NĂM THỨ MƯỜI BẢY
ISSN 1859-2740

Toán tuổi thơ 2

4/9 166
NĂM HỌC 2016 - 2017

TRUNG HỌC CƠ SỞ

Giá: 10000đ

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM - BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

Kỷ niệm NGÀY QUỐC PHÒNG TOÀN DÂN

TIN TỨC - HOẠT ĐỘNG - GẶP GỠ

● Ngày 12.11.2016, trường THPT chuyên tỉnh Cao Bằng đã tổ chức kỉ niệm 50 năm truyền thống các lớp chuyên, 15 năm thành lập trường THPT chuyên tỉnh Cao Bằng. Tới dự có ông Hà Ngọc Chiến, Ủy viên Ủy ban Thường vụ Quốc hội, Chủ tịch Hội đồng Dân tộc của Quốc hội; Thượng tướng Bế Xuân Trường, Thứ trưởng Bộ quốc phòng; ông Hoàng Xuân Ánh, Chủ tịch UBND tỉnh Cao Bằng; bà Nguyễn Mai Phương, Phó Giám đốc Phụ trách Sở Giáo dục và Đào tạo Cao Bằng; ThS. Vũ Kim Thủy, Tổng biên tập tạp chí Toán Tuổi thơ; các đại biểu ở trung ương và địa phương, các thầy cô giáo đã và đang giảng dạy tại trường, các em học sinh của trường qua các thời kì. Nhà trường được Thủ tướng Chính phủ tặng bằng khen có thành tích xuất sắc trong công tác giáo dục và đào tạo từ năm học 2011-2012 đến năm học 2015-2016. ThS. Đinh Trọng Dũng, Hiệu trưởng trường THPT chuyên tỉnh Cao Bằng được Chủ tịch nước tặng thưởng Huân chương Lao động hạng Ba.

● Cao Bằng là tỉnh miền núi phía Bắc còn nhiều khó khăn nhưng ngành giáo dục đang có những bước phát triển tốt, có nhiều em học sinh đã cố gắng vươn lên để trở thành học sinh giỏi quốc gia.

Ngày 14.11.2016, tạp chí Toán Tuổi thơ đã có buổi làm việc tại Sở Giáo dục và Đào tạo Cao Bằng. Cùng trao đổi có ông Nguyễn Thế Phong, Phó Trưởng Phòng Giáo dục Trung học; bà Vũ Kim Anh, Trưởng Phòng Giáo dục chuyên nghiệp; ThS. Đinh Trọng Dũng, Hiệu trưởng trường THPT chuyên tỉnh Cao Bằng;...

● Từ ngày 22.11.2016 - 27.11.2016, đoàn học sinh tiểu học và THCS Việt Nam tham dự cuộc thi *Vô địch các đội tuyển toán quốc tế (WMTC)* tại Seoul - Hàn Quốc do GS. TSKH. Đỗ Đức Thái, Trưởng khoa Toán - Tin trường Đại học Sư phạm Hà Nội làm trưởng đoàn. Tham dự cuộc thi có 75 đội đến từ 20 nước trên thế giới. Đoàn học sinh Việt Nam có 32 học sinh (13 học sinh Tiểu học, 19 học sinh THCS) thuộc các trường quận Cầu Giấy, Ba Đình và Hoàn Kiếm: THCS Cầu Giấy (4 HS); THCS Giảng Võ (9 HS); THCS Trưng Vương (3 HS); THCS Ngô Sĩ Liên (3 HS); TH Trần Quốc Toản (3 HS), TH Tràng An (3 HS), TH Trưng Vương (2 HS), TH Thăng Long (2 HS), TH Quang Trung (2 HS), TH Trần Nhật Duật (1 HS). Đội tuyển Việt Nam đã làm nên thành tích đáng tự hào với *3 Huy chương Vàng đồng đội* (2 THCS, 1 Tiểu học); *20 Huy chương Vàng cá nhân* (THCS Cầu Giấy: 4; THCS Giảng Võ: 6; THCS Ngô Sĩ Liên: 3; THCS Trưng Vương: 2; TH Trần Quốc Toản: 2; TH Trưng Vương: 2; TH Thăng Long: 1); *11 Huy chương Bạc* (THCS Giảng Võ: 3; THCS Trưng Vương: 1; TH Tràng An: 3; TH Quang Trung: 2; TH Thăng Long: 1; TH Trần Quốc Toản: 1); *1 Huy chương Đồng* của trường TH Trần Nhật Duật. Đây là lần đầu tiên Việt Nam đạt Huy chương Vàng đồng đội ở cả 2 cấp học.

Ở vòng *Tie Break* có 3 học sinh THCS và 1 học sinh Tiểu học đã lọt vào danh sách những thí sinh xuất sắc nhất cuộc thi lứa tuổi THCS và Tiểu học. Trong cuộc thi này, em *Tạ Sơn Bách*, 9A4, THCS Ngô Sĩ Liên, Q. Hoàn Kiếm đã trở thành học sinh đứng số 1; em *Lê Hoàng Minh*, 9A1, THCS Giảng Võ đứng thứ 3; em *Nguyễn Đức Anh*, 8A4, THCS Ngô Sĩ Liên đứng thứ 4 và em *Phan Việt Hoàng*, 5D, TH Trưng Vương đứng thứ 3.

PV

Toán tuổi thơ 2 TRUNG HỌC CƠ SỞ
Children's Fun Maths Journal
NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM - BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

TÒA SOẠN

Tầng 5, số 361 đường Trường Chinh,
quận Thanh Xuân, Hà Nội
Điện thoại (Tel): 04.35682701
Điện sao (Fax): 04.35682702
Điện thư (Email): bbttoantuoitho@gmail.com
toantuoitho@vnn.vn
Trang mạng (Website): http://www.toantuoitho.vn

ĐẠI DIỆN TẠI MIỀN NAM

NGUYỄN VIẾT XUÂN
391/150 Trần Hưng Đạo, P. Cầu Kho, Q.1, TP. HCM
ĐT: 08.66821199, DĐ: 0973 308199

Trị sự - Phát hành: TRỊNH THỊ TUYẾT TRANG, VŨ ANH THƯ, NGUYỄN HUYỀN THANH
Chế bản: ĐỖ TRUNG KIÊN
Mĩ thuật: Họa sĩ TÚ ÂN

CHỊU TRÁCH NHIỆM XUẤT BẢN

Chủ tịch Hội đồng Thành viên NXBGD Việt Nam:
MẠC VĂN THIỆN
Tổng Giám đốc NXBGD Việt Nam:
GS. TS. VŨ VĂN HÙNG
Phó Tổng Giám đốc kiêm Tổng biên tập NXBGD Việt Nam:
TS. PHAN XUÂN THÀNH

TRONG SỐ NÀY

Dành cho học sinh lớp 6 7

MỘT SỐ BÀI TOÁN VỀ PHÂN TÍCH CẤU TẠO SỐ

TRẦN VĂN VINH
(GV. TH Thụy An, Thái Thụy, Thái Bình)

Ta đã biết cấu tạo số tự nhiên là một phần kiến thức quan trọng trong chuyên đề số tự nhiên. Sau đây là bài viết về cách tìm số tự nhiên có 2 chữ số trở lên thỏa mãn yêu cầu nào đó.

Bài toán 1. Tìm số có bốn chữ số biết rằng khi xóa chữ số hàng trăm và đổi chữ số hàng đơn vị với chữ số hàng nghìn của số đó cho nhau thì ta được số nhỏ hơn số phải tìm là 1404 đơn vị.

Bài giải. Gọi số phải tìm là $\overline{abcd}$ $(a, b, c, d < 10, a > 0)$. Khi xóa chữ số hàng trăm và đổi chữ số hàng đơn vị với chữ số hàng nghìn cho nhau ta được số $\overline{dca}$ $(d > 0)$.

Theo bài ra ta có $\overline{abcd} = 1404 + \overline{dca}$.

$\Rightarrow 1000a + 100b + 10c + d = 1404 + 100d + 10c + a$

$\Rightarrow 9(111a - 11d) = 1404 - 100b$.

Vì $9(111a - 11d)$ chia hết cho 9 nên để $100b$ chia hết cho 9 thì $b = 0$ hoặc $b = 9$.

- Nếu $b = 0$ thì khi đó $9(111a - 11d) = 1404$

$\Rightarrow 111a = 156 + 11d$.

Vì $167 \le 156 + 11d \le 255$ (do $0 < d < 9$)

nên $a = 2$.

Ta có $156 + 11d = 222 \Rightarrow d = 6$.

Lần lượt thay $c = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ và thử lại ta được các số thỏa mãn là 2006; 2016; 2026; 2036; 2046; 2056; 2066; 2076; 2086; 2096.

- Nếu $b = 9$ thì khi đó ta có

$9(111a - 11d) = 1404 - 900$

Suy ra $111a = 56 + 11d$.

Vì $67 \le 56 + 11d \le 155$ nên $a = 1$.

Vì $a = 1$ nên ta có $56 + 11d = 111$.

Suy ra $d = 5$.

Lần lượt thay $c = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ và thử lại ta được các số thỏa mãn là 1905; 1915; 1925; 1935; 1945; 1955; 1965; 1975; 1985; 1995.

Vậy các số cần tìm là 2006; 2016; 2026; 2036; 2046; 2056; 2066; 2076; 2086; 2096; 1905; 1915; 1925; 1935; 1945; 1955; 1965; 1975; 1985; 1995.

Bài toán 2. Tìm số có bốn chữ số biết rằng nếu đổi chỗ chữ số hàng đơn vị với chữ số hàng chục ta được một số bằng tổng của số ban đầu với 5 lần tổng các chữ số của nó.

Bài giải. Gọi số phải tìm là $\overline{abcd}$ $(a, b, c, d < 10, a > 0)$.
Theo bài ra ta có

$\overline{abcd} + 5(a + b + c + d) = \overline{abdc}$

$\Rightarrow 100\overline{ab} + 10c + d + 5(a + b + c + d) = 100\overline{ab} + 10d + c$.

$\Rightarrow 5a + 5b = 4d - 14c$

$\Rightarrow 5(a + b) = 2(2d - 7c)$.

Thấy $2(2d - 7c)$ chia hết cho 2 nên $(a + b)$ phải chia hết cho 2.

Mà $a > 0$ nên $a + b = 2; 4; 6; 8; 10; 12; 14; 16; 18$.

- Nếu $a + b = 2$ thì ta có

$2(2d - 7c) = 10$.

Suy ra $d = 6$ và $c = 1$. Xét các trường hợp sau:

* $a = 1$; $b = 1$ ta có số 1116.

* $a = 2$; $b = 0$ ta có số 2016.

- Nếu $a + b = 4$ thì $2(2d - 7c) = 20$.

Suy ra $d = 5$; $c = 0$. Xét các trường hợp sau:

* $a = 1$; $b = 3$ ta có số 1305.

* $a = 2$; $b = 2$ ta có số 2205.

* $a = 3$; $b = 1$ ta có số 3105.

* $a = 4$; $b = 0$ ta có số 4005.

- Nếu $a + b = 6$ thì $2(2d - 7c) = 30$.

Suy ra $(2d - 7c) = 15$.

Không có giá trị nào của d và c thỏa mãn trường hợp này.

Tương tự đối với $a + b = 8; 10; 12; 14; 16; 18$ cũng không có giá trị c; d nào thỏa mãn.

Vậy các số thỏa mãn yêu cầu để bài là 116; 2016; 1305; 2205; 3105; 4005.

Bài tập

Bài 1. Tìm số có bốn chữ số biết rằng khi xóa chữ số hàng chục và đổi chỗ chữ số hàng đơn vị với chữ số hàng nghìn của số đó cho nhau ta được số nhỏ hơn số phải tìm là 1414 đơn vị.

Bài 2. Tìm số có bốn chữ số biết rằng nếu đổi chỗ chữ số hàng chục với chữ số hàng trăm ta được một số bằng tổng của số ban đầu với 10 lần tổng các chữ số của nó.

Dành cho học sinh lớp 6 7

MỘT SỐ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN VỀ DÃY TỈ SỐ BẰNG NHAU

VÕ XUÂN MINH
(GV. THCS Nguyễn Văn Trỗi, Cam Nghĩa, Cam Ranh, Khánh Hòa)

Một số phương pháp thường được sử dụng khi giải toán về dãy tỉ số bằng nhau $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ *là đặt* $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=k$, *suy ra* $a=kb, c=kd$ *sau đó thay chúng vào biểu thức cần tìm hoặc cần chứng minh. Sau đây là một số bài toán minh họa.*

Bài toán 1. Tìm x, y, z biết $\frac{x}{3}=\frac{y}{4}=\frac{z}{5}$ và $xyz=1620$.

Lời giải.

Đặt $\frac{x}{3}=\frac{y}{4}=\frac{z}{5}=k \Rightarrow x=3k, y=4k, z=5k$.

Thay vào biểu thức $xyz=1620$ ta có

$3k.4k.5k=1620$

$\Rightarrow k^3=27 \Rightarrow k=3$.

Từ đó $x=9$, $y=12$, $z=15$.

Bài toán 2. Cho $\frac{x}{7}=\frac{y}{8}=\frac{z}{9}$.

Tính giá trị của $A=(x-y)(y-z)-\left(\frac{x-z}{2}\right)^2$.

Lời giải. Đặt $\frac{x}{7}=\frac{y}{8}=\frac{z}{9}=k \Rightarrow x=7k, y=8k, z=9k$.

Thay vào biểu thức đã cho ta có

$$A=(7k-8k)(8k-9k)-\left(\frac{7k-9k}{2}\right)^2=k^2-k^2=0.$$

Bài toán 3. Tính $A=\frac{2x+3y}{x-3y-15}$ biết rằng $\frac{3}{x-5}=\frac{4}{3y+10}$. (các mẫu thức khác 0).

Lời giải. Vì $\frac{3}{x-5}=\frac{4}{3y+10}$ nên $\frac{x-5}{3}=\frac{3y+10}{4}$.

Đặt $\frac{x-5}{3}=\frac{3y+10}{4}=k$.

$\Rightarrow x=3k+5;\ 3y=4k-10$.

Khi đó thay vào A ta được

$$A=\frac{2(3k+5)+4k-10}{3k+5-(4k-10)-15}=\frac{10k}{-k}=-10.$$

Bài toán 4. Chứng minh rằng nếu $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ $(a, b, c, d \neq 0)$ thì

a) $\frac{a-b}{a}=\frac{c-d}{c}$

b) $\frac{a+b}{c+d}=\frac{a-b}{c-d}$.

Lời giải. Đặt $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=k \Rightarrow a=bk, c=dk$.

a) Ta có $\frac{a-b}{a}=\frac{bk-b}{bk}=\frac{b(k-1)}{bk}=\frac{k-1}{k}$. (1)

Tương tự ta có $\frac{c-d}{c}=\frac{k-1}{k}$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra điều phải chứng minh.

b) Ta có $\frac{a+b}{c+d}=\frac{bk+b}{dk+d}=\frac{b(k+1)}{d(k+1)}=\frac{b}{d}$. (3)

Tương tự ta có $\frac{a-b}{c-d}=\frac{b}{d}$. (4)

Từ (3) và (4) suy ra điều phải chứng minh.

Bài tập

Bài 1. Cho $\frac{x}{a}=\frac{y}{b}=\frac{z}{c}$ với $a, b, c, x, y, z \neq 0$.

Rút gọn biểu thức $B=\frac{(a^2x+b^2y+c^2z)^3}{x^3+y^3+z^3}$.

Bài 2. Cho $\frac{a}{b}=\frac{b}{c}$ $(b, c \neq 0)$.

Chứng minh rằng $\frac{a^2+b^2}{b^2+c^2}=\frac{a}{c}$.

ÔN TẬP CHƯƠNG II

ĐA GIÁC VÀ DIỆN TÍCH ĐA GIÁC

NGUYỄN ĐỨC TẤN
(TP. Hồ Chí Minh)

A. Kiến thức cần nhớ

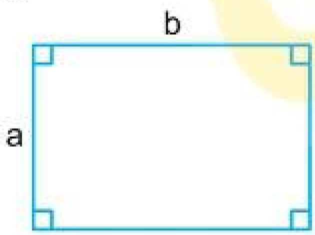
1. Đa giác đều là đa giác lồi có tất cả các cạnh bằng nhau và tất cả các góc bằng nhau.

2. Tổng số đo các góc trong của đa giác n cạnh ($n \in \mathbb{N}$, $n \geq 3$) là $(n-2).180^o$.

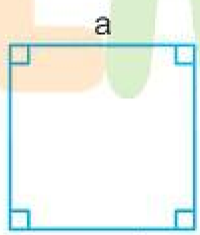
3. Số đo mỗi góc của đa giác đều n cạnh ($n \in \mathbb{N}$, $n \geq 3$) là $\dfrac{(n-2).180^o}{n}$.

4. Số đường chéo của đa giác n cạnh ($n \in \mathbb{N}$, $n \geq 3$) là $\dfrac{n(n-3)}{2}$.

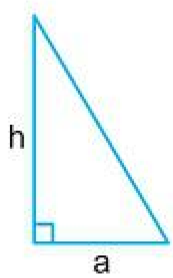
5. Công thức tính diện tích của một số đa giác đặc biệt:



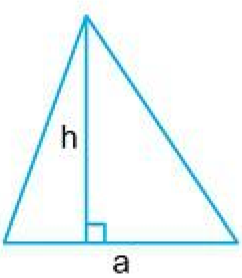
$S = ab$



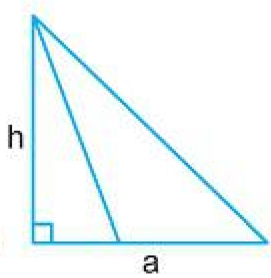
$S = a^2$



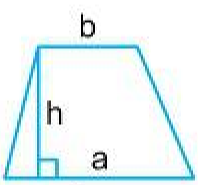
$S = \frac{1}{2}ah$



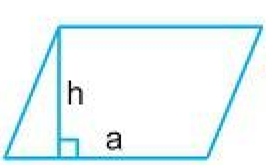
$S = \frac{1}{2}ah$



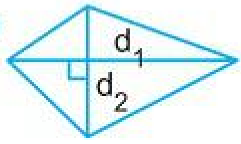
$S = \frac{1}{2}ah$



$S = \frac{1}{2}(a+b)h$



$S = ah$



$S = \frac{1}{2}d_1d_2$

B. Bài tập

Bài toán 1. Tìm đa giác có tổng số đo các góc trong bằng tổng số đo các góc ngoài (ở mỗi đỉnh chỉ lấy một góc ngoài).

Lời giải. Xét đa giác n cạnh ($n \in \mathbb{N}$, $n \geq 3$).

Theo bài ra ta có

$(n-2).\ 180^o = 360^o \Leftrightarrow n = 4$.

Bài toán 2. Gọi α, β là số đo mỗi góc trong của đa giác đều có số cạnh lần lượt là m và n.

Tìm m và n, biết rằng $\dfrac{\alpha}{\beta} = \dfrac{5}{7}$.

