NĂM THỨ
MƯỜI TÁM
ISSN 1859-2740

Toán tuổi thơ 2

8/9 171
NĂM HỌC 2016 - 2017

TRUNG HỌC CƠ SỞ

Giá: 10000đ

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM - BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

30.4.1975
Thống nhất đất nước

CUỘC THI HOMC 2017

Sáng 4.3.2017, cuộc thi Olympic toán Hà Nội mở rộng năm thứ 13 (HOMC) đã được tổ chức tại trường THPT Chu Văn An, Hà Nội. Khác với năm trước, năm nay cuộc thi chỉ được tổ chức tại một điểm thi, có 843 thí sinh ở hai lứa tuổi Junior (lớp 8) và Senior (lớp 10) hơn 20 tỉnh, thành trong cả nước tham dự. Các thí sinh làm bài thi toán tiếng Anh trong thời gian 180 phút với 15 bài toán, trong đó có 5 bài trắc nghiệm và 10 bài tự luận. Buổi chiều Ban tổ chức chấm thi, các thí sinh tham gia giao lưu với các học sinh trường THPT chuyên Hà Nội-AmSterdam. Sáng 5.3.2017, các em học sinh được Ban tổ chức tổ chức tham quan. Chiều 5.3, Lễ trao giải được diễn ra tại trường THPT Chu Văn An.

CUỘC THI KANGAROO

Các thí sinh tại điểm thi Trường tiểu học Đoàn Thị Điểm, Hà Nội

Ngày 19.3.2017, kì thi Toán Quốc tế Kangaroo 2017 (International Kangaroo Math Contest - IKMC) đã được tổ chức lần thứ 2 tại Việt Nam. Có hơn 10000 thí sinh từ lớp 1 đến lớp 8 của 325 trường Tiểu học và Trung học cơ sở trong cả nước tham dự tại 7 điểm thi ở Hà Nội, 2 điểm thi tại TP. Hồ Chí Minh và 1 điểm thi tại Thanh Hóa. Kì thi tổ chức với 4 cấp độ: Cấp độ 1 (lớp 1 và lớp 2), cấp độ 2 (lớp 3 và lớp 4), cấp độ 3 (lớp 5 và lớp 6), cấp độ 4 (lớp 7 và lớp 8). Đề thi IKMC 2017 gồm các bài toán trắc nghiệm, tại Việt nam các thí sinh được tiếp cận với đề thi song ngữ Anh - Việt. Qua kì thi các em học sinh được làm quen với các bài toán mang tính tư duy sáng tạo gắn với những tình huống gần gũi diễn ra trong cuộc sống hàng ngày. Lần đầu tiên kì thi IKMC được tổ chức tại Việt Nam năm 2016 với hơn 6000 thí sinh tham dự. Năm 1991 kì thi được tổ chức lần đầu tại Pháp với hơn 120000 thí sinh tham dự. Đến nay hàng năm có hơn 6 triệu thí sinh của 70 quốc gia tham dự, đây là cuộc thi Toán học có số lượng học sinh tham dự hàng năm lớn nhất thế giới.

PV.

Toán Tuổi thơ 2 TRUNG HỌC CƠ SỞ

Children's Fun Maths Journal

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM - BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

TÒA SOẠN

Tầng 5, số 361 đường Trường Chinh,
quận Thanh Xuân, Hà Nội
Điện thoại (Tel): 04.35682701
Điện sao (Fax): 04.35682702
Điện thư (Email): bbttoantuoitho@gmail.com
toantuoitho@vnn.vn
Trang mạng (Website): http://www.toantuoitho.vn

ĐẠI DIỆN TẠI MIỀN NAM

NGUYỄN VIẾT XUÂN
391/150 Trần Hưng Đạo, P. Cầu Kho, Q.1, TP. HCM
ĐT: 08.66821199, DĐ: 0973 308199

TRONG SỐ NÀY

PHÂN SỐ AI CẬP

PHAN DUY NGHĨA
(Phòng GD Tiểu học, Sở GD-ĐT Hà Tĩnh)

Từ năm học 2015 - 2016, được sự hướng dẫn của tạp chí Toán Tuổi thơ, các trường THCS đã thành lập Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ. Hoạt động của Câu lạc bộ đã góp phần nâng cao chất lượng dạy và học môn Toán, có vai trò đặc biệt quan trọng trong việc phát hiện và bồi dưỡng năng khiếu toán học cho các em. Tình cờ tôi được tham dự một buổi sinh hoạt Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ ở một trường THCS rất ấn tượng, đã để lại trong tôi nhiều cảm xúc. Xin được chia sẻ với các bạn về buổi sinh hoạt đó.

Thầy: Xin chào các nhà toán học nhỏ tuổi! Thầy rất vui khi được gặp lại các em. Chủ đề sinh hoạt của Câu lạc bộ hôm nay là "Phân số Ai Cập", tức là phân số có tử số bằng 1.

Học sinh: Hay quá thầy ơi! (Vỗ tay).

Thầy: Chúng ta hãy bắt đầu từ bài toán sau.

Bài toán 1. Cho $A=\frac{1}{2015}$. Viết A dưới dạng tổng hai phân số khác nhau có tử số đều bằng 1.

Có lẽ bài toán này dễ nên chưa đến 2 phút, đồng loạt các cánh tay giơ lên xin được giải bài toán. Thầy giáo mời bạn Hoa trình bày cách giải:

Cách giải của Hoa:

$$A=\frac{1}{2005}=\frac{6}{2005.6}=\frac{1+5}{2005.6}$$
$$=\frac{1}{2005.6}+\frac{5}{2005.6}=\frac{1}{12030}+\frac{1}{2406}.$$

Thầy: Bạn Hoa hôm nay có nhiều tiến bộ, đã giải đúng, thầy rất vui. Ngoài cách của bạn Hoa còn cách nào khác không?

Nhiều cánh tay giơ lên, thầy mời hai bạn Ngọc và Hoàng lên bảng làm bài.

Cách giải của Ngọc:

$$A=\frac{1}{2005}=\frac{402}{2005.402}=\frac{1+401}{2005.402}$$
$$=\frac{1}{2005.402}+\frac{401}{2005.402}=\frac{1}{806010}+\frac{1}{2010}.$$

Cách giải của Hoàng:

$$A=\frac{1}{2005}=\frac{2006}{2005.2006}=\frac{1+2005}{2005.2006}$$
$$=\frac{1}{2005.2006}+\frac{2005}{2005.2006}=\frac{1}{4022030}+\frac{1}{2006}.$$

Thầy: Ở bài toán trên, mẫu số 2005 là hợp số, nếu chúng ta thay mẫu số bởi một số nguyên tố thì cách giải bài toán có gì khác không? Các em cùng giải bài toán sau nhé!

Bài toán 2. Cho $A=\frac{1}{13}$. Viết A dưới dạng tổng hai phân số khác nhau có tử số đều bằng 1.

Tất cả học sinh đều cho cách giải đúng như sau:

$$A=\frac{1}{13}=\frac{14}{13.14}=\frac{1+13}{13.14}=\frac{1}{13.14}+\frac{13}{13.14}=\frac{1}{182}+\frac{1}{14}.$$

Thầy: Từ hai bài toán trên, các em hãy đưa ra cách giải tổng quát cho dạng toán này.

Học sinh trao đổi, thảo luận và đưa ra cách giải tổng quát như sau:

$$A=\frac{1}{a}=\frac{a+1}{a(a+1)}=\frac{a}{a(a+1)}+\frac{1}{a(a+1)}=\frac{1}{a+1}+\frac{1}{a.(a+1)}.$$

Thầy: Nếu ta thay tử số bởi một số tự nhiên khác 1 thì bài toán sẽ giải thế nào?

Sau đó thầy cho cả lớp giải bài toán sau:

Bài toán 3. Cho $A=\frac{13}{35}$. Viết A dưới dạng tổng các phân số khác nhau có tử số đều bằng 1.

$$A=\frac{13}{35}=\frac{5+7+1}{35}=\frac{5}{35}+\frac{7}{35}+\frac{1}{35}=\frac{1}{7}+\frac{1}{5}+\frac{1}{35}.$$

Thầy: Các em làm bài rất tốt, thầy "thưởng" cho các em bài toán sau:

Bài toán 4. Cho $A=\frac{5}{121}$. Viết A dưới dạng tổng các phân số khác nhau có tử số đều bằng 1.

Một phút, hai phút... trôi qua nhưng chưa em nào tìm ra được đáp án.

Học sinh: Thầy ơi, bài toán này khó quá, chúng em áp dụng các cách trên để giải mà không được thầy ạ.

(Xem tiếp trang 9)

Dành cho học sinh lớp 6&7

DÙNG HÌNH PHỤ LÀ TAM GIÁC ĐỀU ĐỂ GIẢI TOÁN

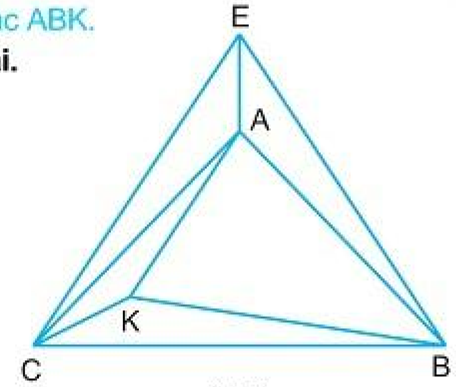
ĐINH THỊ QUYẾN

(GV. THPT Nam Đông Quan, Đông Hưng, Thái Bình)

(Tiếp theo TTT2 số 170)

Ví dụ 2. Cho tam giác cân ABC, đáy BC, góc ở đáy bằng 50^o. Lấy điểm K trong tam giác sao cho $\widehat{KBC} = 10^o; \widehat{KCB} = 30^o$. Tính số đo các góc của tam giác ABK.

Lời giải.



(H.5)

Cách 1 (H.5). Dựng tam giác đều BCE (E và A nằm cùng một nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng BC).

Dễ dàng chứng minh được $\Delta EAB = \Delta EAC$ (c.c.c).

Suy ra $\widehat{CEA} = \widehat{BEA} = \dfrac{60^o}{2} = 30^o$. Ta có

$\widehat{EBA} = \widehat{CBK} = 10^o$; BE = BC; $\widehat{BEA} = \widehat{BCK} = 30^o$

$\Rightarrow \Delta BEA = \Delta BCK$ (g.c.g). Suy ra BA = BK.

Từ đó ΔABK cân tại B.

Ta có $\widehat{ABK} = 50^o - 10^o = 40^o$.

Từ đó suy ra $\widehat{BAK} = \widehat{BKA} = \dfrac{180^o - 40^o}{2} = 70^o$.

Cách 2 (H.6). Dựng tam giác đều ABE (E, C nằm cùng một nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng AB).

Ta có AC = AE (= AB) nên ΔAEC cân tại A.

Ta có $\widehat{EAC} = 180^o - 2.50^o - 60^o = 20^o$.

Suy ra $\widehat{ACE} = \dfrac{180^o - 20^o}{2} = 80^o$.

Từ đó $\widehat{BCE} = \widehat{ACE} - \widehat{ACB} = 80^o - 50^o = 30^o$.

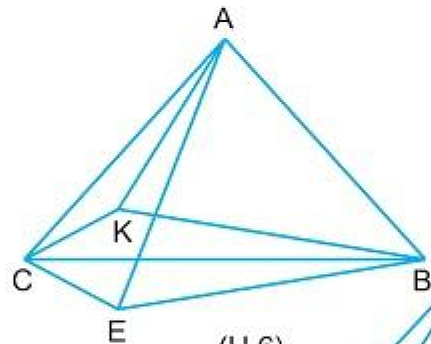
Dễ dàng chứng minh được $\Delta BKC = \Delta BEC$ (g.c.g).

Suy ra BK = BE.

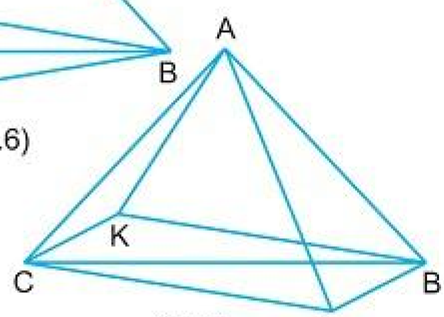
Mà BE = AB nên BK = BA.

ΔABK cân tại B có $\widehat{ABK} = 50^o - 10^o = 40^o$.

Suy ra $\widehat{BAK} = \widehat{BKA} = \dfrac{180^o - 40^o}{2} = 70^o$.



(H.6)



(H.7)

Cách 3 (H.7). Dựng tam giác đều ACE (E và B nằm cùng một nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng AC).

Ta có $\widehat{BCE} = \widehat{ECA} - \widehat{BCA} = 10^o$.

ΔABE cân tại A có $\widehat{BAE} = 20^o$ nên suy ra $\widehat{ABE} = 80^o$.

$\Rightarrow \widehat{CBE} = \widehat{EBA} - \widehat{CBA} = 80^o - 50^o = 30^o$.

Dễ dàng chứng minh được $\Delta BKC = \Delta CEB$ (g.c.g)

Suy ra BK = CE.

Mà CE = AC = AB nên BK = BA.

ΔABK cân tại B có $\widehat{ABK} = 40^o$.

Từ đó $\widehat{BAK} = \widehat{BKA} = \dfrac{180^o - 40^o}{2} = 70^o$.

Bài tập

Bài 1. Tính số đo các góc của tam giác ABC biết $\hat{C} = 75^o$, đường cao $AH = \dfrac{1}{2}BC$.

Bài 2. Trong tam giác cân ABC có $\hat{A} = 100^o$, vẽ tia Bx sao cho $\widehat{xBC} = 30^o$ và tia Bx cắt tia phân giác của góc ACB ở M. Tính số đo góc BAM?

Học ra sao? Giải toán thế nào?

XÂY DỰNG CÔNG THỨC TÍNH TỔNG TỪ HẰNG ĐẲNG THỨC

PHAN ĐÌNH ÁNH
(GV. THCS Thạch Kim, Lộc Hà, Hà Tĩnh)

Trong quá trình dạy học có những bài toán tính tổng, giáo viên thường khẳng định kết quả sau đó tìm cách chứng minh rồi mới vận dụng kết quả đó vào việc giải toán. Như vậy học sinh luôn phải nhớ các công thức đó, kể cả cách chứng minh. Thực tế có những con đường giúp các em tiếp cận các công thức tính tổng rất tự nhiên, đó là việc xây dựng các công thức thông qua các hằng đẳng thức đã học. Sau đây là một vài ví dụ.

Ví dụ 1. Xây dựng công thức tính tổng của $A = 1 + 2 + 3 + ... + n$ $(n \in \mathbb{N}^*)$.

Lời giải. Dựa vào hằng đẳng thức

$(x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1$. (1)

Lần lượt thay x = 0; 1; 2; ...; n vào (1) ta có:

$x = 0 \Rightarrow 1^2 = 0^2 + 2.0 + 1.$

$x = 1 \Rightarrow 2^2 = 1^2 + 2.1 + 1.$

$x = 2 \Rightarrow 3^2 = 2^2 + 2.2 + 1.$

...

$x = n \Rightarrow (n + 1)^2 = n^2 + 2n + 1.$

Cộng theo vế các đẳng thức trên ta được

$(n + 1)^2 = 2(1 + 2 + ... + n) + n + 1.$

$$\Rightarrow 1 + 2 + 3 + ... + n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Vậy $A = 1 + 2 + 3 + ... + n = \dfrac{n(n+1)}{2}.$

Ví dụ 2. Xây dựng công thức tính tổng của $B = 1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + n^2$ $(n \in \mathbb{N}^*)$.

Lời giải. Dựa vào hằng đẳng thức

$(x + 1)^3 = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$. (2)

Lần lượt thay x = 0; 1; 2;...; n vào (2) ta có:

$x = 0 \Rightarrow 1^3 = 0^3 + 3.0^2 + 3.0 + 1.$

$x = 1 \Rightarrow 2^3 = 1^3 + 3.1^2 + 3.1 + 1.$

$x = 2 \Rightarrow 3^3 = 2^3 + 3.2^2 + 3.2 + 1.$

...

$x = n \Rightarrow (n + 1)^3 = n^3 + 3n^2 + 3n + 1.$

Cộng theo vế các đẳng thức trên ta được

$(n + 1)^3 = 3(1^2 + 2^2 + ... + n^2) + 3(1 + 2 + ... + n) + n + 1.$

$$\Rightarrow (n+1)^3 = 3B + 3.\frac{n(n+1)}{2} + n + 1.$$

$$\Rightarrow 1^2 + 2^2 + ... + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \; (n \in \mathbb{N}^*).$$

Vậy $B = 1^2 + 2^2 + ... + n^2 = \dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$

Ví dụ 3. Xây dựng công thức tính tổng của $C = 1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + n^3$ $(n \in \mathbb{N}^*)$.

Lời giải. Dựa vào hằng đẳng thức

$(x + 1)^4 = x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1$. (3)

Lần lượt thay x = 0; 1; 2; ...; n vào (3) ta có

$x = 0 \Rightarrow 1^4 = 0^4 + 4.0^3 + 6.0^2 + 4.0 + 1.$

$x = 1 \Rightarrow 2^4 = 1^4 + 4.1^3 + 6.1^2 + 4.1 + 1.$

$x = 2 \Rightarrow 3^4 = 2^4 + 4.2^3 + 6.2^2 + 4.2 + 1.$

...

$x = n \Rightarrow (n + 1)^4 = n^4 + 4n^3 + 6n^2 + 4n + 1.$

Cộng theo vế các đẳng thức trên ta được

$(n + 1)^4 = 4C + 6B + 4A + n + 1$

$\Rightarrow 4C = (n + 1)^4 - 6B - 4A - (n + 1)$

$\Rightarrow 4C = (n + 1)^4 - n(n + 1)(2n + 1) - 2n(n + 1) - (n + 1)$

$$\Rightarrow 1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + n^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2 \; (n \in \mathbb{N}^*).$$

Vậy $C = 1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + n^3 = \left(\dfrac{n(n+1)}{2}\right)^2$ $(n \in \mathbb{N}^*)$.

Bài tập

Bài 1. Xây dựng công thức tính tổng của $D = 1^2 + 3^2 + 5^2 + ... + (2n + 1)^2$ $(n \in \mathbb{N}^*)$.

Bài 2. Xây dựng công thức tính tổng của $E = 1.2 + 2.3 + 3.4 + ... + n(n + 1)$ $(n \in \mathbb{N}^*)$.

Bài 3. Xây dựng công thức tính tổng của $F = 1.2.3 + 2.3.4 + 3.4.5 + ... + n(n + 1)(n + 2)$ $(n \in \mathbb{N}^*)$.

Học ra sao? Giải toán thế nào?

