,\text{kg})\,(2{,}998 \times 10^8\,\text{m/s})^2 = 8{,}187 \times 10^{-14}\,\text{J},$$

và $(8{,}187 \times 10^{-14}\,\text{J})\left(\frac{1\text{eV}}{1{,}602 \times 10^{-19}\,\text{J}}\right)\left(\frac{1\text{MeV}}{10^6\,\text{eV}}\right) = 0{,}511\,\text{MeV}.$

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

8.3. Một vật đứng yên tự vỡ làm hai mảnh chuyển động theo hai hướng ngược nhau. Khối lượng nghỉ của hai mảnh là 3kg và 5,33kg với vận tốc lần lượt là 0,8c và 0,6c. Tìm khối lượng của vật ban đầu.

Giải. Vì $E_{đầu} = E_{cuối}$, nên

$$m_o c^2 = \frac{m_{01} c^2}{\sqrt{1 - (v_1^2/c^2)}} + \frac{m_{02} c^2}{\sqrt{1 - (v_2^2/c^2)}} =$$

$$= \frac{(3kg)c^2}{\sqrt{1 - (0,8)^2}} + \frac{(5,33kg)c^2}{\sqrt{1 - (0,6)^2}}, \quad m_o = 11,66 \text{ kg}.$$

Ta nhận thấy rằng khối lượng nghỉ của hệ không bảo toàn (xem thêm bài toán 8.26)

8.4. Tìm vận tốc của một êlectrôn được gia tốc dưới hiệu điện thế 10^5V.

Giải. Vì rằng $K = e, \Delta V = 10^5$ eV = 0,1 MeV,

$$0,1 \text{ MeV} = K = \frac{m_o c^2}{\sqrt{1 - (v^2/c^2)}} - m_o c^2 .$$

Thay $m_o c^2 = 0,511$ MeV (xem bài tập 8.2), ta rút ra

$$v = 0,548c.$$

8.5. Tính động lượng của một êlectrôn có động năng là 1 MeV.

Giải. $E^2 = (pc)^2 + E_o^2$,

$$(1 \text{ MeV} + 0,511 \text{ MeV})^2 = (pc)^2 + (0,511 \text{ MeV})^2,$$

$$p = 1,42 \text{ MeV/c}.$$

8.6. Tính động năng của một êlectrôn khi động lượng của nó là 2 MeV/c.

Giải. $E^2 = (pc)^2 + E_o^2$,

$$(K + 0,511)^2 = \left(\frac{2 \text{ MeV}}{c} \times c\right)^2 + (0,511 \text{ MeV})^2,$$

$$K = 1,55 \text{ MeV}.$$

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

8.7. Tính vận tốc của một êlectrôn với động năng 2 MeV.

Giải. $K = \dfrac{m_o c^2}{\sqrt{1 - (v^2/c^2)}} - m_o c^2$,

$$2\,\text{MeV} = \frac{0{,}511\,\text{MeV}}{\sqrt{1 - (v^2/c^2)}} - 0{,}511\,\text{MeV},$$

$$v \approx 0{,}98c.$$

8.8. Tính động lượng của một êlectrôn với vận tốc 0,8c.

Giải.

$$p = mv = \frac{m_o c^2}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}}\left(\frac{v}{c^2}\right) = \frac{0{,}511\,\text{MeV}}{\sqrt{1-(0{,}8)^2}}\left(\frac{0{,}8}{c}\right) = 0{,}681\,\frac{\text{MeV}}{c}\ .$$

8.9. Khối lượng nghỉ của một hạt mêzôn μ là 207 m_{oe}, thời gian sống trung bình của hạt khi đứng yên là 2×10^{-6} s. Tính khối lượng của một hạt mêzôn μ nếu thời gian sống của hạt đối với phòng thí nghiệm là 7×10^{-6} s.

Giải. Theo biểu thức về kéo dãn thời gian :

$$\frac{1}{\sqrt{1 - (v^2/c^2)}} = \frac{\Delta t}{\Delta t_o} = \frac{7}{2}\ ,$$

và $$m = \frac{m_o}{\sqrt{1 - (v^2/c^2)}} = (207\,m_{oe})\left(\frac{7}{2}\right) = 725\,m_{oe}\ .$$

8.10. Tính khối lượng hiệu dụng của một phôtôn có bước sóng là 5000 Å.

Giải. $m_{hd}\,c^2 = E_{phôtôn} = h\nu = hc/\lambda$,

(xem chương 10). Từ đó

$$m_{hd} = \frac{6{,}63 \times 10^{-34}\,\text{J.s}}{(5 \times 10^{-7}\,\text{m})\,(3 \times 10^{8}\,\text{m/s})} = 4{,}42 \times 10^{-36}\,\text{kg}.$$

8.11. Một êlectrôn được gia tốc đến năng lượng 2 GeV trong một máy gia tốc êlectrôn. Tính tỉ số giữa khối lượng chuyển động và khối lượng nghỉ của hạt.

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Giải. Theo biểu thức $mc^2 = K + m_oc^2$,

$$\frac{m}{m_o} = \frac{mc^2}{m_oc^2} = \frac{K + m_oc^2}{m_oc^2} = \frac{2000\,\text{MeV} + 0{,}511\,\text{MeV}}{0{,}511\,\text{MeV}} = 3915.$$

8.12. Một hạt nhân ^{235}U giải phóng năng lượng 200 MeV trong quá trình vỡ của nó. Năng lượng giải phóng này bằng bao nhiêu phần trăm năng lượng tổng cộng sẵn có của hạt nhân ?

Giải. Khối lượng nghỉ của nguyên tử ^{235}U đo bằng đơn vị khối lượng nguyên tử (u) là 235u. Biết 1u = 931,5 MeV, ta có : năng lượng tổng cộng sẵn có = năng lượng nghỉ của

$$^{235}U = (235u)\,\frac{931{,}5\,\text{MeV}}{u} = 219 \times 10^3\,\text{MeV},$$

$$\%\ \text{năng lượng tổng cộng} = \frac{200\,\text{MeV}}{219 \times 10^3\,\text{MeV}} \times 100\% = 0{,}0913\%$$

8.13. Một êlectrôn đứng yên được gia tốc đến vận tốc 0,5c. Tính độ biến thiên năng lượng của nó.

Giải. Biến thiên năng lượng =

$$= \frac{m_oc^2}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}} - m_oc^2 = \frac{0{,}511\,\text{MeV}}{\sqrt{1-(0{,}5)^2}} - 0{,}511\,\text{MeV} = 0{,}079\,\text{MeV}.$$

8.14. Vận tốc của một hạt phải bằng bao nhiêu phần vận tốc ánh sáng để động năng của hạt bằng hai lần năng lượng nghỉ của nó ?

Giải. $K = \dfrac{m_oc^2}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}} - m_oc^2 = 2m_oc^2$ hay $\dfrac{1}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}} = 3.$

Từ đó v = 0,943c.

8.15. Vận tốc của một êlectrôn là 5×10^7 m/s. Tính năng lượng cần cung cấp để tăng vận tốc của êlectrôn lên hai lần.

Giải. Năng lượng lúc đầu =

$$= \frac{m_oc^2}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}} = \frac{0{,}511\,\text{MeV}}{\sqrt{1-\left(\dfrac{0{,}5 \times 10^8\,\text{m/s}}{3 \times 10^8\,\text{m/s}}\right)^2}} = 0{,}518\,\text{MeV}$$

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Năng lượng lúc sau =

$$= \frac{m_o c^2}{\sqrt{1 - \frac{(2v)^2}{c^2}}} = \frac{0{,}511\,\text{MeV}}{\sqrt{1 - \left(\frac{1 \times 10^8\ \text{m/s}}{3 \times 10^8\ \text{m/s}}\right)^2}} = 0{,}542\,\text{MeV}.$$

Năng lượng cần cung cấp = 0,542 MeV − 0,518 MeV = 0,024 MeV.

8.16. Một phôtôn năng lượng 1 MeV va chạm với một êlectrôn đứng yên ở lân cận một hạt nhân nặng và bị hấp thụ (êlectrôn tự do không thể hấp thụ phôtôn). Trong chừng mực bỏ qua năng lượng giật lùi của hạt nhân, tính vận tốc của êlectrôn sau va chạm.

Giải. Ta có : năng lượng lúc đầu = năng lượng lúc sau

$$E_p + m_{oe}c^2 + m_{on}c^2 = \frac{m_{oe}c^2}{\sqrt{1 - (v^2/c^2)}} + m_{on}c^2$$

hay $1\,\text{MeV} + 0{,}511\,\text{MeV} = \dfrac{0{,}511\,\text{MeV}}{\sqrt{1 - (v^2/c^2)}}$

Từ đó v = 0,941c.

8.17. Vận tốc của một êlectrôn trong hệ quy chiếu phòng thí nghiệm là 0,6c. Một quan sát viên chuyển động với vận tốc 0,8c theo hướng chuyển động của êlectrôn. Đối với quan sát viên này động năng của êlectrôn bằng bao nhiêu ?

Giải. Theo biến đổi Lorentz các vận tốc

$$u'_x = \frac{u_x - v}{1 - (v/c^2)u_x} = \frac{0{,}6c - 0{,}8c}{1 - (0{,}8)(0{,}6)} = 0{,}385c,$$

và $$K' = \frac{m_o c^2}{\sqrt{1 - (u'_x/c)^2}} - m_o c^2 =$$

$$= \frac{0{,}511\,\text{MeV}}{\sqrt{1 - (-0{,}385)^2}} - 0{,}511\,\text{MeV} = 0{,}043\,\text{MeV}.$$

8.18. Một hạt có năng lượng tổng cộng 6×10^3 MeV và có động lượng 3×10^3 MeV/c. Tìm khối lượng nghỉ của hạt.

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Giải. Sử dụng hệ thức $E^2 = (pc)^2 + E_o^2$ ta có :

$$(6 \times 10^3\,\text{MeV})^2 = [(3 \times 10^3\,\text{MeV/c})c]^2 + E_o^2 .$$

Từ đó $E_o = 5{,}2 \times 10^3$ MeV và (xem bài toán 8.12),

$$m_o = (5{,}2 \times 10^3\,\text{MeV})\left(\frac{1u}{931{,}5\,\text{MeV}}\right) = 5{,}58u$$

8.19. Xem bài toán 8.18. Tìm năng lượng của một hạt trong một hệ quy chiếu mà trong hệ đó động lượng của hạt là 5×10^3 MeV/c.

Giải. $E^2 = (pc)^2 + E_o^2 = [(5 \times 10^3\,\text{MeV/c})c]^2 + (5{,}2 \times 10^3\,\text{MeV})^2$.

Từ đó $E = 7{,}2 \times 10^3$ MeV.

8.20. Một hạt mêzôn K^o đứng yên phân rã thành hai hạt mêzôn π^o. Nếu năng lượng nghỉ của hạt K^o là 498 MeV và của hạt π^o là 135 MeV tính động năng của mỗi hạt π^o.

Giải. Vì rằng động lượng của hệ lúc đầu phải bằng động lượng của hệ lúc sau trong hệ phòng thí nghiệm, hai hạt π^o sẽ chuyển động về hai phía ngược nhau với các động năng

$$E_{\text{lúc đầu}} = E_{\text{lúc sau}} ,$$

$$498\ \text{MeV} = 2\ (135\ \text{MeV}) + 2K,$$

$$K = 114\ \text{MeV}.$$

8.21. Chứng minh rằng trong chuyển động một chiều

$$K = \int_{u=0}^{u=u} \vec{F}.d\vec{s} = mc^2 - m_o c^2 .$$

Giải. Đối với chuyển động một chiều :

$$K = \int_{u=0}^{u=u} F dx = \int_{u=0}^{u=u} \frac{d}{dt}(mu)dx = \int_{u=0}^{u=u} d(mu)\frac{dx}{dt} =$$

$$= \int_{u=0}^{u=u} (mdu + udm)u = \int_{u=0}^{u=u} (mudu + u^2 dm). \qquad (1)$$

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Từ biểu thức về thay đổi của khối lượng theo vận tốc

$$m = \frac{m_o}{\sqrt{1 - (u^2/c^2)}} \text{ hay } m^2c^2 - m^2u^2 = m_o^2c^2 .$$

Lấy vi phân hai vế biểu thức trên :

$$2mc^2\,dm - m^2\,2udu - u^2\,2mdm = 0.$$

Có thể viết phương trình này dưới dạng :

$$mudu + u^2\,dm = c^2\,dm. \qquad (2)$$

Vế trái của (2) chính là biểu thức dưới dấu tích phân của (1) nên ta có :

$$K = \int_{u=0}^{u=u} (mudu + u^2\,dm) = \int_{m=m_o}^{m=m} c^2\,dm = c^2(m - m_o).$$

8.22. Áp dụng công thức về nhị thức chứng minh rằng

Khi $u/c \ll 1$ thì $E - E_o$ trở thành $\frac{1}{2}mu^2$.

Giải. $E - E_o = \frac{m_oc^2}{\sqrt{1-(u^2/c^2)}} - m_oc^2 = m_oc^2\left[\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)^{-1/2} - 1\right] =$

$$= m_oc^2\left[\left(1 + \frac{1}{2}\frac{u^2}{c^2} + \ldots\right) - 1\right] \approx \frac{1}{2}m_ou^2 .$$

8.23. Tìm vận tốc cực đại mà một hạt có thể có để động năng của vật vẫn được viết dưới dạng $\frac{1}{2}m_ou^2$ với sai số dưới 0,5%.

Giải. Khi hạt có vận tốc cực đại

$$\frac{K - \frac{1}{2}m_ou^2}{K} = 0{,}005 \text{ hay } K = \frac{\frac{1}{2}m_ou^2}{0{,}995},$$

nhưng, như trong bài toán 8.22

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$$K = m_o c^2 \left[\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)^{-1/2} - 1 \right] =$$

$$= m_o c^2 \left[\left(1 + \frac{1}{2}\frac{u^2}{c^2} + \frac{3}{8}\frac{u^4}{c^4} + ...\right) - 1 \right] =$$

$$= \frac{1}{2} m_o u^2 + \frac{3}{8} m_o u^2 \left(\frac{u^2}{c^2}\right) + ...$$

Từ đó

$$\frac{\frac{1}{2} m_o u^2}{0{,}995} \approx \frac{1}{2} m_o u^2 + \frac{3}{8} m_o u^2 \left(\frac{u^2}{c^2}\right),$$

và $u \approx 0{,}082c$.

8.24. Giả sử lực $\vec{F}$ tác dụng lên hạt cùng hướng với vận tốc của hạt. Tìm biểu thức tương ứng của định luật thứ hai của Newton.

Giải. Lực F có giá trị bằng đạo hàm động lượng theo thời gian

$$F = \frac{d}{dt}\left[\frac{m_o u}{\sqrt{1 - (u^2/c^2)}}\right] =$$

$$= \frac{m_o}{\sqrt{1 - (u^2/c^2)}}\frac{du}{dt} + \frac{m_o u}{[1 - (u^2/c^2)]^{3/2}}\frac{u}{c^2}\frac{du}{dt} =$$

$$= \frac{m_o \frac{du}{dt}}{[1 - (u^2/c^2)]^{3/2}}\left(1 - \frac{u^2}{c^2} + \frac{u^2}{c^2}\right) = \frac{m_o \frac{du}{dt}}{[1 - (u^2/c^2)]^{3/2}}.$$

8.25. Áp dụng định luật thứ hai của Newton tìm biểu thức của vận tốc tương đối tính của một hạt điện tích q chuyển động theo một đường tròn bán kính R vuông góc với một từ trường B.

Giải. Biểu thức vectơ của định luật thứ hai của Newton có dạng :

$$\vec{F} = \frac{d}{dt}(m\vec{u}) = \frac{d}{dt}\left[\frac{m_o \vec{u}}{\sqrt{1 - (u^2/c^2)}}\right] = \frac{d}{dt}\left[\frac{m_o \vec{u}}{\sqrt{1 - (\vec{u}.\vec{u}/c^2)}}\right].$$

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Áp dụng quy tắc lấy đạo hàm các hàm số kép ta có :

$$\vec{F} = \frac{m_o}{\sqrt{1 - (\vec{u}.\vec{u}/c^2)}} \frac{d\vec{u}}{dt} + \frac{m_o}{[1 - (\vec{u}.\vec{u}/c^2)]^{3/2}} \frac{\vec{u}.\frac{d\vec{u}}{dt}}{c^2} \vec{u}.$$

Trong từ trường vận tốc và gia tốc của hạt vuông góc với nhau, do đó :

$$\vec{u}.\frac{d\vec{u}}{dt} = 0.$$

Ngoài ra

$$F_r = quB \text{ và } \left|\frac{d\vec{u}}{dt}\right| = \frac{u^2}{R},$$

Từ đó :

$$quB = \frac{m_o}{\sqrt{1 - (u^2/c^2)}} \frac{u^2}{R} \text{ hay } u = \frac{qBR/m_o}{\sqrt{1 + (qBR/m_o c)^2}}.$$

Người ta nhận được biểu thức cổ điển của u bằng cách cho c trong biểu thức trên tiến tới vô cùng.

8.26. Hai vật giống nhau với khối lượng nghỉ mỗi vật là m_o chuyển động lại gần nhau với cùng vận tốc u và va chạm hoàn toàn không đàn hồi với nhau rồi tạo thành một vật duy nhất. Xác định khối lượng nghỉ của vật tạo thành.

Giải. Vì rằng các vận tốc ban đầu của hai vật bằng nhau về độ lớn và ngược chiều nên động lượng lúc sau của hệ phải bằng không và năng lượng của vật tạo thành bằng năng lượng nghỉ của nó. Theo định luật bảo toàn năng lượng :

$$E_{\text{lúc đầu}} = E_{\text{lúc sau}},$$

$$\frac{2m_o c^2}{\sqrt{1 - (u^2/c^2)}} = M_o c^2,$$

$$M_o = \frac{2m_o}{\sqrt{1 - (u^2/c^2)}} > 2m_o.$$

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

8.27. Xác định khối lượng nghỉ của vật tạo thành trong bài toán 8.26 theo quan điểm của một quan sát viên đứng yên đối với một trong hai vật lúc đầu.

Giải. Giả sử vật A chuyển động theo chiều dương của trục x. Vận tốc của quan sát viên O' đứng yên đối với A bằng vận tốc của A : v = u. Vận tốc của vật thứ hai B đo bởi O sẽ là $u_B = -u$. Áp dụng phép biến đổi Lorentz về vận tốc ta tìm được vận tốc u'_B của B đo bởi O' :

$$u'_B = \frac{u_B - v}{1 - \frac{u_B v}{c^2}} = -\frac{2u}{1 + \frac{u^2}{c^2}}.$$

Vì rằng vật tạo thành C đứng yên trong phòng thí nghiệm (đứng yên đối với quan sát viên O) nên vận tốc của C đối với O' sẽ là $u'_c = -u$. Theo định luật bảo toàn động lượng đối với O'

$$\frac{m_o u'_A}{\sqrt{1 - (u'^2_A/c^2)}} + \frac{m_o u'_B}{\sqrt{1 - (u'^2_B/c^2)}} = \frac{M_o u'_C}{\sqrt{1 - (u'^2_C/c^2)}}.$$

Nhưng $u'_A = 0$, do đó ta có

$$\frac{m_o \dfrac{-2u}{1 + (u^2/c^2)}}{\sqrt{1 - \left[\dfrac{2u/c}{1 + (u^2/c^2)}\right]^2}} = \frac{M_o(-u)}{\sqrt{1 - (u^2/c^2)}},$$

$$M_o = \frac{2m_o}{\sqrt{1 - (u^2/c^2)}}.$$

Kết quả này trùng với kết quả quan sát viên O nhận được khi xuất phát từ định luật bảo toàn năng lượng (xem bài tập 8.26).

8.28. Một hạt khối lượng nghỉ m_o chuyển động với vận tốc 0,8c va chạm hoàn toàn không đàn hồi với một vật khác có khối lượng nghỉ $3m_o$ và lúc đầu đứng yên. Xác định khối lượng nghỉ của vật tạo thành.

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Giải. Theo định luật bảo toàn động lượng $p_{lúcđầu} = p_{lúcsau}$:

$$\frac{M_o u_s}{\sqrt{1 - (u_s^2/c^2)}} = \frac{m_o u_d}{\sqrt{1 - (u_d^2/c^2)}} = \frac{m_o (0,8c)}{\sqrt{1 - (0,8)^2}} = \frac{4}{3} m_o c.$$

Theo định luật bảo toàn năng lượng $E_{lúcđầu} = E_{lúcsau}$:

$$\frac{M_o c^2}{\sqrt{1 - (u_s^2/c^2)}} = \frac{m_o c^2}{\sqrt{1 - (u_d^2/c^2)}} + 3m_o c^2 =$$

$$= \frac{m_o c^2}{\sqrt{1 - (0,8)^2}} + 3m_o c^2 = 4,67 m_o c^2 .$$

Giải hệ hai phương trình trên ta được :

$$u_s = 0,286c \ ; \ M_o = 4,47m_o.$$

8.29. Xác định độ tăng khối lượng của 100 kg đồng khi nhiệt độ tăng thêm 100°. (Nhiệt dung riêng của đồng là C = = 93 calo/kg. °C).

Giải. Năng lượng khối đồng hấp thụ là :

$\Delta E = mC(\Delta T) = (100 \text{ kg})(93 \text{ calo/kg } ^oC)(100^oC)(4,184 \text{ J/calo}) =$ $= 39 \times 10^5 J$.

Nếu năng lượng này chuyển thành độ tăng khối lượng thì

$$\Delta m = \frac{\Delta E}{c^2} = \frac{39 \times 10^5 \text{ J}}{(3 \times 10^8 \text{ m/s})^2} = 4,33 \times 10^{-11} \text{ kg}.$$

Độ tăng này quá nhỏ để có thể phát hiện bằng đo đạc.

BÀI TẬP BỔ SUNG

8.30. Theo bảng các khối lượng nghỉ (xem Phụ lục) xác định khối lượng nghỉ của một đơn vị khối lượng nguyên tử bằng jun.

Đáp số. $1,49 \times 10^{-10}$J.

8.31. Tính động năng của một prôtôn có vận tốc 0,8c.

Đáp số . 625,5 MeV.

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

8.32. Tính động lượng của một prôtôn có động năng 200MeV.

Đáp số. 644,5 MeV/c.

8.33. Tính động năng của một nơtrôn có động lượng 200MeV/c.

Đáp số. 21,0 MeV.

8.34. Tính vận tốc của một prôtôn có động năng 200 MeV.

Đáp số. 0,566c.

8.35. Tìm khối lượng của một prôtôn có động năng 1 GeV.

Đáp số. $m = 2,07\ m_{op}$.

8.36. Tìm vận tốc của một hạt để động năng của hạt bằng năng lượng nghỉ.

Đáp số. 0,866c.

8.37. Tìm vận tốc của một hạt nếu khối lượng tương đối của hạt lớn hơn khối lượng nghỉ 5%.

Đáp số. 0,305c.

8.38. Tính tỉ số giữa khối lượng tương đối và khối lượng nghỉ của (a) một êlectrôn (b) một prôtôn khi chúng được gia tốc từ vận tốc bằng không dưới một hiệu điện thế 15 mêgavôn.

Đáp số. (a) 30,35 ; (b) 1,015.

8.39. Tìm khối lượng của một êlectrôn khi chuyển động dưới một hiệu điện thế mà về mặt cổ điển hiệu điện thế này có thể gia tốc êlectrôn đến vận tốc bằng vận tốc ánh sáng.

Đáp số. $\frac{2}{3}\ m_o$.

8.40. Xem bài tập 8.20. Tìm vận tốc và động lượng của mỗi hạt π^o.

Đáp số. 0,84c ; 209 MeV/c.

8.41. Giả sử có các êlectrôn chuyển động trong một từ trường đều với cảm ứng từ 0,03 T trên một đường tròn bán kính 0,2m. Tìm vận tốc và động năng của các êlectrôn đó.

Đáp số. 0,962c ; 1,36 MeV.

8.42. Tìm năng lượng tối thiểu cần thiết để cung cấp cho tên lửa vận tốc 0,8c nếu tải trọng hữu ích cuối cùng của tên lửa có khối lượng nghỉ là 5000 kg.

Đáp số. 3×10^{20} J.

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

8.43. Một êlectrôn 0,8 MeV chuyển động trong một từ trường trên một đường tròn bán kính 5cm. Tìm độ lớn của cảm ứng từ.

Đáp số. $8{,}07 \times 10^{-2}$ T.

8.44. Tính bán kính quỹ đạo của một êlectrôn 20 MeV chuyển động vuông góc với từ trường có cảm ứng từ 5T.

Đáp số. 1,37cm.

8.45. Một hạt khối lượng nghỉ m_o chuyển động với vận tốc 0,6c va chạm và dính vào một hạt tương tự lúc đầu đứng yên. Tính khối lượng nghỉ và vận tốc của hạt tạo thành từ hai hạt trên.

Đáp số. 2,12 m_o ; 0,333c.

8.46. Một hạt khối lượng nghỉ m_o và động năng $3m_oc^2$ va chạm hoàn toàn không đàn hồi với một hạt đứng yên khối lượng nghỉ $2m_o$. Tìm vận tốc và khối lượng nghỉ của hạt tạo thành.

Đáp số. 0,645c ; 4,58 m_o.

8.47. Một hạt mêzôn π^+ năng lượng nghỉ 140 MeV được tạo ra trong khí quyển Trái Đất ở độ cao 100 km so với mặt biển. Năng lượng tổng cộng của hạt mêzôn đó là $1{,}5 \times 10^5$ MeV và hạt chuyển động vuông góc về phía mặt đất. Nếu hạt bị phân rã trong hệ quy chiếu gắn với hạt 2×10^{-8} s sau khi hạt tạo thành, tính độ cao ở đó hạt bị phân rã.

Đáp số. 93,6 km.

Chương 9

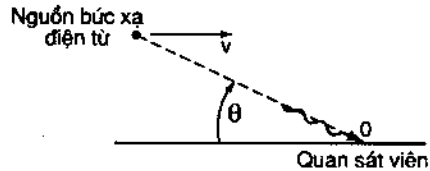
HIỆU ỨNG DOPPLER TƯƠNG ĐỐI TÍNH

Cho một nguồn phát bức xạ điện từ với tần số ν_o trong hệ quy chiếu riêng của nó. Giả sử rằng nguồn chuyển động đối với một quan sát viên, mà đối với anh ta tần số bức xạ là ν.

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Khi góc θ và vận tốc v của nguồn được định nghĩa như trên hình vẽ 9.1, tần số ν quan sát được sẽ được biểu diễn bởi công thức Doppler

$$\nu = \nu_o \frac{\sqrt{1 - (v^2/c^2)}}{1 - (v/c)\cos\theta}.$$



Hình 9.1

Nếu nguồn và quan sát viên chuyển động lại gần nhau, $\theta = 0$, ta có :

$$\nu = \nu_o \sqrt{\frac{c + v}{c - v}},$$

trong trường hợp này $\nu > \nu_o$.

Nếu nguồn và quan sát viên chuyển động ra xa nhau, $\theta = 180^o$, ta có : $\nu = \nu_o \sqrt{\frac{c - v}{c + v}}$,

trong trường hợp này $\nu < \nu_o$.

Nếu bức xạ được quan sát theo phương vuông góc với phương chuyển động, $\theta = 90^o$, ta có :

$$\nu = \nu_o \sqrt{1 - (v^2/c^2)}, \text{ khi đó } \nu < \nu_o.$$

Vì rằng đối với mọi quan sát viên vận tốc ánh sáng đều bằng c nên các phương trình trên cho phép tính được độ biến thiên của bước sóng nhờ công thức $\lambda = c/\nu$.

BÀI TOÁN CÓ LỜI GIẢI

9.1. Tìm biểu thức gần đúng bậc nhất đối với v/c của phương trình Doppler khi nguồn và quan sát viên chuyển động ra xa nhau.

Giải.

$$\nu = \nu_o \sqrt{\frac{1 - \frac{v}{c}}{1 + \frac{v}{c}}} \times \frac{\sqrt{1 + \frac{v}{c}}}{\sqrt{1 + \frac{v}{c}}} = \nu_o \frac{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 + \frac{v}{c}} \approx \nu_o \frac{c}{c + v};$$

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

đây là biểu thức cổ điển của hiệu ứng Doppler khi máy thu bức xạ đứng yên đối với môi trường.

9.2. Một ôtô chạy về phía một trạm kiểm soát bằng rađa với vận tốc 126 km/h. Nếu rađa hoạt động với tần số 20×10^9 Hz, tìm độ dịch tần phát hiện bởi nhân viên cảnh sát giao thông.

Giải. Tần số nhận được bởi ôtô tính gần đúng bậc nhất theo v/c là :

$$\nu' = \nu_o\sqrt{\frac{1+\frac{v}{c}}{1-\frac{v}{c}}} \approx \nu_o\sqrt{\left(1+\frac{v}{c}\right)\left(1+\frac{v}{c}\right)} = \nu_o\left(1+\frac{v}{c}\right).$$

Ôtô bây giờ trở thành nguồn chuyển động phát ra bức xạ điện từ với tần số ν'. Bức xạ phản xạ từ ôtô được truyền đến rađa thu và tần số nhận được có giá trị :

$$\nu'' \approx \nu'\left(1+\frac{v}{c}\right) \approx \nu_o\left(1+\frac{v}{c}\right)^2 \approx \nu_o\left(1+\frac{2v}{c}\right),$$

với độ dịch tần có giá trị : (126 km/h = 35 m/s)

$$\nu'' - \nu_o \approx \frac{2v}{c}\nu_o = \frac{2 \times 35\ \text{m/s}}{3 \times 10^8\ \text{m/s}} \times 20 \times 10^9\ \text{Hz} = 4{,}67 \times 10^3\ \text{Hz}.$$

9.3. Một ngôi sao chuyển động ra xa Trái Đất với vận tốc 5×10^{-3} c. Tìm độ dịch chuyển bước sóng gây bởi hiệu ứng Doppler đối với vạch D_2 của natri (5890 Å).

Giải. Theo phương trình Doppler ta có :

$$\frac{c}{\lambda} = \frac{c}{\lambda_o}\sqrt{\frac{c-v}{c+v}}$$

hay $\lambda = \lambda_o\sqrt{\dfrac{1+(v/c)}{1-(v/c)}} = 5890\,\text{Å}\sqrt{\dfrac{1+0{,}005}{1-0{,}005}} = 5920\,\text{Å}.$

Từ đó $\Delta\lambda$ = 5920 Å − 5890 Å = 30 Å. Ánh sáng quan sát được bị dịch chuyển về phía bước sóng dài (dịch chuyển đỏ).

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

9.4. Khi quan sát ánh sáng phát ra từ một ngôi sao ở xa người ta phát hiện thấy rằng dịch chuyển Doppler đối với vạch D_2 của natri (5890 Å) là 100 Å.

Tính vận tốc chuyển động ra xa Trái Đất của ngôi sao đó.

Giải. $\lambda = \lambda_o \sqrt{\dfrac{1+(v/c)}{1-(v/c)}}$ hay $5990\,\text{Å} = 5890\,\text{Å}\sqrt{\dfrac{1+(v/c)}{1-(v/c)}}$

Từ đó v = 0,017c.

9.5. Một tên lửa rời bãi phóng để thực hiện một chuyến bay với vận tốc 0,6c. Một nhà du hành trên tên lửa phát ra một chùm sáng có bước sóng 5000 Å về phía bãi phóng. Tìm tần số ánh sáng quan sát được ở bãi phóng.

Giải.

$$\nu = \nu_o \sqrt{\frac{1-(v/c)}{1+(v/c)}} = \frac{3\times 10^8\ \text{m/s}}{5\times 10^{-7}\ \text{m}}\sqrt{\frac{1-0{,}6}{1+0{,}6}} = 3\times 10^{14}\,\text{Hz}.$$

9.6. Xem bài toán 9.5. Tìm tần số ánh sáng quan sát được bởi nhà du hành của một tên lửa thứ hai rời bãi phóng với vận tốc 0,8c ngược hướng với tên lửa thứ nhất.

Giải. Theo biến đổi Lorentz vận tốc tương đối của hai tên lửa là :

$$u'_x = \frac{u_x - v}{1 - \dfrac{v}{c^2}u_x} = \frac{0{,}6c - (-0{,}8c)}{1 - \dfrac{(-0{,}8c)(0{,}6c)}{c^2}} = 0{,}946c.$$

Tần số phát hiện bởi nhà du hành của tên lửa thứ hai là :

$$\nu = \nu_o \sqrt{\frac{1-(u'_x/c)}{1+(u'_x/c)}} =$$

$$= \frac{3\times 10^8\ \text{m/s}}{5\times 10^{-7}\ \text{m}}\sqrt{\frac{1-0{,}946}{1+0{,}946}} = 1{,}0\times 10^{14}\,\text{Hz}.$$

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

BÀI TẬP BỔ SUNG

9.7. Xác định dịch chuyển Doppler đối với ánh sáng có bước sóng 5000 Å khi nguồn sáng lại gần một quan sát viên với vận tốc 0,8c.

Đáp số. −3667 Å.

9.8. Giả sử rằng bước sóng lớn nhất trong dải phổ nhìn thấy là 6500 Å. Tìm vận tốc của một tên lửa để ánh sáng lục (λ = 5000 Å) phát từ tên lửa sẽ không nhìn thấy bởi một quan sát viên trên mặt đất.

Đáp số. 0,257c.

9.9. Tìm vận tốc chuyển động ra xa của một ngôi sao biết bước sóng của một ánh sáng phát ra bị dịch chuyển 5%.

Đáp số. $4,99 \times 10^{-3}$c.

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

PHẦN THỨ HAI

LÍ THUYẾT LƯỢNG TỬ CỦA BỨC XẠ ĐIỆN TỪ

Chương 10

LÍ THUYẾT PHÔTÔN

Tiên đề cơ bản để làm căn cứ cho việc giải thích theo quan điểm lượng tử là : bức xạ điện từ được tạo thành từ các hạt mang năng lượng nhỏ và gián đoạn gọi là các *phôtôn* hay các *lượng tử*. Mỗi phôtôn có một năng lượng E chỉ phụ thuộc tần số ν của bức xạ theo biểu thức sau :

$$E = h\nu = h\frac{c}{\lambda},$$

trong đó $h = 6{,}626 \times 10^{-34}$ J.s là *hằng số Planck*. Mỗi phôtôn sẽ tương tác hoàn toàn hoặc không tương tác với vật chất nghĩa là nó hoặc có thể truyền toàn bộ năng lượng của mình hoặc không truyền một chút năng lượng nào.

Vì các phôtôn chuyển động với vận tốc ánh sáng nên theo thuyết tương đối, khối lượng nghỉ của chúng phải bằng không ; do đó năng lượng của các phôtôn chỉ có thể có nguồn gốc động học. Nếu một phôtôn tồn tại thì nó sẽ chuyển động với vận tốc c của ánh sáng, nếu phôtôn không chuyển động với vận tốc đó nữa thì nó cũng không còn tồn tại. Đối với $m_o = 0$, hệ thức

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

xung – năng lượng tương đối tính (xem tiết 8.5) sẽ có dạng $E = pc$, và mỗi phôtôn có một xung lượng :

$$p = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}.$$

Theo quan điểm lượng tử thì một bức xạ năng lượng điện từ được cấu thành từ các phôtôn chuyển động với vận tốc c. Cường độ bức xạ sẽ tỉ lệ với số phôtôn đi qua một đơn vị diện tích đặt vuông góc với phương lan truyền. Trong những điều kiện đó, một bức xạ đơn sắc (chỉ gồm một tần số duy nhất) sẽ có cường độ I bằng :

$$I = (\text{năng lượng của một phôtôn}) \times \frac{\text{số phôtôn}}{\text{diện tích} \times \text{thời gian}}.$$

Tuy nhiên, để thuận tiện cho tính toán người ta dùng các biểu thức sau đây (tính theo các đơn vị ngoài quy ước) :

$$h = 4{,}136 \times 10^{-15}\ \text{eV.s},$$

$$hc = 12{,}4\ \text{keV.Å},$$

trong đó :

$$1\text{eV} = 10^{-3}\ \text{keV} = 1{,}602 \times 10^{-19}\text{J},$$

và $$1\text{Å} = 10^{-10}\text{m}.$$

BÀI TOÁN CÓ LỜI GIẢI

10.1. Tìm bước sóng và tần số của một phôtôn có năng lượng 1,0 keV.

Giải. $\lambda = \dfrac{hc}{E} = \dfrac{12{,}4\,\text{keV}\,.\,\text{Å}}{1{,}0\,\text{keV}} = 12{,}4\,\text{Å},$

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^{8}\,\text{m/s}}{12{,}4 \times 10^{-10}\,\text{m}} = 2{,}42 \times 10^{17}\,\text{Hz}.$$

10.2. Tìm xung lượng của một phôtôn có năng lượng 12,0 MeV.

Giải. $p = \dfrac{E}{c} = 12\,\text{MeV/c}.$

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

10.3. Tính tần số của một phôtôn sinh ra khi một êlectrôn có năng lượng 20 keV bị dừng do va chạm với một hạt nhân nặng.

Giải. Giả sử động năng của êlectrôn được sử dụng để sinh ra phôtôn, do đó ta có :

$$E_{đầu} = E_{cuối},$$
$$K + m_oc^2 = h\nu + m_oc^2,$$
$$20 \times 10^3 \text{ eV} = (4{,}136 \times 10^{-15} \text{ eV.s})\nu,$$
$$\nu = 4{,}84 \times 10^{18} \text{ Hz}.$$

10.4. Chứng tỏ rằng xung lượng trong bài tập 10.3 không được bảo toàn.

Giải. Xung lượng ban đầu của êlectrôn được suy ra từ hệ thức :

$(K + E_o)^2 = (p_e c)^2 + E_o^2$ hay $(0{,}02 \text{ MeV} + 0{,}511 \text{ MeV})^2 = (p_e c)^2 + (0{,}511 \text{ MeV})^2$. Do đó : $p_e = 0{,}144$ MeV/c.

Nhưng $p_{cuối} = p_{phôtôn} = \dfrac{E_{phôtôn}}{c} = \dfrac{0{,}02 \text{ MeV}}{c}$.

Xung lượng dư thừa bị hạt nhân bia hấp thụ. Vì khối lượng hạt nhân rất lớn so với khối lượng của êlectrôn nên có thể bỏ qua độ biến thiên năng lượng của nó trong bài toán 10.3.

10.5. Tìm bước sóng cực đại của một phôtôn làm vỡ phân tử có năng lượng liên kết 15 eV.

Giải. Theo :

$$15 \text{ eV} = \frac{12{,}4 \times 10^3 \text{ eV.Å}}{\lambda},$$

ta có : $\lambda = 827$ Å.

10.6. Tính năng lượng của một phôtôn mà xung lượng bằng xung lượng của một êlectrôn có năng lượng 3 MeV.

Giải. Xung lượng và năng lượng của một êlectrôn liên hệ với nhau theo hệ thức :

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$$E^2 = (p_e c)^2 + E_o^2 ,$$

hay $(3 \text{ MeV} + 0{,}511 \text{ MeV})^2 = (p_e c)^2 + (0{,}511 \text{ MeV})^2$.

Do đó : $p_e = 3{,}47$ MeV/c. Năng lượng của phôtôn bằng :

$$E = pc = p_e c = (3{,}47 \text{ MeV/c})c = 3{,}47 \text{ MeV}.$$

10.7. Một ánh sáng đơn sắc bước sóng 3000 Å chiếu vuông góc vào một diện tích 4cm^2. Nếu cường độ ánh sáng bằng 15×10^{-2} W/m^2, hãy xác định số phôtôn tới trên diện tích đó trong đơn vị thời gian.

Giải. Mỗi phôtôn có năng lượng :

$$E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{(6{,}63 \times 10^{-34} \text{ J.s})(3 \times 10^8 \text{ m/s})}{3 \times 10^{-7} \text{ m}} = 6{,}63 \times 10^{-19} \text{ J}.$$

Năng thông toàn phần là :

$$IA = (15 \times 10^{-2} \text{ W/m}^2)(4 \times 10^{-4} \text{m}^2) =$$

$$= 6 \times 10^{-5} \text{ W} = 6 \times 10^{-5} \text{ J/s}.$$

Do đó, kết quả tìm được là :

$$\frac{6 \times 10^{-5} \text{ J/s}}{6{,}63 \times 10^{-19} \text{ J/phôtôn}} = 9{,}05 \times 10^{13} \text{ phôtôn/s}.$$

10.8. Một đài phát thanh công suất 200 kW hoạt động ở tần số 103,7 MHz. Xác định số lượng tử phát ra trong một giây.

Giải. Năng lượng của mỗi lượng tử là :

$$E = h\nu = (6{,}63 \times 10^{-34} \text{ Js})(103{,}7 \times 10^6 \text{ s}^{-1}) = 6{,}88 \times 10^{-26} \text{ J},$$

và : $$\frac{\text{số lượng tử}}{\text{thời gian}} = 200 \times 10^3 \frac{\text{J}}{\text{s}} \times \frac{1 \text{ lượng tử}}{6{,}88 \times 10^{-26} \text{ J}} =$$

$$= 2{,}91 \times 10^{30} \frac{\text{lượng tử}}{\text{s}} .$$

BÀI TOÁN BỔ SUNG

10.9. Tìm bước sóng và tần số của phôtôn có năng lượng 1MeV.

Đáp số. $1{,}24 \times 10^{-2}$ Å ; $2{,}42 \times 10^{20}$ Hz.

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

10.10. Tìm bước sóng và tần số của một phôtôn có xung lượng bằng 0,02 MeV/c.

Đáp số. $6,20 \times 10^{-1}$ Å ; $4,84 \times 10^{18}$ Hz.

10.11. Tìm xung lượng của một phôtôn có năng lượng 4 keV.

Đáp số. 4 keV/c.

10.12. Tìm năng lượng của một phôtôn có xung lượng bằng 10 MeV/c.

Đáp số. 10 MeV.

10.13. Tìm năng lượng của một phôtôn có bước sóng là 4000Å.

Đáp số. 3,1 eV.

10.14. Tìm năng lượng và xung lượng của một phôtôn có tần số 10^6 Hz.

Đáp số. $4,14 \times 10^3$ MeV ; $4,14 \times 10^3$ MeV/c.

10.15. Tìm xung lượng của một phôtôn có bước sóng 10 Å

Đáp số. 1,24 MeV/c.

10.16. Một êlectrôn năng lượng 1 MeV dừng lại sau một va chạm duy nhất và tạo thành một phôtôn. Tính bước sóng của phôtôn được tạo thành.

Đáp số. $12,4 \times 10^{-3}$ Å.

10.17. Nếu bước sóng cực đại của một phôtôn cần thiết để phân tách một phân tử lưỡng nguyên tử là 3000 Å thì năng lượng liên kết của phân tử đó là bao nhiêu ?

Đáp số. 4,13 eV.

10.18. Tính xung lượng của một phôtôn nếu nó có cùng năng lượng 10 MeV như của hạt α.

Đáp số. 10 MeV/c.

10.19. Một đài phát thanh có công suất phát xạ 150 kW ở tần số 101,1 MHz. Giả thiết bức xạ là đồng đều theo khắp mọi phương, hãy tìm số phôtôn đi qua một đơn vị diện tích ở cách đài 1 km trong một đơn vị thời gian.

Đáp số. $2,13 \times 10^{21}$ phôtôn/m^2.s.

10.20. Một sóng điện từ phẳng tần số 300 MHz đập vuông góc trên một diện tích 50 cm^2 với cường độ 9×10^{-5} W/m^2.

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Xác định số phôtôn tới trên diện tích đó trong một đơn vị thời gian.

Đáp số. $2,26 \times 10^{18}$ phôtôn/s.

10.21. Một nguồn sáng tần số 6×10^{14} Hz có công suất 10W. Tính số phôtôn do nguồn phát ra trong một giây.

Đáp số. $2,52 \times 10^{19}$ phôtôn.

10.22. Sử dụng các dữ kiện trong bài tập 10.8 nhưng coi trạm vô tuyến như một nguồn điểm bức xạ đồng đều theo khắp mọi phương. Tính số phôtôn truyền tới một máy thu có hình lập phương mỗi cạnh dài 20 cm và ở cách xa 15 km.

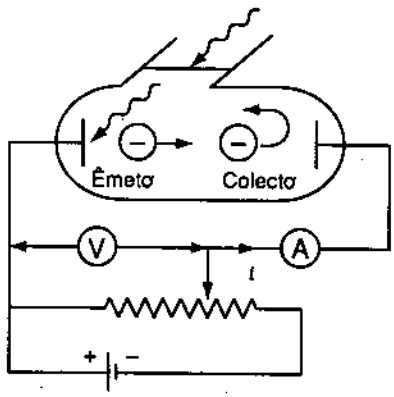
Đáp số. $2,75 \times 10^{10}$ phôtôn.

Chương 11

HIỆU ỨNG QUANG ĐIỆN

11.1. CÁC KẾT QUẢ THỰC NGHIỆM

Trong một thí nghiệm quang điện, người ta cho ánh sáng chiếu vào một bản kim loại đặt trong bình kín đã rút chân không. Bản kim loại sẽ phát ra các êlectrôn (H.11.1). Người ta có thể thay đổi tần số ν, hiệu điện thế V cũng như vật liệu làm cực phát. Nếu các êlectrôn có đủ năng lượng để thắng được hiệu điện thế hãm V thì chúng sẽ tới được cực góp và tạo thành dòng điện i được ghi trên ampe kế A. Muốn thế thì êlectrôn phải có động năng bằng hay lớn hơn công cản do điện trường gây ra dọc trên quãng đường từ



Hình 11.1

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

cực phát đến cực góp, nghĩa là :

$$\frac{1}{2} m_e v^2 \geqslant eV.$$

Nếu động năng của êlectrôn nhỏ hơn giá trị đó thì chúng không tới được cực góp và sẽ không tham gia vào dòng điện.

Người ta quan sát thấy các kết quả sau đây :

(1). Thực tế dòng điện được thiết lập gần như tức thời, ngay cả khi cường độ ánh sáng rất yếu. Khoảng thời gian từ lúc ánh sáng tới đến khi quan sát được các êlectrôn vào cỡ 10^{-9}s và không phụ thuộc cường độ sáng.

(2). Khi giữ tần số và hiệu điện thế hãm không đổi, dòng điện i tỉ lệ với cường độ bức xạ tới.

(3). Khi giữ tần số và cường độ sáng không đổi, dòng điện i sẽ giảm khi V tăng và triệt tiêu lúc V đạt tới một giá trị V_s nào đó không phụ thuộc vào cường độ sáng.

(4) Đối với một vật liệu làm cực phát cho trước, hiệu điện thế hãm V_s phụ thuộc tuyến tính vào tần số theo biểu thức :

$$eV_s = h\nu - eW_o.$$

Giá trị của số hạng không đổi eW_o phụ thuộc loại vật liệu nhưng độ dốc h là như nhau đối với mọi vật liệu và bằng hằng số Planck (xem bài toán 11.2).

(5) Đối với mỗi vật liệu cho trước lại tồn tại một tần số ngưỡng ν_s sao cho nếu ánh sáng tới có tần số $\nu < \nu_s$ thì sẽ không bứt được êlectrôn ra khỏi vật liệu dù cường độ bức xạ tới có giá trị như thế nào.

11.2. LÍ THUYẾT CỦA HIỆU ỨNG QUANG ĐIỆN

Mẫu sóng ánh sáng chỉ có thể giải thích được một trong các kết quả thực nghiệm nói trên (2) là tính tỉ lệ giữa cường độ dòng điện và cường độ bức xạ tới. Thực vậy, ánh sáng càng mạnh, nó càng mang nhiều năng lượng, do đó số êlectrôn bị bứt ra càng lớn. Trái lại mọi kết quả khác đều không thể được giải thích theo một mẫu như thế (xem bài tập 11.1).

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Mẫu lượng tử ánh sáng đã diễn giải được hoàn hảo các kết quả thực nghiệm nêu trên. Theo quan điểm đó, năng lượng do một phôtôn mang đến bị hấp thụ bởi chỉ một êlectrôn. Nếu êlectrôn bị bứt ra khỏi kim loại thì nó sẽ có động năng bằng hiệu số giữa năng lượng nó hấp thụ và năng lượng liên kết của nó với mặt kim loại. Thật vậy, các êlectrôn đều liên kết khác nhau với các mặt kim loại. Tuy nhiên mỗi vật liệu được đặc trưng bởi một năng lượng liên kết cực tiểu. Năng lượng cần thiết để giải phóng các êlectrôn liên kết yếu nhất gọi là *công thoát* ϕ (W_o gọi là điện thế bứt) của kim loại. Trong những điều kiện đó, các êlectrôn sẽ được phát xạ với nhiều động năng khác nhau từ số không đến một giá trị cực đại xác định theo :

năng lượng cực đại của một êlectrôn được phát xạ = (năng lượng của một phôtôn) – (năng lượng liên kết của êlectrôn liên kết yếu nhất).

Do đó giải thích được kết quả thực nghiệm (3). Vì $K_{max} = eV_s$ nên hệ thức năng lượng cực đại có dạng.

$$eV_s = h\nu - \phi ,$$

trong đó $\phi = eW_o$. Như vậy ta giải thích được hệ thức tuyến tính (4) và sự tồn tại của tần số ngưỡng (5) xác định bởi điều kiện :

$$h\nu_s = eW_o.$$

Phôtôn có tần số thấp hơn không thể bứt bất kì một êlectrôn nào ra khỏi kim loại dù cường độ bức xạ tới có giá trị lớn như thế nào. Nguyên nhân vì các phôtôn tới không có năng lượng đủ để giải phóng các êlectrôn kể cả các êlectrôn liên kết yếu nhất. Kết quả (1) cũng được giải thích khi coi sự hấp thụ phôtôn là tức thời. Cuối cùng khi bức xạ càng mạnh thì mật độ phôtôn càng lớn. Do vậy số êlectrôn phát ra càng nhiều, từ đó giải thích được quan sát thực nghiệm (2).

BÀI TOÁN CÓ LỜI GIẢI

11.1. Một mặt bằng kali ở cách một ngọn đèn 100W là 75 cm. Giả thiết năng lượng bức xạ của đèn trong đơn vị thời gian chỉ bằng 5% công suất định mức. Nếu coi mỗi nguyên tử kali có

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

dạng một đĩa dẹt đường kính 1 Å, hãy xác định thời gian cần thiết để mỗi nguyên tử đó hấp thụ một năng lượng bằng công thoát của nó (ϕ_K = 2eV) theo mẫu sóng ánh sáng.

Giải. Nếu coi đèn như một nguồn điểm thì cường độ sáng trên mặt kali sẽ là :

$$\text{cường độ} = \frac{\text{công suất}}{\text{diện tích mặt cầu}} = \frac{100\text{W} \times 0{,}05}{4\pi(0{,}75\text{m})^2} = 0{,}707\ \text{W/m}^2.$$

Như vậy công suất tới trên mỗi nguyên tử bằng :

công suất tới một nguyên tử = cường độ × (diện tích của một nguyên tử) =

$$= \left(0{,}707\ \frac{\text{W}}{\text{m}^2}\right) \frac{\pi(1 \times 10^{-10}\text{m})^2}{4} = 5{,}56 \times 10^{-21}\text{W}.$$

Vì :

$$\text{Công suất} = \frac{\text{năng lượng}}{\text{thời gian}},$$

$$\text{nên: thời gian} = \frac{\text{năng lượng}}{\text{công suất}} = \frac{(2{,}0\,\text{eV})\,(1{,}6 \times 10^{-19}\,\text{J/eV})}{5{,}56 \times 10^{-21}\text{J/s}} = 57{,}6\text{s}.$$

Trong bài toán này người ta đã giả thiết toàn bộ năng lượng tới được hấp thụ. Nhưng theo mẫu sóng thì phần lớn năng lượng tới phải được phản xạ và thời gian thực tế cần thiết để hấp thụ sẽ lớn hơn 57,6s rất nhiều. Vì vậy mẫu sóng tiên đoán một thời gian phát xạ lớn hơn nhiều so với thời gian quan sát bằng thực nghiệm mà thời gian này còn nhỏ hơn 10^{-9}s.

11.2. Trong một thí nghiệm quang điện với cực phát bằng canxi, người ta đo được các thế hãm sau đây :

λ, Å	2536	3132	3650	4047
ν, Hz × 10^{15}	1,18	0,958	0,822	0,741
V_s, V	1,95	0,98	0,50	0,14

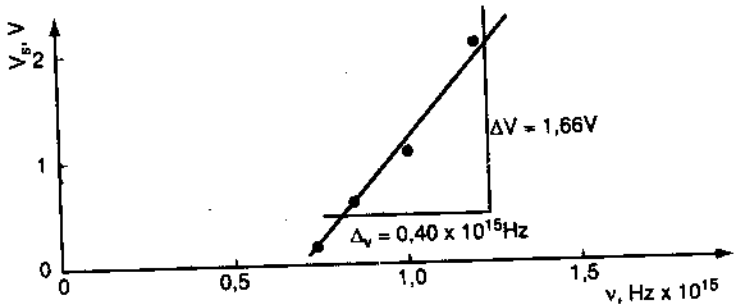
27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Từ các dữ kiện trên hãy xác định giá trị của hằng số Planck.

Giải. Các dữ kiện được biểu diễn trên đồ thị H.11.2. Theo phương trình quang điện, độ dốc của đồ thị là h/e. Do đó :

$$h = (1,6 \times 10^{-19}C)\ \frac{1,66V}{0,40 \times 10^{15}s^{-1}} = 6,6 \times 10^{-34}\ J.s.$$

(1C.V = 1J).



Hình 11.2

11.3. Dưới tác dụng của ánh sáng tới có bước sóng 3000 Å, các êlectrôn phát ra có động năng biến thiên từ không đến $4,0 \times 10^{-19}$J. Tính điện thế ngưỡng của kim loại đó.

Giải. $K_{max} = 4,0 \times 10^{-19}J \times \dfrac{1eV}{1,6 \times 10^{-19}J} = 2,5eV,$

và theo $eV_s = K_{max}$, $V_s = 2,5V$.

11.4. Tính bước sóng ngưỡng của vật liệu trong bài toán 11.3.

Giải. $eV_s = h\nu - eW_o = \dfrac{hc}{\lambda} - \dfrac{hc}{\lambda_s}$

hay $$2,5eV = \frac{12,4 \times 10^3 eV.Å}{3000Å} - \frac{12,4 \times 10^3 eV.Å}{\lambda_s}$$

Do đó : $\lambda_s = 7590$ Å.

11.5. Bước sóng ngưỡng của cực phát của một ống quang điện là 6000 Å. Biết rằng điện thế bứt tương ứng với bức xạ đó là 2,5V, tính bước sóng của bức xạ tới.

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Giải. Công thoát bằng :

$$eW_o = h\nu_s = \frac{hc}{\lambda_s} = \frac{12,4 \times 10^3 eV.Å}{6000Å} = 2,07eV.$$

Theo phương trình hiệu ứng quang điện ta có :

$$eV_s = h\nu - eW_o = \frac{hc}{\lambda} - eW_o,$$

hay

$$2,5eV = \frac{12,4 \times 10^3 eV.Å}{\lambda} - 2,07eV.$$

Do đó : $\lambda = 2713$ Å.

11.6. Biết rằng bước sóng lớn nhất có thể làm kali phát xạ êlêctrôn là 5620 Å, tính công thoát của kim loại đó.

Giải. $\phi = eW_o = \frac{hc}{\lambda_s} = \frac{12,4 \times 10^3 eV.Å}{5620Å} = 2,21eV.$

11.7. Người ta chiếu kali bằng tia cực tím bước sóng 2500 Å. Biết công thoát của kali là 2,21eV, tính động năng cực đại của các êlectrôn phát ra.

Giải. $K_{max} = h\frac{c}{\lambda} - eW_o = \frac{12,4 \times 10^3 eV.Å}{2500Å} - 2,21eV = 2,75eV.$

11.8. Cường độ bức xạ tới trong bài toán 11.7 là 2 W/m^2. Tính số êlectrôn do một đơn vị diện tích phát ra trong một đơn vị thời gian.

Giải. Trong bài toán 11.7 mỗi phôtôn phát ra có năng lượng $4,96eV = 7,94 \times 10^{-19}J$. Giả thiết mỗi phôtôn giải phóng một êlectrôn, ta có :

$$\frac{\text{số êlectrôn}}{m^2.s} = \frac{\text{số phôtôn}}{m^2.s} =$$

$$= \frac{2J/m^2.s}{7,94 \times 10^{-19}J/\text{phôtôn}} = 2,52 \times 10^{18} \frac{\text{phôtôn}}{m^2.s}.$$

11.9. Tính độ biến thiên của điện thế ngưỡng khi bức xạ tới có bước sóng biến thiên từ 3000 đến 3010 Å.

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Giải. Ta có :

$$eV_s = \frac{hc}{\lambda} - eW_o.$$

Khi coi độ biến thiên của bước sóng như một đại lượng vi phân, W_o không thay đổi thì ta có :

$$e(dV_s) = -\frac{hc}{\lambda^2}d\lambda = -\frac{12,4 \times 10^3 eV.Å}{(3000Å)^2}(10Å) = -1,38 \times 10^{-2}eV.$$

Do đó : $dV_s = -1,38 \times 10^{-2}V$.

11.10. Tính cường độ từ trường cần thiết để uốn cong quỹ đạo theo một bán kính 20cm của các quang êlectrôn do bari phát ra dưới tác dụng của bước sóng tới 4000 Å. Cho biết công thoát của bari bằng 2,5eV.

Giải. $\frac{1}{2}mv_{max}^2 = h\nu - eW_o = \frac{hc}{\lambda} - \Phi$,

$$\frac{1}{2}(9,11 \times 10^{-31}kg)v_{max}^2 =$$

$$= \frac{(6,63 \times 10^{-34}J.s)(3 \times 10^8 m/s)}{4 \times 10^{-7}m} - (2,5eV)\left(1,6 \times 10^{-19}\frac{J}{eV}\right).$$

Do đó : $v_{max} = 4,62 \times 10^5 m/s$. Khi các êlectrôn đi vào trong từ trường chúng sẽ chịu tác dụng của một lực bằng tích của khối lượng êlectrôn nhân với gia tốc :

$$ev_{max}B = m\frac{(v_{max})^2}{R_{max}}.$$

$$B = \frac{mv_{max}}{eR_{max}} = \frac{(9,11 \times 10^{-31}kg)(4,62 \times 10^5 m/s)}{(1,6 \times 10^{-19}C)(0,20m)} = 1,32 \times 10^{-5}T.$$

Lưu ý rằng từ trường này có thể so sánh với địa từ trường có cường độ cỡ $5,8.10^{-5}T$.

11.11. Chứng tỏ rằng hiệu ứng quang điện không thể xảy ra với các êlectrôn tự do.

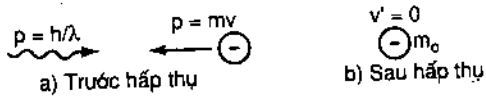
27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Giải. H.11.3 diễn tả một quá trình giả thiết như thế trong hệ khối tâm (là hệ quy chiếu trong đó xung lượng ban đầu bằng không). Theo nguyên lí bảo toàn năng lượng ta có :

$$E_{đầu} = E_{cuối} \text{ hay } h\nu + mc^2 = m_oc^2.$$

Hệ thức trên hàm ý $m_o > m$. Điều này không thể được kiểm chứng. Vì vậy hiện tượng trên không thể tồn tại.

Các êlectrôn tuân theo hiệu ứng quang điện không phải là êlectrôn tự do. Vật chất nặng tuy hấp thụ một năng lượng rất nhỏ nhưng cũng làm giảm đáng kể xung lượng (Xem bài tập 8.16).



Hình 11.3

BÀI TOÁN BỔ SUNG

11.12. Bước sóng ngưỡng của một kim loại bằng 5000 Å. Tính công thoát của kim loại đó.

Đáp số : 2,48 eV.

11.13. Tính điện thế ngưỡng tương ứng với các phôtôn có bước sóng 3500 Å đối với kim loại trong bài toán 11.12.

Đáp số : 1,06V.

11.14. Năng lượng cực đại của các êlectrôn bị bứt ra khỏi một kim loại dưới tác dụng của ánh sáng có bước sóng 3000 Å là 1,2eV. Tính công thoát.

Đáp số. 2,93eV.

11.15. Cường độ ánh sáng trong bài toán 11.14 là 3 W/m^2.

Tính số êlectrôn phát ra trên đơn vị diện tích trong đơn vị thời gian biết rằng hiệu suất là 50%.

Đáp số. $2,27 \times 10^{18}$ êlectrôn/m^2.s

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

11.16. Một mặt kim loại có bước sóng ngưỡng 6000 Å được chiếu bằng ánh sáng 4000 Å. Tính động năng cực đại của các êlectrôn bị bứt ra.

Đáp số. 1,03eV.

11.17. Tính bước sóng cực đại để có thể bứt được các êlectrôn ra khỏi một vật liệu có công thoát 3,0eV.

Đáp số. 4133 Å.

11.18. Tính động năng cực đại của các êlectrôn do liti (ϕ = 2,13eV) phát ra dưới tác dụng của ánh sáng có bước sóng 5000 Å.

Đáp số : 0,35eV.

11.19. Điện thế ngưỡng đối với các êlectrôn được phát xạ dưới tác dụng của ánh sáng 4500 Å là 0,75V. Tính điện thế ngưỡng đối với các êlectrôn được phát xạ do ánh sáng 3000 Å.

Đáp số. 2,13V.

11.20. Người ta chiếu các phôtôn 3500 Å lên một mặt kim loại. Các êlectrôn bứt ra với động năng cực đại sẽ chuyển động theo quỹ đạo tròn bán kính 18cm trong một từ trường $1,5.10^{-5}$T. Tính công thoát của kim loại đó.

Đáp số. 2,90eV.

11.21. Người ta chiếu ánh sáng 4500 Å vào hai ống quang điện. Bước sóng ngưỡng của cực phát ống thứ nhất là 6000 Å. Công thoát của cực phát ống thứ hai lớn gấp đôi so với ống thứ nhất. Tính điện thế hãm của mỗi ống.

Đáp số. V_{s1} = 0,69V ; không có phát xạ quang điện trong ống thứ hai.

11.22. Một nguyên tử hiđro có năng lượng iôn hóa 13,6eV hấp thụ một phôtôn bước sóng 600 Å. Tính động năng của êlectrôn bứt ra.

Đáp số. 7,1eV.

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Chương 12

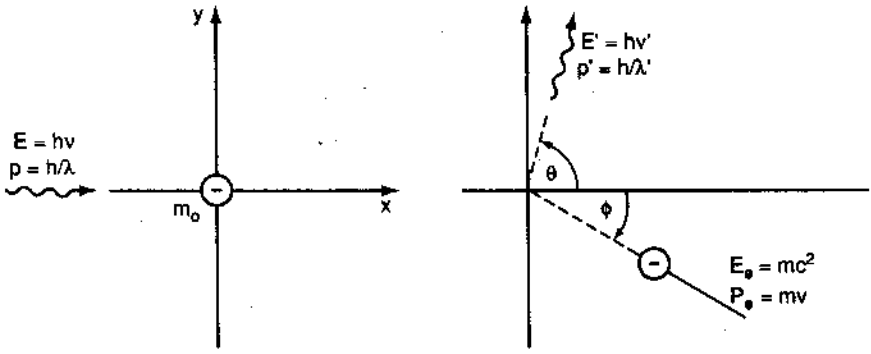
HIỆU ỨNG COMPTON

Mô hình sóng ánh sáng tiên đoán rằng khi một bức xạ điện từ bị tán xạ trên một hạt tích điện thì bức xạ tán xạ về khắp mọi phương phải có cùng tần số như bức xạ tới. Năm 1922 Arthur H. Compton đã chứng minh rằng nếu ta thừa nhận cách lí giải theo quan điểm lượng tử về bức xạ điện từ (xem chương 10) thì tần số của bức xạ tán xạ phải nhỏ hơn tần số của bức xạ tới và phụ thuộc vào góc nhiễu xạ.

Sự phân tích của Compton thực ra dựa trên cơ sở coi hiện tượng tán xạ của bức xạ điện từ giống như một va chạm hoàn toàn đàn hồi (kiểu va chạm giữa các viên bi–a) giữa một phôtôn và hạt tích điện tự do (xem H.12.1). Tuy chưa biết tường tận loại tương tác này nhưng khi áp dụng định luật bảo toàn xung lượng, ta thấy phôtôn tán xạ đã chịu một sự biến đổi bước sóng $\Delta\lambda$ cho bởi :

$$\Delta_\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_o c}(1 - \cos\theta),$$

(xem bài tập 12.10). Đại lượng h/m_oc thường được gọi là *bước sóng Compton* ; đối với êlectrôn h/m_oc = 0,0243 Å. Cần lưu ý



a) Trước tán xạ

b) Sau tán xạ

Hình 12.1

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

là $\Delta\lambda$ chỉ phụ thuộc góc tán xạ θ và không phụ thuộc năng lượng của phôtôn tới.

Compton đã nghiên cứu sự tán xạ của tia X (λ = 0,7 Å) trên graphit để kiểm nghiệm hiệu lực của hệ thức lí thuyết của mình. Vì năng lượng của tia X ($1,8.10^4$eV) lớn hơn nhiều cấp so với năng lượng liên kết của các êlectrôn ngoài cùng của cacbon nên một cách gần đúng có thể coi các êlectrôn đó là tự do.

BÀI TOÁN CÓ LỜI GIẢI

12.1. Một phôtôn X năng lượng 0,3 MeV va chạm trực diện với một êlectrôn lúc đầu ở trạng thái nghỉ. Tính vận tốc lùi của êlectrôn bằng cách áp dụng các nguyên lí bảo toàn năng lượng và xung lượng.

Giải. Dùng các kí hiệu trên H.12.1 và áp dụng định luật bảo toàn năng lượng, ta có :

$$E + m_oc^2 = E' + \frac{m_oc^2}{\sqrt{1 - (v^2/c^2)}}$$

hay $$0,3\text{MeV} + 0,511\text{MeV} = E' + \frac{0,511\,\text{MeV}}{\sqrt{1 - (v^2/c^2)}}.$$

Phôtôn có xung lượng là $h\nu/c = E/c$. Áp dụng định luật bảo toàn xung lượng đối với trường hợp ($\theta = 180^o$, $\phi = 0$) ta có :

$$\frac{E}{c} + 0 = -\frac{E'}{c} + \frac{m_ov}{\sqrt{1 - (v^2/c^2)}}$$

hay $$\frac{0,3\,\text{MeV}}{c} = -\frac{E'}{c} + \frac{0,511\,\text{MeV}}{\sqrt{1 - (v^2/c^2)}}\,\frac{v}{c^2}.$$

Giải hệ hai phương trình trên ta được v = 0,65c.

12.2. Chứng minh rằng vận tốc tìm được trong bài toán 12.1 cũng phù hợp với giá trị tìm được khi dùng công thức Compton.

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Giải. $\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_o c}(1 - \cos\theta) = \frac{h}{m_o c}(1 - \cos 180^o) = \frac{2h}{m_o c}$

hay $\lambda' = \lambda + \frac{2h}{m_o c}$

Nhân kết quả trên với 1/hc ta có :

$$\frac{\lambda'}{hc} = \frac{\lambda}{hc} + \frac{2}{m_o c^2} = \frac{1}{h\nu} + \frac{2}{m_o c^2} =$$

$$= \frac{1}{0{,}3\,\text{MeV}} + \frac{2}{0{,}511\,\text{MeV}} = 7{,}24\,\frac{1}{\text{MeV}}$$

Thế giá trị E' = (1/7,24)MeV vào phương trình năng lượng trong bài tập 12.1, ta lại tìm được nghiệm v = 0,65c.

12.3. Một tia X bước sóng 0,400 Å bị một êlectrôn làm tán xạ đi một góc 90°. Tính độ biến thiên tương đối của bước sóng tia X.

Giải. $\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_o c}(1 - \cos\theta) =$

$$= (0{,}0243\ \text{Å})(1 - \cos 90^o) = 0{,}0243\ \text{Å},$$

$$\frac{\lambda' - \lambda}{\lambda} = \frac{0{,}0243\text{Å}}{0{,}400\text{Å}} = 0{,}0608$$

12.4. Một tia X bước sóng 0,300 Å tán xạ theo một góc 60° do hiệu ứng Compton. Tìm bước sóng của phôtôn tán xạ và động năng của êlectrôn.

Giải. $\lambda' = \lambda + \frac{h}{m_o c}(1 - \cos\theta) =$

$$= 0{,}30\ \text{Å} + (0{,}0243\ \text{Å})(1 - \cos 60^o) = 0{,}312\ \text{Å}.$$

Theo định luật bảo toàn năng lượng ta có :

$$\frac{hc}{\lambda} + m_o c^2 = \frac{hc}{\lambda'} + K_e + m_o c^2$$

hay

$$\frac{12{,}4\ \text{keV}.\text{Å}}{0{,}3\text{Å}} = \frac{12{,}4\ \text{keV}.\text{Å}}{0{,}312\text{Å}} + K_e .$$

Do đó : $K_e = 1{,}59$ keV.

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

12.5. Trong một thí nghiệm về hiệu ứng Compton, một êlectrôn đã thu được năng lượng 0,100 MeV do một tia X 0,500 MeV chiếu tới. Tính bước sóng của phôtôn tán xạ biết rằng lúc đầu êlectrôn ở trạng thái nghỉ.

Giải. Theo định luật bảo toàn năng lượng ta có :

$$E_{đầu} = E_{cuối},$$

$$E + m_oc^2 = E' + (K_e + m_oc^2),$$

$$0{,}500 \text{ MeV} = E' + 0{,}100 \text{ MeV},$$

$$E' = 0{,}400 \text{ MeV}.$$

Do đó : $\lambda' = \dfrac{hc}{E'} = \dfrac{12{,}4 \times 10^{-3}\text{MeV}.\text{Å}}{0{,}400\text{MeV}} = 31 \times 10^{-3}$ Å.

12.6. Tìm góc hợp thành giữa phôtôn tán xạ và phôtôn tới trong bài toán 12.5.

Giải. Phôtôn tới có bước sóng :

$$\lambda = \frac{hc}{E} = \frac{12{,}4 \times 10^{-3}\text{MeV}.\text{Å}}{0{,}500\text{MeV}} = 24{,}8 \times 10^{-3} \text{ Å}.$$

Theo phương trình hiệu ứng Compton :

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_oc}(1 - \cos\theta),$$

31×10^{-3} Å $- 24{,}8 \times 10^{-3}$ Å $= (24{,}3 \times 10^{-3}$ Å$)(1 - \cos\theta)$.

Từ đó : $\theta = 42^o$.

12.7. Trong tán xạ Compton một phôtôn tới đã truyền cho êlectrôn bia một năng lượng cực đại bằng 45 keV. Tìm bước sóng của phôtôn đó.

Giải. Nếu êlectrôn có năng lượng cực đại thì phôtôn sẽ tán xạ ngược trở lại so với chiều phôtôn tới. Theo định luật bảo toàn năng lượng ta có :

$$E + m_oc^2 = E' + 45\text{keV} + m_oc^2 \text{ hay } E - E' = 45\text{keV}. \quad (1)$$

Định luật bảo toàn xung lượng cho ta :

$$\frac{E}{c} = -\frac{E'}{c} + p_e \quad (2)$$

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Giữa xung lượng và năng lượng của êlectrôn, có hệ thức :

$$E_e^2 = (p_e c)^2 + E_o^2.$$

Do đó :

$$(0{,}511\text{MeV} + 0{,}045\text{MeV})^2 = (p_e c)^2 + (0{,}511\text{MeV})^2$$

hay $\quad p_e = 0{,}219$ MeV/c.

Thế giá trị của p_e vào (2) ta được :

$$E + E' = 219 \text{ keV} \qquad (3)$$

Từ (1) và (3) suy ra E = 132 keV

và $$\lambda = \frac{hc}{E} = \frac{12{,}4 \text{ keV.Å}}{132 \text{ keV}} = 9{,}39 \times 10^{-2} \text{ Å}.$$

12.8. Chứng tỏ rằng một êlectrôn tự do ở trạng thái nghỉ không thể hấp thụ một phôtôn.

Giải. $p_{\text{phôtôn}} = p_{\text{êlectrôn}}$ hay $\dfrac{h\nu}{c} = p_e$, (1)

$$E_{\text{phôtôn}} = E_{\text{êlectrôn}} \quad \text{hay} \quad h\nu = \sqrt{(p_e c)^2 + (m_o c^2)^2}.$$

Chia biểu thức về năng lượng cho c ta có :

$$\frac{h\nu}{c} = \sqrt{p_e^2 + m_o^2 c^2} > p_e ;$$

biểu thức này mâu thuẫn với biểu thức xung lượng (1).

Cũng bài toán này đã được giải theo phương pháp khác trong trường hợp hiệu ứng quang điện (xem bài toán 11.11).

12.9. Xác định góc tán xạ Compton cực đại mà trong đó phôtôn tán xạ có thể sinh ra một cặp pôzitrôn–êlectrôn.

Giải. Bước sóng ngưỡng để tạo cặp pôzitrôn–êlectrôn được xác định theo hệ thức (xem bài toán 13.4) :

$$h\frac{c}{\lambda_s} = 2m_o c^2 \quad \text{hay} \quad \frac{h}{m_o c} = 2\lambda_s. \qquad (1)$$

Thế (1) vào công thức Compton ta có :

$$\lambda' = \lambda + 2\lambda_s(1 - \cos\theta).$$

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Vế phải bằng tổng của hai số hạng dương. Vì vậy nếu :

$$2\lambda_s(1 - \cos\theta) \geqslant \lambda_s,$$

và $\lambda' > \lambda_s$ thì không thể có tạo cặp. Còn khi có đẳng thức :

$$2\lambda_s(1 - \cos\theta_s) = \lambda_s \text{ hay } \cos\theta_s = 1/2 \text{ hay } \theta_s = 60^o.$$

Chú ý rằng kết quả trên không phụ thuộc năng lượng của phôtôn tới.

12.10. Thiết lập phương trình hiệu ứng Compton :

$$\lambda' - \lambda = (h/m_oc)(1 - \cos\theta).$$

Giải. Xem H.12.1. Phôtôn được coi như một hạt có năng lượng $E = h\nu = hc/\lambda$ và xung lựng $p = h/\lambda$. Theo định luật bảo toàn năng lượng, ta có :

$$\frac{hc}{\lambda} + m_oc^2 = \frac{hc}{\lambda'} + mc^2.$$

Chuyển vế và bình phương ta có :

$$(mc^2)^2 = \frac{h^2c^2}{\lambda^2\lambda'^2}(\lambda^2 + \lambda'^2) - \frac{2h^2c^2}{\lambda\lambda'} + \frac{2hm_oc^3}{\lambda\lambda'}(\lambda' - \lambda) + (m_oc^2)^2. \quad (1)$$

Định luật bảo toàn xung lượng dẫn đến giản đồ biểu diễn trên H.12.2. Vì $\vec{p_e} = \vec{p} - \vec{p'}$ nên suy ra :

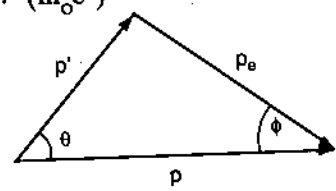
$$\vec{p_e}\cdot\vec{p_e} = p_e^2 = p^2 + p'^2 - 2\vec{p}\cdot\vec{p'}\cdot\cos\theta = \frac{h^2}{\lambda^2\lambda'^2}(\lambda'^2 + \lambda^2 - 2\lambda'\cos\theta). \quad (2)$$

Thay thế (1) và (2) vào biểu thức $(mc^2)^2 = (p_ec)^2 + (m_oc^2)^2$, ta có :

$$\frac{h^2c^2}{\lambda^2\lambda'^2}(\lambda^2 + \lambda'^2) - \frac{2h^2c^2}{\lambda\lambda'} + \frac{2hm_oc^3}{\lambda\lambda'}(\lambda' - \lambda) + (m_oc^2)^2 =$$

$$= \frac{h^2c^2}{\lambda^2\lambda'^2}(\lambda'^2 + \lambda^2 - 2\lambda'\cos\theta) + (m_oc^2)^2.$$

Do đó : $\lambda' - \lambda = \Delta\lambda = \dfrac{h}{m_oc}(1 - \cos\theta).$



Hình 12.2

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

12.11. Khi chịu tán xạ Compton, một êlectrôn tán xạ theo một góc ϕ so với phương ban đầu của phôtôn tới. Hãy tính động năng của êlectrôn đó.

Giải. Năng lượng đầu = năng lượng cuối

$$h\nu + m_oc^2 = h\nu' + K_e + m_oc^2.$$

Vì $h\nu = pc$ nên :

$$pc = p'c + K_e. \qquad (1)$$

Theo H.12-2 thì $\vec{p'} = \vec{p} - \vec{p_e}$ và

$$\vec{p'}.\vec{p'} = p'^2 = p^2 + p_e^2 - 2pp_e\cos\phi. \qquad (2)$$

Thay (1) và hệ thức :

$$p_e^2 = \frac{E_e^2 - (m_oc^2)^2}{c^2} = \frac{1}{c^2}\left[(m_oc^2 + K_e)^2 - (m_oc^2)^2\right] =$$

$$= \frac{1}{c^2}(K_e^2 + 2K_em_oc^2) \qquad (3)$$

vào (2) ta suy ra :

$$K_e\left(m_o + \frac{p}{c}\right) = pp_e\cos\phi \qquad (4)$$

Bình phương (4) và sử dụng hệ thức (3) ta có :

$$K_e^2\left(m_o + \frac{p}{c}\right)^2 = \frac{p^2}{c^2}(K_e^2 + 2K_em_oc^2)\cos^2\Phi.$$

Cuối cùng thay p bằng $h\nu/c$, ta được :

$$K_e = h\nu\,\frac{2\left(\frac{h\nu}{m_oc^2}\right)\cos^2\Phi}{\left(\frac{h\nu}{m_oc^2} + 1\right)^2 - \left(\frac{h\nu}{m_oc^2}\right)^2\cos^2\Phi}.$$

Chú ý : Khi $\phi = 0$ thì K_e cực đại.

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

BÀI TOÁN BỔ SUNG

12.12. Tính bước sóng Compton của prôtôn (khối lượng nghỉ = 938,3 MeV).

Đáp số. $1,32 \times 10^{-5}$ Å.

12.13. Giải lại bài toán 12.3 đối với ánh sáng trông thấy bước sóng 5000 Å.

Đáp số. $4,86 \times 10^{-6}$.

12.14. Một phôtôn 100keV tán xạ trên một êlectrôn lúc đầu ở trạng thái nghỉ. Tìm vận tốc lùi của êlectrôn nếu góc tán xạ bằng 180° (sử dụng các hệ thức bảo toàn).

Đáp số. 0,319c.

12.15. Xem bài toán 12.14. Tính bước sóng của phôtôn tán xạ theo phương trình hiệu ứng Compton.

Đáp số. 0,1726 Å

12.16. Tìm bước sóng cuối cùng của phôtôn trong bài toán 12.14 khi nó bị tán xạ dưới góc 65° so với bức xạ tới.

Đáp số. 0,138 Å.

12.17. Xem bài toán 12.16. Tính xung lượng cuối cùng của êlectrôn.

Đáp số. 102,4 keV/c.

12.18. Giải các bài toán 12.16 và 12.17 đối với góc tán xạ 144°.

Đáp số. 0,168 Å ; 166 keV/c.

12.19. Trong một thí nghiệm về hiệu ứng Compton, người ta ghi được phôtôn và êlectrôn với các năng lượng tương ứng 200 và 75 keV. Tìm bước sóng ban đầu của phôtôn.

Đáp số. 0,045 Å.

12.20. Xem bài toán 12.19. Tìm các góc tán xạ của phôtôn và êlectrôn.

Đáp số. $72,5^{o}$; $41,7^{o}$.

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

12.21. Một phôtôn 0,15 Å bị tán xạ trên một êlectrôn theo một góc 120°. Tính độ biến thiên tương đối của bước sóng phôtôn.

Đáp số. 24,3%.

12.22. Một phôtôn 12 MeV bị tán xạ 90° trên prôtôn tự do. Tìm bước sóng của phôtôn tán xạ. (Năng lượng nghỉ của prôtôn : m_oc^2 = 938,3 MeV).

Đáp số. $1,05 \times 10^{-3}$ Å.

12.23. Tìm biểu thức liên hệ giữa các góc tán xạ của phôtôn và êlectrôn trong tán xạ Compton.

Đáp số. $\text{ctg}\phi = \left(1 - \frac{h\nu}{m_oc^2}\right) \text{ctg}\frac{\theta}{2}$.

12.24. Một phôtôn X va chạm trực diện với một êlectrôn có điện thế hãm 70kV. Lúc đầu êlectrôn ở trạng thái nghỉ. Tính các bước sóng của phôtôn trước và sau va chạm.

Đáp số. 0,0716 Å ; 0,1201 Å.

12.25. Tính năng lượng cực đại (ra eV) mà một êlectrôn có thể thu được trong hiệu ứng Compton khi năng lượng đó là do phôtôn X bước sóng 0,50 Å truyền đến.

Đáp số. 4,7eV.

Chương 13

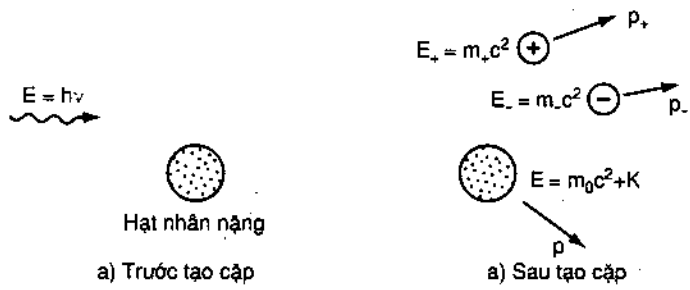
SINH VÀ HUỶ CẶP

13.1. SINH CẶP

Trong quá trình sinh cặp, năng lượng của một phôtôn được biến đổi hoàn toàn thành các hạt chất. Kết quả là tạo thành

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

cặp êlectrôn-pôzitôn (xem H.13.1). Một pôzitôn hoàn toàn giống một êlectrôn về mọi phương diện ngoại trừ điện tích. Khi điện tích ban đầu của hệ bằng không thì để thỏa mãn định luật bảo toàn điện tích, nhất thiết phải sinh ra hai hạt mang điện tích trái dấu. Để tạo được một cặp hạt, phôtôn tới phải có năng lượng ít nhất cũng bằng năng lượng nghỉ của cặp hạt. Toàn bộ năng lượng dư thừa của phôtôn được biến đổi thành động năng của các hạt tạo thành.



Hình 13.1

Việc sinh cặp không thể xảy ra trong không gian trống rỗng (xem bài toán 13.11). Người ta đã chỉ rõ trên H.13.1 sự có mặt của hạt nhân nặng. Hạt nhân này hấp thụ phần lớn xung lượng của phôtôn tới, nhưng vì hạt nhân có khối lượng khá lớn nên động năng lùi của nó $K \approx p^2/2M_o$ rất nhỏ có thể bỏ qua so với năng lượng của cặp hạt. Vì vậy, có thể áp dụng định luật bảo toàn năng lượng (chứ không phải định luật bảo toàn xung lượng) mà không kể tới sự có mặt của hạt nhân nặng. Thành thử ta có :

$$h\nu = m_+c^2 + m_-c^2 = K_+ + K_- + 2m_oc^2$$

vì pôzitôn và êlectrôn có cùng khối lượng nghỉ

$$m_o = 9{,}11 \times 10^{-31}\text{kg}.$$

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

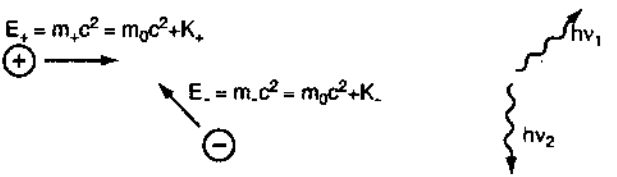
13.2. HUỶ CẶP

Trái với sinh cặp, sự huỷ cặp cũng có thể xảy ra. Trong huỷ cặp thì mất đi cặp pôzitôn–êlectrôn nhưng đồng thời xuất hiện hai (hay nhiều) phôtôn (xem H.13.2). Cũng trái với sinh cặp, sự huỷ cặp có thể xảy ra trong không gian trống rỗng và có thể áp dụng được các định luật bảo toàn năng lượng và xung lượng (để thỏa mãn các định luật bảo toàn đó, ít nhất phải có hai phôtôn được tạo thành). Ta có :

$$E_{đầu} = E_{cuối} \text{ hay } 2m_oc^2 + K_+ + K_- = h\nu_1 + h\nu_2,$$

$$\vec{p}_{đầu} = \vec{p}_{cuối} \text{ hay } m_+\vec{v}_+ + m_-\vec{v}_- = \frac{h}{2\pi}\vec{k}_1 + \frac{h}{2\pi}\vec{k}_2,$$

trong đó $\vec{k}$ là vectơ sóng với $|\vec{k}| = 2\pi/\lambda$.



a) Trước hủy cặp b) Sau hủy cặp

Hình 13.2

Cả hai quá trình sinh và huỷ đều có thể xảy ra đối với các hạt vật chất và phản vật chất khác, thí dụ prôtôn và phản prôtôn (antiprôtôn) (xem bài toán 13.16).

BÀI TOÁN CÓ LỜI GIẢI

13.1. Một phôtôn có bước sóng λ = 0,00300 Å, sản sinh ra một cặp êlectrôn–pôzitôn ở lân cận một hạt nhân nặng. Xác định động năng của mỗi hạt sinh ra nếu năng lượng của pôzitôn gấp đôi năng lượng của êlectrôn.

Giải. $E_{đầu} = E_{cuối}$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$$\frac{hc}{\lambda} = 2m_oc^2 + K_+ + K_- = 2m_oc^2 + 3K_-,$$

$$\frac{12,4 \times 10^{-3}\text{MeV}.\text{Å}}{0,0030\text{Å}} = 2(0,511\ \text{MeV}) + 3K_-,$$

$$K_- = 1,04\ \text{MeV},$$

và $K_+ = 2K_- = 2,08$ MeV.

13.2. Tính năng lượng của hai phôtôn sinh ra do sự huỷ của một êlectrôn và một pôzitôn ở trạng thái nghỉ.

Giải. Vì xung lượng ban đầu của cặp hạt bằng không nên hai phôtôn phải chuyển động theo hai chiều ngược nhau với năng lượng bằng nhau. Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng ta có :

$$2m_oc^2 = 2E_\gamma \text{ hay } E_\gamma = m_oc^2 = 0,511\ \text{MeV}.$$

13.3. Trong quá trình va chạm trực diện giữa một êlectrôn và một pôzitôn, có sự huỷ cặp tạo thành hai phôtôn 2,0 MeV chuyển động theo hai chiều ngược nhau. Tính động năng của hai hạt trước va chạm.

Giải. Vì xung lượng cuối của hai phôtôn bằng không nên động năng của hai hạt trước va chạm phải bằng nhau. Theo định luật bảo toàn năng lượng, ta có :

$$2m_oc^2 + 2K = 2E_\gamma,$$

$$2(0,511\ \text{MeV}) + 2K = 2(2,0\ \text{MeV}),$$

$$K = 1,49\ \text{MeV}.$$

13.4. Xác định bước sóng ngưỡng để sinh cặp hạt.

Giải. Bước sóng ngưỡng là bước sóng để pôzitôn và êlectrôn có động năng bằng không. Trong điều kiện đó (bỏ qua năng lượng lùi của hạt nhân), định luật bảo toàn năng lượng cho ta :

$$\frac{hc}{\lambda_s} = 2m_oc^2 \text{ hay } \lambda_s = \frac{hc}{2m_oc^2} = \frac{12,4 \times 10^{-3}\text{MeV}.\text{Å}}{2(0,511\ \text{MeV})} = 0,0121\ \text{Å},$$

13.5. Ba phôtôn được sinh ra trong quá trình huỷ của một êlectrôn và một pôzitôn ở trạng thái nghỉ. Tính năng lượng của

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

phôtôn thứ ba biết rằng hai phôtôn còn lại có năng lượng tương ứng 0,20 và 0,30 MeV.

Giải. Theo định luật bảo toàn năng lượng :

$$2(0{,}511\ \text{MeV}) = 0{,}20\ \text{MeV} + 0{,}30\ \text{MeV} + E_3\ ,$$

Do đó : $E_3 = 0{,}522$ MeV.

13.6. Một phôtôn 200 MeV có thể tạo thành bao nhiêu pôzitôn ?

Giải. Năng lượng cần thiết để tạo một cặp êlectrôn–pôzitôn lớp gấp hai lần năng lượng nghỉ của một êlectrôn, nghĩa là bằng 1,022 MeV. Do đó :

$$\text{Số pôzitôn cực đại} = (200\,\text{MeV})\left(\frac{1\ \text{cặp}}{1{,}022\,\text{MeV}}\right)\left(1\ \frac{\text{pôditôn}}{\text{cặp}}\right)$$

$= 195$ pôzitôn.

13.7. Một êlectrôn 5 MeV huỷ với một pôzitôn ở trạng thái nghỉ và sinh ra hai phôtôn. Tính năng lượng của mỗi phôtôn tạo thành biết rằng có một phôtôn di chuyển theo chiều chuyển động của êlectrôn tới.

Giải. Để thoả mãn định luật bảo toàn xung lượng theo hướng vuông góc, chuyển động của phôtôn thứ hai phải song song ($\varepsilon = +1$) hay phản song song ($\varepsilon = -1$) với chuyển động của phôtôn thứ nhất. Ta viết định luật bảo toàn xung như sau :

$$p_- = \frac{E_1}{c} + \varepsilon\frac{E_2}{c} \text{ hay } E_1 + \varepsilon E_2 = p_-c. \qquad (1)$$

Tính p_-c từ hệ thức giữa năng lượng và xung lượng :

$$(K_- + m_oc^2)^2 = (p_-c)^2 + (m_oc^2)^2,$$

và thay vào (1) ta có :

$$E_1 + \varepsilon E_2 = \sqrt{(K_- + m_oc^2)^2 - (m_oc^2)^2} =$$

$$= \sqrt{(5{,}511\,\text{MeV})^2 - (0{,}511\,\text{MeV})^2} = 5{,}49\ \text{MeV}.$$

Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng ta có :

$$E_1 + E_2 = K_- + m_oc^2 + m_oc^2 =$$

$$= 5\text{MeV} + 2(0{,}511\ \text{MeV}) = 6{,}02\ \text{MeV}.$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

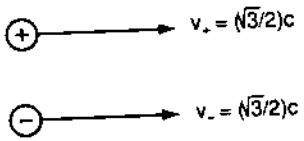
Thế giá trị của E_1 vào biểu thức xung lượng (1), ta có :

$$-\ 0{,}53\ \text{MeV} = (\in - 1)E_2.$$

Vì vậy $\in$ phải lấy giá trị -1 và phôtôn thứ hai phải chuyển động ngược chiều với phôtôn thứ nhất. Khi đó năng lượng của các phôtôn sẽ là :

$$E_2 = 0{,}27\ \text{MeV}\ ;\ E_1 = 5{,}75\ \text{MeV}.$$

13.8. Một êlectrôn và một pôzitôn trong khi cùng chuyển động với nhau (xem H.13.3.) đã huỷ nhau. Xác định bước sóng của hai phôtôn sinh ra nếu chúng chuyển động cùng phương với hai hạt ban đầu.



Hình 13.3

Giải. Nếu ta quan sát trong hệ quy chiếu gắn với khối tâm thì hai phôtôn chuyển động theo các chiều ngược nhau. Khi trở lại hệ quy chiếu gắn với phòng thí nghiệm, chúng cũng sẽ chuyển động theo các chiều ngược nhau vì vận tốc tương đối của hệ phòng thí nghiệm đối với khối tâm nhỏ hơn c. Theo định luật bảo toàn xung lượng ta có :

$$2mv = p_1 - p_2 = \frac{h}{\lambda_1} - \frac{h}{\lambda_2},$$

với : $$2mv = \frac{2(m_oc^2)\,(v/c)}{c\sqrt{1-(v/c)^2}} = \frac{2(0{,}511\,\text{MeV})\,(\sqrt{3}/2)}{c\sqrt{1-(\sqrt{3}/2)^2}} = 1{,}770\ \frac{\text{MeV}}{c},$$

và $$\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} = \frac{(2mv)c}{hc} = \frac{1{,}770\,\text{MeV}}{12{,}4 \times 10^{-3}\text{MeV}\,.\,\text{Å}} = 142{,}7\ \text{Å}^{-1}. \qquad (1)$$

Theo định luật bảo toàn năng lượng ta có :

$$2mc^2 = h\nu_1 + h\nu_2 = \frac{hc}{\lambda_1} + \frac{hc}{\lambda_2},$$

với $$2mc^2 = \frac{2m_oc^2}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}} = \frac{2(0{,}511\ \text{MeV})}{\sqrt{1-(\sqrt{3}/2)^2}} = 2{,}044\ \text{MeV}.$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

và : $\frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} = \frac{2mc^2}{hc} = \frac{2,044 \text{ MeV}}{12,4 \times 10^{-3} \text{MeV . Å}} = 164,8 \text{ Å}^{-1}$. (2)

Giải đồng thời (1) và (2) ta thu được :

$$\lambda_1 = 6,50 \times 10^{-3} \text{ Å} ;$$

$$\lambda_2 = 9,05 \times 10^{-2} \text{ Å}.$$

13.9. Một êlectrôn và một pôzitôn trong khi chuyển động như trong bài toán 13.8 thì huỷ nhau và hai phôtôn sinh ra đều có các góc tán xạ bằng nhau. Tính góc tán xạ và năng lượng của hai phôtôn đó.

Giải. Xung lượng ban đầu theo phương vuông góc với chuyển động bằng không nên hai phôtôn phải có cùng năng lượng E_γ. Dùng các kết quả của bài toán 13.8 và định luật bảo toàn năng lượng ta có :

$$2E_\gamma = \frac{2m_oc^2}{\sqrt{1 - (v^2/c^2)}} = 2,044 \text{ MeV hay } E_\gamma = 1,022 \text{ MeV}.$$

Áp dụng định luật bảo toàn xung lượng dọc theo chiều chuyển động ta có :

$$2mv = \frac{E_\gamma}{c}\cos\theta + \frac{E_\gamma}{c}\cos(-\theta),$$

$$\frac{2m_ov}{\sqrt{1 - (v^2/c^2)}} = \frac{2m_oc}{\sqrt{1 - (v^2/c^2)}}\cos\theta,$$

Suy ra : $\cos\theta = v/c = \sqrt{3}/2$ và $\theta = 30^o$.

13.10. Một sự sinh cặp xảy ra trong một từ trường 0,1T đã tạo thành một pôzitôn và một êlectrôn mà các quỹ đạo có bán kính cong tương ứng 120 và 40mm. Tính năng lượng của phôtôn tới.

Giải. Áp dụng định luật thứ hai của Newton cho một hạt tích điện chuyển động trong một từ trường (xem bài toán 8.25), ta có :

$$quB = \frac{m_o}{\sqrt{1 - (u^2/c^2)}}\frac{u^2}{R} \text{ hay } \frac{1}{\sqrt{1 - (u^2/c^2)}} = \sqrt{1 + \left(\frac{qBR}{m_oc}\right)^2}.$$

Năng lượng toàn phần của hạt tích điện là :

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$$E = mc^2 = \frac{m_oc^2}{\sqrt{1 - (u^2/c^2)}} = m_oc^2 \sqrt{1 + \left(\frac{qBR}{m_oc}\right)^2}.$$

Do đó năng lượng của pôzitôn và êlectrôn bằng :

$$E_+ = (0{,}511\text{MeV}) \sqrt{1 + \left[\frac{(1{,}6 \times 10^{-19}\text{C})\,(0{,}1\text{T})\,(120 \times 10^{-3}\text{m})}{(9{,}11 \times 10^{-31}\text{kg})\,(3 \times 10^8\text{m/s})}\right]^2} =$$

$$= 3{,}63 \text{ MeV},$$

$$E_- = (0{,}511\text{MeV}) \sqrt{1 + \left[\frac{(1{,}6 \times 10^{-19}\text{C})\,(0{,}1\text{T})\,(40 \times 10^{-3}\text{m})}{(9{,}11 \times 10^{-31}\text{kg})\,(3 \times 10^8\text{m/s})}\right]^2} =$$

$$= 1{,}30 \text{ MeV}.$$

và theo định luật bảo toàn năng lượng (bỏ qua hạt nhân nặng) ta có :

$$h\nu = E_+ + E_- = 4{,}93 \text{ MeV}.$$

13.11. Chứng minh rằng sự tạo cặp không thể xảy ra trong không gian trống rỗng. (Do đó muốn có sự sinh cặp thì phải có mặt một hạt nhân nặng).

Giải. Sự sinh cặp là một hiện tượng bất biến. Nếu một quan sát viên nhìn thấy một sự sinh cặp thì mọi quan sát viên khác chuyển động tương đối đối với quan sát viên trước cũng nhìn thấy sự sinh cặp đó. Trái lại, tần số của một phôtôn sẽ biến đổi tùy thuộc các quan sát viên do sự dịch chuyển Doppler (xem chương 9). Như vậy bao giờ cũng có thể tìm thấy một quan sát viên chuyển động với vận tốc sao cho tần số của phôtôn cho trước phải dịch chuyển do hiệu ứng Doppler về phía tần số *nhỏ hơn* tần số ngưỡng tạo cặp (xem bài toán 13.4). Thành thử chừng nào mà quan sát viên trên thấy rằng sự sinh cặp là không thể xảy ra trong không gian trống rỗng thì mọi quan sát viên khác cũng sẽ thấy như vậy.

BÀI TOÁN BỔ SUNG

13.12. Xác định năng lượng ngưỡng để một phôtôn có thể tạo cặp.

Đáp số. 1,022 MeV.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

13.13. Một phôtôn 0,0005Å tạo thành một cặp êlectrôn–pôzitôn ở lân cận một hạt nhân nặng. Tính năng lượng của mỗi hạt biết rằng hai hạt có năng lượng như nhau.

Đáp số. 11,9 MeV.

13.14. Xem bài toán 13.13. Năng lượng của mỗi hạt sẽ bằng bao nhiêu nếu động năng của pôzitôn lớn gấp năm lần động năng của êlectrôn.

Đáp số. 19,8 MeV ; 3,96 MeV.

13.15. Sau khi xảy ra một hủy cặp, người ta quan sát thấy hai phôtôn 1 MeV bay ra theo hai chiều ngược nhau. Biết rằng êlectrôn và pôzitôn có cùng năng lượng, tìm giá trị năng lượng đó.

Đáp số. 0,49 MeV.

13.16. Tính bước sóng ngưỡng để tạo một cặp prôtôn– phản prôtôn. Khối lượng nghỉ của một prôtôn (hay một phản prôtôn) bằng 938 MeV.

Đáp số. $6{,}61.10^{-6}$ Å.

13.17. Một êlectrôn vận tốc 0,8c huỷ với một pôzitôn ở trạng thái nghỉ và sinh ra hai phôtôn. Biết rằng một trong hai phôtôn chuyển động cùng chiều với êlectrôn tới ; tính năng lượng của từng phôtôn.

Đáp số. 1,02 MeV ; 0,34 MeV.

13.18. Xem bài toán 13.17. Nếu một trong hai phôtôn chuyển động theo phương vuông góc với êlectrôn tới, tính năng lượng của mỗi phôtôn.

Đáp số. 0,51 MeV ; 0,85 MeV.

13.19. Khi một sự sinh cặp xảy ra trong một từ trường 0,05T thì các quỹ đạo của êlectrôn và pôzitôn có bán kính cong 90mm. Tính năng lượng của phôtôn tới.

Đáp số. 2,88 MeV.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Chương 14

HẤP THỤ PHÔTÔN

Cường độ của một bức xạ có thể bị suy giảm khi đi qua môi trường chất vì các phôtôn có thể bị hấp thụ hay tán xạ khỏi phương truyền do tác động của tổ hợp nào đó các hiệu ứng quang điện, hiệu ứng Compton và sự sinh cặp. Sự làm yếu cường độ bức xạ tuân theo định luật suy giảm theo hàm mũ.

$$I = I_o e^{-\mu x}, \qquad (14\text{-}1)$$

I_o là cường độ bức xạ tới chất hấp thụ, còn μ là hệ số hấp thụ dài và là một hằng số đặc trưng cho vật liệu hấp thụ đối với mỗi năng lượng của phôtôn cho trước. Đối với một vật liệu xác định, μ biến đổi theo năng lượng (hay theo bước sóng) vì các loại tương tác kể trên đều rất khác nhau tuỳ theo năng lượng.

BÀI TOÁN CÓ LỜI GIẢI

14.1. Xác định tỉ lệ % của chùm tia X tới đi qua một vật liệu có độ dày 5mm và hệ số hấp thụ $0{,}07\text{mm}^{-1}$.

Giải.

$$\frac{I}{I_o} = e^{-\mu x} = e^{-(0{,}07\text{mm}^{-1})(5{,}00\text{mm})} = 0{,}705 = 70{,}5\%.$$

14.2. Một chùm phôtôn đơn sắc khi đi qua một vật liệu có khả năng hấp thụ dày 8mm thì cường độ giảm đi 2 lần. Xác định hệ số hấp thụ của vật liệu.

Giải. $\dfrac{I_o}{2} = I_o e^{-\mu(8\text{mm})}$

Do đó, $\mu = 0{,}0866\text{mm}^{-1}$.

14.3. Tìm độ dày của một lớp nhôm ($\mu_{Al} = 0{,}070\text{mm}^{-1}$) làm giảm một nửa cường độ của chùm phôtôn tới.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Giải. $\frac{1}{2} = e^{-(0,070mm^{-1})x}$ hay $x = 9,9mm$.

14.4. Xem bài toán 14.3. Tính cường độ tương đối của chùm tia ló sau khi đi qua lớp nhôm dày 19,8mm.

Giải. 9,9mm làm cường độ chùm giảm còn $\frac{I_o}{2}$. Chặng đường thứ hai tương đương với chặng đường trước sẽ làm cường độ giảm đi cùng một tỉ lệ $\frac{1}{2}\left(\frac{I_o}{2}\right)$. Do đó chùm tia ló chỉ còn bằng $\frac{1}{4}$ chùm tia tới, nghĩa là bằng $\frac{I_o}{4}$.

14.5. Một chùm tia tới vuông góc với một bản vật liệu dày 20mm. Sau khi đi qua bản, cường độ chùm tia ló giảm một nửa. Người ta quay mặt bản 40°. Tính cường độ chùm tia ló lúc đó.

Giải. Giá trị của hệ số hấp thụ được suy ra từ

$$\frac{1}{2} = e^{-\mu(20mm)} \text{ hay } \mu = 0,0347mm^{-1}$$

Sau khi quay mặt bản, độ dày mới bằng :

$$x_2 = \frac{x_1}{\cos 40^o} = \frac{20mm}{\cos 40^o} = 26,1mm .$$

Do đó, cường độ chùm tia ló bằng :

$$\frac{I_2}{I_o} = e^{-\mu x_2} = e^{-(0,0347mm^{-1})(26,1mm)} = 0,404 .$$

14.6. Tính độ dày lớp nhôm ($\mu_{Al} = 0,044mm^{-1}$) tương đương với độ dày 6,0mm chì ($\mu_{Pb} = 5,8mm^{-1}$).

Giải. Độ dày tương đương của nhôm phải có tác dụng làm yếu như 6,0mm chì. Do đó :

$$\frac{I}{I_o} = e^{-\mu_1 x_1} = e^{-\mu_2 x_2} .$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Vì vậy $\mu_l x_l = \mu_a x_a$, và :

$$x_a = \frac{\mu_l}{\mu_a} x_l = \frac{5{,}8\text{mm}^{-1}}{0{,}044\text{mm}^{-1}} (6{,}0\text{mm}) = 791\text{mm} .$$

14.7. Hai vật liệu A và B có các hệ số hấp thụ tương ứng $0{,}044\text{mm}^{-1}$ và $0{,}056\text{mm}^{-1}$. Nếu cường độ tới là I_o thì cường độ ló bằng $I_o/5$. Tính các độ dày của vật liệu A và B biết rằng A dày gấp đôi B và tia tới đi qua cả hai vật liệu.

Giải. Gọi độ dày của A là 2x thì cường độ tới trên B là $I_o e^{-\mu_a(2x)}$. Áp dụng định luật suy giảm cho B thì :

$$I = \frac{I_o}{5} = [I_o e^{-\mu_a(2x)}]\, e^{-\mu_b x} = I_o e^{-(2\mu_a + \mu_b)x} ,$$

hay : $$5 = e^{(0{,}144\text{mm}^{-1})x}$$

Do đó : x = 11,18mm ; 2x = 22,36mm.

14.8. Thiết lập công thức $I = I_o e^{-\mu x}$.

Giải. Đối với một năng lượng phôtôn cho trước, thông lượng phôtôn truyền qua một vật liệu sẽ giảm do tác dụng của các hiệu ứng quang điện, tạo cặp và tán xạ Compton. Số tương tác dN trong độ dày dx tỉ lệ thuận với thông lượng phôtôn N và số nguyên tử vật liệu gặp trên đường đi. Số nguyên tử này tỉ lệ với dx. Trong điều kiện đó ta có :

$$-dN = \mu N dx.$$

Lấy tích phân : $$\int_{N_o}^{N} \frac{dN}{N} = -\mu \int_0^x dx$$

ta được : $$N = N_o e^{-\mu x}$$

Vì cường độ I của một chùm đơn sắc tỉ lệ với N, nên ta cũng có : $I = I_o e^{-\mu x}$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

BÀI TOÁN BỔ SUNG

14.9. Hệ số hấp thụ của một vật liệu bằng $0,061mm^{-1}$. Nếu cường độ tới là I_o thì độ dày của vật liệu phải bằng bao nhiêu để cường độ chùm ló bằng $I_o/3$?

Đáp số. 188mm.

14.10. Một chùm đơn sắc đi xuyên qua 10mm của một vật liệu rồi ló ra ngoài. Tính tỉ lệ phần trăm của chùm tia ló so với chùm tia tới biết rằng vật liệu có hệ số hấp thụ $0,055mm^{-1}$.

Đáp số. 57,7%.

14.11. Một chùm đơn sắc có cường độ giảm đi 3 lần sau khi đi qua một vật liệu dày 8,5mm. Tính hệ số hấp thụ của vật liệu.

Đáp số. $0,129mm^{-1}$.

14.12. Có một vật liệu với $\mu = 0,035mm^{-1}$. Tính độ dày cần thiết để làm cường độ chùm tới giảm đi một nửa.

Đáp số. 19,8mm.

14.13. Hai vật liệu A và B có hệ số hấp thụ tương ứng $0,060mm^{-1}$ và $0,131mm^{-1}$. Tính độ dày của A tương đương với độ dày 8mm của B.

Đáp số. 17,5mm.

14.14. Xem bài tập 14.13. Hai vật liệu A và B phải có cùng độ dày để làm cường độ chùm đơn sắc tới giảm xuống chỉ còn bằng một phần năm của nó. Tính độ dày mỗi bản vật liệu.

Đáp số. 8,4mm.

14.15. Hai chùm tia X ($\lambda_1 = 0,3Å$, $\lambda_2 = 0,5Å$) cường độ như nhau đập tới một bản vật liệu mà các hệ số hấp thụ tương ứng là $0,3mm^{-1}$ và $0,72mm^{-1}$. Tính độ dày của bản vật liệu biết rằng cường độ chùm ló thứ nhất lớn gấp đôi cường độ chùm ló thứ hai.

Đáp số. 1,7mm.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

PHẦN THỨ BA
SÓNG VẬT CHẤT

Chương 15

SÓNG DE BROGLIE

15.1. LƯỠNG TÍNH SÓNG – HẠT CỦA BỨC XẠ ĐIỆN TỪ

Trong các chương 10 – 13 ta đã phải gán cho bức xạ điện từ các tính chất hạt để giải thích một số quan sát thực nghiệm như hiệu ứng quang điện, tán xạ Compton. Tuy nhiên trong các hiện tượng như giao thoa, nhiễu xạ thì bức xạ điện từ lại hoạt động như một sóng. Thành thử ta thấy bức xạ điện từ lúc biểu hiện tính chất sóng, lúc biểu hiện tính chất hạt. Vì vậy ta nói bức xạ điện từ có lưỡng tính sóng – hạt.

Cần nhận thức rõ ràng sự phân biệt giữa sóng và hạt chỉ ở trong chừng mức mà sóng và hạt cũng chỉ là hai dạng truyền năng lượng mà thôi. Hạt cổ điển là một đối tượng vật chất có vị trí, xung lượng, động năng, khối lượng và điện tích ; còn sóng lại có bước sóng, tần số, vận tốc, biên độ, cường độ, năng lượng và xung lượng. Sự khác nhau chủ yếu giữa sóng và hạt là ở chỗ một hạt có thể được định xứ còn sóng thì lại trải dài và lan rộng do đó choán một khoảng không gian rộng lớn.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

15.2. LƯỠNG TÍNH SÓNG – HẠT CỦA VẬT CHẤT

Năm 1924 Louis de Broglie đưa ra giả thuyết : nếu bức xạ điện từ hoạt động lúc như một sóng, lúc như một hạt thì có lẽ, vấn đề chính là do có những đối tượng vật chất như các êlectrôn cũng có khi hoạt động như các sóng. Nói cách khác, de Broglie đưa ra giả thuyết là nếu có các hạt nào đó đi xuyên qua các khe rộng vào cỡ bước sóng kết hợp với chúng thì các hạt đó sẽ bị nhiễu xạ giống hệt như hiện tượng nhiễu xạ qua một khe của các phôtôn truyền qua.

Đối với một phôtôn, ta có hai biểu thức $\nu = E/h$ và $\lambda = h/p$, trong đó vế trái mô tả các đặc trưng sóng của phôtôn (tần số, bước sóng), còn vế phải lại thể hiện các đặc trưng hạt (năng lượng, động lượng). Mối liên hệ sóng – hạt được biểu thị qua hằng số Planck. Dựa vào các tính chất đối xứng của tự nhiên, de Broglie đưa ra giả thuyết là các bước sóng kết hợp với hạt phải thoả mãn các hệ thức giống như các hệ thức tương ứng của phôtôn. Ông đã phát biểu thành tiên đề sau : mỗi hạt đều kết hợp với một sóng mà bước sóng được xác định theo hệ thức :

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}.$$

Tuy nhiên, giữa phôtôn và các hạt khác, có sự khác nhau trong *cách thức liên kết* các tính chất sóng và hạt. Vì đối với phôtôn, ta có hệ thức $\lambda\nu = c$, nên chỉ cần một hệ thức là có thể suy ra bước sóng và tần số từ các tính chất hạt là năng lượng và xung lượng. Còn đối với mọi hạt khác thì phải có hai hệ thức để suy ra bước sóng ($\lambda = h/p$) và tần số ($\nu = E/h$) tương ứng với chúng.

BÀI TOÁN CÓ LỜI GIẢI

15.1. Tìm bước sóng de Broglie kết hợp với một viên bi khối lượng 0,01kg chuyển động với vận tốc 10m/s.

Giải. $\lambda = \dfrac{h}{mv} = \dfrac{6{,}63 \times 10^{-34}\text{J.s}}{0{,}01\text{kg} \times 10\text{m/s}} = 6{,}63 \times 10^{-33}\,\text{m} = 6{,}63 \times 10^{-23}\text{Å}$.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Để quan sát được các sóng de Broglie, phải thực hiện các thí nghiệm giao thoa hay nhiễu xạ với các khe có kích thước vào cỡ bước sóng của các sóng de Broglie kết hợp. Bước sóng de Broglie vừa được xác định có độ lớn, nhỏ hơn nhiều cấp so với kích thước các khe nhỏ nhất mà người ta có thể tạo được hiện nay.

15.2. Tính hiệu điện thế gia tốc cần thiết để sóng kết hợp với một êlectrôn, có bước sóng 1Å vào cỡ khoảng cách giữa các nguyên tử trong một tinh thể.

Giải. Theo biểu thức cổ điển của định luật bảo toàn năng lượng ta có :

$$eV = \frac{1}{2} m_o v^2 = \frac{p^2}{2m_o} = \frac{1}{2m_o}\left(\frac{h}{\lambda}\right)^2,$$

$$V = \frac{h^2}{2m_o e\lambda^2} = \frac{(6{,}63 \times 10^{-34}\,J.s)^2}{2(9{,}11 \times 10^{-31}kg)(1{,}6 \times 10^{-19}C)(1 \times 10^{-10}m)^2} = 151V$$

Chú ý rằng động năng 151eV là nhỏ so với năng lượng nghỉ 0,511MeV của êlectrôn. Điều đó cho phép được sử dụng phép tính gần đúng cổ điển.

15.3. Tính bước sóng kết hợp với một nơtrôn năng lượng 0,05eV (nơtrôn nhiệt).

Giải. Sử dụng phép gần đúng cổ điển ta có :

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2m_o K}} = \frac{hc}{\sqrt{2(m_o c^2)K}} =$$

$$= \frac{12{,}4 \times 10^3\,eV.Å}{\sqrt{2(940 \times 10^6 eV)(0{,}05eV)}} = 1{,}28Å.$$

Một bước sóng như vậy (cỡ 1Å) rất tiện sử dụng trong vật lí nơtrôn chậm.

15.4. Tính năng lượng của một prôtôn có bước sóng 0,5fm (1fm = 10^{-5}Å = 1fecmi = 10^{-15}m).

Giải. Theo hệ thức $\lambda = h/p = hc/pc$ ta có :

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$$0{,}5\text{fm} = \frac{1240\text{MeV.fm}}{\text{pc}} \text{ hay pc} = 2480\text{MeV},$$

và theo hệ thức năng xung lượng tương đối tính :

$$E^2 = (pc)^2 + E_o^2 = (2480\text{MeV})^2 + (938\text{MeV})^2$$

$$E = 2650\text{MeV}.$$

Do đó :

$$K = E - E_o = 2650\text{MeV} - 938\text{MeV} = 1712\text{MeV}.$$

Vì ở đây $K \approx E_o$ nên nhất thiết phải dùng các hệ thức tương đối tính trong tính toán.

15.5. Tính năng lượng cực tiểu của một phôtôn cần có để quan sát một vật kích thước 2,5Å.

Giải. Muốn có khuếch tán thì bước sóng phải dùng cỡ độ lớn (hay nhỏ hơn) vật quan sát (hãy hình dung một chút, một quả đậu Hà Lan làm khuếch tán sóng biển). Trong điều kiện đó, bước sóng cực đại mà ta có thể dùng ở đây là $\lambda_{max} = 2{,}5$Å, do đó năng lượng cực tiểu tương ứng là :

$$E_{min} = h\nu_{min} = \frac{hc}{\lambda_{max}} = \frac{12{,}40 \times 10^3 \text{eV . Å}}{2{,}5\text{Å}} = 4{,}96 \times 10^3 \text{ eV} .$$

15.6. Giải bài toán 15.5. đối với các êlectrôn thay cho các phôtôn.

Giải. Ở đây bước sóng cực đại vẫn là 2,5Å. Theo cơ cổ điển, hệ thức giữa động năng và xung lượng có dạng $p = \sqrt{2m_oK}$. Do đó :

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2m_oK}} \text{ , và :}$$

$$K_{min} = \frac{h^2}{2m_o\lambda_{max}^2} = \frac{(hc)^2}{2(m_oc^2)\lambda_{max}^2} =$$

$$= \frac{(12{,}4 \times 10^3 \text{eV . Å})^2}{2(0{,}511 \times 10^6 \text{eV})(2{,}5\text{Å})^2} = 24{,}1\text{eV} .$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Đối chiếu với bài tập 15.5, ta thấy với một năng lượng cho trước thì các êlectrôn có năng suất phân giải lớn hơn so với các phôtôn. Đó là lí do vì sao mà kính hiển vi điện tử có thể cho số phóng đại lớn hơn nhiều so với kính hiển vi quang học.

