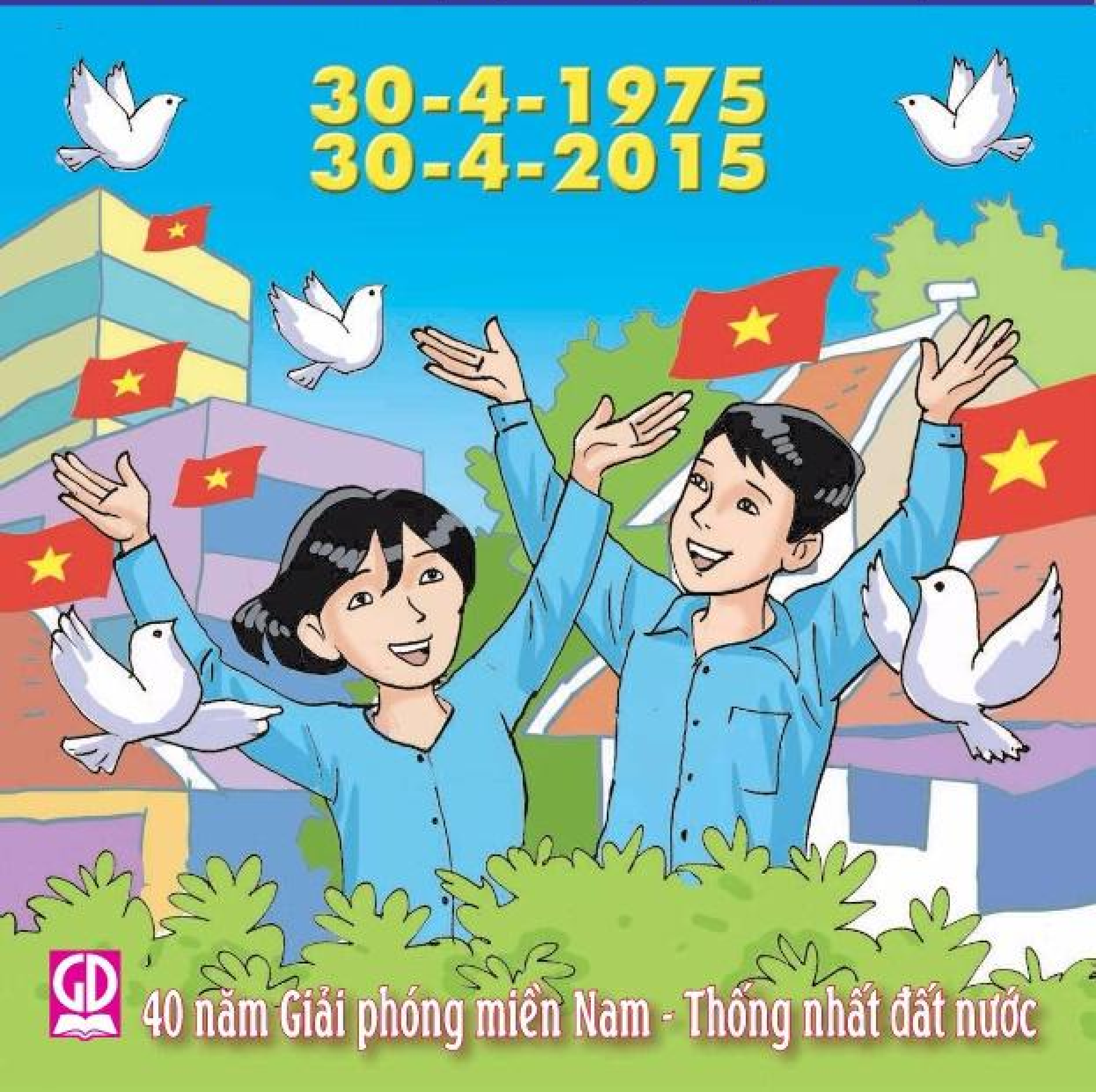
NĂM THỨ MƯỜI SÁU
ISSN 1859-2740
146
04/2015
Giá: 10000đ

Toán tuổi thơ 2

TRUNG HỌC CƠ SỞ

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM - BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO



30-4-1975
30-4-2015

40 năm Giải phóng miền Nam - Thống nhất đất nước

Toán Tuổi thơ 2 Trung học cơ sở

Children's Fun Maths Journal

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM - BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

CHỊU TRÁCH NHIỆM XUẤT BẢN

NGƯT. NGÔ TRẦN ÁI
CHỦ TỊCH HỘI ĐỒNG THÀNH VIÊN NXBGD VIỆT NAM

GS. TS. VŨ VĂN HÙNG
TỔNG GIÁM ĐỐC KIÊM TỔNG BIÊN TẬP NXBGD VIỆT NAM

TÒA SOẠN

Tầng 5, số 361 đường Trường Chinh,
quận Thanh Xuân, Hà Nội
Điện thoại (Tel): 04.35682701
Điện sao (Fax): 04.35682702
Điện thư (Email): toantuoitho@vnn.vn
Trang mạng (Website): http://www.toantuoitho.vn

ĐẠI DIỆN TẠI MIỀN NAM

NGUYỄN VIẾT XUÂN
55/12 Trần Đình Xu, P. Cầu Kho, Q.1, TP. HCM
ĐT: 08.66821199, DĐ: 0973 308199

Biên tập: HOÀNG TRỌNG HẢO,
NGUYỄN NGỌC HÂN, PHAN HƯƠNG
Trị sự - Phát hành: TRỊNH THỊ TUYẾT TRANG,
VŨ ANH THƯ, NGUYỄN HUYỀN THANH
Chế bản: ĐỖ TRUNG KIÊN Mĩ thuật: TÚ ÂN

TRONG SỐ NÀY

LŨY THỪA của một số hữu tỉ

NGUYỄN ĐỨC TẤN *(TP. Hồ Chí Minh)*

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Cho n là số tự nhiên khác 0 và 1, x là số hữu tỉ khác 0. Lũy thừa bậc n của số x, kí hiệu là x^n, là tích của n thừa số x

$x^n = \underbrace{x \times x \times x \ldots \times x}_{n \text{ thừa số } x}$ $(x \in \mathbb{Q}, n \in \mathbb{N}, n > 1)$.

Nếu $x = \frac{a}{b}$ thì $x^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$.

Quy ước $x^1 = x; x^0 = 1$ (với $x \neq 0$).

Các quy tắc

$x^m . x^n = x^{m+n}$

$x^m : x^n = x^{m-n}$ (với $x \neq 0$, $m \geq n$).

$(x^m)^n = x^{m.n}$

$(x.y)^n = x^n . y^n$

$(x : y)^n = x^n : y^n$ (với $y \neq 0$).

$x^{-n} = \frac{1}{x^n}$ $(n \in \mathbb{N}, x \neq 0)$.

B. CÁC DẠNG BÀI TOÁN THƯỜNG GẶP

Dạng 1. Tính

a) Phương pháp giải: Vận dụng định nghĩa của lũy thừa với số mũ tự nhiên, các công thức tích, thương của hai lũy thừa cùng cơ số, lũy thừa của lũy thừa, lũy thừa của một tích, một thương cùng với thứ tự thực hiện các phép tính, tính chất của phép tính và quy tắc dấu ngoặc.

b) Các ví dụ

Ví dụ 1.1 Tính

a) $2.3^2 - 17^1 + 5^{52} : (25^{15}.5^{19}) - 2015^0$

b) $\frac{4^{21}.3^{13} + 16^{10}.9^7}{2^{41}.9^5 - 4^{19}.3^{15}}$.

Ví dụ 1.2 Tính

$A = 1.2 + 2.3 + 3.4 + \ldots + 13.14$

$B = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + 13^2$

$C = 1^2 + 2^2 + 4^2 + 6^2 + \ldots + 26^2$.

Dạng 2. Viết một số hữu tỉ dưới dạng một lũy thừa

a) Phương pháp giải: Để viết một số hữu tỉ dạng $\frac{a}{b}$ $(a, b \in \mathbb{Z}, b > 0$, ƯCLN$(a, b) = 1)$ dưới dạng một lũy thừa, ta sẽ phân tích $|a|$ và b ra thừa số nguyên tố. Đôi khi ta còn vận dụng công thức lũy thừa của lũy thừa.

b) Các ví dụ

Ví dụ 2.1 Viết số 64 dưới dạng lũy thừa của số nguyên. Tìm tất cả các cách viết.

Ví dụ 2.2 Viết các số $(0,25)^{2015}$ và $(0,125)^{17}$ dưới dạng lũy thừa của cơ số 0,5.

Dạng 3. Tìm số mũ khi biết cơ số và lũy thừa

a) Phương pháp giải: Biến đổi đẳng thức đã cho về dạng $x^a = x^b$. Lưu ý nếu x khác 0, 1, –1 thì a = b.

b) Các ví dụ

Ví dụ 3.1 Tìm $x, y \in \mathbb{N}$, biết rằng

a) $3^{x+2} + 3^x = 810$

b) $2^{x+2} - 2^x = 192$

c) $2^x + 2^y = 2^{x+y}$.

Dạng 4. Tìm cơ số biết số mũ và lũy thừa

a) Phương pháp giải: Biến đổi đẳng thức đã cho về dạng $x^n = y^n$. Lưu ý nếu n lẻ thì x = y, nếu n chẵn và $n \neq 0$ thì $x = \pm y$.

b) Các ví dụ

Ví dụ 4.1 Tìm x, biết

a) $\left(x - \frac{2}{3}\right)^3 - \frac{1}{5} = \frac{2}{125}$

b) $(x - 7)^4 + 5 = 86$

c) $x(x^4 - 13) = 3x$

d) $(x - 9)^3(x^2 - 4) - x^2 = -4$.

Dạng 5. So sánh hai lũy thừa

a) Phương pháp giải: Đưa hai số lũy thừa cần so sánh về hai lũy thừa cùng cơ số (nếu được) hoặc về hai lũy thừa cùng số mũ (nếu được) rồi so sánh.

b) Các ví dụ

Ví dụ 5.1 So sánh

a) 3^{2000} và 2^{3000}

b) 33^{44} và 44^{33}

c) $(20^{2015} + 11^{2015})^{2016}$ và $(20^{2016} + 11^{2016})^{2015}$.

Dạng 6. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức

a) Phương pháp giải: Với mọi $n \in \mathbb{N}^*$, thì $x^{2n} \ge 0$, dấu "=" xảy ra khi $x = 0$ và $-x^{2n} \le 0$, dấu "=" xảy ra khi $x = 0$.

b) Các ví dụ

Ví dụ 6.1 Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$A = \left(x - \frac{2}{3}\right)^2 + \frac{5}{9}.$$

Ví dụ 6.2 Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $B = -(x + 0{,}7)^2 + 18$.

Ví dụ 6.3 Tìm x, y để biểu thức sau đạt giá trị nhỏ nhất: $C = (x - 2)^2 + (y + 8)^2 - 2015$.

Ví dụ 6.4 Tìm x, y để biểu thức sau đạt giá trị lớn nhất

$$D = -\left(3x + \frac{1}{5}\right)^4 + \left[-\left(\frac{1}{2}y + 3\right)^2\right]^3 + 1963.$$

HƯỚNG DẪN GIẢI - ĐÁP SỐ

Ví dụ 1.1 a) 125 b) $\frac{4}{9}$.

Ví dụ 1.2 Ta có

$3A = 1.2.3 + 2.3.3 + 3.4.3 + ... + 13.14.3$

$= 1.2.3 + 2.3.(4 - 1) + 3.4.(5 - 2) + ... + 13.14.(15 - 12)$

$= 1.2.3 + 2.3.4 - 1.2.3 + 3.4.5 - 2.3.4 + ... + 13.14.15 - 12.13.14$

$= 13.14.15$

Do đó $A = 13.14.5 = 910$.

$B = 1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + 13^2$

$= 1(2 - 1) + 2(3 - 1) + 3(4 - 1) + ... + 13(14 - 1)$

$= A - (1 + 2 + 3 + ... + 13)$

$= 910 - \frac{13.14}{2} = 819.$

$C = 1^2 + 2^2 + 4^2 + 6^2 + ... + 26^2$

$= 1 + 4(1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + 13^2)$

$= 1 + 4.819 = 3277$.

Ví dụ 2.1 $64 = 2^6 = (-2)^6 = 4^3 = 8^2 = (-8)^2 = 64^1$.

Ví dụ 2.2 a) $0{,}5^{4030}$ b) $0{,}5^{51}$.

Ví dụ 3.1 a) $3^{x+2} + 3^x = 810 \Rightarrow 3^x(3^2 + 1) = 810$

$\Rightarrow 3^x = 81 = 3^4 \Rightarrow x = 4$.

b) $2^{x+2} - 2^x = 192 \Rightarrow 2^x(2^2 - 1) = 192$

$\Rightarrow 2^x = 64 = 2^6 \Rightarrow x = 6$.

c) $2^x + 2^y = 2^{x+y} \Rightarrow (2^x - 1)(2^y - 1) = 1$

$\Rightarrow x = y = 1$.

Ví dụ 4.1 a) $x = 1$

b) $x = 10$ hoặc $x = 4$.

c) $x(x^4 - 13) = 3x \Rightarrow x(x^4 - 13 - 3) = 0$

$\Rightarrow x = 0$ hoặc $x^4 = 16 \Rightarrow x = 0$ hoặc $x = \pm 2$.

d) $x = 1, x = -1, x = 10$.

Ví dụ 5.1 a) $3^{2000} = 9^{1000} > 8^{1000} = 2^{3000}$.

b) Ta có

$33^{44} = (33^4)^{11} = [(3.11)^4]^{11} = (3^4.11^4)^{11} = (81.11^4)^{11}$

$44^{33} = (44^3)^{11} = [(4.11)^3]^{11} = (4^3.11^3)^{11} = (64.11^3)^{11}$

Vì $81 > 64$ và $11^4 > 11^3$ nên $33^{44} > 44^{33}$.

c) Ta có $(20^{2015} + 11^{2015})^{2016}$

$= (20^{2015} + 11^{2015})^{2015}.(20^{2015} + 11^{2015})$

$> (20^{2015} + 11^{2015})^{2015}.\ 20^{2015}$

$= (20.20^{2015} + 20.11^{2015})^{2015}$

$> (20^{2016} + 11^{2016})^{2015}$.

Ví dụ 6.1 Ta có $A = \left(x - \frac{2}{3}\right)^2 + \frac{5}{9} \ge \frac{5}{9}$

Vì $\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 \ge 0$.

Dấu "=" xảy ra khi $\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2}{3}$.

Vậy $\text{Min}A = \frac{5}{9} \Leftrightarrow x = \frac{2}{3}$.

Ví dụ 6.2 $\text{Max}B = 18$ khi $x = -0{,}7$.

Ví dụ 6.3 Ta có

$C = (x - 2)^2 + (y + 8)^2 - 2015 \ge -2015$

(vì $(x - 2)^2 \ge 0$ và $(y + 8)^2 \ge 0$).

Dấu "=" xảy ra khi $x - 2 = 0$ và $y + 8 = 0$

hay $x = 2$ và $y = -8$.

Vậy C đạt giá trị nhỏ nhất là -2015 khi $x = 2$ và $y = -8$.

Ví dụ 6.4 D đạt giá trị lớn nhất là 1963 khi $x = -\frac{1}{15}$ và $y = -6$.

ÔN TẬP CHƯƠNG IV ĐẠI SỐ 8

NGUYỄN ĐỨC HẢO
(GV. THCS Lam Sơn, Q. 6, TP. Hồ Chí Minh)

Các em hãy giải các dạng bài tập sau nhé.