KHAI THÁC MỘT BÀI TOÁN TRONG SÁCH GIÁO KHOA TOÁN 9

NGÔ VĂN ĐIỀM

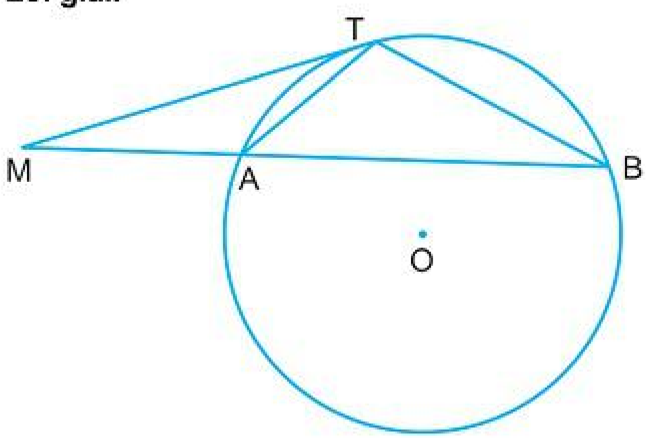
(Phó hiệu trưởng THCS Lê Ninh, Kinh Môn, Hải Dương)

Sau mỗi lời giải của một số bài tập trong sách giáo khoa tưởng chừng như rất đơn giản, lại là chìa khóa để vận dụng vào giải một số bài toán khó khác. Hi vọng rằng chuyên đề này sẽ giúp các bạn tìm tòi sáng tạo các cách giải những bài toán hình học.

A. Cơ sở lí thuyết

Bài toán gốc (Bài 34, SGK Toán 9, tập hai). Cho đường tròn (O) và điểm M nằm ngoài đường tròn đó. Qua M kẻ tiếp tuyến MT và cát tuyến MAB tới đường tròn. Chứng minh rằng $MT^2 = MA.MB$.

Lời giải.



Xét ΔMTA và ΔMBT có:

$\widehat{M}$ chung.

$\widehat{MTA} = \widehat{MBT}$.

Suy ra $\Delta MTA \backsim \Delta MBT$.

$\Rightarrow \dfrac{MT}{MA} = \dfrac{MB}{MT} \Rightarrow MT^2 = MA.MB.$

Từ kết quả của bài toán trên ta có các tính chất sau:

Tính chất 1. Cho đường tròn (O) và một điểm M cố định nằm ngoài đường tròn. Qua M kẻ hai đường thẳng, đường thẳng thứ nhất cắt (O) tại A và B, đường thẳng thứ hai cắt (O) tại C và D. Khi đó MA.MB = MC.MD.

Tính chất 2. Cho đường tròn (O), lấy điểm M nằm ngoài (O) và lấy điểm T nằm trên đường tròn đó. Qua M kẻ đường thẳng cắt (O) tại A, B. Nếu $MT^2 = MA.MB$ thì MT là tiếp tuyến của đường tròn (O).

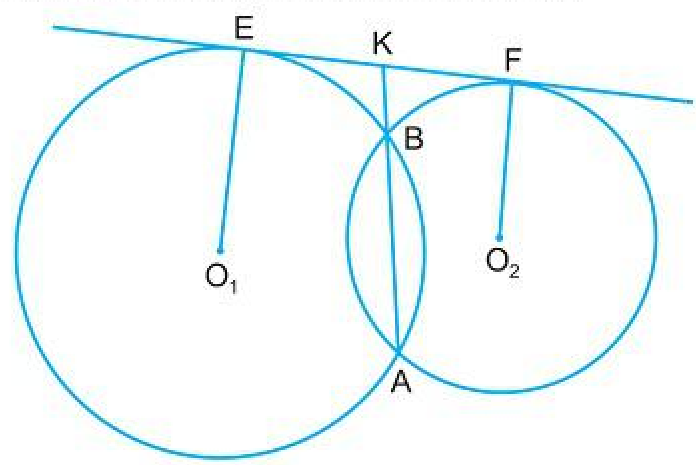
Tính chất 3. Nếu hai cạnh bên AB và CD của tứ giác ABCD cắt nhau tại M thỏa mãn MA.MB = MC.MD thì ABCD là tứ giác nội tiếp.

(Bạn đọc tự chứng minh các tính chất trên)

B. Một số bài toán minh họa

Bài toán 1. Cho hai đường tròn (O_1) và (O_2) cắt nhau tại A và B. Tiếp tuyến chung của hai đường tròn (O_1) và (O_2) về phía nửa mặt phẳng bờ O_1O_2 chứa điểm B có tiếp điểm thứ tự là E và F. Chứng minh rằng đường thẳng AB đi qua trung điểm của EF.

Lời giải. Gọi K là giao điểm của AB và EF.



Ta có KE là tiếp tuyến và KAB là cát tuyến của (O_1).

Theo kết quả của *bài toán gốc*, ta có

$KE^2 = KA.KB$. (1)

Ta có KF là tiếp tuyến và KAB là cát tuyến của (O_2).

Theo kết quả của *bài toán gốc*, ta có

$KF^2 = KA.KB$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra KE = KF.

Vậy AB đi qua trung điểm của EF.

(Kì sau đăng tiếp)

Đo trí thông minh

Kì này SỐ NÀO KHÔNG PHÙ HỢP?

Bài 1. Số nào trong các số sau không phù hợp?
475; 167; 299; 158; 343; 442.

Bài 2. Điền vào chỗ trống cho hợp lôgic.

3	4	6	8	12	?
-1	0	3	8	15	?

TẠ THẬP

Kết quả TÌM SỐ CÒN THIẾU (TTT2 số 168 + 169)

Quy luật. Bài 1. Ta có 4 hình vuông xung quanh và một hình vuông ở giữa. Mỗi số thuộc phần giao của hình vuông giữa và một hình vuông xung quanh bằng trung bình cộng của ba số còn lại trong hình vuông xung quanh tương ứng.
Vậy số còn thiếu (?) là $(6 + 5 + 1) : 3 = 4$.

Bài 2. Xét dãy số 1, 3, 5, 17, 87, 1481, ...
Ta thấy kể từ số hạng thứ ba, mỗi số hạng bằng tích hai số hạng liền trước cộng thêm 2.
Vậy số tiếp theo cần tìm là $87 . 1481 + 2 = 128849$.

Nhận xét. Cả hai bài kì này đều dễ, rất nhiều bạn tham gia gửi bài và đều tìm ra kết quả đúng. Xin trao thưởng cho các bạn nêu quy luật chính xác, ngắn gọn: *Nguyễn Công Hải, Nguyễn Công Hùng, 7A3, THCS Lâm Thao,* Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Dương Bích Thủy*, 7A, THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Thị Thùy Linh*, 9A2, THCS Lê Danh Phương, Hưng Hà, **Thái Bình**; *Võ Phạm Tuấn Nam*, 8G, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**.

Các bạn sau được tuyên dương: *Nguyễn Anh Tú*, 8A1, THCS CLC Mai Sơn, Mai Sơn, **Sơn La**; *Phạm Hương Giang*, 6D, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì; *Nguyễn Thanh Sơn, Nguyễn Phạm Thanh Nga*, 6A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Lương Gia Nghiêm*, 7C, THCS Lê Văn Thịnh, Gia Bình, **Bắc Ninh**; *Nguyễn Quốc Trung*, 8C9, THCS Chu Văn An, Ngô Quyền, **Hải Phòng**; Vương Thị Thùy Trang, 6D, *Trần Xuân Bách*, 7A, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh; *Nguyễn Hoàng Tuấn*, 6A, THCS Hồ Xuân Hương, Quỳnh Lưu, **Nghệ An**; *Trần Lê Khánh Huyền*, 7A, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**.

NGUYỄN XUÂN BÌNH

Kết quả giải toán qua thư

(Tiếp theo trang 18)

Cao Mai Sơn, Mai Sơn, **Sơn La**. *Trần Kiều Mai Anh, Phạm Thanh Dũng, Thiều Ngọc Tuấn, Lê Ngọc Hoa, Lê Văn Hải, Bùi Tuấn Anh, Trần Hồng Quý, Nguyễn Đức Sáng*, 9E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Phạm An Khánh*, 9A2, THCS Giảng Võ, **Hà Nội**; *Võ Thị Bảo Anh*, 9A1, THCS Nghi Hương, Cửa Lò, **Nghệ An**; *Nguyễn Tiến Dũng, Dương Quỳnh Anh*, 9A3, THCS Trần Đăng Ninh, TP. Nam Định, **Nam Định**; *Diêm Đăng Hoàng, Nguyễn Trung Thế, Phan Quang Huy*, 9A1, THCS Chất lượng cao Mai Sơn, Mai Sơn, **Sơn La**.

NGUYỄN MINH HÀ

ĐƯỢC THƯỞNG KÌ NÀY Thi giải toán qua thư

Nguyễn Tuấn Dương, 6A5; *Nguyễn Quốc Trung*, 8C9, THCS Chu Văn An, Ngô Quyền, **Hải Phòng**; *Võ Thị Bảo Anh*, 9A1, THCS Nghi Hương, Cửa Lò, **Nghệ An**; *Tập thể lớp 7G*, THCS Phan Huy Chú, Thạch Hà, **Hà Tĩnh**; *Nguyễn Huỳnh Ngọc Anh*, 6A, THCS Nguyễn Chí Thanh, Đông Hòa, **Phú Yên**; *Lương Tùng Lâm*, 7H, THCS Văn Lang, Việt Trì; **Phú Thọ**; *Lê Ngọc Hoa, Trần Hồng Quý*, 9E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Thu Hiền*, 7A3, THCS Thị trấn Kỳ Sơn, Kỳ Sơn, **Hòa Bình**; *Nguyễn Thị Thùy Linh*, 9A2, THCS Lê Danh Phương, Hưng Hà, **Thái Bình**; *Đinh Vũ Tùng Lâm*, 8A2, THCS Cầu Giấy, Cầu Giấy, **Hà Nội**; *Nguyễn Võ Thuấn*, 9A1, THCS Thị Trấn Tam Bình, Tam Bình, **Vĩnh Long**; *Nguyễn Quốc Cường*, 8A7, THCS Thốt Nốt, Thốt Nốt, **Cần Thơ**; *Nguyễn Tiến Dũng*, 9A3, THCS Trần Đăng Ninh, TP. Nam Định, **Nam Định**; *Diêm Đăng Hoàng, Nguyễn Trung Thế, Phan Quang Huy*, 9A1, THCS Chất lượng cao Mai Sơn, Mai Sơn, **Sơn La**.

CỬA SỔ AC

TỪ VIỆT NAM RA THẾ GIỚI

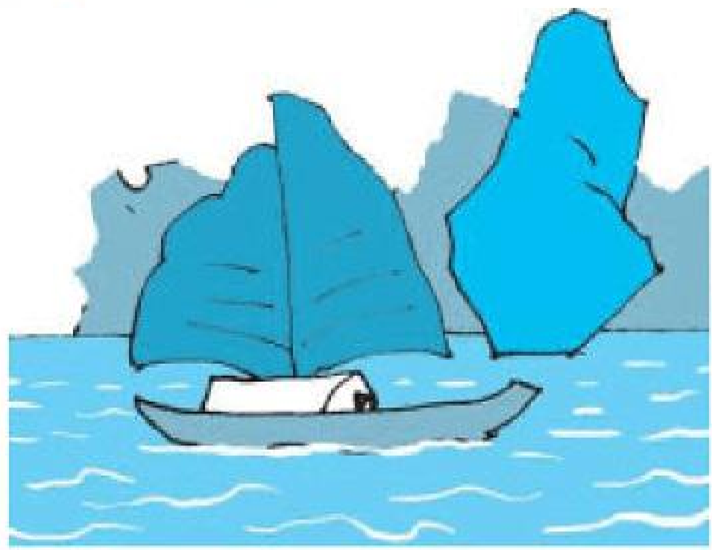
AC là từ viết tắt của Cộng đồng ASEAN bằng Tiếng Anh (ASEAN Community). Cộng đồng ASEAN thành lập chính thức từ 31.12.2015. Năm 2016 này tạp chí Toán Tuổi thơ mở chuyên mục cửa sổ AC để bạn đọc hiểu hơn về vùng đất, con người rộng lớn của 10 quốc gia với 625 triệu dân.

Việt Nam đã có 9 khu dự trữ sinh quyển thế giới (KDTSQTG) (xếp theo thứ tự thời gian công nhận):

- KDTSQTG rừng ngập mặn Cần Giờ, TP. HCM
- KDTSQTG Xuân Thủy, Giao Thủy, Nam Định
- KDTSQTG Cát Bà, Hải Phòng
- KDTSQTG ven biển và đảo Kiên Giang
- KDTSQTG miền tây Nghệ An
- KDTSQTG Mũi Cà Mau
- KDTSQTG Đồng Nai
- KDTSQTG Langbian, Lâm Đồng

Việt Nam đã có 8 di tích di sản thế giới (văn hóa, thiên nhiên):

- Vịnh Hạ Long
- Vườn Quốc gia Phong Nha - Kẻ Bàng
- Quần thể di tích Cố đô Huế
- Phố cổ Hội An
- Thánh địa Mỹ Sơn
- Hoàng thành Thăng Long
- Thành bằng đá ở Vĩnh Lộc, Thanh Hóa
- Danh thắng Tràng An, Ninh Bình



Việt Nam đã có 11 di sản văn hóa phi vật thể thế giới:

- Nhã nhạc cung đình Huế
- Không gian văn hóa cồng chiêng Tây Nguyên
- Dân ca Quan họ (Bắc Ninh, Bắc Giang)
- Ca trù
- Hội Gióng tại đền Sóc và đền Phù Đổng, Hà Nội
- Hát xoan Phú Thọ
- Tín ngưỡng thờ cúng Hùng Vương
- Đờn ca tài tử Nam Bộ
- Dân ca ví, giặm
- Nghi lễ kéo co (cùng một vài nước Đông Nam Á)
- Thực hành tín ngưỡng thờ Mẫu Tam phủ của người Việt mà Nam Định là trung tâm.

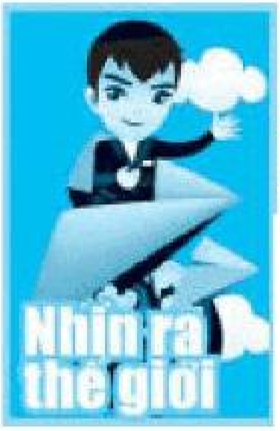
Việt Nam còn có 2 di sản tư liệu thế giới:

- Châu bản triều Nguyễn
- Bia tiến sĩ Văn Miếu, Thăng Long

Việt Nam có một công viên địa chất toàn cầu:

- Cao nguyên đá Đồng Văn, Hà Giang

BNH



lời giải

ĐỀ THI TOÁN VÀ KHOA HỌC QUỐC TẾ IMSO NĂM 2015

(Đề đăng trên TTT2 số 170)

TRỊNH HOÀI DƯƠNG *(GV. THCS Giảng Võ, Ba Đình, Hà Nội Sưu tầm và giới thiệu)*

MAI VŨ *(dịch)*

1. Theo đề bài thì số thứ nhất của dòng thứ nhất là ước của 125 và nhỏ hơn 125. Do đó, nó có thể là 1, 5, 25.

- Giả sử, số đầu tiên của dòng thứ nhất là 1. Khi đó tổng của số thứ hai và số thứ ba trong dòng thứ hai là 124. Như vậy, số thứ hai trong dòng thứ nhất là ước của 124 và nhỏ hơn 124. Ta có các bảng sau:

1	1	123
1	1	123

1	2	61
1	2	122

1	4	30
1	4	120

1	31	3
1	31	93

1	62	1
1	62	62

- Giả sử số đầu tiên của dòng thứ nhất là 5. Khi đó tổng của số thứ hai và số thứ ba trong dòng thứ hai là 120. Số thứ hai trong dòng thứ nhất là ước của 24 (120 : 5 = 24) và nhỏ hơn 24. Ta có bảng sau:

5	1	23
5	5	115

5	2	11
5	10	110

5	3	7
5	15	105

5	4	5
5	20	100

5	6	3
5	30	90

5	8	2
5	40	80

5	12	1
5	60	60

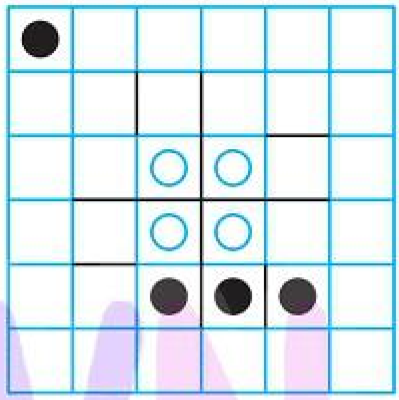
- Giả sử số đầu tiên của dòng thứ nhất là 25. Khi đó tổng số thứ hai và số thứ ba trong dòng thứ hai là 100. Số thứ hai của dòng thứ nhất là ước của 4 (100 : 25 = 4) và nhỏ hơn 4. Ta có bảng sau:

25	1	3
25	25	75

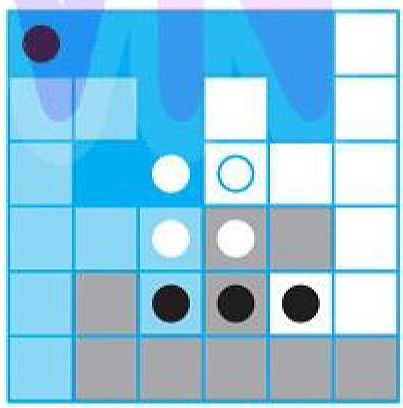
25	2	1
25	50	50

Như vậy tổng của ba số trong dòng thứ nhất có thể là 14, 15, 18, 28, 29, 35, 64 hoặc 125.

2. Đầu tiên ta vẽ các đoạn thẳng chia các phần để tách riêng các hình tròn cùng loại. Dự định, gấp bàn cờ thành 4 phần đối xứng nhau. Từ đó ta cũng vẽ được các đoạn thẳng bằng việc xoay bàn cờ theo 4 hướng (xem hình A). Từ đó ta có lời giải (xem hình B).



Hình A



Hình B

3. Xét tích các tuổi, từ giả thiết suy ra tuổi của mỗi bạn đó không thể là 1 số nguyên tố có 2 chữ số. Do đó, tích các số tuổi đó chỉ chứa các số nguyên tố 2, 3, đúng 1 số 7 và tối đa là 1 số 5.

Vì có bạn nam 14 tuổi nên có một bạn nữ 7 tuổi.

Xét các trường hợp sau:

TH1. Bạn nam lớn nhất 18 tuổi.

Nếu có một bạn nữ 9 tuổi thì tuổi của bạn nữ còn lại phải gấp 4 lần tuổi của bạn nam nhỏ nhất. Xét các cặp số 16 và 4; 8 và 2; 4 và 1 đều không thỏa mãn tổng tuổi nam và nữ bằng nhau. Nếu tuổi bạn nam nhỏ nhất là 1, thì tuổi hai bạn nữ là

3 và 12. Nếu bạn nam nhỏ nhất là 2 thì tuổi hai bạn nữ là 6 và 12. Trường hợp còn lại, nếu tuổi bạn nam nhỏ nhất là 5, khi đó tuổi 2 bạn nữ còn lại là 12 và 15. Tuy nhiên, tổng tuổi nam và nữ không bằng nhau.

TH2. Tuổi bạn nam lớn nhất là 16.

Một trong hai bạn nữ có thể là 8 và bạn nữ còn lại hoặc là 4 hoặc là 12. Khi đó bạn nam nhỏ tuổi nhất là 1 hoặc 3. Lúc đó tổng tuổi nam và nữ này không bằng nhau.

TH3. Tuổi bạn nam lớn nhất là 15.

