

# Mục lục

Mục lục . . . . .	1
<b>Phần1 . PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN VỀ DAO ĐỘNG ĐIỀU HÒA CỦA CON LẮC LÒ XO</b>	<b>15</b>
<b>Chủ đề 1.</b> Liên hệ giữa lực tác dụng, độ giãn và độ cứng của lò xo . . . . .	15
1.Cho biết lực kéo $F$ , độ cứng $k$ : tìm độ giãn $\Delta l_0$ , tìm $l$ . . . . .	15
2.Cắt lò xo thành $n$ phần bằng nhau ( hoặc hai phần không bằng nhau): tìm độ cứng của mỗi phần . . . . .	15
<b>Chủ đề 2.</b> Viết phương trình dao động điều hòa của con lắc lò xo . . . . .	15
<b>Chủ đề 3.</b> Chứng minh một hệ cơ học dao động điều hòa . . . . .	16
1.Phương pháp động lực học . . . . .	16
2.Phương pháp định luật bảo toàn năng lượng . . . . .	16
<b>Chủ đề 4.</b> Vận dụng định luật bảo toàn cơ năng để tìm vận tốc . . . . .	16
<b>Chủ đề 5.</b> Tìm biểu thức động năng và thế năng theo thời gian . . . . .	17
<b>Chủ đề 6.</b> Tìm lực tác dụng cực đại và cực tiểu của lò xo lên giá treo hay giá đỡ . .	17
1.Trường hợp lò xo nằm ngang . . . . .	17
2.Trường hợp lò xo treo thẳng đứng . . . . .	17
3.Chú ý . . . . .	17
<b>Chủ đề 7.</b> Hệ hai lò xo ghép nối tiếp: tìm độ cứng $k_{\text{hệ}}$ , từ đó suy ra chu kỳ $T$ . . . .	18
<b>Chủ đề 8.</b> Hệ hai lò xo ghép song song: tìm độ cứng $k_{\text{hệ}}$ , từ đó suy ra chu kỳ $T$ . . .	18
<b>Chủ đề 9.</b> Hệ hai lò xo ghép xung đối: tìm độ cứng $k_{\text{hệ}}$ , từ đó suy ra chu kỳ $T$ . . .	18
<b>Chủ đề 10.</b> Con lắc liên kết với ròng rọc( không khối lượng): chứng minh rằng hệ dao động điều hòa, từ đó suy ra chu kỳ $T$ . . . . .	19
1.Hòn bi nối với lò xo bằng dây nhẹ vắt qua ròng rọc . . . . .	19
2.Hòn bi nối với ròng rọc di động, hòn bi nối vào dây vắt qua ròng rọc . . . .	19
3.Lò xo nối vào trục ròng rọc di động, hòn bi nối vào hai lò xo nhờ dây vắt qua ròng rọc . . . . .	19

<b>Chủ đề 11.</b> Lực hồi phục gây ra dao động điều hòa không phải là lực đàn hồi như: lực đẩy Acximet, lực ma sát, áp lực thủy tĩnh, áp lực của chất khí...: chứng minh hệ dao động điều hòa . . . . .	20
1. $\vec{F}$ là lực đẩy Acximet . . . . .	20
2. $\vec{F}$ là lực ma sát . . . . .	20
3. Áp lực thủy tĩnh . . . . .	21
4. $\vec{F}$ là lực của chất khí . . . . .	21

## **Phần 2 . PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN VỀ DAO ĐỘNG ĐIỀU HÒA CỦA CON LẮC ĐƠN**

<b>Chủ đề 1.</b> Viết phương trình dao động điều hòa của con lắc đơn . . . . .	22
<b>Chủ đề 2.</b> Xác định độ biến thiên nhỏ chu kỳ $\Delta T$ khi biết độ biến thiên nhỏ gia tốc trọng trường $\Delta g$ , độ biến thiên chiều dài $\Delta l$ . . . . .	22
<b>Chủ đề 3.</b> Xác định độ biến thiên nhỏ chu kỳ $\Delta T$ khi biết nhiệt độ biến thiên nhỏ $\Delta t$ ; khi đưa lên độ cao $h$ ; xuống độ sâu $h$ so với mặt biển . . . . .	23
1. Khi biết nhiệt độ biến thiên nhỏ $\Delta t$ . . . . .	23
2. Khi đưa con lắc đơn lên độ cao $h$ so với mặt biển . . . . .	23
3. Khi đưa con lắc đơn xuống độ sâu $h$ so với mặt biển . . . . .	23
<b>Chủ đề 4.</b> Con lắc đơn chịu nhiều yếu tố ảnh hưởng độ biến thiên của chu kỳ: tìm điều kiện để chu kỳ không đổi . . . . .	24
1. Điều kiện để chu kỳ không đổi . . . . .	24
2. Ví dụ: Con lắc đơn chịu ảnh hưởng bởi yếu tố nhiệt độ và yếu tố độ cao . . . . .	24
<b>Chủ đề 5.</b> Con lắc trong đồng hồ gõ giây được xem như là con lắc đơn: tìm độ nhanh hay chậm của đồng hồ trong một ngày đêm . . . . .	24
<b>Chủ đề 6.</b> Con lắc đơn chịu tác dụng thêm bởi một ngoại lực $\vec{F}$ không đổi: Xác định chu kỳ dao động mới $T'$ . . . . .	25
1. $\vec{F}$ là lực hút của nam châm . . . . .	25
2. $\vec{F}$ là lực tương tác Coulomb . . . . .	25
3. $\vec{F}$ là lực điện trường . . . . .	25
4. $\vec{F}$ là lực đẩy Acsimet . . . . .	26
5. $\vec{F}$ là lực nằm ngang . . . . .	26
<b>Chủ đề 7.</b> Con lắc đơn treo vào một vật ( như ô tô, thang máy...) đang chuyển động với gia tốc $\vec{a}$ : xác định chu kỳ mới $T'$ . . . . .	26
1. Con lắc đơn treo vào trần của thang máy ( chuyển động thẳng đứng ) với gia tốc $\vec{a}$ . . . . .	27
2. Con lắc đơn treo vào trần của xe ô tô đang chuyển động ngang với gia tốc $\vec{a}$ . . . . .	27

3.Con lắc đơn treo vào trần của xe ô tô đang chuyển động trên mặt phẳng nghiêng một góc $\alpha$ : . . . . .	28
<b>Chủ đề 8.</b> Xác định động năng $E_d$ thế năng $E_t$ , cơ năng của con lắc đơn khi ở vị trí có góc lệch $\beta$ . . . . .	29
<b>Chủ đề 9.</b> Xác định vận tốc dài $v$ và lực căng dây $T$ tại vị trí hợp với phương thẳng đứng một góc $\beta$ . . . . .	29
1.Vận tốc dài $v$ tại C . . . . .	29
2.Lực căng dây $T$ tại C . . . . .	29
3.Hệ quả: vận tốc và lực căng dây cực đại và cực tiểu . . . . .	30
<b>Chủ đề 10.</b> Xác định biên độ góc $\alpha'$ mới khi gia tốc trọng trường thay đổi từ $g$ sang $g'$ . . . . .	30
<b>Chủ đề 11.</b> Xác định chu kỳ và biên độ của con lắc đơn vướng đinh (hay vật cản) khi đi qua vị trí cân bằng . . . . .	30
1.Tìm chu kỳ $T$ . . . . .	30
2.Tìm biên độ mới sau khi vướng đinh . . . . .	31
<b>Chủ đề 12.</b> Xác định thời gian để hai con lắc đơn trở lại vị trí trùng phùng (cùng qua vị trí cân bằng, chuyển động cùng chiều) . . . . .	31
<b>Chủ đề 13.</b> Con lắc đơn dao động thì bị dây đứt:khảo sát chuyển động của hòn bi sau khi dây đứt? . . . . .	31
1.Trường hợp dây đứt khi đi qua vị trí cân bằng O . . . . .	31
2.Trường hợp dây đứt khi đi qua vị trí có li giác $\alpha$ . . . . .	32
<b>Chủ đề 14.</b> Con lắc đơn có hòn bi va chạm đàn hồi với một vật đang đứng yên: xác định vận tốc của viên bi sau va chạm? . . . . .	32
<b>Phần3 . PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN VỀ DAO ĐỘNG TẮT DẦN VÀ CỘNG HƯỞNG CƠ HỌC</b> . . . . .	<b>33</b>
<b>Chủ đề 1.</b> Con lắc lò xo dao động tắt dần: biên độ giảm dần theo cấp số nhân lùi vô hạn, tìm công bội $q$ . . . . .	33
<b>Chủ đề 2.</b> Con lắc lò đơn động tắt dần: biên độ góc giảm dần theo cấp số nhân lùi vô hạn, tìm công bội $q$ . Năng lượng cung cấp để duy trì dao động . . . . .	33
<b>Chủ đề 3.</b> Hệ dao động cưỡng bức bị kích thích bởi một ngoại lực tuần hoàn: tìm điều kiện để có hiện tượng cộng hưởng . . . . .	34
<b>Phần 4 . PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN VỀ SỰ TRUYỀN SÓNG CƠ HỌC, GIAO THOA SÓNG, SÓNG DỪNG, SÓNG ÂM</b> . . . . .	<b>35</b>
<b>Chủ đề 1.</b> Tìm độ lệch pha giữa hai điểm cách nhau $d$ trên một phương truyền sóng? Tìm bước sóng khi biết độ lệch pha và giới hạn của bước sóng,( tần số, vận tốc truyền sóng). Viết phương trình sóng tại một điểm . . . . .	35
1.Tìm độ lệch pha giữa hai điểm cách nhau $d$ trên một phương truyền sóng . . . . .	35

2.Tìm bước sóng khi biết độ lệch pha và giới hạn của bước sóng,( tần số, vận tốc truyền sóng) . . . . .	35
3.Viết phương trình sóng tại một điểm trên phương truyền sóng . . . . .	35
4.Vận tốc dao động của sóng . . . . .	35
<b>Chủ đề 2.</b> Vẽ đồ thị biểu diễn quá trình truyền sóng theo thời gian và theo không gian	36
1.Vẽ đồ thị biểu diễn quá trình truyền sóng theo thời gian . . . . .	36
2.Vẽ đồ thị biểu diễn quá trình truyền sóng theo không gian ( dạng của môi trường...) . . . . .	36
<b>Chủ đề 3.</b> Xác định tính chất sóng tại một điểm $M$ trên miền giao thoa . . . . .	36
<b>Chủ đề 4.</b> Viết phương trình sóng tại điểm $M$ trên miền giao thoa . . . . .	37
<b>Chủ đề 5.</b> Xác định số đường dao động cực đại và cực tiểu trên miền giao thoa . . .	37
<b>Chủ đề 6.</b> Xác định điểm dao động với biên độ cực đại ( điểm bụng) và số điểm dao động với biên độ cực tiểu ( điểm nút) trên đoạn $S_1S_2$ . . . . .	38
<b>Chủ đề 7.</b> Tìm quỹ tích những điểm dao động cùng pha (hay ngược pha) với hai nguồn $S_1, S_2$ . . . . .	38
<b>Chủ đề 8.</b> Viết biểu thức sóng dừng trên dây đàn hồi . . . . .	38
<b>Chủ đề 9.</b> Điều kiện để có hiện tượng sóng dừng, từ đó suy ra số bụng và số nút sóng	39
1.Hai đầu môi trường ( dây hay cột không khí) là cố định . . . . .	39
2.Một đầu môi trường ( dây hay cột không khí) là cố định, đầu kia tự do . . . .	39
3.Hai đầu môi trường ( dây hay cột không khí) là tự do . . . . .	40
<b>Chủ đề 10.</b> Xác định cường độ âm ( $I$ ) khi biết mức cường độ âm tại điểm. Xác định công suất của nguồn âm? Độ to của âm . . . . .	40
1.Xác định cường độ âm ( $I$ ) khi biết mức cường độ âm tại điểm . . . . .	40
2.Xác định công suất của nguồn âm tại một điểm: . . . . .	40
3.Độ to của âm: . . . . .	41

## **Phần5 . PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN VỀ MẠCH ĐIỆN XOAY CHIỀU KHÔNG PHÂN NHÁNH (RLC) 42**

<b>Chủ đề 1.</b> Tạo ra dòng điện xoay chiều bằng cách cho khung dây quay đều trong từ trường, xác định suất điện động cảm ứng $e(t)$ ? Suy ra biểu thức cường độ dòng điện $i(t)$ và hiệu điện thế $u(t)$ . . . . .	42
<b>Chủ đề 2.</b> Đoạn mạch $RLC$ : cho biết $i(t) = I_0 \sin(\omega t)$ , viết biểu thức hiệu điện thế $u(t)$ . Tìm công suất $P_{\text{mạch}}$ . . . . .	42
<b>Chủ đề 3.</b> Đoạn mạch $RLC$ : cho biết $u(t) = U_0 \sin(\omega t)$ , viết biểu thức cường độ dòng điện $i(t)$ . Suy ra biểu thức $u_R(t)?u_L(t)?u_C(t)?$ . . . . .	42

<b>Chủ đề 4.</b> Xác định độ lệch pha giữa hai hđt tức thời $u_1$ và $u_2$ của hai đoạn mạch khác nhau trên cùng một dòng điện xoay chiều không phân nhánh? Cách vận dụng? . . . . .	43
<b>Chủ đề 5.</b> Đoạn mạch $RLC$ , cho biết $U, R$ : tìm hệ thức $L, C, \omega$ để: cường độ dòng điện qua đoạn mạch cực đại, hiệu điện thế và cường độ dòng điện cùng pha, công suất tiêu thụ trên đoạn mạch đạt cực đại. . . . .	43
1. Cường độ dòng điện qua đoạn mạch đạt cực đại . . . . .	43
2. Hiệu điện thế cùng pha với cường độ dòng điện . . . . .	44
3. Công suất tiêu thụ trên đoạn mạch cực đại . . . . .	44
4. Kết luận . . . . .	44
<b>Chủ đề 6.</b> Đoạn mạch $RLC$ , ghép thêm một tụ $C'$ : tìm $C'$ để: cường độ dòng điện qua đoạn mạch cực đại, hiệu điện thế và cường độ dòng điện cùng pha, công suất tiêu thụ trên đoạn mạch đạt cực đại. . . . .	44
<b>Chủ đề 7.</b> Đoạn mạch $RLC$ : Cho biết $U_R, U_L, U_C$ : tìm $U$ và độ lệch pha $\varphi_{u/i}$ . . . . .	45
<b>Chủ đề 8.</b> Cuộn dây ( $RL$ ) mắc nối tiếp với tụ $C$ : cho biết hiệu điện thế $U_1$ (cuộn dây) và $U_C$ . Tìm $U_{\text{mạch}}$ và $\varphi$ . . . . .	45
<b>Chủ đề 9.</b> Cho mạch $RLC$ : Biết $U, \omega$ , tìm $L$ , hay $C$ , hay $R$ để công suất tiêu thụ trên đoạn mạch cực đại. . . . .	45
1. Tìm $L$ hay $C$ để công suất tiêu thụ trên đoạn mạch cực đại . . . . .	46
2. Tìm $R$ để công suất tiêu thụ trên đoạn mạch cực đại . . . . .	46
<b>Chủ đề 10.</b> Đoạn mạch $RLC$ : Cho biết $U, R, f$ : tìm $L$ (hay $C$ ) để $U_L$ (hay $U_C$ ) đạt giá trị cực đại? . . . . .	46
1. Tìm $L$ để hiệu thế hiệu dụng ở hai đầu cuộn cảm cực đại . . . . .	47
2. Tìm $C$ để hiệu thế hiệu dụng ở hai đầu tụ điện cực đại . . . . .	48
<b>Chủ đề 11.</b> Đoạn mạch $RLC$ : Cho biết $U, R, L, C$ : tìm $f$ (hay $\omega$ ) để $U_R, U_L$ hay $U_C$ đạt giá trị cực đại? . . . . .	49
1. Tìm $f$ (hay $\omega$ ) để hiệu thế hiệu dụng ở hai đầu điện trở cực đại . . . . .	49
2. Tìm $f$ (hay $\omega$ ) để hiệu thế hiệu dụng ở hai đầu cuộn cảm cực đại . . . . .	49
3. Tìm $f$ (hay $\omega$ ) để hiệu thế hiệu dụng ở hai đầu tụ điện cực đại . . . . .	49
<b>Chủ đề 12.</b> Cho biết đồ thị $i(t)$ và $u(t)$ , hoặc biết giản đồ vectơ hiệu điện thế: xác định các đặc điểm của mạch điện? . . . . .	50
1. Cho biết đồ thị $i(t)$ và $u(t)$ : tìm độ lệch pha $\varphi_{u/i}$ . . . . .	50
2. Cho biết giản đồ vectơ hiệu điện thế: vẽ sơ đồ đoạn mạch? Tìm $U_{\text{mạch}}$ . . . . .	51
<b>Chủ đề 13.</b> Tác dụng nhiệt của dòng điện xoay chiều: tính nhiệt lượng tỏa ra trên đoạn mạch? . . . . .	51

<b>Chủ đề 14.</b> Tác dụng hóa học của dòng điện xoay chiều: tính điện lượng chuyển qua bình điện phân theo một chiều? Tính thể tích khí Hidrô và Oxy xuất hiện ở các điện cực? . . . . .	51
1. Tính điện lượng chuyển qua bình điện phân theo một chiều ( trong 1 chu kỳ $T$ , trong $t$ ) . . . . .	51
2. Tính thể tích khí Hidrô và Oxy xuất hiện ở các điện cực trong thời gian $t(s)$ .	52
<b>Chủ đề 15.</b> Tác dụng từ của dòng điện xoay chiều và tác dụng của từ trường lên dòng điện xoay chiều? . . . . .	52
1. Nam châm điện dùng dòng điện xoay chiều ( tần số $f$ ) đặt gần dây thép căng ngang. Xác định tần số rung $f'$ của dây thép . . . . .	52
2. Dây dẫn thẳng căng ngang mang dòng điện xoay chiều đặt trong từ trường có cảm ứng từ $\vec{B}$ không đổi ( vuông góc với dây): xác định tần số rung của dây $f'$ . . . . .	52

## **Phần 6 . PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN VỀ MÁY PHÁT ĐIỆN XOAY CHIỀU, BIẾN THỂ, TRUYỀN TẢI ĐIỆN NĂNG** **53**

<b>Chủ đề 1.</b> Xác định tần số $f$ của dòng điện xoay chiều tạo bởi máy phát điện xoay chiều 1 pha . . . . .	53
1. Trường hợp roto của mpđ có $p$ cặp cực, tần số vòng là $n$ . . . . .	53
2. Trường hợp biết suất điện động xoay chiều ( $E$ hay $E_o$ ) . . . . .	53
<b>Chủ đề 2.</b> Nhà máy thủy điện: thác nước cao $h$ , làm quay tuabin nước và roto của mpđ. Tìm công suất $P$ của máy phát điện? . . . . .	53
<b>Chủ đề 3.</b> Mạch điện xoay chiều ba pha mắc theo sơ đồ hình $\Upsilon$ : tìm cường độ dòng trung hòa khi tải đối xứng? Tính hiệu điện thế $U_d$ ( theo $U_p$ )? Tính $P_t$ (các tải) . . . . .	53
<b>Chủ đề 4.</b> Máy biến thế: cho $U_1, I_1$ : tìm $U_2, I_2$ . . . . .	54
1. Trường hợp các điện trở của cuộn sơ cấp và thứ cấp bằng 0, cuộn thứ cấp hở . . . . .	54
2. Trường hợp các điện trở của cuộn sơ cấp và thứ cấp bằng 0, cuộn thứ cấp có tải . . . . .	54
3. Trường hợp các điện trở của cuộn sơ cấp và thứ cấp khác 0: . . . . .	55
<b>Chủ đề 5.</b> Truyền tải điện năng trên dây dẫn: xác định các đại lượng trong quá trình truyền tải . . . . .	55
<b>Chủ đề 6.</b> Xác định hiệu suất truyền tải điện năng trên dây? . . . . .	55

## **Phần 7 . PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN VỀ DAO ĐỘNG ĐIỆN TỰ DO TRONG MẠCH LC** **57**

<b>Chủ đề 1.</b> Dao động điện tự do trong mạch LC: viết biểu thức $q(t)$ ? Suy ra cường độ dòng điện $i(t)$ ? . . . . .	58
<b>Chủ đề 2.</b> Dao động điện tự do trong mạch LC, biết $u_C = U_0 \sin \omega t$ , tìm $q(t)$ ? Suy ra $i(t)$ ? . . . . .	58



<b>Chủ đề 3.</b> Cách áp dụng định luật bảo toàn năng lượng trong mạch dao động $LC$ . . .	58
1. Biết $Q_0$ ( hay $U_0$ ) tìm biên độ $I_0$ . . . . .	58
2. Biết $Q_0$ ( hay $U_0$ ) và $q$ ( hay $u$ ), tìm $i$ lúc đó . . . . .	58
<b>Chủ đề 4.</b> Dao động điện tự do trong mạch $LC$ , biết $Q_0$ và $I_0$ : tìm chu kỳ dao động riêng của mạch $LC$ . . . . .	59
<b>Chủ đề 5.</b> Mạch $LC$ ở lõi vào của máy thu vô tuyến điện bắt sóng điện từ có tần số $f$ (hay bước sóng $\lambda$ ). Tìm $L$ ( hay $C$ ) . . . . .	59
1. Biết $f$ ( sóng) tìm $L$ và $C$ . . . . .	59
2. Biết $\lambda$ ( sóng) tìm $L$ và $C$ . . . . .	59
<b>Chủ đề 6.</b> Mạch $LC$ ở lõi vào của máy thu vô tuyến có tụ điện có điện dung biến thiên $C_{max} \div C_{min}$ tương ứng góc xoay biến thiên $0^\circ \div 180^\circ$ : xác định góc xoay $\Delta\alpha$ để thu được bức xạ có bước sóng $\lambda$ ? . . . . .	59
<b>Chủ đề 7.</b> Mạch $LC$ ở lõi vào của máy thu vô tuyến có tụ xoay biến thiên $C_{max} \div C_{min}$ : tìm dải bước sóng hay dải tần số mà máy thu được? . . . . .	60
<b>Phần 8 . PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN VỀ PHẢN XẠ ÁNH SÁNG CỦA GƯƠNG PHẪNG VÀ GƯƠNG CẦU</b>	<b>61</b>
<b>Chủ đề 1.</b> Cách vẽ tia phản xạ trên gương phẳng ứng với một tia tới đã cho ? . . . .	61
<b>Chủ đề 2.</b> Cách nhận biết tính chất "thật - ảo" của vật hay ảnh( dựa vào các chùm sáng) . . . . .	61
<b>Chủ đề 3.</b> Gương phẳng quay một góc $\alpha$ (quanh trục vuông góc mặt phẳng tới): tìm góc quay của tia phản xạ? . . . . .	61
1. Cho tia tới cố định, xác định chiều quay của tia phản xạ . . . . .	61
2. Cho biết $SI = R$ , xác định quãng đường đi của ảnh $S'$ . . . . .	61
3. Gương quay đều với vận tốc góc $\omega$ : tìm vận tốc dài của ảnh . . . . .	62
<b>Chủ đề 4.</b> Xác định ảnh tạo bởi một hệ gương có mặt phản xạ hướng vào nhau . . .	62
<b>Chủ đề 5.</b> Cách vận dụng công thức của gương cầu . . . . .	63
1. Cho biết $d$ và $AB$ : tìm $d'$ và độ cao ảnh $A'B'$ . . . . .	63
2. Cho biết $d'$ và $A'B'$ : tìm $d$ và độ cao vật $AB$ . . . . .	63
3. Cho biết vị trí vật $d$ và ảnh $d'$ xác định tiêu cự $f$ . . . . .	63
4. Chú ý . . . . .	63
<b>Chủ đề 6.</b> Tìm chiều và độ dời của màn ảnh khi biết chiều và độ dời của vật. Hệ quả? .	64
1. Tìm chiều và độ dời của màn ảnh khi biết chiều và độ dời của vật . . . . .	64
2. Hệ quả . . . . .	64
<b>Chủ đề 7.</b> Cho biết tiêu cự $f$ và một điều kiện nào đó về ảnh, vật: xác định vị trí vật $d$ và vị trí ảnh $d'$ . . . . .	64

1.Cho biết độ phóng đại $k$ và $f$ . . . . .	64
2.Cho biết khoảng cách $l = \overline{AA'}$ . . . . .	64
<b>Chủ đề 8.</b> Xác định thị trường của gương ( gương cầu lõm hay gương phẳng) . . . . .	65
<b>Chủ đề 9.</b> Gương cầu lõm dùng trong đèn chiếu: tìm hệ thức liên hệ giữa vật sáng tròn trên màn ( chắn chùm tia phản xạ) và kích thước của mặt gương . . . . .	65
<b>Chủ đề 10.</b> Xác định ảnh của vật tạo bởi hệ "gương cầu - gương phẳng" . . . . .	65
1.Trường hợp gương phẳng vuông góc với trục chính . . . . .	66
2.Trường hợp gương phẳng nghiêng một góc $45^0$ so với trục chính . . . . .	66
<b>Chủ đề 11.</b> Xác định ảnh của vật tạo bởi hệ "gương cầu - gương cầu" . . . . .	66
<b>Chủ đề 12.</b> Xác định ảnh của vật $AB$ ở xa vô cùng tạo bởi gương cầu lõm . . . . .	67

## **Phần9 . PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN VỀ KHÚC XẠ ÁNH SÁNG, LƯỠNG CHẤT PHẪNG ( LCP), BẢNG MẶT SONG SONG (BMSS), LĂNG KÍNH (LK)**

<b>Chủ đề 1.</b> Khảo sát đường truyền của tia sáng đơn sắc khi đi từ môi trường chiết quang kém sang môi trường chiết quang hơn? . . . . .	69
<b>Chủ đề 2.</b> Khảo sát đường truyền của tia sáng đơn sắc khi đi từ môi trường chiết quang hơn sang môi trường chiết quang kém? . . . . .	69
<b>Chủ đề 3.</b> Cách vẽ tia khúc xạ ( ứng với tia tới đã cho) qua mặt phẳng phân cách giữa hai môi trường bằng phương pháp hình học? . . . . .	70
1.Cách vẽ tia khúc xạ . . . . .	70
2.Cách vẽ tia tới giới hạn toàn phần . . . . .	70
<b>Chủ đề 4.</b> Xác định ảnh của một vật qua LCP ? . . . . .	70
<b>Chủ đề 5.</b> Xác định ảnh của một vật qua BMSS ? . . . . .	71
1.Độ dời ảnh . . . . .	71
2.Độ dời ngang của tia sáng . . . . .	71
<b>Chủ đề 6.</b> Xác định ảnh của một vật qua hệ LCP- gương phẳng ? . . . . .	71
1.Vật A - LCP - Gương phẳng . . . . .	71
2.Vật A nằm giữa LCP- Gương phẳng . . . . .	72
<b>Chủ đề 7.</b> Xác định ảnh của một vật qua hệ LCP- gương cầu ? . . . . .	72
<b>Chủ đề 8.</b> Xác định ảnh của một vật qua hệ nhiều BMSS ghép sát nhau? . . . . .	72
<b>Chủ đề 9.</b> Xác định ảnh của một vật qua hệ nhiều BMSS - gương phẳng ghép song song? . . . . .	73
1.Vật S - BMSS - Gương phẳng . . . . .	73
2.Vật S nằm giữa BMSS - Gương phẳng . . . . .	73
<b>Chủ đề 10.</b> Xác định ảnh của một vật qua hệ nhiều BMSS - gương cầu? . . . . .	73



<b>Chủ đề 11.</b> Cho lăng kính (A,n) và góc tới $i_1$ của chùm sáng: xác định góc lệch D? .	74
<b>Chủ đề 12.</b> Cho lăng kính (A,n) xác định $i_1$ để $D = \min$ ? . . . . .	74
1.Cho A,n: xác định $i_1$ để $D = \min, D_{\min}$ ? . . . . .	74
2.Cho A và $D_{\min}$ : xác định n? . . . . .	74
3.Chú ý: . . . . .	75
<b>Chủ đề 13.</b> Xác định điều kiện để có tia ló ra khỏi LK? . . . . .	75
1.Điều kiện về góc khúc xạ . . . . .	75
1.Điều kiện về góc tới . . . . .	75

## Phần 10 . PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN VỀ THẤU KÍNH VÀ HỆ QUANG HỌC ĐỒNG TRỤC VỚI THẤU KÍNH

<b>Chủ đề 1.</b> Xác định loại thấu kính ? . . . . .	76
1.Căn cứ vào sự liên hệ về tính chất, vị trí, độ lớn giữa vật - ảnh . . . . .	76
2.Căn cứ vào đường truyền của tia sáng qua thấu kính . . . . .	76
3.Căn cứ vào công thức của thấu kính . . . . .	76
<b>Chủ đề 2.</b> Xác định độ tụ của thấu kính khi biết tiêu cự, hay chiết suất của môi trường làm thấu kính và bán kính của các mặt cong. . . . .	76
1.Khi biết tiêu cự $f$ . . . . .	76
2.Khi biết chiết suất của môi trường làm thấu kính và bán kính của các mặt cong . . . . .	76
<b>Chủ đề 3.</b> Cho biết tiêu cự $f$ và một điều kiện nào đó về ảnh, vật: xác định vị trí vật $d$ và vị trí ảnh $d'$ . . . . .	77
1.Cho biết độ phóng đại $k$ và $f$ . . . . .	77
2.Cho biết khoảng cách $l = \overline{AA'}$ . . . . .	77
<b>Chủ đề 4.</b> Xác định ảnh của một vật $AB$ ở xa vô cực . . . . .	77
<b>Chủ đề 5.</b> Xác định ảnh của một vật $AB$ ở xa vô cực . . . . .	77
1.Cho biết khoảng cách "vật - ảnh" $L$ , xác định hai vị trí đặt thấu kính . . . . .	78
2.Cho biết khoảng cách "vật - ảnh" $L$ , và khoảng cách giữa hai vị trí, tìm $f$ . . . . .	78
<b>Chủ đề 6.</b> Vật hay thấu kính di chuyển, tìm chiều di chuyển của ảnh . . . . .	78
1.Thấu kính (O) cố định: dời vật gần ( hay xa) thấu kính, tìm chiều chuyển dời của ảnh . . . . .	78
2.Vật $AB$ cố định, cho ảnh $A'B'$ trên màn, dời thấu kính hội tụ, tìm chiều chuyển dời của màn . . . . .	78
<b>Chủ đề 8.</b> Liên hệ giữa kích thước vật sáng tròn trên màn( chắn chùm ló) và kích thước của mặt thấu kính. . . . .	79
<b>Chủ đề 9.</b> Hệ nhiều thấu kính mỏng ghép đồng trục với nhau, tìm tiêu cự của hệ. . . . .	79

<b>Chủ đề 10.</b> Xác định ảnh của một vật qua hệ " thấu kính- LCP". . . . .	79
1.Trường hợp: AB - TK - LCP . . . . .	79
2.Trường hợp: AB - LCP - TK . . . . .	80
<b>Chủ đề 11.</b> Xác định ảnh của một vật qua hệ " thấu kính- BMSS". . . . .	80
1.Trường hợp: AB - TK - BMSS . . . . .	80
2.Trường hợp: AB - LCP - TK . . . . .	81
<b>Chủ đề 12.</b> Xác định ảnh của một vật qua hệ hai thấu kính ghép đồng trục. . . . .	81
<b>Chủ đề 13.</b> Hai thấu kính đồng trục tách rời nhau: xác định giới hạn của $a = O_1O_2$ ( hoặc $d_1 = \overline{O_1A}$ ) để ảnh $A_2B_2$ nghiệm đúng một điều kiện nào đó ( như ảnh thật, ảnh ảo, cùng chiều hay ngược chiều với vật $AB$ ). . . . .	82
1.Trường hợp $A_2B_2$ là thật ( hay ảo ) . . . . .	82
2.Trường hợp $A_2B_2$ cùng chiều hay ngược chiều với vật . . . . .	82
<b>Chủ đề 14.</b> Hai thấu kính đồng trục tách rời nhau: xác định khoảng cách $a = O_1O_2$ để ảnh cuối cùng không phụ thuộc vào vị trí vật $AB$ . . . . .	82
<b>Chủ đề 15.</b> Xác định ảnh của vật cho bởi hệ "thấu kính - gương phẳng". . . . .	83
1.Trường hợp gương phẳng vuông góc với trục chính . . . . .	83
2.Trường hợp gương phẳng nghiêng một góc $45^0$ so với trục chính . . . . .	83
3.Trường hợp gương phẳng ghép xác thấu kính ( hay thấu kính mạ bạc) . . . . .	84
4.Trường hợp vật $AB$ đặt trong khoảng giữa thấu kính và gương phẳng . . . . .	84
<b>Chủ đề 16.</b> Xác định ảnh của vật cho bởi hệ "thấu kính - gương cầu". . . . .	84
1.Trường hợp vật $AB$ đặt trước hệ " thấu kính- gương cầu" . . . . .	85
2.Trường hợp hệ "thấu kính- gương cầu" ghép sát nhau . . . . .	85
3.Trường hợp vật $AB$ đặt giữa thấu kính và gương cầu: . . . . .	85

## Phần 11 . PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN VỀ MẮT VÀ CÁC DỤNG CỤ QUANG HỌC BỔ TRỢ CHO MẮT

<b>Chủ đề 1.</b> Máy ảnh: cho biết giới hạn khoảng đặt phim, tìm giới hạn đặt vật? . . . .	89
<b>Chủ đề 2.</b> Máy ảnh chụp ảnh của một vật chuyển động vuông góc với trục chính. Tính khoảng thời gian tối đa mở cửa sập của ống kính để ảnh không bị nhoè. .	89
<b>Chủ đề 3.</b> Mắt cận thị: xác định độ tụ của kính chữa mắt? Tìm điểm cực cận mới $\xi_c$ khi đeo kính chữa? . . . . .	89
<b>Chủ đề 4.</b> Mắt viễn thị: xác định độ tụ của kính chữa mắt? Tìm điểm cực cận mới $\xi_c$ khi đeo kính chữa? . . . . .	90
<b>Chủ đề 5.</b> Kính lúp: xác định phạm vi ngắm chừng và độ bội giác. Xác định kích thước nhỏ nhất của vật $AB_{min}$ mà mắt phân biệt được qua kính lúp . . . . .	90
1.Xác định phạm vi ngắm chừng của kính lúp . . . . .	90

2.Xác định độ bội giác của kính lúp . . . . .	91
3.Xác định kích thước nhỏ nhất của vật $AB_{min}$ mà mắt phân biệt được qua kính lúp . . . . .	92
<b>Chủ đề 6.</b> Kính hiển vi: xác định phạm vi ngắm chừng và độ bội giác. Xác định kích thước nhỏ nhất của vật $AB_{min}$ mà mắt phân biệt được qua kính hiển vi . . . . .	92
1.Xác định phạm vi ngắm chừng của kính hiển vi . . . . .	92
2.Xác định độ bội giác của kính hiển vi . . . . .	93
3.Xác định kích thước nhỏ nhất của vật $AB_{min}$ mà mắt phân biệt được qua kính hiển vi . . . . .	93
<b>Chủ đề 7.</b> Kính thiên văn: xác định phạm vi ngắm chừng và độ bội giác? . . . . .	94
1.Xác định phạm vi ngắm chừng của kính thiên văn . . . . .	94
2.Xác định độ bội giác của kính thiên văn . . . . .	94
<b>Phần12 . PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN VỀ HIỆN TƯỢNG TÁN SẮC ÁNH SÁNG</b>	<b>95</b>
<b>Chủ đề 1.</b> Sự tán sắc chùm sáng trắng qua mặt phân cách giữa hai môi trường: khảo sát chùm khúc xạ? Tính góc lệch bởi hai tia khúc xạ đơn sắc? . . . . .	95
<b>Chủ đề 2.</b> Chùm sáng trắng qua LK: khảo sát chùm tia ló? . . . . .	95
<b>Chủ đề 3.</b> Xác định góc hợp bởi hai tia ló ( đỏ , tím)của chùm cầu vòng ra khỏi LK. Tính bề rộng quang phổ trên màn? . . . . .	95
<b>Chủ đề 4.</b> Chùm tia tới song song có bề rộng $a$ chứa hai bức xạ truyền qua BMSS: khảo sát chùm tia ló? Tính bề rộng cực đại $a_{max}$ để hai chùm tia ló tách rời nhau? . . . . .	95
<b>Phần13 . PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN VỀ GIAO THOA SÓNG ÁNH SÁNG</b>	<b>97</b>
<b>Chủ đề 1.</b> Xác định bước sóng $\lambda$ khi biết khoảng vân $i$ , $a$ , $D$ . . . . .	97
<b>Chủ đề 2.</b> Xác định tính chất sáng (tối) và tìm bậc giao thoa ứng với mỗi điểm trên màn? . . . . .	97
<b>Chủ đề 3.</b> Tìm số vân sáng và vân tối quang sát được trên miền giao thoa . . . . .	97
<b>Chủ đề 4.</b> Trường hợp nguồn phát hai ánh sáng đơn sắc. Tìm vị trí trên màn ở đó có sự trùng nhau của hai vân sáng thuộc hai hệ đơn sắc? . . . . .	98
<b>Chủ đề 5.</b> Trường hợp giao thoa ánh sáng trắng: tìm độ rộng quang phổ, xác định ánh sáng cho vân tối ( sáng) tại một điểm ( $x_M$ ) ? . . . . .	98
1.Xác định độ rộng quang phổ . . . . .	98
2.Xác định ánh sáng cho vân tối ( sáng) tại một điểm ( $x_M$ ) . . . . .	98
<b>Chủ đề 6.</b> Thí nghiệm giao thoa với ánh sáng thực hiện trong môi trường có chiết suất $n > 1$ . Tìm khoảng vân mới $i'$ ? Hệ vân thay đổi thế nào? . . . . .	98
<b>Chủ đề 7.</b> Thí nghiệm Young: đặt bản mặt song song ( $e, n$ ) trước khe $S_1$ ( hoặc $S_2$ ). Tìm chiều và độ dịch chuyển của hệ vân trung tâm. . . . .	98

<b>Chủ đề 8.</b> Thí nghiệm Young: Khi nguồn sáng di chuyển một đoạn $y = SS'$ . Tìm chiều, độ chuyển dời của hệ vân( vân trung tâm)? . . . . .	99
<b>Chủ đề 9.</b> Nguồn sáng $S$ chuyển động với vận tốc $\vec{v}$ theo phương song song với $S_1S_2$ : tìm tần số suất hiện vân sáng tại vân trung tâm $O$ ? . . . . .	99
<b>Chủ đề 10.</b> Tìm khoảng cách $a = S_1S_2$ và bề rộng miền giao thoa trên một số dụng cụ giao thoa? . . . . .	99
1.Khe Young . . . . .	99
2.Lưỡng lăng kính Fresnel . . . . .	100
3.Hai nửa thấu kính Billet . . . . .	100
4.Gương Fresnel . . . . .	100
<b>Phần 14 . PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN VỀ TIA RÖNGHEN</b>	<b>101</b>
<b>Chủ đề 1.</b> Tia Röntgen: Cho biết vận tốc $v$ của electron đập vào đối catot: tìm $U_{AK}$	101
<b>Chủ đề 2.</b> Tia Röntgen: Cho biết vận tốc $v$ của electron đập vào đối catot hoặc $U_{AK}$ : tìm tần số cực đại $F_{max}$ hay bước sóng $\lambda_{min}$ ? . . . . .	101
<b>Chủ đề 3.</b> Tính lưu lượng dòng nước làm nguội đối catot của ống Röntgen: . . . . .	101
<b>Phần 15 . PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN VỀ HIỆN TƯỢNG QUANG ĐIỆN</b>	<b>103</b>
<b>Chủ đề 1.</b> Cho biết giới hạn quang điện ( $\lambda_0$ ). Tìm công thoát $A$ ( theo đơn vị $eV$ )? .	103
<b>Chủ đề 2.</b> Cho biết hiệu điện thế hãm $U_h$ . Tìm động năng ban đầu cực đại ( $E_{dmax}$ ) hay vận tốc ban đầu cực đại ( $v_{0max}$ ), hay tìm công thoát $A$ ? . . . . .	103
1.Cho $U_h$ : tìm $E_{dmax}$ hay $v_{0max}$ . . . . .	103
2.Cho $U_h$ và $\lambda$ (kích thích): tìm công thoát $A$ : . . . . .	103
<b>Chủ đề 3.</b> Cho biết $v_{0max}$ của electron quang điện và $\lambda$ (kích thích): tìm giới hạn quang điện $\lambda_0$ ? . . . . .	103
<b>Chủ đề 4.</b> Cho biết công thoát $A$ (hay giới hạn quang điện $\lambda_0$ ) và $\lambda$ (kích thích): Tìm $v_{0max}$ ? . . . . .	103
<b>Chủ đề 5.</b> Cho biết $U_{AK}$ và $v_{0max}$ . Tính vận tốc của electron khi tới Anốt? . . . . .	104
<b>Chủ đề 6.</b> Cho biết $v_{0max}$ và $A$ . Tìm điều kiện của hiệu điện thế $U_{AK}$ để không có dòng quang điện ( $I = 0$ ) hoặc không có một electron nào tới Anốt? . . . . .	104
<b>Chủ đề 7.</b> Cho biết cường độ dòng quang điện bão hòa ( $I_{bh}$ ) và công suất của nguồn sáng. Tính hiệu suất lượng tử? . . . . .	104
<b>Chủ đề 8.</b> Chiếu một chùm sáng kích thích có bước sóng $\lambda$ vào một quả cầu cô lập về điện. Xác định điện thế cực đại của quả cầu. Nối quả cầu với một điện trở $R$ sau đó nối đất. Xác định cường độ dòng qua $R$ . . . . .	105
1.Chiếu một chùm sáng kích thích có bước sóng $\lambda$ vào một quả cầu cô lập về điện. Xác định điện thế cực đại của quả cầu: . . . . .	105

