

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

DÀNH CHO HỌC SINH YẾU-TB

HÌNH HỌC TỌA ĐỘ OXYZ

- **CÓ ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI CHI TIẾT**
- **CẬP NHẬT THÊM NHIỀU DẠNG TOÁN MỚI**
- **CHIA PHẦN BÀI TẬP VÀ LỜI GIẢI RIÊNG**

ÔN THI THPT QUỐC GIA

BÀI 1: HỆ TRỤC TỌA ĐỘ**A – LÝ THUYẾT CHUNG****1.1. Khái niệm mở đầu**

Trong không gian cho ba trục Ox, Oy, Oz phân biệt và vuông góc từng đôi một. Gốc tọa độ O , trục hoành Ox , trục tung Oy , trục cao Oz , các mặt tọa độ $(Oxy), (Oyz), (Ozx)$.

1.2. Khái niệm về hệ trục tọa độ

Khi không gian có hệ tọa độ thì gọi là không gian tọa độ $Oxyz$ hay không gian $Oxyz$.

$$\vec{i}^2 = \vec{j}^2 = \vec{k}^2 = 1$$

Chú ý:

$$\vec{a}^2 = |\vec{a}|^2$$

$$\vec{i}\vec{j} = \vec{i}\vec{k} = \vec{j}\vec{k} = 0$$

1.3. Tọa độ véc tơ

$$\vec{u} = (x; y; z) \Leftrightarrow \vec{u}(x; y; z) \Leftrightarrow \vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

1.4. Tọa độ điểm

$$M(x; y; z) \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

1.5. Các công thức tọa độ cần nhớ

Cho $\vec{u} = (a; b; c), \vec{v} = (a'; b'; c')$

$$\vec{u} = \vec{v} \Leftrightarrow \begin{cases} a = a' \\ b = b' \\ c = c' \end{cases}$$

$$\vec{u} \mp \vec{v} = (a \pm a'; b \pm b'; c \pm c')$$

$$k\vec{u} = (ka; kb; kc)$$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos(\vec{u}, \vec{v}) = aa' + bb' + cc'$$

$$\cos(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} = \frac{aa' + bb' + cc'}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$$

$$|\vec{u}| = \sqrt{\vec{u}^2} = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

$$\vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$$

$$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$$

$$AB = |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$$

1.6. Chú ý

Góc của 2 véc tơ (\vec{u}, \vec{v}) là góc hình học (nhỏ) giữa 2 tia mang véc tơ có, giá trị trong $[0; \pi]$ là:

$$\sin(\vec{u}, \vec{v}) = \sqrt{1 - \cos^2(\vec{u}, \vec{v})} \geq 0$$

1.7. Chia tỉ lệ đoạn thẳng

M chia AB theo tỉ số k nghĩa là $\overrightarrow{MA} = k\overrightarrow{MB}$

Công thức tọa độ của M là :

$$\begin{cases} x_M = \frac{x_A - kx_B}{1 - k} \\ y_M = \frac{y_A - ky_B}{1 - k} \\ z_M = \frac{z_A - kz_B}{1 - k} \end{cases}$$

1.8. Công thức trung điểm

Nếu M là trung điểm AB thì $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0} \Rightarrow$

$$\begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_M = \frac{y_A + y_B}{2} \\ z_M = \frac{z_A + z_B}{2} \end{cases}$$

1.9. Công thức trọng tâm tam giác

Nếu G là trọng tâm của $\triangle ABC$ thì $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0} \Rightarrow$

$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} \end{cases}$$

1.10. Công thức trọng tâm tứ diện

Nếu G là trọng tâm của tứ diện ABCD thì

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0} \Rightarrow \begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C + x_D}{4} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C + y_D}{4} \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C + z_D}{4} \end{cases}$$

1.11. Tích có hướng 2 véc tơ

Cho 2 véc tơ $\vec{u} = (a; b; c)$ và $\vec{v} = (a'; b'; c')$ ta định nghĩa tích có hướng của 2 véc tơ đó là một véc tơ, kí hiệu $[\vec{u}, \vec{v}]$ hay $\vec{u} \wedge \vec{v}$ có tọa độ:

$$[\vec{u}, \vec{v}] = \left(\begin{vmatrix} b & c \\ b' & c' \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} c & a \\ c' & a' \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix} \right) = (bc' - b'c; ca' - ac'; ab' - ba')$$

1.12. Tính chất tích có hướng 2 véc tơ

- $[\vec{u}, \vec{v}]$ vuông góc với \vec{u} và \vec{v}
- $||[\vec{u}, \vec{v}]|| = ||\vec{u}|| \cdot ||\vec{v}|| \sin(\vec{u}, \vec{v})$
- $[\vec{u}, \vec{v}] = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{u}, \vec{v}$ cùng phương

1.13. Ứng dụng tích có hướng 2 véc tơ

- Diện tích hình bình hành ABCD : $S = ||[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}]||$

- Diện tích ΔABC : $S = \frac{1}{2} \cdot \left| \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} \right] \right|$
- Ba véc tơ $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ đồng phẳng: $\left[\vec{u}, \vec{v} \right] \cdot \vec{w} = 0$
- Thể tích khối hộp có đáy hình bình hành $ABCD$ và cạnh bên AA' : $V = \left| \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD} \right] \cdot \overrightarrow{AA'} \right|$
- Thể tích khối tứ diện $S.ABC$: $V = \frac{1}{6} \cdot \left| \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} \right] \cdot \overrightarrow{SA} \right|$

2. Phương pháp giải 1 số bài toán thường gặp

2.1. Các phép toán về tọa độ của vector và của điểm

Phương pháp giải

- Sử dụng các công thức về tọa độ của vector và của điểm trong không gian.
- Sử dụng các phép toán về vector trong không gian.

2.2. Xác định điểm trong không gian. Chứng minh tính chất hình học. Diện tích – Thể tích

Phương pháp giải

- Sử dụng các công thức về tọa độ của vector và của điểm trong không gian.
- Sử dụng các phép toán về vector trong không gian.
- Công thức xác định tọa độ của các điểm đặc biệt.
- Tính chất hình học của các điểm đặc biệt:
- A, B, C thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ cùng phương $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = k \overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} \right] = \vec{0}$
- $ABCD$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$
- Cho ΔABC có các chân E, F của các đường phân giác trong và ngoài của góc A của ΔABC trên BC . Ta có: $\overrightarrow{EB} = -\frac{AB}{AC} \cdot \overrightarrow{EC}$, $\overrightarrow{FB} = \frac{AB}{AC} \cdot \overrightarrow{FC}$
- A, B, C, D không đồng phẳng $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$ không đồng phẳng $\Leftrightarrow \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} \right] \cdot \overrightarrow{AD} \neq 0$

B – BÀI TẬP

Câu 1: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{u} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}$. Tìm tọa độ của \vec{u} .

- A. $\vec{u} = (2; 3; -2)$. B. $\vec{u} = (3; 2; -2)$. C. $\vec{u} = (3; -2; 2)$. D. $\vec{u} = (-2; 3; 2)$.

Câu 2: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a}(1; 2; -1)$, $\vec{b}(3; 4; 3)$. Tìm tọa độ của \vec{x} biết $\vec{x} = \vec{b} - \vec{a}$.

- A. $\vec{x}(2; 2; 4)$. B. $\vec{x}(-2; -2; 4)$. C. $\vec{x}(-2; -2; -4)$. D. $\vec{x}(1; 1; 2)$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho các vector $\vec{a} = (1; -1; 2)$, $\vec{b} = (3; 0; -1)$ và $\vec{c} = (-2; 5; 1)$. Tọa độ của vector $\vec{u} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ là:

- A. $\vec{u} = (6; -6; 0)$ B. $\vec{u} = (6; 0; -6)$ C. $\vec{u} = (0; 6; -6)$ D. $\vec{u} = (-6; 6; 0)$

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$ cho hai vector $\vec{u} = (1; -2; 1)$ và $\vec{v} = (-2; 1; 1)$, góc giữa hai vector đã cho bằng

- A. $\frac{\pi}{6}$. B. $\frac{2\pi}{3}$. C. $\frac{\pi}{3}$. D. $\frac{5\pi}{6}$.

Câu 5: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho ba vector $\vec{a} = (-1; 1; 0)$, $\vec{b} = (1; 1; 0)$, $\vec{c} = (1; 1; 1)$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. $\vec{b} \perp \vec{a}$.

B. $|\vec{c}| = \sqrt{3}$.

C. $\vec{b} \perp \vec{c}$.

D. $|\vec{a}| = \sqrt{2}$.

Câu 6: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai véc tơ $\vec{u}(2;3;-1)$ và $\vec{v}(5;-4;m)$. Tìm m để $\vec{u} \perp \vec{v}$.

A. $m = 0$.

B. $m = 2$.

C. $m = 4$.

D. $m = -2$.

Câu 7: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 2 vectơ $\vec{a} = (-1;1;0)$; $\vec{b} = (1;1;0)$. Trong các kết luận :

(I). $\vec{a} = -\vec{b}$;

(II). $|\vec{b}| = |\vec{a}|$;

(III). $\vec{a} = \vec{b}$;

(IV). $\vec{a} \perp \vec{b}$, có bao nhiêu kết luận sai ?

A. 2.

B. 4.

C. 1.

D. 3.

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$, cho hai vectơ $\vec{a} = (2;-1;4)$ và $\vec{b} = \vec{i} - 3\vec{k}$. Tính $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 5$.

B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -10$.

C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -11$.

D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -13$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (2;4;-2)$ và $\vec{b} = (1;-2;3)$. Tích vô hướng của hai vectơ \vec{a} và \vec{b} bằng

A. -12.

B. 30.

C. 6.

D. -22.

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vectơ $\vec{u} = (1;1;-2)$, $\vec{v} = (1;0;m)$. Tìm m để góc giữa hai vectơ \vec{u}, \vec{v} bằng 45° .

A. $m = 2$.

B. $m = 2 - \sqrt{6}$.

C. $m = 2 + \sqrt{6}$.

D. $m = 2 \pm \sqrt{6}$.

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;2;1)$, $B(-1;0;5)$. Tìm tọa độ trung điểm của đoạn AB .

A. $I(2;2;6)$.

B. $I(-1;-1;1)$.

C. $I(2;1;3)$.

D. $I(1;1;3)$.

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$ và $B(5;2;0)$. Khi đó:

A. $|\overline{AB}| = \sqrt{61}$.

B. $|\overline{AB}| = 3$.

C. $|\overline{AB}| = 5$.

D. $|\overline{AB}| = 2\sqrt{3}$.

Câu 13: Cho ba điểm $A(2;-1;5)$, $B(5;-5;7)$ và $M(x;y;1)$. Với giá trị nào của x, y thì ba điểm A, B, M thẳng hàng ?

A. $x = 4$ và $y = 7$.

B. $x = -4$ và $y = -7$.

C. $x = -4$ và $y = 7$.

D. $x = 4$ và $y = 7$.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$ và $B(-2;1;2)$. Tìm tọa độ điểm M thỏa $\overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MA}$.

A. $M(4;3;1)$.

B. $M(4;3;4)$.

C. $M(-1;3;5)$.

D. $M\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; \frac{5}{2}\right)$.

Câu 15: Tìm tọa độ điểm M trên trục Ox cách đều hai điểm $A(1;2;-1)$ và điểm $B(2;1;2)$.

A. $M\left(\frac{1}{2}; 0; 0\right)$. B. $M\left(\frac{3}{2}; 0; 0\right)$. C. $M\left(\frac{2}{3}; 0; 0\right)$. D. $M\left(\frac{1}{3}; 0; 0\right)$.

Câu 16: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, điểm thuộc trục Oy và cách đều hai điểm $A(3; 4; 1)$ và $B(1; 2; 1)$ là

A. $M(0; 5; 0)$. B. $M(0; -5; 0)$. C. $M(0; 4; 0)$. D. $M(5; 0; 0)$.

Câu 17: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vec tơ $\vec{a}(1; -2; 0)$ và $\vec{b}(-2; 3; 1)$. Khẳng định nào sau đây là *sai*?

A. $|\vec{b}| = 14$. B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -8$.
C. $2\vec{a} = (2; -4; 0)$. D. $\vec{a} + \vec{b} = (-1; 1; -1)$.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào sau đây thuộc trục Oy ?

A. $M(1; 0; 0)$. B. $M(0; 0; 3)$. C. $M(0; -2; 0)$. D. $M(-1; 0; 2)$.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -2; 3)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm M . Tọa độ của điểm M là

A. $M(1; -2; 0)$. B. $M(0; -2; 3)$. C. $M(1; 0; 0)$. D. $M(1; 0; 3)$.

Câu 20: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{OM} = (1; 5; 2)$, $\vec{ON} = (3; 7; -4)$. Gọi P là điểm đối xứng với M qua N . Tìm tọa độ điểm P .

A. $P(2; 6; -1)$. B. $P(5; 9; -10)$. C. $P(7; 9; -10)$. D. $P(5; 9; -3)$.

Câu 21: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $K(2; 4; 6)$, gọi K' là hình chiếu vuông góc của K lên Oz , khi đó trung điểm của OK' có tọa độ là:

A. $(0; 0; 3)$. B. $(1; 0; 0)$. C. $(1; 2; 3)$. D. $(0; 2; 0)$.

Câu 22: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (Oxy) ?

A. $N(1; 0; 2)$. B. $P(0; 1; 2)$. C. $Q(0; 0; 2)$. D. $M(1; 2; 0)$.

Câu 23: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -4)$ và $B(-3; 2; 2)$. Tọa độ của \vec{AB} là

A. $(-2; 4; -2)$. B. $(-4; 0; 6)$. C. $(4; 0; -6)$. D. $(-1; 2; -1)$.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, cho vector \vec{a} biểu diễn của các vector đơn vị là $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{k} - 3\vec{j}$. Tọa độ của vector \vec{a} là

A. $(1; -3; 2)$. B. $(1; 2; -3)$. C. $(2; -3; 1)$. D. $(2; 1; -3)$.

Câu 25: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1; 2; 4)$, $B(2; 4; -1)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác OAB .

A. $G(1; 2; 1)$. B. $G(2; 1; 1)$. C. $G(2; 1; 1)$. D. $G(6; 3; 3)$.

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 4; 2)$, $B(-1; -2; 2)$ và $G(1; 1; 3)$ là trọng tâm của tam giác ABC . Tọa độ điểm C là

- A. $C(0;1;2)$. B. $C(0;0;2)$. C. $C(1;1;5)$. D. $C(1;3;2)$.

Câu 27: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -1)$, $B(2; -1; 3)$, $C(-3; 5; 1)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

- A. $D(-2; 8; -3)$. B. $D(-2; 2; 5)$. C. $D(-4; 8; -5)$. D. $D(-4; 8; -3)$.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; -4; 2)$, $B(4; 2; -3)$, $C(-3; 1; 5)$. Tìm tọa độ đỉnh D của hình bình hành $ABCD$.

- A. $D(-6; -5; -10)$. B. $D(0; 7; 0)$. C. $D(-6; -5; 10)$. D. $G(-2; -1; 3)$.

Câu 29: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(4; 1; -2)$. Tọa độ điểm đối xứng với A qua mặt phẳng (Oxz) là

- A. $A'(4; -1; 2)$. B. $A'(-4; -1; 2)$. C. $A'(4; -1; -2)$. D. $A'(4; 1; 2)$.

Câu 30: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 4; 5)$, $B(-1; 0; 1)$. Tìm tọa độ điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$.

- A. $M(4; 4; 4)$. B. $M(1; 2; 3)$. C. $M(-4; -4; -4)$. D. $M(2; 4; 6)$.

Câu 31: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3)$ và $B(5; 2; 0)$. Khi đó:

- A. $|\overrightarrow{AB}| = 3$. B. $|\overrightarrow{AB}| = 2\sqrt{3}$. C. $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{61}$. D. $|\overrightarrow{AB}| = 5$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (-3; 2; 1)$ và điểm $A(4; 6; -3)$. Tìm tọa độ điểm B thỏa mãn $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$.

- A. $(-7; -4; 4)$. B. $(-1; -8; 2)$. C. $(7; 4; -4)$. D. $(1; 8; -2)$.

Câu 33: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(2; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $C(0; 0; 2)$ và $D(2; 2; 2)$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Tọa độ trung điểm I của MN là:

- A. $I(1; -1; 2)$. B. $I(1; 1; 0)$. C. $I\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 1\right)$. D. $I(1; 1; 1)$.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$ cho các điểm $A(3; -4; 0)$, $B(0; 2; 4)$, $C(4; 2; 1)$. Tọa độ điểm D trên trục Ox sao cho $AD = BC$ là:

- A. $D(0; 0; 0) \wedge D(0; 0; -6)$. B. $D(0; 0; -3) \wedge D(0; 0; 3)$.
C. $D(0; 0; 0) \wedge D(6; 0; 0)$. D. $D(0; 0; 2) \wedge D(0; 0; 8)$.

Câu 35: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(0; -2; -1)$ và $A(1; -1; 2)$. Tọa độ điểm M thuộc đoạn AB sao cho $MA = 2MB$ là

- A. $M\left(\frac{2}{3}; -\frac{4}{3}; 1\right)$. B. $M\left(\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$. C. $M(2; 0; 5)$. D. $M(-1; -3; -4)$.

Câu 36: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -1)$, $B(2; -1; 3)$, $C(-4; 7; 5)$. Tọa độ chân đường phân giác trong góc B của tam giác ABC là

- A. $(-2; 11; 1)$. B. $\left(\frac{11}{3}; -2; 1\right)$. C. $\left(\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; \frac{1}{3}\right)$. D. $\left(-\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; 1\right)$.

Câu 37: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a} = (0; 3; 1)$, $\vec{b} = (3; 0; -1)$. Tính $\cos(\vec{a}, \vec{b})$.

A. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{1}{10}$.

B. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{1}{10}$.

C. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{1}{100}$.

D. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{1}{100}$.

Câu 38: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(3; -2; 3)$, $I(1; 0; 4)$. Tìm tọa độ điểm N sao cho I là trung điểm của đoạn MN .

A. $N(5; -4; 2)$.

B. $N(0; 1; 2)$.

C. $N\left(2; -1; \frac{7}{2}\right)$

D. $N(-1; 2; 5)$.

Câu 39: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(3; -4; 3)$. Tổng khoảng cách từ A đến ba trục tọa độ bằng

A. $\frac{\sqrt{34}}{2}$.

B. $10 + 3\sqrt{2}$.

C. $\sqrt{34}$.

D. 10 .

Câu 40: Cho các vector $\vec{u} = (1; -2; 3)$, $\vec{v} = (-1; 2; -3)$. Tính độ dài của vector $\vec{w} = \vec{u} - 2\vec{v}$

A. $|\vec{w}| = \sqrt{85}$.

B. $|\vec{w}| = \sqrt{185}$.

C. $|\vec{w}| = \sqrt{26}$.

D. $|\vec{w}| = \sqrt{126}$.

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, cho $E(-5; 2; 3)$, F là điểm đối xứng với E qua trục Oy . Độ dài EF là.

A. $2\sqrt{34}$.

B. $2\sqrt{13}$.

C. $2\sqrt{29}$.

D. $\sqrt{14}$.

Câu 42: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(0; 0; 3)$, $B(0; 0; -1)$, $C(1; 0; -1)$, $D(0; 1; -1)$. Mệnh đề nào dưới đây sai?

A. $AB \perp BD$.

B. $AB \perp BC$.

C. $AB \perp AC$.

D. $AB \perp CD$.

Câu 43: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(-1; 2; 4)$, $B(-1; 1; 4)$, $C(0; 0; 4)$. Tìm số đo của góc \widehat{ABC} .

A. 60° .

B. 135° .

C. 120° .

D. 45° .

Câu 44: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết $A(2; 4; 0)$, $B(4; 0; 0)$, $C(-1; 4; -7)$ và $D'(6; 8; 10)$. Tọa độ điểm B' là

A. $B'(8; 4; 10)$.

B. $B'(6; 12; 0)$.

C. $B'(10; 8; 6)$.

D. $B'(13; 0; 17)$.

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(1; 0; 1)$, $B(2; 1; 2)$, $D(1; -1; 1)$, $C'(4; 5; -5)$. Tính tọa độ đỉnh A' của hình hộp.

A. $A'(3; 4; -6)$.

B. $A'(4; 6; -5)$.

C. $A'(2; 0; 2)$.

D. $A'(3; 5; -6)$.

Câu 46: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0; 0; 0)$, $B(3; 0; 0)$, $D(0; 3; 0)$ và $D'(0; 3; -3)$. Tọa độ trọng tâm của tam giác $A'B'C$ là.

A. $(1; 2; -1)$.

B. $(2; 1; -2)$.

C. $(2; 1; -1)$.

D. $(1; 1; -2)$.

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$, $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$ khác $\vec{0}$. Tích có hướng của \vec{a} và \vec{b} và \vec{c} . Câu nào sau đây đúng?

A. $\vec{c} = (a_1b_3 - a_3b_1, a_2b_2 - a_1b_2, a_3b_2 - a_2b_3)$.

B. $\vec{c} = (a_3b_1 - a_1b_3, a_1b_2 - a_2b_1, a_2b_3 - a_3b_1)$.

C. $\vec{c} = (a_2b_3 - a_3b_2, a_3b_1 - a_1b_3, a_1b_2 - a_2b_1)$.

D. $\vec{c} = (a_1b_3 - a_2b_1, a_2b_3 - a_3b_2, a_3b_1 - a_1b_3)$.

Câu 48: Cho $\vec{a} = (-2; 0; 1)$, $\vec{b} = (1; 3; -2)$. Trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?

A. $[\vec{a}, \vec{b}] = (-3; -3; -6)$.

B. $[\vec{a}, \vec{b}] = (3; 3; -6)$.

C. $[\vec{a}, \vec{b}] = (1; 1; -2)$.

D. $[\vec{a}, \vec{b}] = (-1; -1; 2)$.

Câu 49: Cho $\vec{a} = (1; 0; -3)$; $\vec{b} = (2; 1; 2)$. Khi đó $||[\vec{a}; \vec{b}]||$ có giá trị là

A. 8.

B. 3.

C. $\sqrt{74}$.

D. 4.

BÀI 2: PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU

A – LÝ THUYẾT CHUNG

1. Phương trình mặt cầu

1.1. Phương trình chính tắc

Phương trình của mặt cầu (S) tâm $I(a;b;c)$, bán kính R là:

$$(S): (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2 \quad (1)$$

Phương trình (1) được gọi là phương trình chính tắc của mặt cầu

Đặc biệt: Khi $I \equiv O$ thì $(C): x^2 + y^2 + z^2 = R^2$

1.2. Phương trình tổng quát

Phương trình: $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ với $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$ là phương trình của mặt cầu (S) có tâm $I(a;b;c)$, bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$.

2. Một số bài toán liên quan

2.1. Dạng 1: (S) có tâm $I(a;b;c)$ và bán kính R thì $(S): (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$

2.2. Dạng 2: (S) có tâm $I(a;b;c)$ và đi qua điểm A thì bán kính $R = IA$.

2.3. Dạng 3: (S) nhận đoạn thẳng AB cho trước làm đường kính:

- Tâm I là trung điểm của đoạn thẳng

$$AB: x_I = \frac{x_A + x_B}{2}; y_I = \frac{y_A + y_B}{2}; z_I = \frac{z_A + z_B}{2}$$

- Bán kính $R = IA = \frac{AB}{2}$.

2.4. Dạng 4: (S) đi qua bốn điểm A, B, C, D (mặt cầu ngoại tiếp tứ diện)

- Giả sử phương trình mặt cầu (S) có dạng:

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0 \quad (*)$$

- Thay lần lượt tọa độ của các điểm A, B, C, D vào $(*)$, ta được 4 phương trình.

THAM KHẢO THÊM SAU KHI HỌC BÀI PT MẶT PHẪNG, PT ĐƯỜNG THẲNG

2.5. Dạng 5: (S) đi qua ba điểm A, B, C và có tâm I nằm trên mặt phẳng (P) cho trước thì giải tương tự dạng 4

6. Dạng 6: Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(a;b;c)$, tiếp xúc với mặt phẳng (P) cho trước thì bán kính mặt cầu $R = d(I; (P))$

2.7. Dạng 7: Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(a;b;c)$, cắt mặt phẳng (P) cho trước theo giao tuyến là một đường tròn thỏa điều kiện.

- Đường tròn cho trước (bán kính hoặc diện tích hoặc chu vi) thì từ công thức diện tích đường tròn $S = \pi r^2$ hoặc chu vi đường tròn $P = 2\pi r$ ta tìm được bán kính đường tròn giao tuyến r .
- Tính $d = d(I, (P))$
- Tính bán kính mặt cầu $R = \sqrt{d^2 + r^2}$

- Kết luận phương trình mặt cầu.

B – BÀI TẬP

Câu 1: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt cầu $(S): (x+2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 4$ có tâm I và bán kính R lần lượt là

- A.** $I(2;-1;0), R=4$. **B.** $I(2;-1;0), R=2$. **C.** $I(-2;1;0), R=2$. **D.** $I(-2;1;0), R=4$

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu $(S): (x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 4$.

- A.** $I(-1;0;1), R=2$. **B.** $I(1;0;-1), R=4$.
C. $I(1;0;-1), R=2$. **D.** $I(-1;0;1), R=4$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 4$ có tâm và bán kính lần lượt là

- A.** $I(1;2;-3); R=2$. **B.** $I(1;2;-3); R=4$.
C. $I(-1;-2;3); R=4$. **D.** $I(-1;-2;3); R=2$.

Câu 4: Phương trình mặt cầu tâm $I(1;2;-3)$ bán kính $R=2$ là:

- A.** $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 2^2$. **B.** $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 6z + 10 = 0$.
C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 2$. **D.** $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 6z + 10 = 0$.

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình:

$(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 4$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của (S) .

- A.** $I(-1;2;-3)$ và $R=4$. **B.** $I(1;-2;3)$ và $R=2$.
C. $I(-1;2;-3)$ và $R=2$. **D.** $I(1;-2;3)$ và $R=4$.

Câu 6: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $M(6;2;-5)$, $N(-4;0;7)$. Viết phương trình mặt cầu đường kính MN ?

- A.** $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 62$. **B.** $(x+5)^2 + (y+1)^2 + (z-6)^2 = 62$.
C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 62$. **D.** $(x-5)^2 + (y-1)^2 + (z+6)^2 = 62$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + x - 2y + 1 = 0$. Tâm I và bán kính R của (S) là

- A.** $I\left(\frac{-1}{2}; 1; 0\right)$ và $R = \frac{1}{2}$ **B.** $I\left(\frac{1}{2}; -1; 0\right)$ và $R = \frac{1}{\sqrt{2}}$
C. $I\left(\frac{1}{2}; -1; 0\right)$ và $R = \frac{1}{2}$ **D.** $I\left(-\frac{1}{2}; 1; 0\right)$ và $R = \frac{1}{4}$

Câu 8: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 2z = 0$, tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) là.

- A.** $I(1;-2;1), R=\sqrt{6}$. **B.** $I(1;-2;1), R=6$.

C. $I(-1; 2; -1), R = \sqrt{6}$.

D. $I(-1; 2; -1), R = 6$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 6z + 5 = 0$. Mặt cầu (S) có bán kính là

A. 3.

B. 5.

C. 2.

D. 7.

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 6y + 1 = 0. \text{ Tính tọa độ tâm } I, \text{ bán kính } R \text{ của mặt cầu } (S).$$

A. $\begin{cases} I(-1; 3; 0) \\ R = 3 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} I(1; -3; 0) \\ R = 3 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} I(-1; 3; 0) \\ R = 9 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} I(1; -3; 0) \\ R = \sqrt{10} \end{cases}$.

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 6z - 2 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của (S) .

A. $I(-2; 1; 3), R = 4$.

B. $I(2; -1; -3), R = 4$.

C. $I(-2; 1; 3), R = 2\sqrt{3}$.

D. $I(2; -1; -3), R = \sqrt{12}$.

Câu 12: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 4y + 2z - 4 = 0$ có bán kính R là

A. $R = \sqrt{5}$.

B. $R = 25$.

C. $R = 2$.

D. $R = 5$.

Câu 13: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(-2; 1; 3)$ và mặt phẳng $(P):$

$$2x - y + 2z - 10 = 0. \text{ Tính bán kính } r \text{ của mặt cầu } (S), \text{ biết rằng } (S) \text{ có tâm } I \text{ và nó cắt } (P) \text{ theo một đường tròn } (T) \text{ có chu vi bằng } 10\pi.$$

A. $r = \sqrt{5}$

B. $r = 34$

C. $r = 5$

D. $r = \sqrt{34}$

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1; 1; 3), B(-1; 3; 2), C(-1; 2; 3)$. Mặt cầu tâm O và tiếp xúc mặt phẳng (ABC) có bán kính R là

A. $R = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

B. $R = \sqrt{3}$.

C. $R = \frac{3}{2}$.

D. $R = 3$.

Câu 15: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, $A(-3; 4; 2), B(-5; 6; 2), C(-10; 17; -7)$. Viết phương trình mặt cầu tâm C bán kính AB .

A. $(x+10)^2 + (y+17)^2 + (z+7)^2 = 8$.

B. $(x+10)^2 + (y-17)^2 + (z-7)^2 = 8$.

C. $(x+10)^2 + (y-17)^2 + (z+7)^2 = 8$.

D. $(x-10)^2 + (y-17)^2 + (z+7)^2 = 8$.

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3)$ và $B(-1; 4; 1)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là:

A. $x^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 12$.

B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 12$.

C. $(x+1)^2 + (y-4)^2 + (z-1)^2 = 12$.

D. $x^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 3$.

Câu 17: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu tâm $I(1; 2; -4)$ và thể tích của khối cầu tương ứng bằng 36π .

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+4)^2 = 3.$

B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+4)^2 = 9..$

C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-4)^2 = 9..$

D. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-4)^2 = 9..$

Câu 18: Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z - 8 = 0$ có phương trình là

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 3.$

B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9.$

C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9.$

D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 3.$

Câu 19: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $(x-1)^2 + (y+3)^2 + z^2 = 9$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu đó.

A. $I(-1;3;0); R=3.$

B. $I(1;-3;0); R=9.$

C. $I(1;-3;0); R=3.$

D. $I(-1;3;0); R=9.$

Câu 20: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(2;-1;3)$ tiếp xúc với mặt phẳng (Oxy) có phương trình là

A. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 3.$

B. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 4.$

C. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 2.$

D. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 9.$

Câu 21: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1;3;2)$ và mặt phẳng $(P): 3x + 6y - 2z - 4 = 0$. Phương trình mặt cầu tâm A , tiếp xúc với mặt phẳng (P) là

A. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 49.$

B. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = \frac{1}{49}.$

C. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 7.$

D. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 1.$

Câu 22: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 3 = 0$ và điểm $I(1;2-3)$. Mặt cầu (S) tâm I và tiếp xúc $mp(P)$ có phương trình:

A. $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 4$

B. $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 2.$

C. $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 4$

D. $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 16;$

Câu 23: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1;4;2)$ và tiếp xúc mặt phẳng $(P): -2x + 2y + z + 15 = 0$. Khi đó phương trình của mặt cầu (S) là

A. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z+2)^2 = 9.$

B. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z+2)^2 = 81.$

C. $(x+1)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 9.$

D. $(x+1)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 81.$

Câu 24: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(2;1;-4)$ và mặt phẳng $(P): x + y - 2z + 1 = 0$. Biết rằng mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng 1. Viết phương trình mặt cầu (S) .