Lời giải. Ta có $\dfrac{\alpha}{\beta} = \dfrac{(m-2).180^o}{m} : \dfrac{(n-2).180^o}{n}$.

Mà $\dfrac{\alpha}{\beta} = \dfrac{5}{7}$ nên $(m-7)(n+5) = -35$.

Vì $m \geq 3$; $n \geq 3$ nên $m - 7 \geq -4$, $n + 5 \geq 8$.

Từ đó $m - 7 = -1$ và $n + 5 = 35$.

Suy ra $m = 6$, $n = 30$.

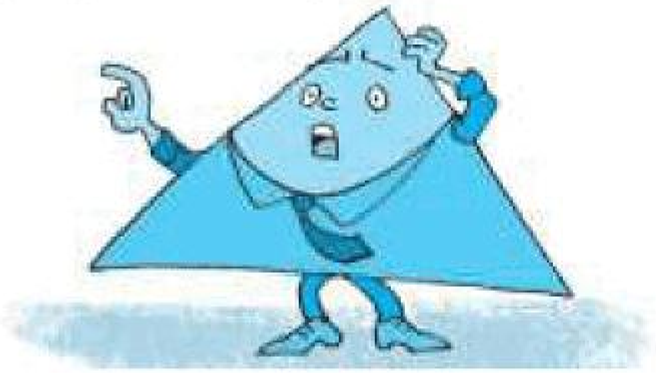
Bài toán 3. Đa giác nào có số đường chéo bằng số cạnh.

Lời giải. Gọi n là số cạnh của đa giác cần tìm ($n \in \mathbb{N}$, $n \geq 3$).

Theo bài ra ta có $\dfrac{n(n-3)}{2} = n$.

$\Rightarrow n(n-5) = 0$. Vì $n \geq 3$ nên $n = 5$.

Vậy đa giác cần tìm là ngũ giác.



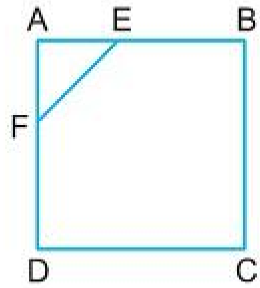
Bài toán 4. Cho hình vuông ABCD có cạnh AB = 6 cm. Trên cạnh AB, AD lần lượt lấy các điểm E, F sao cho AE = DF = x (cm).

a) Tính diện tích hình EBCDF theo x.

b) Tìm x biết $S_{EBCDF} = 32$ cm^2.

c) Tìm x để diện tích hình EBCDF đạt giá trị nhỏ nhất.

Lời giải.



a) Ta có $S_{EBCDF} = S_{ABCD} - S_{AEF} = 36 - \frac{1}{2}x(6-x)$

$= \frac{1}{2}x^2 - 3x + 36$ (cm^2).

b) $S_{EBCDF} = 32$ cm^2 nên ta có

$\frac{1}{2}x^2 - 3x + 36 = 32 \Leftrightarrow x = 4$ hoặc $x = 2$.

c) Ta có $\frac{1}{2}x^2 - 3x + 36 = \frac{1}{2}(x-3)^2 + \frac{63}{2} \geq \frac{63}{2}$.

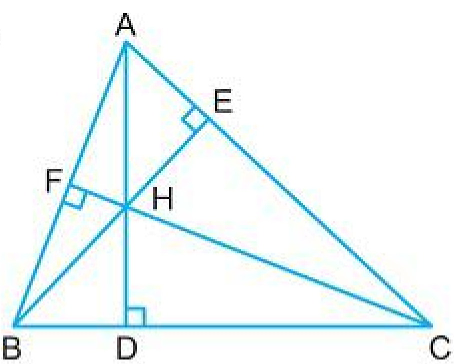
Vậy hình EBCDF có diện tích nhỏ nhất là $\frac{63}{2}$ cm^2 khi $x = 3$.

Bài toán 5. Cho tam giác nhọn ABC có các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H.

a) Biết BC > AC > AB. So sánh AD, BE, CF.

b) Chứng minh rằng $\frac{AH}{AD} + \frac{BH}{BE} + \frac{CH}{CF} = 2$.

Lời giải.



Ta có $2S_{ABC} = AD.BC = BE.AC = CF.AB$.

Mà BC > AC > AB nên AD < BE < CF.

b) $\frac{AH}{AD} = 1 - \frac{HD}{AD} = 1 - \frac{S_{HBC}}{S_{ABC}}$.

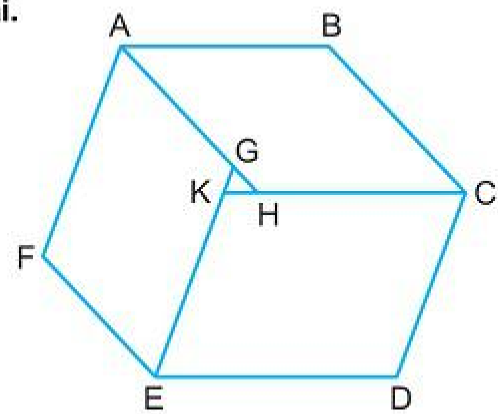
Tương tự $\frac{BH}{BE} = 1 - \frac{S_{HAC}}{S_{ABC}}, \frac{CH}{CF} = 1 - \frac{S_{HAB}}{S_{ABC}}$.

Do vậy $\frac{AH}{AD} + \frac{BH}{BE} + \frac{CH}{CF} = 3 - \frac{S_{ABC}}{S_{ABC}} = 2$.

Bài toán 6. Cho lục giác lồi ABCDEF có các cạnh đối song song với nhau. Chứng minh rằng

$S_{ABCDEF} \leq 2S_{ACE}$.

Lời giải.



Qua A, C theo thứ tự vẽ các đường thẳng song song với BC, DE, chúng cắt nhau tại H. Đường thẳng qua E song song với AF cắt AH tại G và cắt CH tại K.

Các tứ giác AGEF, ABCH, EKCD là các hình bình hành.

Do đó $S_{ABC} = S_{AHC}$; $S_{CDE} = S_{KEC}$; $S_{AEF} = S_{AGE}$.

Xét hai trường hợp

- TH1. Nếu $AG \leq AH$ thì $CH \leq CK$ và $EK \leq EG$.
- TH2. Nếu $AG \geq AH$ thì $CH \geq CK$ và $EK \geq EG$.

Trong cả 2 trường hợp trên ta đều có

$S_{ABCDEF} = 2S_{ACE} - S_{GHK} \leq 2S_{ACE}$.

Dấu " = " xảy ra $\Leftrightarrow S_{GHK} = 0 \Leftrightarrow$ G, H, K thẳng hàng.

Bài tập tự luyện

Bài 1. Cho tam giác đều ABC. M là điểm nằm trong tam giác. Gọi x, y, z lần lượt là khoảng cách từ M đến các cạnh BC, CA, AB.

a) Biết $S_{ABC} = 12\sqrt{3}$. Tính $x + y + z$.

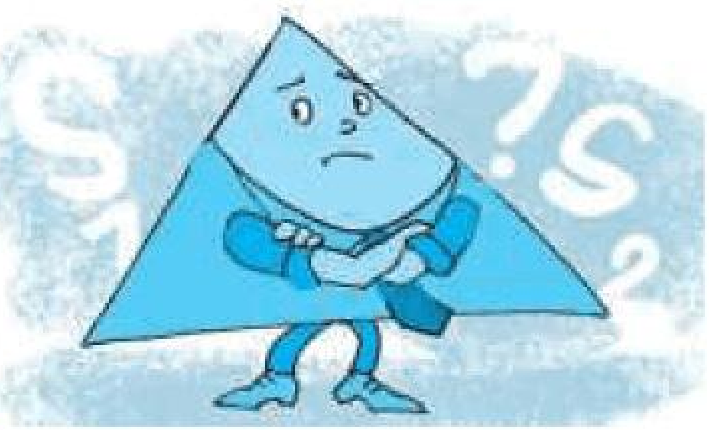
b) Biết $x = 1, y = 2, z = 3$. Tính diện tích tam giác ABC.

Bài 2. Cho tứ giác lồi ABCD. Gọi O là giao điểm của AC và BD.

a) Chứng minh rằng $S_{OAB}.S_{OCD} = S_{OBC}.S_{OAD}$.

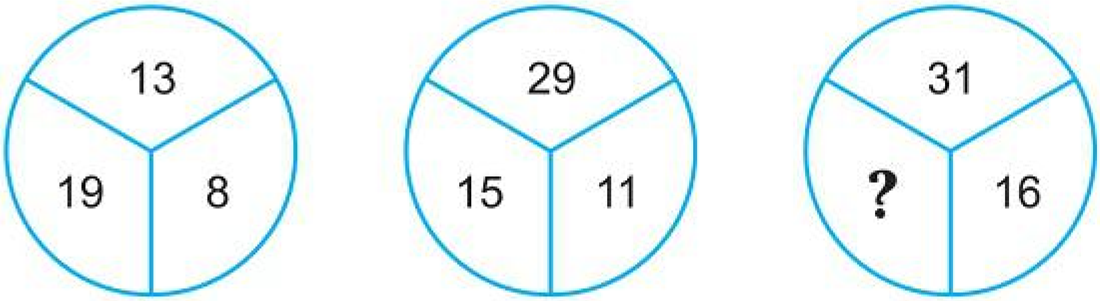
b) Cho biết $S_{OAB} = 4$ cm^2, $S_{OCD} = 9$ cm^2.

Tính giá trị nhỏ nhất của diện tích tứ giác ABCD.



Kì này ĐIỀN SỐ NÀO ĐÂY?

Bài 1. Điền số thích hợp vào chỗ trống (?) sao cho hợp lôgic.



Bài 2. Cho dãy số 3, 9, 18, 30, ... Số hạng thứ 2016 của dãy số này là số nào?

MAI VĂN NĂM *(GV. THCS Khánh Hồng, Yên Khánh, Ninh Bình)*

Kết quả SỐ NÀO NHỈ? (TTT2 số 163)

Nhận xét. Bài 1 tương đối dễ, chỉ cần quy đồng mẫu số các phân số là phát hiện ngay ra quy luật. Tất cả các bạn gửi bài đều tìm ra đúng kết quả.

Bài 2 còn nhiều bạn diễn đạt chưa rõ khi ghép các số thành nhóm.

Quy luật.

Bài 1. Quy đồng mẫu số các phân số đã cho ta được dãy $\frac{6}{1008}; \frac{7}{1008}; \frac{8}{1008}; \frac{9}{1008};...$

Các phân số này có cùng mẫu, tử số là các số tự nhiên liên tiếp kể từ 6. Vậy số hạng tiếp theo của dãy là $\frac{10}{1008} = \frac{5}{504}$.

Bài 2. Viết tiếp các số hạng của dãy theo quy luật đã cho ta được dãy số: 70; **161; 184; 299; 460; 230; 115**; 161; ...

Kể từ số hạng thứ hai trở đi, ta nhóm 6 số *(161; 184; 299; 460; 230; 115)* được lặp đi lặp lại. Số hạng thứ 2016 của dãy đã cho là số hạng thứ 2015 của dãy gồm các nhóm 6 số ở trên được viết liên tiếp. Vì 2015 chia cho 6 dư 5 nên số đó là số hạng thứ 5 trong nhóm 6 số, tức là số 230.

Vậy số hạng thứ 2016 của dãy đã cho là **230**.

Các bạn sau có lời giải tốt được thưởng: *Phan Quang Huy*, 9A1, THCS Chất Lượng Cao Mai Sơn, thị trấn Hát Lót, Mai Sơn; *Đinh Quế Anh*, 7B, THCS Lê Quý Đôn, Mộc Châu, **Sơn La**; *Ngô Văn Thọ*, 6A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Lê Ngọc Hoa*, 9E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Lê Tuấn Nghĩa*, 8A3, THCS Chu Mạnh Trinh, Văn Giang, **Hưng Yên**.

Các bạn sau cũng có lời giải đúng được tuyên dương: *Bùi Nhật Minh, Hoàng Thị Yến Nhi*, 6A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Nguyễn Lê Đức Anh*, 6A; *Trần Bình Minh,* 9E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường; *Nguyễn Tuấn Anh*, 9A2, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**.

NGUYỄN XUÂN BÌNH

CỬA SỔ AC

MYANMAR GẦN VÀ XA

(Tiếp theo kì trước)

VŨ KIM THỦY

AC là từ viết tắt của Cộng đồng ASEAN bằng Tiếng Anh (ASEAN Community). Cộng đồng ASEAN thành lập chính thức từ 31.12.2015. Năm 2016 này tạp chí Toán Tuổi thơ mở chuyên mục cửa sổ AC để bạn đọc hiểu hơn về vùng đất, con người rộng lớn của 10 quốc gia với 625 triệu dân.

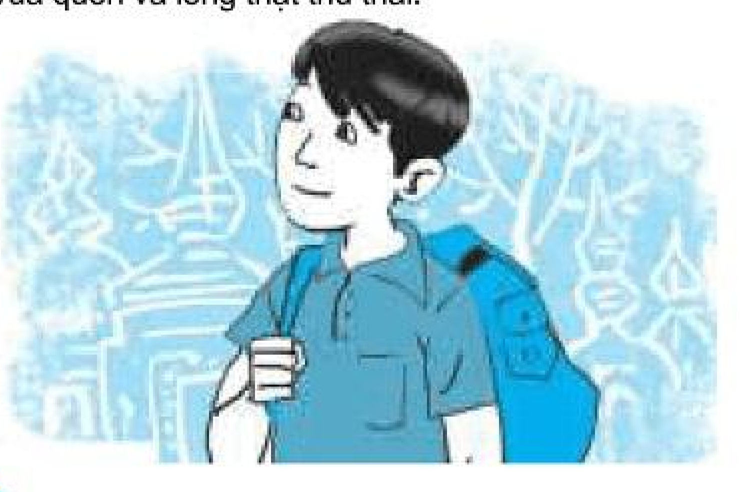
Ngôi chùa nổi tiếng này có tên là Golden Rock Pagoda hay chùa Kyaikhtiyo. Chùa dựng ở tảng đá lớn, bên trên tảng đá là tháp, tất cả màu vàng.

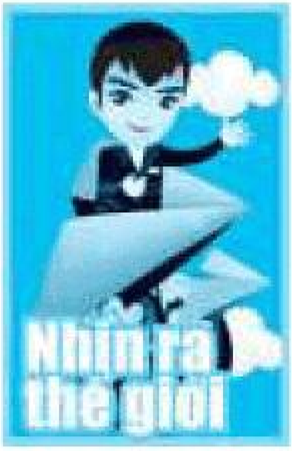
Mọi người có thể đến khuôn viên chùa cầu nguyện. Toàn bộ khu vực rộng lớn đó đều đi chân đất, bỏ giầy dép từ ngoài. Riêng đến gần tảng đá thì chỉ có nam được vào. Mọi người mua những lá vàng dát mỏng để dát vàng tảng đá. Giữa trời gió nếu làm không khéo lá vàng có thể bay mất. Vào mùa tháng 4, 5 khu vực này khá nóng. May khi chúng tôi sang đã mùa mưa nên trời không nóng. Ngày đến chùa Đá vàng lại không mưa nên thật dễ chịu.

Đến Myanmar ta hình dung đúng là đi về đất Phật. Hàng nghìn tháp chùa vàng in lên trời xanh, cây xanh. Ngôi chùa Vàng ở trung tâm thành phố Yangon rộng lớn và bề thế. Ở bốn góc khuôn viên có các kiến trúc khá giống nhau. Hầu hết các khu chùa đều có 4 cổng vào ở bốn hướng. Nếu bạn không để ý sẽ dễ lạc khi ra. Chạy vòng tròn bên trong là các tượng và từng khu vực ứng với các con giáp. Con giáp ở đây chia theo thứ trong tuần. Mỗi người đến tắm Phật và tượng con giáp của mình ở khu vực đã ghi rõ thứ của tuần. Tôi đến chỗ ghi là Chủ nhật.

3. Gần và xa

Sau mấy ngày ở Yangon tôi thấy Myanmar như gần lại. Nhiều điều đã thấy trong quá khứ tôi gặp lại hôm nay của Yangon. Con người sống bình dị, nhàn tản. Người hướng dẫn du lịch còn kể nhiều người ở đây đi mang theo hộp cơm đến chỗ làm. Thỉnh thoảng họ lại mở hộp cơm ra ăn. Có khi ăn 5, 6 lần mới hết suất cơm. Công viên chính thì đông lúc 3 giờ chiều và 5 giờ chiều đã đóng cửa, không đón khách. Gần nhất là cây xanh gợi nhớ công viên Thống Nhất, vườn Bách thảo, hồ Gươm. Hệ thống xe khách cũ, xe lam chở nhiều khách giống như thuở chúng ta ở thời bao cấp. Bắt đầu các khu đô thị mới được xây dựng. Yangon chưa có nhiều cao ốc. Người giàu có thể chở cả xe tiền đến mua nhà trả tiền một lần cho mấy căn. Người nghèo ở nông thôn về thì chung nhau hơn chục người cùng thuê một nhà trọ. Mỗi người chỉ cần chỗ rộng bằng cái chiếu để đồ đạc và ngủ, tá túc qua ngày. Khu cảng giống cảng Hải Phòng hồi lần đầu tôi gặp 1971. Hình như mức độ phát triển của Yangon cũng ngang với Hải Phòng và hơn Nam Định chút ít. Riêng nhà cửa thì ở đây còn cũ hơn vì đa số đều xây cuối thế kỉ trước. Đã có một khu khách sạn, siêu thị, nhà hàng, chung cư do người Việt đầu tư ở khu đắc địa tại Yangon. Hàng Việt cũng đã bán nhiều ở đây. Nhiều chữ Thái và Việt được ghi ở các nhà hàng. Tiếng Việt cũng được nói lõm bõm ở các khu du lịch. Myanmar bắt đầu thành điểm du lịch hấp dẫn của người Việt sau Thái Lan, Trung Quốc, Campuchia,... Nếu muốn tìm một cuộc sống hiện đại và bận rộn hãy thăm Nhật Bản, nếu muốn thăm các thành phố hiện đại thì tới Thượng Hải, Singapore, ... Nếu muốn đến đất nước rộng lớn và thanh bình người ta đến Australia... Còn Myanmar, đến đây ta thấy vừa lạ vừa quen và lòng thật thư thái.





LỜI GIẢI ĐỀ THI TOÁN VÀ KHOA HỌC QUỐC TẾ IMSO NĂM 2015

PHẦN CÂU HỎI CÓ CÂU TRẢ LỜI NGẮN

TRỊNH HOÀI DƯƠNG *(GV. THCS Giảng Võ, Ba Đình, Hà Nội)*
Sưu tầm và giới thiệu
MAI VŨ *(dịch)*

1. Các số chính phương lớn hơn 20 và nhỏ hơn 65 là 25, 36, 49 và 64. Chỉ có 36 + 1 = 37 là số nguyên tố. Vậy thầy giáo 36 tuổi.

