https://www.facebook.com/letrungkienmath https://sites.google.com/site/letrungkienmath

Toán tuổi thơ 2

NĂM THỨ MƯỜI BẢY
ISSN 1859-2740
159+160
05+06/2016
Giá: 20000đ

TRUNG HỌC CƠ SỞ

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM - BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

Toán TRUNG HỌC CƠ SỞ
Children's Fun Maths Journal
NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM - BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HỘI ĐỒNG BIÊN TẬP

Tổng biên tập: ThS. VŨ KIM THỦY
Thư kí tòa soạn: NGUYỄN NGỌC HÂN
Trưởng ban biên tập: TRẦN THỊ KIM CƯƠNG

ỦY VIÊN

NGND. VŨ HỮU BÌNH
TS. GIANG KHẮC BÌNH
TS. TRẦN ĐÌNH CHÂU
TS. VŨ ĐÌNH CHUẨN
TS. NGUYỄN MINH ĐỨC
ThS. NGUYỄN ANH DŨNG
TS. NGUYỄN MINH HÀ
PGS. TS. LÊ QUỐC HÁN
PGS. TSKH. VŨ ĐÌNH HÒA
TS. NGUYỄN ĐỨC HOÀNG
ThS. NGUYỄN VŨ LOAN
NGUYỄN ĐỨC TẤN
PGS. TS. TÔN THÂN
TRƯƠNG CÔNG THÀNH
PHẠM VĂN TRỌNG
ThS. HỒ QUANG VINH

TÒA SOẠN

Tầng 5, số 361 đường Trường Chinh,
quận Thanh Xuân, Hà Nội
Điện thoại (Tel): 04.35682701
Điện sao (Fax): 04.35682702
Điện thư (Email): toantuoitho@vnn.vn
Trang mạng (Website): http://www.toantuoitho.vn

ĐẠI DIỆN TẠI MIỀN NAM

NGUYỄN VIẾT XUÂN
55/12 Trần Đình Xu, P. Cầu Kho, Q.1, TP. HCM
ĐT: 08.66821199, DĐ: 0973 308199

Trị sự - Phát hành: TRỊNH THỊ TUYẾT TRANG, VŨ ANH THƯ, NGUYỄN HUYỀN THANH
Chế bản: ĐỖ TRUNG KIÊN
Mĩ thuật: TÚ ÂN

CHỊU TRÁCH NHIỆM XUẤT BẢN

Chủ tịch Hội đồng Thành viên NXBGD Việt Nam:
MẠC VĂN THIỆN
Tổng Giám đốc NXBGD Việt Nam:
GS. TS. VŨ VĂN HÙNG
Phó Tổng Giám đốc kiêm Tổng biên tập NXBGD Việt Nam:
TS. PHAN XUÂN THÀNH

TRONG SỐ NÀY

Danh sách học sinh đoạt giải Thi giải toán qua thư (Năm học 2015 - 2016) Tr 3

Dành cho học sinh lớp 6 & 7 Tr 4

Các dạng toán về đoạn thẳng trong hình học lớp 6
Võ Xuân Minh

Học ra sao? Giải toán thế nào? Tr 6

Sử dụng phương pháp đánh giá để giải hệ phương trình
Lê Đức Thuận, Cao Văn Dũng

Đo trí thông minh Tr 15

Đố bạn biết hình nào, số nào?
Nguyễn Đức Tấn

Nhìn ra thế giới Tr 16

Lời giải đề thi chọn đội tuyển dự thi Olympic Toán Quốc tế của Hồng Kông năm 2010 (Vòng 1)
Mai Vũ

Sai ở đâu? Sửa cho đúng Tr 17

Phương trình có nghiệm không?
Phan Đình Ánh

Cửa sổ AC Tr 27

20 năm học bổng ASEAN của Singapore cho học sinh lớp 9 Việt Nam
Vũ Kim Thủy

Phá án cùng thám tử Sêlôccôc Tr 28

Kẻ khả nghi
Bùi Phương Thảo

Đến với tiếng Hán Tr 30

Bài 67. Tôi từ thành phố Hồ Chí Minh tới (Tiếp theo kì trước)
Nguyễn Vũ Loan

TRONG SỐ NÀY

Học Toán bằng tiếng Anh Tr 31
Geometry
Vũ Đô Quan
Thách đấu! Thách đấu đây! Tr 33
Trận đấu thứ một trăm ba mươi bảy
Trần Bá Duy Linh
Bạn đọc phát hiện Tr 34
Tìm nhanh lời giải nhờ phát hiện trên hình vẽ có hai tam giác đồng dạng và trung điểm của cạnh
Nguyễn Đức Tấn
Dành cho các nhà toán học nhỏ Tr 36
Sử dụng bất đẳng thức quen thuộc để giải bài toán cực trị hình học
Lê Quốc Hán
Chuyện dạy và học toán Tr 39
Khơi dậy khả năng tự học và phát huy tính sáng tạo của học sinh qua hoạt động nhóm ngoài giờ học
Nguyễn Thị Bính
Cuộc thi Vui chào hè 2016 Tr 42
Đề thi các nước Tr 44
AMC 2015
Đỗ Trung Hiệu
Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ Tr 50
Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ toàn quốc 2016
TTT
Bạn muốn du học Tr 52
Phỏng vấn
Vũ Kim Thư
Com pa vui tính Tr 53
Ai đúng?
Nguyễn Đức Tấn
Câu lạc bộ Dễ hay khó Tr 54
Thử trả lời Toán học là gì?
Vũ Kim Thủy
Giờ ra chơi Tr 56
Vui cười
Đỗ Hồng Thịnh
Trang thơ Tr 57
Chữ và chữ số Tr 58
Kì 23
Trương Công Thành
Trường Olympic Tr 60
Hướng tới 50 năm RECSAM
Bính Nam Hà
Rubic Hỏi... Đáp Tr 63
Đề thi giải toán qua thư Tr 64

DANH SÁCH HỌC SINH ĐOẠT GIẢI
THI GIẢI TOÁN QUA THƯ

Năm học 2015 - 2016

✻ **Giải Vàng:** *Đặng Quang Anh*, 9A, THCS Nguyễn Chích, Đông Sơn, **Thanh Hóa**; *Lê Ngọc Hoa*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Tạ Nam Khánh*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**.

✻ **Giải Bạc:** *Nguyễn Minh Nghĩa*, 9B, THCS Nguyễn Thượng Hiền, Ứng Hòa, **Hà Nội**; *Nguyễn Văn Thanh Sơn*, 8/1, THCS Nguyễn Khuyến, **Đà Nẵng**; *Trần Quốc Lập*, 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Phạm Hiếu Ngân*, 7A, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Bùi Thị Minh Thư*, 7A, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh.**

✻ **Giải Đồng:** *Trần Thị Thu Huyền*, 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Nguyễn Hữu Trung Kiên*, 8A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Tạ Kim Thanh Hiền*, 7A4, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn An Na*, 7A, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Hoàng Mạnh Nghĩa*, 7D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**; *Lê Đình Thành*, 7D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**; *Cao Việt Hải Nam*, 9E, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Từ Tấn Dũng*, 7D, THPT chuyên Hà Nội - Amsterdam, Cầu Giấy, **Hà Nội.**

✻ **Giải khuyến khích:** *Bùi Anh Vũ*, 9B, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Lê Thị Hằng Nhi*, 7A, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, Hà Tĩnh; *Nguyễn Ngọc Ánh*, 7A, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Nguyễn Văn Cường*, 8A, THCS Hợp Tiến, Nam Sách, **Hải Dương**, *Nguyễn Sỹ Quyền*, 7D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**; *Nguyễn Sỹ Trọng*, 7D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**; *Phạm Hồ Thảo Nguyên*, 9D8, THCS Nguyễn Nghiêm, TP. Quảng Ngãi, **Quảng Ngãi**; *Nguyễn Minh Đức*, 8A1, THCS Nhân Chính, Q. Thanh Xuân, **Hà Nội**; *Nguyễn Đức Hiếu*, 7C10, THCS Trần Phú, Q. Lê Chân, **Hải Phòng**; *Lê Hồng Nhung*, 7A, THCS Vĩnh Yên, TP. Vĩnh Yên, **Vĩnh Phúc**; *Đỗ Thúy Hồng*, 8A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**.

TTT

CÁC DẠNG TOÁN VỀ ĐOẠN THẲNG TRONG HÌNH HỌC LỚP 6

VÕ XUÂN MINH
(GV. THCS Nguyễn Văn Trỗi, Cam Nghĩa, Cam Ranh, Khánh Hòa)

Bài này giới thiệu một số dạng toán về đoạn thẳng, tia, đường thẳng thường gặp trong chương trình lớp 6 để học sinh hiểu rõ hơn khái niệm đoạn thẳng và điểm nằm giữa hai điểm.

1. Xác định điểm nằm giữa hai điểm

● *Nếu AB + BC = AC thì B nằm giữa A và C.*

● *Trên tia Ox nếu OA < OB thì A nằm giữa O và B.*

Ví dụ 1. Vẽ hai tia đối nhau OA và OB sao cho OA < OB. Lấy M là trung điểm của OA và N là trung điểm của MB.

a) Hỏi trong 3 điểm O, N, B điểm nào nằm giữa hai điểm còn lại?

b) Lấy điểm C sao cho MB + BC = MC. Hỏi trong 3 điểm N, B, C điểm nào nằm giữa hai điểm còn lại?

Lời giải. a) Vì O nằm giữa M và B nên BO + OM = BM mà OB > OA > OM nên $BO > \frac{BM}{2}$.

Vì N là trung điểm của BM $\Rightarrow BN = \frac{BM}{2} \Rightarrow BO > BN$.

Trên tia BA có BO > BN nên N nằm giữa O và B.

b) Vì MB + BC = MC nên B nằm giữa M và C mà M và N cùng phía đối với B $\Rightarrow$ N và C khác phía đối với B hay B nằm giữa N và C.

2. Tính độ dài đoạn thẳng

● *Nếu B nằm giữa A và C thì AB + BC = AC.*

Ví dụ 2. Vẽ AB = 11 cm, O là một điểm thuộc đoạn thẳng AB sao cho OB = 7 cm. Lấy trung điểm M của đoạn OA. Trên đoạn MB lấy N sao cho $MN = \frac{NB}{2}$. Tính AN và ON.

Lời giải. Ta có AO = AB − OB = 11 − 7 = 4 (cm)

$\Rightarrow MA = MO = \frac{AO}{2} = 2$ (cm).

MB = AB − AM = 11 − 2 = 9 (cm).

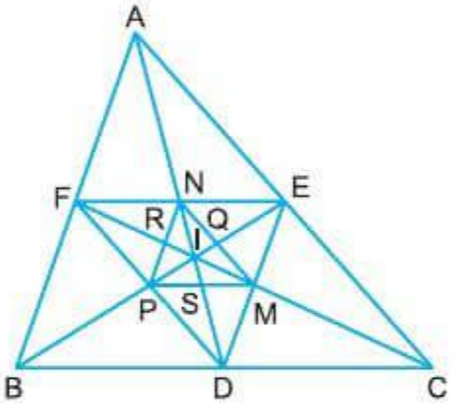
Lại có MN + NB = MB và $MN = \frac{NB}{2}$ nên

$MN = \frac{MB}{3} = 3$ (cm); AN = AM + MN = 2 + 3 = 5 (cm).

Như vậy trên tia MB có MO < MN nên O nằm giữa M và N suy ra ON = MN − MO = 3 − 2 = 1 (cm).

3. Tìm số đoạn thẳng của hình đã cho trước

Ví dụ 3. Trong hình bên có bao nhiêu đoạn thẳng?



Lời giải. Ta đếm được 9 đoạn thẳng mà mỗi đoạn thẳng có đúng 3 điểm. Như vậy, số đoạn thẳng được tạo thành từ 9 đoạn thẳng đó là $\frac{3.2}{2} \cdot 9 = 27$ (đoạn thẳng).

Có 3 đoạn thẳng mà mỗi đoạn thẳng có 5 điểm nên số đoạn thẳng được tạo thành từ 3 đoạn thẳng này là $\frac{5.4}{2} \cdot 3 = 30$ (đoạn thẳng).

Vậy hình đã cho có 27 + 30 = 57 (đoạn thẳng).

4. Chứng minh tính chất về đoạn thẳng

Ví dụ 4. Vẽ đoạn thẳng AB và M là trung điểm của AB. Lấy điểm C nằm giữa A và M, lấy điểm D sao cho A nằm giữa C và D, chứng minh rằng:

a) $DM = \frac{DA + DB}{2}$.

b) CM + DM = AD + BC.

Lời giải.

a) Vì DM = DA + AM và DM = DB − MB nên suy ra DM + DM = DA + DB + MA − MB.

$\Leftrightarrow$ 2DM = DA + DB. Vậy $DM = \frac{DA + DB}{2}$.

b) Vì CM = BC – MB và DM = DA + AM nên suy ra CM + DM = DA + BC + MA – MB.
Vậy CM + DM = AD + BC.

5. So sánh đoạn thẳng

Ví dụ 5. Trên đường thẳng a, lấy 4 điểm theo thứ tự A, B, C, D sao cho AB < CD. Gọi M là trung điểm của AB, N là trung điểm của CD. Hãy so sánh MN, AC và BD.

Lời giải.

Ta có $MA = MB = \frac{AB}{2}$, $NC = ND = \frac{CD}{2}$

và AB < CD nên MA = MB < NC = ND.

Mà AC = AM + MC và MN = NC + MC do đó AC < MN.

Ta có MN = MB + BN, BD = ND + BN và MB < ND nên MN < BD. Vậy AC < MN < BD.

6. Chứng minh một điểm là trung điểm của một đoạn thẳng

Phương pháp. Để chứng minh I là trung điểm của đoạn thẳng AB ta có các cách chứng minh sau:

- Chứng minh I nằm giữa A và B và IA = IB.
- Chứng minh $IA = IB = \frac{AB}{2}$.

Ví dụ 6. Vẽ đoạn thẳng AB = 8 cm. Trên đoạn thẳng AB lấy các điểm C, D, E sao cho AC = 2 cm, BD = 3 cm, BE = 4,5 cm. Chứng minh rằng D là trung điểm của đoạn thẳng BC và E là trung điểm của đoạn thẳng CD.

Lời giải.

Vì điểm C nằm giữa hai điểm A và B nên BC = AB – AC = 8 – 2 = 6 (cm).

Trên tia BA có các điểm C, D, E thỏa mãn BD < BE < BC nên D nằm giữa B và E; D nằm giữa B và C; E nằm giữa B và C, suy ra E nằm giữa C và D.

- Vì D nằm giữa B và C và $BD = \frac{BC}{2}$ nên D là trung điểm của BC.
- Ta có ED = BE – BD = 4,5 – 3 = 1,5 (cm);

EC = BC – BE = 6 – 4,5 = 1,5 (cm).

Vì E nằm giữa C và D và EC = ED nên E là trung điểm của đoạn thẳng CD.

7. Chứng minh hai đoạn thẳng có cùng trung điểm

Phương pháp. Lấy trung điểm của một đoạn thẳng rồi chứng minh điểm đó cũng là trung điểm của đoạn thẳng thứ hai.

Ví dụ 7. Vẽ hai đoạn thẳng bằng nhau AB = CD sao cho C nằm giữa A và B; B nằm giữa C và D. Chứng minh rằng AD và BC có trung điểm trùng nhau.

Lời giải.

Vì C nằm giữa A và B nên AC = AB – CB.

Vì B nằm giữa C và D nên BD = CD – CB.

Mà AB = CD nên AC = BD.

Gọi I là trung điểm của BC thì IC = IB, từ đó AC + IC = BD + IB.

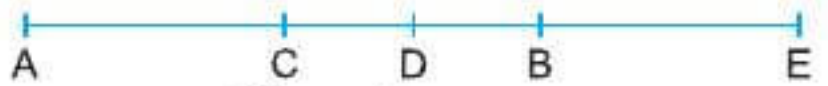
Suy ra IA = ID, từ đó I là trung điểm của đoạn thẳng AD.

Vậy AD và BC cùng có trung điểm là I.

8. Dựng đoạn thẳng

Ví dụ 8. Cho trước đoạn thẳng AB có độ dài d cm. Hãy dựng một đoạn thẳng có độ dài bằng $\frac{1}{4}d + 3$ (cm).

Lời giải.



- Dựng trung điểm C của AB.
- Dựng trung điểm D của CB.
- Trên tia đối của tia BA dựng điểm E sao cho BE = 3 cm thì $DE = \frac{1}{4}AB + 3$ cm.

Bài tập tự luyện

Bài 1. Vẽ đoạn thẳng AB, lấy điểm C trên đoạn thẳng AB sao cho AC > 2CB. Gọi M là trung điểm của AC, N là trung điểm của MB.

a) Hỏi trong 3 điểm M, N, C điểm nào nằm giữa hai điểm còn lại? Vì sao?

b) Cho AB = 8 cm, CB = 2 cm. Tính NC.

Bài 2. Vẽ đoạn AB = 12 cm và lấy C trên đoạn thẳng AB sao cho AC = 4 cm. Gọi M là trung điểm của BC.

a) Chứng minh rằng C là trung điểm của đoạn thẳng AM.

b) Chứng minh rằng CM và AB có trung điểm trùng nhau.

Bài 3. Trên đường thẳng a lấy theo thứ tự 4 điểm A, B, C, D sao cho AB = CD. Gọi I và K lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AB và CD.

a) So sánh độ dài các đoạn thẳng AC, IK và BD.

b) Chứng minh rằng BC, IK và AD có trung điểm trùng nhau.

Bài 4. a) Cho n điểm phân biệt (n là số nguyên lớn hơn 1). Nối n điểm đó đôi một với nhau thì được bao nhiêu đoạn thẳng?

b) Muốn có 4950 đoạn thẳng thì n bằng bao nhiêu?

Bài 5. Cho trước đoạn thẳng AB có độ dài d cm (d > 8). Hãy dựng một đoạn thẳng có độ dài bằng $\frac{3}{4}d - 2$ (cm).

Học ra sao ? Giải toán thế nào ?

SỬ DỤNG PHƯƠNG PHÁP ĐÁNH GIÁ ĐỂ GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH

LÊ ĐỨC THUẬN, CAO VĂN DŨNG
(GV. trường THPT chuyên Hà Nội - Amsterdam)

Hệ phương trình là một dạng toán thường gặp trong các kì thi chọn học sinh giỏi, thi tuyển sinh vào THPT. Có nhiều cách để giải hệ phương trình khác nhau, trong bài viết này, chúng tôi xin đưa ra một vài kiểu đánh giá để giải một số hệ phương trình.

Ví dụ 1. Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} xy + \sqrt{2(x^4+y^4)} = 3 & (1) \\ x^5y + xy^5 = 2 & (2) \end{cases}$$

Lời giải. Từ (2) ta có

$0 < 2 = x^5y + xy^5 = xy(x^4 + y^4) \Rightarrow xy > 0$ và

$x^4 + y^4 = \dfrac{2}{xy}$. (3)

Thay (3) vào (1) ta được $xy + \dfrac{2}{\sqrt{xy}} = 3$.

Theo bất đẳng thức AM-GM, ta có

$$3 = xy + \frac{2}{\sqrt{xy}} = xy + \frac{1}{\sqrt{xy}} + \frac{1}{\sqrt{xy}}$$

$$\geq 3\sqrt[3]{xy.\frac{1}{\sqrt{xy}}.\frac{1}{\sqrt{xy}}} = 3.$$

Từ đó hệ phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{cases} xy = \dfrac{1}{\sqrt{xy}} = \dfrac{1}{\sqrt{xy}} \\ x^4 + y^4 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow x = y = \pm 1.$$

Nhận xét. *Học sinh có thể đặt* $\begin{cases} a = xy \\ b = \sqrt{x^4+y^4} \end{cases}$ *để đưa hệ phương trình đã cho về dạng* $\begin{cases} a + b\sqrt{2} = 3 \\ ab^2 = 2 \end{cases}$ *nhưng lời giải sẽ dài và phức tạp.*

Ví dụ 2. Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} \sqrt{5-x^2} + \sqrt{5-\dfrac{1}{x^2}} = 3 + y^2 & (1) \\ x + \dfrac{1}{x} = 4 - 2y & (2). \end{cases}$$

Lời giải. ĐKXĐ $\dfrac{1}{\sqrt{5}} \leq |x| \leq \sqrt{5}$.

Cộng theo vế hai phương trình của hệ ta được:

$$\sqrt{5-x^2} + \sqrt{5-\frac{1}{x^2}} + \left(x + \frac{1}{x}\right) = y^2 - 2y + 7. \quad (3)$$

Theo bất đẳng thức Bunhiacốpxki, ta có

$$\left[\sqrt{5-x^2} + \sqrt{5-\frac{1}{x^2}} + \left(x+\frac{1}{x}\right)\right]^2$$

$$\leq (1+1+1)\left[(5-x^2) + \left(5-\frac{1}{x^2}\right) + \left(x+\frac{1}{x}\right)^2\right] = 36.$$

Mặt khác $y^2 - 2y + 7 = (y-1)^2 + 6 \geq 6$.

Vậy hệ phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{cases} \sqrt{5-x^2} = \sqrt{5-\dfrac{1}{x^2}} = x + \dfrac{1}{x} \\ y^2 - 2y + 7 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow x = y = 1.$$

Nhận xét. *Học sinh có thể giải bằng cách bình phương hai vế của phương trình (1) rồi lấy phương trình (2) thế vào nhưng lời giải sẽ dài và phức tạp.*

Ví dụ 3. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3x^3y - 2x^3 = -8 \\ xy^3 + 2x = -6. \end{cases}$

Lời giải.

- *TH 1:* $x = 0$, thay vào hệ phương trình đã cho thì không tồn tại y thỏa mãn.
- *TH 2:* $x \neq 0$, chia cả hai vế của hai phương trình của hệ đã cho lần lượt cho x^3 và x ta được

$$\begin{cases} 3y - 2 = \left(-\dfrac{2}{x}\right)^3 \\ y^3 + 2 = 3\left(-\dfrac{2}{x}\right) \end{cases}$$

Cộng theo vế của hai phương trình trên, ta được

$$y^3 + 3y = \left(-\frac{2}{x}\right)^3 + 3\left(-\frac{2}{x}\right).$$

Xét hàm số $f(z) = z^3 + 3z$.

Với a > b thì f(a) – f(b) = $(a^3 + 3a) - (b^3 + 3b)$
$= (a^3 - b^3) + 3(a - b) = (a - b)(a^2 + ab + b^2 + 3) > 0$.
Suy ra nếu f(a) = f(b) thì a = b.

Từ đó $f(y) = f\left(-\frac{2}{x}\right) \Rightarrow y = -\frac{2}{x}$.

Ta có $x^3\left(-\frac{6}{x} - 2\right) = -8 \Leftrightarrow x^3 + 3x^2 - 4 = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -2 \Rightarrow y = 1 \\ x = 1 \quad \Rightarrow y = -2. \end{array}\right.$

Ví dụ 4. Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} y = -x^3 + 3x + 3 \\ x = 2y^3 + 6y^2 - 6. \end{cases}$$

Lời giải. Biến đổi hệ phương trình đã cho về dạng

$$\begin{cases} y - 1 = -(x - 2)(x + 1)^2 \quad (1) \\ x - 2 = 2(y - 1)(y + 1)^2 \quad (2). \end{cases}$$

● TH1. Xét x > 2, từ (1) suy ra y < 1, từ (2) suy ra x ≤ 2 (vô lí).

● TH2. Xét x < 2, từ (1) suy ra y ≥ 1, từ (2) suy ra x ≥ 2 (vô lí).

● TH3. Xét x = 2, từ (1) suy ra y = 1, thay vào (2) thỏa mãn.

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất là (x; y) = (2; 1).

Nhận xét. *Để tìm được lời giải bài toán này cần nhẩm được nghiệm (x; y) = (2; 1).*

Ví dụ 5. Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^3 + 9y^2 = 17 & (1) \\ x^2 + 3xy + 9y^2 - 9y = 0 & (2) \end{cases}$$

Lời giải. Phương trình (2) là phương trình bậc hai ẩn x có nghiệm khi

$\Delta_x = 9y^2 - 36y^2 + 36y \geq 0 \Leftrightarrow 0 \leq y \leq \frac{4}{3}$.

Phương trình (2) là phương trình bậc hai ẩn y có nghiệm khi

$\Delta_y = -27x^2 - 54x + 81 \geq 0 \Leftrightarrow -3 \leq x \leq 1$.

Do đó $x^3 + 9y^2 \leq 1 + 9.\frac{16}{9} = 17$.

Dấu bằng xảy ra khi $x = 1; y = \frac{4}{3}$.

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x; y) = \left(1; \frac{4}{3}\right)$.

Ví dụ 6. Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{1}{1+x^2} + \frac{1}{1+y^2} = \frac{2}{1+xy} \quad (1) \\ \sqrt{x(1-x)} + \sqrt{y(1-y)} = 1 \quad (2). \end{cases}$$

Lời giải. ĐKXĐ $\begin{cases} 0 \leq x \leq 1 \\ 0 \leq y \leq 1 \end{cases}$

● **Bổ đề.** Với a, b là các số thực dương thuộc [0; 1] thì $\frac{1}{1+a^2} + \frac{1}{1+b^2} \leq \frac{2}{1+ab}$.

Thật vậy, bất đẳng thức tương đương với

$\frac{1}{1+a^2} + \frac{1}{1+b^2} - \frac{2}{1+ab} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{(a-b)^2(ab-1)}{(1+a^2)(1+b^2)(1+ab)} \leq 0$

(luôn đúng với a, b ∈ [0; 1]).

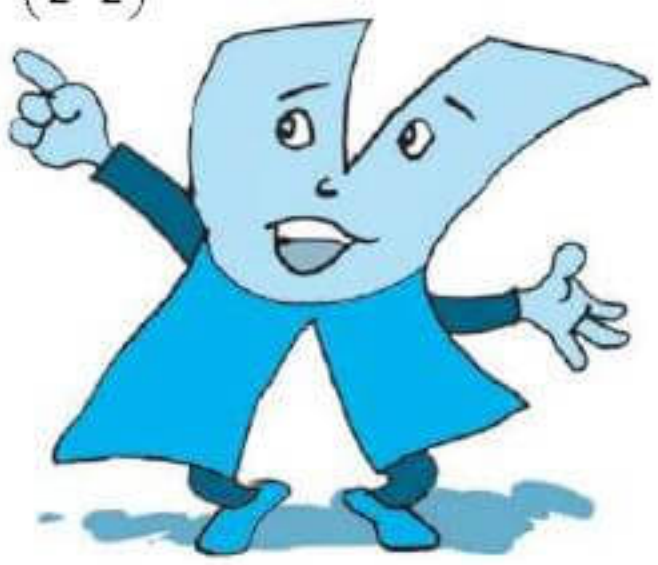
Đẳng thức xảy ra khi a = b.

Vậy bổ đề được chứng minh.

Từ (1) và bổ đề ta có x = y, thay vào (2) ta được

$2\sqrt{x(1-x)} = 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \Rightarrow y = \frac{1}{2}$.

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x; y) = \left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$.



Bài tập tự luyện

Bài toán. Giải các hệ phương trình sau

a) $\begin{cases} x^3 - 6x^2 + 12x - 7 = y \\ -x^3 + 9x^2 - 19x + 11 = y^3; \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + y + z = 2016 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 2016^2 \\ x^3 + y^3 + z^3 = 2016^3; \end{cases}$

c) $\begin{cases} x^5 + xy^4 = y^{10} + y^6 \\ \sqrt{4x+5} + \sqrt{y^2+8} = 6; \end{cases}$

d) $\begin{cases} 2y^3 + y + 2x\sqrt{1-x} = 3\sqrt{1-x} \\ \sqrt{2y^2+1} + y = 4 + \sqrt{x+4}; \end{cases}$

Bài 7NS. Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn $2x^6 + y^2 - 2x^3y = 320$.

HÀ VĂN NHÂN

(GV. THCS Hoằng Xuân, Hoằng Hóa, Thanh Hóa)

Bài 8NS. Trên bảng viết đa thức $f(x) = x^2 + 3x + 2$. Ta thực hiện trò chơi sau: Nếu trên bảng có đa thức P(x) thì ta xóa bỏ đa thức P(x) và thay vào đó là đa thức $Q(x) = x^2P(\frac{1}{x} + 1)$. Hỏi sau 2016 bước làm như vậy thì trên bảng có thể có đa thức $g(x) = x^2 + 10x + 9$ hay không? Vì sao?

LẠI THỊ MINH HOA

(GV. THPT Nam Đông Quan, Đông Hưng, Thái Bình)

Bài 9NS. Từ điểm A cố định nằm ngoài đường tròn (O; R). Vẽ tiếp tuyến AB của đường tròn (O) (B là tiếp điểm). Cát tuyến ACD với C, D thuộc đường tròn (O) và C nằm giữa A và D sao cho tia AO nằm giữa hai tia AB, AC. Tiếp tuyến tại C của đường tròn (O) cắt AB tại E. Từ E kẻ đường thẳng vuông góc với OA tại F. Chứng minh rằng đường thẳng CF luôn đi qua một điểm cố định khi cát tuyến ACD di động.

NGUYỄN ĐỨC TẤN *(TP. Hồ Chí Minh)*

Kết quả CUỘC THI GIẢI TOÁN DÀNH CHO NỮ SINH (TTT2 số 157)

Bài 1NS. Ta có

$(x^2 + 4y^2 + 28)^2 = 17(x^4 + y^4 + 14y^2 + 49)$

$\Leftrightarrow [x^2 + 4(y^2 + 7)]^2 = 17[x^4 + (y^2 + 7)^2]$

$\Leftrightarrow 16x^4 - 8x^2(y^2 + 7) + (y^2 + 7)^2 = 0$

$\Leftrightarrow [4x^2 - (y^2 + 7)]^2 = 0 \Leftrightarrow 4x^2 - y^2 - 7 = 0$

$\Leftrightarrow (2x + y)(2x - y) = 7$.

Vì x, y nguyên dương nên $2x + y > 0$ và $2x + y > 2x - y$.

Do đó $2x + y = 7$ và $2x - y = 1$. Vậy $x = 2$, $y = 3$.

Nhận xét. Các bạn tham gia giải bài đều giải đúng. Các bạn sau có lời giải tốt: *Chu Thị Thanh*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Lưu Thị Phương, Phạm Thị Thùy Trang, Ngô Thị Thanh Trúc*, 8A1, THCS Từ Sơn, Từ Sơn, **Bắc Ninh**; *Nguyễn Ngọc Huyền*, 9A, THCS Hùng Vương, TX. Phú Thọ, **Phú Thọ**; *Nguyễn Thị Thảo Vy*, 9A, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Đặng Thị Hoài Anh*, 9B, THCS Nguyễn Thượng Hiền, Ứng Hòa; *Bùi Hương Giang*, 7I, THCS Lê Quý Đôn, Cầu Giấy, **Hà Nội**; *Hoàng Hà My*, 8A, THCS Chu Văn An, Nga Sơn, **Thanh Hóa**.

Bài 2NS. Đặt $t = x^2 + 2x \geq -1$ thì phương trình đã cho trở thành $t^2 - 2013t + 2015 = 0$. (1)

Phương trình (1) có $\Delta = 2013^2 - 4.1.2015 > 0$ nên có 2 nghiệm t_1, t_2 với $(t - t_1)(t - t_2) = 0$.

Do $t_1t_2 = 2015 > 0$, $t_1 + t_2 = 2013 > 0$ nên 2 nghiệm phân biệt t_1, $t_2 > 0$.

Từ cách đặt t có

$x^2 + 2x - t_1 = 0$. (2)

$x^2 + 2x - t_2 = 0$. (3)

Các phương trình (2), (3) có $\Delta_2 > 0$, $\Delta_3 > 0$ nên phương trình (2) có 2 nghiệm x_1, x_2, phương trình (3) có 2 nghiệm x_3, x_4. Do đó phương trình đã cho có 4 nghiệm x_1, x_2, x_3, x_4.

Áp dụng định lí Vi-ét với phương trình (2), ta được $x_1 + x_2 = -2$, $x_1x_2 = -t_1$.

Suy ra $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 4 + 2t_1$.

Tương tự, với (3) ta có $x_3^2 + x_4^2 = 4 + 2t_2$.

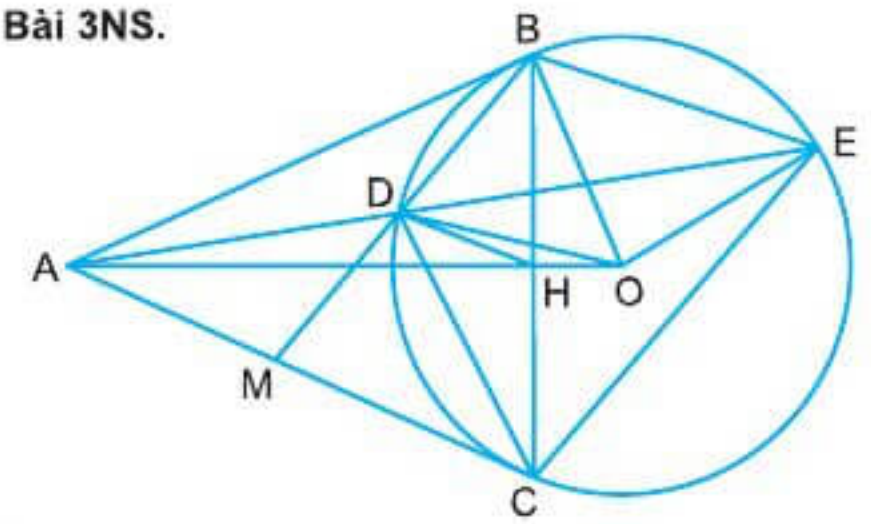
Do đó $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 = 8 + 2(t_1 + t_2)$.

Áp dụng định lí Vi-ét với phương trình(1), ta được $t_1 + t_2 = 2013$.

Vậy $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 = 4034$.

Nhận xét. Các bạn sau có lời giải đúng: *Chu Thị Thanh*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Lưu Thị Phương*, 8A1, THCS Từ Sơn, Từ Sơn, **Bắc Ninh**; *Đặng Thị Hoài Anh*, 9B, THCS Nguyễn Thượng Hiền, Ứng Hòa, **Hà Nội**; *Nguyễn Thị Thảo Vy*, 9A, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Nguyễn Ngọc Huyền*, 9A, THCS Hùng Vương, TX. Phú Thọ, **Phú Thọ**.

Bài 3NS.



Gọi M là giao điểm của BD và AC. Nối OB, BE, CE, CD, OE.

Ta có HB = HC, AO ⊥ BC, OB ⊥ AB.

Trong tam giác vuông ABO ta có

$AB^2 = AH.AO$. (1)

Ta có $\Delta ABD \backsim \Delta AEB$ (g.g) $\Rightarrow \frac{AB}{AE} = \frac{AD}{AB} = \frac{BD}{EB}$.

Suy ra $AB^2 = AD.AE$. (2)

và $\frac{AC}{AE} = \frac{BD}{BE}$ (vì AB = AC). (3)

Ta có $\Delta ACD \backsim \Delta AEC$ (g.g) $\Rightarrow \frac{AC}{AE} = \frac{CD}{CE}$. (4)

Từ (3), (4) suy ra $\frac{BD}{BE} = \frac{CD}{CE}$. (5)

Vì ΔBCM có H là trung điểm của BC, DH // MC nên BD = DM. (6)

Từ (5), (6) suy ra $\frac{DM}{BE} = \frac{CD}{CE}$.

Mà $\widehat{MDC} = \widehat{BEC}$ (vì tứ giác BDCE nội tiếp).

Do đó $\Delta DMC \backsim \Delta EBC$ (c.g.c).

Suy ra $\widehat{DCM} = \widehat{ECB}$.

Kết hợp với $\widehat{DCM} = \widehat{DBC}$ có $\widehat{ECB} = \widehat{DBC}$, suy ra BD // CE.

Suy ra tứ giác BDCE là hình thang.

Mà tứ giác BDCE nội tiếp nên tứ giác BDCE là hình thang cân, suy ra BC = DE. (7)

Từ (1), (2) suy ra AD.AE = AH.AO.

Suy ra $\frac{AD}{AH} = \frac{AO}{AE}$.

Do đó $\Delta ADH \backsim \Delta AOE$ (c.g.c).

Suy ra $\widehat{ADH} = \widehat{AOE}$.

Do đó tứ giác DEOH nội tiếp, từ đó DE ≤ 2R. (8)

với R là bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔODH.

Từ (7), (8) suy ra BC ≤ 2R.

Mà BC = 2BH nên BH ≤ R.

Nhận xét. Bài toán này khó, không có bạn nào giải được.

Các bạn sau được thưởng kì này: *Chu Thị Thanh*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Lưu Thị Phương, Phạm Thị Thùy Trang, Ngô Thị Thanh Trúc*, 8A1, THCS Từ Sơn, Từ Sơn, **Bắc Ninh**; *Đặng Thị Hoài Anh*, 9B, THCS Nguyễn Thượng Hiền, Ứng Hòa; *Bùi Hương Giang*, 7I, THCS Lê Quý Đôn, Cầu Giấy, **Hà Nội**; *Nguyễn Thị Thảo Vy*, 9A, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Nguyễn Ngọc Huyền*, 9A, THCS Hùng Vương, TX. Phú Thọ, **Phú Thọ**.

Ảnh các bạn được thưởng ở bìa 2.

NGUYỄN HIỆP

Kết quả (TTT2 số 157)

THẾ CỜ (Kì 80)

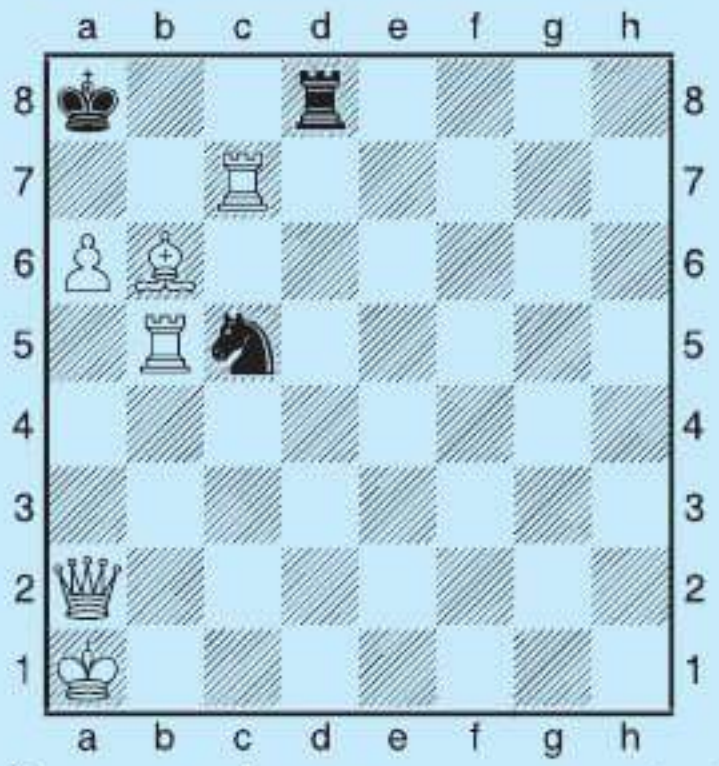
1.♕xg7+ ♔xg7 2.♗f6+ ♔f8 3.♘h7#

Các bạn được thưởng kì này: *Vũ Hải Trúc*, 6A1, THCS Nguyễn Đăng Đạo, TP. Bắc Ninh, **Bắc Ninh**; *Đường Minh Quân*, 7C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An**; *Trần Đan Trường*, 7A, THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên, **Vĩnh Phúc**; *Lê Đức Nam*, 7A2, THCS Cầu Giấy, Cầu Giấy, Hà Nội; *Bùi Đức Anh*, 8C1, THCS Tô Hiệu, Lê Chân, **Hải Phòng**.

