https://www.facebook.com/letrungkienmath https://sites.google.com/site/letrungkienmath
WWW.VIETMATHS.COM

TOÁN HỌC & Tuổi trẻ

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM - BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

XUẤT BẢN TỪ 1964
11 2012
Số 425

TẠP CHÍ RA HÀNG THÁNG - NĂM THỨ 49
DÀNH CHO TRUNG HỌC PHỔ THÔNG VÀ TRUNG HỌC CƠ SỞ
Trụ sở: 187B Giảng Võ, Hà Nội.
ĐT Biên tập: (04) 35121607; ĐT - Fax Phát hành, Trị sự: (04) 35121606
Email: tapchitoanhoc_tuoitre@yahoo.com.vn Web: http://www.nxbgd.vn/toanhoctuoitre

Phong

Kết quả cuộc thi Giải Toán và Vật lí trên tạp chí Toán học & Tuổi trẻ năm học 2011 - 2012

CHÀO MỪNG NGÀY NHÀ GIÁO VIỆT NAM 20/11

https://www.facebook.com/letrungkienmath https://sites.google.com/site/letrungkienmath
WWW.VIETMATHS.COM

HEPS

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

CÔNG TY CỔ PHẦN DỊCH VỤ XUẤT BẢN GIÁO DỤC HÀ NỘI

Địa chỉ: 187B Giảng Võ, Q. Đống Đa, Hà Nội

Tel: (04) 39947746; 0903683487 - Fax: (04) 35123278

Giới thiệu bộ sách

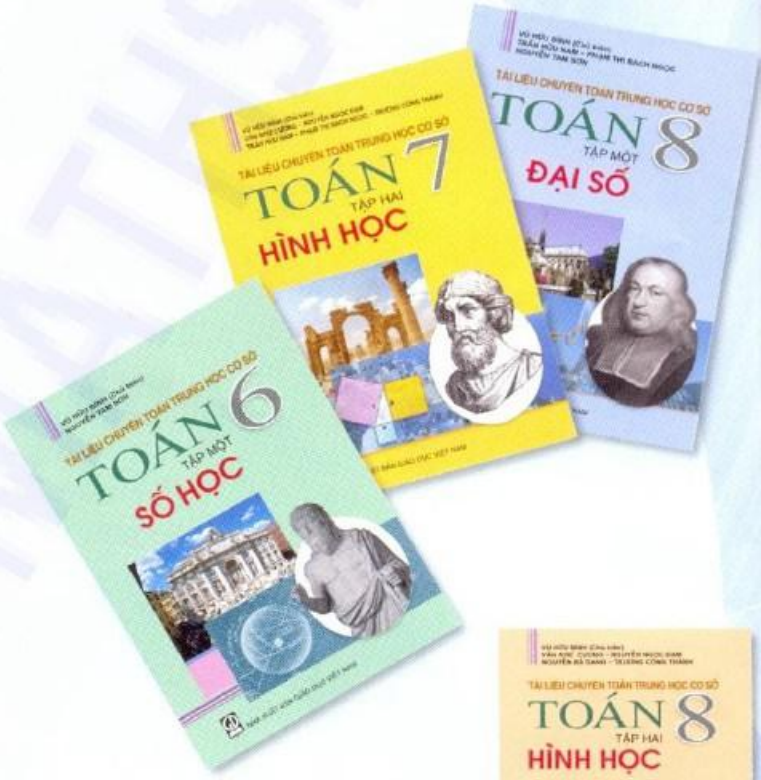
TÀI LIỆU CHUYÊN TOÁN THCS

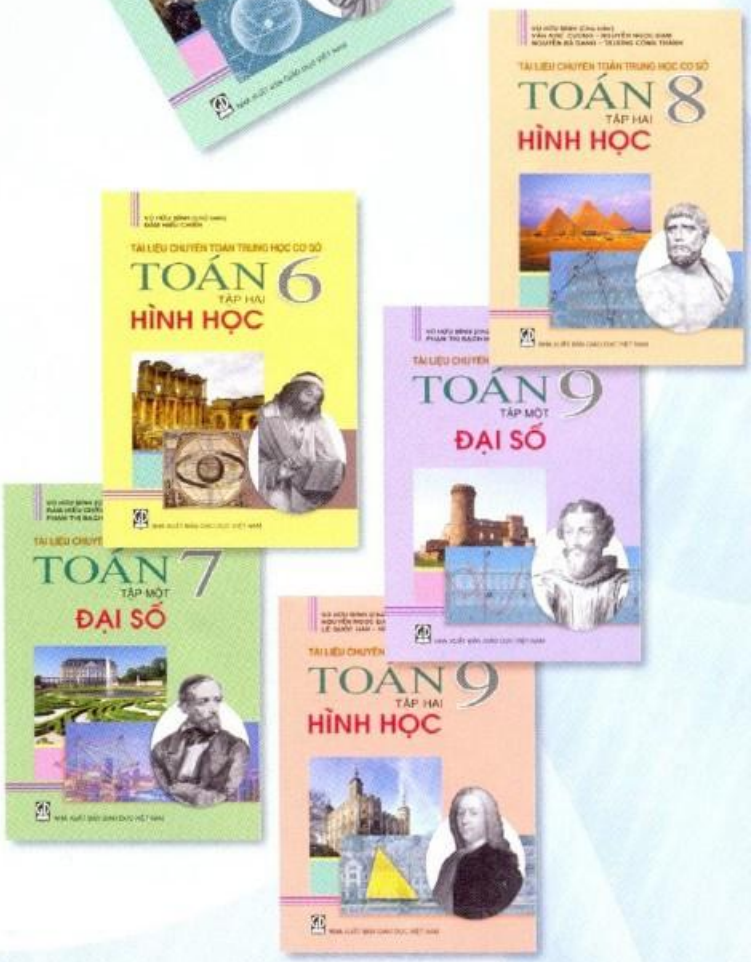
Bộ sách **"Tài liệu chuyên Toán Trung học cơ sở"** gồm 8 cuốn, cho các lớp 6, 7, 8, 9, mỗi lớp gồm 2 tập: tập một là *Đại số* (ở lớp 6, tập một là *Số học*), tập hai là *Hình học*. Nội dung trong mỗi cuốn đều bám sát chương trình Toán ở các lớp THCS.

Mỗi cuốn đều có hai phần: phần *Các chuyên đề cơ bản* (viết theo từng chương của SGK) và phần *Một số chuyên đề nâng cao*. Phần đầu của mỗi chuyên đề là tóm tắt các kiến thức lí thuyết của chuyên đề mà HS cần nắm vững, tiếp theo giới thiệu một số ví dụ minh họa và sau đó là các bài tập đề nghị để HS luyện tập. Những chuyên đề nâng cao nhằm giúp HS hiểu sâu và rộng hơn những nội dung có liên quan đến chương trình. Những ví dụ và các bài tập trình bày trong sách được các tác giả chọn lọc khá kĩ lưỡng, trong đó có nhiều ví dụ, bài tập là những bài thi học sinh giỏi Toán Quốc gia, thi Olympic Toán, ... Bằng việc đọc, giải những ví dụ và bài tập này, HS sẽ được mở rộng, đào sâu những kiến thức đã học, qua đó được rèn luyện khả năng tư duy toán học. Cuối sách sẽ là phần *Hướng dẫn giải* cho các bài tập được đưa ra ở cuối mỗi chuyên đề.

Nhóm tác giả của bộ sách là những thầy cô giáo đã hoặc đang giảng dạy ở các lớp chuyên Toán của các trường Đại học và các trường Trung học phổ thông có uy tín, là những chuyên gia Toán ở Tạp chí Toán học & Tuổi trẻ và Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam, chẳng hạn như: NGND. *Vũ Hữu Bình* (chủ biên), NGƯT *Nguyễn Tam Sơn*, nhà giáo *Đàm Hiếu Chiến*, PGS.TS. *Văn Như Cương*, PGS.TS *Đàm Văn Nhỉ*, TS. *Phạm Thị Bạch Ngọc*, PGS.TS. *Lê Quốc Hán*, ...

Hi vọng rằng bộ sách sẽ là một tài liệu thiết thực và bổ ích giúp các em học sinh hiểu sâu sắc những kiến thức Toán đã học, và góp phần vào việc nâng cao chất lượng đào tạo và bồi dưỡng học sinh giỏi Toán ở cấp Trung học cơ sở.