A. $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + (z-4)^2 = 25.$

B. $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+4)^2 = 13.$

C. $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+4)^2 = 25.$

D. $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + (z-4)^2 = 13.$

BÀI 3: PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG (Chưa học PTĐT)**A – LÝ THUYẾT CHUNG****1.1 Khái niệm về véc tơ pháp tuyến**

\vec{n} khác $\vec{0}$ và có giá vuông góc $mp(P)$ được gọi là véc tơ pháp tuyến của (P) .

1.2. Tính chất của véc tơ pháp tuyến

Nếu \vec{n} là véc tơ pháp tuyến của (P) thì $k\vec{n}$, ($k \neq 0$) cũng là véc tơ pháp tuyến của (P) .

2.1 Phương trình tổng quát của $mp(P)$

Phương trình tổng quát của $mp(P)$ qua $M(x_0; y_0; z_0)$ và có véc tơ pháp tuyến $\vec{n} = (A; B; C)$ là $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$

2.2. Khai triển của phương trình tổng quát

Dạng khai triển của phương trình tổng quát là: $Ax + By + Cz + D = 0$ (trong đó A, B, C không đồng thời bằng 0)

2.3. Những trường hợp riêng của phương trình tổng quát

- (P) qua gốc tọa độ $\Leftrightarrow D = 0$
- (P) song song hoặc trùng $(Oxy) \Leftrightarrow A = B = 0$
- (P) song song hoặc trùng $(Oyz) \Leftrightarrow B = C = 0$
- (P) song song hoặc trùng $(Ozx) \Leftrightarrow A = C = 0$
- (P) song song hoặc chứa $Ox \Leftrightarrow A = 0$
- (P) song song hoặc chứa $Oy \Leftrightarrow B = 0$
- (P) song song hoặc chứa $Oz \Leftrightarrow C = 0$
- (P) cắt Ox tại $A(a; 0; 0)$, cắt Oy tại $B(0; b; 0)$ và cắt Oz tại $C(0; 0; c) \Leftrightarrow (P)$ có phương trình

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1 \quad (a, b, c \neq 0)$$

3. Vị trí tương đối của hai mặt phẳng

Cho hai mặt phẳng $(P): Ax + By + Cz + D = 0$ và $(P'): A'x + B'y + C'z + D' = 0$.

Khi đó:

- (P) cắt $(P') \Leftrightarrow A : B : C \neq A' : B' : C'$.
- $(P) // (P') \Leftrightarrow \frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'} \neq \frac{D}{D'}$.
- $(P) \equiv (P') \Leftrightarrow \frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'} = \frac{D}{D'}$.
- $(P) \perp (P') \Leftrightarrow \vec{n}_{(P)} \perp \vec{n}_{(P')} \Leftrightarrow \vec{n}_{(P)} \cdot \vec{n}_{(P')} = 0 \Leftrightarrow AA' + BB' + CC' = 0$.

4.1 Khoảng cách từ 1 điểm đến mặt phẳng

Cho $M(x_0; y_0; z_0)$ và $(P): Ax + By + Cz + D = 0$; $d(M, (P)) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$

4.2. Khoảng cách giữa 2 mặt phẳng song song

Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song bằng khoảng cách từ một điểm bất kì trên mặt phẳng này đến mặt phẳng kia.

5.1. Hình chiếu của 1 điểm lên mặt phẳng

Điểm H là hình chiếu của điểm M trên $(P) \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{MH}, \vec{n} \text{ cùng phương} \\ H \in (P) \end{cases}$.

5.2. Điểm đối xứng của 1 điểm qua mặt phẳng

Điểm M' đối xứng với điểm M qua $(P) \Leftrightarrow \overrightarrow{MM'} = 2\overrightarrow{MH}$

6. Góc giữa hai mặt phẳng

Cho hai mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$ có phương trình: $(\alpha): A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$
 $(\beta): A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$

Góc giữa $(\alpha), (\beta)$ bằng hoặc bù với góc giữa hai VTPT \vec{n}_1, \vec{n}_2 .

$$\cos((\alpha), (\beta)) = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{|A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2|}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}$$

Chú ý: $0^\circ \leq ((\alpha), (\beta)) \leq 90^\circ$; $(\alpha) \perp (\beta) \Leftrightarrow A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0$

7. Vị trí tương đối giữa mặt phẳng và mặt cầu. Phương trình mặt phẳng tiếp xúc mặt cầu

Cho mặt phẳng $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$ và mặt cầu $(S): (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$ có tâm I

- (α) và (S) không có điểm chung $\Leftrightarrow d(I, (\alpha)) > R$
- (α) tiếp xúc với $(S) \Leftrightarrow d(I, (\alpha)) = R$ với (α) là tiếp diện

Để tìm tọa độ tiếp điểm ta có thể thực hiện như sau:

- Viết phương trình đường thẳng d đi qua tâm I của (S) và vuông góc với (α) .
- Tìm tọa độ giao điểm H của d và (α) . H là tiếp điểm của (S) với (α) .
- (α) cắt (S) theo một đường tròn $\Leftrightarrow d(I, (\alpha)) < R$

Để xác định tâm H và bán kính r của đường tròn giao tuyến ta có thể thực hiện như sau:

- Viết phương trình đường thẳng d đi qua tâm I của (S) và vuông góc với (α) .
- Tìm tọa độ giao điểm H của d và (α) . Với H là tâm của đường tròn giao tuyến của (S) với (α) .
- Bán kính r của đường tròn giao tuyến: $r = \sqrt{R^2 - IH^2}$

8. Viết phương trình mặt phẳng

Để lập phương trình mặt phẳng (α) ta cần xác định một điểm thuộc (α) và một VTPT của nó.

8.1. Dạng 1: (α) đi qua điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ có VTPT $\vec{n} = (A; B; C)$ thì:

$$(\alpha): A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$$

8.2. Dạng 2: (α) đi qua điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ có cặp VTCP \vec{a}, \vec{b} thì $\vec{n} = [\vec{a}, \vec{b}]$ là một VTPT của (α)

8.3. Dạng 3: (α) đi qua điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ và song song với $(\beta): Ax + By + Cz = 0$ thì

$$(\alpha): A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$$

8.4. Dạng 4: (α) đi qua 3 điểm không thẳng hàng A, B, C . Khi đó ta có thể xác định một VTPT của (α) là: $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$

THAM KHẢO THÊM SAU KHI HỌC BÀI ĐƯỜNG THẲNG

8.5. Dạng 5: (α) đi qua một điểm M và một đường thẳng (d) không chứa M :

- Trên (d) lấy điểm A và VTCP \vec{u} .
- Một VTPT của (α) là: $\vec{n} = [\overrightarrow{AM}, \vec{u}]$

8.6. Dạng 6: (α) đi qua một điểm M , vuông góc với đường thẳng (d) thì VTCP \vec{u} của đường thẳng (d) là một VTPT của (α) .

8.7. Dạng 7: (α) chứa đường thẳng cắt nhau d_1, d_2 :

- Xác định các VTCP \vec{a}, \vec{b} của các đường thẳng d_1, d_2 .
- Một VTPT của (α) là: $\vec{n} = [\vec{a}, \vec{b}]$.
- Lấy một điểm M thuộc d_1 hoặc $d_2 \Rightarrow M \in (\alpha)$.

8.8. Dạng 8: (α) chứa đường thẳng d_1 và song song với đường thẳng d_2 (d_1, d_2 chéo nhau):

- Xác định các VTCP \vec{a}, \vec{b} của các đường thẳng d_1, d_2 .
- Một VTPT của (α) là: $\vec{n} = [\vec{a}, \vec{b}]$.
- Lấy một điểm M thuộc $d_1 \Rightarrow M \in (\alpha)$.

8.9. Dạng 9: (α) đi qua điểm M và song song với hai đường thẳng chéo nhau d_1, d_2 :

- Xác định các VTCP \vec{a}, \vec{b} của các đường thẳng d_1, d_2 .
- Một VTPT của (α) là: $\vec{n} = [\vec{a}, \vec{b}]$.

8.10. Dạng 10: (α) chứa một đường thẳng d và vuông góc với một mặt phẳng (β) :

- Xác định VTCP \vec{u} của d và VTPT \vec{n}_β của (β) .
- Một VTPT của (α) là: $\vec{n} = [\vec{u}, \vec{n}_\beta]$.
- Lấy một điểm M thuộc $d \Rightarrow M \in (\alpha)$.

8.11. Dạng 11: (α) đi qua điểm M và vuông góc với hai mặt phẳng cắt nhau $(\beta), (\gamma)$:

- Xác định các VTPT $\vec{n}_\beta, \vec{n}_\gamma$ của (β) và (γ) .
- Một VTPT của (α) là: $\vec{n} = [\vec{n}_\beta, \vec{n}_\gamma]$.

8.12. Dạng 12: (α) chứa đường thẳng d cho trước và cách điểm M cho trước một khoảng k cho trước:

- Giả sử (α) có phương trình: $Ax + By + Cz + D = 0$ ($A^2 + B^2 + C^2 \neq 0$).
- Lấy 2 điểm $A, B \in (d) \Rightarrow A, B \in (\alpha)$ (ta được hai phương trình (1), (2))
- Từ điều kiện khoảng cách $d(M, (\alpha)) = k$, ta được phương trình (3).

- Giải hệ phương trình (1),(2),(3) (bằng cách cho giá trị một ẩn, tìm các ẩn còn lại).

8.13. Dạng 13: (α) là tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm H :

- Giả sử mặt cầu (S) có tâm I và bán kính R .
- Một VTPT của (α) là: $\vec{n} = \overrightarrow{IH}$

B – BÀI TẬP

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 1 = 0$. Vector nào dưới đây là vector pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n} = (-2; 1; -1)$. B. $\vec{n} = (2; 1; -1)$. C. $\vec{n} = (-1; 1; -1)$. D. $\vec{n} = (2; -1; -1)$.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho phương trình mặt phẳng $(P): 2x + 3y - 4z + 5 = 0$. Vector nào sau đây là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

- A. $\vec{n} = (2; 3; -4)$. B. $\vec{n} = (2; 3; 4)$. C. $\vec{n} = (2; 3; 5)$. D. $\vec{n} = (-4; 3; 2)$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): \frac{1}{2}x - 2y + z + 5 = 0$. Vector nào dưới đây là vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

- A. $\vec{n}_2 = (1; -2; 1)$. B. $\vec{n}_3 = (1; -4; 2)$. C. $\vec{n}_1 = (2; -2; 1)$. D. $\vec{n}_4 = (-2; 1; 5)$.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng qua điểm $M(2; -3; 4)$ và nhận $\vec{n} = (-2; 4; 1)$ làm vector pháp tuyến

- A. $-2x + 4y + z + 11 = 0$. B. $-2x + 4y + z - 12 = 0$.
C. $2x - 4y - z - 12 = 0$. D. $2x - 4y - z + 10 = 0$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(3; 0; 0)$, $N(0; -2; 0)$ và $P(0; 0; 1)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là

- A. $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1$. B. $\frac{x}{3} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{1} = 1$. C. $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-1} = 1$. D. $\frac{x}{3} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{1} = -1$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; 3; 4)$. Gọi A , B , C lần lượt là hình chiếu vuông góc của M lên các trục Ox , Oy , Oz . Viết phương trình mặt phẳng (ABC) .

- A. $\frac{x}{4} + \frac{y}{4} + \frac{z}{3} = 1$ B. $\frac{x}{3} + \frac{y}{4} + \frac{z}{2} = 1$ C. $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{4} = 1$ D. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1$

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, gọi (P) là mặt phẳng cắt ba trục tọa độ tại ba điểm $A(8; 0; 0)$; $B(0; -2; 0)$; $C(0; 0; 4)$. Phương trình của mặt phẳng (P) là:

- A. $\frac{x}{4} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$. B. $\frac{x}{8} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{4} = 0$.
C. $x - 4y + 2z = 0$. D. $x - 4y + 2z - 8 = 0$.

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(12;8;6)$. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua các hình chiếu của M trên các trục tọa độ.

A. $2x + 3y + 4z - 24 = 0$.

B. $\frac{x}{-12} + \frac{y}{-8} + \frac{z}{-6} = 1$.

C. $\frac{x}{6} + \frac{y}{4} + \frac{z}{3} = 1$.

D. $x + y + z - 26 = 0$.

Câu 9: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;1)$, $B(2;-1;0)$, $C(1;1;3)$. Viết phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A , B , C .

A. $7x + 2y + z - 10 = 0$.

B. $x + y + z - 4 = 0$.

C. $4x + y + z - 7 = 0$.

D. $7x + 2y + z - 12 = 0$.

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A = (4;0;1)$ và $B = (-2;2;3)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB ?

A. $6x - 2y - 2z - 1 = 0$.

B. $3x - y - z = 0$.

C. $3x + y + z - 6 = 0$.

D. $3x - y - z + 1 = 0$.

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;2;-3)$, $B(-3;2;9)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là:

A. $x - 3z + 10 = 0$.

B. $-4x + 12z - 10 = 0$.

C. $x + 3z + 1 = 0$.

D. $x + 3z + 10 = 0$.

Câu 12: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $M(1;3;2)$, $N(5;2;4)$, $P(2;-6;-1)$ có dạng $Ax + By + Cz + D = 0$. Tính tổng $S = A + B + C + D$.

A. $S = -3$.

B. $S = 1$.

C. $S = 6$.

D. $S = -5$.

Câu 13: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;0)$, $B(0;-2;0)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng (OAB) ?

A. $z = 0$.

B. $(x-1) + (y-2) = 0$.

C. $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} = 1$.

D. $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + z = 0$.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;2;1)$ và mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 2 = 0$. Phương trình mặt phẳng (Q) đi qua A và song song mặt phẳng (P) là:

A. $(Q): 3x + y - 2z - 9 = 0$.

B. $(Q): x - 3y + 2z + 1 = 0$.

C. $(Q): x - 3y + 2z + 4 = 0$.

D. $(Q): x - 3y + 2z - 1 = 0$.

Câu 15: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho các điểm $A(0;1;2)$, $B(2;-2;1)$, $C(-2;0;1)$. Phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC là

A. $-y + 2z - 3 = 0$.

B. $2x - y + 1 = 0$.

C. $y + 2z - 5 = 0$.

D. $2x - y - 1 = 0$.

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3;-1;-2)$ và mặt phẳng $(\alpha): 3x - y + 2z + 4 = 0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua M và song song với (α) ?

A. $3x - y - 2z + 6 = 0$.

B. $3x + y - 2z - 14 = 0$.

C. $3x - y + 2z + 6 = 0$.

D. $3x - y + 2z - 6 = 0$.

Câu 17: Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(0;1;1)$, $B(1;0;1)$, $C(0;0;1)$, và $I(1;1;1)$. Mặt phẳng qua I , song song với mặt phẳng (ABC) có phương trình là:

A. $z - 1 = 0$

B. $y - 1 = 0$

C. $x + y + z - 3 = 0$

D. $x - 1 = 0$

Câu 18: Mặt phẳng có phương trình nào sau đây song song với trục Ox ?

A. $2x + y + 1 = 0$.

B. $3x + 1 = 0$.

C. $y - 2z + 1 = 0$.

D. $2y + z = 0$.

Câu 19: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, mặt phẳng chứa 2 điểm $A(1;0;1)$ và $B(-1;2;2)$ và song song với trục Ox có phương trình là

A. $x + y - z = 0$.

B. $2y - z + 1 = 0$.

C. $y - 2z + 2 = 0$.

D. $x + 2z - 3 = 0$.

Câu 20: Gọi (α) là mặt phẳng đi qua $M(1;-1;2)$ và chứa trục Ox . Điểm nào trong các điểm sau đây thuộc mặt phẳng (α) ?

A. $P(-2;2;4)$.

B. $Q(0;4;2)$.

C. $M(0;4;-2)$.

D. $N(2;2;-4)$.

Câu 21: Phương trình của mặt phẳng (α) qua $A(2;-1;4)$, $B(3;2;-1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\beta): x + y + 2z - 3 = 0$ là

A. $11x - 7y - 2z - 21 = 0$.

B. $11x + 7y + 2z + 21 = 0$.

C. $11x + 7y - 2z - 21 = 0$.

D. $11x - 7y + 2z + 21 = 0$.

Câu 22: Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;2;-1)$; $B(-1;0;1)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - z + 1 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) qua A ; B và vuông góc với (P)

A. $(Q): 2x - y + 3 = 0$.

B. $(Q): x + z = 0$.

C. $(Q): -x + y + z = 0$.

D. $(Q): 3x - y + z = 0$.

Câu 23: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(2;4;1)$, $B(-1;1;3)$ và mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$. Một mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A , B và vuông góc với (P) có dạng: $ax + by + cz - 11 = 0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $a + b = c$.

B. $a + b + c = 5$.

C. $a \in (b; c)$.

D. $a + b > c$.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $H(1;2;3)$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm H , cắt Ox , Oy , Oz tại A , B , C sao cho H là trọng tâm của tam giác ABC . Phương trình của mặt phẳng (P) là

A. $(P): 3x + y + 2z - 11 = 0$.

B. $(P): 3x + 2y + z - 10 = 0$.

C. $(P): x + 3y + 2z - 13 = 0$.

D. $(P): x + 2y + 3z - 14 = 0$.

Câu 25: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình tổng quát của mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(0; -1; 4)$ và nhận $\vec{u} = (3, 2, 1)$, $\vec{v} = (-3, 0, 1)$ làm vector chỉ phương là:

A. $x + y + z - 3 = 0$

B. $x - y - z - 12 = 0$

C. $x - 3y + 3z - 15 = 0$

D. $3x + 3y - z = 0$

- Câu 26:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;1)$ và hai mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z - 1 = 0$, $(Q): y = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (R) chứa A , vuông góc với cả hai mặt phẳng (P) và (Q) .
- A. $3x - 2z - 1 = 0$. B. $3x + y - 2z - 2 = 0$.
C. $3x - 2z = 0$. D. $3x - y + 2z - 4 = 0$.
- Câu 27:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng (P) và (Q) lần lượt có phương trình là $x + y - z = 0$, $x - 2y + 3z = 4$ và điểm $M(1; -2; 5)$. Tìm phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm M đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng (P) , (Q) .
- A. $x - 4y - 3z - 6 = 0$. B. $5x + 2y - z + 4 = 0$.
C. $5x + 2y - z + 14 = 0$. D. $x - 4y - 3z + 6 = 0$.
- Câu 28:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-5)^2 = 9$. Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm $A(2; -4; 3)$ có phương trình là
- A. $x - 6y + 8z - 50 = 0$. B. $3x - 6y + 8z - 54 = 0$.
C. $x - 2y - 2z - 4 = 0$. D. $x - 2y - 2z + 4 = 0$.
- Câu 29:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 4z = 0$. Mặt phẳng tiếp xúc với (S) tại điểm $A(3; 4; 3)$ có phương trình.
- A. $2x + 2y + z - 17 = 0$. B. $4x + 4y - 2z - 17 = 0$.
C. $x + y + z - 17 = 0$. D. $2x + 4y + z - 17 = 0$.
- Câu 30:** Cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 2 = 0$ và mặt phẳng $(\alpha): 4x + 3y - 12z + 10 = 0$. Mặt phẳng tiếp xúc với (S) và song song với (α) có phương trình là:
- A. $4x + 3y - 12z + 78 = 0$. B. $4x + 3y - 12z - 78 = 0$ hoặc $4x + 3y - 12z + 26 = 0$.
C. $4x + 3y - 12z - 26 = 0$. D. $4x + 3y - 12z + 78 = 0$ hoặc $4x + 3y - 12z - 26 = 0$.
- Câu 31:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): \frac{x}{a} + \frac{y}{2a} + \frac{z}{3a} = 1$ ($a > 0$) cắt ba trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại ba điểm A, B, C . Tính thể tích V của khối tứ diện $OABC$.
- A. $V = 4a^3$. B. $V = a^3$. C. $V = 3a^3$. D. $V = 3a^3$.
- Câu 32:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) chứa trục Oy và đi qua điểm $M(1; -1; 1)$ là:
- A. $x - y = 0$. B. $x + y = 0$. C. $x - z = 0$. D. $x + z = 0$.
- Câu 33:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $\alpha: x + y - z + 1 = 0$ và $(\beta): -2x + my + 2z - 2 = 0$. Tìm m để (α) song song với (β) .
- A. $m = 2$. B. $m = 5$.
C. Không tồn tại m . D. $m = -2$.

Câu 34: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 6z + 5 = 0$. Tiếp diện của (S) tại điểm $M(-1; 2; 0)$ có phương trình là

- A. $z = 0$. B. $x = 0$. C. $2x + y = 0$. D. $y = 0$.

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 4 - t \end{cases}$. Mặt phẳng đi qua $A(2; -1; 1)$ và vuông góc với đường thẳng d có phương trình là:

- A. $x + 3y - 2z - 5 = 0$. B. $2x + y - z - 2 = 0$.
C. $x + 3y - 2z - 3 = 0$. D. $x - 3y - 2z + 3 = 0$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $H(2; 1; 1)$. Viết phương trình mặt phẳng qua H và cắt các trục Ox , Oy , Oz lần lượt tại A , B , C sao cho H là trọng tâm tam giác ABC .

- A. $x - y - z = 0$ B. $2x + y + z - 6 = 0$ C. $2x + y + z + 6 = 0$ D. $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{1} = 1$

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z + 1 = 0$ và hai điểm $A(1; -2; 3)$, $B(3; 2; -1)$. Phương trình mặt phẳng (Q) qua A , B và vuông góc với (P) là

- A. $(Q): 2x + 2y + 3z - 7 = 0$. B. $(Q): 2x - 2y + 3z - 7 = 0$.
C. $(Q): 2x + 2y + 3z - 9 = 0$. D. $(Q): x + 2y + 3z - 7 = 0$.

Câu 38: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1; 1; 1)$ và $B(0; 2; 2)$ đồng thời cắt các tia Ox , Oy lần lượt tại 2 điểm M , N (không trùng với gốc tọa độ O) sao cho $OM = 2ON$.

- A. $(P): 2x + 3y - z - 4 = 0$. B. $(P): 2x + y + z - 4 = 0$.
C. $(P): x + 2y - z - 2 = 0$. D. $(P): 3x + y + 2z - 6 = 0$.

Câu 39: Trong không gian với trục hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $H(1; 2; 3)$ là trọng tâm của $\triangle ABC$ với A, B, C là ba điểm lần lượt nằm trên các trục Ox, Oy, Oz (khác gốc tọa độ). Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C là

- A. $3x + y + 2z - 9 = 0$ B. $x + 2y + 3z - 14 = 0$
C. $3x + 2y + z - 10 = 0$ D. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$

BÀI 4: PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG CÓ SỬ DỤNG PTĐT

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{1}$. Trong các mặt phẳng dưới đây, tìm một mặt phẳng vuông góc với đường thẳng d

A. $2x - 2y + 2z + 4 = 0$.

B. $4x - 2y - 2z - 4 = 0$.

C. $4x - 2y + 2z + 4 = 0$.

D. $4x + 2y + 2z + 4 = 0$.

Câu 2: Mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;2;0)$ và vuông góc với đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}$ có phương trình là :

A. $2x + y - z - 4 = 0$.

B. $2x - y - z + 4 = 0$.

C. $x + 2y - z + 4 = 0$.

D. $2x + y + z - 4 = 0$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng (d) có phương trình $\begin{cases} x=1-3t \\ y=2+t \\ z=3+2t \end{cases}; t \in \mathbb{R}$. Mặt phẳng (P) đi qua $A(-1;-2;1)$ và (P) vuông góc với đường thẳng (d) thì (P) có phương trình là:

A. $(P): -3x + y + 2z + 3 = 0$.

B. $(P): x + 2y + 3z - 2 = 0$.

C. $(P): -3x + y + 2z - 3 = 0$.

D. $(P): x + 2y + 3z + 2 = 0$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng chứa đường thẳng $d: \frac{x+3}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{2}$ và song song với đường thẳng $d': \frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z}{2}$ là

A. $x - y + 2z - 2 = 0$

B. $2x - z - 6 = 0$

C. $\frac{x}{-1} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-2} = 1$

D. $2x - z + 7 = 0$

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) song song với hai đường thẳng

$$\Delta_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z}{4}, \Delta_2: \begin{cases} x=2+t \\ y=3+2t \\ z=1-t \end{cases}. \text{ Vector nào sau đây là vector pháp tuyến của } (P)?$$

A. $\vec{n} = (5; -6; 7)$

B. $\vec{n} = (-5; 6; 7)$

C. $\vec{n} = (-5; 6; -7)$

D. $\vec{n} = (-5; -6; 7)$

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng

$$d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{-1} \text{ và đi qua điểm } A'(0;2;2)..$$

A. $5x - 2y + z + 2 = 0..$

B. $5x + 2y - z + 2 = 0.$

C. $5x + 5z - 2 = 0..$

D. $x + z - 2 = 0.$

Câu 7: Phương trình mặt phẳng (P) đi qua $M(1;2;-3)$ và chứa đường thẳng $\frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+4}{4}$ là.

A. $x + 11y + 8z + 1 = 0$.

B. $x - 11y + 8z - 45 = 0$.

C. $x - 11y + 8z + 45 = 0$.

D. $x - 11y - 8z - 3 = 0$.

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x}{3} = \frac{y-1}{4} = z+3$.

Phương trình mặt phẳng chứa điểm A và đường thẳng d là.

A. $23x + 17y + z - 60 = 0$.

B. $23x - 17y + z - 14 = 0$.

C. $23x - 17y - z + 14 = 0$.

D. $23x + 17y - z + 14 = 0$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(1; 2; 0)$, $B(2; 3; 1)$ và song song với trục Oz có phương trình là.

A. $x - y - 3 = 0$.

B. $x - y + 1 = 0$.

C. $x + y - 3 = 0$.

D. $x + z - 3 = 0$.

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(3; -4; 7)$ và chứa trục Oz .

A. $(P): 3x + 4y = 0$.

B. $(P): 4y + 3z = 0$.

C. $(P): 3x + 4z = 0$.

D.

$$(P): 4x + 3y = 0.$$

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + 2z - 5 = 0$ và các điểm $A(1; 2; 3)$, $B(-1; 1; -2)$, $C(3; 3; 2)$. Gọi $M(x_0; y_0; z_0)$ là điểm thuộc (P) sao cho $MA = MB = MC$. Tính $x_0 + y_0 + z_0$.

A. 4

B. 7

C. 5

D. 6

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 7 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 11 = 0$. Mặt phẳng song song với (P) và cắt (S) theo một đường tròn có chu vi bằng 6π có phương trình là

A. $(P): 2x + 2y - z - 19 = 0$

B. $(P): 2x + 2y - z + 17 = 0$

C. $(P): 2x + 2y - z - 17 = 0$

D. $(P): 2x + 2y - z + 7 = 0$

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng chứa hai đường thẳng cắt nhau $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-4}{3}$ và

$$\frac{x+1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{3}$$
 có phương trình là

A. $2x - y - z = 0$

B. $6x + 9y + z + 8 = 0$

C. $6x + 9y + z - 8 = 0$

D. $-2x - y + 9z - 36 = 0$

Câu 14: Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{3}$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): 2x + y - z = 0$.

A. $x - 2y - 1 = 0$.

B. $x + 2y + z = 0$.

C. $x + 2y - 1 = 0$.

D. $x - 2y + z = 0$.

Câu 15: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \frac{x+2}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-3}{-3}$ và điểm $B(-1;0;2)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua B và vuông góc đường thẳng (d) .

A. $2x + y - 3z + 8 = 0$.

B. $2x + y + 3z - 4 = 0$.

C. $2x - y - 3z + 8 = 0$.

D. $2x - y + 3z - 4 = 0$.

BÀI 5: PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG**A – LÝ THUYẾT CHUNG****1. Vector chỉ phương của đường thẳng****1.1. Định nghĩa**

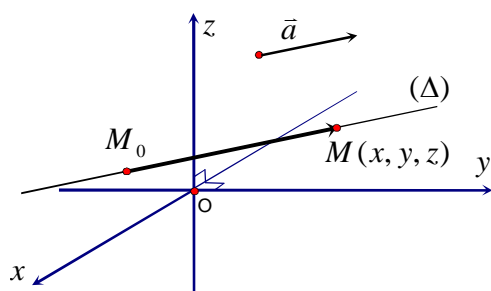
Cho đường thẳng d . Nếu vector $\vec{a} \neq \vec{0}$ và có giá song song hoặc trùng với đường thẳng d thì \vec{a} được gọi là vector chỉ phương của đường thẳng d . Kí hiệu: $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$

1.2. Chú ý

- \vec{a} là VTCP của d thì $k\vec{a}$ ($k \neq 0$) cũng là VTCP của d
- Nếu d đi qua hai điểm A, B thì \overrightarrow{AB} là một VTCP của d
- Trục Ox có vector chỉ phương $\vec{a} = \vec{i} = (1; 0; 0)$
- Trục Oy có vector chỉ phương $\vec{a} = \vec{j} = (0; 1; 0)$
- Trục Oz có vector chỉ phương $\vec{a} = \vec{k} = (0; 0; 1)$

1.3. Phương trình tham số của đường thẳng

Phương trình tham số của đường thẳng (Δ) đi qua điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và nhận $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ làm VTCP là :



$$(\Delta) : \begin{cases} x = x_0 + ta_1 \\ y = y_0 + ta_2 \\ z = z_0 + ta_3 \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

1.4. Phương trình chính tắc của đường thẳng

Phương trình chính tắc của đường thẳng (Δ) đi qua điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và nhận $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ làm VTCP là $(\Delta) : \frac{x - x_0}{a_1} = \frac{y - y_0}{a_2} = \frac{z - z_0}{a_3} \quad (a_1, a_2, a_3 \neq 0)$

2. Vị trí tương đối**2.1. Vị trí tương đối của đường thẳng và mặt phẳng**

2.1.1. Phương pháp hình học

Định lý

Trong không gian $(Oxyz)$ cho đường thẳng có VTCP và qua và mặt phẳng có VTPT

Khi đó :

- $(\Delta) \cap (\alpha) \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{n} \neq 0 \Leftrightarrow Aa_1 + Ba_2 + Ca_3 \neq 0$
- $(\Delta) // (\alpha) \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{a} \cdot \vec{n} = 0 \\ M_0 \notin (P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} Aa_1 + Ba_2 + Ca_3 = 0 \\ Ax_0 + By_0 + Cz_0 \neq 0 \end{cases}$
- $(\Delta) \subset (\alpha) \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{a} \cdot \vec{n} = 0 \\ M_0 \in (P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} Aa_1 + Ba_2 + Ca_3 = 0 \\ Ax_0 + By_0 + Cz_0 = 0 \end{cases}$

Đặc biệt

và cùng phương

2.1.2. Phương pháp đại số

Muốn tìm giao điểm M của và ta giải hệ phương trình: tìm Suy ra: .

Thế vào phương trình và rút gọn đưa về dạng:

- d cắt $mp(P)$ tại một điểm $\Leftrightarrow pt(*)$ có một nghiệm t .
- d song song với $(P) \Leftrightarrow pt(*)$ vô nghiệm.
- nằm trong có vô số nghiệm.
- vuông góc và cùng phương

2.2. Vị trí tương đối của hai đường thẳng

2.2.1. Phương pháp hình học

Cho hai đường thẳng: đi qua M và có một vector chỉ phương

đi qua N và có một vectơ chỉ phương

-
-
- cắt
- và chéo nhau

2.2.2. Phương pháp đại số

Muốn tìm giao điểm M của ta giải hệ phương trình : tìm Suy ra:

2.3. Vị trí tương đối giữa đường thẳng và mặt cầu

Cho đường thẳng d : và mặt cầu có tâm , bán kính

2.3.1. Phương pháp đại số

Thế vào phương trình và rút gọn đưa về phương trình bậc hai theo

- Nếu phương trình (*) vô nghiệm thì không cắt (S)
- Nếu phương trình có một nghiệm thì tiếp xúc
- Nếu phương trình có hai nghiệm thì cắt tại hai điểm phân biệt

Chú ý:

Để tìm tọa độ ta thay giá trị vào phương trình đường thẳng

3. Lập phương trình đường thẳng

Để lập phương trình đường thẳng ta cần xác định 1 điểm thuộc và một VTCP của nó.