2. Nối quả cầu với một điện trở $R$ sau đó nối đất. Xác định cường độ dòng qua $R$ :	105
<b>Chủ đề 9.</b> Cho $\lambda$ kích thích, điện trường cản $E_c$ và bước sóng giới hạn $\lambda_0$ : tìm đoạn đường đi tối đa mà electron đi được. . . . .	105
<b>Chủ đề 10.</b> Cho $\lambda$ kích thích, bước sóng giới hạn $\lambda_0$ và $U_{AK}$ : Tìm bán kính lớn nhất của vòng tròn trên mặt Anốt mà các electron từ Katốt đập vào? . . . . .	105
<b>Chủ đề 11.</b> Cho $\lambda$ kích thích, bước sóng giới hạn $\lambda_0$ , electron quang điện bay ra theo phương vuông góc với điện trường ( $\vec{E}$ ). Khảo sát chuyển động của electron ?	106
<b>Chủ đề 12.</b> Cho $\lambda$ kích thích, bước sóng giới hạn $\lambda_0$ , electron quang điện bay ra theo phương vuông góc với cảm ứng từ của từ trường đều ( $\vec{B}$ ). Khảo sát chuyển động của electron ? . . . . .	107
<b>Phần 16 . PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN VỀ MẪU NGUYÊN TỬ HIĐRÔ THEO BO</b>	<b>108</b>
<b>Chủ đề 1.</b> Xác định vận tốc và tần số $f$ của electron ở trạng thái dừng thứ $n$ của nguyên tử Hiđrô? . . . . .	108
<b>Chủ đề 2.</b> Xác định bước sóng của photon do nguyên tử Hiđrô phát ra khi nguyên tử ở trạng thái dừng có mức năng lượng $E_m$ sang $E_n$ ( $< E_m$ )? . . . . .	108
<b>Chủ đề 3.</b> Tìm bước sóng của các vạch quang phổ khi biết các bước sóng của các vạch lân cận? . . . . .	108
<b>Chủ đề 4.</b> Xác định bước sóng cực đại ( $\lambda_{max}$ ) và cực tiểu ( $\lambda_{min}$ ) của các dãy Lyman, Banme, Pasen? . . . . .	109
<b>Chủ đề 5.</b> Xác định quỹ đạo dừng mới của electron khi nguyên tử nhận năng lượng kích thích $\varepsilon = hf$ ? . . . . .	109
<b>Chủ đề 6.</b> Tìm năng lượng để bức electron ra khỏi nguyên tử khi nó đang ở quỹ đạo $K$ ( ứng với năng lượng $E_1$ )? . . . . .	109
<b>Phần 17 . PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN VỀ PHÓNG XẠ VÀ PHẢN ỨNG HẠT NHÂN</b>	<b>110</b>
<b>Chủ đề 1.</b> Chất phóng xạ $^A_ZX$ có số khối $A$ : tìm số nguyên tử ( hạt) có trong $m(g)$ hạt nhân đó? . . . . .	110
<b>Chủ đề 2.</b> Tìm số nguyên tử $N$ ( hay khối lượng $m$ ) còn lại, mất đi của chất phóng xạ sau thời gian $t$ ? . . . . .	110
<b>Chủ đề 3.</b> Tính khối lượng của chất phóng xạ khi biết độ phóng xạ $H$ ? . . . . .	110
<b>Chủ đề 4.</b> Xác định tuổi của mẫu vật cổ có nguồn gốc là thực vật? . . . . .	110
<b>Chủ đề 5.</b> Xác định tuổi của mẫu vật cổ có nguồn gốc là khoáng chất? . . . . .	111
<b>Chủ đề 6.</b> Xác định năng lượng liên kết hạt nhân( năng lượng tỏa ra khi phân rã một hạt nhân)? . . . . .	111
<b>Chủ đề 7.</b> Xác định năng lượng tỏa ra khi phân rã $m(g)$ hạt nhân $^A_ZX$ ? . . . . .	111
<b>Chủ đề 8.</b> Xác định năng lượng tỏa ( hay thu vào ) của phản ứng hạt nhân? . . . . .	111



<b>Chủ đề 9.</b> Xác định năng lượng tỏa khi tổng hợp $m(g)$ hạt nhân nhẹ(từ các hạt nhân nhẹ hơn)? . . . . .	112
<b>Chủ đề 10.</b> Cách vận dụng định luật bảo toàn động lượng, năng lượng? . . . . .	112
1.Cách vận dụng định luật bảo toàn động lượng: . . . . .	112
2.Cách vận dụng định luật bảo toàn năng lượng: . . . . .	113
<b>Chủ đề 11.</b> Xác định khối lượng riêng của một hạt nhân nguyên tử. Mật độ điện tích của hạt nhân nguyên tử ? . . . . .	113



## PHẦN 1

### PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN VỀ DAO ĐỘNG ĐIỀU HÒA CỦA CON LẮC Lò XO

**CHỦ ĐỀ 1.** Liên hệ giữa lực tác dụng, độ giãn và độ cứng của lò xo

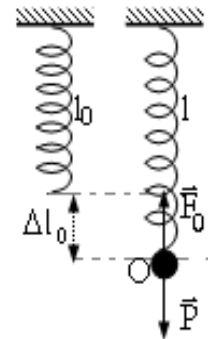
**Phương pháp:**

1. Cho biết lực kéo  $F$ , độ cứng  $k$ : tìm độ giãn  $\Delta l_0$ , tìm  $l$ :

+ Điều kiện cân bằng:  $\vec{F} + \vec{F}_0 = 0$  hay  $F = k\Delta l_0$  hay  $\Delta l_0 = \frac{F}{k}$

+ Nếu  $F = P = mg$  thì  $\Delta l_0 = \frac{mg}{k}$

+ Tìm  $l$ :  $l = l_0 + \Delta l_0$ ,  $l_{max} = l_0 + \Delta l_0 + A$ ;  $l_{min} = l_0 + \Delta l_0 - A$



**Chú ý:** Lực đàn hồi tại mọi điểm trên lò xo là như nhau, do đó lò xo giãn đều.

2. Cắt lò xo thành  $n$  phần bằng nhau ( hoặc hai phần không bằng nhau): tìm độ cứng của mỗi phần?

Áp dụng công thức Young:  $k = E \frac{S}{l}$

a. Cắt lò xo thành  $n$  phần bằng nhau (cùng  $k$ ):  $\frac{k}{k_0} = \frac{l_0}{l} = n \rightarrow k = nk_0$ .

b. Cắt lò xo thành hai phần không bằng nhau:  $\frac{k_1}{k_0} = \frac{l_0}{l_1}$  và  $\frac{k_2}{k_0} = \frac{l_0}{l_2}$

**CHỦ ĐỀ 2.** Viết phương trình dao động điều hòa của con lắc lò xo:

**Phương pháp:**

Phương trình li độ và vận tốc của dao động điều hòa:

$$\begin{cases} x = A \sin(\omega t + \varphi) & (cm) \\ v = \omega A \cos(\omega t + \varphi) & (cm/s) \end{cases}$$

• Tìm  $\omega$ :

+ Khi biết  $k, m$ : áp dụng:  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

+ Khi biết  $T$  hay  $f$ :  $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$

• Tìm  $A$ :

+ Khi biết chiều dài quỹ đạo:  $d = BB' = 2A \rightarrow A = \frac{d}{2}$

+ Khi biết  $x_1, v_1$ :  $A = \sqrt{x_1^2 + \frac{v_1^2}{\omega^2}}$

+ Khi biết chiều dài  $l_{max}, l_{min}$  của lò xo:  $A = \frac{l_{max} - l_{min}}{2}$ .

+ Khi biết năng lượng của dao động điều hòa:  $E = \frac{1}{2}kA^2 \rightarrow A = \sqrt{\frac{2E}{k}}$

• Tìm  $\varphi$ : Dựa vào điều kiện ban đầu: khi  $t_0 = 0 \leftrightarrow x = x_0 = A \sin \varphi \rightarrow \sin \varphi = \frac{x_0}{A}$

• Tìm  $A$  và  $\varphi$  cùng một lúc: Dựa vào điều kiện ban đầu:

$$t_0 = 0 \leftrightarrow \begin{cases} x = x_0 \\ v = v_0 \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} x_0 = A \sin \varphi \\ v_0 = \omega A \cos \varphi \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} A \\ \varphi \end{cases}$$

**Chú ý:** Nếu biết số dao động  $n$  trong thời gian  $t$ , chu kỳ:  $T = \frac{t}{n}$

### CHỦ ĐỀ 3. Chứng minh một hệ cơ học dao động điều hòa:

**Phương pháp:**

**Cách 1: Phương pháp động lực học**

1. Xác định lực tác dụng vào hệ ở vị trí cân bằng:  $\sum \vec{F}_{0k} = 0$ .

2. Xét vật ở vị trí bất kỳ (li độ  $x$ ), tìm hệ thức liên hệ giữa  $\vec{F}$  và  $\vec{x}$ , đưa về dạng đại số:  $F = -kx$  ( $k$  là hằng số tỉ lệ,  $F$  là lực hồi phục).

3. Áp dụng định luật II Newton:  $F = ma \Leftrightarrow -kx = mx''$ , đưa về dạng phương trình:  $x'' + \omega^2 x = 0$ . Nghiệm của phương trình vi phân có dạng:  $x = A \sin(\omega t + \varphi)$ . Từ đó, chứng tỏ rằng vật dao động điều hòa theo thời gian.

**Cách 2: Phương pháp định luật bảo toàn năng lượng**

1. Viết biểu thức động năng  $E_d$  (theo  $v$ ) và thế năng  $E_t$  (theo  $x$ ), từ đó suy ra biểu thức cơ năng:

$$E = E_d + E_t = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \text{const} \quad (*)$$

2. Đạo hàm hai vế (\*) theo thời gian:  $(\text{const})' = 0; (v^2)' = 2v.v' = 2v.x''; (x^2)' = 2x.x' = 2x.v$ .

3. Từ (\*) ta suy ra được phương trình:  $x'' + \omega^2 x = 0$ . Nghiệm của phương trình vi phân có dạng:  $x = A \sin(\omega t + \varphi)$ . Từ đó, chứng tỏ rằng vật dao động điều hòa theo thời gian.

### CHỦ ĐỀ 4. Vận dụng định luật bảo toàn cơ năng để tìm vận tốc:

**Phương pháp:**

Định luật bảo toàn cơ năng:

$$E = E_d + E_t = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2 = E_{d\max} = E_{t\max} \quad (*)$$

Từ (\*) ta được:  $\boxed{v = \sqrt{\frac{k}{m}(A^2 - x^2)}} \text{ hay } \boxed{v_{0\max} = A\sqrt{\frac{k}{m}}}$

### CHỦ ĐỀ 5. Tìm biểu thức động năng và thế năng theo thời gian:

#### Phương pháp:

$$\text{Thế năng: } E_t = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2 \sin^2(\omega t + \varphi)$$

$$\text{Động năng: } E_d = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}kA^2 \cos^2(\omega t + \varphi)$$

**Chú ý:** Ta có:  $\omega t = \frac{2\pi}{T}t$

### CHỦ ĐỀ 6. Tìm lực tác dụng cực đại và cực tiểu của lò xo lên giá treo hay giá đỡ:

#### Phương pháp:

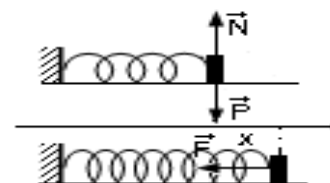
Lực tác dụng của lò xo lên giá treo hay giá đỡ chính là lực đàn hồi.

#### 1. Trường hợp lò xo nằm ngang:

Điều kiện cân bằng:  $\vec{P} + \vec{N} = 0$ , do đó lực của lò xo tác dụng vào giá đỡ chính là lực đàn hồi. Lực đàn hồi:  $F = k\Delta l = k|x|$ .

Ở vị trí cân bằng: lò xo không bị biến dạng:  $\Delta l = 0 \rightarrow F_{\min} = 0$ .

Ở vị trí biên: lò xo bị biến dạng cực đại:  $x = \pm A \rightarrow F_{\max} = kA$ .



#### 2. Trường hợp lò xo treo thẳng đứng:

Điều kiện cân bằng:  $\vec{P} + \vec{F}_0 = 0$ ,

độ giãn tĩnh của lò xo:  $\Delta l_0 = \frac{mg}{k}$

Lực đàn hồi ở vị trí bất kì:  $F = k(\Delta l_0 + x)$  (\*).

Lực đàn hồi cực đại (khi quả nặng ở biên dưới):

$$x = +A \rightarrow F_{\max} = k(\Delta l_0 + A)$$

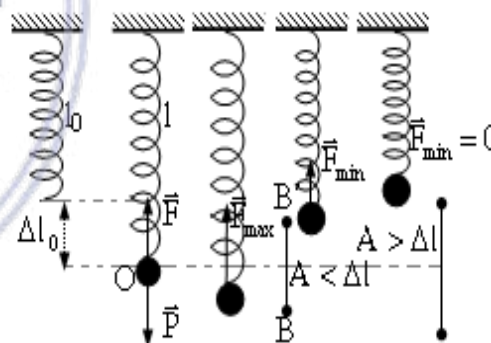
Lực đàn hồi cực tiểu:

Trường hợp  $A < \Delta l_0$ : thì  $F = \min$  khi  $x = -A$ :

$$F_{\min} = k(\Delta l_0 - A)$$

Trường hợp  $A > \Delta l_0$ : thì  $F = \min$  khi  $x = \Delta l_0$  (lò

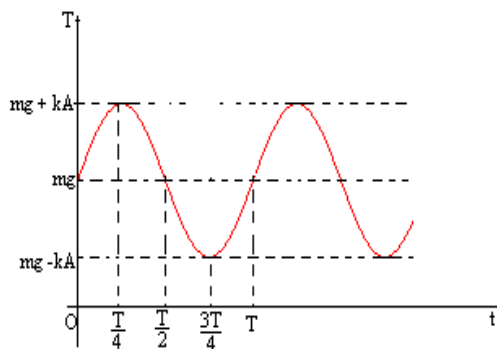
xo không biến dạng):  $F_{\min} = 0$



#### 3. Chú ý: \*Lực đàn hồi phụ thuộc thời gian: thay $x = A \sin(\omega t + \varphi)$ vào (\*) ta được:

$$F = mg + kA \sin(\omega t + \varphi)$$

Đồ thị:



### CHỦ ĐỀ 7. Hệ hai lò xo ghép nối tiếp: tìm độ cứng $k_{\text{hệ}}$ , từ đó suy ra chu kỳ $T$ :

#### Phương pháp:

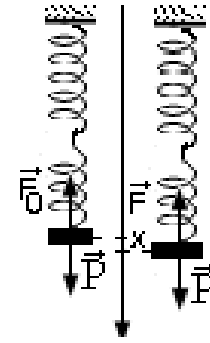
- Ở vị trí cân bằng:
  - + Đối với hệ nằm ngang:  $\vec{P} + \vec{N} = 0$
  - + Đối với hệ thẳng đứng:  $\vec{P} + \vec{F}_0 = 0$
- Ở vị trí bất kì ( $OM = x$ ):

$$\text{Lò xo } L_1 \text{ giãn đoạn } x_1: F = -k_1 x_1 \rightarrow x_1 = -\frac{F}{k_1}$$

$$\text{Lò xo } L_2 \text{ giãn đoạn } x_2: F = -k_2 x_2 \rightarrow x_2 = -\frac{F}{k_2}$$

$$\text{Hệ lò xo giãn đoạn } x: F = -k_{\text{hệ}} x \rightarrow x = -\frac{F}{k_{\text{hệ}}}$$

$$\text{Ta có : } x = x_1 + x_2, \text{ vậy: } \frac{1}{k_{\text{hệ}}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}, \text{ chu kỳ: } T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_{\text{hệ}}}}$$



### CHỦ ĐỀ 8. Hệ hai lò xo ghép song song: tìm độ cứng $k_{\text{hệ}}$ , từ đó suy ra chu kỳ $T$ :

#### Phương pháp:

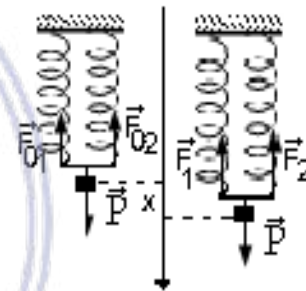
- Ở vị trí cân bằng:
  - + Đối với hệ nằm ngang:  $\vec{P} + \vec{N} = 0$
  - + Đối với hệ thẳng đứng:  $\vec{P} + \vec{F}_{01} + \vec{F}_{02} = 0$
- Ở vị trí bất kì ( $OM = x$ ):

$$\text{Lò xo } L_1 \text{ giãn đoạn } x: F_1 = -k_1 x$$

$$\text{Lò xo } L_2 \text{ giãn đoạn } x: F_2 = -k_2 x$$

$$\text{Hệ lò xo giãn đoạn } x: F_{\text{hệ}} = -k_{\text{hệ}} x$$

$$\text{Ta có : } F = F_1 + F_2, \text{ vậy: } k_{\text{hệ}} = k_1 + k_2, \text{ chu kỳ: } T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_{\text{hệ}}}}$$



### CHỦ ĐỀ 9. Hệ hai lò xo ghép xung đối: tìm độ cứng $k_{\text{hệ}}$ , từ đó suy ra chu kỳ $T$ :

#### Phương pháp:

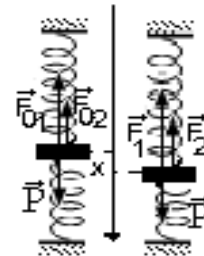
- Ở vị trí cân bằng:
  - + Đối với hệ nằm ngang:  $\vec{P} + \vec{N} = 0$
  - + Đối với hệ thẳng đứng:  $\vec{P} + \vec{F}_{01} + \vec{F}_{02} = 0$
- Ở vị trí bất kì ( $OM = x$ ):

$$\text{Lò xo } L_1 \text{ giãn đoạn } x: F_1 = -k_1 x$$

$$\text{Lò xo } L_2 \text{ nén đoạn } x: F_2 = -k_2 x$$

$$\text{Hệ lò xo biến dạng } x: F_{\text{hệ}} = -k_{\text{hệ}} x$$

$$\text{Ta có : } F = F_1 + F_2, \text{ vậy: } k_{\text{hệ}} = k_1 + k_2, \text{ chu kỳ: } T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_{\text{hệ}}}}$$



### CHỦ ĐỀ 10. Con lắc liên kết với ròng rọc (không khối lượng): chứng minh rằng hệ



**dao động điều hòa, từ đó suy ra chu kỳ  $T$ :**

**Phương pháp:**

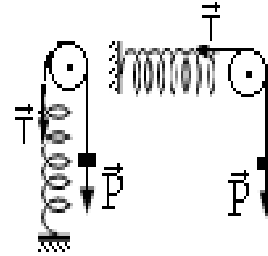
**Dạng 1. Hòn bi nối với lò xo bằng dây nhẹ vắt qua ròng rọc:**

Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng:  $E = E_d + E_t = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \text{const}$

Đạo hàm hai vế theo thời gian:  $\frac{1}{2}m2vv' + \frac{1}{2}k2xx' = 0$ .

Đặt:  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ , ta suy ra được phương trình:  $x'' + \omega^2 x = 0$ .

Nghiệm của phương trình vi phân có dạng:  $x = A \sin(\omega t + \varphi)$ . Từ đó, chúng ta chứng tỏ rằng vật dao động điều hòa theo thời gian. Chu kỳ:  $T = \frac{2\pi}{\omega}$



**Dạng 2. Hòn bi nối với ròng rọc di động, hòn bi nối vào dây vắt qua ròng rọc:**

Khi vật nặng dịch chuyển một đoạn  $x$  thì lò xo biến dạng một đoạn  $\frac{x}{2}$ .

Điều kiện cân bằng:  $\Delta l_0 = \frac{F_0}{k} = \frac{2T_0}{k} = \frac{2mg}{k}$ .

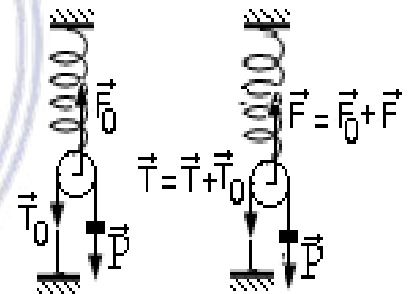
**Cách 1:** Ở vị trí bất kỳ (li độ  $x$ ): ngoài các lực cân bằng, xuất hiện thêm các lực đàn hồi

$$|F_x| = kx_L = k\frac{x}{2} \Leftrightarrow |T_x| = \frac{|F_x|}{2} = \frac{k}{4}x$$

Xét vật nặng:  $m\vec{g} + \vec{T} = m\vec{a} \Leftrightarrow mg - (|T_0| + |T_x|) = m\ddot{x} \Leftrightarrow x'' + \frac{k}{4m}x = 0$ .

Đặt:  $\omega^2 = \frac{k}{4m}$ , phương trình trở thành:  $x'' + \omega^2 x = 0$ , nghiệm của phương trình có dạng:  $x = A \sin(\omega t + \varphi)$ , vậy hệ dao động điều hòa.

Chu kỳ:  $T = \frac{2\pi}{\omega}$  hay  $T = 2\pi\sqrt{\frac{4m}{k}}$



**Cách 2:** Cơ năng:  $E = E_d + E_t = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx_L^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}k\left(\frac{x}{2}\right)^2 = \text{const}$

Đạo hàm hai vế theo thời gian:  $\frac{1}{2}m2vv' + \frac{1}{2}k2\frac{x}{2}x' = 0 \Leftrightarrow x'' + \frac{k}{4m}x = 0$ .

Đặt:  $\omega^2 = \frac{k}{4m}$ , phương trình trở thành:  $x'' + \omega^2 x = 0$ , nghiệm của phương trình có dạng:  $x = A \sin(\omega t + \varphi)$ , vậy hệ dao động điều hòa.

Chu kỳ:  $T = \frac{2\pi}{\omega}$  hay  $T = 2\pi\sqrt{\frac{4m}{k}}$

**Dạng 3. Lò xo nối vào trục ròng rọc di động, hòn bi nối vào hai lò xo nhờ dây vắt qua ròng rọc:**

Ở vị trí cân bằng:  $\vec{P} = -2\vec{T}_0$ ;  $\vec{F}_{02} = -2\vec{T}$  với ( $\vec{F}_{01} = \vec{T}_0$ )

Ở vị trí bất kỳ (li độ  $x$ ) ngoài các lực cân bằng nói trên, hệ còn chịu tác dụng thêm các lực:

$L_1$  giãn thêm  $x_1$ , xuất hiện thêm  $\vec{F}_1$ ,  $m$  dời  $x_1$ .

$L_2$  giãn thêm  $x_2$ , xuất hiện thêm  $\vec{F}_2$ ,  $m$  dời  $2x_2$ .

$$\text{Vậy: } x = x_1 + 2x_2 \quad (1)$$

$$\text{Xét ròng rọc: } (F_{02} + F_2) - 2(T_0 + F_1) = m_R a_R = 0 \text{ nên: } F_2 = 2F_1 \Leftrightarrow k_2 x_2 = 2k_1 x_1,$$

$$\text{hay: } x_2 = \frac{2k_1}{k_2} x_1 \quad (2)$$

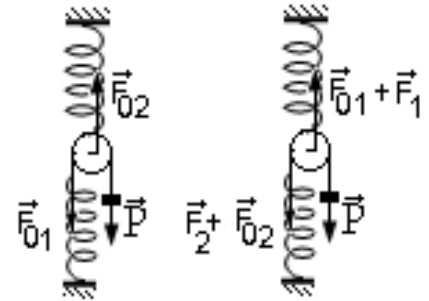
$$\text{Thay (2) vào (1) ta được: } x_1 = \frac{k_2}{k_2 + 4k_1} x$$

Lực hồi phục gây ra dao động của vật  $m$  là:

$$F_x = F_1 = -k_1 x_1 \quad (3)$$

$$\text{Thay (2) vào (3) ta được: } F_x = \frac{k_2 k_1}{k_2 + 4k_1} x,$$

$$\text{áp dụng: } F_x = m a_x = m x''.$$



$$\text{Cuối cùng ta được phương trình: } x'' + \frac{k_2 k_1}{m(k_2 + 4k_1)} x = 0.$$

Đặt:  $\omega^2 = \frac{k_2 k_1}{m(k_2 + 4k_1)}$ , phương trình trở thành:  $x'' + \omega^2 x = 0$ , nghiệm của phương trình có dạng:  $x = A \sin(\omega t + \varphi)$ , vậy hệ dao động điều hoà.

$$\text{Chu kỳ: } T = \frac{2\pi}{\omega} \text{ hay } T = 2\pi \sqrt{\frac{k_2 k_1}{m(k_2 + 4k_1)}}$$

**CHỦ ĐỀ 11. Lực hồi phục gây ra dao động điều hoà không phải là lực đàn hồi như: lực đẩy Acximet, lực ma sát, áp lực thủy tĩnh, áp lực của chất khí...: chứng minh hệ dao động điều hoà:**

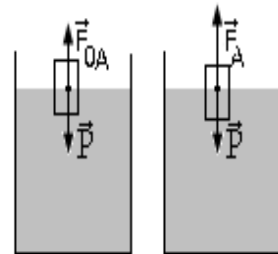
**Dạng 1.  $\vec{F}$  là lực đẩy Acximet:**

$$\text{Vị trí cân bằng: } \vec{P} = -\vec{F}_{0A}$$

Vị trí bất kỳ (li độ  $x$ ): xuất hiện thêm lực đẩy Acximet:

$$\vec{F}_A = -V D \vec{g}. \text{ Với } V = Sx, \text{ áp dụng định luật II Newton:}$$

$$F = ma = m x''.$$



Ta được phương trình:  $x'' + \omega^2 x = 0$ , nghiệm của phương trình có dạng:  $x = A \sin(\omega t + \varphi)$ , vậy hệ dao động điều hoà.

$$\text{Chu kỳ: } T = \frac{2\pi}{\omega}, \text{ với } \omega = \sqrt{\frac{SDg}{m}}$$

**Dạng 2.  $\vec{F}$  là lực ma sát:**

$$\text{Vị trí cân bằng: } \vec{P} = -(\vec{N}_{01} + \vec{N}_{02}) \text{ và } \vec{F}_{ms01} = -\vec{F}_{ms02}$$

$$\text{Vị trí bất kỳ (li độ } x): \text{Ta có: } \vec{P} = -(\vec{N}_1 + \vec{N}_2) \text{ nhưng } \vec{F}_{ms1} \neq -\vec{F}_{ms2}$$

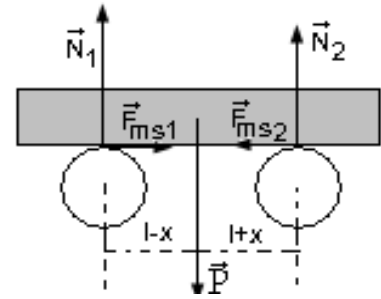
$$\text{Hợp lực: } |F| = F_1 - F_2 = \mu(N_1 - N_2) \quad (*)$$

$$\text{Mà ta có: } M_{\vec{N}_1/G} = M_{\vec{N}_2/G}$$

$$\Leftrightarrow N_1(l-x) = N_2(l+x) \Leftrightarrow \frac{N_1}{(l+x)} = \frac{N_2}{(l-x)} = \frac{N_1 + N_2}{2l} = \frac{N_1 - N_2}{2x}$$

$$\text{Suy ra: } N_1 - N_2 = (N_1 + N_2) \frac{x}{l} = P \frac{x}{l} = mg \frac{x}{l}$$

$$\text{Từ (*) suy ra: } |F| = \mu mg \frac{x}{l}, \text{ áp dụng định luật II Newton: } F = ma = mx''.$$



Ta được phương trình:  $x'' + \omega^2 x = 0$ , nghiệm của phương trình có dạng:  $x = A \sin(\omega t + \varphi)$ , vậy hệ dao động điều hoà.

$$\text{Chu kỳ: } T = \frac{2\pi}{\omega}, \text{ với } \omega = \sqrt{\frac{\mu g}{l}}$$

### Dạng 3. Áp lực thủy tĩnh:

Ở vị trí bất kỳ, hai mực chất lỏng lệch nhau một đoạn  $h = 2x$ .

Áp lực thủy tĩnh:  $p = Dgh$  suy ra lực thủy tĩnh:  $|F| = pS = Dg2xS$ , giá trị đại số:  $F = -pS = -Dg2xS$ , áp dụng định luật II Newton:  $F = ma = mx''$ .

Ta được phương trình:  $x'' + \omega^2 x = 0$ , nghiệm của phương trình có dạng:  $x = A \sin(\omega t + \varphi)$ , vậy hệ dao động điều hoà.

$$\text{Chu kỳ: } T = \frac{2\pi}{\omega}, \text{ với } \omega = \sqrt{\frac{2SDg}{m}}$$



### Dạng 4. $\vec{F}$ là lực của chất khí:

Vị trí cân bằng:  $p_{01} = p_{02}$  suy ra  $F_{01} = F_{02}$ ;  $V_0 = Sd$

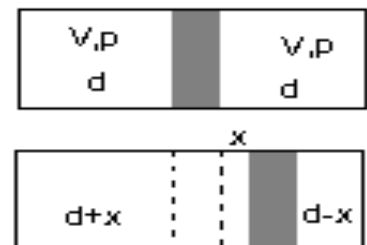
Vị trí bất kỳ (li độ  $x$ ): Ta có:  $V_1 = (d+x)S$ ;  $V_2 = (d-x)S$

áp dụng định luật Bôilơ-Mariôt:  $p_1 V_1 = p_2 V_2 = p_0 V_0$

$$\text{Suy ra: } p_1 - p_2 = \frac{2p_0 d}{d^2 - x^2} x$$

$$\text{Hợp lực: } |F| = F_2 - F_1 = (p_1 - p_2)S = \frac{2p_0 d S}{d^2 - x^2} x \approx \frac{2p_0 d S}{d^2} x$$

$$\text{Đại số: } F = -\frac{2p_0 d S}{d^2} x, \text{ áp dụng định luật II Newton: } F = ma = mx''.$$



Ta được phương trình:  $x'' + \omega^2 x = 0$ , nghiệm của phương trình có dạng:  $x = A \sin(\omega t + \varphi)$ , vậy hệ dao động điều hoà. Chu kỳ:  $T = \frac{2\pi}{\omega}$ , với  $\omega = \sqrt{\frac{md^2}{2p_0 V_0}}$

## PHẦN 2

### PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN VỀ DAO ĐỘNG ĐIỀU HÒA CỦA CON LẮC ĐƠN

#### GHI NHỚ

**1. Độ biến thiên đại lượng X:**  $\Delta X = X_{\text{sau}} - X_{\text{trước}}$

a. Nếu  $\Delta X > 0$  thì  $X$  tăng.

b. Nếu  $\Delta X < 0$  thì  $X$  giảm.

**2. Công thức gần đúng:**

a.  $\forall \varepsilon \ll 1$  ta có:  $(1 + \varepsilon)^n \approx 1 + n\varepsilon$

Hệ quả:  $\sqrt{\frac{1 + \varepsilon_1}{1 + \varepsilon_2}} \approx (1 - \frac{1}{2}\varepsilon_2)(1 + \frac{1}{2}\varepsilon_1) = 1 - \frac{1}{2}(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)$

b.  $\forall \alpha \leq 10^0; \alpha \leq 1(rad)$

Ta có:  $\cos \alpha \approx 1 - \frac{\alpha^2}{2}; \sin \alpha \approx tg \alpha \approx \alpha(rad)$

**CHỦ ĐỀ 1. Viết phương trình dao động điều hòa của con lắc đơn:**

**Phương pháp:**

Phương trình dao động có dạng:  $s = s_0 \sin(\omega t + \varphi)$  hay  $\alpha = \alpha_0 \sin(\omega t + \varphi)$  (1)

•  $s_0 = l\alpha_0$  hay  $\alpha_0 = \frac{s_0}{l}$

•  $\omega$ : được xác định bởi:  $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$

• Tìm  $s_0$  và  $\varphi$  cùng một lúc: Dựa vào điều kiện ban đầu:

$$t_0 = 0 \leftrightarrow \begin{cases} s = s_1 \\ v = v_1 \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} s_1 = s_0 \sin \varphi \\ v_1 = \omega s_0 \cos \varphi \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} s_0 \\ \varphi \end{cases}$$

**Chú ý:** Nếu biết số dao động  $n$  trong thời gian  $t$ , chu kỳ:  $T = \frac{t}{n}$

**CHỦ ĐỀ 2. Xác định độ biến thiên nhỏ chu kỳ  $\Delta T$  khi biết độ biến thiên nhỏ gia tốc trọng trường  $\Delta g$ , độ biến thiên chiều dài  $\Delta l$ :**

**Phương pháp:**

Lúc đầu:  $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ ; Lúc sau:  $T' = 2\pi \sqrt{\frac{l'}{g'}}$  Lập tỉ số:  $\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{l'}{l} \cdot \frac{g}{g'}}$

$$\text{Mà } \begin{cases} \Delta T = T' - T \\ \Delta g = g' - g \\ \Delta l = l' - l \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} T' = T + \Delta T \\ g' = g + \Delta g \\ l' = l + \Delta l \end{cases}$$

$$\text{Vậy: } \frac{T + \Delta T}{T} = \left( \frac{l + \Delta l}{l} \right)^{\frac{1}{2}} \left( \frac{g}{g + \Delta g} \right)^{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow 1 + \frac{\Delta T}{T} = \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{\Delta l}{l} \right) \left( 1 - \frac{1}{2} \frac{\Delta g}{g} \right)$$

$$\text{Hay: } \boxed{\frac{\Delta T}{T} = \frac{1}{2} \left( \frac{\Delta l}{l} - \frac{\Delta g}{g} \right)}$$

**Chú ý:**

$$\text{a. Nếu } g = \text{const thì } \Delta g = 0 \Rightarrow \frac{\Delta T}{T} = \frac{1}{2} \frac{\Delta l}{l}$$

$$\text{b. Nếu } l = \text{const thì } \Delta l = 0 \Rightarrow \frac{\Delta T}{T} = -\frac{1}{2} \frac{\Delta g}{g}$$

**CHỦ ĐỀ 3. Xác định độ biến thiên nhỏ chu kỳ  $\Delta T$  khi biết nhiệt độ biến thiên nhỏ  $\Delta t$ ; khi đưa lên độ cao  $h$ ; xuống độ sâu  $h$  so với mặt biển:**

**Phương pháp:**

**1. Khi biết nhiệt độ biến thiên nhỏ  $\Delta t$ :**

$$\text{Ở nhiệt độ } t_1^0\text{C: } T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}}; \quad \text{Ở nhiệt độ } t_2^0\text{C: } T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}}$$

$$\text{Lập tỉ số: } \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{l_2}{l_1}} = \sqrt{\frac{l_0(1 + \alpha t_2)}{l_0(1 + \alpha t_1)}} = \sqrt{\frac{1 + \alpha t_2}{1 + \alpha t_1}} = (1 + \alpha t_2)^{\frac{1}{2}} (1 + \alpha t_1)^{-\frac{1}{2}}$$

Áp dụng công thức tính gần đúng:  $(1 + \varepsilon)^n \approx 1 + n\varepsilon$

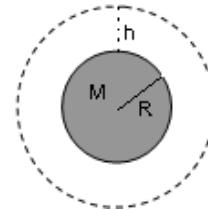
$$\frac{T_2}{T_1} = \left( 1 + \frac{1}{2} \alpha t_2 \right) \left( 1 - \frac{1}{2} \alpha t_1 \right) \quad \text{Hay: } \boxed{\frac{\Delta T}{T_1} = \frac{1}{2} \alpha (t_2 - t_1) = \frac{1}{2} \alpha \Delta t}$$

**2. Khi đưa con lắc đơn lên độ cao  $h$  so với mặt biển:**

$$\text{Ở mặt đất: } T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}; \quad \text{Ở độ cao } h: T_h = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_h}}; \quad \text{Lập tỉ số: } \frac{T_h}{T} = \sqrt{\frac{g}{g_h}} \quad (1).$$

Ta có, theo hệ quả của định luật vạn vật hấp dẫn:

$$\begin{cases} g = G \frac{M}{R^2} \\ g_h = G \frac{M}{(R + h)^2} \end{cases}$$



$$\text{Thay vào (1) ta được: } \frac{T_h}{T} = \frac{R + h}{R} \quad \text{Hay: } \boxed{\frac{\Delta T}{T} = \frac{h}{R}}$$

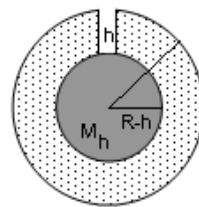
**3. Khi đưa con lắc đơn xuống độ sâu  $h$  so với mặt biển:**

$$\text{Ở mặt đất: } T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}; \quad \text{Ở độ sâu } h: T_h = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_h}}; \quad \text{Lập tỉ số: } \frac{T_h}{T} = \sqrt{\frac{g}{g_h}} \quad (2).$$

Ta có, theo hệ quả của định luật vạn vật hấp dẫn:



$$\begin{cases} g = G \frac{M}{R^2} \\ g_h = G \frac{M_h}{(R-h)^2} \end{cases}$$



Thay vào (2) ta được:  $\frac{T_h}{T} = \sqrt{\frac{(R-h)^2}{R^2} \frac{M}{M_h}}$

Ta lại có:

$$\begin{cases} M = V.D = \frac{4}{3}\pi R^3.D \\ M_h = V_h.D = \frac{4}{3}\pi (R-h)^3.D \end{cases}$$

Thay vào ta được:  $\frac{T_h}{T} = \left(\frac{R}{R-h}\right)^{\frac{1}{2}}$  Hay:  $\boxed{\frac{\Delta T}{T} = \frac{1}{2} \frac{h}{R}}$

**CHỦ ĐỀ 4. Con lắc đơn chịu nhiều yếu tố ảnh hưởng độ biến thiên của chu kỳ: tìm điều kiện để chu kỳ không đổi:**

**Phương pháp:**

**1. Điều kiện để chu kỳ không đổi:**

Điều kiện là: "Các yếu tố ảnh hưởng lên chu kỳ là phải bù trừ lẫn nhau"

Do đó:  $\Delta T_1 + \Delta T_2 + \Delta T_3 + \dots = 0$

Hay:  $\boxed{\frac{\Delta T_1}{T} + \frac{\Delta T_2}{T} + \frac{\Delta T_3}{T} + \dots = 0}$  (\*)

**2. Ví dụ: Con lắc đơn chịu ảnh hưởng bởi yếu tố nhiệt độ và yếu tố độ cao:**

Yếu tố nhiệt độ:  $\frac{\Delta T_1}{T} = \frac{1}{2}\alpha\Delta t$ ; Yếu tố độ cao:  $\frac{\Delta T_2}{T} = \frac{h}{R}$

Thay vào (\*):  $\boxed{\frac{1}{2}\alpha\Delta t + \frac{h}{R} = 0}$

**CHỦ ĐỀ 5. Con lắc trong đồng hồ gõ giây được xem như là con lắc đơn: tìm độ nhanh hay chậm của đồng hồ trong một ngày đêm:**

**Phương pháp:**

Thời gian trong một ngày đêm:  $t = 24^h = 24.3600s = 86400(s)$

Ứng với chu kỳ  $T_1$ : số dao động trong một ngày đêm:  $n = \frac{t}{T_1} = \frac{86400}{T_1}$ .

Ứng với chu kỳ  $T_2$ : số dao động trong một ngày đêm:  $n' = \frac{t}{T_2} = \frac{86400}{T_2}$ .

Độ chênh lệch số dao động trong một ngày đêm:  $\Delta n = |n' - n| = 86400 \left| \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right|$

Hay:  $\Delta n = 86400 \frac{|\Delta T|}{T_2.T_1}$

Vậy: độ nhanh ( hay chậm) của đồng hồ trong một ngày đêm là:

$$\theta = \Delta n.T_2 = 86400 \frac{|\Delta T|}{T_1}$$

**Chú ý:** Nếu  $\Delta T > 0$  thì chu kỳ tăng, đồng hồ chạy chậm; Nếu  $\Delta T < 0$  thì chu kỳ giảm, đồng hồ chạy nhanh.

**CHỦ ĐỀ 6.** Con lắc đơn chịu tác dụng thêm bởi một ngoại lực  $\vec{F}$  không đổi: Xác định chu kỳ dao động mới  $T'$ :

**Phương pháp:**

**Phương pháp chung:** Ngoài trọng lực thật  $\vec{P} = m\vec{g}$ , con lắc đơn còn chịu tác dụng thêm một ngoại lực  $\vec{F}$ , nên trọng lực biểu kiến là:  $\vec{P}' = \vec{P} + \vec{F} \Leftrightarrow \vec{g}' = \vec{g} + \frac{\vec{F}}{m}$  (1)

Sử dụng hình học để suy ra được độ lớn của  $g'$ , chu kỳ mới  $T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}}$ . Chú ý: chúng ta thường lập tỉ số:  $\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{g}{g'}}$

**1.  $\vec{F}$  là lực hút của nam châm:**

Chiều (1) lên  $xx'$ :  $g' = g + \frac{F_x}{m}$ ;

Nam châm đặt phía dưới:  $F_x > 0 \Leftrightarrow \vec{F}$  hướng xuống

$$\Leftrightarrow g' = g + \frac{F}{m}.$$

Nam châm đặt phía trên:  $F_x < 0 \Leftrightarrow \vec{F}$  hướng lên

$$\Leftrightarrow g' = g - \frac{F}{m}.$$

Chu kỳ mới  $T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}}$ . Chú ý: chúng ta thường lập tỉ

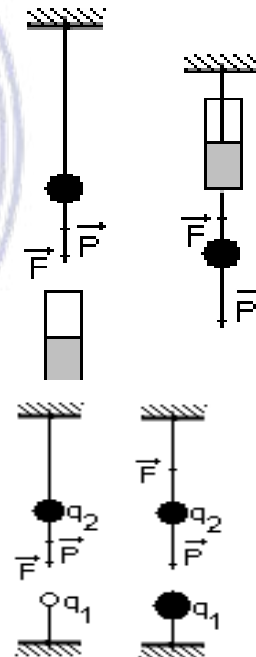
$$\text{số: } \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{g}{g'}}.$$

**2.  $\vec{F}$  là lực tương tác Coulomb:**

Lực tương tác Coulomb:  $F = k\frac{|q_1q_2|}{r^2}$ ; Tìm  $g'$  và chu kỳ  $T'$  như trên.

Hai điện tích cùng dấu:  $\vec{F}$  lực đẩy. ;

Hai điện tích trái dấu:  $\vec{F}$  lực hút.