PHƯƠNG PHÁP TÍNH TỔNG CỦA MỘT SỐ DÃY SỐ

BÙI VĂN CHI
(GV THCS Lê Lợi, Quy Nhơn, Bình Định)

Có nhiều cách để tính tổng một dãy số tự nhiên, tùy theo đặc điểm xác định dãy số đó. Bài viết này giới thiệu phương pháp đi tìm một đa thức thích hợp để từ đó tính tổng của một số dãy số tự nhiên.

I. PHƯƠNG PHÁP

Để tính tổng $S = g(1) + g(2) + \ldots + g(k)$, $k \in \mathbb{N}^*$, $g(x)$ là một đa thức, ta làm như sau:

- Tìm đa thức $f(x)$ có bậc lớn hơn bậc của đa thức $g(x)$ là 1 đơn vị, sao cho

$$g(x) = f(x) - f(x-1).$$

- Thay x lần lượt các giá trị từ 1 đến k, ta có

$$S = f(1) - f(0) + f(2) - f(1) + \ldots + f(k) - f(k-1)$$
$$= f(k) - f(0).$$

Việc xác định các hệ số của đa thức $f(x)$ dựa vào định nghĩa hai đa thức một biến bằng nhau.

II. MỘT SỐ THÍ DỤ MINH HỌA

★ **Thí dụ 1.** *Tính tổng* $1^2 + 2^2 + \ldots + k^2$ $(k \in \mathbb{N}^*)$.

Lời giải. Ta cần tìm đa thức bậc ba $f(x)$ sao cho $f(x) - f(x-1) = x^2$ (1)

Giả sử $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $(a \neq 0)$.

Thay vào (1) ta có

$$ax^3 + bx^2 + cx + d - (a(x-1)^3 + b(x-1)^2 + c(x-1) + d) = x^2$$

$$\Leftrightarrow ax^3 + bx^2 + cx + d - (ax^3 - 3ax^2 + 3ax - a) - (bx^2 - 2bx + b) - (cx - c) - d = x^2$$

$$\Leftrightarrow 3ax^2 + (-3a + 2b)x + a - b + c = x^2.$$

Hai đa thức bằng nhau nếu các hệ số của các lũy thừa cùng bậc của x phải bằng nhau, từ đó

$$\begin{cases} 3a = 1 \\ -3a + 2b = 0 \\ a - b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow a = \frac{1}{3};\ b = \frac{1}{2};\ c = \frac{1}{6}.$$ Do đó

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{6}x + d \ (d \in \mathbb{R}) \qquad (2)$$

Cho $x = 1; 2; \ldots; k$ lần lượt thay vào (1), rồi cộng vế theo vế và áp dụng (2) ta được

$$1^2 + 2^2 + \ldots + k^2 = f(k) - f(0)$$
$$= \frac{1}{3}k^3 + \frac{1}{2}k^2 + \frac{1}{6}k$$
$$= \frac{k(2k^2 + 3k + 1)}{6} = \frac{k(k+1)(2k+1)}{6}.$$

Vậy $1^2 + 2^2 + \ldots + k^2 = \dfrac{k(k+1)(2k+1)}{6}$ $(k \in \mathbb{N}^*)$. □

★ **Thí dụ 2.** *Tính tổng*

$$1^3 + 2^3 + \ldots + k^3 \ (k \in \mathbb{N}^*).$$

Lời giải. Ta cần tìm đa thức bậc bốn $f(x)$ sao cho $f(x) - f(x-1) = x^3$ (3)

Giả sử $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ $(a \neq 0)$.

Thay vào (3) ta được

$$ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e - (a(x-1)^4 + b(x-1)^3 + c(x-1)^2 + d(x-1) + e) = x^3$$

$$\Leftrightarrow ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e - (ax^4 - 4ax^3 + 6ax^2 - 4ax + a + bx^3 - 3bx^2 + 3bx - b + cx^2 - 2cx + c + dx - d + e) = x^3$$

$$\Leftrightarrow 4ax^3 + (-6a + 3b)x^2 + (4a - 3b + 2c)x - a + b - c + d = x^3$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4a=1 \\ -6a+3b=0 \\ 4a-3b+2c=0 \\ -a+b-c+d=0 \end{cases} \Leftrightarrow a=\frac{1}{4};\ b=\frac{1}{2};\ c=\frac{1}{4};\ d=0.$$

Do đó $f(x)=\frac{1}{4}x^4+\frac{1}{2}x^3+\frac{1}{4}x^2+e\ \ (e\in\mathbb{R})$ (4)

Cho $x = 1; 2; \ldots; k$ lần lượt thay vào (3), rồi cộng vế theo vế và áp dụng (4) ta được

$$1^3+2^3+\ldots+k^3=f(k)-f(0)$$

$$=\frac{1}{4}k^4+\frac{1}{2}k^3+\frac{1}{4}k^2=\left(\frac{k(k+1)}{2}\right)^2.$$

Vậy $1^3+2^3+\ldots+k^3=\left(\frac{k(k+1)}{2}\right)^2 (k\in\mathbb{N}^*)$.□

★ Thí dụ 3. *Tính tổng*

$$1.2+2.3+\ldots+k(k+1)\ (k\in\mathbb{N}^*).$$

Lời giải. Ta cần tìm đa thức bậc ba $f(x)$ sao cho $f(x)-f(x-1)=x(x+1)$ (5)

Giả sử $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\ (a\neq 0)$.

Thay vào (5) ta có

$$ax^3+bx^2+cx+d-((a(x-1)^3+b(x-1)^2+c(x-1)+d)=x(x+1)$$

$$\Leftrightarrow ax^3+bx^2+cx+d-(ax^3-3ax^2+3ax-a)-(bx^2-2bx+b)-(cx-c)-d=x^2+x$$

$$\Leftrightarrow 3ax^2+(-3a+2b)x+a-b+c=x^2+x$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3a=1 \\ -3a+2b=1 \\ a-b+c=0 \end{cases} \Leftrightarrow a=\frac{1}{3};\ b=1;\ c=\frac{2}{3}.$$

Do đó $f(x)=\frac{1}{3}x^3+x^2+\frac{2}{3}x+d\ \ (d\in\mathbb{R})$ (6)

Cho $x = 1; 2; \ldots; k$ lần lượt thay vào (5), rồi cộng vế theo vế và áp dụng (6) ta được

$$1.2+2.3+\ldots+k(k+1)=f(k)-f(0)$$

$$=\frac{1}{3}k^3+k^2+\frac{2}{3}k$$

$$=\frac{k(k^2+3k+2)}{3}=\frac{k(k+1)(k+2)}{3}.$$

Vậy $1.2+2.3+\ldots+k(k+1)$

$$=\frac{k(k+1)(k+2)}{3}\ (k\in\mathbb{N}^*).\ \square$$

★ Thí dụ 4. *Tính tổng*

$$1.3+3.5+\ldots+(2k-1)(2k+1)\ (k\in\mathbb{N}^*).$$

Lời giải. Ta cần tìm đa thức bậc ba $f(x)$ sao cho $f(x)-f(x-1)=(2x-1)(2x+1)$ (7)

Giả sử $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\ (a\neq 0)$.

Thay vào (7) ta được

$$ax^3+bx^2+cx+d-(a(x-1)^3+b(x-1)^2+c(x-1)+d)=(2x-1)(2x+1)$$

$$\Leftrightarrow ax^3+bx^2+cx+d-(ax^3-3ax^2+3ax-a)-(bx^2-2bx+b)-(cx-c)-d=4x^2-1$$

$$\Leftrightarrow 3ax^2+(-3a+2b)x+a-b+c=4x^2-1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3a=4 \\ -3a+2b=0 \\ a-b+c=-1 \end{cases} \Leftrightarrow a=\frac{4}{3};\ b=2;\ c=\frac{-1}{3}.$$

Do đó $f(x)=\frac{4}{3}x^3+2x^2-\frac{1}{3}x+d\ \ (d\in\mathbb{R})$ (8)

Cho $x = 1; 2; \ldots; k$ lần lượt thay vào (7), rồi cộng vế theo vế và áp dụng (8) ta được

$$1.3+3.5+\ldots+(2k-1)(2k+1)=f(k)-f(0)$$

$$=\frac{4}{3}k^3+2k^2-\frac{1}{3}k=\frac{k(4k^2+6k-1)}{3}.$$

Vậy $1.3+3.5+\ldots+(2k-1)(2k+1)$

$$=\frac{k(4k^2+6k-1)}{3}\ (k\in\mathbb{N}^*).\square$$

★ Thí dụ 5. *Tính tổng*

$$1.2^2+2.3^2+\ldots+k(k+1)^2\ (k\in\mathbb{N}^*).$$

Lời giải. Ta cần tìm đa thức bậc bốn $f(x)$ thỏa điều kiện $f(x)-f(x-1)=x(x+1)^2$ (9)

Giả sử $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e\ (a\neq 0)$.