15.7. Bắt đầu từ giá trị nào của động năng của êlectrôn thì sai số về bước sóng de Broglie trong quá trình tính toán theo cổ điển sẽ vào cỡ 5% ?

Giải. Trong trường hợp phi tương đối tính ta có :

$$\lambda_{nr} = \frac{hc}{pc} = \frac{hc}{\sqrt{2m_oc^2K}} .$$

Trong trường hợp tương đối tính ta có :

$$(K + m_oc^2)^2 = (pc)^2 + (m_oc^2)^2$$

hay $$pc = \left[2m_oc^2K\left(1 + \frac{K}{2m_oc^2}\right)\right]^{1/2} .$$

Bước sóng de Broglie sẽ bằng :

$$\lambda_r = \frac{hc}{pc} = \frac{hc}{\left[2m_oc^2K\left(1 + \frac{K}{2m_oc^2}\right)\right]^{1/2}} .$$

Do đó : $\lambda_{nr} - \lambda_r = 0{,}05\lambda_r$; $\lambda_{nr}/\lambda_r = 1{,}05$,

$$\frac{\lambda_{nr}}{\lambda_r} = \sqrt{1 + \frac{K}{2m_oc^2}} ,$$

$$1{,}05 = \sqrt{1 + \frac{K}{2(0{,}511\text{MeV})}} ,$$

và suy ra : $K = 0{,}105\text{MeV}$.

15.8. Chứng tỏ rằng khi một hạt có năng lượng rất lớn so với năng lượng nghỉ của nó thì hạt sẽ có bước sóng kết hợp gần đúng bằng bước sóng của phôtôn có cùng năng lượng.

Giải. $E^2 = p^2c^2 + E_o^2$ hay $p = \frac{E}{c}\sqrt{1 - \left(\frac{E_o}{E}\right)^2} \approx \frac{E}{c}$,

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

nếu $E \gg E_o$. Và : $\lambda = \frac{h}{p} \approx \frac{hc}{E}$.

Một phôtôn có $E = h\nu = hc/\lambda_\gamma$ và :

$$\lambda_\gamma = \frac{hc}{E} \approx \lambda .$$

15.9. Tính vận tốc pha của một sóng có bước sóng de Broglie bằng $\lambda = h/p = h/mv$.

Giải: Tần số sóng kết hợp thoả mãn hệ thức :

$$E = mc^2 = h\nu \text{ hay } \nu = mc^2/h.$$

Do đó vận tốc pha u_p bằng :

$$u_p = \nu\lambda = \left(\frac{mc^2}{h}\right)\left(\frac{h}{mv}\right) = \frac{c^2}{v}.$$

Vì $v < c$ nên $u_p > c$.

15.10. Tính vận tốc nhóm của sóng tương ứng với bước sóng de Broglie $\lambda = h/p$.

Giải. Vận tốc nhóm u_g có dạng : $u_g = d\nu/d(\lambda^{-1})$. Thay tần số ν bằng biểu thức tìm được trong bài toán 15.9 ta có :

$$u_g = \frac{d(mc^2/h)}{d(p/h)} = \frac{c^2dm}{dp} .$$

Lấy vi phân biểu thức $m^2c^4 = p^2c^2 + m_o^2c^4$, ta được $c^2mdm = pdp$. Cuối cùng ta có :

$$u_g = \frac{(p/m)dp}{dp} = \frac{p}{m} = v .$$

Theo cấu trúc lí thuyết của cơ lượng tử, để mô tả hạt, người ta gắn hạt với một nhóm sóng gồm vô số sóng phẳng. Mỗi sóng phẳng có thể lan truyền với vận tốc pha có thể lớn hơn vận tốc ánh sáng (xem bài toán 15.9). Tuy nhiên không thể quan sát được các vận tốc cá thể của từng sóng mà chỉ quan sát được một vận tốc duy nhất là vận tốc lan truyền của một nhiễu loạn đã được định xứ, gọi là vận tốc nhóm. Như đã chứng tỏ ở trên, vận tốc nhóm bằng vận tốc hạt, luôn nhỏ hơn vận tốc ánh sáng.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

BÀI TOÁN BỔ SUNG

15.11. Tính bước sóng kết hợp với một khối lượng 2kg chuyển động với vận tốc 25m/s.

Đáp số. $1,33 \times 10^{-35}$m.

15.12. Tính bước sóng de Broglie của một nơtrôn năng lượng 0,08eV.

Đáp số. 1,01Å.

15.13. Tính động năng của một nơtrôn có bước sóng kết hợp là 0,7Å.

Đáp số. 0,167eV.

15.14. Tính năng lượng cực tiểu mà một êlectrôn cần có để quan sát được một vật có kích thước 5Å.

Đáp số. 6,02eV.

15.15. Xem bài toán 15.14. Tính năng lượng cực tiểu mà một prôtôn cần có để quan sát được cùng vật như trên.

Đáp số. $3,28 \times 10^{-3}$eV.

15.16. Một prôtôn ở trạng thái nghỉ được gia tốc qua một hiệu điện thế 1kV. Tính bước sóng kết hợp tương ứng.

Đáp số. $9,05 \times 10^{-3}$Å.

15.17. Tính bước sóng kết hợp với một hạt α năng lượng 1keV.

Đáp số. $4,54 \times 10^{-3}$Å.

15.18. Bắt đầu từ giá trị nào của động năng của prôtôn thì sai số về bước sóng de Broglie khi tính theo cơ cổ điển sẽ lớn hơn 5%.

Đáp số. 192MeV.

15.19. Tính tỉ số giữa bước sóng Compton và bước sóng de Broglie của một hạt.

Đáp số. $\dfrac{\lambda_c}{\lambda_d} = \sqrt{\left(\dfrac{E}{E_o}\right)^2 - 1}$.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

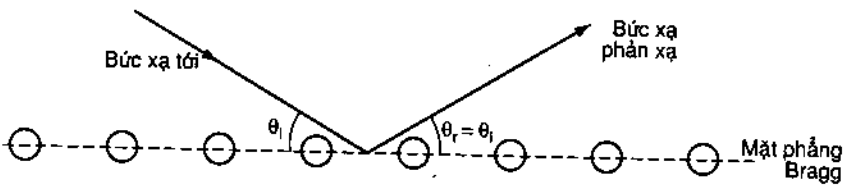
Chương 16

KIỂM CHỨNG THỰC NGHIỆM CÁC GIẢ THUYẾT DE BROGLIE

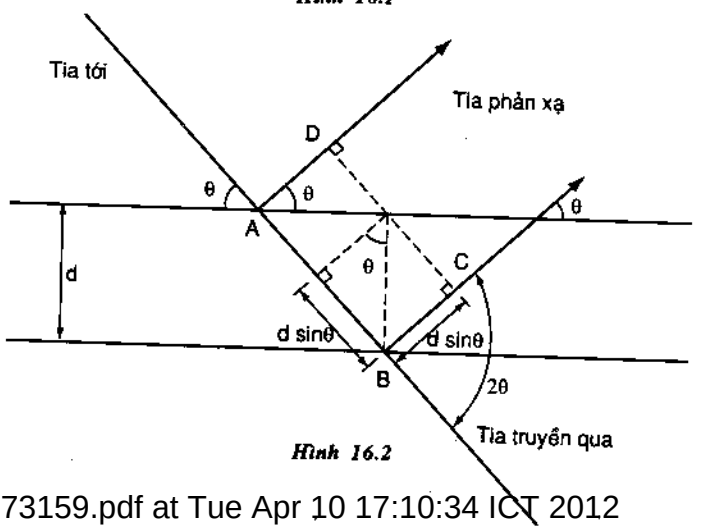
16.1. ĐỊNH LUẬT NHIỄU XẠ BRAGG

Năm 1912 Max von Laue đã nêu vấn đề có thể dùng các tinh thể (coi như gồm các nguyên tử sắp xếp đều đặn theo một trật tự nào đó) để làm cách tử nhiễu xạ đối với các tia X. Thật vậy, các tia X là các bức xạ điện từ có bước sóng khoảng 1Å, vào cỡ khoảng cách giữa các nguyên tử trong tinh thể.

Năm 1913 William H.Bragg đã xây dựng được lí thuyết nhiễu xạ tia X. Ông đã chứng tỏ rằng mỗi mặt phẳng nguyên tử trong tinh thể, gọi là mặt phẳng Bragg, đều phản xạ bức xạ tới, giống hệt như một gương phẳng phản xạ ánh sáng (xem H.16.1).



Hình 16.1



Hình 16.2

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Nếu ta xét các tia phản xạ từ các mặt phẳng Bragg song song và cách đều nhau một khoảng d (xem H.16.2) thì các tia phản xạ đó có thể cho cực đại giao thoa. Định luật Bragg phát biểu như sau : điều kiện để có cực đại giao thoa là hiệu đường đi $2d\sin\theta$ giữa hai tia kế tiếp nhau phải bằng một số nguyên lần bước sóng : $n\lambda = 2d\sin\theta$.

Nếu biết n và d thì có thể xác định bước sóng của bức xạ tới bằng cách đo góc 2θ giữa các phương của tia tới và tia phản xạ.

Trong bất kì tinh thể nào, người ta đều có thể tạo nên nhiều họ mặt phẳng Bragg khác nhau bằng cách dùng nhiều lát cắt khác nhau trên tinh thể. Vì vậy mỗi họ có một khoảng cách riêng biệt. Nếu ta có một chùm tia X đi xuyên qua một vật liệu dạng bột hay lá mỏng gồm nhiều tinh thể định hướng hỗn loạn và đặt một phim ảnh ở phía sau thì ta sẽ thấy một ảnh nhiễu xạ gồm các vòng tròn đồng tâm. Mỗi vòng tròn tương ứng với một bậc nhiễu xạ, xác định bởi một họ mặt phẳng Bragg riêng biệt. Trong các bài toán có lời giải dưới đây, trừ bài toán 16.8, ta chỉ xét các nhiễu xạ do các mặt phẳng Bragg chính gây ra (có khoảng cách bằng khoảng cách giữa các mặt mạng).

16.2. THÍ NGHIỆM NHIỄU XẠ ÊLECTRÔN

Lần đầu tiên ở phòng thí nghiệm Bell (Ben) thuộc công ti điện thoại Hoa kì, C.J Davisson và L.H. Germer đã thực hiện thành công các thí nghiệm nhiễu xạ êlectrôn. Hai ông cho một chùm êletrôn 54eV đi qua một đơn tinh thể kền (Ni) có khoảng cách giữa các mặt mạng 2,15Å, đo được bằng nhiễu xạ tia X và nghiên cứu sự phụ thuộc vào góc tán xạ của cường độ êlêctrôn tán xạ. Nếu không có nhiễu xạ thì cường độ êlectrôn tán xạ phải giảm đơn điệu theo các góc tán xạ. Nhưng trái lại vì có nhiễu xạ, nên Davisson và Germer quan sát thấy cường độ êlectrôn tán xạ có một đỉnh cực đại (pic) ở góc 50°. Bước sóng tính theo các kết quả trên phù hợp với giá trị của bước sóng de Broglie, vì vậy nghiệm đúng giả thuyết của de Broglie.

Năm 1927, G.P. Thomson nghiên cứu sự truyền êlectrôn qua một màng mỏng kim loại. Trong thí nghiệm này, nếu êlectrôn

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

xử sự như các hạt thì ta phải thấy một ảnh mờ do chùm êlectrôn lớ gây ra. Nhưng thay vào đó, Thomson đã thu được một ảnh nhiễu xạ tròn mà ta chỉ có thể lí giải nếu coi êlectrôn xử sự như các sóng. Do đó thí nghiệm Thomson cũng lại nghiệm đúng giả thuyết của de Broglie.

Sau đó, việc nghiên cứu hiện tượng nhiễu xạ nơtrôn năng lượng thấp (nơtrôn nhiệt) lại một lần nữa khẳng định thêm giá trị của giả thuyết de Broglie.

BÀI TOÁN CÓ LỜI GIẢI

16.1. Cho một chùm nơtrôn năng lượng 0,083eV tán xạ trên một mẫu tinh thể chưa biết, người ta quan sát thấy một pic phản xạ Bragg ở góc 22°. Tính khoảng cách giữa các mặt phẳng Bragg chính.

Giải. Chùm nơtrôn có bước sóng :

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2m_oK}} = \frac{hc}{\sqrt{2(m_oc^2)K}} =$$

$$= \frac{12,4 \times 10^3 eV.Å}{\sqrt{2(940 \times 10^6 eV)(0,083eV)}} = 0,993Å.$$

Giả sử pic tương ứng với nhiễu xạ bậc nhất n = 1, ta suy ra:

$$d = \frac{\lambda}{2\sin\theta} = \frac{0,993Å}{2\sin 22^o} = 1,33Å.$$

16.2. Người ta cho một chùm nơtrôn nhiệt đập vào một tinh thể clorua natri (d = 2,81Å). Chùm nơtrôn bị nhiễu xạ trên các mặt phẳng Bragg chính và cho pic nhiễu xạ bậc nhất ở góc 20°. Tính năng lượng của nơtrôn nhiệt.

Giải. Đối với phản xạ Bragg bậc nhất ta có :

$$\lambda = 2d\sin\theta = 2(2,81Å)\sin 20^o = 1,922Å.$$

Theo hệ thức de Broglie ta có :

$$\lambda = h/p = hc/\sqrt{2(m_oc^2)K}$$

và : $1,922Å = \dfrac{12,4 \times 10^3 eV.Å}{\sqrt{2(940 \times 10^6 eV)K}}$. Do đó K = 0,0221eV.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

16.3. Một chùm hẹp êlectrôn năng lượng 60keV đi xuyên qua một màng đa tinh thể bạc mỏng (d = 4,08Å). Xác định bán kính ảnh nhiễu xạ bậc nhất trên màn hình đặt ở sau màng mỏng 40cm.

Giải. Chùm êlectrôn có bước sóng de Broglie :

$$\lambda = \frac{hc}{pc} = \frac{hc}{\sqrt{E^2 - E_o^2}} = \frac{hc}{\sqrt{(K + E_o)^2 - E_o^2}} =$$

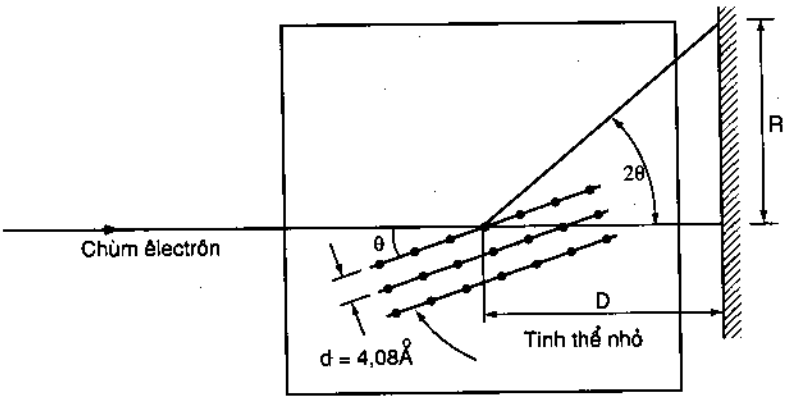
$$= \frac{12{,}4 \times 10^3\,eV\,.\,Å}{\sqrt{(60 \times 10^3 eV + 511 \times 10^3 eV)^2 - (511 \times 10^3 eV)^2}} = 0{,}0487Å$$

Đối với các phản xạ bậc nhất ta có :

$$\sin\theta = \frac{\lambda}{2d} = \frac{0{,}049Å}{2(4{,}08Å)}$$

Do đó : $\theta = 0{,}342^o$. Theo H.16.3, ta suy ra bán kính ảnh nhiễu xạ bậc nhất :

$$R = D\,tg2\theta = (40cm)\ tg0{,}684^o = 0{,}478cm.$$



Hình 16.3

16.4. Một vật liệu kết tinh có một họ mặt phẳng Bragg cách nhau 1,1Å. Tính bậc cao nhất n của cực đại nhiễu xạ phản chiếu Bragg đối với nơtrôn năng lượng 2eV.

Giải. Nơtrôn có bước sóng :

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$$\lambda = \frac{h}{m_o v} = \frac{h}{\sqrt{2m_o K}} = \frac{hc}{\sqrt{2(m_o c^2)K}} =$$

$$= \frac{12,4 \times 10^3 eV.Å}{\sqrt{2(940 \times 10^6 eV)(2eV)}} = 0,202Å$$

Góc cực đại có thể có là 90°. Do đó áp dụng định luật Bragg ta có :

$$2(1,1Å)\sin 90^o = n(0,202Å) \text{ hay } n = 10,89.$$

Vì n phải là số nguyên nên bậc cao nhất của cực đại nhiễu xạ là 10.

16.5. Người ta dùng một đơn tinh thể lớn để tách các nơtrôn có năng lượng cho trước. Cho biết khoảng cách giữa các mặt mạng d bằng 1,1Å. Tính năng lượng của các nơtrôn chọn lọc khi người ta sắp xếp thiết bị để tạo được góc Bragg bằng 30° (chỉ giới hạn ở ảnh nhiễu xạ bậc nhất n = 1).

Giải. Ta có : $\lambda = 2d\sin\theta = 2(1,1Å)\sin 30^o = 1,1Å$.

Giữa bước sóng và năng lượng của nơtrôn có hệ thức :

$$\lambda = \frac{h}{m_o v} = \frac{hc}{\sqrt{2(m_o c^2)K}} .$$

Do đó :

$$K = \frac{(hc)^2}{2(m_o c^2)\lambda^2} = \frac{(12,40 \times 10^3 eV.Å)^2}{2(940 \times 10^6 eV)(1,1Å)^2} = 0,0676eV .$$

16.6. Cho biết tinh thể trong bài toán 16.5 không phải là tinh thể lí tưởng (d = 1,10 ± 0,01 Å), tính dải năng lượng của các nơtrôn nhiễu xạ.

Giải. Lấy vi phân biểu thức $n\lambda = 2d\sin\theta$ ta có :

$$n\delta\lambda = 2\delta d\sin\theta .$$

Do đó : $\delta\lambda = \frac{2\delta d\sin\theta}{n} = \frac{2(\pm 0,01Å)\sin 30^o}{1} = 0,01Å$.

Cũng tương tự bài toán 16.5, ta có $K \backsim \lambda^{-2}$ và :

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$$\delta K = \frac{-2K}{\lambda}\delta\lambda = \frac{-2(0{,}0676\text{eV})}{1{,}1\,\text{Å}}(\pm\,0{,}01\text{Å}) = \mp\,1{,}23\times 10^{-3}\text{eV}\ .$$

16.7. Xác định khoảng cách giữa các mặt của mạng của tinh thể NaCl có khối lượng riêng là $2{,}16 \times 10^3 \text{kg/m}^3$. Clo và natri có khối lượng nguyên tử tương ứng là 23,00 và 35,46.

Giải. NaCl có khối lượng mol là : 23,00 + 35,46 = 58,46.

Số phân tử NaCl trong 1 kg NaCl là

$$\frac{1\text{kmol}}{58{,}46\text{kg}} \times 6{,}025 \times 10^{26}\ \frac{\text{phân tử}}{\text{kmol}} = \frac{6{,}025 \times 10^{26}\,\text{phân tử}}{58{,}46\text{kg}}\ .$$

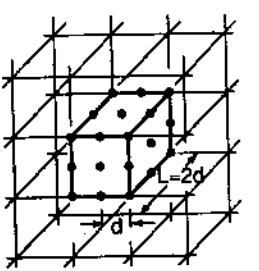
Vì mỗi phân tử có hai nguyên tử nên ta có :

$$\frac{\text{số nguyên tử}}{\text{thể tích}} = \frac{\text{số nguyên tử}}{\text{khối lượng}} \times \frac{\text{khối lượng}}{\text{thể tích}} =$$

$$= \frac{2 \times 6{,}025 \times 10^{26}\ \text{nguyên tử}}{58{,}46\text{kg}} \times 2{,}16 \times 10^3\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} =$$

$$= 4{,}45 \times 10^{28}\ \frac{\text{nguyên tử}}{\text{m}^3}\ . \qquad (1)$$

Để liên hệ kết quả trên với khoảng cách d giữa các mặt mạng, ta xét mắt mạng cơ bản NaCl như H.16.4 (không có sự phân biệt giữa các iôn Na^+ và Cl^-). Thể tích hình lập phương đó là $(2d)^3$ và số iôn sẽ gồm : 8 iôn ở các đỉnh (mỗi iôn là chung cho 8 lập phương kề nhau), 12 iôn ở giữa các cạnh (mỗi iôn là chung cho 4 lập phương kề nhau), 6 iôn ở giữa các mặt (mỗi iôn là chung cho 2 lập phương kề nhau) và 1 iôn trung tâm của riêng mắt mạng cơ bản. Do đó ta có :



Hình 16.4

$$\text{số iôn} = 8\left(\frac{1}{8}\right) + 12\left(\frac{1}{4}\right) + 6\left(\frac{1}{2}\right) + 1 = 8\ ,$$

và

$$\frac{\text{số iôn}}{\text{thể tích}} = \frac{8}{(2d)^3} = \frac{1}{d^3}\ . \qquad (2)$$

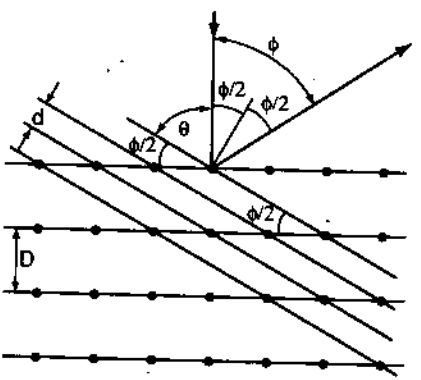
Cho (2) và (1) bằng nhau ta có :

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$$\frac{1}{d^3} = 4{,}45 \times 10^{28} m^{-3}$$. Do đó :

$$d = 2{,}82 \times 10^{-10} m = 2{,}82 Å.$$

16.8. Trong một thí nghiệm, Davisson và Germer đã chiếu một chùm êlectrôn vuông góc với một mặt tinh thể kền (Ni) được cắt gọt song song với các mặt phẳng Bragg chính. Hai ông quan sát thấy cực đại nhiễu xạ bậc nhất (n = 1) ở góc 50° so với pháp tuyến của mặt tinh thể đó (H.16.5). Xác định bước sóng kết hợp của chùm êlectrôn biết rằng khoảng cách giữa các nguyên tử kền bằng 2,15Å.



Hình 16.5

Giải. H.16.5 cho ta tìm được hệ thức giữa góc tán xạ ϕ so với pháp tuyến và khoảng cách D giữa các nguyên tử : $\theta + \phi/2 = 90^o$, $\sin\theta = \cos\Phi/2$ và khoảng cách d giữa các mặt phẳng Bragg bằng :

$$d = D\sin\frac{\Phi}{2}.$$

Thế các giá trị trên vào hệ thức Bragg $2d\sin\theta = n\lambda$ và dùng biểu thức lượng giác :

$$2\sin\frac{\Phi}{2}\cos\frac{\Phi}{2} = \sin\Phi ,$$

ta có : $$D\sin\phi = n\lambda .$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Khi n = 1 ta có :

$$(2,15Å)\sin 50,0^o = (1)\lambda. \text{ Do đó : } \lambda = 1,65Å.$$

16.9. Cũng trong thí nghiệm mô tả ở bài toán 16.8, Davisson và Germer đã sử dụng một chùm êletrôn năng lượng 54,0 eV. Xác định hiệu điện thế hiệu dụng gia tốc của kền.

Giải. Bước sóng de Broglie của êlectrôn năng lượng 54eV bằng :

$$\lambda_d = \frac{h}{m_o v} = \frac{h}{\sqrt{2m_o K}} = \frac{hc}{\sqrt{2(m_o c^2)K}} =$$

$$= \frac{12,4 \times 10^3 eV.Å}{\sqrt{2(0,511 \times 10^6 eV)(54eV)}} = 1,67Å$$

Kết quả đó sai khác với bước sóng đã được quan sát : 1,65Å. Động năng của êlectrôn tương ứng với bước sóng λ = 1,65Å được tính theo :

$$\lambda = \frac{hc}{\sqrt{2(m_o c^2)K'}}.$$

$$\text{Từ đó } K' = \frac{(hc)^2}{2(m_o c^2)\lambda^2} = \frac{(12,4 \times 10^3 eV.Å)^2}{2(0,511 \times 10^6 eV)(1,65Å)^2} = 55,3eV.$$

Thành thử thế gia tốc hiệu dụng của kền bằng :

$$V_e = 55,3V - 54,0V = 1,3V.$$

BÀI TOÁN BỔ SUNG

16.10. Khoảng cách giữa các nguyên tử của một tinh thể là 1,2Å. Tính góc nhiễu xạ bậc nhất tương ứng với các nơtrôn có động năng bằng 0,020eV.

Đáp số. 57,4°.

16.11. Người ta làm nhiễu xạ một chùm nơtrôn năng lượng 0,01eV trên một mẫu tinh thể chưa biết. Pic bậc nhất ở góc 28°. Tính khoảng cách giữa các mặt phẳng Bragg.

Đáp số. 3,04Å.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

16.12. Cho một chùm nơtrôn nhiệt đập tới một tinh thể có khoảng cách giữa các nguyên tử bằng 1,8Å. Nếu cực đại bậc nhất của nhiễu xạ Bragg ứng với góc 22° thì nơtrôn nhiệt phải có động năng bằng bao nhiêu ?

Đáp số. $4,5 \times 10^{-2}$eV.

16.13. Người ta cho nơtrôn nhiệt nhiễu xạ trên một tinh thể như trong bài toán 16.2. Tính năng lượng của nơtrôn nhiệt thu được ở góc 30° tương ứng với phản xạ Bragg bậc hai.

Đáp số. $4,14 \times 10^{-2}$eV.

16.14. Xem bài toán 16.3. Tính bán kính ảnh nhiễu xạ bậc hai đối với họ mặt phẳng chính của Bragg.

Đáp số. 9,6mm.

16.15. Người ta dọi một chùm nơtrôn có động năng 0,020eV vào bột KCl. Người ta thu ảnh nhiễu xạ trên một phim ảnh phẳng đặt sau bia 5cm. Tính bán kính ảnh nhiễu xạ bậc nhất do họ mặt phẳng Bragg chính gây ra. KCl có khoảng cách giữa các mặt mạng bằng 3,14Å.

Đáp số. 3,85cm.

16.16. Xem bài toán 16.15. Tính bán kính ảnh nhiễu xạ bậc hai do cùng họ mặt phẳng Bragg đó gây ra.

Đáp số. 28,9cm.

Chương 17

Ý NGHĨA XÁC SUẤT CỦA SÓNG DE BROGLIE

Vấn đề đặt ra cho chúng ta bây giờ là tìm hiểu để biết điều gì sẽ xảy ra khi một dạng vật chất (như êlêctrôn chẳng hạn) lại biểu hiện các tính chất sóng. Việc giải thích các tính chất sóng của vật chất theo ý nghĩa xác suất thoạt tiên có vẻ kì lạ,

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

nhưng thực ra, việc lí giải đó cho đến nay vẫn là đề tài còn gây tranh cãi. Tuy nhiên nhờ ý nghĩa xác suất ta có thể giải thích được nhiều hiện tượng thực nghiệm mà nếu không có nó thì không sao hiểu nổi.

17.1. Ý NGHĨA XÁC SUẤT CỦA BỨC XẠ ĐIỆN TỪ

Giả sử có một ảnh giao thoa qua hai khe nằm sát nhau của ánh sáng (bức xạ điện từ). Theo quan điểm sóng thì cường độ sáng I (năng lượng trên đơn vị diện tích trong đơn vị thời gian) tại một điểm trên màn hình có dạng :

$$I = \varepsilon_0 c \mathscr{E}^2,$$

trong đó $\mathscr{E}$ là cường độ điện trường tại điểm đó, ε_0 là hằng số điện, còn c là vận tốc ánh sáng. Mặt khác theo quan điểm hạt thì cường độ I bằng :

$$I = h\nu N,$$

trong đó $h\nu$ là năng lượng của một phôtôn và N là thông lượng phôtôn (số phôtôn tới một đơn vị diện tích trong đơn vị thời gian) tới điểm đó.

Ta không có cách nào để đoán trước nơi mà một phôtôn cho trước sẽ rơi vào để sinh ra một chớp sáng. Nhưng nếu ta xét ảnh giao thoa gồm các vân sáng, vân tối xen kẽ nhau thì mỗi phôtôn sẽ có xác suất lớn để rơi vào chỗ vân sáng và có xác suất bằng không để rơi vào chỗ vân tối. Như vậy ta có thể nói rằng thông lượng phôtôn tới mỗi điểm trên màn hình cho ta số đo xác suất để tìm được một phôtôn ở lân cận điểm đó.

Vì $I = \varepsilon_0 c \mathscr{E}^2 = h\nu N$ nên ta suy ra $N \backsim \mathscr{E}^2$. Theo quan điểm lượng tử thì đại lượng dao động (ở đây là điện trường $\mathscr{E}$) phải là một hàm mà bình phương cho ta xác suất tìm thấy phôtôn tại một điểm cho trước.

17.2. Ý NGHĨA XÁC SUẤT CỦA SÓNG VẬT CHẤT

Ảnh giao thoa ánh sáng nói trên cũng có thể là ảnh giao thoa của các sóng vật chất. Khi đó, ý nghĩa xác suất dựa trên

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

lưỡng tính sóng – hạt của ánh sáng được mở rộng cho lưỡng tính sóng – hạt của vật chất. Thành thử đối với các sóng kết hợp với êlêctrôn mà bước sóng $\lambda = h/mv$ thì cũng chính các sóng đó được biểu diễn bởi hàm sóng mà bình phương cho ta xác suất tìm thấy một êlectrôn tại một điểm cho trước. Muốn kết hợp các cách biểu diễn sóng và hạt, ta phải từ bỏ ý nghĩ cho rằng mỗi hạt cho trước phải được định xứ rõ ràng và chỉ được phép nói về xác suất tìm hạt tại một điểm xác định ở một thời điểm đã cho (xem bài toán 17.2).

Thông thường ta kí kiệu hàm sóng là φ. Sóng de Broglie Ψ của một phôtôn là một sóng điện từ, còn đối với một êlectrôn hay mọi hạt vật chất khác thì Ψ là một sóng de Broglie phi điện từ.

BÀI TOÁN CÓ LỜI GIẢI

17.1. Tính thông lượng phôtôn kết hợp với một chùm sóng đơn sắc có bước sóng $\lambda = 3000A^o$ và cường độ $3 \times 10^{-14} W/m^2$.

Giải

$$E = h\nu =$$

$$= \frac{hc}{\lambda} = \frac{(6,63 \times 10^{-34} J.s)(3 \times 10^8 m/s)}{3 \times 10^{-7} m} = 6,63 \times 10^{-19} J/\text{phôtôn}.$$

$$N = \frac{I}{h\nu} = \frac{3 \times 10^{-14} J/s \,.\, m^2}{6,63 \times 10^{19} J/\text{phôtôn}} = 4,5 \times 10^4 \frac{\text{phôtôn}}{s \,.\, m^2} = 4,5 \frac{\text{phôtôn}}{s \,.\, cm^2}.$$

Trung bình có 4,5 phôtôn tới trên $1cm^2$ diện tích (thí dụ của phim ảnh) trong một giây. Dĩ nhiên ta chỉ có thể quan sát được một số nguyên phôtôn. Vì thế trên $1cm^2$ diện tích cho trước và trong khoảng một giây ta chỉ quan sát được 4 hay 5 phôtôn chứ không thể 4,5. Chỉ khi ta lấy trung bình trong khoảng thời gian khá lớn thì ta sẽ đạt tới giá trị trung bình 4,5. Cũng có thể xảy ra trường hợp trong một khoảng thời gian cho trước các phôtôn tới chỉ tập trung trên một phần của diện tích $1cm^2$, nhưng sau một thời gian khá dài, sự phân bố phôtôn lại trở thành đồng đều trên toàn diện tích.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

17.2. Ta giả thiết $h = 6{,}625\times10^{-3}$J.s thay cho $6{,}625\times10^{-34}$ J.s. Người ta ném các viên bi khối lượng 66,25 gam với vận tốc 5m/s xuyên qua hai cửa sổ hẹp, song song và cách nhau 0,6m. Mỗi lần ném, viên bi lọt qua cửa sổ nào là hoàn toàn ngẫu nhiên. Tính khoảng cách vân của ảnh giao thoa trên tường cách phía sau cửa sổ 12m.

Giải. Các viên bi có bước sóng De Broglie :

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6{,}625 \times 10^{-3}\text{J.s}}{(6{,}625 \times 10^{-2}\text{kg})(5\text{m/s})} = 0{,}02\text{m}.$$

Theo lí thuyết giao thoa qua hai khe thì các góc θ_n ứng với cường độ bằng không được xác định theo hệ thức :

$$d\sin\theta_n = \frac{2n+1}{2}\lambda \qquad n = 0,1,2,...$$

và theo H.17.1, các khoảng cách tương ứng theo phương y bằng :

$$y_n = L\text{tg}\theta_n \approx L\sin\theta_n = L\,\frac{2n+1}{2}\,\frac{\lambda}{d}.$$

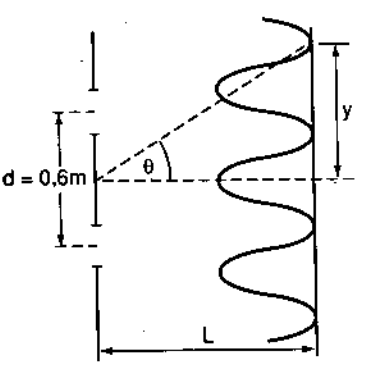
Do đó ta có khoảng cách vân :

$$\Delta y = y_{n+1} - y_n =$$

$$= L\frac{\lambda}{2d}\left\{\left[2(n+1)+1\right] - (2n+1)\right\} = \frac{L\lambda}{d}.$$

Thay trị số vào ta có :

$$\Delta y = \frac{(12\text{m})(0{,}02\text{m})}{0{,}6\text{m}} = 0{,}4\text{m}.$$



Hình 17.1

Bài toán này minh hoạ ý nghĩa xác suất của các sóng de Broglie. Mỗi viên bi sẽ đập vào một điểm riêng biệt trên tường không thể đoán trước. Mặc dù không tiên đoán được điểm rơi của mỗi viên bi nhưng mỗi viên bi vẫn có xác suất lớn rơi vào lân cận chỗ cực đại

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

và xác suất bằng không rơi vào chỗ cực tiểu trên ảnh giao thoa.

Ảnh giao thoa thực được xác định theo thực nghiệm bằng cách đếm số bi rơi vào mỗi phần của bức tường. Lúc đầu bi rơi lác đác vào tường và chỉ sau khi đã ném một số lớn bi thì ảnh nhiễu xạ mới hình thành vì lúc đó, số bi rơi ngẫu nhiên vào vùng cực đại sẽ tăng còn số bi rơi vào vùng cực tiểu vẫn bằng không.

17.3. Một hạt khối lượng m bị bắt buộc chuyển động trên một đoạn thẳng có độ dài L. Dựa vào quan điểm về bản chất sóng của vật chất, chứng minh rằng hạt đó chỉ có thể có các giá trị năng lượng gián đoạn và tính các năng lượng đó.

Giải. Nếu hạt bị ép buộc phải ở bên trong đoạn thẳng $x = 0$, $x = L$ thì xác suất tìm hạt ở ngoài đoạn thẳng phải bằng không. Do đó hàm sóng Ψ phải bằng không khi $x \leqslant 0$ và $x \geqslant L$ vì bình phương của hàm sóng cho ta xác suất tìm thấy hạt tại một nơi cho trước. Ở bên trong miền đó ($0 < x < L$), bước sóng phải có giá trị sao cho hàm sóng Ψ phải triệt tiêu ở giới hạn $x = 0$ và $x = L$ để hàm sóng không bị gián đoạn. Như vậy các bước sóng có thể có, phải thoả mãn điều kiện sao cho đoạn thẳng L chứa một số nguyên nửa bước sóng, nghĩa là $L = n\lambda/2$, trong đó n là một số nguyên gọi là số lượng tử có các giá trị 1, 2, 3... Từ hệ thức de Broglie $\lambda = h/p$, ta suy ra xung lượng của hạt chỉ có thể có những giá trị gián đoạn :

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{nh}{2L}.$$

Vì trong miền khảo sát, hạt không chịu tác dụng của ngoại lực nên thế năng của hạt không đổi (ta quy ước bằng không). Do đó năng lượng của hạt chỉ do động năng gây ra và có các giá trị gián đoạn :

$$E = K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{P^2}{2m} = \frac{(nh/2L)^2}{2m},$$

nghĩa là : $$E_n = n^2\frac{h^2}{8mL^2}, \quad n = 1,2,3,...$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Bài toán này minh hoạ khá đơn giản một trong các tính chất cơ bản của vật chất được diễn giải theo ý nghĩa xác suất : năng lượng của một hệ hữu hạn chỉ có thể có các giá trị gián đoạn trừ giá trị không.

BÀI TOÁN BỔ SUNG

17.4. Giải bài toán 17.1 cho trường hợp $\lambda = 4000$ Å và cường độ $5 \times 10^{-15} W/m^2$.

Đáp số. 1×10^4 phôtôn/s.m^2.

17.5. Xem bài toán 17.3. Giả thiết hạt là êlectrôn và L = 5Å (cỡ kích thước nguyên tử). Tính năng lượng thấp nhất có thể có.

Đáp số. 1,5eV.

17.6. Xem bài toán 17.3. Hạt tuy nhỏ nhưng vào cỡ vĩ mô. Hạt có khối lượng 0,1 mg và bị ép buộc ở bên trong đoạn thẳng L = 0,1mm. Tính giá trị năng lượng thấp nhất có thể có của hạt.

Đáp số. $3,43 \times 10^{-34}$eV.

Chương 18

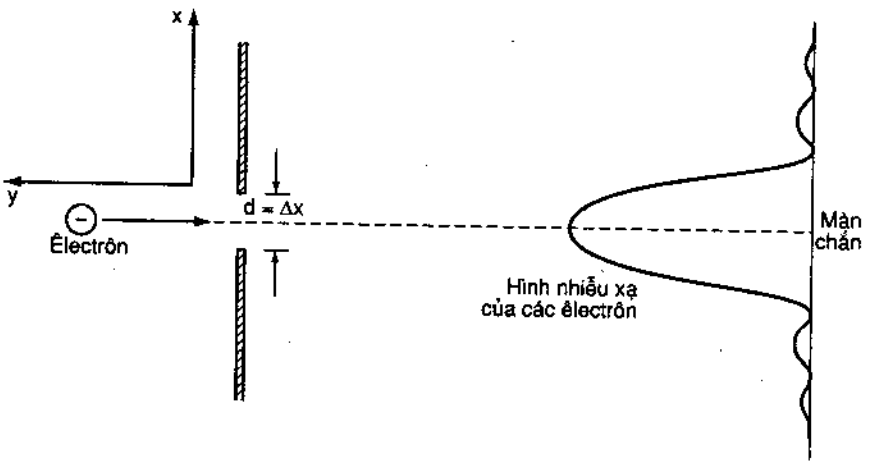
NGUYÊN LÍ BẤT ĐỊNH HEISENBERG

18.1. ĐỘ ĐO VÀ ĐỘ BẤT ĐỊNH

Giả sử ta muốn xác định chính xác vị trí của một đối tượng vật chất như êlectrôn chẳng hạn thì ta phải thực hiện một thí nghiệm nào đó : thí dụ ta có thể đặt một khe trên lộ trình của một hạt chuyển động dọc theo phương y với năng lượng

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

cho trước (xem H.18.1). Nếu hạt để lại một dấu vết trên màn chắn đặt sau khe thì ta biết chắc là hạt đã qua khe. Khi đó ta đã xác định được vị trí của hạt trên trục x với sai số bằng độ rộng d của khe. Nói cách khác ta đã xác định vị trí của hạt ở thời điểm (và cả trước khi) hạt qua khe với độ bất định $\Delta x = d$. Khe càng hẹp, độ bất định về x càng nhỏ và vị trí được xác định càng chính xác.



Hình 18.1

Do bản chất sóng của vật chất, ta biết rõ hạt sẽ bị nhiễu xạ khi đi qua khe. Trong khi ta không thể nói trước hạt sẽ rơi vào chỗ nào trên màn chắn thì sau khi hạt đã rơi vào một điểm nào đó trên màn chắn ta nói chắc chắn là hạt đã qua khe.

Tuy nhiên, nhiễu xạ cũng tác động đến xung lượng của hạt. Khi hạt chưa qua khe, ta hoàn toàn không biết vị trí của nó nhưng lại biết xung lượng của hạt cả về độ lớn (vì đã biết năng lượng hạt) và phương (vuông góc với khe). Khi hạt qua khe thì ta có thể xác định được vị trí của hạt nhưng đồng thời thành phần xung lượng p_x theo phương x của hạt cũng khác không vì hạt chuyển động lệch với hướng ban đầu về một điểm nào đó trên ảnh nhiễu xạ. Vì ta không biết đích xác hạt rơi vào đâu trên màn nên có một độ bất định tương ứng Δp_x về thành phần xung lượng theo phương x.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Việc phân tích (xem bài toán 18.11) chứng tỏ có thể làm cho độ bất định Δp_x nhỏ bao nhiêu tuỳ ý bằng cách tăng độ rộng d của khe. Tuy nhiên nếu khe càng rộng thì độ bất định về vị trí của hạt lại cũng tăng.

Do vậy, trong cùng một thí nghiệm ta không thể đồng thời làm nhỏ tuỳ ý cả hai độ bất định về vị trí là Δx và về thành phần xung lượng theo phương x là Δp_x ; độ chính xác của đại lượng này tuỳ thuộc độ chính xác của đại lượng kia.

18.2. HỆ THỨC BẤT ĐỊNH VỀ VỊ TRÍ VÀ XUNG LƯỢNG

Thí dụ nêu trên đã minh hoạ một nguyên lí do W.Heisenberg phát biểu năm 1927 gọi là nguyên lí bất định Heisenberg. Cơ lượng tử đã chứng tỏ rằng đối với mọi kiểu thí nghiệm, các độ bất định Δx và Δp_x liên hệ với nhau theo hệ thức :

$$\Delta p_x \cdot \Delta x \geqslant \frac{h}{4\pi}.$$

Cần nhấn mạnh hệ thức này có hiệu lực cả trong lí thuyết và thực nghiệm.

18.3. HỆ THỨC BẤT ĐỊNH VỀ NĂNG LƯỢNG VÀ THỜI GIAN

Ta cũng có thể thiết lập hệ thức bất định Heisenberg cho nhiều cặp biến liên hợp khác. Thí dụ muốn đo năng lượng E của một vật ta phải tiến hành thí nghiệm trong một thời gian Δt. Như vậy ta có thể chứng tỏ rằng giữa độ bất định về năng lượng ΔE và độ bất định về thời gian đo Δt có hệ thức :

$$\Delta E \cdot \Delta t \geqslant \frac{h}{4\pi}.$$

Kết quả là chỉ có thể biết năng lượng của một vật với độ chính xác cao nhất ($\Delta E = 0$) nếu phép đo được tiến hành trong khoảng thời gian dài vô hạn ($\Delta t = \infty$).

Nguyên lí bất định trên kéo theo một hệ quả quan trọng là các hệ như nguyên tử ở trạng thái kích thích, trung bình chỉ tồn tại trong một thời gian rất ngắn, gọi là thời gian sống

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

trung bình τ, và nếu muốn đo năng lượng của các hệ đó thì phải đo trước khi chúng phân rã. Và như thế độ bất định về năng lượng của hệ sẽ bằng $\Delta E = h/(4\pi\tau)$.

18.4. NGUYÊN LÍ BỔ SUNG

Nguyên lí bất định đã khẳng định là trong cùng một thí nghiệm không thể đồng thời đo được các giá trị của hai đại lượng liên hợp (như p_x và x hay E và t) với độ chính xác tuỳ ý. Từ đó suy ra rằng các tính chất sóng và hạt của vật chất không thể được xác định đồng thời trong cùng một thí nghiệm. Thí dụ : nếu ta làm thí nghiệm để đo các đặc trưng hạt của một đối tượng thì ở đây nhất thiết ta phải có Δx và Δt bằng không vì, theo định nghĩa, một hạt có thể được định xứ với độ chính xác cao vô hạn ở bất kì thời điểm nào. Còn xung lượng và năng lượng là các đặc trưng sóng ($\lambda = h/p$, $\nu = E/h$) thì theo nguyên lí bất định, là hoàn toàn không biết. Như vậy khi các tính chất hạt của vật chất xuất hiện thì các tính chất sóng bị loại trừ. Ngược lại khi các đặc trưng sóng được đo với độ chính xác cao sao cho $\Delta\lambda$ và $\Delta\nu$ bằng không, do đó kéo theo cả Δp và ΔE cũng bằng không thì lại không quan sát được các đặc trưng hạt.

Việc không thể quan sát được đồng thời các tính chất hạt và sóng của vật chất đã minh hoạ một nguyên lí do Niels Bohr (Nilsơ – Bo) đưa ra năm 1928 mà người ta gọi là nguyên lí bổ sung. Các tính chất sóng và hạt bổ sung cho nhau theo ý nghĩa là cả hai mô hình đó đều cần thiết để ta hiểu được đầy đủ các tính chất của vật chất tuy vẫn biết không thể quan sát được đồng thời các đặc trưng sóng và hạt.

BÀI TOÁN CÓ LỜI GIẢI

18.1. Giả sử ta có thể đo được xung lượng của một hạt đến phần nghìn. Xác định độ bất định cực tiểu về vị trí của hạt : (a) nếu hạt có khối lượng 5mg và vận tốc 2m/s. (b) hạt là êlectrôn có vận tốc $1,8 \times 10^8$ m/s.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Giải. $\frac{\Delta p}{p} = 10^{-3}$. Do đó : $\Delta p = 10^{-3}p = 10^{-3}mv$.

Theo hệ thức bất định $\Delta x\ \Delta p \geqslant h/4\pi$.

$$\Delta x \geqslant \frac{h}{4\pi\Delta p} = \frac{h}{4\pi 10^{-3}mv}. \qquad (1)$$

(a) $$\Delta x \geqslant \frac{6{,}63 \times 10^{-34}J.s}{4\pi 10^{-3}(5 \times 10^{-3}kg)(2m/s)} = 5{,}28 \times 10^{-30}m =$$

$$= 5{,}28 \times 10^{-20}\ \text{Å}.$$

Độ bất định cực tiểu về vị trí hạt là $5{,}28 \times 10^{-20}$ Å. Rõ ràng là quá nhỏ không thể đo được.

(b) Ta có thể dùng khối lượng tương đối tính của êlectrôn $m = m_o / \sqrt{1 - (v^2/c^2)}$ để thế vào (1). Ta có :

$$\Delta x \geqslant \frac{h\sqrt{1 - (v^2/c^2)}}{4\pi 10^{-3}m_o v} = \frac{(6{,}63 \times 10^{-34}J.s)\sqrt{1 - (0{,}6)^2}}{4\pi 10^{-3}(9{,}11 \times 10^{-31}kg)(1{,}8 \times 10^8 m/s)}$$

$$= 2{,}57 \times 10^{-10}m = 2{,}57\ \text{Å}.$$

Độ bất định cực tiểu về vị trí của êlectrôn bằng 2,57Å.

18.2. Xác định độ bất định cực tiểu về vị trí của một phôtôn 3000 Å nếu biết bước sóng chính xác đến phần triệu.

Giải. Phôtôn có xung lượng :

$$p = \frac{hc}{\lambda c} = \frac{12{,}4 \times 10^3 eV\ .\ \text{Å}}{(3 \times 10^3 \text{Å})c} = 4{,}13\frac{eV}{c}.$$

Độ bất định về xung lượng (chỉ xét môđun) :

$$\Delta p = \left| -\frac{h}{\lambda^2} \right| \Delta\lambda = p\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = p \times 10^{-6} = 4{,}13 \times 10^{-6}\frac{eV}{c}.$$

Do đó :

$$\Delta x \geqslant \frac{h}{4\pi\Delta p} = \frac{hc}{4\pi c\Delta p} = \frac{12{,}4 \times 10^3 eV\ .\ \text{Å}}{4\pi c(4{,}13 \times 10^{-6}eV/c)} = 239 \times 10^6\text{Å} =$$

$$= 23{,}9mm.$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

18.3. Xác định độ bất định cực tiểu về năng lượng của một nguyên tử khi một êlectrôn ở trạng thái đó trong 10^{-8}s.

Giải. Thời gian dùng để đo năng lượng là 10^{-8}s.

Vì $\Delta E.\ \Delta t \geqslant h/4\pi$ nên :

$$\Delta E \geqslant \frac{h}{4\pi\Delta t} = \frac{hc}{4\pi c\Delta t} =$$

$$= \frac{12{,}4 \times 10^3 \text{eV}.\text{Å}}{4\pi(3 \times 10^8 \text{m/s})(10^{-8}\text{s})(10^{10}\text{Å/m})} = 0{,}329 \times 10^{-7}\text{eV}.$$

Độ bất định cực tiểu về năng lượng của một trạng thái $\Gamma = h/(4\pi\tau)$, trong đó τ là thời gian sống trung bình của trạng thái kích thích, gọi là độ rộng mức tự nhiên của trạng thái. Ở đây, thời gian sống trung bình bằng 10^{-8}s và độ rộng mức tự nhiên là $0{,}329 \times 10^{-7}$eV.

18.4. Độ rộng của một vạch quang phổ bước sóng 4000 Å bằng 10^{-4} Å. Tính thời gian trung bình để hệ nguyên tử ở trạng thái năng lượng tương ứng.

Giải. Theo bài toán 18–3 ta có $\tau = h/(4\pi\Gamma)$, trong đó $\Gamma = \Delta E$ là dải năng lượng tương ứng với $\Delta\lambda = 10^{-4}$ Å. Vì $E = hc/\lambda$ nên :

$$|\Delta E| = \frac{hc}{\lambda^2}\Delta\lambda ,$$

và :
$$\tau = \frac{h}{4\pi\left(\frac{hc}{\lambda^2}\Delta\lambda\right)} = \frac{\lambda^2}{4\pi c\Delta\lambda} =$$

$$= \frac{(4 \times 10^{-7}\text{m})^2}{4\pi(3 \times 10^8\text{m/s})(10^{14}\text{m})} = 4{,}24 \times 10^{-9}\text{s}.$$

Ta nhận thấy trong biểu thức cuối cùng không có hằng số Planck.

18.5. Giả sử độ bất định về xung lượng của một hạt đúng bằng xung lượng của nó. Tìm hệ thức giữa độ bất định cực tiểu về vị trí hạt và bước sóng de Beoglie của nó.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Giải. Theo đề bài ta có $\Delta p = p$. Do đó :

$$\Delta x \geqslant \frac{h}{4\pi\Delta p} = \frac{h}{4\pi p} = \frac{\lambda}{4\pi},$$

vì bước sóng de Broglie $\lambda = h/p$. Vì vậy giữa độ bất định cực tiểu về vị trí hạt và bước sóng de Broglie của nó có hệ thức :

$$\Delta x = \frac{\lambda}{4\pi}.$$

18.6. Dùng hệ thức $\Delta p \,.\, \Delta x \geqslant h/4\pi$ để chứng minh rằng khi một hạt chuyển động theo quỹ đạo tròn thì ta cũng có $\Delta L.\Delta\theta \geqslant h/4\pi$. Các đại lượng ΔL và $\Delta\theta$ là các độ bất định về mômen động lượng và góc quay.

Giải. Vì hạt chuyển động trên quỹ đạo tròn nên nguyên lí bất định được áp dụng cho các phương tiếp tuyến với quỹ đạo. Do đó ta có :

$$\Delta p_s.\Delta s \geqslant \frac{h}{4\pi},$$

trong đó s lấy trên đường tròn. Giữa mômen động lượng và xung lượng có hệ thức :

$$L = mvR = p_sR.$$

Từ đó $\Delta p_s = \Delta L/R$. Giữa độ dời góc θ và độ dài cung tương ứng s có hệ thức $\theta = s/R$. Do đó suy ra $\Delta s = R\Delta\theta$. Kết quả là :

$$\Delta p_s\Delta s = (\Delta L/R)(R\Delta\theta) = \Delta L.\Delta\theta \geqslant h/4\pi.$$

Đối với một trạng thái có mômen động lượng xác định (thí dụ một êlectrôn đang ở trên một quỹ đạo Bohr, xem chương 19) thì độ bất định về mômen động lượng ΔL bằng không. Vì vậy, độ bất định về vị trí góc $\Delta\theta$ trở thành vô hạn ; thành thử không thể xác định được vị trí hạt trên quỹ đạo của nó.

18.7. Giả thiết năng lượng của một hạt đang chuyển động theo đường thẳng là $E = \frac{1}{2}mv^2$, chứng minh rằng $\Delta E.\Delta t \geqslant h/4\pi$, trong đó $\Delta t = \Delta x/v$.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Giải. $E = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{(mv)^2}{2m} = \frac{p^2}{2m}$.

Lấy vi phân, ta có :

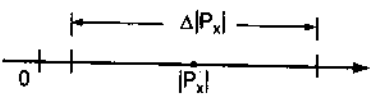
$$\Delta E = \frac{p\Delta p}{m} = \frac{mv\Delta p}{m} = v\Delta p.$$

Vì $\Delta p.\Delta x \geqslant h/4\pi$ ta suy ra :

$$\frac{\Delta E}{v}.\Delta x \geqslant \frac{h}{4\pi} \text{ hay } \Delta E.\Delta t \geqslant \frac{h}{4\pi}.$$

18.8. Một hạt khối lượng m bị bắt buộc phải ở trên đoạn thẳng L. Dựa vào nguyên lí bất định hãy xác định năng lượng cực tiểu mà hạt có thể có.

Giải. Chừng nào mà hạt buộc phải ở đâu đó trên đoạn thẳng thì độ bất định về vị trí của nó không thể lớn hơn L. Nếu đặt $\Delta x = L$ thì hệ thức bất định $\Delta x.\Delta p_s \geqslant h/4\pi$ sẽ bao hàm độ bất định về xung lượng



Hình 18.2

$\Delta p_x \geqslant h/4\pi L$. Vì $K = p_x^2/2m$ nên ta sẽ có K_{min} khi $|p_x|$ có giá trị nhỏ nhất. Nếu đồng nhất độ bất định về $|p_x|$ với độ bất định về p_x và giả thiết khoảng bất định đối xứng đối với $|p_x|$ thì (xem H.18.2) ta có :

$$|p_x| - \frac{1}{2}\Delta|p_x| \geqslant 0 \text{ hay } |p_x| \geqslant \frac{1}{2}\Delta|p_x| \geqslant \frac{1}{2}\left(\frac{h}{4\pi L}\right) = \frac{h}{8\pi L}.$$

Khi đó giá trị cực tiểu của p_x là $h/8\pi L$ và :

$$K_{min} = \frac{1}{2m}\left(\frac{h}{8\pi L}\right)^2 = \frac{h^2}{128\pi^2 mL^2}.$$

Vì cách lí giải đơn giản ở trên nên có thể coi giá trị K_{min} là cùng cỡ với giá trị

$$E_1 = \frac{h^2}{8mL^2}$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

tìm được trong bài toán 17.3. Kết quả trên lại một lần nữa xác nhận rằng : theo nguyên lí bất định thì các hệ liên kết không thể có năng lượng không.

18.9. Tính động năng cực tiểu của một nơtrôn trong hạt nhân có đường kính 10^{-14}m.

Giải. Đó chính là trường hợp của bài tập 18.8, trong đó L bằng đường kính của hạt nhân. Do vậy ta có :

$$K_{min} = \frac{1}{2m}\left(\frac{h}{8\pi L}\right)^2 = \frac{1}{2(mc^2)}\left(\frac{hc}{8\pi L}\right)^2 =$$

$$= \frac{1}{2(940\text{MeV})}\left[\frac{12{,}4 \times 10^{-3}\text{MeV . Å}}{8\pi(10^{-4}\text{Å})}\right]^2 = 0{,}013 \text{ MeV.}$$

18.10. Nếu trong hạt nhân (của bài tập 18.8) có một êlectrôn thì động năng cực tiểu của nó bằng bao nhiêu ?

Giải. Đối với êlectrôn thì nhất thiết phải dùng tính toán tương đối tính. Tương tự bài tập 18.8, xung lượng có giá trị cực tiểu :

$$|p|_{min} = \frac{h}{8\pi L} = \frac{h}{8\pi(10^{-4}\text{Å})}.$$

Do đó :

$$(K_{min} + E_o)^2 = (|p|_{min}c)^2 + E_o^2,$$

$$(K_{min} + 0{,}511\text{MeV})^2 = \left[\frac{12{,}4 \times 10^{-3}\text{MeV . Å}}{8\pi(10^{-4}\text{Å})}\right]^2 + (0{,}511\text{MeV})^2,$$

và $K_{min} = 4{,}45$ MeV.

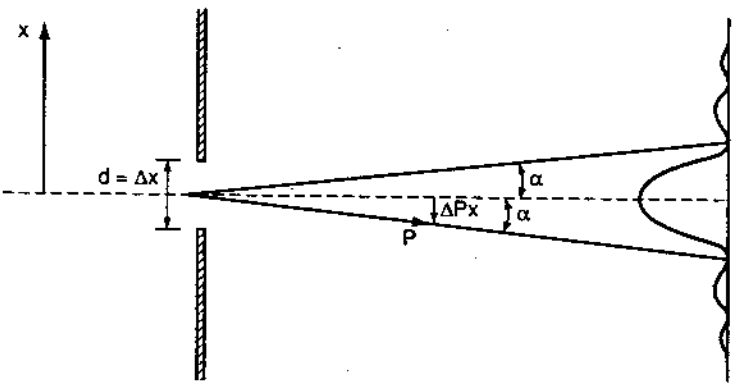
Lần đầu tiên khi quan sát thấy hạt nhân phát xạ êlectrôn (tia β) thì người ta cho rằng trong hạt nhân phải có êlectrôn. Tuy nhiên năng lượng êlectrôn phát ra chỉ bằng vài keV chứ không phải có giá trị cực tiểu 4MeV như tính toán trên đã tiên đoán. Thành thử người ta phải đi đến kết luận : êlectrôn không nằm trong thành phần chất hạt nhân (xem bài toán 26.1.).

18.11. Vị trí của một hạt được xác định khi nó đi qua một khe rộng d. Tính độ bất định về xung lượng của hạt.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Giải. Các sóng đơn sắc có bước sóng λ khi truyền qua một khe độ rộng d sẽ tạo nên trên màn chắn phía sau một ảnh nhiễu xạ (xem H.18.3). Theo lí thuyết nhiễu xạ thì vị trí của điểm cường độ không thứ nhất (vân tối thứ nhất, được xác định theo $\sin\alpha = \lambda/d$.

Do sự tồn tại của sóng de Broglie liên hợp có bước sóng $\lambda = h/p$ mà hạt bị nhiễu xạ khi đi qua khe và hạt sẽ có được một xung lượng theo phương x.



Hình 18.3

Mặc dù ta không thể biết chính xác điểm rơi trên màn nhưng vị trí có xác suất lớn nhất vẫn là ở lân cận vùng trung tâm ảnh nhiễu xạ. Vì vậy ta có cơ sở để có thể coi thành phần xung lượng theo phương x nằm trong khoảng giá trị 0 và $p\sin\alpha$, nghĩa là :

$$\Delta p_x = p\sin\alpha = \frac{h}{\lambda}\frac{\lambda}{d} = \frac{h}{d}.$$

Khi tăng d, ta có thể làm giảm tuỳ ý độ bất định. Tuy nhiên khi cho $d = \Delta x$ là độ bất định về vị trí của hạt theo phương x thì ta có hệ thức :

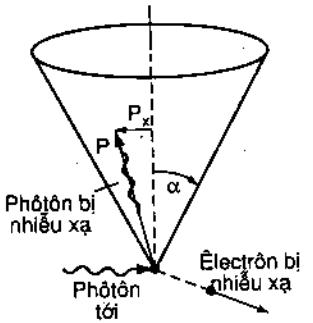
$$\Delta p_x.\Delta x = h$$

phù hợp với nguyên lí bất định.

18.12. Người ta muốn xác định vị trí và xung lượng của một êlectrôn bằng cách quan sát qua kính hiển vi. Hãy nghiên cứu

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

chi tiết quá trình quan sát và chứng tỏ rằng các kết quả tìm được phù hợp với nguyên lí bất định.



Hình 18.4

Giải. Trong quá trình quan sát, êlectrôn làm khuếch tán ánh sáng tới, nghĩa là làm tán xạ phôtôn tới. Do đó xung lượng của êlectrôn (mà ta cần đo) và xung lượng của phôtôn tới đều thay đổi. Ta giả thiết thí nghiệm được thực hiện với lượng ánh sáng nhỏ nhất nghĩa là với một phôtôn duy nhất.

Khi ánh sáng phản xạ bởi êlectrôn truyền qua vật kính của kính hiển vi thì nó sẽ tạo thành trong mắt (hay trên phim ảnh) một ảnh nhiễu xạ mờ thay cho một ảnh rõ nét nếu ta dùng chùm ánh sáng mạnh gồm nhiều phôtôn dọi tới. Theo lí thuyết nhiễu xạ thì đường kính của vệt sáng trung tâm có dạng :

$$d = \frac{\lambda}{\sin\alpha},$$

trong đó λ là bước sóng của ánh sáng tới, còn 2α là góc mà êlêctrôn "nhìn" thấy vật kính (xem H.18.4). Khi trong thí nghiệm ta chỉ quan sát được một phôtôn duy nhất thì ta chỉ có cơ sở để nói phôtôn sẽ rơi vào đâu đó trong vùng trung tâm ảnh nhiễu xạ mà thôi. Độ bất định về vị trí của êlectrôn có thể coi như bằng :

$$\Delta x = d = \frac{\lambda}{\sin\alpha}.$$

Có thể làm Δx nhỏ tuỳ ý nếu chọn bước sóng λ khá nhỏ.

Trong quá trình tán xạ, phôtôn đã truyền một phần xung lượng cho êlectrôn. Nếu biết chính xác xung lượng êlectrôn, ta dễ dàng suy ra xung lượng ban đầu và hiểu rõ nó đã được sử dụng ra sao. Tuy nhiên ta chỉ biết có một điều là phôtôn tán xạ sẽ đi qua một điểm nào đó của vật kính và có thành phần xung lượng theo phương x nằm trong khoảng giá trị 0 và $p\sin\alpha$,

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

trong đó $p = h/\lambda$ là xung lượng của phôtôn. Cuối cùng, khi ta đã đo được xung lượng của êlectrôn thì độ bất định về thành phần xung lượng theo phương x sẽ là :

$$\Delta p_x = \frac{h}{\lambda} \sin\alpha.$$

Ta có thể làm Δp_x nhỏ tuỳ ý nếu chọn λ khá lớn, nhưng lúc đó Δx lại tăng. Do đó tích các độ bất định :

$$\Delta x.\Delta p_x = h$$

phù hợp với nguyên lí bất định.

BÀI TOÁN BỔ SUNG

18.13. Giả thiết thành phần vận tốc theo phương x của hạt được đo với độ chính xác $\pm 10^{-6}$m/s. Tính độ chính xác giới hạn về vị trí của hạt được xác định theo phương x.

Đáp số. $1,32 \times 10^{-25}$m.

18.14. Giải lại bài toán 18.13 đối với êlectrôn

Đáp số. 29,0 m.

18.15. Giải lại bài toán đối với phôtôn gamma có bước sóng 10^{-5}Å.

Đáp số. 0,796 Å.

18.16. Tính độ bất định cực tiểu về năng lượng của một hệ ở trạng thái kích thích. Cho biết thời gian sống trung bình của trạng thái đó là 10^{-11}s.

Đáp số. $3,29 \times 10^{-5}$eV.

18.17. Xem bài toán 18.16. Khi hệ chuyển dời từ trạng thái kích thích sang trạng thái cơ bản hệ phát ra một phôtôn năng lượng 3,39eV. Tính độ bất định cực tiểu về bước sóng của phôtôn phát ra.

Đáp số. $3,55 \times 10^{-2}$ Å.

7.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

18.18. Cho biết độ rộng của mức năng lượng ở trạng thái kích thích của một hệ là 1,1eV. Tính thời gian sống trung bình của hệ ở trạng thái đó.

Đáp số. $2,99 \times 10^{-16}$s.

18.19. Nếu trạng thái kích thích trong bài toán 18.18 tương ứng với năng lượng kích thích 1,6keV thì độ bất định cực tiểu về bước sóng của phôtôn phát ra sẽ là bao nhiêu khi trạng thái đó phân rã ?

Đáp số. $5,33 \times 10^{-3}$Å.

18.20. Cho biết độ bất định về năng lượng của một trạng thái hạt nhân là 33keV, tính thời gian sống trung bình của trạng thái đó.

Đáp số. $9,97 \times 10^{-21}$s.

18.21. Cho biết độ bất định về bước sóng của phôtôn là một phần triệu. Tính độ bất định cực tiểu về vị trí của phôtôn nếu phôtôn có bước sóng : (a) 3000 Å ; (b) 0,5 Å ; (c) 2×10^{-4}Å.

Đáp số. (a) 2,39 cm ; (b) $3,98 \times 10^{4}$ Å ; (c) 15,9 Å.

18.22. Tính bước sóng cực đại của phôtôn cho phép quan sát được một đối tượng kích thước 0,5 Å.

Đáp số. 0,5 Å.

18.23. Tính năng lượng cực tiểu cần truyền cho êlectrôn để có thể quan sát được đối tượng của bài toán 18.22.

Đáp số. 602 eV.

18.24. Xem bài toán 18.22. Cùng câu hỏi đối với prôtôn.

Đáp số. 0,328 eV.

18.25. Nếu là một phôtôn ở trong hạt nhân của bài toán 18.9 thì năng lượng cực tiểu của nó bằng bao nhiêu ?

Đáp số. $\frac{hc}{8\pi d} = 4,9$MeV.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

PHẦN THỨ TƯ

CÁC NGUYÊN TỬ ĐỒNG DẠNG HIĐRÔ

Chương 19

NGUYÊN TỬ BOHR

19.1. PHỔ HIĐRÔ

Vào cuối thế kỉ trước nhiều công trình thực nghiệm đã được tiến hành nhằm nghiên cứu phổ gián đoạn của các bức xạ phát ra trong các quá trình phóng điện trong chất khí. Những phép đo quang phổ chính xác đã chứng tỏ rằng phổ của hiđrô là phổ đơn giản nhất trong số phổ của các nguyên tố, điều này không có gì ngạc nhiên. Người ta cũng đã phát hiện thấy các vạch ở trong vùng nhìn thấy hoặc không nhìn thấy đều được sắp xếp một cách có hệ thống thành nhiều dãy. Điều ngạc nhiên là tất cả các bước sóng của bức xạ do nguyên tử hiđrô phát ra đều được tìm thấy từ một công thức thực nghiệm đơn giản : công thức Rydberg

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{n_l^2} - \frac{1}{n_u^2}\right), \quad R = 1{,}0967758 \times 10^{-3}\ \text{Å}^{-1},$$

ở đó :

$n_l = 1$ và $n_u = 2, 3, 4, \ldots$ cho dãy Lyman (tử ngoại) ;

$n_l = 2$ và $n_u = 3, 4, 5, \ldots$ cho dãy Balmer (nhìn thấy) ;

$n_l = 3$ và $n_u = 4, 5, 6, \ldots$ cho dãy Paschen (hồng ngoại) ;

$n_l = 4$ và $n_u = 5, 6, 7, \ldots$ cho dãy Brackett (hồng ngoại xa)

và cứ thế tiếp tục đối với các dãy hồng ngoại xa khác.

127.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

19.2. LÍ THUYẾT BOHR VỀ NGUYÊN TỬ HIĐRÔ

Năm 1913 Niels Bohr đã xây dựng một lí thuyết vật lí về nguyên tử hiđrô từ đó có thể suy ra công thức Rydberg. Mẫu Bohr về nguyên tử hiđrô dựa trên một mẫu hành tinh, trong đó êlectrôn, một hạt nhẹ mang điện âm chuyển động theo quỹ đạo xung quanh một hạt nhân nặng mang điện dương. Chuyển động của êlectrôn trên quỹ đạo được duy trì bởi tác dụng của lực hút Coulomb

$$F = k\frac{Ze^2}{r^2},\ k = 9{,}0 \times 10^9\ N.m^2/C^2,$$

với Z = 1 đối với hiđrô. Phép tính cổ điển trực tiếp chứng tỏ rằng (xem bài toán 19.14) vận tốc trên quỹ đạo của êlectrôn liên hệ với bán kính quỹ đạo của nó (được giả thiết là tròn) bởi hệ thức :

$$v^2 = \frac{kZe^2}{mr}, \qquad (19\text{-}1)$$

ở đó m là khối lượng của êlectrôn. Năng lượng tổng cộng (động năng + thế năng) của êlectrôn được biểu diễn dưới dạng :

$$E = -\frac{kZe^2}{2r}. \qquad (19\text{-}2)$$

Ở đây mẫu Bohr sẽ được trình bày khác với cách trình bày cổ điển : chúng ta sẽ dựa trên các sóng de Broglie. Việc tìm ra các quỹ đạo Bohr một cách lôgic là một trong những kết quả của giả thiết de Broglie, trong khi Bohr chỉ tìm ra bằng con đường thực nghiệm ; chính kết quả này đã buộc các nhà bác học đánh giá một cách nghiêm túc công trình của de Broglie. Khi một êlectrôn chuyển động trên quỹ đạo của nó với xung lượng mv thì một sóng de Broglie với bước sóng $\lambda = h/mv$ sẽ được gán cho êlectrôn đó. Trong những điều kiện đó người ta chỉ có thể gán một sóng cho một quỹ đạo nếu như độ dài của đường tròn quỹ đạo bằng một số nguyên lần bước sóng. Thực tế Bohr đã nêu thành tiên đề là chỉ những quỹ đạo nào thoả mãn hệ thức

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$$n\lambda = \frac{nh}{mv} = 2\pi r \text{ hay } mvr = \frac{nh}{2\pi}, \qquad (19\text{-}3)$$

mới là các quỹ đạo cho phép, ở đó n = 1, 2, 3, ... Đại lượng L = mvr là mômen động lượng của êlectrôn trên quỹ đạo tròn của nó ; điều đó chứng tỏ rằng trong mẫu Bohr mômen động của êlectrôn bị lượng tử hoá. Số nguyên n được gọi là số lượng tử chính.

Bằng cách giải các phương trình (19-1), (19-2) và (19-3) đối với ba ẩn số r, E và v người ta nhận được ba đại lượng lượng tử hoá :

$$r_n = \frac{n^2 r_1^o}{Z}, \; r_1^o = \frac{h^2}{4\pi^2 kme^2}, \qquad (19\text{-}4)$$

$$E_n = -\frac{Z^2 E_1^o}{n^2}, \; E_1^o = \frac{2\pi^2 k^2 e^4 m}{h^2}, \qquad (19\text{-}5)$$

$$v_n = \frac{Zv_1^o}{n}, \; v_1^o = \frac{2\pi ke^2}{h} \qquad (19\text{-}6)$$

Trong những trạng thái bền, nguyên tử được đặc trưng bởi các hệ thức (19-4), (19-5) và (19-6), êlectrôn được giả thiết là không phát ra bức xạ ; hiện tượng bức xạ sẽ được nghiên cứu trong tiết 19.3. Trạng thái với năng lượng cực tiểu (n = 1) được gọi là trạng thái cơ bản của nguyên tử.

Các đại lượng r_1^o, E_1^o và v_1^o chỉ phụ thuộc vào các hằng số cơ bản m, e, k và h. Thay các giá trị bằng số của các hằng số đó (xem các bài toán 19.33 đến 19.35) ta có :

$$r_1^o = 0{,}529 \text{ Å}, \; E_1^o = 13{,}58 \text{ eV}, \; v_1^o = \frac{c}{137{,}0}.$$

Chú ý rằng đối với hiđrô (Z = 1) ta có $r_1^o = r_1$, $E_1^o = -E_1$ và $v_1^o = v_1$. Các giá trị 0,529 Å và 13,58 eV phù hợp tốt với các số liệu thực nghiệm về bán kính và năng lượng iôn hoá của nguyên tử hiđrô.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

19.3. HIỆN TƯỢNG PHÁT XẠ TRONG LÍ THUYẾT BOHR

Điện động lực học cổ điển đã dự đoán rằng một điện tích chuyển động trên quỹ đạo tròn (nghĩa là có một gia tốc) sẽ phát ra bức xạ điện từ với tần số bằng tần số quay của điện tích trên quỹ đạo. Khi nghiên cứu hiệu ứng quang điện chúng ta đã thấy rằng ở phạm vi kích thước nguyên tử cần phải thay đổi lí thuyết điện động lực học cổ điển để giải thích hiện tượng hấp thụ bức xạ điện từ. Bằng cách tương tự, để giải thích hiện tượng phát xạ điện từ Bohr cũng đã *chọn cách thay đổi* điện động lực học cổ điển trong phạm vi kích thước nguyên tử.

Bohr đã đề ra giả thiết là nguyên tử chỉ phát xạ khi một êlectrôn lúc đầu ở trên một trong các quỹ đạo bền cho phép với $E = E_u$ chuyển sang một quỹ đạo khác với năng lượng $E = E_l$ thấp hơn. Lúc đó năng lượng của phôtôn phát xạ sẽ bằng hiệu năng lượng của êlectrôn trên hai quỹ đạo cho phép. Trong những điều kiện đó, bước sóng của phôtôn phát xạ được biểu diễn thông qua hệ thức :

$$E_\gamma = h\nu = h\frac{c}{\lambda} = E_u - E_l \text{ hay } \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{hc}(E_u - E_l). \quad (19\text{–}7)$$

Thay thế vào biểu thức đó các giá trị năng lượng quỹ đạo đã cho trong công thức (19–5) ta có :

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{2\pi^2k^2e^4mZ^2}{h^3c}\left(\frac{1}{n_l^2} - \frac{1}{n_u^2}\right) = R_\infty Z^2\left(\frac{1}{n_l^2} - \frac{1}{n_u^2}\right),$$

với $$R_\infty = \frac{2\pi^2(ke^2)^2(mc^2)}{(hc)^3} = 1{,}09737 \times 10^{-3}\ \text{Å}^{-1}.$$

Khi thiết lập công thức trên đây hạt nhân mang điện dương đã được giả thiết là đủ nặng đối với êlectrôn để có thể xem khối lượng của hạt nhân là lớn vô cùng. Nếu ta coi khối lượng của hạt nhân là hữu hạn thì hệ êlectrôn (có khối lượng m) – hạt nhân (có khối lượng M) cách nhau một khoảng r chuyển động đối với khối tâm ($mp = MP$, $r = p + P$) là tương đương với chuyển động theo quỹ đạo của một hạt có khối lượng rút gọn

$$\mu = \frac{mM}{m+M} = \frac{m}{1+\frac{m}{M}} = \frac{M}{1+\frac{M}{m}}$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

xung quanh khối tâm ở một khoảng cách r. Đối với hiđrô

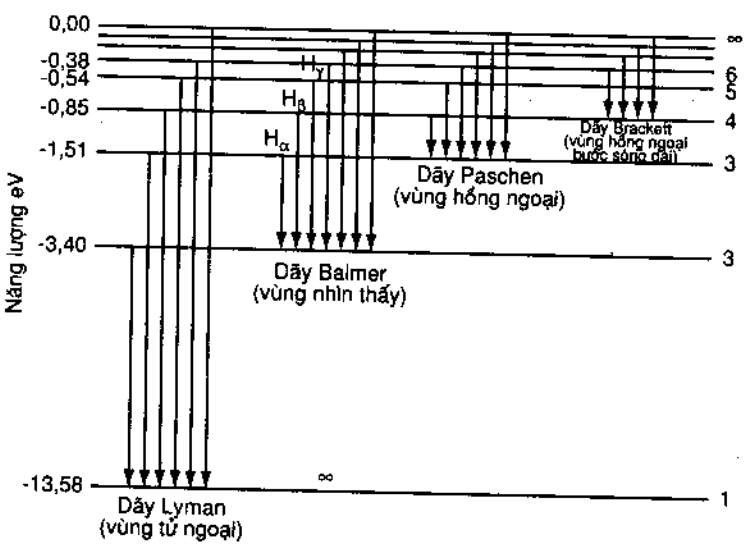
m/M = 1/1836 và hằng số Rydberg có giá trị.

$$R_H = \frac{R_\infty}{1+(m/M)} = \frac{1{,}09737.10^{-3}.Å^{-1}}{1+(1/1836)} = 1{,}0968.10^{-3}.Å^{-1}$$

phù hợp với kết quả thực nghiệm là $R = 1{,}0967758.10^{-3}.Å^{-1}$.

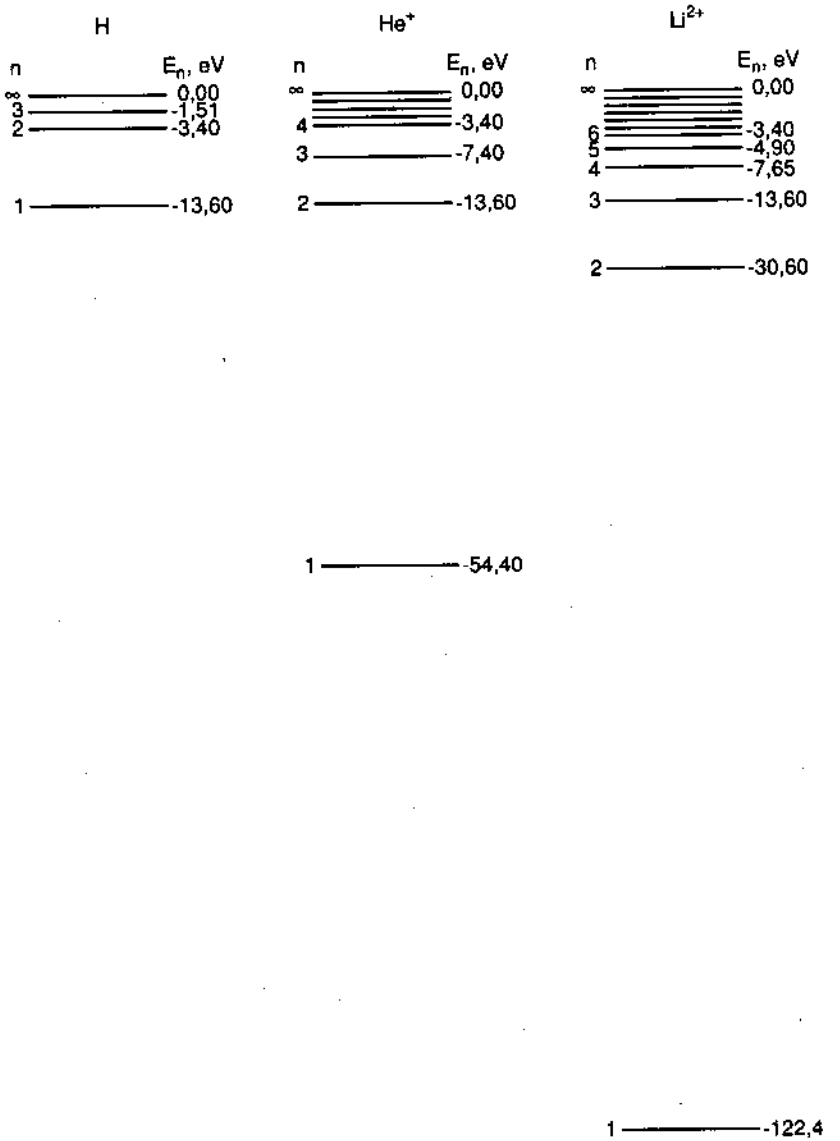
19.4. GIẢN ĐỒ CÁC MỨC NĂNG LƯỢNG

Để biểu diễn một cách thuận tiện các chuyển dời cho phép giữa các trạng thái năng lượng khác nhau người ta dùng giản đồ các mức năng lượng. Trên hình 19.1 biểu diễn các mức năng lượng khác nhau của hiđrô (Z = 1) tính theo biểu thức (19–5). Các chuyển dời được biểu diễn bằng các mũi tên có gốc ở trên trạng thái năng lượng đầu (kí hiệu n_u) và có đỉnh ở trên trạng thái năng lượng cuối (kí hiệu n_l). Như vậy trên hình 19.1 các chuyển dời tạo ra dãy Balmer được biểu diễn bởi các mũi tên có đỉnh ở trên mức $n_l = 2$. Các vạch của dãy Balmer được kí hiệu bởi H_α, H_β, H_γ , v.v... (xem hình 19.1).



Hình 19.1

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012



Hình 19.2

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

19.5. CÁC NGUYÊN TỬ ĐỒNG DẠNG HIĐRÔ

Một nguyên tử đồng dạng hiđrô là một nguyên tử khi xung quanh hạt nhân chỉ còn lại một êlectrôn duy nhất, ví dụ hêli một lần iôn hoá (He^+, Z = 2), liti hai lần iôn hoá (Li^{++}, Z = 3), bêri ba lần iôn hoá (Be^{+++}, Z = 4)... Các nguyên tử này về nhiều mặt hoạt động giống như nguyên tử hiđrô, chỉ có khác là điện tích của hạt nhân của chúng bằng Ze, với Z là số nguyên tử của nguyên tố. Có thể sử dụng các phương trình (19–1) và (19–7) cho các nguyên tử đồng dạng hiđrô với các giá trị thích hợp của Z. Hình 19.2 biểu diễn các mức năng lượng của H, He^+ và Li^{2+}.

19.6. CÁC NGUYÊN TỬ MÊZÔN μ^- VÀ MÊZÔN π^-

Mẫu Yukawa về lực liên kết hạt nhân (nghĩa là về các tương tác mạnh) đã dự đoán sự tồn tại của một loại hạt gọi là hạt mêzôn với khối lượng nghỉ bằng 264 lần khối lượng nghỉ của êlectrôn. Sau dự đoán đó hai năm nghĩa là vào năm 1937 một hạt với khối lượng nghỉ bằng 207 lần khối lượng nghỉ của êlectrôn đã được phát hiện. Tuy nhiên người ta đã chứng minh được rằng hạt này là hạt mêzôn μ^- không phải là hạt đã được dự đoán. Sau đó ít lâu hạt dự đoán bởi Yukawa cũng đã được phát hiện, hạt này được gọi là hạt mêzôn π^-.

Hai hạt mêzôn π^- và μ^- mang điện âm và do đó có thể tạo thành các nguyên tử đồng dạng hiđrô. Do khối lượng của các hạt mêzôn lớn nên quỹ đạo Bohr của chúng bé hơn một cách rõ ràng các quỹ đạo Bohr của êlectrôn. Thực tế trong trường hợp một số hạt nhân, các quỹ đạo này nằm cả trong vùng phân bố điện tích dương của hạt nhân (xem các bài toán 19.21 đến 19.25).

BÀI TOÁN CÓ LỜI GIẢI

19.1. Tính bước sóng ngắn nhất và bước sóng dài nhất (bằng Å) đối với dãy Lyman của hiđrô.

Giải. Các bước sóng của dãy Lyman được xác định với $n_l = 1$:

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$$\frac{1}{\lambda} = (1.097 \times 10^{-3}\,\text{Å}^{-1})\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n_u^2}\right),\ n_u = 2,\ 3,\ 4...$$

Bước sóng dài nhất ứng với $n_u = 2$

$$\frac{1}{\lambda_{max}} = (1{,}097 \times 10^{-3}\,\text{Å}^{-1})\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2}\right) \text{ hay } \lambda_{max} = 1215\ \text{Å}.$$

Bước sóng ngắn nhất ứng với $n_u = \infty$:

$$\frac{1}{\lambda_{min}} = (1{,}097 \times 10^{-3}\,\text{Å}^{-1})\left(1 - \frac{1}{\infty^2}\right) \text{ hay } \lambda_{min} = 912\ \text{Å}.$$

19.2. Xác định bước sóng của vạch thứ hai trong dãy Paschen của hiđrô.

$$\frac{1}{\lambda} = (1{,}097 \times 10^{-3}\,\text{Å}^{-1})\left(\frac{1}{n_l^2} - \frac{1}{n_u^2}\right).$$

Giải. Dãy Paschen được xác định bởi $n_l = 3$ và vạch thứ hai ứng với $n_u = 5$. Do đó :

$$\frac{1}{\lambda} = (1{,}097 \times 10^{-3}\,\text{Å}^{-1})\left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{5^2}\right) \text{ hay } \lambda = 12{,}820\ \text{Å}.$$

19.3. Biết rằng bước sóng lớn nhất trong dãy Lyman của hiđrô là 1215 Å, xác định giá trị của hằng số Rydberg.

Giải. $\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{n_l^2} - \frac{1}{n_u^2}\right).$

Dãy Lyman, $n_l = 1$; bước sóng lớn nhất ứng với $n_u = 2$.

$$\frac{1}{1215\text{Å}} = R\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2}\right) \text{ hay } R = 1{,}097 \times 10^{-3}\ \text{Å}^{-1}.$$

19.4. Tìm các bước sóng của hiđrô nằm trong vùng quang phổ nhìn thấy (3800 Å đến 7700 Å).

Giải. Các bước sóng của hiđrô được xác định từ phương trình

$$\frac{1}{\lambda} = (1{,}097 \times 10^{-3}\,\text{Å}^{-1})\left(\frac{1}{n_l^2} - \frac{1}{n_u^2}\right).$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Trong bài toán 19.1 chúng ta đã thấy rằng với $n_l = 1$ các bước sóng thay đổi từ 912 đến 1215 Å và không có bước sóng nào nằm trong vùng nhìn thấy. Với $n_l = 2$ bước sóng lớn nhất ứng với $n_u = 3$, nghĩa là :

$$\frac{1}{\lambda} = (1{,}097 \times 10^{-3}\,\text{Å}^{-1})\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}\right) \text{ hay } \lambda = 6563 \text{ Å};$$

bước sóng ngắn nhất ứng với $n_u = \infty$, nghĩa là :

$$\frac{1}{\lambda} = (1{,}097 \times 10^{-3}\,\text{Å}^{-1})\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{\infty^2}\right) \text{ hay } \lambda = 3646 \text{ Å}.$$

Như vậy một số vạch của dãy Balmer ($n_l = 2$) nằm trong vùng nhìn thấy. Để xác định các vạch này ta đặt $\lambda = 3800$ Å vào phương trình trên và tìm giá trị của n_u :

$$\frac{1}{3{,}8 \times 10^3\,\text{Å}} = (1{,}097 \times 10^{-3}\,\text{Å}^{-1})\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{n_u^2}\right) \text{ hay } n_u = 9{,}9.$$

Do đó những vạch nằm trong vùng nhìn thấy được xác định bởi

$$\frac{1}{\lambda} = (1{,}097 \times 10^{-3}\,\text{Å}^{-1})\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{n_u^2}\right) \text{ với } n_u = 3, 4, 5, ..., 9.$$

Đối với dãy Paschen ($n_l = 3$) bước sóng ngắn nhất được tính từ phương trình

$$\frac{1}{\lambda} = (1{,}097 \times 10^{-3}\,\text{Å}^{-1})\left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{\infty^2}\right) \text{ từ đó } \lambda = 8200 \text{ Å};$$

vì vậy tất cả các vạch của dãy Paschen và của các dãy khác đều nằm ngoài vùng ánh sáng nhìn thấy.

19.5. Tính năng lượng iôn hoá của hiđrô E_1^o bằng eV.

Giải. $$E_1^o = \frac{2\pi^2 k^2 e^4 m}{h^2} = \frac{2\pi^2 (ke^2)^2 (mc^2)}{(hc)^2} =$$

$$= \frac{2\pi^2 (14{,}40\text{eV.Å})^2 (0{,}511 \times 10^6\text{eV})}{(12{,}40 \times 10^3\text{eV.Å})^2} = 13{,}6\text{eV}$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

19.6. Tính bước sóng của phôtôn phát ra trong chuyển dời của nguyên tử hiđrô từ mức $n_u = 5$ về mức $n_l = 2$.

Giải. Theo mẫu Bohr giá trị năng lượng của các mức $E_n = (-13{,}6eV)/n^2$. Từ đó :

$$E_2 = -\frac{13{,}6eV}{2^2} = -3{,}40eV \; ; \; E_5 = -\frac{13{,}6eV}{5^2} = -0{,}544eV,$$

và năng lượng của phôtôn phát ra sẽ là

$$E_\gamma = -0{,}544eV - (-3{,}40eV) = 2{,}86eV,$$

bước sóng của phôtôn đó là :

$$\lambda = \frac{hc}{E_\gamma} = \frac{12{,}4 \times 10^3 eV.Å}{2{,}86eV} = 4340 \text{ Å}.$$

Có thể giải bài tập này bằng cách áp dụng công thức Rydberg

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{n_l^2} - \frac{1}{n_u^2}\right) = 1{,}097 \times 10^{-3}\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{5^2}\right),$$

và ta cũng có $\lambda = 4340$ Å.

19.7. Tính năng lượng iôn hoá của nguyên tử hiđrô biết rằng bước sóng ngắn nhất của dãy Balmer là 3650 Å.

Giải. Dãy Balmer ứng với $n_l = 2$ và bước sóng ngắn nhất ứng với $n_u = \infty$. Sử dụng công thức $E_n = -E_1^o/n^2$ với E_1^o là năng lượng iôn hoá, ta có :

$$\frac{hc}{\lambda} = E_u - E_l = 0 - \left(-\frac{E_1^o}{4}\right)$$

hay $$E_1^o = \frac{4hc}{\lambda} = \frac{4(12{,}4 \times 10^3 eV.Å}{3650Å} = 13{,}6eV$$

19.8. Một nguyên tử hiđrô được chuyển từ trạng thái cơ bản lên trạng thái với $n = 5$. Tìm số phôtôn với các năng lượng khác nhau có thể phát ra khi nguyên tử chuyển về các trạng thái với năng lượng thấp hơn.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Giải. Chúng ta có thể giải bài tập này cho trường hợp tổng quát với n bất kì. Nếu n_u và n_l ($n_u > n_l$) là một cặp số nguyên khác nhau giữa l và n thì rõ ràng là trong các cách mà nguyên tử chuyển từ trạng thái n về trạng thái cơ bản ít nhất có một cách trong đó có chuyển dịch $n_u \rightarrow n_l$. Lúc đó số phôtôn sẽ bằng số các cặp và bằng

$$\binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2}.$$

Với n = 5 ta có 5(4)/2 = 10 phôtôn

Lập luận trên đây sẽ không đúng nếu có "suy biến" nghĩa là khi có nhiều cặp số lượng tử khác nhau ứng với cùng một hiệu năng lượng. Trong trường hợp này số phôtôn với năng lượng khác nhau sẽ ít hơn n(n − 1)/2.

19.9. Trong một chuyển dời về trạng thái kích thích với năng lượng 10,19eV, một nguyên tử hiđrô phát ra một phôtôn bước sóng 4890 Å. Tìm năng lượng liên kết của trạng thái đầu.

Giải. Năng lượng của phôtôn phát ra là :

$$h\nu = \frac{hc}{\lambda} = \frac{12{,}40 \times 10^3 \text{eV} . \text{Å}}{4{,}89 \times 10^3 \text{ Å}} = 2{,}54\text{eV}.$$

Năng lượng kích thích là năng lượng (E_x) cần tốn để đưa một nguyên tử từ trạng thái cơ bản với năng lượng E_1 lên trạng thái với năng lượng E_l cao hơn. Lúc đó năng lượng E_l có giá trị :

$$E_l = E_1 + E_x = -13{,}6\text{eV} + 10{,}19\text{eV} = -3{,}41\text{eV}.$$

Gọi E_u là năng lượng của trạng thái đầu ta có $h\nu = E_u - E_l$, từ đó $E_u = h\nu + E_l = 2{,}54$ eV − 3,41 eV = −0,87 eV.

Do đó năng lượng liên kết của trạng thái đầu là 0,87 eV.

Cần chú ý chuyển dời trên tương ứng với

$$n_u = \sqrt{\frac{E_1}{E_u}} = \sqrt{\frac{13{,}6\text{eV}}{0{,}87\text{eV}}} = 4$$

và

$$n_l = \sqrt{\frac{E_1}{E_l}} = \sqrt{\frac{13{,}6\text{eV}}{3{,}41\text{eV}}} = 2.$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

19.10. Trong một ống phóng điện các nguyên tử hiđrô chịu tác dụng của một dòng êlectrôn năng lượng 12,2 eV. Tìm bước sóng của các vạch do hiđrô phát ra.

Giải. Năng lượng cực đại hấp thụ bởi một nguyên tử hiđrô bằng năng lượng của một êlectrôn nghĩa là 12,2 eV. Giả sử lúc đầu nguyên tử ở trạng thái cơ bản, khi đó năng lượng 12,2 eV có thể chuyển nguyên tử lên mức năng lượng E_u :

$$E_u = E_1 + 12{,}2 \text{ eV} = -13{,}6 \text{ eV} + 12{,}2 \text{ eV} = -1{,}4 \text{ eV}.$$

Giá trị n tương ứng với trạng thái năng lượng đó, được tính từ hệ thức $E_n = -E_1^o/n^2$. Ta có

$$-1{,}4 \text{ eV} = -\frac{13{,}6\text{eV}}{n^2} \text{ hay } n = 3{,}12.$$

Do n phải nguyên nên trạng thái với năng lượng cực đại tương ứng với n = 3. Do đó (xem bài toán 19.8) khi nguyên tử chuyển về trạng thái cơ bản sẽ phát ra ba loại phôtôn với bước sóng khác nhau tương ứng với các chuyển dời 3 → 2, 2 → 1 và 3 → 1. Các bước sóng tương ứng được tính từ các hệ thức :

$$\frac{1}{\lambda} = (1{,}097 \times 10^{-3}\,\text{Å}^{-1})\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}\right) \text{ hay } \lambda = 6563 \text{ Å} ;$$

$$\frac{1}{\lambda} = (1{,}097 \times 10^{-3}\,\text{Å}^{-1})\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2}\right) \text{ hay } \lambda = 1215 \text{ Å} ;$$

$$\frac{1}{\lambda} = (1{,}097 \times 10^{-3}\,\text{Å}^{-1})\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{3^2}\right) \text{ hay } \lambda = 1026 \text{ Å}.$$

19.11. Tính số vòng quay mà êlectrôn của nguyên tử hiđrô ở trạng thái kích thích thứ nhất thực hiện theo mẫu Bohr nếu thời gian sống của trạng thái kích thích đó là 10^{-8}s.

Giải. Theo (19–4) và (19–6) bán kính và vận tốc quỹ đạo của êlectrôn ở trạng thái n = 2 là :

$$r_2 = 4r_1^o = 4(0{,}529 \text{ Å}) = 2{,}12 \text{ Å} = 2{,}12 \times 10^{-10} \text{ m} ;$$

$$v_2 = \frac{v_1^o}{2} = \frac{c}{2(137)} = \frac{3 \times 10^8 \text{ m/s}}{2(137)} = 1{,}1 \times 10^6 \text{ m/s}.$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Lúc đó vận tốc góc sẽ là :

$$\omega = \frac{v_2}{r_2} = \frac{1,10 \times 10^6 \text{ m/s}}{2,12 \times 10^{-10} \text{ m}} = 0,52 \times 10^{16} \text{ rad/s}$$

và số vòng quay tổng cộng sẽ là

$$N = \frac{\omega t}{2\pi} = \frac{(0,52 \times 10^{16} \text{ rad/s})(10^{-8} \text{ s})}{6,28 \text{ rad/vòng}} = 8,3 \times 10^6 \text{ vòng quay.}$$

19.12. Tính độ hiệu chỉnh cho bước sóng của phôtôn do nguyên tử hiđrô phát ra khi kể đến động năng giật lùi của hạt nhân.

Giải. Giả sử lúc đầu nguyên tử đứng yên, theo định luật bảo toàn năng lượng ta có :

$$E_u = E_l + E_\gamma + K \text{ hay } \frac{E_u - E_l}{hc} - \frac{E_\gamma}{hc} = \frac{K}{hc},$$

ở đó K là động năng của hạt nhân. Số hạng thứ nhất của vế trái là $1/\lambda_o$, số hạng thứ hai là $1/\lambda$, với λ_o và λ là bước sóng chưa hiệu chỉnh và bước sóng thực. Do đó :

$$\frac{1}{\lambda_o} - \frac{1}{\lambda} = \frac{K}{hc} \text{ hay } \frac{\lambda - \lambda_o}{\lambda_o} = \frac{\lambda K}{hc}.$$

Động lượng giật lùi của hạt nhân là $p = \sqrt{2MK}$. Theo định luật bảo toàn động lượng ta có :

$$0 = -\sqrt{2MK} + \frac{h}{\lambda} \text{ hay } K = \frac{h^2}{2M\lambda^2}.$$

Từ đó

$$\frac{\lambda - \lambda_o}{\lambda_o} = \frac{\lambda(h^2/2M\lambda^2)}{hc} = \frac{hc}{2(Mc^2)\lambda} =$$

$$= \frac{12,40 \times 10^3 \text{eV.Å}}{2(939 \times 10^6 \text{eV})\lambda} = \frac{6,60 \times 10^{-6} \text{ Å}}{\lambda}$$

Các bước sóng các bức xạ của hiđrô vào cỡ 10^3 Å, độ thay đổi tỉ đối vào cỡ 10^{-9} do đó độ hiệu chỉnh là không đáng kể.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

19.13. Chứng tỏ rằng với hiđrô, khi $n \gg 1$, tần số phôtôn phát ra trong chuyển dời từ trạng thái n về trạng thái $n - 1$ bằng tần số quay của êlectrôn trên quỹ đạo.

Giải. Tần số quay ở trạng thái n là :

$$\frac{\omega}{2\pi} = \frac{v_n}{2\pi r_n} = \frac{2\pi ke^2 / nh}{2\pi n^2h^2 / 4\pi^2 kme^2} = \frac{4\pi^2k^2me^4}{n^3h^3}.$$

Tần số của phôtôn phát xạ là :

$$\nu = c\frac{1}{\lambda} = cR_\infty\left[\frac{1}{(n-1)^2} - \frac{1}{n^2}\right] = cR_\infty\frac{2n-1}{n^2(n-1)^2}.$$

Trường hợp $n \gg 1$ ta có :

$$\nu \approx cR_\infty\frac{2n}{n^2n^2} = c\frac{2\pi^2k^2e^4m}{h^3c}\frac{2}{n^3} = \frac{4\pi^2k^2me^4}{n^3h^3}$$

bằng tần số quay đã tính trên đây.

Bài toán này minh hoạ cho nguyên lí tương ứng của Bohr, theo nguyên lí này thì khi n lớn, một phương trình lượng tử sẽ chuyển thành một phương trình cổ điển tương ứng. Thực tế theo lí thuyết cổ điển, tần số bức xạ phát ra bởi một điện tích quay trên quỹ đạo tròn bằng tần số quay của điện tích trên quỹ đạo đó.

19.14. Một êlectrôn quay trên một quỹ đạo tròn xung quanh một hạt nhân với điện tích dương Ze. Tìm hệ thức giữa vận tốc và bán kính quỹ đạo của êlectrôn.

Giải. Làm cân bằng lực Coulomb với lực hướng tâm :

$$\frac{k(e)(Ze)}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \text{ hay } v^2 = \frac{kZe^2}{mr}.$$

19.15. Tìm hệ thức giữa năng lượng tổng cộng của êlectrôn trong bài toán 19.14 và bán kính quỹ đạo của nó.

Giải. Thế năng của êlectrôn là

$$U = qV = (-e)V = -e\frac{kZe}{r} = -\frac{kZe^2}{r}.$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Theo kết quả của bài toán 19.14 động năng của êlectrôn

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\frac{kZe^2}{mr} = \frac{kZe^2}{2r}.$$

Năng lượng tổng cộng của êlectrôn sẽ là

$$E = K + U = \frac{kZe^2}{2r} - \frac{kZe^2}{r} = -\frac{kZe^2}{2r} = \frac{1}{2}U.$$

19.16. Giả sử rằng tất cả mọi chuyển dời đều có thể xảy ra, lúc đó phổ quang học của hiđrô (từ 3800 Å đến 7700 Å) sẽ chứa nhiều vạch hơn hay ít vạch hơn so với phổ quang học của liti hai lần iôn hoá ?

Giải. Với hiđrô $E_{nH} = -\frac{E_1^o}{n^2}$;

Với Li^{2+} : $E_{nLi} = -\frac{Z^2E_1^o}{n^2} = -\frac{E_1^o}{(n/3)^2}$.

Từ đó suy ra rằng giản đồ mức năng lượng của Li^{2+} chứa tất cả các mức của hiđrô kèm theo hai mức phụ cho mỗi mức của hiđrô. Do số mức năng lượng nhiều hơn nên phổ quang học của Li^{2+} chứa nhiều vạch hơn so với phổ quang học của hiđrô.

19.17. Xác định tỉ số các khối lượng của đơtêri và hiđrô nếu các vạch H_α của chúng có bước sóng tương ứng là 6561,01 Å và 6562,80 Å (chính nhờ các đo đạc loại này mà người ta đã phát hiện ra đơtêri).

Giải. Công thức Rydberg biểu diễn qua khối lượng rút gọn có dạng :

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{R_\infty Z^2}{1 + \frac{m}{M}}\left(\frac{1}{n_l^2} - \frac{1}{n_u^2}\right),$$

với m và M là các khối lượng tương ứng của êlectrôn và của hạt nhân. Với một chuyển dời và một giá trị Z cho trước công thức trên chứng tỏ rằng λ tỉ lệ với $1 + \frac{m}{M}$, vì vậy

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$$\frac{\lambda_D}{\lambda_H} = \frac{1 + \frac{m}{M_D}}{1 + \frac{m}{M_H}},$$

hay

$$\frac{\lambda_D - \lambda_H}{\lambda_H} = \frac{\frac{m}{M_D} - \frac{m}{M_H}}{1 + \frac{m}{M_H}} = \frac{m}{M_H}\frac{M_H - M_D}{M_D\left(1 + \frac{m}{M_H}\right)} \approx \frac{m}{M_H}\frac{M_H - M_D}{M_D}$$

Thay các giá trị $\lambda_D = 6561{,}01$ Å, $\lambda_H = 6562{,}80$ Å và tỉ số $\frac{m}{M_H} = \frac{1}{1836}$ ta có

$$\frac{-1{,}79\,\text{Å}}{6562{,}80\,\text{Å}} \approx \frac{1}{1836}\left(\frac{M_H}{M_D} - 1\right).$$

Từ đó $\frac{M_H}{M_D} \approx 0{,}5$ hay $\frac{M_D}{M_H} \approx 2{,}0$.

19.18. Tìm hiệu số giữa bước sóng của vạch ứng với chuyển dời $3 \rightarrow 2$ của hiđrô ($R_H = 1{,}09678 \times 10^{-3}$ Å^{-1}) và bước sóng của vạch ứng với chuyển dời $6 \rightarrow 4$ của He^+ ($R_{He} = 1{,}09722 \times 10^{-3}$ Å^{-1}).

Giải. Ta có :

$$\frac{1}{\lambda} = R\left[\left(\frac{Z}{n_l}\right)^2 - \left(\frac{Z}{n_u}\right)^2\right], \text{ với } R = \frac{R_\infty}{1 + (m/M)}.$$

Với hai chuyển dời trên đây do $Z_H = 1$ và $Z_{He} = 2$ nên biểu thức trong ngoặc có cùng giá trị 5/36 và hiệu của các bước sóng được xác định từ hiệu của các hằng số Rydberg.

Lấy vi phân ta có :

$$-\frac{1}{\lambda^2}d\lambda = dR\frac{5}{36} \text{ hay } -d\lambda = \lambda^2 dR\frac{5}{36} = \frac{dR}{\frac{5}{36}R^2}.$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Từ đó giá trị gần đúng của hiệu bước sóng

$$\Delta\lambda = \lambda_H - \lambda_{He} = \frac{R_{He} - R_H}{\frac{5}{36}R_H^2} = \frac{0{,}00044 \times 10^{-3}\,\text{Å}^{-1}}{\frac{5}{36}(1{,}09678 \times 10^{-3}\,\text{Å}^{-1})^2} = 2{,}63\text{Å}.$$

19.19. Tính hằng số Rydberg đối với pôzitrôni (một hệ liên kết tạo bởi một poditôn và một êlectrôn).

Giải. Khối lượng của pôzitôn bằng khối lượng của êlectrôn, do đó

$$R_P = \frac{R_\infty}{1 + (m/M)} = \frac{R_\infty}{1 + (m/M)} = \frac{R_\infty}{2} = 0{,}5485 \times 10^{-3}\ \text{Å}^{-1}.$$

19.20. Xem bài toán 19.19. Tính năng lượng iôn hoá của pôditrôni.

Giải. $\frac{1}{\lambda} = R_P\left(\frac{1}{n_l^2} - \frac{1}{n_u^2}\right)$ hay $\frac{hc}{\lambda} = h\nu = hcR_P\left(\frac{1}{n_l^2} - \frac{1}{n_u^2}\right)$

Năng lượng iôn hoá là năng lượng cần tốn để chuyển pôzitrôni từ trạng thái cơ bản ($n_l = 1$) lên trạng thái $n_u = \infty$.

Do đó :

$$E_{iôn} = hcR_P = (12{,}40 \times 10^3\ \text{eV.Å})(0{,}5485 \times 10^{-3}\ \text{Å}^{-1}) = 6{,}8\ \text{eV}.$$

19.21. Tính năng lượng iôn hoá của một nguyên tử mêzôn μ^- tạo thành do một prôtôn bắt một hạt mêzôn μ^-. Mêzôn μ^- là một hạt cơ bản với điện tích $-e$ và khối lượng nghỉ bằng 207 lần khối lượng nghỉ của êlectrôn.

Giải. Việc tính toán tương tự trường hợp nguyên tử hiđrô nhưng khối lượng m của êlectrôn được thay bằng 207m.

$$E_{ion} = 207(13{,}6\ \text{eV}) = 2{,}82\ \text{keV}.$$

19.22. Xem bài toán 19.21. Tính bán kính quỹ đạo Bohr thứ nhất đối với nguyên tử mêzôn μ^- trong ^{208}Pb ($Z = 82$).

Giải. Theo (19.4) r_1 tỉ lệ nghịch với Zm. Do đó

$$r_{1\mu} = \frac{1}{(82)(207)}(0{,}529\,\text{Å}) = 3{,}12 \times 10^{-5}\ \text{Å} = 3{,}12\ \text{fm}.$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

19.23. Xem bài toán 19.22. Tính năng lượng của quỹ đạo Bohr thứ nhất.

Giải. Theo (19.5) E_1 tỉ lệ với Z^2m. Từ đó

$$E_{1\mu} = (82)^2(207)(-13{,}58\ \text{eV}) = -19{,}0\ \text{MeV}.$$

19.24. Xem các bài tập 19.21 đến 19.23. Tính năng lượng của phôtôn phát ra trong chuyển dời đầu tiên của dãy Lyman ($n_u = 2$, tới $n_l = 1$) của nguyên tử mêzôn μ^- trong ^{208}Pb.

Giải. $E_\gamma = \Delta E = E_u - E_l =$

$$= -Z^2E_1^o\left(\frac{1}{n_u^2} - \frac{1}{n_l^2}\right) = E_1\left(\frac{1}{n_u^2} - \frac{1}{n_l^2}\right) =$$

$$= (-19{,}0\ \text{MeV})\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{1^2}\right) = 14{,}25\ \text{MeV}.$$

19.25. Về mặt thực nghiệm người ta tìm thấy rằng năng lượng của chuyển dời trong bài toán 19.24 là 6,0 MeV. Hạt nhân của ^{208}Pb có kích thước là 7,1 fm. Như vậy theo bài toán 19.22 quỹ đạo Bo thứ nhất nằm bên trong hạt nhân. Giả sử rằng điện tích của hạt nhân phân bố đều trong toàn bộ thể tích hạt nhân, tính bán kính mới của quỹ đạo Bohr thứ nhất phù hợp với các dữ liệu trên đây.

Giải. Điện thế gây bởi một quả cầu bán kính R tích điện đều với điện tích tổng cộng Q là :

$$V = \begin{cases} \dfrac{kQ}{R}\left[\dfrac{3}{2} - \dfrac{r^2}{2R^2}\right] & r < R\ ; \\ \dfrac{kQ}{r} & r > R. \end{cases}$$

Năng lượng của một hạt mêzôn μ^- chuyển động trong vùng điện tích phân bố đều là

$$E = K + U = \frac{1}{2}mv^2 + (-e)\frac{kZe}{R}\left[\frac{3}{2} - \frac{r^2}{2R^2}\right].$$

Nếu hạt mêzôn μ^- chuyển động trên một quỹ đạo tròn bán kính r ta có :

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$$F = ma \text{ hay } e\mathscr{E} = \frac{mv^2}{r}.$$

Điện trường $\mathscr{E}$ trong vùng điện tích phân bố đều được xác định bởi hệ thức

$$\mathscr{E} = -\frac{dV}{dr} = \frac{kQr}{R^3} = \frac{kZer}{R^3}.$$

Từ đó $$\frac{mv^2}{2} = \frac{re\mathscr{E}}{2} = \frac{kZe^2r^2}{2R^3},$$

và giá trị năng lượng

$$E = \frac{kZe^2r^2}{2R^3} - \frac{kZe^2}{R}\left[\frac{3}{2} - \frac{r^2}{2R^2}\right] = Z\frac{ke^2}{R}\left[\frac{r^2}{R^2} - \frac{3}{2}\right].$$

Quỹ đạo Bohr thứ hai nằm ngoài hạt nhân, do đó $E_{2\mu}$ có thể được tính với giả thiết $E_{1\mu} = -19{,}0$ MeV (xem bài toán 19.23) nghĩa là

$$E_{2\mu} = \frac{-19{,}0\text{MeV}}{2^2} = -4{,}75 \text{ MeV}.$$

Với các số liệu thực nghiệm trên đây ta có

$$E_{1\mu} = E_{2\mu} - \Delta E = -4{,}75 \text{ MeV} - 6{,}0 \text{ MeV} = -10{,}75 \text{ MeV},$$

và $$-10{,}75 \text{ MeV} = 82\frac{1{,}44\,\text{MeV.fm}}{7{,}1\text{fm}}\left[\frac{r_{1\mu}^2}{(7{,}1\text{fm})^2} - \frac{3}{2}\right].$$

Từ đó $r_{1\mu} = 6{,}56$ fm nghĩa là tăng thêm 3,44 fm (xem bài toán 19.22) do quỹ đạo nằm trong vùng phân bố điện tích của hạt nhân.

19.26. Một êlectrôn chuyển động trong một vùng hình cầu bán kính R có điện tích Ze phân bố đều. Sử dụng các tiên đề của Bohr để xác định các mức năng lượng cho phép với giả thiết là quỹ đạo Bohr nằm trong vùng phân bố điện tích.

Giải. Theo bài toán 19.25 năng lượng của êlectrôn được xác định bởi

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$$E = \frac{kZe^2}{R}\left[\frac{r^2}{R^2} - \frac{3}{2}\right] . \qquad (1)$$

Theo tiên đề thứ nhất của Bohr $\left(\hbar = \frac{h}{2\pi}\right)$:

$$mvr = n\hbar \quad \text{hay} \quad v^2 = \frac{n^2\hbar^2}{m^2r^2} \qquad (2)$$

Áp dụng định luật cơ bản của động lực học và giả thiết rằng quỹ đạo của êlectrôn là tròn, ta có :

$$\frac{kZe^2r}{R^3} = m\frac{v^2}{r} . \qquad (3)$$

Thay giá trị của v^2 từ (2) vào (3) ta rút ra

$$r^2 = \frac{n\hbar}{e}\sqrt{\frac{R^3}{mkZ}} . \qquad (4)$$

Đưa giá trị này của r^2 vào (1), với mỗi giá trị nguyên của n ta có :

$$E_n = \frac{kZe^2}{R}\left[\frac{n\hbar}{e}\sqrt{\frac{1}{mkZR}} - \frac{3}{2}\right] .$$

BÀI TOÁN BỔ SUNG

19.27. Giải bài toán 19.1 đối với dãy Balmer.

Đáp số. 3646 Å ; 6563 Å.

19.28. Tính bước sóng của phôtôn phát ra trong chuyển dời $n_u = 6$ về $n_l = 3$ (chuyển dời thứ ba trong dãy Paschen).

Đáp số. $1{,}094 \times 10^4$ Å.

19.29. Tính bước sóng ngắn nhất trong nhóm các chuyển dời với $n_l = 4$ (dãy Brackett).

Đáp số. $1{,}459 \times 10^4$ Å.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

19.30. Bước sóng ngắn nhất trong dãy Balmer của hiđrô là 3646 Å. Từ số liệu này suy ra hằng số Rydberg.

Đáp số. $1,097 \times 10^{-3}$ $Å^{-1}$.

19.31. Xác định giá trị n_u đối với một vạch của hiđrô biết rằng vạch đó ứng với bước sóng 1026 Å (dãy Lyman).

Đáp số. 3.

19.32. Giải lại bài toán 19.31 đối với vạch hiđrô 4861 Å (dãy Balmer).

Đáp số. 4.

19.33. Tính giá trị của ke^2 bằng eV.Å

Đáp số. 14,40 eV.Å.

19.34. Chứng tỏ rằng $v_1^o/c = 2\pi ke^2/hc \equiv \alpha = 1/137$. Đại lượng không thứ nguyên đó được gọi là *hằng số cấu trúc tinh tế.*

19.35. Dựa vào (19.4) tính bán kính quỹ đạo Bohr thứ nhất đối với hiđrô.

Đáp số. 0,529 Å.

19.36. Tính tỉ số của bước sóng Compton của êlectrôn (xem chương 12) và bán kính quỹ đạo Bohr thứ nhất của hiđrô.

Đáp số. 21,8.

19.37. Tính giá trị tối thiểu của thế gia tốc êlectrôn để êlectrôn có thể kích thích nguyên tử hiđrô từ trạng thái cơ bản.

Đáp số. 10,2V.

19.38. Tính năng lượng tối thiểu cần cung cấp để nguyên tử hiđrô có thể phát xạ vạch H_β tương ứng với chuyển dời $4 \rightarrow 2$.

Đáp số. 2,55 eV.

19.39. Tính năng lượng liên kết của êlectrôn ở trạng thái kích thích thứ ba của hiđrô.

Đáp số. 0,85 eV.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

19.40. Tính điện thế gia tốc để êlectrôn có thể iôn hoá nguyên tử hiđrô.

Đáp số. 13,3V.

19.41. Xác định trạng thái kích thích với năng lượng lớn nhất mà các nguyên tử hiđrô có thể đạt đến khi chúng ở trạng thái cơ bản và bị bắn phá bởi các êlectrôn 12,6 eV.

Đáp số. n = 3.

19.42. Tính năng lượng giật lùi của nguyên tử hiđrô trong quá trình phát phôtôn do chuyển dời từ $n_u = 10$ đến $n_l = 1$.

Đáp số. $9,6 \times 10^{-8}$ eV.

19.43. Tính độ biến đổi tỉ đối của bước sóng của một vạch gây ra do một biến đổi nhỏ của khối lượng rút gọn của một nguyên tử.

Đáp số. $\Delta\lambda/\lambda = -\Delta\mu/\mu$.