**3.  $\vec{F}$  là lực điện trường  $\vec{F} = q\vec{E}$ :**

Trọng lực biểu kiến là:  $\vec{P}' = \vec{P} + q\vec{E} \Leftrightarrow \vec{g}' = \vec{g} + \frac{q\vec{E}}{m}$  (2)

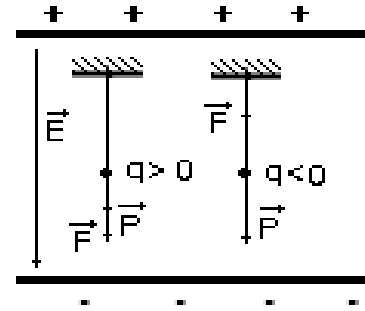
Chiều (2) lên  $xx'$ :  $g' = g + \frac{qE_x}{m}$ ;

Chu kỳ mới:  $T' = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g + \frac{qE_x}{m}}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g \left(1 + \frac{qE_x}{mg}\right)}}$

Chú ý: chúng ta thường lập tỉ số:

$$\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{qE_x}{mg}}} = \left(1 + \frac{qE_x}{mg}\right)^{-\frac{1}{2}} = 1 - \frac{1}{2} \frac{qE_x}{mg}$$

hay  $\frac{\Delta T}{T} = -\frac{1}{2} \frac{qE_x}{mg}$



**4.  $\vec{F}$  là lực đẩy Acimet  $\vec{F}_A = -VD_{kk}\vec{g}$ :**

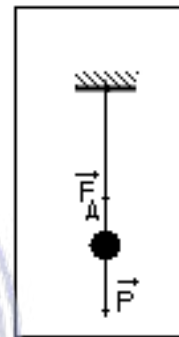
Trọng lực biểu kiến là:

$$\vec{P}' = \vec{P} + \vec{F}_A \Leftrightarrow \vec{g}' = \vec{g} - \frac{VD_{kk}\vec{g}}{m} = \left(1 - \frac{VD_{kk}}{m}\right)\vec{g} \quad (3)$$

Chiều (3) lên  $xx': g' = \left(1 - \frac{VD_{kk}}{m}\right)g$ ;

Với:  $m = VD$ , trong đó  $D$  là khối lượng riêng của quả cầu:  $g' = \left(1 - \frac{D_{kk}}{D}\right)g$ ;

Chu kỳ mới:  $T' = 2\pi \sqrt{\frac{l}{\left(1 - \frac{D_{kk}}{D}\right)g}}$



Chú ý: chúng ta thường lập tỉ số:  $\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{1}{1 - \frac{D_{kk}}{D}}}$  hay  $\frac{\Delta T}{T} = \frac{1}{2} \frac{D_{kk}}{D}$

**5.  $\vec{F}$  là lực nằm ngang:**

Trọng lực biểu kiến:  $\vec{P}' = \vec{P} + \vec{F}$  hay  $m\vec{g}' = m\vec{g} + \vec{F}$  hướng xiên, dây treo một góc  $\beta$  so với phương thẳng đứng. Gia tốc biểu kiến:  $\vec{g}' = \vec{g} + \frac{\vec{F}}{m}$ .

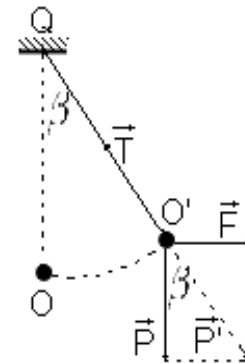
Điều kiện cân bằng:  $\vec{P} + \vec{T} + \vec{F} = 0 \Leftrightarrow \vec{P}' = -\vec{T}$ .

Vậy  $\beta = \widehat{PO'P'}$  ứng với vị trí cân bằng của con lắc đơn.

Ta có:  $tg\beta = \frac{F}{mg}$

Tìm  $T'$  và  $g'$ : áp dụng định lý Pitago:  $g' = \sqrt{g^2 + \left(\frac{F}{m}\right)^2}$

hoặc:  $g' = \frac{g}{\cos\beta}$ .



Chu kỳ mới:  $T' = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g'}}$ . Thường lập tỉ số:  $\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{g}{g'}} = \sqrt{\cos\beta}$

**CHỦ ĐỀ 7. Con lắc đơn treo vào một vật ( như ô tô, thang máy...) đang chuyển động với gia tốc  $\vec{a}$ : xác định chu kỳ mới  $T'$ :**

### Phương pháp:

Trong hệ quy chiếu gắn liền với điểm treo( thang máy, ô tô..) con lắc đơn còn chịu tác dụng thêm một lực quán tính  $\vec{F} = -m\vec{a}$ . Vậy trọng lực biểu kiến  $\vec{P}' = \vec{P} - m\vec{a}$  hay gia tốc biểu kiến:

$$\vec{g}' = \vec{g} - \vec{a} \quad (1)$$

Sử dụng hình học để suy ra được độ lớn của  $g'$ , chu kỳ mới  $T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}}$ . Chú ý: chúng ta thường lập tỉ số:  $\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{g}{g'}}$

**1. Con lắc đơn treo vào trần của thang máy ( chuyển động thẳng đứng ) với gia tốc  $\vec{a}$ :**

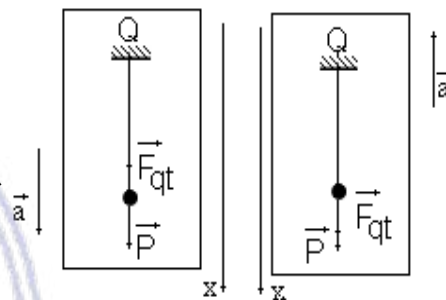
Chiều (1) lên  $xx'$ :  $g' = g - a_x$  (2)

a. Trường hợp  $\vec{a}$  hướng xuống:  $a_x > 0 \rightarrow a_x = |a|$

(2) :  $g' = g - a$  chu kỳ mới:  $T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g - a}}$

Thường lập tỉ số:  $\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{g}{g - a}}$

Đó là trường hợp thang máy chuyển động lên chậm dần đều ( $\vec{v}, \vec{a}$  cùng chiều) hay thang máy chuyển động xuống nhanh dần đều ( $\vec{v}, \vec{a}$  ngược chiều).

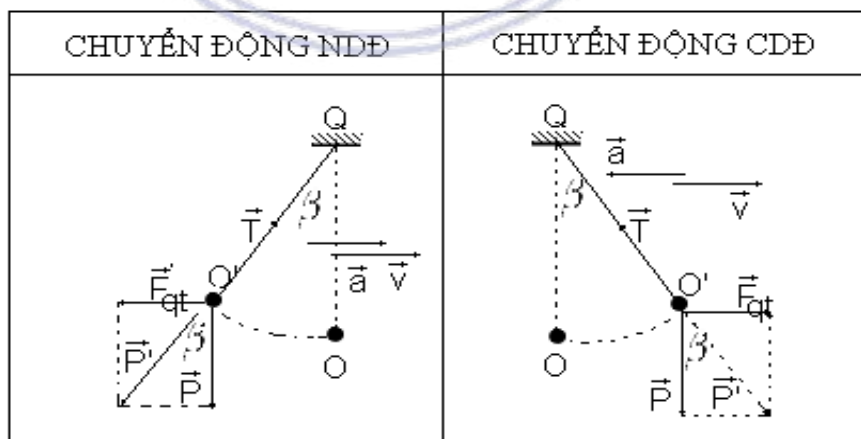


b. Trường hợp  $\vec{a}$  hướng lên:  $a_x < 0 \rightarrow a_x = -|a|$

(2) :  $g' = g + a$  chu kỳ mới:  $T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g + a}}$  Thường lập tỉ số:  $\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{g}{g + a}}$

Đó là trường hợp thang máy chuyển động lên nhanh dần đều ( $\vec{v}, \vec{a}$  ngược chiều) hay thang máy chuyển động xuống chậm dần đều ( $\vec{v}, \vec{a}$  cùng chiều).

**2. Con lắc đơn treo vào trần của xe ô tô đang chuyển động ngang với gia tốc  $\vec{a}$ :**



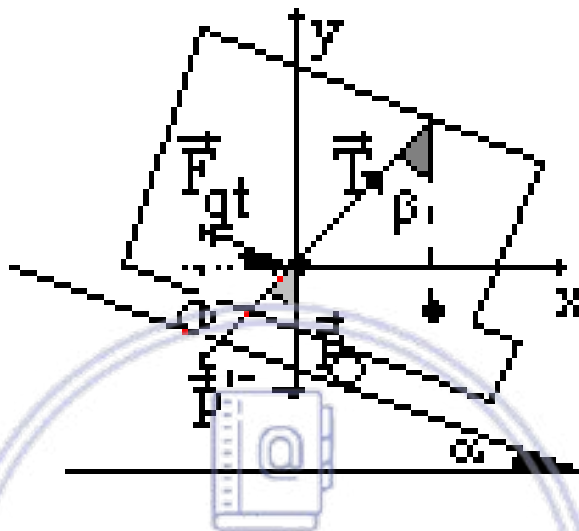
Góc:  $\beta = \widehat{PO'P'}$  ứng với vị trí cân bằng của con lắc đơn.

Ta có:  $\tan \beta = \frac{F}{mg} = \frac{a}{g}$

Tìm  $T'$  và  $g'$ : áp dụng định lý Pitago:  $g' = \sqrt{g^2 + a^2}$  hoặc:  $g' = \frac{g}{\cos \beta}$ .

Chu kỳ mới:  $T' = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g'}}$ . Thường lập tỉ số:  $\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{g}{g'}} = \sqrt{\cos \beta}$

**3. Con lắc đơn treo vào trần của xe ô tô đang chuyển động trên mặt phẳng nghiêng một góc  $\alpha$ :**



Ta có điều kiện cân bằng:  $\vec{P} + \vec{F}_{gt} + \vec{T} = 0$  (\*)

Chiếu (\*)/Ox:  $T \sin \beta = ma \cos \alpha$  (1)

Chiếu (\*)/Oy:  $T \cos \beta = mg - ma \sin \alpha$  (2)

Lập tỉ số:  $\frac{1}{2}$ :  $\boxed{tg \beta = \frac{a \cos \alpha}{g - a \sin \alpha}}$

Từ (1) suy ra lực căng dây:  $\boxed{T = \frac{ma \cos \alpha}{\sin \beta}}$

Từ (\*) ta có:  $P' = T \leftrightarrow mg' = T$  hay  $g' = \frac{a \cos \alpha}{\sin \beta}$

Chu kỳ mới:  $T' = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g'}}$  hay  $\boxed{T' = 2\pi \sqrt{\frac{l \sin \beta}{a \cos \alpha}}}$



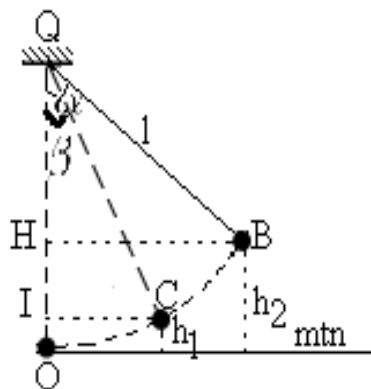
**Phương pháp:**

• **Thế năng  $E_t$ :**

Vậy:  $E_t = mgl(1 - \cos \beta)$  (1)

$$E = E_C = E_B = mgh_2 = mgl(1 - \cos \alpha)$$

Hay  $E = mgl(1 - \cos \alpha)$  (2)



Thay (1) , (2) vào ta được:  $E_{\text{đ}} = mgl(\cos \beta - \cos \alpha)$  (3)

$$\cos \beta \approx 1 - \frac{\beta^2}{2}; \cos \alpha \approx 1 - \frac{\alpha^2}{2}$$

$$\begin{cases} (1) \rightarrow E_t = \frac{1}{2} mgl\beta^2 \\ (2) \rightarrow E = \frac{1}{2} mgl\alpha^2 \\ (3) \rightarrow E_d = \frac{1}{2} mgl(\alpha^2 - \beta^2) \end{cases}$$

**Phương pháp:**

**1. Vận tốc dài v tại C:**

Ta có công thức tính động năng:  $E_d = \frac{1}{2}mv^2$ , thay vào biểu thức (3) ở chủ đề 8 ta được:

$$\boxed{v = \sqrt{2gl(\cos \beta - \cos \alpha)}} \quad (1)$$

**2. Lực căng dây  $T$  tại C:**

Áp dụng định luật II Newton:  $\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}_{bt}$  (2)

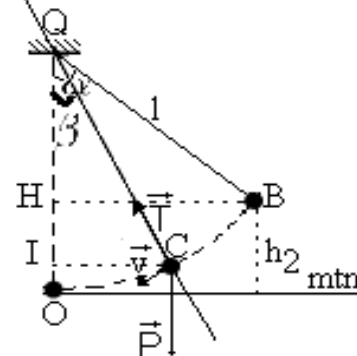
Chọn trục tọa độ hướng tâm, chiều phương trình (2) lên  $xx'$ :

Ta được:  $-mg \cos \beta + \mathcal{T} = m \frac{v^2}{l}$

Thay (1) vào ta được:  $T = m[3 \cos \beta - 2 \cos \alpha]g$  (3)

**Đặt biệt:** Nếu dao động của con lắc đơn là dao động bé  
 Thay biểu thức tính gần đúng vào ta được:

$$\begin{cases} (1) \rightarrow v = \sqrt{gl(\alpha^2 - \beta^2)} & (4) \\ (2) \rightarrow T = m \left[ 1 + \alpha^2 - \frac{3}{2}\beta^2 \right] g & (5) \end{cases}$$



### 3. Hệ quả: vận tốc và lực căng dây cực đại và cực tiểu:

$$\begin{cases} (1), (4) \rightarrow \begin{cases} v = \max \leftrightarrow \beta = 0 (\text{vị trí cân bằng}), & \rightarrow \begin{cases} v_{\max} = \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha)} \\ v_{\max} = \alpha \sqrt{gl} \end{cases} \\ v = \min \leftrightarrow \beta = \alpha (\text{vị trí biên}) & \rightarrow v_{\min} = 0, \end{cases} \\ (3), (5) \rightarrow \begin{cases} T = \max \leftrightarrow \beta = 0 (\text{vị trí cân bằng}), & \rightarrow \begin{cases} T_{\max} = m(3 - 2 \cos \alpha)g \\ T_{\max} = m[1 + \alpha^2]g \end{cases} \\ T = \min \leftrightarrow \beta = \alpha (\text{vị trí biên}) & \rightarrow \begin{cases} T_{\min} = mg \cos \alpha \\ T_{\min} = m[1 - \frac{1}{2}\alpha^2]g \end{cases} \end{cases} \end{cases}$$

**CHỦ ĐỀ 10.** Xác định biên độ góc  $\alpha'$  mỗi khi gia tốc trọng trường thay đổi từ  $g$  sang  $g'$ :

**Phương pháp:**

Áp dụng công thức số (2) chủ đề (8)

Khi con lắc ở nơi có gia tốc trọng trường  $g$ : Cơ năng của con lắc:  $E = \frac{1}{2}mgl\alpha^2$ .

Khi con lắc ở nơi có gia tốc trọng trường  $g'$ : Cơ năng của con lắc:  $E' = \frac{1}{2}mg'l\alpha'^2$ .

Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng:  $E = E' \leftrightarrow \frac{1}{2}mgl\alpha^2 = \frac{1}{2}mg'l\alpha'^2$

Hay:

$$\alpha' = \alpha \sqrt{\frac{g}{g'}}$$

**CHỦ ĐỀ 11.** Xác định chu kỳ và biên độ của con lắc đơn vướng đinh (hay vật cản) khi đi qua vị trí cân bằng:

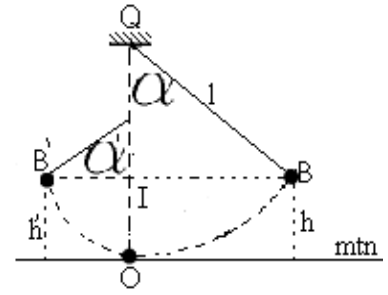
**Phương pháp:**

**1. Tìm chu kỳ  $T$ :**

Chu kỳ của con lắc đơn vướng đinh  $T = \frac{1}{2}$  chu kỳ của con lắc đơn có chiều dài  $l + \frac{1}{2}$  chu kỳ của con lắc đơn có chiều dài  $l'$

Ta có: 
$$T = \frac{1}{2}T_1 + \frac{1}{2}T_2$$

Trong đó: 
$$\begin{cases} T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \\ T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l'}{g}} \end{cases} \quad \text{với: } l' = l - QI$$



## 2. Tìm biên độ mới sau khi vướng đinh:

Vận dụng chủ đề (10) ta được: 
$$\frac{1}{2}mgl\alpha^2 = \frac{1}{2}mgl'\alpha'^2$$

Hay:

$$\alpha' = \alpha\sqrt{\frac{l}{l'}}$$

**CHỦ ĐỀ 12. Xác định thời gian để hai con lắc đơn trở lại vị trí trùng phùng (cùng qua vị trí cân bằng, chuyển động cùng chiều):**

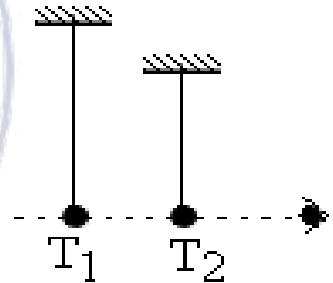
### Phương pháp:

Giả sử con lắc thứ nhất có chu kỳ  $T_1$ , con lắc đơn thứ hai có chu kỳ  $T_2$  ( $T_2 > T_1$ ).

Nếu con lắc thứ nhất thực hiện được  $n$  dao động thì con lắc thứ hai thực hiện được  $n - 1$  dao động. Gọi  $t$  là thời gian trở lại trùng phùng, ta có:

$$t = nT_1 = (n - 1)T_2 \rightarrow n = \frac{T_2}{T_2 - T_1}$$

Vậy thời gian để trở lại trùng phùng: 
$$t = \frac{T_1 \cdot T_2}{T_2 - T_1}$$



**CHỦ ĐỀ 13. Con lắc đơn dao động thì bị dây đứt: khảo sát chuyển động của hòn bi sau khi dây đứt?**

### Phương pháp:

**1. Trường hợp dây đứt khi đi qua vị trí cân bằng O:** Lúc đó chuyển động của vật xem như là chuyển động vật ném ngang. Chọn hệ trục tọa độ  $Oxy$  như hình vẽ.

Theo định luật II Newton:  $\vec{F} = \vec{P} = m\vec{a}$

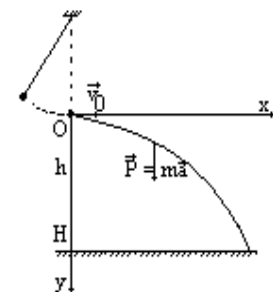
Hay:  $\vec{a} = \vec{g}$  (\*)

Chiều (\*) lên Ox:  $a_x = 0$ ,

trên Ox, vật chuyển động thẳng đều với phương trình:

$$x = v_0 t \rightarrow t = \frac{x}{v_0} \quad (1)$$

Chiều (\*) lên Oy:  $a_y = g$ ,



trên Oy, vật chuyển động thẳng nhanh dần đều với phương trình:

Th.s Trần Anh Trung

31

Luyện thi đại học

$$y = \frac{1}{2}a_y t^2 = \frac{1}{2}gt^2 \quad (2)$$

Thay (1) vào (2), phương trình quỹ đạo:

$$y = \frac{1}{2} \cdot \frac{g}{v_0^2} x^2$$

Kết luận: quỹ đạo của quả nặng sau khi dây đứt tại VTCB là một Parabol. ( $y = ax^2$ )

**2. Trường hợp dây đứt khi đi qua vị trí có li góc  $\alpha$ :** Lúc đó chuyển động của vật xem như là chuyển động vật ném xiên hướng xuống, có  $\vec{v}_c$  hợp với phương ngang một góc  $\beta$ :  $v_c = \sqrt{2gl(\cos \beta - \cos \alpha_0)}$ . Chọn hệ trục tọa độ  $Oxy$  như hình vẽ.

Theo định luật II Newton:  $\vec{F} = \vec{P} = m\vec{a}$

Hay:  $\vec{a} = \vec{g}$  (\*)

Chiều (\*) lên Ox:  $a_x = 0$ ,

trên Ox, vật chuyển động thẳng đều với phương trình:

$$x = v_c \cos \beta t \rightarrow t = \frac{x}{v_0 \cos \beta} \quad (1)$$

Chiều (\*) lên Oy:  $a_x = -g$ ,

trên Oy, vật chuyển động thẳng biến đổi đều, với phương trình:

$$y = v_c \sin \beta t - \frac{1}{2}gt^2 \quad (2)$$

Thay (1) vào (2), phương trình quỹ đạo:

$$y = -\frac{g}{2v_c^2 \cos^2 \beta} x^2 + tg\beta \cdot x$$

Kết luận: quỹ đạo của quả nặng sau khi dây đứt tại vị trí C là một Parabol. ( $y = ax^2 + bx$ )

**CHỦ ĐỀ 14. Con lắc đơn có hòn bi va chạm đàn hồi với một vật đang đứng yên: xác định vận tốc của viên bi sau va chạm?**

**Phương pháp:**

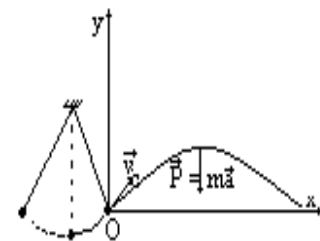
\* Vận tốc của con lắc đơn trước va chạm( ở VTCB):  $v_0 = \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha_0)}$

\*Gọi  $v$ ,  $v'$  là vận tốc của viên bi và quả nặng sau va chạm:

$$\text{áp dụng định luật bảo toàn động năng: } m\vec{v}_0 = m\vec{v} + m_1\vec{v}' \quad (1)$$

$$\text{áp dụng định luật bảo toàn động lượng: } \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}m_1v'^2 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta suy ra được  $v$  và  $v'$ .



### PHẦN 3

## PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN VỀ DAO ĐỘNG TẮT DẦN VÀ CỘNG HƯỞNG CƠ HỌC

**CHỦ ĐỀ 1.** Con lắc lò xo dao động tắt dần: biên độ giảm dần theo cấp số nhân lùi vô hạn, tìm công bội  $q$ :

**Phương pháp:**

- Cơ năng ban đầu (cung cấp cho dao động):  $E_0 = E_{t(max)} = \frac{1}{2}kA_1^2$  (1)

- Công của lực masat (tới lúc dừng lại):  $|A_{ms}| = F_{ms}s = \mu mgs$  (2), với  $s$  là đoạn đường đi tới lúc dừng lại.

- Áp dụng định luật bảo toàn và chuyển hóa năng lượng:  $A_{ms} = E_0 \rightarrow s$

- Công bội  $q$ : vì biên độ giảm dần theo cấp số nhân lùi vô hạn nên:

$$q = \frac{A_2}{A_1} = \frac{A_3}{A_2} = \dots = \frac{A_n}{A_{(n-1)}} \rightarrow A_2 = qA_1, A_3 = q^2A_1 \dots, A_n = q^{n-1}A_1 \text{ (với } q < 1)$$

Đường đi tổng cộng tới lúc dừng lại:

$$s = 2A_1 + 2A_2 + \dots + 2A_n = 2A_1(1 + q + q^2 + \dots + q^{n-1}) = 2A_1S$$

Với:  $S = (1 + q + q^2 + \dots + q^{n-1}) = \frac{1}{1-q}$

Vậy:

$$s = \frac{2A_1}{1-q}$$

**CHỦ ĐỀ 2.** Con lắc lò đơn động tắt dần: biên độ góc giảm dần theo cấp số nhân lùi vô hạn, tìm công bội  $q$ . Năng lượng cung cấp để duy trì dao động:

**Phương pháp:**

- Công bội  $q$ : vì biên độ góc giảm dần theo cấp số nhân lùi vô hạn nên:

$$q = \frac{\alpha_2}{\alpha_1} = \frac{\alpha_3}{\alpha_2} = \dots = \frac{\alpha_n}{\alpha_{(n-1)}} \rightarrow \alpha_2 = q\alpha_1, \alpha_3 = q^2\alpha_1 \dots, \alpha_n = q^{n-1}\alpha_1 \text{ (với } q < 1)$$

Vậy:

$$q = \sqrt[n-1]{\frac{\alpha_n}{\alpha_1}}$$

- Năng lượng cung cấp (như lên dây cót) trong thời gian  $t$  để duy trì dao động:

Cơ năng ở chu kì 1:  $E_1 = E_{tB_1max} = mgh_1$ , hay  $E_1 = \frac{1}{2}mgl\alpha_1^2$

Cơ năng ở chu kì 2:  $E_2 = E_{tB_2max} = mgh_1$ , hay  $E_2 = \frac{1}{2}mgl\alpha_2^2$

Độ giảm cơ năng sau 1 chu kỳ:  $\Delta E = \frac{1}{2}mgl(\alpha_1^2 - \alpha_2^2)$

Hay :  $\Delta E = \frac{1}{2}mgl(\alpha_1^2(1 - q^2))$ , đây chính là năng lượng cần cung cấp để duy trì dao động trong một chu kỳ.

Trong thời gian  $t$ , số dao động:  $n = \frac{t}{T}$ . Năng lượng cần cung cấp để duy trì sau  $n$  dao động:  $E = n.\Delta E$ .

Công suất của đồng hồ:  $P = \frac{E}{t}$

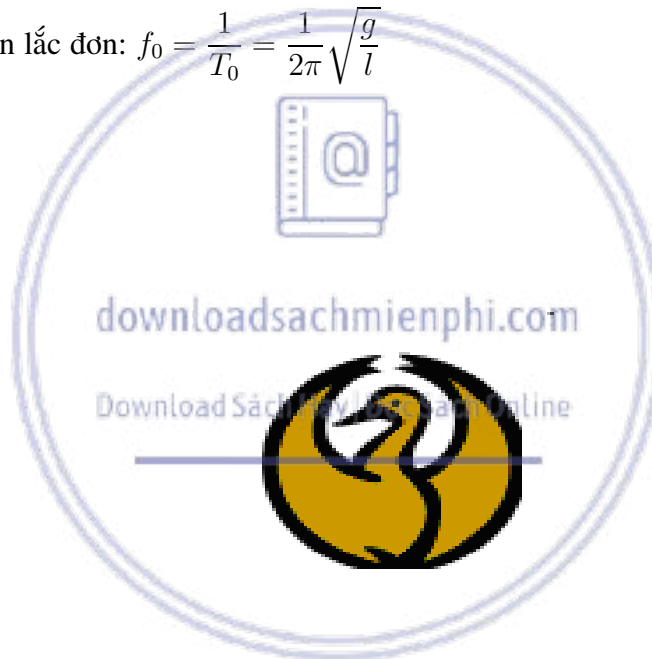
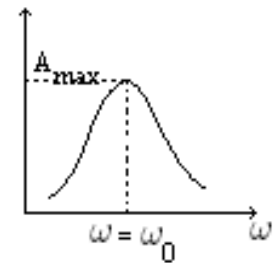
**CHỦ ĐỀ 3. Hệ dao động cưỡng bức bị kích thích bởi một ngoại lực tuần hoàn: tìm điều kiện để có hiện tượng cộng hưởng:**

**Phương pháp:**

Điều kiện để có hiện tượng cộng hưởng:  $f = f_0$ , với  $f_0$  là tần số riêng của hệ.

Đối với con lắc lò xo:  $f_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$

Đối với con lắc đơn:  $f_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}}$





## PHẦN 4

### PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN VỀ SỰ TRUYỀN SÓNG CƠ HỌC , GIAO THOA SÓNG, SÓNG DỪNG, SÓNG ÂM

**CHỦ ĐỀ 1.** Tìm độ lệch pha giữa hai điểm cách nhau  $d$  trên một phương truyền sóng? Tìm bước sóng khi biết độ lệch pha và giới hạn của bước sóng, ( tần số, vận tốc truyền sóng). Viết phương trình sóng tại một điểm :

**Phương pháp:**

**1. Tìm độ lệch pha giữa hai điểm cách nhau  $d$  trên một phương truyền sóng:**

- Độ lệch pha giữa hai điểm ở hai thời điểm khác nhau:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{T}\Delta t = \omega\Delta t$$

- Độ lệch pha giữa hai điểm cách nhau  $d$  trên một phương truyền sóng

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}d \quad \text{Với} \quad \begin{cases} \text{Hai dao động cùng pha} & \Delta\varphi = 2k\pi; \quad k \in \mathbb{Z} \\ \text{Hai dao động ngược pha} & \Delta\varphi = (2k+1)\pi; \quad k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

**2. Tìm bước sóng khi biết độ lệch pha và giới hạn của bước sóng, ( tần số, vận tốc truyền sóng):**

Giả sử xét hai dao động cùng pha  $\Delta\varphi = 2k\pi$ , so sánh với công thức về độ lệch pha:

Từ đó suy ra được bước sóng  $\lambda$  theo  $k$ :  $\lambda = \frac{d}{k}$

Nếu cho giới hạn của  $\lambda$ : ta được:  $\lambda_1 \leq \frac{d}{k} \leq \lambda_2$ , có bao giá trị nguyên của  $k$  thay vào ta suy ra được bước sóng hay tần số, vận tốc.

Nếu bài toán cho giới hạn của tần số hay vận tốc, áp dụng công thức:  $\lambda = V.T = \frac{V}{f}$ .

Từ đó suy ra các giá trị nguyên của  $k$ , suy ra được đại lượng cần tìm.

**Chú ý:** Nếu biết lực căng dây  $F$ , và khối lượng trên mỗi mét chiều dài  $\rho$ , ta có:  $V = \sqrt{\frac{F}{\rho}}$

**3. Viết phương trình sóng tại một điểm trên phương truyền sóng:**

Giả sử sóng truyền từ  $O$  đến  $M$ :  $OM = d$ , giả sử sóng tại  $O$  có dạng:  $u_O = a \sin \omega t$  (cm).

Sóng tại  $M$  trễ pha  $\frac{2\pi}{\lambda}d$  so với  $O$ . Phương trình sóng tại  $M$ :  $u_M = a \sin(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}d)$  (cm)

với  $t \geq \frac{d}{V}$

**4. Vận tốc dao động của sóng:**

Vận tốc dao động:  $v = \frac{du_M}{dt} = \omega a \cos(\omega t + \frac{2\pi}{\lambda}d)$  (cm/s)

## CHỦ ĐỀ 2. Vẽ đồ thị biểu diễn quá trình truyền sóng theo thời gian và theo không gian:

### Phương pháp:

#### 1. Vẽ đồ thị biểu diễn quá trình truyền sóng theo thời gian:

Xem yếu tố không gian là không đổi.

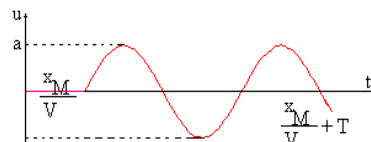
- Cách 1: (Vẽ trực tiếp)

Ở gốc  $O$ :  $u_O = a \sin \omega t = a \sin \frac{2\pi}{T}t$

Xét điểm  $M(x_M = OM = \text{const})$ :  $u_M = a \sin(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x_M)$  điều kiện  $t \geq \frac{x_M}{V}$

Lập bảng biến thiên:

t	0	$\frac{T}{4}$	$\frac{T}{2}$	$\frac{3T}{4}$	T
$u_M$	$a \sin \frac{2\pi}{\lambda}x_M$	X	0	X	X

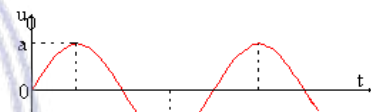


Vẽ đồ thị biểu diễn, chỉ lấy phần biểu diễn trong giới hạn  $t \geq \frac{x_M}{V}$

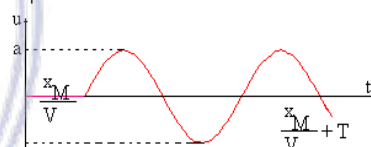
- Cách 2: (Vẽ gián tiếp)

-Vẽ đồ thị :  $u_0$

t	0	$\frac{T}{4}$	$\frac{T}{2}$	$\frac{3T}{4}$	T
$u_0$	0	A	0	-A	0



Tịnh tiến đồ thị  $u_0(t)$  theo chiều dương một đoạn  $\theta = \frac{x_M}{V}$  ta được đồ thị biểu diễn đường sin thời gian.



**Chú ý:** Thường lập tỉ số:  $k = \frac{\theta}{T}$

#### 2. Vẽ đồ thị biểu diễn quá trình truyền sóng theo không gian ( dạng của môi trường...):

Xem yếu tố thời gian là không đổi.

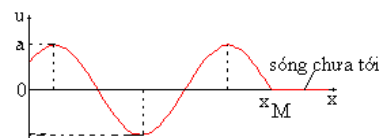
Với  $M$  thuộc dây:  $OM = x_M$ ,  $t_0$  là thời điểm đang xét  $t_0 = \text{const}$

Biểu thức sóng:  $u_M = a \sin(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x)$  (cm), với chu kỳ:  $\lambda$

Đường sin không gian là đường biểu diễn  $u$  theo  $x$ . Giả sử tại  $t_0$ , sóng truyền được một đoạn  $x_M = V.t_0$ , điều kiện  $x \leq x_M$ . **Chú ý:** Thường lập tỉ số:  $k = \frac{x_M}{\lambda}$ .

Lập bảng biến thiên:

x	0	$\frac{\lambda}{4}$	$\frac{\lambda}{2}$	$\frac{3\lambda}{4}$	$\lambda$
$u$	$a \sin \omega t_0$	X	X	X	X



## CHỦ ĐỀ 3. Xác định tính chất sóng tại một điểm $M$ trên miền giao thoa:

**Phương pháp:**

$$\forall M : MS_1 = d_1; MS_2 = d_2$$

$$\text{Tìm hiệu đường đi: } \delta = d_2 - d_1 \text{ và tìm bước sóng: } \lambda = V.T = \frac{V}{f}$$

Lập tỉ số:

$$k = \frac{\delta}{\lambda} \begin{cases} \bullet \text{Nếu } p = k(\text{nguyên}) \Leftrightarrow \delta = k\lambda & \Rightarrow M \text{ dao động cực đại} \\ \bullet \text{Nếu } p = k + \frac{1}{2}(\text{bán nguyên}) \Leftrightarrow \delta = (k + \frac{1}{2})\lambda & \Rightarrow M \text{ dao động cực tiểu} \end{cases}$$

**CHỦ ĐỀ 4. Viết phương trình sóng tại điểm M trên miền giao thoa:**

**Phương pháp:**

$$\text{Giả sử: } u_1 = u_2 = a \sin \omega t \quad (cm)$$

$$\text{Sóng truyền từ } S_1 \text{ đến } M: \text{sóng tại } M \text{ trễ pha } \frac{2\pi}{\lambda}d_1 \text{ so với } S_1: u_1 = a \sin(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}d_1) \quad (cm)$$

$$\text{Sóng truyền từ } S_2 \text{ đến } M: \text{sóng tại } M \text{ trễ pha } \frac{2\pi}{\lambda}d_2 \text{ so với } S_2: u_2 = a \sin(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}d_2) \quad (cm)$$

$$\text{Sóng tại } M: u_M = u_1 + u_2, \text{ thay vào, áp dụng công thức: } \sin p + \sin q = 2 \sin \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$$

$$\text{Cuối cùng ta được: } u_M = 2a \cos \frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1) \sin \left[ \omega t - \frac{\pi}{\lambda}(d_2 + d_1) \right] \quad (*)$$

Phương trình (\*) là một phương trình dao động điều hòa có dạng:  $u_M = A \sin(\omega t + \Phi)$

$$\text{Với: } \begin{cases} \text{Biên độ dao động: } A = 2a \left| \cos \frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1) \right| \\ \text{Pha ban đầu: } \Phi = -\frac{\pi}{\lambda}(d_2 + d_1) \end{cases}$$

**CHỦ ĐỀ 5. Xác định số đường dao động cực đại và cực tiểu trên miền giao thoa:**

**Phương pháp:**

$$\forall M : MS_1 = d_1; MS_2 = d_2, S_1S_2 = l$$

$$\text{Xét } \triangle MS_1S_2 : \text{ta có: } |d_2 - d_1| \leq l \Leftrightarrow -l \leq d_2 - d_1 \leq l \quad (*)$$

$$\bullet \text{Để } M \text{ dao động với biên độ cực đại: } \delta = d_2 - d_1 = k\lambda \quad k \in Z$$

Thay vào (\*), ta được:  $-\frac{l}{\lambda} \leq k \leq \frac{l}{\lambda}$ , có bao nhiêu giá trị nguyên của  $k$  thì có bấy nhiêu đường dao động với biên độ cực đại ( kể cả đường trung trực đoạn  $S_1S_2$  ứng với  $k = 0$ )

$$\bullet \text{Để } M \text{ dao động với biên độ cực tiểu: } \delta = d_2 - d_1 = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda \quad k \in Z$$

Thay vào (\*), ta được:  $-\frac{l}{\lambda} - \frac{1}{2} \leq k \leq \frac{l}{\lambda} - \frac{1}{2}$ , có bao nhiêu giá trị nguyên của  $k$  thì có bấy nhiêu đường dao động với biên độ cực tiểu.

**CHỦ ĐỀ 6. Xác định điểm dao động với biên độ cực đại ( điểm bụng) và số điểm dao động với biên độ cực tiểu ( điểm nút) trên đoạn  $S_1S_2$ :**

**Phương pháp:**

$$\forall M \in S_1S_2 : MS_1 = d_1; MS_2 = d_2, S_1S_2 = l$$

$$\text{Ta có: } d_1 + d_2 = l \quad (*)$$

$$\bullet \text{ Để } M \text{ dao động với biên độ cực đại: } \delta = d_2 - d_1 = k\lambda \quad k \in \mathbb{Z} \quad (1)$$

$$\text{Cộng (1) và (*) ta được: } d_2 = \frac{l}{2} + k\frac{\lambda}{2}, \text{ điều kiện: } 0 \leq d_2 \leq l$$

Vậy ta được:  $\boxed{-\frac{l}{\lambda} \leq k \leq \frac{l}{\lambda}}$ , có bao nhiêu giá trị nguyên của  $k$  thì có bấy nhiêu điểm bụng ( kể cả điểm giữa)

$$\bullet \text{ Để } M \text{ dao động với biên độ cực tiểu: } \delta = d_2 - d_1 = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda \quad k \in \mathbb{Z} \quad (2)$$

$$\text{Cộng (2) và (*) ta được: } d_2 = \frac{l}{2} + \left(k + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2}, \text{ điều kiện: } 0 \leq d_2 \leq l$$

Vậy ta được:  $\boxed{-\frac{l}{\lambda} - \frac{1}{2} \leq k \leq \frac{l}{\lambda} - \frac{1}{2}}$ , có bao nhiêu giá trị nguyên của  $k$  thì có bấy nhiêu điểm nút.

**Chú ý:** Để tìm vị trí các điểm dao động cực đại ( hay cực tiểu) ta thường lập bảng:

$k$	các giá trị âm	-1	0	1	các giá trị dương
$d_2$	$d_{2i} - \frac{\lambda}{2}$		$d_{20}$		$d_{2i} + \frac{\lambda}{2}$

**CHỦ ĐỀ 7. Tìm quỹ tích những điểm dao động cùng pha (hay ngược pha) với hai nguồn  $S_1, S_2$ :**

**Phương pháp:**

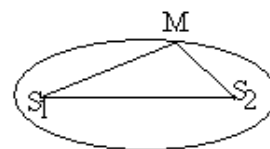
$$\text{Pha ban đầu sóng tại } M: \Phi_M = -\frac{\pi}{\lambda}(d_2 + d_1)$$

$$\text{Pha ban đầu sóng tại } S_1 \text{ (hay } S_2): \varphi = 0$$

$$\text{Độ lệch pha giữa hai điểm: } \Delta\varphi = \varphi - \Phi_M = \frac{\pi}{\lambda}(d_2 + d_1) \quad (*)$$

Để hai điểm dao động cùng pha  $\Delta\varphi = 2k\pi$ , so sánh (\*):  $d_2 + d_1 = 2k\lambda$ . Vậy tập hợp những điểm dao động cùng pha với hai nguồn  $S_1, S_2$  là họ đường Ellip, nhận hai điểm  $S_1, S_2$  làm hai tiêu điểm.

Để hai điểm dao động ngược pha  $\Delta\varphi = (2k + 1)\pi$ , so sánh (\*):  $d_2 + d_1 = (2k + 1)\lambda$ . Vậy tập hợp những điểm dao động ngược pha với hai nguồn  $S_1, S_2$  là họ đường Ellip, nhận hai điểm  $S_1, S_2$  làm hai tiêu điểm ( xen kẻ với họ Ellip nói trên).



**CHỦ ĐỀ 8. Viết biểu thức sóng dừng trên dây đàn hồi:**

**Phương pháp:**

Gọi:  $MC = d, AC = l$  thì  $AM = l - d$ . Các bước thực hiện:

**1. Viết biểu thức sóng tới:**

• Sóng tại A:  $u_A = a \sin \omega t$

• Sóng tại M:

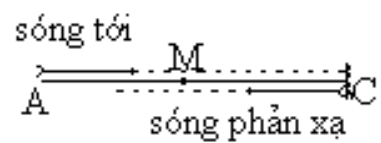
Tại M sóng trễ pha  $\frac{2\pi}{\lambda}(l - d)$  so với A  $u_M = a \sin \left( \omega t - \frac{2\pi}{\lambda}(l - d) \right)$  (1)

Tại C sóng trễ pha  $\frac{2\pi}{\lambda}l$  so với A  $u_C = a \sin \left( \omega t - \frac{2\pi}{\lambda}l \right)$  (2)

**2. Viết biểu thức sóng phản xạ:**

• Sóng tại C:

$$\begin{cases} \text{Nếu ở C cố định} & u'_C = -u_C = -a \sin \left( \omega t - \frac{2\pi}{\lambda}l \right) & (3) \\ \text{Nếu ở C tự do} & u'_C = u_C = a \sin \left( \omega t - \frac{2\pi}{\lambda}l \right) & (4) \end{cases}$$



• Sóng tại M:

Tại M sóng trễ pha  $\frac{2\pi}{\lambda}d$  so với C:

$$\begin{cases} \text{Nếu ở C cố định} & u'_M = -a \sin \left( \omega t - \frac{2\pi}{\lambda}l - \frac{2\pi}{\lambda}d \right) & (5) \\ \text{Nếu ở C tự do} & u'_M = a \sin \left( \omega t - \frac{2\pi}{\lambda}l - \frac{2\pi}{\lambda}d \right) & (6) \end{cases}$$

**3. Sóng tại M:**  $u = u_M + u'_M$ , dùng công thức lượng giác suy ra được biểu thức sóng dừng.

**CHỦ ĐỀ 9. Điều kiện để có hiện tượng sóng dừng, từ đó suy ra số bụng và số nút sóng:**

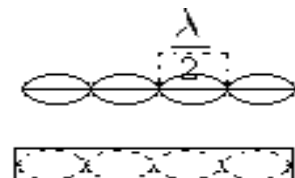
**Phương pháp:**

**1. Hai đầu môi trường (dây hay cột không khí) là cố định:**

+ Điều kiện về chiều dài: là số nguyên lần nửa sóng:  $l = k \frac{\lambda}{2}$

+ Điều kiện về tần số:  $\lambda = \frac{v}{f} \rightarrow f = k \frac{v}{2l}$

+ Số múi:  $k = \frac{2l}{\lambda}$ , số bụng là  $k$  và số nút là  $k + 1$ .



