NĂM THỨ MƯỜI BẢY
ISSN 1859-2740

Toán tuổi thơ 2

2/9
163
NĂM HỌC 2016 - 2017

TRUNG HỌC CƠ SỞ

Giá: 10000đ

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM - BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

Toán tuổi thơ 2 TRUNG HỌC CƠ SỞ
Children's Fun Maths Journal
NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM - BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

TÒA SOẠN

Tầng 5, số 361 đường Trường Chinh,
quận Thanh Xuân, Hà Nội
Điện thoại (Tel): 04.35682701
Điện sao (Fax): 04.35682702
Điện thư (Email): toantuoitho@vnn.vn
Trang mạng (Website): http://www.toantuoitho.vn

ĐẠI DIỆN TẠI MIỀN NAM

NGUYỄN VIẾT XUÂN
391/150 Trần Hưng Đạo, P. Cầu Kho, Q.1, TP. HCM
ĐT: 08.66821199, DĐ: 0973 308199

TRONG SỐ NÀY

Dành cho học sinh lớp 6 7

TỔNG CÁC CHỮ SỐ CỦA MỘT SỐ TỰ NHIÊN

THÁI NHẬT PHƯỢNG
(GV. THCS Nguyễn Văn Trỗi, Cam Nghĩa, Cam Ranh, Khánh Hòa)

Ta kí hiệu S(n) là tổng các chữ số của số tự nhiên n khác 0.

I. Tính chất

Với $n \neq 0$ thì S(n) có một số tính chất sau đây:

1. $S(n) = S(10^k.n)$ $(k \in \mathbb{N}^*)$.

2. $n \equiv S(n) \pmod 3$ hay $n - S(n) \,\vdots\, 3$; $n \equiv S(n) \pmod 9$ hay $n - S(n) \,\vdots\, 9$.

3. Nếu $S(m) = S(n)$ thì $m \equiv n \pmod 9$ hay $m - n \,\vdots\, 9$.

4. $0 < S(n) \le n$.

5. n có k chữ số thì $10^{k-1} \le n < 10^k$ và $S(n) \le 9k$.

6. Nếu $n \le \overline{aa_1a_2...a_k}$ thì $S(n) \le (a - 1) + 9k$ khi $\overline{aa_1a_2...a_k}$ có ít nhất một chữ số khác 9 và $S(n) \le a + 9k$ khi $\overline{aa_1a_2...a_k} = \overline{99...9}$.

II. Bài tập áp dụng

Bài 1. Viết các số tự nhiên liên tiếp từ 1 đến 100 liền nhau ta được số A = 12345...99100. Nếu đặt dấu "+" vào giữa hai chữ số nào đó của A thì được tổng của hai số B và C. Hỏi B + C có chia hết cho 2015 không?

Lời giải. Ta có

$S(\overline{12...9}) = 45$, $S(\overline{1011...19}) = 10.1 + 45$

$S(\overline{2021...29}) = 10.2 + 45, ...,$

$S(\overline{9091...99}) = 10.9 + 45$, $S(100) = 1$.

Do đó $S(A) = S(B + C) = 45.10 + (1 + 2 + ... + 9).10 + 1 = 901 \pmod 3 \Rightarrow B + C$ không chia hết cho 3.

Vậy B + C không chia hết cho 2015.

Bài 2. Hai số khác nhau đều có 100 chữ số, trong đó có 40 chữ số 1, 30 chữ số 2, 20 chữ số 3, 10 chữ số 4. Hỏi số này có thể chia hết cho số kia không?

Lời giải. Gọi hai số đó là m và n (m > n).

Ta có $S(m) = S(n) = 40.1 + 30.2 + 20.3 + 10.4 = 200 \equiv 2 \pmod 9$. (1)

$\Rightarrow$ m và n chia cho 9 đều dư 2 nên $n = 9a + 2$ $(a \in \mathbb{N})$.

Giả sử $m \,\vdots\, n \Rightarrow m = kn$ (k nguyên và $1 < k \le 4$)

$\Rightarrow m = 9ka + 2k$.

Với $1 < k \le 4$ thì 2k bằng 4, 6 hoặc 8

$\Rightarrow$ m chia cho 9 dư 4, 6, hoặc 8 (mâu thuẫn với (1)).

Do vậy m không chia hết cho n nên không thể có số này chia hết cho số kia.

Bài 3. Xét số tự nhiên x, đổi chỗ tùy ý các chữ số của x ta được số y. Giả sử $|x - y| = \overline{22...2}$ (n chữ số 2, $n \in \mathbb{N}^*$). Tìm giá trị nhỏ nhất của n và chỉ ra một cặp số tự nhiên x, y để nhận giá trị đó.

Lời giải. Vì S(x) = S(y) nên

$|x - y| \,\vdots\, 9 \Rightarrow \overline{22...2} \,\vdots\, 9 \Rightarrow 2n \,\vdots\, 9 \Rightarrow n \,\vdots\, 9$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của n là 9. Một cặp số tự nhiên (x; y) là (9012345678; 8790123456).

Bài 4. Tìm số chính phương n có 4 chữ số, biết $n \,\vdots\, 7$ và S(n) = S(5n).

Lời giải. Ta có $n - S(n) \,\vdots\, 9$ và $5n - S(5n) \,\vdots\, 9$, suy ra $5n - n - S(5n) + S(n) \,\vdots\, 9$

$\Rightarrow 4n \,\vdots\, 9$ (vì S(n) = S(5n)).

Nên $n \,\vdots\, 9$ mà $n \,\vdots\, 7 \Rightarrow n \,\vdots\, 63$

$\Rightarrow n = 63k = m^2 \Rightarrow 3^2(7k) = m^2$

$\Rightarrow k = 7h^2$, từ đó $n = 441h^2$.

Mà $1000 \le n < 10000$ nên $1000 \le 441h^2 < 10000$

$\Rightarrow h \in \{2; 3; 4\}$

$\Rightarrow n \in \{1764, 3969, 7056\}$. Thử lại đúng.

Bài 5. Cho số nguyên tố p > 3. Biết rằng có số tự nhiên n sao cho p^n có đúng 20 chữ số. Chứng minh rằng trong 20 chữ số này có ít nhất 3 chữ số giống nhau.

Lời giải. Giả sử trong 20 chữ số của p^n không có 3 chữ số nào giống nhau, suy ra mỗi một chữ số 0, 1, 2, 3,..., 9 đều xuất hiện đúng 2 lần. Do đó $S(p^n) = 2(0 + 1 + 2 + ... + 9) = 90 \,\vdots\, 3$

$\Rightarrow p^n \,\vdots\, 3$ (vô lí). Vậy ta có điều phải chứng minh.

Bài 6. Có hay không một số chính phương n mà $S(n) = 2004$.

Lời giải. Giả sử tồn tại số chính phương n mà $S(n) = 2004 \Rightarrow S(n)$ không chia hết cho 9 và $S(n)$ chia hết cho 3 nên $n \vdots 3$. Vì n là số chính phương nên $n \vdots 9 \Rightarrow S(n) \vdots 9$ (mâu thuẫn).

Vậy không tồn tại số chính phương n thỏa mãn đề bài.

Bài 7. Chứng minh rằng $A = \overline{\underbrace{5555...55}_{n \text{ chữ số } 5}27} + 4n \vdots 9$.

Lời giải. Ta có

$$A = 5(\overline{\underbrace{1111...11}_{n \text{ chữ số } 1}00} - n) + 9(n+3)$$

Vì $S(\overline{1...100}) = n$ nên $\overline{1...100} - n \vdots 9$, mà $9(n+3) \vdots 9$.

Do đó $A \vdots 9$.

Bài 8. Cho $A = \overline{9...9}$ (n chữ số 9). Hãy so sánh $S(A)$ và $S(A^2)$.

Lời giải. Ta có $A + 1 = 10^n$

$$A^2 = (A-1)(A+1) + 1 = (\overline{9...9} - 1)(\overline{9...9} + 1) + 1$$

$= \overline{9...980...01}$ (n – 1 chữ số 9 và n – 1 chữ số 0).

Vậy $S(n^2) = 9n = S(n)$.

Bài 9. Tìm $n \in N$ biết

a) $n + S(n) = 2000$.

b) $n + 2S(n) = 2000$.

c) $n + S(n) + S(S(n)) = 60$.

Lời giải. a) Từ đề bài ta suy ra $n \leq 1999$ nên $S(n) \leq 1 + 9.3 = 28$, do đó $n \geq 2000 - 28 = 1972$.

Đặt $n = \overline{19ab}$ thì $\overline{19ab} + 1 + 9 + a + b = 2000$

$\Rightarrow 11a + 2b = 90$

$\Rightarrow$ a chẵn và do $7 \leq a \leq 9$ nên $a = 8 \Rightarrow b = 1$.

Vậy n = 1981. Thử lại đúng.

b) Vì $n - S(n) \vdots 3$ nên $n + 2S(n) = n - S(n) + 3S(n) \vdots 3$.

Mà 2000 không chia hết cho 3.

Vậy không có giá trị n nào thỏa mãn yêu cầu đề bài.

c) Từ đề bài suy ra $n < 60 \Rightarrow S(n) \leq 5 + 9 = 14$ nên $S(S(n)) \leq 9$.

Từ đó $S(n) + S(S(n)) \leq 23$

$\Rightarrow 60 \leq n + 23$. Do đó $37 \leq n < 60$.

Vì $n \equiv S(n) \equiv S(S(n)) \pmod 9$ và $60 \equiv 6 \pmod 9$

nên $3n \equiv 6 \pmod 9$

$\Rightarrow n \equiv 2; 5; 8 \pmod 9$.

Do đó $n \in \{38, 41, 44, 47, 50, 53, 56, 59\}$.

Thử lại chỉ có 44, 47, 50 thỏa mãn.

Vậy $n \in \{44, 47, 50\}$.

Bài 10. Tìm $n \in N$ biết $S(n) = n^2 - 2016n + 9$.

Lời giải. Vì $S(n) > 0 \Rightarrow n^2 - 2016n + 9 > 0$

$$\Rightarrow n^2 + 9 > 2016n \Rightarrow n + \frac{9}{n} > 2016 \Rightarrow n \geq 2016.$$

$$\text{Vì } S(n) \leq n \Rightarrow n^2 + 9 \leq 2017n \Rightarrow n + \frac{9}{n} \leq 2017$$

$\Rightarrow n < 2017$. Do đó n = 2016.

Thử lại thỏa mãn. Vậy n = 2016.

Bài 11. Cho $a = (2^9)^{1945}$. Đặt $S(a) = b$, $S(b) = c$. Tính $S(c)$.

Lời giải. Ta có $a = (2^3)^{5835} < 10^{5835}$

$\Rightarrow b = S(a) \leq 9.5835 = 52515$

$\Rightarrow c = S(b) \leq 4 + 4.9 = 40$.

Suy ra $S(c) \leq 3 + 9 = 12$.

Ta có $S(c) \equiv c \equiv b \equiv (2^3)^{5835} \equiv -1 \pmod 9$

$\Rightarrow S(c) = 8$.

Các bạn hãy áp dụng các tính chất trên để giải các bài tập dưới đây nhé.

Bài 1. Cho $S(n) = S(2009n)$. Chứng minh rằng $n \vdots 9$.

Bài 2. Chứng minh rằng $S(999n) = 27$ với n = 1, 2, 3,..., 999.

Bài 3. Chứng minh rằng nếu $n \vdots 999$ thì $S(n) \geq 18$.

Bài 4. Tìm $n \in \mathbb{N}$ biết $S(n) = n^2 - 1988n + 26$.

Bài 5. Tìm $n \in \mathbb{N}$ biết $n + S(n) + S(S(n)) = 90$.

Bài 6. Cho $a = 4444^{4444}$. Đặt $S(a) = b$, $S(b) = c$. Tính $S(c)$.

Bài 7. Chứng minh rằng $S(n^2)$ có dạng 9k hoặc 9k + 1, hoặc 9k + 4 hoặc 9k + 7 ($k \in \mathbb{N}$).

Bài 8. Cho số tự nhiên a sao cho nếu đổi chỗ các chữ số của a thì được số b gấp 3 lần số a. Chứng minh rằng $b \vdots 27$.

Bài 9. Chứng minh rằng trong 1900 số tự nhiên liên tiếp có một số có tổng các chữ số chia hết cho 27.

Bài 10. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 lập tất cả các số tự nhiên có 7 chữ số, trong đó mỗi chữ số đều có mặt một lần ở mỗi số. Hỏi có tồn tại hai số mà số này chia hết cho số kia không?

Học ra sao? Giải toán thế nào?

BÀI TOÁN TÌM GIÁ TRỊ CỦA BIẾN ĐỂ GIÁ TRỊ CỦA BIỂU THỨC LÀ SỐ NGUYÊN

TRỊNH PHONG QUANG *(GV. THCS Quảng Lạc, Nho Quan, Ninh Bình)*

Trong các kì thi chọn học sinh giỏi lớp 9, thi tuyển sinh vào THPT, chúng ta thường gặp bài toán rút gọn biểu thức chứa biến dưới dấu căn bậc hai và tìm các giá trị nguyên của biến (hoặc tìm các giá trị của biến) để giá trị của biểu thức là số nguyên. Bài viết này chúng ta sẽ xét một số dạng toán đó qua các ví dụ minh họa.

● **Nhận xét:** Với n là số nguyên dương và n không là số chính phương thì $\sqrt{n}$ là số vô tỉ.

Chứng minh.

Giả sử $\sqrt{n}$ là số hữu tỉ.

Đặt $\sqrt{n} = \frac{a}{b}$; $a, b \in \mathbb{N}$; $(a, b) = 1$; $b \neq 0$.

Suy ra $a^2 = n.b^2$.

Vì n là số nguyên dương, n không là số chính phương nên tồn tại một số nguyên tố p nào đó là ước của n và không là ước của n^2.

Suy ra $a^2 \vdots p \Rightarrow a \vdots p \Rightarrow a^2 \vdots p^2 \Rightarrow b \vdots p$ (mâu thuẫn với giả thiết (a, b)= 1).

Do đó điều giả sử là sai.

Vậy $\sqrt{n}$ là số vô tỉ.

Ví dụ 1. Cho biểu thức

$$E = \frac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6} - \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} - \frac{2\sqrt{x}+1}{3-\sqrt{x}};$$

với $x \geq 0$; $x \neq 4$; $x \neq 9$.

a) Rút gọn biểu thức E.

b) Tìm các giá trị nguyên của x để giá trị của biểu thức E nguyên.

Lời giải. a) Biến đổi ta được $E = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$.

b) Ta có $E = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} = 1 + \frac{4}{\sqrt{x}-3}$.

● Nếu x không là số chính phương thì $\sqrt{x}$ là số vô tỉ. Suy ra E là số vô tỉ (loại).

● Nếu x là số chính phương thì $\sqrt{x}$ là số nguyên nên để E có giá trị nguyên thì $4 \vdots (\sqrt{x}-3)$.

Mà $\sqrt{x}-3 \geq -3$ nên $(\sqrt{x}-3) \in \{-2; -1; 1; 2; 4\}$

$\Rightarrow \sqrt{x} \in \{1; 2; 4; 5; 7\} \Rightarrow x \in \{1; 4; 16; 25; 49\}$.

Kết hợp với ĐKXĐ ta được x = 1; 16; 25; 49.

Ví dụ 2. Cho biểu thức

$$A = \left(\frac{6x+4}{3\sqrt{3x^3}-8} - \frac{\sqrt{3x}}{3x+2\sqrt{3x}+4}\right)\left(\frac{1+3\sqrt{3x^3}}{1+\sqrt{3x}} - \sqrt{3x}\right)$$

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tìm các giá trị nguyên của x để biểu thức A nhận giá trị nguyên.

(Đề thi chọn học sinh giỏi lớp 9, Thừa Thiên - Huế năm học 2006 - 2007)

Lời giải. ĐKXĐ $x \geq 0$; $x \neq \frac{4}{3}$.

a) $A = \frac{3x-2\sqrt{3x}+1}{\sqrt{3x}-2} = \frac{3x-3}{\sqrt{3x}-2} - 2$.

b) ● Nếu 3x = 3 hay x = 1 thì A = −2.

● Nếu $x \neq 1$ và 3x không là số chính phương thì $\sqrt{3x}$ là số vô tỉ. Suy ra A là số vô tỉ (loại).

● Nếu 3x là số chính phương thì $\sqrt{3x}$ là số nguyên nên để E có giá trị nguyên thì

$(3x-3) \vdots (\sqrt{3x}-2) \Rightarrow ((\sqrt{3x}-2)(\sqrt{3x}+2)+1) \vdots (\sqrt{3x}-2)$

$\Rightarrow 1 \vdots (\sqrt{3x}-2) \Rightarrow (\sqrt{3x}-2) \in \{-1; 1\}$

$\Rightarrow \sqrt{3x} \in \{1; 3\} \Rightarrow 3x \in \{1; 9\} \Rightarrow x \in \{\frac{1}{3}; 9\}$.

Vì x là số nguyên và so với ĐKXĐ ta được x = 9.

Vậy $x \in \{1; 9\}$.

Ví dụ 3. Cho biểu thức

$$P = \frac{10\sqrt{x}}{x+3\sqrt{x}-4} - \frac{2\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+4} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}.$$

a) Rút gọn P.

b) Tìm các giá trị của x để P nhận giá trị nguyên.

Lời giải. ĐKXĐ $x \geq 0$; $x \neq 1$.

a) $P = \frac{7-3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+4}$.

b) $P = \frac{7-3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+4} = \frac{19-3(\sqrt{x}+4)}{\sqrt{x}+4} = \frac{19}{\sqrt{x}+4} - 3 > -3$.

Ta có $x \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x}+4 \geq 4 \Rightarrow \frac{19}{\sqrt{x}+4} \leq \frac{19}{4}$

$\Rightarrow P \leq -3 + \frac{19}{4} = \frac{7}{4}$. Suy ra $-3 < P \leq \frac{7}{4}$.

Vì P là số nguyên nên $P \in \{-2; -1; 0; 1\}$. ☞

Kì này SỐ NÀO NHỈ?

Bài 1. Hãy tìm quy luật và viết tiếp một số hạng của dãy số sau:

$$\frac{1}{168};\frac{1}{144};\frac{1}{126};\frac{1}{112};...$$

Bài 2. Cho dãy số 70; 161; 184; ... trong đó mỗi số hạng của dãy số bằng tổng các chữ số của số hạng đứng trước số đó nhân với 23. Hỏi số hạng thứ 2016 bằng bao nhiêu?

