



# Toán

tuổi thơ 2

7  
9  
170  
NĂM HỌC 2016 - 2017

TRUNG HỌC CƠ SỞ

Giá: 10000đ

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM - BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO



5.6.2017 CLB TOÁN TUỔI THƠ TOÀN QUỐC  
TỔ CHỨC TẠI TRÀ VINH

# TIN TỨC - HOẠT ĐỘNG - GẶP GỠ



Các thành viên Ban tổ chức tại Trà Vinh

- Ngày 22.2.2017, ThS. Vũ Kim Thủy, Tổng biên tập tạp chí Toán Tuổi thơ đã có buổi làm việc tại trường Đại học Trà Vinh, đơn vị đăng cai Cuộc thi Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ toàn quốc 2017. Cùng làm việc có ông Võ Hoàng Khải, Phó Hiệu trưởng trường Đại học Trà Vinh; ông Nguyễn Đình Bá, Phó trưởng Phòng Giáo dục Tiểu học; ông Nguyễn Văn Tiếp, chuyên viên Phòng Giáo dục Trung học, Sở GD - ĐT Trà Vinh; Lãnh đạo các phòng ban của trường Đại học Trà Vinh. Trường Đại học Trà Vinh đang đào tạo hơn 20000 sinh viên, có khuôn viên rộng 53 ha với rất nhiều cây xanh và hệ thống các giảng đường, hội trường, kí túc xá được xây dựng rất đẹp và đồng bộ. Dự kiến Lễ khai mạc ngày 4.6.2017, Lễ bế mạc ngày 6.6.2017 sẽ được tổ chức tại trường Đại học Trà Vinh; ngày 5.6.2017 tổ chức thi tại trường Thực hành Sư phạm thuộc Đại học Trà Vinh với khuôn viên rộng 3 ha. Cuộc thi sẽ được tổ chức ba vòng thi: Thi cá nhân, Thi Tiếp sức Toán và Thi Du lịch Toán học với cả cấp Tiểu học và bậc Trung học cơ sở.
- Ngày 25.2 và 26.2.2017 tại trường THPT Chuyên Hưng Yên, Hội Toán học Hà Nội phối hợp với Sở GD-ĐT Hưng Yên tổ chức **Hội thảo khoa học** Các chuyên đề chọn lọc bởi những học sinh giỏi toán THPT tỉnh Hưng Yên lần thứ nhất năm 2017 thu hút gần 200 thầy cô giáo dạy Toán. Dự Hội thảo có ThS. Nguyễn Văn Phê, Giám đốc Sở GD-ĐT Hưng Yên; NGND. GS. TSKH. Nguyễn Văn Mậu, Chủ tịch Hội Toán học Hà Nội; GS. TSKH. Trần Văn Nhụng, Tổng thư ký Hội đồng chức danh Giáo sư Nhà nước; các nhà khoa học,

các nhà giáo lão thành, giáo viên toàn đến từ các tỉnh thành trong cả nước. Hội thảo có 2 phần chính: Phiên họp toàn thể và Hội nghị bàn tròn các chuyên đề về bồi dưỡng học sinh giỏi Toán THPT. Hội thảo đã nhận được 25 chuyên đề về toán học. Có 15 chuyên đề được lựa chọn báo cáo tại Hội thảo đã được quan tâm, trao đổi, đánh giá cao về lý thuyết, đặc biệt là bài tập ứng dụng của các đại biểu dự Hội thảo. Bên lề Hội thảo, các đại biểu tham dự cũng được tham quan những di tích văn hóa, lịch sử của Hưng Yên.



ThS. Vũ Kim Thủy và TS. Tạ Ngọc Trí trao thưởng cho các thí sinh được chứng chỉ hạng Prize

- Ngày 27.2.2017, tại trường THCS Cầu Giấy, Q. Cầu Giấy, Hà Nội diễn ra Lễ trao giải cuộc thi vô địch Toán cấp Trung học Úc mở rộng (AIMO 2016). Tới dự có TS. Tạ Ngọc Trí, chuyên viên Vụ Giáo dục Tiểu học, Bộ Giáo dục và Đào tạo; ThS. Vũ Kim Thủy, Tổng biên tập tạp chí Toán Tuổi thơ; PGS. TS. Lê Anh Vinh, Trưởng khoa Sư Phạm, trường Đại học Giáo dục; ThS. Nguyễn Thanh Tịnh, Phó Trưởng Phòng Giáo dục và Đào tạo Cầu Giấy; ThS. Lê Đức Thuận, Phó Trưởng Phòng Giáo dục và Đào tạo Hoàn Kiếm ... Lần đầu tiên kì thi được tổ chức tại Việt Nam do trường THCS Cầu Giấy đăng cai tổ chức vào ngày 11.9.2016 với gần 500 thí sinh đến từ 25 trường THCS và THPT trên địa bàn thành phố Hà Nội tham dự. Có 172 thí sinh đoạt giải, trong đó có 4 thí sinh được chứng chỉ hạng **Prize** và 15 thí sinh được chứng chỉ hạng **High Distinction**.



**Children's  
Fun Maths  
Journal**

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM - BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

**HỘI ĐỒNG BIÊN TẬP**

Tổng biên tập: ThS. VŨ KIM THỦY

Thư ký tòa soạn: Trưởng ban biên tập:  
**NGUYỄN NGỌC HÂN** **TRẦN THỊ KIM CƯƠNG**

**ỦY VIÊN**

NGND. VŨ HỮU BÌNH  
TS. GIANG KHẮC BÌNH  
TS. TRẦN ĐÌNH CHÂU  
TS. VŨ ĐÌNH CHUẨN  
TS. NGUYỄN MINH ĐỨC  
ThS. NGUYỄN ANH DŨNG  
TS. NGUYỄN MINH HÀ  
PGS. TS. LÊ QUỐC HÂN  
PGS. TSKH. VŨ ĐÌNH HÒA  
TS. NGUYỄN ĐỨC HOÀNG  
ThS. NGUYỄN VŨ LOAN  
NGUYỄN ĐỨC TẤN  
PGS. TS. TÔN THÂN  
TRƯƠNG CÔNG THÀNH  
PHẠM VĂN TRỌNG  
ThS. HỒ QUANG VINH

**TÒA SOẠN**

Tầng 5, số 361 đường Trường Chinh,  
quận Thanh Xuân, Hà Nội  
Điện thoại (Tel): 04.35682701  
Điện sao (Fax): 04.35682702  
Điện thư (Email): bbttoantuoiho@gmail.com  
toantuoiho@vnn.vn  
Trang mạng (Website): <http://www.toantuoiho.vn>

**ĐẠI DIỆN TẠI MIỀN NAM**

**NGUYỄN VIỆT XUÂN**

391/150 Trần Hưng Đạo, P. Cầu Kho, Q.1, TP. HCM  
ĐT: 08.66821199, ĐD: 0973 308199

Trị sự - Phát hành: **TRỊNH THỊ TUYẾT TRANG,**  
**VŨ ANH THƯ, NGUYỄN HUYỀN THANH**

Ché bản: **ĐỖ TRUNG KIÊN**

Mĩ thuật: Họa sĩ **TÚ ÂN**

**CHIẾU TRÁCH NHIỆM XUẤT BẢN**

Chủ tịch Hội đồng Thành viên NXBGD Việt Nam:

**MẠC VĂN THIỆN**

Tổng Giám đốc NXBGD Việt Nam:

**GS. TS. VŨ VĂN HÙNG**

Phó Tổng Giám đốc kiêm Tổng biên tập NXBGD Việt Nam:

**TS. PHAN XUÂN THÀNH**

# TRONG SỐ NÀY

**Dành cho học sinh lớp 6 & 7**

**Tr 2**

Ôn tập chương II lớp 6 số nguyên

*Đinh Thị Hoa*

Dùng hình phụ là tam giác đều  
để giải toán

**Tr 3**

*Đinh Thị Quyến*

**Học ra sao? Giải toán thế nào?**

**Tr 4**

Lập phương trình bằng cách dùng sơ đồ  
*Trần Tươi*

Một số phương pháp giải phương trình  
chứa ẩn ở mẫu

**Tr 5**

*Hà Văn Nhân*

**Đo trí thông minh**

**Tr 6**

Số còn thiếu?

*Tạ Thập*

**Cửa sổ AC**

**Tr 7**

Du lịch Trà Vinh

*Vũ Kim Thủy*

**Phá án cùng thám tử Sêlôccôc**

**Tr 12**

Chiếc đồng hồ biến đi đâu?

*Lê Ngọc Thái Hà*

**Compa vui tính**

**Tr 15**

Đúng hay sai?

*Thái Nhật Phượng*

**Đề thi các nước**

**Tr 19**

AMC 2016 - Junior Division

*Tạ Ngọc Trí*

**Trường Olympic**

**Tr 20**

Các nhà văn nhà thơ yêu toán

*Bình Nam Hà*

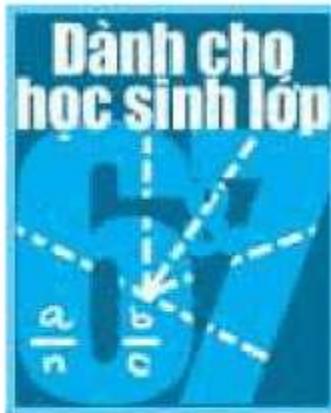
**Dành cho các nhà toán học nhỏ**

**Tr 23**

Mở rộng hai bài toán hay

*Trần Quang Hùng*

**Bìa 1: Công ty cổ phần Mĩ thuật và Truyền thông**



# ÔN TẬP CHƯƠNG II LỚP 6

## SỐ NGUYÊN

ĐINH THỊ HOA

(GV. THCS Lý Tự Trọng, TP. Ninh Bình, Ninh Bình)

### A. Lí thuyết

Các bạn hãy ôn lại các kiến thức sau:

1. Tập hợp  $\mathbb{Z}$ . Thứ tự trong  $\mathbb{Z}$ .
2. Giá trị tuyệt đối của một số nguyên.
3. Cộng 2 số nguyên và tính chất của phép cộng.
4. Phép trừ 2 số nguyên.
5. Quy tắc dấu ngoặc, cách tính nhanh 1 tổng đại số.

• Quy tắc bỏ dấu ngoặc: Khi bỏ dấu ngoặc: nếu đẳng trước dấu ngoặc là dấu "+" thì các số hạng trong dấu ngoặc vẫn giữ nguyên; nếu đẳng trước dấu ngoặc là dấu "-" thì ta phải đổi dấu các số hạng trong ngoặc.

• Cách tính nhanh 1 tổng đại số:

Bước 1. Bỏ hết các dấu ngoặc và đổi dấu nếu có.

Bước 2. Thay đổi tùy ý vị trí các số hạng kèm theo dấu của chúng, rồi đặt dấu ngoặc để nhóm các số hạng một cách hợp lý theo dấu đặt trước các số như: hai số đối nhau, các số chẵn chục, chẵn trăm,... hoặc tổng chẵn chục, chẵn trăm,...

### 6. Quy tắc chuyển về

Khi chuyển một số hạng từ vế này sang vế kia của một đẳng thức thì ta phải đổi dấu số hạng đó. Dấu "-" đổi thành dấu "+" và dấu "+" thành dấu "-".

### 7. Phép nhân, tính chất của phép nhân.

### 8. Bội và ước của một số nguyên.

### 9. Phép chia.

### B. Bài tập

#### Dạng 1. So sánh các tổng đại số.

**Ví dụ 1.** Sắp xếp các số sau theo thứ tự tăng dần  
-15; -20; 4; 0; -1; -2011; |-2009|; -2008.

**Lời giải.** Các số viết theo thứ tự tăng dần: -2011; -2008; -20; -15; -1; 0; 4; |-2009|.

#### Ví dụ 2. So sánh

- a.  $(-15) + (-18)$  và  $15 + (-18)$ .

- b.  $(-1) + (-2) + (-3) + \dots + (-100)$  và 0.

- c.  $(-2010). 2011$  và  $(-2011). 2010$ .

**Lời giải.** a. Ta có  $(-15) + (-18) = -(15 + 18) = -33$ .  
 $15 + (-18) = -(18 - 15) = -3$ .

Suy ra  $(-15) + (-18) < 15 + (-18)$ .

b. Ta thấy  $(-1) + (-2) + (-3) + \dots + (-100)$  là tổng của các số nguyên âm nên tổng này có giá trị âm.

Vậy  $(-1) + (-2) + (-3) + \dots + (-100) < 0$ .

c.  $(-2010). 2011 = -2010. 2011$ .  
 $(-2011). 2010 = -2011. 2010$ .

Vậy  $(-2010). 2011 = (-2011). 2010$ .

#### Dạng 2. Thực hiện phép tính

#### Ví dụ 3. Tính nhanh

- a.  $A = (39 - 458) + (-542 + 61)$ .  
b.  $B = -93(1 - 405) - 405. 93$ .

**Lời giải.** a.  $A = 39 - 458 - 542 + 61$   
 $= (39 + 61) - (458 + 542) = 100 - 1000 = -900$ .  
b.  $B = -93 + 93. 405 - 405. 93 = -93 + 0 = -93$ .

#### Ví dụ 4. Tính giá trị của biểu thức sau

- a.  $A = a - 31 - b + 31 + b$  với  $a = -2010$ ,  $b = 2009$ .  
b.  $B = 3. a^2.b$  với  $a = -5$ ,  $b = 4$ .

**Lời giải.** a. Ta có  $A = -2010 - 31 - 2009 + 31 + 2009 = -2010 + 0 + 0 = -2010$ .

b. Ta có  $B = 3. (-5)^2. 4 = 3. 25. 4 = 300$ .

#### Ví dụ 5. Tim x, biết

- a.  $|x| = 10$ . b.  $|x| = -5$ .

**Lời giải.** a. Ta có  $|x| = 10$  suy ra  $x = \pm 10$ .

b. Vì  $|x| \geq 0$  với mọi  $x$  nên không có giá trị nào của  $x$  thỏa mãn  $|x| = -5$ .

#### Ví dụ 6. Tim số nguyên $n$ biết $3n + 1 : (n - 2)$ .

**Lời giải.** Ta có  $3n + 1 = 3(n - 2) + 7$ .

Vì  $3(n - 2) : (n - 2)$  nên để  $3n + 1 : (n - 2)$  thì  $7 : (n - 2)$ .

Suy ra  $n - 2$  là ước của 7  $\Rightarrow n - 2 \in \{1; 7; -1; -7\}$ .

Vậy  $n \in \{3; 9; 1; -5\}$ .



# DÙNG HÌNH PHỤ LÀ TÂM GIÁC ĐỀU ĐỂ GIẢI TOÁN

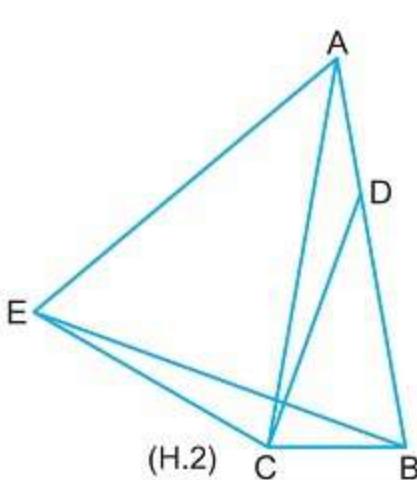
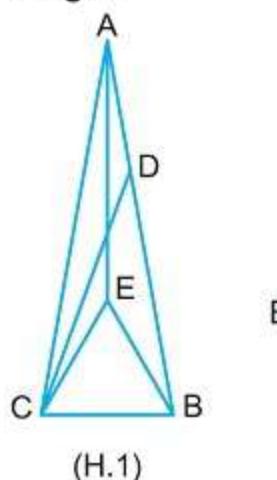
**ĐỊNH THỊ QUYỀN**

(GV. THPT Nam Đông Quan, Đông Hưng, Thái Bình)

Khi giải các bài toán hình học, nhất là những bài toán khó nhiều khi ta phải vẽ thêm các hình phụ. Có rất nhiều cách vẽ thêm hình phụ, sau đây tôi xin giới thiệu cách vẽ thêm hình phụ là tam giác đều.

**Ví dụ 1.** Trên cạnh AB của tam giác cân ABC ( $AB = AC$ ), có góc ở đáy bằng  $80^\circ$ , lấy điểm D sao cho  $AD = BC$ . Tính số đo góc ACD.

Lời giải.



**Cách 1 (H.1).** Dựng tam giác đều BCE (E, A thuộc cùng một nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng BC).

Ta có  $\widehat{ACE} = 20^\circ (= \hat{A})$ .

- $\Delta AEB = \Delta AEC$  (c.c.c)

 $\Rightarrow \widehat{CAE} = \widehat{BAE} = 10^\circ$ .
 

- $\Delta AEC = \Delta CDA$ . Suy ra  $\widehat{CAE} = \widehat{ACD}$ .

Mà  $\widehat{CAE} = 10^\circ \Rightarrow \widehat{ACD} = 10^\circ$ .

**Cách 2 (H.2).** Dựng tam giác đều ABE (E, C thuộc cùng một nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng AB).

Ta có  $\widehat{CBE} = 80^\circ - 60^\circ = 20^\circ$ .

Dễ dàng chứng minh được  $\Delta ADC = \Delta BCE$ .

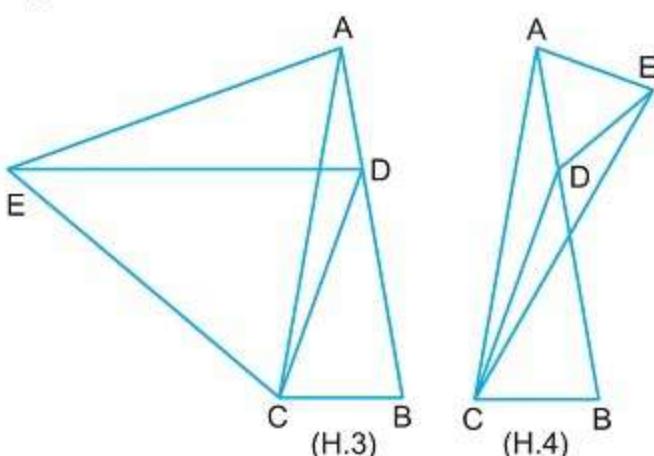
Suy ra  $\widehat{ACD} = \widehat{BEC}$ .

$\Delta ACE$  có  $AE = AC$  mà  $\widehat{CAE} = 60^\circ - 20^\circ = 40^\circ$ .

Suy ra  $\widehat{AEC} = 70^\circ$ .

Từ đó  $\widehat{BEC} = 70^\circ - \widehat{BEA} = 10^\circ$ .

Vậy  $\widehat{ACD} = 10^\circ$ .



**Cách 3 (H.3).** Dựng tam giác đều ACE (E, B nằm ở 2 nửa mặt phẳng đối nhau bờ là AC).

Từ đó  $\widehat{DAE} = 20^\circ + 60^\circ = 80^\circ = \hat{B}$ .

Ta có  $\Delta ADE = \Delta BCA$  (c.g.c).

Mà  $\Delta ABC$  cân nên suy ra  $\Delta ADE$  cân tại E.

Do đó  $\widehat{DEA} = 20^\circ \Rightarrow \widehat{DEC} = 40^\circ$ .

$\Delta CDE$  cân tại E mà  $\widehat{DEC} = 40^\circ$  nên

$$\widehat{ECD} = \frac{180^\circ - 40^\circ}{2} = 70^\circ.$$

Vậy  $\widehat{ACD} = 70^\circ - \widehat{ECA} = 70^\circ - 60^\circ = 10^\circ$ .

**Cách 4 (H.4).** Dựng tam giác đều ADE (E, C nằm ở hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ là đường thẳng AB).