3.1. Dạng 1

đi qua điểm và có VTCP là.

3.2. Dạng 2

đi qua hai điểm Một VTCP của là .

3.3. Dạng 3

đi qua điểm và song song với đường thẳng cho trước: Vì nên VTCP của cũng là VTCP của .

3.4. Dạng 4

đi qua điểm và vuông góc với mặt phẳng cho trước: Vì nên VTPT của cũng là VTCP của .

3.5. Dạng 5

là giao tuyến của hai mặt phẳng $(P), (Q)$:

- Cách 1:
Tìm một điểm và một VTCP.
 - Tìm tọa độ một điểm bằng cách giải hệ phương trình (với việc chọn giá trị cho một ẩn)
 - Tìm một VTCP của
- Cách 2:
Tìm hai điểm thuộc , rồi viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm đó.

3.6. Dạng 6

đi qua điểm và vuông góc với hai đường thẳng

Vì nên một VTCP của là:

3.7. Dạng 7

đi qua điểm , vuông góc và cắt đường thẳng .

- Cách 1:
Gọi là hình chiếu vuông góc của trên đường thẳng . Thì . Khi đó đường thẳng là đường thẳng đi qua
- Cách 2:
Gọi là mặt phẳng đi qua và vuông góc với là mặt phẳng đi qua và chứa . Khi đó

3.8. Dạng 8

đi qua điểm và cắt hai đường thẳng

- Cách 1:
Gọi Từ điều kiện thẳng hàng ta tìm được Từ đó suy ra phương trình đường thẳng .
- Cách 2:
Gọi , . Khi đó Do đó, một VTCP của có thể chọn là .

3.9. Dạng 9

nằm trong mặt phẳng và cắt cả hai đường thẳng

Tìm các giao điểm

Khi đó chính là đường thẳng

3.10. Dạng 10

Viết phương trình mặt phẳng chứa và mặt phẳng chứa và

Khi đó

3.11. Dạng 11

là đường vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau:

- Cách 1:
Gọi Từ điều kiện , ta tìm được Khi đó, là đường thẳng
- Cách 2:
 - Vì và nên một VTCP của có thể là: .
 - Lập phương trình mặt phẳng chứa và bằng cách:
 - ✓ Lấy một điểm trên
 - ✓ Một VTPT của có thể là: .
 - Tương tự lập phương trình mặt phẳng chứa và Khi đó

3.12. Dạng 12

là hình chiếu của đường thẳng lên mặt phẳng (P) thì ta Lập phương trình mặt phẳng chứa và vuông góc với mặt phẳng bằng cách:

- Lấy .
- Vì chứa và vuông góc với nên .
- Khi đó

3.13. Dạng 13

đi qua điểm M , vuông góc với và cắt

- Cách 1:
Gọi là giao điểm của và Từ điều kiện ta tìm được Khi đó, là đường thẳng
- Cách 2:
 - Viết phương trình mặt phẳng qua và vuông góc với
 - Viết phương trình mặt phẳng chứa và
 - Khi đó

B – BÀI TẬP

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $A(1; 2; 3)$, $B(1; 0; 2)$. Phát biểu nào sau đây là **đúng**?

- A. $\vec{u} = (0; 2; 1)$ là một vector chỉ phương của đường thẳng AB .
- B. $\vec{u} = (0; -2; 1)$ là một vector chỉ phương của đường thẳng AB .
- C. $\vec{u} = (0; 2; -1)$ là một vector chỉ phương của đường thẳng AB .
- D. $\vec{u} = (2; 2; 5)$ là một vector chỉ phương của đường thẳng AB .

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;2)$, $B(3;-2;0)$. Một vector chỉ phương của đường thẳng AB là:

A. $\vec{u} = (2;4;-2)$

B. $\vec{u} = (1;2;-1)$

C. $\vec{u} = (2;-4;2)$

D. $\vec{u} = (-1;2;1)$

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây **không phải** là phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $A(4;2;0)$, $B(2;3;1)$.

A. $\frac{x-2}{-2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-1}{1}$.

B. $\frac{x}{-2} = \frac{y-4}{1} = \frac{z-2}{1}$.

C. $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 4 + t \\ z = 2 + t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = 4 - 2t \\ y = 2 + t \\ z = t \end{cases}$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, tìm một vector chỉ phương của đường thẳng $d: \frac{x-4}{7} = \frac{y-5}{4} = \frac{z+7}{-5}$.

A. $\vec{u} = (4;5;-7)$.

B. $\vec{u} = (7;-4;-5)$.

C. $\vec{u} = (7;4;-5)$.

D. $\vec{u} = (5;-4;-7)$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(1;-2;3)$ và có vector chỉ phương $\vec{u} = (2;-1;6)$ là

A. $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-6}{3}$.

B. $\frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+6}{3}$.

C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{6}$.

D. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{6}$.

Câu 6: Cho đường thẳng d có phương trình tham số $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = -3 + t \end{cases}$. Viết phương trình chính tắc của đường thẳng d .

A. $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{1}$.

B. $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{1}$.

C. $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{1}$.

D. $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{1}$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+3}{2}$. Điểm nào sau đây không thuộc đường thẳng d ?

A. $N(2;-1;-3)$

B. $P(5;-2;-1)$

C. $Q(-1;0;-5)$

D. $M(-2;1;3)$

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ có phương trình
$$\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = -4 + 3t \end{cases}$$
 trong bốn điểm được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây nằm trên đường thẳng Δ . Đó là điểm nào?

- A. $Q(-2; -7; 10)$ B. $M(0; -4; -7)$ C. $N(0; -4; 7)$ D. $P(4; 2; 1)$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 3 \\ z = 5 + 3t \end{cases}$. Trong các vectơ sau, vectơ nào là một vectơ chỉ phương của đường thẳng d .

- A. $\vec{a}_1 = (2; 3; 3)$ B. $\vec{a}_3 = (-2; 0; 3)$ C. $\vec{a}_1 = (-2; 3; 3)$ D. $\vec{a}_1 = (1; 3; 5)$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng chứa trục Oy có phương trình tham số là

- A. $\begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \\ z = t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = 0 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = t \end{cases}$

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{-2}$, vectơ nào dưới đây là vtcp của đường thẳng d ?

- A. $\vec{u} = (-1; 3; -2)$ B. $\vec{u} = (1; 3; 2)$ C. $\vec{u} = (1; -3; -2)$ D. $\vec{u} = (-1; -3; 2)$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(1; 4; -7)$ và vuông góc với mặt phẳng $x + 2y - 2z - 3 = 0$ có phương trình là

- A. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+4}{4} = \frac{z-7}{-7}$ B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z+7}{-2}$ C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z+7}{-2}$ D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-7}{-2}$

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(1; 2; 3)$ và vuông góc với mặt phẳng $4x + 3y - 3z + 1 = 0$ có phương trình là.

- A. $\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 - t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = 2 - 3t \\ z = 3 - 3t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 - 3t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = -1 + 4t \\ y = -2 + 3t \\ z = -3 - 3t \end{cases}$

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(3; -1; 2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x + y - 3z - 5 = 0$ có phương trình là:

A. $d: \frac{x+3}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{-3}$.

B. $d: \frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-3}$.

C. $d: \frac{x+1}{3} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{2}$.

D. $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+3}{2}$.

Câu 15: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình $\frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{-4}$. Điểm nào sau đây **không** thuộc đường thẳng d ?

A. $P(7;2;1)$.

B. $Q(-2;-4;7)$.

C. $N(4;0;-1)$.

D. $M(1;-2;3)$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, một vector chỉ phương của đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=2t \\ y=-1+t \\ z=1 \end{cases}$ là

A. $\vec{v} = (2;-1;0)$.

B. $\vec{u} = (2;1;1)$.

C. $\vec{m} = (2;-1;1)$.

D. $\vec{n} = (-2;-1;0)$.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y-3z-2=0$. Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) có một vector chỉ phương là

A. $\vec{u}_4 = (1;2;3)$

B. $\vec{u}_3 = (1;-3;-2)$

C. $\vec{u}_1 = (1;-2;-2)$

D. $\vec{u}_2 = (1;-2;-3)$

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{4}$. Điểm nào sau đây **không** thuộc đường thẳng d ?

A. $P(1;-1;-5)$.

B. $Q(5;-3;3)$.

C. $M(1;-1;-3)$.

D. $N(3;-2;-1)$.

Câu 19: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(0;2;0)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x=4+3t \\ y=2+t \\ z=-1+t \end{cases}$.

Đường thẳng đi qua M , cắt và vuông góc với d có phương trình là

A. $\frac{x}{-1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{2}$

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{-2}$

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2}$

D. $\frac{x}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{2}$

Câu 20: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{3}$ đi qua những điểm nào sau đây?

A. $B(2;2;0)$

B. $C(-3;0;3)$

C. $D(3;0;3)$

D. $A(-2;2;0)$

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+3y+2z+2=0$ và $(Q): x-3y+2z+1=0$. Phương trình đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và song song với hai mặt phẳng (P) , (Q) là

A. $\frac{x}{9} = \frac{y}{-12} = \frac{z}{-2}$.

B. $\frac{x}{12} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{-9}$.

C. $\frac{x}{9} = \frac{y}{12} = \frac{z}{-2}$.

D. $\frac{x}{12} = \frac{y}{2} = \frac{z}{-9}$.

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;1;-5)$, hai mặt phẳng $(P): x - y + z - 4 = 0$ và $(Q): 2x + y + z + 4 = 0$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A đồng thời Δ song song với hai mặt phẳng (P) và (Q) .

A. $\Delta: \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+5}{-3}$.

B. $\Delta: \frac{x+3}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-5}{-3}$.

C. $\Delta: \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+5}{-3}$.

D. $\Delta: \frac{x-3}{-2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+5}{3}$.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -1)$, đường thẳng d có phương trình

$\frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z}{2}$ và mặt phẳng (α) có phương trình $x + y - z + 3 = 0$. Đường thẳng Δ đi qua điểm A , cắt d và song song với mặt phẳng (α) có phương trình là

A. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{1}$

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}$

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{1}$

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{-1}$

Câu 24: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z + 5 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}$. Đường thẳng Δ nằm trên mặt phẳng (P) , đồng thời vuông góc và cắt đường thẳng d có phương trình là

A. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z+1}{2}$

B. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-1}{-2}$.

C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-1}{2}$.

D. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+1}{2}$.

Câu 25: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{2}$ và

$\Delta_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{3}$. Phương trình đường thẳng song song với $d: \begin{cases} x=3 \\ y=-1+t \\ z=4+t \end{cases}$ và cắt hai đường

thẳng $\Delta_1; \Delta_2$ là

A. $\begin{cases} x=-2 \\ y=-3+t \\ z=-3+t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x=2 \\ y=-3+t \\ z=3+t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x=2 \\ y=3-t \\ z=3-t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x=-2 \\ y=-3-t \\ z=-3-t \end{cases}$

Câu 26: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1;0;2)$ và đường thẳng d có phương trình:

$\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A , vuông góc và cắt d .

A. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}$.

B. $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$.

C. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-2}{1}.$

D. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}.$

BÀI 6: TOÁN TỔNG HỢP VỀ PP TỌA ĐỘ KHÔNG GIAN

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - 2y - z + 3 = 0$ và điểm $M(1; -2; 13)$. Tính khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (α) .

- A. $d(M, (\alpha)) = \frac{5}{3}$. B. $d(M, (\alpha)) = 4$. C. $d(M, (\alpha)) = \frac{4}{3}$. D. $d(M, (\alpha)) = \frac{2}{3}$.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z + 5 = 0$ và điểm $A(-1; 3; -2)$. Khoảng cách d từ điểm A đến mặt phẳng (P) bằng

- A. $d = 1$. B. $d = \frac{2}{3}$. C. $d = \frac{3\sqrt{14}}{14}$. D. $d = \frac{\sqrt{14}}{7}$.

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 3 = 0$ và $(Q): x + 2y - 2z - 1 = 0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng đã cho là

- A. $\frac{4}{3}$. B. $\frac{2}{3}$. C. 4 . D. $\frac{4}{9}$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x - 3y + z - 4 = 0$; $(Q): 5x - 3y - 2z - 7 = 0$

Vị trí tương đối của $(P) \& (Q)$ là

- A. Vuông góc. B. Trùng nhau.
C. Song song. D. Cắt nhưng không vuông góc.

Câu 5: Khoảng cách từ điểm $M(-2; -4; 3)$ đến mặt phẳng (P) có phương trình $2x - y + 2z - 3 = 0$ là:

- A. 3 . B. 1 . C. 2 . D. Đáp án khác.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 3)$. Hình chiếu vuông góc của M trên (Oxz) là điểm nào sau đây.

- A. $K(0; 2; 3)$. B. $H(1; 2; 0)$. C. $F(0; 2; 0)$. D. $E(1; 0; 3)$.

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2; -1; 1)$, tìm tọa độ M' là hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng (Oxy) .

- A. $M'(2; 1; -1)$. B. $M'(0; 0; 1)$. C. $M'(2; -1; 0)$. D. $M'(-2; 1; 0)$.

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z - 4 = 0$ và điểm $A(-1; 2; -2)$. Tính khoảng cách d từ A đến mặt phẳng (P) .

- A. $d = \frac{4}{3}$. B. $d = \frac{8}{9}$. C. $d = \frac{2}{3}$. D. $d = \frac{5}{9}$.

Câu 9: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + 4y + 2z + 4 = 0$ và điểm $A(1; -2; 3)$. Tính khoảng cách d từ điểm A đến mặt phẳng (P) .

A. $d = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

B. $d = \frac{5}{9}$.

C. $d = \frac{5}{29}$.

D. $d = \frac{5}{\sqrt{29}}$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; -3; 5)$. Tìm tọa độ A' là điểm đối xứng với A qua trục Oy .

A. $A'(-2; -3; 5)$

B. $A'(-2; -3; -5)$

C. $A'(2; 3; 5)$

D. $A'(2; -3; -5)$

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(5; 7; -13)$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng (Oyz) . Tọa độ điểm H là?

A. $H(5; 0; -13)$

B. $H(0; 7; -13)$

C. $H(5; 7; 0)$

D. $H(0; -7; 13)$

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(-1; 2; 1)$, hình chiếu vuông góc của điểm A lên mặt phẳng tọa độ (Oxy) là

A. $P(0; 2; 1)$

B. $N(-1; 0; 1)$

C. $Q(0; 2; 0)$

D. $M(-1; 2; 0)$

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 3y + 6z + 19 = 0$ và điểm $A(-2; 4; 3)$. Gọi d là khoảng cách từ A đến mặt phẳng (P) . Khi đó d bằng

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 4.

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0, -1, 2)$ và mặt phẳng (α) có phương trình $4x + y - 2z - 3 = 0$. Tính khoảng cách d từ A đến mặt phẳng (α) .

A. $d = \sqrt{\frac{8}{21}}$.

B. $d = \frac{8}{\sqrt{21}}$.

C. $d = \frac{7}{\sqrt{21}}$.

D. $d = \frac{8}{21}$.

Câu 15: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tính khoảng cách từ điểm $M(1; 2; -3)$ đến mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 2 = 0$.

A. 3.

B. $\frac{11}{3}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. 1.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai mặt phẳng $(P): 8x - 4y - 8z - 11 = 0$; $(Q): \sqrt{2}x - \sqrt{2}y + 7 = 0$.

A. $\frac{\pi}{6}$.

B. $\frac{\pi}{3}$.

C. $\frac{\pi}{4}$.

D. $\frac{\pi}{2}$.

Câu 17: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x + 3y + 4z - 12 = 0$ cắt trục Oy tại điểm có tọa độ là

A. $(0; 4; 0)$

B. $(0; 6; 0)$

C. $(0; 3; 0)$

D. $(0; -4; 0)$

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc M' của điểm $M(1; -1; 2)$ trên Oy có tọa độ là

A. $(0; 0; 2)$.

B. $(0; 1; 0)$.

C. $(0; -1; 0)$.

D. $(1; 0; 0)$.

Câu 19: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu của điểm $M(1; -3; -5)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là

A. $(0; -3; 0)$.

B. $(0; -3; -5)$.

C. $(0; -3; 5)$.

D. $(1; -3; 0)$.

Câu 20: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{3}$ và

$$d_2: \frac{x+1}{4} = \frac{y+5}{2} = \frac{z-1}{6}. \text{ Xét vị trí tương đối giữa } d_1 \text{ và } d_2.$$

A. d_1 chéo d_2 .

B. d_1 cắt d_2 .

C. d_1 song song với d_2 .

D. d_1 trùng d_2 .

Câu 21: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(-1; 2; 1)$, $B(-4; 2; -2)$, $C(-1; -1; -2)$, $D(-5; -5; 2)$. Tính khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (ABC)

A. $d = 3\sqrt{3}$.

B. $d = 4\sqrt{3}$.

C. $d = \sqrt{3}$.

D. $d = 2\sqrt{3}$.

Câu 22: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{2}$ và

$$d_2: \frac{x+1}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z-3}{1}. \text{ Góc giữa hai đường thẳng đó bằng}$$

A. 45° .

B. 60° .

C. 30° .

D. 90° .

Câu 23: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 2z - 3 = 0$. Hỏi trong các mặt phẳng sau, đâu là mặt phẳng không có điểm chung với mặt cầu (S) ?

A. $(\alpha_3): x - 2y + 2z - 3 = 0$.

B. $(\alpha_4): 2x + 2y - z + 10 = 0$.

C. $(\alpha_1): x - 2y + 2z - 1 = 0$.

D. $(\alpha_2): 2x - y + 2z + 4 = 0$.

Câu 24: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z + 8 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 2z - 2 = 0$. Gọi $I(a, b, c)$ là tâm đường tròn giao tuyến của mặt cầu (S) với mặt phẳng (P) . Giá trị của tổng $S = a + b + c$ bằng

A. 1.

B. 2.

C. -1.

D. -2.

Câu 25: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x + 2y + 3z - 6 = 0$ và đường thẳng

$$\Delta: \frac{x+1}{-1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{1}. \text{ Mệnh đề nào sau đây đúng?}$$

- A. Δ cắt và không vuông góc với (α) . B. $\Delta \subset (\alpha)$.
 C. $\Delta // (\alpha)$. D. $\Delta \perp (\alpha)$.

Câu 26: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;0;1)$, $B(1;2;-3)$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng tọa độ (Oyz) tại điểm $M(x_M; y_M; z_M)$. Giá trị của biểu thức $T = x_M + y_M + z_M$ là

- A. 0. B. 4. C. 2. D. -4.

Câu 27: Cho mặt phẳng $(P): 2x + y + 3z + 1 = 0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = -3 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = 1 \end{cases}$.

Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. d cắt (P) . B. $d // (P)$. C. $d \subset (P)$. D. $d \perp (P)$.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;3;-2)$, $B(3;5;-12)$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng Oyz tại N . Tính tỉ số $\frac{BN}{AN}$.

- A. $\frac{BN}{AN} = 2$. B. $\frac{BN}{AN} = 5$. C. $\frac{BN}{AN} = 3$. D. $\frac{BN}{AN} = 4$.

Câu 29: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 3 = 0$ và $(Q): x + 2y - 2z - 1 = 0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) là:

- A. $\frac{4}{9}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{4}{3}$. D. $-\frac{4}{3}$.

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x + y - 2z - 5 = 0$ và đường thẳng

$\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{3}$. Gọi A là giao điểm của Δ và (P) ; và M là điểm thuộc đường thẳng Δ sao cho $AM = \sqrt{84}$. Tính khoảng cách từ M đến mặt phẳng (P) .

- A. 3 B. 5 C. $\sqrt{6}$ D. $\sqrt{14}$

Câu 31: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-1}{2}$ và

$d': \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{1}$. Tính khoảng cách h giữa hai đường thẳng d và d' .

- A. $h = \frac{10\sqrt{21}}{21}$. B. $h = \frac{4\sqrt{21}}{21}$. C. $h = \frac{22\sqrt{21}}{21}$. D. $h = \frac{8\sqrt{21}}{21}$.

Câu 32: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;-1;1)$, $B(4;2;-3)$. Gọi A' là hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (Oxy) và B' là hình chiếu vuông góc của B trên mặt phẳng (Oyz) . Độ dài đoạn thẳng $A'B'$ bằng

- A. 2. B. 3. C. $2\sqrt{3}$. D. $3\sqrt{3}$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): x + 2y - z - 1 = 0$ và $(\beta): 2x + 4y - mz - 2 = 0$. Tìm m để (α) và (β) song song với nhau.

- A. $m = 1$. B. $m = 2$. C. $m = -2$. D. Không tồn tại m .

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x + 4y + 3z - 5 = 0$ và $(Q): mx - ny - 6z + 2 = 0$. Giá trị của m, n sao cho (P) song song với (Q) là:

- A. $m = 4; n = -8$ B. $m = n = 4$ C. $m = -4; n = 8$ D. $m = n = -4$

Câu 35: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, khoảng cách h từ điểm $A(-4; 3; 2)$ đến trục Ox là

- A. $h = \sqrt{13}$. B. $h = 3$. C. $h = 2\sqrt{5}$. D. $h = 4$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}; 0\right)$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 8$. Đường thẳng d thay đổi, đi qua điểm M , cắt mặt cầu (S) tại hai điểm A, B phân biệt. Tính diện tích lớn nhất S của tam giác OAB .

- A. $S = 2\sqrt{7}$. B. $S = 2\sqrt{2}$. C. $S = \sqrt{7}$. D. $S = 4$.

Câu 37: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z = 0$ và đường

$$\text{thẳng } d: \begin{cases} x = mt \\ y = m^2t \\ z = mt \end{cases} \text{ với } m \text{ là tham số. Tìm tất cả các giá trị của tham số } m \text{ để đường thẳng } d$$

tiếp xúc với mặt cầu (S) .

- A. $m = -2$. B. $\begin{cases} m = -2 \\ m = 0 \end{cases}$. C. $m = 0$. D. $m = 1$.

Câu 38: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, $A(0; -1; 2)$ và $B(1; 0; -2)$ lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm $I(a; b; c)$ trên $\Delta: \frac{x}{4} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-1}$ và $(P): 2x - y - 2z - 6 = 0$. Tính $S = a + b + c$.

- A. 0. B. $4 + \sqrt{3}$. C. $3 + \sqrt{2}$. D. $5 + \sqrt{3}$.

Câu 39: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{-1}$ và điểm $I(2; 1; -1)$. Mặt cầu tâm I tiếp xúc với đường thẳng Δ cắt trục Ox tại hai điểm A, B . Tính độ dài đoạn AB .

- A. $AB = \sqrt{6}$. B. $AB = 24$. C. $AB = 4$. D. $AB = 2\sqrt{6}$.

Câu 40: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z + 9 = 0$, mặt cầu (S) tâm O tiếp xúc với mặt phẳng (P) tại $H(a; b; c)$. Tổng $a + b + c$ bằng

- A. 1. B. -1. C. -2. D. 2.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

DÀNH CHO HỌC SINH YẾU-TB

HÌNH HỌC TỌA ĐỘ **OXYZ**

- **CÓ ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI CHI TIẾT**
- **CẬP NHẬT THÊM NHIỀU DẠNG TOÁN MỚI**
- **CHIA PHẦN BÀI TẬP VÀ LỜI GIẢI RIÊNG**

ÔN THI THPT QUỐC GIA

BÀI 1: HỆ TRỤC TỌA ĐỘ**A – LÝ THUYẾT CHUNG****1.1. Khái niệm mở đầu**

Trong không gian cho ba trục Ox, Oy, Oz phân biệt và vuông góc từng đôi một. Gốc tọa độ O , trục hoành Ox , trục tung Oy , trục cao Oz , các mặt tọa độ $(Oxy), (Oyz), (Ozx)$.

1.2. Khái niệm về hệ trục tọa độ

Khi không gian có hệ tọa độ thì gọi là không gian tọa độ $Oxyz$ hay không gian $Oxyz$.

$$\vec{i}^2 = \vec{j}^2 = \vec{k}^2 = 1$$

Chú ý:

$$\vec{a}^2 = |\vec{a}|^2$$

$$\vec{i}\vec{j} = \vec{i}\vec{k} = \vec{j}\vec{k} = 0$$

1.3. Tọa độ véc tơ

$$\vec{u} = (x; y; z) \Leftrightarrow \vec{u}(x; y; z) \Leftrightarrow \vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

1.4. Tọa độ điểm

$$M(x; y; z) \Leftrightarrow \vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

1.5. Các công thức tọa độ cần nhớ

Cho $\vec{u} = (a; b; c), \vec{v} = (a'; b'; c')$

$$\bullet \vec{u} = \vec{v} \Leftrightarrow \begin{cases} a = a' \\ b = b' \\ c = c' \end{cases}$$

$$\bullet \vec{u} \mp \vec{v} = (a \pm a'; b \pm b'; c \pm c')$$

$$\bullet k\vec{u} = (ka; kb; kc)$$

$$\bullet \vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos(\vec{u}, \vec{v}) = aa' + bb' + cc'$$

$$\bullet \cos(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} = \frac{aa' + bb' + cc'}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$$

$$\bullet |\vec{u}| = \sqrt{\vec{u}^2} = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

$$\bullet \vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$$

$$\bullet \vec{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$$

$$\bullet AB = |\vec{AB}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$$

1.6. Chú ý

Góc của 2 véc tơ (\vec{u}, \vec{v}) là góc hình học (nhỏ) giữa 2 tia mang véc tơ có, giá trị trong $[0; \pi]$ là:

$$\sin(\vec{u}, \vec{v}) = \sqrt{1 - \cos^2(\vec{u}, \vec{v})} \geq 0$$

1.7. Chia tỉ lệ đoạn thẳng

M chia AB theo tỉ số k nghĩa là $\vec{MA} = k\vec{MB}$

Công thức tọa độ của M là :

$$\begin{cases} x_M = \frac{x_A - kx_B}{1 - k} \\ y_M = \frac{y_A - ky_B}{1 - k} \\ z_M = \frac{z_A - kz_B}{1 - k} \end{cases}$$

1.8. Công thức trung điểm

Nếu M là trung điểm AB thì $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0} \Rightarrow$

$$\begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_M = \frac{y_A + y_B}{2} \\ z_M = \frac{z_A + z_B}{2} \end{cases}$$

1.9. Công thức trọng tâm tam giác

Nếu G là trọng tâm của $\triangle ABC$ thì $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0} \Rightarrow$

$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} \end{cases}$$

1.10. Công thức trọng tâm tứ diện

Nếu G là trọng tâm của tứ diện ABCD thì

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0} \Rightarrow \begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C + x_D}{4} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C + y_D}{4} \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C + z_D}{4} \end{cases}$$

1.11. Tích có hướng 2 véc tơ

Cho 2 véc tơ $\vec{u} = (a; b; c)$ và $\vec{v} = (a'; b'; c')$ ta định nghĩa tích có hướng của 2 véc tơ đó là một véc tơ, kí hiệu $[\vec{u}, \vec{v}]$ hay $\vec{u} \wedge \vec{v}$ có tọa độ:

$$[\vec{u}, \vec{v}] = \left(\begin{vmatrix} b & c \\ b' & c' \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} c & a \\ c' & a' \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix} \right) = (bc' - b'c; ca' - ac'; ab' - ba')$$

1.12. Tính chất tích có hướng 2 véc tơ

- $[\vec{u}, \vec{v}]$ vuông góc với \vec{u} và \vec{v}
- $||[\vec{u}, \vec{v}]|| = ||\vec{u}|| \cdot ||\vec{v}|| \sin(\vec{u}, \vec{v})$
- $[\vec{u}, \vec{v}] = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{u}, \vec{v}$ cùng phương

1.13. Ứng dụng tích có hướng 2 véc tơ

- Diện tích hình bình hành ABCD : $S = ||[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}]||$

- Diện tích ΔABC : $S = \frac{1}{2} \cdot \left| \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} \right] \right|$
- Ba véc tơ $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ đồng phẳng: $\left[\vec{u}, \vec{v} \right] \cdot \vec{w} = 0$
- Thể tích khối hộp có đáy hình bình hành $ABCD$ và cạnh bên AA' : $V = \left| \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD} \right] \cdot \overrightarrow{AA'} \right|$
- Thể tích khối tứ diện $S.ABC$: $V = \frac{1}{6} \cdot \left| \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} \right] \cdot \overrightarrow{SA} \right|$

2. Phương pháp giải 1 số bài toán thường gặp

2.1. Các phép toán về tọa độ của vector và của điểm

Phương pháp giải

- Sử dụng các công thức về tọa độ của vector và của điểm trong không gian.
- Sử dụng các phép toán về vector trong không gian.

2.2. Xác định điểm trong không gian. Chứng minh tính chất hình học. Diện tích – Thể tích

Phương pháp giải

- Sử dụng các công thức về tọa độ của vector và của điểm trong không gian.
- Sử dụng các phép toán về vector trong không gian.
- Công thức xác định tọa độ của các điểm đặc biệt.
- Tính chất hình học của các điểm đặc biệt:
- A, B, C thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ cùng phương $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = k \overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} \right] = \vec{0}$
- $ABCD$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$
- Cho ΔABC có các chân E, F của các đường phân giác trong và ngoài của góc A của ΔABC trên BC . Ta có: $\overrightarrow{EB} = -\frac{AB}{AC} \cdot \overrightarrow{EC}$, $\overrightarrow{FB} = \frac{AB}{AC} \cdot \overrightarrow{FC}$
- A, B, C, D không đồng phẳng $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$ không đồng phẳng $\Leftrightarrow \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} \right] \cdot \overrightarrow{AD} \neq 0$

B – BÀI TẬP

Câu 1: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{u} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}$. Tìm tọa độ của \vec{u} .

- A. $\vec{u} = (2; 3; -2)$. B. $\vec{u} = (3; 2; -2)$. C. $\vec{u} = (3; -2; 2)$. D. $\vec{u} = (-2; 3; 2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $\vec{u} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k} \Leftrightarrow \vec{u} = (3; -2; 2)$.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a}(1; 2; -1)$, $\vec{b}(3; 4; 3)$. Tìm tọa độ của \vec{x} biết $\vec{x} = \vec{b} - \vec{a}$.

- A. $\vec{x}(2; 2; 4)$. B. $\vec{x}(-2; -2; 4)$. C. $\vec{x}(-2; -2; -4)$. D. $\vec{x}(1; 1; 2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $\vec{x} = \vec{b} - \vec{a} = (3-1; 4-2; 3+1) = (2; 2; 4)$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho các vector $\vec{a} = (1; -1; 2)$, $\vec{b} = (3; 0; -1)$ và $\vec{c} = (-2; 5; 1)$. Tọa độ của vector $\vec{u} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ là:

- A. $\vec{u} = (6; -6; 0)$ B. $\vec{u} = (6; 0; -6)$ C. $\vec{u} = (0; 6; -6)$ D. $\vec{u} = (-6; 6; 0)$

Hướng dẫn giải

Chọn A

$$\vec{u} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c} = (1+3+2; -1+0-5; 2-1-1) = (6; -6; 0).$$

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$ cho hai vectơ $\vec{u} = (1; -2; 1)$ và $\vec{v} = (-2; 1; 1)$, góc giữa hai vectơ đã cho bằng

A. $\frac{\pi}{6}$.

B. $\frac{2\pi}{3}$.

C. $\frac{\pi}{3}$.

D. $\frac{5\pi}{6}$.

Hướng dẫn giải**Chọn B.**

$$\cos(\vec{u}; \vec{v}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} = \frac{-3}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{6}} = -\frac{1}{2} \Rightarrow (\vec{u}; \vec{v}) = \frac{2\pi}{3}.$$

Câu 5: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho ba vectơ $\vec{a} = (-1; 1; 0)$, $\vec{b} = (1; 1; 0)$, $\vec{c} = (1; 1; 1)$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. $\vec{b} \perp \vec{a}$.