2. Vì 234 chia hết cho 9 nên $\overline{56b90256}$ cũng chia hết cho 9, tức là $5+6+b+9+2+5+6=b+33$ chia hết cho 9.

Mà chữ số b lớn nhất là 9 nên b phải là 3.

Từ đó $\overline{240a84}=56390256:234=240984$,

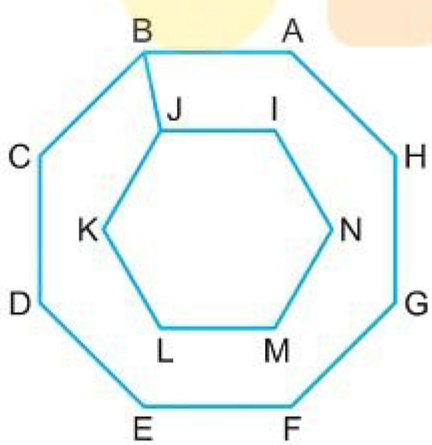
suy ra $a=9$.

Vậy $a+b=9+3=12$.

3. Có 6 cách sử dụng một trong các phép toán +, – và x để điền vào chỗ gạch nối giữa các số trong biểu thức 5—4—6—3. Đó là: $5\times4+6-3=23$; $5\times4-6+3=17$; $5+4\times6-3=26$; $5+4-6\times3=-9$; $5-4\times6+3=-16$; $5-4+6\times3=19$.

Vậy giá trị lớn nhất trong 6 giá trị trên là 26.

4.



Trong hình bát giác đều, mỗi góc có số đo là $180^o-\dfrac{360^o}{8}=135^o$.

Do đó, $\widehat{ABJ}=135^o-\widehat{CBJ}=135^o-56^o=79^o$.

Vì AB // IJ nên $\widehat{ABJ}+\widehat{BJI}=180^o$.

Suy ra $\widehat{BJI}=180^o-79^o=101^o$.

Do $\widehat{IJK}$ là một góc trong của lục giác đều nên $\widehat{IJK}=120^o$.

Từ đó

$\widehat{BJK}=360^o-\widehat{BJI}-\widehat{IJK}=360^o-101^o-120^o=139^o$.

5. Sau bước đầu tiên, rõ ràng nước trà trong tách còn lại là $\dfrac{1}{2}$ tách.

Sau bước thứ ba, tổng lượng trà trong tách là $\left(1-\dfrac{1}{2}.\dfrac{2}{3}\right).\dfrac{3}{4}=\dfrac{1}{2}$ tách.

Sau bước thứ 5, tổng lượng trà trong tách là $\left(1-\dfrac{1}{2}.\dfrac{4}{5}\right).\dfrac{5}{6}=\dfrac{1}{2}$ tách.

Như vậy sau mỗi số lẻ bước tổng lượng trà trong tách luôn là $\dfrac{1}{2}$ tách.

Đáp án là $\dfrac{1}{2}$.

6. Vì người chủ tọa ngồi một ghế cố định của bàn tròn nên 4 người kia sẽ chọn 7 ghế còn lại.

Người thứ nhất có 7 cách chọn chỗ ngồi.

Người thứ hai có 6 cách chọn chỗ ngồi.

Người thứ ba có 5 cách chọn chỗ ngồi.

Người thứ tư có 4 cách chọn chỗ ngồi.

Do vậy, 4 người còn lại có 7.6.5.4 = 840 cách chọn.

7. Giá trị của w phải là 6. Số x có thể là 22 hoặc 34. Giá trị trung bình của 2 giá trị có thể nhận được của x là 28. Giá trị trung bình của 4 giá trị có thể nhận được của y là 36. Giá trị trung bình của 8 giá trị có thể nhận được của z là 76.

8. Có thể chuyển về xét xem có bao nhiêu số nguyên dương từ 1 đến 2014 không chia hết cho 2 hoặc 201.

Có 2014 : 2 = 1007 số chia hết cho 2.

Vì 2014 = 201.10 + 4 nên có 10 số chia hết cho 201.

Vì 2014 = 402. 5 + 4 nên có 5 số chia hết cho 402.

Vậy có 2014 – 1007 – 10 + 5 = 1002 số cần tìm.

9. Ta có 84 + 74 – 62 = 96 sinh viên không thích chơi quần vợt hoặc trượt tuyết.

Vậy nên có 100 – 96 = 4 sinh viên không thích cả chơi quần vợt và trượt tuyết.

10. Từ 1 đến 9 có 4 chữ số chẵn được sử dụng.

Từ 10 đến 19, 30 đến 39, 50 đến 59, 70 đến 79, 90 đến 99, mỗi dãy có 5 chữ số chẵn.

Từ 20 đến 29, từ 40 đến 49, 60 đến 69, 80 đến 89 mỗi dãy số có 15 chữ số chẵn.

Số 100 có 2 chữ số chẵn.

Vậy có 4 + 5.5 + 15.4 + 2 = 91 chữ số chẵn được dùng.

11. Vì 146047 = 11^2.17.17, một trong các số đó không thể là 17.71 = 1207 (vì số kia là 121) nên 2 số đó là 11.87 = 187 và 11.71 = 781.

Vậy tổng cần tìm là 187 + 781 = 968.

12. Các số điền vào tam giác đối đỉnh (thấp nhất) của tam giác cao nhất là 4 hoặc 6.

- TH1. Số trong tam giác thấp nhất là 4.

Có 4 cách đặt số 2 vào tam giác trống còn lại, khi đó số đặt vào tam giác đối đỉnh của nó phải là 5 để 5 + 2 = 7. Có 2 cách đặt 3 vào các tam giác trống còn lại, khi đó số đặt vào tam giác đối đỉnh là 6 để 6 + 3 = 9. Vậy nên có 4.2 = 8 cách.

- TH2. Số trong tam giác thấp nhất là 4. Có 4 cách đặt 2 vào các tam giác trống còn lại, khi đó số đặt vào tam giác đối đỉnh của nó phải là 3. Có 2 cách đặt 4 vào các tam giác trống còn lại, khi đó số đặt vào tam giác đối đỉnh của nó phải là 5. Vậy có 4.2 = 8 cách.

Vậy có 16 cách tất cả.

13. Vì 2744 = 14.14.14, nên mỗi cạnh của đáy hình chóp là 14 cm. Vì 6 hình chóp tạo thành một hình lập phương, nên mỗi đỉnh hình chóp là tâm của hình lập phương. Do đó, chiều cao từ đỉnh đến đáy mỗi hình chóp là 14 : 2 = 7 cm.

14. Ta tìm các số chia hết cho 3 hoặc 5 (trong bảng viết tắt là 3x, 5x).

Số	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3x			✓			✓			✓	
5x					✓					✓
Số	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
3x		✓			✓			✓		
5x					✓					✓

Số	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
3x	✓			✓			✓			✓
5x					✓					✓

Trong 29 số đã cho, số không chia hết cho 3 hoặc 5 là số mà tích của 2 thừa số cùng không chia hết cho 3 và 5, đó là các số 1.2; 7.8; 13.14; 16.17; 22.23; 28.29.

Do vậy có 29 – 6 = 23 số chia hết cho 3 hoặc 5.

15. Tốc độ chạy của thỏ là 0,6.5 = 3 (m/s).

Tốc độ chạy của cáo là 0,6.9 : 4.3 = 4,05 (m/s).

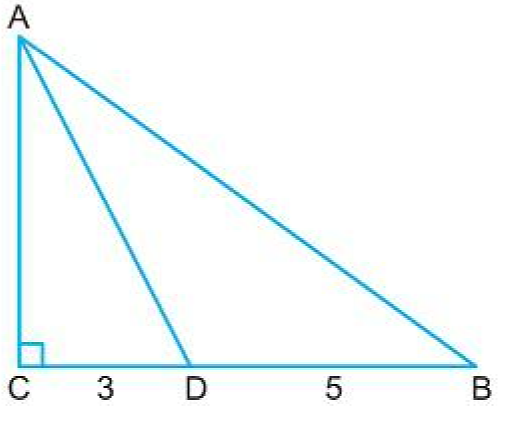
Vậy thời gian để cáo bắt được thỏ là

21 : (4,05 – 3) = 20 (s).

16. Sử dụng các chữ số từ 1 đến 9 được lặp lại để tạo số có 3 chữ số được 9.8.7 = 504 số. Mỗi số có phần bù của nó sao cho tương ứng với chữ số a là 10 – a, ví dụ 356 và 754. Từ đó có 504 : 2 = 252 cặp số mà tổng các cặp số đó là 10.(100 + 10 + 1) = 1110.

Vậy tổng cần tìm là 252.1110 = 279720.

17.



Áp dụng định lí đường phân giác trong tam giác ta có:

$$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} \Leftrightarrow \frac{5}{3} = \frac{AB}{AC} \Leftrightarrow AC = \frac{3}{5}AB.$$

Áp dụng định lí Pythagore vào tam giác vuông ABC ta có $BC^2 = AB^2 - AC^2 = \frac{16}{25}AB^2$.

$$\Rightarrow \frac{4}{5}AB = BC = 3 + 5 = 8 \text{ (cm)}.$$

Vậy AB = 10 cm.

(Kì sau đăng tiếp)

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI MÔN TOÁN LỚP 8

TRƯỜNG TRUNG HỌC PHỔ THÔNG CHUYÊN TRẦN ĐẠI NGHĨA, TP. HỒ CHÍ MINH

Năm học 2015 - 2016

Thời gian làm bài: 120 phút

Bài 1. *(2 điểm)* Chứng minh rằng

$\dfrac{(x-a)(x-b)}{(c-a)(c-b)}+\dfrac{(x-b)(x-c)}{(a-b)(a-c)}+\dfrac{(x-c)(x-a)}{(b-c)(b-a)}=1$ (a, b, c khác nhau từng đôi một).

Bài 2. *(4 điểm)*

a) Giải phương trình $\dfrac{x^4-4x^2+1}{x^3+x}+\dfrac{x^4+3x^2+1}{x^2}=4.$

b) Tìm các số nguyên dương a, b, c thỏa mãn $a \le b \le c$ và $a+b+c+abc=ab+bc+ca+2018$.

Bài 3. *(4 điểm)*

a) Chứng minh rằng $ab(a-4)(b+10)+25a^2+7b^2-100a+70b+175 \ge 0$ với mọi a, b.

b) Cho các số a, b, c thỏa mãn $a \ge b \ge c$ và $ab+bc+ca=3$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của $A=a^2(a+2b)(a+2c)+c^2(c+2a)(c+2b)+b^2(a+b+c)^2$.

Bài 4. *(2 điểm)*

a) Chứng minh rằng mọi số nguyên dương n chia cho 3 dư 1 đều viết được dưới dạng $n=a^3+b^3+c^3-3abc$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}$.

b) Chứng minh rằng trong 2016 số nguyên dương đầu tiên có ít nhất 1568 số nguyên dương n viết được dưới dạng $n=a^3+b^3+c^3-3abc$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}$.

Bài 5. *(6 điểm)*

Cho tam giác nhọn ABC. Trên các cạnh BC, CA, AB lần lượt lấy các điểm D, E, F sao cho $\widehat{DFE}=\widehat{DAC}$. Vẽ DK song song với AB (K thuộc AC).

a) Chứng minh rằng hai tam giác AKD và FDE đồng dạng.

b) Chứng minh rằng $\dfrac{S_{DEF}}{S_{ABC}} \le \dfrac{EF^2}{4AD^2}$ (S_{ABC}, S_{DEF} lần lượt là diện tích hai tam giác ABC, DEF).

Bài 6. *(2 điểm)*

Tại một bảng của vòng chung kết Euro, có 4 đội bóng tham gia đá vòng tròn một lượt (hai đội gặp nhau đúng một lần). Sau mỗi trận đấu, nếu có kết quả thắng - thua thì đội thắng được 3 điểm, đội thua được 0 điểm, nếu có kết quả hòa thì mỗi đội được 1 điểm. Sau khi kết thúc vòng đấu bảng (các đội đã thi đấu xong), người ta nhận thấy đội hạng nhất hơn đội hạng nhì là 1 điểm, đội hạng nhì hơn đội hạng ba là 1 điểm, đội hạng nhì hơn đội hạng ba là 1 điểm, đội hạng tư có số điểm nhỏ hơn số điểm của đội hạng ba còn đội hạng nhất không thua trận nào cả. Hỏi mỗi đội được bao nhiêu điểm?

LỜI GIẢI ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI MÔN TOÁN LỚP 7 QUẬN 9, TP. HỒ CHÍ MINH

Năm học 2015 - 2016

(Đề đăng trên TTT2 số 163)

Bài 1. a) $\left(\frac{x^2}{2}-\frac{x^2}{5}\right)+\left(\frac{y^2}{3}-\frac{y^2}{5}\right)+\left(\frac{z^2}{4}-\frac{z^2}{5}\right)=0$

$\Rightarrow \frac{3}{10}x^2+\frac{2}{15}y^2+\frac{1}{20}z^2=0 \Rightarrow x=y=z=0.$

b) Ta có $A=333^{444}=(3^4)^{111}.111^{444}=81^{111}.111^{444}$.
$B=444^{333}=(4^3)^{111}.111^{333}=64^{111}.111^{333}$.
Vậy từ trên suy ra $A>B$.

Bài 2. a) $A=\left(\frac{-1}{2}\right)\left(\frac{-2}{3}\right)\left(\frac{-3}{4}\right)...\left(\frac{-2014}{2015}\right)$
$\left(\frac{-2015}{2016}\right)\left(\frac{-2016}{2017}\right)=\frac{1}{2017}.$

$B=\left(\frac{-3}{2}\right)\left(\frac{-4}{3}\right)\left(\frac{-5}{4}\right)...\left(\frac{-2016}{2015}\right)\left(\frac{-2017}{2016}\right)=\frac{-2017}{2}.$

Từ trên ta có $A.B=\frac{-1}{2}.$

b) Từ giả thiết ta có $y=3x-3z$ và $y=7z-2x$ nên $3x-3z=7z-2x$ suy ra $x=2z$ và $y=3z$.

Do đó $N=\frac{x^2-2xy}{x^2+y^2}=\frac{(2z)^2-2.2z.3z}{(2z)^2+(3z)^2}=...=\frac{-8}{13}.$

c) Ta có $3x=2y$ và $4y=5z \Rightarrow \frac{x}{2}=\frac{y}{3}$ và $\frac{y}{5}=\frac{z}{4}.$

$\frac{x}{10}=\frac{y}{15}=\frac{z}{12}=k \Rightarrow x=10k,\ y=15k,\ z=12k.$

Thay x, y, z vào biểu thức đã cho được $k=\pm 3$.
- Với $k=3 \Rightarrow x=30,\ y=45,\ z=36.$
- Với $k=-3 \Rightarrow x=-30,\ y=-45,\ z=-36.$

Bài 3. 1) $\frac{b+c+1}{a}=\frac{a+c+2}{b}=\frac{a+b-3}{c}=\frac{1}{a+b+c}$
$=\frac{b+c+1+a+c+2+a+b-3}{a+b+c}=...=2.$

Vì $a+b+c\neq 0$ nên $a+b+c=0,5$.

$\frac{0,5-a+1}{a}=\frac{0,5-b+2}{b}=\frac{0,5-c-3}{c}=2$

$\Rightarrow a=\frac{1}{2},\ b=\frac{5}{6},\ c=\frac{-5}{6}.$

2) a) Mỗi tháng lớp học đó sử dụng hết
$[8.40.10+8.100.2]26=124800$ (Wh) $=124,8$ (kWh)

b) Nếu chỉ mở bóng đèn 3 giờ và mở quạt 8 giờ thì mỗi tháng lớp đó sử dụng hết
$[3(40.10)+8(100.2)]26=72800$ (Wh) $=72,8$ (kWh)

Vậy mỗi tháng lớp đó tiết kiệm được
$124,8-72,8=52$ (kWh).

Bài 4. *Bạn đọc tự vẽ hình.*

a) Gọi M là trung điểm của BC. Trên tia đối của tia MF lấy D sao cho FM = MD.

Ta chứng minh được $\Delta BMF=\Delta CMD$ (c.g.c)
$\Rightarrow BF=CD$ và $BF\,//\,CD \Rightarrow \Delta BFC=\Delta DCF$ (c.g.c)
$\Rightarrow BC=FD=2FM.$
Chứng minh tương tự được $BC=2EM$.
$\Rightarrow FM=EM=BM=MC.$
Từ đó các tam giác BMF, EMF, EMC cân.

$\Rightarrow \widehat{AEF}=180^o-\widehat{FEM}-\widehat{MEC}$

$=180^o-\frac{180^o-\widehat{EMF}}{2}-\frac{180^o-\widehat{EMC}}{2}$

$=\frac{\widehat{FNE}+\widehat{EMC}}{2}=\widehat{ABC}.$

b) Kẻ $HP\,//\,AB$; $HQ\,//\,AC$ ($P\in AC$, $Q\in AB$).
Ta chứng minh được $\Delta AQH=\Delta HPA$ (g.c.g)
$\Rightarrow HQ=AP$ và $HP=AQ$.
$\Rightarrow AH<HQ+AQ \Leftrightarrow AH<AP+AQ$ (bất đẳng thức tam giác). (1)
Mặt khác $HQ\,//\,AC$ mà $BH\perp AC \Rightarrow BH\perp HQ$.
Tương tự ta có $CH\perp HP$.
$\Rightarrow BH<BQ$ và $CH<CP$ (quan hệ đường xiên và đường vuông góc). (2)
Từ (1) và (2) suy ra
$AH+BH+CH<AQ+AP+BQ+CP=AB+AC.$
Chứng minh tương tự ta có $AH+BH+CH<AB+BC$ và $AH+BH+CH<BC+AC$.

Vậy suy ra $AH+BH+CH<\frac{2}{3}(AB+AC+BC).$

Bài 5. Đặt lên mỗi đĩa cân 1 đồng tiền.
- Nếu đĩa cân thăng bằng thì 2 đồng tiền đang cân là tiền thật. Thay một đồng tiền đang cân bằng một trong 2 đồng tiền còn lại.

Nếu cân thăng bằng thì đồng tiền thứ 4 là tiền giả.
Nếu đĩa cân bị lệch thì đồng tiền mới thay vào là tiền giả.
- Nếu lần cân đầu tiên mà cân bị lệch thì 1 trong 2 đồng tiền trên đĩa là tiền giả và đồng còn lại là tiền thật. Trong lần cân thứ 2 chỉ việc thay một đồng tiền còn lại.

Nếu cân thăng bằng thì đồng tiền vừa thay ra là tiền giả, nếu cân bị lệch thì đồng tiền trên đĩa không thay là tiền giả.

Kết quả

Giải toán qua thư

Bài 1(163). Tìm các số tự nhiên a, b, c sao cho a nhỏ nhất thỏa mãn $7a^2 - 9b^2 + 29 = 0$ và $9b^2 - 11c^2 - 25 = 0$.

