

Gv. ThS NGUYỄN VŨ MINH

ĐT : 0914449230 (zalo – facebook)

# Phân dạng và phương pháp giải trắc nghiệm Toán 12

## HÀM SỐ

Tập 2

- Đồ thị*
- Tiếp tuyến*
- Sự tương giao*

BIÊN HÒA – Ngày 07 tháng 07 năm 2017

TÀI LIỆU LƯU HÀNH NỘI BỘ

## PHẦN 5 : KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ

### SƠ ĐỒ CHUNG KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ.

**1/ Tập xác định**

**2/ Sự biến thiên**

**2.1 Xét chiêu biến thiên của hàm số**

- + Tính đạo hàm  $y'$
- + Tìm các điểm mà tại đó đạo hàm  $y'$  bằng 0 hoặc không xác định
- + Xét dấu đạo hàm  $y'$  và suy ra chiêu biến thiên của hàm số.

**2.2 Tìm cực trị**

**2.3 Tìm các giới hạn tại vô cực ( $x \rightarrow \pm\infty$ )**

**2.4 Lập bảng biến thiên.**

Thể hiện đầy đủ và chính xác các giá trị trên bảng biến thiên.

**3/ Đồ thị**

- Giao của đồ thị với trục Oy:  $x=0 \Rightarrow y = ? \Rightarrow (0;?)$

- Giao của đồ thị với trục Ox:  $y = 0 \Leftrightarrow f(x) = 0 \Leftrightarrow x = ? \Rightarrow (?, 0)$

- Các điểm **CD; CT** nếu có.

(**Chú ý:**nếu nghiệm bấm máy tính được thì OK, nghiệm lẻ giải tay được thì phải giải ra- chặng hạn phương trình bậc 2, còn nghiệm lẻ mà không giải được thì ghi ra giấy nháp cho biết giá trị để khi vẽ cho chính xác- không ghi trong bài- chặng hạn hàm bậc 3)

- Lấy thêm một số điểm (**nếu cần**)

- Nhận xét về đặc trưng của đồ thị. Điều này sẽ cụ thể hơn khi đi vẽ từng đồ thị hàm số. **Dáng điệu của đồ thị là dáng điệu của bảng biến thiên.**

### I- SƠ ĐỒ KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM BẬC BA:

$$y = ax^3 + bx^2 + cx + d \quad (a \neq 0).$$

**1/ Tập xác định.  $D = \mathbb{R}$**

**2/ Sự biến thiên**

**2.1 Xét chiêu biến thiên của hàm số**

- + Tính đạo hàm:  $y' = 3ax^2 + 2bx + c$
- +  $y' = 0 \Leftrightarrow 3ax^2 + 2bx + c = 0$

(Bấm máy tính nếu nghiệm chẵn, giải  $\Delta; \Delta'$  nếu nghiệm lẻ - không được ghi nghiệm gần đúng)

+ Xét dấu đạo hàm  $y'$  và suy ra chiêu biến thiên của hàm số.

### 2.2 Tìm cực trị

### 2.3 Tìm các giới hạn tại vô cực ( $x \rightarrow \pm\infty$ )

(Hàm bậc ba và các hàm đa thức không có TCD và TCN.)

### 2.4 Lập bảng biến thiên.

Thể hiện đầy đủ và chính xác các giá trị trên bảng biến thiên.

## 3/ Đồ thị

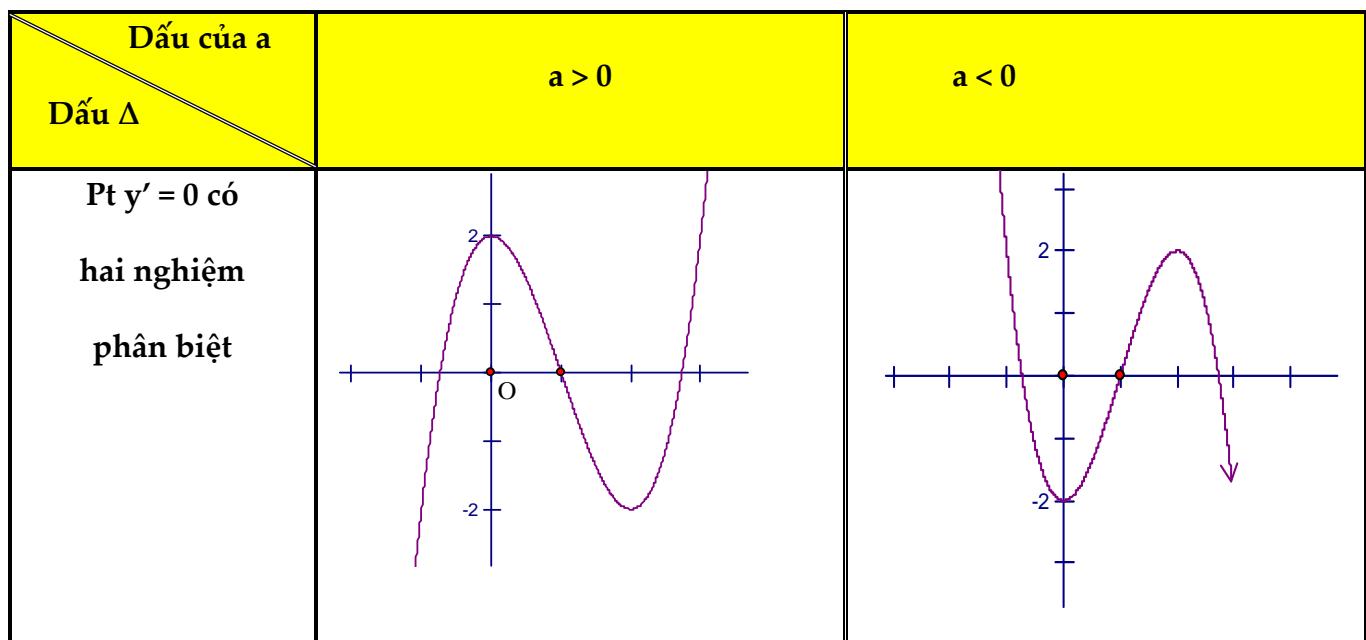
- Giao của đồ thị với trục Oy:  $x=0 \Rightarrow y=d \Rightarrow (0; d)$

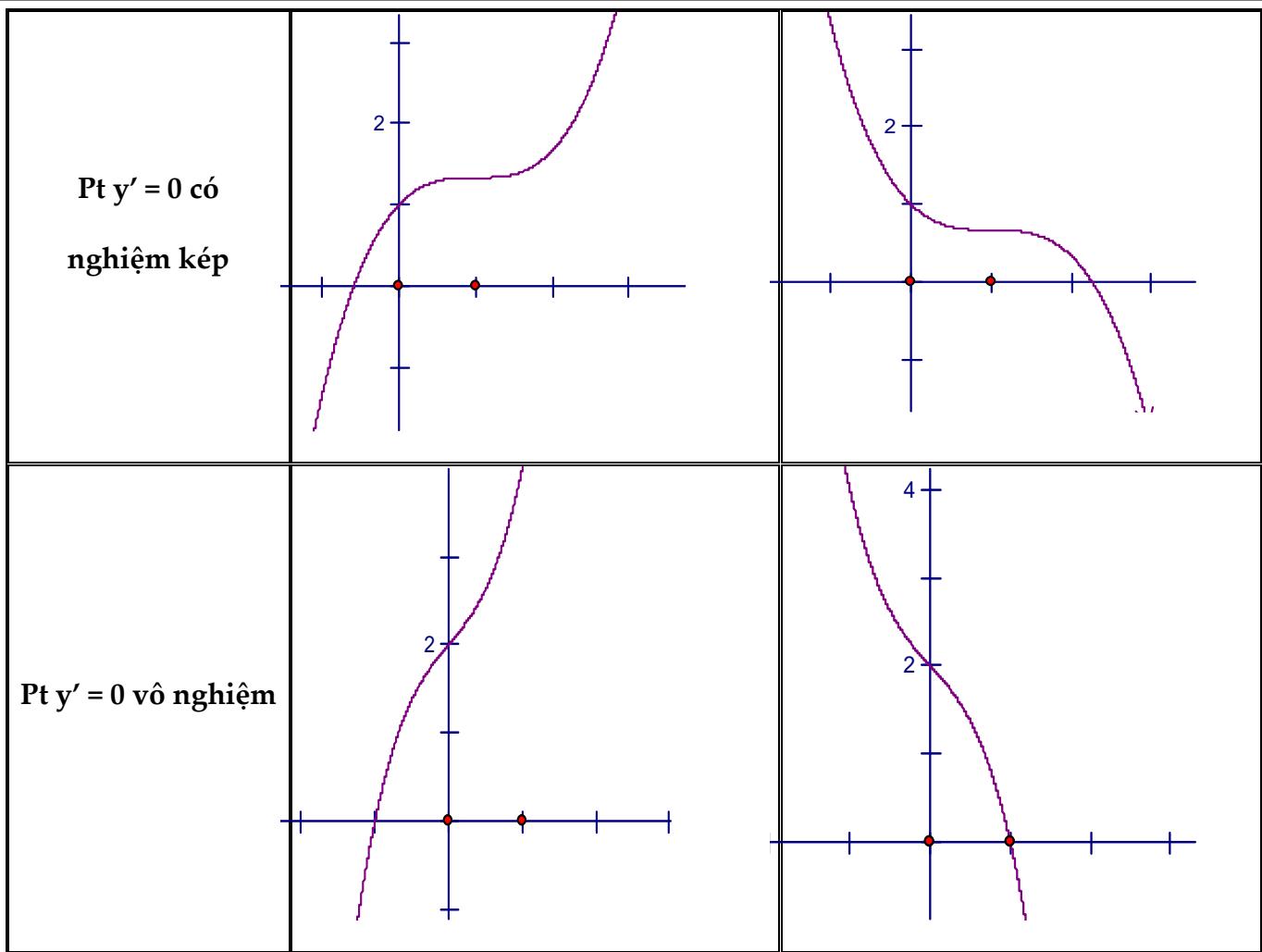
- Giao của đồ thị với trục Ox:  $y=0 \Leftrightarrow ax^3+bx^2+cx+d=0 \Leftrightarrow x=?$

- Các điểm cực đại, cực tiểu (nếu có).

(Chú ý: nếu có 2 cực trị thì nhìn bằng **HÌNH CHỮ NHẬT CO SỎ**)

**Các dạng đồ thị hàm số bậc 3:  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ( $a \neq 0$ )**





**VÍ DỤ MINH HỌA :** Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 1$ .

Tập xác định:  $\mathbb{D} = \mathbb{R}$ .

Sự biến thiên: Chiều biến thiên:  $y' = 3x^2 - 6x$ ;  $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=2 \end{cases}$ .

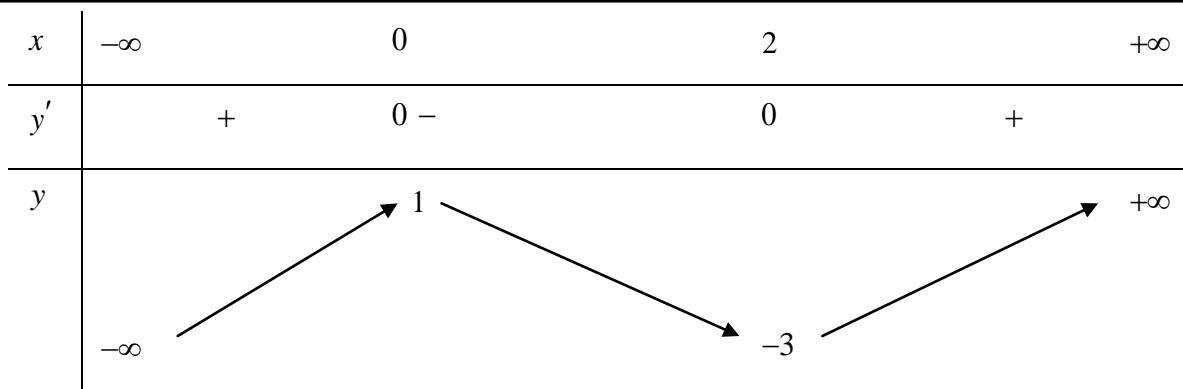
$y' > 0, \forall x \in (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$ , suy ra hàm số đồng biến trên các khoảng  $(-\infty; 0)$  và  $(2; +\infty)$ .

$y' < 0, \forall x \in (0; 2)$ , suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng  $(0; 2)$ .

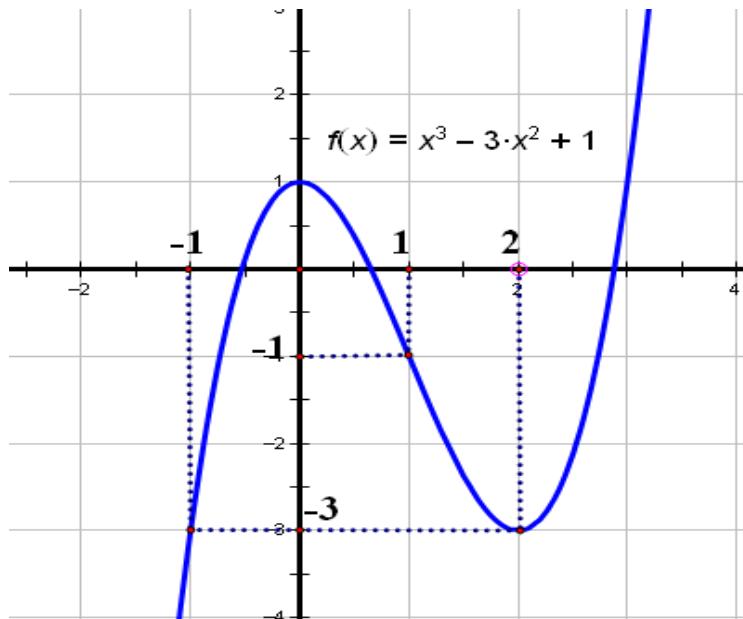
Cực trị: Hàm số đạt cực đại tại  $x=0$ ;  $y_{CD} = 6$ . Hàm số đạt cực tiểu tại  $x=2$ ;  $y_{CT} = 2$ .

+ Giới hạn:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ .

Bảng biến thiên

**Đồ thị:**

- + Đồ thị hàm số cắt trục  $Oy$  tại điểm  $(0; 1)$ .
- + Đồ thị hàm số đi qua các điểm  $(-1; -3), (0; 1), (1; -1), (2; 0)$

**Vẽ đồ thị:**

## II - SƠ ĐỒ KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM TRÙNG PHƯƠNG:

$$y = ax^4 + bx^2 + c \quad (a \neq 0).$$

1/ Tập xác định.  $D=R$

2/ Sự biến thiên

**2.1 Xét chiêu biến thiên của hàm số** + Tính đạo hàm  $y' = 4ax^3 + 2bx$

+ Ta có:  $y' = 0 \Leftrightarrow 4ax^3 + 2bx = 0 \Leftrightarrow 2x(2ax^2 + b) = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ 2ax^2 + b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x^2 = \frac{-b}{2a} \Leftrightarrow ... \end{cases}$$

+ Xét dấu đạo hàm  $y'$  và suy ra chiêu biến thiên của hàm số.

2.2 Tìm cực trị

2.3 Tìm các giới hạn tại vô cực ( $x \rightarrow \pm\infty$ ). (Hàm trùng phương không có TCD và TCN.)

2.4 Lập bảng biến thiên. Thể hiện đầy đủ và chính xác các giá trị trên bảng biến thiên.

**3. Đồ thị-** Giao của đồ thị với trục Oy:  $x=0 \Rightarrow y=c \Rightarrow (0;c)$

- Giao của đồ thị với trục Ox:  $y=0 \Leftrightarrow ax^4+bx^2+c=0 \Leftrightarrow x=? \Rightarrow (?;0)$

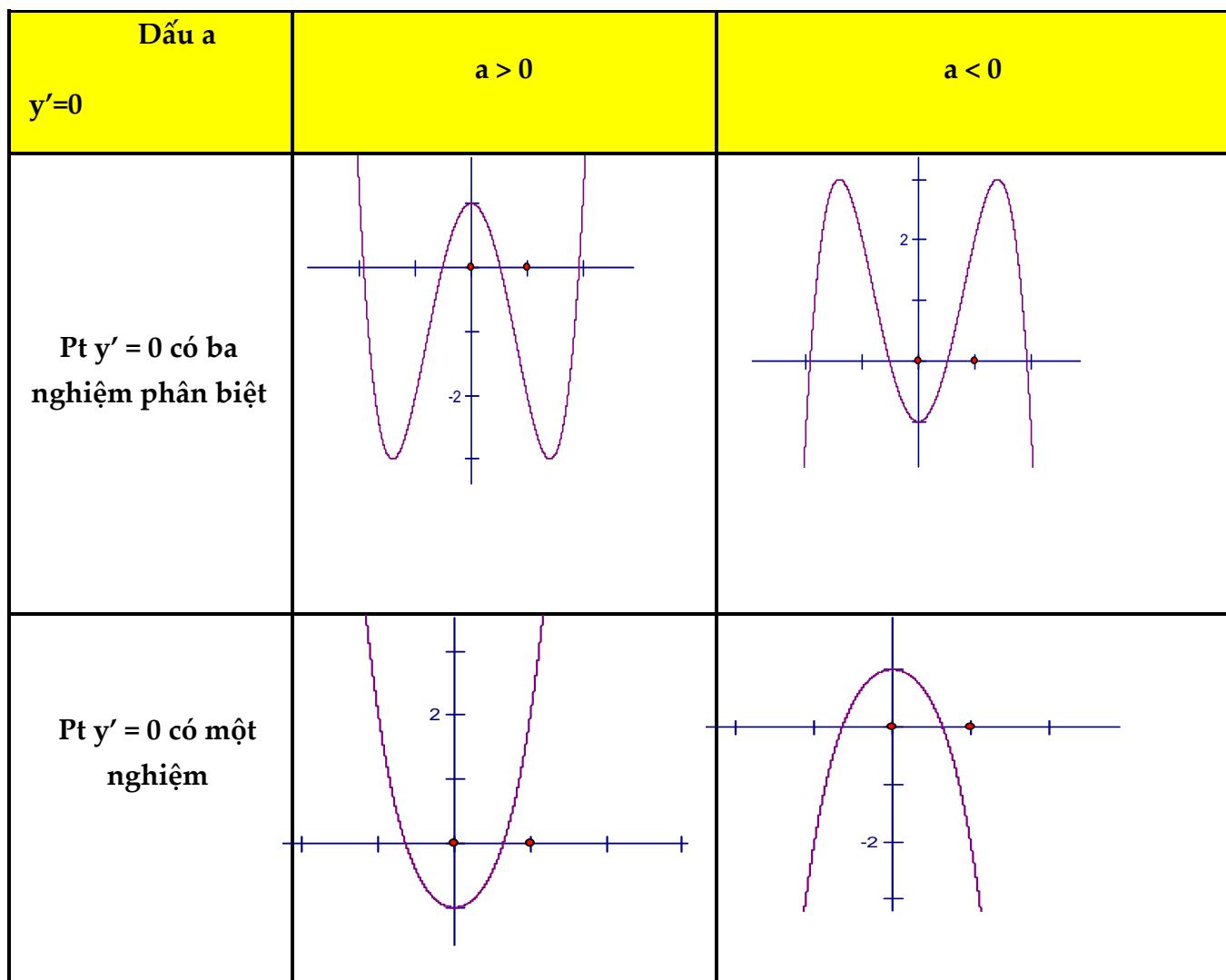
- Các điểm CĐ; CT nếu có.

- Đồ thị của nó nhận Oy làm trục đối xứng.

(**Chú ý:** giải phương trình trùng phương- các bạn bấm máy tính như giải pt bậc 2 nhưng chỉ lấy nghiệm không âm, sau đó giải để tìm ra x)

- Lấy thêm một số điểm (nếu cần)- (điều này làm sau khi hình dung hình dạng của đồ thị. Thiếu bênh nào học sinh lấy điểm phía bên đó, không lấy tùy tiện mất thời gian.)

**Các dạng đồ thị hàm số trùng phương:  $y = ax^4 + bx^2 + c$  ( $a \neq 0$ )**



**VÍ DỤ MINH HỌA :** Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số  $y = x^4 - 2x^2 + 3$ .

Tập xác định:  $\mathbb{D} = \mathbb{R}$ .

**Sự biến thiên:** Chiều biến thiên:  $y' = 4x^3 - 4x$ ;  $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=\pm 1 \end{cases}$ .

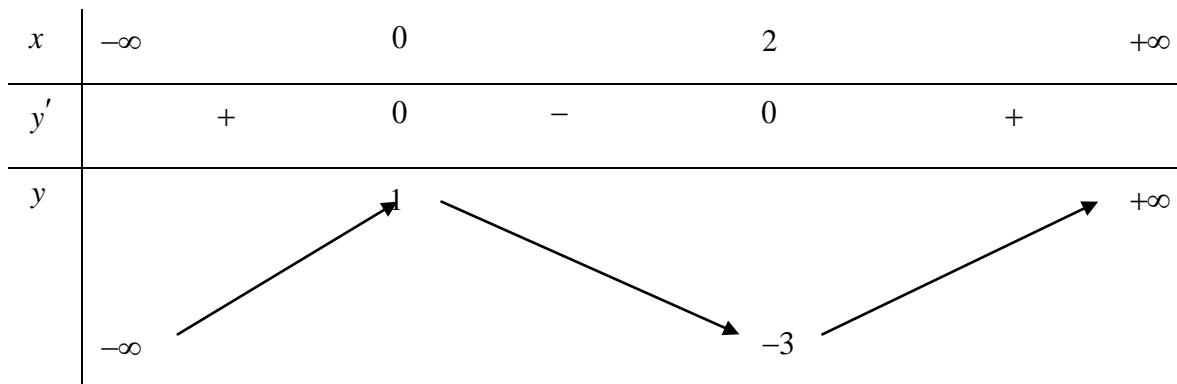
$y' > 0, \forall x \in (-1; 0) \cup (1; +\infty)$ , suy ra hàm số đồng biến trên các khoảng  $(-1; 0)$  và  $(1; +\infty)$ .

$y' < 0, \forall x \in (-\infty; -1) \cup (0; 1)$ , suy ra hàm số nghịch biến trên các khoảng  $I(3; 2)$  và  $(0; 1)$ .

Cực trị: Hàm số đạt cực đại tại  $x=0; y_{CD}=3$ . Hàm số đạt cực tiểu tại  $x=\pm 1; y_{CT}=2$ .

Giới hạn:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty; \lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ .

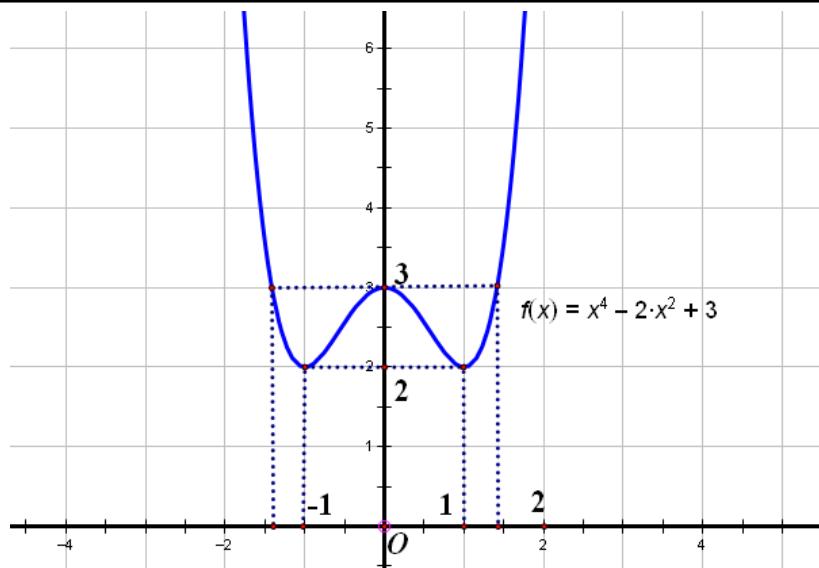
### Bảng biến thiên



**Đồ thị :** + Đồ thị hàm số cắt trục  $Oy$  tại điểm  $(0; 3)$ .

+ Đồ thị hàm số đi qua điểm  $(-2; 11), (2; 11)$ .

+ Đồ thị hàm số nhận trục  $Oy$  làm trục đối xứng.



### III - SƠ ĐỒ KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM NHẤT BIẾN:

$$y = \frac{ax+b}{cx+d} \quad (c \neq 0, ad - bc \neq 0)$$

1/ Tập xác định.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{-d}{c} \right\}$

2/ Sự biến thiên

#### 2.1 Xét chiều biến thiên của hàm số

$$+ \text{Tính đạo hàm } y' = \left( \frac{ax+b}{cx+d} \right)' = \frac{ad-bc}{(cx+d)^2}$$

+  $y'$  luôn âm (hoặc dương) với mọi  $x \neq \frac{-d}{c}$

+ Hàm số đồng biến (nghịch biến) trên các khoảng  $(-\infty; -\frac{d}{c})$  và  $(\frac{d}{c}; +\infty)$

#### 2.2 Tìm cực trị: Hàm số đã cho không có cực trị

#### 2.3 Tiệm cận:

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{ax+b}{cx+d} = \frac{a}{c}$  nên  $y = \frac{a}{c}$  là **tiệm cận ngang**

$\lim_{x \rightarrow \frac{-d}{c}^-} y = \lim_{x \rightarrow \frac{-d}{c}^-} \frac{ax+b}{cx+d} = (\pm)\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow \frac{-d}{c}^+} y = \lim_{x \rightarrow \frac{-d}{c}^+} \frac{ax+b}{cx+d} = (\pm)\infty$  nên  $x = \frac{-d}{c}$  là **tiệm cận đứng**

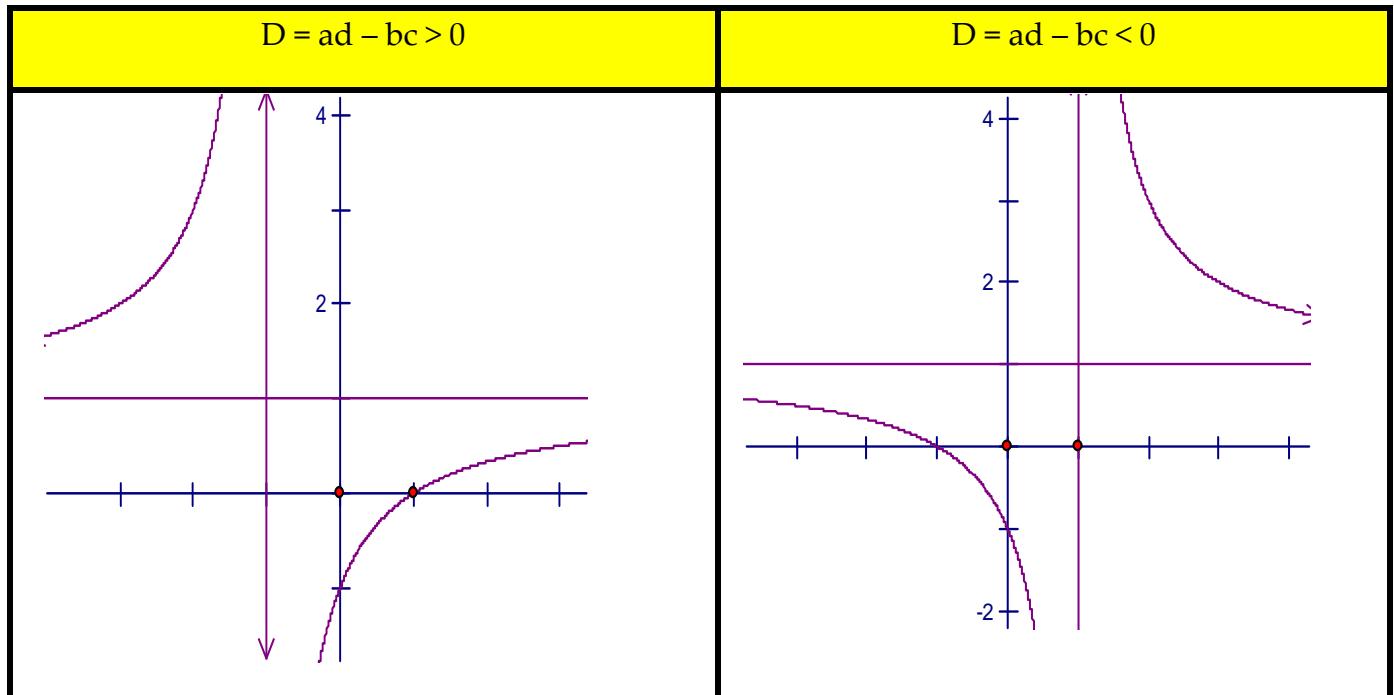
#### 2.4 Lập bảng biến thiên.

Thể hiện đầy đủ và chính xác các giá trị trên bảng biến thiên.

3/ Đồ thị

- Giao của đồ thị với trục Oy:  $x=0 \Rightarrow y = \frac{b}{d} \Rightarrow (0; \frac{b}{d})$
- Giao của đồ thị với trục Ox:  $y=0 \Leftrightarrow \frac{ax+b}{cx+d}=0 \Rightarrow ax+b=0 \Leftrightarrow x=\frac{-b}{a} \Rightarrow (\frac{-b}{a}; 0)$
- Lấy thêm một số điểm (nếu cần)
- Nhận xét về đặc trưng của đồ thị. Đồ thị nhận điểm  $I(\frac{-d}{c}; \frac{a}{c})$  là giao hai đường tiệm cận làm *tâm đối xứng*

**Các dạng đồ thị hàm số:**  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  ( $c \neq 0, ad - bc \neq 0$ )



**VÍ DỤ MINH HỌA :** Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số  $y = \frac{3x+2}{x+2}$ .

Tập xác định:  $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$ .