B. $|\vec{c}| = \sqrt{3}$.

C. $\vec{b} \perp \vec{c}$.

D. $|\vec{a}| = \sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải**Chọn C**

Ta có $\vec{b} \cdot \vec{c} = 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 0 \cdot 1 = 2 \neq 0 \Rightarrow \vec{b}$ không vuông góc với \vec{c} .

Câu 6: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u}(2; 3; -1)$ và $\vec{v}(5; -4; m)$. Tìm m để $\vec{u} \perp \vec{v}$.

A. $m = 0$.

B. $m = 2$.

C. $m = 4$.

D. $m = -2$.

Hướng dẫn giải**Chọn D**

Ta có $\vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \Leftrightarrow 10 - 12 - m = 0 \Leftrightarrow -2 - m = 0 \Leftrightarrow m = -2$.

Câu 7: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 2 vectơ $\vec{a} = (-1; 1; 0)$; $\vec{b} = (1; 1; 0)$. Trong các kết luận:

(I). $\vec{a} = -\vec{b}$;

(II). $|\vec{b}| = |\vec{a}|$;

(III). $\vec{a} = \vec{b}$;

(IV). $\vec{a} \perp \vec{b}$, có bao nhiêu kết luận **sai**?

A. 2.

B. 4.

C. 1.

D. 3.

Hướng dẫn giải**Chọn A**

Ta có $\vec{a} = (-1; 1; 0) = -(1; -1; 0) \neq \vec{b}$. Do đó (I); (III) sai.

Ta có $|\vec{a}| = \sqrt{2} = |\vec{b}|$. Do đó (II) đúng.

Ta có $\vec{a} \cdot \vec{b} = (-1) \cdot 1 + 1 \cdot 1 = 0$. Do đó $\vec{a} \perp \vec{b}$ hay (IV) đúng.

Vậy có 2 kết luận sai.

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$, cho hai vectơ $\vec{a} = (2; -1; 4)$ và $\vec{b} = \vec{i} - 3\vec{k}$. Tính $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 5$.

B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -10$.

C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -11$.

D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -13$.

Hướng dẫn giải

Chọn BTa có $\vec{b} = (1; 0; -3)$ nên $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2 - 12 = -10$.**Câu 9:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (2; 4; -2)$ và $\vec{b} = (1; -2; 3)$. Tích vô hướng của hai vectơ \vec{a} và \vec{b} bằng

- A. -12. B. 30. C. 6. D. -22.

Hướng dẫn giải**Chọn A**Ta có: $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2 \cdot 1 + 4 \cdot (-2) - 2 \cdot 3 = -12$.**Câu 10:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vectơ $\vec{u} = (1; 1; -2)$, $\vec{v} = (1; 0; m)$. Tìm m để góc giữa hai vectơ \vec{u} , \vec{v} bằng 45° .

- A. $m = 2$. B. $m = 2 - \sqrt{6}$. C. $m = 2 + \sqrt{6}$. D. $m = 2 \pm \sqrt{6}$.

Hướng dẫn giải**Chọn B**

$$\text{Ta có: } \cos(\widehat{\vec{u}, \vec{v}}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} = \frac{1 - 2m}{\sqrt{1^2 + 1^2 + (-2)^2} \cdot \sqrt{1^2 + m^2}} = \frac{1 - 2m}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{1 + m^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Leftrightarrow 1 - 2m = \sqrt{3} \sqrt{1 + m^2}$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 - 4m + 1 = 3 + 3m^2 \quad (\text{điều kiện } m < \frac{1}{2}).$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 4m - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 - \sqrt{6} \\ m = 2 + \sqrt{6} \end{cases}. \text{ Đòi chiếu đk ta có } m = 2 - \sqrt{6}.$$

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 2; 1)$, $B(-1; 0; 5)$. Tìm tọa độ trung điểm của đoạn AB .

- A. $I(2; 2; 6)$. B. $I(-1; -1; 1)$. C. $I(2; 1; 3)$. D. $I(1; 1; 3)$.

Hướng dẫn giải**Chọn D**Dựa vào công thức trung điểm $I(x_I; y_I; z_I)$ của đoạn AB .

$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} \\ z_I = \frac{z_A + z_B}{2} \end{cases} \Rightarrow I(1; 1; 3).$$

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3)$ và $B(5; 2; 0)$. Khi đó:

- A. $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{61}$. B. $|\overrightarrow{AB}| = 3$. C. $|\overrightarrow{AB}| = 5$. D. $|\overrightarrow{AB}| = 2\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải**Chọn C**Ta có: $\overrightarrow{AB} = (4; 0; -3)$. Suy ra: $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{4^2 + 0^2 + (-3)^2} = 5$.

Câu 13: Cho ba điểm $A(2; -1; 5)$, $B(5; -5; 7)$ và $M(x; y; 1)$. Với giá trị nào của x, y thì ba điểm A, B, M thẳng hàng?

A. $x = 4$ và $y = 7$.

B. $x = -4$ và $y = -7$.

C. $x = -4$ và $y = 7$.

D. $x = 4$ và $x = 7$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{AB} = (3; -4; 2)$, $\overrightarrow{AM} = (x-2; y+1; -4)$.

Để ba điểm A, B, M thẳng hàng thì $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-4} = \frac{-4}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = 7 \end{cases}$.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3)$ và $B(-2; 1; 2)$. Tìm tọa độ điểm M thỏa $\overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MA}$.

A. $M(4; 3; 1)$.

B. $M(4; 3; 4)$.

C. $M(-1; 3; 5)$.

D. $M\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; \frac{5}{2}\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Gọi $M(x; y; z)$, $\overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MA} \Leftrightarrow \begin{cases} -2-x = 2(1-x) \\ 1-y = 2(2-y) \\ 2-z = 2(3-z) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 3 \\ z = 4 \end{cases} \Rightarrow M(4; 3; 4)$.

Câu 15: Tìm tọa độ điểm M trên trục Ox cách đều hai điểm $A(1; 2; -1)$ và điểm $B(2; 1; 2)$.

A. $M\left(\frac{1}{2}; 0; 0\right)$.

B. $M\left(\frac{3}{2}; 0; 0\right)$.

C. $M\left(\frac{2}{3}; 0; 0\right)$.

D. $M\left(\frac{1}{3}; 0; 0\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Gọi $M(x; 0; 0) \in Ox$.

Ta có: $MA = MB \Leftrightarrow MA^2 = MB^2 \Leftrightarrow (1-x)^2 + 4 + 1 = (2-x)^2 + 1 + 4 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2} \Rightarrow M\left(\frac{3}{2}; 0; 0\right)$.

Câu 16: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, điểm thuộc trục Oy và cách đều hai điểm $A(3; 4; 1)$ và $B(1; 2; 1)$ là

A. $M(0; 5; 0)$.

B. $M(0; -5; 0)$.

C. $M(0; 4; 0)$.

D. $M(5; 0; 0)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi $M(0; b; 0) \in Oy$.

Theo đề: $MA = MB \Leftrightarrow \sqrt{10 + (4-b)^2} = \sqrt{2 + (2-b)^2} \Leftrightarrow 4b = 20 \Leftrightarrow b = 5$.

Vậy $M(0; 5; 0)$.

Câu 17: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vec tơ $\vec{a}(1; -2; 0)$ và $\vec{b}(-2; 3; 1)$. Khẳng định nào sau đây là *sai*?

A. $|\vec{b}| = 14$.

B. $\vec{a}\vec{b} = -8$.

C. $2\vec{a} = (2; -4; 0)$.

D. $\vec{a} + \vec{b} = (-1; 1; -1)$.

Hướng dẫn giải**Chọn D**

$$\vec{a} + \vec{b} = (-1; 1; 1)$$

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào sau đây thuộc trục Oy ?

A. $M(1; 0; 0)$.

B. $M(0; 0; 3)$.

C. $M(0; -2; 0)$.

D. $M(-1; 0; 2)$.

Hướng dẫn giải**Chọn C**

Điểm $M(x_M; y_M; z_M) \in Oy \Leftrightarrow x_M = z_M = 0$.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -2; 3)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm M . Tọa độ của điểm M là

A. $M(1; -2; 0)$.

B. $M(0; -2; 3)$.

C. $M(1; 0; 0)$.

D. $M(1; 0; 3)$.

Hướng dẫn giải**Chọn B**Điểm M là hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oyz) , khi đó hoành độ điểm A : $x_A = 0$

Do đó tọa độ điểm $M(0; -2; 3)$.

Câu 20: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{OM} = (1; 5; 2)$, $\vec{ON} = (3; 7; -4)$. Gọi P là điểm đối xứng với M qua N . Tìm tọa độ điểm P .

A. $P(2; 6; -1)$.

B. $P(5; 9; -10)$.

C. $P(7; 9; -10)$.

D. $P(5; 9; -3)$.

Hướng dẫn giải**Chọn B**

Ta có: $\vec{OM} = (1; 5; 2) \Rightarrow M(1; 5; 2)$, $\vec{ON} = (3; 7; -4) \Rightarrow N(3; 7; -4)$.

Vì P là điểm đối xứng với M qua N nên N là trung điểm của MP nên ta suy ra được

$$\begin{cases} x_P = 2x_N - x_M = 5 \\ y_P = 2y_N - y_M = 9 \\ z_P = 2z_N - z_M = -10 \end{cases} \Rightarrow P(5; 9; -10)$$

Câu 21: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $K(2; 4; 6)$, gọi K' là hình chiếu vuông góc của K lên Oz , khi đó trung điểm của OK' có tọa độ là:

A. $(0; 0; 3)$.

B. $(1; 0; 0)$.

C. $(1; 2; 3)$.

D. $(0; 2; 0)$.

Hướng dẫn giải**Chọn A**Gọi I là trung điểm của OK' .

Ta có $K'(0; 0; 6)$ là hình chiếu vuông góc của K lên $Oz \Rightarrow I(0; 0; 3)$.

Câu 22: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (Oxy) ?

A. $N(1; 0; 2)$.

B. $P(0; 1; 2)$.

C. $Q(0; 0; 2)$.

D. $M(1; 2; 0)$.

Hướng dẫn giải**Chọn D**

Phương trình mặt phẳng (Oxy): $z = 0$. Kiểm tra tọa độ các điểm ta thấy $D \in (Oxy)$.

Câu 23: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -4)$ và $B(-3; 2; 2)$. Tọa độ của \overrightarrow{AB} là

- A. $(-2; 4; -2)$. B. $(-4; 0; 6)$. C. $(4; 0; -6)$. D. $(-1; 2; -1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-4; 0; 6)$.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, cho vector \vec{a} biểu diễn của các vector đơn vị là $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{k} - 3\vec{j}$. Tọa độ của vector \vec{a} là

- A. $(1; -3; 2)$. B. $(1; 2; -3)$. C. $(2; -3; 1)$. D. $(2; 1; -3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{k} - 3\vec{j} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$ nên $\vec{a} = (2; -3; 1)$.

Câu 25: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1; 2; 4)$, $B(2; 4; -1)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác OAB .

- A. $G(1; 2; 1)$. B. $G(2; 1; 1)$. C. $G(2; 1; 1)$. D. $G(6; 3; 3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$$\text{Gọi } G \text{ là trọng tâm của tam giác theo công thức ta có } \begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_O}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_O}{3} \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_O}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_G = 1 \\ y_G = 2 \\ z_G = 1 \end{cases}$$

Vậy $G(1; 2; 1)$.

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 4; 2)$, $B(-1; -2; 2)$ và $G(1; 1; 3)$ là trọng tâm của tam giác ABC . Tọa độ điểm C là

- A. $C(0; 1; 2)$. B. $C(0; 0; 2)$. C. $C(1; 1; 5)$. D. $C(1; 3; 2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Do G là trọng tâm của tam giác ABC nên ta có

$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 3x_G - x_A - x_B = 1 \\ y_C = 3y_G - y_A - y_B = 1 \\ z_C = 3z_G - z_A - z_B = 5 \end{cases} \Rightarrow C(1; 1; 5).$$

Câu 27: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -1)$, $B(2; -1; 3)$, $C(-3; 5; 1)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

- A. $D(-2; 8; -3)$. B. $D(-2; 2; 5)$. C. $D(-4; 8; -5)$. D. $D(-4; 8; -3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow (x_D - 1; y_D - 2; z_D + 1) = (-5; 6; -2) \Leftrightarrow \begin{cases} x_D - 1 = -5 \\ y_D - 2 = 6 \\ z_D + 1 = -2 \end{cases} \Rightarrow D(-4; 8; -3).$$

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; -4; 2)$, $B(4; 2; -3)$, $C(-3; 1; 5)$. Tìm tọa độ đỉnh D của hình bình hành $ABCD$.

- A. $D(-6; -5; -10)$. B. $D(0; 7; 0)$. C. $D(-6; -5; 10)$. D. $G(-2; -1; 3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi $D(x; y; z)$.

$$ABCD \text{ là hình bình hành } \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 - x = 3 \\ 1 - y = 6 \\ 5 - z = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -6 \\ y = -5 \\ z = 10 \end{cases} \Leftrightarrow D(-6; -5; 10).$$

Câu 29: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(4; 1; -2)$. Tọa độ điểm đối xứng với A qua mặt phẳng (Oxz) là

- A. $A'(4; -1; 2)$. B. $A'(-4; -1; 2)$. C. $A'(4; -1; -2)$. D. $A'(4; 1; 2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Hình chiếu của A lên mặt phẳng (Oxz) là $H(4; 0; -2)$.

\Rightarrow tọa độ điểm đối xứng là $A'(4; -1; -2)$.

Câu 30: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 4; 5)$, $B(-1; 0; 1)$. Tìm tọa độ điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$.

- A. $M(4; 4; 4)$. B. $M(1; 2; 3)$. C. $M(-4; -4; -4)$. D. $M(2; 4; 6)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Gọi tọa độ điểm M là: $M(x; y; z)$

Vậy $\Rightarrow \overrightarrow{MA} = (3 - x; 4 - y; 5 - z)$ và $\overrightarrow{MB} = (-1 - x; 0 - y; 1 - z)$

$$\text{Vậy } \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = (2 - 2x; 4 - 2y; 6 - 2z) = \vec{0} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 3 \end{cases}$$

Câu 31: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3)$ và $B(5; 2; 0)$. Khi đó:

- A. $|\overrightarrow{AB}| = 3$. B. $|\overrightarrow{AB}| = 2\sqrt{3}$. C. $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{61}$. D. $|\overrightarrow{AB}| = 5$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (4; 0; -3)$. Suy ra: $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{4^2 + 0^2 + (-3)^2} = 5$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (-3; 2; 1)$ và điểm $A(4; 6; -3)$. Tìm tọa độ điểm B thỏa mãn $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$.

- A. $(-7; -4; 4)$. B. $(-1; -8; 2)$. C. $(7; 4; -4)$. D. $(1; 8; -2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Giả sử $B(a; b; c)$ khi đó $\overrightarrow{AB} = (a - 4; b - 6; c + 3)$.

$$\text{Khi đó } \overrightarrow{AB} = \vec{a} \Leftrightarrow \begin{cases} a - 4 = -3 \\ b - 6 = 2 \\ c + 3 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 8 \\ c = -2 \end{cases} \Rightarrow B(1; 8; -2).$$

Câu 33: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(2; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $C(0; 0; 2)$ và $D(2; 2; 2)$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Tọa độ trung điểm I của MN là:

- A. $I(1; -1; 2)$. B. $I(1; 1; 0)$. C. $I\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 1\right)$. D. $I(1; 1; 1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Cách 1: Ta có M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD nên $M(1; 1; 0), N(1; 1; 2)$, từ đó suy ra trung điểm của MN là $I(1; 1; 1)$.

Cách 2: Từ giả thiết suy ra I là trọng tâm tứ diện. Vậy $I(1; 1; 1)$.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$ cho các điểm $A(3; -4; 0)$; $B(0; 2; 4)$; $C(4; 2; 1)$. Tọa độ điểm D trên trục Ox sao cho $AD = BC$ là:

- A. $D(0; 0; 0) \wedge D(0; 0; -6)$. B. $D(0; 0; -3) \wedge D(0; 0; 3)$.
C. $D(0; 0; 0) \wedge D(6; 0; 0)$. D. $D(0; 0; 2) \wedge D(0; 0; 8)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi $D(x; 0; 0)$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \overrightarrow{AD}(x-3; 4; 0) \\ \overrightarrow{BC}(4; 0; -3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |\overrightarrow{AD}| = \sqrt{(x-3)^2 + 4^2 + 0^2} \\ |\overrightarrow{BC}| = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 6 \end{cases}.$$

Câu 35: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(0; -2; -1)$ và $A(1; -1; 2)$. Tọa độ điểm M thuộc đoạn AB sao cho $MA = 2MB$ là

- A. $M\left(\frac{2}{3}; -\frac{4}{3}; 1\right)$. B. $M\left(\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$. C. $M(2; 0; 5)$. D. $M(-1; -3; -4)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{MB}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_M - x_A = 2(x_B - x_M) \\ y_M - y_A = 2(y_B - y_M) \\ z_M - z_A = 2(z_B - z_M) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x_M = 2x_B + x_A \\ 3y_M = 2y_B + y_A \\ 3z_M = 2z_B + z_A \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = \frac{2}{3} \\ y_M = -\frac{4}{3} \\ z_M = 1 \end{cases}.$$

Câu 36: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$, $C(-4;7;5)$. Tọa độ chân đường phân giác trong góc B của tam giác ABC là

- A. $(-2;11;1)$. B. $\left(\frac{11}{3}; -2; 1\right)$. C. $\left(\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; \frac{1}{3}\right)$. D. $\left(-\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; 1\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $\overrightarrow{BA} = (-1; -3; 4) \Rightarrow |\overrightarrow{BA}| = \sqrt{26}$; $\overrightarrow{BC} = (-6; 8; 2) \Rightarrow |\overrightarrow{BC}| = 2\sqrt{26}$.

Gọi D là chân đường phân giác trong kẻ từ B lên AC của tam giác ABC

$$\text{Suy ra: } \frac{DA}{DC} = \frac{BA}{BC} \Rightarrow \overrightarrow{DC} = -2\overrightarrow{DA} \Rightarrow D\left(-\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; 1\right).$$

Câu 37: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (0; 3; 1)$, $\vec{b} = (3; 0; -1)$. Tính $\cos(\vec{a}, \vec{b})$.

- A. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{1}{10}$. B. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{1}{10}$.
C. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{1}{100}$. D. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{1}{100}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{0 \cdot 3 + 3 \cdot 0 + 1 \cdot (-1)}{\sqrt{0^2 + 3^2 + 1^2} \cdot \sqrt{3^2 + 0^2 + (-1)^2}} \Leftrightarrow \cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{1}{10}.$$

Câu 38: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(3; -2; 3)$, $I(1; 0; 4)$. Tìm tọa độ điểm N sao cho I là trung điểm của đoạn MN .

- A. $N(5; -4; 2)$. B. $N(0; 1; 2)$. C. $N\left(2; -1; \frac{7}{2}\right)$ D. $N(-1; 2; 5)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Giả sử $N(x; y; z)$. Do I là trung điểm của MN nên

$$\begin{cases} x_I = \frac{x_M + x_N}{2} \\ y_I = \frac{y_M + y_N}{2} \\ z_I = \frac{z_M + z_N}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_N = 2x_I - x_M \\ y_N = 2y_I - y_M \\ z_N = 2z_I - z_M \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_N = -1 \\ y_N = 2 \\ z_N = 5 \end{cases} \Rightarrow M(-1; 2; 5).$$

Câu 39: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(3; -4; 3)$. Tổng khoảng cách từ A đến ba trục tọa độ bằng

A. $\frac{\sqrt{34}}{2}$.

B. $10 + 3\sqrt{2}$.

C. $\sqrt{34}$.

D. 10.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Hình chiếu của A lên trục Ox là $A_1(3;0;0)$ nên $d(A, Ox) = AA_1 = 5$.

Hình chiếu của A lên trục Oy là $A_2(0;-4;0)$ nên $d(A, Oy) = AA_2 = 3\sqrt{2}$.

Hình chiếu của A lên trục Oz là $A_3(0;0;3)$ nên $d(A, Oz) = AA_3 = 5$.

Tổng khoảng cách từ A đến ba trục tọa độ bằng $10 + 3\sqrt{2}$.

Câu 40: Cho các vector $\vec{u} = (1; -2; 3)$, $\vec{v} = (-1; 2; -3)$. Tính độ dài của vector $\vec{w} = \vec{u} - 2\vec{v}$

A. $|\vec{w}| = \sqrt{85}$.

B. $|\vec{w}| = \sqrt{185}$.

C. $|\vec{w}| = \sqrt{26}$.

D. $|\vec{w}| = \sqrt{126}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $\vec{w} = \vec{u} - 2\vec{v} = (3; -6; 9) \Rightarrow |\vec{w}| = \sqrt{3^2 + (-6)^2 + 9^2} = \sqrt{126}$.

Câu 41: Trong không gian Oxyz, cho $E(-5; 2; 3)$, F là điểm đối xứng với E qua trục Oy . Độ dài EF là.

A. $2\sqrt{34}$.

B. $2\sqrt{13}$.

C. $2\sqrt{29}$.

D. $\sqrt{14}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi H là hình chiếu vuông góc của E lên $Oy \Rightarrow H(0; 2; 0)$.

F là điểm đối xứng với E qua trục Oy nên H là trung điểm EF .

Suy ra $F(2x_H - x_E; 2y_H - y_E; 2z_H - z_E) = (5; 2; -3)$.

Ta có: $\vec{EF} = (10; 0; -6)$. $EF = |\vec{EF}| = 2\sqrt{34}$.

Câu 42: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho tứ diện $ABCD$ với $A(0; 0; 3)$, $B(0; 0; -1)$, $C(1; 0; -1)$, $D(0; 1; -1)$. Mệnh đề nào dưới đây sai?

A. $AB \perp BD$.

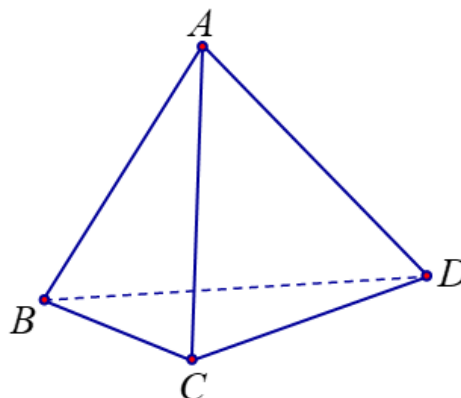
B. $AB \perp BC$.

C. $AB \perp AC$.

D. $AB \perp CD$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Ta có $\vec{AB} = (0; 0; -4)$, $\vec{AC} = (1; 0; -4) \Rightarrow \vec{AB} \cdot \vec{AC} = 16 \neq 0 \Rightarrow AB$ và AC không vuông góc.

Câu 43: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(-1;2;4)$, $B(-1;1;4)$, $C(0;0;4)$. Tìm số đo của góc \widehat{ABC} .

A. 60° .B. 135° .C. 120° .D. 45° .

Hướng dẫn giải

Chọn B

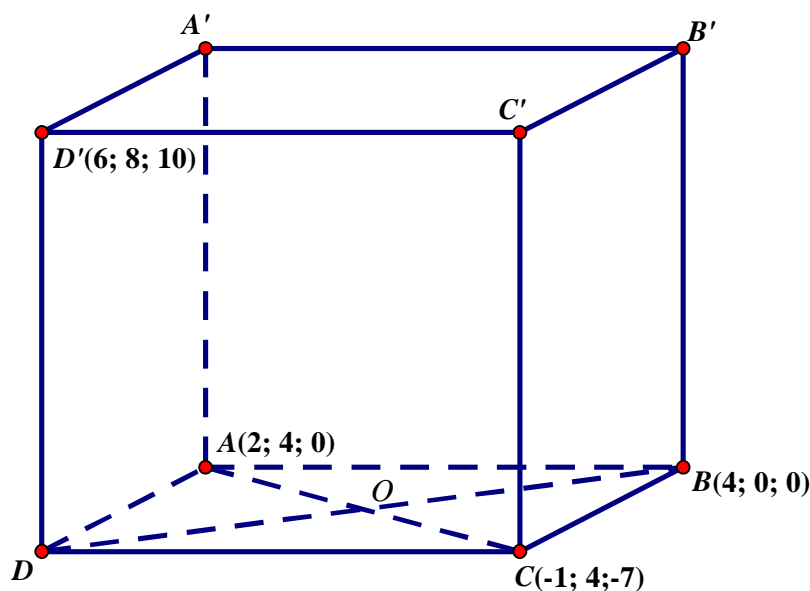
Ta có: $\overrightarrow{BA} = (0;1;0)$, $\overrightarrow{BC} = (1;-1;0) \Rightarrow \cos \widehat{ABC} = \frac{\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}}{|\overrightarrow{BA}| \cdot |\overrightarrow{BC}|} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \widehat{ABC} = 135^\circ$.

Câu 44: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết $A(2;4;0)$, $B(4;0;0)$, $C(-1;4;-7)$ và $D'(6;8;10)$. Tọa độ điểm B' là

A. $B'(8;4;10)$.B. $B'(6;12;0)$.C. $B'(10;8;6)$.D. $B'(13;0;17)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Giả sử $D(a;b;c)$, $B'(a';b';c')$

$$\text{Gọi } O = AC \cap BD \Rightarrow O\left(\frac{1}{2}; 4; \frac{-7}{2}\right) \Rightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 8 \\ c = -7 \end{cases}$$

Vậy $\overrightarrow{DD'} = (9;0;17)$, $\overrightarrow{BB'} = (a' - 4; b'; c')$. Do $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp nên $\overrightarrow{DD'} = \overrightarrow{BB'}$

$$\Rightarrow \begin{cases} a' = 13 \\ b' = 0 \\ c' = 17 \end{cases} \text{ . Vậy } B'(13;0;17) \text{ .}$$

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(1;0;1)$, $B(2;1;2)$, $D(1;-1;1)$, $C'(4;5;-5)$. Tính tọa độ đỉnh A' của hình hộp.

A. $A'(3;4;-6)$.B. $A'(4;6;-5)$.C. $A'(2;0;2)$.D. $A'(3;5;-6)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Theo quy tắc hình hộp ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$.

Suy ra $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'} - \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}$.

Lại có: $\overrightarrow{AC'} = (3; 5; -6)$, $\overrightarrow{AB} = (1; 1; 1)$, $\overrightarrow{AD} = (0; -1; 0)$.

Do đó: $\overrightarrow{AA'} = (2; 5; -7)$.

Suy ra $A'(3; 5; -6)$.

Câu 46: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0; 0; 0)$, $B(3; 0; 0)$, $D(0; 3; 0)$ và $D'(0; 3; -3)$. Tọa độ trọng tâm của tam giác $A'B'C$ là.

A. $(1; 2; -1)$.

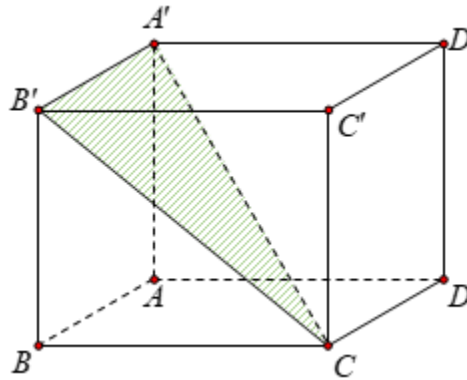
B. $(2; 1; -2)$.

C. $(2; 1; -1)$.

D. $(1; 1; -2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi $A'(a_1; a_2; a_3)$, $B'(b_1; b_2; b_3)$, $C(c_1; c_2; c_3)$.

Do tính chất hình hộp ta có:

$$\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{DD'} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = 0 \\ a_2 = 0 \\ a_3 = -3 \end{cases} \Rightarrow A'(0; 0; -3).$$

$$\overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{DD'} \Leftrightarrow \begin{cases} b_1 - 3 = 0 \\ b_2 = 0 \\ b_3 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b_1 = 3 \\ b_2 = 0 \\ b_3 = -3 \end{cases} \Rightarrow B'(3; 0; -3).$$

$$\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} c_1 = 3 \\ c_2 - 3 = 0 \\ c_3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c_1 = 3 \\ c_2 = 3 \\ c_3 = 0 \end{cases} \Rightarrow C(3; 3; 0).$$

Tọa độ trọng tâm G của tam giác $A'B'C$ là: $G(2; 1; -2)$.

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$, $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$ khác $\vec{0}$. Tích có hướng của \vec{a} và \vec{b} và \vec{c} . Câu nào sau đây đúng?

A. $\vec{c} = (a_1b_3 - a_3b_1, a_2b_2 - a_1b_2, a_3b_2 - a_2b_3)$.

B. $\vec{c} = (a_3b_1 - a_1b_3, a_1b_2 - a_2b_1, a_2b_3 - a_3b_1)$.

C. $\vec{c} = (a_2b_3 - a_3b_2, a_3b_1 - a_1b_3, a_1b_2 - a_2b_1)$.

D. $\vec{c} = (a_1b_3 - a_2b_1, a_2b_3 - a_3b_2, a_3b_1 - a_1b_3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $[\vec{a}; \vec{b}] = \left(\begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} a_3 & a_1 \\ b_3 & b_1 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} \right) = (a_2b_3 - a_3b_2, a_3b_1 - a_1b_3, a_1b_2 - a_2b_1).$

Câu 48: Cho $\vec{a} = (-2; 0; 1), \vec{b} = (1; 3; -2)$. Trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng ?

A. $[\vec{a}, \vec{b}] = (-3; -3; -6)$.

B. $[\vec{a}, \vec{b}] = (3; 3; -6)$.

C. $[\vec{a}, \vec{b}] = (1; 1; -2)$.

D. $[\vec{a}, \vec{b}] = (-1; -1; 2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Với các vector $\vec{a} = (-2; 0; 1), \vec{b} = (1; 3; -2)$.

$$* [\vec{a}, \vec{b}] = \left(\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -2 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 1 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} \right) = (-3; -3; -6).$$

Vậy $[\vec{a}, \vec{b}] = (-3; -3; -6)$.

Câu 49: Cho $\vec{a} = (1; 0; -3); \vec{b} = (2; 1; 2)$. Khi đó $||[\vec{a}; \vec{b}]||$ có giá trị là

A. 8.

B. 3.

C. $\sqrt{74}$.

D. 4.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $[\vec{a}; \vec{b}] = (3; -8; 1)$ nên $||[\vec{a}; \vec{b}]|| = \sqrt{3^2 + (-8)^2 + 1^2} = \sqrt{74}$.

BÀI 2: PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU

A – LÝ THUYẾT CHUNG

1. Phương trình mặt cầu

1.1. Phương trình chính tắc

Phương trình của mặt cầu (S) tâm $I(a;b;c)$, bán kính R là:

$$(S): (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2 \quad (1)$$

Phương trình (1) được gọi là phương trình chính tắc của mặt cầu

Đặc biệt: Khi $I \equiv O$ thì $(C): x^2 + y^2 + z^2 = R^2$

1.2. Phương trình tổng quát

Phương trình: $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ với $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$ là phương trình của mặt cầu (S) có tâm $I(a;b;c)$, bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$.