Ta có  $\Delta AEC = \Delta ABC$  (c.g.c).

Suy ra  $CE = AB \Rightarrow CE = CA$ .

Từ đó  $\Delta ADC = \Delta EDC$  (c.c.c). Suy ra  $\widehat{ACD} = \widehat{ECD}$ .

Do  $\Delta ACE$  cân tại C nên

$$\widehat{ACE} = 180^\circ - 2 \cdot 80^\circ = 20^\circ.$$

$$\Rightarrow \widehat{ACD} = \frac{1}{2} \cdot 20^\circ = 10^\circ.$$

(Kì sau đăng tiếp)

## Học ra sao



# LẬP PHƯƠNG TRÌNH BẰNG CÁCH DÙNG SƠ ĐỒ

TRẦN TƯƠI

(GV. THCS Huỳnh Thúc Kháng, Krông Pắc, Đăk Lăk)

**Giải bài toán bằng cách lập phương trình** là một trong những trọng tâm của Đại số 8, đòi hỏi học sinh có khả năng phân tích và trừu tượng hóa các sự kiện đã cho trong bài toán thành các biểu thức, phương trình. Để làm điều này có thể lập phương trình để diễn giải bài toán bằng cách dùng **sơ đồ**. Bài viết này tập trung chủ yếu vào việc diễn giải bài toán thành sơ đồ để dẫn đến lập được phương trình nên phần lời giải chỉ mang tính chất gợi ý.

### A. Cách lập phương trình

- \* Dùng từ ngữ (chưa đặt ẩn) để biểu thị mối liên hệ giữa các đại lượng.
- \* Chọn ẩn số và đặt điều kiện thích hợp cho ẩn. Nếu ẩn x biểu thị con người, con vật, đồ vật,... thì điều kiện x là số nguyên dương. Tuy nhiên, tùy từng bài toán, ta sẽ chọn điều kiện phù hợp cho ẩn.
- \* Bước lập phương trình là phần quan trọng và khó khăn nhất. Chúng ta có thể căn cứ vào các từ khóa trong bài, ví dụ: hơn, kém, tăng, giảm, gấp, trước, sau, tổng, hiệu, tất cả, không đổi, ... để chuyển chúng thành các kí hiệu toán học.

### B. Các ví dụ

**Ví dụ 1.** Một người đi xe đạp từ A đến B với vận tốc trung bình 15 km/h. Lúc về, người đó đi với vận tốc trung bình 12 km/h nên thời gian về nhiều hơn thời gian đi là 45 phút. Tính quãng đường AB.

*Phân tích bài toán như sau:*

$$\begin{array}{ccc} \text{Thời gian về} & - & \text{Thời gian đi} = \frac{3}{4} \text{ h} \\ \uparrow & & \uparrow \\ \text{Quãng đường AB : } 12 & & \text{Quãng đường AB : } 15 \\ \uparrow & & \uparrow \\ x & & \end{array}$$

Dựa vào sơ đồ trên, ta giải bài toán như sau:

**Lời giải.** Gọi quãng đường AB là x (km), ( $x > 0$ ).

Thời gian lúc đi, lúc về của người đó lần lượt là  $\frac{x}{12}$  (h);  $\frac{x}{15}$  (h).

Vì thời gian về nhiều hơn thời gian đi  $\frac{3}{4}$  (h) nên ta

có phương trình  $\frac{x}{12} - \frac{x}{15} = \frac{3}{4} \Rightarrow x = 45$  (thỏa mãn).

Vậy quãng đường AB dài 45 km.

**Ví dụ 2.** Hai đội dân công cùng sửa một con mương hết 24 ngày. Mỗi ngày phần việc đội I làm được bằng  $\frac{3}{2}$  phần việc của đội II. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi đội sẽ sửa xong con mương trong bao lâu?

*Phân tích bài toán như sau:*

$$\begin{array}{ccc} \text{Phần việc đội I} + \text{Phần việc đội II} = \text{Phần việc 2 đội} \\ \text{làm riêng (1 ngày)} \quad \text{làm riêng (1 ngày)} \quad \text{làm chung (1 ngày)} \\ \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \\ \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{x} \quad 1: (\text{Số ngày đội II làm riêng}) \quad \frac{1}{24} \end{array}$$

**Lời giải.** Gọi số ngày đội II làm riêng để làm xong công việc là x ( $x > 0$ ).

Phần việc đội II và đội I làm riêng trong 1 ngày là  $\frac{1}{x}$  (công việc) và  $\frac{3}{2x}$  (công việc).

$$\text{Theo bài ra ta có } \frac{1}{x} + \frac{3}{2x} = \frac{1}{24} \Rightarrow x = 60.$$

Vậy số ngày đội II và đội I sửa xong con mương là 60 ngày và 40 ngày.

**Ví dụ 3.** Một ca nô xuôi dòng từ A đến B mất 4 giờ và ngược dòng từ B về A mất 5 giờ. Tính khoảng cách AB, biết vận tốc dòng nước 2 km/h.

*Phân tích bài toán như sau:*

$$\begin{array}{ccc} \text{Vận tốc xuôi dòng} - \text{Vận tốc ngược dòng} = 2.2 \\ \uparrow \quad \uparrow \\ \text{Khoảng cách AB : } 4 \quad \text{Khoảng cách AB : } 5 \\ \uparrow \quad \uparrow \\ x \quad x \end{array}$$

**Lời giải.** Gọi khoảng cách AB là x (km), ( $x > 0$ ).

Theo bài ra ta có phương trình

$$\frac{x}{4} - \frac{x}{5} = 2 \Rightarrow x = 80.$$

Vậy khoảng cách AB là 80 km.



# MỘT SỐ PHƯƠNG PHÁP GIẢI PHƯƠNG TRÌNH CHỨA ẨN Ở MẪU

HÀ VĂN NHÂN

(GV. THCS Hoằng Xuân, Hoằng Hòa, Thanh Hóa)

Phương trình (PT) chứa một ẩn ở mẫu là một trong những kiến thức quan trọng được đề cập xuyên suốt trong tất cả các khối lớp từ lớp 6 đến lớp 9 với từng mức độ khác nhau. Sau đây tôi xin giới thiệu một số phương pháp riêng giải loại phương trình trên phù hợp với điều kiện đề bài.

## I. PHƯƠNG PHÁP CHUNG GIẢI PHƯƠNG TRÌNH CHỨA ẨN Ở MẪU

- \* Tìm điều kiện xác định của PT.
- \* Quy đồng mẫu 2 vế của PT rồi khử mẫu.
- \* Giải phương trình vừa nhận được.
- \* Kết luận nghiệm.

## II. MỘT SỐ PHƯƠNG PHÁP RIÊNG

### 1. Phân tích hoặc nhóm các phân thức

#### Ví dụ 1. Giải phương trình

$$\frac{1}{x^2+5x+4} + \frac{1}{x^2+11x+28} + \frac{1}{x^2+17x+70} = \frac{3}{4x-2}$$

Lời giải. ĐKXĐ:  $x \notin \{-10; -7; -4; -1; \frac{1}{2}\}$ .

Phương trình đã cho tương đương với

$$\frac{1}{(x+1)(x+4)} + \frac{1}{(x+4)(x+7)} + \frac{1}{(x+7)(x+10)} = \frac{3}{4x-2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3} \left[ \left( \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+4} \right) + \left( \frac{1}{x+4} - \frac{1}{x+7} \right) + \left( \frac{1}{x+7} - \frac{1}{x+10} \right) \right]$$

$$= \frac{3}{4x-2} \Leftrightarrow \frac{1}{3} \left( \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+10} \right) = \frac{3}{4x-2}$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 7x + 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = -4. \end{cases}$$

So sánh với ĐKXĐ thì PT có nghiệm là  $x = -3$ .

### 2. Đưa về phương trình bậc cao giải được

#### Ví dụ 2. Giải phương trình

$$\frac{2x}{3x^2-5x+2} + \frac{13x}{3x^2+x+2} = 6.$$

Lời giải. ĐKXĐ:  $x \notin \{1; \frac{2}{3}\}$ .

PT đã cho tương đương với

$$\begin{aligned} 2x(3x^2 + x + 2) + 13x(3x^2 - 5x + 2) \\ = 6(3x^2 + x + 2)(3x^2 - 5x + 2) \\ \Leftrightarrow 54x^4 - 117x^3 + 105x^2 - 78x + 24 = 0 \\ \Leftrightarrow (2x-1)(3x-4)(9x^2-3x+6) = 0. \end{aligned}$$

Vì  $9x^2 - 3x + 6 = \left(3x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{23}{4} > 0$  nên PT đã cho có hai nghiệm  $x_1 = \frac{1}{2}; x_2 = \frac{3}{4}$ .

### 3. Đặt ẩn phụ

**Ví dụ 3.** Giải phương trình  $\frac{x^4 + 3x^2 + 1}{x^3 + x^2 - x} = 3$ .

Lời giải. ĐKXĐ:  $x \notin \left\{0; \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}\right\}$ .

Chia cả tử và mẫu ở vế trái cho  $x^2$  rồi rút gọn, đặt  $t = x - \frac{1}{x}$ , phương trình trên trở thành

$$\frac{t^2 + 5}{t+1} = 3 \Leftrightarrow t^2 - 3t + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 2. \end{cases}$$

• Với  $t = 1$ , ta có  $x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$ .

• Với  $t = 2$ , ta có  $x = 1 \pm \sqrt{2}$ .

Phương trình đã cho có 4 nghiệm là:

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}; x_{3,4} = 1 \pm \sqrt{2}.$$

### Bài tập

#### Bài 1. Giải phương trình

$$\frac{x+1}{x-1} + \frac{x+2}{x-2} + \frac{x+3}{x-3} + \frac{x+4}{x-4} = 4.$$

**Bài 2.** Giải phương trình  $\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ .



# Kì này + SỐ CÒN THIẾU? +

Bài 1. Viết số tiếp theo của dãy số:

8179; 6399; 6237; 2294; ?.

Bài 2. Tìm số còn thiếu.

5	8
33	

2	10
14	

9	3
84	

7	10
?	

TẠ THẬP

Kết quả

## TÌM KIẾM

**Quy luật.** Bài 1. Xét các đơn thức chứa trong các quả bóng A =  $x^4y^9$ , B =  $x^6y^6$ , C =  $x^2y^{19}$ , D =  $x^{12}y^3$ .

Quy luật 1. Tích các số mũ của các đơn thức trong các quả bóng A, B, D bằng 36, còn trong quả bóng C tích đó bằng 38. Vậy quả bóng C khác với các quả bóng còn lại.

Quy luật 2. Các đơn thức trong các quả bóng A, C, D có **bậc lẻ**, còn đơn thức trong quả bóng B có **bậc chẵn**. Vậy quả bóng B khác với các quả bóng còn lại.

Quy luật 3. Tổng các số mũ của các đơn thức trong các quả bóng B, C, D là **bội số của 3**, còn tổng các số mũ của các đơn thức trong quả bóng A không là bội số của 3. Vậy quả bóng A khác với các quả bóng còn lại.

Ngoài ra còn có thể xét tính chia hết của các đơn thức cho  $x^2y^3$ , ...

Bài 2. Quan sát số nằm trong hình vuông và các số nằm trên các đỉnh của ba hình vuông từ bên trái ta thấy: Số nằm trong hình vuông bằng tổng bốn số nằm trên các đỉnh trừ đi hai lần số thứ tự của hình vuông đó. Vậy số cần tìm trong hình vuông thứ tư là  $(6 + 7 + 5 + 16) - 2 \cdot 4 = 26$ .

Nhận xét. Cả hai bài kì này đều dễ, tất cả các bạn tham gia gửi bài đều tìm ra quy luật đúng. Bài 1 có thể nhìn theo các khía cạnh khác nhau để tìm ra nhiều quy luật.

Xin trao thưởng cho các bạn diễn đạt bằng lời cụ thể, chính xác Bài 2 và tìm

(TTT2 số 167)

được nhiều quy luật của Bài 1: *Lương Tùng Lâm, 7H, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, Phú Thọ; Lê Ngọc Hoa, Trần Hồng Quý, 9E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, Vĩnh Phúc; Mai Thành Tâm, 8A, THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên, Vĩnh Phúc; Phan Trung Hiếu, 7B, THCS Nguyễn Trãi, Nghi Xuân, Hà Tĩnh.*

Các bạn sau có lời giải đúng được tuyên dương: *Nguyễn Đăng Khoa, 8A3, THCS Lâm Thao, Vũ Văn Dũng, 8C, THCS Cao Mại, Lâm Thao, Phú Thọ; Nguyễn Minh Tiến, 7B, THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên, Vĩnh Phúc; Nguyễn Ngọc Minh, 8D, THCS An Tảo, TP. Hưng Yên, Hưng Yên; Nguyễn Trúc Quỳnh, 8/1, THCS Lê Văn Thiêm, TP. Hà Tĩnh, Hà Tĩnh.*

NGUYỄN XUÂN BÌNH

## ĐÍNH CHÍNH

Trong chuyên mục Đến với tiếng Hán (TTT2 số 152) đã có sự nhầm lẫn từ do quá trình đánh máy. Từ đúng là “你” và cả câu là “**你去过北京吗?**” Bạn đã từng đến Bắc Kinh chưa?”. Tác giả thành thật xin lỗi độc giả vì sự nhầm lẫn này. Rất mong bạn đọc thông cảm.

TTT



# DU LỊCH TRÀ VINH

## VŨ KIM THỦY

AC là từ viết tắt của Cộng đồng ASEAN bằng Tiếng Anh (ASEAN Community). Cộng đồng ASEAN thành lập chính thức từ 31.12.2015. Năm 2016 này tạp chí Toán Tuổi thơ mở chuyên mục cửa sổ AC để bạn đọc hiểu hơn về vùng đất, con người rộng lớn của 10 quốc gia với 625 triệu dân.

Năm giữa 2 con sông Tiền và sông Hậu của dòng Cửu Long, bên phải là Biển Đông, tỉnh Trà Vinh rộng 2295 km<sup>2</sup> với hơn 1 triệu dân sinh sống. Đây là tỉnh có đông người Khmer (300 000 người), chiếm tỉ lệ gần 30% dân số (tỉ lệ cao nhất trong các tỉnh). Mỗi năm vào mùa khô, nước mặn nhiễm vào hơn 40 km, năm 2016 gần như cả tỉnh bị nhiễm mặn. Hầu như cả tỉnh chỉ làm được một vụ lúa chính.

Thành phố Trà Vinh nằm bên sông Long Bình, xinh xắn, sạch đẹp với nhiều cây cổ thụ. Đa số nhà trong thành phố là 1, 2 tầng ẩn giữa những vòm cây xanh.

Toàn tỉnh Trà Vinh có 142 ngôi chùa tọa lạc khắp 8 huyện, thành phố. Nhiều tác phẩm điêu khắc độc đáo mang dấu ấn của Bà La Môn giáo, Phật giáo như ngẫu tượng Linga - Yoni, Mukhalinga, tượng Thần (Shiva, Vishnu), Avalokitesvara, Lokesvara, tượng Phật... được tìm thấy ở Trà Vinh. Trong quá trình phát triển, yếu tố tín ngưỡng, tôn giáo trong cộng đồng người Khmer ở Trà Vinh luôn có sự đan xen, hòa quyện tạo nên một nền văn hóa độc đáo mang bản sắc riêng. Từ thành phố Hồ Chí Minh khoảng hơn 130 km sẽ tới Trà Vinh. Trên đường đi bạn sẽ gặp cây cầu Rạch Miễu bắc qua sông Tiền, ranh giới giữa Tiền Giang và Bến Tre, tiếp đến cầu Hàm Luông bắc qua sông Hàm Luông và qua cầu Cổ Chiên sông Cổ Chiên, ranh giới giữa Bến Tre và Trà Vinh. Cả ba cây cầu đều to lớn, hùng vĩ bắc qua những con sông rộng mênh mông. Nếu từ Cần Thơ bạn qua cầu Cần Thơ qua tỉnh Vĩnh Long tới Trà Vinh. Bạn có thể theo cung đường từ Cà Mau trong chuyến khám phá Tây Nam Bộ ngược lên Bạc Liêu, Sóc Trăng thì vào Trà Vinh bằng phà Đại Ngải. Cây cầu Đại Ngải to lớn cũng sắp hoàn thành. Địa điểm tham quan nổi tiếng của Trà Vinh là Ao Bà Om. Thực ra đây là cái hồ hình chữ nhật 300 m × 500 m.

Chuyện kể rằng xưa phụ nữ Khmer phải đi hỏi cưới chồng. Cho rằng như vậy là bất công, bà Om đã thách đàn ông thi đào ao. Bên nào thua từ đấy sẽ phải cưới hỏi bên kia. Thời gian đào từ tối đến lúc sao Mai mọc.

Cánh đàn ông chủ quan, cậy khỏe vừa đào ao vừa chơi. Bà Om còn cho người tiếp thức ăn và rượu cho họ. Đêm bà cho thả đèn trời. Phe đàn ông tưởng Sao Mai đã mọc bèn thôi. Phe còn lại vẫn tiếp tục đào đến sáng và kết quả là bà Om cùng chị em đã thắng. Ao Bà Om có bên sâu, bên nông là vì vậy. Từ đấy đàn ông Khmer phải đi hỏi cưới vợ.

Cạnh ao Bà Om là chùa Âng rất đẹp. Đối diện chùa Âng là bảo tàng dân tộc Khmer. Một chùa nổi tiếng nữa là chùa Hang, do cổng vào xây như miệng cái hang. Chùa Cò Giồng Lớn, chùa Samrong Ek, chùa Lưỡng Xuyên, chùa Di Đà, bãi biển Ba Động,... là những điểm du lịch nổi tiếng. Các lễ hội Chool Chnam Thmây, lễ Đolta, lễ Ooc om bok, lễ dâng bông, lễ dâng phước,... thu hút nhiều người tham gia.

Đối với đa số khách du lịch từ miền Bắc, thường chọn lộ trình: TP. HCM, quốc lộ 1 đi Mỹ Tho, qua cầu Rạch Miễu, theo Quốc lộ 60 đến TP. Bến Tre, đi cầu Hàm Luông, qua Mỏ Cày, qua cầu Cổ Chiên rồi đi theo con đường rẽ trái đầu cầu để đến TP. Trà Vinh.





# ĐỀ THI TOÁN VÀ KHOA HỌC QUỐC TẾ IMSO NĂM 2015

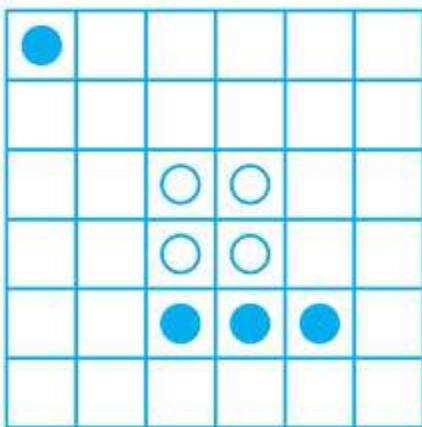
TRỊNH HOÀI DƯƠNG (GV. THCS Giảng Võ, Ba Đình, Hà Nội)

Sưu tầm và giải thiệu)

MAI VŨ (dịch)

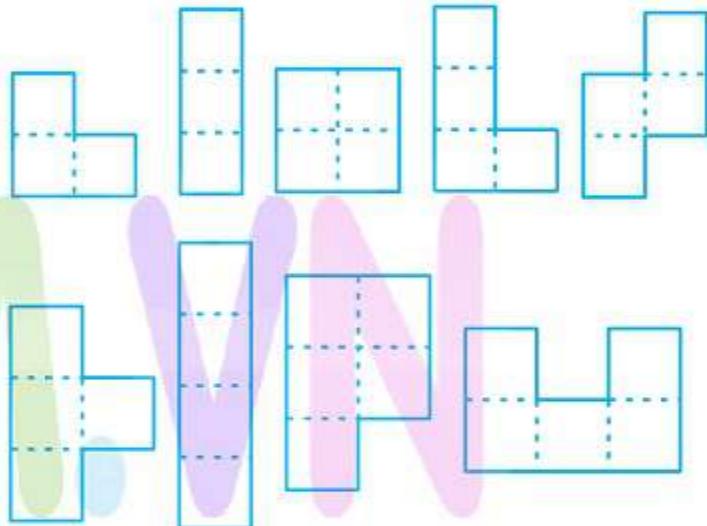
1. Trong một bảng 2 dòng 3 cột, 3 số trong dòng đầu tiên là các số nguyên dương. Số đầu tiên trong dòng thứ hai bằng số đầu tiên trong dòng thứ nhất. Số thứ hai trong dòng thứ hai bằng tích của hai số đầu tiên trong dòng thứ nhất. Số thứ ba bằng tích của tất cả ba số trong dòng thứ nhất. Nếu tổng của ba số trong dòng thứ hai là 125, hãy tìm tất cả các giá trị của tổng 3 số trong dòng đầu tiên.