Bài 1. Giải bất phương trình và biểu diễn tập nghiệm trên trục số

a) $2x - 1 > 5$ b) $3x - 2 < 4$

c) $2 - 5x \le 17$ d) $5 - 3x > 14$

Bài 2. Giải các bất phương trình

a) $3(x + 1) > -2x + 6$

b) $2(x + 2) < -3x + 7$

c) $4(x + 3) > 2x - 7$

d) $6(x - 1) > -2x + 3$

Bài 3. Giải các bất phương trình

a) $(x + 2)^2 \ge (x + 3)(x + 4)$

b) $(x + 3)^2 \ge (x + 4)(x + 5)$

c) $(x + 5)^2 \le (x + 6)(x + 7)$

d) $(x + 6)^2 \le (x + 7)(x + 8)$

Bài 4. Giải các bất phương trình

a) $2x(6x - 1) > (3x - 2)(4x + 3)$

b) $3x(2x - 1) > (3x - 2)(2x + 3)$

c) $4x(x - 1) < (2x + 3)(2x - 4)$

d) $3x(x + 1) < (x + 3)(3x - 5)$

Bài 5. Giải các bất phương trình

a) $\dfrac{2x-3}{3} - \dfrac{3x+2}{4} \ge \dfrac{x+3}{6}$

b) $\dfrac{3x-1}{2} - \dfrac{2x+3}{3} \le \dfrac{15x-13}{6}$

c) $\dfrac{x+3}{4} - \dfrac{2x-1}{3} \ge \dfrac{5-x}{12}$

d) $\dfrac{2x+1}{3} - \dfrac{3x-1}{4} < \dfrac{7x+3}{12}$

Bài 6. Giải các hệ bất phương trình

a) $\begin{cases} 2x - 3 < x + 1 \\ 3x + 2 > x - 1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 4x - 1 < 2x + 3 \\ 5x - 3 > 4x - 5 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3x - 7 < 2x - 4 \\ 3x + 5 > x + 3 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 4x + 5 < 3x + 8 \\ 3x + 2 > x - 2 \end{cases}$

Bài 7. Giải các phương trình

a) $|2x + 1| = |1 - x|$

b) $|x - 1| = |2x + 3|$

c) $|3x - 2| = |2x - 3|$

d) $|x + 2| = |2x - 1|$

Bài 8. Giải các phương trình

a) $|x - 7| = 2x - 3$

b) $|x + 4| = 2x - 5$

c) $|x + 3| = 3x - 1$

d) $|x + 2| = 3 - 2x$

Bài 9. Giải các bất phương trình

a) $\dfrac{x-2}{x-3} > 0$ b) $\dfrac{x+2}{x-5} < 0$

c) $(x - 2)(x - 5) > 0$ d) $(x + 3)(x - 1) < 0$

Bài 10. Cho a, b, c > 0. Chứng minh rằng

a) $a^4 + b^4 \ge 2a^2b^2$

b) $a^4 + b^4 + c^4 \ge a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2$

c) $a^2b^2 + b^2c^2 \ge 2ab^2c$

d) $a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 \ge abc(a + b + c)$

e) $\dfrac{ab}{c} + \dfrac{bc}{a} \ge 2b$

f) $\dfrac{ab}{c} + \dfrac{bc}{a} + \dfrac{ca}{b} \ge a + b + c$

g) $\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b} \ge \dfrac{4}{a+b}$

h) $\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b} + \dfrac{1}{c} \ge \dfrac{9}{a+b+c}$

i) $\dfrac{1}{p-a} + \dfrac{1}{p-b} + \dfrac{1}{p-c} \ge 2\left(\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b} + \dfrac{1}{c}\right)$ (với a, b, c là độ dài ba cạnh của tam giác có nửa chu vi là p)

j) $\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b} + \dfrac{1}{c} \ge \dfrac{4}{a+2b+c} + \dfrac{4}{b+2c+a} + \dfrac{4}{c+2a+b}$

k) $a^2 + b^2 \ge \dfrac{(a+b)^2}{2}$

m) $a^4 + b^4 \ge \dfrac{(a+b)^4}{8}$.

Đo trí thông minh IQ

Kì này SỐ NÀO?

Bài 1. Điền số còn thiếu vào dãy sau:

6 15 35 77 143 ...

Bài 2. Cho dãy số 23, 35, 56, ... trong đó mỗi số hạng của dãy bằng tổng các chữ số của số hạng đứng kề ngay trước nó nhân với 7. Hỏi số hạng thứ 2015 là số nào?

NGUYỄN ĐỨC TẤN *(TP. Hồ Chí Minh)*

Kết quả ĐIỀN SỐ NÀO? (TTT2 số 144)

Nhận xét. Quy luật kì này tương đối khó phát hiện, vì dấu hiệu đặc trưng không rõ.

Quy luật. Ở mỗi hình a), b), c) có hai cột số nằm bên trái và bên phải hình tròn lớn. Trong các hình a) và b) có một cặp số giống nhau, mỗi số nằm ở một cột. Ngoài ra, số ở vòng tròn lớn bằng tổng của hai số giống nhau đó trừ đi 1, cụ thể:

Hình a): $(3 + 3) - 1 = 5$;

Hình b): $(18 + 18) - 1 = 35$.

Theo quy luật đó, số cần điền vào vị trí dấu chấm hỏi ở hình c) là $(43 + 43) - 1 = 85$.

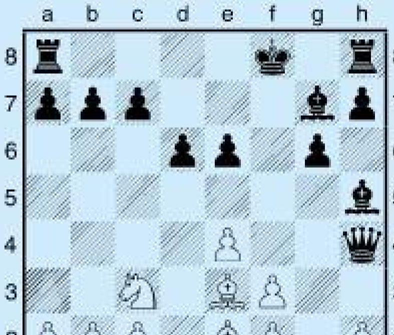
Xin trao thưởng cho các bạn: *Lê Thị Thanh Hương, Nguyễn Trung Vương*, 6D, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Văn Huỳnh*, 7A2, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Trịnh Tùng Huy*, 8A4, THCS Trần Đăng Ninh, TP. Nam Định, **Nam Định**; *Nguyễn Hoàng Anh*, 7B, THCS Nguyễn Thượng Hiền, Ứng Hòa, **Hà Nội**.

Các bạn sau được tuyên dương: *Nguyễn Khắc Nhân, Lê Thế Hải*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**.

NGUYỄN XUÂN BÌNH

THẾ CỜ (Kì 71)

Đen đi trước tìm cách thắng.



LÊ THANH TÚ *(Đại kiện tướng Quốc tế)*

Kết quả (TTT2 số 144)

THẾ CỜ (Kì 69)

Bạn *Trần Thị Diễm Quỳnh*, 8G, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An** có lời giải bằng thơ như sau:

Bên trắng chịu thiệt thòi
Thí hậu xuống e8
Vua đen liền xông xáo
Vừa trông thấy ăn ngay
Tưởng như thế mà hay
Nhưng đừng vội mừng nhé
Đôi song mã bên trắng
Liên kết lại với nhau
Phản công lại thế cuộc
Mã xuống liền f6
Vua sợ lẩn d8
Mã tiếp tục xông pha
Xuống tận ô f7
Vậy thế trận đã rõ
Bên đen phải đầu hàng
Còn bên trắng liên hoan.

Ngoài bạn Quỳnh, các bạn *Vũ Quang Phong*, 8A1, THCS Hàn Thuyên, Lương Tài, **Bắc Ninh**; *Hoàng Lê Công Khôi*, 8B, THCS Thanh Hà, Thanh Ba, **Phú Thọ** cũng có lời giải đúng được thưởng kì này.

LÊ THANH TÚ

Học ra sao? Giải toán thế nào?

BẤT ĐẲNG THỨC CÓ ĐIỀU KIỆN

NGUYỄN THU THỦY
(HS. 9A5 THCS Nguyễn Đăng Đạo, TP. Bắc Ninh, Bắc Ninh)

Bất đẳng thức và cực trị là dạng toán thường xuất hiện trong các kì thi học sinh giỏi, thi vào THPT, thi vào Cao đẳng và Đại học. Trong quá trình học toán tôi đã gặp những bài toán hay với những lời giải rất thú vị. Sau đây chúng ta sẽ cùng giải một số bài bất đẳng thức có điều kiện thường gặp.

Bài toán 1. Cho $a \ge 3$, tìm giá trị nhỏ nhất của $P = a + \frac{1}{a}$.

Lời giải. Ta dự đoán P đạt giá trị nhỏ nhất khi $a = 3$. Từ đó ta có lời giải sau.

Vì $a \ge 3$ và áp dụng bất đẳng thức AM-GM ta có

$$P = a + \frac{1}{a} = a + \frac{9}{a} - \frac{8}{a} \ge 2\sqrt{a \cdot \frac{9}{a}} - \frac{8}{a}$$

$$\ge 6 - \frac{8}{3} = \frac{10}{3}.$$

Dấu "=" xảy ra khi $a = 3$.

Vậy $\text{Min}P = \frac{10}{3}$ khi $a = 3$.

Bài toán 2. Cho $x, y, z > 0$ thỏa mãn $xyz = 1$. Chứng minh rằng

$$P = \frac{\sqrt{1+x^3+y^3}}{xy} + \frac{\sqrt{1+y^3+z^3}}{yz} + \frac{\sqrt{1+z^3+x^3}}{zx} \ge 3\sqrt{3}.$$

Lời giải. Áp dụng bất đẳng thức AM-GM ta có

$$1 + x^3 + y^3 \ge 3\sqrt[3]{1.x^3.y^3} = 3xy$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{1+x^3+y^3}}{xy} \ge \frac{\sqrt{3xy}}{xy} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{xy}}.$$

Chứng minh tương tự rồi cộng theo vế các bất đẳng thức đó ta được

$$P \ge \sqrt{3}\left(\frac{1}{\sqrt{xy}} + \frac{1}{\sqrt{yz}} + \frac{1}{\sqrt{zx}}\right)$$

$$= \sqrt{3}\,\frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}+\sqrt{z}}{\sqrt{xyz}} = \sqrt{3}(\sqrt{x}+\sqrt{y}+\sqrt{z})$$

$$\ge \sqrt{3}.3\sqrt[3]{\sqrt{x}.\sqrt{y}.\sqrt{z}} = 3\sqrt{3}.$$

Bài toán 3. Cho $a, b, c > 0$ thỏa mãn $a + b + c \ge 6$. Tìm giá trị nhỏ nhất của

$$P = 5a + 6b + 7c + \frac{1}{a} + \frac{8}{b} + \frac{27}{c}.$$

Lời giải. Vì $a + b + c \ge 6$ nên áp dụng bất đẳng thức AM-GM ta có

$$P = \left(a + \frac{1}{a}\right) + \left(2b + \frac{8}{b}\right) + \left(3c + \frac{27}{c}\right)$$

$$+ 4(a + b + c) \ge 2 + 8 + 18 + 4.6 = 24.$$

Dấu "=" xảy ra khi $a = 1$, $b = 2$, $c = 3$.

Vậy $\text{Min}P = 24$ khi $a = 1$, $b = 2$, $c = 3$.

Bài toán 4. Cho các số thực $a, b, c \in [0, 1]$. Chứng minh rằng

$$2(a^3 + b^3 + c^3) \le 3 + a^2b + b^2c + c^2a.$$

Lời giải. Vì $a, b, c \in [0, 1]$ nên

$$(1 - a^2)(1 - b) + (1 - b^2)(1 - c) + (1 - c^2)(1 - a) \ge 0$$

$$\Leftrightarrow 3 + (a^2b + b^2c + c^2a) - (a^2 + b^2 + c^2) - (a + b + c) \ge 0$$

$$\Leftrightarrow 3 + a^2b + b^2c + c^2a \ge a^2 + b^2 + c^2 + a + b + c$$

Mà $a, b, c \in [0, 1]$ nên

$$a^2 + b^2 + c^2 + a + b + c \ge 2(a^3 + b^3 + c^3).$$

Suy ra đpcm.

Chúng mình cùng tìm hướng giải các bài tập sau nhé

Bài 1. Cho các số thực x, y, z thỏa mãn $x^2 + y^2 + z^2 = 2$. Chứng minh rằng $x + y + z \le xyz + 2$.

Bài 2. Cho x, y thỏa mãn $x, y \ge 0$ và $x^2 + y^2 = 1$. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của $P = x^3 + y^3$.

Bài 3. Cho các số thực x, y khác 0 thỏa mãn $(x + y)xy = x^2 - xy + y^2$. Tìm giá trị lớn nhất của $A = \frac{1}{x^3} + \frac{1}{y^3}$.

Bài 4. Các số thực $a, b, c \in [-1, 2]$ thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 = 6$. Chứng minh rằng $a + b + c \ge 0$. ☞

CUỘC THI DÀNH CHO CÁC THẦY CÔ GIÁO

THI RA ĐỀ KIỂM TRA, ĐỀ THI TOÁN

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI LỚP 7 CẤP TRƯỜNG

MÃ ĐỀ: RDKTH020 **Thời gian làm bài**: 120 phút *(không kể thời gian giao đề)*

Câu 1. Tính $A = 1 - 2 + 2^2 - 2^3 + ... + 2^{100}$.

Câu 2. Thực hiện phép tính

$$A = \frac{1}{4.9} + \frac{1}{9.14} + \frac{1}{14.19} + ... + \frac{1}{44.49}.$$

$$B = \frac{2^{12}.3^5 - 4^6.9^2}{(2^2.3)^6 + 8^4.3^5} - \frac{5^{10}.7^3 - 25^2.49^2}{(125.7)^3 + 5^9.14^3}.$$

Câu 3. Cho tỉ lệ thức $\frac{a}{c} = \frac{c}{b}$. Chứng minh rằng

$$\frac{a^2 + c^2}{b^2 + c^2} = \frac{a}{b}.$$

Câu 4. Tìm số tự nhiên n để phân số $\frac{7n - 8}{2n - 3}$ có giá trị lớn nhất.

Câu 5. Tìm tất cả các nghiệm của đa thức $f(x) = 3x^2 - 2x - 1$.

Câu 6. Ba lớp 7A, 7B, 7C có 94 học sinh tham gia trồng cây. Mỗi học sinh lớp 7A trồng được 3 cây, mỗi học sinh lớp 7B trồng được 4 cây, mỗi học sinh lớp 7C trồng được 5 cây. Hỏi mỗi lớp có bao nhiêu học sinh, biết rằng số cây các lớp đó trồng được là như nhau.

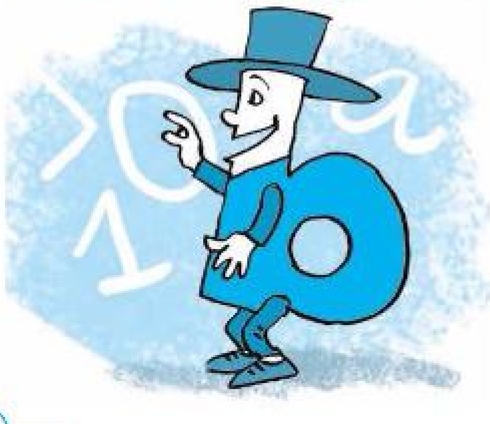
Câu 7. Cho tam giác ABC có $\widehat{A} < 90^0$. Vẽ ra phía ngoài tam giác đó các tam giác vuông cân tại A là ΔADB và ΔAEC. Chứng minh rằng DC = BE và $DC \perp BE$.

Bài 5. Cho các số thực dương x, y thỏa mãn $\frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 6$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = x + y$.

Bài 6. Cho a, b > 0 và $a + b \le 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $S = ab + \frac{1}{ab}$.

Bài 7. Cho các số thực x, y thỏa mãn $x^2 + y^2 = 25$. Chứng minh rằng $|3x + 4y| \le 25$.

Bài 8. Cho x, y, z > 0 thỏa mãn $4x + 9y + 16z = 49$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $T = \frac{1}{x} + \frac{25}{y} + \frac{64}{z}$.



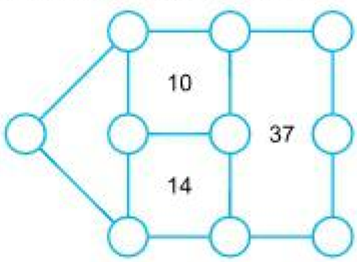
ĐỀ THI OLYMPIC TOÁN HỌC TRẺ QUỐC TẾ TẠI BULGARIA (BIMC 2012)

Senior Section

DTH *(Dịch và giới thiệu)*

B. Đề thi đồng đội

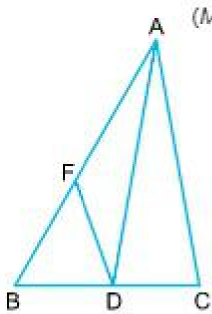
1. Mỗi số trong các số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 và 9 được đặt trong các hình tròn khác nhau trong hình sau. Hai số tự nhiên liên tiếp không được đặt vào hai hình tròn được nối với nhau bằng một đoạn thẳng. Tổng của các số nằm trên chu vi của một hình chữ nhật bằng số ở bên trong của hình chữ nhật đó. Bạn hãy đặt các số vào các hình tròn sao cho thỏa mãn yêu cầu trên. *(Canada đề nghị)*



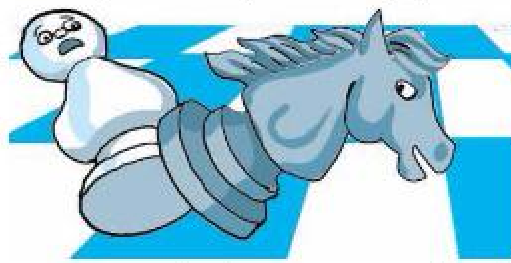
2. Độ dài ba cạnh, tính theo cm của một tam giác vuông là các số nguyên dương nguyên tố cùng nhau. Đường thẳng đi qua trọng tâm và tâm đường tròn nội tiếp của tam giác đó vuông góc với một cạnh góc vuông. Tính giá trị lớn nhất của chu vi tam giác đó theo cm. *(Mexico đề nghị)*

3. Cho tam giác ABC có $\angle A = 40^0$, $\angle B = 60^0$. Tia phân giác của $\angle A$ cắt BC tại D, và F là điểm trên cạnh AB sao cho $\angle ADF = 30^0$. Tính $\angle DFC$.

(Mexico đề nghị)



4. Chữ số đầu tiên của một số nguyên dương có 2013 chữ số là 5. Bất kì hai chữ số nào kề nhau liên tiếp đều là bội của 13 hoặc 27. Tổng các giá trị khác nhau có thể của chữ số cuối cùng của số trên bằng bao nhiêu? *(Nam Phi đề nghị)*



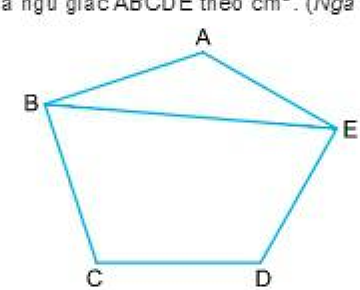
5. Trong một giải đấu, cứ hai người bất kì đều tham gia một trò chơi với nhau. Không có trận đấu nào kết thúc hòa. Sau khi tổng kết giải đấu thì người ta thấy cứ bất kì hai người X và Y nào thì đều có một người Z thắng cả hai người đó. Trong giải đấu đó:

a) Chứng minh rằng số người chơi không thể là sáu người.