NGUYỄN NGỌC HÙNG *(GV. THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, Hà Tĩnh)*

Kết quả ĐỐ BẠN BIẾT HÌNH NÀO, SỐ NÀO? (TTT2 số 159+160)

Nhận xét. Bài 1 chỉ cần để ý đến số ngôi sao trong mỗi hình. Một số bạn nêu quy luật tỉ số giữa số ngôi sao và số chấm tròn, cũng đúng nhưng không phải dấu hiệu đặc trưng.

Bài 2 nhiều bạn diễn đạt chưa rõ khi gọi tên các số ở đỉnh của tam giác.

Quy luật.

Bài 1. Số các ngôi sao trong mỗi hình A, C, D là số chẵn, còn số ngôi sao trong hình B là số lẻ. Vậy hình B không phù hợp với các hình còn lại.

Bài 2. Ở mỗi hình, số nằm trong tam giác bằng tích của số ở đỉnh phía trên và số ở đỉnh phía dưới bên trái; số ở đỉnh phía dưới bên phải bằng tổng của số bên trong tam giác và số ở đỉnh phía dưới bên trái. Theo quy luật đó, dấu **?** bên trong tam giác là số **24** (= 3·8), dấu **?** ở đỉnh phía dưới bên phải là số **32** (= 24 + 8).

Xin trao thưởng cho các bạn giải tốt cả hai bài: *Nguyễn Tiến Phong*, 7A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Mai Thanh Tâm, Đào Ngọc Hải Đăng*, 7A, THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên, **Vĩnh Phúc**; *Triệu Hồng Ngọc*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Nguyễn Văn Thạnh Sơn*, 8/1, THCS Nguyễn Khuyến, **Đà Nẵng**.

Các bạn sau được tuyên dương: *Bạch Bùi Nguyệt Anh*, 6D, *Vũ Ngọc Ánh Tuyết*, 6B, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Dương Thị Hồng*, 7A3, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Trần Sỹ Hoàng*, 8C, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Thân Hoài Thương*, 7/7, THCS Võ Như Hưng, Điện Bàn, **Quảng Nam.**

NGUYỄN XUÂN BÌNH

☞ Suy ra $x \in \left\{225; \frac{121}{4}; \frac{49}{9}; \frac{9}{16}\right\}$ (thỏa mãn ĐKXĐ).

Bài tập

Bài 1. Cho biểu thức sau với $x > 0$, $x \neq 4$:

$$A = \left(\frac{2}{\sqrt{x}-2} + \frac{3}{2\sqrt{x}+1} - \frac{5\sqrt{x}-7}{2x-3\sqrt{x}-2}\right) : \frac{2\sqrt{x}+3}{5x-10\sqrt{x}}.$$

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tìm x để A có giá trị là một số nguyên.

(Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT chuyên Thái Bình năm học 2014 - 2015)

Bài 2. Cho biểu thức

$$B = \frac{x^2-\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} - \frac{2x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \frac{2(x-1)}{\sqrt{x}-1} \text{ với } x > 0,\ x \neq 1.$$

a) Rút gọn B.

b) Tìm x để biểu thức $D = \frac{2\sqrt{x}}{B}$ nhận giá trị nguyên.

Bài 3. Cho biểu thức $C = \frac{\sqrt{x}+1}{x-\sqrt{x}+1}$ với $x \geq 0$.

Tìm tất cả các giá trị của x để C nhận giá trị nguyên.

Kì này LỜI GIẢI CÓ ĐẸP KHÔNG?

Bài toán. Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH.
So sánh 5AB + 3AC và 5AH + 3BC.

Một học sinh đã giải như sau:

Ta có AB.AC = AH.BC ($= 2S_{ABC}$).

Suy ra $\dfrac{AC}{BC} = \dfrac{AH}{AB} \Rightarrow \dfrac{3AC - 5AH}{3BC - 5AB} = \dfrac{AC}{BC}$.

Mà $\dfrac{AC}{BC} < 1$ nên $\dfrac{3AC - 5AH}{3BC - 5AB} < 1$.

Suy ra 3AC – 5AH < 3BC – 5AB.

Do đó 5AB + 3AC < 5AH + 3BC.

Các bạn thấy lời giải trên có đẹp không?

NGUYỄN ĐỨC TẤN *(TP. Hồ Chí Minh)*

Kết quả PHƯƠNG TRÌNH CÓ NGHIỆM KHÔNG? (TTT2 số 159+160)

Lời giải sai ở suy luận $x^2y \geq 0 \Leftrightarrow y \geq 0$, vì khi $x = 0$ thì bất đẳng thức $x^2y \geq 0$ xảy ra với số y tùy ý. Lời giải đúng cần xét hai trường hợp.

- TH1: $x = 0$ thì phương trình có dạng $y + 1 = 0$, suy ra $y = -1$.
- TH2: $x \neq 0$ mà $x^2y \geq 0$ thì hoặc $y = 0$, hoặc $y > 0$.

* Với $y = 0$ thì phương trình có dạng $x^2 + 1 = 0$ nên phương trình $x^2 + 2\sqrt{x^2y} + y + 1 = 0$ vô nghiệm.

* Với $y > 0$ thì $y + 1 > 0$ nên phương trình $x^2 + 2\sqrt{x^2y} + y + 1 = 0$ vô nghiệm.

Cũng có thể giải như đề ra khi x khác 0.

Phương trình có nghiệm duy nhất là $(x; y) = (0; -1)$.

Nhận xét. Có bạn sai khi viết
$x^2 + 2\sqrt{x^2y} + y = (x + \sqrt{y})^2$ với $y > 0$.

Các bạn sau được thưởng: *Lê Thị Phương Linh*, 7B, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Tiến Phong*, 7A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Lương Thiện Quang*, 9A2, THCS Lê Danh Phương, Hưng Hà, **Thái Bình**; *Dương Văn Minh*, 9A, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**.

Các bạn sau được khen: *Lê Đức Thái*, 8A2, *Chu Thị Thanh*, *Chu Văn Việt*, *Trần Hồng Quý*, *Lê Ngọc Hoa*, *Phùng Thị Khánh Linh*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Lưu Thị Phương*, 8A1, THCS Từ Sơn, TX. Từ Sơn, **Bắc Ninh**; *Đỗ Minh Hiếu*, 9A2, THCS Lê Danh Phương, Hưng Hà, **Thái Bình**.

ANH KÍNH LÚP

CÁC BẠN ĐƯỢC THƯỞNG

Từ trái sang phải: Lê Thị Xuân Thu, Chu Thị Thanh, Lưu Thị Phương, Mai Ánh Quỳnh.

CỬA SỔ AC

MYANMAR GẦN VÀ XA

VŨ KIM THỦY

AC là từ viết tắt của Cộng đồng ASEAN bằng tiếng Anh (ASEAN Community). Cộng đồng ASEAN thành lập chính thức từ 31.12.2015. Năm 2016 này tạp chí Toán Tuổi thơ mở chuyên mục Cửa sổ AC để bạn đọc hiểu hơn về vùng đất, con người của 10 quốc gia với 625 triệu dân.

1. Gần

Myanmar rất gần với chúng ta bởi chỉ có 3 giờ bay là tới. Từ Hà Nội, máy bay qua bầu trời Laos và Thailand rồi hạ cánh ở Yangon, thủ đô cũ của Myanmar, thành phố cảng. Khi chúng tôi đến là vừa hết mùa khô nóng. Khí hậu Myanmar đầu tháng 7 không khác lắm với Hà Nội. Những cơn mưa đến bất chợt rồi tạnh như thời tiết phương Nam nước mình. Từ Bắc xuống Nam, Myanmar ở gần như tương đương vĩ độ với nước ta. Thủ đô cũ Yangon ngang vĩ độ với tỉnh Quảng Trị của nước mình.

Một bất ngờ lớn với đoàn chúng tôi là các món ăn ở nước bạn gần giống với các món của Việt Nam và rất ngon. Tuấn, người hướng dẫn đoàn cho biết thêm số đông các đoàn khách nước mình sang đều khen món ăn ở nước bạn là ngon.

Phố xá của Myanmar khá giống với khu phố Tây có từ Pháp của Hà Nội, Sài Gòn. Đường phố nhiều cây xanh như đường phố quận Ba Đình. Xe khách gợi nhớ thời chúng ta đang ở thời kì bao cấp. Xe cũ, chở đông người chen chúc, không điều hòa. Phụ xe đứng ở cửa mở sẵn sàng làm dấu hiệu cho xe dừng, đón khách.

Myanmar còn gần với Việt Nam ở văn hóa với rất nhiều chùa thờ Phật. Gần với Nepal và India, Myanmar mới thực là đất nước chùa tháp. Vô vàn tháp Vàng chĩa lên trời xanh.

Một nét gần nữa là giữa trung tâm Yangon, một khu siêu thị, ngân hàng, văn phòng và nhà ở của Hoàng Anh Gia Lai mới mọc lên. Nóc tòa nhà có chữ VIỆT NAM màu đỏ nổi bật.

Nhiều chiếc xe lam chở khách trên đường phố gợi lại hình ảnh Sài Gòn ngày mới giải phóng.

2. Xa

Xa đây không phải xa về địa lí mà vì còn ít người biết về Myanmar. Rất nhiều người Việt mình đã đi Singapore, Thailand, Campuchia, Laos... Cùng ở Đông Nam Á nhưng Myanmar giờ mới thành điểm đến của người Việt, đến tham quan và đến đầu tư.

Người Myanmar trông hiền hành nhưng vẫn có nét đặc trưng khác lạ khi đàn ông có trang phục như mặc váy, đi dép xỏ ngón và bỏm bẻm nhai trầu. Đàn ông Myanmar hầu như không hút thuốc lá như ở nước ta.

Lạ là họ nhổ nước trầu đỏ quạch ra vỉa hè và cả ra phố khi đang lái xe. Trầu ăn không có vỏ và vỏ cau, chỉ có lõi cau và vôi cùng lá trầu nên không có bã trầu.

Lại nói chuyện đi lại. Tuy đường sá Myanmar còn lạc hậu, xe lam, xe khách cũ kĩ nhưng thủ đô Yangon không cho xe máy hoạt động. Ra ngoại thành và nông thôn xe máy mới xuất hiện. Lạ nhất là xe đi theo luật chạy bên phải nhưng đa số xe lại có tay lái đặt bên phải (ta gọi là tay lái nghịch). Vậy nên khách xuống xe phải đi về bên giữa đường. Thường có phụ xe mở cửa, đứng giữa đường cho khách được an toàn.

(Còn tiếp)

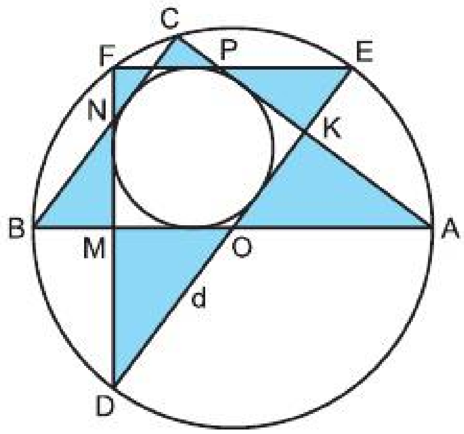
LỜI GIẢI ĐỀ THI CHỌN ĐỘI TUYỂN HỒNG KÔNG NĂM 2010 DỰ THI OLYMPIC TOÁN QUỐC TẾ

(VÒNG 1)

(Tiếp theo kì trước)

MAI VŨ *(Sưu tầm, dịch và giới thiệu)*

14.



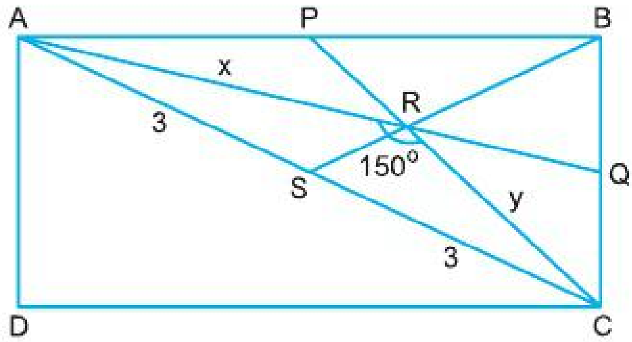
Ta thấy tam giác đã cho có các cạnh 18, 24, 30 là tam giác vuông. Do vậy trung điểm O của cạnh huyền mỗi tam giác là tâm đường tròn ngoại tiếp của các tam giác đó và bán kính đường tròn nội tiếp là (18 + 24 − 30) : 2 = 6.

Ta gọi tam giác đã cho là ABC với $\widehat{A} < \widehat{B} < \widehat{C} = 90^o$, AB = d *(hình vẽ)*.

Đường kính DE của đường tròn đi qua trung điểm của AC tại K. Do vậy, OK là đường trung bình của ΔABC suy ra CK = 12, mà đường kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC bằng 12 nên OK là tiếp tuyến của đường tròn nội tiếp. Từ đó BC // DE.
Tương tự có FE // BA. Tam giác thứ hai là DEF. Dễ dàng thấy những phần thuộc 2 tam giác (là 6 tam giác được tô màu) đồng dạng với ΔABC.
Diện tích ΔABC là 18 × 24 : 2 = 216. Ta tính diện 3 vùng tô màu tại A, B, C. Tại A tam giác KOA cạnh 9, 12, 15 có diện tích bằng 216 : 4 = 54.
Tại B tam giác BMN cạnh 6, 8, 10 có diện tích là 6 × 8 : 2 = 24 (vì BM = BO − MO = 15 − 9 = 6).
Tương tự như vậy, tại C là tam giác có cạnh 3, 4, 5, có S = 3 × 4 : 2 = 6 (vì CP = CK − PK = CK − MN = 12 − 8 = 4).
Vậy phần diện tích cần tìm là
216 − 54 − 24 − 6 = 132.

15. Gọi S là trung điểm của AC. Khi đó R ∈ BS với BR : RS = 2 : 1 (vì R là trọng tâm của ΔABC).
Ta có BS = 3 (S là trung điểm của AC và là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC) ⇒ RS = 1.

Đặt AR = x, CR = y



$$S_{ARC} = \frac{1}{2}xy\sin 150^o = \frac{xy}{4}$$

và $S_{ABCD} = 2S_{ABC} = 4S_{APC} = 6S_{ARC} = \frac{3}{2}xy.$

Áp dụng định lí Cosin trong ΔARC, ΔARS, ΔCRS ta có

$$36 = x^2 + y^2 - 2xy\cos 150^o$$
$$= (3^2 + 1^2 - 2.3.1.\cos\widehat{RSA})$$
$$+ (3^2 + 1^2 - 2.3.1.\cos\widehat{RSC}) + \sqrt{3}xy$$
$$= 20 + \sqrt{3}xy \text{ (vì } \cos\widehat{RSA} = -\cos\widehat{RSC}) \Rightarrow xy = \frac{16}{\sqrt{3}}$$

Vậy $S_{ABCD} = \frac{3}{2}\cdot\frac{16}{\sqrt{3}} = 8\sqrt{3}.$

16. Biến đổi biểu thức vế trái của phương trình:
$2(100x^2 + 260x + 169)(5x^2 + 13x + 8) = 1.$
Đặt $u = 5x^2 + 13x + 8$, khi đó phương trình trở thành $2(20u + 9)u = 1$

$$\Rightarrow u = \frac{1}{20} \text{ hoặc } u = -\frac{1}{2} \Rightarrow 5x^2 + 13x + \frac{159}{20} = 0 \ (1)$$

hoặc $5x^2 + 13x + \frac{17}{2} = 0.$ (2)

Từ (1) có $pq = \frac{159}{100}$, từ (2) có $rs = \frac{17}{10}$.

Như vậy pq + rs là số thực.

Đáp án là $\frac{159}{100} + \frac{17}{10} = \frac{329}{100}$.

☞

ĐỀ THI TOÁN VÀ KHOA HỌC QUỐC TẾ IMSO NĂM 2015

PHẦN CÂU HỎI CÓ CÂU TRẢ LỜI NGẮN

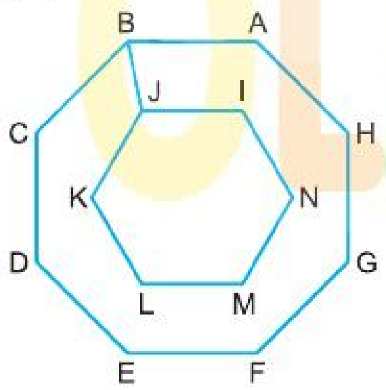
TRỊNH HOÀI DƯƠNG (*GV. THCS Giảng Võ, Ba Đình, Hà Nội) Sưu tầm và giới thiệu*
MAI VŨ *(dịch)*

1. Anne hỏi tuổi thầy giáo của mình. Thầy trả lời "Bây giờ tuổi thầy là một số chính phương nhưng sau ngày sinh nhật của tôi sẽ là một số nguyên tố". Giả sử, tuổi của thầy nhỏ hơn 65 và lớn hơn 20 thì bây giờ thầy bao nhiêu tuổi?

2. Cho biết $\overline{240a84} \times 234 = \overline{56b90256}$. Tính giá trị của a + b.

3. Nếu ta đặt cả 3 phép toán +, –, × với các cách khác nhau vào chỗ giữa các số của biểu thức 5—4—6—3, mỗi chỗ có gạch nối ghi một phép toán. Sau mỗi cách đặt biểu thức mang một giá trị, hãy tính giá trị lớn nhất trong các giá trị đó.

4. Trong hình vẽ dưới đây, hình bát giác đều ABCDEFGH và hình lục giác đều IJKLMN có cùng tâm O sao cho AB // IJ. Biết $\widehat{CBJ} = 56^o$, tính $\widehat{BJK}$, theo đơn vị độ.



5. Một bé trai có một tách trà và một bé gái có một cốc thủy tinh rỗng cùng thể tích với tách trà đó. Bước đầu tiên, cậu bé rót $\frac{1}{2}$ nước trà từ tách sang cốc. Bước thứ hai, cô bé rót $\frac{1}{3}$ nước trà từ cốc sang tách. Bước thứ ba, cậu bé rót $\frac{1}{4}$ nước trà từ tách sang cốc. Bước thứ tư, cô bé rót $\frac{1}{5}$ nước trà từ cốc sang tách. Tiếp tục rót như vậy, sao cho sau mỗi bước, mẫu số tăng thêm 1. Tính phần nước trà còn lại trong tách sau bước thứ 13.

6. Một hội đồng gồm 5 thành viên, người chủ tọa ngồi cố định một ghế của bàn tròn. Có bao nhiêu cách để 4 người còn lại cùng ngồi bàn đó nếu ở đó chỉ có đúng 8 ghế?