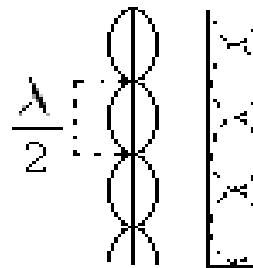
**2. Một đầu môi trường (dây hay cột không khí) là cố định, đầu kia tự do:**

+ Điều kiện về chiều dài: là số bán nguyên lần nửa sóng:

$$l = \left(k + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{2}$$

+ Điều kiện về tần số:  $\lambda = \frac{v}{f} \rightarrow f = \left(k + \frac{1}{2}\right) \frac{v}{2l}$

+ Số múi:  $k = \frac{2l}{\lambda} - \frac{1}{2}$ , số bụng là  $k + 1$  và số nút là  $k + 1$ .



### 3. Hai đầu môi trường (dây hay cột không khí) là tự do:

+ Điều kiện về chiều dài: là số nguyên lần nửa sóng:  $l = k \frac{\lambda}{2}$

+ Điều kiện về tần số:  $\lambda = \frac{v}{f} \rightarrow f = k \frac{v}{2l}$

+ Số múi:  $k = \frac{2l}{\lambda}$ , số bụng là  $k$  và số nút là  $k - 1$ .



**Chú ý:** Cho biết lực căng dây  $F$ , mật độ chiều dài  $\rho$ :  $v = \sqrt{\frac{F}{\rho}}$

Thay vào điều kiện về tần số:  $f = \frac{4l^2 f^2 \rho}{k^2}$

**CHỦ ĐỀ 10. Xác định cường độ âm (I) khi biết mức cường độ âm tại điểm. Xác định công suất của nguồn âm? Độ to của âm:**

**Phương pháp:**

**1. Xác định cường độ âm (I) khi biết mức cường độ âm tại điểm:**

\* Nếu mức cường độ âm tính theo đơn vị B:  $L = lg \frac{I}{I_0}$

Từ đó:  $I = I_0 \cdot 10^L$

\* Nếu mức cường độ âm tính theo đơn vị dB:  $L = 10lg \frac{I}{I_0}$

Từ đó:  $I = I_0 \cdot 10^{\frac{L}{10}}$

**Chú ý:** Nếu tần số âm  $f = 1000Hz$  thì  $I_0 = 10^{-12} Wm^{-2}$

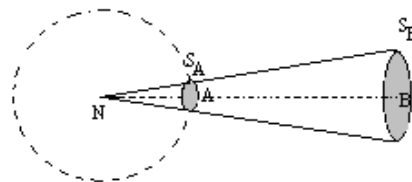
**2. Xác định công suất của nguồn âm tại một điểm:**

Công suất của nguồn âm tại A là năng lượng truyền qua mặt cầu tâm N bán kính NA trong 1 giây.

Ta có:  $I_A = \frac{W}{S} \rightarrow W = I_A \cdot S$

hay  $P_{nguồn} = I_A \cdot S_A$

Nếu nguồn âm là đẳng hướng:  $S_A = 4\pi NA^2$



Nếu nguồn âm là loa hình nón có nửa góc ở đỉnh là  $\alpha$ :

Gọi  $R$  là khoảng cách từ loa đến điểm mà ta xét. Diện tích của chỏm cầu bán kính  $R$  và

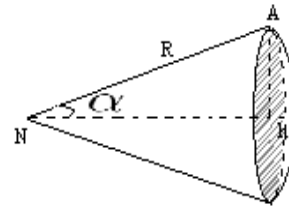


chiều cao  $h$  là  $S = 2\pi Rh$

Ta có:  $h = R - R \cos \alpha$ , vậy  $S = 2\pi R^2(1 - \cos \alpha)$

Vậy, công suất của nguồn âm:

$$P = I \cdot 2\pi R^2(1 - \cos \alpha)$$



### 3. Độ to của âm:

Tùy tần số, mỗi âm có một ngưỡng nghe ứng với  $I_{min}$

Độ to của âm:  $\Delta I = I - I_{min}$

Độ to tối thiểu mà tai phân biệt được gọi là 1 phôn

$$\text{Ta có: } \Delta I = 1 \text{ phôn} \leftrightarrow 10 \lg \frac{I_2}{I_1} = 1 \text{ dB}$$



## PHẦN 5

### PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN VỀ MẠCH ĐIỆN XOAY CHIỀU KHÔNG PHÂN NHÁNH (RLC)

**CHỦ ĐỀ 1.** Tạo ra dòng điện xoay chiều bằng cách cho khung dây quay đều trong từ trường, xác định suất điện động cảm ứng  $e(t)$ ? Suy ra biểu thức cường độ dòng điện  $i(t)$  và hiệu điện thế  $u(t)$ :

**Phương pháp:**

1. Tìm biểu thức từ thông  $\Phi(t)$ :

$$\Phi(t) = NBS \cos(\omega t) \text{ hay } \Phi(t) = \Phi_0 \cos(\omega t) \text{ với } \Phi_0 = NBS.$$

2. Tìm biểu thức của sđđ cảm ứng  $e(t)$ :

$$e(t) = -\frac{d\Phi(t)}{dt} = \omega NBS \sin(\omega t) \text{ hay } e(t) = E_0 \sin(\omega t) \text{ với: } E_0 = \omega NBS$$

3. Tìm biểu thức cường độ dòng điện qua  $R$ :  $i = \frac{e(t)}{R}$

4. Tìm biểu thức hất tức thời  $u(t)$ :  $u(t) = e(t)$  suy ra  $U_0 = E_0$  hay  $U = E$ .

**CHỦ ĐỀ 2.** Đoạn mạch  $RLC$ : cho biết  $i(t) = I_0 \sin(\omega t)$ , viết biểu thức hiệu điện thế  $u(t)$ . Tìm công suất  $P_{\text{mạch}}$ ?

**Phương pháp:**

$$\text{Nếu } i = I_0 \sin(\omega t) \text{ thì } u = U_0 \sin(\omega t + \varphi) \quad (*)$$

Với:

$$U_0 = I_0 \cdot Z, \quad \text{tổng trở: } Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} \quad \text{với } \begin{cases} Z_L = \omega L \\ Z_C = \frac{1}{\omega C} \end{cases}$$

$$\tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} \rightarrow \varphi, \text{ với } \varphi \text{ là độ lệch pha của } u \text{ so với } i.$$

Công suất tiêu thụ của đoạn mạch:

$$\text{Cách 1: Dùng công thức: } P = UI \cos \varphi, \text{ với } U = \frac{U_0}{\sqrt{2}}, \quad I = \frac{I_0}{\sqrt{2}}, \quad \cos \varphi = \frac{R}{Z}$$

Cách 2: Trong các phần tử điện, chỉ có điện trở  $R$  mới tiêu thụ điện năng dưới dạng tỏa nhiệt:  $P = RI^2$

$$\text{Chú ý: } \frac{1}{\pi} = 0,318$$

**CHỦ ĐỀ 3.** Đoạn mạch  $RLC$ : cho biết  $u(t) = U_0 \sin(\omega t)$ , viết biểu thức cường độ dòng điện  $i(t)$ . Suy ra biểu thức  $u_R(t)$ ?  $u_L(t)$ ?  $u_C(t)$ ?

**Phương pháp:**

$$\text{Nếu } u = U_0 \sin(\omega t) \text{ thì } i = I_0 \sin(\omega t - \varphi) \quad (*)$$

$$I_0 = \frac{U_0}{Z}, \quad \text{tổng trở: } Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} \quad \text{với } \tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} \rightarrow \varphi$$

**Hệ quả:**

Hiệu điện thế hai đầu điện trở  $R$  cùng pha với cđđđ:

$$u_R = U_{0R} \sin(\omega t - \varphi). \quad \text{với: } U_{0R} = I_0 \cdot R.$$

Hiệu điện thế hai đầu cuộn cảm  $L$  nhanh pha  $\frac{\pi}{2}$  so với cđđđ:

$$u_L = U_{0L} \sin(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2}). \quad \text{với: } U_{0L} = I_0 \cdot Z_L.$$

Hiệu điện thế hai đầu tụ điện  $C$  chậm pha  $\frac{\pi}{2}$  so với cđđđ:

$$u_C = U_{0C} \sin(\omega t - \varphi - \frac{\pi}{2}). \quad \text{với: } U_{0C} = I_0 \cdot Z_C.$$

**Chú ý:** Nếu phần tử điện nào bị đoản mạch hoặc không có trong đoạn mạch thì ta xem điện trở tương ứng bằng 0.

Nếu biết:  $i = I_0 \sin(\omega t + \varphi_i)$  và  $u = U_0 \sin(\omega t + \varphi_u)$  thì độ lệch pha:  $\varphi_{u/i} = \varphi_u - \varphi_i$

**CHỦ ĐỀ 4. Xác định độ lệch pha giữa hai hđt tức thời  $u_1$  và  $u_2$  của hai đoạn mạch khác nhau trên cùng một dòng điện xoay chiều không phân nhánh? Cách vận dụng?**

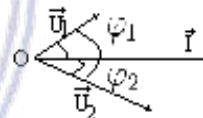
**Phương pháp:**

• **Cách 1:** (Dùng đại số)

$$\text{Độ lệch pha của } u_1 \text{ so với } i: \quad \tan \varphi_1 = \frac{Z_{L1} - Z_{C1}}{R_1} \rightarrow \varphi_1$$

$$\text{Độ lệch pha của } u_2 \text{ so với } i: \quad \tan \varphi_2 = \frac{Z_{L2} - Z_{C2}}{R_2} \rightarrow \varphi_2$$

$$\text{Ta có: } \varphi_{u_1/u_2} = \varphi_{u_1} - \varphi_{u_2} = (\varphi_{u_1} - \varphi_i) - (\varphi_{u_2} - \varphi_i) \\ = \varphi_{u_1/i} - \varphi_{u_2/i} = \varphi_1 - \varphi_2$$



$$\text{Độ lệch pha của } u_1 \text{ so với } u_2: \quad \boxed{\Delta \varphi = \varphi_1 - \varphi_2}$$

• **Cách 2:** (Dùng giản đồ vectơ)

$$\text{Ta có: } u = u_1 + u_2 \leftrightarrow \vec{U} = \vec{U}_1 + \vec{U}_2 \text{ trục pha } \vec{I}.$$

$$\vec{U}_1 \quad \begin{cases} U_1 = I \cdot Z_1 \\ \tan \varphi_1 = \frac{Z_{L1} - Z_{C1}}{R_1} \rightarrow \varphi_1 \end{cases}; \quad \begin{cases} U_2 = I \cdot Z_2 \\ \tan \varphi_2 = \frac{Z_{L2} - Z_{C2}}{R_2} \rightarrow \varphi_2 \end{cases}$$

$$\text{Độ lệch pha của } u_1 \text{ so với } u_2: \quad \boxed{\Delta \varphi = \varphi_1 - \varphi_2}$$

**CHỦ ĐỀ 5. Đoạn mạch RLC, cho biết  $U, R$ : tìm hệ thức  $L, C, \omega$  để: cường độ dòng điện qua đoạn mạch cực đại, hiệu điện thế và cường độ dòng điện cùng pha, công suất tiêu thụ trên đoạn mạch đạt cực đại.**

**Phương pháp:**

**1. Cường độ dòng điện qua đoạn mạch đạt cực đại:**

Áp dụng định luật Ohm cho đoạn mạch:  $I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} \quad (*)$

Ta có:

$$I = \max \leftrightarrow M = R^2 + (Z_L - Z_C)^2 = \min \leftrightarrow Z_L - Z_C = 0 \leftrightarrow \omega L = \frac{1}{\omega C}$$

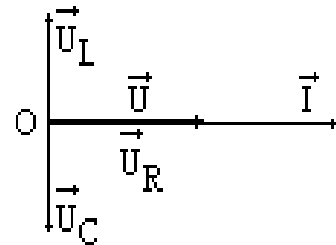
Hay  $\boxed{LC\omega^2 = 1}$   $(*) \rightarrow \boxed{I_{\max} = \frac{U}{R}}$

## 2. Hiệu điện thế cùng pha với cường độ dòng điện:

Để  $u$  và  $i$  cùng pha:  $\varphi = 0$

hay  $\tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} = 0 \leftrightarrow Z_L - Z_C = 0 \leftrightarrow \omega L = \frac{1}{\omega C}$

Hay  $\boxed{LC\omega^2 = 1}$



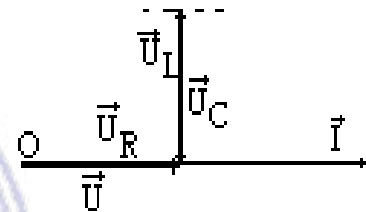
## 3. Công suất tiêu thụ trên đoạn mạch cực đại:

Ta có:  $P = UI \cos \varphi$ , để  $P = \max \leftrightarrow \cos \varphi = 1$

Ta có:  $\cos \varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = 1$

Hay  $R^2 + (Z_L - Z_C)^2 = R^2$

Hay  $\boxed{LC\omega^2 = 1}$



## 4. Kết luận:

Hiện tượng cộng hưởng điện:

$$LC\omega^2 = 1 \leftrightarrow \begin{cases} \bullet I = \max \\ \bullet u, i \text{ cùng pha } (\varphi = 0) \\ \bullet \cos \varphi = 1 \\ \bullet \text{Hệ quả: } \begin{cases} 1. I_{\max} = \frac{U}{R} \\ 2. \text{Do } Z_L = Z_C \rightarrow U_L = U_C \text{ với } \varphi_L = -\varphi_C = -\frac{\pi}{2} \\ \text{nên } \vec{U}_L = -\vec{U}_C \leftrightarrow u_L = -u_C \end{cases} \end{cases}$$

**CHỦ ĐỀ 6. Đoạn mạch RLC, ghép thêm một tụ  $C'$ : tìm  $C'$  để: cường độ dòng điện qua đoạn mạch cực đại, hiệu điện thế và cường độ dòng điện cùng pha, công suất tiêu thụ trên đoạn mạch đạt cực đại.**

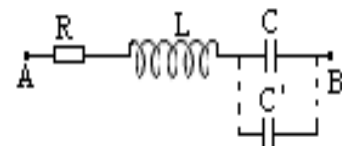
## Phương pháp:

Gọi  $C_b$  là điện dung tương đương của bộ tụ, tương tự chủ đề 5, ta có:

$$LC_b\omega^2 = 1 \rightarrow C_b = \frac{1}{L\omega^2}$$

o Nếu  $C$  nối tiếp với  $C'$ :  $\boxed{\frac{1}{C_b} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C'}}$

o Nếu  $C$  song song với  $C'$ :  $\boxed{C_b = C + C'}$



**CHỦ ĐỀ 7. Đoạn mạch RLC:** Cho biết  $U_R, U_L, U_C$ : tìm  $U$  và độ lệch pha  $\varphi_{u/i}$ .

**Phương pháp:**

**Cách 1:** (Dùng đại số)

$$\text{Áp dụng công thức: } I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$$

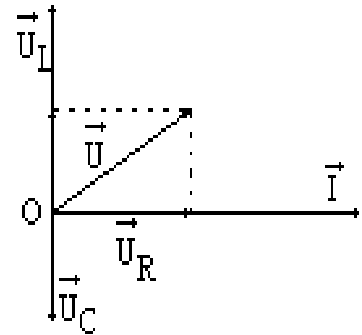
$$\rightarrow U = I \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}$$

$$\boxed{U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2}}$$

**Cách 2:** (Dùng giản đồ vectơ)

Ta có:  $u = u_R + u_L + u_C \leftrightarrow \vec{U} = \vec{U}_R + \vec{U}_L + \vec{U}_C$  trục pha  $\vec{I}$

Dựa vào giản đồ vectơ: ta được  $\boxed{U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2}}$



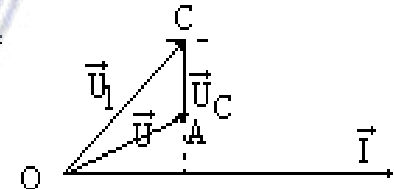
$$\text{Độ lệch pha: } \tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} = \frac{IZ_L - IZ_C}{IR} \quad \text{Hay} \quad \boxed{\tan \varphi = \frac{U_L - U_C}{U_R}}$$

**CHỦ ĐỀ 8. Cuộn dây (RL) mắc nối tiếp với tụ C:** cho biết hiệu điện thế  $U_1$  (cuộn dây) và  $U_C$ . Tìm  $U_{\text{mạch}}$  và  $\varphi$ .

**Phương pháp:**

Ta có:  $u = u_1 + u_C \leftrightarrow \vec{U} = \vec{U}_1 + \vec{U}_C$  (\*) trục pha  $\vec{I}$

$$\text{Với } \begin{cases} \vec{U}_1 \begin{cases} +U_1 = I \cdot Z_1 = I \cdot \sqrt{R^2 + Z_L^2} \\ +(\vec{I}, \vec{U}_1) = \varphi_1 \end{cases} \\ \vec{U}_C \begin{cases} +U_C = I \cdot Z_C \\ +(\vec{I}, \vec{U}_C) = -\frac{\pi}{2} \end{cases} \end{cases} \quad \text{với } \begin{cases} \tan \varphi_1 = \frac{Z_L}{R} \\ \cos \varphi_1 = \frac{R}{\sqrt{R^2 + Z_L^2}} \\ Z_C = \frac{1}{\omega C} \end{cases}$$



Xét  $\triangle OAC$ : Định lý hàm cosin:

$$U^2 = U_1^2 + U_C^2 - 2U_1U_C \cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi_1\right) \quad \text{Hay} \quad \boxed{U = \sqrt{U_1^2 + U_C^2 + 2U_1U_C \sin \varphi_1}}$$

$$\text{Với: } \sin \varphi_1 = \cos \varphi_1 \cdot \tan \varphi_1 = \frac{Z_L}{\sqrt{R^2 + Z_L^2}}$$

$$\text{Chiếu (*) lên } \vec{OI}: U \cos \varphi = U_1 \cos \varphi_1 \rightarrow \cos \varphi = \frac{U}{U_1} \cos \varphi_1$$

**CHỦ ĐỀ 9. Cho mạch RLC:** Biết  $U, \omega$ , tìm  $L$ , hay  $C$ , hay  $R$  để công suất tiêu thụ trên đoạn mạch cực đại.

**Phương pháp:**

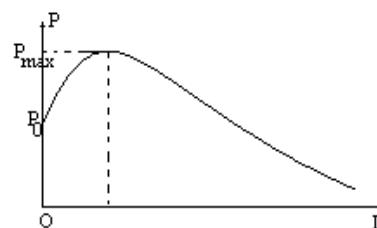
Trong các phần tử điện, chỉ có điện trở  $R$  mới tiêu thụ điện năng dưới dạng tỏa nhiệt:  
 $P = RI^2$

Ta có:  $I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$  Vậy:  $P = \frac{RU^2}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}$  (\*)

**1. Tìm  $L$  hay  $C$  để công suất tiêu thụ trên đoạn mạch cực đại:**

Để  $P = \max$  từ (\*)  $\leftrightarrow M = R^2 + (Z_L - Z_C)^2 = \min \leftrightarrow Z_L - Z_C = 0$

hay  $LC\omega^2 = 1 \leftrightarrow \begin{cases} C = \frac{1}{\omega^2 L} \\ L = \frac{1}{\omega^2 C} \end{cases} (*) \rightarrow P_{\max} = \frac{U^2}{R}$



a. Đồ thị  $L$  theo  $P$ :

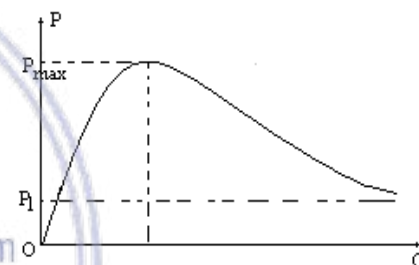
$L$	0	$\frac{1}{\omega^2 C}$	$\infty$
$P$	$P_0$	$P_{\max}$	0

Với  $P_0 = \frac{RU^2}{R^2 + Z_C^2}$

b. Đồ thị  $C$  theo  $P$ :

$C$	0	$\frac{1}{\omega^2 L}$	$\infty$
$P$	0	$P_{\max}$	$P_1$

Với  $P_1 = \frac{RU^2}{R^2 + Z_L^2}$



**2. Tìm  $R$  để công suất tiêu thụ trên đoạn mạch cực đại:**

Chia tử và mẫu của (\*) cho  $R$ :  $P = \frac{U^2}{R + \frac{(Z_L - Z_C)^2}{R}} = \frac{\text{const}}{M}$

Để  $P = \max$  khi và chỉ khi  $M = \min$ . Áp dụng bất đẳng thức Côsin:

$$M = R + \frac{(Z_L - Z_C)^2}{R} \geq 2\sqrt{R \cdot \frac{(Z_L - Z_C)^2}{R}} = 2|Z_L - Z_C|$$

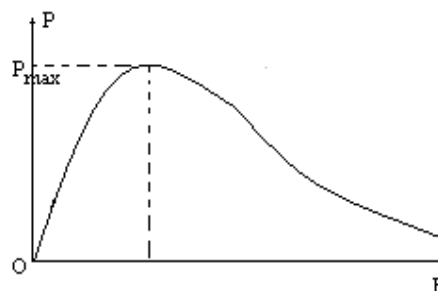
Dấu "=" xảy ra khi:  $R = \frac{(Z_L - Z_C)^2}{R}$

hay  $R = |Z_L - Z_C|$

Vậy:  $P_{\max} = \frac{U^2}{2|U_L - U_C|}$

Bảng biến thiên  $R$  theo  $P$ :

$R$	0	$ Z_L - Z_C $	$\infty$
$P$	0	$P_{\max}$	0



**CHỦ ĐỀ 10. Đoạn mạch RLC:** Cho biết  $U, R, f$ : tìm  $L$  (hay  $C$ ) để  $U_L$  (hay  $U_C$ ) đạt giá trị cực đại?



### Phương pháp:

#### 1. Tìm $L$ để hiệu thế hiệu dụng ở hai đầu cuộn cảm cực đại:

Hiệu điện thế ở hai đầu cuộn cảm:  $U_L = I \cdot Z_L = \frac{U \cdot Z_L}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} \quad (*)$

##### • Cách 1: (Dùng đạo hàm)

Đạo hàm hai vế của (\*) theo  $Z_L$ :  $\frac{\partial U_L}{\partial Z_L} = \frac{(R^2 + Z_C^2 - Z_L Z_C)U}{[R^2 + (Z_L - Z_C)^2]^{\frac{3}{2}}}$

Ta có:  $\frac{\partial U_L}{\partial Z_L} = 0 \leftrightarrow Z_L = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C}$ , ta có bảng biến thiên:

$Z_L$	0	$\frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C}$	$\infty$
$\frac{\partial U_L}{\partial Z_L}$	+	0	-
$U_L$	$\nearrow$	$U_{Lmax}$	$\searrow$

Với  $U_{Lmax} = \frac{U \sqrt{R^2 + Z_C^2}}{R}$

##### • Cách 2: (Dùng đại số)

Chia tử và mẫu của (\*) cho  $Z_L$ , ta được:  $U_L = \frac{U}{\sqrt{\frac{R^2}{Z_L^2} + (1 - \frac{Z_C}{Z_L})^2}} = \frac{const}{\sqrt{y}}$

Với  $y = \frac{R^2}{Z_L^2} + (1 - \frac{Z_C}{Z_L})^2 = \frac{(R^2 + Z_C^2)}{Z_L^2} - 2 \cdot Z_C \cdot \frac{1}{Z_L} + 1 = (R^2 + Z_C^2)x^2 - 2 \cdot Z_C x + 1$

Trong đó:  $x = \frac{1}{Z_L}$ ; Ta có:  $a = (R^2 + Z_C^2) > 0$

Nên  $y = min$  khi  $x = -\frac{b}{2a} = \frac{Z_C}{R^2 + Z_C^2}$ ,  $y_{min} = -\frac{\Delta}{4a} = \frac{R^2}{R^2 + Z_C^2}$

Vậy:  $Z_L = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C}$  và  $U_{Lmax} = \frac{U \sqrt{R^2 + Z_C^2}}{R}$

##### • Cách 3: (Dùng giản đồ vectơ)

Ta có:  $u = u_{RC} + u_L \leftrightarrow \vec{U} = \vec{U}_{RC} + \vec{U}_L \quad (*)$  trực pha  $\vec{I}$ ,

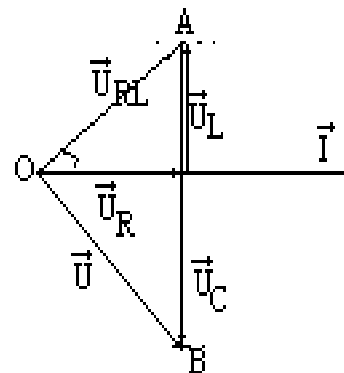
đặt  $\widehat{AOB} = \alpha$

Xét  $\triangle OAB$ : Định lý hàm sin:  $\frac{U_L}{\sin AOB} = \frac{U}{\sin OAB}$

$\leftrightarrow \frac{U_L}{\sin \alpha} = \frac{U}{\sin(\frac{\pi}{2} - \varphi_1)} = \frac{U}{\cos \varphi_1}$

Hay:  $U_L = \frac{U}{\cos \varphi_1} \sin \alpha$  vậy:  $U_L = max$

khi  $\sin \alpha = 1 \rightarrow \alpha = 90^\circ \rightarrow \triangle AOB \perp O$



Từ đó:  $\varphi_1 + |\varphi_{u/i}| = \frac{\pi}{2}$ , vì  $\varphi_1 < 0$ ,  $\varphi_{u/i} > 0$  nên:  $tg \varphi_1 = -cotg \varphi_{u/i} = -\frac{1}{tg \varphi_{u/i}}$

$$\leftrightarrow -\frac{Z_C}{R} = -\frac{R}{Z_L - Z_C} \text{ hay } \boxed{Z_L = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_C}}, \text{ với } U_{Lmax} = \frac{U}{\cos \varphi_1}$$

$$\text{hay } \boxed{U_{Lmax} = \frac{U \sqrt{R^2 + Z_L^2}}{R}}$$

## 2. Tìm $C$ để hiệu thế hiệu dụng ở hai đầu tụ điện cực đại:

Hiệu điện thế ở hai đầu tụ điện:  $U_C = I \cdot Z_C = \frac{U \cdot Z_C}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} \quad (**)$

### • Cách 1: (Dùng đạo hàm)

Đạo hàm hai vế của (\*) theo  $Z_C$ :  $\frac{\partial U_C}{\partial Z_C} = \frac{(R^2 + Z_L^2 - Z_L Z_C)U}{[R^2 + (Z_L - Z_C)^2]^{\frac{3}{2}}}$

Ta có:  $\frac{\partial U_C}{\partial Z_C} = 0 \leftrightarrow \boxed{Z_C = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L}}$ , ta có bảng biến thiên:

$Z_C$	0	$\frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L}$	$\infty$
$\frac{\partial U_C}{\partial Z_C}$	+	0	-
$U_C$	$\nearrow$	$U_{Cmax}$	$\searrow$

Với  $\boxed{U_{Cmax} = \frac{U \sqrt{R^2 + Z_L^2}}{R}}$

### • Cách 2: (Dùng đại số)

Chia tử và mẫu của (\*) cho  $Z_C$ , ta được:  $U_C = \frac{U}{\sqrt{\frac{R^2}{Z_C^2} + (\frac{Z_L}{Z_C} - 1)^2}} = \frac{const}{\sqrt{y}}$

Với  $y = \frac{R^2}{Z_C^2} + (\frac{Z_L}{Z_C} - 1)^2 = (R^2 + Z_L^2) \frac{1}{Z_C^2} - 2 \cdot Z_L \frac{1}{Z_C} + 1 = (R^2 + Z_L^2)x^2 - 2 \cdot Z_L x + 1$

Trong đó:  $x = \frac{1}{Z_C}$ ; Ta có:  $a = (R^2 + Z_L^2) > 0$

Nên  $y = \min$  khi  $x = -\frac{b}{2a} = \frac{Z_L}{R^2 + Z_L^2}$ ,  $y_{min} = -\frac{\Delta}{4a} = \frac{R^2}{R^2 + Z_L^2}$

Vậy:  $\boxed{Z_C = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L}}$  và  $\boxed{U_{Cmax} = \frac{U \sqrt{R^2 + Z_L^2}}{R}}$

### • Cách 3: (Dùng giản đồ vectơ)

Ta có:  $u = u_{RL} + u_C \leftrightarrow \vec{U} = \vec{U}_{RL} + \vec{U}_C \quad (*)$  trục pha  $\vec{I}$ , đặt  $\widehat{AOB} = \alpha$  Xét  $\triangle OAB$ :

Định lý hàm sin:  $\frac{U_C}{\sin \angle AOB} = \frac{U}{\sin \angle OAB}$

$\leftrightarrow \frac{U_C}{\sin \alpha} = \frac{U}{\sin(\frac{\pi}{2} - \varphi_1)} = \frac{U}{\cos \varphi_1}$

Hay:  $U_C = \frac{U}{\cos \varphi_1} \sin \alpha$  vậy:  $U_C = \max$

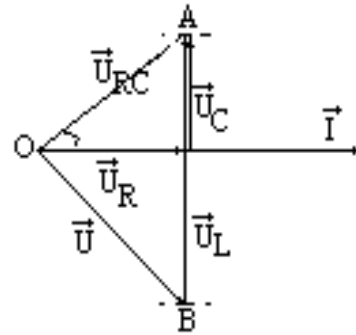
khi  $\sin \alpha = 1 \rightarrow \alpha = 90^\circ \rightarrow \Delta AOB \perp O$

Từ đó:  $\varphi_1 + |\varphi_{u/i}| = \frac{\pi}{2}$ , vì  $\varphi_1 > 0$ ,  $\varphi_{u/i} < 0$  nên:  $\operatorname{tg} \varphi_1 = -\operatorname{cotg} \varphi_{u/i} = -\frac{1}{\operatorname{tg} \varphi_{u/i}}$

$$\Leftrightarrow \frac{Z_L}{R} = -\frac{R}{Z_L - Z_C} \text{ hay } \boxed{Z_C = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L}},$$

với  $U_{C_{\max}} = \frac{U}{\cos \varphi_1}$

$$\text{hay } \boxed{U_{C_{\max}} = \frac{U \sqrt{R^2 + Z_L^2}}{R}}$$



**CHỦ ĐỀ 11. Đoạn mạch RLC:** Cho biết  $U, R, L, C$ : tìm  $f$  ( hay  $\omega$  ) để  $U_R, U_L$  hay  $U_C$  đạt giá trị cực đại?

**Phương pháp:**

**1. Tìm  $f$  ( hay  $\omega$  ) để hiệu thế hiệu dụng ở hai đầu điện trở cực đại:**

Hiệu điện thế ở hai đầu điện trở  $R$ :  $U_R = I \cdot R = \frac{UR}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{\text{const}}{M}$

Để  $U_R = \max \leftrightarrow M = \min \leftrightarrow Z_L - Z_C = 0$  hay  $\boxed{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}}$  (1) ( Với  $\omega_0 = 2\pi f$  )

Vậy  $\boxed{U_{R_{\max}} = U}$

**2. Tìm  $f$  ( hay  $\omega$  ) để hiệu thế hiệu dụng ở hai đầu cuộn cảm cực đại:**

Hiệu điện thế ở hai đầu điện trở  $L$ :

$$U_L = I \cdot Z_L = \frac{U Z_L}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U \omega L}{\sqrt{R^2 + \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}} = \frac{U}{\sqrt{\frac{R^2}{\omega^2 L^2} + \left( 1 - \frac{1}{\omega^2 CL} \right)^2}}$$

Hay  $U_L = \frac{\text{const}}{\sqrt{y}}$ , để  $U_L$  cực đại khi  $y = \min$ .

Ta có:  $y = \frac{R^2}{\omega^2 L^2} + \left( 1 - \frac{1}{\omega^2 CL} \right)^2 = \frac{1}{C^2 L^2} \frac{1}{\omega^4} + \left( \frac{R^2}{L^2} - 2 \frac{1}{CL} \right) \frac{1}{\omega^2} + 1$

Hay:  $y = \frac{1}{C^2 L^2} x^2 + \left( \frac{R^2}{L^2} - 2 \frac{1}{CL} \right) x + 1$  với  $x = \frac{1}{\omega^2}$  Ta có:  $a = \frac{1}{C^2 L^2} > 0$

Nên  $y = \min$  khi  $x = -\frac{b}{2a} = \left( \frac{2}{CL} - \frac{R^2}{L^2} \right) \cdot \frac{L^2 C^2}{2} = \frac{2LC - R^2 C^2}{2}$

Vậy  $\boxed{\omega_1 = \sqrt{\frac{2}{2LC - R^2 C^2}}}$  (2)

**3. Tìm  $f$  ( hay  $\omega$  ) để hiệu thế hiệu dụng ở hai đầu tụ điện cực đại:**

Hiệu điện thế ở hai đầu điện trở  $C$ :

$$U_C = I \cdot Z_C = \frac{U Z_C}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U \frac{1}{\omega C}}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{U}{\sqrt{R^2 C^2 \omega^2 + (LC\omega - 1)^2}}$$

Hay  $U_L = \frac{const}{\sqrt{y}}$ , để  $U_L$  cực đại khi  $y = \min$ .

Ta có:  $y = R^2 C^2 \omega^2 + (LC\omega - 1)^2 = C^2 L^2 \omega^4 + (R^2 C^2 - 2CL)\omega^2 + 1$

Hay:  $y = C^2 L^2 x^2 + (R^2 L^2 - 2CL)x + 1$  với  $x = \omega^2$

Ta có:  $a = C^2 L^2 > 0$  Nên  $y = \min$  khi  $x = -\frac{b}{2a} = \left(\frac{2CL - R^2 C^2}{2C^2 L^2}\right)$

Vậy  $\omega^2 = \left(\frac{2CL - R^2 C^2}{2C^2 L^2}\right)$  Hay:  $\omega_2 = \frac{1}{LC} \cdot \sqrt{\frac{2CL - R^2 C^2}{2}} \quad (3)$

**Chú ý:** Ta có:  $\omega_0^2 = \omega_1 \cdot \omega_2$

Hiệu điện thế cực đại ở hai đầu cuộn cảm và tụ điện đều có dạng

$$U_{Cmax} = U_{Lmax} = \frac{2L}{R} \frac{U}{\sqrt{4LC - R^2 C^2}}$$

**CHỦ ĐỀ 12.** Cho biết đồ thị  $i(t)$  và  $u(t)$ , hoặc biết giản đồ vectơ hiệu điện thế: xác định các đặc điểm của mạch điện?

**Phương pháp:**

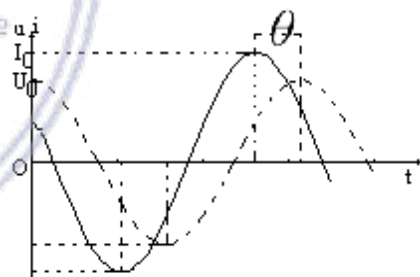
**1. Cho biết đồ thị  $i(t)$  và  $u(t)$ : tìm độ lệch pha  $\varphi_{u/i}$ :**

Gọi  $\theta$  là độ lệch pha về thời gian giữa  $u$  và  $i$  (Đo bằng khoảng thời gian giữa hai cực đại liên tiếp của  $u$  và  $i$ )

• Lệch thời gian  $T \leftrightarrow$  lệch pha  $2\pi$

• Lệch thời gian  $\theta \leftrightarrow$  lệch pha  $\varphi_{u/i}$  Vậy:

$$\varphi_{u/i} = 2\pi \frac{\theta}{T}$$



## 2. Cho biết giản đồ vectơ hiệu điện thế: vẽ sơ đồ đoạn mạch? Tìm $U_{mạch}$

Quy tắc:

$$\begin{cases} \bullet \vec{U}_R & \text{nằm ngang} & \leftrightarrow & \text{phần tử R} \\ \bullet \vec{U}_L & \text{thẳng đứng hướng lên} & \leftrightarrow & \text{phần tử L} \\ \bullet \vec{U}_C & \text{thẳng đứng hướng xuống} & \leftrightarrow & \text{phần tử C} \end{cases}$$

$$\vec{U}_{mạch} \begin{cases} +\text{gốc } O; \\ +\text{ngọn: cuối } \vec{U}_R; \\ \varphi_{u/i} = (\vec{I}, \vec{U}) \end{cases}$$

## CHỦ ĐỀ 13. Tác dụng nhiệt của dòng điện xoay chiều: tính nhiệt lượng tỏa ra trên đoạn mạch?

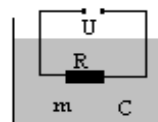
Phương pháp:

Biết  $I$ : áp dụng công thức  $Q = RI^2t$

Biết  $U$ : Từ công thức  $I = \frac{U}{Z} \rightarrow Q = R \frac{U^2}{Z^2} t$

Nếu cuộn dây ( $RL$ ) hoặc điện trở chìm trong chất lỏng: tìm  $\Delta t^0$

Ta có:  $Q_{tỏa} = RI^2t$ ;  $Q_{thu} = Cm\Delta t^0 \rightarrow \Delta t^0 = \frac{RI^2t}{Cm}$



## CHỦ ĐỀ 14. Tác dụng hóa học của dòng điện xoay chiều: tính điện lượng chuyển qua bình điện phân theo một chiều? Tính thể tích khí Hidrô và Oxy xuất hiện ở các điện cực?

Phương pháp:

1. Tính điện lượng chuyển qua bình điện phân theo một chiều (trong 1 chu kỳ  $T$ , trong  $t$ ):

Xét dòng điện xoay chiều  $i = I_0 \sin \omega t (A)$  qua bình điện phân chứa dung dịch axit hay bazơ loãng.

Trong thời gian  $dt$  (bé): điện lượng qua bình điện phân:  $dq = i dt = I_0 \sin \omega t dt$

Trong 1 chu kỳ  $T$ : dòng điện chỉ qua bình điện phân trong  $\frac{T}{2}$  theo một chiều:

$$q_1 = \int_0^{\frac{T}{2}} i dt = \int_0^{\frac{T}{2}} I_0 \sin \omega t dt = -\frac{1}{\omega} I_0 \cos \omega t \Big|_0^{\frac{T}{2}}$$

$$\text{hay } \boxed{q_1 = \frac{2I_0}{\omega}} \quad \text{Với } \omega = \frac{2\pi}{T} \text{ do đó ta có: } \boxed{q_1 = \frac{I_0 T}{\pi}}$$

Trong thời gian  $t$ , số dao động  $n = \frac{t}{T}$ , điện lượng qua bình điện phân theo một chiều là:

$$q = nq_1 = \frac{t}{T} \cdot q_1, \text{ vậy: } \boxed{q = \frac{2I_0}{\omega} \frac{t}{T} = \frac{I_0 t}{\pi}}$$

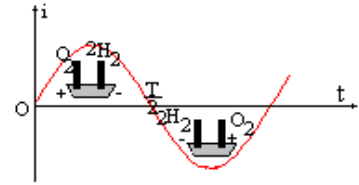
## 2. Tính thể tích khí Hidrô và Oxy xuất hiện ở các điện cực trong thời gian $t(s)$ :

Cứ 96500C giải phóng  $\frac{A}{n} = 1g$  tương ứng 11,2(l)H đktc.

Vậy  $qC$ : thể tích khí H:  $v_H = \frac{q}{96500} \cdot 11,2(l)$

Thể tích của khí O:  $v_O = \frac{v_H}{2}$

Vậy ở mỗi điện cực xuất hiện hỗn hợp khí với thể tích  $v = v_O + v_H$



## CHỦ ĐỀ 15. Tác dụng từ của dòng điện xoay chiều và tác dụng của từ trường lên dòng điện xoay chiều?

### Phương pháp:

1. Nam châm điện dùng dòng điện xoay chiều ( tần số  $f$ ) đặt gần dây thép căng ngang. Xác định tần số rung  $f'$  của dây thép:

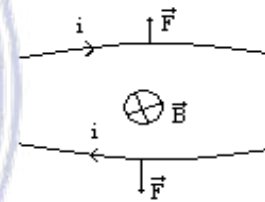
Trong một chu kỳ, dòng điện đổi chiều hai lần. Do đó nam châm hút hay nhả dây thép hai lần trong một chu kỳ. Nên tần số dao động của dây thép bằng hai lần tần số của dòng điện:  $f' = 2f$



2. Dây dẫn thẳng căng ngang mang dòng điện xoay chiều đặt trong từ trường có cảm ứng từ  $\vec{B}$  không đổi ( vuông góc với dây): xác định tần số rung của dây  $f'$ :

Từ trường không đổi  $\vec{B}$  tác dụng lên dây dẫn mang dòng điện một lực từ  $F = Bil$  ( có chiều tuân theo quy tắc bàn tay trái ).

Vì  $F$  tỉ lệ với  $i$ , nên khi  $i$  đổi chiều hai lần trong một chu kỳ thì  $F$  đổi chiều hai lần trong một chu kỳ, do đó dây rung hai lần trong một chu kỳ.  $f' = f$





## PHẦN 6

### PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN VỀ MÁY PHÁT ĐIỆN XOAY CHIỀU, BIẾN THẾ, TRUYỀN TẢI ĐIỆN NĂNG

**CHỦ ĐỀ 1.** Xác định tần số  $f$  của dòng điện xoay chiều tạo bởi máy phát điện xoay chiều 1 pha

**Phương pháp:**

**1. Trường hợp roto của mpđ có  $p$  cặp cực, tần số vòng là  $n$ :**

Nếu  $n$  tính bằng (vòng/s) thì:  $f = np$

Nếu  $n$  tính bằng (vòng/phút) thì:  $f = \frac{n}{60}p$

**Chú ý:** Số cặp cực:  $p = \frac{\text{số cực (bắc+ nam)}}{2}$



**2. Trường hợp biết suất điện động xoay chiều ( $E$  hay  $E_o$ ):**

Áp dụng:  $E_o = NBS\omega$  với  $\omega = 2\pi f$ , nên:  $f = \frac{E_o}{2\pi NBS} = \frac{E\sqrt{2}}{2\pi NBS}$

**Chú ý:**

Nếu có  $k$  cuộn dây (với  $N_1$  vòng) thì  $N = kN_1$

Thông thường: máy có  $k$  cực (bắc + nam) thì phần ứng có  $k$  cuộn dây mắc nối tiếp.