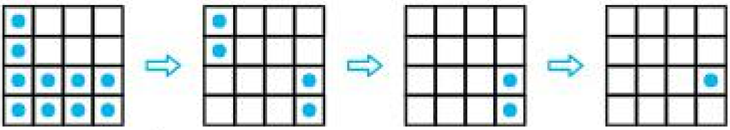
b) Chứng minh rằng số người chơi có thể là bảy người.

(Mexico đề nghị)

6. Cho hình ngũ giác ABCDE có $\angle ABC = \angle DEA = 90^0$. AB = BC, DE = EA và BE = 100 cm. Tính diện tích của ngũ giác ABCDE theo cm^2. *(Nga đề nghị)*

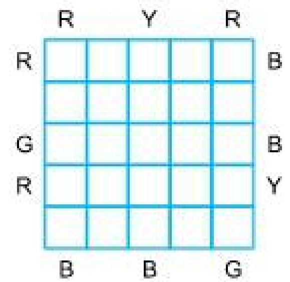


7. Hai người chơi bắt đầu từ một chấm đen trên mỗi ô vuông của một bảng 100×100 gồm toàn ô vuông chứa các chấm đen. Mỗi lượt chơi mỗi đấu thủ phải loại bỏ một số nguyên dương các chấm đen. Họ phải bắt đầu từ ô vuông tạo thành hình chữ nhật trong đó không có ô vuông không chứa chấm đen. Đấu thủ nào loại bỏ chấm đen cuối cùng là người thua cuộc. Hãy chỉ ra một cách chơi để người chơi trước luôn thắng cuộc. (*Nhật Bản đề nghị*)



8. Trong một bảng trưng bày kích thước 5×5 có 20 viên đá quý gồm: 5 viên màu đỏ, 5 viên màu vàng, 5 viên màu xanh da trời, 5 viên màu xanh lá cây. Trong mỗi hàng, mỗi cột đều có một ô trống và có 4 viên đá quý khác màu. Có 12 người đứng chiêm ngưỡng các viên đá quý, mỗi người chỉ nhìn vào một hàng hoặc một cột và người đó sẽ cho biết màu sắc của viên đá ở ô đầu tiên mà người đó nhìn thấy hoặc cho biết màu sắc của viên đá ở ô thứ hai nếu ô đầu tiên không chứa viên đá nào. Các báo cáo được cho bởi sơ đồ dưới đây. Trong đó R, Y, B và G thay cho màu đỏ, vàng, xanh da trời và xanh lá cây. Trong sơ đồ sau bạn hãy điền R, Y, B và G vào 20 ô trong 25 ô của bảng để thể hiện vị trí và màu của các viên đá quý.

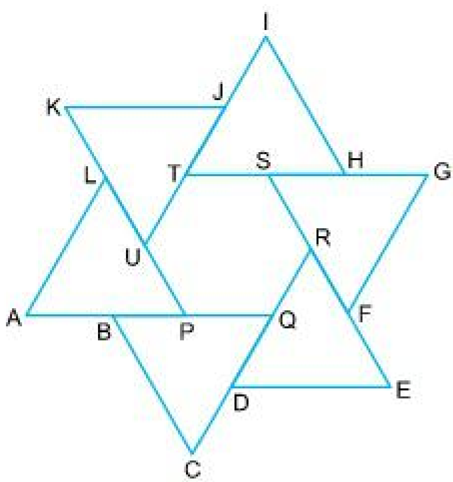
(*Canada đề nghị*)



10^{th} INTERNATIONAL MATHEMATICS... (*Tiếp theo trang 24*)

11. PQRSTU is a regular hexagon with side 2 cm. The polygon ABCDEFGHIJKL is obtained by drawing the equilateral triangles of side 4 cm, producing the sides of the hexagon.

Find $\dfrac{\text{area of ABCDEFGHIJKL}}{\text{area of PQRSTU}}$.



12. Nine lines, parallel to the base of a triangle, divide each of the other sides into 10 equal segments and the area into 10 distinct parts. Find the area of the original triangle, if the area of the largest of these parts is 76 cm^2.

13. The dates of three Sundays in a month are even numbers. What day is the 28th day of the month?

14. The company Coco has a number of operational cars. The tax for the first car is \$2,000, the tax for second car is 5% more than the tax for the first car, the tax for third car is 10% more than the tax for the first car, the tax for the other cars are 15% more than the tax for the first car. The company pays \$15,500 tax for all cars. How many cars does the company have?

15. There are 1500 red dots and 513 white dots on a circle. We write 1 between two red dots, –1 between two white dots, and 0 between two dots that have different colours. What is the sum of the 2013 numbers we have written on this circle?

Kì sau đăng tiếp

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN LỚP 9 HUYỆN HOẰNG HÓA, THANH HÓA

Năm học 2014 - 2015

(Đề đăng trên TTT2 số 145)

Bài 1. a) Điều kiện $x > 0, x \neq 1$.

$$P = \frac{\sqrt{x}(x\sqrt{x}-1)}{x+\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}(2\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}} + \frac{2(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}-1}$$

$= \sqrt{x}(\sqrt{x}-1) - (2\sqrt{x}+1) + 2(\sqrt{x}+1) = x - \sqrt{x} + 1.$

b) Ta có $P = x - \sqrt{x} + 1 = \left(\sqrt{x} - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \geq \frac{3}{4}$.

$P = \frac{3}{4} \Leftrightarrow \sqrt{x} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{1}{4}$: thỏa mãn điều kiện.

Vậy $P_{min} = \frac{3}{4}$ tại $x = \frac{1}{4}$.

c) Với $x > 0$ và $x \neq 1$, ta có

$$Q = \frac{2\sqrt{x}}{P} = \frac{2\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}+1} > 0. \quad (1)$$

Mặt khác $2 - Q = \frac{2(\sqrt{x}-1)^2}{x-\sqrt{x}+1} > 0$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $0 < Q < 2$.

Bài 2. a) Ta có

$$\frac{2014}{\sqrt{2015}} + \frac{2015}{\sqrt{2014}} = \frac{2015-1}{\sqrt{2015}} + \frac{2014+1}{\sqrt{2014}}$$

$$= \sqrt{2015} + \sqrt{2014} + \frac{1}{\sqrt{2014}} - \frac{1}{\sqrt{2015}}$$

$> \sqrt{2015} + \sqrt{2014}$.

b) Phân tích bất phương trình trở thành

$(2x-y)^2 + (y-z+1)^2 + (z-3)^2 \leq 0$.

Từ đó $(x; y; z) = (1; 2; 3)$.

c) Điều kiện $x > -3$. Đặt $\sqrt{\frac{1}{x+3}} = a \ (a > 0)$.

Suy ra $x + 3 = \frac{1}{a^2} \Rightarrow x + 4 = \frac{1+a^2}{a^2}$.

Ta được phương trình $a + \frac{\sqrt{5}a}{\sqrt{1+a^2}} = 4$ (1)

$$\Leftrightarrow (a-2) + \frac{\sqrt{5}a - 2\sqrt{1+a^2}}{\sqrt{1+a^2}} = 0$$

$$\Leftrightarrow (a-2) + \frac{(5a^2-4-4a^2)}{\sqrt{1+a^2}(\sqrt{5}a+2\sqrt{1+a^2})} = 0$$

$$\Leftrightarrow (a-2)\left[1 + \frac{a+2}{\sqrt{1+a^2}(\sqrt{5}a+2\sqrt{1+a^2})}\right] = 0$$

$\Leftrightarrow a = 2$ (vì $a > 0$) $\Leftrightarrow x = -\frac{11}{4}$.

Chú ý. Ta có thể giải (1) bằng cách bình phương hai vế rồi đặt ẩn phụ $y = \sqrt{\frac{1+a^2}{5}}$ để đưa về phương trình bậc bốn ẩn y.

Bài 3. a) Ta có

$$x = \frac{(\sqrt{5}+2)\sqrt[3]{(\sqrt{5}-2)^3}}{\sqrt{5}+\sqrt{(3-\sqrt{5})^2}} = \frac{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)}{\sqrt{5}+3-\sqrt{5}} = \frac{1}{3}.$$

Suy ra $3x^3 + 8x^2 - 2 = -1 \Rightarrow B = (-1)^{2015} = -1$.

b) Ta thấy $x \neq y$. Giả sử $x > y$.

Suy ra $3x > 3y + 1 = px \Rightarrow p < 3$.

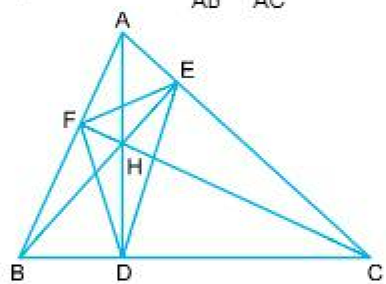
TH1. $p = 2 \Rightarrow 2x = 3y + 1 \Rightarrow 6x + 2 = 9y + 5$ hay $2(3x + 1) = 9y + 5$. Suy ra $5 \vdots y$.

Từ đó $y = 5, x = 8$.

TH2. $p = 1 \Rightarrow x = 3y + 1 \Rightarrow 3x + 1 = 9y + 4$. Do đó $4 \vdots y$. Từ đó $y = 2, x = 7$ hoặc $y = 4, x = 13$.

Vậy $(x; y) = (8; 5), (5; 8), (7; 2), (2; 7), (13; 4), (4; 13)$.

Bài 4. a) Ta có $\cos A = \frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC}$.



Suy ra $\Delta EAF \backsim \Delta BAC$ (c.g.c).

Từ đó $\frac{S_{AEF}}{S_{ABC}} = \left(\frac{AE}{AB}\right)^2 = \cos^2 A$.

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN LỚP 9 QUẬN 1, TP. HỒ CHÍ MINH (VÒNG 2)

Năm học: 2014 - 2015

Thời gian làm bài: **120 phút**

Bài 1. *(4,0 điểm)*

a) Cho các số a, b, c khác nhau thỏa mãn $a^2(b+c) = b^2(c+a) = 2015$.

Tính giá trị của biểu thức $M = c^2(a+b)$.

b) Chứng minh rằng nếu $|a| + |b| \geq 2$ thì phương trình (ẩn x): $2ax^2 + bx + 1 - a = 0$ có nghiệm.

Bài 2. *(4 điểm)*

Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

a) $x^3 + \dfrac{x^3}{(x-1)^3} + \dfrac{3x^2}{x-1} + 7 = 0$

b) $\begin{cases} xy + x + 1 = 7y \\ x^2y^2 + xy + 1 = 13y^2 \end{cases}$

Bài 3. *(4 điểm)*

a) Cho a, b, c > 0 thỏa mãn a + b + c = abc.

Chứng minh $\dfrac{1}{\sqrt{1+a^2}} + \dfrac{1}{\sqrt{1+b^2}} + \dfrac{1}{\sqrt{1+c^2}} \leq \dfrac{3}{2}$.

b) Tìm tất cả các số nguyên tố p thỏa mãn $p^2 + 23$ có đúng 6 ước số dương.

Bài 4. *(6 điểm)*

Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O; R) có $AB = AC = \sqrt{2}R$. M là điểm di động trên cung AC. Gọi D là giao điểm của AM và BC.

a) Tính độ dài BC theo R.

b) Gọi N là trung điểm của đoạn thẳng AD. Xác định vị trí của M để AM + ON nhỏ nhất.

Bài 5. *(2 điểm)*

Cho tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn (O). Các tia BA, CD cắt nhau tại E, các tia DA, CB cắt nhau tại F. Đường tròn ngoại tiếp tam giác CEF cắt (O) tại N (khác C). Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng EF. Chứng minh M, A, N thẳng hàng.

☞ b) Từ kết quả câu a) ta có $S_{AEF} = \cos^2 A.S_{ABC}$.

Tương tự $S_{BFD} = \cos^2 B.S_{ABC}$, $S_{CDE} = \cos^2 C.S_{ABC}$.

Mà ΔABC nhọn nên các điểm D, E, F tương ứng thuộc các cạnh BC, CA, AB.

Do đó $S_{DEF} = S_{ABC} - S_{AEF} - S_{BFD} - S_{CDE}$

$= (1 - \cos^2 A - \cos^2 B - \cos^2 C)S_{ABC}$.

c) Vì $\angle B = 90^\circ - \angle FCB = \angle DHC$ nên

$\tan B = \tan DHC = \dfrac{DC}{HD}$. Mà $\tan C = \dfrac{AD}{DC}$ nên

$\tan B.\tan C = \dfrac{AD}{HD} = \dfrac{AH + HD}{HD} = \dfrac{AH}{HD} + 1 = k + 1$.

d) Vì $\Delta FCA \backsim \Delta ECH$ (g.g) nên

$\dfrac{HC}{AC} = \dfrac{CE}{CF} \Rightarrow \dfrac{HC.HB}{AC.AB} = \dfrac{CE.HB}{CF.AB} = \dfrac{S_{HBC}}{S_{ABC}}$.

Tương tự $\dfrac{HB.HA}{AC.BC} = \dfrac{S_{HAB}}{S_{ABC}}, \dfrac{HA.HC}{AB.BC} = \dfrac{S_{HAC}}{S_{ABC}}$.

Do đó $\dfrac{HC.HB}{AC.AB} + \dfrac{HB.HA}{AC.BC} + \dfrac{HA.HC}{AB.BC}$

$= \dfrac{S_{HBC} + S_{HCA} + S_{HAB}}{S_{ABC}} = 1$.

Ta CM được $(x + y + z)^2 \geq 3(xy + yz + zx)$. (*)

Áp dụng (*) ta có $\left(\dfrac{HA}{BC} + \dfrac{HB}{AC} + \dfrac{HC}{AB}\right)^2$

$\geq 3.\left(\dfrac{HA.HB}{BC.BA} + \dfrac{HB.HC}{CA.CB} + \dfrac{HC.HA}{AB.AC}\right) = 3$.

Suy ra $\dfrac{HA}{BC} + \dfrac{HB}{AC} + \dfrac{HC}{AB} \geq \sqrt{3}$.

Bài 5. Ta thấy 36^x, 5^y có chữ số tận cùng tương ứng là 6, 5.

TH1. $A = 1 \Rightarrow 36^x - 5^y = 1 \Rightarrow 36^x - 1 = 5^y$: loại vì $36^x - 1 \vdots 7$ nhưng 5^y không chia hết cho 7.

TH2. $A = 9 \Rightarrow 5^y - 36^x = 9 \Rightarrow 5^y = 36^x + 9$: loại vì $36^x + 9 \vdots 9$ nhưng 5^y không chia hết cho 9.

TH3. $A = 11 \Rightarrow 36^x - 5^y = 11$.

Thử x = 1, y = 2 thỏa mãn.

Vậy $A_{min} = 11$.

Kết quả Giải toán qua thư

Bài 1(144). Chứng minh rằng số 1280000401 là hợp số.

Lời giải. Đặt a = 20 thì

$M = 1280000401 = 128.10^7 + 4.10^2 + 1$

$= 2^7.10^7 + 2^2.10^2 + 1 = a^7 + a^2 + 1$

$= a(a^6 - 1) + a^2 + a + 1$

$= a(a^3 + 1)(a^3 - 1) + a^2 + a + 1$

$= a(a^3 + 1)(a - 1)(a^2 + a + 1) + a^2 + a + 1$

$= (a^2 + a + 1)\ [a(a^3 + 1)(a - 1) + 1]$.

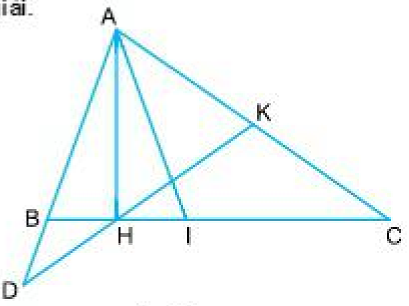
Chứng tỏ số A có ít nhất hai ước số lớn hơn 1. Vậy A là hợp số.

Nhận xét. Bài toán này không khó với học sinh vì sử dụng hằng đẳng thức và phân tích đa thức thành nhân tử. Khá nhiều bạn tham gia giải bài và giải đúng. Một số bạn đã phát hiện ra 1280000401 là tích của 421 với 3040381 nhưng không chỉ ra cách tìm. Các bạn sau có lời giải tốt: *Nguyễn Thị Mỹ Linh, Nguyễn Tùng Lâm, Nguyễn Hữu Trung Kiên, Nguyễn Thị Thu Hằng, Bùi Thị Quỳnh, Phạm Quang Sáng, Trần Ngọc Đạt, Bùi Hương Giang, Đinh Thị Ngọc Anh*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Thái Phương Thảo A*, 7C; *Nguyễn Trọng Trung Phong*, 6C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An**.

PHÙNG KIM DUNG

Bài 2(144). Cho tam giác ABC có $\hat{B} = 2\hat{C} < 90^0$. Vẽ AH vuông góc với BC tại H. Trên tia AB lấy điểm D sao cho AD = HC. Chứng minh rằng đường thẳng DH đi qua trung điểm của đoạn thẳng AC.

Lời giải.



Từ giả thiết ta có $\hat{B} > \hat{C}$ nên AC > AB.

Suy ra HC > HB.

Từ đó, nếu trên đoạn thẳng HC lấy điểm I sao cho IH = HB thì $\Delta AHI = \Delta AHB$ (c.g.c)

$\Rightarrow AI = AB$ và $\widehat{AIB} = \widehat{ABC} = 2\widehat{ACB}$.

Mặt khác $\widehat{AIB} = \widehat{ACB} + \widehat{IAC} \Rightarrow \widehat{IAC} = \widehat{ACB}$.

Do đó IA = IC < HC hay AB < HC = AD.

Suy ra điểm B nằm giữa A và D.