2. Hình vẽ sau biểu diễn 1 bàn cờ ô vuông  $6 \times 6$ , với 4 ô vuông chứa các hình tròn màu đen và 4 ô vuông chứa các hình tròn màu trắng. Hãy dùng 4 màu khác nhau để chia bàn cờ thành các phần riêng biệt bởi các đoạn thẳng sao cho các phần có kích thước và hình dạng như nhau, mỗi phần chứa 1 hình tròn màu đen và 1 hình tròn màu trắng. Các phần có thể được xoay để trùng nhau nhưng không được đổi xứng nhau. Trong các phần khác nhau sau khi xoay các hình tròn có thể không ở vị trí như nhau.

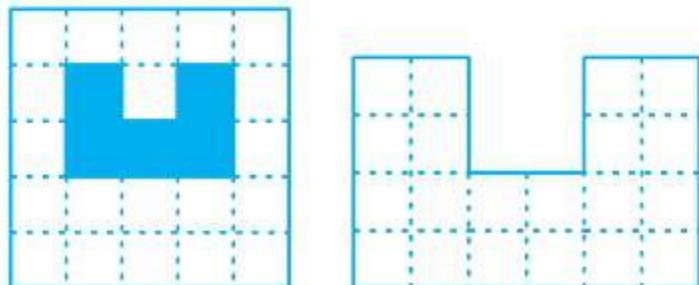


3. Tổng số tuổi của 3 bạn nam bằng tổng số tuổi của 3 bạn nữ, và tích số tuổi của các bạn nam cũng bằng tích số tuổi của 3 bạn nữ. Cả 6 bạn này có số tuổi khác nhau và đều nhỏ hơn 20. Giả sử số tuổi của họ là các số nguyên và tuổi của bạn nam lớn thứ 2 là 14, vậy tuổi của bạn nữ lớn thứ 2 là bao nhiêu?

4. Trong hình vẽ sau có 9 miếng dùng để ghép hình, trong đó có 1 miếng giống chữ cái P, và một miếng giống chữ cái U. Tất cả 9 miếng có thể được ghép bằng cách xoay hoặc lật mặt dưới lên (thành hình đối xứng).

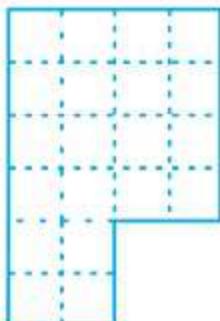
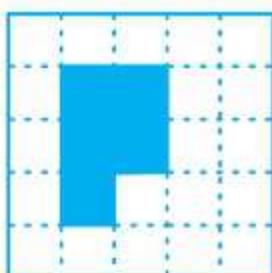


a) Xét 2 hình dưới đây. Hình bên trái là 1 hình vuông  $5 \times 5$  với 1 lỗ thủng hình chữ U. Hình bên phải là hình có kích thước gấp 2 lần kích thước chữ U đó. Chọn 5 miếng khác nhau, trong đó có 1 miếng hình chữ P để ghép thành các hình đó. Mỗi hình tìm một lời giải.

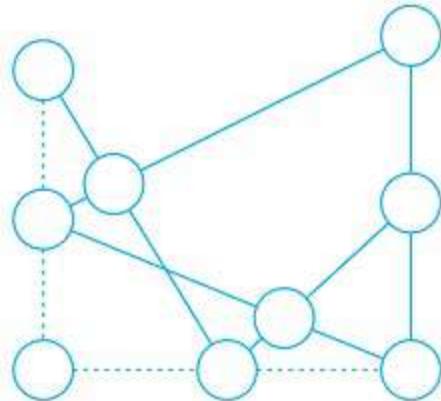


b) Xét 2 hình dưới đây. Hình bên trái là 1 hình vuông  $5 \times 5$  với 1 lỗ thủng hình chữ P. Hình bên phải là hình có kích thước gấp 2 lần kích thước chữ P đó. Chọn 5 miếng không được sử dụng ở (a) để ghép thành các hình đó. Mỗi hình tìm một lời giải.

## ELECTROMAGNETISM (HIỆN TƯỢNG ĐIỆN TỬ)



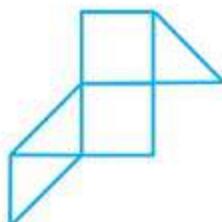
5. Trong hình vẽ sau có 9 hình tròn được nối với nhau bởi 5 đường nét liền và 2 đường thẳng nét đứt. Hãy điền vào mỗi hình tròn đó 1 trong các số sau 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 sao cho số trong hình tròn nằm chính giữa của 1 đường thẳng nét liền bằng tổng các số trong hai hình tròn còn lại cùng nằm trên đường thẳng đó, và số trong hình tròn ở chính giữa của đường thẳng nét đứt bằng hiệu các số trong hai hình tròn còn lại nằm trên đường đó. Hãy tìm tất cả các trường hợp có thể xảy ra.



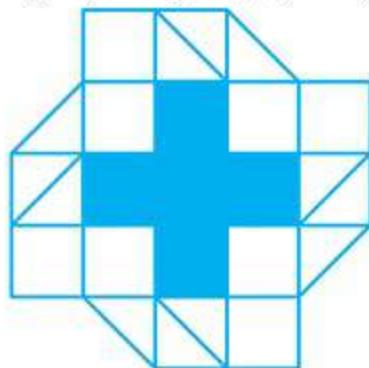
6. Hình vẽ sau biểu thị một miếng ghép hình một con chim được tạo bởi 2 ô vuông đơn vị và 3 nửa ô vuông được ghép sao cho cạnh ô vuông trùng nhau. Nó có thể được xoay hoặc lật mặt dưới lên (thành hình đối xứng) (H.1).

Hình 2 là một hình gồm 4 mảnh ghép giống nhau hình con chim với phần trống ở giữa (H.2). Khi ghép hình có thể đặt 2 hình con chim tiếp giáp nhau tại các cạnh hoặc đường chéo của ô vuông. Tìm các hình được tạo bởi bốn mảnh ghép hình con chim đó với phần trống ở giữa.

(Để giải bài toán này, bạn có thể được sử dụng kéo để cắt những mảnh ghép bằng tờ giấy màu)



H.1



H.2

1. Một dòng điện chạy qua một dây kim loại tạo ra một từ trường xung quanh dây, hình dạng của nó phụ thuộc vào hình dạng của dây và dòng điện chạy qua.

Những đường từ trường này có thể được vẽ giống như các đường từ trường của nam châm vĩnh cửu. Hiệu ứng này được gọi là hiện tượng điện từ, nó được sử dụng trong các nam châm cực mạnh và cũng để tạo ra chuyển động từ một dòng điện.

2.

*transformer*

máy biến thế

*generator*

máy phát điện

*coil*

cuộn dây

*primary coil*

cuộn dây sơ cấp

*secondary coil*

cuộn dây thứ cấp

*core*

lõi

*turns ratio*

tỉ lệ số vòng

*direct current*

dòng điện một chiều

*induction*

cảm ứng

*mechanical energy*

cơ năng



**Nhận xét.** Có nhiều bạn dịch đúng phần 1 tuy nhiên lại quên chưa làm đến phần 2. TTT sẽ trao quà cho các bạn làm đúng và trình bày đẹp cả 2 phần là: **Đặng Thúy Hiền**, 9A, THCS Quỳnh Châu, Quỳnh Lưu; **Hoàng Thành Thảo**, 6B, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; **Vũ Trung Tiến**, 8A2, THCS Trưng Vương, Mê Linh, **Hà Nội**; **Đỗ Phạm Thành Nam**, 8A1, THCS Lê Hồng Phong, Phú Yên; **Lê Tất Hoan**, 7D, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; **Nguyễn Chí Công**, 8A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**.

# ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI MÔN TOÁN LỚP 7

HUYỆN YÊN LẠC, TỈNH VĨNH PHÚC

Năm học 2015 - 2016

Thời gian làm bài: 120 phút

## Bài 1. (2 điểm)

Tìm  $x$  biết:

- a)  $(x - 1)^4 = (1 - x)^6$ .
- b)  $|x + 2| + |x + 3| = 4(x - 1) - |x - 1|$ .

## Bài 2. (1,5 điểm)

Cho các số  $x, y, z$  thỏa mãn  $5x = 4y = 2z$  và  $x - y + z = -18$ .

Tính giá trị của biểu thức  $A = \left( \frac{2}{x} + \frac{5}{y} + \frac{5}{z} \right)^{2016}$ .

## Bài 3. (1 điểm)

Cho  $f(x)$  là hàm số xác định với mọi số thực  $x$ . Biết  $f(a + b) = f(a)b$  với mọi  $a, b$  và  $f(4) = 5$ . Tính  $f(2016)$ .

## Bài 4. (2 điểm)

Một nông trường trồng rừng trên 3 lô đất. Biết diện tích lô đất thứ nhất bằng 40% diện tích cả 3 lô đất, còn diện tích lô đất thứ hai và diện tích lô đất thứ ba tỉ lệ với  $\frac{3}{2}$  và  $\frac{4}{3}$ . Nếu diện tích lô đất thứ nhất hơn diện tích lô đất thứ ba là 12 ha thì diện tích của cả 3 lô đất là bao nhiêu ha?

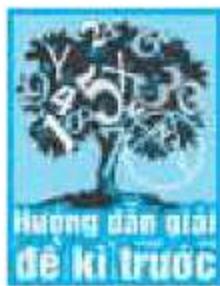
## Bài 5. (6 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A. Trên các cạnh AB, AC lần lượt lấy hai điểm M và N sao cho  $\widehat{ABN} = \frac{1}{3}\widehat{ABC}$  và  $\widehat{ACM} = \frac{1}{3}\widehat{ACB}$ . Tính số đo góc MNB?

## Bài 6. (2 điểm)

- a) Cho  $n$  là số tự nhiên lớn hơn 1. Biết  $n$  lớn hơn 1200 lần mỗi thừa số nguyên tố của nó. Tim giá trị nhỏ nhất của  $n$ .
- b) Có tồn tại một tam giác trong đó có hai đường trung tuyến nhỏ hơn nửa cạnh tương ứng không?
- c) Một phẳng được tô kín bởi hai màu xanh và đỏ. Chứng minh rằng tồn tại hai điểm cùng màu cách nhau đúng một đơn vị.

**ĐẶT MUA TẠP CHÍ CẨM HỌC TẠI CÁC CƠ SỞ BƯU ĐIỆN TRONG CẢ NƯỚC**  
**MÃ ÁN PHẨM: C 169.1**



# LỜI GIẢI ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI MÔN TOÁN LỚP 6 QUẬN 9, TP. HỒ CHÍ MINH

Năm học: 2015 - 2016  
(Đề đăng trên TTT2 số 167)

## Bài 1. a) Ta có

$$A = 2^{100} - (2^{99} + 2^{98} + 2^{97} + \dots + 2^3 + 2^2 + 2 + 1).$$

$$\text{Đặt } M = (2^{99} + 2^{98} + 2^{97} + \dots + 2^3 + 2^2 + 2 + 1)$$

$$\Rightarrow M = 2^{100} - 1.$$

$$\text{Do đó } A = 2^{100} - M = 2^{100} - (2^{100} - 1) = 1.$$

$$\begin{aligned} b) B &= \frac{1}{2} \left( \frac{2}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{2}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \dots + \frac{2}{36 \cdot 37 \cdot 38} + \frac{2}{37 \cdot 38 \cdot 39} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left( \frac{1}{1 \cdot 2} - \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 3} - \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{36 \cdot 37} - \frac{1}{37 \cdot 38} \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{37 \cdot 38} - \frac{1}{38 \cdot 39} \right) = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{1 \cdot 2} - \frac{1}{38 \cdot 39} \right) = \frac{185}{741}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c) C &= \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{9}{10} \cdot \frac{14}{15} \cdots \frac{779}{780} = \frac{4}{6} \cdot \frac{10}{12} \cdot \frac{18}{20} \cdots \frac{28}{30} \cdots \frac{1558}{1560} \\ &= \frac{1 \cdot 4}{2 \cdot 3} \cdot \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 4} \cdot \frac{3 \cdot 6}{4 \cdot 5} \cdots \frac{38 \cdot 41}{39 \cdot 40} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdots 38}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdots 39} \cdot \frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdots 41}{3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdots 40} \\ &= \frac{1}{39} \cdot \frac{41}{3} = \frac{41}{117}. \end{aligned}$$

**Bài 2.** Gọi số nhóm có 1 bạn nam và 1 bạn nữ là  $x$  (nhóm) ( $x \in \mathbb{N}^*$ ).

Số nhóm có 2 bạn nữ là  $(18 - x) : 2$  (nhóm).

Số nhóm có 2 bạn nam là  $(12 - x) : 2$  (nhóm).

Số nhóm có 2 bạn nữ nhiều hơn số nhóm có 2 bạn nam là  $(18 - x) : 2 - (12 - x) : 2 = 3$  (nhóm).

$$\text{Bài 3. a) } 60 - 3(x - 2) = 24.$$

$$\Leftrightarrow 3(x - 2) = 36 \Leftrightarrow x - 2 = 12 \Leftrightarrow x = 14.$$

b) Gọi  $\overline{abcde} = x$ , theo đề bài ta có  $\overline{abcde2} = 3 \cdot \overline{abcde}$ .

$$\text{Suy ra } 10x + 2 = 3(200000 + x)$$

$$\Leftrightarrow 10x + 2 = 600000 + 3x$$

$$\Leftrightarrow x = 85714.$$

Vậy số cần tìm là 85714.

$$\text{c) Gọi } d = \text{UCLN}(3n + 2; 5n + 3).$$

$$\text{Suy ra } 3n + 2 : d \text{ và } 5n + 3 : d.$$

$$\Rightarrow 5(3n + 2) - 3(5n + 3) : d \Rightarrow 1 : d \Rightarrow d = 1.$$

Vậy phân số  $\frac{3n+2}{5n+3}$  tối giản với mọi số tự nhiên  $n$ .

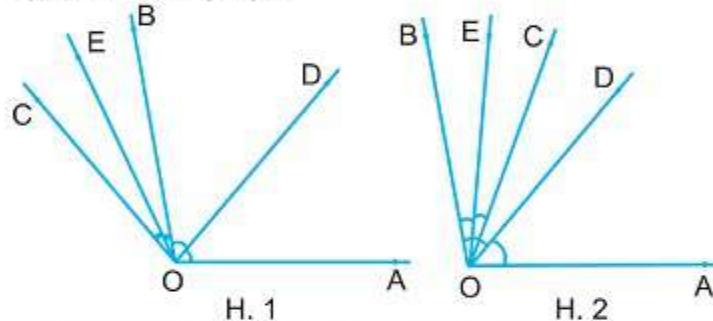
**Bài 4.** 1) Giả sử trong 20 điểm phân biệt không có 3 điểm nào thẳng hàng thì số đường thẳng dựng được là  $\frac{20(20-1)}{2} = 190$  (đường thẳng).

Giả sử trong  $n$  điểm không có 3 điểm nào thẳng hàng thì số đường thẳng dựng được là  $\frac{n(n-1)}{2}$  (đường thẳng).

Mà qua  $n$  điểm thẳng hàng chỉ dựng được 1 đường thẳng. Do đó ta có  $190 - \frac{n(n-1)}{2} + 1 = 170 \Leftrightarrow n = 7$ .

Vậy có 7 điểm thẳng hàng.

2) Xét 2 trường hợp:



• **TH1 (H.1).** Tia OB nằm giữa hai tia OA và OC.

$$a) \text{Ta có } \widehat{AOC} = \widehat{AOB} + \widehat{BOC} = 100^\circ + 30^\circ = 130^\circ.$$

$$b) \widehat{DOE} = \widehat{DOB} + \widehat{BOE}$$

$$= \frac{\widehat{AOB}}{2} + \frac{\widehat{BOC}}{2} = 50^\circ + 15^\circ = 65^\circ.$$

• **TH2 (H.2).** Tia OC nằm giữa hai tia OA và OB.

$$a) \widehat{AOC} + \widehat{COB} = \widehat{AOB}.$$

$$\Rightarrow \widehat{AOC} = \widehat{AOB} - \widehat{COB} = 100^\circ - 30^\circ = 70^\circ.$$

b)  $\widehat{AOD} = 50^\circ < \widehat{AOC}$  nên tia OD nằm giữa hai tia OA và OC.

$$\widehat{COD} = \widehat{AOC} - \widehat{AOD} = 70^\circ - 50^\circ = 20^\circ.$$

$$\widehat{DOE} = \widehat{EOC} + \widehat{COD} = \frac{\widehat{BOC}}{2} + 20^\circ = 15^\circ + 20^\circ = 35^\circ.$$

**Bài 5.** Lấy 1 quả trong hộp bên ngoài có dán nhãn CQ.

• Nếu quả lấy ra là cam thì hộp có nhãn CQ không đựng 1 trái cam và 1 trái quýt theo giả thiết nên hộp CQ đựng hai trái cam. Từ đó kết hợp với giả thiết hộp có nhãn QQ không đựng hai trái quýt nên phải đựng một trái cam và một trái quýt. Còn lại hộp nhãn CC đựng 2 trái quýt

• Nếu quả lấy ra là quýt thì hộp có nhãn CQ không đựng một trái cam và một trái quýt theo giả thiết nên hộp CQ đựng hai trái quýt. Từ đó và theo giả thiết hộp có nhãn CC không đựng hai trái cam nên phải đựng một trái cam và một trái quýt. Còn lại hộp có nhãn QQ đựng hai trái cam.



# CHIẾC ĐỒNG HỒ BIẾN ĐI ĐÂU?

LÊ NGỌC THÁI HÀ

(7/4, THCS Lê Văn Thiêm, Đức Thọ, Hà Tĩnh)

Sáng nay khá rảnh rỗi nên sau khi ăn sáng, thám tử Sô Lô Cốc tranh thủ lướt facebook cho vui. Bỗng chuông điện thoại reo vang.

- Chào thám tử! Tôi là Becca, hàng xóm đây. Nếu có thể thì phiền ông qua nhà tôi một lúc, được không ạ?

- Có chuyện gì à? May quá, tôi đang ở nhà. Tôi sẽ sang ngay đây.

Mấy phút sau, thám tử đã có mặt ở nhà bà Becca.

- Chuyện thế này ông ạ. Tối qua, 2 đứa cháu tôi cùng 1 đứa bạn của chúng vừa từ quê lên nhà tôi. Sáng nay tôi phát hiện bị mất chiếc đồng hồ đeo tay. Tôi nghĩ chỉ có 3 đứa đó thôi, nhưng không biết phải làm gì bây giờ.