(Xem tiếp trang 11)

Hướng dẫn giải ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI MÔN TOÁN LỚP 9 TỈNH HƯNG YÊN

NĂM HỌC 2011 - 2012

(Đề thi đã đăng trên TH&TT số 424, tháng 10 năm 2012)

Câu I. 1) Ta có

$a=(\sqrt{5}-\sqrt{3})\sqrt{(4+\sqrt{15})^2(4-\sqrt{15})}$

$=\sqrt{(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2(4+\sqrt{15})}=\sqrt{2(4-\sqrt{15})(4+\sqrt{15})}=\sqrt{2}.$

Khi đó $f(a)=\left((\sqrt{2})^4+\sqrt{2}.\sqrt{2}-7\right)^{2012}=(-1)^{2012}=1.$

2) Ta có $A_1\in(P)$ nên $A_1(x_0;x_0^2)\Rightarrow B_1(x_0;0)$ $(x_0\neq 0)$. PT các đường thẳng $OA_1: y=x_0x$;

$OA_2: y=-\dfrac{1}{x_0}x$. Suy ra $A_2\left(-\dfrac{1}{x_0};\dfrac{1}{x_0^2}\right);B_2\left(-\dfrac{1}{x_0};0\right)$.

Vậy $OB_1.OB_2=|x_0|.\left|\dfrac{1}{x_0}\right|=1.$

Câu II. 1) ĐK để PT có hai nghiệm phân biệt là $\Delta=9m^2+4m>0\Leftrightarrow m<-\dfrac{4}{9}$ hoặc $m>0$.

Ta có $x_1+x_2=3m,\ x_1^2=3mx_1+m,\ x_2^2=3mx_2+m$ nên $x_2^2+3mx_1+3m=9m^2+4m>0$.

Tương tự $x_1^2+3mx_2+3m=9m^2+4m>0$.

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho hai số dương

$$A=\frac{m^2}{9m^2+4m}+\frac{9m^2+4m}{m^2}\geq 2.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của A là 2 tại $m=-\dfrac{1}{2}$.

2) Biến đổi PT thành

$(x^2-2y-5)(x^2+y^2+1)=0\Leftrightarrow x^2=2y^2+5$ (*)

Giả sử PT có nghiệm nguyên, từ (*) suy ra x lẻ, nên $x=2k+1$, $(k\in\mathbb{Z})$. Dẫn đến $2k^2+2k=y^2+2$ suy ra y chẵn, nên $y=2m$, $m\in\mathbb{Z}$.

Do đó $2k^2+2k=4m^2+2\Leftrightarrow k(k+1)=2m^2+1$ (điều này vô lí vì vế trái chẵn, vế phải lẻ).

Vậy PT không có nghiệm nguyên.

Câu III. 1) Điều kiện $x+y>0$. Biến đổi PT thứ nhất thành

$(x+y-1)(x^2+y^2+x+y)=0\Leftrightarrow x+y-1=0.$

Từ đó ta có hệ PT

$$\begin{cases}x+y-1=0\\ \sqrt{x+y}=x^2-y\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+y=1\\ x^2+x-2=0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x+y=1\\ (x-1)(x+2)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\ y=0\end{cases}\text{ hoặc }\begin{cases}x=-2\\ y=3.\end{cases}$$

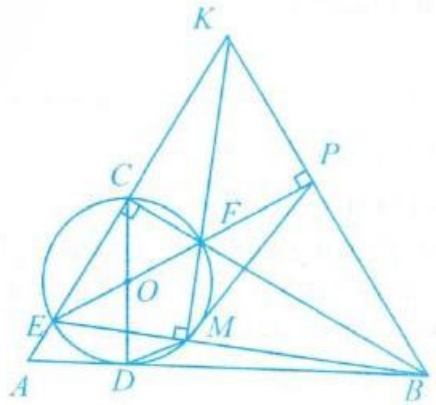
2) ĐK $x\leq-\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ hoặc $x\geq\dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

Đặt $t=\sqrt{2x^2-1}$ $(t\geq 0)$, PT trở thành $4t^2-2(3x+1)t+2x^2+3x-2=0$, coi là PT bậc hai với ẩn t. Giải tìm được $t=\dfrac{x+2}{2}$ hoặc $t=\dfrac{2x-1}{2}$. *Đáp số.* Tập nghiệm của PT là

$$S=\left\{\frac{-1+\sqrt{6}}{2};\frac{2+\sqrt{60}}{7};\frac{2-\sqrt{60}}{7}\right\}.$$

Câu IV

1)



a) Tứ giác $CEMF$ nội tiếp có $\widehat{ECF}=90^o$ nên $\widehat{EMF}=90^o$. Do đó F là trực tâm của tam giác BEK, suy ra $EP\perp BK$. Vậy tứ giác $BMFP$ nội tiếp, hay các điểm B, M, F, P cùng nằm trên một đường tròn.

b) Ta có $\widehat{CEB}=\widehat{CEM}=\widehat{CDM}$ mà $\widehat{CEB}+\widehat{CBE}=\widehat{CDM}+\widehat{MDB}=90^o$ nên suy ra $\widehat{CBE}=\widehat{MDB}$ (1)

Tứ giác $BMFP$ nội tiếp nên

Đề thi tuyển sinh vào lớp 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN LAM SƠN, THANH HÓA

NĂM HỌC 2012 - 2013

(Thời gian làm bài: 150 phút)

Câu 1. (2 *điểm*)

Cho $a = x + \frac{1}{x}, b = y + \frac{1}{y}, c = xy + \frac{1}{xy}$, với các số thực x, y thỏa mãn $xy \neq 0$.

Chứng minh rằng $A = a^2 + b^2 + c^2 - abc$ không phụ thuộc vào x, y.

Câu 2. (2 *điểm*) Cho phương trình $(x-1)(x-2)(x-3)(x-6) = mx^2$ (tham số m).

Giả sử m nhận các giá trị sao cho phương trình có 4 nghiệm x_1, x_2, x_3, x_4 đều khác 0. Chứng minh rằng biểu thức

$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \frac{1}{x_4}$ không phụ thuộc m.

Câu 3. (2 *điểm*)

Tìm số nguyên dương n sao cho $\frac{n(2n-1)}{26}$ là số chính phương.

Câu 4. (3 *điểm*)

1) Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Gọi (I), (K) lần lượt là các đường tròn nội tiếp các tam giác ABH, ACH. Đường thẳng KI cắt cạnh AB tại M và cạnh AC tại N. Chứng minh rằng

a) $\frac{IH}{KH} = \frac{BH}{AH}$;

b) $AM = AN$.

2) Cho tam giác nhọn ABC, D là điểm trên cạnh AB $(D \neq A, D \neq B)$, trung tuyến AM cắt CD tại E. Chứng minh rằng

nếu $\widehat{DBM} + \widehat{DEM} = 180^o$ thì $BC < AC\sqrt{2}$.

Câu 5. (1 *điểm*)

Cho x, y là các số thực thay đổi lớn hơn 1 thỏa mãn điều kiện $x + y \leq 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{x^4}{(y-1)^3} + \frac{y^4}{(x-1)^3}.$$

PHẠM NGỌC QUANG (Hà Nội)
Sưu tầm và giới thiệu

$\widehat{FPM} = \widehat{FBM} = \widehat{CBE}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{FPM} = \widehat{MDB}$ (3)

Nếu D, M, P thẳng hàng kết hợp với (3) ta có $EF // AB$, suy ra $CD \perp EF$ tại O, nên CD là phân giác của góc ACB, tam giác ABC vuông cân suy ra $\widehat{BAC} = \widehat{ABC} = 45^o$.

2) Đặt $AB = x$ $(x > 0)$ thì $BC = \frac{x\sqrt{3}}{2}$; $CD = \frac{x}{4}$.