Sự biến thiên: Chiều biến thiên:  $y' = \frac{4}{(x+2)^2}$ .

$y' > 0, \forall x \in (-\infty; -2) \cup (-2; +\infty)$ , suy ra hàm số đồng biến trên các khoảng  $(-\infty; -2)$  và  $(-2; +\infty)$ .

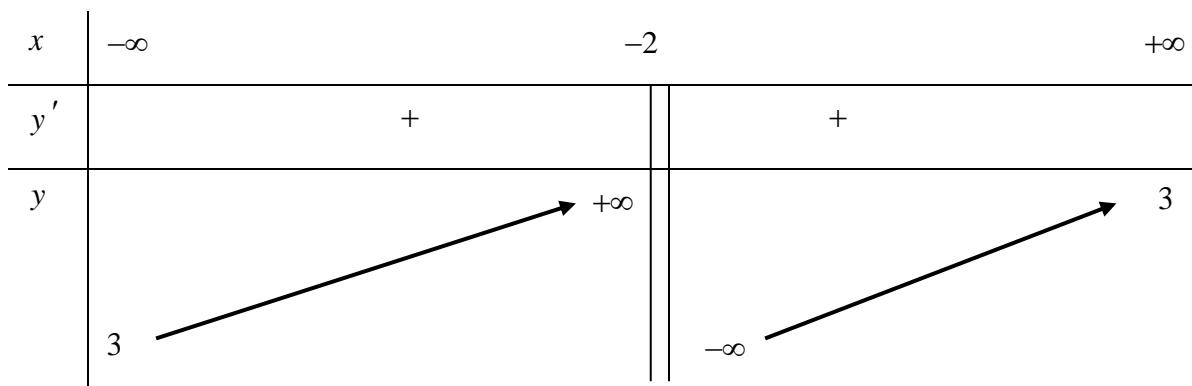
Cực trị: Hàm số không có cực trị.

Giới hạn:

$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 3; \lim_{x \rightarrow +\infty} y = 3$  đồ thị hàm số nhận đường thẳng  $y = 3$  là **tiệm cận ngang**

$\lim_{x \rightarrow -2^-} y = +\infty; \lim_{x \rightarrow -2^+} y = -\infty$  đồ thị hàm số nhận đường thẳng  $x = -2$  là **tiệm cận đứng**

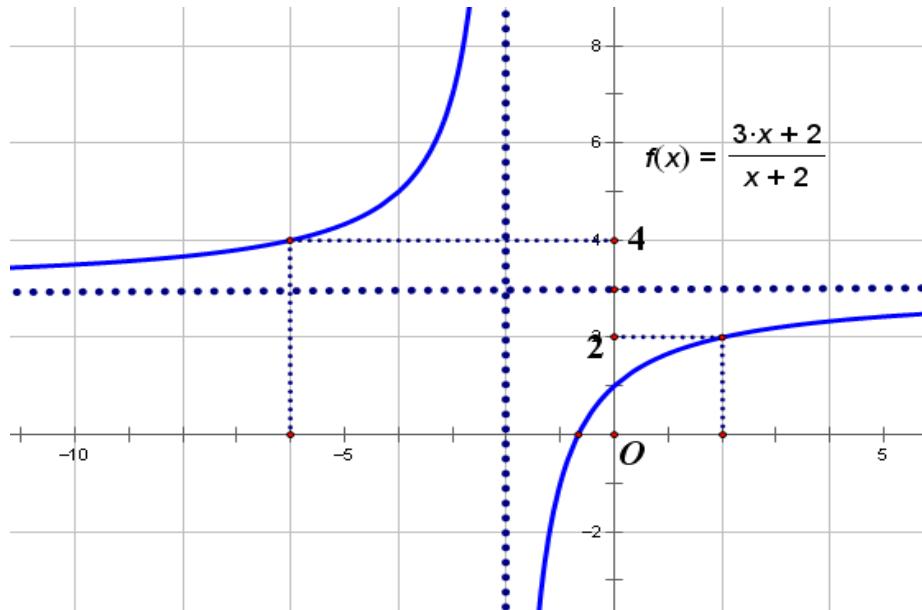
### Bảng biến thiên



+ Đồ thị hàm số cắt trục  $Ox$  tại điểm  $\left(-\frac{2}{3}; 0\right)$ , cắt trục  $Oy$  tại điểm  $(0; 1)$ .

+ Đồ thị hàm số đi qua các điểm  $(-4; 5), (-3; 7), (-1; -1), (2; 2)$ .

+ Đồ thị hàm số nhận giao điểm  $I(-2; 3)$  của hai tiệm cận làm **tâm đối xứng**.



### BÀI TẬP TỰ LUẬN PHẦN HÀM SỐ

**Bài 01 :** Khảo sát và vẽ các đồ thị hàm số sau:

a/  $y = x^3 + 3x^2 + 1$

b/  $y = -x^3 - 3x^2 + 4$

c/  $y = -x^3 + 3x - 1$

d/  $y = -x^3 + 6x^2 - 9x + 4$ .

• Giải :





**Bài 02 : Khảo sát và vẽ các đồ thị hàm số sau:**

$$a/ \quad y = \frac{2x+1}{x-1}$$

$$\text{b/ } y = \frac{x-1}{x+1}$$

$$c/ \ y = \frac{x+1}{x-2}$$

$$d/y = \frac{2x+2}{x-1}$$

• Giải :



**Bài 03 : Khảo sát và vẽ các đồ thị hàm số sau:**

$$\text{a/ } y = -x^4 + 2x^2$$

$$\text{b/ } y = x^4 - 2x^2 + 1$$

$$\text{c/ } y = x^4 - 4x^2 - 1$$

• Giải :



## BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM PHẦN ĐỒ THỊ HÀM SỐ

Câu 1 :*Dựa vào đồ thị* của hàm số ở hình bên, hãy cho biết:

**1.1** Các khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số.

.....

**1.2** Cực trị của hàm số.

.....

**1.3** Giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số trên đoạn  $[-1; 2]$

**1.4** Đường thẳng  $y = \alpha$ ,  $\forall \alpha \in (-2; 2)$  cắt đồ thị hàm số tại ..... điểm

Câu 2 :*Dựa vào đồ thị* của hàm số ở hình bên, hãy cho biết:

**2.1** Các khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số.

.....

**2.2** Cực trị của hàm số.

.....

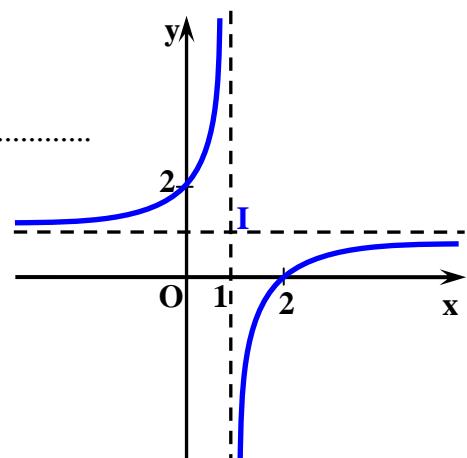
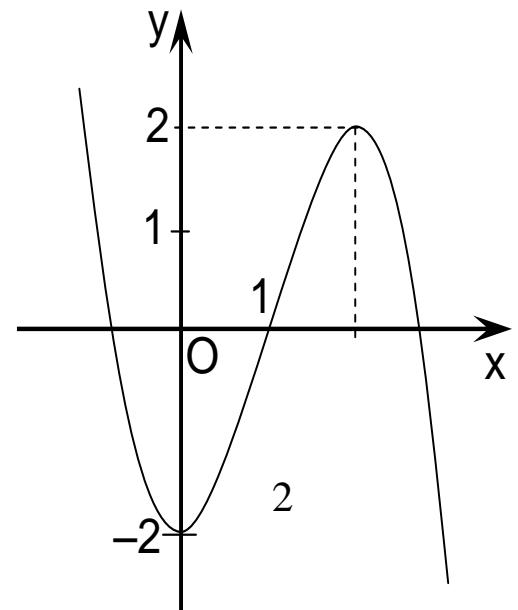
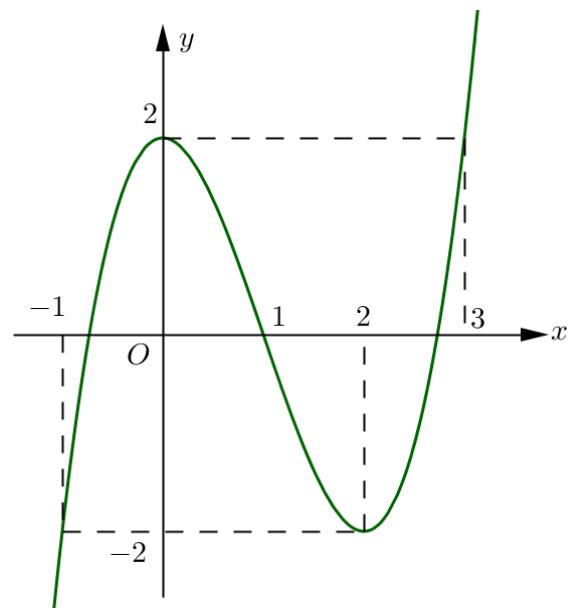
**2.3** Giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số trên đoạn  $[1; 2]$

.....

**2.4** Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là .....

Câu 3 :*Dựa vào đồ thị* của hàm số ở hình bên, hàm số ứng với đồ thị đó là:

A.  $y = \frac{x-2}{x-1}$       B.  $y = \frac{x-2}{x+1}$



C.  $y = \frac{x+2}{x-1}$

D. Tất cả đáp án đều sai

**Câu 4 :** Dựa vào đồ thị của hàm số ở hình bên, hãy cho biết:

A/ Các khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số.

.....

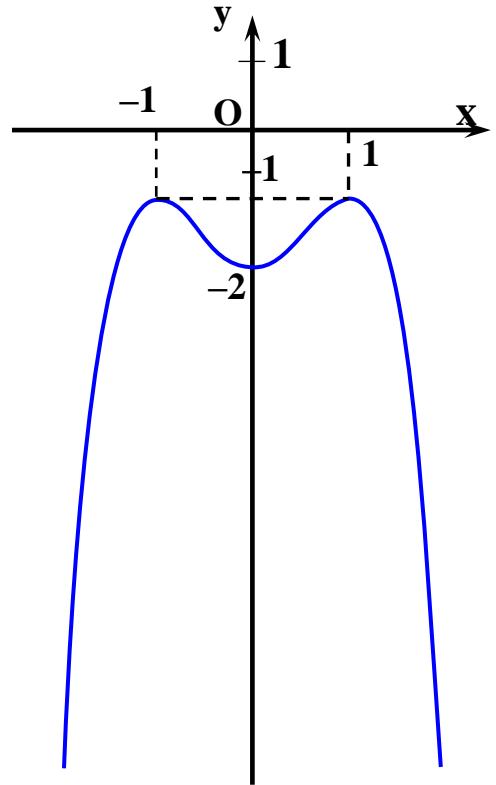
B/ Cực trị của hàm số.

.....

C/ Giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số

trên đoạn  $[-1; 1]$  .....

D/ Khoảng cách giữa hai điểm cực đại là .....

E/ Đường thẳng  $y = \alpha$ ,  $\forall \alpha \in (-\infty; -6)$  cắt đồ thị hàm số tại ..... điểmF/ Diện tích của tam giác tạo bởi 3 điểm cực trị là  $S = \dots$  (đvdt)**Câu 5 :** Dựa vào đồ thị của hàm số

$y = \frac{-x+a}{bx-1}$  ở hình bên, hãy cho biết

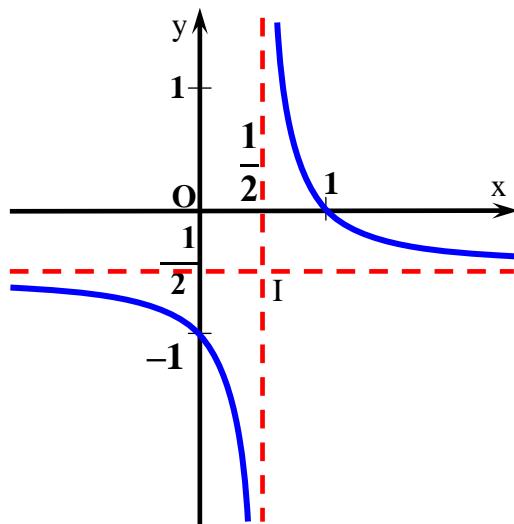
a và b trong hàm số

A.  $a = 1; b = 2$

B.  $a = 1; b = -2$

C.  $a = -1; b = 2$

D.  $a = -1; b = -2$

**Câu 6 :** Cho hàm số  $y = \frac{x+2}{x-4}$  có đồ thị là (C). Xét các mệnh đề :(I) (C) có tiệm cận đứng là  $x = 1$ (II) (C) có tiệm cận ngang là  $y = 4$ 

(III) (C) có giao điểm 2 đường tiệm cận là I(1;4)

A. Chỉ (I) đúng.

B. Chỉ (II) đúng.

C.(I), (II), (III) đều đúng.

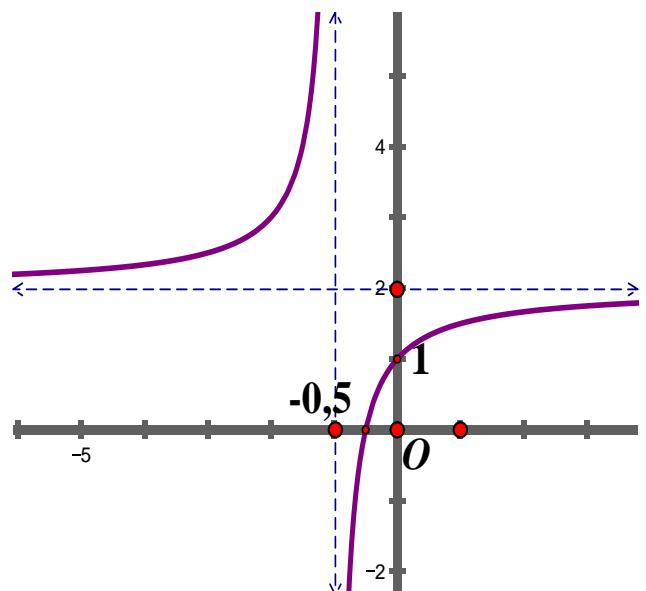
D. (I), (II), (III) đều sai.

**Câu 7 :** Cho hàm số  $y = f(x)$  có tập xác định là  $D$  và

đồ thị là (C) như hình vẽ

Hãy trả lời các câu hỏi sau :

7.1 Tiệm cận ngang là .....



7.2 Miền xác định  $D = \dots$

7.3 Đạo hàm

A.  $y' > 0, \forall x \in D$

B.  $y' \geq 0, \forall x \in D$

C.  $y' < 0, \forall x \in D$

D.  $y' \leq 0, \forall x \in D$

7.4 Giao điểm của đồ thị với

Oy là ..... và Ox là .....

**Câu 8 :** Cho hàm số  $y = f(x)$  có tập xác định là  $D$  và đồ thị là (C) như hình vẽ. Hãy trả lời các câu hỏi sau :

8.1 Tiệm cận ngang là .....

8.2 Miền xác định  $D = \dots$

8.3 Đạo hàm

A.  $y' > 0, \forall x \in D$

B.  $y' \geq 0, \forall x \in D$

C.  $y' < 0, \forall x \in D$

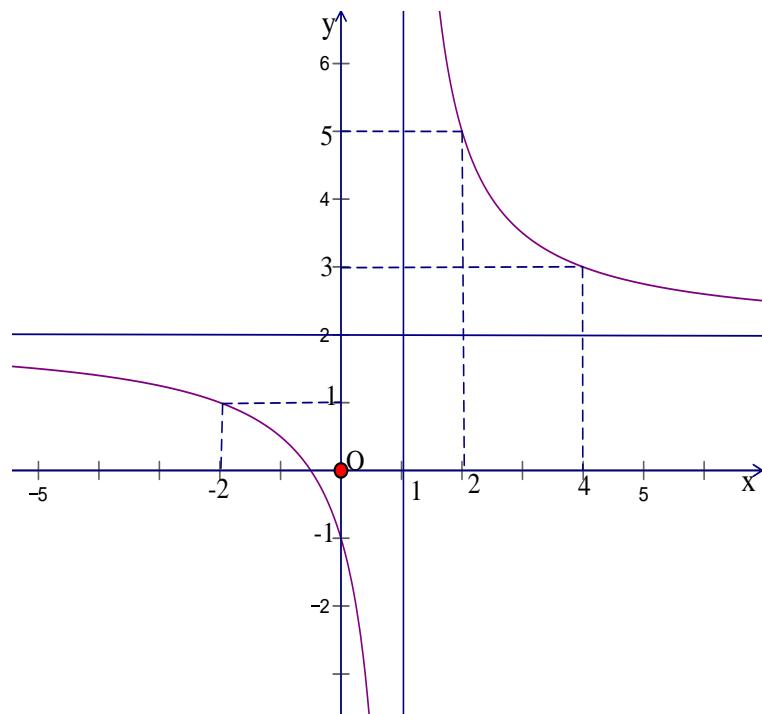
D.  $y' \leq 0, \forall x \in D$

8.4 Giao điểm của đồ thị với

Oy là .....

và

Ox là .....



**Câu 9 :** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{x^4}{2} + bx^2 + c$

có tập xác định là  $D$  và đồ thị là (C) như hình vẽ.

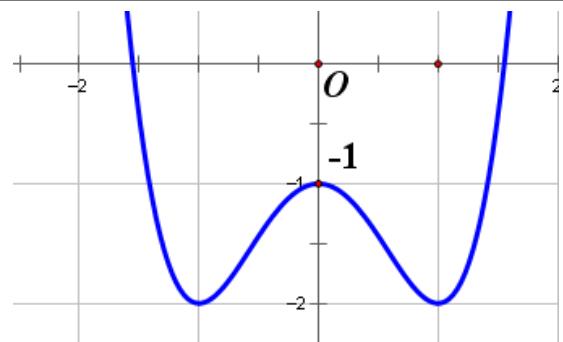
Giá trị của  $c$  là

A.  $-1$

B.  $0$

C.  $-\frac{3}{2}$

D.  $-2$



**Câu 10 :** Bảng biến thiên sau ứng với đồ thị hàm số nào

A.  $y = \frac{3-x}{x+2}$

B.  $y = \frac{2-2x}{x+2}$

C.  $y = \frac{2-x}{x+2}$

D.  $y = \frac{2-x}{x-1}$

x	$-\infty$	$-2$	$+\infty$
$y'$	-	-	-
y	-1	$+\infty$	-1

**Câu 11 :** Cho đồ thị hàm số  $y = f(x) = k \frac{x^4}{2} + m^6 x^2 + n^7$  có

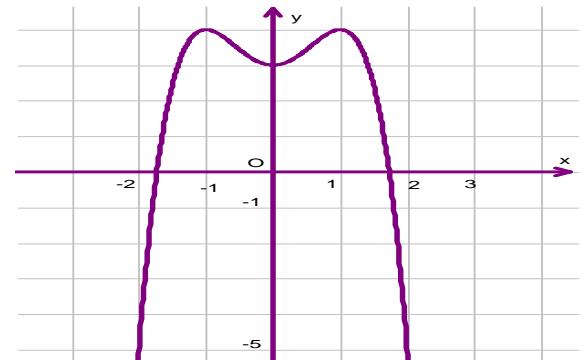
đồ thị được biểu diễn như hình bên. Khi đó hệ số  $k$  trong hàm số thỏa mãn:

A.  $k > 0$

B.  $k \neq 0$

C.  $k = 0$

D.  $k < 0$



**Câu 13 :** Cho đồ thị hàm số  $y = f(x) = a \frac{x^3}{3} + \frac{m}{4} x^2 + nx - k$  có đồ thị được biểu diễn như hình bên.

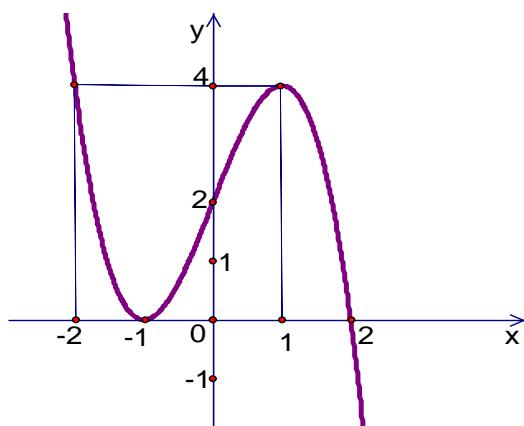
Khi đó giá trị  $k$  trong hàm số thỏa mãn:

A.  $k = 2$

B.  $k = -2$

C.  $k = 0$

D.  $k = 1$



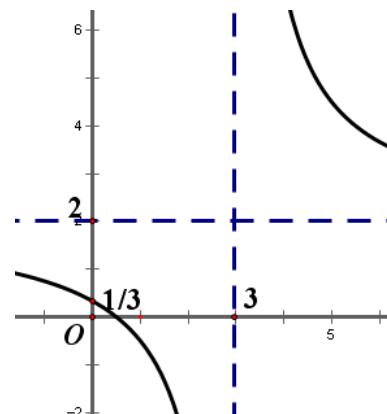
**Câu 14 :** Đồ thị hàm số được vẽ bên đây ứng với hàm số

A.  $y = \frac{2x-1}{x-3}$

B.  $y = \frac{2x+1}{-x+3}$

C.  $y = \frac{2-x}{x+2}$

D.  $y = \frac{2-2x}{x-3}$



**Câu 15 :** Cho hàm số  $y = f(x) = k \frac{x^4}{2} + m^6 x^2 + n^7$

có tập xác định là D và có BBT như sau :

Kết luận nào sau đây là đúng :

A. Phương trình  $y' = 0$  có 3 nghiệm phân biệt và  $k < 0$

B. Phương trình  $y' = 0$  có 1 nghiệm duy nhất và  $k < 0$

C. Phương trình  $y' = 0$  có 3 nghiệm phân biệt và  $k > 0$

D. Phương trình  $y' = 0$  có 1 nghiệm duy nhất và  $k > 0$

**Câu 16 :** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị là (C) được vẽ như hình bên.

Dựa vào đồ thị (C) hãy trả lời các câu hỏi sau :

**16.1** Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số nằm trên

A. Đường phân giác của góc phần tư thứ nhất

B. Đường phân giác của góc phần tư thứ hai

C. A và B đều đúng

D. A và B đều sai

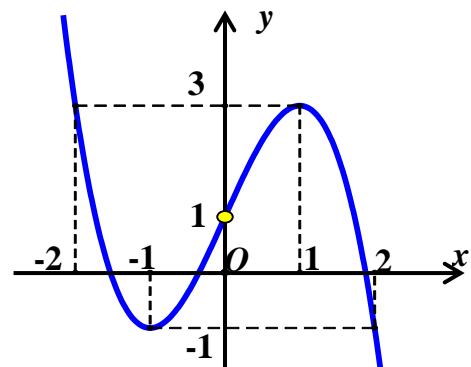
**16.2** Chọn câu sai

A. Điểm cực đại của đồ thị hàm số là  $M(1;3)$

B. Hàm số đồng biến trên  $(-1;1)$

C. Phương trình các cạnh của *hình chữ nhật cơ sở*  $x = \pm 2$ ;  $y = 3$ ;  $y = -1$

D. Giá trị  $\min_{x \in [-2;1]} y = -2$



**Câu 17 (Đề minh họa lần 03):** Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?

- A.  $y = \frac{2x+3}{x+1}$ .      B.  $y = \frac{2x-1}{x+1}$ .      C.  $y = \frac{2x-2}{x-1}$ .      D.  $y = \frac{2x+1}{x-1}$ .

**Câu 18 :** Cho đường cong (C) có đồ thị như hình vẽ.

Trả lời các câu hỏi sau :

18.1 Giá trị lớn nhất của hàm số là

- 4       3       2       1

18.2 Giá trị của M là

- A.  $-\sqrt{7}$       B.  $\sqrt{7}$   
C. 1      D. -1

18.3 Khoảng cách giữa hai điểm cực đại là .....

16.4 Đường thẳng  $y = \alpha$ ,  $\forall \alpha \in (0;4)$

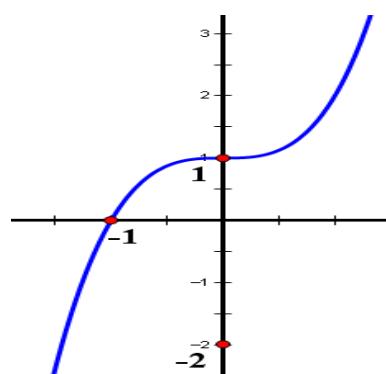
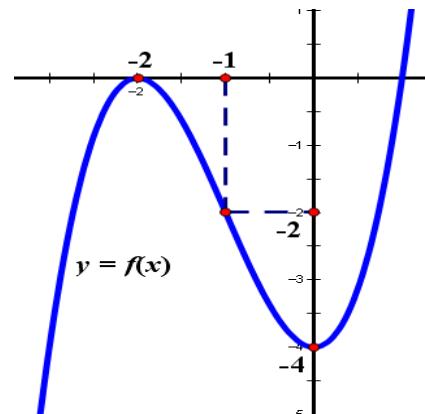
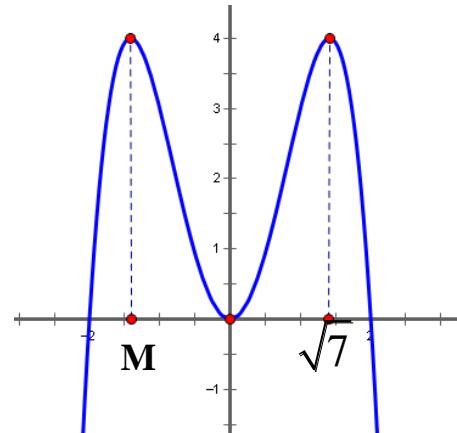
cắt đồ thị hàm số tại .....điểm

**Câu 19 :**Đồ thị của hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây

- A.  $y = x^3 + 3x^2 + 3x + 2$   
B.  $y = x^3 + 3x^2 - 4$   
C.  $y = -x^3 + 3x^2 - 4x + 2$   
D.  $y = x^4 - 2x^2 + 2$

**Câu 20 :**Đồ thị của hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây

- A.  $y = x^3 + 3x^2 + 3x + 2$



B.  $y = x^3 + 3x^2 - 4$

C.  $y = x^3 + 1$

D.  $y = x^3 - 2x^2 + 2$

Câu 21 :Bảng biến thiên bên dưới là của hàm số nào trong các hàm số sau:

x	$-\infty$			$+\infty$
$y'$		-		
y	$+\infty$			$-\infty$

A.  $y = x^3 + 3x^2 + 3x + 2$

B.  $y = x^3 + 3x^2 - 4$

C.  $y = -x^3 + 3x^2 - 4x + 2$

D.  $y = x^4 - 2x^2 + 2$

Câu 22 :Bảng biến thiên bên dưới là của hàm số nào trong các hàm số sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$y'$	-	0	+	0	-
y	$+\infty$				$+\infty$

A.  $y = x^3 + 3x^2 + 3x + 2$

B.  $y = x^3 + 3x^2 - 4$

C.  $y = -\frac{x^4}{2} - x^2 + \frac{3}{2}$

D.  $y = x^4 - 2x^2 + 2$

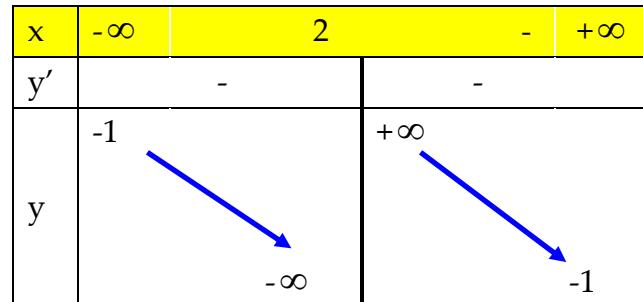
Câu 25 :Bảng biến thiên bên dưới là của hàm số nào trong các hàm số sau:

A.  $y = x^3 + 3x^2 + 3x + 2$

B.  $y = x^3 + 3x^2 - 4$

C.  $y = \frac{-2x - 4}{x + 1}$

D.  $y = \frac{3 - x}{x - 2}$



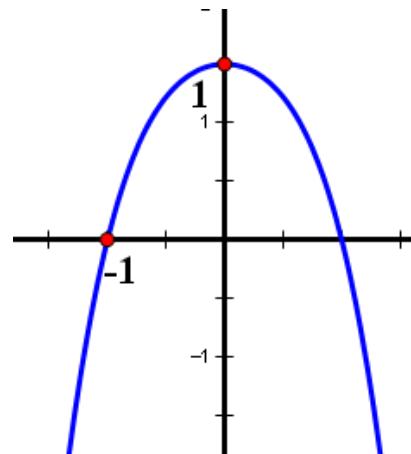
Câu 26 :Đồ thị của hình vẽ bên

là đồ thị (C) của hàm số nào sau đây

A.  $y = x^4 - 4x^2 + 2$

B.  $y = -x^4 + 4x^2 + 1$

C.  $y = -\frac{x^4}{2} - x^2 + \frac{3}{2}$



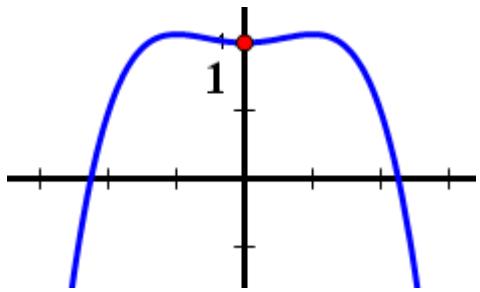
D.  $y = x^4 - 2x^2 + 2$

Câu 27 : Đồ thị của hình vẽ bên

là đồ thị (C) của hàm số nào sau đây

A.  $y = x^4 - 4x^2 + 2$       B.  $y = -x^4 + \frac{1}{2}x^2 + 1$

C.  $y = -\frac{x^4}{2} - x^2 + \frac{3}{2}$       D.  $y = x^4 - 2x^2 + 2$

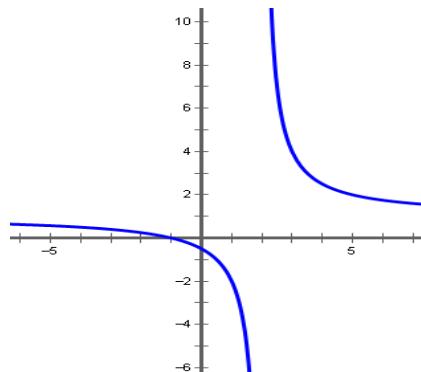


Câu 28 : Cho đường cong (C) có đồ thị như hình vẽ. Cho biết (C) là đồ thị của một trong các hàm số sau.