Lời giải. Ta có $7a^2 - 9b^2 + 29 = 0$

$\Rightarrow 9a^2 - 9b^2 + 27 = 2a^2 - 2 \Rightarrow (2a^2 - 2) \vdots 9$

$\Rightarrow 2(a^2 - 1) \vdots 9 \Rightarrow a^2 - 1 \vdots 9 \Rightarrow a^2$ chia cho 9 dư 1.

Mà a nhỏ nhất nên $a^2 = 1$

$\Rightarrow a = 1 \Rightarrow 7 - 9b^2 + 29 = 0 \Rightarrow 9b^2 = 36$

$\Rightarrow b^2 = 4 \Rightarrow b = 2.$

Do đó $11c^2 = 9.2^2 - 25 = 11 \Rightarrow c^2 = 1 \Rightarrow c = 1.$

Thử lại a = 1; b = 2; c = 1 thỏa mãn.

Vậy a = 1; b = 2; c = 1.

Nhận xét. Bài toán được nhiều em tham gia giải và giải đúng. Có nhiều bạn giải theo cách trên. Đây là cách giải khéo léo dựa vào tính chất chia hết cho lời giải khá đẹp. Các bạn sau có lời giải tốt: *Nguyễn Hào Quang*, 6B, *Nguyễn Ngọc Mai, Phan Văn Nam, Đoàn Huy Giáp, Vũ Mỹ Duyên, Trần Ngọc Khiêm, Phạm Hồng Quân, Cao Thị Thùy Dung, Phạm Huỳnh, Trần Đức Tùng, Nguyễn Thị Việt Trà, Lê Nguyễn Gia Huy*, 7B, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Lê Thùy Linh, Nguyễn Huy Hoàng, Nguyễn Thanh Nguyên*, 7B, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**; *Đào Trí Dũng, Hoàng Yến Nhi, Lâm Nguyễn Hồng Anh*, 6A1, THCS và THPT Hai Bà Trưng, TX. Phúc Yên, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Tuấn Dương*, 6A5, THCS Chu Văn An, Ngô Quyền, **Hải Phòng**; *Lê Phạm Kiều Duyên*, 6A3, THCS Nguyễn Nghiêm, TP. Quảng Ngãi, **Quảng Ngãi**; *Nguyễn Công Hải*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**.

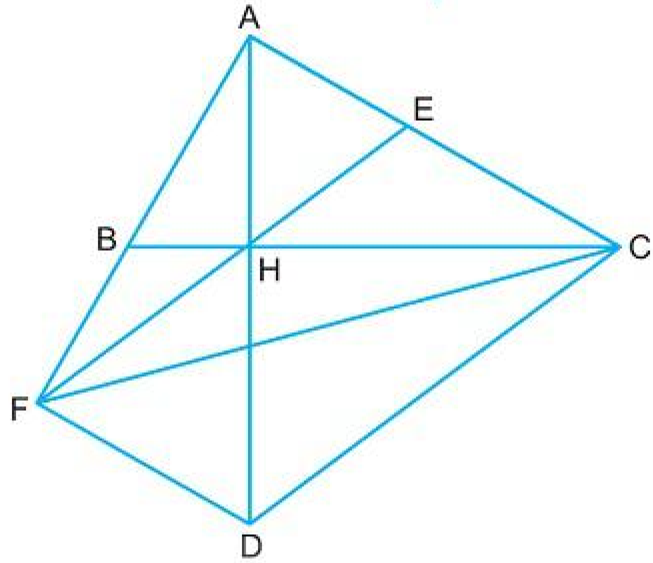
PHÙNG KIM DUNG

Bài 2(163). Cho tam giác ABC vuông tại A với đường cao AH (AB < AC). Trên tia đối của tia HA lấy điểm D sao cho AD = BC. So sánh AB.CD và AC.BD.

Lời giải. Trên cạnh AC lấy điểm E sao cho CE = AB.

Vì $\widehat{BAD} = \widehat{BCE}$ (cùng phụ với $\widehat{HAC}$), AD = BC nên $\Delta ABD = \Delta CEB$ (c.g.c).

Suy ra BD = EB.



Trên tia AB lấy điểm F sao cho AF = AC.

Ta có $\Delta AFD = \Delta CAB$ (c.g.c), suy ra DF = AB = EC và $\widehat{AFD} = \widehat{CAB} = 90^o$.

Suy ra DF // CE.

Vậy tứ giác DFEC là hình bình hành.

Suy ra EF = CD.

Ta thấy AE = BF nên AC – AB = AE = BF > EF – EB = CD – EB = CD – BD.

Từ đó AC + BD > AB + CD.

Do đó

$AC^2 + BD^2 + 2AC.BD > AB^2 + CD^2 + 2AB.CD.$

Mà $AC^2 + BD^2 = HA^2 + HB^2 + HC^2 + HD^2 = AB^2 + CD^2$.

Suy ra AC.BD > AB.CD.

Nhận xét. Các bạn sau có lời giải đúng: *Nguyễn Công Hải, Hoàng Công Ninh*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Lê Xuân Hoàng*, 7A, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**.

HỒ QUANG VINH

Bài 3(163). Giải phương trình

$$\sqrt{x-\frac{1}{x}}+5\sqrt{1-\frac{1}{x}}+2=3x+\frac{2}{x}.$$

Lời giải. ĐKXĐ $x \neq 0;\ x-\frac{1}{x} \geq 0;\ 1-\frac{1}{x} \geq 0.$

Phương trình tương đương với

$$\sqrt{\frac{x-1}{x}(x+1)}+5\sqrt{\frac{x-1}{x}}+\frac{2(x-1)}{x}-3(x+1)+3=0. \quad (1)$$

Đặt $a = \sqrt{\dfrac{x-1}{x}}; b = \sqrt{x+1}$ $(a, b \geq 0)$.

Ta có (1) $\Leftrightarrow ab + 5a + 2a^2 - 3b^2 + 3 = 0$

$\Leftrightarrow (a - b + 1)(2a + 3b + 3) = 0.$

$\Leftrightarrow a - b + 1 = 0$ (Vì $a, b \geq 0$ nên $2a + 3b + 3 > 0$)

$\Leftrightarrow \sqrt{x+1} - \sqrt{\dfrac{x-1}{x}} = 1.$ (2)

Bình phương hai vế của (2) ta được

$$x+1-2\sqrt{\frac{x^2-1}{x}}+\frac{x-1}{x}=1$$

$$\Leftrightarrow \left(x-\frac{1}{x}\right)-2\sqrt{x-\frac{1}{x}}+1=0 \Leftrightarrow \left(\sqrt{x-\frac{1}{x}}-1\right)^2=0$$

$$\Leftrightarrow x-\frac{1}{x}=1 \Leftrightarrow x^2-x-1=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2} \\ x=\dfrac{1-\sqrt{5}}{2} \text{(loại)} \end{array}\right.$$

Thử lại, ta thấy $x = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ thỏa mãn (2) và ĐKXĐ.

Vậy phương trình có nghiệm là $x = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$.

Nhận xét. Có thể giải bài toán bằng cách áp dụng bất đẳng thức AM-GM như sau

$$\sqrt{x-\frac{1}{x}}=\sqrt{\left(x-\frac{1}{x}\right).1}\leq\frac{1}{2}\left(x-\frac{1}{x}+1\right);$$

$$\sqrt{1-\frac{1}{x}}=\sqrt{\frac{1}{x}.(x-1)}\leq\frac{1}{2}\left(\frac{1}{x}+x-1\right)$$

$$\Rightarrow \sqrt{x-\frac{1}{x}}+5\sqrt{1-\frac{1}{x}}+2\leq 3x+\frac{2}{x}.$$

Do đó dấu bằng xảy ra.

Các bạn sau đây có bài giải tốt: *Phạm Phương Thi, Lê Thị Hằng Nhi, Bùi Thị Minh Thư, Trần Như Quỳnh, Nguyễn An Na, Trần Thị Kim Oanh, Phạm Hiếu Ngân, Phạm Huyền Trang,* 8A, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Nguyễn Trung Thế*, 9A1, THCS chất lượng cao Mai Sơn, Mai Sơn, **Sơn La**; *Nguyễn Thị Linh Đan*, 8D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**; *Nguyễn Việt Thu, Nguyễn Kim Khải*, 8A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Nguyễn Văn Thanh Sơn*, 9/1, THCS Nguyễn Khuyến, **Đà Nẵng**.

NGUYỄN ANH DŨNG

Bài 4(163). Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = a^2 + b^2 - \left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}\right) - 4a - \dfrac{13b}{4} + 4$. Trong đó a, b là các số thực thỏa mãn $1 \leq a \leq 2$; $1 \leq b \leq 2$.

Lời giải. Từ giả thiết $1 \leq a \leq 2$, suy ra

$(a - 1)(a - 2) \leq 0 \Leftrightarrow a^2 - 3a + 2 \leq 0$

Tương tự $b^2 - 3b + 2 \leq 0$.

Suy ra $a^2 + b^2 - 3(a + b) + 4 \leq 0$.

Do đó

$$P=a^2+b^2-3(a+b)+4-\left(a+\frac{1}{a}\right)-\left(\frac{b}{4}+\frac{1}{b}\right)$$

$$=\left[a^2+b^2-3(a+b)+4\right]$$

$$-\left(\sqrt{a}-\frac{1}{\sqrt{a}}\right)^2-\left(\frac{\sqrt{b}}{2}-\frac{1}{\sqrt{b}}\right)^2-3\leq -3.$$

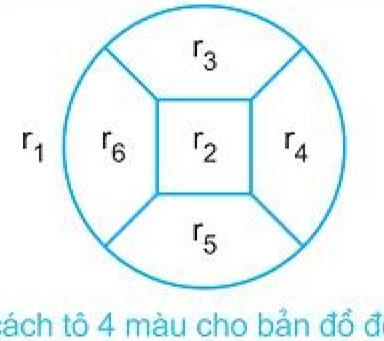
Đẳng thức xảy ra khi $\begin{cases} \sqrt{a}=\dfrac{1}{\sqrt{a}} \\ \dfrac{\sqrt{b}}{2}=\dfrac{1}{\sqrt{b}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=2 \end{cases}.$

Vậy MaxP = –3 khi a = 1, b = 2.

Nhận xét. Đây là bài toán hay, mấu chốt của bài toán là từ giả thiết đánh giá được $a^2 - 3a + 2 \leq 0$. Có rất nhiều bạn tham gia giải bài, một số bạn tính ra kết quả bị nhầm. Các bạn sau đây có lời giải tốt: *Lê Ngọc Hoa, Trần Bình Minh, Nguyễn Công Huấn, Lê Văn Hải*, 9E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Bùi Thị Quỳnh, Triệu Quang Mạnh, Nguyễn Thu Hiền*, 9A3, *Nguyễn Chí Công*, 8A3, *Hoàng Công Ninh, Nguyễn Công Hải*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Nguyễn Trung Thế*, 9A1, THCS Mai Sơn, Mai Sơn, **Sơn La**; *Bùi Xuân Dũng*, 9A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Nguyễn Thị Linh Đan*, 8D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**.

CAO VĂN DŨNG

Bài 5(163). Cho bản đồ M trong hình vẽ. Mỗi cách tô màu đòi hỏi hai vùng kề nhau không cùng màu.



a) Tìm một cách tô 4 màu cho bản đồ đó.

b) M có tô được bằng 3 màu không? Tại sao.

Lời giải. a) Ta có thể tô được bản đồ M bằng 4 màu. Dưới đây chỉ ra một cách tô: Vùng r_1 tô màu xanh; vùng r_2 tô màu đỏ; vùng r_3 tô màu vàng, vùng r_4 tô màu tím; vùng r_6 tô màu tím; vùng r_5 tô màu vàng.

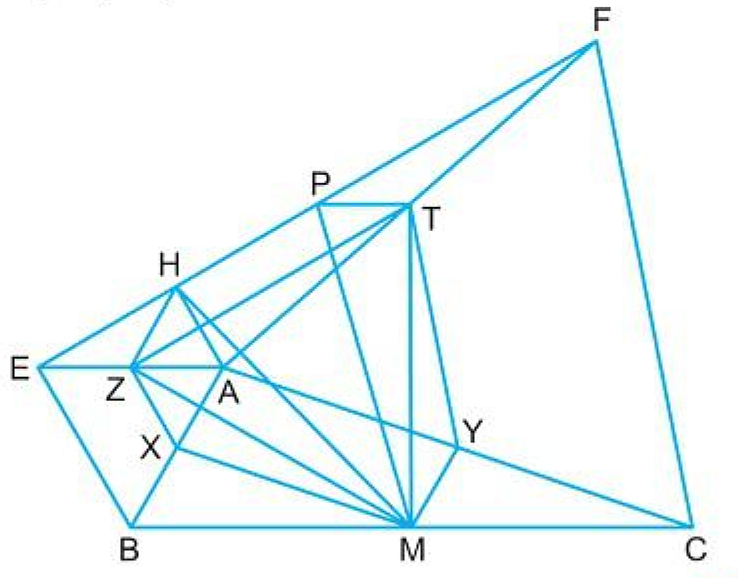
b) Bằng cách cho r_2 cùng màu với r_1 và tô các vùng còn lại giống như trên. Khi đó bản đồ M có thể tô được bằng 3 màu.

Nhận xét. Các bạn sau có lời giải tốt: *Bạch Bùi Nguyệt Anh*, 7D; *Phạm Thành Dũng, Lê Ngọc Hoa, Nguyễn Công Huấn, Trần Bình Minh*, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường; *Đào Ngọc Hải Đăng*, 8A, THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên; *Trịnh Thị Quỳnh Anh*, 6A5, THCS Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**; *Lê Xuân Hoàng*, 7A; *Nguyễn Thị Thu Hằng*, 7E, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh; *Lê Xuân Toàn, Lê Đình Thành*, 8D THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương; *Nguyễn Đình Quân*, 9C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An**; *Phạm Hương Giang*, 6D THCS Văn Lang, TP. Việt Trì; *Nguyễn Đức Tấn, Tạ Hoàng Hải, Lê Trung Hiếu*, 8A3; *Bùi Thị Quỳnh, Nguyễn Thu Hiền, Bùi Thùy Linh*, 9A3 THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Từ Tấn Dũng*, 8A, THPT chuyên Hà Nội - Amsterdam, Cầu Giấy, **Hà Nội**; *Nguyễn Phương Nam*, 9C, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Nguyễn Tuấn Anh*, 8A5, THCS Trần Phú, Phủ Lý, **Hà Nam**; *Nguyễn Văn Thanh Sơn*, 9/1, THCS Nguyễn Khuyến, **Đà Nẵng**.

TRỊNH HOÀI DƯƠNG

Bài 6(163). Dựng ra phía ngoài tam giác ABC đã cho các tam giác đều ABE và ACF. Gọi M, P thứ tự là trung điểm của BC, EF. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên EF. Chứng minh rằng MP = MH.

Lời giải. Gọi X, Y, Z, T theo thứ tự là trung điểm AB, AC, AE, AF.



Vì các tam giác ABE, ACF đều và theo tính chất đường trung bình của tam giác, ta có

$$XZ = \frac{1}{2}BE = \frac{1}{2}BA = MY;\ XM = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}FC = YT;$$

$$\widehat{ZXM} = \widehat{ZXA} + \widehat{AXM} = \widehat{TYA} + \widehat{AYM} = \widehat{TYM}.$$

Do đó $\Delta MXZ = \Delta TYM$ (c.g.c).

Vậy MZ = MT. (1)

Vì $\widehat{AHE} = 90°$ và theo tính chất đường trung bình của tam giác và kết hợp với (1), ta có

$$HZ = \frac{1}{2}AE = TP; \widehat{HZM} = \widehat{HZT} + \widehat{TZM}$$

$$= \widehat{ZHE} + \widehat{TZM} = \widehat{HEZ} + \widehat{TZM} = \widehat{PTZ} + \widehat{ZTM} = \widehat{PTM}.\ (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $\Delta MZH = \Delta MTP$ (c.g.c).

Do đó MP = MH.

Nhận xét. có nhiều bạn tham gia giải bài. Có 2 bạn sử dụng kiến thức về tứ giác nội tiếp, các bạn còn lại chứng minh tam giác bằng nhau. Các bạn sau có lời giải tốt: *Nguyễn Đức Tân, Nguyễn Ngọc Ánh, Lê Hồng Anh, Nguyễn Kim Khải, Tạ Hoàng Hải, Bùi Tiến Mạnh, Nguyễn Việt Thu, Trần Hải Nam, Nguyễn Giang Linh*, 8A3; *Nguyễn Hữu Trung Kiên, Bùi Thị Quỳnh, Triệu Quang Mạnh, Nguyễn Thu Hiền, Bùi Thùy Linh*, 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Nguyễn Văn Thanh Sơn*, 9/1, THCS Nguyễn Khuyến, **Đà Nẵng**.

NGUYỄN MINH HÀ

ĐƯỢC THƯỞNG KÌ NÀY

Thi giải toán qua thư

Nguyễn Hào Quang, 6B, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Nguyễn Thị Linh Đan*, 8D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương; *Lê Xuân Hoàng*, 7A, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Lê Ngọc Hoa, Trần Bình Minh, Nguyễn Công Huấn*, 9E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Lê Phạm Kiều Duyên*, 6A3, THCS Nguyễn Nghiêm, TP. Quảng Ngãi, **Quảng Ngãi**; *Nguyễn Công Hải*, 7A3; *Bùi Thị Quỳnh, Nguyễn Thu Hiền, Bùi Thùy Linh*, 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Nguyễn Trung Thế*, 9A1, THCS Mai Sơn, Mai Sơn, **Sơn La**; *Nguyễn Văn Thanh Sơn*, 9/1, THCS Nguyễn Khuyến, **Đà Nẵng**; *Bùi Xuân Dũng*, 9A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Từ Tấn Dũng*, 8A, THPT chuyên Hà Nội - Amsterdam, Cầu Giấy, **Hà Nội**.

Kì này SỐ DƯ BẰNG BAO NHIÊU?

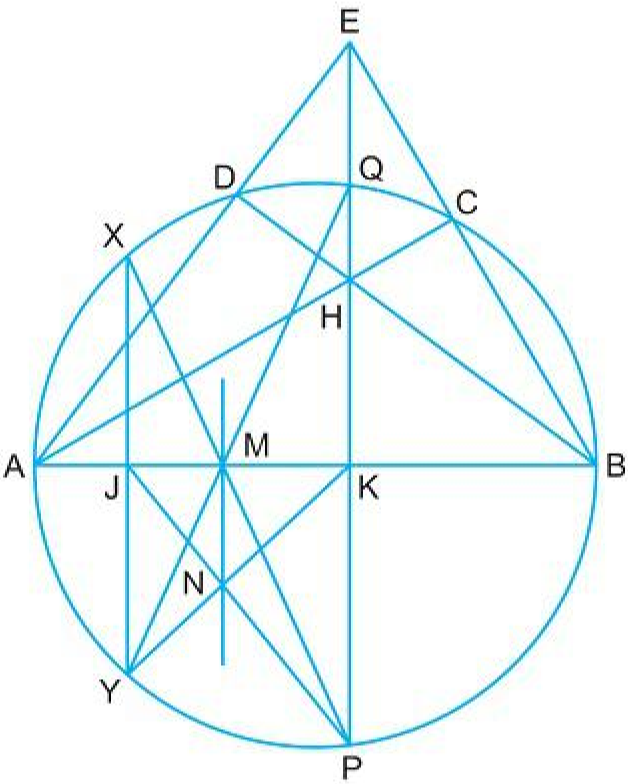
Nhân kỉ niệm 72 năm thành lập Quân đội nhân dân Việt Nam (22.12.1944 - 22.12.2016), các bạn yêu toán hãy giải bài toán sau nhé.