LÊ THANH TÚ

THẾ CỜ (Kì 82)

Trắng đi trước chiếu hết sau 2 nước.



LÊ THANH TÚ *(Đại kiện tướng Quốc tế)*

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ II MÔN TOÁN LỚP 6

Thời gian làm bài: 90 phút *(không kể thời gian giao đề)*

I. Phần trắc nghiệm khách quan *(3 điểm, mỗi câu 0,5 điểm)*

Hãy chọn chữ cái đứng trước câu trả lời đúng trong các câu sau:

Câu 1. Số nghịch đảo của $-3\frac{2}{5}$ là

A. $\frac{-5}{17}$ B. $\frac{-5}{13}$ C. $-5\frac{1}{2}$ D. -3.

Câu 2. Nếu $\frac{1}{4}x+\frac{3}{4}x+2=0$ thì giá trị của x là

A. 1 B. -1 C. -2 D. -3.

Câu 3. $\frac{4}{3}$ của 3 thì bằng $\frac{2}{5}$ của số

A. 3 B. 4 C. 5 D. 10.

Câu 4. Một hình chữ nhật có diện tích $\frac{2}{9}$ cm^2 với chiều dài bằng $\frac{2}{3}$ cm. Vậy chu vi của nó là

A. 1 cm B. 2 cm C. $\frac{1}{2}$ cm D. $\frac{1}{3}$ cm.

Câu 5. Tia Oz nằm giữa hai tia Ox và Oy nếu

A. $\widehat{xOy}+\widehat{yOz}=\widehat{xOz}$.

B. $\widehat{xOz}+\widehat{xOy}=\widehat{yOz}$.

C. Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ chứa tia Ox có $\widehat{xOy}>\widehat{xOz}$.

D. Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ chứa tia Oy có $\widehat{xOy}<\widehat{yOz}$.

Câu 6. Cho tia Oy nằm giữa hai tia Ox và Oz biết $\widehat{xOy}=40^o$, $\widehat{xOz}=130^o$ thì $\widehat{yOz}$ là

A. Góc nhọn B. Góc vuông C. Góc tù D. Góc bẹt.

II. Phần tự luận *(7 điểm)*

Bài 1. *(1 điểm)* Thực hiện phép tính $A=\frac{1}{4}:1,5+1\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{5}-\frac{1}{2}$.

Bài 2. *(1 điểm)* Tính nhanh $B=\frac{-5}{13}\cdot\frac{7}{11}+\frac{8}{11}\cdot\frac{-7}{13}+1\frac{7}{11}$.

Bài 3. *(1,5 điểm)* Lớp 6A có số học sinh nữ chiếm 62,5% số học sinh của cả lớp và có 12 học sinh nam.

a) Tính số học sinh của lớp 6A.

b) Tính tỉ số phần trăm của học sinh nam đối với học sinh nữ.

Bài 4. *(2,5 điểm)* Vẽ hai góc kề bù $\widehat{xOy}$ và $\widehat{yOz}$ sao cho $\widehat{xOy}=30^o$.

a) Tính $\widehat{yOz}$.

b) Trên nửa mặt phẳng bờ xz chứa tia Oy vẽ tia Ot sao cho $\widehat{zOt}=120^o$. Hỏi Oy có là tia phân giác của $\widehat{xOt}$ không? Tại sao?

c) Vẽ tia phân giác Om của $\widehat{zOt}$. Tính $\widehat{mOy}$.

Bài 5. *(1 điểm)* Tìm x biết $\frac{1}{x}-\frac{1}{9999}=\frac{1}{1.3}+\frac{1}{3.5}+\frac{1}{5.7}+...+\frac{1}{97.99}$.

THÁI NHẬT PHƯỢNG *(GV. THCS Nguyễn Văn Trỗi, Cam Nghĩa, Cam Ranh, Khánh Hòa)*

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ II MÔN TOÁN LỚP 7

Thời gian làm bài: 90 phút *(không kể thời gian giao đề)*

Câu 1. Hãy chọn câu trả lời đúng ứng với A, B, C hoặc D.

a. 8^4 bằng:

A. 2^7 B. 2^8 C. 2^{12} D. 2^{16}.

b. Nếu $|x| + \frac{5}{6} = \frac{3}{4}$ thì x bằng:

A. $\frac{-1}{12}$ B. $\frac{1}{12}$ hoặc $\frac{-1}{12}$ C. $\frac{1}{12}$ D. không tồn tại giá trị của x.

c. Từ tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ $(a, b, c, d \neq 0)$ ta có thể suy ra tỉ lệ thức nào trong các tỉ lệ thức sau?

A. $\frac{a}{b} = \frac{d}{c}$ B. $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$ C. $\frac{a}{c} = \frac{d}{b}$ D. $\frac{b}{a} = \frac{c}{d}$.

d. Nếu $\sqrt{2x} = 4$ thì x^2 bằng:

A. 2 B. 8 C. 16 D. 64.

e. Khẳng định nào sau đây là sai ?

A. $\frac{x^2}{10}$ là một đơn thức. B. $2x^2 + 3x - 1$ là một đa thức

C. 0 là một đa thức D. 10^{100} là một đơn thức bậc 100.

f. Cho hai đường thẳng xx' và yy' vuông góc với nhau tại O. Số cặp góc vuông bằng nhau nhưng không đối đỉnh với nhau là:

A. 4 B. 3 C. 2 D. 1.

g. Cho hai đường thẳng xx' và yy' cắt nhau tại O. Số cặp góc đối đỉnh tạo thành là:

A. 4 B. 3 C. 2 D. 1.

Câu 2. Điền dấu **X** vào ô thích hợp:

Câu	Khẳng định	Đúng	Sai
a	Biết x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch và nếu cho $x = -2$ thì $y = 6$. Khi đó hệ số tỉ lệ là -3.		
b	Bậc của đa thức $f(x) = x^3 - 3x^2 - 1 + 2x - x^3$ là 2.		
c	Cho $\Delta ABC = \Delta A'B'C'$ biết AB = 3 cm, AC = 6 cm, B'C' = 5 cm. Khi đó chu vi ΔABC bằng 9 cm.		

Câu 3. Tính giá trị các biểu thức sau

a) $\left(\frac{3}{8} - \frac{4}{5}\right).(4,34 + 5,66) + \frac{1}{4}$. b) $\left(\frac{3}{2} - \frac{5}{6}\right)^2 + \left|\frac{-5}{2}\right| + \sqrt{\frac{4}{9}}$. c) $\frac{2^2}{1.3} + \frac{3^2}{2.4} + \frac{4^2}{3.5} + \cdots + \frac{99^2}{98.100}$.

Câu 4. Hai đội máy cày có tổng số máy cày là 27 chiếc (có cùng năng suất) làm việc trên hai cánh đồng có diện tích bằng nhau. Biết đội I hoàn thành công việc trong 4 ngày, đội II trong 5 ngày. Tính số máy cày của mỗi đội.

Câu 5. Cho đa thức $f(x) = -x^4 - 3x^2 + 5x + 7 + x^3 + 2x^2 - 3x - 10$.

a) Rút gọn f(x).

b) Chỉ ra bậc, hệ số tự do, hệ số cao nhất của f(x).

Câu 6. Cho tam giác ABC cân tại A. Trên cạnh AB lấy điểm E. Trên tia đối của tia CA lấy điểm F sao cho BE = CF. Nối E với F cắt BC tại O, kẻ EI song song với AF ($I \in BC$). Chứng minh rằng:

a) Tam giác BEI cân tại E. b) OE = OF.

LẠI QUANG THỌ *(Phòng Giáo dục và Đào tạo Tam Dương, Vĩnh Phúc)*

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ II MÔN TOÁN LỚP 8

Thời gian làm bài: 90 phút *(không kể thời gian giao đề)*

A. Phần trắc nghiệm (3 điểm)

Câu 1. Cho tam giác ABC vuông tại A, AC = 3 cm, BC = 5 cm. Diện tích của tam giác ABC bằng:

A. 6 cm^2 B. 12 cm^2 C. 15 cm^2 D. 10 cm^2

Câu 2. $\Delta ABC \backsim \Delta DEF$, biết $\widehat{A} = 80^o$; $\widehat{B} = 70^o$; $\widehat{F} = 30^o$ thì:

A. $\widehat{D} = 120^o$ B. $\widehat{D} = 70^o$ C. $\widehat{E} = 80^o$ D. $\widehat{C} = 30^o$

Câu 3. Cho $\Delta ABC \backsim \Delta MNK$ theo tỉ số đồng dạng là 2 và $\Delta MNK \backsim \Delta HEF$ theo tỉ số đồng dạng là 3. Vậy $\Delta ABC \backsim \Delta HEF$ theo tỉ số đồng dạng nào dưới đây:

A. 6 B. 5 C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{2}{3}$

Câu 4. Nếu $a \le b$ và $c < 0$ thì:

A. $ac \le bc$ B. $ac > bc$ C. $ac \ge bc$ D. $ac = bc$

Câu 5. Điều kiện xác định của phương trình $\frac{2x+1}{x-3} + \frac{x-3}{2+x} = 0$ là:

A. $x \ne -2$ B. $x \ne 3$

C. $x \ne -3$ và $x \ne -2$ D. $x \ne 3$ và $x \ne -2$

Câu 6. Cho tam giác ABC có AD là phân giác, khi đó ta có:

A. $\frac{DB}{DC} = \frac{AD}{AC}$ B. $\frac{DB}{DC} = \frac{AC}{AB}$

C. $\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC}$ D. $\frac{DB}{DC} = \frac{AD}{AB}$

Câu 7. Phương trình $\frac{x+2}{5} + \frac{x}{x-3} = \frac{5}{x+7}$ có ĐKXĐ là:

A. $x \ne 3; x \ne -7$ B. $x \ne 3; x \ne 7$

C. $x \ne 5$ D. $x \ne 5; x \ne 3; x \ne -7$.

Câu 8. Bất phương trình nào sau đây là bất phương trình bậc nhất một ẩn?

A. $\frac{1}{2}x + 2 \le 0$ B. $0x + 5 > 0$

C. $2x^2 + 3 > 0$ D. $\frac{1}{2x+1} > 0$

Câu 9. x = 2 là nghiệm của phương trình nào sau đây:

A. $3x + 6 = 0$ B. $x^2 = 2$

C. $3x = 6$ D. $2x - 2 = 0$

Câu 10. Một hình lập phương có thể tích là 125 cm^3. Diện tích xung quanh của hình lập phương đó là:

A. 100 cm^2 B. 20 cm^2 C. 25 cm^2 D. 150 cm^2

B. Phần tự luận (7 điểm)

Bài 1. Giải các phương trình sau:

a) $\frac{5x-2}{3} + x = 1 + \frac{5-3x}{2}$;

b) $\frac{x}{x-1} = \frac{x+4}{x+1}$;

c) $\frac{2}{2x-6} + \frac{2}{2x+2} + \frac{2x}{(x+1).(3-x)} = 0$;

d) $|2x+1| - 5x = x + 2$.

Bài 2. Giải bất phương trình sau và biểu diễn tập nghiệm trên trục số:

a) $\frac{x+2}{3} - 1 \ge 2x + \frac{x}{2}$;

b) $\frac{5x+3}{4} - \frac{9x+2}{5} < \frac{7-3x}{8}$.

Bài 3. Hai xe cùng khởi hành một lúc từ hai địa điểm A và B cách nhau 70 km, đi ngược chiều nhau sau một giờ thì hai xe gặp nhau. Tính vận tốc của mỗi xe. Biết rằng xe đi từ A có vận tốc lớn hơn xe đi từ B là 10 km/giờ.

Bài 4. Cho tam giác ABC vuông tại A, biết AC = 4 cm, BC = 6 cm. Kẻ tia Cx vuông góc với BC (tia Cx và điểm A khác phía so với đường thẳng BC). Lấy trên tia Cx điểm D sao cho BD = 9 cm. Chứng minh rằng BD // AC.

Bài 5. Hình bình hành ABCD có BC = 2AB. Gọi M, N thứ tự là trung điểm của BC, AD. Gọi P là giao điểm của AM với BN, Q là giao điểm của MD với CN, K là giao điểm của tia BN với tia CD.

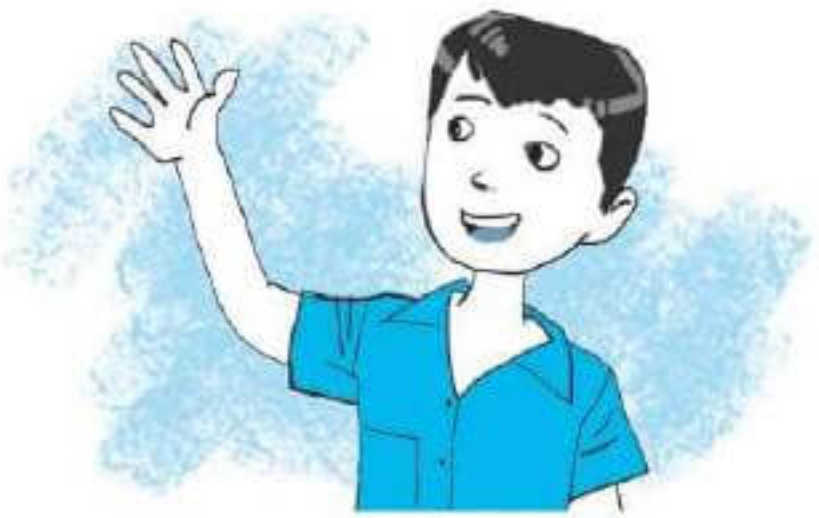
a) Chứng minh tứ giác MDKB là hình thang.

b) Tứ giác PMQN là hình gì? Vì sao?

c) Hình bình hành ABCD phải có thêm điều kiện gì để PMQN là hình vuông?

LẠI QUANG THỌ

(Phòng Giáo dục và Đào tạo Tam Dương, Tam Dương, Vĩnh Phúc)



ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ II MÔN TOÁN LỚP 9

Thời gian làm bài: 90 phút *(không kể thời gian giao đề)*

I. Phần trắc nghiệm khách quan *(3 điểm)*

Hãy chọn câu trả lời đúng ứng với A, B, C hoặc D trong mỗi câu sau.

Câu 1. Phương trình $\sqrt{(x-3)^2} = 2$ tương đương với phương trình

A. $x^2 - 6x + 5 = 0$ B. $x^2 + 6x + 5 = 0$ C. $x - 3 = -2$ D. $x - 3 = 2$.

Câu 2. Phương trình $2x^2 - (m + 1)x + m - 3 = 0$ có tích hai nghiệm bằng $\frac{-3}{2}$ thì tổng hai nghiệm bằng

A. 1 B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 0.

Câu 3. Hàm số $y = ax^2$ có đồ thị đi qua điểm $(-1; -3)$ thì hàm số đó

A. Đồng biến khi $x > 0$ và nghịch biến khi $x < 0$. B. Đồng biến trên $\mathbb{R}$.

C. Đồng biến khi $x < 0$ và nghịch biến khi $x > 0$. D. Nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 4. Cho đường tròn (O, R) với dây $AB = R\sqrt{2}$. Điểm M thuộc cung nhỏ AB ($M \neq A$, $M \neq B$) thì $\widehat{AMB}$ bằng

A. 45° B. 90° C. 120° D. 135°.

Câu 5. Một đường tròn có chu vi là 6π cm, khi đó diện tích hình tròn đó là

A. 9π cm^2 B. π cm^2 C. 36π cm^2 D. 6π cm^2.

Câu 6. Một tam giác có độ dài ba cạnh lần lượt là 6, 8, 10. Quay tam giác đó quanh cạnh độ dài 8 thì diện tích xung quanh của hình tạo thành là

A. 64π B. 80π C. 48π D. Kết quả khác.

II. Phần tự luận *(7 điểm)*

Bài 1. *(1 điểm)* Giải hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{x} - \sqrt{y} = 1 \\ xy = 36 \end{cases}$

Bài 2. *(1,5 điểm)* Cho phương trình $x^2 - (m - 3)x - m + 2 = 0$. (*)

a) Chứng minh phương trình (*) luôn có nghiệm với mọi m.

b) Tìm hệ thức giữa hai nghiệm x_1 và x_2 không phụ thuộc vào m.

c) Tìm m thỏa mãn $x_1^3 + x_2^3 = 7$.

Bài 3. *(1,5 điểm)* Cho (P): $y = \frac{1}{2}x^2$ và (d): $y = x - m$.

a) Tìm m để (P) và (d) tiếp xúc với nhau, khi đó hãy tính tọa độ tiếp điểm A.

b) Xác định điểm $B \in (P)$ thỏa mãn $OA^2 - AB^2 = \frac{5}{4}$.

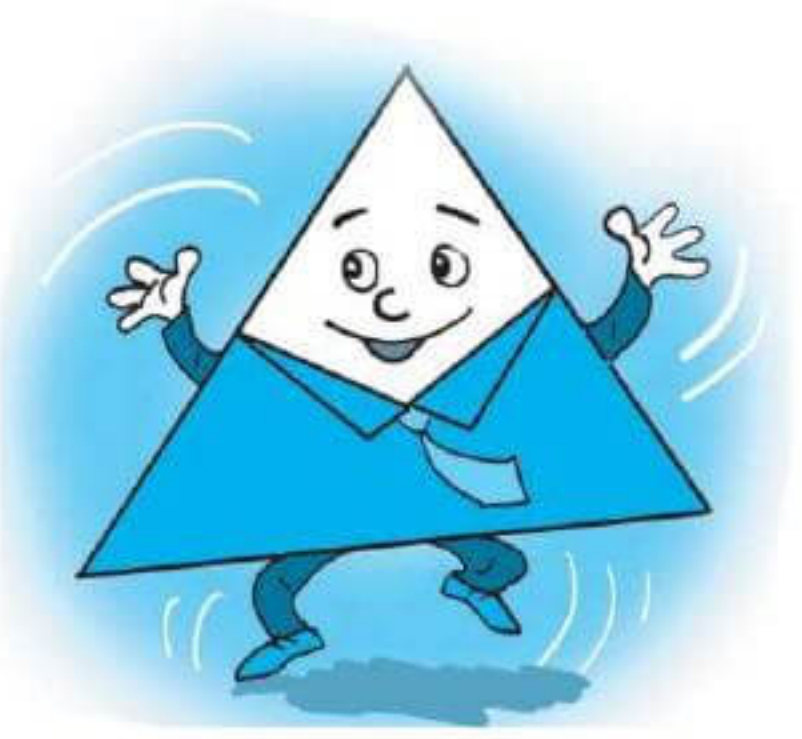
Bài 4. *(3 điểm)* Cho M là một điểm trên đường tròn (O; R) đường kính AB. Tiếp tuyến qua A cắt tia BM tại C.

a) Chứng minh rằng BM.BC không đổi khi M di động trên (O).

b) Gọi I là trung điểm của MB. Chứng minh rằng tứ giác ACIO nội tiếp và $\widehat{AIB} = \widehat{BOC}$.

c) Tìm vị trí của M trên (O) để MA + MB lớn nhất.

d) Khi $\hat{B} = 30^o$, tính phần diện tích tam giác ABC ở ngoài đường tròn (O).



THÁI NHẬT PHƯỢNG

(GV. THCS Nguyễn Văn Trỗi, Cam Nghĩa, Cam Ranh, Khánh Hòa)

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI MÔN TOÁN LỚP 9 TP. HÀ NỘI

Năm học 2015 - 2016 - Thời gian làm bài: 150 phút

Bài 1. *(5 điểm)*

1. Cho ba số nguyên a, b, c, d thỏa mãn $a^3 + b^3 = 2(c^3 - 8d^3)$. Chứng minh $(a + b + c + d)$ chia hết cho 3.

2. Tìm tất cả các số nguyên tố x sao cho $(2^x + x^2)$ là số nguyên tố.

Bài 2. *(5 điểm)*

1. Giải phương trình $\sqrt{2x^2+11x+19}+\sqrt{2x^2+5x+7}=3(x+2)$.

2. Tìm tất cả các bộ ba số (x, y, z) thỏa mãn $\begin{cases} x+y+z=3 \\ \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}=\dfrac{1}{3} \\ x^2+y^2+z^2=17. \end{cases}$

Bài 3. *(3 điểm)*

1. Cho ba số x, y, z thỏa mãn $0<x<\dfrac{\sqrt{3}}{2}; 0<y<\dfrac{\sqrt{3}}{2}; 0<z<\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ và $xy+yz+zx=\dfrac{3}{4}$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\dfrac{4x}{3-4x^2}+\dfrac{4y}{3-4y^2}+\dfrac{4z}{3-4z^2}$.

2. Cho a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác.

Chứng minh $\dfrac{a^{2016}}{b+c-a}+\dfrac{b^{2016}}{c+a-b}+\dfrac{c^{2016}}{a+b-c}\ge a^{2015}+b^{2015}+c^{2015}$.

Bài 4. *(6 điểm)*

Cho tam giác đều ABC cạnh bằng a. Lấy điểm Q bất kì trên cạnh BC (Q khác B, Q khác C). Trên tia đối của tia BA lấy điểm P sao cho $CQ.AP = a^2$. Gọi M là giao điểm của AQ và CP.

1. Chứng minh bốn điểm A, B, M, C cùng thuộc một đường tròn.

2. Gọi I, J, K lần lượt là hình chiếu của M trên AB, BC, CA.

a) Xác định vị trí của Q để độ dài IK lớn nhất.

b) Chứng minh $MI^2 + MJ^2 + MK^2$ không đổi khi Q thay đổi trên cạnh BC.

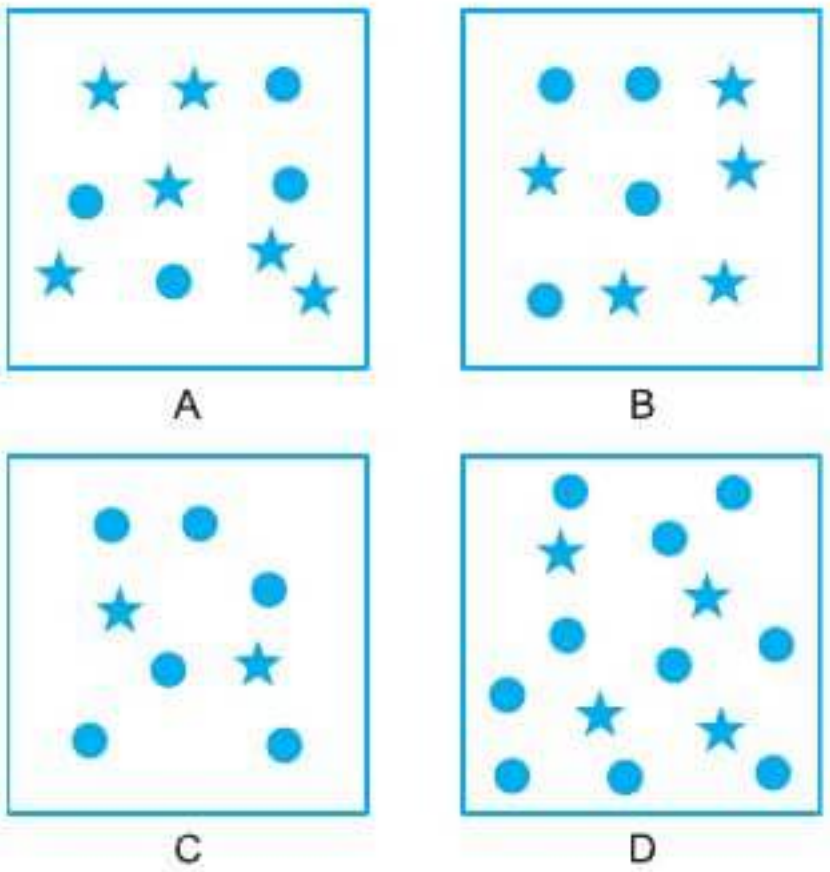
Bài 5. *(1 điểm)*

Cho bảng ô vuông kích thước 10×10 gồm 100 ô vuông kích thước 1×1. Điền vào mỗi ô vuông của bảng một số nguyên dương không vượt quá 10 sao cho hai số được điền ở hai ô vuông chung cạnh hoặc chung đỉnh thì nguyên tố cùng nhau. Chứng minh trong bảng ô vuông đã cho có một số xuất hiện ít nhất 17 lần.

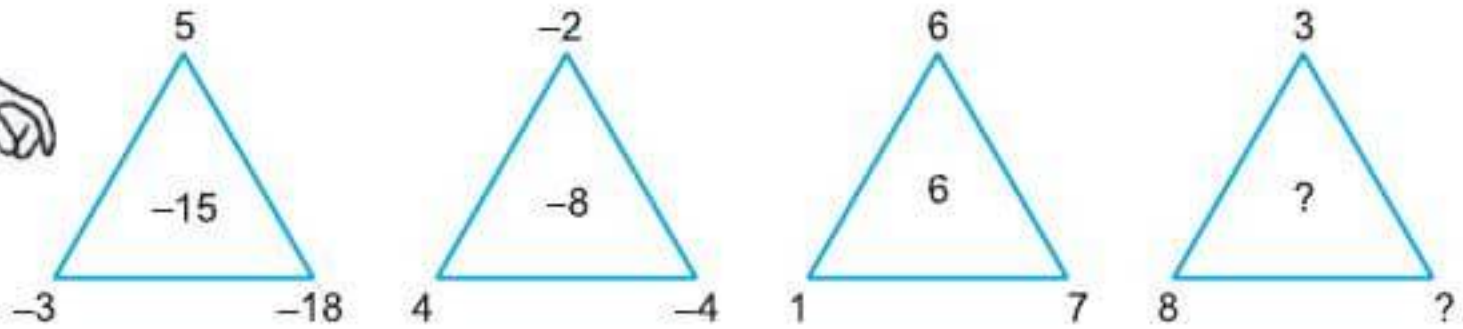
ĐẶT MUA TẠP CHÍ CẢ NĂM HỌC TẠI CÁC CƠ SỞ BƯU ĐIỆN TRONG CẢ NƯỚC
MÃ ẤN PHẨM: C 169.1

Kì này ĐỐ BẠN BIẾT HÌNH NÀO, SỐ NÀO?

Bài 1. Trong các hình sau, hình nào không phù hợp với các hình còn lại.



Bài 2. Tìm các số còn thiếu



NGUYỄN ĐỨC TẤN *(TP. Hồ Chí Minh)*

Kết quả SỐ TIẾP THEO (TTT2 số 157)

Nhận xét. Cả hai bài kì này đều không quá khó, nhưng vẫn có bạn tìm sai quy luật.

Quy luật.

Bài 1. Xét dãy số 1; 2; 4; 7; 8; 11; 13; 14; 16; 17; ... Đây là dãy các số tự nhiên tăng dần mà các số hạng không chia hết cho 3 và không chia hết cho 5. Vậy số hạng tiếp theo của dãy là **19**.

Bài 2. Quan sát từ trái sang phải, khi chuyển sang hình vuông tiếp theo, mỗi số ở đỉnh hình vuông dịch chuyển sang đỉnh liền kề theo chiều quay của kim đồng hồ, đồng thời nó được tăng thêm 3 đơn vị. Do vậy **?** = 7 + 3 = **10**.

Một số bạn còn tìm ra quy luật: Tổng các số ở hai đỉnh đối diện của mỗi hình vuông hơn kém nhau 2 đơn vị, cũng đúng nhưng cần nêu cụ thể hơn.

Xin trao thưởng cho các bạn: *Nguyễn Trung Thế*, 8A1, THCS Mai Sơn, thị trấn Hát Lót, Mai Sơn, **Sơn La**; *Lê Thị Thu Thái*, 9E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Thị Ngọc Trâm*, 6A1, THCS Hồng Bàng, Q. Hồng Bàng, **Hải Phòng**; *Lê Xuân Hoàng*, 6A, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh; *Nguyễn Thị Băng Băng*, 7C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An.**

Các bạn sau được tuyên dương: *Phan Quang Huy, Diêm Đăng Hoàng*, 8A1, THCS Mai Sơn, thị trấn Hát Lót, Mai Sơn, **Sơn La**; *Nguyễn Hoàng Đạo, Đường Minh Quân, Chu Minh Hiếu*, 7C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An.**

NGUYỄN XUÂN BÌNH

LỜI GIẢI ĐỀ THI CHỌN ĐỘI TUYỂN DỰ THI OLYMPIC TOÁN QUỐC TẾ CỦA HỒNG KÔNG NĂM 2010

(VÒNG 1)

MAI VŨ *(Sưu tầm, dịch và giới thiệu)*

1. Chú ý rằng $f(n) = n^3 - (n-1)^3$. Điều này dẫn đến $f(1) + f(2) + ... + f(2010) = (1^3 - 0^3) + (2^3 - 1^3) + ... + (2010^3 - 2009^3) = 2010^3 = 201^3.1000$.

Vì 201^3 có chữ số hàng đơn vị là 1. Vậy bốn chữ số tận cùng là 1000.

2. Theo giả thiết $n = 2010k$ và có chữ số tận cùng là 0 nên tất cả các chữ số của 201k đều là lẻ.

Ta phải có $k \geq 150$, nếu $k < 100$ thì khi đó chữ số hàng trăm của 201k là chẵn; nếu $100 \leq k < 150$ thì chữ số hàng chục nghìn của 201k là 2, đó là số chẵn. Hơn nữa k cần phải là số lẻ vì chữ số hàng đơn vị của 201k phải là lẻ. Do đó ta thử 201.151 = 30351, 201.153 = 30753 và 201.155 = 31155.

Vậy n = 311550.

3. Ta xét các trường hợp sau:

● Nếu n có dạng 2^a, khi đó ta có $n > 2.1200 = 2400$, và số nhỏ nhất n của dạng này là $2^{12} = 4096$.

● Nếu n có dạng 3^b, khi đó ta có $n > 3.1200 = 3600$, và số nhỏ nhất n của dạng này là $3^8 = 6561$.

● Nếu n có dạng 2^a3^b, khi đó ta có $n > 3.1200 = 3600$, sau một số phép thử ta tìm được số nhỏ nhất n của dạng này là $2^4.3^5 = 3888$.

● Nếu n chia hết cho một số nguyên tố lớn hơn hoặc bằng 5, khi đó ta có $n > 5.1200 = 6000$.

Kết hợp với các trường hợp chứng minh ở trên, đáp án là n = 3888.

4. Do sơ suất, đề bài thiếu quả bóng màu xanh lam.

● Từ điều kiện "lấy ra 100 quả bóng bất kì trong 111 quả bóng thì đảm bảo có đủ 4 màu" (*) suy ra mỗi màu có ít nhất 12 quả bóng. Thực vậy, nếu một màu (chẳng hạn màu đỏ) có n quả, với $n \geq 11$ thì còn $111 - n \geq 100$ quả với 3 màu trắng, xanh lá cây, xanh lam, ta chọn 100 quả đó sẽ chỉ có 3 màu (điều này trái với giả thiết).

● Số bóng cần tìm là $N > 87$. Chẳng hạn nếu có 12 quả màu đỏ, 12 quả màu trắng, 12 quả màu xanh lam và 75 quả màu xanh lá cây thì thỏa mãn điều kiện (*) vì khi lấy 100 quả thì còn lại 11 quả. Trong 11 quả đó xét 1 màu (chẳng hạn màu đỏ) có n quả thì $n \leq 11$, suy ra có $12 - n \geq 1$ quả đã được lấy. Bây giờ lấy ra 87 = 75 + 12 quả màu xanh lá cây và màu đỏ thì trong số 87 quả đó không đủ 3 màu.

● Ta chỉ ra rằng số bóng cần chọn ít nhất là N = 88. Thật vậy, khi lấy ra 88 quả bóng thì còn lại 23 quả. Nếu thiếu 2 màu thì từ điều kiện (*) phải còn lại ít nhất 2.12 = 24 quả bóng, trái với điều kiện còn 23 quả bóng. Vậy đáp án là N = 88.

5. Ta có $a - b \geq 1$ và $c - d \geq 1$. Do vậy $2010 = a^2 - b^2 + c^2 - d^2 = (a+b)(a-b) + (c+d)(c-d) \geq (a+b) + (c+d) = 2010$, đẳng thức xảy ra khi ta có $a - b = c - d = 1$. Điều này dẫn đến $(b+1) + b + (d+1) + d = 2010$, hoặc $b + d = 1004$, trong đó b và d là các số nguyên dương với $b \geq d + 2$. Do vậy ta có 501 cặp (b; d) là (1003; 1), (1002; 2), ... , (503; 501), và có 501 bộ số (a; b; c; d) là (1004; 1003; 2; 1), (1003; 1002; 3; 2), ... , (504; 503; 502; 501).

6. Chú ý rằng $(x-1)^2 + 1 \leq P(x) \leq 2(x-1)^2 + 1$ đúng với bất kì số thực x. Do vậy ta cần phải có $P(x) = a(x-1)^2 + 1$, $1 \leq a \leq 2$. Từ P(11) = 181, ta có $181 = a(11-1)^2 + 1$ tức là $a = \frac{9}{5}$. Dẫn đến $P(21) = \frac{9}{5}(21-1)^2$.

7. Giả sử $n = a_1 + a_2 + ... + a_k$ (*) với a_i là các số nguyên (i = 1, 2,..., k) thỏa mãn $135 \leq a_i \leq 144$.

Lúc đó $135k \leq n \leq 144k \Leftrightarrow \frac{n}{144} \leq k \leq \frac{n}{135}$.

Tồn tại số nguyên $k \geq 1$ khi

$\frac{n}{135} \geq 1 + \frac{n}{144} \Leftrightarrow \frac{n}{135} - \frac{n}{144} \geq 1$

$\Leftrightarrow 9n \geq 135.144 \Leftrightarrow n \geq 135.16 = 2160$.

Từ đó ta chỉ xét $k \leq 15$.

● Với k = 15 thì $n \geq 135.15 = 2025$.

● Với k = 14 thì $n \leq 144.14 = 2016$.

Như vậy với $2017 \leq n \leq 2024$ thì n không biểu diễn được trong dạng (*).

Đáp án là n = 2024.

(Kì sau đăng tiếp)

Kì này PHƯƠNG TRÌNH CÓ NGHIỆM KHÔNG?

Bài toán.

Giải phương trình:

$x^2 + 2\sqrt{x^2y} + y + 1 = 0.$

Một học sinh giải như sau:

ĐKXĐ $x^2y \geq 0 \Leftrightarrow y \geq 0.$

Phương trình tương đương với

$(\sqrt{x^2})^2 + 2\sqrt{x^2}.\sqrt{y} + \sqrt{y^2} + 1 = 0$

$\Leftrightarrow (\sqrt{x^2} + \sqrt{y})^2 + 1 = 0.$

Vì $y \geq 0$ nên $(\sqrt{x^2} + \sqrt{y})^2 + 1 > 0.$

Do đó phương trình vô nghiệm.

Theo bạn lời giải trên đúng hay sai?

PHAN ĐÌNH ÁNH

(GV. THCS Thạch Kim, Lộc Hà, Hà Tĩnh)

Kết quả SAI LẦM Ở ĐÂU? (TTT2 số 157)

Lời giải đúng như sau: Từ giả thiết

$\frac{1}{a} + \frac{1}{c} = \frac{1}{b-c} - \frac{1}{a-b}$ và $ac \neq 0$, $a \neq b$, $b \neq c$.

Suy ra $\frac{c+a-b}{(a-b)c} = \frac{1}{a-b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{b-c} - \frac{1}{a} = \frac{a-b+c}{(b-c)a}.$

Do đó ta có $(c+a-b)\left(\frac{1}{(a-b)c} - \frac{1}{(b-c)a}\right) = 0.$

- Nếu $\frac{1}{(a-b)c} = \frac{1}{(b-c)a}$ thì

$(a-b)c = (b-c)a \Leftrightarrow \frac{a}{c} = \frac{a-b}{b-c}.$

- Nếu $c + a - b = 0$ thì $\frac{a-b}{b-c} = \frac{-c}{a} \neq \frac{a}{c}$ (vì hai phân số này khác 0 và khác dấu).

Do đó $\frac{a-b}{b-c} = \frac{a}{c}$ chỉ xảy ra khi $c + a - b \neq 0$.

Điều kiện này cần đưa vào giả thiết.

Nhận xét. Một số bạn có câu trả lời đúng, nhưng không thay $c + a - b = 0$ vào xem kết luận có thỏa mãn hay không. Cách làm như vậy chưa đầy đủ vì có khi tích hai thừa số bằng 0 và hai thừa số đó đồng thời bằng 0. Chẳng hạn, nếu cho $a = 2c$ và xét $(c + a - b)(b - 3c) = 0$.

Các bạn sau có lời giải đúng: *Nguyễn Chí Công*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Lê Ngọc Hoa*, 8E1, *Lê Thị Thu Thái*, 9E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Quý Dương*, 8A2, THCS Nguyễn Đăng Đạo, TP. Bắc Ninh; *Trần Quang Tài*, 7A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Lê Hồng Minh*, 8A, THCS Bạch Liêu, Yên Thành; *Võ Hùng Tuấn*, 9A, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An.**

ANH KÍNH LÚP

ĐỀ THI LỚP 6 CÂU LẠC BỘ TOÁN QUẬN HOÀN KIẾM, HÀ NỘI

Năm học: 2015 - 2016

***Thời gian làm bài:* 90 phút**

Câu 1. (*5,0 điểm*)

a) Tìm *x* nguyên biết rằng:

$2 + \{-3 - [-4 + (-5 + |x|)]\} = 3 - [4 - (-5 + 6)]$.

b) Tính giá trị của A biết rằng:

$A = 6 + (-16) + (-26) + 36 + 46 + (-56) + (-66) + ... + 1996 + 2016$.

Câu 2. *(5,0 điểm)*

a) Tìm số nguyên n thỏa mãn điều kiện $(n + 5)$ chia hết cho $(2n - 1)$.

b) Tìm x biết rằng $\left(1+\frac{1}{1.3}\right)\left(1+\frac{1}{2.4}\right)\left(1+\frac{1}{3.5}\right)...\left(1+\frac{1}{2014.2016}\right)=\frac{x}{1008}$.

Câu 3. *(3,0 điểm)*

Hưởng ứng Giao lưu Câu lạc bộ môn học em yêu thích cấp Trung học cơ sở quận Hoàn Kiếm năm học 2015 - 2016, lớp 6A của một trường trong quận có 23 học sinh tham gia môn Toán, 13 học sinh tham gia môn Ngữ văn, 20 học sinh tham gia môn Tiếng Anh, 3 học sinh tham gia môn Toán và môn Ngữ văn, 7 học sinh tham gia môn Toán và môn Tiếng Anh, 5 học sinh tham gia môn Ngữ văn và môn Tiếng Anh, 2 học sinh tham gia cả ba môn, 5 học sinh không tham gia môn nào. Tính số học sinh của lớp 6A.