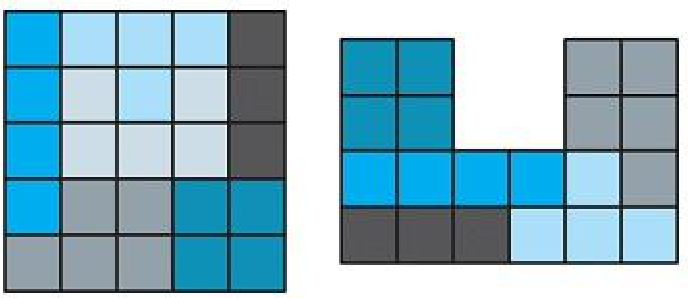
Một trong hai bạn nữ có tuổi là 5 hoặc là 10. Giả sử một bạn nữ 5 tuổi. Khi đó bạn nữ còn lại có tuổi là 6, 12, hoặc 18. Do đó tuổi của bạn nam nhỏ nhất là tương ứng là 1, 2, hoặc 3. Tuy nhiên tổng tuổi nam và nữ này không bằng nhau. Do vậy một trong hai bạn nữ phải có tuổi là 10 và bạn nữ còn lại có tuổi là 3, 6, 9, 12 hoặc 18. Từ đó tuổi của bạn nam nhỏ tuổi nhất tương ứng là 1, 2, 3, 4 hoặc 6. Chỉ có một trường hợp duy nhất thỏa mãn tổng bằng nhau là:

$15 + 14 + 16 = 35 = 18 + 10 + 7.$

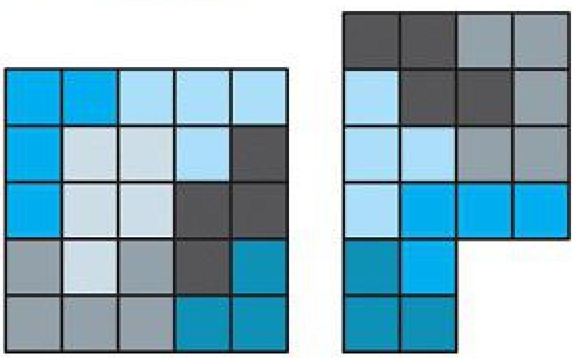
Vậy bạn nữ lớn tuổi thứ hai là 10 tuổi.

4. Lời giải như sau:

a)



b)



(Tiếp theo trang 2)

PHÂN SỐ ...

Thầy: Bài toán viết phân số $\frac{a}{b}$ (a, b là các số tự nhiên và $0 < a < b$) thành tổng các phân số khác nhau có tử số đều bằng 1 luôn luôn hấp dẫn những người yêu toán. Năm 1880, nhà số học người Anh là Sin-ve-xtơ (Sylvestes) (1814 - 1897) đã chứng tỏ rằng mọi phân số tối giản $\frac{a}{b}$ (a, b là các số tự nhiên thỏa mãn $0 < a < b$ và $(a, b) = 1$) đều có thể viết dưới dạng tổng các phân số Ai Cập (phân số có dạng $\frac{1}{a}$, với a là số tự nhiên khác 0) và đưa ra công thức tính như sau: $\frac{a}{b} = \frac{1}{x+1} + \frac{a(x+1)-b}{b(x+1)}$, trong đó x là số nguyên lớn nhất sao cho $ax \le b$. Nếu phân số thứ hai có tử số lớn hơn 1 thì áp dụng tiếp công thức đó.

Khi a = 1 ta có cách giải ở bài toán 1; 2.

Các em hãy áp dụng công thức đã cho để làm bài toán 4 nhé.

Học sinh háo hức áp dụng công thức để làm và cho kết quả như sau:

$$\frac{5}{121} = \frac{1}{25} + \frac{1}{757} + \frac{1}{763309} + \frac{1}{873960180913} + \frac{1}{1747920361825.873960180913}.$$

Thầy: Các em đã tìm ra được kết quả đúng của bài toán nhưng thật vất vả phải không? Ngoài cách viết như các em vừa tìm ra, bài toán này còn có nhiều cách viết khác nữa đấy.

Năm 1969, nhà số học Playter trong cuốn sách "Dạo chơi trong thế giới số học" đã đưa ra cách viết như sau: $\frac{5}{121} = \frac{1}{25} + \frac{1}{759} + \frac{1}{208725}$.

Năm 1983, một sinh viên Đại học Trung Quốc đã tìm ra được $\frac{5}{121} = \frac{1}{33} + \frac{1}{91} + \frac{1}{1089}$.

Sau đó có người tìm thêm một vài viết cách khác, các em hãy tự tìm hiểu thêm nhé!

Buổi sinh hoạt đến đây là kết thúc. Thầy tạm biệt các em, hẹn gặp lại trong những buổi sinh hoạt tiếp theo với những chủ đề hấp dẫn hơn.

LÀM QUEN VỚI THI TRẮC NGHIỆM

NGUYỄN THỊ BÍNH

(Hà Nội)

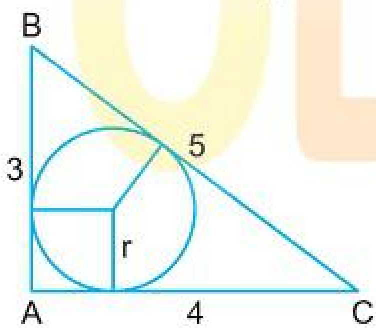
(Tiếp theo TTT2 số 168+169)

B. Phần Hình học

Dạng 1. Vị trí tương đối giữa đường thẳng và đường tròn

Câu 1. Cho tam giác ABC với các cạnh 3 cm, 4 cm, 5 cm. Một đường tròn nội tiếp tam giác ABC như hình vẽ. Diện tích hình tròn, tính bằng cm^2 là

(A) 1 (B) 2 (C) π (D) $\frac{3\pi}{2}$ (E) 2π



Lời giải. Chọn đáp án (C)

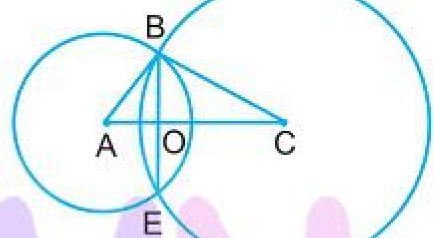
Dễ thấy ΔABC là tam giác vuông. Diện tích ΔABC là $\frac{3.4}{2} = 6$. Nếu bán kính đường tròn là r, khi đó ta có $\frac{1}{2}r(3+4+5) = 6 \Rightarrow r = 1$.

Vậy diện tích hình tròn là $\pi r^2 = \pi$.

Dạng 2. Vị trí tương đối của hai đường tròn

Câu 1. Độ dài dây cung chung của hai đường tròn cắt nhau là 16 cm. Nếu bán kính mỗi đường tròn là 10 cm và 17 cm thì giá trị có thể của khoảng cách (tính bằng cm) giữa hai tâm của hai đường tròn là

(A) 27 (B) 21 (C) $\sqrt{389}$
(D) 15 (E) 11



Lời giải. Chọn đáp án (B)

Vì AC là trung trực của BE nên BO = 8 cm.

Áp dụng định lí Pythagoras vào các tam giác vuông ABO và BOC ta tính được AO = 6 cm, OC = 15 cm.

Suy ra AC = 21 cm.

Giáo viên lưu ý cho học sinh đây là một giá trị có thể (theo hình vẽ), còn một trường hợp nữa là A và C nằm một phía đối với BE thì kết quả là

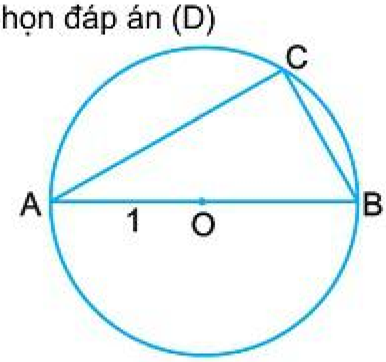
AC = OC − AO = 15 − 6 = 9 cm.

Dạng 3. Góc nội tiếp

Câu 1. AB là đường kính của một đường tròn tâm O và C là một điểm trên đường tròn sao cho OA = OB = BC = 1. Độ dài của AC là

(A) $\sqrt{5}$ (B) 1 (C) $\frac{3}{2}$ (D) $\sqrt{3}$ (E) $\frac{\pi}{2}$

Lời giải. Chọn đáp án (D)



Ta có $\widehat{ACB} = 90^o$, theo định lí Pythagoras ta có

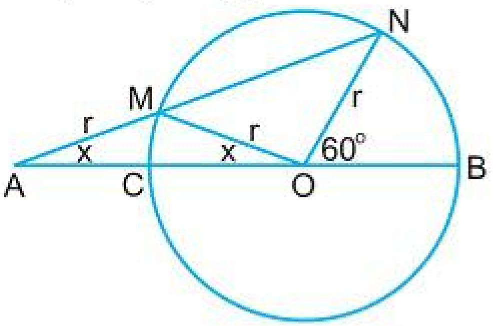
$AC = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}.$

Dạng 4. Góc có đỉnh ở bên ngoài đường tròn

Câu 1. Trên hình vẽ AB là một đường thẳng đi qua tâm O của một đường tròn bán kính r (cm). Cát tuyến AMN được vẽ sao cho AM = r (cm). Nếu $\widehat{NOB} = 60^o$ thì $\widehat{OAM}$ là

(A) 10^o (B) 15^o (C) 30^o (D) 25^o (E) 20^o

Lời giải. Chọn đáp án (E)



Gọi $\widehat{OAM} = x$, ΔAMO cân suy ra $\widehat{AOM} = x$.

Do đó sđ$\widehat{MC} = x$.

Vì $\widehat{NOB} = 60^o$ nên sđ$\widehat{NB} = 60^o$.

$$x = \frac{sđ\widehat{NB} - sđ\widehat{MC}}{2} = \frac{60^o - x}{2}.$$

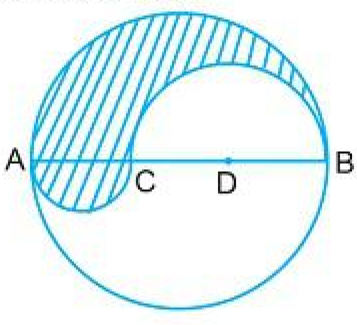
$$\Rightarrow 2x = 60^o - x \Rightarrow x = 20^o.$$

Dạng 5. Chu vi đường tròn, diện tích hình tròn

Câu 1. Cho AB là đường kính của một đường tròn bán kính R. Các độ dài AC, CD, DB bằng nhau, các nửa đường tròn được vẽ trên AC và CB tạo thành hình có gạch chéo như hình vẽ. Chu vi của hình gạch chéo này là:

(A) $2\pi R$ (B) $\frac{4\pi R}{3}$ (C) $\frac{5\pi R}{3}$ (D) $\frac{3\pi R}{2}$ (E) $\frac{31\pi R}{18}$.

Lời giải. Chọn đáp án (A)



Bán kính của 2 đường tròn nhỏ là $\frac{R}{3}$ và $\frac{2R}{3}$.

Chu vi của hình gạch chéo là

$$\pi\left(R + \frac{R}{3} + \frac{2R}{3}\right) = \pi.2R = 2\pi R.$$

Cần cho HS thấy đường kính gấp 3 lần thì bán kính cũng gấp 3 lần, để HS nhanh chóng tìm ra bán kính của 2 đường tròn nhỏ chỉ dựa vào hình vẽ mà không cần tính toán.

Câu 2. Một hình tròn có chu vi là p (cm). Diện tích của nó tính bằng cm^2 là

(A) $\frac{p^2}{4\pi}$ (B) $\frac{p^2}{4}$ (C) πp^2 (D) $2\pi p$ (E) $\frac{2\pi}{p}$.

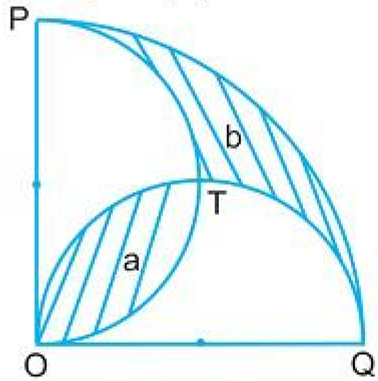
Lời giải. Chọn đáp án (A)

Ta có $C = 2\pi R = p \Rightarrow R = \frac{p}{2\pi} \Rightarrow S = \pi R^2 = \pi.\frac{p^2}{4\pi}.$

Câu 3. Cho góc vuông $\widehat{POQ}$ và cung $\widehat{PQ}$. Các nửa đường tròn đường kính OP và OQ cắt nhau tại T. Diện tích a và b được gạch chéo như hình vẽ. Khi đó $\frac{a}{b}$ bằng

(A) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{\pi}{4}$ (D) 1 (E) $\frac{\pi}{3}$.

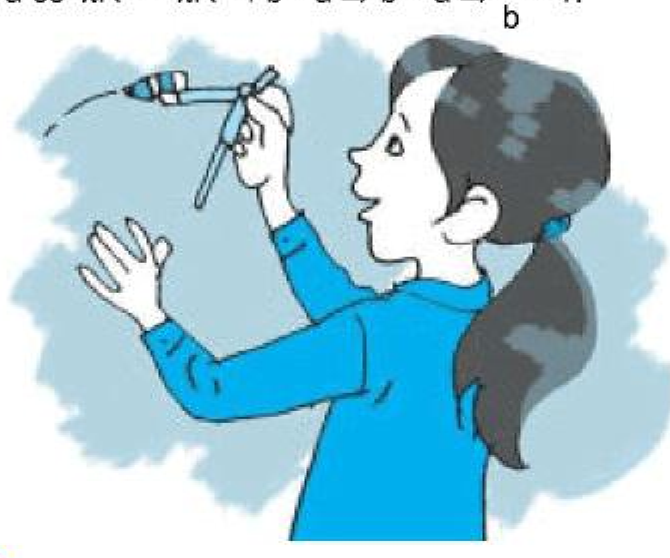
Lời giải. Chọn đáp án (D)



Gọi OP = 2R. Diện tích hình quạt OPQ là $\frac{1}{4}\pi(2R)^2 = \pi R^2$.

Diện tích 2 nửa đường tròn đường kính OP và OQ đều là πR^2.

Ta có $\pi R^2 = \pi R^2 + b - a \Rightarrow b = a \Rightarrow \frac{a}{b} = 1.$



Chiếc nhẫn kỉ vật

KHỔNG HỒNG PHÚC
(6D, THCS Văn Lang, Việt Trì, Phú Thọ)

Chiều nay, thám tử Sêlốccôc quyết định ở nhà cùng vợ dọn dẹp nhà cửa vì mấy ngày nữa vợ chồng ông sẽ mời họ hàng đến liên hoan. Đang lúi húi lau tủ sách, thám tử bỗng nghe tiếng chuông cửa. Ồ, thì ra là ông Hưng, bạn học thời phổ thông của thám tử.

- May quá gặp được ông bạn! - ông Hưng gần như reo lên khi thấy thám tử ra mở cửa.
- Mời ông vào! Vui quá!

Sau ít phút chuyện trò rôm rả, thám tử chợt nhận thấy hình như bạn mình đang có điều gì ưu phiền. Ông lựa lời hỏi han thì được biết ông Hưng vừa bị mất một kỉ vật vô cùng quý giá. Đó là chiếc nhẫn cưới mà vợ chồng ông đã trao cho nhau cách đây mấy chục năm. Nay vợ ông đã mất, ông không rời chiếc nhẫn bất cứ lúc nào.

Ông Hưng buồn rầu kể:

- Tối qua trước khi đi ngủ tôi tháo nhẫn ra lau rồi lơ đễnh để quên trên mặt bàn trong phòng tắm. Sáng nay tỉnh dậy, sực nhớ ra thì chẳng thấy đâu nữa rồi.
- Trong nhà ông có những ai? Ông đã hỏi chưa?
- Có bà giúp việc, đứa cháu con cô em và em gái của bà giúp việc vừa đến ở nhờ tạm mấy hôm. Tôi chỉ mới hỏi bà giúp việc xem có cất hộ không nhưng bà ấy bảo là không. Mà tôi ngại làm to chuyện lắm. Tôi giờ sống một mình, con ở xa, chỉ biết bầu bạn với bà giúp việc và đứa cháu thôi.
- Tôi hiểu...Nhưng vẫn phải tìm ra kẻ gian để cảnh giác chứ ông bạn. Ta cùng về nhà ông luôn nhé.

Về tới nhà ông Hưng, thám tử bắt đầu hỏi chuyện từng người. Đầu tiên thám tử gọi bà Liên, em gái bà giúp việc. Phải chờ đến hơn 5 phút câu chuyện mới bắt đầu được vì bà Liên lên cơn ho rũ rượi.

- Bà bị ốm ư? Bà đã đi khám chưa? Bệnh gì vậy?
- Tôi bị hen từ bé. Bây giờ cứ thời tiết thay đổi là hay khó thở và ho.
- Bà có thể cho tôi biết tối qua và sáng sớm nay, bà đã làm gì, ở đâu không?

- Tôi ở lì trong phòng chị tôi để đan khăn len. Tôi đang cố đan cho xong mà.

- Bà ở tạm đây vài ngày mà cũng đem theo len ư?

- Không. Đến đây, thấy chị tôi đan mãi chưa xong nên tôi đan giúp thôi.

Tiếp theo, thám tử hỏi bà giúp việc. Bà kể:

- Tối qua tôi dọn dẹp, giặt giũ rồi xem TV ở phòng khách. Sau đó tôi ngủ luôn trên ghế sô pha. Từ sáng đến giờ tôi chợ búa, cơm nước, còn chưa lên tới phòng mình trên gác.

- Sao bà lại ngủ ở sô pha?

- Tôi nhường phòng cho em gái tôi mấy hôm. Từ hôm cô ấy đến ở nhờ, tôi toàn ngủ trên ghế phòng khách thôi.

- Bà có dọn dẹp phòng ông Hưng không?

- Không. Tôi chỉ dọn dẹp bếp và phòng khách thôi. Phòng ông Hưng luôn gọn sạch nên mỗi tuần tôi chỉ dọn 1 lần.

Cuối cùng là cô Hoa, cháu ông Hưng. Cô nói:

- Tối qua cháu đi xem phim về muộn. Về nhà là cháu lên phòng luôn vì phải trả lời mấy email quan trọng.

Sau đó, thám tử Sêlôccôc nói nhỏ với ông Hưng:

- Tôi chưa dám kết luận chắc chắn, nhưng đã tìm ra người đáng nghi rồi. Ông hãy nói chuyện thẳng thắn với người đó, rất có thể sẽ tìm lại được chiếc nhẫn đấy.

Ông Hưng chưa đoán được ai là người thám tử Sêlôccôc nghi ngờ. Các thám tử Tuổi Hồng hãy giúp nhé!

Kết quả (TTT2 số 168+169)

THẾ CỜ (Kì 88)

1.♕xh7+ ♘xh7 2.g4#

Các bạn được thưởng kì này: *Nguyễn Hoàng Minh*, 6B, THCS Đặng Thai Mai, Vinh, **Nghệ An**; *Lương Gia Nghiêm*, 7C, THCS Lê Văn Thịnh, Gia Bình, **Bắc Ninh**; *Phan Nữ Vi Thảo*, 8B, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Nguyễn Hữu Phúc*, 6A, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, *Đào Ngọc Hải Đăng*, 8A, THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên, **Vĩnh Phúc**.