Bài toán. Cho a, b là hai số nguyên thỏa mãn $a^3b + 1944 = 22^{12^{2016}}$. Tìm số dư trong phép chia $ab^3 + 2016$ cho 6.

NGUYỄN ĐỨC TẤN
(TP. Hồ Chí Minh)

Kết quả CHỈ DÙNG THƯỚC

(TTT2 số 163)



Cho đường tròn đường kính AB và một điểm M trên đoạn AB. Sau đây là cách dựng đường thẳng qua M và vuông góc với AB mà chỉ dùng thước thẳng:

- Lấy một điểm H nằm bên trong hình tròn, không thuộc AB. Kẻ hai đường thẳng AH và BH, cắt đường tròn theo thứ tự tại C và D.
- Kẻ hai đường thẳng AD và BC, cắt nhau tại điểm E thì AC và BD là hai đường cao của tam giác ABE nên đường cao thứ ba EH vuông góc với AB tại K.
- Kẻ đường thẳng EH, cắt đường tròn tại P và Q (H nằm giữa K và Q) thì KP = KQ.
- Kẻ hai đường thẳng PM và QM, cắt đường tròn thứ tự tại X và Y thì do đường kính AB là trục đối xứng nên XY vuông góc với AB tại J, do đó XY // PQ.
- Kẻ hai đường thẳng PJ và KY, cắt nhau tại điểm N.
- Kẻ đường thẳng MN.

Ta sẽ chứng minh rằng MN vuông góc với AB.

Từ JY // PQ thì $\Delta NYJ \backsim \Delta NKP$ (g.g).

Suy ra $\dfrac{NJ}{NP} = \dfrac{YJ}{KP}$.

Vì JY // PQ nên $\Delta MYJ \backsim \Delta MQK$ (g.g).

Suy ra $\dfrac{YJ}{QK} = \dfrac{MJ}{MK}$.

Do đó $\dfrac{NJ}{NP} = \dfrac{YJ}{KP} = \dfrac{YJ}{QK} = \dfrac{MJ}{MK}$.

Theo định lí đảo Thales thì MN // KP.

Mà $KP \perp AB$ nên $MN \perp AB$.

Nhận xét. Đề toán yêu cầu chỉ dùng thước thẳng, nghĩa là chỉ cho phép kẻ đường thẳng đi qua hai điểm, không cho phép dựng đường vuông góc với một đường thẳng, trên thước cũng không ghi số đo độ dài. Việc dựng hình khá phức tạp nên không bạn nào cho lời giải đúng. Phần thưởng xin gác lại kì sau.

ANH COMPA

MỘT MẤT MƯỜI NGỜ

TRẦN LÊ HÀ DƯƠNG

(Số 10, ngõ 137, đường Lê Lợi, P. Tân Quang, TP. Tuyên Quang, Tuyên Quang)

Đã hẹn từ trước nên hôm đó, thám tử Sêlôccôc tới nhà cô Lisa chơi. Cô Lisa là con gái một người bạn thân của thám tử. Cô vừa chuyển về nhà mới nên muốn mời thám tử tới thăm nhà.

Khoảng 10 giờ sáng, thám tử tới nơi. Khi Lisa ra mở cửa, thám tử cảm thấy hình như cô đang gặp chuyện gì đó không ổn. Sau đó, mặc dù Lisa đã cố trò chuyện vui vẻ nhưng thám tử vẫn hỏi thẳng:

- Hình như cháu đang có điều gì không vui? Cứ nói với bác đi, đừng ngại. Bác cũng như bố mẹ cháu thôi mà.

- Vâng. Bác đoán đúng đấy ạ. Thực lòng, lâu lắm bác mới đến chơi nên cháu không muốn làm bác phải suy nghĩ...Nhưng bác đã đoán ra thì cháu cũng xin kể ạ.

- Cháu cứ kể đi, biết đâu bác lại giúp được gì đó.

- Sáng nay cháu dậy sớm đi chợ mua vài thứ để nấu cơm đón tiếp bác. Mọi khi, bà giúp việc làm việc này, nhưng hôm nay cháu muốn tự tay chuẩn bị nên đã tự đi. Trước khi đi, cháu tháo cái nhẫn ra và đặt trên bàn trong phòng ngủ. Cháu định cất cẩn thận nhưng do vội nên quên mất. Đi chợ về, cháu lên phòng thì không thấy nhẫn đâu nữa.

- Chiếc nhẫn có đắt tiền lắm không?

- Có ạ. Nhẫn kim cương bác ạ.

- Cháu đã hỏi những người trong nhà chưa?

- Cháu chưa dám hỏi vì ngại quá. Bà giúp việc thì vừa từ quê ra được một tuần. Ở quê, ai cũng khen bà ấy chăm chỉ, hiền lành, sạch sẽ. Cháu tìm mãi mới được người ưng ý như bà ấy nên...

- Trong nhà còn ai nữa?

- Còn cậu Pit, em con cô cháu. Pit đến ở nhà cháu để đi học cho gần.

- Đúng là hỏi thì cũng ngại thật, nhưng phải hỏi cho rõ cháu ạ. "Một mất mười ngờ" mà. Nếu không hỏi cho ra nhẽ thì cứ nghi kị nhau, khó lắm. Để bác hỏi giúp cháu nhé.

- Vâng.

Mấy phút sau, thám tử bắt đầu nói chuyện với Pit:

- Sáng nay lúc chị Lisa đi chợ, cháu đã làm gì?

- Dạ, cháu ăn mỳ trong bếp rồi ra sân tưới cây. Cháu thấy bác giúp việc nói là chị Lisa đi chợ nên cũng có ý chờ chị về để xách đồ vào nhà giúp.

- Thế cháu có xách giúp không?

- Có chứ ạ. Cháu còn cắm hoa cùng chị ấy nữa.

Lát sau, thám tử hỏi bà giúp việc:

- Lúc cô Lisa đi chợ, bác đã làm gì?

- Tôi nấu cho cậu Pít bát mỳ rồi ra phòng khách xem TV một lúc. Khi cô Lisa về thì tôi vào bếp luôn.

- Bác xem phim Hàn Quốc à?

- Tôi mê phim Hàn Quốc lắm, nhưng lúc tôi bật TV thì lại đang có chương trình về động vật. Thấy hay quá nên tôi cứ mê mải xem.

- Thế ư? Về con gì mà thú vị vậy bác?

- Thỏ trắng ông ạ. Nhà tôi ở quê có nuôi mấy con thỏ trắng, xem TV tôi nhớ chúng quá. Lông trắng muốt như bông, mắt thì đen lay láy như hạt nhãn. Những con thỏ trắng thật xinh đẹp, dễ thương ông nhỉ!

Sau cuộc trò chuyện với cậu Pit và bà giúp việc, thám tử nói riêng với Lisa:

- Bác cảm thấy nghi ngờ một người. Sau khi bác về, cháu có thể hỏi riêng người đó, nhớ là phải vừa tế nhị, vừa cương quyết nhé.

Lisa nghĩ mãi mà vẫn chưa đoán ra thám tử đã nghi ngờ ai? Các thám tử Tuổi Hồng hãy giúp Lisa nhé!

Kết quả *Tờ giấy bí ẩn*

(TTT số 163)

Khi đổi các kí tự sang các số ta được:

07 26 19 16 10
24 22 03 16
11 26 16 10
07 01 17

Theo thứ tự bảng chữ cái Tiếng Việt, số 07 là chữ đ, số 26 là chữ ư,... từ đó ta có: ĐƯƠNG TRÂN HƯNG ĐAO (Đường Trần Hưng Đạo)

Tất cả các bạn tham gia kì này đều có câu trả lời chính xác, chứng tỏ bạn nào cũng có khả năng phán đoán và óc quan sát nhanh nhạy như "thám tử trẻ" Hải Nam.

Phần thưởng sẽ được gửi tới: *Vũ Hồng Phúc*, 6G, THCS Hùng Vương, TX. Phú Thọ; *Vũ Minh Hải*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Nguyễn Phú Thái*, 6B, THCS Đặng Thai Mai, Vinh, **Nghệ An**; *Phan Thế Anh*, 8A6, THCS Trần Phú, Phủ Lý, **Hà Nam**; *Nhóm bạn lớp 6C*, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**.

Thám tử Sêlôccôc

Kết quả

(TTT số 163)

GIẢI PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN

Để giải phương trình bậc nhất một ẩn, ẩn nên được tách riêng ở một vế của phương trình. Điều này có thể thực hiện bằng cách thực hiện cùng các phép tính toán học ở cả hai vế phương trình. Nhớ rằng, nếu cộng hoặc trừ đi cùng một số ở hai vế của phương trình, đẳng thức không thay đổi, tương tự nhân hoặc chia cùng một số khác không ở cả hai vế cũng không làm thay đổi đẳng thức. Ví dụ để giải phương trình ẩn x, $\frac{6x-5}{4}=2$, khi đó biến x có thể được tách riêng bằng việc sử dụng các bước sau:

$6x - 5 = 8$ (nhân với 4)

$6x = 13$ (cộng thêm 5)

$x = \frac{13}{6}$ (chia cho 6)

Do đó $x = \frac{13}{6}$ là đáp án.

Nhận xét. Tòa soạn trao quà cho các bạn có lời dịch hay và chính xác là: *Từ Tấn Dũng*, 8A, THPT chuyên Hà Nội - Amsterdam, Cầu Giấy; *Trần Hồng Nhung*, 6G, THCS Hùng Vương, **Hà Nội**; *Nguyễn Cao Tú Anh*, THCS Hồng Bàng, Hồng Bàng, **Hải Phòng**; *Chu Khánh Trang*, 8D, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Mấn Bá Hiếu A*, 7A3, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Lê Hồng Anh*, 8A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**.

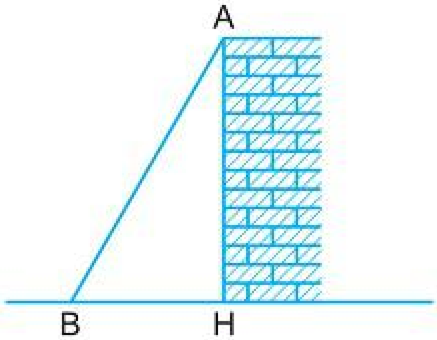
MAI MY

ĐỊNH LÍ PYTAGO

(Tiếp theo TTT2 số 161+162)

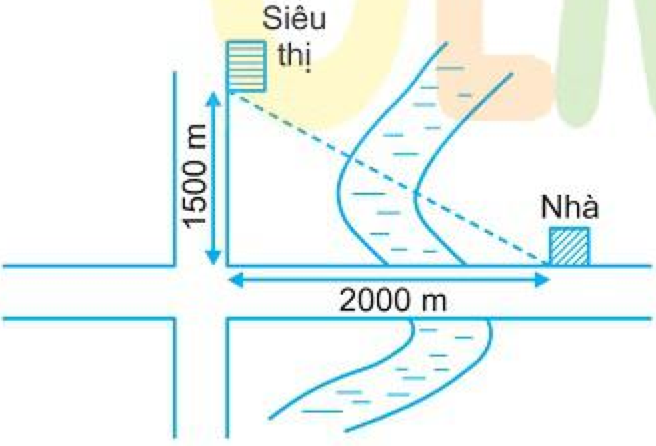
MORIS VŨ

5. Chiếc thang dựa vào tường



Bức tường AH vuông góc với mặt đất. Chiều dài thang AB ta đã biết. Khoảng cách từ điểm B chân thang đến H chân bức tường cũng biết. Vậy có thể tính được độ cao AH mà thang đạt tới theo định lí Pytago: $AH = \sqrt{AB^2 - BH^2}$.

6. Đường chim bay



Nhà Mari cách ngã tư 2000 m và Siêu thị cách ngã tư 1500 m theo đường vuông góc. Có một con đường tắt thẳng từ nhà Mari đến Siêu thị (còn gọi là đường chim bay - đường ngắn nhất). Bản đồ có tỉ lệ xích là 1 : 10000. Con đường tắt đó dài bao nhiêu cm trên bản đồ?

Lời giải. Chiều dài con đường tắt là

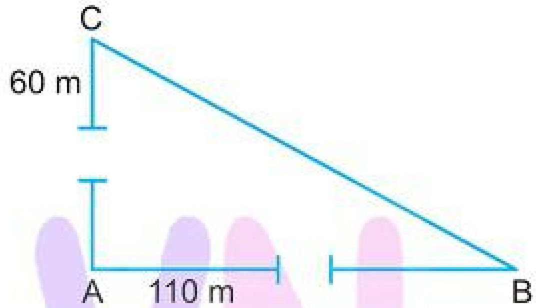
$\sqrt{2000^2 + 1500^2} = 2500$ m.

Từ tỉ lệ xích 1 : 10000 ta có 1 cm bản đồ ứng với 100 m thực tế.

Vậy chiều dài con đường tắt trên bản đồ là 25 cm.

7. Chu vi mảnh đất

Một doanh nghiệp chuẩn bị xây tường rào cho mảnh đất hình tam giác vuông hai cạnh là 60 m và 110 m. Hỏi phải chuẩn bị xây bức tường dài bao nhiêu m nếu để 2 khoảng trống làm cửa dài tổng cộng 9,3 m.



Lời giải. Trước hết phải tính cạnh huyền

$BC = \sqrt{110^2 + 60^2} = \sqrt{15700} \approx 125{,}3$ m.

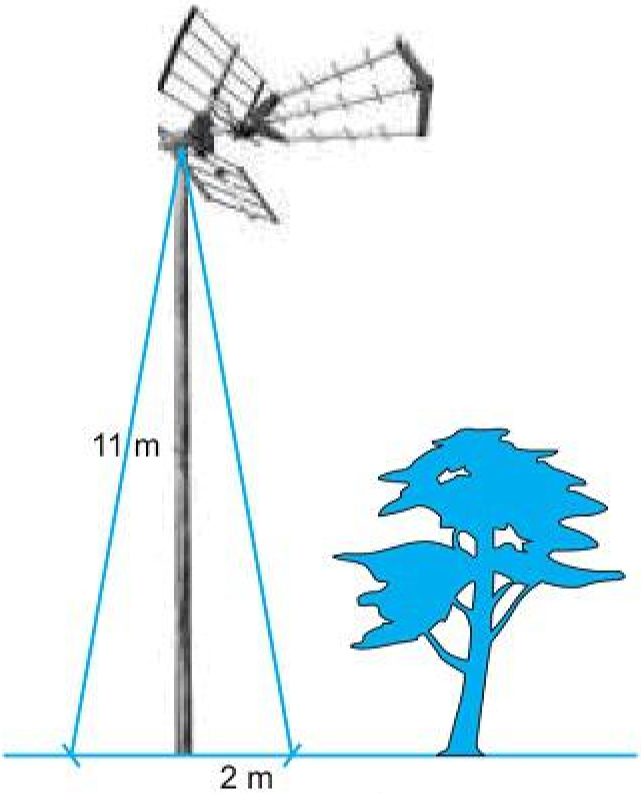
Chu vi bức tường là

$60 + 110 + 125{,}3 = 295{,}3$ m.

Vậy chiều dài bức tường phải xây là

$295{,}3 - 9{,}3 = 286$ m.

8. Dây bảo vệ ăng ten TV



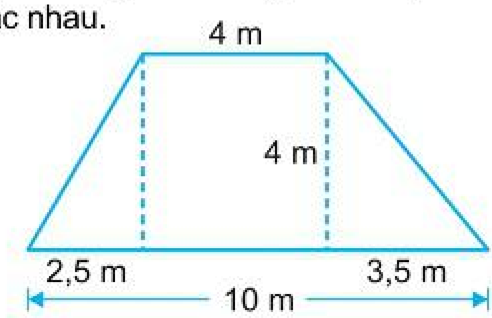
Một ăng ten TV cao 11 m cần chăng dây bảo vệ cột. Khoảng cách từ chân cột đến chỗ dây chạm đất là 2 m. Hỏi chiều dài dây là bao nhiêu?

Lời giải. Áp dụng định lí Pytago

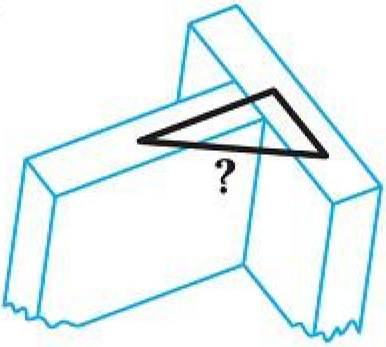
Chiều dài dây: $\sqrt{11^2+2^2}=\sqrt{125}\approx 11{,}2$ m.

Chú ý đây chỉ là phần dây chưa tính nút buộc.

Còn vô vàn các bài toán liên quan đến định lí Pytago. Ví dụ: *Tính mái taluy* của con đê. Chú ý bài này có taluy bên trong đê và ngoài đê với độ dài khác nhau.



Một chi tiết gỗ cần chốt *một ke sắt* để bảo vệ. Nếu hai chiều dài cạnh góc vuông của ke sắt là 20 cm và 10 cm thì chiều dài cạnh huyền của ke sắt là bao nhiêu?



Bạn thấy không, định lí Pytago có rất nhiều ứng dụng trong cuộc sống thường ngày. Bạn hãy tìm nhiều thí dụ khác để hiểu thêm định lí quan trọng và có nhiều ứng dụng này.

(Còn tiếp)

Kết quả (TTT2 số 163)

THẾ CỜ (Kì 84)

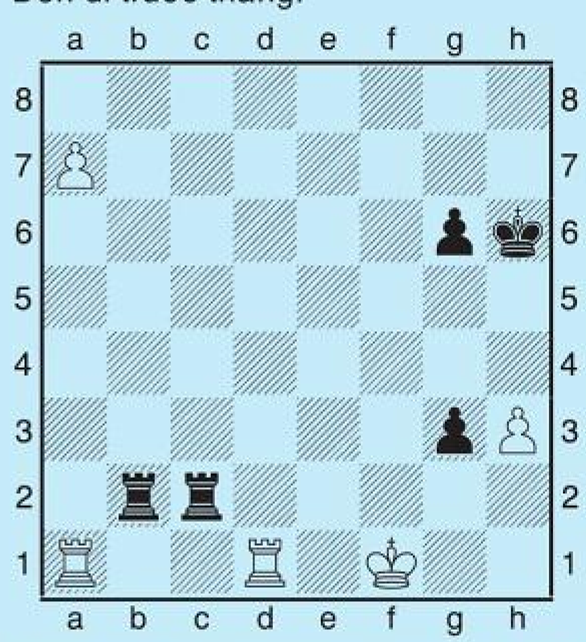
1.♕f8+ ♗xf8 2.♘g7#

Các bạn được thưởng kì này: *Vũ Hải Trúc*, 7A5, THCS Nguyễn Đăng Đạo, TP. Bắc Ninh, **Bắc Ninh**; *Phạm An Khánh*, 9A2, THCS Giảng Võ, Q. Ba Đình, **Hà Nội**; *Đào Ngọc Khánh Linh*, 6A, THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên, **Vĩnh Phúc**; *Phan Nữ Vi Thảo*, 8B, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Phan Văn Bảo Thắng*, 7A, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**.