- Bà để đồng hồ ở đâu mà mất?

- Tôi để ở kệ TV phòng khách. Chiều qua, đi chợ về, tôi tháo đồng hồ, bỏ tạm trên kệ vào bếp sơ chế thịt cá. Sau đó tôi mải nấu nướng để đón ba đứa nên quên khuấy đi. Sáng nay lúc ngủ dậy tôi mới sực nhớ ra. Chạy vội xuống phòng khách thì đã không thấy đâu nữa. Rồi tôi gọi thám tử luôn đấy.

- Từ tối qua đến giờ, nhà bà có ai nữa không?

- Không, chỉ mình tôi với ba đứa kia thôi.

- Vậy là tôi sẽ phải hỏi chuyện từng đứa rồi. Mấy đứa đó đang đi học hay đã đi làm?

- Cả ba đều mới tốt nghiệp trường nghề. Chúng nghỉ tạm ở nhà tôi đến tối nay thôi. Đêm nay chúng lên tàu đi du lịch rồi.

- Bà gọi chúng xuống đây để tôi hỏi chuyện. Từng đứa một nhé.

Mấy phút sau, cậu Mac đã có mặt.

- Cháu đã làm gì từ lúc tới nhà bà Becca đến giờ?

- Đầu tiên, cháu lên phòng. Sau đó, cháu tắm rồi xuống bếp ăn tối. Ăn xong cháu lên phòng, lướt facebook một chút rồi đi ngủ. Đi tàu xe từ quê lên cũng khá mệt ạ.

- Thế sáng nay?

- Cháu vừa đánh răng xong thì bác Becca gọi xuống đây ạ.

Tiếp theo là cậu Tom:

- Từ tối qua đến sáng nay, cháu đã làm gì?

- Dạ, cháu tắm, ăn cơm rồi ra phòng khách xem TV một lúc. Sau đó, cháu lên phòng, chơi games độ nửa tiếng rồi ngủ ạ. Sáng nay cháu dậy muộn, bây giờ mới ra khỏi phòng đây ạ.

- Cháu xem TV lâu không?

- Không ạ. Mỗi mình cháu ngồi xem nên cũng chán, thế là cháu chỉ xem một lúc rồi tắt luôn.

Cuối cùng là cậu Jim:

- Tối qua và sáng nay cháu đã làm gì?
  - Ăn cơm xong cháu lên phòng, đọc sách một lúc rồi đi ngủ ạ. Sáng nay cháu lướt facebook đến tận lúc bác Becca gọi.
  - Cháu đọc sách mang theo từ quê hay sách của bác Becca?
  - Dạ, sách cháu mang theo ạ. Cháu mê nhất là bộ truyện "Thám tử lừng danh Conan" nên luôn mang theo mỗi khi đi chơi xa. Đọc đi đọc lại mà vẫn thích bác ạ.
  - Bác cũng nghe nói về bộ truyện đó. Hình như đó là bộ truyện của một tác giả Hàn Quốc phải không cháu?
  - Đúng ạ. Đó là truyện của Hàn Quốc nhưng đã nổi tiếng khắp thế giới ạ.
- Sau khi trò chuyện với cả ba, thám tử Sêlôccôc nói riêng với bà Becca:
- Tôi đã tìm thấy manh mối để nghi ngờ rồi. Tất nhiên là sẽ phải nói chuyện kĩ hơn nữa rồi mới kết luận được. Bà có đoán được đứa nào là đáng nghi không?

Bà Becca nghĩ mãi mà chưa đoán ra. Các thám tử Tuổi Hồng có thể giúp được không?



## Kết quả (TTT số 167)

### Chuyện đi chui bị bả lã

Chắc tất cả các thám tử Tuổi Hồng đều mê phim Home Alone nên bạn nào cũng có câu trả lời chính xác: Macaulay Culkin không hề đóng trong Home Alone 3. Cậu bé diễn viên nổi tiếng này chỉ đóng trong Home Alone 1 và 2. Nhân vật chú bé Alex trong Home Alone 3 là do diễn viên nhí Alex D.Linz thủ vai.

Như vậy, người bị thám tử nghi chính là Thành.



Phần thưởng kì này sẽ được trao cho: Vũ Minh Khải, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, Phú Thọ; Bùi Quốc Duy, 7E, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường; Phan Văn Khải, 7A, THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên, Vĩnh Phúc; Nguyễn Duy Đức, 6C, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, Nghệ An; Nhóm bạn Châu, Kim, Na, Vú, Nhi, Hoàng Anh, 8D, THCS Xuân Diệu, Can Lộc, Hà Tĩnh.

Thám tử Sêlôccôc

### SOLVE VIA MAIL...

(Tiếp theo trang 32)

4(170). Let  $a$ ,  $b$ , and  $c$  be the lengths of the sides of a triangle having the total length of its three medians of 1. Prove that  $\frac{4}{9} \leq a^2 + b^2 + c^2 < \frac{2}{3}$ .

5(170). A rectangular cuboid has side lengths of integers, measured in centimeters, and a volume of  $25102015 \text{ cm}^3$ . Is it possible to have three squares with a total area of  $25102015 \text{ cm}^2$  and whose sides equal to the three different dimensions of the given rectangular cuboid?

6(170). Given a triangle  $ABC$  and the point  $J$  as the intersection of its internal angle bisectors  $BB_1$  and  $CC_1$ . The line  $B_1C_1$  intersects the circumcircle of the triangle  $ABC$  at  $M$  and  $N$ . Let  $R$  and  $r$  be the radii of the circumcircles of the triangle  $ABC$  and of the triangle  $MNJ$ , respectively. Find the ratio  $\frac{r}{R}$ .

ĐĂNG TOÁN

(An Đồng, Đồng Giang, Đồng Hưng, Thái Bình)

## Chiều xuân

Nắng mềm như bút vẽ  
Tô thắm thêm sắc đào  
Gió nhẹ nhàng đưa lược  
Chải tóc lá lao xao...

Hoàng hôn đến rồi sao  
Chiều dùng dần chẳng bước  
Trời thả tơ tim muốt  
Én tha đầy tổ xuân...



BÍNH NAM HÀ

## Vườn hoa

## bãi đá Sông Hồng

Thế là người đã gặp hoa  
Hoa ra hoa đẹp chẳng xa nhà mình  
Ngày xuân ai thấy cũng xinh  
Hoa xuân cười thấy chính mình cũng xinh  
Nắng vàng hoa quả bình minh  
Nắng chiều đào vẫn khoe mình bên mai  
Thời gian vẫn rất rộng dài  
Dòng người vẫn cứ đổ hoài về đây  
Như Mộc Châu người như say  
Sông Hồng bãi đá chiều nay cảnh tràn  
Hà Nội bạn thêm một lần  
Chiều nay tiên cảnh sa chân ngõ ngàng.

5.2.2017



## Kì này

# ĐÚNG HAY SAI?

**Bài toán.** Cho tam giác ABC có AB = 8 cm, AC = 10 cm, BC = 12 cm. Bạn Hồng Hà nhận xét rằng tam giác ABC có đúng một góc gấp đôi một góc khác.  
Hỏi bạn Hồng Hà nhận xét đúng hay sai? Tại sao?

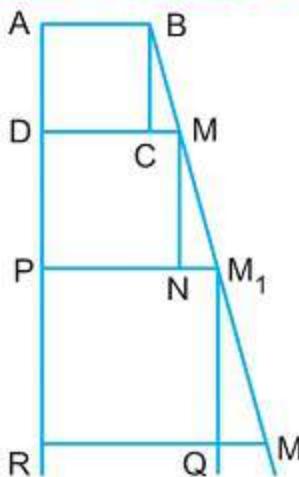
THÁI NHẬT PHƯỢNG

(GV. THCS Nguyễn Văn Trỗi, Cam Nghĩa, Cam Ranh, Khánh Hòa)

## Kết quả

(TTT2 số 167)

## CẠNH HÌNH VUÔNG THỨ 2017



Trên hình vẽ gọi cạnh các hình vuông ABCD, DMNP, PM<sub>1</sub>QR tương ứng là AB = BC = CD = x<sub>1</sub> = 1, DM = MN = NP = x<sub>2</sub> = m, PM<sub>1</sub> = M<sub>1</sub>Q = RQ = x<sub>3</sub>, RM<sub>2</sub> = x<sub>4</sub>, ...

Ta có AB // DM // PM<sub>1</sub> // RM<sub>2</sub> và  $\widehat{BCM} = \widehat{MNM_1}$

$= \widehat{M_1QM_2} = 90^\circ$  nên các góc đồng vị bằng nhau  
 $\widehat{BMC} = \widehat{MM_1N} = \widehat{M_1M_2Q}$ .

Từ đó  $\triangle BCM \sim \triangle MNM_1$ , suy ra

$$\frac{CM}{BC} = \frac{NM_1}{MN} \Rightarrow \frac{DM - CD}{BC} = \frac{PM_1 - NP}{MN}$$

## Kết quả

(TTT2 số 167)

## THẾ CỜ (Kì 87)

1.  $\mathbb{Wxh7+}$   $\mathbb{Qxh7}$  2.  $\mathbb{E}xh5\#$

Các bạn được thưởng kì này: Phan Lê Văn Nhi, 8A, THCS Hoàng Xuân Hán, Đức Thọ, Hà Tĩnh; Hàm Đặng Tiến Dũng, 6D, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, Nghệ An; Phan An Khánh, 9A2, THCS Giảng Võ, Hà Nội; Nguyễn Văn Bửu, 6/2, THCS Nguyễn Du, Thanh Chiêm 1, Điện Bàn, Quảng Nam; Tống Phú Lâm, 7A, THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên, Vĩnh Phúc.

LÊ THANH TÚ

$$\Rightarrow \frac{DM}{BC} - 1 = \frac{PM_1}{MN} - 1 \Rightarrow \frac{DM}{BC} = \frac{PM_1}{MN}$$

Suy ra  $BC \cdot PM_1 = DM \cdot MN$  hay là  $x_1 x_3 = x_2^2$ , từ đó  $x_3 = x_2^2 = m^2$ .

Chứng minh tương tự có  $\triangle MNM_1 \sim \triangle M_1QM_2$  nên có  $x_2 x_4 = x_3^2 \Rightarrow mx_4 = m^4 \Rightarrow x_4 = m^3$ .

Tiếp tục lập luận như thế có  $x_3 x_5 = x_4^2$ .

$$\Rightarrow m^2 x_5 = m^6 \Rightarrow x_5 = m^4, \dots$$

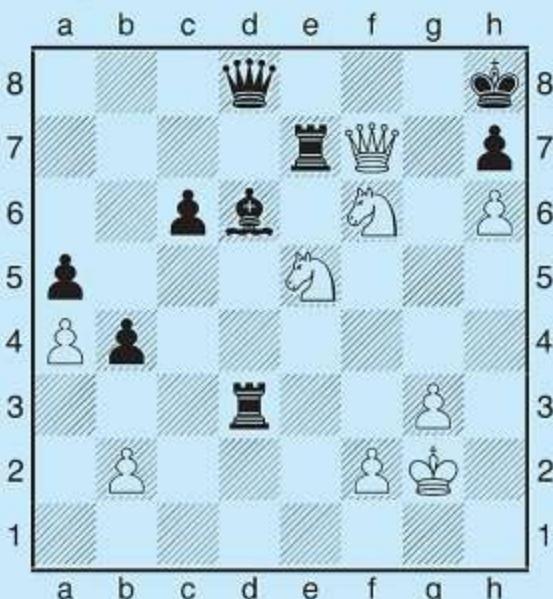
Cứ như thế ta có độ dài cạnh hình vuông thứ 2017 bằng  $x_{2017} = m^{2016}$ .

**Nhận xét.** Một số bạn không đọc kỹ đề bài nên ghi  $DM = m + 1$ , dẫn đến đáp số sai. Các bạn làm đúng, được thưởng kì này là: Nguyễn Thùy Dương, 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, Phú Thọ; Lê Ngọc Hoa, 9E1, THCS Vĩnh Tường, Bùi Tuấn Anh, Phạm Minh Đăng, Nguyễn Trúc Quỳnh, 9A2, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, Vĩnh Phúc; Trần Sỹ Hoàng, 9C, THCS Hoàng Xuân Hán, Đức Thọ, Hà Tĩnh.

ANH COMPA

## THẾ CỜ (Kì 89)

Trắng đi trước chiếu hết sau 2 nước.



LÊ THANH TÚ (Đại kiện tướng Quốc tế)

Kết quả

# Giải toán qua thư



**Bài 1(167).** Tìm tất cả các số nguyên tố  $p$  sao cho  $p^2 + 59$  có đúng 6 ước số dương.

**Lời giải.** ● Xét  $p = 2$  ta có  $p^2 + 59 = 63$  có 6 ước số dương là 1; 3; 7; 9; 21; 63.

● Xét  $p = 3$  ta có  $p^2 + 59 = 68$  có 6 ước số dương là 1; 2; 4; 17; 34; 68.

● Xét  $p > 3$ . Vì một số chính phương lẻ chia cho 3 dư 1 và chia cho 4 dư 1 nên  $p^2 + 59$  chia hết cho 3 và 4.

Mà  $(3; 4) = 1$ . Suy ra  $p^2 + 59 \vdots 12$ .

Ta lại có  $p^2 + 59 > 12$  nên các ước số dương của  $p^2 + 59$  là 1; 2; 3; 4; 6; 12; ... ;  $p^2 + 59$ , tức là  $p^2 + 59$  có nhiều hơn 6 ước số (không thỏa mãn).

Vậy các giá trị cần tìm của  $p$  là 2 và 3.

**Nhận xét :** Đây là một bài toán rất hay, chỉ cần sử dụng kiến thức số học của lớp 6 để có một lời giải sâu sắc và đẹp. Rất nhiều bạn tham gia giải và hầu hết giải đúng. Các bạn sau có lời giải tốt được khen: **Nguyễn Minh Tiến, Trần Anh Tú, 7A3, THCS Lâm Thao, Phú Thọ; Nguyễn Tuấn Dương, 6A5; THCS Chu Văn An, Ngô Quyền, Hải Phòng; Lê Đức Chính, 6B, THCS Nhữ Bá Sỹ, Bút Sơn, Hoằng Hóa, Thanh Hóa; Võ Công Duy, 7E, THCS Phan Huy Chú, Thạch Hà; Phạm Quỳnh, Nguyễn Thị Ngọc Trâm, Nguyễn Thị Việt Hà, Phạm Hồng Quân, Phạm Khánh Huyền, Phạm Thị Thảo Huyền, Trần Đức Tùng, 7B; Nguyễn Trần Hà Phương, Trần Anh Tuấn, 7C, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, Hà Tĩnh.**

PHÙNG KIM DUNG

**Bài 2(167).** Cho tam giác ABC cân tại A có  $\widehat{BAC} = 108^\circ$ . Trên tia phản giác của  $\widehat{ABC}$  lấy điểm N sao cho  $CN = CA$ . Tính  $\widehat{BCN}$ .

**Lời giải.** Ta xét hai trường hợp.

● **TH1.** N nằm trong  $\triangle ABC$  (hình 1).

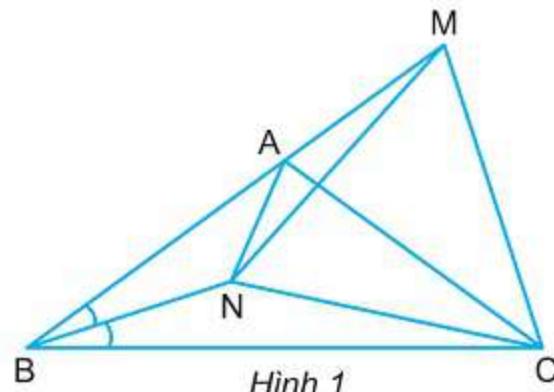
Trên tia đối của tia AB lấy điểm M sao cho  $BM = BC$ .

Vì  $\widehat{BAC} = 108^\circ$  nên  $\widehat{ABC} = \frac{180^\circ - 108^\circ}{2} = 36^\circ$ .

Từ đó, kết hợp với  $\triangle BMC$  cân tại B ta có

$$\widehat{BCM} = \widehat{BMC} = \frac{180^\circ - 36^\circ}{2} = 72^\circ = \widehat{CAM}.$$

Suy ra  $\triangle CAM$  cân tại C.



Do đó  $CA = CM$ , mà  $CA = CN$  nên  $CM = CN$ . (1)

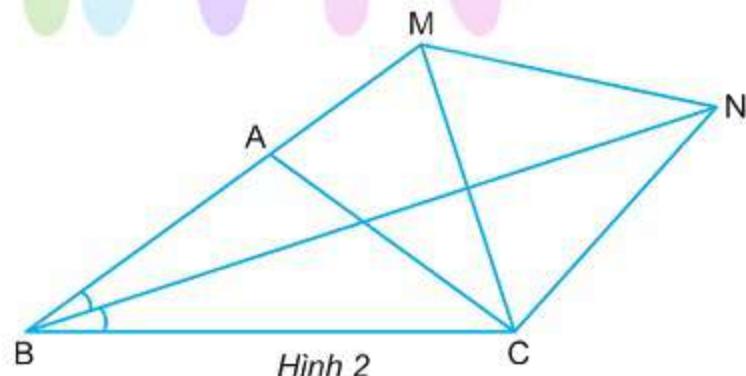
Vì  $BC = BM$ ,  $\widehat{NBC} = \widehat{NBM}$  nên  $\triangle BNC = \triangle BNM$  (c.g.c).

Suy ra  $CN = MN$ . (2)

Từ (1) và (2) suy ra  $\triangle NCM$  đều, từ đó

$$\widehat{BCN} = \widehat{BCM} - \widehat{NCM} = 72^\circ - 60^\circ = 12^\circ.$$

● **TH2.** N nằm ngoài  $\triangle ABC$  (hình 2).



Chứng minh tương tự TH1, ta có  $\triangle NCM$  đều.

$$\text{Suy ra } \widehat{BCN} = \widehat{BCM} + \widehat{MCN} = 72^\circ + 60^\circ = 132^\circ.$$

**Nhận xét.** Các bạn sau có lời giải tốt được khen kì này: **Nguyễn Thùy Dương, 7G, Bạch Bùi Việt Anh, 7D, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường; Tống Phú Lâm, 7A, THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên, Vĩnh Phúc; Trần Anh Tú, Tạ Huy Hiệu, Vũ Minh Khải, Trần Hưng Thành, Nguyễn Công Hải, Nguyễn Ngọc Lan, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, Phú Thọ.**

HỒ QUANG VINH

**Bài 3(167). Giải hệ phương trình**

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - x = \sqrt{y^2 + 1} - 2y\sqrt{x^2 + 1} \\ x - 2y + 2 = 2\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 + 1} \end{cases}$$

**Lời giải.** Hệ phương trình tương đương với

$$\begin{cases} x^2 + 1 + 2y\sqrt{x^2 + 1} + y^2 - \sqrt{y^2 + 1} - x - 1 = 0 \\ \sqrt{y^2 + 1} + x - 2\sqrt{x^2 + 1} - 2y + 2 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (\sqrt{x^2 + 1} + y)^2 - (\sqrt{y^2 + 1} + x) - 1 = 0 \quad (1) \\ (\sqrt{y^2 + 1} + x) - 2(\sqrt{x^2 + 1} + y) + 2 = 0 \quad (2) \end{cases}$$

Cộng theo vế của hai phương trình, ta được

$$(\sqrt{x^2 + 1} + y - 1)^2 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + 1} + y = 1. \quad (3)$$

Thay (3) vào (1) ta được

$$\sqrt{y^2 + 1} + x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = y^2 + 1 \quad (4) \\ x \leq 0 \end{cases}$$

Từ (3) và (4) suy ra

$$\sqrt{y^2 + 2} = 1 - y \Leftrightarrow \begin{cases} y^2 + 2 = (1 - y)^2 \\ y \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow y = -\frac{1}{2}$$

Thay  $y = -\frac{1}{2}$  vào (4) và lưu ý  $x \leq 0$ , ta được

$$x = -\frac{\sqrt{5}}{2}.$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm là

$$(x; y) = \left( -\frac{\sqrt{5}}{2}; -\frac{1}{2} \right).$$

**Nhận xét.** Có nhiều bạn đặt  $u = \sqrt{x^2 + 1} + y$ ;

$v = \sqrt{y^2 + 1} + x$  rồi đưa về hệ phương trình của  $u, v$ .