2. Một số bài toán liên quan

2.1. Dạng 1: (S) có tâm $I(a;b;c)$ và bán kính R thì $(S): (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$

2.2. Dạng 2: (S) có tâm $I(a;b;c)$ và đi qua điểm A thì bán kính $R = IA$.

2.3. Dạng 3: (S) nhận đoạn thẳng AB cho trước làm đường kính:

- Tâm I là trung điểm của đoạn thẳng

$$AB: x_I = \frac{x_A + x_B}{2}; y_I = \frac{y_A + y_B}{2}; z_I = \frac{z_A + z_B}{2}$$

- Bán kính $R = IA = \frac{AB}{2}$.

2.4. Dạng 4: (S) đi qua bốn điểm A, B, C, D (mặt cầu ngoại tiếp tứ diện)

- Giả sử phương trình mặt cầu (S) có dạng:

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0 \quad (*)$$

- Thay lần lượt tọa độ của các điểm A, B, C, D vào $(*)$, ta được 4 phương trình.

THAM KHẢO THÊM SAU KHI HỌC BÀI PT MẶT PHẪNG, PT ĐƯỜNG THẲNG

2.5. Dạng 5: (S) đi qua ba điểm A, B, C và có tâm I nằm trên mặt phẳng (P) cho trước thì giải tương tự dạng 4

6. Dạng 6: Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(a;b;c)$, tiếp xúc với mặt phẳng (P) cho trước thì bán kính mặt cầu $R = d(I; (P))$

2.7. Dạng 7: Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(a;b;c)$, cắt mặt phẳng (P) cho trước theo giao tuyến là một đường tròn thỏa điều kiện.

- Đường tròn cho trước (bán kính hoặc diện tích hoặc chu vi) thì từ công thức diện tích đường tròn $S = \pi r^2$ hoặc chu vi đường tròn $P = 2\pi r$ ta tìm được bán kính đường tròn giao tuyến r .
- Tính $d = d(I, (P))$
- Tính bán kính mặt cầu $R = \sqrt{d^2 + r^2}$

- Kết luận phương trình mặt cầu.

B – BÀI TẬP

Câu 1: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt cầu $(S): (x+2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 4$ có tâm I và bán kính R lần lượt là

- A. $I(2; -1; 0), R = 4$. B. $I(2; -1; 0), R = 2$. C. $I(-2; 1; 0), R = 2$. D. $I(-2; 1; 0), R = 4$

Hướng dẫn giải**Chọn C**

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu $(S): (x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 4$.

- A. $I(-1; 0; 1), R = 2$. B. $I(1; 0; -1), R = 4$.
C. $I(1; 0; -1), R = 2$. D. $I(-1; 0; 1), R = 4$.

Hướng dẫn giải**Chọn C**

Tọa độ tâm $I(1; 0; -1)$ và bán kính $R = 2$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 4$ có tâm và bán kính lần lượt là

- A. $I(1; 2; -3); R = 2$. B. $I(1; 2; -3); R = 4$.
C. $I(-1; -2; 3); R = 4$. D. $I(-1; -2; 3); R = 2$.

Hướng dẫn giải**Chọn A**

Câu 4: Phương trình mặt cầu tâm $I(1; 2; -3)$ bán kính $R = 2$ là:

- A. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 2^2$. B. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 6z + 10 = 0$.
C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 2$. D. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 6z + 10 = 0$.

Hướng dẫn giải**Chọn A**

$$\Rightarrow R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = 4; I(1; 2; -2).$$

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình:

$$(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 4. \text{ Tìm tọa độ tâm } I \text{ và bán kính } R \text{ của } (S).$$

- A. $I(-1; 2; -3)$ và $R = 4$. B. $I(1; -2; 3)$ và $R = 2$.
C. $I(-1; 2; -3)$ và $R = 2$. D. $I(1; -2; 3)$ và $R = 4$.

Hướng dẫn giải**Chọn B**

Câu 6: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $M(6; 2; -5)$, $N(-4; 0; 7)$. Viết phương trình mặt cầu đường kính MN ?

- A. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 62$. B. $(x+5)^2 + (y+1)^2 + (z-6)^2 = 62$.
C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 62$. D. $(x-5)^2 + (y-1)^2 + (z+6)^2 = 62$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Tâm của mặt cầu là trung điểm của MN , ta có.

Bán kính mặt cầu: $r = IM = \sqrt{62}$.

Phương trình mặt cầu là $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 62$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + x - 2y + 1 = 0$. Tâm I và bán kính R của (S) là

A. $I\left(\frac{-1}{2}; 1; 0\right)$ và $R = \frac{1}{2}$

B. $I\left(\frac{1}{2}; -1; 0\right)$ và $R = \frac{1}{\sqrt{2}}$

C. $I\left(\frac{1}{2}; -1; 0\right)$ và $R = \frac{1}{2}$

D. $I\left(-\frac{1}{2}; 1; 0\right)$ và $R = \frac{1}{4}$

Hướng dẫn giải**Chọn A**

Phương trình mặt cầu (S) có dạng $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ với

$$\begin{cases} -2a = 1 \\ -2b = -2 \\ -2c = 0 \\ d = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = 1 \\ c = 0 \\ d = 1 \end{cases}.$$

Do đó (S) có tâm $I\left(\frac{-1}{2}; 1; 0\right)$ và bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = \sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 1^2 - 1} = \frac{1}{2}$.

Câu 8: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 2z = 0$, tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) là.

A. $I(1; -2; 1), R = \sqrt{6}$.

B. $I(1; -2; 1), R = 6$.

C. $I(-1; 2; -1), R = \sqrt{6}$.

D. $I(-1; 2; -1), R = 6$.

Hướng dẫn giải**Chọn C**

Ta có $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 2z = 0 \Leftrightarrow (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 6$

Do đó mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 2; -1)$ và bán kính $R = \sqrt{6}$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 6z + 5 = 0$. Mặt cầu (S) có bán kính là

A. 3.

B. 5.

C. 2.

D. 7.

Hướng dẫn giải**Chọn A**

Mặt cầu (S) có tâm $I(-2; 1; -3)$ và bán kính $R = \sqrt{(-2)^2 + 1^2 + (-3)^2 - 5} = 3$.

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình

$x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 6y + 1 = 0$. Tính tọa độ tâm I , bán kính R của mặt cầu (S) .

A. $\begin{cases} I(-1;3;0) \\ R=3 \end{cases}$

B. $\begin{cases} I(1;-3;0) \\ R=3 \end{cases}$

C. $\begin{cases} I(-1;3;0) \\ R=9 \end{cases}$

D. $\begin{cases} I(1;-3;0) \\ R=\sqrt{10} \end{cases}$

Hướng dẫn giải**Chọn A**

Từ phương trình mặt cầu (S) suy ra tâm $I(-1;3;0)$ và bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = 3$.

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 6z - 2 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của (S).

A. $I(-2;1;3), R=4$.

B. $I(2;-1;-3), R=4$.

C. $I(-2;1;3), R=2\sqrt{3}$.

D. $I(2;-1;-3), R=\sqrt{12}$.

Hướng dẫn giải**Chọn B**

Mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0$ (với $a=-2; b=1; c=3, d=-2$)

có tâm $I = (-a; -b; -c) = (2; -1; -3)$, bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = 4$.

Câu 12: Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 4y + 2z - 4 = 0$ có bán kính R là

A. $R = \sqrt{5}$.

B. $R = 25$.

C. $R = 2$.

D. $R = 5$.

Hướng dẫn giải**Chọn D**

Bán kính mặt cầu là $R = \sqrt{4^2 + (-2)^2 + (-1)^2 - (-4)} = 5$.

Câu 13: Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho điểm $I(-2;1;3)$ và mặt phẳng (P):

$2x - y + 2z - 10 = 0$. Tính bán kính r của mặt cầu (S), biết rằng (S) có tâm I và nó cắt (P) theo một đường tròn (T) có chu vi bằng 10π .

A. $r = \sqrt{5}$

B. $r = 34$

C. $r = 5$

D. $r = \sqrt{34}$

Hướng dẫn giải**Chọn D**

Đường tròn (T) có bán kính $R = 5$.

$$d(I, (P)) = 3$$

Mặt cầu (S) cắt mặt phẳng (P) theo một đường tròn (T) nên có bán kính:

$$r = \sqrt{R^2 + (d(I, (P)))^2} = \sqrt{34}.$$

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho $A(1;1;3), B(-1;3;2), C(-1;2;3)$. Mặt cầu tâm O và tiếp xúc mặt phẳng (ABC) có bán kính R là

A. $R = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

B. $R = \sqrt{3}$.

C. $R = \frac{3}{2}$.

D. $R = 3$.

Hướng dẫn giải**Chọn D**

Ta có: $\vec{AB}(-2;2;-1), \vec{AC}(-2;1;0)$.

Mặt phẳng (ABC) qua $A(1;1;3)$ và có vecto pháp tuyến là $\vec{n} = \left[\vec{AB}, \vec{AC} \right] = (1;2;2)$.

Phương trình mặt phẳng (ABC) là:

$$(x-1) + 2(y-1) + 2(z-3) = 0 \Leftrightarrow x + 2y + 2z - 9 = 0.$$

$$\text{Vậy } R = d\left[O, (ABC)\right] = \frac{|-9|}{3} = 3.$$

Câu 15: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, $A(-3; 4; 2)$, $B(-5; 6; 2)$, $C(-10; 17; -7)$. Viết phương trình mặt cầu tâm C bán kính AB .

A. $(x+10)^2 + (y+17)^2 + (z+7)^2 = 8.$

B. $(x+10)^2 + (y-17)^2 + (z-7)^2 = 8.$

C. $(x+10)^2 + (y-17)^2 + (z+7)^2 = 8.$

D. $(x-10)^2 + (y-17)^2 + (z+7)^2 = 8.$

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $AB = 2\sqrt{2}$.

Phương trình mặt cầu tâm C bán kính AB : $(x+10)^2 + (y-17)^2 + (z+7)^2 = 8.$

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$ và $B(-1;4;1)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là:

A. $x^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 12.$

B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 12.$

C. $(x+1)^2 + (y-4)^2 + (z-1)^2 = 12.$

D. $x^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 3.$

Hướng dẫn giải

Chọn D

Trung điểm của AB là: $I(0;3;2)$, mặt khác $R^2 = IA^2 = 1+1+1 = 3$

Phương trình mặt cầu cần tìm là: $x^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 3.$

Câu 17: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu tâm $I(1;2;-4)$ và thể tích của khối cầu tương ứng bằng 36π .

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+4)^2 = 3.$

B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+4)^2 = 9..$

C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-4)^2 = 9..$

D. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-4)^2 = 9..$

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = 36\pi \Leftrightarrow R = 3.$

Phương trình mặt cầu tâm $I(1;2;-4)$ và bán kính $R = 3$ là: $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+4)^2 = 9..$

Câu 18: Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z - 8 = 0$ có phương trình là

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 3.$

B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9.$

C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9.$

D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 3.$

Hướng dẫn giải

Chọn B

Do mặt cầu (S) tiếp xúc với mặt phẳng (P) nên $d(I;(P)) = R \Leftrightarrow R = \frac{|1-4+2-8|}{\sqrt{1+4+4}} = 3$.

Phương trình mặt cầu (S) : $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$.

Câu 19: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $(x-1)^2 + (y+3)^2 + z^2 = 9$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu đó.

A. $I(-1;3;0)$; $R=3$.

B. $I(1;-3;0)$; $R=9$.

C. $I(1;-3;0)$; $R=3$.

D. $I(-1;3;0)$; $R=9$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Mặt cầu đã cho có tâm $I(1;-3;0)$ và bán kính $R=3$.

Câu 20: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(2;-1;3)$ tiếp xúc với mặt phẳng (Oxy) có phương trình là

A. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 3$.

B. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 4$.

C. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 2$.

D. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 9$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có mặt phẳng (Oxy) có phương trình $z=0$ nên $d(I;(Oxy)) = 3$

\Rightarrow phương trình mặt cầu là $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 9$.

Câu 21: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1;3;2)$ và mặt phẳng

$(P): 3x+6y-2z-4=0$. Phương trình mặt cầu tâm A , tiếp xúc với mặt phẳng (P) là

A. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 49$.

B. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = \frac{1}{49}$.

C. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 7$.

D. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Bán kính mặt cầu cần tìm: $d(A,(P)) = \frac{|-3+18-4-4|}{\sqrt{3^2+6^2+(-2)^2}} = 1$

Do đó, $(S): (x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 1$.

Câu 22: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+2y-z-3=0$ và điểm $I(1;2;-3)$

. Mặt cầu (S) tâm I và tiếp xúc $mp(P)$ có phương trình:

A. $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 4$

B. $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 2$.

C. $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 4$

D. $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 16$;

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có (S) là mặt cầu có tâm $I(1;2;-3)$ và bán kính R .

Vì (S) tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x+2y-z-3=0$ nên ta có

$R = d(I;(P)) = 2$.

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là: $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 4$.

Câu 23: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 4; 2)$ và tiếp xúc mặt phẳng $(P): -2x + 2y + z + 15 = 0$. Khi đó phương trình của mặt cầu (S) là

A. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z+2)^2 = 9$.

B. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z+2)^2 = 81$.

C. $(x+1)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 9$.

D. $(x+1)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 81$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$$\text{Ta có } r = d(I, (P)) = \frac{|-2 \cdot (-1) + 2 \cdot 4 + 2 + 15|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2}} = \frac{27}{3} = 9.$$

Vậy phương trình mặt cầu (S) là $(x+1)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 81$.

Câu 24: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(2; 1; -4)$ và mặt phẳng $(P): x + y - 2z + 1 = 0$. Biết rằng mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng 1. Viết phương trình mặt cầu (S) .

A. $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + (z-4)^2 = 25$.

B. $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+4)^2 = 13$.

C. $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+4)^2 = 25$.

D. $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + (z-4)^2 = 13$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$$h = d(I, (P)) = \frac{|2 + 1 - 2 \cdot (-4) + 1|}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 2^2}} = 2\sqrt{6}. \text{ Bán kính mặt cầu: } R = \sqrt{h^2 + r^2} = 5.$$

BÀI 3: PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG (Chưa học PTĐT)**A – LÝ THUYẾT CHUNG****1.1 Khái niệm về véc tơ pháp tuyến**

\vec{n} khác $\vec{0}$ và có giá vuông góc $mp(P)$ được gọi là véc tơ pháp tuyến của (P) .

1.2. Tính chất của véc tơ pháp tuyến

Nếu \vec{n} là véc tơ pháp tuyến của (P) thì $k\vec{n}$, ($k \neq 0$) cũng là véc tơ pháp tuyến của (P) .

2.1 Phương trình tổng quát của $mp(P)$

Phương trình tổng quát của $mp(P)$ qua $M(x_0; y_0; z_0)$ và có véc tơ pháp tuyến $\vec{n} = (A; B; C)$ là $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$

2.2. Khai triển của phương trình tổng quát

Dạng khai triển của phương trình tổng quát là: $Ax + By + Cz + D = 0$ (trong đó A, B, C không đồng thời bằng 0)

2.3. Những trường hợp riêng của phương trình tổng quát

- (P) qua gốc tọa độ $\Leftrightarrow D = 0$
- (P) song song hoặc trùng $(Oxy) \Leftrightarrow A = B = 0$
- (P) song song hoặc trùng $(Oyz) \Leftrightarrow B = C = 0$
- (P) song song hoặc trùng $(Ozx) \Leftrightarrow A = C = 0$
- (P) song song hoặc chứa $Ox \Leftrightarrow A = 0$
- (P) song song hoặc chứa $Oy \Leftrightarrow B = 0$
- (P) song song hoặc chứa $Oz \Leftrightarrow C = 0$
- (P) cắt Ox tại $A(a; 0; 0)$, cắt Oy tại $B(0; b; 0)$ và cắt Oz tại $C(0; 0; c) \Leftrightarrow (P)$ có phương trình

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1 \quad (a, b, c \neq 0)$$

3. Vị trí tương đối của hai mặt phẳng

Cho hai mặt phẳng $(P): Ax + By + Cz + D = 0$ và $(P'): A'x + B'y + C'z + D' = 0$.

Khi đó:

- (P) cắt $(P') \Leftrightarrow A : B : C \neq A' : B' : C'$.
- $(P) // (P') \Leftrightarrow \frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'} \neq \frac{D}{D'}$.
- $(P) \equiv (P') \Leftrightarrow \frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'} = \frac{D}{D'}$.
- $(P) \perp (P') \Leftrightarrow \vec{n}_{(P)} \perp \vec{n}_{(P')} \Leftrightarrow \vec{n}_{(P)} \cdot \vec{n}_{(P')} = 0 \Leftrightarrow AA' + BB' + CC' = 0$.

4.1 Khoảng cách từ 1 điểm đến mặt phẳng

Cho $M(x_0; y_0; z_0)$ và $(P): Ax + By + Cz + D = 0$; $d(M, (P)) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$

4.2. Khoảng cách giữa 2 mặt phẳng song song

Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song bằng khoảng cách từ một điểm bất kì trên mặt phẳng này đến mặt phẳng kia.

5.1. Hình chiếu của 1 điểm lên mặt phẳng

Điểm H là hình chiếu của điểm M trên $(P) \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{MH}, \vec{n} \text{ cùng phương} \\ H \in (P) \end{cases}$.

5.2. Điểm đối xứng của 1 điểm qua mặt phẳng

Điểm M' đối xứng với điểm M qua $(P) \Leftrightarrow \overrightarrow{MM'} = 2\overrightarrow{MH}$

6. Góc giữa hai mặt phẳng

Cho hai mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$ có phương trình: $(\alpha): A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$
 $(\beta): A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$

Góc giữa $(\alpha), (\beta)$ bằng hoặc bù với góc giữa hai VTPT \vec{n}_1, \vec{n}_2 .

$$\cos((\alpha), (\beta)) = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{|A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2|}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}$$

Chú ý: $0^\circ \leq ((\alpha), (\beta)) \leq 90^\circ$; $(\alpha) \perp (\beta) \Leftrightarrow A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0$

7. Vị trí tương đối giữa mặt phẳng và mặt cầu. Phương trình mặt phẳng tiếp xúc mặt cầu

Cho mặt phẳng $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$ và mặt cầu $(S): (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$ có tâm I

- (α) và (S) không có điểm chung $\Leftrightarrow d(I, (\alpha)) > R$
- (α) tiếp xúc với $(S) \Leftrightarrow d(I, (\alpha)) = R$ với (α) là tiếp diện

Để tìm tọa độ tiếp điểm ta có thể thực hiện như sau:

- Viết phương trình đường thẳng d đi qua tâm I của (S) và vuông góc với (α) .
- Tìm tọa độ giao điểm H của d và (α) . H là tiếp điểm của (S) với (α) .
- (α) cắt (S) theo một đường tròn $\Leftrightarrow d(I, (\alpha)) < R$

Để xác định tâm H và bán kính r của đường tròn giao tuyến ta có thể thực hiện như sau:

- Viết phương trình đường thẳng d đi qua tâm I của (S) và vuông góc với (α) .
- Tìm tọa độ giao điểm H của d và (α) . Với H là tâm của đường tròn giao tuyến của (S) với (α) .
- Bán kính r của đường tròn giao tuyến: $r = \sqrt{R^2 - IH^2}$

8. Viết phương trình mặt phẳng

Để lập phương trình mặt phẳng (α) ta cần xác định một điểm thuộc (α) và một VTPT của nó.

8.1. Dạng 1: (α) đi qua điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ có VTPT $\vec{n} = (A; B; C)$ thì:

$$(\alpha): A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$$

8.2. Dạng 2: (α) đi qua điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ có cặp VTCP \vec{a}, \vec{b} thì $\vec{n} = [\vec{a}, \vec{b}]$ là một VTPT của (α)

8.3. Dạng 3: (α) đi qua điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ và song song với $(\beta): Ax + By + Cz = 0$ thì

$$(\alpha): A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$$

8.4. Dạng 4: (α) đi qua 3 điểm không thẳng hàng A, B, C . Khi đó ta có thể xác định một VTPT của (α) là: $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$

THAM KHẢO THÊM SAU KHI HỌC BÀI ĐƯỜNG THẲNG

8.5. Dạng 5: (α) đi qua một điểm M và một đường thẳng (d) không chứa M :

- Trên (d) lấy điểm A và VTCP \vec{u} .
- Một VTPT của (α) là: $\vec{n} = [\overrightarrow{AM}, \vec{u}]$

8.6. Dạng 6: (α) đi qua một điểm M , vuông góc với đường thẳng (d) thì VTCP \vec{u} của đường thẳng (d) là một VTPT của (α) .

8.7. Dạng 7: (α) chứa đường thẳng cắt nhau d_1, d_2 :

- Xác định các VTCP \vec{a}, \vec{b} của các đường thẳng d_1, d_2 .
- Một VTPT của (α) là: $\vec{n} = [\vec{a}, \vec{b}]$.
- Lấy một điểm M thuộc d_1 hoặc $d_2 \Rightarrow M \in (\alpha)$.

8.8. Dạng 8: (α) chứa đường thẳng d_1 và song song với đường thẳng d_2 (d_1, d_2 chéo nhau):

- Xác định các VTCP \vec{a}, \vec{b} của các đường thẳng d_1, d_2 .
- Một VTPT của (α) là: $\vec{n} = [\vec{a}, \vec{b}]$.
- Lấy một điểm M thuộc $d_1 \Rightarrow M \in (\alpha)$.

8.9. Dạng 9: (α) đi qua điểm M và song song với hai đường thẳng chéo nhau d_1, d_2 :

- Xác định các VTCP \vec{a}, \vec{b} của các đường thẳng d_1, d_2 .
- Một VTPT của (α) là: $\vec{n} = [\vec{a}, \vec{b}]$.

8.10. Dạng 10: (α) chứa một đường thẳng d và vuông góc với một mặt phẳng (β) :

- Xác định VTCP \vec{u} của d và VTPT \vec{n}_β của (β) .
- Một VTPT của (α) là: $\vec{n} = [\vec{u}, \vec{n}_\beta]$.
- Lấy một điểm M thuộc $d \Rightarrow M \in (\alpha)$.

8.11. Dạng 11: (α) đi qua điểm M và vuông góc với hai mặt phẳng cắt nhau $(\beta), (\gamma)$:

- Xác định các VTPT $\vec{n}_\beta, \vec{n}_\gamma$ của (β) và (γ) .
- Một VTPT của (α) là: $\vec{n} = [\vec{n}_\beta, \vec{n}_\gamma]$.

8.12. Dạng 12: (α) chứa đường thẳng d cho trước và cách điểm M cho trước một khoảng k cho trước:

- Giả sử (α) có phương trình: $Ax + By + Cz + D = 0$ ($A^2 + B^2 + C^2 \neq 0$).
- Lấy 2 điểm $A, B \in (d) \Rightarrow A, B \in (\alpha)$ (ta được hai phương trình (1), (2))
- Từ điều kiện khoảng cách $d(M, (\alpha)) = k$, ta được phương trình (3).

- Giải hệ phương trình (1),(2),(3) (bằng cách cho giá trị một ẩn, tìm các ẩn còn lại).

8.13. Dạng 13: (α) là tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm H :

- Giả sử mặt cầu (S) có tâm I và bán kính R .
- Một VTPT của (α) là: $\vec{n} = \overrightarrow{IH}$

B – BÀI TẬP

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 1 = 0$. Vector nào dưới đây là vector pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n} = (-2; 1; -1)$. B. $\vec{n} = (2; 1; -1)$. C. $\vec{n} = (-1; 1; -1)$. D. $\vec{n} = (2; -1; -1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$(P): 2x - y + z - 1 = 0$. Vector pháp tuyến của (P) là $\vec{n} = (2; -1; 1)$.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho phương trình mặt phẳng $(P): 2x + 3y - 4z + 5 = 0$.

Vector nào sau đây là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

- A. $\vec{n} = (2; 3; -4)$. B. $\vec{n} = (2; 3; 4)$. C. $\vec{n} = (2; 3; 5)$. D. $\vec{n} = (-4; 3; 2)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Từ phương trình $(P): 2x + 3y - 4z + 5 = 0$ ta có VTPT là $\vec{n} = (2; 3; -4)$

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): \frac{1}{2}x - 2y + z + 5 = 0$. Vector nào dưới đây là vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

- A. $\vec{n}_2 = (1; -2; 1)$. B. $\vec{n}_3 = (1; -4; 2)$. C. $\vec{n}_1 = (2; -2; 1)$. D. $\vec{n}_4 = (-2; 1; 5)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Từ phương trình của (P) suy ra một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = \left(\frac{1}{2}; -2; 1\right)$.

Mặt khác $\vec{n}_3 = (1; -4; 2) = 2\left(\frac{1}{2}; -2; 1\right) = 2\vec{n}$ nên $\vec{n}_3 = (1; -4; 2)$ cũng là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng qua điểm $M(2; -3; 4)$ và nhận $\vec{n} = (-2; 4; 1)$ làm vector pháp tuyến

- A. $-2x + 4y + z + 11 = 0$. B. $-2x + 4y + z - 12 = 0$.
C. $2x - 4y - z - 12 = 0$. D. $2x - 4y - z + 10 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Mặt phẳng có phương trình là: $(P): -2(x - 2) + 4(y + 3) + 1.(z - 4) = 0 \Leftrightarrow -2x + 4y + z + 12 = 0$

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(3;0;0)$, $N(0;-2;0)$ và $P(0;0;1)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là

- A. $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1$. B. $\frac{x}{3} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{1} = 1$. C. $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-1} = 1$. D. $\frac{x}{3} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{1} = -1$

Hướng dẫn giải

Chọn B

Phương trình theo đoạn chắn của mặt phẳng (MNP) : $\frac{x}{3} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{1} = 1$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;3;4)$. Gọi A , B , C lần lượt là hình chiếu vuông góc của M lên các trục Ox , Oy , Oz . Viết phương trình mặt phẳng (ABC) .

- A. $\frac{x}{4} + \frac{y}{4} + \frac{z}{3} = 1$ B. $\frac{x}{3} + \frac{y}{4} + \frac{z}{2} = 1$ C. $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{4} = 1$ D. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1$

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $A(2;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;4)$.

Vậy (ABC) : $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, gọi (P) là mặt phẳng cắt ba trục tọa độ tại ba điểm $A(8,0,0)$; $B(0,-2,0)$; $C(0,0,4)$. Phương trình của mặt phẳng (P) là:

- A. $\frac{x}{4} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$. B. $\frac{x}{8} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{4} = 0$.
C. $x - 4y + 2z = 0$. D. $x - 4y + 2z - 8 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(12;8;6)$. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua các hình chiếu của M trên các trục tọa độ.

- A. $2x + 3y + 4z - 24 = 0$. B. $\frac{x}{-12} + \frac{y}{-8} + \frac{z}{-6} = 1$.
C. $\frac{x}{6} + \frac{y}{4} + \frac{z}{3} = 1$. D. $x + y + z - 26 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Mặt phẳng (α) cắt các trục tại các điểm $A(12;0;0)$, $B(0;8;0)$, $C(0;0;6)$ nên phương trình (α) là

$$\frac{x}{12} + \frac{y}{8} + \frac{z}{6} = 1 \Leftrightarrow 2x + 3y + 4z - 24 = 0.$$

Câu 9: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;1)$, $B(2;-1;0)$, $C(1;1;3)$. Viết phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A , B , C .

- A. $7x + 2y + z - 10 = 0$. B. $x + y + z - 4 = 0$.
C. $4x + y + z - 7 = 0$. D. $7x + 2y + z - 12 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; -3; -1)$, $\overrightarrow{AC} = (0; -1; 2)$ suy ra $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-7; -2; -1) = -1(7; 2; 1)$.

Mặt phẳng (ABC) đi qua điểm $A(1; 2; 1)$ có véc tơ pháp tuyến $\vec{n} = (7; 2; 1)$ có phương trình là $7x + 2y + z - 12 = 0$.

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A = (4; 0; 1)$ và $B = (-2; 2; 3)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB ?

A. $6x - 2y - 2z - 1 = 0$.

B. $3x - y - z = 0$.

C. $3x + y + z - 6 = 0$.

D. $3x - y - z + 1 = 0$.

Hướng dẫn giải**Chọn B**

Gọi (P) là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB .

Véc tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_{(P)} = \overrightarrow{AB} = (-6; 2; 2)$

(P) đi qua trung điểm M của AB . Tọa độ trung điểm $M(1; 1; 2)$

Vậy phương trình trung trực của đoạn thẳng AB là: $(P): 3x - y - z = 0$.

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1; 2; -3)$, $B(-3; 2; 9)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là:

A. $x - 3z + 10 = 0$.

B. $-4x + 12z - 10 = 0$.

C. $x + 3z + 1 = 0$.

D. $x + 3z + 10 = 0$.

Hướng dẫn giải**Chọn A**

Trung điểm của đoạn thẳng AB là $I(-1; 2; 3)$.

Ngoài ra $\overrightarrow{AB} = (-4; 0; 12)$.

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua $I(-1; 2; 3)$, nhận $\vec{n}(1; 0; -3)$ làm vectơ pháp tuyến nên có phương trình $1(x+1) - 3(z-3) = 0 \Leftrightarrow x - 3z + 10 = 0$.

Câu 12: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $M(1; 3; 2)$, $N(5; 2; 4)$, $P(2; -6; -1)$ có dạng $Ax + By + Cz + D = 0$. Tính tổng $S = A + B + C + D$.

A. $S = -3$.

B. $S = 1$.

C. $S = 6$.

D. $S = -5$.

Hướng dẫn giải**Chọn B**

$\overrightarrow{MN} = (4; -1; 2)$; $\overrightarrow{MP} = (1; -9; -3)$

$[\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{MP}] = (21; 14; -35) \Rightarrow \vec{n} = (3; 2; -5)$ là vectơ pháp tuyến của (MNP)

Phương trình $(MNP): 3x + 2y - 5z + 1 = 0$

$\Rightarrow A + B + C + D = 1$.

Câu 13: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; -2; 0)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng (OAB) ?

A. $z = 0$.

B. $(x-1) + (y-2) = 0$.

C. $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} = 1.$

D. $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + z = 0.$

Hướng dẫn giải

Chọn A

Nhận thấy các điểm $A(1;0;0)$, $B(0;-2;0)$ và $O(0;0;0)$ đều thuộc mặt phẳng (Oxy) , nên mặt phẳng (OAB) trùng với mặt phẳng $(Oxy): z = 0$.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;2;1)$ và mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 2 = 0$. Phương trình mặt phẳng (Q) đi qua A và song song mặt phẳng (P) là:

A. $(Q): 3x + y - 2z - 9 = 0.$

B. $(Q): x - 3y + 2z + 1 = 0.$

C. $(Q): x - 3y + 2z + 4 = 0.$

D. $(Q): x - 3y + 2z - 1 = 0.$

Hướng dẫn giải

Chọn B

Vì mặt phẳng (Q) song song $(P): x - 3y + 2z - 2 = 0$ nên phương trình (Q) có dạng $(Q): x - 3y + 2z + m = 0 (m \neq -2)$

(Q) đi qua $A(3;2;1)$ nên thay tọa độ vào ta có $m = 1$.

Vậy phương trình $(Q): x - 3y + 2z + 1 = 0$

Câu 15: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho các điểm $A(0;1;2)$, $B(2;-2;1)$, $C(-2;0;1)$.

Phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC là

A. $-y + 2z - 3 = 0.$

B. $2x - y + 1 = 0.$

C. $y + 2z - 5 = 0.$

D. $2x - y - 1 = 0.$

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $\vec{n} = \overrightarrow{BC} = (-2;1;0)$.