LÊ THANH TÚ

Kết quả (TTT số 168+169)

Chuyện ở nhà bà hàng xóm cũ

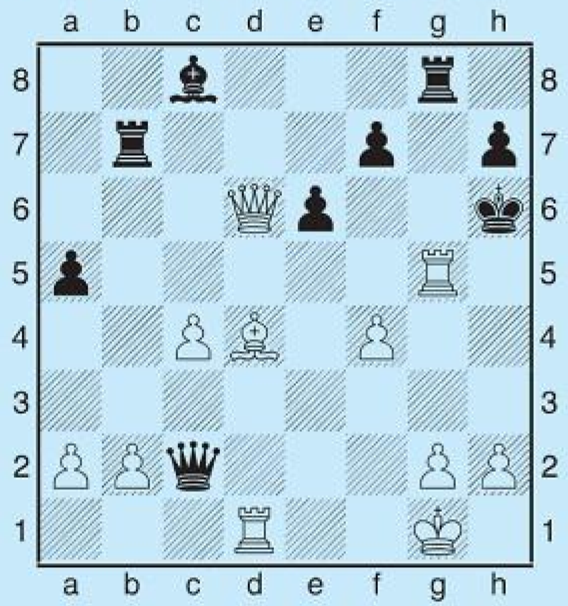
Chẳng biết có phải các bạn đều đã đọc (hoặc xem phim) "Tôi thấy hoa vàng trên cỏ xanh" không mà bạn nào cũng trả lời đúng: Mận không phải là con gái ông Tám Tàng. Thám tử Sêlôccôc đã nghi ngờ Minh khi cậu ta nói như thế.

Phần thưởng kì này sẽ được gửi tới: *Nguyễn Quốc Việt*, 7B, THCS Hàn Thuyên, Lương Tài, **Bắc Ninh**; *Vũ Thu Hiền*, 6A, THCS Đào Sư Tích, TT. Cổ Lễ, Trực Ninh, **Nam Định**; *Vũ Duy Linh*, 7A6, THCS Hồng Bàng, Hồng Bàng, **Hải Phòng**; *Cao Bá Hướng*, 7A, THCS Cao Xuân Huy, Diễn Châu, **Nghệ An**; *Phan Quỳnh Điệp*, 6C, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**.

Thám tử Sêlôccôc

THẾ CỜ (Kì 90)

Trắng đi trước chiếu hết sau 2 nước.



LÊ THANH TÚ *(Đại kiện tướng Quốc tế)*

DẠY TOÁN SAO CHO HỌC SINH CÓ THỂ TỰ SUY NGHĨ

Ở đây xin nói về việc dạy toán trong khuôn khổ trường phổ thông. Điều không thể bàn cãi là dạy toán tức là phải dạy suy nghĩ.

Trước hết người thầy dạy toán không chỉ là nguồn thông tin mà còn phải cố gắng phát triển khả năng của học sinh vào việc sử dụng những thông tin này. Trong các khả năng thì sáng tạo và phê phán là những phẩm chất cần đặc biệt chú ý. Ở đây cần phải hiểu tư duy toán học thuần túy không phải chỉ là "hình thức". Nó không chỉ dựa trên một số tiên đề, định nghĩa, các chứng minh chặt chẽ mà còn gồm nhiều điều khác nữa. Như vậy bằng mọi cách phải dạy các em học sinh nghệ thuật chứng minh và không quên nghệ thuật phỏng đoán. Làm tốt điều đó chính là góp phần hình thành ở các em một cách tư duy có sáng tạo và biết phê phán. Xét cho cùng, đó chính là con đường tốt nhất để tiếp cận chân lí.

Dạy học là một nghệ thuật. Chẳng hạn ta cần trình bày cho lớp của mình cách chứng minh mà ta đã biết rất rõ. Chứng minh này đã quá quen thuộc nên không thể làm cho ta thích thú. Nhưng ta không thể để học sinh thấy như vậy. Nếu thầy giáo không thích thì lập tức học sinh sẽ chán. Hãy tỏ ra thích thú khi bắt tay vào chứng minh. Trong khi chứng minh cần tập trung sự chú ý của học sinh vào những ý hay. Đây là mấu chốt để giúp hình thành ở các em niềm say mê học toán, gieo mầm sáng tạo. Sau khi kết thúc các chứng minh khó này hãy tỏ ra ngạc nhiên để truyền cho học sinh tinh thần sảng khoái của mình.

Giống như người nghệ sĩ chơi một bản nhạc không phải một, hai, ba mà là nhiều lần. Người giáo viên cũng phải nói về một vấn đề nhiều lần. Giọng điệu cũng không thể cứ lặp lại như cũ, dễ gây nhàm chán cho chính người dạy. Như vậy làm sao người nghe có thể hào hứng được. Cần phải làm là lần thứ hai lặp lại với sự thay đổi nhỏ, lần thứ ba thêm cách nói mới, câu mới cho bài giảng tươi, sáng hơn. Lúc kết thúc lại có thể quay về mệnh đề phát biểu đơn giản ban đầu.

Đồng thời dạy toán lại cần có những mẹo nhỏ. Mỗi thầy giáo giỏi đều có phương pháp riêng và không thầy nào giống thầy nào. Mỗi phương pháp có hiệu quả nhất định với từng kiểu vấn đề trình bày. Trước hết cần chú ý đến quá trình học tập. Có thể nói dạy học có 3 nguyên lí cần chú ý là học tập tích cực, kích thích học sinh học tập, các giai đoạn kế tiếp nhau để tạo nên hiệu quả.

- Học tập tích cực: Những điều mà thầy giáo nói ở lớp là quan trọng nhưng điều mà học sinh **tự nghĩ** còn quan trọng hơn nhiều lần. Nên tạo cho học sinh khả năng tham gia vào quá trình thiết lập lời giải cho bài toán. Nâng lên một bước là tạo cho học sinh khả năng xây dựng đề toán mới, tìm điều kiện hợp lí hay chưa hợp lí của các đề toán. Như vậy sẽ kích thích học sinh làm việc tích cực và phát triển các tư chất của sáng tạo mà ta mong muốn.
- Kích thích học sinh học tập: Thầy giáo cần coi mình như người muốn trao cho học sinh một hàng hóa đặc biệt là kiến thức toán học. Có thể lúc đầu các em chưa thích toán. Thế giới này có rất nhiều điều lí thú. Nhiệm vụ của người thầy là thông qua sự trong sáng và đẹp đẽ của vấn đề trình bày phải làm cho học sinh thích học toán. Bài toán phải sinh động không chỉ theo cách nhìn của thầy mà theo cách nhìn của học sinh. Muốn vậy nó cần gắn liền với kinh nghiệm hàng ngày của học sinh. Muốn kích thích học sinh tư duy sáng tạo thì cần phải cho họ những cơ sở nào đó để thấy rằng những cố gắng ấy không mất đi một cách vô ích.

Trước tiên, khi học sinh bắt tay vào công việc, hãy đề nghị họ đoán nhận kết quả. Đó là những giả thuyết. Từ đó uy tín và lòng tự trọng của tuổi trẻ sẽ làm cho học sinh nóng lòng muốn biết sự đoán nhận của mình có đúng hay không? Họ sẽ thích bài toán và công việc đang làm hơn, không buồn ngủ hay chú ý vào những điểm khác.

- Các giai đoạn kế tiếp nhau: Nhược điểm của sách giáo khoa là chỉ gồm những bài tập mẫu.

Những ví dụ đường mòn đó là cần thiết. Tuy nhiên nó thiếu hai giai đoạn quan trọng của việc học tập: giai đoạn nghiên cứu và giai đoạn tiếp thu. Thỉnh thoảng cần cho học sinh những bài toán sâu sắc hơn, bao quát hơn phục vụ cho việc phát triển khả năng tư duy sáng tạo và mở rộng tầm nhìn cho học sinh.

Để thực hiện ba nguyên lí trên người thầy cần chuẩn bị những gì? Việc tự làm chủ một môn học nào đó được hình thành từ việc tích lũy được nhiều kiến thức và những kĩ năng có được. Các kĩ năng đó không thể có được nếu không có cá tính độc lập trong suy nghĩ, suy nghĩ độc đáo và sáng tạo. Ai cũng biết rằng kĩ năng vận dụng sáng tạo trong toán là quan trọng. Tuy nhiên ta chưa yêu cầu những điều tốt đẹp đó ở chính người thầy giáo toán. Nếu thầy giáo không học tập lao động sáng tạo thì làm sao có thể gây hứng thú, hướng dẫn học sinh tư duy sáng tạo. Người thầy giáo tiếp thu kiến thức toán học bằng phương pháp thụ động thì không thể thúc đẩy học sinh mình nghiên cứu tích cực môn học.

Có hay không một phương pháp chung giảng dạy toán học? Thật ra những điều mà thầy giáo cung cấp cho học sinh không thể tốt hơn những gì mà người đó có. Bởi vậy nói cho cùng, có bao nhiêu người thầy thì có bấy nhiêu phương pháp. Bởi vậy ở đây chỉ có thể gợi ý 10 điểm mà nhiều người đã theo.

1. Hãy thích môn mà mình dạy. Nếu thầy giáo thích toán thì mới có lớp học sinh thích toán.

2. Hiểu biết môn học của mình. Chỉ thích thú thì chưa đủ. Người thầy sẽ không thể trình bày cho người khác hiểu những điều mà mình chưa hiểu. Nhiệt tình chân thật, sự phong phú về thủ thuật, phương pháp cũng đều chưa đủ nếu thiếu kiến thức.

3. **Tự mình khám phá.** Đó là điều quan trọng nhất. Cần biết phương pháp nào có thể học được những gì cần cho bản thân. Trong quá trình tự học, nguyên lí học tập tích cực vẫn giữ vị trí trung tâm và hơn bao giờ hết tư duy sáng tạo và phê phán được phát huy cao độ.

4. Hiểu học sinh qua nét mặt của họ. Cố gắng để biết học sinh chờ đợi gì ở người thầy giáo, hiểu họ đang gặp khó khăn gì. Muốn vậy hãy đặt mình vào vị trí của người học. Từ thầy giáo, kiến thức cần phải đến học sinh. Bởi vậy thầy cần phân tích theo cách nhìn của học sinh, biết hỗ trợ học sinh lúc cần thiết.

5. Không dừng lại ở các thông tin đơn thuần. Cần đi xa hơn trong việc rèn luyện cho học sinh những thói quen nhất định, tư chất cần thiết của trí tuệ và thói quen làm việc có phương pháp. Bốn quy tắc trên như điều kiện cần và đủ của việc dạy học có kết quả. Quy tắc 5 như là hệ quả của 4 quy tắc trên. Trong toán học, kĩ năng là khả năng giải các bài toán, thực hiện các chứng minh, cũng như phân tích các phê phán các lời giải và chứng minh có được. Kĩ năng trong toán học còn quan trọng hơn kiến thức thuần túy. Chính tư duy sáng tạo, có óc phê phán cùng với kĩ năng sẽ tạo ra kiến thức, hình thành lời giải, hoàn thành các chứng minh.

6. Hãy dạy cho học sinh biết phán đoán. Trước tiên hãy **tự phán đoán** rồi sau đó hãy chứng minh. Sự phát minh thông thường cũng như vậy. Thầy giáo toán lại có ưu thế về điều này. Tuy nhiên chưa phải đã có nhiều người hiểu như thế.

7. Dạy cho học sinh biết chứng minh. Toán học là một nhà trường tốt của các suy luận có lí. Thầy giáo cần làm cho học sinh làm quen với các suy luận có chứng minh.

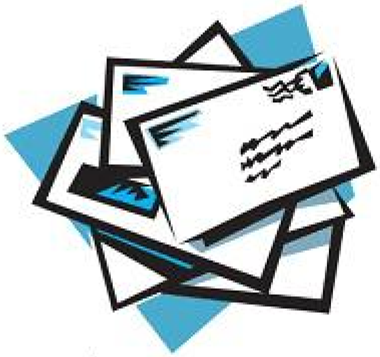
8. Rút ra bài học sau mỗi bài toán. Hãy tìm trong bài toán của bạn có những gì có thể có ích khi giải cách khác. Từ đó cố gắng tìm ra những phương pháp chung. Nhấn mạnh những điểm bổ ích của lời giải này. Ở đây cần phẩm chất của người nghệ sĩ.

9. Chớ tiết lộ bí mật từ đầu. Hãy để cho học sinh **tự tìm được** càng nhiều càng tốt. Trước hết hãy để học sinh phán đoán trước khi thầy giảng giải cho họ. Kiểu nói dễ làm người ta chán là nói hết tất cả.

10. Không bắt học sinh suy nghĩ như mình. Chỉ gợi ý học sinh để các em **tự phê phán** tự tìm ra chỗ làm sai. Qua đó học sinh sẽ học được kinh nghiệm qua thất bại.

Mười quy tắc trên cần vận dụng linh hoạt, phối hợp với nhau và tùy từng trường hợp mà chú trọng quy tắc nào.

MULER VŨ



Kết quả

Giải toán qua thư

Bài 1(168+169). Đặt $\begin{array}{c|c} c & d \\ \hline f & e \end{array}$ = ce – df, trong đó c, d, e, f là các số nguyên.

Vậy $\begin{array}{c|c} 2 & 3 \\ \hline 4 & 1 \end{array}$ có giá trị bằng bao nhiêu?

Lời giải. Ta có $\begin{array}{c|c} c & d \\ \hline f & e \end{array} = ce - df$.

Thay c = 2, d = 3, f = 4, e = 1, ta có

$\begin{array}{c|c} 2 & 3 \\ \hline 4 & 1 \end{array} = 2.1 - 3.4 = 2 - 12 = -10.$

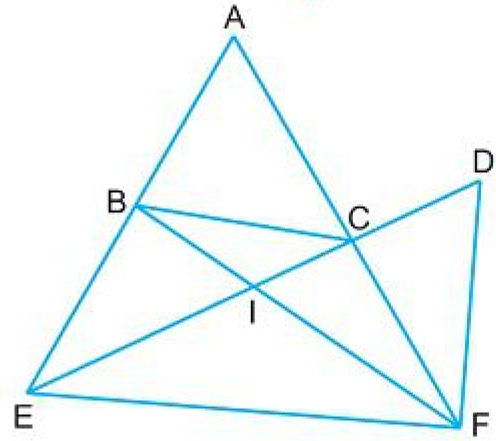
Nhận xét: Có nhiều bạn tham gia giải và giải đúng. Các bạn sau được khen kì này: *Nguyễn Tuấn Dương*, 6A5, THCS Chu Văn An, Ngô Quyền, **Hải Phòng**; *Nguyễn Thành Phi Long*, 7A, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Đặng Thị Thảo Vy, Bùi Thị Hà Linh, Trần Thị Khánh Linh, Nguyễn Trần Hà My, Mai Khánh Linh, Võ Công Duy, Thái Thị Uyên Chi, Nguyễn Chính Hải*, 7G, THCS Phan Huy Chú, Thạch Hà, **Hà Tĩnh**; *Nguyễn Huỳnh Ngọc Anh*, 6A, THCS Nguyễn Chí Thanh, Đông Hòa, **Phú Yên**; *Thử Đức Khải*, 6A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Nguyễn Hoàng Anh*, 6A1 trường THCS Hai Bà Trưng, TX. Phúc Yên, **Vĩnh Phúc**.

PHÙNG KIM DUNG

Bài 2(168+169). Cho tam giác ABC có $\widehat{BAC} = 60^o$. Trên tia đối của các tia BA và CA thứ tự lấy các điểm E và F sao cho BE = BC = CF. Gọi I là giao điểm của BF và CE. Tính số đo các góc của tam giác IEF.

Lời giải. Từ giả thiết $\widehat{BAC} = 60^o$, ta thấy $\widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 120^o$. Sử dụng tính chất góc ngoài của tam giác cân với các tam giác BCE và CBF ta có $2(\widehat{ICB} + \widehat{IBC}) = 120^o$.

Suy ra $\widehat{CIF} = 60^o$. Dựng tam giác đều IDF, khi đó $\widehat{CDF} = \widehat{BIE} = 60^o$. (1)



Mặt khác $\widehat{EBI} = \widehat{BAC} + \widehat{BFC} = 60^o + \widehat{BFC}$;

$\widehat{DCF} = \widehat{CIF} + \widehat{BFC} = 60^o + \widehat{BFC} = \widehat{EBI}$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{CFD} = \widehat{BEI}$. (3)

Từ (2) và (3) kết hợp với BE = CF, ta được $\Delta BIE = \Delta CDF$ (g.c.g).

Suy ra IE = DF = IF. Do đó ΔIEF cân tại I.

Vì $\widehat{EIF} = 120^o$ nên $\widehat{IEF} = \widehat{IFE} = 30^o$.

Nhận xét. Có nhiều bạn gửi bài đến tòa soạn và có lời giải đúng. Các bạn sau có lời giải tốt: *Nguyễn Công Hải, Nguyễn Minh Tiến, Trần Anh Tú, Nguyễn Sơn Tùng, Vũ Minh Khải, Nguyễn Mạnh Bình*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao; *Lương Tùng Lâm*, 7H, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, *Thạch Đức Tùng, Hoàng Khánh Linh*, 7A, THCS Cao Mại, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Nguyễn Cảnh Mạnh, Lê Văn Quang Trung, Lê Thùy Linh, Nguyễn Huy Hoàng*, 7B, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**; *Nguyễn Hưng Phát*, 7B, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**.

HỒ QUANG VINH

Bài 3(168+169). Cho a, b, c là các nghiệm của phương trình $x^3 - 3x + 1 = 0$. Tính $S = a^9 + b^9 + c^9$.

Lời giải. Vì a, b, c là các nghiệm của phương trình $x^3 - 3x + 1 = 0$ nên

$x^3 - 3x + 1 = (x - a)(x - b)(x - c)$

$\Leftrightarrow x^3 - 3x + 1$

$= x^3 - (a + b + c)x^2 + (ab + bc + ca)x - abc.$

Đồng nhất hệ số hai vế, ta được

$a+b+c=0,\ ab+bc+ca=-3,\ abc=-1.$

Vì a là nghiệm của phương trình đã cho nên $a^3-3a+1=0$. Do đó

$$a^9=(3a-1)^3=27a^3-27a^2+9a-1$$
$$=27(3a-1)-27a^2+9a-1$$
$$=-27a^2+90a-28.$$

Tương tự $b^9=-27b^2+90b-28$;

$c^9=-27c^2+90c-28$.

Suy ra

$$a^9+b^9+c^9=-27(a^2+b^2+c^2)+90(a+b+c)-84$$
$$=-27\left((a+b+c)^2-2(ab+bc+ca)\right)+90(a+b+c)-84$$

Thay $a+b+c=0$; $ab+bc+ca=-3$ và rút gọn, ta được $S=-246$.

Nhận xét. Chú ý rằng nếu x_1,x_2,x_3 là các nghiệm của phương trình bậc ba $ax^3+bx^2+cx+d=0$ thì $ax^3+bx^2+cx+d=a(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)$; biến đổi vế phải và đồng nhất hệ số hai vế ta được $x_1+x_2+x_3=-\dfrac{b}{a}$;

$$x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1=\frac{c}{a};\ x_1x_2x_3=-\frac{d}{a}.$$

Đây chính là định lí Vi-et với phương trình bậc ba.