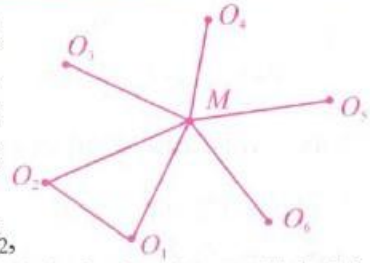
Trong tam giác vuông BCD có

$$BC^2 + CD^2 = BD^2 \Leftrightarrow \left(\frac{x\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{x}{4}\right)^2 = \left(\frac{3a}{4}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 = \frac{9a^2}{13}.$$

Vậy $S_{ABC} = \frac{CA.BC}{2} = \frac{x^2\sqrt{3}}{8} = \frac{9a^2\sqrt{3}}{104}$ (đvdt).

Câu V. Cho 6 đường tròn có tâm là $O_1, O_2, O_3, O_4, O_5, O_6$ như hình vẽ có cùng bán kính R và có chung điểm M.



Nối M với 6 điểm $O_1, O_2, O_3, O_4, O_5, O_6$ sẽ tạo thành 6 góc chung đỉnh M không có miền trong chung và có tổng bằng 360°. Khi đó góc nhỏ nhất có độ lớn không vượt quá 60°. Giả sử đó là góc $\widehat{O_1MO_2}$.

Xét tam giác O_1MO_2 cân tại M và $\widehat{O_1MO_2} \leq 60^o$ nên $\widehat{MO_2O_1} \geq 60^o$. Suy ra $O_1O_2 \leq MO_1 = R$. Vậy tâm O_2 nằm trong (O_1) (đpcm).

PHẠM TRUNG KIÊN
(GV THCS Hồ Tùng Mậu, Ân Thi, Hưng Yên)
Sưu tầm và giới thiệu

Bài toán về SỰ TƯƠNG GIAO CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ VỚI TRỤC HOÀNH

NGUYỄN TRƯỜNG SƠN
(GV THPT Yên Mô A, Ninh Bình)

Bài toán về sự tương giao của đồ thị hàm số với trục hoành là một bài toán cơ bản. thường hay xuất hiện trong các kì thi Đại học, Cao đẳng. Chính vì vậy, bài viết này hi vọng sẽ là một tài liệu giúp ích một phần cho các bạn khi ôn luyện chuẩn bị cho kì thi Đại học, Cao đẳng sắp tới.

1. Sự tương giao của đồ thị hàm số phân thức với trục hoành

Việc tìm giao điểm của đồ thị hàm phân thức, cụ thể trong chương trình là hàm hữu tỉ bậc nhất trên bậc nhất, với trục hoành là tương đối đơn giản. Chính vì thế, bài toán về sự tương giao của đồ thị hàm số này với trục hoành thường kết hợp với một số câu hỏi phụ khác. Sau đây là một số thí dụ.

★ **Thí dụ 1.** *Cho hàm số* $y=\dfrac{(3m+1)x-m^2+m}{x+m}$ $(m\neq 0)$. *Với giá trị nào của m thì tiếp tuyến tại giao điểm của đồ thị hàm số với trục hoành sẽ song song với đường thẳng* $\Delta: y=x+12$. *Viết phương trình các tiếp tuyến ấy.*

Lời giải. Tập xác định của hàm số là

$$D=\mathbb{R}\setminus\{-m\}.$$

Ta có $y'=\dfrac{4m^2}{(x+m)^2}>0, \forall x\neq -m$.

Hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số với trục hoành là nghiệm của phương trình

$$\frac{(3m+1)x-m^2+m}{x+m}=0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}(3m+1)x-m^2+m=0\\ x\neq -m.\end{cases}$$

Dễ dàng suy ra $m\neq -\dfrac{1}{3}$ và $x=\dfrac{m^2-m}{3m+1}$.

Hệ số góc của tiếp tuyến tại điểm có hoành độ $x_0=\dfrac{m^2-m}{3m+1}$ là $k=y'(x_0)=\dfrac{(3m+1)^2}{4m^2}$.

Do tiếp tuyến song song với đường thẳng Δ nên

$$\frac{(3m+1)^2}{4m^2}=1\Rightarrow 5m^2+6m+1=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m=-1\\ m=-\dfrac{1}{5}.\end{array}\right.$$

(thỏa mãn $m\neq 0, m\neq\dfrac{1}{3}$). Vậy $m\in\left\{-1;-\dfrac{1}{5}\right\}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán. ❐

★ **Thí dụ 2.** *Cho hàm số* $y=\dfrac{x+m}{x+1}$ $(m\neq 1)$ *có đồ thị (C). Giả sử k là hệ số góc của tiếp tuyến tại giao điểm của trục hoành với đồ thị (C),* k_1 *là hệ số góc của tiếp tuyến tại điểm có hoành độ* $x=1$. *Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho* $|k+k_1|$ *đạt giá trị nhỏ nhất.*

Lời giải. Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

Ta có $y'=\dfrac{1-m}{(x+1)^2}$.

Hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số với trục hoành là $x=-m$.

Hệ số góc của tiếp tuyến tại điểm có hoành độ $x=-m$ là $k=\dfrac{1}{1-m}$.

Hệ số góc của tiếp tuyến tại điểm có hoành độ $x=1$ là $k_1=\dfrac{1-m}{4}$. Ta có

$$|k+k_1|=\left|\frac{1}{1-m}+\frac{1-m}{4}\right|=\left|\frac{1}{1-m}\right|+\left|\frac{1-m}{4}\right|\geq 1, \forall m\neq 1.$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi

$$\frac{1}{1-m}=\frac{1-m}{4}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}1-m=2\\1-m=-2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-1\\m=3.\end{array}\right.$$

Vậy $|k+k_1|$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 1 khi $m\in\{-1;3\}$. □

2. Sự tương giao của đồ thị hàm đa thức với trục hoành

★ **Thí dụ 3.** *Cho hàm số*

$$y=x^3-mx^2+(m+2)x+2m-12$$

có đồ thị (C). Tìm tất cả các giá trị của m biết đồ thị (C) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt:

a) *có hoành độ x_1,x_2,x_3 thỏa mãn*

$$x_1^3+x_2^3+x_3^3=26.$$

b) *có hoành độ dương.*

c) *có hoành độ nhỏ hơn 3.*

d) *có hoành độ lập thành một cấp số cộng.*

Lời giải. Hàm số xác định trên $\mathbb{R}$.

Phương trình hoành độ giao điểm giữa đồ thị (C) và trục hoành là

$$(x-2)(x^2+(2-m)x-m+6)=0 \qquad (1)$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x^2+(2-m)x-m+6=0\end{array}\right. \qquad (2)$$

Đồ thị (C) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt khi và chỉ khi PT (1) có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ PT (2) có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 khác 2

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta>0\\4+2(2-m)-m+6\neq0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-20>0\\m\neq\dfrac{14}{3}\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow m\in(-\infty;-2\sqrt{5})\cup(2\sqrt{5};\frac{14}{3})\cup(\frac{14}{3};+\infty)\ (*)$$

Giả sử $A(2;0)$, $B(x_1;0)$, $C(x_2;0)$ là các điểm mà đồ thị (C) cắt trục hoành.

Theo định lí Viète ta có $\begin{cases}x_1+x_2=m-2\\x_1x_2=6-m.\end{cases}$

a) Ta có $x_1^3+x_2^3+x_3^3=26\Leftrightarrow$

$$x_1^3+x_2^3=18\Leftrightarrow(x_1+x_2)^3-3(x_1+x_2)x_1x_2=18$$
$$\Leftrightarrow(m-2)^3-3(m-2)(6-m)=18$$
$$\Leftrightarrow(m-5)(m^2+2m-2)=0$$
$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=5\\m=-1\pm\sqrt{3}.\end{array}\right.$$

Kết hợp với điều kiện (*) ta có $m=5$ thỏa mãn yêu cầu đề bài.

b) Hoành độ các điểm này dương khi và chỉ khi $\begin{cases}x_1+x_2>0\\x_1.x_2>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m-2>0\\6-m>0\end{cases}\Leftrightarrow 2<m<6.$

Kết hợp với điều kiện (*) suy ra

$$\Leftrightarrow m\in(2\sqrt{5};\frac{14}{3})\cup(\frac{14}{3};6).$$

c) Hoành độ các điểm này nhỏ hơn 3 khi và chỉ khi

$$\begin{cases}x_1-3+x_2-3<0\\(x_1-3).(x_2-3)>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m-2-6<0\\6-m-3(m-2)+9>0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow m<\frac{21}{4}.$$

Kết hợp với điều kiện (*) suy ra

$$\Leftrightarrow m\in\left(-\infty;-2\sqrt{5}\right)\cup\left(2\sqrt{5};\frac{14}{3}\right)\cup\left(\frac{14}{3};\frac{21}{4}\right).$$

d) *Điều kiện cần*

Giả sử (C) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là a,b,c. Khi đó

$$x^3-mx^2+(m+2)x+2m-12=(x-a)(x-b)(x-c),$$
$$\forall x\in\mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}a+b+c=m\\ab+bc+ca=m+2\\abc=12-2m\end{cases}$$

a,b,c theo thứ tự lập thành cấp số cộng khi $2b=a+c$.