(Kì sau đăng tiếp)

17. Theo giả thiết

$$a * b = \frac{\sqrt{a^2 + 3ab + b^2 - 2a - 2b + 4}}{ab + 4}.$$

Biến đổi $a^2 + 3ab + b^2 - 2a - 2b + 4$
$= (a - 1)^2 + (b - 1)^2 + 3ab + 2 > 0$ với mọi a, b.
Ta thấy $a * b$ xác định và dương khi a, b dương.
Khi a là số dương, ta có

$$a * 2 = \frac{\sqrt{a^2 + 6a + 4 - 2a - 4 + 4}}{2a + 4} = \frac{\sqrt{(a+2)^2}}{2(a+2)} = \frac{1}{2}.$$

18. Đặt $z = \sqrt[5]{x^3 + 20x} = \sqrt[3]{x^5 - 20x}$.

Khi đó ta có $z^5 = x^3 + 20x$ và $z^3 = x^5 - 20x$. Cộng theo vế ta được $z^5 + z^3 = x^5 + x^3$

$\Rightarrow z^5 - x^5 + z^3 - x^3 = 0$. Sau khi biến đổi ta được
$0 = (z - x)(z^4 + z^3x + z^2x^2 + zx^3 + x^4 + z^2 + zx + x^2)$. (*)
Vì $x \neq 0$ nên $z \neq 0$. Ta có

$$z^2 + zx + x^2 = \left(z - \frac{x}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}x^2 > 0$$

và $z^4 + z^3x + z^2x^2 + zx^3 + x^4$

$$= z^2\left(z + \frac{x}{2}\right)^2 + x^2\left(x + \frac{z}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}z^2x^2 > 0.$$

Từ đó suy ra thừa số thứ hai trong vế phải của (*) luôn dương, do đó z = x nên

$$x = \sqrt[5]{x^3 + 20x} \Rightarrow x(x^2 + 4)(x^2 - 5) = 0 \Rightarrow x = \pm\sqrt{5}.$$

Vậy tích các giá trị của x là –5.

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI MÔN TOÁN LỚP 7, QUẬN 9, TP. HỒ CHÍ MINH

Năm học: 2015 - 2016

***Thời gian làm bài:* 120 phút** *(không kể thời gian giao đề)*

Bài 1. *(4 điểm)*

1. Tìm x, y, z biết rằng $\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{3}+\frac{z^2}{4}=\frac{x^2+y^2+z^2}{5}$.

2. Cho $A = 333^{444}$ và $B = 444^{333}$. Hãy so sánh A và B.

Bài 2. *(6 điểm)*

1. Cho $A=\left(\frac{1}{2}-1\right)\left(\frac{1}{3}-1\right)\left(\frac{1}{4}-1\right)\ldots\left(\frac{1}{2015}-1\right)\left(\frac{1}{2016}-1\right)\left(\frac{1}{2017}-1\right)$

và $B=\left(-1\frac{1}{2}\right)\left(-1\frac{1}{3}\right)\left(-1\frac{1}{4}\right)\ldots\left(-1\frac{1}{2015}\right)\left(-1\frac{1}{2016}\right)$. Hãy tính $M = A.B$.

2. Cho hai số x và y khác 0 thỏa mãn $3x - y = 3z$ và $2x + y = 7z$. Tính $N=\frac{x^2-2xy}{x^2+y^2}$.

3. Tìm x, y, z biết rằng x và y tỉ lệ nghịch với 3 và 2; y và z tỉ lệ nghịch với 4 và 5 và $3x^2 - y^2 + z^2 = 1971$.

Bài 3. *(4 điểm)*

1. Tìm ba số a, b, c biết rằng $\frac{b+c+1}{a}=\frac{a+c+2}{b}=\frac{a+b-3}{c}=\frac{1}{a+b+c}$.

2. Một lớp học được gắn 10 bóng đèn, mỗi bóng đèn có công suất định mức 40 W và hai quạt trần, mỗi quạt trần có công suất định mức 100 W. Biết rằng 1 kW = 1000 W và mỗi tháng lớp đó chỉ học 26 ngày.

a) Nếu lớp học đó sử dụng tất cả các thiết bị trên trong 8 giờ mỗi ngày. Hỏi mỗi tháng lớp học đó tiêu thụ hết bao nhiêu kW.h điện?

b) Để tiết kiệm điện, lớp học chỉ sử dụng bóng đèn trong 3 giờ và quạt trần trong 8 giờ mỗi ngày. Hỏi mỗi tháng lớp đó đã tiết kiệm được bao nhiêu kW.h điện?

Bài 4. *(5 điểm)*

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn (AB < AC). Kẻ $BE \perp AC$ tại E và $CF \perp AB$ tại F ($E \in AC$, $F \in AB$), BE cắt CF tại H.

a) Chứng minh $\widehat{AEF}=\widehat{ABC}$.

b) Chứng minh $HA+HB+HC<\frac{2}{3}(AB+BC+CA)$.

Bài 5. *(1 điểm)*

Có 4 đồng tiền với 3 đồng tiền thật có khối lượng như nhau và 1 đồng tiền giả có khối lượng khác. Hãy nêu ra cách tìm đồng tiền giả chỉ với hai lần cân? (cân đĩa và không có quả cân). Hãy giải thích?

LỜI GIẢI ĐỀ THI LỚP 7 CÂU LẠC BỘ TOÁN QUẬN HOÀN KIẾM, HÀ NỘI

Hướng dẫn giải đề kì trước

Năm học: 2015 - 2016

Bài 1. a) Ta có

$$M=\left(\frac{1}{6}\right)^2:\frac{1}{36}-12^3\left(\frac{1}{12}\right)^3=1-1=0.$$

b) Sau khi biến đổi B ta được

$$B=(1+2^2)\left[1+2^4+2^8+...+2^{2016}\right]=5.A.$$

$$\Rightarrow \frac{A}{B}=\frac{1}{5}.$$

Bài 2. a) Để áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta đặt

$$\frac{x}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z}{4}=k\Rightarrow\begin{cases}x=2k\\y=3k\\z=4k\end{cases}$$

Do đó $8k^2+27k^2-64k^2=-116\Leftrightarrow -29k^2=-116$ $\Leftrightarrow k^2=4\Leftrightarrow k=\pm 2.$

- Với $k=2$ thì $x=4,\ y=6,\ z=8.$
- Với $k=-2$ thì $x=-4,\ y=-6,\ z=-8.$

b) Nhận xét $|a+b|\ge|a+b|$. (*)

Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow ab\ge 0.$

Áp dụng (*) ta có

$$2=\left|2x+\frac{1}{2}\right|+\left|\frac{3}{2}-2x\right|\ge\left|2x+\frac{1}{2}+\frac{3}{2}-2x\right|=2.$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi

$$\left(2x+\frac{1}{2}\right)\left(\frac{3}{2}-2x\right)\ge 0\Leftrightarrow -\frac{1}{4}\le x\le\frac{3}{4}.$$

Bài 3. Gọi x (đồng) là số tiền phải trả cho 1 m^3 nước $(x>0)$.

Theo bài ra ta có

$(170-154)x+(187-170)x+(202-187)x=480000\Rightarrow x=10000.$

Từ đó ta tính được số tiền phải trả trong tháng 10 là 160000 (đồng), tháng 11 là 170000 (đồng), tháng 12 là 150000 (đồng).

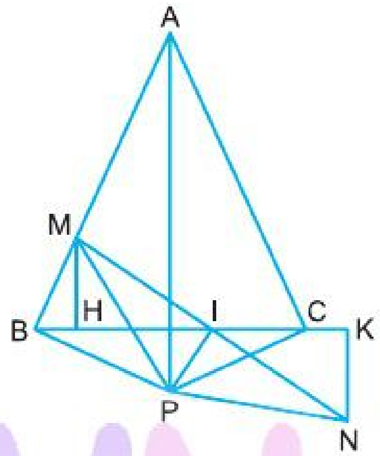
Bài 4.

a) Dễ dàng chứng minh được $\Delta HBM=\Delta KCN$ (cạnh huyền - góc nhọn).

Suy ra HM = KN.

Từ đó $\Delta HMI=\Delta KNI$ (cạnh góc vuông - góc nhọn).

$\Rightarrow$ IM = IN. Vậy I là trung điểm của MN.



b) Vì PI là đường trung trực của MN nên MP = NP. Ta có AP là đường phân giác của góc BAC trong tam giác cân ABC nên AP là đường trung trực của cạnh BC $\Rightarrow$ BP = CP.

Vậy $\Delta BMP=\Delta CNP$ (c.c.c).

Suy ra $\widehat{PMB}=\widehat{PNC}.$

c) Dễ dàng chứng minh được $\Delta ABP=\Delta ACP$, suy ra $\widehat{ABP}=\widehat{ACP}.$

Từ $\Delta BMP=\Delta CNP$ suy ra $\widehat{MBP}=\widehat{NCP}.$

Từ trên suy ra

$\widehat{NCP}=\widehat{ACP}=90^o$ (2 góc kề bù bằng nhau)

$\Rightarrow \widehat{MBP}=90^o.$

Từ đó $PB\perp AB$, suy ra P cố định.

Bài 5. Đặt $p=\dfrac{n+43}{n^2-2016}.$

Nhận xét: Để P chưa tối giản thì $\dfrac{1}{p}$ chưa tối giản.

Để phân số $\dfrac{1}{p}$ chưa tối giản thì $n+43$ và 167 phải có ước chung $d\ne 1$.

Số 167 là số nguyên tố.

Vậy các số tự nhiên n cần tìm có dạng $n=167k-43$ với $k\in\{1;2;3;...;12\}$.

Kết quả

Giải toán qua thư

Bài 1(159+160). Cho đa thức $f(x) = ax^2 - bx + c$ với a, b, c là các số nguyên và a khác 0 sao cho f(9) chia hết cho 5 và f(5) chia hết cho 9. Chứng minh rằng f(104) chia hết cho 45.

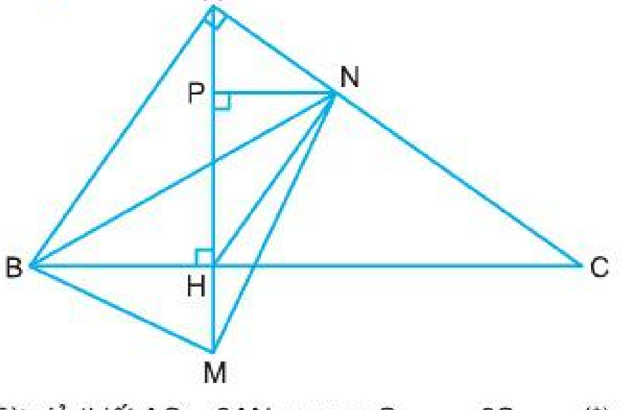
Lời giải. Ta có $f(x) = ax^2 - bx + c$ nên
$f(5) = 25a - 5b + c$;
$f(9) = 81a - 9b + c$;
$f(104) = 10816a - 104b + c$.
Vì $a, b \in \mathbb{Z}$ nên $f(104) - f(5) = 10791a - 99b \vdots 9$. (1)
Mà $f(5) \vdots 9$. (2)
Từ (1) và (2), suy ra $f(104) \vdots 9$. (3)
Xét $f(104) - f(9) = 10735a - 95b \vdots 5$. (4)
Mà $f(9) \vdots 5$. (5)
Từ (4) và (5), suy ra $f(104) \vdots 5$. (6)
Mà ƯCLN(5, 9) = 1. (7)
Từ (3), (6) và (7) suy ra $f(104) \vdots 45$.

Nhận xét. Đây là bài toán về đa thức rất cơ bản, nhiều em tham gia giải và giải đúng. Xin nêu tên một số em trình bày rõ ràng và đẹp hơn: *Đào Văn Chiến, Phạm Minh Hải, Vũ Minh Khải, Trần Anh Tú*, 6A3, *Nguyễn Thu Hương, Nguyễn Đức Tân*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Trương Thị Thu Lan*, 7A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Hoàng Thị Phương Anh, Lê Hoàng Quỳnh Dương, Nguyễn Minh Tú*, 7C, THCS Nhữ Bá Sỹ, Bút Sơn, Hoằng Hóa, **Thanh Hóa**.

PHÙNG KIM DUNG

Bài 2(159+160). Cho tam giác ABC vuông tại A. Kẻ AH vuông góc với BC tại H. Trên tia đối của tia HA lấy điểm M sao cho AH = 3HM. Trên cạnh AC lấy điểm N sao cho AC = 3AN. Tính số đo $\widehat{BMN}$.

Lời giải.



Từ giả thiết AC = 3AN, suy ra $S_{AHC} = 3S_{AHN}$. (*)

Kẻ $NP \perp AH$ ($P \in AH$) thì từ (*) ta có CH = 3NP (theo công thức tính diện tích tam giác).

Áp dụng định lí Py-ta-go vào các tam giác vuông AHC và APN ta có

$AH^2 = AC^2 - HC^2 = (3AN)^2 - (3NP)^2 = 9(AN^2 - NP^2) = 9AP^2$.

Suy ra AH = 3AP.

Ta lại có AH = 3HM nên HM = AP, từ đó AH = PM.

Áp dụng định lí Py-ta-go ta có

$BN^2 = AB^2 + AN^2 = (HB^2 + AH^2) + (AP^2 + NP^2) = (HB^2 + PM^2) + (HM^2 + NP^2) = (HB^2 + HM^2) + (PM^2 + NP^2) = BM^2 + MN^2$.

Theo định lí Py-ta-go đảo thì ΔBMN vuông tại M, hay $\widehat{BMN} = 90^o$.

Nhận xét. Các bạn sau có lời giải tốt: *Trần Hải Nam, Khổng Doãn Hưng, Phạm Thùy Linh, Triệu Hồng Ngọc, Lê Thị Phương Lan, Lê Hồng Anh, Nguyễn Thu Hương, Vũ Ngọc Ánh, Triệu Thị Hồng Ánh, Nguyễn Vũ Hà, Nguyễn Đức Tân*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Lê Hồng Nhung*, 7A, THCS Vĩnh Yên, TP. Vĩnh Yên, **Vĩnh Phúc**; *Vũ Khánh Huyền*, 7A, THCS Vĩnh Tân, Vĩnh Lộc, **Thanh Hóa**; *Trịnh Hoàng Anh*, 7D, THCS Xuân Diệu, Can Lộc, **Hà Tĩnh**; *Trương Nhật Nam*, 7/1, THCS Kim Đồng, Hội An, **Quảng Nam**.

HỒ QUANG VINH

Bài 3(159+160). Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn $\frac{7y}{5}+\sqrt{29x+3}+1=\sqrt{4y^2+4y-1}+2x.$

Lời giải. ĐKXĐ: $29x+3\ge 0$, $4y^2+4y-1\ge 0$.

● *Chú ý:* Một số chính phương không có dạng $4k+3$ ($k\in\mathbb{N}$).

Vì $4y^2+4y-1=4(y^2+y-1)+3$ nên $4y^2+4y-1$ không là số chính phương với mọi số nguyên y, tức là $\sqrt{4y^2+4y-1}$ là số vô tỉ.

Từ giả thiết suy ra

$$\sqrt{29x+3}=\sqrt{4y^2+4y-1}+2x-\frac{7y}{5}-1.\ (1)$$

Bình phương hai vế của (1) ta được

$$29x+3=4y^2+4y-1+2\left(2x-\frac{7y}{5}-1\right)\times\sqrt{4y^2+4y-1}+\left(2x-\frac{7y}{5}-1\right)^2.\ (2)$$

Với x, y là số nguyên thì $\sqrt{4y^2+4y-1}$ là số vô tỉ và tất cả các số hạng còn lại trong (2) là số hữu tỉ nên $2x-\frac{7y}{5}-1=0$. (3)

Thay vào (1), suy ra $29x+3=4y^2+4y-1$

$\Leftrightarrow 4y^2+4y-29x-4=0$. (4)

Từ (3), ta có $x=\frac{7y+5}{10}$.

Thay vào (4) và biến đổi, ta được

$(y-5)(40y+37)=0$.

Vì y là số nguyên nên $y=5$, từ đó $x=\frac{7.5+5}{10}=4$.

Thử lại thì $(x, y)=(4, 5)$ thỏa mãn ĐKXĐ và thỏa mãn phương trình đã cho.

Vậy $(x, y)=(4, 5)$.

Nhận xét. Các bạn sau đây có bài giải tốt: *Nguyễn Thu Hiền*, 8A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Trần Hồng Quý, Tạ Nam Khánh, Chu Văn Việt, Lê Ngọc Hoa, Phạm Thành Dũng*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**.

NGUYỄN ANH DŨNG

Bài 4(159+160). Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A=\frac{2}{3}x^2+y^2+z^2-(xy+yz+zx)$, với x, y, z là các số thực thỏa mãn $x\ge 3$ và $xyz=1$.

Lời giải. Ta có

$$A=\frac{2}{3}x^2+(y+z)^2-x(y+z)-3yz$$

$$=\frac{2}{3}x^2+(y+z-\frac{x}{2})^2-\frac{x^2}{4}-\frac{3}{x}$$

$$=(y+z-\frac{x}{2})^2+\frac{x^3-27}{9x}+\frac{11x^2}{36}$$

$$\ge\frac{11x^2}{36}\ge\frac{11}{4}.$$

Vậy A đạt giá trị nhỏ nhất là $\frac{11}{4}$, đẳng thức xảy ra

khi $\begin{cases}x=3\\ y+z=\frac{x}{2}=\frac{3}{2}\\ yz=\frac{1}{x}=\frac{1}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=3\\ y=\frac{9\pm\sqrt{33}}{12}\\ z=\frac{9\mp\sqrt{33}}{12}\end{cases}.$

Nhận xét. Đây là bài toán hay và khó nên có rất ít bạn tham gia giải bài. Các bạn sau đây có lời giải tốt: *Phạm Thành Dũng, Tạ Nam Khánh, Trần Hồng Quý, Lê Ngọc Hoa, Chu Văn Việt*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Khánh Hưng*, 9A16, THCS Giảng Võ, Ba Đình, **Hà Nội**.

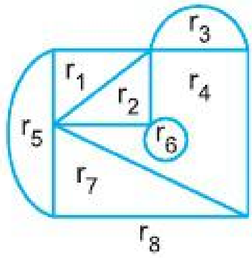
CAO VĂN DŨNG

Bài 5(159+160). Xem xét bản đồ N sau. Nêu tên các vùng của N kề với

a) r_7;

b) r_2;

c) r_6.



Lời giải. a) Các vùng kề với vùng r_7 là r_4, r_5 và r_8.

b) Các vùng kề với vùng r_2 là r_1 và r_4 (không tính r_6).

c) Các vùng kề với vùng r_6 là r_4 (không tính r_2).