19.44. Tính bán kính của quỹ đạo Bohr thứ hai trong trường hợp Li^{2+}.

Đáp số. 0,705 Å.

19.45. Tính bán kính quỹ đạo Bohr thứ ba của Be^{3+} (Z = 4)

Đáp số. 0,132 Å.

19.46. Tính bước sóng của vạch H_β của đơtêri biết rằng bước sóng vạch H_β của hiđrô là 4862,6 Å ($R_D = 1,09707 \times 10^{-3}$ Å^{-1}).

Đáp số. 4861,3 Å.

19.47. Tính bán kính quỹ đạo Bohr thứ nhất và thứ hai của pôditrôni.

Đáp số. 1,06 Å ; 4,23 Å.

19.48. (a) Tính năng lượng của ba mức đầu tiên của pôzitrôni, (b) Tính bước sóng của vạch H_α của pôzitrôni (chuyển dịch $3 \rightarrow 2$).

Đáp số. (a) −6,8 eV ; −1,7 eV ; −0,76 eV ; (b) 1313 Å.

19.49. Trong trường hợp nguyên tử π mêzôn ^{208}Pb ($m_\pi = 273m_e$) tính (a) các bán kính Bohr thứ nhất và thứ hai ; (b) giá trị

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

năng lượng ứng với hai quỹ đạo đó ; (c) năng lượng của phôtôn phát ra khi mêzôn π chuyển từ quỹ đạo Bohr thứ hai về quỹ đạo Bohr thứ nhất.

Đáp số. (a) 5,39 fm (nằm bên trong hạt nhân) 9,45 fm ; (b) −15,35 MeV, −6,25 MeV ; (c) 9,1 MeV.

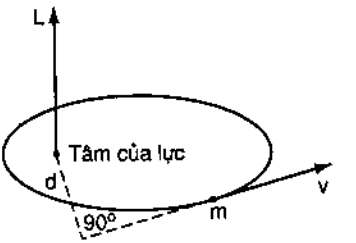
Chương 20

CHUYỂN ĐỘNG QUỸ ĐẠO CỦA ÊLECTRÔN VÀ HIỆU ỨNG ZEEMAN

20.1. MÔMEN ĐỘNG LƯỢNG QUỸ ĐẠO CỔ ĐIỂN

Giả sử một hạt chuyển động trên một quỹ đạo elip dưới tác dụng của một lực xuyên tâm (xem H.20.1).

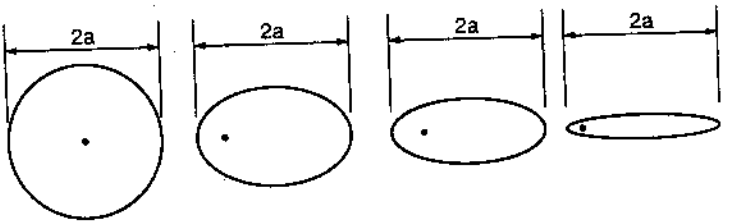
Môđun của vectơ mômen động lượng $\vec{L}$ đối với tâm của lực là mvd, với d là khoảng cách từ phương của vận tốc đến tâm của lực và v là vận tốc của hạt. Chiều của $\vec{L}$ được xác định bởi quy tắc bàn tay phải quen thuộc (xem H.20.1). Theo định luật Newton II, mômen lực tổng hợp tác dụng lên hạt $\vec{\tau}$ bằng đạo hàm theo thời gian của mômen động lượng của hạt. Trong trường hợp lực xuyên tâm, mômen lực bằng không ; lúc đó mômen động lượng sẽ không đổi cả về độ lớn lẫn về hướng tại tất cả các điểm của quỹ đạo.



Hình 20.1

Hình 20.2 biểu diễn các dạng chuyển động elip khác nhau có thể xảy ra, từ đường tròn cho đến đoạn thẳng, với cùng trục lớn bằng 2a. Người ta có thể chứng minh rằng năng lượng tổng cộng E của hạt (động năng +

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012



Hình 20.2

thế năng) chỉ phụ thuộc vào kích thước của trục lớn và có cùng giá trị đối với tất cả các elip trên đây (nghĩa là $E = -ke^2/2a$ đối với lực Coulomb ; xem bài toán 19.15). Trong khi đó mômen động lượng quỹ đạo thay đổi một cách liên tục từ giá trị cực đại $a\sqrt{-2mE}$ đối với quỹ đạo tròn đến giá trị hầu như bằng không đối với quỹ đạo gần thẳng (quỹ đạo elip suy biến thành quỹ đạo thẳng có mômen động lượng bằng không vì tại mọi điểm $d = 0$).

Do $\vec{L}$ là một hằng số nên thành phần $L_z = L\cos\theta$ đối với mọi hướng trong không gian cũng sẽ là một hằng số đối với mọi chuyển động elip. Trong vật lí cổ điển giá trị của θ không chịu một hạn chế nào, nó có thể có giá trị bất kì từ 0° đến 180°.

20.2. MÔMEN LƯỠNG CỰC TỪ CỔ ĐIỂN

Một êlêctrôn chuyển động trên một quỹ đạo tròn tương đương với một dòng điện

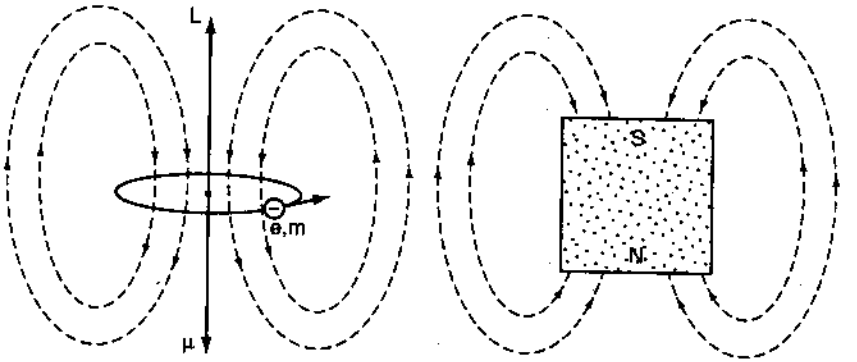
I = (điện tích của êlectrôn) × (số lần đi qua một điểm cho trước trong một giây) = ef,

với f là tần số quay của êlectrôn. Đến lượt mình, dòng điện tròn I tạo ra một từ trường như trường hợp một nam châm nhỏ (xem H. 20.3), do đó chúng ta có thể gán cho một êlectrôn quay tròn một *mômen lưỡng cực từ* $\vec{\mu}$ có độ lớn

$$|\vec{\mu}| = IA = (ef)(\pi r^2), \qquad (20\text{-}1)$$

và có chiều ngược chiều với $\vec{L}$ (vì êlectrôn mang điện âm).

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012



a) Dòng điện tròn b) Thanh nam châm

Hình 20.3

Do $|\vec{L}| = mvr = m(2\pi rf)r = 2mf\pi r^2 = \frac{2m}{e}|\vec{\mu}|$

nên ta có

$$\vec{\mu} = -\frac{e}{2m}\vec{L} \qquad (20\text{–}2)$$

20.3. NĂNG LƯỢNG CỔ ĐIỂN CỦA LƯỠNG CỰC TỪ TRONG MỘT TỪ TRƯỜNG NGOÀI.

Một cuộn dây có dòng điện hay một thanh nam châm khi đặt trong một từ trường sẽ chịu tác dụng của một mômen lực

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \wedge \vec{B}\,; \qquad (20\text{–}3)$$

mômen lực này có khuynh hướng sắp xếp $\vec{\mu}$ song song với $\vec{B}$. Lúc đó hệ sẽ có một thế năng E_B, độ biến thiên của thế năng này biểu diễn công mà mômen lực thực hiện khi sự định hướng của $\vec{\mu}$ thay đổi.

Bằng phép tính tích phân người ta chứng minh được rằng

$$E_B = -\vec{\mu}.\vec{B}. \qquad (20\text{–}4)$$

Chọn trục z hướng dọc theo chiều của $\vec{B}$ và sử dụng giá trị của μ từ biểu thức (20–2), chúng ta tìm được giá trị E_B đối với chuyển động quỹ đạo của êlectrôn :

$$E_B = \frac{e}{2m}\vec{L}.\vec{B} = \frac{e}{2m}L_zB. \qquad (20\text{–}5)$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

20.4. THÍ NGHIỆM ZEEMAN

Năm 1896 nhà vật lí Hà lan Pieter Zeeman đã tiến hành một thí nghiệm nhằm nghiên cứu hiệu ứng tương tác giữa mômen từ của nguyên tử với một từ trường ngoài. Trong thí nghiệm như vậy nguyên tử được đặt trong một từ trường ngoài và người ta so sánh phổ kích thích của nguyên tử với phổ của nó khi không có từ trường ; ví dụ thí nghiệm được thực hiện bằng cách đo bước sóng của bức xạ phát ra khi một ống phóng điện trong chất khí đặt trong một từ trường.

Người ta phát hiện thấy rằng khi có từ trường, mỗi vạch phổ được tách ra thành nhiều vạch phổ riêng biệt. Ngoài ra độ thay đổi tần số tương ứng tỉ lệ với cường độ từ trường. Sự xuất hiện các vạch phổ phụ này chứng tỏ rằng khi đặt trong từ trường, nguyên tử có thêm những mức năng lượng gián đoạn. Hiện tượng này được gọi là hiệu ứng Zeeman.

Việc giải thích hiệu ứng Zeeman. đòi hỏi phải xử lí các kết quả bằng cơ học lượng tử, môn cơ học đã dự đoán rằng cường độ và việc định hướng của mômen động lượng bị lượng tử hoá.

20.5. SỰ LƯỢNG TỬ HOÁ MÔMEN ĐỘNG LƯỢNG

Trái với dự đoán của lí thuyết Bohr, lý thuyết lượng tử đã chứng tỏ rằng giá trị của mômen động lượng nħ ($\hbar = \frac{h}{2\pi}$) của một nguyên tử giống hiđrô không phải chỉ có một giá trị duy nhất. Trái lại, với một số lượng tử chính n cho trước (nghĩa là với một giá trị năng lượng $E_n = -E_1^o/n^2$ cho trước) sẽ có n giá trị của

$$|\vec{L}| = \sqrt{l\ (l+1)}\ \hbar. \qquad (20\text{–}6)$$

Với l là số lượng tử mômen động lượng quỹ đạo, l có các giá trị :

$$l = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots,\ n-1. \qquad (20\text{–}7)$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Đặc biệt với giá trị năng lượng thấp nhất tương ứng với $n = 1$, thì $l = 0$ và do đó mômen động lượng quỹ đạo bằng không.

20.6. SỰ LƯỢNG TỬ HOÁ VỀ HƯỚNG CỦA MÔMEN ĐỘNG LƯỢNG

Giả sử một nguyên tử một êlectrôn đặt trong một từ trường ngoài hướng theo trục z. Lí thuyết lượng tử cho phép chứng minh rằng vectơ mômen động lượng quỹ đạo $\vec{L}$ không thể định hướng một cách bất kì. $\vec{L}$ sẽ được định hướng sao cho thành phần L_z trên trục z có các giá trị gián đoạn

$$L_z = m_l \hbar, \qquad (20\text{–}8)$$

với m_l là một số nguyên được gọi là số lượng tử từ, m_l có thể có các giá trị

$$m_l = l,\ l-1,\ l-2,\ \ldots,\ 0,\ \ldots,\ -(l-1),\ -l. \qquad (20\text{–}9)$$

Chú ý rằng với một giá trị l cho trước, giá trị cực đại của L_z $(= l\hbar)$ là nhỏ hơn độ lớn của

$$|\vec{L}| \ (= \sqrt{l(l+1)}\ \hbar).$$

20.7. GIẢI THÍCH HIỆU ỨNG ZEEMAN

Theo cơ học lượng tử, năng lượng của một nguyên tử một êlectrôn đặt trong một từ trường ngoài sẽ tăng thêm một lượng bằng thế năng biểu diễn theo công thức (20–5). Do L_z bị lượng tử hoá theo (20–8) nên năng lượng tổng cộng sẽ là :

$$E = E_o + E_B = E_o + m_l \frac{e\hbar}{2m} B\ , \qquad (20\text{–}10)$$

với E_o là năng lượng bị lượng tử hoá trước khi đặt trong từ trường B. Như vậy dưới tác dụng của một từ trường ngoài mỗi mức năng lượng E_o sẽ tách thành $2l + 1$ mức con, cách đều nhau với khoảng cách giữa hai mức tỉ lệ với B. Thừa số $e\hbar/2m$ được gọi là manhêtôn Bohr và có giá trị :

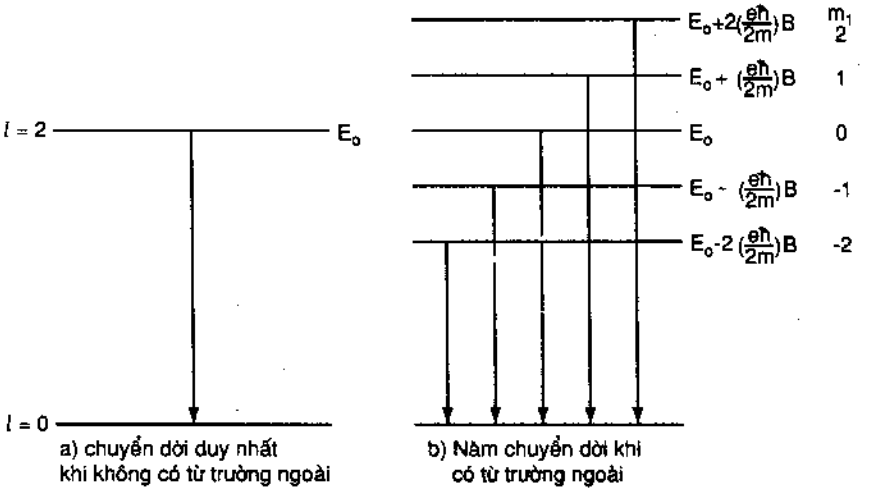
1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$$\frac{e\hbar}{2m} = 5{,}79 \times 10^{-5}\ e\ v/T = 9{,}27 \times 10^{-24}\ J/T.$$

Như vậy tác dụng của từ trường đã làm xuất hiện nhiều mức năng lượng cho phép hơn và do đó phổ của nguyên tử sẽ có thêm các vạch phụ khi nguyên tử được đặt trong từ trường (xem H.20.4).

Người ta thấy rằng các chuyển dời mạnh nhất của một nguyên tử thoả mãn quy tắc lựa chọn sau đây :

$$\Delta l = \pm 1\ ;\ \Delta m_l = \pm 1 \text{ hay } 0. \qquad (20\text{–}11)$$



Hình 20.4

Đối với các *chuyển dời lưỡng cực điện*, theo (20–10) khi $B = 0$ thì $\Delta E = \Delta E_o$ (vạch của từ trường không), còn khi $B \neq 0$ thì

$$\Delta E = \Delta E_o \pm \frac{e\hbar}{2m} B$$

nghĩa là hai vạch mới đã bị dịch chuyển về mặt năng lượng so với vạch của từ trường không, một lượng có giá trị tuyệt đối

$$\Delta E_{zee} = \frac{e\hbar}{2m} B.$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Có thể xảy ra một số chuyển dời khác, tuy nhiên cường độ các vạch tạo thành yếu hơn nhiều so với các vạch thoả mãn các quy tắc lựa chọn trên đây, nhưng dù đối với bất kì chuyển dời nào thì độ biến thiên năng lượng hay tần số giữa các vạch mới đều tỉ lệ với cường độ từ trường tác dụng.

Những kết quả dự đoán về mặt lí thuyết trên đây phù hợp chính xác với kết quả thực nghiệm quan sát được của hiệu ứng Zeeman "thông thường". Việc tách gián đoạn các vạch phổ là một bằng chứng thực nghiệm rõ ràng của hiện tượng lượng tử hoá mômen động lượng quỹ đạo. Thực vậy, nếu $\vec{L}$ không bị lượng tử hoá, L_z sẽ có các giá trị bất kì như trong mẫu Bohr và các vạch phổ sẽ nhoè ra tạo thành một dải sáng liên tục thay cho các vạch phổ gián đoạn quan sát được bằng thực nghiệm. Tuy nhiên quá trình phân tích trên đây không thể giải thích được tất cả các vạch quan sát được trong thí nghiệm của Zeeman. Người ta thấy có những vạch phụ, thuộc phạm vi của hiệu ứng Zeeman dị thường. Hiệu ứng Zeeman dị thường sẽ chuyển thành hiệu ứng Zeeman thông thường khi từ trường đủ lớn (xem bài toán 24.22) và để giải thích, cần sử dụng khái niệm về spin của êlectrôn (xem các bài toán 24.17 đến 24.21).

BÀI TOÁN CÓ LỜI GIẢI

20.1. Tính mômen từ của một êlectrôn chuyển động xung quanh một prôtôn trên một quỹ đạo tròn bán kính r.

Giải. Theo (20-1) mômen từ có giá trị

$$\mu = IA = (ef)(\pi r^2).$$

Phương trình chuyển động của êlectrôn là :

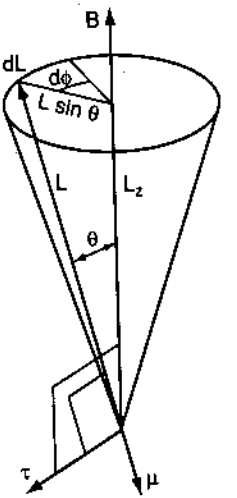
$$F_{rad} = ma_{rad} \text{ hay } \frac{ke^2}{r^2} = \frac{mv^2}{r}.$$

Từ đó $f = \dfrac{v}{2\pi r} = \dfrac{e}{2\pi r}\sqrt{\dfrac{k}{mr}}$

và $$\mu = \pi e r^2\left(\frac{e}{2\pi r}\sqrt{\frac{k}{mr}}\right) = \frac{e^2}{2}\sqrt{\frac{kr}{m}}$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

20.2. Tính tần số của chuyển động tuế sai của mômen từ quỹ đạo $\vec{L}$ của êlectrôn trong từ trường $\vec{B}$.



Hình 20.5

Giải. Một mômen từ đặt trong một từ trường sẽ chịu tác dụng của một mômen lực cho bởi (20.3) :

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \wedge \vec{B} = -\frac{e}{2m}\vec{L} \wedge \vec{B}.$$

Dưới tác dụng của $\vec{\tau}$ mômen động lượng sẽ biến thiên một lượng $d\vec{L}$ xác định từ hệ thức :

$$\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt} = -\frac{e}{2m}\vec{L} \wedge \vec{B}.$$

Độ biến thiên $d\vec{L}$ của $\vec{L}$ vuông góc với cả $\vec{L}$ và $\vec{B}$ (xem H.20.5), điều này dẫn đến chuyển động tuế sai của $\vec{L}$ đối với hướng của $\vec{B}$. Theo hình vẽ :

$$d\phi = \frac{|d\vec{L}|}{L\sin\theta} ;$$

từ đó $$\omega_p = \frac{d\phi}{dt} = \frac{\left|\frac{d\vec{L}}{dt}\right|}{L\sin\theta} = \frac{\frac{eL}{2m}B\sin\theta}{L\sin\theta} = \frac{e}{2m}B$$

Chuyển động này được gọi là chuyển động tuế sai Larmor và ω_p bằng độ biến thiên của tần số góc quan sát được trong hiệu ứng Zeeman thông thường.

20.3. Áp dụng kết quả của cơ học lượng tử tính các giá trị có thể có của mômen từ đối với mức n = 3.

Giải. Với n = 3 : các giá trị có thể của l là 2, 1, 0 ; và $L = \sqrt{l(l+1)}\,\hbar$

Với $l = 2$:

$$\mu = \frac{e}{2m}L = \frac{e\hbar}{2m}\sqrt{l(l+1)} = \left(0{,}927 \times 10^{-23}\frac{J}{T}\right)\sqrt{2(2+1)} =$$

$$= 2{,}27 \times 10^{-23}\frac{J}{T}.$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Với $l = 1$:

$$\mu = \frac{e\hbar}{2m}\sqrt{l(l+1)} = \left(0{,}927 \times 10^{-23}\frac{J}{T}\right)(\sqrt{2}) = \quad 1{,}31 \times 10^{-23}\frac{J}{T}.$$

Với $l = 0$: $\mu = 0$

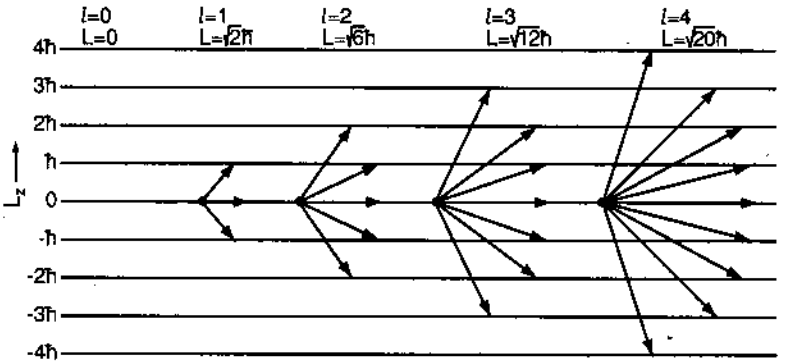
Chúng ta thấy rằng không một giá trị nào phù hợp với kết quả của mẫu Bohr, theo mẫu đó $L = n\hbar$, và

$$\mu_B = \frac{e}{2m}L = \frac{e}{2m}(3\hbar) = 3\left(\frac{e\hbar}{2m}\right) =$$

$$= 3\left(0{,}927 \times 10^{-23}\frac{J}{T}\right) = 2{,}78 \times 10^{-23}\frac{J}{T}.$$

20.4. Biểu diễn các cách định hướng có thể có của mômen động lượng $\vec{L}$ với $l = 0,1,2$ và 3

Giải. Các cách định hướng có thể có, được biểu diễn trên hình 20.6 : các giá trị có thể có của L_z là $m_l\hbar$, còn m_l lấy các giá trị nguyên có thể có giữa $-l$ và $+l$.



Hình 20.6

20.5. Tìm độ biến thiên của bước sóng của vạch đỏ cađimi (λ = 6438 Å) do hiệu ứng Zeeman thông thường khi các nguyên tử đặt trong một từ trường 0,009T.

Giải. Độ biến thiên của bước sóng nhận được xuất phát từ hệ thức $E = hc/\lambda$:

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$$dE = -hc\frac{d\lambda}{\lambda^2} \text{ hay } |d\lambda| = \frac{\lambda^2|dE|}{hc}.$$

Giá trị của $|dE|$ được tính theo biểu thức (20-12) :

$$|dE| = \Delta E_{zee} = \frac{e\hbar}{2m}B = \left(5{,}79 \times 10^{-5}\frac{eV}{T}\right)(0{,}009T) =$$

$$= 5{,}21 \times 10^{-7}eV.$$

và $|d\lambda| = \dfrac{\lambda^2|dE|}{hc} = \dfrac{(6438\,Å)^2\,(5{,}21 \times 10^{-7}eV)}{12{,}4 \times 10^3 eV\,.\,Å} = 1{,}74 \times 10^{-3}\,Å$.

20.6. Xác định độ lớn cần thiết của vectơ cảm ứng từ $\vec{B}$ để quan sát được hiệu ứng Zeeman thông thường trong trường hợp phổ kế sử dụng có thể tách được vạch 5000 Å khỏi các vạch lân cận với độ khác nhau về bước sóng 0,5 Å.

Giải. Theo bài toán 20.5 ta có

$$\frac{|d\lambda|}{\lambda} = \frac{|dE|}{hc/\lambda} = \frac{(e\hbar/2m)B}{hc/\lambda},$$

và : $B = \dfrac{|d\lambda|}{\lambda}\left(\dfrac{hc}{\lambda}\right)\left(\dfrac{2m}{e\hbar}\right) =$

$$= \left(\frac{0{,}5Å}{5000Å}\right)\left(\frac{12{,}4 \times 10^3 eV.Å}{5000\,Å}\right)\left(\frac{1}{5{,}79 \times 10^{-5}eV/T}\right) = 4{,}28T.$$

20.7. Trong một thí nghiệm về hiệu ứng Zeeman vạch 4226 Å của cadimi bị tách thành ba vạch cách nhau 0,25Å trong một từ trường 3T. Dựa vào các số liệu này tính tỉ số e/m.

Giải. Theo bài toán 20.6 ($\hbar = h/2\pi$) :

$$\frac{|d\lambda|}{\lambda} = \frac{(e/4\pi m)\,B}{c/\lambda}.$$

Từ đó :

$$\frac{e}{m} = \frac{4\pi}{B}\left(\frac{c}{\lambda^2}\right)|d\lambda| = \frac{4\pi}{3T}\left[\frac{3\times10^8 m/s}{(4226 \times 10^{-10})^2}\right](0{,}25 \times 10^{-10}m) =$$

$$= 1{,}76 \times 10^{11}C/kg.$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Ở đây chúng ta đã sử dụng hệ thức

$$1\ T \equiv 1\frac{kg}{A.s^2} = 1\frac{kg}{C.s}.$$

20.8. Khi một nguyên tử đặt trong từ trường 0,6T thì trong nguyên tử xảy ra những chuyển dời giữa các trạng thái $l = 2$ và $l = 1$. Tìm các bước sóng quan sát được, nếu khi không có từ trường thì bước sóng là 5000 Å.

Giải. Hiệu năng lượng giữa các mức được tính như sau :

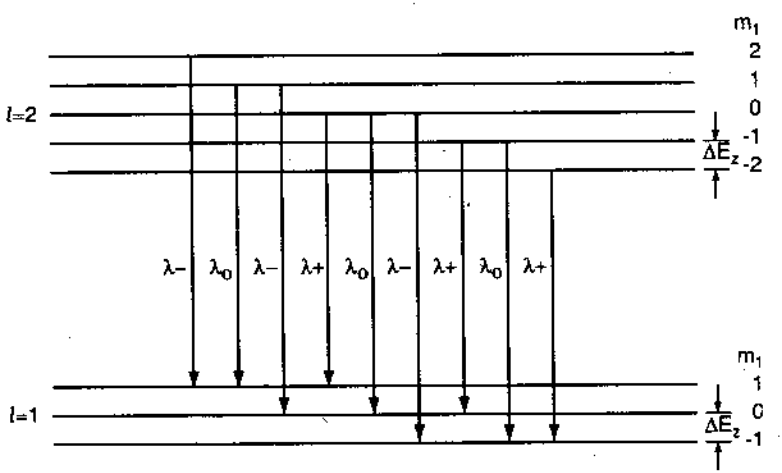
$$\Delta E_{zee} = \frac{e\hbar}{2m}B = (5,79 \times 10^{-5}\frac{eV}{T})\ (0,6T) = 3,47 \times 10^{-5}eV.$$

Tương tự bài toán 20.5 :

$$|d\lambda| = \frac{\lambda^2 \Delta E_{zee}}{hc} = \frac{(5000\,Å)^{-2}\ (3,47 \times 10^{-5}eV)}{12,4 \times 10^3 eV.\,Å} = 0,07Å.$$

Các chuyển dời phải tuân theo quy tắc lựa chọn $\Delta m_l = +1,0,-1$, (xem H.20.7). Với chín chuyển dời có thể xảy ra chỉ có ba giá trị khác nhau của bước sóng :

$$\lambda_+ = 5000,07Å\ ;\ \lambda_o = 5000\ Å\ ;\ \lambda_- = 4999,93\ Å.$$



Hình 20.7

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

BÀI TOÁN BỔ SUNG

20.9. Trong He^+ một êlectrôn ở trạng thái n = 2. Tìm giá trị của mômen từ quỹ đạo của êlectrôn theo mẫu Bohr.

Đáp số. $1,85 \times 10^{-23}$ J/T.

20.10. Giải bài toán 20.9 bằng việc áp dụng các kết quả của cơ học lượng tử.

Đáp số. $1,31 \times 10^{-23}$ J/T hay 0.

20.11. Mômen động lượng của một êlectrôn trên một quỹ đạo tròn là $\hbar\sqrt{2}$. Tính tần số của chuyển động tuế sai Larmor của nó trong một từ trường 0,5T.

Đáp số. $6,99 \times 10^9$Hz.

20.12. Tính tất cả các góc có thể có của $\vec{L}$ tạo với trục z với $l = 3$.

Đáp số. $16,8^o$; $35,3^o$; 60°.

20.13. Tính hiệu ứng Zeeman thông thường đối với vạch 4916 Å của thuỷ ngân đặt trong từ trường 0,3T.

Đáp số $3,38 \times 10^{-2}$Å.

20.14. Tính độ tách giữa hai thành phần Zeeman liên hợp của vạch 4500Å khi nguyên tố đặt trong từ trường 0,4T.

Đáp số. $3,78 \times 10^{-2}$Å.

20.15. Một vạch 5000Å có độ tách Zeeman là $1,1 \times 10^{-3}$Å. Tính giá trị của từ trường tác dụng lên nguyên tố phát ra vạch đó.

Đáp số. $9,42 \times 10^{-3}$T.

20.16. Tính độ biến thiên của tần số phôtôn phát ra trong hiệu ứng Zeeman thông thường tương ứng với các chuyển dời của hai mức con liên hợp bị tách trong từ trường về cùng một trạng thái cuối trong từ trường 1,2T.

Đáp số. $1,68 \times 10^{10}$Hz.

20.17. Trong một nguyên tử đặt trong từ trường 0,2T các chuyển dời xảy ra giữa các trạng thái $l = 3$ và $l = 2$. Tìm các bước sóng quan sát được, nếu khi không có từ trường thì bước sóng phát ra là 4000Å.

Đáp số. 4000,0149Å ; 4000Å ; 3999,9851Å.

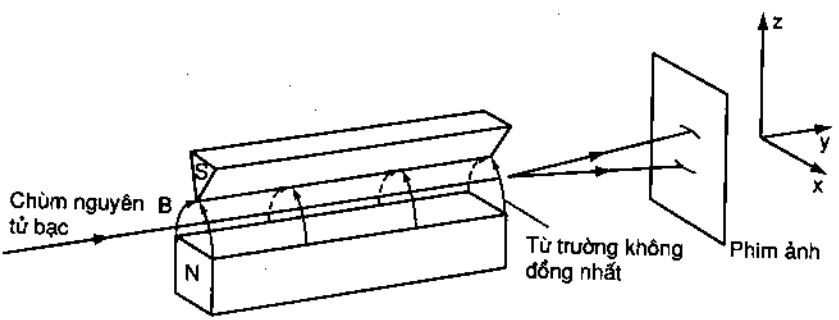
1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Chương 21

THÍ NGHIỆM STERN VÀ GERLACH VÀ SPIN CỦA ÊLECTRÔN

21.1. THÍ NGHIỆM CỦA STERN VÀ GERLACH

Trong thí nghiệm của Stern và Gerlach tiến hành vào năm 1921, một chùm nguyên tử bạc, với mômen động lượng quỹ đạo bằng không, đi qua một từ trường không đồng nhất (xem H.21-1).



Hình 21.1

Mọi sự lệch hướng của chùm nguyên tử dưới tác dụng của từ trường được ghi lại trên phim ảnh.

Từ trường không đồng nhất có tác dụng tạo ra một lực làm lệch hướng tác dụng lên các mômen từ có mặt trong chùm. Trong một từ trường đồng nhất các mômen từ này chỉ chịu tác dụng của một ngẫu lực. Với từ trường không đồng nhất mỗi mômen từ μ_s còn chịu lực tác dụng của một lực làm lệch hướng F_z. Trong trường hợp hình vẽ 21.1 ta có :

$$F_z = \mu_s \cos\theta \frac{dB}{dz}, \qquad (21\text{-}1)$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

với θ là góc giữa $\vec{\mu}_s$ và $\vec{B}$, và $\frac{dB}{dz}$ là gradiên của từ trường không đồng nhất (xem bài toán 21.1).

Thí nghiệm Stern và Gerlach cho các kết quả sau đây : chùm nguyên tử đập lên phim ảnh bị tách làm hai phần chứa cùng một số nguyên tử nằm phía trên và phía dưới vết của chùm khi không có từ trường. Như vậy khi mômen động lượng quỹ đạo và mômen từ tổng cộng của các nguyên tử bằng không thì việc lệch hướng của chùm nguyên tử là do tác dụng của từ trường lên một loại mômen từ khác.

21.2. SPIN CỦA ÊLECTRÔN

Năm 1925, S.A. Goudsmitt và G.E. Uhlenbeck đã đề ra giả thiết là êlectrôn có một mômen động lượng riêng gọi là spin. Nguồn gốc của việc chùm nguyên tử bị lệch hướng trong thí nghiệm Stern và Gerlach chính là việc tồn tại một mômen từ riêng μ_s gắn liền với mômen động lượng riêng spin của êlectrôn. Tương tự như mômen động lượng quỹ đạo, spin và mômen từ riêng của êlectrôn cũng bị lượng tử hoá cả về độ lớn và về hướng. Hai vạch cách đều nhau quan sát được bởi Stern và Gerlach chứng tỏ rằng spin chỉ có thể định hướng theo hai cách khác nhau đối với từ trường tác dụng. Trong tiết 20.6 ta đã thấy rằng với một chuyển động quỹ đạo đặc trưng bởi số lượng tử l thì hình chiếu của mômen từ quỹ đạo lên hướng của từ trường chỉ có thể có $(2l + 1)$ giá trị gián đoạn khác nhau. Tương tự, nếu s là số lượng tử spin thì sẽ có . 2 = (2s + 1) cách định hướng có thể của $\vec{S}$, từ đó s chỉ có một giá trị duy nhất là 1/2. Lúc đó độ lớn của $\vec{S}$:

$$|\vec{S}| = \sqrt{s\,(s+1)}\;\hbar = \sqrt{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+1\right)}\;\hbar = \frac{\sqrt{3}}{2}\,\hbar \qquad (21\text{–}2)$$

thành phần S_z dọc theo trục z có giá trị :

$$S_z = m_s\hbar \qquad m_s = s,\; s-1 = \frac{1}{2},\; -\frac{1}{2}. \qquad (21\text{–}3)$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Thông thường người ta phân biệt hai cách định hướng của $\vec{S}$ bởi "spin hướng lên trên" ($m_s = +\frac{1}{2}$) và "spin hướng xuống dưới" ($m_s = -\frac{1}{2}$) (mặc dù spin không bao giờ có thể hướng dọc theo hướng z âm hay dương). Ngoài ra người ta đã chứng minh rằng $\vec{\mu}_s$ và $\vec{S}$ tỉ lệ với nhau :

$$\vec{\mu}_s = -g_s \frac{e}{2m} \vec{S}. \qquad (21\text{-}4)$$

Đại lượng không thứ nguyên g_s được gọi là tỉ số từ cơ ; đối với êlectrôn $g_s = 2{,}002$ (trong các bài toán chúng ta lấy $g_s = 2$). So sánh (21-4) với (20-2) ta có :

$$g_s = \frac{|\vec{\mu}_s| / |\vec{S}|}{|\vec{\mu}| / |\vec{L}|}.$$

Với êlectrôn, tỉ số giữa mômen từ và mômen động lượng đối với chuyển động spin lớn gấp cỡ hai lần so với chuyển động quỹ đạo.

Giá trị đặc biệt 1/2 của spin cũng là một đại lượng đặc trưng cho êlectrôn như điện tích và khối lượng của nó. Chính Dirac vào năm 1982 lần đầu tiên đã giải thích các tính chất của spin của êlectrôn bằng cách kết hợp các nguyên lí của cơ học lượng tử và thuyết tương đối. Một chú thích quan trọng là các hạt khác (prôtôn và nơtrôn) cũng có mômen động lượng riêng spin.

BÀI TOÁN CÓ LỜI GIẢI

21.1. Thiết lập hệ thức 21.1.

Giải. Thế năng của một êlectrôn trong một từ trường là (xem (20.4)) :

$$E_B = -\vec{\mu}_s \cdot \vec{B} = -\mu_{sx}B_x - \mu_{sy}B_y - \mu_{sz}B_z .$$

Trong trường hợp hình 21.1, $B_y \equiv 0$, còn B_x và B_z chỉ phụ thuộc vào x, ta có :

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$$F_x = \frac{-\partial E_B}{\partial x} = \mu_{sx}\frac{\partial B_x}{\partial x} + \mu_{sz}\frac{\partial B_z}{\partial x},$$

$$F_y = -\frac{\partial E_B}{\partial y} = 0,$$

$$F_z = -\frac{\partial E_B}{\partial_z} = \mu_{sx}\frac{\partial B_x}{\partial z} + \mu_{sz}\frac{\partial B_z}{\partial z}.$$

Nhưng dọc theo trục của chùm $\frac{\partial B_z}{\partial x} = 0$ (do đối xứng), và $B_x = \frac{\partial B_x}{\partial_z} = 0$ (do phản đối xứng) ; ngoài ra $\frac{\partial B_x}{\partial x}$ rất bé, do đó :

$$F_x \approx 0,\ F_y = 0,\ F_z = \mu_{sz}\frac{dB}{dz} = \mu_s\cos\theta\frac{dB}{dz}.$$

21.2. Xác định khoảng cách cực đại phân cách hai nửa chùm khi các nguyên tử hiđrô chuyển động với vận tốc 2.10^5m/s trong từ trường có gradien là 2.10^2 T/m trên đoạn đường 0,2m. Bỏ qua mômen từ của prôtôn (xem bài toán 26.9).

Giải. Ở trạng thái cơ bản, mômen động lượng quỹ đạo của các nguyên tử hiđrô bằng không. Theo bài toán 21.1 lực tác dụng lên một nguyên tử hiđrô là :

$$F_z = \mu_{sz}\frac{dB}{dz}.$$

Theo (21-3) và (21-4), với $g_s = 2$ thì $\mu_{sz} = (-e/m)m_s\hbar$ và

$$|F_z| = \frac{e\hbar}{m}|m_s|\frac{dB}{dz} = \frac{e\hbar}{2m}\frac{dB}{dz} =$$

$$= \left(9{,}27\times10^{-24}\frac{J}{T}\right)\left(2\times10^2\frac{T}{m}\right) = 1{,}85\times10^{-21}\text{N}.$$

Dùng các công thức $\Delta z = \frac{1}{2}a_z t^2$ và $\Delta y = vt$ (xem cách chọn các trục toạ độ trên hình 21.1) ta có :

$$\Delta z = \frac{1}{2}a_z t^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{F_z}{m_H}\right)\left(\frac{\Delta y}{v}\right)^2.$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Khối lượng của nguyên tử hiđrô là $1,67 \times 10^{-27}$ kg, do đó :

$$\Delta z = \frac{1}{2}\left(\frac{1,85\times10^{-21}\text{N}}{1,67\times10^{-27}\text{kg}}\right)\left(\frac{0,20\text{m}}{2\times10^{5}\text{ m/s}}\right)^2 = 5,54\times10^{-7}\text{m}.$$

Do một nửa chùm dịch lên trên, một nửa chùm dịch xuống dưới nên khoảng cách hai vết là $2\Delta z = 1,11 \times 10^{-6}$m.

21.3. Tính hiệu năng lượng của các êlectrôn "spin hướng lên trên" và của các êlectrôn "spin hướng xuống dưới" đối với từ trường 0,8T khi chùm êlectrôn tự do là vuông góc với từ trường.

Giải. Theo bài toán 21.1, với $B_x = B_y = 0$:

$$E_B = -B\mu_{sz} = -B\left(-\frac{e\hbar}{m}\right)m_s.$$

Từ đó,

$$\Delta E_B = B\frac{e\hbar}{m}\Delta m_s =$$

$$= (0,8\text{T})\left(2\times5,79\times10^{-5}\frac{\text{eV}}{\text{T}}\right)\left[\frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{2}\right)\right] = 9,26\times10^{-5}\text{eV}.$$

21.4. Trong vật lí thiên văn người ta dùng vạch 21cm để thăm dò vũ trụ. Vạch này tạo bởi phôtôn phát ra từ nguyên tử hiđrô của thiên hà khi spin của êlectrôn chuyển từ trạng thái song song sang trạng thái phản song song với spin của prôtôn. Tìm giá trị của từ trường tác dụng lên êlectrôn.

Giải. $\Delta E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{12,4\times10^{3}\text{eV}.\text{Å}}{21\times10^{8}\text{Å}} = 5,9\times10^{-6}\text{eV}.$

Theo bài toán 21.3 :

$$\Delta E_B = B\frac{e\hbar}{m}\Delta m_s,$$

$$5,9\times10^{-6}\text{eV} = B\left[2\times5,79\times10^{-5}\frac{\text{eV}}{\text{T}}\right]\left[\frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{2}\right)\right],$$

$B = 0,0510$ T.

BÀI TOÁN BỔ SUNG

21.5. Trong một thí nghiệm của Stern và Gerlach, các nguyên tử bạc truyền qua một từ trường không đồng nhất với gradien

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

60 T/m trên một đoạn đường 0,1m. Tìm vận tốc của các nguyên tử bạc khi độ tách của hai vết nguyên tử trên màn là 0,15mm. Khối lượng của nguyên tử bạc là $1,79.10^{-25}$ kg.

Đáp số. 455 m/s.

21.6. Tìm hiệu năng lượng của êlectrôn trong hai cách định hướng khác nhau của spin khi các êlectrôn chịu tác dụng của từ trường 0,5T.

Đáp số. $5,79 \times 10^{-5}$eV.

21.7. Xem bài toán 21.6. Tìm bước sóng của bức xạ để bức xạ đó có thể làm thay đổi cách định hướng của spin.

Đáp số. 2,14 cm.

21.8. Để thay đổi cách định hướng của spin cần có bức xạ bước sóng 1,5cm. Tìm cường độ từ trường tác dụng lên các êlectrôn.

Đáp số. 0,714 T.

Chương 22

SPIN CỦA ÊLECTRÔN VÀ CẤU TRÚC TINH TẾ

22.1. LIÊN KẾT SPIN – QUỸ ĐẠO

Trong tiết 20.3 ta đã chứng minh rằng một mômen từ $\vec{\mu}$ đặt trong từ trường $\vec{B}$ sẽ có thế năng E_B :

$$E_B = -\vec{\mu} . \vec{B} \qquad (22\text{-}1)$$

Khi thiết lập công thức này chúng ta chỉ chú ý đến các từ trường ngoài, tuy nhiên công thức đó vẫn đúng với trường hợp tổng quát.

Trong mẫu bán cổ điển của Bohr, êlectrôn quay quanh hạt nhân với mômen động lượng quỹ đạo $\vec{L}$. Khi nhìn từ phía

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

êlectrôn thì êlectrôn thấy hạt nhân mang điện dương quay quanh mình với cùng vận tốc góc. Từ đó suy ra rằng hạt nhân quay quanh êlectrôn sẽ gây ra tại vị trí chiếm bởi êlectrôn một từ trường $\vec{B}$ song song với $\vec{L}$. Đến lượt mình, từ trường nội của hạt nhân này sẽ tác dụng lên mômen từ riêng $\vec{\mu}_o$ của êlectrôn (xem tiết 21.2). Do $\vec{\mu}_s$ tỉ lệ với $\vec{S}$ và đối với một quỹ đạo cho trước, $\vec{B}$ và $\vec{L}$ tỉ lệ với nhau, nên thế năng tương tác spin – quỹ đạo xuất hiện sẽ có dạng :

$$E_s = K\vec{L} \cdot \vec{S}, \qquad (22\text{-}2)$$

trong đó giá trị chính xác của đại lượng K chưa được đưa ra ở đây.

Thực tế, liên kết spin – quỹ đạo thể hiện như một hiệu ứng Zeeman nội có tác dụng phân tách mỗi mức năng lượng với $\vec{L} \neq 0$ thành hai mức con, tương ứng với hai giá trị cho phép của S_z theo công thức (21–3)

22.2. CẤU TRÚC TINH TẾ

Trong trường hợp tồn tại nhiều mức năng lượng hơn so với trước thì trong phổ của hiđrô trình bày trên hình 22.1 sẽ phải có thêm các vạch phụ. Các vạch phụ này, hay cấu trúc tinh tế có thể quan sát dễ dàng nhờ các phổ kế với độ phân giải cao vừa phải. Lúc đó người ta thấy rằng nhiều vạch trước đây tưởng là vạch đơn nhưng thực tế mỗi vạch đó bao gồm nhiều vạch với các bước sóng cách nhau cỡ một vài Å.

Chính việc quan sát được cấu trúc tinh tế của các vạch quang phổ đã dẫn Uhlenbeck và Goudsmit đưa ra khái niệm về spin của êlectrôn.

22.3. MÔMEN ĐỘNG LƯỢNG TỔNG CỘNG (MẪU VECTƠ)

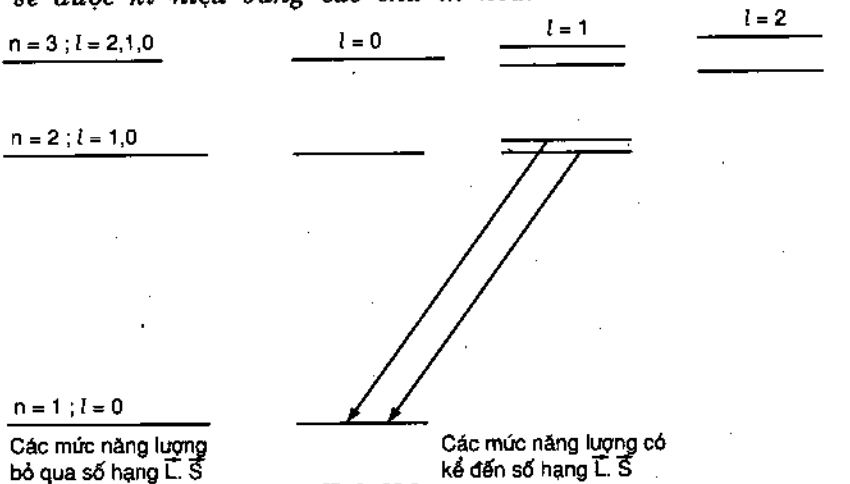
Trong cơ học cổ điển, mômen động lượng *tổng cộng* (quỹ đạo + spin) là một đại lượng quan trọng vì đạo hàm của nó theo

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

thời gian bằng mômen lực tổng cộng tác dụng lên hệ. Tương tự, trong cơ học lượng tử, mômen động lượng tổng cộng $\vec{J}$ bằng tổng vectơ

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$$

cũng đóng vai trò quan trọng. Do mẫu vectơ có thể áp dụng cho các nguyên tử một êlectrôn cũng như cho các nguyên tử nhiều êlectrôn, nên chúng ta sẽ dùng kí hiệu sau đây : *Các số lượng tử đặc trưng cho các trạng thái của các êlectrôn riêng lẻ sẽ được kí hiệu như trước đây bởi các chữ thường, còn các số lượng tử đặc trưng cho các trạng thái của nguyên tử sẽ được kí hiệu bằng các chữ in hoa. Trong trường hợp nguyên tử một êlectrôn trạng thái của êlectrôn cũng là trạng thái của nguyên tử và sẽ được kí hiệu bằng các chữ in hoa.*



Hình 22.1

Theo kí hiệu đó, độ lớn của $\vec{J}$ bị lượng tử hoá theo biểu thức :

$$|\vec{J}| = \sqrt{J(J+1)}\,\hbar \qquad (22\text{–}3)$$

Các giá trị có thể có của số lượng tử J sẽ là :

$$J = L + S,\ L + S - 1,\ \ldots,\ |L - S|, \qquad (22\text{–}4)$$

với L và S là các số lượng tử mômen động lượng quỹ đạo và spin. Cũng như trong trường hợp mômen động lượng quỹ đạo

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

và spin, thành phần của $\vec{J}$ trên trục z xác định, về mặt vật lí cũng bị lượng tử hoá :

$$J_z = M_J\hbar \; ; \; M_J = J, J - 1, J - 2, ..., -J. \quad (22\text{-}5)$$

Đối với nguyên tử giống hiđrô, $S = \frac{1}{2}$ và (22-4) chuyển thành

$$J = \begin{cases} L + S \; , \; L - S, & \text{với } L > 0, \\ S, & \text{với } L = 0 \end{cases} \quad (22\text{-}6)$$

BÀI TOÁN CÓ LỜI GIẢI

22.1. Biểu diễn $\vec{L} \cdot \vec{S}$ theo J, L và S.

Giải. Bằng cách tính $\vec{J} \cdot \vec{J} \equiv |\vec{J}|^2$, với $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$, ta có :

$$|\vec{J}|^2 = (\vec{L} + \vec{S}) \cdot (\vec{L} + \vec{S}) = \vec{L} \cdot \vec{L} + 2\vec{L} \cdot \vec{S} + \vec{S} \cdot \vec{S} =$$
$$= |\vec{L}|^2 + 2\vec{L} \cdot \vec{S} + |\vec{S}|^2$$

hay $\vec{L} \cdot \vec{S} = \frac{1}{2}(|\vec{J}|^2 - |\vec{L}|^2 - |\vec{S}|^2)$.

Thay $|\vec{J}|^2 = J(J + 1)\hbar^2$,

$|\vec{L}|^2 = L(L + 1)\hbar^2$, $|\vec{S}|^2 = S(S + 1)\hbar^2$, ta có :

$$\vec{L} \cdot \vec{S} = \frac{1}{2}[J(J + 1) - L(L + 1) - S(S + 1)]\hbar^2.$$

22.2. Tính các giá trị có thể có của $\vec{L} \cdot \vec{S}$ trong trường hợp $L = 1$ và $S = \frac{1}{2}$.

Giải. Theo (22-4) các giá trị có thể có của J là :

$$J = L + S = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2},$$

$$J = L + S - 1 = |L - S| = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}.$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Theo bài toán 22.1,

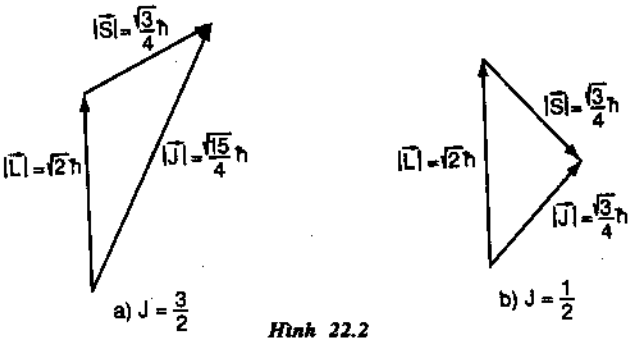
$$\vec{L}.\vec{S} = \frac{1}{2}\,[J(J+1) - L(L+1) - S(S+1)]\,\hbar^2$$

nên, với J = 3/2 :

$$\vec{L}.\vec{S} = \frac{1}{2}\left[\frac{3}{2}\left(\frac{3}{2}+1\right) - 1(1+1) - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+1\right)\right]\hbar^2 = \frac{1}{2}\hbar^2\ ;$$

với $J = \frac{1}{2}$:

$$\vec{L}.\vec{S} = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+1\right) - 1(1+1) - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+1\right)\right]\hbar^2 = -\hbar^2.$$



Hình 22.2

Hình 22.2 mô tả các cách định hướng tương đối giữa ba vectơ $\vec{L}$, $\vec{S}$ và $\vec{J}$.

22.3. Đánh giá cường độ của từ trường tạo bởi chuyển động quỹ đạo của êlectrôn gây ra vạch kép D của natri (5889,95 Å ; 5895,92 Å).

Giải. Chuyển dời này xảy ra giữa một trạng thái L = 1 và một trạng thái L = 0, và chỉ trạng thái L = 1 bị tách. Hiệu năng lượng giữa các trạng thái phụ, được tính từ hiệu giữa các bước sóng :

$$E = \frac{hc}{\lambda},$$

$$|dE| = \frac{hc|d\lambda|}{\lambda^2} = \frac{(12{,}4 \times 10^3 \text{eV}\,.\,\text{Å})(5{,}97\text{Å})}{(5890\text{Å})^2} = 2{,}13 \times 10^{-3}\ \text{eV}.$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Có thể nhận được cùng kết quả nhờ biểu thức (22-1), cùng việc sử dụng biểu thức (21-4) với $g_s = 2$:

$$E_B = -\vec{\mu}_s \cdot \vec{B} = -\mu_{sz}B = \frac{e}{m} m_s \hbar B.$$

do đó : $\Delta E_B = \frac{e\hbar}{m} B\Delta m_s = \frac{e\hbar}{m} B \left[\frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{2}\right)\right] = 2\left(\frac{e\hbar}{2m}\right) B.$

Cuối cùng : $2{,}13 \times 10^{-3}$ eV $= 2\left(5{,}79 \times 10^{-5}\frac{eV}{T}\right) B.$

$$B = 18{,}4T.$$

22.4. Tính giá trị của K trong biểu thức (22.2) bằng cách sử dụng kết quả của bài toán 22.3 và S = 1/2.

Giải. Với S = 1/2, hai trạng thái L = 1 có J = 3/2 và J = 1/2. Theo bài toán 22.2

$$J = \frac{3}{2} : \vec{L} \cdot \vec{S} = \frac{1}{2}\hbar^2,$$

$$J = \frac{1}{2} : \vec{L} \cdot \vec{S} = -\hbar^2.$$

Theo (22.2), $\Delta E_s = K(\vec{L} \cdot \vec{S})_{\text{hướng lên}} - K(\vec{L} \cdot \vec{S})_{\text{hướng xuống}}$ hay

$$2{,}13 \times 10^{-3} \text{ eV} = K\left(\frac{1}{2}\hbar^2\right) - K(-\hbar^2) = K\left(\frac{3}{2}\hbar^2\right) =$$

$$= K\frac{3}{2}(0{,}658 \times 10^{-15}\text{eV} \cdot \text{s})^2.$$

Từ đó $K = 3{,}28 \times 10^{27} \frac{1}{\text{eV} \cdot \text{s}^2}$

BÀI TOÁN BỔ SUNG

22.5. Tính các giá trị có thể có của J với L = 3 và $S = \frac{1}{2}$.

Đáp số : $\frac{7}{2}, \frac{5}{2}$.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

22.6. Tính giá trị $\vec{L}.\vec{S}$ đối với bài toán 22.5.

Đáp số : $\frac{3}{2}\hbar^2$, $-2\hbar^2$.

22.7. Đánh giá cường độ từ trường tạo bởi chuyển động quỹ đạo của êlectroon, mà chuyển động này là nguồn gốc của các vạch 7664,1 Å và 7699,0 Å quan sát được trong chuyển dời từ L = 1 đến L = 0 của kali.

Đáp số : 63,3T.

22.8. Giải bài toán 22.4 với các số liệu của bài toán 22.7 nếu $S = \frac{1}{2}$.

Đáp số : $1{,}13 \times 10^{28} \frac{1}{eV.s^2}$.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

PHẦN THỨ NĂM

CÁC NGUYÊN TỬ NHIỀU ÊLECTRÔN

Chương 23

NGUYÊN LÍ LOẠI TRỪ PAULI

23.1. MỞ ĐẦU

Cho đến đây chúng ta đã nghiên cứu các hệ với nhiều mức năng lượng nhưng chỉ chứa một êlectrôn, nghĩa là các nguyên tử đồng dạng với hiđrô. Chúng ta đã thấy rằng khi không có liên kết mạnh spin – quỹ đạo, trạng thái của êlectrôn được mô tả bởi bốn số lượng tử (n, l, m_l, m_s) gắn liền tương ứng với năng lượng, với mômen động lượng quỹ đạo, với thành phần trên trục z của mômen động lượng quỹ đạo, và thành phần trên trục z của spin của nó. Khi bốn số lượng từ đó đã biết, người ta nói rằng trạng thái của êlectrôn được hoàn toàn xác định.

Trong chương này và những chương tiếp theo, chúng ta sẽ áp dụng cơ học lượng tử để nghiên cứu các hệ có nhiều mức năng lượng và *có từ hai êlectrôn trở lên*.

23.2. NGUYÊN LÍ LOẠI TRỪ PAULI

Năm 1924 khi nghiên cứu các số liệu quang phổ đối với trường hợp nguyên tử nhiều êlectrôn, Wolfgang Pauli đã đi đến

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

kết luận là trong một hệ lượng tử, *hai êlectrôn không thể chiếm cùng một trạng thái ;* nói cách khác hai êlectrôn không thể đồng thời có bốn số lượng tử (n, l, m_l, m_s) giống nhau.

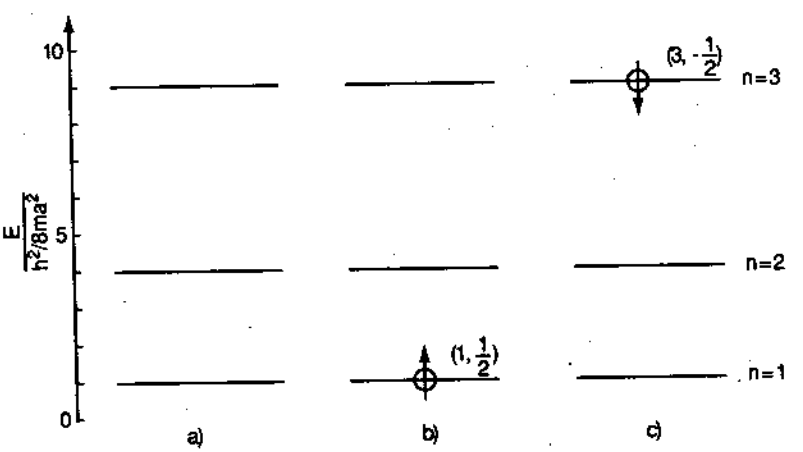
Nguyên lí loại trừ Pauli cho phép tìm được mối quan hệ giữa nhiều kết quả thực nghiệm liên quan đến cấu trúc nguyên tử và giải thích được bảng tuần hoàn của các nguyên tố (xem chương 24). Để minh hoạ nguyên lí Pauli, ở đây chúng ta sẽ nghiên cứu bài toán đơn giản về một hạt hay nhiều hạt khối lượng m, chuyển động trên một đường thẳng và chỉ trong một phạm vi hạn chế giữa các điểm O và a, nghĩa là các hạt trong hộp một chiều có chiều rộng là a.

23.3. HẠT DUY NHẤT TRONG MỘT HỘP MỘT CHIỀU

Bài toán về hạt duy nhất trong hộp một chiều đã được nghiên cứu trong bài toán 17.3. Chúng ta đã tìm thấy rằng năng lượng của hạt không thể biến đổi một cách liên tục mà có những giá trị gián đoạn :

$$E_n = n^2 \frac{h^2}{8ma^2}, \qquad n = 1, 2, 3,...$$

(xem H.23.1(a)). Giả sử bây giờ hạt cần xét đến là êlectrôn có spin. Trạng thái của hệ lúc đó được xác định bởi hai số lượng tử (n, m_s). Trên hình 23.1(b) êlectrôn ở trong trạng thái n = 1



1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Hình 23.1

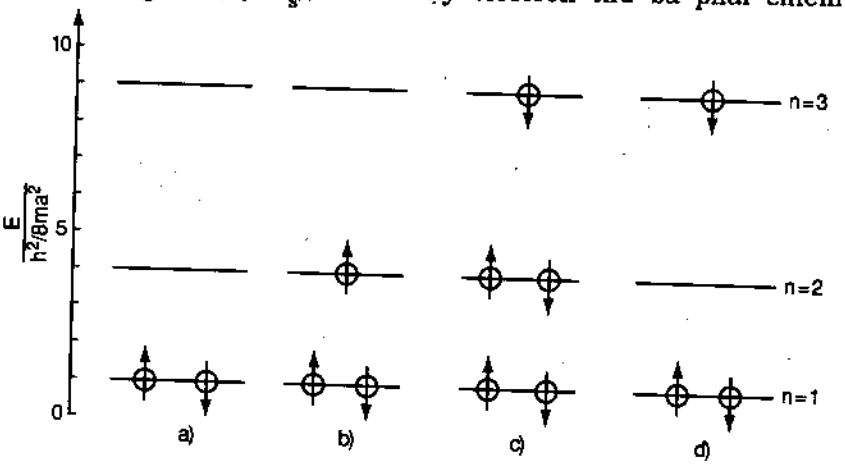
với spin hướng lên trên $\left(m_s = +\frac{1}{2}\right)$, và trên hình 23.1(c) êlectrôn ở trong trạng thái n = 3 với spin hướng xuống dưới $\left(m_s = -\frac{1}{2}\right)$.

23.4. NHIỀU HẠT TRONG MỘT HỘP MỘT CHIỀU

Nguyên lí loại trừ Pauli có nhiều hệ quả quan trọng liên quan đến các hệ nhiều êlectrôn trong hộp một chiều. Trong phần nghiên cứu sau đây chúng ta sẽ giả sử rằng các mức năng lượng không bị ảnh hưởng bởi sự có mặt của nhiều hạt trong hộp.

Với hai êlectrôn, trạng thái cơ bản (năng lượng cực tiểu) của hệ sẽ gồm hai hạt đó ở trạng thái n = 1 : một hạt với spin hướng lên (1, +1/2) và một hạt với spin hướng xuống (1, −1/2) (xem H.23.2 (a)). Chú ý rằng hai êlectrôn không thể có cùng hai số lượng tử (n, m_s).

Bây giờ chúng ta nghiên cứu tình trạng xẩy ra khi thêm vào hệ trên một êlectrôn thứ ba. Nguyên lí loại trừ Pauli không cho phép êlectrôn đó chiếm trạng thái n = 1 (thực vậy nếu nó ở trong trạng thái đó thì hai trong số ba êlectrôn sẽ có cùng cặp số lượng tử (n, m_s)). Như vậy êlectrôn thứ ba phải chiếm



Hình 23.2

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

một mức năng lượng khác, mức n = 2 nếu hệ ở trong trạng thái cơ bản (xem H.23.2 (b) đối với trường hợp spin hướng lên).

Lập luận tương tự chứng tỏ rằng một êlectrôn thứ tư có thể chiếm vị trí trên mức n = 2, nhưng nếu thêm vào êlectrôn thứ năm thì nó phải chiếm mức n = 3 (xem H.23.2 (c), trường hợp spin hướng xuống). Như vậy nguyên lí Pauli có tác dụng làm tăng năng lượng tổng cộng của hệ ở trạng thái cơ bản đến một giá trị lớn hơn giá trị mà tất cả các êlectrôn đều ở mức n = 1.

Các trạng thái kích thích của hệ trên đây tương ứng với trường hợp khi các êlectrôn không chiếm hết các trạng thái với năng lượng thấp nhất sẵn có cho chúng (xem H.23-2(c)). Giống như trường hợp hệ một êlectrôn, các phôtôn có thể được phát ra khi các êlectrôn kích thích trở về trạng thái cơ bản của chúng.

BÀI TOÁN CÓ LỜI GIẢI

23.1. Tính năng lượng của ba mức đầu tiên đối với các êlectrôn không tương tác với nhau trong một giếng vuông góc, cạnh là 6 Å và sâu vô cùng.

Giải. Năng lượng của các mức được tính theo công thức :

$$E_n = \frac{n^2h^2}{8ma^2} = \frac{n^2(hc)^2}{8(mc^2)a^2} = \frac{n^2(12,4 \times 10^3 eV \,.\, Å)^2}{8(0,511 \times 10^6 eV)(6Å)^2} = 1,04n^2 eV.$$

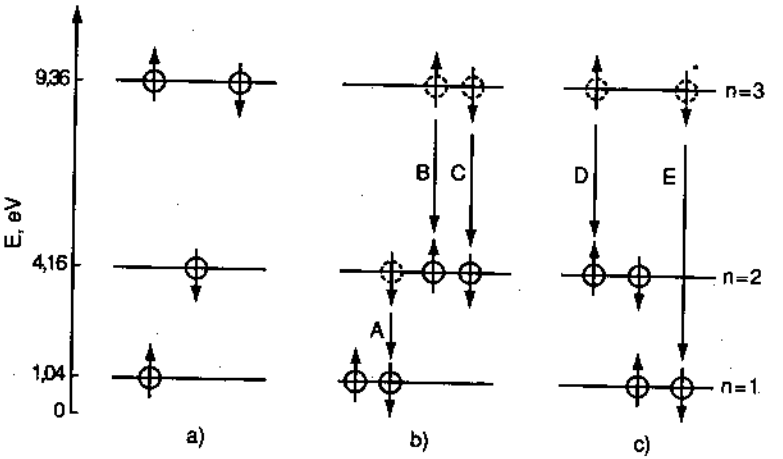
Từ đó $E_1 = 1,04eV$, $E_2 = 4,16eV$, $E_3 = 9,36eV$.

23.2. Tính năng lượng của các phôtôn phát ra khi hệ bốn êlectrôn trên hình 23.3(a) chuyển về trạng thái cơ bản.

Giải. Trên các hình 23.3 (b) và 23.3(c) biểu diễn các chuyển dời có thể đưa hệ về trạng thái cơ bản. Năng lượng của phôtôn phát ra bằng hiệu giữa năng lượng đầu và năng lượng cuối. Các chuyển dời B, C và D tương ứng với cùng một hiệu năng lượng, do đó các phôtôn phát ra có cùng năng lượng.

$$E_A = E_2 - E_1 = 4,16eV - 1,04eV = 3,12eV,$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

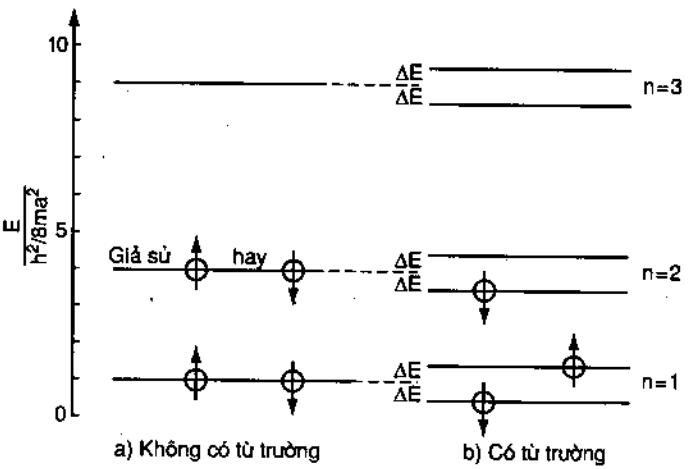


Hình 23.3

$E_B = E_C = E_D = E_3 - E_2 = 9{,}36eV - 4{,}16eV = 5{,}20eV,$

$E_E = E_3 - E_1 = 9{,}36eV - 1{,}04eV = 8{,}32eV.$

23.3. Cho ba hạt không tương tác với nhau trong một giếng vuông góc sâu vô cùng (xem H.23.4(a)). Nghiên cứu tình trạng của hệ khi có một từ trường tác dụng lên spin của các hạt.



Hình 23.4

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Giải. Khi có từ trường tác dụng, giá trị năng lượng mới của mỗi hạt (E_i) bằng tổng năng lượng lúc đầu (E_n) và năng lượng tương tác với từ trường :

$$E_i = E_n + (-\vec{\mu}_s \cdot \vec{B}) = E_n - \mu_{sz}B = E_n + m_s \frac{e\hbar}{m}B$$

(xem bài toán 22.3). Do $m_s = \pm 1/2$, các mức năng lượng mới bị dịch chuyển một lượng $\Delta E = \pm e\hbar B/2m$ so với các mức năng lượng cũ : dịch xuống mức con dưới đối với hạt có spin −1/2 và dịch lên mức con trên đối với hạt có spin +1/2 (xem H.23.4 (b)). Như vậy trong trường hợp có từ trường, nếu hệ ở trong trạng thái cơ bản thì hạt thứ ba sẽ ở trạng thái n = 2 với spin −1/2 (khác với trường hợp không có từ trường lúc đó hạt thứ ba ở trạng thái n = 2 và có thể có spin +1/2 hoặc −1/2 (xem H.23-4(a)).

24.4. Trong một giếng vuông sâu vô cùng, cạnh là a có 5.10^9 êlectrôn trên một mét. Nếu tất cả các mức năng lượng thấp nhất đều bị chiếm, tính giá trị năng lượng lớn nhất mà êlectrôn có thể có.

Giải. Do trên mỗi mức năng lượng có hai êlectrôn nên số êlectrôn tổng cộng kể cả êlectrôn thứ n (hay êlectrôn cuối cùng) là N = 2n. Từ đó số êlectrôn trên một đơn vị dài là

$$\frac{N}{a} = \frac{2n}{a} = 5.10^9 m^{-1},$$

và $$\frac{n}{a} = (2,5 \times 10^9 m^{-1}) \left(10^{-10}\frac{m}{Å}\right) = 0,25 Å^{-1}.$$

Lúc đó năng lượng của mức n (cũng là năng lượng lớn nhất mà êlectrôn có thể có) là :

$$E_n = \frac{n^2h}{8ma^2} = \left(\frac{n}{a}\right)^2 \frac{(hc)^2}{8(mc^2)} =$$

$$= (0,25Å^{-1})^2 \frac{(12,4 \times 10^3 \text{ eV} \cdot Å)^2}{8\,(0,511 \times 10^6 \text{eV})} = 2,35\text{eV}.$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

23.5. Nếu biểu diễn hạt nhân nguyên tử bởi một giếng vuông thì sẽ có khoảng một nơtrôn trên 10^{-15}m. Với giả thiết gần đúng đó, tính năng lượng lớn nhất của nơtrôn. Khối lượng nghỉ của nơtrôn là 938MeV.

Giải. Xem bài toán 23.4 ;

$$\frac{N}{a} = \frac{2n}{a} = 10^{15}m^{-1},$$

$$\frac{n}{a} = (0,5 \times 10^{15}m^{-1})\left(10^{-10}\frac{m}{Å}\right) = 0,5 \times 10^{5}\ Å^{-1},$$

$$E_n = \left(\frac{n}{a}\right)^2 \frac{(hc)^2}{8(mc^2)} = (0,5 \times 10^5\ Å^{-1})^2 \frac{(12,4 \times 10^3\ eV.Å)^2}{8(938 \times 10^6\ eV)} =$$

$$= 51,2 \times 10^6\ eV = 51,2MeV.$$

BÀI TOÁN BỔ SUNG

23.6. Tìm năng lượng phôtôn phát ra trong chuyển dời từ trạng thái n = 3 về trạng thái n = 2 trong trường hợp giếng sâu vô cùng của bài toán 23.1.

Đáp số : 5,20eV.

23.7. Bề rộng của một giếng vuông sâu vô cùng là 10^{-14}m. Tìm năng lượng của ba mức đầu tiên đối với một nơtrôn (m = 938 MeV) nằm trong giếng đó.

Đáp số : 2,05 MeV ; 8,20 MeV ; 18,45 MeV.

23.8. Giải bài toán 23.7 với trường hợp êlectrôn trong giếng rộng 1 Å.

Đáp số : 37,6eV ; 150eV ; 338eV.

23.9. Giải bài toán 23.2 đối với các nơtrôn.

Đáp số : 615 MeV ; 1024 MeV ; 1634 MeV.

23.10. Tìm năng lượng để đổi chiều spin của êlectrôn ở mức cao nhất của bài toán 23.3 trong từ trường 2T.

Đáp số : $2,32 \times 10^{-4}$eV.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Chương 24

CÁC NGUYÊN TỬ NHIỀU ÊLECTRÔN VÀ BẢNG PHÂN LOẠI TUẦN HOÀN

24.1. KÍ HIỆU PHỔ VỀ CẤU HÌNH ÊLECTRÔN CỦA CÁC NGUYÊN TỬ

Nếu giả thiết một cách gần đúng bậc nhất rằng các êlectrôn chuyển động độc lập trong trường hạt nhân và trong trường trung bình gây bởi các êlectrôn khác, người ta sẽ thu được một số lớn thông tin về đặc trưng của các trạng thái của các nguyên tử nhiều êlectrôn. Trong mẫu gọi là mẫu các hạt độc lập, trạng thái của mỗi êlectrôn được mô tả bởi bốn số lượng tử n, l, m_l, m_s.

Với một giá trị n cho trước, số lượng tử l có thể có các giá trị nguyên từ 0 đến n − 1 :

$$l = 0, 1, 2, \ldots \ldots, n - 1.$$

Các giá trị của l được kí hiệu bằng các chữ thường sau đây :

giá trị của l :	0	1	2	3	4	5	...
vỏ :	s	p	d	f	g	h	...

Để xác định số êlectrôn trên một quỹ đạo cho trước xác định bởi các số lượng tử (n, l), người ta quy ước dùng kí hiệu sau đây : viết số lượng tử n, tiếp theo là kí hiệu bằng chữ của l kèm số mũ bằng số êlectrôn. Các quỹ đạo khác nhau được viết liên tiếp thành dãy và ta có một cấu hình êlectrôn. Ví dụ cấu hình của 5 êlectrôn của nguyên tử bo ở trạng thái cơ bản là $1s^2 2s^2 2p^1$.

Khi giá trị n của các êlectrôn giống nhau, người ta nói chúng ở trên cùng một vỏ. Các vỏ khác nhau được kí hiệu bằng các chữ in hoa :

giá trị của n :	1	2	3	4	...
vỏ :	K	L	M	N	...

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Trên cùng một vỏ các giá trị của l có thể khác nhau, mỗi giá trị của l xác định một vỏ con (tương đương với một quỹ đạo). Ví dụ đối với cấu hình của bo ở trạng thái cơ bản $1s^2 2s^2 2p^1$: chúng ta có hai êlectrôn ở vỏ con s của vỏ L và một êlectrôn ở vỏ con p của vỏ L.

24.2. BẢNG PHÂN LOẠI TUẦN HOÀN CÁC NGUYÊN TỐ VÀ MẪU VỎ NGUYÊN TỬ

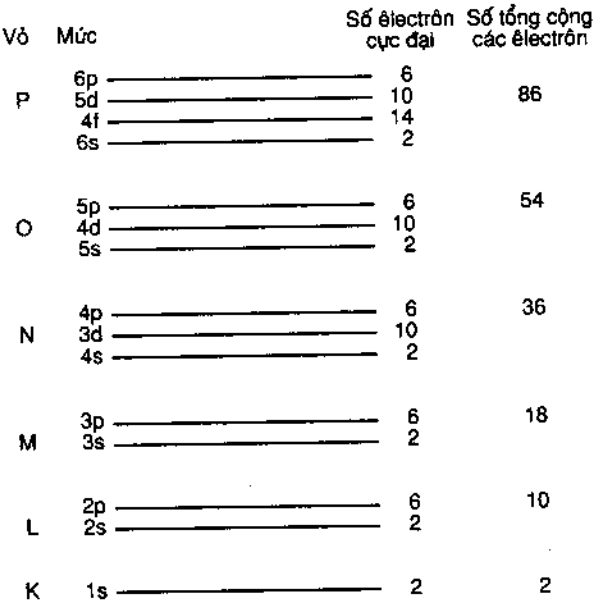
Người ta có thể giải thích cấu hình êlectrôn với năng lượng thấp nhất hay trạng thái cơ bản của các nguyên tử nhiều êlectrôn trên cơ sở nguyên lí Pauli kết hợp với mẫu vỏ về nguyên tử. Theo nguyên lí Pauli, hai êlectrôn không thể có cùng bốn số lượng tử (n, l, m_l, m_s). Do đó số tổ hợp từ m_l và m_s đối với một vỏ con (n, l) cho trước sẽ cho chúng ta số êlectrôn cực đại trong vỏ con đó.

Với một giá trị của l sẽ có $(2l + 1)$ giá trị của m_l, và với mỗi giá trị của cặp số lượng tử (l, m_l) sẽ có hai giá trị của m_s ($m_s = \pm\frac{1}{2}$). Như vậy số êlectrôn cực đại trên một vỏ con cho trước không vi phạm nguyên lí Pauli sẽ bằng $2(2l + 1)$, như chúng ta thấy dưới đây :

Giá trị của l	:	0	1	2	3
Kí hiệu bằng chữ của vỏ con	:	s	p	d	f
Số êlectrôn cực đại	:	2	6	10	14

Trình tự xếp đầy các vỏ con khác nhau đối với phần lớn các nguyên tử được biểu diễn trên hình 24.1 kể từ dưới lên trên. Trên hình vẽ cũng biểu diễn năng lượng của các êlectrôn trong một nguyên tử. Các khoảng cách lớn giữa các mức trên hình 24.1 xuất hiện khi Z = 2, 10, 18, 36, 54 và 86 tương ứng với các khí trơ, kém hoạt động về mặt hoá học và rất khó bị kích thích. Trừ trường hợp He (Z = 2), các khoảng cách trên tương ứng với quá trình xếp đầy một vỏ con p. Các tính chất khác của bảng phân loại tuần hoàn các nguyên tố có thể được giải

127.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012



Hình 24.1

thích bởi quá trình xếp đầy các vỏ con khác (xem các bài toán có lời giải).

24.3. KÍ HIỆU PHỔ CÁC TRẠNG THÁI CỦA NGUYÊN TỬ

Mỗi trạng thái của một nguyên tử hoàn toàn được xác định khi biết tập hợp các số lượng tử L, S và J được gán tương ứng với mômen động lượng quỹ đạo tổng cộng, với mômen spin tổng cộng và với mômen động lượng tổng cộng của nguyên tử (xem tiết 22.3).

Giá trị của L đối với trạng thái nguyên tử cho trước được biểu diễn bởi một chữ in hoa theo kí hiệu dưới đây :

giá trị của L :	0	1	2	3	4	5	...,
kí hiệu :	S	P	D	F	G	H	....

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Các trạng thái của nguyên tử được xác định bởi kí hiệu bằng chữ của L với giá trị 2S + 1 dưới dạng số mũ để bên trái và giá trị J dưới dạng chỉ số để bên phải. Ví dụ, cũng trường hợp của bo ở trạng thái cơ bản, L = 1, S = 1/2 và J = 1/2, Kí hiệu quang phổ có dạng $^2P_{1/2}$.

24.4. CÁC TRẠNG THÁI KÍCH THÍCH VÀ LIÊN KẾT $\vec{L}.\vec{S}$.

Việc xử lí về mặt toán học các trạng thái nguyên tử nhiều êlectrôn rất phức tạp vì ngoài tương tác Coulomb giữa các êlectrôn với hạt nhân, còn có tương tác Coulomb dư giữa các êlectrôn, tương tác giữa mômen động lượng quỹ đạo với spin của các êlectrôn và tương tác giữa các spin của các êlectrôn với nhau. Năm 1925 Russel và Saunders đã đề xuất một mẫu gọi là mẫu liên kết L.S để giải thích các trạng thái nguyên tử của các nguyên tử nhẹ và trung bình. Trong trường hợp của một liên kết L.S, mômen động lượng $\vec{L}$ của nguyên tử bằng tổng vectơ các mômen động lượng quỹ đạo của các êlectrôn khác nhau của nguyên tử :

$$\vec{L} = \sum_i \vec{L}_i \,. \qquad (24\text{-}1)$$

Tương tự, spin của nguyên tử bằng tổng vectơ các spin của các êlectrôn :

$$\vec{S} = \sum_i \vec{S}_i \,. \qquad (24\text{-}2)$$

Lúc đó mômen động lượng tổng cộng của nguyên tử sẽ là :

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S} \qquad (24\text{-}3)$$

tương tự như ở tiết 22.3. Các môđun của ba vectơ mômen động lượng bị lượng tử hoá :

$$|\vec{L}|^2 = L(L+1)\hbar^2;\ |\vec{S}|^2 = S(S+1)\hbar^2;\ |\vec{J}|^2 = J(J+1)\hbar^2. \qquad (24\text{-}4)$$

Các thành phần trên trục z của chúng cũng bị lượng tử hoá :

$$L_z = M_L h\ ;\ S_z = M_s h\ ;\ J_z = M_J h \qquad (24\text{-}5)$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Các số lượng tử của các thành phần trên trục z này liên hệ với các số lượng tử của các êlectrôn riêng biệt bởi các quy tắc cộng sau đây :

$$M_L = \sum_i (m_l)_i \; ; \; M_s = \sum_i (m_s)_i \; ; \; M_J = M_L + M_S. \quad (24\text{-}6)$$

Biết M_L, M_S và M_J người ta có thể tìm được L, S và J dựa vào các điều kiện :

$$M_L = L, L - 1, L - 2, ..., -L \; ; \quad (24\text{-}7)$$

$$M_S = S, S - 1, S - 2, ..., -S \; ; \quad (24\text{-}8)$$

$$M_J = J, J - 1, J - 2, ..., -J. \quad (24\text{-}9)$$

Một nguyên tử có thể bị kích thích từ trạng thái cơ bản lên trạng thái với năng lượng cao hơn. Khi trở về trạng thái cơ bản, nguyên tử sẽ phát bức xạ với một phổ các vạch tương ứng. Các quy tắc sau đây được áp dụng cho các chuyển dời mạnh :

$\Delta J = 0, \pm 1$; (nhưng $J = 0 \rightarrow J = 0$ sẽ không được phép), $\Delta L = 0, \pm 1$; $\Delta S = 0$; $\Delta M_J = 0, \pm 1$ (nhưng nếu $\Delta J = 0$, $M_J = 0 \rightarrow M_J = 0$ sẽ không được phép). Đó là những chuyển dời lưỡng cực điện ; các chuyển dời khác có thể xảy ra nhưng yếu hơn rất nhiều. Khi một chuyển dời lưỡng cực điện xảy ra chỉ với sự tham dự của một êlectrôn thì $\Delta L \neq 0$.

24.5. HIỆU ỨNG ZEEMAN DỊ THƯỜNG

Trong mẫu bán cổ điển hiệu ứng Zeeman gắn liền với chuyển động tuế sai của mômen từ $\vec{\mu}$ đối với trường ngoài $\vec{B}$ (xem bài toán 20.2). Từ trường càng mạnh thì chuyển động tuế sai càng nhanh và độ tách giữa ba vạch xuất phát từ một vạch trong từ trường bằng không sẽ càng lớn. Khi tương tác $\vec{L} \cdot \vec{S}$ mạnh so với các tương tác của một trong các vectơ đó và của $\vec{B}$ thì $\vec{S}$ và do đó $\vec{L}$ sẽ thực hiện một chuyển động tuế sai nhanh đối với $\vec{J}$, điều này sinh ra một chuyển động tuế sai nhanh của $\vec{\mu}$ quanh $\vec{J}$, lúc đó chuyển động tuế sai của hệ đối với $\vec{B}$ sẽ chậm. Hiệu ứng Zeeman dị thường xuất hiện như vậy và cường độ của hiệu ứng đó phụ thuộc vào thành phần của $\vec{\mu}$ trên trục của $\vec{J}$. Xem các bài toán 24.17 và 24.21, ở đó người ta chứng minh rằng hiệu ứng Zeeman dị thường làm xuất hiện số vạch nhiều hơn ba.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

BÀI TOÁN CÓ LỜI GIẢI

24.1. Chứng minh rằng dưới tác dụng của liên kết L.S, số lượng tử mômen động lượng tổng cộng có các giá trị cho bởi (22-4) nghĩa là :

$$J = L + S,\ L + S - 1,\ L + S - 2,\ ...,\ |L - S|.$$

Giải. Theo (24-7) và (24-8)

$$M_L = L,\ L - 1,\ L - 2,\ ...,\ -(L - 2),\ -(L - 1),\ -L\ ;$$

$$M_S = S,\ S - 1,\ S - 2,\ ...,\ -(S - 2),\ -(S - 1),\ -S\ ;$$

và ta rút ra M_J từ $M_J = M_L + M_S$.

Bảng 24.1

Giá trị của M_J		L+S	L+S-1	. . .	L-S+1	L-S	. . .	-(L-S)	-(L-S+1)	. . .	-(L+S-1)	-(L+S)
Độ bội		1	2	(Các bậc, +1)	2S	2S+1	(hằng số)	2S+1	2S	(Các bậc, -1)	2	1
Độ bội dành cho :	J=L+S	1	1	. . .	1	1	. . .	1	1	. . .	1	1
	J=L-S+1		1	. . .	1	1	. . .	1	1	. . .	1	
	. . .				. . .	. . .		. . .	. . .			
	J=L-S+1											
	J=L-S											
Độ bội không bị gán		0	0	. . .	0	0	. . .	0	0	. . .	0	0

Giả sử L ⩾ S. Cột (1) của bảng 24.1 cho các giá trị tính được của M_J, cột (2) cho các số tổ hợp từ (M_L, M_S) để nhận được giá trị M_J tương ứng. Số tổ hợp đó được gọi là độ bội của M_J, ví dụ độ bội của $M_J = L + S - 2$ là 3 vì rằng :

$$L + S - 2 = \begin{cases} (L) + (S - 2)\ ; \\ (L - 1) + (S - 1)\ ; \\ (L - 2) + (S) \end{cases}$$

Chú ý rằng tổng của các độ bội là

$$2\ (1 + 2 + 3 + ... + 2S) + (2S + 1)\ [2\ (L - S) + 1] =$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$$= 2\frac{2S(2S + 1)}{2} + (2S + 1)(2L - 2S + 1) =$$

$$= (2S + 1)(2L + 1)$$

nghĩa là bằng tổng các tổ hợp từ (M_L, M_S).

Mỗi giá trị trong số các giá trị của J tìm được sẽ tương ứng với một dãy các giá trị của M_J :

$$M_J = J, J - 1, ..., -(J - 1), -J.$$

Các cột (3) và cột (4) chứng tỏ rằng các giá trị

$$J = (L + S), (L + S - 1), ..., |L - S|$$

tương ứng một cách chính xác với tất cả các tổ hợp có thể có từ (M_L, M_S). Trong trường hợp $S \geqslant L$, để tìm các giá trị của J ta chỉ cần thay đổi thứ tự của L và S trong lập luận trên đây.

24.2. Tìm số êlectrôn cực đại trên một vỏ con d.

Giải. Đối với vỏ con d, $l = 2$ và số êlectrôn cực đại là (xem tiết 24.2) :

$$2(2l + 1) = 2(2 \times 2 + 1) = 10$$

tương ứng với 10 tổ hợp từ m_l và m_s trình bày trong bảng 24.2.

Bảng 24.2

l	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
m_l	2	2	1	1	0	0	−1	−1	−2	−2
m_s	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

24.3. Chứng minh rằng số êlectrôn cực đại trên vỏ n là $2n^2$.

Giải. Với l cho trước tổng số các trạng thái phụ là $2(2l + 1)$. Với n cho trước l có các giá trị :

$$l = 0, 1, 2, ..., n - 1.$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Do đó khi một vỏ n bị lấp đầy thì tổng số êlectrôn trên đó là :

$$N = \sum_{l=0}^{n-1} 2(2l + 1) = 2[1 + 3 + ... + (2n-1)].$$

Đặt $\xi = 1 + 3 + ... + (2n - 1)$

hay $\xi = (2n - 1) + (2n - 3) + ... + 1.$

Cộng hai biểu thức của ξ số hạng với số hạng ta có :

$$2\xi = 2n + 2n + ... + 2n = (2n)n$$

và $N = 2\xi = 2n^2$.

24.4. Chứng minh rằng ở các nguyên tử gồm các vỏ bị lấp đầy sẽ có một trạng thái cơ bản ^1S_o.

Giải. Các thành phần trên trục z của mômen động lượng quỹ đạo tổng cộng $L_z = M_L h$ và của spin tổng cộng $S_z = M_s h$ có các số lượng tử M_L và M_s bằng :

$$M_L = \sum m_l \; ; \; M_s = \sum m_s,$$

phép tổng được lấy với tất cả các êlectrôn. Các giá trị của m_l và m_s đối với các êlectrôn chiếm đầy vỏ con l là :

$$(m_l, m_s) = \left(l \, , \pm\frac{1}{2}\right) , \left(l - 1 \pm\frac{1}{2}\right), ..., \left(-l \, , \pm\frac{1}{2}\right).$$

Do đó khi lấy tổng đối với tất cả các êlectrôn, M_L và M_s luôn luôn bằng không. Vì rằng $M_L = 0$ và $M_s = 0$ là các giá trị duy nhất có thể của M_L và M_S, nên L và S chỉ có thể có các giá trị L = 0 và S = 0, do đó J = 0. Trạng thái đó chính là ^1S_o.

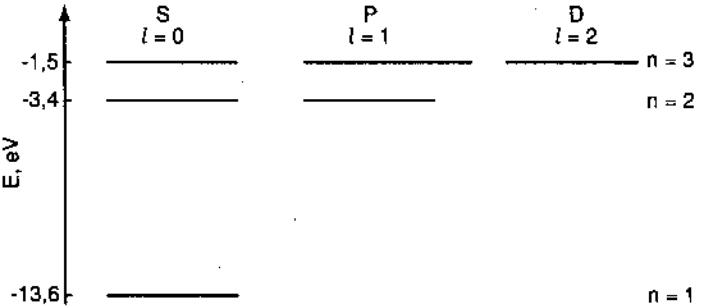
24.5. Trên hình 24.2 biểu diễn các trạng thái năng lượng của hyđrô (l = L). Tìm các chuyển dời lưỡng cực điện có thể xẩy ra giữa các trạng thái đó.

Giải. Các chuyển dời cần tuân theo quy tắc lựa chọn $\Delta l = \pm 1$. Các chuyển dời được phép được biểu diễn trên hình 24.3.

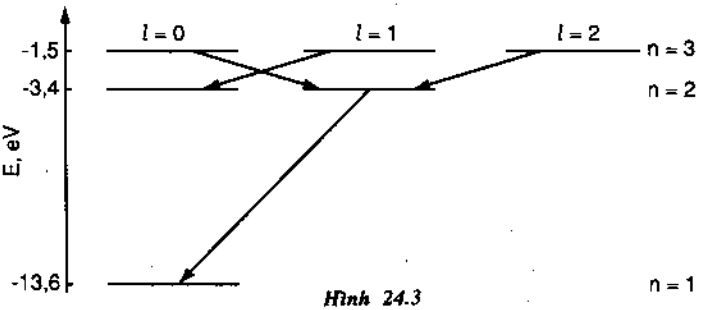
24.6. Tính giá trị $\vec{L}.\vec{S}$ đối với trạng thái $^3F_2$.

Giải. Đối với trạng thái $^3F_2$: S = 1, L = 3 và J = 2. Theo bài toán 22.1 ta có :

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012



Hình 24.2



Hình 24.3

$$\vec{L}.\vec{S} = \frac{1}{2}[J(J+1) - L(L+1) - S(S+1)]\hbar^2 =$$

$$= \frac{1}{2}[2(2+1) - 3(3+1) - 1(1+1)]\hbar^2 = -4\hbar^2.$$

24.7. Tìm các dịch chuyển từ trạng thái ^3F tới trạng thái ^3D dưới tương tác $\vec{L}.\vec{S}$.

Giải. Các độ lớn tương đối của các khoảng tách năng lượng do tương tác spin quỹ đạo được đánh giá qua giá trị

$$\vec{L}.\vec{S} = \frac{1}{2}[J(J+1) - L(L+1) - S(S+1)]\hbar^2$$

biểu diễn trong bảng 24.3, với giá trị của J tính theo công thức (22-4).

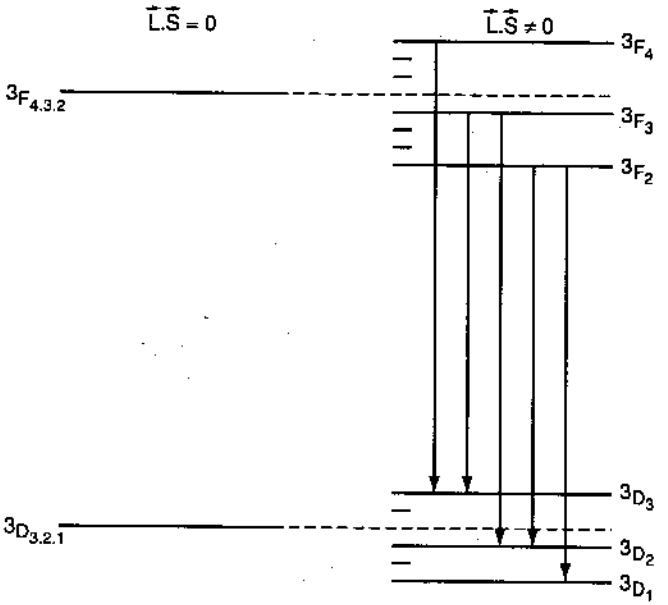
Trong trường hợp này các tương tác $\vec{L}.\vec{S}$ tách mỗi mức năng lượng thành ba mức và các chuyển dời thoả mãn quy tắc lựa

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Bảng 24.3

Trạng thái	L	S	J	$\vec{L}.\vec{S}$
^3F	3	1	4, 3, 2	$3\hbar^2, -1\hbar^2, -4\hbar^2$
^3D	2	1	3, 2, 1	$2\hbar^2, -1\hbar^2, -3\hbar^2$

chọn $\Delta J = 0, \pm 1$ (nhưng không phải $0 \rightarrow 0$) được biểu diễn trên hình 24.4. Quy tắc lựa chọn $\Delta L = \pm 1$ được thoả mãn một cách tự động.



Hình 24.4

24.8. Giả sử rằng có một nguyên tử ^3Li đồng dạng hiđrô, tính năng lượng iôn hoá từ êlectrôn 2s. Giải thích định tính sự khác nhau giữa giá trị tính toán và giá trị thực nghiệm 5,39 eV.

Giải. Nếu bỏ qua hai êlectrôn ở vỏ trong, êlectrôn hoá trị sẽ ở trên quỹ đạo n = 2 với z = 3. Theo (19-5) :

$$E_n = -\frac{(13,58)Z^2}{n^2}\ \text{eV và}\ E_2 = -\frac{(13,58)(3)^2}{2^2}\ \text{eV} = -30,6\text{eV},$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

và năng lượng iôn hoá là 30,6 eV. Mặt khác nếu cho rằng hai êlectrôn ở vỏ trong tạo thành một màn chắn hoàn toàn đối với hạt nhân ^3Li thì êlectrôn ngoài sẽ chỉ "thấy" rằng Z = 1, lúc đó

$$E_2 = -\frac{13,58}{2^2}\ eV = -3,4\,eV,$$

và năng lượng ion hoá sẽ là 3,4 eV. Giá trị thực nghiệm 5,39 eV nằm giữa hai giá trị này. Điều đó chứng tỏ rằng êlectrôn hoá trị thâm nhập vào hạt nhân liti và không "thấy" được tất cả điện tích của hạt nhân. Đối với êlectrôn hoá trị thì các êlectrôn vỏ trong chỉ che chắn một phần điện tích của hạt nhân.

24.9. Năng lượng iôn hoá của nguyên tử He đo được là E_M = 24,60 eV. Xác định năng lượng tương tác giữa hai êlectrôn của nguyên tử He nếu giả sử rằng năng lượng đó bằng hiệu giữa giá trị chung của năng lượng liên kết của chúng (thừa nhận rằng chúng chuyển động độc lập nhau trên một quỹ đạo Bohr) và năng lượng iôn hoá E_M.

Giải. Theo lí thuyết Bohr năng lượng của êlectrôn ở trạng thái cơ bản trong trường lực hạt nhân với điện tích Ze là (xem (19.5)).

$$E_1 = -Z^2\ (13,58eV).$$

Với He, Z = 2 và nếu mỗi êlectrôn được coi như độc lập đối với êlectrôn kia, năng lượng liên kết của nó theo lí thuyết Bohr sẽ là :

$$E_B = -E_1 = (2)^2\ (13,58\ eV) = 54,32\ eV,$$

và năng lượng tương tác giữa hai êlectrôn :

$$E_i = E_B - E_M = 54,32\ eV - 24,60\ eV = 29,72\ eV.$$

Năng lượng này dương vì lực tương tác giữa hai êlectrôn là lực đẩy.

24.10. Tính khoảng cách trung bình giữa hai êlectrôn của bài toán 24.9.

Giải. Người ta cho rằng nguồn gốc của năng lượng E_i = 29,72 eV và tương tác Coulomb giữa hai êlectrôn, lúc đó khoảng cách trung bình d giữa chúng được tính từ công thức :

$$E_i = k\frac{e^2}{d},$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$$(29{,}72\ \text{eV})\ \left(1{,}60 \times 10^{-19}\ \frac{\text{J}}{\text{eV}}\right) =$$

$$= \left(8{,}998 \times 10^{9}\ \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}\right) \frac{(1{,}60 \times 10^{-19}\ \text{C})^2}{\text{d}}$$

Từ đó d = 0,484 × 10^{-10}m = 0,484 Å.

24.11. Thiết lập cấu hình êlectrôn của năm khí trơ đầu tiên.

Giải. Khí trơ là những khí mà số êlectrôn của chúng chiếm đầy các vỏ khác nhau trên hình 24.1. Bảng 24.4 biểu diễn cấu hình êlectrôn của năm khí trơ đầu tiên.

Bảng 24.4

Khí trơ	Cấu hình êlectrôn	Số êlectrôn (Z)
He	$1s^2$	2
Ne	$1s^22s^22p^6$	10
Ar	$1s^22s^22p^63s^23p^6$	18
Kr	$1s^22s^22p^63s^23p^64s^23d^{10}4p^6$	36
Xe	$1s^22s^22p^63s^23p^64s^23d^{10}4p^65s^24d^{10}5p^6$	54

24.12. So với các khí trơ, số êlectrôn trong các kim loại kiềm nhiều hơn một. Viết cấu hình êlectrôn của bốn kim loại kiềm đầu tiên.

Giải. Khi một vỏ con cho trước np (nghĩa là vỏ con p của vỏ n) bị chiếm đầy, chúng ta có một khí trơ. So với khí trơ đó cấu hình êlectrôn của nguyên tử với Z lớn hơn một đơn vị sẽ có thêm êlectrôn (n+1)s. Do đó cấu hình êlectrôn của các kim loại kiềm được cho trong bảng 24.5.

Bảng 24.5

Kim loại kiềm	Cấu hình êlectrôn	Cấu hình của khí trơ
Li (Z = 3)	$1s^22s^1$	He
Na (Z = 11)	$1s^22s^22p^63s^1$	Ne
K (Z = 19)	$1s^22s^22p^63s^23p^64s^1$	Ar
Rb (Z = 37)	$1s^22s^22p^63s^23p^64s^23d^{10}4p^65s^1$	Kr

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Vì rằng các kim loại kiềm có một êlectrôn s phụ thêm vào cấu hình kém hoạt động của các khí trơ nên về mặt định tính, phổ của chúng tương tự với phổ của hiđrô và trạng thái cơ bản của chúng là $^2S_{1/2}$.

24.13. Các halôgen có số êlectrôn ít hơn một, so với các khí trơ. Tìm cấu hình êlectrôn của ba halôgen đầu tiên.

Giải. Ở các nguyên tử có Z nhỏ hơn một đơn vị so với nguyên tử của khí trơ thì êlectrôn bị "thiếu", trừ trường hợp hiđrô, là êlectrôn np ; do đó các cấu hình cần tìm được biểu diễn trong bảng 24.6.

Bảng 24.6

Halôgen	Cấu hình êlectrôn
F(Z = 9)	$1s^2 2s^2 2p^5$
Cl (Z = 17)	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^5$
Br (Z = 35)	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2 3d^{10} 4p^5$

24.14. Sau khi vỏ con 4s được xếp đầy, các êlectrôn bắt đầu sắp xếp vào vỏ con 3d. Mười nguyên tố tương ứng tạo thành các nguyên tố chuyển tiếp. Tìm cấu hình êlectrôn đối với ba nguyên tố đầu của nhóm nguyên tố chuyển tiếp đó ($_{21}Sc$, $_{22}Ti$, $_{23}V$).

Giải. Xem bảng 24.7.

Bảng 24.7

Nguyên tố chuyển tiếp	Cấu hình êlectrôn
Sc(Z = 21)	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2 3d^1$
Ti(Z = 22)	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2 3d^2$
V(Z = 23)	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2 3d^3$

24.15. Tìm các trạng thái có thể của một nguyên tử nếu các trạng thái đó được xác định bởi hai êlectrôn np tương đương.

Giải. Khi số lượng tử n của một êlectrôn cho trước thì với $l = 1$ ta có $m_l = 1, 0, -1$ và $m_s = +1/2, -1/2$. Lúc đó sẽ có $3 \times 2 = 6$ cách chọn trạng thái (m_l, m_s) cho mỗi êlectrôn và sẽ có $6 \times 6 = 36$ cách để định rõ trạng thái của hai êlectrôn.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Trong số 36 cách đó thì có 6 cách mà hai êlectrôn có cùng bốn số lượng tử (n, l, m_l, m_s) trái với nguyên lí Pauli. 30 khả năng còn lại tạo thành 15 cặp nhưng trong mỗi cặp, giá trị (m_l, m_s) của êlectrôn này bằng giá trị (m'_l , m'_s) của êlectrôn kia. Vì rằng chúng ta không thể phân biệt được êlectrôn này với êlectrôn kia nên mỗi cặp chỉ tương ứng với một trạng thái của hai êlectrôn, kết quả ta có 15 trạng thái con [(m_l, m_s), (m'_l, m'_s)] có thể có của nguyên tử. Bảng 24.8 biểu diễn các thông số của 15 trạng thái đó.

Bảng 24.8

Trạng thái con	(m_l, m_s)	(m'_l, m_s)	$M_L = m_l + m'_l$	$M_S = m_s + m'_s$
#1	$\left(1, -\frac{1}{2}\right)$	$\left(1, \frac{1}{2}\right)$	2	0
#2	$\left(0, \frac{1}{2}\right)$	$\left(1, \frac{1}{2}\right)$	1	1
#3	$\left(0, \frac{1}{2}\right)$	$\left(1, -\frac{1}{2}\right)$	1	0
#4	$\left(0, -\frac{1}{2}\right)$	$\left(1, \frac{1}{2}\right)$	1	0
#5	$\left(0, -\frac{1}{2}\right)$	$\left(1, -\frac{1}{2}\right)$	1	−1
#6	$\left(0, -\frac{1}{2}\right)$	$\left(0, \frac{1}{2}\right)$	0	0
#7	$\left(-1, \frac{1}{2}\right)$	$\left(1, \frac{1}{2}\right)$	0	1
#8	$\left(-1, \frac{1}{2}\right)$	$\left(1, -\frac{1}{2}\right)$	0	0
#9	$\left(-1, \frac{1}{2}\right)$	$\left(0, \frac{1}{2}\right)$	−1	1
#10	$\left(-1, \frac{1}{2}\right)$	$\left(0, -\frac{1}{2}\right)$	−1	0
#11	$\left(-1, -\frac{1}{2}\right)$	$\left(1, \frac{1}{2}\right)$	0	0
#12	$\left(-1, -\frac{1}{2}\right)$	$\left(1, -\frac{1}{2}\right)$	0	−1
#13	$\left(-1, -\frac{1}{2}\right)$	$\left(0, \frac{1}{2}\right)$	−1	0
#14	$\left(-1, -\frac{1}{2}\right)$	$\left(0, -\frac{1}{2}\right)$	−1	−1
#15	$\left(-1, -\frac{1}{2}\right)$	$\left(-1, \frac{1}{2}\right)$	−2	0

127.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Vấn đề còn lại là tìm các giá trị của L và S tương ứng với các giá trị (M_L, M_S) của 15 trạng thái con (và chỉ đối với các trạng thái đó) phù hợp với các công thức (24-7) và (24-8). Để làm điều đó chúng ta sẽ tìm giá trị lớn nhất trong hai cột cuối của bảng 24.8 : $M_L = 2$ trong trạng thái con #1 (nếu trong trường hợp tổng quát không phải một mà có một số cặp (M_L, MS) có cùng giá trị lớn nhất, chúng ta sẽ tìm cách cực đại hoá đối với thành phần khác của cặp). Công thức 24-7 chứng tỏ rằng lúc đó giá trị lớn nhất của L cần xét là L = 2 ; từ đó S = 0 (theo (24-8), $S \geqslant 0$, nhưng nếu $S > 0$ thì trạng thái #1 không còn là cực đại nữa). Đối với trường hợp L = 2, S = 0, chúng ta kết hợp không lặp lại các cặp (M_L, M_S) với $+2 \geqslant M_L \geqslant -2$, $+0 \geqslant M_S \geqslant -0$; nghĩa là ta có các trạng thái con #1, #3, #6, #10, #15 cho L = 2 và S = 0. Chúng ta cũng có thể chọn #4 thay cho #3 ; #8 hay #11 thay cho #6 ; #13 thay cho #10.

Bây giờ chúng ta lặp lại quá trình với 10 trạng thái con còn lại. Trạng thái con cực đại mới là #2 tương ứng với L = 1, S = 1, và chúng ta kết hợp các trạng thái con #2, #4, #5, #7, #8, #9, #12, #13, #14 cho các giá trị đó của L và S.

Cuối cùng còn lại trạng thái con #11 tương ứng với L = 0, S = 0.

Các kết quả được tập hợp lại trong bảng 24.9, ở đó J được tính theo công thức (22-4).

Bảng 24.9

Trạng thái con	L	S	J	Trạng thái nguyên tử
#1, #3, #6, #10, #15	2	0	2	$^1D_2$
#2, #4, #5, #7, #8, #9, #12, #13, #14	1	1	2,1,0	$^3P_{2,1,0}$
#11	0	0	0	^1S_o

24.16. Trạng thái cơ bản của $_6C$ là $1s^2\ 2s^2\ 2p^2$. Xác định các trạng thái có thể của nguyên tử $_6C$ và so sánh với phổ quan sát được bằng thực nghiệm.

Giải. Chúng ta cần phải tính các giá trị của L, S và J đối với 6 êlectrôn của $_6C$. Hai êlectrôn 1s không đóng góp gì vì

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

chúng tạo thành một vỏ bão hoà (xem bài toán 24-4). Hai êlectrôn 2s đều có $l = 0$, theo nguyên lí Pauli, spin của chúng song song ngược chiều và spin tổng cộng của chúng bằng không. Như vậy trạng thái nguyên tử của $_6C$ hoàn toàn được xác định bởi hai êlectrôn 2p và theo bài toán 24.15 các trạng thái nguyên tử là $^1D_2, ^3P_2, ^3P_1, ^3P_o$ và ^1S_o.

Lúc đó trạng thái cơ bản của cacbon là ^3P_o và năm trạng thái khác được biểu diễn trên hình 24.5 như người ta thấy đối với phổ quan sát được bằng thực nghiệm.

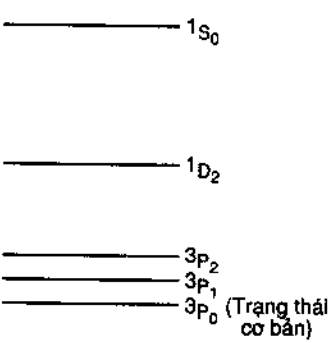
24.17. Biết rằng

$$\vec{\mu}_L = -\left(\frac{e}{2m}\right)\vec{L} \text{ và } \vec{\mu}_S = -2\left(\frac{e}{2m}\right)\vec{S},$$

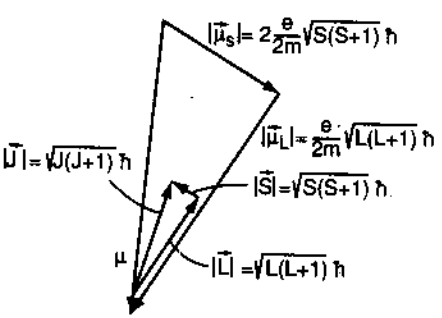
bằng biểu đồ vectơ chứng minh rằng $\vec{\mu}$ và $\vec{J}$ không song song với nhau.

Giải. Các quan hệ vectơ $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$ và $\vec{\mu} = \vec{\mu}_L + \vec{\mu}_S$ được biểu diễn trên hình 24.6. Vì

$$\frac{|\vec{\mu}_S|}{|\vec{S}|} = 2\frac{|\vec{\mu}_L|}{|\vec{L}|},$$



Hình 24.5



Hình 24.6

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

nên tam giác tạo bởi $\vec{J}, \vec{L}, \vec{S}$ và tam giác tạo bởi $\vec{\mu}, \vec{\mu}_L, \vec{\mu}_S$ không đồng dạng, do đó $\vec{\mu}$ và $\vec{J}$ không song song với nhau.

24.18. Xem bài toán 24.17. Xác định hình chiếu của vectơ mômen từ tổng cộng $\vec{\mu}$ dọc theo vectơ $\vec{J}$.

Giải. Theo bài toán 24.17

$$\vec{\mu} = \vec{\mu}_L + \vec{\mu}_S = -\frac{e}{2m}(\vec{L} + 2\vec{S}) = -\frac{e}{2m}(\vec{J} + \vec{S}).$$

Hình chiếu của $\vec{\mu}$ dọc theo vectơ $\vec{J}$ là :

$$\frac{\vec{\mu}.\vec{J}}{|\vec{J}|} = \left(-\frac{e}{2m}\right)\frac{\vec{J}.\vec{J} + \vec{J}.\vec{S}}{|\vec{J}|}.$$

Ngoài ra

$$\vec{L}.\vec{L} = (\vec{J} - \vec{S}).(\vec{J} - \vec{S}) = \vec{J}.\vec{J} + \vec{S}.\vec{S} - 2\vec{J}.\vec{S}$$

hay

$$\vec{J}.\vec{S} = \frac{1}{2}(\vec{J}.\vec{J} + \vec{S}.\vec{S} - \vec{L}.\vec{L}).$$

Từ đó :

$$\frac{\vec{\mu}.\vec{J}}{|\vec{J}|} = \left(-\frac{e}{2m}\right)\frac{\vec{J}.\vec{J} + \frac{1}{2}(\vec{J}.\vec{J} + \vec{S}.\vec{S} - \vec{L}.\vec{L})}{|\vec{J}|} =$$

$$= \left(-\frac{e}{2m}\right)\frac{J(J+1)\hbar^2 + \frac{1}{2}[J(J+1)\hbar^2 + S(S+1)\hbar^2 - L(L+1)\hbar^2]}{\sqrt{J(J+1)}\ \hbar} =$$

$$= \left(-\frac{e\hbar}{2m}\right)\sqrt{J(J+1)}\left[1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}\right] =$$

$$\equiv \left(-\frac{e\hbar}{2m}\right)\sqrt{J(J+1)}\ g.$$

Đại lượng

$$g = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}$$

được gọi là *thừa số Landé*. Như chúng ta sẽ thấy trong các bài toán dưới đây, thừa số Landé được sử dụng để tính độ tách năng lượng của các mức năng lượng khác nhau trong từ trường yếu.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

24.19. Tính độ tách năng lượng của các mức của nguyên tử trong từ trường $\vec{B}$ với giả thiết độ tách đó chỉ phụ thuộc thành phần của $\vec{\mu}$ dọc theo $\vec{J}$.

Giải. Theo bài toán 24.18 thành phần của $\vec{\mu}$ dọc theo $\vec{J}$ là :

$$\mu_J = \left(-\frac{e\hbar}{2m}\right)\sqrt{J(J+1)}\,g\ ,$$

hay với kí hiệu vectơ

$$\vec{\mu} = \mu_J\frac{\vec{J}}{|\vec{J}|} = \left(-\frac{e\hbar}{2m}\right)\sqrt{J(J+1)}\,g\,\frac{\vec{J}}{\sqrt{J(J+1)}\ \hbar} = -\frac{e}{2m}\,g\,\vec{J}\ ;$$

từ đó độ tách năng lượng tính theo công thức (24–1) sẽ có giá trị :

$$\Delta E = -\vec{\mu}_J.\vec{B} = \frac{e}{2m}g\vec{J}.\vec{B} = \frac{e}{2m}gBJ_z = \frac{e}{2m}gBM_J\hbar$$

Vì rằng $M_J = J, J-1, \ldots, -J+1, -J$ nên trong một từ trường B cho trước, mỗi mức năng lượng sẽ bị tách thành $2J + 1$ mức con, độ tách được xác định bởi thừa số g ứng với mức đó.

24.20. Giả sử rằng tương tác $\vec{L}.\vec{S}$ mạnh hơn hẳn tác dụng của từ trường ngoài, xác định độ tách năng lượng, do hiệu ứng Zeeman dị thường, của các trạng thái thấp nhất của hiđrô ($^2S_{1/2}$, $^2P_{1/2}$, $^2P_{3/2}$) trong từ trường 0,05 T.

Giải. Theo bài toán 24.19 ta có :

$$\Delta E = \frac{e\hbar}{2m}gBM_J = \left(5{,}79\times10^{-5}\frac{eV}{T}\right)g(0{,}05\ T)M_J,$$

với $$g = 1 + \frac{J(J+1)+S(S+1)-L(L+1)}{2J(J+1)}.$$

Bảng 24.10 cho kết quả tính toán chi tiết

Bảng 24.10

Trạng thái	L	S	J	g	M_J	ΔE, eV × 10^{-5}
$^2P_{3/2}$	1	1/2	3/2	4/3	± 3/2	± 0,579
					± 1/2	± 0,193
$^2P_{1/2}$	1	1/2	1/2	2/3	± 1/2	± 0,097
$^2S_{1/2}$	0	1/2	1/2	2	± 1/2	± 0,290

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

24.21. Xem bài toán 24-20. Xác định các vạch tương ứng với các chuyển dời $^2P_{3/2} \rightarrow {}^2S_{1/2}$ và $^2P_{1/2} \rightarrow {}^2S_{1/2}$, của hiđrô trong từ trường 0,05T. Khi không có từ trường các chuyển dời trên cho các vạch tương ứng với các bước sóng $(1210 - 3{,}54 \times 10^{-3})$ Å và $(1210 + 1{,}77 \times 10^{-3})$Å.

Giải. Công thức liên hệ giữa độ tách các vạch phổ và từ trường được rút ra từ hệ thức :

$$E_u - E_l = \frac{hc}{\lambda} \text{ hay } dE_u - dE_l = -\frac{hc}{\lambda^2} d\lambda$$

$$\text{hay } d\lambda = -\frac{\lambda^2}{hc}(dE_u - dE_l) = \frac{-(1210\,\text{Å})^2}{12{,}4 \times 10^3\,\text{eV}.\text{Å}}(dE_u - dE_l) =$$

$$= \left(-118\,\frac{\text{Å}}{\text{eV}}\right)(dE_u - dE_l).$$

Các giá trị dE_u và dE_l đã được tính trong bảng 24.10. Quy tắc $\Delta M_J = \pm 1{,}0$ (xem hình 24.7) được thoả mãn đối với 10 chuyển dời. Trong bảng 24-11 cho giá trị độ lệch của mỗi vạch so với vạch $\lambda_o = 1210$ Å.

Đây là một ví dụ minh hoạ cho hiệu ứng Zeeman dị thường : người ta tìm thấy 10 vạch phổ thay cho 3 vạch trong trường hợp hiệu ứng Zeeman thông thường.