Các bạn sau đây có bài giải tốt: *Đặng Thái Tuấn*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, *Vũ Đức Minh, Lương Tùng Lâm, Đỗ Phúc Xuân*, 7H, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, **Phú Thọ**; *Thái Thị Uyên Chi, Nguyễn Dương Nguyên, Lê Dung, Ngô Văn Thông, Đặng Thị Thảo Vy, Nguyễn Đức Hiệp, Trịnh Quốc Hoàng, Nguyễn Thị Thuyết, Nguyễn Chính Hải, Lê Thị Kim Chi, Nguyễn Trà My, Trần Thị Khánh Linh, Võ Tá Gia Bảo, Trần Thanh Bình, Bùi Thị Hà Linh, Mai Khánh Linh, Hồ Thị Ngọc Hà*, 7G, THCS Phan Huy Chú, Thạch Hà, **Hà Tĩnh**; *Nguyễn Thu Hiền*, 7A3, THCS Thị trấn Kỳ Sơn, Kỳ Sơn, **Hòa Bình**; *Nguyễn Tiến Dũng*, 9A3, THCS Trần Đăng Ninh, TP. Nam Định, **Nam Định**; *Diêm Đăng Hoàng, Nguyễn Trung Thế, Phan Quang Huy*, 9A1, THCS Chất lượng cao Mai Sơn, Mai Sơn, **Sơn La**.

CAO VĂN DŨNG

Bài 4(168+169). Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn a + b + c = 3. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}+\dfrac{1}{c^2}+\dfrac{1}{a^2+b^2+c^2}$.

Lời giải. Áp dụng bất đẳng thức AM-GM ta có

$$\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}\ge\frac{1}{ab}+\frac{1}{bc}+\frac{1}{ca}=\frac{a+b+c}{abc}$$
$$=\frac{9}{abc(a+b+c)}\ge\frac{27}{(ab+bc+ca)^2}.$$

Mặt khác theo bất đẳng thức AM-GM ta lại có

$$(a^2+b^2+c^2)(ab+bc+ca)^2$$
$$\le\left(\frac{a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)}{3}\right)^3=27.$$

Suy ra $\dfrac{27}{(ab+bc+ca)^2}\ge a^2+b^2+c^2$.

Do đó $P\ge a^2+b^2+c^2+\dfrac{1}{a^2+b^2+c^2}$.

Đặt $t=a^2+b^2+c^2\ge\dfrac{(a+b+c)^2}{3}=3$.

Xét $t+\dfrac{1}{t}=\dfrac{t}{9}+\dfrac{1}{t}+\dfrac{8t}{9}\ge2\sqrt{\dfrac{t}{9}.\dfrac{1}{t}}+\dfrac{8}{9}.3=\dfrac{10}{3}$.

Vậy $\text{Min}P=\dfrac{10}{3}$ khi $a=b=c=1$.

Nhận xét. Đây là bài toán không quá khó vì vậy có rất nhiều bạn tham gia giải bài. Các bạn có lời giải đúng và ngắn gọn: *Lê Đức Thái*, 9A2, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, *Trần Kiều Mai Anh, Lê Ngọc Hoa*, 9E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Thị Thùy Linh*, 9A2, THCS Lê Danh Phương, Hưng Hà, **Thái Bình**; *Lương Tùng Lâm*, 7H, *Nguyễn Phú Hưng*, 7I, THCS Văn Lang, Việt Trì, *Triệu Hồng Ngọc*, 8A3, *Nguyễn Thu Hiền*, 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Nguyễn Võ Thuấn*, 9A1, THCS Thị trấn Tam Bình, Tam Bình, **Vĩnh Long**; *Võ Thị Bảo Anh*, 9A1, THCS Nghi Hương, Cửa Lò, **Nghệ An**; *Đinh Vũ Tùng Lâm*, 8A2, THCS Cầu Giấy, Cầu Giấy, **Hà Nội**; *Nguyễn Quốc Trung*, 8C9, THCS Chu Văn An, Ngô Quyền, Nguyễn Văn Hồng Phúc, 8A, THCS Kiến Quốc, Kiến Thụy, **Hải Phòng**; *Phan Thị Như Quỳnh*, THCS Nguyễn Thị Minh Khai, Cam Ranh, **Khánh Hòa**; *Đặng Hữu Hiếu, Dương Quỳnh Anh, Nguyễn Tiến Dũng*, 9A3, THCS Trần Đăng Ninh, TP. Nam Định, **Nam Định**; *Diêm Đăng Hoàng, Nguyễn Trung Thế, Phan Quang Huy*, 9A1, THCS Chất lượng cao Mai Sơn, Mai Sơn, **Sơn La**.

NGUYỄN ANH DŨNG

Bài 5(168+169). Nền của một căn phòng hình vuông được lát bằng các viên gạch hình vuông cùng kích thước (không có viên gạch nào bị cắt ra) với hai loại gạch men trắng và gạch men xanh. Loại gạch men xanh được lát trên hai đường chéo của nền căn phòng. Các vị trí còn lại lát gạch men trắng. Tính số viên gạch men từng loại dùng để lát kín nền căn phòng, biết rằng số viên gạch men trắng nhiều hơn số viên gạch men xanh là 839 viên.

Lời giải. Gọi số viên gạch men lát trên mỗi hàng là x (viên) (x là số nguyên dương). Số viên gạch men lát hết nền căn phòng là x^2 (viên).

Trên mỗi đường chéo của nền căn phòng có x (viên). Xảy ra hai trường hợp:

● TH1. Nếu x chẵn thì tại tâm của hình vuông của nền căn phòng không có viên gạch nào, do đó số viên gạch men xanh có là 2x (viên). Số viên gạch men trắng là $x^2 - 2x$ (viên).

Ta có phương trình $(x^2 - 2x) - 2x = 839$. Giải phương trình có nghiệm không là số tự nhiên nên loại trường hợp này.

● TH2. Nếu x lẻ, lập luận như trên ta được số viên gạch men xanh là $2x - 1$ (viên), số gạch men trắng là $x^2 - 2x + 1$ (viên).

Ta có phương trình $(x^2 - 2x + 1) - (2x - 1) = 839$. Giải phương trình được $x = 31$ (chọn) và $x = -27$ (loại).

Vậy số gạch men xanh là $2.31 - 1 = 61$ (viên), số gạch men trắng là $31^2 - 61 = 900$ (viên).

Nhận xét. Một số học sinh không xét đến tính chẵn lẻ của x nên dẫn đến lời giải sai. *Tập thể lớp 7G*, trường THCS Phan Huy Chú, thị trấn Thạch Hà, Thạch Hà, Hà Tĩnh có 32 bạn gửi bài đến tòa soạn với nhiều lời giải khác nhau và đều giải đúng.

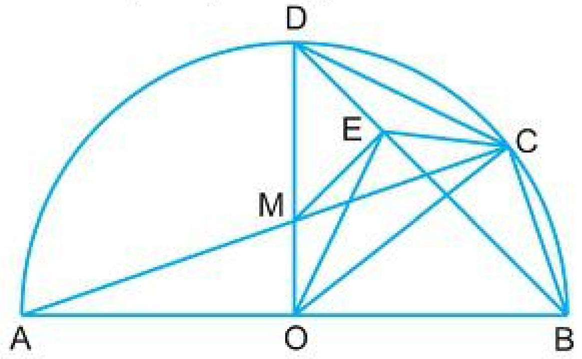
Các bạn sau có lời giải tốt: *Nguyễn Võ Thuấn*, 9A1, THCS Thị Trấn Tam Bình, Tam Bình, **Vĩnh Long**; *Nguyễn Quốc Cường*, 8A7, THCS Thốt Nốt, Thốt Nốt, **Cần Thơ**; *Phạm Thị Thảo Ngân*, 9C, THCS Bạc Liêu, Yên Thành; *Võ Phạm Tuấn Nam*, 8G, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Nguyễn Thanh Loan, Võ Thị Huyền Trang, Trịnh Quốc Hoàng, Trần Thanh Bình, Ngô Văn Thông, Mai Khánh Linh,* 7G, THCS Phan Huy Chú, Thạch Hà, **Hà Tĩnh**; *Nguyễn Tuấn Dương*, 6A5, *Nguyễn Quốc Trung*, 8C9, THCS Chu Văn An, Ngô Quyền; Vũ Hải Sơn, 8A, THCS Kiến Quốc, Kiến Thụy, **Hải Phòng**; *Nguyễn Thị Thùy Linh*, 9A2, THCS Lê Danh Phương, Hưng Hà, **Thái Bình**; *Dương Quỳnh Anh*, 9A3, THCS Trần Đăng Ninh, TP. Nam Định, **Nam Định**; *Ngô Thùy Trang, Nguyễn Huy Hoàng,* 8A2, Kiều Nam Hải, 8A4, THCS Trưng Vương, Mê Linh, **Hà Nội**; *Trần Hồng Quý, Bùi Anh Tuấn, Thiều Ngọc Tuấn, Phạm Thành Dũng, Lê Ngọc Hoa,* 9E1, *Trương Minh Tuyên*, 9B, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường; *Nguyễn Bích Ngọc*, 7A, *Đỗ Thị Minh Hải*, 9A, THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên; *Phạm Duy Khánh, Nguyễn Thị Hương*, 9A2, THCS Yên Lạc, Yên Lạc; *Nguyễn Đức Anh, Lưu Trương Giang*, 8A1, THCS Vĩnh Yên, TP. Vĩnh Yên, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Công Hải, Vũ Minh Khải, Nguyễn Công Hùng, Đặng Thái Tuấn,* 7A3, *Triệu Hồng Ngọc, Nguyễn Chí Công,* 8A3, *Nguyễn Thu Hiền, Bùi Thị Quỳnh, Nguyễn Thùy Dương, Nguyễn Tùng Lâm, Nguyễn Linh Chi,* 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao; *Phạm Thị Minh Ngọc*, 8D, THCS Cao Mại, Lâm Thao; *Đỗ Phúc Xuân, Lương Tùng Lâm*, 7H, THCS Văn Lang, Việt Trì, **Phú Thọ**.

TRỊNH HOÀI DƯƠNG

Bài 6(168+169). Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB. Vẽ bán kính OD của nửa đường tròn sao cho OD ⊥ AB. Dây AC cắt OD tại M. Đường trung trực của DC cắt BD tại E. Chứng minh rằng E là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác MDC.

Lời giải. Có hai trường hợp xảy ra.

● TH1. M thuộc đoạn thẳng OD.



Ta có $\widehat{MOB} = 90^\circ = \widehat{MCB}$.

Do đó tứ giác BOMC nội tiếp. (1)

Ta lại có $EC = ED$; $OC = OD$.

Do đó $\widehat{EOC} = \frac{1}{2}\widehat{DOC} = \widehat{DBC} = \widehat{EBC}$.

Vậy tứ giác EOBC nội tiếp. (2)

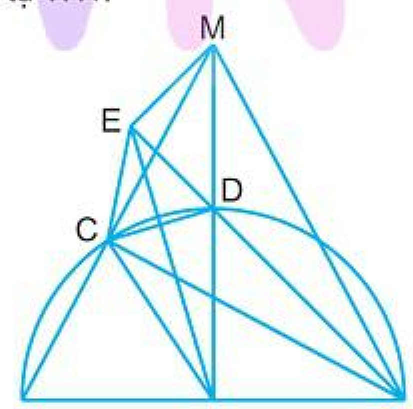
Từ (1) và (2) suy ra tứ giác EMOC nội tiếp.

Kết hợp với $\widehat{EOC} = \widehat{EOD} = \widehat{EOM}$, suy ra EC = EM.

Kết hợp với $EC = ED$, suy ra E là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác MCD.

● TH2. M không thuộc đoạn OD.

Giải tương tự TH1.



Nhận xét. Có nhiều bạn tham gia giải bài. Tuy nhiên đa số các bạn quên không xét trường hợp M không thuộc đoạn OD. Xin nêu tên một số bạn có lời giải tốt: *Triệu Hồng Ngọc*, 8A3, *Nguyễn Tùng Lâm, Nguyễn Linh Chi, Nguyễn Thu Hiền, Bùi Thị Quỳnh,* 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Trương Minh Tuyên*, 9B, *Trần Kiều Mai Anh, Phạm Thanh Dũng, Thiều Ngọc Tuấn, Lê Ngọc Hoa, Lê Văn Hải, Bùi Tuấn Anh, Trần Hồng Quý, Nguyễn Đức Sáng*, 9E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Phạm An Khánh*, 9A2, THCS Giảng Võ, **Hà Nội**; *Võ Thị Bảo Anh*, 9A1,

(Xem tiếp trang 6)

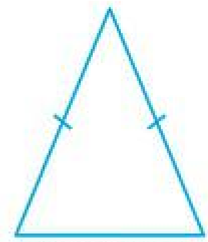
HỌC TOÁN BẰNG TIẾNG ANH

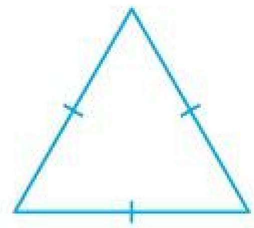
TRIANGLES

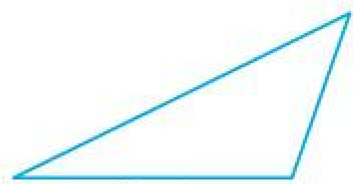
VŨ THANH THÀNH

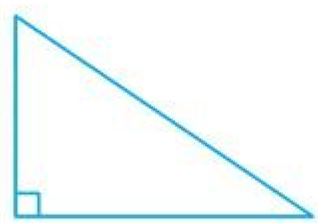
1. Triangles

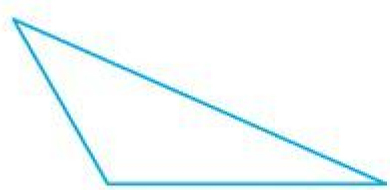
- A triangle is a 3-sided polygon.
- If two sides of a triangle are equal, it is called isosceles.
- If all three sides are equal, it is an equilateral triangle.
- If all of the sides have different lengths, the triangle is scalene.
- If one of the angles in a triangle is a right angle, the triangle is a right triangle.
- If one of the angles is obtuse we have an obtuse triangle.
- If all the angles are acute, the triangle is an acute triangle.
- ΔABC means a triangle whose vertices are A, B and C.
- The sum of the lengths of any two sides of a triangle must be longer than the remaining side.
- The sum of the angles in a triangle is 180°.

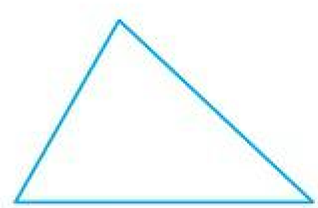

Isosceles


Equilateral


Scalene


Right


Obtuse


Acute

2. Math terms

isosceles	cân
acute	nhọn
equilateral	đều
scalene	thường
right	vuông
obtuse	tù
triangle	tam giác
angle	góc
side	cạnh
vertex	đỉnh
length	chiều dài
sum	tổng

3. Practice

Bạn hãy dịch bài học trên cho sát nghĩa của tiếng Việt để gửi về tòa soạn. Bài làm cần gửi trước ngày 30.5.2017 tính theo dấu bưu điện. Bài dịch tốt sẽ có phần thưởng.

CUỘC THI VUI SỐ VÀ HÌNH 2017

Hè đã về, chúng ta lại cùng nhau tham dự Cuộc thi vui Số và Hình, nhằm giúp các bạn cùng bàn luận, chia sẻ và giải trí với những bài toán vui sau một năm học. Cuộc thi Số và Hình 2017 dành cho mọi độc giả của Toán Tuổi thơ. Các bạn học sinh, các bậc phụ huynh, các thầy cô giáo hay bất cứ độc giả nào thấy vui và trả lời được câu hỏi là có thể tham dự.

- Đề bài sẽ được đăng trên Toán Tuổi thơ 2 các số 171 và 172 (ra tháng 4 và 5 năm 2017).
- Các bài toán sẽ được chấm riêng và cuối cuộc thi sẽ tính tổng điểm của cá nhân, tập thể tham dự. Các cá nhân và tập thể có điểm cao nhất sẽ được nhận giải thưởng gồm: Quà tặng, giấy chứng nhận và tiền mặt.
- Đáp án và danh sách đoạt giải sẽ đăng trên Toán Tuổi thơ 2 số 175 +176.
- Bài tham dự gửi về Tạp chí Toán Tuổi thơ, tầng 5, số 361 Trường Chinh, Thanh Xuân, Hà Nội. Ngoài phong bì ghi rõ "Tham dự Cuộc thi vui Số và Hình 2017".
- Thời hạn nhận bài giải: hết ngày 30.7.2017 (theo dấu bưu điện).

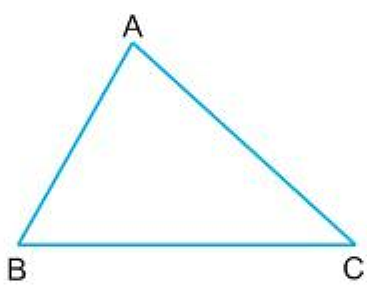
Sau đây là nội dung câu hỏi của kì này:

Bài 1. Mỗi chữ trong bài biểu thị một chữ số. Hỏi chữ N biểu thị chữ số mấy trong phép cộng sau?

```
    372
+   384
    9N4
  -----
   H7HB
```

VŨ NAM TRỰC

Bài 2. Ba kho hàng A, B, C. Hãy xác định vị trí T đặt trạm gác sao cho từ trạm đến cả 3 kho hàng đều có khoảng cách bằng nhau.



MULER VŨ

Bài 3. Hãy thay các chữ sau bởi các chữ số. Các chữ khác nhau biểu diễn các chữ số khác nhau.

```
   SIXTY
+  FORTY
   FORTY
    FOUR
  ------
   GROSS
```

TRƯƠNG CÔNG THÀNH *(Hà Nội)*

Bài 4. Hãy điền các chữ cái: V, U, I, Đ, O, N, H, E vào các ô trống sao cho mỗi hàng, mỗi cột và tất cả các đường chéo đều có những chữ cái khác nhau.

V	U	I	Đ	O	N	H	E
				Đ	O	N	
H	E						
			V	U	I		
					V		I
						V	U
		Đ	O				

NGUYỄN NGỌC HÙNG

(GV. THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, Hà Tĩnh)

Bài 5. Hãy điền các chữ cái bằng các chữ số. Các chữ cái khác nhau biểu diễn các chữ số khác nhau. Các dấu * được điền bởi các chữ số nào đó.

```
          V U I H E
     ×    * * * * *
     ---------------
        * * * * * E
        * * * * H
    * * * * * I
    * * * * U
  * * * * V
  -------------------
  * * * * * * * * * *
```

NGUYỄN NGỌC HÙNG

(GV. THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, Hà Tĩnh)

THÁCH ĐẤU! THÁCH ĐẤU ĐÂY!

TRẬN ĐẤU THỨ MỘT TRĂM BỐN MƯƠI LĂM

Người thách đấu: *Nguyễn Minh Hà,* Giáo viên trường THPT chuyên, Đại học Sư phạm Hà Nội

Bài toán thách đấu: Cho tam giác ABC có trực tâm H. Đường tròn (I) nội tiếp tam giác ABC tiếp xúc với BC tại D, gọi K là điểm đối xứng với D qua trung điểm của BC. Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của CA, AB. Giả sử MI cắt BH tại P và NI cắt CH tại Q. Chứng minh rằng D, K, P, Q cùng thuộc một đường tròn.