Vậy phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC có dạng:

$$-2(x-0) + 1(y-1) = 0 \Leftrightarrow -2x + y - 1 = 0 \Leftrightarrow 2x - y + 1 = 0.$$

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3;-1;-2)$ và mặt phẳng $(\alpha): 3x - y + 2z + 4 = 0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua M và song song với (α) ?

A. $3x - y - 2z + 6 = 0.$

B. $3x + y - 2z - 14 = 0.$

C. $3x - y + 2z + 6 = 0.$

D. $3x - y + 2z - 6 = 0.$

Hướng dẫn giải

Chọn D

Mặt phẳng qua M song song với (α) có phương trình là:

$$3(x-3) - (y+1) + 2(z+2) = 0 \text{ hay } 3x - y + 2z - 6 = 0.$$

Vậy phương trình mặt phẳng cần tìm là: $3x - y + 2z - 6 = 0$.

Câu 17: Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(0;1;1)$, $B(1;0;1)$, $C(0;0;1)$, và $I(1;1;1)$. Mặt phẳng qua I , song song với mặt phẳng (ABC) có phương trình là:

A. $z - 1 = 0$

B. $y - 1 = 0$

C. $x + y + z - 3 = 0$

D. $x - 1 = 0$

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; -1; 0)$ và $\overrightarrow{AC} = (0; -1; 0)$ nên mặt phẳng (ABC) có vector pháp tuyến là $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (0; 0; -1)$. Mặt phẳng cần tìm song song với mặt phẳng (ABC) nên có phương trình là $z - 1 = 0$.

Câu 18: Mặt phẳng có phương trình nào sau đây song song với trục Ox ?

- A. $2x + y + 1 = 0$. B. $3x + 1 = 0$. C. $y - 2z + 1 = 0$. D. $2y + z = 0$.

Hướng dẫn giải**Chọn C**

Trục Ox có một véc tơ chỉ phương là $\vec{i} = (1; 0; 0)$ và đi qua điểm $O(0; 0; 0)$.

Mặt phẳng $y - 2z + 1 = 0$ có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (0; 1; -2)$.

Do $\vec{n} \cdot \vec{i} = 1 \cdot 0 + 0 \cdot 1 + 0 \cdot (-2) = 0$ và điểm $O(0; 0; 0)$ không thuộc mặt phẳng $y - 2z + 1 = 0$ nên mặt phẳng $y - 2z + 1 = 0$ song song với trục Ox .

Câu 19: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, mặt phẳng chứa 2 điểm $A(1; 0; 1)$ và $B(-1; 2; 2)$ và song song với trục Ox có phương trình là

- A. $x + y - z = 0$. B. $2y - z + 1 = 0$. C. $y - 2z + 2 = 0$. D. $x + 2z - 3 = 0$.

Hướng dẫn giải**Chọn C**

Gọi $(P): y - 2z + 2 = 0$ Mặt phẳng (P) có một VTPT $\vec{n} = (0; 1; -2)$.

Trục Ox có một VTCP $\vec{i}(1; 0; 0)$. Mà:
$$\begin{cases} \vec{n} \perp \vec{i} \\ O(0; 0; 0) \in Ox \Rightarrow Ox // (P) \\ O(0; 0; 0) \notin (P) \end{cases}$$

Lại có 2 điểm $A(1; 0; 1)$ và $B(-1; 2; 2)$ cùng thuộc mặt phẳng (P) .

Vậy mặt phẳng $(P): y - 2z + 2 = 0$ chứa 2 điểm $A(1; 0; 1)$ và $B(-1; 2; 2)$ và song song với trục Ox .

Cách 2: Mặt phẳng cần tìm qua $A(1; 0; 1)$ nhận $[\overrightarrow{AB}, \vec{i}] = (0; 1; -2)$ làm vector pháp tuyến, suy ra mp cần tìm $(P): y - 2z + 2 = 0$.

Câu 20: Gọi (α) là mặt phẳng đi qua $M(1; -1; 2)$ và chứa trục Ox . Điểm nào trong các điểm sau đây thuộc mặt phẳng (α) ?

- A. $P(-2; 2; 4)$. B. $Q(0; 4; 2)$. C. $M(0; 4; -2)$. D. $N(2; 2; -4)$.

Hướng dẫn giải**Chọn D**

Gọi \vec{n} là một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) khi đó ta có $\vec{n} = [\overrightarrow{OM}, \vec{i}]$. Với $\overrightarrow{OM} = (1; -1; 2)$, $\vec{i} = (1; 0; 0) \Rightarrow \vec{n} = (0; 2; 1)$.

Phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $O(0; 0; 0)$ và có một véc tơ pháp tuyến $\vec{n} = (0; 2; 1)$ là $2y + z = 0$.

Do $2 \cdot 2 + (-4) = 0$ nên điểm $N(2; 2; -4)$ thuộc mặt phẳng (α) .

Câu 21: Phương trình của mặt phẳng (α) qua $A(2;-1;4)$, $B(3;2;-1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\beta): x + y + 2z - 3 = 0$ là

A. $11x - 7y - 2z - 21 = 0$.

B. $11x + 7y + 2z + 21 = 0$.

C. $11x + 7y - 2z - 21 = 0$.

D. $11x - 7y + 2z + 21 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Mặt phẳng (α) có một vectơ pháp tuyến là: $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \vec{n}_\beta] = (11; -7; -2)$

Vậy $(\alpha): 11x - 7y - 2z - 21 = 0$

Câu 22: Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;2;-1)$; $B(-1;0;1)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - z + 1 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) qua A ; B và vuông góc với (P)

A. $(Q): 2x - y + 3 = 0$.

B. $(Q): x + z = 0$.

C. $(Q): -x + y + z = 0$.

D. $(Q): 3x - y + z = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-2; -2; 2)$

(P) có VTPT $\vec{n} = (1; 2; -1)$

Vì (Q) qua A ; B và vuông góc với (P) nên

VTPT của (Q) là $\vec{n}_1 = [\overrightarrow{AB}, \vec{n}] = (-2; 0; -2) = -2(1; 0; 1)$.

Phương trình mặt phẳng (Q) qua $B(-1;0;1)$ và có VTPT $\vec{n}_1 = (1; 0; 1)$ là:

$$1(x+1) + 1(z-1) = 0 \Leftrightarrow x + z = 0.$$

Câu 23: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(2;4;1)$, $B(-1;1;3)$ và mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$. Một mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A , B và vuông góc với (P) có dạng: $ax + by + cz - 11 = 0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $a + b = c$.

B. $a + b + c = 5$.

C. $a \in (b; c)$.

D. $a + b > c$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $A(2;4;1)$, $B(-1;1;3) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (-3; -3; 2)$.

Véc tơ pháp tuyến của (P) là: $\vec{n} = (1; -3; 2)$.

Do mặt phẳng (Q) đi qua AB và vuông góc với (P) nên (Q) nhận véc tơ $[\overrightarrow{AB}, \vec{n}] = (0; -8; -12)$

làm một véc tơ pháp tuyến nên phương trình của (Q) sẽ là: $2(y-4) + 3(z-1) = 0$
 $\Leftrightarrow 2y + 3z - 11 = 0$.

Suy ra $a = 0$, $b = 2$, $c = 3 \Rightarrow a + b + c = 5$.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $H(1;2;3)$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm H , cắt Ox , Oy , Oz tại A , B , C sao cho H là trực tâm của tam giác ABC . Phương trình của mặt phẳng (P) là

A. $(P): 3x + y + 2z - 11 = 0$.

B. $(P): 3x + 2y + z - 10 = 0$.

C. $(P): x + 3y + 2z - 13 = 0$.

D. $(P): x + 2y + 3z - 14 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Do tứ diện $OABC$ có ba cạnh OA , OB , OC đôi một vuông góc nên nếu H là trực tâm của tam giác ABC dễ dàng chứng minh được $OH \perp (ABC)$ hay $OH \perp (P)$.

Vậy mặt phẳng (P) đi qua điểm $H(1;2;3)$ và có VTPT $\overrightarrow{OH}(1;2;3)$ nên phương trình (P) là $(x-1) + 2(y-2) + 3(z-3) = 0 \Leftrightarrow x + 2y + 3z - 14 = 0$.

Câu 25: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình tổng quát của mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(0; -1; 4)$ và nhận $\vec{u} = (3, 2, 1)$, $\vec{v} = (-3, 0, 1)$ làm vector chỉ phương là:

A. $x + y + z - 3 = 0$

B. $x - y - z - 12 = 0$

C. $x - 3y + 3z - 15 = 0$

D. $3x + 3y - z = 0$

Hướng dẫn giải

Chọn C

(P) có vector pháp tuyến $\vec{n} = [\vec{u}, \vec{v}] = 2(1; -3; 3)$ và đi qua M nên có phương trình $x - 3y + 3z - 15 = 0$.

Câu 26: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;1)$ và hai mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z - 1 = 0$, $(Q): y = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (R) chứa A , vuông góc với cả hai mặt phẳng (P) và (Q) .

A. $3x - 2z - 1 = 0$.

B. $3x + y - 2z - 2 = 0$.

C. $3x - 2z = 0$.

D. $3x - y + 2z - 4 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$(P): 2x - y + 3z - 1 = 0$ có vector pháp tuyến $\vec{n}_{(P)} = (2; -1; 3)$.

$(Q): y = 0$ có vector pháp tuyến $\vec{n}_{(Q)} = (0; 1; 0)$.

Do mặt phẳng (R) vuông góc với cả hai mặt phẳng (P) và (Q) nên có vector pháp tuyến

$$\vec{n}_{(R)} = [\vec{n}_{(P)}, \vec{n}_{(Q)}] \Rightarrow \vec{n}_{(R)} = (-3; 0; 2).$$

Vậy phương trình mặt phẳng (R) là: $-3x + 2z + 1 = 0 \Leftrightarrow 3x - 2z - 1 = 0$.

Câu 27: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng (P) và (Q) lần lượt có phương trình là $x + y - z = 0$, $x - 2y + 3z = 4$ và điểm $M(1; -2; 5)$. Tìm phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm M đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng (P) , (Q) .

A. $x - 4y - 3z - 6 = 0$.

B. $5x + 2y - z + 4 = 0$.

C. $5x + 2y - z + 14 = 0$.

D. $x - 4y - 3z + 6 = 0$.

Hướng dẫn giải**Chọn D**

Vector pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_1 = (1; 1; -1)$.

Vector pháp tuyến của (Q) là $\vec{n}_2 = (1; -2; 3)$.

$$\vec{n} = [\vec{n}_1; \vec{n}_2] = (1; -4; -3)$$

Vì (α) vuông góc với (P) và (Q) nên (α) có vector pháp tuyến là \vec{n} .

Mặt phẳng (α) có phương trình là $1(x-1) - 4(y+2) - 3(z-5) = 0$ hay $x - 4y - 3z + 6 = 0$.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-5)^2 = 9$. Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm $A(2; -4; 3)$ có phương trình là

A. $x - 6y + 8z - 50 = 0$.

B. $3x - 6y + 8z - 54 = 0$.

C. $x - 2y - 2z - 4 = 0$.

D. $x - 2y - 2z + 4 = 0$.

Hướng dẫn giải**Chọn C**

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; 5)$.

Mặt phẳng (P) có vector pháp tuyến là $\vec{IA} = (1; -2; -2)$ và đi qua điểm $A(2; -4; 3)$ nên có phương trình: $1 \cdot (x-2) - 2(y+4) - 2(z-3) = 0 \Leftrightarrow x - 2y - 2z - 4 = 0$.

Câu 29: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 4z = 0$. Mặt phẳng tiếp xúc với (S) tại điểm $A(3; 4; 3)$ có phương trình.

A. $2x + 2y + z - 17 = 0$.

B. $4x + 4y - 2z - 17 = 0$.

C. $x + y + z - 17 = 0$.

D. $2x + 4y + z - 17 = 0$.

Hướng dẫn giải**Chọn A**

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 2)$, vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{IA} = (2; 2; 1)$ nên phương trình của (P) là $2x + 2y + z - 17 = 0$.

Câu 30: Cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 2 = 0$ và mặt phẳng $(\alpha): 4x + 3y - 12z + 10 = 0$. Mặt phẳng tiếp xúc với (S) và song song với (α) có phương trình là:

A. $4x + 3y - 12z + 78 = 0$.

B. $4x + 3y - 12z - 78 = 0$ hoặc

$4x + 3y - 12z + 26 = 0$.

C. $4x + 3y - 12z - 26 = 0$.

D. $4x + 3y - 12z + 78 = 0$ hoặc

$4x + 3y - 12z - 26 = 0$.

Hướng dẫn giải**Chọn D**

Gọi (β) là mặt phẳng thỏa đề phương trình có dạng $(\beta): 4x + 3y - 12z + D = 0 (D \neq 10)$

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$ và bán kính là: $r = \sqrt{1+4+9+2} = 4$

$$(\beta) \text{ tiếp xúc } (S) \text{ khi } d(I, (\beta)) = r \Leftrightarrow \frac{|4x_0 + 3y_0 - 12z_0 + D|}{\sqrt{16+9+144}} = 4 \Leftrightarrow \frac{|-26+D|}{13} = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} D = -26 \\ D = 78 \end{cases}$$

Vậy phương trình mặt phẳng cần tìm là $4x + 3y - 12z + 78 = 0$ hoặc $4x + 3y - 12z - 26 = 0$

Câu 31: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): \frac{x}{a} + \frac{y}{2a} + \frac{z}{3a} = 1$ ($a > 0$) cắt ba trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại ba điểm A, B, C . Tính thể tích V của khối tứ diện $OABC$.

A. $V = 4a^3$.

B. $V = a^3$.

C. $V = 3a^3$.

D. $V = 3a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $A(a;0;0), B(0;2a;0), C(0;0;3a) \Rightarrow OA = a, OB = 2a, OC = 3a$.

$$\text{Vậy } V = \frac{1}{3} S_{\Delta OBC} \cdot OA = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot OB \cdot OC \cdot OA = a^3.$$

Câu 32: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) chứa trục Oy và đi qua điểm $M(1; -1; 1)$ là:

A. $x - y = 0$.

B. $x + y = 0$.

C. $x - z = 0$.

D. $x + z = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$$(P) \text{ qua } O \text{ và có VTPT là } \vec{n} = \begin{bmatrix} \vec{j}; \vec{OM} \end{bmatrix} = (1; 0; -1).$$

Vậy phương trình (P) là $x - z = 0$.

Câu 33: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $\alpha: x + y - z + 1 = 0$ và $(\beta): -2x + my + 2z - 2 = 0$. Tìm m để (α) song song với (β) .

A. $m = 2$.

B. $m = 5$.

C. Không tồn tại m .

D. $m = -2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Mặt phẳng (α) có VTPT là $\vec{n}_1 = (1; 1; -1)$ và $A(0; 0; 1) \in (\alpha)$

Mặt phẳng (β) có VTPT là $\vec{n}_2 = (-2; m; 2)$.

$$\text{Để } (\alpha) // (\beta) \text{ thì } \vec{n}_1, \vec{n}_2 \text{ cùng phương và } A \notin (\beta) \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{-2}{1} = \frac{m}{1} = \frac{2}{-1} \neq \frac{-2}{1} \\ -2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \text{không tồn tại } m.$$

Vậy không tồn tại m để $(\alpha) // (\beta)$.

Câu 34: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 6z + 5 = 0$. Tiếp diện của (S) tại điểm $M(-1; 2; 0)$ có phương trình là

A. $z = 0$.

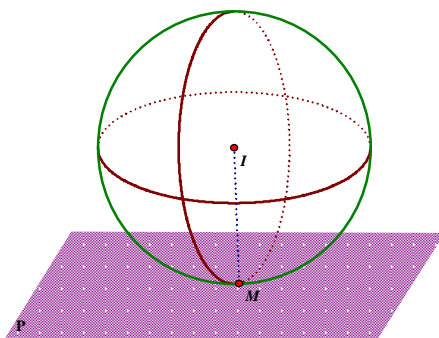
B. $x = 0$.

C. $2x + y = 0$.

D. $y = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



$$(S) \Rightarrow I(-1; 2; -3); R = 3$$

Gọi (P) là mặt phẳng tiếp diện của (S) tại M

Ta có $IM \perp (P) \Rightarrow \overrightarrow{IM}(0; 0; 3) = 3(0; 0; 1)$ là VTPT của mặt phẳng (P)

Phương trình mặt phẳng (P) : $z = 0$

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 4 - t \end{cases}$. Mặt phẳng đi qua $A(2; -1; 1)$ và vuông

góc với đường thẳng d có phương trình là:

A. $x + 3y - 2z - 5 = 0$.

B. $2x + y - z - 2 = 0$.

C. $x + 3y - 2z - 3 = 0$.

D. $x - 3y - 2z + 3 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua $A(2; -1; 1)$ và vuông góc với đường thẳng d ; \vec{n}_p là vector pháp tuyến của (P) .

d có vectơ chỉ phương là $\vec{u}_d = (2; 1; -1)$.

Vì d vuông góc với mặt phẳng (P) nên $\vec{n}_p = \vec{u}_d$, suy ra $\vec{n}_p = (2; 1; -1)$.

Mặt phẳng (P) đi qua A nên (P) : $2x + y - z - 2 = 0$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $H(2; 1; 1)$. Viết phương trình mặt phẳng qua H và cắt các trục Ox , Oy , Oz lần lượt tại A , B , C sao cho H là trực tâm tam giác ABC .

A. $x - y - z = 0$

B. $2x + y + z - 6 = 0$

C. $2x + y + z + 6 = 0$

D. $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{1} = 1$

Hướng dẫn giải

Chọn B

Vì tứ diện $OABC$ đôi một vuông góc tại O và H là trực tâm tam giác ABC nên $OH \perp (ABC)$.

Do đó $\overrightarrow{OH} = (2; 1; 1)$ là một vector pháp tuyến của (ABC) và H thuộc (ABC) .

Vậy $(ABC): 2(x - 2) + (y - 1) + (z - 1) = 0 \Leftrightarrow 2x + y + z - 6 = 0$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z + 1 = 0$ và hai điểm $A(1; -2; 3)$, $B(3; 2; -1)$. Phương trình mặt phẳng (Q) qua A , B và vuông góc với (P) là

A. $(Q): 2x + 2y + 3z - 7 = 0$.

B. $(Q): 2x - 2y + 3z - 7 = 0$.

C. $(Q): 2x + 2y + 3z - 9 = 0$.

D. $(Q): x + 2y + 3z - 7 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$\overrightarrow{AB} = (2; 4; -4)$; VTPT của (P) là $\vec{n}(2; 1; -2)$

VTPT của (Q) là $\vec{n}_Q = [\overrightarrow{AB}; \vec{n}] = (2; 2; 3)$.

Phương trình của mặt phẳng (Q) : $2x + 2y + 3z - 7 = 0$

Câu 38: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1; 1; 1)$ và $B(0; 2; 2)$ đồng thời cắt các tia Ox , Oy lần lượt tại 2 điểm M , N (không trùng với gốc tọa độ O) sao cho $OM = 2ON$.

A. $(P): 2x + 3y - z - 4 = 0$.

B. $(P): 2x + y + z - 4 = 0$.

C. $(P): x + 2y - z - 2 = 0$.

D. $(P): 3x + y + 2z - 6 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi $M(m; 0; 0)$, $N(0; n; 0)$, $P(0; 0; p)$ lần lượt là giao điểm của (P) và trục Ox , Oy , Oz .
 M , N lần lượt thuộc tia Ox , Oy nên $m > 0$, $n > 0$.

Phương trình mặt phẳng $(P): \frac{x}{m} + \frac{y}{n} + \frac{z}{p} = 1$.

Ta có: $OM = 2ON \Leftrightarrow m = 2n$

$$A \in (P) \Rightarrow \frac{1}{m} + \frac{1}{n} + \frac{1}{p} = 1, B \in (P) \Rightarrow \frac{0}{m} + \frac{2}{n} + \frac{2}{p} = 1$$

$$\text{Suy ra: } m = 2, n = 1, p = -2 \Rightarrow (P): x + 2y - z - 2 = 0.$$

Câu 39: Trong không gian với trục hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $H(1; 2; 3)$ là trực tâm của $\triangle ABC$ với A, B, C là ba điểm lần lượt nằm trên các trục Ox, Oy, Oz (khác gốc tọa độ). Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C là

A. $3x + y + 2z - 9 = 0$

B. $x + 2y + 3z - 14 = 0$

C. $3x + 2y + z - 10 = 0$

D. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$

Hướng dẫn giải

Chọn B

Giả sử $A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c)$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AH}(1-a; 2; 3); \overrightarrow{BH}(1; 2-b; 3); \overrightarrow{BC}(0; -b; c); \overrightarrow{AC}(-a; 0; c)$$

$$\text{Do } H \text{ là trực tâm nên ta có: } \begin{cases} \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2b + 3c = 0 \\ -a + 3c = 0 \end{cases}$$

Phương trình mặt phẳng $(ABC): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

$$\text{Vì } H \in (ABC) \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} = 1.$$

Do đó ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} -2b + 3c = 0 \\ -a + 3c = 0 \\ \frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2b \\ c = \frac{2b}{3} \\ \frac{1}{2b} + \frac{2}{b} + \frac{9}{2b} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 14 \\ b = 7 \\ c = \frac{14}{3} \end{cases}.$$

Vậy phương trình mặt phẳng $(ABC): \frac{x}{14} + \frac{y}{7} + \frac{3z}{14} = 1 \Leftrightarrow x + 2y + 3z - 14 = 0.$

BÀI 4: PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG CÓ SỬ DỤNG PTĐT

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{1}$. Trong các mặt phẳng dưới đây, tìm một mặt phẳng vuông góc với đường thẳng d

A. $2x - 2y + 2z + 4 = 0$.

B. $4x - 2y - 2z - 4 = 0$.

C. $4x - 2y + 2z + 4 = 0$.

D. $4x + 2y + 2z + 4 = 0$.

Hướng dẫn giải**Chọn C**Đường thẳng d có vec tơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; -1; 1)$.Mặt phẳng $4x - 2y + 2z + 4 = 0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (4; -2; 2)$.Ta có $\frac{2}{4} = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2}$ nên \vec{u} cùng phương với \vec{n} do đó đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng $4x - 2y + 2z + 4 = 0$.

Câu 2: Mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1; 2; 0)$ và vuông góc với đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}$ có

phương trình là :

A. $2x + y - z - 4 = 0$.

B. $2x - y - z + 4 = 0$.

C. $x + 2y - z + 4 = 0$.

D. $2x + y + z - 4 = 0$.

Hướng dẫn giải**Chọn A**Đường thẳng d có một VTCP là $\vec{u} = (2; 1; -1)$.Ta có $(P) \perp d \Rightarrow (P)$ nhận $\vec{u} = (2; 1; -1)$ là một VTPT.Kết hợp với (P) qua $A(1; 2; 0)$

$$\Rightarrow (P): 2(x-1) + 1(y-2) - 1(z-0) = 0 \Leftrightarrow 2x + y - z - 4 = 0.$$

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng (d) có phương trình $\begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 2 + t \\ z = 3 + 2t \end{cases}; t \in \mathbb{R}$. Mặt phẳng (P) đi

qua $A(-1; -2; 1)$ và (P) vuông góc với đường thẳng (d) thì (P) có phương trình là:

A. $(P): -3x + y + 2z + 3 = 0$.

B. $(P): x + 2y + 3z - 2 = 0$.

C. $(P): -3x + y + 2z - 3 = 0$.

D. $(P): x + 2y + 3z + 2 = 0$.

Hướng dẫn giải**Chọn C**Đường thẳng (d) có vec tơ chỉ phương là $\vec{u} = (-3; 1; 2)$.Vì (P) vuông góc với đường thẳng (d) nên (P) nhận vec tơ chỉ phương của (d) là $\vec{u} = (-3; 1; 2)$ làm vec tơ pháp tuyến. (P) đi qua $A(-1; -2; 1)$, vec tơ pháp tuyến là $\vec{n} = \vec{u} = (-3; 1; 2)$ nên (P) có phương trình

$$\text{là } (P): -3(x+1) + 1(y+2) + 2(z-1) = 0 \Leftrightarrow (P): -3x + y + 2z - 3 = 0.$$

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng chứa đường thẳng $d: \frac{x+3}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{2}$ và

song song với đường thẳng $d': \frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z}{2}$ là

A. $x - y + 2z - 2 = 0$

B. $2x - z - 6 = 0$

C. $\frac{x}{-1} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-2} = 1$

D. $2x - z + 7 = 0$

Hướng dẫn giải

Chọn D

Đường thẳng d đi qua điểm $M(-3; 2; 1)$ có VTCP $\vec{u}_d = (1; -1; 2)$

Đường thẳng d' có VTCP $\vec{u}_{d'} = (1; 3; 2)$.

Vì mp(P) chứa d và song song với d' nên VTPT của (P) là $[\vec{u}_d, \vec{u}_{d'}] = 4(2; 0; -1)$.

Khi đó mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(-3; 2; 1) \in d$ nhận $\vec{n} = (2; 0; -1)$ là VTPT nên có phương trình $2x - z + 7 = 0$.

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, mặt phẳng (P) song song với hai đường thẳng

$$\Delta_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z}{4}, \Delta_2: \begin{cases} x = 2+t \\ y = 3+2t \\ z = 1-t \end{cases}. \text{ Vector nào sau đây là vector pháp tuyến của } (P)?$$

A. $\vec{n} = (5; -6; 7)$

B. $\vec{n} = (-5; 6; 7)$

C. $\vec{n} = (-5; 6; -7)$

D. $\vec{n} = (-5; -6; 7)$

Hướng dẫn giải

Chọn B

Vì (P) song song với hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 nên $\vec{n}_{(P)} = [\vec{u}_{\Delta_1}, \vec{u}_{\Delta_2}] = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} = (-5; 6; 7)$.

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, viết phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng

$$d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{-1} \text{ và đi qua điểm } A'(0; 2; 2)..$$

A. $5x - 2y + z + 2 = 0..$

B. $5x + 2y - z + 2 = 0.$

C. $5x + 5z - 2 = 0..$

D. $x + z - 2 = 0.$

Hướng dẫn giải

Chọn D

$\vec{u}_d = (1; 2; -1)$. Gọi $M(1; -1; 1) \in d \Rightarrow \vec{AM} = (1; -3; -1)..$

Vì $\begin{cases} d \subset (P) \\ A \in (P) \end{cases}$ nên $\vec{n}_{(P)} = [\vec{u}_d; \vec{AM}] = (-5; 0; -5)..$

$$(P): \begin{cases} \vec{n}_{(P)} = (-5; 0; -5) \\ A(0; 2; 2) \in (P) \end{cases} \Rightarrow (P): -5(x-0) - 5(z-2) = 0 \Rightarrow x + z - 2 = 0..$$

Câu 7: Phương trình mặt phẳng (P) đi qua $M(1; 2; -3)$ và chứa đường thẳng $\frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+4}{4}$ là.

A. $x + 11y + 8z + 1 = 0.$

B. $x - 11y + 8z - 45 = 0.$

C. $x - 11y + 8z + 45 = 0.$

D. $x - 11y - 8z - 3 = 0.$

Hướng dẫn giải

Chọn C

Cách 1:

Lấy điểm $N(-2; 1; -4) \in d \Rightarrow \vec{MN} = (-3; -1; -1).$

d có vector chỉ phương $\vec{u} = (1; 3; 4).$

(P) có vector pháp tuyến $\vec{n} = [\vec{MN}, \vec{u}] = (-1; 11; -8) = -(1; -11; 8)..$

Khi đó, (P): $1(x-1) - 11(y-2) + 8(z+3) = 0 \Leftrightarrow x - 11y + 8z + 45 = 0.$

Cách 2:

VTCP của d vuông góc với VTPT của (P) \Rightarrow loại C,

D.

$$M \in (P) \Rightarrow \text{Chọn C}$$

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$ và đường thẳng $d: \frac{x}{3} = \frac{y-1}{4} = z+3$.

Phương trình mặt phẳng chứa điểm A và đường thẳng d là.

A. $23x+17y+z-60=0$.

B. $23x-17y+z-14=0$.

C. $23x-17y-z+14=0$.

D. $23x+17y-z+14=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Đường thẳng d qua điểm $I(0;1;-3)$. Vec tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n} = [\vec{u_d}; \vec{IA}] = (23; -17; -1)$.

Phương trình của (P) là $23x-17y-z+14=0$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(1; 2; 0)$, $B(2; 3; 1)$ và song song với trục Oz có phương trình là.

A. $x-y-3=0$.

B. $x-y+1=0$.

C. $x+y-3=0$.

D. $x+z-3=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$$(P) // Oz \Rightarrow (P): ax+by+d=0.$$

$$A, B \in (P) \Leftrightarrow \begin{cases} a+2b+d=0 \\ 2a+3b+d=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+2b+d=0 \\ a+b=0 \end{cases}.$$

Chọn $b=-1$ ta suy ra $a=1, d=1$.

Vậy $(P): x-y+1=0$.

Cách 2

Thay tọa độ các điểm A, B vào các phương án đã cho. Chỉ có phương án A thỏa mãn.

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(3;-4;7)$ và chứa trục Oz .

A. $(P): 3x+4y=0$.

B. $(P): 4y+3z=0$.

C. $(P): 3x+4z=0$.

D.

$$(P): 4x+3y=0.$$

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $\vec{OM} = (3;-4;7)$, vectơ chỉ phương của trục Oz là $\vec{k} = (0;0;1)$

Mặt phẳng (P) qua $M(3;-4;7)$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = [\vec{k}, \vec{OM}] = (4;3;0)$

Phương trình mặt phẳng $(P): 4x+3y=0$

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y+2z-5=0$ và các điểm $A(1;2;3)$, $B(-1;1;-2)$, $C(3;3;2)$. Gọi $M(x_0; y_0; z_0)$ là điểm thuộc (P) sao cho $MA=MB=MC$.

Tính $x_0 + y_0 + z_0$.

A. 4

B. 7

C. 5

D. 6

Hướng dẫn giải

Chọn C

$$\begin{cases} M \in (P) \\ MA = MB \\ MA = MC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 + y_0 + 2z_0 - 5 = 0 \\ 4x_0 + 2y_0 + 10z_0 + 8 = 0 \\ 4x_0 + 2y_0 - 2z_0 + 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -9 \\ y_0 = 14 \\ z_0 = 0 \end{cases} \Rightarrow x_0 + y_0 + z_0 = -9 + 14 + 0 = 5.$$

Câu 12: Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 7 = 0$ và mặt cầu

$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 11 = 0$. Mặt phẳng song song với (P) và cắt (S) theo một đường tròn có chu vi bằng 6π có phương trình là

A. $(P): 2x + 2y - z - 19 = 0$

B. $(P): 2x + 2y - z + 17 = 0$

C. $(P): 2x + 2y - z - 17 = 0$

D. $(P): 2x + 2y - z + 7 = 0$

Hướng dẫn giải

Chọn B

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; 3)$, bán kính $R = 5$; bán kính đường tròn giao tuyến là $r = 3$.

Mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 7 = 0$ có phương trình là $2x + 2y - z + m = 0$ ($m \neq -7$).

$$\text{Ta có } d(I; (Q)) = \sqrt{R^2 - r^2} \Leftrightarrow \frac{|2 - 4 - 3 + m|}{3} = \sqrt{25 - 9} \Leftrightarrow |m - 5| = 12 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 17 \\ m = -7 \end{cases}.$$

Do $m \neq -7$ nên $m = 17$. Vậy phương trình mặt phẳng $(Q): 2x + 2y - z + 17 = 0$.