Bảng 24.11

$d\lambda_o$, Å×10^{-3}	Chuyển dời	dE_u, eV×10^{-5}	dE_l eV×10^{-5}	$d\lambda$, Å×10^{-3}	$d\lambda_{T_o} = d\lambda_o + d\lambda$, Å × 10^{-3}
−3,54	a	+ 0,579	+ 0,290	− 0,341	− 3,88
−3,54	b	+ 0,193	+ 0,290	+ 0,114	− 3,43
−3,54	c	+ 0,193	− 0,290	− 0,570	− 4,11
−3,54	d	− 0,193	+ 0,290	+ 0,570	− 2,97
−3,54	e	− 0,193	− 0,290	− 0,114	− 3,65
−3,54	f	− 0,579	− 0,290	+ 0,341	− 3,20
1,77	g	+ 0,097	+ 0,290	+ 0,228	+ 2,00
1,77	h	+ 0,097	− 0,290	− 0,457	+ 1,31
1,77	i	− 0,097	+ 0,290	+ 0,457	+ 2,23
1,77	j	− 0,097	− 0,290	− 0,228	+ 1,54

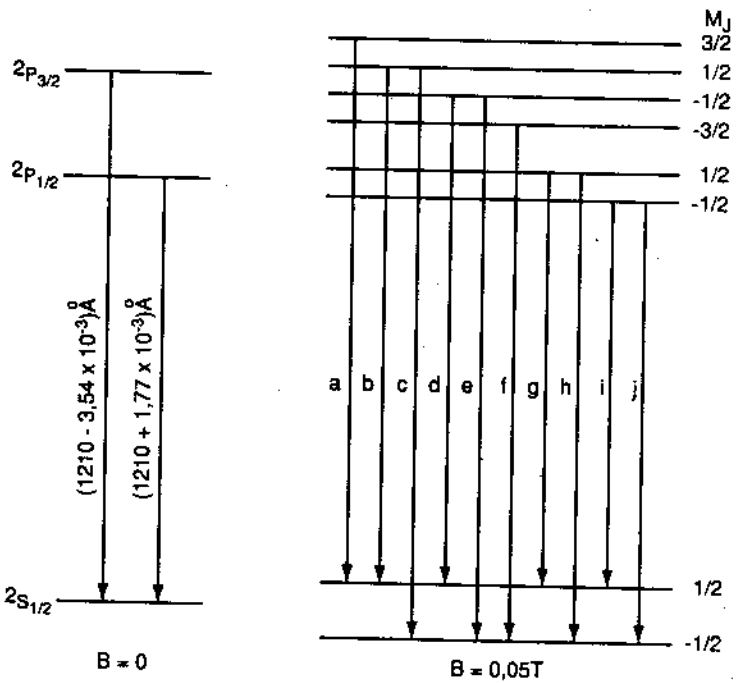
1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

24.22. Bỏ qua tương tác spin – quỹ đạo trong một từ trường ngoài mạnh có độ lớn bằng 5T, tính bước sóng của các vạch phổ tạo ra từ chuyển dời 2p → 1s (λ_o = 1210 Å) của hiđrô.

Giải. Mômen từ tổng cộng là tổng vectơ của mômen từ quỹ đạo và mômen từ spin :

$$\vec{\mu} = \vec{\mu}_L + \vec{\mu}_S = -\frac{e}{2m}\vec{L} - 2\frac{e}{2m}\vec{S} = -\frac{e}{2m}(\vec{L} + 2\vec{S}).$$

Nếu bỏ qua tương tác spin–quỹ đạo, độ biến thiên năng lượng của hệ hoàn toàn được xác định bởi tương tác của mômen từ tổng cộng với từ trường ngoài và



Hình 24.7

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$$dE = -\vec{\mu}.\vec{B} = -\mu_z B = \frac{e}{2m}(L_z + 2S_z)B = \frac{e\hbar}{2m}(M_L + 2M_S)B =$$

$$= (5{,}79 \times 10^{-5}\frac{eV}{T})(5T)(M_L+2M_S) = (28{,}94\times10^{-5}eV)(M_L+2M_S).$$

Trong bảng 24.12 cho các giá trị dE ứng với các trạng thái khác nhau.

Độ thay đổi về bước sóng được tính theo bài toán 24.21 :

$$d\lambda = (-118\frac{Å}{eV})\ (dE_u - dE_l).$$

Vì sự tách giữa các mức cao nhất cũng giống như sự tách giữa các mức thấp nhất ($28{,}94 \times 10^{-5}$ eV) nên ta chỉ quan sát được 3 vạch tương ứng với các chuyển dời thoả mãn các quy tắc lựa chọn $\Delta M_L = \pm 1{,}0$; $\Delta M_S = 0$ (Xem H. 24.8 và bảng 24.13).

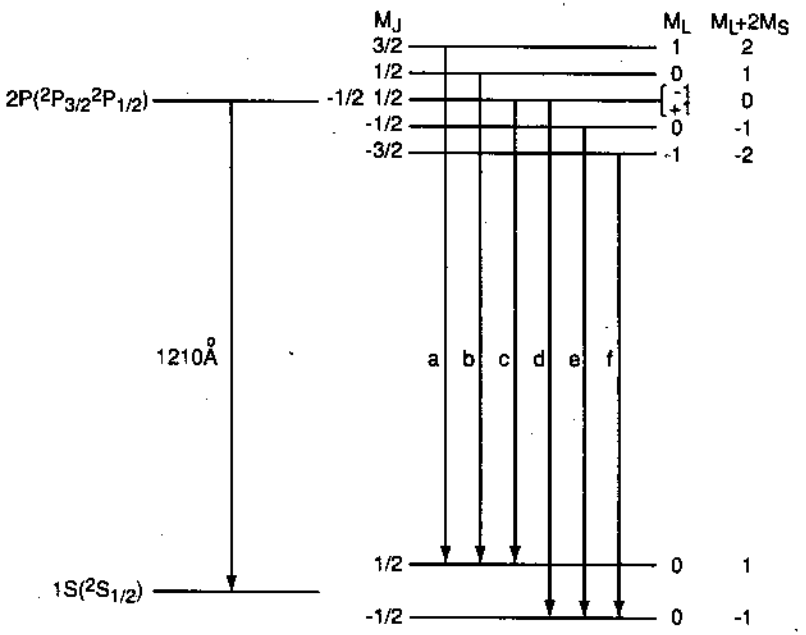
Bảng 24.12

Trạng thái	L	M_L	M_S	$M_L + 2M_S$	dE, eV × 10^{-5}
2p	1	+1	$+\frac{1}{2}$	+2	+ 57,88
2p	1	0	$+\frac{1}{2}$	+1	+ 28,94
2p	1	−1	$+\frac{1}{2}$	0	0,00
2p	1	+1	$-\frac{1}{2}$	0	0,00
2p	1	0	$-\frac{1}{2}$	−1	−28,94
2p	1	−1	$-\frac{1}{2}$	−2	−57,88
1s	0	0	$+\frac{1}{2}$	+1	+28,94
1s	0	0	$-\frac{1}{2}$	−1	−28,94

Bảng 24.13

Chuyển dời	$dE_u - dE_l$, eV × 10^{-5}	$d\lambda$, Å × 10^{-3}	$\lambda = \lambda_o + d\lambda$, Å
a,d	28,94	−34,15	1210 − 34,15 × 10^{-3}
b,e	0	0	1210
c,f	−28,94	+34,15	1210 + 34,15 × 10^{-3}

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012



Hình 24.8

BÀI TOÁN BỔ SUNG

24.23. Trạng thái của một nguyên tử được xác định bởi một êlectrôn duy nhất. Tìm các giá trị có thể có của mômen động lượng tổng cộng ở các trạng thái : (a) S, (b) P, (c) D.

Đáp số. (a) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ h ; (b) $\frac{\sqrt{15}}{2}$ h , $\frac{\sqrt{3}}{2}$ h ; (c) $\frac{\sqrt{35}}{2}$ h , $\frac{\sqrt{15}}{2}$ h

24.24. Tìm số êlectrôn cực đại trên một vỏ con p.

Đáp số. 6 êlectrôn.

24.25. Tìm số êlectrôn cực đại có thể có trên một vỏ con f và cho các giá trị tương ứng của m_l và m_s.

Đáp số. 14 êlectrôn ; $m_l = \pm 3, \pm 2, \pm 1, 0$; $m_s = \pm 1/2$.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

24.26. Tính giá trị $\vec{L}.\vec{S}$ đối với trạng thái $^2D_{3/2}$.

Đáp số. $-\frac{3}{2}\hbar^2$,

24.27. Viết các cấu hình sau đây theo kí hiệu phổ. (a) L = 0, S = 0, J = 0 ; (b) L = 2, S = 0, J = 2 ; (c) L = 3, S = 1/2, J = 5/2 ; (d) L = 4, S = 1, J = 5.

Đáp số : (a) $^1S_0$; (b) $^1D_2$; (c) $^2F_{5/2}$; (d) $^3G_5$.

24.28. Tìm các chuyển dời mạnh giữa các trạng thái ^2D và ^2P trong trường hợp tương tác $\vec{L}.\vec{S}$.

Đáp số. $^2D_{5/2} \rightarrow {}^2P_{3/2}$; $^2D_{3/2} \rightarrow {}^2P_{3/2}$; $^2D_{3/2} \rightarrow {}^2P_{1/2}$.

24.29. Xác định khí trơ nếu vỏ con 6p bị lấp đầy.

Đáp số. $_{86}Rn \equiv Rn$ (Z = 86).

24.30. Tìm cấu hình của kim loại kiềm hình thành trên cơ sở cấu hình của Xe.

Đáp số. $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 4s^2\ 3d^{10}\ 4p^6\ 5s^2\ 4d^{10}\ 5p^6\ 6s^1$ ($_{55}Cs$).

24.31. Các kim loại kiềm thổ có số êlectrôn nhiều hơn hai so với các khí trơ tương ứng. Tìm cấu hình của bốn kim loại kiềm thổ đầu tiên.

Đáp số. Be (Z = 4) : $1s^2\ 2s^2$;

Mg (Z = 12) : $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2$;

Ca (Z = 20) : $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 4s^2$;

Sr (Z = 38) : $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 4s^2 3d^{10}\ 4p^6 5s^2$.

24.32. Tìm cấu hình của một halôgen với một êlectrôn ít hơn so với Xe.

Đáp số. $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 4s^2\ 3d^{10}\ 4p^6\ 5s^2\ 4d^{10}\ 5p^5$ ($_{53}I$)

24.33. Tìm nguyên tố chuyển tiếp với cấu hình $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 3d^6\ 4s^2$.

Đáp số. $_{26}Fe$.

24.34. Viết kí hiệu phổ của các trạng thái có thể có của một nguyên tử chỉ chứa một êlectrôn d ở ngoài, các vỏ trong đã bị bão hoà.

Đáp số. $^2D_{5/2}$; $^2D_{3/2}$.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

24.35. Lập danh sách các trạng thái (M_L, M_S) tạo bởi hai êlectrôn nd tương đương.

Đáp số. 45 tổ hợp các số lượng tử tạo thành 23 trạng thái : (± 4,0), (± 3,1), (± 3,0), (± 3,–1), (± 2,1), (± 2,0), (± 2,–1), (± 1,1), (±1,0), (±1,–1), (0,1), (0,0), (0,–1).

24.36. Tính độ tách năng lượng do hiệu ứng Zeeman đối với các trạng thái $^2P_{1/2}$ và $^2S_{1/2}$ của Na.

Đáp số. $\pm\ 3{,}86 \times 10^{-5}$ eV ; $\pm\ 11{,}58 \times 10^{-5}$ eV.

24.37. Chuyển dời $^2P_{1/2} \rightarrow {}^2S_{1/2}$ của Na cho bức xạ với bước sóng 5895,9 Å. Tìm độ biến thiên của bước sóng đó khi quan sát trong từ trường 2T.

Đáp số. ± 0,216 Å ; ± 0,433 Å.

24.38. Nếu tương tác $\vec{L}.\vec{S}$ chiếm ưu thế, tìm độ tách mức do hiệu ứng Zeeman dị thường đối với các trạng thái $^2D_{3/2}$ và $^2D_{5/2}$ của hiđrô trong từ trường 0,05T.

Đáp số. Đối với $^2D_{3/2}$: $\pm\ 3{,}47 \times 10^{-6}$ eV ; $\pm\ 1{,}16 \times 10^{-6}$ eV; đối với $^2D_{5/2}$: $\pm\ 8{,}68 \times 10^{-6}$ eV ; $\pm\ 5{,}21 \times 10^{-6}$ eV ; $\pm\ 1{,}74 \times 10^{-6}$ eV.

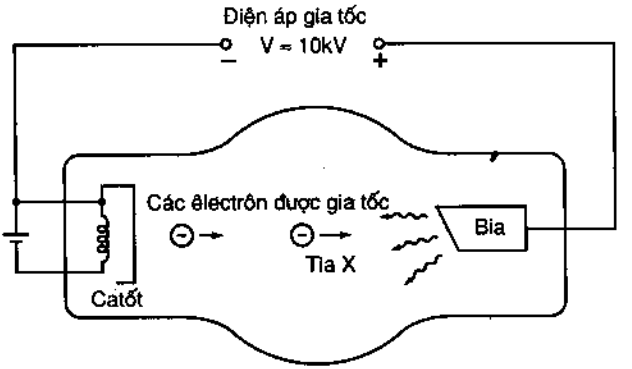
Chương 25

CÁC CHUYỂN DỜI CỦA CÁC ÊLECTRÔN Ở VỎ TRONG : TIA X

25.1. MÁY PHÁT TIA X

Các tia X do Wilhelm Roentgen phát hiện vào năm 1895, đó là các phôtôn có năng lượng lớn (từ 1 đến 100 keV) với bước sóng vào cỡ 1Å. Thông thường các tia X được tạo ra khi các êlectrôn năng lượng cao bắn phá một bia nào đó (xem hình 25.1).

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

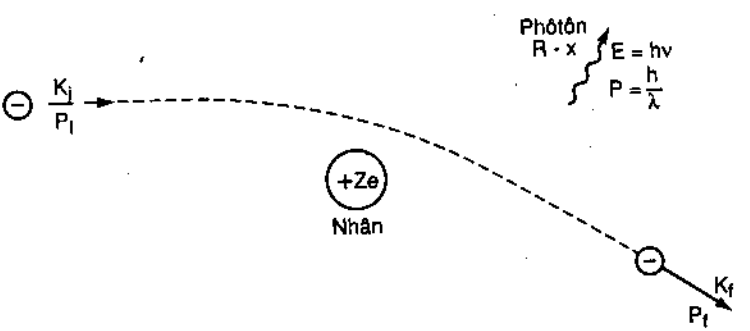


Hình 25.1

Động năng của các êlectrôn ở catôt không đáng kể nên khi đến đập vào bia chúng có động năng K ~ keV.

25.2. BỨC XẠ "BREMSSTRAHLUNG" HAY "BỨC XẠ HÃM".

Các êlectrôn được gia tốc đập vào bia sẽ tương tác với các nguyên tử của bia theo nhiều cách khác nhau. Một trong các cách tương tác đó là các êlectrôn được gia tốc bởi các hạt nhân mang điện dương (xem hình 25.2). Một điện tích được gia tốc sẽ phát bức xạ, theo lí thuyết lượng tử đó là một phôtôn với năng lượng $h\nu$ bằng độ biến thiên động năng của êlectrôn : $h\nu = K_i - K_f$.



Hình 25.2

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Bức xạ phát ra như vậy được gọi là Bremsstrahlung theo tiếng Đức có nghĩa là bức xạ hãm hay bức xạ do làm chậm các hạt mang điện.

Một êlectrôn trước khi dừng lại có thể phát ra nhiều phôtôn. Rõ ràng là phôtôn với năng lượng cực đại được tạo ra khi êlectrôn mất hết động năng trong quá trình một tương tác duy nhất. Tần số của phôtôn lúc đó sẽ cực đại (bước sóng cực tiểu) và ta có :

$$h\nu_{max} = \frac{hc}{\lambda_{min}} = eV. \qquad (25\text{-}1)$$

Như vậy quá trình Bremsstrahlung tạo ra một chùm bức xạ có phổ liên tục với một tần số giới hạn trên (hay một bước sóng ngưỡng dưới) phụ thuộc vào thế gia tốc được xác định theo công thức (25-1).

25.3. QUÁ TRÌNH TẠO PHỔ TIA X ĐẶC TRƯNG

Các êlectrôn trên các vỏ nguyên tử của bia trong ống tia Roentgen cũng có thể bị kích thích bởi các êlectrôn tới. Ngoài ra do thế gia tốc lớn nên các êlectrôn tới có thể nhận năng lượng đủ để bứt các êlectrôn liên kết mạnh với hạt nhân (các êlectrôn vỏ trong) ra khỏi nguyên tử của bia. Khi một êlectrôn ở mức năng lượng thấp bị bứt ra khỏi nguyên tử thì các êlectrôn ở mức năng lượng cao hơn sẽ chuyển về thế chỗ và nguyên tử sẽ phát bức xạ. Do khoảng cách giữa các mức năng lượng thấp có giá trị lớn nên bước sóng của bức xạ phát ra nằm trong vùng phổ của các tia Roentgen (tia X).

Nếu các êlectrôn bị bứt ra khỏi nguyên tử là của vỏ K (n=1) thì khi các êlectrôn từ các mức năng lượng cao hơn chuyển về vỏ đó sẽ phát ra một dãy vạch phổ kí hiệu là K_α , K_β , K_γ... (xem hình 25.3 (a)) theo kí hiệu của bức xạ Roentgen. Nếu các êlectrôn bị bứt ra là của vỏ L (n = 2) thì nguyên tử sẽ phát ra một dãy vạch khác : dãy L. Tương tự, các chuyển dời về vỏ M sẽ cho dãy M ...

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Quan sát một cách cẩn thận, người ta thấy rằng mỗi vạch phổ tia X đặc trưng gồm nhiều vạch rất gần nhau (xem hình 25.3 (b)). Đó là kết quả của cấu trúc tinh tế của các mức năng lượng của nguyên tử (trừ vỏ K, với vỏ đó ta có n = 1 và L = 0) ; xem chương 22.

25.4. HỆ THỨC MOSELEY

Năm 1913 H. Moseley đã tìm thấy rằng các tần số ν quan sát được đối với các dãy bức xạ Roentgen K và L thỏa mãn hệ thức :

$$\nu^{\frac{1}{2}} = A\,(Z - Z_o)\ , \qquad (25\text{–}2)$$

với Z là nguyên tử số của vật liệu làm bia, còn A và Z_o là các hằng số phụ thuộc vào chuyển dời được quan sát. Với dãy K, bằng thực nghiệm người ta tìm thấy $Z_o = 1$, còn giá trị của A thay đổi tương đối ít tuỳ theo chuyển dời được quan sát : K_α, K_β v.v... Với dãy L, $Z_o = 7{,}4$ và A thay đổi yếu theo các chuyển dời L_α, L_β. v.v...

Dạng của biểu thức (25–2) có thể được suy ra từ một mẫu kiểu Bohr (xem bài toán 25.6). Người ta tìm được :

$$A_{K_\alpha} = \left(\frac{3}{4}\,c\,R_\infty\right)^{1/2} =$$

$$= \left[\left(\frac{3}{4}\right)\left(3\times10^8\,\frac{m}{s}\right)\left(1{,}097\times10^7\,\frac{1}{m}\right)\right]^{1/2} = 4{,}97\times10^7\ Hz^{1/2}\ ;$$

$$A_{L_\alpha} = \left(\frac{5}{36}\,c\,R_\infty\right)^{1/2} =$$

$$= \left[\left(\frac{5}{36}\right)\left(3\times10^8\,\frac{m}{s}\right)\left(1{,}097\times10^7\,\frac{1}{m}\right)\right]^{1/2} = 2{,}14\times10^7\ Hz^{1/2}.$$

Các giá trị này tương đối phù hợp với các kết quả thực nghiệm (xem các bài toán 25.7 và 25.8) và được sử dụng trong các bài toán có liên quan đến hệ thức Moseley trừ phi có chỉ dẫn ngược lại.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Mặc dầu mẫu Bohr đã được phát triển để nghiên cứu các nguyên tử tự do ở thể khí nhưng người ta cũng có thể thử áp dụng mẫu đó để giải thích các tính chất của các nguyên tử trong môi trường rắn do chúng chịu tác dụng của các tương tác mạnh. Nguyên nhân là do các chuyển dời tia X chỉ xảy ra giữa các êlectrôn ở các mức năng lượng thấp nhất và chịu liên kết mạnh nhất với hạt nhân. Khi các nguyên tử liên kết với nhau để tạo thành một vật rắn thì năng lượng của các êlectrôn ở các vỏ ngoài sẽ khác với năng lượng mà chúng có, khi các nguyên tử ở trạng thái khí. Năng lượng của các êlectrôn ở các vỏ trong sẽ không chịu một biến đổi nào do chúng bị liên kết mạnh.

25.5. SỰ GIÁN ĐOẠN CỦA QUÁ TRÌNH HẤP THỤ TIA X

Khi một chùm tia X truyền qua một chất, một số các phôtôn sẽ tương tác với các nguyên tử của chất và một số phôtôn sẽ bị hấp thụ. Các loại tương tác quan trọng nhất làm giảm cường độ của chùm Roentgen là hiệu ứng quang điện, hiệu ứng Compton và quá trình tạo cặp (xem chương 14). Do năng lượng của các bức xạ Roentgen nằm trong vùng từ 1–100 keV nên chúng không thể gây ra quá trình tạo cặp (năng lượng tạo cặp cần thiết $\geq$ 1000 keV). Như vậy cường độ của chùm tia X bị giảm là do hai hiệu ứng đầu trong đó hiệu ứng quang điện chiếm ưu thế.

Cường độ I của một chùm tia X đơn sắc sau khi truyền qua một khoảng cách x trong một vật liệu cho trước được biểu diễn theo công thức (xem (14.1)).

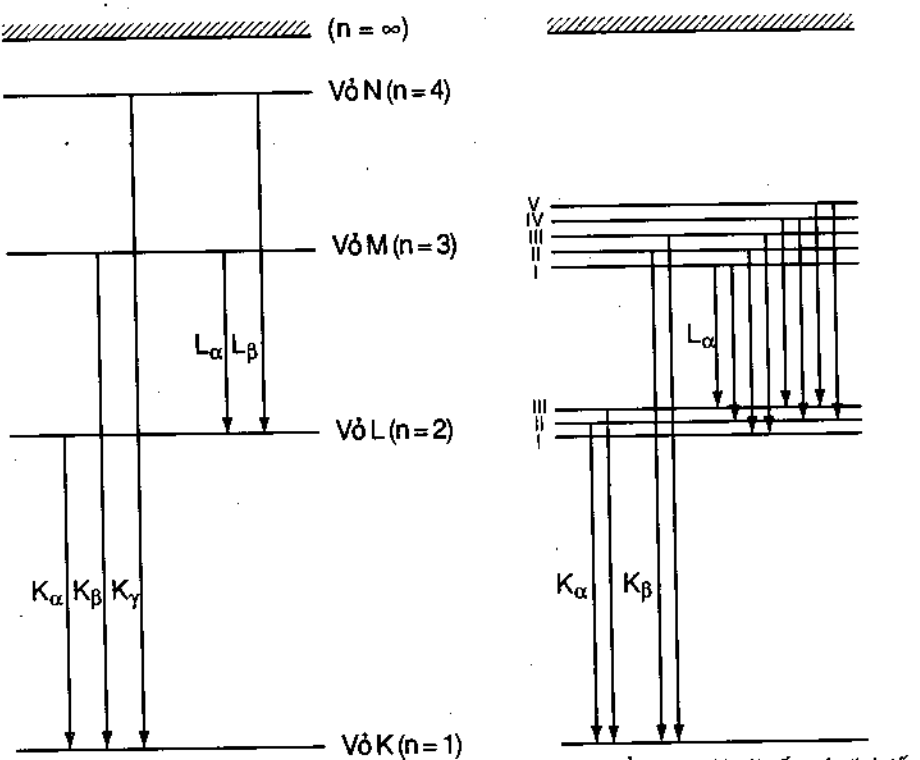
$$I = I_o e^{-\mu x},$$

với I_o là cường độ của chùm tới và μ là hệ số hấp thụ của vật liệu. Giá trị của μ phụ thuộc đồng thời vào các nguyên tử của vật liệu bia và năng lượng của các phôtôn X.

Giả sử rằng đối với một vật liệu bia cho trước μ sẽ được đo tuỳ thuộc vào năng lượng các phôtôn tới. Khi năng lượng này

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

tăng, hệ số hấp thụ giảm vì rằng các phôtôn năng lượng cao ít có khả năng bị tán xạ Compton. Quá trình giảm của μ tiếp tục cho đến khi năng lượng của các phôtôn tia X đúng bằng năng lượng liên kết của một trong các êlectrôn vỏ trong. Lúc đó nhiều êlectrôn sẵn sàng tham gia vào hiệu ứng quang điện và kéo theo một sự giảm đột ngột của cường độ chùm tia X truyền qua hay nói một cách khác kéo theo một sự tăng đột ngột của hệ số hấp thụ. Việc biến đổi đột ngột của μ xảy ra khi năng lượng phôtôn bằng năng lượng liên kết của các êlectrôn vỏ trong và được thể hiện bởi các điểm gián đoạn trong đường cong hấp thụ (xem hình 25.5). Việc đo các điểm gián đoạn K; L... cho phép xác định năng lượng liên kết của các êlectrôn thuộc các vỏ tương ứng.



a) Các chuyển dời tia X chưa xét cấu trúc tinh tế b) Các chuyển dời tia X với cấu trúc tinh tế

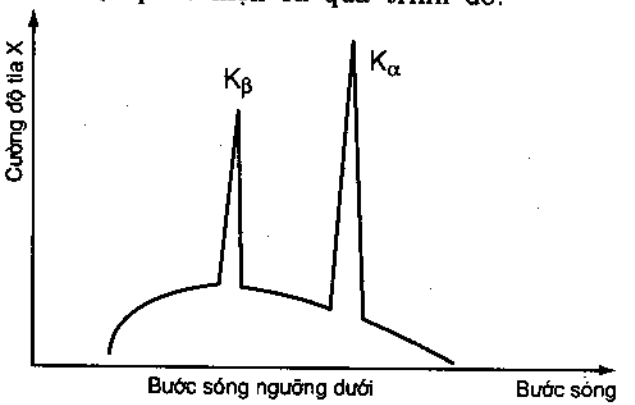
Hình 25.3

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

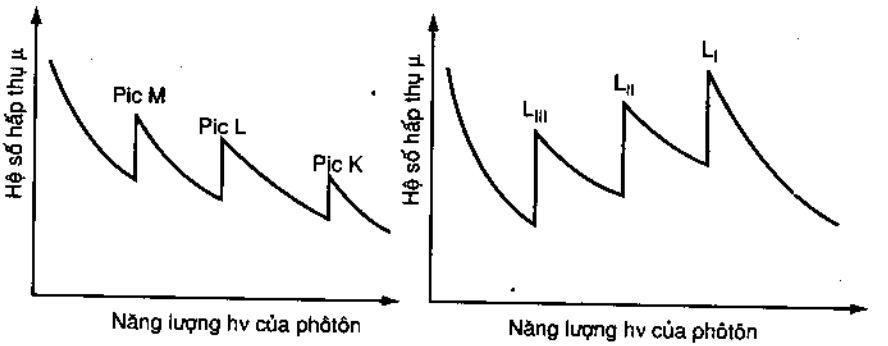
Thực tế mỗi chỗ gián đoạn, trừ điểm gián đoạn K, bao gồm nhiều pic gần nhau tương ứng với cấu trúc tinh tế của các mức năng lượng (xem hình 25.5 (b)).

25.6. HIỆU ỨNG AUGER

Trong các lập luận trên đây chúng ta đã giả sử rằng các quang êlectrôn được sinh ra do các phôtôn tia X truyền đến từ một nguồn bên ngoài. Tuy nhiên có thể xảy ra trường hợp một phôtôn tia X được phát ra do chuyển dời bên trong nguyên tử, bị một êlectrôn của chính nguyên tử đó hấp thụ ; kết quả êlectrôn đó bị bứt ra khỏi nguyên tử. Các quang êlectrôn sản sinh như vậy được gọi là các êlectrôn Auger theo tên của nhà bác học Pháp đã phát hiện ra quá trình đó.



Hình 25.4



1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Hình 25.5

25.7. HUỲNH QUANG TIA X

Các phôtôn tia X có thể được sử dụng để kích thích hoặc để bứt các êlectrôn từ các vỏ trong. Khi nguyên tử trở về trạng thái cơ bản, các chuyển dời xảy ra sẽ kèm theo việc phát các phôtôn tia X phụ với năng lượng bé hơn năng lượng của phôtôn tới. Hiện tượng này được gọi là hiện tượng huỳnh quang tia X.

BÀI TOÁN CÓ LỜI GIẢI

25.1. Một đèn hình TV hoạt động với điện áp gia tốc 20 kV. Tìm năng lượng cực đại của các phôtôn tia X phát bởi tivi đó.

Giải. Các êlectrôn của đèn hình TV có năng lượng là 20 keV, và nếu chúng dừng lại trong một va chạm sẽ tạo ra một phôtôn tia X với năng lượng 20 keV. Bước sóng tương ứng của phôtôn sẽ là :

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{hc}{h\nu} = \frac{12{,}4\,\text{keV}\,\text{Å}}{20\,\text{keV}} = 0{,}62\,\text{Å}.$$

25.2. Tìm bước sóng của vạch K_α của môlipđen (Z = 42).

Giải. Theo hệ thức Moseley :

$$\nu^{1/2} = A(Z - 1) = (4{,}97 \times 10^7\ \text{Hz}^{1/2})\ (42 - 1) = 2{,}04 \times 10^9\ \text{Hz}^{1/2}\ ;$$

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3 \times 10^8\ \text{m/s}}{(2{,}04 \times 10^9\ \text{Hz}^{1/2})^2} = 0{,}721 \times 10^{-10}\text{m} = 0{,}721\ \text{Å}.$$

Giá trị này tương đối phù hợp với giá trị thực nghiệm 0,709Å.

25.3. Trong hai vạch K_α và K_β vạch nào có giá trị của hệ số A trong hệ thức Moseley lớn hơn ?

Giải. Với các chuyển dời K, hệ thức Moseley có dạng $\nu^{1/2} = A(Z - 1)$. Các chuyển dời K_β tương ứng với các năng lượng lớn hơn các chuyển dời K_α, do đó các phôtôn của các vạch K_β có tần số lớn hơn, kết quả hệ số A đối với các vạch K_β lớn hơn.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

25.4. Trong một phép đo các vạch K_α đối với các nguyên tố khác nhau, người ta thu được các kết quả sau :

Fe : 1,94Å ; Co : 1,79Å ; Ni : 1,66Å ; Cu : 1,54Å.

Từ các số liệu này tìm lại nguyên tử số của mỗi nguyên tố.

Giải. Theo hệ thức Moseley

$$\nu^{1/2} = (4{,}97 \times 10^7\ \mathrm{Hz}^{1/2})\ (Z - 1)$$

hay $$Z = 1 + \frac{\nu^{1/2}}{4{,}97 \times 10^7\ \mathrm{Hz}^{1/2}}, \text{ do } \nu = \frac{c}{\lambda} \text{ ta có :}$$

$$Z = 1 + \frac{c^{1/2}}{\lambda^{1/2}}\left(\frac{1}{4{,}97 \times 10^7\ \mathrm{Hz}^{1/2}}\right) = 1 + \frac{34{,}85}{\lambda^{1/2}}\ (\lambda \text{ đo bằng Å }).$$

Các kết quả tính toán được cho trong bảng 25.1.

Bảng 25.1

Nguyên tố	λ, Å	Z
Fe	1,94	26,02 ≈ 26
Co	1,79	27,04 ≈ 27
Ni	1,66	28,04 ≈ 28
Cu	1,54	29,08 ≈ 29

Trước khi xuất hiện các công trình của Moseley, Ni với khối lượng nguyên tử 58,69 trong bảng tuần hoàn được xếp trước Co với khối lượng nguyên tử 58,94 và người ta cho rằng nguyên tử số của Ni và Co tương ứng là 27 và 28. Sử dụng các kết quả trong bảng 25.1. Moseley đã chứng tỏ rằng cần phải sắp xếp ngược lại các nguyên tố đó và các nguyên tử số của chúng.

25.5. Một chùm êlectrôn năng lượng 100 keV đập vào một bia bằng Mo (Z = 42). Giá trị năng lượng liên kết của các êlectrôn ở các vỏ trong được cho trong bảng 25.2. Xác định các bước sóng của các chuyển dời có khả năng xảy ra.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Bảng 25.2

Vỏ	K	L_I	LII	L_{III}	M_I	M_{II}	M_{III}	M_{IV}	M_V
Êlêctrôn	1s	2s	2p	2p	3s	3p	3p	3d	3d
Năng lượng liên kết	20,000	2,866	2,625	2,520	0,505	0,410	0,393	0,230	0,227

Giải. Chỉ có các chuyển dời có $\Delta l = +1$ mới xảy ra. Các chuyển dời đó được biểu diễn trên hình 25.6. Các bước sóng được tính theo công thức :

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{hc}{h\nu} = \frac{hc}{E_u - E_l} = \frac{12{,}4\text{keV}.\text{Å}}{E_u - E_l}$$

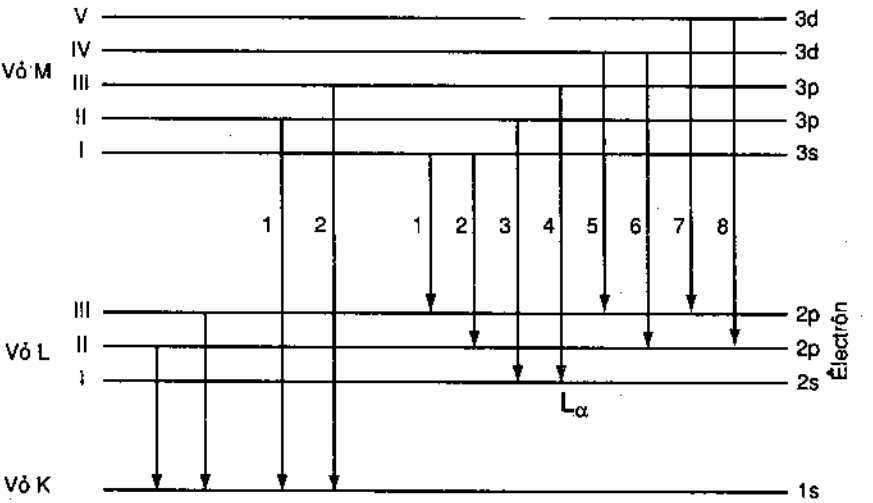
(xem bảng 25.3)

Bảng 25.3

Chuyển dời		E_u, keV	E_l, keV	λ, Å
K_α	1	−2,625	−20,000	0,7137
	2	−2,520	−20,000	0,7094
K_β	1	−0,410	−20,000	0,6330
	2	−0,393	−20,000	0,6324
L_α	1	−0,505	−2,520	6,1538
	2	−0,505	−2,625	5,8491
	3	−0,410	−2,866	5,0489
	4	−0,393	−2,866	5,0142
	5	−0,230	−2,520	5,4148
	6	−0,230	−2,625	5,1775
	7	−0,227	−2,520	5,4078
	8	−0,227	−2,625	5,1710

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Bài toán này chứng tỏ cấu trúc tinh tế của một số vạch tia X đặc trưng.



Hình 25.6

25.6. Xác định giá trị của A trong hệ thức Moseley đối với các chuyển dời K_α và L_α trong mẫu Bohr.

Giải. Theo tiết 19.3 với một nguyên tử giống hiđrô ta có :

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{\nu}{c} = R_\infty Z^{*2}\left(\frac{1}{n_l^2} - \frac{1}{n_u^2}\right)$$

hay
$$\nu^{1/2} = \left[\left(\frac{1}{n_l^2} - \frac{1}{n_u^2}\right) cR_\infty\right]^{1/2} Z^*,$$

với R_∞ là hằng số Rydberg, n_u và n_l là các số lượng tử chính của các trạng thái đầu và cuối của chuyển dời, còn Z^*e là điện tích dương tổng cộng tác dụng lên êlectrôn. Với các chuyển dời K_α : $n_u = 2$, $n_l = 1$; với các chuyển dời L_α : $n_u = 3$, $n_l = 2$; do đó :

$$\nu_{K_\alpha}^{1/2} = \left[\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2}\right) cR_\infty\right]^{1/2} Z^* =$$

$$= \left(\frac{3}{4} cR_\infty\right)^{1/2} Z^* = (4{,}97 \times 10^7 Hz^{1/2})\, Z^*,$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$$\nu_{L_\alpha}^{1/2} = \left[\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}\right) cR_\infty\right]^{1/2} Z^* = \left(\frac{5}{36} cR_\infty\right)^{1/2} Z^* =$$

$$= (2{,}14 \times 10^7 \ Hz^{1/2})Z^*,$$

và $A_{K_\alpha} = 4{,}97 \times 10^7 Hz^{1/2}$, $A_{L_\alpha} = 2{,}14 \times 10^7 Hz^{1/2}$. Nếu chúng ta giả sử rằng trong một chuyển dời K_α các êlectrôn vỏ trong không chịu tác động của các êlectrôn ở các vỏ ngoài thì lúc đó êlectrôn L trước chuyển dời sẽ gặp một điện tích hiệu dụng là (Z – 1)e, vì rằng các êlectrôn K còn lại sẽ che chắn hạt nhân có điện tích Ze. Thay $Z^* = Z - 1$ vào biểu thức của $\nu_{K_\alpha}^{1/2}$ trên đây ta có :

$$\nu_{K_\alpha}^{1/2} = (4{,}97 \times 10^7 \ Hz^{1/2})(Z - 1).$$

Với các chuyển dời liên quan đến các vỏ nằm ngoài vỏ L, hiệu ứng che chắn trở nên phức tạp hơn và hằng số Z_o trong hệ thức Moseley không còn bằng số êlectrôn làm màn chắn nữa.

25.7. Tính giá trị của hằng số A trong hệ thức Moseley đối với mỗi vạch K_α của các nguyên tố trong bảng 25.4.

Bảng 25.4

Nguyên tố	Sc	Ga	Nb	Sb	Pm	Lu	Tl
Z	21	31	41	51	61	71	81
$K_{\alpha 1}$, keV	4,09	9,25	16,62	26,36	38,72	54,07	72,87
$K_{\alpha 2}$, keV	4,09	9,22	16,52	26,11	38,17	52,97	70,83

Giải. Thay giá trị

$$\nu^{1/2} = \left(\frac{E}{h}\right)^{1/2} = \left(\frac{E}{4{,}136 \times 10^{-18} keV.s}\right)^{1/2} =$$

$$= \left(49{,}17 \times 10^7 \frac{Hz^{1/2}}{keV^{1/2}}\right) E^{1/2},$$

với E tính bằng keV, vào hệ thức Moseley ta có :

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$$A = \frac{\nu^{1/2}}{Z - 1} = \left(49{,}17 \times 10^7 \frac{Hz^{1/2}}{keV^{1/2}}\right) \frac{E^{1/2}}{Z - 1}$$

(xem bảng 25.5).

Bảng 25.5

Z	21	31	41	51	61	71	81
A_1, $Hz^{1/2} \times 10^7$	4,97	4,98	5,01	5,05	5,10	5,17	5,25
A_2, $Hz^{1/2} \times 10^7$	4,97	4,98	5,00	5,02	5,06	5,11	5,17

Các giá trị của A phù hợp tốt với giá trị $A = 4{,}97 \times 10^7 Hz^{1/2}$ tìm được trong bài toán 25.6.

25.8. Năng lượng của các vỏ L và M của W(Z = 74) là :

Vỏ	L_I	LII	L_{III}	M_I	M_{II}	MIII	M_{IV}	M_V
Năng lượng keV	-12,099	-11,542	-10,205	-2,820	-2,575	-2,281	-1,872	-1,810

Tính các giá trị của hằng số A đối với các tần số cực đại và các tần số cực tiểu của các vạch L_α và so sánh với các kết quả của bài toán 25.6.

Giải. Nguồn gốc của các vạch L_α là các chuyển dời từ vỏ M về vỏ L. Các tần số cho phép cực đại và cực tiểu xuất hiện tương ứng từ các chuyển dời $M_{III} \rightarrow L_I$ và $M_I \rightarrow L_{III}$ (xem bài toán 25.5). Các tần số đó là :

$$\nu_{max} = \frac{E_{M_{III}} - E_{L_I}}{h} =$$

$$= \frac{-2{,}281 keV - (-12{,}099 keV)}{4{,}136 \times 10^{-18} keV.s} = 2{,}374 \times 10^{18} Hz ;$$

$$\nu_{min} = \frac{E_{M_I} - E_{L_{III}}}{h} = \frac{-2{,}820 keV - (-10{,}205 keV)}{4{,}136 \times 10^{-18} keV.s}$$

$$= 1{,}786 \times 10^{18} Hz.$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Thay các giá trị này vào hệ thức Moseley ta có :

$$A_{max} = \frac{\nu_{max}^{1/2}}{Z - 7,4} = \frac{(2,374 \times 10^{18}Hz)^{1/2}}{74 - 7,4} = 2,31 \times 10^{7}Hz^{1/2} ;$$

$$A_{min} = \frac{\nu_{min}^{1/2}}{Z - 7,4} = \frac{(1,786 \times 10^{18})^{1/2}}{74 - 7,4} = 2,01 \times 10^{7}Hz^{1/2}.$$

Giá trị $A = 2,14 \times 10^{7}Hz^{1/2}$ tìm được trong bài toán 25.6 nằm giữa hai giá trị A_{max} và A_{min} này.

25.9. Chúng ta tưởng tượng mẫu sau đây đối với hai êlectrôn K của một nguyên tử : năng lượng tổng cộng của mỗi êlectrôn bằng năng lượng Bohr tương ứng với một điện tích hiệu dụng Z^*e cộng với năng lượng tương tác Coulomb với giả thiết khoảng cách cực đại giữa hai êlectrôn bằng hai lần bán kính Bohr r_B. Tính thừa số che chắn hạt nhân $Z_o = Z - Z^*$ đối với các nguyên tố có năng lượng liên kết của vỏ K được cho trong bảng 25.6.

Bảng 25.6

Nguyên tố	Ni	Zr	Sb	Gd	Ta
Z	28	40	51	64	73
Vỏ K Năng lượng liên kết, keV	8,333	17,998	30,491	50,239	67,417

Giải. Theo (19.5) với n = 1 năng lượng Bohr là $-Z^{*2}E_1^o$ và theo bài toán 24.10 năng lượng tương tác Coulomb là $ke^2/2r_B$. Năng lượng liên kết của mỗi êlectrôn bằng năng lượng tổng cộng của nó lấy với dấu ngược lại.

$$E_{lk} = -\left(-Z^{*2}E_1^o + \frac{ke^2}{2r_B}\right) = E_1^oZ^{*2} - \frac{ke^2}{2rB}, \qquad (1)$$

với $E_1^o = 13,6eV = 0,0136$ keV, và với n = 1 theo (19.4) ta có :

$$r_B = \frac{r_1^o}{Z^*} = \frac{1}{Z^*}\frac{h^2}{4\pi^2kme^2} = \frac{1}{Z^*}\frac{ke^2}{2E_1^o},$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

hay $$\frac{ke^2}{2r_B} = E_1^o Z^*.$$

Thay giá trị này của $\frac{ke^2}{2r_B}$ vào (1) ta thu được phương trình bậc 2 sau đây :

$$Z^{*2} - Z^* - \frac{E_{lk}}{E_1^o} = 0.$$

Nghiệm dương của phương trình này được cho trong bảng 25.7.

Bảng 25.7

Z	Z^*	Z_o
28	25,3	2,7
40	36,9	3,1
51	47,9	3,1
64	61,3	2,7
73	70,9	3,1

Việc các thừa số che chắn Z_o có các giá trị gần giống nhau chứng tỏ rằng mẫu Bohr trên đây có thể áp dụng được cho các êlectrôn của vỏ K.

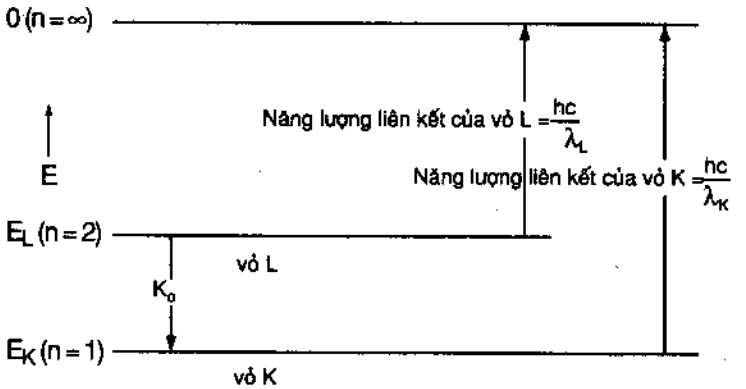
25.10. Điểm gián đoạn hấp thụ K của uranium (Z = 92) là ở 0,107 Å và vạch K_α ứng với bước sóng 0,126 Å. Tìm vị trí của điểm gián đoạn L.

Giải. Theo hình 25-7 ta có :

$$E_K = -\frac{hc}{\lambda_K} = -\frac{12{,}4\text{keV}.\text{Å}}{0{,}107\text{Å}} = -115{,}9 \text{ keV},$$

và $$E_L - E_K = \frac{hc}{\lambda_{K_\alpha}} = \frac{12{,}4\text{keV}.\text{Å}}{0{,}126\text{Å}} \; 98{,}4 \text{ keV}.$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012



Hình 25.7

Từ đó $E_L = 98,4 - 115,9 = -17,5$ keV

và $$\lambda_L = \frac{hc}{-E_L} = \frac{12,4\,\text{keV}.\text{Å}}{17,5\,\text{keV}} = 0,709\ \text{Å}.$$

25.11. Pic hấp thụ của Y (Z = 39) là ở 0,7277 Å. Để phát các vạch K của Y, cần có một hiệu thế gia tốc U = 17,039 kV. Từ các số liệu này tính tỉ số h/e.

Giải. Phôtôn bước sóng 0,7277 Å dùng để bứt êlectrôn từ vỏ K có năng lượng là :

$$E_\nu = h\frac{c}{\lambda} = h\frac{2,998 \times 10^8\text{m/s}}{0,7277 \times 10^{-10}\text{m}} = (4,120 \times 10^{18}\ \text{s}^{-1})h.$$

Một êlectrôn dùng để bứt êlectrôn từ vỏ K đó có năng lượng là :

$$E_e = eU = e(17,039 \times 10^3\text{V}).$$

Hai năng lượng đó phải bằng nhau. Do đó :

$$(4,120 \times 10^{18}\text{s}^{-1})h = e(17,039 \times 10^3\text{V})\ ;$$

$$\frac{h}{e} = 4,136 \times 10^{-15}\text{V.s} = 4,136 \times 10^{-15}\ \frac{\text{J.s}}{\text{C}}.$$

25.12. Một vật liệu với pic hấp thụ K là 0,15 Å bị dọi bởi một chùm Roentgen bước sóng 0,10 Å. Tính động năng cực đại của các quang êlectrôn phát ra từ vỏ K.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Giải. Năng lượng liên kết của vỏ K là :

$$|E_k| = \frac{hc}{\lambda_K} = \frac{12,4\,keV.Å}{0,15\,Å} = 82,7\ keV.$$

Năng lượng của phôtôn tới là :

$$E_\gamma = \frac{hc}{\lambda} = \frac{12,4\,keV.Å}{0,10\,Å} = 124keV.$$

Giá trị động năng cực đại của quang êlectrôn bằng hiệu giữa hai năng lượng trên :

$$K_{max} = E_\nu - |E_K| = 124\ keV - 82,7\ keV = 41,3\ keV.$$

25.13. Khi các tia X 0,50 Å đập lên một vật liệu cho trước, các quang êlectrôn bật ra từ vỏ K chuyển động trên một vòng tròn bán kính 23mm trong một từ trường 0,02T. Tìm năng lượng liên kết của các êlectrôn ở vỏ K.

Giải. Vận tốc của các quang êlectrôn được suy ra từ định luật F = ma :

$$evB = m\frac{v^2}{R} \text{ hay } v = \frac{e}{m}BR,$$

và động năng của chúng sẽ là :

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\frac{e^2B^2R^2}{m} =$$

$$= \frac{1}{2}\frac{(1,6\times10^{-19}C)^2(2\times10^{-2}T)^2(23\times10^{-3}m)^2}{(9,11\times10^{-31}kg)}$$

$$= 2,97\times10^{-15}J,$$

hay $$K = (2,97\times10^{-15}J)\frac{1keV}{1,6\times10^{-16}J} = 18,6\ keV.$$

Năng lượng của phôtôn tới là :

$$E_\nu = \frac{hc}{\lambda} = \frac{12,4keV.Å}{050Å} = 24,8\ keV.$$

Do đó năng lượng liên kết của các êlectrôn vỏ K là :

$$E_{lk} = E_\nu - K = 24,8\ keV - 18,6\ keV = 6,2\ keV.$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

25.14. Một nguyên tố bị dọi bởi các tia X đơn năng phát ra các quang êlectrôn với các điện thế hãm 24, 100, 110 và 115kV. Nếu nguyên tố trên dùng làm bia của một ống tia X, hãy tính bước sóng của vạch K_α.

Giải. Thế năng hãm eV_s là hiệu giữa năng lượng của phôtôn tới và năng lượng liên kết của êlectrôn ở vỏ đã cho :

$$eV_s = E_p - E_{lk}.$$

Nguyên nhân của sự khác nhau của các thế năng hãm là do các êlectrôn bị bứt ra từ các vỏ khác nhau, giá trị bé nhất (24 kV) tương ứng với êlectrôn phát ra từ vỏ K. Lấy hiệu của hai thế năng hãm thấp nhất

$$eV_{sL} - eV_{sK} = (E_p - E_{lkL}) - (E_p - E_{lkK}) = E_{lkK} - E_{lkL},$$

hay $100\text{keV} - 24\text{keV} = E_{lkK} - E_{lkL}$.

Giá trị của hiệu số này bằng 76 keV chính là năng lượng của vạch K_α. Bước sóng tương ứng là :

$$\lambda = \frac{hc}{E_{lkK} - E_{lkL}} = \frac{12{,}4\text{keV}.\text{Å}}{76\text{keV}} = 0{,}163\ \text{Å}.$$

25.15. Năng lượng liên kết của các êlectrôn của nguyên tử kẽm (Z = 30) ứng với các vỏ K và L là 9,659 và 1,021 keV. Tìm năng lượng của êlectrôn Auger phát ra từ vỏ L dưới tác dụng của tia roentgen K_α.

Giải. Năng lượng của tia roentgen K_α là :

$$E_{K_\alpha} = E_L - E_K = -1{,}021\ \text{keV} - (-\ 9{,}659\ \text{keV}) = 8{,}638\ \text{keV}.$$

Động năng của êlectrôn Auger bằng hiệu năng lượng của phôtôn K_α và năng lượng liên kết của êlectrôn ở vỏ K :

$$K = E_{K_\alpha} - E_{lkK} = 8{,}638\ \text{keV} - 1{,}021\ \text{keV} = 7{,}617\ \text{keV}.$$

25.16. Bảng 25.8 cho các giá trị năng lượng của các vỏ K, L, M đối với Cu, Ni và Co. Người ta muốn lọc bức xạ K_β khỏi các bức xạ K_α và K_β của Cu, lúc đó dùng tấm lọc bằng Ni hay bằng Co tốt hơn ?

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Bảng 25.8

Nguyên tố	Z	E_K, keV	E_L, keV	E_M, keV
Cu	29	−8,979	−0,931	−0,074
Ni	28	−8,333	−0,855	−0,068
Co	27	−7,709	−0,779	−0,060

Giải

Năng lượng của các tia X phát ra bởi Cu bằng hiệu năng lượng của các mức của Cu :

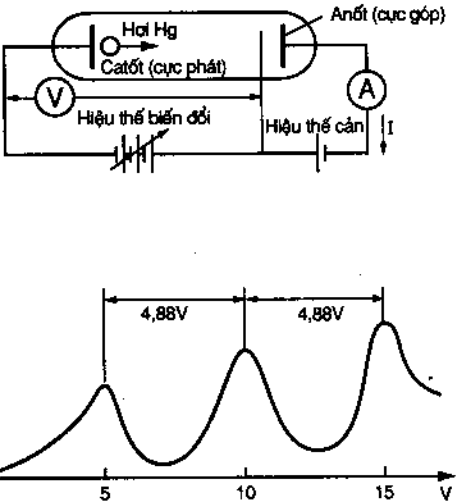
$$E_{K_\alpha} = -0{,}931 \text{ keV} - (-8{,}979 \text{ keV}) = 8{,}048 \text{ keV},$$

$$E_{K_\beta} = -0{,}074 \text{ keV} - (-8{,}979 \text{ keV}) = 8{,}905 \text{ keV}.$$

Một vật liệu sẽ lọc được các tia X nếu năng lượng của các tia X đó lớn hơn năng lượng cần thiết để bứt các êlectrôn từ nguyên tử của vật liệu. Trong trường hợp ngược lại sẽ xảy ra rất ít tương tác và các tia X hầu như không bị hấp thụ nghĩa là không bị lọc. Pic hấp thụ của Ni (8,333 keV) nằm giữa các năng lượng của các tia X K_α (8,048 keV) và K_β (8,905 keV) của Cu, do đó so với các phôtôn K_α, các phôtôn K_β tương tác với Ni mạnh hơn và sẽ bị lọc. Mặt khác các phôtôn K_α và K_β của Cu đều có thể bị hấp thụ và làm phát ra các quang êlectrôn từ vỏ K (7,709 keV) của tấm lọc Co. Như vậy tấm lọc làm bằng Ni sẽ tốt hơn là tấm lọc bằng Co.

25.17. Các êlectrôn được gia tốc trong khoảng không gian giữa sợi đốt và cực lưới dưới một hiệu điện thế biến đổi V trong một ống chứa hơi thuỷ ngân (xem hình 25.8 (a)). Một điện thế cản yếu $V_R \backsim 0{,}5V$ được đặt giữa cực lưới và cực góp (anôt). Đo dòng trong mạch I theo V người ta nhận được đường cong trên hình 25.8 (b). Tính năng lượng mức kích thích đầu tiên của Hg và bước sóng của bức xạ phát ra trong thí nghiệm này.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012



Hình 25.8

Giải. Để đến được cực góp, các êlectrôn cần có năng lượng lớn hơn công của lực cản vào cỡ 0,5eV giữa cực lưới và cực góp. Khi tăng V, động năng của các êlectrôn tăng, số êlectrôn đến cực góp càng nhiều và dòng trong mạch tăng. Cuối cùng các êlectrôn thu được năng lượng bằng năng lượng của trạng thái kích thích thứ nhất của các nguyên tử Hg, làm kích thích chúng và mất năng lượng, kết quả lúc đó sẽ có ít êlectrôn vượt được thế hãm V_R và dòng I trong mạch giảm. Ngoài ra hơi Hg sẽ phát ra bức xạ do các nguyên tử Hg trở về trạng thái cơ bản.

Tiếp tục tăng V, dòng lại tăng vì rằng các êlectrôn sau khi mất năng lượng do làm kích thích các nguyên tử Hg lại thu năng lượng. Ở một điện thế gia tốc đủ lớn các êlectrôn có thể thu năng lượng đủ để làm kích thích hai nguyên tử Hg và trên đồ thị xuất hiện pic thứ hai của dòng điện v.v... (Chúng ta loại trừ khả năng một êlectrôn có thể kích thích một nguyên tử Hg lên trạng thái cao hơn ; điều này có thể xảy ra, nhưng đòi hỏi

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

phải có một biến đổi đặc biệt của điện thế trong ống). Hiệu thế giữa hai cực đại kế tiếp của dòng điện tương ứng với năng lượng cần thiết để kích thích nguyên tử Hg lên trạng thái thứ nhất và :

$$\Delta E = e\Delta V = 4{,}88 \text{ eV}.$$

(Người ta không thể dùng pic thứ nhất do sự có mặt của V_R và của các hiệu thế tiếp xúc). Bước sóng của bức xạ phát ra khi các nguyên tử Hg chuyển về trạng thái cơ bản là :

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{hc}{h\nu} = \frac{12{,}4 \times 10^3 \text{eV}.\text{Å}}{4{,}88\text{eV}} = 2540 \text{ Å}.$$

Thí nghiệm này được J.Franck và G.Hertz thực hiện vào năm 1914. Đó là chứng minh đầu tiên về sự tồn tại của các trạng thái kích thích dừng của các nguyên tử và khẳng định giả thiết lượng tử mới của Bohr. Ngoài ra thí nghiệm này cũng chứng tỏ các nguyên tử có thể bị kích thích bởi các êlectrôn có năng lượng đủ lớn.

BÀI TOÁN BỔ SUNG

25.18. Nếu bước sóng của một tia X K_α của một nguyên tố là 0,786 Å. Hãy xác định nguyên tố đó.

Đáp số. $_{40}Zr$.

25.19. Một êlectrôn được gia tốc dưới một hiệu điện thế 10^5V. Tìm bước sóng nhỏ nhất của bức xạ phát ra khi êlectrôn này tác dụng với một bia làm bằng vật liệu nặng.

Đáp số. 0,124 Å.

25.20. Cấu trúc tinh tế của K_α gồm bao nhiêu vạch ?

Đáp số : 2.

25.21. Tính giá trị của hệ số A trong hệ thức Moseley đối với các chuyển dời L_α nếu như các giá trị của các vạch L_α đối với Ca (Z = 20) và Zn (Z = 30) tương ứng là 30,1 Å và 11,2 Å.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Đáp số. Đối với Ca, $A = 2,51 \times 10^7 Hz^{1/2}$; đối với Zn, $A = 2,29 \times 10^7 Hz^{1/2}$.

25.22. Tính giá trị Z_o trong hệ thức Moseley đối với mỗi vạch của bài toán 25.7 nếu đối với chúng người ta lấy giá trị $A = 4,97 \times 10^7 Hz^{1/2}$.

Đáp số.

Nguyên tố	Sc	Ga	Nb	Sb	Pm	Lu	Tl
Z_o đối với K_{α_1}	0,99	0,91	0,67	0,21	−0,56	−1,75	−3,46
Z_o đối với K_{α_2}	0,99	0,96	0,79	0,45	−0,12	−1,00	−2,26

25.23. Thông số mạng của một tinh thể NaCl là 2,830 Å. Tính bước sóng K_α của tia X nếu cực đại phản xạ Bragg bậc 1 của nó được quan sát ở $15,8^o$ (đây là một phương pháp xác định bước sóng của tia X).

Đáp số. 1,54 Å

25.24. Các tia X của Cu (K_α = 1,54 Å, K_β = 1,39 Å, $K_{\text{hấp thụ}}$ = 1,38 Å) truyền qua một tấm mỏng Ni (K_α = 1,66 Å, K_β = 1,50 Å, $K_{\text{hấp thụ}}$ = 1,49 Å). Tìm bước sóng của bức xạ phát ra mạnh nhất.

Đáp số. 8,05 Å.

25.25. Với một nguyên tố cho trước, năng lượng hấp thụ của vỏ K hay năng lượng của tia X K_α lớn hơn ?

Đáp số. Năng lượng hấp thụ ở vỏ K.

25.26. Các điểm gián đoạn K và L của Os (Z = 76) tương ứng là 0,168 Å và 1,178 Å. Tìm bước sóng của vạch K_α.

Đáp số. 0,196 Å.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

25.27. Bước sóng vạch K_α và điểm gián đoạn hấp thụ của Ta (Z = 73) tương ứng là 0,216 Å và 1,25 Å. Tìm bước sóng ứng với điểm gián đoạn K.

Đáp số. 0,184 Å.

25.28. Khi một vật liệu bị chiếu bởi các tia X 0,257 Å, điện thế hãm đối với các quang êlectrôn L là 8,20V. Tính bước sóng của pic L.

Đáp số. 0,310 Å.

25.29. Động năng của êlectrôn Auger phát ra, do một tia X K_α, từ vỏ L của nguyên tử của một vật liệu với điểm gián đoạn K = 0,827 Å là 10,2 keV. Tính bước sóng của điểm gián đoạn L và năng lượng của tia X K_α.

Đáp số. 5,17 Å ; 12,6 keV.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

PHẦN THỨ SÁU

VẬT LÍ HẠT NHÂN

Chương 26

TÍNH CHẤT CỦA CÁC NUCLÔN VÀ CỦA ĐƠTÊRÔN (HAY ĐƠTÔN)

26.1. CÁC NUCLÔN

Tất cả các hạt nhân đều được cấu tạo từ hai loại hạt : các prôtôn tích điện dương và các nơtrôn không mang điện, chúng được gọi chung là các nuclôn. Các đặc trưng cơ bản của chúng được cho trong bảng 26.1.

Bảng 26.1

	Prôtôn	Nơtrôn
Điện tích	$+1,6 \times 10^{-19}$C	0
Khối lượng nghỉ	$1,67252 \times 10^{-27}$kg 938,256 MeV 1,007277 u	$1,67482 \times 10^{-27}$kg 939,550 MeV 1,008665 u
Spin	1/2	1/2
Mômen từ	$+2,7928\ \beta_n$	$-1,9128\ \beta_n$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Đơn vị khối lượng nguyên tử (u.a hay u) được định nghĩa sao cho khối lượng của nguyên tử ^{12}C đúng bằng 12u, manhêtôn hạt nhân β_n được tính theo công thức :

$$\beta_n = \frac{e\hbar}{2m_p} = \frac{(1,6 \times 10^{-19}C)(6,58 \times 10^{-16}eV.s)}{2(1,673 \times 10^{-27}kg)} =$$

$$= 3,15 \times 10^{-8} \frac{eV}{T},$$

trong đó m_p là khối lượng nghỉ của prôtôn. Dấu dương hay âm của mômen từ cho biết một cách tương ứng vectơ mômen từ cùng chiều hay ngược chiều với vectơ spin. Một nhận xét quan trọng cần phải lưu ý là mặc dù nơtrôn không mang điện nhưng nó vẫn có một mômen từ.

Các prôtôn có chu kì bán rã bằng vô cùng, để riêng các prôtôn, chúng sẽ không bao giờ bị phân rã. Ngược lại các nơtrôn có thời gian bán rã là 12 phút ; nếu một số nơtrôn được để riêng biệt thì tính trung bình cứ sau 12 phút một nửa số nơtrôn bị phân rã.

26.2. CÁC LỰC NUCLÔN

Khi các nuclôn ở cách nhau những khoảng cách ngắn (cỡ $10^{-15}m = 1fm$) người ta nhận thấy giữa chúng xuất hiện những lực hút mạnh, nhưng chỉ tồn tại trong một phạm vi rất hẹp : ở những khoảng cách lớn hơn một vài fm, lực tương tác giữa các nuclôn hầu như bằng không. Lực nuclôn không phụ thuộc vào điện tích của các nuclôn nghĩa là các lực tương tác giữa prôtôn và prôtôn, prôtôn và nơtrôn, nơtrôn và nơtrôn xấp xỉ bằng nhau. Lực này bao gồm nhiều thành phần. Ngoài thành phần xuyên tâm còn có một số hạng phụ thuộc spin ; độ lớn của số hạng này tuỳ thuộc vào việc các spin của các nuclôn là song song hay phản song song. Thêm vào đó còn có một thành phần lực không xuyên tâm, không nằm trên đường thẳng nối hai nuclôn và phụ thuộc vào cách định hướng của các spin của các nuclôn so với đường thẳng nối các nuclôn.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Ở những khoảng cách nhỏ hơn 1fm nhiều, lực nuclôn trở thành lực đẩy.

26.3. ĐƠTÊRÔN

Hạt đơtêrôn, hay đơtôn, là một hệ gồm một prôtôn và một nơtrôn và tạo thành một hạt nhân đơn giản nhất có số nuclôn lớn hơn một. Các đặc trưng của đơtôn gồm : điện tích : $+1,6 \times 10^{-19}$C ; khối lượng ; 1875,5803 MeV hay 2,013553 u ; spin : S = 1 (tổng các spin của nơtrôn và prôtôn) ; mômen từ : $+0,8574\ \beta_n$; mômen động lượng tổng cộng : J = 1.

Mỗi nguyên tử có thể có một giá trị mômen động lượng quỹ đạo L bị lượng tử hoá duy nhất. Tuy nhiên do tương tác prôtôn–nơtrôn không phải là tương tác xuyên tâm nên đơtôn không có mômen động lượng quỹ đạo xác định : ở trạng thái cơ bản một đơtôn có thể ở trong trạng thái S (L = 0) với xác suất 96% và ở trong trạng thái D (L = 2) với xác suất 4%.

Đơtôn không có dạng cầu. Có thể dùng đại lượng mômen tứ cực điện để đánh giá độ khác biệt so với dạng cầu (xem bài toán 26.5). Nếu một vật có dạng cầu thì mômen tứ cực điện của nó bằng không. Với đơtôn người ta xác định được mômen tứ cực điện của nó là $+0,282\ fm^2$.

Những điều trên đây cho chúng ta thấy rằng tuy đơtôn chỉ cấu tạo từ hai hạt nuclôn nhưng cấu trúc của nó khá phức tạp, đây là một dẫn chứng cho những phức tạp mà người ta sẽ gặp khi nghiên cứu các hạt nhân nặng hơn.

BÀI TOÁN CÓ LỜI GIẢI

26.1. Tìm động năng tối thiểu của một êlectrôn, khi nó ở bên trong một hạt nhân đường kính 10^{-14}m.

Giải. Bước sóng de Broglie của một êlectrôn năng lượng tối thiểu bị giam bên trong hạt nhân phải xấp xỉ bằng hai lần đường kính hạt nhân (một nửa bước sóng tương ứng với một đường kính). Do đó độ lớn của xung lượng của êlectrôn vào cỡ :

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{hc}{c\lambda} = \frac{12{,}4 \times 10^3 \text{eV}.\text{Å}}{(2 \times 10^{-4}\,\text{Å})c} = 62 \times 10^6\,\frac{\text{eV}}{c} = 62\,\frac{\text{MeV}}{c},$$

và động năng của nó :

$$K = \sqrt{(pc)^2 + E_o^2} - E_o =$$

$$= \sqrt{\left(62\,\frac{\text{MeV}}{c} \times c\right)^2 - (0{,}511\,\text{MeV})^2} - 0{,}511\ \text{MeV} = 61\ \text{MeV}.$$

26.2. Độ lớn của năng lượng Coulomb của êlectrôn trong hạt nhân ở bài tập 26.1 vào cỡ bao nhiêu ?

Giải. Số khối A của hạt nhân (xem tiết 27.3) xấp xỉ bằng :

$$A = \left(\frac{R}{r_o}\right)^3 = \left(\frac{0{,}5 \times 10^{-14}\text{m}}{1{,}4 \times 10^{-15}\text{m}}\right)^3 \approx 46.$$

Với hạt nhân có số khối A như vậy, số prôtôn $Z \approx \frac{A}{2} = 23$. Nếu giả sử rằng êlectrôn ở ngoài rìa của hạt nhân, năng lượng Coulomb của nó sẽ bằng :

$$E_c = -\frac{ke^2Z}{R} = -\frac{(1{,}44\text{MeV}.\text{fm})\,(23)}{5\text{fm}} = -6{,}6\ \text{MeV}.$$

So với giá trị 61 MeV của động năng của êlectrôn tìm được trong bài toán 26.1, giá trị hiệu chính này là không đáng kể. Các êlectrôn do các hạt nhân phát ra có năng lượng vào cỡ vài MeV và không phải 55 MeV như dự doán của bài toán này và của bài toán trước. Ngoài ra cần phải tồn tại một rào thế dương nào đó để các êlectrôn có thể bị giam hãm bên trong hạt nhân với năng lượng dương. Các hiệu ứng trên đây không thể là kết quả của tương tác Coulomb và một cách hợp lí cần phải cho rằng các êlectrôn không phải là thành phần cấu tạo của hạt nhân.

Năm 1920 E. Rutherford đã đề xuất giả thiết sau đây : hạt nhân, ngoài prôtôn, còn chứa các hạt trung hòa với khối lượng xấp xỉ khối lượng prôtôn nhưng không mang điện. Các thí nghiệm của Chadwich vào năm 1932 đã xác nhận giả thiết này

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

và nghiệm lại sự tồn tại của các nơtrôn (xem các bài toán 30.14 đến 30.16), do đó đã xác lập rằng một hạt nhân được cấu tạo từ A nuclôn trong đó có Z prôtôn và N = (A − Z) nơtrôn.

26.3. Tính năng lượng liên kết của đơtôn.

Giải. Năng lượng liên kết của đơtôn bằng năng lượng cần thiết để tách đơtôn thành một prôtôn và một nơtrôn.

$E_{lk} = (m_p + m_n - M_d)c^2 =$

$= 938{,}256 \text{ MeV} + 939{,}550 \text{ MeV} - 1875{,}5803 \text{ MeV} = 2{,}226 \text{ MeV}.$

26.4. Đánh giá độ khác nhau giữa mômen từ của đơtôn và tổng các mômen từ của prôtôn và của nơtrôn.

Giải.

Mômen từ của prôtôn	$2{,}739\ \beta_n$
Mômen từ của nơtrôn	$-1{,}913\ \beta_n$
TỔNG	$0{,}880\ \beta_n$
Mômen từ của đơtôn	$0{,}857\ \beta_n$
HIỆU	$0{,}023\ \beta_n$

Mômen từ của đơtôn không bằng tổng các mômen từ của prôtôn và nơtrôn vì rằng đơtôn không phải luôn luôn ở trạng thái S (L = 0) mà có 4% thời gian ở trạng thái D (L = 2).

26.5. Mômen tứ cực điện của một vật có điện tích phân bố đối xứng đối với trục z là :

$$Q = \frac{1}{e}\int_V (3z^2 - r^2)\rho(x, y, z)d\tau, \qquad (1)$$

với $\rho(x, y, z)$ là mật độ điện tích, còn $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$.

Trong trường hợp vật có dạng elipxôit tròn xoay với phương trình :

$$\frac{x^2 + y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1 \qquad (2)$$

được tích điện đều thì mômen tứ cực điện bằng :

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$$Q = \frac{2Z}{5}(b^2 - a^2), \qquad (3)$$

với Ze là điện tích tổng cộng của hạt nhân. Nếu bán kính trung bình của hạt nhân là R_o, với $R_o^3 = a^2b$ (thể tích của elipxôit là $(4/3)\pi a^2b$) với $R_o + \delta R_o = b$.

Chứng tỏ rằng mômen tứ cực điện của hạt nhân bằng :

$$Q = \frac{6Z}{5} R_o^2 \left(\frac{\delta R_o}{R_o}\right).$$

Giải. Nếu $b = R_o + \delta R_o$ và $R_o^3 = a^2b$, lúc đó với $\delta R_o \ll R_o$ ta có :

$$a^2 = \frac{R_o^3}{R_o + \delta R_o} = \frac{R_o^2}{1 + \frac{\delta R_o}{R_o}} \approx R_o^2\left(1 - \frac{\delta R_o}{R_o}\right), \text{ và}$$

$$b^2 - a^2 \approx R_o^2\left[1 + 2\left(\frac{\delta R_o}{R_o}\right) + \left(\frac{\delta R_o}{R_o}\right)^2\right] - R_o^2\left(1 - \frac{\delta R_o}{R_o}\right) =$$

$$= R_o^2\left[3\left(\frac{\delta R_o}{R_o}\right) + \left(\frac{\delta R_o}{R_o}\right)^2\right] \approx 3R_o^2\left(\frac{\delta R_o}{R_o}\right).$$

Từ đó : $Q = \frac{2Z}{5}(b^2 - a^2) = \frac{6Z}{5} R_o^2\left(\frac{\delta R_o}{R_o}\right).$

26.6. Mômen tứ cực điện của hạt nhân $^{155}_{64}Gd$ là 130 fm^2. Nếu R_o được biểu diễn dưới dạng $R_o = (1,4\ fm)A^{1/3}$, tìm tỉ số $\frac{\delta R_o}{R_o}$.

Giải. Bán kính trung bình của hạt nhân bằng :

$R_o = (1,4\ fm)A^{1/3} = (1,4\ fm)(155)^{1/3} = (1,4\ fm)(5,37) = 7,52\ fm.$

Theo bài toán 26.5,

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$$Q = \frac{6Z}{5} R_o^2 \left(\frac{\delta R_o}{R_o}\right),$$

$$130\ fm^2 = \frac{6(64)}{5} (7{,}52fm)^2 \left(\frac{\delta R_o}{R_o}\right),$$

$$\frac{\delta R_o}{R_o} = 2{,}99 \times 10^{-2} = 2{,}99\%.$$

Kết quả này chứng tỏ rằng hạt nhân $^{155}_{64}Gd$ hầu như có dạng cầu, độ sai lệch so với dạng cầu chỉ vào cỡ 2,99% bán kính trung bình của hạt nhân.

26.7. Tìm các trạng thái có thể có của đơtôn nếu số lượng tử mômen động lượng tổng cộng của nó J = 1.

Giải. Mômen động lượng tổng cộng $\vec{J}$ của đơtôn là tổng vectơ của mômen động lượng quỹ đạo tổng cộng $\vec{L}$ của hệ liên kết prôtôn–nơtrôn và của spin nội $\vec{S}$ của hệ. Do cả prôtôn và nơtrôn đều có spin S = 1/2 nên spin tổng cộng của hệ hoặc bằng 0 (trạng thái đơn) hoặc bằng 1 (trạng thái bội ba). Vì rằng $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$, J = 1 và S = 0,1 nên các giá trị có thể của L chỉ là 0, 1, 2. Với kí hiệu phổ (xem tiết 24.3) các trạng thái có thể có của đơtôn là : $^3S_1$, $^3P_1$, $^1P_1$ và $^3D_1$.

Trạng thái cơ bản của đơtôn là một hỗn hợp các trạng thái $^3S_1$ và $^3D_1$.

BÀI TOÁN BỔ SUNG

26.8. Biểu diễn manhêtôn hạt nhân theo đơn vị J/T.

Đáp số. $5{,}03.10^{-27}$ J/T.

26.9. Tính tỉ số của manhêtôn hạt nhân và manhêtôn Bo.

Đáp số. $5{,}45.10^{-4}$.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

26.10. Tính tỉ số của khối lượng riêng của hạt nhân hiđrô và khối lượng riêng của nguyên tử hiđrô (giả sử rằng bán kính của nhân là 1 fm)

Đáp số. $0,15.10^{15}$.

26.11. Một đơtôn hấp thụ một phôtôn gamma 6 MeV và bị tách thành một prôtôn và một nơtrôn. Nếu nơtrôn được phát ra dưới một góc 90° so với hướng chuyển động của phôtôn gamma, tìm động năng của prôtôn và của nơtrôn.

Đáp số. K_p = 1,91 MeV ; K_n = 1,86 MeV.

26.12. Tìm góc giữa prôtôn và phôtôn gamma trong bài toán 26.11.

Đáp số. 84°.

26.13. Xem bài toán 26.5. Thiết lập hệ thức (3) xuất phát từ các hệ thức (1) và (2) và với giả thiết là elipxôit tích điện đều.

26.14. Mômen tứ cực điện của hạt nhân $^{165}_{67}Ho$ là 300 fm^2. Nếu $R_o = (1,4)A^{1/3}$ tìm tỉ số $\delta R_o/R_o$.

Đáp số. 6,33%.

Chương 27

CÁC TÍNH CHẤT CỦA HẠT NHÂN

Trong số các hạt nhân đã biết có khoảng 270 hạt nhân bền vững trong khi số hạt nhân phóng xạ lớn hơn khoảng 4,5 lần. Trong chương này chúng ta sẽ nghiên cứu các tính chất chủ yếu của các hạt nhân ở trạng thái cơ bản (trạng thái với năng lượng thấp nhất). Một phần các kết quả nhận được có thể áp dụng cho các hạt nhân ở trạng thái kích thích.

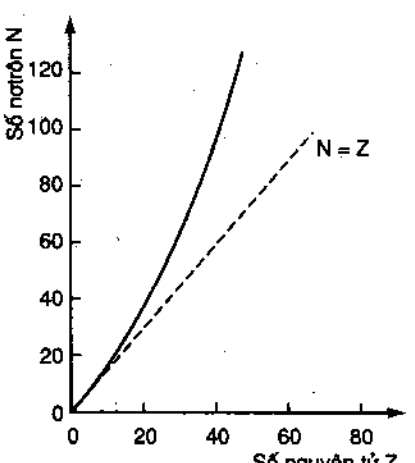
1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

27.1. PHÂN LOẠI CÁC HẠT NHÂN

Một hạt nhân được đặc trưng bởi số nguyên tử Z của nó là một số nguyên bằng số prôtôn của hạt nhân, số nguyên N bằng số nơtrôn và số khối A = N + Z bằng tổng số các nuclôn. Các hạt nhân được phân biệt bởi kí hiệu X của nguyên tố với số mũ A và chỉ số Z để bên trái : ${}^{A}_{Z}X$. Ví dụ ${}^{23}_{11}Na$ là hạt nhân natri với 11 prôtôn, 23 nuclôn và 23 − 11 = 12 nơtrôn. Các hạt nhân được gộp thành ba loại : các đồng vị là các hạt nhân có cùng số nguyên tử Z (có cùng số prôtôn) (ví dụ ${}^{16}_{8}O$ và ${}^{17}_{8}O$) ; các iđôtôn là các hạt nhân có cùng số nơtrôn (ví dụ ${}^{13}_{6}C$ và ${}^{14}_{7}N$ và các hạt nhân đồng khối có cùng số khối A (ví dụ ${}^{14}_{6}C$ và ${}^{14}_{7}N$).

27.2. TỈ SỐ SỐ PRÔTÔN VÀ NƠTRÔN

Trong các hạt nhân nhẹ, số nơtrôn gần bằng số prôtôn (N ≈ Z). Tuy nhiên khi số nuclôn tăng thì số nơtrôn trong các hạt nhân bền lớn hơn số prôtôn (N > Z) ; điều này được chứng tỏ trên



Hình 27.1

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

đường cong gần đúng của hình 27.1. Việc thừa nơtrôn này là do lực đẩy Coulomb đã đẩy các prôtôn ra xa nhau ; kết quả chất prôtôn sẽ kém đặc hơn chất nơtrôn và trong một thể tích hạt nhân cho trước, khi tăng số nuclôn thì số prôtôn sẽ ít hơn số nơtrôn.

27.3. MẪU HẠT NHÂN HÌNH CẦU

Nếu khối lượng riêng của chất hạt nhân được coi là hằng số thì thể tích của hạt nhân sẽ tỉ lệ thuận với số nuclôn A của hạt nhân. Với hạt nhân có dạng đối xứng cầu thì $V = \left(\frac{4}{3}\pi r_o^3\right)A$ và bán kính hạt nhân R có giá trị :

$$R = r_o A^{1/3}.$$

Nhiều thí nghiệm đã được tiến hành để kiểm tra hệ thức này và đánh giá giá trị của r_o. Các kết quả đo đạc chứng tỏ rằng giá trị của r_o phụ thuộc vào tính chất hạt nhân được nghiên cứu trong thí nghiệm. Khi thể tích của hạt nhân được coi là vùng phân bố khối lượng thì giá trị $r_o = 1{,}4$fm, còn khi coi thể tích hạt nhân là vùng phân bố điện tích, người ta tìm được giá trị 1,2fm. Trong các lập luận và các bài toán sau này, chúng ta lấy $r_o = 1{,}4$fm trừ khi có những chỉ dẫn ngược lại.

Khi hạt nhân được coi như một quả cầu với điện tích Ze phân bố đều, năng lượng tĩnh điện của hạt nhân có giá trị (xem bài toán 27.7) :

$$E_c = \frac{3}{5}\frac{kZ(Z-1)e^2}{R} \approx \frac{3}{5}\frac{kZ^2e^2}{R}, \text{ (khi Z lớn).}$$

Hệ thức này là một phương tiện để đánh giá kích thước phân bố điện tích của hạt nhân.

27.4. NĂNG LƯỢNG LIÊN KẾT HẠT NHÂN

Người ta đã tìm thấy rằng khối lượng nghỉ của hạt nhân nhỏ hơn tổng khối lượng nghỉ của các nuclôn tạo thành hạt

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

nhân đó. Độ hụt khối này là do cần có một năng lượng âm để giữ các nuclôn lại với nhau trong hạt nhân (xem bài toán 26.3). Năng lượng liên kết tổng cộng của hạt nhân E_{lk} bằng hiệu giữa năng lượng nghỉ của các nuclôn thành phần và năng lượng nghỉ của hạt nhân :

$$E_{lk} = (Zm_p)c^2 + (Nm_n)c^2 - M_{hn}c^2,$$

trong đó m_p, m_n, M_{hn} là khối lượng nghỉ tương ứng của prôtôn, của nơtrôn và của hạt nhân. Để tính năng lượng liên kết của các hạt nhân bền người ta có thể sử dụng mẫu giọt chất lỏng (xem tiết 28.1).

Thông thường trong các bảng dữ liệu người ta cho khối lượng nguyên tử của các nguyên tố mà không cho khối lượng của các hạt nhân. Để tìm khối lượng của hạt nhân cần lấy khối lượng nguyên tử trừ đi khối lượng của các êlectrôn (thực tế khi cần chính xác cần phải phụ thêm đương lượng khối lượng của năng lượng liên kết của các êlectrôn nhưng thông thường đại lượng này nhỏ so với các khối lượng nghỉ). Ví dụ ${}^{6}_{3}Li$ với khối lượng nguyên tử 6,015125u có khối lượng hạt nhân là :

$$M_{nh} = M_{ngt} - Zm_e = 6{,}015125u - 3(0{,}000549u) = 6{,}013478u.$$

Các khối lượng được cho trong các bài toán là các khối lượng nguyên tử trừ trường hợp có những chỉ dẫn ngược lại. Khi người ta không cho các khối lượng nguyên tử, độc giả có thể xem trong bảng ở phần Phụ lục. Trong trường hợp có thể, chúng ta nên dùng khối lượng của nguyên tử hiđrô thay cho khối lượng của prôtôn trong biểu thức của E_{lk} để bù trừ khối lượng của các êlectrôn trong các khối lượng nguyên tử.

BÀI TOÁN CÓ LỜI GIẢI

27.1. Xác định bán kính của các hạt nhân ${}^{16}O$ và ${}^{208}Pb$.

Giải. Theo công thức $R = r_oA^{1/3} = (1{,}4fm)A^{1/3}$ ta có :

$$R_O = (1{,}4fm)(16)^{1/3} = 3{,}53fm\ ;$$

$$R_{Pb} = (1{,}4fm)\ (208)^{1/3} = 8{,}29fm.$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

27.2. Xác định khối lượng riêng gần đúng của hạt nhân.

Giải. Nếu hạt nhân được coi như một quả cầu đồng nhất ta có :

$$\text{Khối lượng riêng} = \frac{\text{khối lượng}}{\text{thể tích}} \approx \frac{A \times (\text{khối lượng một nuclôn})}{\frac{4}{3}\pi R^3}$$

$$= \frac{A(1,7 \times 10^{-27}\text{kg})}{\frac{4}{3}\pi(1,4 \times 10^{-15} A^{1/3}\text{m})^3} = 1,5 \times 10^{17}\ \text{kg/m}^3.$$

Như vậy một đêximet khối vật liệu hạt nhân cân nặng $1,5 \times 10^{14}$kg !

27.3. Tìm hạt nhân bền biết bán kính của nó bằng 1/3 bán kính của hạt nhân ^{189}Os.

Giải. Vì rằng $R \backsim A^{1/3}$ nên :

$$\frac{1}{3} = \frac{R}{R_{Os}} = \left(\frac{A}{A_{os}}\right)^{1/3} = \left(\frac{A}{189}\right)^{1/3};$$

$$A = \frac{189}{27} = 7.$$

Vậy hạt nhân cần tìm là ^{7}Li.

27.4. Một hạt nhân với A = 235 bị vỡ thành hai hạt nhân có tỉ số các số khối là 2/1. Tìm bán kính của hai mảnh vỡ đó.

Giải. Các số khối của hai mảnh vỡ là :

$$A_1 = \frac{1}{3}(235)\ ;\ A_2 = \frac{2}{3}(235)\ ;$$

do đó : $$r_1 = (1,4\text{fm})A_1^{1/3} = (1,4\text{fm})\left(\frac{235}{3}\right)^{1/3} = 5,99\ \text{fm},$$

$$r_2 = (1,4\text{fm})A_2^{1/3} = (1,4\text{fm})\left[\frac{2}{3}(235)\right]^{1/3} = 7,55\text{fm}.$$

27.5. Tính năng lượng liên kết của hạt nhân $^{126}_{52}$Te.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Giải. Năng lượng liên kết được tính theo công thức :

$$E_{lk} = (Zm_p)c^2 + (Nm_n)c^2 - M_{nh}c^2 =$$

$$= (52 \times 1{,}007825u + 74 \times 1{,}008665u - 125{,}903322u)\ 931{,}5\ MeV/u =$$

$$= 1{,}066 \times 10^3\ MeV = 1{,}066\ GeV.$$

27.6. Tính năng lượng cần thiết để giải phóng nơtrôn liên kết yếu nhất trong hạt nhân $^{40}_{20}Ca$.

Giải. Theo phương trình bảo toàn

$$M_{40_{Ca}}c^2 + E = (M_{39_{Ca}} + m_n)c^2.$$

Ta có :

$$(39{,}962589u)(931{,}5MeV/u) + E =$$

$$= (38{,}970691u + 1{,}008665u)(931{,}5\ MeV/u)$$

$$E = 15{,}6\ MeV.$$

27.7. Tính thế năng của các prôtôn trong hạt nhân với giả thiết điện tích của hạt nhân phân bố đều trong một hình cầu.

Giải. Xét một lớp vỏ cầu thể tích $dV = 4\pi r^2dr$ nằm giữa hai hình cầu bán kính r và r + dr. Điện tích trong lớp vỏ cầu này là :

$$dq = \rho dV = \rho(4\pi r^2dr),$$

với ρ là mật độ điện tích.

Điện tích của hình cầu bán kính r nằm phía trong lớp vỏ cầu trên là : (mật độ điện tích ρ có cùng giá trị)

$$q = \rho V = \rho\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right).$$

Thế năng dE của lớp vỏ cầu mỏng trong trường hợp này bằng :

$$dE = \frac{kq}{r}dq = \frac{k}{r}\left(\frac{4}{3}\rho\pi r^3\right)(4\pi\rho r^2dr) = 3k\left(\frac{4}{3}\rho\pi\right)^2r^4dr.$$

Năng lượng tổng cộng của hạt nhân bằng tích phân của dE từ r = 0 đến r = R với R là bán kính của hạt nhân :

$$E = \int_0^R dE = 3k\left(\frac{4}{3}\rho\pi\right)^2\int_0^R r^4dr = \frac{3}{5}k\left(\frac{4}{3}\rho\pi\right)^2R^5 = \frac{3k}{5R}\left(\frac{4}{3}\rho\pi R^3\right)^2.$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Vì $\frac{4}{3}\rho\pi R^3 = \rho V = Q = Ze$ nên

$$E = \frac{3}{5}\frac{kZ^2e^2}{R}.$$

Trong thực tế các điện tích của hạt nhân không phân bố một cách liên tục mà phân bố gián đoạn từng phần một trong hạt nhân. Với trường hợp Z = 1 năng lượng Coulomb phải bằng không nhưng biểu thức của E trên đây cho một giá trị hữu hạn. Để có biểu thức chính xác hơn cần phải thay Z^2 bằng $Z(Z-1)$. Với Z lớn, việc hiệu chỉnh như vậy cho một sai khác không đáng kể, tuy nhiên trong trường hợp Z bé, việc hiệu chỉnh có ý nghĩa quan trọng.

Biểu thức đúng của năng lượng Coulomb có dạng :

$$E_c = \frac{3}{5}\frac{kZ(Z-1)e^2}{R}.$$

27.8. Tính năng lượng Coulomb của hạt nhân $^{73}_{32}Ge$.

Giải. Theo kết quả của bài toán 27.7 :

$$E_c = \frac{3}{5}\frac{kZ(Z-1)e^2}{R} = \frac{3}{5}\frac{ke^2Z(Z-1)}{r_oA^{1/3}} = \frac{3}{5}\frac{(1{,}44\,\text{MeVfm})}{(1{,}4\text{fm})A^{1/3}}Z(Z-1) =$$

$$= (0{,}617\,\text{MeV})\frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} = (0{,}617\,\text{MeV})\frac{32(31)}{(73)^{1/3}} = 146\ \text{MeV}.$$

BÀI TOÁN BỔ SUNG

Các khối lượng nguyên tử được cho trong bảng ở phần phụ lục.

27.9. Dùng các kí hiệu thông dụng, viết kí hiệu của hạt nhân nêôn (20 nuclôn) và của hạt nhân ytri (89 nuclôn).

Đáp số. $^{20}_{10}Ne$; $^{89}_{39}Y$.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

27.10. Bán kính của hạt nhân Ge được đánh giá gấp đôi bán kính của $^{9}_{4}Be$. Từ thông tin này, tính số nuclôn của Ge.

Đáp số. 72.

27.11. Tính năng lượng cần thiết để tách prôtôn liên kết yếu nhất từ hạt nhân $^{40}_{20}Ca$. So sánh kết quả tìm được với kết quả của bài toán 27.6.

Đáp số. 8,33 MeV.

27.12. Đánh giá tỉ số giữa bán kính hạt nhân $^{206}_{82}Pb$ và bán kính quỹ đạo của các êlectrôn năng lượng thấp nhất tính theo mẫu Bohr.

Đáp số. 1/77,8.

27.13. Tính giá trị của Z nếu độ sai khác giữa biểu thức đúng và biểu thức gần đúng của năng lượng Coulomb cho trong bài toán 27.7 là 5%.

Đáp số. 21.

27.14. Đánh giá năng lượng Coulomb của các hạt nhân $^{18}_{8}O$ và $^{171}_{71}Lu$.

Đáp số. 13,2 MeV ; 548 MeV.

27.15. Đánh giá năng lượng liên kết của hạt nhân $^{39}_{19}K$.

Đáp số. 333,7 MeV.

Chương 28

CÁC MẪU HẠT NHÂN

Cho đến nay vẫn chưa có một lí thuyết cơ bản có thể giải thích tất cả các tính chất quan sát được của các hạt nhân. Tuy

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

nhiên hiện đã tồn tại một số mẫu hạt nhân giúp giải thích một cách thoả đáng một số tính chất (không phải tất cả) của các hạt nhân.

28.1. MẪU GIỌT CHẤT LỎNG

Năm 1935 C.von Weiszäcker nhận thấy rằng các đặc trưng của hạt nhân liên quan đến kích thước, khối lượng và năng lượng liên kết của hạt nhân giống như các đặc trưng có thể tìm được ở một giọt chất lỏng. Đối với một giọt chất lỏng khối lượng riêng là một hằng số, kích thước giọt tỉ lệ với số hạt hay số phân tử của giọt và nhiệt hoá hơi hay năng lượng liên kết tỉ lệ thuận với khối lượng hay với số hạt tạo thành giọt chất lỏng. Mẫu giọt chất lỏng về hạt nhân sẽ dẫn đến một công thức được thiết lập dưới đây gọi là *công thức bán thực nghiệm về khối lượng*, biểu diễn sự phụ thuộc của khối lượng hạt nhân theo A và Z :

$$M = Zm_p + (A - Z)m_n - b_1A + b_2A^{2/3} + \\ + b_3Z^2A^{-1/3} + b_4(A - 2Z)^2A^{-1} + b_5A^{-3/4} \qquad (28\text{–}1)$$

Các hằng số trong (28–1) được xác định bằng thực nghiệm và giá trị của chúng (theo đơn vị năng lượng) có thể lấy bằng :

$$b_1 = 14{,}0 \text{ MeV}, \qquad b_3 = 0{,}58 \text{ MeV},$$
$$b_2 = 13{,}0 \text{ MeV}, \qquad b_4 = 19{,}3 \text{ MeV},$$

còn b_5 có các giá trị sau :

A	Z	b_5
Chẵn	chẵn	−33,5MeV
Lẻ		0
Chẵn	lẻ	+33,5MeV

Ta nhận được các số hạng khác nhau trong biểu thức (28–1) bằng một loạt các hiệu chỉnh kế tiếp được trình bày dưới đây.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Trước hết chúng ta bỏ qua năng lượng liên kết, lúc đó khối lượng hạt nhân gồm Z prôtôn và N = A − Z nơtrôn sẽ là : $Zm_p + (A - Z)m_n$.

Tiếp theo, giá trị khối lượng này sẽ được hiệu chỉnh do phải kể đến năng lượng liên kết của hạt nhân. Vì lực hạt nhân là lực hút nên năng lượng liên kết này phải dương (cần phải cung cấp một công dương để tách các nuclôn), để cho khối lượng của hạt nhân nhỏ hơn tổng khối lượng của các nuclôn. Theo mẫu giọt, năng lượng liên kết, giống như nhiệt hoá hơi, sẽ tỉ lệ thuận với số nuclôn A, do đó xuất hiện số hạng hiệu chỉnh $-b_1A$ ($b_1 > 0$).

Trong việc hiệu chỉnh trên đây ta đã giả thiết rằng năng lượng liên kết ứng với mỗi nuclôn bằng b_1, giả thiết đó tương đương với giả thiết là các nuclôn đều được bao bọc một cách giống nhau bởi một số các nuclôn khác. Tất nhiên điều này không đúng đối với các nuclôn nằm ở mặt ngoài của hạt nhân, chúng bị liên kết yếu hơn so với các nuclôn ở bên trong hạt nhân. Vì vậy số hạng hiệu chỉnh thứ nhất là quá lớn và cần phải thêm vào một số hạng hiệu chỉnh về khối lượng, số hạng này tỉ lệ với bề mặt của hạt nhân $b_2A^{2/3}$ và biểu diễn hiệu ứng "bề mặt".

Năng lượng tương tác Coulomb E_c của các prôtôn (tương đương với một năng lượng liên kết $-E_c$) làm tăng khối lượng của hạt nhân lên một lượng E_c/c^2. Theo bài toán 27.7 khi Z lớn

$$E_c \backsim Z^2R^{-1} = Z^2(r_oA^{1/3})^{-1} \backsim Z^2A^{-1/3}.$$

Năng lượng Coulomb này là nguồn gốc của số hạng $b_3Z^2A^{-1/3}$.

Cho đến đây, chúng ta đã tìm được các số hạng trong công thức về khối lượng của hạt nhân khi coi hạt nhân giống như một giọt chất lỏng mang điện không bị nén. Chúng ta sẽ bổ sung thêm vào đó hai số hạng có các nguồn gốc lượng tử ; các số hạng này thông thường được xác định như sau.

Người ta tìm thấy rằng khi trong một hạt nhân số prôtôn nhiều hơn số nơtrôn (hoặc ngược lại) thì năng lượng, và do đó

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

khối lượng, của hạt nhân sẽ tăng do tác động của nguyên lí Pauli. Số hạng hiệu chỉnh này được biểu diễn bằng một hàm số của số dư prôtôn (hay của số dư nơtrôn) :

$$b_4\ (N - Z)^2A^{-1} = b_4(A - 2Z)^2A^{-1}$$

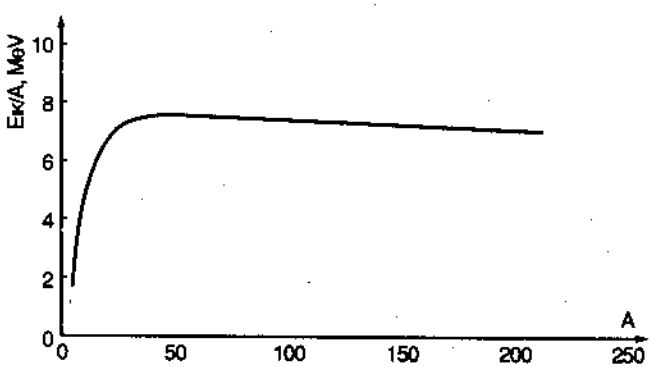
(xem bài toán 28.16).

Trong một hạt nhân các nuclôn có xu hướng ghép thành cặp với các spin ngược nhau. Hiệu ứng này làm xuất hiện một năng lượng tạo cặp có giá trị thay đổi giống như $A^{-3/4}$ và tăng theo số nuclôn không bị ghép cặp. Số nuclôn không bị ghép cặp được xác định như sau :

A	Z	Số nuclôn không bị ghép cặp
Chẵn	Chẵn	0
Lẻ		1
Chẵn	Lẻ	2 (1 nơtrôn và 1 prôtôn)

Sau khi bổ sung số hạng này chúng ta nhận được biểu thức cuối cùng (28-1) của khối lượng hạt nhân.

Năng lượng liên kết trung bình tính cho một nuclôn được tính từ biểu thức (28-1) bằng cách lấy hiệu số giữa khối lượng (tính theo năng lượng tương đương) của các nuclôn thành phần và khối lượng (tính theo năng lượng tương đương) của hạt nhân, sau đó chia cho số nuclôn :



Hình 28.1

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$$\frac{E_{lk}}{A} = \frac{[Zm_p + (A-Z)m_n - M]c^2}{A} =$$

$$= b_1 - b_2A^{-1/3} - b_3Z^2A^{-4/3} - b_4(A-2Z)^2A^{-2} - b_5A^{-7/4}. \quad (28\text{-}2)$$

(Cần chú ý rằng E_{lk}/A khác năng lượng cần thiết để tách một nuclôn ra khỏi một hạt nhân cho trước). Đường cong trên hình 28.1 biểu diễn sự phụ thuộc của E_{lk}/A theo A. Người ta thấy rằng khi A có giá trị lớn, giá trị E_{lk}/A hầu như bằng hằng số và bằng 8 MeV.

Cần phải nhấn mạnh rằng các hệ thức (28-1) và (28-2) không cho chúng ta các giá trị chính xác mà chỉ cho phép dự đoán các kết quả gần đúng, mức độ chính xác thay đổi tuỳ theo các hạt nhân quan sát như chúng ta sẽ thấy trong các bài toán có lời giải.

28.2. MẪU VỎ

Trong mẫu giọt chất lỏng, ta không nghiên cứu một cách riêng biệt từng nuclôn mà các hiệu ứng do chúng gây ra được lấy trung bình trên toàn bộ hạt nhân.

Có thể sử dụng mẫu giọt để giải thích một số đặc trưng của hạt nhân ví dụ năng lượng liên kết trung bình tính cho một nuclôn. Tuy nhiên để giải thích một số đặc trưng khác như năng lượng của các trạng thái kích thích, mômen từ hạt nhân cần phải xây dựng một mẫu vi mô có tính đến đặc điểm riêng của từng nuclôn.

Trong quá trình thu thập các số liệu thực nghiệm người ta nhận thấy rằng khi các số N hay Z của hạt nhân bằng 2, 8, 20, 28, 50, 82 hay 126 thì tính chất của hạt nhân thay đổi một cách rõ rệt. Các số trên đây được gọi là các *số magic* (kì lạ). Các hạt nhân tương ứng đều đặc biệt bền vững và có số lượng lớn. Ngoài ra các nuclôn cuối cùng (còn gọi là các nuclôn magic) lấp đầy các vỏ sẽ có năng lượng liên kết lớn. Cuối cùng năng lượng các trạng thái kích thích đầu tiên ở các hạt nhân magic

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

lớn hơn năng lượng đó ở các hạt nhân bên cạnh. Ví dụ thiếc với số magic Z = 50 có đến 10 đồng vị bền (cùng Z khác A), năng lượng cần thiết để tách một prôtôn vào cỡ 11 MeV và trạng thái kích thích đầu tiên của các đồng vị chẵn – chẵn (nghĩa là cả A và Z đều chẵn) cao hơn khoảng 1,2 MeV so với trạng thái cơ bản. Ngược lại đối với các đồng vị telu (Te) bên cạnh (Z = 52), năng lượng tách prôtôn vào cỡ 7 MeV, còn trạng thái kích thích đầu tiên của các đồng vị chẵn – chẵn có năng lượng chỉ vào cỡ 0,60 MeV.

Chúng ta nhớ rằng những thăng giáng tương tự trong tính chất của các nguyên tử đã được quan sát thấy khi các êlectrôn chiếm đầy các vỏ khác nhau của nguyên tử (chương 24).

Hiện tượng tương tự đó gợi cho chúng ta thấy rằng một số tính chất của hạt nhân có thể được giải thích trên cơ sở của mẫu vỏ về cấu trúc hạt nhân.

Cấu trúc vỏ của nguyên tử được hình thành dựa trên một loạt các giả thiết gần đúng liên tiếp. Trước hết người ta cho rằng Z êlectrôn của một nguyên tử với điện tích hạt nhân Ze không tương tác với nhau và lần lượt chiếm các mức năng lượng của nguyên tử, sau đó thực hiện các hiệu chỉnh do ảnh hưởng của các hiệu ứng tương tác. Tuy nhiên các hiệu chỉnh đều yếu : hiệu ứng quan trọng nhất dẫn đến sự gần đúng bậc một của mẫu vỏ là tính trung bình, các êlectrôn chuyển động độc lập trong trường Coulomb của hạt nhân.

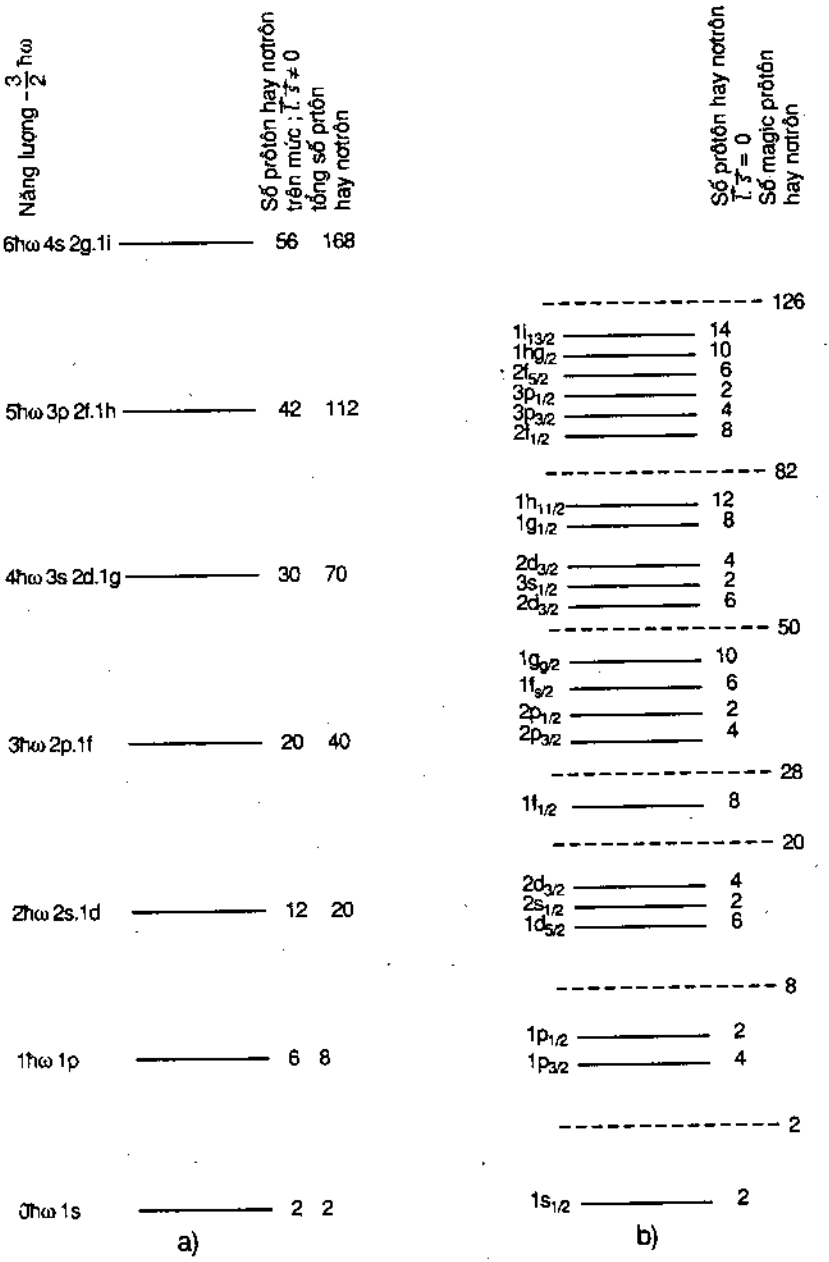
Nếu áp dụng phương pháp tương tự để phát triển mẫu vỏ hạt nhân, chúng ta cần phải sử dụng một dạng thế năng khác để biểu diễn các lực hạt nhân có tầm tác dụng ngắn. Chúng ta có thể giả thiết rằng hạt nhân chuyển động trong trường lực của một dao tử điều hoà với thế năng trung bình

$$V = \frac{1}{2}KR^2 = \frac{1}{2}m\omega^2R^2.$$

Cơ học lượng tử chứng tỏ rằng lúc đó các mức năng lượng của hạt nhân có giá trị :

$$E = \left(\mathcal{N} + \frac{3}{2}\right)\hbar\omega, \qquad (28\text{–}3)$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012



Hình 28.2

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

với $\mathcal{N} = 2(n - 1) + l$. Đại lượng l là số lượng tử mômen động lượng quỹ đạo và có các giá trị 0, 1, 2, 3 ... ; l liên hệ với vectơ mômen động lượng quỹ đạo theo biểu thức quen biết : $|\vec{l}| = \sqrt{l(l+1)}\,h$ (với các nuclôn, các vectơ bị lượng tử hoá cũng như các số lượng tử được biểu diễn bằng các chữ thường). Đại lượng n là một số nguyên có các giá trị 1, 2, 3, 4 ... Tuy nhiên khác với trường hợp nguyên tử hiđrô, đối với hạt nhân giá trị của l không bị giới hạn bởi n.

Các trạng thái của mômen động lượng quỹ đạo của nuclôn có các kí hiệu phổ như sau :

giá trị của l	0	1	2	3	4	5 . . . .
kí hiệu bằng chữ	s	p	d	f	g	h . . . .

Để chỉ rõ thứ tự (theo chiều năng lượng tăng dần) của một trạng thái với l cho trước, người ta viết phía trước kí hiệu bằng chữ giá trị của n (với một giá trị l cho trước, sẽ tăng theo n). Như vậy trạng thái 2d nằm gần nhất trạng thái thấp nhất $l = 2$.

Hình 28.2 (a) biểu diễn các mức năng lượng tính được khi sử dụng thế năng của dao tử điều hoà kết hợp với việc sử dụng nguyên lí Pauli để xác định số nuclôn cực đại trên mỗi mức năng lượng. Chúng ta thấy rằng khi số nuclôn bằng 2, 8, 20, 40, 70, 112, 168 thì một số mức năng lượng bị chiếm đầy. Trong các số trên chỉ 3 số đầu là các số magic.

Để giải thích các số magic, năm 1949 M.Mayer và J.Jensen, độc lập với nhau, đã đưa ra giả thiết về sự tồn tại của tương tác spin – quỹ đạo $(\vec{l}.\vec{s})$ ứng với một thế năng bổ sung vào thế năng của dao tử điều hoà. Do số lượng tử spin của nuclôn chỉ có một giá trị $s = 1/2$ nên tương tác spin – quỹ đạo có tác động tách mỗi trạng thái với $l > 0$ thành hai quỹ đạo với số lượng tử mômen động lượng quỹ đạo toàn phần $j = l + s$ và $j = l - s$ [xem (22.6)]. Độ tách năng lượng giữa chúng được xác định dựa trên việc tính giá trị của tích $\vec{l}.\vec{s}$, [xem bài toán 22.1] :

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$$\vec{l}.\vec{s} = \frac{1}{2}[j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)]\hbar^2 =$$

$$= \begin{cases} \frac{l}{2}\hbar^2 ; & j = l + \frac{1}{2} ; \\ -\frac{l+1}{2}\hbar^2 ; & j = l - \frac{1}{2} . \end{cases} \qquad (28\text{–}4)$$

Hiệu số giữa hai biểu thức trên đây chứng tỏ rằng độ tách năng lượng giữa hai quỹ đạo tỉ lệ với $2l + 1$ và do đó tăng theo l.

Các quỹ đạo được kí hiệu bằng cách điền thêm giá trị j dưới dạng chỉ số vào kí hiệu của trạng thái của mômen động lượng quỹ đạo. Ví dụ $1d_{3/2}$ biểu diễn tập hợp các số lượng tử $n = 1$, $l = 2$, $j = l - s = 3/2$. Đối với các hạt nhân, nguyên lí Pauli được phát biểu dưới dạng đơn giản sau đây : trong một hạt nhân hai nuclôn không thể có cùng 4 số lượng tử (n, l, j, m_j). Từ đó ta suy ra rằng (xem bài toán 28.10) một quỹ đạo chỉ có thể chứa tối đa $2j + 1$ nuclôn.

Trong trường hợp nguyên tử, tương tác spin – quỹ đạo chỉ là một hiệu ứng yếu và dẫn đến cấu trúc tinh tế. Ngược lại trong trường hợp hạt nhân hiệu ứng này khá mạnh và gây ra các độ tách năng lượng có thể so sánh với khoảng cách giữa các mức năng lượng của dao tử điều hoà. Một điểm khác nhau giữa tương tác spin – quỹ đạo nguyên tử và tương tác spin – quỹ đạo hạt nhân là đối với các hạt nhân, năng lượng của quỹ đạo $j = l + \frac{1}{2}$ thấp hơn năng lượng của quỹ đạo $j = l - \frac{1}{2}$, ngược với trường hợp của các nguyên tử.

Người ta không thể dự kiến được liệu các mức năng lượng bị tách ra do tương tác spin – quỹ đạo có bao gồm các trạng thái năng lượng ban đầu của dao tử điều hoà hay không. Hình 28.2(b) biểu diễn trình tự cuối cùng của các quỹ đạo xác định bằng thực nghiệm. Các quỹ đạo được nhóm lại thành các vỏ, các vỏ bị chiếm đầy tương ứng với các số magic bằng số nuclôn

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

tổng cộng xếp trên các mức từ dưới lên trên cho đến khi gặp một khoảng cách năng lượng lớn.

Các prôtôn (và các nơtrôn) trên cùng một quỹ đạo có khuynh hướng ghép cặp với mômen động lượng bằng không. Do đó các hạt nhân chẵn – chẵn có mômen động lượng tổng cộng $J = \sum j = 0$, trong khi mà một hạt nhân với một prôtôn hay một nơtrôn lẻ sẽ có mômen động lượng tổng cộng bằng mômen động lượng của nuclôn lẻ cuối cùng (không bị ghép cặp). Trong trường hợp hạt nhân lẻ – lẻ tình hình xảy ra phức tạp hơn (xem bài toán 28.13).

BÀI TOÁN CÓ LỜI GIẢI

28.1. Tính năng lượng tương tác do lực đẩy Coulomb giữa hai prôtôn trong hạt nhân ${}^3_2He$ với giả thiết khoảng cách giữa chúng bằng bán kính của hạt nhân.

Giải. Năng lượng Coulomb có giá trị bằng

$$E_c = \frac{ke^2}{R} = \frac{ke^2}{(r_o A^{1/3})} = \frac{1{,}44\text{MeV}.\text{fm}}{(1{,}4\text{fm})(3^{1/3})} = 0{,}71 \text{ MeV}.$$

28.2. Năng lượng liên kết của ${}^3_2He$ và của ${}^3_1H$ khác nhau bao nhiêu ?

Giải. Năng lượng liên kết của ${}^3_2He$ bằng :

$E_{lk}(He) = (Zm_p + Nm_n - M)c^2 = [2(1{,}007825u) +$
$+ 1{,}008665u - 3{,}016030u] \times (931{,}5 \text{ MeV/u}) = 7{,}72 \text{ MeV}.$

Năng lượng liên kết của ${}^3_1H$ bằng :

$E_{lk}(H) = [1{,}007825u + 2(1{,}008665u) - 3{,}016050u]\,(931{,}5 \text{ MeV/u})$
$= 8{,}48 \text{ MeV}.$

Ta thấy rằng năng lượng liên kết của ${}^3_2He$ nhỏ hơn năng lượng liên kết của ${}^3_1H$ một lượng (0,76MeV) xấp xỉ bằng năng lượng do lực đẩy Coulomb của hạt nhân ${}^3_2He$ xác định trong bài toán 28.1.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

28.3. Xác định năng lượng liên kết tính cho một nuclôn trong trường hợp hạt nhân $^{98}_{42}Mo$.

Giải. $$\frac{E_{lk}}{A} = \frac{(Zm_p + Nm_n - M_{hn})c^2}{A}.$$

Dùng khối lượng của nguyên tử $^{1}_{1}H$ thay cho m_p, khối lượng nguyên tử Mo thay cho khối lượng hạt nhân, ta có (khối lượng của các êlectrôn sẽ bị khử) :

$$\frac{E_{lk}}{A} = \frac{42(1,007825u) + 56(1,008665u) - 97,905409u}{98}\left(931,5\frac{MeV}{u}\right) =$$

$$= 8,64 \text{ MeV}.$$

28.4. So sánh năng lượng tối thiểu cần thiết để tách nơtrôn từ các hạt nhân $^{41}_{20}Ca$, $^{42}_{20}Ca$ và $^{43}_{20}Ca$.

Giải. Đối với hạt nhân $^{41}_{20}Ca$, năng lượng cần thiết để tách nơtrôn được tính theo quá trình :

$$^{41}_{20}Ca + E \rightarrow {}^{40}_{20}Ca + n,$$

và $E = (M_{40_{Ca}} + m_n - M_{41_{Ca}})c^2 =$

$= (39,962589u + 1,008665u - 40,962275u)(931,5 \text{ MeV/u}) = 8,36 \text{ MeV}.$

Đối với hạt nhân $^{42}_{20}Ca$:

$E = (M_{41_{Ca}} + m_n - M_{42_{Ca}})c^2 =$

$= (40,962275u + 1,008665u - 41,958625u)(931,5 \text{ MeV/u}) = 11,47 \text{ MeV}.$

Đối với hạt nhân $^{43}_{20}Ca$:

$E = (M_{42_{Ca}} + m_n - M_{43_{Ca}})c^2 = (41,958625u + 1,008665u - 42,958780u)(931,5 \text{ MeV/u}) = 7,93 \text{ MeV}.$

Năng lượng tách nơtrôn từ hạt nhân $^{42}_{20}Ca$ so với trường hợp hạt nhân $^{41}_{20}Ca$ lớn hơn 3,11 MeV và so với trường hợp hạt

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

nhân $^{43}_{20}Ca$ lớn hơn 3,54 MeV, mặc dù chúng đều ở trên vỏ $1f_{7/2}$ (vỏ này tạo bởi quỹ đạo $1f_{7/2}$). Sở dĩ như vậy là do các nơtrôn trên cùng một quỹ đạo có xu hướng ghép cặp. Vì vậy ở hạt nhân $^{42}_{20}Ca$ với 22 nơtrôn, ngoài năng lượng bình thường để tách nơtrôn cần phải phụ thêm một năng lượng để tách cặp $1f_{7/2}$. Trường hợp hạt nhân $^{41}_{20}Ca$ và $^{43}_{20}Ca$ năng lượng tách nơtrôn nhỏ hơn vì nó không bị ghép cặp. Một nhận xét hay là với hạt nhân $^{44}_{20}Ca$ (có 2 cặp nơtrôn trên vỏ $1f_{7/2}$) năng lượng tách nơtrôn là 11,14 MeV.

28.5. Các hạt nhân "gương" là các hạt nhân có cùng giá trị A lẻ nhưng các số N và Z của chúng ngược nhau. Tính hiệu khối lượng của hai hạt nhân gương khi N và Z của chúng khác nhau một đơn vị.

Giải. Giá trị A – 2Z trong công thức bán thực nghiệm có thể được viết dưới dạng :

$$A - 2Z = (N + Z - 2Z) = N - Z,$$

và khi N khác Z một đơn vị thì $A - 2Z = \pm 1$. Nếu lấy khối lượng M_{Z+1} trừ đi khối lượng M_Z thì số hạng $(A - 2Z)^2$ sẽ biến mất và do $A = 2Z + 1$ là hằng số nên

$$M_{Z+1} - M_Z = (m_p - m_n)[(Z + 1) - Z] +$$
$$+ b_3A^{-1/3}\,[(Z + 1)^2 - Z^2] = m_p - m_n + b_3A^{2/3}.$$

28.6. Các khối lượng của $^{23}_{11}Na$ và $^{23}_{12}Mg$ tương ứng bằng 22,989771 u và 22,994125u. Nhờ các số liệu này xác định hằng số b_3 trong công thức bán thực nghiệm về khối lượng.