Do $a+b+c=m$ nên $b=\dfrac{m}{3}$. Khi đó

$$\frac{m^3}{27}-\frac{m^3}{9}+(m+2)\frac{m}{3}+2m-12=0\Leftrightarrow m=6$$

hoặc $m=-6$, hoặc $m=\dfrac{9}{2}$.

Điều kiện đủ

Với $m = 6$, tìm được $a = 0$; $b = 2$; $c = 4$.

Với $m = -6$, tìm được $a = -6$; $b = -2$; $c = 2$.

Với $m = \frac{9}{2}$, tìm được $a = 1$; $b = \frac{3}{4}$; $c = 2$.

Tất cả các giá trị trên đều thoả mãn yêu cầu bài toán.

Như vậy $m \in \left\{-6; \frac{9}{2}; 6\right\}$. ❐

Lưu ý. Ở thí dụ 3 bắt buộc phải thử lại các giá trị đã tìm được của m sau khi xét điều kiện cần.

★Thí dụ 4. *Cho hàm số $y = x^3 + mx^2 + 4$ có đồ thị (C_m). Tìm m để đồ thị hàm số (C_m) cắt trục hoành tại một điểm duy nhất.*

Lời giải. Cách 1

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C_m) với trục hoành là

$$x^3 + mx^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow -m = x + \frac{4}{x^2}$$

($x = 0$ không là nghiệm của phương trình).

Xét hàm số $g(x) = x + \frac{4}{x^2}$ với $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Ta có $g'(x) = 1 - \frac{8}{x^3}$ và $g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	↘	$-\infty$ $\|\|$ $+\infty$	↘	3	↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, đồ thị (C_m) cắt trục hoành tại một điểm duy nhất khi và chỉ khi $-m < 3 \Leftrightarrow m > -3$. ❐

Cách 2. Đồ thị (C_m) cắt trục hoành tại một điểm duy nhất trong mỗi trường hợp sau đây.

- Hàm số $f(x) = x^3 + mx^2 + 4$ không có cực trị, trong trường hợp này hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$, tức là $\forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m = 0$,

$$f'(x) = 3x^2 + 2mx \geq 0.$$

- Hàm số $f(x)$ có hai cực trị cùng dấu.

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 + 2mx = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -\frac{2m}{3} \end{array}\right.$$

Để cho $f(x)$ có hai cực trị cùng dấu thì $m \neq 0$; $f(0)f\left(-\frac{2m}{3}\right) = 4\left(-\frac{8m^3}{27} + \frac{4m^3}{9} + 4\right) > 0$

$\Leftrightarrow m > -3$ và $m \neq 0$.

Kết hợp cả hai trường hợp suy ra $m > -3$ thỏa mãn yêu cầu bài toán. ❐

Lưu ý. Hàm số

$$y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \ (a \neq 0)$$

có đồ thị (C). Dùng tính chất của hàm số liên tục thì (C) luôn cắt trục hoành.

- Đồ thị (C) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt khi và chỉ khi hàm số có hai cực trị trái dấu nhau.
- Đồ thị (C) cắt trục hoành tại đúng hai điểm khi và chỉ khi đồ thị hàm số có hai cực trị và một trong hai điểm cực trị đó nằm trên trục hoành.
- Đồ thị (C) cắt trục hoành tại đúng một điểm khi và chỉ khi hàm số không có cực trị hoặc hàm số có hai cực trị cùng dấu nhau.

Bây giờ chúng ta xét hàm số

$$y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c \ (a \neq 0)$$

có đồ thị (C). Số giao điểm của đồ thị (C) với trục hoành chính là số nghiệm của phương trình $ax^4 + bx^2 + c = 0$ (3)

Đặt $t = x^2 (t \geq 0)$, phương trình (3) có dạng $at^2 + bt + c = 0$ (4)

Bằng cách xét tính chất các nghiệm của PT (4) ta có thể tìm được các yêu cầu về tính chất các nghiệm của (3).

★Thí dụ 5. *Cho hàm số*

$$y = x^4 - 2(m+1)x^2 + 2m + 1$$

có đồ thị (C_m). Tìm m để đồ thị (C_m) cắt trục Ox theo thứ tự tại bốn điểm A, B, C, D sao cho

a) *$AB = BC = CD$.*

b) *Tam giác ACK có diện tích bằng 4, biết rằng $K(3;-2)$.*

Lời giải. Phương trình hoành độ giao điểm của (C_m) và Ox là $x^4-2(m+1)x^2+2m+1=0$. Đặt $t=x^2\,(t\ge 0)$, phương trình trở thành

$$t^2-2(m+1)t+2m+1=0 \qquad (5)$$

Đồ thị (C_m) theo thứ tự cắt trục Ox tại bốn điểm phân biệt A, B, C, D khi và chỉ khi PT (5) có hai nghiệm dương phân biệt. Khi đó

$$\begin{cases}\Delta>0\\ S>0\\ P>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2>0\\ 2(m+1)>0\\ 2m+1>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\ne 0\\ m>-\dfrac{1}{2}\end{cases}\qquad (*)$$

Gọi $t_1, t_2\,(t_1<t_2)$ là hai nghiệm của PT (5).

Khi đó $A(-\sqrt{t_2};0)$, $B(-\sqrt{t_1};0)$, $C(\sqrt{t_1};0)$, $D(\sqrt{t_2};0)$.

a) Ta có $AB=BC=CD\Leftrightarrow\sqrt{t_2}-\sqrt{t_1}=2\sqrt{t_1}$

$\Leftrightarrow t_2=9t_1$.

Theo định lí Viète ta có

$$\begin{cases}t_1+t_2=2(m+1)\\ t_1t_2=2m+1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}10t_1=2(m+1)\\ 9t_1^2=2m+1.\end{cases}$$

Suy ra $9(m+1)^2=25(2m+1)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=4\\ m=-\dfrac{4}{9}.\end{array}\right.$

Kết hợp với điều kiện (*) ta có $m\in\left\{-\dfrac{4}{9};4\right\}$ là các giá trị cần tìm.

b) Khoảng cách từ K tới đường thẳng AC là $d(K;AC)=|y_K|=2$ và $AC=\sqrt{t_1}+\sqrt{t_2}$.

Do đó

$$S_{ACK}=\frac{1}{2}AC.d(K;AC)\Leftrightarrow 4=\sqrt{t_1}+\sqrt{t_2}$$

$$\Leftrightarrow t_1+t_2+2\sqrt{t_1.t_2}=16\Rightarrow\sqrt{2m+1}=7-m$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}m\le 7\\ m^2-16m+48=0\end{cases}\Leftrightarrow m=4.\ \square$$

BÀI TẬP

1. Cho hàm số $y=(x-1)(x^2+mx+m)$ (1)

Tìm m để đồ thị hàm số (1) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.

2. Cho hàm số $y=x^3-2x^2+(1-m)x+m$. Tìm m để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa mãn điều kiện $x_1^2+x_2^2+x_3^2<4$.

3. Cho hàm số $y=x^3-3mx^2+4$ có đồ thị (C_m). Tìm m để đồ thị (C_m) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt và các nghiệm đều nhỏ hơn 4.

4. Cho hàm $y=x^3-2x^2+(1-m)x+m$ số $y=x^3+3mx^2-3x-3m+2$ có đồ thị (C_m). Tìm m để đồ thị (C_m) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 sao cho $S=x_1^2+x_2^2+x_3^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

5. Tìm m để đồ thị hàm số

$$y=-x^4+4mx^2-4m$$

cắt trục hoành theo thứ tự tại bốn điểm phân biệt A, B, C, D sao cho $AD=2BC$.

6. Tìm m để đồ thị các hàm số sau cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt có hoành độ lập thành cấp số cộng:

a) $y=x^3+3mx^2+2m(m-4)x+9m^2-m$;

b) $y=x^4-2(m+1)x^2+2m+1$.

