NĂM THỨ
MƯỜI TÁM
ISSN 1859-2740

Toán tuổi thơ 2

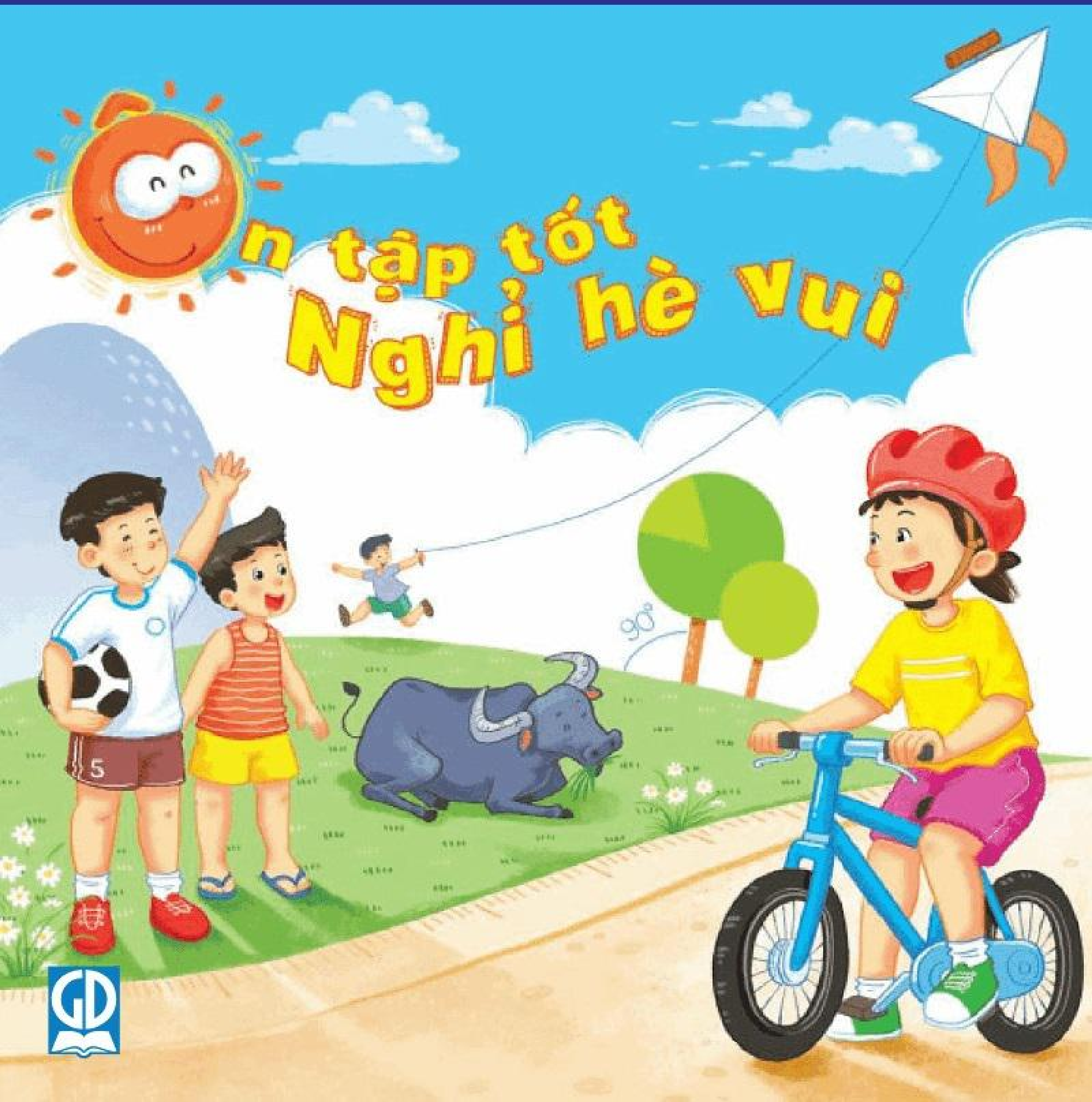
9/9 172

NĂM HỌC 2016 - 2017

TRUNG HỌC CƠ SỞ

Giá: 10000đ

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM - BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO



TIN TỨC - HOẠT ĐỘNG - GẶP GỠ

● **Trách nhiệm mới:** Bộ Trưởng Bộ Giáo dục và Đào tạo đã quyết định bổ nhiệm ông Nguyễn Đức Thái, Cục Trưởng Cục Cơ sở vật chất và Thiết bị trường học, đồ chơi trẻ em giữ chức vụ Chủ tịch Hội đồng Thành viên Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam.

● Ngày 10.3.2017, đoàn công tác của Học viện Aladdin phối hợp với Sở Giáo dục và Đào tạo Nam Định tổ chức chương trình đồng hành cùng các em học sinh lớp 12 tỉnh Nam Định trong kì thi THPT Quốc gia 2017. Đại diện 4 trường THPT Lê Hồng Phong, THPT Trần Hưng Đạo, THPT Nghĩa Hưng B, THPT Trần Văn Lan đã dự buổi giới thiệu phần mềm Alatest của Học Viện Aladdin tổ chức tại trường THPT Lê Hồng Phong, Nam Định. Phần mềm này giúp học sinh ôn tập hướng tới kì thi THPT Quốc gia 2017.

● Ngày 7.4.2017, tại trường THCS Thanh Quan, quận Hoàn Kiếm đã tổ chức Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ 2017. Tới dự có ThS. Vũ Kim Thủy, Tổng biên tập tạp chí Toán Tuổi thơ; ThS. Lê Đức Thuận, Phó Trưởng phòng Giáo dục và Đạo tạo quận Hoàn Kiếm; ông Phạm Trung Kiên Trưởng phòng Makerting và ông Nguyễn Đức Kháng, Trưởng phòng kinh doanh Công ty Cổ phần Văn phòng phẩm Hồng Hà; Hiệu trưởng, tổ trưởng chuyên môn các trường THCS Cầu Giấy, THCS Lê Ngọc Hân, THCS Nguyễn Trường Tộ và các trường THCS trong quận Hoàn Kiếm. ThS. Vũ Kim Thủy đã nói về Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ. Tiếp theo 8 câu lạc bộ Toán Tuổi thơ của các trường: THCS Trưng Vương, THCS Ngô Sĩ Liên, THCS Nguyễn Du, THCS Cầu Giấy, THCS Lê Ngọc Hân, THCS Nguyễn Trường Tộ tham gia tranh tài ở phần thi cá nhân, thi Tiếp sức Toán và thi Du lịch Toán học. Ban tổ chức đã trao 2 giải Nhất, 3 giải Nhì, 3 giải Ba cho phần thi Tiếp sức Toán và thi Du lịch Toán học; trao 5 giải Nhất, 10 giải Nhì, 15 giải Ba và 18 giải Triển vọng cho phần thi cá nhân. Các em đoạt giải Nhất phần thi cá nhân là: Nguyễn Đình Phúc, THCS Nguyễn Trường Tộ; Đinh Vũ Tùng Lâm, Nguyễn Đắc Tâm, Đỗ Đức Minh, Phạm Đăng Khoa, THCS Cầu Giấy. Hoạt động này được Công ty Cổ phần Văn phòng phẩm Hồng Hà tài trợ tổ chức và phần thưởng.

Ông Vũ Kim Thủy và ông Lê Đức Thuận trao giải cho các thí sinh đoạt giải Nhất

● Ngày 8.4.2017, tại Triển lãm nhân Ngày sách Việt Nam, Công viên Thống nhất, Hà Nội đã diễn ra buổi tọa đàm: Lợi ích của học song ngữ và khi nào nên bắt đầu. ThS. Vũ Kim Thủy, Tổng biên tập tạp chí Toán Tuổi thơ; PGS. TS. Nguyễn Chí Thành, Phó Hiệu trưởng trường Hòa Bình - Latrobe; ThS. Trịnh Hoài Dương, giáo viên trường THCS Giảng Võ, Hà Nội; GS. TS. Nguyễn Như Ý, Nguyên Tổng biên tập NXBGD Việt Nam; TS. Nguyễn Việt Linh, Viện Hàn lâm Khoa học và Công nghệ Việt Nam; TS. Lê Bá Nam, Giảng viên Đại học Bách khoa Hà Nội; TS. Nguyễn Hải Thanh, Giảng viên Đại học Quốc gia Hà Nội; Em Nguyễn Ngọc Diệp, lớp 8A20, trường Trung học Vinschool ... đã phát biểu trong buổi tọa đàm.

● Ngày 15.4.2017, tại trường Archimedes Academy, Hà Nội đã tổ chức buổi tọa đàm: *Làm thế nào để có sách tốt cho học sinh?* NGND. Vũ Hữu Bình; GS. TSKH. Nguyễn Tiến Dũng, giảng viên Đại học Toulouse, Pháp; GS. TSKH. Đỗ Đức Thái, Trưởng khoa Toán-Tin, Đại học Sư phạm Hà Nội; PGS. TS. Chu Cẩm Thơ, giảng viên Đại học Sư Phạm Hà Nội; TS. Trần Nam Dũng, giảng viên Đại học Quốc gia TP. Hồ Chí Minh; ... đã trình bày các kinh nghiệm làm sách và các đề xuất để có sách chất lượng cao cho trẻ em. Tạp chí Toán Tuổi thơ đã tặng sách, tạp chí cho các đại biểu.

PV.

Toán Tuổi thơ 2 TRUNG HỌC CƠ SỞ

Children's Fun Maths Journal

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM - BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

TÒA SOẠN

Tầng 5, số 361 đường Trường Chinh,
quận Thanh Xuân, Hà Nội
Điện thoại (Tel): 04.35682701
Điện sao (Fax): 04.35682702
Điện thư (Email): bbttoantuoitho@gmail.com
toantuoitho@vnn.vn
Trang mạng (Website): http://www.toantuoitho.vn

ĐẠI DIỆN TẠI MIỀN NAM

NGUYỄN VIẾT XUÂN
391/150 Trần Hưng Đạo, P. Cầu Kho, Q.1, TP. HCM
ĐT: 08.66821199, DĐ: 0973 308199

Trị sự - Phát hành: **TRỊNH THỊ TUYẾT TRANG, VŨ ANH THƯ, NGUYỄN HUYỀN THANH**

Chế bản: **ĐỖ TRUNG KIÊN**

Mĩ thuật: Họa sĩ **TÚ ÂN**

CHỊU TRÁCH NHIỆM XUẤT BẢN

Chủ tịch Hội đồng Thành viên NXBGD Việt Nam:
NGUYỄN ĐỨC THÁI
Tổng Giám đốc NXBGD Việt Nam:
GS. TS. VŨ VĂN HÙNG
Phó Tổng Giám đốc kiêm Tổng biên tập NXBGD Việt Nam:
TS. PHAN XUÂN THÀNH

TRONG SỐ NÀY

Bìa 1: Công ty cổ phần Mĩ thuật và Truyền thông

Dành cho học sinh lớp 6 7

MỘT SỐ BÀI TOÁN VỀ CHUYỂN ĐỘNG CỦA HAI KIM ĐỒNG HỒ

TRƯƠNG QUANG AN
(GV. THCS Nghĩa Thắng, Tư Nghĩa, Quảng Ngãi)

Dạng toán về chuyển động của kim đồng hồ là một dạng toán tương đối khó và khá trừu tượng đối với học sinh. Bài toán về chuyển động của hai kim đồng hồ về thực chất là dạng toán hai động tử đuổi nhau cùng chiều trên vòng tròn, vì thế ta cần xét khoảng cách giữa hai kim và xác định vận tốc của hai kim đồng hồ.

Dạng 1. Hai kim sẽ trùng nhau với khoảng cách ban đầu giữa 2 kim nhỏ hơn một vòng đồng hồ.

Bài toán 1. Bây giờ là 3 giờ. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu giờ nữa thì kim giờ và kim phút sẽ trùng nhau?

Phân tích. Muốn biết được sau ít nhất bao lâu kim phút trùng lên kim giờ, ta lấy khoảng cách giữa 2 kim chia cho hiệu vận tốc của chúng.

Bài giải. Trong một giờ kim phút quay được 1 vòng đồng hồ thì kim giờ sẽ quay được $\frac{1}{12}$ vòng đồng hồ. Hiệu vận tốc giữa kim phút và kim giờ là:

$1-\frac{1}{12}=\frac{11}{12}$ (vòng đồng hồ/ giờ)

Lúc 3 giờ, kim giờ cách kim phút $\frac{3}{12}$ vòng đồng hồ.

Khoảng thời gian ngắn nhất để kim phút trùng lên kim giờ là: $\frac{3}{12}:\frac{11}{12}=\frac{3}{11}$ (giờ).

Dạng 2. Hai kim sẽ trùng nhau với khoảng cách ban đầu giữa 2 kim bằng một vòng đồng hồ.

Bài toán 2. Bây giờ là 12 giờ, ít nhất sau bao nhiêu giờ nữa hai kim đồng hồ sẽ trùng nhau?

Phân tích. Vào lúc 12 giờ, khoảng cách giữa hai kim bằng một vòng đồng hồ nên ta có cách giải sau:

Bài giải. Vì kim phút đi nhanh hơn kim giờ nên kim phút đi hết một vòng đồng hồ tức là sau 1 giờ mà hai kim vẫn chưa gặp nhau, lúc này là 1 giờ đúng. Lúc 1 giờ kim phút chỉ vào số 12, kim giờ chỉ vào số 1. Khoảng cách lúc này giữa hai kim là $\frac{1}{12}$ vòng đồng hồ.

Hiệu vận tốc của hai kim là:

$1-\frac{1}{12}=\frac{11}{12}$ (vòng đồng hồ/ giờ).

Kể từ lúc 1 giờ, thời gian để kim phút đuổi kịp kim giờ là: $\frac{1}{12}:\frac{11}{12}=\frac{1}{11}$ (giờ)

Kể từ lúc 12 giờ, thời gian để hai kim trùng nhau là:

$1+\frac{1}{11}=\frac{12}{11}$ (giờ).

Dạng 3. Hai kim chuyển động đổi chỗ cho nhau.

Bài toán 3. An ngồi làm bài lúc hơn 2 giờ 15 phút một chút. Khi An làm bài xong thì thấy 2 kim đồng hồ đã đổi chỗ cho nhau ở vị trí ban đầu, lúc này hơn 3 giờ. Hỏi An làm bài trong bao lâu?

Lời giải. Từ khi An bắt đầu làm bài cho đến khi hai kim đổi chỗ cho nhau thì kim phút đã đi được một khoảng cách từ vị trí của kim phút đến vị trí của kim giờ lúc ban đầu và hơn nửa vòng đồng hồ, còn kim giờ thì đi được một khoảng cách từ vị trí của kim giờ đến vị trí của kim phút lúc ban đầu và chưa đủ nửa vòng đồng hồ. Như vậy tổng khoảng cách hai kim đã đi đúng bằng một vòng đồng hồ.

Mỗi giờ kim phút đi được 1 vòng đồng hồ còn kim giờ chỉ đi được $\frac{1}{12}$ vòng đồng hồ nên tổng vận tốc của hai kim là: $1+\frac{1}{12}=\frac{13}{12}$ (vòng đồng hồ/ giờ).

Thời gian An làm xong bài là:

$1:\frac{13}{12}=\frac{12}{13}$ (giờ).

Dành cho học sinh lớp 67

MỘT SỐ DẠNG TOÁN VỀ NGHIỆM CỦA ĐA THỨC MỘT BIẾN

VÕ XUÂN MINH
(GV. THCS Nguyễn Văn Trỗi, Cam Nghĩa, Cam Ranh, Khánh Hòa)

Các dạng toán về đa thức một biến khá phong phú, sau đây là một số dạng toán liên quan đến nghiệm của đa thức một biến thường gặp phù hợp với kiến thức lớp 7.

1. Tìm nghiệm của một đa thức

Ví dụ 1. a) Cho $f(x) = ax^2 + bx + c$, chứng minh rằng nếu $b = a + c$ thì $f(x)$ có một nghiệm là -1.

b) Chứng minh rằng nếu x_o là nghiệm của $f(x) = ax + b$ $(a, b \neq 0)$ thì $\dfrac{1}{x_o}$ là nghiệm của $g(x) = bx + a$.

Lời giải. a) Ta có $f(-1) = a(-1)^2 + b(-1) + c$

$= a - b + c = 0$ (vì $b = a + c$).

Vậy $x = -1$ là nghiệm của $f(x)$.

b) $f(x_o) = ax_o + b = 0 \Rightarrow x_o = -\dfrac{b}{a}$.

$$g\left(\frac{1}{x_o}\right) = b.\frac{1}{x_o} + a = b.\left(-\frac{a}{b}\right) + a = -a + a = 0.$$

Vậy $\dfrac{1}{x_o}$ là nghiệm của $g(x)$.

Ví dụ 2. a) Tìm nghiệm của đa thức $x^2 - 5x + 6$.

b) Tìm một nghiệm của đa thức

$A(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ biết $a - 2b + 4c = \dfrac{1}{2}$.

Lời giải. a) Ta có $x^2 - 5x + 6 = 0$

$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 3x + 6 = 0$

$\Leftrightarrow x(x - 2) - 3(x - 2) = 0 \Leftrightarrow (x - 2)(x - 3) = 0$

$\Leftrightarrow x - 2 = 0$ hoặc $x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 2$ hoặc $x = 3$.

Vậy $x^2 - 5x + 6$ có các nghiệm là $x = 2$, $x = 3$.

b) Từ $a - 2b + 4c = \dfrac{1}{2}$ ta có

$$A\left(-\frac{1}{2}\right) = \left(-\frac{1}{2}\right)^3 + a\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + b\left(-\frac{1}{2}\right) + c$$

$$= \frac{1}{4}\left(-\frac{1}{2} + a - 2b + 4c\right) = 0.$$

Vậy $-\dfrac{1}{2}$ là một nghiệm của đa thức $A(x)$.

2. Chứng minh đa thức không có nghiệm

Ví dụ 3. Chứng minh rằng $B(x) = -x^2 + 6x - 10$ không có nghiệm.

Lời giải. $B(x) = -(x^2 - 6x + 9) - 1 = -(x^2 - 3x - 3x + 9) - 1$

$= -[x(x - 3) - 3(x - 3)] - 1 = -(x - 3)^2 - 1 < 0$ với mọi x.

Vậy $B(x)$ không có nghiệm.

3. Xác định đa thức

Ví dụ 4. Xác định đa thức bậc hai $f(x)$ thỏa mãn $f(-1) = 10$, $f(0) = 5$, $f(2) = 1$.

Lời giải. Đặt $f(x) = ax^2 + bx + c$, ta có $f(0) = c = 5$.

$f(-1) = a - b + 5 = 10 \Rightarrow a - b = 5$.

$f(2) = 4a + 2b + 5 = 1 \Rightarrow 2a + b = -2$.

Do đó $(a - b) + (2a + b) = 5 - 2$.