Câu 4. *(5,0 điểm)*

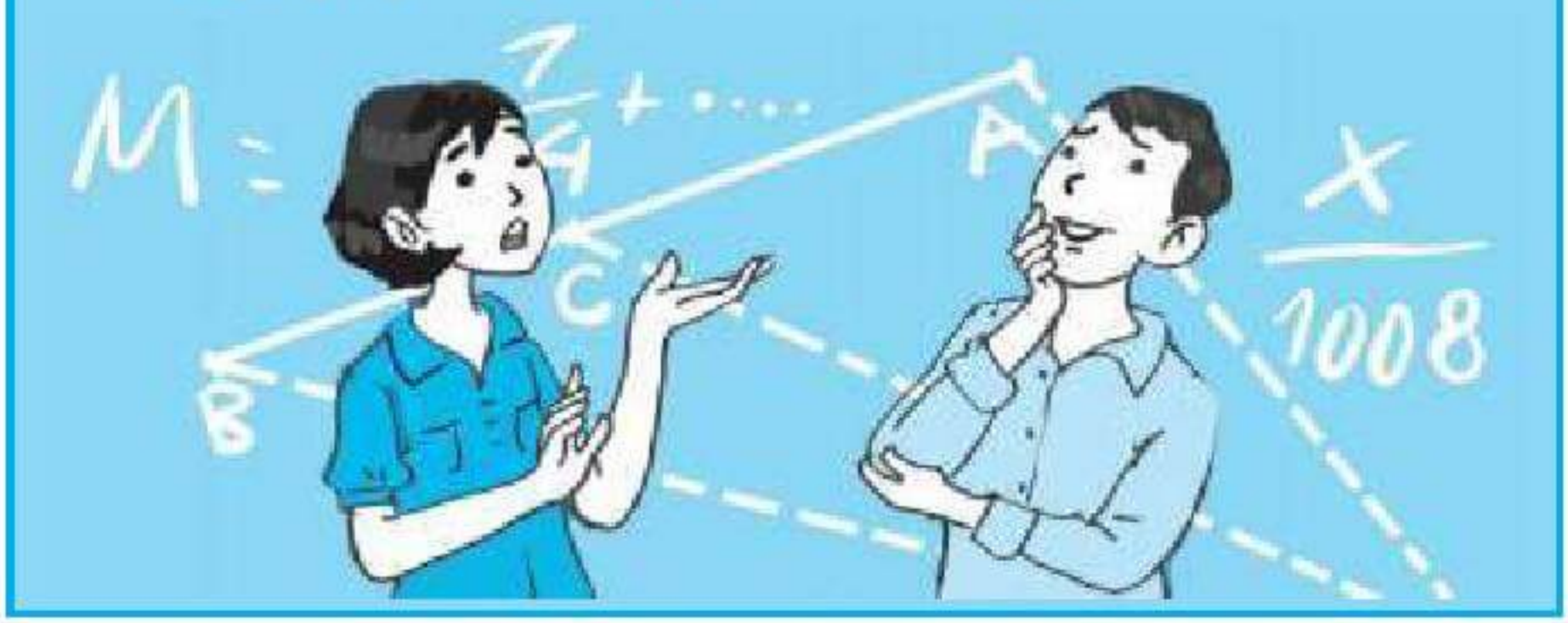
Cho đoạn thẳng AB = 5 cm. Lấy điểm C thuộc đường thẳng AB sao cho BC = 2 cm.

a) Tính độ dài đoạn thẳng AC.

b) Lấy một điểm M bất kì không nằm trên đường thẳng AB. Nối M với các điểm A, B, C. Hãy tính tỉ số diện tích của hai tam giác MAB và MBC.

Câu 5. *(2,0 điểm)*

Cho $M=\frac{1}{4}-\frac{2}{4^2}+\frac{3}{4^3}-\frac{4}{4^4}+...+\frac{2015}{4^{2015}}-\frac{2016}{4^{2016}}$. Chứng minh $M<\frac{4}{25}$.



ĐỀ THI LỚP 7 CÂU LẠC BỘ TOÁN QUẬN HOÀN KIẾM, HÀ NỘI

Năm học: 2015 – 2016

***Thời gian làm bài:* 90 phút**

Bài 1. *(5,0 điểm)*

a) Tính giá trị của $M = \left(1\frac{1}{2} - 1\frac{1}{3}\right)^2 : \frac{1}{36} - 2^6.3^3.\left(1\frac{1}{3} - 1\frac{1}{4}\right)^3$.

b) Tính giá trị của phân số $\frac{A}{B}$ biết rằng

$A = 1 + 2^4 + 2^8 + ... + 2^{2012} + 2^{2016}$ và $B = 1 + 2^2 + 2^4 + ... + 2^{2016} + 2^{2018}$.

Bài 2. *(5,0 điểm)*

a) Tìm x, y, z biết rằng $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$ và $2x^2 + 3y^2 - 4z^2 + 116 = 0$.

b) Tìm số thực x biết rằng $\left|2x + \frac{1}{2}\right| + \left|2x - \frac{3}{2}\right| = 2$.

Bài 3. *(3,0 điểm)*

Mức nước sinh hoạt của nhà bạn Đức Anh được thống kê trong bảng sau đây:

Thời điểm	Cuối tháng 9/2015	Cuối tháng 10/2015	Cuối tháng 11/2015	Cuối tháng 12/2015
Chỉ số đồng hồ đo nước (m^3)	154	170	187	202

Biết số tiền nước phải trả cho mỗi m^3 nước là không đổi và tổng số tiền nhà bạn Đức Anh phải trả trong quý IV năm 2015 là 480 000 đồng. Tính số tiền nước phải trả trong mỗi tháng 10, 11 và 12 năm 2015.

Bài 4. *(5,0 điểm)*

Cho tam giác ABC cân tại A. Trên cạnh AB lấy điểm M, trên tia đối của tia CA lấy điểm N sao cho BM = CN. Kẻ MH, NK cùng vuông góc với BC (H, K thuộc BC). Gọi I là giao điểm của MN và BC.

a) Chứng minh $\Delta HBM = \Delta KCN$ và I là trung điểm của MN.

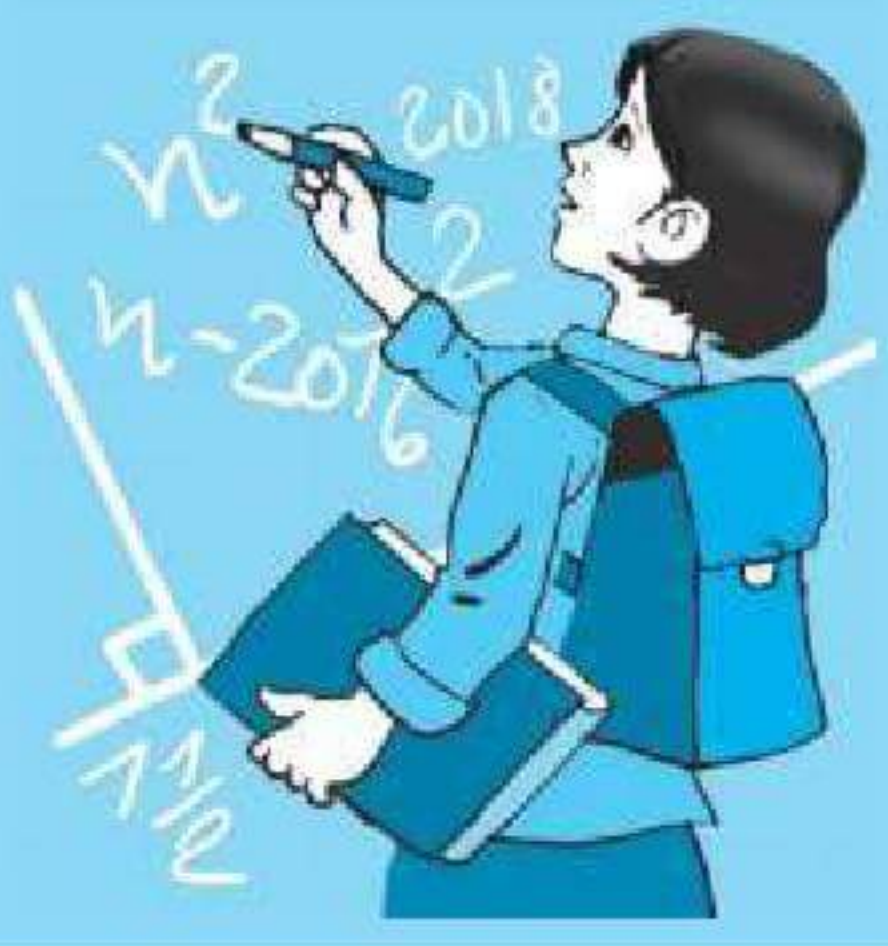
b) Đường trung trực của MN cắt tia phân giác Ax của góc BAC tại P.

Chứng minh $\widehat{PMB} = \widehat{PNC}$.

c) Chứng minh khi M di động trên AB và N di động trên tia đối của tia CA thỏa mãn BM = CN thì P là một điểm cố định.

Bài 5. *(2,0 điểm)*

Tìm tất cả các số tự nhiên n nhận giá trị từ 1 đến 2016 sao cho phân số $\frac{n+43}{n^2 - 2016}$ không tối giản.



ĐỀ THI LỚP 8 CÂU LẠC BỘ TOÁN QUẬN HOÀN KIẾM, HÀ NỘI

Năm học: 2015 - 2016

***Thời gian làm bài:* 120 phút**

Bài 1. *(5,0 điểm)*

a) Cho các số a, b, c thỏa mãn $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=-3$ và $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}=7$.

Tính giá trị của biểu thức $A=\frac{abc}{a+b+c}$.

b) Tìm các số thực a, b để đa thức $f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 1$ chia hết cho đa thức $x^2 - 3x + 2$.

Bài 2. *(5,0 điểm)*

a) Chứng minh $(7^{2n} + 3.13^n - 4^{n+1})$ chia hết cho 19 với mọi số tự nhiên n.

b) Tìm các cặp số nguyên (x; y) thỏa mãn điều kiện $x^2 - 2y^2 + xy + 2x + 4y - 5 = 0$.

Bài 3. *(3,0 điểm)*

Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $a + 2b \geq 5$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=2a+3b+\frac{1}{a}+\frac{4}{b}$.

Bài 4. *(5 điểm)*

Cho hình vuông ABCD có cạnh AB = 6 cm. Trên cạnh BC lấy điểm E sao cho BE = 2 cm, AE cắt đường thẳng CD tại G.

a) Tính diện tích tam giác CEG.

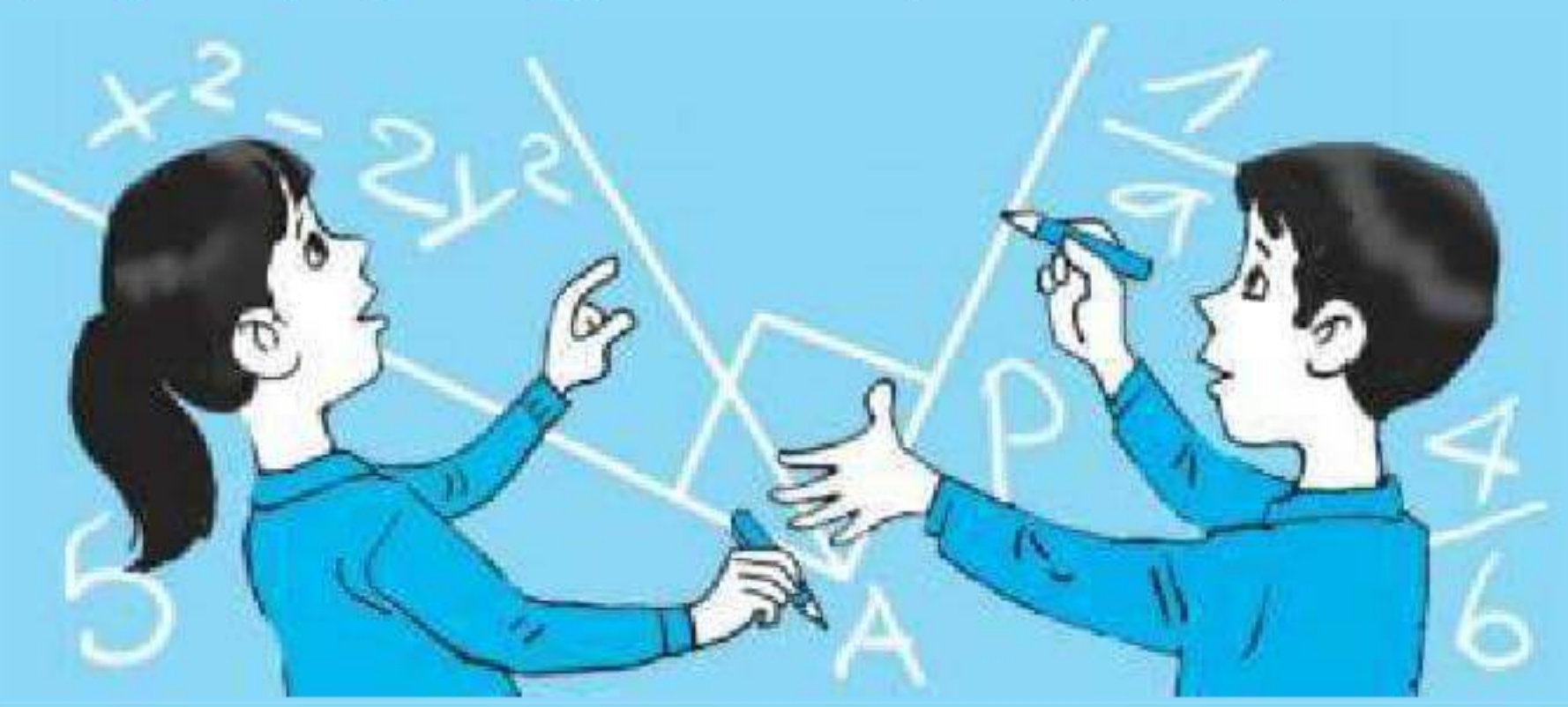
b) Gọi F là trung điểm của DG, BF cắt AG tại K, CK cắt AB tại H. Chứng minh AK vuông góc với CK.

c) Dựng hình chữ nhật BCFM và gọi I là giao điểm của HE và AC. Chứng minh BI và CM song song với nhau.

Bài 5. *(2 điểm)*

a) Cho a > b > c. Chứng minh $M = a^4(b - c) + b^4(c - a) + c^4(a - b)$ luôn dương.

b) Chứng minh rằng trong năm số nguyên tố bất kì lớn hơn 3, luôn tồn tại hai số có hiệu chia hết cho 12.



ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI MÔN TOÁN LỚP 9
HUYỆN YÊN LẠC TỈNH VĨNH PHÚC

Năm học: 2015 – 2016

***Thời gian làm bài:* 150 phút**

Bài 1. *(2 điểm)*

a) Cho ba số dương x, y, z thỏa mãn điều kiện xy + yz + zx = 2015 và

$$P = x\sqrt{\frac{(2015+y^2)(2015+z^2)}{2015+x^2}} + y\sqrt{\frac{(2015+x^2)(2015+z^2)}{2015+y^2}} + z\sqrt{\frac{(2015+x^2)(2015+y^2)}{2015+z^2}}$$

Chứng minh rằng P không phải là số chính phương.

b) Cho biểu thức $\sqrt{x^2-6x+11}-\sqrt{x^2-6x+10}=2015$.

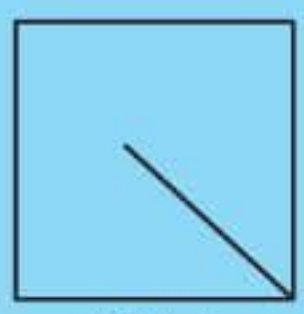
Chứng minh biểu thức $Q=\sqrt{x^2-6x+10}+\sqrt{x^2-6x+11}$ không phụ thuộc vào x.

Bài 2. *(1,5 điểm)*

Tìm số tự nhiên n lớn nhất sao cho số 2015 bằng tổng của n số $a_1, a_2, \dots, a_n$ trong đó a_i (i = 1, 2, 3, ... , n) đều là hợp số.

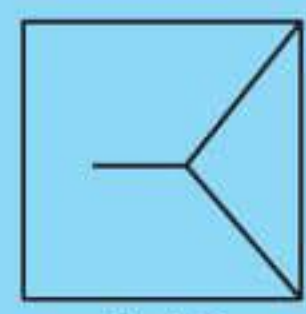
Bài 3. *(2 điểm)*

a) Cho đồ thị M có số đỉnh V, số cạnh E và số miền R. Khi đó ta có công thức Euler như sau V – E + R = 2. Em hãy kiểm chứng công thức trên qua các đồ thị sau:

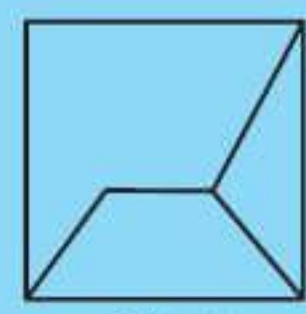


Hình 1

Hình 2



Hình 3



Hình 4

b) Giải phương trình sau $x^2-x-1=\sqrt{8x+1}$.

Bài 4. *(2,5 điểm)*

a) Cho tam giác ABC và hai đường trung tuyến BN, CM vuông góc với nhau. Chứng minh rằng $\frac{1}{\tan B}+\frac{1}{\tan C}\ge\frac{2}{3}$.

b) Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB, M là một điểm trên nửa đường tròn (O). Lấy điểm C trên tia AM sao cho AC = BM. Chứng minh rằng đường thẳng d vuông góc với AM tại C luôn đi qua một điểm cố định khi M di động.

Bài 5. *(2,0 điểm)*

a) Trong cuộc thi vẽ tranh chủ đề về đảo Trường Sa của học sinh giỏi toán lớp 9 huyện Yên Lạc, tỉnh Vĩnh Phúc có tổng số 100 học sinh tham gia, trong đó mỗi người quen ít nhất 66 người khác. Hỏi có phải trong mọi trường hợp luôn tồn tại 4 người đôi một quen nhau không?

b) Cho các số a, b, c là các số thực dương thỏa mãn a + b + c = 1. Hãy tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\frac{a^3}{(1-a)^2}+\frac{b^3}{(1-b)^2}+\frac{c^3}{(1-c)^2}$.

Hướng dẫn giải đề kì trước

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI MÔN TOÁN LỚP 9
HUYỆN VĨNH TƯỜNG, TỈNH VĨNH PHÚC

Năm học 2014 - 2015

Câu 1. a) Ta có $a^2 + 1 = a^2 + ab + bc + ca = (a + b)(a + c)$.

$b^2 + 1 = b^2 + ab + bc + ca = (b + a)(b + c)$.

$c^2 + 1 = c^2 + ab + bc + ca = (c + a)(c + b)$.

Thay vào ta tính được $M = 0$.

b) Đặt

$$am^3 = bn^3 = cp^3 = k^3 \Rightarrow a = \frac{k^3}{m^3}; b = \frac{k^3}{n^3}; c = \frac{k^3}{p^3}.$$

Do đó $\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b} + \sqrt[3]{c} = k$;

$$\sqrt[3]{am^2 + bn^2 + cp^2} = \sqrt[3]{k^3} = k.$$

Suy ra $\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b} + \sqrt[3]{c} = \sqrt[3]{am^2 + bn^2 + cp^2}$.

Câu 2. a) Ta có

$$x^2 + 3x + 1 = (x + 3)\sqrt{x^2 + 1}$$

$$\Leftrightarrow (x^2 + 1) - x\sqrt{x^2 + 1} - 3\sqrt{x^2 + 1} + 3x = 0$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{x^2 + 1} - x)(\sqrt{x^2 + 1} - 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sqrt{x^2 + 1} - x = 0 \ (1) \\ \sqrt{x^2 + 1} - 3 = 0 \ (2). \end{array}\right.$$

$$(1) \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + 1} = x \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 0 \\ x^2 + 1 = x^2 \end{cases} \text{(Vô nghiệm).}$$

$$(2) \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + 1} = 3 \Leftrightarrow x^2 + 1 = 9 \Leftrightarrow x^2 = 8$$

$$\Leftrightarrow x = \pm 2\sqrt{2}.$$

b) Ta có $x^2 - xy = 6x - 5y - 8$

$(x - 5)y = x^2 - 6x + 8$ (*)

● Với $x = 5$ thì phương trình (*) vô nghiệm

● Với $x \ne 5$ thì

$$\Rightarrow y = \frac{x^2 - 6x + 8}{x - 5} = x - 1 + \frac{3}{x - 5}.$$

Suy ra $x - 5 \in \{\pm 3; \pm 1\}$.

Xét các trường hợp ta có các nghiệm cần tìm là $(x, y) = (6, 8); (4, 0); (8, 8); (2, 0)$.

Câu 3. a) Với $a, b > 0$. Áp dụng bất đẳng thức AM-GM ta có $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \ge 2\sqrt{\frac{1}{a}.\frac{1}{b}} = \frac{4}{2\sqrt{ab}} \ge \frac{4}{a + b}$. (*)

Vì $x, y > 0$ nên theo (*) ta có

$$A = \frac{1}{x^2 + y^2} + \frac{2}{xy} + 4xy$$

$$= \left(\frac{1}{x^2 + y^2} + \frac{1}{2xy}\right) + \frac{5}{4xy} + \left(\frac{1}{4xy} + 4xy\right)$$

$$\ge \frac{4}{x^2 + y^2 + 2xy} + \frac{5}{(x + y)^2} + 2\sqrt{\frac{1}{4xy}.4xy}$$

$$= \frac{4}{(x + y)^2} + \frac{5}{(x + y)^2} + 2 = 4 + 5 + 2 = 11.$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi $x = y = \frac{1}{2}$.

Vậy $\text{Min}A = 11$ khi $x = y = \frac{1}{2}$.

b) Với $x, y, z > 0$ theo bất đẳng thức Bunhiacôpxki ta chứng minh được

$$\frac{m^2}{x} + \frac{n^2}{y} + \frac{p^2}{z} \ge \frac{(m + n + p)^2}{x + y + z}. \ (*)$$

● Nếu $ab + bc + ca \le a + b + c$.

Áp dụng (*) và kết hợp với $abc \le 1$ ta có

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} = \frac{a^2c + b^2a + c^2b}{abc}$$

$$= \frac{\frac{a^2}{\frac{1}{c}} + \frac{b^2}{\frac{1}{a}} + \frac{c^2}{\frac{1}{b}}}{abc} \ge \frac{\frac{(a + b + c)^2}{\frac{1}{c} + \frac{1}{a} + \frac{1}{b}}}{abc}$$

$$= \frac{\frac{(a + b + c)^2}{ab + bc + ca}}{(abc)^2} \ge a + b + c. \ (1)$$

● Nếu $ab + bc + ca > a + b + c$.

Áp dụng (*) và kết hợp với $abc \le 1$ ta có

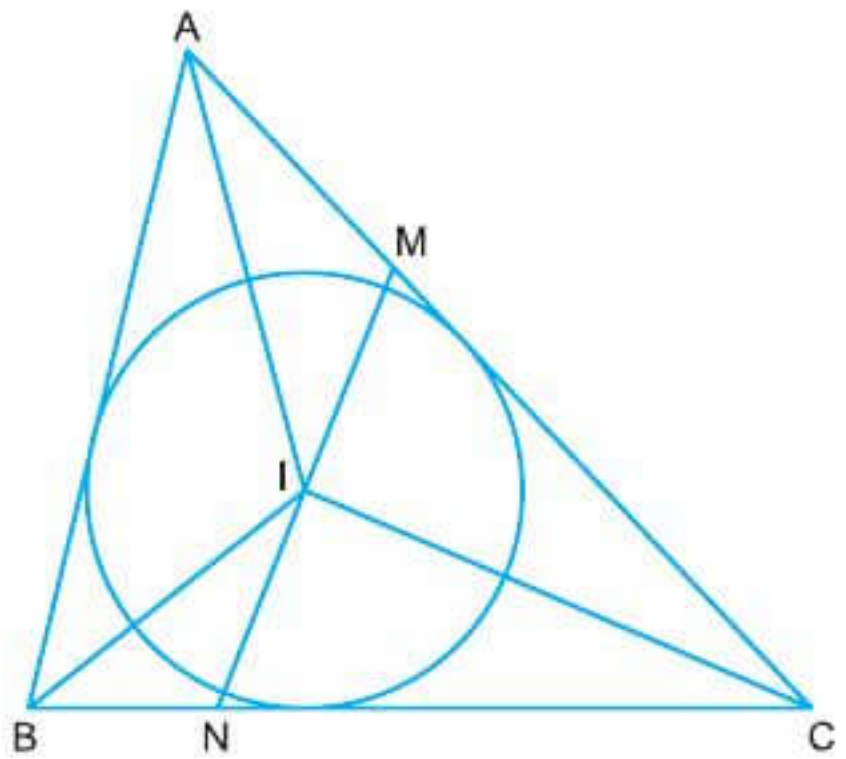
$$\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} = \frac{a^2c + b^2a + c^2b}{abc}$$

$$= \frac{\frac{a^2c^2}{c} + \frac{b^2a^2}{a} + \frac{c^2b^2}{b}}{abc} \ge \frac{\frac{(ab + bc + ca)^2}{a + b + c}}{abc}$$

$$\ge ab + bc + ca > a + b + c. \ (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra điều phải chứng minh.

Câu 4. a)



Ta có $\widehat{AMI} = \widehat{INB} = \widehat{AIB}\left(= 90^o + \frac{\widehat{C}}{2}\right)$

Suy ra $\Delta AMI \backsim \Delta AIB$ (g.g); $\Delta AIB \backsim \Delta INB$ (g.g).

$\Rightarrow \Delta AMI \backsim \Delta INB \Rightarrow \frac{IM}{BN} = \frac{AM}{IN}$.

Do đó AM.BN = IM.IN. Dễ dàng chứng minh được IM = IN $\Rightarrow$ AM.BN = $IM^2 = IN^2$.

b) Đặt AM = m, BN = n, IM = IN = x.

Vì ΔAMI và ΔAIB đồng dạng nên

$\frac{AM}{AI} = \frac{AI}{AB} \Rightarrow \frac{IA^2}{bc} = \frac{m}{b}$. (1)

Tương tự ta có $\frac{IB^2}{ca} = \frac{n}{a}$. (2)

Vì tam giác MIC vuông tại I nên $IC^2 = CM^2 - IM^2$.

Do $IM^2 = mn$ và CM = CN nên

$IC^2 = (b - m)(a - n) - mn = ab - bn - am$.

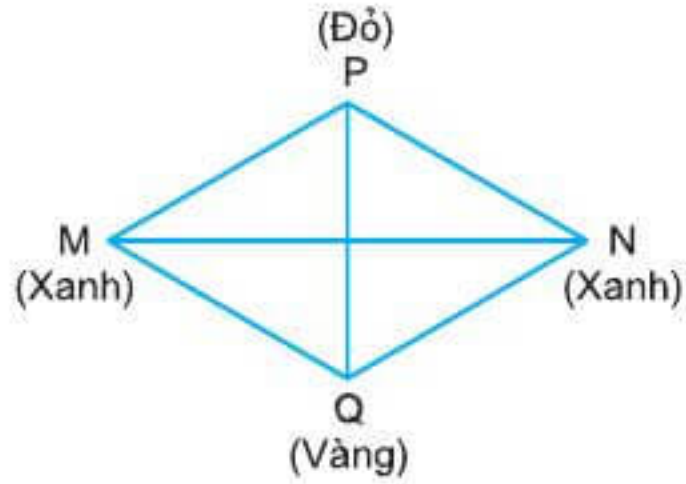
Do đó $\frac{IC^2}{ab} = 1 - \frac{n}{a} - \frac{m}{b}$. (3)

Từ (1), (2), (3) suy ra $\frac{IA^2}{bc} + \frac{IB^2}{ca} + \frac{IC^2}{ab} = 1$.

Câu 5. a) Chứng minh bằng phương pháp phản chứng. Giả sử với mọi cách tô đều không tồn tại hai điểm cùng màu mà có khoảng cách bằng 2016.

Lấy hai điểm M và N sao cho $MN = 2016\sqrt{3}$ thì tồn tại các điểm P, Q thỏa mãn các tam giác MPQ, NPQ là các tam giác đều với độ dài cạnh bằng 2016.

Khi đó, theo giả sử trên thì hai điểm có khoảng cách bằng 2016 được tô bởi hai màu khác nhau, nên M, N phải được tô bởi cùng một màu, chẳng hạn M, N: Xanh, P: Đỏ, Q: Vàng (Hình vẽ).



Từ đó, nếu điểm M được tô màu Xanh, thì mọi điểm nằm trên đường tròn tâm M, bán kính $2016\sqrt{3}$ đều được tô màu Xanh. Nhưng trên đường tròn này ta luôn tìm được hai điểm có khoảng cách giữa chúng bằng 2016. Mâu thuẫn với giả sử trên.

Từ đó suy ra điều phải chứng minh.

b) Ta sẽ chứng minh sinh viên mang số 333 là "Sinh viên hay". Ta chia 997 sinh viên (tất cả các sinh viên ngoại trừ các sinh viên mang số 333, 666 và 999) vào 498 tập hợp sau: {1, 2, 4, ...}, {3, 6, 12, ...}, {5, 10, 20, ...}, ... , {331, 662}, {335, 670}, ... , {499, 998}, {501}, {503}, ... , {995}, {997}. Bây giờ ta xét một nhóm bất kì gồm 500 sinh viên có chứa sinh viên 333. Nếu một trong các sinh viên mang số 666 hoặc 999 thuộc nhóm đó thì nhóm đó là "nhóm hay". Ngược lại ta có 499 sinh viên chia vào 498 tập hợp trên. Khi đó theo quy tắc Dirichlet thì tồn tại hai sinh viên thuộc vào một nhóm. Trong trường hợp có hai sinh viên thuộc cùng một nhóm thì một trong hai sinh viên đó có số chia hết cho số của sinh viên kia. Từ đó ta có nhóm này là "nhóm hay" và sinh viên mang số 333 là "sinh viên hay".

Cuối cùng ta sẽ chứng minh các sinh viên mang các số từ 334 đến 1000 là các "sinh viên tồi". Rõ ràng các sinh viên mang số từ 501 đến 1000 lập thành một "nhóm tồi" và do đó các sinh viên mang số từ 501 đến 1000 không phải là "sinh viên hay". Bây giờ ta xét nhóm gồm 500 sinh viên sau đây: 334, 335, ... , 667, 669, 671, 673, ... , 997, 999. Nhóm này bao gồm các sinh viên mang số 334 đến 667 và các sinh viên mang số lẻ từ 667 đến 999. Ta dễ dàng thấy rằng nhóm này là "nhóm tồi" bởi vì với $334 \le n \le 500$, sinh viên mang số n thuộc nhóm đó và các sinh viên mang số 2n không thuộc nhóm đó còn số 3n đã vượt quá 1000. Với $n \ge 501$ thì 2n vượt quá 1000. Do đó ta không tìm thấy hai sinh viên nào mà số của sinh viên này chia hết cho số của sinh viên kia. Điều đó dẫn đến nhóm này là "nhóm tồi" và các sinh viên từ 334 đến 1000 là các "sinh viên tồi". Vậy đáp án cần tìm là 333.

Kết quả

Giải toán qua thư

Bài 1(157). Nhà toán học De Morgan (1806 - 1871) khi được hỏi tuổi đã trả lời: Tôi x tuổi vào năm x^2. Hỏi năm x^2 đó ông bao nhiêu tuổi?

Lời giải. Nhà toán học De Morgan sinh vào năm 1806, ông x tuổi vào năm x^2.

Suy ra $x^2 - x = 1806$ (vì $x \in \mathbb{N}^*$)

Do đó $x(x - 1) = 1806$, vì $42.43 = 1806$ nên $x = 43$. Suy ra $x^2 = 1849$.

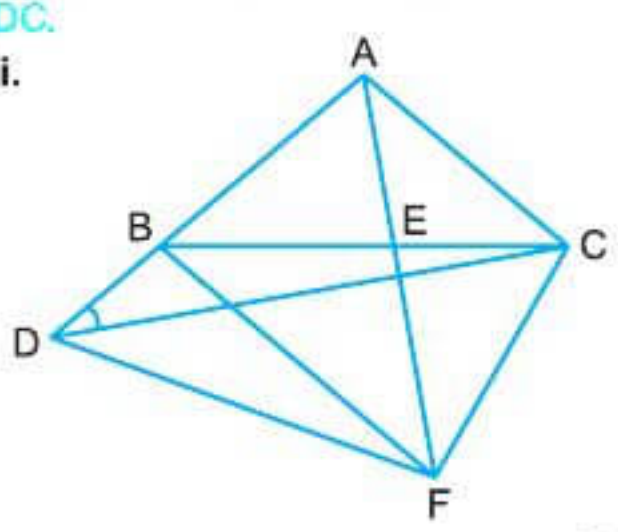
Vậy vào năm 1849 ông De Morgan 43 tuổi.

Nhận xét. Bài toán này rất thú vị nên có nhiều em tham gia giải và giải đúng. Xin nêu tên một số em trình bày tốt: *Nguyễn Minh Thùy, Nguyễn Công Hải*, 6A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Nguyễn Ngọc Mai, Nguyễn Thị Việt Trà, Nguyễn Đăng Doanh, Lê Phan Thảo Vy*, 6B, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Nguyễn Thị Ngọc Mai, Nguyễn Mai Linh*, 7A4, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**; *Đặng Hồng An, Phan Thị Quỳnh Trang*, 7C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An**; *Trương Thị Thu Lan*, 7A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**.

PHÙNG KIM DUNG

Bài 2(157). Cho tam giác ABC với $\widehat{BAC} = 100^o$ và AB = AC. Trên tia AB lấy điểm D sao cho AD = BC. Tính $\widehat{ADC}$.

Lời giải.



Trên cạnh BC lấy điểm E sao cho $\widehat{BAE} = 60^o$. Qua B kẻ đường thẳng song song với AC cắt AE tại F. Vì $\widehat{BAC} = 100^o$ nên $\widehat{ABC} = \widehat{ACB} = 40^o$ và $\widehat{CAF} = \widehat{BAC} - \widehat{BAE} = 100^o - 60^o = 40^o$.

Suy ra $\widehat{AFB} = 40^o$ (vì BF // AC)

$\widehat{ACB} = \widehat{CBF} = 40^o$ (vì BF // AC).

Do đó EA = EC và EB = EF, dẫn đến BC = AF.

Suy ra tam giác ADF đều.

Mặt khác $\Delta AEB = \Delta CEF$ (c.g.c)

nên CF = AB = CA.

Do đó $\Delta ADC = \Delta FDC$ (c.c.c)

Suy ra $\widehat{ADC} = \widehat{FDC} = 30^o$.

Nhận xét. Các bạn sau có lời giải gọn hơn cả và được khen: *Từ Tấn Dũng*, 7D, THPT chuyên Hà Nội - Amsterdam, Cầu Giấy, **Hà Nội**; *Nguyễn Lan Chi, Trương Thị Thu Lan*, 7A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Nguyễn Thị Ngọc Ánh*, 7E2, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Trần Quang Vinh*, 7A, THCS Hùng Vương, TX. Phú Thọ; *Nguyễn Vũ Hà, Khổng Doãn Hưng, Nguyễn Công Hiếu*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Hoàng Thị Phương Anh*, 7C, THCS Nhữ Bá Sỹ, Hoằng Hóa, **Thanh Hóa**; *Đường Hải Sáng*, 7C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành; *Nguyễn Trình Tuấn Đạt, Lê Đình Tú, Nguyễn Sĩ Quyền*, 7D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**; *Trần Đình Hoàng*, 6C; *Nguyễn An Na, Thái Thị Thu Sang*, 7A, THCS Hoàng Xuân Hãn, **Đức Thọ**; *Nguyễn Trúc Quỳnh*, 7/1, THCS Lê Văn Thiêm, TP. Hà Tĩnh, **Hà Tĩnh**; *Phan Thị Như Quỳnh*, 7/5, THCS Nguyễn Thị Minh Khai, Cam Phúc Bắc, Cam Ranh, **Khánh Hòa**.

HỒ QUANG VINH

Bài 3(157). Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^3 + y^3 + 7(x+y) = 3(x^2 + xy + y^2) + 5 \ (1) \\ \sqrt{\dfrac{3}{x+1}} + \sqrt{\dfrac{3}{y+1}} = \dfrac{4}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} \ (2) \end{cases}$$

Lời giải. Biến đổi phương trình (1) như sau

$(x + y)(x^2 - xy + y^2) + 7(x + y) - (x^2 - xy + y^2 + 7)$
$= 2(x + y)^2 - 2$

$\Leftrightarrow (x + y - 1)(x^2 - xy + y^2 + 7)$
$- 2(x + y - 1)(x + y + 1) = 0$

$\Leftrightarrow (x + y - 1)(x^2 - xy + y^2 - 2x - 2y + 5) = 0$. (3)

Đặt $A = x^2 - xy + y^2 - 2x - 2y + 5$ thì

$2A = 2x^2 - 2xy + 2y^2 - 4x - 4y + 10$
$= (x^2 - 2xy + y^2) + (x^2 - 4x + 4) + (y^2 - 4y + 4) + 2$
$= (x - y)^2 + (x - 2)^2 + (y - 2)^2 + 2 > 0$.

Suy ra $A > 0$.

Từ đó và (3) suy ra $x + y = 1$. (4)

Từ (4) ta có $(x + 1)(y + 1) = xy + x + y + 1 = xy + 2$

$$\le \frac{1}{4}(x+y)^2 + 2 = \frac{9}{4} = \left(\frac{3}{2}\right)^2. \ (5)$$

Với điều kiện $x > 0$, $y > 0$ và (5), ta biến đổi phương trình (2) như sau

$$\left(\sqrt{\frac{3}{x+1}} + \sqrt{\frac{3}{y+1}}\right)^2 = \frac{16}{(\sqrt{x}+\sqrt{y})^2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3(\sqrt{y+1}+\sqrt{x+1})^2}{(x+1)(y+1)} = \frac{16}{x+y+2\sqrt{xy}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3(y+x+2)+6\sqrt{(y+1)(x+1)}}{xy+2} = \frac{16}{1+2\sqrt{xy}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{9+6\sqrt{xy+2}}{xy+2} = \frac{16}{1+2\sqrt{xy}}.$$

Từ đó kết hợp với (5) ta có

$$\frac{xy+2}{1+2\sqrt{xy}} = \frac{9+6\sqrt{xy+2}}{16} \le \frac{9+9}{16} = \frac{9}{8}.$$

Suy ra $8xy - 18\sqrt{xy} + 7 \le 0$, hay

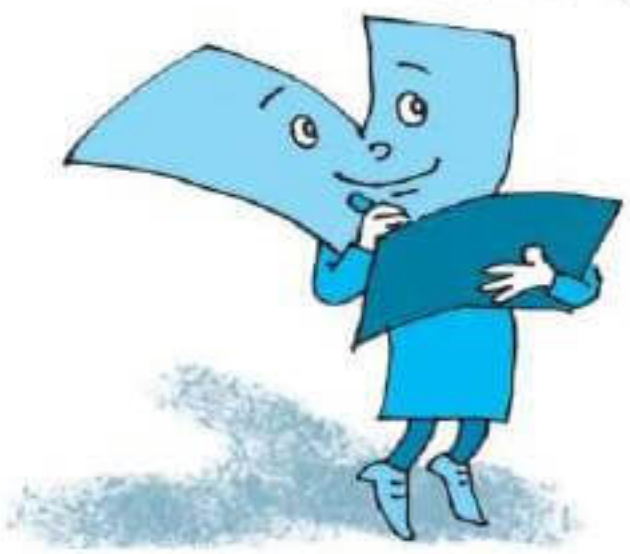
$(2\sqrt{xy} - 1)(4\sqrt{xy} - 7) \le 0$. (6)

Do $2\sqrt{xy} \le x + y = 1$ và $4\sqrt{xy} \le 2 < 7$ nên (6) xảy ra chỉ khi $2\sqrt{xy} = 1 = x + y$, tức là khi $x = y = \frac{1}{2}$.