LÊ THANH TÚ

THẾ CỜ (Kì 86)

Đen đi trước thắng.



LÊ THANH TÚ *(Đại kiện tướng Quốc tế)*

Kì này

CHỨNG MINH
ĐÃ CHUẨN XÁC CHƯA?

Trong một cuốn sách có lời giải một bài toán Số học như sau:

Để bài. Chứng minh rằng nếu $T = 2 + 2\sqrt{12n^2 + 1}$ là số tự nhiên thì T là số chính phương.

Lời giải. Nếu T là số tự nhiên thì $12n^2 + 1$ là số chính phương lẻ.

Giả sử $12n^2 + 1 = (2k - 1)^2$ thì $3n^2 = k(k - 1) \vdots 3$.

Suy ra $k \vdots 3$ hoặc $k - 1 \vdots 3$.

i) Nếu $k \vdots 3$, từ $3n^2 = k(k - 1)$ suy ra $n^2 = \frac{k}{3}(k - 1)$.

Vì $\left(\frac{k}{3}; k - 1\right) = 1$ nên $\frac{k}{3} = c^2$ và $k - 1 = d^2$ $(c, d \in \mathbb{N})$.

Từ đó $3c^2 = d^2 + 1$, suy ra $d^2 = 3c^2 - 1 \equiv 2 \pmod 3$ (vô lí).

ii) Nếu $k - 1 \vdots 3$, từ $3n^2 = k(k - 1)$, suy ra $n^2 = k\frac{k - 1}{3}$.

Vì $\left(k, \frac{k - 1}{3}\right) = 1$ nên $k = m^2, \frac{k - 1}{3} = p^2$ $(m, p \in \mathbb{N})$.

Khi đó $T = 2 + 2(2k - 1) = 4k = 4m^2 = (2m)^2$ là số chính phương.

Theo bạn chứng minh trên đã đúng chưa? Vì sao?

PHAN TRẦN HƯỚNG
(HS lớp 11 toán, THPT Quốc học Huế, Thừa Thiên - Huế)

Kết quả

LỜI GIẢI CÓ ĐẸP KHÔNG? (TTT2 số 163)

Lời giải chưa đẹp ở hai chỗ:

* Biến đổi đến phân thức có mẫu là 3BC – 5AB, nhưng phân thức chỉ có nghĩa khi mẫu khác 0.

* Từ bất đẳng thức $\frac{3AC - 5AH}{3BC - 5AB} < 1$ suy ra $3AC - 5AH < 3BC - 5AB$, nhưng điều đó chỉ xảy ra khi $3BC - 5AB > 0$.

Một lời giải đúng:

Từ $5AB.AC = 5AH.BC$ có $3BC.AC - 5AB.AC = 3BC.AC - 5AH.BC$, hay là

$(3BC - 5AB)AC = (3AC - 5AH)BC$. (*)

Xét 3 trường hợp sau:

● TH1. Nếu $3BC - 5AB = 0$ hay là $3BC = 5AB$ thì $3AC = 5AH$.

Suy ra $5AB + 3AC = 5AH + 3BC$.

● TH2. Nếu $3BC - 5AB > 0$, mà $BC > AC$ thì từ (*) có $(3BC - 5AB)BC > (3BC - 5AB)AC = (3AC - 5AH)BC$.

Suy ra $3BC - 5AB > 3AC - 5AH$.

Do đó $5AB + 3AC < 5AH + 3BC$.

● TH3. Nếu $3BC - 5AB < 0$, mà $BC > AC$ thì từ (*) ta có $5AH - 3AC > 0$ và

$(5AB - 3BC)AC = (5AH - 3AC)BC > (5AH - 3AC)AC$.

Từ đó $5AB - 3BC > 5AH - 3AC$.

Suy ra $5AB + 3AC > 5AH + 3BC$.

Kết luận

* Nếu $3BC = 5AB$ thì $5AB + 3AC = 5AH + 3BC$.
* Nếu $3BC > 5AB$ thì $5AB + 3AC < 5AH + 3BC$.
* Nếu $3BC < 5AB$ thì $5AB + 3AC > 5AH + 3BC$.

Nhận xét. Các bạn có thể lập luận bằng cách xét dãy các tỉ số bằng nhau nhưng vẫn phải xét 3 trường hợp như trên. Các bạn sau đã chỉ ra đúng những chỗ sai trong bài giải của học sinh ở để ra và giải lại đúng, được nhận phần thưởng là: *Phan Quang Huy*, *Nguyễn Trung Thế*, 9A1, THCS Chất Lượng Cao Mai Sơn, thị trấn Hát Lót, Mai Sơn, **Sơn La**; *Nguyễn Đức Phú*, 9A1, THCS Nghi Hương, TX. Cửa Lò, **Nghệ An**.

ANH KÍNH LÚP

TRẬN ĐẤU THỨ MỘT TRĂM BỐN MƯƠI MỐT

Người thách đấu: *Trần Xuân Đáng*, GV. THPT chuyên Lê Hồng Phong, **Nam Định**.

Bài toán thách đấu: Cho tam giác ABC. Đường tròn (I) nội tiếp tam giác ABC, tiếp xúc với BC, CA, AB thứ tự tại D, E, F. Đường thẳng đi qua B song song với DF cắt các đường thẳng EF, DE thứ tự tại M, N. Gọi H là giao điểm của IB và DF. Chứng minh rằng H là trực tâm của tam giác MIN.

Xuất xứ: Sáng tác.

Thời hạn: Trước ngày 08.01.2017 theo dấu bưu điện.

Kết quả TRẬN ĐẤU THỨ MỘT TRĂM BA MƯƠI CHÍN (TTT2 số 163)

Bổ đề. Cho tam giác ABC không cân tại A và điểm T thuộc đường trung trực của BC. Khi đó T thuộc đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC khi và chỉ khi T thuộc phân giác trong của $\widehat{BAC}$ hoặc T thuộc phân giác ngoài của $\widehat{BAC}$.

Chứng minh bổ đề trên không khó bạn đọc tự chứng minh.

Trở lại giải bài toán thách đấu.

a) Gọi X, Y theo thứ tự là hình chiếu của B trên AQ và C trên AP; E là hình chiếu của M trên AP và F là hình chiếu của M trên trên AQ.

Ta có các tứ giác ABKX, ACLY nội tiếp.

Vì PQ // BC nên $\widehat{BAX} = \widehat{BAQ} = \widehat{CAP} = \widehat{CAY}$.

Suy ra $\widehat{AKX} = \widehat{ABX} = 90^o - \widehat{BAX}$

$= 90^o - \widehat{CAY} = \widehat{ACY} = \widehat{ALY} = \widehat{XLY}$.

Do đó tứ giác XKYL nội tiếp. (1)

Ta lại có BK // CY // ME, ME $\perp$ KY và CL // BX // MF, MF $\perp$ MX.

Từ đó kết hợp với M là trung điểm của BC, theo định lí Thales thì ME, MF thứ tự là đường trung trực của KY, LX. (2)

Từ (1) và (2) suy ra MK = ML. (3)

Dễ thấy các tứ giác AKHB, AHLC nội tiếp.

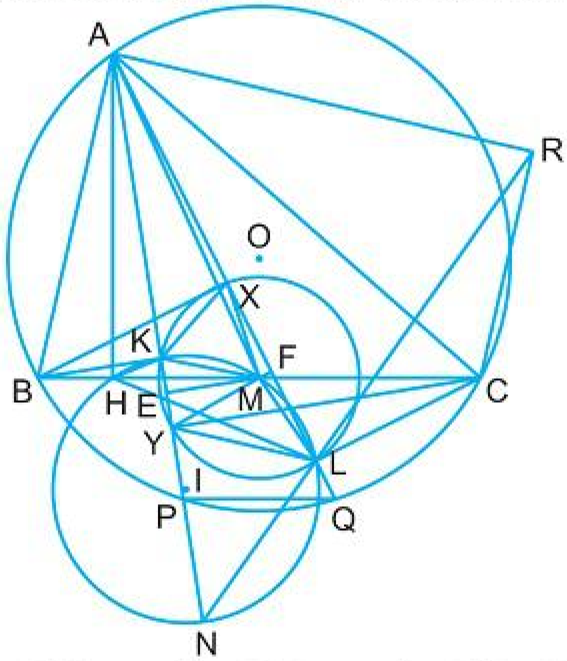
Từ đó kết hợp với PQ // BC, suy ra

$\widehat{KHM} = \widehat{BAK} = \widehat{BAP} = \widehat{CAQ} = \widehat{CAL} = \widehat{CHL}$. (4)

Từ (3) và (4), theo bổ đề trên, suy ra H, M, K, L cùng thuộc một đường tròn tâm I.

b) Gọi R là giao điểm của NL và đường thẳng qua C song song với AB. Chú ý rằng các tứ giác MKNL, AXKB nội tiếp; tam giác MKX cân tại M; K, X thứ tự là hình chiếu của B trên AP, AQ và $\widehat{PAB} = \widehat{QAC}$.

Giả sử tia KX nằm giữa các tia KA và KM (Chứng minh tương tự cho các trường hợp khác).



$\widehat{ALR} = \widehat{NKM} = 180^o - \widehat{AKM} = 180^o - \widehat{AKX} - \widehat{XKM}$

$= 180^o - \widehat{ABX} - \widehat{KXM} = 180^o - \widehat{ABX} - \widehat{KBA}$

$= (90^o - \widehat{ABX}) + (90^o - \widehat{KBA}) = \widehat{BAX} + \widehat{KAB}$

$= \widehat{BAQ} + \widehat{PAB} = \widehat{BAQ} + \widehat{QAC} = \widehat{BAC} = \widehat{ACR}$.

Do đó tứ giác ALCR nội tiếp.

Suy ra $\widehat{ARC} = 180^o - \widehat{ALC} = 180^o - 90^o = 90^o$.

Từ đó R là hình chiếu của A trên đường thẳng qua C song song với AB.

Vậy điểm R cố định. Suy ra đpcm.

NGUYỄN MINH HÀ

SỬ DỤNG PHƯƠNG PHÁP TRỤC CĂN THỨC ĐỂ GIẢI PHƯƠNG TRÌNH, BẤT PHƯƠNG TRÌNH, HỆ PHƯƠNG TRÌNH

KIỀU QUANG CƯỜNG
(GV. THPT Thanh Ba, Thanh Ba, Phú Thọ)

Trong kì thi học sinh giỏi lớp 9 THCS, thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT và THPT chuyên thường xuất hiện một số bài toán về giải phương trình, bất phương trình và hệ phương trình mà cách giải phải dùng đến phép trục căn thức ở tử số để làm xuất hiện nhân tử chung. Để các bạn học sinh được làm quen với dạng toán này chúng tôi xin đưa ra một số ví dụ minh họa.

1. Phương trình

Ví dụ 1. Giải phương trình

$2x^2-x-3=\sqrt{2-x}$. (1)

Lời giải. ĐKXĐ $x\le 2$. (2)

Ta có

$$(1)\Leftrightarrow 2(x^2-x-1)+x-1-\sqrt{2-x}=0$$

$$\Leftrightarrow 2(x^2-x-1)+\frac{x^2-x-1}{x-1+\sqrt{2-x}}=0$$

$$\Leftrightarrow (x^2-x-1)\left[2+\frac{1}{x-1+\sqrt{2-x}}\right]=0.$$

Từ (1) suy ra

$$2x^2-x-3=(x+1)(2x-3)\ge 0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x\le -1\\ x\ge \dfrac{3}{2}\end{array}\right. \quad (3)$$

Với x thỏa mãn (2) và (3) thì $2+\dfrac{1}{x-1+\sqrt{2-x}}>0$.

Do đó phương trình đã cho tương đương với $x^2-x-1=0\Leftrightarrow x=\dfrac{1\pm\sqrt{5}}{2}$.

Kết hợp với (2) và (3) thì phương trình có nghiệm là $x=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$.

Ví dụ 2. Giải phương trình

$\sqrt{3x+1}-\sqrt{6-x}+3x^2-14x-8=0$. (1)

Lời giải. ĐKXĐ $-\dfrac{1}{3}\le x\le 6$. (2)

Ta có

$$(1)\Leftrightarrow \sqrt{3x+1}-4+1-\sqrt{6-x}+3x^2-14x-5=0$$

$$\Leftrightarrow \frac{3(x-5)}{\sqrt{3x+1}+4}+\frac{x-5}{1+\sqrt{6-x}}+(x-5)(3x+1)=0$$

$$\Leftrightarrow (x-5)\left[\frac{3}{\sqrt{3x+1}+4}+\frac{1}{1+\sqrt{6-x}}+3x+1\right]=0.$$

Vì $-\dfrac{1}{3}\le x\le 6$ nên

$$\frac{3}{\sqrt{3x+1}+4}+\frac{1}{1+\sqrt{6-x}}+3x+1>0.$$

Phương trình có nghiệm duy nhất $x=5$.

Ví dụ 3. Giải phương trình

$\sqrt[3]{x^2}-2\sqrt[3]{x}-(x-4)\sqrt{x-7}-3x+28=0$. (1)

Lời giải. ĐKXĐ $x\ge 7$.

Ta có

$$(1)\Leftrightarrow \sqrt[3]{x}(\sqrt[3]{x}-2)-(x-4)(\sqrt{x-7}-1)-(4x-32)=0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt[3]{x}.\frac{x-8}{\sqrt[3]{x^2}+2\sqrt[3]{x}+4}-(x-4)\frac{x-8}{\sqrt{x-7}+1}-4(x-8)=0$$

$$\Leftrightarrow (x-8)\left[\frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x^2}+2\sqrt[3]{x}+4}-\frac{x-4}{\sqrt{x-7}+1}-4\right]=0.$$

Với $x\ge 7$ thì

$$A=\frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x^2}+2\sqrt[3]{x}+4}-\frac{x-4}{\sqrt{x-7}+1}-4<1-0-4=-3<0.$$

Do đó phương trình có nghiệm là $x=8$.

2. Bất phương trình

Ví dụ 4. Giải bất phương trình

$\sqrt{x+2}+\sqrt{x+7}\ge x^2+2x-3$. (1)

Lời giải. ĐKXĐ $x\ge -2$.

Ta có

$$(1)\Leftrightarrow \sqrt{x+2}-2+\sqrt{x+7}-3\ge x^2+2x-8$$

$$\Leftrightarrow (x-2)\left[\frac{1}{\sqrt{x+2}+2}+\frac{1}{\sqrt{x+7}+3}-x-4\right]\ge 0.$$

Do $x\ge -2$ nên

$$\frac{1}{\sqrt{x+2}+2}+\frac{1}{\sqrt{x+7}+3}-(x+2)-2<0.$$

Vậy bất phương trình có nghiệm $-2 \le x \le 2$.

Ví dụ 5. Giải bất phương trình

$$3\sqrt{x+2}+\sqrt{2x+5} \le x^3+5x^2-2x-15. \quad (1)$$

Lời giải. ĐKXĐ $x \ge -2$.

- Xét $x=-2$, thay vào (1) thỏa mãn.
- Xét $x>-2$, ta có

$$(1) \Leftrightarrow 3(\sqrt{x+2}-2)+\sqrt{2x+5}-3 \le x^3+5x^2-2x-24$$

$$\Leftrightarrow \frac{3(x-2)}{\sqrt{x+2}+2}+\frac{2(x-2)}{\sqrt{2x+5}+3} \le (x-2)(x^2+7x+12)$$

$$\Leftrightarrow (x-2)\left[\frac{3}{\sqrt{x+2}+2}+\frac{2}{\sqrt{2x+5}+3}-(x+3)(x+4)\right] \le 0.$$

Do $x+2>0$ nên

$$\frac{3}{\sqrt{x+2}+2}+\frac{2}{\sqrt{2x+5}+3}-(x+3)(x+4)$$

$$<\frac{3}{2}+\frac{2}{4}-1.2=0.$$

Bất phương trình có nghiệm là $x=-2$, $x \ge 2$.

Ví dụ 6. Giải bất phương trình

$$(x+1)\sqrt{x+2}+(x+6)\sqrt{x+7} \ge x^2+7x+12. \quad (1)$$

Lời giải. ĐKXĐ $x \ge -2$. Ta có

$$(x+1)(\sqrt{x+2}-2)+(x+6)(\sqrt{x+7}-3)-(x^2+2x-8) \ge 0$$

$$\Leftrightarrow (x-2)\left[\frac{x+1}{\sqrt{x+2}+2}+\frac{x+6}{\sqrt{x+7}+3}-x-4\right] \ge 0.$$

Vì $x \ge -2$ nên

$$\left(\frac{x+1}{\sqrt{x+2}+2}-\frac{x+2}{2}\right)+\left(\frac{x+6}{\sqrt{x+7}+3}-\frac{x+6}{2}\right)<0$$

Vậy bất phương trình có nghiệm $-2 \le x \le 2$.

3. Hệ phương trình

Ví dụ 7. Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} \sqrt{x(9-y^2)}+y\sqrt{9-x}=9 & (1) \\ y^3-2y-2=2\sqrt{x-4} & (2) \end{cases}$$

Lời giải. ĐKXĐ $4 \le x \le 9$, $-3 \le y \le 3$.

Ta có

$$\sqrt{x(9-y^2)}+y\sqrt{9-x} \le \frac{x+9-y^2}{2}+\frac{y^2+9-x}{2}=9.$$

Suy ra $(1) \Leftrightarrow \begin{cases} x=9-y^2 \\ y \ge 0 \end{cases}$ (3)

Thay (3) vào (2) ta được

$$y^3-2y-4+2\left(1-\sqrt{5-y^2}\right)=0$$

$$\Leftrightarrow (y-2)\left[y^2+2y+2+\frac{2(y+2)}{1+\sqrt{5-y^2}}\right]=0.$$

Vì $y \ge 0$ nên $y^2+2y+2+\frac{2(y+2)}{1+\sqrt{5-y^2}}>0$, từ đó $y-2=0$ hay $y=2$. Suy ra $x=5$.

Kết hợp với ĐKXĐ thì hệ phương trình có nghiệm $(x; y)=(5; 2)$.