$\Rightarrow 3a = 3 \Rightarrow a = 1$.

Kết hợp với $a - b = 5$ ta suy ra $b = -4$.

Vậy $f(x) = x^2 - 4x + 5$.

4. Tìm tham số thỏa mãn điều kiện cho trước

Ví dụ 5. Cho $h(x) = x^2 - mx + 3$.

a) Tìm m để $h(x)$ có nghiệm là -1.

b) Với m tìm được, tìm nghiệm thứ hai khác -1 của $h(x)$.

Lời giải. a) $h(-1) = 0 \Leftrightarrow 1 + m + 3 = 0 \Leftrightarrow m = -4$.

b) $h(a) = 0 \Leftrightarrow a^2 + 4a + 3 = 0$

$\Leftrightarrow (a^2 + 3a) + (a + 3) = 0 \Leftrightarrow a(a + 3) + (a + 3) = 0$

$\Leftrightarrow (a + 1)(a + 3) = 0 \Leftrightarrow a = -3$ (vì $a \neq -1$).

Bài tập

Bài 1. Cho $p(x) = x^3 + bx^2 + cx$ có $p(2) = 6$. Tính $p(-3) - p(-1)$.

Bài 2. Cho $f(x) = x^2 - mx + m - 1$.

a) Tìm m biết $f(-3) = 6$.

b) Chứng minh rằng $m - 1$ là nghiệm của $f(x)$.

ÁP DỤNG TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG ĐỂ GIẢI TOÁN

NGUYỄN ĐỨC TẤN
(TP. Hồ Chí Minh)

A. Kiến thức cần nhớ

1. Tam giác đồng dạng

- Nếu $\Delta A'B'C' \backsim \Delta ABC$ theo tỉ số k khi và chỉ khi

$$\begin{cases}\widehat{A'}=\widehat{A}, \widehat{B'}=\widehat{B}, \widehat{C'}=\widehat{C}\\ \dfrac{A'B'}{AB}=\dfrac{A'C'}{AC}=\dfrac{B'C'}{BC}=k.\end{cases}$$

- Gọi h' và h tương ứng là đường cao; p' và p tương ứng là nửa chu vi, S' và S tương ứng là diện tích của hai tam giác đồng dạng A'B'C' và ABC thì $\dfrac{h'}{h}=\dfrac{p'}{p}=k; \dfrac{S'}{S}=k^2$.

2. Các trường hợp đồng dạng của hai tam giác A'B'C' và ABC

a) $\dfrac{A'B'}{AB}=\dfrac{A'C'}{AC}=\dfrac{B'C'}{BC}$ (c.c.c).

b) $\dfrac{A'B'}{AB}=\dfrac{A'C'}{AC}, \widehat{A'}=\widehat{A}$ (c.g.c).

c) $\widehat{A'}=\widehat{A}; \widehat{B'}=\widehat{B}$ (g.g).

3. Các trường hợp đồng dạng của hai tam giác vuông A'B'C' và ABC $(\widehat{A'}=\widehat{A}=90^o)$.

a) $\dfrac{A'B'}{AB}=\dfrac{A'C'}{AC}$.

b) $\dfrac{A'B'}{AB}=\dfrac{B'C'}{BC}$.

c) $\widehat{B'}=\widehat{B}$ (hoặc $\widehat{C'}=\widehat{C}$).

B. Các bài toán

Bài toán 1. Cho tam giác nhọn ABC, các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H. Gọi K là giao điểm của AH và EF. Chứng minh rằng:

a) $\Delta ABE \backsim \Delta ACF$, $\Delta AEF \backsim \Delta ABC$

b) EB là hai tia phân giác của góc DEF; FC là hai tia phân giác của góc DFE.

c) AD. HK = AK. HD.

d) BH. BE + CH.CF = BC^2.

e) $DH.DA \le \dfrac{BC^2}{4}$.

Lời giải. a) $\Delta ABE \backsim \Delta ACF$ (g.g)

$\Rightarrow \dfrac{AE}{AF}=\dfrac{AB}{AC} \Rightarrow \dfrac{AE}{AB}=\dfrac{AF}{AC}$.

Do đó $\Delta AEF \backsim \Delta ABC$ (c.g.c).

b) $\widehat{AEF}=\widehat{ABC}$ (do $\Delta AEF \backsim \Delta ABC$)

Tương tự $\widehat{CED}=\widehat{ABC}$. Từ đó $\widehat{AEF}=\widehat{CED}$.

Mà $\widehat{AEF}+\widehat{BEF}=\widehat{CED}+\widehat{BED}\ (=90^o)$

Suy ra $\widehat{BEF}=\widehat{BED}$.

Vậy EB là tia phân giác của góc DEF.

Tương tự FC là tia phân giác của góc DFE.

c) Vẽ DN // FE ($N \in EC$) thì

$\widehat{AND}=\widehat{AEF}=\widehat{CED}$ nên DE = DN.

Từ đó $\dfrac{HK}{HD}=\dfrac{EK}{ED}=\dfrac{EK}{DN}=\dfrac{AK}{AD} \Rightarrow AD.HK=AK.HD$.

d) $\Delta BDH \backsim \Delta BEC$ (g.g)

$\Rightarrow \dfrac{BD}{BE}=\dfrac{BH}{BC} \Rightarrow BH.BE=BC.BD$.

Tương tự CH.CF = BC.CD.

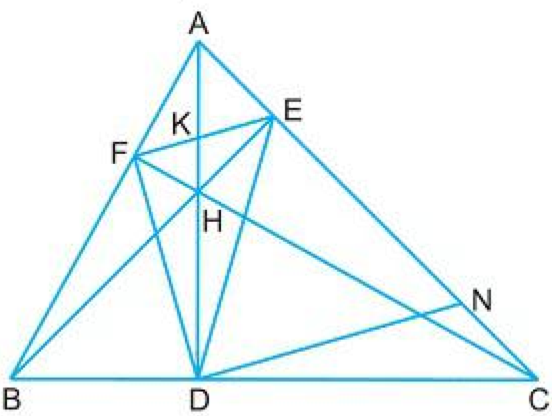
Do đó BH.BE + CH.CF = BC (BD + CD) = BC^2.

e) $\Delta DBH \backsim \Delta DAC$ (g.g) $\Rightarrow \dfrac{DB}{DA}=\dfrac{DH}{DC}$.

$\Rightarrow DH.DA=DB.DC$.

Mà $DB.DC \le \left(\dfrac{DB+DC}{2}\right)^2=\dfrac{BC^2}{4}$.

Do đó $DH.DA \le \dfrac{BC^2}{4}$.



(Kì sau đăng tiếp)

DANH SÁCH HỌC SINH ĐOẠT GIẢI THI GIẢI TOÁN QUA THƯ NĂM HỌC 2016-2017

• **Giải Vàng:** *Tạ Nam Khánh*, 9E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Thu Hiền*, 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Phạm Thành Dũng*, 9E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**.

• **Giải Bạc:** *Nguyễn Công Hải*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Thiều Ngọc Tuấn*, 9E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Trần Hồng Quý*, 9E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Bùi Thị Quỳnh*, 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Nguyễn Văn Thanh Sơn*, 9/1, THCS Nguyễn Khuyến, **Đà Nẵng**.

• **Giải Đồng:** *Đỗ Phúc Xuân*, 7H, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, **Phú Thọ**; *Trần Đức Tùng*, 7B, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Nguyễn Chí Công*, 8A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Vũ Minh Khải*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Nguyễn Trung Thế*, 9A1, THCS Chất lượng cao Mai Sơn, Mai Sơn, **Sơn La**; *Nguyễn Tuấn Dương*, 6A5, THCS Chu Văn An, Ngô Quyền, **Hải Phòng**; *Nguyễn Đình Quân*, 9C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An**; *Trương Thị Thu Lan*, 8A2, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**.

• **Giải Khuyến khích:** *Lê Thị Hằng Nhi*, 8A, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Nguyễn An Na*, 8A, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Nguyễn Hữu Trung Kiên*, 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Lê Ngọc Hoa*, 9E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Bùi Hồng Quân*, 7C, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Lê Việt Hùng*, 9/1, THCS Nguyễn An Ninh, TP. Vũng Tàu, **Bà Rịa - Vũng Tàu**; *Từ Tấn Dũng*, 8A, THPT chuyên Hà Nội - Amsterdam, Q. Cầu Giấy, **Hà Nội**; *Dương Quỳnh Anh*, 9A3, THCS Trần Đăng Ninh, TP. Nam Định, **Nam Định**; *Nguyễn Tiến Dũng*, 9A3, THCS Trần Đăng Ninh, TP. Nam Định, **Nam Định**; *Nguyễn Huỳnh Ngọc Anh*, 6A, THCS Nguyễn Chí Thanh, Đông Hòa, **Phú Yên**.

DANH SÁCH HỌC SINH ĐOẠT GIẢI CUỘC THI GIẢI TOÁN DÀNH CHO NỮ SINH MÙA THỨ BA

• **Giải Nhất:** *Nguyễn Thùy Dương*, 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Nguyễn Thu Hiền*, 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**.

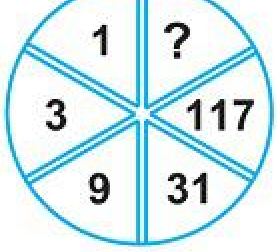
• **Giải Nhì:** *Bùi Thị Quỳnh*, 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Bùi Thùy Linh*, 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Chu Thị Thanh*, 9E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc.**

• **Giải Ba:** *Vũ Linh Chi*, 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Nguyễn Hải Ly*, 8A, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Lê Thị Hằng Nhi*, 8A, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Phạm Hiếu Ngân*, 8A, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Trần Thị Kim Oanh*, 8A, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**.

• **Giải Khuyến khích:** *Nguyễn An Na*, 8A, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Phạm Huyền Trang*, 8A, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Nguyễn Thị Quỳnh Anh*, 9A1, THCS Thị Trấn Quán Hành, Nghi Lộc, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Khổng Thị Thu Thủy*, 9B, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Phạm Thị Kiều Trang*, 9A2, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**; *Lưu Thị Phương*, 8A1, THCS Từ Sơn, TX. Từ Sơn, Bắc Ninh; *Phan Thị Thảo Ngân*, 9C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An**.

Kì này SỐ NÀO THÍCH HỢP?

Bài 1. Điền số thích hợp vào dấu?



Bài 2. Điền số thích hợp vào dấu?

40	52	13
11	30	91
63	41	?

TẠ THẬP *(TP. Hồ Chí Minh)*

Kết quả SỐ CÒN THIẾU (TTT2 số 170)

Quy luật.

Bài 1. Xét dãy số 8179; 6399; 6237; 2294; ...

Mỗi số hạng, kể từ số thứ hai, bằng *tích của số ghép bởi hai chữ số đầu và số ghép bởi hai chữ số cuối* trong số hạng đứng liền trước. Cụ thể, nếu số hạng đứng trước là $\overline{abcd}$ thì số hạng đứng liền sau là $\overline{ab} \times \overline{cd}$.

Vậy số hạng tiếp theo của dãy số trên là $22 \times 94 =$ **2068**.

Bài 2. Bình phương của số bên trái cộng với số bên phải ở hàng trên thì bằng số ở hàng dưới.

Vậy số còn thiếu là $? = 7^2 + 10 =$ **59**.

Nhận xét. Có nhiều bạn giải bài và tìm ra kết quả đúng. Các bạn sau được thưởng kì này: *Hoàng Thùy Dương*, 8A1, THCS CLC Mai Sơn, thị trấn Hát Lót, **Sơn La**; *Nguyễn Hữu Trung Kiên*, 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Đỗ Duy Đức*, *Nguyễn Minh Tiến*, 7B, THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên, **Vĩnh Phúc**; *Phạm Thị Ngọc Diệp*, 9C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An**.

Các bạn sau được tuyên dương: *Nguyễn Đăng Bắc*, 8A3, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Lê Đức Thái*, 9A2, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**; *Bùi Phương Anh*, 8D, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Thu Hiền*, 7A3, THCS Thị trấn Kỳ Sơn, Kỳ Sơn, **Hòa Bình**; *Phạm Nguyễn Hùng Nguyên*, 7A, THCS Xuân Diệu, Can Lộc, **Hà Tĩnh**.

NGUYỄN XUÂN BÌNH

LỜI GIẢI ĐÃ ĐÚNG CHƯA?

LÊ QUỐC DŨNG
(GV. THCS Trần Hưng Đạo, Nha Trang, Khánh Hòa)

Bài toán. Cho phương trình $x^2 - (3m + 1)x + 2m^2 + m + 1 = 0$ (x là ẩn số). Giả sử phương trình có hai nghiệm x_1; x_2. Tìm m để biểu thức $A = x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Lời giải. Ta có $\Delta = (3m + 1)^2 - 4(2m^2 + m + 1)$
$= 9m^2 + 6m + 1 - 8m^2 - 4m - 4 = m^2 + 2m - 3$
$= (m - 1)(m + 3)$.

Để phương trình có hai nghiệm x_1; x_2 thì $\Delta \ge 0$
$\Leftrightarrow (m - 1)(m + 3) \ge 0$
$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \le -3 \\ m \ge 1 \end{array}\right.$ (*)

Theo hệ thức Viète, ta có
$x_1 + x_2 = 3m + 1$; $x_1x_2 = 2m^2 + m + 1$.

Do đó $A = x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2$
$= (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = (3m + 1)^2 - 4(2m^2 + m + 1)$
$= 9m^2 + 6m + 1 - 8m^2 - 4m - 4$
$= m^2 + 2m - 3 = (m + 1)^2 - 4 \ge -4$.

Suy ra min $A = -4$ khi $m = -1$ (không thỏa mãn (*))

Vậy không có giá trị nào của m để A đạt giá trị nhỏ nhất.

Theo bạn lời giải trên đã đúng chưa?

ĐỀ THI CÂU LẠC BỘ TTT

HQV

VŨ THÀNH NAM (*dịch*)

Kì 8

CLB36. Find all positive integers n such that $n^2 - 440$ is the square of an integer.

CLB37. Find all integer roots of the following equation $6xy + 4x - 9y - 7 = 0$.

CLB38. Let x_1, x_2, x_3 be the roots of the equation $x^3 - x - 1 = 0$. Find the value of the following expression $T = \frac{1+x_1}{1-x_1} + \frac{1+x_2}{1-x_2} + \frac{1+x_3}{1-x_3}$.

CLB39. Find all integers p such that $4p^8 - 8p^2 = 992$.

CLB40. Find the digits x, y, and z such that the number $\overline{13xy45z}$ is divisible by 792.

Kết quả (TTT2 số 170)

Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ

CLB26. Vì $40x + 20y = 30y + 15z = 24z + 12x$ nên

$$\frac{2x+y}{3} = \frac{2y+z}{4} = \frac{2z+x}{5} = t.$$

Suy ra $2x + y = 3t$; $2y + z = 4t$; $2z + x = 5t$.

Từ đó $x = t$; $y = t$; $z = 2t$.

Do đó $M = 5t + 3t - 8t + 2016 = 2016$.

CLB27. Ta có

$$P = \frac{b^3 - a^3}{a^2 + ab + b^2} + \frac{c^3 - b^3}{b^2 + bc + c^2} + \frac{a^3 - c^3}{c^2 + ca + a^2} + 2017$$

$= b - a + c - b + a - c + 2017 = 2017$.

CLB28. Vì $2x - 3y = x^3y$ nên $y(x^3 + 3) = 2x$.

Mà x là số nguyên nên $x^3 + 3 \neq 0$.

Do đó $y = \frac{2x}{x^3 + 3}$ là số nguyên.

Suy ra $2x \,\vdots\, (x^3 + 3) \Rightarrow 2x^3 \,\vdots\, (x^3 + 3)$

$\Rightarrow [2(x^3 + 3) - 6] \,\vdots\, (x^3 + 3) \Rightarrow 6 \,\vdots\, (x^3 + 3)$

$\Rightarrow (x^3 + 3) \in \{1; -1; 2; -2; 3; -3; 6; -6\}$

$\Rightarrow x^3 \in \{-2; -4; -1; -5; 0; -6; 3; -9\}$.

Mà x là số nguyên nên $x \in \{-1; 0\}$.

- Với $x = -1$ thì $y = -1$.
- Với $x = 0$ thì $y = 0$.

CLB29. Ta có $a^2 + 2b^2 + 3 = (a^2 + b^2) + (b^2 + 1) + 2 \geq 2ab + 2b + 2 = 2(ab + b + 1)$.

Suy ra $\frac{1}{a^2 + 2b^2 + 3} \leq \frac{1}{2(ab + b + 1)}$.

Tương tự $\frac{1}{b^2 + 2c^2 + 3} \leq \frac{1}{2(bc + c + 1)}$.

$\frac{1}{c^2 + 2a^2 + 3} \leq \frac{1}{2(ca + a + 1)}$.

Vì $abc = 1$ nên

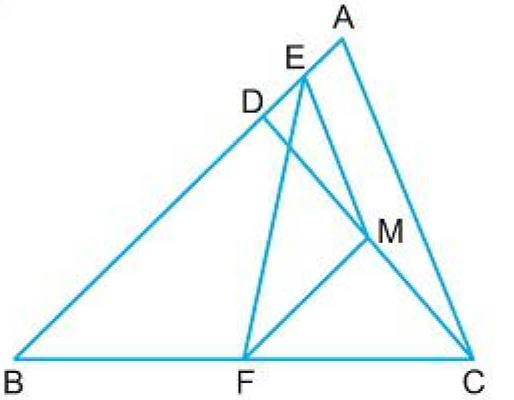
$$\frac{1}{ab + b + 1} + \frac{1}{bc + c + 1} + \frac{1}{ca + a + 1} = 1.$$

Suy ra $M \leq \frac{1}{2}$.

Dấu đẳng thức xảy ra khi $a = b = c = 1$.

Vậy $\text{MaxM} = \frac{1}{2}$ khi $a = b = c = 1$.

CLB30.



Vì $\hat{C} = 60^o > \hat{B}$ nên $AB > AC$, suy ra điểm D thuộc đoạn thẳng AB.

Gọi M là trung điểm của CD.

Vì MF // BD, ME // AC, AC = 2ME, BD = 2MF, BD = AC nên ΔMEF cân tại M.

Mà $\widehat{DEM} = \hat{A} = 70^o$.

Ta có $\widehat{BEF} = \widehat{MFE} = \widehat{MEF} = \frac{\widehat{DEM}}{2}$.

Do đó $\widehat{BEF} = \frac{70^o}{2} = 35^o$.

Nhận xét. Các bạn sau có lời giải tốt được thưởng kì này: *Lê Đức Thái*, 9A2, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**; *Nghiêm Thị Mai Phương*, 8A1, THCS Thị trấn Chờ, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Nguyễn Chí Công*, 8A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**.