Hãy chọn đáp án đúng

A.  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$       B.  $y = \frac{ax + b}{cx + d}$

C.  $y = \frac{ax^2 + bx + c}{dx + e}$       D.  $y = ax^4 + bx^2 + c$



Câu 29 : Cho đường cong (C) có đồ thị như hình vẽ. Cho biết (C) là đồ thị của một trong các hàm số sau.

29.1 Hãy chọn đáp án đúng

A.  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$       B.  $y = ax^4 + bx^2 + c$

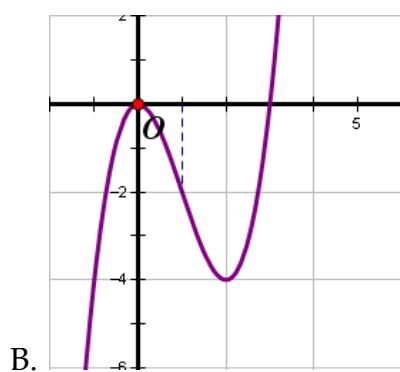
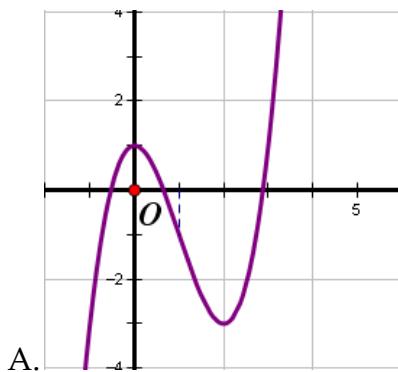
C.  $y = \frac{ax^2 + bx + c}{dx + e}$       D.  $y = \frac{ax + b}{cx + d}$

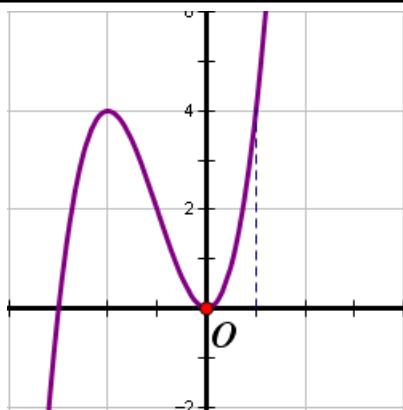
29.2 Hàm số này là hàm số  chẵn  lẻ

29.3 Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên  $[-7; 9]$  là .....

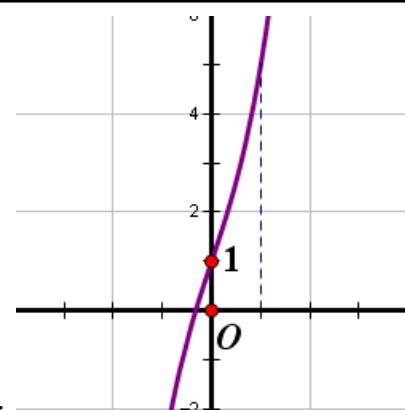
Câu 30 : Cho các hàm số  $f(x) = x^3 + 1$  và  $g(x) = 3x^2$ . Đồ thị hàm số

$f(x) - g(x)$  là





C.



D.

**Câu 31 :** Cho đường cong (C) :  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có đồ thị như hình vẽ.

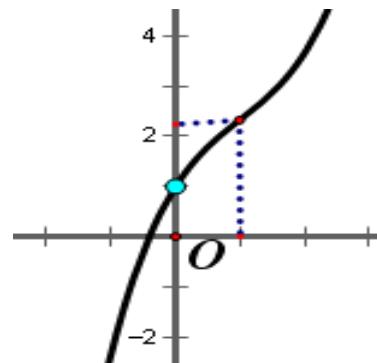
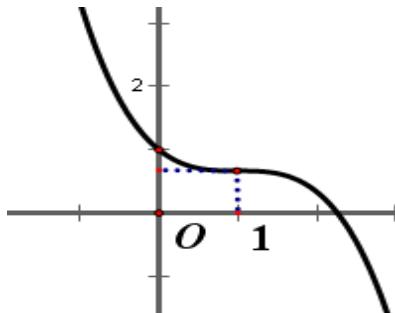
Chọn đáp án đúng :

- A.  $a < 0$  và  $y' = 0$  có nghiệm kép
- B.  $a < 0$  và  $y' = 0$  vô nghiệm
- C.  $a > 0$  và  $y' = 0$  có nghiệm kép
- D.  $a > 0$  và  $y' = 0$  vô nghiệm

**Câu 32 :** Cho đường cong (C) :  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$

có đồ thị như hình vẽ. Chọn đáp án đúng :

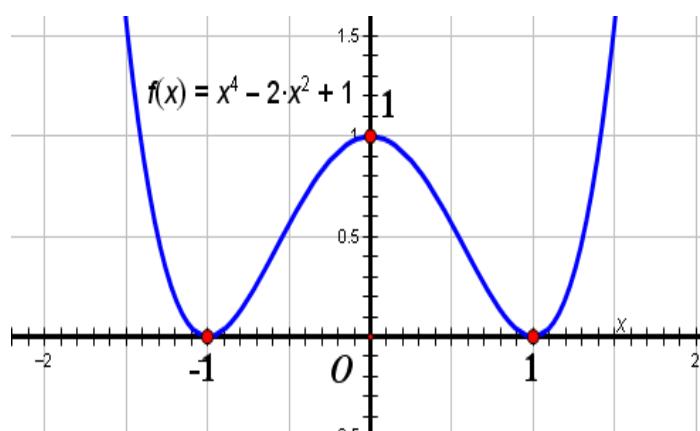
- A.  $a < 0$  và  $y' = 0$  có nghiệm kép
- B.  $a < 0$  và  $y' = 0$  vô nghiệm
- C.  $a > 0$  và  $y' = 0$  có nghiệm kép
- D.  $a > 0$  và  $y' = 0$  vô nghiệm



**Câu 33 :** Cho đường cong (C) :  $y = f(x)$

có đồ thị như hình vẽ. Gọi S (**đơn vị diện tích**) là diện tích tam giác tạo bởi 3 điểm cực trị của đồ thị hàm số. Khi đó giá trị S là

- A. 0,5
- B. 1
- C. 2
- D. 3



**Câu 34 :** Cho hàm số :

$y = f(x) = x^3 + 3x^2 + mx + 1$  ( $C_m$ ). Với giá trị nào của tham số m thì đồ thị hàm số đi qua giao điểm

hai tiệm cận của đồ thị hàm số  $y = r(x) = \frac{2-x}{x+2}$  ( $H$ )

**Câu 35:** Cho hàm số  $y = f(x) = x^3 + 3x^2 + mx + 1$  ( $C_m$ ) và  $y = g(x) = x^3 + 2x^2 + 7$  ( $C$ )

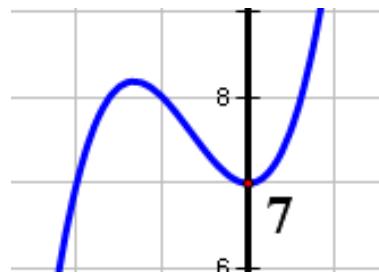
Kết luận nào sau đây là sai ?

- A. Đồ thị hàm số ( $C$ ) như hình bên.
  - B. Miền xác định của cả hai hàm số là  $\mathbb{R}$ .
  - C. Hai đồ thị không cắt nhau.
  - D. Với  $m = -2$  thì ( $C_m$ ) có hai cực trị.

**Câu 36:** Cho hàm số  $y = f(x) = -x^3 + 3x^2 - 2$  ( $C$ ). Giao điểm

của (C) và trục hoành là các điểm nào dưới đây :

- A.  $A(1-\sqrt{2}; 0)$ ,  $B(1; 0)$ ,  $C(1+\sqrt{2}; 0)$
  - B.  $A(1; 0)$ ,  $B(2; 0)$ ,  $C(-1; 0)$
  - C.  $A(1-\sqrt{3}; 0)$ ,  $B(2; 0)$ ,  $C(1+\sqrt{3}; 0)$
  - D.  $A(1-\sqrt{3}; 0)$ ,  $B(1; 0)$ ,  $C(1+\sqrt{3}; 0)$



**Câu 37:** Cho hàm số  $y = f(x) = x^4 - 6x^2 + 5$  (C). Giao điểm của (C) và trục hoành là các điểm nào dưới đây :

- A.  $A(-\sqrt{2}; 0)$ ,  $B(-1; 0)$ ,  $C(1; 0)$ ,  $D(\sqrt{2}; 0)$   
 B.  $A(-\sqrt{5}; 0)$ ,  $B(-1; 0)$ ,  $C(1; 0)$ ,  $D(\sqrt{5}; 0)$   
 C.  $A(-\sqrt{7}; 0)$ ,  $B(-2; 0)$ ,  $C(2; 0)$ ,  $D(\sqrt{7}; 0)$   
 D.  $A(-\sqrt{5}; 0)$ ,  $B(-1; 0)$ ,  $C(2; 0)$ ,  $D(\sqrt{5}; 0)$

**Câu 38 :** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{x^4}{4} - 2x^2 - \frac{9}{4}$  (C). Gọi M là giao điểm của (C) và trục hoành có

hoành độ âm. Hé số góc tiếp tuyến tại M là

- A. 15      B. -15  
C.  $\frac{9}{4}$       D.  $-\frac{9}{4}$

**Câu 39 :** Cho hàm số  $y = x^4 + mx^2 - 1 - m$  ( $C$ ). Với mọi giá trị của tham số  $m$  thì đồ thị ( $C$ ) luôn đi qua một điểm  $K$  cố định có tọa độ

- A.  $(-\sqrt{3}; 0)$       B.  $(1; 2)$   
C.  $(0; 2)$       D.  $(-1; 0)$

**Câu 40 :** Cho hàm số (C) :  $y = \frac{3x+2}{x-1}$ . Trên đồ thị (C) có bao nhiêu điểm mà tại đó tọa độ là các số nguyên

**Câu 41 :** Cho hàm số (C) :  $y = \frac{2x-7}{x-3}$ . Trên đồ thị (C) có bao nhiêu điểm mà tại đó tọa độ là các số nguyên



**Câu 42 :** Cho hàm số (C) :  $y = \frac{x-8}{x+1}$ . Trên đồ thị (C) có bao nhiêu điểm mà tại đó tọa độ là các số nguyên



**Câu 43 :** Cho hàm số (C) :  $y = \frac{3x-2}{x-2}$ . Trên đồ thị (C) có bao nhiêu điểm mà tại đó tọa độ là các số nguyên

- A. 4
  - B. 6
  - C. 8
  - D. 2

**Câu 44 :** Cho hàm số (C) :  $y = f(x)$  có đồ thị được vẽ như hình bên và điểm A(2;1).

Diện tích tam giác  $\Delta AMD$  bằng

- A. 4
  - B.  $3/2$
  - C.  $5/2$
  - D. 2

**Câu 45 :** Đồ thị hàm số nào sau đây có 3 điểm cực trị :

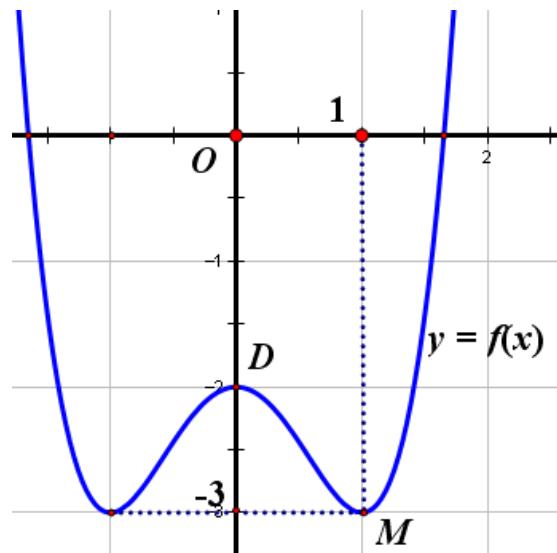
- A.  $y = 2x^4 + 4x^2 + 1$       B.  $y = x^4 + 2x^2 - 1$   
C.  $y = x^4 - 2x^2 - 1$       D.  $y = -x^4 - 2x^2 - 1$

Câu 46 : Đồ thị hàm số nào sau đây chỉ có 1 điểm cực tri :

- A.  $y = 2x^4 - 4x^2 + 2$       B.  $y = x^4 + 9x^2 - 1$   
C.  $y = -x^4 + 2x^2 - 1$       D.  $y = -x^4 + (m^2 + 1)x^2 - 1$

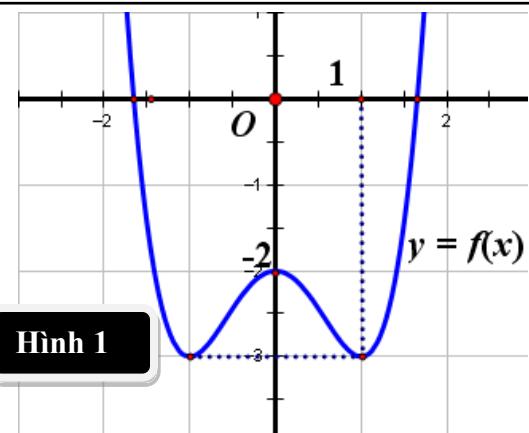
**Câu 47:** Khẳng định nào sau đây là đúng về hàm số  $y = x^4 + 4x^2 + 2$ :

- A. Đặt cực tiểu tại  $x = 0$

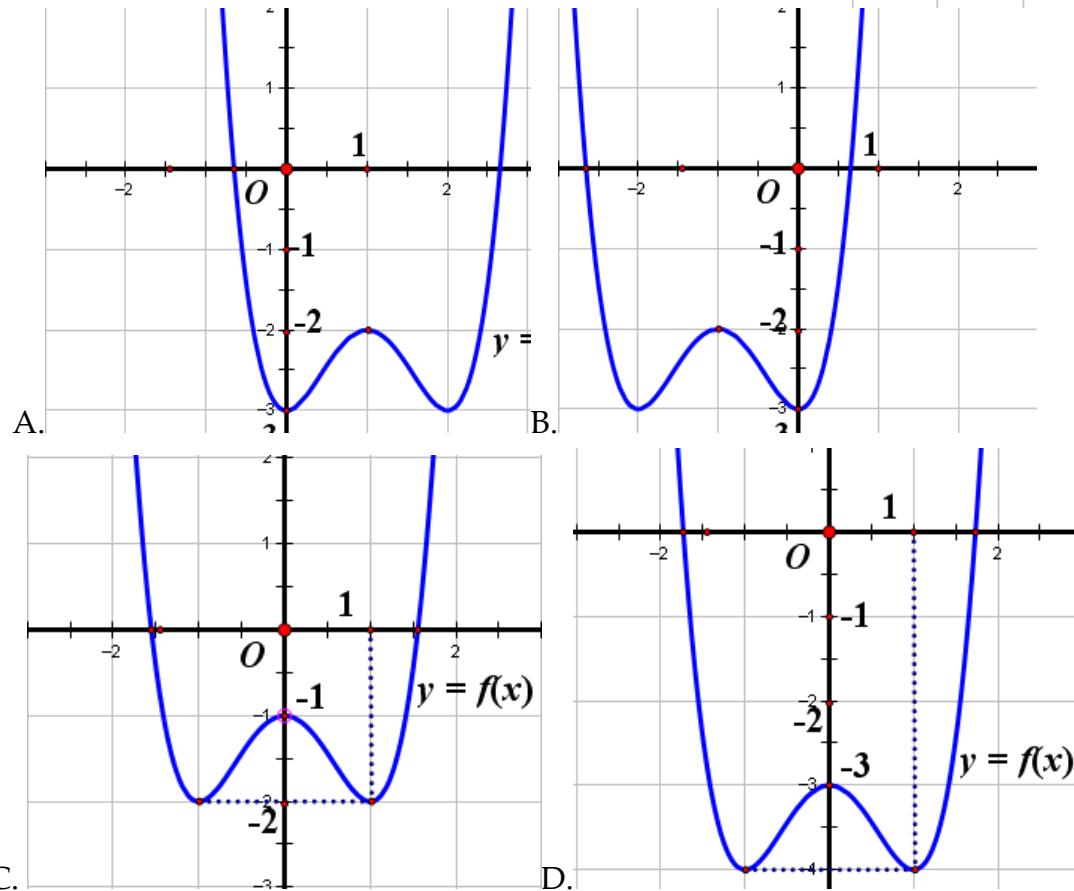


- B. Có cực đại và cực tiểu  
 C. Có cực đại và không có cực tiểu  
 D. Không có cực trị.

**Câu 48 :** Cho hàm số (C) :  $y = f(x)$  có đồ thị được vẽ như **hình 1**. Hình nào dưới đây là đồ thị của  $(C')$  :  $y = f(x) + 1$



Hình 1



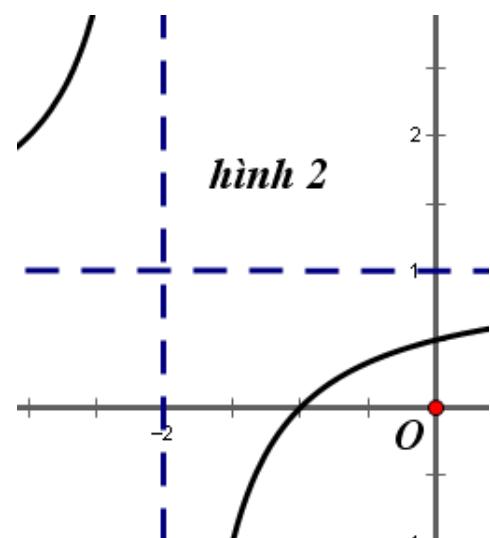
**Câu 49 :** Khẳng định nào sau đây là đúng về hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ :

- A. Hàm số có miền xác định là  $D = \mathbb{R} \setminus \left( -\frac{d}{c} \right)$   
 B.  $ad - bc \neq 0$   
 C. Hàm số không có cực trị  
 D. Cả A, B, C đều đúng

**Câu 50 :** Cho hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ,  $ad - bc > 0$ .

Khẳng định nào sau đây là đúng

- A. Hàm số luôn giảm trên từng khoảng xác định.



B. Hàm số có đạo hàm  $y = \frac{bc - ad}{(cx + d)^2}$

C. Không có tiệm cận.

D. Đồ thị hàm số là **hình**

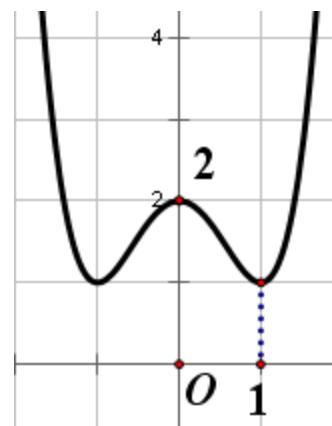
**Câu 51 :** Đồ thị sau đây là của hàm số'

A.  $y = -x^4 - 2x^2 + 2$

B.  $y = -x^4 + 2x^2 + 2$

C.  $y = x^4 - 2x^2 + 2$

D.  $y = -x^4 + x^2 + 2$



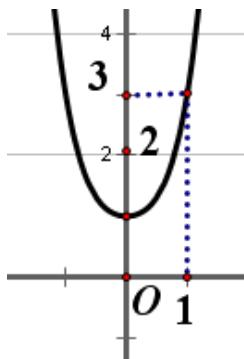
**Câu 52 :** Đồ thị sau đây là của hàm số'

A.  $y = -x^4 + x^2 + 1$

B.  $y = x^4 + 2x^2 + 1$

C.  $y = -x^4 + 2x^2 + 1$

D.  $y = x^4 + x^2 + 1$



**Câu 53 :** Bảng biến thiên ở bên

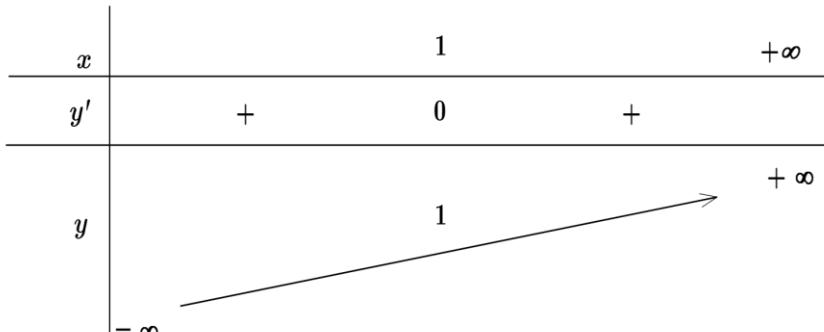
là của hàm số nào?

A.  $y = x^3 - 3x^2 + 3x$

B.  $y = -x^3 + 3x^2 - 3x$

C.  $y = x^3 + 3x^2 - 3x$

D.  $y = -x^3 - 3x^2 - 3x$



**Câu 54 :** Bảng biến thiên ở bên là của

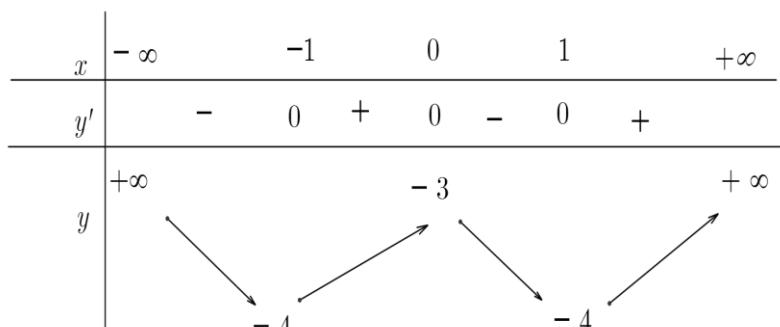
hàm số nào ?

A.  $y = x^4 - 3x^2 - 3$

B.  $y = -\frac{1}{4}x^4 + 3x^2 - 3$

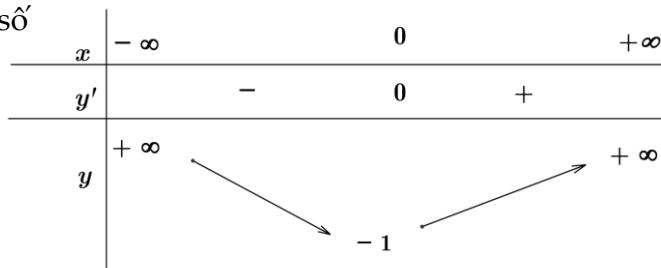
C.  $y = x^4 - 2x^2 - 3$

D.  $y = x^4 + 2x^2 - 3$



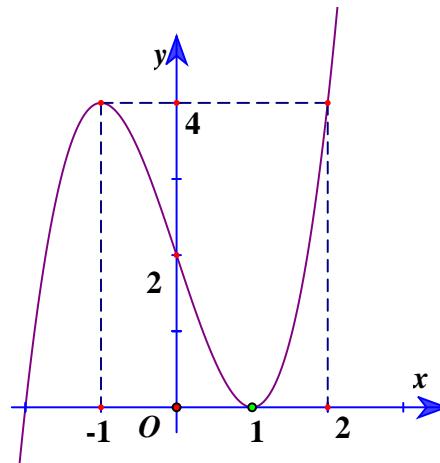
Câu 55 : Bảng biến thiên ở bên là của hàm số nào ?

- A.  $y = x^4 - 3x^2 + 1$       B.  $y = -x^4 + 3x^2 + 1$   
 C.  $y = x^4 + 3x^2 - 1$       D.  $y = -x^4 - 3x^2 + 1$



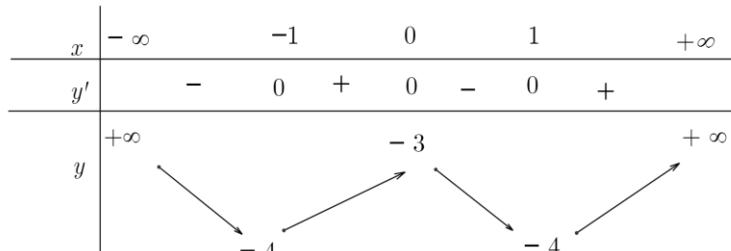
Câu 56 : (Sở GD&ĐT Bà Rịa – Vũng Tàu, lần 1) Đường cong hình bên (Hình 1) là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê trong bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?

- A.  $y = -x^3 + 3x + 2$ .  
 B.  $y = x^3 + 4x - 5$ .  
 C.  $y = x^3 - 3x + 2$ .  
 D.  $y = -x^3 - 3x + 2$ .



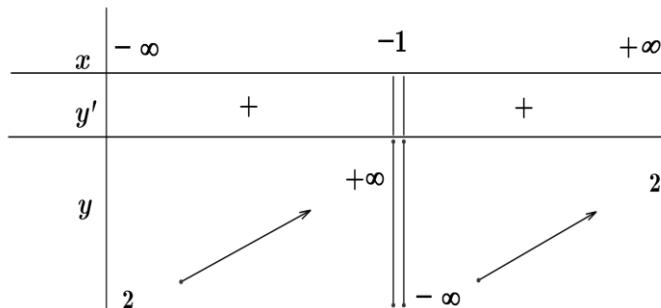
Câu 57 : Bảng biến thiên ở bên là của hàm số nào ?

- A.  $y = -x^4 - 3x^2 - 3$   
 B.  $y = x^4 - x^2 - 3$   
 C.  $y = x^4 - 2x^2 - 3$   
 D.  $y = x^4 + 2x^2 - 3$



Câu 58 : Bảng biến thiên ở bên là của hàm số nào ?

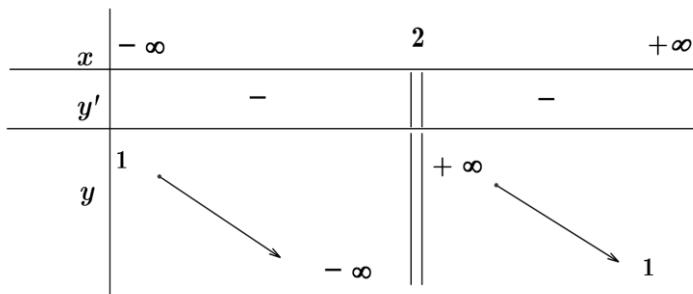
- A.  $y = \frac{2x+1}{x+1}$       B.  $y = \frac{x-1}{2x+1}$   
 C.  $y = \frac{2x+1}{x-1}$       D.  $y = \frac{x+2}{1+x}$



Câu 59 : Bảng biến thiên ở bên là của hàm số nào ?

A.  $y = \frac{2x+1}{x-2}$       B.  $y = \frac{x-1}{2x+1}$

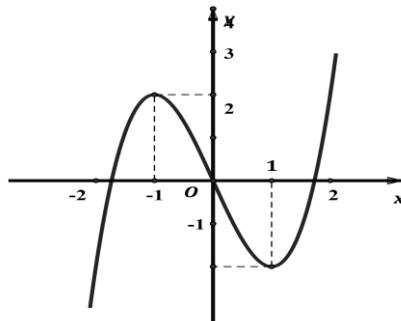
C.  $y = \frac{x+1}{x-2}$       D.  $y = \frac{x+3}{2+x}$



Câu 60 : Đồ thị hình bên là của hàm số nào ?

A.  $y = x^3 + 3x$       B.  $y = x^3 - 3x$

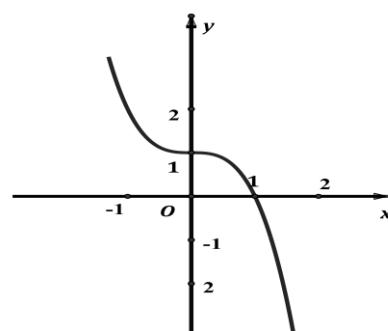
C.  $y = -x^3 + 2x$       D.  $y = -x^3 - 2x$



Câu 61 : Đồ thị hình bên là của hàm số nào ?

A.  $y = -x^3 + 1$       B.  $y = -2x^3 + x^2$

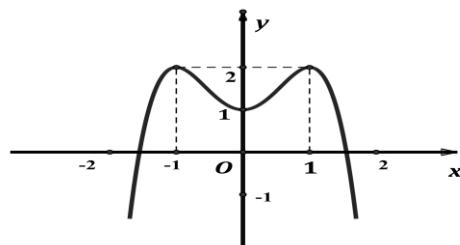
C.  $y = 3x^2 + 1$       D.  $y = -4x^3 + 1$



Câu 62 : Đồ thị hình bên là của hàm số nào ?