Giải. Hai hạt nhân này là hai hạt nhân gương theo bài toán 28.5 :

$$M_{Z+1} - M_Z = m_p - m_n + b_3A^{2/3}\ ;$$

$$22{,}994125u - 22{,}989771u = 1{,}007825u - 1{,}008665u + b_3(23)^{2/3}\ ;$$

$$b_3 = 6{,}42 \times 10^{-4}u = 0{,}598\ \text{MeV}.$$

28.7. Xem bài toán 27.7. Trong trường hợp Z lớn, năng lượng Coulomb của hạt nhân bằng

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$$E_c = \frac{3}{5}\frac{kZ^2e^2}{R}.$$

Tính hằng số b_3 của công thức cho giá trị $r_o = 1{,}5$fm.

Giải. Biết bán kính nhân $R = r_oA^{1/3}$, do đó năng lượng Coulomb bằng :

$$E_c = \frac{3}{5}\frac{kZ^2e^2}{r_oA^{1/3}} = b_3\frac{Z^2}{A^{1/3}}.$$

Từ đó

$$b_3 = \frac{3}{5}\frac{ke^2}{r_o} = \frac{3(1{,}44\text{MeV.fm})}{5(1{,}5\text{fm})} = 0{,}58 \text{ MeV}.$$

Nếu lấy $r_o = 1{,}4$fm thì $b_3 = 0{,}62$ MeV. Các giá trị này tương đối phù hợp với giá trị tìm được trong bài toán 28.6.

28.8. Sử dụng mẫu giọt tìm hạt nhân đồng khối bền vững nhất trong số các hạt nhân với A lẻ cho trước.

Giải. Khi A lẻ, hệ số b_5 trong công thức bán thực nghiệm về khối lượng bằng không. Do đó năng lượng liên kết bằng :

$$E_{lk} = b_1A - b_2A^{2/3} - b_3Z^2A^{-1/3} - b_4(A - 2Z)^2A^{-1}.$$

Hạt nhân đồng khối bền vững nhất (A = const) là hạt nhân mà năng lượng liên kết có giá trị cực đại. Chúng ta có thể tìm được hạt nhân đó bằng cách cho đạo hàm $\frac{d(E_{lk})}{dZ}$ bằng không :

$$\frac{d(E_{lk})}{dZ} = -2b_3ZA^{-1/3} + 4b_4(A - 2Z)A^{-1} = 0,$$

$$Z = \frac{4b_4}{2b_3A^{-1/3} + 8b_4A^{-1}} = \frac{A}{\frac{b^3}{2b_4}A^{2/3} + 2}.$$

Với $b_3 = 0{,}58$ MeV và $b_4 = 19{,}3$ MeV ta có

$$Z = \frac{A}{0{,}015A^{2/3} + 2}.$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

28.9. Tìm các hạt nhân bền vững nhất với A = 25, 43 và 77.

Giải. Theo bài toán 28.8, với A = 25

$$Z = \frac{A}{0{,}015A^{2/3} + 2} = \frac{25}{(0{,}015)(25)^{2/3} + 2} = 11{,}7 \approx 12$$

và $^{25}_{12}Mg$ là hạt nhân bền. Thực nghiệm chứng tỏ rằng $^{25}_{13}Al$ và $^{25}_{11}Na$ là các hạt nhân phóng xạ. Với A = 43

$$Z = \frac{43}{(0{,}015)(43)^{2/3} + 2} = 19{,}7 \approx 20.$$

Bằng thực nghiệm người ta cũng tìm thấy $^{43}_{20}Ca$ là hạt nhân bền còn các hạt nhân $^{43}_{19}K$ và $^{43}_{21}Sc$ không bền. Với A = 77

$$Z = \frac{77}{(0{,}015)(77)^{2/3} + 2} = 33{,}9 \approx 34.$$

và cuối cùng người ta cũng tìm thấy bằng thực nghiệm $^{77}_{34}Sc$ là hạt nhân bền, trong khi $^{77}_{33}As$ và $^{77}_{35}Br$ là các hạt nhân không bền.

28.10. Chứng tỏ rằng trên một quỹ đạo với j cho trước chỉ có thể có (2j + 1) nuclôn. Chứng minh rằng đối với các trạng thái p (l = 1) kết quả trên là phù hợp với nguyên lí Pauli cho phép tồn tại 2(2l + 1) = 6nuclôn.

Giải. Với j cho trước

$$m_j = j, j - 1, ..., -(j - 1), -j.$$

nghĩa là có (2j + 1) giá trị. Do đó nguyên lí loại trừ cho phép có (2j + 1) nuclôn trên quỹ đạo. Một trạng thái p được tách ra thành một quỹ đạo $p_{3/2}$ có thể chứa (2j + 1) = 2(3/2) + 1 = 4 nuclôn và một quỹ đạo $p_{1/2}$ có thể chứa (2j + 1) = 2(1/2) + 1 = = 2 nuclôn. Như vậy số nuclôn tổng cộng bằng 6.

28.11. Với các hạt nhân có A = 50 các khối lượng tìm được là : $^{50}_{21}Sc$, 49,951730u ; $^{50}_{22}Ti$, 49,944786u ; $^{50}_{23}V$, 49,947164u ;

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$^{50}_{24}Cr$, 49,946055u ; $^{50}_{25}Mn$, 49,954215u. Từ các số liệu này, đánh giá hằng số b_5 mô tả cường độ của số hạng tạo cặp trong công thức bán thực nghiệm về khối lượng.

Giải. Với A cho trước chẵn và Z lẻ (như vậy Z + 1 là chẵn...), công thức bán thực nghiệm về khối lượng có thể được viết dưới dạng:

$$M(Z) = a_1Z^2 + a_2Z + a_3 + b_5A^{-3/4},$$
$$M(Z+1) = a_1(Z+1)^2 + a_2(Z+1) + a_3 - b_5 A^{-3/4},$$
$$M(Z+2) = a_1(Z+2)^2 + a_2(Z+2) + a_3 + b_5A^{-3/4},$$
$$M(Z+3) = a_1(Z+3)^2 + a_2(Z+3) + a_3 - b_5A^{-3/4},$$

với a_1, a_2, a_3 là các hằng số. Để loại bỏ a_1, a_2, a_3 ta lấy

$$M(Z+3) - 3M(Z+2) + 3M(Z+1) - M(Z) = -8b_5A^{-3/4}.$$

Áp dụng cho trường hợp Z = 21 (sau khi đã giảm bớt 49u từ các khối lượng) ta có :

$$0{,}946055u - 3(0{,}947164u) + 3(0{,}944786u) - 0{,}951730u = -8(50^{-3/4})b_5.$$

Từ đó

$$b_5 = \frac{(50)^{3/4}}{8}(0{,}012809u) = 0{,}0301u = 28{,}0MeV.$$

Có thể lấy

$$M(Z+4) - 3M(Z+3) + 3M(Z+2) - M(Z+1) = +8b_5A^{-3/4}$$

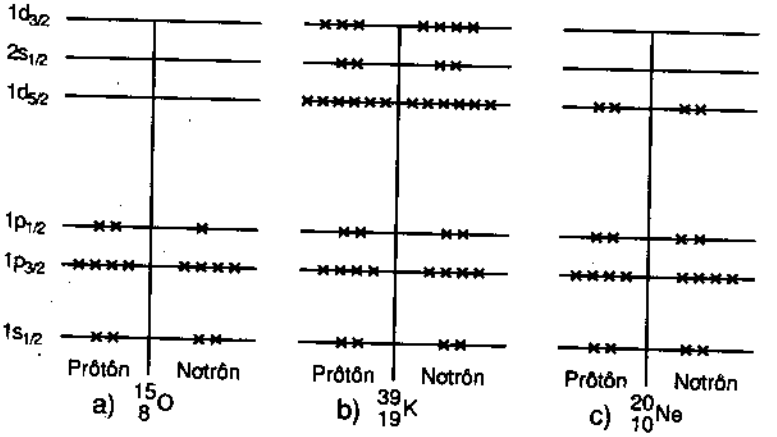
và $b_5 = \frac{(50)^{3/4}}{8}(0{,}012756u) = 0{,}0300u = 27{,}9MeV.$

Các giá trị tìm được rất gần nhau. Giá trị được công nhận là 33,5MeV.

28.12. Xác định mômen động lượng tổng cộng của trạng thái cơ bản ở các hạt nhân (a) $^{15}_{8}O$; (b) $^{39}_{19}K$; (c) $^{20}_{10}Ne$.

Giải. Các cấu hình của trạng thái cơ bản cho bởi mẫu vỏ được biểu diễn trên hình 28.3.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012



Hình 28.3

(a) Tất cả các nuclôn đều được ghép cặp trừ nơtrôn $1p_{1/2}$: mômen động lượng tổng cộng của trạng thái cơ bản là $J = 1/2$.

(b) Tất cả các nuclôn đều được ghép cặp trừ một prôtôn $1d_{3/2}$. Mômen động lượng tổng cộng là $J = 3/2$.

(c) Tất cả các nuclôn đều được ghép cặp $J = 0$.

28.13. Tìm các giá trị có thể của mômen động lượng tổng cộng của trạng thái cơ bản ở hạt nhân $^{32}_{15}P$.

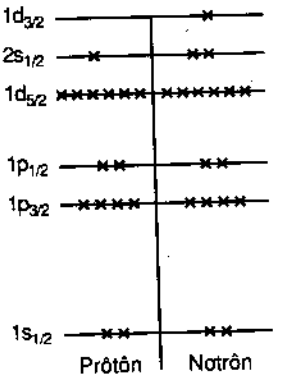
Giải. Cấu hình trạng thái cơ bản được biểu diễn trên hình 28.4 với giả thiết tất cả các mức phía dưới đều bị chiếm đầy. Trong mẫu đó tất cả các nuclôn đều được ghép cặp trừ prôtôn $2s_{1/2}$ và nơtrôn $1d_{3/2}$. Do đó mômen động lượng của trạng thái cơ bản của $^{32}_{15}P$ bằng tổng vectơ của các mômen động lượng của hai hạt với $j = 1/2$ và $j = 3/2$. Với prôtôn các giá trị có thể có của m_j là

$$m_{1/2} = \frac{1}{2}, -\frac{1}{2},$$

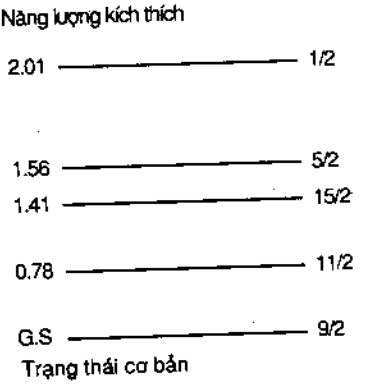
và với nơtrôn : $m_{3/2} = \frac{3}{2}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}$.

Từ đó $M_J = m_{1/2} + m_{3/2} = 2, \begin{cases}1\\1\end{cases}, \begin{cases}0\\0\end{cases} \begin{cases}-1\\-1,\end{cases} -2$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012



Hình 28.4

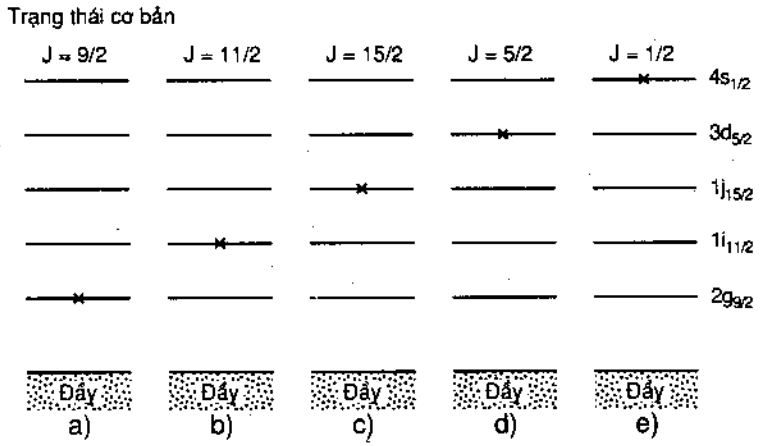


Hình 28.5

Hàng trên của các giá trị của M_J tương ứng với J = 2 ; hàng dưới tương ứng với J = 1.

Giá trị thực nghiệm đối với trạng thái cơ bản của $^{32}_{15}P$ là J = 1. Giá trị J = 2 tương ứng với trạng thái kích thích thứ nhất.

28.14. Bốn trạng thái kích thích đầu tiên của $^{209}_{82}Pb$ được biểu diễn trên hình 28.5. Áp dụng mẫu vỏ để giải thích các mức đó với giả thiết trong quá trình kích thích của hạt nhân chỉ có một nuclôn tham gia.



Hình 28.6

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Giải. Đồng vị $^{208}_{82}Pb$ với 82 prôtôn và 126 nơtrôn là hạt nhân hai lần magic. Như chúng ta thấy trên hình 28.6(a), hạt nhân $^{209}_{82}Pb$ gồm một hạt nhân $^{208}_{82}Pb$ bão hoà phía trong và một nơtrôn phụ trên quỹ đạo $2g_{9/2}$. Các trạng thái kích thích 11/2, 15/2, 5/2 và 1/2 tương ứng với quá trình kích thích nơtrôn lên các quỹ đạo $1i_{11/2}$, $1j_{15/2}$, $3d_{5/2}$ và $4s_{1/2}$ của mẫu vỏ (xem các hình 28.6(b) đến 28.6(c)).

28.15. Các khối lượng của $^{40}_{20}Ca$, $^{41}_{20}Ca$ và $^{39}_{20}Ca$ tương ứng bằng 39,962589u, 40,962275u và 38,970691u. Tính hiệu năng lượng giữa các vỏ nơtrôn $1d_{3/2}$ và $1f_{7/2}$ (nghĩa là tính bước nhảy năng lượng tương ứng với số magic 20 đối với các nơtrôn).

Giải. Theo mẫu vỏ, trong nhân $^{39}_{20}Ca$ còn thiếu một nơtrôn trên vỏ $1d_{3/2}$; với nhân $^{40}_{20}Ca$ vỏ đó bị chiếm đầy, còn trong nhân $^{41}_{20}Ca$ có thêm một nơtrôn trên vỏ $1f_{7/2}$. Năng lượng liên kết của một nơtrôn $1d_{3/2}$ của nhân ^{40}Ca là :

$$E_1 = (M_{^{39}Ca} + m_n - M_{^{40}Ca})\,c^2 =$$

$$= (38{,}970691u + 1{,}008665u - 39{,}962589u)(931{,}5MeV/u) =$$

$$= 15{,}62MeV.$$

còn năng lượng liên kết của một nơtrôn $1f_{7/2}$ từ nhân ^{41}Ca là

$$E_2 = (M_{^{40}Ca} + m_n - M_{^{41}Ca}) =$$

$$= (39{,}962589u + 1{,}008665u - 40{,}962275u)(931{,}5\ MeV/u) =$$

$$= 8{,}36MeV.$$

Hiệu số của hai năng lượng này chính là khoảng cách năng lượng giữa hai vỏ quan sát :

$$\delta = E_1 - E_2 = 15{,}62MeV - 8{,}36MeV = 7{,}26MeV.$$

28.16. Giả sử có một mẫu vỏ trong đó các nuclôn được ghép cặp trên các mức năng lượng cách đều nhau. Nếu lúc đầu số prôtôn bằng số nơtrôn, tính năng lượng cần thiết để biến n cặp prôtôn thành nơtrôn và chuyển chúng lên các quỹ đạo của nơtrôn.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

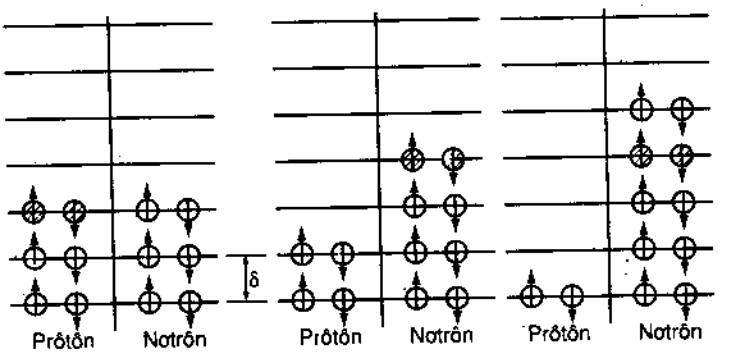
Giải. Các kết quả được biểu diễn trên hình 28.7. Do hạt nhân cuối cùng có N nơtrôn và Z prôtôn, chúng ta đặt $n \equiv N - Z$ bằng hai lần số cặp nuclôn cần phải chuyển từ các mức prôtôn sang các mức nơtrôn. Nếu các mức cách nhau một khoảng năng lượng bằng δ, năng lượng cần tốn để tạo ra hạt nhân cuối cùng là :

$$E = (2\delta)(1) + (2\delta)(3) + (2\delta)(5) + ... + (2\delta)(n - 1) =$$

$$= 2\delta\,[1 + 3 + 5 + ... + (n - 1)] =$$

$$= 2\delta\left(\frac{n^2}{4}\right) = \frac{\delta}{2}(N - Z)^2 = \frac{\delta}{2}(A - 2Z)^2.$$

Giá trị này liên hệ trực tiếp với số hạng $b_4(A - 2Z)^2 A^{-1}$ của công thức bán thực nghiệm về khối lượng là số hạng biểu diễn năng lượng do số dư prôtôn hay nơtrôn.



Hình 28.7

BÀI TOÁN BỔ SUNG

Các khối lượng nguyên tử được cho trong bảng ở phụ lục.

28.17. Tìm năng lượng liên kết tính cho một nuclôn ở các hạt nhân a) $^{4}_{2}He$; b) $^{12}_{6}C$; c) $^{40}_{20}Ca$, d) $^{202}_{80}Hg$.

Đáp số. a) 7,07MeV ; b) 7,68 MeV ; c) 8,55 MeV ;
d) 7,90MeV.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

28.18. Tìm năng lượng cần thiết để tách nơtrôn liên kết yếu nhất trong hạt nhân $^{17}_{8}O$.

Đáp số. 4,14 MeV.

28.19. Tính giá trị b_3 trong công thức bán thực nghiệm về khối lượng bằng cách sử dụng các khối lượng của $^{22}_{10}Ne$ (21,991385u) và của $^{22}_{11}Na$ (21,994437u). So sánh với kết quả của bài toán 28.6.

Đáp số : 0,484MeV.

28.20. Tìm hạt nhân bền vững nhất với A = 57.

Đáp số. Z = 26 ; $\left(^{57}_{26}Fe\right)$.

28.21. Tính mômen động lượng ở trạng thái cơ bản của (a) $^{41}_{20}Ca$; (b) $^{80}_{36}Kr$; (c) $^{91}_{40}Zn$.

Đáp số. (a) 7/2 ; (b) 0 ; (c) 5/2.

28.22. Tính mômen động lượng tổng cộng của $^{13}_{6}C$ trong các trường hợp sau đây : (a) trạng thái cơ bản, tất cả các quỹ đạo prôtôn và nơtrôn đều bị lấp đầy đến tận $1p_{3/2}$ còn nơtrôn phụ ở trên quỹ đạo $1p_{1/2}$; (b) trạng thái kích thích giống (a) chỉ khác là nơtrôn kích thích ở trên quỹ đạo $1d_{5/2}$; (d) trạng thái kích thích, các quỹ đạo prôtôn bị chiếm đầy đến quỹ đạo $1p_{3/2}$; hai nơtrôn trên quỹ đạo $1s_{1/2}$.

Đáp số. (a) 1/2 ; (b) 1/2 ; (c) 5/2 ; (d) 3/2.

28.23. Độ hụt khối lượng, $\delta \equiv$ [M(tính bằng u) − A(×1u)] × (931,5 MeV/u) đối với $^{15}_{8}O$, $^{16}_{8}O$ và $^{17}_{8}O$ tương ứng bằng : 2859,9 keV, −4736,6 keV và −807,7 keV. Từ các số liệu đó hãy suy ra khoảng cách năng lượng giữa các vỏ nơtrôn $1p_{1/2}$ và $1d_{5/2}$ (bước nhảy năng lượng ứng với số magic 20).

Đáp số. 11,53MeV.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Chương 29

HIỆN TƯỢNG PHÂN RÃ CỦA CÁC HẠT NHÂN KHÔNG BỀN

29.1. MỞ ĐẦU

Như chúng ta vừa thấy trong chương 28, các hạt nhân có những trạng thái kích thích. Các trạng thái kích thích này có thể phân rã bằng cách phát ra các phôtôn năng lượng cao để chuyển về trạng thái cơ bản một cách trực tiếp hoặc qua các trạng thái trung gian.

Trong thời gian đầu các sản phẩm phân rã hạt nhân được gọi là các tia gamma, các hạt α, các hạt β^- và các hạt β^+. Một thời gian tương đối lâu về sau người ta nhận thấy rằng các sản phẩm phân rã không phải là những hạt mới mà các tia gamma chính là các phôtôn năng lượng cao, các hạt α là các hạt nhân hêli, các hạt β^- là các êlectrôn và các hạt β^+ là các pôzitôn.

Trong các phản ứng khác nhau các định luật bảo toàn (khối lượng – năng lượng, điện tích, động lượng và mômen động lượng) luôn luôn được nghiệm đúng. Ngoài ra trong các quá trình phân rã hạt nhân định luật bảo toàn số nuclôn cũng có hiệu lực : số nuclôn là không thay đổi trong quá trình phân rã.

29.2. ĐỊNH LUẬT THỐNG KÊ VỀ PHÂN RÃ PHÓNG XẠ

Trong một quá trình phân rã phóng xạ, một hạt nhân, thường là không bền, gọi là hạt nhân mẹ phát ra một hạt và biến đổi thành một hạt nhân con, thực tế việc xuất hiện hạt nhân con là do hạt nhân mẹ không tồn tại nữa. Hạt nhân con cũng có thể là hạt nhân mẹ ở trạng thái năng lượng thấp hơn, (trường hợp phân rã γ) hoặc là một hạt nhân mới (phân rã α và β). Dù hạt phát ra là hạt gì, các quá trình phân rã hạt nhân đều

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

tuân theo định luật *phân rã phóng xạ*. Nếu lúc đầu có N_o hạt nhân mẹ không bền thì số hạt nhân mẹ còn lại sau thời gian t sẽ là (xem bài tập 29.1) :

$$N = N_o e^{-\lambda t}. \qquad (29\text{-}1)$$

Hằng số λ được gọi là hằng số phân rã và phụ thuộc vào quá trình phân rã cho trước.

Phương trình (29-1) không phải là một phương trình cho giá trị xác định mà là một phương trình có tính chất thống kê, nó cho biết số *hạt nhân mẹ N hi vọng* còn tồn tại ở thời điểm t. Tuy nhiên khi N_o rất lớn (luôn xảy ra trong thực tế) thì số hạt nhân tồn tại thực và số hạt nhân hi vọng còn tồn tại chỉ khác nhau một lượng bằng một phần rất nhỏ không đáng kể của N_o.

Tốc độ phân rã của một mẫu phóng xạ cho trước thường được xác định thông qua chu kì bán rã $T_{1/2}$, đó là khoảng thời gian cần thiết để số hạt nhân mẹ giảm đi một nửa. Chu kì bán rã được biểu diễn qua λ theo công thức :

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda}. \qquad (29\text{-}2)$$

Như vậy nếu lúc đầu ta có N_o hạt nhân, sau $T_{1/2}$ còn lại $N_o/2$ hạt nhân ; sau 2 $T_{1/2}$ còn lại $N_o/4$ hạt nhân và tiếp tục.

Một đại lượng khác dùng để đánh giá tốc độ phân rã của một mẫu phóng xạ là thời gian sống trung bình (hoặc đời sống trung bình) T_m

$$T_m = \frac{1}{\lambda} = \frac{T_{1/2}}{\ln 2} \qquad (29\text{-}3)$$

(xem bài toán 29.7).

Độ tăng của số hạt nhân con (với giả thiết đó là các hạt nhân bền) được tính như sau : (xuất phát từ 29-1) :

$$N_D = N_o - N = N_o (1 - e^{-\lambda t}). \qquad (29\text{-}4)$$

Trong nhiều trường hợp hạt nhân con cũng không bền và bị phân rã thành một hạt nhân cháu (xem các bài toán có lời giải).

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Độ phóng xạ của một mẫu phóng xạ là tốc độ phân rã của mẫu.

$$\text{Độ phóng xạ} = \left|\frac{dN}{dt}\right| = \lambda N_o e^{-\lambda t} = \lambda N. \qquad (29\text{–}5)$$

Đơn vị của độ phóng xạ là curi (Ci) bằng $3{,}700 \times 10^{10}$ phân rã trong một giây.

29.3. PHÂN RÃ GAMMA

Trong quá trình phân rã gamma, một hạt nhân lúc đầu ở trong trạng thái kích thích sẽ chuyển về một trạng thái năng lượng thấp hơn và phát ra một phôtôn được gọi là tia gamma. Các tia này được phát ra với năng lượng gián đoạn, điều đó chứng tỏ rằng hạt nhân có những mức năng lượng gián đoạn. Năng lượng của phôtôn γ bằng :

$$h\nu = E_u - E_l. \qquad (29\text{–}6)$$

Khác với các phôtôn phát ra trong các chuyển dời nguyên tử có năng lượng chỉ vào cỡ một vài eV, năng lượng của các tia γ có thể từ hàng chục keV đến nhiều MeV.

Do các phôtôn γ không có điện tích và có khối lượng nghỉ bằng không nên điện tích và số nguyên tử của hạt nhân không thay đổi trong quá trình phân rã gamma. Giả sử $(Z^A)^*$ là hạt nhân ở trạng thái kích thích, kí hiệu của quá trình phân rã gamma về trạng thái cơ bản có dạng :

$$(Z^A)^* \rightarrow Z^A + \gamma.$$

Phần lớn các hạt nhân chịu phân rã gamma có chu kì bán rã rất nhỏ không đo được vào cỡ 10^{-14} giây, nhỏ hơn nhiều so với chu kì bán rã của các trạng thái kích thích của nguyên tử. Tuy nhiên ở một số hạt nhân, các trạng thái kích thích của chúng có chu kì có thể đo được, người ta gọi các hạt nhân này là các izôme và các trạng thái kích thích của chúng được gọi là các trạng thái izôme.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

29.4. PHÂN RÃ ANPHA

Trong quá trình phân rã anpha, hạt nhân phát ra một hạt anpha. Do hạt α là một hạt nhân hêli nên trong quá trình phân rã α, hạt nhân mẹ sẽ mất hai prôtôn và hai nơtrôn, số nguyên tử của nó giảm hai đơn vị và số khối giảm bốn đơn vị. Lúc đó hạt nhân mẹ P và hạt nhân con D sẽ tương ứng với các nguyên tố hoá học khác nhau. Áp dụng các định luật bảo toàn điện tích và số nuclôn, quá trình phân rã anpha được kí hiệu như sau :

$$^{A}_{Z}P \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}D + {}^{4}_{2}He.$$

Ví dụ : $$^{238}_{92}U \rightarrow {}^{234}_{90}Th + {}^{4}_{2}He.$$

Trong một hệ quy chiếu ở đó hạt nhân mẹ đứng yên, định luật bảo toàn năng lượng được viết dưới dạng :

$$M_p c^2 = M_D c^2 + M_\alpha c^2 + K_D + K_\alpha \qquad (29\text{–}7)$$

với K_α và K_D tương ứng là động năng của hạt anpha và hạt nhân con ; M_p , M_D , M_α là khối lượng nghỉ của hạt nhân mẹ, hạt nhân con và hạt α. Do động năng không thể âm nên phân rã anpha chỉ xảy ra nếu

$$M_p \geqslant M_D + M_\alpha \qquad (29\text{–}8)$$

Ngoài định luật bảo toàn năng lượng, quá trình phân rã anpha còn tuân theo định luật bảo toàn xung lượng. Do sản phẩm của quá trình phân rã chỉ là hai hạt nên hai định luật bảo toàn trên đây (năng lượng và xung lượng) xác định một cách đơn nhất các đặc trưng của hạt α và của hạt nhân con. Nếu hạt nhân mẹ với số khối A đứng yên, động năng của hạt α có giá trị (xem bài toán 29.15) :

$$K_\alpha = \left(\frac{A-4}{A}\right) Q, \qquad (29\text{–}9)$$

trong đó năng lượng *phân rã Q* là năng lượng tổng cộng được giải phóng trong phản ứng :

$$Q = (M_p - M_D - M_\alpha)c^2. \qquad (29\text{–}10)$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Năng lượng phân rã Q có cùng giá trị đối với mọi quan sát viên. Trong hệ quy chiếu gắn liền với hạt nhân mẹ :

$$Q = K_D + K_\alpha. \qquad (29\text{-}11)$$

29.5. PHÂN RÃ BÊTA VÀ NƠTRINÔ

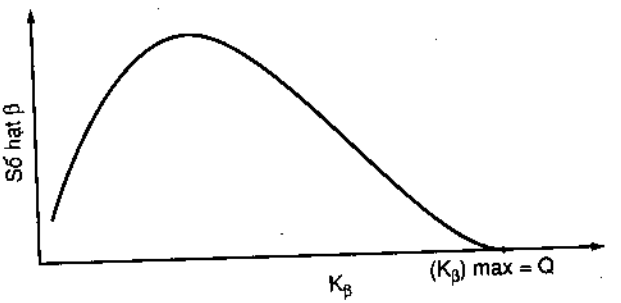
Một quá trình hạt nhân trong đó điện tích Ze của hạt nhân thay đổi nhưng số nuclôn không đổi cũng có thể xảy ra. Ví dụ khi hạt nhân phát ra một êlectrôn (phân rã β^-), một pôzitôn (phân rã β^+) hay bắt một êlectrôn ở vỏ trong của nguyên tử (bắt êlectrôn). Trong mỗi trường hợp đó một prôtôn biến thành một nơtrôn hay ngược lại.

Người ta cũng tìm thấy rằng trong mỗi hiện tượng trên đây đều có một hạt phụ, *nơtrinô* (ν), xuất hiện trong số các sản phẩm của phân rã. Nơtrinô có các tính chất sau đây : điện tích bằng không, khối lượng nghỉ bằng không, spin bằng 1/2, vận tốc bằng c (vận tốc ánh sáng) giống như vận tốc của tất cả các hạt không có khối lượng nghỉ khác.

Nhằm mục đích bảo đảm tính đúng đắn của các định luật bảo toàn năng lượng và động lượng, năm 1930 W. Pauli đã đề ra giả thiết về sự tồn tại của nơtrinô. Ví dụ phân rã bêta của một nơtrôn có dạng :

$$n \rightarrow p + e^- + \nu^- \qquad (29\text{-}12)$$

Nếu nơtrinô không tồn tại với tư cách là một sản phẩm khác của phân rã, thì trong quá trình phân rã thành hai hạt, hạt



Hình 29.1

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

êlectrôn sẽ có năng lượng xác định như trường hợp phân rã anpha. Tuy nhiên thực nghiệm chứng tỏ rằng phân bố năng lượng của các êlectrôn là liên tục từ không đến một giá trị cực đại (xem hình 29.1). Ngoài ra do hạt ban đầu có spin 1/2, việc tạo ra hai hạt mà spin mỗi hạt là 1/2 sẽ mâu thuẫn với định luật bảo toàn mômen động lượng. Nhưng cũng mãi đến năm 1956 G.L. Gowan và F. Reines mới phát hiện được nơtrinô bằng thực nghiệm.

Trong biểu thức (29-12) hạt nơtrinô được kí hiệu là $\bar{\nu}$ mà không phải là ν. Sở dĩ như vậy vì trong thực tế có hai loại hạt nơtrinô: hạt nơtrinô (ν) và hạt phản nơtrinô ($\bar{\nu}$). Các hạt phản nơtrinô được phát ra trong quá trình phân rã β^-, còn các hạt nơtrinô được phát ra trong quá trình phân rã β^+.

Nói chung một quá trình phân rã β^- được biểu diễn dưới dạng :

$$^{A}_{Z}P \rightarrow {}^{A}_{Z+1}D = e^- + \bar{\nu}.$$

Một ví dụ điển hình là phân rã

$$^{12}_{5}B \rightarrow {}^{12}_{6}C + e^- + \bar{\nu},$$

ở đó một nơtrôn đã biến thành một prôtôn. Trong quá trình phân rã β^+ với việc phát ra một hạt pôzitôn

$$^{A}_{Z}P \rightarrow {}^{A}_{Z-1}D + e^+ + \nu,$$

thì một prôtôn đã biến thành một nơtrôn. Ví dụ

$$^{12}_{7}N \rightarrow {}^{12}_{6}C + e^+ + \nu.$$

Theo định luật bảo toàn năng lượng, trong một hệ quy chiếu ở đó hạt nhân mẹ đứng yên, với cả hai quá trình phân rã bêta (khối lượng của các hạt êlectrôn và pôzitôn bằng nhau) ta có :

$$M_p c^2 = M_D c^2 + m_e c^2 + K_{tổng}$$

tương ứng với một năng lượng phân rã Q :

$$Q = K_{tổng} = (M_p - M_D - m_e)c^2.$$

Trong quá trình bắt êlectrôn, khi một êlectrôn ở vỏ trong (thường là ở vỏ K) bị hạt nhân bắt, không xảy ra việc phát xạ

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

các hạt mang điện. Quá trình chỉ kèm theo việc phát ra một nơtrinô, tiếp đó các phôtôn tia X được phát ra khi các êlectrôn ngoại vi chuyển về các mức năng lượng bị trống. Trong quá trình bắt êlectrôn một prôtôn biến thành một nơtrôn. Ngoài ra các tia X phát ra là thuộc hạt nhân con chứ không phải thuộc hạt nhân mẹ vì rằng chúng được sản sinh ra sau quá trình bắt êlectrôn. Một quá trình bắt êlectrôn được biểu diễn dưới dạng :

$$e^- + {}^{A}_{Z}P \rightarrow {}^{A}_{Z-1}D + \nu.$$

Ví dụ $$e^- + {}^{7}_{4}Be \rightarrow {}^{7}_{3}Li + \nu.$$

Cần nhấn mạnh rằng sau quá trình phân rã bêta hay bắt êlectrôn, các hạt êlectrôn hay pôzitôn không tồn tại trong hạt nhân như là các hạt cấu tạo thành hạt nhân. Một hạt nhân được tạo thành chỉ bởi các prôtôn và các nơtrôn. Việc sản sinh hoặc hấp thụ êlectrôn hay pôzitôn kéo theo việc sắp xếp lại các nuclôn trong hạt nhân vào một trạng thái năng lượng thấp hơn bằng việc biến đổi một prôtôn thành một nơtrôn hay ngược lại.

Trong các bài toán dưới đây các khối lượng là các khối lượng nguyên tử, trừ trường hợp có chỉ dẫn ngược lại.

BÀI TOÁN CÓ LỜI GIẢI

29.1. Thiết lập định luật phân rã $N = N_o e^{-\lambda t}$.

Giải. Số hạt nhân phân rã dN trong thời gian dt sẽ tỉ lệ với dt và với số hạt nhân hiện có, do đó

$$dN = -\lambda N dt,$$

với λ là hằng số phân rã, còn dấu trừ chứng tỏ N giảm. Bằng phép tích phân ta sẽ nhận được định luật phân rã.

Một phương pháp thiết lập khác sẽ nêu rõ bản chất thống kê của định luật. Gọi T là chu kì (biến số ngẫu nhiên) của một hạt nhân mẹ đơn độc. Giả sử rằng xác suất để hạt nhân đó bị phân rã trong τ giây sau đó (τ bất kì) là độc lập đối với thời gian mà hạt nhân đã sống. Lúc đó người ta có thể chứng minh rằng T tuân theo một phân bố theo hàm mũ

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Xác suất $\{t < T \leq t + dt\} = \lambda e^{-\lambda t}\, dt,$ (1)

với λ là một hằng số dương. Từ (1) ta suy ra rằng hạt nhân có xác suất để sống ít nhất t giây là :

$$p = \int_t^{\infty} \lambda e^{-\lambda t}\, dt = e^{-\lambda t}. \quad (2)$$

Bây giờ chúng ta hình dung rằng mẫu phóng xạ lúc đầu gồm N_o hạt nhân độc lập và mẫu được quan sát trong khoảng thời gian bằng t. Quá trình phân rã có thể được mô hình hoá như quá trình gieo đồng tiền N_o lần, xác suất để xuất hiện mặt ngửa (xác suất hạt nhân sống đến t giây) cho mỗi lần gieo là p. Số lần xuất hiện mặt ngửa N (tính trung bình) là :

$$N = N_o p = N_o\, e^{-\lambda t} ;$$

đó chính là định luật phân rã phóng xạ.

29.2. Tính độ phóng xạ của một gam $^{226}_{88}Ra$, biết chu kì bán rã của nó là 1622 năm.

Giải. Số nguyên tử trong một gam radi là

$$N = (1g)\left(\frac{1g\text{–}mol}{226g}\right)\left(6{,}025 \times 10^{23}\ \frac{\text{nguyên tử}}{\text{g–mol}}\right) = 2{,}66 \times 10^{21}.$$

Theo hệ thức giữa hằng số phân rã và chu kì bán rã ta có :

$$\lambda = \frac{0{,}693}{T_{1/2}} = \left(\frac{0{,}693}{1622\,\text{năm}}\right)\left(\frac{1\ \text{năm}}{365\,\text{ngày}}\right)\left(\frac{1\ \text{ngày}}{8{,}64 \times 10^4 s}\right) =$$

$$= 1{,}355 \times 10^{-11}\ s^{-1}.$$

Độ phóng xạ của mẫu bằng :

$$\text{độ phóng xạ} = \lambda N = (1{,}355 \times 10^{-11}\ s^{-1})\ (2{,}666 \times 10^{21})$$

$$= 3{,}612 \times 10^{10}\ \frac{\text{phân rã}}{s}.$$

Giá trị tính được xấp xỉ bằng một curi, theo định nghĩa 1 Ci = $3{,}7 \times 10^{10}$ phân rã/s.

29.3. Trên khoảng cách trong chân không bằng bao nhiêu để cường độ của một chùm nơtrôn năng lượng 5eV sẽ giảm đi một nửa ? (T = 12,8 phút).

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Giải. Động năng của nơtrôn trong chùm :

$$\frac{1}{2}mv^2 = K,$$

$$\frac{1}{2}(1,67 \times 10^{-27}\text{kg})v^2 = (5\text{eV})\left(\frac{1,6 \times 10^{-19}\text{J}}{1\text{eV}}\right).$$

từ đó $$v = 31,0 \text{ km/s}.$$

Sau thời gian T = 12,8 phút một nửa số nơtrôn bị phân rã và trong thời gian đó các nơtrôn không bị phân rã đã đi qua quãng đường.

d = vt = (31,0km/s)(12,8 phút) (60s/phút) = 23.800km, nghĩa là xấp xỉ hai lần đường kính Trái Đất.

29.4. Tìm thời gian cần thiết để 5mg ^{22}Na lúc đầu (T = 2,60 năm) còn lại 1 mg.

Giải. Do khối lượng mẫu tỉ lệ với số nguyên tử có trong mẫu, vì vậy :

$$m = m_o e^{-\lambda t} = m_o e^{-(0,693/T_{1/2})t},$$

$$1\text{mg} = (5\text{mg})e^{-(0,693/T_{1/2})t},$$

$$e^{(0,693/2,60 \text{ năm})t} = 5.$$

Lấy logarit cả hai vế ta có :

$$\frac{0,693t}{2,60\text{năm}} = \ln 5 = 1,61 \text{ hay } t = 6,04 \text{ năm}.$$

29.5. Tìm chu kì bán rã của $^{200}_{79}$Au biết độ phóng xạ của 3×10^{-9}kg chất đó là 58,9Ci.

Nếu 3×10^{-9}kg $^{200}_{79}$Au phóng xạ có độ phóng xạ là 58,9Ci. Hãy xác định chu kì bán rã của $^{200}_{79}$Au.

Giải. Số nguyên tử trong 3×10^{-9} kg $^{200}_{79}$Au là

$$N = (3 \times 10^{-9}\text{kg})\left(\frac{1\text{kmol}}{200\text{kg}}\right)\left(6,025 \times 10^{26}\frac{\text{nguyên tử}}{\text{kmol}}\right) =$$

$$= 9,04 \times 10^{15} \text{ nguyên tử}.$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Độ phóng xạ là :

$$\text{độ phóng xạ} = (58{,}9\ \text{Ci})\left(\frac{3{,}7\times10^{10}\ \text{phân rã/s}}{1\text{Ci}}\right) =$$

$$= 2{,}18\times10^{12}\ \frac{\text{phân rã}}{\text{s}}.$$

Biết độ phóng xạ = λN, do đó hằng số phân rã

$$\lambda = \frac{2{,}18\times10^{12}\,s^{-1}}{9{,}04\times10^{15}} = 2{,}41\times10^{-4}s^{-1},$$

và $T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0{,}693}{2{,}41\times10^{-4}s^{-1}} = 2{,}88\times10^{3}s = 48$ phút.

29.6. Các phép đo độ phóng xạ của một mẫu $^{55}_{24}Cr$ thực hiện sau năm phút một cho các kết quả sau : 19,2 ; 7,13 ; 2,65 ; 0,99 và 0,37mCi. Tìm chu kì bán rã của $^{55}_{24}Cr$.

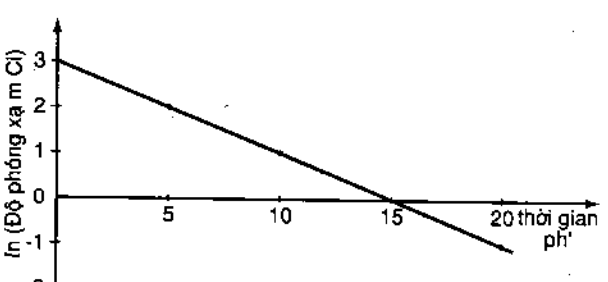
Giải. Độ phóng xạ = $\lambda N = \lambda N_o e^{-\lambda t}$.

Lấy lôgarit

$$\ln(\text{độ phóng xạ}) = \ln(\lambda N_o e^{-\lambda t}) = \ln(\lambda N_o) - \lambda t.$$

ta thấy ln (độ phóng xạ) thay đổi bậc nhất theo thời gian với độ dốc của đường biểu diễn bằng $-\lambda$. Từ các số liệu đo đạc ta có bảng dưới đây :

Thời gian, phút	0	5	10	15	20
Độ phóng xạ mCi	19,2	7,13	2,65	0,99	0,37
ln(độ phóng xạ)	2,95	1,96	0,974	−0,010	−0,994



Hình 29.2

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

với đường biểu diễn trên hình 29.2 có độ dốc

$$|\text{độ dốc}| = \lambda = 0{,}197 \text{ phút}^{-1} ;$$

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0{,}693}{0{,}197 \text{ phút}^{-1}} = 3{,}52 \text{ phút}.$$

29.7. Chứng tỏ rằng thời gian sống trung bình của một hạt nhân là $T_m = 1/\lambda$.

Giải. Nếu mẫu phóng xạ lúc đầu chứa N_o hạt nhân, thời gian sống trung bình của hạt nhân tính cho đến khi mẫu bị phân rã hoàn toàn là :

$$T_m = \frac{\int_{N_o}^{o} t dN}{\int_{N_o}^{o} dN} = \frac{1}{-N_o} \int_{N_o}^{o} t dN.$$

Theo $N = N_o e^{-\lambda t}$, $dN = -\lambda N_o e^{-\lambda t} dt$ và với biến số thời gian, các giới hạn tích phân N_o, 0 sẽ trở thành 0, ∞. Do đó :

$$T_m = \frac{1}{-N_o} \int_o^\infty t(-\lambda N_o e^{-\lambda t} dt) = \lambda \int_o^\infty t e^{-\lambda t} dt = \lambda\left(\frac{1}{\lambda^2}\right) = \frac{1}{\lambda}.$$

Ngoài ra theo định luật phân bố dưới dạng hàm mũ (1) của bài toán 29–1 :

$$T_m = \int_o^\infty t\lambda e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda}.$$

29.8. Tính các giá trị của Q trong trường hợp phân rã β^+, β^- và quá trình bắt êlectrôn theo khối lượng nghỉ của hạt nhân mẹ và hạt nhân con.

Giải. Ba quá trình trên đây được viết dưới dạng (P : hạt nhân mẹ, D : hạt nhân con) :

$${}^A_Z P \rightarrow {}^A_{Z+1} D + e^- + \bar{\nu} \text{ (phân rã } \beta^-),$$

$${}^A_Z P \rightarrow {}^A_{Z-1} D + e^+ + \nu \text{ (phân rã } \beta^+),$$

$${}^A_Z P + e^- \rightarrow {}^A_{Z-1} D + \nu \text{ (bắt êlectrôn).}$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Các hệ thức tương ứng về khối lượng – năng lượng là (sau khi lấy khối lượng nguyên tử trừ đi khối lượng các êlectrôn để có biểu thức về khối lượng của hạt nhân) :

$$\left.\begin{aligned}(M_p - Zm_e)c^2 &= [M_D - (Z+1)m_e]c^2 + m_ec^2 + Q\\ Q &= (M_p - M_D)c^2,\end{aligned}\right\}\ \text{(phân rã } \beta^-)$$

$$\left.\begin{aligned}(M_p - Zm_e)c^2 &= [M_D - (Z-1)m_e]c^2 + m_ec^2 + Q,\\ Q &= (M_p - M_D - 2m_e)c^2,\end{aligned}\right\}\text{(phân rã } \beta^+),$$

$$\left.\begin{aligned}(M_p - Zm_e)c^2 + m_ec^2 &= [M_D - (Z-1)m_e]c^2 + Q,\\ Q &= (M_p - M_D)c^2.\end{aligned}\right\}\text{(bắt êlectrôn).}$$

29.9. Tính năng lượng cực đại của một êlectrôn phát ra trong quá trình phân rã β^- của hạt nhân ${}^3_1H$.

– Phản ứng là :

$${}^3_1H \rightarrow {}^3_2He + e^- + \bar{\nu}.$$

Theo bài toán 29.8

$$\begin{aligned}Q &= (M_H - M_{He})c^2 =\\ &= (3{,}016050u - 3{,}016030u)\ (931{,}5\ MeV/u) =\\ &= 0{,}0186MeV = K_{He} + K_e + K_\nu.\end{aligned}$$

Do khối lượng nghỉ của nơtrinô bằng không và $M_{He} >> m_e$, động năng của hạt nhân He có thể bỏ qua, và năng lượng 0,0186 MeV được phân chia giữa nơtrinô và êlectrôn. Khi năng lượng của nơtrinô bằng không, năng lượng của êlectrôn sẽ có giá trị cực đại bằng 0,0186MeV.

29.10. Tìm năng lượng tối thiểu cần thiết của nơtrinô để tạo phản ứng $\bar{\nu} + p \rightarrow n + e^+$.

Giải. Theo định luật bảo toàn khối lượng – năng lượng :

$$E_\nu + m_pc^2 = m_nc^2 + m_ec^2 + K_n + K_e.$$

Năng lượng của nơtrinô sẽ nhỏ nhất khi các hạt nơtrôn và pôzitôn phát ra trong phản ứng trên có động năng bằng không :

$E_{\nu min} + 938{,}2MeV = 939{,}5MeV + 0{,}5MeV$ hay $E_{\nu min} = 1{,}8$ MeV.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

29.11. Tính năng lượng và động lượng của hạt nhân con và của nơtrinô tạo ra khi hạt nhân $^{7}_{4}Be$ đứng yên bắt một êlectrôn.

Giải. Phản ứng bắt êlectrôn trên đây có dạng :

$$^{7}_{4}Be + e^{-} \rightarrow {}^{7}_{3}Li + \nu.$$

Theo bài toán 29.8 :

$$Q = (M_{Be} - M_{Li})c^2 =$$
$$= (7{,}016929u - 7{,}016004u)(931{,}5MeV/u) = 0{,}862MeV.$$

Năng lượng này được phân chia cho nơtrinô và hạt nhân $^{7}_{3}Li$. Tuy nhiên do hạt nhân $^{7}_{3}Li$ có khối lượng lớn, còn khối lượng nghỉ của nơtrinô bằng không nên thực tế hạt nơtrinô đã mang hầu như toàn bộ năng lượng đó :

$$E_{\nu} \approx 0{,}862MeV.$$

Giả sử lúc đầu hạt nhân mẹ đứng yên, khi đó độ lớn của mômen động lượng của nơtrinô và của hạt nhân $^{7}_{3}Li$ sẽ bằng nhau. Áp dụng hệ thức $p_{\nu} = E_{\nu}/c$ ta có :

$$p_{\nu} = p_{Li} = 0{,}862 \text{ MeV/c},$$

và lúc đó động năng của hạt nhân $^{7}_{3}Li$ bằng :

$$K_{Li} = \frac{p_{Li}^2}{2M_{Li}} = \frac{(p_{Li}c)^2}{2M_{Li}c^2} =$$
$$= \frac{(0{,}862\,MeV)^2}{2(7{,}02u \times 931{,}5\,MeV/u)} = 5{,}68 \times 10^{-5}\,MeV = 56{,}8eV.$$

29.12. Hạt nhân $^{20}_{9}F$ phân rã về trạng thái cơ bản của $^{20}_{10}Ne$ theo quá trình

$$^{20}_{9}F \rightarrow \left(^{20}_{10}Ne\right)^{*} + e^{-} + \nu^{-},$$
$$\left(^{20}_{10}Ne\right)^{*} \rightarrow {}^{20}_{10}Ne + \gamma$$

với $\left(^{20}_{10}Ne\right)^{*}$ là một trạng thái kích thích của $^{20}_{10}Ne$. Nếu năng lượng cực đại của êlectron phát ra là 5,4 MeV còn năng lượng

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

của tia gamma là 1,6 MeV, tính khối lượng của $^{20}_{9}F$. (Biết $M_{Ne} = 19,99244u$).

Giải. Áp dụng định luật bảo toàn khối lượng – năng lượng cho mỗi phản ứng trên (trong trường hợp giới hạn năng lượng của nơtrinô bằng không, năng lượng của các hạt nhân lùi $\left(^{20}_{10}Ne\right)^*$ và $^{20}_{10}Ne$ nhỏ không đáng kể) ta có :

$$(M_F - 9m_e)c^2 = (M_{Ne^*} - 10m_e)c^2 + m_ec^2 + K_e$$

hay $M_Fc^2 = M_{Ne^*}c^2 + K_e$,

$$M_{Ne^*}c^2 = M_{Ne}c^2 + E_\gamma.$$

Từ đó

$$M_Fc^2 = M_{Ne}c^2 + E_\gamma + K_e,$$

$$M_F = 19,99244u + (1,6MeV + 5,4MeV)\left(\frac{1u}{931,5MeV}\right) = 20,000u.$$

29.13. Sử dụng quá trình phân rã β^+ của $^{13}_{7}N$, xác định giá trị r_o trong biểu thức $R = r_oA^{1/3}$ (xem tiết 27.3). Năng lượng cực đại của hạt β^+ là 1,19 MeV.

Giải. Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng cho quá trình phân rã β^+ của $^{13}_{7}N$ ta có :

$$^{13}_{7}N \rightarrow {}^{13}_{6}C + e^+ + \nu,$$

$$M_{13_N}c^2 = M_{13_C}c^2 + m_ec^2 + K_e + K_\nu.$$

Dùng công thức về khối lượng của mẫu giọt cho các hạt nhân có A lẻ với số hạng Coulomb được viết rõ ràng (xem bài toán 27.7), phương trình trên thành :

$$7m_pc^2 + 6m_nc^2 - b_1A + b_2A^{2/3} + \frac{3}{5}ke^2\frac{(7)(6)}{R} + \frac{b_4}{A} =$$

$$= 6m_pc^2 + 7m_nc^2 - b_1A + b_2A^{2/3} + \frac{3}{5}ke^2\frac{(6)(5)}{R} + \frac{b_4}{A} + m_ec^2 + K_e + K_\nu,$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$$\frac{3}{5}\,ke^2\,\frac{(42-30)}{R} = (m_n - m_p + m_e)c^2 + K_e + K_\nu.$$

Nếu năng lượng của hạt β^+ cực đại thì năng lượng của hạt nơtrinô bằng không, do đó

$$\frac{3}{5}\,ke^2\,\frac{12}{R} = (m_n - m_p + m_e)c^2 + K_e,$$

$$\frac{3}{5}\,(1{,}44\,\text{MeV}.\,\text{fm})\,\frac{12}{R} = 1{,}80\,\text{MeV} + 1{,}19\,\text{MeV},$$

$$R = 3{,}47\text{fm}.$$

Với $R = r_oA^{1/3} = r_o(13)^{1/3} = 2{,}35r_o$,

ta có : $$r_o = \frac{3{,}47\text{fm}}{2{,}35} = 1{,}48\,\text{fm}.$$

Giá trị này phù hợp tốt với giá trị $r_o = 1{,}4$ fm được cho trong tiết 27.3.

29.14. Chứng tỏ rằng với trường hợp A = 104, dựa vào đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của khối lượng theo số nguyên tử ta có thể dự đoán được rằng $^{104}_{44}$Ru và $^{104}_{46}$Pd là các hạt nhân đồng khối bền vững.

Giải. Như chúng ta thấy trên hình 29.3, $^{104}_{42}$Mo và $^{104}_{43}$Tc phân rã β^- để tạo thành $^{104}_{44}$Ru. Về mặt năng lượng quá trình đó có thể xảy ra vì $^{104}_{42}$Mo nặng hơn $^{104}_{43}$Tc còn $^{104}_{43}$Tc nặng hơn $^{104}_{44}$Ru. (Nếu $^{104}_{44}$Ru phân rã β^- sẽ trở thành $^{104}_{45}$Rh, nhưng hạt nhân này nặng hơn $^{104}_{44}$Ru nên quá trình đó bị cấm). Chúng ta cũng thấy rằng $^{104}_{45}$Rh phân rã thành $^{104}_{44}$Ru và $^{104}_{46}$Pd, trong khi $^{104}_{48}$Cd phân rã thành $^{104}_{47}$Ag và đến lượt mình $^{104}_{47}$Ag phân rã thành $^{104}_{46}$Pd. Tất cả các quá trình này về mặt năng lượng có thể xảy ra và cho thấy rằng $^{104}_{46}$Pd là hạt nhân bền. Cần chú ý là khối lượng $^{104}_{44}$Ru lớn hơn khối lượng $^{104}_{46}$Pd nhưng quá trình phân rã đó

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

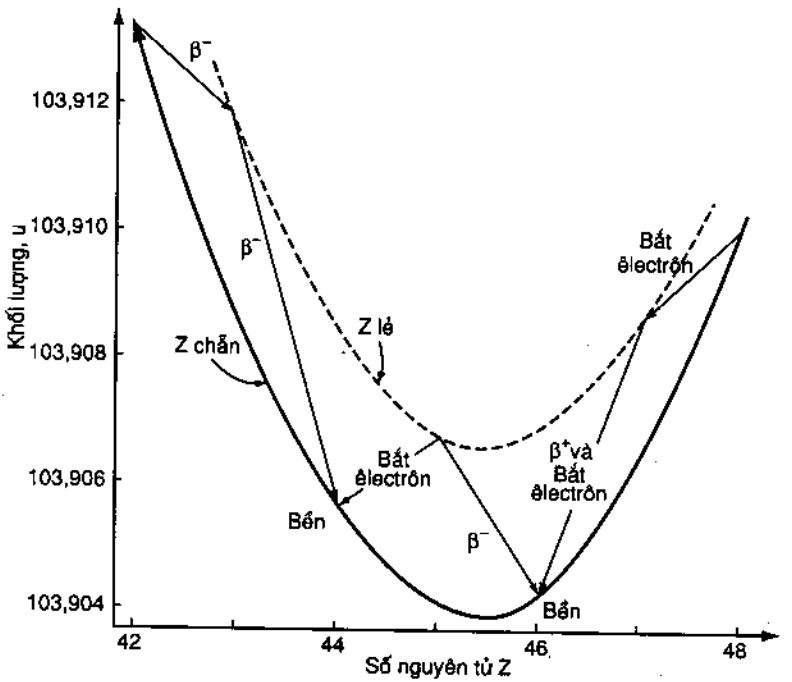
không xảy ra vì phải qua hạt nhân trung gian $^{104}_{45}Rh$ mà khối lượng của nó lại lớn hơn khối lượng của $^{104}_{44}Ru$ nên $^{104}_{44}Ru$ không thể phân rã thành $^{104}_{45}Rh$ để sau đó phân rã thành hạt nhân $^{104}_{46}Pd$. Chúng ta thấy các số liệu này phù hợp tốt với đường parabôn dự đoán bởi mẫu giọt với trường hợp A = const.

29.15. Tìm biểu thức của động năng của các hạt α phát ra theo năng lượng phản ứng Q trong quá trình phân rã anpha.

Giải. Quá trình phân rã anpha có dạng :

$$^{A}_{Z}P \rightarrow ^{A-4}_{Z-2}D + ^{4}_{2}He.$$

Giả sử hạt nhân mẹ lúc đầu đứng yên, lúc đó theo định luật bảo toàn động lượng $p_D = P_\alpha$. Do các giá trị động năng rất



Hình 29.3.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

nhỏ so với năng lượng nghỉ của hạt nhân mẹ, chúng ta có thể dùng công thức cổ điển $K = p^2/2M$, lúc đó

$$\frac{K_D}{K_\alpha} = \frac{M_\alpha}{M_D} \approx \frac{4}{A - 4},$$

với A là số khối của hạt nhân mẹ. Năng lượng phản ứng

$$Q = K_D + K_\alpha = \frac{4}{A - 4} K_\alpha + K_\alpha = \frac{AK_\alpha}{A - 4};$$

do đó :

$$K_\alpha = \frac{A - 4}{A} Q.$$

Vì rằng Q có giá trị chính xác nên K_α cũng vậy ; trong quá trình phân rã thành hai hạt, các hạt α đều đơn năng, nghĩa là có cùng một giá trị năng lượng xác định. Động năng của hạt nhân con là :

$$K_D = \frac{4}{A - 4}\left(\frac{A - 4}{A} Q\right) = \frac{4Q}{A}.$$

Chúng ta thấy rằng A càng lớn thì K_α càng gần giá trị năng lượng tổng cộng Q và K_D càng nhỏ.

29.16. Chứng tỏ rằng $^{236}_{94}Pu$ không bền và là hạt nhân phân rã α.

Giải. Để hạt nhân $^{236}_{94}Pu$ phân rã α một cách tự phát, đại lượng Q trong phản ứng

$$^{236}_{94}Pu \rightarrow {}^{232}_{92}U + {}^{4}_{2}He + Q$$

phải dương. Ta có :

$$Q = (M_{Pu} - M_U - M_{He})c^2 =$$
$$= (236{,}046071u - 232{,}037168u - 4{,}002603u)(931{,}5\ MeV/u) =$$
$$= 5{,}87\ MeV.$$

Như vậy hạt nhân $^{236}_{94}Pu$ có thể phân rã α một cách tự phát, điều đó đã xảy ra trong thực tế.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

29.17. Một công trình nghiên cứu chứng tỏ rằng với các đồng vị chẵn – chẵn, động năng và chu kì bán rã liên hệ với nhau bởi hệ thức :

$$T_{1/2} = Be^{b/K_\alpha^{1/2}},$$

với B và b là các hằng số. Chứng minh rằng các số liệu của bảng 29.1 thoả mãn hệ thức đó.

Bảng 29.1

Đồng vị	$T_{1/2}$	K_α (MeV)
$^{210}_{84}Po$	138,4 ngày đêm	5,30
$^{212}_{84}Po$	3×10^{-7}s	8,78
$^{214}_{84}Po$	$1,64 \times 10^{-4}$s	7,68
$^{216}_{84}Po$	0,15s	6,78
$^{218}_{84}Po$	3,05ph	6,00

Giải. Bằng cách lấy lôgarit ta có :

$$\ln T_{1/2} = \ln B + bK_\alpha^{-1/2}.$$

Phương trình này chứng tỏ rằng ln $T_{1/2}$ là một hàm tuyến tính của $K_\alpha^{-1/2}$. Các số liệu được cho trong bảng 29.2 và được biểu diễn bằng đồ thị trên hình 29.4. Ta thấy hệ thức trên phù hợp tốt với các số liệu thực nghiệm nếu $b \approx 3 \times 10^2$ $MeV^{1/2}$, $B \approx 1 \times 10^{-56}$s.

Bảng 29.2

Đồng vị	$T_{1/2}$, s	ln $T_{1/2}$	$K_\alpha^{-1/2}$, $MeV^{-1/2}$
$^{210}_{84}Po$	$1,20 \times 10^7$	16,30	0,434
$^{212}_{84}Po$	3×10^{-7}	−15,02	0,337
$^{214}_{84}Po$	$1,64 \times 10^{-4}$	−8,72	0,361
$^{216}_{84}Po$	0.15	−1,90	0,384
$^{218}_{84}Po$	$1,83 \times 10^2$	5,21	0,408

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

29.18. Một nguyên tố không bền được tạo ra trong lò phản ứng với tốc độ không đổi R. Nếu T là chu kì phân rã β^- của nguyên tố đó, tìm thời gian cần thiết, biểu diễn qua T, để tạo ra 50% lượng nguyên tố lúc cân bằng.

Giải. Ta có :

tốc độ tăng của nguyên tố =

$$= \frac{\text{Số hạt nhân tạo ra trong lò phản ứng}}{s} - \frac{\text{Số hạt nhân phân rã}}{s}$$

$$\frac{dN}{dt} = R - \lambda N,$$

hay

$$\frac{dN}{dt} + \lambda N = R.$$

Nghiệm của phương trình này là tổng của nghiệm của phương trình không có vế hai, $N_h = ce^{-\lambda t}$, với c là một hằng số, và $N_p = R/\lambda$ một nghiệm riêng :

$$N = N_h + N_p = ce^{-\lambda t} + \frac{R}{\lambda}.$$

Hằng số c được xác định từ điều kiện số hạt nhân ban đầu bằng không :

$$N(0) = 0 = c + \frac{R}{\lambda} \text{ hay } c = -\frac{R}{\lambda}.$$

và

$$N = \frac{R}{\lambda}(1 - e^{-\lambda t}).$$

Số hạt nhân lúc cân bằng là $N(\infty) = \frac{R}{\lambda}$. Với $N(t) = \frac{1}{2}\frac{R}{\lambda}$ ta có :

$$\frac{1}{2}\frac{R}{\lambda} = \frac{R}{\lambda}(1 - e^{-\lambda t}),$$

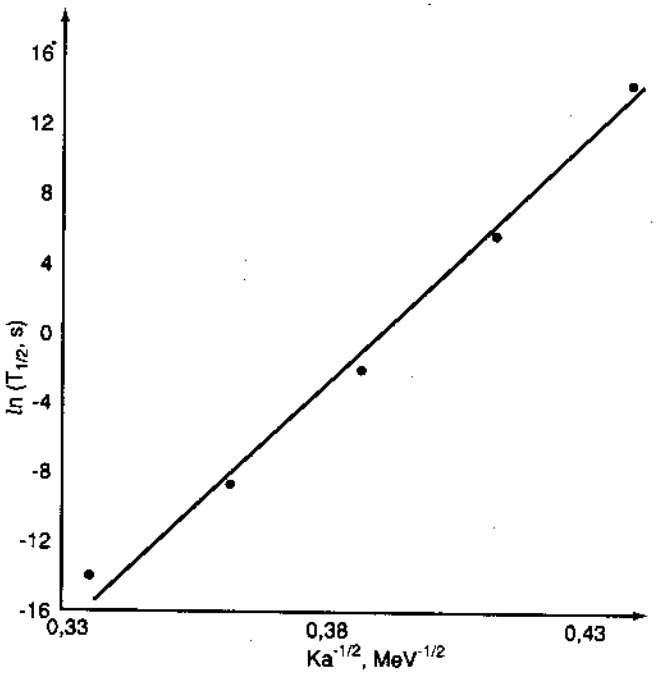
$$e^{-\lambda t} = \frac{1}{2}.$$

$$t = \frac{\ln 2}{\lambda} = T_{1/2}.$$

Kết quả nhận được không phụ thuộc vào R.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

29.19. Một chất phóng xạ a (hằng số phân rã λ_a) phân rã thành chất b cũng phóng xạ (hằng số phân rã λ_b). Tìm lượng chất b còn lại sau thời gian t.



Hình 29.4

Giải. Tốc độ tăng số hạt nhân chất b =

$$= \frac{\text{Số hạt nhân chất b tạo ra bởi a}}{s} - \frac{\text{Số hạt nhân chất b phân rã}}{s}.$$

Khi một hạt nhân chất a phân rã thì một hạt nhân chất b được tạo thành. Do đó tốc độ tạo thành số hạt nhân chất b là :

$$-\frac{dN_a}{dt} = \lambda_a N_a.$$

Từ đó

$$\frac{dN_b}{dt} = \lambda_a N_a - \lambda_b N_b = \lambda_a N_{ao} e^{-\lambda_a t} - \lambda_b N_b,$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

hay $$\frac{dN_b}{dt} + \lambda_b N_b = \lambda_a N_{ao} e^{-\lambda_a t} \qquad (1)$$

Phương trình vi phân bậc nhất này có thể được giải bằng các phương pháp thông thường. Nghiệm của phương trình không có vế hai là :

$$(N_b)_h = ce^{-\lambda_b t},$$

với c là một hằng số tuỳ ý. Nghiệm riêng của phương trình nhận được bằng cách thử thay $(N_b)_p = De^{-\lambda_a t}$ vào (1) :

$$(-\lambda_a + \lambda_b)De^{-\lambda_a t} = \lambda_a N_{ao} e^{-\lambda_a t},$$

$$D = \frac{\lambda_a N_{ao}}{\lambda_b - \lambda_a}.$$

Nghiệm tổng quát của phương trình là :

$$N_b = (N_b)_h + (N_b)_p = ce^{-\lambda_b t} + \frac{\lambda_a N_{ao}}{\lambda_b - \lambda_a} e^{-\lambda_a t} \qquad (2)$$

Hằng số c được xác định bởi điều kiện

$$N_b = N_{bo} \text{ lúc } t = 0,$$

$$N_{bo} = c + \frac{\lambda_a N_{ao}}{\lambda_b - \lambda_a},$$

và cuối cùng $$N_b = N_{bo} e^{-\lambda_b t} + \frac{\lambda_a N_{ao}}{\lambda_b - \lambda_a} (e^{-\lambda_a t} - e^{-\lambda_b t}). \qquad (3)$$

29.20. Nếu trong bài toán 29.19 người ta giả thiết rằng $N_{bo} = 0$, tìm thời gian cần thiết để N_b (số hạt nhân con) cực đại.

Giải. Khi $N_{bo} = 0$ ta có :

$$N_b = \frac{\lambda_a N_{ao}}{\lambda_b - \lambda_a} (e^{-\lambda_a t} - e^{-\lambda_b t}).$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Lúc N_b cực đại thì

$$\frac{dN_b}{dt} = \frac{\lambda_a N_{ao}}{\lambda_b - \lambda_a}\left(-\lambda_a e^{-\lambda_a t} + \lambda_b e^{-\lambda_b t}\right) = 0.$$

Từ đó

$$t = \frac{1}{\lambda_a - \lambda_b} \ln\left(\frac{\lambda_a}{\lambda_b}\right).$$

29.21. Xem bài toán 29.19. Nếu chất b phân rã thành một chất bền c, tìm sự thay đổi của lượng chất c theo thời gian với giả thiết $N_{bo} = 0$.

Giải. Số hạt nhân tổng cộng của cả ba chất có mặt tại một thời điểm t là N_{ao}. Do đó

$$N_c = N_{ao} - N_a - N_b,$$

$$N_c = N_{ao} - N_{ao}e^{-\lambda_a t} - \frac{\lambda_a N_{ao}}{\lambda_b - \lambda_a}\left(e^{-\lambda_a t} - e^{-\lambda_b t}\right) =$$

$$= N_{ao}\left(1 - \frac{\lambda_b}{\lambda_b - \lambda_a} e^{-\lambda_a t} + \frac{\lambda_a}{\lambda_b - \lambda_a} e^{-\lambda_b t}\right).$$

BÀI TOÁN BỔ SUNG

Các khối lượng nguyên tử được cho trong các bảng ở Phụ lục.

29.22. Tính các giá trị của Q khi hạt nhân $^{232}_{92}U$ phân rã anpha, prôtôn, nơtrôn và đơtêrôn.

Đáp số. 5,42 MeV ; −6,09 MeV ; −7,23 MeV ; −10,59 MeV.

29.23. Tính năng lượng của các hạt α phát ra trong quá trình phân rã α của $^{232}_{92}U$. Trước khi phân rã hạt nhân $^{232}_{92}U$ được giả thiết là đứng yên.

Đáp số. 5,33 MeV.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

29.24. Trong các loại phân rã dưới đây loại nào có thể xảy ra đối với K : β^-, β^+, α, bắt êlectrôn, phát nơtrôn ?

Đáp số. β^- ; β^+, bắt êlectrôn.

29.25. Động năng của hạt β^- phát ra trong quá trình phân rã của triti (^3_1H) là 19 keV. Biết rằng khối lượng của triti là 3,0160504u, tìm khối lượng của sản phẩm phân rã.

Đáp số. 3,016030u.

29.26. Tìm năng lượng của hạt nơtrinô phát ra trong quá trình bắt êlectrôn của $^{41}_{20}Ca$.

Đáp số. 0,41 MeV.

29.27. Nguyên tố a (T = 2,1h) phân rã thành nguyên tố b (T = 4,6h), nguyên tố b lại phân rã thành nguyên tố c. Nếu lượng nguyên tố b lúc đầu bằng không tìm tỉ số N_b/N_{ao} sau 2 giờ.

Đáp số. 0,41.

29.28. Tìm hằng số phân rã của $^{90}_{38}Sr$ ($T_{1/2}$ = 28 năm)

Đáp số. 0,0247 năm^{-1}.

29.29. Tìm năng lượng của hạt α phát ra trong quá trình phân rã α của $^{226}_{88}Ra$ nếu năng lượng của hạt nhân radi lùi bằng không.

Đáp số. 4,87 MeV.

29.30. Giải bài toán 29.29 trong trường hợp có kể đến năng lượng của hạt nhân radi lùi.

Đáp số. 4,78 MeV.

29.31. Tìm vận tốc cực đại của hạt nhân con trong quá trình phân rã của ^6_2He lúc đầu đứng yên.

Đáp số. 10^5 m/s.

29.32. Tìm khối lượng của một mẫu $^{14}_6C$ ($T_{1/2}$ = 5570 năm) biết độ phóng xạ của mẫu là 5Ci.

Đáp số. 1,09g.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

29.33. Tìm độ phóng xạ của 5.10^{-7} kg $^{230}_{92}U$ với chu kì bán rã $0,180.10^7$s.

Đáp số. 14,9Ci.

29.34. Tìm thời gian cần thiết để một lượng cho trước $^{90}_{38}Sr$ ($T_{1/2}$ = 28 năm) giảm đi 75%.

Đáp số. 56 năm.

29.35. Tìm năng lượng của hạt α và của hạt nhân con phát ra trong quá trình phân rã $^{144}_{60}Nd \rightarrow ^{140}_{58}Ce + \alpha$.

Đáp số. 1,85 MeV ; 0,53 MeV.

29.36. Các hạt α phát ra trong quá trình phân rã anpha của $^{243}_{95}Am$ có năng lượng 5,3 MeV. Giả sử rằng bên trong hạt nhân, hạt α cũng có năng lượng đó ; tính số lần va chạm trong một giây của hạt α với các thành của hạt nhân.

Đáp số. $9,2 \times 10^{20}$.

29.37. Một chất với số khối A phân rã anpha và phát ra hai nhóm hạt α với động năng K_{α_1} và K_{α_2}. Chứng minh rằng năng lượng của bức xạ gamma phát kèm theo là

$$E_\gamma = \frac{A}{A-4}(K_{\alpha_1} - K_{\alpha_2}).$$

29.38. Khoảng chạy cực đại, hay tầm chạy R bằng cm của hạt α trong buồng bọt liên hệ với động năng K tính bằng MeV bởi công thức thực nghiệm $R = 0,318K^{3/2}$. Các hạt α phát ra trong quá trình phân rã của $^{219}_{86}Rn$ có các tầm chạy là 5,66 ; 5,33 và 5,18 cm. Tìm năng lượng của chúng.

Đáp số. 6,82 MeV ; 6,55 MeV ; 6,43 MeV.

29.39. Xem bài toán 29.38. Nếu hạt nhân sản phẩm tồn tại ở trạng thái cơ bản và ở trong hai trạng thái kích thích, tính năng lượng của các tia γ phát ra.

Đáp số. 0,28 MeV ; 0,40 MeV ; 0,12 MeV.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Chương 30

CÁC PHẢN ỨNG HẠT NHÂN

30.1. MỞ ĐẦU

Phần lớn các dữ liệu hạt nhân nhận được đều do sự phân tích các kết quả thực nghiệm của các phản ứng hạt nhân. Trong các thí nghiệm này người ta dùng các hạt đạn đã biết để bắn phá hạt nhân và nghiên cứu các sản phẩm sinh ra. Đạn bắn phá thường dùng là các hạt nhân đồng vị có số Z đạt tới giá trị 18, nhưng trong chương này ta chỉ xét các hạt sau đây :

Hạt	Kí hiệu
nơtrôn	n
prôtôn	p, $^{1}_{1}H$
đơtôn	d, $^{2}_{1}H$
tritôn	t, $^{3}_{1}H$
hêli–3	h, $^{3}_{2}He$
hêli–4 (hạt alpha)	α, $^{4}_{2}He$.

Sau phản ứng thường sinh ra hai hạt : hạt nhân lùi (ít khi xét tới) và hạt bay ra được ghi bằng thực nghiệm. (Đôi khi người ta cũng quan sát cả hai hạt sinh ra sau phản ứng).

Ta diễn tả các phản ứng hạt nhân dưới dạng một phương trình như sau :

HẠT TỚI + HẠT NHÂN BIA → HẠT NHÂN LÙI +
+ HẠT BAY RA

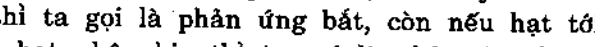
hay viết gọn :

BIA (HẠT TỚI, HAY BAY RA) HẠT NHÂN LÙI

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Trong bất kì phản ứng hạt nhân nào, điện tích tổng cộng (số Z tổng cộng) và số nuclôn tổng cộng (số A tổng cộng) trong hai vế trái và phải của phương trình đều phải bằng nhau.

Thí dụ phản ứng hạt nhân đầu tiên đã được Rutherford (Ru-dơ-pho) quan sát năm 1919 là phản ứng :

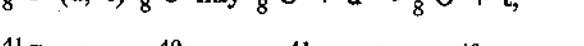


$$^{14}_{7}N + ^{4}_{2}He \rightarrow ^{1}_{1}H + ^{17}_{8}O \text{ hay } ^{14}_{7}N\ (\alpha, p)\ ^{17}_{8}O.$$

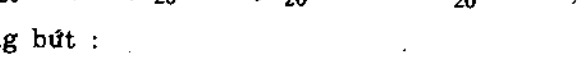
30.2. PHÂN LOẠI PHẢN ỨNG HẠT NHÂN

Người ta phân loại phản ứng hạt nhân theo hạt tới, hạt bay ra và hạt nhân lùi. Nếu hạt tới và hạt bay ra giống nhau, ta có *phản ứng tán xạ*. Nếu hạt nhân lùi ở trạng thái năng lượng thấp nhất (trạng thái cơ bản) thì tán xạ là *đàn hồi*. Nếu hạt nhân lùi ở trạng thái kích thích thì tán xạ là *không đàn hồi*.

Trong quá trình phản ứng, nếu hạt tới lấy nuclôn của hạt nhân bia thì ta gọi là phản ứng bắt, còn nếu hạt tới nhường nuclôn cho hạt nhân bia thì ta gọi là phản ứng bứt. Sau đây là hai thí dụ về phản ứng bắt :

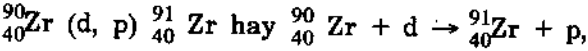


$$^{16}_{8}O\ (d, t)\ ^{15}_{8}O \text{ hay } ^{16}_{8}O + d \rightarrow ^{15}_{8}O + t,$$

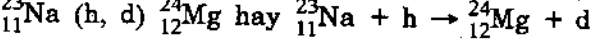


$$^{41}_{20}Ca\ (h, \alpha)\ ^{40}_{20}Ca \text{ hay } ^{41}_{20}Ca + h \rightarrow ^{40}_{20}Ca + \alpha,$$

và phản ứng bứt :



$$^{90}_{40}Zr\ (d, p)\ ^{91}_{40}Zr \text{ hay } ^{90}_{40}Zr + d \rightarrow ^{91}_{40}Zr + p,$$



$$^{23}_{11}Na\ (h, d)\ ^{24}_{12}Mg \text{ hay } ^{23}_{11}Na + h \rightarrow ^{24}_{12}Mg + d.$$

Cả hai loại phản ứng trên thường chỉ quan sát thấy ở năng lượng khá cao để có thể coi đó là các phản ứng *trực tiếp* : nghĩa là có thể coi nuclôn tới đi vào hay dời khỏi một quỹ đạo của mẫu vỏ mà không làm nhiễu loạn các nuclôn khác trong hạt nhân bia.

Có một loại phản ứng hoàn toàn khác. Đó là hạt tới và hạt nhân bia tạo thành một hạt nhân mới gọi là hạt nhân hợp

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

phần tồn tại ở trạng thái kích thích trong một thời gian ngắn rồi phân rã ; thời gian sống của một hạt nhân hợp phần điển hình là vào cỡ 10^{-16}s. Tuy thời gian đó quá ngắn để có thể quan sát trực tiếp hạt nhân hợp phần, nhưng nó vẫn rất lớn so với thời gian hạt tới đi xuyên qua hạt nhân (cỡ 10^{-21}s). Vì vậy ta có thể giả thiết sự phân rã của hạt nhân hợp phần không phụ thuộc quá trình tạo thành nó. Nói cách khác, hạt nhân hợp phần không "nhớ" lại tình huống tạo nên nó.

Thường có nhiều phản ứng khác nhau cũng dẫn tới việc tạo thành một hạt nhân hợp phần và hạt nhân này lại có nhiều cách phân rã khác nhau. Thí dụ : H. 30.1 mô tả các phản ứng cùng tạo thành hạt nhân hợp phần ${}^{20}_{10}Ne$ ở trạng thái kích thích $\left[{}^{20}_{10}Ne\right]^*$ và các kiểu phân rã của hạt nhân này.

$$\left.\begin{array}{l} {}^{19}_{9}F + p \\ {}^{17}_{8}O + h \\ {}^{16}_{8}O + \alpha \\ {}^{14}_{7}F + {}^{6}_{3}Li \\ {}^{12}_{6}F + {}^{8}_{4}Be \\ {}^{10}_{5}F + {}^{10}_{5}B \end{array}\right\} \rightarrow \{{}^{20}_{10}Ne\}^* \rightarrow \left\{\begin{array}{l} {}^{19}_{9}F + p \\ {}^{19}_{10}Ne + n \\ {}^{20}_{10}Ne + \gamma \\ {}^{18}_{9}F + d \\ {}^{17}_{9}F + t \\ {}^{17}_{8}O + h \\ {}^{16}_{8}O + \alpha \\ {}^{14}_{7}N + {}^{6}_{3}Li \\ {}^{13}_{7}N + {}^{7}_{3}Li \\ {}^{12}_{6}C + {}^{8}_{4}Be \\ {}^{11}_{6}C + {}^{9}_{4}Be \\ {}^{10}_{5}B + {}^{10}_{5}B \\ {}^{9}_{5}B + {}^{11}_{5}B \end{array}\right.$$

Hình 30.1

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

30.3. CÁC HỆ QUY CHIẾU PHÒNG THÍ NGHIỆM VÀ KHỐI TÂM

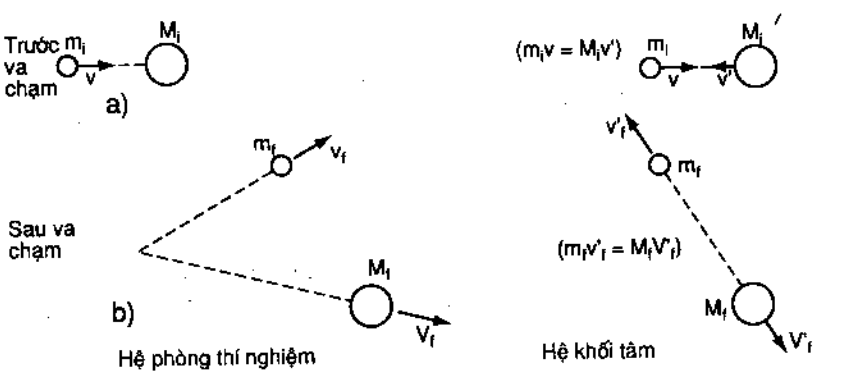
Các thí nghiệm về phản ứng hạt nhân thường được phân tích trong hệ quy chiếu gắn với khối tâm của hệ hạt va chạm gọi là hệ quy chiếu khối tâm (hay đơn giản là hệ khối tâm). Hệ này chuyển động với vận tốc không đổi so với hệ quy chiếu gắn với phòng thí nghiệm (hệ phòng thí nghiệm) sao cho các hạt va chạm (và các hạt sau va chạm) có *động lượng tổng cộng bằng không*.

Nếu bia đứng yên trong hệ phòng thí nghiệm thì vận tốc V_{kt} của hệ khối tâm sẽ hướng theo phương của hạt tới. Khi đó, trong gần đúng cổ điển, các môđun vận tốc của hạt nhân bia (V') và hạt tới (v') đối với khối tâm sẽ bằng :

$$V' = V_{kt},$$
$$v' = v - V_{kt}, \qquad (30\text{–}1)$$

và có chiều chỉ rõ trên H.30.2 (a). Ở đây, v là vận tốc hạt tới được đo trong phòng thí nghiệm. Tổng xung lượng của hạt nhân bia (khối lượng M_i) và hạt tới (khối lượng m_i) phải bằng không trong hệ khối tâm. Ta có biểu thức xung lượng sau :

$$-M_iV' + m_iv' = 0,$$
$$-M_iV_{kt} + m_i(v - V_{kt}) = 0, \qquad (30\text{–}2)$$
$$(M_i + m_i)V_{kt} = m_iv,$$



Hình 30.2

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

trong đó $(M_i + m_i)V_{kt}$ là xung lượng của khối tâm so với hệ phòng thí nghiệm. Theo (30-1) và (30-2) thì trong hệ khối tâm, hạt nhân bia và hạt tới có các vận tốc tương ứng là :

$$V' = \frac{m_i}{m_i + M_i} v \text{ và } v' = \frac{M_i}{m_i + M_i} v.$$

Sau phản ứng, các hạt sinh ra (nếu chỉ có hai) cũng phải chuyển động ngược chiều nhau với các xung lượng bằng nhau trong hệ khối tâm vì xung lượng tổng cộng ban đầu đã bằng không. Xem H. 30.2 (b)

30.4. NĂNG LƯỢNG CÁC PHẢN ỨNG HẠT NHÂN

Thường trong một phản ứng hạt nhân, năng lượng có thể bị hấp thụ hay được giải phóng. Khi ta nói phản ứng giải phóng năng lượng thì có nghĩa là động năng của các hạt sau phản ứng lớn hơn động năng của các hạt trước phản ứng. Năng lượng dư thừa đó là do có một phần khối lượng nghỉ biến đổi thành động năng. Phần năng lượng Q toả ra bằng hiệu giữa các động năng sau và trước phản ứng gọi là năng lượng của phản ứng hạt nhân. Ta có :

$$Q = K_{sau} - K_{trước}$$

Vì năng lượng toàn phần $E = E_o + K$ được bảo toàn nên ta cũng có :

$$Q = E_{o\,trước} - E_{o\,sau}$$

Nói cách khác, Q/c^2 là hiệu giữa các khối lượng nghỉ trước và sau phản ứng. Điều đó hoàn toàn phù hợp với định nghĩa chính xác đã nêu trong chương 29 đối với loại phản ứng đặc biệt là phản ứng phân rã hạt nhân.

Phản ứng có $Q > 0$ sẽ giải phóng năng lượng và gọi là phản ứng *toả nhiệt*. Phản ứng đó cũng có thể xảy ra cả khi hai hạt, trước phản ứng, đều nằm yên. Nếu $Q < 0$ phản ứng sẽ hấp thụ năng lượng và gọi là phản ứng *thu nhiệt*. Phản ứng này chỉ xảy ra khi hạt tới có động năng đạt tới một giá trị ngưỡng nào đó (xem bài toán 30.8). Nếu $Q = 0$ và nếu các hạt trước và sau phản ứng đều như nhau thì ta có va chạm đàn hồi.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

30.5. TIẾT DIỆN HIỆU DỤNG HẠT NHÂN

Khi ta dùng một chùm hạt bắn phá bia nhằm thực hiện một phản ứng hạt nhân thì ta không thể nói trước có một hạt nào đó sẽ va chạm với một hạt nhân để gây ra phản ứng. Tiết diện hiệu dụng hạt nhân σ là một đại lượng biểu thị xác suất xảy ra phản ứng ở một vùng nào đó trong bia. Nó có dạng :

$$\sigma \equiv \frac{\text{Số phản ứng trong một giây trên một hạt nhân}}{\text{Số hạt tới trong một giây trên diện tích đang xét}}.$$

Nếu σ càng lớn thì phản ứng đó càng có nhiều cơ may xảy ra. Tiết diện hiệu dụng có thứ nguyên của diện tích và thường đo bằng đơn vị *barn* (bac–nơ) :

$$1\text{barn} = 10^{-28}\text{m}^2.$$

Thành thử barn có giá trị vào cỡ bình phương của bán kính hạt nhân.

Nếu gọi n là số hạt nhân trong đơn vị thể tích của vật liệu bia, N_o là chùm hạt tới đập vào bia có chiều dày T (xem bài toán 30.12) thì số hạt tán xạ N_t sẽ bằng :

$$N_t = N_o\,(1 - e^{-n\sigma T}).$$

Các tiết diện hiệu dụng rất khác nhau tuỳ theo các loại phản ứng, và đối với một phản ứng nhất định thì tiết diện hiệu dụng phụ thuộc năng lượng hạt tới. Đối với phản ứng thu nhiệt, tiết diện hiệu dụng sẽ bằng không, khi năng lượng hạt tới nhỏ hơn năng lượng ngưỡng.

BÀI TOÁN CÓ LỜI GIẢI

30.1. Khi bắn phá hạt nhân ${}^{6}_{3}\text{Li}$ bằng hạt đơtôn năng lượng 4 MeV, người ta quan sát thấy có một phản ứng tạo thành hai hạt α năng lượng 13,2 MeV. Tính năng lượng Q của phản ứng.

Giải. $Q = (K_{\alpha_1} + K_{\alpha_2}) - K_d =$

$= (13{,}2\,\text{MeV} + 13{,}2\,\text{MeV}) - 4\,\text{MeV} = 22{,}4\,\text{MeV}.$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

30.2. Xác định hạt chưa biết trong các phản ứng sau :

(a) ${}^{18}_{8}O$ (d, p) X ; (b) X (p, α) ${}^{87}_{39}Y$; (c) ${}^{122}_{52}Te$ (X, d) ${}^{124}_{53}I$.

Giải. (a) Trong quá trình xảy ra phản ứng ${}^{18}_{8}O$ (d, p) X, hạt nhân ${}^{18}_{8}O$ đã nhận thêm một nơtrôn để tạo thành hạt nhân X là hạt nhân ${}^{19}_{8}O$.

(b) Trong phản ứng X (p, α) ${}^{87}_{39}Y$ thì hạt nhân bị tước đi một prôtôn và hai nơtrôn để tạo thành ${}^{87}_{39}Y$. Vậy X là hạt nhân ${}^{90}_{40}Zr$.

(c) Trong phản ứng ${}^{122}_{52}Te$ (X, d) ${}^{124}_{53}I$ thì từ ${}^{122}_{52}Te$ và X đã tạo thành một đơtôn (${}^{2}_{1}H$) và hạt nhân ${}^{124}_{53}I$. Do đó X phải có 4 nuclôn trong đó có 2 prôtôn. Vậy X là hạt nhân ${}^{4}_{2}He$.

30.3. Xác định hạt nhân hợp phần khi bắn phá bia ${}^{19}_{9}F$ bằng hạt α, đồng thời đưa ra một số kiểu phân rã của hạt nhân hợp phần đó.

Giải. Hạt nhân hợp phần sẽ có $Z = Z_1 + Z_2 = 2 + 9 = 11$ và $A = A_1 + A_2 = 4 + 19 = 23$.

Do đó : ${}^{4}_{2}He + {}^{19}_{9}F \rightarrow \left[{}^{23}_{11}Na \right]^*$.

Hạt nhân đó có thể phân rã theo nhiều kiểu như :

$$\left[{}^{23}_{11}Na \right]^* \rightarrow \begin{cases} {}^{23}_{11}Na + \gamma \\ {}^{22}_{10}Ne + p \\ {}^{21}_{10}Ne + d \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{cases}$$

30.4. Tính các giá trị năng lượng Q của các phản ứng :

(a) ${}^{16}_{8}O$ (γ, p) ${}^{15}_{7}N$; (b) ${}^{150}_{62}Sm$ (p, α) ${}^{147}_{61}Pm$.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Giải. Đối với phản ứng M_i (m_i, m_f) M_f, Q được tính theo :

$$Q = [M_i + m_i - (M_f + m_f)]c^2.$$

(a) Q = [15,994915u + 0u –

– (15,000108u + 1,007825u)](931,5 MeV/u) = –12,13 MeV.

(b) Q = [149,917276u + 1,007825u –

– (146,915108u + 4,002603u)](931,5 MeV/u) = 6,88 MeV.

30.5. Tính độ hụt khối của các hạt nhân :

(a) $^{42}_{20}Ca$, (b) $^{130}_{52}Te$.

Giải. (a) δ = 41,958625u – 42u = –0,041375u = – 38,540 MeV.

(b) δ = 129,906238u – 130u = –0,093762u = –87,337 MeV.

Các dữ liệu hạt nhân thường được biểu thị bằng độ hụt khối hơn là bằng khối lượng nguyên tử.

30.6. Dùng các số liệu sau đây :

Hạt nhân	Độ hụt khối
$^{192}_{76}Os$	–0,038550u
$^{191}_{76}Os$	–0,039030u
d	+0,014102u
t	+0,016050u

để tìm giá trị Q của phản ứng $^{192}_{76}Os$ (d, t) $^{191}_{76}Os$.

Giải. Vì A được bảo toàn trong phản ứng bất kì nên ta có thể dùng độ hụt khối thay cho khối lượng nghỉ. Do đó ta có :

Q = $[M_i + m_i - (M_f + m_f)]c^2$ =

= [–0,038550u + 0,014102u – (–0,039030u + 0,016050u)] ×

× (931,5 MeV/u) = –1,37 MeV.

30.7. Trong hệ quy chiếu gắn với phòng thí nghiệm, ta thấy một prôtôn 6 MeV đập tới hạt nhân bia ^{12}C ở trạng thái nghỉ. Tính vận tốc của hệ khối tâm (giả thiết khối lượng prôtôn bằng 1u).

Giải. Theo cơ cổ điển thì vận tốc prôtôn trong phòng thí nghiệm bằng :

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$$v = \sqrt{\frac{2K_i}{m_i}} = c\sqrt{\frac{2K_i}{m_i c^2}} = (3 \times 10^8 \text{ m/s})\sqrt{\frac{2(6 \text{ MeV})}{(1u)(931{,}5 \text{ MeV/u})}} =$$

$$= 3{,}41 \times 10^7 \text{ m/s}.$$

Theo (30.2) ta có :

$$V_{kt} = \frac{m_i}{M_i + m_i} v = \frac{1u}{12u + 1u}(3{,}41 \times 10^7 \text{ m/s}) =$$

$$= 2{,}62 \times 10^6 \text{ m/s}$$

theo phương của prôtôn.

30.8. Tìm hệ thức giữa năng lượng của phản ứng Q với năng lượng ngưỡng của hạt tới trong phản ứng thu nhiệt M_i (m_i, m_f) M_f. Lí giải theo cơ cổ điển.

Giải. Trước hết ta tiến hành tính toán trong hệ khối tâm vì ở đây có thuận lợi là xung lượng tổng cộng triệt tiêu. Sau đó biến đổi kết quả thu được sang hệ phòng thí nghiệm với các kí hiệu của hình 30.2, động năng tổng cộng trong hệ khối tâm là

$$K_{ikt} = \frac{1}{2} m_i v'^2 + \frac{1}{2} M_i V'^2$$

Bằng cách biến đổi sang hệ phòng thí nghiệm [nhờ biểu thức (30.3)], ta có động năng các hạt trước phản ứng trong hệ khối tâm :

$$K_{ikt} = \frac{1}{2} m_i \left(\frac{M_i}{m_i + M_i} v\right)^2 + \frac{1}{2} M_i \left(\frac{m_i}{m_i + M_i} v\right)^2 =$$

$$= \left(\frac{1}{2} m_i v^2\right)\left[\frac{M_i(M_i + m_i)}{(m_i + M_i)^2}\right] =$$

$$= K_{iTN}\left(\frac{M_i}{m_i + M_i}\right), \qquad (1)$$

trong đó : K_{iTN} là động năng của hạt tới trong hệ phòng thí nghiệm. Phương trình (1) là hệ thức giữa các động năng trong hai hệ quy chiếu phòng thí nghiệm và khối tâm.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Vì năng lượng của phản ứng Q chỉ phụ thuộc các khối lượng nghỉ của các hạt trước và sau phản ứng, nên Q có cùng giá trị trong hai hệ quy chiếu :

$$K_{fTN} - K_{iTN} = K_{fkt} - K_{ikt} = Q, \qquad (2)$$

K_{fTN} = động năng các hạt sau phản ứng trong hệ phòng thí nghiệm,

K_{iTN} = động năng các hạt trước phản ứng trong hệ phòng thí nghiệm,

K_{fkt} = động năng các hạt sau phản ứng trong hệ khối tâm,

K_{ikt} = động năng các hạt trước phản ứng trong hệ khối tâm.

Năng lượng ngưỡng $K_{ng.kt}$ trong hệ khối tâm chính là động năng ban đầu cần thiết để sinh ra các hạt sau phản ứng ở trạng thái nghỉ nghĩa là động năng cuối của hệ hạt $K_{fkt} = 0$. Vì vậy ta có :

$$K_{ng.kt} = K_{ikt} = -Q. \qquad (3)$$

Nhưng theo (1), trong hệ phòng thí nghiệm ta lại có :

$$K_{ng,TN} = -Q\left(\frac{M_i + m_i}{M_i}\right). \qquad (4)$$

Ta có thể tìm được một biểu thức về $K_{ng.TN}$ có nhiều ý nghĩa hơn nếu ta khảo sát động năng K^* của khối tâm (trong hệ quy chiếu phòng thí nghiệm) khi hạt tới có năng lượng bằng năng lượng ngưỡng. Theo (30–2) và (4) ta có :

$$K^* = \frac{1}{2}(M_i + m_i)V^2_{kt.ng} = \frac{m_i}{M_i + m_i}\left(\frac{1}{2}m_i v^2_{ng}\right) =$$

$$= \frac{m_i}{M_i + m_i}K_{ng.TN} = \left(1 - \frac{M_i}{M_i + m_i}\right)K_{ng.TN} = K_{ng.TN} + Q,$$

hay :

$$K_{ng.TN} = -Q + K^*. \qquad (5)$$

Phương trình (5) chứng tỏ hạt phải có năng lượng đủ để khởi đầu phản ứng thu nhiệt (–Q) và phải kể tới chuyển động toàn bộ của hệ (K^* phải không đổi trong quá trình phản ứng xảy ra).

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

30.9. Tính các rào Coulomb của các hạt nhân ${}^{16}_{8}O$, ${}^{93}_{41}Nb$ và ${}^{209}_{83}Bi$ đối với một prôtôn.

Giải. Rào Coulomb là năng lượng cần thiết để đưa một prôtôn tới bờ của hạt nhân.

Đặt $\Delta \equiv R + r_o = r_o\,(A^{1/3} + 1)$, ta có :

$$E_c = k\frac{(Ze)e}{\Delta} = k\frac{Ze^2}{r_o(A^{1/3}+1)} = \left(\frac{1{,}44\text{MeV}\,.\,\text{fm}}{1{,}4\text{fm}}\right)\left(\frac{Z}{A^{1/3}+1}\right) =$$

$$= (1{,}03\text{MeV})\left(\frac{Z}{A^{1/3}+1}\right).$$

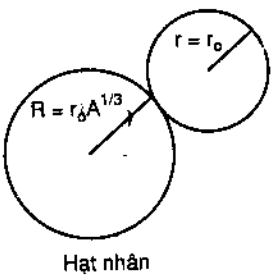
Đối với ${}^{16}_{8}O$: $E_c = (1{,}03\text{MeV})\left(\frac{8}{16^{1/3}+1}\right) = 2{,}34\text{MeV}.$

Đối với : ${}^{93}_{41}Nb$:

$$E_c = (1{,}03\text{MeV})\left(\frac{41}{93^{1/3}+1}\right) = 7{,}64\ \text{MeV}.$$

Đối với ${}^{209}_{83}Bi$:

$$E_c = (1{,}03\text{MeV})\left(\frac{83}{209^{1/3}+1}\right) = 12{,}33\ \text{MeV}.$$



Hình 30.3

30.10. Xem bài toán 30.9. So sánh rào Coulomb với năng lượng ngưỡng trong các trường hợp sau :

${}^{16}_{8}O$ (p, d) ${}^{15}_{8}O$; ${}^{93}_{41}Nb$ (p, d) ${}^{92}_{41}Nb$; ${}^{209}_{83}Bi$ (p, d) ${}^{208}_{83}Bi$.

Giải. Q có dạng :

$$Q = (M_i + m_i - M_f - m_f)c^2,$$

và theo hệ thức (4) trong bài toán 30.8 :

$$K_{ng\tilde{o}} = -Q\left(\frac{M_i + m_i}{M_i}\right).$$

Thành thử :

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Đối với $^{16}_{8}O$ (p, d) $^{15}_{8}O$ thì :

$$Q = (15{,}994915u + 1{,}007825u - 15{,}003070u - 2{,}014102u) \times$$
$$\times (931{,}5\ MeV/u) = -13{,}44\ MeV,$$

$$K_{ng} = (13{,}44MeV)\left(\frac{16u + 1u}{16u}\right) = 14{,}28\ MeV\ ;$$

Đối với $^{93}_{41}Nb$ (p, d) $^{92}_{41}Nb$:

$$Q = (92{,}906382u + 1{,}007825u - 91{,}907211u - 2{,}014102u) \times$$
$$\times (931{,}5\ MeV/u) = -6{,}62\ MeV,$$

$$K_{ng} = (6{,}62MeV)\left(\frac{93u + 1u}{93u}\right) = 6{,}69\ MeV\ ;$$

Đối với $^{209}_{83}Bi$ (p, d) $^{208}_{83}Bi$:

$$Q = (208{,}980394u + 1{,}007825u - 207{,}979731u - 2{,}014102u) \times$$
$$\times (931{,}5\ MeV/u) = -5{,}23\ MeV,$$

$$K_{ng} = (5{,}23MeV)\left(\frac{209u + 1u}{209u}\right) = 5{,}26\ MeV.$$

Đối với $^{16}_{8}O$ (p, d) $^{15}_{8}O$, $K_{ng} \gg E_c$ và phản ứng sẽ xảy ra ở năng lượng ngưỡng với xác suất rất lớn.

Đối với $^{209}_{83}Bi$ (p, d) $^{208}_{83}Bi$, $K_{ng} \ll E_c$ nên phản ứng ít có cơ may xảy ra ở năng lượng ngưỡng vì prôtôn không thể lại gần hạt nhân $^{209}_{83}Bi$.

Đối với $^{93}_{41}Nb$ (p, d) $^{92}_{41}Nb$ thì năng lượng ngưỡng (6,69 MeV) hơi nhỏ hơn rào thế Coulomb (7,61 MeV). Vì thế, người ta có thể cho rằng phản ứng sẽ không xảy ra vì prôtôn không thể lại gần hạt nhân $^{93}_{41}Nb$. Nhưng, thực tế người ta lại quan sát được phản ứng $^{93}_{41}Nb$ (p, d) $^{92}_{41}Nb$ ở năng lượng ngưỡng. Đây là một thí dụ về hiệu ứng đường hầm xuyên qua rào thế Coulomb, trong đó prôtôn, mặc dù có năng lượng nhỏ hơn rào thế Coulomb, vẫn tới được hạt nhân $^{93}_{41}Nb$.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

30.11. Có một bia mỏng chiều dày dT, trong có n tâm tán xạ (n hạt nhân) trên đơn vị thể tích. Mỗi tâm có diện tích σ. Tính tỉ số R giữa diện tích phủ bởi các tâm tán xạ và diện tích toàn phần của bia.

Giải. Trong bia mỏng, các hạt nhân không che phủ lên nhau, nên ta có :

$$R = \frac{\text{diện tích tổng cộng của các tâm tán xạ}}{\text{diện tích bia}} =$$

$$= \frac{\text{thể tích bia} \times n \times \sigma}{\text{diện tích bia}} = \frac{(AdT) \times n \times \sigma}{A} = n\sigma dT.$$

30.12. Một chùm hạt tiết diện A chứa N_o hạt đi xuyên qua một bia vật liệu có chiều dày T và n tâm tán xạ trên đơn vị thể tích. Mỗi tâm có tiết diện hiệu dụng σ. Tính số hạt tán xạ trên bia.

Giải. Giả sử ta cắt một lát mỏng vật liệu bia chiều dày dT. Mỗi khi một hạt tới gặp một tâm tán xạ trong lớp mỏng đó thì hạt sẽ bị tán xạ. Do đó tỉ số giữa số hạt tán xạ và số hạt tới N sẽ bằng diện tích tổng cộng các tâm tán xạ chia cho tiết diện chùm hạt như đã xét trong bài toán 30.11. Ta có :

$$\frac{\text{số hạt tán xạ}}{\text{số hạt tới}} = \frac{\text{diện tích tổng cộng của các tâm tán xạ}}{\text{diện tích bia}},$$

hay :
$$\frac{dN_{tx}}{N} = -\frac{dN}{N} = n\sigma dT,$$

(Dấu – có nghĩa là tương ứng với sự tăng số hạt tán xạ dN_{tx} lại có sự giảm số hạt tới – dN). Lấy tích phân ta có :

$$-\int_{N_o}^{N_f} \frac{dN}{N} = \int_{o}^{T} n\sigma dT$$

hay :
$$-\ln \frac{N_f}{N_o} = n\sigma T \text{ hay : } N_f = N_o e^{-n\sigma T},$$

trong đó N_o và N_f là số hạt tới bia và số hạt ló sau bia. Như vậy số hạt tán xạ sẽ bằng :

$$N_{tx} = N_o - N_f = N_o(1 - e^{-n\sigma T}).$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

30.13. Một chùm nơtrôn tới đập vào một bia vật liệu sao cho phần nơtrôn tán xạ bằng 10^{-3}% chùm nơtrôn tới. Bia có khối lượng riêng $1{,}06.10^4 kg/m^3$, A = 200 và tiết diện hiệu dụng toàn phần đối với nơtrôn là 1,1 barn. Tính chiều dày bia.

Giải. Số tâm tán xạ trên đơn vị thể tích là :

$$n = \left(\frac{6{,}02 \times 10^{26} \text{ hạt nhân/kmol}}{200 \text{ kg/kmol}}\right)(1{,}06 \times 10^4 \text{ kg/m}^3) =$$

$$= 3{,}19 \times 10^{28} \text{ hạt nhân/m}^3,$$

và : $n\sigma = (3{,}19 \times 10^{28} m^{-3})(1{,}1 \times 10^{-28} m^2) = 3{,}51 m^{-1}$.

Theo bài toán 30.12, số hạt tán xạ bằng :

$$N_{tx} = N_o(1 - e^{-n\sigma T}),$$

với $N_{tx}/N_o = 10^{-5}$. Do vậy :

$$10^{-5} = 1 - e^{-(3{,}51 m^{-1})T} \text{ hay : } e^{(-3{,}51 m^{-1})T} = 1 - 10^{-5}.$$

Khi x nhỏ thì $e^{-x} \approx 1 - x$ và :

$$(3{,}51 m^{-1})T = 10^{-5} \text{ hay } T = \frac{10^{-5}}{3{,}51 m^{-1}} = 2{,}85 \times 10^{-6} m.$$

30.14. Khi cho chùm hạt α năng lượng 5,3 MeV của nguồn $^{210}_{84}Po$ đập vào bia $^{9}_{4}Be$ thì thấy sinh ra một bức xạ không mang điện tích. Nếu giả thiết bức xạ chưa biết đó là các tia γ truyền theo cùng chiều với chùm hạt tới thì năng lượng các tia γ đó bằng bao nhiêu ? (Bài toán này cùng với các bài toán 30.15, 30.16 sẽ minh hoạ lập luận của Chadwick năm 1932 trong việc phát hiện ra nơtrôn).

Giải. Giả sử đó là phản ứng $^{9}_{4}Be\ (\alpha, \gamma)\ ^{13}_{6}C$. Nếu coi hạt nhân $^{9}_{4}Be$ ở trạng thái nghỉ và hạt α có động năng 5,3 MeV thì định luật bảo toàn năng lượng cho ta :

$$(M_{Be} + M_\alpha)c^2 + K_\alpha = M_c c^2 + K_c + K_\gamma,$$

$$(9{,}012186u + 4{,}002603u)(931{,}5 \text{ MeV/u}) + 5{,}30 \text{ MeV} =$$

$$= (13{,}003354u)(931{,}5 \text{ MeV/u}) + K_c + K_\gamma,$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$$K_c + K_\gamma = 16{,}0 \text{ MeV}. \quad (1)$$

Khi các tia γ và hạt nhân $^{13}_{6}C$ chuyển động cùng chiều với các hạt α tới thì theo định luật bảo toàn xung lượng ta có :

$$p_\alpha = p_\gamma + p_c \text{ hay } p_\alpha c = p_\gamma c + p_c c. \quad (2)$$

Đối với các hạt vật chất thì theo cổ điển ta có :

$$K = \frac{p^2}{2M} = \frac{(pc)^2}{2Mc^2} \text{ hay } pc = \sqrt{2(Mc^2)K},$$

và $$p_\alpha c = \sqrt{2(4u \times 931{,}5\text{MeV/u})(5{,}30\text{MeV})} = 199\text{MeV},$$

$$p_c c = \sqrt{2(13u \times 931{,}5\text{MeV/u})K_c} = 156\ K_c^{1/2},$$

và đối với phôtôn γ, $E_\gamma = K_\gamma = p_\gamma c$. Thế vào (2) ta có :

$$199 \text{ MeV} = K_\gamma + 156\ K_c^{1/2}. \quad (3)$$

Giải đồng thời (1) và (3) ta có :

$$K_\gamma = 14{,}6 \text{ MeV} ; K_c = 1{,}4 \text{ MeV}.$$

30.15. Trong hai thí nghiệm riêng rẽ, người ta cho bức xạ chưa biết trong bài toán 30.14 lần lượt đập vào bia paraphin và bia $^{14}_{7}N$. Vẫn coi bức xạ chưa biết là phôtôn, hãy tính năng lượng cần thiết để phôtôn có thể sinh ra các prôtôn lùi 5,7 MeV và hạt nhân lùi $^{14}_{7}N$ 1,4 MeV quan sát được trong các phản ứng trên. So sánh các kết quả trên với các kết quả trong bài toán 30.14.

Giải. Các phôtôn tương tác với các hạt nhân bia theo hiệu ứng Compton. Năng lượng cực tiểu E_γ tương ứng với va chạm chính diện. Để phân tích va chạm chính diện đó ta có thể dùng gần đúng cổ điển vì các động năng quan sát được đều rất nhỏ so với khối lượng nghỉ của các hạt nhân bia.

Do đó (các đại lượng có dấu phẩy ứng với các điều kiện sau va chạm) :

$$h\nu_{min} = h\nu' + K' \text{ (bảo toàn năng lượng)},$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

và vì các xung lượng đều hướng theo trục x nên :

$$\frac{h\nu}{c} = -\frac{h\nu'}{c} + m_o v' \text{ (bảo toàn xung lượng).}$$

Nhân phương trình thứ hai với c rồi thêm vào phương trình thứ nhất và thay $m_o v' = \sqrt{2m_o K'}$ ta có :

$$2h\nu_{min} = \sqrt{2m_o c^2 K'} + K' = \sqrt{K'}\left(\sqrt{2m_o c^2} + \sqrt{K'}\right).$$

Vì $2m_o c^2 \gg K'$ nên bỏ qua được $\sqrt{K'}$ trong ngoặc. Từ đó : $h\nu_{min} = \sqrt{\frac{K'(m_o c^2)}{2}}$. Đối với bia prôtôn ta có :

$$h\nu_{min} \approx \sqrt{(5{,}7\,\text{MeV})(938\,\text{MeV})/2} = 52 \text{ MeV}.$$

Đối với bia $^{14}_{7}N$:

$$h\nu_{min} \approx \sqrt{(1{,}4\,\text{MeV})(14u \times 931{,}5\,\text{MeV/u})/2} = 96 \text{ MeV}.$$

Cả hai giá trị năng lượng đó đều rất lớn so với giá trị 14,6 MeV = K_γ tính trong bài toán 30.14. Điều đó chứng tỏ giả thuyết coi bức xạ chưa biết được cấu tạo bằng các tia γ là không phù hợp với các kết quả thực nghiệm.

30.16. Nếu giả thiết prôtôn lùi và hạt nhân lùi $^{14}_{7}N$ trong bài toán 30.15 là kết quả của một va chạm chính diện với một hạt tới khối lượng lớn, hãy tính khối lượng và động năng của hạt đó.

Giải. Dùng các chỉ số 1 và 2 để kí hiệu hạt tới và hạt nhân bia. Ta có :

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} m_1 v'^2_1 + \frac{1}{2} m_2 v'^2_2 \text{ (bảo toàn năng lượng cổ điển),}$$

$$m_1 v_1 = m_1 v'_1 + m_2 v'_2 \text{ (bảo toàn xung lượng).}$$

Vận tốc v'_1 không được đo trong quá trình thí nghiệm. Từ phương trình hai, ta rút v'_1 và thế vào phương trình thứ nhất, ta có :

$$v'_2 = \frac{2m_1 v_1}{m_1 + m_2}.$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Động năng cuối của hạt 2 bằng :

$$K'_2 = \frac{1}{2} m_2 v'^2_2 = \frac{1}{2} m_2 \left[\frac{2m_1 v_1}{m_1 + m_2}\right]^2 = \frac{4m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} K_1.$$

Thay vào các khối lượng bia và các năng lượng quan sát, ta nhận được hai phương trình đối với m_1 và K_1 :

$$\text{bia prôtôn : } 5{,}7 \text{ MeV} = \frac{4m_1(1u)}{(m_1 + 1u)^2} K_1,$$

$$\text{bia } {}^{14}_{7}N : 1{,}4 \text{ MeV} = \frac{4m_1(14u)}{(m_1 + 14u)^2} K_1,$$

và $\qquad m_1 = 0{,}98u \ ; \ K_1 = 5{,}7$ MeV.

$m_1 = 1u$ phù hợp một cách hợp lí với khối lượng của nơtrôn mà hiện nay ta đã biết. Nếu trong bài toán 30.14, ta xét phản ứng ${}^{9}_{4}Be\ (\alpha, n)\ {}^{12}_{6}C$ thay cho phản ứng ${}^{9}_{4}Be(\alpha, \gamma)\ {}^{13}_{6}C$ thì sẽ tìm thấy động năng của nơtrôn xấp xỉ bằng giá trị 5,7 MeV ở trên (xem bài toán 30.22).

BÀI TOÁN BỔ SUNG

Các khối lượng nguyên tử được ghi trong bảng ở phần Phụ lục.

30.17. Tìm hạt X trong các phản ứng :

(a) ${}^{182}_{74}W\ ({}^{3}_{2}He, n)\ X$;

(b) ${}^{42}_{20}Ca\ ({}^{6}_{3}Li, X)\ {}^{45}_{21}Sc$.

Đáp số. (a) ${}^{184}_{76}Os$; (b) ${}^{3}_{2}He$.

30.18. Tính vận tốc của $\left[{}^{42}_{21}Sc\right]^*$ trong phản ứng

$${}^{41}_{20}Ca + p \rightarrow \left[{}^{42}_{21}Sc\right]^* \rightarrow {}^{40}_{20}Ca + d,$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

nếu năng lượng của prôtôn trong hệ phòng thí nghiệm là 7,2 MeV.

Đáp số. $8,9.10^5$ m/s.

30.19. Tính Q của phản ứng $^{42}_{20}Ca$ (p, d) $^{41}_{20}Ca$.

Đáp số. −9,25 MeV.

3.20. Tính [ra đơn vị khối lượng nguyên tử (u)] độ hụt khối của các hạt nhân : (a) $^{4}_{2}He$; (b) $^{88}_{38}Sr$.

Đáp số. (a) 0,002603u ; (b) 0,094359u.

30.21. Số nơtrôn bị tán xạ trên một bia thí nghiệm bằng 10^{-6}% chùm nơtrôn tới. Bia có khối lượng riêng $4,1 \times 10^3$ kg/m^3, A = 30 và dày 10^{-8}m. Tính tiết diện hiệu dụng của bia đối với nơtrôn.

Đáp số. 0,122 barn.

30.22. Giả sử phản ứng trong bài toán 30.14 là $^{9}_{4}Be(\alpha, n)^{12}_{6}C$, tính động năng của nơtrôn và so sánh nó với giá trị tìm được trong bài toán 30.16.

Đáp số. 5,7 MeV.

30.23. Chứng minh rằng khi hai hạt va chạm đàn hồi thì vận tốc mỗi hạt sẽ không thay đổi khi tính trong hệ khối tâm.

Chương 31

PHẢN ỨNG PHÂN HẠCH VÀ NHIỆT HẠCH

31.1. PHẢN ỨNG PHÂN HẠCH

Một trong các phản ứng thông dụng nhất là việc tạo thành hạt nhân hợp phần khi một hạt nhân có A > 230 hấp thụ một nơtrôn tới. Đa số các hạt nhân hợp phần đó đều vỡ thành hai mảnh hạt nhân có khối lượng trung bình và phát ra vài nơtrôn thứ cấp. Phản ứng này gọi là phản ứng *phân hạch*.

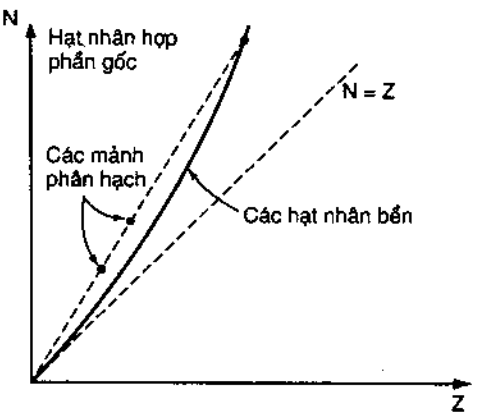
1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Trong lò phản ứng hạt nhân người ta điều khiển số phân hạch trong đơn vị thời gian bằng cách cho hấp thụ các nơtrôn dư thừa sao cho trung bình cứ một nơtrôn trong một phân hạch lại gây ra một phân hạch khác. Nhiệt lượng được giải phóng dùng để sản xuất hơi nước làm quay tua–bin và sản sinh năng lượng điện. Nếu không điều khiển phản ứng thì mỗi phân hạch sẽ tạo ra hơn một nơtrôn có khả năng gây ra các phân hạch về sau. Do đó số phân hạch sẽ tăng nhanh theo cấp số nhân. Kết quả là toàn bộ năng lượng phân hạch trong lò phản ứng sẽ được giải phóng trong một thời gian rất ngắn : đó là bom nguyên tử.