Gọi K là giao điểm của DH với AC.

Vì AD = HC, AB = IC nên BD = HI = HB.

Do đó $\widehat{BDH} = \widehat{BHD} = \frac{1}{2}\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$.

Từ đó $\widehat{KHC} = \widehat{ACB} \Rightarrow \widehat{KAH} = \widehat{KHA}$.

Vậy KA = KH = KC. (đpcm)

Nhận xét. Có nhiều bạn giải đúng bài toán này. Xin nêu tên một số bạn có lời giải gọn hơn cả: *Nguyễn Minh Đức*, 7A1, THCS Nhân Chính, Thanh Xuân; *Nguyễn Ngọc Anh Tú*, 7B, THCS Nguyễn Thượng Hiền, Ứng Hòa, **Hà Nội**; *Tạ Nam Khánh, Chu Thị Thanh*, 7E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Thùy Dương*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Bùi Thị Minh Thu*, 7C, THCS Nguyễn Cao, Quế Võ, **Bắc Ninh**; *Vũ Hạ Ly*, 7A, THCS Nam Cao, Lý Nhân, **Hà Nam**; *Phùng Hoài Thương, Võ Thị Bảo Anh*, 7A1, THCS Nghi Hương, TX. Cửa Lò; *Ngô Văn Anh, Nguyễn Đình Đạt, Chu Tuấn Nghĩa*, 7C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An**; *Nguyễn Văn Thanh Sơn*, 7/1, THCS Nguyễn Khuyến, Hải Châu, **Đà Nẵng**; *Nguyễn Hoàng Nhi*, 7A6, THCS Thốt Nốt, Thốt Nốt, **Cần Thơ**.

HỒ QUANG VINH

Bài 3(144). Giải hệ phương trình với x, y, z là những số thực dương

$(x + 1)(y + 3)(z + 5) = 105;$

$$\frac{x}{\sqrt{2(y^2+z^2)-x^2}} + \frac{y}{\sqrt{2(z^2+x^2)-y^2}} + \frac{z}{\sqrt{2(x^2+y^2)-z^2}} = \sqrt{3}.$$

Lời giải. Điều kiện:

$2(y^2 + z^2) > x^2;\ 2(z^2 + x^2) > y^2;\ 2(x^2 + y^2) > z^2$.

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM cho hai số dương, ta có

$$\frac{x}{\sqrt{2(y^2+z^2)-x^2}}=\frac{\sqrt{3}x^2}{(\sqrt{3}x)\sqrt{2(y^2+z^2)-x^2}}$$

$$\geq\frac{2\sqrt{3}x^2}{3x^2+2(y^2+z^2)-x^2}=\frac{\sqrt{3}x^2}{x^2+y^2+z^2}.\ (*)$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $2x^2=y^2+z^2$.

Tương tự: $\frac{y}{\sqrt{2(z^2+x^2)-y^2}}\geq\frac{\sqrt{3}y^2}{x^2+y^2+z^2}$;

$$\frac{z}{\sqrt{2(x^2+y^2)-z^2}}\geq\frac{\sqrt{3}z^2}{x^2+y^2+z^2}.$$

Cộng theo vế của ba bất đẳng thức, ta được

$$\frac{x}{\sqrt{2(y^2+z^2)-x^2}}+\frac{y}{\sqrt{2(z^2+x^2)-y^2}}$$

$$+\frac{z}{\sqrt{2(x^2+y^2)-z^2}}\geq\sqrt{3}.$$

Do đó phương trình thứ hai của hệ phương trình thỏa mãn khi và chỉ khi $x=y=z$.

Thay kết quả đó vào phương trình thứ nhất trong hệ, ta được $(x+1)(x+3)(x+5)=105$.

Đặt $t=x+3$ thì phương trình trở thành

$(t-2)t(t+2)=105 \Leftrightarrow t^3-4t-105=0$

$\Leftrightarrow (t-5)(t^2+5t+21)=0 \Leftrightarrow t=5$

(vì $t^2+5t+21>0$).

Suy ra $x=y=z=2$.

Vậy có nghiệm duy nhất là $x=y=z=2$.

Nhận xét. Điều then chốt của lời giải là chứng minh bất đẳng thức (*) để suy ra $x=y=z=2$. Các bạn sau đây có kết quả đúng: *Trần Thị Thu Huyền, Nguyễn Thảo Chi*, 8A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao; *Hoàng Lê Công Khôi*, 8B, THCS Thanh Hà, Thanh Ba, **Phú Thọ**; *Nguyễn Tuấn Anh*, 9A5, THCS Nguyễn Đăng Đạo, TP. Bắc Ninh, **Bắc Ninh**; *Đặng Quang Anh*, 8A, THCS Nguyễn Chích, Đông Sơn, **Thanh Hóa**.

NGUYỄN ANH DŨNG

Bài 4(144). Cho a, b và c là các số thực dương thỏa mãn $a^2+b^2+c^2+2abc=1$.

Chứng minh rằng $a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2\geq 12a^2b^2c^2$.

Lời giải. Bất đẳng thức cần chứng minh tương đương với $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}\geq 12$.

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM ta có

$1=a^2+b^2+c^2+2abc\geq 4\sqrt[4]{2a^3b^3c^3}\Rightarrow abc\leq\frac{1}{8}$;

$$\Rightarrow\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}\geq 3\sqrt[3]{\frac{1}{a^2b^2c^2}}\geq 3\sqrt[3]{64}=12.$$

Suy ra điều phải chứng minh.

Đẳng thức xảy ra khi $a=b=c=\frac{1}{2}$.

Nhận xét: Bài toán trên có nhiều hướng giải khác nhau và có rất nhiều bạn tham gia giải bài, hầu hết các bạn giải đúng. Những bạn sau đây có lời giải đúng và ngắn gọn: *Đặng Thanh Tùng, Vương Tiến Đạt, Nguyễn Văn Cao*, 9B, THCS Nguyễn Thượng Hiền, Ứng Hòa; *Tạ Lê Ngọc Sáng*, 8A; *Đoàn Ngọc Hiếu*, 9B, THPT chuyên Hà Nội - Amsterdam, Cầu Giấy; *Nguyễn Duy Khương*, 9A9, THCS Giảng Võ, Ba Đình; *Phạm Trường Giang, An Năng Quốc, Đặng Đức Thành, Phan Thành Trung*, 9A4, THCS Ngô Sĩ Liên, Hoàn Kiếm, **Hà Nội**; *Nguyễn Đức Phú*, 7A1, THCS Nghi Hương, Cửa Lò, **Nghệ An**; *Phạm Thu Bắc*, 8A4, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**; *Đặng Quang Anh*, 8A, THCS Nguyễn Chích, Đông Sơn, **Thanh Hóa**; *Nguyễn Thị Bích Hằng*, 9A, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**.

CAO VĂN DŨNG

Bài 5(144). Dùng các hình vuông cạnh 1 cm, 2 cm và 3 cm để ghép lại được một hình vuông cạnh 2015 cm. Chứng minh rằng luôn cần ít nhất một hình vuông cạnh 1 cm. Hãy chỉ ra một cách ghép mà chỉ dùng đúng một hình vuông cạnh 1 cm.

Lời giải. *(Dựa theo lời giải của bạn Nguyễn Văn Thanh Sơn, 7/1, THCS Nguyễn Khuyến, Hải Châu, Đà Nẵng)*

Ta chia hình vuông cạnh 2015 thành các hình vuông cạnh 1 cm và đánh số các hàng từ trên xuống dưới là hàng 1, hàng 2,... , hàng 2015.

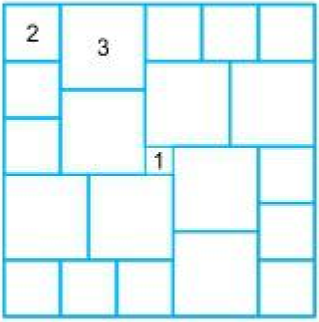
Ta tô màu vàng các hàng có số thứ tự lẻ và tô màu đỏ các hàng có số thứ tự chẵn.

Ta gọi ô vuông cạnh 1 cm là ô, ô vuông cạnh 1 cm được tô màu vàng là ô vàng và ô vuông cạnh 1 cm được tô màu đỏ là ô đỏ. Khi đó số ô đỏ ít hơn số ô vàng là 2015 ô. (1)

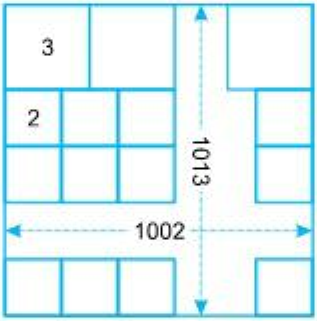
Giả sử ta phủ kín được hình vuông cạnh 2015 chỉ bằng các hình vuông cạnh 2 cm và 3 cm. Với cách tô màu trên thì mỗi hình vuông cạnh 2 cm đều lấp đầy 4 ô trong đó luôn là 2 ô vàng và 2 ô đỏ; mỗi hình vuông cạnh 3 cm đều lấp đầy 9 ô trong đó có 6 ô vàng và 3 ô đỏ hoặc 3 ô vàng và 6 ô đỏ. Do đó hiệu số ô đỏ và ô vàng được lấp đầy bởi chỉ các hình vuông cạnh 2 cm hoặc chỉ hình vuông cạnh 3 cm hoặc cả hai hình vuông cạnh 2 cm và 3 cm đều là một số chia hết cho 3. Điều này mâu thuẫn với (1) vì 2015 là số không chia hết cho 3. Suy ra điều giả sử là sai. Vậy không thể phủ kín được hình vuông cạnh 2015 cm chỉ bằng các hình vuông cạnh 2 cm hoặc 3 cm.

Ta chỉ ra một cách phủ hình vuông cạnh 2015 cm mà chỉ dùng đúng một hình vuông cạnh 1 cm, các hình vuông cạnh 2 cm và cạnh *3* cm như hình vẽ dưới đây.

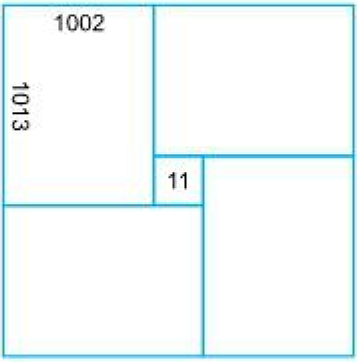
Ban đầu, ta phủ hình vuông cạnh 11 cm bằng một hình vuông cạnh 1 cm và các hình vuông cạnh 2 cm, cạnh *3* cm như sau:



Ta phủ hình chữ nhật kích thước 1002 cm × 1013 cm bằng các hình vuông cạnh 2 cm và cạnh *3* cm như sau:



Ta phủ hình vuông cạnh 2015 cm bằng 4 hình chữ nhật kích thước 1002 cm × 1013 cm và một hình vuông cạnh 11 cm như sau:

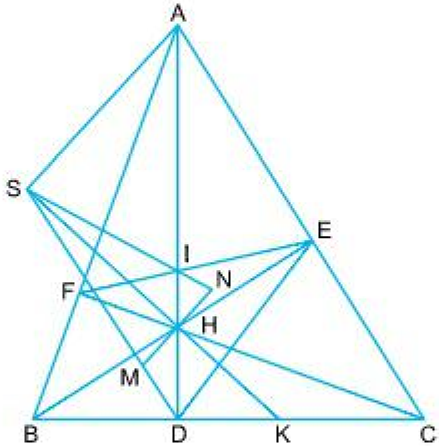


Nhận xét. Một số bạn đã chứng minh được không thể phủ kín hình vuông đã cho bằng các hình vuông kích thước 2 cm và *3* cm nhưng không chỉ ra được cách phủ khi với một hình vuông cạnh 1 cm như yêu cầu đề bài. Chỉ có bạn *Nguyễn Văn Thanh Sơn* có lời giải trọn vẹn cho bài toán này.

TRỊNH HOÀI DƯƠNG

Bài 6(144). Cho tam giác ABC nhọn có ba đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H. AD cắt EF tại I. Lấy điểm K trên đoạn thẳng CD. Vẽ AS vuông góc với HK tại S. Chứng minh rằng SH là tia phân giác của góc ISD.

Lời giải. Gọi M, N theo thứ tự là giao điểm của SD, SI và đường thẳng qua H vuông góc với SH.



Vì SA ⊥ SH, MN ⊥ SH nên SA // MN. (1)

Vì các tứ giác HECD, FACD, HEAF nội tiếp nên $\widehat{HED} = \widehat{HCD} = \widehat{HAF} = \widehat{HEF}$.

Kết hợp với AE ⊥ EH, suy ra EH và EA theo thứ tự là phân giác trong và phân giác ngoài của tam giác EID. (2)

Từ (1) và (2) suy ra

$$\frac{HM}{HN} = \frac{HM}{AS}.\frac{AS}{HN} = \frac{HD}{AD}.\frac{AI}{HI} = \frac{HD}{HI}.\frac{AI}{AD} = \frac{ED}{EI}.\frac{EI}{ED} = 1.$$

Do đó HM = HN.

Kết hợp với SH ⊥ MN, suy ra SH là phân giác của góc ISD.

Nhận xét. Các bạn sau có lời giải tốt: *Đặng Quang Anh*, 9A, THCS Nguyễn Chích, Đông Sơn, **Thanh Hóa**; *Nguyễn Thị Bích Hằng*, 9A, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Nguyễn Văn Cao, Đặng Thanh Tùng, Vương Tiến Đạt*, 9B, THCS Nguyễn Thượng Hiền, Ứng Hòa, **Hà Nội**.

NGUYỄN MINH HÀ

Kì này CÒN LẠI SỐ NÀO?

Trên bảng có các số $\frac{1}{2015}, \frac{2}{2015}, \frac{3}{2015}, ..., \frac{2014}{2015}$.
Mỗi lần, ta xóa hai số bất kì a, b có trên bảng, rồi viết số $a + b - 5ab$.
Hỏi sau 2013 lần thực hiện việc xóa và viết số theo quy tắc trên, số còn lại trên bảng là số nào?

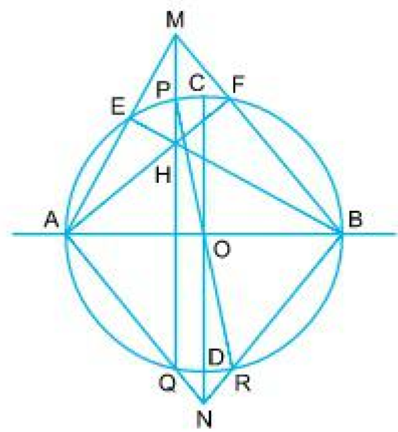
NGUYỄN ĐỨC TẤN *(TP. Hồ Chí Minh)*

Kết quả CHIA ĐƯỜNG TRÒN THÀNH BỐN PHẦN (TTT2 số 144)

Dựng hình. - Dựng một đường thẳng qua O cắt đường tròn (O) tại A, B.
- Lấy điểm M bên ngoài (O). Nối MA, MB cắt (O) tại điểm E, F tương ứng.
- Nối AF, BE cắt nhau tại H.
- Nối MH cắt (O) tại P, Q.
- Nối PO cắt (O) tại R.
- Nối AQ cắt BR tại N.
- Nối NO cắt (O) tại C, D.

Ta được bốn điểm A, C, B, D chia đường tròn đã cho thành bốn phần bằng nhau.

Chứng minh. Ta thấy AF, BE là đường cao của tam giác ABM nên H là trực tâm tam giác MAB.
Do đó $PQ \perp AB$.
Mà PR là đường kính của (O) nên $QR \perp PQ$.
Suy ra QR // AB.
Vậy ABRQ là hình thang cân nên tam giác NAB cân tại N.
Suy ra $NO \perp AB$ hay $CD \perp AB$.



Từ đó A, C, B, D chia đường tròn đã cho thành bốn phần bằng nhau.

Nhận xét. Để dựng $PQ \perp AB$, ta có thể chọn điểm H nằm trong hình tròn rồi dựng điểm M bằng cách nối AH, BH cắt (O) tại F, E tương ứng rồi nối AE cắt BF tại M.

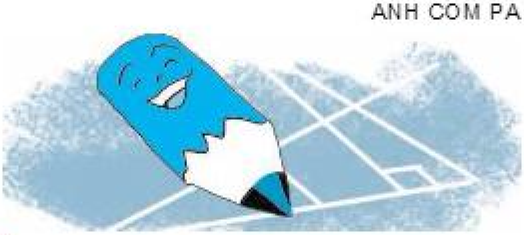
Các bạn sau có lời giải tốt được thưởng kì này: *Nguyễn Khắc Trí*, 7A2, THCS Giảng Võ, Ba Đình, **Hà Nội**; *Trần Việt An*, 6A, THCS Nguyễn Cao, Quế Võ, **Bắc Ninh**; *Nguyễn Văn Thanh Sơn*, 7/1, THCS Nguyễn Khuyến, Hải Châu, **Đà Nẵng**.

ANH COM PA

ĐƯỢC THƯỞNG KÌ NÀY

Thi giải toán qua thư

Đặng Quang Anh, 8A, THCS Nguyễn Chích, Đông Sơn, **Thanh Hóa**; *Đặng Thanh Tùng, Vương Tiến Đạt, Nguyễn Văn Cao*, 9B, THCS Nguyễn Thượng Hiền, Ứng Hòa, **Hà Nội**; *Nguyễn Thị Bích Hằng*, 9A, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Nguyễn Văn Thanh Sơn*, 7C, THCS Nguyễn Khuyến, Hải Châu, **Đà Nẵng**.