A.  $y = -x^4 + 3x^2 + 1$       B.  $y = x^4 - 2x^2 + 1$

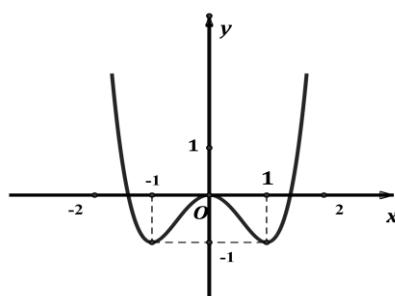
C.  $y = -x^4 + 2x^2 + 1$       D.  $y = x^4 + 3x^2 + 1$



Câu 63 : Đồ thị hình bên là của hàm số nào ?

A.  $y = x^4 + 2x^2$       B.  $y = x^4 - 2x^2$

C.  $y = -x^4 + 2x^2$       D.  $y = x^4 - 2x^2$



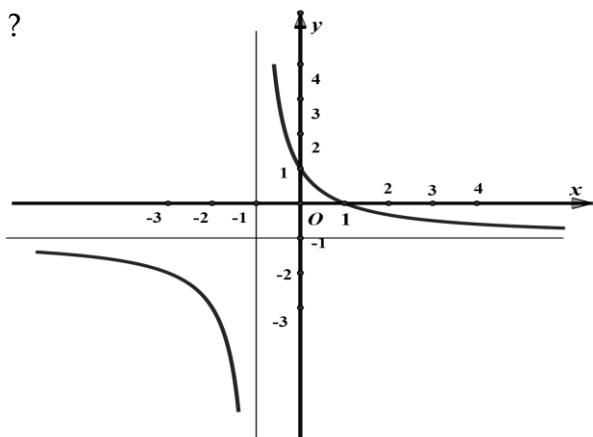
Câu 64 : Đồ thị hình bên là của hàm số nào ?

A.  $y = \frac{-2x+1}{2x+1}$

B.  $y = \frac{-x}{x+1}$

C.  $y = \frac{-x+1}{x+1}$

D.  $y = \frac{-x+2}{x+1}$



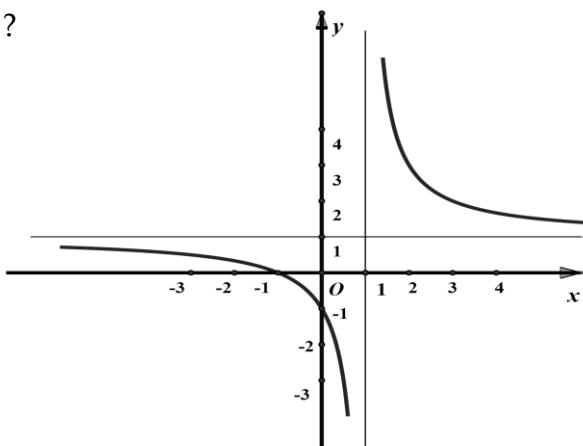
Câu 65 : Đồ thị hình bên là của hàm số nào ?

A.  $y = \frac{x+1}{x-1}$

B.  $y = \frac{x-1}{x+1}$

C.  $y = \frac{2x+1}{2x-2}$

D.  $y = \frac{-x}{1-x}$



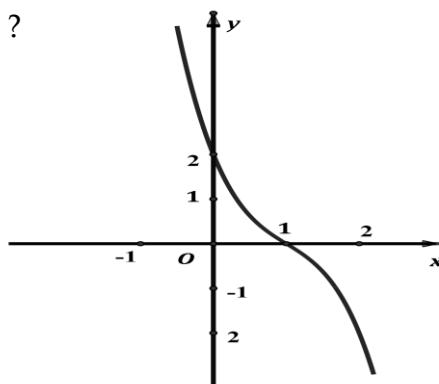
Câu 66 : Đồ thị hình bên là của hàm số nào ?

A.  $y = -x^3 - 3x^2 - 4x + 2$

B.  $y = -x^3 + 3x^2 - 4x + 2$

C.  $y = x^3 - 3x^2 + 4x + 2$

D.  $y = x^3 + 3x^2 + 2$



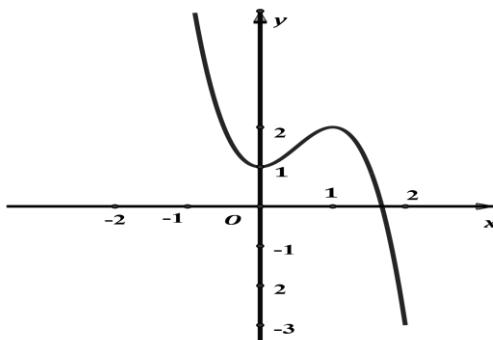
Câu 67 : Đồ thị hình bên là của hàm số nào ?

A.  $y = 2x^3 + 3x^2 + 1$

B.  $y = 2x^3 - 3x^2 + 1$

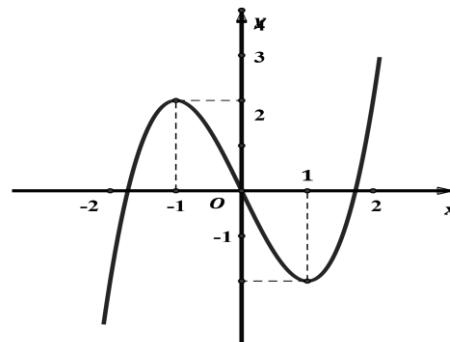
C.  $y = -2x^3 - 3x^2 + 1$

D.  $y = -2x^3 + 3x^2 + 1$



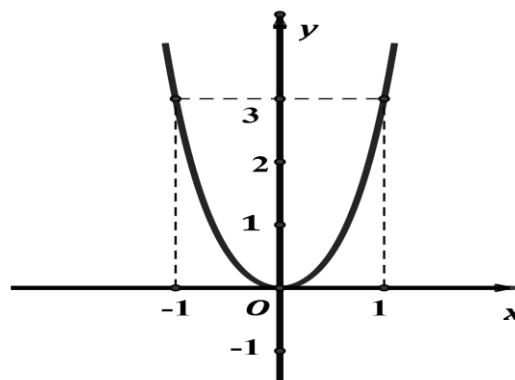
Câu 68 : Đồ thị hình bên là của hàm số nào ?

- A.  $y = x^3 - 3x$
- B.  $y = x^3 + 3x$
- C.  $y = -x^3 + 3x + 1$
- D.  $y = x^3 - 3x + 1$



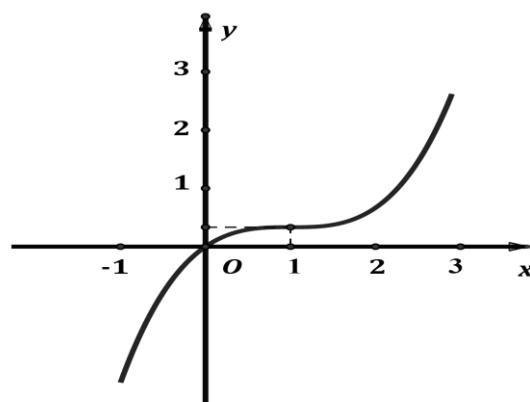
Câu 69 : Đồ thị hình bên là của hàm số nào ?

- A.  $y = x^4 - 2x^2$
- B.  $y = x^4 + 2x^2$
- C.  $y = -x^4 - 2x^2$
- D.  $y = x^4 + 3x^2$



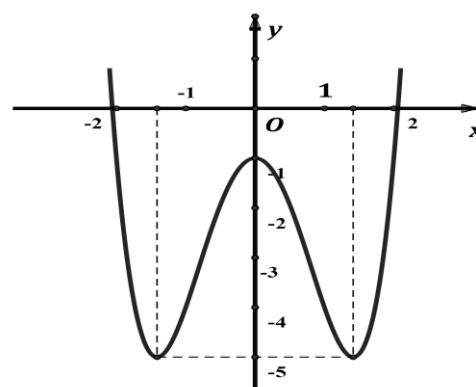
Câu 70 : Đồ thị hình bên là của hàm số nào ?

- A.  $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + x$
- B.  $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + x - 1$
- C.  $y = -x^3 + 3x^2 - 3x$
- D.  $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 2$



Câu 71 : Đồ thị hình bên là của hàm số nào ?

- A.  $y = -x^4 + 4x^2 - 1$
- B.  $y = x^4 - 2x^2 - 1$
- C.  $y = x^4 - 2x^2 + 1$
- D.  $y = x^4 - 4x^2 - 1$



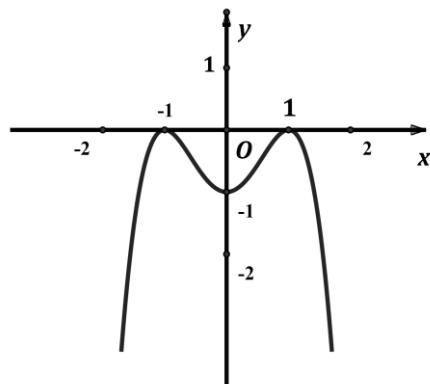
Câu 72 : Đồ thị hình bên là của hàm số nào ?

A.  $y = x^4 + 2x^2 - 1$

B.  $y = -x^4 - 2x^2 - 1$

C.  $y = x^4 + 2x^2 + 1$

D.  $y = -x^4 + 2x^2 - 1$



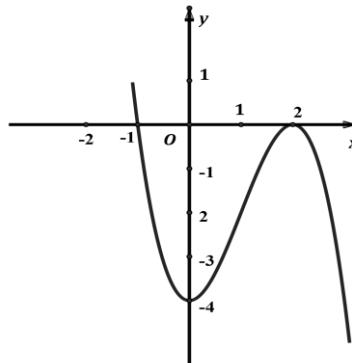
Câu 73 : Đồ thị hình bên là của hàm số nào ?

A.  $y = x^3 - 3x - 4$

B.  $y = -x^3 + 3x^2 - 4$

C.  $y = x^3 - 3x - 4$

D.  $y = -x^3 - 3x^2 - 4$



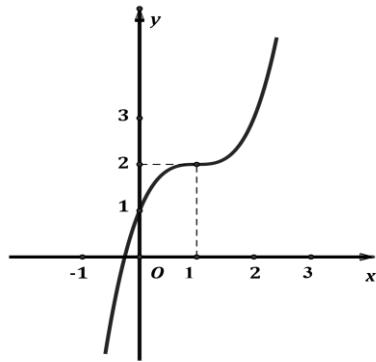
Câu 74 : Đồ thị hình bên là của hàm số nào ?

A.  $y = x^3 - 3x^2 + 3x + 1$

B.  $y = -x^3 + 3x^2 + 1$

C.  $y = x^3 - 3x + 1$

D.  $y = -x^3 - 3x^2 - 1$



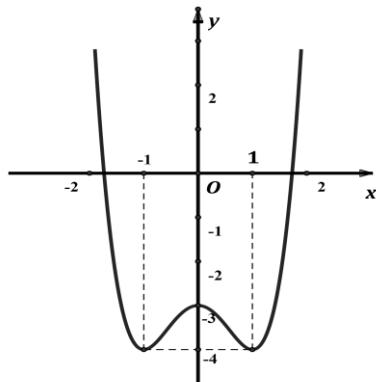
Câu 75 : Đồ thị hình bên là của hàm số nào ?

A.  $y = x^4 - 3x^2 - 3$

B.  $y = -\frac{1}{4}x^4 + 3x^2 - 3$

C.  $y = x^4 - 2x^2 - 3$

D.  $y = x^4 + 2x^2 - 3$



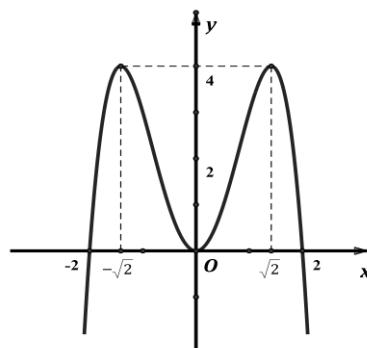
Câu 76 : Đồ thị hình bên là của hàm số nào ?

A.  $y = x^4 - 3x^2$

B.  $y = -\frac{1}{4}x^4 + 3x^2$

C.  $y = -x^4 - 2x^2$

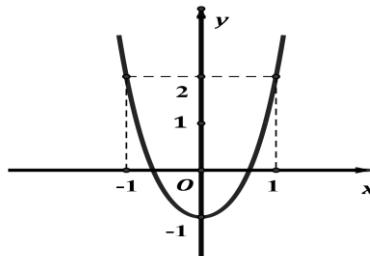
D.  $y = -x^4 + 4x^2$



Câu 77 : Đồ thị hình bên là của hàm số nào ?

A.  $y = x^4 - 3x^2 - 1$  B.  $y = -\frac{1}{4}x^4 + 3x^2 - 1$

C.  $y = x^4 + 2x^2 - 1$  D.  $y = x^4 - 2x^2 - 1$



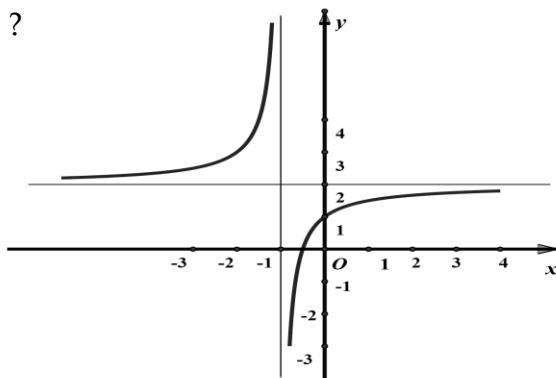
Câu 78 : Đồ thị hình bên là của hàm số nào ?

A.  $y = \frac{2x+1}{x+1}$

B.  $y = \frac{x-1}{x+1}$

C.  $y = \frac{x+2}{x+1}$

D.  $y = \frac{x+3}{1-x}$



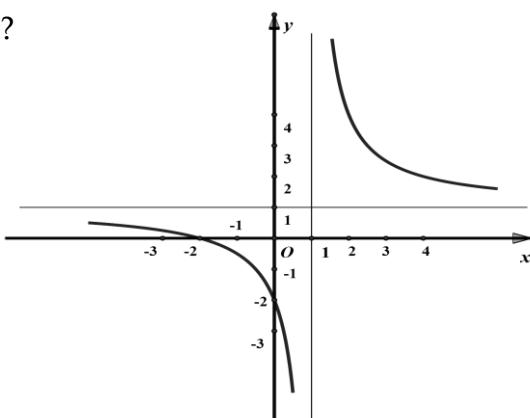
Câu 79: Đồ thị hình bên là của hàm số nào ?

A.  $y = \frac{2x+1}{x-1}$

B.  $y = \frac{x+2}{x-1}$

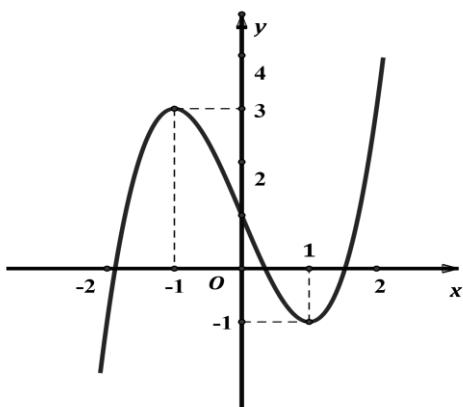
C.  $y = \frac{x+1}{x-1}$

D.  $y = \frac{x+2}{1-x}$

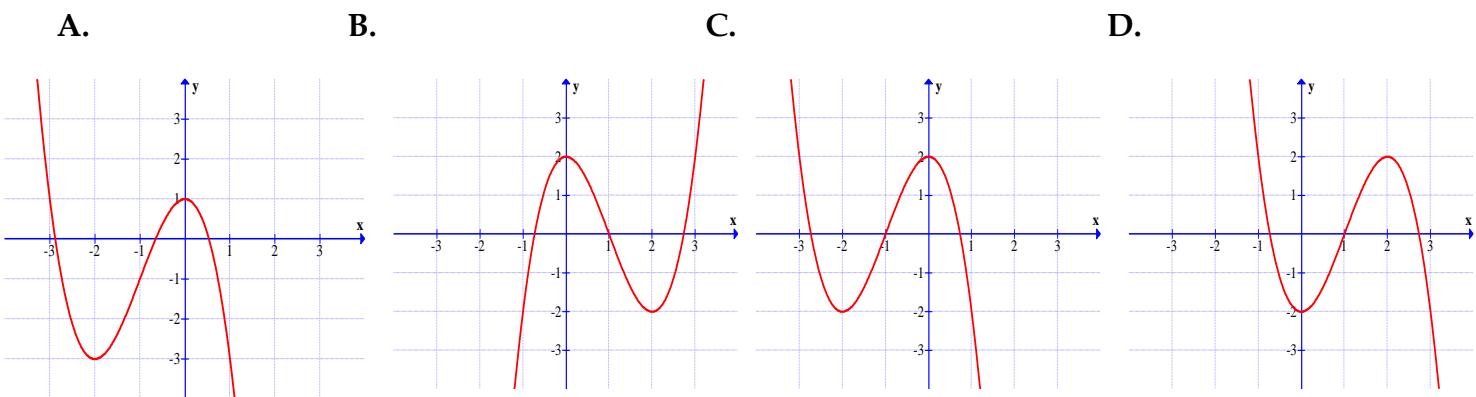


Câu 80: Đồ thị hình bên là của hàm số nào ?

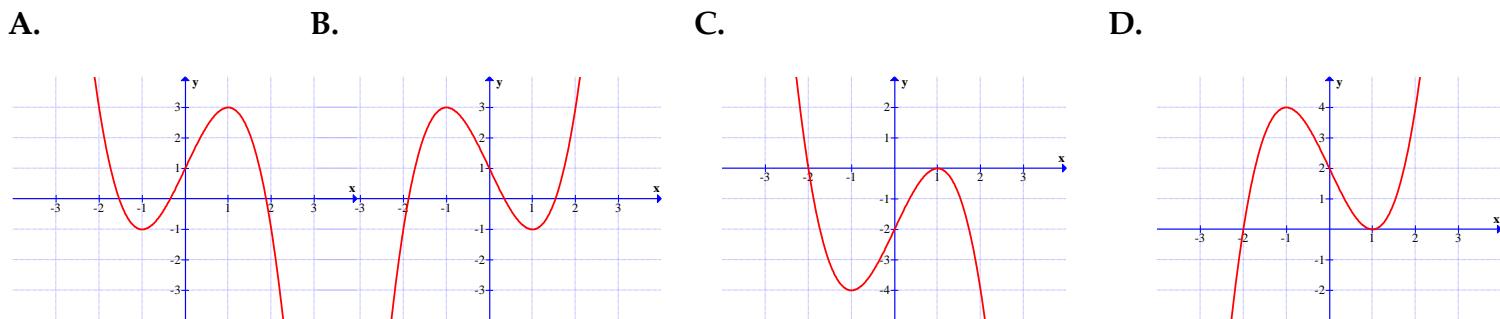
- A.  $y = x^3 - 3x - 1$
- B.  $y = -x^3 + 3x^2 + 1$
- C.  $y = x^3 - 3x + 1$
- D.  $y = -x^3 - 3x^2 - 1$



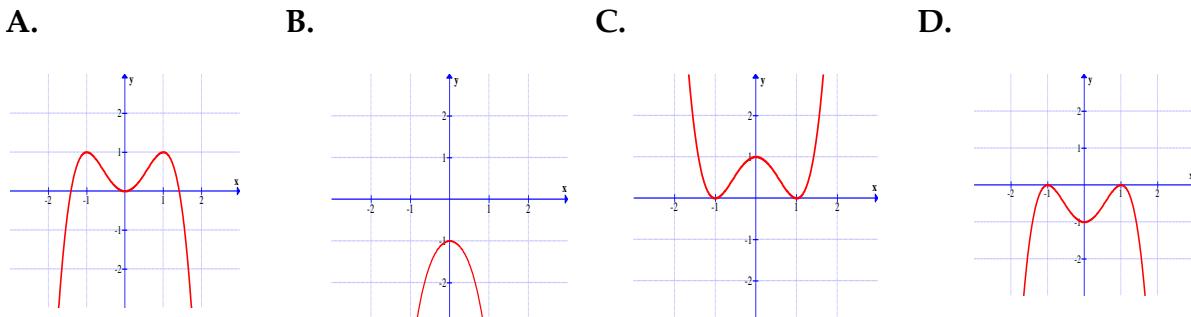
Câu 81: Đồ thị hàm số  $y = -x^3 - 3x^2 + 2$  có dạng:



Câu 82: Đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x + 2$  có dạng:

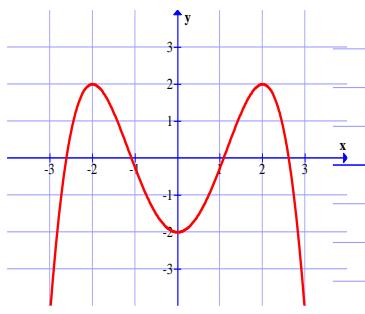


Câu 83: Đồ thị hàm số  $y = -x^4 + 2x^2 - 1$  có dạng:

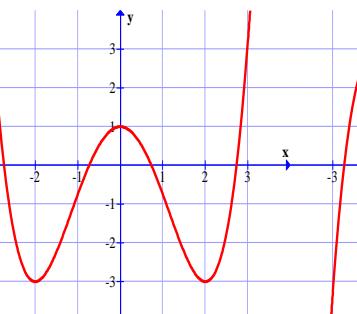


**Câu 84:** Đồ thị hàm số  $y = -\frac{x^4}{4} + 2x^2 - 1$  có dạng:

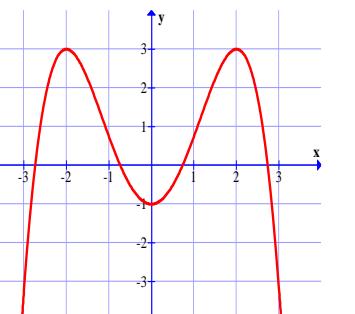
A.



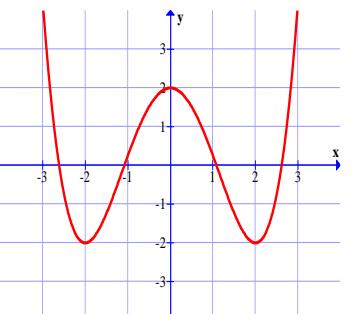
B.



C.

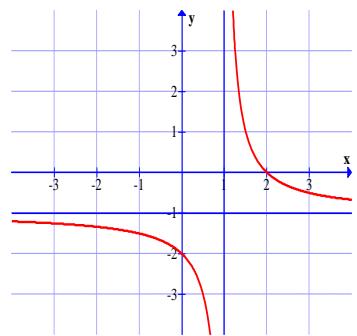


D.

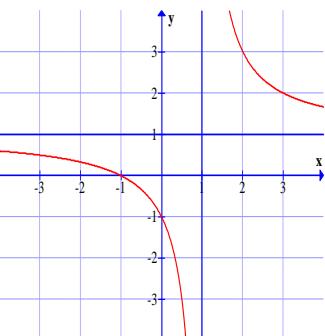


**Câu 85:** Đồ thị hàm số  $y = \frac{x-2}{1-x}$  có dạng:

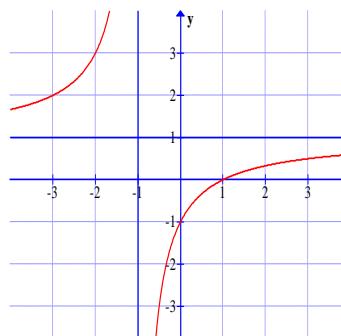
A.



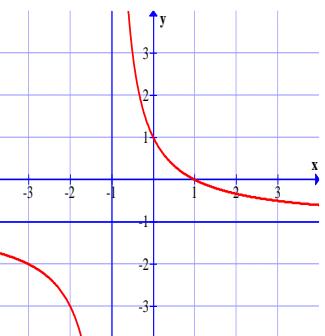
B.



C.

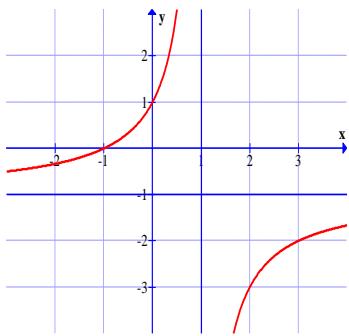


D.

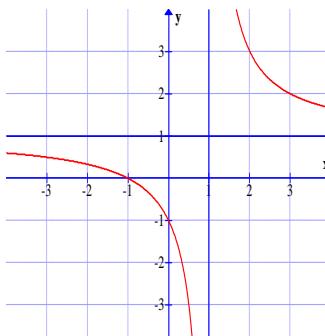


**Câu 86:** Đồ thị hàm số  $y = \frac{x+1}{1-x}$  có dạng:

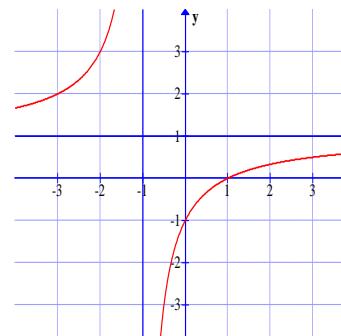
A.



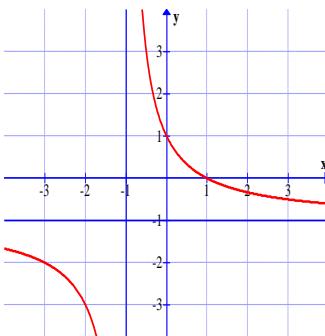
B.



C.



D.



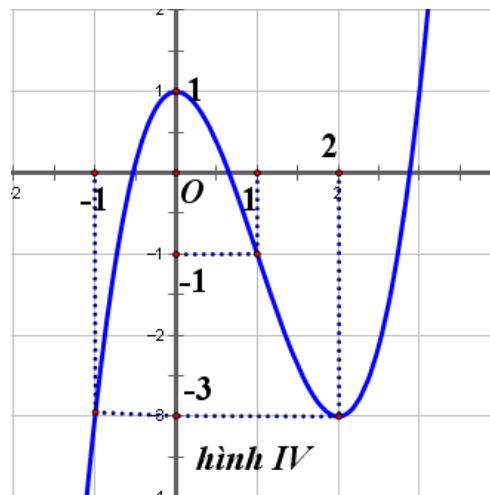
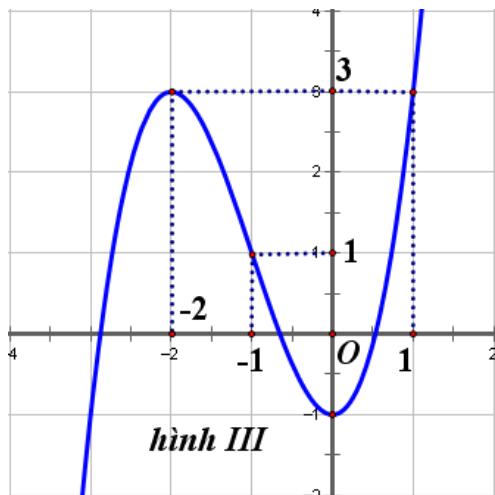
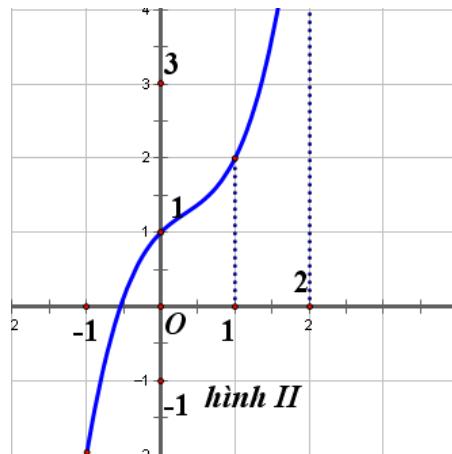
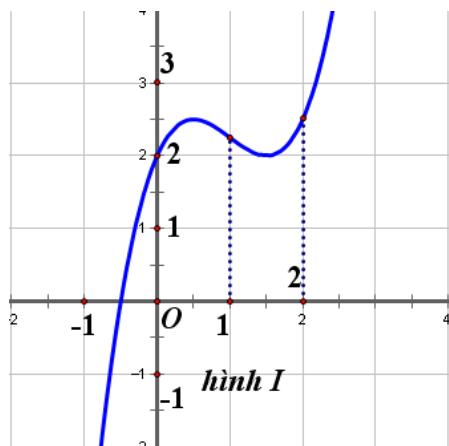
Câu 87: Điền hình đồ thị thích hợp vào hàm số tương ứng

1/  $y = x^3 + 3x^2 - 1$  có đồ thị là hình ..... .

2/  $y = x^3 - 3x^2 + 1$  có đồ thị là hình ..... .

3/  $y = x^3 - 3x^2 + \frac{9}{4}x + 2$  có đồ thị là hình .....

4/  $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + x + 1$  có đồ thị là hình .....