Thử lại thấy $(x, y) = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ thỏa mãn hệ phương trình ban đầu và là nghiệm duy nhất.

Nhận xét. Các bạn sau có lời giải đúng: *Nguyễn Ngọc Huyền*, 9A, THCS Hùng Vương, TX. Phú Thọ, **Phú Thọ**; *Tạ Nam Khánh*, *Lê Ngọc Hoa*, *Nguyễn Công Huấn*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Chu Thị Hằng*, 9A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Nguyễn Minh Nghĩa*, 9B, THCS Nguyễn Thượng Hiền, Ứng Hòa, **Hà Nội.**

NGUYỄN VIỆT HẢI



Bài 4(157). Cho các số thực a, b, c và d thỏa mãn: $a \ge b \ge c \ge d$; $a + b + c + d = 9$; $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 21$. Chứng minh rằng $ab - cd \ge 2$.

Lời giải. Ta có

$(ab + cd) + (ac + bd) + (ad + bc)$

$$= \frac{(a+b+c+d)^2 - (a^2+b^2+c^2+d^2)}{2} = 30$$

Từ giả thiết $a \ge b \ge c \ge d$, nên $ab + cd \ge ac + bd \ge ad + bc$, suy ra $ab + cd \ge 10$.

Đặt $x = a + b$, ta có $x^2 + (9 - x)^2 = (a + b)^2 + (c + d)^2 = 21 + 2(ab + cd) \ge 41$.

Suy ra $x^2 - 9x + 20 \ge 0 \Rightarrow (x - 4)(x - 5) \ge 0$.

Mặt khác do $x = a + b \ge c + d$ và $a + b + c + d = 9$, suy ra $x \ge 5$.

Do đó, $25 \le a^2 + b^2 + 2ab = 21 - (c^2 + d^2) + 2ab \le 21 + 2(ab - cd)$, suy ra $ab - cd \ge 2$.

Đẳng thức xảy ra khi $a = 3$, $b = c = d = 2$.

Nhận xét. Đây là bài toán khó nên có rất ít bạn tham gia giải bài. Các bạn sau đây có lời giải tốt: *Vũ Mạnh Tùng*, *Lương Hoàng Tùng*, *Nguyễn Minh Đức*, 9H1, THCS Trưng Vương, Hoàn Kiếm, **Hà Nội.**

CAO VĂN DŨNG

Bài 5(157). Cho một bảng ô vuông kích thước 7×7 (gồm 49 ô vuông đơn vị). Đặt 22 đấu thủ vào bảng sao cho mỗi ô đơn vị có không quá một đấu thủ. Hai đấu thủ được gọi là tấn công lẫn nhau nếu họ cùng trên một hàng hoặc cùng trên một cột. Chứng minh rằng với mỗi cách đặt bất kì luôn tồn tại ít nhất 4 đấu thủ không tấn công lẫn nhau.

Lời giải. Ta đánh số các ô vuông đơn vị bởi các số từ 1 đến 7 sao cho mỗi số dùng đúng 7 lần, mỗi ô điền 1 số, các số trên cùng một hàng và cùng một cột đôi một khác nhau như hình vẽ sau

1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	1
3	4	5	6	7	1	2
4	5	6	7	1	2	3
5	6	7	1	2	3	4
6	7	1	2	3	4	5
7	1	2	3	4	5	6

Như vậy, 49 ô vuông đơn vị được chia làm 7 loại ô vuông, mỗi loại có 7 ô ghi cùng một số.

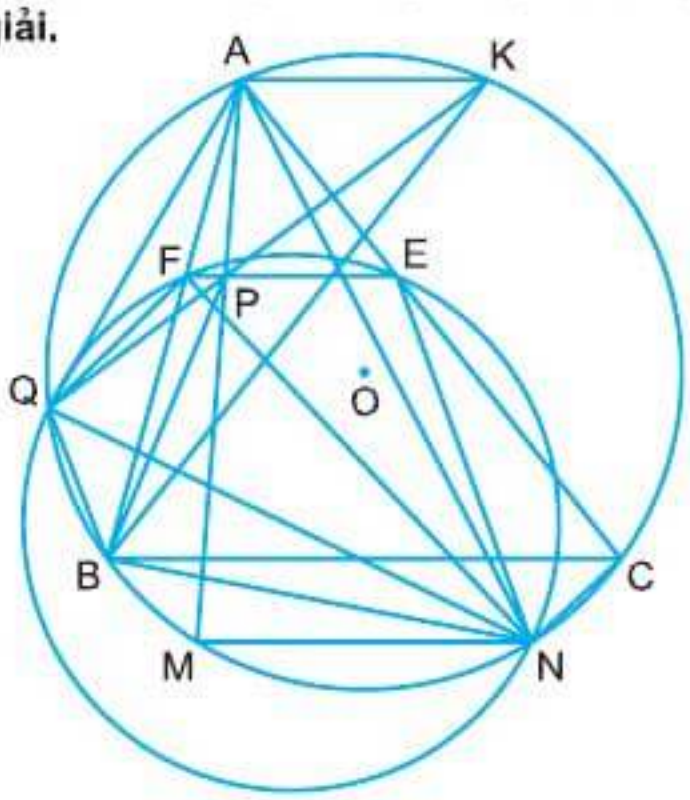
Đặt 22 đấu thủ vào 7 loại ô vuông, theo nguyên lí Dirichlet thì tồn tại ít nhất $\left[\frac{22}{7}\right] + 1 = 4$ đấu thủ thuộc cùng một loại ô vuông nào đó, các đấu thủ này đôi một không tấn công nhau. Ta có điều phải chứng minh.

Nhận xét. Các bạn sau đây có lời giải tốt: *Tạ Nam Khánh, Lê Ngọc Hoa*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường; *Trần Minh Huy*, 7A, THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên, **Vĩnh Phúc.**

TRỊNH HOÀI DƯƠNG

Bài 6(157). Cho tam giác ABC nhọn, không cân tại A, nội tiếp đường tròn (O). Gọi M, N là hai điểm cố định thuộc cung nhỏ BC sao cho MN // BC và tia AM nằm giữa hai tia AB và AN. Gọi P là điểm nào đó trên đoạn thẳng AM. Đường thẳng đi qua P song song với BC cắt AC, AB lần lượt tại E, F. Đường tròn ngoại tiếp tam giác NEF cắt đường tròn (O) tại Q khác N. Chứng minh rằng đường thẳng PQ luôn đi qua một điểm cố định khi điểm P di chuyển trên đoạn thẳng AM (P khác M).

Lời giải.



Gọi K là giao điểm thứ hai của PQ và đường tròn (O).

Vì MN // BC nên $\widehat{MAB} = \widehat{NAC}$. (1)

Do đó $\widehat{NAB} = \widehat{MAC}$.

Vì tứ giác ABNC nội tiếp và EP // BC nên

$\widehat{ANB} = \widehat{ACB} = \widehat{AEP}$.

Từ đó suy ra $\Delta ABN \backsim \Delta APE \Rightarrow \dfrac{AP}{AB} = \dfrac{AE}{AN}$. (2)

Từ (1) và (2) ta có $\Delta ABP \backsim \Delta ANE \Rightarrow \widehat{PBA} = \widehat{ENA}$.

Kết hợp với các tứ giác AQBN, ENQF nội tiếp, ta có

$\widehat{PBQ} = \widehat{PBA} + \widehat{ABQ} = \widehat{ENA} + \widehat{ANQ}$

$= \widehat{ENQ} = 180^o - \widehat{EFQ} = 180^o - \widehat{PFQ}$.

Do đó tứ giác PBQF nội tiếp.

Kết hợp với tứ giác AQBK nội tiếp, suy ra $\widehat{FPQ} = \widehat{FBQ} = \widehat{ABQ} = \widehat{AKQ}$.

Nói cách khác AK // FE // BC. Do đó điểm K cố định. Vậy đường thẳng PQ luôn đi qua điểm K cố định.

Nhận xét. Các bạn sau có lời giải tốt: *Trần Quốc Lập, Trần Thị Thu Huyền*, 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Nguyễn Minh Nghĩa*, 9B, THCS Nguyễn Thượng Hiền, Ứng Hòa, **Hà Nội**.

NGUYỄN MINH HÀ

ĐƯỢC THƯỞNG KÌ NÀY

Thi giải toán qua thư

Nguyễn Minh Thùy, 6A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Nguyễn Trúc Quỳnh*, 7/1, THCS Lê Văn Thiêm, TP. Hà Tĩnh, **Hà Tĩnh**; *Tạ Nam Khánh, Lê Ngọc Hoa*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Đường Hải Sáng*, 7C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành; *Nguyễn Sĩ Quyền*, 7D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**; *Trương Thị Thu Lan*, 7A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Từ Tấn Dũng*, 7D, THPT chuyên Hà Nội - Amsterdam, Cầu Giấy; *Nguyễn Minh Đức*, 9H1, THCS Trưng Vương, Hoàn Kiếm; *Nguyễn Minh Nghĩa*, 9B, THCS Nguyễn Thượng Hiền, Ứng Hòa, **Hà Nội**; *Hoàng Thị Phương Anh*, 7C, THCS Nhữ Bá Sỹ, Hoằng Hóa, **Thanh Hóa**; *Phan Thị Như Quỳnh*, 7/5, THCS Nguyễn Thị Minh Khai, Cam Phúc Bắc, Cam Ranh, **Khánh Hòa**.

HOCMAI

Từ số tháng 9 năm 2015, Công ty Cổ phần Dịch vụ Giáo dục Việt Nam sẽ tặng các khóa học trực tuyến trên website: *hocmai.vn* cho các bạn học sinh được thưởng trong các chuyên mục và các bạn học sinh được khen trong chuyên mục Kết quả thi giải toán qua thư. Các bạn học sinh sau khi nhận được mã cung cấp thì đăng kí tại địa chỉ: *thcs.hocmai.vn/toantuoitho* (Xin liên hệ SĐT 0966464644 để được giải đáp).

CỬA SỔ AC

20 NĂM HỌC BỔNG ASEAN CỦA SINGAPORE
CHO HỌC SINH LỚP 9 VIỆT NAM

VŨ KIM THỦY

AC là từ viết tắt của Cộng đồng ASEAN bằng tiếng Anh (ASEAN Community). Cộng đồng ASEAN thành lập chính thức từ 31.12.2015. Năm 2016 này tạp chí Toán Tuổi thơ mở chuyên mục Cửa sổ AC để bạn đọc hiểu hơn về vùng đất, con người của 10 quốc gia với 625 triệu dân.

Năm 1995 Việt Nam gia nhập ASEAN. Năm 1996 Việt Nam bắt đầu tham gia thi học bổng ASEAN của Singapore cùng với các nước trong khối ASEAN. Năm đầu tiên ấy đã có 110 em dự thi tại 2 hội đồng thi ở Hà Nội, Thành phố Hồ Chí Minh và có 8 em giành được học bổng. Đó là 4 em nam: Vũ Thành Nam, Mai Thanh Bình (Hà Nội), Vũ Thanh Hải (Hải Phòng), Lê Hồng Minh (Hà Bắc) và 4 em nữ: Đậu Phan Ngọc Thanh (Thừa Thiên - Huế), Phạm Nguyễn Anh Thư, Phạm Thị Thư Thư (TP. Hồ Chí Minh), Lý Phương Hạnh (Tiền Giang).

Cuộc thi gồm ba bài thi: một bài Tiếng Anh (thời gian thi 2 giờ), 1 bài toán 25 câu hỏi bằng Tiếng Anh (thời gian thi 2 giờ) và một bài trắc nghiệm thông minh IQ gồm 60 câu (làm trong 20 phút), diễn ra trong một ngày. Sau một tháng gần một nửa số thí sinh dự thi được Đại sứ quán Singapore báo đỗ vòng 1 và sau đó từng người được phỏng vấn. Một tháng sau 8 người được báo đỗ qua cả 2 vòng. Ngày 13.11.1996, 8 học sinh Việt Nam vừa hết lớp 9 sang Singapore theo học bổng ASEAN. Các em bắt đầu vào lớp Sec 3 tức lớp thứ 3 trong bậc Trung học Phổ thông (Secondary). Sau đó là 2 năm Tiền đại học (Preuniversity). Cuối 4 năm phải thi A level tức tốt nghiệp Trung học Phổ thông và giành học bổng vào Đại học. Bài thi được gửi sang Anh chấm. Cả 8 học sinh đều theo học ở các trường Phổ thông và Tiền đại học thuộc top 10 của Singapore. Các em đăng kí vào đại học và căn cứ vào điểm thi sẽ được xếp vào các ngành có điểm cao hoặc phải xuống ngành điểm thấp hơn tùy kết quả điểm sau đó. Trước đó, kì thi Olevel sau lớp Sec 4 cũng đã gửi sang Anh chấm. Khi đó các em cũng tự đăng kí vào các trường Tiền đại học trong top 10 trường tốt nhất. Tùy theo điểm sẽ quyết định các em được hay không vào các trường đã đăng kí và xuống trường hạng thấp hơn. Vào đại học đa số các em chọn các ngành về Tin học, Viễn thông, Kinh tế, Tài chính, Bất động sản để học tiếp. Mai Thanh Bình nay điều hành một công ty con chuyên về game online ở Việt Nam, công ty mẹ ở Singapore. Lê Hồng Minh làm ở văn phòng luật tư vấn về đăng kí sở hữu trí tuệ công nghiệp. Vũ Thanh Hải dạy khoa Kinh tế cho đại học NUS, Singapore. Vũ Thành Nam làm kĩ sư ở công ty Glolbal Foundries tại Singapore. Nguyễn Anh Thư làm tài chính cho tập đoàn VinGroup ở Việt Nam. Phan Thị Thư Thư làm kĩ sư công ty dầu khí. Đậu Phan Ngọc Thanh làm kĩ sư công ty dầu khí Schlumberger. Lý Phương Hạnh học bất động sản nay làm ở TP. Hồ Chí Minh.

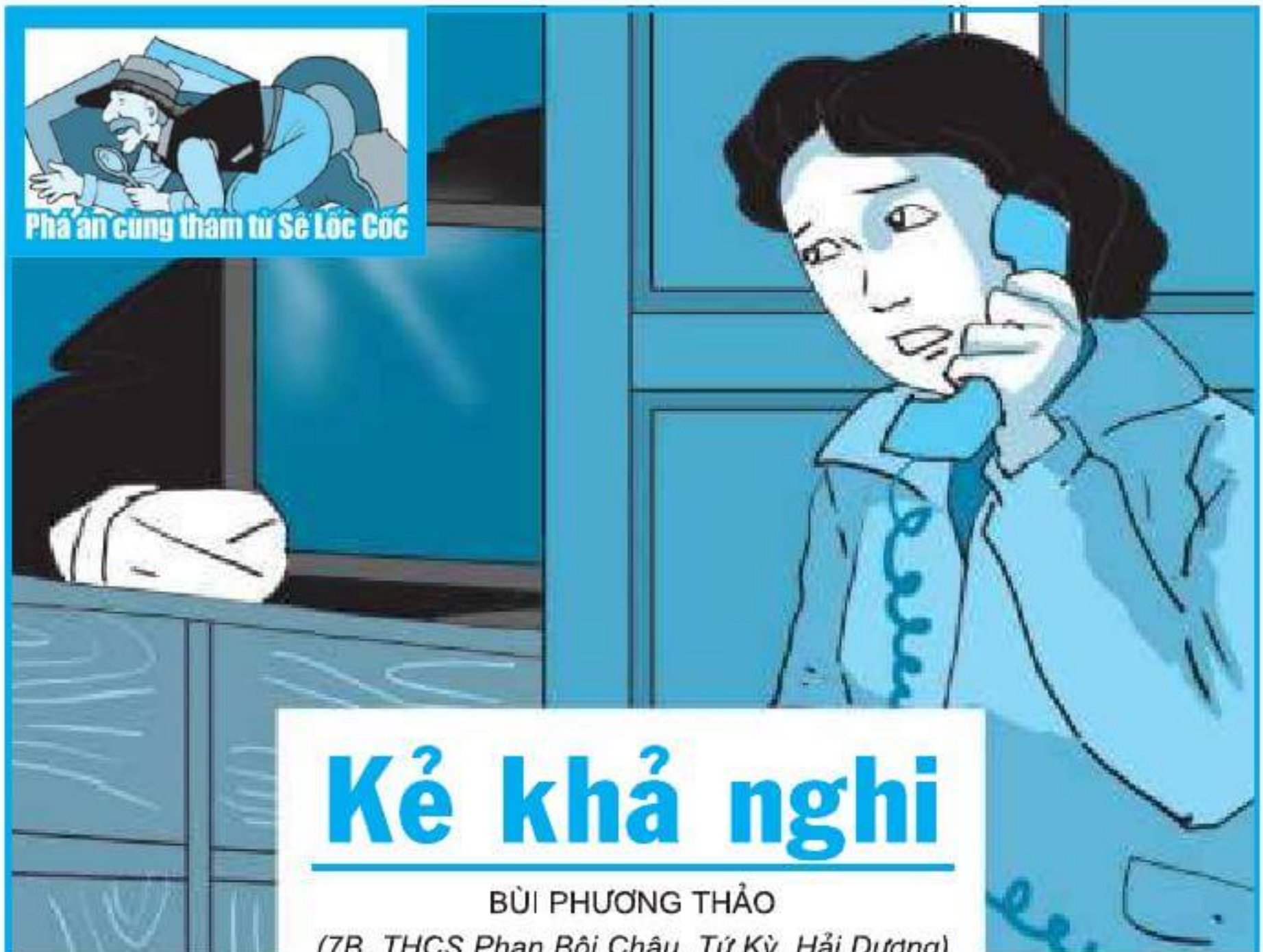
Năm thứ hai, năm học 1998 - 1999 có 13 học sinh, năm thứ ba có 21 học sinh. Năm học 2006 - 2007 có 25 học sinh giành được học bổng, là năm có số học sinh đỗ cao nhất.

Từ năm học 2005 - 2006 có thêm học bổng A*Star (The Agency for Science, Technology and Research) các trường trực tiếp làm việc với Việt Nam chọn học sinh giỏi và cấp học bổng.

Từ năm 2008 nước bạn bắt đầu tuyển học sinh lớp 6, 7 của Việt Nam sang học lớp đầu cấp Trung học (Sec 1). Các em này sẽ phải học 4 năm Trung học, 2 năm Tiền đại học và 3 hoặc 4 năm Đại học tùy ngành.

Với cách ra đề thi gồm nhiều bài, tiếng Anh ở mức độ khó và thêm IQ đã làm cho các kì thi của nước bạn tổ chức luôn chọn được những học sinh giỏi nhất. Các trường NTU, NUS, Raffles, NJC, Hwa chong, Nanyang, ACS, Victoria, Temasek,... của Singapore đã tuyển được hàng trăm học sinh giỏi ở Việt Nam. Ở Hà Nội, đó là các trường Trưng Vương, Hà Nội - Amsterdam, Khoa học Tự nhiên, Đại học Sư phạm, Chu Văn An, Việt Đức, Trần Phú, Kim Liên, Nguyễn Tất Thành, Ngô Sĩ Liên, Lương Thế Vinh, Marie Curie, Nguyễn Trường Tộ, Lô-mô-nô-xốp, Giảng Võ... Ở Nam Định là các trường Trần Đăng Ninh, Lê Hồng Phong. Ở Hải Phòng là trường Trần Phú. Ngoài ra còn có học sinh ở các tỉnh Bắc Ninh, Nghệ An, Vĩnh Phúc, TP Hồ Chí Minh, Gia Lai, Hưng Yên, Hải Dương, Thái Nguyên, Thái Bình, Kiên Giang, Thừa Thiên - Huế,...

Hai mươi năm tròn tính từ ngày 8 học sinh lớp 9 đầu tiên của Việt Nam sang Singapore học học bổng ASEAN và A*Star sau đó. Sau này, hàng nghìn sinh viên Việt Nam cũng được tuyển sang Singapore bằng học bổng ASEAN. Rất nhiều trong số đó đã sang học tiếp ở Anh, Mỹ, và nhiều người đã trở thành thạc sĩ, tiến sĩ được đào tạo ở Singapore, Anh, Mỹ, Úc...



Kẻ khả nghi

BÙI PHƯƠNG THẢO
(7B, THCS Phan Bội Châu, Tứ Kỳ, Hải Dương)

Đang trên đường về nhà sau giờ làm việc thì thám tử Sêlôccôc nhận được cuộc gọi của Thu Minh - một cô gái trẻ mà thám tử đã tình cờ quen biết trong một chuyến du lịch mấy năm về trước.

- Chú ơi! Chú giúp cháu với! Cháu vừa bị mất tiền... Tiền của công ty ạ.

- Chết! Mất nhiều không?

- Dạ, so với người khác thì chắc cũng không quá nhiều. Nhưng với cháu thì quá lớn ạ. Mẹ cháu đang nằm viện, cháu thì vừa mới được nhận vào công ty nên...

- Thôi được rồi, chú sẽ tới nhà cháu bây giờ. Nhắn địa chỉ cho chú luôn đi.

Hơn nửa tiếng sau, thám tử Sêlôccôc đã có mặt tại nhà Thu Minh.

- Sáng nay, cháu rút tiền ở ngân hàng rồi mang về nhà. Lẽ ra cháu mang luôn đến công ty, nhưng lúc đó cháu sực nhớ phải qua nhà lấy vài thứ để buổi trưa mang vào bệnh viện cho mẹ. Về tới nhà, cháu để cái túi đựng bọc tiền trên kệ TV rồi chạy vào bếp ăn tạm miếng bánh. Đang ăn thì cháu có điện thoại. Một người cùng phòng bệnh với mẹ cháu gọi, bảo cháu phải vào viện ngay. Hoảng quá, cháu vội vã khóa cửa rồi phóng xe đi mà chẳng nhớ gì tới bọc tiền.

- Thế lúc nào thì cháu phát hiện bọc tiền bị mất?

- Sau khi xong việc ở bệnh viện thì cháu sực nhớ ra. Lúc đó khoảng hai rưỡi, ba giờ chiều ạ. Cháu vội phóng xe về nhà thì chẳng thấy bọc tiền đâu cả.

- Từ lúc cháu để bọc tiền cho tới lúc phát hiện bị mất, trong nhà có những ai?

- Chỉ có 2 đứa em họ của cháu thôi ạ. Bác giúp việc thì vào bệnh viện với mẹ cháu từ sáng sớm, tối mới về.
- Cháu nói rõ hơn về 2 đứa em đi!
- Đó là Hải và Bình. Hải là con cô cháu, đang là sinh viên năm cuối. Hải ở nhờ nhà cháu suốt từ hồi vào đại học tới giờ. Bình là con của bác họ cháu. Bình vừa xin được việc, ở tạm nhà cháu vài tuần, khi nào tìm được chỗ ưng ý để thuê thì sẽ chuyển đi. Hàng ngày Hải và Bình đi từ sáng, buổi trưa thường về ăn ở nhà rồi chiều lại đi.
- Chú cần nói chuyện với hai cậu em của cháu.
- Vâng. Chú có thể đợi một chút không ạ? Hai đứa chắc sắp về tới nhà rồi.

Khi Hải về tới nhà, thám tử hỏi ngay xem cậu ta đã làm gì trong buổi trưa hôm qua.
- Dạ, cháu về sớm hơn mọi khi một chút để nấu cơm vì biết bác giúp việc phải ở trong bệnh viện.
- Thế Bình có về ăn cùng không?
- Có ạ. Trưa qua Bình lại rủ một bạn nữa về, thế là ba đứa bọn cháu cùng ăn cơm.

Đúng lúc đó, Bình về tới cửa. Thám tử Sêlôccôc vào việc luôn. Bình kể:
- Cháu về thì anh Hải đang nấu. Cháu và Huy – bạn cháu – ngồi ở phòng khách, sau đó thì vào bếp ăn cơm.
- Các cháu đã làm gì lúc ở phòng khách?
- Bạn Huy xem TV, còn cháu thì chat trên FB với đứa bạn thân đang đi công tác xa ạ. Mải chat nên anh Hải phải gọi mấy lần cháu mới đứng lên.
- Vậy à? Chắc có chuyện gì thú vị thì cháu mới chat quên cả đói chứ nhỉ?
- Vâng. Bạn cháu kể về chuyến đi tới một bản miền núi heo hút, chưa có điện. Thấy cảnh dân bản phải đi rất xa mới lấy được nước suối về dùng, bạn cháu và nhóm công tác đã góp tiền mua tặng một chiếc máy bơm.
- Thôi, cả hai cháu Hải và Bình có thể lên phòng. Chú có chút việc trao đổi riêng với Thu Minh.

Sau đó, thám tử nói với Thu Minh:
- Cháu nên nói chuyện thêm với một trong hai người em của cháu. Chú thấy nghi ngờ lắm.

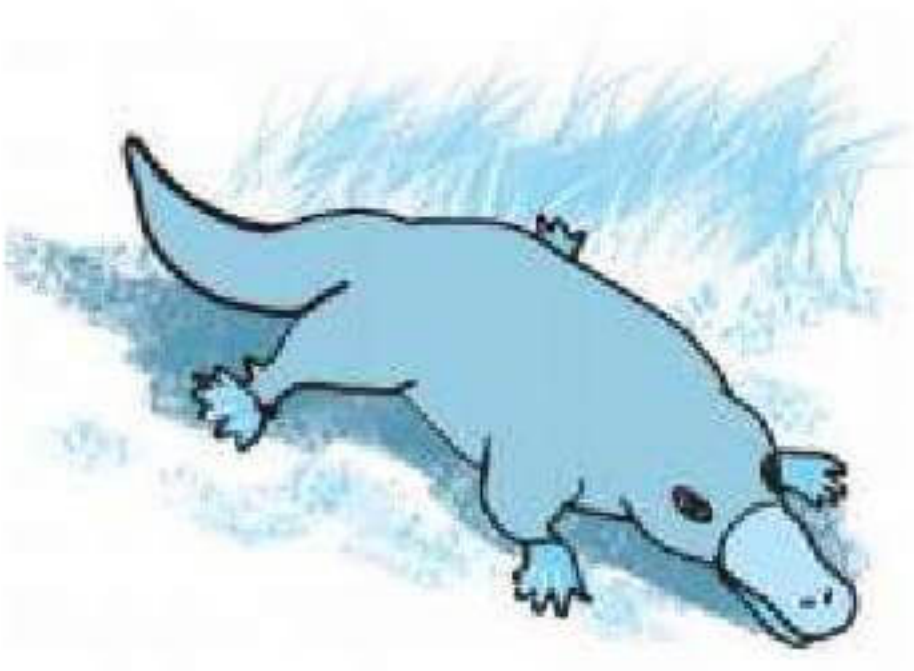
** Thu Minh chưa thể đoán được người đó là ai. Các thám tử Tuổi Hồng có đoán ra không?*

Kết quả Mất trộm vì ngủ quên (TTT2 số 157)

Thám tử nghi ngờ ông David bởi ông này nói rằng thú mỏ vịt đẻ con, nuôi con bằng sữa và sống dưới nước. Trên thực tế, thú mỏ vịt là một trong số rất ít những loài thú đẻ trứng. Hơn nữa, thú mỏ vịt còn là loài bán thủy sinh, tức là vừa sống trên cạn, vừa sống dưới nước.

Phần thưởng kì này được gửi tới: *Nguyễn Hải Khoa*, 6A, THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên, **Vĩnh Phúc**; *Lê Thị Thúy Hiền*, 7B9, THCS Chu Văn An, Ngô Quyền, **Hải Phòng**; *Nguyễn Minh Anh*, 7A, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Nguyễn Xuân Thành Đạt*, 7D, THCS Thị trấn Gio Linh, Gio Linh, **Quảng Trị**; *Ngô Võ Hoàng Việt*, 6A3, Trung học Thực hành Sài Gòn, P.4, Q.5, **TP. Hồ Chí Minh**.

Thám tử Sêlôccôc



Bài 67: 我从胡志明市来

Tôi từ thành phố Hồ Chí Minh tới

(Tiếp theo kì trước)

ThS. NGUYỄN VŨ LOAN

LTS. Nếu biết tiếng Hán bạn sẽ:

1. Hiểu các từ Hán Việt, sử dụng tốt hơn tiếng Việt của mình. Trong kho từ vựng tiếng Việt rất nhiều từ Hán Việt.

2. Đọc được sách cổ, văn bia bằng chữ Hán và Hán Nôm, thêm hiểu văn chương, lịch sử nước Nam mình.

3. Hiểu ngôn ngữ mà cứ 5 người trên thế giới có hơn 1 người dùng. Dễ dàng hợp tác, làm ăn với các nước và vùng lãnh thổ Trung Quốc, Hồng Kông, Đài Loan, Singapore và cả Nhật Bản, Hàn Quốc. Nếu biết cả tiếng Anh và tiếng Hán thì thật là tuyệt.

Mẫu tóm tắt lí lịch cá nhân

个人简历

姓名: 阮庆玲 (Ruǎn Qìng Líng - Nguyễn Khánh Linh)
性别: 女
国籍:越南
出生日期: 2004年12月04日
出生地点: 越南河内
职业 (zhíyè - nghề nghiệp): 学生
住址: 胡志明市
电话: 38526xx,
电子邮件: ling@yahoo.com.

Tập đọc.

1. 你好，我叫 Mike, 我是一个学生。 Nǐ hǎo, wǒ jiào Mike, wǒ shì yīgè xuéshēng.
2. 我是美国人，我在美国出生，现在我家在越南。
   Wǒ shì Měiguó rén, wǒ zài Měiguó chūshēng, xiànzài wǒjiā zài Yuènán
3. 我的生日 是二零零四年八月十五号，我今年十二岁.
   Wǒ de shēngrì shì èr líng líng sì nián bā yuè shíwǔ hào, wǒ jīnnián shí'èr suì
4. 现在我有一个越南朋友，他从河内来，他是一个男孩子.
   Xiànzài wǒ yǒu yīgè Yuènán péngyǒu, tā cóng Hénèi lái, tā shì yīgè nán háizi

Bài tập. Đọc và nối

1) 你姓什么？	a) 我是越南人。
2) 你叫什么名字？	b) 我的出生日期是二零零四年十二月四号。
3) 你是哪国人？	c) 我从胡志明市来。
4) 你在哪儿出生？	d) 我姓阮。
5) 你的生日是几月几号？	e) 我的电话是38526xx
6) 你家在哪儿？	f) 我在河内出生。
7) 你从哪儿来？	g) 我叫小玲.
8) 你的电话是多少？	h) 我家在胡志明市

GEOMETRY
HÌNH HỌC

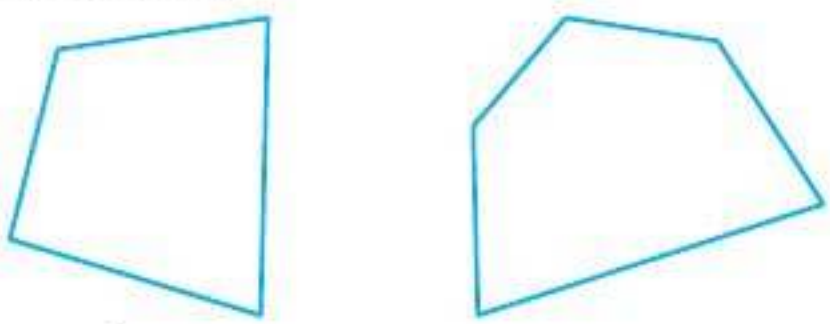
(Tiếp theo kì trước)

VŨ ĐÔ QUAN

Polygons

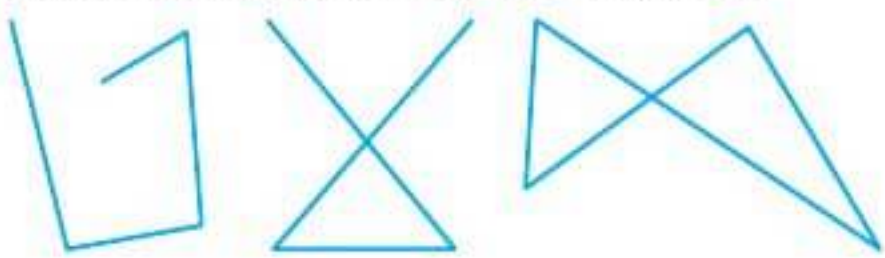
A polygon is a closed plane figure formed by three or more line segments, called the sides of the polygon. Each side intersects exactly two other sides at their endpoints. The points of intersection of the sides are vertices. The term polygon will be used to mean a convex polygon, a polygon in which each interior angle has a measure of less than 180°.

For example,



are polygons.

The following figures are not polygons:



A polygon with three sides is a triangle.

A polygon with four sides is a quadrilateral.

Maths Terms

polygon	đa giác
plane	phẳng, mặt phẳng
figure	hình, chữ số
line segment	đoạn thẳng
side	cạnh
intersect	cắt
endpoint	đầu mút, điểm đầu mút
points of intersection	các giao điểm
vertex	đỉnh
convex	lồi
interior	trong
measure	số đo
less than	nhỏ hơn
quadrilateral	tứ giác

Practice. Bạn dùng các từ vựng đã được gợi ý để dịch bài khóa trên. Bài dịch tốt được chọn đăng, được nêu tên và có phần thưởng. Bạn cần gửi trước ngày 15.6.2016 mới được tham dự chọn trao thưởng.

THÁCH ĐẤU! THÁCH ĐẤU ĐÂY!

TRẬN ĐẤU THỨ MỘT TRĂM BA MƯƠI BẢY

Người thách đấu: *Trần Bá Duy Linh*, 12T1, THPT chuyên Nguyễn Bỉnh Khiêm, **Vĩnh Long.**

Bài toán thách đấu: Cho tứ giác ABCD ngoại tiếp đường tròn tâm I thỏa mãn $(AI + DI)^2 + (BI + CI)^2 = (AB + CD)^2$. Chứng minh rằng ABCD là hình thang cân.

Xuất xứ: Sáng tác.

Thời hạn: Trước ngày 08.06.2016 theo dấu bưu điện.

Kết quả TRẬN ĐẤU THỨ MỘT TRĂM BA MƯƠI LĂM (TTT2 số 157)

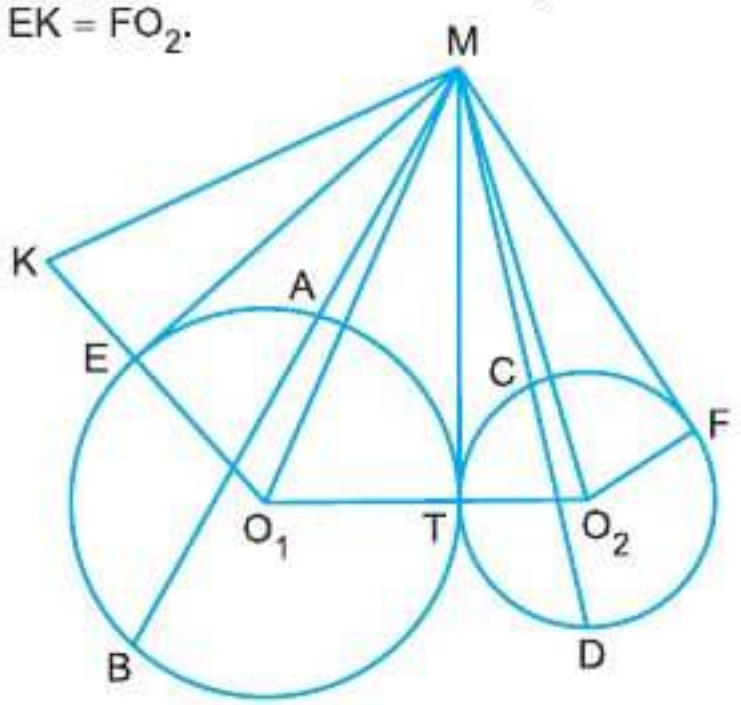
Bổ đề 1. Nếu tiếp tuyến tại A của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC cắt BC tại M thì $MA^2 = MB.MC$.

Bạn đọc tự chứng minh bổ đề này.

Bổ đề 2. Cho hai đường tròn (O_1), (O_2) tiếp xúc ngoài với nhau tại T. Các điểm A, B thuộc (O_1), các điểm C, D thuộc (O_2) và M là giao điểm của AB và CD thỏa mãn MA.MB = MC.MD thì MT là tiếp tuyến chung của hai đường tròn (O_1), (O_2).

Chứng minh (hình 1)

Qua M lần lượt kẻ các tiếp tuyến ME, MF đến (O_1), (O_2). Trên tia đối của tia EO_1 lấy điểm K sao cho $EK = FO_2$.



Hình 1

Theo bổ đề 1, chú ý rằng MA.MB = MC.MD, ta có

$ME = \sqrt{MA.MB} = \sqrt{MC.MD} = MF$.

Kết hợp với $EK = FO_2$ và $\widehat{MEK} = 90° = \widehat{MFO_2}$, suy ra $\Delta MEK = \Delta MFO_2$.

Do đó $MK = MO_2$.

Từ đó, chú ý rằng

$O_1K = O_1E + EK = O_1T + FO_2 = O_1T + TO_2 = O_2O_1$.

Suy ra $\Delta MO_1K = \Delta MO_1O_2$.

Kết hợp với $O_1E = O_1T$, suy ra $\Delta MO_1E = \Delta MO_1T$.

Vậy $\widehat{MTO_1} = \widehat{MEO_1} = 90°$.

Điều đó có nghĩa là MT là tiếp tuyến chung của (O_1), (O_2).

Trở lại giải bài toán thách đấu

- *Phần thuận (hình 2)*

Gọi S là trung điểm cung $\overset{\frown}{AB}$ của (O), thuộc nửa mặt phẳng bờ AB không chứa (I), (K); M, N tương ứng là tiếp điểm của (I), (K) với AB; P, Q tương ứng là tiếp điểm của (I), (K) với (O).

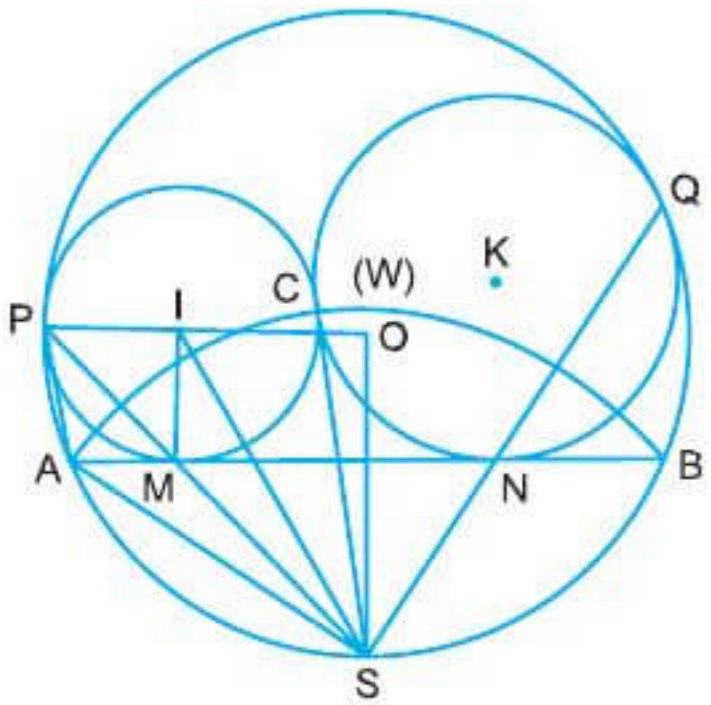
Dễ thấy IM // OS.