SƠ HỞ CỦA kẻ đáng nghi

NGUYỄN VĂN KHẢI
(8A2, THCS Hàn Thuyên, Lương Tài, Bắc Ninh)

Chiều nay thám tử Sêlôccôc tới nhà ông Ben ăn tối. Là bạn thân từ thuở nhỏ nên mỗi khi rảnh rỗi hai người thường gặp nhau hàn huyên đủ chuyện trên đời.

Hôm nay, bà giúp việc chuẩn bị mấy món rất hợp khẩu vị. Sau bữa ăn, có lẽ vì ngon miệng quá nên ông Ben và thám tử ngẫu hứng rủ nhau đi xem phim. Rạp không xa nhà nhưng vì đã sát giờ chiếu nên hai người khá vội. Ông Ben chạy vội lên phòng lấy áo khoác, còn thám tử thì quên cả chiếc khăn quàng treo ở gần cửa. Hai người ra khỏi nhà lúc 7 giờ 35 phút. Họ xem buổi chiếu từ 8 giờ đến 9 rưỡi. Gần 10 giờ thì hai người về tới nhà ông Ben. Lẽ ra thám tử có thể về thẳng nhà mình nhưng vì trời khá lạnh nên ông quay lại nhà ông Ben lấy khăn.

- Thôi, tôi về luôn đây. Chúc ngủ ngon!
- Chờ tí! Tôi lên gác lấy cho ông cuốn sách. Hay lắm, tôi vừa đọc xong!

Rồi ông Ben tất tả chạy lên phòng. Chợt, thám tử nghe tiếng bạn mình kêu hốt hoảng:

- Ối, đồng hồ của tôi đâu rồi?

Bệnh nghề nghiệp trỗi dậy, thám tử quên cả về, vội chạy lên gác:

- Sao thế?
- Chiếc đồng hồ lúc nãy tôi để đây giờ không thấy đâu nữa.
- Đồng hồ quý ư?
- Ừ. Đồng hồ vàng đính kim cương. Bình thường tôi luôn cất trong két. Chiều nay, tự nhiên nổi hứng lấy ra đeo một lúc. Khi lên phòng lấy áo khoác để đi xem, tôi tháo đồng hồ ra nhưng vội quá nên để tạm trên giường. Tôi cũng cẩn thận lấy cái gối đậy lên trên rồi... Vậy mà... ai đó đã phát hiện và lấy mất.
- Có thể bà giúp việc hay ai đó trong nhà cất hộ? Mà trong nhà ông hiện có mấy người nhỉ?
- Ba người. Bà giúp việc Luxia, anh lái xe Pet và ông Tom làm vườn kiêm bảo vệ.

- Để tôi hỏi chuyện từng người trong nhà ông nhé!

Ông Ben nhất trí. Thế là, mặc dù đã khuya, thám tử Sêlôccôc vẫn ở lại và gặp riêng từng người trong nhà.

Bà Luxia thường đi ngủ sớm nên thám tử gặp bà trước:

- Bà có biết chuyện ông Ben mất đồng hồ không?
- Có chuyện đó sao? Mất bao giờ thế?
- Mới mất. Mà lúc chúng tôi đi vắng, bà đã làm gì?
- Tôi dọn dẹp rồi tắm giặt, vừa xong thì các ông về đấy.

Tiếp theo, thám tử gặp ông Tom:

- Ông Ben vừa mất chiếc đồng hồ. Chắc ông biết tin rồi chứ?
- Thưa không. Tôi không hay biết gì, giờ mới nghe ông nói đấy. Mà chiếc đồng hồ vàng đính kim cương đó đắt tiền lắm, mất thì tiếc quá! Thật khổ thân ông chủ của tôi!

Người cuối cùng thám tử gặp là anh Pet lái xe:

- Anh biết chuyện ông Ben mất đồng hồ rồi chứ?
- Không! Từ chiều đến giờ tôi không gặp ông chủ, mà tôi cũng không nghe ai kể cả.
- Tối nay anh đã làm gì, ở đâu?
- Sau bữa tối tôi đánh xe đi mua xăng để mai đưa ông chủ về quê. Mua xăng xong tôi tắm rửa nghỉ ngơi. Lâu lắm rồi không lái xe đường dài nên tôi cần giữ sức khỏe.

Sau khi hỏi chuyện cả ba người, thám tử Sêlôccôc nói riêng với ông Ben:

- Tôi đã tìm ra kẻ đáng nghi trong chuyện này rồi. Tất nhiên, để có thể kết luận chính xác thì phải điều tra thêm.

Theo các bạn, thám tử đã nghi ai và căn cứ vào đâu mà ông lại phán đoán như vậy?

Kết quả Anh bạn láu cá (TTT2 số 144)

Đa số các bạn đều nhận thấy điểm sơ hở của Nick khi nói dối anh họ của mình: Đau họng, khản tiếng, ngạt mũi thì làm sao tập Beatbox được?

Tuy nhiên, câu chuyện về anh bạn láu cá sẽ trở nên rất lỏng lẻo nếu chúng ta không chú ý tới chi tiết sau: Tại sao bà không phát hiện được Nick nói dối mà người anh họ của Nick lại phát hiện ra ngay? Lí do rất đơn giản: Bà nội đã rất già, lại mới từ quê lên, nhiều khả năng bà không biết Beatbox là gì. Còn anh Ben là người trẻ tuổi, lại sống ở thành phố nên biết rất rõ về loại hình nghệ thuật đang được tuổi học trò rất hâm mộ này.

Phần thưởng được gửi tới: *Lê Hoàng Long*, 6C, THCS Phong Châu, TX. Phú Thọ, **Phú Thọ**; *Nguyễn Bùi Minh Ngọc*, 6A1, THCS và THPT Hai Bà Trưng, Phúc Yên, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Minh Đức*, 7A1, THCS Nhân Chính, Thanh Xuân, **Hà Nội**; *Nguyễn Thị Kim Chi*, 6C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An**; *Phạm Ánh Nguyệt*, 6A, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**.

Thám tử Sêlôccôc

ĐẾN VỚI TIẾNG HÁN

Bài 60: Anh ấy diễn hay quá!

他的表演好极了！

ThS. NGUYỄN VŨ LOAN

LTS. Nếu biết tiếng Hán bạn sẽ:

1. Hiểu các từ Hán Việt, sử dụng tốt hơn tiếng Việt của mình. Trong kho từ vựng tiếng Việt rất nhiều từ Hán Việt.

2. Đọc được sách cổ, văn bia bằng chữ Hán và Hán Nôm, thêm hiểu văn chương, lịch sử nước Nam mình.

3. Hiểu ngôn ngữ mà cứ 5 người trên thế giới có hơn 1 người dùng. Dễ dàng hợp tác, làm ăn với các nước và vùng lãnh thổ Trung Quốc, Hồng Kông, Đài Loan, Singapore và cả Nhật Bản, Hàn Quốc. Nếu biết cả tiếng Anh và tiếng Hán thì thật là tuyệt.

Từ mới.

极 jí: [cực]
亚洲 yàzhōu: [á châu] châu Á
有名 yǒumíng: [có danh] nổi tiếng
国际 guójì: [quốc tế] quốc tế, thế giới
因为 yīn wèi: [nhân vi] bởi vì, vì
欧洲 ōuzhōu: [âu châu] châu Âu
韩国 hánguó: [hàn quốc] nước Hàn Quốc
法国 Fǎguó: [pháp quốc] nước Pháp
他们的 : [tha môn đắc] của bọn họ
所以 suǒyǐ: [sở dĩ] vì thế

Mẫu câu.

1. A: 我今天看了成龙的电影，他的表演好极了！
(Wǒ jīntiān kànle Chénglóng de diànyǐng, tā de biǎoyǎn hǎo jíle!)
Hôm nay mình đã xem phim của Thành Long, anh ấy diễn hay quá!
B: 成龙是香港的演员吧？(Chénglóng shì Xiānggǎng de yǎnyuán ba?)
Thành Long là diễn viên của Hồng Kông có phải không?
A: 是，他是亚洲最有名的演员，也是国际有名的演员。
(Shì, tā shì Yàzhōu zuì yǒumíng de yǎnyuán, yěshì guójì yǒumíng de yǎnyuán.)
Đúng vậy, anh ấy là diễn viên nổi tiếng nhất của châu Á, cũng là diễn viên nổi tiếng trên thế giới.
B: 我也想看他的电影。(Wǒ yě xiāng kàn tā de diànyǐng.)
Mình cũng muốn xem phim anh ấy đóng.

2. 现在电影院有一个很好的电影，是法国的，我想跟朋友一起去看。因为明天有课，所以我们今天不去，我们明天去。
(Xiànzài diànyǐngyuàn yǒu yīgè hìn hǎo de diànyǐng, shì Fǎguó de, wǒ xiǎng gçn péngyǒu yīqǐ qù kàn. Yīn wèi míngtiān yǒu kè, suǒyǐ wǒmen jīntiān bù qù, wǒmen míngtiān qù.)
Hiện nay tại rạp chiếu phim đang có một bộ phim rất hay, là phim của nước Pháp, mình muốn cùng bạn đi xem. Do ngày mai phải đi học, vì vậy hôm nay chúng mình không đi, ngày mai chúng mình đi.

Tập đọc.

1. 他是欧洲最有名的演员，我喜欢看他的电影，他的表演好极了！
Tā shì ōuzhōu zuì yǒumíng de yǎnyuán, wǒ xǐhuān kàn tā de diànyǐng, tā de biǎoyǎn hǎo jíle!
2. 这是一个国际有名的电影，是亚洲的，电影很有意思，我们都喜欢看。
Zhè shì yīgè guójì yǒumíng de diànyǐng, shì Yàzhōu de, diànyǐng hìn yǒuyìsi, wǒmen dōu xǐhuān kàn.
3. 因为他的表演好极了，所以我们喜欢他的电影。
Yīn wèi jīntiān xià yǔ, suǒyǐ bùzài yùndòngchǎng shàng tǐyù kè, wǒmen zài tǐyùguǎn.
4. 因为今天下雨，所以不在运动场上体育课，我们在体育馆学太极拳，我们高兴极了。
Yīn wèi jīntiān xià yǔ, suǒyǐ bùzài yùndòngchǎng shàng tǐyù kè, wǒmen zài tǐyùguǎn xué tàijí quán, wǒmen gāoxìng jíle.

(Xem tiếp trang 28)

UNIT 14. HEAT CAPACITY EXPANSION

(Tiếp theo kì trước)

VŨ KIM THỦY

Question 8. The air in a large paper bag is heated. The bag then rises through the surrounding cold air. This is because

A. the air in the bag has become less dense

B. the chemical composition of the air in the bag has changed

C. heat always rises

D. the mass of air in the bag has increased

E. the mass of the paper bag has decreased

Practice.

A gas burner is used to heat 0.50 kg of water in a beaker. The temperature of the water rises from 15°C to 60°C in 60 seconds. Assuming that the specific heat capacity of water is 4200 J/(kg K), calculate the average rate at which heat is transferred to the water.

Physics Terms

air	không khí
large paper bag	túi giấy lớn
surround	bao quanh, môi trường xung quanh
expand	phồng ra, nở ra
less dense	mật độ nhỏ hơn
chemical composition	thành phần hóa học
increased	(được) tăng lên
decreased	(đã) giảm đi
gas burner	đèn cồn
beaker	cốc vại
burn	đốt nóng
transferring	chuyển đổi

Answer. Chờ bài giải của các bạn yêu toán, yêu vật lí và thích tiếng Anh. Năm phần thưởng dành tặng năm bạn.

Kết quả Unit 13 (TTT2 số 144)

Question 4. A
Question 5. C
Question 6. B
Question 7. C

Nhận xét. Kì này có hai bạn *Đỗ Minh Như Hải*, 9A1, THCS và THPT Hai Bà Trưng, TX. Phúc Yên, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Thị Bảo Châu*, 9B, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An** giải đúng hết các câu và được khen thưởng.

HOÀNG NGUYÊN LINH

ĐƯỜNG CONG BICORN

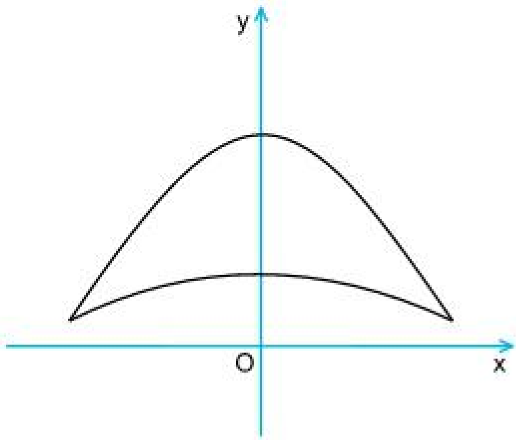
HOÀNG NGUYÊN LINH *(Sưu tầm)*

Các bicorn là tên của một tập hợp các đường cong bậc bốn nghiên cứu bởi Sylvester năm 1864. Các đường cong tương tự đã được nghiên cứu bởi các Cayley vào năm 1867.

Các bicorn đặc biệt do Sylvester và Cayley nghiên cứu là những phương trình đa thức bậc bốn khác nhau nhưng có cùng một công thức đơn giản.

Phương trình trong hệ tọa độ Descartes vuông góc

$y^2(a^2 - x^2) = (x^2 + 2ay - a^2)^2$.



James Joseph Sylvester (1814 - 1897) là một nhà toán học người Anh. Ông nghiên cứu lí thuyết ma trận. Ông phát hiện ra biệt thức của phương trình bậc ba. Ông là giáo sư toán học từng giảng dạy tại Anh và Mỹ. Năm 1887, Sylvester là người sáng lập ra tạp chí toán học American Journal of Mathematics. Đây là một trong những tạp chí toán học đầu tiên ở Mỹ.

Arthur Cayley (1821 - 1895) là một nhà toán học người Anh. Ông phát triển lí thuyết bất biến đại số, đại số ma trận và hình học phi Euclide nhiều chiều. Những nghiên cứu của ông đã được ứng dụng sau này trong cơ học lượng tử và tính liên tục của không - thời gian trong vật lí.

TRẬN ĐẤU THỨ MỘT TRĂM HAI MƯƠI SÁU

Người thách đấu: Lại Quang Thọ, GV. THCS Tam Dương, Tam Dương, Vĩnh Phúc.

Bài toán thách đấu: Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn abc = 1. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{ab}{c+1} + \frac{bc}{a+1} + \frac{ca}{b+1} + \frac{a^2+b^2+c^2+a+b+c+1}{(a+1)(b+1)(c+1)}.$$

Xuất xứ: Sáng tác.

Thời hạn: Trước ngày 08.5.2015 theo dấu bưu điện.

Kết quả TRẬN ĐẤU THỨ MỘT TRĂM HAI MƯƠI TƯ (TTT2 số 144)

Lời giải. Vì $2^{2^n} + 1 \vdots p$ (*) nên

$2^{2^n} \equiv -1 \pmod p \Rightarrow 2^{2^{n+1}} \equiv 1 \pmod p$. (1)

Vì p lẻ nên theo định lí Fermat ta có

$2^{p-1} \equiv 1 \pmod p$. (2)

Gọi h là số nguyên dương bé nhất thỏa mãn $2^h \equiv 1 \pmod p$.

Từ (1) và (2) ta suy ra $2^{n+1} \vdots h$ và $p - 1 \vdots h$

$\Rightarrow h = 2^m$ $(0 \le m \le n + 1)$.

Nếu $m \le n$ thì từ $2^{2^m} \equiv 1 \pmod p$ suy ra

$2^{2^n} \equiv 1 \pmod p$. Kết hợp với (*) suy ra $2 \vdots p$: vô lí vì p là số nguyên tố lẻ.

Vậy $h = 2^{n+1} \Rightarrow p - 1 \vdots 2^{n+1}$

$\Rightarrow p - 1 \vdots 8$ (vì $n \ge 2$). (3)

Giả sử $r_1, r_2, \dots, r_{n(p)}$ là các số chẵn trong khoảng $\left(\frac{p}{2}, p\right)$. Khi đó $p - r_1, p - r_2, \dots, p - r_{n(p)}$ là các số lẻ trong khoảng $\left(0, \frac{p}{2}\right)$.

Giả sử $s_1, s_2, \dots, s_{m(p)}$ là các số chẵn trong khoảng $\left(0, \frac{p}{2}\right)$. Ta có $m(p) + n(p) = \frac{p-1}{2}$, là số những số chẵn trong khoảng (0, p) và tập hợp $\{s_1, s_2, \dots, s_{m(p)}, p - r_1, p - r_2, \dots, p - r_{n(p)}\}$ chính là tập hợp $\left\{1, 2, \dots, \frac{p-1}{2}\right\}$. Do đó

$$\left(\frac{p-1}{2}\right)! = s_1 s_2 \dots s_{m(p)} (p - r_1)(p - r_2) \dots (p - r_{n(p)})$$

$$\equiv (-1)^{n(p)} s_1 s_2 \dots s_{m(p)} r_1 r_2 \dots r_{n(p)}$$

$$= (-1)^{n(p)} . 2^{\frac{p-1}{2}} . \left(\frac{p-1}{2}\right)! \pmod p.$$

Suy ra $2^{\frac{p-1}{2}} \equiv (-1)^{n(p)} \pmod p$.

Mặt khác, từ (3) suy ra $p = 8k + 1$ $(k \in \mathbb{N}^*)$.

Do đó $n(p) = 2k \Rightarrow 2^{\frac{p-1}{2}} \equiv 1 \pmod p$.