Các bạn sau có bài giải tốt: Trần Như Quỳnh, Trần Thị Kim Oanh, Bùi Thị Minh Thư, Nguyễn An Na, Lê Thị Hằng Nhi, Phạm Ánh Nguyệt, Nguyễn Hải Ly, 8A, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ; Trần Dũng Tài, 8/1, THCS Lê Văn Thiêm, TP. Hà Tĩnh, **Hà Tĩnh**; Đỗ Phúc Xuân, Lương Tùng Lâm, 7H, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì; Nguyễn Hữu Nghĩa, Nguyễn Thu Hằng, Nguyễn Minh Quang, Nguyễn Hà Phương, 8D, THCS Cao Mai; Nguyễn Chí Công, Triệu Hồng Ngọc, 8A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**.

NGUYỄN ANH DŨNG

**Bài 4(167). Cho các số thực dương  $a, b, c$  thỏa mãn  $abc = 1$ . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức**

$$T = \frac{1}{a+5} + \frac{1}{b+5} + \frac{1}{c+5}.$$

**Lời giải.** Ta sẽ chứng minh  $T \leq \frac{1}{2}$ .

$$\text{Ta có } \frac{1}{a+5} + \frac{1}{b+5} + \frac{1}{c+5} \leq \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow 2(a+5)(b+5) + 2(b+5)(c+5) + 2(c+5)(a+5)$$

$$\leq (a+5)(b+5)(c+5)$$

$$\Leftrightarrow 3(ab + bc + ca) + 5(a + b + c) \geq 24. \quad (1)$$

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM, ta có  $3(ab + bc + ca) + 5(a + b + c)$

$$\geq 3.3.\sqrt[3]{a^2b^2c^2} + 5.3.\sqrt[3]{abc} = 24.$$

Suy ra (1) đúng.

$$\text{Do đó } T \leq \frac{1}{2}.$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi  $a = b = c = 1$ .

$$\text{Vậy } \text{Max } T = \frac{1}{2} \text{ khi } a = b = c = 1.$$

**Nhận xét.** Đây là bài toán không quá khó, có rất nhiều bạn tham gia giải bài. Một số bạn biến đổi dài mới đi đến kết quả. Sau đây là những bạn có lời giải đúng và ngắn gọn: Nguyễn Thị Khanh Linh, 8A2; Triệu Hồng Ngọc, 8A3; Bùi Thị Quỳnh, Nguyễn Xuân Kiên, 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, Phú Thọ; Tạ Nam Khánh, Vũ Đức Duy, 9E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, Vĩnh Phúc; Trần Như Quỳnh, Nguyễn Huy Quang, 8A, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; Nguyễn Đức Phú, 9A1, THCS Nghi Hương, Cửa Lò; Nguyễn Đình Quân, 9C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An**.

CAO VĂN DŨNG

**Bài 5(167). Cho A, B là hai tập hợp. Ta gọi tập tích của A và B là  $A \times B = \{(a, b) : a \in A, b \in B\}$ , trong đó  $(a, b)$  là cặp hai phần tử có thứ tự. Kí hiệu  $A^2 = A \times A$ . Nếu  $C = \{0; 1\}$  và  $D = \{1; 0\}$ . Tìm**

$$\text{a) } C \times D; \quad \text{b) } D \times C; \quad \text{c) } C^2.$$

**Lời giải.** Ta có

$$\text{a) } C \times D = \{(0; 1); (0; 0); (1; 1); (1; 0)\}.$$

$$\text{b) } D \times C = \{(1; 0); (1; 1); (0; 0); (0; 1)\}.$$

$$\text{c) } C^2 = \{(0; 0); (0; 1); (1; 0); (1; 1)\}.$$

**Nhận xét.** Các bạn có lời giải đúng: Nguyễn Thùy Dương, Nguyễn Thu Hiền, Bùi Thị Quỳnh, 9A3, THCS Lâm Thao; Vũ Văn Dũng, Nguyễn Hoàng

Dương, 8C; Ngô Đức Trung, Nguyễn Hữu Nghĩa, Nguyễn Minh Quang, 8D, THCS Cao Mai, Lâm Thao, Phú Thọ; Chu Thị Thanh, Phạm Thành Dũng, Tạ Nam Khánh, Bùi Anh Tuấn, Thiều Ngọc Tuấn, 9E1; Trương Minh Tuyên, 9B, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, Vĩnh Phúc.

### TRỊNH HOÀI DƯƠNG

**Bài 6(167).** Cho điểm M nằm ngoài đường tròn (O). Kẻ hai tiếp tuyến MA, MB đến đường tròn (O) (A, B là các tiếp điểm). Gọi I là điểm nằm giữa A và B trên đoạn AB. Vẽ dây BN của đường tròn song song với MI. Gọi C là điểm nằm chính giữa cung lớn BN, D là điểm nằm chính giữa cung nhỏ BN. Vẽ hai dây CE và DF của đường tròn cùng đi qua I. Chứng minh rằng MEIF là tứ giác nội tiếp.

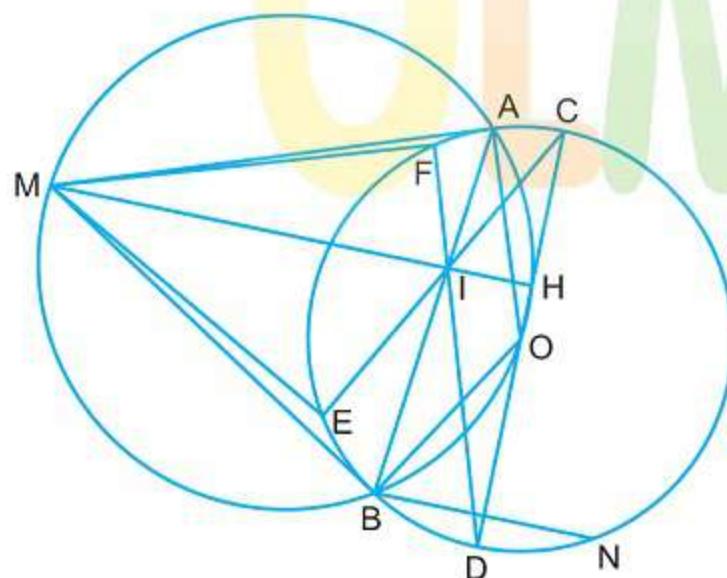
**Lời giải.** (Theo bài làm của các bạn Triệu Hồng Ngọc, 8A3, Nguyễn Hữu Trung Kiên, 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, Phú Thọ).

**Bổ đề.** Cho tứ giác ABCD có I là giao điểm của AC và BC. Khi đó ABCD nội tiếp khi và chỉ khi  $IA \cdot IC = IB \cdot ID$ .

*Bạn đọc tự vẽ hình và chứng minh bổ đề trên.*

*Trở lại giải bài toán.*

Gọi H là giao điểm của MI và CD.



Vì C là điểm nằm chính giữa cung lớn BN, D là điểm nằm chính giữa cung nhỏ BN nên  $CD \perp BN$ .

Kết hợp với  $BN \parallel MI$  ta có  $CD \perp MI$ .

Do đó  $\widehat{MHO} = 90^\circ$ .

Vì MA và MB là các tiếp tuyến của đường tròn (O) nên  $\widehat{MAO} = \widehat{MBO} = 90^\circ$ .

Vậy H, A, B, M, O cùng thuộc đường tròn đường kính MO.

Theo bổ đề trên ta có  $IM \cdot IH = IA \cdot IB$ . (1)

Vì tứ giác ACBE nội tiếp đường tròn (O) nên theo bổ đề trên ta có  $IA \cdot IB = IC \cdot IE$ . (2)

Từ (1) và (2) suy ra  $IM \cdot IH = IC \cdot IE$ .

Do đó theo bổ đề thì tứ giác MEHC nội tiếp. Mà  $MH \perp CD$ .

Suy ra  $\widehat{MEI} = \widehat{MEC} = \widehat{MHC} = 90^\circ$ . (3)

Tương tự  $\widehat{MFI} = 90^\circ$ . (4)

Từ (3) và (4) suy ra tứ giác MEIF nội tiếp.

**Nhận xét.** Các bạn sau có lời giải tốt được khen: Triệu Hồng Ngọc, 8A3, Nguyễn Hữu Trung Kiên, Bùi Trọng Vinh, 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, Phú Thọ; Thiều Ngọc Tuấn, Trần Hồng Quý, 9E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, Vĩnh Phúc; Nguyễn Tiến Dũng, 9A3, THCS Trần Đăng Ninh, TP. Nam Định, Nam Định; Đàm Ngọc Hiếu, 9H, THCS Trần Hưng Đạo, Đông Hòa, Phú Yên.

NGUYỄN MINH HÀ

### ĐƯỢC THƯỞNG KÌ NÀY

### Thi giải toán qua thư



Trần Anh Tú, 7A3; Bùi Thị Quỳnh, 9A3, THCS Lâm Thao, Nguyễn Hữu Nghĩa, 8D, THCS Cao Mai, Lâm Thao, Phú Thọ; Nguyễn Tuấn Dương, 6A5; THCS Chu Văn An, Ngô Quyền, Hải Phòng; Lê Đức Chính, 6B, THCS Nhữ Bá Sỹ, Bút Sơn, Hoằng Hóa, Thanh Hóa; Trần Như Quỳnh, 8A, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, Hà Tĩnh; Tạ Nam Khánh, 9E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, Vĩnh Phúc; Nguyễn Đức Phú, 9A1, THCS Nghi Hương, Cửa Lò, Nghệ An; Nguyễn Tiến Dũng, 9A3, THCS Trần Đăng Ninh, TP. Nam Định, Nam Định; Đàm Ngọc Hiếu, 9H, THCS Trần Hưng Đạo, Đông Hòa, Phú Yên.





# AUSTRALIAN MATHEMATICS COMPETITION (AMC) 2016

JUNIOR DIVISION

AUSTRALIAN SCHOOL YEARS 7 AND 8

Time allowed: 75 minutes

TS. TẠ NGỌC TRÍ

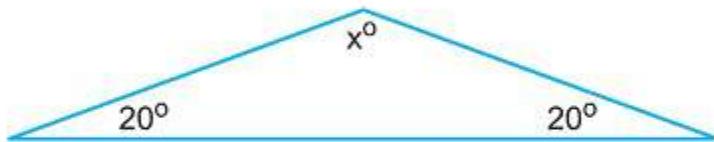
(Vụ Giáo dục Tiểu học, Bộ Giáo dục và Đào tạo,  
Sưu tầm và giới thiệu)

Questions 1 to 10, 3 marks each

1. The value of  $2016 \times 2$  is

- (A) 4026      (B) 4212      (C) 4022  
(D) 432      (E) 4032

2. In the diagram, the value of  $x$  is



- (A) 30      (B) 20      (C) 90      (D) 140      (E) 100

3. Today is Thursday. What day of the week will it be 30 days from today?

- (A) Sunday      (B) Monday      (C) Tuesday  
(D) Friday      (E) Saturday

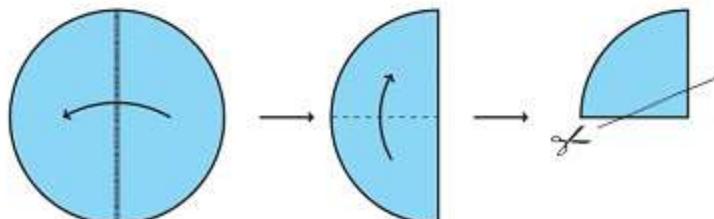
4. Today in Berracan, the minimum temperature was  $-5^{\circ}\text{C}$  and the maximum was  $8^{\circ}\text{C}$  warmer than this. What was the maximum temperature?

- (A)  $-3^{\circ}\text{C}$       (B)  $8^{\circ}\text{C}$       (C)  $-13^{\circ}\text{C}$       (D)  $13^{\circ}\text{C}$       (E)  $3^{\circ}\text{C}$

5. What is 25% of  $\frac{1}{2}$ ?

- (A)  $\frac{1}{8}$       (B)  $\frac{1}{4}$       (C)  $\frac{1}{2}$       (D) 2      (E) 1

6. A circular piece of paper is folded in half twice and then a cut is made as shown.



When the piece of paper is unfolded, what shape is the hole in the centre?



7. I used a \$100 note to pay for a \$29 book, a \$16 calculator and a packet of pens for \$8.95. What change did I get?

- (A) \$56.05      (B) \$45.05      (C) \$46.05  
(D) \$37.05      (E) \$57.05

8. Which of the following numbers is between 0.08 and 0.4?

- (A) 0.019      (B) 0.009      (C) 0.109      (D) 0.91      (E) 0.409

9. The cycling road race through the Adelaide Hills started at 11:50 am and the winner took 74 minutes. The winner crossed the finishing line at

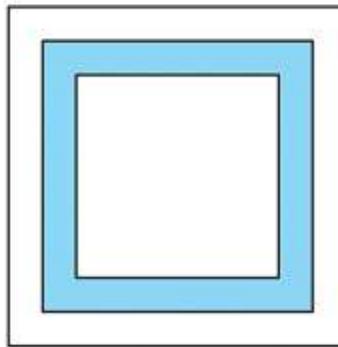
- (A) 1:24 pm      (B) 12:54 pm      (C) 12:04 pm  
(D) 1:04 pm      (E) 12:24 pm

10. The fraction  $\frac{720163}{2016}$  is

- (A) between 0 and 1      (B) between 1 and 10  
(C) between 10 and 100      (D) between 100 and 1000      (E) greater than 1000

Questions 11 to 20, 4 marks each

11. The three squares shown have side lengths 3, 4 and 5. What percentage of the area of the largest square is shaded?



- (A) 27%      (B) 28%      (C) 25%      (D) 24%      (E) 20%

(Kết quả đăng tiếp)



# CÁC NHÀ VĂN NHÀ THƠ YÊU TOÁN

## BÍNH NAM HÀ

Các nhà toán làm thơ viết văn thì đã nhiều rồi. Ở Việt Nam, Vương Trọng, Đặng Hán, Lê Quốc Hán... là các ví dụ. Còn các nhà văn yêu toán mới là chuyện đáng kể. Nhà thơ Hoa Kỳ Xemsen Konrit trong một cuốn sách của mình xuất bản năm 1957 đã viết "Bạn hãy nghĩ một số. Nhân số đó với 2. Cộng với 12. Lấy tổng chia cho 2. Lấy kết quả đó trừ đi số bạn nghĩ. Đáp số là 6. Đúng không". Konrit cũng có nhiều bài báo bàn về dạy toán cho học sinh lớp 1. Xtandan, tác giả cuốn sách *Đỏ và đen*, trong cuốn Tự truyện đã viết "Ở ông (thầy giáo) tôi đã tìm thấy Ole và bài toán của Ole về số trứng mà bà nông dân mang ra chợ... Đó là một phát kiến đối với tôi. Tôi đã hiểu thế nào là sử dụng công cụ gọi là đại số. Nhưng quý thật, không ai nói với tôi điều đó..." Đó chính là bài toán "Hai bà nông dân mang ra chợ tất cả 100 quả trứng. Một bà có số trứng nhiều hơn bà kia, hai người thu được số tiền như nhau. Bà thứ nhất nói với bà thứ hai: "Nếu tôi có số trứng của bà, tôi sẽ thu được 15 crâyxe". Bà thứ hai trả lời:

"Nếu tôi có số trứng của bà, tôi sẽ bán được  $6\frac{2}{3}$  crâyxe".

Vậy mỗi bà có bao nhiêu quả trứng?". Gôgôん, nhà văn Nga nổi tiếng, tác giả cuốn tiểu thuyết Tarát Bunba trong một bài báo đã viết "Chúng ta thường quen hạn chế tầm cao của tháp, chỉ cho phép ngắm nhìn được nguyên có thành phố thôi, trong khi đối với các thủ đô, cần phải nhìn ra tứ phía, ít nhất là một trăm năm mươi vecxta, mà muốn thế, có lẽ chỉ cần xây cao thêm một hai tầng nữa là sẽ thay đổi hẳn. Càng lên cao, tầm mắt sẽ mở rộng với cấp số nhanh lẹ thường". Thật ra Gôgôん đã nhầm. Muốn nhìn xa được 150 vecxta tức 160 km thì phải xây tòa nhà cao 500 tầng (2 km). Kỉ lục đó còn lâu lăm loài người mới vươn tới được. *Truyện phiêu lưu của Gulivơ* là tác phẩm nổi tiếng của Xuyft. Trong thế giới tí hon thì Gulivơ cao hơn họ gấp 12 lần, trong thế giới người khổng lồ thì Gulivơ nhỏ hơn 12 lần. Các tỉ lệ nhà văn giữ khá đúng. Nhưng có lúc tác giả đã quên. Một lần trong thế giới khổng lồ, có lần Gulivơ bị một trận mưa quả táo ném trên đầu do tên làm vườn gây ra. Một quả táo khổng lồ bằng 1728 quả táo của chúng ta, nó nặng khoảng 80 kg. 80 kg rơi từ độ cao 60 m xuống.

Vậy mà Gulivơ chỉ thấy đau ở chân và lưng (!). Trong truyện *Con người có cần nhiều đất đai không*, Lep Tônxtôi đã viết về cảnh chủ đất bán cho Pakhôm 1000 rup một "ngày đất". Pakhôm đã chạy trong một ngày được 78 vecxta vuông (một hình thang) với chu vi mảnh đất là 40 vecxta. Thực ra nếu Pakhôm chạy theo hình tròn chu vi 40 vecxta thì diện tích đạt được sẽ là 127 vecxta vuông. Văn hào Lep Tônxtôi, trong các tác phẩm văn học của mình, chỗ nào thấy thuận tiện ông lại cài một bài toán số học hoặc hình học vào. Ega-pô, nhà văn Hoa Kỳ, tác giả những truyện kì dị nổi tiếng. Hãy đọc đoạn văn trong tác phẩm *Cuộc phiêu lưu của Manxđ-Pophan* ông viết: "... Đường thẳng hạ từ khí cầu của tôi xuống mặt đất sẽ tạo thành cạnh góc vuông của tam giác vuông mà đáy là đường kéo từ chân đường thẳng đứng đến chân trời, còn cạnh huyền là đường thẳng nối từ chân trời đến mắt tôi. Nhưng độ cao mà tôi đang bay (độ cao của khí cầu) thì nhỏ không đáng kể so với tầm nhìn, nói cách khác đáy và cạnh huyền của tam giác vuông tưởng tượng lớn hơn gấp bội cạnh thẳng đứng đến mức có thể coi cạnh đáy và cạnh huyền là song song nhau. Cho nên mọi điểm nằm đúng phía dưới nhà phi hành hình như bao giờ cũng ở thấp hơn chân trời. Do đó mà nảy sinh cảm giác mặt Trái đất lõm xuống. Và cảm giác này vẫn tồn tại mãi cho đến khi nào độ cao khí cầu không lớn lắm, để đáy của tam giác và cạnh huyền không còn có vẻ như song song nữa". Ta tưởng như đọc một bài toán trên báo Toán.