7. Chứng minh rằng nếu phương trình

$$x^3-3x^2+1=0$$

có ba nghiệm phân biệt x_1, x_2, x_3 với $x_1<x_2<x_3$, thì $\begin{cases}|x_1|<x_2\\ (2-x_1)(2+x_2)(2+x_3)>27.\end{cases}$

Các bạn nhớ đặt mua TẠP CHÍ TOÁN HỌC VÀ TUỔI TRẺ ; ĐẶC SAN CỦA TẠP CHÍ TOÁN HỌC VÀ TUỔI TRẺ năm 2013 và CÁC ẤN PHẨM CỦA TÒA SOẠN tại các Cơ sở Bưu điện trên cả nước

Thử sức TRƯỚC KÌ THI

ĐỀ SỐ 2

(*Thời gian làm bài: 180 phút*)

PHẦN CHUNG

Câu I (2 *điểm*)

Cho hàm số $y=\dfrac{x+m}{x-1}\ (m\neq -1)$ (*)

1) Khảo sát và vẽ đồ thị của hàm số (*) khi $m=0$.

2) Giả sử M là điểm bất kì trên đồ thị hàm số (*), gọi H, K là hình chiếu của M lên các đường tiệm cận của đồ thị hàm số (*) và I là giao điểm của hai tiệm cận. Tìm m để $S_{MHIK}=1$.

Câu II (2 *điểm*)

1) Giải phương trình

$$\frac{\cos 2x-\sqrt{2}\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)+2}{1-\sin x}=1.$$

2) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases}(6-x)(x^2+y^2)=6x+8y\\(3-y)(x^2+y^2)=8x-6y\end{cases}\quad (x,y\in\mathbb{R}).$$

Câu III. (1 *điểm*)

Tính tích phân $I=\displaystyle\int_0^1\left(xe^{-x}+\frac{\sqrt{x}}{x+1}\right)dx.$

Câu IV (1 *điểm*)

Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB=1$, $BC=\sqrt{2}$, $AA'=2$. Mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với $A'C$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (P) và (ABC). Tính diện tích thiết diện của lăng trụ cắt bởi mặt phẳng (P).

Câu V (1 *điểm*)

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P=\frac{2}{x^2+1}-\frac{2}{y^2+1}-\frac{4z}{\sqrt{z^2+1}}+\frac{3z}{(z^2+1)\sqrt{z^2+1}},$$

trong đó x, y, z là ba số dương thỏa mãn $xyz+x+z=y$.

PHẦN RIÊNG

(*Thí sinh chỉ được chọn một trong hai phần A hoặc B*)

A. Theo chương trình Chuẩn

Câu VIa (2 *điểm*)

1) Cho hai đường tròn $(C_1): x^2+(y+1)^2=4$; $(C_2):(x-1)^2+y^2=2$. Viết phương trình đường thẳng Δ, biết Δ tiếp xúc với (C_1) và Δ cắt (C_2) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB=2$.

2) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x}{3}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z+4}{2}$ và $d_2:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-6}{-2}=\dfrac{z}{-1}$. Tìm điểm A trên d_1, B trên d_2 sao cho đường thẳng AB đi qua điểm $M(1;9;0)$.

Câu VIIa (1 *điểm*) Tìm phần thực, phần ảo của số phức

$$z=1+i+i^2+2i^3+3i^4+\ldots+2011i^{2012}.$$

B. Theo chương trình Nâng cao

Câu VIb (2 *điểm*)

1) Trong hệ tọa độ Oxy, cho điểm $A(-1;2)$ và đường thẳng $\Delta: 3x-4y+7=0$. Viết phương trình đường tròn (C) đi qua A và cắt Δ theo đường kính BC sao cho tam giác ABC có diện tích bằng $\dfrac{4}{5}$.

2) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): y-z-1=0$

và đường thẳng d: $\begin{cases}x=2+t\\y=2\\z=2-t.\end{cases}$

Gọi A là giao điểm của d và (P). Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A, nằm trong (P) và tạo với d một góc 45°.

Câu VIIb (1 *điểm*)

Cho số phức $z=1-\sqrt{3}i$. Hãy tính phần thực, phần ảo của z^{4n}, biết rằng $n\in\mathbb{N}$ và thỏa mãn

$$n^2-2n+6+4^{\log_3(n^2-2n+6)}=(n^2-2n+6)^{\log_3 5}.$$

NGUYỄN TUẤN QUẾ
(GV THPT Lương Đắc Bằng, Hoằng Hóa, Thanh Hóa)

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ SỐ 1

Câu I. 1) Bạn đọc tự giải; 2) $m = 3$.

Câu II. 1) Nhận thấy $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ không là nghiệm PT. Với $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$, chia cả hai vế của PT cho $\cos^3 x$ ta nhận được

$$-2\tan^3 x + 2\sqrt{3} + 3\tan x(1+\tan^2 x) - 2\sqrt{3}(1+\tan^2 x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \tan^3 x - 2\sqrt{3}\tan^2 x + 3\tan x = 0.$$

Đáp số. $x = k\pi; x = \frac{\pi}{3} + k\pi\ (k \in \mathbb{Z})$.

2) ĐK $\begin{cases} 2x + y > 0 \\ x + y + 1 \neq 0. \end{cases}$

Đặt $u = x + y + 1$, $v = \sqrt{2x + y}$ $(u \neq 0, v > 0)$.

Hệ PT đã cho trở thành

$$\begin{cases} u + \frac{1}{v} = 2 \\ \frac{1}{u} + v = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u - v + \frac{1}{v} - \frac{1}{u} = 0 \\ \frac{1}{u} + v = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (u - v)\left(1 + \frac{1}{uv}\right) = 0 \\ \frac{1}{u} + v = 2. \end{cases}$$

Đáp số. $(x; y) = (1; -1)$.

Câu III. $V = 2\pi \int_0^1 \frac{x}{x^4 + x^2 + 1} dx$

$$= \pi \int_0^1 \frac{d\left(x^2 + \frac{1}{2}\right)}{\left(x^2 + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}} = \frac{\pi\sqrt{3}}{6} \int_0^1 \frac{d\left(\frac{2x^2+1}{\sqrt{3}}\right)}{\left(\frac{2x^2+1}{\sqrt{3}}\right)^2 + 1} = \frac{\pi^2\sqrt{3}}{9}.$$

Câu IV. Chọn gốc tọa độ $O \equiv B$, trục Oy chứa BC, trục Oz chứa BS. Khi đó ta có

$$d(MN, BC) = \frac{\left|\left[\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{BC}\right]\overrightarrow{MB}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{BC}\right]\right|} = \frac{a\sqrt{17}}{17}.$$

Câu V. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy ta chọn $\vec{u} = \left(a; \frac{1}{b}\right)$, $\vec{v} = \left(b; \frac{1}{c}\right)$, $\vec{w} = \left(c; \frac{1}{a}\right)$.

Từ $|\vec{u}| + |\vec{v}| + |\vec{w}| \geq |\vec{u} + \vec{v} + \vec{w}|$, suy ra

$$\sqrt{a^2 + \frac{1}{b^2}} + \sqrt{b^2 + \frac{1}{c^2}} + \sqrt{c^2 + \frac{1}{a^2}}$$

$$\geq \sqrt{(a+b+c)^2 + \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)^2}$$

$$\geq \sqrt{\frac{\left(a+b+c+\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)^2}{2}}$$

$$\geq \sqrt{\frac{\left(6\sqrt[6]{a.b.c.\frac{1}{a}.\frac{1}{b}.\frac{1}{c}}\right)^2}{2}} = 3\sqrt{2}.$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $a = b = c = 1$.

Câu VIa. 1) Tìm được $A(1; 6)$;

AC: $x + 2y - 13 = 0$; BC: $x - 2y + 3 = 0$.

Từ C kẻ đường thẳng vuông góc với AD cắt AD tại I, AB tại J. Khi đó tam giác ACJ là tam giác cân tại A.

Vì $CI \perp AD$ nên phương trình CI có dạng $x - 3y + 7 = 0$. Từ đó $I(2; 3)$, $J(-1; 2)$.

PT đường thẳng AB: $2x - y + 4 = 0$.

2) PT mặt cầu cần tìm là

$(S'): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4z = 0$.