Từ việc định nghĩa số h, ta suy ra

$\frac{p-1}{2} \vdots h \Rightarrow \frac{p-1}{2} \vdots 2^{n+1} \Rightarrow p - 1 \vdots 2^{n+2}$ (đpcm).

Nhận xét. Đây là bài toán khó nên không có võ sĩ nào có lời giải trọn vẹn với lập luận chặt chẽ. Do đó không có võ sĩ nào đăng quang trong trận đấu này. Phần thưởng kì này gác lại kì sau.

HOÀNG TRỌNG HẢO

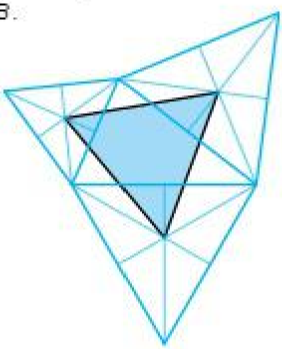
MỞ RỘNG ĐỊNH LÍ NAPOLÉON

ĐÀO THANH OAI *(Kiến Xương, Thái Bình)*

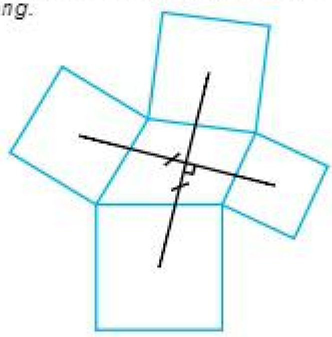
Tam giác đều và hình vuông là những hình có nhiều điều thú vị để khám phá. Bài viết này sẽ giới thiệu đến các bạn một số định lí xoay quanh hai hình này. Đầu tiên phải kể đến là định lí được đặt theo tên Hoàng đế Napoléon Bonaparte (1769 - 1821) của nước Pháp.

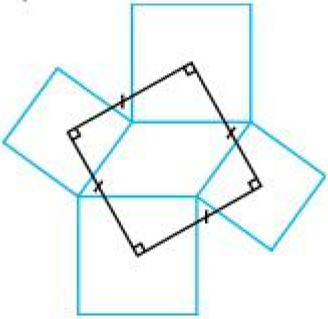
Định lí Napoléon. *Dựng ra phía ngoài (hoặc vào trong) ΔABC ba tam giác đều ABC_o, BCA_o, CAB_o. Khi đó tâm ba tam giác vừa dựng được là các đỉnh của một tam giác đều, gọi là tam giác Napoléon ngoài (hoặc trong).*

Lưu ý. ΔABC_o gọi là dựng ra ngoài (hoặc vào trong) ΔABC nếu C_o, C nằm khác phía (hoặc cùng phía) với AB.



Đây là một trong những định lí đẹp trong hình học cổ điển. Nó thu hút được sự quan tâm nghiên cứu của nhiều người và đã có nhiều cách chứng minh. Một số định lí nổi tiếng khác đã được lấy cảm hứng từ định lí Napoléon như **định lí Van Aubel** với nội dung là: *Dựng ra ngoài một tứ giác bất kì các hình vuông thì đoạn thẳng nối tâm của hai hình vuông trên hai cạnh đối diện vuông góc và bằng nhau*, hay **định lí Thebault** với nội dung là: *Dựng ra ngoài một hình bình hành các hình vuông thì tâm của các các hình vuông này là các đỉnh của một hình vuông.*



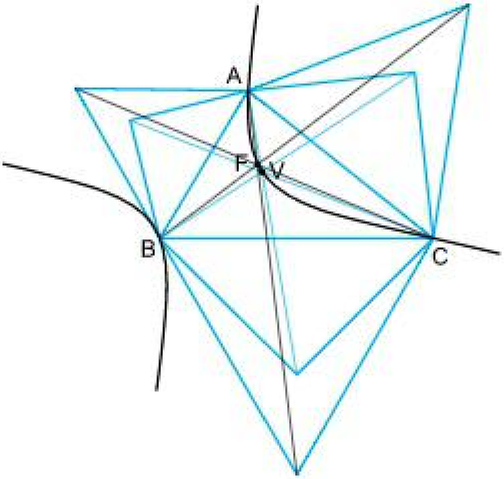


Một nghiên cứu khác có lẽ cũng được lấy cảm hứng từ định lí này do Ludwig Kiepert đề xuất.

Định lí Kiepert. *Dựng ra phía ngoài (hoặc vào trong) ΔABC ba tam giác ABC_o, BCA_o, CAB_o tương ứng cân tại C_o, A_o, B_o và đồng dạng với nhau. Khi đó AA_o, BB_o, CC_o đồng quy tại điểm K, gọi là điểm Kiepert.*

Khi ΔABC_o vuông cân hoặc đều thì điểm K tương ứng gọi là điểm Vecten, điểm Fermat.

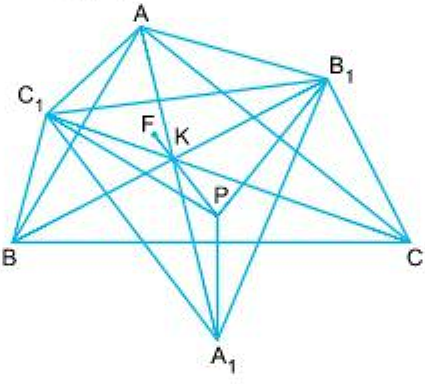
Khi các đỉnh A_o, B_o, C_o thay đổi, ta có các điểm Kiepert tương ứng. Tập hợp các điểm Kiepert gọi là đường hyperbol Kiepert. Đây là một đường cong có thể biểu diễn bởi phương trình y = m/x.



Từ định lí Kiepert, ta thấy các đường thẳng nối các đỉnh của ΔABC và các đỉnh tương ứng của tam giác Napoléon đồng quy. Điểm đồng quy này gọi là điểm Napoléon. Hai điểm Napoléon của ΔABC tất nhiên nằm trên đường hyperbol Kiepert. Ta cũng thấy các đỉnh A_o, B_o, C_o tương ứng nằm trên các đường trung trực của BC, CA, BA. Nếu vẽ hình và quan sát, ta có thể nhận thấy điểm Napoléon ngoài, điểm Fermat ngoài và tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC thẳng hàng. Tương tự, điểm Napoléon trong, điểm Fermat trong và tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC cũng thẳng hàng. Các tính chất liên quan đến các điểm Napoléon và điểm Fermat, các bạn có thể xem tại [5] [6] [7] [8].

Từ các quan sát trên, tác giả tìm ra một vấn đề mở rộng định lí Napoléon như sau.

Vấn đề 1. *Cho ΔABC. F là điểm Fermat, K là điểm Kiepert. P là điểm nằm trên đường thẳng FK. A_1 là giao điểm của AK và đường thẳng qua P vuông góc với BC. Định nghĩa B_1, C_1 tương tự. Khi đó tam giác $A_1B_1C_1$ đều.*



Hai vấn đề của mở rộng định lí Napoléon

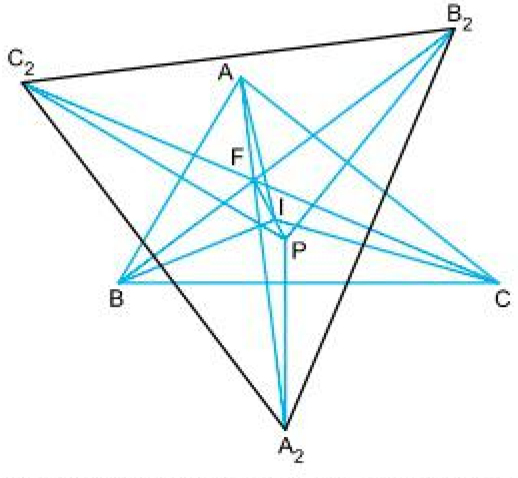
Ta biết rằng, với mỗi ΔABC và một điểm P thì tam giác tạo bởi các hình chiếu của P trên ba cạnh của ΔABC gọi là tam giác bàn đạp của điểm P, tam giác tạo bởi các giao điểm của đường thẳng nối P với đỉnh và cạnh đối diện gọi là tam giác Cevian của điểm P.

Người ta tìm được hai điểm P thỏa mãn tính chất tam giác bàn đạp của điểm đó là một tam giác đều, gọi là điểm Isodynamic. Các điểm này là điểm liên hợp đẳng giác của điểm Fermat. Nghĩa là điểm I và F đối xứng nhau qua các đường phân giác của ΔABC.

Việc dựng điểm P sao cho tam giác Cevian của nó là một tam giác đều thì khó hơn. Nó được giới thiệu tại Problem 10358 của tạp chí American Mathematical Monthly, được đề xuất bởi Jiang Huanxin và David Goering.

Tác giả đặt câu hỏi là tìm một điểm sao cho điểm đối xứng của nó qua ba cạnh của ΔABC là một tam giác đều. Tác giả tìm được điểm đó chính là hai điểm Isodynamic. Việc chứng minh điều này dựa vào tính chất tam giác này là vị tự của tam giác đều bàn đạp của hai điểm đó. Nếu như dừng lại ở đây thì kết quả trở nên hết sức bình thường. Nhưng điều đặc biệt là: *Các đường thẳng nối các đỉnh của tam giác đều bàn đạp này với các đỉnh tương ứng của ΔABC lại đồng quy tại điểm Fermat.* Do các đỉnh của tam giác đều này được xác định là đối xứng của điểm Isodynamic qua ba cạnh của ΔABC. Suy ra: *Các đường thẳng nối điểm Isodynamic với ba đỉnh của tam giác đều đó vuông góc với ba cạnh tương ứng của ΔABC.*

Vấn đề 2. *Cho ΔABC. F là điểm Fermat. I là điểm liên hợp đẳng giác của F. P là điểm nằm trên đường thẳng FI. A_2 là giao điểm của AF với đường thẳng qua P và vuông góc với BC. Định nghĩa B_2, C_2 tương tự. Khi đó $\Delta A_2B_2C_2$ đều.*



Hai vấn đề trên đã được tác giả đăng tại [10][11].

Tham khảo:

[1] Coxeter, H.S.M.; Greitzer, S.L. (1967). Geometry Revisited. New Mathematical Library 19. Washington, D.C.: Mathematical Association of America. pp. 60–65. ISBN 978-0-88385-619-2.

[2] H. S. M. Coxeter, Introduction to Geometry, John Wiley & Sons, NY, 1961

[3] J. Baker, Napoleon's Theorem and Beyond, Spreadsheets in Education

[4] D. Gale, Tracking The Autmatic Ant, Springer-Verlag, 1998

[5] http://faculty.evansville.edu/ck6/encyclopedia/ETC.html#X13

[6] http://faculty.evansville.edu/ck6/encyclopedia/ETC.html#X14

[7] http://faculty.evansville.edu/ck6/encyclopedia/ETC.html#X17

[8] http://faculty.evansville.edu/ck6/encyclopedia/ETC.html#X18

[9] Jiang Huanxin and David Goering, Problem 10358 and Solution, "Equilateral cevian triangles," *American Mathematical Monthly* 104 (1997) 567-570 [proposed 1994].

[10] T. O. Dao, Advanced Plane Geometry, message 2261, January 24, 2014.

[11] T. O. Dao, Advanced Plane Geometry, message 2267, January 25, 2014.

10^{th} INTERNATIONAL MATHEMATICS AND SCIENCE OLYMPIAD (IMSO) FOR PRIMARY SCHOOL 2013

ALFONSO, CAVITE, PHILIPPINES

25 - 29 Nov 2013

TRỊNH HOÀI DƯƠNG *(GV. THCS Giảng Võ, Ba Đình, Hà Nội)*
(Sưu tầm và giới thiệu)

1. Square pieces of sides 0.5 cm are cut from a sheet which is 11 cm long and 2 cm wide. What is the total number of squares that can be cut?

2. Study the following pattern.

$$\frac{1}{1\times2}=\frac{1}{2},\ \frac{1}{1\times2}+\frac{1}{2\times3}=\frac{2}{3},\ \frac{1}{1\times2}+\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{3\times4}=\frac{3}{4}.$$

Given that $\frac{1}{1\times2}+\frac{1}{2\times3}+...+\frac{1}{2013\times2014}=\frac{a+2}{a+3}$, where a is a positive integer. Find the value of a.

3. Thirty girls joined a mathematics contest. The first girl scored 70 and the second girl scored 80. The teacher then announced that the score of every girl after the first two was equal to the average of the scores of all the girls before her. What was the score of the last girl?

4. Five boys, A, B, C, D, and E, attended a meeting. In this meeting:

a. A shook hands with one boy.
b. B shook hands with two boys.
c. C shook hands with three boys.
d. D shook hands with four boys.

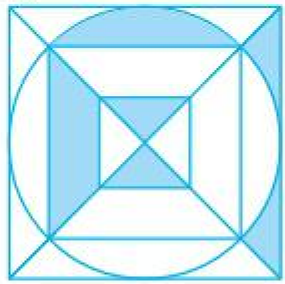
How many boys did E shake hands with?

5. What is the simplified value of

$$2\times1\frac{1}{2}+3\times1\frac{1}{3}+4\times1\frac{1}{4}+5\times1\frac{1}{5}$$
$$+6\times1\frac{1}{6}+7\times1\frac{1}{7}+8\times1\frac{1}{8}+9\times1\frac{1}{9}?$$

6. The sum of the digits of a two-digit number $\overline{ab}$ is 6. By reversing the digits, one obtained another two-digit number $\overline{ba}$. If $\overline{ab}-\overline{ba}=18$, find the original two-digit number.

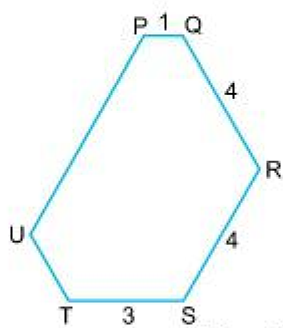
7. The side length of the biggest square in the given diagram is 10 cm long. As shown in the diagram, the total shaded regions formed by two diagonals inside the circle and two squares is 26 cm^2. What is the length side of the smallest square in cm?



8. The product of 1110, 1111, 1112 and 1113 is the thirteen digit number $\overline{152628x755760}$, with one digit replaced by x. What is the value of x?

9. Each of A, B, C and D either always tells the truth or always tells lies. A says C always tells lies. B says A always tells lies. C says D always tells the truth. D says either A or C always tells lies. Who always tells lies?

10. In the Figure below each of the interior angles of hexagon PQRSTU is 120^0. Given that PQ = 1 cm, QR = RS = 4 cm and ST = 3 cm. Find the perimeter of the hexagon PQRSTU.



(Xem tiếp trang 9)

Bài 4NS. Giải hệ phương trình $\begin{cases}2x^3-1=3y^2+3y\\ x+\sqrt{(x+2y)^2+1}=y+\sqrt{(2x+y)^2+1}.\end{cases}$

NGUYỄN VĂN XÃ *(GV. THPT Yên Phong số 2, Yên Phong, Bắc Ninh)*

Bài 5NS. Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $a^2+b^2+c^2=3$.

Chứng minh rằng $\frac{a^2+1}{b}+\frac{b^2+1}{c}+\frac{c^2+1}{a}\geq 2(a+b+c)$.

KIỀU ĐÌNH MINH *(GV. THPT Chuyên Hùng Vương, Phú Thọ)*

Bài 6NS. Cho tam giác ABC ($\widehat{BAC}>90^0$), đường cao CD. Lấy các điểm K, L lần lượt trên các đường thẳng BC, CA sao cho AK // BL // CD. Đường tròn đường kính AB cắt KL tại hai điểm phân biệt E và F. Chứng minh rằng A là tâm đường tròn nội tiếp tam giác DEF và $\widehat{KDE}=\widehat{LDF}$.

LÊ VIẾT ÂN *(Phú Thượng, Phú Vang, Thừa Thiên – Huế)*

Kết quả CUỘC THI GIẢI TOÁN DÀNH CHO NỮ SINH (TTT2 số 144)

Bài 28NS. Ta có $x^2+6xy+y^2(2012-z^2)=0$.

$\Rightarrow (x+3y)^2=y^2(z^2-2003)$ (1)

Vì x, y, z là các số nguyên dương nên $(x+3y)^2 \vdots y^2$

$\Rightarrow x+3y \vdots y \Rightarrow x \vdots y$. Đặt $x=ky$ ($k\in\mathbb{N}^*$)

Thay $x=ky$ vào (1) và biến đổi ta được

$(z+k+3)(z-k-3)=2003$.

Từ đó suy ra $z=1002$ và $k=998$.

Do đó $0y=0$ (đúng với mọi y).

Vậy các nghiệm nguyên dương (x, y, z) của phương trình là (998t, t, 1002), với $t\in\mathbb{N}^*$.

Nhận xét. Các bạn sau có lời giải đúng cho bài toán trên: *Nguyễn Thùy Dương, Bùi Thị Quỳnh*, 7A3; *Trần Thị Thu Huyền*, 8A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao; *Lê Nguyễn Quỳnh Trang*, 8C, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, **Phú Thọ**; *Kim Thị Hồng Lĩnh*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**.

Bài 29NS. Điều kiện $x, y, z\geq 0$.

Ta có $3xy+4yz+9zx=3x(y+z)+4z(x+y)+2zx$

$=3x(6-x)+4z(6-z)+2xz$

$=-3(x-3)^2-4(z-3)^2+2zx+63$.

Mặt khác $4xz\leq(x+z)^2\leq 6^2$ nên $2zx\leq 18$

Suy ra $3xy+4yz+9zx\leq 18+63=81$.