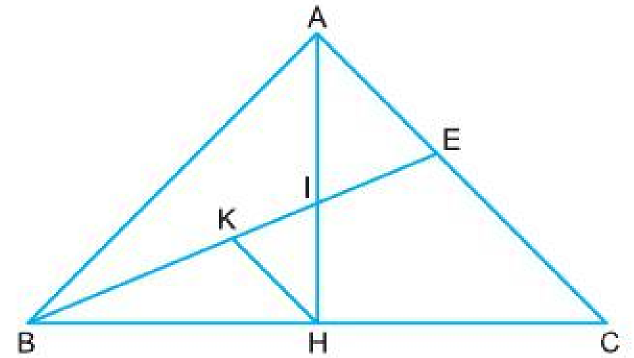
Nhận xét. Có rất đông các bạn gửi bài đến tòa soạn, tuy nhiên nhiều bạn không hiểu rõ khái niệm hai vùng kề nhau nên trả lời sai.

Các bạn sau có lời giải tốt: *Hoàng Thị Thu Huệ*, 8A1, THCS Nghi Hương, TX. Cửa Lò, **Nghệ An**; *Trần Hồng Quý, Chu Văn Việt, Lê Ngọc Hoa, Tạ Nam Khánh, Chu Thị Thanh, Nguyễn Thùy Mai, Phạm Thành Dũng*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường; *Lê Đức Thái*, 8A2, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**; *Bùi Thị Quỳnh*, 8A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**.

TRỊNH HOÀI DƯƠNG

Bài 6(159+160). Cho tam giác vuông cân ABC (AB = AC). Đường phân giác của góc ABC cắt cạnh AC tại E. Gọi bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC là r. Chứng minh rằng EC = 2r.

Lời giải. Gọi H là hình chiếu của A trên BC, I là giao điểm của BE và AH thì I là tâm đường tròn nội tiếp ΔABC. K là giao điểm của BE và đường thẳng qua H song song với AC.



Vì tam giác ABC cân tại A, từ đó AH là đường cao thì cũng là đường trung trực.

Ta có $\widehat{KIH}=\widehat{BIH}=\widehat{IAB}+\widehat{IBA}=45^o+\frac{1}{2}\cdot 45^o$

$=\widehat{ACB}+\widehat{IBC}=\widehat{KHB}+\widehat{KBH}=\widehat{IKH}$.

Do đó ΔHIK cân tại H, suy ra KH = IH = r.

Vì KH là đường trung bình của ΔBEC nên EC = 2KH.

Vậy EC = 2r.

Nhận xét. Bài toán này không quá khó nhưng nhiều bạn phải tính toán rất vất vả mới có được lời giải. Các bạn sau có lời giải thuần túy hình học: *Tạ Nam Khánh, Lê Thị Xuân Thu, Chu Văn Việt, Lê Ngọc Hoa, Chu Thị Thanh, Phạm Thành Dũng, Trần Hồng Quý*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Lê Thị Bảo Anh*, 9A1, THCS Nghi Hương, TX. Cửa Lò, **Nghệ An**.

NGUYỄN MINH HÀ

ĐƯỢC THƯỞNG KÌ NÀY

Thi giải toán qua thư

Nguyễn Thu Hương, Nguyễn Đức Tân, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Trương Thị Thu Lan*, 7A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Vũ Khánh Huyền*, 7A, THCS Vĩnh Tân, Vĩnh Lộc, **Thanh Hóa**; *Trịnh Hoàng Anh*, 7D, THCS Xuân Diệu, Can Lộc, **Hà Tĩnh**; *Trương Nhật Nam*, 7/1, THCS Kim Đồng, Hội An, **Quảng Nam**; *Phạm Thành Dũng, Tạ Nam Khánh, Trần Hồng Quý, Lê Ngọc Hoa, Chu Văn Việt*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Hoàng Thị Thu Huệ*, 8A1, THCS Nghi Hương, TX. Cửa Lò, **Nghệ An**; *Nguyễn Khánh Hưng*, 9A16, THCS Giảng Võ, Q. Ba Đình, **Hà Nội**.

HOCMAI

Từ số tháng 9 năm 2015, Công ty Cổ phần Dịch vụ Giáo dục Việt Nam sẽ tặng các khóa học trực tuyến trên website: *hocmai.vn* cho các bạn học sinh được thưởng trong các chuyên mục và các bạn học sinh được khen trong chuyên mục Kết quả thi giải toán qua thư. Các bạn học sinh sau khi nhận được mã cung cấp thì đăng kí tại địa chỉ: *thcs.hocmai.vn/toantuoitho* (Xin liên hệ SĐT 0966464644 để được giải đáp).

Kì này CHỈ DÙNG THƯỚC

Bài toán. Cho đường tròn đường kính AB và điểm M thuộc đoạn AB. Chỉ dùng thước thẳng hãy dựng một đường thẳng đi qua M và vuông góc với AB.

NGUYỄN XUÂN BÌNH *(Hà Nội)*

Kết quả AI NÓI ĐÚNG? (TTT2 số 159+160)

Tam giác vuông AOB có cạnh huyền OA = 2BO nên PO = PA = PB = BO.

Suy ra $\widehat{AOB} = 60^o$, tương tự có $\widehat{AOC} = 60^o$.

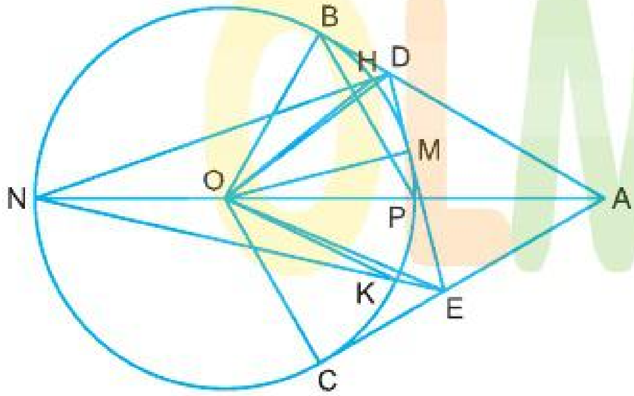
Do đó $\widehat{BOC} = \widehat{AOB} + \widehat{AOC} = 120^o$.

Theo tính chất tiếp tuyến cắt nhau thì

$\widehat{DOM} = \widehat{DOB}$; $\widehat{EOM} = \widehat{EOC}$

$$\Rightarrow \widehat{DOE} = \widehat{DOM} + \widehat{EOM} = \frac{1}{2}(\widehat{BOM} + \widehat{COM})$$

$$= \frac{1}{2}\widehat{BOC} = 60^o.$$



Do D và E nằm ngoài đường tròn nên ND và NE cắt đường tròn tương ứng tại H, K. Tia OH nằm giữa hai tia ON, OD nên $\widehat{POH} > \widehat{POD}$, tia OK nằm giữa hai tia ON, OE nên $\widehat{POK} > \widehat{POE}$.

Ta có $\widehat{POH} + \widehat{POK} > \widehat{POD} + \widehat{POE} = \widehat{DOE} = 60^o$. (1)

Mặt khác $\widehat{POH} + \widehat{POK} = 2.\widehat{ONH} + 2.\widehat{ONK}$

$= 2.(\widehat{ONH} + \widehat{ONK}) = 2.\widehat{HNK} = 2.\widehat{DNE}$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{DNE} > 30^o$.

Vậy bạn Thân nói đúng.

Nhận xét. Bạn hãy xét trường hợp OA khác 2R xem $\widehat{DNE}$ có lớn hơn 30^o hay không. Các bạn sau được nhận phần thưởng vì có lời giải đúng: *Chu Thị Thanh*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Văn Cường*, 8A, THCS Hợp Tiến, Nam Sách, **Hải Dương**.

ANH COMPA

Kết quả (TTT2 số 159+160)

THẾ CỜ (Kì 82)

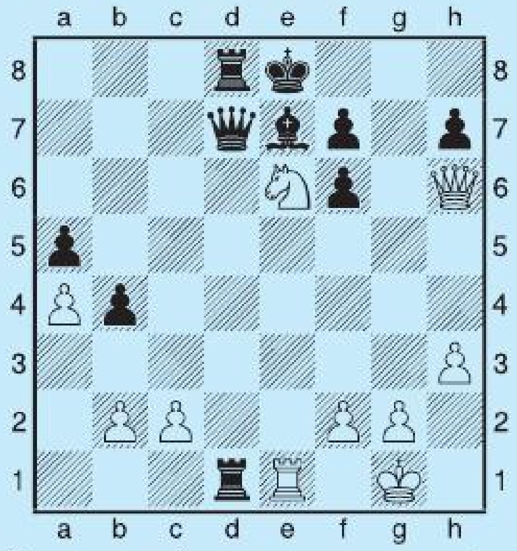
1.♕d5+ ♖xd5 2.♖c8#

Các bạn được thưởng kì này: *Nguyễn Đăng Vũ*, 8A, THCS Lê Văn Thịnh, Gia Bình, **Bắc Ninh**; *Đỗ Minh Hiếu*, 9A2, THCS Lê Danh Phương, thị trấn Hưng Hà, Hưng Hà, **Thái Bình**; *Nguyễn Đức Tân*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Mai Ánh Quỳnh*, 8A, THCS Chu Văn An, Nga Sơn, **Thanh Hóa**.

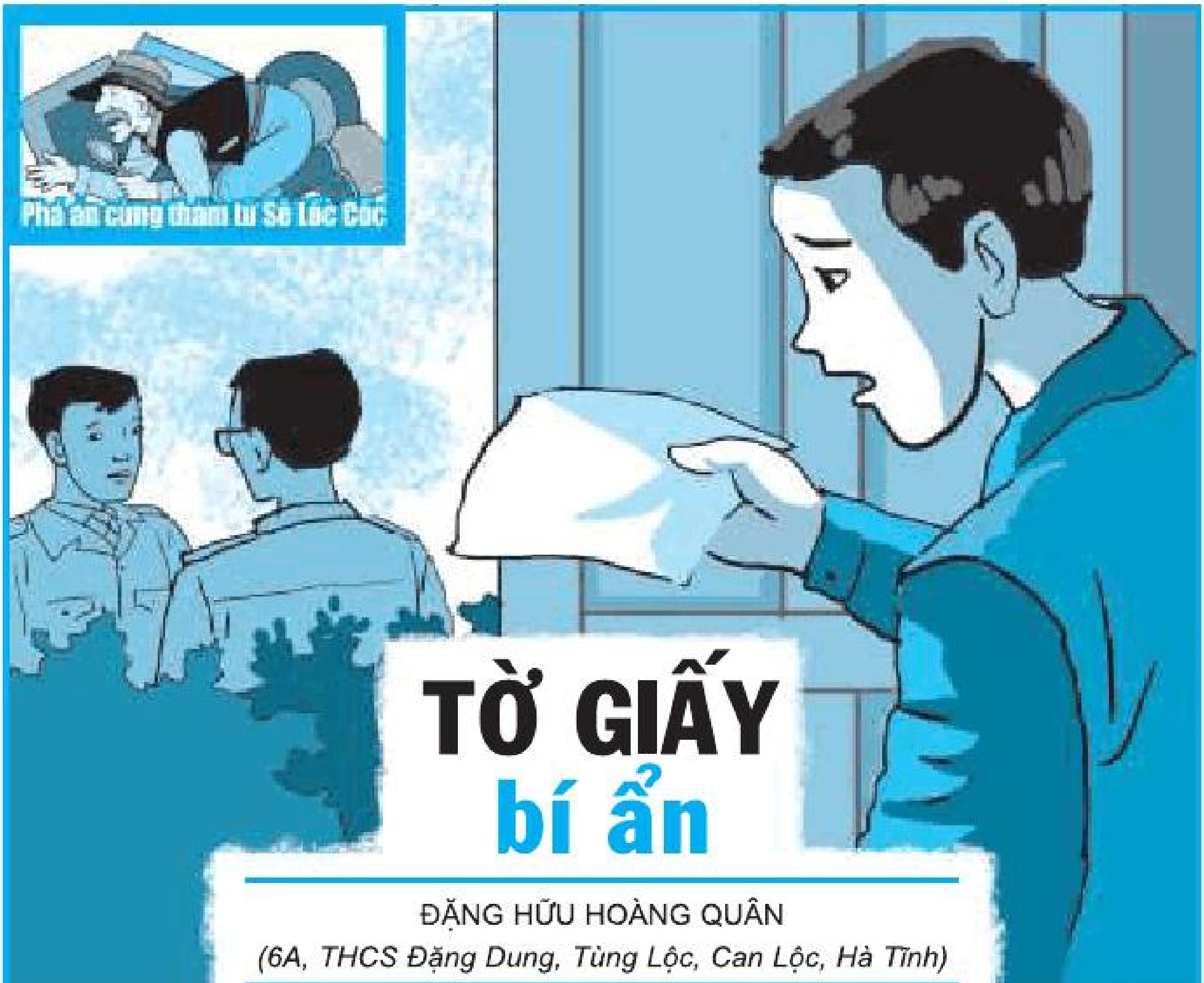
LÊ THANH TÚ

THẾ CỜ (Kì 84)

Trắng đi trước chiếu hết sau 2 nước.



LÊ THANH TÚ *(Đại kiện tướng Quốc tế)*



TỜ GIẤY bí ẩn

ĐẶNG HỮU HOÀNG QUÂN

(6A, THCS Đặng Dung, Tùng Lộc, Can Lộc, Hà Tĩnh)

Hải Nam - con trai lớn của em gái thám tử Sêlôccôc - vừa hoàn thành xuất sắc khóa học "Thám tử trẻ". Hôm đó, một ngày đẹp trời, Hải Nam phấn khởi tới nhà thám tử Sêlôccôc để khoe với bác về khóa học và kết quả mà cậu vừa đạt được.

Mới bước vào sân, Hải Nam đã thấy xe cảnh sát. Cậu càng ngạc nhiên hơn khi thấy trong nhà không có bác mình mà chỉ có hai chú cảnh sát. Hải Nam cất tiếng chào rồi lo lắng hỏi:

- Có chuyện gì với bác của cháu phải không ạ? Bác cháu đâu rồi ạ?
- Cháu cứ bình tĩnh. Cháu là người quen của thám tử ư?
- Cháu là cháu ruột của thám tử ạ. Mẹ cháu là em gái của thám tử.
- Cháu có mang theo giấy tờ tùy thân không?
- Dạ có. Cháu có thẻ sinh viên và giấy phép lái xe đây ạ.

Sau khi kiểm tra giấy tờ của Hải Nam, một chú cảnh sát nói:

- Rất buồn phải báo cho cháu biết là thám tử vừa bị bắt cóc. Các chú đã có một số chứng cứ để kết luận đây là vụ bắt cóc. Giờ chỉ còn tìm hướng để giải cứu ...
- Bác cháu bị bắt cóc lâu chưa ạ?
- Mới thôi. Các chú nhận được tin báo là đến ngay đây.
- Các chú đã tìm được manh mối nào chưa ạ?
- Chưa. Rất tiếc là chưa.
- Cháu có thể lên phòng của bác cháu chứ ạ?

- Tất nhiên.

Hải Nam vội vã lên tầng hai. Khi vào phòng của thám tử, cậu phát hiện một tờ giấy ở máy in. Trên tờ giấy có những kí hiệu sau:

)& @^ !(!^ !)

@$ @@)# !^

!! @^ !^ !)

)&)! !& "

"Tờ giấy bí ẩn thật!" - Hải Nam nghĩ thầm. Rồi cậu tất tả cầm xuống tầng dưới.

- Chú ơi! Cháu thấy tờ giấy này ở máy in. Liệu có liên quan gì tới vụ bắt cóc không ạ?

Một chú cảnh sát bảo:

- Rất có thể. Cháu thử tìm cách giải mã xem! Các chú đi kiểm tra thêm khu vực xung quanh, lát nữa sẽ quay lại.

Còn lại một mình, Hải Nam chau mày suy nghĩ. Bốn dòng kí hiệu trên tờ giấy đều được đánh máy. Hải Nam chợt nghĩ đến bàn phím máy tính. Khi ấn giữ nút Shift, gõ số 1 ta có dấu !, gõ số 2 ta có @, gõ số 3 ta có...

Rồi Hải Nam nhớ đến bảng chữ cái Tiếng Việt. Cậu lấy giấy bút viết viết cái gì đó. "Ơ-rê-ca!" - cậu mừng rỡ reo lên. Đúng lúc đó hai chú cảnh sát cũng vừa về tới nơi. Hải Nam nói ngay:

- Có lẽ cháu đã tìm được manh mối rồi ạ. Chú cháu mình cần đến ngay đường Trần Hưng Đạo, đồng thời cấp báo cho công an ở khu vực đó để phối hợp ạ.

Hai chú cảnh sát tươi cười nói với Hải Nam:

- Cháu khá lắm! Bây giờ thì các chú có thể nói thật với cháu rồi. Thực ra là không có vụ bắt cóc nào cả. Biết cháu vừa hoàn thành xuất sắc khóa học "Thám tử trẻ" nên thám tử Sêlôccôc và các chú quyết định thử tài cháu thôi. Việc cháu nhanh chóng tìm ra manh mối qua tờ giấy bí ẩn đó đã nói lên khả năng phán đoán và óc quan sát nhanh nhạy của cháu rồi. Chắc chắn sau này cháu sẽ trở thành một thám tử tài giỏi.

** Đố các bạn biết căn cứ vào đâu mà Hải Nam lại bảo các chú cảnh sát tới ngay đường Trần Hưng Đạo?*

Kết quả KẺ KHẢ NGHI (TTT2 số 159+160)

Thám tử Sêlôccôc đã nghi Bình, bởi Bình kể rằng nhóm bạn của cậu ấy đã góp tiền mua máy bơm nước để tặng cho dân bản ở một vùng hẻo lánh chưa có điện.

Kì này, tất cả các bạn đều trả lời chính xác. Đặc biệt, có một thám tử mới học lớp 4 cũng đã tham gia làm bài và làm rất đúng. Đó là *Nguyễn Huy Phước*, 4A (năm học 2015 - 2016), TH Vĩnh Tuy, Bình Giang, **Hải Dương.** Xin chúc mừng!

Phần thưởng sẽ được gửi tới bạn *Phước* và những bạn sau: *Mầu Văn Tú*, thôn Phú Thượng B, Thượng Trưng, Vĩnh Tường; *Tống Phú Lâm*, 6A (năm học 2015-2016), THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên, **Vĩnh Phúc**; Nhóm bạn *Vũ, Kim, Hoàng Anh, Châu, Như, Dũng, Na*, 7A (năm học 2015 - 2016), THCS Xuân Diệu, Can Lộc, **Hà Tĩnh**; *Ngô Võ Hoàng Việt*, số 29 đường 10, P. Tân Phú, Q. 7, **TP. Hồ Chí Minh**.