Câu VIIa

$$z^3 + (i - 2m)z^2 + (m^2 - 2m - 2mi)z + m^2 i - 2mi = 0 \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow (z + i)(z^2 - 2mz + m^2 - 2m) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z = -i \\ z^2 - 2mz + m^2 - 2m = 0 \end{array}\right. \quad (2)$$

PT (1) có đúng một nghiệm phức khi và chỉ khi PT (2) có nghiệm thực $\Leftrightarrow \Delta' \geq 0$ $\Leftrightarrow m \geq 0$.

Câu VIb. 1) Đường tròn (C) có tâm $I(2;1)$ và bán kính $R = 3$. Do tứ giác $IMAB$ là hình vuông nên $MI = 3\sqrt{2}$. Gọi (C') là đường tròn tâm $I(2;1)$, bán kính $R = 3\sqrt{2}$. PT của (C') là

$$(x-2)^2 + (y-1)^2 = 18.$$

Vì M là giao điểm của đường thẳng d và đường tròn (C') nên tọa độ điểm M là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases}(x-2)^2 + (y-1)^2 = 18\\ x - y + 1 = 0.\end{cases}$$

Đáp số. Có hai điểm thỏa mãn đề bài là $M_1\left(1-2\sqrt{2};2-2\sqrt{2}\right)$; $M_2\left(1+2\sqrt{2};2+2\sqrt{2}\right)$.

2) Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-4)$, bán kính $R = \sqrt{5}$.

Ta có $\vec{u}_d = (1;-1;2)$. Giả sử $\vec{n}_P = (a;b;c)$, vì $\vec{u}_d.\vec{n}_P = 0 \Rightarrow a - b + 2c = 0$. Điểm $A(0;3;-1) \in d$ nên $A \in (P)$. PT của (P) có dạng

$$ax + b(y-3) + c(z+1) = 0.$$

Kết hợp với $d(I;(P)) = \sqrt{5}$ suy ra $a^2 + b^2 = 4c^2$.

Đáp số. PT mặt phẳng (P) cần tìm là $2y + z - 5 = 0$, hoặc (P): $2x - z - 1 = 0$.

Câu VIIb. ĐK $x \geq \log_5 4$.

Ta thấy $x = \log_5 4$ không là nghiệm PT. Chia cả hai vế của PT cho $\sqrt[4]{25^x - 16}$ ta được

$$3\sqrt[4]{\frac{5^x-4}{5^x+4}} + \sqrt[4]{\frac{5^x+4}{5^x-4}} = 2\sqrt{3}.$$

Đặt $t = \sqrt[4]{\dfrac{5^x-4}{5^x+4}}$ $(t \geq 0)$.

PT trở thành $3t^2 - 2\sqrt{3}t + 1 = 0 \Leftrightarrow t = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

Từ đó tìm được $x = 1$.

LÂM QUỐC TOÀN

(GV THPT chuyên Nguyễn Thị Minh Khai, Sóc Trăng)

PHƯƠNG PHÁP TÍNH TỔNG...

(Tiếp trang 2)

Thay vào (9) ta được

$ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e - (a(x-1)^4 + b(x-1)^3 + c(x-1)^2 + d(x-1) + e) = x^3 + 2x^2 + x$

$\Leftrightarrow ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e - (ax^4 - 4ax^3 + 6ax^2 - 4ax + a + bx^3 - 3bx^2 + 3bx - b + cx^2 - 2cx + c + dx - d + e) = x^3 + 2x^2 + x$

$\Leftrightarrow 4ax^3 + (-6a + 3b)x^2 + (4a - 3b + 2c)x - a + b - c + d = x^3 + 2x^2 + x$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}4a=1\\ -6a+3b=2\\ 4a-3b+2c=1\\ -a+b-c+d=0\end{cases} \Leftrightarrow a=\frac{1}{4};\ b=\frac{7}{6};\ c=\frac{7}{4};\ d=\frac{5}{6}.$$

Do đó $f(x) = \dfrac{1}{4}x^4 + \dfrac{7}{6}x^3 + \dfrac{7}{4}x^2 + \dfrac{5}{6}x + e\ (e \in \mathbb{R})$ (10)

Cho $x = 1; 2; \ldots; k$ lần lượt thay vào (9), rồi cộng vế theo vế và áp dụng (10) ta được

$1.2^2 + 2.3^2 + \ldots + k(k+1)^2 = f(k) - f(0)$

$= \dfrac{1}{4}k^4 + \dfrac{7}{6}k^3 + \dfrac{7}{4}k^2 + \dfrac{5}{6}k$

$= \dfrac{k(3k^3 + 14k^2 + 21k + 10)}{12} = \dfrac{k(k+1)(k+2)(3k+5)}{12}$.

Vậy $1.2^2 + 2.3^2 + \ldots + k(k+1)^2$

$= \dfrac{k(k+1)(k+2)(3k+5)}{12}$ $(k \in \mathbb{N}^*)$.□

Để kết thúc bài viết, mời các bạn hãy luyện tập thông qua các bài tập tương tự sau đây.

BÀI TẬP

Tính các tổng sau, với $k \in \mathbb{N}^*$:

1. $1 + 2 + \ldots + k$;
2. $1^4 + 2^4 + 3^4 + \ldots + k^4$;
3. $1.2.3 + 2.3.4 + \ldots + k(k+1)(k+2)$;
4. $1.3.5 + 3.5.7 + \ldots + (2k-1)(2k+1)(2k+3)$;
5. $1.2.3.4 + 2.3.4.5 + \ldots + k(k+1)(k+2)(k+3)$;
6. $1.2^3 + 2.3^3 + \ldots + k(k+1)^3$;
7. $1^2.2 + 2^2.3 + \ldots + k^2(k+1)$;
8. $1.2.3^2 + 2.3.4^2 + \ldots + k(k+1)(k+2)^2$.

SỬ DỤNG ĐỊNH LÍ SIN, CÔSIN ĐỂ GIẢI MỘT SỐ BÀI TOÁN HÌNH HỌC

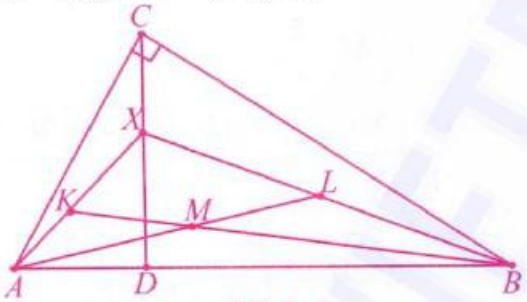
TRẦN XUÂN ĐÁNG
(GV THPT chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định)

Trong kì thi Olympic Toán học Quốc tế (IMO) năm 2012 tại Argentina có bài toán sau đây.

Bài toán 1. *Cho tam giác ABC với $\widehat{BCA}=90^\circ$ và D là chân đường cao hạ từ C. Cho X là một điểm thuộc đoạn thẳng CD (X khác C và D). Cho K là điểm trên đoạn thẳng AX sao cho BK=BC. Tương tự, L là điểm nằm trên đoạn thẳng BX sao cho AL=AC. Cho M là giao điểm của AL và BK. Chứng minh rằng $MK = ML$.*

Đây là bài toán 5 của đề thi IMO năm 2012 .

Lời giải. Đặt $AB=c, AC=AL=b, BC=BK=a$, $\widehat{DAX}=\alpha, \widehat{DBX}=\beta$ (h.1).



Hình 1

Từ định lí côsin cho tam giác ALB ta có

$$b^2 = BL^2 + c^2 - 2c.BL\cos\beta$$

$\Rightarrow BL^2 - 2c.BL\cos\beta + a^2 = 0$ (vì $c^2 = a^2 + b^2$).

Đặt $BL=x\,(0<x<a)$ thì $x^2 - 2cx\cos\beta + a^2 = 0$ (1)

$\Delta' = c^2\cos^2\beta - a^2$. Ta có

$$\cos\beta > \cos\widehat{ABC} = \frac{a}{c} \Rightarrow c\cos\beta > a \Rightarrow \Delta' > 0.$$

Suy ra PT (1) có hai nghiệm phân biệt

$$x_1 = c\cos\beta - \sqrt{c^2\cos^2\beta - a^2},$$

$$x_2 = c\cos\beta + \sqrt{c^2\cos^2\beta - a^2}.$$

Ta có $x_1x_2 = a^2$ và $0 < x_1 < x_2 \Rightarrow x_2 > a$ và $x_1 < a$. Do đó $BL = c\cos\beta - \sqrt{c^2\cos^2\beta - a^2}$.