NGUYỄN NGỌC HÂN

AUSTRALIAN MATHEMATICS COMPETITION AMC 2016

JUNIOR DIVISION

AUSTRALIAN SCHOOL YEARS 7 AND 8

Time allowed: ***75 minutes***

Tiếp theo kì trước

TS. TẠ NGỌC TRÍ

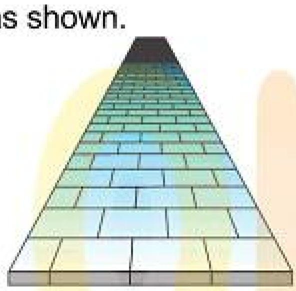
(Vụ Giáo dục Tiểu học, Bộ Giáo dục và Đào tạo, Sưu tầm và giới thiệu)

Questions 11 to 20, 4 marks each

12. Jan has three times as many marbles as Liana. If Jan gives 3 of her marbles to Liana, they will have the same number. How many marbles do they have between them?

(A) 18 (B) 6 (C) 8 (D) 12 (E) 16

13. One of the pedestrian walkways in Hyde Park is exactly $3\frac{1}{2}$ sandstone pavers wide. The pavers are arranged as shown.



The information sign says that 1750 pavers were used to make the walkway. How many pavers were cut in half in the construction of this walkway?

(A) 250 (B) 350 (C) 175 (D) 125 (E) 500

14. On Monday, I planted 10 apple trees in a row. On Tuesday, I planted orange trees along the same row and noticed at the end of the day that no apple tree was next to an apple tree. On Wednesday, I planted peach trees along the same row and noticed at the end of the day that no apple tree was next to an orange tree. What is the smallest number of trees that I could have planted?

(A) 28 (B) 43 (C) 37 (D) 40 (E) 36

15. Adrienne, Betty and Cathy were the only three competitors participating in a series of athletic events. In each event, the winner gets 3 points, second gets 2 points and third gets 1 point. After the events, Adrienne has 8 points, Betty has 11 points and Cathy has 5 points. In how many events did Adrienne come second?

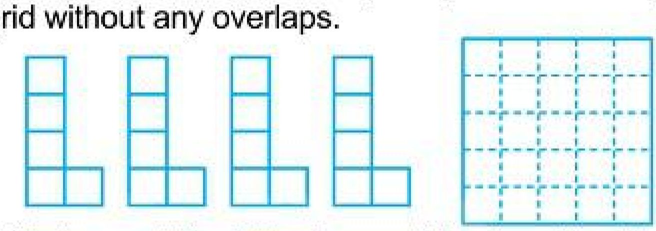
(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

16. In the expression below, the letters A,B,C,D and E represent the numbers 1, 2, 3, 4 and 5 in some order. $A \times B + C \times D + E$

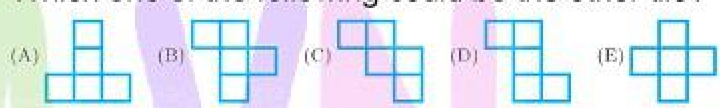
What is the largest possible value of the expression?

(A) 24 (B) 27 (C) 26 (D) 51 (E) 25

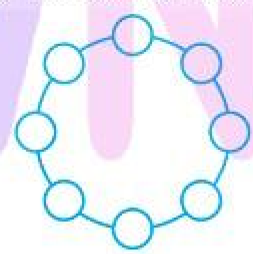
17. Llewellyn uses four of these L-shaped tiles plus one other tile to completely cover a 5 by 5 grid without any overlaps.



Which one of the following could be the other tile?



18. Andy has a number of red, green and blue counters.



He places eight counters equally spaced around a circle according to the following rules:

- No two red counters will be next to each other.
- No two green counters will be diagonally opposite each other.
- As few blue counters as possible will be used.

How many blue counters will Andy need to use?

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

19. In a packet of spaghetti, one-third of the strands of spaghetti are intact, but the rest have each been snapped into two pieces. Of all the pieces of spaghetti from the packet (broken and whole), what is the largest fraction guaranteed to be at least as long as half an unbroken strand?

(A) $\frac{2}{5}$ (B) $\frac{3}{5}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{1}{2}$ (E) $\frac{1}{3}$

20. Mary has four children of different ages, all under 10, and the product of their ages is 2016. What is the sum of their ages?

(A) 30 (B) 34 (C) 28 (D) 29 (E) 32

Questions 21 to 25, 5 marks each

21. Angelo has a 50 L barrel of water and two sizes of jug to fill, large and small. Each jug, when full, holds a whole number of litres.

He fills three large jugs, but does not have enough to fill a fourth. With the water remaining he then fills three small jugs, but does not have enough to fill a fourth.

In litres, what is the capacity of the small jug?

(A) 5 (B) 4 (C) 3 (D) 2 (E) 1

22. How many 5-digit numbers contain all the digits 1, 2, 3, 4 and 5 and have the property that the difference between each pair of adjacent digits is at least 2?

(A) 24 (B) 14 (C) 18 (D) 20 (E) 10

23. A number of people are standing in a line in such a way that each person is standing next to exactly one person who is wearing a hat. Which of the following could not be the number of people standing in the line?

(A) 98 (B) 99 (C) 100 (D) 101 (E) 102

24. Josh, Ruth and Sam each begin with a pile of lollies. From his pile Josh gives Ruth and Sam as many as each began with. From her new pile, Ruth gives Josh and Sam as many lollies as each of them then has. Finally, Sam gives Josh and Ruth as many lollies as each then has.

If in the end each has 32 lollies, how many did Josh have at the beginning?

(A) 64 (B) 96 (C) 28 (D) 16 (E) 52

25. A poem can have any number of lines and each line may rhyme with any of the other lines.

For poems with only two lines, there are two different rhyming structures: either the lines rhyme or they do not.

For poems with three lines, there are five different rhyming structures: either all three lines rhyme, exactly one pair of lines rhyme (occurring in three ways), or none of the lines rhyme.

How many different rhyming structures are there for poems with four lines?

(A) 18 (B) 15 (C) 12 (D) 20 (E) 26

For questions 26 to 30, shade the answer as an integer from 0 to 999 in the space provided on the answer sheet.

Question 26 is 6 marks, question 27 is 7 marks, question 28 is 8 marks, question 29 is 9 marks and question 30 is 10 marks.

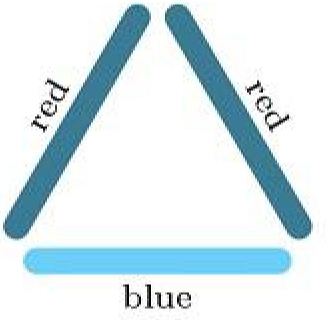
26. Digits a, b and c can be chosen to make the following multiplication work. What is the 3-digit number abc?

$$\begin{array}{rccccc} & & & a & b & c \\ \times & & & & 2 & 4 \\ \hline & 1 & c & b & a & 2 \\ \hline \end{array}$$

27. You have an unlimited supply of five different coloured pop-sticks, and want to make as many different coloured equilateral triangles as possible, using three sticks.

One example is shown here.

Two triangles are not considered different if they are rotations or reflections of each other.



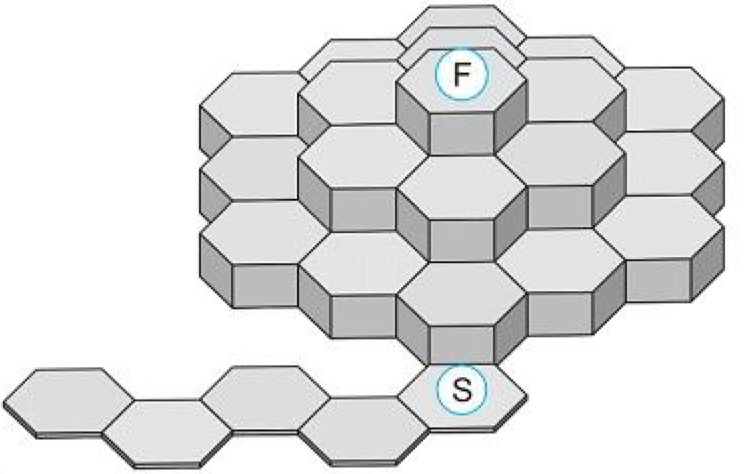
How many different triangles are possible?

28. What is the largest 3-digit number that has all of its digits different and is equal to 37 times the sum of its digits?

29. Lucas invented the list of numbers 2, 1, 3, 4, 7, ... where each number after the first two is the sum of the previous two. He worked out the first 100 numbers by hand, but unfortunately he made one mistake in the 90th number, which was out by 1. How far out was the 100th number?

30. To match my hexagonally paved path, I built a Giant's Causeway garden feature from 19 hexagonal stone columns, arranged in a hexagonal pattern with three different levels, as shown.

In how many ways can I climb from S to F if I only step to an adjacent column, never step on any column twice and never step down a level?



ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 CHUYÊN TOÁN

TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM TP. HỒ CHÍ MINH

Năm học 2016 - 2017

Thời gian làm bài: 150 phút

Bài 1. *(2 điểm)*

a) Quãng đường từ A đến B dài 50 km. Một người dự định đi xe đạp từ A đến B với vận tốc không đổi. Khi đi được 2 giờ, do xe bị hỏng nên người ấy phải dừng lại 30 phút để sửa xe. Vì vậy muốn đến B đúng thời gian đã định, người đó phải tăng vận tốc thêm 2 km/h trên quãng đường còn lại. Tính vận tốc ban đầu của người đi xe đạp.

b) Giải phương trình $\sqrt{x+4}+\sqrt{x+9}-\sqrt{x+25}=0$.

Bài 2. *(1 điểm)*

Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên n ta luôn có $n^7 - n$ chia hết cho 42.

Tìm tất cả các số nguyên x sao cho $\dfrac{x-3}{x^2+1}$ là số nguyên.

Bài 3. *(1 điểm)*

a) Cho a, b, c là các số thực dương. Chứng minh rằng

$$\sqrt{2(a^2+b^2)}+\sqrt{2(b^2+c^2)}+\sqrt{2(c^2+a^2)} \geq 2(a+b+c).$$

b) Cho a, b, c là các số thực dương. Chứng minh rằng $\dfrac{a+b}{\sqrt{ab}}+\dfrac{\sqrt{ab}}{a+b} \geq \dfrac{5}{2}$.

Bài 4. *(1 điểm)*

Cho x, y, z là các số thực thỏa mãn điều kiện $x + y + z = 4$, $x^2 + y^2 + z^2 = 6$.

a) Tính giá trị của $xy + yz + zx$ và chứng minh rằng $\dfrac{2}{3} \leq z \leq 2$.

b) Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $P = x^3 + y^3 + z^3$.

Bài 5. *(3 điểm)*

Cho đường tròn tâm O bán kính R có hai đường kính vuông góc AB, CD. Trên cung nhỏ BC lấy điểm E (khác B, C), AE cắt CD tại F. Gọi giao điểm của CB và AE là G, giao điểm của ED và AB là H.

a) Chứng minh rằng AE là phân giác của góc CED và tứ giác FOBE nội tiếp.

b) Chứng minh GH song song với CD.

c) Chứng minh G là tâm đường tròn nội tiếp tam giác CHE.

Bài 6. *(1 điểm)*

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn và AB < AC. Gọi BE và CF là các phân giác trong của tam giác ABC.

a) Chứng minh rằng tam giác AEF có ba góc nhọn.

b) Gọi M là điểm di động trên đoạn thẳng EF. Gọi H, D, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của M lên các cạnh BC, CA, AB của tam giác ABC. Chứng minh rằng MH = MD + MK.

Bài 7. *(1 điểm)*

Cho các số tự nhiên a, b, c, d bất kì. Chứng minh rằng tích của 6 số:

$a - b$, $b - c$, $c - d$, $d - a$, $a - c$, $b - d$ là một số nguyên chia hết cho 12.

lời giải

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TOÁN LỚP 8, QUẬN 1, TP. HỒ CHÍ MINH

Hướng dẫn giải đề kì trước

Năm học: 2015 - 2016

(Đề đăng trên TTT2 số 168+169)

Bài 1. a. Biến đổi phương trình đã cho ta được

$$\frac{x+4}{2012}+1+\frac{x+1}{2015}+1=\frac{x+2000}{16}+1+\frac{x+2003}{13}+1.$$

$$\Leftrightarrow (x+2016)\left(\frac{1}{16}+\frac{1}{13}-\frac{1}{2012}-\frac{1}{2015}\right)=0.$$

$$\Leftrightarrow x=-2016 \text{ (vì } \frac{1}{16}+\frac{1}{13}-\frac{1}{2012}-\frac{1}{2015}>0).$$

Vậy phương trình có nghiệm là $x = -2016$.

b. Biến đổi phương trình đã cho ta được

$(x^2 - 3x + 2)(x^2 - x + 3) = 0$. (1)

Vì $x^2-x+3=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{11}{4}>0$ nên

(1) $\Leftrightarrow (x - 1)(x - 2) = 0 \Leftrightarrow x = 1$ hoặc $x = 2$.

Vậy nghiệm của phương trình là $x = 1$; $x = 2$.

c. ĐKXĐ: $x \neq 2$ và $x \neq 5$.

Biến đổi phương trình đã cho ta có

$$\frac{3x(x-5)-x(x-2)+9x}{(x-2)(x-5)}=\frac{10(x^2-7x+10)}{(x-2)(x-5)}.$$

$$\Leftrightarrow 4x^2-33x+50=0 \Leftrightarrow (x-2)(4x-25)=0$$

$$\Leftrightarrow x=2 \text{ (loại) hoặc } x=\frac{25}{4}.$$

Vậy phương trình có nghiệm là $\frac{25}{4}$.

Bài 2. a. • Nếu $a + b + c = 0$, ta có

$$A=\frac{a+b}{b}.\frac{b+c}{c}.\frac{c+a}{a}=\left(\frac{-c}{b}\right).\left(\frac{-a}{c}\right).\left(\frac{-b}{a}\right)=-1.$$

• Nếu $a + b + c \neq 0$, ta có

$$A=\frac{a+b}{c}=\frac{b+c}{a}=\frac{c+a}{b}=\frac{2(a+b+c)}{a+b+c}=2. \ (*)$$

Từ (*) suy ra $a + b = 2c$; $b + c = 2a$; $c + a = 2b$.

Từ đó $a + b + 2a = 2c + b + c \Rightarrow a = c$ (mâu thuẫn với đề bài).

b. Đặt $(x + y)^2 = a$; $xy = b$.

Từ đó ta có $a^3 - 6b^3 - 4b^2(a - 2b) - b[(a - 2b)^2 - 2b^2]$

$= a^3 - a^2b = a^2(a - b) = (x + y)^4[(x + y)^2 - xy]$

$$=(x+y)^4\left[\left(x+\frac{y}{2}\right)^2+\frac{3}{4}y^2\right]\geq 0.$$

c. • Nếu n là số chẵn thì $n^3 \vdots 4 \Rightarrow (n^3 + 2) \not\vdots 4$

$\Rightarrow (n^3 + 2) \not\vdots 2016$.

• Nếu n là số lẻ thì $n^3 + 2$ là số lẻ, khi đó $(n^3 + 2) \not\vdots 2016$.

Bài 3. Gọi số nhóm có 1 bạn nam, 1 bạn nữ là x (nhóm) ($x \in \mathbb{N}^*$).

Số nhóm có 2 bạn nữ là: $(18 - x) : 2$ (nhóm).

Số nhóm có 2 bạn nam là: $(12 - x) : 2$ (nhóm).

Số nhóm có 2 bạn nữ nhiều hơn số nhóm có 2 bạn nam là: $(18 - x) : 2 - (12 - x) : 2 = 3$ (nhóm).

Bài 4. *(Bạn đọc tự vẽ hình)*

a) Ta có $\Delta BCE = \Delta CDF$ (c.g.c)

Suy ra $CE = DF$, $\widehat{BCE}=\widehat{CDF}$.

$\widehat{CDF}+\widehat{DCH}=\widehat{BCE}+\widehat{DCH}=90^o$

$\Rightarrow \widehat{DHC}=90^o \Rightarrow CE \perp DF$.

b) Gọi M là trung điểm của CD, AM cắt DH tại N.

Ta có AECM là hình bình hành nên suy ra AM // EC. Từ đó $AN \perp DH$.

Vì NM là đường trung bình của ΔDHC nên suy ra $DN = NH$.

Từ đó ΔADH cân tại A nên $AH = AD = AB$.

Suy ra ΔABH cân tại A. Do đó $\widehat{ABH}=\widehat{AHB}$.

Bài 5. a) Ta có $\Delta HAB \backsim \Delta HCA$ (g.g)

Suy ra $\frac{HA}{HC}=\frac{HB}{HA}=\frac{AB}{AC}$.

$$\Rightarrow \frac{AB^2}{AC^2}=\frac{HA}{HC}.\frac{HB}{HA}=\frac{HB}{HC}\Rightarrow AB^2.CH=AC^2.BH.$$

b) Vì DE // AC nên $\widehat{ACH}=\widehat{KEB}$.

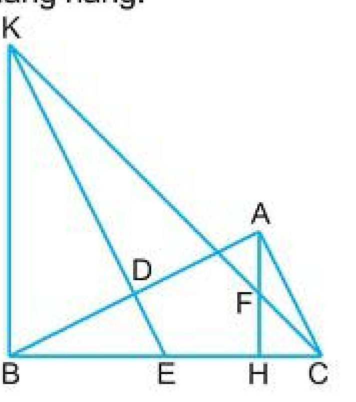
Từ đó $\Delta HAC \backsim \Delta BKE$ (g.g)

Suy ra $\frac{AH}{BK}=\frac{CH}{BE}\Rightarrow\frac{AH}{2BK}=\frac{CH}{2BE}\Rightarrow\frac{HF}{BK}=\frac{CH}{BC}$.

Từ đó $\Delta HCF \backsim \Delta BCK$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{HCF}=\widehat{BCK}$.

Do đó hai tia CF và CK trùng nhau.

Vậy K, F, C thẳng hàng.



KẺ KHẢ NGHI LÀ AI?

LÊ THANH TÙNG
(Số 16, phố Chiến, Ngô Quyền, TP. Vĩnh Yên, Vĩnh Phúc)

Nhận được tin có vụ cướp xảy ra trong tư gia của một nhà sưu tập đồng hồ nổi tiếng, ông John - cảnh sát trưởng quận A - liền nhờ thám tử Sêlôccôc tới nơi để cùng "phá án".

Khi thám tử tới nơi, ông John kể:

- Đây là nhà bà Sarah- một nhà sưu tập đồng hồ nổi tiếng. Ngôi nhà chẳng khác gì một bảo tàng đồng hồ. Sáng nay, bà gọi thợ đến bảo dưỡng, lau chùi, ai ngờ, có kẻ đã xịt thuốc mê để cướp.

- Hiện giờ sức khỏe bà Sarah sao rồi?

- Bà ấy đã ổn, đang được điều trị tại bệnh viện.

- Vậy là yên tâm rồi. Còn chuyện xảy ra tại đây thì các anh đã sơ bộ xác định được như anh vừa kể?