Để kết thúc, xin quay lại với nhà toán viết thơ văn. Bạn hãy giải bài toán sau của Mahavira: "Đây là ngoại vi của một khu rừng mát mẻ và đầy ánh sáng, với biết bao cây cối cành nặng trĩu hoa và trái. Nào là cây roi, cây chanh, chuối lá, cây cau, cây mít, chà là, cây hintala, thốt nốt, cây punnaga, cây xoài thơm... Đó là một vùng lâm phuong, nhiều hướng, đầy tiếng chim kêu, gà gáy, bên cạnh dòng suối có hoa sen và những chú ong vo ve... Một đoàn lữ khách mệt mỏi, vào ngoại vi khu rừng đó để thưởng thức. Họ hái được 63 đống chuối lá bằng nhau và còn thêm 7 trái nữa. Đem chia đều cho 23 người thì vừa đủ không dư trái nào. Xin cho biết số lượng ít nhất của đống chuối lá".

# ĐÔ THỊ XƯA QUA THƠ TÚ XƯƠNG

VŨ THANH THÀNH

Văn học, trong đó có thơ luôn phản ánh xã hội và dự báo sự phát triển của xã hội qua cách nhìn của nhà văn. Những tác phẩm thơ của nhà thơ lớn Tú Xương đã cho chúng ta thấy những hình ảnh sống động về nếp sống của một thành phố, từ đó hình dung ra bức tranh toàn cảnh về các đô thị ở nước ta hồi đầu thế kỷ này. Trước khi có thơ Tú Xương, thì thơ Việt Nam mới chỉ vẽ được những phong cảnh làng quê, thôn dã. Tất nhiên so với bây giờ thì đô thị xưa còn nhỏ bé lầm và nhịp sống chưa hề gấp gáp. Lúc Tú Xương còn sống Nam Định có chưa đến bốn mươi nghìn người, nghĩa là tương đương với số dân của các thị xã nhỏ bây giờ. Song nếp sinh hoạt thị dân đã hình thành rõ nét. Ta có thể thấy điều đó qua các câu thơ Tú Xương:

*"Khi cao lâu, khi cà phê, khi nước đá, khi thuốc lá, khi đứng đinh ngồi xe".*

(Bài "Chú Mán")

*"Ra phố nghênh ngang, quần tố nữ, bit tất tơ, giày Gia Định bóng"*

(Hồng Khoa Canh Tý)

hoặc

*"Nhà linh tính quan: Ăn rặt những thịt quay, lạp xưởng"*

(Thày đồ dạy học)

Đó cũng là lúc mà phố phường của chúng ta đang phát triển lấn át những làng ven phố. Trong bài "Vị Hoàng hoài cổ" Tú Xương đã nói về điều đó: *"Ai khéo xoay ra phố nửa làng"*.

Ta hiểu cách xây dựng đó rất tự phát, ít nhiều có nét giống với sự phát triển các đô thị nước ta mấy chục năm qua. Cho nên dù rằng dân số thành Nam bấy giờ mới chỉ bằng một phần tám bây giờ nhưng Tú Xương đã phải hạ bút:

*"Phố phường chật hẹp người đông đúc / Bồng bềnh nhau lên nó ở non"*

Hơn mươi thập kỷ đã qua đi. Đã rất nhiều bà con đi xây dựng những miền đất mới ở rèo cao, vậy mà thành phố vẫn đông lên một cách chóng mặt. Ta hãy tiếp tục đọc thơ Tú Xương nói về vấn đề này từ hồi đầu thế kỷ. Những nhà tạo mới lối lăng được ông tạc vào thời gian cho hậu thế chiêm ngưỡng:

*"Khăn là bác nọ to tay rẽ / Váy linh cô kia quét sạch hè"*

(Năm mới)

Lối diện kệch cỡm và tác phong hóm hỉnh được ông tặng cho hai câu thơ:

*"Chí cha chí chát khua giày dép / Đen thui đen thui cũng lượt là"*

(Xuân)

Diện học đòi thì nói năng cũng sẽ vậy. Ông viết về họ:

*"Ăn, cậu cũng thời / Ngủ, bà cũng giấc"*

(Kể lai lịch)



Còn những chuyện đáng buồn khác trong nếp sống thị thành khiến ông không thể không viết, không nói tới:

*"Nhà kia lỗi phép con khinh bố / Mụ no chanh chua vợ chửi chồng / Keo cú người đâu như cút sắt / Tham lam chuyện thở rặt hơi đồng"*

(Đất Vị Hoàng)



Nhưng không phải đô thị thời Tú Xương chỉ toàn chuyện xấu như thế. Trong bài "Thày đồ dạy học" ông cho ta biết cách dạy học của người xưa:

*"Thầy ngồi chẽm trê / Trò đứng chung quanh / Dạy câu Kiều lẩy / Dạy khúc lý kinh / Dạy những khi xuống ngựa lên xe, đứng ngồi phải phép / Dạy những lúc cao lâu chiếu hát, ăn nói cho sành"*

Cũng ngay từ thời ấy thành Nam đã nổi tiếng có các món ăn đặc sản mà nổi tiếng hơn cả là kẹo Triều Châu (Sùu Châu) và bánh Hanh Tụ. Trong bài "Câu đồi Tết", hai câu thơ:

*"Thiên hạ xác rồi còn đốt pháo / Nhân tình trắng thế lại bôi vôi"*

Có cái gì như không hài lòng với thế sự. Song người đọc lại tìm thấy một tập tục tốt của đô thị xưa. Đó là cứ ngày lễ, Tết ở thành phố người ta lại quét vôi vỉa hè. (Riêng ngày Tết người ta còn vẽ các cung tên trừ ma quỷ). Quét vôi vỉa hè vừa làm phố xá trông đẹp mắt hẳn lên vừa là tẩy trùng trước khi Tết đến: Tục lệ này còn thấy cho đến những

năm sáu mươi thế kỷ trước ở Nam Định. Ngay trong câu thơ "*Vây linh cô kia quét sạch hè*" cũng cho ta biết thành phố xưa chắc sạch lắm. Nếu không, ai dám mặc kiểu váy dài đến thế. Được thế là nhờ luật lệ ở phố phường nghiêm. Trong bài thơ mà một số người cho là của Nguyễn Khuyến và số đông khẳng định là của ông Tú Vị Xuyên cho ta biết rõ ông cò ngày xưa đáng sợ đến mức "*trông thấy, ai ai chẳng dám ho*". Còn nữa:

*"Hai mái trống tung đành chịu dột"*

Là bởi vì lợp thì phải làm đơn xin phép, phải nộp thuế, nhà nghèo thì chưa lo nổi. Về phép tắc, giấy tờ xưa bài thơ đã ghi lại cho ta hiểu tính nguyên tắc và chặt chẽ của mỗi quy định pháp quy:

*"Người quên mất thẻ, âu trời cãi / Chó chạy ra đường, có chủ lo"*

(Ông Cò Hà Nam)

Lược bỏ đi cái nhìn phần hài hước, trào phúng ta thấy rõ tính nghiêm túc trong luật lệ những thiết chế chế độ xưa. Nhà thơ đã góp phần quan trọng quay được nhiều cảnh đắt giá để đời sau hiểu thành thị thời ông sống. Đừng bảo vì ông nghèo, ông thi trượt mà ông thấy được nhiều cái vô lí ở quanh mình. Đơn giản là vì ông có tài mà thôi. Những vấn đề về nếp sống, về môi trường sống và cuộc sống của thị dân mà ông đề cập cách đây một thế kỷ nay đọc vẫn mới.





# Mở rộng hai bài toán hay

TRẦN QUANG HÙNG  
(GV. THPT chuyên Khoa học Tự nhiên Hà Nội)

Trên Toán Tuổi thơ 2 số 92 năm 2010 mục giải toán qua thư có bài toán hay của thầy Nguyễn Minh Hà:

**Bài toán 1.** Cho tam giác ABC vuông tại A. Hình vuông MNPQ có M thuộc cạnh AB, N thuộc cạnh AC và P, Q thuộc cạnh BC. Giả sử BN cắt MQ tại E và CM cắt NP tại F. Chứng minh rằng  $AE = AF$  và  $\widehat{EAB} = \widehat{FAC}$ .

Lời giải bài toán trên đã có trên Toán Tuổi thơ 2 số 94 năm 2010. Phần chứng minh hai góc bằng nhau được mở rộng cho hình chữ nhật của cùng tác giả và có trên Toán Tuổi thơ 2 số 127 năm 2013 trong mục thách đấu như sau:

**Bài toán 2.** Cho tam giác ABC vuông tại A. Hình chữ nhật MNPQ thỏa mãn M thuộc cạnh AB, N thuộc cạnh AC và P, Q thuộc cạnh BC. Gọi K là giao điểm của BN và MQ, gọi L là giao điểm của CM và NP, gọi X là giao điểm của BN và CM, gọi Y là giao điểm của QN và PM.

a) Chứng minh rằng  $\widehat{KAB} = \widehat{LAC}$ .

b) Chứng minh rằng XY luôn đi qua một điểm cố định khi hình chữ nhật MNPQ di động.

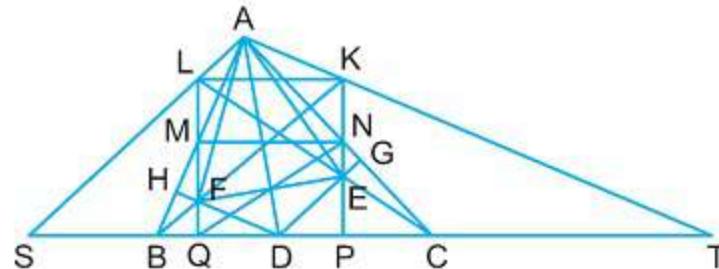
Lời giải bài toán trên đã có trên Toán Tuổi thơ 2 số 129 năm 2013. Bài viết này sẽ trình bày một số mở rộng cho hai bài toán trên. Một cách tự nhiên chúng ta suy nghĩ rằng liệu bài toán 1 có thể có cách phát biểu nào cho tam giác bất kì. Ta đi đến mở rộng đầu tiên như sau:

**Bài toán 3.** Cho tam giác ABC nhọn, không cân tại A. Dựng hình chữ nhật MNPQ sao cho M thuộc đoạn AB, N thuộc đoạn AC và P, Q thuộc đoạn

BC với  $\widehat{MNB} = \frac{\widehat{BAC}}{2}$ . Đường thẳng qua A vuông

góc AB cắt NP tại K. Đường thẳng qua A vuông góc với AC cắt MQ tại L; CL cắt NP tại E; BK cắt MQ tại F. Chứng minh rằng  $AE = AF$ .

Lời giải. Gọi AD là đường phân giác của tam giác ABC. Gọi giao điểm của BC và AL, AK thứ tự là S, T.



Ta sẽ chứng minh  $DE \parallel SL$ .

Vì  $\triangle CPN \sim \triangle CAS$  và  $\triangle CQN \sim \triangle CAD$  và theo định lí Thales ta có

$$\frac{CE}{CL} = \frac{CP}{CQ} = \frac{CP}{CN} \cdot \frac{CN}{CQ} = \frac{CA}{CS} \cdot \frac{CD}{CA} = \frac{CD}{CS}.$$

Do đó  $DE \parallel SL$ , mà  $SL \perp AC$  nên  $DE \perp AC$  vuông góc với CA tại G.

Tương tự  $DF \perp AB$  vuông góc với AB tại H.

Ta chứng minh được các điểm A, M, N, K, L đều thuộc đường tròn đường kính NL và MK nên MNKL là hình chữ nhật.

Theo định lí Thales ta có

$$\frac{DE}{DG} = \frac{SL}{SA} = \frac{TK}{TA} = \frac{DF}{DH}.$$

Chú ý rằng AD là tia phân giác của góc BAC và G, H thứ tự là hình chiếu của D trên CA, AB nên  $DG = DH$ . Do đó  $DE = DF$ . (1)

Ta lại có  $DE \parallel SA$ ,  $DF \parallel AT$  và AD là tia phân giác của góc SAT nên  $\widehat{GDA} = \widehat{DAL} = \widehat{DAK} = \widehat{FDA}$ . (2)

Từ (1), (2) suy ra  $\triangle DAE = \triangle DAF$  (c.g.c).

Do đó  $AE = AF$  và  $\widehat{AED} = \widehat{AFD}$ .

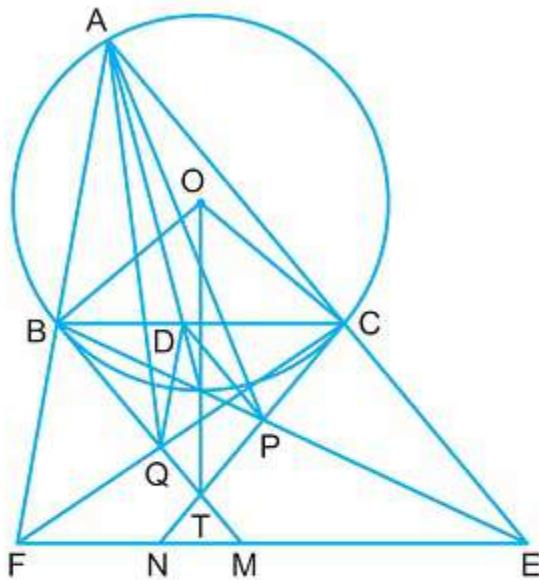
**Nhận xét.** Trong chứng minh trên từ  $\widehat{AEG} = \widehat{AFH}$  dễ dàng suy ra  $\widehat{EAB} = \widehat{FAC}$ .

Nếu trong bài toán 1, ta coi MQ, MP là các tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác vuông AMN thì ta sẽ có một hướng mở rộng khác như sau:

**Bài toán 4.** Cho tam giác ABC ( $A < 90^\circ$ ) nội tiếp đường tròn (O). Tiếp tuyến tại B, C của đường tròn

(O) cắt nhau tại T. Gọi M, N thứ tự là các điểm thuộc tia BT, CT sao cho BM = BC = CN. Đường thẳng MN cắt CA, AB theo thứ tự tại E, F; BE cắt CT tại P, CF cắt BT tại Q. Chứng minh rằng AP = AQ.

**Lời giải.** Gọi AD là phân giác của tam giác ABC.



Do B và C đối xứng với nhau qua OT và BM = CN nên M, N đối xứng với nhau qua OT, suy ra BC // MN.

Ta có

$$\begin{aligned}\widehat{FBM} &= 180^\circ - \widehat{ABC} - \widehat{CBM} \\ &= 180^\circ - \widehat{ABC} - \widehat{CAB} = \widehat{ACB}.\end{aligned}$$

Mà  $\widehat{ABC} = \widehat{BFM}$  (hai góc đồng vị).

Do đó  $\triangle ABC \sim \triangle MFB$ .

Từ đó ta chú ý FM // BC nên theo định lí Thales ta

$$\text{có } \frac{QC}{QF} = \frac{BC}{FM} = \frac{BM}{FM} = \frac{AC}{AB} = \frac{DC}{DB}.$$

Suy ra QD // BF. Tương tự PD // CE.

Từ đó theo định lí Thales và tính chất đường phân giác trong tam giác ta có

$$\frac{DQ}{DP} = \frac{DQ}{BF} \cdot \frac{BF}{CE} \cdot \frac{CE}{DP} = \frac{CD}{BC} \cdot \frac{AB}{AC} \cdot \frac{BC}{BD} = \frac{CD}{BD} \cdot \frac{AB}{AC} = 1.$$

Suy ra DP = DQ. (1)

$$\text{Ta có } \widehat{ADQ} = \widehat{ADB} + \widehat{BDQ} = \frac{\widehat{BAC}}{2} + \widehat{ACB} + \widehat{ABC}.$$

$$\text{Tương tự } \widehat{ADP} = \frac{\widehat{BAC}}{2} + \widehat{ACB} + \widehat{ABC}.$$

$$\text{Do đó } \widehat{ADQ} = \widehat{ADP}. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra  $\triangle ADQ \sim \triangle ADP$  (c.g.c).

Do đó AP = AQ.

**Nhận xét.** Trong chứng minh trên ta cũng dễ thấy  $\widehat{PAB} = \widehat{QAC}$ .

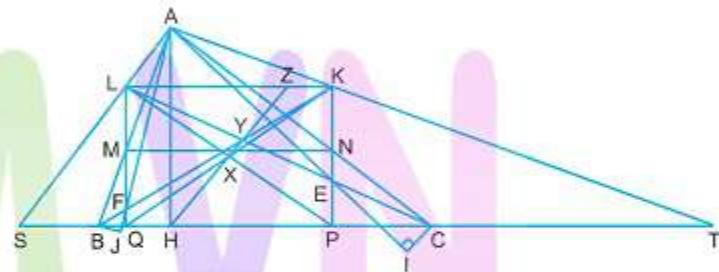
Hướng mở rộng của bài toán 3 cũng có thể áp dụng tiếp được cho bài toán 2. Ta có bài toán như sau:

**Bài toán 5.** Cho tam giác ABC, dựng hình chữ nhật MNPQ sao cho M, N thứ tự thuộc cạnh AB, AC và P, Q thuộc cạnh BC. Đường thẳng qua A vuông góc với AB cắt NP tại K. Đường thẳng qua A vuông góc với AC cắt MQ tại L; CL cắt NP tại E, BK cắt MQ tại F.

a) Chứng minh rằng  $\widehat{BAF} = \widehat{CAE}$ .

b) Gọi X là giao điểm của LP và QK, gọi Y là giao điểm của BK và CL. Chứng minh rằng XY luôn đi qua một điểm cố định khi hình chữ nhật MNPQ di động.

**Lời giải.** a) Gọi giao điểm của BC và AL, AK thứ tự là S, T.



Gọi I là hình chiếu của C trên AE, J là hình chiếu của B trên AF.

Vì  $\triangle BMQ \sim \triangle BTA$  và  $\triangle CNP \sim \triangle CSA$  nên ta có

$$\begin{aligned}\frac{BJ}{CI} &= \frac{BJ}{AK} \cdot \frac{AK}{AL} \cdot \frac{AL}{CI} = \frac{BF}{FK} \cdot \frac{AK}{AL} \cdot \frac{LE}{EC} \\ &= \frac{BQ}{LK} \cdot \frac{AT}{AS} \cdot \frac{LK}{PC} = \frac{BQ}{AB} \cdot \frac{AB}{AC} \cdot \frac{AC}{PC} \cdot \frac{AT}{AS} \\ &= \frac{MQ}{AT} \cdot \frac{AB}{AC} \cdot \frac{AS}{NP} \cdot \frac{AT}{AS} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{BJ}{BA} = \frac{CI}{CA}.\end{aligned}$$

Suy ra  $\triangle ABJ \sim \triangle ACI$ , từ đó  $\widehat{BAF} = \widehat{CAE}$ .

b) Gọi giao điểm của XY với LK và BC thứ tự tại Z, H. Tứ giác LKPQ là hình chữ nhật, X là giao điểm hai đường chéo LP và KQ.

Theo định lí Thales ta có

$$\frac{HP}{HC} = \frac{LZ}{HC} = \frac{LY}{YC} = \frac{LK}{BC} = \frac{MN}{BC} = \frac{AN}{AC}.$$

Suy ra AH // NP, mà NP ⊥ BC. Do đó AH ⊥ BC.

Vậy XY đi qua điểm H cố định.