Đây là một phản ứng phân hạch điển hình :

$$^{235}_{92}U + ^{1}_{0}n \rightarrow \left[^{236}_{92}U\right]^{*} \rightarrow ^{A_1}_{Z_1}X + ^{A_2}_{Z_2}Y + \varepsilon ^{1}_{0}n,$$

trong đó $Z_1 + Z_2 = 92$; $A_1 + A_2 + \varepsilon = 236$, và ε là số nguyên. Tỉ số khối lượng các mảnh phân hạch M_1/M_2 có giá trị khoảng 3/2 theo các số liệu thực nghiệm. Số nơtrôn được giải phóng ε trong mỗi phân hạch của một nguyên tố riêng biệt phụ thuộc vào các mảnh phân hạch sản phẩm cuối cùng. Trong phản ứng trên số nơtrôn trung bình sinh ra trong một phân hạch xấp xỉ bằng 2,44 (trị số thực nghiệm). Phần thập phân là do việc lấy trung bình theo tất cả các sản phẩm của phản ứng.



Hình 31.1

Hai mảnh phân hạch thường có tỉ số nơtrôn – prôtôn xấp xỉ bằng tỉ số nơtrôn – prôtôn của hạt nhân gốc. Vì vậy các mảnh đó nằm ở phía trên đường cong bền vững (xem H.31.1), ở trong miền các hạt nhân dư nơtrôn và chịu phân rã β.

Thông thường các mảnh phân hạch đều chịu một chuỗi phân rã β nối

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

tiếp trước khi biến đổi thành hạt nhân bền. Mỗi lần phân rã β lại làm giảm tỉ số N/Z (xem bài toán 31.7).

Mỗi phản ứng phân hạch giải phóng một năng lượng khoảng 200 MeV (xem bài toán 31.8) lớn hơn nhiều so với năng lượng vài MeV được giải phóng trong các phản ứng hạt nhân toả nhiệt điển hình, trong đó sản phẩm cuối cùng chỉ có một hạt có khối lượng vào cỡ khối lượng của hạt nhân bia nguyên thuỷ. Năng lượng phân hạch 200 MeV được phân phối như sau :

(a) 170 MeV : động năng các mảnh phân hạch ;

(b) 5 MeV : năng lượng các nơtrôn phân hạch ;

(c) 15 MeV : năng lượng các tia β^- và γ ;

(d) 10 MeV : năng lượng các nơtrinô phát ra trong quá trình phân rã của các mảnh phân hạch.

Trong nhiều phản ứng phân hạch, ta thấy hạt nhân hợp phần dễ được tạo thành với nơtrôn nhiệt E ~ 0,04 eV. Các nơtrôn sinh ra trong mỗi phân hạch đều có động năng vào cỡ 2 MeV (theo bảng phân phối trên) : trong các bài toán 31.2 và 31.17, ta sẽ hiểu cơ chế làm chậm nơtrôn đến năng lượng nhiệt để dễ dàng gây ra các phản ứng phân hạch khác.

31.2. PHẢN ỨNG NHIỆT HẠCH (hay phản ứng tổng hợp hạt nhân)

Phản ứng nhiệt hạch là phản ứng theo đó hai nuclôn hay hạt nhân tương đối nhẹ (A < 20) kết hợp với nhau để tạo thành hạt nhân nặng hơn và giải phóng năng lượng. Phản ứng nhiệt hạch điển hình là phản ứng kết hợp một prôtôn với một nơtrôn để tạo thành một đơtôn :

$$^{1}_{1}H + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{2}_{1}H \qquad Q = 2{,}23 \text{ MeV.}$$

Tương tự, ta có phản ứng tạo thành một hạt α bằng cách tổng hợp hai đơtôn :

$$^{2}_{1}H + ^{2}_{1}H \rightarrow ^{4}_{2}He \qquad Q = 23{,}8 \text{ MeV.}$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Tuy các năng lượng đó nhỏ hơn nhiều so với năng lượng của một phản ứng phân hạch (cỡ 200 MeV), nhưng năng lượng toả ra trên đơn vị khối lượng thì lại lớn hơn nhiều nếu kể đến khối lượng quá nhỏ của các hạt tương tác.

Việc giải phóng năng lượng trong phản ứng nhiệt hạch có thể được giải thích theo H. 28.1. Hình vẽ cho thấy trong vùng A nhỏ thì năng lượng liên kết của một nuclôn tăng khi số khối A tăng. Vì vậy hạt nhân nặng hơn được tạo thành do sự tổng hợp của hai hạt nhân nhẹ hơn sẽ có năng lượng liên kết của một nuclôn lớn hơn so với mỗi hạt nhân hợp thành nguyên thuỷ. Năng lượng liên kết cao hơn có nghĩa là khối lượng nghỉ nhỏ hơn (tiết 28.1) và phần khối lượng nghỉ mất đi đã biến đổi thành năng lượng được giải phóng.

Các phản ứng có ý nghĩa nhất đối với việc xây dựng lò phản ứng nhiệt hạch đầu tiên là các phản ứng D – D :

$$^{2}_{1}H\ (d, n)\ ^{3}_{2}He \qquad Q = 3{,}27\ MeV\ ;$$

$$^{2}_{1}H(d, p)\ ^{3}_{1}H \qquad Q = 4{,}03\ MeV\ ;$$

và phản ứng D – T :

$$^{3}_{1}H\ (d, n)\ ^{4}_{2}He \qquad Q = 17{,}59\ MeV.$$

Các phản ứng có tên là chu trình cacbon hay chu trình Bethe (Bê-tơ) và chu trình prôtôn-prôtôn hay chu trình Critchfield (Cri-trơ-phin-đờ) đều được giả thiết xảy ra ở trong lòng các vì sao (xem các bài toán 31.11 đến 31.13 và 31.18).

BÀI TOÁN CÓ LỜI GIẢI

31.1. Tính động năng của một nơtrôn nhiệt ở 300K.

Giải. Năng lượng nhiệt của một hạt vào cỡ kT với k là hằng Boltzman (Bô-dơ-man) :

$$K_n \approx (8{,}617\times10^{-5}eV/K)(300\,K) = 0{,}026\ eV.$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

31.2. Trung bình mỗi nơtrôn mất một nửa năng lượng trong một va chạm với một prôtôn giả tự do (xem bài toán 31.17 đối với tác động của một va chạm chính diện). Tính số va chạm trung bình để giảm năng lượng nơtrôn từ 2 MeV đến năng lượng nhiệt 0,04 eV.

Giải. Gọi N là số va chạm, ta có tỉ số giữa năng lượng cuối và năng lượng đầu bằng :

$$\frac{K_f}{K_i} = \frac{0{,}04\ \text{eV}}{2 \times 10^6\ \text{eV}} = (0{,}5)^N \text{ hay } (0{,}5)^N = 2 \times 10^{-8}.$$

Lấy loga :

$$(-\ 0{,}301)N = -7{,}70 \text{ hay } N \approx 26.$$

Năng lượng các nơtrôn phân hạch xấp xỉ 2 MeV và trung bình cần 26 va chạm với prôtôn để giảm năng lượng đó tới mức năng lượng nhiệt. Các nơtrôn nhiệt có xác suất lớn để gây ra các phản ứng phân hạch tiếp sau.

31.3. Người ta dùng tia γ năng lượng 6 MeV để làm hạt nhân $^{235}_{92}U$ phân hạch thành $^{90}_{36}Kr$, $^{142}_{56}Ba$ và ba nơtrôn. Tính động năng tổng cộng sinh ra trong phân hạch đó.

Giải. Ta có phản ứng phân hạch :

$$^{235}_{92}U + \gamma \rightarrow {}^{90}_{36}Kr + {}^{142}_{56}Ba + 3\ {}^{1}_{0}n.$$

Theo định luật bảo toàn khối lượng – năng lượng ta có :

$$M_u c^2 + K_\gamma = (M_{Kr} + M_{Ba} + 3m_n)c^2 + K_f.$$

Do đó :

$$K_f = [235{,}043915u - (89{,}91972u + 141{,}91635u +$$
$$+ 3 \times 1{,}008665u)]\ (931{,}5\ \text{MeV/u}) + 6\ \text{MeV} = 175{,}4\ \text{MeV}.$$

31.4. Mỗi phân hạch của hạt nhân $^{235}_{92}U$ bằng nơtrôn toả ra một năng lượng hữu ích 185 MeV. Một lò phản ứng công suất 100 MW dùng nhiên liệu $^{235}_{92}U$ phải cần bao nhiêu thời gian để tiêu thụ hết 1 kg urani ?

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Giải. Hiệu suất phân hạch tương ứng với công suất 100 MW là :

$$\left(10^8 \frac{J}{s}\right)\left(\frac{10^{-6}\,MeV}{1,6 \times 10^{-19}J}\right)\left(\frac{1\text{ phân hạch}}{185\,MeV}\right) =$$

$$= 3,38 \times 10^{18} \frac{\text{phân hạch}}{s}.$$

Số hạt nhân trong 1 kg urani – 235 :

$$\left(\frac{1kg}{235\,kg/kmol}\right)\left(6,023 \times 10^{26} \frac{\text{hạt nhân}}{kmol}\right) =$$

$$= 2,56 \times 10^{24} \text{ hạt nhân.}$$

Do đó cần khoảng thời gian :

$$t = \frac{2,56 \times 10^{24}}{3,38 \times 10^{18}s^{-1}} = 7,58 \times 10^5 s = 8,78 \text{ ngày.}$$

31.5. Tính nhiệt độ cần thiết để tạo ra phản ứng nhiệt hạch trong chất plasma (plat–ma) đơtêri (hỗn hợp trung hoà gồm êlectrôn và các hạt nhân dương đơtêri).

Giải. Nếu thừa nhận bán kính tác dụng của lực hạt nhân là 2fm thì lực đẩy Coulomb giữa hai đơtôn ở khoảng cách đó bằng :

$$E_c = \frac{ke^2}{R} = \frac{1,44\,MeV.fm}{2fm} = 0,72\,MeV.$$

Động năng trung bình của một tập hợp hạt ở nhiệt độ T vào cỡ kT. Do đó : $E_c = kT$,

$$0,72\,MeV = (8,617 \times 10^{-11}\,MeV/K)T,$$

$$T = 8,35 \times 10^9 K.$$

Việc nghiên cứu chính xác hơn có kể tới sự tồn tại của rào thế xuyên thấu đã chứng tỏ rằng phản ứng nhiệt hạch bắt đầu xảy ra trong khoảng nhiệt độ 10^7K.

31.6. Tính năng lượng được giải phóng khi tổng hợp hai hạt nhân đơtêri thành hạt α trong phản ứng nhiệt hạch.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Giải. Ta có phản ứng :

$$^{2}_{1}H + ^{2}_{1}H \rightarrow ^{4}_{2}He.$$

Định luật bảo toàn năng lượng cho ta :

$$2M_Hc^2 = M_{He}c^2 + Q,$$

$$Q = (2M_H - M_{He})c^2 =$$

$$= (2 \times 2{,}014102u - 4{,}002603u)\ (931{,}5\ MeV/u) =$$

$$= 23{,}80\ MeV.$$

Trong bài toán 31.5 ta đã thấy cần phải có năng lượng cỡ 0,7 MeV để khởi đầu quá trình nhiệt hạch và phản ứng nhiệt hạch này sẽ toả ra năng lượng 23,8 MeV.

31.7. Trong một phản ứng dây chuyền, hạt nhân $^{235}_{92}U$ bắt nơtrôn nhiệt và tạo thành hạt nhân $\left[^{236}_{92}U\right]^*$. Hạt nhân hợp phần này sẽ vỡ thành các mảnh phân hạch đầu tiên $^{143}_{56}Ba$ và $^{90}_{36}Kr$. Tìm quá trình phân rã nối tiếp của hai mảnh đó cho tới khi thành các hạt nhân bền.

Giải. Quá trình đầu tiên là :

$$^{235}_{92}U + ^{1}_{0}n \rightarrow \left[^{236}_{92}U\right]^* \rightarrow ^{143}_{56}Ba + ^{90}_{36}Kr + 3\ ^{1}_{0}n.$$

Chuỗi phân rã bêta của bari là như sau :

$$^{143}_{56}Ba \rightarrow ^{143}_{57}La + e^- + \bar{\nu}$$

$$\hookrightarrow\ ^{143}_{58}Ce + e^- + \bar{\nu}$$

$$\hookrightarrow\ ^{143}_{59}Pr + e^- + \bar{\nu}$$

$$\hookrightarrow\ ^{143}_{60}Nd + e^- + \bar{\nu}\ ,$$

$^{143}_{60}Nd$ là hạt nhân bền. $^{90}_{36}Kr$ sẽ cho chuỗi phân rã bêta sau :

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$$^{90}_{36}Kr \rightarrow {}^{90}_{37}Rb + e^- + \bar{\nu}$$

$$\hookrightarrow {}^{90}_{38}Sr + e^- + \bar{\nu}$$

$$\hookrightarrow {}^{90}_{39}Y + e^- + \bar{\nu}$$

$$\hookrightarrow {}^{90}_{40}Zr + e^- + \bar{\nu} \ ,$$

hạt nhân $^{90}_{40}Zr$ bền.

Phản ứng tổng thể là :

$$^{235}_{92}U + {}^{1}_{0}n \rightarrow \left[{}^{236}_{92}U\right]^* \rightarrow {}^{143}_{60}Nd + {}^{90}_{40}Zr + 3\,{}^{1}_{0}n + 8e^- + 8\bar{\nu} \ . \qquad (1)$$

31.8. Tính năng lượng được giải phóng trong phản ứng phân hạch ở bài toán 31.7.

Giải. Nếu dùng các khối lượng nguyên tử ở trạng thái nghỉ để tính Q dựa vào phản ứng (1) trong bài toán 31.7 thì số hạng $+8e^-$ biến mất và ta có :

$$Q = [M_u - M_{Nd} - M_{Zr} - (3 - 1)m_n]c^2 =$$

$$= [235{,}043915u - 142{,}909779u - 89{,}904700u - 2(1{,}008665u)] \times$$

$$\times (931{,}5 \text{ MeV/u}) = 197{,}6 \text{ MeV}.$$

31.9. Tính năng lượng đẩy Coulomb giữa các hạt nhân $^{143}_{56}Ba$ và $^{90}_{36}Kr$ trong bài toán 31.7 ngay khi chúng vừa được tạo thành.

Giải. Ta giả thiết là ngay khi vừa được tạo thành, hai hạt nhân trên có dạng hình cầu và tiếp xúc nhau. Như vậy năng lượng đẩy Coulomb sẽ bằng :

$$E_c = k\frac{(Z_1e)(Z_2e)}{R_1 + R_2} = \frac{(ke^2)Z_1Z_2}{r_o(A_1^{1/3} + A_2^{1/3})} =$$

$$= \frac{(1{,}44 \text{ MeV.fm})(56)(36)}{(1{,}4\text{fm})(143^{1/3} + 90^{1/3})} = 214 \text{ MeV}.$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

xấp xỉ bằng năng lượng được giải phóng trong phản ứng (xem bài toán 31.8).

31.10. Tính tốc độ tiêu thụ đơtêri và triti trong phản ứng nhiệt hạch D – T để sản sinh công suất 1 MW (giả thiết có thể sử dụng toàn bộ năng lượng được giải phóng).

Giải. Trong phản ứng ${}^{3}_{1}H$ (d, n) ${}^{4}_{2}He$, năng lượng được giải phóng trong mỗi phản ứng nhiệt hạch là Q = 17,6 MeV (xem bài toán 31.14). Số phản ứng cần thiết trong đơn vị thời gian bằng :

$$R = \left(1 \times 10^{6}\,\frac{J}{s}\right)\left(\frac{1eV}{1,6 \times 10^{-19}J}\right)\left(\frac{1\text{ phản ứng}}{17,6 \times 10^{6}eV}\right) =$$

$$= 3,55 \times 10^{17}\,\frac{\text{phản ứng}}{s}.$$

Trong mỗi phản ứng phải dùng một nguyên tử đơtêri và một nguyên tử triti. Đơtêri có A = 2 nên tốc độ khối lượng tiêu thụ :

$$-\frac{dm}{dt} =$$

$$= \left(3,55 \times 10^{17}\,\frac{\text{nguyên tử}}{s}\right)\left(\frac{1kmol}{6,023 \times 10^{26}\text{ nguyên tử}}\right)\left(\frac{2kg}{1kmol}\right) =$$

$$= 1,18 \times 10^{-9}\,\frac{kg}{s},$$

và đối với triti (A = 3) :

$$-\frac{dm}{dt} = \frac{3}{2}\left(1,18 \times 10^{-9}\,\frac{kg}{s}\right) = 1,77 \times 10^{-9}\,\frac{kg}{s}.$$

31.11. Tính năng lượng được giải phóng trong chu trình cacbon. (Bethe) :

$$p + {}^{12}_{6}C \rightarrow {}^{13}_{7}N,$$

$${}^{13}_{7}N \rightarrow {}^{13}_{6}C + e^{+} + \nu,$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$$p + {}^{13}_{6}C \rightarrow {}^{14}_{7}N,$$

$$p + {}^{14}_{7}N \rightarrow {}^{15}_{8}O,$$

$${}^{15}_{8}O \rightarrow {}^{15}_{7}N + e^{+} + \nu,$$

$$p + {}^{15}_{7}N \rightarrow {}^{12}_{6}C + {}^{4}_{2}He.$$

Giải. Đáng lẽ phải tìm cách tính năng lượng toả ra trong mỗi phản ứng, ta có thể cộng tất cả các phản ứng theo từng vế trái, ta có :

$$(p + {}^{12}C) + ({}^{13}N) + (p + {}^{13}C) + (p + {}^{14}N) + ({}^{15}O) + (p + {}^{15}N) \rightarrow$$
$$({}^{13}N) + ({}^{13}C + e^{+} + \nu) + ({}^{14}N) + ({}^{15}O) + ({}^{15}N + e^{+} + \nu) + ({}^{12}C + {}^{4}He) ;$$

ước lược đi ta được $4p \rightarrow {}^{4}He + 2e^{+} + 2\nu$.

Kết quả là tất cả các phản ứng trên tương đương với sự tổng hợp bốn prôtôn thành một nguyên tử hêli : Theo định luật bảo toàn năng lượng, ta có :

$$4(M_H - m_e)c^2 = (M_{He} - 2m_e)c^2 + 2m_ec^2 + Q,$$

$$Q = (4M_H - M_{He} - 4m_e)c^2 =$$
$$= [4\ (1{,}007825u) - 4{,}002603u - 4(0{,}000549u)],\ \times$$
$$\times\ (931{,}5\ MeV/u) = 24{,}69\ MeV.$$

Ta thấy nguyên tử cacbon lại được tái sinh ở cuối chu trình cacbon nên có thể coi nguyên tử cacbon đã giữ vai trò của chất xúc tác.

31.12. Tính năng lượng toả ra khi tiêu thụ hết một kg hiđrô trong suốt chu trình của bài toán 31.11.

Giải. Theo chu trình tương đương $4p \rightarrow {}^{4}He + 2e^{+} + 2\nu$, ta thấy nhóm bốn prôtôn đã toả ra năng lượng 24,69 MeV. Do đó 1kg hiđrô tiêu thụ toả ra :

$$\frac{24{,}69\ MeV}{4\ \text{prôtôn}} \times \frac{1\ \text{prôtôn}}{1{,}673 \times 10^{-27}kg} =$$
$$= 3{,}69 \times 10^{27}\ \frac{MeV}{kg},\ \text{hay}\ 5{,}90 \times 10^{14}\ J/kg.$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

31.13. Xem bài toán 31.12. Người ta ước tính chu trình cacbon giải phóng một công suất 4.10^{26} W. Tính tốc độ tiêu thụ hiđrô.

Giải. $\left(4 \times 10^{26}\ \frac{J}{s}\right)\left(\frac{1\ kg\ hiđrô}{5{,}90 \times 10^{14} J}\right) = 6{,}8 \times 10^{11}\ \frac{kg\text{-}hiđrô}{s}$.

Để đối chiếu, người ta cho biết khối lượng Mặt Trời cỡ 2.10^{30}kg.

BÀI TOÁN BỔ SUNG

Các khối lượng nguyên tử được ghi trong phần Phụ lục.

31.14. Tính Q của phản ứng nhiệt hạch D–T ${}^{3}_{1}H$ (d , n) ${}^{4}_{2}He$.

Đáp số. 17,6 MeV.

31.15. Tính Q trong các phản ứng D–D : (a) ${}^{2}_{1}H$ (d , n) ${}^{3}_{2}He$;

(b) ${}^{2}_{1}H$ (d , p) ${}^{3}_{1}H$.

Đáp số. (a) 3,27 MeV ; (b) 4,03 MeV.

31.16. Xem bài toán 31.4. Tính công suất của lò phản ứng hạt nhân dùng ${}^{235}_{92}U$, nếu trong 30 ngày phải tiêu thụ 2 kg nhiên liệu.

Đáp số. 62,5 MW.

31.17. Áp dụng kết quả trong bài toán 30.16 để tính năng lượng của một nơtrôn 2 MeV sau khi va chạm chính diện với một prôtôn giả tự do ở trạng thái nghỉ.

Đáp số. 0,347 eV.

31.18. Thiết lập sự tương đương giữa chu trình prôtôn – prôtôn sau đây (chu trình Critchfield) với chu trình trong bài toán 31.11 :

$$p + p \rightarrow d + e^{+} + \nu\ ;$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$$p + d \rightarrow {}^{3}He\ ;$$

$${}^{3}_{2}He + {}^{3}_{2}He \rightarrow {}^{4}_{2}He + 2p.$$

31.19. Tính năng lượng giải phóng trong phản ứng nhiệt hạch :

$${}^{4}_{2}He + {}^{4}_{2}He + {}^{4}_{2}He \rightarrow {}^{12}_{6}C.$$

Đáp số. 7,27 MeV.

31.20. Có một dãy phản ứng giống như trong bài toán 31.11 nhưng với các nguyên liệu ban đầu là p và ${}^{14}N$. Đưa ra các phản ứng dẫn tới việc tái sinh ${}^{14}_{7}N$, biết rằng các hạt nhân trung gian được tạo thành là ${}^{15}_{8}O$, ${}^{15}_{7}N$, ${}^{16}_{8}O$, ${}^{17}_{9}F$ và ${}^{17}_{8}O$. Viết phản ứng tổng thể.

Đáp số. $4p \rightarrow {}^{4}_{2}He + 2e^{+} + 2\nu$ (phản ứng tổng thể).

Chương 32

CÁC HẠT SƠ CẤP

32.1. PHÂN LOẠI CÁC HẠT SƠ CẤP

Hiện nay người ta đã phát hiện bằng thực nghiệm hơn 30 hạt sơ cấp và phản hạt với thời gian sống tương đối dài. Phản hạt có cùng khối lượng và spin như hạt liên hợp với nó, nhưng lại có các tính chất điện từ trái ngược như điện tích và mômen từ. Danh sách các hạt và phản hạt được liệt kê trong bảng 32.1 bao hàm cả một vài tính chất riêng của chúng. Từ năm 1963 người ta lại phát hiện thêm khoảng 50 hạt cộng hưởng. Các hạt sơ cấp tương đối bền (thời gian sống trung bình $T_m >> 10^{-21}s$) còn hạt cộng hưởng có thời gian sống rất ngắn ($T_m < 10^{-21}s$).

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Theo bảng 32.1 thì các hạt sơ cấp được phân thành bốn họ. Ở đây sự phân loại chủ yếu dựa vào spin, khối lượng và loại tương tác của hạt (xem bảng 32.2).

Bảng 32.1*

	Hạt (phản hạt)	Khối lượng nghỉ MeV	Thời gian sống trung bình của hạt s	Số điện tích Q	Spin J	Số leptôn L_e	Số leptôn L_μ	Số bariôn B	Số lạ S
Các bôzôn, không khối lượng	$\gamma(\gamma)$*	0	bền	0	1				
Leptôn	$\nu_e(\bar{\nu}_e)$	0	bền	0(0)	1/2	+1(−1)			
	$\nu_\mu(\bar{\nu}_\mu)$	0	bền	0(0)	1/2		+1(−1)		
	$e^-(e^+)$	0,511	bền	−1(+1)	1/2	+1(−1)			
	$\mu^-(\mu^+)$	105,7	$2,2\times10^{-6}$	−1(+1)	1/2		+1(−1)		
Mêzôn	$\pi^+(\pi^-)$	139,6	$2,6\times10^{-8}$	+1(−1)	0				0(0)
	$\pi^0(\pi^0)$	135,0	$0,8\times10^{-16}$	0	0				0(0)
	$\pi^-(\pi^+)$	139,6	$2,6\times10^{-8}$	−1(+1)	0				0(0)
	$K^+(K^-)$	493,7	$1,2\times10^{-8}$	+1(−1)	0				+1(−1)
	$K^0(\bar{K}^0)$	497,7	$8,8\times10^{-11}$	0(0)	0				+1(−1)
	$\bar{K}^0(K^0)$	497,7	$5,2\times10^{-8}$	0(0)	0				−1(+1)
	$K^-(K^+)$	493,7	$1,2\times10^{-8}$	−1(+1)	0				−1(+1)
	$\eta^0(\eta^0)$	549	$2,5\times10^{-19}$	0	0				0(0)
Bariôn	$p(\bar{p})$	938,3	bền	+1(−1)	1/2			+1(−1)	0(0)
	$n(\bar{n})$	939,6	932	0(0)	1/2			+1(−1)	0(0)
	$\Lambda^0(\bar{\Lambda}^0)$	1116	$2,5\times10^{-10}$	0(0)	1/2			+1(−1)	−1(+1)
	$\Sigma^+(\bar{\Sigma}^-)$	1189	$8,0\times10^{-11}$	+1(−1)	1/2			+1(−1)	−1(+1)
	$\Sigma^0(\bar{\Sigma}^0)$	1192	10^{-14}	0(0)	1/2			+1(−1)	−1(+1)
	$\Sigma^-(\bar{\Sigma}^+)$	1197	$1,5\times10^{-10}$	−1(+1)	1/2			+1(−1)	−1(+1)
	$\Xi^0(\bar{\Xi}^0)$	1315	$3,0\times10^{-10}$	0(0)	1/2			+1(−1)	−2(+2)
	$\Xi^-(\bar{\Xi}^+)$	1321	$1,7\times10^{-10}$	−1(+1)	1/2			+1(−1)	−2(+2)
	$\Omega^-(\Omega^+)$	1672	$1,3\times10^{-10}$	−1(+1)	3/2			+1(−1)	−3(+3)

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Bảng 32.2

Họ	Spin	Khối lượng (m_e = khối lượng êlectrôn)	Loại tương tác
Bôzôn không khối lượng	nguyên	0	Điện từ, Hấp dẫn
Leptôn	bán nguyên	$0 \leq M < 207m_e$	Yếu, Điện từ
Mêzôn	nguyên	$273m_e < M < 1075m_e$	Mạnh, Yếu, Điện từ, Hấp dẫn
Bariôn	bán nguyên	$1836m_e < M$	Mạnh, Yếu, Điện từ, Hấp dẫn

32.2. TƯƠNG TÁC GIỮA CÁC HẠT

Bảng 32.2 cho biết ngoài các tương tác hấp dẫn và điện từ quen thuộc, còn có hai loại lực gây ra các tương tác : tương tác *mạnh* và tương tác *yếu*.

Lực liên kết các nuclôn trong hạt nhân là một thí dụ về tương tác mạnh. Trong phạm vi mà các prôtôn được liên kết ở bên trong hạt nhân thì tương tác mạnh phải rất lớn so với tương tác điện từ vì tương tác điện từ lại có khuynh hướng đẩy chúng xa nhau. Mặt khác tương tác mạnh lại không phụ thuộc điện tích các hạt

Phản ứng : $\pi^- + p \rightarrow \pi^0 + n$
là một thí dụ về tương tác mạnh.

Sự tồn tại của tương tác yếu là cần thiết để giải thích cách thức mà nơtrinô tương tác với chất hạt nhân. Vì là hạt không khối lượng, không điện tích nên nơtrinô không chịu tương tác hấp dẫn hay tương tác điện từ. Hơn nữa vì không phải là nuclôn nên nơtrinô cũng không thể tham gia vào tương tác hạt nhân hay tương tác mạnh.

Phản ứng : $n \rightarrow p + e^- + \tilde{\nu}$
là một thí dụ về tương tác yếu.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Các lực tương tác và thời gian phân rã (hay thời gian sống, nghĩa là thời gian sống trước khi phân rã) của các hạt sơ cấp được đặc trưng bởi các *hằng liên kết* không thứ nguyên. Ở năng lượng thấp, hằng liên kết càng lớn thì tương tác càng mạnh và thời gian sống càng ngắn. Hằng liên kết của tương tác điện từ là :

$$\frac{ke^2}{\hbar c} = \frac{1}{137}$$

và thời gian sống trung bình tương ứng vào cỡ 10^{-16}s. Hằng liên kết các tương tác mạnh là $g^2/\hbar c \approx 13$ (trong đó g là một hằng xuất hiện trong lí thuyết của Yukawa) và các phân rã mạnh có thời gian sống cỡ 10^{-23}s. Hằng liên kết hấp dẫn là $Gm^2/\hbar c$ (trong đó m là khối lượng hạt nhân) và có giá trị cỡ 10^{-40}. Hằng liên kết các tương tác yếu vào cỡ $3.\ 10^{-12}$ và các phân rã yếu có thời gian sống cỡ 10^{-8}s. Tất cả các hạt trong bảng 32.1 đều có thời gian sống lớn so với 10^{-23}, thời gian sống trung bình của các tương tác mạnh.

32.3. CÁC ĐỊNH LUẬT BẢO TOÀN

Mọi phản ứng và phân rã của các hạt sơ cấp đều tuân theo một số các định luật bảo toàn và quy tắc lựa chọn. Trước hết ta có các định luật bảo toàn quen thuộc :

(a) khối lượng – năng lượng ;

(b) động lượng ;

(c) mômen động (spin) ;

(d) điện tích.

Các định luật bảo toàn còn lại, khác với các định luật bảo toàn trên ở chỗ không những điện tích được bảo toàn mà điện tích còn được lượng tử hoá thành các đơn vị của e là điện tích của êlectrôn. Sự bảo toàn điện tích đã lượng tử hoá có thể được biểu thị bằng số lượng tử điện tích $\mathcal{Q}$ = điện tích/e gán cho mỗi hạt sơ cấp. Trong một phản ứng thì các giá trị tổng cộng

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

của $\mathcal{Q}$ trước và sau phản ứng phải bằng nhau. Thí dụ, trong phản ứng sinh prôtôn :

$$p + p \rightarrow p + p + p + \bar{p} \; ;$$

$$\mathcal{Q} \; : \; +1 + 1 = +1 + 1 + 1 - 1.$$

32.4. BẢO TOÀN LEPTÔN

Nhiều định luật bảo toàn khác lại chỉ có hiệu lực đối với các số lượng tử khác. Số leptôn $\mathcal{L}$ được xác định theo $\mathcal{L} = 1$ đối với hạt leptôn và $\mathcal{L} = -1$ đối với phản hạt leptôn và $\mathcal{L} = 0$ đối với mọi hạt còn lại. Các số leptôn của êlectrôn và nơtrinô liên hợp với nó (ν_e), cũng như các số leptôn của mêzôn μ và nơtrinô liên hợp (ν_μ), đều được bảo toàn riêng rẽ trong mọi quá trình phản ứng. Thí dụ :

$$\mu^- \rightarrow e^- + \tilde{\nu}_e + \nu_\mu \; ;$$

$$\mathcal{L}_\mu : \; +1 = 0 + 0 + 1 \; ;$$

$$\mathcal{L}_e : \; 0 = +1 - 1 + 0 \; ;$$

$$K^o \rightarrow \pi^+ + e^- + \tilde{\nu}_e \; ;$$

$$\mathcal{L}_e : \; 0 = 0 + 1 - 1$$

32.5. BẢO TOÀN BARIÔN

Tương tự, số bariôn $\mathcal{B}$ có thể được định nghĩa bằng +1 đối với các hạt bariôn, bằng −1 đối với các phản hạt bariôn và bằng 0 đối với mọi hạt khác. Trong mọi phản ứng hay phân rã, số bariôn được bảo toàn. Thí dụ :

$$n \rightarrow p + e^- + \tilde{\nu}_e \; ;$$

$$\mathcal{B} : +1 = +1 + 0 + 0 \; ;$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$$K^- + p \rightarrow \Lambda^o + \pi^+ + \pi^- \;;$$
$$\mathcal{B}: \quad 0 + 1 = +1 + 0 + 0.$$

32.6. BẢO TOÀN SPIN ĐỒNG VỊ

Trên bảng 32.1, ta thấy các mêzôn và bariôn được ghép theo từng nhóm gọi là các *đa tuyến*. Các hạt trong một đa tuyến có khối lượng giống nhau nhưng điện tích khác nhau. Thí dụ : cả ba piôn (π^+, π^o, π^-) đều có khối lượng cỡ 140 MeV và hai nuclôn (n, p) đều có khối lượng khoảng 930 MeV.

Các mêzôn và bariôn tương tác mạnh với nhau. Vì tương tác mạnh có tính độc lập điện nên các hạt trong một đa tuyến đều tương tác với hạt bên ngoài theo cách giống nhau ; tuy nhiên tương tác điện từ (yếu hơn nhiều so với tương tác mạnh) lại có đôi điều hơi khác. Tính độc lập điện cần được biểu thị bằng một số lượng tử khác gọi là *spin đồng vị I* được xác định sao cho 2I + 1 cho ta số hạt trong từng đa tuyến. Thí dụ : đối với piôn I = 1 và đối với nuclôn I = 1/2.

Spin đồng vị được vận dụng như một vectơ có môđun bằng $\sqrt{I(I+1)}$ giống như mômen động. Tuy nhiên, khác với mômen động, spin đồng vị là đại lượng không thứ nguyên. Thành phần m_I trên trục z bị lượng tử hoá với các giá trị sau :

$$m_I = I, I - 1, \ldots, -I. \qquad (32\text{-}1)$$

Mỗi hạt trong một đa tuyến tương ứng với một giá trị của m_I. Các giá trị của m_I được sắp xếp theo thứ tự điện tích giảm dần. Thành thử đối với piôn thì m_I = +1, 0, −1 tương ứng với π^+, π^o, π^- và đối với nuclôn thì m_I =+1/2, −1/2 tương ứng với prôtôn và nơtrôn. Các đa tuyến phản hạt có cùng spin đồng vị như đa tuyến hạt tương ứng nhưng m_I của phản hạt thì trái ngược với m_I của hạt (xem bảng 32.3).

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Bảng 32.3

	I \ m_I	1	1/2	0	−1/2	−1
Barôn						
940 MeV	1/2		p		n	
1110 MeV	0			Λ^o		
1190 MeV	1	Σ^+		Σ^o		Σ^-
1320 MeV	1/2		Ξ^o		Ξ^-	
1670 MeV	0			Ω^-		
Mêzôn						
138 MeV	1	π^+		π^o		π^-
496 MeV	1/2		K^+		K^o	
549 MeV	0			η^o		

Ta thấy *trong mọi tương tác mạnh, spin đồng vị tổng cộng (được vận dụng như một véctơ) được bảo toàn*. Trường hợp hai hạt, $\vec{I} = \vec{I}_1 + \vec{I}_2$. Thành phần trên trục z của $\vec{I}$ tổng hợp là :

$$m_I = m_{I_1} + m_{I_2} \qquad (32\text{–}2)$$

và các giá trị có thể có của I là :

$$I = I_1 + I_2,\ I_1 + I_2 - 1,\ I_1 + I_2 - 2,\ \ldots \qquad (32\text{–}3)$$

và tận cùng bằng giá trị $|I_1 - I_2|$ hay $|m_I|$, giá trị lớn trong hai giá trị đó. Thí dụ trong tương tác mạnh :

$$\pi^o + p \rightarrow \pi^+ + n.$$

Trước phản ứng ta có :

$$m_I = 0 + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \qquad I = 1 + \frac{1}{2},\ 1 + \frac{1}{2} - 1 = \frac{3}{2},\ \frac{1}{2}.$$

Sau phản ứng ta có :

$$m_I = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \qquad I = 1 + \frac{1}{2},\ 1 + \frac{1}{2} - 1 = \frac{3}{2},\ \frac{1}{2}.$$

Ta còn thấy *đối với mọi tương tác mạnh và tương tác điện từ, m_I tổng cộng cũng được bảo toàn*. Thí dụ trên minh hoạ định luật đó.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Cần lưu ý là các định luật bảo toàn spin đồng vị không có hiệu lực đối với tương tác yếu. Thí dụ, đối với tương tác yếu :

$$K^o \rightarrow \pi^o + \pi^o \ ;$$

$$m_I \ : \ -\frac{1}{2} \neq 0 + 0 \ ;$$

$$I \ : \ \frac{1}{2} \neq 2, \ 1, \ 0.$$

Cả m_I và I đều không được bảo toàn.

32.7. BẢO TOÀN SỐ LẠ

Trong thực nghiệm, người ta đã thấy các mêzôn K và các bariôn Λ, Σ, Ξ và Ω (nhóm này tạo thành các hypêrôn) bao giờ cũng được tạo thành từng cặp trong quá trình tương tác mạnh, một hiện tượng gọi là *tạo cặp liên hợp*. Hơn nữa thời gian sống của các hạt đó lại rất lớn so với 10^{-23}s. Điều đó chứng tỏ các hạt này không phân rã theo tương tác mạnh (như ta mong đợi). Để giải thích "hiện tượng kì lạ" này, ta phải đưa ra một số lượng tử mới gọi là *số lạ* $\mathcal{S}$ (xem bảng 32.1). Vì vậy các hạt có $\mathcal{S} \neq 0$ đều được gọi là *hạt lạ*. Người ta cũng thấy *số lạ tổng cộng* (được vận *dụng như một vô hướng) được bảo toàn trong mọi tương tác mạnh* (hay phân rã) *và điện từ. Trong các tương tác yếu, ta có* $\Delta\mathcal{S} = 0, \pm 1$. Điều kiện này tuy không phải là một định luật bảo toàn, nhưng nó cấm một số phản ứng nào đó. Vì vậy ta gọi đó là *quy tắc lựa chọn*.

Tương tác mạnh sau đây là một thí dụ về định luật bảo toàn số lạ :

$$\pi^+ + p \rightarrow \Sigma^+ + K^+,$$

$$\mathcal{S} \ : \ 0 + 0 = -1 + 1 \ ;$$

Còn đối với tương tác yếu :

$$\Lambda^o \rightarrow \pi^- + p,$$

$$\mathcal{S} \ : \ -1 \neq 0 + 0 \ ;$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Số lạ không được bảo toàn, nhưng quy tắc lựa chọn đối với các hạt lạ lại hoàn toàn được thoả mãn : ($\Delta S = +1$).

Có thể biểu thị số lạ của một hạt theo điện tích, số bariôn và thành phần spin đồng vị trên trục z của nó :

$$\mathcal{L} = m_I + \frac{1}{2}(\mathcal{B} + S) \qquad (32\text{-}4)$$

Theo định nghĩa trên thì số lạ của một hạt là một số nguyên và của phản hạt là số lạ của hạt liên hợp nhưng trái dấu.

32.8. BẢO TOÀN CHẴN LẺ

Để cho đầy đủ, ta kể thêm *tính chẵn lẻ* cũng là một đại lượng được bảo toàn khi ảnh phản chiếu gương của một phản ứng có thể xảy ra. Ảnh phản chiếu gương liên quan đến các phản hạt của các hạt trong phản ứng. Ta thấy *tính chẵn lẻ được bảo toàn trong quá trình tương tác mạnh và điện từ, nhưng không bảo toàn trong các quá trình tương tác yếu.*

32.9. CÁC HẠT CÓ THỜI GIAN SỐNG RẤT NGẮN VÀ CÁC HẠT CỘNG HƯỞNG

Các hạt như π^o, η^o ($T_m < 10^{-16}$s) và các hạt cộng hưởng ($T_m < 10^{-21}$s) không để lại bất kì dấu vết nào trong các thiết bị đo như buồng bọt chẳng hạn vì lí do chúng có thời gian sống quá ngắn. Người ta phải xác lập sự tồn tại của các hạt đó bằng cách đo năng lượng và xung lượng các hạt cuối cùng, rồi tính toán ngược lại kể cả áp dụng các định luật bảo toàn để kiểm tra xem, sự tồn tại của chúng có phù hợp với các kết quả đo không. Thí dụ khi K^+ phân rã, ta quan sát thấy một hạt π^+ và hai γ. Như vậy có thể cho rằng có phân rã :

$$K^+ \rightarrow \pi^+ + 2\gamma.$$

Tuy nhiên, bằng thực nghiệm ta thấy trong hệ quy chiếu khối tâm, hạt π^+ là đơn năng (xem bài toán 32.22). Vậy không

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

thể có sự phân rã thành ba hạt (gắn với sự phân bố năng lượng của π^+ – xem tiết 29.5). Sự phân rã xác thực phải là :

$$K^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^0$$
$$\hookrightarrow 2\gamma.$$

BÀI TOÁN CÓ LỜI GIẢI

32.1. Một hạt K^+ 150 MeV phân rã thành $2\pi^+ + \pi^-$. Đo trên ảnh chụp ta được các động năng của π^+ là 68,6 và 80,8 MeV, của π^- là 75,5 MeV. Tìm Q của phản ứng và khối lượng của K^+.

Giải. Ta có năng lượng của phản ứng :

$$Q = K_{\pi+} + K_{\pi+} + K_{\pi-} - K_{K+} = (68{,}6 + 80{,}8 + 75{,}5 - 150)\ \text{MeV}$$
$$= 74{,}9\ \text{MeV}.$$

Mặt khác ta có :

$$Q = (m_{K^+} - 2m_{\pi+} - m_{\pi-})c^2.$$

Từ đó :

$$m_K + c^2 = Q + (2m_{\pi+} + m_{\pi-})c^2 =$$
$$= 74{,}9\ \text{MeV} + 3\ (139{,}6\ \text{MeV}) = 493{,}7\ \text{MeV}.$$

32.2. Tìm các giá trị có thể có của spin đồng vị và hình chiếu trên trục z đối với các hệ hạt : (a) $\pi^+ + p$;

(b) $\pi^- + p$.

Giải. (a) π^+ có $I = 1$; $m_I = 1$,

p có $I = \frac{1}{2}$; $m_I = \frac{1}{2}$.

Do đó m_I tổng cộng bằng : $1 + 1/2 = 3/2$.

Theo (32–3), giá trị duy nhất có thể có của spin đồng vị tổng cộng là :

$$I = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}.$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

(b)

π^- có $I = 1$; $m_I = -1$,

p có $I = 1/2$; $m_I = 1/2$,

m_I tổng cộng bằng : $-1 + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$.

Theo (32-3) thì I tổng cộng có ba giá trị có thể có :

$$I = 1 + \frac{1}{2},\ 1 + \frac{1}{2} - 1 = \frac{3}{2}, \frac{1}{2}.$$

32.3. Tìm các hạt X có thể có trong các phản ứng sau đây ; (tất cả đều là các tương tác mạnh) :

(a) $\overline{K}^- + p \rightarrow K^+ + X$,

(b) $\pi^- + p \rightarrow K^o + X$,

(c) $p + p \rightarrow \pi^+ + n + \Lambda^o + X$.

Giải. Viết các định luật bảo toàn đối với từng phản ứng ta có :

(a) Số điện tích : $-1 + 1 = +1 + \mathcal{Q}$ hay $\mathcal{Q} = -1$;

Số lepton : $0 + 0 = 0 + \mathcal{L}$ $\mathcal{L} = 0$;

Số bariôn : $0 + 1 = 0 + \mathcal{B}$ $\mathcal{B} = 1$;

Số lạ : $-1 + 0 = +1 + \mathcal{S}$ $\mathcal{S} = -2$.

Thành phần z của spin đồng vị :

$$-\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = +\frac{1}{2} + m_I \text{ hay } m_I = -\frac{1}{2} ;$$

Với các tính chất trên thì X phải là hạt $\mathcal{S}^-$.

b) Số điện tích : $-1 + 1 = 0 + \mathcal{Q}$ hay $\mathcal{Q} = 0$;

Số leptôn : $0 + 0 = 0 + \mathcal{L}$ $\mathcal{L} = 0$;

Số bariôn : $0 + 1 = 0 + \mathcal{B}$ $\mathcal{B} = +1$;

Số lạ : $0 + 0 = 1 + \mathcal{S}$ $\mathcal{S} = -1$.

Thành phần z của spin đồng vị :

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$$-1 + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2} + m_I \; ; \; m_I = 0.$$

X có thể là Σ^o hay Λ^o.

(c)

Số điện tích : $+1 + 1 = +1 + 0 + 0 + \mathcal{Q}$ hay $\mathcal{Q} = +1$;

Số leptôn : $0 + 0 = 0 + 0 + 0 + \mathcal{L}$ $\mathcal{L} = 0$;

Số bariôn : $+1 + 1 = 0 + 1 + 1 + \mathcal{B}$ $\mathcal{B} = 0$;

Số lạ : $0 + 0 = 0 + 0 - 1 + \mathcal{S}$ $\mathcal{S} = +1$.

Thành phần z của spin đồng vị :

$$+\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 - \frac{1}{2} + 0 + m_I \; ; \; m_I = +\frac{1}{2}.$$

X là mêzôn K^+.

32.4. Phản ứng nào có thể xảy ra trong các cặp phản ứng sau đây :

(a) $\pi^- + p \rightarrow \Sigma^o + \eta^o$;

$\pi^- + p \rightarrow \Sigma^o + K^o$ (tương tác mạnh)

(b) $\Sigma^- \rightarrow \pi^- + \eta$;

$\Sigma^- \rightarrow \pi^- + p$ (tương tác yếu)

(c) $p + p \rightarrow K^+ + \Sigma^+$

$p + p \rightarrow K^+ + p + \Lambda^o$; (tương tác mạnh)

(d) $\pi^- + p \rightarrow n + \gamma$;

$\pi^- + p \rightarrow \pi^o + \Lambda^o$; (tương tác mạnh)

(e) $n \rightarrow p + e^- + \nu_e$;

$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$. (tương tác yếu)

Giải. Các phản ứng đánh dấu "không" không vi phạm bất cứ định luật bảo toàn nào, vì vậy đều có khả năng xảy ra (xem bảng 32.4).

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Bảng 32.4

Các cặp phản ứng	Số điện tích ($\mathcal{Q}$)	Số leptôn ($\mathcal{L}_e$)	Số bariôn $\mathcal{B}$	Số lạ $\mathcal{S}$	Thành phần z của spin đồng vị (m_I)	Các định luật bảo toàn bị vi phạm
(a) $\pi^- + p \rightarrow \Sigma^0 + \eta^0$ $\pi^- + p \rightarrow \Sigma^0 + K^0$	$-1+1=0+0$ $-1+1=0+0$	$0+0=0+0$ $0+0=0+0$	$0+1=1+0$ $0+1=1+0$	$0+0 \neq -1+0$ $0+0=-1+1$	$-1+\frac{1}{2} \neq 0+0$ $-1+\frac{1}{2}=0-\frac{1}{2}$	$\mathcal{S}$, m_I không
(b) $\Sigma^- \rightarrow \pi^- + n$ $\Sigma^- \rightarrow \pi^- + p$	$-1=-1+0$ $-1 \neq -1+1$	$0+0=0+0$ $0+0=0+0$	$1=0+1$ $1=0+1$	không áp dụng được		không $\mathcal{Q}$
(c) $p+p \rightarrow K^+ + \Sigma^+$ $p+p \rightarrow K^+ + p + \Lambda^0$	$1+1=1+1$ $1+1=1+1+0$	$0+0=0+0$ $0+0=0+0$	$1+1 \neq 0+1$ $1+1=0+1+1$	$0+0=1-1$ $0+0=1+0-1$	$\frac{1}{2}+\frac{1}{2} \neq \frac{1}{2}+1$ $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+0$	$\mathcal{B}$, m_I không
(d) $\pi^- + p \rightarrow n + \gamma$ $\pi^- + p \rightarrow \pi^0 + \Lambda^0$	$-1+1=0+0$ $-1+1=0+0$	$0+0=0+0$ $0+0=0+0$	$0+1=1+0$ $0+1=0+1$	$0+0=0+0$ $0+0 \neq 0-1$	$-1+\frac{1}{2}=-\frac{1}{2}+0$ $-1+\frac{1}{2} \neq 0+0$	không $\mathcal{S}$, m_I
(e) $n \rightarrow p + e^- + \nu_e$ $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$	$0=+1-1+0$ $0=+1-1+0$	$0 \neq 0+1+1$ $0=0+1-1$	$0=0+0+0$ $0=0+0+0$	không áp dụng được		$\mathcal{L}$ không

32.5. Giải thích tại sao ta lại quan sát được tương tác $\Sigma^o \to \Lambda^o + \gamma$ chứ không phải là :

$$\Sigma^o \to p + \pi^- \text{ hay } \Sigma^o \to n + \pi^o.$$

Giải. Khi phân rã :

$$\Sigma^o \to \Lambda^o + \gamma \ ;$$

$$\mathcal{S} : \quad -1 = -1 + 0 \ ;$$

Số lạ được bảo toàn và thời gian sống của Σ^o ($\approx 10^{-14}$s) chứng tỏ Σ^o phân rã theo quá trình điện từ nhanh mà không theo tương tác yếu chậm (thời gian sống $\approx 10^{-10}$s). Các phân rã :

$$\Sigma^o \to p + \pi^-$$

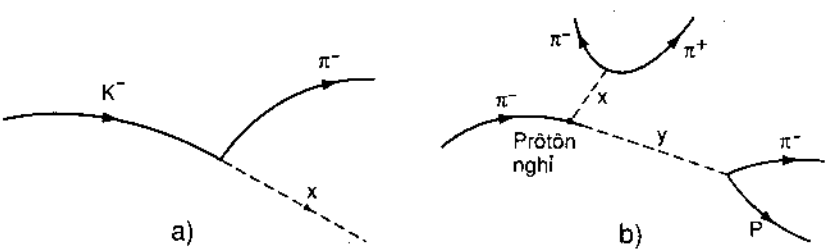
$$S : \quad -1 \neq 0 + 0 \ (\Delta S = +1)$$

$$\Sigma^o \to n + \pi^o$$

$$S : \quad -1 \neq 0 + 0 \ ; \ (\Delta S = +1)$$

đều là tương tác yếu vì có sự biến thiên của số lạ.

32.6. Hình 32.1 mô tả hai tập hợp dấu vết trong buồng bọt (từ trường hướng vuông góc với mặt giấy). Tìm các hạt trung hoà chưa biết (các quỹ đạo gạch đứt đoạn).



Hình 32.1

Giải. (a) Phản ứng là $K^- \to \pi^- + X$ phải thoả mãn các định luật bảo toàn :

Spin : $0 = 0 + \mathcal{S}$;

Số leptôn : $0 = 0 + \mathcal{L}$;

Số bariôn : $0 = 0 + \mathcal{B}$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Do đó : $\zeta = \mathcal{L} = \mathcal{B} = 0$. Theo bảng 32.1, ta thấy hạt trung hoà là một mêzôn không tích điện π^o, K^o, $\overline{K}^o$ hay η^o. Vì khối lượng nghỉ của hạt mẹ K^- phải lớn hơn tổng khối lượng các hạt con (Q > 0 đối với phân rã tự phát) nên khả năng duy nhất của X là mêzôn π^o.

(b) Hạt X phân rã theo : $X \rightarrow \pi^+ + \pi^-$. Theo các định luật bảo toàn thì :

spin : $J = +0 - 0 = 0$;

Số leptôn : $\mathcal{L} = 0 + 0 = 0$;

Số bariôn : $\mathcal{B} = 0 + 0 = 0$.

Giống như ở (a), ta có thể có π^o, K^o, $\overline{K}^o$ hay η^o. Nhưng ở đây, Q > 0 nên X không thể là π^o. Còn η^o thì có thời gian sống quá ngắn ($< 10^{-18}$)s nên không thể quan sát quỹ đạo của nó được. Vậy X chỉ có thể là K^o hay $\overline{K}^o$. Muốn chọn lựa đúng thì phải xác định hạt Y.

Hạt Y phân rã thành : $Y \rightarrow \pi^- + p$. Theo các định luật bảo toàn thì ta có :

Spin : $J = 0 + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$;

Số leptôn : $\mathcal{L} = 0 + 0 = 0$;

Số bariôn : $\mathcal{B} = 0 + 1 = +1$.

Theo bảng 32.1, hạt Y là một bariôn không mang điện n, Λ^o, Σ^o hay Ξ^o. Vì khối lượng của hạt mẹ phải lớn hơn tổng khối lượng các hạt con nên Y không thể là nơtrôn. Ta đã biết đối với phân rã yếu thì $\Delta S = 0, \pm 1$; vì $\pi^- + p$ có số lạ $S = 0$ nên hạt Y có thể có $S = 0, \pm 1$. Vậy Y không phải là hạt Ξ^o ($S = -2$). Theo bài toán 32.5 thì phân rã của Σ^o có dạng sau :

$$\Sigma^o \rightarrow \Lambda^o + \gamma.$$

Vậy hạt Y phải là hạt Λ^o có $S = -1$ và $I = m_I = 0$. Để tìm X, ta trở lại tương tác mạnh nguyên thuỷ :

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$$\pi^- + p \rightarrow K^o + \Lambda^o ;$$

$$S : \quad 0 + 0 = 1 - 1 ;$$

hay : $$\pi^- + p \rightarrow \overline{K}^o + \Lambda^o ;$$

$$S : \quad 0 + 0 \neq -1 - 1.$$

Phản ứng thứ hai không bảo toàn số lạ nên $\overline{K}^o$ không thích hợp. Vậy X phải là mêzôn K^o.

32.7. Một hạt Σ^o ở trạng thái nghỉ phân rã thành một hạt Λ^o. Tính năng lượng của phôtôn phát ra.

Giải. Ta có phản ứng $\Sigma^o \rightarrow \Lambda^o + \gamma$. Theo định luật bảo toàn xung lượng ta có :

$$p_\Lambda = p_\gamma = \frac{E_\gamma}{c} ;$$

$$p_\Lambda^2 c^2 = E_\Lambda^2 - (M_\Lambda c^2)^2 = E_\gamma^2. \qquad (1)$$

Định luật bảo toàn năng lượng cho ta :

$$M_\Sigma c^2 = E_\Lambda + E_\gamma.$$

Do đó : $$E_\Lambda^2 = (M_\Sigma c^2)^2 + E_\gamma^2 - 2M_\Sigma c^2 E_\gamma. \qquad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra :

$$E_\gamma = \frac{(M_\Sigma c^2)^2 - (M_\Lambda c^2)^2}{2M_\Sigma c^2} = \frac{(1192\,\text{MeV})^2 - (1116\,\text{MeV})^2}{2(1192\,\text{MeV})} = 73{,}6\ \text{MeV}.$$

32.8. Tính năng lượng các sản phẩm của phản ứng :

$$\pi^- + p \rightarrow n + \pi^o,$$

nếu lúc đầu π^- và p nằm yên.

Giải. Định luật bảo toàn xung cho ta :

$$p_n = p_{\pi^o} \text{ hay } (p_n c)^2 = (p_{\pi^o} c)^2. \qquad (1)$$

Áp dụng các hệ thức xung – năng lượng tương đối tính cho từng hạt sản phẩm, ta có :

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$$E_n^2 = E_{on}^2 + (p_n c)^2 \; ; \; E_{\pi^\circ}^2 = E_{o\pi^\circ}^2 + (p_{\pi^\circ} c)^2.$$

Trừ và dùng (1) ta được :

$$E_n^2 - E_{\pi^\circ}^2 = E_{on}^2 - E_{o\pi^\circ}^2 = (939{,}6 \text{ MeV})^2 - (135{,}0 \text{ MeV})^2 =$$

$$= 8{,}646 \times 10^5 \text{ (MeV)}^2.$$

hay $$(E_n + E_{\pi^\circ})(E_n - E_{\pi^\circ}) = 8{,}646 \times 10^5 \text{ (MeV)}^2 \qquad (2)$$

Định luật bảo toàn năng lượng cho :

$$E_n + E_{\pi^\circ} = E_{o\pi^-} + E_{op} =$$

$$= 139{,}6 \text{ MeV} + 938{,}3 \text{ MeV} = 1007{,}9 \text{ MeV} \qquad (3)$$

Thế vào (2) ta có :

$$(1077{,}9 \text{ MeV})\,(E_n - E_{\pi^\circ}) = 8{,}646 \times 10^5 \text{ (MeV)}^2$$

$$E_n - E_{\pi^\circ} = 802{,}1 \text{ MeV}. \qquad (4)$$

Hệ phương trình (3) và (4) cho :

$$E_n = 940{,}0 \text{ MeV} \; ; \; E_{\pi^\circ} = 137{,}9 \text{ MeV}.$$

Do đó :

$$K_n = E_n - E_{on} = 940{,}0 \text{ MeV} - 939{,}6 \text{ MeV} = 0{,}4 \text{ MeV}.$$

$$K_{\pi^\circ} = E_{\pi^\circ} - E_{o\pi^\circ} = 137{,}9 \text{ MeV} - 135 \text{ MeV} = 2{,}9 \text{ MeV}.$$

32.9. Tính năng lượng ngưỡng đối với tương tác ở năng lượng cao :

$$m_1 + m_2 \rightarrow M_1 + M_2 + \ldots + M_n,$$

nếu bia m_2 đứng yên.

Giải. Thực hiện phép tính tương đối tính. Trong hệ quy chiếu phòng thí nghiệm m_2 đứng yên nên ta có :

$$E_{TN} = (m_1c^2 + K_1) + m_2c^2 \qquad (1)$$

Trong hệ khối tâm, xung lượng tổng cộng của hệ hạt bằng không và đối với năng lượng ngưỡng thì tất cả các hạt được tạo thành đều ở trạng thái nghỉ,

$$E_{KT} = (M_1 + M_2 + \ldots + M_n)c^2 \qquad (2)$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Đối với một tập hợp hạt thì đại lượng $E^2 - (pc)^2$ là một bất biến, trong đó E là năng lượng tổng cộng của các hạt và p là môđun của tổng các xung lượng. Vì trong hệ quy chiếu phòng thí nghiệm, xung lượng toàn phần là xung lượng của hạt tới, nên ta có :

$$E_{TN}^2 - (p_1c)^2 = E_{KT}^2,$$

$$[(m_1c^2 + K_1) + m_2c^2]^2 - (p_1c)^2 = [(M_1 + M_2 + \ldots + M_n)c^2]^2 \quad (3)$$

Đối với hạt m_1 :

$$(p_1c)^2 = E_1^2 - (m_1c^2)^2 = (K_1 + m_1c^2)^2 - (m_1c^2)^2 \quad (4)$$

Khử $(p_1c)^2$ giữa (3) và (4) ta được phương trình tuyến tính về K_1 có nghiệm như sau :

$$K_{ng} = K_1 = -\frac{1}{2m_2}[(m_1 + m_2 - M_1 - M_2 - \ldots$$

$$\ldots - M_n)c^2](m_1 + m_2 + M_1 + \ldots + M_n) =$$

$$= -\frac{1}{2m_2}Q(m_1 + m_2 + M_1 + M_2 + \ldots + M_n), \quad (5)$$

K_{ng} phụ thuộc vào năng lượng Q của phản ứng. (Q có giá trị âm).

Cần lưu ý là khi ở năng lượng thấp, ta có thể áp dụng gần đúng cổ điển :

$$M_1 + M_2 + \ldots + M_n = m_1 + m_2.$$

Thành thử từ (5) ta suy ra :

$$K_{ng} = \frac{-Q}{m_2}(m_1 + m_2)$$

phù hợp với kết quả cổ điển trong bài toán 30.8.

32.10. Tính năng lượng ngưỡng của phản ứng :

$$p + p \rightarrow p + p + \pi^o.$$

Giải. Ta tính Q của phản ứng :

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$$Q = [m_p + m_p - (m_p + m_p + m_\pi)]c^2 = -m_\pi c^2 = -135 \text{ MeV}.$$

Theo bài toán 32.9 thì ta có :

$$K_{ng} = -\frac{Q}{2m_p}(m_p + m_p + m_p + m_p + m_\pi) =$$

$$= -\frac{Q}{2m_p c^2}(4m_p + m_\pi)c^2 =$$

$$= \frac{135 \text{ MeV}}{2(938 \text{ MeV})}[4(938 \text{ MeV}) + 135 \text{ MeV}] = 280 \text{ MeV}.$$

Đó là năng lượng cực tiểu mà một máy gia tốc phải cung cho một prôtôn để sản sinh một mêzôn π^0 trong phản ứng nghiên cứu trên.

32.11. Tính những giá trị có thể có của spin một mêzôn π^- trong phản ứng $\pi^- + p \rightarrow n + \gamma$.

Giải. Theo định luật bảo toàn mômen động riêng ta có :

$$\vec{s}_\pi + \vec{s}_p = \vec{s}_n + \vec{s}_\gamma,$$

trong đó : $|\vec{s}| = \sqrt{s(s+1)}\,\hbar$. Trong vế phải ta có $s_n = \frac{1}{2}$ và $s_\gamma = 1$. Mômen động tổng cộng sẽ bằng 1/2 hay 3/2. Prôtôn có $s_p = 1/2$, vậy $S_\pi = 0$ hay 1.

32.12. Tính đại lượng $\tau_o = \hbar/m_\pi c^2$.

Giải.

$$\tau_o = \frac{\hbar}{m_\pi c^2} = \frac{6{,}58 \times 10^{-16}\text{eV.s}}{140 \times 10^6\text{eV}} = 4{,}7 \times 10^{-24}\text{s}.$$

Nếu coi tương tác mạnh là một sự trao đổi mêzôn π thì phản ứng :

$$n \rightarrow p + \pi^-,$$

có thể xảy ra trong một quá trình biến đổi hạt nhân kể cả khi định luật bảo toàn khối – năng lượng cấm chỉ phản ứng đó đối với các nuclôn tự do. Nguyên do là vì theo cơ lượng tử, định

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

luật bảo toàn năng lượng vẫn còn hiệu lực khi năng lượng thăng giáng vào cỡ $m_\pi c^2$ miễn là thời gian tương tác phải được xác định theo nguyên lí bất định :

$$\Delta t \,.\, \Delta E \approx \hbar \text{ hay } \tau_o(m_\pi c^2) \approx \hbar \text{ hay } \tau_o \approx \frac{\hbar}{m_\pi c^2}.$$

Thành thử tương tác mạnh xảy ra trong khoảng thời gian vào cỡ 10^{-24}s.

32.13. Tính khối lượng của mêzôn π.

Giải. Nếu giả thiết mêzôn π tồn tại trong phạm vi bằng kích thước hạt nhân a và chuyển động với vận tốc c của ánh sáng thì ta có $a = c\tau_o$ (τ_o là thời gian cần thiết để mêzôn π đi ngang qua hạt nhân. Đặt a = 1,4fm (xấp xỉ kích thước hạt nhân) và $\tau_o = \hbar/m_\pi c^2$ là thời gian phù hợp với nguyên lí bất định (xem bài toán 32.12), ta rút ra :

$$1{,}4\text{fm} = \frac{c\hbar}{m_\pi c^2} = \frac{197 \text{ MeV . fm}}{m_\pi c^2} \text{ hay } m_\pi c^2 = 141 \text{ MeV}$$

phù hợp với các khối lượng đã được quan sát (xem bài toán 32.1).

BÀI TOÁN BỔ SUNG

32.14. Tính năng lượng ngưỡng của phản ứng :

$$p + p \rightarrow p + p + p + \bar{p}.$$

Đáp số : 5630 MeV.

32.15. Tìm các giá trị có thể có của spin đồng vị và thành phần z của nó đối với hệ $K^+ + p$.

Đáp số : $m_I = 1$; $I = 1$.

32.16. Trong các quá trình phân rã sau đây của hạt Ω^- thì tương tác yếu nào là không thể xảy ra ?

(a) $\Omega^- \rightarrow \Xi^- + \pi^o$; (b) $\Omega^- \rightarrow \Lambda^o + K^-$; (c) $\Omega^- \rightarrow \Sigma^- + K^o$

Đáp số (c).

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

32.17. Hạt μ^+ phân rã theo tương tác yếu thành một pôzitôn và các nơtrinô. Tìm các nơtrinô quan sát thấy ở trạng thái cuối.

Đáp số : $\nu_e + \bar{\nu}_\mu$.

32.18. Tìm tương tác mạnh có thể xảy ra trong các tương tác mạnh sau đây : (a) $p + p \rightarrow p + n + K^+$; (b) $p + p \rightarrow \Lambda^o + K^o + p + \pi^+$.

Đáp số : (b).

32.19. Tìm các định luật bảo toàn bị vi phạm trong phản ứng :

$$p \rightarrow \pi^o + e^+ + e^-.$$

Đáp số : $\mathcal{B}$ và $\mathcal{L}$.

32.20. Tính động năng của hạt π^- trong phân rã $\Lambda^o \rightarrow p + \pi^-$ trong đó Λ^o lúc đầu ở trạng thái nghỉ.

Đáp số : 32,7 MeV.

32.21. Tính động năng của e^- trong phân rã $\pi^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e$. Lúc đầu π^- ở trạng thái nghỉ.

Đáp số : 69,3 MeV.

32.22. Tính động năng của π^+ trong hệ quy chiếu của K^+ (cũng là hệ khối tâm) khi có phân rã $K^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^o$, $\pi^o \rightarrow 2\gamma$.

Đáp số : 108 MeV.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

PHẦN THỨ BẢY

CÁC HỆ NGUYÊN TỬ

Chương 33

CÁC LIÊN KẾT PHÂN TỬ

33.1. LIÊN KẾT IÔN

Liên kết iôn là kiểu liên kết mà ta thường gặp trong nhiều loại muối trong đó một kim loại kiềm (cột thứ nhất trong bảng phân loại tuần hoàn : Li, Na, K, ...) liên kết với một halogen (cột thứ bảy trong bảng phân loại tuần hoàn : F, Cl, Br, ...). Để giải thích liên kết iôn ta hãy nghiên cứu một muối điển hình KCl. Kali ($_{19}K$) có thêm một êlectrôn 4s ở ngoài vỏ cấu hình đã được chiếm đầy và trơ của acgon ($1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 4s^1 = {}_{18}Ar + 4s^1$). Ta dễ dàng tạo thành iôn K^+ vì êlectrôn cuối cùng liên kết rất yếu (năng lượng kích thích nó chỉ bằng 4,34 eV). Còn clo ($_{17}Cl$) lại thiếu một êlectrôn mới làm đầy vỏ con 3p : $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^5 = Ar - 3p^1$), vì vậy rất dễ dàng gắn thêm cho nguyên tử clo một êlectrôn để tạo thành iôn Cl^-. Có những nguyên tử trung hoà như Cl lại dễ dàng nhận thêm một êlectrôn phụ ; ta nói các nguyên tử đó có *ái lực êlectrôn*. Ta gọi *năng lượng của ái lực êlectrôn* là năng lượng cần thiết để bứt êlectrôn phụ đó ra khỏi iôn Cl^- và tạo thành nguyên tử Cl trung hoà. Đối với clo, năng lượng đó bằng 3,62 eV. Việc phải

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

cung cấp năng lượng chứng tỏ năng lượng toàn phần của iôn Cl^- nhỏ hơn năng lượng toàn phần của nguyên tử Cl trung hoà 3,62 eV.

Ta có thể coi sự tạo thành phân tử KCl như một quá trình hai giai đoạn. Thoạt tiên một êlectrôn bị bứt ra khỏi một nguyên tử trung hoà kali để tạo thành một iôn K^+. Êlectrôn bứt ra sẽ chuyển sang Cl để tạo ion Cl^-. Trong giai đoạn này phải thêm 4,34 eV cho kali trong đó nguyên tử clo trả cho kali 3,62 eV ; kết quả là năng lượng cần thiết để tạo cặp K^+ Cl^- bằng 4,34 eV – 3,62 eV hay 0,72 eV. Trong giai đoạn hai ta có thể hình dung các iôn K^+ và Cl^- tái hợp để tạo phân tử trung hoà KCl. Ở giai đoạn hai, có thể giả thiết năng lượng của hệ sẽ tăng vì sẽ xuất hiện lực hút Coulomb giữa hai iôn khác dấu (sự tăng là âm). Năng lượng tổng cộng cuối cùng sẽ bằng tổng của năng lượng 0,72 eV dương cần thiết để tạo cặp K^+Cl^- ban đầu và năng lượng Coulomb âm của các iôn kết hợp. Nếu năng lượng tổng cộng đó là âm thì phân tử KCl sẽ bền vững vì phải cung năng lượng cho KCl mới phân li được KCl thành các nguyên tử K và Cl. Người ta đã tìm thấy bằng thực nghiệm khoảng cách giữa các iôn trong phân tử KCl là r_o = 2,79 Å và năng lượng phân li KCl là 4,42 eV.

Trong phạm vi mà lực Coulomb giữa hai iôn là lực hút thì ta có thể cho rằng khó có thể có cấu hình bền vững. Tuy nhiên khi đến những khoảng cách khá nhỏ thì giữa các êlectrôn trong hai iôn lại xuất hiện các lực đẩy do lực Coulomb tồn tại giữa chúng và do cả nguyên lí loại trừ. Thành thử ở khoảng cách lớn thì có lực hút, ở khoảng cách nhỏ thì có lực đẩy, do vậy phải tồn tại một vị trí để tại đó các iôn K^+ và Cl^- ở trạng thái cân bằng.

32.2. LIÊN KẾT ĐỒNG HOÁ TRỊ

Các phân tử như H_2, Cl_2, NO lại liên kết với nhau theo một cơ chế khác gọi là *liên kết đồng hoá trị*. Muốn giải thích đầy đủ liên kết đồng hoá trị cần phải giải bài toán về hệ nhiều êlectrôn dưới ảnh hưởng của hai hạt nhân. Nội dung lí giải

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

vượt ra ngoài khuôn khổ của quyển sách này. Tuy nhiên có thể dùng các kết quả của cơ lượng tử để hiểu rõ được cơ chế này. Thí dụ xét phân tử đồng hoá trị đơn giản H_2. Ta có thể coi H_2 gồm hai điện tích dương chung quanh có hai êlectrôn chuyển động trong các trường điện từ của chúng. Spin tổng cộng của hai êlectrôn có thể là S = 0 (trạng thái singlet (đơn), hai spin phản song) hay S = 1 (trạng thái triplet (bội ba), hai spin song song). Cơ lượng tử đã chứng tỏ rằng thái năng lượng thấp nhất là trạng thái đơn. Cơ lượng tử cũng chứng tỏ rằng vị trí có xác suất lớn nhất của hai êlectrôn là ở giữa hai hạt nhân. Như vậy các prôtôn ở hai phía các êlectrôn sẽ bị các điện tích âm ở giữa chúng hút. Lực hút đó liên kết hai prôtôn lại với nhau.

Phân tử H_2^+ cũng được liên kết theo cùng cơ chế như phân tử trung hoà H_2, nhưng vì trong H_2^+ chỉ còn một êlectrôn duy nhất hút các prôtôn nên liên kết sẽ yếu hơn nhiều . Năng lượng liên kết của H_2 là 4,48 eV và khoảng cách giữa hai nguyên tử là 0,74 Å trong khi đối với H_2^+ năng lượng liên kết là 2,65 eV và khoảng cách nguyên tử là 1,06 Å.

Liên kết đồng hoá trị khác liên kết iôn ở chỗ : trong liên kết đồng hoá trị, các êlectrôn được phân phối giữa các nguyên tử, còn trong liên kết iôn thì một êlectrôn được di chuyển từ nguyên tử này sang nguyên tử khác. Trong phần lớn các liên kết hoá học, hai kiểu liên kết trên đã góp phần vào việc thiết lập sự cân bằng.

Hai kiểu liên kết trên còn được biểu hiện khác nhau về cường độ mômen lưỡng cực điện của các phân tử tùy theo phân tử có liên kết đồng hoá trị hay liên kết iôn. Một cách đại thể, có thể biểu diễn lưỡng cực điện như một hệ gồm hai điện tích bằng nhau nhưng trái dấu và cách nhau một khoảng cách nhỏ d. Môđun của vectơ mômen lưỡng cực điện $\vec{P}$ là p = Qd, trong đó Q là điện tích của hạt mang điện này hay hạt mang điện kia. Vectơ mômen lưỡng cực điện hướng từ điện tích âm đến điện tích dương. Mômen lưỡng cực điện của phân tử liên kết iôn tương đối lớn vì khoảng cách giữa các iôn tương đối lớn.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Vì trong phân tử có liên kết đồng hoá trị các êlectrôn được định xứ trong khoảng giữa các hạt nhân nên thực tế có hai mômen lưỡng cực điện được tạo thành do hai cặp điện tích dương và âm. Tuy nhiên hai mômen đó có khuynh hướng triệt tiêu nhau vì chúng hướng ngược chiều nhau. Điều đó thể hiện ở chỗ phân tử đồng hoá trị thực ra không có mômen lưỡng cực.

33.3. CÁC KIỂU LIÊN KẾT KHÁC

Có những nguyên tử tuy không có mômen lưỡng cực nhưng lại có thể gây ra mômen lưỡng cực trong các nguyên tử khác. Các lưỡng cực cảm ứng đó có thể được coi là kết quả của sự tách biệt các điện tích dương và âm khi ở gần một nguyên tử khác. Lực hút yếu giữa các lưỡng cực cảm ứng gọi là liên kết Vander Wals (Van-đec-Van). Đó là lực duy nhất liên kết các nguyên tố trơ ở trạng thái rắn hay lỏng.

Trong kim loại, các nguyên tử không chia sẻ cũng không trao đổi êlectrôn để liên kết với nhau. Trái lại, có nhiều êlectrôn (mỗi nguyên tử có một êlectrôn) có thể chuyển động tự do trong kim loại. Nhờ đó mỗi êlectrôn có thể tương tác với nhiều nguyên tử cố định. Các hệ quả của những tương tác đó chỉ có thể được giải thích theo cơ lượng tử, nhưng đấy là căn nguyên của *liên kết kim loại*. Liên kết này đã duy trì sự tồn tại của kim loại.

BÀI TOÁN CÓ LỜI GIẢI

33.1. Thiết lập biểu thức năng lượng phân li của một phân tử lưỡng nguyên tử muối theo khoảng cách giữa các nguyên tử, năng lượng liên kết của nguyên tử kiềm và ái lực êlectrôn của halogen. Phân tử muối có liên kết iôn. So sánh kết quả tính toán với kết quả thực nghiệm của D trên bảng 33.1.

Giải. Ta có thể coi sự phân li của một phân tử lưỡng nguyên tử gồm ba giai đoạn : (1) hai iôn cách nhau khoảng r_o khi rời

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

xa ra vô cực cần một năng lượng : $-E_C = +ke^2/r_o$ (ngược dấu với năng lượng Coulomb) ; (2) Sự bứt êlectrôn ra khỏi iôn âm halogen để làm trung hoà nó đòi hỏi phải có một năng lượng bằng ái lực êlectrôn F của nguyên tử halogen. (3) Việc đưa êlectrôn đó vào iôn kiềm dương để làm trung hoà nó cần một năng lượng bằng –I với I là năng lượng iôn hoá của nguyên tử kiềm.

$$D = \frac{ke^2}{r_o} + F - I = \frac{14{,}40\ eV.Å}{r_o} + F - I.$$

Bảng 33.1

Kiềm	Năng lượng iôn hoá, I	Halôgen	Năng lượng của ái lực êlectrôn, F
Li Na K	5,39 eV 5,14 eV 4,34 eV	F Cl Br	3,45 eV 3,62 eV 3,36 eV
Muối	Chiều dài liên kết, r_o	Năng lượng phân li, D	
LiF NaCl KCl KBr	1,56 Å 2,51 Å 2,79 Å 2,94 Å	5,95 eV 3,58 eV 4.42 eV 3,96 eV	

Thay các số liệu ghi trong bảng 33.1. Suy ra :

$$LiF : D = \frac{14{,}40\ eV.Å}{1{,}56Å} + 3{,}45\ eV - 5{,}39\ eV = 7{,}29\ eV ;$$

$$NaCl : D = \frac{14{,}40\ eV.Å}{2{,}51Å} + 3{,}62\ eV - 5{,}14\ eV = 4{,}22\ eV ;$$

$$KCl : D = \frac{14{,}40\ eV.Å}{2{,}79Å} + 3{,}62\ eV - 4{,}34\ eV = 4{,}44\ eV ;$$

$$KBr : D = \frac{14{,}40\ eV.Å}{2{,}94Å} + 3{,}36\ eV - 4{,}34\ eV = 3{,}92\ eV.$$

Ta thấy các giá trị tính toán khá phù hợp với các kết quả thực nghiệm.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

33.2. Tính mômen lưỡng cực của KCl (r_o = 2,79 Å).

Giải. Nếu giả thiết khoảng cách giữa các điện tích bằng khoảng cách giữa các iôn thì mômen lưỡng cực bằng :

$$p = Qr_0 = (1,6 \times 10^{-19}C)(2,79 \times 10^{-10}\ m) =$$
$$= 4,46 \times 10^{-29}\ C.\ m.$$

(Mômen lưỡng cực thường được biểu thị ra đơn vị debye ; 1D = 3,335641 × 10^{-30} C.m). Thực tế, mômen hiệu dụng bằng 2,64 × 10^{-29} C.m. Điều đó chứng tỏ các điện tích gần nhau hơn các nguyên tử.

33.3. Hai prôtôn của phân tử H_2 ở cách nhau 0,74 Å. Tính giá trị của điện tích cần đặt giữa hai prôtôn để năng lượng liên kết bằng 4,5 eV.

Giải. Năng lượng liên kết là năng lượng cần thiết để kéo các hạt xa nhau ra vô cực. Năng lượng đó bằng giá trị năng lượng Culông của các điện tích tạo thành phân tử H_2. Năng lượng Culông gồm : phần đóng góp dương của hai prôtôn :

$$E_+ = \frac{ke^2}{r_0} = \frac{14,40\ eV.Å}{0,74Å} = 19,5\ eV,$$

và phần đóng góp âm của các điện tích chưa biết $\delta(-e)$ được đặt ở trung điểm của khoảng cách giữa hai prôtôn :

$$E_- = \delta(-e)\ V_{giữa} = -\delta e\left(\frac{ke}{r_o/2} + \frac{ke}{r_o/2}\right) = -2\delta\frac{ke^2}{r_o/2} =$$

$$= -2\delta\frac{14,40\ eV.Å}{(0,74Å)/2} = -\ (77,8\ eV)\ \delta.$$

Do đó :

$$-BE = E_+ + E_-$$
$$-4,5\ eV = 19,5\ eV - (77,8\ eV)\ \delta,$$
$$\delta = 0,308.$$

Giá trị đó nhỏ hơn nhiều giá trị δ = 2 êlectrôn tồn tại thực sự trong phân tử H_2. Hai êlectrôn đó tuy không định xứ chính

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

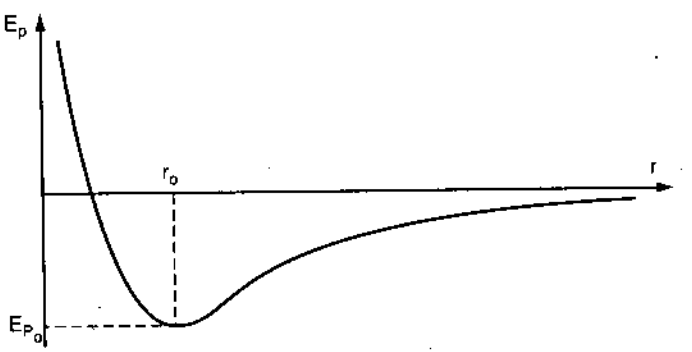
xác ở trung điểm của khoảng cách giữa hai prôtôn nhưng có thể được tìm thấy ở bất cứ chỗ nào xung quanh hai prôtôn. Tuy nhiên, theo cơ lượng tử thì nơi có xác suất lớn nhất tìm thấy các êlectrôn đó chính là điểm giữa của hai prôtôn. Vì vậy phần lớn thời gian chúng ở đó và gây ra lực hút, nguyên nhân của liên kết đồng hoá trị của phân tử H_2.

33.4. $E_p = -\frac{Ke^2}{r} + \frac{b}{r^9}$ là biểu thức gần đúng của thế năng của hai iôn theo khoảng cách giữa chúng. Số hạng đầu là tương tác Culông thông thường, số hạng sau mô tả tác dụng đẩy giữa các iôn ở khoảng cách ngắn. Biểu diễn b theo khoảng cách cân bằng r_o.

Giải. Ở khoảng cách cân bằng r_o, thế năng của hệ đạt giá trị cực tiểu. Khi đó ta có :

$$\left.\frac{d(E_p)}{dr}\right|_{r=r_o} = \frac{ke^2}{r_o^2} - \frac{9b}{r_o^{10}} = 0 \text{ hay } b = \frac{ke^2 r_o^8}{9}.$$

Và đường cong $E_p = f(r)$ có dạng trên H.33.1.



Hình 33.1

33.5. Tính thế năng của KCl ở vị trí cân bằng (r_o = 2,79Å).

Giải. Theo bài toán 33.4 thì :

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$$E_{P_o} = -\frac{ke^2}{r_o} + \frac{b}{r_o^9} = -\frac{ke^2}{r_o} + \frac{ke^2}{9r_o} = \frac{-8ke^2}{9r_o} =$$

$$= \frac{-8(14{,}40\,eV.Å)}{9(2{,}79Å)} = -4{,}59\ eV.$$

33.6. Thế Morse

$$E_P = P_o\left[1 - e^{-a(r-r_o)}\right]^2$$

là một biểu thức thế năng của hai nguyên tử trung hoà phụ thuộc khoảng cách giữa chúng. Chứng minh rằng r_o là khoảng cách giữa các nguyên tử và P_o là năng lượng phân li.

Giải. Thế năng cực tiểu được xác định theo :

$$\frac{d(E_P)}{dr} = 2P_o a e^{-a(r-r_o)}\left[1 - e^{-a(r - r_o)}\right] = 0,$$

với $r = r_o$ là khoảng cách cân bằng.

Khi $r = r_o$ thì $E_P = 0$; $r \to \infty$ thì $E_P \to P_o$.

Vậy cần phải cung một công bằng :

$$P_o - 0 = P_o$$

để phân li hai nguyên tử ra xa vô hạn. Đó là định nghĩa của năng lượng phân li.

BÀI TOÁN BỔ SUNG

33.7. Tính khoảng cách cực tiểu giữa Na^+ và Cl^- để chúng liên kết với nhau. Coi iôn là các điện tích điểm (năng lượng iôn hoá của Na là 5,14 eV ; năng lượng ái lực êlectrôn của Cl là 3,62 eV và năng lượng phân li của NaCl là 3,58 eV).

Đáp số : 2,82 Å.

33.8. Năng lượng phân lí của KI là 3,33 eV. Tính khoảng cách liên kết (giữa các nguyên tử) của KI. Cho biết năng lượng ái lực êlectrôn của I là 3,06 eV và năng lượng iôn hoá của K là 4,34 eV.

Đáp số. 3,12 Å (giá trị đo được là 3,23 Å).

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

33.9. Mômen lưỡng cực của KI là $3,05 \times 10^{-29}$ C.m. Tính độ dài liên kết của KI (giá trị thực nghiệm r_o = 3,23 Å).

Đáp số. 1,91 Å.

33.10. Giả thiết hai êlectrôn của H_2 định xứ ở chính giữa khoảng cách giữa hai prôtôn. Tính khoảng cách phân li giữa hai prôtôn để năng lượng liên kết bằng giá trị quan sát : 4,5 eV.

Đáp số. 9,6 Å.

33.11. Khoảng cách giữa hai prôtôn trong phân tử H_2^+ là 1,06 Å và năng lượng liên kết của chúng là 2,6 eV. Tính giá trị của điện tích âm cần đặt chính giữa hai prôtôn để phù hợp với các giá trị cho trên.

Đáp số. 0,298 e.

33.12. Dùng các dữ kiện trong bài tập 33.8 để tính thế năng của KI ở khoảng cách cân bằng.

Đáp số. −4,10 eV.

Chương 34

CÁC TRẠNG THÁI KÍCH THÍCH CỦA CÁC PHÂN TỬ LƯỠNG NGUYÊN TỬ

Trong các phân tử phức tạp thì ngoài các kích thích êlectrôn thông thường, người ta còn quan sát thấy các chuyển động quay và dao động của các phân tử đó. Trong chương này ta chỉ nghiên cứu các phân tử lưỡng nguyên tử (hai nguyên tử) thể hiện được mọi đặc tính quan trọng của các kích thích phân tử mà không cần đến các tính toán toán học đơn thuần.

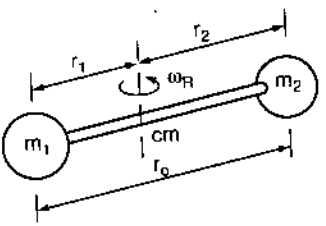
1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

34.1. CHUYỂN ĐỘNG QUAY CỦA PHÂN TỬ

Có thể coi chuyển động quay của một phân tử lưỡng nguyên tử như sự quay trong mặt phẳng của một quả tạ đôi chung quanh khối tâm của nó (xem H.34.1). Nếu gọi I là mômen quán tính của hệ đối với khối tâm của nó thì ta có động năng quay E_q bằng :

$$E_q = \frac{1}{2}I\omega_q^2 = \frac{1}{2}\frac{(I\omega_q)^2}{I} = \frac{1}{2}\frac{L^2}{I}, \qquad (34\text{-}1)$$

trong đó ω_q là vận tốc góc của chuyển động quay và $L = I\omega_q$ là mômen động của hệ.



Hình 34.1

Cũng giống các nguyên tử nhiều êlectrôn, mômen động lượng của các phân tử cũng bị lượng tử hoá và chỉ có những giá trị có thể có sau đây :

$$|\vec{L}| = \sqrt{l(l+1)}\,\hbar,$$
$$l = 0, 1, 2, \ldots \qquad (34\text{-}2)$$

Như vậy, động năng (34.1) sẽ bị lượng tử hoá và chỉ có các giá trị

$$E_q = \frac{l(l+1)\hbar^2}{2I} \qquad (34\text{-}3)$$

Hình (34.2(a)) cho ta một giản đồ đặc trưng của các mức năng lượng quay.

34.2. CHUYỂN ĐỘNG DAO ĐỘNG CỦA PHÂN TỬ

Các liên kết hoá học vừa duy trì sự tồn tại của phân tử lưỡng nguyên tử, vừa gây ra các chuyển động dao động của phân tử giống như các dao động của hai khối lượng đặt ở hai đầu của một lò xo. Ở năng lượng khá nhỏ, các dao động của phân tử có thể coi như dao động điều hoà. Cơ lượng tử đã chứng minh rằng động năng dao động của dao tử điều hoà chỉ có thể có những giá trị gián đoạn :

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$$E_d = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega_d, \qquad n = 0, 1, 2, ..., \qquad (34\text{-}4)$$

trong đó ω_d là tần số góc của dao động, nó phụ thuộc hằng kéo về và khối lượng rút gọn của hệ.

Theo (34-4), năng lượng dao động thấp nhất là $E_o = \frac{1}{2}\hbar\omega_d$. Từ đó suy ra ở năng lượng thấp nhất, phân tử vẫn không nằm yên mà ở trạng thái dao động cực tiểu quanh vị trí cân bằng của nó. Hệ thức (34-4) cũng chứng tỏ các mức năng lượng của dao tử điều hoà cách đều nhau một giá trị bằng $\hbar\omega_d$. Tuy nhiên ở năng lượng cao, quan niệm về dao động của phân tử gần giống dao động điều hoà không còn giá trị nữa vì người ta thấy các mức năng lượng gần nhau hơn chứ không như tiên đoán theo (34-4) H. 34.2(b) cho ta giản đồ các mức năng lượng dao động đặc trưng.

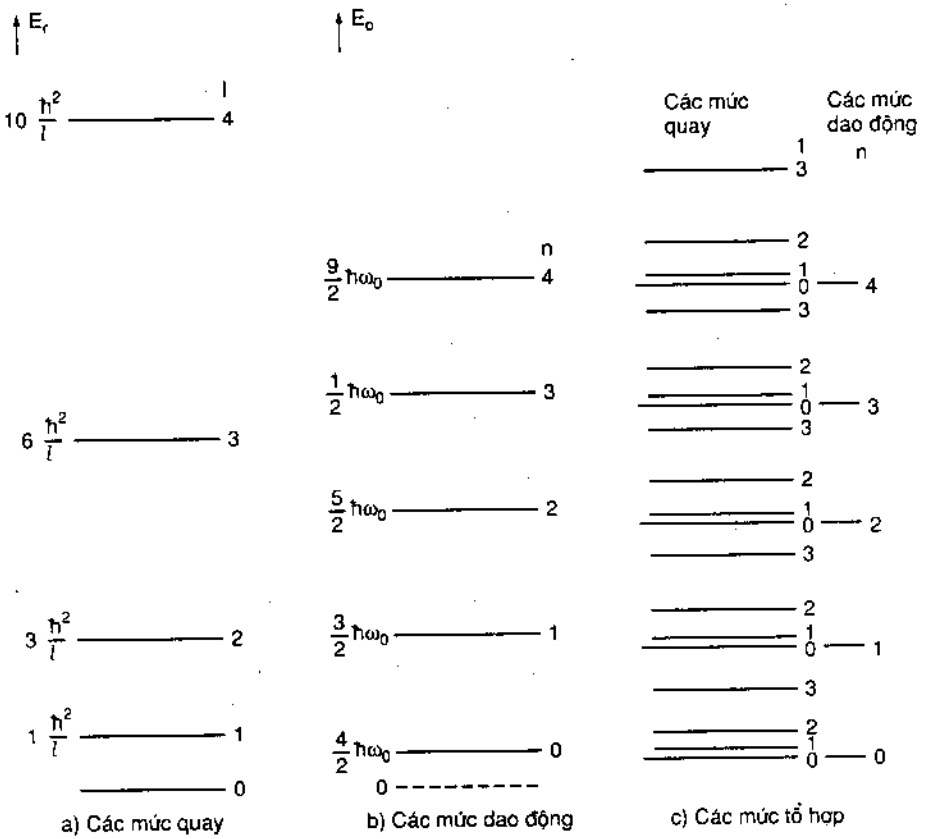
34.3. CÁC TRẠNG THÁI KÍCH THÍCH KẾT HỢP

Ta nhận thấy khoảng cách giữa các mức năng lượng dao động lớn hơn khoảng cách giữa các mức năng lượng quay từ 10 đến 100 lần. Theo ngôn ngữ cổ điển, điều đó có nghĩa là có nhiều chu kì dao động trong một chu trình quay. Thành thử ta có thể khảo sát riêng biệt hai chuyển động đó. H.34.2(c) diễn tả sự chồng chất của hai nhóm mức năng lượng.

Các phân tử có thể chuyển dời giữa các mức bằng cách phát ra phôtôn để chuyển sang trạng thái kích thích thấp hơn hay sang trạng thái cơ bản hoặc hấp thụ phôtôn để chuyển sang mức cao hơn. Ở năng lượng thấp và trong nhiều trường hợp, các chuyển dời đều tuân theo các quy tắc lựa chọn : $\Delta n = \pm 1$, $\Delta l = \pm 1$.

Một trong các ứng dụng của việc nghiên cứu phổ quay và phổ dao động của các phân tử là tính toán độ dài và độ cứng của liên kết (xem bài tập 34.4 và 34.8).

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012



Hình 34.2

BÀI TOÁN CÓ LỜI GIẢI

34.1. Giả sử coi một phân tử lưỡng nguyên tử giống như một quả tạ đôi gồm hai khối lượng m_1 và m_2 đặt ở hai đầu một thanh không khối lượng có chiều dài r_o. Chứng minh rằng mômen quán tính của quả tạ đôi đối với trục vuông góc với thanh và đi qua khối tâm của quả tạ đôi có dạng :

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$$I = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} r_o^2 \equiv \mu r_o^2,$$

trong đó μ là khối lượng rút gọn của hệ (xem tiết 19,3).

Giải. Mômen quán tính của hai chất điểm đối với trục đi qua khối tâm của chúng là :

$$I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2, \qquad (1)$$

(Xem H.34.1). Theo định nghĩa của khối tâm thì :

$$r_1 = \frac{m_2}{m_1 + m_2} r_o ;$$

$$r_2 = \frac{m_1}{m_1 + m_2} r_o ;$$

và (1) trở thành :

$$I = m_1\left(\frac{m_2 r_o}{m_1 + m_2}\right)^2 + m_2\left(\frac{m_1 r_o}{m_1 + m_2}\right)^2 = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} r_o^2.$$

34.2. Tính khoảng cách giữa các nguyên tử trong O_2 biết rằng $\hbar^2/2I = 1,78 \times 10^{-4}$ eV.

Giải. Khối lượng rút gọn của O_2 là m/2, trong đó m = 16u, là khối lượng của mỗi nguyên tử O. Do đó theo bài toán 34.1 :

$$r_o = \sqrt{\frac{I}{m/2}} = \sqrt{\frac{2Ic^2}{mc^2}} = \sqrt{\frac{\hbar^2 c^2}{(1,78 \times 10^{-4}\text{eV})mc^2}} =$$

$$= \frac{\hbar c}{\sqrt{(1,78 \times 10^{-4}\text{ eV})mc^2}} =$$

$$= \frac{1973\text{eV.Å}}{\sqrt{(1,78 \times 10^{-4}\text{ eV})(16\text{u})(931,5 \times 10^6\text{ eV/u})}} = 1,21 \text{ Å}.$$

34.3. Chứng minh rằng phổ các tần số quay của một phân tử lưỡng nguyên tử gồm các vạch cách đều nhau những khoảng $\Delta\nu = h/4\pi^2 I$, trong đó I là mômen quán tính của phân tử.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Giải. Theo biểu thức (34-3), các giá trị có thể có của năng lượng quay là :

$$E_q = \frac{l(l+1)\hbar^2}{2I}$$

Sự chuyển dời giữa hai mức là kết quả của sự phát xạ (hay hấp thụ) một phôtôn tần số ν xác định theo :

$$E_\gamma = h\nu = E_2 - E_1 = \frac{(h/2\pi)^2}{2I}[l_2(l_2+1) - l_1(l_1+1)],$$

$$\nu = \frac{h}{8\pi^2 I}[(l_2(l_2+1) - l_1(l_1+1)].$$

Do quy tắc lựa chọn $\Delta l = \pm 1$, ta phải có : $l_2 = l_1 + 1$ và :

$$\nu = \frac{h}{8\pi^2 I}[(l_1+1)(l_1+1+1) - l_1(l_1+1)] = \frac{h}{4\pi^2 I}(l_1+1).$$

Tần số các phôtôn phát xạ được xác định theo các giá trị $l_1 = 0, 1, \ldots$ và các vạch kế nhau lại cách đều nhau

$$\Delta\nu = \frac{h}{4\pi^2 I}$$

34.4. Khoảng cách về tần số giữa các vạch kế tiếp nhau của phổ quay của $^{35}Cl^{19}F$ có giá trị thực nghiệm là 11,2 GHz. Tính khoảng cách giữa các nguyên tử tương ứng.

Giải. Theo bài toán 34.3 ta có :

$$I = \frac{h}{4\pi^2\Delta\nu} = \frac{6{,}625 \times 10^{-34}\text{J.s}}{4\pi^2(11{,}2 \times 10^9\ \text{s}^{-1})} = 1{,}50 \times 10^{-45}\ \text{kg.m}^2.$$

Và theo bài toán 34.1 thì :

$$r_o = \sqrt{\frac{(m_1+m_2)I}{m_1m_2}} =$$

$$= \sqrt{\frac{(35u+19u)(1{,}50 \times 10^{-45}\ \text{kg.m}^2)}{(35u)(19u)} \times \frac{1u}{1{,}66 \times 10^{-27}\text{kg}}} =$$

$$= 2{,}71 \times 10^{-10}\ \text{m hay } 2{,}71\ \text{Å}.$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

34.5. Khoảng cách giữa các nguyên tử của phân tử $^{12}C^{16}O$ là 1,13 Å. Tính gần đúng khoảng cách (ra bước sóng) giữa hai vạch quay do các chuyển dời êlectrôn kèm theo phát bức xạ trong vùng trông thấy (5000 Å).

Giải. Theo các bài toán 34.1 và 34.3 ta có :

$$\Delta\nu = \frac{h}{4\pi^2 I} = \frac{h}{4\pi\mu r_o^2}$$, và đối với các biến thiên nhỏ :

$$\Delta\nu = \Delta\left(\frac{c}{\lambda}\right) = \frac{-c}{\lambda^2}\Delta\lambda.$$

Do đó :

$$|\Delta\lambda| = \frac{\lambda^2}{c}\frac{h}{4\pi\mu r_o^2} = \frac{\lambda^2(hc)}{4\pi^2\left(\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}c^2\right)r_o^2} =$$

$$= \frac{(5000\,\text{Å})^2(12{,}4\ \text{MeV.Å})}{4\pi^2\left[\left(\frac{12\times 16}{12+16}u\right)(931{,}5\ \text{MeV/u})\right](1{,}13\,\text{Å})^2} = 0{,}962\ \text{Å}.$$

34.6. Tính các mức năng lượng của H_2 mà khoảng cách cân bằng giữa các nguyên tử là 0,74 Å.

Giải. Ta có biểu thức về các năng lượng quay và mômen quán tính.

$$E_q = \frac{\hbar^2}{2I}l(l+1)\ ;$$

$$I = \mu r_o^2 = \frac{m_H}{2}r_o^2.$$

Do đó : $$E_q = \frac{\hbar^2}{m_H r_o^2}l(l+1) = \frac{(\hbar c)^2}{(m_H c^2)r_o^2}l(l+1) =$$

$$= \frac{(1973\,\text{eV.Å})^2}{(1{,}008u)(931{,}5\times 10^6\text{eV/u})(0{,}74\text{Å})^2}l(l+1) =$$

$$= (7{,}57\times 10^{-3}\ \text{eV})\ l(l+1).$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Dưới đây là bốn mức năng lượng quay đầu tiên của H_2 :

l	0	1	2	3	4
E_q (eV × 10^{-2})	0	1,51	4,54	9,08	15,1

34.7. Tính khoảng cách giữa các mức năng lượng dao động của H_2 (r_o = 0,74 Å).

Giải. Ta giả thiết giữa các hạt nhân hiđrô có lực đẩy tĩnh điện nhưng được giữ lại nhờ một lò xo. Nếu lò xo bị kéo dãn tới độ dài bằng khoảng cách giữa các hạt nhân thì hệ số độ cứng K (đặc trưng cho tính chất đàn hồi) của lò xo bằng :

$$F = \frac{ke^2}{r_o^2} = Kr_o \text{ hay } K = \frac{ke^2}{r_o^3} = \frac{14{,}4\text{eV.Å}}{(0{,}74\,\text{Å})^3} = 35{,}5\frac{\text{eV}}{\text{Å}^2}.$$

Ta có hệ thức giữa K và tần số góc của dao tử điều hoà :

$$\hbar\omega_d = \hbar\sqrt{\frac{K}{\mu}} = \hbar c\sqrt{\frac{K}{\mu c^2}},$$

trong đó khối lượng rút gọn $\mu = m_H/2$. Do đó :

$$\hbar\omega_o = \hbar c\sqrt{\frac{2K}{m_H c^2}} = (1973\text{eV.Å})\sqrt{\frac{2\times 35{,}5\text{eV/Å}^2}{938\times 10^6\,\text{eV}}} =$$

$$= 0{,}543 \text{ eV}$$

vào cỡ khoảng cách giữa các mức năng lượng dao động. Theo bài toán 34.6, ta thấy khoảng cách giữa các mức năng lượng quay chỉ bằng một phần trăm khoảng cách giữa các mức dao động. Đó chính là lí do để người ta có thể coi các trạng thái quay được thiết lập trên cơ sở các trạng thái dao động. (xem H.34.2(c)).

34.8. Khí HCl hấp thụ mạnh bức xạ hồng ngoại bước sóng 3465 Å. Tính hệ số độ cứng của phân tử HCl.

Giải. Nếu coi phân tử HCl như một dao tử điều hoà thì HCl chỉ có thể có các giá trị năng lượng :

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$$E_d = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega_d.$$

Bức xạ hồng ngoại bị hấp thụ sẽ làm tăng năng lượng của dao tử điều hoà. Do quy tắc lựa chọn $\Delta n = \pm 1$ nên độ gia tăng đó bằng :

$$\Delta E_d = \left(n + 1 + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega_d - \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega_d = \hbar\omega_d = \frac{h}{2\pi}\omega_d,$$

và bằng năng lượng của phôtôn :

$$h\frac{c}{\lambda} = \frac{h}{2\pi}\omega_d,$$

$$\omega_d = 2\pi\frac{c}{\lambda} = \frac{2\pi\,(3 \times 10^8\ \text{m/s})}{3{,}465 \times 10^{-7}\text{m}} = 5{,}44 \times 10^{15}\ \text{Hz}.$$

Khối lượng rút gọn của phân tử HCl bằng :

$$\mu = \frac{m_H m_{Cl}}{m_H + m_{Cl}} = \frac{(1u)(35u)}{1u + 35u}(1{,}661 \times 10^{-27}\ \text{kg/u}) =$$

$$= 1{,}61 \times 10^{-27}\ \text{kg}.$$

Ta có hệ thức giữa tần số góc của dao tử điều hoà, khối lượng rút gọn của nó và hệ số độ cứng : $\omega_d = \sqrt{K/\mu}$; do đó :

$$K = \mu\omega_d^2 = (1{,}61 \times 10^{-27}\text{kg})(5{,}44 \times 10^{15}\text{s}^{-1})^2 = 47646\ \text{N/m}.$$

34.9. Xem bài toán 34.8. Tính năng lượng dao động tổng cộng của phân tử HCl ở độ không tuyệt đối.

Giải. Ở 0K, mọi phân tử HCl đều sẽ ở trạng thái năng lượng thấp nhất tương ứng với n = 0 trong (34-4). Gọi N_o là số Avôgađrô, ta có năng lượng tổng cộng :

$$E_{\text{tổng cộng}} = N_o\left(\frac{1}{2}\hbar\omega_d\right) = (6{,}023 \times 10^{23}\text{mol}^{-1}) \times$$

$$\times \frac{1}{2}(1{,}055 \times 10^{-34}\text{J . s})(5{,}44 \times 10^{15}\,\text{s}^{-1}) = 173\ \text{kJ/mol}.$$

34.10. Các phân tử N_2 bị kích thích sang trạng thái dao động n = 1 và bị khử kích thích bằng cách phát xạ các phôtôn.

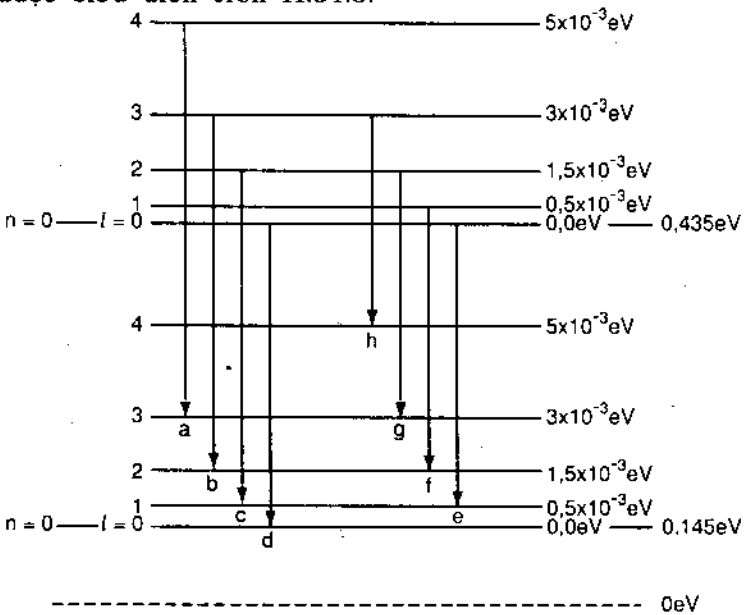
1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Tính các giá trị năng lượng của phôtôn phát ra. (Đối với mỗi mức dao động ta chỉ xét năm mức quay đầu tiên). Đối với N_2 thì : $\hbar^2/2I = 2{,}5 \times 10^{-4}$ eV ; $\hbar\omega_d = 0{,}29$ eV.

Giải. Các mức năng lượng được xác định theo :

$$E = \hbar\omega_d\left(n + \frac{1}{2}\right) + \frac{\hbar^2}{2I}l(l + 1),$$

và được biểu diễn trên H.34.3.



Hình 34.3

Tất cả các chuyển dời đều tuân theo quy tắc lựa chọn $\Delta n = -1$ và được biểu thị theo :

$$\Delta E = \hbar\omega_d + \frac{\hbar^2}{2I}\left[l'(l' + 1) - l(l + 1)\right].$$

Theo quy tắc lựa chọn đối với chuyển động quay $\Delta l = +1$ thì ta phải có $l' = l + 1$ và :

$$\Delta E = \hbar\omega_d + \frac{\hbar^2}{2I}[2(l + 1)], \qquad l = 0, 1, 2, \ldots.$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Theo quy tắc lựa chọn $\Delta l = -1$, ta phải có $l' = l - 1$. Do đó :

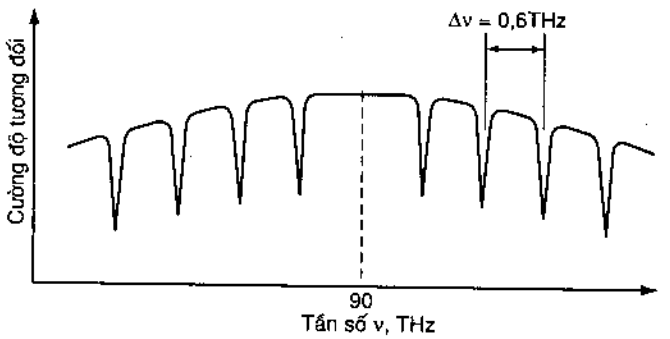
$$\Delta E = \hbar\omega_d + \frac{\hbar^2}{2I}[-2l], \qquad l = 1, 2, 3...$$

Các chuyển dời trên được ghi tóm tắt trong bảng 34.1. Ta thấy các chuyển dời trên cách nhau một khoảng $\hbar^2/I = 0,5 \times 10^{-3}$eV trừ vạch không tồn tại ở $\Delta E = \hbar\omega_d = 0,29$ eV.

Bảng 34.1

Chuyển dời	l	ΔE, eV
a	3	$0,29 + 2,0 \times 10^{-3}$
b	2	$0,29 + 1,5 \times 10^{-3}$
c	1	$0,29 + 1,0 \times 10^{-3}$
d	0	$0,29 + 0,5 \times 10^{-3}$
e	1	$0,29 - 0,5 \times 10^{-3}$
f	2	$0,29 - 1,0 \times 10^{-3}$
g	3	$0,29 - 1,5 \times 10^{-3}$
h	4	$0,29 - 2,0 \times 10^{-3}$

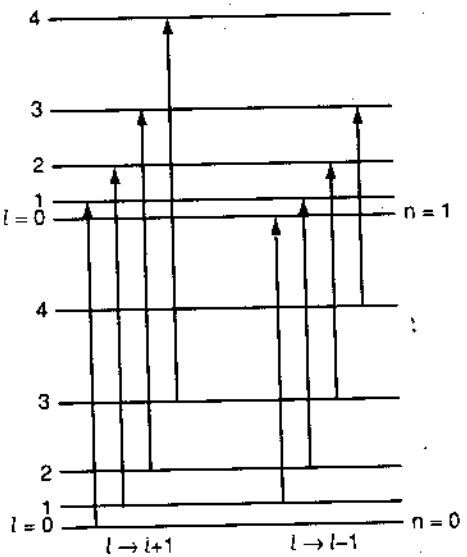
34.11. H.34.4 biểu diễn phổ hấp thụ của một chất khí ở nhiệt độ chung quanh. Xác định năng lượng khí ở 0K và mômen quán tính của nó.



Hình 34.4

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Giải. Phổ trên hình vẽ là sự tổ hợp các phổ dao động và phổ quay. Khi hấp thụ phôtôn, chất khí chuyển sang các trạng thái kích thích như trên H.34.5.



Hình 34.5

Ở nhiệt độ xung quanh (T ≈ 300K), các phân tử không có đủ năng lượng để chiếm các dải dao động cao hơn n = 0. Tuy nhiên, chúng có đủ năng lượng nhiệt để ở trong các trạng thái kích thích quay của dải dao động n = 0. Như ta thấy trên H.34.5, sự hấp thụ phôtôn gây ra các kích thích trong dải n = 1. Quy tắc lựa chọn $\Delta n = \pm 1$ được thoả mãn, thành thử các chuyển dời có thể xuất hiện trong hai nhóm $l \to l + 1$ và $l \to l - 1$, (xem H.34.5). Hiệu năng lượng giữa các mức đầu và cuối (bằng tổng các hiệu năng lượng dao động và các hiệu năng lượng quay) sẽ bằng năng lượng $h\nu$ của phôtôn bị hấp thụ :

$$h\nu = \frac{h}{2\pi}\omega_d + [l_u(l_u + 1) - l_l(l_l + 1)]\frac{1}{2I}\left(\frac{h}{2\pi}\right)^2,$$

hay :
$$\nu = \frac{\omega_d}{2\pi} + [l_u(l_u + 1) - l_l(l_l + 1)]\frac{h}{8\pi^2 I}.$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Đối với hai nhóm chuyển dời :

$$l_u = l_l + 1 \; ; \; \nu_1 = \frac{\omega_d}{2\pi} + (l_l + 1)\frac{h}{4\pi^2 I} \qquad l_l = 0, 1, 2, ...,$$

$$l_u = l_l - 1 \; ; \; \nu_2 = \frac{\omega_d}{2\pi} - l_l\frac{h}{4\pi^2 I} \qquad l_l = 1, 2, 3, ...$$

Tần số các phôtôn bị hấp thụ thay đổi từng nấc $h/4\pi^2 I$ từ :

$$\frac{\omega_d}{2\pi} - 4\frac{h}{4\pi^2 I} \; (l_l = 4 \text{ trong } \nu_2)$$

đến :

$$\frac{\omega_d}{2\pi} + 4\frac{h}{4\pi^2 I} \; (l_l = 3 \text{ trong } \nu_1),$$

trừ một khe gián đoạn ở $\nu_{khe} = \omega_d/2\pi$. Lúc đó, khi đo các biến thiên tần số $\Delta\nu$ giữa các mức kế nhau, ta tìm được mômen quán tính :

$$\Delta\nu = \frac{h}{4\pi^2 I},$$

$$I = \frac{h}{4\pi^2\Delta\nu} = \frac{6{,}63 \times 10^{-34} \text{J.s}}{4\pi^2(0{,}6 \times 10^{12} \text{s}^{-1})} = 2{,}80 \times 10^{-47} \text{ kg.m}^2.$$

Biết tần số dao động ($\nu_{khe} = 90 \times 10^{12}$ s^{-1}), ta tính được giá trị năng lượng của chất khí ở 0K :

$$E_o = \frac{1}{2}\hbar\omega_d = \frac{1}{2}h\nu_{khe} =$$

$$= \frac{1}{2}(4{,}136 \times 10^{-15} \text{ eV.s})(90 \times 10^{12} \text{ s}^{-1}) = 0{,}186 \text{ eV}.$$

BÀI TOÁN BỔ SUNG

34.12. Hiệu giữa các tần số của hai vạch kế nhau trong phổ quay của một phân tử là 40 GHz. Tính mômen quán tính của phân tử.

Đáp số. $4{,}20 \times 10^{-46}$ kg.m^2.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

34.13. Khoảng cách giữa các nguyên tử của $^{79}Br^{19}F$ là 1,76Å. Tính mômen quán tính của phân tử đó.

Đáp số. $7,88 \times 10^{-46}$ kg.m^2.

34.14. Xem bài toán 34.13. Tính khoảng cách về tần số giữa hai vạch kế nhau trong phổ quay của $^{79}Br^{19}F$.

Đáp số. 21,3 GHz.

34.15. Tính tỉ số giữa các bước sóng của các phôtôn phát ra trong quá trình chuyển dời từ $l = 2 \rightarrow l = 1$ và từ $l = 1 \rightarrow l = 0$ của một phân tử đối với n = 0.

Đáp số. 1/2.

34.16. Hiệu năng lượng của các phôtôn phát ra trong quá trình các chuyển dời $l = 0 \rightarrow l = 1$ và $l = 1 \rightarrow l = 2$ của $^{11}B^{16}O$ là $4,46.10^{-4}$ eV. Tính khoảng cách giữa các nguyên tử của BO.

Đáp số. 1,20 Å.

34.17. Hiệu giữa các vạch kế nhau trong phổ quay của một phân tử tính ra bước sóng là 3,62 Å trong vùng phổ thấy được (5000Å). Tính mômen quán tính của phân tử.

Đáp số. $3,86 \times 10^{-47}$ kg.m^2.

34.18. Tính ba trạng thái năng lượng quay thứ nhất của $^{79}Br^{19}F$ (r_o = 1,76 Å).

Đáp số. 0 ; $8,81 \times 10^{-5}$ eV ; $26,4 \times 10^{-5}$ eV ; $52,8 \times 10^{-5}$ eV.

34.19. Xem bài toán 34.18. Tìm các bước sóng của các phôtôn phát ra trong các quá trình chuyển dời $l = 0 \rightarrow l = 1$ và $l = 1 \rightarrow l = 2$ của $^{79}Br^{19}F$.

Đáp số. 1,41cm ; 0,705cm.

34.20. Tìm khoảng cách giữa các mức năng lượng dao động của $^{79}Br^{19}F$ (r_o = 1,76 Å). (So sánh các kết quả tìm được với các kết quả đã thấy trong bài toán 34.18 đối với các mức năng lượng quay).

Đáp số. $2,68 \times 10^{-2}$ eV.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Chương 35

THUYẾT ĐỘNG HỌC CÁC CHẤT KHÍ

Đối tượng của thuyết động học các chất khí là thiết lập các hệ thức nhiệt động, nhất là các hệ thức về chất khí lí tưởng, bằng cách áp dụng các định luật cơ cổ điển cho một hệ gồm một số lớn hạt.

35.1. ĐỊNH LUẬT VỀ CHẤT KHÍ LÍ TƯỞNG

Ta giả thiết áp suất của chất khí lí tưởng là do các va chạm hoàn toàn đàn hồi của các hạt khí với thành bình. Trong bài toán 35.1 người ta đã áp dụng cơ cổ điển để phân tích va chạm của N phân tử (mỗi phân tử có khối lượng m) lên thành bình thể tích V. Từ đó đã thiết lập được biểu thức về áp suất của chất khí tác dụng lên thành bình :

$$pV = \frac{2}{3} N \left[\frac{1}{2} m (\overline{v^2})\right] , \qquad (35\text{-}1)$$

trong đó $(\overline{v^2})$ được xác định như sau : gọi n_i là tổng số hạt có thành phần vận tốc theo phương x là v_{xi}. Giá trị trung bình của bình phương các thành phần vận tốc theo phương x của N phân tử là :

$$(\overline{v_x^2}) \equiv \frac{1}{N} [n_1 v_{x1}^2 + n_2 v_{x2}^2 + ... + n_i v_{xi}^2 + ...] = \frac{1}{N} \sum_i n_i v_{xi}^2, \qquad (35\text{-}2)$$

trong đó $N = \sum_i n_i$. Nếu giả thiết không hề có sự khác nhau giữa các phương x, y, z, ta có thể viết :

$$(\overline{v_x^2}) = (\overline{v_y^2}) = (\overline{v_z^2}) = \frac{1}{3} (\overline{v^2}) , \qquad (35\text{-}3)$$

trong đó : $(\overline{v^2}) = (\overline{v_x^2}) + (\overline{v_y^2}) + (\overline{v_z^2})$ là vận tốc toàn phương trung bình. Căn bậc hai của $(\overline{v^2})$ gọi là căn bậc hai của vận tốc toàn phương trung bình (hay vận tốc căn quân phương) :

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$$v_{cqp} \equiv \sqrt{(\overline{v^2})}. \qquad (35\text{-}4)$$

Đại lượng $1/2m(\overline{v^2}) = K_m$ là động năng trung bình của hạt.