- Vâng, đúng thế. Chúng tôi cũng đã sàng lọc thông tin và tạm thời hướng sự nghi vấn vào 3 người. Cả ba đều là thợ sửa chữa, bảo dưỡng đồng hồ và đều được bà Sarah gọi đến nhà sáng nay.

- Bà Sarah bị xịt thuốc mê lúc mấy giờ?

- Khoảng 8 giờ 20 gì đó. Có thể xê dịch vài phút. Chúng tôi đã xác định được như vậy.

- Tôi có thể gặp ba người thợ khả nghi ở đâu?

- Cả ba đang bị chúng tôi giữ tại đây, trên tầng hai. Ta cùng lên đi!

Thám tử Sêlôccôc bắt đầu hỏi chuyện từng người. Đầu tiên là ông David, một người đứng tuổi:

- Ông đã làm gì lúc hơn 8 giờ, chính xác khoảng 8 giờ 20?

- Tôi được bà Sarah yêu cầu lau chùi toàn bộ đồng hồ để bàn. Tôi làm việc trong căn phòng trưng bày loại đồng hồ đó. Tôi làm từ sáng sớm cho tới lúc thấy ồn ào. Lúc đó tôi mới biết chủ nhà bị ngất.

Tiếp theo là anh Glenn. Anh kể:

- Tôi lau chùi, bảo dưỡng những chiếc đồng hồ quả lắc treo tường. Thấy mấy chiếc bị chết, tôi đã lên dây cót.

- Anh đã lên dây cót cho chúng vào lúc 8 giờ 20 ư?

- Khoảng đó ạ. Tôi không thể biết chính xác từng phút được.

Cuối cùng là anh Louis:

- Tôi có nhiệm vụ kiểm tra, lau chùi toàn bộ đồng hồ đeo tay. Chủ nhà có hàng trăm chiếc, đủ kiểu, đủ loại. Cứ vài tháng tôi lại đến một lần.

Sau đó, thám tử Sêlôcôc nói với ông John:

- Tôi bắt đầu nghi ngờ một trong số họ rồi. Ông thử đoán xem đó là ai!

Ông John chau mày suy nghĩ nhưng vẫn chưa trả lời được. Các thám tử Tuổi Hồng hãy trợ giúp ông John nhé!

Kết quả **(TTT số 170)**

Chiếc đồng hồ biến đi đâu?

Kì này, các fan của truyện tranh tham gia nhiệt tình quá nên số lượng bài gửi về rất nhiều và tất cả đều có câu trả lời chính xác: Tác giả bộ truyện "Thám tử lừng danh Conan" là người Nhật Bản. Ông tên là Aoyama Gosho, sinh năm 1963. Cậu Jim đã nói "Đó là bộ truyện của Hàn Quốc" nên bị thám tử nghi ngờ.

Phần thưởng sẽ được gửi tới: *TT lớp 6A*, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Trần Công Hưng*, 7A, THCS Giấy Phong Châu, Phong Châu, **Phú Thọ**; *Bùi Quốc Duy*, 7E, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Lê Hoàng Trang*, 7A3, THCS Thị trấn Kì Sơn, Kì Sơn, **Hòa Bình**; *Ngô Hoàng Anh*, 6D, THCS Hoa Quảng, Diễn Hoa, Diễn Châu, **Nghệ An.**

Thám tử Sêlôccôc

CHỮ & CHỮ SỐ

Kết quả **Kì 27** **(TTT2 số 168 + 169)**

$$\begin{array}{r} \text{D I NH} \\ + \quad \text{D A U} \\ \hline 2\,0\,1\,7 \end{array}$$

Do $1 \le D \le 2$ mà $I + D > 1$ nên $D = 1$. Vì phải nhớ 1 vào hàng nghìn và có thể nhớ 1 vào hàng trăm nên $9 \le I + D = I + 1 \le 9 + 1 = 10$, suy ra $I = 9$ hoặc $I = 8$. Nếu $I = 9$ thì $N + A = 1$ (loại).

Xét $I = 8$ thì $N + A = 11$ hoặc $N + A = 10$ (có nhớ 1).

- Nếu $N + A = 10$ thì $H + U = 17 = 9 + 8$ (loại vì trùng với $I = 8$).

- Nếu $N + A = 11$ thì $H + U = 17$. Chú ý rằng các chữ số N, A, H, U khác nhau và khác 1, 8. Xảy ra các trường hợp sau (có thể đổi chỗ N với A và H với U):

1. $N + A = 11 = 2 + 9$ thì $H + U = 0 + 7 = 3 + 4$.
2. $N + A = 11 = 4 + 7$ thì $H + U = 2 + 5$.
3. $N + A = 11 = 5 + 6$ thì $H + U = 0 + 7 = 3 + 4$.

Bài toán có 20 nghiệm là:

1820 + 197 = 2017; 1823 + 194 = 2017; 1824 + 193 = 2017; 1827 + 190 = 2017; 1890 + 127 = 2017; 1893 + 124 = 2017; 1894 + 123 = 2017; 1897 + 120 = 2017; 1842 + 175 = 2017; 1845 + 172 = 2017; 1872 + 145 = 2017; 1875 + 142 = 2017; 1850 + 167 = 2017; 1853 + 164 = 2017; 1854 + 163 = 2017; 1857 + 160 = 2017; 1860 + 157 = 2017; 1863 + 154 = 2017; 1864 + 153 = 2017; 1867 + 150 = 2017.

Nhận xét. Các bạn có đáp số đúng, được thưởng kì này là: *Bùi Trọng Vinh*, *Nguyễn Thùy Dương*, 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Nguyễn Trung Kiên*, 6A2, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Giang Bảo Minh*, 8A, THCS Thụy Thanh, Thái Thụy, **Thái Bình**; *Trần Thị Ngọc Hiền*, 9C, *Võ Phạm Tuấn Nam*, 8G, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**.

AN MINH

DỰ THI HỌC BỔNG SINGAPORE

THỦY VŨ

(Xem từ số 158 ra 4.2016; 164+165 ra 11.2016 và 167 ra 1.2017)

1. Học bổng ASEAN và A*STAR nếu được nhận mức 100% thì khi tốt nghiệp đại học ở Singapore các em phải làm cho các công ty và cơ quan của Singapore trong 3 năm. Có thể làm ở nước ngoài và Việt Nam miễn là cho các cơ quan, tổ chức của Singapore. Nếu chỉ học phổ thông xong ở Singapore rồi học đại học ở nước khác thì không chịu ràng buộc này. Nếu bỏ học giữa chừng thì gia đình phải nộp trả lại. Học sinh đi học bằng học bổng Chính phủ không thuộc diện này.

2. Hồ sơ thi gồm:

01 mẫu đơn do nước bạn phát ra, được điền đầy đủ thông tin. Hồ sơ gửi kèm đơn gồm bản Tiếng Việt, bản Tiếng Anh có công chứng:

- Bảng điểm THCS (trích từ Học bạ)
- Bản sao Giấy khai sinh
- Bằng tốt nghiệp THCS (nếu đang học lớp 10)

Hồ sơ gửi về Vụ Hợp tác Quốc tế, Bộ Giáo dục và Đào tạo. Nếu đi học Đại học thì bộ hồ sơ tương tự (ứng với cấp học THPT) và gửi trực tiếp sang các trường NUS, NTU,... của nước bạn.

3. Tháng 3 và 4 là thời điểm làm hồ sơ ASEAN và A*STAR đi học THPT còn tháng 10, 11 làm hồ sơ đi học đại học. Các tháng 3, 4, 6, 8,... là thời điểm làm hồ sơ A*STAR với một số trường tự tuyển. Năm học mới cấp phổ thông ở Singaore bắt đầu vào tháng 1 và đại học bắt đầu vào tháng 7.

4. Thời điểm thi vào THPT học bổng ASEAN thường vào đầu tháng 6, phỏng vấn vào cuối tháng 7. Học sinh có thể đăng kí thi tại Hà Nội hoặc TP. HCM. Nếu đỗ, học sinh được báo khoảng giữa tháng 9 và tháng 11 sang Singapore học Tiếng Anh 2 tháng trước khi vào năm học chính thức là tháng 1 năm sau. Thi đi đại học nhận học bổng ASEAN thường vào tháng 2, 3 với 2 trường lớn là Nanyang (NTU) và Đại học Quốc gia (NUS).

5. Đề thi toán vào THPT bằng Tiếng Anh thường có từ 30 đến 35 câu làm trong 120 phút. Kiến thức rải đều từ lớp 6 đến lớp 9 Việt Nam. Học sinh được hỏi các bài từ tỉ số, phần trăm, phương trình bậc nhất, bất phương trình, các bài tính diện tích, thể tích các khối, toán bậc hai, đồ thị. Đề thi còn có các bài về lỗ, lãi, biểu đồ chấm, biểu đồ cành lá, xác suất, thống kê, là các vấn đề chưa gặp ở chương trình THCS Việt Nam hoặc để cập ít hoặc ít thi (như xác suất, thống kê).

Đáp số yêu cầu để ở các dạng, yêu cầu khác nhau: mấy, chữ số có nghĩa, dạng tiêu chuẩn, dạng phân số, dạng chứa π, dạng thập phân, độ chính xác đến hàng đơn vị, dạng chứa căn,... Rất nhiều bài toán gắn với thực tế. Một bài thi môn tiếng Anh với đủ các kĩ năng làm trong 120 phút. Học sinh làm bài vào quyển đề (từ 10 đến 12 trang). Một bài thi trắc nghiệm IQ có 60 câu làm trong 20 phút. Cả ba bài thi cùng thi trong một ngày. Nếu đỗ vòng 1 này sẽ được hẹn phỏng vấn. Thời gian phỏng vấn khoảng 15 phút. Khi vào thi chỉ mang dụng cụ học tập: bút bi (xanh hoặc đen), bút mực, bút chì mềm (để tô khi làm IQ), thước kẻ, compa, eke, thước đo độ. Không mang bút mực đỏ, máy tính bỏ túi, điện thoại di động, bút xóa và giấy, vở. Nhớ mang đồng hồ để cân đối thời gian khi làm bài.

6. Sau khi được báo đỗ học sinh cần chuẩn bị: hồ sơ gồm giấy khai sinh, bảng điểm từ lớp 6 đến lớp 9, bản sao khai sinh, sơ yếu lí lịch tiếng Việt (để nộp Bộ giáo dục và Đào tạo). Tất cả đều có bản dịch tiếng Anh. Mua các vật dụng cá nhân. Không cần mang áo rét (chỉ cần 1 áo gió mặc trong phòng điều hòa). Không cần mang mũ, áo mưa. Mua ô hoặc sang Singapore mua ô. Cần có ba lô đi học, nhiều giầy, vài chiếc kính vì giầy và kính ở Singapore khá đắt. Nếu cần nên mua điện thoại, máy tính ở Singapore vì chúng tốt và không đắt.

Kì này **CHIA ĐÔI CHU VI TAM GIÁC**

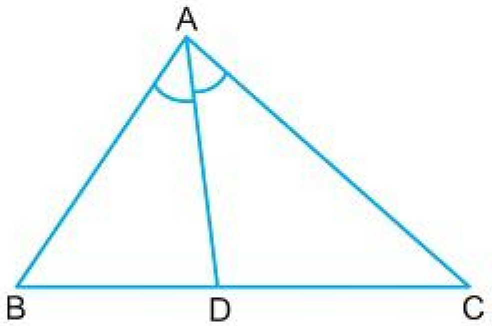
Bài toán. Cho tam giác ABC. Hãy chỉ ra cách dựng điểm M thuộc BC sao cho M và A chia chu vi tam giác ABC thành hai phần bằng nhau (AB + BM = AC + CM). Nếu $\widehat{A} = 90^o$, $\widehat{B} = 60^o$. Tính $\widehat{MAB}$.

PHẠM TUẤN KHẢI
(Số 29 ngõ 67 đường Giáp Bát, Q. Hoàng Mai, Hà Nội)

Kết quả (TTT2 số 170)

ĐÚNG HAY SAI?

Vẽ đường phân giác AD của tam giác ABC.



Theo tính chất đường phân giác có

$$\frac{DB}{AB} = \frac{DC}{AC} = \frac{DB + DC}{AB + AC} = \frac{BC}{AB + AC} = \frac{12}{8+10} = \frac{2}{3}.$$

Từ đó $DB = \frac{2}{3}AB = \frac{2.8}{3} = \frac{16}{3}$ (cm).

Hai tam giác ABD và CBA có góc B chung và $\frac{BD}{BA} = \frac{2}{3} = \frac{BA}{BC}$ nên ΔABD và ΔCBA đồng dạng với nhau. Suy ra $\widehat{BAD} = \widehat{BCA}$.

Do đó $\widehat{BAC} = 2\widehat{BAD} = 2\widehat{BCA}$.

Vì AB < AC < BC nên $\widehat{BCA} < \widehat{ABC} < \widehat{BAC}$.

Do đó $\widehat{ABC} < 2\widehat{BAC}$ và $\widehat{BAC} = 2\widehat{BCA} < 2\widehat{ABC}$.

Vậy tam giác ABC có *đúng* một góc gấp đôi một góc khác, bạn Hồng Hà nói đúng.

Nhận xét. Một số bạn sử dụng công thức phức tạp để chứng minh. Đa số các bạn chưa đọc kĩ đề bài nên chỉ chứng minh được $\widehat{BAC} = 2\widehat{BCA}$ mà chưa so sánh các góc còn lại. Các bạn sau có lời giải tốt được thưởng: *Nguyễn Lê Anh Thư*, 8/1, THCS Nguyễn Văn Trỗi, Cam Nghĩa, Cam Ranh, **Khánh Hòa**; *Nguyễn Đình Quân*, 9C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An**; *Bùi Phương Anh*, 8D, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Bùi Xuân Dưỡng*, 9A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**.

Các bạn sau có lời giải đúng được khen: *Nguyễn Thị Nga, Nguyễn Thị Hằng B, Chu Tuấn Nghĩa, Phan Thị Thảo Ngân*, 9C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An**.

ANH COMPA

Kết quả (TTT2 số 170)

THẾ CỜ (Kì 89)

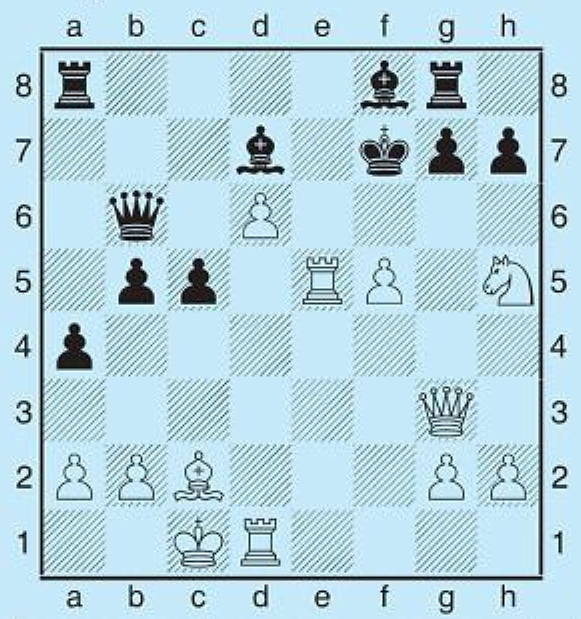
1.♕xh7+ ♖xh7 2.♘g6#

Các bạn được thưởng kì này: *Nguyễn Hữu Trung Kiên*, 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Nguyễn Văn Hồng Phúc*, 8A, THCS Kiến Quốc, Kiến Thụy, **Hải Phòng**; *Nguyễn Văn Quân*, 7A2, THCS Trưng Vương, Đại Thịnh, Mê Linh, **Hà Nội**; *Đào Thanh Dung*, 8A1, THCS Chất Lượng Cao Mai Sơn, Mai Sơn, **Sơn La**; *Nguyễn Thu Hiền*, 7A3, THCS Thị trấn Kỳ Sơn, Kỳ Sơn, **Hòa Bình**.

LÊ THANH TÚ

THẾ CỜ (Kì 91)

Trắng đi trước chiếu hết sau 2 nước.

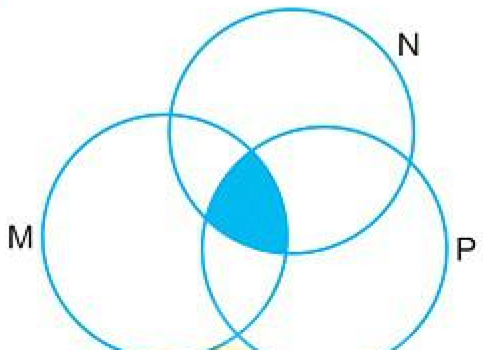


LÊ THANH TÚ *(Đại kiện tướng Quốc tế)*

Kết quả

Giải toán qua thư

Bài 1(170). Hình tròn M biểu diễn tập hợp của tất cả các số dạng 2m, hình tròn N biểu diễn tất cả các số dạng n^2, hình tròn P biểu diễn tất cả các số dạng 10^k, trong đó m, n, k là các số nguyên dương. Số nào trong các số sau thuộc vào vùng tô đậm.



A. 2 B. 4 C. 10 D. 25 E. 100

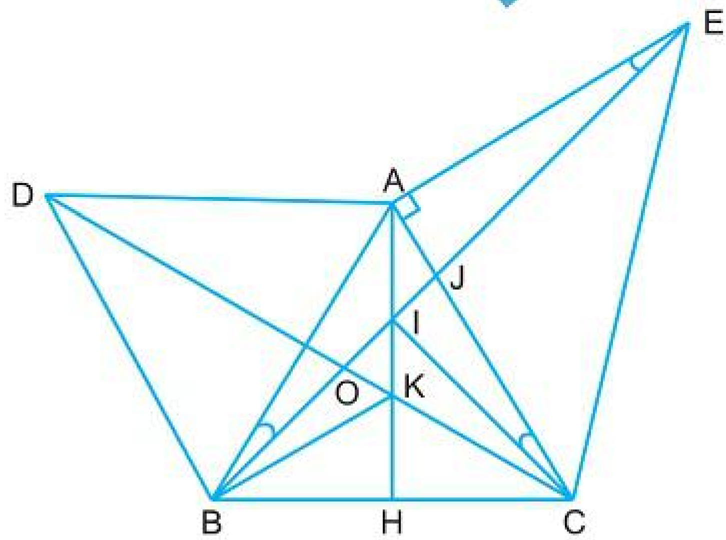
Lời giải. Số thuộc tập hợp A là số chẵn, số thuộc tập hợp B là số chính phương, số thuộc tập hợp P là số lũy thừa của 10. Số thuộc vùng gạch chéo phải thỏa mãn cả 3 tính chất trên nên số đó là 100. Đáp án là E.