Ví dụ 8. Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} y^3-(1+3x)y^2+3xy-3x+y=0 & (1) \\ x^2+9x+20=2\sqrt{y+10} & (2) \end{cases}$$

Lời giải. ĐKXĐ $y \ge -10$.

Ta có $(1) \Leftrightarrow (y-3x)(y^2-y+1)=0 \Leftrightarrow y=3x$.

Thay vào (2) ta được

$$x^2+9x+18=2\sqrt{3x+10}-2$$

$$\Leftrightarrow (x+3)(x+6)=\frac{6(x+3)}{\sqrt{3x+10}+1}$$

$$\Leftrightarrow (x+3)\left(x+6-\frac{6}{\sqrt{3x+10}+1}\right)=0.$$

- Xét $x+3=0 \Leftrightarrow x=-3$ thì $y=-9$.
- Xét $x+6=\frac{6}{\sqrt{3x+10}+1}$. (3)

* Nếu $x>-3$ thì $\frac{6}{\sqrt{3x+10}+1}<3<x+6$, suy ra (3) vô nghiệm.

* Nếu $-\frac{10}{3} \le x \le -3$ thì $\frac{6}{\sqrt{3x+10}+1}>3 \ge x+6$, suy ra (3) vô nghiệm.

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y)=(-3; -9)$.

Bài tập

Bài 1. Giải phương trình

a) $\sqrt{2x-1}-\sqrt{9-x}+2x^2-9x-6=0$;

b) $\sqrt{x-2}+\sqrt{4-x}=2x^2-5x-1$.

Bài 2. Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^3+y^3+7xy(x+y)=8xy\sqrt{2(x^2+y^2)} \\ \sqrt{x}-\sqrt{2y-3}=6-2y. \end{cases}$$

AUSTRALIAN MATHEMATICS COMPETITION AMC 2014

SENIOR DIVISION

AUSTRALIAN SCHOOL YEARS 9 AND 10

Time allowed: ***75 minutes***

(Tiếp theo kì trước)

ĐỖ TRUNG KIÊN

(Sưu tầm và giới thiệu)

18. Two machines move at constant speeds around a circle of circumference 600 cm, starting together from the same point. If they travel in the same direction then they next meet after 20 seconds, but if they travel in opposite directions then they next meet after 5 seconds. At what speed, in centimetres per second, is the faster one travelling?

(A) 60 (B) 65 (C) 70
(D) 75 (E) 85

19. The equation $x^2 - kx + 374 = 0$ has two integer solutions. How many distinct values of k are possible?

(A) 2 (B) 4 (C) 6
(D) 8 (E) 10

20. Given that $f_1(x) = \frac{x}{x+1}$ and $f_{n+1}(x) = f_1(f_n(x))$, then $f_{2014}(x)$ equals

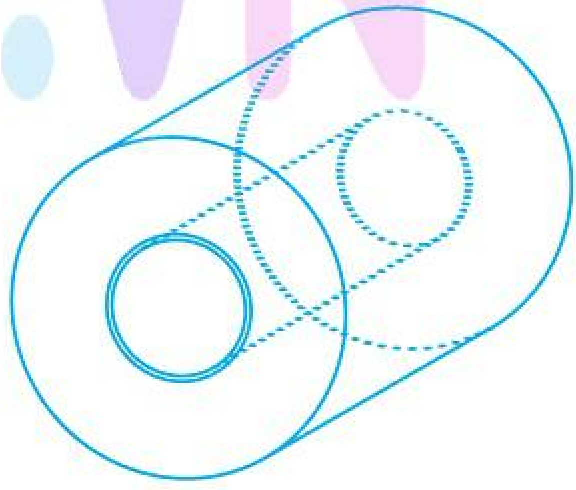
(A) $\frac{x}{2014x+1}$ (B) $\frac{2014x}{2014x+1}$ (C) $\frac{x}{x+2014}$
(D) $\frac{2014x}{x+1}$ (E) $\frac{x}{2014(x+1)}$

Questions 21 to 25, 5 marks each

21. Starting with $\frac{2}{3}$ of a tank of fuel, I set out to drive the 550 km from Scone to Canberra. At Morisset, 165 km from Scone, I have $\frac{1}{2}$ of a tank remaining. If I continue with the same fuel consumption per kilometre and without refuelling, what happens?

(A) I will arrive in Canberra with $\frac{1}{9}$ of a tank to spare.
(B) I will arrive in Canberra with $\frac{1}{20}$ of a tank to spare.
(C) I will run out of fuel precisely when I reach Canberra.
(D) I will run out of fuel 110 km from Canberra.
(E) I will run out of fuel 220 km from Canberra.

22. Thanom has a roll of paper consisting of a very long sheet of thin paper tightly rolled around a cylindrical tube, forming the shape indicated in the diagram. Initially, the diameter of the roll is 12 cm and the diameter of the tube is 4 cm. After Thanom uses half of the paper, the diameter of the remaining roll is closest to



(A) 6 cm (B) 8 cm (C) 8.5 cm
(D) 9 cm (E) 9.5 cm

23. For every 100 people living in the town of Berracan, 50 live in two-person households, 30 live in three-person households and 20 live in four-person households. What is the average number of people living in a household?

(A) 2.0 (B) 2.5 (C) 2.7
(D) 2.8 (E) 3.0

(Kì sau đăng tiếp)

CHỨNG MINH ĐỊNH LÍ VỀ TÍNH CHẤT ĐƯỜNG PHÂN GIÁC TRONG TAM GIÁC BẰNG NHIỀU CÁCH

MAI TUẤN ANH

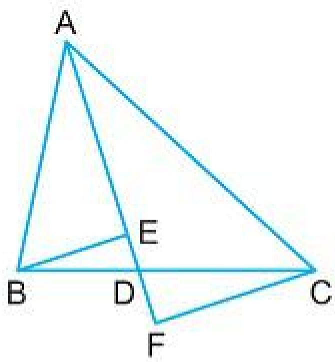
(GV. THCS Nga Điền, Nga Sơn, Thanh Hóa)

Sau đây chúng tôi xin giới thiệu một số cách chứng minh một định lí trong sách giáo khoa.

Định lí. Trong một tam giác, đường phân giác trong chia cạnh đối diện thành hai đoạn thẳng tỉ lệ với hai cạnh kề với nó.

Không mất tổng quát ta xét ΔABC có đường phân giác trong AD và $\widehat{ABC} > \widehat{ACB}$ và sẽ chứng minh $\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC}$. Khi $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$ thì AB = AC nên DB = DC.

Cách 1.



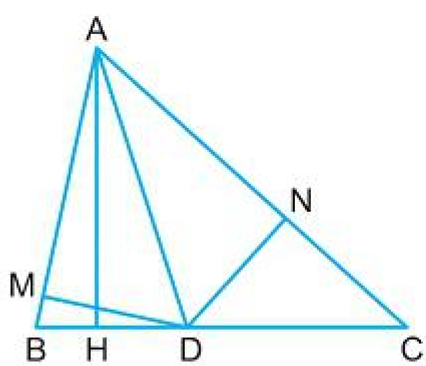
Hạ $BE \perp AD$, $CF \perp AD$.

Vì $\Delta AEB \backsim \Delta AFC$ nên $\frac{EB}{FC} = \frac{AB}{AC}$. (1)

Vì $\Delta DEB \backsim \Delta DFC$ nên $\frac{DB}{DC} = \frac{EB}{FC}$. (2)

Từ (1) và (2), suy ra $\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC}$.

Cách 2.

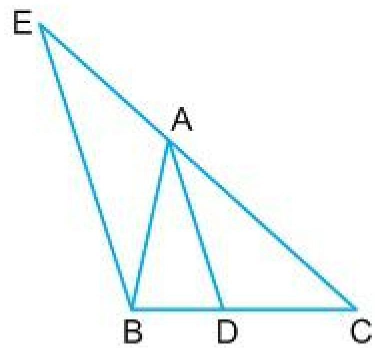


Hạ $AH \perp BC$, $DM \perp AB$, $DN \perp AC$.

Ta có

$$\frac{DB}{DC} = \frac{\frac{1}{2}.AH.DB}{\frac{1}{2}.AH.DC} = \frac{S_{ABD}}{S_{ACD}} = \frac{\frac{1}{2}.AB.DM}{\frac{1}{2}.AC.DN} = \frac{AB}{AC}.$$

Cách 3.



Qua B kẻ đường thẳng song song với AD cắt tia đối của tia AC tại E.

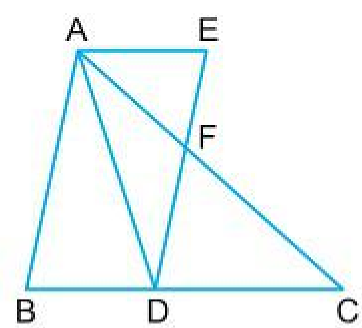
Ta có $\widehat{AEB} = \widehat{CAD} = \widehat{BAD} = \widehat{ABE}$.

Suy ra ΔABE cân tại A, từ đó AE = AB.

Áp dụng định lí Thales ta có

$\frac{DB}{DC} = \frac{AE}{AC} = \frac{AB}{AC}$.

Cách 4.



Vẽ hình bình hành ABDE, ta có AE // BC, DE // BA và BD = AE.

Ta có $\widehat{FDA} = \widehat{BAD} = \widehat{FAD}$.

Suy ra ΔFAD cân tại F nên FA = FD.

Áp dụng hệ quả của định lí Thales ta có

$\frac{DB}{DC} = \frac{AE}{DC} = \frac{AF}{FC} = \frac{DF}{FC} = \frac{AB}{AC}$.

Các bạn hãy tìm thêm các cách chứng minh cho định lí trên nhé.

Bài 16NS. Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn $x^2 + y^2 + 10xy = -2x^2y^2$.

TRƯƠNG QUANG AN

(GV. THCS Nghĩa Thắng, Tư Nghĩa, Quảng Ngãi)

Bài 17NS. Cho các số dương x, y, z thỏa mãn xyz = 1.

Chứng minh rằng $\dfrac{x^3}{(1+y)^2} + \dfrac{y^3}{(1+z)^2} + \dfrac{z^3}{(1+x)^2} \geq \dfrac{3}{4}$.

NGUYỄN TUẤN NGỌC

(GV. THPT chuyên Tiền Giang)

Bài 18NS. Cho đường tròn (O) nội tiếp hình vuông ABCD. Lấy các điểm E, F thứ tự trên các cạnh BC, CD sao cho EF tiếp xúc với đường tròn (O). Gọi H, K thứ tự là giao điểm của EF với các đường thẳng AB, AD. Gọi I là giao điểm của HD và BC. Chứng minh rằng AI // OE.

CHU TUẤN *(GV. THCS Nguyễn Thượng Hiền, Ứng Hòa, Hà Nội)*

Kết quả CUỘC THI GIẢI TOÁN DÀNH CHO NỮ SINH (TTT2 số 163)

Bài 10NS. Cộng theo vế các đẳng thức đã cho ta được $(|x - 2y| - x) + (|y - 2z| - y) + (|z - 2x| - z)$
$= 2x^2 + 4y + 6z^3 - 1$. (1)

Ta thấy $|x - 2y| - x$ là số chẵn với mọi số nguyên x, y.

Tương tự với số hạng chứa y, chứa z. Từ đó vế trái của (1) là số chẵn. Mà vế phải của (1) là số lẻ.

Vậy không tồn tại các số nguyên x, y, z thỏa mãn các đẳng thức đã cho.

Nhận xét. Các bạn có lời giải đúng: *Vũ Linh Chi, Nguyễn Thu Hiền, Bùi Thị Quỳnh, Bùi Thùy Linh*, 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Phạm Thị Kiều Trang*, 9A2, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**; *Trần Như Quỳnh, Nguyễn An Na, Phạm Hiếu Ngân, Phạm Huyền Trang, Nguyễn Hải Ly, Bùi Thị Minh Thư*, 8A; *Phạm Thị Khánh Huyền, Vũ Mỹ Duyên, Nguyễn Thị Việt Trà*, 7B, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**.

Bài 11NS. Ta có a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác nên $a, b, c > 0$, $a + b > c$, $a + c > b$, $b + c > a$. (1)

Mặt khác, nếu $0 < x < y$ và $n > 0$ thì

$\dfrac{x}{y} - \dfrac{x+n}{y+n} = \dfrac{n(x-y)}{y(y+n)} < 0 \Rightarrow \dfrac{x}{y} < \dfrac{x+n}{y+n}$. (2)

Áp dụng (1) và (2), ta có

$$\frac{a+b}{3a+c} + \frac{a+c}{3a+b} + \frac{2a}{2a+b+c} < \frac{a+b}{2a+b} + \frac{a+c}{2a+c} + \frac{2a}{2a+b+c}$$
$$< \frac{a+b+c}{2a+b+c} + \frac{a+b+c}{2a+b+c} + \frac{2a}{2a+b+c} = 2.$$

Nhận xét. Các bạn có lời giải đúng: *Vũ Linh Chi, Bùi Thị Quỳnh*, 9A3; *Phạm Thu Hoài*, 6A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**.

Bài 12NS. *Bạn đọc tự vẽ hình.*

Gọi M là giao điểm của AD và EF.

Vẽ $AK \perp EF$, $DI \perp EF$, suy ra AK // DI. Từ $\widehat{A} = 60^o$ có $\widehat{AEF} = 60^o$.

$\Delta AEF \backsim \Delta ABC$ nên

$\dfrac{S_{AEF}}{S_{ABC}} = \left(\dfrac{AE}{AB}\right)^2 = \dfrac{1}{4} = \dfrac{S_{DEF}}{S_{ABC}} \Rightarrow AK = DI$.

Suy ra AKDI là hình bình hành, từ đó $AM = \dfrac{AD}{2}$. (3)

Mà $\left(\dfrac{AK}{AD}\right)^2 = \dfrac{S_{AEF}}{S_{ABC}} = \dfrac{1}{4} \Rightarrow \dfrac{AK}{AD} = \dfrac{1}{2}$. (4)

Từ (3) và (4) suy ra AM = AK, suy ra $K \equiv M$.

Do đó EF // BC, từ đó ta chứng minh được ABC là tam giác đều.

Vậy $S_{ABC} = \dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2$.

Nhận xét. Các bạn có lời giải đúng: *Vũ Linh Chi*, 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Nguyễn Trúc Quỳnh*, 9A2, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**; *Trần Như Quỳnh, Nguyễn An Na, Phạm Hiếu Ngân, Phạm Huyền Trang, Nguyễn Hải Ly, Bùi Thị Minh Thư*, 8A, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**.

Các bạn sau được thưởng kì này: *Trần Như Quỳnh, Nguyễn An Na, Phạm Huyền Trang, Nguyễn Hải Ly, Bùi Thị Minh Thư*, 8A, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Bùi Thị Quỳnh*, 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**.

Ảnh các bạn được thưởng ở bìa 4.

NGUYỄN HIỆP

MATHEMATICAL INDUCTION

(QUY NẠP TOÁN HỌC)

VŨ KIM THỦY

1. We wish to prove that a proposition or a statement (or a formula) P_n is true for all integral values of n greater than or equal to some integer m. There is an extended version of mathematic induction that can be used to accomplish this. The inductive step 3 remains essentially in unchanged, and in step 2 we simply replace P_1 by P_m $(m \geq 1)$.

The steps are:

Step 1. Let m be an integer. For each integer $n \geq m$, let P_n be the proposition or a statement (or a formula).

Step 2. Show that P_m is true.

Step 3. Assume the proposition is true for some integer $k \geq m$, where $k \in \mathbb{Z}^+$. Then prove that P_{k+1} is true.

Step 4. Combining step 2 and step 3 we have a conclusion: Since P_m is true and P_k is true, deduce that P_{k+1} is true, by mathematical induction, the proposition P_n is true for all integer $n \geq m$.

Example.

Prove by induction that $3^{4n-2} + 17^n + 22$ is divisible by 16 for every positive integer n.

Prove.

Step 1. Let P_n be $3^{4n-2} + 17^n + 22 \vdots 16$ for every positive integer n.

Step 2. P_1 is $3^{4-2} + 17 + 22 \vdots 16$ because

$3^{4-2} + 17 + 22 = 48$.

Therefore P_1 is true.

2. Math terms

proposition	mệnh đề
statement	mệnh đề, câu
formula	công thức
assume	giả sử
combining	hợp lại, tổ hợp lại
conclusion	kết luận
divisible by	chia hết cho

3. Practice

Nhiệm vụ của bạn: *Dịch đoạn bài nói về Quy nạp toán học. Dựa vào các từ đã cho và 4 bước của lí thuyết, hãy viết tiếp Step 3, Step 4 cho proof trên. Bài viết tốt và gửi sớm sẽ có phần thưởng.*

HOẠT ĐỘNG CLB TOÁN TUỔI THƠ

VŨ NAM TRỰC
(Hà Đông, Hà Nội)

Các bạn hãy trả lời các câu hỏi sau và gửi về tòa soạn nhé.

1. How old do you think is the history of mathematics?

2. Which problem is considered human's first knowledge about mathematics?

3. In which place was mathematics first born?

4. Which work demonstrates the development of mathematics and earliest human knowledge about mathematics?

5. List some of the ancient mathematicians that you know.

6. Can you list some of the well-known problems in mathematics?

7. Do you know of any well-known ancient books in mathematics?

8. Do you understand what the sentence "*To draw figures, we need a ruler and a compass*" mean?

9. Was the number π discovered in the years before Christ or in the years A.D.?

10. What do you know about Arabic numerals?

11. And here is a difficult question: What is mathematics?

ĐỀ THI CÂU LẠC BỘ TTT

NGUYỄN ĐỨC TẤN
(TP. Hồ Chí Minh)

Kì 3

CLB11. Given an integer n. Prove that $n^2(n+1)^2 + (n+1)^2 + n^2$ is a perfect square.

CLB12. Let a, b, and c be the lengths of the sides of a triangle ABC. Given that $(a + b - c)^2 = a^2 + b^2 - c^2$. Prove that ABC is an isosceles triangle.

CLB13. Let a, b, c, d, e, and f be distinct positive integers in the set {1; 3; 7; 2016; 2017; 2018}. Find the maximum value of the expression $S = |a - b| + |c - d| + |e - f|$.

CLB14. Find the integers x and y such that $x^3 - x - 23 = 3^y$.

CLB15. Consider a convex quadrilateral ABCD having $AC \geq BD$ and an area of 1 unit. What is the minimum value of the length of AC.

Kết quả (TTT2 số 163)

Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ

CLB1. $P(x) = \frac{1}{3}x - \frac{2}{3}$.

CLB2. Tuổi các người con là 3, 7, 11 và 15.

CLB3. $\text{Min}E = \frac{5}{2}$ khi $x = y = 1$.

CLB4. $M < 2$.

CLB5. $\frac{S_{ABFE}}{S_{CDEF}} = \frac{5}{27}$.

Nhận xét. Bạn có lời giải tốt cả năm bài toán và được thưởng kì này: *Nguyễn Trung Thế*, 9A1, THCS Chất Lượng Cao Mai Sơn, thị trấn Hát Lót, Mai Sơn, **Sơn La**.