Do đó : $$U = N\left[\frac{1}{2}\, m\, (\overline{v^2})\right] \qquad (35\text{-}5)$$

là động năng toàn phần của chất khí và biểu thức (35–1) có thể viết dưới dạng :

$$pV = \frac{2}{3}\, U. \qquad (35\text{-}6)$$

Nếu đưa vào hệ thức giữa tổng số hạt N và tổng số mol $\mathcal{N}$: $N = \mathcal{N} N_o$ với N_o là số Avôgađrô :

$$N_o = 6{,}023 \times 10^{23} \text{ phân tử/g.mol},$$

(nếu biểu thị các khối lượng nguyên tử ra kg thì ta dùng $N_o = 6{,}023 \times 10^{26}\ \text{kmol}^{-1}$) thì hệ thức (35–1) có dạng :

$$pV = \mathcal{N}\left[\frac{2}{3}\, N_o\, \frac{1}{2}\, m(\overline{v^2})\right].$$

So sánh biểu thức đó với phương trình các chất khí lí tưởng :

$$pV = \mathcal{N} RT\ , \qquad (35\text{-}7)$$

ta rút ra : $$\frac{1}{2}\, m(\overline{v^2}) = \frac{3}{2}\, \frac{R}{N_o}\, T = \frac{3}{2}\, kT, \qquad (35\text{-}8)$$

trong đó tỉ số $R/N_o = 1{,}38 \times 10^{-23}$ J/K $= 8{,}617 \times 10^{-5}$ eV/K gọi là hằng số Boltzman (Bôndơman) k. Thành thử nhiệt độ tuyệt đối T của chất khí lí tưởng là số đo động năng trung bình của các phân tử cấu thành chất khí đó.

Nếu ta chưa biết phương trình (35–7) của các chất khí lí tưởng, thì để có thể lập luận về phương trình (35–1), ta phải tính :

$$(\overline{v^2}) = \frac{1}{N} \sum_i n_i v_i^2.$$

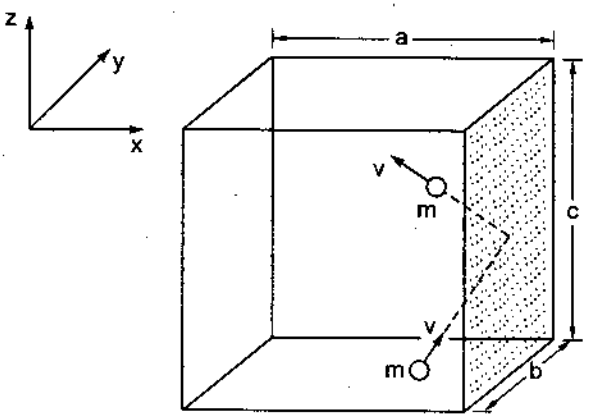
Các phương pháp tính các giá trị trung bình như trên đều dựa vào các hàm phân bố và sẽ được nghiên cứu trong các chương 36, 37, 38.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

BÀI TOÁN CÓ LỜI GIẢI

35.1. Giả sử một chất khí gồm các phân tử là những chất điểm va chạm hoàn toàn đàn hồi với thành bình. Chứng minh rằng áp suất khí tác dụng lên thành bình hình hộp chữ nhật, thể tích V = abc chứa N phân tử giống nhau (mỗi phân tử có khối lượng m) có dạng :

$$p = \frac{2}{3}\frac{N}{V}\left[\frac{1}{2}m\,(\overline{v^2})\right].$$



Hình 35.1

Giải. Ta hãy xét va chạm của một phân tử với thành bình (xem H. 35.1). Trong quá trình một va chạm đàn hồi, thành phần vận tốc theo phương x của hạt sẽ thay đổi từ $+v_x$ đến $-v_x$. Độ biến thiên tương ứng của thành phần động lượng theo phương x của hạt sẽ là :

$$\Delta p_x = m(-v_x) - m(v_x) = -2mv_x.$$

Kết quả của va chạm là một lực vi mô hướng về phía trái do thành bình tác dụng lên phân tử. Phản lực (định luật Newton III) là một lực vi mô hướng về phía phải của thành bình (nghĩa là gây một áp suất).

Bây giờ ta phải giả thiết : thay cho một hạt trong bình thì ta có n_i hạt, tất cả đều có cùng thành phần vận tốc theo phương

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

x là v_{xi}. Trong thời gian nhỏ dt, trên thành bình diện tích A = bc sẽ có tất cả các hạt chứa trong thể tích nguyên tố $A(v_{xi}dt)$ ở bên trái thành bình đập tới với vận tốc v_{xi} theo phương x. Số va chạm trong thời gian dt sẽ bằng :

$$\frac{1}{2}\left(\frac{n_i}{V}\right) A\,(v_{xi}dt).$$

Thừa số $\frac{1}{2}$ là do có một nửa số hạt rời xa thành bình. Độ biến thiên tổng cộng của thành phần động lượng theo phương x do mọi va chạm đó gây ra bằng :

độ biến thiên tổng cộng của động lượng = (độ biến thiên động lượng từng hạt) × (số hạt đập tới thành bình).

$$dp_{xi} = (-2mv_{xi})\left[\frac{1}{2}\left(\frac{n_i}{V}\right) A\,(v_{xi}dt)\right] = -\frac{n_i mAv_{xi}^2 dt}{V}.$$

Theo định luật Newton II, tổng hợp các lực tác dụng lên các hạt bằng :

$$F_{xi} = \frac{dP_{xi}}{dt} = -\frac{n_i mAv_{xi}^2}{V}.$$

còn lực tác dụng lên thành bình là $-F_{xi}$.

Trong lập luận trên, ta đã bỏ qua tác dụng va chạm giữa các hạt. Tuy nhiên có thể lấy dt khá nhỏ để bỏ qua các va chạm đó. Ta cũng sẽ thấy là trong chất khí thực ở trạng thái cân bằng, các va chạm giữa các phân tử cũng không thành vấn đề, vì trung bình, mỗi hạt mà vận tốc thay đổi do va chạm, đều được thay bởi một hạt mới mà do một va chạm khác, lại có vận tốc của hạt ban đầu.

Dĩ nhiên, không phải tất cả N hạt của chất khí đều có thành phần vận tốc theo phương x cùng môđun. Ngược lại, có một sự phân bố vận tốc giữa các phân tử. Do vậy, muốn xác định lực tổng hợp tác dụng lên diện tích A, ta phải cộng các lực do các nhóm vận tốc khác nhau gây ra trên đó. Ta có :

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$$F_x = \sum_i (-F_{xi}) = \frac{mA}{V} \sum_i n_i v_{xi}^2 = \frac{mA}{V} [N(\overline{v_x^2})] = \frac{NmA(\overline{v^2})}{3V},$$

trong đó, ta đã sử dụng các biểu thức (35-2) và (35-3). Áp suất p sẽ là :

$$p = \frac{F_x}{A} = \frac{Nm(\overline{v^2})}{3V} = \frac{2}{3}\frac{N}{V}\left[\frac{1}{2}m(\overline{v^2})\right].$$

Lưu ý là áp suất p không phụ thuộc thành bình ta lựa chọn.

35.2. Tính động năng trung bình của một hạt ở nhiệt độ xung quanh (T = 300K).

Giải.

$$K_m = \frac{3}{2}kT = \frac{3}{2}\left(8{,}62 \times 10^{-5}\ \frac{eV}{K}\right)(300K) = 3{,}88 \times 10^{-2}\ eV,$$

nhớ rằng giá trị đó tương ứng với khoảng 1/25 eV.

35.3. Giả thiết phân tử trong bài toán 35.2 là O_2. Tính vận tốc căn quân phương của phân tử đó.

Giải.

$$K_m = \frac{1}{2}m(\overline{v^2}) = \frac{1}{2}mv_{cqp}^2$$

$$v_{cqp} = \sqrt{\frac{2K_m}{m}} = \sqrt{\frac{2(3{,}88 \times 10^{-2}\ eV)(1{,}6 \times 10^{-19} J/eV)}{(32u)(1{,}66 \times 10^{-27}\ kg/u)}} = 484\ m/s.$$

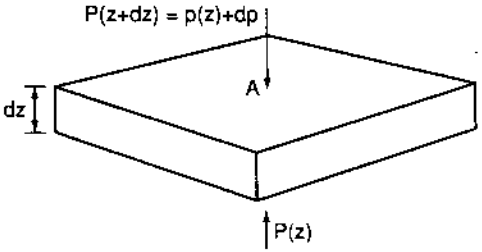
35.4. Định luật về áp suất khí quyển cho biết ở nhiệt độ không đổi, áp suất p ở độ cao z liên hệ với áp suất p_o trên mặt đất bằng hệ thức :

$$p = p_o e^{-mgz/kT}, \qquad (1)$$

trong đó m là khối lượng phân tử trung bình. Thiết lập lại kết quả đó từ định luật của chất khí lí tưởng.

Giải. Giả sử có một thể tích khí dV = Adz, (xem H. 35.2). Vì thể tích đó ở trạng thái cân bằng, nên trọng lượng ρgdV của nó phải bằng hiệu giữa các áp suất trên hai mặt đáy nằm ngang của dV :

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012



Hình 35.2

$$\rho g dV = [p(z) - p(z+dz)]A,$$

$$\rho g A dz = -A dp,$$

$$dp = -\rho g dz.$$

Theo định luật của khí lí tưởng $pV = \mathcal{N}RT = NkT$, và khối lượng riêng ρ bằng :

$$\rho = \frac{Nm}{V} = \frac{mp}{kT}.$$

Do đó :

$$dp = -\frac{mp}{kT} g dz \text{ hay } \frac{dp}{p} = -\frac{mg}{kT} dz.$$

Tích phân và áp dụng điều kiện biên $p(0) = p_o$ ta tìm lại biểu thức (1).

35.5. Quãng đường tự do trung bình L của một hạt là khoảng cách trung bình mà hạt vượt qua giữa hai va chạm. Tính quãng đường tự do trung bình của một phân tử trong một chất khí ở điều kiện thường nếu đường kính phân tử là 4Å.

Giải. Giả sử có một phân tử hình cầu bán kính r chuyển động với vận tốc v không đổi, còn các phân tử khác của chất khí đứng yên. Phân tử sẽ va chạm với mọi phân tử khác có tâm cách tâm của nó một khoảng d = 2r. Như vậy sau thời gian t, phân tử chuyển động sẽ va chạm với mọi phân tử nằm trong một hình trụ hình chữ chi, tiết diện πd^2 và độ dài vt. Khi đó, số va chạm sẽ bằng :

$$C = n\pi d^2 vt,$$

trong đó n là số phân tử trong đơn vị thể tích. Chia quãng đường tổng cộng mà hạt đi qua cho số va chạm, ta được khoảng cách trung bình giữa hai va chạm :

$$L = \frac{vt}{C} = \frac{1}{n\pi d^2}.$$

Ở điều kiện thường một kilomol khí chiếm $22{,}4m^3$ nên :

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$$n = \frac{6{,}023 \times 10^{26} \text{ phân tử / kmol}}{22{,}4 m^3/\text{kmol}} = 2{,}69 \times 10^{25} \ m^{-3},$$

và :

$$L = \frac{1}{(2{,}69 \times 10^{25} \ m^{-3}) \pi (4 \times 10^{-10} \ m)^2} = 7{,}40 \times 10^{-8} m = 740 Å$$

Tính toán trên hơi thô sơ. Việc tính chính xác dựa vào phân bố Maxwell – Boltzman (Mácxoen – Bôndơman) (xem chương 37) cho ta kết quả :

$$L = \frac{0{,}707}{n\pi d^2}.$$

35.6. Một hạt ở trong một chất lỏng chịu tác dụng của các lực ngẫu nhiên. Chứng tỏ rằng giá trị trung bình của bình phương độ dời tuyệt đối của hạt trong thời gian t thì tỉ lệ với t. Giả thiết thời gian giữa hai tác dụng của các lực ngẫu nhiên là rất nhỏ so với t và mỗi lần hạt chịu một lực tác dụng thì hạt di chuyển được một đoạn bằng quãng đường tự do trung bình L theo một hướng ngẫu nhiên. (Tình huống kể trên là tình huống của cách đi cổ điển ngẫu hứng).

Giải. Sau N tương tác ta có thể viết :

$$\vec{X}_N = \vec{X}_{N-1} + \vec{L},$$

$\vec{X}_N$ là véctơ vị trí sau N tương tác. Tích vô hướng của $\vec{X}_N$ với $\vec{X}_N$ bằng :

$$\vec{X}_N \cdot \vec{X}_N = X_N^2 = X_{N-1}^2 + L^2 + 2\vec{L} \cdot \vec{X}_{N-1}.$$

Nếu ta lấy trung bình biểu thức của X_N^2 theo mọi phương có thể có của $\vec{L}$ thì số hạng :

$$2\vec{L} \cdot \vec{X}_{N-1} = 2LX_{N-1} \cos\theta$$

có giá trị trung bình triệt tiêu vì mọi phương của $\vec{L}$ đối với $\vec{X}_{N-1}$ đều có xác suất bằng nhau. Do đó :

$$(X_N^2)_m = (X_{N-1}^2)_m + L^2.$$

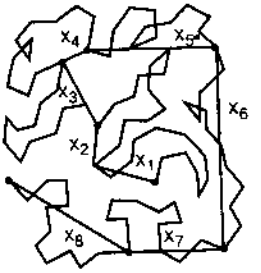
1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Với giá trị ban đầu $(X_o^2)_m = 0$, biểu thức trên cho ta :

$$(X_N^2)_m = NL^2.$$

Ta thấy $(X_N^2)_m$ tỉ lệ thuật với số va chạm N và N lại tỉ lệ thuận với t :

$$(X_N^2)_m = NL^2 = \alpha t.$$



$$(x^2)_m = \frac{x_1^2 + x_3^2 + \ldots + x_6^2}{8}$$

Hình 35.3

Đại lượng $(X_N^2)_m$ có thể đo được bằng thực nghiệm bằng cách quan sát một hạt lơ lửng trong nhiều khoảng thời gian t (xem H.35.3) ; hay quan sát nhiều hạt trong cùng một khoảng thời gian t. Hai phương pháp đều tương đương.

35.7. Giả sử vận tốc trung bình của hạt trong bài toán 35.5 là 454 m/s và mỗi lần va chạm hạt lại di chuyển ngẫu nhiên được một khoảng cách bằng quãng đường tự do trung bình của nó. Tính độ dời trung bình của hạt sau 10 giây.

Giải. Theo định nghĩa về quãng đường tự do trung bình thì số va chạm N bằng tỉ số quãng đường vt trong thời gian t chia cho quãng đường tự do trung bình L :

$$N = vt/L.$$

Thay giá trị đó vào kết quả trong bài toán 35.6, ta được :

$$X_{cqp} = N^{1/2}L = \sqrt{vtL} = \sqrt{(454\,m/s)(10s)(7{,}40 \times 10^{-8}m)} =$$

$$= 1{,}83 \times 10^{-2}\ m = 1{,}83\ cm.$$

35.8. Chuyển động Brown (Brao) là chuyển động của một hạt lơ lửng trong một chất lỏng dưới tác dụng bắn phá của các phân tử cấu thành chất lỏng đó. Nhờ các định luật Newton, hãy chứng minh rằng trung bình của bình phương độ dời sau thời gian t có dạng :

$$(X^2)_m = \frac{6kT}{\mu}\,t,$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

với μ là độ đo của lực tác dụng lên hạt do độ nhớt của chất lỏng gây ra.

Giải. Trước hết ta hãy xét độ chuyển dời một chiều. Ngoài các lực khác, hạt còn chịu lực nhớt tỉ lệ với vận tốc của nó kéo đi $F_{nh} = -\mu\,(dx/dt)$. Đại lượng μ coi như một số cho trước vì ta có thể đo trực tiếp μ. Ngoài lực nhớt kéo đi, hạt còn chịu một ngoại lực ngẫu nhiên F_r tác dụng. Theo định luật Newton II và bỏ qua trọng lượng hạt, ta có :

$$F_r - \mu \frac{dx}{dt} = m \frac{d^2x}{dt^2}.$$

Ta sẽ tính $(v^2)_m$ như sau : ta nhân phương trình trên với x rồi lấy trung bình, ta được :

$$(xF_r)_m = m\left(x\frac{d^2x}{dt^2}\right)_m + \mu\left(x\frac{dx}{dt}\right)_m, \qquad (1)$$

F_r là đại lượng có tính chất hoàn toàn ngẫu nhiên và không hề có quan hệ với vị trí x của hạt. Với x cho trước, mọi giá trị dương, âm của F_r đều có thể xảy ra ; do đó giá trị trung bình của tích xF_r phải bằng không : $(xF_r)_m = 0$. Mặt khác, theo đẳng thức :

$$x\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d}{dt}\left(x\frac{dx}{dt}\right) - \left(\frac{dx}{dt}\right)^2$$

thì khi lấy trung bình ta có :

$$\left(x\frac{d^2x}{dt^2}\right)_m = \left[\frac{d}{dt}\left(x\frac{dx}{dt}\right)\right]_m - \left[\left(\frac{dx}{dt}\right)^2\right]_m =$$

$$= \frac{d}{dt}\left(x\frac{dx}{dt}\right)_m - \left[\left(\frac{dx}{dt}\right)^2\right]_m$$

vì không phải lấy trung bình theo thời gian mà theo phân bố ngẫu nhiên của F_r. Đưa kết quả trên vào (1) ta có :

$$0 = m\frac{d}{dt}\left[\left(x\frac{dx}{dt}\right)_m\right] - m\left[\left(\frac{dx}{dt}\right)^2\right]_m + \mu\left(x\frac{dx}{dt}\right)_m, \qquad (2)$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

trong đó có thể viết số hạng giữa như sau :

$$m\left[\left(\frac{dx}{dt}\right)^2\right]_m = m(v_x^2)_m = m\,\frac{1}{3}\,(v^2)_m = \frac{2}{3}\left[\frac{1}{2}\,m(v^2)_m\right] = kT$$

theo (35–8) ; do đó (2) có dạng :

$$kT = m\,\frac{d}{dt}\left[\left(x\,\frac{dx}{dt}\right)_m\right] + \mu\left(x\,\frac{dx}{dt}\right)_m. \qquad (3)$$

Nếu đặt : $f \equiv \left(x\,\frac{dx}{dt}\right)_m$

thì (3) sẽ dẫn tới phương trình vi phân đối với f :

$$m\,\frac{df}{dt} + \mu f = kT. \qquad (4)$$

Phương trình đó có nghiệm :

$$f = \frac{kT}{\mu} + Ae^{-\frac{\mu}{m}t}. \qquad (5)$$

Trường hợp các khối lượng rất nhỏ tham gia vào chuyển động Brown thì μ/m vào cỡ $10^4 s^{-1}$ và số hạng hàm mũ ở (5) sẽ giảm nhanh, có thể bỏ qua. Khi đó :

$$f = \left(x\,\frac{dx}{dt}\right)_m = \frac{kT}{\mu}.$$

Ta có thể viết lại như sau :

$$\left(x\,\frac{dx}{dt}\right)_m = \left[\frac{1}{2}\,\frac{d(x^2)}{dt}\right]_m = \frac{1}{2}\,\frac{d}{dt}\,[(x^2)_m] = \frac{kT}{\mu}$$

và :

$$(x^2)_m = \frac{2kT}{\mu}\,t\,,$$

trong đó ta đã giả thiết $(x^2)_m = 0$ lúc $t = 0$. Cuối cùng ta mở rộng kết quả trên ra ba chiều bằng cách dùng biểu thức :

$$(x^2)_m = (y^2)_m = (z^2)_m = \frac{1}{3}\,(X^2)_m.$$

Từ đó suy ra :

$$(X^2)_m = \frac{6kT}{\mu}\,t.$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Kết quả này giống kết quả trong bài toán 35.6 với $\alpha = 6kT/\mu$.

μ đã biết ; đo $(X^2)_m$ trong khoảng thời gian cho trước ở nhiệt độ T, ta xác định được hằng số Boltzmann. J. Perrin đã dùng chuyển động Brown để xác định số Avôgađrô N_o ($N_o = R/k$).

35.9. Hai bình A, B giống nhau chứa đầy cùng một chất khí ở cùng áp suất. Tuy nhiên, vận tốc căn quân phương v_{cqpB} của các phân tử trong B lớn hơn vận tốc căn quân phương v_{cqpA} của các phân tử trong A. Giữa hai bình có một chiếc van để mở trong một thời gian ngắn. Mô tả hiện tượng xảy ra trên cơ sở thuyết động học các chất khí.

Giải. Thoạt tiên người ta có thể nghĩ rằng vì áp suất bằng nhau nên khi cho hai bình thông nhau thì không có gì thay đổi. Tuy nhiên không phải thế. Số va chạm N trên thành bình trong đơn vị thời gian, tỉ lệ với số phân tử đi qua van khi van mở, (xem bài toán 35.1) sẽ tỉ lệ với tích nv, trong đó n là số hạt trong đơn vị thể tích. Do đó :

$$\frac{\dot{N}_A}{\dot{N}_B} = \frac{n_A v_{cqpA}}{n_B v_{cqpB}}.$$

Lúc đầu : $p_A = p_B$ và theo (35-1) thì $n_A\overline{v_A^2} = n_B\overline{v_B^2}$. Từ đó :

$$\frac{\dot{N}_A}{\dot{N}_B} = \frac{v_{cqpB}}{v_{cqpA}} > 1.$$

Và khi mới mở van, có nhiều hạt đi từ A sang B hơn là từ B sang A. Mặt khác, năng thông qua van là :

$E \backsim N \times$ (năng lượng trung bình của một hạt) $= N(1/2m\,\overline{v^2})$, và lại dùng (35-1), ta có :

$$\frac{\dot{E}_B}{\dot{E}_A} = \frac{\dot{N}_B}{\dot{N}_A}\,\frac{\left(\frac{1}{2}\,m\,\overline{v^2}\right)_B}{\left(\frac{1}{2}\,m\,\overline{v^2}\right)_A} = \frac{n_B v_{cqpB}}{n_A v_{cqpA}}\cdot\frac{n_A}{n_B} = \frac{v_{cqpB}}{v_{cqpA}} > 1.$$

Lúc khởi đầu năng lượng chuyển từ B sang A.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Khi đó, hệ không ở trạng thái cân bằng về khối lượng cũng như năng lượng. Muốn thoả mãn các điều kiện cân bằng, nghĩa là muốn cho $\dot{N}_A = \dot{N}_B$ và $\dot{E}_A = \dot{E}_B$ thì hai vận tốc căn quân phương phải bằng nhau : $v_{cqpA} = v_{cqpB}$. Vì nhiệt độ tỉ lệ với bình phương của vận tốc căn quân phương nên rõ ràng là muốn có trạng thái cân bằng, nhiệt độ của hai chất khí phải bằng nhau.

35.10. Xem bài toán 35.9. Giả sử thay cho chiếc van thông hai bình, người ta ngăn hai bình bằng một vách không hoàn toàn cứng mà có thể dao động không ma sát giữa hai bình. Vậy có hiện tượng gì xảy ra với cùng những điều kiện ban đầu như trong bài toán 35.9

Giải. Thoạt tiên :

$$\frac{\dot{E}_B}{\dot{E}_A} = \frac{v_{cqpB}}{v_{cqpA}} > 1$$

chứng tỏ rằng vách ngăn bị va chạm mạnh từ phía B hơn từ phía A. Vách ngăn sẽ dao động sao cho các phân tử từ B tới sẽ mất năng lượng, còn các phân tử từ A tới sẽ thu được năng lượng. Cân bằng sẽ đạt được khi $\dot{E}_A = \dot{E}_B$ và lúc đó, vách ngăn sẽ truyền cùng một cơ năng từ B sang A cũng như từ A sang B. Sự truyền cơ năng đó tương ứng với một thông lượng nhiệt giữa hai bình. Cân bằng sẽ đạt được khi thông lượng nhiệt tổng cộng bằng không. Có thể đạt được điều kiện đó khi nhiệt độ ở A và B như nhau.

BÀI TOÁN BỔ SUNG

35.11. Các bình chứa O_2, CO_2, F_2 và He đều ở cùng một nhiệt độ. Tìm tỉ số vận tốc giữa các phân tử đó với các phân tử H_2 trong cùng điều kiện như nhau.

Đáp số. 0,354 ; 0,267 ; 0,324 ; 0,707.

35.12. Áp dụng thuyết động học các chất khí để chứng minh rằng $(v_{cqp})^2 = 3p/\rho$, với ρ là tỉ trọng của khí lí tưởng.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

35.13. Gọi w là một đại lượng vật lí nào đó có một giá trị trung bình. Từ hằng đẳng thức :

$$(w - w_m)^2 = w^2 - 2ww_m + (w_m)^2$$

chứng tỏ rằng ta sẽ có :

$$w_{cqp} \geq w_m.$$

35.14. Một người mở tài khoản ở ngân hàng mà tiền gửi ban đầu bằng không. Trong khoảng thời gian một năm, cứ mỗi sáng người đó gieo đồng tiền : nếu ngửa người đó đến gửi 1F vào ngân hàng, nếu sấp người đó đến ngân hàng rút lại 1F (hay vay của ngân hàng 1F). (a) Tính các giới hạn tuyệt đối của số tiền gửi cuối cùng ; (b) Tính số tiền gửi mong đợi cuối cùng ; (c) Tính các giới hạn trung bình của tiền gửi lúc cuối.

Đáp số. (a) ± 365F ; (b) 0 ; (c) ± 19,10F.

35.15. Tính độ cao mà ở đó áp suất khí quyển chỉ bằng một nửa áp suất ở trên mặt đất. Giả thiết nhiệt độ không đổi và bằng 273 K. Khối lượng trung bình của một phân tử không khí là $48,5 \times 10^{-27}$ kg.

Đáp số. 5,49 km.

35.16. Tính số va chạm trong một giây khi phân tử trong bài toán 35.5 có vận tốc trung bình 454 m/s.

Đáp số. $6,14.10^9$.

Chương 36

CÁC HÀM PHÂN BỐ

Trong chương 35 ta đã thiết lập hệ thức giữa áp suất p và thể tích V của một chất khí lí tưởng có N phân tử khối lượng m :

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$$pV = \frac{2}{3} N \left[\frac{1}{2} m(v^2)_{tb}\right],$$

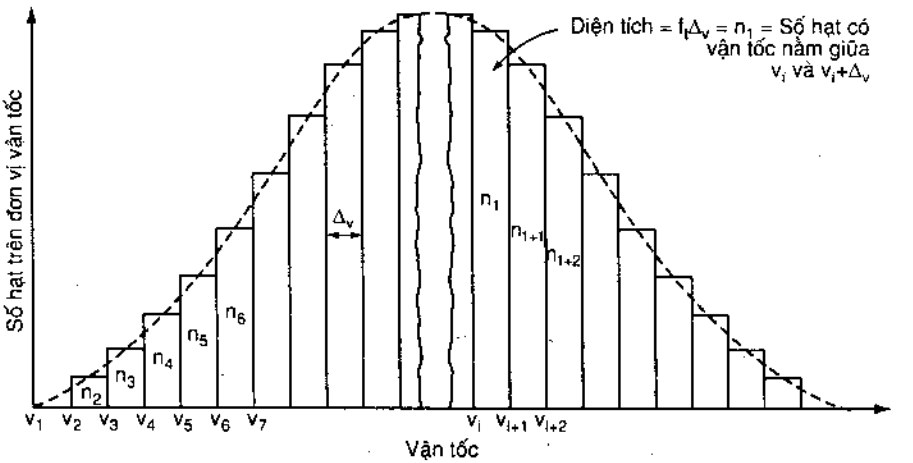
trong đó trung bình của bình phương vận tốc có dạng :

$$(v^2)_{tb} = \frac{1}{N} \sum_i v_i^2 n_i. \qquad (36\text{-}1)$$

Trong chương này ta sẽ giới thiệu các phương pháp cho phép tính toán các giá trị trung bình của các đại lượng vật lí. Thường để dễ hiểu, ta dùng đại lượng v^2, nhưng cần nhớ rằng các phương pháp sẽ trình bày dưới đây đều là các phương pháp rất tổng quát.

36.1. CÁC HÀM PHÂN BỐ GIÁN ĐOẠN

Muốn xác định giá trị trung bình của một đại lượng vật lí trong một hệ thì trước tiên ta phải nhận rõ các biến ẩn tàng mà đại lượng đó phụ thuộc. Thí dụ : giả sử ta muốn tính giá trị trung bình của động năng (tương đương với việc tính vận



Hình 36.1

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

tốc toàn phương) thì ta có thể chọn vận tốc v của một hạt của hệ làm biến số trong động năng. Gọi v_1, v_2, v_3,... là các điểm cách đều nhau và chia v ra thành từng khoảng Δv (xem H.36.1). Trong số N hạt cấu thành hệ ở trạng thái cân bằng bao giờ cũng có một số hạt xác định có vận tốc nằm trong mỗi khoảng Δv đó. Gọi n_i là số hạt có vận tốc nằm trong khoảng v_i và $v_i + \Delta v = v_{i+1}$. Để biểu diễn bằng đồ thị, ta phải vẽ đường cong $n_i = f(v)$. Tuy nhiên ta cũng có thể vẽ đồ thị tỉ số $f_i \equiv n_i/\Delta v$. Như vậy ta sẽ được biểu đồ tần số trên H.36.1.

Vì tung độ f_i biểu diễn số hạt trên đơn vị vận tốc nên số hạt n_i bằng diện tích hình chữ nhật thứ i :

$$n_i = f_i \Delta v. \qquad (36\text{-}2)$$

Mặt khác, vì số hạt tổng cộng N phải bằng tổng các n_i hạt nên ta có thể đưa vào *điều kiện chuẩn hoá*, nghĩa là tổng các diện tích của mọi hình chữ nhật (diện tích tổng cộng nằm giữa biểu đồ tần số và trục hoành) phải bằng số hạt tổng cộng N :

$$N = \sum_i f_i \Delta v. \qquad (36\text{-}3)$$

Có thể nói một cách khái quát là số hạt có vận tốc nằm trong khoảng giữa v_α và v_β được biểu diễn bởi diện tích nằm dưới biểu đồ tần số và ở giữa hai giá trị đó.

Biểu đồ tần số của các f_i gọi là *hàm phân bố* các vận tốc của hạt. Trong thống kê, các giá trị $f_i \Delta v_i$ gọi là các *tần số*, và ta nói về phân bố các tần số. Như vậy biểu thức (36-1) có thể có dạng :

$$(v^2)_{tb} = \frac{1}{N} \sum_i v_i^2 f_i \Delta v. \qquad (36\text{-}4)$$

Bằng cũng cách đó, giá trị trung bình của mọi đại lượng là hàm của vận tốc đều có thể viết theo hàm phân bố các vận tốc f_i.

Cần chú ý là việc lấy tổng trong (36-4) không phải theo số hạt từ 1 đến N mà là theo số khoảng Δv_i đã chọn.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

36.2. CÁC HÀM PHÂN BỐ LIÊN TỤC

Trong nhiều trường hợp quan trọng, số hạt tổng cộng N rất lớn và sẽ có vô số va chạm trong đơn vị thời gian. Thành thử ta có thể coi vận tốc là biến thiên liên tục. Khi đó chỉ cần cho khoảng Δv tiến tới 0 nghĩa là $\Delta v \to dv$, ta sẽ được một hình ảnh suy diễn từ H.36.1 gồm một số rất lớn các hình chữ nhật hẹp và tất cả đều nằm dưới đường cong chấm chấm. Số hạt dn mà các vận tốc nằm trong khoảng giữa v và v + dv sẽ bằng diện tích vô cùng nhỏ của hình chữ nhật và có dạng tương tự (36–2) nhưng khái quát hơn :

$$dn = f(v)\, dv,$$

trong đó f(v) là hàm phân bố liên tục biểu diễn bởi đường cong chấm chấm trên H.36.1.

Ở đây việc lấy tổng được thay bằng lấy tích phân xác định. Thí dụ điều kiện chuẩn hoá (36–3) sẽ có dạng :

$$N = \int_{v_{min}}^{v_{max}} f(v)dv, \qquad (36\text{–}5)$$

và trung bình của bình phương vận tốc (36–4) có dạng :

$$(v^2)_{tb} = \frac{1}{N}\int_{v_{min}}^{v_{max}} v^2 f(v)dv. \qquad (36\text{–}6)$$

36.3. CÁC HÀM PHÂN BỐ CƠ BẢN VÀ MẬT ĐỘ TRẠNG THÁI

Ta thấy trong vật lí cổ điển cũng như trong vật lí lượng tử đều tồn tại các hàm phân bố cơ bản mà từ đó có thể suy ra nhiều hàm phân bố khác. Hàm phân bố cơ bản mô tả cách thức mà các hạt của một hệ được phân bố trong các trạng thái có thể có của hệ đó. Nói cách khác, hàm phân bố cơ bản cho biết xác suất để mỗi hạt có thể tồn tại ở một trạng thái nào đó.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Trạng thái của một hạt được xác định bởi một tập hợp nhỏ nhất các biến cần thiết để mô tả đầy đủ chuyển động của hạt. Thí dụ trong vật lí cổ điển, đối với hạt tương tác yếu thì trạng thái của một hạt được hoàn toàn xác định khi biết vận tốc của nó (v_x, v_y, v_z) hay biết xung lượng của hạt (p_x, p_y, p_z), với $\vec{p} = m\vec{v}$.

Hàm phân bố cơ bản đối với các hệ tuân theo các định luật của vật lí cổ điển là hàm phân bố Maxwell – Boltzmann F_{MB} (ta kí hiệu hàm phân bố bằng chữ hoa) được xác định như sau :

$$dn_v = F_{MB} dv_x dv_y dv_z, \qquad (36\text{–}7)$$

dn_v là số hạt trung bình có các thành phần vận tốc nằm giữa v_x và $v_x + dv_x$, v_y và $v_y + dv_y$, v_z và $v_z + dv_z$.

Trong các chương sau, ta sẽ thấy các hàm phân bố cơ bản cổ điển và lượng tử đều có một điểm chung : các hàm phân bố chỉ phụ thuộc năng lượng của trạng thái mà không phụ thuộc các đại lượng xác định trạng thái. Do tính chất đó, ta có thể viết phân bố năng lượng của hạt dưới dạng :

$$dn_E = Fg(E)dE, \qquad (36\text{–}8)$$

trong đó, hàm phân bố cơ bản F là thừa số thống kê mô tả xác suất tìm hạt ở một trạng thái năng lượng E cho trước, và g(E) là *mật độ trạng thái* ở năng lượng E. Đại lượng g(E)dE cho biết số trạng thái dS_E có năng lượng trong khoảng E và E + dE :

$$dS_E = g(E)dE. \qquad (36\text{–}9)$$

Đối với các hệ hạt có tương tác yếu, năng lượng toàn phần E của một hạt trùng với động năng của nó nghĩa là :

$$E = \frac{m}{2}(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2). \qquad (36\text{–}10)$$

Do đó, nhiều trạng thái khác nhau về (v_x, v_y, v_z) lại có cùng năng lượng.

Ta có thể khái quát hoá (36–8) như sau : nếu một đại lượng động lực q chỉ phụ thuộc năng lượng thì số hạt có các giá trị q nằm trong khoảng giữa q và q + dq bao giờ cũng có thể được biểu thị dưới dạng :

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$$dn_q = Fg(q)dq, \qquad (36\text{-}11)$$

trong đó thừa số thống kê F có dạng bất biến đối với loại thống kê cho trước (nghĩa là $F = F_{MB}$ đối với thống kê cổ điển), còn thừa số mật độ trạng thái g(q) phụ thuộc đặc trưng vật lí được nghiên cứu riêng biệt. Đại lượng q có thể là vận tốc, năng lượng như trong (36-8) hay xung lượng.

BÀI TOÁN CÓ LỜI GIẢI

36.1. Ở một thời điểm cho trước, trong một mol khí có 4782 phân tử có các vận tốc nằm trong khoảng 495 m/s và 505 m/s. Tìm giá trị của hàm phân bố các vận tốc đối với v = 500 m/s.

Giải. Hàm phân bố các vận tốc được xác định theo :

$$dn_v = f_v dv \text{ hay } f_v = \frac{dn_v}{dv} \approx \frac{\Delta n_v}{\Delta v}.$$

Theo các dữ kiện đã cho : Δn_v = 4782 phân tử và Δv = 505 m/s − 495 m/s = 10 m/s. Do đó :

$$f_v = f_{500m/s} = \frac{4782 \text{ phân tử}}{10 m/s} = 478{,}2 \frac{\text{phân tử}}{m/s}.$$

36.2. Bảng 36.1 cho biết vận tốc các hạt của một hệ ở một thời điểm xác định.

Bảng 36.1.

miền vận tốc (m/s)	0–5	5–10	10–15	15–20	20–25	25–30	30–35	35–40
Số hạt	1	0	0	1	3	0	2	1
Vận tốc	40–50	45–50	50–55	55–60	60–65	65–70	70–75	75–80
Số hạt	5	1	6	4	2	8	0	2
Vận tốc	80–85	85–90	90–95	95–100	trên 100			
Số hạt	3	0	0	1	0			

Biểu diễn bằng đồ thị hàm phân bố các vận tốc trong từng khoảng 20 m/s bắt đầu từ điểm gốc 0 m/s.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

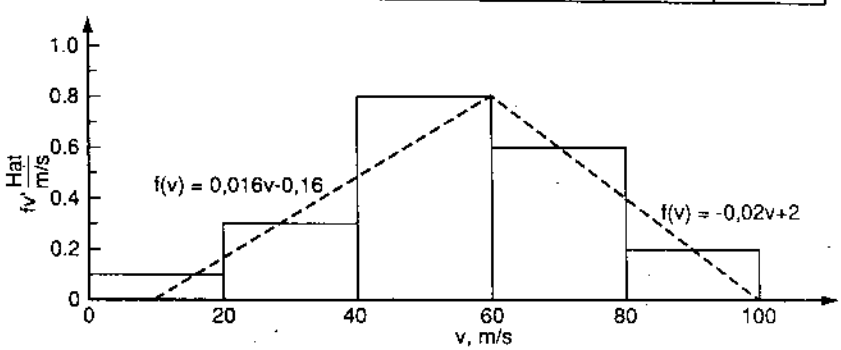
Giải. Đối với các khoảng vận tốc hữu hạn, hàm phân bố các vận tốc có dạng :

$$f_v = \frac{\Delta n_v}{\Delta v},$$

trong đó Δn_v là số hạt có vận tốc nằm trong khoảng v và v + Δv. Các giá trị f_v tìm được đều dựa vào các dữ kiện trên bảng 36.2 và được biểu diễn trên H.36.2. Hai nửa đường thẳng chấm chấm biểu diễn dạng gần đúng liên tục của biểu đồ tần số.

Bảng 36.2

Δv, m/s	0 – 20	20 – 40	40 – 60	60 – 80	80 – 100	trên 100
Δn_v, hạt	2	6	16	12	4	0
f_v, hạt (m/s)	0,1	0,3	0,8	0,6	0,2	0,0



Hình 36.2

36.3. Xem H.36.2. Tính số hạt của hệ theo : (a) biểu đồ tần số, (b) dạng gần đúng tam giác.

Giải. (a) Diện tích ở dưới biểu đồ tần số (Δv = 20 m/s = constante) là :

$$N = \sum_i f_{vi}\Delta v = \left(0{,}1\,\frac{\text{hạt}}{\text{m/s}} + 0{,}3\,\frac{\text{hạt}}{\text{m/s}} + 0{,}8\,\frac{\text{hạt}}{\text{m/s}} + \right.$$

$$\left. + 0{,}6\,\frac{\text{hạt}}{\text{m/s}} + 0{,}2\,\frac{\text{hạt}}{\text{m/s}}\right)(20\text{m/s}) = 40 \text{ hạt.}$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

(b) Diện tích của tam giác là :

$$N = \frac{1}{2}\,[(100 - 10)\ \text{m/s}]\left(0{,}8\ \frac{\text{hạt}}{\text{m/s}}\right) = 36\ \text{hạt}.$$

36.4. Xem H.36.2. Tính vận tốc trung bình của các hạt : (a) theo biểu đồ tần số, (b) theo gần đúng.

Giải. (a) Dùng giá trị N = 40 tìm được trong bài toán 36.3 (a), ta có :

$$v_{tb} = \frac{1}{N}\sum_i v_i f_i \Delta v =$$

$$= \frac{1}{40\ \text{hạt}}\left[(10\text{m/s})\left(0{,}1\ \frac{\text{hạt}}{\text{m/s}}\right) + (30\text{m/s})\left(0{,}3\ \frac{\text{hạt}}{\text{m/s}}\right) + \right.$$

$$+ (50\text{m/s})\left(0{,}8\frac{\text{hạt}}{\text{m/s}}\right) + (70\text{m/s})\left(0{,}6\frac{\text{hạt}}{\text{m/s}}\right) +$$

$$\left. + (90\text{m/s})\left(0{,}2\frac{\text{hạt}}{\text{m/s}}\right)\right](20\text{m/s}) =$$

$$= 55\ \text{m/s}.$$

(b) Dùng giá trị N = 36 tìm được trong bài toán 36.3 (b), ta có :

$$v_m = \frac{1}{N}\int_0^\infty vf(v)dv = \frac{1}{36}\int_{10}^{60} v(0{,}016v - 0{,}16)dv + \frac{1}{36}\int_{60}^{100} v(-0{,}02v + 2)dv =$$

$$= \frac{1}{36}\left[0{,}016\frac{v^3}{3} - 0{,}16\frac{v^2}{2}\right]_{10}^{60} + \frac{1}{36}\left[-0{,}02\ \frac{v^3}{3} + 2\ \frac{v^2}{2}\right]_{60}^{100} =$$

$$= 56{,}7\ \text{m/s}.$$

36.5. Xem H.36.2. Tính vận tốc căn quân phương của các hạt : (a) theo biểu đồ tần số ; (b) theo gần đúng.

Giải. (a) Theo định nghĩa $v_{cqp} = \sqrt{(v^2)_m}$. Khi N = 40 thì

$$(v^2)_m = \frac{1}{N}\sum_i v_i^2 f_i \Delta v =$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$$= \frac{1}{40 \text{ hạt}} \left[(10\text{m/s})^2 \left(0,1 \frac{\text{hạt}}{\text{m/s}}\right) + (30\text{m/s})^2 \left(0,3 \frac{\text{hạt}}{\text{m/s}}\right) + \right.$$

$$+ (50\text{m/s})^2 \left(0,8 \frac{\text{hạt}}{\text{m/s}}\right) + (70\text{m/s})^2 \left(0,6 \frac{\text{hạt}}{\text{m/s}}\right) +$$

$$\left. + (90\text{m/s})^2 \left(0,2 \frac{\text{hạt}}{\text{m/s}}\right)\right] (20\text{m/s}) = 3420 \ (\text{m/s})^2,$$

và $v_{cqp} = 58,5$ m/s. Chú ý là $v_{cqp} > v_m$ tính được trong bài toán 36.4 (a). Kết quả đó phù hợp với kết quả trong bài toán 35.13.

(b) Khi N = 36, ta có :

$$(v^2)_m = \frac{1}{N} \int_0^\infty v^2 f(v) dv = \frac{1}{36} \int_{10}^{60} v^2(0,016v - 0,16)dv +$$

$$+ \frac{1}{36} \int_{60}^{100} v^2(-0,02v + 2)dv =$$

$$= \frac{1}{36} \left[0,016 \frac{v^4}{4} - 0,16 \frac{v^3}{3}\right]_{10}^{60} +$$

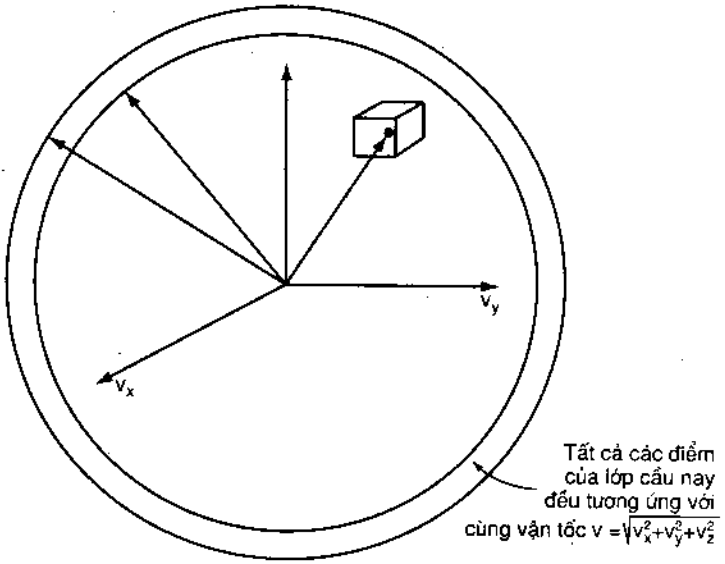
$$+ \left[-0,02 \frac{v^4}{4} + 2 \frac{v^3}{3}\right]_{60}^{100} = 3550 \ (\text{m/s})^2.$$

Do đó : $v_{cqp} = 59,6$ m/s.

36.6. Tính số trạng thái cổ điển dS_v trong khoảng vận tốc v, v + dv rồi từ đó suy ra mật độ trạng thái g(v) có dạng $g(v) \backsim v^2$.

Giải. Muốn xác định hệ thức giữa các trạng thái và vận tốc, tốt nhất là dùng hệ toạ độ gồm các trục v_x, v_y, v_z. Hệ toạ độ này xác định một *không gian vận tốc* trong đó các thành phần vận tốc đặt dọc theo các trục. Mỗi điểm trong không gian vận tốc xác định một giá trị riêng biệt (v_x, v_y, v_z) của vận tốc của một hạt. Khi mỗi tập hợp (v_x, v_y, v_z) xác định một trạng thái của hạt thì mỗi điểm trong không gian vận tốc sẽ tương ứng với trạng thái đó của hạt. Bây giờ ta xét một phần tử thể tích $dV_v = dv_x dv_y dv_z$ trong không gian vận tốc (xem H.36.3). Mặc dù không thể xác định chính xác. Số điểm chứa trong phần tử

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012



Hình 36.3

thể tích đó (vì số điểm phụ thuộc định nghĩa của *điểm*) nhưng nó phải tỉ lệ với kích thước của phần tử thể tích đó. Vì mỗi trạng thái của hạt lại tương ứng với một điểm (v_x, v_y, v_z), nên số trạng thái dS_v xác định bởi thể tích đó cũng phải tỉ lệ với các kích thước của nó. Vì vậy ta có thể viết :

$$dS_v = CdV_v = Cdv_x dv_y dv_z.$$

Trong không gian vận tốc, đại lượng $v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 = v^2 = \text{const}$ là một *hình cầu bán kính v*, và mọi điểm trên mặt cầu sẽ tương ứng với các hạt có cùng vận tốc v. Bây giờ nếu ta xét các hạt có vận tốc nằm trong khoảng v và v + dv thì các điểm tương ứng với chúng trong không gian vận tốc đều nằm trong lớp cầu giới hạn bởi các mặt cầu bán kính v và v + dv và có thể tích :

$$dV = 4\pi v^2 dv.$$

Số trạng thái dS_v tương ứng với các vận tốc nằm trong phần tử thể tích đó sẽ tỉ lệ với dV :

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$$dS_v = CdV = C4\pi v^2 dv.$$

Mật độ trạng thái được định nghĩa theo $dS_v = g(v)dv$ sẽ có giá trị :

$$g(v) = C4\pi v^2.$$

36.7. Tính số trạng thái cổ điển $dS_E = g(E)dE$ trong khoảng năng lượng E, E + dE và suy ra rằng mật độ trạng thái g(E) có dạng : $g(E) \backsim E^{1/2}$.

Giải. Vì $E = \frac{1}{2} mv^2$ nên hệ thức giữa dE và dv là :

$$dE = mvdv \text{ hay } dv = \frac{dE}{mv} = \frac{dE}{\sqrt{2mE}}.$$

Mặt khác, số trạng thái trong khoảng năng lượng dE phải bằng số trạng thái trong khoảng vận tốc dv tương ứng. Do đó, theo bài toán 36.6, ta có :

$$dS_E = dS_v = C4\pi v^2 dv = C4\pi \left(\frac{2E}{m}\right) \left(\frac{dE}{\sqrt{2mE}}\right) =$$

$$= \frac{4\pi C}{m^{3/2}} \sqrt{2}\ E^{1/2} dE = DE^{1/2}\ dE.$$

Vậy mật độ trạng thái trong khoảng năng lượng E và E + dE là :

$$g(E) = DE^{1/2}.$$

BÀI TOÁN BỔ SUNG

36.8. Giả sử mỗi hạt trong hệ được mô tả ở bài toán 36.2 có khối lượng 0,0002 kg ; tính : (a) năng lượng trung bình của mỗi hạt ; (b) năng lượng toàn phần của hệ. Được phép dùng biểu đồ tần số.

Đáp số. (a) 3,42 J ; (b) 136,8J.

36.9. Cũng giải bài toán 36.8 nhưng dùng gần đúng tam giác trên H.36.2.

Đáp số. (a) 3,55J ; (b) 127,8J.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

36.10. Áp dụng gần đúng trên H.36.2 để tính số hạt có vận tốc nằm trong khoảng 20 và 80 m/s. So sánh kết quả này với kết quả đạt được theo bảng 36.2.

Đáp số : 31,2 hạt ; 34 hạt.

36.11. Hàm phân bố các vận tốc của một hệ có dạng :

$$f(v) = v(500 - v) \text{ hạt/(m/s)},$$

trong đó v có thể thay đổi từ 0 đến 500 m/s. Mỗi hạt có khối lượng 2.10^{-12}kg. Tính : (a) vận tốc trung bình của các hạt ; (b) năng lượng trung bình của một hạt ; (c) năng lượng toàn phần của hệ.

Đáp số. (a) 250 m/s ; (b) $7{,}51 \times 10^{-8}$J ; (c) 1,56J.

36.12. Phân bố vận tốc của một nhóm hạt có dạng :

$$f(v) = (5 \times 10^{20}) \sin \frac{\pi v}{10^3} \frac{\text{hạt}}{\text{m/s}},$$

với các vận tốc nằm trong khoảng giữa 0 và 1000 m/s và f(v) = 0 đối với các vận tốc lớn hơn 1000 m/s. Tính số hạt của hệ.

Đáp số. $3{,}18.10^{23}$.

36.13. Tính vận tốc trung bình của các hạt trong bài toán 36.12.

Đáp số. 500 m/s.

36.14. Tính vận tốc căn quân phương của các hạt trong bài toán 36.12.

Đáp số. 545 m/s,

36.15. Cho biết số trạng thái cổ điển có xung lượng nằm trong khoảng p và p + dp là dSp = g(p)dp. Tìm biểu thức của mật độ trạng thái g(p).

Đáp số. $g(p) = Kp^2$ (K = const).

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Chương 37

THỐNG KÊ CỔ ĐIỂN : THỐNG KÊ MAXWELL - BOLTZMANN

Đối với các hệ hạt tuân theo các định luật cổ điển thì số hạt trung bình dn_v với các vận tốc nằm trong khoảng v_x, $v_x + dv_x$; v_y, $v_y + dv_y$; v_z, $v_z + dv_z$ có dạng :

$$dn_v = F_{MB}\, dv_x\, dv_y dv_z. \qquad (37\text{-}1)$$

Hàm phân bố Maxwell - Boltzmann F_{MB} tỉ lệ với xác suất để mỗi hạt ở trạng thái (v_x, v_y, v_z) có dạng :

$$F_{MB} = N\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-m(v_x^2+v_y^2+v_z^2)/2kT} = N\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-E/kT}. \qquad (37\text{-}2)$$

(Biểu thức đó sẽ được thiết lập trong các bài toán 37.13 đến 37.17), trong đó N là số hạt tổng cộng, m là khối lượng mỗi hạt, k là hằng Boltzmann và T là nhiệt độ tuyệt đối.

Như ta đã biết (xem tiết 36.3), nếu một đặc trưng vật lí dq chỉ phụ thuộc năng lượng thì số hạt có q nằm trong khoảng q và q + dq sẽ bằng :

$$dn_q = F_{MB} g\,(q) dq, \qquad (37\text{-}3)$$

trong đó g(q) là mật độ trạng thái. Đối với q = v (xem bài toán 36.6 và 37.3) thì :

$$g(v) = C4\pi v^2 = 4\pi v^2. \qquad (37\text{-}4)$$

Còn đối với q = E (xem bài toán 36.7 và 37.2) thì :

$$g(E) = DE^{1/2} = \frac{2^{5/2}\pi}{m^{3/2}} E^{1/2}. \qquad (37\text{-}5)$$

Trong các ứng dụng của phân bố Maxwell - Boltzmann ta thường gặp tích phân :

$$I_n(\alpha) \equiv \int_0^\infty u^n e^{-\alpha u^2} du \quad (\alpha > 0).$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Trong bảng 37.1 ta có các giá trị của $I_n(\alpha)$ với n có các giá trị nguyên, nhỏ :

Bảng 37-1

n	0	1	2	3	4	5
$I_n(\alpha)$	$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$	$\frac{1}{2\alpha}$	$\frac{1}{4}\sqrt{\frac{\pi}{\alpha^3}}$	$\frac{1}{2\alpha^2}$	$\frac{3}{8}\sqrt{\frac{\pi}{\alpha^5}}$	$\frac{1}{\alpha^3}$

BÀI TOÁN CÓ LỜI GIẢI

37.1. Chứng tỏ rằng hàm phân bố Maxwell – Boltzmann (37-2) được chuẩn hoá đối với hệ có N hạt.

Giải. Số hạt tổng cộng bằng :

$$\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} F_{MB}\, dv_x dv_y dv_z =$$

$$= N\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-m(v_x^2+v_y^2+v_z^2)/2kT}\, dv_x dv_y dv_z.$$

Tích phân kép ba của vế phải là tích của ba tích phân dạng :

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-mq^2/2kT}dq = 2\int_{0}^{\infty} e^{-mq^2/2kT}dq = 2I_0\left(\frac{m}{2kT}\right).$$

Theo bảng 37.1 thì số hạt tổng cộng bằng :

$$N\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2}\left(\frac{2\pi kT}{m}\right)^{3/2} = N.$$

37.2. Tìm giá trị của hằng D trong biểu thức của mật độ trạng thái năng lượng $g(E) = DE^{1/2}$ (Xem bài toán 36.7).

Giải. Ta có :

$$dn_E = F_{MB}g(E)dE = N\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2}e^{-E/kT}DE^{1/2}dE.$$

Vì số hạt tổng cộng bằng N nên ta viết :

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$$N = N\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} D\int_0^\infty E^{1/2}e^{-E/kT}dE =$$

$$= N\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} D\left[2I_2\left(\frac{1}{kT}\right)\right] = N\frac{m^{3/2}D}{2^{5/2}\pi},$$

trong đó, biến số tích phân chuyển từ E sang $u = \sqrt{E}$ và ta đã dùng các kết quả ghi trên bảng 37.1. Do đó :

$$D = \frac{2^{5/2}\pi}{m^{3/2}}.$$

Hàm phân bố năng lượng f_E được xác định theo $dn_E = f_E dE$, và theo các phép tính ở trên ta có :

$$f_E = F_{MB}g(E) = \frac{2N}{\pi^{1/2}(kT)^{3/2}}E^{1/2}e^{-E/kT}.$$

37.3. Tính hằng C (xem bài toán 36.6) trong biểu thức của mật độ các trạng thái vận tốc $g(v) = C4\pi v^2$.

Giải. Số hạt nằm trong khoảng vận tốc dv là :

$$dn_v = F_{MB}g(v)dv.$$

Số hạt đó phải bằng số hạt $dn_E = F_{MB}g(E)dE$ trong khoảng năng lượng dE tương ứng. Do $E = mv^2/2$ nên :

$$dE = mvdv = \sqrt{2mE}\,dv.$$

Do đó :

$F_{MB}g(v)\,dv = F_{MB}g(E)\sqrt{2mE}\,dv$ hay : $g(v) = g(E)\sqrt{2mE}$.

Vì $g(v) = C4\pi v^2 = C8\pi E/m$ và $g(E) = DE^{1/2}$ (xem bài toán 37.2)

$$C\frac{8\pi E}{m} = D2^{1/2}m^{1/2}E,$$

$$C = \frac{m^{3/2}}{2^{5/2}\pi}D = 1.$$

Hàm phân bố các vận tốc f_v được xác định theo $dn_v = f_v dv$.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Theo các tính toán trên, ta có :

$$f_v = F_{MB}\,(4\pi v^2) = 4\pi N\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} v^2 e^{-mv^2/2kT}.$$

37.4. Tính vận tốc căn quân phương trong phân bố Maxwell – Boltzmann.

Giải. Trung bình của bình phương vận tốc là

$$(v^2)_{tb} = \frac{1}{N}\int v^2 dn_v = \frac{1}{N}\int_0^\infty v^2 f_v dv.$$

Thay f_v bằng giá trị tính trong bài toán 37.3, ta có :

$$(v^2)_{tb} = 4\pi\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} I_4\left(\frac{m}{2kT}\right) = \frac{3kT}{m}.$$

Do đó : $v_{cqp} = \sqrt{(v^2)_{tb}} = \sqrt{\dfrac{3kT}{m}}$.

Giá trị đó phù hợp với giá trị tính theo thuyết động học các chất khí (xem biểu thức (35–8)).

37.5. Tìm tỉ số giữa vận tốc có xác suất lớn nhất v_p và vận tốc căn quân phương v_{cqp} trong phân bố Maxwell – Boltzmann.

Giải. Vận tốc có xác suất lớn nhất là vận tốc theo đó $f_v = 4\pi v^2 F_{MB}$ là cực đại. Lấy đạo hàm theo v ta tìm được biểu thức như ở bài toán 37.3 :

$$\frac{df_v}{dv} = 0 = 4\pi N\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-mv^2/2kT}\, v\left[2 - v^2\left(\frac{m}{kT}\right)\right]$$

mà các nghiệm $v = 0$ và $v = \infty$ cho các cực tiểu. Vậy $v_p = \sqrt{2kT/m}$. Dùng các kết quả trong bài toán 37.4 ta được :

$$\frac{v_p}{v_{cqp}} = \frac{\sqrt{2kT/m}}{\sqrt{3kT/m}} = \sqrt{\frac{2}{3}} = 0{,}816$$

37.6. Người ta thường biểu thị năng lượng toàn phần E của một hạt dưới dạng :

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$$E = \sum_{i=1}^{n} c_i q_i^2 ,$$

trong đó c_i là các hằng và q_i là các toạ độ vị trí và / hay xung lượng (vận tốc). Tìm giá trị của hằng A trong phân bố Maxwell – Boltzmann dạng :

$$F_{MB} = Ae^{-E/kT} = Ae^{-(\sum c_i q_i^2)/kT}$$

Giải. Ta biểu thị điều kiện chuẩn hoá dưới dạng :

$$N = A \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\left(\sum_{i=1}^{n} c_i q_i^2\right)/kT} dq_1\, dq_2 \dots dq_n =$$

$$= A\left[\int_{-\infty}^{\infty} e^{-c_1 q_1^2/kT} dq_1\right]\left[\int_{-\infty}^{\infty} e^{-c_2 q_2^2/kT} dq_2\right] \dots \left[\int_{-\infty}^{\infty} e^{-c_n q_n^2/kT} dq_n\right] =$$

$$= A\left[2I_o\left(\frac{c_1}{kT}\right)\right]\left[2I_o\left(\frac{c_2}{kT}\right)\right] \dots \left[2I_o\left(\frac{c_n}{kT}\right)\right] =$$

$$= A\,\frac{(\pi kT)^{n/2}}{(c_1 c_2 \dots c_n)^{1/2}}.$$

Do đó :

$$A = N\,\frac{(c_1 c_2 \dots c_n)^{1/2}}{(\pi kT)^{n/2}} .$$

Chú ý là đối với các toạ độ vận tốc thì $c_1 = c_2 = c_3 = m/2$. Kết quả đó phù hợp với hằng chuẩn hoá trong biểu thức (37–2)

37.7. Xem bài toán 37.6. Chứng minh rằng năng lượng trung bình của một hạt bằng n lần (kT/2). n là số các số hạng bậc hai của vị trí và xung lượng trong biểu thức năng lượng. Kết quả đó (mỗi số hạng bậc hai trong biểu thức năng lượng góp thêm vào năng lượng trung bình của hạt một đại lượng bằng kT/2) gọi là *định lí phân bố đều năng lượng*.

Giải. Trong bài toán 37.6 ta đã chứng minh rằng :

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$$\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\ldots\int_{-\infty}^{\infty} e^{-E/kT}dq_1\, dq_2 \ldots dq_n = \frac{(\pi kT)^{n/2}}{(c_1c_2\ldots c_n)^{1/2}}.$$

Lấy đạo hàm cả hai vế trên theo kT, ta có :

$$\frac{1}{(kT)^2}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\ldots\int_{-\infty}^{\infty} Ee^{-E/kT}\, dq_1\, dq_2 \ldots dq_n =$$

$$= \frac{\pi^{n/2}\,(n/2)(kT)^{n/2\,-\,1}}{(c_1c_2\ldots c_n)^{1/2}} = \frac{N}{A}\,\frac{n/2}{kT}.$$

Chuyển vế, ta có :

$$\frac{1}{N}\int_{-\infty}^{\infty}\ldots\int_{-\infty}^{\infty} E(Ae^{-E/kT})dq_1\ldots dq_n = n\left(\frac{1}{2}\,kT\right).$$

Biểu thức trên gọi là định lí phân bố đều vì vế trái mô tả năng lượng trung bình của một hạt.

37.8. Quả tạ đôi được coi như hình mẫu của phân tử lưỡng nguyên tử được tự do quay nhưng không dao động được. Mômen quán tính của quả tạ đôi đối với trục đi xuyên qua hai khối lượng thì xấp xỉ bằng không. Áp dụng định lí phân bố đều để tính nhiệt dung phân tử của một chất khí lưỡng nguyên tử.

Giải. Năng lượng của một phân tử lưỡng nguyên tử bằng :

$$E = \frac{1}{2m}\left(p_x^2 + p_y^2 + p_z^2\right) + \frac{1}{2}\,I\omega_1^2 + \frac{1}{2}\,I\omega_2^2.$$

Biểu thức đó có năm số hạng bậc hai. Theo định lí phân bố đều năng lượng (xem bài toán 37.7) thì năng lượng của một mol khí đó bằng :

$$E_{tổng} = N_o n\left(\frac{kT}{2}\right) = \frac{5}{2}\,N_o kT,$$

N_o là số Avôgađrô. Nhiệt dung phân tử C_V là :

$$C_V = \frac{dE_{tổng}}{dT} = \frac{5}{2}\,N_o k = \frac{5}{2}\,R\,,$$

với R là hằng của khí lí tưởng.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

37.9. Người ta mô tả một cấu trúc tinh thể dưới dạng các nguyên tử cách đều nhau và nối với nhau bằng các lò xo. Tính nhiệt dung phân tử của cấu trúc tinh thể đó. Có thể áp dụng định lí phân bố đều.

Giải. Năng lượng dao động của một nguyên tử trong tinh thể là :

$$E = \frac{1}{2m}\left(p_x^2 + p_y^2 + p_z^2\right) + \frac{1}{2}\left(k_x x^2 + k_y y^2 + k_z z^2\right).$$

Vì có sáu số hạng bậc hai, nên theo định lí phân bố đều, năng lượng của một mol sẽ bằng :

$$E_{tổng} = N_o(6)\left(\frac{kT}{2}\right) = 3N_o kT,$$

trong đó N_o là số Avôgadrô. Nhiệt dung phân tử bằng :

$$C_v = \frac{dE_{tổng}}{dT} = 3N_o k = 3R.$$

Đó chính là biểu thức của định luật Dulong và Petit. Kết quả đó đúng ở nhiệt độ cao, nhưng không phù hợp ở nhiệt độ thấp vì do một vài hiệu ứng lượng tử gây ra (Xem chương 38).

37.10. H.37.1 biểu diễn một mạch điện RLC ở nhiệt độ T (R nhỏ) có Q cao thích hợp. Hãy áp dụng định lí phân bố đều để tính giá trị căn bậc hai của điện thế cảm ứng toàn phương trung bình (hay điện thế cảm ứng căn quân phương) trong mạch do các thăng giáng nhiệt.

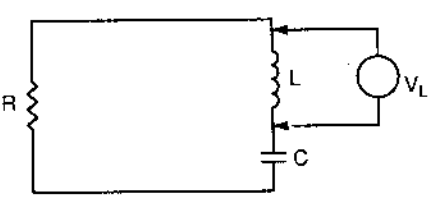
Giải. Năng lượng tích lũy trong cuộn cảm L là :

$$E = \int_o^I V_L i dt = \int_o^I L i di = \frac{1}{2} L I^2,$$

và theo định lí phân bố đều năng lượng (xem bài toán 37.7), ta có :

$$E_m = \frac{1}{2} L(I^2)_m = \frac{1}{2} kT, (1)$$

vì biểu thức năng lượng chỉ



Hình 37.1

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

có một số hạng bậc hai. Đối với một mạch điện có Q cao thích hợp, nhiễu sẽ bị khử, trừ tần số cộng hưởng :

$$\omega_o = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

Thành thử dòng và điện thế tương ứng đều có dạng hình sin tần số góc ω_o. Ta sẽ có hệ thức giữa điện thế cảm ứng V_L trong mạch cảm ứng và dòng điện I chạy qua mạch :

$$V_L = \omega_o LI.$$

Do đó : $$\left(V_L^2\right)_m = (\omega_o L)^2 (I^2)_m. \qquad (2)$$

Các phương trình (1) và (2) cho ta :

$$\left(V_L^2\right)_m = \omega_o^2 LkT,$$

hay : $$V_{L,cqp} = \omega_o \sqrt{LkT} = \sqrt{\frac{kT}{C}}.$$

37.11. Tính tỉ số N_V/N với N_V là số hạt có vận tốc lớn hơn một vận tốc V cho trước và N là tổng số hạt trong hệ hạt tuân theo phân bố Maxwell – Boltzmann.

Giải. Tỉ số tìm được có dạng :

$$\frac{N_V}{N} = \frac{1}{N}\int_V^\infty dn_v = \frac{1}{N}\int_V^\infty f_v\, dv = \frac{1}{N}\int_V^\infty 4\pi v^2 F_{MB}\, dv =$$

$$= 4\pi\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2}\int_V^\infty v^2 e^{-mv^2/2kT}\, dv .$$

Đổi biến số :

$$u^2 = \frac{mv^2}{2kT}\ ;\ du = \sqrt{\frac{m}{2kT}}\, dv.$$

Do đó : $$\frac{N_v}{N} = \frac{4}{\sqrt{\pi}}\int_U^\infty u^2 e^{-u^2} du\ ,\ \text{với}\ \left(U = \sqrt{\frac{m}{2kT}}\ V\right).$$

Tích phân bằng phân đoạn và dùng các kết quả trong bảng 37.1 với n = 1, ta có :

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$$\frac{N_v}{N} = \frac{4}{\sqrt{\pi}}\left\{\left[-\frac{1}{2}ue^{-u^2}\right]_U^\infty + \frac{1}{2}\int_U^\infty e^{-u^2}du\right\} =$$

$$= \frac{4}{\sqrt{\pi}}\left\{\frac{1}{2}Ue^{-U^2} + \frac{1}{2}\int_o^\infty e^{-u^2}du - \frac{1}{2}\int_o^U e^{-u^2}du\right\} =$$

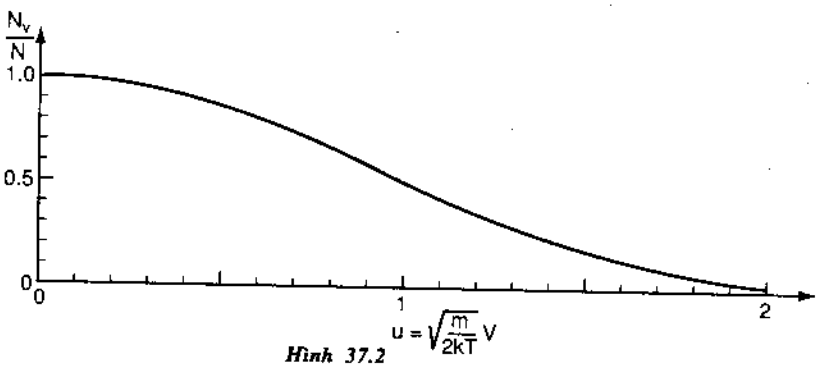
$$= \frac{4}{\sqrt{\pi}}\left\{\frac{1}{2}Ue^{-U^2} + \frac{1}{2}\frac{\sqrt{\pi}}{2} - \frac{1}{2}\int_o^U e^{-u^2}du\right\} =$$

$$= \frac{2}{\sqrt{\pi}}Ue^{-U^2} + 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_o^U e^{-u^2}du =$$

$$= 1 + \frac{2}{\sqrt{\pi}}Ue^{-U^2} - \text{erf}U.$$

Số hạng thứ hai có thể được tính trực tiếp, còn số hạng thứ ba là *hàm sai số* của U đã được ghi trong các bảng chuẩn.

H.37.2 biểu diễn đường cong $N_V/N = f(U)$:



Hình 37.2

37.12. Tính số phần trăm các hạt có vận tốc lớn hơn vận tốc có xác suất lớn nhất v_p trong hệ hạt tuân theo phân bố Maxwell – Boltzmann.

Giải. Theo bài toán 37.5, v_p có giá trị :

$$V = v_p = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

tương ứng với U = 1 trong bài toán 37.11. Theo H.37.2, khi U = 1 thì N_v/N = 0,57. Vậy 57% số hạt có vận tốc lớn hơn v_p.

37.13. Công thức Stirling chứng tỏ khi n lớn thì :

$$\ln n! \approx n\ln n - n,$$

nghĩa là tỉ số hai vế tiến tới 1. Tính sai số ra số phần trăm do việc sử dụng công thức Stirling đối với n = 60.

Giải. Đối với n = 60, kết quả chính xác là.

$$\ln n! = \ln(8{,}321 \times 10^{81}) = 188{,}63$$

và kết quả gần đúng tính theo công thức Stirling là :

$$\ln n! \approx n\ln n - n = 60[(\ln 60) - 1] = 60(4{,}0943-1) = 185{,}66.$$

Do đó sai số δ tính ra số phần trăm bằng :

$$\delta = \frac{188{,}63 - 185{,}66}{188{,}63} \times 100 = 1{,}57\ \%.$$

Sai số chỉ vào cỡ 1,57% đối với n = 60 ; đối với n cỡ 10^{23} (vào cỡ số Avôgađrô) thì sai số sẽ rất nhỏ, hoàn toàn có thể bỏ qua được.

37.14. Có bao nhiêu cách sắp xếp N hạt khác biệt nhau trong r ngăn sao cho trong ngăn một có n_1 hạt, ngăn hai có n_2 hạt và nối tiếp cho tới ngăn r có n_r hạt với điều kiện $\sum n_i = N$.

Giải. Gọi X là số tổ hợp cách sắp xếp và ta thử xét một trong X tổ hợp đó là : cách xếp N hạt dọc theo một đường thẳng theo thứ tự : nhóm một có n_1 hạt rồi đến nhóm hai có n_2 hạt và cứ thế tiếp tục cho đến nhóm r có n_r hạt.

Nếu ta hoán vị mọi phần tử của nhóm một thì ta sẽ được n_1 ! cách sắp xếp theo chiều dài khác nhau của N hạt. Sau đó, nếu hoán vị mọi hạt trong nhóm hai ta lại được n_2 ! cách sắp xếp và cứ thế tiếp tục. Cuối cùng ta sẽ được một số tổng cộng :

$$C = n_1!\, n_2! \ldots n_r!.$$

Vậy X tổ hợp sẽ tạo ra XC cách sắp xếp, tất cả đều khác nhau và phải tương ứng với N ! cách sắp xếp có thể có của N hạt. Do đó :

$$XC = N!\ \text{hay} : X = \frac{N!}{C} = \frac{N!}{n_1!n_2!\ldots n_r!}.$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

37.15. Xem bài toán 37.14. Trong cơ học thống kê, người ta giả thiết là mỗi hạt cho trước đều có *xác suất nội* g_i để chiếm ngăn i ($\sum g_i = 1$). Giả sử các ngăn là các khoảng năng lượng và nếu trong khoảng ΔE_i số trạng thái nhiều gấp đôi số trạng thái trong khoảng ΔE_j thì xác suất tìm hạt trong ΔE_i cũng sẽ lớn gấp đôi xác suất tìm hạt trong ΔE_j. Với giả thuyết đó, hãy thiết lập một biểu thức về xác suất tìm một phân bố hạt cho trước (n_1, n_2,...,n_r).

Giải. Ta thử xét một cách đặc biệt làm đầy các ngăn : các hạt α_1, β_1,..., trong ngăn 1, các hạt α_2, β_2,... trong ngăn 2, v.v.. Xác suất để α_1 vào ngăn 1 là g_1 ; xác suất để α_1 và β_1 và ... vào ngăn 1 là :

$$g_1 \times g_1 \times \ldots \times g_1 = g_1^{n_1}$$

và xác suất làm đầy tất cả các ngăn là :

$$g_1^{n_1}\, g_2^{n_2} \ldots g_r^{n_r} .$$

Mỗi cách thực hiện phân bố lại có xác suất riêng của nó và theo bài toán 37.14 thì có tất cả

$$\frac{N!}{n_1!\; n_2! \ldots n_r!}$$

cách làm đó. Như vậy xác suất phải tìm có dạng :

$$P_n = \frac{N!}{n_1!\; n_2! \ldots n_r!}\, g_1^{n_1} g_2^{n_2} \ldots g_r^{n_r}. \qquad (1)$$

37.16. Xem bài toán 37.15. Cơ học thống kê giả thiết là trong mọi phân bố có thể có thì phân bố có xác suất lớn nhất sẽ tương ứng với trạng thái cân bằng của hệ. Xác định phân bố đó trong điều kiện mà số hạt và năng lượng toàn phần của hệ đều là các hằng cho trước.

Giải. Bài tập yêu cầu phải cực đại hoá xác suất :

$$P_n = \frac{N!}{n_1!\; n_2! \ldots}\, g_1^{n_1} g_2^{n_2} \ldots, \qquad (1)$$

với hai điều kiện bắt buộc (số ngăn không quan trọng chừng nào số ngăn vẫn không thay đổi).

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Số hạt cho trước $\sum n_i = N$, (2)

Năng lượng toàn hệ cho trước $\sum E_i n_i = E_{\text{toàn hệ}}$, (3)

trong đó N và $E_{\text{toàn hệ}}$ là cho trước. Điều kiện về năng lượng kéo theo tình huống mỗi hạt trong ngăn i đều có cùng năng lượng E_i. Để thuận tiện, ta thay P_n bằng hàm tăng đơn điệu :

$$\ln \frac{P_n}{N!} = \sum n_i \ln g_i - \sum \ln n_i !.$$

(cần nhớ rằng điều liên quan tới việc cực đại hoá là đã cho trước N). Ngoài ra ta còn giả thiết là N rất lớn ($\approx 10^{23}$) và điều quan trọng hơn nữa là giả thiết các n_i khá lớn để có thể sử dụng được công thức Stirling (xem bài toán 37.13). Như vậy ta có thể viết :

$$\ln \frac{P_n}{N!} = \sum n_i \ln g_i - \sum n_i \ln n_i + \sum n_i \qquad (4)$$

và bỏ qua tổng cuối cùng (là hằng theo (2)).

Nếu coi n_i là các biến liên tục thì ta sẽ cực đại hoá biểu thức (4) tuân theo các điều kiện (2) và (3) bằng *phương pháp các nhân tử Lagrange*, nghĩa là ta phải lập biểu thức sau :

$$F(n_1, n_2, \ldots ; \lambda_1, \lambda_2) =$$

$$= \sum n_i \ln g_i - \sum n_i \ln n_i - \lambda_1(\sum n_i - N) - \lambda_2(\sum E_i n_i - E_{\text{toàn hệ}})$$

và tìm giá trị cực đại của nó. Cực đại này không bắt buộc phải tuân theo bất cứ điều kiện nào về các biến $n_1, n_2, \ldots ; \lambda_1, \lambda_2$. Lấy các đạo hàm riêng, ta được các điều kiện :

$$\frac{\partial F}{\partial n_i} = \ln g_i - \ln n_i - 1 - \lambda_1 - \lambda_2 E_i = 0 , \qquad (i = 1,2,\ldots)$$

và thêm các điều kiện (2), (3) vào các số hạng có λ_1, λ_2 khi lấy đạo hàm. Giải đối với các n_i dẫn tới cực đại ta được :

$$n_i = g_i e^{-1-\lambda_1} e^{-\lambda_2 E_i} = A g_i e^{-\beta E_i} \qquad (5)$$

với $A = e^{-1-\lambda_1}$ và $\beta = \lambda_2$ là các hằng chưa biết.

37.17. Xem bài toán 37.16. Chứng tỏ rằng có thể tìm được phân bố Maxwell – Boltzmann từ biểu thức (5) với các điều

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

kiện sau : (1) các ngăn đều là các phần tử thể tích vô cùng nhỏ $dv_x dv_y dv_z$ trong không gian vận tốc (xem bài toán 36.6) và tất cả các hạt đều có xác suất ở trong mỗi ngăn như nhau (nghĩa là các g_i đều bằng nhau) ; (2) năng lượng trung bình của mỗi hạt đều bằng giá trị tính theo thuyết động học các chất khí : $E_m = 3kT/2$.

Giải. Theo giả thuyết về xác suất bằng nhau thì xác suất nội để một hạt ở trong ngăn vô cùng nhỏ $dv_x dv_y dv_z$ là :

$$g dv_x dv_y dv_z,$$

trong đó g là một hằng. Mỗi hạt trong ngăn đó có cùng năng lượng :

$$E = \frac{1}{2} mv_x^2 + \frac{1}{2} mv_y^2 + \frac{1}{2} mv_z^2 ;$$

số hạt trong ngăn đó được xác định bởi hệ thức (5) trong bài toán 37.16 và bằng :

$$dn_v = Ae^{-\beta E} dv_x dv_y dv_z, \qquad (1)$$

trong đó A bao gồm cả hằng g. Khi chuẩn hoá, như trong bài tập 37.6, nhưng β coi như đã biết, ta được :

$$A = N \frac{(m/2)^{3/2}}{\pi^{3/2}} \beta^{3/2}. \qquad (2)$$

Cuối cùng nếu làm như trong bài toán 37.7, với β coi như đã biết, ta được :

$$E_m = \frac{3}{2\beta} . \qquad (3)$$

Cho (3) bằng 3kT/2 ta thấy $\beta = 1/kT$ và, theo (2) thì :

$$A = N\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2}.$$

Với các giá trị đó của A và β thì (1) chính là phân bố Maxwell–Boltzmann.

37.18. Tìm phân bố có xác suất lớn nhất của N hạt khác biệt nhau (N = 5) trong r ngăn (r = 3), nếu xác suất nội tại để một hạt vào một ngăn là :

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$$g_1 = g_2 = g_3 = \frac{1}{3}.$$

Giải. Theo (1) trong bài toán 37.15 thì xác suất của một phân bố (n_1, n_2, n_3) bằng :

$$P_n = \frac{5!}{n_1!n_2!n_3!}\left(\frac{1}{3}\right)^5$$

vì $n_1 + n_2 + n_3 = 5$. Do đó phân bố có xác suất lớn nhất là phân bố có số cách thực hiện :

$$X = \frac{5!}{n_1!n_2!n_3!}$$

là lớn nhất với điều kiện khi đổi chỗ số hạt giữa hai ngăn bất kì, nghĩa là :

$$n_1 = 3,\ n_2 = 2,\ n_3 = 0 \rightarrow n_1 = 2,\ n_2 = 3,\ n_3 = 0$$

thì X vẫn có cùng giá trị như nhau.

Trong bảng 37.2 ta chỉ tính X trong trường hợp $n_1 \geqslant n_2 \geqslant n_3$.

Bảng 37-2

n_1	n_2	n_3	X
5	0	0	1
4	1	0	5
3	2	0	10
3	1	1	20
2	2	1	30

Như vậy có ba phân bố có xác suất lớn nhất, mỗi phân bố có X = 30 :

(2, 2, 1), (2, 1, 2), và (1, 2, 2).

37.19. Xem bài toán 37.18. Cho biết năng lượng của một hạt trong ngăn 1 bằng không, trong ngăn 2 bằng ε, trong ngăn 3 bằng 2ε. Tính phân bố có xác suất lớn nhất nếu cho trước năng lượng tổng cộng $E_{tổng} = 3\varepsilon$.

Giải. Điều kiện : $0n_1 + \varepsilon n_2 + 2\varepsilon n_3 = 3\varepsilon$ hay $n_2 + 2n_3 = 3$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

loại bỏ tất cả các phân bố khác trừ hai phân bố (3,1,1) và (2,3,0). Theo bảng 37.2, ta thấy phân bố (3,1,1) có xác suất lớn nhất.

Đối với các xác suất nội bằng nhau, thì phân bố Maxwell–Boltzmann có dạng :

$$n_i = Ae^{-\beta E_i}.$$

Phân bố (3,1,1) gần với phân bố Maxwell–Boltzmann hơn phân bố (2,3,0) vì trong (3,1,1) đa số hạt ở trạng thái năng lượng thấp nhất.

BÀI TOÁN BỔ SUNG

37.20. Tìm tỉ số giữa căn hai của vận tốc toàn phương trung bình và vận tốc trung bình đối với chất khí tuân theo phân bố Maxwell–Boltzmann.

Đáp số. $\sqrt{3\pi/8} = 1{,}08$.

37.21. Xem bài toán 37.10. L = 1mH, C = 1μF, R = 0,1Ω và T = 300K. Tính căn hai của điện thế cảm ứng toàn phương trung bình.

Đáp số. $6{,}44.10^{-8}$V.

37.22. Sáu hạt khác biệt nhau được phân bố trong 3 ngăn. Tính số tổ hợp hạt khác nhau trong các phân bố sau đây : (a) (6,0,0) ; (b) (4,1,1).

Đáp số. (a) 1 ; (b) 30.

37.23. Xem bài toán 37.22. Giả sử cả 3 ngăn đều chứa các năng lượng hạt lần lượt bằng 0, ε, 2ε. Tìm phân bố có xác suất lớn nhất nếu các xác suất nội tại đều bằng nhau và năng lượng tổng cộng là 6ε.

Đáp số. 2 hạt trong mỗi ngăn.

37.24. Xem bài toán 37.19. Tìm phân bố có xác suất lớn nhất nếu năng lượng tổng cộng bằng 4ε.

Đáp số. (2, 2, 1).

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

37.25. Có 50 hạt phân bố trong 8 ngăn như dưới đây :

Ngăn	1	2	3	4	5	6	7	8
Số hạt	6	8	9	0	7	2	10	8

Tính số tổ hợp của 50 hạt dẫn tới phân bố đó.

Đáp số. $1{,}96.10^{36}$.

37.26. Xác định phân bố năng lượng có xác suất lớn nhất đối với một hệ có hai trạng thái năng lượng ε và 2ε. Nếu $g_1 = g_2 = 1/2$.

Đáp số. $$E_{tb} = \frac{2\varepsilon e^{-2\beta\varepsilon} + \varepsilon e^{-\beta\varepsilon}}{e^{-2\beta\varepsilon} + e^{-\beta\varepsilon}}.$$

37.27. Biểu thị phân bố (5) trong bài toán 37.16. theo *hàm phân hoạch*

$$Z = \sum_i g_i e^{-\beta E_i}$$

và tổng số hạt.

Đáp số. $n_i = \frac{N}{Z} g_i e^{-\beta E_i}$.

Chương 38

THỐNG KÊ LƯỢNG TỬ

Thống kê lượng tử mô tả các hệ lớn gồm một số lớn các hạt tuân theo các định luật của cơ học lượng tử. Mỗi hệ đó có một số lớn các trạng thái năng lượng gián đoạn, mỗi trạng thái được đặc trưng bởi một tập hợp đầy đủ các số lượng tử. Mỗi hạt của các hệ đó sẽ chiếm một trong các trạng thái như vậy.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Điều khác nhau quan trọng giữa thống kê cổ điển và thống kê lượng tử là xuất phát điểm của phương pháp thiết lập : thống kê lượng tử dựa trên tính *không thể phân biệt được* của các hạt . Nói cách khác về mặt nguyên tắc không thể gắn cho mỗi hạt cho trước một nhãn hiệu, một con số chẳng hạn, để có thể cho phép phân biệt được hạt đó trong mọi trường hợp.

38.1. THỐNG KÊ FERMI – DIRAC

Chính E.Fermi và P.A.M Dirac đã thiết lập các phương trình thống kê dùng mô tả các hạt được gọi là các *fecmiọn* với spin bán nguyên. Một số lớn các êlectrôn (spin = 1/2) tương tác yếu với nhau là một ví dụ của hệ các fecmiôn, đó là hệ khí êlectrôn.

Hàm phân bố Fermi – Dirac, F_{FD}, đặc trưng cho sự phân bố có xác suất lớn nhất của một hệ hạt đồng nhất không phân biệt được và tuân theo nguyên lí loại trừ Pauli. Với một hệ hạt fecmiôn cân bằng ở nhiệt độ tuyệt đối T, số hạt ở trong một trạng thái i cho trước với năng lượng E_i bằng (xem bài toán 38.35) :

$$F_{FD} = \frac{1}{e^{\alpha}e^{E_i/kT} + 1} = \frac{1}{e^{(E_i - E_f)/kT} + 1}, \qquad (38\text{-}1)$$

với k là hằng số Boltzmann, còn $E_f = -kT\alpha$ là năng lượng Fermi, một đặc trưng của hệ nghiên cứu. Dạng chính xác của E_f (hay của α) được xác định theo điều kiện chuẩn hoá : số hạt của hệ sẽ được cho trước : Khi $T \to 0$ K thì $E_f \to E_{fo}$, một hằng số có giá trị dương.

Một điều quan trọng cần chú ý là hàm phân bố Fermi– Dirac, F_{FD}, cũng như hàm phân bố F_{MB}, không biểu diễn số hạt có năng lượng E_i mà biểu diễn số hạt chiếm trạng thái i với năng lượng E_i. Cũng giống như trường hợp phân bố liên tục đã trình bày trước đây (xem tiết 36.3), để tìm số hạt với năng lượng E_i cần phải nhân hàm phân bố Fermi– Dirac với số g_i trạng thái có năng lượng E_i

$$n_i = g_i F_{FD}.$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Nếu các mức năng lượng khá gần nhau để có thể xem là phân bố liên tục, số dn_E các hạt có năng lượng từ E đến E + dE bằng :

$$dn_E = F_{FD}g(E)\ dE,$$

với $dS_E = g(E)\ dE$ cho ta số trạng thái lượng tử có năng lượng từ E đến E + dE. Cũng giống như trước đây (xem tiết 36.3) đại lượng g(E) được gọi là mật độ trạng thái.

38.2. THỐNG KÊ BOSE–EINSTEIN

A. Einstein và S.N. Bose đã phát triển lí thuyết thống kê đặc trưng cho các hệ gồm một số lớn hạt đồng nhất, tương tác yếu, không phân biệt được và có spin nguyên. Các hạt này được gọi là các bôzôn, chúng không tuân theo nguyên lí Pauli. Các phôtôn, các phân tử H_2 và hêli lỏng là những ví dụ về các bôzôn.

Hàm phân bố Bose–Einstein F_{BE} cho biết số trung bình các hạt bôzôn ở trong trạng thái i cho trước với năng lượng E_i của một hệ cân bằng ở nhiệt độ T (xem bài toán 38.37) :

$$F_{BE} = \frac{1}{e^{\alpha}e^{E_i/kT} - 1} \qquad (38\text{–}2)$$

Giá trị của α phụ thuộc hệ bôzôn nghiên cứu. Trong trường hợp hệ với số bôzôn không bảo toàn (chẳng hạn các phôtôn), $\alpha = 0$ (xem bài toán 38.38). Giống như trường hợp các thống kê khác, phân bố theo năng lượng được biểu diễn dưới dạng hàm của mật độ trạng thái

$$dn_E = F_{BE}g(E)dE.$$

38.3. GIỚI HẠN Ở NHIỆT ĐỘ CAO

Trường hợp số hạt của hệ bảo toàn, trong hai thống kê lượng tử trên đây, α tăng đơn điệu theo nhiệt độ (xem các bài tập

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

38.25 và 38.28). Ở những nhiệt độ đủ cao (hay ở những năng lượng đủ lớn) thì

$$e^{\alpha}e^{E/kT} \gg 1$$

và các hàm phân bố trên đây chuyển thành

$$F = Ae^{-E/kT}.$$

Đó chính là hàm phân bố Maxwell – Boltzmann.

38.4. HAI TÍCH PHÂN HỮU ÍCH

(a) Với $p > -1$ và trong trường hợp giới hạn ở các nhiệt độ thấp $kT \ll E_f$ (nghĩa là $\alpha \ll -1$),

$$\int_0^{\infty} E^p F_{FD} dE = \int_0^{\infty} \frac{E^p}{e^{(E-E_f)/kT} + 1} dE =$$

$$= \frac{1}{p+1}\left[E_f^{p+1} + \sum_{n=1}^{\infty} 2(kT)^{2n}\left(1 - \frac{1}{2^{2n-1}}\right)\zeta(2n)\frac{d^{2n}}{dE_f^{2n}}\left(E_f^{p+1}\right)\right], \quad (38\text{–}3)$$

với $\zeta(x)$ là *hàm zêta của Riemann.*

$$\zeta(x) = \frac{1}{1^x} + \frac{1}{2^x} + \frac{1}{3^x} + \ldots$$

Giá trị của $\zeta(x)$ có thể tìm trong các bảng tra cứu. Dưới đây là một số giá trị :

$$\zeta(2) = \frac{\pi^2}{6} = 1{,}645 \; ; \; \zeta(4) = \frac{\pi^4}{90} = 1{,}082 \; ; \; \zeta(6) = \frac{\pi^6}{945} = 1{,}017.$$

Khi p là một số nguyên, chuỗi (38–3) có giá trị xác định.
(b) Với $p > 0$, $\alpha \geqslant 0$, và $\varepsilon = \pm 1$ ta có :

$$\int_0^{\infty} \frac{q^p}{e^{\alpha}e^q - \varepsilon} dq = \Gamma(p+1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\varepsilon^{n+1} e^{-n\alpha}}{n^{p+1}}, \quad (38\text{–}4)$$

trong đó hàm $\Gamma(x)$ tuân theo hệ thức truy toán $\Gamma(x+1) = x\Gamma(x)$. Đó là *hàm gamma,* một số giá trị được cho dưới đây :

$$\Gamma(1) = 1 \; ; \; \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi} \; ; \; \Gamma(n+1) = n! \text{ (n nguyên).}$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Trong trường hợp đặc biệt, $\alpha = 0$, $\varepsilon = +1$, (38-4) trở thành

$$\int_0^\infty \frac{q^p}{e^q - 1}\, dq = \Gamma(p+1)\, \zeta(p+1). \qquad (38\text{-}5)$$

BÀI TOÁN CÓ LỜI GIẢI

Bức xạ của vật đen

Các thành của một bình kín rỗng giữ ở nhiệt độ không đổi T sẽ hấp thụ và phát ra liên tục các bức xạ điện từ (các phôtôn) ; ở trạng thái cân bằng, năng lượng phát xạ bằng năng lượng hấp thụ. Có thể nghiên cứu bức xạ ở trong bình rỗng đó bằng cách khoan một lỗ nhỏ trên thành bình ; các phôtôn phát ra từ lỗ nhỏ sẽ tạo thành bức xạ của vật đen. Cơ học lượng tử ra đời năm 1900, khi Max Planck thiết lập biểu thức lí thuyết đúng đắn để giải thích phân bố phổ của bức xạ của vật đen quan sát được bằng thực nghiệm, nghĩa là thiết lập được công thức cho biết năng lượng các bức xạ có tần số nằm trong dải tần từ ν đến ν + dν.

38.1. Để đơn giản chúng ta giả sử rằng bình kín có dạng hình lập phương được giữ ở nhiệt độ T, ba cạnh của hình lập phương tạo thành các trục của một hệ toạ độ Descartes : Theo các phương trình Maxwell, các thành phần trên các trục toạ độ của vectơ sóng

$$\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda^2}\vec{\lambda}$$

phải thoả mãn các điều kiện giới hạn

$$\frac{k_x l}{\pi} = n_x\ ;\ \frac{k_y l}{\pi} = n_y\ ;\ \frac{k_z l}{\pi} = n_z,$$

trong đó n_x, n_y, n_z là các số nguyên dương. Các điều kiện giới hạn này bảo đảm cho số nửa sóng trên mỗi mặt của hình lập phương là một số nguyên. Trong trường hợp cổ điển ba số (n_x, n_y, n_z) biểu diễn một kiểu của dao động điện từ của bình kín, chúng ta sẽ coi mỗi kiểu đó như là một trạng thái của phôtôn.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Trong những điều kiện đó hãy tìm số trạng thái trong dải tần từ ν đến $\nu + d\nu$ biết rằng có hai hướng phân cực độc lập cho mỗi trạng thái.

Giải. Mỗi tần số cho phép ν tương ứng với một trạng thái (n_x, n_y, n_z) đã cho :

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{ck}{2\pi} = \frac{c}{2l}\sqrt{n_x^2 + n_y^2 + n_z^2} = \frac{cN}{2l},$$

trong đó $N = \sqrt{n_x^2 + n_y^2 + n_z^2}$. Thay cho việc tìm số các trạng thái toàn phần (n_x, n_y, n_z) tương ứng với một giá trị N cho trước, chúng ta sẽ sử dụng phép xấp xỉ liên tục và tìm số điểm trong vỏ cầu bán kính N, bề dày dN, trong đó chúng ta chỉ lấy 1/8 nằm trong không gian (n_x, n_y, n_z), đó chính là thể tích :

$$dM = \frac{1}{8}(4\pi N^2 dN) = \frac{\pi}{2}N^2 dN.$$

Nhưng số trạng thái trong khoảng từ N đến N + dN phải bằng số trạng thái trong dải tần tương ứng từ ν đến $\nu + d\nu$. Biết rằng $\nu = cN/2l$ nên

$$dN = \frac{2l}{c}d\nu.$$

Từ đó :

$$dM = \frac{\pi}{2}\left(\frac{2l\nu}{c}\right)^2\left(\frac{2l}{c}d\nu\right) = \frac{4\pi l^3}{c^3}\nu^2 d\nu = \frac{4\pi V}{c^3}\nu^2 d\nu,$$

trong đó V là thể tích của bình kín.

Do có hai hướng phân cực độc lập nên để nhận được số trạng thái dS của các phôtôn ta phải nhân đôi giá trị của dM :

$$dS = 2dM = \frac{8\pi V}{c^3}\nu^2 d\nu = g(\nu)d\nu$$

và mật độ trạng thái của các phôtôn trong dải tần $d\nu$ là :

$$g(\nu) = \frac{8\pi V}{c^3}\nu^2.$$

38.2. Coi bình kín trong bài toán 38.1 là một bình chứa các phôtôn, đó là các bôzôn với spin bằng 1, hãy thiết lập biểu thức

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

phân bố phổ (năng lượng theo dải tần) của bức xạ phát ra bởi vật đen qua một lỗ nhỏ trên thành bình. Các phôtôn được phát ra và bị hấp thụ một cách liên tục, số lượng của chúng không bảo toàn.

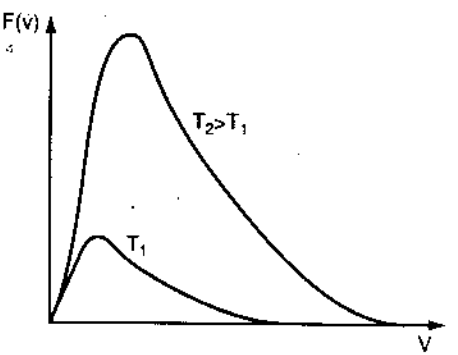
Giải. Dùng giá trị của mật độ trạng thái (ν) nhận được trong bài toán 38.1 và hệ thức (38-2) về phân bố Bose-Einstein đối với các phôtôn với $\alpha = 0$, số các phôtôn dn_ν có tần số nằm trong dải tần từ ν đến $\nu + d\nu$ là :

$$dn_\nu = F_{BE}g(\nu)d\nu = \frac{1}{e^{E/kT} - 1}\,\frac{8\pi V}{c^3}\,\nu^2 d\nu.$$

Mỗi phôtôn có năng lượng $h\nu$, do đó năng lượng của dn_ν phôtôn sẽ là :

$$dE_\nu = h\nu dn_\nu = \frac{8\pi Vh}{c^3}\,\frac{\nu^3}{e^{h\nu/kT} - 1}\,d\nu = F(\nu)d\nu.$$

Hình 38.1 biểu diễn đường cong phân bố phổ $F(\nu)$. Max Planck đã thu được kết quả này bằng một phép gần đúng khác.



Hình 38.1

38.3. Định luật Stefan - Boltzmann phát biểu rằng năng lượng điện từ tổng cộng trong một bình kín có các thành giữ ở nhiệt độ T tỉ lệ với T^4. Chứng minh rằng có thể suy ra định luật này từ kết quả của bài tập 38.2 và xác định thừa số tỉ lệ.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Giải. Năng lượng tổng cộng trong bình kín của bài tập 38.2 bằng:

$$E = \int dE_\nu = \frac{8\pi Vh}{c^3}\int_0^\infty \frac{\nu^3 d\nu}{e^{h\nu/kT}-1} =$$

$$= \frac{8\pi V k^4 T^4}{c^3 h^3}\int_0^\infty \frac{q^3 dq}{e^q - 1} = \text{hằng số} \times T^4.$$

Theo (38.5) giá trị của tích phân bằng :

$$\Gamma(4).\zeta(4) = 3!\,\frac{\pi^4}{90} = 6{,}49$$

và

$$E = \frac{8\pi k^4 (6{,}49)}{(hc)^3} VT^4 = \frac{8\pi (8{,}617\times 10^{-5}\,\text{eV/K})^4 (6{,}49)}{(12{,}4\times 10^{-7}\,\text{eV.m})^3} VT^4 =$$

$$= (4{,}71\ \text{keV/K}^4.\text{m}^3)\ VT^4.$$

38.4. Trên hình 38.1 chúng ta thấy rằng cực đại của đường cong phân bố phổ tăng theo nhiệt độ. Định luật dịch chuyển của Wien phát biểu rằng

$$\lambda_{max} . T = \text{const},$$

trong đó λ_{max} là bước sóng tương ứng với cực đại của $F(\nu)$. Từ các kết quả trong những phần trên hãy suy ra định luật Wien.

Giải. Lấy đạo hàm $\frac{dF_\nu}{d\nu}$ và cho bằng không ta có :

$$\frac{dF(\nu)}{d\nu} = \frac{d}{d\nu}\left[\frac{8\pi Vh}{c^3}\,\frac{\nu^3}{e^{h\nu/kT}-1}\right] =$$

$$= \frac{8\pi Vh}{c^3}\,\frac{\nu^2\left[e^{h\nu/kT}\left(3-\frac{h\nu}{kT}\right) - 3\right]}{(e^{h\nu/kT}-1)^2} = 0.$$

Giá trị của ν_{max} được xác định từ phương trình sau :

$$e^{h\nu_{max}/kT}\left(3 - \frac{h\nu_{max}}{kT}\right) - 3 \equiv e^y(3 - y) - 3 = 0,$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

trong đó chúng ta đặt $\frac{h\nu_{max}}{kT} = y$. Phương trình siêu việt $e^y(3 - y) - 3 = 0$ có thể giải bằng phương pháp gần đúng và nghiệm có một giá trị xác định

$$y = \frac{h\nu_{max}}{kT} = \text{const}$$

Do $\nu_{max} = c/\lambda_{max}$ ta có :

$$\lambda_{max}.T = \text{const}.$$

38.5. Tính tỉ số các năng lượng do vật đen ở nhiệt độ T = 2000 K phát ra trong hai dải tần rộng 100 Å xung quanh 5000 Å (vùng nhìn thấy) và 50.000Å (vùng hồng ngoại).

Giải. Ta có :

$\nu = \frac{c}{\lambda}$; $d\nu = \frac{c}{\lambda^2}d\lambda$ (chỉ lấy giá trị tuyệt đối). Thay các giá trị của ν và $d\nu$ vào biểu thức của dE_ν nhận được trong bài toán 38.2 ta nhận được hàm phân bố phổ theo bước sóng :

$$dE_\lambda = \frac{8\pi hcV}{\lambda^5}\frac{d\lambda}{e^{hc/kT\lambda} - 1} = F(\lambda)\,d\lambda.$$

Bề rộng 100Å của dải là khá hẹp nên có thể coi $F(\lambda)$ không đổi trong phạm vi của dải, do đó :

$$\frac{\Delta E_{50.000}}{\Delta E_{5000}} =$$

$$= \frac{(5000\text{Å})^5}{(50.000\text{Å})^5}\frac{e^{(12,400\text{eV}.\text{Å})/(8,62\times10^{-5}\text{eV/K})(2000\text{K})(5000\text{Å})} - 1}{e^{(12,400\text{eVÅ})/(8,62\times10^{-5}\text{eV/K})(2000\text{K})(50.000\text{Å})} - 1} = 5,5.$$

Kết quả này chứng tỏ rằng trong bức xạ của vật đen các tia nhìn thấy chỉ mang một phần nhỏ năng lượng.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Thuyết êlectrôn tự do trong các kim loại

Trong thuyết êlectrôn tự do của kim loại người ta giả thiết rằng các êlectrôn hoá trị của các nguyên tử trong kim loại không chịu ràng buộc bởi từng nguyên tử riêng biệt mà chuyển động tự do trong toàn bộ kim loại. Người ta cũng giả sử rằng êlectrôn không chịu một ảnh hưởng nào từ phía các êlectrôn khác cho dù đó là các êlectrôn hoá trị hay các êlectrôn chịu liên kết của hạt nhân. Các giả thiết này tương đương việc coi mỗi êlectrôn trong kim loại chuyển động trong một trường thế tĩnh điện không đổi. Như vậy có thể coi các êlectrôn trong kim loại như là một chất khí cấu tạo từ các fecmiôn với spin 1/2, không tương tác và đựng trong một hộp ba chiều.

38.6. Trong bài toán 17.3 người ta đã tìm thấy rằng năng lượng cho phép của các hạt khối lượng m không tương tác với nhau ở trong một giếng vuông góc một chiều, sâu vô cùng, bề rộng l, có dạng $E_n = n^2E_o$, với n là một số nguyên còn $E_o = h^2/8ml^2$. Có thể tổng quát hoá kết quả này cho năng lượng của các hạt trong một giếng sâu vô cùng ba chiều với cạnh là l :

$$E = (n_x^2 + n_y^2 + n_z^2)\,E_o, \text{ với } E_o = \frac{h^2}{8ml^2},$$

trong đó n_x, n_y, n_z là các số nguyên dương. Có thể xảy ra tình trạng nhiều trạng thái (n_x, n_y, n_z) khác nhau có cùng năng lượng : người ta nói lúc đó có hiện tượng suy biến. Xác định bậc suy biến của 6 mức năng lượng đầu tiên, nghĩa là tìm số trạng thái ứng với một năng lượng cho trước.

Giải. Xem bảng 38.1. Với các mức năng lượng cao, các trạng thái có cùng năng lượng không đòi hỏi phải tương ứng với các hoán vị của ba số nguyên, xem bài toán 38.43.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Bảng 38.1

Năng lượng	Các trạng thái với năng lượng bằng nhau (n_x, n_y, n_z)	Bậc suy biến
$3E_o$	(1,1,1)	1
$6E_o$	(2,1,1) (1,2,1) (1,1,2)	3
$9E_o$	(2,2,1) (2,1,2) (1,2,2)	3
$11E_o$	(3,1,1) (1,3,1) (1,1,3)	3
$12E_o$	(2,2,2)	1
$14E_o$	(1,2,3) (1,3,2) (2,1,3) (2,3,1) (3,1,2) (3,2,1)	6

38.7. Trong trường hợp các êlectrôn trong kim loại hay các phân tử khí đựng trong bình, giá trị của l trong bài toán 38.6 là lớn đến mức có thể coi các mức năng lượng tạo thành một phổ liên tục. Trong trường hợp đó hãy xác định số trạng thái (n_x, n_y, n_z), với năng lượng có giá trị từ E đến E + dE.

Giải. Bài toán này tương đương bài toán về vật đen (xem bài toán 38.1). Đặt $N = \sqrt{n_x^2 + n_y^2 + n_z^2}$, số trạng thái dS có năng lượng từ E đến E + dE là :

$$dS = \frac{1}{8}(4\pi N^2 dN) = \frac{\pi}{2} N^2 dN.$$

Theo bài toán 38.6

$$N^2 = n_x^2 + n_y^2 + n_z^2 = E\left(\frac{8ml^2}{h^2}\right).$$

Từ đó: $N = \left(\frac{8ml^2}{h^2}\right)^{1/2} E^{1/2}$ $\quad dN = \left(\frac{8ml^2}{h^2}\right)^{1/2} \frac{dE}{2E^{1/2}}$,

và $$dS = \frac{\pi}{2} E \left(\frac{8ml^2}{h^2}\right) \left(\frac{8ml^2}{h^2}\right)^{1/2} \left(\frac{dE}{2E^{1/2}}\right) =$$

$$= \frac{2\pi l^3 (2m)^{3/2}}{h^3} E^{1/2} dE.$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

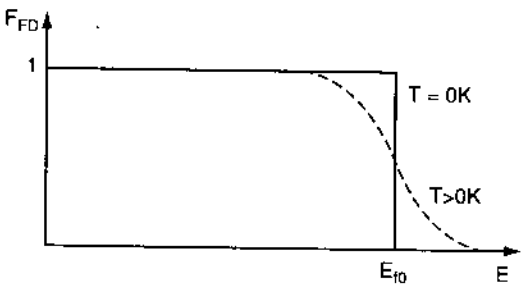
Đặt $V = l^3$, mật độ trạng thái trong khoảng dE là :

$$g(E) = \frac{2\pi V (2m)^{3/2}}{h^3} E^{1/2}.$$

38.8. Biểu diễn đồ thị phân bố Fermi – Dirac theo năng lượng lúc T ≈ 0K.

Giải. Ở nhiệt độ T gần OK, $E_f \approx E_{f_o} > 0$ và

$$F_{FD} \approx \frac{1}{e^{(E - E_{f_o})/kT} + 1}.$$



Hình 38.2

Nếu $E < E_{f_o}$ và $T \to 0K$, $e^{(E - E_{f_o})/kT} \to 0$ và $F_{FD} \to 1$.

Nếu $E = E_{f_o}$ và $T \to 0K$, $e^{(E - E_{f_o})/kT} \to \infty$ và $F_{FD} = 0$. Do đó $F_{FD} = f(E)$ được biểu diễn bằng đường liền nét trên hình 38.2 ; nếu T > 0K đường biểu diễn là đường đứt nét.

38.9. Thiết lập biểu thức của năng lượng Fermi E_{f_o} ở 0 K đối với trường hợp khí êlectrôn trong kim loại.

Giải. Trong bài toán 38.7 chúng ta đã tìm được biểu thức của số trạng thái (n_x, n_y, n_z) trong khoảng năng lượng từ E đến E + dE :

$$dS = g(E)\,dE = \frac{2\pi V(2m)^{3/2}}{h^3} E^{1/2}\,dE.$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Do với một tập hợp các số lượng tử (n_x, n_y, n_z) có hai cách định hướng có thể của spin, nên cần nhân g(E) với 2 để có mật độ trạng thái thực của khí êlectrôn. Lúc đó tổng số các fecmiôn N bằng

$$N = 2\int_0^\infty F_{FD}\, g(E)\, dE = \frac{4\pi V(2m)^{3/2}}{h^3}\int_0^\infty \frac{E^{1/2}dE}{e^{(E-E_f)/kT}+1}.$$

Ở 0 K, hàm phân bố Fermi – Dirac có giá trị (xem bài toán 38.8) :

$$F_{FD} = 1 \text{ khi } E < E_{f_o}.$$

$$F_{FD} = 0 \text{ khi } E > E_{f_o}.$$

Do đó có thể thay đổi giới hạn lấy tích phân :

$$N = \frac{4\pi V(2m)^{3/2}}{h^3}\int_0^{E_{f_o}} E^{1/2}dE = \frac{4\pi V(2m)^{3/2}}{h^3}\left(\frac{2}{3}E_{f_o}^{3/2}\right)$$

hay

$$E_{f_o} = \frac{h^2}{8m}\left(\frac{3N}{\pi V}\right)^{2/3}.$$

Khi nhiệt độ tăng, người ta tìm thấy rằng (xem bài toán 38.13) năng lượng Fermi nói chung vẫn bằng E_{f_o}.

38.10. Khối lượng riêng của kali kim loại bằng $0{,}86\times10^3 kg/m^3$ và khối lượng nguyên tử của nó là 39. Tìm năng lượng Fermi của các êlectrôn trong kali nếu mỗi nguyên tử cho một êlectrôn để tạo thành khí êlectrôn.

Giải. Trước hết chúng ta tìm số êlectrôn trong một đơn vị thể tích N/V.

$$\frac{N}{V} = \frac{(6{,}02\times10^{26}\text{ nguyên tử /kmol})\,(0{,}86\times10^3\text{ kg/m}^3)}{39\text{ kg/kmol}} =$$

$$= 1{,}33\times10^{28}\,\frac{\text{nguyên tử}}{m^3} = 1{,}33\times10^{28}\,\frac{\text{êlectrôn}}{m^3}.$$

Theo bài toán 38.9

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$$E_{f_o} = \frac{h^2}{8m}\left(\frac{3N}{\pi V}\right)^{2/3} = \frac{(hc)^2}{8mc^2}\left(\frac{3N}{\pi V}\right)^{2/3} =$$

$$= \frac{(12{,}4 \times 10^{-7}\,\text{eV}\,.\,\text{m})^2}{8(0{,}511 \times 10^6\,\text{eV})}\left(\frac{3 \times 1{,}33 \times 10^{28}\,\text{m}^{-3}}{\pi}\right)^{2/3} = 2{,}05\ \text{eV}.$$

Với T = 300 K, kT = 0,026 eV, ta suy ra rằng giá trị $E_f \backsim E_{f_o}$ lớn hơn nhiều giá trị kT ở nhiệt độ phòng.

38.11. Tìm động năng của một hạt trong khí Fermi gồm N hạt ở nhiệt độ T = 0K.

Giải. Sử dụng giá trị mật độ trạng thái 2g(E) tìm được trong bài toán 38.9, ta có :

$$E_m = \frac{1}{N}\int E\,dn_E = \frac{2}{N}\int_o^\infty EF_{FD}\,g(E)\,dE = \frac{4\pi V(2m)^{3/2}}{Nh^3}\int_o^\infty \frac{E^{3/2}\,dE}{e^{(E-E_f)/kT}+1}$$

$$\rightarrow \frac{4\pi V(2m)^{3/2}}{Nh^3}\int_o^{E_{f_o}} E^{3/2}\,dE = \frac{4\pi V(2m)^{3/2}}{Nh^3}\left(\frac{2}{5}E_{f_o}^{5/2}\right).$$

Thay giá trị N tìm được từ bài toán 38.9, giá trị E_m bằng

$$E_m = \frac{3}{5}E_{f_o}.$$

Như vậy ngay ở 0K các êlectrôn vẫn có một động năng trung bình khác không. Sở dĩ như vậy vì nguyên lí Pauli không cho phép tất cả các êlectrôn chiếm các mức năng lượng thấp nhất, và do đó có một số êlectrôn ở trên các mức có năng lượng đến tận giá trị E_{f_o}.

38.12. Sử dụng điều kiện chuẩn hoá (nghĩa là số hạt N được cho trước) để thiết lập biểu thức của năng lượng Fermi E_f của một khí êlectrôn ở nhiệt độ thấp theo hàm số của E_{f_o} (năng lượng Fermi ở T = 0 K).

Giải. Số hạt tổng cộng N bằng :

$$N = \int_o^\infty F_{FD}\,g(E)\,dE = C\int_o^\infty E^{1/2}\,F_{FD}\,dE,$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

trong đó mật độ trạng thái $g(E) = CE^{1/2}$ với $C = 4\pi V(2m)^{3/2}/h^3$. Phương trình (38–3) trong trường hợp chỉ giữ lại số hạng đầu tiên của chuỗi cho ta giá trị của N khi p = 1/2.

$$N = C\int_0^\infty E^{1/2} F_{FD}\, dE \approx$$

$$\approx \frac{2C}{3}\left[E_f^{3/2} + 2(kT)^2\left(1-\frac{1}{2}\right)\zeta(2)\left(\frac{3}{4}E_f^{-1/2}\right)\right]$$

$$= \frac{2C}{3}E_f^{3/2}\left[1 + \frac{\pi^2}{8E_f^2}(kT)^2\right]. \qquad (1)$$

Cho $T \to 0$ K, ta có :

$$N = \frac{2C}{3}E_{f_o}^{3/2}$$

hay $$E_{f_o} = \left(\frac{3N}{2C}\right)^{2/3} = \left(\frac{3Nh^3}{8\pi V(2m)^{3/2}}\right)^{2/3} = \frac{h^2}{8m}\left(\frac{3N}{\pi V}\right)^{2/3}.$$

Giá trị này phù hợp với kết quả của bài toán 38.9. Do kT/E_f nhỏ nên theo công thức (1) chúng ta thấy rằng E_f thay đổi không nhanh theo nhiệt độ. Vì vậy trong số hạng thứ hai trong ngoặc trong phần phải của hệ thức (1) ta có thể lấy $E_f = E_{f_o}$. Sau khi thay

$$N = 2CE_{f_o}^{3/2}/3,$$

ta có : $$\frac{2C}{3}E_{f_o}^{3/2} = \frac{2C}{3}E_f^{3/2}\left[1 + \frac{\pi^2}{8}\left(\frac{kT}{E_{f_o}}\right)^2\right].$$

Từ đó $$E_f = E_{f_o}\left[1 + \frac{\pi^2}{8}\left(\frac{kT}{E_{f_o}}\right)^2\right]^{-2/3}.$$

Cuối cùng chú ý rằng khi x nhỏ

$$(1+x)^{-2/3} = 1 - \frac{2}{3}x$$

chúng ta có thể viết :

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$$E_f = E_{f_o}\left[1 - \frac{\pi^2}{12}\left(\frac{kT}{E_{f_o}}\right)^2\right].$$

38.13. Năng lượng Fermi của bạc ở T = 0 K bằng 5,5 eV. Theo kết quả của bài toán 38.12 tính độ hiệu chỉnh bậc một ở T = 300 K.