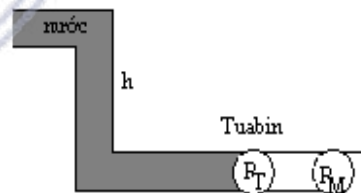
**CHỦ ĐỀ 2.** Nhà máy thủy điện: thác nước cao  $h$ , làm quay tuabin nước và roto của mpđ. Tìm công suất  $P$  của máy phát điện?

**Phương pháp:**

Gọi:  $H_T$  là hiệu suất của tuabin nước;

$H_M$  là hiệu suất của máy phát điện;

$m$  là khối lượng nước của thác nước trong thời gian  $t$ .



Công suất của thác nước:  $P_o = \frac{A_o}{t} = \frac{mgh}{t} = \mu gh$ ; với  $\mu = \frac{m}{t}$  là lưu lượng nước (tính theo khối lượng)

Công suất của tuabin nước:  $P_T = H_T P_o$

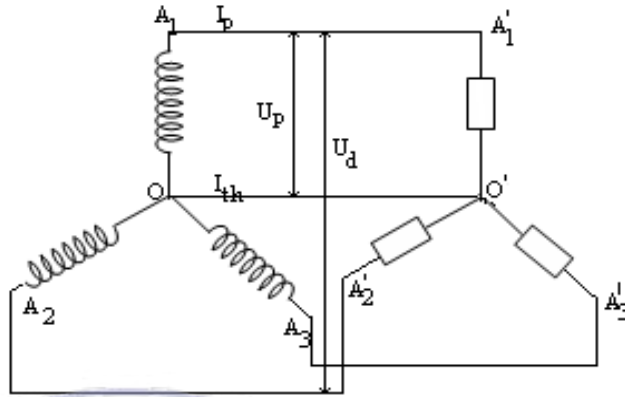
Công suất của máy phát điện:  $P_M = H_M P_T = H_M H_T P_o$

**CHỦ ĐỀ 3.** Mạch điện xoay chiều ba pha mắc theo sơ đồ hình  $\gamma$ : tìm cường độ dòng trung hòa khi tải đối xứng? Tính hiệu điện thế  $U_d$  (theo  $U_p$ )? Tính  $P_t$  (các tải)

**Phương pháp:**

**Tìm  $i_{th}$ :**

$$\begin{cases} i_1 = I_0 \sin \omega t \\ i_2 = I_0 \sin(\omega t + \frac{2\pi}{3}) \\ i_3 = I_0 \sin(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \end{cases} \rightarrow i_{th} = i_1 + i_2 + i_3 = 0 \quad \text{Suy ra: } \vec{I}_1 = -\vec{I}_{23} \leftrightarrow \vec{I}_{th} = 0$$



**Tìm  $U_d$ :** Ta có:

$$U_d = U_{A_1 A_2} = U_{A_2 A_3} = U_{A_3 A_1} : \text{hiệu điện thế giữa hai dây pha}$$

$$U_p = U_{A_1 O} = U_{A_2 O} = U_{A_3 O} : \text{hiệu điện thế giữa dây pha và dây trung hòa}$$

Ta có:  $u_d = u_{A_1 A_2} = u_{A_1 O} + u_{O A_2} = u_{A_1 O} - u_{A_2 O} \leftrightarrow \vec{U}_{A_1 A_2} = \vec{U}_{A_1 O} - \vec{U}_{A_2 O}$

Từ hình ta được:  $U_d = U_p \sqrt{3}$

**Tìm  $P_{tải}$ :**

Do hiệu điện thế của các tải bằng nhau ( $U_p$ ) nên:  $I_{tải} = \frac{U_p}{Z_{tải}}$

Công suất tiêu thụ của mỗi tải:  $P_t = U_p I_t \cos \varphi_t = R_t I_t^2$

**CHỦ ĐỀ 4. Máy biến thế: cho  $U_1, I_1$ : tìm  $U_2, I_2$**

**Phương pháp:**

**1. Trường hợp các điện trở của cuộn sơ cấp và thứ cấp bằng 0, cuộn thứ cấp hở:**

Lúc đó:  $I_2 = 0$  Áp dụng:  $\frac{U_2}{U_1} = \frac{N_2}{N_1} \rightarrow U_2$

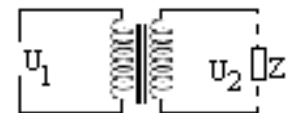
**2. Trường hợp các điện trở của cuộn sơ cấp và thứ cấp bằng 0, cuộn thứ cấp có tải:**

a. Trường hợp hiệu suất MBT  $H = 1$ :

Ta có:  $P_1 = P_2 \leftrightarrow U_1 I_1 = U_2 I_2$  Hay:  $\frac{U_2}{U_1} = \frac{I_1}{I_2}$  hay  $I_2 = I_1 \frac{N_1}{N_2}$

b. Trường hợp hiệu suất MBT là  $H$ :

Ta có:  $\frac{U_2}{U_1} = \frac{N_2}{N_1}$  hay  $I_2 = H I_1 \frac{N_1}{N_2}$



### 3. Trường hợp các điện trở của cuộn sơ cấp và thứ cấp khác 0:

Suất điện động qua cuộn sơ cấp:  $e_1 = -N_1 \frac{d\Phi}{dt}$  (1);

Suất điện động qua cuộn thứ cấp:  $e_2 = -N_2 \frac{d\Phi}{dt}$  (2);

Lập tỉ:  $\frac{e_1}{e_2} = \frac{N_1}{N_2} \equiv k$  (3)

Cuộn sơ cấp đóng vai trò như một máy phát:  $u_1 = e_1 + r_1 i_1 \rightarrow e_1 = u_1 - r_1 i_1$  (4)

Cuộn sơ cấp đóng vai trò như một máy thu:  $u_2 = e_2 - r_2 i_2 \rightarrow e_2 = u_2 + r_2 i_2$  (5)

Lập tỉ:  $\frac{e_1}{e_2} = \frac{u_1 - r_1 i_1}{u_2 + r_2 i_2} \equiv k \leftrightarrow u_1 - r_1 i_1 = k u_2 + k r_2 i_2$  (6)

Ta có  $e_1 i_1 = e_2 i_2$  hay  $\frac{e_1}{e_2} = \frac{i_1}{i_2} = \frac{1}{k} \rightarrow i_1 = \frac{i_2}{k}$  và  $i_2 = \frac{u_2}{R}$  (7)

Thay (7) vào (6), thực hiện biến đổi ta được:  $u_2 = \frac{kR}{k^2(R + r_2) + r_1} u_1$

Hay:  $U_2 = \frac{kR}{k^2(R + r_2) + r_1} U_1$

### CHỦ ĐỀ 5. Truyền tải điện năng trên dây dẫn: xác định các đại lượng trong quá trình truyền tải

#### Phương pháp:

#### Tuyền tải:

#### Sản xuất:

$$\frac{U_{2A}}{U_{1A}} = \frac{I_{1A}}{I_{2A}} = \frac{N_{2A}}{N_{1A}}$$

$$P_A = U_{1A} I_{1A} = U_{2A} I_{2A}$$

Cường độ d.điện:  $I = I_{2A} = I_{1B}$

Điện trở:  $R = \rho \frac{2l}{S} (l = AB)$

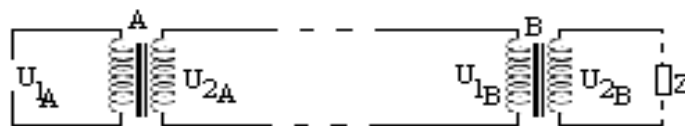
Độ giảm thế:  $\Delta U_{AB} = U_{2B} - U_{2A} = IR$

Công suất hao phí:  $\Delta P = P_A - P_B = RI^2$

#### Sử dụng:

$$\frac{U_{2B}}{U_{1B}} = \frac{I_{1B}}{I_{2B}} = \frac{N_{2B}}{N_{1B}}$$

$$P_B = U_{1B} I_{1B} = U_{2B} I_{2B}$$



### CHỦ ĐỀ 6. Xác định hiệu suất truyền tải điện năng trên dây?

#### Phương pháp:

Công thức định nghĩa hiệu suất:  $\mathcal{H} = \frac{P_B}{P_A}$ ;

Xác định theo công suất:  $\mathcal{H} = \frac{P_B}{P_A} = \frac{P_A - \Delta P}{P_A} = 1 - \frac{\Delta P}{P}$ ;

Xác định theo hđt:  $\mathcal{H} = \frac{U_B}{U_A} = \frac{U_A - \Delta U}{U_A} = 1 - \frac{\Delta U}{U}$



## PHẦN 7

### PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN VỀ DAO ĐỘNG ĐIỆN TỰ DO TRONG MẠCH LC

**Ký hiệu:**

- $q_{max} = Q_0$  ( biên độ điện tích)
- $u_{max} = U_0$  ( biên độ hiệu điện thế)
- $i_{max} = I_0$  ( biên độ dòng điện)

GHI NHỚ	Dao động cơ học ( con lắc lò xo)	Dao động điện ( mạch LC)
Các đại lượng đặt trưng	Li độ: $x$ Vận tốc: $v = \frac{dx}{dt} = x'$ Khối lượng: $m$ Độ cứng: $k$ Lực tác dụng: $F$	Điện tích: $q$ Cường độ dòng điện: $i = -\frac{dq}{dt}$ Độ tự cảm: $L$ Nghịch đảo điện dung: $\frac{1}{C}$ Hiệu điện thế: $u$
Phương trình động lực học	$x'' + \frac{k}{m}x = 0$ $\leftrightarrow x'' + \omega^2 x = 0$	$q'' + \frac{1}{LC}q = 0$ $\leftrightarrow q'' + \omega^2 q = 0$
Nghiệm của pt vi phân	$x = A \sin(\omega t + \varphi)$	$q = Q_0 \sin(\omega t + \varphi)$
Tần số góc riêng	$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$	$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}}$
Chu kỳ dao động	$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$	$T = 2\pi \sqrt{LC}$
Năng lượng dao động	Thế năng đàn hồi : $E_t = \frac{1}{2}kx^2$ Động năng : $E_d = \frac{1}{2}mv^2$ Cơ năng : $E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$ $= \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2$	Năng lượng điện trường : $W_d = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2}Cu^2 = \frac{1}{2}qu$ Năng lượng từ trường : $W_t = \frac{1}{2}Li^2$ Năng lượng điện từ : $W = \frac{1}{2}Li^2 + \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$ $= \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C} = \frac{1}{2}LI_0^2$

Bảng so sánh dao động điều hòa của con lắc lò xo và dao động điện tự do

**CHỦ ĐỀ 1. Dao động điện tự do trong mạch LC: viết biểu thức  $q(t)$ ? Suy ra cường độ dòng điện  $i(t)$ ?**

**Phương pháp:**

$q(t)$  có dạng tổng quát:  $q = Q_0 \sin(\omega t + \varphi)$  với:  $Q_0 = CU_0$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \text{ hoặc } \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

$\varphi$  được xác định nhờ điều kiện ban đầu ( $t = 0$ ) của  $q$ .

$$i(t) \text{ được xác định: } i = -\frac{dq}{dt} = q' = -\omega Q_0 \cos(\omega t + \varphi) = -I_0 \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\text{Với } I_0 = \omega Q_0 = \frac{Q_0}{\sqrt{LC}}$$

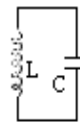
**CHỦ ĐỀ 2. Dao động điện tự do trong mạch LC, biết  $u_C = U_0 \sin \omega t$ , tìm  $q(t)$ ? Suy ra  $i(t)$ ?**

**Phương pháp:**

Ta có:  $q = Cu = Q_0 \sin \omega t$  với  $Q_0 = CU_0$

$$i(t) \text{ được xác định: } i = -\frac{dq}{dt} = -q' = -\omega Q_0 \cos \omega t = -I_0 \cos \omega t$$

$$\text{hay } i = I_0 \sin \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right)$$



**CHỦ ĐỀ 3. Cách áp dụng định luật bảo toàn năng lượng trong mạch dao động LC.**

**Phương pháp:**

Áp dụng định luật bảo toàn và chuyển hóa năng lượng:

$$W = W_d + W_t = W_{d\max} = W_{t\max} = \text{const}$$

$$\text{hay } \frac{1}{2} Li^2 + \begin{cases} \frac{1}{2} Cu^2 \\ \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} \end{cases} = \frac{1}{2} LI_0^2 = \begin{cases} \frac{1}{2} CU_0^2 \\ \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C} \end{cases} \quad (*)$$

**1. Biết  $Q_0$  ( hay  $U_0$ ) tìm biên độ  $I_0$  :**

Từ (\*) ta được:

$$\begin{cases} \frac{1}{2} CU_0^2 \\ \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C} \end{cases} = \frac{1}{2} LI_0^2 \quad \text{Suy ra } \begin{cases} I_0 = \frac{Q_0}{\sqrt{LC}} \\ I_0 = U_0 \sqrt{\frac{L}{C}} \end{cases}$$

**2. Biết  $Q_0$  ( hay  $U_0$ ) và  $q$  ( hay  $u$ ), tìm  $i$  lúc đó :**



Từ (\*) ta được:

$$\frac{1}{2}Li^2 + \begin{cases} \frac{1}{2}Cu^2 \\ \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} \end{cases} = \begin{cases} \frac{1}{2}CU_0^2 \\ \frac{1}{2}\frac{Q_0^2}{C} \end{cases} \quad \text{Suy ra} \quad \begin{cases} i = \sqrt{\frac{Q_0^2 - q^2}{LC}} \\ i = \sqrt{\frac{C}{L}(U_0^2 - u^2)} \end{cases}$$

**CHỦ ĐỀ 4.** Dao động điện từ do trong mạch LC, biết  $Q_0$  và  $I_0$ : tìm chu kỳ dao động riêng của mạch LC.

**Phương pháp:**

Áp dụng công thức Thomson:  $T = 2\pi\sqrt{LC}$  (1)

Ta có:  $I_0 = \frac{Q_0}{\sqrt{LC}} \rightarrow LC = \frac{Q_0^2}{I_0^2}$ , thay vào (1):  $T = 2\pi\frac{Q_0}{I_0}$

**CHỦ ĐỀ 5.** Mạch LC ở lõi vào của máy thu vô tuyến điện bắt sóng điện từ có tần số  $f$  (hay bước sóng  $\lambda$ ). Tìm  $L$  (hay  $C$ )?

**Phương pháp:**

Điều kiện để bắt được sóng điện từ là tần số của sóng phải bằng tần số riêng của mạch dao động LC:

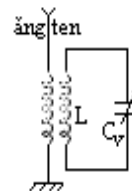
$$f(\text{sóng}) = f_0(\text{mạch}) \quad (**)$$

1. Biết  $f$  (sóng) tìm  $L$  và  $C$ :

$$\text{Từ } (**) \rightarrow f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \Leftrightarrow \begin{cases} L = \frac{1}{4\pi^2 f^2 C} \\ C = \frac{1}{4\pi^2 f^2 L} \end{cases}$$

2. Biết  $\lambda$  (sóng) tìm  $L$  và  $C$ :

$$\text{Từ } (**) \rightarrow \frac{c}{\lambda} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \Leftrightarrow \begin{cases} L = \frac{\lambda^2}{4\pi^2 c^2 C} \\ C = \frac{\lambda^2}{4\pi^2 c^2 L} \end{cases}$$



**CHỦ ĐỀ 6.** Mạch LC ở lõi vào của máy thu vô tuyến có tụ điện có điện dung biến thiên  $C_{\max} \div C_{\min}$  tương ứng góc xoay biến thiên  $0^\circ \div 180^\circ$ : xác định góc xoay  $\Delta\alpha$  để thu được bức xạ có bước sóng  $\lambda$ ?

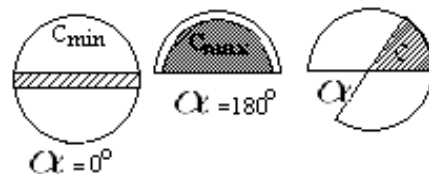
**Phương pháp:**

Lập luận như chủ đề 5:  $C = \frac{\lambda^2}{4\pi^2 c^2 L}$

Khi  $\Delta C_0 = C_{\max} - C_{\min} \leftrightarrow \Delta\alpha_0 = 180^\circ - 0 = 180^\circ$

Khi  $\Delta C = C - C_{\min} \leftrightarrow \Delta\alpha$

$$\text{Vậy: } \Delta\alpha = 180^\circ \frac{C - C_{\min}}{C_{\max} - C_{\min}}$$



**CHỦ ĐỀ 7.** Mạch  $LC$  ở lõi vào của máy thu vô tuyến có tụ xoay biến thiên  $C_{max} \div C_{min}$ : tìm dải bước sóng hay dải tần số mà máy thu được?

**Phương pháp:**

Lập luận như chủ đề 5, ta có:

$$\begin{cases} \lambda = 2\pi c \sqrt{LC_v} \leftrightarrow \begin{cases} \lambda_{min} \leftrightarrow C_{min} \\ \lambda_{max} \leftrightarrow C_{max} \end{cases} \longrightarrow \lambda_{min} \leq \lambda \leq \lambda_{max} \\ f = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC_v}} \leftrightarrow \begin{cases} C_{min} \leftrightarrow f_{max} \\ C_{max} \leftrightarrow f_{min} \end{cases} \longrightarrow f_{min} \leq f \leq f_{max} \end{cases}$$



## PHẦN 8

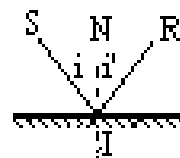
### PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN VỀ PHẢN XẠ ÁNH SÁNG CỦA GƯƠNG PHẪNG VÀ GƯƠNG CẦU

**CHỦ ĐỀ 1.** Cách vẽ tia phản xạ trên gương phẳng ứng với một tia tới đã cho ?

**Phương pháp:**

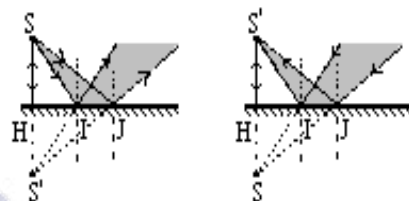
1. Cách 1: (Áp dụng định luật phản xạ ánh sáng)

- + Vẽ pháp tuyến  $IN$  tại điểm tới  $I$ , với góc tới  $i = \widehat{SIN}$ .
- + Vẽ tia phản xạ  $IR$  đối xứng với  $SI$ :  $i' = \widehat{NIR} = i$



2. Cách 2: (Dựa vào mối liên hệ giữa vật và ảnh)

- + Nếu tia tới  $SI$  phát xuất từ điểm  $S$  thì tia phản xạ có phương qua ảnh ảo  $S'$  (đối xứng với  $S$  qua gương).
- + Nếu tia tới  $SI$  có phương qua vật ảo  $S$  (sau gương) thì tia phản xạ trực tiếp qua ảnh thật (trước gương).



**CHỦ ĐỀ 2.** Cách nhận biết tính chất "thật - ảo" của vật hay ảnh (dựa vào các chùm sáng)

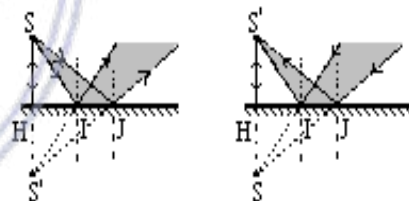
**Phương pháp:**

Nhận biết tính chất "thật - ảo" của vật: dựa vào tính chất của chùm tia tới.

- + Chùm tia tới phân kì thì vật thật. (vật trước gương).
- + Chùm tia tới hội tụ thì vật ảo. (vật sau gương).

Nhận biết tính chất "thật - ảo" của ảnh: dựa vào tính chất của chùm tia phản xạ.

- + Chùm tia phản xạ hội tụ thì ảnh thật. (ảnh trước gương).
- + Chùm tia phản xạ phân kì thì ảnh ảo. (ảnh sau gương).



**Chú ý:** Đối với gương phẳng, vật thật cho ảnh ảo và ngược lại.

**CHỦ ĐỀ 3.** Gương phẳng quay một góc  $\alpha$  (quanh trục vuông góc mặt phẳng tới): tìm góc quay của tia phản xạ?

**Phương pháp:**

**Định lý:** (về gương quay): *Khi gương quay một góc  $\alpha$  quanh một trục  $\perp$  mp tới thì tia phản xạ quay một góc  $\beta = 2\alpha$  cùng chiều quay của gương.*

1. Cho tia tới cố định, xác định chiều quay của tia phản xạ:

Dùng hình học:  $i'_2 = i_2 = i_1 + \alpha$

Suy ra, góc quay:  $\beta = \widehat{RIR'} = 2(i'_2 - i_1) = 2\alpha$

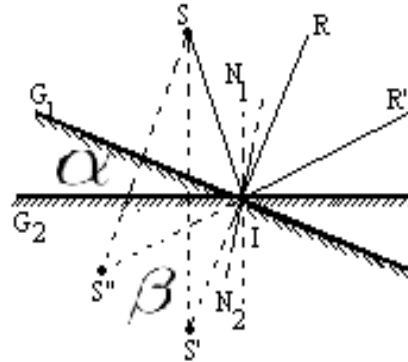
2. Cho biết  $SI = R$ , xác định quãng đường đi của ảnh  $S'$ :

Đường đi  $S'S''$ , ứng với góc quay  $\beta = 2\alpha$  của tia phản xạ.

Vậy:  $S'S'' = R\beta_{rad} = 2R\alpha_{rad}$

**3. Gương quay đều với vận tốc góc  $\omega$ : tìm vận tốc dài của ảnh?**

$$v = \frac{S'S''}{t} = \frac{2R\alpha_{rad}}{t} = 2R\omega$$



**CHỦ ĐỀ 4. Xác định ảnh tạo bởi một hệ gương có mặt phản xạ hướng vào nhau**

**Phương pháp:**

Dựa vào hai nguyên tắc:

**1. Nguyên tắc phân đoạn:** Chia quá trình tạo ảnh thành từng giai đoạn, mỗi giai đoạn chỉ xét tạo ảnh trên một gương.

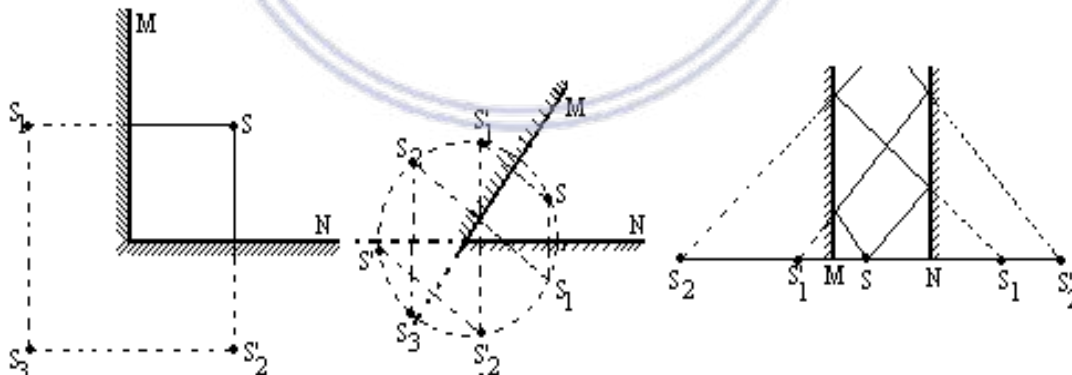
**2. Nguyên tắc tạo ảnh liên tiếp:** ảnh của gương này là vật của gương kia.

Có hai nhóm liên tiếp

Nhóm ảnh 1:  $S \xrightarrow{G_1} S_1 \xrightarrow{G_2} S_2 \xrightarrow{G_1} S_3 \dots$

Nhóm ảnh 2:  $S \xrightarrow{G_2} S'_1 \xrightarrow{G_1} S'_2 \xrightarrow{G_2} S'_3 \dots$

Số ảnh là tổng tất cả các ảnh của hai hệ



**Hệ quả:**

Đối với hệ hai gương song song thì số ảnh là vô hạn nếu mắt đặt ngoài hai gương và hữu hạn nếu mắt đặt giữa hai gương.

Nếu hai gương hợp nhau một góc  $\alpha$

Mỗi nhóm ảnh, nếu ảnh nào nằm sau gương thì không tạo ảnh nữa.

**Chú ý:** Ta chứng minh được rằng nếu  $\alpha = \frac{360^\circ}{n}$

với  $n$  là số nguyên dương thì hệ có  $n - 1$  ảnh.

### CHỦ ĐỀ 5. Cách vận dụng công thức của gương cầu

#### Phương pháp:

Xét sự tạo ảnh:  $AB_{d=\overline{OA}} \xrightarrow{G} A'B'_{d'=\overline{OA'}}$

Áp dụng các công thức:  $\boxed{\frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{f}}$  (1) với  $f = \frac{R}{2}$

Công thức về độ phóng đại ảnh:  $\boxed{k = \frac{A'B'}{AB} = -\frac{d'}{d}}$  (2)

Hay:

$$k = -\frac{f}{d-f} = -\frac{d'-f}{f}$$

**1. Cho biết  $d$  và  $AB$ : tìm  $d'$  và độ cao ảnh  $A'B'$**

Từ (1):  $\rightarrow d' = \frac{df}{d-f}$ , nếu  $d' > 0$ : ảnh thật;  $d' < 0$  ảnh ảo.

Từ (2): ta suy ra được giá trị của  $k$ , nếu  $k > 0$  ảnh vật cùng chiều;  $k < 0$  ảnh vật ngược chiều.

Độ cao của ảnh:  $A'B' = |k|AB$

**2. Cho biết  $d'$  và  $A'B'$ : tìm  $d$  và độ cao vật  $AB$**

Từ (1):  $\rightarrow d = \frac{d'f}{d'-f}$ , nếu  $d > 0$ : vật thật;  $d < 0$  vật ảo.

Độ cao của vật:  $AB = \frac{A'B'}{|k|}$

**3. Cho biết vị trí vật  $d$  và ảnh  $d'$  xác định tiêu cự  $f$ :**

Từ (1):  $\rightarrow f = \frac{d'd}{d+d'}$ , nếu  $f > 0$ : gương cầu lõm;  $f < 0$  gương cầu lồi.

#### 4. Chú ý:

\*Đối với gương cầu lồi: Vật thật luôn cho ảnh ảo, cùng chiều, nhỏ hơn vật, gần gương hơn vật.

\*Đối với gương cầu lõm: Vật thật nằm trong  $OF$  luôn cho ảnh ảo, cùng chiều, nhỏ hơn vật, xa gương hơn vật. Vật thật nằm ngoài  $OF$  luôn cho ảnh thật, ngược chiều với vật.

**CHỦ ĐỀ 6. Tìm chiều và độ dời của màn ảnh khi biết chiều và độ dời của vật. Hệ quả?**

**Phương pháp:**

**1. Tìm chiều và độ dời của màn ảnh khi biết chiều và độ dời của vật:**

Cách 1:

Ta có:  $\frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{f} = \text{const} \quad (*)$

Do đó: khi  $d$  tăng thì  $d'$  giảm và ngược lại.

Cách 2:

$(*) \rightarrow d' = \frac{df}{d-f} \quad \text{hay} \quad y = \frac{ax}{a-x}$

đạo hàm theo  $x$ :  $y' = -\frac{a^2}{(a-x)^2} < 0$ , vậy hàm số  $y = f(x)$  là hàm nghịch biến.

Kết luận:

Khi dịch chuyển vật lại gần gương cầu một đoạn  $\Delta d = d_1 - d_2$  thì dịch chuyển mà ra xa gương cầu một đoạn  $\Delta d' = d'_2 - d'_1$ , và ngược lại.

**2. Hệ quả:**

Lần 1:  $k_1 = -\frac{d'_1}{d_1} = -\frac{f}{d_1 - f} = -\frac{d'_1 - f}{f}$

Từ đó ta suy ra  $d_1$  ( hay  $d'_1$  ) theo  $k_1$  và  $f$

Lần 2:  $k_2 = -\frac{d'_2}{d_2} = -\frac{f}{d_2 - f} = -\frac{d'_2 - f}{f}$

Từ đó ta suy ra  $d_2$  ( hay  $d'_2$  ) theo  $k_2$  và  $f$

Thay vào độ dịch chuyển của vật ( hay độ dịch chuyển của ảnh ) để suy ra được  $f$ .

**CHỦ ĐỀ 7. Cho biết tiêu cự  $f$  và một điều kiện nào đó về ảnh, vật: xác định vị trí vật  $d$  và vị trí ảnh  $d'$**

**Phương pháp:**

**1. Cho biết độ phóng đại  $k$  và  $f$ :**

Từ (2) ta được:  $d' = -kd$ ,

thay vào (1):

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{-kd} = \frac{1}{f},$$

ta suy ra được phương trình theo  $d$ , từ đó suy ra  $d'$ .

**2. Cho biết khoảng cách  $l = \overline{AA'}$ :**

Trong mọi trường hợp:  $l = \overline{AA'} = |d' - d| \leftrightarrow d' = d \pm l$

Thay vào (1) ta được phương trình:  $\frac{1}{d} + \frac{1}{d \pm l} = \frac{1}{f}$ , ta suy ra được phương trình theo  $d$ ,



từ đó suy ra  $d'$ .

**Chú ý:** Ảnh trên màn là ảnh thật, ảnh nhìn thấy trong gương là ảnh ảo.

### CHỦ ĐỀ 8. Xác định thị trường của gương ( gương cầu lõm hay gương phẳng)

**Phương pháp:**

Gọi  $M'$  là ảnh của mắt  $M$  qua gương, ta có sự tạo ảnh:

$$M_{d=\overline{OM}} \xrightarrow{G} M'_{d'=\overline{OM'}}$$

Thị trường của gương là phần không gian trước gương, giới hạn bởi mặt phẳng gương và các đường sinh vẽ từ  $M'$  tựa lên chu vi của gương.

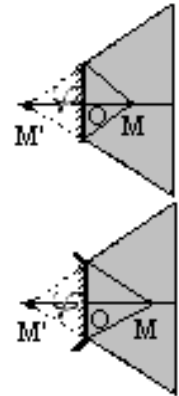
1. Đối với gương cầu lõm:  $\frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{f} \rightarrow d' = \frac{df}{d-f}$

2. Đối với gương phẳng:  $M'$  và  $M$  đối xứng nhau qua gương phẳng:  $d' = -d$ .

Gọi  $\varphi$  là góc nửa hình nón của thị trường: ta có:  $\tan \varphi = \frac{OM}{|d'|} = \frac{r}{|d'|}$ ,  $r$

là bán kính của gương.

**Chú ý:**  $1' = \frac{1}{3500} \text{ rad}$



### CHỦ ĐỀ 9. Gương cầu lõm dùng trong đèn chiếu: tìm hệ thức liên hệ giữa vật sáng tròn trên màn ( chắn chùm tia phản xạ) và kích thước của mặt gương

**Phương pháp:**

Gọi  $S'$  là ảnh của mắt  $S$  ( bóng đèn) qua gương, ta có sự tạo ảnh:

$$S_{d=\overline{OS}} \xrightarrow{G} S'_{d'=\overline{OS'}}$$

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{f} \rightarrow d' = \frac{df}{d-f} = \overline{OS'}$$

Sử dụng hình học: xét các tam giác đồng dạng để suy ra mối quan hệ giữa  $D$  và  $D_0$ . Gọi  $D_0$ ,  $D$  lần lượt là đường kính của gương và của vệt sáng tròn.

1.  $S'$  là ảnh ảo  $\leftrightarrow$  chùm phản xạ là chùm phân kỳ.

$$\frac{D}{D_0} = \frac{|d'| + L}{|d'|}$$

2.  $S'$  là ảnh thật  $\leftrightarrow$  chùm phản xạ là chùm hội tụ.

$$\frac{D}{D_0} = \frac{L - d'}{d'}$$

3. Chùm phản xạ là chùm song song ( ảnh ở vô cùng)

$$D = D_0$$



### CHỦ ĐỀ 10. Xác định ảnh của vật tạo bởi hệ "gương cầu - gương phẳng"

**Phương pháp:**

Th.s Trần Anh Trung

65

Luyện thi đại học

Xét 2 lần tạo ảnh:

$$AB_{d_1=\overline{O_1A}} \xrightarrow{G_1(\text{ g.cầu })} d'_1=\overline{O_1A_1}A_1B_1_{d_2=\overline{O_2A_1}} \xrightarrow{G_2(\text{ g. phẳng })} A_2B_2_{d'_2=\overline{O_2A_2}}$$

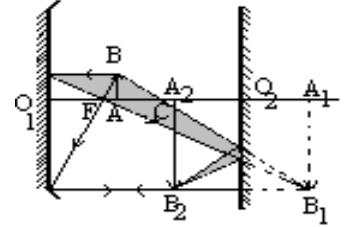
### 1.Trường hợp gương phẳng vuông góc với trục chính:

**Lần 1:**

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_1'} = \frac{1}{f_1} \rightarrow d'_1 = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1}$$

$$\text{Độ phóng đại: } k_1 = \frac{\overline{A_1 B_1}}{\overline{AB}} = -\frac{d'_1}{d_1} = -\frac{f_1}{d_1 - f_1}$$

Ta có:  $d_2 = a - d'_1$  (luôn như vậy)



**Lần 2:**

Ta có  $A_2B_2$  đối xứng với  $A_1B_1$  qua gương phẳng, do đó  $d'_2 = -d_2 = d'_1 + a$

$$\text{Độ phóng đại } k_2 = \frac{\overline{A_2 B_2}}{\overline{A_1 B_1}} = -\frac{d'_2}{d_2} = 1 \quad (2) \text{ Vậy: } A_2B_2 = A_1B_1$$

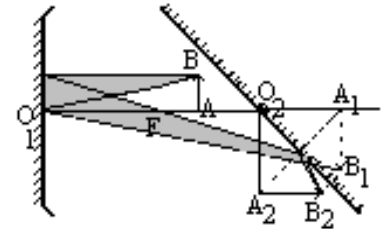
### 2.Trường hợp gương phẳng nghiêng một góc $45^\circ$ so với trục chính:

**Lần 1:**

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_1'} = \frac{1}{f_1} \rightarrow d'_1 = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1}$$

$$\text{Độ phóng đại: } k_1 = \frac{\overline{A_1 B_1}}{\overline{AB}} = -\frac{d'_1}{d_1} = -\frac{f_1}{d_1 - f_1}$$

Ta có:  $d_2 = a - d'_1$  (luôn như vậy)



**Lần 2:**

Ta có  $A_2B_2$  đối xứng với  $A_1B_1$  qua gương phẳng, do đó :  $O_2A_2 = O_2A_1$ ;  $\widehat{A_1O_2A_2} = 2 \times 45^\circ = 90^\circ$

Vậy:  $A_2B_2$  song song với trục chính và  $A_2B_2 = A_1B_1$

## CHỦ ĐỀ 11.Xác định ảnh của vật tạo bởi hệ "gương cầu - gương cầu"

### Phương pháp:

Xét 2 lần tạo ảnh:

$$AB_{d_1=\overline{O_1A_1}} \xrightarrow{G_1} d'_1=\overline{O_1A_1}A_1B_1_{d_2=\overline{O_2A_1}} \xrightarrow{G_2} A_2B_2_{d'_2=\overline{O_2A_2}}$$

**Lần 1:**

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_1'} = \frac{1}{f_1} \rightarrow d'_1 = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1}$$

$$\text{Độ phóng đại: } k_1 = \frac{\overline{A_1 B_1}}{\overline{AB}} = -\frac{d'_1}{d_1} = -\frac{f_1}{d_1 - f_1} = -\frac{d'_1 - f_1}{f_1} \quad (1)$$

Ta có:  $d_2 = a - d'_1$  (2)( luôn như vậy)

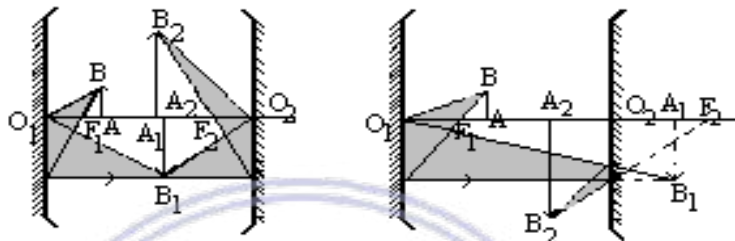
**Lần 2:**

$$\frac{1}{d_2} + \frac{1}{d_2'} = \frac{1}{f_2} \rightarrow d_2' = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2}$$

$$\text{Độ phóng đại: } k_2 = \frac{\overline{A_2 B_2}}{\overline{A_1 B_1}} = -\frac{d_2'}{d_2} = -\frac{f_2}{d_2 - f_2} = -\frac{d_2' - f_2}{f_2} \quad (3)$$

**Chú ý:** Độ phóng đại ảnh cuối cùng:

$$k_{\text{hệ}} = \frac{\overline{A_2 B_2}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A_2 B_2}}{\overline{A_1 B_1}} \frac{\overline{A_1 B_1}}{\overline{AB}} = k_2 k_1 = \frac{f_2}{(d_2 - f_2)} \frac{f_1}{(d_1 - f_1)} = \frac{(d_2' - f_2)(d_1' - f_1)}{f_2 f_1}$$



**CHỦ ĐỀ 12. Xác định ảnh của vật AB ở xa vô cùng tạo bởi gương cầu lõm?**

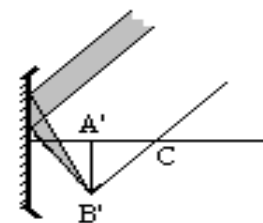
**Phương pháp:**

Xét sự tạo ảnh:  $AB(\infty)_{d=\infty} \xrightarrow{O} A'B'_{d'}$

Vì  $d = \infty$  nên  $\frac{1}{d} = 0$ , từ công thức Đêcart:  $\frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{f} \rightarrow \boxed{d' = f}$

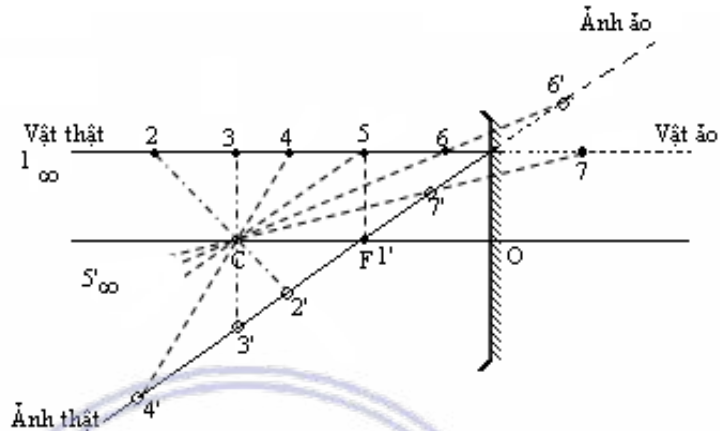
Vậy ảnh  $A'B'$  nằm trên mặt phẳng tiêu diện của gương cầu lõm. Gọi  $\alpha$  là góc trông của vật qua gương.

Ta có:  $\triangle CA'B'$ :  $A'B' = CA' \tan \alpha$  hay  $\boxed{A'B' = f \tan \alpha \approx f \cdot \alpha_{\text{rad}}}$

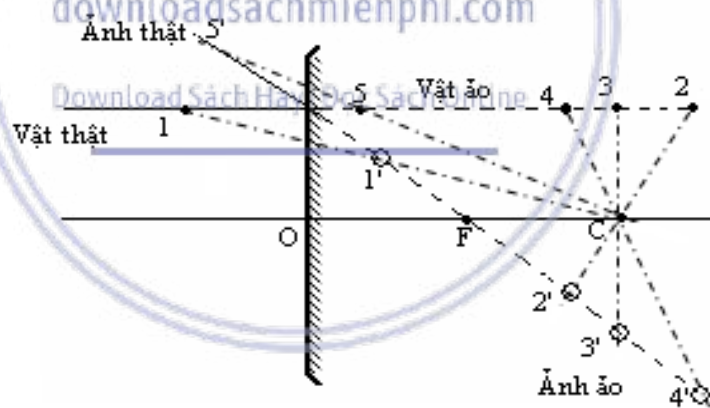


## PHỤ LỤC: CÁCH XÁC ĐỊNH TÍNH CHẤT ẢNH CỦA VẬT QUA GƯƠNG CẦU

### 1. Đối với gương cầu lõm:



### 2. Đối với gương cầu lồi:



## PHẦN 9

### PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN VỀ KHÚC XẠ ÁNH SÁNG, LƯỠNG CHẤT PHẪNG (LCP) BẢNG MẶT SONG SONG (BMSS), LĂNG KÍNH (LK)

**CHỦ ĐỀ 1. Khảo sát đường truyền của tia sáng đơn sắc khi đi từ môi trường chiết quang kém sang môi trường chiết quang hơn?**

**Phương pháp:**

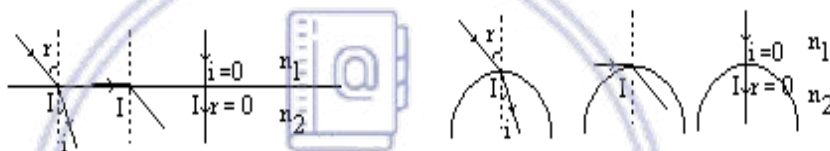
*Luôn có tia khúc xạ gần pháp tuyến hơn so với tia tới*

1. Mặt phân cách là mặt phẳng: áp dụng công thức:

$$n_1 \sin i = n_2 \sin r \Rightarrow \sin r = \frac{n_1 \sin i}{n_2}$$

Khi:  $i = 0$  thì  $r = 0$ : Tia tới vuông góc với mặt phân cách thì tia ló đi thẳng.