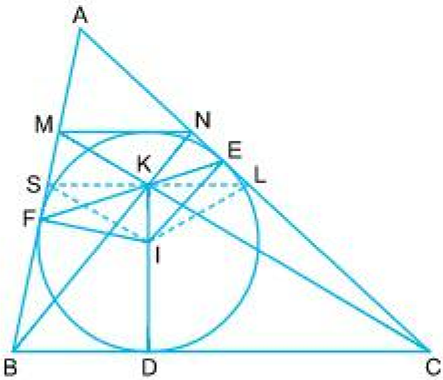
Dấu bằng xảy ra khi $x=3$, $y=0$, $z=3$.

Vậy hệ phương trình có nghiệm (x, y, z) là (3, 0, 3).

Nhận xét. Chỉ có bạn *Lê Nguyễn Quỳnh Trang*, 8C, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, **Phú Thọ** có lời giải đúng cho bài toán trên.

Bài 30NS. Qua K kẻ đường thẳng song song với BC cắt AB, AC lần lượt tại S, L.

Ta có các tứ giác SKIF và KELI nội tiếp nên $\widehat{IFK}=\widehat{ISK}$, $\widehat{ILK}=\widehat{IEK}$.



Vì ΔIEF cân tại I nên $\widehat{IFK}=\widehat{IEK}$.

Do đó $\widehat{ISK}=\widehat{ILK}$. Suy ra tam giác ISL cân tại I.

Mà $IK\perp SL$ nên SK = KL.

Theo hệ quả của định lí Talét ta có

$\frac{MS}{MB}=\frac{SK}{BC}=\frac{KL}{BC}=\frac{NK}{NB}$.

Suy ra SK // MN. Mà SK // BC.

Do đó MN // BC.

Nhận xét. Bài toán này không quá khó, rất tiếc không có bạn nào có lời giải đúng.

Các bạn sau được khen kì này: *Nguyễn Thùy Dương*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao; *Lê Nguyễn Quỳnh Trang*, 8C, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, **Phú Thọ**; *Kim Thị Hồng Lĩnh*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**.

Ảnh các bạn được khen ở bìa 4.

NGUYỄN NGỌC HÂN

Kì 8

Bài 1. Cho a là số có hai chữ số, b là số có 3 chữ số. Trung bình cộng của ba số a, b và 3456 là 1518. Tìm a và b.

Bài 2. Cho $A = \underbrace{9999...9999}_{2015 \text{ chữ số } 9}8$. Tính tổng các chữ số của số A^2.

Bài 3. Tìm số tự nhiên có ba chữ số. Biết rằng số đó chia hết cho 198 và các chữ số của số đó nếu viết từ nhỏ đến lớn thì tỉ lệ với 1 : 2 : 3.

Bài 4. Tìm đa thức bậc hai P(x). Biết P(0) = 20, P(1) = 11, P(2) = 2015.

Bài 5. Cho tấm bìa hình tam giác ABC vuông tại A có AB = 2AC. Chứng minh rằng có thể cắt tấm bìa thành 5 miếng bìa hình tam giác vuông nhỏ bằng nhau.

TẠ THẬP *(TP. Hồ Chí Minh)*

Kết quả Góc OLYMPIC Kì 6 (TTT2 số 144)

Bài 1. Ta có $A = 2^0 + 2^1 + 2^2 + ... + 2^{2014} = (1 + 2) + (2^2 + 2^3 + 2^4) + (2^5 + 2^6 + 2^7) + ... + (2^{2012} + 2^{2013} + 2^{2014}) = 3 + 2^2(1 + 2 + 2^2) + 2^5(1 + 2 + 2^2) + ... + 2^{2012}(1 + 2 + 2^2) = 3 + 2^2.7 + 2^5.7 + ... + 2^{2012}.7$ chia cho 7 dư 3.

Bài 2. Ta có $\overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab} = 2664$

$\Rightarrow 111a + 111b + 111c = 2664 \Rightarrow a + b + c = 24$.

Vì a > b > c nên a = 9, b = 8, c = 7.

Bài 3. Ta có $|2x + 5| + |7x + 9| + |3x + 25| = 15x$

Suy ra $15x \geq 0$ nên $x \geq 0$ từ đó $2x + 5 > 0$, $7x + 9 > 0$, $3x + 25 > 0$.

Do đó ta có $2x + 5 + 7x + 9 + 3x + 25 = 15x$

$\Rightarrow 3x = 39 \Rightarrow x = 13$.

Bài 4. Giả sử 2^{2014} có m chữ số và 5^{2014} có n chữ số.

Ta có $10^{m-1} < 2^{2014} < 10^m$ và $10^{n-1} < 5^{2014} < 10^n$

Do đó $10^{m-1}.10^{n-1} < 2^{2014}.5^{2014} < 10^m.10^n$

$\Rightarrow 10^{m+n-2} < 10^{2014} < 10^{m+n}$

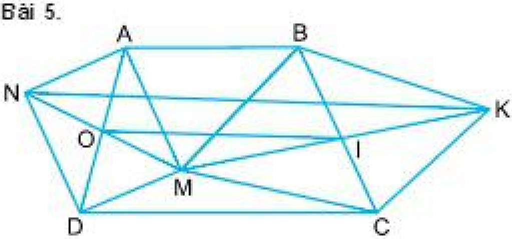
$\Rightarrow m + n - 2 < 2014 < m + n$

$\Rightarrow m + n - 1 = 2014 \Rightarrow m + n = 2015$

Mà số $3^{10} = 59049$ là số có 5 chữ số.

Vậy ba số 2^{2014}, 3^{10}, 5^{2014} viết liền nhau tạo thành một số có 2015 + 5 = 2020 chữ số.

Bài 5.



Gọi O là giao điểm của AD và MN, I là giao điểm của BC và MK.

Các tứ giác AMDN và BMCK là hình bình hành nên O là trung điểm của AD và MN, I là trung điểm của BC và MK.

Vì OI là đường trung bình của tam giác MNK nên $OI = \frac{NK}{2}$.

Vì OI là đường trung bình của hình thang ABCD nên $OI = \frac{AB + CD}{2}$.

Vậy NK = AB + CD = 3 + 5 = 8 (cm).

Các bạn sau có lời giải đúng và được thưởng kì này: *Trần Việt An*, 6A, THCS Nguyễn Cao, Quế Võ, **Bắc Ninh**; *Đào Thanh Dung*, 6A1, THCS Chất lượng cao Mai Sơn, **Sơn La**; *Đặng Quang Anh*, 8A, THCS Nguyễn Chích, Đông Sơn, **Thanh Hóa**; *Tạ Kim Thanh Hiền*, 6A4, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**; *Tạ Lê Ngọc Sáng*, 8A, THPT chuyên Hà Nội - Amsterdam, Cầu Giấy, **Hà Nội**; *Nguyễn Văn Thanh Sơn*, 7/1, THCS Nguyễn Khuyến, **Đà Nẵng**; *Lê Tuấn Duy*, 7B, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**.

Các bạn sau được khen kì này: *Trương Minh Hồng, Trương Cao Minh*, 8A6, THCS Dịch Vọng, Cầu Giấy; *Đặng Thị Hoài Anh*, 8C, THCS Nguyễn Thượng Hiền, Ứng Hòa, **Hà Nội**; *Tạ Nam Khánh*, 7E1; *Lê Thị Thanh Hương*, 6D, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Nhóm bạn Nguyễn Thị Thu Hằng, Trần Ngọc Đạt, Nguyễn Thị Mỹ Linh*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Nguyễn Ngọc Linh*, 8A1, THCS Trường Sơn, Sầm Sơn, **Thanh Hóa**; *Hoàng Quỳnh Chi, Vũ Trần Huyền Chi*, 6A1, THCS Chất lượng cao Mai Sơn, **Sơn La**.

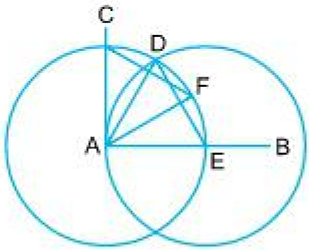
NGUYỄN NGỌC HÂN

BÀI TOÁN chia ba một góc

HOÀNG TRỌNG HẢO

Trong thời Hy Lạp cổ đại, chia ba một góc một trong ba bài toán cổ điển ảnh hưởng lớn đến sự phát triển của hình học. Bài toán đặt ra là với một góc cho trước bất kì, **dùng thước kẻ và com pa** để chia góc đó ra làm ba góc có cùng số đo.

Việc chia ba một góc vuông đã được thực hiện từ lâu. Bằng cách vẽ hai tam giác đều ADE và ACF, ta được $\angle CAD = \angle DAF = \angle FAE = 30^0$.

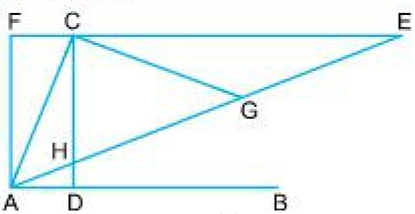


Người ta đã thực hiện được việc chia ba góc 27^0. Bạn có làm được không?

Người Hy Lạp cổ đại khi phát triển hình học luôn mong muốn chia đều một góc bất kì để dựng những đa giác đều. Đó là mục tiêu lớn của toán học Hy Lạp cổ đại.

Việc chia đôi một góc được thực hiện dễ dàng bằng cách vẽ tia phân giác của góc. Chia đôi tiếp hai góc nhỏ vừa dựng được thì góc ban đầu được chia làm 4 góc bằng nhau. Cứ tiếp tục như vậy, góc ban đầu có thể chia thành 8, 16,... 2^n góc bằng nhau.

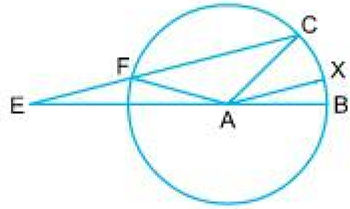
Nhà toán học người Hy Lạp Hippocrates (470 - 410 TCN) đã đưa ra một lời giải cơ học chia ba một góc nhọn BAC như sau. Dựng CD ⊥ AB. Dựng hình chữ nhật CDAF. Kéo dài FC lấy điểm E. AE cắt CD tại H. Di chuyển E để EH = 2AC. Khi đó $\angle CAH = 2\angle HAD$.



Thật vậy, gọi G là trung điểm EH thì các tam giác ACG, CGE cân lần lượt tại C, G.

Từ đó $\angle CAH = \angle CGA = 2\angle CEG = 2\angle HAD$.

Nhà toán học vĩ đại người Hy Lạp Archimedes (287 - 213 TCN) cũng đưa ra một lời giải cơ học cho bài toán này như sau. Với góc BAC nhọn và AB = AC, vẽ đường tròn tâm A bán kính AB. Lấy điểm E thuộc tia BA và E nằm ngoài đường tròn. CE cắt (A) tại F. Vẽ AX // CE. Di chuyển E để EF = AB. Khi đó $\angle CAX = 2\angle XAB$.

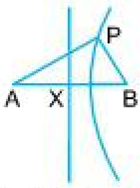


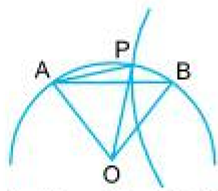
Thật vậy, vì AC = AF = FE nên

$\angle CAX = \angle ACF = \angle AFC = 2\angle FEA = 2\angle XAB$.

Nhà toán học người Hy Lạp Nicomedes, người sống cùng thời với Archimedes lại đưa ra một lời giải khác cho bài toán này dựa trên đường cong conic. Giả sử cần chia ba góc AOB, với OA = OB. Với hai điểm A, B, quỹ tích những điểm P thỏa mãn $\angle PBA = 2\angle PAB$ là một hypebol. Dựng hypebol này và lấy giao điểm của nó với đường tròn tâm O bán kính OA.

Khi đó $\angle POA = 2\angle PBA = 4\angle PAB = 2\angle POB$.





Vấn đề chia ba một góc dậm chân tại chỗ trong một thời gian dài mà không đạt được thành tựu mới nào. Đến thế kỉ XIX, nhà toán học Gauss (1777 - 1855) vẽ được đa giác đều có số cạnh là số nguyên tố lớn hơn (như 17). Ông đã tuyên bố rằng hai bài toán: Tăng gấp đôi thể tích khối lập phương và chia ba một góc, hai trong ba bài toán cổ điển của hình học thời Hy Lạp cổ đại, là không thể giải được bằng thước kẻ và com pa. Năm 1837, Wantzel (1814 - 1848), người Pháp, đã đăng trên một tạp chí chứng minh khẳng định bài toán chia ba một góc là không giải được. Sau đó, việc chứng minh được cải thiện hơn bởi nhà toán học người Pháp Starm (1803 - 1855).

Kì này IQ TRONG VƯỜN ANH

Mỗi nhóm từ dưới đây đều chứa một từ không cùng loại với ba từ còn lại. Bạn hãy tìm từ đó và giải thích nhé!

a) Grasshopper; Dragonfly; Butterfly; Crab.

b) America; Mongolia; Laos, Austria.

c) Lion; Leopard; Wolf; Buffalo.

TRẦN MINH HIẾU

(7C, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, Phú Thọ)

Kết quả Ô chữ MÙA XUÂN LÀ TẾT TRỒNG CÂY (TTT2 số 144)

Chủ Vườn thực sự vui mừng khi thấy hầu hết các bạn tham gia kì này đều lựa chọn những từ rất phù hợp: TRUNK; ROOT; LEAF; FLOWER. Rất mong các bạn luôn yêu quý và bảo vệ cây cối để chúng ta có một hành tinh xanh mãi xanh.

Chủ Vườn sẽ gửi quà tới những bạn sau: *Triệu Hồng Ngọc*, 6A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Võ Thị Quỳnh Anh*, 6A, THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Ngọc Anh* và *Phạm Thị Minh Ánh*, 6A2, THCS Trưng Vương, Mê Linh, **Hà Nội**; *Nguyễn Đức Hiếu*, 7E, THCS Nhữ Bá Sĩ, thị trấn Bút Sơn, Hoằng Hóa, **Thanh Hóa**; *Nguyễn Trúc Quỳnh*, 6/1, THCS Lê Văn Thiêm, TP. Hà Tĩnh, **Hà Tĩnh**.

Chủ Vườn

ĐẾN VỚI TIẾNG HÁN *(Tiếp theo trang 18)*

Bài tập. Đọc và nối

1)这不是欧洲电影，这是亚洲的。

2)他是国际最有名的演员.

3)因为有意思，所以我们喜欢。

4)那个地方漂亮极了.

5)因为他喜欢看韩国电影，所以他开始学习韩语，他还想去韩国

a) Nơi đó đẹp tuyệt vời.

b) Đây không phải là phim của châu Âu, đây là bộ phim của châu Á.

c) Bởi vì thú vị, vì vậy chúng tôi thích nó.

d) Bởi vì anh ấy thích phim Hàn Quốc, nên anh ấy bắt đầu học tiếng Hàn, anh ấy còn muốn đi Hàn Quốc.

e) Anh ấy là diễn viên nổi tiếng nhất trên thế giới.

Tập viết.

极
因
为
所
以

CÂU HỎI KÌ 4

Điều lệ cuộc thi đăng ở TTT2 số 140, 144. Câu hỏi đăng trên các số tạp chí trong năm 2015.

Câu 10. Bạn hãy nêu tên 5 thành phố đông dân nhất ASEAN.

Câu 11. Bạn hãy cho biết Hiến chương ASEAN được kí kết ngày tháng năm nào, tại đâu và có hiệu lực từ khi nào?

Câu 12. Bạn hãy nêu tên các di sản vườn thiên nhiên ASEAN của Việt Nam.

BTC

Kết quả KÌ 2 (TTT2 số 144)

Câu 4. Liệt kê GDP năm 2013 của 10 quốc gia trong ASEAN (sắp xếp theo thứ tự từ nhỏ đến lớn), đơn vị tỉ đô la Mỹ: Laos 11,24; Campuchia 15,24; Brunei 16,11; Myanmar 53,14; Vietnam 171,39; Philippines 272,07; Singapore 297,94; Malaysia 313,16; Thailand 387,25; Indonesia 868,35.

(Nguồn: World Bank)

Câu 5. Ngôn ngữ chính thức của 10 quốc gia trong ASEAN là: Tiếng Mã Lai (Brunei); tiếng Khmer (Cambodia); tiếng Indo (Indonesia); tiếng Lào (Laos); tiếng Mã Lai (Malaysia); tiếng Myanma (Myanmar); tiếng Anh, tiếng Tagalog (Philippines); tiếng Mã Lai, tiếng Quan Thoại, tiếng Anh, tiếng Tamil (Singapore); tiếng Thái (Thailand); tiếng Việt (Vietnam).

Câu 6. Múi giờ theo UTC của 10 quốc gia trong ASEAN là: Brunei +8; Cambodia +7; Indonesia +7, +8, +9; Laos +7; Malaysia +8; Myanmar +6:30; Philippines +8; Singapore +8; Thailand +7; Vietnam +7.

Nhận xét. Các bạn được thưởng kì này: *Nguyễn Đặng Sơn*, 9A, THCS Nguyễn Trãi, Nam Sách, **Hải Dương**; *Nguyễn Chí Công*, 6A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Nguyễn Hải Ly*, 6A, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**.

BTC

Kết quả TÌNH THẦY TRÒ CỦA NHỮNG NHÀ KHOA BẢNG (TTT2 số 141)

Câu 1. Nước ta có 46 vị Trạng nguyên. Sau đây là 5 vị Trạng nguyên nổi tiếng: Nguyễn Hiền, Mạc Đĩnh Chi, Lương Thế Vinh, Nguyễn Bỉnh Khiêm, Đào Sư Tích.