Câu 88: Hàm số  $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$  ( $a \neq 0$ ) có đồ thị như hình vẽ sau:

Hàm số  $y = f(x)$  là hàm số nào trong bốn hàm số sau:

A.  $y = (x^2 + 2)^2 - 1$

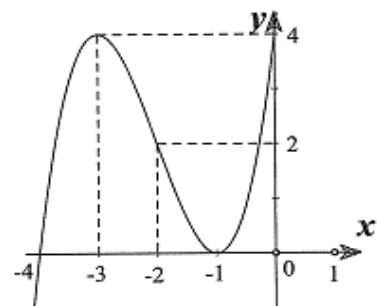
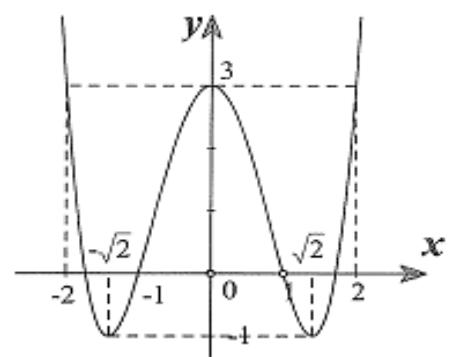
B.  $y = (x^2 - 2)^2 - 1$

C.  $y = -x^4 + 2x^2 + 3$

D.  $y = -x^4 + 4x^2 + 3$

Câu 89: Cho hàm số  $y = f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 4$  có đồ thị như hình vẽ: Hàm số  $y = f(x)$  là hàm số nào trong bốn hàm số sau:

A.  $y = x^3 - 3x^2 + 2$



B.  $y = x^3 + 3x^2 + 2$

C.  $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 4$

D.  $y = x^3 + 6x^2 + 9x + 4$

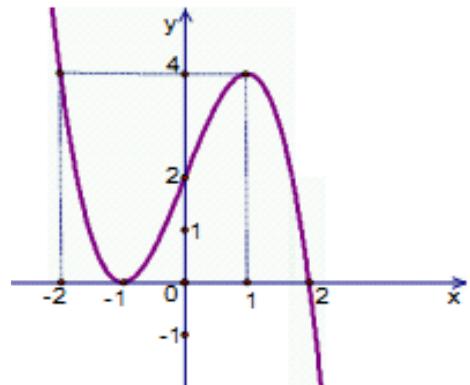
**Câu 90:** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A.  $y = -x^3 + 3x + 2$

B.  $y = -x^3 + 3x + 1$

C.  $y = x^4 - x^2 + 1$

D.  $y = x^3 - 3x + 1$



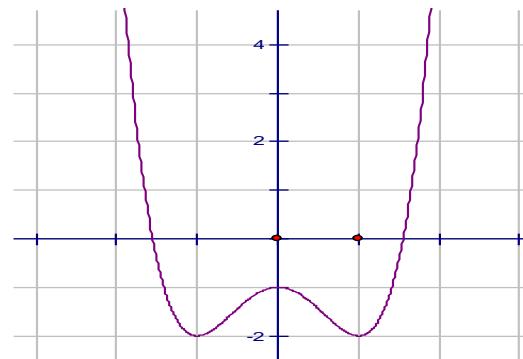
**Câu 91:** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A.  $y = x^4 - 2x^2 - 1$ .

B.  $y = -x^4 + 2x^2 - 1$ .

C.  $y = x^4 + 2x^2 - 1$ .

D.  $y = \frac{x^4}{2} + x^2 - 1$ .



**Câu 92:** Cho hàm số  $y = ax^4 + bx^2 + c (c \neq 0)$  có đồ thị

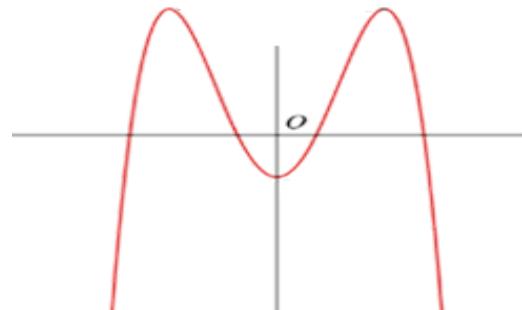
sau: Xét dấu  $a, b, c$

A.  $a > 0, b < 0, c < 0$ .

B.  $a < 0, b < 0, c < 0$ .

C.  $a < 0, b > 0, c < 0$ .

D.  $a < 0, b > 0, c > 0$ .



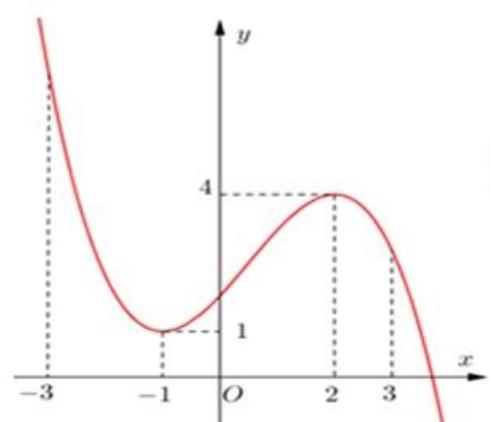
**Câu 93:** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định, liên tục trên đoạn  $[-3; 3]$  và có đồ thị đường cong ở hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng trên đoạn  $[-3; 3]$ ?

A. Hàm số  $y = f(x)$  đạt giá trị lớn nhất tại  $x = 2$ .

B. Hàm số  $y = f(x)$  đạt cực tiểu tại điểm  $x = -1$ .

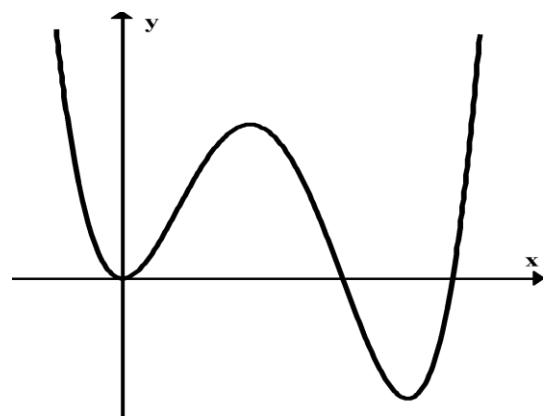
C. Hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến trên khoảng  $(-1; 2)$ .

D. Hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến trên khoảng  $(-1; 3)$ .



**Câu 94:** (THPT Trung Giã – Hà Nội) Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  và đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  trên  $\mathbb{R}$  như hình bên dưới. Khi đó trên  $\mathbb{R}$  hàm số  $y = f(x)$

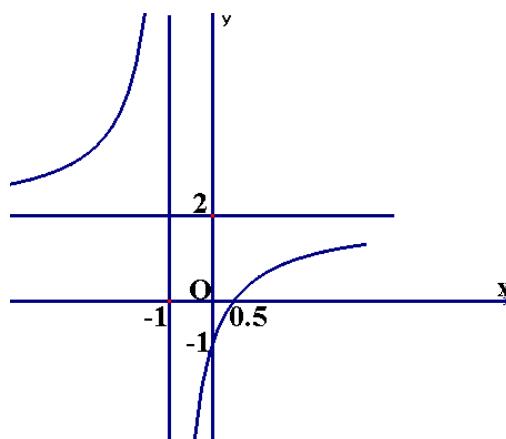
- A. có 1 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu.
- B. có 2 điểm cực đại và 2 điểm cực tiểu.
- C. có 1 điểm cực đại và 2 điểm cực tiểu.
- D. có 2 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu.



**Câu 95:** (SGD – Bà Rịa Vũng Tàu 2017 lần 2) Đường cong

trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

- A.  $y = \frac{2x-1}{x+1}$ .
- B.  $y = \frac{2x+1}{x-1}$ .
- C.  $y = \frac{2x+1}{x+1}$ .
- D.  $y = \frac{1-2x}{x+1}$ .

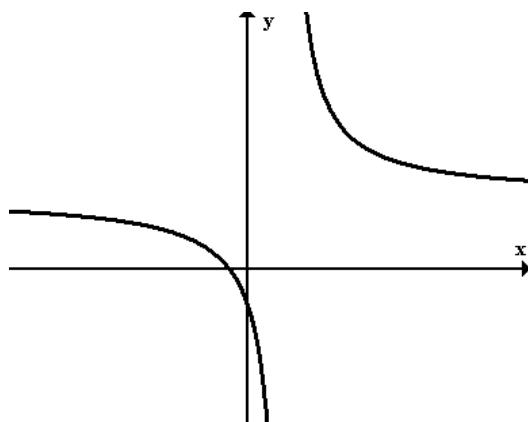


**Câu 96:** (THPT Đa Phúc – Hà Nội, lần 1) Đồ thị hàm

số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  có dạng như hình bên dưới.

Mệnh đề nào sau đây là sai?

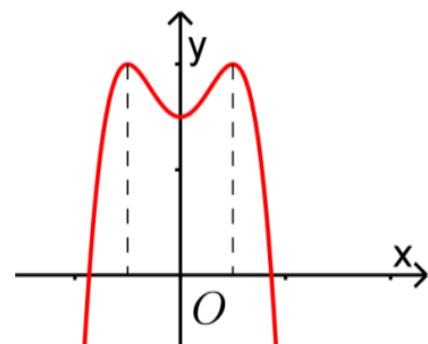
- A.  $ac > 0$ .
- B.  $ab > 0$ .
- C.  $cd > 0$ .
- D.  $bd < 0$ .



**Câu 97:** (THPT Ngô Sĩ Liên – Hà Nội, lần 3) Hàm số

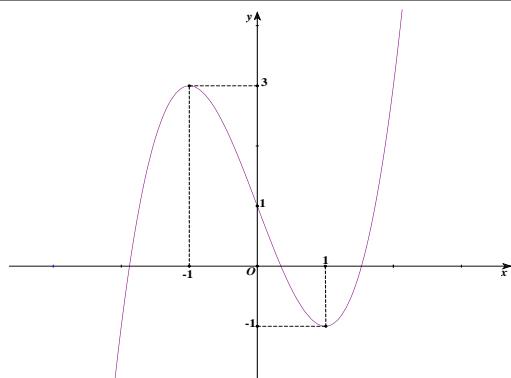
$y = ax^4 + bx^2 + c$  có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $a < 0; b > 0; c < 0$ .
- B.  $a < 0; b < 0; c < 0$ .
- C.  $a > 0; b < 0; c < 0$ .
- D.  $a < 0; b > 0; c > 0$ .



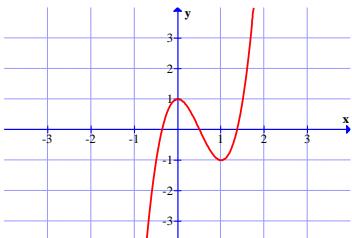
Câu 98: Đồ thị sau là của hàm số nào?

- A.  $y = -x^3 + 3x + 1$ .
- B.  $y = x^3 - 3x^2 + 1$ .
- C.  $y = x^3 - 3x - 1$ .
- D.  $y = x^3 - 3x + 1$ .

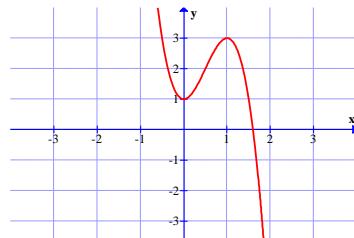


Câu 99 : Đồ thị hàm số  $y = 4x^3 - 6x^2 + 1$  là hình vẽ nào sau

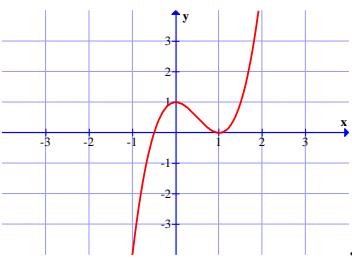
đây?



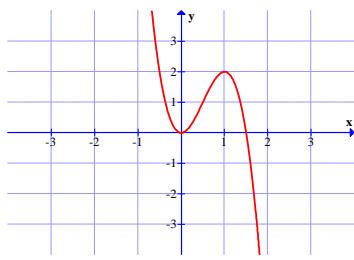
A.



B.



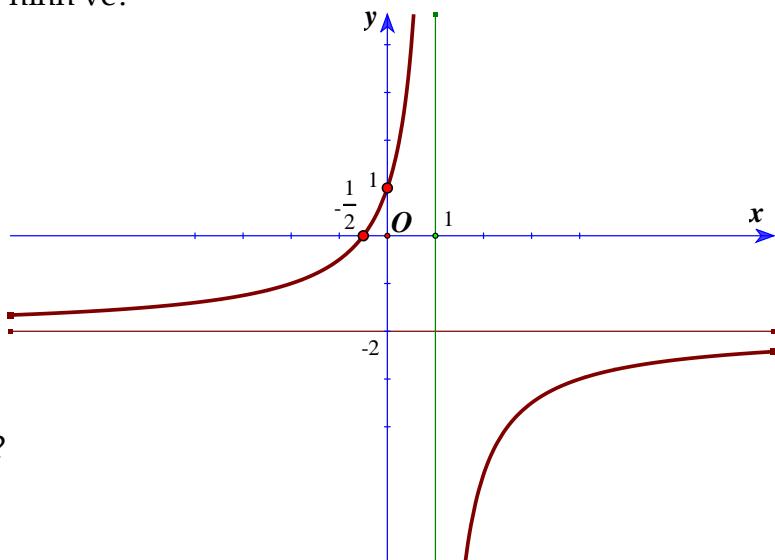
C.



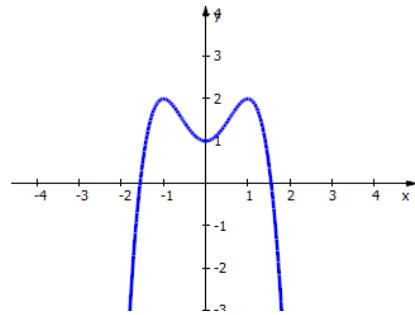
D.

Câu 100: Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình vẽ?

- A.  $y = \frac{2x+1}{1-x}$ .
- B.  $y = \frac{2x+1}{1+x}$ .
- C.  $y = \frac{2x+1}{1-2x}$ .
- D.  $y = \frac{2x+3}{1-x}$ .

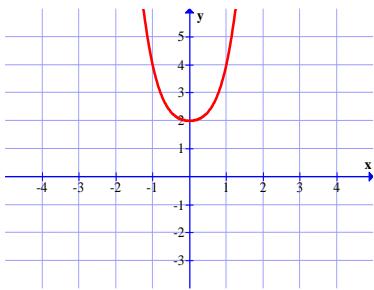


Câu 101: Đồ thị sau đây là của hàm số nào ?

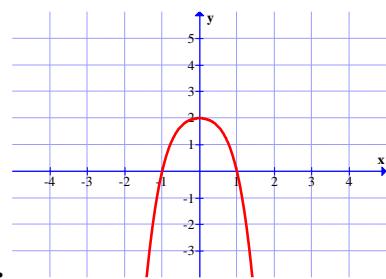


- A.  $y = x^4 + 2x^2 + 1$ .
- B.  $y = x^4 - 2x^2 + 1$ .
- C.  $y = -x^4 + 2x^2 + 1$ .
- D.  $y = -x^4 - 2x^2 + 1$ .

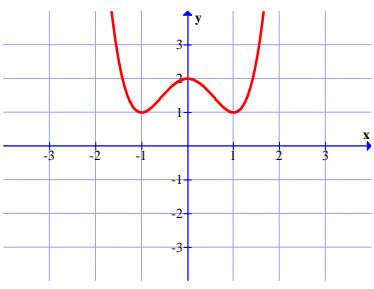
Câu 102: Đồ thị hàm số  $y = -x^4 - x^2 + 2$  có dạng:



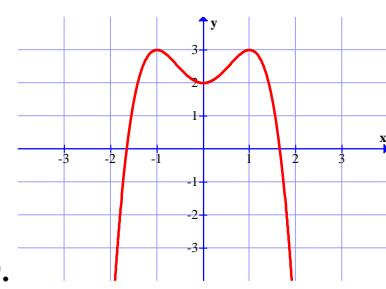
A.



B.



C.



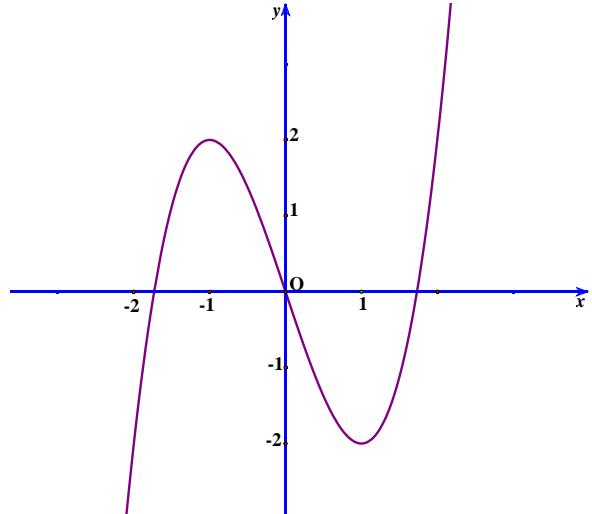
D.

Câu 103: Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị  $g(x) = f'(x)$

nó như hình vẽ sau:

Số điểm cực trị của đồ thị trên là

- A. 2 điểm.
- B. 1 điểm.
- C. 3 điểm.
- D. Không có



## PHẦN 6 : TIẾP TUYẾN VỚI ĐỒ THỊ HÀM SỐ

**Định lý :** Đạo hàm của hàm số  $y = f(x)$  tại điểm  $x_0$  là hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị tại điểm  $M(x_0; y_0 = f(x_0))$ :

<i>Yêu cầu bài toán</i>	<i>Phương trình tiếp tuyến</i>
Tiếp tuyến <b>tại</b> $M(x_0; y_0) \in (C)$	(1) $k = f'(x_0)$ : <b>hệ số góc tiếp tuyến tại M</b>
Tiếp tuyến có <b>hệ số góc k</b> cho trước	<ul style="list-style-type: none"> <li>▶ Gọi <math>M(x_0; y_0) \in (C)</math> là tiếp điểm</li> <li>▶ Giải pt: <math>f'(x_0) = k \Rightarrow x_0 \Rightarrow y_0</math></li> <li>▶ Áp Dụng (1) <math>\Rightarrow</math> <b>phương trình tiếp tuyến</b></li> </ul>
Tiếp tuyến <b>song song</b> với đường thẳng (d) cho trước: $y = k_d x + b$	<ul style="list-style-type: none"> <li>▶ Gọi <math>M(x_0; y_0) \in (C)</math> là tiếp điểm</li> <li>▶ Giải pt: <math>f'(x_0) = k_d \Rightarrow x_0 \Rightarrow y_0</math></li> <li>▶ Áp Dụng (1) <math>\Rightarrow</math> <b>phương trình tiếp tuyến</b></li> </ul>
Tiếp tuyến <b>vuông góc</b> với đường thẳng (d) trước: $y = k_d x + b$	<ul style="list-style-type: none"> <li>▶ Gọi <math>M(x_0; y_0) \in (C)</math> là tiếp điểm</li> <li>▶ Giải pt: <math>f'(x_0) = -\frac{1}{k_d} \Rightarrow x_0 \Rightarrow y_0</math></li> <li>▶ Áp Dụng (1) <math>\Rightarrow</math> <b>phương trình tiếp tuyến</b></li> </ul>
Tiếp tuyến <b>đi qua</b> điểm $A(x_A; y_A) \notin (C)$ cho trước	<ul style="list-style-type: none"> <li>▶ Gọi <math>M(x_0; y_0) \in (C)</math> là tiếp điểm</li> <li>▶ Tiếp tuyến tại M là <math>(\Delta) : y - y_0 = f'(x_0).(x - x_0)</math> (1)</li> <li>▶ (<math>\Delta</math>) qua A: thay tọa độ A vào (1) <math>\Rightarrow x_0 \Rightarrow y_0 \Rightarrow</math> <b>phương trình tiếp tuyến</b></li> </ul>

■ **Lưu ý :** hai đường thẳng :  $\begin{cases} y = k_1 x + c_1 \\ y = k_2 x + c_2 \end{cases}$

- **vuông góc** với nhau  $\Leftrightarrow k_1 \cdot k_2 = -1$ ,
- **song song**  $\Leftrightarrow k_1 = k_2$  và  $c_1 \neq c_2$  (Với  $k_1, k_2$  là hệ số góc)

**Bài 01 :** Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 2$

- a/ Tại điểm  $M(2;-2)$ .  
b/ Tại điểm có hoành độ  $x = -1$ .  
c/ Tại điểm có tung độ  $y = -2$ .  
d/ Tại giao điểm của đồ thị với đường thẳng  $y = x - 1$ .  
e/ Tại giao điểm của đồ thị với trục tung.  
f/ Tại giao điểm của đồ thị với trục hoành.  
g/ Tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất

- Giải:

**Bài 02 :** Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = \frac{x-1}{x+2}$  tại điểm  $M(1;0)$

- A.  $y = -\frac{1}{3}(x-1)$       B.  $y = 3(x+1)$       C.  $y = \frac{1}{3}(x-1)$       D.  $y = \frac{1}{9}(x-1)$

• Giải :

**Bài 03 :** Cho hàm số  $y = x^3 - x - 1$  có đồ thị (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại giao điểm của (C) với trục tung.

- A.  $y = -x + 1$       B.  $y = -x - 1$       C.  $y = 2x + 2$       D.  $y = 2x - 1$

• Giải :

**Bài 04 :** Cho hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 1$  (l). Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số (l) *song song với* đường thẳng  $y = 3x + 1$  có dạng  $y = ax + b$ . Tìm giá trị  $S = a + b$

- A.  $-\frac{29}{3}$       B.  $-\frac{20}{3}$       C.  $-\frac{19}{3}$       D.  $\frac{20}{3}$

• Giải :

**Bài 05 :** Tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = -x^4 - x^2 + 6$  song song với đường thẳng  $d : 6x + y = 0$  là:

- A.  $y = 6x - 10$       B.  $y = -6x + 7$       C.  $y = -6x + 10$       D.  $y = 6x - 7$

• Giải :

**Bài 06 :** Tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 2$  tại điểm  $A(-1; -2)$  là:

- A.  $y = 9x - 2$       B.  $y = 9x + 7$       C.  $y = 24x + 7$       D.  $y = 24x - 2$

• Giải :

**Bài 07 :** Tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x + 2$  tại các giao điểm với trục hoành có phương trình là

- A.  $y = 0$  và  $y = -9x + 18$       B.  $y = 0$  và  $y = -9x - 18$   
 C.  $y = 0$  và  $y = 9x + 18$       D.  $y = 0$  và  $y = 9x - 18$

• Giải :

**Bài 08 :** Gọi A là giao điểm của đồ thị hàm số  $y = \frac{x-2}{2x-1}$  với trục Ox. Tiếp tuyến tại A của đồ thị hàm số đã cho có hệ số góc k là:

- A.  $k = -\frac{5}{9}$       B.  $k = \frac{1}{3}$       C.  $k = -\frac{1}{3}$       D.  $k = \frac{5}{9}$

• Giải :

**Bài 09 :** Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x + 2$ , biết tiếp tuyến đó tiếp xúc với đồ thị hàm số tại điểm  $M(2;4)$ .

- A.  $y = -3x + 10$       B.  $y = -9x + 14$       C.  $y = 9x - 14$       D.  $y = 3x - 2$

• Giải :

**Bài 10 :** Cho hàm số  $(C): y = \sqrt{x+2}$ . Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị  $(C)$  tại điểm có tung độ bằng 2.

- A.  $x + 4y - 3 = 0$ .      B.  $4x + y + 1 = 0$ .      C.  $x - 4y + 2 = 0$ .      D.  $x - 4y + 6 = 0$

• Giải :

**Bài 11 :** Có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = x^3 - 6x^2 + 6x + 2016$  song song với đường thẳng  $y = -3x + 2016$ .

- A. 0      B. 1      C. 2      D. 3

• Giải :

**Bài 12 :** Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình tiếp tuyến của đồ thị  $y = 2x + \frac{1}{x}$  tại điểm có hoành độ  $x = 1$

- A.  $y = x + 1$       B.  $y = 2x + 2$       C.  $y = x + 2$       D.  $y = x - 2$

• Giải :

**Bài 13 :** Cho hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 1$  ( $C$ ). Tiếp tuyến của đồ thị ( $C$ ) song song với đường thẳng  $d : y = 3x + 1$  có phương trình là:

- A.  $y = 3x - 1$       B.  $y = 3x - \frac{26}{3}$       C.  $y = 3x - 2$       D.  $y = 3x - \frac{29}{3}$

• Giải :

**Bài 14 :** Phương trình tiếp tuyến của ( $C$ ):  $y = \frac{x+2}{x-1}$  tại điểm có hoành độ bằng 2 có là phương trình nào sau đây

- A.  $y = 3x + 10$ .      B.  $y = -3x + 10$ .      C.  $y = -3x - 10$ .      D.  $y = 3x - 10$ .

• Giải :

**Ví dụ 01 :** Cho hàm số  $y = -x^4 + 2x^2$ . Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị tại điểm có hoành độ  $x = 2$ .

♥ Giải : Đạo hàm  $y' = -4x^3 + 4x$ ;

Ta có  $x = 2 \Rightarrow y = -8$

Suy ra hệ số góc của tiếp tuyến tại điểm đang xét là  $k = y'(2) = -24$ .

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị là  $d : y + 8 = -24(x - 2)$  hay  $d : y = -24x + 40$ .

Vậy tiếp tuyến cần tìm  $d : y = -24x + 40$ .

**Ví dụ 02 :** Cho hàm số  $y = -x^3 + 3x^2 - 1$ . Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị ( $C$ ) biết tiếp tuyến đó vuông góc với đường thẳng ( $d$ ):  $y = \frac{1}{9}x - 2009$ .

♥ Giải : ( $d$ ):  $y = \frac{1}{9}x - 2009$  có hệ số góc là  $\frac{1}{9}$ ; Gọi  $M(x_0; y_0)$  thuộc ( $C$ ) là tiếp điểm

Suy ra hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị tại điểm  $M$  là  $k = f'(x_0) = -3x_0^2 + 6x_0$

Tiếp tuyến vuông góc với (d) suy ra  $f(x_0) \frac{1}{9} = -1 \Leftrightarrow f(x_0) = -9$

$$\Leftrightarrow -3x_0^2 + 6x_0 + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -1 \Rightarrow y_0 = 3 \\ x_0 = 3 \Rightarrow y_0 = -1 \end{cases}$$

Vậy có hai phương trình tiếp tuyến của (C) thoả điều kiện là:  $y = -9x - 6$  hay  $y = -9x + 26$

**Ví dụ 03:** Cho hàm số  $y = \frac{x-1}{x+1}$ . Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số, biết rằng tiếp tuyến có hệ số góc bằng 2.

♥ **Giải:** Gọi  $M(x_0; y_0)$  với  $x_0 \neq -1$  là điểm thuộc đồ thị. Ta có đạo hàm  $y' = \frac{2}{(x+1)^2}$ .

Suy ra *hệ số góc* của tiếp tuyến của đồ thị tại điểm  $M$  là  $k = y'(x_0) = \frac{2}{(x_0+1)^2}$ .

Theo giả thiết, ta có  $\frac{2}{(x_0+1)^2} = 2 \Leftrightarrow (x_0+1)^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_0 = -2 \end{cases}$ .

• Với  $x_0 = 0$ , suy ra  $M(0; -1)$ . Phương trình tiếp tuyến là  $d_1 : y = 2(x-0) - 1$ .

• Với  $x_0 = -2$ , suy ra  $M(-2; 2)$ . Phương trình tiếp tuyến là  $d_2 : y = 2(x+2) + 2$ .

Vậy có hai phương trình tiếp tuyến cần tìm là  $d_1 : y = 2x - 1$ ,  $d_2 : y = 2x + 6$ .

**Ví dụ 04:** Cho hàm số  $d : y = -3(x-1) + 2$ . Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị tại giao điểm của đồ thị và đường thẳng  $d : y = -3x + 5$

♥ **Giải:** Ta có  $y' = \frac{-1}{(x+2)^2}$

Gọi  $A(x_0; y_0 = 2)$ ,  $x_0 \neq -2$  là giao điểm của đồ thị với đường thẳng  $y = 2$

Suy ra tọa độ điểm  $A(x_0 = -1; y_0 = 2)$ ; Suy ra hệ số góc của tiếp tuyến  $k = y'(-1) = -1$ .

Phương trình tiếp tuyến cần tìm là  $d : y = -1(x+1) + 2$  hay  $d : y = -x + 1$ .

**Ví dụ 05 :** Cho hàm số  $y = x^3 + 3mx^2 + (m+1)x + 1$  ( $m$  là tham số thực). Tìm  $m$  để tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho tại điểm có hoành độ  $x_0 = -1$  đi qua điểm  $A(1; 2)$ .

♥ **Giải :** Ta có  $y' = 3x^2 + 6mx + (m+1)$

Với  $x_0 = -1$ , suy ra  $y_0 = (-1)^3 + 3m(-1)^2 + (m+1)(-1) + 1 = 2m - 1$ .

Suy ra hệ số góc của tiếp tuyến  $k = y'(-1) = 4 - 5m$ .

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị tại điểm có hoành độ bằng  $x_0 = -1$  là:

$$d : y = (4 - 5m)(x + 1) + 2m - 1.$$

**Theo giả thiết**, tiếp tuyến đi qua  $A(1; 2)$  nên  $2 = (4 - 5m)(1 + 1) + 2m - 1 \Leftrightarrow m = \frac{5}{8}$ .

Vậy  $m = \frac{5}{8}$  là giá trị cần tìm thỏa yêu cầu bài toán.

**Ví dụ 06 :** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{2x+2}{x-1}$ . Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị tại giao điểm của đồ thị với trục tung.