2. Mặt



**CHỦ ĐỀ 2. Khảo sát đường truyền của tia sáng đơn sắc khi đi từ môi trường chiết quang hơn sang môi trường chiết quang kém?**

**Phương pháp:**

*Có thể có tia khúc xạ nhưng cũng có thể có tia phản xạ toàn phần*

1. Mặt phân cách là mặt phẳng: áp dụng công thức:

$$n_1 \sin i = n_2 \sin r \Rightarrow \sin r = \frac{n_1 \sin i}{n_2}$$

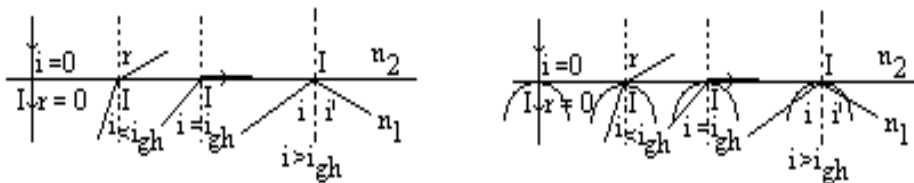
$$\text{Ta có: } \sin i_{gh} = \frac{\text{chiết quang bé}}{\text{chiết quang lớn}} = \frac{n_2}{n_1}$$

Nếu  $i < i_{gh}$  thì có hiện tượng khúc xạ ánh sáng

Khi:  $i = 0$  thì  $r = 0$ : Tia tới vuông góc với mặt phân cách thì tia ló đi thẳng.

Nếu  $i \geq i_{gh}$ : Thì có hiện tượng phản xạ toàn phần:  $i = i'$

2. Mặt



### CHỦ ĐỀ 3. Cách vẽ tia khúc xạ ( ứng với tia tới đã cho) qua mặt phẳng phân cách giữa hai môi trường bằng phương pháp hình học?

#### Phương pháp:

##### 1. Cách vẽ tia khúc xạ

a. Vẽ tia khúc xạ thường : ( $n_1 < n_2$ )

\* Trong môi trường khúc xạ ( $n_2$ ) vẽ hai

nửa đường tròn:  $(I, n_1)$ ;  $(I, n_2)$

\* Nối dài  $SI$  cắt vòng tròn  $(I, n_1)$  tại  $J$ .

Hạ  $JH \perp mp(P)$ , cắt vòng tròn  $(I, n_2)$  ở

$K$ . Tia  $IK$  chính là tia khúc xạ,

Thật vậy:

$$\triangle IJH : IH = IJ \sin i = n_1 \sin i$$

$$\triangle IKH : IH = IK \sin r = n_2 \sin r$$

$$\text{Vậy: } n_1 \sin i = n_2 \sin r$$

b. Vẽ tia khúc xạ giới hạn :

$$\text{Ta có: } \triangle IH_0K_0 : \sin i_{gh} = \frac{IH}{IK_0} = \frac{n_1}{n_2}$$

##### 2. Cách vẽ tia tới giới hạn toàn phần

\* Trong môi trường tới ( $n_1$ ) vẽ hai nửa

đường tròn:  $(I, n_1)$ ;  $(I, n_2)$

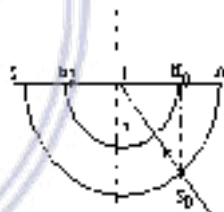
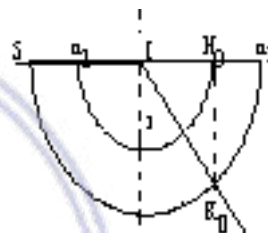
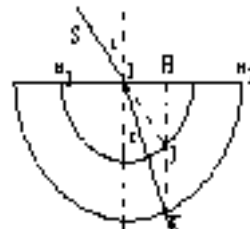
\* Từ  $H_0$  vẽ đường vuông góc  $mp(P)$ , cắt

$(I, n_1)$  ở  $S_0$

\*  $S_0I$  chính là tia tới giới hạn toàn phần

(ứng với tia tới  $IK_0$  là sát mặt phân cách)

$$\text{Ta có: } \triangle S_0IH_0 : \sin i_{gh} = \frac{IH_0}{IS_0} = \frac{n_2}{n_1}$$



### CHỦ ĐỀ 4. Xác định ảnh của một vật qua LCP ?

#### Phương pháp:

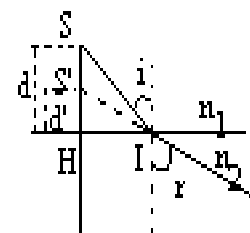
Lưỡng chất phẳng (LCP) là mặt phân cách giữa hai môi trường có chiết suất  $n_1, n_2$

Đặt:  $d = \overline{SH}$ : khoảng cách từ mặt phân cách đến vật;  $d' = \overline{S'H}$ : khoảng cách từ mặt phân cách đến ảnh.

Ta có:

$$\begin{cases} \triangle SHI : \tan i = \frac{HI}{SH} \rightarrow \sin i = \frac{HI}{d} \\ \triangle S'HI : \tan r = \frac{HI}{S'H} \rightarrow \sin r = \frac{HI}{d'} \end{cases} \quad \text{Vậy: } \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{d'}{d}$$

$$\text{Ta có: } n_1 \sin i = n_2 \sin r \rightarrow \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1} \quad \text{Vậy ta có công thức: } \boxed{\frac{d'}{d} = \frac{n_2}{n_1}} \quad (*)$$





Nếu  $n_1 > n_2$ : ánh sáng đi từ môi trường chiết quang hơn sang môi trường chiết quang kém: (\*)  $\rightarrow d' < d$ , ảnh  $S'$  nằm dưới vật  $S$ .

Nếu  $n_1 < n_2$ : ánh sáng đi từ môi trường chiết quang kém sang môi trường chiết quang hơn: (\*)  $\rightarrow d' > d$ , ảnh  $S'$  nằm trên vật  $S$ .

### CHỦ ĐỀ 5. Xác định ảnh của một vật qua BMSS ?

#### Phương pháp:

Bản mỏng song song (BMSS) là hệ thống hai LCP.

#### 1. Độ dời ảnh

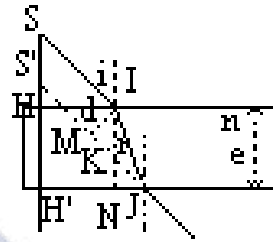
Gọi  $S'$  là ảnh của  $S$  qua BMSS, độ dời ảnh là:  $\delta = \overline{SS'}$

Ta có:  $\delta = \overline{SS'} = \overline{II'} = \overline{IH} - \overline{I'H} = e - \overline{I'H}$

Mà:  $\overline{JH} = \overline{I'H} \tan i = \overline{IH} \tan r$  hay  $\overline{I'H} \sin i = \overline{IH} \sin r$

$$\rightarrow \frac{\overline{IH}}{\overline{I'H}} = \frac{\sin i}{\sin r} = n \Rightarrow \overline{I'H} = \frac{\overline{IH}}{n} = \frac{e}{n}$$

$$\text{Vậy: } \delta = \overline{SS'} = e \left( 1 - \frac{1}{n} \right)$$



**Chú ý:** Khoảng dời ảnh  $\delta$  không phụ thuộc vào vị trí đặt vật. Ảnh luôn dời theo chiều ánh sáng tới.

#### 2. Độ dời ngang của tia sáng

Khi tia sáng qua BMSS thì không đổi phương, nhưng dời ngang. Độ dời ngang của tia sáng là khoảng cách giữa tia tới và tia ló:  $d = \overline{IM}$

Xét:  $\triangle IJM$ :  $d = \overline{IM} = \overline{IJ} \sin(i - r)$

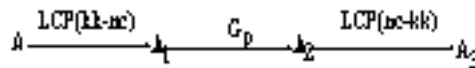
$$\text{Ta có: } \triangle IJN: \cos r = \frac{\overline{IN}}{\overline{IJ}} \rightarrow \overline{IJ} = \frac{\overline{IN}}{\cos r} = \frac{e}{\cos r} \text{ Vậy: } d = \frac{e \sin(i - r)}{\cos r}$$

### CHỦ ĐỀ 6. Xác định ảnh của một vật qua hệ LCP- gương phẳng ?

#### Phương pháp:

#### 1. Vật A - LCP - Gương phẳng

Xét 3 lần tạo ảnh:



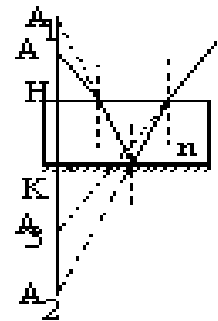
$$\text{Lần 1: } \frac{\overline{HA_1}}{\overline{HA}} = \frac{n}{n_0} = n \rightarrow \overline{HA_1} = n \overline{HA}$$

Lần 2:  $A_2$  đối xứng với  $A_1$  qua gương phẳng:

Ta có:  $\overline{KA_2} = \overline{KA_1} = \overline{KH} + \overline{HA_1} = e + n \overline{HA}$

$$\text{Lần 3: } \frac{\overline{HA_3}}{\overline{HA_2}} = \frac{n_0}{n} = \frac{1}{n}$$

$$\text{Với: } \overline{HA_2} = \overline{HK} + \overline{KA_2} = 2e + n \overline{HA} \rightarrow \overline{HA_3} = \frac{2e}{n} + \overline{HA}$$



## 2. Vật A nằm giữa LCP- Gương phẳng

Xét hai khả năng tạo ảnh

Ảnh  $A'$ : A qua LCP(nc-kk) cho ảnh là  $A'$

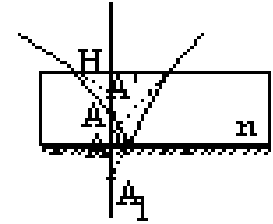
$$\frac{HA'}{HA} = \frac{n_0}{n} = \frac{1}{n} \rightarrow HA' = \frac{HA}{n}$$

Ảnh  $A''$ : A qua  $G_p$  cho ảnh  $A_1$  qua LCP(nc-kk) cho ảnh  $A''$

Lần 1:  $A_1$  đối xứng với A qua gương phẳng:

Ta có:  $KA_1 = KA$

$$\text{Lần 2: } \frac{HA''}{HA_1} = \frac{n_0}{n} = \frac{1}{n} \rightarrow HA''$$



## CHỦ ĐỀ 7. Xác định ảnh của một vật qua hệ LCP- gương cầu ?

**Phương pháp:**

Xét 3 lần tạo ảnh:

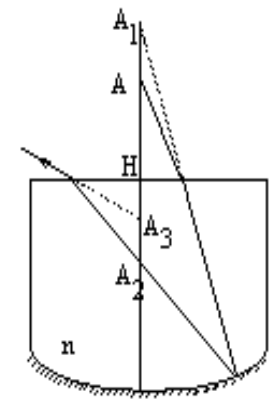


$$\text{Lần 1: } \frac{HA_1}{HA} = \frac{n}{n_0} = n \rightarrow HA_1 = nHA$$

$$\text{Lần 2: } d_2 = OA_1; d'_2 = OA_2 = OH + HA_2$$

$$\text{Áp dụng công thức: } \frac{1}{d_2} + \frac{1}{d'_2} = \frac{1}{f} \rightarrow d'_2$$

$$\text{Lần 3: } \frac{HA_3}{HA_2} = \frac{n_0}{n} = \frac{1}{n} \rightarrow HA_3$$



**Chú ý:** Trường hợp chất lỏng rất mỏng:  $H \equiv O$

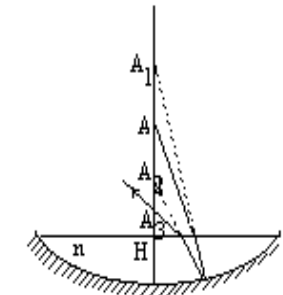
Lúc đó:  $d_2 = OA_1 = HA_1 = nHA = nOA$ ;

$$d'_2 = OA_2 = HA_2 = nHA' = nOA'$$

$$\text{Vậy: } \frac{1}{d_2} + \frac{1}{d'_2} = \frac{1}{f} = \frac{1}{nOA} + \frac{1}{nOA'} = \frac{1}{f}$$

$$\text{Hay: } \frac{1}{OA} + \frac{1}{OA'} = \frac{1}{f}, \text{ có dạng: } \frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{f'}$$

Vậy hệ tương đương với gương cầu lõm có tiêu cự:  $f' = \frac{f}{n}$



## CHỦ ĐỀ 8. Xác định ảnh của một vật qua hệ nhiều BMSS ghép sát nhau?

**Phương pháp:**

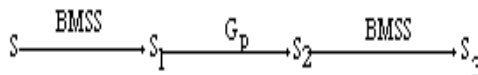
$$\text{Khoảng dời ảnh: } \delta = \overline{SS_i} = \overline{SS_1} + \overline{S_1S_2} + \overline{S_2S_3} + \dots + \overline{S_{i-1}S_i} = \delta_1 + \delta_2 + \delta_3 + \dots + \delta_i$$

## CHỦ ĐỀ 9. Xác định ảnh của một vật qua hệ nhiều BMSS - gương phẳng ghép song song?

### Phương pháp:

#### 1. Vật S - BMSS - Gương phẳng

Xét 3 lần tạo ảnh:



Lần 1: Khoảng dời ảnh:  $\delta = \overline{SS_1} = e \left( 1 - \frac{1}{n} \right)$

Dời theo chiều ánh sáng tới.

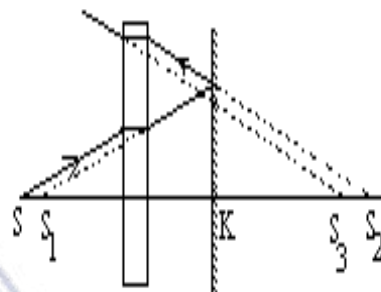
Lần 2:  $S_2$  đối xứng với  $S_1$  qua gương phẳng:

Ta có:  $KS_2 = KS_1 = KS - \delta$

Lần 3: Khoảng dời ảnh:  $\delta = \overline{S_2S_3} = e \left( 1 - \frac{1}{n} \right)$

Dời theo chiều ánh sáng phản xạ.

Với:  $KS_3 = KS_2 - \delta$



#### 2. Vật S nằm giữa BMSS - Gương phẳng

Xét hai khả năng tạo ảnh

Ảnh  $S'$ : S qua BMSS cho ảnh là  $S'$

Khoảng dời ảnh:  $\delta = \overline{SS'} = e \left( 1 - \frac{1}{n} \right)$

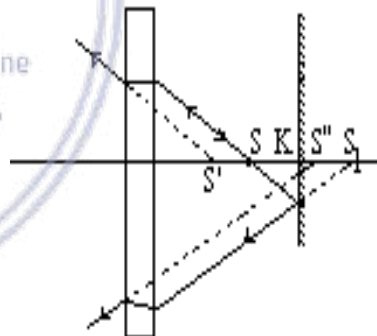
Ảnh  $A''$ : S qua  $G_p$  cho ảnh  $S_1$  qua BMSS cho ảnh  $S''$

Lần 1:  $S_1$  đối xứng với S qua gương phẳng:

Ta có:  $KS_1 = KS$

Lần 2: Khoảng dời ảnh:  $\delta = \overline{S''S_1} = e \left( 1 - \frac{1}{n} \right)$

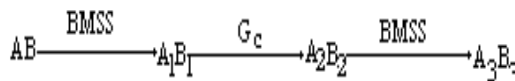
Do đó:  $KS'' = KS - \delta$



## CHỦ ĐỀ 10. Xác định ảnh của một vật qua hệ nhiều BMSS - gương cầu?

### Phương pháp:

Xét 3 lần tạo ảnh:



Lần 1: Khoảng dời ảnh:  $\delta = \overline{AA_1} = e \left( 1 - \frac{1}{n} \right)$

Dời theo chiều ánh sáng tới.

$\overline{A_1B_1} = \overline{AB}$

Lần 2: Ta có:  $d_2 = OA - \delta$

Áp dụng công thức:

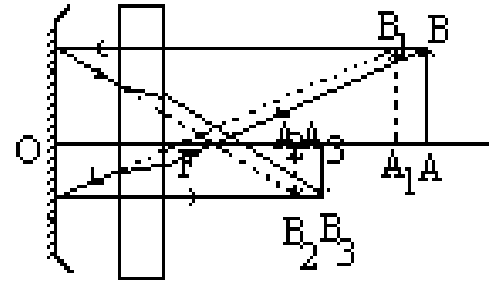
$$\frac{1}{d_2} + \frac{1}{d'_2} = \frac{1}{f}$$

Hay:  $d'_2 = \frac{d_2 f}{d_2 - f}$

Độ phóng đại:  $k = -\frac{d'_2}{d_2} = -\frac{f}{d_2 - f}$

Lần 3: Khoảng dời ảnh:  $\delta = \overline{A_2 A_3} = e \left( 1 - \frac{1}{n} \right)$

Dời theo chiều ánh sáng phản xạ.  $\overline{A_3 B_3} = \overline{A_2 B_2}$



**CHỦ ĐỀ 11. Cho lăng kính (A,n) và góc tới  $i_1$  của chùm sáng: xác định góc lệch D?**

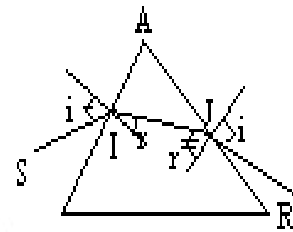
**Phương pháp:**

1. Tìm  $r_1$ :  $\sin r_1 = n \sin i_1$

2. Tìm  $r_2$ :  $A = r_1 + r_2$

3. Tìm  $i_2$ :  $\sin i_2 = n \sin r_2$

4. Tìm D:  $D = i_1 + i_2 - A$



**Chú ý:** Nếu lăng kính có góc chiết quang A và góc tới i bé:  $D = (n - 1)A_{rad}$

**CHỦ ĐỀ 12. Cho lăng kính (A,n) xác định  $i_1$  để  $D = \min$ ?**

**Phương pháp:**

**1. Cho A,n: xác định  $i_1$  để  $D = \min$ ,  $D_{\min}$ ?**

Dựa vào tính chất: Góc lệch D= min khi tia tới và tia ló đối xứng nhau qua phân giác của góc A.

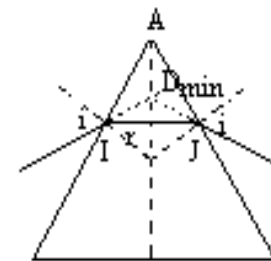
Lúc đó:  $i_1 = i_2 = i$ ;  $r_1 = r_2 = r$

Thay vào Chủ đề 11 ta được:  $D_{\min} = 2i - A$

**2. Cho A và  $D_{\min}$ : xác định n?**

Lúc này ta có:  $r_1 = \frac{A}{2}$ ;  $i_1 = \frac{D_{\min} + A}{2}$

Thay vào:  $n = \frac{\sin \frac{D_{\min} + A}{2}}{\sin \frac{A}{2}}$

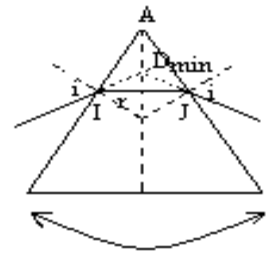


### 3. Chú ý:

Trường hợp lăng kính có  $D = \min$ . Nếu giữ tia tới  $SI$  cố định, quay lăng kính một góc quanh một trục với góc nhỏ: tìm chiều quay của tia ló (theo chiều quay của LK)

Vì:  $D = (SI, JR)$  với  $SI$  cố định, vậy  $D$  thay đổi thì tia ló  $JR$  thay đổi.

Vì  $D = \min$  nên góc  $D$  không thể giảm, mà chỉ tăng. Vậy tia ló  $JR$  luôn quay theo chiều kim đồng hồ (về phía đáy  $BC$  để  $D$  tăng) dù quay LK bất kỳ hướng nào.



## CHỦ ĐỀ 13. Xác định điều kiện để có tia ló ra khỏi LK?

### Phương pháp:

#### 1. Điều kiện về góc chiết quang

Ta có:  $A = r_1 + r_2$  (1)

Do  $i_1 \leq 90^\circ$  nên:  $\sin r_1 = \frac{\sin i_1}{n} \leq \frac{1}{n} \equiv \sin i_{gh} \rightarrow r_1 \leq i_{gh}$

để không có tia ló ra  $AC$ :  $r_2 \leq i_{gh}$

Vậy: (1)  $\rightarrow A \leq 2i_{gh}$

#### 2. Điều kiện về góc tới

Muốn tia ló không ra khỏi  $AC$  ta có  $r_2 \leq i_{gh}$

(1)  $\rightarrow r_2 = A - r_1 \leq i_{gh} \rightarrow r_1 \geq A - i_{gh}$

Ta có:  $\sin i_1 = n \sin r_1 \geq n \sin (A - i_{gh}) = \sin \gamma$  với  $\sin \gamma = n \sin (A - i_{gh})$



## PHẦN 10

### PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN VỀ THẤU KÍNH VÀ HỆ QUANG HỌC ĐỒNG TRỤC VỚI THẤU KÍNH

#### CHỦ ĐỀ 1. Xác định loại thấu kính ?

##### Phương pháp:

##### 1. Căn cứ vào sự liên hệ về tính chất, vị trí, độ lớn giữa vật - ảnh:

###### . Đối với thấu kính hội tụ

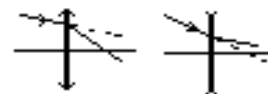
- + Vật thật, ngoài  $OF \rightarrow$  ảnh thật, ngoài  $OF'$ , ngược chiều với vật.
- + Vật thật, trong  $OF \rightarrow$  ảnh ảo, xa thấu kính, lớn hơn vật, cùng chiều với vật.
- + Vật ảo  $\rightarrow$  ảnh thật, trong  $OF'$ , nhỏ hơn vật, ngược chiều với vật.

###### . Đối với thấu kính phân kỳ

- + Vật thật  $\rightarrow$  ảnh ảo, gần thấu kính, nhỏ hơn vật, cùng chiều với vật.
- + Vật ảo, trong  $OF \rightarrow$  ảnh thật, xa thấu kính, lớn hơn vật, cùng chiều với vật.
- + Vật ảo, ngoài  $OF \rightarrow$  ảnh ảo, ngược chiều với vật.

##### 2. Căn cứ vào đường truyền của tia sáng qua thấu kính:

Nếu tia ló lệch gần trục chính so với tia tới thì thấu kính đó là hội tụ.  
Nếu tia ló lệch xa trục chính so với tia tới thì thấu kính đó là phân kỳ.



##### 3. Căn cứ vào công thức của thấu kính:

Áp dụng công thức:  $\frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{f} \rightarrow f = \frac{dd'}{d + d'}$

Nếu  $f > 0$  thì thấu kính hội tụ, nếu  $f < 0$  thì thấu kính phân kỳ.

#### CHỦ ĐỀ 2. Xác định độ tụ của thấu kính khi biết tiêu cự, hay chiết suất của môi trường làm thấu kính và bán kính của các mặt cong.

##### Phương pháp:

##### 1. Khi biết tiêu cự $f$

Áp dụng công thức:  $D = \frac{1}{f}$

Nếu thấu kính hội tụ:  $D > 0$ , thấu kính phân kỳ:  $D < 0$

##### 2. Khi biết chiết suất của môi trường làm thấu kính và bán kính của các mặt cong

a. Nếu thấu kính đặt trong môi trường không khí:

$$D = \frac{1}{f} = (n - 1) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$



b. Nếu thấu kính đặt trong môi trường có chiết suất  $n'$ :

$$D' = \frac{1}{f} = \left( \frac{n}{n'} - 1 \right) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

**Chú ý:** 
$$\begin{cases} R > 0 & \leftrightarrow \text{mặt lồi} \\ R < 0 & \leftrightarrow \text{mặt lõm} \\ R = \infty & \leftrightarrow \text{mặt phẳng} \end{cases}$$

**CHỦ ĐỀ 3.** Cho biết tiêu cự  $f$  và một điều kiện nào đó về ảnh, vật: xác định vị trí vật  $d$  và vị trí ảnh  $d'$

**Phương pháp:**

Áp dụng công thức:  $\frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{f}$  (1) và  $k = -\frac{d'}{d}$  (2)

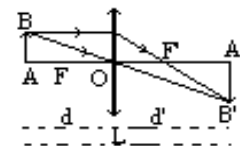
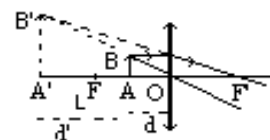
**1. Cho biết độ phóng đại  $k$  và  $f$ :**

Từ (2) ta được:  $d' = -kd$ , thay vào (1):  $\frac{1}{d} + \frac{1}{-kd} = \frac{1}{f}$ , ta suy ra được phương trình theo  $d$ , từ đó suy ra  $d'$ .

**2. Cho biết khoảng cách  $l = \overline{AA'}$ :**

Trong mọi trường hợp:  $l = \overline{AA'} = |d' + d| \leftrightarrow d' + d = \pm l$

Thay vào (1) ta được phương trình:  $\frac{1}{d} + \frac{1}{\pm l - d} = \frac{1}{f}$ , ta suy ra được phương trình theo  $d$ , từ đó suy ra  $d'$ .



**CHỦ ĐỀ 4.** Xác định ảnh của một vật  $AB$  ở xa vô cực

**Phương pháp:**

Xét sự tạo ảnh:

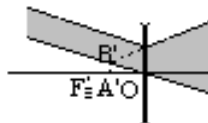
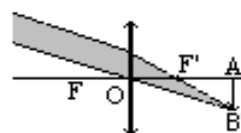
$$\overline{AB}(\infty) \xrightarrow{G} \overline{A'B'} \quad d = \infty \quad d' = \overline{OA'}$$

Vì  $d = \infty$  nên  $\frac{1}{d} = 0$ , từ công thức Đêcart:  $\frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{f} \rightarrow \boxed{d' = f}$

Vậy ảnh  $A'B'$  nằm trên mặt phẳng tiêu diện của thấu kính. Gọi  $\alpha$  là góc trông của vật qua thấu kính.

Ta có:  $\triangle OA'B'$ :  $A'B' = OA' \tan \alpha$  hay  $\boxed{A'B' = |f| \cdot \tan \alpha \approx |f| \cdot \alpha_{rad}}$

Nếu  $f > 0 \rightarrow d' > 0$  ảnh thật. Nếu  $f < 0 \rightarrow d' < 0$  ảnh ảo.



**CHỦ ĐỀ 5.** Trường hợp hai vị trí thấu kính hội tụ cho từ một vật  $AB$ , hai ảnh trên cùng một màn chắn.

**Phương pháp:**

Xét sự tạo ảnh:

$$\overline{AB} \xrightarrow{O} \overline{A'B'} \quad d = \overline{OA} \quad d' = \overline{OA'}$$

Ta có:  $L = d + d' \rightarrow d' = L - d$ , thay vào công thức:  $\frac{1}{d} + \frac{1}{L - d} = \frac{1}{f}$

Ta được phương trình:  $d^2 - Ld + Lf = 0$  (\*)

**1. Cho biết khoảng cách "vật - ảnh"  $L$ , xác định hai vị trí đặt thấu kính:**

Từ (\*):  $\Delta = L^2 - 4Lf = L(L - 4f)$ , điều kiện phương trình (\*) có nghiệm:

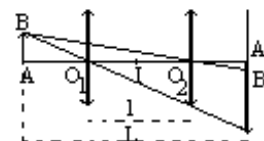
$$\Delta \geq 0 \rightarrow L \geq 4f$$

Nghiệm có dạng: 
$$\begin{cases} d_1 = \frac{L - \sqrt{L^2 - 4Lf}}{2} \rightarrow d'_1 = \frac{L + \sqrt{L^2 - 4Lf}}{2} \\ d_2 = \frac{L + \sqrt{L^2 - 4Lf}}{2} \rightarrow d'_2 = \frac{L - \sqrt{L^2 - 4Lf}}{2} \end{cases}$$

**Chú ý:** Ta thấy  $d_1 = d'_2$ ;  $d'_1 = d_2$  do đó hai vị trí đặt thấu kính đối xứng nhau qua trung điểm  $I$  của khoảng cách từ vật đến màn.

**2. Cho biết khoảng cách "vật - ảnh"  $L$ , và khoảng cách giữa hai vị trí, tìm  $f$ :**

Ta có:  $l = \overline{O_1O_2} = d'_1 - d'_2$ ,  $l = \sqrt{L^2 - 4Lf}$  hay  $f = \frac{L^2 - l^2}{4L}$



## CHỦ ĐỀ 6. Vật hay thấu kính di chuyển, tìm chiều di chuyển của ảnh?

**Phương pháp:**

**1. Thấu kính (O) cố định: dời vật gần (hay xa) thấu kính, tìm chiều chuyển dời của ảnh:**

Áp dụng công thức:  $\frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{f} \rightarrow d' = \frac{df}{d-f}$

Lấy đạo hàm hai vế theo  $d$ :  $\frac{\partial d'}{\partial d} = -\frac{f^2}{(d-f)^2} < 0$ , do đó  $d$  và  $d'$  là nghịch biến.

a. Vật thật ( $d > 0$ ) cho ảnh thật ( $d' > 0$ ):

Khi  $AB$  di chuyển gần thấu kính ( $d$  giảm) thì ảnh di chuyển ra xa thấu kính ( $d'$  tăng).  
 Vậy ảnh dời cùng chiều với vật.

b. Vật thật cho ảnh ảo:

Khi  $AB$  di chuyển dời gần thấu kính ( $d$  giảm) thì ảnh di chuyển xa thấu kính ( $d'$  tăng),  
 mà  $d' < 0$  nên  $|d'|$  tăng.

Vậy: Ảnh ảo dời cùng chiều vật.

**2. Vật  $AB$  cố định, cho ảnh  $A'B'$  trên màn, dời thấu kính hội tụ, tìm chiều chuyển dời của màn:**

Sự dịch chuyển của màn ảnh tùy thuộc vào sự biến thiên của  $L = d + d' = d + \frac{df}{d-f}$  hay  $L = \frac{d^2}{d-f}$ , lấy đạo hàm

theo  $d$ :  $\frac{\partial L}{\partial d} = \frac{d(d-2f)}{(d-f)^2}$

d	f	2f	$\infty$	
$\frac{\partial L}{\partial d}$		-	0	+
L				

$L_{\min} = 4f$

Khảo sát sự biến thiên  $L$  theo  $d$  suy ra chiều chuyển dời của màn (theo chiều chuyển dời của thấu kính).

## CHỦ ĐỀ 8. Liên hệ giữa kích thước vật sáng tròn trên màn (chấn chùm ló) và kích thước của mặt thấu kính.

### Phương pháp:

Gọi  $S'$  là ảnh điểm sáng  $S$  qua thấu kính, ta có sự tạo ảnh:

$$\begin{array}{ccc} S & \xrightarrow{O} & S' \\ d=\overline{OS} & & d'=\overline{OS'} \end{array}$$

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{f} \rightarrow d' = \frac{df}{d-f} = \overline{OS'}$$

Sử dụng hình học: xét các tam giác đồng dạng để suy ra mối quan hệ giữa  $D$  và  $D_0$ . Với  $D_0$ ,  $D$  lần lượt là đường kính của thấu kính và của vật sáng tròn.

1. Vật thật  $S$  cho ảnh  $S'$  là ảnh thật  $\leftrightarrow$  chùm ló là chùm hội tụ.

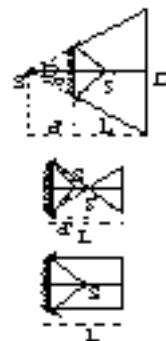
$$\frac{D}{D_0} = \frac{d' - l}{d'}$$

2. Vật thật  $S$  cho ảnh  $S'$  là ảnh ảo  $\leftrightarrow$  chùm ló là chùm phân kỳ.

$$\frac{D}{D_0} = \frac{|d'| + l}{|d'|}$$

3. Vật ảo  $S$  cho ảnh  $S'$  là ảnh thật  $\leftrightarrow$  chùm tới, chùm ló là chùm hội tụ.

$$\frac{D}{D_0} = \frac{l - d'}{d'}$$



## CHỦ ĐỀ 9. Hệ nhiều thấu kính mỏng ghép đồng trục với nhau, tìm tiêu cự của hệ.

### Phương pháp:

Hệ nhiều thấu kính mỏng ghép sát nhau, nên được xem là có cùng quang tâm  $O$ . Áp dụng định lý về độ tụ: "**Độ tụ của hệ nhiều thấu kính mỏng ghép sát nhau (đồng trục) bằng tổng đại số độ tụ của các thấu kính thành phần**"

$$D_{\text{hệ}} = D_1 + D_2 + \dots + D_n \leftrightarrow \frac{1}{f_{\text{hệ}}} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} + \dots + \frac{1}{f_n}$$

Nếu  $f_{\text{hệ}} > 0$  thì hệ thấu kính là hội tụ. Nếu  $f_{\text{hệ}} < 0$  thì hệ thấu kính là phân kỳ.

## CHỦ ĐỀ 10. Xác định ảnh của một vật qua hệ "thấu kính- LCP".

**Phương pháp:** Phân biệt hai trường hợp

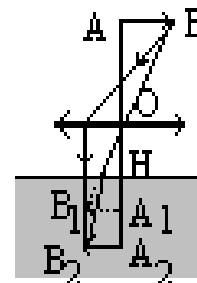
1. Trường hợp:  $AB - TK - LCP$

Xét 2 lần tạo ảnh:  $AB \xrightarrow[\substack{d_1=\overline{OA_1}}]{O} A_1B_1 \xrightarrow[\substack{d_1'=\overline{OA_1'} \parallel d_2=\overline{HA_1} \quad d_2'=\overline{HA_2}}]{(LCP)} A_2B_2$

**Lần 1:**

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_1'} = \frac{1}{f_1} \rightarrow d_1' = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1}$$

Độ phóng đại:  $k = \frac{\overline{A_1 B_1}}{\overline{AB}} = -\frac{d_1'}{d_1} \rightarrow A_1 B_1 = |k| AB.$

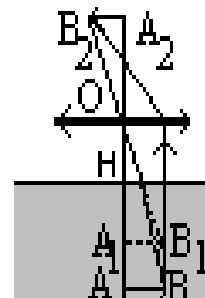


**Lần 2:**

$$\frac{HA_2}{HA_1} = \frac{n}{n_0} = n \text{ với } HA_1 = OA_1 - OH \text{ và } A_2 B_2 = A_1 B_1$$

**2.Trường hợp: AB - LCP - TK**

Xét 2 lần tạo ảnh:  $AB \xrightarrow[d_1]{(LCP)} A_1 B_1 \xrightarrow[d_2]{O} A_2 B_2$



**Lần 1:**

$$\frac{HA_1}{HA} = \frac{1}{n} \rightarrow HA_1 = \frac{HA}{n} \text{ và } AB = A_1 B_1$$

**Lần 2:**

Ta có:  $d_2 = \overline{OA_1} = \overline{OH} + HA_1$

$$\frac{1}{d_2} + \frac{1}{d_2'} = \frac{1}{f} \rightarrow d_2' = \frac{d_2 f}{d_2 - f} \text{ Độ phóng đại: } k = \frac{\overline{A_2 B_2}}{\overline{A_1 B_1}} = -\frac{d_2'}{d_2} \rightarrow A_2 B_2 = |k| A_1 B_1.$$

**CHỦ ĐỀ 11. Xác định ảnh của một vật qua hệ "thấu kính- BMSS".**

**Phương pháp:** Phân biệt hai trường hợp

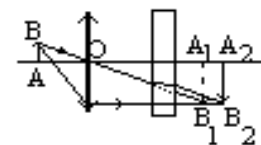
**1.Trường hợp: AB - TK - BMSS**

Xét 2 lần tạo ảnh:

$$AB \xrightarrow[d_1]{(O)} A_1 B_1 \xrightarrow[d_2]{(BMSS)} A_2 B_2$$

**Lần 1:**

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_1'} = \frac{1}{f_1} \rightarrow d_1' = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} \text{ Độ phóng đại: } k = \frac{\overline{A_1 B_1}}{\overline{AB}} = -\frac{d_1'}{d_1} \rightarrow A_1 B_1 = |k| AB.$$



**Lần 2:**

Khoảng dời ảnh:  $\overline{A_1 A_2} = \overline{B_1 B_2} = \delta = e \left( 1 - \frac{1}{n} \right)$ , theo chiều ánh sáng.

Do đó:  $\overline{OA_2} = \overline{OA_1} + \overline{A_1 A_2}$ , hay  $OA_2 = d_1' + \delta$  và  $A_2 B_2 = A_1 B_1$

## 2.Trường hợp: AB - LCP - TK

Xét 2 lần tạo ảnh:

$$AB \xrightarrow{(BMSS)} \begin{matrix} A_1B_1 \\ d'_1 \parallel d_2 \end{matrix} \xrightarrow{(O)} \begin{matrix} A_2B_2 \\ d'_2 \end{matrix}$$

**Lần 1:**

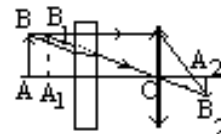
Khoảng dời ảnh:  $\overline{AA_1} = \overline{BB_1} = \delta = e \left( 1 - \frac{1}{n} \right)$ , theo chiều ánh sáng. Và  $A_1B_1 = AB$

**Lần 2:**

Ta có:  $d_2 = \overline{OA_1} = \overline{OA} - \delta$

$$\frac{1}{d_2} + \frac{1}{d'_2} = \frac{1}{f} \rightarrow d'_2 = \frac{d_2 f}{d_2 - f} \quad \text{Độ phóng đại: } k = \frac{\overline{A_2B_2}}{\overline{A_1B_1}} = -\frac{d'_2}{d_2}$$

Vậy  $A_2B_2 = |k| A_1B_1$ .



## CHỦ ĐỀ 12.Xác định ảnh của một vật qua hệ hai thấu kính ghép đồng trục.

**Phương pháp:**

Xét 2 lần tạo ảnh:

$$AB \xrightarrow{O_1} \begin{matrix} A_1B_1 \\ d'_1 \parallel d_2 \end{matrix} \xrightarrow{O_2} \begin{matrix} A_2B_2 \\ d'_2 \end{matrix}$$

**Lần 1:**

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d'_1} = \frac{1}{f_1} \rightarrow d'_1 = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} \quad (1)$$

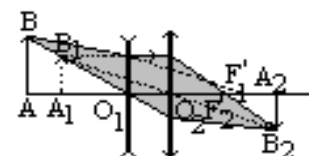
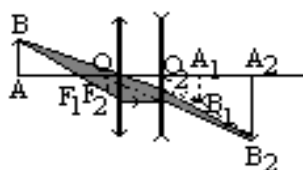
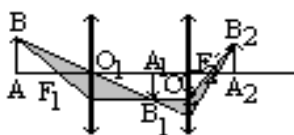
$$\text{Độ phóng đại: } k_1 = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = -\frac{d'_1}{d_1} = -\frac{f_1}{d_1 - f_1} = -\frac{d'_1 - f_1}{f_1} \quad (2)$$

**Lần 2:**

$$\text{Ta luôn có: } d_2 = a - d'_1 \quad (3)$$

$$\frac{1}{d_2} + \frac{1}{d'_2} = \frac{1}{f_2} \rightarrow d'_2 = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} \quad (4)$$

$$\text{Độ phóng đại: } k_2 = \frac{\overline{A_2B_2}}{\overline{A_1B_1}} = -\frac{d'_2}{d_2} = -\frac{f_2}{d_2 - f_2} = -\frac{d'_2 - f_2}{f_2} \quad (5)$$



**Chú ý:** Độ phóng đại ảnh của hệ:

$$k_{\text{hệ}} = \frac{\overline{A_2B_2}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A_2B_2} \overline{A_1B_1}}{\overline{A_1B_1} \overline{AB}} = k_2 \cdot k_1 = \frac{d'_2 d'_1}{d_2 d_1} = \frac{f_2}{(d_2 - f_2)} \frac{f_1}{(d_1 - f_1)} = \frac{(d'_2 - f_2)(d'_1 - f_1)}{f_2 f_1}$$

**CHỦ ĐỀ 13.** Hai thấu kính đồng trục tách rời nhau: xác định giới hạn của  $a = O_1O_2$  (hoặc  $d_1 = \overline{O_1A}$ ) để ảnh  $A_2B_2$  nghiệm đúng một điều kiện nào đó (như ảnh thật, ảnh ảo, cùng chiều hay ngược chiều với vật  $AB$ ).

**Phương pháp:**

**1. Trường hợp  $A_2B_2$  là thật (hay ảo)**

Xét hai lần tạo ảnh như chủ đề 12

a. Nếu  $A_1B_1$  cố định,  $(O_2)$  di động:

Từ phương trình (1), (3), (4) ta thiết lập được biểu thức  $d'_2$  theo  $a$

Lập bảng xét dấu  $d'_2$  theo  $a$ , để  $A_2B_2$  là ảnh thật thì  $d'_2 > 0$ , nếu  $A_2B_2$  là ảnh ảo  $d'_2 < 0$ , từ đó suy ra giới hạn của  $a$ .

b. Nếu  $(O_1, O_2)$  cố định,  $AB$  di động:

Từ phương trình (1), (3), (4) ta thiết lập được biểu thức  $d'_2$  theo  $d_1$ .

Lập bảng xét dấu  $d'_2$  theo  $d_1$ , để  $A_2B_2$  là ảnh thật thì  $d'_2 > 0$ , nếu  $A_2B_2$  là ảnh ảo  $d'_2 < 0$ , từ đó suy ra giới hạn của  $d_1$ .

**2. Trường hợp  $A_2B_2$  cùng chiều hay ngược chiều với vật**

Xét hai lần tạo ảnh như chủ đề 12

Từ phương trình (2), (5) ta thiết lập được biểu thức  $k_{\text{hệ}}$  theo  $a$  hoặc  $d_1$ .

Nếu  $A_2B_2$  cùng chiều với  $AB$  thì  $k_{\text{hệ}} > 0$ .

Nếu  $A_2B_2$  ngược chiều với  $AB$  thì  $k_{\text{hệ}} < 0$

**CHỦ ĐỀ 14.** Hai thấu kính đồng trục tách rời nhau: xác định khoảng cách  $a = O_1O_2$  để ảnh cuối cùng không phụ thuộc vào vị trí vật  $AB$ .

**Phương pháp:**

Từ chủ đề 12 ta thiết lập biểu thức  $k_{\text{hệ}}$  theo  $d_1$  và theo  $a$

$$k_{\text{hệ}} = \frac{f_1 f_2}{d_1 [a - (f_1 + f_2)] - f_1 (a - f_2)}$$

Để  $k_{\text{hệ}}$  không phụ thuộc vào  $d_1$  thì hệ số đứng với  $d_1$  phải triệt tiêu.