Câu 13: Trong không gian Oxyz, mặt phẳng chứa hai đường thẳng cắt nhau $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-4}{3}$ và

$$\frac{x+1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{3} \text{ có phương trình là}$$

A. $2x - y - z = 0$

B. $6x + 9y + z + 8 = 0$

C. $6x + 9y + z - 8 = 0$

D. $-2x - y + 9z - 36 = 0$

Hướng dẫn giải

Chọn B

Đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-4}{3}$ đi qua điểm $M(1; -2; 4)$, có một VTCP là $\vec{u}_1 = (-2; 1; 3)$.

Đường thẳng $d_2: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{3}$ có một VTCP là $\vec{u}_2 = (1; -1; 3)$.

Mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng cắt nhau $d_1, d_2 \Rightarrow (P)$ qua điểm $M(1; -2; 4)$, có một VTPT là $\vec{n} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (6; 9; 1)$. Phương trình mặt phẳng (P) là:

$$(P): 6(x-1) + 9(y+2) + (z-4) = 0 \Leftrightarrow 6x + 9y + z + 8 = 0.$$

Câu 14: Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{3}$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): 2x + y - z = 0$.

A. $x - 2y - 1 = 0$.

B. $x + 2y + z = 0$.

C. $x + 2y - 1 = 0$.

D. $x - 2y + z = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $\begin{cases} \vec{n}_{(P)} \perp \vec{u}_d \\ \vec{n}_{(P)} \perp \vec{n}_{(Q)} \end{cases}$ và $[\vec{n}_{(Q)}; \vec{u}_d] = (4; -8; 0)$. Nên chọn $\vec{n}_{(P)} = (1; -2; 0)$.

Vì mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;0;-1)$ nên phương trình mặt phẳng (P) là $x - 2y - 1 = 0$

Câu 15: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \frac{x+2}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-3}{-3}$ và điểm

$B(-1;0;2)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua B và vuông góc đường thẳng (d) .

A. $2x + y - 3z + 8 = 0$.

B. $2x + y + 3z - 4 = 0$.

C. $2x - y - 3z + 8 = 0$.

D. $2x - y + 3z - 4 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

d có VTCP là $\vec{u}(2;-1;-3)$.

(P) đi qua $B(-1;0;2)$ và vuông góc đường thẳng (d) nên có VTPT là $\vec{u}(2;-1;-3)$.

Vậy phương trình (P) là: $2(x+1)-1(y-0)-3(z-2)=0 \Leftrightarrow 2x-y-3z+8=0$.

BÀI 5: PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

A – LÝ THUYẾT CHUNG

1. Vector chỉ phương của đường thẳng

1.1. Định nghĩa

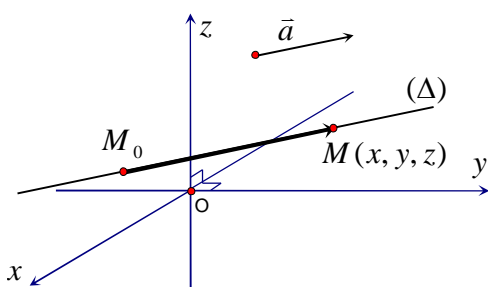
Cho đường thẳng d . Nếu vector $\vec{a} \neq \vec{0}$ và có giá song song hoặc trùng với đường thẳng d thì \vec{a} được gọi là vector chỉ phương của đường thẳng d . Kí hiệu: $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$

1.2. Chú ý

- \vec{a} là VTCP của d thì $k\vec{a}$ ($k \neq 0$) cũng là VTCP của d
- Nếu d đi qua hai điểm A, B thì \overrightarrow{AB} là một VTCP của d
- Trục Ox có vector chỉ phương $\vec{a} = \vec{i} = (1; 0; 0)$
- Trục Oy có vector chỉ phương $\vec{a} = \vec{j} = (0; 1; 0)$
- Trục Oz có vector chỉ phương $\vec{a} = \vec{k} = (0; 0; 1)$

1.3. Phương trình tham số của đường thẳng

Phương trình tham số của đường thẳng (Δ) đi qua điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và nhận $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ làm VTCP là :



$$(\Delta) : \begin{cases} x = x_0 + ta_1 \\ y = y_0 + ta_2 \\ z = z_0 + ta_3 \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

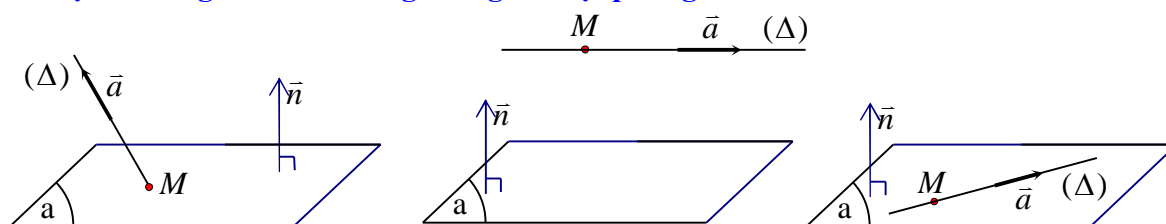
1.4. Phương trình chính tắc của đường thẳng

Phương trình chính tắc của đường thẳng (Δ) đi qua điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và nhận $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ làm VTCP là :

$$\text{VTCP là } (\Delta) : \frac{x - x_0}{a_1} = \frac{y - y_0}{a_2} = \frac{z - z_0}{a_3} \quad (a_1, a_2, a_3 \neq 0)$$

2. Vị trí tương đối

2.1. Vị trí tương đối của đường thẳng và mặt phẳng



2.1.1. Phương pháp hình học

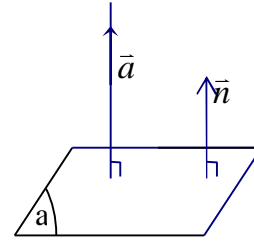
Định lý

Trong không gian $(Oxyz)$ cho đường thẳng $(\Delta) : \begin{cases} x = x_0 + a_1 t & (1) \\ y = y_0 + a_2 t & (2) \\ z = z_0 + a_3 t & (3) \end{cases}$ có VTCP $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ và

qua $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và mặt phẳng $(\alpha) : Ax + By + Cz + D = 0$ có VTPT $\vec{n} = (A; B; C)$

Khi đó :

- $(\Delta) \cap (\alpha) \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{n} \neq 0 \Leftrightarrow Aa_1 + Ba_2 + Ca_3 \neq 0$
- $(\Delta) // (\alpha) \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{a} \cdot \vec{n} = 0 \\ M_0 \notin (P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} Aa_1 + Ba_2 + Ca_3 = 0 \\ Ax_0 + By_0 + Cz_0 \neq 0 \end{cases}$
- $(\Delta) \subset (\alpha) \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{a} \cdot \vec{n} = 0 \\ M_0 \in (P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} Aa_1 + Ba_2 + Ca_3 = 0 \\ Ax_0 + By_0 + Cz_0 = 0 \end{cases}$



Đặc biệt

$$(\Delta) \perp (\alpha) \Leftrightarrow \vec{a} \text{ và } \vec{n} \text{ cùng phương} \Leftrightarrow a_1 : a_2 : a_3 = A : B : C$$

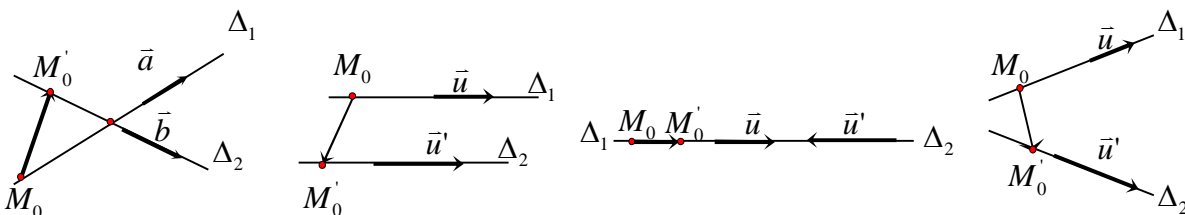
2.1.2. Phương pháp đại số

Muốn tìm giao điểm M của (Δ) và (α) ta giải hệ phương trình: $\begin{cases} pt(\Delta) \\ pt(\alpha) \end{cases}$ tìm x, y, z . Suy ra: $M(x, y, z)$.

Thế (1), (2), (3) vào phương trình $mp(P)$ và rút gọn đưa về dạng: $at + b = 0$ (*)

- d cắt $mp(P)$ tại một điểm $\Leftrightarrow pt(*)$ có một nghiệm t .
- d song song với $(P) \Leftrightarrow pt(*)$ vô nghiệm.
- d nằm trong $(P) \Leftrightarrow Pt(*)$ có vô số nghiệm t .
- d vuông góc $(P) \Leftrightarrow \vec{a}$ và \vec{n} cùng phương

2.2. Vị trí tương đối của hai đường thẳng



2.2.1. Phương pháp hình học

Cho hai đường thẳng: Δ_1 đi qua M và có một vector chỉ phương \vec{u}_1 .

Δ_2 đi qua N và có một vector chỉ phương \vec{u}_2 .

- $\Delta_1 \equiv \Delta_2 \Leftrightarrow [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = [\vec{u}_1, \overrightarrow{MN}] = \vec{0}$.
- $\Delta_1 // \Delta_2 \Leftrightarrow \begin{cases} [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = \vec{0} \\ [\vec{u}_1, \overrightarrow{MN}] \neq \vec{0} \end{cases}$.
- Δ_1 cắt $\Delta_2 \Leftrightarrow \begin{cases} [\vec{u}_1, \vec{u}_2] \neq \vec{0} \\ [\vec{u}_1, \vec{u}_2] \cdot \overrightarrow{MN} = 0 \end{cases}$.
- Δ_1 và Δ_2 chéo nhau $\Leftrightarrow [\vec{u}_1, \vec{u}_2] \cdot \overrightarrow{MN} \neq 0$.

2.2.2. Phương pháp đại số

Muốn tìm giao điểm M của (Δ_1) và (Δ_2) ta giải hệ phương trình: $\begin{cases} pt(\Delta_1) \\ pt(\Delta_2) \end{cases}$ tìm x, y, z . Suy ra:

$$M(x, y, z)$$

2.3. Vị trí tương đối giữa đường thẳng và mặt cầu

Cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t \\ z = z_0 + a_3 t \end{cases}$ (1) (2) (3) và mặt cầu $(S): (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$ có tâm

$I(a; b; c)$, bán kính R .

2.3.1. Phương pháp đại số

Thế (1), (2), (3) vào phương trình (S) và rút gọn đưa về phương trình bậc hai theo t (*)

- Nếu phương trình (*) vô nghiệm thì d không cắt (S)
- Nếu phương trình (*) có một nghiệm thì d tiếp xúc (S)
- Nếu phương trình (*) có hai nghiệm thì d cắt (S) tại hai điểm phân biệt M, N

Chú ý:

Để tìm tọa độ M, N ta thay giá trị t vào phương trình đường thẳng d

3. Lập phương trình đường thẳng

Để lập phương trình đường thẳng d ta cần xác định 1 điểm thuộc d và một VTCP của nó.

3.1. Dạng 1

d đi qua điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và có VTCP $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ là $(d): \begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t \\ z = z_0 + a_3 t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$

3.2. Dạng 2

d đi qua hai điểm A, B : Một VTCP của d là \overrightarrow{AB} .

3.3. Dạng 3

d đi qua điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và song song với đường thẳng Δ cho trước: Vì $d // \Delta$ nên VTCP của Δ cũng là VTCP của d .

3.4. Dạng 4

d đi qua điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và vuông góc với mặt phẳng (P) cho trước: Vì $d \perp (P)$ nên VTPT của (P) cũng là VTCP của d .

3.5. Dạng 5

d là giao tuyến của hai mặt phẳng $(P), (Q)$:

• Cách 1:

Tìm một điểm và một VTCP.

- Tìm tọa độ một điểm $A \in d$: bằng cách giải hệ phương trình $\begin{cases} (P) \\ (Q) \end{cases}$ (với việc chọn giá trị cho một ẩn)
- Tìm một VTCP của d : $\vec{a} = [\vec{n}_P, \vec{n}_Q]$

• Cách 2:

Tìm hai điểm A, B thuộc d , rồi viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm đó.

3.6. Dạng 6

d đi qua điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và vuông góc với hai đường thẳng d_1, d_2 :

Vì $d \perp d_1, d \perp d_2$ nên một VTCP của d là: $\vec{a} = [\vec{a}_{d_1}, \vec{a}_{d_2}]$

3.7. Dạng 7

d đi qua điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$, vuông góc và cắt đường thẳng Δ .

- Cách 1:

Gọi H là hình chiếu vuông góc của M_0 trên đường thẳng Δ . Thì $\begin{cases} H \in \Delta \\ \overrightarrow{M_0H} \perp \vec{u}_\Delta \end{cases}$. Khi đó đường thẳng d là đường thẳng đi qua M_0, H .

- Cách 2:

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A và vuông góc với d ; (Q) là mặt phẳng đi qua A và chứa d . Khi đó $d = (P) \cap (Q)$

3.8. Dạng 8

d đi qua điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và cắt hai đường thẳng d_1, d_2 :

- Cách 1:

Gọi $M_1 \in d_1, M_2 \in d_2$. Từ điều kiện M, M_1, M_2 thẳng hàng ta tìm được M_1, M_2 . Từ đó suy ra phương trình đường thẳng d .

- Cách 2:

Gọi $(P) = (M_0, d_1), (Q) = (M_0, d_2)$. Khi đó $d = (P) \cap (Q)$. Do đó, một VTCP của d có thể chọn là $\vec{a} = [\vec{n}_P, \vec{n}_Q]$.

3.9. Dạng 9

d nằm trong mặt phẳng (P) và cắt cả hai đường thẳng d_1, d_2 :

Tìm các giao điểm $A = d_1 \cap (P), B = d_2 \cap (P)$.

Khi đó d chính là đường thẳng AB .

3.10. Dạng 10

Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa Δ và d_1 , mặt phẳng (Q) chứa Δ và d_2 .

Khi đó $d = (P) \cap (Q)$.

3.11. Dạng 11

d là đường vuông góc chung của hai đường thẳng d_1, d_2 chéo nhau:

- Cách 1:

Gọi $M_1 \in d_1, M_2 \in d_2$. Từ điều kiện $\begin{cases} MN \perp d_1 \\ MN \perp d_2 \end{cases}$, ta tìm được M, N . Khi đó, d là đường thẳng MN .

- Cách 2:

- Vì $d \perp d_1$ và $d \perp d_2$ nên một VTCP của d có thể là: $\vec{a} = [\vec{a}_{d_1}, \vec{a}_{d_2}]$.
- Lập phương trình mặt phẳng (P) chứa d và d_1 , bằng cách:
 - ✓ Lấy một điểm A trên d_1 .
 - ✓ Một VTPT của (P) có thể là: $\vec{n}_P = [\vec{a}, \vec{a}_{d_1}]$.
- Tương tự lập phương trình mặt phẳng (Q) chứa d và d_2 . Khi đó $d = (P) \cap (Q)$.

3.12. Dạng 12

d là hình chiếu của đường thẳng Δ lên mặt phẳng (P) thì ta Lập phương trình mặt phẳng (Q) chứa Δ và vuông góc với mặt phẳng (P) bằng cách:

- Lấy $M \in \Delta$.
- Vì (Q) chứa Δ và vuông góc với (P) nên $\vec{n}_Q = [\vec{a}_\Delta, \vec{n}_P]$.
- Khi đó $d = (P) \cap (Q)$.

3.13. Dạng 13

d đi qua điểm M , vuông góc với d_1 và cắt d_2 :

- Cách 1:
Gọi N là giao điểm của d và d_2 . Từ điều kiện $MN \perp d_1$, ta tìm được N . Khi đó, d là đường thẳng MN .
- Cách 2:
 - Viết phương trình mặt phẳng (P) qua M và vuông góc với d_1 .
 - Viết phương trình mặt phẳng (Q) chứa M và d_2 .
 - Khi đó $d = (P) \cap (Q)$.

B – BÀI TẬP

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $A(1; 2; 3)$, $B(1; 0; 2)$. Phát biểu nào sau đây là **đúng**?

- A. $\vec{u} = (0; 2; 1)$ là một vector chỉ phương của đường thẳng AB .
 B. $\vec{u} = (0; -2; 1)$ là một vector chỉ phương của đường thẳng AB .
 C. $\vec{u} = (0; 2; -1)$ là một vector chỉ phương của đường thẳng AB .
 D. $\vec{u} = (2; 2; 5)$ là một vector chỉ phương của đường thẳng AB .

Hướng dẫn giải

Chọn A

Có: $\overrightarrow{AB} = (0; -2; -1)$

Vậy: $\vec{u} = (0; 2; 1) = -\overrightarrow{AB}$. Vậy $\vec{u} = (0; 2; 1)$ cũng là một vector chỉ phương của đường thẳng AB .

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 2)$, $B(3; -2; 0)$. Một vector chỉ phương của đường thẳng AB là:

- A. $\vec{u} = (2; 4; -2)$ B. $\vec{u} = (1; 2; -1)$ C. $\vec{u} = (2; -4; 2)$ D. $\vec{u} = (-1; 2; 1)$

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (2; -4; -2) = -2(-1; 2; 1)$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây **không phải** là phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $A(4; 2; 0)$, $B(2; 3; 1)$.

A. $\frac{x-2}{-2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-1}{1}$.

B. $\frac{x}{-2} = \frac{y-4}{1} = \frac{z-2}{1}$.

C. $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 4 + t \\ z = 2 + t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = 4 - 2t \\ y = 2 + t \\ z = t \end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Vector chỉ phương của AB là $\overrightarrow{AB}(-2;1;1)$.

Phương trình của đường thẳng AB có dạng: $\frac{x-2}{-2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-1}{1}$.

Xét đáp án C ta có: $M(1;4;2)$ không nằm trên đường thẳng AB .

- Câu 4:** Trong không gian $Oxyz$, tìm một vector chỉ phương của đường thẳng $d: \frac{x-4}{7} = \frac{y-5}{4} = \frac{z+7}{-5}$.
- A. $\vec{u} = (4;5;-7)$. B. $\vec{u} = (7;-4;-5)$. C. $\vec{u} = (7;4;-5)$. D. $\vec{u} = (5;-4;-7)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$d: \frac{x-4}{7} = \frac{y-5}{4} = \frac{z+7}{-5}$ có một vector chỉ phương là $\vec{u} = (7;4;-5)$.

- Câu 5:** Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(1;-2;3)$ và có vector chỉ phương $\vec{u} = (2;-1;6)$ là

- A. $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-6}{3}$. B. $\frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+6}{3}$.
C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{6}$. D. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có phương trình chính tắc đường thẳng đi qua $A(1;-2;3)$ và có vector chỉ phương

$\vec{u} = (2;-1;6)$ là: $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{6}$.

- Câu 6:** Cho đường thẳng d có phương trình tham số $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = -3 + t \end{cases}$. Viết phương trình chính tắc của đường thẳng d .

- A. $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{1}$. B. $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{1}$.
C. $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{1}$. D. $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{1}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Từ phương trình tham số ta thấy đường thẳng d đi qua điểm tọa độ $(1;2;-3)$ và có VTCP $\vec{u} = (2;-1;1)$.

Suy ra phương trình chính tắc của d là: $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{1}$.

- Câu 7:** Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+3}{2}$. Điểm nào sau đây không thuộc đường thẳng d ?
- A. $N(2;-1;-3)$ B. $P(5;-2;-1)$ C. $Q(-1;0;-5)$ D. $M(-2;1;3)$

Hướng dẫn giải

Chọn DNhận xét N, P, Q thuộc đường thẳng d .Tọa độ điểm M không thuộc đường thẳng d .

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ có phương trình $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = -4 + 3t \end{cases}$. Một

trong bốn điểm được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây nằm trên đường thẳng Δ . Đó là điểm nào?

- A. $Q(-2; -7; 10)$ B. $M(0; -4; -7)$ C. $N(0; -4; 7)$ D. $P(4; 2; 1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 3 \\ z = 5 + 3t \end{cases}$. Trong các vectơ sau, vectơ nào là một

vectơ chỉ phương của đường thẳng d .

- A. $\vec{a}_1 = (2; 3; 3)$ B. $\vec{a}_3 = (-2; 0; 3)$ C. $\vec{a}_1 = (-2; 3; 3)$ D. $\vec{a}_1 = (1; 3; 5)$.

Hướng dẫn giải

Chọn BTa dễ thấy $\vec{u}_d = \vec{a}_3 = (-2; 0; 3)$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng chứa trục Oy có phương trình tham số là

- A. $\begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \\ z = t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = 0 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = t \end{cases}$

Hướng dẫn giải

Chọn B

Trục Oy qua $O(0; 0; 0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{j} = (0; 1; 0)$ nên có phương trình $\begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = 0 \end{cases}$.

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{-2}$, vectơ nào dưới đây là vtcp của đường thẳng d ?

- A. $\vec{u} = (-1; 3; -2)$ B. $\vec{u} = (1; 3; 2)$ C. $\vec{u} = (1; -3; -2)$ D. $\vec{u} = (-1; -3; 2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D d có vtcp $\vec{u} = (-1; -3; 2)$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(1; 4; -7)$ và vuông góc với mặt phẳng $x + 2y - 2z - 3 = 0$ có phương trình là

- A. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+4}{4} = \frac{z-7}{-7}$ B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z+7}{-2}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z+7}{-2}$.

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-7}{-2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Đường thẳng đi qua điểm $A(1;4;-7)$ và vuông góc với mặt phẳng $x+2y-2z-3=0$ nên có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;2;-2)$ có phương trình là: $\frac{x-1}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z+7}{-2}$.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(1;2;3)$ và vuông góc với mặt phẳng $4x+3y-3z+1=0$ có phương trình là.

A. $\begin{cases} x=1+4t \\ y=2+3t \\ z=3-t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x=1-4t \\ y=2-3t \\ z=3-3t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x=1+4t \\ y=2+3t \\ z=3-3t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x=-1+4t \\ y=-2+3t \\ z=-3-3t \end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi d là đường thẳng cần tìm. Ta có vectơ chỉ phương của d là $\vec{u}=(4;3;-3)$.

$$\text{Phương trình đường thẳng } d \text{ là: } \begin{cases} x=1+4t \\ y=2+3t \\ z=3-3t \end{cases}$$

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(3;-1;2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x+y-3z-5=0$ có phương trình là:

A. $d: \frac{x+3}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{-3}$.

B. $d: \frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-3}$.

C. $d: \frac{x+1}{3} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{2}$.

D. $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+3}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Đường thẳng d đi qua điểm $A(3;-1;2)$ nhận vectơ pháp tuyến $\vec{n}_p=(1;1;-3)$ là vectơ chỉ

$$\text{phương nên } d: \frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-3}.$$

Câu 15: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình $\frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{-4}$.

Điểm nào sau đây **không** thuộc đường thẳng d ?

A. $P(7;2;1)$.

B. $Q(-2;-4;7)$.

C. $N(4;0;-1)$.

D. $M(1;-2;3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Thế tọa độ M vào phương trình đường thẳng d ta được $1=1=1$ (đúng), loại A

Thế tọa độ N vào phương trình đường thẳng d ta được $0=0=0$ (đúng), loại B

Thế tọa độ P vào phương trình đường thẳng d ta được $2=2=\frac{1}{2}$ (!), nhận C

Thế tọa độ Q vào phương trình đường thẳng d ta được $-1=-1=-1$ (đúng), loại D

- Câu 16:** Trong không gian $Oxyz$, một vector chỉ phương của đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2t \\ y = -1 + t \\ z = 1 \end{cases}$ là
- A. $\vec{v} = (2; -1; 0)$. B. $\vec{u} = (2; 1; 1)$. C. $\vec{m} = (2; -1; 1)$. D. $\vec{n} = (-2; -1; 0)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Dựa vào hệ số trước t trong phương trình tham số của đường thẳng Δ ta có một vector chỉ phương là $\vec{a} = (2; 1; 0)$ nên ta chọn đáp án B vì vector $\vec{n} = (-2; -1; 0)$ cùng phương với \vec{a} .

- Câu 17:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y - 3z - 2 = 0$. Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) có một vector chỉ phương là
- A. $\vec{u}_4 = (1; 2; 3)$ B. $\vec{u}_3 = (1; -3; -2)$ C. $\vec{u}_1 = (1; -2; -2)$ D. $\vec{u}_2 = (1; -2; -3)$

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $(P): x - 2y - 3z - 2 = 0$, suy ra một VTPT của (P) là $\vec{u}_2 = (1; -2; -3)$.

- Câu 18:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{4}$. Điểm nào sau đây **không** thuộc đường thẳng d ?
- A. $P(1; -1; -5)$. B. $Q(5; -3; 3)$. C. $M(1; -1; -3)$. D. $N(3; -2; -1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Thay tọa độ điểm M vào phương trình đường thẳng d ta được $\frac{-2}{2} = \frac{1}{-1} = \frac{-2}{4}$ (vô lí). Vậy điểm M không thuộc đường thẳng d .

- Câu 19:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(0; 2; 0)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = 2 + t \\ z = -1 + t \end{cases}$.

Đường thẳng đi qua M , cắt và vuông góc với d có phương trình là

- A. $\frac{x}{-1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{2}$ B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{-2}$ C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2}$ D. $\frac{x}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{2}$

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $d: \begin{cases} \text{qua } N(4; 2; -1) \\ \text{vtcp } \vec{u}_d = (3; 1; 1) \end{cases}$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của M lên $d \Leftrightarrow \begin{cases} MH \perp d \\ H \in d \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \vec{MH} \cdot \vec{u}_d = 0 \\ H \in d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = 2 + t \\ z = -1 + t \\ 3x + y - 2 + z = 0 \end{cases} \Rightarrow H(1; 1; -2).$$

Đường thẳng Δ đi qua M và vuông góc với d có vector chỉ phương là $\vec{MH} = (1; -1; -2)$.

$$\text{Phương trình } \Delta: \frac{x}{-1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{2}.$$

Câu 20: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{3}$ đi qua những điểm nào sau đây?

A. $B(2;2;0)$

B. $C(-3;0;3)$

C. $D(3;0;3)$

D. $A(-2;2;0)$

Hướng dẫn giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \frac{3-2}{1} = \frac{0+2}{2} = \frac{3}{3} = 1 \text{ nên đường thẳng } d \text{ đi qua điểm } D.$$

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+3y+2z+2=0$ và $(Q): x-3y+2z+1=0$.

Phương trình đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và song song với hai mặt phẳng (P) , (Q) là

A. $\frac{x}{9} = \frac{y}{-12} = \frac{z}{-2}$.

B. $\frac{x}{12} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{-9}$.

C. $\frac{x}{9} = \frac{y}{12} = \frac{z}{-2}$.

D. $\frac{x}{12} = \frac{y}{2} = \frac{z}{-9}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

(P) có VTPT $\vec{n} = (2;3;2)$, (Q) có VTPT $\vec{n}' = (1;-3;2)$.

Do đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và song song với hai mặt phẳng (P) , (Q) nên đường thẳng có VTCP $\vec{u} = [\vec{n}, \vec{n}'] = (12;-2;-9)$.

$$\text{Vậy phương trình đường thẳng là } \frac{x}{12} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{-9}.$$

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;1;-5)$, hai mặt phẳng $(P): x-y+z-4=0$ và $(Q): 2x+y+z+4=0$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A đồng thời Δ song song với hai mặt phẳng (P) và (Q) .

A. $\Delta: \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+5}{-3}$.

B. $\Delta: \frac{x+3}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-5}{-3}$.

C. $\Delta: \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+5}{-3}$.

D. $\Delta: \frac{x-3}{-2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+5}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}_1 = (1;-1;1)$.

Vector pháp tuyến của mặt phẳng (Q) là $\vec{n}_2 = (2;1;1)$.

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \neq \frac{-1}{1} \neq \frac{1}{1} \Rightarrow \vec{n}_1 \text{ và } \vec{n}_2 \text{ không cùng phương.}$$

$\Rightarrow (P)$ và (Q) cắt nhau.

Mặt khác: $A \notin (P)$, $A \notin (Q)$.

$$\text{Ta có: } [\vec{n}_1, \vec{n}_2] = (-2;1;3).$$

Đường thẳng Δ đi qua $A(3;1;-5)$ và nhận vector $\vec{n} = (2;-1;-3)$ làm vector chỉ phương.

$$\text{Phương trình chính tắc của đường thẳng } \Delta \text{ là: } \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+5}{-3}.$$

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -1)$, đường thẳng d có phương trình

$\frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z}{2}$ và mặt phẳng (α) có phương trình $x + y - z + 3 = 0$. Đường thẳng Δ đi qua điểm A , cắt d và song song với mặt phẳng (α) có phương trình là

A. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{1}$

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}$

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{1}$

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{-1}$

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi $B(3+t; 3+3t; 2t)$ là giao điểm của d và Δ . Đường thẳng Δ nhận $\overrightarrow{AB}(2+t; 1+3t; 2t+1)$ làm vec tơ chỉ phương.

Vì $\Delta \in (\alpha)$ nên $\overrightarrow{AB} \cdot \vec{n}_\alpha = 0$. Suy ra

$$(2+t) + (1+3t) - (2t+1) = 0 \Leftrightarrow 2+2t = 0 \Leftrightarrow t = -1. \text{ Suy ra } B(2; 0; -2).$$

Vec tơ chỉ phương của đường thẳng Δ : $\overrightarrow{AB} = (1; -2; -1)$

Phương trình đường thẳng Δ : $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{-1}$.

Câu 24: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) : $x+2y+2z+5=0$ và đường thẳng

$d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}$. Đường thẳng Δ nằm trên mặt phẳng (P) , đồng thời vuông góc và cắt đường thẳng d có phương trình là

A. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z+1}{2}$

B. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-1}{-2}$.

C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-1}{2}$.

D. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Vector pháp tuyến của (P) là $\vec{n} = (3; 2; -1)$.

Vector chỉ phương của d là $\vec{u} = (2; 2; 1)$.

$[\vec{u}, \vec{n}] = (2; -3; 2)$ là vector chỉ phương của Δ .

Mặt khác, do Δ cắt d nên Δ đi qua giao điểm M của d và mặt phẳng (P) .

Tọa độ giao điểm M của d và (P) là nghiệm hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} x = 1+2t \\ y = 1+2t \\ z = t \\ x+2y+2z+5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ x = -1 \\ y = -1 \\ z = -1 \end{cases} \Rightarrow M(-1; -1; -1).$$

Vậy phương trình đường thẳng Δ là $\frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z+1}{2}$.