♥ **Giải :** Đạo hàm  $f'(x) = \frac{-4}{(x-1)^2}$ . Gọi  $A$  là giao điểm của  $(C)$  với trục tung ( $Oy : x = 0$ )

Suy ra tọa độ điểm  $A$  là nghiệm của hệ phương trình  $\begin{cases} y = \frac{2x+2}{x-1} \\ x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -2 \end{cases} \Rightarrow A(0; -2)$

Suy ra hệ số góc của tiếp tuyến  $k = f'(0) = -4$

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị tại  $A$  là  $d : y = -4(x - 0) - 2$  hay  $d : y = -4x - 2$ .

**Ví dụ 07 :** Cho hàm số  $y = -x^3 + 3x^2 - 2$ . Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị biết tiếp tuyến song song với đường thẳng  $\Delta : y = -9x + 25$ .

♥ **Giải :** Đạo hàm  $y' = -3x^2 + 6x$ ; Đường thẳng  $\Delta : y = -9x + 25$  có hệ số góc là  $-9$

Gọi  $M(x_0; y_0)$  là điểm thuộc đồ thị hàm số (hay tiếp điểm)

Suy ra hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị tại điểm  $M$  là  $k = f'(x_0) = -3x_0^2 + 6x_0$

**Do** tiếp tuyến song song với đường thẳng  $\Delta: y = -9x + 25$  (có hệ số góc là  $-9$ )

$$\text{nên } y'(x_0) = -9 \Leftrightarrow -3x_0^2 + 6x_0 = -9 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -1 \\ x_0 = 3 \end{cases}.$$

Với  $x_0 = -1$ , suy ra phương trình tiếp tuyến:  $d_1: y = -9(x+1)+2$  hay  $d_1: y = -9x - 7$ .

Với  $x_0 = 3$ , suy ra phương trình tiếp tuyến:  $d_2: y = -9(x-3)-2$  hay  $d_2: y = -9x + 25$

(loại  $d_2$  vì đường thẳng này có phương trình trùng với  $\Delta$ )

Vậy tiếp tuyến cần tìm là  $d_1: y = -9x - 7$

• **Chú ý:** đối với tiếp tuyến song song – chúng ta nên loại đi những phương trình trùng với phương trình đường thẳng đề cho !!!

**Ví dụ 08:** Cho hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 4$ . Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ  $x_0$ , biết  $x_0$  thỏa mãn  $y''(x_0+1) = 2x_0 + 4$ .

♥ **Giải:** Gọi  $M(x_0; y_0 = x_0^3 - 3x_0^2 + 4)$  là điểm thuộc đồ thị hàm số (**tiếp điểm**)

Ta có đạo hàm  $y' = 3x^2 - 6x$ ;  $y'' = 6x - 6$ .

**Theo đề bài,** ta có  $y''(x_0+1) = 2x_0 + 4 \Leftrightarrow 6(x_0+1) - 6 = 2x_0 + 4 \Leftrightarrow 4x_0 = 4 \Leftrightarrow x_0 = 1$ .

Với  $x_0 = 1$ , suy ra  $M(1; 2)$  và hệ số góc của tiếp tuyến  $k = y'(x_0) = y'(1) = -3$ .

Vậy phương trình tiếp tuyến cần tìm là  $d: y = -3(x-1)+2$  hay  $d: y = -3x + 5$ .

**Ví dụ 09:** Cho hàm số  $y = \frac{-1}{3}x^3 + x - \frac{2}{3}$  có đồ thị là  $(C)$ . Gọi  $M$  là điểm thuộc đồ thị  $(C)$  có hoành độ  $x = 2$ . Tìm các giá trị của tham số  $m$  để tiếp tuyến với  $(C)$  tại  $M$  song song với đường thẳng  $d: y = (m^2 - 4)x + \frac{9m+5}{3}$ .

♥ **Giải:** Ta có  $y(x_0 = 2) = \frac{-4}{3} \Rightarrow$  tọa độ tiếp điểm  $M\left(2; \frac{-4}{3}\right)$ ; Tiếp tuyến  $\Delta$  với  $(C)$  tại  $M$  có phương trình:  $y = y'(2)(x-2) - \frac{4}{3} \Leftrightarrow y = -3(x-2) - \frac{4}{3} \Leftrightarrow y = -3x + \frac{14}{3}$

Ta có  $\Delta // d \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4 = -3 \\ \frac{9m+5}{3} \neq \frac{14}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 = 1 \\ m \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m = -1$ . Vậy  $m = -1$  là giá trị cần tìm

**Ví dụ 10 :** Cho hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2$ . Tìm tọa độ điểm  $M$  thuộc  $(C)$  sao cho tiếp tuyến của  $(C)$  tại  $M$  tạo với hai trục tọa độ một tam giác cân.

♥ Giải : Gọi  $M(x_0; y_0)$  thuộc  $(C)$  là tiếp điểm

Tiếp tuyến của  $(C)$  tại  $M$  tạo với các trục tọa độ một tam giác cân

$$\Rightarrow OB = OA \Rightarrow \text{tiếp tuyến có hệ số góc } k = \pm \frac{OB}{OA} = \pm 1.$$

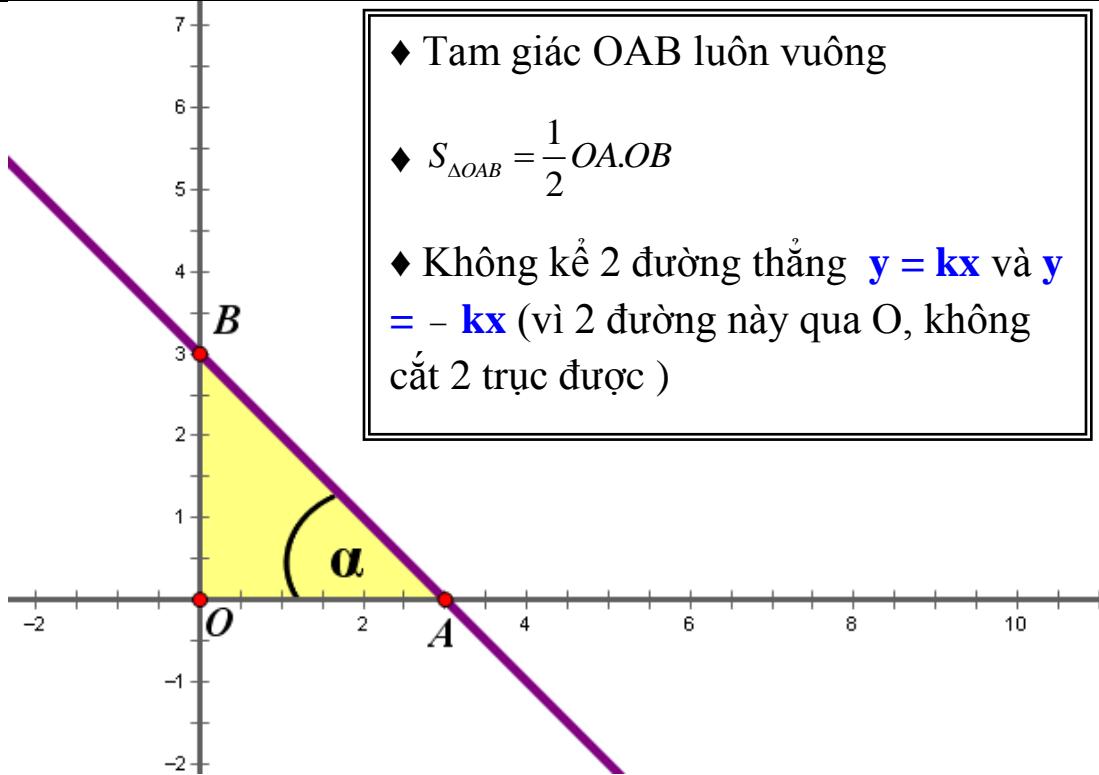
Theo đề ta có :  $y'(x_0) = \pm 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0^2 - 2x_0 - 1 = 0 \\ x_0^2 - 2x_0 + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1 \pm \sqrt{2} \\ x_0 = 1 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow M\left(1 \pm \sqrt{2}; -\frac{2}{3} \mp \frac{\sqrt{2}}{3}\right) \text{ hay } M\left(1; -\frac{2}{3}\right)$$

▣ Lưu ý : Tiếp tuyến với  $(C)$  và cắt Ox, Oy lần lượt tại 2 điểm A, B.

Gọi  $\alpha$  là góc nhọn hợp bởi tiếp tuyến và Ox thì

$$k = \pm \tan \alpha = \pm \tan BAO = \pm \frac{OB}{OA} = \pm \frac{\sqrt{AB^2 - OA^2}}{OA}$$



**Ví dụ 11:** Cho hàm số:  $y = \frac{x}{x+1}$  ( $C$ ). Tìm tọa độ điểm  $M$  thuộc ( $C$ ) sao cho tiếp tuyến của ( $C$ ) tại  $M$  tạo với hai trục tọa độ một tam giác cân.

♥ **Giải:** Gọi  $M(x_0; y_0)$  thuộc ( $C$ ) là *tiếp điểm*

$$\text{Đạo hàm } y' = \frac{1}{(x+1)^2} > 0, \forall x \neq -1$$

Tiếp tuyến tạo với các trục tọa độ một tam giác cân, thì hệ số góc của tiếp tuyến bằng

$$k = \pm \frac{OB}{OA} = \pm 1. ; \quad \text{Suy ra: } \begin{cases} \frac{1}{(x_0+1)^2} = +1 \\ \frac{1}{(x_0+1)^2} = -1 \text{ (vn)} \end{cases} \Leftrightarrow x_0 = 0 \text{ hoặc } x_0 = -2.$$

► Với  $x_0 = 0$ , suy ra  $y_0 = 0$ ; tiếp tuyến là  $y = x$  đi qua gốc tọa độ, không thỏa mãn yêu cầu.

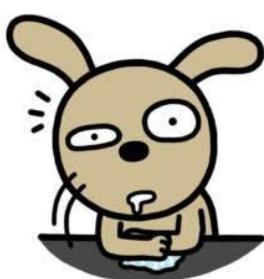
► Với  $x_0 = -2$ , suy ra  $y_0 = 2$ ; tiếp tuyến là  $y = x+4$ , thỏa mãn yêu cầu.

Vậy, điểm cần tìm là:  $M(-2; 2)$

**Ứng dụng (Ví dụ 12):** Cho hàm số ( $C$ ):  $y = \frac{x+3}{2(x+1)}$ . Phương trình tiếp tuyến với ( $C$ ) biết tiếp tuyến cắt trục Ox, Oy lần lượt tại A và B sao cho *đường trung trực của AB đi qua gốc tọa độ* có hệ số góc là

- A.  $k = 1$       B.  $k = -1$   
 C. Cá A và B      D. Không có

♥ **Giải:**



*Đường trung trực của AB đi qua gốc tọa độ*

*là gì vậy ??????*

Ồ ! Vậy hệ số góc tiếp tuyến là

$$k = \pm \frac{OB}{OA} = \pm 1$$

Mà  $y' < 0$  có nghĩa  $k < 0$  ; Chọn B !

Ý nói đó là **tam giác vuông cân** Nên :  $OA = OB$  đó bạn !



## BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM PHẦN TIẾP TUYẾN

**Câu 1 :** Hệ số góc tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2 - 2x + 10}{2(x-1)}$  tại điểm có hoành độ  $x_0 = -1$  là

- A.  $-\frac{7}{8}$   
 B.  $-\frac{3}{8}$   
 C.  $-\frac{5}{8}$   
 D. Đáp án khác

**Câu 2 :** Cho hàm số  $y = \frac{x^3}{3} - x + 1$ . Trong tất cả các tiếp tuyến với đồ thị hàm số tại điểm M nằm trên đồ thị hàm số thì hệ số góc tiếp tuyến nhỏ nhất là

- A. -1  
 B. -2  
 C. 3  
 D. Đáp án khác

**Câu 3 :** Cho hàm số (C) :  $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2$ . Phương trình tiếp tuyến với (C) tại điểm có hoành độ  $x_0 = 1$  là

- A.  $y = -x + 1$   
 B.  $y = -x + \frac{1}{3}$   
 C.  $y = -3x + \frac{1}{3}$   
 D.  $y = -x$

**Câu 4 :** Cho hàm số (C) :  $y = x^3 - 3x^2 - 3x - 2$ . Phương trình tiếp tuyến với (C) tại giao điểm của (C) và trực tung có phương trình

- A.  $y = -x + 1$   
 B.  $y = -2x + 2$   
 C.  $y = -3x + 1$   
 D.  $y = -3x - 2$

**Câu 5 :** Cho hàm số (C) :  $y = x^3 - 4x + 3$ . Phương trình tiếp tuyến với (C) tại giao điểm của (C) và trực tung có **tung độ góc** là

- A. 1  
 B. 2  
 C. 3  
 D. 4

**Câu 6 :** Các tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x+1}{x-2}$  có hệ số góc bằng  $-5$  lần lượt tiếp xúc đồ thị hàm số tại A và B

- 6.1 :** tọa độ A và B là
- A.  $A(0; 2), B(1; 3)$   
 B.  $A(1; 7), B(1; -2)$   
 C.  $A(3; 7), B(1; -3)$   
 D.  $A(-1; 7), B(1; \frac{2}{3})$

- 6.2 :** độ dài AB là
- A.  $2\sqrt{26}$   
 B.  $2\sqrt{13}$   
 C.  $\sqrt{26}$   
 D.  $2\sqrt{21}$

**Câu 7 :** Cho hàm số:  $y = \frac{2x-3}{x+1}$  (C). Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có tung độ bằng 1 là

A.  $y = \frac{1}{5}x + \frac{1}{4}$       B.  $y = \frac{1}{5}x + \frac{1}{5}$

C.  $y = \frac{1}{5}x + \frac{3}{5}$       D.  $5y = x - \frac{1}{5}$

**Câu 8 :** Cho hàm số:  $y = x^3 - 3x^2 + 2$  (C). Phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) và vuông góc với đường thẳng ( $\Delta$ ):  $-3y + x + 3 = 0$  có phương trình

A.  $y + 3x - 2 = 0$       B.  $y - 3x - 2 = 0$

C.  $y + 3x - 3 = 0$       D.  $3y = x - \frac{1}{2}$

**Câu 9 :** Cho hàm số:  $y = x^3 - 3x^2$  (C). Chọn phát biểu **sai**:

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(0; 2)$

B. Hàm số đạt cực tiểu tại  $x = 2$

C. **Hệ số góc tiếp tuyến tại điểm có hoành độ  $x_0 = 1$  là  $-2$**

D. Đồ thị hàm số đi qua điểm  $I(1; -2)$

**Câu 10 :** Cho hàm số:  $y = x^3 + 3x^2 - 2$  (C). Phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) và **vuông góc** với đường thẳng  $d: x + 9y - 3 = 0$  có tung độ góc lần lượt là m và n. Tổng của m và n là

A. 18

B. 19

C. 20

D. 21

**Câu 11 :** Cho hàm số:  $y = \frac{2x+1}{x-1}$  (C). Phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) và vuông góc với

đường thẳng ( $\Delta$ ):  $-y + 3x + 2 = 0$  có phương trình

A.  $x + 3y - 2 = 0$

B.  $x + 3y - 13 = 0$

C.  $y + 3x - 3 = 0$

D.  $3y = x - \frac{1}{7}$

**Câu 12 :** Cho hàm số:  $y = f(x)$  (C). Gọi (d) là tiếp tuyến với (C) và cắt Ox, Oy lần lượt tại 2 điểm A, B sao cho tam giác OAB cân tại O thì hệ số góc của (d) lúc này là

A.  $k = 1$

B.  $k = \pm 1$

C.  $k = 0$

D.  $k = -1$

**Câu 13 :** Cho hàm số:  $y = f(x)$  ( $C$ ). Gọi ( $d$ ) là tiếp tuyến với ( $C$ ) và cắt Ox, Oy lần lượt tại 2 điểm A, B sao cho  $OB = 4OA$  thì hệ số góc của ( $d$ ) lúc này là

A.  $k = 4$

B.  $k = \pm \frac{1}{4}$

C.  $k = -4$

D.  $k = \pm 4$

**Câu 14 :** Cho hàm số:  $y = f(x) = \frac{2x-1}{x-1}$  ( $C$ ). Gọi ( $d$ ) là tiếp tuyến với ( $C$ ) và cắt Ox, Oy lần lượt tại 2 điểm A, B sao cho tam giác OA = 4OB thì hệ số góc của ( $d$ ) lúc này là

A.  $k = 4$

B.  $k = -\frac{1}{4}$

C.  $k = -4$

D.  $k = \pm \frac{1}{4}$

**Câu 15 :** Cho hàm số:  $y = f(x)$  ( $C$ ). Gọi ( $d$ ) là tiếp tuyến với ( $C$ ) và cắt Ox, Oy lần lượt tại 2 điểm A, B sao cho tam giác OA =  $k \cdot OB$  ( $k \neq 0$ ) thì phương trình ( $d$ ) *không thể* là :

A.  $y = kx + 2$

B.  $y = -kx + 4$

C.  $y = kx$

D.  $y = -\frac{k}{2}x + k$

**Câu 16 :** Xác định hệ số góc của  $d$  biết  $d$  là tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = \frac{x+2}{x-1}$  và  $d$  cắt hai trục

Ox, Oy lần lượt tại các điểm A, B phân biệt thỏa mãn điều kiện  $OB = 3OA$ .

A. 0

B. 3

C. 2

D. -3

**Câu 17 :** Có bao nhiêu đường thẳng  $d$  thỏa mãn  $d$  là tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = \frac{x+2}{x-1}$  và  $d$  cắt hai trục Ox, Oy lần lượt tại các điểm A, B phân biệt sao cho  $OB = 3OA$ .

A. 0

B. 3

C. 2

D. 1

**Câu 18 :** Viết phương trình đường thẳng của  $d$  biết  $d$  là tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = \frac{x+2}{x-1}$  và  $d$  cắt hai trục Ox, Oy lần lượt tại các điểm A, B phân biệt,  $OB = 3OA$ .

A.  $d : y = -3x - 10$

B.  $d : y = -3x + 9$

C.  $d : y = -3x + 10$

D.  $d : y = -3x - 9$

**Câu 19 :** Cho đường cong ( $C$ ):  $y = f(x) = \frac{x-2}{x+2}$ . Khi đó tiếp tuyến của ( $C$ ) và song song với

*đường phân giác của góc phần tư thứ nhất* là

A.  $y = x + 1; y = x + 7$

B.  $y = x - 1; y = x + 7$

C.  $y = x - 1; y = x - 7$

D.  $y = x - 1; y = x - 7$

**Câu 20 :** Cho đường cong (C) :  $y = f(x) = \frac{x+2}{x-1}$ . Tìm các điểm thuộc (C) sao cho tiếp tuyến tại đó có hệ số góc  $k = -\frac{1}{3}$

- A.  $A(4;2)$       B.  $A(-2;0)$   
 C.  $A(4;2); B(-2;0)$       D. Không tồn tại

**Câu 21 :** Cho đường cong (C) :  $y = f(x) = x^3 + 1$  và điểm A thuộc (C) có hoành độ  $x_A = 2$ . Tiếp tuyến của (C) tại M cắt Oy tại điểm nào sau đây

- A.  $M(0;1)$       B.  $M(0;9)$   
 C.  $M(0;-1)$       D.  $M(0;-15)$

**Câu 22 :** Cho đường cong (C) :  $y = f(x) = x^3 - x^2 + 4$  và đường thẳng (d) :  $y = x + 3$ . Có bao nhiêu tiếp tuyến với (C) vuông góc (d)

- A. 0      B. 1  
 C. 2      D. 3

**Câu 23 :** Cho hàm số :  $y = x^3 + 3x^2 + 1$  (C). Phương trình tiếp tuyến với (C) có hệ số góc  $k = 9$  có phương trình

- A.  $y = 9x - 4$  hay  $y = 9x + 29$   
 B.  $y = 9x - 4$  hay  $y = 9x + 28$   
 C.  $y = 9x - 7$  hay  $y = 9x + 28$   
 D.  $y - 9x = 2$  hay  $y - 9x - 29 = 0$

**Câu 24 :** Cho hàm số :  $y = 4x^3 - mx^2 + 1$  (C). Phương trình tiếp tuyến với (C) tại điểm có hoành độ  $x_0 = 2$  có hệ số góc  $k = 24$ . Giá trị m là

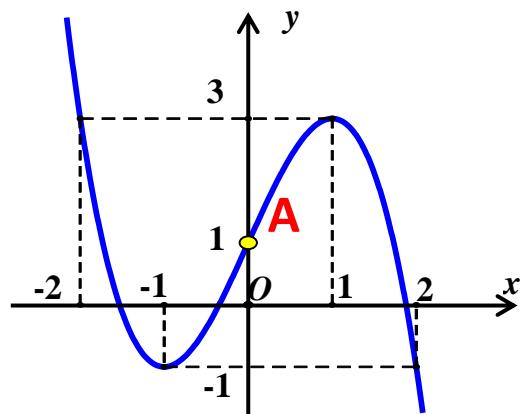
- A. 6      B. 3  
 C. 8      D. 0

**Câu 25 :** Cho hàm số :  $y = f(x)$  (C) xác định trên D

có đạo hàm cấp 1 tại điểm  $x = 0$  là  $k = 3$ .

Phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số (C) tại điểm A trên hình vẽ của đồ thị hàm số (C) là

- A.  $y = 3x + 1$   
 B.  $y = 3x + 2$   
 C.  $y = 3x - 1$   
 D.  $y = 3x - 2$



**Câu 26 :** Cho hàm số  $y = \frac{x}{x-2}$  (C). Tiếp tuyến tại điểm M thuộc (C) có tung độ  $-1$

- A.  $y = 3x + 1$       B.  $y = 2x + 2$

C.  $y = 3x - 1$

D.  $y = -2x + 1$

**Câu 27 :** Cho hàm số  $y = \frac{x+1}{x-2}$  (C). Tiếp tuyến tại điểm M thuộc (C) có hoành độ bằng 3

A.  $y = -3x + 13$

B.  $y = 2x + 2$

C.  $y = 3x - 1$

D.  $y = -3x + 1$

**Câu 28 :** Cho hàm số  $y = \frac{x^4}{4} - 2x^2 + 3$  (C). Tiếp tuyến tại điểm M thuộc (C) có hoành độ bằng -1

A.  $y = -3x + 13$

B.  $y = 3x + \frac{17}{4}$

C.  $y = 3x - \frac{17}{4}$

D.  $y = -3x + 1$

**Câu 29 :** Cho hàm số  $y = \frac{x^3}{3} - x + \frac{2}{3}$  (C). Số tiếp tuyến với (C) và vuông góc với đường thẳng

$x + 3y = 0$  là

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

**Câu 30 :** Cho hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 2$  (C). Hệ số góc tiếp tuyến với (C) tại điểm có hoành độ  $x = -3$  là

A. 12

B. 21

C. 45

D. 54

**Câu 31 :** Cho hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 2$  (C). Trong tất cả các tiếp tuyến với (C) tại điểm M thuộc (C) thì **tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất là**

A. -3

B. 3

C. 4

D. -4

**Câu 32 :** Cho hàm số  $y = x^3 - 3x + 1$  (C). Số tiếp tuyến với (C) và vuông góc với đường thẳng  $9x - y - 15 = 0$  là

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

**Câu 33 :** Cho hàm số:  $y = f(x) = \frac{x^4}{4} - 2x^2 - \frac{9}{4}$  (C). Gọi M là giao điểm của (C) và trực hoành có

hoành độ dương. Hệ số góc tiếp tuyến tại M là

A. 15

B. -15

C.  $\frac{9}{4}$

D.  $-\frac{9}{4}$

**Câu 34 :** Cho hàm số  $y = x^4 + mx^2 - 1 - m$  (C). Với mọi giá trị của tham số m thì ta nhận thấy đồ thị (C) luôn đi qua một điểm **K(1;0) cố định**. Khi đó tiếp tuyến tại K song song với đường thẳng  $y = 2x$  ứng với giá trị

- A.  $m=0$       B.  $m=3$   
 C.  $m=1$       D.  $m=-1$

**Câu 35 :** Cho hàm số  $y = -x^3 + 3x^2$  (C). Tiếp tuyến với (C) và **vôught góc** với đường thẳng  $y = \frac{1}{9}x$  tại các tiếp điểm

- A. (-1; 4), (3;0)      B. (-1; 4), (2;0)  
 C. (-1; 3), (2;0)      D. (0; 4), (2;0)

**Câu 36 :** Gọi điểm M thuộc đồ thị hàm số  $y = f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$  (C) có hoành độ  $x_0$  không âm và  $x_0$  là nghiệm của phương trình  $4.f'(x_0) + 3 = 0$  thì phương trình tiếp tuyến tại M là :

- A.  $y = -\frac{3}{4}x + \frac{23}{4}$       B.  $y = -\frac{3}{4}x + 1$   
 C.  $y = -x + 1$       D.  $y = x + 1$

**Câu 37 :** Cho hàm số  $y = f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x$  có đồ thị là (C). Phương trình tiếp tuyến tại điểm  $I(x_0; y_0)$  thuộc (C) thỏa mãn  $f''(x_0) = 0$  là

- A.  $y = -x$       B.  $y = -x + 1$   
 C.  $y = x + 1$       D.  $y = x$

**Câu 38 :** Cho hàm số  $y = f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x$  có đồ thị là (C). Phương trình tiếp tuyến tại điểm có hoành độ bằng -1 là

- A.  $y = 11x + 2$       B.  $y = 11x + 3$   
 C.  $y = x + 4$       D.  $y = 11x + 5$

**Câu 39 :** Cho hàm số  $y = f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x$  có đồ thị là (C). Phương trình tiếp tuyến tại điểm có **tung độ bằng 6** là

- A.  $y = 11x - 12$       B.  $y = 11x + 3$   
 C.  $y = 11x - 4$       D.  $y = 11x - 27$

**Câu 40 :** Cho hàm số  $y = f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x$  có đồ thị là (C). Trong các phương trình tiếp tuyến tại giao điểm (C) và trực hoành thì  $\Delta$  là tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất. Phương trình  $\Delta$  là

- A.  $y = 2x - 4$   
 B.  $y = -x + 1$   
 C.  $y = -x - 4$   
 D.  $y = 2x$

**Câu 41 :** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{2x^3}{3} - x^2 + x$  có đồ thị là (C). Trong các phương trình tiếp tuyến với (C) thì  $\Delta$  là tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất. Phương trình  $\Delta$  là

- A.  $y = -\frac{x}{2} - 4$

- B.  $y = -\frac{x}{2} + \frac{7}{12}$

C.  $y = -x - 4$

D.  $y = 2x$

**Câu 42:** Cho hàm số  $y = f(x) = (2-x)^2 \cdot x^2$  có đồ thị là (C). Hệ số góc tiếp tuyến tại gốc tọa độ O là.



**Câu 43 :** Cho hàm số  $y = f(x) = (2-x)^2 \cdot x^2$  có đồ thị là (C). Hệ số góc tiếp tuyến tại điểm có hoành độ  $x = 3$  là.



**Câu 44 :** Cho hàm số  $y = f(x) = (2-x)^2 \cdot x^2$  có đồ thị là (C). Hệ số góc tiếp tuyến tại điểm có hoành độ  $x = 4/3$  là.

- A.  $\frac{4}{3}$       B. 0  
C.  $-\frac{32}{27}$       D.  $-\frac{15}{17}$

**Câu 45 :** Cho hàm số  $y = f(x) = (2-x)^2 \cdot x^2$  có đồ thị là (C). Hệ số góc tiếp tuyến tại điểm có hoành độ  $x = 2$  là.

- A.  $\frac{4}{3}$       B. 0  
C.  $-\frac{32}{27}$       D.  $\frac{15}{17}$

**Câu 46 :** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{x+1}{x-1}$  có đồ thị là (C). Hệ số góc tiếp tuyến tại điểm có hoành độ  $x = 2$  là.



**Câu 47 :** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{mx+1}{x+m-2}$  có đồ thị là (C). Với giá trị nào của tham số m thì tiếp tuyến với (C) tại điểm có hoành độ x = 1 vuông góc với đường phân giác của góc phần tư thứ nhất.

- A. 0
  - B. 2
  - C. Cả A và B đều đúng
  - D. Cả A và B đều sai

**Câu 48 :** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{m}{2}x^2 + \frac{1}{3}$  có đồ thị là (C). Với giá trị nào của tham số m thì tiếp tuyến với (C) tại điểm có hoành độ  $x = -1$  song song với đường thẳng  $y = 5x$



**Câu 49 :** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị là (C) như [hình 1](#).

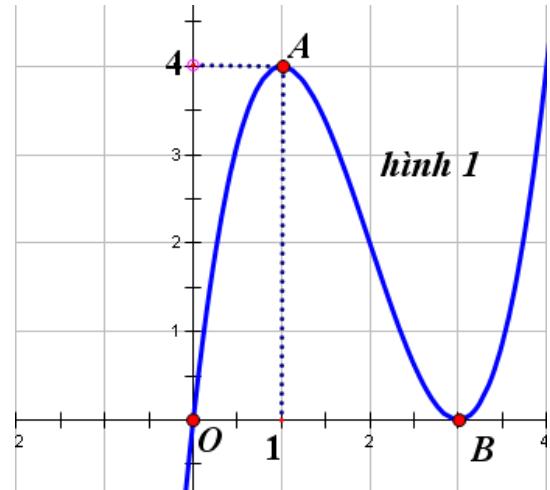
*Hệ số góc tiếp tuyến tại điểm A là*

- A. 0
  - B. 2
  - C. 4
  - D. 6

**Câu 50 :** Cho hàm số sau (C) :  $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x - 5$ . Tiếp

truyền tại điểm cực tiểu của đồ thị hàm số

- A. Song song với đường thẳng  $x = 1$
  - B. Có hệ số góc là dương
  - C. Có hệ số góc là 1
  - D. Vuông góc với Oy



**Câu 51 :** Cho đồ thị hàm số  $y = x^3 - 2x^2 + 2x$  (C). Gọi  $x_1, x_2$  là hoành độ các điểm M, N trên (C), mà tại đó tiếp tuyến của (C) vuông góc với đường thẳng  $y = -x + 2017$ . Khi đó  $x_1 + x_2 =$

- A.  $\frac{4}{3}$       B.  $\frac{-4}{3}$   
 C.  $\frac{1}{3}$       D. -1

**Câu 52 :** Cho đồ thị hàm số  $y = f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$  (C). Gọi  $x_1, x_2$  là hoành độ các điểm A, B trên (C), mà tại đó tiếp tuyến của (C) có **hệ số góc là -3**.