Ta có điều kiện:  $a - (f_1 + f_2) = 0$  hay  $a = f_1 + f_2$

**Chú ý:** Có thể nhận được kết quả bằng cách xem hệ thấu kính là vô tiêu, nghĩa là  $F'_1 \equiv F_2$

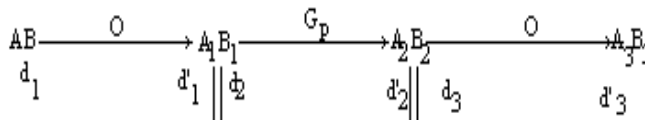


## CHỦ ĐỀ 15. Xác định ảnh của vật cho bởi hệ "thấu kính - gương phẳng".

### Phương pháp:

#### 1. Trường hợp gương phẳng vuông góc với trục chính:

Xét 3 lần tạo ảnh:



##### Lần 1:

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d'_1} = \frac{1}{f} \rightarrow d'_1 = \frac{d_1 f}{d_1 - f} \quad \text{Độ phóng đại: } k_1 = \frac{\overline{A_1 B_1}}{\overline{AB}} = -\frac{d'_1}{d_1} = -\frac{f}{d_1 - f}$$

##### Lần 2:

Ta có:  $d_2 = a - d'_1$  (luôn như vậy)

Ta có  $A_2 B_2$  đối xứng với  $A_1 B_1$  qua gương phẳng, do đó  $d'_2 = -d_2 = d'_1 - a$

$$\text{Độ phóng đại } k_2 = \frac{\overline{A_2 B_2}}{\overline{A_1 B_1}} = -\frac{d'_2}{d_2} = 1 \quad \text{Vậy: } A_2 B_2 = A_1 B_1$$

##### Lần 3:

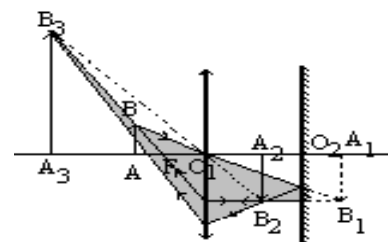
Ta có:  $d_3 = a - d'_2$

$$\frac{1}{d_3} + \frac{1}{d'_3} = \frac{1}{f} \rightarrow d'_3 = \frac{d_3 f}{d_3 - f}$$

$$\text{Độ phóng đại: } k_3 = \frac{\overline{A_3 B_3}}{\overline{A_2 B_2}} = -\frac{d'_3}{d_3} = -\frac{f}{d_3 - f}$$

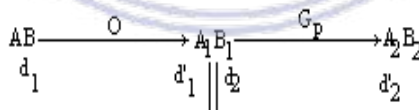
**Chú ý:** Độ phóng đại ảnh của hệ:

$$k_{\text{hệ}} = \frac{\overline{A_3 B_3}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A_3 B_3}}{\overline{A_2 B_2}} \cdot \frac{\overline{A_2 B_2}}{\overline{A_1 B_1}} \cdot \frac{\overline{A_1 B_1}}{\overline{AB}} = k_3 \cdot k_2 \cdot k_1 = \frac{d'_3 d'_1}{d_3 d_1}$$



#### 2. Trường hợp gương phẳng nghiêng một góc $45^\circ$ so với trục chính:

Xét 2 lần tạo ảnh:



##### Lần 1:

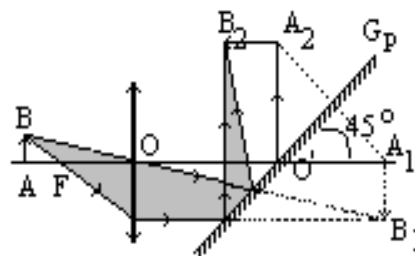
$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d'_1} = \frac{1}{f_1} \rightarrow d'_1 = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1}$$

$$\text{Độ phóng đại: } k_1 = \frac{\overline{A_1 B_1}}{\overline{AB}} = -\frac{d'_1}{d_1} = -\frac{f_1}{d_1 - f_1}$$

Ta có:  $d_2 = a - d'_1$  (luôn như vậy)

##### Lần 2:

Ta có  $A_2 B_2$  đối xứng với  $A_1 B_1$  qua gương phẳng, do đó:  $\widehat{O_2 A_2} = \widehat{O_2 A_1}$ ;  $\widehat{A_1 O_2 A_2} = 2 \times 45^\circ = 90^\circ$



Vậy:  $A_2B_2$  song song với trục chính và  $A_2B_2 = A_1B_1$

### 3. Trường hợp gương phẳng ghép xác thấu kính ( hay thấu kính mạ bạc):

Thực hiện như trường hợp 1

Nhưng chú ý :

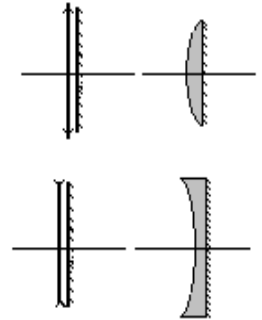
$a = 0$ . Lúc đó:  $d_2 = -d'_1$ ;  $d'_2 = -d_2$ ;  $d_3 = -d'_2 \rightarrow d_3 = -d'_1$

Vậy:  $\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d'_1} = \frac{1}{f}$  (1)

và  $\frac{1}{d_3} + \frac{1}{d'_3} = \frac{1}{f}$  hay  $\frac{1}{d_3} - \frac{1}{d'_1} = \frac{1}{f}$  (2)

Cộng (1) và (2) về theo về ta được phương trình:

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d'_3} = \frac{2}{f} = \frac{1}{f_{\text{hệ}}}$$



Đây là công thức của gương cầu lồi ( hay lõm):  $f_{\text{hệ}} = \frac{f}{2}$

### 4. Trường hợp vật AB đặt trong khoảng giữa thấu kính và gương phẳng:

Phân biệt hai trường hợp:

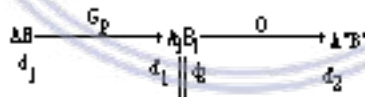
a. Ảnh  $A'B'$  cho bởi thấu kính:

xét một lần tạo ảnh



$$\frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{f} \rightarrow d' = \frac{df}{d-f} \quad \text{Độ phóng đại: } k = \frac{A'B'}{AB} = -\frac{d'}{d} = -\frac{f}{d-f}$$

b. Ảnh  $A''B''$  cho bởi gương- thấu kính: xét hai lần tạo ảnh



**Lần 1:**

Ta có  $A_1B_1$  đối xứng với  $AB$  qua gương phẳng, do đó :

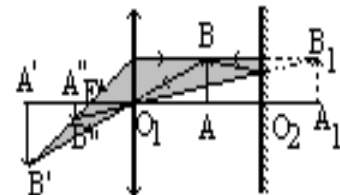
$$d_1 = \overline{O'A} = a - OA; d'_1 = -d_1 = d - a; \overline{A_1B_1} = \overline{AB}$$

**Lần 2:**

Ta có:  $d_2 = a - d'_1 = 2a - d$

$$\frac{1}{d_2} + \frac{1}{d'_2} = \frac{1}{f} \rightarrow d'_2 = \frac{d_2 f}{d_2 - f}$$

$$\text{Độ phóng đại: } k_2 = -\frac{d'_2}{d_2} = \frac{A''B''}{A_1B_1}$$

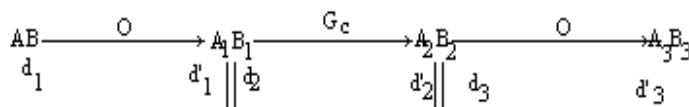


### CHỦ ĐỀ 16. Xác định ảnh của vật cho bởi hệ "thấu kính - gương cầu".

### Phương pháp:

#### 1. Trường hợp vật AB đặt trước hệ "thấu kính- gương cầu":

Xét 3 lần tạo ảnh:



##### Lần 1:

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d'_1} = \frac{1}{f} \rightarrow d'_1 = \frac{d_1 f}{d_1 - f} \quad (1) \quad \text{Độ phóng đại: } k_1 = \frac{\overline{A_1 B_1}}{\overline{AB}} = -\frac{d'_1}{d_1} = -\frac{f}{d_1 - f}$$

##### Lần 2:

Ta có:  $d_2 = a - d'_1$  (luôn như vậy)

$$\frac{1}{d_2} + \frac{1}{d'_2} = \frac{1}{f_c} \quad (2) \rightarrow d'_2 = \frac{d_2 f_c}{d_2 - f_c}$$

$$\text{Độ phóng đại: } k_2 = \frac{\overline{A_2 B_2}}{\overline{A_1 B_1}} = -\frac{d'_2}{d_2} = -\frac{f_c}{d_2 - f_c}$$

##### Lần 3:

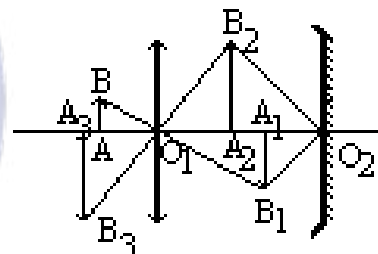
Ta có:  $d_3 = a - d'_2$

$$\frac{1}{d_3} + \frac{1}{d'_3} = \frac{1}{f} \quad (3) \rightarrow d'_3 = \frac{d_3 f}{d_3 - f}$$

$$\text{Độ phóng đại: } k_3 = \frac{\overline{A_3 B_3}}{\overline{A_2 B_2}} = -\frac{d'_3}{d_3} = -\frac{f}{d_3 - f}$$

**Chú ý:** Độ phóng đại ảnh của hệ:

$$k_{\text{hệ}} = \frac{\overline{A_3 B_3}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A_3 B_3}}{\overline{A_2 B_2}} \cdot \frac{\overline{A_2 B_2}}{\overline{A_1 B_1}} \cdot \frac{\overline{A_1 B_1}}{\overline{AB}} = k_3 \cdot k_2 \cdot k_1 = -\left(\frac{d'_3 d'_2 d'_1}{d_3 d_2 d_1}\right)$$



#### 2. Trường hợp hệ "thấu kính- gương cầu" ghép sát nhau:

Ta có:  $a = O_1 O_2 = 0$ , do đó: ta có:  $d'_2 = -d_1$ ;  $d'_3 = -d_2$

Từ (1), (2), (3) ta được hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{1}{d_1} + \frac{1}{d'_1} = \frac{1}{f} \\ \frac{1}{d_2} + \frac{1}{d'_2} = \frac{1}{f_c} \\ \frac{1}{d_3} + \frac{1}{d'_3} = \frac{1}{f} \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{d_1} + \frac{1}{d'_1} = \frac{1}{f} \\ -\frac{1}{d'_1} + \frac{1}{d'_2} = \frac{1}{f_c} \\ -\frac{1}{d'_2} + \frac{1}{d'_3} = \frac{1}{f} \end{cases} \quad \text{Cộng vế theo vế, ta được: } \frac{1}{d_1} + \frac{1}{d'_3} = \frac{2}{f} + \frac{1}{f_c}$$

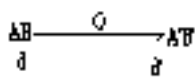
$$\text{Đặt: } \frac{1}{f_{\text{hệ}}} = \frac{2}{f} + \frac{1}{f_c}, \text{ ta được: } \frac{1}{d_1} + \frac{1}{d'_3} = \frac{1}{f_{\text{hệ}}}$$

Vậy: hệ đã cho tương đương với thấu kính, có tiêu cự  $f_{\text{hệ}}$ .

#### 3. Trường hợp vật AB đặt giữa thấu kính và gương cầu:

Phân biệt hai trường hợp:

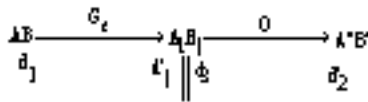
a. Ảnh  $A'B'$  cho bởi thấu kính:  
 xét một lần tạo ảnh



$$\frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{f} \rightarrow d' = \frac{df}{d - f} \quad \text{Độ phóng đại: } k = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\frac{d'}{d} = -\frac{f}{d - f}$$



b. Ảnh  $A''B''$  cho bởi gương- thấu kính: xét hai lần tạo ảnh



**Lần 1:**

$$d_1 = a - d$$

$$d_1' = \frac{d_1 f_c}{d_1 - f_c}$$

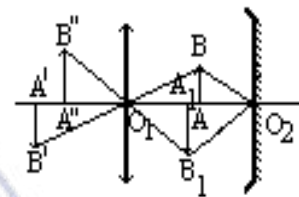
Độ phóng đại:  $k_1 = \frac{A_1 B_1}{AB} = -\frac{d_1'}{d_1}$

**Lần 2:**

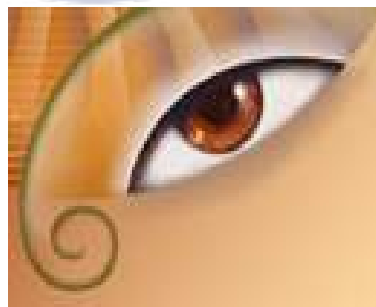
Ta có:  $d_2 = a - d_1'$

$$\frac{1}{d_2} + \frac{1}{d_2'} = \frac{1}{f} \rightarrow d_2' = \frac{d_2 f}{d_2 - f}$$

Độ phóng đại:  $k_2 = -\frac{d_2'}{d_2} = \frac{A'' B''}{A_1 B_1}$



**Chú ý:** Nếu ảnh cuối cùng có độ cao không đổi khi dịch chuyển dọc theo trục chính: tức là ảnh  $B_3$  chạy trên tia phản xạ cuối cùng song song với trục chính khi vật  $B$  chạy trên tia tới song song với trục chính. Bài toán quy về: Một vật ở vô cùng qua hệ cho ảnh ở vô cùng



### 1.Đối với thấu kính hội tụ:



## 2.Đối với thấu kính phân kỳ:





## PHẦN 11

### PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN VỀ MẮT VÀ CÁC DỤNG CỤ QUANG HỌC BỔ TRỢ CHO MẮT

**CHỦ ĐỀ 1. Máy ảnh:** cho biết giới hạn khoảng đặt phim, tìm giới hạn đặt vật?

**Phương pháp:**

Xét sự tạo ảnh:  $AB \xrightarrow{(O)} A'B'$   
 $d \quad d'$

áp dụng công thức:  $\frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{f} \rightarrow d = \frac{d'}{d' - f}$

Khi:  $d'_{min} \leq d' \leq d'_{max}$  thay vào trên ta được  $d_{min} \leq d \leq d_{max}$

**CHỦ ĐỀ 2. Máy ảnh chụp ảnh của một vật chuyển động vuông góc với trục chính.**  
 Tính khoảng thời gian tối đa mở của sập của ống kính để ảnh không bị nhòe.

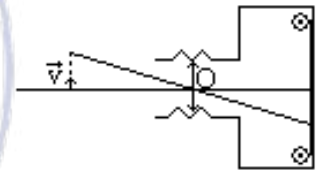
**Phương pháp:**

Gọi  $t$  là thời gian mở của sập. Vật  $A$  dời được một đoạn  $s = v.t$ . Ảnh dời được một đoạn  $s' = A'A'_1$ .

Ta có:  $k = \frac{s'}{s} = -\frac{d'}{d} = -\frac{f}{d-f} \rightarrow s' = |k|.s = |k|.v.t$

Gọi  $e$  là độ nhòe cho phép trên phim. Điều kiện để cho ảnh

$s' \leq e \Leftrightarrow |k|.v.t \leq e$  hay:  $t_{max} = \frac{e}{v.|k|}$



**CHỦ ĐỀ 3. Mắt cận thị:** xác định độ tụ của kính chữa mắt? Tìm điểm cực cận mới  $\xi_c$  khi đeo kính chữa?

**Phương pháp:**

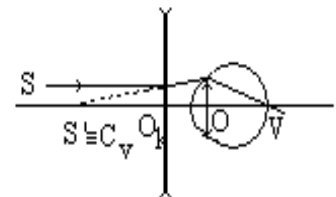
**a. Cách chữa:** Người đó phải đeo thấu kính phân kỳ có độ tụ thích hợp sao cho nhìn rõ vật ở vô cùng không điều tiết.

Sơ đồ tạo ảnh:

$S(\infty) \xrightarrow{(O)} S' \equiv C_v \xrightarrow{\text{mắt}} S'' \equiv V$   
 $d \quad d' = -OC_v$

Ta có:  $\frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{f_k}$

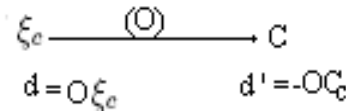
hay  $f_k = d' = -OC_v$  Độ tụ:  $D_k = \frac{1}{f_k}$



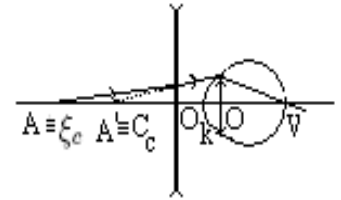
**b. Điểm cực cận mới:**

điểm cực cận của  $C_v$  là ảnh ảo của điểm cực cận mới  $\xi_c$  khi đeo kính.

Xét sự tạo ảnh:



Ta có:  $d = \overline{OA} = O\xi_c$ ;  $d' = \overline{OA'} = -OC_c$ , vậy:  $d = \frac{d'f}{d' - f}$

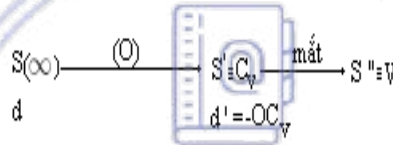


**CHỦ ĐỀ 4. Mắt viễn thị:** xác định độ tụ của kính chữa mắt? Tìm điểm cực cận mới  $\xi_c$  khi đeo kính chữa?

**Phương pháp:**

**a. Cách chữa:** Người đó phải đeo thấu kính hội tụ có độ tụ thích hợp sao cho nhìn rõ vật ở gần như mắt người bình thường.

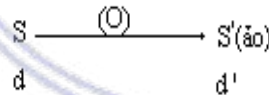
Sơ đồ tạo ảnh:



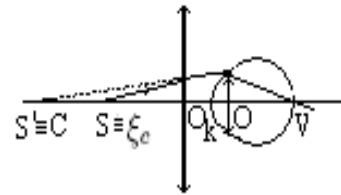
Ta có:  $\frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{f_k} \rightarrow f_k = \frac{dd'}{d + d'}$

Độ tụ:  $D_k = \frac{1}{f_k}$

**b. Điểm cực cận mới:** điểm cực cận của  $C_c$  là ảnh ảo của điểm cực cận mới  $\xi_c$  khi đeo kính.



Ta có:  $d = \overline{OA} = O\xi_c$ ;  $d' = \overline{OA'} = -OC_c$ , vậy:  $d = \frac{d'f}{d' - f}$

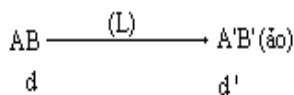


**CHỦ ĐỀ 5. Kính lúp:** xác định phạm vi ngắm chừng và độ bội giác. Xác định kích thước nhỏ nhất của vật  $AB_{min}$  mà mắt phân biệt được qua kính lúp

**Phương pháp:**

**1. Xác định phạm vi ngắm chừng của kính lúp:**

Xét sự tạo ảnh:

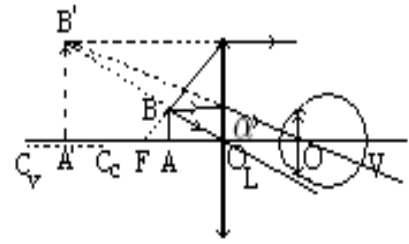


Ta có:  $d = \overline{OA}$ ;  $d' = -\overline{OA'}$

Áp dụng:  $\frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{f}$

$\rightarrow d = \frac{d'f}{d' - f} \quad (1)$

Độ phóng đại:  $k = -\frac{d'}{d} \quad (2)$



\*Khi ngắm chừng ở cực cận: cho  $A' \equiv C_c$  nên  $d'_c = -O_L C_c = -(OC_c - l)$ ;

$(1) \rightarrow d_c = \frac{d'_c f}{d'_c - f}$

\*Khi ngắm chừng ở cực viễn: cho  $A' \equiv C_v$  nên  $d'_v = -O_L C_v = -(OC_v - l)$ ;

$(1) \rightarrow d_v = \frac{d'_v f}{d'_v - f}$

Vậy: Phạm vi ngắm chừng của kính lúp:  $d_c \leq d \leq d_v$ ; hay khoảng ngắm chừng:

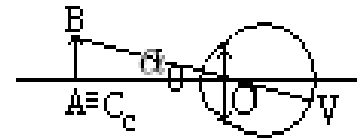
$\Delta d = d_v - d_c$

**Chú ý:** Nếu mắt không tật thì  $C_v = \infty \rightarrow d_v = f$

## 2. Xác định độ bội giác của kính lúp:

Ta có, độ bội giác tổng quát:  $G = \frac{\alpha}{\alpha_0} \approx \frac{\tan \alpha}{\tan \alpha_0} \quad (2)$

Với  $\tan \alpha_0 = \frac{AB}{OC_c} = \frac{AB}{\mathfrak{D}}$ ;  $\tan \alpha = \frac{A'B'}{OA'} = \frac{A'B'}{|d'| + l}$



Thay vào (2):  $G = \frac{A'B'}{AB} \frac{\mathfrak{D}}{|d'| + l} = |k| \cdot \frac{\mathfrak{D}}{|d'| + l} \quad (3)$

\*Khi ngắm chừng ở cực cận:  $|d'| + l = \mathfrak{D}$ ; (3)  $\rightarrow G_c = |k_c| = \left| -\frac{d'_c}{d_c} \right|$

\*Khi ngắm chừng ở cực viễn:  $|d'| + l = OC_v$ ; (3)  $\rightarrow G_v = |k_v| \cdot \frac{\mathfrak{D}}{OC_v}$  với  $|k_v| = \left| -\frac{d'_v}{d_v} \right|$

\*Khi ngắm chừng ở vô cùng:  $G_\infty = \frac{\mathfrak{D}}{f}$

**Chú ý:** Nếu mắt đặt tại tiêu điểm ảnh  $F'$  của kính lúp thì:

Ta có:  $l = f$ ;  $|d'| = \frac{df}{d - f}$  hay  $d' = \frac{df}{f - d}$

$k = -\frac{d'}{d} = \frac{f}{f - d}$ , thay vào (3) ta được:

$$G = \frac{fD}{(f-d)\left(\frac{fd}{f-d} + f\right)} = \frac{D}{f}$$

Vậy: khi mắt đặt tại tiêu điểm của kính lúp, độ bội giác của kính lúp không phụ thuộc vào vị trí đặt vật.

**3. Xác định kích thước nhỏ nhất của vật  $AB_{min}$  mà mắt phân biệt được qua kính lúp:**

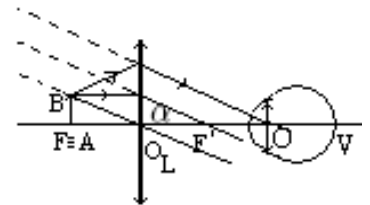
Gọi  $\alpha$  là góc trông ảnh qua kính lúp (L).

$$\text{Ta có: } tg\alpha = \frac{A'B'}{|d'| + l} = \frac{k \cdot AB}{|d'| + l} \approx \alpha_{rad} \quad (4)$$

Điều kiện để mắt có thể phân biệt được vật  $AB$  là:  $\alpha \geq \alpha_{min}$  ( năng suất phân ly của mắt).

$$(4) \rightarrow \frac{k \cdot AB}{|d'| + l} \geq \alpha_{min} \leftrightarrow AB \geq \frac{|d'| + l}{k} \alpha_{min}$$

$$\text{Hay } AB_{min} = \frac{|d'| + l}{k} \alpha_{min}$$



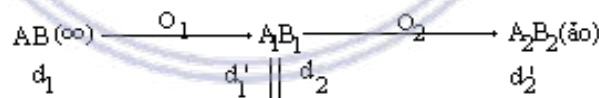
\*Khi ngắm chừng ở vô cực:  $\alpha \approx tg\alpha = \frac{AB}{f} \rightarrow AB_{min} = f \cdot \alpha_{min}$

**CHỦ ĐỀ 6. Kính hiển vi: xác định phạm vi ngắm chừng và độ bội giác. Xác định kích thước nhỏ nhất của vật  $AB_{min}$  mà mắt phân biệt được qua kính hiển vi**

**Phương pháp:**

**1. Xác định phạm vi ngắm chừng của kính hiển vi:**

Xét sự tạo ảnh:



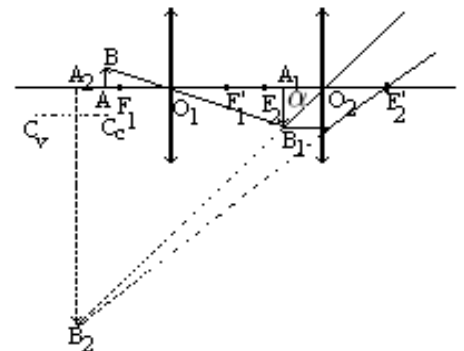
Xét lần 2:

$$\text{Ta có: } d_2 = \frac{d'_2 f_2}{d'_2 - f_2} \quad (1)$$

Xét lần 1:

$$\text{Ta có: } d_2 = a - d'_1 \rightarrow d'_1 = a - d_2 \quad (2)$$

$$\text{Ta có: } d_1 = \frac{d'_1 f_1}{d'_1 - f_1} \quad (3)$$



\*Khi ngắm chừng ở cực cận: cho  $A' \equiv C_c$  nên  $d'_{2c} = -O_2 C_c$ ;

$$(1) \rightarrow d_{2c} \quad (2) \rightarrow d'_{1c}; \quad (3) \rightarrow d_{1c}$$

\*Khi ngắm chừng ở cực cận: cho  $A' \equiv C_v$  nên  $d'_{2v} = -O_2C_v$  ;

$$(1) \rightarrow d_{2v} \quad (2) \rightarrow d'_{1v}; \quad (3) \rightarrow d_{1v}$$

Vậy: Phạm vi ngắm chừng của kính hiển vi:  $d_{1c} \leq d_1 \leq d_{1v}$ ; hay khoảng ngắm chừng:

$$\Delta d_1 = d_{1v} - d_{1c}$$

**Chú ý:** Nếu mắt không tật thì  $C_v = \infty$

## 2.Xác định độ bội giác của kính hiển vi:

Ta có, độ bội giác tổng quát:  $G = \frac{\alpha}{\alpha_0} \approx \frac{tg\alpha}{tg\alpha_0}$  (2)

$$\text{Với } tg\alpha_0 = \frac{AB}{OC_c} = \frac{AB}{\mathfrak{D}}; \quad tg\alpha = \frac{A_2B_2}{OA_2} = \frac{A_2B_2}{|d'_2|}$$

$$\text{Thay vào (2): } G = \frac{A_2B_2}{AB} \cdot \frac{\mathfrak{D}}{|d'_2|} = |k_1 \cdot k_2| \cdot \frac{\mathfrak{D}}{|d'_2|} \quad (3)$$

\*Khi ngắm chừng ở cực cận:  $|d'_2| = \mathfrak{D}$ ; (3)  $\rightarrow G_c = |k_{1c}k_{2c}|$ .

$$\text{Với: } k_{1c} = -\frac{d'_{1c}}{d_{1c}}; k_{2c} = -\frac{d'_{2c}}{d_{2c}}$$

\*Khi ngắm chừng ở cực viễn:  $|d'_2| = OC_v$ ; (3)  $\rightarrow G_v = |k_{1v}k_{2v}| \cdot \frac{\mathfrak{D}}{OC_v}$

$$\text{Với: } k_{1v} = -\frac{d'_{1v}}{d_{1v}}; k_{2v} = -\frac{d'_{2v}}{d_{2v}}$$

\*Khi ngắm chừng ở vô cùng:  $G_\infty = \frac{\delta \mathfrak{D}}{f_1 \cdot f_2}$  hoặc  $G_\infty = |k_1| G_{2\infty}$ .

Trong đó:  $\delta = a - (f_1 + f_2)$

## 3.Xác định kích thước nhỏ nhất của vật $AB_{min}$ mà mắt phân biệt được qua kính hiển vi:

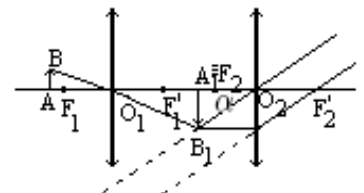
Gọi  $\alpha$  là góc trông ảnh qua kính hiển vi .

$$\text{Ta có: } tg\alpha = \frac{A_1B_1}{d_2} = \frac{k_1 \cdot AB}{d_2} = \frac{d'_1}{d_1} \cdot \frac{AB}{d_2} \approx \alpha_{rad} \quad (4)$$

Điều kiện để mắt có thể phân biệt được vật  $AB$  là:  $\alpha \geq \alpha_{min}$  ( năng suất phân ly của mắt).

$$(4) \rightarrow \frac{d'_1}{d_1} \cdot \frac{AB}{d_2} \geq \alpha_{min} \leftrightarrow AB \geq \frac{d_1 d_2}{d'_1} \alpha_{min}$$

$$\text{Hay } AB_{min} = \frac{d_1 d_2}{d'_1} \alpha_{min}$$



\*Khi ngắm chừng ở vô cực:  $\alpha \approx tg\alpha = \frac{A_1B_1}{f_2} = \frac{k_1 \cdot AB}{f_2} \rightarrow AB_{min} = \frac{f_2}{k_1} \cdot \alpha_{min}$

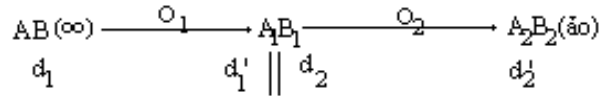
## CHỦ ĐỀ 7. Kính thiên văn: xác định phạm vi ngắm chừng và độ bội giác?

### Phương pháp:

#### 1. Xác định phạm vi ngắm chừng của kính thiên văn:

Phạm vi ngắm chừng là khoảng dời của thị kính  $O_2$  để đưa ảnh ảo  $A_2B_2$  vào giới hạn nhìn rõ của mắt.

Xét sự tạo ảnh:



Vì :  $d_1 = \infty$  nên  $d_1' = f_1$  ; mà  $d_2 = a - d_1'$  nên:

$$a = f_1 + d_2 \quad (1)$$

\*Khi ngắm chừng ở cực cận:

cho  $A' \equiv C_c$  nên  $d_{2c}' = -OC_c$ ;

$$\rightarrow d_{2c} = \frac{d_{2c}' f_2}{d_{2c}' - f_2}$$

$$(1) \rightarrow a_c = f_1 + d_{2c}$$

\*Khi ngắm chừng ở cực viễn: cho  $A' \equiv C_v$  nên  $d_{2v}' = -OC_v$  ;

$$\rightarrow d_{2v} = \frac{d_{2v}' f_2}{d_{2v}' - f_2} \quad (1) \rightarrow a_v = f_1 + d_{2v}$$

Vậy: Phạm vi ngắm chừng của kính hiển vi:  $a_c \leq a \leq a_v$ ; hay khoảng ngắm chừng:

$$\Delta a = a_v - a_c$$

**Chú ý:** Nếu mắt không tật thì  $C_v = \infty$

#### 2. Xác định độ bội giác của kính thiên văn:

$$\text{Ta có: } G = \frac{\alpha}{\alpha_0} \approx \frac{tg\alpha}{tg\alpha_0}$$

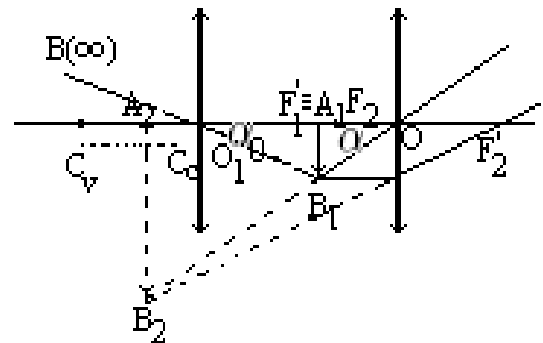
$$\text{Với: } tg\alpha = \frac{A_1B_1}{d_2}; \quad tg\alpha_0 = \frac{A_1B_1}{f_1}$$

$$\text{Vậy: } \boxed{G = \frac{f_1}{d_2}}$$

$$\text{* Khi ngắm chừng ở cực cận: } G_c = \frac{f_1}{d_{2c}}$$

$$\text{* Khi ngắm chừng ở cực viễn: } G_v = \frac{f_1}{d_{2v}}$$

$$\text{* Khi ngắm chừng ở vô cùng: } G_\infty = \frac{f_1}{f_2}$$





## PHẦN 12

### PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN VỀ HIỆN TƯỢNG TÁN SẮC ÁNH SÁNG

**CHỦ ĐỀ 1.** Sự tán sắc chùm sáng trắng qua mặt phân cách giữa hai môi trường: khảo sát chùm khúc xạ? Tính góc lệch bởi hai tia khúc xạ đơn sắc?

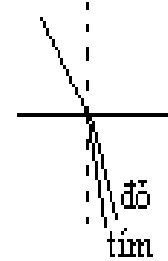
**Phương pháp:**

Ta có:  $n_{\text{đỏ}} \leq n \leq n_{\text{tím}}$

Mà:  $\lambda = \frac{c}{n}$  do đó:  $\lambda_{\text{đỏ}} \geq \lambda \geq \lambda_{\text{tím}}$

Ta có:  $\sin i = n \sin r$  do đó:  $\sin r = \frac{\sin i}{n}$

Vậy:  $r_{\text{đỏ}} \geq r \geq r_{\text{tím}}$



Vậy: Chùm khúc xạ có màu cầu vồng xòe ra: tia đỏ lệch ít nhất, tia tím lệch nhiều nhất.  
 Góc lệch bởi hai tia:  $\Delta r = r_{\text{đỏ}} - r_{\text{tím}}$

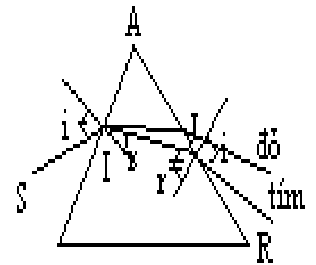
**CHỦ ĐỀ 2.** Chùm sáng trắng qua LK: khảo sát chùm tia ló?

**Phương pháp:**

Ta có:  $\sin i_1 = n \sin r_1 \rightarrow \sin r_1 = \frac{\sin i_1}{n}$  Vậy:  $r_{1\text{đỏ}} \geq r_1 \geq r_{1\text{tím}}$

Mà:  $A = r_1 + r_2 \rightarrow r_2 = A - r_1 \rightarrow r_{2\text{đỏ}} \leq r_2 \leq r_{2\text{tím}}$

Qua AC: ta có:  $n \sin r_2 = \sin i_2$  vậy:  $i_{2\text{đỏ}} \leq i_2 \leq i_{2\text{tím}}$



Vậy: Chùm khúc xạ có màu cầu vồng xòe ra: tia đỏ lệch ít nhất, tia tím lệch nhiều nhất

**CHỦ ĐỀ 3.** Xác định góc hợp bởi hai tia ló (đỏ, tím) của chùm cầu vồng ra khỏi LK. Tính bề rộng quang phổ trên màn?

**Phương pháp:** Dựa vào góc lệch:  $\Delta D = D_{\text{tím}} - D_{\text{đỏ}}$

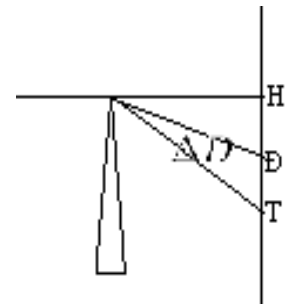
1. Trường hợp LK có góc chiết quang nhỏ:  $D = (n - 1)A_{\text{rad}}$

Vậy:  $\Delta D = (n_{\text{tím}} - n_{\text{đỏ}})A$

2. Trường hợp A lớn:  $D = i_1 + i_2 - A$

Vậy:  $\Delta D = (i_{2\text{tím}} - i_{2\text{đỏ}})$

3. Bề rộng quang phổ:  $\Delta D = \tan D = \frac{l}{d}$  Vậy:  $l = d \cdot \Delta D$

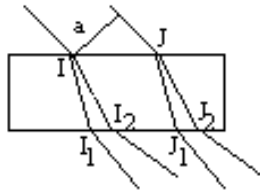


**CHỦ ĐỀ 4.** Chùm tia tới song song có bề rộng a chứa hai bút xạ truyền qua BMSS: khảo sát chùm tia ló? Tính bề rộng cực đại  $a_{\text{max}}$  để hai chùm tia ló tách rời nhau?

**Phương pháp:**

Do tính chất BMSS: hai chùm tia ló là hai chùm song song. Muốn hai chùm tia ló tách rời nhau ta có:  $I_1J_1 \leq I_1I_2 = HI_2 - HI_1$

$$\text{Hay: } \frac{a}{\cos i} \leq e(tgr_2 - tgr_1) \rightarrow a_{max}$$



## PHẦN 13

### PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN VỀ GIAO THOA SÓNG ÁNH SÁNG

**CHỦ ĐỀ 1.** Xác định bước sóng  $\lambda$  khi biết khoảng vân  $i$ ,  $a$ ,  $D$

**Phương pháp:**

Áp dụng công thức:  $i = \frac{\lambda D}{a} \rightarrow \lambda = \frac{a \cdot i}{D}$

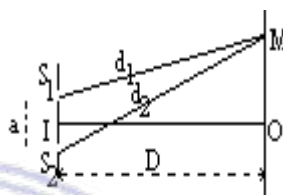
**Chú ý:**

$$1\mu m = 10^{-6}m = 10^{-3}mm$$

$$1nm = 10^{-9}m = 10^{-6}mm$$

$$1pm = 10^{-12}m = 10^{-9}mm$$

$$1\text{Å} = 10^{-10}m = 10^{-7}mm$$



**Chú ý:** Cho  $n$  khoảng vân trên chiều dài  $l$ : Ta có:  $n = \frac{l}{i} + 1 \rightarrow i = \frac{l}{n - 1}$

**CHỦ ĐỀ 2.** Xác định tính chất sáng (tối) và tìm bậc giao thoa ứng với mỗi điểm trên màn?

**Phương pháp:**

\*Tính khoảng vân  $i$ :  $i = \frac{\lambda D}{a}$

\*Lập tỉ:  $p = \frac{x_M}{i}$

Nếu:  $p = k$  (nguyên) thì:  $x_M = ki$ :  $M$  là vân sáng bậc  $k$ .

Nếu:  $p = k + \frac{1}{2}$  (bán nguyên) thì:  $x_M = \left(k + \frac{1}{2}\right)i$ :  $M$  là vân tối thứ  $k - 1$ .

**CHỦ ĐỀ 3.** Tìm số vân sáng và vân tối quang sát được trên miền giao thoa

**Phương pháp:**

\*Tính khoảng vân  $i$ :  $i = \frac{\lambda D}{a}$ ; Chia nửa miền giao thoa:  $l = OP = \frac{PQ}{2}$

\*Lập tỉ:  $p = \frac{OP}{i} = k(\text{nguyên}) + m(\text{lẽ})$

**Kết luận:**

Nửa miền giao thoa có  $k$  vân sáng thì cả miền giao thoa có  $2k + 1$  vân sáng.

Nếu  $m < 0,5$ : Nửa miền giao thoa có  $k$  vân tối thì cả miền giao thoa có  $2k$  vân tối.

Nếu  $m \geq 0,5$ : Nửa miền giao thoa có  $k + 1$  vân tối thì cả miền giao thoa có  $2(k + 1)$  vân tối.

**CHỦ ĐỀ 4. Trường hợp nguồn phát hai ánh sáng đơn sắc. Tìm vị trí trên màn ở đó có sự trùng nhau của hai vân sáng thuộc hai hệ đơn sắc?**

**Phương pháp:**

Đối với bức xạ  $\lambda_1$ : tọa độ vân sáng:  $x_1 = k_1 \frac{\lambda_1 D}{a}$ .

Đối với bức xạ  $\lambda_2$ : tọa độ vân sáng:  $x_2 = k_2 \frac{\lambda_2 D}{a}$ .

Để hệ hai vân trùng nhau:  $x_1 = x_2$  hay :  $k_1 \lambda_1 = k_2 \lambda_2 \quad k \in \mathbb{Z}$

Suy ra các cặp giá trị của  $k_1, k_2$  tương ứng, thay vào ta được các vị trí trùng nhau.

**Chú ý:** Chỉ chọn những vị trí sao cho:  $|x| \leq OP$

**CHỦ ĐỀ 5. Trường hợp giao thoa ánh sáng trắng: tìm độ rộng quang phổ, xác định ánh sáng cho vân tối ( sáng) tại một điểm ( $x_M$ ) ?**

**Phương pháp:**

**1. Xác định độ rộng quang phổ:**

Tọa độ vân sáng:  $x = k \frac{\lambda D}{a}$ ; Bức xạ đỏ:  $x_d = k_d \frac{\lambda_d D}{a}$ ; Bức xạ tím:  $x_t = k_t \frac{\lambda_t D}{a}$

Độ rộng quang phổ:  $\Delta = x_d - x_t = (k_d \lambda_d - k_t \lambda_t) \frac{D}{a}$

Quang phổ bậc 1:  $k_d = k_t = 1$  nên  $\Delta_1 = (\lambda_d - \lambda_t) \frac{D}{a}$  ;

Quang phổ bậc 2:  $k_d = k_t = 2$  nên  $\Delta_2 = 2(\lambda_d - \lambda_t) \frac{D}{a} = 2\Delta_1 \dots$

**2. Xác định ánh sáng cho vân tối ( sáng) tại một điểm ( $x_M$ ):**

Tọa độ vân tối:  $x = \left(k + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda D}{a} \rightarrow \lambda = \frac{a \cdot x}{D \left(k + \frac{1}{2}\right)} \quad (*)$

Ta có:  $\lambda_t \leq \lambda \leq \lambda_d$ , từ (\*) ta được  $k_{min} \leq k \leq k_{max}$

Kết luận: Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $k$  thì có bấy nhiêu ánh sáng bị "thiếu" ( tối) ở M.

**CHỦ ĐỀ 6. Thí nghiệm giao thoa với ánh sáng thực hiện trong môi trường có chiết suất  $n > 1$ . Tìm khoảng vân mới  $i'$ ? Hệ vân thay đổi thế nào?**

**Phương pháp:**

Trong môi trường không khí:  $i = \frac{\lambda D}{a}$ ; Trong môi trường chiết suất  $n$ :  $i' = \frac{\lambda' D}{a}$

Lập tỉ:  $\frac{i'}{i} = \frac{\lambda'}{\lambda} = \frac{v}{c} = \frac{1}{n} \rightarrow i' = \frac{i}{n}$

Vậy: Khoảng vân giảm, nên số vân tăng, do đó hệ vân sát lại.