Câu 25: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{2}$ và

$$\Delta_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{3}. \text{ Phương trình đường thẳng song song với } d: \begin{cases} x=3 \\ y=-1+t \\ z=4+t \end{cases} \text{ và cắt hai đường}$$

thẳng $\Delta_1; \Delta_2$ là

$$\text{A. } \begin{cases} x=-2 \\ y=-3+t \\ z=-3+t \end{cases} \quad \text{B. } \begin{cases} x=2 \\ y=-3+t \\ z=3+t \end{cases} \quad \text{C. } \begin{cases} x=2 \\ y=3-t \\ z=3-t \end{cases} \quad \text{D. } \begin{cases} x=-2 \\ y=-3-t \\ z=-3-t \end{cases}$$

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm. Gọi $A = \Delta \cap \Delta_1, B = \Delta \cap \Delta_2$

$$A \in \Delta_1 \Rightarrow A(-1+3a; 2+a; 1+2a)$$

$$B \in \Delta_2 \Rightarrow B(1+b; 2b; -1+3b)$$

$$\overrightarrow{AB} = (-3a+b+2; -a+2b-2; -2a+3b-2)$$

$$d \text{ có vector chỉ phương } \overrightarrow{a_d} = (0; 1; 1)$$

$$\Delta // d \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{a_d} \text{ cùng phương}$$

$$\Leftrightarrow \text{có một số } k \text{ thỏa } \overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{a_d} \Leftrightarrow \begin{cases} -3a+b+2=0 \\ -a+2b-2=k \\ -2a+3b-2=k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3a+b=-2 \\ -a+2b-k=2 \\ -2a+3b-k=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=1 \\ k=-1 \end{cases}$$

$$\text{Ta có } A(2; 3; 3); B(2; 2; 2)$$

$$\Delta \text{ đi qua điểm } A(2; 3; 3) \text{ và có vector chỉ phương } \overrightarrow{AB} = (0; -1; -1)$$

$$\text{Vậy phương trình của } \Delta \text{ là } \begin{cases} x=2 \\ y=3-t \\ z=3-t \end{cases}$$

Câu 26: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1; 0; 2)$ và đường thẳng d có phương trình:

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}. \text{ Viết phương trình đường thẳng } \Delta \text{ đi qua } A, \text{ vuông góc và cắt } d.$$

$$\text{A. } \Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}.$$

$$\text{B. } \Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}.$$

$$\text{C. } \Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-2}{1}.$$

$$\text{D. } \Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}.$$

Hướng dẫn giải

Chọn A

$$\text{Do } \Delta \text{ cắt } d \text{ nên tồn tại giao điểm giữa chúng. Gọi } B = \Delta \cap d \Leftrightarrow \begin{cases} B \in \Delta \\ B \in d \end{cases}$$

$$\text{Phương trình tham số của } d: \begin{cases} x=t+1 \\ y=t \\ z=t-1 \end{cases}, t \in \mathbb{R}. \text{ Do } B \in d, \text{ suy ra}$$

$$B(t+1; t; t-1) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (t; t; 2t-3). \text{ Do } A, B \in \Delta \text{ nên } \overrightarrow{AB} \text{ là vector chỉ phương của } \Delta.$$

Theo đề bài, Δ vuông góc d nên $\overrightarrow{AB} \perp \vec{u}$, ($\vec{u} = (1; 1; 2)$) ($\vec{u} = (1; 1; 2)$ là vector chỉ phương của d). Suy ra $\overrightarrow{AB} \cdot \vec{u} = 0$. Giải được $t = 1 \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (1; 1; -1)$. Vậy $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}$

BÀI 6: TOÁN TỔNG HỢP VỀ PP TỌA ĐỘ KHÔNG GIAN

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - 2y - z + 3 = 0$ và điểm $M(1; -2; 13)$. Tính khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (α) .

- A. $d(M, (\alpha)) = \frac{5}{3}$. B. $d(M, (\alpha)) = 4$. C. $d(M, (\alpha)) = \frac{4}{3}$. D. $d(M, (\alpha)) = \frac{2}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$$\text{Ta có } d(M, (\alpha)) = \frac{|2 \cdot 1 - 2 \cdot (-2) - 13 + 3|}{\sqrt{4 + 4 + 1}} = \frac{4}{3}.$$

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z + 5 = 0$ và điểm $A(-1; 3; -2)$. Khoảng cách d từ điểm A đến mặt phẳng (P) bằng

- A. $d = 1$. B. $d = \frac{2}{3}$. C. $d = \frac{3\sqrt{14}}{14}$. D. $d = \frac{\sqrt{14}}{7}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$$\text{Khoảng cách từ điểm } A \text{ đến mặt phẳng } (P) \text{ là: } d = \frac{|-1 - 2 \cdot 3 - 2 \cdot (-2) + 5|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + (-2)^2}} = \frac{2}{3}.$$

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 3 = 0$ và $(Q): x + 2y - 2z - 1 = 0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng đã cho là

- A. $\frac{4}{3}$. B. $\frac{2}{3}$. C. 4. D. $\frac{4}{9}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Lấy $A(1; 1; 3) \in (P)$. Do (P) song song với (Q) nên Ta có

$$d((P), (Q)) = d(A, (Q)) = \frac{|1 + 2 \cdot 1 - 2 \cdot 3 - 1|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2}} = \frac{4}{3}$$

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x - 3y + z - 4 = 0$; $(Q): 5x - 3y - 2z - 7 = 0$

Vị trí tương đối của (P) & (Q) là

- A. Vuông góc. B. Trùng nhau.
C. Song song. D. Cắt nhưng không vuông góc.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$$\vec{n}_{(P)} = (2; -3; 1); \vec{n}_{(Q)} = (5; -3; -2) \Rightarrow \vec{n}_{(P)} \neq k \cdot \vec{n}_{(Q)} (k \neq 0).$$

$\vec{n}_{(P)} \cdot \vec{n}_{(Q)} \neq 0$. Vậy vị trí tương đối của (P) & (Q) là cắt nhưng không vuông góc.

Câu 5: Khoảng cách từ điểm $M(-2; -4; 3)$ đến mặt phẳng (P) có phương trình $2x - y + 2z - 3 = 0$ là:

- A. 3. B. 1. C. 2. D. Đáp án khác.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 3)$. Hình chiếu vuông góc của M trên (Oxz) là điểm nào sau đây.

A. $K(0;2;3)$.

B. $H(1;2;0)$.

C. $F(0;2;0)$.

D. $E(1;0;3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Hình chiếu vuông góc của $M(1;2;3)$ trên (Oxz) là điểm $E(1;0;3)$.

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2;-1;1)$, tìm tọa độ M' là hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng (Oxy) .

A. $M'(2;1;-1)$.

B. $M'(0;0;1)$.

C. $M'(2;-1;0)$.

D. $M'(-2;1;0)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z - 4 = 0$ và điểm $A(-1;2;-2)$. Tính khoảng cách d từ A đến mặt phẳng (P) .

A. $d = \frac{4}{3}$.

B. $d = \frac{8}{9}$.

C. $d = \frac{2}{3}$.

D. $d = \frac{5}{9}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$$\text{Ta có } d(A, (P)) = \frac{|-2 - 2 + 4 - 4|}{\sqrt{4 + 1 + 4}} = \frac{4}{3}.$$

Câu 9: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + 4y + 2z + 4 = 0$ và điểm $A(1;-2;3)$. Tính khoảng cách d từ điểm A đến mặt phẳng (P) .

A. $d = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

B. $d = \frac{5}{9}$.

C. $d = \frac{5}{29}$.

D. $d = \frac{5}{\sqrt{29}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$$d(A; (P)) = \frac{|3 \cdot 1 + 4 \cdot (-2) + 2 \cdot 3 + 4|}{\sqrt{3^2 + 4^2 + 2^2}} = \frac{5}{\sqrt{29}}.$$

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-3;5)$. Tìm tọa độ A' là điểm đối xứng với A qua trục Oy .

A. $A'(-2;-3;5)$

B. $A'(-2;-3;-5)$

C. $A'(2;3;5)$

D. $A'(2;-3;-5)$

Hướng dẫn giải

Chọn B

Gọi H là hình chiếu vuông góc của $A(2;-3;5)$ lên Oy . Suy ra $H(0;-3;0)$ Khi đó H là trung điểm đoạn AA' .

$$\begin{cases} x_{A'} = 2x_H - x_A = -2 \\ y_{A'} = 2y_H - y_A = -3 \\ z_{A'} = 2z_H - z_A = -5 \end{cases} \Rightarrow A'(-2;-3;-5).$$

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(5;7;-13)$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng (Oyz) . Tọa độ điểm H là?

A. $H(5;0;-13)$

B. $H(0;7;-13)$

C. $H(5;7;0)$

D. $H(0;-7;13)$

Hướng dẫn giải

Chọn B

Do H là hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng tọa độ (Oyz) nên $H(0;7;-13)$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(-1;2;1)$, hình chiếu vuông góc của điểm A lên mặt phẳng tọa độ (Oxy) là

- A. $P(0;2;1)$ B. $N(-1;0;1)$ C. $Q(0;2;0)$ D. $M(-1;2;0)$

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi d là đường thẳng đi qua điểm A và vuông góc với mặt phẳng (Oxy) .

Phương trình tham số của đường thẳng d có dạng:
$$\begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \\ z = 1+t \end{cases}.$$

Gọi A' là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (Oxy) . Ta có $\{A'\} = d \cap (Oxy)$.

Vậy tọa độ của A' là nghiệm của phương trình
$$\begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \\ z = 1+t \\ z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \\ z = 0 \\ t = -1 \end{cases}.$$

Vậy hình chiếu vuông góc của $A(-1;2;1)$ lên mặt phẳng tọa độ (Oxy) là $M(-1;2;0)$.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 3y + 6z + 19 = 0$ và điểm $A(-2;4;3)$. Gọi d là khoảng cách từ A đến mặt phẳng (P) . Khi đó d bằng

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$$d = \frac{|-4 - 12 + 18 + 19|}{\sqrt{2^2 + 3^2 + 6^2}} = \frac{21}{7} = 3.$$

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0,-1,2)$ và mặt phẳng (α) có phương trình $4x + y - 2z - 3 = 0$. Tính khoảng cách d từ A đến mặt phẳng (α) .

- A. $d = \sqrt{\frac{8}{21}}$. B. $d = \frac{8}{\sqrt{21}}$. C. $d = \frac{7}{\sqrt{21}}$. D. $d = \frac{8}{21}$.

Câu 15: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tính khoảng cách từ điểm $M(1; 2;-3)$ đến mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 2 = 0$.

- A. 3. B. $\frac{11}{3}$. C. $\frac{1}{3}$. D. 1.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$$\text{Ta có } d(M, (P)) = \frac{|1 + 4 + 6 - 2|}{\sqrt{1 + 4 + 4}} = 3.$$

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai mặt phẳng $(P): 8x - 4y - 8z - 11 = 0$; $(Q): \sqrt{2}x - \sqrt{2}y + 7 = 0$.

A. $\frac{\pi}{6}$.

B. $\frac{\pi}{3}$.

C. $\frac{\pi}{4}$.

D. $\frac{\pi}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$$\vec{n}_{(P)} = (8; -4; -8); \vec{n}_{(Q)} = (\sqrt{2}; -\sqrt{2}; 0).$$

$$\text{Gọi } \alpha \text{ là góc giữa hai mặt phẳng } (P) \text{ \& } (Q) \text{ ta có } \cos \alpha = \frac{|\vec{n}_{(P)} \cdot \vec{n}_{(Q)}|}{|\vec{n}_{(P)}| \cdot |\vec{n}_{(Q)}|} = \frac{12\sqrt{2}}{24} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Vậy } \alpha = \frac{\pi}{4}.$$

Câu 17: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x + 3y + 4z - 12 = 0$ cắt trục Oy tại điểm có tọa độ là

A. $(0; 4; 0)$

B. $(0; 6; 0)$

C. $(0; 3; 0)$

D. $(0; -4; 0)$

Hướng dẫn giải

Chọn A

$$\text{Gọi } M = Oy \cap (P) \Rightarrow M(0; b; 0). M \in (P) \Rightarrow 3b - 12 = 0 \Leftrightarrow b = 4. \text{ Vậy } M(0; 4; 0).$$

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc M' của điểm $M(1; -1; 2)$ trên Oy có tọa độ là

A. $(0; 0; 2)$.

B. $(0; 1; 0)$.

C. $(0; -1; 0)$.

D. $(1; 0; 0)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Câu 19: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu của điểm $M(1; -3; -5)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là

A. $(0; -3; 0)$.

B. $(0; -3; -5)$.

C. $(0; -3; 5)$.

D. $(1; -3; 0)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Câu 20: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{3}$ và

$$d_2: \frac{x+1}{4} = \frac{y+5}{2} = \frac{z-1}{6}. \text{ Xét vị trí tương đối giữa } d_1 \text{ và } d_2.$$

A. d_1 chéo d_2 .

B. d_1 cắt d_2 .

C. d_1 song song với d_2 .

D. d_1 trùng d_2 .

Hướng dẫn giải

Chọn C

$$d_1 \text{ qua } M_1(3; 1; -2) \text{ và có VTCP } \vec{u}_1 = (2; 1; 3)$$

$$d_2 \text{ qua } M_2(-1; -5; 1) \text{ và có VTCP } \vec{u}_2 = (4; 2; 6)$$

Để thấy \vec{u}_1 cùng phương với \vec{u}_2 và $M_1 \notin d_2$ nên suy ra d_1 song song với d_2 .

Câu 21: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(-1; 2; 1)$, $B(-4; 2; -2)$, $C(-1; -1; -2)$, $D(-5; -5; 2)$. Tính khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (ABC)

A. $d = 3\sqrt{3}$.

B. $d = 4\sqrt{3}$.

C. $d = \sqrt{3}$.

D. $d = 2\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-3; 0; -3)$, $\overrightarrow{AC} = (0; -3; -3) \Rightarrow \vec{n} = [\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}] = (-9; -9; 9)$

\Rightarrow Phương trình mặt phẳng (ABC) là: $x + y - z = 0$

$$\Rightarrow d[D; (ABC)] = \frac{|-5 - 5 - 2|}{\sqrt{1^2 + 1^2 + (-1)^2}} = 4\sqrt{3}.$$

Câu 22: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{2}$ và

$$d_2: \frac{x+1}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z-3}{1}. \text{ Góc giữa hai đường thẳng đó bằng}$$

- A. 45° . B. 60° . C. 30° . D. 90° .

Hướng dẫn giải

Chọn D

☐ Đường thẳng d_1 có vectơ chỉ phương $\vec{u}_1 = (1; -1; 2)$.

☐ Đường thẳng d_2 có vectơ chỉ phương $\vec{u}_2 = (-1; 1; 1)$.

☐ Gọi α là góc giữa hai đường thẳng trên, ta có:

$$\text{Khi đó } \cos \alpha = |\cos(\vec{u}_1; \vec{u}_2)| = \frac{|1 \cdot (-1) + (-1) \cdot 1 + 2 \cdot 1|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2 + 2^2} \cdot \sqrt{(-1)^2 + 1^2 + 1^2}} = 0 \Rightarrow (\widehat{d_1; d_2}) = 90^\circ.$$

Câu 23: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 2z - 3 = 0$. Hỏi trong các mặt phẳng sau, đâu là mặt phẳng không có điểm chung với mặt cầu (S) ?

- A. $(\alpha_3): x - 2y + 2z - 3 = 0$. B. $(\alpha_4): 2x + 2y - z + 10 = 0$.
C. $(\alpha_1): x - 2y + 2z - 1 = 0$. D. $(\alpha_2): 2x - y + 2z + 4 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

(S) có tâm $I(1; -2; 1)$ và bán kính $R = 3$.

Lần lượt tính khoảng cách từ I đến (α_i) ($i = 1, 2, 3, 4$) và so sánh với R .

Ta có (α_i) và (S) không có điểm chung khi và chỉ khi $d(I, (\alpha_i)) > R$.

$$\text{Ta có } d(I, (\alpha_2)) = \frac{10}{3} > R.$$

Câu 24: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z + 8 = 0$ và mặt cầu

$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 2z - 2 = 0$. Gọi $I(a, b, c)$ là tâm đường tròn giao tuyến của mặt cầu (S) với mặt phẳng (P) . Giá trị của tổng $S = a + b + c$ bằng

- A. 1. B. 2. C. -1. D. -2.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2; 2; -1)$.

Mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 2z - 2 = 0 \Leftrightarrow (x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 16$ có tâm $I'(3; -2; 1)$ và bán kính $R = 4$.

Ta có $d(I', (P)) = \frac{|2 \cdot 3 + 2(-2) - 1 + 8|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + (-1)^2}} = 3 < R$ nên mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) .

Gọi Δ là đường thẳng đi qua $I'(3; -2; 1)$ và vuông góc với mặt phẳng (P) khi đó Δ có một véc tơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; 2; -1)$, phương trình đường thẳng Δ :
$$\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -2 + 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$$

Gọi I là tâm đường tròn giao tuyến khi đó $I = d \cap (P)$. Thay phương trình đường thẳng Δ vào phương trình mặt phẳng (P) ta được: $2(3 + 2t) + 2(-2 + 2t) - (1 - t) + 8 = 0 \Leftrightarrow t = -1$.

Với $t = -1$ thì $I(1; -4; 2) \Rightarrow S = a + b + c = 1 - 4 + 2 = -1$.

Câu 25: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x + 2y + 3z - 6 = 0$ và đường thẳng

$\Delta: \frac{x+1}{-1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Δ cắt và không vuông góc với (α) . B. $\Delta \subset (\alpha)$.
C. $\Delta // (\alpha)$. D. $\Delta \perp (\alpha)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Đường thẳng Δ qua $A(-1; -1; 3)$ và có vector chỉ phương $\vec{u} = (-1; -1; 1)$.

Mặt phẳng (α) có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 2; 3)$.

Nhận thấy: $\vec{u} \cdot \vec{n} = 0$ và $A \in (\alpha)$ nên $\Delta \subset (\alpha)$.

Câu 26: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 0; 1)$, $B(1; 2; -3)$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng tọa độ (Oyz) tại điểm $M(x_M; y_M; z_M)$. Giá trị của biểu thức $T = x_M + y_M + z_M$ là

- A. 0. B. 4. C. 2. D. -4.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Đường thẳng AB có vector chỉ phương là $\vec{AB} = (2; 2; -4)$.

Phương trình AB :
$$\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2t \\ z = 1 - 4t \end{cases}$$

Tọa độ giao điểm $M(x_M; y_M; z_M)$ của đường thẳng AB và mặt phẳng tọa độ (Oyz) thỏa hệ

$$\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2t \\ z = 1 - 4t \\ x = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \\ z = -1 \end{cases}$$

Vậy $M(0; 1; -1)$, do đó giá trị của biểu thức $T = x_M + y_M + z_M = 0$.

Câu 27: Cho mặt phẳng $(P): 2x + y + 3z + 1 = 0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = -3 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = 1 \end{cases}$

Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. d cắt (P) . B. $d // (P)$. C. $d \subset (P)$. D. $d \perp (P)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Mp (P) có VTPT $\vec{n} = (2; 1; 3)$, đường thẳng d đi qua điểm $M(-3; 2; 1)$ và có VTCP $\vec{a} = (1; -2; 0)$.

Ta xét: $\vec{n} \cdot \vec{a} = 0$ và điểm $M \in (P)$ nên $d \subset (P)$.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1; 3; -2)$, $B(3; 5; -12)$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng Oyz tại

N . Tính tỉ số $\frac{BN}{AN}$.

- A. $\frac{BN}{AN} = 2$. B. $\frac{BN}{AN} = 5$. C. $\frac{BN}{AN} = 3$. D. $\frac{BN}{AN} = 4$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$$\text{Đường thẳng } AB: \begin{cases} \text{qua } A(1; 3; -2) \\ \text{VTCP } \overrightarrow{AB} = (2; 2; -10) = 2(1; 1; -5) \end{cases} \Rightarrow AB: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 + t \\ z = -2 - 5t \end{cases}$$

$$N = AB \cap (Oyz). N \in (AB) \Rightarrow N(1+t; 3+t; -2-5t), N \in (Oyz) \Rightarrow 1+t=0 \Rightarrow t=-1 \Rightarrow N(0; 2; 3)$$

$$\Rightarrow AN = 3\sqrt{3}, BN = 9\sqrt{3} \Rightarrow \frac{BN}{AN} = 3.$$

Câu 29: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 3 = 0$ và $(Q): x + 2y - 2z - 1 = 0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) là:

- A. $\frac{4}{9}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{4}{3}$. D. $-\frac{4}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $(P) // (Q)$ nên chọn điểm $A\left(0; 0; \frac{3}{2}\right) \in (P)$.

$$\text{Khi đó: } d((P); (Q)) = d(A; (Q)) = \frac{\left|0 + 2 \cdot 0 - 2 \cdot \frac{3}{2} - 1\right|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2}} = \frac{4}{3}.$$

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x + y - 2z - 5 = 0$ và đường thẳng

$\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{3}$. Gọi A là giao điểm của Δ và (P) ; và M là điểm thuộc đường thẳng Δ sao cho $AM = \sqrt{84}$. Tính khoảng cách từ M đến mặt phẳng (P) .

- A. 3 B. 5 C. $\sqrt{6}$ D. $\sqrt{14}$

Hướng dẫn giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \sin(\Delta, (P)) = \frac{|\vec{u}_\Delta \cdot \vec{n}_P|}{|\vec{u}_\Delta| \cdot |\vec{n}_P|} = \frac{3}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{14}} = \frac{\sqrt{21}}{14}.$$

Gọi H là hình chiếu của điểm M lên mặt phẳng. Khi đó ta có tam giác ΔAMH là tam giác vuông tại H nên $\sin(\Delta, (P)) = \sin \widehat{MAH} = \frac{MH}{MA} \Rightarrow MH = 3$.

Câu 31: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-1}{2}$ và

$$d': \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{1}. \text{ Tính khoảng cách } h \text{ giữa hai đường thẳng } d \text{ và } d'.$$

A. $h = \frac{10\sqrt{21}}{21}$. B. $h = \frac{4\sqrt{21}}{21}$. C. $h = \frac{22\sqrt{21}}{21}$. D. $h = \frac{8\sqrt{21}}{21}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

d có vector chỉ phương $\vec{u} = (2; 3; 2)$, đi qua $M(-1; -1; 1)$.

d' có vector chỉ phương $\vec{u}' = (2; 1; 1)$, đi qua $M'(1; -2; 3)$.

Ta có: $[\vec{u}, \vec{u}'] = (1; 2; -4)$, $\overrightarrow{MM'} = (2; -1; 2) \Rightarrow [\vec{u}, \vec{u}'] \cdot \overrightarrow{MM'} = 1 \cdot 2 + 2 \cdot (-1) + (-4) \cdot 2 = -8 \neq 0$
 $\Rightarrow d, d'$ chéo nhau.

$$\text{Khi đó: khoảng cách } h \text{ giữa hai đường thẳng } d \text{ và } d' \text{ là: } h = \frac{|[\vec{u}, \vec{u}'] \cdot \overrightarrow{MM'}|}{\|[\vec{u}, \vec{u}']\|} = \frac{8}{\sqrt{21}} = \frac{8\sqrt{21}}{21}.$$

Câu 32: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; -1; 1)$, $B(4; 2; -3)$. Gọi A' là hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (Oxy) và B' là hình chiếu vuông góc của B trên mặt phẳng (Oyz) . Độ dài đoạn thẳng $A'B'$ bằng

A. 2. B. 3. C. $2\sqrt{3}$. D. $3\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Do A' là hình chiếu vuông góc của $A(3; -1; 1)$ trên mặt phẳng (Oxy) nên $A'(3; -1; 0)$.

Do B' là hình chiếu vuông góc của $B(4; 2; -3)$ trên mặt phẳng (Oyz) nên $B'(0; 2; -3)$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{A'B'} = (-3; 3; -3) \Rightarrow |\overrightarrow{A'B'}| = \sqrt{(-3)^2 + 3^2 + (-3)^2} = 3\sqrt{3}.$$

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): x + 2y - z - 1 = 0$ và $(\beta): 2x + 4y - mz - 2 = 0$.

Tìm m để (α) và (β) song song với nhau.

A. $m = 1$. B. $m = 2$.
 C. $m = -2$. D. Không tồn tại m .

Hướng dẫn giải

Chọn D

Mặt phẳng (α) có một VTPT là $\vec{n}_1 = (1; 2; -1)$.

Mặt phẳng (β) có một VTPT là $\vec{n}_2 = (2; 4; -m)$.

$$\text{Ta có } (\alpha) // (\beta) \Leftrightarrow \frac{2}{1} = \frac{4}{2} = \frac{-m}{-1} \neq \frac{-2}{-1} \Leftrightarrow m \in \emptyset.$$

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x + 4y + 3z - 5 = 0$ và

$(Q): mx - ny - 6z + 2 = 0$. Giá trị của m, n sao cho (P) song song với (Q) là:

- A. $m = 4; n = -8$ B. $m = n = 4$ C. $m = -4; n = 8$ D. $m = n = -4$

Hướng dẫn giải

Chọn C

(P) song song với (Q) khi và chỉ khi: $\frac{m}{2} = \frac{-n}{4} = \frac{-6}{3} \neq \frac{2}{-5}$.

$$\text{Do đó: } \begin{cases} \frac{m}{2} = -2 \\ \frac{-n}{4} = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -4 \\ n = 8 \end{cases}.$$

Câu 35: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, khoảng cách h từ điểm $A(-4; 3; 2)$ đến trục Ox là

- A. $h = \sqrt{13}$. B. $h = 3$. C. $h = 2\sqrt{5}$. D. $h = 4$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Điểm $H(-4; 0; 0)$ là hình chiếu của A lên trục Ox nên $h = AH = \sqrt{13}$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}; 0\right)$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 8$. Đường

thẳng d thay đổi, đi qua điểm M , cắt mặt cầu (S) tại hai điểm A, B phân biệt. Tính diện tích lớn nhất S của tam giác OAB .

- A. $S = 2\sqrt{7}$. B. $S = 2\sqrt{2}$. C. $S = \sqrt{7}$. D. $S = 4$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Cách 1: Mặt cầu (S) có tâm $O(0; 0; 0)$ và bán kính $R = 2\sqrt{2}$.

$$\text{Có } OM = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = 1 \text{ nên } M \text{ nằm trong mặt cầu}$$

Khi đó diện tích AOB lớn nhất khi $OM \perp AB$. Khi đó $AB = 2\sqrt{R^2 - OM^2} = 2\sqrt{7}$ và

$$S_{AOB} = \frac{1}{2} OM \cdot AB = \sqrt{7}$$

Cách 2: gọi H là hình chiếu của O xuống đường thẳng d , đặt $OH = x$ ($0 < x \leq 1$) Khi đó

$$AB = 2\sqrt{R^2 - OH^2} = 2\sqrt{8 - x^2} \text{ và } S_{AOB} = \frac{1}{2} OH \cdot AB = x\sqrt{8 - x^2}.$$

Khảo sát hàm số $f(x) = x\sqrt{8 - x^2}$ trên $(0; 1]$ thu được giá trị lớn nhất của hàm số là $\sqrt{7}$ Đạt được tại $x = 1$

Câu 37: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z = 0$ và đường

$$\text{thẳng } d: \begin{cases} x = mt \\ y = m^2 t \\ z = mt \end{cases} \text{ với } m \text{ là tham số. Tìm tất cả các giá trị của tham số } m \text{ để đường thẳng } d$$

tiếp xúc với mặt cầu (S) .

A. $m = -2$.

B. $\begin{cases} m = -2 \\ m = 0 \end{cases}$.

C. $m = 0$.

D. $m = 1$.

Hướng dẫn giải**Chọn A**

$$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 3.$$

Dựa vào phương trình tham số của đường thẳng d ta thấy vector chỉ phương của d là $\vec{u} = (m; m^2; m)$ và đi qua điểm $O(0;0;0)$.

Đường thẳng d tiếp xúc với mặt cầu $(S) \Leftrightarrow d_{(I;d)} = R$ với $I(1;1;1)$ và $R = \sqrt{3}$ là tâm và bán kính mặt cầu (S) . Ta có $[\overrightarrow{OI}, \vec{u}] = (m^2 - m; 0; m - m^2)$.

$$\Leftrightarrow \frac{[\overrightarrow{OI}, \vec{u}]}{|\vec{u}|} = R \Leftrightarrow \frac{\sqrt{(m^2 - m)^2 + (m - m^2)^2}}{\sqrt{m^2 + m^4 + m^2}} = \sqrt{3} \Leftrightarrow \frac{2(m^2 - m)^2}{m^4 + 2m^2} = 3$$

$$\Leftrightarrow 2m^4 - 4m^3 + 2m^2 = 3m^4 + 6m^2 \Leftrightarrow m^4 + 4m^3 + 4m^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = -2 \end{cases}.$$

Loại đáp án $m = 0$ vì khi $m = 0$ thì $\vec{u} = (0;0;0)$ không thể là vector chỉ phương của d .

Vậy $m = -2$.

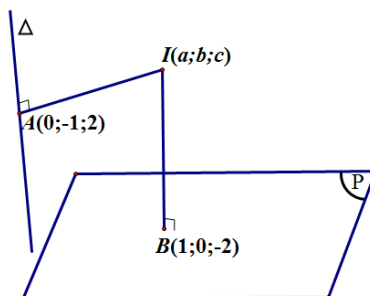
Câu 38: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, $A(0; -1; 2)$ và $B(1; 0; -2)$ lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm $I(a; b; c)$ trên $\Delta: \frac{x}{4} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-1}$ và $(P): 2x - y - 2z - 6 = 0$. Tính $S = a + b + c$.

A. 0.

B. $4 + \sqrt{3}$.

C. $3 + \sqrt{2}$.

D. $5 + \sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải**Chọn A**

Ta có $\Delta: \frac{x}{4} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-1} \Rightarrow \vec{a} = (4; 1; -1)$

$(P): 2x - y - 2z - 6 = 0 \Rightarrow \vec{n} = (2; -1; -2)$

Gọi d là đường thẳng đi qua $B(1; 0; -2)$ và vuông góc với $mp(P)$, phương trình tham số của d là:

$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -t \\ z = -2 - 2t \end{cases}$$

Vì B là hình chiếu của I trên (P) nên $I \in d \Rightarrow I(1 + 2t; -t; -2 - 2t)$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AI} = (1 + 2t; 1 - t; -4 - 2t)$$

Vì A là hình chiếu của I trên Δ nên

$$\Rightarrow \overrightarrow{AI} \perp \vec{a} \Rightarrow \overrightarrow{AI} \cdot \vec{a} = 0 \Rightarrow 4(1 + 2t) + 1 - t - (-4 - 2t) = 0 \Rightarrow t = -1$$

Do đó $I(1+2t; -t; -2-2t) = (-1; 1; 0) \Rightarrow a = -1; b = 1; c = 0$

Vậy $a+b+c=0$.

Câu 39: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{-1}$ và điểm

$I(2; 1; -1)$. Mặt cầu tâm I tiếp xúc với đường thẳng Δ cắt trục Ox tại hai điểm A, B . Tính độ dài đoạn AB .

A. $AB = \sqrt{6}$.

B. $AB = 24$.

C. $AB = 4$.

D. $AB = 2\sqrt{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$\Delta: \frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{-1}$ qua $A(-2; 1; 0)$ và có một vectơ chỉ phương là $\vec{n} = (2; 2; -1)$.

Mặt cầu tâm I tiếp xúc với đường thẳng Δ nên bán kính của mặt cầu là

$$R = d(I, \Delta) = \frac{|\overrightarrow{AI}, \vec{n}|}{|\vec{n}|} = 2\sqrt{2}.$$

Phương trình mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 8$.

Mặt cầu (S) cắt trục Ox tại $A(2+\sqrt{6}; 0; 0)$ và $B(2-\sqrt{6}; 0; 0)$.

Suy ra độ dài đoạn $AB = 2\sqrt{6}$.

Câu 40: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+2z+9=0$, mặt cầu (S) tâm

O tiếp xúc với mặt phẳng (P) tại $H(a; b; c)$. Tổng $a+b+c$ bằng

A. 1.

B. -1.

C. -2.

D. 2.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Tiếp điểm $H(a; b; c)$ là hình chiếu vuông góc của O lên $mp(P)$.

Đường thẳng Δ qua O và $\Delta \perp (P)$ có phương trình $\Delta: \begin{cases} x = t \\ y = -2t \\ z = 2t \end{cases}$

$\Rightarrow H = \Delta \cap (P)$, giải hệ phương trình $\begin{cases} x = t \\ y = -2t \\ z = 2t \\ x - 2y + 2z + 9 = 0 \end{cases}$ được $\begin{cases} t = -1 \\ x = -1; y = 2; z = -2 \end{cases}$

Vậy $H(-1; 2; -2)$ nên $a+b+c = -1+2-2 = -1$.