Nhận xét. Đây là bài toán phù hợp với chương trình lớp 6 nên rất nhiều bạn tham gia giải và giải đúng. Các bạn sau trình bày đẹp hơn cả: *Nguyễn Thị Diễm Quỳnh*, 6A3, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Trọng Đức*, 7C, THCS Cao Xuân Huy, Diễn Châu, **Nghệ An**; *Hoàng Vũ Nghị*, 7C, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Lê Đức Chính*, 6B, THCS Nhữ Bá Sỹ, thị trấn Bút Sơn, Hoằng Hóa, **Thanh Hóa**; *Nguyễn Huỳnh Ngọc Anh*, 6A, *Võ Linh Kiều*, 7B, THCS Nguyễn Chí Thanh, Hòa Xuân, Đông Hòa, **Phú Yên**; *Nguyễn Thảo Linh*, 7A1, THCS Hồng Bàng, Q. Hồng Bàng, **Hải Phòng**; *Vũ Thị Thanh Hiền*, 6A1, THCS chất lượng cao Mai Sơn, **Sơn La**.

PHÙNG KIM DUNG

Bài 2(170). Cho tam giác ABC cân tại A. Dựng tam giác đều ABD và dựng tam giác ACE vuông cân tại A (D thuộc nửa mặt phẳng bờ AB không chứa C và E thuộc nửa mặt phẳng bờ AC không chứa B). Gọi O là giao điểm của BE và CD. Tính số đo góc BOC.

Lời giải. ● TH1. $0^o < \widehat{BAC} < 90^o$.



Gọi H là trung điểm của BC; I, K thứ tự là giao điểm của AH với BE và CD. Ta có ΔKBC cân tại K nên $\widehat{KBC} = \widehat{KCB} \Rightarrow \widehat{ABK} = \widehat{ACK}$.

Mặt khác ΔACD cân tại A nên

$\widehat{ADK} = \widehat{ACK} \Rightarrow \widehat{ADK} = \widehat{ABK}$.

Xét ΔBDK có $\widehat{DBK} + \widehat{BDK} + \widehat{BKD} = 180^o$

$\Rightarrow 60^o + \widehat{ABK} + \widehat{BDK} + \widehat{BKD} = 180^o \Rightarrow \widehat{BKD} = 60^o$.

Ta lại có $\widehat{BKD} = \widehat{KBC} + \widehat{KCB} = 2\widehat{KCB}$

$\Rightarrow \widehat{KCB} = 30^o$. (1)

Vì ΔABE cân tại A nên $\widehat{AEB} = \widehat{ABE} = \widehat{ACI}$.

Do đó $\widehat{CIE} = \widehat{CAE} = 90^o \Rightarrow \widehat{IBC} = 45^o$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{BOC} = 180^o - \widehat{IBC} - \widehat{KCB}$

$= 180^o - 45^o - 30^o = 105^o$.

● TH2. $\widehat{BAC} = 90^o$ (B, O, A, E thẳng hàng)

Bạn đọc tự vẽ hình.

Khi đó $\widehat{DAC} = 90^o + 60^o = 150^o$.

Suy ra $\widehat{ADC} = \widehat{ACD} = \dfrac{180^o - 150^o}{2} = 15^o$

$\Rightarrow \widehat{BOC} = \widehat{OEC} + \widehat{OCE}$

$= \widehat{OEC} + \widehat{OCA} + \widehat{ACE} = 45^o + 5^o + 45^o = 105^o$.

● TH3. $90^o < \widehat{BAC} < 180^o$

Lập luận tương tự TH1 ta có $\widehat{BOC} = 105^o$.

Nhận xét. Hầu hết các lời giải gửi về tòa soạn đều chỉ xét TH1. Các bạn sau có lời giải tốt: *Lê Tất Hoan*, 7D, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Mạnh Bình, Nguyễn Minh Tiến*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Nguyễn Huy Hoàng*, 7B, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**; *Võ Linh Kiều*, 7B, THCS Nguyễn Chí Thanh, Đông Hòa, **Phú Yên**; *Nguyễn Thanh Hương*, 7[1], THCS Nguyễn Văn Trỗi, Cam Nghĩa, Cam Ranh, **Khánh Hòa**; *Trần Phương Trâu*, 7A7, THCS Thốt Nốt, Q. Thốt Nốt, **Cần Thơ**.

HỒ QUANG VINH

Bài 3(170). Giải phương trình

$x^3+3x^2+3x+2+\sqrt[3]{x^3-8x-8}=0.$ (1)

Lời giải. Nhận xét thấy $2(x^3+3x^2+3x+2)$ $=(x^3-8x-8)+(x^3+6x^2+12x+8)+2(x+2)$ $=(x^3-8x-8)+(x+2)^3+2(x+2)$.

Đặt $a=\sqrt[3]{x^3-8x-8}$ và $b=x+2$.

Nhân hai vế của phương trình (1) với 2 và đặt ẩn số phụ ta được $a^3+b^3+2b+2a=0$. (2)

Từ (2) suy ra $(a+b)(a^2-ab+b^2)+2(a+b)=0$

$\Rightarrow (a+b)(a^2-ab+b^2+2)=0$. (3)

Vì $4(a^2-ab+b^2+2)=4a^2-4ab+b^2+3b^2+8$ $=(2a-b)^2+3b^2+8>0$ nên từ phương trình (3) suy ra $a+b=0$

$\Rightarrow b=-a \Rightarrow b^3=-a^3 \Rightarrow x^3+6x^2+12x+8$

$=-x^3+8x+8 \Rightarrow 2x^3+6x^2+4x=0$

$\Rightarrow 2x(x^2+3x+2)=0 \Rightarrow 2x(x+1)(x+2)=0$.

Từ đó phương trình (2) có nghiệm $x=0$, $x=-1$, $x=-2$.

Thử lại thì cả ba số 0, -1, -2 đều thỏa mãn phương trình (1).

Vậy phương trình (1) có ba nghiệm là $x=0$, $x=-1$, $x=-2$.

Nhận xét. Một số bạn giải dài hơn do không đặt ẩn phụ như trên. Một số bạn chia cho biểu thức mà chưa loại trừ trường hợp biểu thức đó có thể nhận giá trị bằng không. Các bạn sau có lời giải ngắn gọn: *Bùi Xuân Dưỡng*, 9A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Nguyễn Đình Quân, Chu Tuấn Nghĩa, Phan Thị Thảo Ngân*, 9C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An**; *Nguyễn An Na, Lê Thị Hằng Nhi, Trần Thị Kim Oanh*, 8A, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Đàm Ngọc Hiếu*, 9H, THCS Trần Hưng Đạo, Đông Hòa, **Phú Yên**.

NGUYỄN VIỆT HẢI

Bài 4(170). Cho a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác có tổng độ dài ba đường trung tuyến bằng 1. Chứng minh rằng $\frac{4}{9}\le a^2+b^2+c^2<\frac{2}{3}$.

Lời giải. Giả sử tam giác ABC có BC = a, CA = b, AB = c và AM, BN, CP là các đường trung tuyến thỏa mãn AM + BN + CP = 1.

Ta có đẳng thức

$AM^2+BN^2+CP^2=\frac{3}{4}(a^2+b^2+c^2)$ (bạn đọc có thể đọc chứng minh trên TTT2 số 119, tháng 1.2013).

Theo bất đẳng thức tam giác, ta có AM < BN + CP, suy ra $AM^2 < AM.BN + AM.CP$.

Do đó

$AM^2+BN^2+CP^2<2(AM.BN+BN.CP+CP.AM)$ hay $2(AM^2+BN^2+CP^2)<(AM+BN+CP)^2=1$

$\Rightarrow 2.\frac{3}{4}(a^2+b^2+c^2)<1 \Rightarrow a^2+b^2+c^2<\frac{2}{3}$. (1)

Mặt khác, ta lại có

$\frac{3}{4}(a^2+b^2+c^2)=AM^2+BN^2+CP^2$

$\ge \frac{(AM+BN+CP)^2}{3}=\frac{1}{3} \Rightarrow a^2+b^2+c^2\ge\frac{4}{9}$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\frac{4}{9}\le a^2+b^2+c^2<\frac{2}{3}$.

Đẳng thức xảy ra khi AM = BN = CP hay ABC là tam giác đều.

Nhận xét. Đây là bài toán khó nên ít bạn tham gia giải bài. Các bạn sau có lời giải tốt: *Bùi Bích Thảo*, 9B, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Vũ Hải Sơn*, 8A, THCS Kiến Quốc, Kiến Thụy, **Hải Phòng**; *Đàm Ngọc Hiếu*, 9H, THCS Trần Hưng Đạo, Đông Hòa, **Phú Yên**.

CAO VĂN DŨNG

Bài 5(170). Một hình hộp chữ nhật có độ dài các cạnh là các số tự nhiên đo theo xăng-ti-mét và có thể tích là 25102015 cm^3. Hỏi có thể tìm được ba hình vuông với tổng diện tích là 25102015 cm^2 và độ dài cạnh của chúng bằng độ dài các cạnh khác nhau của hình hộp chữ nhật đã cho hay không?

Lời giải. Gọi các cạnh của hình hộp chữ nhật là a, b, c (cm) ($a, b, c \in \mathbb{N}^*$).

Vì thể tích của hình hộp chữ nhật là 25102015 cm^3 nên $a.b.c=25102015$.

Mà 25102015 là số lẻ nên a, b, c đều là các số lẻ.

Suy ra a^2, b^2, c^2 chia cho cho 8 đều dư 1.

Do đó $a^2+b^2+c^2$ chia cho 8 dư 3. (1)

Giả sử tồn tại a, b, c thỏa mãn

$a^2+b^2+c^2=25102015$.

Mà 25102015 chia cho 8 dư 7 nên $a^2+b^2+c^2$ chia cho 8 dư 7 (mâu thuẫn với (1)).

Do đó điều giả sử là sai.

Vậy không thể tìm được ba hình vuông thỏa mãn yêu cầu đề bài.

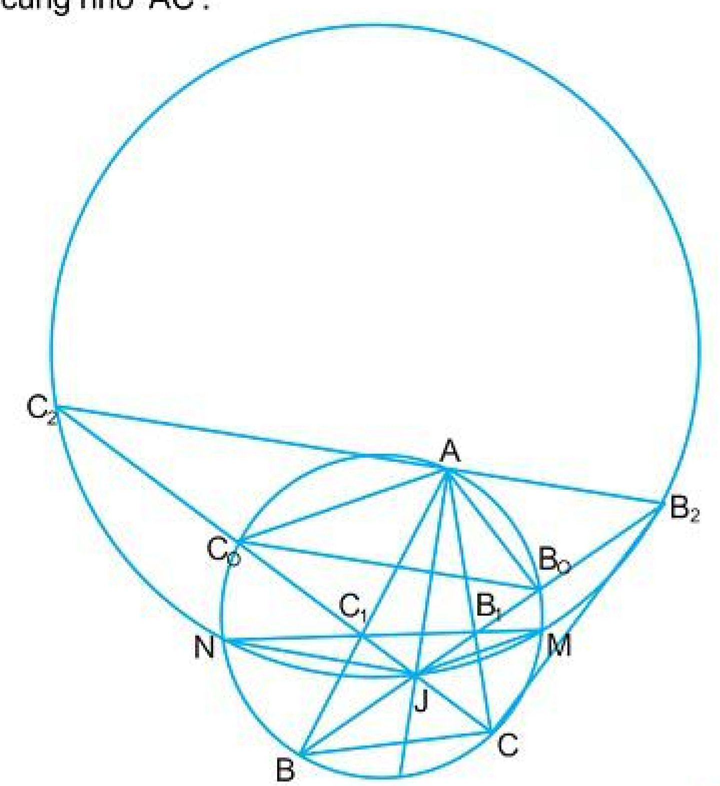
Nhận xét. Có nhiều học sinh gửi bài đến tòa soạn, trong đó có nhiều học sinh lớp 6, 7, 8 có lời giải đúng. Các lời giải chủ yếu sử dụng đồng dư, tính chất số chính phương lẻ chia 8 luôn có dư 1 hay số chính phương chia 3 dư 0 hoặc 1. Các bạn sau có lời giải tốt và ngắn gọn: *Nguyễn Hữu Trung Kiên, Vũ Linh Chi, Nguyễn Thu Hiền*, 9A3; *Nguyễn Thị Khánh Linh*, 8A2; *Nguyễn Chí Công*, 8A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Nguyễn Đình Quân, Phan Thị Thảo Ngân, Chu Tuấn Nghĩa*, 9C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An**; *Trần Quang Tài*, 8A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Đàm Quang Anh*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Khắc Minh Nghĩa*, 6B, THPT chuyên Hà Nội - Amsterdam, Q. Cầu Giấy, **Hà Nội**.

TRỊNH HOÀI DƯƠNG

Bài 6(170). Cho tam giác ABC với J là giao điểm của các đường phân giác trong BB_1 và CC_1. Đường thẳng B_1C_1 cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC tại M và N. Gọi R và r thứ tự là bán kính đường tròn ngoại tiếp các tam giác ABC và MNJ. Tính tỉ số $\frac{r}{R}$.

Lời giải. Trong lời giải này, kí hiệu R[XYZ] chỉ bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác XYZ.

Gọi B_0, C_0 theo thứ tự là giao điểm thứ hai của BJ, CJ và đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC; B_2, C_2 theo thứ tự là giao điểm của BJ, CJ và đường thẳng qua A vuông góc với AJ. Giả sử M thuộc cung nhỏ $\overset{\frown}{AC}$.



Ta có $\widehat{AB_0C_0} = \widehat{ACC_0} = \widehat{BCC_0} = \widehat{BB_0C_0} = \widehat{JB_0C_0}$.

Tương tự $\widehat{AC_0B_0} = \widehat{JC_0B_0}$.

Suy ra $\Delta AB_0C_0 = \Delta JB_0C_0$ (g.c.g).

Do đó B_0C_0 là trung trực của AJ, từ đó B_0C_0 là đường trung trực của AJ nên $B_0C_0 \perp AJ$.

Kết hợp với $B_2C_2 \perp AJ$, suy ra $B_0C_0 \,//\, B_2C_2$.

Vậy B_0C_0 là đường trung bình của tam giác JB_2C_2.

Do đó $2R = 2R[AB_0C_0] = 2R[JB_0C_0] = R[JB_2C_2]$. (1)

Vì $B_0C_0 \,//\, B_2C_2$ nên

$\widehat{AB_2J} = \widehat{C_0B_0B} = \widehat{C_0CB} = \widehat{ACJ}$.

Do đó tứ giác $AJCB_2$ nội tiếp.

Suy ra $B_1J.B_1B_2 = B_1A.B_1C$.

Kết hợp với $B_1A.B_1C = B_1M.B_1N$ suy ra

$B_1J.B_1B_2 = B_1M.B_1N$.

Do đó tứ giác B_2MJN nội tiếp.

Tương tự tứ giác C_2NJM nội tiếp.

Suy ra ngũ giác B_2MJNC_2 nội tiếp.

Do đó $R' = R[JMN] = R[JB_2C_2]$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\frac{r}{R} = 2$.

Nhận xét. Bài toán này khó, không có bạn nào có lời giải đúng.

NGUYỄN MINH HÀ

ĐƯỢC THƯỞNG KÌ NÀY

Thi giải toán qua thư

Lê Tất Hoan, 7D, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Lê Đức Chính*, 6B, THCS Nhữ Bá Sỹ, thị trấn Bút Sơn, Hoằng Hóa, **Thanh Hóa**; *Nguyễn Huỳnh Ngọc Anh*, 6A, THCS Nguyễn Chí Thanh, Hòa Xuân, Đông Hòa; *Đàm Ngọc Hiếu*, 9H, THCS Trần Hưng Đạo, Đông Hòa, **Phú Yên**; *Vũ Hải Sơn*, 8A, THCS Kiến Quốc, Kiến Thụy, **Hải Phòng**; *Nguyễn Mạnh Bình, Nguyễn Minh Tiến*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Vũ Thị Thanh Hiền*, 6A1, THCS chất lượng cao Mai Sơn, **Sơn La**; *Nguyễn Thanh Hương*, 7[1], THCS Nguyễn Văn Trỗi, Cam Nghĩa, Cam Ranh, **Khánh Hòa**; *Trần Phương Trâu*, 7A7, THCS Thốt Nốt, Q. Thốt Nốt, **Cần Thơ**; *Bùi Xuân Dưỡng*, 9A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Nguyễn Đình Quân, Phan Thị Thảo Ngân, Chu Tuấn Nghĩa*, 9C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An**; *Trần Thị Kim Oanh*, 8A, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Nguyễn Khắc Minh Nghĩa*, 6B, THPT chuyên Hà Nội - Amsterdam, Q. Cầu Giấy, **Hà Nội**.

WHAT IS AN ATOM?

BÍNH NAM HÀ

An atom is defined as the smallest particle of an element that can exist.

An atom has a very small positively charged nucleus at its centre with negatively charged particles moving around the nucleus.

The nucleus has been experimentally found to contain protons and neutrons.

A proton is a small positively charged particle.

A neutron has about the same mass as a proton but has no charge.

Electrons are the negatively charged particles in the atom.

Scientists now accept that an atom is an electrically neutral entity made up of a positively charged nucleus (protons and neutrons) with negatively charged electrons moving round the nucleus.

Physics Terms

atom	nguyên tử
particle	hạt, hạt vật chất
moving	di chuyển, chuyển động
experimental	(thuộc) thí nghiệm, thực nghiệm
charged	mang điện, (đã) tích điện
kinetic theory	lí thuyết động học
physical states	trạng thái vật lí
changes of state	biến đổi trạng thái
ions	ion
molecule	phân tử
element	nguyên tố
compound	hợp chất
mixture	hỗn hợp
proton	hạt mang điện dương trong hạt nhân
neutron	các hạt trung hòa về điện trong hạt nhân
nucleus	hạt nhân
electron	các hạt có điện tích âm và khối lượng rất nhỏ
electron shells	vỏ electron

Practice.

Bạn dịch bài viết trên và học các từ mới, các cụm từ. Bài dịch gửi về tòa soạn. Nếu bài dịch tốt sẽ được chọn đăng và có thưởng.

CUỘC THI VUI SỐ VÀ HÌNH 2017

(Tiếp theo số 171)

Bài 6. Hãy thay các chữ sau bởi các chữ số. Các chữ khác nhau biểu diễn các chữ số khác nhau.

$$\begin{array}{rr} & \text{T H R E E} \\ + & \text{T H R E E} \\ & \text{T H R E E} \\ & \text{E L E V E N} \\ \hline & \text{T W E N T Y} \end{array}$$

TRƯƠNG CÔNG THÀNH (Hà Nội)

Bài 7. Bạn hãy thay thế dấu * bởi dấu các phép tính cộng, trừ, nhân, chia trong các cách viết dưới đây để có các đẳng thức đúng.

a) $(2 * (0 * 1) * 7)^2 * (2^2 * 0^2 * 1^2 * 7^2)^2 = 2017$.

b) $(10 * 9 * 8 * 7 * 6) * (5 * 4 * 3 * 2) * 1 = 2017$.

c) $10 * 9 * 8 * 7 * 6 * 5 * 4 * 3 * 2 * 1 = 2017$.