Thám tử Sêlôccôc

THÊM MỘT BẤT ĐẲNG THỨC HÌNH HỌC

TẠ THẬP
(TP. Hồ Chí Minh)

Bài viết này chúng tôi xin giới thiệu cùng các bạn thêm một bất đẳng thức hình học. Đây là một bài toán hay và khó và chỉ dùng kiến thức ở THCS để giải.

Bài toán 1. Cho tam giác ABC nhọn. Chứng minh rằng $\text{cotg}A + \text{cotg}B + \text{cotg}C \geq \sqrt{3}$.

Trước hết ta chứng minh hai bổ đề.

● **Bổ đề 1.** Với a, b, c dương thì

$a + b + c \geq \sqrt{3(ab + bc + ca)}$.

Chứng minh

$a + b + c \geq \sqrt{3(ab + bc + ca)}$

$\Leftrightarrow (a + b + c)^2 \geq 3(ab + bc + ca)$

$\Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca) \geq 3(ab + bc + ca)$

$\Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca \geq 0$

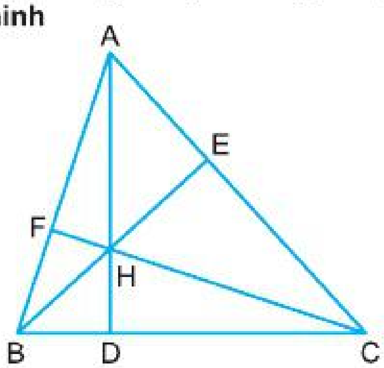
$\Leftrightarrow (a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 \geq 0$

(Bất đẳng thức luôn đúng).

Bổ đề được chứng minh.

● **Bổ đề 2.** Nếu tam giác ABC nhọn thì cotgA.cotgB + cotgB.cotgC + cotgC.cotgA = 1.

Chứng minh



Vẽ các đường cao AD, BE, CF của tam giác ABC. Gọi H là trực tâm của tam giác.

Ta có $\widehat{AHF} = \widehat{ABD}$ (cùng phụ với $\widehat{HAF}$)

Do đó $\text{cotg}A.\text{cotg}B = \text{cotg}A.\text{cotg}AHF = \dfrac{AF}{CF}$

$$= \frac{HF}{CF} = \frac{\dfrac{HF.AB}{2}}{\dfrac{CF.AB}{2}} = \frac{S_{HAB}}{S_{ABC}}.$$

Tương tự

$$\text{cotg}B.\text{cotg}C = \frac{S_{HBC}}{S_{ABC}};\ \text{cotg}C.\text{cotg}A = \frac{S_{HCA}}{S_{ABC}}.$$

Suy ra cotgA.cotgB + cotgB.cotgC + cotgC.cotgA = 1.

Quay lại bài toán ban đầu.

Áp dụng bổ đề 1 ta có $\text{cotg}A + \text{cotg}B + \text{cotg}C$

$\geq \sqrt{3(\text{cotg}A.\text{cotg}B + \text{cotg}B.\text{cotg}C + \text{cotg}C.\text{cotg}A)} = \sqrt{3}$.

Ta còn chứng minh được

$$\text{cotg}B + \text{cotg}C = \frac{BD}{AD} + \frac{CD}{AD} = \frac{BC}{AD} = \frac{BC^2}{AD.BC} = \frac{BC^2}{2S_{ABC}}.$$

Tương tự

$$\text{cotg}C + \text{cotg}A = \frac{AC^2}{2S_{ABC}};\ \text{cotg}A + \text{cotg}B = \frac{AB^2}{2S_{ABC}}.$$

Do đó $\text{cotg}A + \text{cotg}B + \text{cotg}C = \dfrac{AB^2 + AC^2 + BC^2}{2S_{ABC}}$.

Do đó $\dfrac{AB^2 + AC^2 + BC^2}{4S_{ABC}} \geq \sqrt{3}$

$\Leftrightarrow S_{ABC} \leq \dfrac{\sqrt{3}}{12}(AB^2 + AC^2 + BC^2)$.

Chúng ta có thêm một bất đẳng thức sau.

Bài toán 2. Cho tam giác ABC nhọn. Chứng minh rằng $S_{ABC} \leq \dfrac{\sqrt{3}}{12}(AB^2 + AC^2 + BC^2)$.

Sau đây là bài tập tự luyện

Bài tập. Cho tam giác ABC nhọn. Chứng minh rằng:

a) $\sin\dfrac{A}{2}.\sin\dfrac{B}{2}.\sin\dfrac{C}{2} \leq \dfrac{1}{8}$;

b) $\cos A + \cos B + \cos C \leq \dfrac{\sqrt{3}}{2}$;

c) $\text{tg}A + \text{tg}B + \text{tg}C \geq 3\sqrt{3}$.

SOLVING LINEAR EQUATIONS WITH ONE UNKNOWN

GIẢI PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN

VŨ NAM ĐỊNH

To solve a linear equation with one unknown, the unknown should be isolated on one side of the equation. This can be done by performing the same mathematical operations on both sides of the equation. Remember that if the same number is added to or subtracted from both sides of the equation, this does not change the equality, likewise, multiplying or dividing both sides by the same nonzero number does not change the equality. For example, to solve the equation $\frac{6x-5}{4}=2$ for x, the variable x can be isolated using the following steps:

$6x - 5 = 8$ (multiplying by 4)

$6x = 13$ (adding 5)

$x = \frac{13}{6}$ (dividing by 6)

Therefore, $x = \frac{13}{6}$ is the solution.

Math terms

linear equation	phương trình tuyến tính, phương trình bậc nhất
unknown	ẩn, ẩn số
solve	giải
isolate	cô lập, tách biệt, riêng biệt
side	vế, phía
operation	phép toán
equality	đẳng thức

Practice

Bạn hãy dịch đoạn bài khóa trên với các từ đã cho. Bài dịch tốt, gửi sớm (tính theo dấu bưu điện trên phong bì) sẽ được chọn đăng và được quà tặng.

VŨ KIM THỦY

Quảng Ngãi

Bên dòng sông Trà Khúc
Nhìn Thiên Ấn vạn năm
Một thành phố xinh xắn
Quảng Ngãi gần mà xa
Vượt đường dài Bình Định
Ghé Đồ Bàn hoang vu
Năm thế kỉ xưa cũ
Lắng lòng khách lãng du
Trầm mặc tháp Cánh Tiên
Tượng voi chầu thành cổ
Theo ta về Sa Huỳnh
Biển Mỹ Khê lộng gió*
Gặp rừng dừa Quảng Ngãi
*Ngỡ đang còn Tam Quan***
Mía ngon đường cát trắng
Dọc đường dài Khu Năm

23.3.2016
Từ Bình Định đến Quảng Ngãi

---

* Mỹ Khê này thuộc Quảng Ngãi không phải Mỹ Khê, Đà Nẵng
** Tam Quan thuộc Bình Định

NGUYỄN TRỌNG ĐỒNG
(THCS Phú Lộc, Krông Năng, Đắk Lắk)

Hoa Phượng

Tháng năm về kỉ niệm hồng hoa phượng
Tiếng ve ngân như tiếng lá rộn ràng
Hè lại đến nhuộm vàng cửa lớp
Khóa trời xanh trong sắc lá mênh mang

Rộng sân trường thưa vắng bước chân em
Hoa phượng cháy những nỗi niềm dang dở
Từng đi qua xạc xào ngọn gió
Vẫn thấy lòng thao thức với bảng đen

Mùa hạ sân trường như trò chơi trốn tìm
Chỉ hoa phượng lim dim đôi mắt đỏ
Vẫn dõi bóng em con đường sách vở
Để mùa thu không bỡ ngỡ hạt sương mai

Để sân trường cháy đỏ sáng nay
Như kỉ niệm cứ hồng qua mưa nắng
Cho ta sống tháng ngày thanh thản
Bạn bè ơi! Hoa Phượng mãi trong tim!

THÁCH ĐẤU! THÁCH ĐẤU ĐÂY!

TRẬN ĐẤU THỨ MỘT TRĂM BA MƯƠI CHÍN

Người thách đấu: *Trần Quang Hùng*, GV. trường THPT chuyên Khoa học Tự nhiên Hà Nội.

Bài toán thách đấu: Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O), đường cao AH, trung tuyến AM. Gọi P, Q là hai điểm thuộc cung $\overset{\frown}{BC}$ không chứa A sao cho PQ // BC và tia AP nằm giữa hai tia AQ và AB. Gọi K, L thứ tự là hình chiếu vuông góc của B, C lên AP, AQ.

a) Chứng minh rằng H, M, K, L cùng thuộc một đường tròn, gọi đường tròn đó là (I).

b) Gọi giao điểm khác K của AP và đường tròn (I) là N . Chứng minh rằng NL luôn đi qua một điểm cố định khi P, Q di chuyển.

Xuất xứ: Sáng tác.

Thời hạn: Trước ngày 08.11.2016 theo dấu bưu điện.

Kết quả TRẬN ĐẤU THỨ MỘT TRĂM BA MƯƠI BẢY (TTT2 số 159+160)

Có hai võ sĩ nhận lời thách đấu nhưng chỉ có một võ sĩ có lời giải đúng là *Lê Ngọc Hoa*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**. Sau đây là lời giải của võ sĩ Hoa.

Trên nửa mặt phẳng bờ AB không chứa I dựng điểm P sao cho $\Delta APB \backsim \Delta DIC$.

Ta có $\widehat{IAP}+\widehat{IBP}=\widehat{IAB}+\widehat{BAP}+\widehat{IBA}+\widehat{ABP}$

$=\widehat{IAB}+\widehat{IDC}+\widehat{IBA}+\widehat{ICD}$

$=\frac{1}{2}\widehat{DAB}+\frac{1}{2}\widehat{CDA}+\frac{1}{2}\widehat{ABC}+\frac{1}{2}\widehat{BCD}$

$=\frac{1}{2}(\widehat{DAB}+\widehat{CDA}+\widehat{ABC}+\widehat{BCD})=\frac{1}{2}.360^\circ=180^\circ.$

Do đó tứ giác AIBP nội tiếp. (1)

Từ (1) và chú ý rằng $\Delta APB \backsim \Delta DIC$.

Suy ra $\widehat{API}=\widehat{ABI}=\widehat{IBC}; \widehat{AIP}=\widehat{ABP}=\widehat{ICD}=\widehat{ICB};$

$\widehat{BPI}=\widehat{BAI}=\widehat{IAD}; \widehat{BIP}=\widehat{BAP}=\widehat{IDC}=\widehat{IDA}.$

Do đó $\Delta PIA \backsim \Delta BCI$ và $\Delta PIB \backsim \Delta ADI$

suy ra $\frac{AP}{BI}=\frac{IP}{BC}=\frac{AI}{CI}$ và $\frac{BP}{BI}=\frac{IA}{ID}$. (2)

Theo định lí Ptolemy ta có AB.IP = BI.AP + AI.BP.

Từ đó và (2) có $AB.BC=AB.IP.\frac{BC}{IP}$

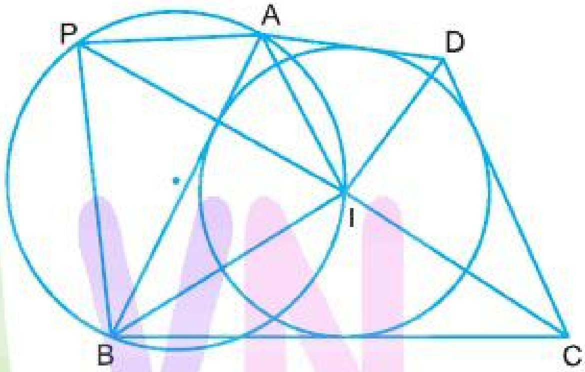
$=\left(BI^2.\frac{AP}{BI}+AI.BI.\frac{BP}{BI}\right)\frac{BC}{IP}=\left(BI^2.\frac{IP}{BC}+AI.BI.\frac{AI}{DI}\right)\frac{BC}{IP}$

$=BI^2+\frac{AI}{DI}.BI.\frac{AI.BC}{IP}=BI^2+\frac{AI}{DI}.BI.CI.$

Do đó $AB.BC=BI^2+\frac{AI}{DI}.BI.CI$.

Tương tự $CD.BC=CI^2+\frac{DI}{AI}.CI.BI$.

Cộng vế với vế hai đẳng thức trên và áp dụng bất đẳng thức AM-GM, ta có



$BC(AB+CD)=BI^2+CI^2+\left(\frac{AI}{DI}+\frac{DI}{AI}\right)BI.CI$

$\geq BI^2+CI^2+2BI.CI=(BI+CI)^2$. (3)

Tương tự $AD(AB+CD)\geq(AI+DI)^2$. (4)

Từ (3), (4) và AD + BC = AB + CD suy ra

$(AB+CD)^2\geq(AI+DI)^2+(BI+CI)^2$. (5)

Kết hợp với giả thiết $(AB+CD)^2=(AI+DI)^2+(BI+CI)^2$ suy ra đẳng thức ở (5) xảy ra.

Do đó đẳng thức xảy ra ở (3) và (4).

Suy ra IA = ID; IB = IC.

Do đó $\widehat{BAD}=2.\widehat{IAD}=2.\widehat{IDA}=\widehat{CDA};$

$\widehat{ABC}=2.\widehat{IBC}=2.\widehat{ICB}=\widehat{DCB}.$

Suy ra $\widehat{DAB}+\widehat{ABC}=\frac{1}{2}(\widehat{BAD}+\widehat{CDA}+\widehat{ABC}+\widehat{DCB})$

$=\frac{1}{2}\cdot 360^\circ=180^\circ.$

Suy ra AD // BC. Từ đó và $\widehat{ABC}=\widehat{DCB}$ thì ABCD là hình thang cân.

Nhận xét. Đương nhiên võ sĩ *Lê Ngọc Hoa* là người đăng quang trong trận đấu này.

NGUYỄN MINH HÀ

SỐ ĐIỀU HÒA

ThS. KIỀU ĐÌNH MINH *(GV. THPT Chuyên Hùng Vương, Phú Thọ)*

Với mỗi số nguyên dương n, tổng $H_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \ldots + \frac{1}{n}$ *được gọi là số điều hòa thứ n. Dãy* $\{H_n\}$ *được gọi là dãy số điều hòa (hay dãy điều hòa).*

Bài viết này chúng tôi sẽ trình bày một số kết quả cơ bản về số điều hòa cũng như các bài toán liên quan mà chúng ta thường gặp trong các kì thi Olympic.

Bài toán 1. *(Đồng nhất thức Catalan)*

Chứng minh rằng với mọi $n \in \mathbb{N}^*$, thì

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \ldots - \frac{1}{2n} = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \ldots + \frac{1}{2n}.$$

Lời giải. Biến đổi vế trái ta có

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \ldots - \frac{1}{2n}$$

$$= \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \ldots + \frac{1}{2n}\right) - 2\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \ldots + \frac{1}{2n}\right)$$

$$= \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \ldots + \frac{1}{2n}\right) - \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \ldots + \frac{1}{n}\right)$$

$$= \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \ldots + \frac{1}{2n}.$$

Nhận xét. *Đây là đồng nhất thức khá đơn giản, tuy nhiên lại có nhiều ứng dụng khi giải toán. Chúng ta sẽ bắt gặp điều này trong phần sau.*

Bài toán 2. Với $n \in \mathbb{N}^*$, cho

$$H_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \ldots + \frac{1}{n};\ T_n = H_1 + H_2 + \ldots + H_n;$$

$$U_n = \frac{T_1}{2} + \frac{T_2}{3} + \ldots + \frac{T_n}{n+1}.$$

Chứng minh rằng $T_n = (n+1)H_{n+1} - (n+1)$; $U_n = (n+2)H_{n+1} - (2n+2)$.

Lời giải. Ta có

$$T_n = 1 + \left(1 + \frac{1}{2}\right) + \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) + \ldots + \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \ldots + \frac{1}{n}\right)$$

$$= \frac{n}{1} + \frac{n-1}{2} + \frac{n-2}{3} + \ldots + \frac{1}{n}$$

$$= \left(\frac{n+1}{1} - 1\right) + \left(\frac{n+1}{2} - 1\right) + \ldots + \left(\frac{n+1}{n} - 1\right)$$

$$= (n+1)\left(\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \ldots + \frac{1}{n}\right) - n$$

$$= (n+1)H_n - n = (n+1)H_{n+1} - (n+1).$$

Suy ra $U_n = \frac{T_1}{2} + \frac{T_2}{3} + \ldots + \frac{T_n}{n+1}$

$= (H_2 - 1) + (H_3 - 1) + \ldots + (H_{n+1} - 1)$

$= H_2 + H_3 + \ldots + H_{n+1} - n = -H_1 + T_n + H_{n+1} - n$

$= (n+2)H_{n+1} - (2n+2)$.

Bài toán 3. *(Canada MO 1998, Albania BMO TST 2014)*

Cho $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$. Chứng minh rằng

$$\frac{1}{n+1}\left(1 + \frac{1}{3} + \ldots + \frac{1}{2n-1}\right) > \frac{1}{n}\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \ldots + \frac{1}{2n}\right).$$

Lời giải. Bất đẳng thức cần chứng minh tương đương với

$$n\left(1 + \frac{1}{3} + \ldots + \frac{1}{2n-1}\right) > (n+1)\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \ldots + \frac{1}{2n}\right). (*)$$

Ta sẽ chứng minh (*) bằng quy nạp.

Thật vậy với $n = 2$ thì (*) trở thành $\frac{8}{3} > \frac{9}{4}$ (đúng).

Giả sử (*) đúng với $n = k \geq 2$, tức là

$$k\left(1 + \frac{1}{3} + \ldots + \frac{1}{2k-1}\right) > (k+1)\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \ldots + \frac{1}{2k}\right).$$

Với $k \geq 2$, ta có

$$\left(1 + \frac{1}{3} + \ldots + \frac{1}{2k-1}\right) + \frac{k+1}{2k+1}$$

$$= \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \ldots + \frac{1}{2k-1}\right) + \frac{1}{2} + \frac{k+1}{2k+1}$$

$$> \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \ldots + \frac{1}{2k}\right) + \frac{1}{2} + \frac{k+1}{2k+1}$$

$$> \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \ldots + \frac{1}{2k}\right) + \frac{k+1}{2k+2} + \frac{1}{2k+1}$$

$$> \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \ldots + \frac{1}{2k}\right) + \frac{k+2}{2k+2}.$$

Do đó

$$(k+1)\left(1 + \frac{1}{3} + \ldots + \frac{1}{2k-1} + \frac{1}{2k+1}\right)$$

$$= k\left(1 + \frac{1}{3} + \ldots + \frac{1}{2k-1}\right) + \left(1 + \frac{1}{3} + \ldots + \frac{1}{2k-1}\right) + \frac{k+1}{2k+1}$$

$$> k\left(1 + \frac{1}{3} + \ldots + \frac{1}{2k-1}\right) + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \ldots + \frac{1}{2k}\right) + \frac{k+2}{2k+2}$$

$$> (k+1)\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\ldots+\frac{1}{2k}\right)+\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\ldots+\frac{1}{2k}\right)+\frac{k+2}{2k+2}$$

$$= (k+2)\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\ldots+\frac{1}{2k+2}\right).$$

Theo nguyên lí quy nạp thì (*) đúng với mọi $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$.