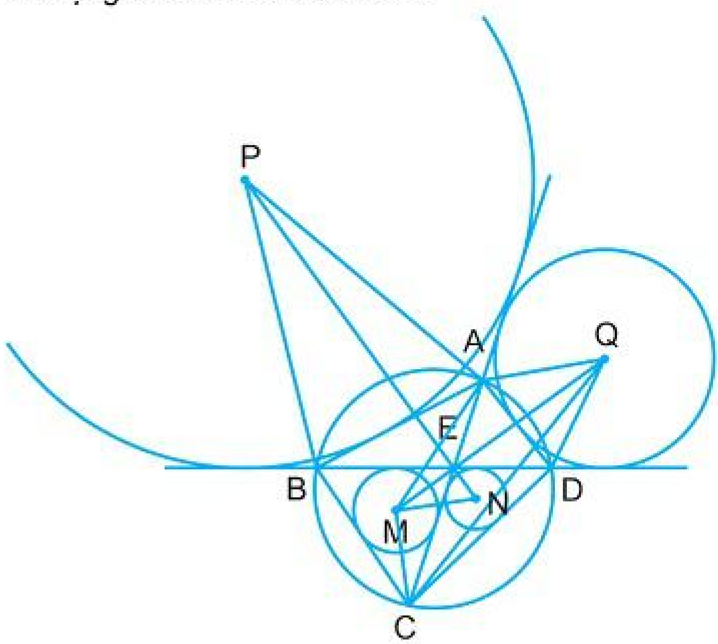
Thời hạn: Trước ngày 08.05.2017 theo dấu bưu điện.

Kết quả TRẬN ĐẤU THỨ MỘT TRĂM BỐN MƯƠI BA (TTT2 số 168+169)

● **Bổ đề.** Cho tứ giác ABCD. Gọi E là giao điểm của AC và BD. Khi đó tứ giác ABCD nội tiếp khi và chỉ khi EA.EC = EB.ED.

Bạn đọc tự chứng minh bổ đề.

Trở lại giải bài toán thách đấu.



Ta có

$$\widehat{QAC} = \widehat{QAD} + \widehat{DAC} = \frac{180^\circ - \widehat{DAC}}{2} + \widehat{DAC}$$

$$= 90^\circ + \frac{\widehat{DAC}}{2} = 90^\circ + \frac{\widehat{DBC}}{2} = 90^\circ + \frac{\widehat{EBC}}{2}$$

$$= 90^\circ + \frac{180^\circ - \widehat{ECB} - \widehat{CEB}}{2} = 180^\circ - \frac{\widehat{ECB}}{2} - \frac{\widehat{CEB}}{2}$$

$$= 180^\circ - \widehat{ECM} - \widehat{CEM} = \widehat{EMC} = \widehat{QMC}.$$

Do đó tứ giác QAMC nội tiếp.

Theo bổ đề thì EM.EQ = EA.EC.

Tương tự EN.EP = EA.EC.

Vậy EM.EQ = EN.EP.

Tiếp tục áp dụng bổ đề thì tứ giác MNQP nội tiếp.

Nhận xét. Có hai võ sĩ đăng quang trong trận đấu này là: *Trần Anh Quốc*, 9A, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Trần Hồng Quý*, 9E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**.

NGUYỄN MINH HÀ

Kết quả SAI Ở ĐÂU? SỬA CHO ĐÚNG

TẬP NGHIỆM ÂM (TTT2 số 168+169)

Điểm mấu chốt của bài toán là: Tìm số k với điều kiện $x < k$ để nghiệm x là số âm.

● Nếu $k > 0$ thì tồn tại số h thỏa mãn $0 < h < k$ để $x = h > 0$, không thỏa mãn.

● Nếu $k < 0$ thì từ $x < k < 0$ suy ra $x < 0$, thỏa mãn.

● Nếu $k = 0$ thì từ $x < k = 0$ suy ra $x < 0$, thỏa mãn.

Do đó lời giải của học sinh đã đăng còn thiếu nghiệm $m = \frac{2015}{2016}$ và nghiệm của bài toán là $m \le \frac{2015}{2016}$.

Nhận xét. Chỉ có bạn *Phan Thái Hoành Lân*, 9C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An** có ý kiến đúng và được nhận phần thưởng kì này.

ANH KÍNH LÚP

SỬ DỤNG ĐẲNG THỨC ĐỂ CHỨNG MINH BẤT ĐẲNG THỨC

THÁI NHẬT PHƯỢNG
(GV. THCS Nguyễn Văn trỗi, Cam Nghĩa, Cam Ranh, Khánh Hòa)

1. Các đẳng thức thường sử dụng

Các bạn hãy chứng minh các đẳng thức sau:

a) $a^3+b^3+c^3-3abc$
$=\frac{1}{2}(a+b+c)\left[(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\right]$. (1)

b) $2\left(\frac{a}{b+c}+\frac{b}{c+a}+\frac{c}{a+b}\right)-3$
$=\frac{(a-b)^2}{(a+c)(b+c)}+\frac{(b-c)^2}{(b+a)(c+a)}+\frac{(c-a)^2}{(c+b)(a+b)}$. (2)

c) $(a+b)(b+c)(c+a)$
$=(a+b+c)(ab+bc+ca)-abc$. (3)

d) Nếu $a+b+c=0$ thì $a^3+b^3+c^3=3abc$. (4)

e) Nếu $abc=1$ thì
$\frac{1}{ab+a+1}+\frac{1}{bc+b+1}+\frac{1}{ca+c+1}=1$. (5)

g) $\frac{1+ab}{a-b}.\frac{1+bc}{b-c}+\frac{1+bc}{b-c}.\frac{1+ca}{c-a}+\frac{1+ca}{c-a}.\frac{1+ab}{a-b}=1$. (6)

h) $\frac{1-ab}{a-b}.\frac{1-bc}{b-c}+\frac{1-bc}{b-c}.\frac{1-ca}{c-a}+\frac{1-ca}{c-a}.\frac{1-ab}{a-b}=-1$. (7)

i) $\frac{a+b}{a-b}.\frac{b+c}{b-c}+\frac{b+c}{b-c}.\frac{c+a}{c-a}+\frac{c+a}{c-a}.\frac{a+b}{a-b}=-1$. (8)

k) $\frac{a}{b-c}.\frac{b}{c-a}+\frac{b}{c-a}.\frac{c}{a-b}+\frac{c}{a-b}.\frac{a}{b-c}=-1$. (9)

m) $\frac{(a-b)^2}{ab}+\frac{(b-c)^2}{bc}+\frac{(c-a)^2}{ca}$
$=(a+b+c)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)-9$. (10)

n) $a^2(b^3-c^3)+b^2(c^3-a^3)+c^2(a^3-b^3)$
$=a^2(b-c)^3+b^2(c-a)^3+c^2(a-b)^3$. (11)

p) $ab^3+bc^3+ca^3-(a^3b+b^3c+c^3a)$
$=(a+b+c)(a-b)(b-c)(c-a)$. (12)

q) $a^2b^3+b^2c^3+c^2a^3-(a^3b^2+b^3c^2+c^3a^2)$
$=(ab+bc+ca)(a-b)(b-c)(c-a)$. (13)

r) $a^3+b^3+c^3=(a+b+c)^3-3(a+b)(b+c)(c+a)$. (14)

s) Nếu $abc=1$ thì
$\frac{1-a}{1+a}+\frac{1-b}{1+b}+\frac{1-c}{1+c}=-\frac{1-a}{1+a}.\frac{1-b}{1+b}.\frac{1-c}{1+c}$. (15)

2. Các bài toán vận dụng

Chúng ta có thể vận dụng các đẳng thức trên để giải những bài toán khác hoặc sáng tạo những bài toán mới. Sau đây là một số bài toán như thế.

Bài toán 1. Cho các số thực không âm x, y, z. Chứng minh rằng $\frac{x+y+z}{3}\ge\sqrt[3]{xyz}$.

Lời giải. Theo đẳng thức (1) với $a,b,c\ge 0$ ta có $a^3+b^3+c^3-3abc\ge 0\Rightarrow a^3+b^3+c^3\ge 3abc$.

Đặt $x=a^3,y=b^3,z=c^3$, suy ra đpcm.

Bài toán 2. Cho các số thực dương x, y, z. Chứng minh rằng $\frac{x}{y+z}+\frac{y}{z+x}+\frac{z}{x+y}\ge\frac{3}{2}$.

Lời giải. Theo đẳng thức (2) ta có

$2\left(\frac{x}{y+z}+\frac{y}{z+x}+\frac{z}{x+y}\right)-3\ge 0,$ suy ra đpcm.

Bài toán 3. Cho các số thực dương x, y, z. Chứng minh rằng $\frac{(x+y+z)(xy+yz+zx)}{(x+y)(y+z)(z+x)}\le\frac{9}{8}$. (16)

Lời giải. Theo đẳng thức (3) thì

$(16)\Leftrightarrow\frac{(x+y+z)(xy+yz+zx)}{(x+y+z)(xy+yz+zx)-xyz}\le\frac{9}{8}$

$\Leftrightarrow(x+y+z)(xy+yz+zx)\ge 9xyz$. (17)

Theo bất đẳng thức AM-GM thì

$x+y+z\ge 3\sqrt[3]{xyz}$ và $xy+yz+zx\ge 3\sqrt[3]{x^2y^2z^2}$

nên (17) đúng. Suy ra đpcm.

Bài toán 4. Cho $(x-2y)(2y-3z)(3z-x)<0$. Chứng minh rằng $(x-2y)^3+(2y-3z)^3+(3z-x)^3<0$.

Lời giải. Ta có $(x-2y)+(2y-3z)+(3z-x)=0$. Theo đẳng thức (4) ta có

$$(x-2y)^3+(2y-3z)^3+(3z-x)^3$$
$$=3(x-2y)(2y-3z)(3z-x)<0.$$

Bài toán 5. Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn $xyz=1$. Chứng minh rằng

$$\frac{1}{(\sqrt{xy}+\sqrt{x}+1)^2}+\frac{1}{(\sqrt{yz}+\sqrt{y}+1)^2}+\frac{1}{(\sqrt{zx}+\sqrt{z}+1)^2}\ge\frac{1}{3}.$$

Lời giải. Ta có $x,y,z>0$ và $xyz=1$ nên $\sqrt{x}.\sqrt{y}.\sqrt{z}=1$.

Theo đẳng thức (5) và áp dụng bất đẳng thức quen thuộc $(a+b+c)^2\le3(a^2+b^2+c^2)$ ta có

$$1=\left(\frac{1}{\sqrt{xy}+\sqrt{x}+1}+\frac{1}{\sqrt{yz}+\sqrt{y}+1}+\frac{1}{\sqrt{zx}+\sqrt{z}+1}\right)^2$$
$$\le3\left(\frac{1}{\left(\sqrt{xy}+\sqrt{x}+1\right)^2}+\frac{1}{\left(\sqrt{yz}+\sqrt{y}+1\right)^2}+\frac{1}{\left(\sqrt{zx}+\sqrt{z}+1\right)^2}\right).$$

Suy ra đpcm.

Bài toán 6. Cho các số thực x, y, z thỏa mãn $x\ne y, x\ne2, y\ne2$. Chứng minh rằng

$$\frac{1+x^2y^2}{(x-y)^2}+\frac{1+4y^2}{(y-2)^2}+\frac{1+4x^2}{(x-2)^2}\ge\frac{3}{2}.$$

Lời giải. Theo đẳng thức (6) và áp dụng bất đẳng thức quen thuộc $a^2+b^2+c^2\ge ab+bc+ca$ ta có

$$A=\frac{1+xy}{x-y}.\frac{1+2y}{y-2}+\frac{1+2y}{y-2}.\frac{1+2x}{2-x}+\frac{1+2x}{2-x}.\frac{1+xy}{x-y}=1.$$

$$B=\left(\frac{1+xy}{x-y}\right)^2+\left(\frac{1+2y}{y-2}\right)^2+\left(\frac{1+2x}{2-x}\right)^2\ge A=1.$$

Theo đẳng thức (7) và áp dụng bất đẳng thức $a^2+b^2+c^2\ge-2(ab+bc+ca)$ ta có

$$C=\frac{1-xy}{x-y}.\frac{1-2y}{y-2}+\frac{1-2y}{y-2}.\frac{1-2x}{2-x}+\frac{1-2x}{2-x}.\frac{1-xy}{x-y}=-1$$

$$D=\left(\frac{1-xy}{x-y}\right)^2+\left(\frac{1-2y}{y-2}\right)^2+\left(\frac{1-2x}{2-x}\right)^2\ge-2C=2.$$

$$\Rightarrow\frac{2(1+x^2y^2)}{(x-y)^2}+\frac{2(1+4y^2)}{(y-2)^2}+\frac{2(1+4x^2)}{(2-x)^2}$$
$$=\frac{(1+xy)^2+(1-xy)^2}{(x-y)^2}+\frac{(1+2y)^2+(1-2y)^2}{(y-2)^2}+\frac{(1+2x)^2+(1-2x)^2}{(2-x)^2}$$
$$=B+D\ge1+2=3,$$ suy ra đpcm.

Bài toán 7. Cho các số thực phân biệt x, y, z. Chứng minh rằng $\frac{xy}{(x-y)^2}+\frac{yz}{(y-z)^2}+\frac{zx}{(z-x)^2}\ge-\frac{1}{4}$.

Lời giải. Theo đẳng thức (8) và áp dụng bất đẳng thức $a^2+b^2+c^2\ge-2(ab+bc+ca)$ ta có

$$A=\frac{x+y}{x-y}.\frac{y+z}{y-z}+\frac{y+z}{y-z}.\frac{z+x}{z-x}+\frac{z+x}{z-x}.\frac{x+y}{x-y}=-1.$$

$$B=\left(\frac{x+y}{x-y}\right)^2+\left(\frac{y+z}{y-z}\right)^2+\left(\frac{z+x}{z-x}\right)^2\ge-2A=2.$$

$$\Rightarrow\frac{xy}{(x-y)^2}+\frac{yz}{(y-z)^2}+\frac{zx}{(z-x)^2}$$
$$=\frac{1}{4}\left[\frac{(x+y)^2-(x-y)^2}{(x-y)^2}+\frac{(y+z)^2-(y-z)^2}{(y-z)^2}+\frac{(z+x)^2-(z-x)^2}{(z-x)^2}\right].$$
$$=\frac{1}{4}(B-3)\ge\frac{1}{4}(2-3)=-\frac{1}{4}.$$

Các bạn hãy sử dụng các đẳng thức còn lại để giải các bài toán sau nhé.

Bài 1. Cho các số thực x, y, z đôi một khác nhau, Chứng minh rằng $\left(\frac{x}{y-z}\right)^4+\left(\frac{y}{z-x}\right)^4+\left(\frac{z}{x-y}\right)^4>\frac{4}{3}$.

Bài 2. Cho $x, y, z\in[1;2]$. Chứng minh rằng $\frac{(x-y)^2}{xy}+\frac{(y-z)^2}{yz}+\frac{(z-x)^2}{zx}\le1$.

Bài 3. Cho x, y, z là độ dài 3 cạnh của một tam giác. Chứng minh rằng $x^3y^2+y^3z^2+z^3x^2\ge xyz(x^2+y^2+z^2)$.

Bài 4. Cho $x\ge y\ge z>0$ và $x+y+z=3$. Chứng minh rằng $(x+y^2)(y+z^2)(z+x^2)\ge(x^2+y)(y^2+z)(z^2+x)$.

Bài 5. Cho $x,y,z>0$ và $x+y+z=3$. Chứng minh rằng $\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{y}+\sqrt[3]{z}+5\ge(x+y)(y+z)(z+x)$.

Bài 6. Cho $x, y, z>0$ và $xyz=1$. Chứng minh rằng $\frac{x}{(x+1)^2}+\frac{y}{(y+1)^2}+\frac{z}{(z+1)^2}-\frac{4}{(x+1)(y+1)(z+1)}\le\frac{1}{4}$.

ĐỀ DỰ TUYỂN CUỘC THI CÂU LẠC BỘ TOÁN TUỔI THƠ TOÀN QUỐC 2016

ĐTTN
VŨ THÀNH NAM *(Dịch)*

1. The sum of the numerator and denominator of a fraction is 100. When 23 is added to the numerator and 32 is added to the denominator, the new fraction is equal to $\frac{2}{3}$. Find the original fraction.

2. Let $A = \{1; 2; 3\}$, $B = \{2; 3; 4\}$ and C is the set of all fractions that can be formed using elements in A as numerator and elements in B as denominator (the fractions $\frac{1}{2}$ and $\frac{2}{4}$ are considered distinct elements in C). Find the product of all the fractions in C.

3. Given that the parallelogram $ABCD$ in the figure has an area of 40 and $AD = 5$, $CD = 10$. Find the area of the rectangle $AFCE$.

4. Find the digits A, B, and C which are pair–wise distinct such that:

$$\begin{array}{r} ABC \\ \times \quad A \\ \hline 10AC \end{array}$$

5. Calculate the sum

$$S = \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \ldots + \frac{1}{1+2+3+\ldots+10}.$$

6. The secondary school Lý Tự Trọng has 410 students in 8^{th} grade, in which 240 students study English, 180 students study French, and 25 students study neither of the above languages. How many students study both English and French?

7. Find the number of sides of an equilateral polygon, given that the measure of an internal angle is 8 times the measure of an external angle.

8. Given a triangle ABC having $AB = 25$ cm. Let M and N be points on BC such that $BM = \frac{2}{3}MN$, and $NC = \frac{1}{3}MN$. Find the area of the triangle ABC, given that the height from the vertex M of the triangle AMB equals 12 cm.

9. Given that 15 workers can manufacture 18 machines in 24 days. How many days are needed for 40 workers to manufacture 22 machines?

10. How many ways are there to arrange 5 friends A, B, C, D and E in a queue such that B is always first in the queue and either C or D is last in the queue.

11. A plot of land in the shape of a trapezoid has a known small base and a known height. Hồng estimates that the larger base is 32 m. Hà estimates that the larger base is 37 m. With Hồng's estimate, the area of the land is reduced by 36 m^2, with Hà's estimate, the area of the land is increased by 24 m^2. Find the length of the larger base of the trapezoidal land.

12. A plot of land has the shape of a right triangle with legs of lengths 60 m and 80 m. A canal of width 6 m to supply water is dug inside the land along the hypotenuse and taking the hypotenuse as one bank. What is the area in m^2 of the remaining piece of land that is available for farming?

13. If the product of 4 consecutive integers is equal to one of the 4 numbers, what is the maximum value of the largest number among them?

14. A sequence is formed as follows: The first number is 3, and from the second number onwards, each number is equal to the previous number plus 4 units. Find the 100^{th} number of the sequence.

Kì này VẼ NHƯ THẾ NÀO?

Bài toán. Cho hình vuông ABCD. Trên các cạnh BC, CD thứ tự lấy các điểm E và F sao cho $\widehat{EAF} = 45^o$. Chỉ dùng thước thẳng (không có vạch chia) vẽ đường vuông góc từ A đến EF.