AN MINH *(Hà Nội)*

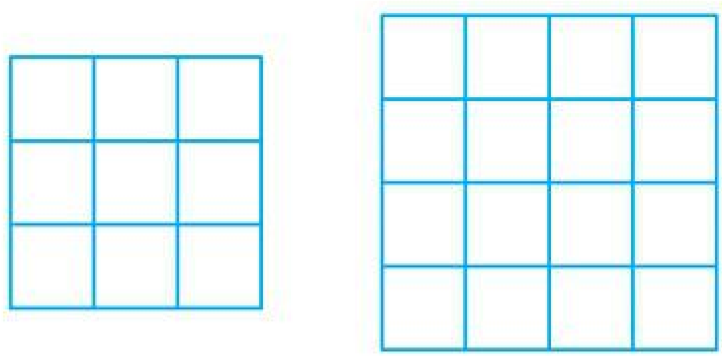
Bài 8. Tìm kích thước ba khối lập phương với số đo các cạnh là số nguyên sao cho tổng thể tích ba khối lập phương đó đó bằng 2017, biết rằng trong đó có hai khối lập phương bằng nhau.

ĐAN QUỲNH *(Hà Nội)*

Bài 9. Bạn Dậu cắt một mảnh giấy to làm k mảnh nhỏ rồi đặt trên mặt bàn ($k > 2$). Tiếp theo bạn đó được chọn một trong các mảnh trên mặt bàn và cắt mảnh đã chọn thành k mảnh. Cứ tiếp tục như thế và việc cắt được thực hiện 2000 lần. Hỏi số k bằng bao nhiêu trong khoảng từ 3 đến 10 để đến một lúc nào đó không cắt, có đúng 2017 mảnh giấy trên mặt bàn?

HOÀNG NGUYỄN *(Nghệ An)*

Bài 10. Cho hai hình vuông với kích thước là 3×3 ô vuông và 4×4 ô vuông. Bạn có bao nhiêu cách cắt một hoặc hai hình vuông đó bằng các đường gấp khúc theo cạnh các ô vuông (không được phân chia bất cứ ô vuông đơn vị nào) để ghép lại thành một hình vuông kích thước 5×5 ô vuông sao cho tổng số mảnh đa giác rời nhau sau khi cắt là ít nhất. Hai kiểu cắt hình coi là một cách cắt nếu mỗi đa giác bị cắt ra của kiểu cắt này có thể di chuyển trên mặt phẳng (không cho phép lật mặt dưới lên trên) để đặt được trùng khít lên một đa giác bị cắt ra của kiểu cắt kia.



VIỆT HẢI *(Hà Nội)*

THÁCH ĐẤU! THÁCH ĐẤU ĐÂY!

TRẬN ĐẤU THỨ MỘT TRĂM BỐN MƯƠI SÁU

Người thách đấu: *Nguyễn Văn Xá*, GV THPT Yên Phong số 2, Yên Phong, **Bắc Ninh**.

Bài toán thách đấu: Cho các số thực không âm a, b, c thỏa mãn $a^3 + b^3 + c^3 = 3$. Chứng minh rằng $\sqrt{ab} + 3\sqrt{bc} + 5\sqrt{ca} \le 9 - b + c$.

Thời hạn: Trước ngày 08.06.2017 theo dấu bưu điện.

CHỮ & CHỮ SỐ

Kết quả **KÌ 28** **(TTT2 số 170)**

$$\begin{array}{r} \text{SEVEN} \\ +\quad \text{SEVEN} \\ \text{SIX} \\ \hline \text{TWENTY} \\ 123456 \end{array}$$

Đánh số cột ở phép cộng như trên.

Dễ thấy $0 < T < 2$ nên T = 1. Xét cột 3 có

- TH1. 2E + 1 = 10 + E nếu cột 4 nhỏ hơn 20, lúc đó E = 9. (1)
- TH2. 2E + 1 = 20 + E nếu cột 4 không nhỏ hơn 20, lúc đó E = 8. (2)

Trong cả hai trường hợp ($16 \le 2E \le 18$) thì ở cột 5 chỉ có thể là 2E + I = 21 (3) và 2N + X = Y. (4)

Suy ra N < 5, còn ở cột 2 có 2S + 1 = 10 + W, hay là 2S = 9 + W (5) nên W và I đều là số lẻ.

Xét hai trường hợp sau:

- TH1. E = 9 thì cột 4 nhỏ hơn 20 do (1), từ (3) có I = 21 − 18 = 3 và từ (5) thì W chỉ có thể là 5 hoặc 7, dẫn đến (S, W) bằng (7, 5) hoặc (8, 7).

* Với S = 7, W = 5 thì ở cột 4 có 2V + 7 + 2 = 10 + N do (1) và (3), hay là 2V = 1 + N, suy ra số N lẻ, không tồn tại.

* Với S = 8, W = 7 thì ở cột 4 có 2V + 8 + 2 = 10 + N do (1) và (3), hay là 2V = N, mà 2N + X = Y và N < 5 do (4) nên V = 2, N = 4, nhưng không tồn tại X, Y.

- TH2. E = 8 thì cột 4 không nhỏ hơn 20 do (2), từ (3) có I = 21 − 16 = 5 và từ (5) thì W chỉ có thể là 3 (chú ý S khác 8), lúc đó (S, W) bằng (6, 3).

* Với S = 6, W = 3 thì ở cột 4 có 2V + 6 + 2 = 20 + N do (2) và (3), hay là 2V = 12 + N, từ (4) vì N < 5 (chú ý V khác 8), nên N = 2 và V = 7.

Từ (4) có 2.2 + X = Y hay là 4 + X = Y, suy ra X = 0 và Y = 4.

Vậy bài toán chỉ có một nghiệm là

68782 + 68782 + 650 = 138214.

Nhận xét. Phần thưởng kì này dành cho hai bạn giải đúng, có lập luận: *Bùi Xuân Dưỡng*, 9A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Lê Đức Thái*, 9A2, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**.

NGUYỄN VIỆT HẢI

Do sơ suất nên trong trận đấu thứ một trăm bốn mươi tư (TTT2 số 170), Tạp chí đã đăng lại bài của trận đấu thứ một trăm ba mươi tư (TTT2 số 156). Mong bạn đọc thông cảm.

XÂY DỰNG CÁC BÀI TOÁN CỰC TRỊ ĐẠI SỐ TỪ ĐẲNG THỨC

TRỊNH HOÀI DƯƠNG
(GV. THCS Giảng Võ, Ba Đình, Hà Nội)

Khi giải một bài toán cực trị đại số, người ta thường biến đổi biểu thức đã cho về một dạng nào đó để có thể sử dụng các bất đẳng thức đã biết rồi suy ra kết luận. Các biến đổi đó dựa trên các đẳng thức nào? Trước hết ta xét lời giải của bài toán sau:

Bài toán 1. Cho các số thực x, y, z thỏa mãn $0 < x < y \le z \le 1$ và $3x + 2y + z \le 4$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $S = 3x^2 + 2y^2 + z^2$.

Lời giải. Cách 1. Vì $0 < x < y \le z \le 1$ nên

$6x < 3x + 2y + z \le 4$ suy ra $x < \frac{2}{3}$.

- Nếu $x < \frac{1}{3}$ ta có

$$3x^2 + 2y^2 + z^2 < 3.\frac{1}{3^2} + 2 + 1 = \frac{10}{3}.$$

- Nếu $\frac{1}{3} \le x < \frac{2}{3}$ ta có

$$\frac{1}{3} \le x < \frac{2}{3} \Rightarrow \left(\frac{2}{3} - x\right)(3x - 1) \ge 0 \Rightarrow 3x^2 \le 3x - \frac{2}{3}.$$

Vì $0 < y \le z \le 1$ nên $2y^2 \le 2y; z^2 \le z$.

Suy ra

$$3x^2 + 2y^2 + z^2 \le 3x - \frac{2}{3} + 2y + z \le 4 - \frac{2}{3} = \frac{10}{3}.$$

Do đó $3x^2 + 2y^2 + z^2 \le \frac{10}{3}$.

Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $x = \frac{1}{3}; y = z = 1.$

Vậy giá trị lớn nhất của là $\text{Min}S = \frac{10}{3}$ khi $x = \frac{1}{3}; y = z = 1.$

Nhận xét. *Trong lời giải trên, việc chia khoảng giá trị của biến x là $x < \frac{1}{3}$ và $\frac{1}{3} \le x < \frac{2}{3}$ (phương pháp phân chia khoảng cách). Vấn đề đặt ra là liệu có lời giải nào khác cho bài toán trên không và bản chất của bài toán là gì? Để biết được câu trả lời, mời các bạn xem lời giải thứ hai như sau:*

Cách 2. Vì $0 < x < y \le z \le 1$ và $3x + 2y + z \le 4$ ta có $3x^2 + 2xy + zx \le 4x$ (1);

$2y(y - x) \le 2(y - x)$ (2); $z(z - x) \le z - x$ (3).

Cộng theo vế của (1), (2) và (3) ta được $S \le x + 2y + z.$

Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacốpxki ta có

$$S^2 \le (x + 2y + z)^2 \le \left(\frac{1}{3} + 2 + 1\right).(3x^2 + 2y^2 + z^2) = \frac{10}{3}S.$$

Suy ra $S \le \frac{10}{3}.$

Nhận xét. *Lời giải thứ hai có vẻ hợp lí hơn nhưng phải dùng đến một bất đẳng thức khó. Có cách giải nào khác có thể sử dụng trực tiếp giả thiết không?*

Ta dùng khai triển Abel (Niels Henrik Abel). Cho $x_1, x_2, ..., x_n$ và $y_1, y_2, ..., y_n$ là các số thực tùy ý. Đặt $S_k = y_1 + y_2 + ... + y_k, \forall k, n \in \mathbb{N}$ và $1 \le k \le n$.

Khi đó $x_1y_1 + x_2y_2 + x_3y_3 + ... + x_ny_n$

$$= (x_1 - x_2)S_1 + (x_2 - x_3)S_2 + ... + (x_{n-1} - x_n)S_{n-1} + x_nS_n.$$

- *Với $n = k = 2$, ta có*

$$a_1b_1 + a_2b_2 = (a_1 - a_2)b_1 + a_2(b_1 + b_2). \quad (*)$$

- *Với $n = k = 3$, ta có*

$$a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$$
$$= (a_1 - a_2)b_1 + (a_2 - a_3)(b_1 + b_2) + a_3(b_1 + b_2 + b_3). \quad (**)$$

Ta sẽ sử dụng các đẳng thức trên để giải cách thứ ba cho bài toán trên.

Cách 3. Ta có $S = z.z + 2y.y + 3x.x$

$= z(z-y) + (z+2y)(y-x) + (z+2y+3x)x.$

Vì $0 < y \le z \le 1$ và $3x + 2y + z \le 4$ nên

$S \le 1.(z-y) + (1+2)(y-x) + 4x$

$\Rightarrow S \le z - y + 3y - 3x + 4x = z + 2y + x.$

Áp dụng (**) ta có

$$z + 2y + x = \frac{1}{3}(z.3 + 2y.3 + 3x.1)$$

$$= \frac{1}{3}[z(3-3) + (z+2y)(3-1) + (z+2y+3x).1]$$

$$= \frac{1}{3}[0 + 2(z+2y) + (z+2y+3x)]$$

$$\le \frac{1}{3}(0 + 2(1+2.1) + 4) = \frac{10}{3}.$$

Đẳng thức xảy ra khi $x = \frac{1}{3}$ và $y = z = 1$.

Sau đây là một số bài toán mà trong lời giải sử dụng các đẳng thức trên.

Bài toán 2. Cho các số thực a, b, c thỏa mãn

$a \ge b \ge 1 \ge c > 0,\ \frac{2}{b} + c \le 2,\ \frac{3}{a} + \frac{2}{b} + c \le 3.$

Chứng minh rằng $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \le \frac{1}{c} - \frac{1}{6}.$

Lời giải. Áp dụng (**), ta có

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + c = c + \frac{3}{a}.\frac{1}{3} + \frac{2}{b}.\frac{1}{2}$$

$$= c\left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(c + \frac{2}{b}\right)\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(c + \frac{3}{a} + \frac{2}{b}\right).\frac{1}{3}$$

$$\le 1.\frac{1}{2} + 2.\frac{1}{6} + 3.\frac{1}{3} = \frac{11}{6}.$$

Suy ra $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + c + \frac{1}{c} \le \frac{11}{6} + \frac{1}{c}.$ (1)

Ta có $c + \frac{1}{c} \ge 2 \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + c + \frac{1}{c} \ge 2 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b}.$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + 2 \le \frac{11}{6} + \frac{1}{c} \Leftrightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \le \frac{1}{c} - \frac{1}{6}.$$

Bài toán 3. Cho các số thực a, b, c thỏa mãn điều kiện $a \ge 3,\ ab \ge 6,\ abc \ge 6.$

Chứng minh rằng $a + b + c \ge 6.$

Lời giải. Áp dụng (**) và bất đẳng thức AM-GM ta có $a + b + c = \frac{a}{3}.3 + \frac{b}{2}.2 + c.1$

$$= \frac{a}{3} + \left(\frac{a}{3} + \frac{b}{2}\right) + \left(\frac{a}{3} + \frac{b}{2} + c\right)$$

$$\ge \frac{a}{3} + 2\sqrt{\frac{ab}{6}} + 3\sqrt[3]{\frac{abc}{6}} \ge 3 + 2 + 1 = 6.$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $a = 3; b = 2; c = 1.$

Bài toán 4. Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $a \le 4, b \le 5, c \le 8$ và $a^2 + b^2 + c^2 = 90.$

Chứng minh rằng $a + b + c \le 16.$

Lời giải. Giả sử $a + b + c > 16$ thì

$b + c > 16 - a \ge 12,\ c > 16 - a - b \ge 7.$

Áp dụng (**), ta có

$4a + 5b + 7c = c.7 + b.5 + a.4$

$= 2c + (b+c) + 4(a+b+c) > 2.7 + 12 + 4.16 = 90.$

Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacốpxki ta có

$(4^2 + 5^2 + 7^2)(a^2 + b^2 + c^2) \ge (4a + 5b + 7c)^2 > 90^2.$

Suy ra $a^2 + b^2 + c^2 > 90$ (mâu thuẫn với giả thiết). Do đó điều giả sử là sai.

Vậy $a + b + c \le 16.$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $a = 4; b = 5; c = 7.$

Bài tập

Bài 1. Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn $x + y + z = 1.$ Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$Q = \frac{x}{x + \sqrt{x + yz}} + \frac{y}{y + \sqrt{y + zx}} + \frac{z}{z + \sqrt{z + xy}}.$$

Bài 2. Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $ab + bc + ac = 1.$ Chứng minh rằng

$$\frac{a}{\sqrt{a^2+1}} + \frac{b}{\sqrt{b^2+1}} + \frac{c}{\sqrt{c^2+1}} \le \frac{3}{2}.$$

Bài 3. Cho các số hữu tỉ dương a, b, c thỏa mãn $ab + bc + ca = 1.$ Chứng minh rằng

$\sqrt{(a^2+1)(b^2+1)(c^2+1)}$ là số hữu tỉ.

Bài 4. Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn $x, y, z > 0,\ x + y + z = 1.$ Chứng minh rằng

$\sqrt{x + yz} + \sqrt{y + xz} + \sqrt{z + xy} \le 2.$

Gợi ý. *Các bạn hãy vận dụng đẳng thức sau để giải các bài tập trên nhé.*

$a^2 + ab + bc + ca = (a+b)(a+c).$

ĐỀ DỰ TUYỂN CUỘC THI CÂU LẠC BỘ TOÁN TUỔI THƠ TOÀN QUỐC 2016

ĐTTN, HQV, NH
VŨ THÀNH NAM (Dịch)

1. A natural number n is called symmetrical if it's the same number when read backward. For example, the number 93539 is symmetrical. How many symmetrical numbers are there among the numbers from 100 to 1000?

2. A bag contains some balls. Initially, the ratio of the number of yellow balls to the number of balls of other colors is 5 : 7. After 18 yellow balls have been added to the bag, the ratio between yellow and other color balls is 2 : 1. Find the original number of balls in the bag.

3. Given the sets $A = \{2; 3\}$; $B = \{4; 5\}$; and $C = \{6; 7\}$. How many triangles can be formed with 3 sides of lengths each taken from one of the three sets?

4. Given the positive numbers a and b. Denote $a * b = \dfrac{ab}{a+b}$. Find the value of the expression

$$S = \frac{1}{1*2} - \frac{1}{2*3} + \frac{1}{3*4} - \frac{1}{4*5} + \dots - \frac{1}{2016*2017}.$$

5. The ratio of the measures of the angles in a triangle is 1 : 2 : 3. Given that the length of the longest side is 30, find the length of the shortest side.

6. Given that 20 pigs consume 500 kg of food in 1 week. In how many days do 14 pigs consume 200 kg of food?

7. Given that 15 workers work in 24 days to complete a task. If 40 workers do the same task, how many days do they take?

8. Given a positive integer n such that 693n is a perfect square. Find the smallest possible value of n.

9. A deck of playing cards contains the four suits: diamonds, hearts, spades, and clubs. Each time a random card is drawn from the deck. What is the minimum number of cards that need to be drawn to ensure that there are at least 3 cards in the same suit?

10. Given a triangle ABC having an area of 24 cm^2, $AB = 16$ cm and $AC = 10$ cm. Let M and N be the points on the opposite rays of the ray BA and the ray CA such that $BM = CN = 2$ cm. Find the area of the quadrilateral $BMNC$.

11. Does there exist a polynomial $P(x)$ with integer coefficients such that $P(25) = 10$ and $P(10) = 6$?

12. Calculate

$$A = \sqrt{10.(1+6+11+\dots+2011+2016)-5.2017+1}.$$

13. Solve the following equation

$$6x^4 + 3(\sqrt{3} - 2x)^4 = 1.$$

14. Solve the following equation

$$|(x-25)(x-10)(x-2000)| + (25-x)(2000-x) = 0.$$

15. Let $a, b, c > 0$ and $a + b + c \le 1$. Find the maximum value of the following expression.

$$P = \frac{a^2+b^2+4ab}{a^2+b^2+4ab+4} + \frac{a^2+c^2+4ac}{a^2+c^2+4ac+4} + \frac{b^2+c^2+4bc}{b^2+c^2+4bc+4}.$$

16. Given an isosceles trapezoid $ABCD$ (AB // CD) and its two diagonals AC and BD perpendicular to each other at I. Let M be the midpoint of AD, and N be the intersection of MI and BC. Find the measure of $\angle MNB$.

17. Given a triangle ABC and the point I as the intersection of the triangle's internal angle bisectors. Let AI intersect BC at M, BI intersect AC at N, and CI intersect AB at P. Find the minimum value of T, where $T = \dfrac{IA}{IM} + \dfrac{IB}{IN} + \dfrac{IC}{IP}$.