Kết hợp với IP = IM; OP = OS, suy ra

$$\widehat{IPM} = \frac{180° - \widehat{MIP}}{2} = \frac{180° - \widehat{SOP}}{2} = \widehat{OPS}.$$

Do đó S, M, P thẳng hàng.

Điều đó có nghĩa là $\widehat{PSA} = \widehat{ASM}$.



Hình 2

Dễ thấy $\widehat{SPA} = \frac{1}{2}$sđ$\overset{\frown}{SA} = \frac{1}{2}$sđ$\overset{\frown}{SB} = \widehat{SAB} = \widehat{SAM}$.

Vậy $\Delta SPA \backsim \Delta SAM$. Do đó $SM.SP = SA^2$.

Tương tự S, N, Q thẳng hàng và $SN.SQ = SB^2 = SA^2$.

Vậy SM.SP = SN.SQ.

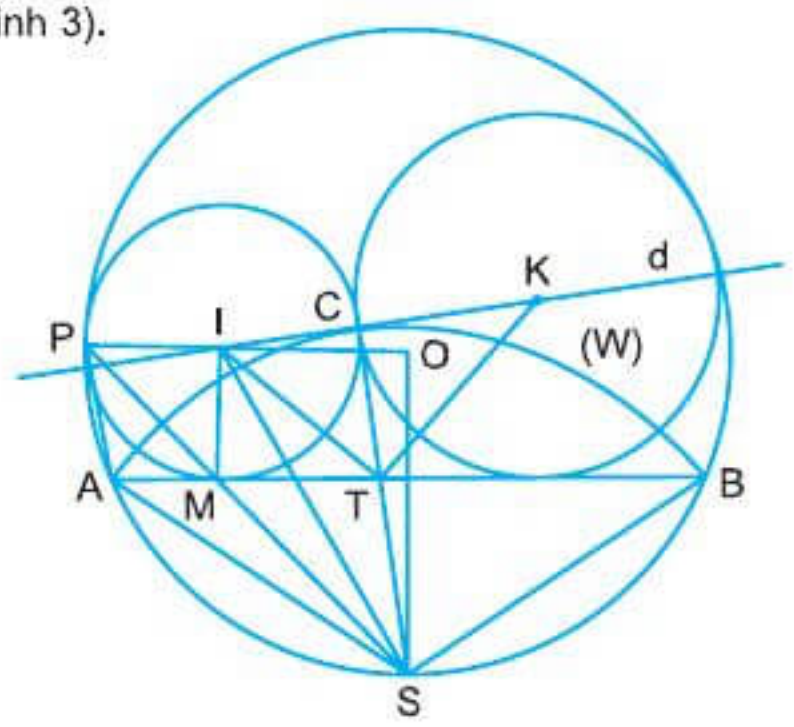
Từ đó, chú ý rằng (I), (K) tiếp xúc với nhau tại C, theo bổ đề 2, suy ra SC là tiếp tuyến chung của (I), (K).

Vậy theo bổ đề 1, $SC = \sqrt{SM.SP} = SA$.

Từ đó, chú ý rằng C nằm trong (O), suy ra C thuộc phần đường tròn tâm S, bán kính SA, vẽ trong (O), kí hiệu là (W).

● *Phần đảo*

Gọi S là trung điểm cung $\overset{\frown}{AB}$ của đường tròn (O), thuộc nửa mặt phẳng bờ AB không chứa (W) (hình 3).



Hình 3

Lấy điểm C bất kì trên (W).

Gọi d là đường thẳng đi qua C và vuông góc với SC; T là giao điểm của SC và AB; I, K theo thứ tự là giao điểm của d với đường phân giác của các góc $\widehat{CTA}$, $\widehat{CTB}$; (I), (K) theo thứ tự là các đường tròn tâm I, K, đi qua C.

Dễ thấy (I), (K) tiếp xúc ngoài với nhau tại C.

Vì $\widehat{ITC} = \widehat{ITA}$ và (I) tiếp xúc với TC nên (I) tiếp xúc với TA.

Gọi M là tiếp điểm của (I) và TA; P là giao điểm thứ hai của SM và (I).

Vì SC tiếp xúc với (I) và C thuộc (W) nên, theo bổ đề 1 ta có $SM.SP = SC^2 = SA^2$.

Do đó $\frac{SP}{SA} = \frac{SA}{SM}$.

Điều đó có nghĩa là $\Delta SPA \backsim \Delta SAM$.

Kết hợp với SA = SB.

Suy ra $\widehat{SPA} = \widehat{SAM} = \widehat{SAB} = \widehat{SBA}$.

Do đó tứ giác PASB nội tiếp.

Vậy P thuộc (O).

Dễ thấy IM // OS.

Kết hợp với IP = IM; OP = OS, suy ra

$\widehat{IPM} = \widehat{IMP} = \widehat{OSP} = \widehat{OPS}$.

Điều đó có nghĩa là P, I, O thẳng hàng.

Vậy (I) tiếp xúc trong với (O).

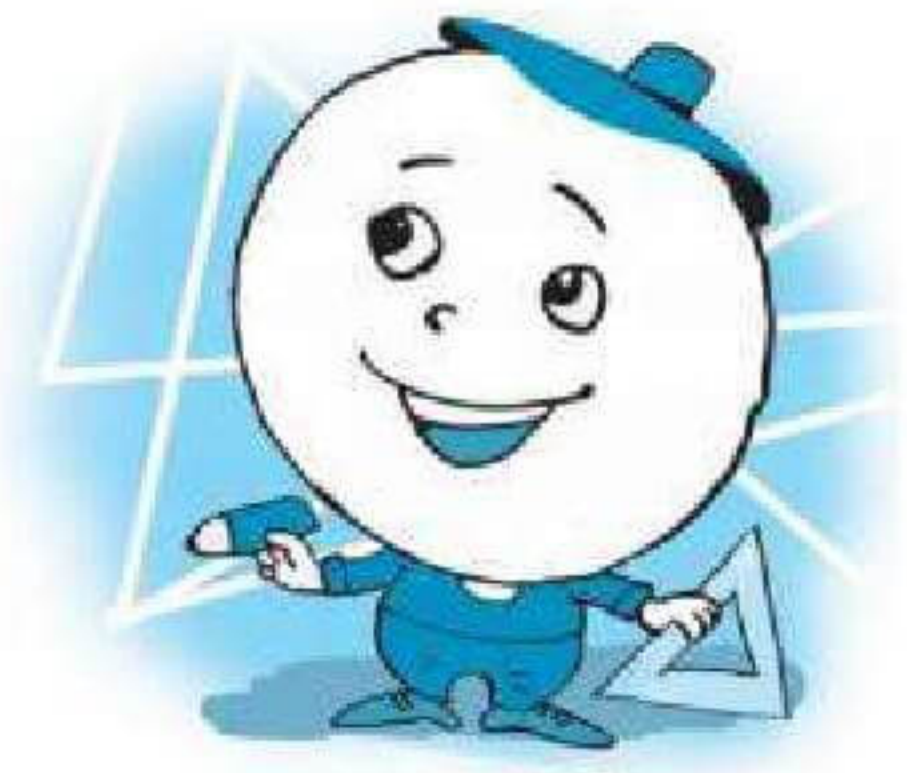
Tương tự (K) tiếp xúc với TB và tiếp xúc trong với (O).

● *Kết luận*

Quỹ tích của C là phần đường tròn tâm S, bán kính SA, vẽ trong (O).

Nhận xét. Bài toán này khó nên không có võ sĩ nào đăng quang trong trận đấu này. Phần thưởng xin gác lại kì sau.

NGUYỄN MINH HÀ



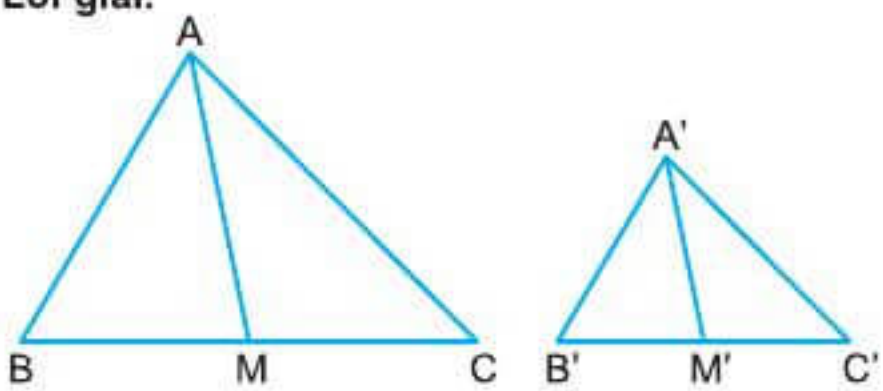
TÌM NHANH LỜI GIẢI NHỜ PHÁT HIỆN TRÊN HÌNH VẼ CÓ HAI TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG VÀ TRUNG ĐIỂM CỦA CẠNH

NGUYỄN ĐỨC TẤN *(TP. Hồ Chí Minh)*

Chúng ta bắt đầu từ bài toán cơ bản sau:

Bài toán. Cho AM, A'M' lần lượt là các đường trung tuyến của các tam giác ABC, A'B'C'. Chứng minh rằng $\Delta ABC \backsim \Delta A'B'C'$ khi và chỉ khi $\Delta ABM \backsim \Delta A'B'M'$.

Lời giải.



Ta có $\Delta ABC \backsim \Delta A'B'C'$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{AB}{A'B'} = \dfrac{BC}{B'C'} \\ \hat{B} = \hat{B'} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{AB}{A'B'} = \dfrac{2BM}{2B'M'} \\ \hat{B} = \hat{B'} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{AB}{A'B'} = \dfrac{BM}{B'M'} \\ \hat{B} = \hat{B'} \end{cases}$$

$\Leftrightarrow \Delta ABM \backsim \Delta A'B'M'$.

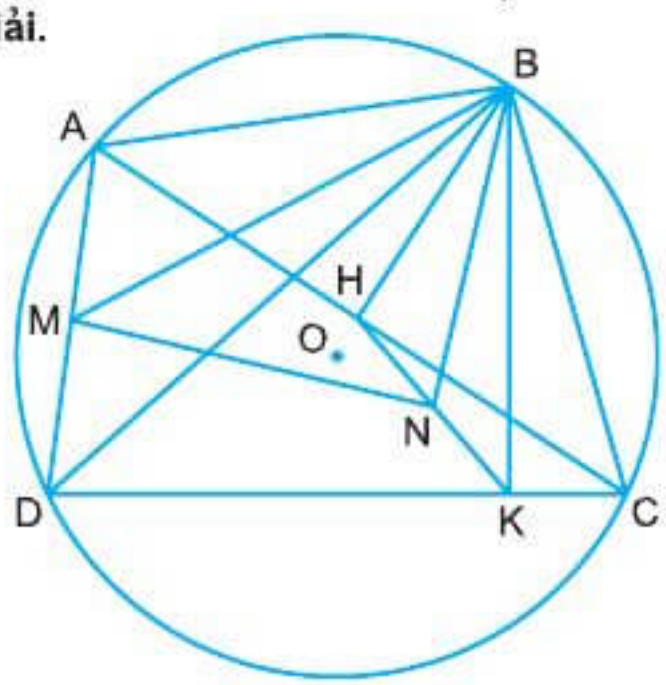
Bài toán cơ bản trên giúp ta có được lời giải nhiều bài toán khó.

Sau đây là các bài toán minh họa.

Bài toán 1. Cho tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn (O). H, K thứ tự là hình chiếu của B lên AC, CD. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD, HK. Chứng minh rằng MN vuông góc với NB.

(Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 chuyên toán, trường Đại học Sư phạm TP. Hồ Chí Minh, năm học 2014 - 2015)

Lời giải.



Dễ chứng minh được tứ giác BHKC nội tiếp, do vậy ta có $\widehat{BKH} = \widehat{BCH}$, $\widehat{BHK} + \widehat{BCD} = 180^o$.

Do đó $\widehat{BAD} = \widehat{BHK}$, $\widehat{BDA} = \widehat{BKH}$

$\Rightarrow \Delta BAD \backsim \Delta BHK$ (g.g) nên $\Delta BDM \backsim \Delta BKN$

$\Rightarrow \widehat{DBM} = \widehat{KBN}$, $\dfrac{BD}{BK} = \dfrac{BM}{BN}$

$\Rightarrow \widehat{MBN} = \widehat{DBK}$, $\dfrac{BN}{BM} = \dfrac{BK}{BD}$.

Như vậy $\Delta BMN \backsim \Delta BDK$ (c.g.c)

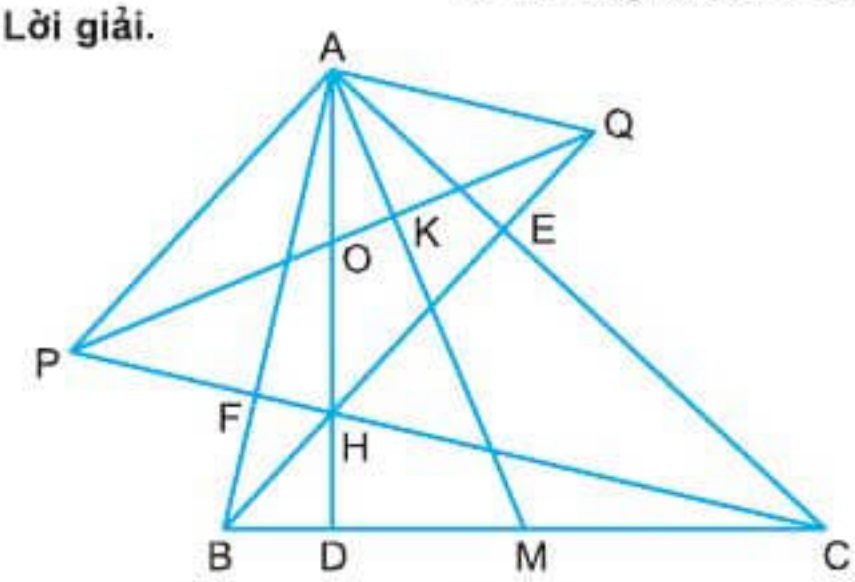
$\Rightarrow \widehat{BNM} = \widehat{BKD}$. Mà $\widehat{BKD} = 90^o$.

Do đó $\widehat{BNM} = 90^o$. Vậy $MN \perp NB$.

Bài toán 2. Cho tam giác nhọn ABC, các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H. Các đường thẳng qua A song song với BE, CF lần lượt cắt CF, BE tại P, Q. Chứng minh rằng PQ vuông góc với đường trung tuyến AM của tam giác ABC.

(Thi giải toán qua thư - Tạp chí Toán Tuổi thơ 2 số 4 tháng 6 năm 2003)

Lời giải.



Gọi O, K lần lượt là giao điểm của PQ với AD, AM. Vì tứ giác APHQ là hình bình hành nên O là trung điểm của AH.

Do AP // BE, $BE \perp AC \Rightarrow AP \perp AC$.

Ta có $\widehat{PAD} = \widehat{BCA}$ (cùng phụ với $\widehat{DAC}$)

và $\widehat{APH} = \widehat{BAC}$ (cùng phụ với $\widehat{PAB}$)

nên $\Delta ABC \backsim \Delta PHA$ (g.g) $\Rightarrow \Delta AMC \backsim \Delta POA$

$\Rightarrow \widehat{MAC} = \widehat{OPA}$.

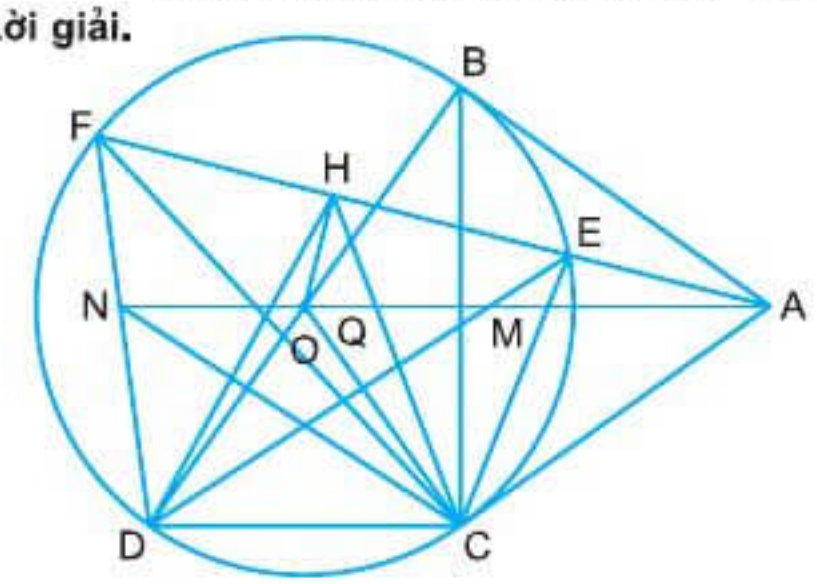
Ta có $\widehat{OPA} + \widehat{PAK} = \widehat{MAC} + \widehat{PAK} = 90^o$.

Do đó $\widehat{AKP} = 90^o$. Vậy PQ ⊥ AM.

Bài toán 3. Từ một điểm A bên ngoài đường tròn (O), vẽ các tiếp tuyến AB, AC và cát tuyến AEF đến đường tròn (EF không qua O và B, C là tiếp điểm). Gọi D là điểm đối xứng của B qua O. Các tia DE, DF cắt AO theo thứ tự tại M, N. Chứng minh OM = ON.

(Đề thi vào lớp 10 chuyên Toán, THPT chuyên TP. Hồ Chí Minh, năm học 2013 - 2014)

Lời giải.



Vẽ OH ⊥ EF tại H ⇒ HE = HF.

Ta có OA ⊥ BC, DC ⊥ BC nên OA // CD

⇒ $\widehat{CDN} + \widehat{DNM} = 180^o$. Mà $\widehat{CDN} + \widehat{CEF} = 180^o$.

Do đó $\widehat{DNM} = \widehat{CEF}$. (1)

Ta có ΔDNM ∽ ΔCEF (g.g). Gọi Q là trung điểm của NM thì ΔDNQ ∽ ΔCEH

$\Rightarrow \frac{DN}{CE} = \frac{QN}{HE}$. (2)

Vì năm điểm O, H, B, A, C cùng thuộc một đường tròn đường kính OA nên $\widehat{CHA} = \widehat{CBA}$

⇒ $\widehat{CHA} = \widehat{BOA}$. Mà $\widehat{BOA} = \widehat{DON}$ nên $\widehat{DON} = \widehat{CHE}$

Từ đó và (1) có ΔDON ∽ ΔCHE (g.g)

$\Rightarrow \frac{DN}{CE} = \frac{ON}{HE}$. (3)

Từ (2) và (3) có QN = ON ⇒ Q ≡ O ⇒ OM = ON.

Bài toán 4. Từ một điểm M ở ngoài đường tròn (O) vẽ các tiếp tuyến MA, MB với (O). Gọi H là giao điểm của AB và OM, I là trung điểm của MH. Đường thẳng AI cắt (O) tại K (K khác A). Chứng minh HK ⊥ AI.

(Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 chuyên Toán, THPT chuyên TP. Hồ Chí Minh, năm học 2014 - 2015)

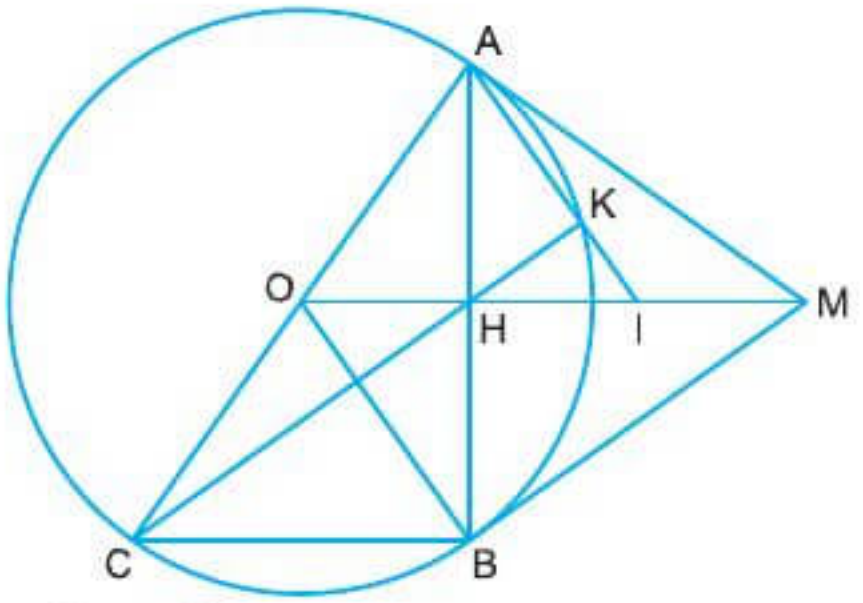
Lời giải. Vẽ đường kính AC của đường tròn (O).

Ta có $\widehat{CBA} = \widehat{AHM}$ (= 90°) và $\widehat{CAB} = \widehat{AMH}$.

Suy ra ΔCBA ∽ ΔAHM (g.g).

Lại có IM = IH, HA = HB nên ΔCHA ∽ ΔAIM

⇒ $\widehat{HCA} = \widehat{IAM}$ mà $\widehat{KCA} = \widehat{IAM}$ (cùng phụ với $\widehat{CAI}$)



⇒ $\widehat{HCA} = \widehat{KCA}$.

⇒ Hai tia CH, CK trùng nhau do đó C, H, K thẳng hàng.

Mà $\widehat{AKC} = 90^o$. Vậy HK ⊥ AI.

Bài tập vận dụng.

Bài 1. *(Lớp 8)* Cho tam giác nhọn ABC (AB > AC), các đường cao BD, CE. Gọi F là giao điểm của BC và DE. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng BD, CE. Chứng minh rằng hai góc CFD và MFN có chung tia phân giác.

Bài 2. *(Lớp 9)* Cho tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn (O) (I khác O) và AC cắt BD tại I. Đường thẳng vuông góc với OI tại I cắt AD tại E. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD, BC. Chứng minh rằng $\widehat{EOI} = \widehat{BNI}$.

Bài 3. *(Lớp 9)* Cho tam giác nhọn ABC (AB < AC) nội tiếp đường tròn (O), AD là đường phân giác của tam giác ABC. E chính là điểm chính giữa cung lớn BC. Gọi M là giao điểm của ED và đường tròn (O). K, I lần lượt là hình chiếu của M trên AB, BC. Đường thẳng qua B song song với KI cắt AI, AC lần lượt tại N, F. Chứng minh rằng N là trung điểm của đoạn thẳng BF.

SỬ DỤNG BẤT ĐẲNG THỨC QUEN THUỘC ĐỂ GIẢI BÀI TOÁN CỰC TRỊ HÌNH HỌC

PGS. TS. LÊ QUỐC HÁN
(Khoa Toán Đại học Vinh)

Khi giải toán giải bài toán cực trị hình học, chúng ta thường sử dụng các bất đẳng thức đại số quen thuộc. Sau đây chúng tôi sẽ giới thiệu một số bài toán minh họa.

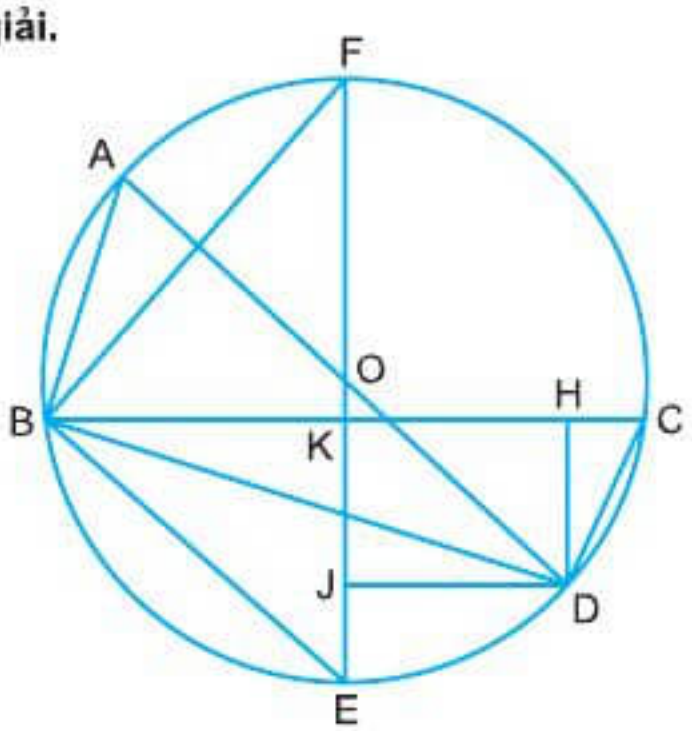
1. Bất đẳng thức AM-GM với hai số

● Cho a, b là hai số không âm thì $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi a = b.

Bài toán 1. Cho đường tròn tâm O bán kính R và dây cung BC (với BC < 2R). Hãy xác định vị trí điểm A trên cung lớn BC và điểm D trên cung nhỏ BC để tổng $\frac{1}{DA}+\frac{1}{DB}+\frac{1}{DC}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Lời giải.



Nhận xét. Vì AD ≤ 2R nên với mỗi điểm D trên cung nhỏ BC luôn chọn được điểm A trên cung lớn BC sao cho AD = 2R để $\frac{1}{AD}=\frac{1}{2R}$ nhỏ nhất. Do đó chỉ cần xác định vị trí của A, D sao cho AD là đường kính của đường tròn và $\frac{1}{DB}+\frac{1}{DC}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Lời giải. Theo bất đẳng thức AM-GM ta có

$$\frac{1}{DB}+\frac{1}{DC} \geq 2\sqrt{\frac{1}{DB}\cdot\frac{1}{DC}}.$$

Kẻ đường kính EF của đường tròn (O) vuông góc với BC tại K, gọi H là chân đường vuông góc hạ từ D xuống BC. Khi đó E, K, F cố định. Vẽ đường kính DA.

Vì $\widehat{ABD} = \widehat{CHD} = 90^o$, $\widehat{DAB} = \widehat{DCB}$ (cùng chắn cung DB) nên ΔABD ∽ ΔCHD (g.g).

Từ đó $\frac{DB}{DA}=\frac{DH}{DC} \Rightarrow DB.DC = 2R.DH$.

Kẻ DJ ⊥ OE tại J thì DH = KJ ≤ KE.

Từ đó $\frac{1}{DA}+\frac{1}{DB}+\frac{1}{DC} \geq \frac{1}{2R}+\frac{2}{\sqrt{2R.EK}}=\frac{1}{2R}+\frac{2}{BE}$

(vì trong tam giác vuông EBF với đường cao BK có $2R.EK = EF.EK = BE^2$).

Vậy giá trị nhỏ nhất của $\frac{1}{DA}+\frac{1}{DB}+\frac{1}{DC}$ là $\frac{1}{2R}+\frac{2}{BE}$ đạt được khi và chỉ khi DA trùng với đường kính EF, nghĩa là DA là đường kính vuông góc với BC.

● Bất đẳng thức quen thuộc. Với mọi x, y, z thì

* $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + zx$.
* $(x + y + z)^2 \geq 3(xy + yz + zx)$.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi x = y = z.

Bài toán 2. Cho tam giác đều ABC cạnh bằng a. M là một điểm nào đó nằm trong tam giác. Đường thẳng qua M, song song với BC cắt AB và AC tương ứng tại E và D'. Đường thẳng qua M, song song với AC cắt BC và AB tương ứng tại F và E'. Đường thẳng qua M, song song với AB cắt AC và BC tương ứng tại D và F'. Hãy xác định vị trí của điểm M để diện tích tam giác DEF đạt giá trị lớn nhất và tìm giá trị lớn nhất đó.

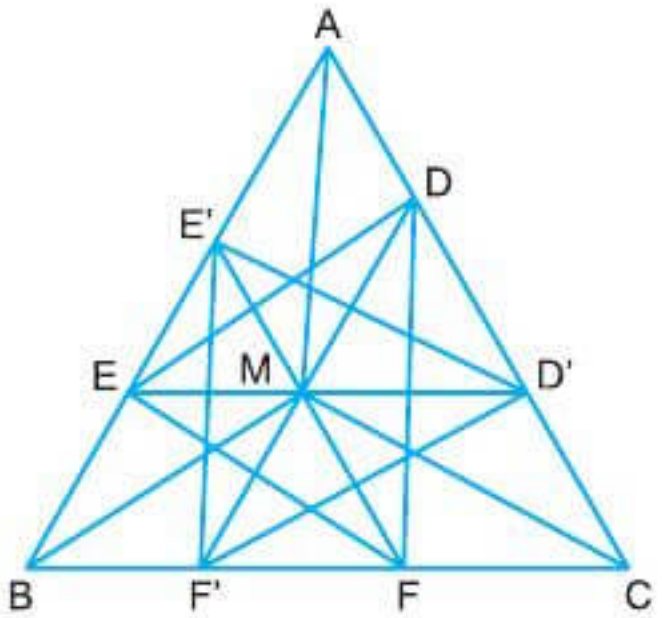
Lời giải. Đặt MD = x, ME = y, MF = z.

Do tính chất tam giác đều ta có

x + y + z = DD' + DA + D'C = AC = a.

Ta lại có $\frac{S_{ADE}}{S_{ABC}}=\frac{AE.AD}{AB.AC}=\frac{AD.AE}{a^2}$.

Tương tự $\frac{S_{BEF}}{S_{ABC}}=\frac{BE.BF}{a^2}$, $\frac{S_{CFD}}{S_{ABC}}=\frac{CF.CD}{a^2}$.



Từ đó

$S_{DEF} = S_{ABC} - (S_{ADE} + S_{BEF} + S_{CFD})$

$\Rightarrow \dfrac{S_{DEF}}{S_{ABC}} = 1 - \left(\dfrac{AD.AE}{a^2} + \dfrac{BE.BF}{a^2} + \dfrac{CF.CD}{a^2}\right)$

$= \dfrac{a^2 - (x(a-x) + y(a-y) + z(a-z))}{a^2}$

$= \dfrac{xy + xz + yz}{(x+y+z)^2} \le \dfrac{1}{3} \Rightarrow S_{DEF} \le \dfrac{1}{3} S_{ABC} = \dfrac{\sqrt{3}}{12} a^2.$

Vậy giá trị lớn nhất của S_{DEF} bằng $\dfrac{\sqrt{3}}{12} a^2$, đạt được khi và chỉ khi $x = y = z = \dfrac{a}{3} \Leftrightarrow$ M là tâm của tam giác đều ABC.

2. Bất đẳng thức AM-GM với ba số

● Nếu a, b, c là ba số không âm thì $\dfrac{a+b+c}{3} \ge \sqrt[3]{abc}$.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi a = b = c.

● Nếu a, b, c là ba số dương thì

$(a+b+c)\left(\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b} + \dfrac{1}{c}\right) \ge 9.$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi a = b = c.

Bài toán 3. Cho tam giác ABC và một điểm M trong tam giác. Gọi A', B', C' tương ứng là giao điểm của các đường thẳng AM, BM, CM với BC, CA, AB. Xác định vị trí M để

a) $\dfrac{AA'}{MA'} + \dfrac{BB'}{MB'} + \dfrac{CC'}{MC'}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

b) $\dfrac{MA}{MA'} \cdot \dfrac{MB}{MB'} \cdot \dfrac{MC}{MC'}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Lời giải.

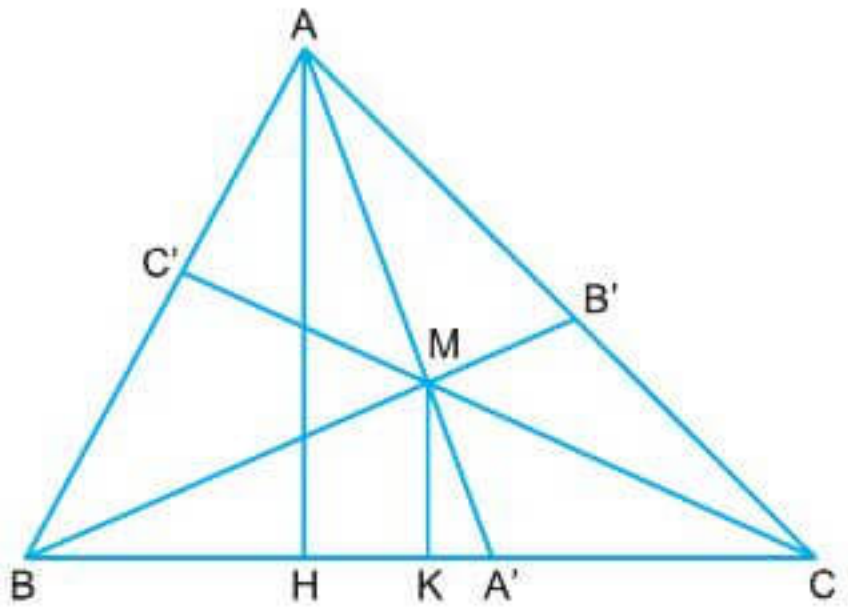
a) Gọi H và K thứ tự là chân đường vuông góc hạ từ A và M xuống BC.

Theo định lí Ta-lét có $\dfrac{MA'}{AA'} = \dfrac{MK}{AH} = \dfrac{S_{MBC}}{S_{ABC}}$.

Tương tự $\dfrac{MB'}{BB'} = \dfrac{S_{MAC}}{S_{ABC}}$, $\dfrac{MC'}{CC'} = \dfrac{S_{MAB}}{S_{ABC}}$.

Mà $S_{MBC} + S_{MAC} + S_{MAB} = S_{ABC}$

nên $\dfrac{MA'}{AA'} + \dfrac{MB'}{BB'} + \dfrac{MC'}{CC'} = 1.$



Theo bất đẳng thức AM-GM, ta có

$\dfrac{AA'}{MA'} + \dfrac{BB'}{MB'} + \dfrac{CC'}{MC'}$

$= \left(\dfrac{AA'}{MA'} + \dfrac{BB'}{MB'} + \dfrac{CC'}{MC'}\right)\left(\dfrac{MA'}{AA'} + \dfrac{MB'}{BB'} + \dfrac{MC'}{CC'}\right) \ge 9.$

Do đó giá trị nhỏ nhất của $\dfrac{AA'}{MA'} + \dfrac{BB'}{MB'} + \dfrac{CC'}{MC'}$ bằng 9, đạt được khi và chỉ khi $\dfrac{MA'}{AA'} = \dfrac{MB'}{BB'} = \dfrac{MC'}{CC'} = \dfrac{1}{3} \Leftrightarrow$ M là trọng tâm của ΔABC.

b) Đặt $\dfrac{AA'}{MA'} = x$, $\dfrac{BB'}{MB'} = y$, $\dfrac{CC'}{MC'} = z$.

Khi đó x, y, z > 1 và

$\dfrac{MA}{MA'} = \dfrac{AA'}{MA'} - 1 = x - 1$; $\dfrac{MB}{MB'} = y - 1$; $\dfrac{MC}{MC'} = z - 1$.

Ta lại có $\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} + \dfrac{1}{z} = 1 \Rightarrow xy + yz + zx = xyz.$

Từ đó $\frac{MA}{MA'}\cdot\frac{MB}{MB'}\cdot\frac{MC}{MC'}=(x-1)(y-1)(z-1)$

$=xyz-(xy+yz+zx)+x+y+z-1=x+y+z-1$

$=(x+y+z)\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)-1\geq 8.$

Do đó giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\frac{MA}{MA'}\cdot\frac{MB}{MB'}\cdot\frac{MC}{MC'}$ bằng 8, đạt được khi và chỉ khi $x=y=z=3$

$\Leftrightarrow \frac{MA'}{AA'}=\frac{MB'}{BB'}=\frac{MC'}{CC'}=\frac{1}{3}\Leftrightarrow$ M là trọng tâm ΔABC.

3. Bất đẳng thức Bunhiacốpxki với hai cặp số

● Với mọi a, b, x, y khác không thì

$(ax+by)^2\leq(a^2+b^2)(x^2+y^2)$.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $a:x=b:y$.

Bài toán 4. Cho góc vuông xAy. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\frac{BC}{AB+AC\sqrt{3}}$. Với các điểm B, C khác A di động trên các tia Ax, Ay tương ứng.

Lời giải. Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacốpxki ta có $(AB+AC\sqrt{3})^2\leq 4(AB^2+AC^2)=4BC^2$.

Suy ra $AB+AC\sqrt{3}\leq 2BC$. Do đó $\frac{BC}{AB+AC\sqrt{3}}\geq\frac{1}{2}$.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi

$\frac{AB}{1}=\frac{AC}{\sqrt{3}}\Leftrightarrow AC=AB\sqrt{3}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\frac{BC}{AB+AC\sqrt{3}}$ bằng $\frac{1}{2}$, khi đó ΔABC vuông tại A có $\widehat{C}=30^o$.

4. Bất đẳng thức Bunhiacốpxki với ba cặp số

● Với mọi a, b, c, x, y, z khác không thì

$(ax+by+cz)^2\leq(a^2+b^2+c^2)(x^2+y^2+z^2)$.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $a:b:c=x:y:z$.

● Đặc biệt khi $x=y=z=1$ thì

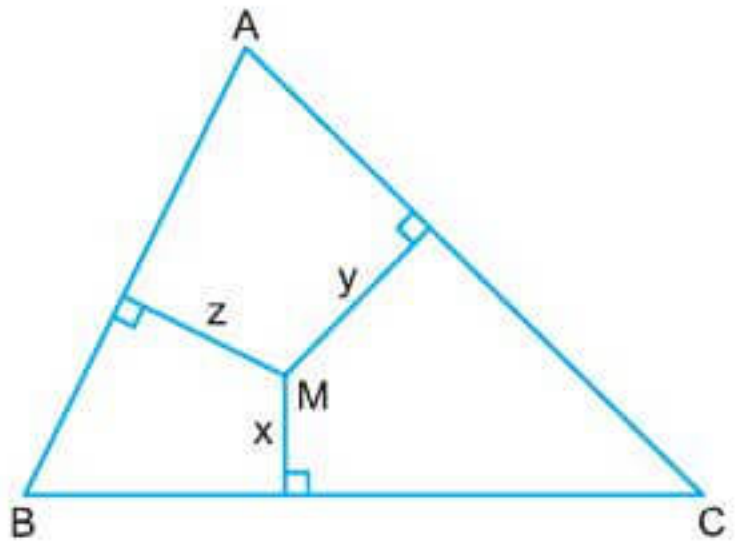
$(a+b+c)^2\leq 3(a^2+b^2+c^2)$.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $a=b=c$.

Bài toán 5. Cho ΔABC có các cạnh là $BC=a$, $CA=b$, $AB=c$ và một điểm M nào đó nằm trong tam giác. Gọi x, y, z là các khoảng cách từ M đến các cạnh BC, CA, AB. Xác định vị trí của điểm M để biểu thức $\frac{a}{x}+\frac{b}{y}+\frac{c}{z}$ đạt giá trị nhỏ nhất và tìm giá trị nhỏ nhất đó.

Lời giải. Đặt $S=S_{ABC}$ (không đổi).

Khi đó $S=S_{MBC}+S_{MAB}+S_{MAC}=\frac{1}{2}(ax+by+cz)$.



Suy ra $ax+by+cz=2S$.