NGUYỄN KHÁNH NGUYÊN

(Số 3/29E, đường Đà Nẵng, Hải Phòng)

Kết quả (TTT2 số 168+169)

CÓ CÂN ĐƯỢC KHÔNG?

Kí hiệu khối lượng 12 đồng xu là $k_1, k_2, k_3, \ldots, k_{12}$, khối lượng bằng nhau của 11 đồng xu là k, khối lượng đồng xu giả là h. Trong các nhận xét dưới đây với $1 \le n \le 4$ ta sẽ so sánh khối lượng A của n đồng xu với khối lượng B của n đồng xu khác.

Nhận xét 1. Nếu A = B thì đồng xu giả nằm trong các đồng xu không cân.

Nhận xét 2. Nếu A < B thì đồng xu giả h nằm trong các đồng xu đang cân và xu h thuộc nhóm A thì h là xu giả nhẹ, còn h thuộc nhóm B thì h là xu giả nặng.

Chứng minh. Từ giả thiết 11 đồng xu đều có khối lượng bằng k và *chỉ có một* đồng xu khối lượng không bằng k suy ra kết luận của NX 1 và NX 2.

Nhận xét 3. Với cách chọn xu khác nhau cho hai lần cân, trong một lần cân nếu đồng xu k_i thuộc nhóm A được A < B và trong một lần cân khác đồng xu k_i thuộc nhóm C được C > D thì $k_i = k$.

Chứng minh. Giả sử k_i là xu giả thuộc nhóm A, theo NX 2 khi cân lần 1 có A < B thì k_i là xu giả nhẹ, còn khi cân lần 2 xu k_i thuộc nhóm C có C > D thì k_i là xu giả nặng, mâu thuẫn. Vậy xu $k_i = k$ là xu không giả.

Các Nhận xét trên là cơ sở lựa chọn các đồng xu đem cân để giải toán. Một cách chọn các đồng xu đem cân để tìm đồng xu giả của bạn *Lê Ngọc Hoa* là:

Đặt $A = k_1 + k_2 + k_3 + k_4$, $B = k_5 + k_6 + k_7 + k_8$, $C = k_3 + k_4 + k_5 + k_6$, $D = k_1 + k_9 + k_{10} + k_{11}$. Lần cân *thứ nhất* so sánh A và B, lần cân *thứ hai* so sánh C và D, sau đó sẽ cân lần thứ ba. Xét các trường hợp xảy ra sau đây.

● **TH 1.** Nếu A = B thì h thuộc $\{k_9, k_{10}, k_{11}, k_{12}\}$ theo NX 1. (1)

Xét lần cân thứ hai so sánh C và D:

* **TH 1.1.** Nếu C = D thì $h = k_{12}$ theo NX 1 và (1).

Trong *lần cân thứ ba* so sánh $k_1 = k$ và k_{12} sẽ có

- Nếu $k_{12} < k_1$ thì k_{12} là xu giả nhẹ.
- Nếu $k_{12} > k_1$ thì k_{12} là xu giả nặng.

* **TH 1.2.** Nếu C < D thì h thuộc $\{k_9, k_{10}, k_{11}\}$ theo (1) và NX 2, xu h là giả nặng. (2)

Trong *lần cân thứ ba* so sánh k_9 và k_{10} sẽ có

- Nếu $k_9 = k_{10}$ thì k_{12} là xu giả nặng theo NX 1 và (2).
- Nếu $k_9 < k_{10}$ thì k_{10} là xu giả nặng theo NX 2 và (2).
- Nếu $k_9 > k_{10}$ thì k_9 là xu giả nặng theo NX 2 và (2).

* **TH 1.3.** Nếu C > D thì h thuộc $\{k_9, k_{10}, k_{11}\}$ theo NX 2 và xu h là giả nhẹ. (3)

Trong *lần cân thứ ba* so sánh k_9 và k_{10} sẽ có

- Nếu $k_9 = k_{10}$ thì k_{12} là xu giả nhẹ theo NX 1 và (3).
- Nếu $k_9 < k_{10}$ thì k_9 là xu giả nhẹ theo NX 2 và (3).
- Nếu $k_9 > k_{10}$ thì k_{10} là xu giả nhẹ theo NX 2 và (3).

● **TH 2.** Nếu A < B thì h thuộc $\{k_1, k_2, k_3, k_4, k_5, k_6, k_7, k_8\}$ theo NX 2. (4)

Xét lần cân thứ hai so sánh C và D:

* **TH 2.1.** Nếu C = D thì h thuộc $\{k_2, k_7, k_8\}$ theo NX 1 và (4). Theo NX 3 và A < B, nếu $k_2 = h$ thì k_2 là xu giả nhẹ, còn nếu k_7 hoặc k_8 là xu giả thì là giả nặng. (5)

Trong *lần cân thứ ba* so sánh k_7 và k_8 sẽ có

- Nếu $k_7 = k_8$ thì k_2 là xu giả nhẹ theo NX 1 và (5).
- Nếu $k_7 < k_8$ thì k_8 là xu giả nặng theo (5).
- Nếu $k_7 > k_8$ thì k_7 là xu giả nặng theo (5).

* **TH 2.2.** Nếu C < D thì h thuộc $\{k_1, k_3, k_4, k_5, k_6\}$ theo NX 2 và (4). Theo NX 3 từ A < B và C < D suy ra $k_1 = k_5 = k_6 = k$ nên chỉ còn xét h thuộc $\{k_3, k_4\}$ và k_3, k_4 chỉ có thể là xu giả nhẹ theo NX 2. (6)

Trong *lần cân thứ ba* so sánh k_3 và $k_1 = k$ sẽ có

- Nếu $k_3 = k_1$ thì k_4 là xu giả nhẹ theo NX 1 và (6).
- Nếu $k_3 < k_1$ thì k_3 là xu giả nhẹ theo (6).

* **TH 2.3.** Nếu C > D thì h thuộc $\{k_1, k_3, k_4, k_5, k_6\}$ theo NX 2 và (4). Theo NX 3 từ A < B và C > D suy ra $k_3 = k_4 = k$ nên chỉ còn xét h thuộc $\{k_1, k_5, k_6\}$ và k_1 chỉ có thể là xu giả nhẹ, còn k_5, k_6 chỉ có thể là xu giả nặng theo NX 2. (7)

Trong *lần cân thứ ba* so sánh k_5 và k_6 sẽ có:

- Nếu $k_5 = k_6$ thì k_1 là xu giả nhẹ theo NX 1 và (7).
- Nếu $k_5 < k_6$ thì k_6 là xu giả nặng theo NX 2 và (7).
- Nếu $k_5 > k_6$ thì k_5 là xu giả nặng theo NX 2 và (7).

● **TH 3.** Nếu A > B thì h thuộc $\{k_1, k_2, k_3, k_4, k_5, k_6, k_7, k_8\}$ theo NX 2. Xét tương tự TH 2 khi ta đổi vị trí k_1 với k_5, đổi k_2 với k_6, đổi k_3 với k_7, đổi k_4 với k_8.

Nhận xét. Một số bạn đã giải bài toán với điều kiện biết đồng xu giả nặng hơn (hay nhẹ hơn) các đồng xu còn lại, nhưng tính thực tiễn và khó khăn của bài toán là ở chỗ không biết trước điều đó. Bài toán có nhiều cách giải tùy thuộc vào cách so sánh hai bộ 4 đồng xu ở lần cân thứ nhất và thứ hai. Các bạn được thưởng kì này: *Lê Ngọc Hoa*, 9E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Hữu Quyền*, 8C, THCS Nhữ Bá Sỹ, Thị trấn Bút Sơn, **Thanh Hóa**; *Thiều Thị Hạnh Nguyên*, 7B, THCS Xuân Diệu, Can Lộc, **Hà Tĩnh**.

ANH COMPA

K.F.GAUSS
ÔNG VUA TOÁN HỌC
(1777-1855)

BÍNH NAM HÀ

Lâu đài toán học hiện nay thật là đồ sộ mà ít ai có thể đi khắp được các phòng của nó. Lâu đài ấy được xây dựng trên những cột trụ vững vàng. Một trong những cột trụ sừng sững trong số ấy là K.F.Gaoxơ (K.F.Gauss). *Ông vua của toán học* này sinh ở Gottingen năm 1777 và ba thập kỉ sau thế giới toán học nói nhiều đến trường đại học Gottingen, đến nước Đức bởi các công trình toán học, vật lí học và thiên văn học của Gauss. Chúng ta hãy trở lại đầu thập kỉ tám mươi của thế kỉ XVIII. Cậu bé Gauss đã biết làm tính trước khi đi học. Người ta còn kể lại một giai thoại Gauss lúc 3 tuổi đã phát hiện ra việc bố tính sai giá tiền công. Một giai thoại khác nổi tiếng hơn kể về chuyện Gauss, cậu học sinh vừa học số học đã tính được rất nhanh tổng của các số tự nhiên từ 1 đến 100. Cậu đã ghép 1 + 100, 2 + 99, 3 + 98, ..., 50 + 51 để có 50 số hạng 101. Cuối cùng đem nhân 101 × 5 = 5050. 15 tuổi Gauss vào học ở trường Trung học hoàng gia Brunswick nhờ sự tài trợ của quận công Brunswick là K.W.Ferdinand. Gauss nắm rất vững các ngôn ngữ cổ và đã từng mơ ước trở thành triết gia. Nhưng toán học vẫn hấp dẫn cậu học sinh trung học yêu toán này.

Gauss vào học đại học ở Gottingen năm 18 tuổi và một năm sau cậu sinh viên này đã trở nên nổi tiếng sau khi tìm được nghiệm của phương trình $x^{17} - 1 = 0$ trong dạng căn thức và từ đó dựng được đa giác đều 17 cạnh bằng thước thẳng và compa. Người ta còn kể rằng lúc đương thời ông có ý định sau này sẽ vẽ một đa giác đều 17 cạnh trên mộ của ông sau khi ông mất. Gauss bộc lộ một trí nhớ siêu việt và khả năng tính toán tuyệt vời. Nhờ đó ngay từ những năm học trung học Gauss đã nắm vững các ý tưởng của Euler, Lagrange, Newton. Gauss đã độc lập với A.M.Legendre tìm ra phương pháp bình phương tối thiểu ngay từ những năm 18 đến 21 tuổi. Năm 1795 Gauss viết luận án tiến sĩ và đã đưa ra quy luật thuận nghịch bậc hai thuộc lí thuyết số. Lí thuyết số hiện đại, mà một đỉnh cao của nó là góp phần giải được bài toán lớn Fecma, có thể nói được khởi thủy từ năm 1801. Đó là năm mà tác phẩm *Disquisitiones Arithemeticae* của Gauss được công bố. Như vậy có thể nói được rằng Gauss là một trong những thủy tổ của lí thuyết số. Ông còn có nhiều công trình về số phức, sự tương đẳng, hình học hypecbolic, lí thuyết các mặt cong...

32 tuổi, Gauss trở thành giáo sư toán học và thiên văn học của đại học Gottingen kiêm Giám đốc đài thiên văn ở đây. Người ta nói vui rằng Gauss tìm ra các hành tinh chỉ bằng cách gọt bút chì. Chuyện kể rằng nhà thiên văn Piazzi và Olbergs đang quan sát tiểu hành tinh Ceres (do Piazzi tìm ra) thì bị mất hút tăm tích của nó. May thay 1801 Gauss đã đưa ra phương pháp tính toán quỹ đạo của các hành tinh và Piazzi, Olbergs cùng các nhà thiên văn khác hướng ống kính về phía mà Gauss đã chỉ ra bằng tính toán đã tìm lại được tiểu hành tinh "bị đánh mất". Cần nói thêm là lúc đó Gauss mới 24 tuổi. Môn cơ học thiên thể ra đời không thể quên ghi công khai sáng của Gauss bởi công trình *Lí thuyết chuyển động của các thiên thể* vào năm ông 32 tuổi. Cùng với các công trình toán học, các công trình về thiên văn học, vật lí học trở thành các cành nhánh khổng lồ của *cây đại thụ của Gottingen: Gauss*.

Sẽ thật là thú vị khi ta biết rằng Gauss còn là người chỉ huy việc lập bản đồ ở Vương quốc Hanover bằng phương pháp tam giác đạc. Hình dạng gần chính xác của trái đất chúng ta cũng được Gauss vẽ ra hoàn chỉnh bởi cây bút sáng tạo ra những công trình trắc địa cao cấp. Kính phát tín hiệu đo, phương pháp xử lí kết quả đo và nhiều định lí cơ bản trong lí thuyết sai số thuộc phương pháp tính được khai sinh vào thập kỉ XX của thế kỉ XIX vẫn bởi bộ óc và bàn tay thiên tài ấy. Vật lí học còn ghi dấu ấn của Gauss trong công trình *Cường độ từ lực Trái đất đưa về độ đo tuyệt đối* và từ đó thời gian tính bằng giây, độ dài tính bằng milimet và khối lượng tính bằng gam trở thành 3 đơn vị cơ bản của các đơn vị đo. 1833 với máy điện báo, 1839 với *Lí thuyết tổng quát về các lực hút và đẩy tác dụng tỉ lệ nghịch với bình phương khoảng cách*, 1840 với lí thuyết dựng ảnh trong các quang hệ phức tạp, 1845 với tốc độ hữu hạn của sự truyền tương tác điện từ... Năm 1837 ông phát minh từ kế đơn cực, 1838 từ kế dây treo và 1839 thì công trình *Lí thuyết tổng quát về địa từ* gây tiếng vang lớn. Tên ông trở thành đơn vị đo véctơ cảm ứng từ.

Người đời còn tốn nhiều giấy bút để viết về cuộc đời và những cống hiến kinh ngạc của ông. Bởi người ta khó mà tìm thấy một địa hạt toán học nào vắng bóng dáng ông.

Chỉ đáng tiếc rằng ông cũng đã từng nghiên cứu hình học phi Ơclit như Lôbasepxki nhưng ngại không công bố các phát minh ấy vì sợ những kẻ dốt nát không hiểu sẽ cười cợt, chế nhạo. Ngọc nào mà chả có vết. Dẫu có điều ấy Gauss vẫn mãi mãi trở thành một cột mốc vĩ đại trên con đường nhận thức của nhân loại. Dân tộc Đức vĩ đại có quyền tự hào vì thế giới không có nhiều người như Gauss.

SOLVE VIE MAIL...

(Tiếp theo trang 32)

5(171). Given a set $A = \{1; 2; 3\}$ and a relation $R = \{(1, 1); (2, 1); (1, 3); (3, 2)\}$ on the set A (a relation from A to A). The statement aRb is true if and only if $(a, b) \in R$. If aRb is not true, we denote it as $a \not R b$. Determine which of the following statements are true.

a) $3 \not R 1$; b) $3R2$ c) $1R1$ d) $1 \not R 2$ e) $2R3$

6(171). Given a acute triangle ABC inscribed in a circle $(O; R)$, and $AB + AC = 3BC$. The circle (I, r) is inscribed in the triangle ABC and is tangent to AB at D. The line DI intersects the circle (I) at E (where E does not coincide with D). The line AI intersects the circle (O) at M (where M does not coincide with A). Find the length of ME in terms of R and r.

Bài 4NS. Tìm giá trị của m để phương trình sau có 4 nghiệm phân biệt $x^4 - 4x^3 + 8x + m = 0$.

HÀ VĂN NHÂN *(GV. THCS Hoằng Xuân, Hoằng Hóa, Thanh Hóa)*

Bài 5NS. Cho các số nguyên dương x, y thỏa mãn $\dfrac{xy+1}{x+y} < \dfrac{3}{2}$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \dfrac{x^3y^3+1}{x^3+y^3}$.

ĐOÀN CÁT NHƠN
(Chuyên viên Phòng GD-ĐT thị xã An Nhơn, Bình Định)

Bài 6NS. Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O). Gọi D là điểm nằm trên đoạn thẳng BC và M là điểm nằm trên cung nhỏ AB của đường tròn (O) sao cho đường tròn ngoại tiếp tam giác ADM cắt các đoạn thẳng AB, AC thứ tự tại E, F khác A. MD cắt đường tròn (O) tại T khác M. Các đường thẳng TE, TF cắt BC thứ tự tại P, Q. Chứng minh rằng $S_{PQT} = S_{BPE} + S_{CQF}$.

LÊ VIẾT ÂN *(Số nhà 15, xóm 2, thôn Ngọc Anh, Phú Thượng, Phú Vang, Thừa Thiên - Huế)*

Kết quả *Cuộc thi giải toán dành cho nữ sinh* (TTT2 số 168+169)

Bài 22NS. Ta có $3x^2 + 6y^2 + 2z^2 + 3y^2z^2 - 18x = 6$

$\Leftrightarrow 3(x-3)^2 + 6y^2 + 2z^2 + 3y^2z^2 = 33$. (1)

Suy ra $2z^2 \vdots 3$ và $2z^2 \le 33$.

Do đó $z \vdots 3$ và $|z| \le 4 \Rightarrow z = 0$ hoặc $|z| = 3$.

- Nếu $z = 0$ thì $(x-3)^2 + 2y^2 = 11$.

Suy ra $2y^2 \le 11 \Rightarrow |y| \le 2$. Từ đó $x \in \{0;6\}$.

- Nếu $|z| = 3$ thì $(x-3)^2 + 11y^2 = 5$.

Suy ra $11y^2 \le 5 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow (x-3)^2 = 5$ (không tồn tại số nguyên x thoả mãn).

Vậy (x ; y ; z) bằng (0 ; 1 ; 0), (0 ; –1 ; 0), (6 ; 1 ; 0); (6 ; –1 ; 0).

Nhận xét. Các bạn có lời giải đúng: *Nguyễn Thu Hiền, Nguyễn Thùy Dương, Vũ Linh Chi, Bùi Thị Quỳnh,* 9A3, *Lê Hồng Anh,* 8A3, THCS Lâm Thao, *Nguyễn Thu Hằng, Nguyễn Hà Phương,* 8D, THCS Cao Mại, Lâm Thao; *Hoàng Bảo Yến, Trần Yến Linh,* 9A4, THCS Giấy Phong Châu, Phù Ninh, **Phú Thọ**; *Phùng Thị Khánh Linh,* 9E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Phan Thị Thảo Ngân,* 9C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An**.

Bài 23NS. ĐKXĐ $x \ge -\dfrac{1}{4}$. Thử thấy $x = \dfrac{1}{4}$ không là nghiệm. Từ đó $3x^3 + 3x^2 + 1 > 0$.

$\Rightarrow \sqrt{1+4x}.\sqrt[3]{1-6x} > 0 \Rightarrow \sqrt[3]{1-6x} > 0 \Rightarrow x < \dfrac{1}{6}$.

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM, ta được

$0 < \sqrt{1.(1+4x)} \le \dfrac{1+(1+4x)}{2} = 1+2x$;

$0 < \sqrt[3]{1.1.(1-6x)} \le \dfrac{1+1+(1-6x)}{3} = 1-2x$.

Do đó $\sqrt{1+4x}.\sqrt[3]{1-6x} \le (1+2x)(1-2x)$.

Suy ra $3x^3 + 3x^2 + 1 \le (1+2x)(1-2x)$

$\Leftrightarrow 3x^3 + 7x^2 \le 0 \Leftrightarrow x^2(3x+7) \le 0$

$\Rightarrow x = 0$ (vì $x \ge -\dfrac{1}{4}$ nên $3x+7>0$).