Bài toán 4. *(Brazil MO 1983)*

Chứng minh rằng $H_n = 1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\ldots+\frac{1}{n}$ không là số nguyên với mọi $n \in \mathbb{N}$, $n > 1$.

Lời giải. Gọi k là số tự nhiên thỏa mãn $2^k \leq n < 2^{k+1}$ và M là tích tất cả các số lẻ không vượt quá n.

Ta có

$$H_n = 1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\ldots+\frac{1}{2^k}+\ldots+\frac{1}{n}$$

$$\Rightarrow 2^{k-1}.M.H_n = 2^{k-1}M + 2^{k-2}M + 2^{k-1}.\frac{M}{3} +$$

$$\ldots+\frac{M}{2}+\ldots+\frac{2^{k-1}M}{n} \notin \mathbb{Z} \text{ (vì } \frac{M}{2} \text{ không nguyên).}$$

Vậy $H_n = 1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\ldots+\frac{1}{n}$ không phải số nguyên.

Bài toán 5. *(IMO 1979)* Cho $p, q \in \mathbb{N}$ sao cho

$$\frac{p}{q} = 1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\ldots-\frac{1}{1318}+\frac{1}{1319}.$$

Chứng minh rằng p chia hết cho 1979.

Lời giải. Áp dụng đồng nhất thức Catalan ta có

$$\frac{p}{q} = \frac{1}{660}+\frac{1}{661}+\ldots+\frac{1}{1318}+\frac{1}{1319}$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{660}+\frac{1}{661}+\ldots+\frac{1}{1319}+\frac{1}{660}+\ldots+\frac{1}{1319}\right)$$

$$= \frac{1}{2}\left[\left(\frac{1}{660}+\frac{1}{1319}\right)+\left(\frac{1}{661}+\frac{1}{1318}\right)+\ldots+\left(\frac{1}{1319}+\frac{1}{660}\right)\right]$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{1979}{660.1319}+\frac{1979}{661.1318}+\ldots+\frac{1979}{1319.660}\right] = 1979.\frac{A}{B}.$$

Trong đó B là tích của các số nguyên không vượt quá 1319. Mà 1979 là số nguyên tố.

Vậy p chia hết cho 1979.

Bài tập vận dụng

Bài 1. *(IMO SL 1989)*

Chứng minh rằng

$$1+\frac{1}{2}-\frac{2}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}-\frac{2}{6}+\ldots+\frac{1}{478}+\frac{1}{479}-\frac{2}{480}$$

$$= 2\sum_{k=0}^{159}\frac{641}{(161+k)(480-k)}.$$

Bài 2. *(IMO SL 1970)*

Với n nguyên dương chẵn chứng minh rằng

$$1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\ldots-\frac{1}{n}$$

$$= 2\left(\frac{1}{n+2}+\frac{1}{n+4}+\frac{1}{n+6}+\ldots+\frac{1}{2n}\right).$$

Bài 3. *(Canada MO 1973)*

Chứng minh rằng

$$n + H_1 + H_2 + H_3 + \ldots + H_{n-1} = nH_n, \forall n \geq 2.$$

Bài 4. *(Rom Math Magazine, July 1998)*

Cho $A = \frac{1}{1.2}+\frac{1}{3.4}+\frac{1}{5.6}+\ldots+\frac{1}{2011.2012}$,

$$B = \frac{1}{1007.2012}+\frac{1}{1008.2011}+\frac{1}{1009.2010}$$

$$+\ldots+\frac{1}{2012.1007}.$$

Tính $\frac{A}{B}$.

Bài 5. Chứng minh rằng

a) $\frac{1}{2^m+1}+\frac{1}{2^m+2}+\frac{1}{2^m+3}+\ldots+\frac{1}{2^{m+1}} \geq \frac{1}{2}, \forall m \in \mathbb{N}^*$

b) $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\ldots.+\frac{1}{2^k} \geq 1+\frac{k}{2}, \forall k \in \mathbb{N}$

c) $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\ldots.+\frac{1}{2k} > \frac{2}{3}, \forall k \in \mathbb{N}$

d) $\frac{k}{2} < 1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\ldots+\frac{1}{2^k-1} < k, \forall k \in \mathbb{N}^*$

e) $\frac{1}{k+1}+\frac{1}{k+2}+\frac{1}{k+3}+\ldots+\frac{1}{2k} > \frac{13}{24}, \forall k \in \mathbb{N}^*$

f) $\frac{1}{k+1}+\frac{1}{k+2}+\frac{1}{k+3}+\ldots+\frac{1}{3k+1} > 1, \forall k \in \mathbb{N}^*$

g) $\frac{1}{2} < \frac{1}{3k+1}+\frac{1}{3k+2}+\frac{1}{3k+3}+\ldots+\frac{1}{5k+1} < \frac{2}{3}, \forall k \in \mathbb{N}^*$

Bài 6. *(APMO 1997)*

Cho

$$S = 1+\frac{1}{1+\frac{1}{3}}+\frac{1}{1+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}}+\ldots+\frac{1}{1+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\ldots+\frac{1}{1993006}}.$$

Ở đây các mẫu số chứa tổng riêng của dãy các nghịch đảo của số tam giác.

Chứng minh rằng $S > 1001$.

Bài 7. *(ITOT, Junior A - Level, Fall 2013)*

Số $1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\ldots+\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n}$ được biểu diễn dưới dạng một phân số tối giản. Giả sử $3n + 1$ là một số nguyên tố. Chứng minh rằng tử số của phân số này là bội của $3n + 1$.

AUSTRALIAN MATHEMATICS COMPETITION AMC 2015

SENIOR DIVISION
AUSTRALIAN SCHOOL YEARS 9 AND 10

Time allowed: *75 minutes*

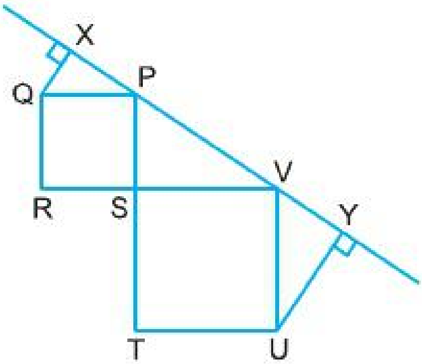
(Tiếp theo kì trước)

PGS. TS. ĐỖ TRUNG HIỆU *(Hà Nội)*
(Sưu tầm và giới thiệu)

19. Given an integer N greater than 1, the sum of N and the second largest factor of N can be found. For example, with N = 55, the sum is 55 + 11 = 66. For how many integers is this sum equal to 42?

(A) 3 (B) 4 (C) 1
(D) 0 (E) 2

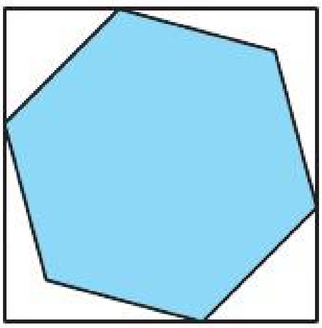
20. Unequal squares PQRS and STUV are aligned with the straight line PST. XQ and YU are perpendicular to XY. The length XQ + YU is the same as



(A) SU (B) RV (C) UQ
(D) PR (E) PV

Questions 21 to 25, 5 marks each

21. The diagram shows a regular hexagon with sides of length 1 inside a square. Four vertices of the hexagon lie on sides of the square; the other two vertices lie on a diagonal of the square.



What is the side length of the square?

(A) $\sqrt{3}$ (B) $6(\sqrt{3}-\sqrt{2})$

(C) $\frac{1}{2}(\sqrt{3}+\sqrt{2})$ (D) $\frac{1}{2}(\sqrt{6}+\sqrt{2})$

(E) 2

22. This list

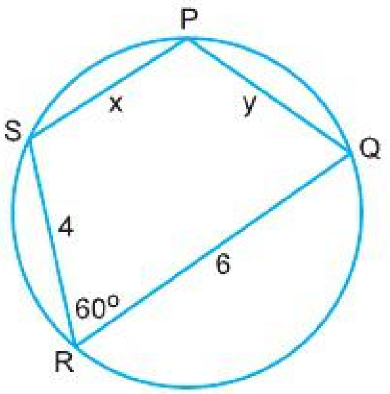
$$3 \quad 5 \quad 15 \quad \boxed{\frac{1}{3}} \quad 5 \quad \boxed{\frac{1}{15}} \quad \cdots$$

was made by Norm and Zoltan, starting with 3 and 5 and then taking turns to add one number to the list. Norm went first. Whenever it is his turn, Norm's new number (shown circled) is the product of the last two numbers in the list. Whenever it is his turn, Zoltan's new number (shown boxed) is found by dividing the second-last number by the last number. What is the 2015th number in this list?

(A) $\frac{1}{15}$ (B) 3 (C) 5

(D) $\frac{1}{3}$ (E) $\frac{1}{5}$

23. Points P, Q, R and S lie on a circle and $\angle SRQ = 60^o$. If RS = 4, RQ = 6, SP = x and PQ = y, then a possible solution for x and y is

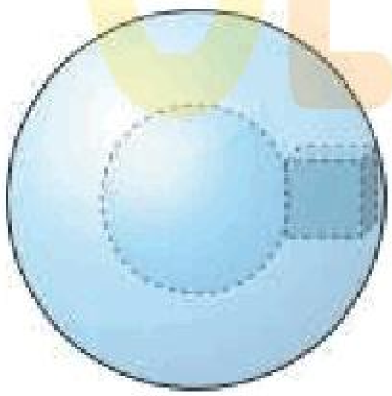


(A) x = 4 and y = 2 (B) x = y = 3
(C) x = y = 4 (D) x = 4 and y = 3
(E) x = 5 and y = 2

24. How many sequences of seven positive integers $a_1 < a_2 < a_3 < a_4 < a_5 < a_6 < a_7$ are there such that each is less than 100 and each number apart from the last is a factor of the next number in the sequence?

(A) 3 (B) 7 (C) 4
(D) 6 (E) 1

25. Two spheres, one of radius 2 and the other of radius 4, have the same centre.



What is the edge size of the largest cube that fits between them?

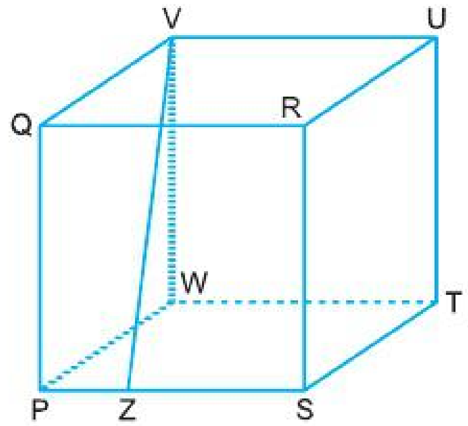
(A) $\frac{6}{5}$ (B) $\frac{1}{3}(\sqrt{19}+1)$

(C) $\frac{\sqrt{21}-2}{3}$ (D) $\frac{2}{3}(\sqrt{22}-2)$ (E) $\frac{12}{5}$

For questions 26 to 30, shade the answer as an integer from 0 to 999 in the space provided on the answer sheet. Question 26 is 6 marks, question 27 is 7 marks, question 28 is 8 marks, question 29 is 9 marks and question 30 is 10 marks.

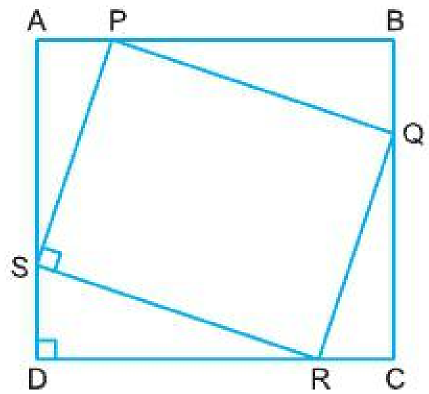
26. How many positive integers n less than 2015 have the property that $\frac{1}{3}+\frac{1}{n}$ can be simplified to a fraction with denominator less than n?

27. A 100 × 100 × 100 cube PQRSTUVW is made of 1 × 1 × 1 non-overlapping cubes. Z is a point on PS such that PZ = 33. Through how many of these 1 × 1 × 1 cubes does VZ pass?



28. At Berracan station, northbound trains arrive every three minutes starting at noon and finishing at midnight, while southbound trains arrive every five minutes starting at noon and finishing at midnight. Each day, I walk to Berracan station at a random time in the afternoon and wait for the first train in either direction. On average, how many seconds should I expect to wait?

29. In a 38 × 32 rectangle ABCD, points P,Q,R and S are chosen, one on each side of ABCD as pictured. The lengths AP, PB, BQ, QC, CR, RD, DS and SA are all positive integers and PQRS is a rectangle.



What is the largest possible area that PQRS could have?

30. The set S consists of distinct integers such that the smallest is 0 and the largest is 2015. What is the minimum possible average value of the numbers in S?

Bài 10NS. Tìm các số nguyên x, y, z thỏa mãn $|x - 2y| - z = 2x^2 + 1$; $|y - 2z| - x = 4y + 2$; $|z - 2x| - y = 6z^3 - 4$.

LẠI QUANG THỌ
(Phòng Giáo dục và Đào tạo Tam Dương, Vĩnh Phúc)

Bài 11NS. Cho a, b, c là độ dài ba cạnh của tam giác. Chứng minh rằng
$$\frac{a+b}{3a+c}+\frac{a+c}{3a+b}+\frac{2a}{2a+b+c}<2.$$

TRƯƠNG QUANG AN
(GV. THCS Nghĩa Thắng, Tư Nghĩa, Quảng Ngãi)

Bài 12NS. Cho tam giác ABC nhọn có các đường cao AD, BE, CF.
Biết rằng $\widehat{A} = 60^o$, BC = a, $S_{DEF} = \frac{1}{4}S_{ABC}$. Tính diện tích tam giác ABC theo a.

TẠ THẬP *(TP. Hồ Chí Minh)*

Kết quả CUỘC THI GIẢI TOÁN DÀNH CHO NỮ SINH (TTT2 số 159+160)

Bài 7NS. Ta có $2x^6 + y^2 - 2x^3y = 320$
$\Leftrightarrow x^6 + (x^6 - 2x^3y + y^2) = 320 \Leftrightarrow x^6 + (x^3 - y)^2 = 320.$
Ta có x; y $\in \mathbb{Z}$ nên $(x^3 - y)^2$ là số chính phương.
Vì $(x^3 - y)^2 \geq 0 \Rightarrow x^6 \leq 320$. Mà $x \in \mathbb{Z}$ nên $|x| \leq 2$.

- Nếu $x \in \{0; 1; -1\}$ thì $(x^3 - y)^2 \in \{320; 319\}$ (loại).
- Nếu x = 2 thì $(8 - y)^2 = 256 \Leftrightarrow 8 - y \in \{16; -16\}$ $\Leftrightarrow y \in \{-8; 24\}$.
- Nếu x = −2 thì $(-8 - y)^2 = 256 \Leftrightarrow -8 - y \in \{16; -16\}$ $\Leftrightarrow y \in \{-24; 8\}$.

Vậy $(x; y) \in \{(2; -8); (2; 24); (-2; -24); (-2; 8)\}$.

Nhận xét. Các bạn có lời giải đúng: *Bùi Thùy Linh*, 8A1, *Triệu Hồng Ngọc*, 7A3, *Nguyễn Thu Hiền*, 8A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Lê Hồng Nhung*, 7A, THCS Vĩnh Yên, TP. Vĩnh Yên, *Đỗ Thị Minh Hải*, 8A, THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên, *Chu Thị Thanh*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, *Lê Thị Xuân Thu*, 8A2, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**; *Lưu Thị Phương*, 8A1, THCS Từ Sơn, TX. Từ Sơn, **Bắc Ninh**; *Mai Ánh Quỳnh* , *Hoàng Hà My*, 8A, THCS Chu Văn An, Nga Sơn, **Thanh Hóa.**

Bài 8NS. Xét $P(x) = ax^2 + bx + c$, ta có $\Delta_P = b^2 - 4ac$.

Ta có $Q(x) = x^2\left[a\left(\frac{1}{x}+1\right)^2+b\left(\frac{1}{x}+1\right)+c\right]$
$= (a+b+c)x^2 + (2a+b)x + a.$

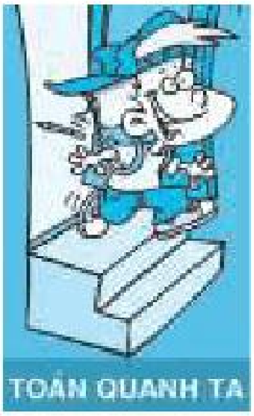
Do đó $\Delta_Q = (2a+b)^2 - 4(a+b+c)a = b^2 - 4ac = \Delta_P$.
Như vậy trong trò chơi trên, đa thức ban đầu và đa thức thay thế đều có dạng $ax^2 + bx + c$ và có giá trị của Δ bằng nhau.
Kiểm tra thấy các đa thức f(x) và g(x) có Δ khác nhau. Do đó sau 2016 bước, trên bảng không thể có đa thức g(x).

Nhận xét. Cách khác: Nếu b, c > 0 thì a + b + c > a. Do đó đa thức mới phải có hệ số của x^2 lớn hơn 1. Vậy không thể viết được đa thức g(x).
Các bạn có lời giải đúng: *Chu Thị Thanh*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Bùi Thùy Linh*, 8A1, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**.