NGUYỄN HIỆP

VIỆT NAM

NHỮNG CON SỐ VÀ ĐỊA DANH

VŨ NAM ĐỊNH

Diện tích nước ta gần 333 000 km^2, dân số khoảng 93 000 000, người đứng thứ 13 trên thế giới.

Vị trí địa lí: kinh độ đông từ 102°08' đến 109°28', vĩ độ bắc từ 8°02' đến 23°22' và 2 quần đảo Hoàng Sa, Trường Sa. Cả nước có hơn 3000 đảo. Các đảo chính ngoài hai quần đảo trên: Cái Bầu, Cát Bà, Bạch Long Vĩ, hòn Mê, Cồn Cỏ, Cù lao Chàm, Phú Quý, Côn Sơn, hòn Khoai, hòn Rái, hòn Tre, hòn Nghệ, Phú Quốc, Thổ Chu...

Chiều dài bờ biển: 3300 km.

Biên giới đất liền: 3730 km.

Có 3 nước láng giềng chung biên giới đất liền: Trung Quốc, Lào, Campuchia.

Chỗ rộng nhất từ tây sang đông ở miền Bắc là 600 km, chỗ hẹp nhất ở miền Trung là 50 km.

Các sông lớn: sông Hồng, sông Đà, sông Lô, sông Chảy, sông Cầu, sông Thương, sông Lục Nam, sông Thái Bình, sông Bạch Đằng, sông Luộc, sông Đáy, sông Đào, sông Ninh Cơ, sông Mã, sông Cả, sông Rào Nậy, sông Cái Quảng Nam, sông Cái Khánh Hòa, sông Ba - Đà Rằng, sông Đồng Nai, sông Vàm Cỏ, sông Sài Gòn, sông Tiền, sông Hậu. Sông ngầm Sơn Trạch, Phong Nha 11 km...

Các núi cao: Phanxipăng 3143 m, Pusilung 3076 m.

Đồng bằng Nam bộ 39 500 km^2, Đồng bằng Bắc bộ 15 000 km^2.

Các cảng biển chính: Hải Phòng, Cái Lân, Hải Thịnh, Cửa Lò, Bến Thủy, Đà Nẵng, Quy Nhơn, Cam Ranh, Vũng Tàu, Sài Gòn, Cần Thơ,...

Di sản văn hóa và tự nhiên: Yên Tử, đền Trần, chùa Tháp Phổ Minh, Phủ Giầy, Văn Miếu, Vịnh Hạ Long, Tam Cốc Bích Động, Tràng An, nhà thờ Bùi Chu, động Phong Nha kinh thành Huế, phố cổ Hội An, thánh địa Mỹ Sơn,...

Các khu rừng, vườn quốc gia: Rừng Cúc Phương, rừng ngập mặn Xuân Thủy Ramsa, vườn quốc gia Ba Bể, rừng nguyên sinh Na Hang, khu di tích đền Hùng, rừng nguyên sinh Khe Rỗ, khu bảo tồn Pù Mát, khu bảo tồn Kẻ Gỗ, rừng quốc gia Bạch Mã, khu bảo tồn Krong Trai, khu bảo tồn Bắc đèo Cả, vườn quốc gia YokDon, rừng quốc gia Cát Tiên,...

Các thành phố chính: TP. Hồ Chí Minh, Hà Nội, Hải Phòng, Nam Định, Thái Nguyên, Việt Trì, Hạ Long, Vinh, Huế, Đà Nẵng, Nha Trang, Quy Nhơn, Đà Lạt, Biên Hòa, Vũng Tàu, Mỹ Tho, Cần Thơ, Long Xuyên,...

Chiều dài của 7 tuyến đường sắt: 2600 km.

Tổng số 128 quốc lộ dài 17 600 km.

Bài tập

1. Bạn hãy để ý các con số 3 xuất hiện rất nhiều trong bài.

2. Bạn hãy kể xem các khu rừng, vườn quốc gia kể trên thuộc các tỉnh nào.

Bài làm tốt, gửi sớm sẽ có phần thưởng.

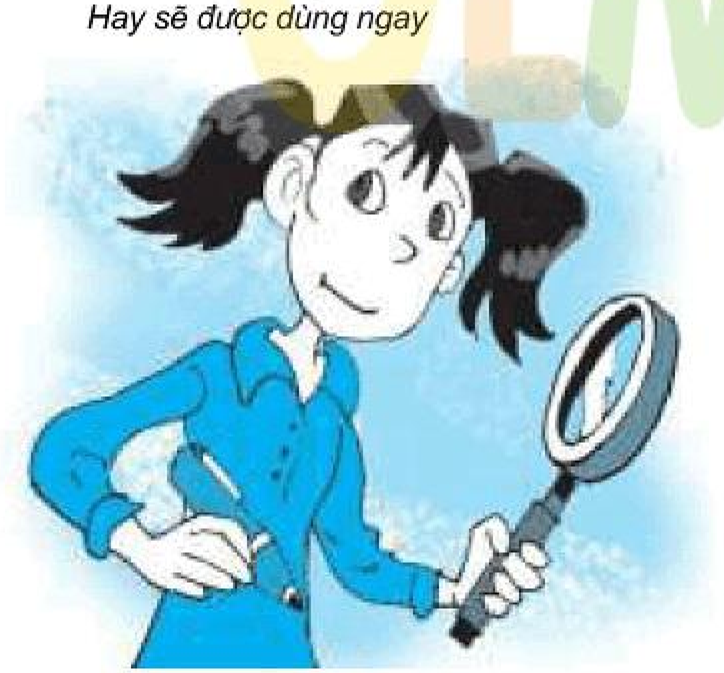
Hỏi: Anh Phó ơi, những vụ án của chuyên mục *Phá án cùng thám tử Sêlôccôc* đều là do các bạn học sinh gửi về cho tòa soạn đúng không ạ? Vậy nếu em muốn gửi một vụ án thì phải gửi vào thời gian nào ạ? Phải gửi kèm lời giải đúng không ạ?

ĐÀO HƯƠNG GIANG

(6C, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, Phú Thọ)

Đáp:

Báo là của mọi người
Ai gửi bài cũng được
Miễn là hợp chuyên mục
Đừng chép lại của ai
Gửi đáp án cuối bài
Để dễ dàng sử dụng
Gửi lúc nào cũng được
Hay sẽ được dùng ngay



Hỏi:

Anh Phó ơi! Anh Phó!
Giúp em câu này với
Chuyên mục giải thế cờ
Có cần dán thêm tờ
Phiếu đăng kí tham dự?

HỒ XUÂN HIẾU

(6A, THCS Kiến Quốc, Kiến Thụy, Hải Phòng)

Đáp:

Phiếu đăng kí dự thi
Là dành cho chuyên mục
Thi giải toán qua thư
Còn chỉ riêng thế cờ
Không cần dùng phiếu ấy

Hỏi: Em thấy chuyên mục *Thi giải toán qua thư* có phần dịch ở dưới, như vậy em có được Thi giải toán qua thư bằng tiếng Anh không ạ?

BẠCH BÙI NGUYỆT ANH

(7D, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, Vĩnh Phúc)

Đáp:

Nếu làm được cũng tốt
Để tự học ở nhà
Tiếng Anh sẽ tiến bộ
Ngày qua ngày tiến xa
Còn gửi mục dự thi
Viết ngay bằng tiếng Việt
Như đang làm bài thi
Của kì thi chính thức

ANH PHÓ

CÁC LỚP 6 & 7

Bài 1(166). Tìm các số nguyên dương x, y, z thỏa mãn $x^2 + y^3 + z^4 = 90$.

CAO NGỌC TOẢN
(GV. THPT Tam Giang, Phong Điền, Thừa Thiên - Huế)

Bài 2(166). Cho tam giác ABC vuông tại A (AB < AC), đường cao AH. Trên tia đối của tia HA lấy điểm D sao cho AD = BC.
Chứng minh rằng AB + CD < AC + BD.

NGUYỄN KHÁNH NGUYÊN
(3/29E đường Đà Nẵng, Hải Phòng)

Bài 3(166). Cho 2016 số tự nhiên bất kì. Chứng minh rằng luôn tồn tại hai số trong các số đó có tổng hoặc hiệu chia hết cho 4028.

BÙI HẢI QUANG
(GV. THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, Phú Thọ)

CÁC LỚP THCS

Bài 4(166). Giải phương trình
$$\sqrt{136 - x^2} + \sqrt{106 - x^2} = \frac{60}{x}.$$

THÁI NHẬT PHƯỢNG *(GV. THCS Nguyễn Văn Trỗi, Cam Nghĩa, Cam Ranh, Khánh Hòa)*

Bài 5(166). Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^3 + y = 2 \\ y^3 + x = 2. \end{cases}$

ĐÀO HUY TRƯỜNG
(Phó Hiệu trưởng THCS Lập Thạch, Lập Thạch, Vĩnh Phúc)

Bài 6(166). Tìm các số nguyên dương x, y, z thỏa mãn $1 + 4.3^x + 4.3^y = z^2$.

PHẠM THANH HÙNG
(Học viên lớp Cao học Toán Giải tích, khóa 19, Đại học Cần Thơ)

Bài 7(166). Cho các số dương a, b, c thỏa mãn $a + b + c = \frac{3}{2}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức
$$P = \frac{1+b}{1+4a^2} + \frac{1+c}{1+4b^2} + \frac{1+a}{1+4c^2}.$$

NGUYỄN MINH SANG
(GV. THCS Lâm Thao, Lâm Thao, Phú Thọ)

Bài 8(166). Cho đa giác đều có 20 đỉnh là $A_1, A_2, A_3, \ldots, A_{20}$. Tại các đỉnh A_1, A_2 viết dấu (–), tại các đỉnh còn lại viết dấu (+). Người ta thực hiện trò chơi như sau: mỗi lần đổi dấu đồng thời ở 5 đỉnh liên tiếp của đa giác, dấu (–) thành dấu (+), dấu (+) thành dấu (–). Hỏi sau một số lần thực hiện trò chơi có nhận được kết quả: tại các đỉnh A_3, A_4 viết dấu (–), các đỉnh còn lại viết dấu (+) được không? Vì sao?

NGUYỄN ĐỨC TẤN *(TP. Hồ Chí Minh)*

Bài 9(166). Một quan hệ hai ngôi (hoặc quan hệ) từ tập A đối với tập B là một tập con R của $A \times B$ là (a, b), trong đó $a \in A$, $b \in B$.
Chúng ta viết aRb hoặc $a \not R b$ tùy theo $(a, b) \in R$ hay $(a, b) \notin R$.
Hãy xác định đâu là quan hệ từ A = {a, b, c} đến B = {1, 2}.
a) $R_1 = \{(a, 2), (b, 1)\}$;
b) $R_2 = \{(c, 1), (c, 2), (a, 2)\}$;
c) $R_3 = \{(a, 1), (a, 2), (c, 2)\}$;
d) $R_4 = A \times B$;
e) $R_5 = \varnothing$.

VŨ KIM THỦY

Bài 10(166). Cho tam giác ABC, các điểm E, F thứ tự thuộc các cạnh AC, AB sao cho EF // BC. Lấy P, Q thuộc cạnh BC sao cho BP < BQ và $\widehat{PAB} = \widehat{QAC}$. Gọi M và N thứ tự là hình chiếu vuông góc của C trên QE và B trên PF. Đường tròn ngoại tiếp các tam giác AME và ANF cắt nhau tại R khác A. Chứng minh rằng AR đi qua trung điểm của EF.

TRẦN QUANG HÙNG
(GV. THPT chuyên Khoa học Tự nhiên Hà Nội)

SOLVE VIA MAIL COMPETITION QUESTIONS

Translated by Nam Vũ Thành

1(166). Find all positive integers *x, y,* and *z* such that $x^2 + y^3 + z^4 = 90$.

2(166). Given a right-angle triangle with the right angle at *A* having $AB < AC$, and its height *AH*. Let *D* be a point on the opposite ray of the ray *HA* such that $AD = BC$. Prove that $AB + CD < AC + BD$.

(Xem tiếp trang 32)

Chữ & Chữ Số

KÌ 26

Hãy thay các chữ cái bởi các chữ số. Các chữ khác nhau biểu diễn các chữ số khác nhau. Lời giải cần có lập luận lôgic.

$$\begin{array}{r} ONE \\ +\,THREE \\ FOUR \\ \hline EIGHT \end{array}$$

TRƯƠNG CÔNG THÀNH *(Sưu tầm)*

SOLVE VIA MAIL ...

Translated by Nam Vũ Thành

(Tiếp theo trang 31)

3(166). Given 2016 arbitrary whole numbers. Prove that there exist two numbers among the given numbers such that either their sum or difference is divisible by 4028.

4(166). Solve the following equation $\sqrt{136 - x^2} + \sqrt{106 - x^2} = \dfrac{60}{x}$.

5(166). Solve the following simultaneous equations $\begin{cases} x^3 + y = 2 \\ y^3 + x = 2. \end{cases}$

6(166). Find positive integers *x, y,* and *z* such that $1 + 4.3^x + 4.3^y = z^2$.

7(166). Let *a, b,* and *c* be positive real numbers such that $a + b + c = \dfrac{3}{2}$. Find the minimum value of the expression $P = \dfrac{1+b}{1+4a^2} + \dfrac{1+c}{1+4b^2} + \dfrac{1+a}{1+4c^2}$.

8(166). Given a 20-sided equilateral polygon having vertices $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{20}$. On the vertices A_1 and A_2 write the minus sign (–), and on the rest of the vertices, write the plus sign (+). A game is played as follows: in each turn, the signs from 5 consecutive vertices will be flipped, the sign (–) becomes (+) and the sign (+) becomes (–). After a number of turns, is it possible to get the outcome that the signs at the vertices A_3 and A_4 are (–) and the signs at the rest of the vertices are (+)? Explain why.

9(166). A binary relation (or simply a relation) between two sets *A* and *B* is a subset *R* of $A \times B$ of (a, b), where $a \in A$, $b \in B$ and is denoted as aRb or $a \not R b$ depending whether $(a, b) \in R$ or $(a, b) \notin R$.

Determine which of the followings are a relation between $A = \{a, b, c\}$ and $B = \{1, 2\}$.

a) $R_1 = \{(a, 2), (b, 1)\}$;
b) $R_2 = \{(c, 1), (c, 2), (a, 2)\}$;
c) $R_3 = \{(a, 1), (a, 2), (c, 2)\}$;
d) $R_4 = A \times B$;
e) $R_5 = \varnothing$.

10(166). Given a triangle *ABC* and the points *E* and *F* on *AC* and *AB*, respectively, such that *EF* // *BC*. Let *P* and *Q* be points on *BC* such that $BP < BQ$ and that $\angle PAB = \angle QAC$. Let *M* and *N* be the orthogonal projection of the point *C* onto *QE* and of the point *B* onto *PF*, respectively. The circumcircles of the triangles *AME* and *ANF* intersect at another point *R*. Prove that the line *AR* passes through the midpoint of *EF*.

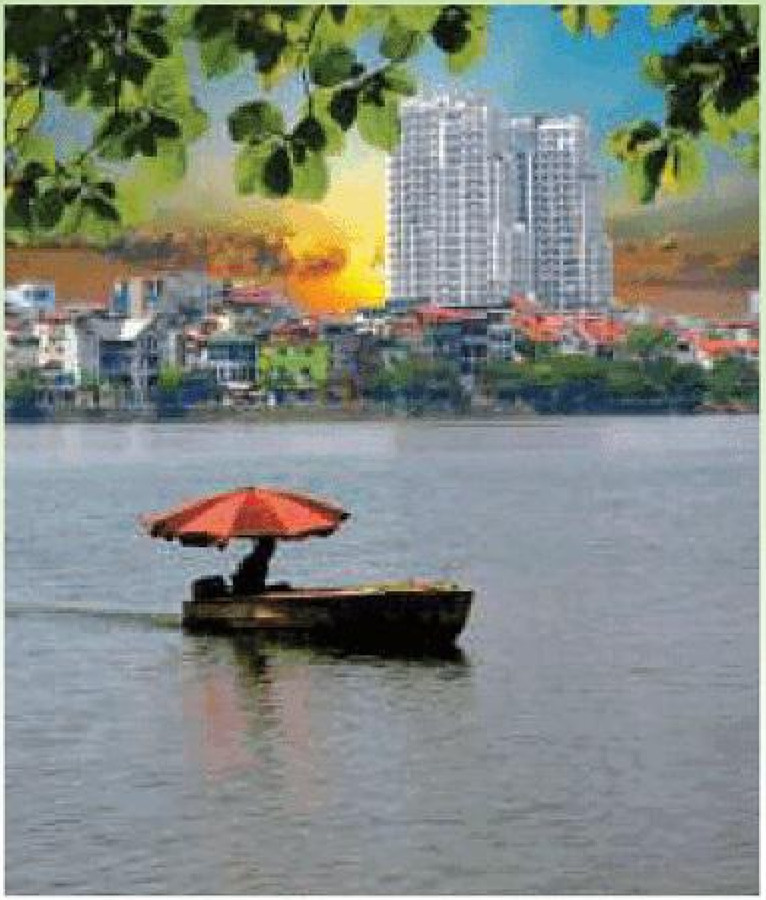
PHIẾU ĐĂNG KÍ THAM DỰ CUỘC THI GTQT NĂM HỌC 2016-2017

Chiều Hồ Tây

Hà Nội được thiên nhiên phú cho một Hồ Tây thơ mộng rộng bằng diện tích quận Hoàn Kiếm. Một vùng nước bát ngát nhìn như không phải hồ ở nhiều góc nhìn. Tưởng như là biển vậy. Ở bức ảnh này thì chụp cận cảnh bờ với đan xen cao ốc và nhà phố, nhà vườn. Trên nền trời điểm xuyết những tán lá đang đùa trong gió. Tâm của bức ảnh là con thuyền nhẹ đang lướt trên hồ.

Bạn hãy viết bài tả vẻ đẹp của Hồ Tây nhé. Tòa soạn chờ đăng bài viết tốt của bạn. Bạn sẽ có quà tặng.

MORIS VŨ



Ảnh: Phan Ngọc Quang

CÁC HỌC SINH ĐƯỢC KHEN TRONG CUỘC THI GIẢI TOÁN DÀNH CHO NỮ SINH




Từ trái sang phải: Bùi Thị Quỳnh, Nguyễn An Na, Trần Như Quỳnh, Bùi Thị Minh Thư.

Công ty CP VPP Hồng Hà là nhà tài trợ cho 2 cuộc thi: Giải toán qua thư và Giải toán dành cho nữ sinh.

Giấy phép xuất bản: số 31/GP-BVHTT, cấp ngày 23/1/2003 của Bộ Văn hóa và Thông tin. **Mã số:** 8BTT166M16. **In tại:** Công ty cổ phần in Công Đoàn Việt Nam, 167 Tây Sơn, Đống Đa, Hà Nội. In xong và nộp lưu chiểu tháng 12 năm 2016.