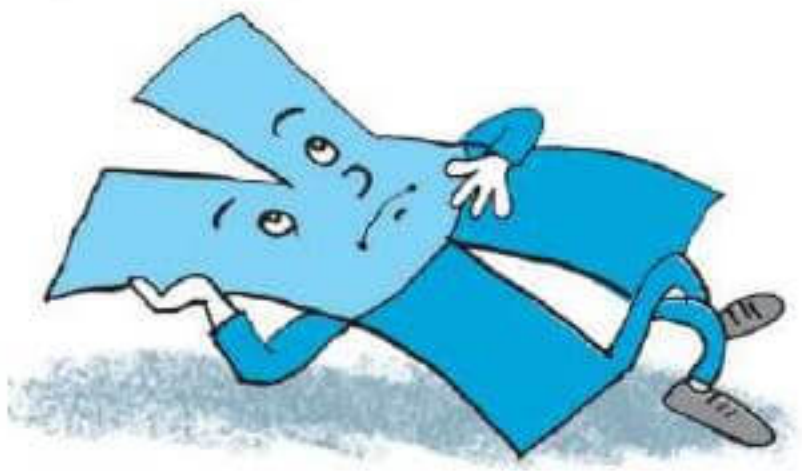
Theo bất đẳng thức Bunhiacốpxki ta có

$$(a+b+c)^2=\left(\sqrt{ax}\cdot\sqrt{\frac{a}{x}}+\sqrt{by}\cdot\sqrt{\frac{b}{y}}+\sqrt{cz}\cdot\sqrt{\frac{c}{z}}\right)^2$$

$$\leq(ax+by+cz)\left(\frac{a}{x}+\frac{b}{y}+\frac{c}{z}\right)=2S\left(\frac{a}{x}+\frac{b}{y}+\frac{c}{z}\right).$$

Từ đó $\frac{a}{x}+\frac{b}{y}+\frac{c}{z}\geq\frac{(a+b+c)^2}{2S}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của $\frac{a}{x}+\frac{b}{y}+\frac{c}{z}$ bằng $\frac{(a+b+c)^2}{2S}$, đạt được khi và chỉ khi $x=y=z$, hay M là tâm đường tròn nội tiếp ΔABC.



Bài tập tự luyện

Bài 1. Cho tam giác ABC và một điểm M nào đó nằm trong tam giác. Các đường thẳng AM, BM, CM cắt các cạnh BC, CA, AB tương ứng tại D, E, F. Tìm giá trị nhỏ nhất của các biểu thức

a) $\left(\frac{MA}{AD}\right)^2+\left(\frac{MB}{BE}\right)^2+\left(\frac{MC}{CF}\right)^2$;

b) $\sqrt{\frac{AM}{MD}}+\sqrt{\frac{BM}{ME}}+\sqrt{\frac{CM}{MF}}$.

Bài 2. Cho tam giác ABC và một điểm M nào đó nằm trong giác. Các đường thẳng đi qua M song song với các cạnh BC, CA, AB tạo thành ba tam giác nhỏ có diện tích S_1, S_2, S_3. Xác định vị trí điểm M để tổng $S_1+S_2+S_3$ đạt giá trị nhỏ nhất.

KHƠI DẬY KHẢ NĂNG TỰ HỌC VÀ PHÁT HUY TÍNH SÁNG TẠO CỦA HỌC SINH QUA HOẠT ĐỘNG NHÓM NGOÀI GIỜ HỌC

NGUYỄN THỊ BÍNH *(707 tòa B, Mulberry Lane, Mỗ Lao, Hà Đông, Hà Nội)*

Tại sao phải học *Ngoài giờ học ?* Thực tiễn trong các năm gần đây, chúng ta cũng đã áp dụng cách dạy: cho học sinh hoạt động nhóm trên lớp. Thực tế cho thấy nhiều tình huống, nhiều bài toán đòi hỏi có sự hợp tác của nhiều người mới nghĩ được cách giải hoặc nghĩ được nhiều phương pháp giải khác nhau, thế nên hoạt động nhóm trên lớp đã phát huy được ưu thế của nó.

Tuy nhiên, cũng thực tế cho thấy lớp học của ta học sinh quá đông, lớp học thì không đủ tiện ích, và đặc biệt có nhiều vấn đề đòi hỏi phải có thời gian thu thập tài liệu, bàn bạc kĩ lưỡng, tổng kết một cách khoa học.

Xuất phát từ lẽ đó, chúng tôi đã chọn thêm một giải pháp nữa để tiết học được thêm hiệu quả: *Hoạt động nhóm ngoài giờ học*.

Khi đưa ra vấn đề này, chúng tôi có lường đến một số rào cản. Thứ nhất, một số giáo viên nghĩ rằng học sinh bây giờ đã học quá nhiều: học trên lớp, học thêm, học tiếng Anh, học vi tính, ... dẫn đến không còn thời gian để học nhóm; Thứ hai, gia đình các em không muốn cho con em mình tụ tập khi không có sự quản lí của giáo viên, ... còn nhiều lí do khác chưa kể đến. Nhưng thực tế hoạt động nhóm mà chúng tôi đưa ra ở đây không yêu cầu học sinh phải đến nhà nhau mà mục đích giúp học sinh biết chủ động suy nghĩ, biết đoàn kết với nhau, biết cộng tác làm việc để đạt kết quả cao hơn mà lại không tốn nhiều thời gian như khi làm việc một mình, điều mà người Việt ta còn chưa quen.

Chúng tôi thực hiện như sau:

1. Chia lớp thành các nhóm khoảng 5 học sinh, mỗi nhóm chọn một học sinh có khả năng làm nhóm trưởng, các thành viên còn lại trong mỗi nhóm phải có sự đồng đều *(về học lực và khả năng sử dụng vi tính)*. Các nhóm này có thể duy trì trong cả một năm học.

2. Khi được giáo viên phân công, nhóm trưởng phân việc chi tiết cho mỗi thành viên trong nhóm. Việc này làm vào giờ nghỉ giữa các tiết hoặc sau buổi học.

3. Các thành viên nghiên cứu để hoàn thành phần công việc của mình. Khi cần trao đổi trong nhóm, cũng tranh thủ gặp nhau trên lớp, hoặc nếu cần có thể gọi điện thoại, hoặc trao đổi qua email.

4. Nhóm trưởng tập hợp, quyết định đáp án rồi trình bày thành bài.

5. Giáo viên lựa chọn các nhóm có bài làm tốt, cho đại diện nhóm trình bày trước lớp ở thời điểm thích hợp.

6. Các bài của các nhóm còn lại, cùng với những bài đã được trình bày, cho dán vào *Báo toán* của lớp hàng ngày trên lớp để mọi người có thời gian tham khảo, học hỏi thêm. Nội dung này sẽ được gỡ bỏ khi có nội dung khác kế tiếp.

● Như vậy, để có được bài tập giao cho các nhóm và các nhóm có thời gian chuẩn bị kĩ lưỡng, giáo viên phải chuẩn bị và giao nội dung bài tập cho học sinh trước khoảng bốn, năm ngày đến một tuần.

● Phương pháp hoạt động theo nhóm ngoài giờ học này đặc biệt có hiệu quả cao đối với những bài ôn tập chương. Nội dung kiến thức và các dạng bài tập đã học trong cả một chương chỉ được ôn lại trong một tiết hoặc nhiều nhất là hai

tiết (Chương I, Chương II - Đại số lớp 8, Chương I, Chương II, Chương IV - Hình học lớp 8 đều chỉ có một tiết ôn tập). Hoạt động của các nhóm ngoài giờ sẽ giúp cho học sinh chủ động ôn tập trước một cách có hệ thống và giúp giáo viên chuyển tải hết khối lượng kiến thức trong một thời lượng nhất định.

Sau đây là một số ví dụ mà chúng tôi đã thực hiện.

Ví dụ 1. Tiết 18. Ôn tập chương I Đại số 8: *Phép nhân và phép chia các đa thức.*

Hãy phân loại các dạng bài tập trong chương này.

Yêu cầu cụ thể khi trình bày:

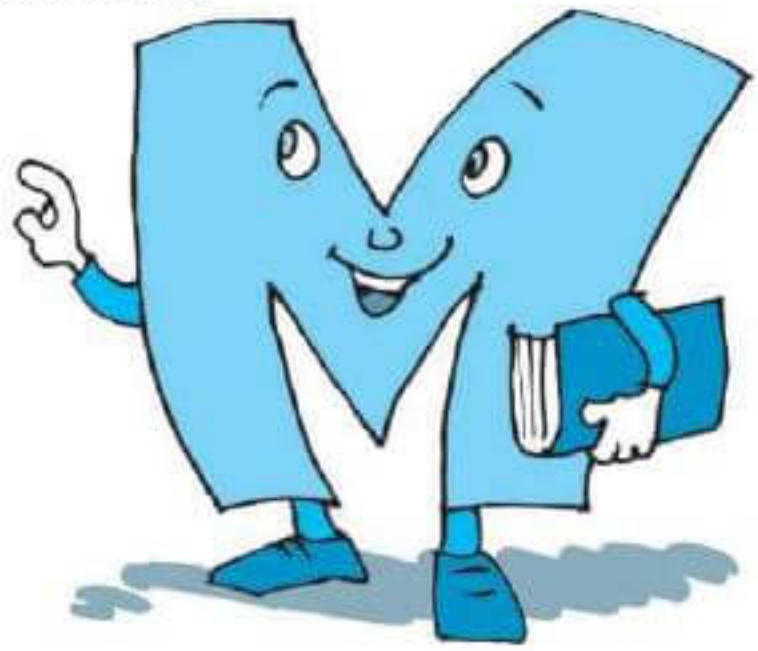
- Trong chương, có mấy dạng bài tập cơ bản, là những dạng nào?
- Mỗi dạng chọn một bài trong sách giáo khoa hoặc sách bài tập (phần Bài tập ôn tập chương I) để minh họa, trình bày chi tiết lời giải của bài tập này.
- Những chú ý khi giải bài tập dạng này.
- Những sai lầm thường mắc phải khi giải dạng bài tập này (học sinh sẽ nhớ lại những lưu ý mà giáo viên khắc sâu trong từng bài học hoặc từ chính những cái sai của bản thân hoặc của bạn bè đã xảy ra trong quá trình học tập).

● Tất cả nội dung trên đây, giáo viên photo và phát cho các nhóm. Khi nhận được, các nhóm họp nhanh: nhìn vào phần Bài tập ôn tập chương I của sách giáo khoa và sách bài tập để phân loại sơ bộ (ví dụ: 6 dạng bài tập chính), rồi phân cho mỗi cá nhân phụ trách việc chọn bài, giải bài, nêu chú ý cho mỗi loại bài tập, hẹn lịch họp lần 2. Trong khoảng thời gian từ lần 1 đến lần 2, các thành viên trong nhóm trao đổi kĩ hơn sau khi đã có thời gian nghiên cứu. Lần 2: các cá nhân tham khảo phần việc của bạn trong nhóm, góp ý, sửa đổi (nếu cần) bổ sung, nhóm trưởng nêu ý kiến tổng hợp và quyết định, sau đó phân công người trình bày thành văn bản.

● Thực tế diễn ra là: Vẫn cùng một nội dung bài tập này, nhưng có nhóm phân làm 5 dạng, có nhóm phân thành 6 dạng, thậm chí có nhóm phân thành 10 dạng bài. Chỉ cần một con số phân loại như vậy, giáo viên cũng có thể thấy được nhóm nào đã đầu tư suy nghĩ nhiều hoặc nhóm nào đã biết khái quát hóa vấn đề.

Tất nhiên việc phân loại bài tập mang tính chất tương đối nhưng chúng ta có thể phân loại các dạng bài tập cơ bản của chương I thành 6 dạng bài tập như sau:

+ Dạng 1. Thực hiện phép tính.
+ Dạng 2. Phân tích đa thức thành phân tử.
+ Dạng 3. Tính nhanh.
+ Dạng 4. Rút gọn biểu thức.
+ Dạng 5. Tìm x.
+ Dạng 6. Chứng minh biểu thức luôn dương, luôn âm hoặc tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của một biểu thức.



● Vẫn giao bài tập cho nhóm như đã nêu ở trên, giáo viên cho học sinh chuẩn bị ôn tập tất cả mỗi chương còn lại của chương trình đại số. Việc này giáo viên có thể thông báo từ trước để các nhóm chủ động hơn về mặt thời gian trong quá trình học tập. Thực tế cho thấy: Ở chương I, bài của các nhóm thực hiện còn có phần lúng túng, nhưng đến chương III thì kết quả rất khả quan: Hầu hết các nhóm đều đã phân tích được 2 dạng chính trong chương *Phương trình bậc nhất một ẩn* đó là:

1. Giải các loại phương trình bậc nhất một ẩn và phương trình quy về bậc nhất một ẩn.

2. Giải toán bằng cách lập phương trình.

+ Trong dạng 1 lại chia nhỏ thành: Phương trình bậc nhất một ẩn; phương trình tích; phương trình chứa ẩn ở mẫu.

+ Trong dạng 2 có mấy loại toán cơ bản: Toán chuyển động, toán năng suất, toán phần trăm, toán quan hệ về số, toán liên quan đến hình học, toán phân chia đều đặn, ...

Từng chú ý khi giải mỗi dạng toán được các em nêu rất rõ ràng. Như vậy 80% mục đích dạy học của người thầy coi như đã đạt được.

● Một vấn đề đặt ra là: ngoài những bài ôn tập chương mà ta đã thấy rõ tác dụng của "Hoạt động nhóm ngoài giờ học", thì những tiết học khác có áp dụng được không và tác dụng đến mức nào? Câu trả lời là: Tiết Lý thuyết và tiết Luyện tập đều áp dụng được.

Ví dụ 2. Tiết 12. *Bài hình bình hành* (lớp 8).

Đây là một bài lý thuyết có rất nhiều kiến thức: Định nghĩa, tính chất, dấu hiệu nhận biết hình bình hành. Nếu không khéo, người giáo viên rất dễ đẩy học sinh vào hoàn cảnh tiếp nhận kiến thức một cách bị áp đặt, một điều nên tránh đối với học sinh đã tương đối lớn là học sinh lớp 8. Để tránh được điều đó, giáo viên giao bài cho các nhóm như sau:

+ Hãy đọc trước bài Hình bình hành trong sách giáo khoa.

+ $\frac{1}{3}$ số nhóm chứng minh tính chất 1; $\frac{1}{3}$ số nhóm chứng minh tính chất 2 và $\frac{1}{3}$ số nhóm chứng minh tính chất 3.

+ Tương tự, mỗi $\frac{1}{5}$ số nhóm chứng minh dấu hiệu nhận biết dạng 1; 2; 3; 4; 5.

+ Hai nhóm chuẩn bị bảng phụ.

Dưới sự dẫn dắt khéo léo bằng hệ thống câu hỏi tích hợp, học sinh gần như cùng nhau xây dựng và hiểu thấu đáo được bài học. Các chứng minh đó chính là những bài toán giúp học sinh vận dụng kiến thức mà các em vừa tìm được, cộng với những hình vẽ mà các em trình bày trên máy tính sẽ giúp các em dễ nhớ và nhớ rất lâu.

Ví dụ 3. Tiết 12. *Phân tích đa thức thành nhân tử bằng cách phối hợp nhiều phương pháp* (lớp 8).

Trong bài này, ngoài việc thông qua các ví dụ, giáo viên giúp học sinh nắm bắt được cách phối hợp các phương pháp đã học: Đặt nhân tử chung, dùng hằng đẳng thức, nhóm các hạng tử để đạt được mục đích là phân tích được đa thức thành tích, thì còn một phần việc cũng cần thiết là giới thiệu cho học sinh phương pháp tách hạng tử. Đây không phải là trọng tâm của tiết học nhưng hoạt động nhóm ngoài giờ học của tiết này lại gây được hứng thú cho học sinh bởi nó đòi hỏi sự sáng tạo của học sinh, học sinh phải hợp lực để nghĩ ra một cách giải không có trong sách giáo khoa.

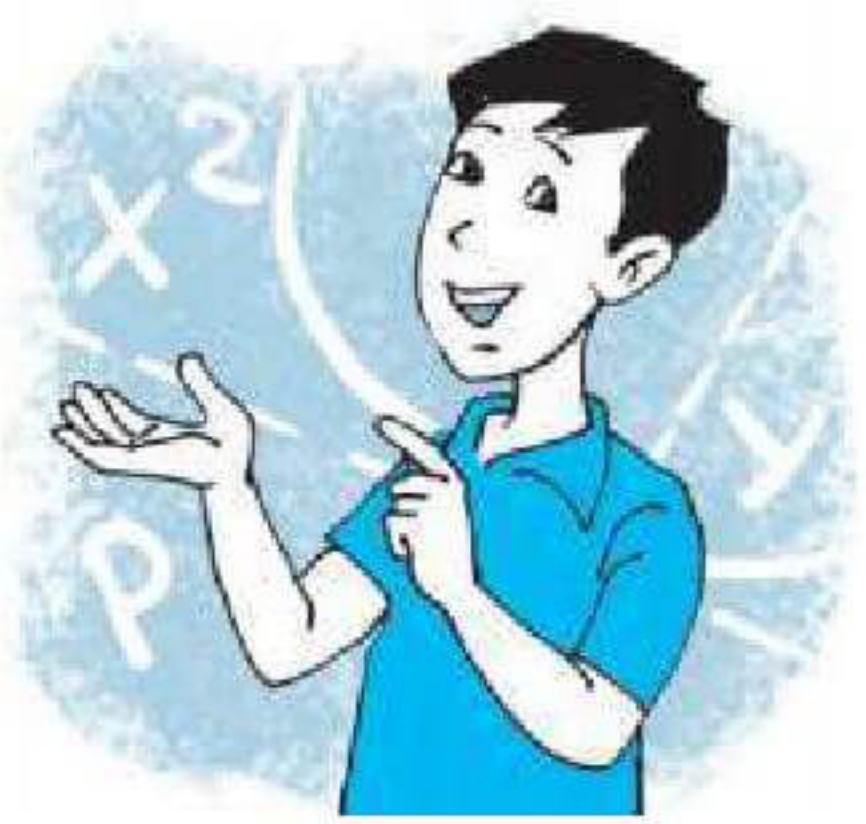
Bài tập phần này là: Đọc sách giáo khoa để hiểu 2 cách tách rồi vận dụng làm câu b, c; mỗi nhóm nghĩ thêm một cách khác.

Kết quả là hầu hết các nhóm nghĩ ra cách thứ 3 theo yêu cầu của giáo viên, mà lại là cách khác nhau. Điều này khiến các em rất thích thú! Tuy nhiên cũng có nhóm quan niệm "cách" chưa đúng: vẫn chỉ làm tương tự như cách 1, cách 2 nhưng có khác một chút mà vẫn cho là cách khác.

Thông qua việc trình bày của các nhóm, các em chọn được cho mình cách làm ngắn nhất, lại dễ nhớ bởi giáo viên có thể gọi đó là cách của nhóm bạn Hà hay bạn Nam.

● Bài tập nhóm trên cũng có thể giao cho học sinh trong tiết luyện tập phân tích đa thức thành nhân tử tiếp sau đó.

Trên đây chỉ là 3 trong rất nhiều ví dụ mà mỗi giáo viên đều có thể suy nghĩ để đưa ra cho hoạt động nhóm. Kết quả thực hiện cho thấy học sinh được khơi dậy sự say mê tự học, phát huy được tính sáng tạo của học sinh. Hoạt động nhóm giúp phát huy được sức mạnh tổng hợp của các em, rèn luyện cho các em dám nói, dám trình bày một cách rõ ràng ý tưởng của mình trước đám đông. Các em thấy mình làm chủ kiến thức, thấy được trân trọng bởi kết quả của các em tìm ra còn được lưu trên "Báo toán" của lớp nữa. Dường như các em say sưa học hơn hẳn và chỉ mong đợi để được cô giáo giao nhiệm vụ mới. Bản thân chúng tôi cũng thấy rất tâm đắc khi áp dụng phương pháp dạy học này.



CUỘC THI

Vui Chào Hè 2016

Hè đã về, chúng ta lại cùng nhau tham dự Cuộc thi vui chào hè, nhằm giúp các bạn cùng bàn luận, chia sẻ và giải trí với những bài toán vui sau một năm học. Cuộc thi **Vui chào hè 2016** dành cho mọi độc giả của Toán Tuổi thơ. Các bạn học sinh, các bậc phụ huynh, các thầy cô giáo hay bất cứ độc giả nào thấy vui và trả lời được câu hỏi là có thể tham dự.

- Đề bài sẽ được đăng trên Toán Tuổi thơ 2 các số 159+160 và 161+162 (ra tháng 5 và 8 năm 2016).
- Các bài toán sẽ được chấm riêng và cuối cuộc thi sẽ tính tổng điểm của cá nhân, tập thể tham dự. Các cá nhân và tập thể có điểm cao nhất sẽ được nhận giải thưởng gồm: Quà tặng, giấy chứng nhận và tiền mặt.
- Đáp án và danh sách đoạt giải sẽ đăng trên Toán Tuổi thơ 2 số 164.
- Bài tham dự gửi về ***Tạp chí Toán Tuổi thơ, tầng 5, số 361 Trường Chinh, Thanh Xuân, Hà Nội***. Ngoài phong bì ghi rõ **"Tham dự cuộc thi Vui chào hè 2016"**.
- Thời hạn nhận bài giải: Hết ngày 20.9.2016 (theo dấu bưu điện).

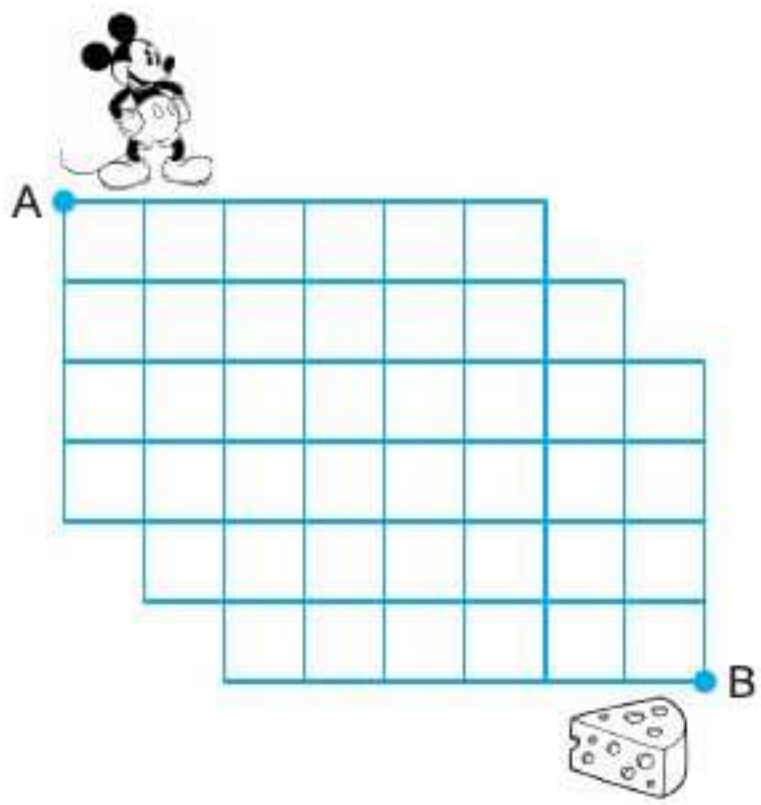
Sau đây là nội dung câu hỏi của kì này:

Bài 1. Cho các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6. Có bao nhiêu số có 6 chữ số khác nhau lập được từ các chữ số đã cho và các chữ số 2 và 3 đứng cạnh nhau?

CAO VĂN DŨNG

(GV. THPT chuyên Hà Nội - Amsterdam)

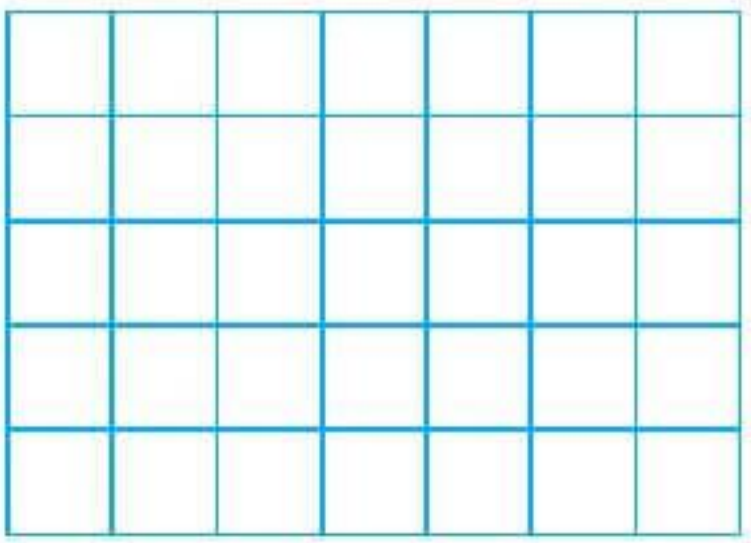
Bài 2. Một chú chuột xuất phát từ đỉnh A của lưới ô vuông để đến lấy miếng pho mát ở đỉnh B của lưới ô vuông đó. Biết rằng chú chuột chỉ được phép di chuyển trên các đường lưới. Hỏi có bao nhiêu đường đi ngắn nhất để chú chuột lấy được miếng pho mát?



NGUYỄN TIẾN LÂM

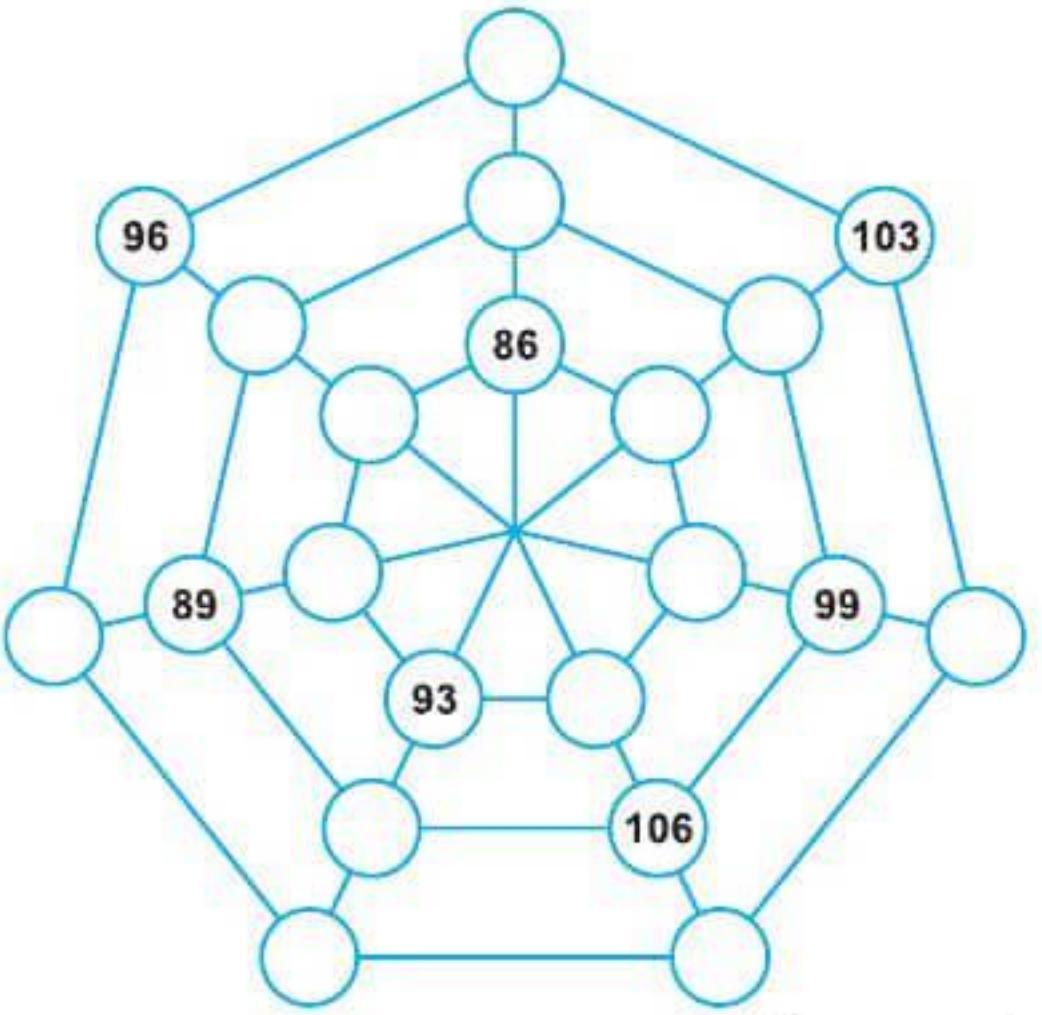
(GV. THPT chuyên Khoa học Tự nhiên Hà Nội)

Bài 3. Cho bảng 7 × 5 ô vuông (hình vẽ). Hai bạn Nam và Hà chơi theo quy tắc sau: Từng người lần lượt đánh dấu x vào một ô vuông, đến lượt người đi tiếp theo phải đánh dấu x vào ô có một cạnh chung với ô người đi trước vừa đánh dấu. Người nào không có cách để đánh dấu nữa thì là người thua cuộc. Hà đi trước, hãy chỉ ra cách đi để Hà chắc chắn thắng Nam trong cuộc chơi này.



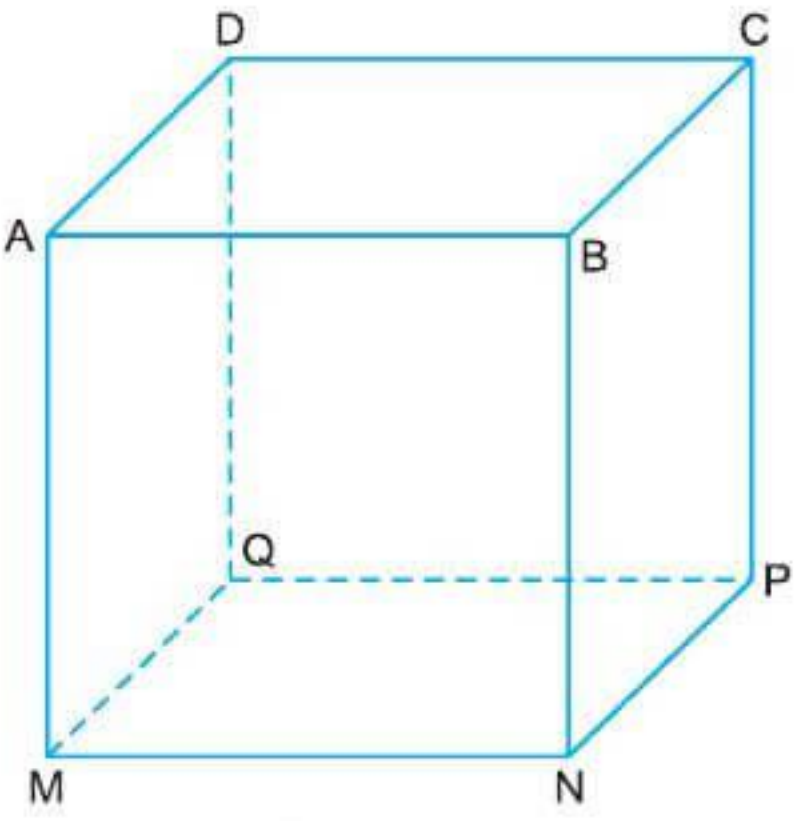
NGUYỄN ĐỨC TẤN
(TP. Hồ Chí Minh)

Bài 4. Bạn Thân tách số 2016 thành tổng của 21 số nguyên liên tiếp từ 86 đến 106 để điền mỗi số vào một ô tròn trên "mạng nhện" sao cho các tổng ba số trên mỗi đường thẳng thì bằng nhau và các tổng bảy số trên đỉnh mỗi đa giác đều thì bằng nhau. Bạn Thân mới điền được bảy số và chờ bạn điền tiếp xem được bao nhiêu cách đấy.



NGUYỄN VIỆT HẢI
(Hà Nội)

Bài 5. Cho hình lập phương ABCD.MNPQ như hình vẽ. Trên mỗi mặt của hình lập phương được viết một số nguyên dương. Tại mỗi đỉnh của hình lập phương ta viết số bằng tổng của 3 số trên 3 mặt chứa đỉnh đó. Giả sử các số tại các đỉnh A, B và P là 4, 5 và 6.



a) Tìm số viết trên đỉnh Q;

b) Tìm số cách điền số vào các mặt của hình lập phương.

HOÀNG TRỌNG HẢO
(TP. Hồ Chí Minh)

AUSTRALIAN MATHEMATICS COMPETITION AMC 2015

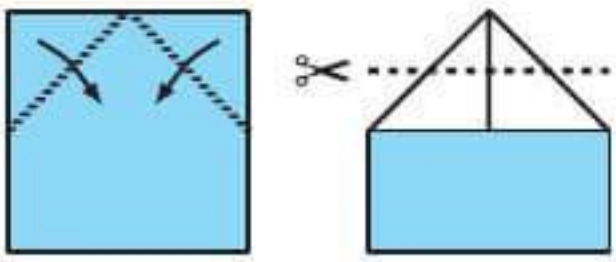
UPPER PRIMARY DIVISION
AUSTRALIAN SCHOOL YEARS 5 AND 6

Time allowed: *60 minutes*

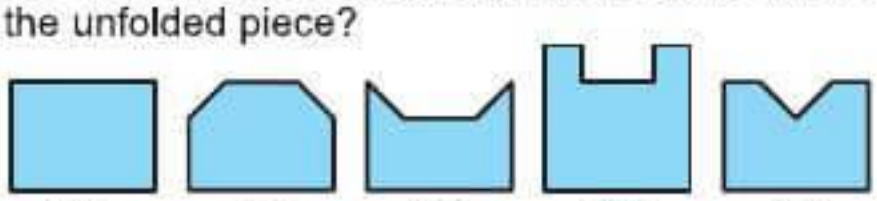
(Tiếp theo kì trước)

PGS. TS. ĐỖ TRUNG HIỆU *(Hà Nội)*
(Sưu tầm và giới thiệu)

17. A square piece of paper is folded along the dashed lines shown and then the top is cut off.



The paper is then unfolded. Which shape shows the unfolded piece?

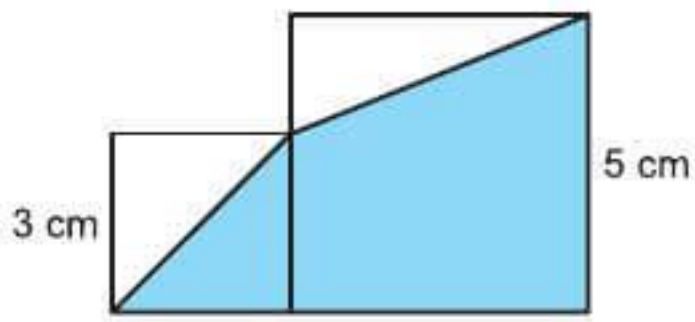


(A) (B) (C) (D) (E)

18. Sally, Li and Raheelah have birthdays on different days in the week beginning Sunday 2 August. No two birthdays are on following days and the gap between the first and second birthday is less than the gap between the second and third. Which day is definitely not one of their birthdays?

(A) Monday (B) Tuesday (C) Wednesday
(D) Thursday (E) Friday

19. A square of side length 3 cm is placed alongside a square of side 5 cm.



What is the area, in square centimetres, of the shaded part?

(A) 22.5 (B) 23 (C) 23.5
(D) 24 (E) 24.5

20. A cube has the letters A, C, M, T, H and S on its six faces. Here are two views of this cube.

Which one of the following could be a third view of the same cube?

(A) (B) (C) (D) (E)

Questions 21 to 25, 5 marks each

21. A teacher gives each of three students Asha, Betty and Cheng a card with a 'secret' number on it. Each looks at her own number but does not know the other two numbers. Then the teacher gives them this information.

All three numbers are different whole numbers and their sum is 13. The product of the numbers is odd. Betty and Cheng now know what the numbers are on the other two cards, but Asha does not have enough information. What number is on Asha's card?

(A) 9 (B) 7 (C) 5
(D) 3 (E) 1

22. In this multiplication, L, M and N are different digits. What is the value of L + M + N?

$$\begin{array}{r} L\ L\ M \\ \times \quad\ \ M \\ \hline N\ M\ 5\ M \end{array}$$

(A) 13 (B) 15 (C) 16
(D) 17 (E) 20

23. A scientist was testing a piece of metal which contains copper and zinc. He found the ratio of metals was 2 parts copper to 3 parts zinc. Then he melted this metal and added 120 g of copper and 40 g of zinc into it, forming a new piece of metal which weighs 660 g. What is the ratio of copper and zinc in the new metal?

(A) 1 part copper to 3 parts zinc
(B) 2 parts copper to 3 parts zinc
(C) 16 parts copper to 17 parts zinc
(D) 8 parts copper to 17 parts zinc
(E) 8 parts copper to 33 parts zinc

24. Jason had between 50 and 200 identical square cards. He tried to arrange them in rows of 4 but had one left over. He tried rows of 5 and then rows of 6, but each time he had one card left over. Finally, he discovered that he could arrange them to form one large solid square. How many cards were on each side of this square?

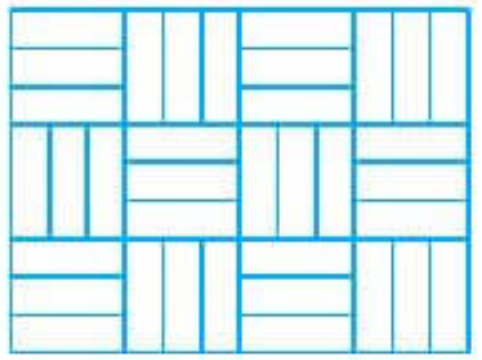
(A) 8 (B) 9 (C) 10
(D) 11 (E) 12

25. Eve has \$400 in Australian notes in her wallet, in a mixture of 5, 10, 20 and 50 dollar notes. As a surprise, Viv opens Eve's wallet and replaces every note with the next larger note. So, each \$5 note is replaced by a \$10 note, each \$10 note is replaced by a \$20 note, each \$20 note is replaced by a \$50 note and each \$50 note is replaced by a \$100 note. Eve discovers that she now has \$900. How much of this new total is in \$50 notes?

(A) \$50 (B) \$100 (C) \$200
(D) \$300 (E) \$500

For questions 26 to 30, shade the answer as a whole number from 0 to 999 in the space provided on the answer sheet.
Question 26 is 6 marks, question 27 is 7 marks, question 28 is 8 marks, question 29 is 9 marks and question 30 is 10 marks.

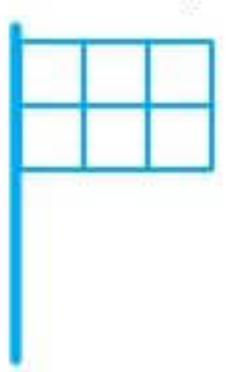
26. Alex is designing a square patio, paved by putting bricks on edge using the basketweave pattern shown. She has 999 bricks she can use, and designs her patio to be as large a square as possible. How many bricks does she use?