# TRẬN ĐẤU THÚ MỘT TRĂM BỐN MUOI TƯ

Người thách đấu: Dương Đức Lâm, GV THPT chuyên Đại học Sư phạm Hà Nội

Bài toán thách đấu: Cho các số thực dương a, b, c. Chứng minh rằng

$$\frac{a^2}{b+c} + \frac{b^2}{c+a} + \frac{c^2}{a+b} \geq \frac{(a+b+c)^2}{2\sqrt{3}(ab+bc+ca)}.$$

Thời hạn: Trước ngày 08.04.2017 theo dấu bưu điện.

**Kết quả** (TTT2 số 167)

# TRẬN ĐẤU THÚ MỘT TRĂM BỐN MUOI HAI

ĐKXĐ  $x, y, z > 0$ .

Vì  $\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z} = 3$  nên áp dụng bất đẳng thức AM-GM cho các số dương ta có

$$27(x+y+z)xyz = (x+y+z).3\sqrt{xy}.3\sqrt{yz}.3\sqrt{zx}$$

$$\leq \left[ \frac{x+y+z+3(\sqrt{xy}+\sqrt{yz}+\sqrt{zx})}{4} \right]^4$$

$$= \left[ \frac{(\sqrt{x}+\sqrt{y}+\sqrt{z})^2+(\sqrt{xy}+\sqrt{yz}+\sqrt{zx})}{4} \right]^4$$

$$\leq \left[ (\sqrt{x}+\sqrt{y}+\sqrt{z})^2 + \frac{1}{3}(\sqrt{x}+\sqrt{y}+\sqrt{z})^2 \right]^4$$

$$= \left[ 3^2 + \frac{1}{3} \cdot 3^2 \right]^4 = 3^4$$

$$\Rightarrow x+y+z \leq \frac{3}{xyz}.$$

Đẳng thức xảy ra khi xảy ra chỉ khi  $x=y=z=1$ .

Thử lại thấy đúng.

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất là  $(x, y, z) = (1; 1; 1)$ .

**Nhận xét.** Đặng quang trong trận đấu này là bạn Dương Quang Giang, 9A2, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, Vĩnh Phúc vì bạn Giang có lời giải sớm và ngắn gọn nhất.

Bạn Nguyễn Thùy Dương, 7G, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, Vĩnh Phúc cũng có lời giải đúng được khen kì này.

**Kết quả** (TTT số 167)

## Giải lúc giao thừa

Bài toán có nhiều đáp án. Dưới đây nêu ra một cách mà chỉ dùng bốn phép tính  $+$ ,  $-$ ,  $\times$ , : và dấu  $( )$ .

$$(1+2):3$$

$$= 1 \times 2 + 3 - 4$$

$$= 1 + 2 - 3 - 4 + 5$$

$$= 1 \times 2 \times 3 - 4 + 5 - 6$$

$$= (1+2+3+4):5+6-7$$

$$= 1-2-3+4+5:(6+7-8)$$

$$= 1+2-3-4+5+6-7-8+9$$

$$= 1.$$



**Nhận xét.** Các bạn sau có lời giải đúng được thưởng kì này: **Phan Thế Anh**, 8A6, THCS Trần Phú, TP. Phú Lý, **Hà Nam**; **Cao Trần Hà Thái**, 6A5, THCS Thị trấn Vũ Thư, Vũ Thư, **Thái Bình**; **Đinh Vũ Tùng Lâm**, 8A2, THCS Cầu Giấy, Cầu Giấy, **Hà Nội**; **Chu Hoàng Minh Vũ**, 6D, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; **Trịnh Bình An**, 7A, THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên, **Vĩnh Phúc**.

NGUYỄN NGỌC MINH



LÊ ĐỨC THUẬN



**Bài 1NS.** Cho các số tự nhiên a, b, c, d đôi một khác nhau và khác 0 thỏa mãn  $a^2 + d^2 = b^2 + c^2 = P$ . Chứng minh rằng:

- a) P là hợp số.  
b) ab + cd và ac + bd không thể đồng thời là số nguyên tố.

TRƯƠNG QUANG AN (GV. THCS Nghĩa Thắng, Tư Nghĩa, Quảng Ngãi)

**Bài 2NS.** Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn  $abc = 1$ . Tìm giá trị

$$\text{nhỏ nhất của biểu thức } P = \frac{a^4(b^2 + c^2)}{3b^3 + 5c^3} + \frac{b^4(c^2 + a^2)}{3c^3 + 5a^3} + \frac{c^4(a^2 + b^2)}{3a^3 + 5b^3}.$$

NGUYỄN MINH SANG (GV. THCS Lâm Thao, Lâm Thao, Phú Thọ)

**Bài 3NS.** Cho tam giác nhọn ABC với đường phân giác AD. Chứng minh rằng tiếp tuyến tại B của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABD, tiếp tuyến tại C của đường tròn ngoại tiếp tam giác ACD cắt nhau tại một điểm thuộc đường thẳng AD.

CAO NGỌC TOẢN (GV. THPT Tam Giang, Phong Điền, Thừa Thiên - Huế)

## Kết quả *Cuộc thi giải toán dành cho nữ sinh* (TTT2 số 167)

**Bài 19NS.** Ta có  $(a+1)^3 - (b+1)^3 = (a-b)[a^2 + b^2 + ab + 3(a+b) + 3]$ . Vì  $a^2 + b^2 + ab + 3(a+b) + 3 : 5$  nên  $(a+1)^3 - (b+1)^3 : 5 \Rightarrow (a+1)^3 \equiv (b+1)^3 \pmod{5}$  ( $\Rightarrow a+1 \equiv b+1 \pmod{5}$ ) (chứng minh phản chứng). Để kiểm tra rằng  $r \not\equiv s \pmod{5}$  với  $0 \leq r, s \leq 4$  thì  $r^3 \not\equiv s^3 \pmod{5} \Rightarrow a \equiv b \pmod{5} \Rightarrow a-b : 5$ .

**Nhận xét.** Các bạn có lời giải đúng: Nguyễn Thu Hiền, Bùi Thùy Linh, Nguyễn Thùy Dương, Vũ Linh Chi, 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, Phú Thọ; Phạm Thị Kiều Trang, Nguyễn Trúc Quỳnh, 9A2, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, Chu Thị Thanh, Phùng Thị Khánh Linh, 9E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, Vĩnh Phúc; Trần Như Quỳnh, Trần Thị Kim Oanh, Lê Thị Hằng Nhi, Phan Lê Văn Nhi, Phạm Ánh Nguyệt, Nguyễn An Na, Nguyễn Hải Ly, 8A, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, Hà Tĩnh; Ngô Văn Anh, 9C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, Nghệ An.

**Bài 20NS.** Điều kiện xác định  $8 \leq x \leq 10$ .

Phương trình đã cho tương đương với

$$(2\sqrt{2x-2}-8)+(5\sqrt{6x-29}-25) + (\sqrt{10-x}-1)-(9-x)\sqrt{x-8} = x^2 - 16x + 63 \\ \Leftrightarrow \frac{4(x-9)}{\sqrt{2x-2}+4} + \frac{30(x-9)}{\sqrt{6x-29}+5} - \frac{x-9}{\sqrt{10-x}+1} - (x-9)\sqrt{x-8} - (x-9)(x-7) = 0.$$

Tiếp tục xét các trường hợp  $x = 9$ ;  $8 \leq x < 9$ ;  $8 < x \leq 10$ , suy ra phương trình có nghiệm  $x = 9$ .

**Nhận xét.** Các bạn có lời giải đúng: Nguyễn Thu Hiền, Bùi Thùy Linh, Nguyễn Thùy Dương, Vũ Linh Chi, Bùi Thị Quỳnh, 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, Phú Thọ; Chu Thị Thanh, Phùng Thị Khánh Linh, 9E1,

THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, Vĩnh Phúc; Trần Như Quỳnh, Trần Thị Kim Oanh, Lê Thị Hằng Nhi, Phan Lê Văn Nhi, Phạm Ánh Nguyệt, Nguyễn An Na, Nguyễn Hải Ly, 8A, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, Hà Tĩnh; Ngô Văn Anh, 9C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, Nghệ An.

**Bài 21NS.** Bạn đọc tự vẽ hình.

Gọi I là trung điểm của DE.

Tam giác CED cân tại C nên đường trung tuyến CI đồng thời là đường cao, suy ra  $CI \perp DE$ . (1)

Tam giác EAD có NI là đường trung bình suy ra  $NI // AD$ ,  $AD = 2NI$ .

Do đó  $NI // MC$ ,  $NI = MC$ , suy ra MNIC là hình bình hành, từ đó  $MN // CI$ . (2)

Từ (1) và (2) suy ra  $DE \perp MN$ .

**Nhận xét.** Các bạn có lời giải đúng: Bùi Thùy Linh, Nguyễn Thùy Dương, 9A3, THCS Lâm Thao, Nguyễn Hà Phương, Nguyễn Thu Hằng, Phạm Thị Minh Ngọc, Nguyễn Ngọc Bích, 8D, THCS Cao Mại, Lâm Thao, Phú Thọ; Phạm Thị Kiều Trang, Nguyễn Trúc Quỳnh, 9A2, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, Vĩnh Phúc; Trần Như Quỳnh, Trần Thị Kim Oanh, Lê Thị Hằng Nhi, Phan Lê Văn Nhi, Phạm Ánh Nguyệt, 8A, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, Hà Tĩnh; Phạm Thị Thảo Ngân, Nguyễn Thị Ngọc, Phan Thị Ngân, 9C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, Nghệ An.

**Các bạn sau được thưởng kỉ này:**  
Nguyễn Thu Hiền, 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, Phú Thọ; Phạm Thị Kiều Trang, 9A2, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, Phùng Thị Khánh Linh, 9E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, Vĩnh Phúc; Phan Lê Văn Nhi, Lê Thị Hằng Nhi, 8A, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, Hà Tĩnh.

**Ảnh các bạn được thưởng ở bìa 4.**

NGUYỄN HIỆP

# ĐỀ DỰ TUYỂN CUỘC THI CÂU LẠC BỘ TOÁN TUỔI THƠ TOÀN QUỐC 2016



NĐT

VŨ THÀNH NAM (Dịch)

1. How many integers  $n$  satisfy the conditions

$1 \leq n \leq 2016$ , and  $\frac{n^2 + 7}{n+4}$  is an irreducible fraction?

2. Let  $a$ ,  $b$ , and  $c$  be nonzero real numbers such

$$\text{that } \frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{a} = \frac{a^3}{b} + \frac{b^3}{a}.$$

Find the value of  $M = \frac{a^9}{b} + \frac{b^9}{a}$ .

3. Find all integers  $n$  such that  $n^4 + 808$  is divisible by 2016.

4. Find all the roots of the equation

$$(3x+1)^3 + (2x-7)^3 - (5x-6)^3 = 0.$$

5. Find the smallest positive integer  $n$  such that  $2n$  is a perfect square and  $3n$  is a perfect cube.

6. A mother deposits 100,000,000 VND in the bank with interest calculated yearly. After 2 years, the amount received back is 112,360,000 VND including both the principal amount and the interest. Find the interest rate per annum given that the interest earned from the first year is compounded in the calculation for the second year.

7. Find all integers  $x$  such that the value of the following expression is a perfect square  $A = (x-2015)(x-2016)(x-2017)$ .

8. Find the values of the parameter  $m$  such that the polynomial  $A(x) = x^2 - 4mx + 12m - 9$  has two roots and one root is three times the other root.

9. Calculate the sum

$$S = \frac{1^2}{1.3} + \frac{2^2}{3.5} + \frac{3^2}{5.7} + \dots + \frac{2016^2}{4031.4033}.$$

10. Given two positive numbers  $a$  and  $b$  such that  $a + b = 6$ . Find the maximum value of the expression  $M = ab^2$ .

11. Given a triangle  $ABC$  having  $AB = 18$  cm,  $BC = 30$  cm, and  $AC = 24$  cm. Let  $O$  be the intersection of the perpendicular bisectors and  $G$

be the centroid of the triangle. Find the length of  $OG$ .

12. Given a right angle  $ABC$  with the right angle at  $A$  and  $\angle B = 50^\circ$ . Let  $BD$  be the median of the triangle. The line passing through  $A$  and perpendicular to  $BD$  intersects the line passing through  $C$  and perpendicular to  $AC$  at  $E$ . Find the measure of  $\angle ADE$ .

13. Let  $ABC$  be a right triangle with the right angle at  $A$  and  $\angle B = 75^\circ$ . Let  $D$  be a point on the ray  $BA$  such that  $BD = 2AC$ . Find the measure of  $\angle ACD$ .

14. Let  $ABC$  be an isosceles triangle (where  $\angle A < 90^\circ$ ), and  $BD$  be its angle bisector. Draw  $DE$  as the angle bisector in the triangle  $BCD$ , and  $DF$  as the angle bisector in the triangle  $ABD$ . Let  $K$  be the intersection of  $DF$  và  $BC$ . Given that  $BC = 5$  cm and  $BD = 6$  cm, find the length of  $EK$ .

15. Let  $ABC$  be a right triangle with the right angle at  $A$  which has its height  $AH$ , median  $BM$  and angle bisector  $CD$  concurrent at the point  $O$ . Find the ratio  $\frac{BH}{AC}$ .

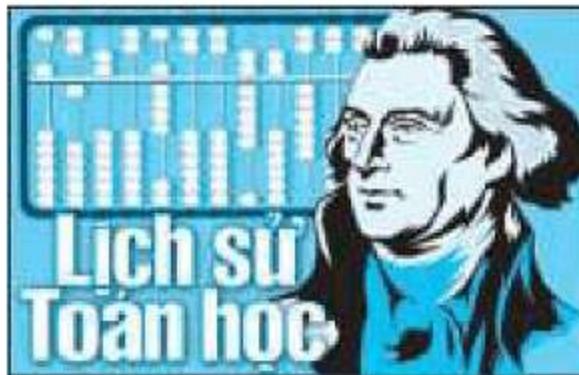
## Kì 27



$$\begin{array}{r} \text{SEVEN} \\ + \text{SEVEN} \\ \hline \text{TWENTY} \end{array}$$

Hãy thay các chữ cái bởi các chữ số. Các chữ khác nhau biểu diễn các chữ số khác nhau.  
Lời giải cần có lập luận lôgic.

TRƯỜNG CÔNG THÀNH  
(Sưu tầm)



Oclit (Euclid) người Hy Lạp sống ở Ai Cập cổ đại, được cho là sinh khoảng năm 330 và mất năm 275 trước Công Nguyên. Ông là người được coi là một trong ba nhà bác học vĩ đại ở thế kỷ III TCN cùng với Acsimét (Archimedes) (287 - 212 TCN), Apôlôniut (Apollonius) (262 - 200 TCN).

Có thể coi ông là nhà toán học đầu tiên chính xác hóa và làm cho toán học có được nền móng vững chắc nhờ đưa ra các tiên đề. Có thể coi tiên đề là các mệnh đề toán học đúng một cách hiển nhiên, không thể chứng minh và cũng không cần chứng minh. Nhưng nếu thiếu tiên đề thì cũng không thể có lâu đài toán học. Bạn thử tưởng tượng muốn chứng minh mệnh đề Z ta phải dựa vào mệnh đề Y. Đến lượt mệnh đề Y ta phải dựa vào mệnh đề X... cứ như vậy... Đến một lúc ta phải công nhận một mệnh đề nào đó, chẳng hạn A. Ta gọi đó là tiên đề (mệnh đề đầu tiên). Ngoài tiên đề ta còn công nhận một số khái niệm cơ bản như điểm, đường thẳng, mặt phẳng,... Chúng đều là những viên gạch và xi măng đầu tiên để xây lâu đài toán học.

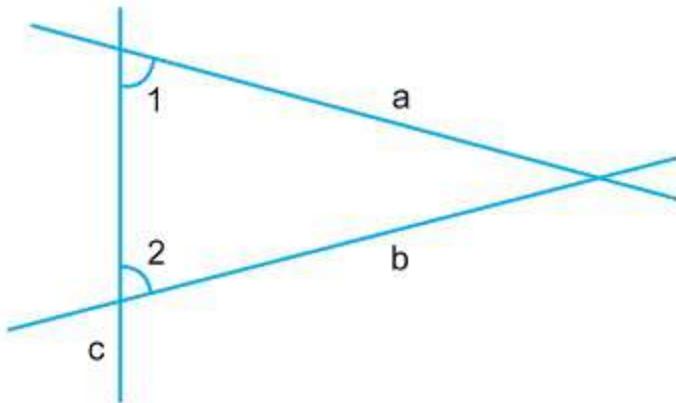
Oclit trong cuốn sách *Nguyên lý cơ bản* đã nêu ra một tiên đề mà người đời sau gọi là Tiên đề 5.

Tiên đề 5 như sau:

*Nếu một đường thẳng cắt hai đường thẳng khác tạo thành hai góc trong cùng phía có tổng bé hơn hai góc vuông thì khi kéo dài vô hạn hai đường thẳng này, chúng sẽ cắt nhau về phía hai góc đó.*

Tiên đề này phát biểu khá phức tạp, lại nêu ra ở mệnh đề thứ 29 nên người đời sau nghi ngờ nó. Hai đường thẳng nằm trên một mặt phẳng kéo

dài vô hạn về hai phía mà không cắt nhau thì gọi là hai đường thẳng song song (\*).



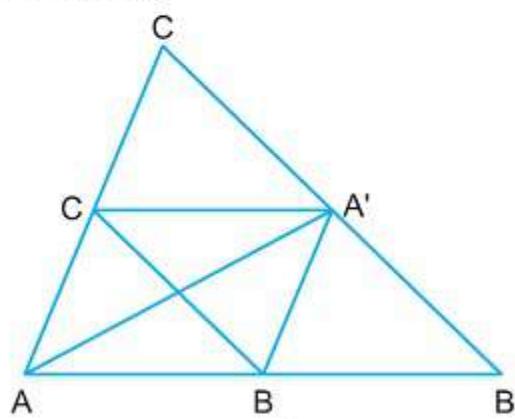
Tiên đề 5 vì thế còn được gọi là tiên đề về đường thẳng song song. Các bạn đều biết rằng góc vuông có số đo bằng  $90^\circ$ . Tiên đề này có nội dung là (xem hình vẽ): nếu c cắt a, cắt b mà góc 1 và góc 2 có tổng nhỏ hơn  $180^\circ$  thì a và b không song song.

Nhiều nhà toán học suốt 2000 năm qua đã đi chứng minh các mệnh đề mà thực ra tương đương với Tiên đề 5.

Đó là:

- \* Hai đường thẳng song song bị đường thẳng thứ ba cắt thì hai góc trong cùng phía có tổng bằng  $180^\circ$ .
- \* Tổng 3 góc trong của một tam giác bằng  $180^\circ$  (tức 2 lần góc vuông).

Nhà toán học Adrien Marie Legendre (sinh 1752 mất 1833) đã từng mắc sai lầm khi đi chứng minh Tiên đề 5 như sau:



Qua A' dựng một đường thẳng cắt cả hai cạnh của góc BAC ở B' và C'.

Theo bạn thì ông đã sai lầm ở chỗ nào?

(Kì sau đăng tiếp)

(\*). Chú ý: Chương trình Tiểu học ở nhiều nước có lớp 6. Học sinh được học về 2 đường thẳng song song, hai đường thẳng vuông góc, góc vuông.



## ĐỀ THI CÂU LẠC BỘ TTT

NGUYỄN ĐỨC TẤN  
(TP. Hồ Chí Minh)

VŨ THÀNH NAM (dịch)

### Kì 6

**CLB26.** Let  $x$ ,  $y$ , and  $z$  be non-zero real numbers such that  $40x + 20y = 30y + 15z = 24z + 12x$ . Find the value of the expression  $M = 5x + 3y - 4z + 2016$ .