18. Given an increasing sequence $a_1, a_2, a_3, \dots$ where the differences between consecutive terms are equal. Given that $a_1 = 2$ and the sum of the first 5 terms equals 30. Calculate

$$A = \frac{1}{a_1a_2} + \frac{1}{a_2a_3} + \frac{1}{a_3a_4} + \dots + \frac{1}{a_{2015}a_{2016}} + \frac{1}{2a_{2016}}.$$

19. Does there exist an integer k such that the following polynomial has integer roots?

$$P(x) = x^{2016} - x^6 + 6kx - 6k + 10.$$

20. Given a triangle ABC. On the outside of the triangle, draw right isosceles triangles ABD and ACE with the right angle at A. Let M, N, P, and Q be the midpoints of BC, CE, ED, and DB, respectively. Given that $MP = 2$ cm, find the area of the quadrilateral $MNPQ$.

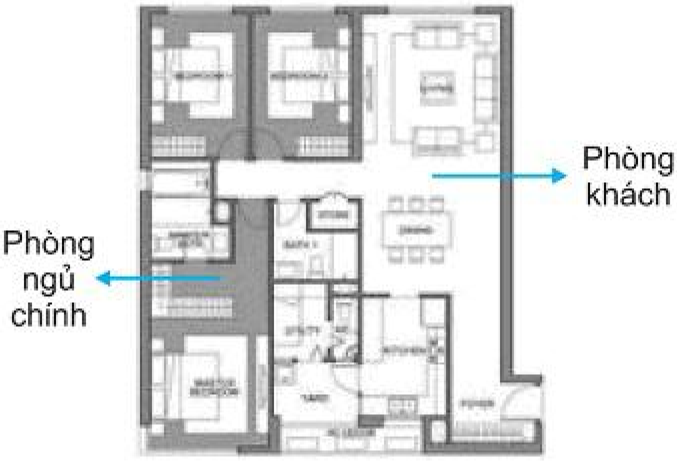
Toán tiêu dùng

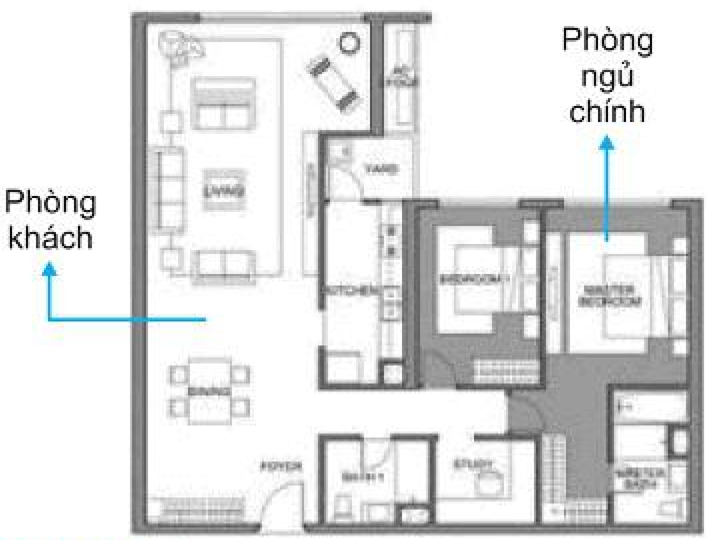
MUA CĂN HỘ

(Tiếp theo TTT2 số 167)

MORIS VŨ

Hình vẽ sau chỉ ra sơ đồ sàn của hai kiểu căn hộ vẽ theo tỉ lệ.





6. Bài toán 1.

a) Nếu 1 cm biểu diễn 2,4 m trên thực tế, hãy xác định kích thước phòng khách và phòng ngủ chính của

i) Căn hộ kiểu A.

ii) Căn hộ kiểu B.

b) Tính tổng diện tích sàn của mỗi kiểu căn hộ.

c) Tìm tỉ số diện tích sàn của phòng khách so với phòng ngủ chính của

i) Căn hộ kiểu A.

ii) Căn hộ kiểu B.

d) Biết 1 mét vuông bằng 10,76 phít vuông (square feet). Hỏi diện tích của mỗi căn hộ tính bằng phít vuông.

e) Theo diện tích sàn, giá của căn hộ kiểu A là $250 mỗi phít vuông (p.s.f) và giá của căn hộ kiểu B là $235 p.s.f. Hỏi giá của

i) Căn hộ kiểu A.

ii) Căn hộ kiểu B.

7. Bài toán 2.

a) Dưới đây là biểu thanh toán cho cả hai căn hộ qua 5 lần trả tiền.

Lần trả tiền	Phần trăm giá tiền
Thứ nhất	10%
Thứ hai	25%
Thứ ba	30%
Thứ tư	20%
Thứ năm	15%

i) Nếu người mua quyết định mua căn hộ kiểu A thì anh ấy phải trả bao nhiêu trong lần trả đầu tiên?

ii) Sau 3 lần anh ấy đã trả được bao nhiêu tiền cho căn hộ đó?

b) Nếu người mua căn hộ A bán lại căn hộ đó với giá $ 255 p.s.f, hỏi phần trăm lãi người đó có được qua thương vụ này?

8. Lời giải

(Chờ các bạn gửi về)(*)

9. Các từ tiếng Anh thường gặp

diagram	sơ đồ, biểu đồ
floor plan	sơ đồ sàn, sơ đồ mặt bằng
apartment	căn hộ
scale	tỉ lệ xích
dimension	kích thước, chiều
living room	phòng khách
master bedroom	phòng ngủ chính, phòng ngủ lớn
total area	tổng diện tích
floor area	diện tích sàn
two types of	hai kiểu căn hộ
square metre	mét vuông (m^2)
square feet	phít vuông
per square foot (p.s.f)	trên một phút vuông
the schedule	biểu, hệ thống, lịch
progress peyment	quá trình trả tiền
purchase price	giá mua, giá phải trả
buyer	người mua
first payment	khoản trả đầu tiên
resell	bán lại
transaction	thương vụ
percentage profit	phần trăm lãi
prepared to pay	(tiền) phải chuẩn bị để trả

(*) Bạn nào giải đúng hoàn toàn bài này được nhận quà tặng. Bạn nhớ ghi đầy đủ địa chỉ nhé.

Bài 7NS. Cho các số thực a, b thỏa mãn $a + b$, $a^2 + b^2$, $a^4 + b^4$ đều là số nguyên. Chứng minh rằng $A = a^6 + b^6 + 2a^3b^3$ là số nguyên.

LƯU LÝ TƯỞNG *(GV. THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, Phú Thọ)*

Bài 8NS. Giải phương trình $\sqrt{x+3} + \sqrt[3]{x+2} = x - 1$.

LẠI QUANG THỌ
(Phòng Giáo dục và đào tạo Tam Dương, Tam Dương, Vĩnh Phúc)

Bài 9NS. Cho tam giác ABC không là tam giác nhọn (BC = a, AC = b, AB = c). Chứng minh rằng $(a^2+b^2+c^2)\left(\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}+\dfrac{1}{c^2}\right) \ge 10.$

TẠ THẬP *(TP. Hồ Chí Minh)*

Kết quả (TTT2 số 170)

Cuộc thi giải toán dành cho nữ sinh

Bài 1NS. Ta có $(ab+cd)(ac+bd)$

$= ad(b^2+c^2) + bc(a^2+d^2) = (ad+bc)(a^2+d^2)$. (1)

Do đó $a^2 + d^2$ là ước của $(ab + cd)(ac + bd)$. (2)
Ta lại có

$2(a^2+d^2-ab-cd) = a^2+d^2+b^2+c^2-2ab-2cd$

$= (a-b)^2 + (c-d)^2 > 0 \Rightarrow a^2+d^2 > ab+cd$. (3)

Tương tự $a^2 + d^2 > ac + bd$. (4)

Từ (2), (3) và (4) suy ra P là hợp số vì nếu P là số nguyên tố thì P là ước của ab + cd hoặc của ac + bd.

b) Từ (1), (3) và (4) suy ra ab + cd > ad + bc và ac + bd > ad + bc.

Giả sử ab + cd và ac + bd đều là số nguyên tố thì theo (1) ta có ab + cd phải là ước của ad + bc hoặc ac + bd là ước của ad + bc. Điều này không xảy ra. Vậy ad + bc và ac + bd không thể đồng thời là số nguyên tố.

Nhận xét. Các bạn sau có lời giải đúng: *Bùi Thùy Linh*, 9A3, *Lê Hồng Anh*, 8A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**.

Bài 2NS. Áp dụng bất đẳng thức $A^2 + B^2 \ge 2AB$ ta được

$$P \ge \frac{2a^4bc}{3b^3+5c^3} + \frac{2b^4ac}{3c^3+5a^3} + \frac{2c^4ab}{3a^3+5b^3}$$

$$= \frac{2a^3}{3b^3+5c^3} + \frac{2b^3}{3c^3+5a^3} + \frac{2c^3}{3a^3+5b^3} = A. \ (1)$$

Đặt $x = a^3$, $y = b^3$, $z = c^3$ thì $x, y, z > 0$, $xyz = 1$.

Ta có $A = \dfrac{2x}{3y+5z} + \dfrac{2y}{3z+5x} + \dfrac{2z}{3x+5y}$.

Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacốpxki ta được

$(x+y+z)^2 \le A.4(xy+xz+yz)$.

$$\Rightarrow A \ge \frac{(x+y+z)^2}{4(xy+xz+yz)} \ge \frac{3(xy+xz+yz)}{4(xy+xz+yz)} = \frac{3}{4}. \ (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $P \ge \dfrac{3}{4}$.

Dấu đẳng thức xảy ra khi a = b = c = 1.

Vậy $\text{Min}P = \dfrac{3}{4}$ khi a = b = c = 1.

Nhận xét. Các bạn sau có lời giải đúng: *Bùi Thùy Linh*, 9A3, *Lê Hồng Anh*, 8A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**.

Bài 3NS. *Bạn đọc tự vẽ hình.*

Dựng đường tròn (O) ngoại tiếp ΔABC, AD cắt (O) tại E. Gọi I là tâm đường tròn (O) ngoại tiếp ΔABD.

Ta có ΔIBD cân tại I và $\widehat{BID} = 2\widehat{BAD}$ nên $\widehat{IBD} = 90^o - \widehat{BAD}$. (1)

Vì AD là phân giác của $\widehat{BAC}$ nên $\widehat{BAD} = \widehat{CAE} = \widehat{CBE}$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{IBD} = 90^o - \widehat{CBE}$

$\Rightarrow \widehat{IBD} + \widehat{DBE} = 90^o \Rightarrow BE \perp IB$.

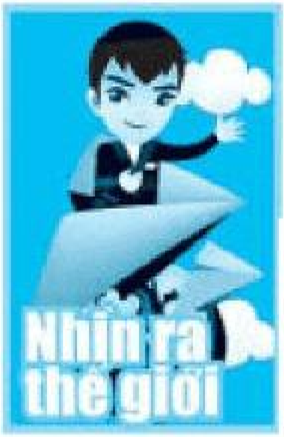
Do đó BE là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp ΔABD tại B. Chứng minh tương tự ta có CE là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp ΔACD tại C.

Nhận xét. Các bạn sau có lời giải đúng: *Nguyễn Thu Hiền, Nguyễn Thùy Dương, Vũ Linh Chi, Bùi Thị Quỳnh, Bùi Thùy Linh*, 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Phùng Thị Khánh Linh*, 9E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**.

Các bạn sau được thưởng kì này: *Bùi Thùy Linh, Nguyễn Thu Hiền, Nguyễn Thùy Dương*, 9A3, *Lê Hồng Anh*, 8A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Phùng Thị Khánh Linh*, 9E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**.

Ảnh các bạn được thưởng ở bìa 4.

NGUYỄN HIỆP



lời giải

ĐỀ THI TOÁN VÀ KHOA HỌC QUỐC TẾ IMSO NĂM 2015

(Tiếp theo số 171)

TRỊNH HOÀI DƯƠNG *(GV. THCS Giảng Võ, Ba Đình, Hà Nội Sưu tầm và giới thiệu)*

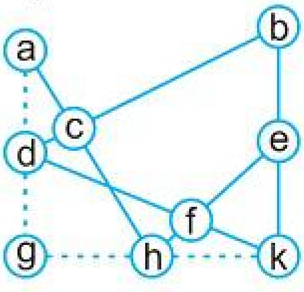
MAI VŨ *(dịch)*

5. Đặt vào hình tròn các kí hiệu như ở hình 1.
Ta có $c = a + h = b + d$, $e = b + k$, $f = d + k = e + h$, $d = |a - g|$ và $h = |g - k|$.
Do đó, $a = c - h = (b + d) - (f - e) = b + e - (f - d) = b + (e - k) = 2b$.
Từ đó suy ra $a = 2; 4; 6; 8$.

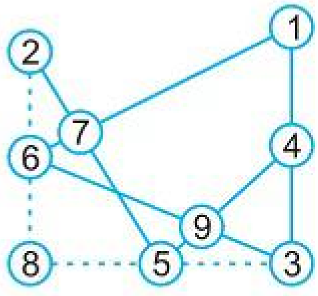
- Nếu $a = 6$, $b = 3$ thì $c = 6 + h = 3 + d$ nên $6 < c < 9$. Khi đó $c = 7$ hoặc 8; $\{g, h\} = \{1, 2\}$ dẫn đến $k = 3 = b$. Điều này vô lí.
- Nếu $a = 2$, $b = 1$ thì $c = 2 + h = 1 + d$ và $h \geq 3$ nên $d \geq 4$. Nếu $k = g + h$, khi đó $e > k = (2 + d) + (c - 2) = 2d + 1 \geq 9$ (vô lí).

Do vậy $k = g - h = (2 + d) - (c - 2) = 4 - (c - d) = 3$. Khi đó $e = 4$. Bây giờ $h \geq 5$ và $e + h = f$. Khi đó $h = 5$, $f = 9$, $g = 8$, $d = 6$ và $c = 7$, các số được điền như trong hình 2.

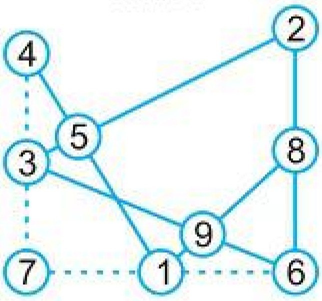
- Nếu $a = 4$, $b = 2$ thì $c = 4 + h = 2 + d$, lập luận như trên ta có $k = 6$. Khi đó $e = 8$, $f = 9$, $h = 1$, $g = 7$, $d = 3$ và $c = 5$, các số được điền vào như trong hình 3.
- Nếu $a = 8$, $b = 4$, $c = 8 + h = 4 + d$ thì có $c = 9$, $d = 5$, $g = 3$, $h = 1$, $k = 2$, $f = 7$ và $e = 6$, các số được điền vào như trong hình 4.



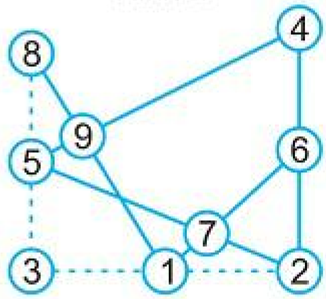
Hình 1



Hình 2

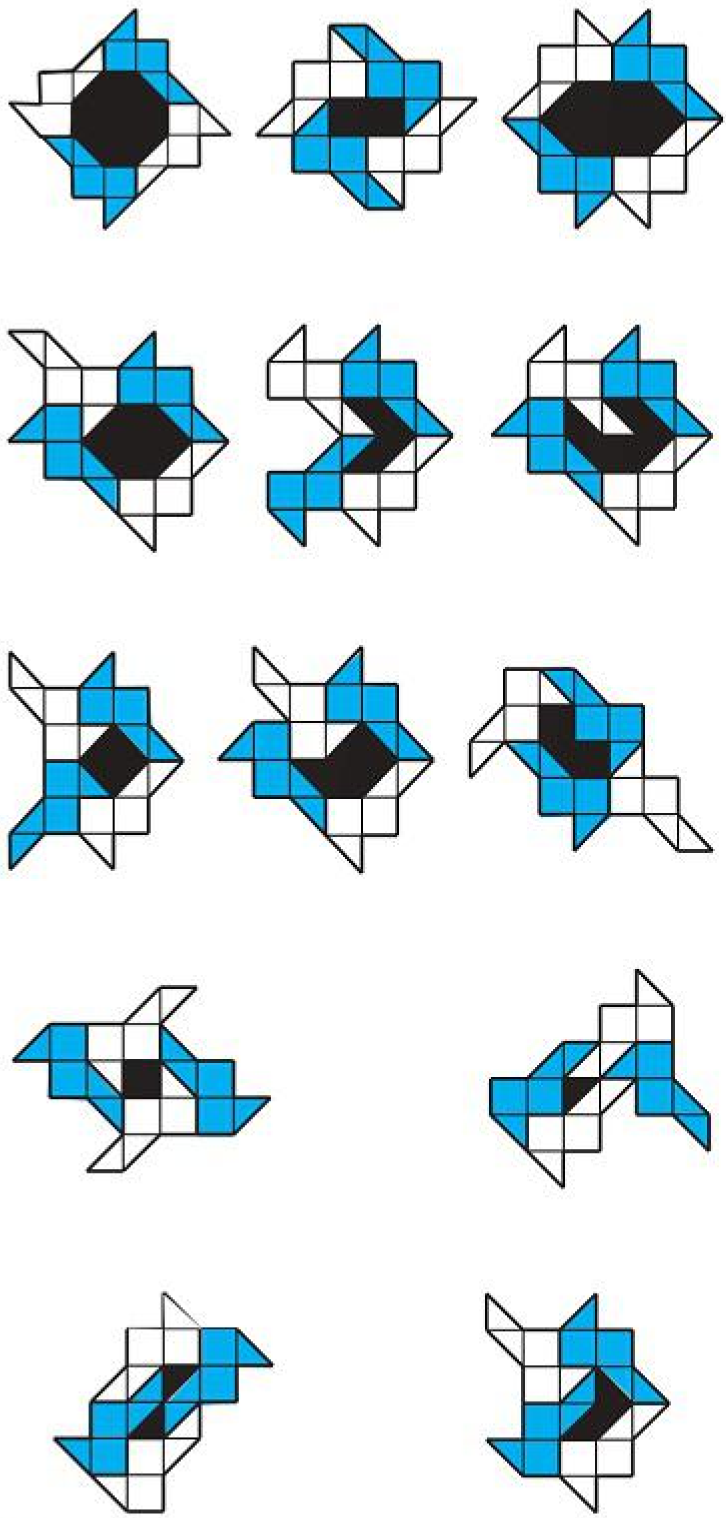


Hình 3



Hình 4

6. Lời giải được chỉ ra như sau:



MỘT THẾ KỈ TOÁN HỌC

VŨ KIM THỦY

Thầy: Chào các em. Chúc mừng nhân dịp đầu thế kỉ mới.