Câu 2. *Những học vị đứng sau Trạng nguyên* trong khoa cử ngày xưa là: *Bảng nhãn, Thám hoa, Hoàng giáp, Tiến sĩ đồng hạng*. Từ đời Minh Mạng không có Trạng nguyên mà có thêm Hoàng giáp. Chưa được là Tiến sĩ thì có thêm *Phó bảng*. Tiến sĩ được gọi là ông Nghè. Thi đỗ 4 kì của thi Hương gọi là *Hương cống*. Từ thời Minh Mạng gọi là *Cử nhân*. Nếu chỉ đỗ 3 kì thi đầu của thi Hương thì gọi là *Sinh đồ* (còn gọi là đỗ Tam trường). Đến thời Minh Mạng đổi gọi là *Tú tài*.

Các cách gọi dân gian khác: Đỗ đầu thi Hương gọi là Hương nguyên. Đây không phải học vị. Đỗ đầu thi Hội gọi là Hội nguyên. Đỗ đầu thi Đình là Đình nguyên. Đỗ đầu cả 3 kì là Tam nguyên (như Nguyễn Khuyến, Trần Bích San). Ông Cống là người hiếu học, thường ngoài 40 mới đỗ cống sinh, cũng được gọi là Cử nhân. Thời hậu Lê có danh xưng ông Đồ tương đương Tú tài sau này, dành cho người thi Thái học sinh, đỗ xong đi dạy học. Bảng nhãn, Thám hoa đều thuộc Đệ nhất giáp Tiến sĩ, Hoàng giáp là Đệ nhị giáp Tiến sĩ. Đệ tam giáp Tiến sĩ còn gọi là Đồng tiến sĩ xuất thân (Thứ tự từ thấp đến cao: thi Hương, thi Hội, thi Đình).

Nhận xét. Các bạn sau có lời giải tốt được nhận thưởng: *Trần Thế Trung*, 7A, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Nguyễn Chí Công*, 6A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Vũ Đức Dũng*, 7A, THCS Hồ Xuân Hương, Quỳnh Lưu, **Nghệ An**.

VŨ VY CÔI

HỌC TRÒ THỜI CHIẾN

BÍNH NAM HÀ

Đã tròn 50 năm. Đầu năm 1965 bố mẹ tôi đi họp tổ dân phố về nói chuyện với nhau tình hình căng lắm. Tôi nghe thấy nào Chiến tranh đặc biệt, nào Chiến tranh cục bộ mà chả hiểu gì nhưng cũng lo. Sau Tết, 28.2.1965 năm chị em chúng tôi được sơ tán về quê ở Nam Quan, Nam Trực cách thành phố 18 km. Tôi học cùng các bạn lớp 2 trường Nam Quan. Dạo ấy sao mưa nhiều thế. Bà ngoại cứ phải giặt quần áo cho tôi vì tôi vồ ếch suốt. Về sau một cậu bạn bảo tôi: Cậu phải bấm đầu ngón chân xuống đất thì mới không trượt chân. Từ đấy tôi mới không ngã nữa. Tôi được đi bắt cua, tắm hồ đầu làng, theo bạn đi chăn trâu. Tôi còn bắt chước người lớn giã gạo, xay thóc, kéo đá ngoài sân để làm dẹp cây cói dùng đan ró hay chiếu.

Được một tháng thấy còn yên ắng, 22.3.1965 bố mẹ lại đón chúng tôi về. Nhà tôi xây một hầm tránh bom dưới giường ngủ trong buồng, trên đổ cát rồi kê giường lên.

Tôi được thay mặt lớp đi học sơ cứu: sử dụng bông, băng, thuốc đỏ, học băng tay, chân, đầu, khiêng cáng cứu thương... ở Câu lạc bộ Lao Động gần Quảng trường Hòa Bình. Sau đó về dạy lại cho các bạn.

Sáng sớm 2.7.1965 cả thành phố Nam Định, thành phố lớn thứ ba miền Bắc rung chuyển vì tiếng bom. Máy bay Mỹ oanh tạc Sở Dầu cách nhà tôi chừng 3 km. Khói mù mịt suốt 2 ngày bao phủ thành phố. Hôm sau mấy chị em tôi sơ tán ra trường 10+3 xa nhà máy dệt thêm 3 km. Hôm sau nữa ra nhà chú Trứ ở xã Mỹ Tân, Mỹ Lộc, xa thêm 3 km.

Ngày 11.7.1965 Hải Phòng, thành phố lớn thứ hai bị oanh tạc. Chiến tranh đã bắt đầu đến với trẻ em các thành phố lớn miền Bắc. Tiếp đó nhà máy Điện thành phố, nhà máy Dệt, nhà máy Xay, nhà máy Tơ, nhà máy Nước, Cảng, ga Năng Tĩnh và ga Đò Chè, nhà máy Hoa quả hộp xuất khẩu, nhà máy Điện của nhà máy Dệt ở giữa thành phố Nam Định đều bị bom phá hủy. Từ 80 000 dân, thành phố sơ tán gần hết chỉ còn 15 000 công nhân và tự vệ ở lại vừa sản xuất vừa chiến đấu. Chúng tôi nghe các tin tức về: thanh niên xung phong, phong trào 3 sẵn sàng, phong trào 3 đảm đang, rồi khẩu hiệu Một triệu mét vải vì miền Nam ruột thịt... Được hơn hai tháng, 14.9.1965 chúng tôi phải sơ tán về nhà bác Độ ở Mỹ Phúc cho gần nơi trường Trần Quốc Toản sơ tán để đi học. Trường đặt ở thôn Vạn Khoảnh là đất thang mộc của nhà Trần xưa. Lũ trẻ con chúng tôi hàng ngày đi học qua lăng mà dân làng bảo là của Trần Hưng Đạo. Lúc rỗi không phải làm gì lại vào Đền Bảo Lộc chơi. Sau này mới biết đấy là nơi linh thiêng thờ bố mẹ, anh em đức Thánh Trần. Chúng tôi học tết mũ rơm và nùn rơm. Tất cả làm bằng lõi cây rơm nếp, rất nhẹ, rất đẹp. Mũ rộng như cái mũ nan, nùn rơm thì to như cái mâm nhỏ đeo sau lưng. Cả hai dùng để tránh bom bi và mảnh bom, mảnh pháo. Hàng ngày đi học mỗi chúng tôi phải đội mũ rơm, đeo nùn rơm và túi thuốc có bông, băng, gạc, thuốc đỏ. Mỗi nhóm được phân công mang nẹp tre và cáng tre đơn giản.

(Xem tiếp bìa 3)

Hỏi: Anh Phó ơi! Em làm bài báo toán nhưng lại gửi nhầm đến báo văn thì bài sẽ bị thất lạc hay được chuyển lại báo toán ạ?

BÙI MAI CHI

(6A1, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, Phú Thọ)

Đáp:

Làm bài ở báo toán
Bỏ phong bì báo văn
Vậy phải hỏi báo văn
Bài bây giờ đâu nhỉ?
Lần sau nhớ xem kĩ
Trước khi dán phong bì.

Hỏi: Khi học bài cũ em rất nhanh thuộc nhưng tới lúc ôn tập theo đề cương thì em chẳng nhớ gì hết. Anh Phó có cách gì giúp em không ạ?

HUỲNH NGUYỄN NHẬT MINH

(6/3, THCS Thành Hãn, Duy Xuyên, Quảng Nam)

Đáp:

Muốn nhớ được bài lâu
Phải từ khâu nghe giảng
Kỹ lời thầy cô nói
Nghĩ và hỏi tại sao?
Trả lời như thế nào?
Chỉ ghi khi đã hiểu
Trả lời khi thầy hỏi
Bài sẽ hiểu thêm sâu
Về nhà lướt qua mau
Rồi mới sang bài mới.

Hỏi: Anh Phó ơi! Anh có biết phương pháp để học toán cho nhanh và lôgic không ạ?

VŨ LINH CHI

(7A1, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, Phú Thọ)

Đáp:

Toán là môn chứng minh
Dựa trên nền khái niệm
Phải nhớ thật chi tiết
Từng định nghĩa từ đầu
Tính chất sẽ có sau
Chứng minh nhanh từ đó
Làm nhiều bài tập nhỏ
Bài tập lớn lên dần
Đến một lúc bất ngờ
Mình giỏi môn toán đấy.

ANH PHÓ

CÁC LỚP 6 & 7

Bài 1(146). Biển số xe ô tô được đánh số liên tiếp từ 0001 đến 9999. Biển số 3681 có tính chất $3 + 6 = 8 + 1$. Hỏi có bao nhiêu biển số có tính chất giống như tính chất của biển số 3681? (Tổng của hai chữ số bên trái bằng tổng của hai chữ số bên phải).

PHAN DUY NGHĨA

(Sở Giáo dục - Đào tạo Hà Tĩnh)

Bài 2(146). Cho tam giác ABC vuông tại A. Trên các tia AB, AC lấy tương ứng các điểm E, F sao cho $AE = AF = AB + AC$. Đường thẳng qua A vuông góc với BC cắt EF tại điểm D. Chứng minh $AD = BC$.

NGUYỄN KHÁNH NGUYÊN

(GV. THCS Hồng Bàng, Hải Phòng)

CÁC LỚP THCS

Bài 3(146). Giải hệ phương trình $\begin{cases} x + y + z = 9 \\ \sqrt{x+y} + \sqrt{y+z} + \sqrt{z+x} = 6. \end{cases}$

THÁI NHẬT PHƯỢNG

(GV. THCS Nguyễn Văn Trỗi, Cam Nghĩa, Cam Ranh, Khánh Hòa)

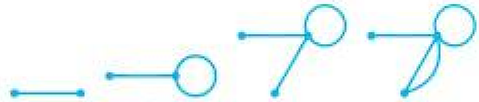
Bài 4(146). Cho 2015 số thực không âm $a_1 \ge a_2 \ge \ldots \ge a_{2015}$ (1) và thỏa mãn $a_1 + a_2 \le 2015$ (2), $a_3 + a_4 + \ldots + a_{2015} \le 2015$ (3).

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = a_1^2 + a_2^2 + \ldots + a_{2015}^2$.

TỐNG THÀNH VŨ

(Cao học Toán Giải tích K5, Đại học Hồng Đức)

Bài 5(146). Xác định số đỉnh V, số cạnh E và số miền R trong mỗi hình sau để chứng tỏ rằng $V - E + R = 2$.



a) b) c) d)

VŨ KIM THỦY

Bài 6(146). Cho tam giác ABC cân tại A. Lấy các điểm P, Q tương ứng trên các cạnh CA, CB sao cho PQ // AB. Gọi M là trung điểm BP, N là giao điểm các đường trung trực của tam giác CPQ. Chứng minh $\angle AMN = 90^0$.

TRẦN QUANG HÙNG

(GV. trường THPT chuyên Đại học Khoa học Tự nhiên Hà Nội)

SOLVE VIA MAIL COMPETITION QUESTIONS

Translated by Nam Vũ Thành

1(146). Car license plates are numbered from 0001 to 9999 consecutively. The plate number 3681 has the property that $3 + 6 = 8 + 1$. Determine the number of license plates that has the above property (i.e. the sum of the two left most digits equals the sum of the two right most digits).

2(146). Given a right-angle triangle with the right angle at A. The points E and F are on the rays AB and AC such that $AE = AF = AB + AC$. The line passing through A and perpendicular to BC intersects EF at the point D. Prove that $AD = BC$.

3(146). Solve the following simultaneous equations $\begin{cases} x + y + z = 9 \\ \sqrt{x+y} + \sqrt{y+z} + \sqrt{z+x} = 6. \end{cases}$

PHIẾU ĐĂNG KÍ THAM DỰ CUỘC THI GTQT NĂM HỌC 2014-2015

4(146). Given 2015 non-negative real numbers $a_1 \ge a_2 \ge \ldots \ge a_{2015}$ (1) such that $a_1 + a_2 \le 2015$ (2) and $a_3 + a_4 + \ldots + a_{2015} \le 2015$ (3).

Find the maximum value of the expression $P = a_1^2 + a_2^2 + \ldots + a_{2015}^2$.

5(146). Determine the number of vertices V, the number of edges E and the number of regions R in the each of the following diagrams to show that $V - E + R = 2$.

a) b) c) d)

6(146). Let ABC be an isosceles triangle with the vertex at A. Let P and Q be the points on CA and CB, respectively, such that PQ // AB. Let M be the midpoint of BP, and N be the intersection of the perpendicular bisectors of the triangle CPQ. Prove that $\angle AMN = 90^0$.

HỌC TRÒ...

(Tiếp theo trang 30)

Ảnh: *Sách ảnh **Trẻ em thời chiến** của Nhà xuất bản Kim Đồng*

Chúng tôi đào hào giao thông cao lút đầu từ lớp học chạy ra ngoài chằng chịt khắp quanh trường. Ra ngoài lớp, giao thông hào đào chạy dích dắc, rẽ các nhánh hầm, trên hầm có nắp bằng tre và đắp đất. Như vậy nếu bị trúng bom đạn thì thương vong ít. Học sinh lớp 4 đã phải tham gia làm lán học. Tường làm bằng bức vách gồm dứng tre và ngoài trát bùn trộn rơm. Khó nhất là khâu buộc lạt. Phải xoắn sao cho dây mềm ra rồi gài lại cho chặt. Mái thì lợp lá gồi. Người lớn trèo trên cao còn chúng tôi nẹp lá thành các phên và chuyển bằng sào lên cho các thầy, cô lợp. Vui nhất là khi nhào bùn với rơm bằng chân. Trẻ con vốn thích nghịch nên chúng tôi rất thích công việc này. Ở một vài nơi do đất quá dẻo thì tường được làm bằng cách trình. Trình tường là ghép gỗ hai bên rồi nhào nhuyễn đất nhồi vào giữa 2 tấm gỗ rồi đầm kĩ. Sau đó dỡ gỗ ra là thành bức tường đất.

Nền lớp học đào sâu xuống lòng đất chừng 1 m. Xung quanh lớp học đắp lũy bằng đất cao hơn một mét nữa. Sau đó trồng cỏ lên trên. Trần lớp học trải nùn rơm kín. Chỉ sau khi hoàn thành các công việc đó mới được khai giảng. Mỗi lớp lại ở riêng một khu để tránh tập trung đông người. Mỗi trường có bác lao công đạp xe đi đưa các thông báo của ban Giám hiệu gọi là Thông đạt. Thầy cô đọc cho cả lớp nghe rồi kí vào sổ Thông đạt. Việc đầu tiên của năm học là tập báo động. Chúng tôi nhanh chóng đeo túi thuốc, đội mũ rơm chạy theo hướng đã được phân công tản vào các hầm cá nhân. Giờ ra chơi chạy đuổi nhau chúng tôi rất thích phi lên trên lũy hay chạy trong giao thông hào. Khi ở nhà chúng tôi có khi còn liều đứng xem máy bay lao xuống thành phố trút bom và vệt đạn pháo bắn lên như mưa. Một lúc sau mới cuống cuồng chạy vào hầm khi nghe tiếng mảnh đạn rơi rào rào xung quanh. Mọi việc vẫn diễn ra bình thường. Chúng tôi có thi học sinh giỏi miền (vài ba trường), thành phố (sau này đi sơ tán là thi huyện Mỹ Lộc), thi tỉnh Nam Hà và đến lớp 4, lớp 7 thì thi miền Bắc. Trước mỗi kì thi đều học bồi dưỡng. Mỗi tỉnh có vài học sinh được phần thưởng của Chủ tịch nước cuối năm học do có thành tích trong học tập. Tôi được nhận phần thưởng của Chủ tịch nước 4 năm liền. Cứ thế chúng tôi học đến 14.6.1969 gia đình mới về lại thành phố và 1970 trường Trần Đăng Ninh mới về lại thành phố. Năm 1972 cuộc chiến lại một lần nữa leo thang. Các em tôi lại một lần nữa sơ tán về quê.

Ngoái nhìn lại đã tròn nửa thế kỉ trôi qua. 50 năm trước chúng tôi đã học trong bom đạn như thế. Kể để chúng ta tự hào với lịch sử ông cha đã gây dựng được nước non gấm vóc liền một dải như ngày nay và thêm trân quý hòa bình.

Hà Nội 2015

Vẻ đẹp của tự nhiên

Động vật, thực vật và con người cùng chung sống trên Trái đất tươi đẹp, ngôi nhà chung của chúng ta. Bức tranh có vẻ đẹp của sự tự nhiên, thư thái, một miếng ghép đẹp của cuộc sống. Bạn hãy viết một bài nêu những cảm xúc của mình khi nhìn ngắm bức ảnh nhé. Bài viết tốt sẽ được đăng và tác giả được nhận quà tặng.

MORIT VŨ

Ảnh: Vũ Thanh Hà

CÁC HỌC SINH ĐƯỢC KHEN TRONG CUỘC THI GIẢI TOÁN DÀNH CHO NỮ SINH

Từ trái sang phải: Nguyễn Thùy Dương, Lê Nguyễn Quỳnh Trang, Kim Thị Hồng Linh.

Giấy phép xuất bản: số 31/GP-BVHTT, cấp ngày 23/1/2003 của Bộ Văn hóa và Thông tin. **Mã số:** 8BTT146M15. **In tại:** Công ty cổ phần in Công Đoàn Việt Nam, 167 Tây Sơn, Đống Đa, Hà Nội. In xong và nộp lưu chiểu tháng 04 năm 2015.