Bài 9NS. *Bạn đọc tự vẽ hình.*
Vẽ AM là tiếp tuyến của đường tròn (O) (M là tiếp điểm khác B). Ta có M cố định. Nối MC, MF, OB, OM, BM.
Vì OB = OM, AB = AM $\Rightarrow$ OA là đường trung trực của BM. Mà F $\in$ OA $\Rightarrow$ FB = FM $\Rightarrow$ ΔFBM cân tại F
$\Rightarrow \widehat{BMF} = \widehat{MBF}$. (1)
Vì BM $\perp$ OA, EF $\perp$ OA $\Rightarrow$ BM // EF
$\Rightarrow \widehat{MBF} = \widehat{BFE}$. (2)
Vì $\widehat{OBE} = \widehat{OCE} = \widehat{OFE} = 90^o$ nên B, C, F, O, E cùng thuộc đường tròn đường kính OE $\Rightarrow \widehat{BFE} = \widehat{BCE}$. (3)
Ta có $\widehat{BCE} = \widehat{BMC}$. (4)
Từ (1), (2), (3) và (4) suy ra $\widehat{BMF} = \widehat{BMC}$.
Do đó hai tia MF và MC trùng nhau.
Vậy đường thẳng CF luôn đi qua điểm cố định M.
Nhận xét. Không có bạn nào giải được bài toán này.

Các bạn được thưởng kì này: *Bùi Thùy Linh*, 8A1, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Lê Thị Xuân Thu*, 8A2, THCS Yên Lạc, Yên Lạc; *Lê Hồng Nhung*, 7A, THCS Vĩnh Yên, TP. Vĩnh Yên; *Chu Thị Thanh*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Lưu Thị Phương*, 8A1, THCS Từ Sơn, TX. Từ Sơn, **Bắc Ninh**; *Mai Ánh Quỳnh*, 8A, THCS Chu Văn An, Nga Sơn, **Thanh Hóa**.
Ảnh các bạn được thưởng ở trang 6.

NGUYỄN HIỆP



CON SỐ

VŨ KIM THỦY

1. Con số theo con người từ khi mới sinh ra. Bạn có một con số đeo hoặc viết ở tay cùng con số của mẹ để hộ lí, bác sĩ khỏi nhầm. Bạn sẽ có ngày sinh, có số ghi trên giấy khai sinh. Lớn lên một chút bạn thấy số nhà của mình, số trên tờ lịch hàng ngày và số trên cái đồng hồ ngày đêm chạy cần mẫn. Bạn tập nhớ số điện thoại của ba, của mẹ. Bạn biết mình còn có số đo chiều cao, số đo cân nặng, số đo huyết áp, số đo nhịp tim. Lớn hơn chút nữa bạn quan tâm xem nhà mình rộng bao nhiêu m^2, số tiền lương của ba, mẹ nhận được mỗi tháng là số có bao nhiêu chữ số. Rồi bạn có số chứng minh thư, số hộ chiếu, số tài khoản, ...

2. Bạn hãy tưởng tượng một ngày các con số đột nhiên bị biến mất. Điều gì sẽ xảy ra nhỉ? Bạn sẽ bắt đầu đi làm vào lúc nào vì các đồng hồ không còn con số? Ra bến xe buýt bạn biết đi tuyến nào để đến địa điểm cần đến vì số tuyến xe cũng không còn. Gay go nhất là các số điện thoại không có, công việc và mọi mối liên hệ sẽ ra sao?

3. Bởi con số quan trọng như vậy nên từ mấy nghìn năm trước các con số đã ra đời ở Ấn Độ, Ả Rập, Hy Lạp, Trung Quốc, ... Tập hợp số đếm ra đời trước hết: 1, 2, 3, ... Ngày nay tập hợp này ở nhiều nước coi là tập số tự nhiên (Việt Nam coi tập số tự nhiên là: 0, 1, 2, 3, ...).

4. Bây giờ chúng ta hãy cùng xem bảng giờ xe chạy như sau:

Bến	Thời gian						
Giáp Bát	13 05	13 30	13 55	14 05	14 30	14 55	15 10
Thường Tín	13 25	13 50	14 15	14 25	14 50	15 15	15 30
Đồng Văn	13 50	14 15	14 40	14 50	15 15	15 40	15 55
Cầu Họ	14 15	14 40	15 05	15 15	15 40	16 05	16 20
Cổng Hậu	14 25	14 50	15 15	15 25	15 50	16 15	16 30
Núi Gôi	14 40		15 30	15 40	16 05		16 45
Phủ Giầy	14 43	15 05		15 43		16 30	

Bảng cho 7 bến xe trên tuyến Hà Nội - Nam Định với 7 chuyến xe mỗi ngày của một hãng. Bạn hãy nhìn vào bảng để trả lời các câu hỏi sau:

a) Có bao nhiêu xe dừng ở bến Núi Gôi?

b) Có bao nhiêu xe dừng ở cả bến Núi Gôi và bến Phủ Giầy?

c) Mất bao nhiêu thời gian để xe khởi hành 13 55 từ bến Giáp Bát đến bến Cổng Hậu?

d) Thời gian dài nhất để đi từ bến Giáp Bát đến bến Núi Gôi là bao lâu?

e) Một người đến bến Đồng Văn lúc 14h10 và đi chuyến ngay sau đó thì sẽ đến bến Cổng Hậu lúc nào nếu xe chạy đúng giờ?

Bạn thấy không, các con số liên tục tham gia vào cuộc sống của bạn.

5. Bạn cùng xem một ví dụ thứ hai về các con số nhé.

Đây là kết quả hai bảng đấu giải Quốc gia.

Bạn hãy nhìn vào 2 biểu đồ để trả lời các câu hỏi sau:

1) Nêu tên các đội đứng đầu bảng và vào vòng trong.

2) Mỗi đội đầu bảng đã đá mấy trận?

3) Tính trung bình số bàn thắng mỗi trận của mỗi đội đầu bảng.

Đây là ta mới nêu 2 ví dụ đầu tiên về các bài toán liên quan đến số tự nhiên. Hẹn gặp các bạn ở các bài viết sau.

QUY CHẾ CUỘC THI CÂU LẠC BỘ TOÁN TUỔI THƠ TRÊN TẠP CHÍ

Cuộc thi Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ toàn quốc dự kiến sẽ được tổ chức vào nửa đầu tháng 6.2017. Bên cạnh cuộc thi đó để các em học sinh được rèn luyện và tham khảo các đề toán tiếng Anh, từ năm học 2016-2017, Tạp chí sẽ tổ chức thêm Cuộc thi giữa các Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ trên tạp chí.

1. Nội dung đề thi. Hàng tháng trên Tạp chí sẽ đăng đề thi gồm 5 bài toán bằng tiếng Anh.

2. Đối tượng dự thi. Mỗi trường THCS có 1 Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ lớp 8 được tham gia dự thi. Các câu lạc bộ tham gia dự thi là các Câu lạc bộ của trường đã đăng kí với tạp chí Toán Tuổi thơ (các trường tải Quy chế Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ, mẫu đăng kí và theo dõi danh sách các Câu lạc bộ trên website: toantuoitho.vn).

3. Thời gian nhận bài giải. Sau 1 tháng kể từ ngày tạp chí phát hành (theo dấu bưu điện). Các bài tham gia dự thi trình bày các câu liền nhau trên một tờ giấy bằng *tiếng Việt* hoặc *tiếng Anh* (trình bày bằng tiếng Anh được ưu tiên), trên bài thi ghi rõ Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ của trường, huyện (quận), tỉnh (thành) và ghi ngoài phong bì: Tham dự **Cuộc thi Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ** và gửi về tòa soạn: tầng 5, số 361 Trường Chinh, Q. Thanh Xuân, Hà Nội.

4. Tổng kết và trao giải. Tòa soạn sẽ tiến hành chấm và đăng danh sách 5 Câu lạc bộ có bài giải tốt nhất trên tạp chí ở mỗi số và danh sách các câu lạc bộ giải đúng trên website: toantuoitho.vn sau 2 số báo kể từ số đăng đề bài. Cuối năm học tòa soạn sẽ tổng kết và trao giải. Giải thưởng gồm giấy chứng nhận, quà tặng và tiền thưởng.

KÌ 1

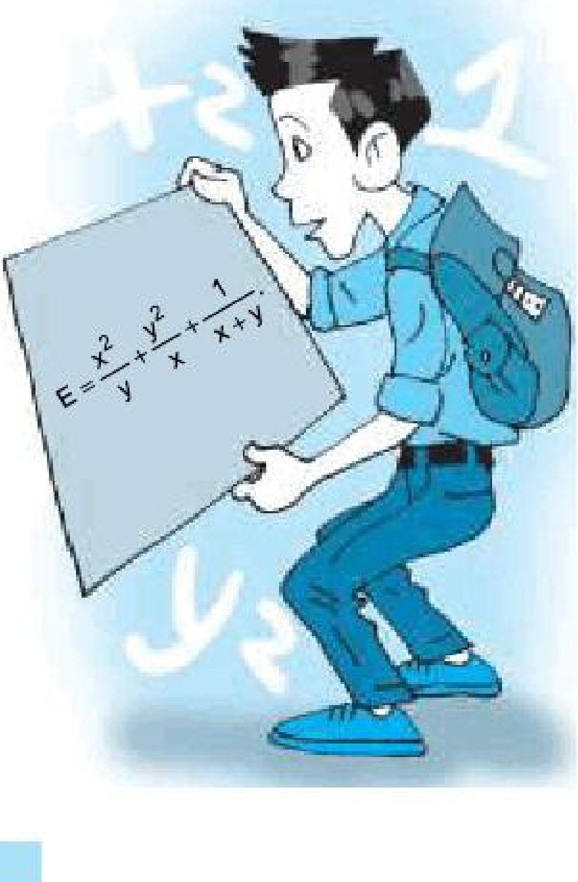
CLB1. Find the polynomial P(x) where its degree smaller than 3 and satisfying the condition $2P(x) - P(1 - x) = x - 1$ for all value of x.

CLB2. A man has 4 sons, each of whom is 4 years older than his next younger brother; and the eldest is five times as old as the youngest. What is the age of each?

CLB3. Give positive real numbers x, y such that $xy = 1$. Find the smallest value of $E = \frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x} + \frac{1}{x+y}$.

CLB4. Let $M = \frac{1}{2} + \frac{2}{2^2} + \frac{3}{2^3} + \ldots + \frac{n}{2^n}$. Compare M to 2.

CLB5. Given trapezoid ABCD where AB and CD are base sides, $CD = 3AB$. Let E be a point on AD such that $DE = 3AE$. A line goes through point E, parallel with CD and meets BC at F. Calculate $\frac{S_{ABFE}}{S_{CDEF}}$.



NGUYỄN KHÁNH CHUNG
(GV. trường Lô-mô-nô-xốp, Q. Nam Từ Liêm, Hà Nội)

TIN TỨC - HOẠT ĐỘNG - GẶP GỠ

● Kì thi IMC lần thứ 19 do Uỷ ban giáo dục cơ bản, Bộ giáo dục Thái Lan đăng cai tổ chức tại thành phố Chiang Mai từ ngày 14.8 đến ngày 20.8.2016. Cuộc thi Toán học trẻ quốc tế IMC *(International Mathematics Competition)* là cuộc thi Quốc tế được tổ chức dành cho học sinh trên toàn thế giới với 2 độ tuổi dưới 14 (EMIC) và dưới 17 (IWYMIC) từ năm 1999. Kì thi năm nay có 622 học sinh dự thi đến từ 31 quốc gia và vùng lãnh thổ. Được sự cho phép của Bộ Giáo dục và Đào tạo, đoàn Việt Nam gồm 24 học sinh của trường THPT chuyên Hà Nội - Amsterdam được chia thành 6 đội gồm 4 đội Junior (độ tuổi dưới 14) và 2 đội Senior (độ tuổi dưới 17). Mỗi đội tham gia gồm tối đa 6 thành viên: Trưởng nhóm, Phó nhóm và 4 học sinh. Mỗi khối thi phải thực hiện hai phần thi bao gồm: Phần thi cá nhân và Phần thi đồng đội, ngoài các phần thi trên, các đội sẽ được tham gia các hoạt động tham quan dã ngoại, đêm giao lưu văn hóa, ... Đoàn học sinh Việt Nam giành được 8 cúp đồng đội trong đó có 2 cúp vô địch, 23 giải cá nhân trong đó có: 1 HCV; 4 HCB; 12 HCĐ và 6 giải Khuyến khích.

● Ngày 14.9.2016, Hội Toán học Hà Nội đã tổ chức Semina các chuyên đề toán bồi dưỡng học sinh giỏi tại trường THPT Nguyễn Siêu, Khoái Châu, Hưng Yên. Trong Semina, NGND. GS. TSKH. Nguyễn Văn Mậu, Chủ tịch Hội Toán học Hà Nội đã có bài phát biểu nêu bật tác dụng của việc tổ chức các buổi Semina để góp phần nâng cao chất lượng đội ngũ giáo viên bồi dưỡng học sinh giỏi. Toán Tuổi thơ đã tặng tạp chí cho đại biểu.

TTT

Kết quả CÂU LẠC BỘ TTT (TTT2 số 159+160)

CLB11. Ta có $\frac{x-500}{43}+\frac{x-403}{61}+\frac{x-71}{103}=10$

$\Leftrightarrow\left(\frac{x-500}{43}-2\right)+\left(\frac{x-403}{61}-3\right)+\left(\frac{x-71}{103}-5\right)=0$

$\Leftrightarrow\frac{x-586}{43}+\frac{x-586}{61}+\frac{x-586}{103}=0$

$\Leftrightarrow(x-586)\left(\frac{1}{43}+\frac{1}{61}+\frac{1}{103}\right)=0$

$\Leftrightarrow x-586=0\Leftrightarrow x=586.$

CLB12. ● Nếu n chẵn thì $n^{20}-11$ là số lẻ mà 2016 là số chẵn nên $n^{20}-11$ không chia hết cho 2016.

● Nếu n lẻ thì $n = 2k + 1$ (với k là số tự nhiên) nên $n^{20}-11=(2k+1)^{20}-11=(4k^2+4k+1)^{10}-11$ chia cho 4 dư 2. Mà 2016 chia hết cho 4.

Do đó $n^{20}-11$ không chia hết cho 2016.

Vậy $n^{20}-11$ không chia hết cho 2016 với mọi n nguyên dương.

CLB13. Đặt $t=x+\frac{1}{x}$.

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM ta được $t \geq 2$.

Do đó $M = t^3 + 4t^2 - 3t + 10$

$= (t^3 - 2t^2) + (6t^2 - 12t) + (9t - 18) + 28$

$= t^2(t - 2) + 6t(t - 2) + 9(t - 2) + 28 \geq 28.$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $t = 2 \Leftrightarrow x = 1$.

Vậy MinM = 28 (đạt được khi x = 1).

CLB14. Ta có $2016(ab + cd) = 2016ab + 2016cd =$ $(c^2+d^2)ab+(a^2+b^2)cd=(abc^2+b^2cd)+(a^2cd+abd^2)$ $= bc(ac + bd) + ad(ac + bd) = 0$ (vì $ac + bd = 0$).

Do đó $ab + cd = 0$.

Vậy $M = (a^2 + b^2) + (c^2 + d^2) + 2(ab + cd) = 4032.$

CLB15. *Bạn đọc tự vẽ hình.*

Đặt AB = AC = BC = a. Xảy ra hai trường hợp:

● TH1: M nằm trong ΔABC. Ta có

$S_{MAC}+S_{MAB}+S_{MBC}=S_{ABC}$

$\Rightarrow\frac{1}{2}AC.y+\frac{1}{2}AB.z+\frac{1}{2}BC.x=\frac{1}{2}BC.h$

$\Rightarrow\frac{1}{2}a.y+\frac{1}{2}a.z+\frac{1}{2}a.x=\frac{1}{2}a.h$

$\Rightarrow y+z+x=h.$

Mà $2x = y + z$. Do đó $x=\frac{1}{3}h$.

● TH2: M nằm ngoài ΔABC và nằm trong $\widehat{BAC}$.

Ta có $S_{MAC}+S_{MAB}-S_{MBC}=S_{ABC}$

$\Rightarrow\frac{1}{2}AC.y+\frac{1}{2}AB.z-\frac{1}{2}BC.x=\frac{1}{2}BC.h$

$\Rightarrow\frac{1}{2}a.y+\frac{1}{2}a.z-\frac{1}{2}a.x=\frac{1}{2}a.h$

$\Rightarrow y+z-x=h.$

Mà $2x = y + z$. Do đó $x = h$.

Nhận xét. Các bạn được thưởng kì này: *Trần Hồng Quý*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, *Lê Hồng Nhung*, 7A, THCS Vĩnh Yên, TP. Vĩnh Yên, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Đức Phú*, 8A1, THCS Nghi Hương, TX. Cửa Lò, **Nghệ An**; *Nguyễn Khắc Thái Bình*, 8B, THCS Nguyễn Thượng Hiền, Ứng Hòa, **Hà Nội**; *Nguyễn Chí Công*, 8A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**.