Giải. Độ hiệu chỉnh bậc một bằng :

$$-\frac{\pi^2}{12}\frac{(kT)^2}{E_{f_o}} = \frac{-\pi^2}{12}\frac{[(8{,}617\times 10^{-5}\,eV/K)\,(300K)]^2}{5{,}5eV} = -10^{-4}\ eV$$

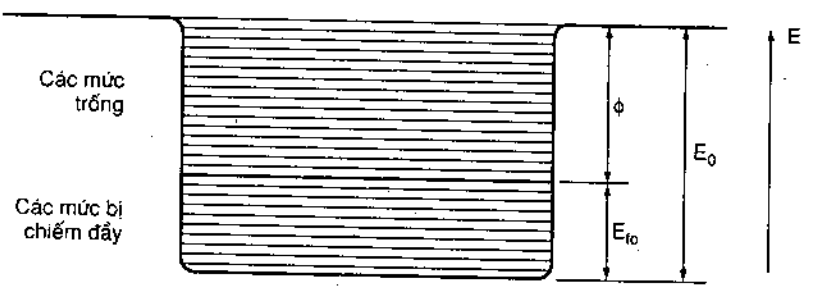
là nhỏ không đáng kể.

38.14. Năng lượng Fermi của bạc ở 0 K bằng 5,5 eV và công thoát bằng 4,6 eV. Tìm thế tĩnh điện trung bình được nhìn từ các êlectrôn tự do của bạc.

Giải. Công thoát là năng lượng tối thiểu để tách một êlectrôn ra khỏi vật liệu đã cho. Các êlectrôn bị bứt ra như vậy là các êlectrôn có động năng cực đại và ở 0 K động năng đó bằng năng lượng Fermi E_{f_o}. Ngoài ra với một hạt trong một hố thế, E_{f_o} là năng lượng ở phía trên năng lượng tĩnh điện trung bình – E_o. Liên hệ giữa các loại năng lượng khác nhau được biểu diễn trên hình 38.3 và ta có thể suy ra

$$E_o = E_{f_o} + \phi = 5{,}5\ eV + 4{,}6\ eV = 10{,}1\ eV.$$

Ở các nhiệt độ vừa phải $E_f \approx E_{fo}$ (xem bài toán 38.13) và kết quả nhận được giải thích tại sao công thoát đối với bạc là hầu như không phụ thuộc nhiệt độ.



Hình 38.3

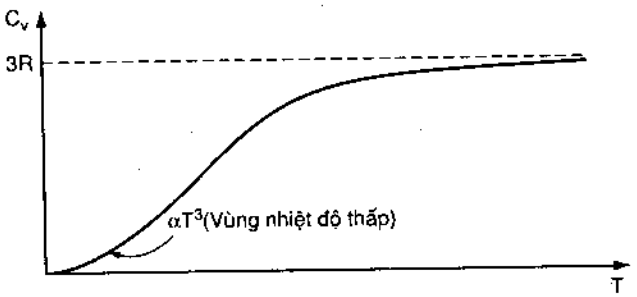
1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Nhiệt dung riêng của các chất rắn tinh thể

Nhiệt dung mol đẳng tích của một chất rắn C_V theo định nghĩa là độ tăng năng lượng của một mol chất rắn khi nhiệt độ tăng một độ lúc thể tích của chất rắn được giữ nguyên.

$$C_V = \frac{1}{\mathcal{N}}\left(\frac{\partial E_T}{\partial T}\right)_V,$$

trong đó E_T là năng lượng tổng cộng của $\mathcal{N}$ mol chất rắn. Theo lập luận cổ điển người ta có thể chờ đợi rằng nhiệt dung phân tử đẳng tích của một chất rắn, không thay đổi theo nhiệt độ và được biểu diễn bởi định luật Dulong và Petit : $C_V = 3R$, (xem bài toán 37.9) với R là hằng số khí lí tưởng. Tuy nhiên bằng thực nghiệm người ta thấy rằng C_V thay đổi theo nhiệt độ (xem hình 38.4).



Hình 38.4

Năm 1912 P. Debye đã giải thích một cách xuất sắc hiện tượng này bằng việc phát triển một lí thuyết do Einstein thiết lập trước đó vào năm 1906. Trong lí thuyết của Debye, một chất rắn tinh thể được coi như một cấu trúc ba chiều gồm các nguyên tử sắp xếp đều đặn. Khi một nguyên tử bị lệch khỏi vị trí cân bằng nó sẽ chịu tác dụng của một lực kéo về gây bởi các nguyên tử lân cận, do đó các nguyên tử hoạt động như các hệ dao tử liên kết. Như vậy mỗi một dao động sẽ được truyền cho các nguyên tử bên cạnh và sẽ gây ra một sóng lan truyền trong chất rắn. Lúc đó người ta chứng minh được rằng năng lượng mà một nguyên tử truyền cho các nguyên tử bên cạnh bị

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

lượng tử hoá và có giá trị hν với ν là tần số cổ điển của dao động của nguyên tử quanh vị trí cân bằng. Mỗi lượng tử năng lượng hν của sóng cơ học được gọi là phônôn tương tự như các phôtôn của bức xạ điện từ.

Các sóng lan truyền trong tinh thể có thể là sóng ngang hoặc sóng dọc với vận tốc tương ứng là v_t và v_l. Sóng ngang có hai bậc tự do của dao động, còn sóng dọc chỉ có một bậc tự do. Mỗi bậc tự do của dao động (một kiểu dao động) của tinh thể tương ứng với một trạng thái của hệ và các phônôn được phân bố vào các trạng thái đó theo phân bố Bose – Einstein.

Người ta đã chứng minh được rằng mỗi tinh thể có một tần số dao động cực đại gọi là tần số Debye ν_d. Tần số cực đại đó tồn tại chỉ vì một hệ gồm N phân tử chỉ có 3N kiểu dao động (trong chuyển động dao động mỗi phân tử chỉ có ba bậc tự do độc lập). Để xác định nhiệt dung trước hết cần xác định tần số Debye và mật độ trạng thái đối với tinh thể (xem các bài toán 38.15 và 38.16). Sau đó sử dụng các số liệu nhận được để tìm động năng của dao động và nhiệt dung phân tử (xem các bài toán 38.17 và 38.18).

Ngoài quá trình truyền năng lượng thông qua dao động nguyên tử, nếu tinh thể là vật dẫn thì năng lượng còn được truyền bởi các êlectrôn dẫn. Lúc đó nhiệt dung tổng cộng sẽ bằng tổng của nhiệt dung của êlectrôn và nhiệt dung của mạng. Tuy nhiên chúng ta thấy rằng (xem các bài toán 38.23 và 38.24) phần đóng góp của các êlectrôn chỉ đáng kể ở những nhiệt độ rất thấp.

38.15. Tìm số trạng thái dao động có tần số nằm trong dải tần từ ν đến $\nu + d\nu$.

Giải. Các sóng âm truyền trong chất rắn tương tự như dao động của các phôtôn trong bức xạ của vật đen (xem bài toán 38.1). Lập luận tương tự cho ta số trạng thái dao động có tần số nằm trong dải tần từ ν đến $\nu + d\nu$ đối với mỗi loại dao động (ngang và dọc) bằng :

$$dM = \frac{4\pi V}{c^3}\nu^2\, d\nu,$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

trong đó c là vận tốc truyền sóng trong môi trường. Chú ý đến hai bậc tự do của sóng ngang và một bậc tự do của sóng dọc, số trạng thái dao động dS với tần số nằm trong dải tần ν và $\nu + d\nu$ sẽ bằng :

$$dS = g(\nu)d\nu = 4\pi V\left(\frac{2}{v_t^3} + \frac{1}{v_l^3}\right)\nu^2\, d\nu.$$

và mật độ trạng thái trong dải $d\nu$:

$$g(\nu) = 4\pi V\left(\frac{2}{v_t^3} + \frac{1}{v_l^3}\right)\nu^2.$$

38.16. Xem bài toán 38.15. Thiết lập biểu thức biểu diễn mật độ trạng thái theo hàm số của tần số Debye ν_d, đó là tần số cực đại có thể của dao động trong chất rắn gồm N phân tử.

Giải. Số tổng cộng các trạng thái có thể có là hữu hạn và bằng 3N. Do đó :

$$3N = \int dS = \int_0^{\nu_d} g(\nu)\, d\nu = 4\pi V\left(\frac{2}{v_t^3} + \frac{1}{v_l^3}\right)\int_0^{\nu_d}\nu^2\, d\nu =$$

$$= 4\pi V\left(\frac{2}{v_t^3} + \frac{1}{v_l^3}\right)\frac{\nu_d^3}{3},$$

và mật độ trạng thái

$$g(\nu) = 4\pi V\left(\frac{2}{v_t^3} + \frac{1}{v_l^3}\right)\nu^2 = \frac{9N}{\nu_d^3}\nu^2.$$

38.17. Giả sử rằng trong mạng tinh thể năng lượng dao động được truyền đi dưới dạng các phần nhỏ $h\nu$ mang bởi các chuẩn hạt gọi là các phônôn, đó là các bôzôn với số lượng, cũng như trong trường hợp các phôtôn, không được cho trước, hãy xác định biểu thức của động năng tổng cộng (năng lượng dao động) của chất rắn tinh thể.

Giải. Số phônôn có tần số nằm trong dải tần từ ν đến $\nu + d\nu$ bằng :

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$$dn_\nu = F_{BE}\, g(\nu)\, d\nu = \frac{1}{e^{E/kT} - 1} \frac{9N}{\nu_d^3} \nu^2\, d\nu,$$

trong đó giá trị của $g(\nu)$ đã được tính trong bài toán 38.16. Do mỗi phônôn có năng lượng $h\nu$ nên dn_ν phônôn có năng lượng bằng :

$$dE = h\nu\, dn_\nu = \frac{9Nh}{\nu_d^3} \frac{\nu^3}{e^{h\nu/kT} - 1}\, d\nu.$$

Lúc đó năng lượng tổng cộng E_T của chất rắn bằng tổng năng lượng của tất cả các phônôn :

$$E_T = \int dE = \frac{9Nh}{\nu_d^3} \int_0^{\nu_d} \frac{\nu^3}{e^{h\nu/kT} - 1}\, d\nu = 9NkT \left(\frac{T}{T_d}\right)^3 \int_0^{q_d} \frac{q^3\, dq}{e^q - 1}.$$

trong đó $q_d = h\nu_d / kT$ và $T_d = h\nu_d/k$ (được gọi là *nhiệt độ Debye*). Giá trị của tích phân phải được tính bằng số.

38.18. Xem bài toán 38.17. Thiết lập biểu thức của nhiệt dung phân tử C_v áp dụng cho trường hợp $T << T_d$.

Giải. Năng lượng tổng cộng E_T, theo bài toán 38.17, bằng :

$$E_T = 9NkT \left(\frac{T}{T_d}\right)^3 \int_0^{q_d} \frac{q^3\, dq}{e^q - 1},$$

trong đó $q_d = h\nu_d / kT = T_d/T$. Khi $T << T_d$, $q_d \to \infty$ và giá trị của tích phân tiến đến giá trị $\pi^4/15$ (xem bài toán 38.3) và

$$E_T = 9NkT \left(\frac{T}{T_d}\right)^3 \frac{\pi^4}{15}.$$

Theo định nghĩa của C_v :

$$C_v = \frac{1}{\mathcal{N}} \left(\frac{\partial E_T}{\partial T}\right)_V = \frac{36kN}{\mathcal{N}} \frac{\pi^4}{15} \left(\frac{T}{T_d}\right)^3 = \frac{12\pi^4 R}{5} \left(\frac{T}{T_d}\right)^3,$$

trong đó chúng ta sử dụng hệ thức $kN/\mathcal{N} = R$. Bằng thực nghiệm người ta đã tìm thấy ở nhiệt độ thấp C_v thay đổi theo T^3.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

38.19. Định luật cổ điển Dulong và Petit phát biểu rằng (xem bài toán 37.9) $C_v = 3R$. Chứng minh rằng khi $T >> T_d$, định luật này có thể được suy ra từ kết quả của bài toán 38.17.

Giải. Theo bài toán 38.17.

$$E_T = 9NkT\left(\frac{T}{T_d}\right)^3 \int_0^{q_d} \frac{q^3\,dq}{e^q - 1}$$

Khi $T >> T_d$, $q_d = T_d/T \to 0$ và có thể lấy

$$e^q \approx 1 + q$$

cho tất cả miền lấy tích phân và

$$E_T \approx 9NkT\left(\frac{T}{T_d}\right)^3 \int_0^{T_d/T} q^2\,dq = 3NkT$$

Theo định nghĩa của C_v

$$C_v = \frac{1}{\mathcal{N}}\left(\frac{\partial E_T}{\partial T}\right)_V = 3\frac{N}{\mathcal{N}}k = 3R.$$

Bằng thực nghiệm người ta tìm thấy rằng kết quả này đúng ở những nhiệt độ cao.

38.20. Từ kết quả của bài toán 38.17 tìm một biểu thức của C_v đối với nhiệt độ bất kì.

Giải. Theo bài toán 38.16, ν_d sẽ được xác định khi cho trước V.

Từ đó :

$$C_v = \frac{1}{\mathcal{N}}\left(\frac{\partial E_T}{\partial T}\right)_V = \frac{N}{\mathcal{N}}\frac{\partial}{\partial T}\left[\frac{9Nh}{\nu_d^3}\int_0^{\nu_d}\frac{\nu^3}{e^{h\nu/kT}-1}\,d\nu\right]$$

$$= \frac{9Nkh^2}{\mathcal{N}\nu_d^3(kT)^2}\int_0^{\nu_d}\frac{\nu^4 e^{h\nu/kT}}{(e^{h\nu/kT}-1)^2}\,d\nu = \frac{9Rh^2}{\nu_d^3(kT)^2}\int_0^{\nu_d}\frac{\nu^4 e^{h\nu/kT}}{(e^{h\nu/kT}-1)^2}\,d\nu$$

với $kN/\mathcal{N} = R$.

Biểu thức này của C_v được viết theo giá trị của nhiệt độ Debye $T_d = h\nu_d/k$ và của biến số $q = h\nu/kT$ như sau :

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$$C_v = 9R\left(\frac{T}{T_d}\right)^3 \int_o^{T_d/T} \frac{q^4 e^q}{(e^q - 1)^2} dq\}.$$

Đồ thị biểu diễn C_v theo T phù hợp rất tốt với đường cọng thực nghiệm của hình 38.4.

38.21. Tính năng lượng tổng cộng của khí êlectrôn ở nhiệt độ thấp.

Giải. Biểu thức của năng lượng tổng cộng có dạng :

$$E_T = \int_o^\infty E\, F_{FD}\, g(E)\, dE,$$

trong đó, theo bài toán 38.9, $g(E) = CE^{1/2}$. Dùng công thức (38–3) và chỉ giữ lại số hạng đầu của chuỗi, ta có :

$$E_T = C\int_o^\infty E^{3/2} F_{FD}\, dE =$$

$$= \frac{2C}{5}\left[E_f^{5/2} + 2(kT)^2\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{\pi^2}{6}\right)\left(\frac{5}{2}\cdot\frac{3}{2}E_f^{1/2}\right)\right] =$$

$$= \frac{2C}{5}E_f^{5/2}\left[1 + \frac{5\pi^2}{8}\left(\frac{kT}{E_f}\right)^2\right].$$

Theo các kết quả của bài toán (38.12) trong đó C và E_f được biểu diễn dưới dạng hàm số của E_{f_o}, và chú ý rằng E_f thay đổi chậm theo nhiệt độ, ta có thể viết E_T dưới dạng :

$$E_T = \frac{2}{5}\left(\frac{3}{2}NE_{f_o}^{-3/2}\right)E_{f_o}^{5/2}\left[1 - \frac{\pi^2}{12}\left(\frac{kT}{E_{f_o}}\right)^2\right]^{5/2}\left[1 + \frac{5\pi^2}{8}\left(\frac{kT}{E_{f_o}}\right)^2\right] \approx$$

$$\approx \frac{3}{5}NE_{f_o}\left[1 + \frac{5\pi^2}{12}\left(\frac{kT}{E_{f_o}}\right)^2\right].$$

Chúng ta chỉ giữ lại những số hạng bậc nhất của $(kT/E_{f_o})^2$ để phù hợp với các phép tính gần đúng trước đây.

38.22. Xem bài toán 38.21. Tính giá trị gần đúng bậc nhất của nhiệt dung mol đẳng tích của các êlectrôn C_{Ve}.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Giải.

$$C_{Ve} = \frac{1}{\mathcal{N}}\left(\frac{\partial E_T}{\partial T}\right)_V = \frac{1}{\mathcal{N}}\frac{\partial}{\partial T}\left\{\frac{3}{5}NE_{f_o}\left[1+\frac{5\pi^2}{12}\left(\frac{kT}{E_{f_o}}\right)^2\right]\right\} =$$

$$= \frac{3}{5}\frac{N}{\mathcal{N}}E_{f_o}\left(\frac{5}{6}\frac{\pi^2 k^2 T}{E_{f_o}^2}\right) = \frac{N\pi^2 k^2}{2\mathcal{N}E_{f_o}}T = \frac{R\pi^2 k}{2E_{f_o}}T,$$

với $R = Nk/\mathcal{N}$.

38.23. Xem bài toán 38.22. Tính nhiệt dung phân tử của các êlectrôn của bạc ở nhiệt độ phòng (T = 300 K). Năng lượng Fermi của bạc bằng E_{f_o} = 5,5 eV.

Giải. Theo bài toán 38.22

$$C_{Ve} = \frac{R\pi^2 kT}{2E_{f_o}} =$$

$$= \frac{(8.31\,J/mol.K)\,\pi^2\,(8{,}62\times10^{-5}\ eV/K)(300\ K)}{2(5.5eV)} = 0{,}19\ J/mol.K.$$

Giá trị này tính cho $6{,}022 \times 10^{23}$ nguyên tử. Tuy nhiên do nguyên tử Ag có hoá trị 1 nên giá trị đó cũng tương ứng với một mol các êlectrôn. Chú ý rằng ở T = 300 K, lí thuyết Debye tiên đoán một nhiệt dung ứng với dao động của các nút mạng vào cỡ 3R # 25J/mol.K (giới hạn của Dulong và Petit) và lúc đó có thể bỏ qua nhiệt dung của các êlectrôn.

38.24. Xem bài toán 38.23. Tính nhiệt độ để nhiệt dung mol C_V và C_{Ve} bằng nhau trong trường hợp của bạc. Nhiệt độ Debye của Ag là 210 K. Do $C_V = C_{Ve}$ xảy ra ở nhiệt độ thấp, người ta sẽ dùng biểu thức của lí thuyết Debye :

$$C_V = \frac{12\pi^4 R}{5}\left(\frac{T}{T_d}\right)^3$$

(xem bài toán 38.18).

Giải. Cho C_V bằng C_{Ve} ta có :

$$\frac{12\pi^4 R}{5}\left(\frac{T}{T_d}\right)^3 = \frac{R\pi^2 kT}{2E_{f_o}},$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$$T = \left(\frac{5kT_d^3}{24\pi^2 E_{fo}}\right)^{1/2} = \left[\frac{5(8.62\times 10^{-5}\,eV/K)\,(210K)^3}{24\pi^2\,(5.5eV)}\right]^{1/2} = 1{,}75K$$

Kết quả này chứng tỏ rằng C_{Ve} chỉ đáng kể ở những nhiệt độ thấp.

Khí lí tưởng lượng tử

Giả thiết cơ bản của khí lí tưởng là các phân tử khí không tương tác với nhau. Tuy nhiên khi một chất khí lí tưởng được cấu tạo từ các fecmiôn hoặc từ các bôzôn, khí cần được nghiên cứu trong khuôn khổ của lí thuyết thống kê lượng tử. Đúng như dự đoán, người ta thấy rằng ở những nhiệt độ cao các kết quả nhận được theo cơ học lượng tử trùng với các kết quả của cơ học cổ điển. Ngược lại càng gần không độ tuyệt đối, cơ học lượng tử dự đoán những kết quả khác hẳn so với kết quả nhận được từ những lập luận cổ điển. Ví dụ đối với một khí bôzôn ở nhiệt độ thấp, nhưng không bằng 0 K, tất cả các hạt của hệ đều ở trong trạng thái với năng lượng thấp nhất : đó là hiện tượng ngưng tụ Bose – Einstein (xem bài toán 38.26), hơn nữa, ngay cả ở 0 K, áp suất khí vẫn có giá trị xác định không bằng không (xem bài toán 38.33). Một số khí, ví dụ H_2 và He, tuân theo thống kê Bose – Einstein, trong khi hiđrô nguyên tử tuân theo thống kê Fermi–Dirac.

38.25. Giả sử một chất khí gồm N hạt bôzôn đựng trong bình thể tích V. Chứng minh rằng α là một đại lượng tăng một cách đơn điệu.

Giải. Biểu thức của điều kiện chuẩn hoá có dạng :

$$N = \int dn_E = \int_0^\infty F_{BE}\,g(E)\,dE = \frac{2\pi V(2m)^{3/2}}{h^3}\int_0^\infty \frac{E^{1/2}\,dE}{e^\alpha e^{E/kT}-1},$$

trong đó mật độ trạng thái g(E) có giá trị nhận được ở bài toán 38.7. Biểu diễn N theo hàm của q = E/kT ta có :

$$N = \frac{2\pi V(2mkT)^{3/2}}{h^3}\int_0^\infty \frac{q^{1/2}\,dq}{e^\alpha e^q - 1} \qquad (1)$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Phương trình (1) cho giá trị tường minh của α dưới dạng hàm số của T. Vì N cho trước nên tích phân giảm và do đó kéo theo việc α tăng theo nhiệt độ. Chú ý rằng N hữu hạn, nên tích phân luôn hội tụ và α luôn luôn dương.

38.26. Xem bài toán 38.25. Tìm nhiệt độ thấp nhất của một khí bôzôn với mật độ hạt N/V cho trước và tuân theo thống kê Bose – Einstein.

Giải. Do α giảm đơn điệu khi T giảm và không thể âm nên nhiệt độ thấp nhất là nhiệt độ ứng với $\alpha = 0$. Theo kết quả (1) của bài toán 38.25.

$$N = \frac{2\pi V(2mkT_o)^{3/2}}{h^3} \int_o^\infty \frac{q^{1/2}\,dq}{e^q - 1}.$$

Theo (38–5) tích phân có giá trị :

$$\Gamma\left(\frac{3}{2}\right)\zeta\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{1}{2}\sqrt{\pi}\,\zeta\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{1}{2}\sqrt{\pi}.$$

Bằng cách thay thế và sau khi giải ta có :

$$T_o = \frac{(hc)^2(2.61)^{-2/3}}{2\pi(mc^2)k}\left(\frac{N}{V}\right)^{2/3} =$$

$$= \frac{(12.4\times10^{-7}\,eV.m)^2(2.61)^{-2/3}}{2\pi(mc^2)(8.62\times10^{-5}\,eV/K)}\left(\frac{N}{V}\right)^{2/3} =$$

$$= (1.50\times10^{-9}\,eV.K.m^2)\frac{(N/V)^{2/3}}{mc^2}.$$

Khi $T \approx T_o$, phần lớn các bôzôn không tương tác sẽ ở trong trạng thái với năng lượng thấp nhất ($E = 0$) và người ta nói hệ ở trong trạng thái ngưng tụ. Đó là hiện tượng ngưng tụ Bose – Einstein.

38.27. Tính năng lượng tổng cộng của khí bôzôn trong bài toán 38.25.

Giải. Đổi biến số $q = E/kT$ và sử dụng (38–4) ta có :

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$$E_T = \int E\, dn_E = \int_0^\infty EF_{BE}\, g(E)\, dE = \frac{2\pi V(2m)^{3/2}}{h^3} \int_0^\infty \frac{E^{3/2}\, dE}{e^\alpha e^{E/kT} - 1} =$$

$$= \frac{2\pi V(2m)^{3/2} (kT)^{5/2}}{h^3} \int_0^\infty \frac{q^{3/2}\, dq}{e^\alpha e^q - 1} = \frac{3V(2\pi mkT)^{3/2} kT}{2h^3} \sum_{n=1}^\infty \frac{e^{-n\alpha}}{n^{5/2}} =$$

$$= \frac{3V(2\pi mkT)^{3/2} kT}{2h^3} \sum_{n=1}^\infty \frac{Z^n}{n^{5/2}},$$

trong đó $Z = e^{-\alpha}$.

38.28. Cho một chất khí gồm N hạt fecmiôn với spin 1/2 đựng trong bình thể tích V. Chứng minh rằng α là một hàm số chỉ tăng theo nhiệt độ.

Giải. Theo bài toán 38.9 điều kiện chuẩn hóa có dạng :

$$N = \int dn_E = 2\int_0^\infty F_{FD}\, g(E)\, dE = \frac{4\pi V(2m)^{3/2}}{h^3} \int_0^\infty \frac{E^{1/2}\, dE}{e^\alpha e^{E/kT} + 1} =$$

$$= \frac{4\pi V(2mkT)^{3/2}}{h^3} \int_0^\infty \frac{q^{1/2}\, dq}{e^\alpha e^q + 1},$$

với $q = E/kT$. Bằng lập luận như trong bài toán 38.25 có thể suy ra kết quả cần tìm.

Với phân bố Fermi – Dirac α có thể có các giá trị âm. Người ta cũng nhận thấy rằng α tăng một cách đơn điệu theo khối lượng các fecmiôn của hệ. Điều này giải thích hiện tượng ở nhiệt độ phòng ($T \backsim 300$ K) khí êlectrôn có những tính chất lượng tử giống như khi chúng ở nhiệt độ rất thấp (xem bài toán 38.13), trong khi đó một chất khí cấu tạo từ các phân tử với khối lượng gấp khoảng 2000 lần khối lượng êlectrôn sẽ có những tính chất hầu như cổ điển ở nhiệt độ phòng.

38.29. Tính năng lượng tổng cộng của khí fecmiôn ở bài toán 32.28 với giả thiết là $\alpha \geqslant 0$.

Giải. Theo (38–4) năng lượng tổng cộng E_T bằng :

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$$E_T = \int E\,dn_E = 2\int_0^\infty EF_{FD}\,g(E)\,dE =$$

$$= \frac{4\pi V(2m)^{3/2}}{h^3}\int_0^\infty \frac{E^{3/2}\,dE}{e^\alpha e^{E/kT}+1} = \frac{4\pi V(2mkT)^{3/2}\,kT}{h^3}\int_0^\infty \frac{q^{3/2}\,dq}{e^\alpha e^q+1} =$$

$$= \frac{4\pi V(2mkT)^{3/2}\,kT}{h^3}\left(\frac{3}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)\sqrt{\pi}\sum_{n=1}^\infty (-1)^{n+1}\frac{e^{-n\alpha}}{n^{5/2}} =$$

$$= \frac{3V(2\pi\,mkT)^{3/2}\,kT}{h^3}\sum_{n=1}^\infty (-1)^{n+1}\frac{Z^n}{n^{5/2}},$$

trong đó $Z = e^{-\alpha}$.

38.30. Xem bài toán 38.25 và 38.28. Tìm động năng trung bình tính cho một hạt trong trường hợp giới hạn ở các nhiệt độ cao $T >> 0$ K đối với hai loại khí fecmiôn và bôzôn.

Giải. Dựa vào (38–4) tính tích phân đối với N trong hai trường hợp và sử dụng biểu thức của E_T tìm được trong các bài toán 38.27 và 38.29, ta có :

$$E_m = \frac{E_T}{N} = \frac{3}{2}\,kT\,\frac{\sum_{n=1}^\infty \varepsilon^{n+1}\frac{Z^n}{n^{5/2}}}{\sum_{n=1}^\infty \varepsilon^{n+1}\frac{Z^n}{n^{3/2}}},$$

trong đó $Z = e^{-\alpha}$, $\varepsilon = +1$ đối với các bôzôn, và $\varepsilon = -1$ đối với các fecmiôn. Trong trường hợp $T >> 0$ K, $\alpha \to \infty$ (các bài toán 38.25 và 38.28) do đó $Z \to 0$. Lúc đó chỉ giữ lại hai số hạng đầu của mỗi tổng và đơn giản hoá đại lượng $\varepsilon^2 Z$ ta có :

$$E_m \approx \frac{3}{2}\,kT\left(\frac{1+\varepsilon Z/2^{5/2}}{1+\varepsilon Z/2^{3/2}}\right) \approx \frac{3}{2}\,kT\left(1+\varepsilon\frac{Z}{2^{5/2}} - \varepsilon\frac{Z}{2^{3/2}}\right) =$$

$$= \frac{3}{2}\,kT\left(1-\varepsilon\frac{Z}{2^{5/2}}\right) = \frac{3}{2}\,kT\left(1-\varepsilon\frac{e^{-\alpha}}{2^{5/2}}\right).$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Kết quả này chứng tỏ rằng ở các nhiệt độ cao, đối với cả hai loại khí giá trị của E_m tiến dần đến giá trị cổ điển 3kT/2. Độ hiệu chỉnh bậc một cho kết quả cổ điển có cùng giá trị đối với cả hai khí nhưng năng lượng trung bình tính cho một hạt trong trường hợp khí fecmiôn là lớn hơn và trong trường hợp khí bôzôn là nhỏ hơn so với giá trị cổ điển.

38.31. Theo nguyên lí một của nhiệt động học $dE_T = dQ - pdV$, đối với một quá trình thuận nghịch, áp suất khí được biểu diễn dưới dạng :

$$p = -\left(\frac{\partial E_T}{\partial V}\right)_Q.$$

Hãy thiết lập biểu thức của p của một khí lượng tử theo E_T.

Giải. Các mức năng lượng của các hạt không tương tác trong một hộp ba chiều dưới dạng hình lập phương có cạnh bằng l được xác định theo biểu thức (xem bài toán 38.6) :

$$E_i = \frac{h^2}{8ml^2}(n_x^2 + n_y^2 + n_z^2) = \frac{h^2}{8mV^{2/3}}(n_x^2 + n_y^2 + n_z^2). \qquad (1)$$

Do hiện tượng suy biến nên sẽ có nhiều trạng thái (n_x, n_y, n_z) tương ứng với một năng lượng E_i cho trước. Giả sử n_{ij} là số hạt trong trạng thái j thuộc mức năng lượng E_i. Lúc đó năng lượng tổng cộng của hệ :

$$E_T = \sum_i \sum_j E_i n_{ij}.$$

Do đó

$$dE_T = \sum_i \sum_j E_i dn_{ij} + \sum_i \sum_j n_{ij} dE_i.$$

Vì E_T phụ thuộc kích thước của hệ, số hạng thứ hai $\sum_i \sum_j n_{ij} dE_i$ tương ứng với biến thiên của E_T gây bởi biến thiên của các kích thước hay của thể tích của hệ do hệ nhận được một công từ bên ngoài. Lúc đó số hạng thứ nhất sẽ bằng lượng nhiệt mà hệ hấp thụ :

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$$dQ = \sum_i \sum_j E_i dn_{ij}.$$

Nói cách khác quá trình trao đổi nhiệt của hệ với bên ngoài tương ứng với một biến thiên của các số hạt n_{ij}. Nếu Q = const, dQ = 0 và

$$p = -\left(\frac{\partial E_T}{\partial V}\right)_Q = -\sum_i \sum_j n_{ij} \frac{\partial E_i}{\partial V}.$$

Nhưng theo (1)

$$\frac{\partial E_i}{\partial V} = -\frac{2}{3} \frac{h^2}{8mV^{5/3}} (n_x^2 + n_y^2 + n_z^2) = -\frac{2}{3V} E_i.$$

và
$$p = \frac{2}{3V} \sum_i \sum_j n_{ij} E_i = \frac{2}{3} \frac{E_T}{V}$$

Biểu thức này giống kết quả cổ điển (35-6).

38.32. Xem các bài toán 38.30 và 38.31. Tìm biểu thức của độ hiệu chỉnh bậc một cho định luật của khí lí tưởng pV = NkT ở nhiệt độ cao khi kể đến các đặc trưng lượng tử của khí.

Giải. Theo bài toán 38.30.

$$E_T = NE_m = \frac{3}{2} NkT \left(1 - \varepsilon \frac{e^{-\alpha}}{2^{5/2}}\right),$$

$$\varepsilon = \begin{cases} +1 \text{ đối với khí bôzôn,} \\ -1 \text{ đối với khí fecmiôn} \end{cases}$$

Thay kết quả này vào kết quả của bài toán 38.31 ta có :

$$pV = NkT \left(1 - \varepsilon \frac{e^{-\alpha}}{2^{5/2}}\right).$$

38.33. Xem các bài toán 38.21 và 38.31. Thiết lập biểu thức áp suất p của khí lượng tử gồm các fecmiôn với spin 1/2 ở nhiệt độ rất thấp.

Giải. Theo kết quả của bài toán 38.21

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$$E_T = \frac{3}{5} NE_{f_o} \left[1 + \frac{5\pi^2}{12} \left(\frac{kT}{E_{f_o}} \right)^2 \right].$$

Thay giá trị này của biểu thức E_T vào kết quả của bài toán 38.31 ta có :

$$p = \frac{2}{5} \frac{NE_{f_o}}{V} \left[1 + \frac{5\pi^2}{12} \left(\frac{kT}{E_{f_o}} \right)^2 \right].$$

Kết quả này chứng tỏ rằng khi $T \to 0$ áp suất khí fecmiôn tiến tới một giá trị xác định. Áp suất ở 0 K không bằng không vì rằng ngay ở độ không tuyệt đối các fecmiôn vẫn có một năng lượng xác định do tác động của nguyên lí Pauli (xem lập luận trong bài toán 38.11).

Thiết lập các hàm phân bố lượng tử

38.34. Với một mức năng lượng E_i cho trước, một hệ fecmiôn sẽ có một số g_i trạng thái (E_i có một độ suy biến bậc g_i). Do đó số fecmiôn có thể chiếm mức năng lượng E_i sẽ bằng g_i và theo nguyên lí loại trừ ở mỗi trạng thái chỉ có thể tồn tại một hạt. Trong những điều kiện đó hãy tìm số cách phân bố N fecmiôn giống nhau và không phân biệt được vào các mức năng lượng E_1, E_2, ... E_i, ... nếu mức năng lượng thứ i có thể gồm $n_i \leq g_i$ trạng thái ($n_1 + n_2 + ... = N$) bị chiếm.

Giải. Do không thể phân biệt được các hạt nên chỉ có một cách duy nhất để phân bố n_1 hạt vào mức E_1, n_2 hạt vào mức E_2... Tiếp đó chúng ta sẽ chọn trong số g_1 trạng thái của E_1, n_1 trạng thái để sắp xếp n_1 hạt vào đó. Điều này có thể tiến hành theo

$$\binom{g_1}{n_1} = \frac{g_1!}{n_1!(g_1 - n_1)!}$$

cách khác nhau. Chúng ta cũng có :

$$\binom{g_2}{n_2} = \frac{g_2!}{n_2!(g_2 - n_2)!}$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

cách khác nhau để sắp xếp n_2 hạt vào n_2 trạng thái trong số g_2 trạng thái của mức E_2, và tương tự đối với các mức năng lượng khác. Tổng số các cách sắp xếp các hạt vào các mức lúc đó sẽ bằng :

$$X = 1 \times \binom{g_1}{n_1} \binom{g_2}{n_2} \dots = \frac{g_i!}{n_1!\,(g_1 - n_1)!} \frac{g_2!}{n_2!\,(g_2 - n_2)!} \dots$$

38.35. Xem bài toán 38.34. Tìm phân bố có xác suất lớn nhất khi cho trước số hạt N và năng lượng tổng cộng của chúng.

Giải. Phân bố có xác suất lớn nhất là phân bố được thực hiện theo nhiều cách nhất. Như vậy chúng ta cần phải tìm cực đại của hàm số $X(n_1, n_2 \dots)$ trong bài toán 38.34, với các điều kiện

$$\sum_i n_i = N = \text{const} \qquad \sum_i E_i n_i = E_T = \text{const.}$$

(Điều kiện phụ $n_i \leqslant g_i$ có thể bỏ qua vì rằng có thể biết trước là đối với phân bố có xác suất lớn nhất điều kiện này sẽ được thoả mãn). Giải quyết vấn đề một cách liên tục đối với hàm số

$$\ln \frac{X}{g_1!\,g_2! \dots},$$

(công thức Stirling) và áp dụng phương pháp các nhân tử Lagrange (xem bài toán 37.16) chúng ta tìm được điều kiện cực đại :

$$n_i = \frac{g_i}{e^{\alpha} e^{\beta E_i} + 1},$$

trong đó n_i là số fecmiôn với năng lượng E_i, g_i là số trạng thái với năng lượng E_i ; tỉ số n_i/g_i cho ta số fecmiôn trung bình tính cho mỗi trạng thái với năng lượng E_i, đó chính là hàm phân bố Fermi–Dirac F_{FD}.

$$F_{FD} = \frac{1}{e^{\alpha} e^{\beta E_i} + 1}.$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

38.36. Các hạt với spin nguyên (các bôzôn) không tuân theo nguyên lí loại trừ, như vậy trong một trạng thái cho trước có thể có một số lượng hạt bôzôn bất kì. Giả sử mức năng lượng E_i gồm g_i trạng thái. Trong trường hợp này hãy tìm số cách phân bố N hạt bôzôn giống nhau không phân biệt được vào các mức năng lượng E_1, E_2, ... E_i ... với n_i hạt ở mức thứ i.

Giải. Trước hết xét mức E_i với g_i trạng thái và n_i hạt. Mức năng lượng này có thể được coi như gồm n_i hạt sắp xếp trên một hàng ngang được chia một cách bất kì thành g_i trạng thái bởi (g_i-1) vách ngăn. Số cách khác nhau để sắp xếp n_i bôzôn vào g_i trạng thái đó, lúc không hạn chế số hạt trong một trạng thái và tạm thời coi các hạt có thể phân biệt được, sẽ bằng số cách khác nhau để hoán vị số $(n_i + g_i - 1)$ hạt và vách ngăn, nghĩa là bằng $(n_i + g_i - 1)!$ chia cho số hoán vị của $(g_i - 1)$ vách ngăn nghĩa là chia cho $(g_i - 1)!$ (vì rằng trong biểu thức của chúng ta, mỗi hoán vị của các vách ngăn không làm thay đổi trạng thái) (xem hình 38.5) :

$$\frac{(n_i + g_i - 1)!}{(g_i - 1)!}.$$

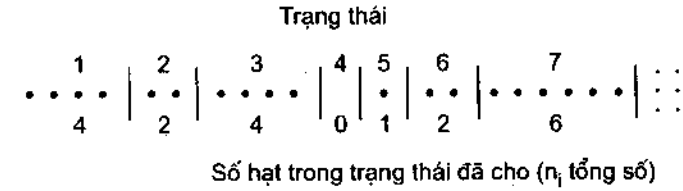
Tuy nhiên các bôzôn là không phân biệt được nên việc hoán vị hai hạt của chúng sẽ cho cùng một cấu hình. Như vậy chúng ta cần phải chia biểu thức trên đây cho số hoán vị của các hạt để nhận được số cách sắp xếp thực vào mức năng lượng E_i :

$$\frac{(n_i + g_i - 1)!}{n_i!(g_i - 1)!}$$

Do đó số cách khác nhau X để sắp xếp n_1, n_2, ... bôzôn vào các mức năng lượng E_1, E_2, ... với g_1, g_2, ... trạng thái trên mỗi mức sẽ là :

$$X = \frac{(n_1 + g_1 - 1)!}{n_1!(g_1 - 1)!}\,\frac{(n_2 + g_2 - 1)!}{n_2!(g_2 - 1)!}\cdots$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012



Hình 38.5

38.37. Xem bài toán 38.36. Tìm phân bố có xác suất lớn nhất nếu cho trước số hạt và năng lượng tổng cộng của chúng.

Giải. Bằng cách tương tự như trong các bài toán 37.16 và 38.35, chúng ta tìm cực đại của hàm số :

$$\ln\{[(g_1 - 1)!\,(g_2 - 1)!\,\ldots]X\},$$

với các điều kiện

$$\sum_i n_i = N = \text{const}\ ;\quad \sum_i E_i n_i = E_T = \text{const}.$$

Điều kiện để có cực đại là :

$$\frac{n_i}{n_i + g_i - 1} = e^{-\alpha}\, e^{-\beta E_i}.$$

Nếu giả sử $n_i + g_i \gg 1$ ta có :

$$\frac{n_i}{n_i + g_i} = e^{-\alpha}\, e^{-\beta E_i} \text{ hay } n_i = \frac{g_i}{e^{\alpha}\, e^{\beta E_i} - 1}.$$

Vì rằng n_i là số bôzôn với năng lượng E_i và g_i là số trạng thái với năng lượng E_i, tỉ số giữa hai đại lượng đó cho chúng ta số bôzôn trung bình trong trạng thái với năng lượng E_i nghĩa là hàm phân bố F_{BE} của Bose-Einstein :

$$F_{BE} = \frac{1}{e^{\alpha}\, e^{\beta E_i} - 1}.$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

38.38. Chứng minh rằng một hệ các hạt bôzôn với số hạt không được cho trước (ví dụ hệ các phôtôn của vật đen) sẽ tuân theo phân bố Bose–Einstein với $\alpha = 0$.

Giải. Trong lập luận của bài toán 38.37, đặt $\alpha = 0$ sẽ dẫn đến việc loại bỏ điều kiện

$$\sum_i n_i = N = \text{const}.$$

BÀI TOÁN BỔ SUNG

Bức xạ của vật đen

38.39. Tìm mật độ trạng thái của các phôtôn trong khoảng năng lượng E, E + dE trong một bình kín hình lập phương thể tích $V = l^3$.

Đáp số : $8\pi VE^2/(hc)^3$.

38.40. Tìm năng lượng tính cho một đơn vị bước sóng phát ra bởi một vật đen.

Đáp số : $\dfrac{8\pi Vhc}{\lambda^3}\dfrac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1}$.

38.41. Biểu diễn đồ thị trên hình 38.1 dưới một dạng khác, theo $F(\lambda)$ phụ thuộc vào λ.

38.42. Giải lại bài toán 38.5 đối với dải rộng 50 Å xung quanh bước sóng hồng ngoại 25.000 Å.

Đáp số : 33,8.

Thuyết êlectrôn tự do trong kim loại

38.43. Tìm bậc suy biến của mức $57E_o$ trong một giếng lập phương ba chiều sâu vô hạn.

Đáp số : 6.

38.44. Tìm mật độ trạng thái trong khoảng xung lượng p, p + dp trong giếng lập phương sâu vô hạn.

Đáp số : $4\pi l^3p^2/h^3$.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

38.45. Tìm vận tốc căn quân phương biểu diễn theo năng lượng Fermi E_{fo} của một khí êlectrôn trong kim loại ở 0K.

Đáp số : $v(m/s) = (4,59 \times 10^5)\sqrt{E_{f_o}(eV)}$.

38.46. Tìm số hạng tiếp theo trong khai triển của chuỗi (1) trong bài toán 38.12.

Đáp số : $\frac{7}{640}\left(\frac{\pi kT}{E_f}\right)^4$.

38.47. Hiệu giữa các năng lượng Fermi ở 300 K và ở 0 K của một kim loại đã cho là $1,2.10^{-4}$ eV. Tìm năng lượng Fermi ở 0 K.

Đáp số : 4,58 eV.

38.48. Một vật liệu với công thoát 3,4 eV có thế năng trung bình là 11,2 eV. Tìm năng lượng Fecmi.

Đáp số : 7,8 eV.

38.49. Tìm tỉ số giữa vận tốc cực đại của êlectrôn kim loại và vận tốc căn quân phương ở 0 K.

Đáp số : 1,29.

Nhiệt dung riêng của các chất rắn tinh thể.

38.50. Tìm mật độ trạng thái trong khoảng bước sóng λ, $\lambda + d\lambda$ đối với một chất rắn tinh thể.

Đáp số : $4\pi V\left(\frac{2}{v_t^3} + \frac{1}{v_l^3}\right)\frac{c^3}{\lambda^4}$.

38.51. Xem bài toán 38.23. Tìm nhiệt độ để C_{Ve} bằng 5% C_V đối với trường hợp của Ag.

Đáp số : 7,83 K.

38.52. Xác suất để tìm thấy một hạt trong một trạng thái năng lượng E_i đối với một hệ lượng tử gồm hai mức $E_1 = 0$ và $E_2 = \varepsilon$ là tỉ lệ với thừa số Boltzmann $e^{-E/kT}$. Tìm năng lượng tổng cộng của hệ gồm N hạt.

Đáp số : $E_T = \frac{N\varepsilon e^{-\varepsilon/kT}}{1 + e^{-\varepsilon/kT}}$.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

38.53. Tính C_V của hệ ở bài toán 38.52.

Đáp số : $C_V = \dfrac{Nk(\varepsilon/kT)^2 e^{-\varepsilon/kT}}{(1 + e^{-\varepsilon/kT})^2}$.

38.54. Xem bài toán 38.53. Tìm biểu thức của C_v trong các trường hợp giới hạn ở nhiệt độ cao và nhiệt độ thấp.

Đáp số : 0 ; 0.

Khí lí tưởng lượng tử

38.55. Xem bài toán 38.25. Tìm vận tốc căn quân phương của khí bôzôn.

Đáp số : $\left(\dfrac{3kT}{m}\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{e^{-n\alpha}}{n^{5/2}} \Big/ \sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{e^{-n\alpha}}{n^{3/2}}\right)^{1/2}$.

38.56. Xem bài toán 38.26. Tìm nhiệt độ T_o của ^{4}He lỏng với khối lượng riêng bằng $0{,}146 \times 10^3$ kg/m^3.

Đáp số : 3,16 K. Mặc dù hêli lỏng không thật sự là một khí Bose, việc tính toán gần đúng vẫn cho kết quả rất tốt so với giá trị 2,2 K, nhiệt độ lúc đó mà người ta đã phát hiện thấy hiện tượng tăng nhanh số hạt ở trạng thái cơ bản tương ứng với việc chuyển từ trạng thái thông thường sang trạng thái siêu chảy.

38.57. Xem bài toán 38.28. Giả sử rằng $\alpha = 0$ viết biểu thức của vận tốc căn quân phương của khí Fermi.

Đáp số : $\left[\dfrac{3kT}{m}\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\dfrac{e^{-n\alpha}}{n^{5/2}} \Big/ \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\dfrac{e^{-n\alpha}}{n^{3/2}}\right]^{1/2}$.

38.58. Tìm áp suất ở 0 K của khí êlectrôn của Ag (E_{f_o} = 5,5eV, khối lượng riêng = $10{,}5 \times 10^3$ kg/m^3).

Đáp số : $2{,}06 \times 10^{10}$ N/m^2 $\approx 2 \times 10^5$ at.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Chương 39

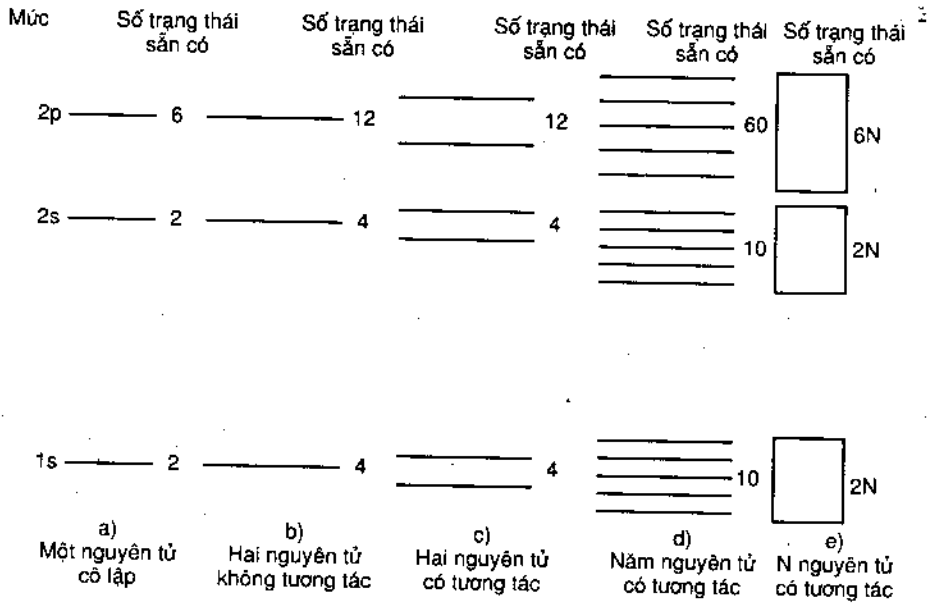
LÍ THUYẾT VÙNG TRONG CHẤT RẮN

Lí thuyết về các êlectrôn tự do trong kim loại (xem chương 38) không thể giải thích được các tính chất của các chất dẫn điện, các chất cách điện, càng không thể giải thích được các chất bán dẫn, với các tính chất lai tạp. Lí thuyết vùng trong chất rắn cho phép giải thích được hiện tượng là tỉ số các điện trở suất của các chất rắn có thể đạt đến 10^{30}.

Một chất rắn được coi như cấu tạo bởi một tập hợp gồm các nguyên tử cô lập. Mỗi nguyên tử có một số lớn các mức năng lượng gián đoạn, chúng có thể bị chiếm bởi các êlectrôn. Thông thường các êlectrôn ở trạng thái cơ bản và chỉ chiếm những mức năng lượng thấp nhất. Tuy nhiên chúng có thể bị kích thích và chuyển lên các trạng thái năng lượng cao hơn. Nói chung chỉ những êlectrôn ở những mức trên, tức các êlectrôn hoá trị, là bị kích thích. Trước hết chúng ta xét tổ hợp gồm hai nguyên tử. Nếu giữa chúng không có tương tác thì giá trị của mỗi mức năng lượng sẽ giống như trường hợp của nguyên tử cô lập, còn số mức sẽ gấp đôi (xem hình 39.1 (b)). Tuy nhiên do có tương tác nên mỗi mức năng lượng trước đây bị tách thành hai (xem hình 39.1 (c)). Tương tự, nếu tập hợp thêm nhiều nguyên tử thì số mức năng lượng xuất hiện sẽ nhiều thêm, cứ thêm một nguyên tử sẽ sản sinh ra một số cố định mức mới. Hình 39.1 (d) giới thiệu một phần các mức năng lượng của nhóm gồm năm nguyên tử.

Ta biết trong một centimet khối có khoảng 10^{23} nguyên tử nên mỗi mức năng lượng ban đầu sẽ bị tách ra thành một số rất lớn các mức. Do giá trị của các mức năng lượng xấp xỉ như cũ nên kết quả của việc tập hợp một số lớn nguyên tử có tương tác với nhau lại là việc hình thành các vùng năng lượng hầu như liên tục và cách nhau bởi các khoảng cấm gọi là các khe năng lượng mà trong đó không thể tồn tại bất kì trạng thái nào của êlectrôn (xem hình 39.1 (e)).

27.0.0.1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

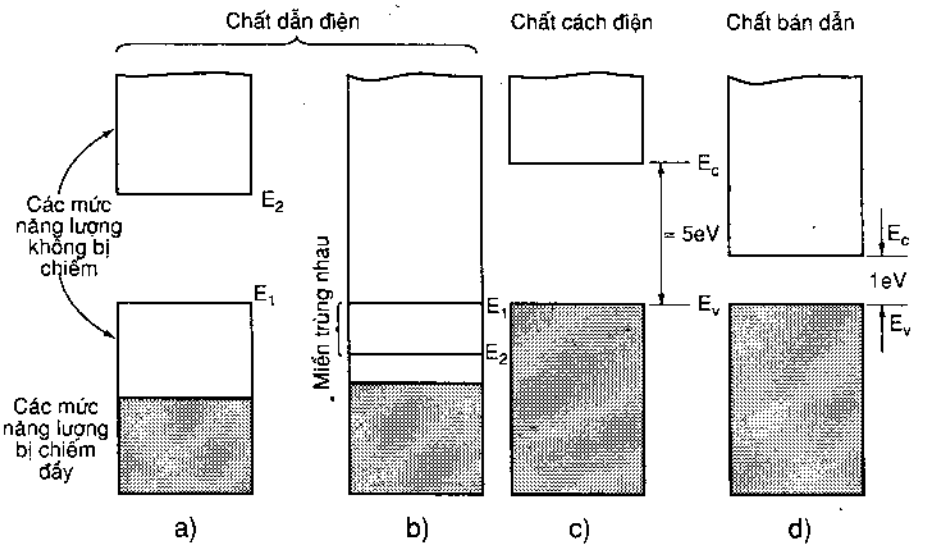


Hình 39.1

Các êlectrôn chiếm các vùng năng lượng theo nguyên lí Pauli. Chúng được sắp xếp vào các vùng giống như trường hợp các êlectrôn sắp xếp vào các trạng thái (xem chương 24) của nguyên tử nhiều êlectrôn. Ví dụ các mức năng lượng của $_{11}Na$ bị chiếm đến mức 3s và trên đó chỉ có một êlectrôn, do đó cấu hình êlectrôn của $_{11}Na$ là $1s^2 2s^2 2p^6 3s^1$. Do mức 3s có thể có tối đa hai êlectrôn nên trong $_{11}Na$ mức đó chỉ bị chiếm một nửa.

Tương tự (xem hình 39.2) các vùng năng lượng trong chất rắn cũng có thể bị chiếm đầy, bị chiếm một phần hoặc bị trống. Vùng năng lượng cao nhất bị chiếm bởi các êlectrôn hoá trị và vùng cao hơn tiếp đó quyết định tính chất dẫn điện của các chất rắn tinh thể. Nếu vùng chứa các êlectrôn hoá trị bị chiếm đầy thì vùng đó được gọi là *vùng hoá trị*, còn vùng phía trên tiếp ngay sau đó được gọi là *vùng dẫn* ; còn nếu vùng chứa các êlectrôn hoá trị không bị chiếm đầy thì nó cũng được gọi là vùng dẫn. Một chất dẫn điện tốt khi có vùng dẫn bị chiếm khoảng một nửa (xem hình 39.2 (a)), hoặc vùng dẫn của nó phủ lên một phần vùng phía trên tiếp ngay sau đó (xem hình

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012



Hình 39.2

39.2 (b)). Trong các trường hợp này các êlectrôn dễ dàng bị chuyển từ vùng hoá trị lên mức năng lượng cao hơn và chúng dễ dàng thu được năng lượng của điện trường để tham gia vào quá trình dẫn điện.

Trong trường hợp chất cách điện vùng hoá trị bị chiếm đầy, còn khoảng cách đến vùng dẫn có giá trị lớn (xem hình 39.2 (c)). Các êlectrôn không thể thu năng lượng của điện trường và do đó không thể tham gia vào quá trình dẫn điện.

Một số chất có vùng hoá trị bị chiếm hoàn toàn nhưng khoảng cách đến vùng dẫn không quá lớn (xem hình 39.2 (d)). Ở T = 0 K vùng hoá trị bị chiếm hoàn toàn còn vùng dẫn bị trống nên các chất đó cũng cách điện. Tuy nhiên ở nhiệt độ phòng, các êlectrôn có thể thu được năng lượng nhiệt đủ lớn để chuyển lên vùng dẫn và lúc đó chúng sẽ tham gia vào quá trình dẫn điện. Ngoài ra các êlectrôn đó để lại các lỗ trống và trong quá trình dẫn điện các êlectrôn trong vùng hoá trị có thể chuyển đến vị trí các lỗ trống và lấp đầy các lỗ trống đó. Quá trình dịch chuyển của các êlectrôn để lấp đầy các lỗ trống tạo ra một hiệu ứng giống như trường hợp các điện tích dương đảm nhận quá trình dẫn điện .

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Các chất bán dẫn vừa được mô tả được gọi là bán dẫn tinh khiết. Tuy nhiên có thể pha vào bán dẫn tinh khiết một ít tạp chất được lựa chọn một cách thích hợp để quá trình dẫn điện được thực hiện chủ yếu bởi các hạt điện dương (các lỗ trống) hoặc bởi các hạt điện âm (các êlectrôn). Các chất bán dẫn bị kích thích như vậy được gọi là bán dẫn có tạp chất và dùng để chế tạo các linh kiện của công nghệ bán dẫn. Nếu các phần tử mang điện cơ bản là các êlectrôn, ta có bán dẫn loại n, còn khi các phần tử mang điện cơ bản là các lỗ trống, ta có bán kính loại p.

BÀI TOÁN CÓ LỜI GIẢI

39.1. Quan niệm coi kim loại như là một bình (mạng kim loại) chứa khí êlectrôn là một trong các mô hình để giải thích tính dẫn điện của các kim loại. Dưới tác dụng của một hiệu điện thế, các êlectrôn trước đó chuyển động hỗn loạn sẽ được gia tốc theo hướng của điện trường tác dụng (nhưng có chiều ngược lại) và sau một số lớn lần va chạm với các iôn của mạng chúng sẽ thu được một *vận tốc định hướng trung bình* v_d và tạo ra dòng điện trong kim loại. Giả sử trong một đơn vị thể tích của kim loại có n êlectrôn, quãng đường tự do trung bình của êlectrôn là λ và vận tốc chuyển động nhiệt trung bình là $\overline{v}$, hãy thiết lập biểu thức của điện trở suất của vật liệu. Để đơn giản, giả sử thể tích V của bình là thể tích của một hình hộp tiết diện là A và dài l.

Giải. Khi điện áp Φ tác dụng lên cạnh chiều dài l thì lực tác dụng lên một êlectrôn bằng :

$$F = eE = e\frac{\Phi}{l},$$

và gia tốc của êlectrôn :

$$a = \frac{F}{m_e} = \frac{e\Phi}{m_e l}.$$

Thời gian trung bình giữa hai lần va chạm của êlectrôn với các nút mạng tinh thể là $t = \lambda/\overline{v}$. Giá trị của vận tốc định hướng

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$$v_d = at = \frac{e\Phi\lambda}{m_e\sqrt{v}}.$$

Cường độ dòng điện I bằng điện lượng truyền qua A trong một đơn vị thời gian. Chuyển động hỗn loạn của các êlectrôn không tham gia vào quá trình dẫn điện. Do đó :

$$I = (ne)Av_d = \frac{ne^2\lambda A}{m_e\sqrt{v}}\Phi.$$

Đó là biểu thức của định luật Ohm. $I = \frac{\Phi}{R}$. Nếu chúng ta định nghĩa điện trở suất ρ của vật liệu theo hệ thức :

$$R = \rho\frac{l}{A},$$

ta có :

$$\rho = \frac{m_e\bar{v}}{ne^2\lambda}.$$

39.2. Xem bài toán 39.1. Tính điện trở suất của Ag (A = 108) có khối lượng riêng $10,5 \times 10^3$ kg/m^3 với giả thiết mỗi nguyên tử đóng góp vào quá trình dẫn điện một êlectrôn (êlectrôn hoá trị). Lấy $\lambda = 100d$ (d là khoảng cách giữa các nguyên tử) và v_f bằng vận tốc tương ứng với năng lượng Fermi, $E_{fo} = 5,5$ eV.

Giải. Vận tốc tương ứng với năng lượng Fermi bằng :

$$v_f = \left(\frac{2E_{fo}}{m_ec^2}\right)^{1/2} c = \left(\frac{2 \times 5,5\,eV}{0,511 \times 10^6 eV}\right)^{1/2} (3 \times 10^8 m/s) =$$

$$= 1,39 \times 10^6 \text{ m/s}.$$

Do một nguyên tử cho một êlectrôn dẫn nên mật độ nguyên tử bằng mật độ êlectrôn :

$$n = \frac{(6,02 \times 10^{26} \text{ nguyên tử/kmol})(10,5 \times 10^3 kg/m^3)}{108 kg/kmol} \times$$

$$\times \left(\frac{1 \text{ êlectrôn}}{\text{nguyên tử}}\right) = 5,85 \times 10^{28} \frac{\text{êlectrôn}}{m^3}$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Nếu không gian chiếm bởi một nguyên tử xấp xỉ bằng d^3, ta có :

$$\frac{\lambda}{100} = d = \left(\frac{1}{5{,}85 \times 10^{28}m^{-3}}\right)^{1/3} =$$

$$= 2{,}58 \times 10^{-10}m \text{ hay } \lambda = 2{,}58 \times 10^{-8}m.$$

Theo kết quả của bài toán 39.1

$$\rho = \frac{m_e v_f}{e^2 n\lambda} = \frac{(9{,}11 \times 10^{-31}kg)\,(1{,}39 \times 10^6 m/s)}{(1{,}6 \times 10^{-19}C)^2\,(5{,}85 \times 10^{-28}m^{-3})(2{,}58 \times 10^{-8}m)} =$$

$$= 3{,}29 \times 10^{-8}\ \Omega.m.$$

Giá trị thực nghiệm của điện trở suất của Ag thay đổi từ $1{,}5 \times 10^{-8}$ Ω.m ở 0°C đến $6{,}87 \times 10^{-8}$ Ω.m ở 800°C. Chúng ta thấy rằng việc đánh giá một cách thô sơ giá trị của ρ trên đây tương đối phù hợp với giá trị thực nghiệm.

39.3. Xem bài toán 39.2. Tính điện trở suất của Si (A = 28), biết Si có khối lượng riêng $2{,}42 \times 10^3$ kg/m^3 và có hoá trị 2. Năng lượng Fecmi của Si : 5 eV.

Giải. Tính toán tương tự như trong bài toán 39.2 ta có :

$$v_f = \left(\frac{2E_{fo}}{m_e c^2}\right)^{1/2} c = \left(\frac{2 \times 5eV}{0{,}511 \times 10^6 eV}\right)^{1/2} (3 \times 10^8 m/s)$$

$$= 13{,}3 \times 10^5\ m/s.$$

$$n = \frac{\left(6{,}02 \times 10^{26}\,\frac{\text{nguyên tử}}{\text{kmol}}\right)(2{,}42 \times 10^3 kg/m^3)}{28kg/kmol}\left(\frac{2\ \text{êlectrôn}}{\text{nguyên tử}}\right)$$

$$= 1{,}04 \times 10^{29}\ \frac{\text{êlectrôn}}{m^3}.$$

Số nguyên tử trong $1m^3$ bằng một nửa số êlectrôn, và nếu mỗi nguyên tử chiếm một thể tích xấp xỉ d^3 thì :

$$\lambda = 100d = 100\left[\frac{1}{\frac{1}{2}(1{,}04 \times 10^{29}m^{-3})}\right]^{1/3} = 2{,}68 \times 10^{-8}m.$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Do đó điện trở suất của Si

$$\rho = \frac{m_e v_f}{e^2 n\lambda} = \frac{(9{,}11 \times 10^{-31}\text{kg})\,(1{,}33 \times 10^{6}\text{m/s})}{(1{,}6 \times 10^{-19}\text{C})^2\,(1{,}04 \times 10^{29}\text{m}^{-3})\,(2{,}68 \times 10^{-8}\text{m})} =$$

$$= 1{,}7 \times 10^{-8}\ \Omega.\text{m}.$$

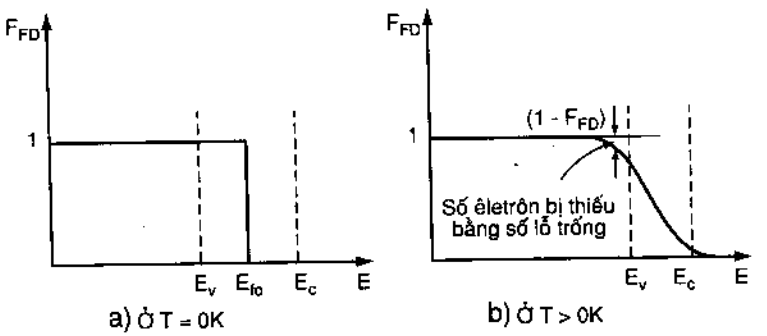
Giá trị thực nghiệm của điện trở suất của Si ở nhiệt độ phòng vào cỡ 10^3 Ω. m lớn hơn nhiều so với giá trị tính toán. Lí do vì rằng khi tính toán chúng ta đã giả thiết là các êlectrôn hoá trị đảm đương quá trình dẫn điện, nhưng trong thực tế Si là một chất bán dẫn, giữa miền hoá trị và miền dẫn có một miền cấm. Chỉ những êlectrôn nào có năng lượng đủ lớn vượt lên được miền dẫn mới tham gia vào quá trình dẫn điện.

39.4. Chứng minh rằng đối với trường hợp bán dẫn tinh khiết số lỗ trống có năng lượng nằm trong khoảng từ E đến E + dE là

$$dn_h = (1 - F_{FD})g(E)dE,$$

với g(E) là mật độ trạng thái trong miền hoá trị.

Giải. Ở T = 0K, miền hoá trị của bán dẫn tinh khiết bị chiếm đầy, còn miền dẫn bị trống. Trường hợp T > 0 K, một số êlectrôn bị kích thích chuyển lên miền dẫn và số lượng của chúng bằng số lượng lỗ trống do chúng để lại trong miền hoá trị (xem hình 39.3).



Hình 39.3

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Hàm phân bố của các lỗ trống được biểu diễn bởi phần tô sẫm trên hình 39.3 (b). Do đó số các lỗ trống có năng lượng nằm trong khoảng từ E đến E + dE là

$$dn_h = (1 - F_{FD})g(E)dE.$$

39.5. Người ta có thể chứng minh rằng trong trường hợp chất bán dẫn, các hàm mật độ trạng thái g(E) trong phần ngay sát trên và trong phần ngay sát dưới của miền hoá trị và của miền dẫn một cách gần đúng được xem là đối xứng đối với điểm giữa E_m của miền cấm (xem hình 39.4 (b)). Tất nhiên, trong miền cấm g(E) = 0. Chứng minh rằng năng lượng Fermi $E_{fo} = E_m$.

Giải. Vì rằng một lỗ trống sẽ xuất hiện trong miền hoá trị mỗi khi có một êlectrôn chuyển lên miền dẫn, do đó tổng số êlectrôn trong miền dẫn N_e sẽ bằng tổng số lỗ trong miền hoá trị N. Số êlectrôn dn_e, trong miền dẫn có năng lượng từ E đến E + dE là :

$$dn_e = F_{FD}g(E)dE,$$

còn số lỗ trống có năng lượng từ E' đến E' + dE' trong miền hoá trị là (xem bài toán 39.4) :

$$dn_h = (1 - F_{FD})g(E')dE',$$

và
$$\int_{E_c}^{E_c+E_v} F_{FD}(E)g(E)dE = \int_0^{E_v} [1 - F_{FD}(E')]g(E')dE'.$$

Chúng ta lấy giới hạn trên của tích phân bên trái bằng E_c+E_v vì rằng g(E') = 0 khi E' < 0 và do đối xứng nên g(E) = 0 khi $E > E_c + E_v$. Bằng cách đổi biến số $x = E - E_m$ trong tích phân bên trái và $x = E_m - E'$ trong tích phân bên phải ta có :

$$\int_{E_c-E_m}^{E_m} F_{FD}(E_m + x)g(E_m + x)dx =$$
$$= \int_{E_m-E_v}^{E_m} [1 - F_{FD}(E_m - x)]g(E_m - x)dx.$$

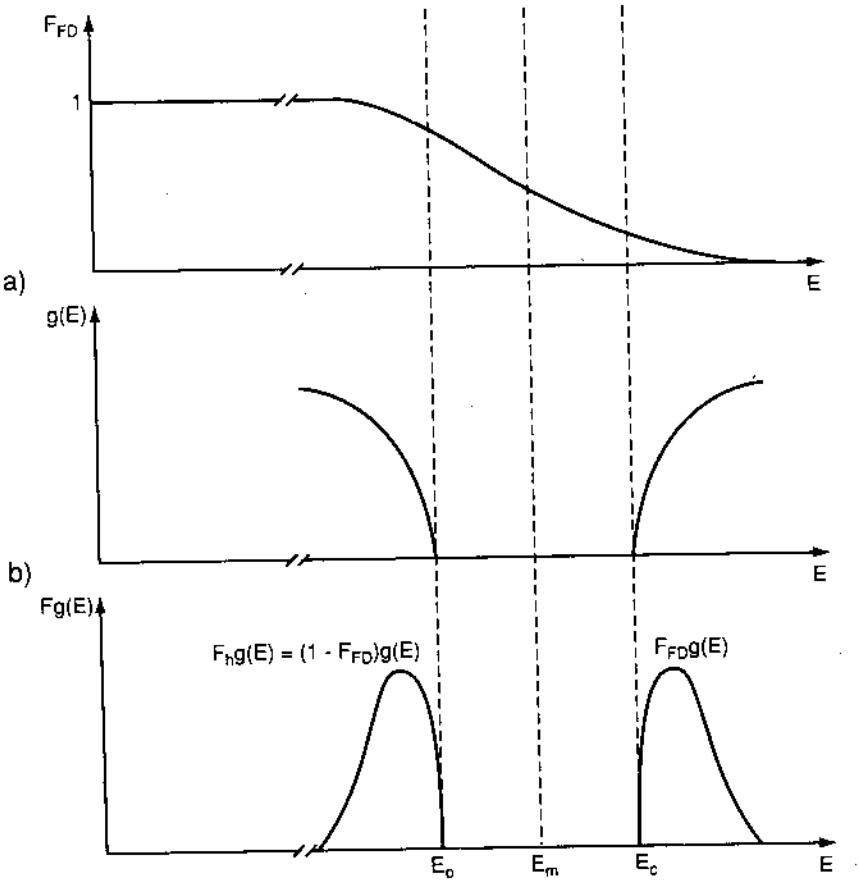
1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Nhưng do đối xứng

$$E_c - E_m = E_m - E_v \qquad g(E_m + x) = g(E_m - x)$$

và

$$\int_{E_c - E_m}^{E_m} \{F_{FD}(E_m + x) - [1 - F_{FD}(E_m - x)]\} g(E_m + x) dx = 0. (1)$$



Hình 39.4

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Sử dụng biểu thức tường minh của F_{FD}, ta được :

$$\frac{1}{e^{(E_m+x-E_f)/kT}+1} - \left[1 - \frac{1}{e^{(E_m-x-E_f)/kT}+1}\right] =$$

$$= \frac{1}{e^{(E_m+x-E_f)/kT}+1} - \frac{e^{(E_m-x-E_f)/kT}}{e^{(E_m-x-E_f)/kT}+1} =$$

$$= \frac{1 - e^{2(E_m-E_f)/kT}}{[e^{(E_m+x-E_f)/kT}+1]\,[e^{(E_m-x-E_f)/kT}+1]}.$$

Chúng ta thấy rằng lượng $g(E_m + x)$ trong biểu thức (1) luôn luôn dương trong phạm vi lấy tích phân. Phần trong dấu ngoặc là luôn luôn dương khi $E_f > E_m$ và luôn luôn âm khi $E_f < E_m$. Trong cả hai trường hợp phần dưới dấu tích phân của (1) có một dấu duy nhất vì vậy tích phân sẽ không bằng không. Do đó $E_f = E_m$.

Việc nghiên cứu một cách chính xác hơn chứng tỏ rằng mật độ trạng thái không hoàn toàn đối xứng đối với E_m và năng lượng Fermi không nằm chính giữa miền cấm. Tuy nhiên sai số do việc tính gần đúng trên đây không đáng kể.

39.6. Xem bài toán 38.9, trong bài toán đó người ta đã tìm được biểu thức của mật độ trạng thái dựa trên thuyết êlectrôn trong kim loại.

$$g(E) = \frac{8\sqrt{2}\pi m_e^{3/2}V}{h^3} E^{1/2}.$$

Giả sử rằng biểu thức này sử dụng được cho các êlectrôn của vùng dẫn nhưng lúc đó trong vế phải ta phải thay E bằng $E - E_c$ (E_c là năng lượng ứng với bờ dưới của vùng dẫn). Coi năng lượng Fermi nằm chính giữa vùng cấm, chứng minh rằng số êlectrôn hoá trị thuộc vùng dẫn trong một đơn vị thể tích thay đổi theo nhiệt độ theo công thức :

$$n_e = C e^{-E_g/2kT},$$

với $C = 2(2\pi m_e kT)^{3/2}/h^3$, còn $E_g = E_c - E_v$ là bề rộng của vùng cấm.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Giải. Ở nhiệt độ phòng kT ~ 0,026 eV, do đó trong vùng dẫn $E - E_f >> kT$ và có thể sử dụng biểu thức gần đúng

$$F_{FD} = e^{-(E - E_f)/kT}.$$

Lúc đó số êlectrôn N_e trong vùng dẫn bằng :

$$N_e = \int_{E_c}^{\infty} F_{FD} g(E) dE = \frac{8\sqrt{2}\pi m_e^{3/2} V}{h^3} \int_{E_c}^{\infty} (E - E_c)^{1/2} e^{-(E - E_1)/kT} dE$$

hay

$$n_e = \frac{N_e}{V} = \frac{8\sqrt{2}\pi m_e^{3/2}}{h^3} e^{-(E_c - E_f)/kT} \int_{E_c}^{\infty} (E - E_c)^{1/2} e^{-(E - E_c)/kT} dE.$$

Theo kết quả của bài toán 39.5 $E_c - E_f = E_g/2$ và đặt $u^2 = E - E_c$, ta có :

$$n_e = \frac{8\sqrt{2}\pi m_e^{3/2}}{h^3} e^{-E_g/2kT} 2\int_0^{\infty} u^2 e^{-u^2/kT} du =$$

$$= 2\left(\frac{2\pi m_e kT}{h^2}\right)^{3/2} e^{-E_g/2kT},$$

trong đó giá trị của tích phân lấy theo giá trị trong bảng 37.1 (n = 2). Thay giá trị của các hằng số vào biểu thức của n_e :

$$n_e = (4{,}83 \times 10^{21}) T^{3/2} e^{-E_g/2kT} \text{ êlectrôn/m}^3.$$

với T = 300 K, kT = 0,026 eV và ta có :

$$n_e|_{300K} = (4{,}83 \times 10^{21})(300)^{3/2} e^{-E_g/(0{,}052 eV)} \text{ êlectrôn/m}^3.$$

Biểu thức này của n_e không thật chính xác vì rằng năng lượng Fermi không nằm chính giữa miền cấm. Tuy nhiên khi đánh giá bậc của n_e, công thức đó sẽ cho các giá trị thỏa đáng.

39.7. Xem bài toán 39.7. Xác định tỉ số của mật độ êlectrôn trong miền dẫn của cacbon (chất cách điện, $E_g = 5{,}33$ eV) và của silic (chất bán dẫn điện, $E_g = 1{,}14$ eV) ở nhiệt độ phòng (T = 300 K).

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Giải. Ở 300 K, kT = 0,026 eV, do đó

$$\frac{n_C}{n_{Si}} = e^{-(5,33eV - 1,14eV)/0,052eV} \approx 10^{-35}.$$

Trong chất cách điện, số lượng các phần tử dẫn điện ít không đáng kể so với trường hợp chất bán dẫn điện, điều đó giải thích tại sao điện trở suất của các chất cách điện lại rất lớn ngay cả khi so sánh với trường hợp chất bán dẫn điện.

39.8. Độ linh động của các phần tử dẫn điện $\mu = v_d/E$ (v_d là vận tốc định hướng dưới tác dụng của điện trường E) là một đại lượng đặc trưng cho khả năng truyền qua vật liệu của phần tử dẫn điện khi tác dụng lên vật liệu một điện trường. Theo bài toán 39.1 chúng ta có thể viết $\mu = e\lambda/m\bar{v}$. Trong trường hợp Si(E_g = 1,1eV) ở nhiệt độ phòng, độ linh động của các êlêctrôn là $\mu_n = 0,13\ m^2/V.s$, còn của các lỗ trống là $\mu_p = 0,05 m^2/V.s$. Tính dẫn điện suất σ, $\sigma = \frac{1}{\rho}$ của Si, biết rằng ρ là điện trở suất của Si (xem bài toán 39.1).

Giải. Có hai loại phần tử tham gia vào quá trình dẫn điện : các êlectrôn và các lỗ trống. Do đó :

$$\sigma = \frac{1}{\rho_n} + \frac{1}{\rho_p} = \frac{e^2 n_n \lambda_n}{m_e \bar{v}_e} + \frac{e^2 n_p \lambda_p}{m_p \bar{v}_p}$$

vì $\mu = e\lambda/m\bar{v}$ nên

$$\sigma = n_n e\mu_n + n_p e\mu_p.$$

Theo bài toán 39.6

$$n_n = n_p = (2,51 \times 10^{25})\ e^{-(1,1eV)/(0,052eV)} = 1,6 \times 10^{16} m^{-3},$$

nên

$$\sigma = (1,6 \times 10^{16} m^{-3})(1,6 \times 10^{-19} C)(0,13\ m^2/V.s + 0,05\ m^2/V.s) =$$
$$= 4,6 \times 10^{-4}\ (\Omega.m)^{-1},$$

và điện trở suất tổng cộng của Si là :

$$\rho = \frac{1}{\sigma} = 2,2 \times 10^3\ \Omega.m.$$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

39.9. Xem bài toán 39.8. Người ta pha thêm vào Si một lượng tạp chất theo tỉ lệ một nguyên tử tạp chất cho 10^{10} nguyên tử Si, mỗi nguyên tử tạp chất sẽ cho thêm một êlectrôn vào miền dẫn.

Hãy tính dẫn điện suất của Si bị kích hoạt như vậy với giả thiết là độ linh động của các êlectrôn của chất cho bằng độ linh động của các êlectrôn của Si và mật độ các nguyên tử chất cho lớn hơn nhiều mật độ các êlectrôn và mật độ các lỗ trống của chất nhận.

Giải. Theo bài toán 39.3 mật độ của các nguyên tử của Si là :

$$n_{Si} = 5{,}2 \times 10^{28} \text{ nguyên tử/m}^3.$$

Do mật độ các nguyên tử chất cho bằng 10^{-10} giá trị này nên

$$n_d = 5{,}2 \times 10^{18} \text{ nguyên tử/m}^3.$$

(Trong bài toán 39.8, trong bán dẫn Si tinh khiết, mật độ các phần tử dẫn điện vào cỡ 10^{16}m^{-3}, nghĩa là nhỏ hơn nhiều so với mật độ các nguyên tử của chất cho n_d). Biểu thức tổng quát của dẫn điện suất có dạng :

$$\sigma = n_n e\mu_n + n_p e\mu_p,$$

với n_n và n_p là mật độ của các phần tử mang điện âm và của các phần tử mang điện dương. Do các phần tử mang điện âm (các êlectrôn) của chất cho chiếm đa số nên ta có thể viết :

$$\sigma = n_d e\mu_n = (5{,}2 \times 10^{18}\ \text{m}^{-3})(1{,}6 \times 10^{-19}\text{C})(0{,}13\ \text{m}^2/\text{V.s}) =$$
$$= 0{,}11\ (\Omega.\text{m})^{-1}.$$

So sánh giá trị này với kết quả của bài toán 39.8, ta thấy rằng một lượng tạp chất không đáng kể có thể gây một ảnh hưởng quan trọng đến tính dẫn điện của các chất bán dẫn. Trong thực tế tỉ lệ hàm lượng các tạp chất thay đổi từ 10^{-5} đến 10^{-10}.

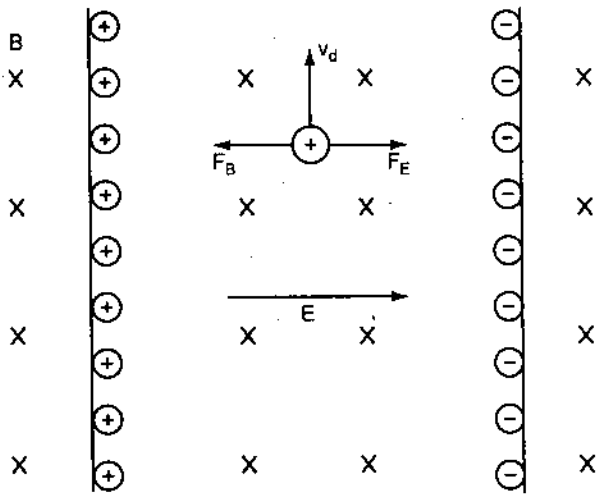
39.10. Khi một băng kim loại mỏng có dòng điện không đổi chạy qua được đặt trong một từ trường $\vec{B}$ vuông góc với mặt phẳng của băng, sẽ có một hiệu điện thế xác định xuất hiện

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

giữa hai bờ của băng. Hiện tượng này được gọi là hiệu ứng Hall. Chứng minh rằng mối liên hệ giữa điện trường E xuất hiện trong vật liệu, mật độ dòng j, mật độ phần tử mang điện và từ trường B được biểu diễn bởi hệ thức :

$$E = \frac{jB}{qn},$$

với q là điện tích của phần tử mang điện.



Hình 39.5

Giải. Hình 39.5 biểu diễn hình ảnh của hiệu ứng ở trạng thái cân bằng. Khi có từ trường $\vec{B}$, tác dụng của lực $\vec{F}_B$ sẽ dẫn đến hiện tượng thừa điện tích dương ở bờ trái so với bờ phải. Điện trường $\vec{E}$ được tạo ra do sự mất cân bằng điện tích này sẽ tác dụng một lực $\vec{F}_E$ lên các phần tử dẫn điện để tạo lại tình trạng cân bằng, lúc đó các phần tử dẫn điện sẽ chuyển động thẳng. Trong điều kiện đó do $\vec{v}_d$ vuông góc với $\vec{B}$ ta có :

$$F_E = F_B \; ; \; qE = qv_dB \text{ hay } E = v_dB$$

và do $j = qnv_d$ nên $E = \frac{jB}{qn}$.

Việc đo đạc các đại lượng E, j, B cho phép xác định giá trị 1/qn được gọi là *hằng số Hall*.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Do chiều của điện trường, sự phân cực và hiệu điện thế phụ thuộc dấu của các phần tử mang điện nên hiệu ứng Hall cho phép xác định dấu của chúng. Một điều đáng lưu ý là ngay cả khi trong vật liệu chỉ có các êlectrôn chuyển động tự do, một số giá trị của hằng số Hall đó được chứng tỏ rằng quá trình dẫn điện được thực hiện bởi các phần tử mang điện dương. Đó là các lỗ trống, hay nói đúng hơn, các chỗ thiếu êlectrôn trong vùng hoá trị dẫn đến sự hình thành chúng, hoạt động như các phần tử mang điện dương.

BÀI TOÁN BỔ SUNG

39.11. Trong hiện tượng phát nhiệt êlectrôn, các êlectrôn trước khi thoát ra từ một kim loại cần có ít nhất một năng lượng $E = E_f + \phi$, với E_f là năng lượng Fermi, còn ϕ là công thoát của êlectrôn. Giả sử rằng $\phi \gg kT$, tìm sự phân bố của các êlectrôn phát ra theo năng lượng của chúng.

Đáp số : $Ae^{-E/kT}$.

39.12. Điện trở suất của vàng (A = 197) là $2{,}04 \times 10^{-8}$ Ω.m, năng lượng Fermi và khối lượng riêng của vàng lần lượt bằng 5,54 eV và $19{,}3 \times 10^3$ kg/m^3. Nếu mỗi nguyên tử vàng đóng góp một êlectrôn tự do, tính tỉ số của quãng đường tự do trung bình λ và khoảng cách giữa các nguyên tử d.

Đáp số : $\lambda/d = 161$.

39.13. Tính tỉ số giữa mật độ các êlectrôn trong các miền dẫn của Si (E_g = 1,1 eV) và của Ge (E_g = 0,7 eV) ở 300 K.

Đáp số : $n_{Ge}/n_{Si} = 2{,}2 \times 10^3$.

39.14. Các nguyên tử chất cho với một êlectrôn hoá trị được pha thêm vào như là tạp chất theo tỉ lệ một nguyên tử tạp chất cho 10^9 nguyên tử Si. Hãy tính dẫn điện suất của Si có tạp chất nếu độ linh động của các lỗ trống trong đó giống như độ linh động của các lỗ trống trong bán dẫn tinh khiết (μ_p = 0,05 m^2/v.s).

Đáp số : 0,42 (Ω.m)$^{-1}$.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

39.15. Sau khi pha thêm tạp chất để mỗi nguyên tử tạp chất cho thêm một êlectrôn vào miền dẫn của Si (μ_n = 0,13 $m^2/V.s$) dẫn điện suất của Si trở thành 0,54 Ω^{-1} m^{-1}. Tính tỉ lệ tạp chất.

Đáp số : 2 nguyên tử tạp chất cho 10^9 nguyên tử Si.

39.16. Một cách thuận lợi người ta thường mô tả chuyển động của một êlectrôn (hay của một lỗ) bằng cách gán cho nó một khối lượng hiệu dụng m^* :

$$\frac{1}{m^*} \equiv \frac{1}{\hbar^2}\frac{d^2E}{dk^2},$$

với k là số sóng ($k = 2\pi/\lambda$). Chứng minh rằng với một êlectrôn tự do ($p = \hbar k$) thì $m^* = m$.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

PHỤ LỤC

A.1. GIÁ TRỊ CỦA VÀI HẰNG SỐ CƠ BẢN

c = vận tốc ánh sáng = $2{,}998 \times 10^{8}$ m/s

e = điện tích của êlectrôn = $1{,}602 \times 10^{-19}$ C

h = hằng số Planck = $6{,}626 \times 10^{-34}$ J.s

= $4{,}136 \times 10^{-15}$ eV.s

$\hbar = \dfrac{h}{2\pi} = 1{,}055 \times 10^{-34}$ J.s = $0{,}658 \times 10^{-15}$ eV.s

$k = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_o}$ = hằng số Coulomb = $8{,}988 \times 10^{9}$ N.m^2/C^2

$k = \dfrac{R}{N}$ = hằng số Boltzmann = $1{,}38 \times 10^{-23}$ J/K

= $8{,}617 \times 10^{-5}$ eV/K

A.2. GIÁ TRỊ CỦA VÀI BIỂU THỨC THƯỜNG DÙNG

1eV = $1{,}602 \times 10^{-19}$ J

Å = 10^{-10} m = 10^{5} fm

$hc = 19{,}865 \times 10^{-26}$ J.m = $12{,}41 \times 10^{3}$ eV.Å = 1241 MeV. fm

$\hbar c = 3{,}165 \times 10^{-26}$ J.m = 1973 eV.Å = 197,3 MeV.fm

ke^2 = 1,44 MeV.fm

$\dfrac{ke^2}{\hbar c}$ = hằng cấu trúc tinh tế = $\dfrac{1}{137}$

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

$$\frac{e\hbar}{2m_e} = \text{manhêtôn Bohr} = 9{,}27 \times 10^{-24}\ \text{J/T}$$

$$= 5{,}79 \times 10^{-5}\ \text{eV/T}$$

A.3. KHỐI LƯỢNG CỦA MỘT SỐ HẠT SƠ CẤP

Hạt	Khối lượng nghỉ m_o (kg)	m_oc^2 (MeV)
Êlectrôn	$9{,}109 \times 10^{-31}$	0,511
Prôtôn	$1{,}673 \times 10^{-27}$	938,3
Nơtrôn	$1{,}675 \times 10^{-27}$	939,6
Đơn vị khối lượng nguyên tử (1u)	$1{,}661 \times 10^{-27}$	931,5

KHỐI LƯỢNG CÁC NGUYÊN TỬ

Dấu sao sau số khối (cột 5 trong bảng) chỉ một đồng vị phóng xạ có chu kì bán rã ghi ở cột 7.

Z	Nguyên tố	Kí hiệu	Khối lượng nguyên tử	A	Khối lượng (u.a)	$T_{1/2}$
0	Nơtrôn	n		1*	1,008665	12 phút
1	Hiđrô	H	1,0079	1	1,007825	
	Đơtêri	D		2	2,014102	
	Triti	T		3*	3,016050	12,26 năm
2	Hêli	He	4,0026	3	3,016030	
				4	4,002603	
				6*	6,018892	0,802s
3	Liti	Li	6,939	6	6,015125	
				7	7,016004	
4	Bêrili	Be	9,0122	7*	7,016929	53,4 ngày

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

4	Bêrili			9	9,012186	
				10*	10,013534	$2,7\times10^{6}$ năm
5	Bo	B	10,811	10	10,012939	
				11	11,009305	
6	Cacbon	C	12,01115	12	12,000000	
				13	13,003354	
				14*	14,003242	5730 năm
7	Nitơ	N	14,0067	14	14,003074	
				15	15,000108	
8	Ôxi	O	15,9994	15*	15,003070	122s
				16	15,994915	
				17	16,999133	
				18	17,999160	
9	Fluo	F	18,9984	19	18,998405	
10	Nêôn	Ne	20,183	20	19,992440	
				21	20,993849	
				22	21,991385	
11	Natri	Na	22,9898	22*	21,994437	2,60 năm
				23	22,989771	
12	Magiê	Mg	24,312	23*	22,994125	12s
				24	23,985042	
				25	24,986809	
				26	25,982593	
13	Nhôm	Al	26,9815	26*	25,986892	$7,4\times10^{5}$ năm
				27	26,981539	
14	Silic	Si	28,086	28	27,976929	
				29	28,976496	
				30	29,973763	
				32*	31,974020	≈ 700 năm
15	Phôtpho	P	30,9738	31	30,973765	
16	Lưu huỳnh	S	32,064	32	31,972074	
				33	32,971462	
				34	33,967865	
				36	35,967089	
17	Clo	Cl	35,453	35	34,968851	

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

17	Clo			36*	35,968309	3×10^5 năm
				37	36,965898	
18	Agôn	Ar	39,948	36	35,967544	
				38	37,962728	
				39*	38,964317	270 năm
				40	39,962384	
				42*	41,963048	33 năm
19	Kali	K	39,102	39	38,963710	
				40*	39,964000	$1,3 \times 10^9$ năm
				41	40,961832	
20	Canxi	Ca	40,08	39*	38,970691	0,877 s
				40	39,962589	
				41*	40,962275	$7,7 \times 10^4$ năm
				42	41,958625	
				43	42,958780	
				44	43,955492	
				46	45,953689	
				48	47,952531	
21	Scanđi	Sc	44,956	45	44,955920	
				50*	49,951730	1,73 phút
22	Titan	Ti	47,90	44*	43,959572	47 năm
				46	45,952632	
				47	46,951768	
				48	47,947950	
				49	48,947870	
				50	49,944786	
23	Vanađi	V	50,942	50*	49,947164	$\approx 6 \times 10^{15}$ năm
				51	50,943961	
24	Crom	Cr	51,996	50	49,946055	
				52	51,940513	
				53	52,940653	
				54	53,938882	
25	Mangan	Mn	54,9380	50*	49,954215	0,29 s
				55	54,938050	
26	Sắt	Fe	55,847	54	53,939616	

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

26	Sắt			55*	54,938299	2,4 năm
				56	55,939395	
				57	56,935398	
				58	57,933282	
				60*	59,933964	$\approx 10^5$ năm
27	Côban	Co	58,9332	59	58,933189	
				60*	59,933813	5,24 năm
28	Niken	Ni	58,71	58	57,935342	
				59*	58,934342	8×10^4 năm
				60	59,930787	
				61	60,931056	
				62	61,928342	
				63*	62,929664	92 năm
				64	63,927958	
29	Đồng	Cu	63,54	63	62,929592	
				65	64,927786	
30	Kẽm	Zn	65,37	64	63,929145	
				66	65,926052	
				67	66,927145	
				68	67,924857	
				70	69,925334	
31	Gali	Ga	69,72	69	68,925574	
				71	70,924706	
32	Gecmani	Ge	72,59	70	69,924252	
				72	71,922082	
				73	72,923462	
				74	73,921181	
				76	75,921405	
33	Asen	As	74,9216	75	74,921596	
34	Sêlen	Se	78,96	74	73,922476	
				76	75,919207	
				77	76,919911	
				78	77,917314	
				79*	78,918494	7×10^4 năm
				80	79,916527	
				82	81,916707	

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

35	Brôm	Br	79,909	79	78,918329	
				81	80,916292	
36	Kriptôn	Kr	83,80	78	77,920403	
				80	79,916380	
				81*	80,916610	$2,1\times10^5$ năm
				82	81,913482	
				83	82,914131	
				84	83,911503	
				85*	84,912523	10,76 năm
				86	85,910616	
37	Rubiđi	Rb	85,47	85	84,911800	
				87*	86,909186	$5,2\times10^{10}$ năm
38	Strônti	Sr	87,62	84	83,913430	
				86	85,909285	
				87	86,908892	
				88	87,905641	
				90*	89,907747	28,8 năm
39	Ytri	Y	88,905	89	88,905872	
40	Ziriconi	Zr	91,22	90	89,904700	
				91	90,905642	
				92	91,905031	
				93*	92,906450	$9,5\times10^5$ năm
				94	93,906313	
				96	95,908286	
41	Niobi	Nb	92,906	91*	90,906860	
				92*	91,907211	$\approx 10^7$ năm
				93	92,906382	
				94*	93,907303	2×10^4 năm
42	Molypđen	Mo	95,94	92	91,906810	
				93*	92,906830	$\approx 10^4$ năm
				94	93,905090	
				95	94,905839	
				96	95,904674	
				97	96,906021	

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

				98	97,905409	
				100	99,907475	
43	Tecneti	Tc		97*	96,906340	$2,6 \times 10^6$ năm
				98*	97,907110	$1,5 \times 10^6$ năm
				99*	98,906249	$2,1 \times 10^5$ năm
44	Ruteni	Ru	101,07	96	95,907598	
				98	97,905289	
				99	98,905936	
				100	99,904218	
				101	100,905577	
				102	101,904348	
				104	103,905430	
45	Rodi	Rh	102,905	103	102,905511	
46	Paladi	Pd	106,4	102	101,905609	
				104	103,904011	
				105	104,905064	
				106	105,903479	
				107*	106,905132	7×10^6 năm
				108	107,903891	
				110	109,905164	
47	Bạc	Ag	107,870	107	106,905094	
				109	108,904756	
48	Cadimi	Cd	112,40	106	105,906463	
				108	107,904187	
				109*	108,904928	453 ngày
				110	109,903012	
				111	110,904188	
				112	111,902762	
				113	112,904408	
				114	113,903360	
				116	115,904762	
49	Indi	In	114,82	113	112,904089	
				115*	114,903871	6×10^{14} năm

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

50	Thiếc	Sn	118,69	112	111,904835	
				114	113,902773	
				115	114,903346	
				116	115,901745	
				117	116,902958	
				118	117,901606	
				119	118,903313	
				120	119,902198	
				121*	120,904227	25 năm
				122	121,903441	
				124	123,905272	
51	Antimon	Sb	121,75	121	120,903816	
				123	122,904213	
				125*	124,905232	2,7 năm
52	Telua	Te	127,60	120	119,904023	
				122	121,903064	
				123*	122,904277	$1,2\times10^{13}$ năm
				124	123,902842	
				125	124,904418	
				126	125,903322	
				128	127,904476	
				130	129,906238	
53	Iot	I	126,9044	127	126,904070	
				129*	128,904987	$1,6\times10^{7}$ năm
54	Xenon	Xe	131,30	124	123,906120	
				126	125,904288	
				128	127,903540	
				129	128,904784	
				130	129,903509	
				131	130,905085	
				132	131,904161	
				134	133,905815	
				136	135,907221	

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

55	Xedi	Cs	132,905	133	132,905355	
				134*	133,906823	2,1 năm
				135*	134,905770	2×10^{6} năm
				137*	133,906770	30 năm
56	Bari	Ba	137,34	130	129,906245	
				132	131,905120	
				133*	132,905879	7,2 năm
				134	133,904612	
				135	134,905550	
				136	135,904300	
				137	136,905500	
				138	137,905000	
57	Lantan	La	138,91	137*	136,906040	6×10^{4} năm
				138*	137,906910	$1,1\times10^{11}$ năm
				139	138,906140	
58	Xeri	Ce	140,12	136	135,907100	
				138	137,905830	
				140	139,905392	
(58)	Xeri			142*	141,909140	5×10^{15} năm
59	Prazeodin	Pr	140,907	141	140,907596	
60	Neodim	Nd	144,24	142	141,907663	
				143	142,909779	
				144*	143,910039	$2,1\times10^{15}$ năm
				145	144,912538	
				146	145,913086	
				148	147,916869	
				150	149,920960	
61	Prômêti	Pm		145*	144,912691	18 năm
				146*	145,914632	1600 ngày
				147*	146,915108	2,6 năm
62	Samari	Sm	150,35	144	143,911989	
				146*	145,912992	$1,2\times10^{8}$ năm
				147*	146,914867	$1,08\times10^{11}$ năm
				148*	147,914791	$1,2\times10^{13}$ năm

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

62	Samari			149*	148,917180	4×10^{14} năm
				150	149,917276	
				151*	150,919919	90 năm
				152	151,919756	
				154	153,922282	
63	Europi	Eu	151,96	151	150,919838	
				152*	151,921749	12,4 năm
				153	152,921242	
				154*	153,923053	16 năm
				155*	154,922930	1,8 năm
64	Gadolini	Gd	157,25	148*	147,918101	85 năm
				150*	149,918605	$1,8\times10^{6}$ năm
				152*	151,919794	$1,1\times10^{14}$ năm
				154	153,920929	
				155	154,922664	
				156	155,922175	
				157	156,924025	
				158	157,924178	
				160	159,927115	
65	Tecbi	Tb	158,925	159	158,925351	
66	Dyprosi	Dy	162,50	156*	155,923930	2×10^{14} năm
				158	157,924449	
				160	159,925202	
				161	160,926945	
				162	161,926803	
				163	162,928755	
				164	163,929200	
67	Honmi	Ho	164,930	165	164,930421	
				166*	165,932289	$1,2\times10^{3}$ năm
68	Eribi	Er	167,26	162	161,928740	
				164	163,929287	
				166	165,930307	
				167	166,932060	

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

68	Eribi			168	167,932383	
				170	169,935560	
69	Tuli	Tm	168,934	169	168,934245	
				171*	170,936530	1,9 năm
70	Ytebi	Yb	173,04	168	167,934160	
				170	169,935020	
				171	170,936430	
				172	171,936360	
				173	172,938060	
				174	173,938740	
				176	175,942680	
71	Lutexi	Lu	174,97	173*	172,938800	1,4 năm
				175	174,940640	
				176*	175,942660	$2,2\times10^{10}$ năm
72	Hafini	Hf	178,49	174*	173,940360	$2,0\times10^{15}$ năm
				176	175,941570	
				177	176,943400	
				178	177,943880	
				179	178,946030	
				180	179,946820	
73	Tantali	Ta	180,948	180	179,947544	
				181	180,948007	
74	Vonfram	W	183,85	180	179,947000	
				182	181,948301	
				183	182,950324	
				184	183,951025	
				186	185,954440	
75	Reni	Re	186,2	185	184,953059	
				187*	186,955833	5×10^{10} năm
76	Osmi	Os	190,2	184	183,952750	
				186	185,953870	
				187	186,955832	
				188	187,956081	

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

76	Osimi			189	188,958300	
				190	189,958630	
				192	191,961450	
				194*	193,965229	6,0 năm
77	Iridi	Ir	192,2	191	190,960640	
				193	192,963012	
78	Platine (bạch kim)	Pt	195,09	190*	189,959950	7×10^{11} năm
				192	191,961150	
				194	193,962725	
				195	194,964813	
				196	195,964967	
				198	197,967895	
79	Vàng	Au	196,967	197	197,966541	
80	Thủy ngân	Hg	200,59	196	195,965820	
				198	197,966756	
				199	198,968279	
				200	199,968327	
				201	200,970308	
				202	201,970642	
				204	203,973495	
81	Tali	Tl	204,19	203	202,972353	
				204*	203,973865	3,75 năm
				205	204,974442	
		Ra E"		206*	205,976104	4,3 phút
		Ac C"		207*	206,977450	4,78 phút
		Th C"		208*	207,982013	3,1 phút
		Ra C"		210*	209,990054	1,3 phút
82	Chì	Pb	207,19	202*	201,927997	3×10^{5} năm
				204*	203,973044	$1,4\times10^{17}$ năm
				205*	204,974480	3×10^{7} năm
				206	205,974468	
				207	206,975903	
				208	207,976650	

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

		Ra D		210*	209,984187	22 năm
		Ac B		211*	210,988742	36,1 phút
		Th B		212*	211,991905	10,64 giờ
		Ra B		214*	213,999764	26,8 phút
83	Bitmut	Bi	209,980	207*	206,978438	30 năm
				208*	207,979731	$3,7\times10^5$ năm
				209	208,980394	
		Ra E		210*	209,984121	5,1 ngày
		Th C		211*	210,987300	2,15 phút
				212*	211,991876	60,6 phút
		Ra C		214*	213,998686	19,7 phút
				215*	215,001830	8 phút
84	Poloni	Po		209*	208,982426	103 năm
		Ra F		210*	209,982876	138,4 ngày
		Ac C'		211*	210,986657	0,52s
		Th C'		212*	211,989629	0,30μs
		Ra C'		214*	213,995201	164μs
		Ac A		215*	214,999423	0,0018s
		Th A		216*	216,001790	0,15s
		Ra A		218*	218,008930	3,05 phút
85	Astatin	At		215*	214,998663	≈ 100μs
				218*	218,008607	1,3s
				219*	219,011290	0,9 phút
86	Radon	Rn				
		An		219*	219,009481	4,0s
		Tn		220*	220,011401	56s
		Rn		222*	222,017531	3,823 ngày
87	Franxi	Fr				
		Ac K		223*	223,019736	22 phút
88	Rađi	Ra	226,05			
		Ac X		223*	223,018501	11,4 ngày
		Th X		224*	224,020218	3,64 ngày
		Ra		226*	226,025360	1620 năm
		Ms Th_1		228*	228,031139	5,7 năm

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

89	Actini	Ac		227*	227,027753	21,2 năm
		Ms Th_2		228*	228,031080	6,13 giờ
90	Thori	Th	232,038			
		Rd Ac		227*	227,027706	18,17 ngày
		Rd Th		228*	228,028750	1,91 năm
				229*	229,031652	7300 năm
		Io		230*	230,033087	76000 năm
		UY		231*	231,036291	25,6 giờ
		Th		232*	232,038124	$1,39\times10^{10}$ năm
		UX_1		234*	234,043583	24,1 ngày
91	Protactini	Pa	231,0359	231*	231,035877	32480 năm
		UZ		234*	234,043298	6,66 giờ
92	Uran	U	238,03	230*	230,033937	20,8 ngày
				231*	231,036264	4,3 ngày
				232*	232,037168	72 năm
				233*	233,039522	$1,62\times10^{5}$ năm
				234*	234,040904	$2,48\times10^{5}$ năm
		Ac U		235*	235,043915	$7,13\times10^{8}$ năm
				236*	236,045637	$2,39\times10^{7}$ năm
		UI		238*	238,048608	$4,51\times10^{9}$ năm
93	Neptuni	Np	237,0480	235*	235,044049	410 ngày
				236*	236,046624	5000 năm
				237*	237,048056	$2,14\times10^{6}$ năm
94	Plutoni	Pu	239,0522	236*	236,046071	2,85 năm
				238*	238,049511	89 năm
				239*	239,052146	24360 năm
				240*	240,053882	6700 năm
				241*	241,056737	13 năm
				242*	242,058725	$3,79\times10^{5}$ năm
				244*	244,064100	$7,6\times10^{7}$ năm

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

MỤC LỤC

Trang

Phần thứ nhất
THUYẾT TƯƠNG ĐỐI HẸP

Chương 1. **Các phép biến đổi Galilée**

1.1. Các biến cố và các tọa độ 7

1.2. Phép biến đổi Galilée các tọa độ 8

1.3. Phép biến đổi Galilée các vận tốc 8

1.4. Phép biến đổi Galilée các gia tốc 9

1.5. Tính bất biến của một phương trình 9

Chương 2. **Các tiên đề Einstein**

2.1. Không gian tuyệt đối và ête 18

2.2. Thí nghiệm Michelson và Morley 18

2.3. Các phép đo thời gian và độ dài – Một vấn đề nguyên lí 19

2.4. Các tiên đề Einstein 19

Chương 3. **Phép biến đổi Lorentz**

3.1. Tính bất biến của vận tốc ánh sáng 26

3.2. Tính bất biến của phương trình Maxwell 27

3.3. Các nhận xét chung về cách giải các bài toán bằng áp dụng các phép biến đổi Lorentz 27

3.4. Tính đồng thời. 28

Chương 4. **Độ đo tương đối tính của các độ dài**

4.1. Định nghĩa độ dài 34

Chương 5. **độ đo tương đối tính của thời gian**

5.1. Thời gian riêng 38

5.2. Sự dãn nở của thời gian 39

Chương 6. **Độ đo tương đối tính của không – thời gian**

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Chương 7. **Phép biến đổi tương đối tính các vận tốc**

7.1. Phép biến đổi các vận tốc và vận tốc ánh sáng 60
7.2. Nhận xét chung về cách giải các bài toán về vận tốc 60

Chương 8. **Khối lượng, năng lượng và động lượng tương đối tính**

8.1. Sự cần thiết phải định nghĩa lại động lượng 67
8.2. Sự biến đổi của khối lượng theo vận tốc 68
8.3. Định luật thứ hai của Newton trong thuyết tương đối 69
8.4. Hệ thức khối lượng – năng lượng : $E = mc^2$ 69
8.5. Hệ thức giữa động lượng và năng lượng 70
8.6. Các đơn vị 70
8.7. Nhận xét chung về lời giải của các bài toán về khối lượng – năng lượng 71

Chương 9. **Hiệu ứng Doppler tương đối tính**

Phần thứ hai

LÍ THUYẾT LƯỢNG TỬ CỦA BỨC XẠ ĐIỆN TỪ

Chương 10. **Lí thuyết phôtôn**

Chương 11. **Hiệu ứng quang điện**

11.1. Các kết quả thực nghiệm 94
11.2. Lí thuyết của hiệu ứng quang điện 95

Chương 12. **Hiệu ứng Compton**

Chương 13. **Sinh và hủy cặp**

13.1. Sinh cặp 111
13.2. Hủy cặp 113

Chương 14. **Hấp thụ phôtôn**

Phần thứ ba

SÓNG VẬT CHẤT

Chương 15. **Sóng de Broglie**

15.1. Lưỡng tính sóng–hạt của bức xạ điện từ 124
15.2. Lưỡng tính sóng–hạt của vật chất 125

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Chương 16. **Kiểm chứng thực nghiệm các giả thuyết de Broglie**

16.1. Định luật nhiễu xạ Bragg 131
16.2. Thí nghiệm nhiễu xạ êlectrôn 132

Chương 17. **Ý nghĩa xác suất của sóng de Broglie**

17.1. Ý nghĩa xác suất của bức xạ điện từ 140
17.2. Ý nghĩa xác suất của sóng vật chất 140

Chương 18. **Nguyên lí bất định Heisenberg**

18.1. Độ đo và độ bất định 144
18.2. Hệ thức bất định về vị trí và xung lượng 146
18.3. Hệ thức bất định về năng lượng và thời gian 146
18.4. Nguyên lí bổ sung 147

Phần thứ tư

CÁC NGUYÊN TỬ ĐỒNG DẠNG HIDRÔ

Chương 19. **Nguyên tử Bohr**

19.1. Phổ hidrô 157
19.2. Lí thuyết Bohr về nguyên tử hidrô 158
19.3. Hiện tượng phát bức xạ trong lí thuyết Bohr 160
19.4. Giản đồ các mức năng lượng 161
19.5. Các nguyên tử đồng dạng hidrô 163
19.6. Các nguyên tử mêdôn μ^- và mêdôn π 163

Chương 20. **Chuyển động quỹ đạo của êlectrôn và hiệu ứng Zeeman**

20.1. Mômen động lượng quỹ đạo cổ điển 179
20.2. Mômen lưỡng cực từ cổ điển 180
20.3. Năng lượng cổ điển của lưỡng cực từ trong một từ trường ngoài 181
20.4. Thí nghiệm Zeeman 182
20.5. Sự lượng tử hoá mômen động lượng 182
20.6. Sự lượng tử hoá về hướng của mômen động lượng 183
20.7. Giải thích hiệu ứng Zeeman 183

Chương 21. **Thí nghiệm Stern và Gerlach và spin của êlectrôn**

21.1. Thí nghiệm của Stern và Gerlach 191
21.2. Spin của êlectrôn 192

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Chương 22. **Spin của êlectrôn và cấu trúc tinh tế**

22.1. Liên kết spin – quỹ đạo 196
22.2. Cấu trúc tinh tế 197
22.3. Mômen động lượng tổng cộng (mẫu vectơ) 197

Phần thứ năm
CÁC NGUYÊN TỬ NHIỀU ÊLECTRÔN

Chương 23. **Nguyên lí loại trừ Pauli**

23.1. Mở đầu 203
23.2. Nguyên lí loại trừ Pauli 203
23.3. Hạt duy nhất trong một hộp một chiều 204
23.4. Nhiều hạt trong một hộp một chiều 205

Chương 24. **Các nguyên tử nhiều êlectrôn và bảng phân loại tuần hoàn**

24.1. Kí hiệu phổ về cấu hình êlectrôn của các nguyên tử 210
24.2. Bảng phân loại tuần hoàn các nguyên tố và mẫu vỏ nguyên tử 211
24.3. Kí hiệu phổ các trạng thái của nguyên tử 212
24.4. Các trạng thái kích thích và liên kết $\vec{L}.\vec{S}$ 213
24.5. Hiệu ứng Zeeman dị thường 214

Chương 25. **Các chuyển dời của các êlectrôn ở vỏ trong tia X**

25.1. Máy phát tia X 233
25.2. Bức xạ "Bremsstrahlung" hay "bức xạ hãm" 234
25.3. Quá trình tạo phổ tia X đặc trưng 235
25.4. Hệ thức Moseley 236
25.5. Sự gián đoạn của quá trình hấp thụ tia X 237
25.6. Hiệu ứng Auger 239
25.7. Huỳnh quang tia X 240

Phần thứ sáu
VẬT LÍ HẠT NHÂN

Chương 26. **Tính chất của các nuclôn và của đơtêrôn (hay đơtôn)**

26.1. Các nuclôn 256

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

26.2. Các lực nuclôn 257
26.3. Đơtêrôn 258

Chương 27. **Các tính chất của hạt nhân**

27.1. Phân loại các hạt nhân 264
27.2. Tỉ số số prôtôn và nơtrôn 264
27.3. Mẫu hạt nhân hình cầu 265
27.4. Năng lượng liên kết hạt nhân 265

Chương 28. **Các mẫu hạt nhân**

28.1. Mẫu giọt chất lỏng 271
28.2. Mẫu vỏ 274

Chương 29. **Hiện tượng phân rã của các hạt nhân không bền**

29.1. Mở đầu 290
29.2. Định luật thống kê về phân rã phóng xạ 290
29.3. Phân rã gamma 292
29.4. Phân rã anpha 293
29.5. Phân rã bêta và nơtrinô 294

Chương 30. **Các phản ứng hạt nhân**

30.1. Mở đầu 314
30.2. Phân loại phản ứng hạt nhân 315
30.3. Các hệ quy chiếu phòng thí nghiệm và khối tâm 317
30.4. Năng lượng các phản ứng hạt nhân 318
30.5. Tiết diện hiệu dụng hạt nhân 319

Chương 31. **Phản ứng phân hạch và nhiệt hạch**

31.1. Phản ứng phân hạch 331
31.2. Phản ứng nhiệt hạch (hay phản ứng tổng hợp hạt nhân) 333

Chương 32. **Các hạt sơ cấp**

32.1. Phân loại các hạt sơ cấp 342
32.2. Tương tác giữa các hạt 344
32.3. Các định luật bảo toàn 345
32.4. Bảo toàn leptôn 346
32.5. Bảo toàn barion 346

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

32.6. Bảo toàn Spin đồng vị 347
32.7. Bảo toàn số lạ 349
32.8. Bảo toàn chẵn lẻ 350
32.9. Các hạt có thời gian sống rất ngắn và các hạt cộng hưởng 350

Phần thứ bảy
CÁC HỆ NGUYÊN TỬ

Chương 33. **Các liên kết phân tử**

33.1. Liên kết ion 363
33.2. Liên kết đồng hoá trị 364
33.3. Các kiểu liên kết khác 366

Chương 34. **Các trạng thái kích thích của các phân tử lưỡng nguyên tử**

34.1. Chuyển động quay của phân tử 372
34.2. Chuyển động dao động của phân tử 372
34.3. Các trạng thái kích thích kết hợp 373

Chương 35. **Thuyết động học các chất khí**

35.1. Định luật về chất khí lí tưởng 385

Chương 36. **Các hàm phân bố**

36.1. Các hàm phân bố gián đoạn 398
36.2. Các hàm phân bố liên tục 400
36.3. Các hàm phân bố cơ bản và mật độ trạng thái 400

Chương 37. **Thống kê cổ điển : thống kê Maxwell – Boltzmann**

Chương 38. **Thống kê lượng tử**

38.1. Thống kê Fermi–Dirac 425
38.2. Thống kê Bose – Einstein 426
38.3. Giới hạn ở nhiệt độ cao 426
38.4. Hai tích phân hữu ích 427

Chương 39. **Lí thuyết vùng trong chất rắn**

Phụ lục 476
Mục lục 490

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Chịu trách nhiệm xuất bản :
Chủ tịch HĐQT kiêm Tổng Giám đốc NGÔ TRẦN ÁI
Phó Tổng Giám đốc kiêm Tổng biên tập NGUYỄN QUÝ THAO

Biên tập lần đầu :
NGUYỄN QUANG HẬU

Biên tập tái bản :
ĐẶNG THANH HẢI

Biên tập kĩ thuật :
MAI PHƯƠNG LIÊN

Sửa bản in :
PHÒNG SỬA BẢN IN (NXB GIÁO DỤC)

Chế bản :
PHÒNG CHẾ BẢN (NXB GIÁO DỤC)

VẬT LÍ HIỆN ĐẠI - LÍ THUYẾT VÀ BÀI TẬP

Mã số : 7K137T6 - DAI

In 1.000 cuốn khổ 14,5cm x 20,5cm. Tại **CÔNG TY CỔ PHẦN IN ANH VIỆT**
Số 74 ngõ 310 đường Nghi Tàm - Tây Hồ - Hà Nội.
Giấy phép xuất bản : 04 - 2006/CXB/110-1080/GD.
In xong và nộp lưu chiểu Quý I năm 2006.

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

CÔNG TY CỔ PHẦN SÁCH ĐẠI HỌC – DẠY NGHỀ
HEVOBCO
Địa chỉ : 25 Hàn Thuyên, Hà Nội

TÌM ĐỌC SÁCH THAM KHẢO ĐẠI HỌC - BỘ MÔN VẬT LÍ

CỦA NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC

1. Vật lí đại cương (3 tập)	*LƯƠNG DUYÊN BÌNH (Chủ biên)*
2. Bài tập Vật lí đại cương (3 tập)	*LƯƠNG DUYÊN BÌNH (Chủ biên)*
3. Cơ sở Vật lí (6 tập)	*DAVID HALLIDAY - ROBERT RESNICK - JEARL WALKER ĐÀM TRUNG ĐỒN - NGÔ QUỐC QUÝNH... (dịch)*
4. Giải bài tập và bài toán Cơ sở Vật lí (4 tập)	*LƯƠNG DUYÊN BÌNH -NGUYỄN QUANG HẬU*
5. Bài tập Vật lí lí thuyết (2 tập)	*NGUYỄN HỮU MINH - LÊ TRỌNG TƯỜNG*
6. Phương pháp toán lí	*ĐỖ ĐÌNH THANH*
7. Vật lí hiện đại (Lí thuyết và bài tập)	*RONALD GAUTREAU - WILLIAM SAVIN NGÔ PHÚ AN - LÊ BẰNG SƯƠNG (dịch)*

Bạn đọc có thể tìm mua tại các Công ti Sách và Thiết bị trường học ở địa phương hoặc các Cửa hàng giới thiệu sách của Nhà xuất bản Giáo dục :
81 Trần Hưng Đạo, 57 Giảng Võ - Hà Nội;
15 Nguyễn Chí Thanh - TP. Đà Nẵng;
231 Nguyễn Văn Cừ (Quận 5) - Thành phố Hồ Chí Minh.

8 934980 685518

1 downloaded 73159.pdf at Tue Apr 10 17:10:34 ICT 2012

Giá: 33.000đ