Khi đó  $x_1^2 + x_2^2 =$



**Câu 53 :** Cho đồ thị hàm số  $y = f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$  (C). Gọi  $x_1, x_2$  là hoành độ các điểm H, I trên

(C), mà tại đó tiếp tuyến của (C) vuông góc với đường thẳng  $y = -\frac{1}{24}x + 2017$ . Khi đó  $x_1^3 + x_2^3 =$



**Câu 54:** Cho đồ thị hàm số  $y = f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$  (C).

Gọi  $x_1, x_2$  là hoành độ các điểm H, F trên (C), mà tại đó tiếp tuyến của (C) **song song** với đường thẳng  $y = -\frac{1}{3}x + \frac{13}{7}$ . Khi đó  $(x_1 + x_2)^2 =$



**Câu 55 :** Cho đồ thị hàm số  $y = f(x) = x^3 - 3x + 1$  (C). Gọi  $x_1, x_2$  là hoành độ các điểm E, F trên (C), mà tại đó tiếp tuyến của (C) **song song** với đường thẳng  $y = 9x - 4$ . Khi đó  $x_1^3 + x_2^3 =$



**Câu 56 :** Cho đồ thị hàm số  $y = \frac{x}{x-1}$  (C). Gọi  $x_1, x_2$  là hoành độ các điểm A, B trên (C), mà tại đó tiếp tuyến của (C) có **hệ số góc là -1**. Khi đó  $x_1^3 + x_2^3 =$



Câu 57 : Cho đồ thị hàm số  $y = \frac{x}{x-1}$  (C). Gọi  $y_1, y_2$  là tung độ các điểm A, B trên (C), mà tại đó tiếp tuyến của (C) có **hệ số góc là -1**. Khi đó  $y_1^3 + y_2^3 =$



Câu 58 : Cho hàm số  $y = -x^3 + 3x^2 - 1$  (1). Hệ số góc tiếp tuyến k của đồ thị (C) tại điểm thuộc (C) **có hoành độ bằng 1** có giá trị đồi là



**Câu 59 :** Cho hàm số  $y = 2x^3 - 3(m+1)x^2 + 6mx$  (1), với  $m$  là tham số thực. Với giá trị nào của tham số  $m$  thì đồ thị hàm số (1) có hai điểm cực trị  $A$  và  $B$  sao cho đường thẳng  $AB$  vuông góc với đường thẳng  $y = x + 2$

- A.  $m = 0$       B.  $m = 2$   
C. Cả A và B đều sai      D. Cả A và B đều đúng

**Câu 60 :** Cho hàm số  $y = \frac{2x+1}{x-1}$  có đồ thị là (C). Gọi M là điểm thuộc (C) có tung độ bằng 5. Tiếp tuyến của (C) tại M cắt các trục tọa độ Ox và Oy lần lượt tại A và B thì diện tích tam giác OAB là

- A. 3      B.  $\frac{121}{6}$   
C.  $\frac{2}{3}$       D.  $\frac{12}{7}$

**Câu 61 :** Cho hàm số  $y = x^4 + mx^2 - (m+1)$  có đồ thị là (C) với m là tham số. Gọi A là điểm thuộc (C) có *hoành độ là 1*. Tiếp tuyến của (C) tại A có hệ số góc là 2 ứng với giá trị m bằng



**Câu 62:** Cho hàm số  $y = \frac{2x-1}{x-1}$  có đồ thị là (C). Gọi M là điểm thuộc (C) có hoành độ bằng 0. Gọi d là tiếp tuyến với (C) tại M. Chọn đáp án đúng

- A. Đường thẳng d vuông góc với IM
  - B. Đường thẳng d song song với IM
  - C. A và B đều sai
  - D. A đúng - B sai

**Câu 63 :** Cho hàm số  $y = \frac{x+3}{2(x+1)}$  có đồ thị là (C). Gọi M là điểm thuộc (C) mà tại đó tiếp tuyến

với đồ thị (C) cắt Ox, Oy lần lượt  
Phương trình tiếp tuyến tại M là

- A.  $y = -x + \frac{3}{2}$       B.  $y = -x - \frac{4}{5}$   
C. A đúng, B sai      D. A và B đều đúng

**Câu 64 :** Cho hàm số  $y = \frac{2x}{x+2}$  có đồ thị là (C). Gọi M là điểm thuộc (C) mà tại đó tiếp tuyến với đồ thị (C) cắt Ox, Oy lần lượt tại A và B sao  $AB = OA\sqrt{2}$

Khi đó hệ số góc tiếp tuyến tại M là :



**Câu 65 :** Cho hàm số  $y = \frac{2x-1}{x-1}$  (C). Tiếp tuyến với đồ thị (C) cắt Ox, Oy lần lượt tại A và B sao cho  $OA = 4OB$  có phương trình là :

- A.  $y = -\frac{1}{4}x + \frac{5}{4}$       B.  $y = -\frac{1}{4}x + \frac{13}{4}$   
C. A, B đều sai      D. A, B đều đúng

**Câu 66 :** Cho hàm số  $y = 2x^3 - 3x^2 + 1$  có đồ thị  $(C)$ . Điểm trên  $(C)$  có hệ số góc tiếp tuyến tại đó nhỏ nhất là

- A.  $(0;1)$ .      B.  $(1;0)$ .      C.  $\left(-\frac{1}{2};0\right)$ .      D.  $\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$ .

**Câu 67:** Cho đường cong (C) :  $y = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$ . Phương trình tiếp tuyến của (C) tại giao điểm của (C) và Oy là

- A.  $y = 8x + 1$       B.  $y = 3x + 1$

C.  $y = -8x + 1$

D.  $y = 3x - 1$

**Câu 68 :** Cho đường cong (C) :  $y = x^4 - 2x^2 + 1$ . Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm cực đại là

A.  $y = 1$

B.  $y = 3x + 1$

C.  $y = 2$

D.  $y = x - 1$

**Câu 69 :** Cho đường cong (C) :  $y = f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ . Tiếp tuyến với đường cong (C) *tại* điểm M

thuộc (C) có hoành độ  $x_M = 2$  chấn trên hai trực tọa độ một tam giác có diện tích bằng

A.  $\frac{49}{2} (\text{đvdt})$

B.  $\frac{9}{4} (\text{đvdt})$

C.  $\frac{1}{2} (\text{đvdt})$

D.  $\frac{49}{4} (\text{đvdt})$

**Câu 70 :** Cho hàm số:  $y = \frac{x^3}{2} - \frac{3}{4}x^2 - 3x + \frac{1}{2}$  (C). Phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) và vuông

góc với đường thẳng ( $\Delta$ ):  $y = \frac{8}{27}x + 1$  có phương trình

A.  $y = -\frac{27}{8}x + \frac{9}{16}$

B.  $y = -\frac{27}{8}x + \frac{9}{17}$

C.  $y = \frac{8}{27}x + 3$

D.  $8y = 27x - \frac{1}{2}$

**Câu 71 :** Cho hàm số  $y = -\frac{2x^3}{3} + x^2 + 4x - 2$ , gọi đồ thị của hàm số là (C). Viết phương trình tiếp

tuyến của (C) có **hệ số góc lớn nhất**

A.  $y = \frac{9}{2}x - \frac{25}{12}$

B.  $y = -x + \frac{9}{17}$

C.  $y = \frac{2}{9}x + 3$

D.  $2y = 9x - \frac{1}{2}$

**Câu 72 :** Phương trình tiếp tuyến với đồ thị:  $y = \frac{2x}{x-1}$  và có hệ số góc của tiếp tuyến bằng  $-2$ .

A.  $y = -2x - \frac{25}{12}$

B.  $y = -2x + 8$

C.  $y = -2x$

D. Cả B và C

**Câu 73 :** Phương trình tiếp tuyến với đồ thị:  $y = \frac{2x}{x-1}$  và vuông góc với đường thẳng

( $\Delta$ ):  $9x - 2y + 1 = 0$  có phương trình

A.  $y = -\frac{2}{9}x - \frac{25}{12}$

B.  $y = -\frac{2}{9}x + \frac{4}{9}$

C.  $y = -\frac{2}{9}x + \frac{32}{9}$

D. Cả B và C

## PHẦN 7 : SỰ TƯƠNG GIAO ĐỒ THỊ HÀM SỐ

④ **Lý Thuyết:** Cho hai hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị là  $(C)$  và  $y = g(x)$  có đồ thị là  $(C')$ . Muốn xét sự tương giao của 2 đồ thị trên ta xét phương trình hoành độ giao điểm

(\*)

số nghiệm của  $(*)$  là **số giao điểm** của 2 đồ thị  $C$  và  $C'$

**Phương pháp chi tiết:** Cho  $y = f(x)$  ( $C_1$ ) và  $y = g(x)$  ( $C_2$ ).

Để tìm giao điểm của  $(C_1)$  và  $(C_2)$ , ta làm như sau:

♥ **Bước 1:** Tìm hoành độ giao điểm. Hoành độ giao điểm của  $(C_1)$  và  $(C_2)$  là nghiệm của phương trình

$$f(x) = g(x) . (*)$$

Phương trình  $(*)$  được gọi là phương trình hoành độ giao điểm của  $(C_1)$  và  $(C_2)$ .

♥ **Bước 2:** Tìm giao điểm. Nếu  $x_0$  là một hoành độ giao điểm thì  $(x_0; f(x_0))$  (hoặc  $(x_0; g(x_0))$ ) là một giao điểm của  $(C_1)$  và  $(C_2)$ .

❶ **Chú ý:** Để giải các bài toán loại này, ta rất hay sử dụng định lý **Vi-ét đảo**:

Nếu  $x_1, x_2$  là các nghiệm của phương trình bậc hai  $ax^2 + bx + c = 0$  ( $a \neq 0$ )

thì  $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$  và  $x_1 \cdot x_2 = -\frac{c}{a}$

❷ **Nhận xét:**

- + Hai đồ thị hàm số có giao điểm  $\Leftrightarrow$  phương trình hoành độ giao điểm có nghiệm.
- + Số giao điểm của hai đồ thị hàm số bằng số nghiệm của phương trình hoành độ giao điểm.

❸ **Chú ý:** số  $\alpha$  không là nghiệm của phương trình  $g(x) = 0 \Leftrightarrow g(\alpha) \neq 0$

**Ví dụ 01:** Cho  $y = x^3 + 2x^2 - x + 5$  ( $C_1$ ) và hàm số  $y = 7x$  ( $C_2$ ). Hãy xác định các giao điểm của hai đồ thị  $(C_1)$  và  $(C_2)$ .

♦ Giải : Xét phương trình hoành độ giao điểm của  $(C_1)$  và  $(C_2)$ :

$$x^3 + 2x^2 - x + 5 = 7x \Leftrightarrow (x-1)(x^2 + 3x - 5) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{-3 + \sqrt{29}}{2} \\ x = \frac{-3 - \sqrt{29}}{2} \end{cases}$$

(lưu ý : thay tọa độ x vào  $(C_2)$  :  $y = 7x$ )

Vậy hai đồ thị đã cho có ba giao điểm:

$$M_1(1; 7), M_2\left(\frac{-3 + \sqrt{29}}{2}; \frac{-21 + 7\sqrt{29}}{2}\right), M_3\left(\frac{-3 - \sqrt{29}}{2}; \frac{-21 - 7\sqrt{29}}{2}\right).$$

**Ví dụ 02 :** Cho  $y = x^3 - 4mx + 2$  ( $C_1$ ) và  $y = 3x^2 - 4m$  ( $C_2$ ).

Biện luận số giao điểm của  $(C_1)$  và  $(C_2)$ .

♦ Giải : Xét phương trình hoành độ giao điểm của  $(C_1)$  và  $(C_2)$

$$x^3 - 4mx + 2 = 3x^2 - 4m \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x^2 - 2x - 4m - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x^2 - 2x - 4m - 2 = 0 \quad (2); (\Delta' = 4m + 3) \end{cases}$$

Số giao điểm của  $(C_1)$  và  $(C_2)$  bằng số nghiệm của phương trình (1).

Do đó :

♥ Với  $\Delta < 0 \Leftrightarrow m < -\frac{3}{4}$ : (2) vô nghiệm  $\Rightarrow$  (1) có nghiệm duy nhất ( $x = 1$ )

$\Rightarrow (C_1)$  và  $(C_2)$  có một giao điểm.

♥ Với  $\Delta = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{3}{4}$ : (2) trở thành  $x^2 - 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ .

Trong trường hợp này, (1) cũng có nghiệm duy nhất ( $x = 1$ )  $\Rightarrow (C_1)$  và  $(C_2)$  có một giao điểm.

♥ Với:  $\Delta > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{3}{4}$ : (2) có hai nghiệm phân biệt. Ta thấy  $t(1) = -4m - 3 \neq 0 \quad \forall m > -\frac{3}{4} \Rightarrow 1$

không phải là nghiệm của (2)  $\Rightarrow$  (1) có ba nghiệm phân biệt  $\Rightarrow (C_1)$  và  $(C_2)$  có ba giao điểm.

**Kết luận:**

$m \leq -\frac{3}{4} : (C_1)$  và  $(C_2)$  có một giao điểm.

$m > -\frac{3}{4} : (C_1)$  và  $(C_2)$  có ba giao điểm.

**Ví dụ 03 (Trích đề thi ĐH Khối A - 2010 :** Cho hàm số  $y = x^3 - 2x^2 + (1-m)x + m$  ( $C$ ). Tìm  $m$  để  $(C)$  cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt có hoành độ là  $x_1, x_2, x_3$  sao cho  $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 < 4$

♣ **Giải :** Xét phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị ( $C$ ) của hàm số với trục hoành ( $y = 0$ ):

$$x^3 - 2x^2 + (1-m)x + m = 0 \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x^2 - x - m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 = x_3 \\ \underbrace{x^2 - x - m}_{t(x)} = 0 \end{cases}$$

( $C$ ) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt  $\Leftrightarrow$  (1) có ba nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow t(x) \text{ có hai nghiệm phân biệt khác } 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ t(1) \neq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1+4m > 0 \\ -m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{1}{4} \\ m \neq 0 \end{cases} . (*) \quad \text{Theo định lý Vi-ét, ta có:} \quad \begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = 1 \\ x_1 x_2 = \frac{c}{a} = -m \end{cases} .$$

Do đó:  $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 + 1 = 2 + 2m ; \quad x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 < 4 \Leftrightarrow 2 + 2m < 4 \Leftrightarrow m < 1$

(thỏa mãn điều kiện (\*))

**Vậy** đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt có hoành độ  $x_1, x_2, x_3$  sao cho

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 < 4 \text{ khi và chỉ khi } -\frac{1}{4} < m < 1, \quad m \neq 0 .$$

**Ví dụ 04 :** Cho hàm số  $y = \frac{x+3}{x+1}$  ( $C$ ). Chứng minh rằng với mọi giá trị của  $m$ , đường thẳng

$y = 2x + m$  luôn cắt ( $C$ ) tại hai điểm phân biệt  $M$  và  $N$ . Xác định  $m$  sao cho độ dài  $MN$  là nhỏ nhất.

♣ **Giải :** Phương trình hoành độ giao điểm của ( $C$ ) và đường thẳng  $y = 2x + m$ :

$\frac{x+3}{x+1} = 2x+m; (x \neq -1) \Leftrightarrow x+3 = (x+1)(2x+m)$  (vì  $x=-1$  không là nghiệm của phương trình)

$$\Leftrightarrow 2x^2 + (m+1)x + m - 3 = 0 (*)$$

Ta có  $\Delta = (m+1)^2 - 8(m-3) = m^2 - 6m + 25 = (m-3)^2 + 16 > 0, \forall m \in \mathbb{R}$

Vậy đường thẳng  $y = 2x+m$  luôn cắt  $(C)$  tại hai điểm phân biệt  $M$  và  $N$ .

Vì  $M$  và  $N$  là điểm chung của đường thẳng và  $(C)$  nên ta gọi  $M(x_1; 2x_1+m)$ ,  $N(x_2; 2x_2+m)$  trong đó  $x_1, x_2$  là hai nghiệm của phương trình  $(*)$ .

Theo định lý Vi-et, ta có  $x_1 + x_2 = -\frac{m+1}{2}$  và  $x_1 x_2 = \frac{m-3}{2}$ .

$$\begin{aligned} \text{Ta có } MN &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + 4(x_2 - x_1)^2} = \sqrt{5(x_2 - x_1)^2} = \sqrt{5[(x_2 + x_1)^2 - 4x_1 x_2]} \\ &= \sqrt{5\left[\left(\frac{m+1}{2}\right)^2 - 2(m-3)\right]} = \sqrt{\frac{5}{4}(m-3)^2 + 20} \geq 2\sqrt{5}. \end{aligned}$$

Dấu " $=$ " xảy ra khi và chỉ khi  $m = 3$ .

Vậy  $m = 3$  thì  $MN$  có độ dài nhỏ nhất bằng  $2\sqrt{5}$ .



Cách giải trên quá hay !

Nhung để làm tự luận thôi

Khi làm trắc nghiệm chắc em chết



Thì giải cách khác thôi

Bình tĩnh !!!!

Khi gấp hàm số bậc 1/1 giao với đường thẳng  $y = kx + r$

Ta xét nhanh phương trình hoành độ giao điểm và tính được  $\Delta = b^2 - 4ac$

Đây là công thức sưu tầm từ thầy Cường (Hà Nội) và chứng minh lại !

$$AB = \sqrt{\frac{(k^2 + 1)}{a^2} \cdot \Delta}$$

$k$  là hệ số góc của đường thẳng  $y = kx + r$

$a$  là của phương trình hoành độ giao điểm khi đã đưa về  $ax^2 + bx + c = 0$

Vậy  $AB_{\min}$  khi  $\Delta_{\min}$

Hay ta sẽ có  $AB_{\min} = \sqrt{\frac{(k^2 + 1)}{a^2} \cdot \Delta_{\min}}$

Vô làm liền !!

♦ Ta đi từ chỗ này : Phương trình hoành độ giao điểm của ( $C$ ) và đường thẳng  $y = 2x + m$ :

$$\frac{x+3}{x+1} = 2x + m; (x \neq -1) \Leftrightarrow x+3 = (x+1)(2x+m)$$

Chú ý em  
này nha!

$$\Leftrightarrow 2x^2 + (m+1)x + m - 3 = 0 (*)$$

Giáo viên cần file word hoặc học sinh cần file đáp án xin vui lòng liên hệ trực tiếp

Qua facebook/zalo/ dt : 0914449230

Ta có

$$\begin{aligned} \Delta &= (m+1)^2 - 8(m-3) = m^2 - 6m + \\ &= (m-3)^2 + 16 \geq 16 > 0, \end{aligned}$$

$\forall m \in \mathbb{R}$

$\Delta_{\min} = 16$  khi  $m = 3$

Hệ số  $a = 2$

Khi đó ta

**LIỆT KÊ CÁC CON SỐ VI DIỆU**

$\Delta_{\min} = 16$

$k = 2$

Suy ra  $MN_{\min} = \sqrt{\frac{(k^2 + 1)}{a^2} \cdot \Delta_{\min}} = \sqrt{\frac{(2^2 + 1)}{2^2} \cdot 16} = 2\sqrt{5}$

❶ **Ứng dụng 1:** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{2x}{x-2}$  có đồ thị là (C). Tìm m để đường thẳng (d) :  $y = x + m$  cắt (C) tại hai điểm phân biệt A và B sao cho độ dài đoạn AB ngắn nhất.

♣ Ta đi từ chỗ này :

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm (C) và (d)}: \frac{2x}{x-2} = x + m$$

$$\text{Đưa về } x^2 + (m-4)x - 2m = 0$$

$$\text{Ta có } \Delta = (m-4)^2 + 8m = m^2 + 16 \geq 16 > 0, \forall m \in \mathbb{R}$$

$$\Delta_{\min} = 16 \text{ khi } m = 0$$

Hệ số a = 1

Khi đó ta

**LIỆT KÊ CÁC CON SỐ VI DIỆU**

$\Delta_{\min} = 16$

k = 1

$$AB_{\min} = \sqrt{\frac{(k^2+1)}{a^2} \cdot \Delta_{\min}} = \sqrt{\frac{(1^2+1)}{1^2} \cdot 16} = 4\sqrt{2}$$

❷ **Ứng dụng 2 (học sinh tự làm) :** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{2x+1}{x+1}$  có đồ thị là (C). Tìm m để đường thẳng (d) :  $y = -x + m$  cắt (C) tại hai điểm phân biệt A và B sao cho độ dài đoạn AB ngắn nhất.

Đáp số  $AB_{\min} = \sqrt{\frac{(k^2+1)}{a^2} \cdot \Delta_{\min}} = 2\sqrt{2}$  Khi  $m = 1$

❸ **Ứng dụng 3 (học sinh tự làm) :** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{2x+1}{x+2}$  có đồ thị là (C). Tìm m để đường thẳng (d) :  $y = -x + m$  cắt (C) tại hai điểm phân biệt A và B sao cho độ dài đoạn AB ngắn nhất.

**Đáp số**  $AB_{\min} = \sqrt{\frac{(k^2+1)}{a^2} \cdot \Delta_{\min}} = 2\sqrt{6}$  Khi  $\mathbf{m} = 0$

❸ **Ứng dụng 3 (học sinh tự làm) :** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{x-2}{x-1}$  có đồ thị là (C). Giá trị tham số  $m$  để đường thẳng ( $d$ ) :  $y = -x + m$  cắt (C) tại hai điểm phân biệt A và B sao cho độ dài đoạn AB ngắn nhất là

- A.  $m = 2$       B.  $m = 0$       C.  $m = 1$       D.  $m = 4$

**Ví dụ 05 :** Cho hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 1$ . Xác định  $m$  để đường thẳng  $y = mx + 1$  cắt đồ thị tại ba điểm phân biệt.

♣ **Giải :** Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng và đồ thị là:

$$x^3 - 3x^2 + 1 = mx + 1 \quad (1) \Leftrightarrow x(x^2 - 3x - m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ g(x) = x^2 - 3x - m = 0 \end{cases}$$

Đường thẳng  $y = mx + 1$  cắt đồ thị tại 3 điểm phân biệt

$\Leftrightarrow$  phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow g(x) = 0 \text{ có hai nghiệm phân biệt khác } 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta_g > 0 \\ g(0) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ 9 + 4m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m > -\frac{9}{4} \end{cases}.$$

Vậy  $-\frac{9}{4} < m \neq 0$  là giá trị cần tìm.

**Ví dụ 06 :** Cho hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 1$ . Tìm  $m$  để đường thẳng  $d : y = 1 - mx$  cắt đồ thị của hàm số tại ba điểm phân biệt.

♣ **Giải :** Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng  $d$  và đồ thị hàm số

$$x^3 - 3x^2 + 1 = 1 - mx \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 + mx = 0 \Leftrightarrow x(x^2 - 3x + m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ g(x) = x^2 - 3x + m = 0 \end{cases}$$

Đường thẳng  $d$  cắt đồ thị của hàm số tại ba điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình

$$g(x) = 0 \text{ có 2 nghiệm phân biệt khác } 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta_g > 0 \\ g(0) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9 - 4m > 0 \\ m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \neq m < \frac{9}{4}.$$

Vậy với  $0 \neq m < \frac{9}{4}$  thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**Ví dụ 07 :** Cho hàm số  $y = \frac{x-2}{x-1}$  ( $C$ ). Tìm  $m$  để đường thẳng ( $d$ ):  $y = x - m$  cắt đồ thị ( $C$ ) tại hai điểm phân biệt.

♣ **Giải :** Phương trình hoành độ giao điểm của ( $C$ ) và ( $d$ ) là  $\frac{x-2}{x-1} = x - m ; (x \neq 1)$

$$\Leftrightarrow x-2 = (x-m)(x-1) \quad (\text{vì } x=1 \text{ không là nghiệm của phương trình})$$

$$\Leftrightarrow g(x) = x^2 - (2+m)x + m + 2 = 0. \quad (*)$$

Đường thẳng ( $d$ ) cắt ( $C$ ) tại hai điểm phân biệt *khi và chỉ khi* phương trình (\*) có hai nghiệm phân biệt  $\Delta_g > 0 \Leftrightarrow m^2 - 4 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < -2. \end{cases}$ .

Vậy  $m < -2$  hoặc  $m > 2$  thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**Lưu ý :** vì đã có câu “*vì  $x=1$  không là nghiệm của phương trình*” nên ta không cần xét phương trình (\*) có hai nghiệm khác 1 nữa mà chỉ cần có hai nghiệm phân biệt.

**Ví dụ 08 :** Cho hàm số  $y = \frac{2x+2}{2x+1}$  ( $C$ ). Tìm  $m$  để đường thẳng ( $d$ ):  $y = 2mx + m + 1$  cắt đồ thị ( $C$ ) tại hai điểm phân biệt.

♣ **Giải :** Phương trình hoành độ giao điểm của ( $C$ ) và ( $d$ ) là

$$\frac{2x+2}{2x+1} = 2mx + m + 1 ; \left( x \neq -\frac{1}{2} \right)$$

$$\Leftrightarrow 2x+2 = (2mx+m+1).(2x+1) \quad (\text{vì } x = -\frac{1}{2} \text{ không là nghiệm của phương trình})$$

$$\Leftrightarrow g(x) = 4mx^2 + 4mx + m - 1 = 0 \quad (*)$$

Đường thẳng ( $d$ ) cắt ( $C$ ) tại hai điểm phân biệt *khi và chỉ khi* phương trình (\*)

có hai nghiệm phân biệt  $\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ \Delta_g = 4m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 0$

Vậy  $m > 0$  thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**Ví dụ 9 :** Cho hàm số  $y = x^4 - mx^2 + m - 1$  (1). Với giá trị nào của tham số  $m$  thì đồ thị hàm số (1) cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt?

- A.  $m \in \emptyset$       B.  $m = 1$       C.  $m \in (1; +\infty) \setminus \{2\}$       D.  $m < 1$



Châm ngôn “sống TẠM” khi làm bài  
trắc nghiệm là :

- ĐÁP ÁN LÀ ĐỀ
- phương pháp BÓC ĐẠI

Tuy nhiên để làm được câu này ngoài châm ngôn đó ra các em  
còn phải nắm kiến thức cơ bản của hàm số này đã !!!

Ví dụ như bài này ta phải đặt  $t = x^2 \geq 0$

Đưa về phương trình hoành độ giao điểm với Ox :  $0 = t^2 - mt + m - 1$

Và để cắt được tại 4 điểm thì phải có 4 nghiệm đối với phương trình theo  $x$   
và hai nghiệm phân biệt dương đối với phương trình theo  $t$

► Bóc đại  $m = 1$  của đáp án B ra thế vào thì  $0 = t^2 - 1 \cdot t$

Bấm máy hay nhầm đều thấy phương trình này có nghiệm bằng 0 !!! (bỏ qua)

► Bóc đại  $m = 0 < 1$  của đáp án D ra thế vào thì  $0 = t^2$

Bấm máy hay nhầm đều thấy phương trình này có 1 nghiệm bằng 0 !!! (bỏ qua)

► Bóc đại  $m = 3$  của đáp án C ra thế vào thì  $0 = t^2 - 3t + 2$

Bấm máy hay nhầm đều thấy phương trình này có 2 nghiệm dương là 1 và 2

(không bỏ qua nữa (^.^)!) Đáp án C nhé

**Bài 01 :** Tìm tọa độ giao điểm của đồ thị  $(C)$ :  $y = \frac{-2x^2 + 1}{2x + 1}$  và đường thẳng  $(\Delta)$ :  $y = -x + 1$

A.  $(-1; 1)$  .

B.  $(0; 1)$  .

C.  $(-1; 2)$  .

D.  $(2; 3)$  .

• Giải :

**Bài 02 :** Cho đồ thị  $(C)$ :  $y = \frac{x+1}{x-2}$  và đường thẳng  $d$ :  $y = x + 2m$ . Tìm tất cả các giá trị  $m$  để d cắt  $(C)$   
tại 2 điểm A, B phân biệt.

A.  $m \leq -1$ .

B.  $m \in \mathbb{R} \setminus \{-1; 0\}$  .

C.  $m \in \mathbb{R}$  .

D.  $-1 < m \neq 0$

• Giải :

**Bài 03 :** Đồ thị hàm số  $y = -x^4 + 2(m+2)x^2 - 2m - 3$  cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt khi

- A.  $m < -\frac{3}{2}$ .      B.  $\begin{cases} m > -\frac{3}{2} \\ m \neq -1 \end{cases}$ .      C.  $\begin{cases} m < \frac{3}{2} \\ m \neq -1 \end{cases}$ .      D.  $m \neq -1$ .