Thử lại thấy đúng. Vậy $x = 0$.

Nhận xét. Các bạn có lời giải đúng: *Nguyễn Thùy Dương, Bùi Thị Quỳnh,* 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Phùng Thị Khánh Linh,* 9E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**.

Bài 24NS. *Bạn đọc tự vẽ hình.*

Gọi I là giao điểm của OE và CD, nối OD, hạ EH ⊥ OA. Ta có OE ⊥ CD, OD ⊥ ED.

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông DOE ta có $OD^2 = OE.OI$. Suy ra $OE.OI = R^2$. (1)

Mặt khác $\Delta OBI \backsim \Delta OEH$ (g.g)

$\Rightarrow \dfrac{OB}{OE} = \dfrac{OI}{OH} \Rightarrow OB.OH = OE.OI$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $OB.OH = R^2 \Rightarrow OH = \dfrac{R}{2}$.

Do đó HO = HA, suy ra EA = EO.

Nhận xét. Các bạn có lời giải đúng: *Nguyễn Thu Hiền, Bùi Thị Quỳnh, Nguyễn Thùy Dương,* 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**.

Các bạn sau được thưởng kì này: Nguyễn Thu Hiền, Nguyễn Thùy Dương, Bùi Thị Quỳnh, 9A3, THCS Lâm Thao; *Hoàng Bảo Yến,* 9A4, THCS Giấy Phong Châu, Phù Ninh, **Phú Thọ**; *Phùng Thị Khánh Linh,* 9E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**.

Ảnh các bạn được thưởng ở bìa 4.

NGUYỄN HIỆP

ĐỀ THI CÂU LẠC BỘ TTT

NGUYỄN ĐỨC TẤN *(TP. Hồ Chí Minh)*

VŨ THÀNH NAM *(dịch)*

Kì 7

CLB31. *Find all integers n such that n is divisible by $3n^4 - 2$.*

CLB32. *Let a and b be natural numbers such that $a^2 - b^2$ is a prime number. Find the value of the expression* $P = \dfrac{a^2 - a + 2016}{b^2 + b + 2016}$.

CLB33. *Find the integer part of M given that*

$$M = \frac{a}{a+b+c} + \frac{b}{b+c+d} + \frac{c}{c+d+a} + \frac{d}{d+a+b}.$$

where a, b, c, d > 0 (the integer part of a real number x is the largest integer not exceeding x).

CLB34. *Given 6 numbers such that the sum of any 5 numbers among them is greater than 9 and smaller than 10. Prove that the product of the six numbers is greater than 1.*

CLB35. *Given a parallelogram ABCD. The line perpendicular to AD and passes through A intersects the perpendicular bisector of the line segment BD at M. Let N be the intersection of the line passing through D and perpendicular to AC and the line passing through B and perpendicular to BC. Find the value of the ratio* $\dfrac{AM}{BN}$.

Kết quả (TTT2 số 168+169)

CLB21. Ta có $\dfrac{1}{a+b} + \dfrac{1}{b+c} + \dfrac{1}{c+a} = \dfrac{4}{a+b+c}$

$$\Rightarrow (a+b+c)\left(\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a}\right) = 4$$

$$\Rightarrow \frac{c}{a+b} + \frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} = 1$$

$$\Rightarrow (a+b+c)\left(\frac{c}{a+b} + \frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a}\right) = a+b+c$$

$$\Rightarrow \frac{c^2}{a+b} + \frac{a^2}{b+c} + \frac{b^2}{c+a} = 0 \Rightarrow M = 0.$$

CLB22. Đặt $B = 3^2 + 3^3 + ... + 3^{2017}$.

Ta có $B = (1 + 3 + 3^2)(3 + 3^5 + ... + 3^{2015}) \vdots\ 13$.

Ta lại có $B = (1 + 3 + 3^2 + 3^3)(3^2 + 3^6 + ... + 3^{2014}) \vdots\ 40$.

Mà $(13, 40) = 1$ nên $B \vdots\ 520$.

Do đó $A = 4 + B$ chia cho 520 dư 4.

CLB23. Ta có $x = (a^2 + b^2)[(c - 1)^2 + 1]$ là số nguyên tố. Mà $a^2 + b^2 > 1$ nên $a^2 + b^2$ là số nguyên tố và $(c - 1)^2 + 1 = 1$. Suy ra $x = a^2 + b^2$.

Tương tự $y = c^2 + d^2$. Do đó $xy = (ad + be)^2 + (ae - bd)^2$ là tổng của hai số chính phương.

CLB24. Ta có $(x^2 + 1)^7 = 2017 - 1889x^4$

$\Leftrightarrow (x^2 + 1)^7 + 1889x^4 = 2017$.

- Nếu $x^2 > 1$ thì

$(x^2 + 1)^7 + 1889x^4 > 2^7 + 1889 = 2017$.

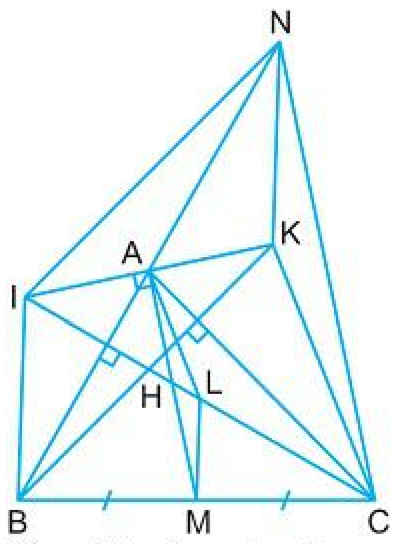
- Nếu $x^2 < 1$ thì

$(x^2 + 1)^7 + 1889x^4 < 2^7 + 1889 = 2017$.

- Nếu $x^2 = 1$ thì $(x^2 + 1)^7 + 1889x^4 = 2^7 + 1889$.

Vậy $x = 1$ hoặc $x = -1$.

CLB25.



Gọi N là điểm đối xứng của B qua A thì AM là đường trung bình của tam giác BCN nên AM // CN.

Vì IK ⊥ AM nên IK ⊥ CN.

Mà BN ⊥ IC nên A là trực tâm của tam giác ICN.

Do đó CA ⊥ NI.

Mà CA ⊥ BK nên NI // BK.

Suy ra ΔABK = ΔANI (g.c.g), từ đó AI = AK.

Gọi L là trung điểm của IC.

Ta có BI = 2LM và CK = 2AL.

Xét ba điểm A, L, M ta có LM + AL ≥ AM nên

BI + CK ≥ 2AM.

Nhận xét. Các bạn có lời giải đúng được thưởng kì này: *Nguyễn Quang Huy*, *Nguyễn Phạm Duy Thái*, 9A, THCS Lê Quý Đôn, Mộc Châu, **Sơn La**; *Hoàng Thị Việt Hằng*, 8E, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**.

NGUYỄN NGỌC HÂN

UNIVERSITY ENTRANCE EXAMINATION

MATHEMATICS ('A' level equivalent)

VŨ ĐÔ QUAN *(giới thiệu)*

LTS. *Kiến thức toán THCS là nền tảng quan trọng để học toán sau này. Toán Tuổi thơ giới thiệu một đề thi mẫu tuyển sinh vào đại học NUS của Singapore (National University of Singapore). Trong 32 bài toán và vật lí (cơ học) có 9 bài thuộc chương trình các bạn lớp 9 có thể làm được.*

Section A *(40 Marks)*

Answer all questions in this section.

1. The minimum value of the function

$f(x) = (x - 2006)(x - 2007)(x - 2008)(x - 2009)$

is

(A) -1 (B) 1

(C) $\frac{1}{4}(2006)(2007)(2008)(2009)$

(D) $(2006)(2007)(2008)(2009)$

(E) none of the above

2. There are 3 women and 5 men who will split up into two 4-person teams. The number of ways in which this can be done is

(A) 15 (B) 70 (C) 90

(D) 140 (E) none of the above

3. Every day Peter either walks to school or takes a bus to school. The probability that he takes a bus to school is $\frac{1}{4}$. If he takes a bus, the probability that he will be late is $\frac{2}{3}$. If he walks to school, the probability that he will be late is $\frac{1}{3}$. The probability that Peter will be on time for at least one out of two consecutive days is

(A) $\frac{49}{144}$ (B) $\frac{70}{144}$ (C) $\frac{84}{144}$

(D) $\frac{119}{144}$ (E) none of the above

4. The expression $\frac{x^6 - 1}{x^2 - 1}$ is equal to

(A) $x^4 - 1$

(B) $(x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)$

(C) $(x^2 + x + 1)(x^2 - x - 1)$

(D) $(x^2 + x - 1)(x^2 - x + 1)$

(E) none of the above

5. Suppose $4x^2 - 24x + 35 = A(x - B)^2 + C$. Then

(A) $A = 4$, $B = -3$ and $C = -1$

(B) $A = 4$, $B = -3$ and $C = 1$

(C) $A = 4$, $B = 3$ and $C = -1$

(D) $A = 4$, $B = 3$ and $C = 1$

(E) none of the above

6. The equation $9x^2 - 12x + 11 = 0$ has roots α and β. The value of $\alpha^2\beta + \beta^2\alpha$ is

(A) $-\frac{132}{9}$ (B) $-\frac{132}{81}$ (C) $\frac{132}{81}$

(D) $\frac{132}{9}$ (E) none of the above

7. The inequality $25 - |10x + 5| \geq |40x - 20|$ has solution

(A) $[1, 2]$ (B) $[0, 2]$ (C) $[-1, 1]$

(D) $[-1, 0]$ (E) none of the above

8. Five cards each have a single digit written on them. The digits are 9, 9, 8, 7, 6 respectively. The number of different 4-digit numbers that can be formed by placing four of the cards side by side is

(A) 15 (B) 24 (C) 36

(D) 60 (E) none of the above

9. The number of arrangements of all the eleven letters of the word

MISSISSIPPI

in which all the four letters *I* are consecutive is equal to

(A) $\frac{9!}{2!4!}$ (B) $\frac{8!}{2!4!}$ (C) $\frac{7!}{2!4!}$

(D) $\frac{6!}{2!4!}$ (E) none of the above

Hỏi: Anh Phó ơi! Tại sao mỗi đề bài được in trên Toán Tuổi đều phải cách 1 số mới có đáp án ạ? Sao đáp án không được in ngay ở số kế tiếp?

LÊ TẤT HOAN

(7D, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, Vĩnh Phúc)

Đáp:

Báo đến tay học sinh
Có nơi mất cả tháng
Còn giải bài gửi lại
Có bạn mất vài tuần
Ra 2 tháng một lần
Đáp án cần làm thế
Công bằng cho mọi nơi

Hỏi: Nếu em gửi nhiều bài trong một phong bì nhưng chỉ ghi họ tên địa chỉ trên một bài thôi thì có được không ạ?

NGUYỄN KHÁNH HUYỀN

(8B, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, Nghệ An)

Đáp:

Nhiều bài chuyển đến nhiều thầy
Anh đâu có chấm mà biết ngay
Tờ này tờ kia cùng của bạn
Để ghi lên báo đúng từng bài

Hỏi: Anh Phó ơi! Nếu trong chuyên mục có 2 bài mà em chỉ giải 1 bài thì có được tính không ạ?

(Một bạn quên ghi tên)

Đáp:

Không quan tâm số lượng
Là một bài hay hai
Vấn đề giải có hay
Vấn đề bài có đúng
Trình bày theo quy cách
Thế là chọn đăng lên

ANH PHÓ

Thi giải toán qua thư

CÁC LỚP 6 & 7

Bài 1(171). Trong một phép tính chia, do bị nhòe mực nên ta chỉ thấy một số chữ số còn đọc được. Biết rằng đây là phép chia đúng và các chữ số x giống nhau còn các chữ số a, b, c, d, e, g có thể khác nhau. Hãy tìm các chữ số bị mờ.

$$\begin{array}{r|l} \mathrm{x100} & \mathrm{xa} \\ \underline{\mathrm{1bc}} & \mathrm{eg} \\ \mathrm{1d0} & \\ \underline{\mathrm{1d0}} & \\ 0 & \end{array}$$

VŨ ĐÌNH HÒA

(GV. Đại học Sư phạm Hà Nội)

Bài 2(171). Cho tam giác ABC vuông cân tại A có AB = 2 cm. Giả sử D và E thứ tự là các điểm trên AB và AC sao cho AD = CE. Tìm giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn thẳng DE.

BÙI VĂN TUYÊN

(Số 330B, đường Ngọc Lâm, Q. Long Biên, Hà Nội)

CÁC LỚP THCS

Bài 3(171). Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} \dfrac{x}{2}+\dfrac{2}{y}=\dfrac{y}{2}+\dfrac{2}{x} \\ 8y=8+x^3. \end{cases}$$

NGUYỄN VĂN XÁ

(GV. THPT Yên Phong số 2, Yên Phong, Bắc Ninh)

Bài 4(171). Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn ab + bc + ca = 1. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P=\frac{a^2}{\sqrt{b^2+15bc}}+\frac{b^2}{\sqrt{c^2+15ca}}+\frac{c^2}{\sqrt{a^2+15ab}}.$$

MAI VĂN NĂM

(GV. THCS Khánh Hồng, Yên Khánh, Ninh Bình)

PHIẾU ĐĂNG KÍ THAM DỰ CUỘC THI GTQT NĂM HỌC 2016-2017

Bài 5(171). Cho tập hợp A = {1; 2; 3} và quan hệ R = {(1, 1); (2, 1); (1, 3); (3, 2)} trên tập hợp A (tức là quan hệ từ A đến chính A). Mệnh đề aRb là đúng khi và chỉ khi (a, b) $\in$ R. Nếu aRb không đúng ta viết a$\not{R}$b. Hãy xác định xem các mệnh đề nào sau đây là đúng.

a) 3$\not{R}$1 b) 3R2 c) 1R1 d) 1$\not{R}$2 e) 2R3

VŨ KIM THỦY

Bài 6(171). Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O; R) và AB + AC = 3BC. Đường tròn (I, r) nội tiếp tam giác ABC và tiếp xúc với AB tại D. Đường thẳng DI cắt đường tròn (I) tại E (E khác D). AI cắt đường tròn (O) tại M (M khác A). Tính độ dài đoạn thẳng ME theo R, r.

NGUYỄN ĐỨC TẤN

(TP. Hồ Chí Minh)

SOLVE VIA MAIL COMPETITION QUESTIONS

Translated by Nam Vũ Thành

1(171). In the calculation of a division, due to the fading of the ink, only some numbers are readable. Given that this is a correct division with digits represented by *x* are the same and the digits *a, b, c, d, e, g* can be different. Find the faded digits.

$$\begin{array}{r|l} x100 & xa \\ \underline{1bc} & eg \\ 1d0 & \\ \underline{1d0} & \\ 0 & \end{array}$$

2(171). Let *ABC* be a right isosceles triangle with the vertex at *A* and *AB* = 2 cm. Let *D* and *E* be the points on *AB* and *AC*, respectively, such that *AD* = *CE*. Find the minimum value of the length of *DE*.

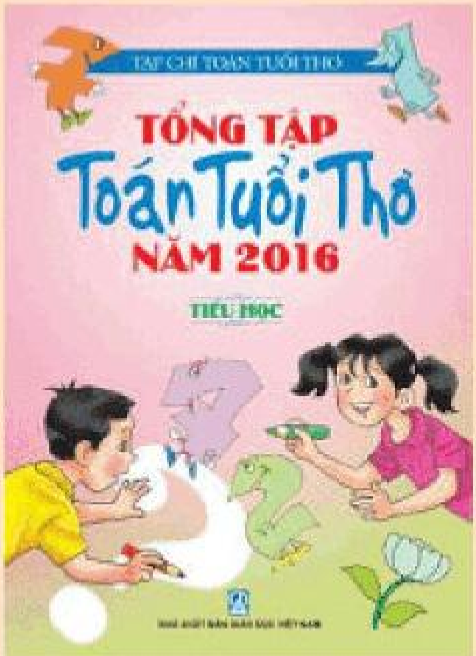
3(171). Solve the following simultaneous equations $\begin{cases} \dfrac{x}{2}+\dfrac{2}{y}=\dfrac{y}{2}+\dfrac{2}{x} \\ 8y=8+x^3. \end{cases}$

4(171). Given the positive real numbers *a, b,* and *c* such that *ab* + *bc* + *ca* = 1. Find the minimum value of the expression

$$P=\frac{a^2}{\sqrt{b^2+15bc}}+\frac{b^2}{\sqrt{c^2+15ca}}+\frac{c^2}{\sqrt{a^2+15ab}}.$$

(Xem tiếp trang 27)

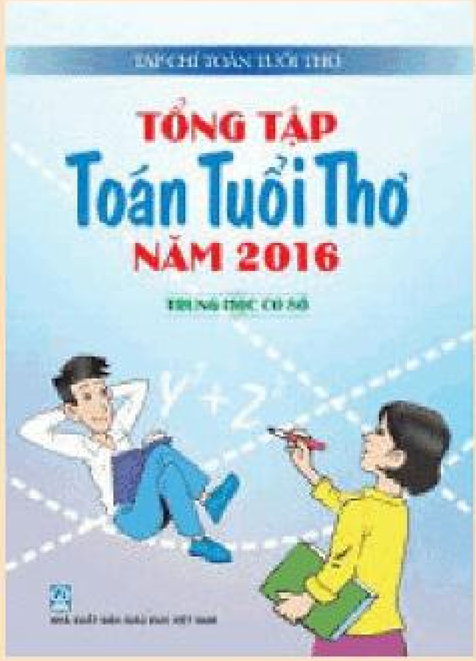
Bạn đã có TỔNG TẬP TOÁN TUỔI THƠ NĂM 2016 ?



- Đóng tập 12 số tạp chí cả năm 2016.
- Đóng bìa cứng.
- Tiện tra cứu cho thầy cô.
- Bồi dưỡng học sinh giỏi.
- Lưu trữ trong thư viện.
- Quà tặng học sinh giỏi.
- Giá bìa: 170000 đồng.

Tạp chí còn có tổng tập các năm 2013, 2014.

Các bạn có nhu cầu hãy liên hệ theo số điện thoại 04 35682701.



CÁC HỌC SINH ĐƯỢC KHEN TRONG CUỘC THI GIẢI TOÁN DÀNH CHO NỮ SINH

Từ trái sang phải: Nguyễn Thu Hiền, Nguyễn Thùy Dương, Bùi Thị Quỳnh, Hoàng Bảo Yến, Phùng Thị Khánh Linh.

HH CTY CP VĂN PHÒNG PHẨM HỒNG HÀ® SINCE 1959 *Lưu truyền thống - Viết tương lai*

Công ty CP VPP Hồng Hà là nhà tài trợ cho 2 cuộc thi: Giải toán qua thư và Giải toán dành cho nữ sinh.

Giấy phép xuất bản: số 31/GP-BVHTT, cấp ngày 23/1/2003 của Bộ Văn hóa và Thông tin.
Mã số: 8BTT171M17. **In tại:** Công ty cổ phần in Công Đoàn Việt Nam, 167 Tây Sơn, Đống Đa, Hà Nội. In xong và nộp lưu chiểu tháng 04 năm 2017.