**CHỦ ĐỀ 7. Thí nghiệm Young: đặt bản mặt song song (e,n) trước khe  $S_1$  ( hoặc  $S_2$ ). Tìm chiều và độ dịch chuyển của hệ vân trung tâm.**

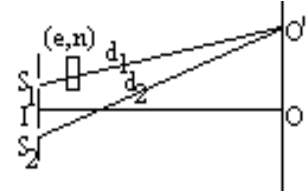
### Phương pháp:

Trong BMSS: thời gian ánh sáng truyền qua BMSS là:  $t = \frac{e}{v}$ . Với thời gian này, ánh sáng truyền trong môi trường không khí một đoạn  $e' = t.c = \frac{e}{v}.c = n.e$ . Vậy  $e' = ne$  gọi là quang trình của ánh sáng trong môi trường chiết suất  $n$ . Kí hiệu:  $[e] = n.e$

Hiệu quang trình:  $\delta' = [S_2O'] - [S_1O'] = d_2 - d_1 - (n-1)e$

Để tại  $O'$  là vân trung tâm:  $\delta' = 0$ , vậy:  $d_2 - d_1 = (n-1)e$

Ta có:  $d_2 - d_1 = \frac{ax}{D}$ , vậy:  $x = \frac{(n-1)eD}{a}$



**Kết luận:** Vậy, hệ vân dịch chuyển một đoạn  $x$  về phía BMSS ( vì  $x > 0$  ).

**CHỦ ĐỀ 8. Thí nghiệm Young: Khi nguồn sáng di chuyển một đoạn  $y = SS'$ . Tìm chiều, độ chuyển dời của hệ vân( vân trung tâm)?**

### Phương pháp:

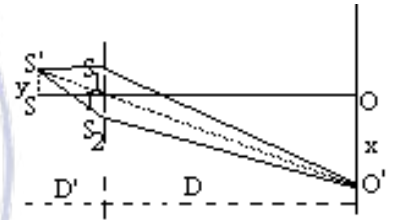
Hiệu quang trình:  $\delta' = [S'S_2O'] - [S'S_1O'] = ([S'S_2] - [S'S_1]) + ([S_2O'] - [S_1O']) = (S'S_2 - S'S_1) + (d_2 - d_1)$

Để  $O'$  là vân trung tâm:  $\delta' = 0$  hay:  $(S'S_2 - S'S_1) + (d_2 - d_1) = 0$

Ta có:  $d_2 - d_1 = \frac{ax}{D}$ ;  $S'S_2 - S'S_1 = \frac{ay}{D'}$ , thay vào trên ta được:

$x = -\frac{D}{D'}y$ . Vậy: Hệ vân dịch chuyển ngược chiều dịch chuyển của nguồn sáng  $S$ , dịch chuyển một đoạn:

$$x = \frac{D}{D'}y$$



**CHỦ ĐỀ 9. Nguồn sáng  $S$  chuyển động với vận tốc  $\vec{v}$  theo phương song song với  $S_1S_2$ : tìm tần số suất hiện vân sáng tại vân trung tâm  $O$ ?**

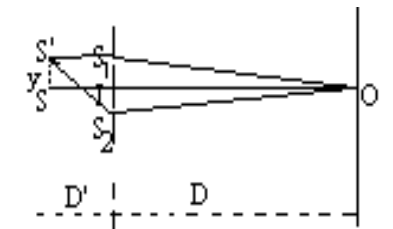
### Phương pháp:

Hiệu quang trình:  $\delta = [S'S_2O] - [S'S_1O] = ([S'S_2] - [S'S_1]) + ([S_2O] - [S_1O]) = (S'S_2 - S'S_1) = \frac{ay}{D'}$

Ta có: để  $O$  là vân sáng:  $\delta = k\lambda$   $k \in \mathbb{Z}$

Vậy:  $\frac{ay}{D'} = k\lambda \leftrightarrow \frac{av.t}{D'} = k\lambda$

Tần số suất hiện vân sáng tại  $O$ :  $f = \frac{k}{t} = \frac{av}{\lambda.D'}$



**CHỦ ĐỀ 10. Tìm khoảng cách  $a = S_1S_2$  và bề rộng miền giao thoa trên một số dụng cụ giao thoa?**

### Phương pháp:

#### 1. Khe Young:

$$a = S_1S_2$$

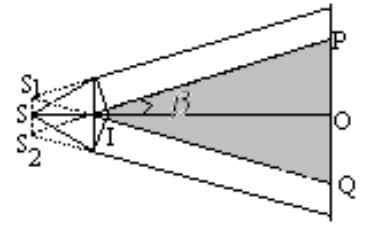
$PQ$ : độ rộng miền giao thoa thường cho biết.

## 2. Lăng kính Frexnen:

$S$  qua lăng kính thứ nhất cho ảnh ảo  $S_1$ .  $S$  qua lăng kính thứ hai cho ảnh ảo  $S_2$ .

Khoảng dời ảnh:  $SS_1 = SS_2 = 2SI \tan \beta \approx 2SI(n-1)A_{rad}$

Sử dụng tam giác đồng dạng:  $\frac{PQ}{S_1S_2} = \frac{IO}{IS} \rightarrow PQ$



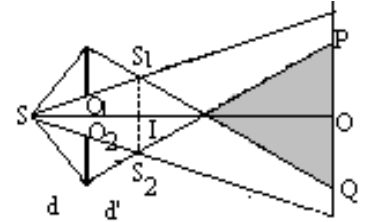
## 3. Hai nửa thấu kính Billet

$S_1, S_2$  là những ảnh thật.

Với:  $d' = \frac{df}{d-f}$

Ta có:  $\frac{S_1S_2}{O_1O_2} = \frac{d+d'}{d} \rightarrow S_1S_2$

$\frac{PQ}{O_1O_2} = \frac{SO}{d} \rightarrow PQ$

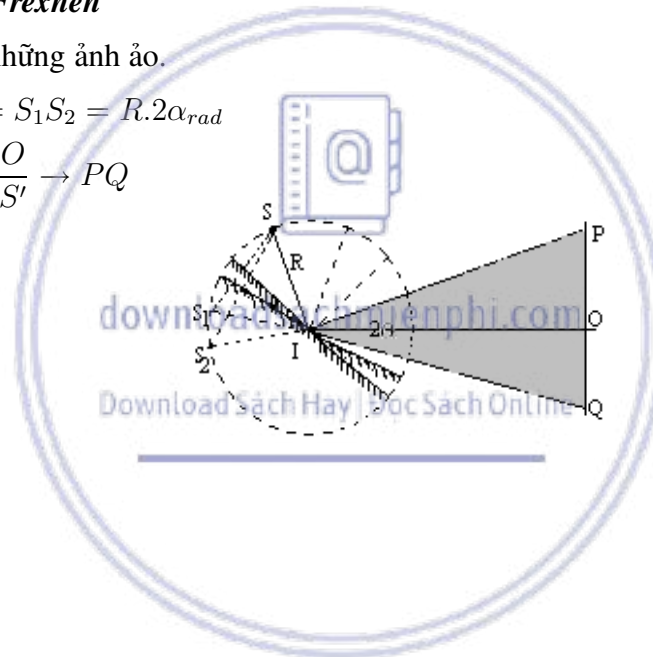


## 4. Gương Frexnen

$S_1, S_2$  là những ảnh ảo.

Ta có:  $a = S_1S_2 = R \cdot 2\alpha_{rad}$

$\frac{PQ}{S_1S_2} = \frac{IO}{IS'} \rightarrow PQ$





## PHẦN 14

### PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN VỀ TIA RÖNGHEN

**CHỦ ĐỀ 1. Tia Röntgen:** Cho biết vận tốc  $v$  của electron đập vào đối catot: tìm  $U_{AK}$ ?

**Phương pháp:**

"Công của lực điện trường (thế năng của điện trường) chuyển thành động năng của electron tới đối catot"

$$\frac{1}{2}mv^2 = eU_{AK} \text{ nên: } \boxed{v = \sqrt{\frac{2eU_{AK}}{m}} \leftrightarrow U_{AK} = \frac{mv^2}{2e}}$$

**CHỦ ĐỀ 2. Tia Röntgen:** Cho biết vận tốc  $v$  của electron đập vào đối catot hoặc  $U_{AK}$ : tìm tần số cực đại  $f_{max}$  hay bước sóng  $\lambda_{min}$ ?

**Phương pháp:**

"Động năng của electron chuyển thành năng lượng của tia X và nhiệt năng để nung nóng Catôt"

$$\boxed{\frac{1}{2}mv^2 = hf + W_t} \quad (*)$$

1. Cho  $v$ : tìm  $f_{max}$  hay  $\lambda_{min}$ ?

$$(*) \rightarrow \frac{1}{2}mv^2 \geq hf \text{ hay } \boxed{f_{max} = \frac{mv^2}{2h}}$$

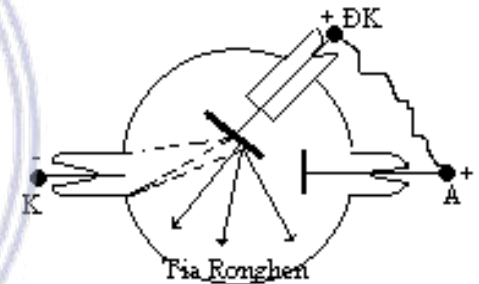
$$(*) \rightarrow \frac{1}{2}mv^2 \geq \frac{hc}{\lambda} \text{ hay } \boxed{\lambda_{min} = \frac{2hc}{mv^2}}$$

2. Cho  $U$ : tìm  $f_{max}$  hay  $\lambda_{min}$ ?

Ta có:  $\frac{1}{2}mv^2 = eU$ , nên phương trình (\*) viết lại:  $\boxed{eU = hf + W_t} \quad (**)$

$$(**) \rightarrow eU \geq hf \text{ hay } \boxed{f_{max} = \frac{eU}{h}}$$

$$(**) \rightarrow eU \geq \frac{hc}{\lambda} \text{ hay } \boxed{\lambda_{min} = \frac{hc}{eU}}$$



**CHỦ ĐỀ 3. Tính lưu lượng dòng nước làm nguội đối catot của ống Röntgen:**

**Phương pháp:** Phân biệt hai trường hợp

1. Khi biết động năng  $E_d$  của electron (hay vận tốc  $v$ ): Bỏ qua năng lượng của lượng tử so với nhiệt năng.

Ta có:  $W_t = nE_d = n\frac{1}{2}mv^2$  mà  $W_t = Q = MC(t_2 - t_1)$

Suy ra khối lượng của dòng nước khi có  $n$  electron đập vào đối catot:

$$M = \frac{nmv^2}{2C(t_2 - t_1)}$$

Suy ra lưu lượng nước ( tính theo khối lượng):  $\mu = \frac{M}{t}$ ; tính theo thể tích:  $L = \frac{\mu}{D}$  ( D: khối lượng riêng của nước)

2. Khi biết công suất P hay hiệu điện thế U:

Ta có:  $W = Pt = UIt \leftrightarrow W_t = UIt$  mà  $W_t = Q = MC\Delta t$

Suy ra khối lượng của dòng nước, suy ra lưu lượng nước ( tính theo khối lượng):  $\mu = \frac{M}{t}$ ; tính theo thể tích:  $L = \frac{\mu}{D}$  ( D: khối lượng riêng của nước)



## PHẦN 15

### PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN VỀ HIỆN TƯỢNG QUANG ĐIỆN

**CHỦ ĐỀ 1.** Cho biết giới hạn quang điện ( $\lambda_0$ ). Tìm công thoát  $A$  (theo đơn vị  $eV$ )?

**Phương pháp:**

$$\text{Áp dụng công thức: } \lambda_0 = \frac{hc}{A} \rightarrow A = \frac{hc}{\lambda_0}$$

$$\text{Với: } h = 6,625 \cdot 10^{-34} J.s; c = 3 \cdot 10^8 m/s$$

$$\text{Đổi ra đơn vị: } eV: 1eV = 1,6 \cdot 10^{-19} J \rightarrow 1J = \frac{1}{1,6 \cdot 10^{-19}} eV$$

**CHỦ ĐỀ 2.** Cho biết hiệu điện thế hãm  $U_h$ . Tìm động năng ban đầu cực đại ( $E_{dmax}$ ) hay vận tốc ban đầu cực đại ( $v_{0max}$ ), hay tìm công thoát  $A$ ?

**Phương pháp:**

**1.** Cho  $U_h$ : tìm  $E_{dmax}$  hay  $v_{0max}$

Để dòng quang điện triệt tiêu ( $I = 0$ ) (hay không có electron nào bức ra đập về Anốt là: động năng ban đầu cực đại của quang electron bằng công của lực điện trường cản.

$$\text{Ta có: } E_{dmax} = e|U_h| \text{ hay } \frac{1}{2}mv_{0max}^2 = e|U_h|$$

$$\text{Vậy: } v_{0max} = \sqrt{\frac{2|U_h|}{m}}$$

**2.** Cho  $U_h$  và  $\lambda$  (kích thích): tìm công thoát  $A$ :

$$\text{Áp dụng phương trình Einstein: } \frac{hc}{\lambda} = A + \frac{1}{2}mv_{0max}^2 = A + e|U_h|$$

$$\text{Vậy: } A = \frac{hc}{\lambda} - e|U_h|$$

**CHỦ ĐỀ 3.** Cho biết  $v_{0max}$  của electron quang điện và  $\lambda$  (kích thích): tìm giới hạn quang điện  $\lambda_0$ ?

**Phương pháp:**

$$\text{Áp dụng phương trình Einstein: } \frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{\lambda_0} + \frac{1}{2}mv_{0max}^2$$

$$\text{Vậy: } \lambda_0 = \frac{hc}{\left(\frac{hc}{\lambda} - \frac{1}{2}mv_{0max}^2\right)}$$

**CHỦ ĐỀ 4.** Cho biết công thoát  $A$  (hay giới hạn quang điện  $\lambda_0$ ) và  $\lambda$  (kích thích): Tìm  $v_{0max}$ ?

**Phương pháp:**

Áp dụng phương trình Einstein:  $\frac{hc}{\lambda} = A + \frac{1}{2}mv_{0max}^2 \leftrightarrow$

$$v_{0max} = \sqrt{\frac{2}{m} \left( \frac{hc}{\lambda} - A \right)}$$

Hay:  $\frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{\lambda_0} + \frac{1}{2}mv_{0max}^2 \leftrightarrow$

$$v_{0max} = \sqrt{\frac{2hc}{m} \left( \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right)}$$

**CHỦ ĐỀ 5.** Cho biết  $U_{AK}$  và  $v_{0max}$ . Tính vận tốc của electron khi tới Anốt ?

**Phương pháp:**

Áp dụng định lý về độ biến thiên động năng:  $\frac{1}{2}mv_A^2 - \frac{1}{2}mv_{0max}^2 = eU_{AK}$

Vậy: 
$$v_A = \sqrt{\frac{2e}{m}U_{AK} + v_{0max}^2}$$

**CHỦ ĐỀ 6.** Cho biết  $v_{0max}$  và  $A$ . Tìm điều kiện của hiệu điện thế  $U_{AK}$  để không có dòng quang điện ( $I = 0$ ) hoặc không có một electron nào tới Anốt?

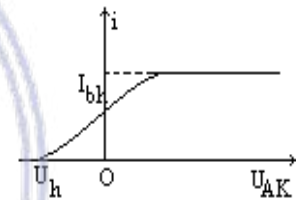
**Phương pháp:**

\*Bước 1: Tìm hiệu điện thế hãm  $U_h$  ( chủ đề 2):

Ta được: 
$$U_h = \frac{1}{e} \left( \frac{hc}{\lambda} - A \right)$$

\*Bước 2: điều kiện để  $I = 0$  là :  $U_{AK} < 0$  và  $|U_{AK}| \geq |U_h|$

Vậy: 
$$U_{AK} \leq -\frac{1}{e} \left( \frac{hc}{\lambda} - A \right)$$



**CHỦ ĐỀ 7.** Cho biết cường độ dòng quang điện bão hoà ( $I_{bh}$ ) và công suất của nguồn sáng. Tính hiệu suất lượng tử?

**Phương pháp:**

1. Gọi  $n$  là số electron bứt ra khỏi K trong thời gian  $t$ :

Ta có:  $I_{bh} = \frac{q}{t} = \frac{n \cdot e}{t}$  Vậy: 
$$n = \frac{I_{bh}}{e} \cdot t \quad (1)$$

2. Gọi  $n'$  là số photon đập vào K trong thời gian  $t$ :

Năng lượng của một photon (lượng tử):  $\varepsilon = hf = \frac{hc}{\lambda}$

Năng lượng của  $n'$  photon:  $E = n' \cdot \varepsilon = n' \cdot hf = n' \cdot \frac{hc}{\lambda}$

Công suất của nguồn sáng:  $P = \frac{E}{t} = \frac{n' \cdot hc}{\lambda t}$  Vậy: 
$$n' = \frac{P \lambda}{hc} t \quad (2)$$

3. Hiệu suất lượng tử: 
$$H = \frac{\text{Số electron bứt ra khỏi K}}{\text{Số photon đập vào K}} 100\% \quad (3)$$

Thay (1) & (2) vào (3) ta được: 
$$H = \frac{P \lambda e}{I_{bh} hc} 100\%$$

**CHỦ ĐỀ 8.** Chiếu một chùm sáng kích thích có bước sóng  $\lambda$  vào một quả cầu cô lập về điện. Xác định điện thế cực đại của quả cầu. Nối quả cầu với một điện trở  $R$  sau đó nối đất. Xác định cường độ dòng qua  $R$ .

**Phương pháp:**

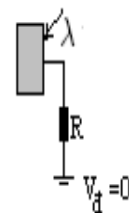
**1. Chiếu một chùm sáng kích thích có bước sóng  $\lambda$  vào một quả cầu cô lập về điện. Xác định điện thế cực đại của quả cầu:**

Ban đầu điện thế của quả cầu cô lập:  $V = 0$ .

Khi chiếu chùm sáng kích thích, electron bức ra làm quả cầu tích điện dương ( $+e$ ) và điện thế  $V$  tăng. Nhưng điện thế  $V$  này lại cản trở chuyển động bứt ra của các electron làm cho  $v_{0max}$  giảm, nhưng  $V$  tiếp tục tăng.

$V$  ngừng tăng khi  $V = max$  lúc đó: động năng ban đầu cực đại của electron quang điện bằng thế năng của lực điện trường.

Ta có: 
$$\frac{1}{2}mv_{0max}^2 = e.V_{max}$$



**2. Nối quả cầu với một điện trở  $R$  sau đó nối đất. Xác định cường độ dòng qua  $R$ :**

Cường độ dòng điện qua  $R$ :  $I = \frac{U}{R}$  hay  $I = \frac{V_{max}}{R}$  ( vì:  $V_{đất} = 0$  )

**CHỦ ĐỀ 9.** Cho  $\lambda$  kích thích, điện trường cản  $E_c$  và bước sóng giới hạn  $\lambda_0$ : tìm đoạn đường đi tối đa mà electron đi được.

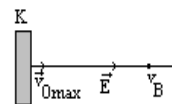
**Phương pháp:**

Áp dụng định lý về độ biến thiên động năng:  $\frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_{0max}^2 = E_c = -eEs$  (1)

Để  $s = max$  khi  $v_B = 0$  (1)  $\rightarrow \frac{1}{2}mv_{0max}^2 = eEs_{max}$  (2)

Áp dụng phương trình Einstein:  $\frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{\lambda_0} + \frac{1}{2}mv_{0max}^2$ .

Thay vào (2) ta được: 
$$s_{max} = \frac{hc}{eE} \left( \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right)$$



**CHỦ ĐỀ 10.** Cho  $\lambda$  kích thích, bước sóng giới hạn  $\lambda_0$  và  $U_{AK}$ : Tìm bán kính lớn nhất của vòng tròn trên mặt Anốt mà các electron từ Katốt đập vào?

**Phương pháp:**

Chọn hệ trục tọa độ  $Oxy$  như hình vẽ.

Áp dụng định luật II Newton:  $\vec{F} = -e\vec{E} = m\vec{a}$

Hay:

$$\vec{a} = \frac{-e\vec{E}}{m} \quad (*)$$

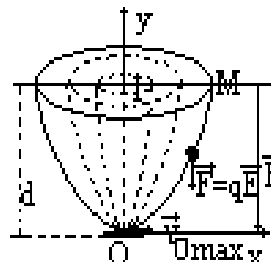
Chiều (\*) lên  $Ox$ :  $a_x = 0$ , do đó trên  $Ox$  electron chuyển động thẳng đều, với phương trình:

$$x = vt \rightarrow t = \frac{x}{v} \quad (1)$$

Chiều (\*) lên  $Oy$ :  $a_y = \frac{eE}{m} = \frac{eU}{md}$ , do đó trên  $Oy$  electron chuyển động thẳng nhanh dần đều, với phương trình:

$$y = \frac{1}{2}a_y t^2 = \frac{1}{2} \frac{eU}{md} t^2 \quad (2)$$

Thay (2) vào (1) ta được phương trình:  $y = \frac{1}{2} \frac{eU}{md} \frac{x^2}{v^2}$  (\*\*) có dạng:  $y = Ax^2$



Vậy: quỹ đạo của electron trong điện trường là một Parabolic.

Electron quang điện bay ra theo mọi hướng. Electron đập vào Anốt với bán kính quỹ đạo lớn nhất khi vận tốc của electron bứt ra khỏi Katốt là cực đại, có phương trùng với phương của Katốt.

Vậy:  $v = v_{0max} \leftrightarrow r = r_{max}, y = d$ , thay vào phương trình (\*\*):

$$d = \frac{1}{2} \frac{eU}{md} \frac{r_{max}^2}{v_{0max}^2} \quad \text{hay} \quad r_{max} = d \cdot v_{0max} \sqrt{\frac{2m}{eU}}$$

**CHỦ ĐỀ 11.** Cho  $\lambda$  kích thích, bước sóng giới hạn  $\lambda_0$ , electron quang điện bay ra theo phương vuông góc với điện trường ( $\vec{E}$ ). Khảo sát chuyển động của electron ?

**Phương pháp:**

Chọn hệ trục tọa độ  $Oxy$  như hình vẽ.

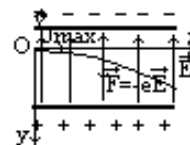
Áp dụng định luật II Newton:  $\vec{F} = -e\vec{E} = m\vec{a}$

Hay:

$$\vec{a} = \frac{-e\vec{E}}{m} \quad (*)$$

Chiều (\*) lên  $Ox$ :  $a_x = 0$ , do đó trên  $Ox$  electron chuyển động thẳng đều, với phương trình:

$$x = v_{0max}t \rightarrow t = \frac{x}{v_{0max}} \quad (1)$$



Chiều (\*) lên  $Oy$ :  $a_y = \frac{eE}{m} = \frac{eU}{md}$ , do đó trên  $Oy$  electron chuyển động thẳng nhanh dần đều, với phương trình:

$$y = \frac{1}{2}a_y t^2 = \frac{1}{2} \frac{eU}{md} t^2 \quad (2)$$



Thay (2) vào (1) ta được phương trình:  $y = \frac{1}{2} \frac{eU}{md} \frac{x^2}{v_{0max}^2}$  (\*\*) có dạng:  $y = Ax^2$

Vậy: quỹ đạo của electron trong điện trường là một Parabol.

**Chú ý:**  $tg\alpha = \left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=l}$

**CHỦ ĐỀ 12.** Cho  $\lambda$  kích thích, bước sóng giới hạn  $\lambda_0$ , electron quang điện bay ra theo phương vuông góc với cảm ứng từ của từ trường đều ( $\vec{B}$ ). Khảo sát chuyển động của electron ?

**Phương pháp:**

\*Electron chuyển động trong từ trường chịu tác dụng của lực Lorentz.

$$\vec{f}_L \begin{cases} +\text{Phương} : \perp mp(\vec{v}, \vec{B}) \\ +\text{Chiều} : \text{Tuần theo quy tắc bàn tay trái.} \\ +\text{Độ lớn} : f_L = B.v.e \end{cases}$$

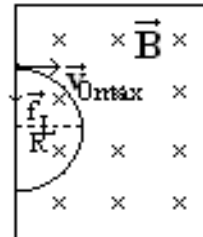
Vì  $\vec{f}_L \perp \vec{v}$  nên,  $\vec{f}_L$  đóng vai trò như lực hướng tâm. Ta có:

$$\vec{f}_L = \vec{f}_{ht} \Leftrightarrow B.e.v = m \frac{v^2}{R}$$

Hay:

$$R = \frac{m.v}{B.e}$$

Khi  $v = v_{0max}$  thì  $R = R_{max}$  do đó:  $R_{max} = \frac{m.v_{0max}}{B.e}$



## PHẦN 16

### PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN VỀ MẪU NGUYÊN TỬ HIĐRÔ THEO BO

**Chú ý:** Năng lượng trạng thái dừng thứ  $n$ :  $E_n = \frac{-13,6eV}{n^2}$  với  $n \in N$

**CHỦ ĐỀ 1.** Xác định vận tốc và tần số  $f$  của electron ở trạng thái dừng thứ  $n$  của nguyên tử Hidrô?

**Phương pháp:**

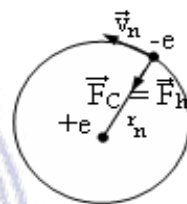
Vì chuyển động của electron ở trạng thái dừng thứ  $n$  là quỹ đạo tròn,

Ta có:  $\vec{f}_c = \vec{f}_{ht} \leftrightarrow f_c = f_{ht}$  hay:  $k \frac{e^2}{r_n^2} = m \frac{v_n^2}{r_n}$

Hay:  $v_n = e \sqrt{\frac{k}{mr_n}}$ , ta có:  $r_n = n^2 \cdot r_0$

Vậy:  $v_n = \frac{e}{n} \sqrt{\frac{k}{mr_0}}$ , với:  $r_0 = 5,3 \cdot 10^{-11} m$

Tần số:  $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{v_n}{2\pi r_n}$



**CHỦ ĐỀ 2.** Xác định bước sóng của photon do nguyên tử Hidrô phát ra khi nguyên tử ở trạng thái dừng có mức năng lượng  $E_m$  sang  $E_n$  ( $E_m < E_n$ )?

**Phương pháp:**

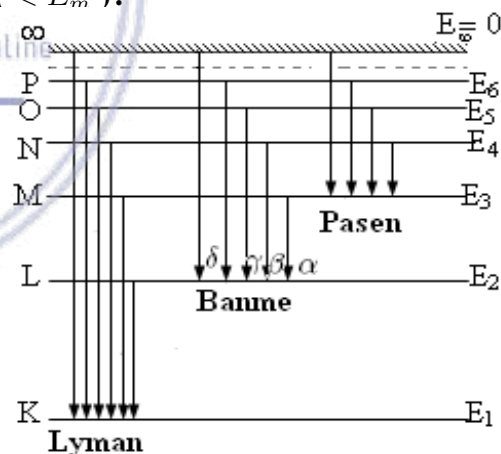
Theo tiên đề Bo:  $\varepsilon = hf_{mn} = \frac{hc}{\lambda_{mn}} = E_m - E_n$

Hay:  $\lambda_{mn} = \frac{hc}{E_m - E_n}$  (\*)

Với dãy Lyman:  $n = 1, m = 2, 3, \dots$

Với dãy Banme:  $n = 2, m = 3, 4, \dots$

Với dãy Pasen:  $n = 3, m = 4, 5, \dots$



**CHỦ ĐỀ 3.** Tìm bước sóng của các vạch quang phổ khi biết các bước sóng của các vạch lân cận?

**Phương pháp:**

Ta có:  $\frac{hc}{\lambda_{mn}} = E_m - E_n = E_m - E_p + E_p - E_n = \frac{hc}{\lambda_{mp}} - \frac{hc}{\lambda_{pn}}$

Vậy:  $\frac{1}{\lambda_{mn}} = \frac{1}{\lambda_{mp}} + \frac{1}{\lambda_{pn}}$

**CHỦ ĐỀ 4. Xác định bước sóng cực đại ( $\lambda_{max}$ ) và cực tiểu ( $\lambda_{min}$ ) của các dãy Lyman, Banme, Pasen?**

**Phương pháp:**

Từ (\*) ta thấy:  $\lambda = max \leftrightarrow E_m - E_n = min$

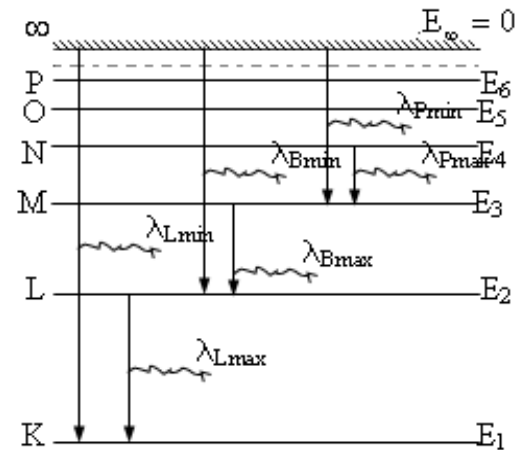
hay  $\lambda = min \leftrightarrow E_m - E_n = max$

Vậy:

Dãy Lyman:  $\lambda_{Lmin} = \lambda_{\infty 1}$ ;  $\lambda_{Lmax} = \lambda_{21}$

Dãy Banme:  $\lambda_{Bmin} = \lambda_{\infty 2}$ ;  $\lambda_{Bmax} = \lambda_{32}$

Dãy Pasen:  $\lambda_{Pmin} = \lambda_{\infty 3}$ ;  $\lambda_{Pmax} = \lambda_{43}$



**CHỦ ĐỀ 5. Xác định quỹ đạo dừng mới của electron khi nguyên tử nhận năng lượng kích thích  $\varepsilon = hf$ ?**

**Phương pháp:**

Theo tiên đề Bo:  $hf = E_m - E_n \rightarrow E_m = hf + E_n \rightarrow m$

**CHỦ ĐỀ 6. Tìm năng lượng để bức electron ra khỏi nguyên tử khi nó đang ở quỹ đạo K ( ứng với năng lượng E<sub>1</sub>)?**

**Phương pháp:**

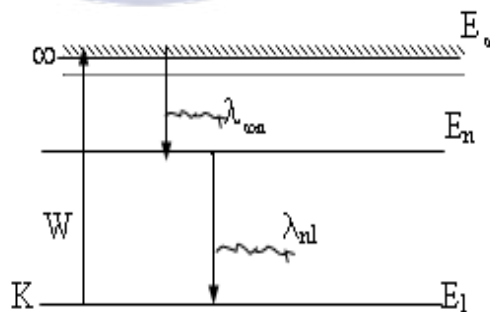
Tìm năng lượng để bức electron ra khỏi nguyên tử khi nó đang ở quỹ đạo K tức là năng lượng ion hoá: *Năng lượng để đưa electron từ trạng thái dừng có mức năng lượng E<sub>1</sub> ra vô cùng*

Ta có:  $W = E_{\infty} - E_1$ , ta có:  $E_{\infty} = 0$ ;  $E_1 = -13,6(eV)$

Do đó: Năng lượng ion hóa nguyên tử Hidrô là:  $W = 13,6(eV)$

**Chú ý:** Khi biết bước sóng ngắn nhất và dài nhất trong một dải nào đó:

$$W = E_{\infty} - E_1 = E_{\infty} - E_p + E_p - E_1 = hc \left( \frac{1}{\lambda_{\infty p}} + \frac{1}{\lambda_{p1}} \right)$$



## PHẦN 17

### PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN VỀ PHÓNG XẠ VÀ PHẢN ỨNG HẠT NHÂN

**CHỦ ĐỀ 1.** Chất phóng xạ  ${}^A_ZX$  có số khối  $A$ : tìm số nguyên tử ( hạt) có trong  $m(g)$  hạt nhân đó?

**Phương pháp:**

Cứ  $A(g)$  hạt nhân thì có  $N_A = 6,023.10^{23}$  ( nguyên tử) ( Số Avôgadrô)

Vậy:  $m(g)$  hạt nhân thì có:  $N = \frac{m}{A} \cdot N_A$

**CHỦ ĐỀ 2.** Tìm số nguyên tử  $N$  ( hay khối lượng  $m$ ) còn lại, mất đi của chất phóng xạ sau thời gian  $t$ ?

**Phương pháp:**

\* Số nguyên tử ( hay khối lượng) chất phóng xạ còn lại sau thời gian  $t$ :

$$N = N_0 e^{-\lambda t}; \quad \text{Hay} \quad m = m_0 e^{-\lambda t}$$

\* Số nguyên tử ( hay khối lượng) chất phóng xạ mất đi sau thời gian  $t$ :

$$\Delta N = N_0 - N = N_0(1 - e^{-\lambda t}); \quad \text{Hay} \quad \Delta m = m_0 - m = m_0(1 - e^{-\lambda t})$$

Trong đó:  $\lambda = \frac{\ln 2}{T} = \frac{0,693}{T}$

\***Chú ý:** Nếu  $k = \frac{t}{T} \in \mathbb{Z}$  thì:  $N = \frac{N_0}{2^k}; \quad \text{Hay} \quad m = \frac{m_0}{2^k}$

Nếu:  $x \leq 1$  áp dụng công thức:  $e^{-x} \approx 1 - x$ .

Do đó:  $\Delta N = N_0(1 - \lambda t)$  hay  $\Delta m = m_0(1 - \lambda t)$

**CHỦ ĐỀ 3.** Tính khối lượng của chất phóng xạ khi biết độ phóng xạ  $H$ ?

**Phương pháp:**

Ta có: độ phóng xạ:  $H = \lambda N$  hay  $N = \frac{H}{\lambda}$

Dựa vào công thức:  $m = \frac{N}{N_A} A$  (chủ đề 1)

Đơn vị độ phóng xạ: phân rã/giây = 1Bq ;  $1Ci = 3,7.10^{10} Bq$

**CHỦ ĐỀ 4.** Xác định tuổi của mẫu vật cổ có nguồn gốc là thực vật?

**Phương pháp:**

Khi sống: Thành phần  $C^{14}$  không đổi ( do luôn hấp thụ thức ăn).

Khi chết: Thành phần  $C^{14}$  bị phân rã dần.

Gọi  $N_0$  là số  $C^{14}$  có trong mẫu sống,  $N$  là số nguyên tử  $C^{14}$  có trong mẫu cổ.

Ta có:  $N = N_0 e^{-\lambda t} \rightarrow e^{\lambda t} = \frac{N_0}{N}$

Lấy  $\ln$  hai vế:  $\lambda t = \ln \frac{N_0}{N}$  hay  $t = \frac{1}{\lambda} \ln \frac{N_0}{N}$  Với:  $\lambda = \frac{\ln 2}{T} = \frac{0,693}{T}$

**Chú ý:** Nếu tính theo độ phóng xạ:  $t = \frac{1}{\lambda} \ln \frac{H_0}{H}$

### CHỦ ĐỀ 5. Xác định tuổi của mẫu vật cổ có nguồn gốc là khoáng chất?

#### Phương pháp:

Xét chuỗi phản ứng:  ${}_Z^AX \cdots \xrightarrow{\text{chuỗi}} {}_{Z'}^{A'}X'$ ,  $X'$  là hạt nhân bền, không bị phân rã nữa.

**\*Bước 1:** Tìm số nguyên tử của  $X$  mất đi:

Áp dụng chủ đề 2:  $\Delta N = N_0(1 - e^{-\lambda t})$

**\*Bước 2:** Số nguyên tử của hạt nhân mất đi chính là số nguyên tử hạt nhân  $X'$  tạo thành.

Ta có:  $N' = \Delta N = N_0(1 - e^{-\lambda t})$  (\*)

Gọi  $m$  và  $m'$  lần lượt là khối lượng hạt nhân  $X$  và  $X'$  tại thời điểm khảo sát.

Từ chủ đề 1 ta có:  $m = \frac{A}{N} N_A$ ;  $m' = \frac{A'}{N'} N_A$ , lập tỉ số:

$$\frac{m}{m'} = \frac{A}{A'} \frac{N}{N'} = \frac{A}{A'} \frac{N_0 e^{-\lambda t}}{N_0(1 - e^{-\lambda t})} = \frac{A}{A'} \frac{e^{-\lambda t}}{(1 - e^{-\lambda t})} \rightarrow e^{-\lambda t} \rightarrow t$$

### CHỦ ĐỀ 6. Xác định năng lượng liên kết hạt nhân ( năng lượng tỏa ra khi phân rã một hạt nhân)?

#### Phương pháp:

\* Tìm độ hụt khối hạt nhân:  ${}_Z^AX, \Delta m = m_0 - m = [Zm_p + (A - Z)m_n] - m$

\* Năng lượng liên kết hạt nhân ( chính là năng lượng tỏa ra khi phân rã một hạt nhân):

$$\Delta E_1 = \Delta mc^2$$

**Chú ý** Ta có:  $1u = 931MeV/c^2$

Năng lượng liên kết riêng là năng lượng khi liên kết một nuclon:  $\varepsilon = \frac{\Delta E_1}{A}$

### CHỦ ĐỀ 7. Xác định năng lượng tỏa ra khi phân rã $m(g)$ hạt nhân ${}_Z^AX$ ?

#### Phương pháp:

\* Tìm số nguyên tử có trong  $m(g)$  hạt nhân  $X$ : chủ đề 1:  $N = \frac{m}{A} N_A$

\* Tìm năng lượng tỏa ra khi phân rã một hạt nhân nguyên tử:  $\Delta E_1 = \Delta mc^2$

\* Năng lượng tỏa ra khi phân rã  $m(g)$  hạt nhân nguyên tử:  $E = \Delta E_1 \cdot N$

### CHỦ ĐỀ 8. Xác định năng lượng tỏa ( hay thu vào ) của phản ứng hạt nhân?

### Phương pháp:

Xét phản ứng hạt nhân:  ${}_{Z_1}^{A_1}X_1 + {}_{Z_2}^{A_2}X_2 \rightarrow {}_{Z_3}^{A_3}X_3 + {}_{Z_4}^{A_4}X_4$  (\*)

\*Độ hụt khối của phản ứng hạt nhân:  $\Delta m = m_0 - m = (m_1 + m_2) - (m_3 + m_4)$

Năng lượng tỏa ra ( hay thu vào) của phản ứng hạt nhân:

$$\Delta E = [(m_1 + m_2) - (m_3 + m_4)]c^2 \quad (*)$$

### Chú ý:

\* Nếu biết được năng lượng liên kết riêng của các hạt nhân:

$$\text{Ta có: } \varepsilon = \frac{\Delta E}{A} = \frac{[Zm_p + (A - Z)m_n - m]c^2}{A}$$

Do đó:  $mc^2 = [Zm_p + (A - Z)m_n]c^2 - \varepsilon A$ , thay vào phương trình (\*) chúng ta được:

$$\Delta E = (\varepsilon_4 A_4 + \varepsilon_3 A_3) - (\varepsilon_2 A_2 + \varepsilon_1 A_1)$$

\* Nếu biết độ hụt khối của các hạt nhân:

$$\text{Ta có: } \Delta m = [Zm_p + (A - Z)m_n] - m \text{ nên: } mc^2 = [Zm_p + (A - Z)m_n]c^2 - \Delta mc^2$$

$$\text{Từ (*) ta được: } \Delta E = [(\Delta m_4 + \Delta m_3) - (\Delta m_1 + \Delta m_2)]c^2$$

### Ghi nhớ:

\*Nếu  $\Delta m > 0$  thì phản ứng tỏa nhiệt:  $\Delta E = \Delta m.c^2$ .

\*Nếu  $\Delta m < 0$  thì phản ứng thu nhiệt:  $\Delta E = |\Delta m|.c^2$ .

## CHỦ ĐỀ 9. Xác định năng lượng tỏa khi tổng hợp $m(g)$ hạt nhân nhẹ (từ các hạt nhân nhẹ hơn)?

### Phương pháp:

Xét phản ứng:  ${}_{Z_1}^{A_1}X_1 + {}_{Z_2}^{A_2}X_2 \rightarrow {}_{Z_3}^{A_3}X_3 + {}_{Z_4}^{A_4}X_4 + \Delta W_1$  (\*)

$\Delta W_1$  là năng lượng tỏa ra của phản ứng.

Tương tự chủ đề 8: Ta có:  $W = N.\Delta W_1$

## CHỦ ĐỀ 10. Cách vận dụng định luật bảo toàn động lượng, năng lượng?

### Phương pháp:

#### 1. Cách vận dụng định luật bảo toàn động lượng:

$$\text{Ta có: } \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_3 + \vec{p}_4$$

Sử dụng các giả thiết để biểu diễn các vectơ động lượng bằng hình vẽ, sau đó sử dụng hình học để suy ra được độ lớn của chúng.

Ta có công thức liên hệ giữa động lượng và động năng:

$$\vec{p} = m\vec{v} \leftrightarrow p^2 = 2m \cdot \frac{1}{2}mv^2 = 2mK$$

**Ví dụ:** Hạt nhân A đứng yên phóng xạ ra hạt nhân B và tia phóng xạ C. Xác định phương chuyển động của hai hạt nhân con sinh ra, và chứng minh rằng động năng của chúng tỉ lệ



ngược với khối lượng.

$$A \rightarrow B + C$$

Ta có:  $\vec{p}_A = \vec{p}_B + \vec{p}_C = 0 \rightarrow \vec{p}_B = -\vec{p}_C$ , vậy các hạt sinh ra có cùng động lượng nhưng chuyển động ngược chiều nhau.

Độ lớn:  $p_B^2 = p_C^2$  hay  $2m_B K_B = 2m_C K_C$  vậy:  $\boxed{\frac{K_B}{K_C} = \frac{m_C}{m_B}}$

## 2. Cách vận dụng định luật bảo toàn năng lượng:

Ta có:  $m_1 c^2 + K_1 + m_2 c^2 + K_2 = m_3 c^2 + K_3 + m_4 c^2 + K_4$

Hay:  $[(m_1 + m_2) - (m_3 + m_4)]c^2 = (K_3 + K_4) - (K_1 + K_2)$

Hay:  $\Delta E = \Delta K$ , năng lượng tỏa ra của phản ứng hạt nhân chính là độ biến thiên động năng.

**CHỦ ĐỀ 11. Xác định khối lượng riêng của một hạt nhân nguyên tử. Mật độ điện tích của hạt nhân nguyên tử?**

### Phương pháp:

Hạt nhân  ${}_Z^A X$ : bán kính hạt nhân tuân theo công thức tính gần đúng:

$$R = R_0 A^{1/3}, \text{ với } R_0 = 1,2 \cdot 10^{-15} m$$

Khối lượng của một hạt nhân nguyên tử:  $m = \frac{A}{N_A}$

Thể tích của một hạt nhân nguyên tử:  $V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi R_0^3 A$

\* Khối lượng riêng của hạt nhân nguyên tử:  $\boxed{D = \frac{m}{V} = \frac{3}{4\pi R_0^3 N_A}}$

\* Điện tích của hạt nhân nguyên tử:  $q = Ze$  với  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} C$

Mật độ điện tích:  $\boxed{\rho = \frac{q}{V}} (C/m^3)$