**CLB27.** Let  $a$ ,  $b$ , and  $c$  be real numbers such that

$$\frac{a^3}{a^2 + ab + b^2} + \frac{b^3}{b^2 + bc + c^2} + \frac{c^3}{c^2 + ca + a^2} = 2017.$$

Find the value of the expression

$$P = \frac{b^3}{a^2 + ab + b^2} + \frac{c^3}{b^2 + bc + c^2} + \frac{a^3}{c^2 + ca + a^2}.$$

**CLB28.** Find the integers  $x$  and  $y$  such that

$$2x - 3y = x^3y.$$

**CLB29.** Given the positive numbers  $a$ ,  $b$ , and  $c$  such that  $abc = 1$ . Find the maximum value of the expression

$$M = \frac{1}{a^2 + 2b^2 + 3} + \frac{1}{b^2 + 2c^2 + 3} + \frac{1}{c^2 + 2a^2 + 3}.$$

**CLB30.** Given a triangle  $ABC$  having  $\angle A = 70^\circ$  and  $\angle B = 50^\circ$ . Let  $D$  be the point on the ray  $BA$  such that  $BD = AC$ . Let  $E$  and  $F$  be the midpoints of  $AD$  and  $BC$ , respectively. Find the measure of the angle  $BEF$ .

**CLB18.** • Nếu  $a = 3$  thì  $b = 2$ .

- Nếu  $b = 3$  thì  $a^2 = 19$  (không thỏa mãn).
- Nếu  $a$  và  $b$  đều khác 3 thì  $a$  và  $b$  đều không chia hết cho 3. Suy ra  $a^2$  và  $b^2$  chia cho 3 đều dư 1. Do đó  $1 = a^2 - 2b^2$  chia cho 3 dư 2 (không thỏa mãn).

Vậy  $a = 3$ ,  $b = 2$ .

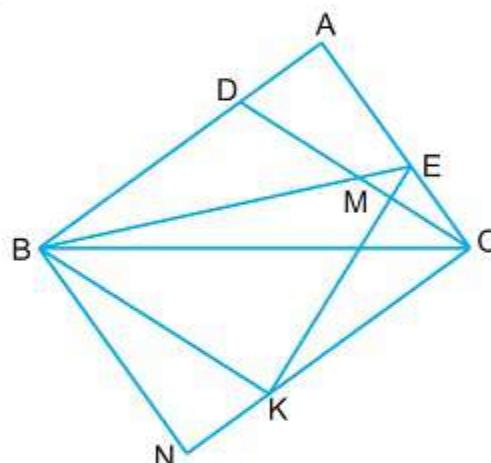
**CLB19.** Ta thấy  $10, 20, 30, 40$  thỏa mãn yêu cầu đề bài nên  $n \geq 4$ .

Giả sử  $a, b, c, d$  là 4 số bất kỳ trong  $n$  số được chọn. Khi đó  $3a + 2(b + c + d) = (a + b + c) + (a + b + d) + (a + c + d) : 10$ . Từ đó  $a : 10$ .

Do đó tất cả các số được chọn chia hết cho 10.

Vì từ 1 đến 2017 có 201 số chia hết cho 10 nên  $n = 201$ .

**CLB20.** Dựng hình chữ nhật CABN. Trên cạnh CN lấy điểm K sao cho  $CK = BD$ .



Ta có tứ giác  $BDCK$  là hình bình hành nên  $BK \parallel DC$ .

Vì  $AB = CN$ ,  $BD = CK$  nên  $NK = AD$ .

Suy ra  $NK = AD = CE$ .

Mặt khác  $BN = AC = BD = CK$ .

Ta có  $\triangle NKB = \triangle CKE$  (c.g.c).

Suy ra  $KB = KE$  và  $\widehat{NKB} = \widehat{CKE}$ .

Ta có

$$\widehat{NKB} + \widehat{CKE} = \widehat{CEK} + \widehat{CEK} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{BKE} = 90^\circ.$$

Vì  $\triangle KBE$  vuông tại K có  $KB = KE$  nên  $\triangle KBE$  vuông cân tại K, suy ra  $\widehat{KBE} = 45^\circ$ .

Mà  $\widehat{BMD} = \widehat{KBE}$  (so le trong với  $BK \parallel DC$ ).

Vậy  $\widehat{BMD} = 45^\circ$ .

**Nhận xét.** Các bạn sau có lời giải tốt được thưởng kì này: **Đinh Vũ Tùng Lâm, Phan Quang Anh, 8A2, THCS Cầu Giấy, Q. Cầu Giấy, Hà Nội.**

NGUYỄN NGỌC HÂN

**CLB17.** Đặt  $n = 2k + r$  ( $k \in \mathbb{N}$ ,  $r \in \{0; 1\}$ ).

Ta có  $9^n = 9^{2k+r} = 9^r \cdot 81^k$  có chữ số tận cùng là 9 (nếu  $r = 1$ ), là 1 (nếu  $r = 0$ ).

Mặt khác  $7^{2017} = 7 \cdot 7^{2016} = 7 \cdot 2401^{504}$  có chữ số tận cùng là 7.

Vậy  $9^n + 7^{2017}$  có chữ số tận cùng là 8 nếu  $n = 2k$ .  
Mà  $n < 20$  nên  $n \in \{0; 2; 4; 6; 8; 10; 12; 14; 16; 18\}$ .

# HỒI ỨC VỀ TỔNG BIÊN TẬP ĐẦU TIÊN CỦA TOÁN HỌC & TUỔI TRẺ

(GS. NGUYỄN CẢNH TOÀN 28.9.1926 - 8.2.2017)

Năm 1959 Ủy ban Khoa học Nhà nước ra đời. Ông Tạ Quang Bửu cùng Ủy ban lập ra Ban Khoa học Cơ bản do ông Lê Văn Thiêm làm trưởng ban, trong đó có ông Nguyễn Cảnh Toàn, ông Hoàng Tụy làm ủy viên. Ban Khoa học Cơ bản đã đề xuất ý tưởng thành lập Hội Toán học Việt Nam, tạp chí Acta Mathematica và báo Toán học & Tuổi trẻ (THTT). Năm 1964 báo Toán học & Tuổi trẻ ra đời, GS. Nguyễn Cảnh Toàn là Chủ nhiệm (sau này đổi là Tổng biên tập).

Năm 1968 lần đầu tôi nhìn thấy tờ Toán học & Tuổi trẻ ở chợ Viềng, Mỹ Lộc, Nam Định gần nơi sơ tán và từ đó tôi thường xuyên đọc Toán học & Tuổi trẻ. Năm 1991 khi về thay cô Hà làm biên tập báo Toán học & Tuổi trẻ tôi bắt đầu tiếp xúc với GS. Nguyễn Cảnh Toàn.

Bấy giờ tạp chí Toán học & Tuổi trẻ đang trong thời kì khó khăn. Số lượng phát hành năm 1991 chỉ còn 1500 bản/kì. GS. Nguyễn Cảnh Toàn cùng ông Ngô Đạt Tứ, Phó Tổng biên tập THTT làm thủ tục cho THTT chuyển từ Viện Toán học Việt Nam về Bộ Giáo dục.

Tháng 12.1991 trụ sở báo chuyển từ 70 Trần Hưng Đạo sang 81 Trần Hưng Đạo. Giai đoạn đầu thuộc Nhà xuất bản Giáo dục, bộ phận thường trực báo (GS. Nguyễn Cảnh Toàn, ông Ngô Đạt Tứ, PGS. Vũ Dương Thụy, GS. Vũ Thành Khiết và tôi) họp đều đặn hàng tháng. Ngay số tháng 1.1992 THTT đã bán trở lại được hơn 12 000 bản (Đến 1997 đã đạt tới số lượng 22 000 bản).

GS. Nguyễn Cảnh Toàn chủ trương đổi mới THTT theo hướng: Rèn luyện tư duy toán, mở rộng đối tượng phục vụ, cách viết vui, mở rộng quan hệ của báo. Các chuyên mục mới như: ống kính cải cách dạy và học toán, đề cho THCS, bài dịch sang tiếng Anh ra đời trong thời kì này. GS đề nghị nội dung, cách phát hành cũng quan tâm hơn đến miền Nam và chuẩn bị để từ 1.1993 ra mỗi tháng một số. GS cũng đề nghị số tháng 7, tháng 8 là báo hè với nội dung nhẹ nhàng, vui, thư giãn, có nhiều câu chuyện vui. GS cho rằng nên giảm số trang thuần túy toán để thêm cho những vấn đề quanh toán, tăng đề thi cho THCS, chú ý cho tranh vẽ đẹp hơn. GS chú ý cả đến các vấn đề quảng cáo, giá báo, phí phát hành...

Ngày 31.3.1998 tôi cùng GS đi Yên Bai và 2.4.1998 đi Lào Cai công tác. Trước khi đi GS viết

thư ngắn dặn dò tôi công tác chuẩn bị và lịch trình sẽ đi. Đường hồi đó từ Yên Bai đến Lào Cai còn ngoằn ngoèo quanh co. Chiếc xe Lada cũ không có điều hòa. Lên đến nơi GS vẫn ngồi viết bài buổi tối gửi về các báo bằng đường bưu điện. Buổi sáng GS dậy sớm và đi bộ khoảng nửa tiếng.

Lần đó tôi thay mặt THTT nói về nội dung và vấn đề phát hành tạp chí. GS. Nguyễn Cảnh Toàn nói về tạp chí của Hội Khuyến học.

Năm 2002, ngày 9.12 đoàn THTT do GS dẫn đầu đi công tác TP. Hồ Chí Minh, Cần Thơ, Vĩnh Long. Năm đó GS đã 76 tuổi. GS cùng chúng tôi chụp ảnh lưu niệm ở cầu Mỹ Thuận, đi thuyền trên sông nước giữa tỉnh Tiền Giang và Vĩnh Long. Chuyện đáng nhớ nhất là trong chuyến đi ấy đoàn đến tham quan khu Suối Tiên. GS tham gia cả trò chơi đu quay mà cả những thành viên trẻ trung trong đoàn cũng ngại không dám thử.

Tháng 9 năm 1996 nhân kỉ niệm sinh nhật lần thứ 70 (28.9.1926) của GS, tạp chí THTT số 231 đã dành 1 trang đăng ảnh GS và tên của 42 bài báo GS đã đăng trên THTT cho đến lúc đó. Có những bài đặt tên rất đặc biệt: Số ảo ngu ngốc hay thông minh; Tư tưởng tiến công trong toán học; Số, lệnh, hình và gì nữa; Ai bảo toán học là khô khan;...

Ngày 22.6.2005 tại Hội trường Nhà xuất bản Giáo dục đã diễn ra buổi gặp mặt thân mật chia tay GS. Nguyễn Cảnh Toàn sau gần 41 năm liên tục làm Chủ nhiệm và Tổng biên tập tạp chí. Số báo 336 là số báo cuối cùng GS còn là Tổng biên tập.

Năm nay Toán học & Tuổi trẻ đã bước sang tuổi 54, đang đi tiếp những chặng đường mà từ 1964-1992 GS Toàn và các nhà toán học, các thầy giáo và các cộng tác viên đã khởi đầu tốt đẹp. GS. Nguyễn Cảnh Toàn là một trong những người Việt đầu tiên dạy toán bậc đại học (1951), là người đề xuất một hướng mới trong Hình học xạ ảnh. GS không chỉ là nhà toán học mà còn là một nhà hoạt động giáo dục, khởi đầu cho đào tạo trên đại học ở Việt Nam và đào tạo từ xa, luôn cổ vũ cho tự học...

Từ THTT năm 2000 đã ra đời tạp chí Toán Tuổi thơ. Trong ngày GS. Nguyễn Cảnh Toàn mãi mãi đi xa, thế hệ trẻ Việt Nam nhớ GS nhất với cương vị Tổng biên tập báo THTT đầu tiên và liên tục 40 năm, nơi ươm mầm những tài năng trẻ.

VŨ KIM THỦY

(Bài đã đăng báo Giáo dục và Thời đại)



**Hỏi:** Anh Phóơi! Lớp em 45 bạn thì có khoảng hơn 30 bạn dùng facebook. Bố mẹ em không cho em dùng, còn các bạn thì bảo nên dùng không thì lạc hậu mất. Em phải làm sao đây ạ?

LÊ NGỌC THÁI HÀ  
(7/4 THCS Lê Văn Thiêm, Đức Thọ, Hà Tĩnh)

**Đáp:**

Thế giới bảy tỉ người  
Người twitter, facebook  
Công nghệ số có lúc  
Gây nghiện cho nhiều người  
Tra thông tin đồng thời  
Văn học rèn trí nhớ  
Chuyện thường ngày chả lẽ  
Chốc chốc gõ google  
Còn kết bạn thì chờ  
Lớn thêm thêm chút nữa  
Thế giới thực rộng mở  
Bao nhiêu bạn đang chờ  
Vào cấp 3 là vừa  
Kết bạn thế giới ảo



**Hỏi:**

Anh Phóơi! Anh Phó!  
Mục Giải toán qua thư  
Có phiếu đăng ký dự  
Phiếu dùng để làm gì?  
Nơi dán đâu cho hợp  
Đúng với cách dự thi

NGUYỄN HUỲNH

(7A, THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên, Vĩnh Phúc)

**Đáp:**

Phiếu để ban tổ chức  
Biết em muốn dự thi  
Dán đầu tờ giấy đi  
Viết bài làm vào đó



**Hỏi:** Anh Phóơi! Trong phần Thế cờ, em thấy các bài có câu “đi trước thắng” mà không viết rõ mấy bước. Như vậy tức là gì ạ? Thắng sau một nước hay đi sau ít nước cờ nhất ạ?

PHẠM VŨ HOÀNG

(6A, THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên, Vĩnh Phúc)

**Đáp:**

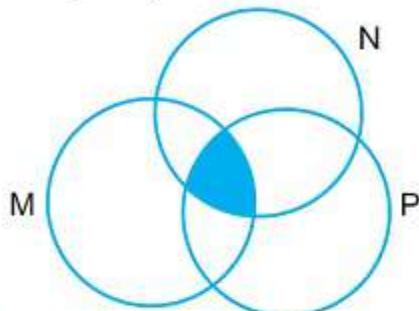
Đây ngang tài ngang sức  
Đối thủ nghĩ như nhau  
Nên đi trước với sau  
Là vô cùng quan trọng  
Không nói sau mấy bước  
Bạn tự giải ra thôi  
Tìm được nước đi rồi  
Câu trả lời sẽ rõ

ANH PHÓ



## CÁC LỚP 6 & 7

**Bài 1(170).** Hình tròn M biểu diễn tập hợp của tất cả các số dạng  $2m$ , hình tròn N biểu diễn tất cả các số dạng  $n^2$ , hình tròn P biểu diễn tất cả các số dạng  $10^k$ , trong đó  $m, n, k$  là các số nguyên dương. Số nào trong các số sau thuộc vào vùng tô đậm.



- A. 2    B. 4    C. 10    D. 25    E. 100

VŨ KIM THỦY

**Bài 2(170).** Cho tam giác ABC cân tại A. Dựng tam giác đều ABD và dựng tam giác ACE vuông cân tại A (D thuộc nửa mặt phẳng bờ AB không chứa C và E thuộc nửa mặt phẳng bờ AC không chứa B). Gọi O là giao điểm của BE và CD. Tính số đo góc BOC.

LỤC BÌNH

(GV. trường Trưng Vương, TP. Đông Hà, Quảng Trị)

## CÁC LỚP THCS

**Bài 3(170).** Giải phương trình

$$x^3 + 3x^2 + 3x + 2 + \sqrt[3]{x^3 - 8x - 8} = 0.$$

BÙI HẢI QUANG

(GV. THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, Phú Thọ)

**Bài 4(170).** Cho  $a, b, c$  là độ dài ba cạnh của một tam giác có tổng độ dài ba đường trung tuyến bằng 1. Chứng minh rằng  $\frac{4}{9} \leq a^2 + b^2 + c^2 < \frac{2}{3}$ .

NGUYỄN VĂN XÁ

(GV. THPT Yên Phong số 2, Yên Phong, Bắc Ninh)

**Bài 5(170).** Một hình hộp chữ nhật có độ dài các cạnh là các số tự nhiên đo theo xăng-ti-mét và có thể tích là  $25102015 \text{ cm}^3$ . Hỏi có thể tìm được ba hình vuông với

tổng diện tích là  $25102015 \text{ cm}^2$  và độ dài cạnh của chúng bằng độ dài các cạnh khác nhau của hình hộp chữ nhật đã cho hay không?

NGUYỄN ĐỨC TẤN

(TP. Hồ Chí Minh)

**Bài 6(170).** Cho tam giác ABC với J là giao điểm của các đường phân giác trong BB<sub>1</sub> và CC<sub>1</sub>. Đường thẳng B<sub>1</sub>C<sub>1</sub> cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC tại M và N. Gọi R và r thứ tự là bán kính đường tròn ngoại tiếp các tam giác ABC và MNJ.

Tính tỉ số  $\frac{r}{R}$ .

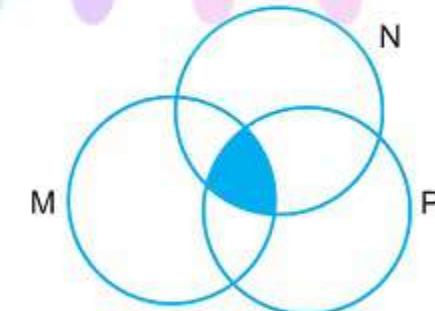
NGUYỄN VĂN TUẤN

(GV. THCS Văn Khê A, Mê Linh, Hà Nội)

## SOLVE VIA MAIL COMPETITION QUESTIONS

Translated by Nam Vũ Thành

**1(170).** The circle M represents the set of all numbers of the form  $2m$ , the circle N represents the set of all numbers of the form  $n^2$ , and the circle P represents the set of all numbers of the form  $10^k$ , where  $m, n$ , and  $k$  are positive integers. Which number among the following numbers belongs to the shaded region?



- A. 2    B. 4    C. 10    D. 25    E. 100

**2(270).** Given an isosceles triangle ABC with the vertex at A. Draw the equilateral triangle ABD and the right isosceles triangle ACE with the vertex at A, where D lies on the half-plane not containing C on one side of the line AB, and E lies on the half-plane not containing B on one side of the line AC. Let O be the intersection of BE and CD. Find the measure of the angle BOC.

**3(170).** Solve the following equation.

$$x^3 + 3x^2 + 3x + 2 + \sqrt[3]{x^3 - 8x - 8} = 0.$$

(Xem tiếp trang 13)

PHIẾU  
ĐĂNG KÍ  
THAM DỰ  
CUỘC THI  
GTQT  
NĂM HỌC  
2016-2017



# ĐẮM MÀU THỜI GIAN

Một kì quan của thế giới nằm trên đất Campuchia. Đền Angco là một báu vật của người xưa để lại cho đất nước và con người Campuchia hôm nay. Những viên gạch xỉ đắm màu thời gian. Sức sống mãnh liệt của những cây cổ thụ nhiều tuổi hơn các bạn nhiều lần. Vẻ đẹp của tạo hóa kết hợp với sức sáng tạo của con người. Bạn hãy viết một bài về bức ảnh đẹp này nhé. Chờ bài viết của bạn.

MORIS VŨ



Ảnh: VKT

## CÁC HỌC SINH ĐƯỢC KHEN TRONG CUỘC THI GIẢI TOÁN DÀNH CHO NỮ SINH



Từ trái sang phải: Nguyễn Thu Hiền, Phạm Thị Kiều Trang, Phùng Thị Khánh Linh, Phan Lê Văn Nhi, Lê Thị Hàng Nhi.



Công ty CP VPP Hồng Hà là nhà tài trợ cho 2 cuộc thi: Giải toán qua thư và Giải toán dành cho nữ sinh.