NGUYỄN HIỆP

Nhân 790 năm Vương triều Trần 1226 - 2016

THIÊN TRƯỜNG - VỊ HOÀNG - NAM ĐỊNH

BÍNH NAM HÀ

10.1.1226 Trần Cảnh lên ngôi Vua. Bắt đầu Vương triều Trần. Hương Tức Mạc là quê hương nhà Trần được xây cất nhiều công trình. Trần Thủ Độ làm Quốc thượng phụ.
1239 Vua Trần Thái Tông lệnh cho Phùng Tá Chu là Nhập nội Thái phó dựng hành cung ở đây. Cung Trùng Quang và cung Trùng Hoa được xây dựng. Cung Trùng Quang dành cho Thượng hoàng, cung Trùng Hoa dành cho Vua đương nhiệm.
1262 Hương Tức Mạc được thăng là Phủ Thiên Trường vai trò như kinh đô thứ 2 của nhà Trần.
1232 Năm sinh Trần Quốc Tuấn (sau là Trần Hưng Đạo).
1258 Quân doanh Vị Hoàng ra đời.
1258 - 1285 Sông Vị Hoàng được đào.
1258, 1285, 1288 Ba lần chiến thắng quân Nguyên Mông.
1293 Trần Nhân Tông nhường ngôi. Ông lập Thiền phái Trúc Lâm Yên Tử.
1300 Trần Hưng Đạo mất.
1305 Tháp chùa Phổ Minh được xây dựng. Chùa xây năm 1108.
1428 Lê Thái Tổ chia nước ta thành 5 đạo. Nam Định lúc đó thuộc Nam Đạo.
1446 Nam Định thuộc trấn Sơn Nam thượng.
1466 Lộ Thiên Trường đổi làm Thiên Trường thừa tuyên.
1469 Thiên Trường thừa tuyên đổi thành Sơn Nam thừa tuyên.
1471 Đắp đê sông Hồng.
1741 Nam Định là lỵ sở của Sơn Nam Hạ.
1786 Nguyễn Huệ ra Vị Hoàng.
1788 Nam Định là phủ lị của trấn Sơn Nam Hạ.
1802 Nhà Nguyễn cho xây thành Nam Định, 1804 thành được xây xong.
1810 Thành Nam Định có 34000 người.
1812 Nhà Nguyễn cho xây cột cờ Nam Định (1 trong 3 cột cờ chính: Huế, Hà Nội, Nam Định).
1813 Bắt đầu thi Hương ở Nam Định.
1820 Nam Định là 1 trong 7 trường thi cả nước.
1822 Sơn Nam Hạ đổi thành trấn Nam Định. Tên gọi Nam Định chính thức ra đời.
1831 Trấn Nam Định đổi thành tỉnh Nam Định.
1832 Đào sông mới, gọi là sông Đào.
1833 Xây lại thành Nam Định.
1846 Xây chùa Vọng Cung.
1850 Hình thành chợ Vị Hoàng và chợ Rồng.
1853 Cột cờ thành Nam Định được xây dựng quy mô như ngày nay.
1865 Tự Đức đổi làng Vị Hoàng thành Vị Xuyên.
10.12.1873 Pháp đánh thành Nam Định lần thứ nhất.
1874 Pháp trả lại Nam Định cho triều đình Huế.
27.3.1883 Pháp đánh thành Nam Định lần thứ hai.
1885 Trường thi Hà Nội nhập vào Nam Định. Xây dựng Nhà máy làm chất anbumin tại Nam Định.
1887 Công sứ Nam Định thành Tổng đốc cai quản tỉnh Nam Định và Ninh Bình gọi là Tổng đốc Định Ninh. Xây dựng Nhà thờ Lớn tại Nam Định.
1888 Khánh thành trường đua ngựa Nam Định.
1889 Thành lập phân xưởng kéo sợi của Bá Chín Hội, 100 công nhân.
1890 Cắt một phần đất tỉnh Nam Định lập tỉnh Thái Bình, một phần đất Hà Nội và một phần Nam Định lập tỉnh Hà Nam.
1894 Lập nhà máy Rượu.
1895 Lập nhà máy Chai.
Nam Định được chia làm 10 phố, 10 phố chia làm 40 đường. Nay còn đường Hà Nội, đường Bắc Ninh, đường Ninh Bình, đường Hưng Yên, đường Vị Xuyên, đường Phù Long, đường Năng Tĩnh, Hàng Đồng, Hàng Sắt, Bến Gỗ, Đông An, Cột Cờ giữ tên cũ.
1897 Nam Định có 30000 dân, Hà Nội có 30000 dân, Hải Phòng 15000 dân, Sài Gòn 30000 dân và Chợ Lớn 100000 dân. Nam Định là thành phố lớn thứ 4. Lễ xướng danh Khoa thi có 30000 người dự.
1898 Toàn quyền Đông Dương quyết định xây dựng đường sắt Hà Nội - Nam Định.
1900 Dựng xưởng sợi A và xưởng cơ khí do Dupré hùn vốn với Bá Chín Hội. Đây là tiền thân Nhà máy Dệt Nam Định.
1902 Dựng xưởng bông sợi thứ 3.
8.1.1903 Khánh thành đường sắt Hà Nội - Nam Định.
1905 Khánh thành đường sắt Nam Định - Vinh. Nam Định cùng Hà Nội, Huế, Gia Định được mở trường Sư phạm.
9.12.1908 Sáp nhập các trường Thông ngôn Hà Nội, Sư phạm Hà Nội, Jules Ferry Nam Định (tức Thành Chung) thành trường Thành Chung Bảo hộ. Đây chính là trường Bưởi - Chu Văn An.
1913 Sông Vị Hoàng bắt đầu bị lấp.
1915 Khoa thi Hương cuối cùng ở miền Bắc tại Nam Định.
1917 Hoàn thành 1 động cơ Nhà máy Điện.
1919 Nam Định nhập với Hà Nam thành tỉnh Nam Định.

Hỏi: Anh Phó ơi, tại sao khi tham gia chuyên mục cuộc thi giải toán qua thư theo năm học thì mỗi bài toán phải làm vào một tờ giấy riêng và ghi đầy đủ họ và tên, lớp trường, huyện, quận, tỉnh, thành ạ?

ĐỖ THANH THANH TÚ

(9A10, THCS Giảng Võ, Ba Đình, Hà Nội)

Đáp:

Chuyện này anh nói mãi rồi
Mỗi bài lại chuyển cho người khác nhau
Anh thì có chấm được đâu
Gửi cho anh tất mọi câu thì phiền.

Hỏi: Em thấy tạp chí có chuyên mục cuộc thi giải toán dành cho nữ sinh, không biết tòa soạn có mở chuyên mục cuộc thi giải toán dành cho các bạn nam không ạ?

ĐỖ THU HÀ

(6A8, THCS Thành Công, Ba Đình, Hà Nội)

Đáp:

Sau này nếu anh có tiền
Sẽ ra tờ báo dành riêng
Các bạn nữ làm tất cả
Ra đề cho bạn nam nhi
Thế rồi tất cả dự thi
Gửi bài về cho nữ chấm.

Hỏi: Trong lớp em có một bạn học rất giỏi nhưng bạn ấy hơi nhút nhát, rất ít giơ tay phát biểu. Em phải làm thế nào để động viên bạn ấy ạ?

NGUYỄN NGỌC MINH

(THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, Vĩnh Phúc)

Đáp:

Học giỏi là tốt rồi
Ra đời thêm vốn sống
Rèn luyện nói chỗ đông
Mỗi ngày thêm tấn tới
Giờ thì em chờ đợi

ANH PHÓ

CÁC LỚP 6 & 7

Bài 1(163). Tìm các số tự nhiên a, b, c sao cho a nhỏ nhất thỏa mãn $7a^2 - 9b^2 + 29 = 0$ và $9b^2 - 11c^2 - 25 = 0$.

CAO NGỌC TOẢN
(GV. THPT Tam Giang, Phong Điền, Thừa Thiên - Huế)

Bài 2(163). Cho tam giác ABC vuông tại A với đường cao AH (AB < AC). Trên tia AH lấy điểm D sao cho AD = BC. So sánh AB·CD và AC·BD.

NGUYỄN KHÁNH NGUYÊN
(Số 3/29E, đường Đà Nẵng, Hải Phòng)

CÁC LỚP THCS

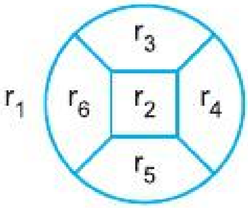
Bài 3(163). Giải phương trình $\sqrt{x - \frac{1}{x}} + 5\sqrt{1 - \frac{1}{x}} + 2 = 3x + \frac{2}{x}$.

NGUYỄN ĐỨC TẤN *(TP. Hồ Chí Minh)*

Bài 4(163). Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = a^2 + b^2 - \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) - 4a - \frac{13b}{4} + 4$, trong đó a, b là các số thực thỏa mãn $1 \le a \le 2$; $1 \le b \le 2$.

NGUYỄN VĂN NHO
(GV. THPT Nguyễn Duy Trinh, Nghi Lộc, Nghệ An)

Bài 5(163). Cho bản đồ M trong hình vẽ. Mỗi cách tô màu đòi hỏi hai vùng kề nhau không cùng màu.
a) Tìm một cách tô bằng 4 màu cho bản đồ đó.
b) M có tô được bằng 3 màu không? Tại sao?



VŨ KIM THỦY

Bài 6(163). Dựng ra phía ngoài tam giác ABC đã cho các tam giác đều ABE và ACF. Gọi M, P thứ tự là trung điểm của BC, EF. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên EF. Chứng minh rằng MP = MH.

NGUYỄN MINH HÀ
(GV. trường THPT chuyên Đại học Sư phạm Hà Nội)

SOLVE VIA MAIL COMPETITION QUESTIONS

Translated by Nam Vũ Thành

1(163). Find the natural numbers *a*, *b*, and *c* such that *a* is minimum and that $7a^2 - 9b^2 + 29 = 0$ and $9b^2 - 11c^2 - 25 = 0$.

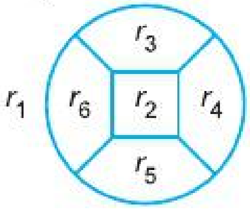
2(163). Given a triangle *ABC* with the right angle at *A*, *AB* < *AC*, and its height *AH*. Let *D* be a point on the ray *AH* such that *AD* = *BC*. Compare *AB·CD* and *AC·BD*.

PHIẾU ĐĂNG KÍ THAM DỰ CUỘC THI GTQT NĂM HỌC 2016-2017

3(163). Solve the following equation $\sqrt{x - \frac{1}{x}} + 5\sqrt{1 - \frac{1}{x}} + 2 = 3x + \frac{2}{x}$.

4(163). Given the real numbers a and b such that $1 \le a \le 2$ and $1 \le b \le 2$. Find the maximum value of the expression $P = a^2 + b^2 - \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) - 4a - \frac{13b}{4} + 4$.

5(163). Given a map *M* as in the following figure. The map is to be colored in such a way that any two adjacent regions are not of the same color.
a) Find a way to color the map using 4 colors.
b) Can the map *M* be colored using 3 colors? Why?



6(163). On the outside of a given triangle *ABC*, construct equilateral triangles *ABE* and *ACF*. Let *M* and *P* be the midpoints of *BC* and *EF*, respectively. Let *H* be the orthogonal projection of *A* onto *EF*. Prove that *MP* = *MH*.

TRƯỜNG THCS VĨNH TƯỜNG 40 NĂM XÂY DỰNG VÀ TRƯỞNG THÀNH

Hội đồng sư phạm nhà trường

Trường THCS Vĩnh Tường được đặt tại trung tâm thị trấn Vĩnh Tường, trước mặt là một hồ nước trong xanh, thơ mộng. Trong 40 năm xây dựng, đổi mới và phát triển, các thế hệ thầy và trò trường THCS Vĩnh Tường đã không ngừng nỗ lực vun đắp để ngôi trường mãi là điểm sáng của giáo dục tỉnh Vĩnh Phúc.

Bước vào thời kì đổi mới, bên cạnh việc giữ vững nề nếp truyền thống, THCS Vĩnh Tường đã tạo dựng cho mình một diện mạo mới. Hoạt động dạy và học của nhà trường đều mang thông điệp "Tầm nhìn, Tâm huyết, Trí tuệ" đào tạo nguồn nhân lực chất lượng cao cho tỉnh Vĩnh Phúc trong sự nghiệp công nghiệp hóa, hiện đại hóa đất nước. Đội ngũ giáo viên của trường ngày càng vững tay nghề, nhiều thầy cô giáo đã trở thành giáo viên dạy giỏi cấp huyện, cấp tỉnh.

Với những nỗ lực của thầy và trò nhà trường, cùng sự lãnh đạo thống nhất và đúng đắn của chi bộ, ban giám hiệu, chất lượng giáo dục của nhà trường luôn được duy trì và tiến bộ. Học sinh xếp loại văn hoá Giỏi chiếm từ 75% đến 80%, số học sinh xếp loại Trung bình chỉ còn dưới 0,5%. Có 100% học sinh xếp loại hạnh kiểm Khá và Tốt, không có học sinh vi phạm tệ nạn xã hội. Hàng năm có 50% số học sinh lớp 9 thi đỗ vào trường THPT chuyên Vĩnh Phúc; từ 10 đến 20 học sinh đỗ vào trường THPT chuyên của các trường Đại học.

Chất lượng học sinh giỏi hàng năm của trường được duy trì và không ngừng phát triển. Từ năm học 1997-1998 đến nay, nhà trường đã có: 1 huy chương Đồng các môn Khoa học thế giới (I.J.S.O); 2 HCV, 1 HCB Olympic toán Singapore mở rộng; 1 giải Nhất thi tuyên truyền giới thiệu sách toàn quốc; 132 giải Khu vực, Quốc gia: Olympic toán Hà Nội mở rộng, thi giải toán qua mạng, thi Tiếng Anh qua mạng, thi giải toán trên máy tính Casio; thi Thể dục Thể thao (Trong đó tổng cộng có 46 giải Nhất). Thi học sinh giỏi cấp tỉnh lớp 9 có 1951 giải các môn văn hóa (Trong đó có 126 giải Nhất).

Tạp chí Toán Tuổi thơ được học sinh nhà trường rất yêu thích, mỗi năm có từ 3 đến 5 em đoạt giải Cuộc thi giải toán qua thư theo năm học. Từ năm học 2008-2009 đến nay, mỗi năm nhà trường có ít nhất 2 học sinh dự thi Olympic Toán Tuổi thơ toàn quốc; Cuộc thi Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ toàn quốc và đã có: 10 HCV, 9 HCB, 3 HCĐ và 2 giải Khuyến Khích. Đặc biệt năm học 2008-2009 nhà trường có 5 học sinh (cả tỉnh Vĩnh Phúc có 6 học sinh) tham dự và cả 5 em đoạt giải với 2 HCV, 3 HCB.

Ghi nhận những kết quả đã đạt được, nhiều năm UBND tỉnh Vĩnh Phúc công nhận trường THCS Vĩnh Tường là đơn vị Lá cờ đầu bậc THCS; năm học 2012-2013 được Thủ tướng Chính phủ tặng Cờ thi đua đơn vị xuất sắc và tháng 11 năm 2015, nhà trường vinh dự được Chủ tịch nước tặng thưởng Huân chương Lao động hạng Nhất.

Giấy phép xuất bản: số 31/GP-BVHTT, cấp ngày 23/1/2003 của Bộ Văn hóa và Thông tin.
Mã số: 8BTT163M16. **In tại:** Công ty cổ phần in Công Đoàn Việt Nam, 167 Tây Sơn, Đống Đa, Hà Nội. In xong và nộp lưu chiểu tháng 10 năm 2016.

TRƯỜNG THCS GIẢNG VÕ, HÀ NỘI 26 NĂM HÌNH THÀNH VÀ PHÁT TRIỂN

Lễ khai giảng năm học 2016-2017

Trường THCS Giảng Võ, quận Ba Đình, Hà Nội là trường THCS lớn hàng đầu toàn quốc, với gần 200 cán bộ, giáo viên, công nhân viên và gần 4000 học sinh. Nhà trường luôn là đơn vị có thành tích cao của thành phố Hà Nội về chất lượng dạy và học. Năm học 2015-2016, trường THCS Giảng Võ tự hào là một điểm sáng của ngành Giáo dục quận Ba Đình và của TP. Hà Nội, là năm học mà nhà trường có thành tích vượt trội nhất trong suốt 26 năm qua.

Thi giáo viên giỏi cấp quận, nhà trường có 8 giáo viên đạt giải với 1 giải Xuất sắc (cô giáo Lê Thị Loan), 3 giải Nhất, 4 giải Nhì. Thi đồ dùng dạy học tự làm cấp quận: có 7 giải, trong đó 1 Nhất, 3 Nhì, 3 Ba. Thi giáo viên giỏi cấp thành phố có 1 giáo viên đoạt giải Nhất môn Vật lí.

Số học sinh đoạt Học bổng loại I là 246 em, loại II 264 em.

Kết quả thi học sinh giỏi cấp quận: Học sinh giỏi các môn văn hóa lớp 9; Olympic tiếng Anh 6, 7, 8; Violympic toán qua mạng; tiếng Anh qua mạng (IOE); Olympic toán 8 có tổng cộng 432 giải, trong đó: 54 Nhất, 104 Nhì, 141 Ba, 133 giải Khuyến Khích.

Kết quả thi học sinh giỏi cấp thành phố: Học sinh giỏi các môn văn hóa lớp 9; Olympic tiếng Anh qua mạng (IOE lớp 9); Violympic toán qua mạng lớp 9; Olympic tiếng Anh thành phố (Languagelink) lớp 9; Olympic toán Hà Nội mở rộng có tổng cộng 142 giải, trong đó có: 11 Nhất, 43 Nhì, 63 Ba, 25 giải Khuyến Khích.

Thi học sinh giỏi cấp Quốc gia - Khu vực, có 26 giải, trong đó Violympic toán Quốc gia: 4 HCĐ; thi APMOPS (thi toán Châu Á - Thái Bình Dương): 1 Bạch kim, 1 HCV, 4 HCĐ; cuộc thi Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ toàn quốc 2016: 1 HCB, 3 HCĐ, 2 giải Triển vọng; Tiếng Anh qua mạng (IOE) lớp 9 cấp Quốc gia: 2 HCV, 3 HCB, 3 HCĐ, 1 giải Khuyến Khích; Olympic Tài năng tiếng Anh toàn quốc lần thứ III: 1 HCB.

Thi học sinh giỏi Quốc tế, tổng cộng có 108 giải. Nhà trường vinh dự được Bộ Giáo dục và Đào tạo, Sở Giáo dục và Đào tạo Hà Nội giao nhiệm vụ thành lập đoàn học sinh tham dự cuộc thi tại Thái Lan và Trung Quốc. Thi Toán - Khoa học Quốc tế tại Thái Lan có 12 học sinh tham gia và đoạt 12 Huy chương gồm 2 HCV, 6 HCB, 4 HCĐ. Thi Vô địch đội tuyển toán tại Trung Quốc: 4 HCB, 4 HCĐ. Thi toán Quốc tế giữa các thành phố (ITOT-2015) có 5 Nhất, 7 Nhì, 17 Ba. Thi Toán AMC 8 (Cuộc thi toán Hoa Kỳ) có 3 HCV, 6 HCB, 5 HCĐ. Thi toán Quốc tế giữa các thành phố (ITOT-2016) có 6 HCV, 6 HCB, 13 HCĐ. Thi tìm kiếm tài năng Toán học trẻ lần thứ II, 2016 (MYTS) có 4 HCV, 7 HCB, 9 HCĐ.

Các cuộc thi phong trào nhà trường luôn đạt thành tích cao cấp quận, cấp thành phố và cấp quốc gia, với tổng cộng 18 giải Nhất, 13 giải Nhì, 15 giải Ba. Thi thể thao cấp quận có 4 HCV, 3 HCB, 16 HCĐ; cấp thành phố có 19 HCV, 16 HCB, 17 HCĐ, 1 giải đồng đội; cấp quốc gia có 11 HCV; 4 HCB.

Cuối năm học 2015-2016, nhà trường có 464 lượt học sinh đỗ vào các trường THPT chuyên với nhiều em đạt số điểm Thủ khoa.

Nhà trường đã vinh dự được tặng nhiều danh hiệu và phần thưởng cao quý của Nhà nước, Chính phủ, của thành phố Hà Nội và của ngành Giáo dục: Bằng khen của Chính phủ, Bằng khen của Bộ Giáo dục và Đào tạo; Huân chương Lao động hạng Ba năm 1997, hạng Nhì năm 2004, hạng Nhất năm 2009; Huân chương Độc lập hạng Ba năm 2014.