Trò: Thưa thầy sang năm mới là thế kỉ mới chứ ạ.

Thầy: À, có hai cách tính năm bắt đầu thiên niên kỉ mới. Nước ta đã chính thức tính thế kỉ mới bắt đầu từ 2001. Tuy vậy, mọi người vẫn hân hoan đón năm 2000 như một sự kiện trọng đại.

Trò: Thưa thầy, nhân kết thúc thế kỉ XX mình có buổi sinh hoạt CLB đặc biệt chứ ạ?

Thầy: Đúng rồi. Hôm nay tôi sẽ cùng các em điểm lại một số sự kiện nổi bật của toán học trong thế kỉ vừa qua.

Trò: Thưa thầy, chúng ta bắt đầu theo trình tự thời gian hay theo môn học ạ?

Thầy: Theo tôi ta nên bắt đầu từ sự kiện năm 1900.

Trò: Năm 1900 có gì đặc biệt ạ?

Thầy: À, năm 1900 nhân kết thúc thế kỉ 19, trong Đại hội Toán học Quốc tế họp ở Paris, nhà toán học D.Hilbert (1862 - 1943) đã thách đố các nhà toán học thế kỉ XX bằng 23 bài toán mà thế kỉ XIX chưa giải quyết được.

Trò: Thưa thầy đó là những bài toán nào vậy ạ? Chúng em có thể hiểu được không ạ?

Thầy: Để hiểu được thì các em còn phải học nhiều lắm. Nhưng tôi có thể cho các em biết tên một số bài. (Thầy gợi ý để các em tự nói một số bài mà các em biết: Bài toán Cầu phương đường tròn, Bài toán lớn Fermat...

Trò: Thưa thầy thế đã giải được hết các bài ấy chưa ạ?

Thầy: Đúng là 23 bài toán của Hilbert là những thách thức trí tuệ nhân loại. Trong đó có định lí lớn Fermat mãi 357 năm mới có người giải được. Định lí Fermat mãi đến 1993 mới có lời giải tuy chưa trọn vẹn, sau đó được khắc phục và nếu tính cả thời gian kiểm tra nữa thì coi như cũng đã hết thế kỉ XX. Ngoài ra vẫn còn hai bài 18 và 20 là chưa giải được.

Trò: Thưa thầy đó là các bài nào ạ?

Thầy: Đó là các bài về việc xây dựng những không gian của những siêu hộp liên hợp và bài toán biên tổng quát.

Trò: Thưa thầy thế những người giải được 21 bài toán đó có được thưởng không ạ?

Thầy: À có chứ. Đã có 21 giải thưởng Field được trao cho những nhà toán học có công giải được. Giải thưởng Field giống như giải Nobel nhưng giành riêng cho các nhà toán học và cứ 4 năm mới trao 1 lần.

Trò: Thưa thầy sau năm 1900 thì có sự kiện nào ạ?

Thầy: À từ năm 1900 đến 1905 có Liapunov chứng minh định lí Giới hạn trung tâm trong lí thuyết xác suất (có kể một số ứng dụng dễ thấy nhất) rất nhiều ứng dụng sau này trong năm 1901. Đến năm 1905 xuất hiện chương trình Meran. Đây là chương trình toán chung cho các trường phổ thông ở Đức. Chương trình này do nhà toán học Đức F.Klein (1849 - 1925) đề xướng. Chương trình này dành vị trí trung tâm cho khái niệm hàm số. Chương trình này sau ảnh hưởng đến Pháp, Nga...

Năm 1907 người ta trao giải 100 000 mác Đức cho ai giải được định lí lớn Fermat. Từ đây bài toán này càng được chú ý đặc biệt.

Năm 1909 Hilbert giải được bài toán E.Waring đặt ra từ 1770.

Trò: Thưa thầy sau đó có sự kiện nào nổi bật ạ?

Thầy: Năm 1910 dánh dấu một quan niệm mới về lôgic hình thức. Nhà toán học Anh A.E.Noether và Bertrand Russell xuất bản tập đầu tiên của bộ sách 3 tập về nguyên lí toán học. Toán học từ đây xâm nhập mạnh vào các ngành khác.

Trò: Thưa thầy 5 năm mà chỉ có bấy nhiêu thành tựu thôi ạ?

Thầy: À, đây ta chỉ nói những cái mốc tiêu biểu mà thôi. Các em nên nhớ chỉ Từ điển các thuật ngữ Toán học chủ yếu đã là quyển sách dày tới cả 1000 trang rồi. Ta không có thời gian để nhắc lại tất cả đâu.

Trò: Vâng, thầy nói tiếp đi ạ.

Thầy: Đối với các em thì trong năm 1914 có sự kiện là D.H.Lehmer xuất bản ở Washington bảng số nguyên tố từ 1 đến 10 006 721 là số lớn nhất cho đến bây giờ.

Trò: Thưa thầy, bây giờ số nguyên tố lớn nhất biết được là bao nhiêu ạ?

Thầy: À, đến 1951 ở Amsterdam xuất bản bảng số nguyên tố đến 10 999 997, đến 1959 A.Baker và F.Grunberger lập bảng 6 triệu số nguyên tố đầu tiên. Số lớn nhất đã in ra là 104 395 301. Năm 1979 Helinelin Silovansik tìm thấy số nguyên tố 2^{444997} - 1, năm 1986 người ta tìm thấy 2^{216091} - 1 là số nguyên tố có 4 số cuối là 8447.

Còn sau này qua máy tính người ta tìm được những số lớn hơn nhưng chưa ai in thành sách.

Trò: Thầy tiếp đi ạ.

Thầy: Cho đến năm 1930 các sự kiện quan trọng là Van der Waerden tìm được cách chứng minh sơ cấp định lí Dirichlet trong số luận (cụ thể là...) A.Kolmogorov thiết lập điều kiện cần và đủ để áp dụng được luật số lớn trong xác suất - Thống kê. Giải tích hiện đại có định lí Hahn-Banach.

Nhưng nổi tiếng hơn cả là năm 1930 Kurt Godel công bố định lí không hoàn thiện của một hệ toán học.

Trò: Ông Kurt Gödel là người nước nào ạ?

Thầy: Ông ta sinh tại Tiệp Khắc trong một gia đình gốc Áo. Ông được tờ Times (Mỹ) bầu là 1 trong 100 người có ảnh hưởng nhất đến sự phát triển của nhân loại thế kỉ XX.

Trò: Thưa thầy, định lí ấy nói gì ạ?

Thầy: Định lí ấy đại để nói rằng mọi hệ thống toán học với đầy đủ các tiên đề, định lí vẫn đều tồn tại mệnh đề không thể chứng minh được.

Cho đến năm 1935 thì có sự kiện bài toán thứ 7 của Hilbert là định lí Gelfond về số siêu việt được chứng minh (1934).

Cho đến năm 1940 thì định lí I.M.Vinogradov ghi dấu ấn quan trọng trong số luận, chính là trường hợp đặc biệt của bài toán Goldbach - Euler.

Quan trọng hơn và tạo ra một cuộc cách mạng trong khoa học là sự ra đời máy Turing. Turing cũng được Times bầu là 1 trong 100 người có ảnh hưởng lớn trong thế kỉ XX.

Trong 10 năm kế tiếp thì đáng chú ý có thuật toán tối ưu giải quy hoạch tuyến tính được phát minh bởi nhà toán học Mỹ George Dantzig. Ngày nay dùng lí thuyết đơn hình này giải được nhiều bài toán trong mọi lĩnh vực.

Trò: Thưa thầy, các thành tựu về số học giai đoạn này là gì ạ?

Thầy: Cho đến năm 1960 sự kiện đáng chú ý là năm 1959 tìm ra bộ sinh bốn lớn nhất các số nguyên tố là:

2 863 308 731

2 863 308 733

2 863 308 737

2 863 308 739

Năm 1963 P Cohen giải được bài toán continum của Hilbert.

Năm 1972 lí thuyết kì dị ra đời. Tác giả là nhà toán học Pháp René Thom. Nghiên cứu sự phát triển không bình thường của những cấu trúc toán học khác nhau. Lí thuyết kì dị có ứng dụng trong dự báo thời tiết, nghiên cứu bão, áp thấp, động đất, đột biến gen, khủng hoảng kinh tế...

Trò: Còn gần đây có những sự kiện nào đáng chú ý ạ?

Thầy: À, năm 1985 người ta tìm được số nguyên tố lớn nhất là 2^{216091} - 1 tại Hauxton (Mỹ). Số có 65050 chữ số.

Năm 1986 Faltings nhận giải thưởng Field nhờ chứng minh được một phần định lí Fermat. Còn sự kiện lớn nhất thì tôi đã nói rồi: Ngày 23/6/1993 tại Cambridge (Anh) nhà toán học Mỹ gốc Anh A.Wiles công bố chứng minh được định lí Fermat.

Đi đến lời giải ấy Wiles đã đứng trên vai những người khổng lồ Kummer, A.Falting, Taniyama với các phát minh về mở rộng Q(ξ) của trường các số hữu tỉ, số nguyên tố loại 1, lí thuyết độ cao, đường cong eliptic, đường cong Weil, các khái niệm P-adic, L-hàm và các dạng modular... Từ bài toán đơn giản $X^n + Y^n = Z^n$ đã ra đời nhiều lí thuyết mới, chẳng hạn Hình học - đại số - số học.

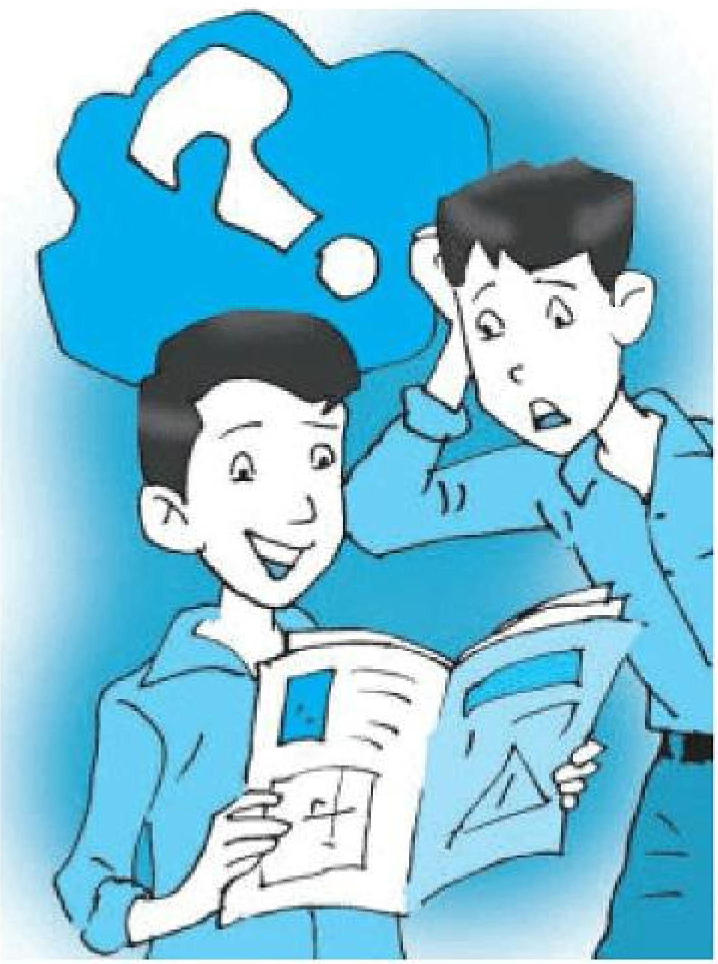
Hỏi: Tạp chí TTT rất hay nhưng trường em hầu như chả ai biết đến cả. Anh Phó có cách gì để các bạn biết đến TTT không ạ?

NGUYỄN TUẤN MINH

(7A1, THCS Nam Hà, Kiến An, Hải Phòng)

Đáp:

Cảm ơn em đã khen
Toán Tuổi thơ hay thật
Báo sẽ luôn tiếp cận
Để đến với nhiều trường
Mong em đọc nhiều hơn
Rủ mọi người cùng đọc
Đây là tờ báo học
Lưu trữ dùng nhiều năm



Hỏi: Anh Phó ơi! Em nghĩ được khá nhiều đề cho mục Thám tử Sêlôccôc và muốn gửi tới TTT. Em phải gửi như thế nào và có được nhận quà không ạ?

KIỀU HẢI NAM

(8A3, THCS Trưng Vương, Mê Linh, Hà Nội)

Đáp:

Gửi bài là để mình vui
Thêm bài bạn đọc sẽ vui cùng mình
Đề tên, địa chỉ tường minh
Gửi về tòa soạn anh trình duyệt ngay
Hay thì in báo tháng này
Nhuận bút sẽ có sau ngày báo ra

Hỏi: Mỗi khi gặp một bài toán khó, phải mất nhiều thời gian để giải, em thường chán nản. Anh Phó có bí quyết gì giúp em không?

TRẦN TIẾN ĐẠT

(8A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, Phú Thọ)

Đáp:

Muốn nhìn thấy cầu vồng
Phải qua cơn mưa gió
Muốn có bông hồng đỏ
Phải xới đất vun trồng
Khi việc khó thành công
Niềm vui càng thêm lớn
Học văn và làm toán
Việc của em bây giờ
Bằng tuổi em ngày xưa
Anh suốt ngày làm toán

ANH PHÓ

CÁC LỚP 6 & 7

Bài 1(172). Tìm các số tự nhiên m, n thỏa mãn $7^m + 3 = 2^n$.

TRẦN HỮU HIẾU

(GV. THCS Archimedes, Hà Nội)

Bài 2(172). Cho tam giác ABC ($\widehat{A} \neq 90^o$) với đường trung tuyến AM và các đường cao BH, CK. Đường thẳng qua A vuông góc với AM cắt các tia BH, CK lần lượt tại D, E. Chứng minh rằng DME là tam giác cân.

VÕ XUÂN MINH

(GV. THCS Nguyễn Văn Trỗi, Cam Nghĩa, Cam Ranh, Khánh Hòa)

CÁC LỚP THCS

Bài 3(172). Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^3 + y - 20 = 12x \\ 2y^3 + 3z - 44 = 24y \\ 5z^3 + 6x - 104 = 60z. \end{cases}$$

NGUYỄN ĐỨC TẤN

(TP. Hồ Chí Minh)

Bài 4(172). Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn abc = 1. Chứng minh rằng

$$\frac{1}{\sqrt{3a+4b+2c}} + \frac{1}{\sqrt{3b+4c+2a}} + \frac{1}{\sqrt{3c+4a+2b}} \leq 1.$$

CAO MINH QUANG

(GV. THPT chuyên Nguyễn Bỉnh Khiêm, Vĩnh Long)

Bài 5(172). Hãy dùng ngôn ngữ tập hợp để viết lại các mệnh đề sau:

a) Phần tử 1 không phải phần tử của tập hợp B.

b) Tập hợp A và tập hợp B chứa cùng các phần tử.

c) Tập hợp C chứa tất cả các phần tử của tập hợp B.

d) Tập hợp A không phải là tập con của tập hợp B.

f) Phần tử 5 thuộc tập hợp A.

VŨ ĐÔ QUAN

PHIẾU ĐĂNG KÍ THAM DỰ CUỘC THI GTQT NĂM HỌC 2016-2017

Bài 6(172). Cho tam giác ABC với O, J thứ tự là tâm đường tròn ngoại tiếp và tâm đường tròn bàng tiếp đối diện đỉnh A. Gọi BE, CF là các đường phân giác của tam giác ABC. Chứng minh rằng OJ ⊥ EF.

TRỊNH HUY VŨ

(SV. Khoa Toán Đại học Khoa học Tự nhiên Hà Nội)

SOLVE VIA MAIL COMPETITION QUESTIONS

Translated by Nam Vũ Thành

1(172). Find all integers *m* and *n* such that $7^m + 3 = 2^n$.

2(172). Given a triangle *ABC* having $\angle A \neq 90^o$, its median *AM* and heights *BH* and *CK*. The line passing through *A* and perpendicular to *AM* intersects the rays *BH* and *CK* at *D* and *E*, respectively. Prove that the triangle *DME* is an isosceles triangle.

3(172). Solve the following simultaneous equations

$$\begin{cases} x^3 + y - 20 = 12x \\ 2y^3 + 3z - 44 = 24y \\ 5z^3 + 6x - 104 = 60z. \end{cases}$$

4(172). Let a, b, and c be positive real numbers such that *abc* = 1. Prove that:

$$\frac{1}{\sqrt{3a+4b+2c}} + \frac{1}{\sqrt{3b+4c+2a}} + \frac{1}{\sqrt{3c+4a+2b}} \leq 1.$$

5(172). Use set notations to denote the following statements.

a) The element 1 is not a member of set B .

b) Set *A* and set *B* contain the same elements

c) Set *C* contains all elements in set *B*

d) Set *A* is not a subset of set *B*

e) The element 5 is a member of set *A*

6(172). Given a triangle ABC with *O* as its circumcenter and *J* as the center of its excircle relative to the vertex *A*. Let *BE* and *CF* be its internal angle bisectors. Prove that *OJ* ⊥ *EF*.

MÊNH MÔNG NƯỚC, BIỂN, TRỜI

Nếu bạn chưa đến hẳn rất khó tưởng tượng ra vẻ đẹp này. Trên cùng của bức ảnh là màu xanh của trời. Tiếp đến là màu xanh của biển Đông. Phía dưới của bức ảnh là màu xanh của sông Hồng nơi cửa sông đổ ra biển, trộn nước phù sa với nước biển xanh trong. Xen giữa những màu xanh ấy là các đảo nhỏ, hay các cồn, các cù lao thì đúng hơn. Chúng cũng có màu xanh nhưng là xanh cây lá. Màu xanh ở đâu cũng là biểu tượng cho hi vọng, cho ước mơ, cho hòa bình và cho sức sống. Vẻ đẹp nơi cửa Ba Lạt sông Hồng gặp biển Đông thật nên thơ và vẫy gọi những con thuyền đến khám phá vùng đất mênh mông nước và biển trời này. Chỉ có gió là bức ảnh không ghi lại được. Bạn phải tự đến mà cảm nhận. Bạn hãy viết bài tả vẻ đẹp bức phong cảnh độc đáo này.

MORIS VŨ

Ảnh: VKT

CÁC HỌC SINH ĐƯỢC KHEN TRONG CUỘC THI GIẢI TOÁN DÀNH CHO NỮ SINH

Từ trái sang phải: Bùi Thùy Linh, Nguyễn Thu Hiền, Nguyễn Thùy Dương, Lê Hồng Anh, Phùng Thị Khánh Linh.

Giấy phép xuất bản: số 31/GP-BVHTT, cấp ngày 23/1/2003 của Bộ Văn hóa và Thông tin.
Mã số: 8BTT172M17. **In tại:** Công ty cổ phần in Công Đoàn Việt Nam, 167 Tây Sơn, Đống Đa, Hà Nội. In xong và nộp lưu chiểu tháng 05 năm 2017.