• Giải :

**Bài 04 :** Giao điểm của đường thẳng  $y = -2x + 3$  và đồ thị hàm số  $y = x^3 - 6x^2 + 7x - 1$  là hai điểm có tọa độ

- A.  $(1; -1)$  và  $(4; 5)$ .      B.  $(1; 0)$  và  $(0; 4)$ .      C.  $(1; 1)$  và  $(4; -5)$ .      D.  $(1; 4)$  và  $(4; 1)$ .

• Giải :

**Bài 05 :** Cho hàm số  $y = x^3 - x$  có đồ thị là  $(C)$ . Số giao điểm của  $(C)$  với trục hoành là

- A. 2.      B. 1.      C. 3.      D. 4.

• Giải :

**Bài 06 :** Cho hàm số  $(C_m)$ :  $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + 2m+1$ . Tìm  $m$  để  $(C_m)$  cắt  $Ox$  tại bốn điểm phân biệt. A.  $-\frac{1}{2} < m \neq 0$ . B.  $m > -\frac{1}{2}$ . C.  $m > 0$ . D.  $m > -1$ .

• Giải :

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Bài 07 :** Số giao điểm của đường cong  $y = x^4 - 10x^2$  trực hoành là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

• Giải :

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Bài 08 :** Xác định tất cả các giá trị của tham số  $m$  để đường thẳng  $y = mx - 2$  cắt đồ thị

$(C)$ :  $y = x^3 - 3x^2 - 2$  tại ba điểm phân biệt

- A.  $-\frac{9}{4} < m \neq 0$  B.  $-\frac{9}{4} < m$ . C.  $-\frac{9}{4} > m$ . D. Kết quả khác.

• Giải :

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Bài 09 :** Tổng các hoành độ giao điểm của đồ thị  $(d)$ :  $y = 2x + 5$  và  $(C)$ :  $y = x^3 + 3x^2 + 1$  là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. -3.

• Giải :

**Bài 10 :** Số giao điểm của hai đường cong  $y = x^3 - x^2 - 2x + 3$  và  $y = x^2 - x + 1$ .

- A. 0.                      B. 1.                      C. 3.                      D. 2.

• Giải :

**Bài 11 :** Giá trị của  $m$  để đường thẳng  $y = 2x + m$  cắt đường cong  $y = \frac{x+1}{x-1}$  tại hai điểm phân biệt

- là A.  $m \neq 1$ .                      B.  $m > 0$ .                      C.  $m \neq 0$ .                      D. Một kết quả khác.

• Giải :

**Bài 12 :** Số điểm chung của đồ thị hàm số  $y = x^4 - 4x^2 + 1$  và đường thẳng  $y = -3$  là

- A. 4.                      B. 2.                      C. 0.                      D. 3.

• Giải :

**Bài 13 :** Giao điểm của đường thẳng  $y = 2x - 3$  và đồ thị hàm số  $y = \frac{-x-1}{3x-1}$  là điểm  $M$  và  $N$ . Khi

đó hoành độ trung điểm  $I$  của  $MN$  có giá trị bằng

- A. 0.                      B.  $\frac{5}{6}$ .                      C.  $\frac{2}{3}$ .                      D. 1.

• Giải :

**Bài 14 :** Tìm  $m$  để đường thẳng  $y = m(x-1) + 2$  cắt đồ thị hàm số  $y = \frac{2x+1}{x-1}$  tại hai điểm phân biệt.

- A.  $m > 0$ .      B.  $m < 0$ .      C.  $m < 0$  hoặc  $m > \frac{3}{2}$ .      D.  $0 < m < 3$ .

• Giải :

**Bài 15 :** Tìm tất cả các giá trị thực của  $m$  để  $(C)$ :  $y = x^4 - x^2$  và  $(P)$ :  $y = x^2 + m - 2$  cắt nhau tại bốn điểm phân biệt

- A.  $-3 < m < -1$ .      B.  $-1 < m < 1$ .      C.  $1 < m < 2$ .      D.  $-\frac{1}{4} < m < 0$ .

• Giải :

**Bài 16 :** Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x+1}{2x-1}$  với đường thẳng  $y = x + 2$  là:

- A.  $\left(-\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right) \& (1; 3)$       B.  $\left(-\frac{1}{2}; 0\right) \& (1; 3)$       C.  $(0; 2) \& \left(2; \frac{5}{3}\right)$       D.  $(-1; 1) \& \left(2; \frac{5}{3}\right)$

• Giải :

.....  
.....

**Bài 17 :** Gọi A, B là giao điểm của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x-1}{x+2}$  với đường thẳng  $y = x - 2$ . Độ dài AB bằng:

- A.  $AB = 1$       B.  $AB = 4\sqrt{2}$       C.  $AB = \sqrt{2}$       D.  $2\sqrt{2}$

• Giải :

.....  
.....

**Bài 18 :** Gọi M, N là giao điểm của đường thẳng  $y = x + 1$  và đường cong  $y = \frac{2x+4}{x-1}$ . Khi đó hoành độ trung điểm của đoạn MN bằng:

- A. 1      B. 2      C.  $\frac{5}{2}$       D.  $-\frac{5}{2}$

• Giải :

.....  
.....

**Bài 19 :** Biết đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 1$  với đường thẳng  $y = 4x + 1$  cắt nhau tại 3 điểm  $A(0; 1), B, C$ . Độ dài đoạn thẳng BC là:

- A. 15      B.  $5\sqrt{17}$       C. 20      D.  $5\sqrt{33}$

• Giải :

.....  
.....

**Bài 20 :** Biết đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x + 1$  với đường thẳng  $y = x + 1$  cắt nhau tại 3 điểm  $A(0;1), B, C$ . Tính diện tích tam giác  $MBC$  biết  $M(2;-1)$ .

A. 4

B.  $4\sqrt{2}$ 

C. 8

D. 16

• Giải :

.....

.....

.....

**Bài 21 :** Gọi A là giao điểm của đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2 + 2x - 3}{x + 1}$  với đường thẳng  $y = x - 1$ . Tính độ dài OA:

A. 1

B. 2

C.  $\sqrt{5}$ D.  $\sqrt{13}$ 

• Giải :

.....

.....

.....

**Bài 22 :** Biết đồ thị hàm số  $y = x^4 - 4x^2 + 3$  với đường thẳng  $y = 3$  cắt nhau tại 3 điểm  $A(0;3), B, C$ .

Tính diện tích tam giác  $OBC$ .

A. 1 (đvdt)

B. 2 (đvdt)

C. 4 (đvdt)

D. 6 (đvdt)

• Giải :

.....

.....

.....

### BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM PHẦN SỰ TƯƠNG GIAO

**Câu 1 :** Cho đường cong (C) có phương trình  $y = f(x) = x^3 + x^2 + 1$  và đường thẳng (d) :  $y = -x$ . (C) và (d) cắt nhau tại bao nhiêu điểm ?

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

**Câu 2 :** Cho hàm số  $y = \frac{2x+1}{x-1}$  có đồ thị là (C). Giao điểm của (C) và đường thẳng  $y = 5$  có tọa độ

A.  $(2;5)$ B.  $(-6;5)$ C.  $(7;5)$ D.  $(-2;5)$ 

**Câu 3 :** Cho đường cong (C) có phương trình  $y = f(x) = \frac{x+2}{x-3}$ .

Tọa độ giao điểm M của (C) và trực hoành là

- |             |               |
|-------------|---------------|
| A. $(0; 2)$ | B. $(-6; -2)$ |
| C. $(2; 0)$ | D. $(-2; 0)$  |

**Câu 4 :** Cho đường cong (C) có phương trình  $y = f(x) = \frac{2x+2}{4x-3}$ . Tọa độ giao điểm N của (C) và trực tung là

- |                                   |                                  |
|-----------------------------------|----------------------------------|
| A. $\left(0; -\frac{2}{3}\right)$ | B. $\left(0; \frac{2}{3}\right)$ |
| C. $(2; 0)$                       | D. $(-2; 0)$                     |

**Câu 5 :** Số giao điểm của đường cong (C) có phương trình  $y = f(x) = -x^4 + x^2$  và trực hoành là

- |      |      |
|------|------|
| A. 0 | B. 1 |
| C. 2 | D. 3 |

**Câu 6 :** Cho đường cong (C) có phương trình  $y = -x^3 - 3x^2 + 4$ . Tọa độ giao điểm A của (C) và đường thẳng  $y = 4$  là

- |  |  |
|--|--|
| A. $\begin{cases} A(1; 4) \\ A(-3; 4) \end{cases}$ | B. $\begin{cases} A(0; 4) \\ A(-3; 4) \end{cases}$ |
| C. $\begin{cases} A(0; 4) \\ A(-1; 4) \end{cases}$ | D. $\begin{cases} A(1; 4) \\ A(2; 4) \end{cases}$  |

**Câu 7 :** Cho đường cong (C) có phương trình  $y = f(x) = \frac{2-x}{x+2}$ . Đường thẳng ( $d$ ):  $y = 7x + 10$  cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A, B. Độ dài AB

- |                                |                                |
|--------------------------------|--------------------------------|
| A. $AB = \frac{55}{7}$         | B. $AB = \frac{55\sqrt{2}}{7}$ |
| C. $AB = \frac{55\sqrt{2}}{3}$ | D. $AB = \frac{55\sqrt{3}}{7}$ |

**Câu 8 :** Cho hàm số  $y = f(x) = (2-x)^2 \cdot x^2$  có đồ thị là (C).

Số giao điểm của (C) và parabol (P):  $y = x^2$  là

- |      |      |
|------|------|
| A. 0 | B. 1 |
| C. 2 | D. 3 |

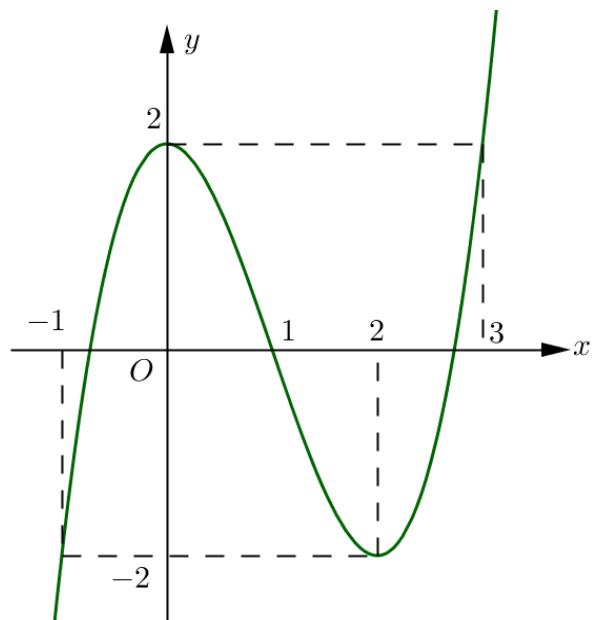
**Câu 9 :** Cho đường cong (C) (*hình vẽ bên*)

có phương trình  $y = f(x)$  và đường thẳng

$$(d): y = 2$$

9.1 (C) và (d) cắt nhau tại bao nhiêu điểm ?

- |      |
|------|
| A. 0 |
| B. 1 |



C. 2

D. 3

**9.2** Tọa độ giao điểm đó là ..... và .....

**Câu 10 :** Cho hàm số  $y = \frac{x-2}{x-1}$  có đồ thị là (C). Phát biểu nào sau đây là sai ?

- A. Hàm số luôn tăng trên từng khoảng xác định.
- B. Đồ thị hàm số cắt trực hoành tại điểm  $J(2;0)$
- C. Điểm  $M(0;2)$  nằm trên hàm số
- D. Đạo hàm  $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$

**Câu 11 :** Cho hàm số  $y = \frac{2x-1}{x+1}$  (C) và đường thẳng (d) :  $y = -x + m$ . Tìm  $k$  sao cho đường thẳng (d) :

- A. Hàm số luôn giảm trên từng khoảng xác định.
- B. (C) và (d) không có giao điểm
- C. Hệ số góc tiếp tuyến tại giao điểm (C) và Oy là  $k = 9$
- D. (C) luôn cắt (d) tại hai điểm phân biệt A và B

**Câu 12 :** Cho hàm số  $y = \frac{x}{x-2}$  (C) và đường thẳng (d) :  $y = -1$ . Tìm  $k$  sao cho đường thẳng (d) :

- A. Hàm số luôn tăng trên từng khoảng xác định.
- B. (C) và (d) có giao điểm là  $M(1;-1)$
- C. (C) và (d) có giao điểm là  $M(3;-1)$
- D. (C) và (d) không có giao điểm

**Câu 13 :** Tọa độ giao điểm của hai đồ thị hàm số sau (C) :  $y = \frac{2x+1}{2x-1}$

và (d) :  $y = x + 2$  là :

- |  |  |
|--|--|
| A. $M\left(-\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right); N(1;3)$ | B. Không có giao điểm                      |
| C. $M\left(-1; \frac{1}{2}\right); N(1;2)$           | D. $M\left(-\frac{3}{2}; 0\right); N(1;4)$ |

**Câu 14 :** Tọa độ giao điểm của hai đồ thị hàm số sau (C) :  $y = \frac{-2x+3}{x-1}$

và (d) :  $y = x - 3$  là :

- |                       |                       |
|-----------------------|-----------------------|
| A. $M(0;-2); N(1;-2)$ | B. Không có giao điểm |
| C. $M(-1;-4); N(1;2)$ | D. $M(0;-3); N(2;-1)$ |

**Câu 15 :** Cho hàm số sau (C) :  $y = 4x^3 - 3x + 1$  và đường thẳng (d) :  $y = m(x-1) + 2$ . Giá trị tham số  $m$  để (C) và (d) có 3 giao điểm :

- A.  $0 < m \neq 9$
- B. Không có giá trị  $m$  thỏa mãn.

- C.  $0 < m$       D.  $m \neq 0$

**Câu 16 :** Cho hàm số sau (C) :  $y = \frac{x-1}{x+1}$  và đường thẳng (d) :  $y = m - x$ . Giá trị tham số  $m$  để (C) và (d) có 2 giao điểm :

- A. Không có giá trị  $m$  thỏa mãn. B.  $m \in (0; 4)$   
 C.  $m < 0$  hay  $m > 4$  D.  $m \neq 0$

Câu 17 : Cho hàm số sau (C) :  $y = x^3 - 3x + 2$  và đường thẳng (d) đi qua A(3;20) và có hệ số góc m .

Trả lời các câu hỏi sau :

17.1 Phương trình đường thẳng (d) là.....

**17.2 Giá trị m để (C) cắt (d) tại 3 điểm phân biệt là :**

- A.  $\frac{15}{4} < m \neq 21$       B. Không có giá trị  $m$  thỏa mãn.  
C.  $\frac{15}{4} < m \neq 24$       D.  $m \neq 0$

**Câu 18 :** Cho hàm số sau (C) :  $y = \frac{2x-1}{x+1}$  và đường thẳng (d) đi qua A(-2; 2) và có **hệ số góc** là  $m$ .

Trả lời các câu hỏi sau :

18.1 Phương trình đường thẳng (d) là.....

18.2 Đạo hàm của hàm số tại  $x = 3$  là .....

18.3 Các khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số là ..... và .....

18.4 Đồ thị hàm số cắt trục hoành và trục tung lần lượt tại ..... và .....

18.5 Giá trị m để (C) cắt (d) tại 2 điểm phân biệt là :

- A.  $0 < m \neq 12$       B.  $0 < m < 12$   
C.  $m < 0$  hay  $m > 12$       D.  $m \neq 0$  hay  $m \neq 12$

**Câu 19 :** Cho hàm số sau (C) :  $y = x^4 - 10x^2 + 6m + 3$ . Giá trị tham số m để (C) cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt là :

- A.  $0 < m < \frac{1}{2}$

B.  $m > \frac{1}{2}$

C.  $0 < m \neq \frac{1}{2}$

D.  $m \neq 0$

**Câu 20\*:**  $(C_m)$ :  $y = x^4 - 2(m^2 + 2)x^2 + m^4 + 3$ . Đồ thị hàm số luôn cắt Ox tại bốn điểm phân biệt  $x_1, x_2, x_3, x_4$  sao cho  $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 = 11$  ứng với giá trị tham số m là

- A.  $m=0$       B.  $m=1$   
 C.  $m=2$       D.  $m=3$

**Câu 21\***: Cho hàm số  $y = x^3 + 2(m-2)x^2 + (8-5m)x + m - 5$  có đồ thị  $(C_m)$  và đường thẳng  $d: y = x - m + 1$ . Giá trị  $m$  để  $d$  cắt  $(C_m)$  tại 3 điểm phân biệt?

- A.  $\begin{cases} m > 2 \\ m < -1 \end{cases}$   
 C.  $m \in (-2; 2)$

- B.  $\begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \end{cases}$   
 D.  $m = 0$

**Câu 22\*** : Cho hàm số  $y = (x-1)(x^2 + mx + 1)$  có đồ thị ( $C_m$ ). Với giá trị nào của  $m$  thì ( $C_m$ ) cắt Ox tại 3 điểm phân biệt ?

- A.  $\begin{cases} m > 2 \\ m < -1 \end{cases}$   
 C.  $\begin{cases} m > 2 \\ m < -1 \end{cases}$

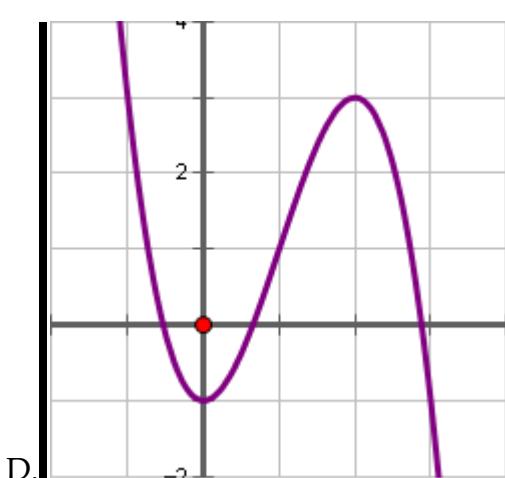
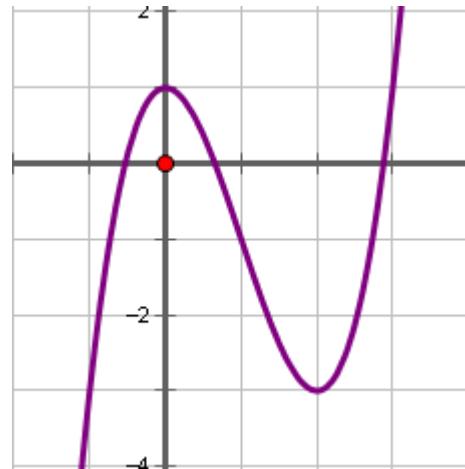
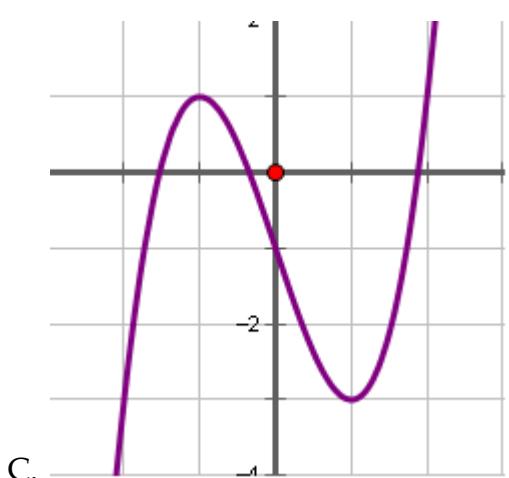
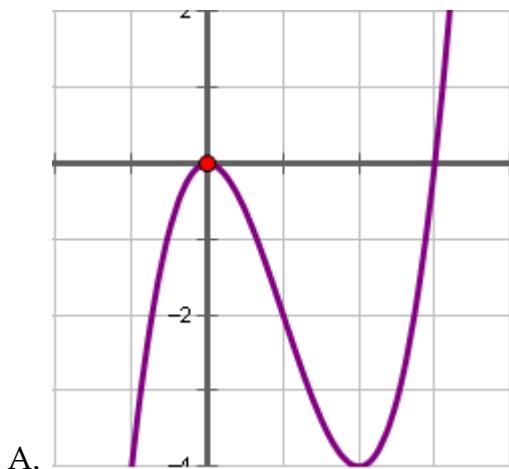
- B.  $\begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \end{cases}$   
 D.  $m = 0$

**Câu 23** : Cho đường cong (C) có phương trình :  $y = x^3 - 3x^2$  và đường thẳng (d)  $y + 3x - 1 = 0$  . Trả lời các câu hỏi sau

**23.1** Giao điểm của (C) và (d) là

- A.  $K(1; -2)$   
 C. Không có  
 B.  $K(-1; -2)$   
 D.  $K(0; 1)$

**23.2** Đồ thị (C) là hình nào dưới đây



**Câu 24\***: Cho hàm số  $y = \frac{2x+1}{x+2}$  có đồ thị (C) và đường thẳng  $d: y = -x + m$ . Với giá trị nào của m thì d cắt (C) tại 2 điểm phân biệt?

- A.  $m \in \emptyset$       B.  $m \in \mathbb{R}$   
 C.  $m \neq -2$       D.  $-2 < m < 12$

**Câu 25\***: Cho hàm số  $y = \frac{2x+1}{x-1}$  có đồ thị (C) và đường thẳng  $d: y = -3x + m$ . Với giá trị nào của m thì d cắt (C) tại 2 điểm phân biệt?

- A.  $m \in \emptyset$       B.  $m \in \mathbb{R}$   
C.  $\begin{cases} m > 11 \\ m < -1 \end{cases}$       D.  $-1 < m < 11$

**Câu 26 :** Cho hàm số  $y = \frac{2x-1}{x-2}$  có đồ thị (C) và đường thẳng  $d : y = -x + m$ . Với giá trị nào của m thì d cắt (C) tại 2 điểm phân biệt A, B có hoành độ là  $x_1, x_2$  thỏa mãn biểu thức sau

- (x<sub>1</sub> + x<sub>2</sub>)<sup>2</sup> - 4x<sub>1</sub>x<sub>2</sub> = 4

A. m ∈ ℝ      B. m ∈ ∅

C. m = 0      D. m = 8

**Câu 27:** Cho hàm số  $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + 2m - 1$  có đồ thị (C) và đường thẳng  $d : y = -1$ . Với giá trị nào của  $m$  thì d cắt (C) tại 2 điểm phân biệt A, B

- A.  $m \in \mathbb{R}$       B.  $m \in \emptyset$   
C.  $m < 0$       D.  $m > 0$

**Câu 28 :** Cho hàm số  $y = \frac{x-1}{x+1}$  có đồ thị là (C). Gọi M, N là giao điểm của (C) và đường thẳng

$d : y = \frac{1}{6}x$ . Khi đó tọa độ M, N là

- A.  $(2;-2)$ ,  $(1;-2)$   
B.  $(2;\frac{1}{3})$ ,  $(3;\frac{1}{2})$   
C.  $(0;-2)$ ,  $(1;-2)$   
D.  $(-1;-4)$ ,  $(3;-2)$

**Câu 29 :** Cho hàm số  $y = \frac{-x^2 + 4x - 3}{x-2}$  có đồ thị là (C). Gọi M, N là giao điểm của (C) và trục hoành.

Khi đó toa đồ M, N là

- A.  $(1; 0), (3; 0)$       B.  $(2; 0), (3; 0)$   
C.  $(0; 0), (2; 0)$       D.  $(-1; 0), (3; 0)$

**Câu 30 :** Cho hàm số  $y = (x-1)(x^2 - mx + m^2 - 3)$  có đồ thị là  $(C_m)$ . Với giá trị nào của tham số  $m$  thì đồ thi hàm số cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt

- A.  $m \in \emptyset$       B.  $\begin{cases} -2 < m < 2 \\ m \neq -1 \end{cases}$

C.  $\begin{cases} m > 11 \\ m < -1 \end{cases}$       D.  $\begin{cases} -3 < m < 2 \\ m \neq -1 \end{cases}$

**Câu 31 :** Cho hàm số  $y = x^3 + 2x^2 + x$  có đồ thị là (C). Với giá trị nào của tham số  $m$  thì đồ thị hàm số cắt đường thẳng  $d : y = mx$  tại ba điểm phân biệt

A.  $m \in \emptyset$       B.  $\begin{cases} 0 < m < 2 \\ m \neq 1 \end{cases}$   
 C.  $\begin{cases} 0 < m \\ m \neq 1 \end{cases}$       D.  $\begin{cases} 0 < m < 3 \\ m \neq 1 \end{cases}$

**Câu 32 :** Cho hàm số  $y = x^3 + 1$  có đồ thị là (C). Với giá trị nào của tham số  $m$  thì đồ thị hàm số cắt đường thẳng  $d : y = 3x + m$  tại ba điểm phân biệt

A.  $m \in \emptyset$       B.  $-1 < m < 3$   
 C.  $\begin{cases} -1 < m < 3 \\ m \neq 0 \end{cases}$       D.  $\begin{cases} -1 < m < 3 \\ m \neq 1 \end{cases}$

**Câu 33 :** Có bao nhiêu tiếp tuyến với đồ thị (C) của hàm số  $y = x^3 - 6x^2 + 11x - 1$  tại giao điểm của (C) và đường thẳng  $y = 5$

- A. 0      B. 1  
 C. 2      D. 3

**Câu 34 :** Cho hàm số  $y = \frac{2x+1}{x-1}$ . Tiếp tuyến của đồ thị (C) tại  $M(2; 5)$  cắt trục Ox, Oy lần lượt tại A,

B. Diện tích tam giác OAB là

A.  $S_{\Delta OAB} = \frac{121}{6}$       B.  $S_{\Delta OAB} = \frac{123}{6}$   
 C.  $S_{\Delta OAB} = \frac{13}{6}$       D.  $S_{\Delta OAB} = \frac{11}{6}$

**Câu 35 :** Cho hàm số  $y = \frac{3x+2}{x+2}$  có đồ thị là (C). Tọa độ giao điểm của (C) và đường phân giác của góc phần tư thứ nhất là

- A.  $M(0; 2)$       B.  $M(-1; 2)$   
 C.  $M(-1; -2)$       D.  $M(2; 2)$

**Câu 36 :** Cho hàm số  $y = \frac{3x+5}{x+2}$  có đồ thị là (C).

Phát biểu nào sau đây là **sai** ?

- A. Hàm số luôn giảm trên từng khoảng xác định.  
 B. Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm K có tung độ  $y_K = \frac{5}{2}$   
 C. Điểm  $M(-1; -1)$  nằm trên đồ thị hàm số (C)  
 D. Miền xác định của hàm số là  $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$

**Câu 37 :** Cho hàm số  $y = \frac{x-2}{x+1}$  có đồ thị là (C). Tìm tham số m để đồ thị (C) cắt đường thẳng  $y = x + 2m$  tại hai điểm phân biệt

A.  $m \in \emptyset$       B.  $1 - \sqrt{3} < m < 1 + \sqrt{3}$

C.  $\begin{cases} 1 - \sqrt{3} < m < 1 + \sqrt{3} \\ m \neq 0 \end{cases}$       D.  $\begin{cases} m < 1 - \sqrt{3} \\ m > 1 + \sqrt{3} \end{cases}$

**Câu 38 :** Cho hàm số  $y = (1-m)x^4 - mx^2 + 2m - 1$ . Giá trị của tham số m để đồ thị hàm số cắt trực hoành tại 3 điểm phân biệt

A.  $m \in \mathbb{R}$       B.  $m \in \emptyset$

C.  $\begin{cases} \frac{1}{2} < m < 1 \\ m \neq \frac{2}{3} \end{cases}$       D.  $\begin{cases} -\frac{1}{2} < m < 3 \\ m \neq \frac{2}{3} \end{cases}$

**Câu 39 :** Cho hàm số  $y = x^4 - 2(1-m)x^2 + m^2 - 3$ . Giá trị của tham số m để đồ thị hàm số không có điểm chung nào với trực hoành .

A.  $m = \sqrt{3}$       B.  $m \in \emptyset$   
C.  $m < \sqrt{3}$       D.  $m > \sqrt{3}$

**Câu 40 :** Những giá trị của m để đường thẳng  $y = x + m - 1$  cắt đồ thị hàm số  $y = \frac{2x+1}{x+1}$  tại hai điểm phân biệt A, B sao cho  $AB = 2\sqrt{3}$  là

A.  $m = 4 \pm \sqrt{10}$ .      B.  $m = 4 \pm \sqrt{3}$ .  
C.  $m = 2 \pm \sqrt{3}$ .      D.  $m = 2 \pm \sqrt{10}$ .

**Câu 41 :** Biết đường thẳng  $y = x - 2$  cắt đồ thị  $y = \frac{2x+1}{x-1}$  tại hai điểm phân biệt A, B có hoành độ lần lượt  $x_A, x_B$  hãy tính tổng  $x_A + x_B$

A.  $x_A + x_B = 2$ .      B.  $x_A + x_B = 1$ .  
C.  $x_A + x_B = 5$ .      D.  $x_A + x_B = 3$ .

**Câu 42 :** Số giao điểm của đường cong  $y = x^3 - 2x^2 + 2x + 1$  và đường thẳng  $y = 1 - x$  bằng

A. 1.      B. 2.      C. 3.      D. 0.

*"Học vấn do người siêng năng đạt được, tài sản do người tinh tế sở hữu, quyền lợi do người dũng cảm nắm giữ, thiên đường do người lương thiện xây dựng".*

Franklin (Mỹ)

Giáo viên cần file word hoặc học sinh cần file đáp án xin vui lòng liên hệ trực tiếp

Qua facebook/zalo/ đt : 0914449230