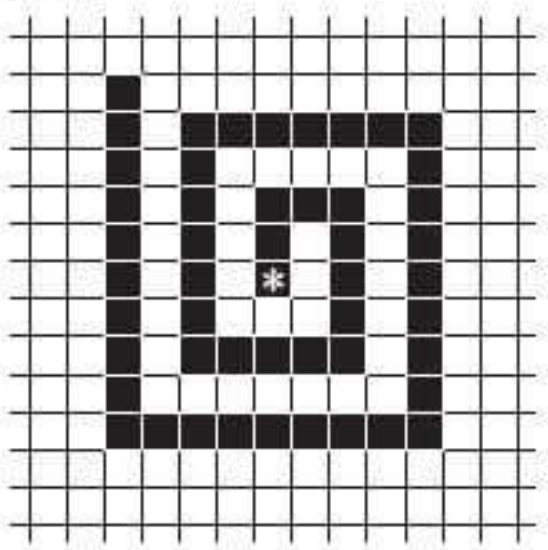
27. There are many ways that you can add three different positive whole numbers to get a total of 12. For instance, $1 + 5 + 6 = 12$ is one way but $2 + 2 + 8 = 12$ is not, since 2, 2 and 8 are not all different. If you multiply these three numbers, you get a number called the product. Of all the ways to do this, what is the largest possible product?

28. I have 2 watches with a 12 hour cycle. One gains 2 minutes a day and the other loses 3 minutes a day. If I set them at the correct time, how many days will it be before they next together tell the correct time?

29. A 3×2 flag is divided into six squares, as shown. Each square is to be coloured green or blue, so that every square shares at least one edge with another square of the same colour. In how many different ways can this be done?



30. The squares in a 25×25 grid are painted black or white in a spiral pattern, starting with black at the centre ✱ and spiralling out. The diagram shows how this starts. How many squares are painted black?



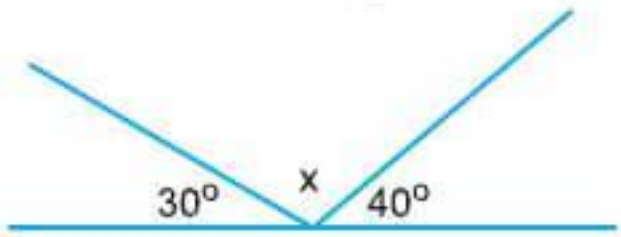
AUSTRALIAN MATHEMATICS COMPETITION AMC 2015
JUNIOR DIVISION
AUSTRALIAN SCHOOL YEARS 7 AND 8

Time allowed: 75 minutes

Questions 1 to 10, 3 marks each

1. 2015 ÷ 201.5 equals
(A) 2036.5 (B) 2116.5 (C) 2225.5
(D) 2216.5 (E) 2115.5

2. The value of x in the diagram is

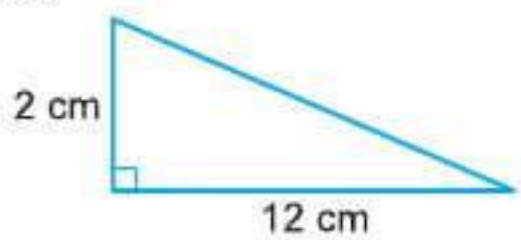


(A) 100° (B) 130° (C) 110°
(D) 120° (E) 90°

3. The trip to school takes 23 minutes. I need to be at school at 9:05 am. The latest I can leave home is
(A) 8:46 am (B) 8:37 am (C) 8:52 am
(D) 8:42 am (E) 8:48 am

4. What is the value of 100 twenty-cent coins?
(A) \$20 (B) \$10 (C) \$200
(D) \$2 (E) \$100

5. What is the area of this triangle in square centimetres?

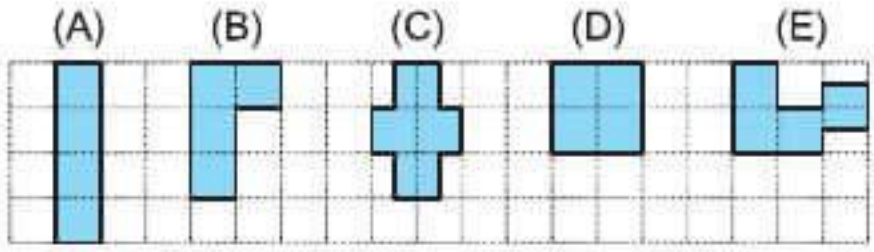


(A) 10 (B) 12 (C) 14
(D) 7 (E) 6

6. When the bell rang, there were 3 teachers and 6 students in the classroom. Several students arrived after the bell. Once everyone had arrived, there were 4 students for every teacher. How many students arrived after the bell?
(A) 18 (B) 12 (C) 6
(D) 3 (E) 9

7. A movie lasts for $2\frac{1}{3}$ hours. The movie is shown in two equal sessions. For how many minutes does each session last?
(A) 85 (B) 70 (C) 80
(D) 65 (E) 75

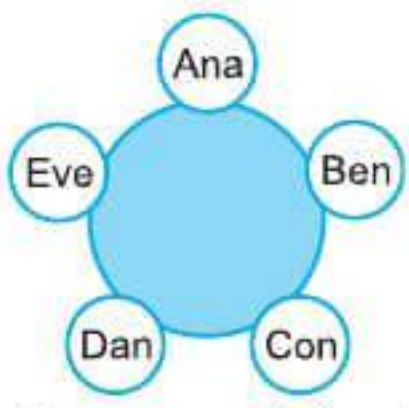
8. Four unit squares are laid out in five different arrangements as shown below. Which one has the largest perimeter?



9. Ari, Bryce, Cy and Eric are members of our school's basketball team. Ari is 186 cm tall. He is 14 cm taller than Bryce who in turn is 6 cm shorter than Cy. Eric is 11 cm taller than Cy. Eric's height is

(A) 183 cm (B) 205 cm (C) 178 cm
(D) 189 cm (E) 177 cm

10. Ana, Ben, Con, Dan and Eve are sitting around a table in that order. Ana calls out the number 1, then Ben calls out the number 2, then Con calls out the number 3, and so on. After a person calls out a number, the next person around the table calls out the next number. Anyone who calls out a multiple of 7 must immediately leave the table.



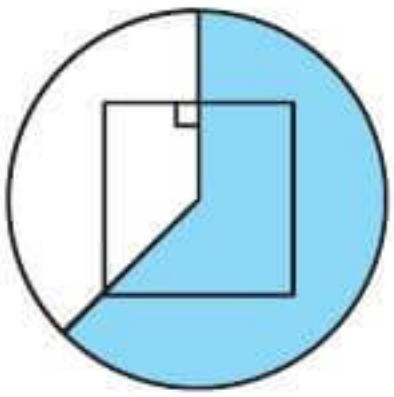
Who is the last person remaining at the table?
(A) Ana (B) Ben (C) Con
(D) Dan (E) Eve

Questions 11 to 20, 4 marks each

11. $\frac{5}{19}$ of 38 is equal to

(A) 76 (B) 19 (C) $\frac{2}{5}$
(D) $2\frac{1}{2}$ (E) 10

12. The diagram shows a circle and a square with the same centre. What fraction of the circle is shaded?



(A) $\frac{5}{8}$ (B) $\frac{4}{7}$ (C) $\frac{3}{5}$
(D) $\frac{6}{11}$ (E) $\frac{2}{3}$

13. In the addition below x, y and z represent three different digits. What is the value of x + y + z?

$$\begin{array}{r} 4\ \ x \\ +\ \ x\ \ 4 \\ \hline z\ \ y\ \ z \end{array}$$

(A) 9 (B) 8 (C) 10
(D) 7 (E) 6

14. A cube has the letters A, C, M, T, H and S on its six faces. Here are two views of this cube.

Which one of the following could be a third view of the same cube?

(A) (B) (C) (D) (E)

15. Five students are to be photographed in a row with the tallest in the centre and the shortest two at the ends. If no two students are the same height, how many different arrangements are possible?
(A) 6 (B) 2 (C) 10
(D) 5 (E) 4

16. Three boys and three girls all celebrate their birthday today, but they are each different ages. The youngest is 1 year old. The sum of the ages of the three girls is the same as the sum of the ages of the three boys. What is the smallest possible total of all six ages?
(A) 22 (B) 24 (C) 28
(D) 21 (E) 26

17. Jenna measures three sides of a rectangle and gets a total of 80 cm. Dylan measures three sides of the same rectangle and gets a total of 88 cm. What is the perimeter of the rectangle?
(A) 112 cm (B) 132 cm (C) 96 cm
(D) 168 cm (E) 156 cm

18. Jim is running five laps of the school oval. When he is $\frac{3}{4}$ of the way round his fourth lap, what fraction of his run has he completed?

(A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{3}{4}$
(D) $\frac{4}{5}$ (E) $\frac{5}{6}$

19. How many two-digit numbers have the property that the sum of the digits is a perfect square?
(A) 15 (B) 18 (C) 13
(D) 19 (E) 17

20. On this cube, opposite faces add to the same sum and all faces are prime numbers. (Note that 1 is not prime.) What is the smallest possible total of the faces which cannot be seen?

(A) 41 (B) 35 (C) 45
(D) 47 (E) 37

Questions 21 to 25, 5 marks each

21. A recipe requires 2 kg sugar, 4 kg butter, and 6 kg flour to make 8 cakes. How many cakes can you make if you have 9 kg sugar, 17 kg butter and 28 kg flour?
(A) 40 (B) 34 (C) 37
(D) 32 (E) 36

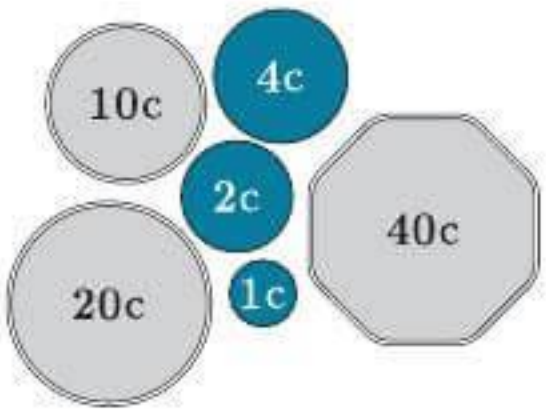
22. Two ordinary dice are rolled. The two resulting numbers are multiplied together to create a score. The probability of rolling a score that is a multiple of six is
(A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{5}{12}$ (C) $\frac{1}{4}$
(D) $\frac{1}{3}$ (E) $\frac{1}{2}$

23. Jill and Jack are exercising at a beach. They both start from the car park at one end of the beach. Jill runs at a constant speed and Jack walks at a constant speed. When Jill turns at the end of the beach to run back, she notices that Jack is then halfway along the beach. How far

along the beach will Jack be when Jill next passes him?

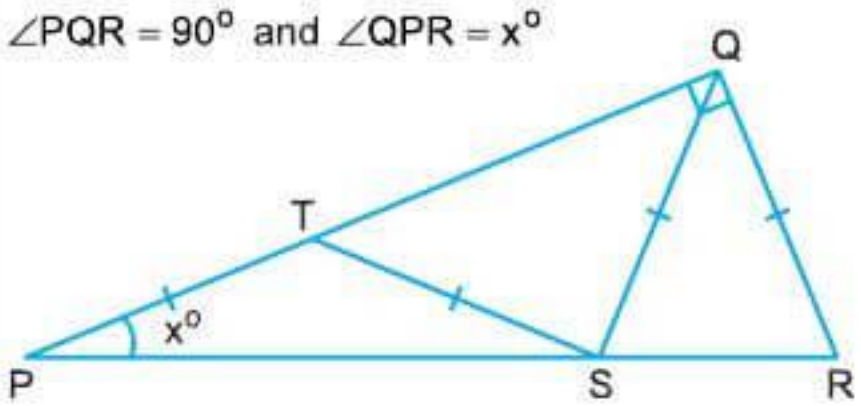
(A) Two-thirds of the way
(B) Five-sixths of the way
(C) Three-quarters of the way
(D) Five-eighths of the way
(E) Seven-eighths of the way

24. The country of Numismatica has six coins of the following denominations: 1 cent, 2 cents, 4 cents, 10 cents, 20 cents and 40 cents. Using the coins in my pocket, I can pay exactly for any amount up to and including 200 cents. What is the smallest number of coins I could have?



(A) 12 (B) 10 (C) 11
(D) 9 (E) 8

25. In the diagram, PT = TS = SQ = QR, $\angle PQR = 90^o$ and $\angle QPR = x^o$



Then x is equal to

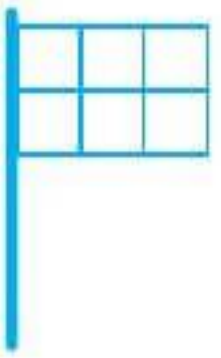
(A) 20 (B) 25 (C) 27.5
(D) 22.5 (E) 30

For questions 26 to 30, shade the answer as an integer from 0 to 999 in the space provided on the answer sheet. Question 26 is 6 marks, question 27 is 7 marks, question 28 is 8 marks, question 29 is 9 marks and question 30 is 10 marks.

26. I write down three different positive whole numbers that add to 96. The sum of any two is divisible by the third. What is the largest of these three numbers?

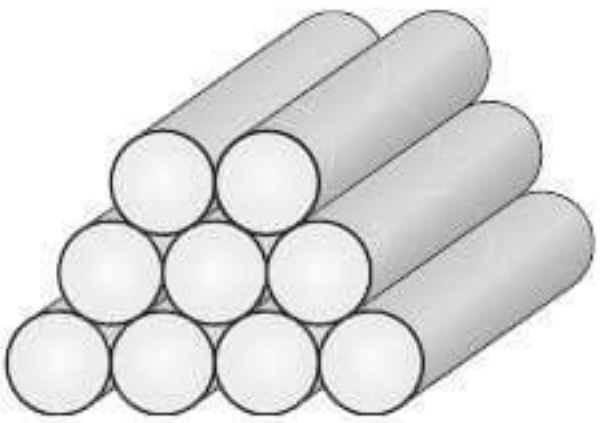
27. At a football match, one-third of spectators support the Reds and the rest support the Blues. At half-time 345 Blues supporters leave because their team is losing, and the remaining Blues supporters now make up one-third of the total. How many Reds supporters are there?

28. A 3 × 2 flag is divided into six squares, as shown. Each square is to be coloured green or blue, so that every square shares at least one edge with another square of the same colour. In how many different ways can this be done?



29. Zoltan has a list of whole numbers, all larger than 0 but smaller than 1000. He notices that every number in his list is either one-third of another number in the list or three times another number in the list. What is the largest number of different whole numbers that can be on Zoltan's list?

30. In a stack of logs, each row has exactly one fewer log than the row below. With 9 logs, the tallest possible stack is shown. With 2015 logs, how many rows are there in the tallest possible stack?



Dành cho các thầy cô giáo

CUỘC THI SÁNG TÁC CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP PHÁT TRIỂN NĂNG LỰC MÔN TOÁN CỦA HỌC SINH BẬC THCS

Nhằm tạo ra ngân hàng câu hỏi giúp phát triển năng lực của học sinh đồng thời động viên, khuyến khích các thầy cô giáo sáng tạo nhiều hơn nữa để có những giờ dạy hiệu quả cao, có thệ thống câu hỏi, bài tập có chất lượng tốt, tạp chí Toán Tuổi thơ tổ chức **Cuộc thi sáng tác câu hỏi và bài tập phát triển năng lực môn toán của học sinh bậc THCS**. Đây là một cuộc thi mới và là một cuộc thi lớn trong năm 2016 và năm 2017 trên tạp chí.

1. Nội dung bài tập, câu hỏi. Các bài tập, câu hỏi môn toán giúp phát triển năng lực học toán của học sinh. Ban tổ chức hoan nghênh các bài tập, câu hỏi có hình vẽ minh họa để các em học sinh thấy rằng môn toán thật thú vị. Các bài tập, câu hỏi phải là các bài mới chưa xuất hiện trên bất kì sách, báo nào. Mỗi cá nhân, tập thể gửi một lần hệ thống bài tập và câu hỏi gồm ít nhất 40 bài tập, câu hỏi cho cả bốn lớp 6, 7, 8 và 9 (mỗi bài tập, câu hỏi cần ghi rõ dành cho lớp mấy).

2. Đối tượng dự thi. Các thầy, cô giáo, các cán bộ quản lí giáo dục.

3. Thời hạn nhận bài dự thi. Kể từ tháng 1.2016 đến hết tháng 12.2017. Các bài dự thi cần viết rõ trên phong bì: **Tham dự Cuộc thi sáng tác câu hỏi và bài tập phát triển năng lực môn toán của học sinh bậc THCS**. Trong bài dự thi ghi rõ: Họ và tên, địa chỉ, số điện thoại, email và gửi về: *Tạp chí Toán Tuổi thơ, tầng 5, số 361 Trường Chinh, Thanh Xuân, Hà Nội*. Tạp chí Toán Tuổi thơ sẽ đăng các bài tập, câu hỏi hay và các tác giả sẽ được nhận nhuận bút.

4. Tổng kết và trao giải. Hết tháng 12.2017, tạp chí Toán Tuổi thơ sẽ tổng kết cuộc thi. Ban tổ chức sẽ chấm các bài thi dựa trên các tiêu chí: Số lượng bài tập, câu hỏi, chất lượng chuyên môn của từng bài, từng câu và sự đa dạng về nội dung. Giải thưởng gồm Giấy chứng nhận, tiền mặt và quà tặng.

Theo đề nghị của bạn đọc, Tạp chí lùi thời hạn nhận bài dự thi đến tháng 12.2017.

BAN TỔ CHỨC

CÁCH THỨC GỬI BÀI CHO TOÁN TUỔI THƠ

✳ **Với học sinh giải bài.** Mỗi bài toán trong mục thi Giải toán qua thư, mỗi bài tham dự trên các chuyên mục khác, đều phải làm riêng trên một tờ giấy và ghi rõ các thông tin cần thiết: Tham dự mục gì, số tạp chí, tên đề bài, họ và tên học sinh, lớp, trường, quận (huyện), tỉnh (thành).

✳ Học sinh nên ghi thêm địa chỉ nhà, số điện thoại nhà riêng, số điện thoại phụ huynh (nếu có) để Tòa soạn tiện gửi phần thưởng.

✳ Riêng cuộc thi dành nữ sinh, mỗi số tham dự, thí sinh cần dán 1 ảnh 4 × 6 vào bài giải.

✳ **Với các cộng tác viên gửi bài.** Các bài viết của tác giả gửi đến Toán Tuổi thơ chưa được đăng ở bất cứ đâu. Bài đã gửi Tạp chí không gửi cho báo khác. Nếu là bài sưu tầm, tác giả cần viết rõ vào bài gửi là sưu tầm và dẫn nguồn sưu tầm. Nếu là bài dịch, tác giả cần ghi rõ vào bài gửi là dịch và gửi kèm bản gốc.

✳ Các cộng tác viên có thể gửi bài qua đường bưu điện đến Tòa soạn: *Số 361 Trường Chinh, Thanh Xuân, Hà Nội* hoặc gửi email đến: *toantuoitho@vnn.vn*

TTT

CÂU LẠC BỘ TOÁN TUỔI THƠ
TOÀN QUỐC 2016

Từ ngày 6.6.2016 đến ngày 8.6.2016 sẽ diễn ra Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ toàn quốc 2016 tại trường Ngôi Sao Hà Nội, Q. Thanh Xuân, Hà Nội. Tham dự là các Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ đến từ mọi miền đất nước. Khác với Olympic Toán Tuổi thơ toàn quốc, đề của Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ toàn quốc 2016 là các bài toán bằng tiếng Anh để các em học sinh được tiếp cận với cách thi chuẩn Quốc tế. Với các bạn học sinh bậc THCS thì có thêm hai vòng thi là *Tiếp sức toán* và *Du lịch Toán học*.

● Thi cá nhân

- Đề thi gồm có 16 câu bằng tiếng Anh, 15 câu đầu chỉ ghi đáp số *(mỗi câu 5 điểm)*, câu 16 *(25 điểm)* học sinh trình bày lời giải bằng tiếng Anh vào tờ trả lời.
- Thời gian làm bài là 30 phút.

● Thi liên CLB (Dành cho học sinh cấp THCS)

❋ Vòng 1. Tiếp sức toán

- Sáu thí sinh của mỗi CLB lần lượt giải 6 bài toán chỉ ghi đáp số *(các thí sinh ngồi theo thứ tự số báo danh tăng dần)*. Thí sinh nào giải xong, nộp bài cho giám khảo, thí sinh tiếp theo mới được nhận đề để giải. Thời gian tối đa là 30 phút cho 6 bài toán.
- Mỗi bài giải đúng được 2 điểm, giải sai 0 điểm.
- Các CLB giải bài nhanh nhất được cộng 1 điểm *(có không quá 10% tổng số các CLB tham gia thi đấu được cộng điểm)*.
- Sau khi các CLB giải bài xong và nộp bài cho giám khảo thì giám khảo mở đáp án và chấm trực tiếp vào bài và cộng tổng điểm. Thư kí trường thi sẽ thu kết quả tại bàn của giám khảo.
- Có 6 đến 8 CLB điểm cao điểm nhất được vào thi đấu *vòng 2. Du lịch Toán học* để tranh giải Vàng, Bạc, Đồng *(nếu có các CLB bằng điểm nhau thì dùng câu hỏi phụ để phân loại)*.

❋ Vòng 2. Du lịch Toán học

- Có 6 thành phố Hà Nội, Nam Định, Thanh Hóa, Vinh, Huế, TP. Hồ Chí Minh cho các CLB đến tham quan. Đây là 6 nơi đặt trường thi xưa. Hai giám khảo sẽ là chủ nhân của bàn đại diện mỗi thành phố đó.
- Sáu thí sinh của mỗi CLB cùng giải 6 bài toán. Đội trưởng đến thành phố thứ nhất để lấy đề bài 1 *(theo chỉ định của Ban tổ chức)* sau đó các em học sinh của CLB cùng giải bài rồi đội trưởng nộp kết quả cho giám khảo ở thành phố thứ nhất, nếu kết quả chưa đúng thì giám khảo sẽ yêu cầu làm lại đến khi nào CLB đó đưa ra được kết quả đúng bài 1 thì CLB đó mới có được chữ kí của giám khảo ở thành phố thứ nhất để đến thành phố thứ hai nhận đề bài 2 giải tiếp, cứ tiếp tục như thế cho đến bài 6. Tổng thời gian tối đa để làm cả 6 bài toán là 30 phút. Vòng 2 sẽ kết thúc khi hết giờ hoặc đã có 2 CLB về đích *(CLB nào đã về đích thì tình nguyện viên phụ trách CLB đó phất cờ để Ban tổ chức biết)*. Sau khi có trống báo hiệu hết giờ thì Thư kí trường thi sẽ đến thu kết quả tại bàn của các CLB. Mỗi bài giải đúng được 2 điểm.
- Sau khi kết thúc hai vòng thi, Ban tổ chức sẽ cộng tổng điểm cả hai vòng thi và xếp giải.

TTT

CLB11. Find x given that

$$\frac{x-500}{43}+\frac{x-403}{61}+\frac{x-71}{103}=10.$$

CLB12. Prove that $n^{20}-11$ is not divisible by 2016 for all positive integers n.

CLB13. Given $x > 0$. Find the minimum value of the following expression.

$$M=\left(x+\frac{1}{x}\right)^3+4\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-3\left(x+\frac{1}{x}\right)+10.$$

CLB14. Given the numbers a, b, c, and d such that $a^2+b^2=c^2+d^2=2016$ and $ac+bd=0$. Find the value of the following expression $M=(a+b)^2+(c+d)^2$.

CLB15. Let ABC be an equilateral triangle with its height equal to h. M is a point on the inside of the angle BAC. Let MD be a line perpendicular to BC at D, ME perpendicular to AC at E, and MF perpendicular to AB at F (MD = x, ME = y, and MF = z). Given that $2x = y + z$, calculate x in terms of h.

NGUYỄN ĐỨC TẤN *(TP. Hồ Chí Minh)*

Kết quả CÂU LẠC BỘ TOÁN TUỔI THƠ (TTT2 số 157)

CLB1. Ta có $M = 1 + \dfrac{52}{1963 - x}$ (ĐKXĐ $x \neq 1963$).

● Xét $x > 1963 \Rightarrow 1963 - x < 0$.

Do đó $M < 1$. (1)

● Xét $x < 1963 \Rightarrow x \leq 1962$ (vì $x \in \mathbb{Z}$)

$\Rightarrow 1963 - x \geq 1$. Do đó $M \leq 53$. (2)

Từ (1), (2) thì $M \leq 53$, $\forall\, x \in \mathbb{Z}$.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $x = 1962$.

Vậy M có giá trị lớn nhất là 53 khi $x = 1962$.

CLB2. Đặt $d = \text{ƯCLN}(a, b)$ thì $a = dx$, $b = dy$, với x, y nguyên dương và $\text{ƯCLN}(x, y) = 1$.

Ta có $a^2 + b^2 = d^2(x^2 + y^2)$ chia hết cho $ab = d^2xy$

Từ đó $x^2 + y^2 \vdots xy \Rightarrow x^2 + y^2 \vdots x$ và $x^2 + y^2 \vdots y$

$\Rightarrow y^2 \vdots x$ và $x^2 \vdots y$ mà $\text{ƯCLN}(x, y) = 1$ nên $x = y = 1$.

Do đó $a = b$. Vậy $P = 2$.

CLB3. Ta có $1 + a^2b^2 = abc(a + b + c) + a^2b^2$

$= ab[ca + c(b + c) + ab]$

$= ab[a(b + c) + c(b + c)]$

$= ab(a + c)(b + c)$.

Tương tự $1 + b^2c^2 = bc(a + b)(a + c)$

và $1 + c^2a^2 = ca(a + b)(b + c)$.

Do đó $Q = \dfrac{c^2(a+b)^2ab(a+c)(b+c)}{bc(a+b)(a+c)ca(a+b)(b+c)} = 1$.

CLB4. Ta có $T = n^2 - 2015n + 8$ là tổng các chữ số của số tự nhiên n nên $0 \leq T \leq n$.

Dễ thấy $n > 1 \Rightarrow T > 0$

$\Rightarrow (n - 1)(n - 2014) > T > 0 \Rightarrow n > 2014$. (1)

Mặt khác $T \leq n \Rightarrow n^2 - 2016n + 8 \leq 0$

$\Rightarrow n^2 - 2016n < 0 \Rightarrow n(n - 2016) < 0$

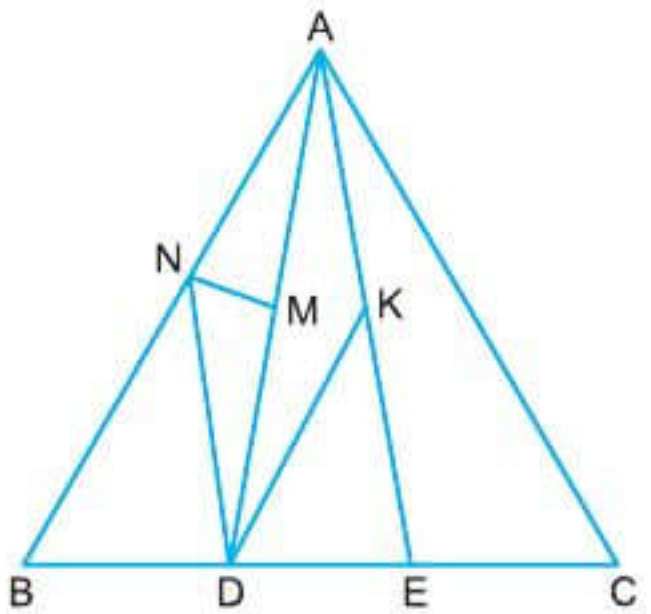
$\Rightarrow n < 2016$. (2)

Từ (1), (2) và $n \in \mathbb{N} \Rightarrow n = 2015$.

Thử lại $n = 2015$ có tổng các chữ số là $2 + 0 + 1 + 5 = 8$ và $n^2 - 2015n + 8 = 8$, thỏa mãn.

Vậy $n = 2015$.

CLB5. Gọi K là trung điểm của AE.



Ta có $\Delta ABD = \Delta ACE$ (g.c.g)

$\Rightarrow S_{ABD} = S_{ACE}$. (1)

Ta có $\Delta ADN = \Delta ADK$ (c.g.c)

$\Rightarrow S_{ADN} = S_{ADK}$. (2)

Vì $AK = \dfrac{1}{2}AE \Rightarrow S_{ADK} = \dfrac{1}{2}S_{ADE}$. (3)

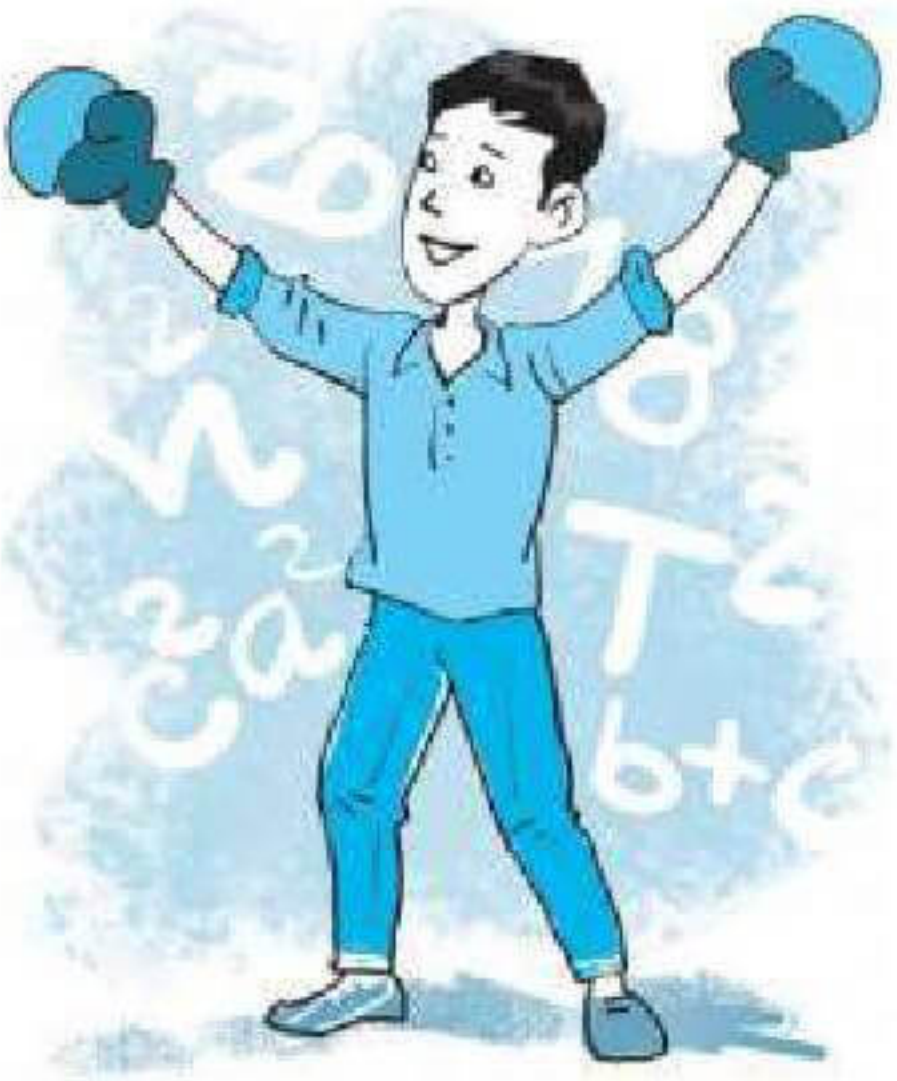
Từ (1), (2), (3) suy ra

$S_{ABD} + S_{ADN} = \dfrac{1}{2}(S_{ABD} + S_{ACE}) + \dfrac{1}{2}S_{ADE}$

$= \dfrac{1}{2}(S_{ABD} + S_{ACE} + S_{ADE}) = \dfrac{1}{2}S$.

Nhận xét. Các bạn sau có lời giải tốt được thưởng kì này: *Lê Ngọc Hoa, Trần Bình Minh, Nguyễn Công Huấn*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Khắc Thái Bình*, 8B, THCS Nguyễn Thượng Hiền, Ứng Hòa, **Hà Nội**; *Nguyễn Tuệ An*, 7C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An**.

NGUYỄN HIỆP



PHỎNG VẤN

VŨ KIM THƯ
(Nghĩa Đô, Hà Nội)

Nếu bạn muốn được đi du học thì sau khi vượt qua các bài kiểm tra viết, bạn cần phải trải qua vòng thi phỏng vấn. Thường các bài phỏng vấn có nội dung xung quanh những câu hỏi về bản thân, gia đình và trường học của bạn. Dưới đây là một ví dụ về bài phỏng vấn đó. Bạn hãy tự trả lời và gửi câu trả lời về tòa soạn. Kì sau chúng tôi sẽ đăng bài trả lời.

- Hello.
- My name is _____. I am conducting your interview today.
- Please sit down. / Please have a seat.
- First of all, what is your name? / Are you Vu Thanh Nam? / You are Vu Thanh Nam, aren't you?
- Are you a student? / Are you a pupil?
- What grade are you in? / Have you finished grade 9? / You've finished grade 9 haven't you?
- When did you finish grade 9? / How long ago did you finish grade 9? / Did you finish grade 9 this year or last year? You finished grade 9 this year, didn't you /
- Where do you study? / What is your school? / What is the name of your school?
- Where is it? / Where is your school located? / Is your school in the city or in the suburb? / Is your school in near the centre of the city?
- Is it a public school? / Is it a Government school? / Is it a private school? / Is it a public or a private school?
- Is it a good school? / Is it a good one?
- Is the school far from your house? / How far is it from your school to your house?
- How do you often go to school? / Do you go to school by bicycle, by bus or by motorbike?
- Is your school very big? / How big is your school? / How many students are there in your school? / How many teachers are there in your school?
- Oh, that's very big, isn't it?
- Do you love your school?
- Why do you love your school?
- How many days a week do you go to school? / On which days of the week do you go to school? / Do you go to school every day of the week?
- Are you going to school now? / Why? / Why not?
- Do you go to school in the morning or in the afternoon?
- How many lessons / periods do you usually have every day?
- What subjects do you study at school? / Can you tell me what subjects you study at school?
- What subjects are you good at? / What subjects are you not very good at? Are you good at Mathematics? Physics?
- Oh, you do study English, don't you? / Are you good at English? / How many years have you studied English?
- Do you like English? / Mathematics? / Literature? / Why? / Why not? What subjects do you like? / What subjects don't you like?
- What are your marks / scores in Mathematics? Physics? / What is your average in Mathematics?
- Do you receive / Have you received any awards for your study achievements? / What awards have you received for your achievements?
- How do you assess / judge your own study results? Are you a good student? / an excellent student? / an average student?
- Do you bring your school records? / Can I see them? / Can I see your school records?
- Tell me something about your family.
- Is your family a big one? How many people are there in your family? Have you got any brothers? / Have you got any sisters?
- Is she your elder or your younger sister? / How old is she? / How old are you?
- What's your father's job / occupation? What does your father do?
- What's your mother's job / occupation? What does your mother do?
- Does your mother / father / Do your parents help you in your study? Do you ask your mother / father / parents to help when you have a difficult problems / questions?
- Does your mother teach your class? Has your mother ever taught your class? / Does your mother teach your sister's class?
- Is she a good teacher?
- Do you think it's a good thing / an advantage to have your mother as a teacher in your school?
- Do you take extra lessons out of class?

Kì này AI ĐÚNG?

Bài toán. Cho điểm A nằm ngoài đường tròn (O; R), với OA = 2R. Gọi N, P thứ tự là giao điểm của OA với (O) sao cho P nằm giữa A và N. Vẽ các tiếp tuyến AB, AC của đường tròn (O) với B, C là các tiếp điểm. M là điểm trên cung BC chứa P của đường tròn (O). Tiếp tuyến tại M của đường tròn (O) cắt AB, AC lần lượt tại D, E.

Bạn Mùi nói rằng: "Số đo của góc DNE nhỏ hơn 30°".

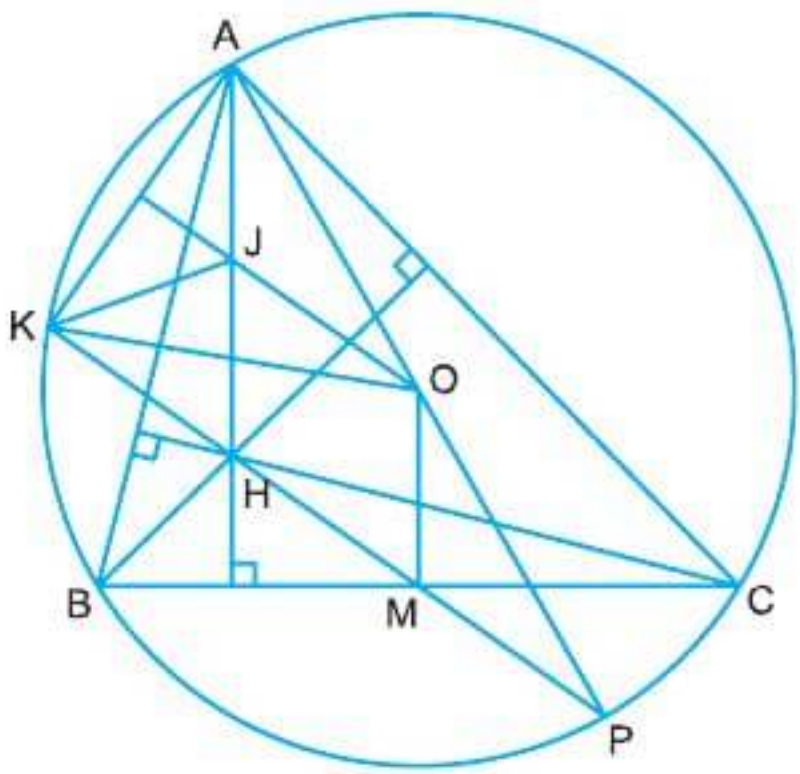
Bạn Thân nói rằng: "Số đo của góc DNE lớn hơn 30°".

Bạn Dậu nói rằng: "Số đo của góc DNE bằng 30°".

Theo bạn thì ai nói đúng?

NGUYỄN ĐỨC TẤN *(TP. Hồ Chí Minh)*

Kết quả KHÔNG VẼ ĐƯỜNG TRÒN (TTT2 số 157)



● Giả sử tam giác nhọn ABC có trực tâm H, nội tiếp đường tròn (O). Gọi J là trung điểm của AH thì J là tâm đường tròn đường kính AH.

Cách 1. Dựng đường kính AP của đường tròn (O). Kẻ đường thẳng PH cắt đường tròn (O) tại điểm K thì $\widehat{AKP} = 90^o$ nên $\widehat{AKH} = 90^o$, do đó điểm K thuộc đường tròn đường kính AH và K là giao điểm của (O) và (J).

Cách 2. Kẻ đường thẳng AK ⊥ OJ và cắt đường tròn (O) tại điểm K thì OJ là đường trung trực của AK, do đó JK = JA = JH, suy ra điểm K thuộc đường tròn đường kính AH và K là giao điểm của (O) và (J).

Cách 3. Dựng trung điểm M của đoạn thẳng BC. Kẻ đường thẳng MH cắt đường tròn (O) tại điểm K. Gọi AP là đường kính của (O) thì $\widehat{ABP} = \widehat{ACP} = 90^o$ nên BHCP là hình bình hành, do đó PH đi qua trung điểm M của BC, suy ra $\widehat{AKM} = \widehat{AKP} = 90^o$. Vậy điểm K thuộc đường tròn đường kính AH và K là giao điểm của (O) và (J).

● **Chú ý.** - Trong trường hợp riêng khi AB = AC thì điểm K trùng với điểm A.

- Với tam giác ABC tù thì bốn điểm H, P, M, K vẫn thẳng hàng, chứng minh tương tự.

Nhận xét. Các bạn sau được nhận phần thưởng vì có lời giải đúng và chứng minh đầy đủ: *Lê Thị Thu Thái*, 9E1, *Lê Ngọc Hoa*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Văn Cường*, 8A, THCS Hợp Tiến, Nam Sách, **Hải Dương**; *Nguyễn Minh Trang*, 9A2, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh.**

ANH COMPA

Câu lạc bộ Dễ hay Khó

THỬ TRẢ LỜI TOÁN HỌC LÀ GÌ?

VŨ KIM THỦY

Thầy chủ nhiệm và các em học sinh ngồi quây quần kiểu bàn tròn.

Học sinh 1: Cậu có được về quê nghỉ hè không?

Học sinh 2: Không nhưng tớ được đi nghỉ mát ở Thịnh Long.

Học sinh 3: Này, thôi đi. Bắt đầu sinh hoạt rồi. Thưa thầy, thầy hướng dẫn chúng em một chương trình gì thật thú vị chứ ạ?

Thầy Thủy: Chương trình thì khác đấy, còn hay đến mức nào để các em nhận xét.

Chúc câu lạc bộ dễ hay khó của chúng ta phát triển.

Học sinh: Chúng em cũng chúc thầy mạnh khỏe và có nhiều chương trình thú vị.

Thầy Thủy: Hôm nay thầy trò mình cùng nhau trao đổi về một đề tài rất đặc biệt nhé. Câu lạc bộ của chúng ta là câu lạc bộ về những vấn đề toán. Vậy tôi hỏi các em nhé: Toán học là gì nào?

Học sinh 1: Thưa thầy toán học là một khoa học tự nhiên nghiên cứu các con số và các hình ạ.

Học sinh 2: Thưa thầy toán học là hình học, đại số và số học hợp thành ạ.

Thầy Thủy: Đây là một câu hỏi khó đấy. Nhà toán học Nga A. A. Markov đã trả lời: Toán học là cái gì mà C. F. Gauss, L. Chebysev, Liapunôp, X. Chiêcơlốp và tôi nghiên cứu. J. H. Poincaré thì cho rằng: Toán học - Đó là nghệ thuật gán cho nhiều thứ khác nhau cùng một tên gọi.

Học sinh 1: Thưa thầy thế thì làm sao mà hiểu được toán học là gì ạ?

Thầy Thủy: Ừ, định nghĩa toán học rất khó thể hiện qua ít câu chữ.

Trước đây người ta cho rằng toán học là khoa học về quan hệ giữa số lượng và hình dạng không gian của thế giới hiện thực. Vì vậy người ta xếp toán học vào hàng ngũ các khoa học tự nhiên.

Còn bây giờ, chúng ta thử bắt đầu từ đối tượng nghiên cứu của toán học. Các em thử trả lời cho tôi xem các nhà hóa học nghiên cứu gì nào?

Học sinh 3: Các nhà hóa học nghiên cứu các chất và các phản ứng tương tác giữa chúng ạ.

Thầy Thủy: Còn các nhà sinh vật học nghiên cứu gì?

Học sinh 2: Các nhà sinh vật học nghiên cứu về động vật, thực vật ạ.

Thầy Thủy: Các nhà thiên văn học nghiên cứu cái gì nào?

Học sinh: Các nhà thiên văn học nghiên cứu các thiên thể và toàn bộ vũ trụ ạ.

Thầy Thủy: Các em trả lời đúng lắm. Đó chính là các hiện tượng tự nhiên. Vì vậy người ta xếp Vật lí, Hóa học, Sinh vật học, Thiên văn học, ... là các khoa học tự nhiên.

Học sinh 2: Thưa thầy mình đang nói chuyện về toán học cơ mà ạ.

Thầy Thủy: Em đừng vội. Tôi muốn hỏi các em bây giờ đây. Toán học thì nghiên cứu cái gì nhỉ?

Học sinh 1: Thưa thầy toán học nghiên cứu điểm, đường thẳng, con số, các phương trình và các hình khác nhau ạ.

Thầy Thủy: Thế các con số có tồn tại trong tự nhiên không?

Học sinh 1: Có ạ.

Học sinh 2: Không ạ.

Thầy Thủy: Em bảo có vì sao nào?

Học sinh 1: Thưa thầy em thấy con số ở máy điện thoại, ở quyển sách, ở tờ lịch và nhiều nơi khác ạ.

Thầy Thủy: Thế trước khi có các nhà thiên văn thì đã có các hành tinh chưa?

Học sinh: Có rồi ạ.

Thầy Thủy: Nếu không có các nhà khoa học thì động vật, thực vật có tồn tại không?

Học sinh: Có ạ.

Đấy là sự khác nhau giữa toán học và khoa học tự nhiên. Điểm, đường thẳng, hàm số, ánh xạ, toán tử, ma trận, ... là cái mà con người nghĩ ra, những

nhà toán học nghĩ ra.

Muốn nghiên cứu một đối tượng hay một hiện tượng nào đó bằng toán học thì phải gạt bỏ tất cả đặc điểm về tính chất của đối tượng và hiện tượng, chỉ giữ lại những đặc trưng cho số lượng và hình dạng của chúng và trừu tượng dần dần lên. Đối tượng nghiên cứu của toán học là những cái không phải sẵn có trong tự nhiên. Đó là những gì mà các nhà toán học nghĩ ra. Vì vậy toán học không phải là khoa học tự nhiên. Nhiều người nhầm lẫn điều này.

Học sinh 3: Thưa thầy trong tự nhiên có những vật mà toán học nghiên cứu ạ.

Thầy Thủy: Em thử ví dụ xem nào.

Học sinh 3: Thưa thầy cái vành nón, cái vành xe đạp, cái vành mâm là những hình tròn ạ.

Thầy Thủy: Tất cả những cái đó đều chỉ là hình ảnh của hình tròn thôi. Từ thực tiễn có các vật đó các nhà toán học mới nghĩ ra một hình hình học là hình tròn.

Vì thế giống như nghệ thuật, toán học là phương tiện độc đáo của nhận thức. Giống như các hình tượng nghệ thuật, các hình ảnh toán học là một hình thức đặc biệt của toán học dùng để phản ánh thực tiễn.

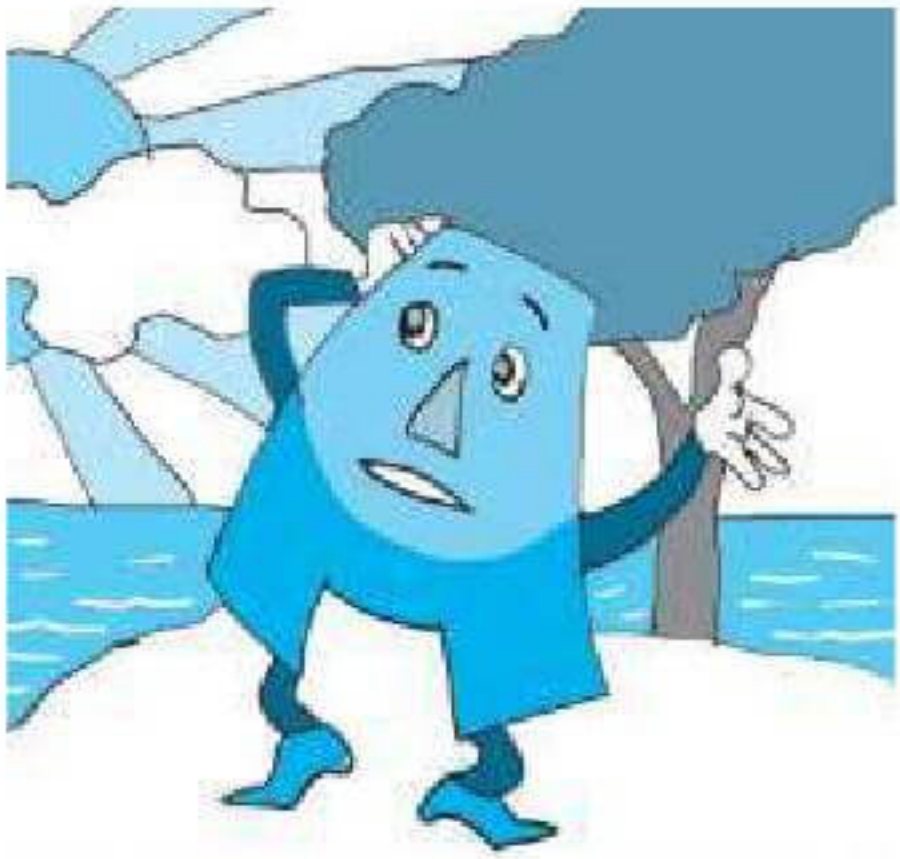
Học sinh 2: Thưa thầy nhưng như thế mỗi người trừu tượng theo một cách, tưởng tượng khác nhau thì sẽ dẫn đến các khái niệm rất khác nhau thì sao ạ?

Thầy Thủy: Mặc dù là tự do tưởng tượng và trừu tượng hóa nhưng nó vẫn theo quy luật của tư duy. Ví dụ để định nghĩa hình vuông, người ta phải dựa vào hình chữ nhật hoặc dựa vào hình bình hành, muốn định nghĩa hình bình hành thì cần định nghĩa tứ giác, muốn định nghĩa tứ giác thì cần định nghĩa đường gấp khúc ... Cứ như thế mãi đến cuối cùng các nhà toán học đều thống nhất là phải công nhận một số khái niệm cơ bản như điểm, đường thẳng, mặt phẳng, ...

Do đó dù là ở châu Á, châu Phi, châu Mỹ hay ở bất kì đâu thì cứ nói đến hình vuông người ta đều tưởng tượng ra đó là hình có 4 cạnh bằng nhau và có 4 góc vuông; đều tưởng tượng ra hai đường chéo của hình vuông là bằng nhau, bằng nhau mà không thể có hai vật gì trong tự nhiên có thể bằng nhau như thế được.

Điều này cũng tương tự như con rồng tuy không có trong thực tế nhưng người Trung Hoa và người Việt Nam tưởng tượng khá giống nhau.

Còn việc trừu tượng có thể theo hướng này, hướng khác sẽ nảy sinh các khái niệm khác nhau và vì vậy mới làm cho toán học phát triển.



Ngày nay toán học đã nghiên cứu các khái niệm trừu tượng hơn rất nhiều so với các quan niệm về số và công thức. Các khái niệm đó sinh ra vô số vấn đề mà muốn giải quyết chúng ta còn phải đưa ra những khái niệm khác còn trừu tượng hơn.

Học sinh 1: Thưa thầy thế thì làm sao mà có thể ứng dụng vào cuộc sống được ạ.

Thầy Thủy: Toán học có thể ứng dụng vào cuộc sống một cách trực tiếp nhờ giải các bài toán đặt ra từ thực tiễn. Song nhiều hơn cả là hàng năm, hàng chục năm sau nó được ứng dụng rất bất ngờ vào cuộc sống.

Ví dụ lí thuyết nhóm chính thức ra đời vào giữa thế kỉ XIX mà mãi đến năm 1890 nhà bác học Nga Phêdôrôp mới dùng lí thuyết nhóm vào nghiên cứu tinh thể học, giải quyết bài toán phân loại các mạng tinh thể trong không gian. Trong Vật lí, lí thuyết nhóm trở thành công cụ nghiên cứu có hiệu lực của cơ học lượng tử.

Chính vì thế người ta gọi toán học là người đầy tớ và là hoàng hậu của mọi khoa học.

Để nghiên cứu toán học thì một nhà toán học làm việc cần mẫn cũng chỉ có thể nắm được khoảng 5% toán học hiện đại. Do tính chất hiện đại ấy mà toán học vừa là khoa học cổ nhất, vừa là khoa học trẻ nhất.

Toán học thế kỉ XXI là một cây đại thụ khổng lồ mà muôn cành nhánh của nó đâm chồi, nảy lộc trên một gốc cây là toán học cổ truyền.

Chỉ trong hơn 20 phút chúng ta định trả lời câu hỏi toán học là gì thì thật khó. Thôi các em hãy bằng lòng với những giải thích như vậy nhé. Dần dần chúng ta sẽ hiểu hơn nhất là với em nào trở thành nhà toán học.

Vui cười

❑ *Tí:* - Này cậu! Bây giờ tớ không còn là học sinh bét lớp nữa rồi.

Tồ: - Vậy à? Chúc mừng cậu!

Tí: - Có gì mà mừng!

Tồ: - Sao lại không mừng? Cậu tiến bộ thế kia mà!

Tí: - Tớ chuyển thành học sinh bét trường rồi.

❑ *Tí:* - Tớ thấy sách báo nói rằng nước ngọt chính là nguồn sống của muôn loài.

Tồ: - Đúng rồi.

Tí: - Thế mà mẹ tớ cứ cấm uống nước ngọt, nhất là trước bữa cơm.

❑ *Cô giáo:* - Này Tí, em biết ngủ gật trong lớp là không tốt chứ?

Tí: - Vâng. Ngủ gật thì sẽ bị mỏi cổ ạ.

❑ Trong giờ địa lí.

Cô giáo: - Vàng là một khoáng sản quý. Em có biết vàng được phân bố nhiều ở đâu không?

Tồ: - Thưa cô, ở trong các hiệu vàng ạ.

ĐỖ HỒNG THỊNH

(Xóm 11, Xuân Thành, Xuân Trường, Nam Định)

BÍNH NAM HÀ

Thơ và truyện ngắn

Thơ là câu chuyện xảy ra hàng ngày
Viết nên bằng nhạc điệu
Truyện là bài thơ dài
Mang giai điệu khác
Rung lên nhiều rung động lòng người
Cũng như thơ gửi đến cuộc đời
Ước mơ xa và niềm hi vọng
Tâm sự cháy bỏng bộn bề
trên vỏn vẹn trang thơ

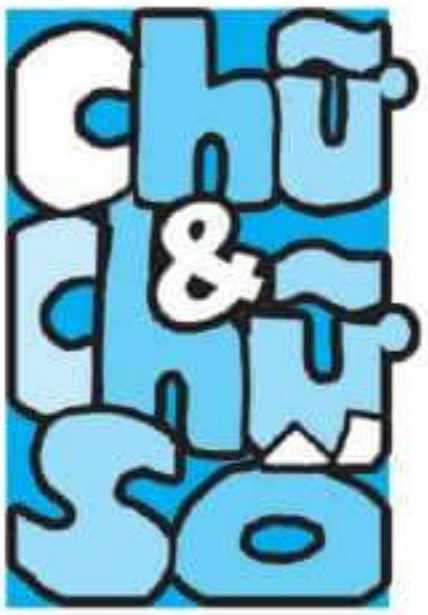
Hè 1985

ĐẶNG TOÁN
(An Dồng, Dông Giang, Đông Hưng, Thái Bình)

Tâm sự hạt nước

Tôi là con của mẹ sông
Hay lên chơi tít tầng không cao vời
Cùng mây gió đến mọi nơi
Ở đâu khô khát là tôi tới liền

Khi nào bạn thấy mưa tuôn
Ấy là tôi nhớ mẹ hiền dòng sông
Về thăm cho thỏa nỗi lòng
Rồi mai tôi lại thong dong giúp đời



Kì 23

Hãy thay các chữ cái bởi các chữ số. Các chữ khác nhau biểu diễn các chữ số khác nhau. Lời giải cần có lập luận lôgic.

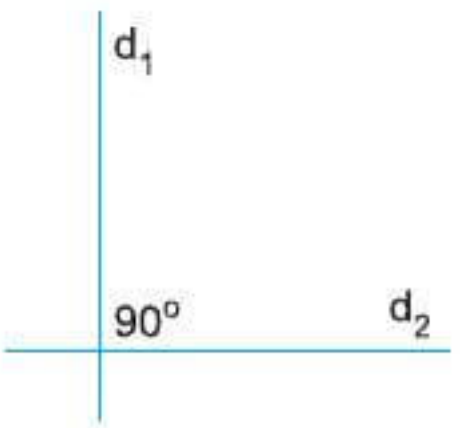
```
  FORTY
+   TEN
    TEN
 -------
 SIXTY
```

TRƯƠNG CÔNG THÀNH
(Sưu tầm)

Kết quả HÌNH HỌC (TTT2 số 157)

3. Các đường thẳng vuông góc

Một góc có số đo bằng 90° là một góc vuông. Nếu hai đường thẳng cắt nhau tại góc vuông thì hai đường thẳng đó là vuông góc.



d_1 và d_2 là hai đường thẳng vuông góc, được kí hiệu là $d_1 \perp d_2$.

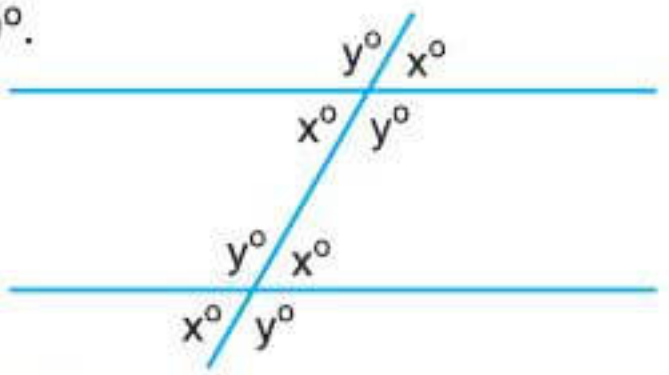
Kí hiệu góc vuông trong một góc ở nơi giao nhau cho biết rằng hai đường thẳng đó vuông góc.

4. Các đường thẳng song song

Nếu hai đường thẳng nằm trong cùng một mặt phẳng không cắt nhau thì hai đường thẳng đó song song với nhau.

Trong hình vẽ

các đường d_1 và d_2 song song với nhau, kí hiệu là $d_1 // d_2$. Nếu hai đường thẳng song song được cắt bởi một đường thẳng thứ ba, xem hình dưới đây, khi đó số đo góc có mối quan hệ như đã được chỉ ra, trong đó $x^o + y^o = 180^o$.



Nhận xét. Tòa soạn rất vui khi nhận được một "núi" bài tập của các bạn gửi đến. Đa số các bạn đều dịch đúng. Tạp chí ưu tiên gửi quà cho các bạn có bài dịch chính xác và trình bày cẩn thận là: *Phan Thế Anh*, THCS Trần Phú, TP. Phủ Lý, **Hà Nam**; *Phạm Thị Minh Ánh*, 7A2, THCS Trưng Vương, Mê Linh, **Hà Nội**; *Phạm Hồng Ngọc*, 7B, THCS Nguyễn Trãi, Nam Sách, **Hải Dương**; *Nguyễn Thị Xuân Nhi*, 6A1, THCS Hồng Bàng, Hồng Bàng, **Hải Phòng**; *Nguyễn Xuân Thành Đạt*, THCS Thị trấn Gia Linh, Gia Linh, **Quảng Trị**.

ETERNA VŨ

CUỘC THI CÁC CLB TOÁN TUỔI THƠ TP. SƠN LA

Ngày 24.4.2016, sân trường tiểu học Tô Hiệu, TP. Sơn La, tỉnh Sơn La tưng bừng cờ hoa chào đón 16 Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ xuất sắc nhất đến từ 16 trường trên địa bàn thành phố về dự Giao lưu các Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ khối lớp 4 thành phố Sơn La năm học 2015-2016. Các Câu lạc bộ đã trải qua ba vòng thi nghiêm túc nhưng không kém phần sôi động: Thi cá nhân; Tiếp sức đồng đội; Du lịch Toán học theo mô hình của tạp chí TTT. Cô Đoàn Kim Xuyến, Trưởng phòng GD - ĐT cùng các Phó Trưởng phòng: Thầy Trần Quốc Bình, thầy Lò Văn Hưng, thầy Đào Văn Quang; cô Lê Thị Hoài Thu, Chuyên viên; thầy Nguyễn Xuân Bắc, Phó Hiệu trưởng trường TH Tô Hiệu; cô Hoàng Bun Luông, Phó Hiệu trưởng trường TH Chiềng Xôm đã chỉ đạo và tham gia tổ chức thành công buổi Giao lưu. 56 học sinh được trao Giải cá nhân, gồm: 01 giải Nhất (Nguyễn Trần Tuấn Kiệt, TH Chiềng Sinh), 06 giải Nhì, 17 giải Ba, 32 giải Khuyến khích. Giải tập thể gồm: 01 giải Nhất (trường TH Quyết Tâm), 02 giải Nhì, 03 giải Ba và 04 giải Khuyến khích.

ThS. Vũ Kim Thủy, Tổng biên tập tạp chí Toán Tuổi thơ đã tới dự, tặng sách cho thư viện trường Tiểu học Tô Hiệu, tặng quà cho toàn bộ học sinh tham dự và trao giải thưởng cho các thí sinh đoạt giải.

PV

Thi cá nhân

Tiếp sức đồng đội

Du lịch Toán học

Sau một vòng thi

ThS. Vũ Kim Thủy tặng sách cho thư viện trường TH Tô Hiệu

Các thầy Trần Quốc Bình và Lò Văn Hưng tặng cờ các đoàn

Nguyễn Trần Tuấn Kiệt chụp ảnh lưu niệm cùng BTC

Hướng tới 50 NĂM RECSAM

BÍNH NAM HÀ

Năm 1999, chúng tôi là ba người Việt Nam đến dự một khóa học ở thành phố Penang, Malaysia, thành phố lớn thứ hai của nước bạn, nằm trên đảo, có cầu Penang dài 13 km nối với đất liền. Tất cả có 37 người đến từ 10 nước ASEAN gồm các giáo viên dạy từ đại học đến tiểu học, một số biên tập viên và cán bộ quản lí Giáo dục. Tên khóa học là Creative and Critical Thinking in Mathematics For Gifted Learners. Đây là một trung tâm bồi dưỡng về phương pháp giảng dạy các môn Khoa học và Toán học cho cả Đông Nam Á, được lập ra từ năm 1967. SEAMEO tên đầy đủ là Southeast Asian Ministers of Education Organisation tức là Tổ chức Bộ trưởng Giáo dục các nước Đông Nam Á. Còn SEAMEO RECSAM là Southeast Asian Ministers of Education Organisation Regional Centre for Education in Science and Mathematics nghĩa là Trung tâm vùng về Giáo dục Khoa học và Toán các quốc gia Đông Nam Á (trong khuôn khổ SEAMEO). Trụ sở SEAMEO RECSAM (từ đây gọi tắt là RECSAM) đặt tại Jalan Sultan Azlan Shah, 11700 Galugor, Penang, Malaysia. Penang là một đảo nằm ở Tây Bắc phần phía Tây (tức phần bán đảo) của Malaysia, có hơn 2 triệu dân. Riêng Georgetown City tức phần trung tâm của cả Penang có 300 000 dân (xấp xỉ thành phố Nam Định 300 000 dân trong tỉnh Nam Định 2 000 000 dân). Đây là trung tâm lớn thứ hai của Malaysia. Thành phố có sân bay Quốc tế, cũng trải thảm như sân bay Changi ở Singapore và Kuala Lumpur ở thủ đô Malaysia. Cây cầu dài 13 km không thẳng mà uốn lượn nổi tiếng thế giới. Đường sá rất hiện đại và ngay từ bấy giờ đã có nhà cao 70 tầng. Thành phố là nơi cư ngụ của các dân cư gốc Malay, Ấn Độ và người Hoa, đông nhất là người Hoa. RECSAM nằm trên con đường từ sân bay về trung tâm thành phố, giữa một vùng vốn toàn đồi núi. Tại đó, có hơn một chục tòa nhà xây dựa vào thế đồi cao, thấp, quấn quít lối đi lại rất thuận tiện.

Nhìn bề ngoài, khu nhà cũng không có vẻ hiện đại. Ở đây bao gồm cả lớp học, kí túc xá, nhà ăn, hội trường lớn, nhỏ, thư viện, nhà trẻ, ... chỉ thiếu các sân thể thao. Mỗi năm RECSAM mở từ 3 đến 4 khóa đào tạo chính. Mỗi nước trong vùng cử trung bình 3 học viên đến 3 lớp khác nhau theo các chuyên đề của từng năm. Đây vốn là một trung tâm được người Mỹ giúp xây dựng. Lúc đầu ở đây còn có các giáo viên phương Tây đến giảng dạy. Nay chủ yếu chỉ gồm các giáo viên tuyển trong vùng. Việt Nam có một giảng viên là phó tiến sĩ Trần Vui

của Đại học Huế đến dạy từ 1996. Kinh phí đào tạo do các nước thành viên đóng góp. Tuy vậy số tiền đó chưa đủ để duy trì sự tồn tại của trung tâm. Chính vì thế, bên cạnh các khóa học chính cho người của 10 nước trong vùng, trung tâm còn mở các lớp bồi dưỡng cho giáo viên người Malaysia. Các bang và trường gửi giáo viên đến học phải đóng tiền cho trung tâm.

Các phòng học còn được huy động hết công suất với các lớp ôn thi vào đại học. Ngôn ngữ sử dụng ở đây là Tiếng Anh nhưng cách phát âm đã bị "Đông Nam Á hóa". Philippin dạy bằng Tiếng Anh ngay từ lúc học sinh mới đi học nên các học viên nước này nói Tiếng Anh tốt hơn cả. Nhiều nước khác dạy từ lớp 3, 4 và giảng bài bằng Tiếng Anh với các mức độ khác nhau từ toàn bộ như Malaysia, đến một phần như Myanma, Thái Lan. Học viên Singapore, Brunây, Malaysia sử dụng Tiếng Anh thành thạo như tiếng mẹ đẻ. Học viên Việt Nam, Lào, Campuchia và Indonesia lúc đó còn gặp khó khăn hơn trong việc sử dụng Tiếng Anh.

Các phòng học đều được trang bị máy điều hòa nhiệt độ, đèn chiếu. Nhiều nhà còn có đầu video, tivi, máy tính, máy in, ... Nhiều đồ dùng dạy học tiện dụng để ngay trong phòng. Khi học sử dụng các chương trình của máy tính hay máy tính cầm tay đều có máy để chiếu màn hình lên bảng cho học viên theo dõi từng bước làm của giảng viên. Các học viên học rất nghiêm túc, luôn mang theo bút, bút chì, thước, tẩy, ê ke, ... như học sinh tiểu học. Bài thực hành gấp máy bay giấy thả bay và tính giờ được các học viên nghiêm túc làm theo cẩn thận.

Người Việt Nam khi đến trung tâm này đều có nhận xét chung rằng điều kiện học tập ở đây rất tốt, sách về Toán và các môn Khoa học Tự nhiên nhiều và hầu hết là bằng Tiếng Anh. Tuy vậy, những điều mà Trung tâm đang theo đuổi và dạy cho các học viên cũng không xa lạ và mới lắm đối với chúng ta. Điều chủ yếu vẫn là ngoại ngữ; Tiếng Anh được dùng như tiếng bản địa ở Trung tâm này. Học viên Việt Nam hồi đó đánh vật với Tiếng Anh trên lớp khi nghe giảng, khi đọc tài liệu, đặc biệt là khi phải viết các tiểu luận và tự trình bày vấn đề. Rút ngắn khoảng cách về trình độ ngoại ngữ chúng ta hoàn toàn có thể trao đổi bình đẳng với bạn bè về mọi vấn đề mà Trung tâm này đang làm. Cũng đã đến lúc cần có những trung tâm như thế của ASEAN đặt ở Việt Nam.

Điều ấn tượng nhất để lại trong tôi là Phòng Toán (Maths Lab) với rất nhiều đồ chơi, học cụ, mô hình bảng biểu cho việc học toán. Điều thú vị là có mô hình bài toán Tháp Hà Nội. Điều ấn tượng nữa là Thư viện với rất nhiều sách từ các nước nói tiếng Anh.

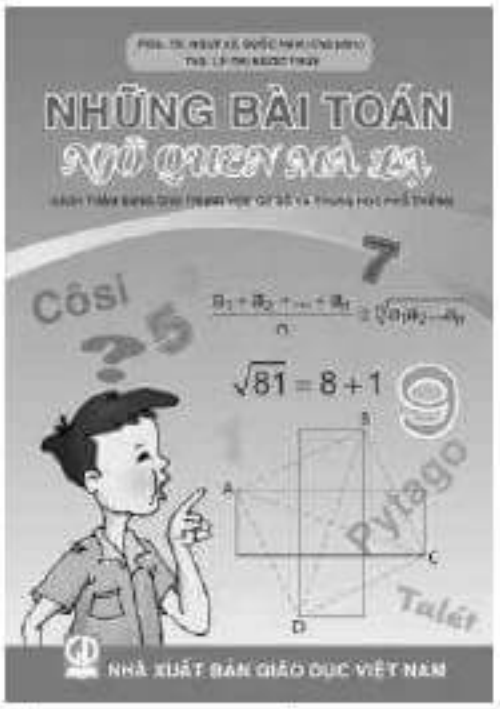
TỦ SÁCH TOÁN TUỔI THƠ

Số trang: 172; Khổ: 17 x 24 cm.
Giá bìa: 21 000 đồng.

Số trang: 188; Khổ: 17 x 24 cm.
Giá bìa: 21 000 đồng.

Số trang: 136; Khổ: 17 x 24 cm.
Giá bìa: 23 000 đồng.

Số trang: 276; Khổ: 17 x 24 cm.
Giá bìa: 45 000 đồng.

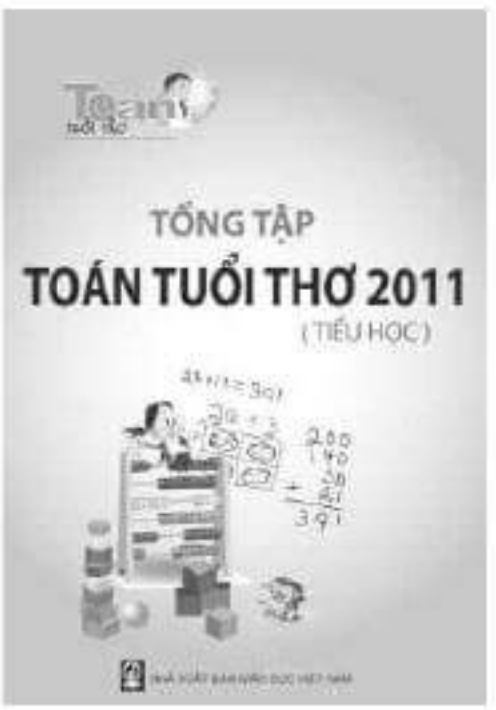


Số trang: 216; Khổ: 17 x 24 cm.
Giá bìa: 35 000 đồng.

Đóng tập tạp chí cả năm 2014
Khổ: 19 x 27 cm
Giá bìa: 145 000 đồng.

Số trang: 216; Khổ: 17 x 24 cm.
Giá bìa: 22 000 đồng.

Đóng tập tạp chí cả năm 2010
Khổ: 19 x 27 cm
Giá bìa: 95 000 đồng.



Đóng tập tạp chí cả năm 2011
Khổ: 19 x 27 cm
Giá bìa: 104 000 đồng.

Hỏi: Anh Phó ơi! Nhận TTT cách nào là nhanh nhất ạ? Có phải các bạn ở Hà Nội luôn nhận được sớm hơn các bạn ở tỉnh khác không ạ? Nếu thế thì cơ hội được đăng tên của các bạn ở tỉnh xa bị giảm (So unfair!).

NGUYỄN MINH HIỂN

(Võ Cường, TP. Bắc Ninh, Bắc Ninh)

Đáp:

Em ra ngay bưu điện
To nhất gần nhà mình
Đặt cho cả năm học
Gửi tận nhà nhẹ tênh
Thời gian báo nhận bài
Nhìn theo dấu bưu điện
Mà dài tận hai tháng
Vẫn không hề unfair.

Hỏi: Em có được trả lời cho các câu hỏi của chuyên mục *Rubic hỏi... đáp* không ạ?

BBN

(6D, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, Vĩnh Phúc)

Đáp:

Hỏi là quyền của em
Lại trả lời luôn thể
Thế thì anh bắc ghế
Ngồi chơi uống nước trà
Còn câu hỏi của bạn
Gửi về từ muôn nơi
Em làm sao biết nhỉ?
Để có câu trả lời.

Hỏi: Anh Phó ơi! Khi em sáng tác truyện cười thì cần phải sáng tác bao nhiêu truyện ạ? Có quy định số lượng không ạ?

NGUYỄN NGỌC LINH

(7A1, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, Phú Thọ)

Đáp:

Truyện cười hay truyện không cười
Lượng không bắt buộc nếu người người khen
Đăng lên tất cả cùng xem
Mọi người cười đau bụng là em đạt rồi.

ANH PHÓ

Bạn hãy vào website: **http://olm.vn/hieu-sach-online** để đọc tạp chí Toán Tuổi thơ bản điện tử nhé.

CÁC LỚP 6 & 7

Bài 1(159+160). Cho đa thức $f(x) = ax^2 - bx + c$ với a, b, c là các số nguyên và a khác 0 sao cho f(9) chia hết cho 5 và f(5) chia hết cho 9. Chứng minh rằng f(104) chia hết cho 45.

LẠI QUANG THỌ *(Phòng Giáo dục và Đào tạo Tam Dương, Vĩnh Phúc)*

Bài 2(159+160). Cho tam giác ABC vuông tại A. Kẻ AH vuông góc với BC tại H. Trên tia đối của tia HA lấy điểm M sao cho AH = 3HM. Trên cạnh AC lấy điểm N sao cho AC = 3AN. Tính số đo $\widehat{BMN}$.

HUỲNH THANH TÂM *(Bưu điện An Nhơn, Bình Định)*

CÁC LỚP THCS

Bài 3(159+160). Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn

$$\frac{7y}{5} + \sqrt{29x+3} + 1 = \sqrt{4y^2 + 4y - 1} + 2x.$$

BÙI HẢI QUANG *(GV. THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, Phú Thọ)*

Bài 4(159+160). Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$A = \frac{2}{3}x^2 + y^2 + z^2 - (xy + yz + zx)$, với x, y, z là các số thực thỏa mãn $x \geq 3$ và $xyz = 1$.

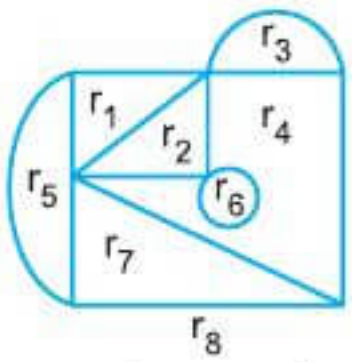
THÁI NHẬT PHƯỢNG *(GV. THCS Nguyễn Văn Trỗi, Cam Nghĩa, Cam Ranh, Khánh Hòa)*

Bài 5(159+160). Xem xét bản đồ N sau. Nêu tên các vùng của N kề với vùng

a) r_7;

b) r_2;

c) r_6.



VŨ KIM THỦY

Bài 6(159+160). Cho tam giác vuông cân ABC (AB = AC). Đường phân giác của góc ABC cắt cạnh AC tại E. Gọi bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC là r. Chứng minh rằng EC = 2r.

VŨ ĐÌNH HÒA *(GV. trường Đại học Sư phạm Hà Nội)*

SOLVE VIA MAIL COMPETITION QUESTIONS

Translated by Nam Vũ Thành

1(159+160). Given the polynomial $f(x) = ax^2 - bx + c$, where *a*, *b*, and *c* are integers and *a* is not equal to 0, such that *f*(9) is divisible by 5 and *f*(5) is divisible by 9. Prove that *f*(104) is divisible by 45.

2(159+160). Given a right triangle *ABC* with the right angle at *A*. Let *AH* be perpendicular to *BC* at *H*. Let *M* be a point on the opposite ray of the ray *HA* such that *AH* = 3*HM*. Let *N* be a point on *AC* such that *AC* = 3*AN*. Find the measure of ∠*BMN*.

PHIẾU ĐĂNG KÍ THAM DỰ CUỘC THI GTQT NĂM HỌC 2015-2016

3(159+160). Find all integers *x* and *y* such that

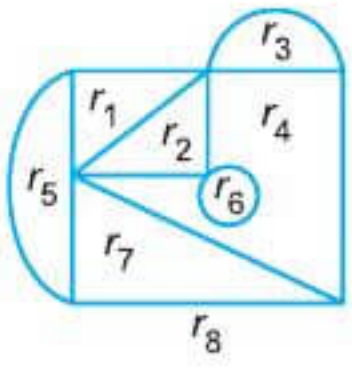
$$\frac{7y}{5} + \sqrt{29x+3} + 1 = \sqrt{4y^2 + 4y - 1} + 2x.$$

4(159+160). Find the minimum value of the expression

$A = \frac{2}{3}x^2 + y^2 + z^2 - (xy + yz + zx)$, where *x*, *y* and *z* are real numbers such that $x \geq 3$ and $xyz = 1$.

5(159+160). Consider the map *N* below. List the regions of *N* that are adjacent to region

a) r_7; b) r_2; c) r_6.



6(159+160). Given a right isosceles triangle *ABC* (where *AB* = *AC*). The angle bisector of the angle *ABC* intersects *AC* at *E*. Let *r* be the radius of the incircle of the triangle *ABC*. Prove that *EC* = 2*r*.

Mục tiêu của chúng tôi là làm ra những sản phẩm bảo vệ sức khỏe học đường và thân thiện với môi trường.

Facebook: http: www.facebook.com/CongtyCPVanPhongPhamHongHa

CTY CP VĂN PHÒNG PHẨM HỒNG HÀ
SINCE 1969
Kinh truyền thống - Thời tương lai

TRỤ SỞ CHÍNH
Cơ sở I: 25 Lý Thường Kiệt, Hoàn Kiếm, HN.
Cơ sở II: 672 Ngô Gia Tự, Long Biên, HN
Tel: 04.36524302 * Fax: 04.36524157
Email: congty@vpphongha.com.vn
Website: www.vpphongha.com.vn

CHI NHÁNH TP.HCM
C12/1 Ấp 3, Xã Tân Kiên, Huyện Bình Chánh.
Điện thoại: 08.3756 2158
Fax: 08.3756 2157

CHI NHÁNH ĐÀ NẴNG
23-25 Đường Yên Thế, P. Hòa An, Q. Cẩm Lệ, TP. Đà Nẵng.
Điện thoại: 05113.649046
Fax: 05113.649046

Bình minh biển MIỀN TRUNG

Biển xanh màu thời gian triệu năm sóng vỗ. Trời xanh màu thanh thiên hòa quyện một gam màu từ xưa. Xa xa là những dãy núi xanh cây lá với một màu xanh của công viên bãi biển. Giữa bức tranh màu xanh ấy là vầng tròn đỏ của mặt trời trẻ trung lúc bình minh. Bạn hãy tả vẻ đẹp của bức tranh biển này. Tòa soạn chờ bài viết tốt của bạn để đăng trong số tháng 7+8.2016.

MORIS VŨ

Ảnh: VKT

CÁC HỌC SINH ĐƯỢC KHEN TRONG CUỘC THI GIẢI TOÁN DÀNH CHO NỮ SINH

Từ trái sang phải: Chu Thị Thanh, Lưu Thị Phương, Phạm Thị Thùy Trang, Ngô Thị Thanh Trúc, Bùi Hương Giang.

CTY CP VĂN PHÒNG PHẨM HỒNG HÀ
SINCE 1959
Lưu truyền thống - Viết tương lai

Công ty CP VPP Hồng Hà là nhà tài trợ cho 2 cuộc thi: Giải toán qua thư và Giải toán dành cho nữ sinh.

Giấy phép xuất bản: số 31/GP-BVHTT, cấp ngày 23/1/2003 của Bộ Văn hóa và Thông tin.
Mã số: 8BTT159M16. **In tại:** Công ty cổ phần in Công Đoàn Việt Nam, 167 Tây Sơn, Đống Đa, Hà Nội. In xong và nộp lưu chiểu tháng 05 năm 2016.