Ta có $BX = \dfrac{BD}{\cos\beta} = \dfrac{a^2}{c\cos\beta}$

$$\Rightarrow LX = \frac{a^2}{c\cos\beta} - c\cos\beta + \sqrt{c^2\cos^2\beta - a^2}$$

$$= \frac{\sqrt{c^2\cos^2\beta - a^2}}{c\cos\beta}\left(c\cos\beta - \sqrt{c^2\cos^2\beta - a^2}\right).$$

Tương tự

$$KX = \frac{\sqrt{c^2\cos^2\alpha - b^2}\,(c\cos\alpha - \sqrt{c^2\cos^2\alpha - b^2})}{c\cos\alpha},$$

$$AX = \frac{b^2}{c\cos\alpha},\ AK = c\cos\alpha - \sqrt{c^2\cos^2\alpha - b^2}.$$

Áp dụng định lí Menelaus vào tam giác BKX ta có $\dfrac{LX}{LB}.\dfrac{MB}{MK}.\dfrac{AK}{AX} = 1$, suy ra

$$\frac{MK}{MB} = \frac{\sqrt{c^2\cos^2\beta - a^2}}{\cos\beta}.\frac{(c\cos\alpha - \sqrt{c^2\cos^2\alpha - b^2})\cos\alpha}{b^2}$$

$$= \frac{\cos\alpha\sqrt{c^2\cos^2\beta - a^2}}{(c\cos\alpha + \sqrt{c^2\cos^2\alpha - b^2})\cos\beta} \Rightarrow \frac{MK}{a} =$$

$$\frac{\cos\alpha\sqrt{c^2\cos^2\beta - a^2}}{\cos\alpha\sqrt{c^2\cos^2\beta - a^2} + \cos\beta\sqrt{c^2\cos^2\alpha - b^2} + c\cos\alpha\cos\beta}$$

$$\Rightarrow MK = \frac{a\cos\alpha\sqrt{c^2\cos^2\beta - a^2}}{\cos\alpha\sqrt{c^2\cos^2\beta - a^2} + \cos\beta\sqrt{c^2\cos^2\alpha - b^2} + c\cos\alpha\cos\beta}$$

Tương tự

$$ML = \frac{b\cos\beta\sqrt{c^2\cos^2\alpha - b^2}}{\cos\alpha\sqrt{c^2\cos^2\beta - a^2} + \cos\beta\sqrt{c^2\cos^2\alpha - b^2} + c\cos\alpha\cos\beta}$$

Ta chỉ cần chứng minh

$$a\cos\alpha\sqrt{c^2\cos^2\beta - a^2} = b\cos\beta\sqrt{c^2\cos^2\alpha - b^2} \quad (2)$$

Thật vậy (2) $\Leftrightarrow a^2\cos^2\alpha(c^2\cos^2\beta - a^2)$

$= b^2\cos^2\beta(c^2\cos^2\alpha - b^2)$

$\Leftrightarrow a^2c^2\cos^2\alpha\cos^2\beta - a^4\cos^2\alpha$

$\quad - b^2c^2\cos^2\alpha\cos^2\beta + b^4\cos^2\beta = 0$

$\Leftrightarrow a^4\cos^2\alpha\cos^2\beta - b^4\cos^2\alpha\cos^2\beta$

$\quad - a^4\cos^2\alpha + b^4\cos^2\beta = 0$

$\Leftrightarrow -a^4\cos^2\alpha\sin^2\beta + b^4\cos^2\beta\sin^2\alpha = 0$

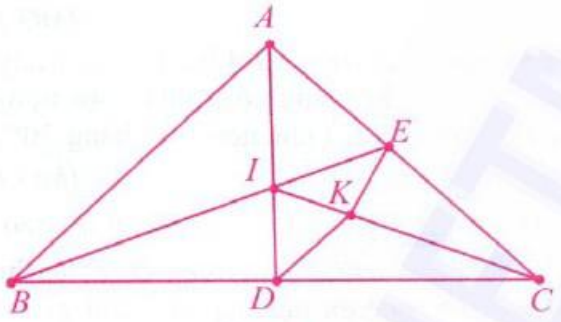
$\Leftrightarrow a^2\cos\alpha\sin\beta = b^2\cos\beta\sin\alpha \Leftrightarrow \dfrac{\cot\alpha}{\cot\beta} = \dfrac{b^2}{a^2}$.

Rõ ràng $\dfrac{\cot\alpha}{\cot\beta} = \dfrac{DA}{DB} = \dfrac{b^2}{a^2}$ (đpcm) ❐

Trong kì thi IMO 2009 tại Đức có

✪Bài toán 2. *Cho tam giác ABC có AB=AC. Các đường phân giác của các góc CAB, ABC cắt các cạnh BC,CA lần lượt tại D và E. Gọi K là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ADC. Biết rằng $\widehat{BEK} = 45°$, tìm tất cả các giá trị của góc CAB.*

Lời giải. Gọi I là giao điểm của AD và BE (h. 2)



Hình 2

Đặt $AB = b, \widehat{BAC} = 2\alpha$ $(0° < \alpha < 90°)$.

Ta có $\widehat{IDK} = 45°$, $\widehat{ABE} = 45° - \dfrac{\alpha}{2}$,

$\widehat{BEA} = 135° - \dfrac{3\alpha}{2}, \widehat{EIC} = 90° - \alpha, \widehat{CID} = 45° + \dfrac{\alpha}{2}$.

Áp dụng định lí sin vào tam giác ABE, ta có

$$\frac{AE}{\sin\left(45° - \frac{\alpha}{2}\right)} = \frac{AB}{\sin\left(135° - \frac{3\alpha}{2}\right)}$$

suy ra $AE = \dfrac{b\sin\left(45° - \frac{\alpha}{2}\right)}{\cos\left(45° - \frac{3\alpha}{2}\right)}$.

Áp dụng định lí sin vào tam giác IEK, ta có

$$\frac{IK}{\sin 45°} = \frac{IE}{\sin(135° - \alpha)} \Rightarrow IK = \frac{IE\sin 45°}{\cos(45° - \alpha)}.$$

Áp dụng định lí sin vào tam giác AIE, ta có

$$\frac{IE}{\sin\alpha} = \frac{AE}{\sin\left(45° + \frac{\alpha}{2}\right)} \Rightarrow IE = \frac{AE\sin\alpha}{\sin\left(45° + \frac{\alpha}{2}\right)}$$

$$\Rightarrow IK = \frac{b\sin\alpha\sin\left(45° - \frac{\alpha}{2}\right)\sin 45°}{\cos\left(45° - \frac{3\alpha}{2}\right)\sin\left(45° + \frac{\alpha}{2}\right)\cos(45° - \alpha)} \quad (3)$$

Ta có $ID = BD\tan\left(45° - \dfrac{\alpha}{2}\right) = b\sin\alpha\tan\left(45° - \dfrac{\alpha}{2}\right)$.

Áp dụng định lí sin vào tam giác IDK, ta có

$$\frac{IK}{\sin 45°} = \frac{ID}{\sin\left(90° + \frac{\alpha}{2}\right)} = \frac{ID}{\cos\frac{\alpha}{2}}$$

$$\Rightarrow IK = \frac{b\sin\alpha\tan\left(45° - \frac{\alpha}{2}\right)\sin 45°}{\cos\frac{\alpha}{2}} \quad (4)$$

Từ (3) và (4) suy ra

$$\frac{b\sin\alpha\sin\left(45° - \frac{\alpha}{2}\right)\sin 45°}{\cos\left(45° - \frac{3\alpha}{2}\right)\sin\left(45° + \frac{\alpha}{2}\right)\cos(45° - \alpha)}$$

$$= \frac{b\sin\alpha\tan\left(45° - \frac{\alpha}{2}\right)\sin 45°}{\cos\frac{\alpha}{2}}$$

$$\Leftrightarrow \cos\left(45° - \frac{3\alpha}{2}\right)\cos(45° - \alpha) = \cos\frac{\alpha}{2}$$

$$\left(\text{vì} \sin\left(45° + \frac{\alpha}{2}\right) = \cos\left(45° - \frac{\alpha}{2}\right)\right)$$

$\Leftrightarrow \cos\left(90° - \dfrac{5\alpha}{2}\right) = \cos\dfrac{\alpha}{2} \Leftrightarrow \alpha = 45°$ hoặc

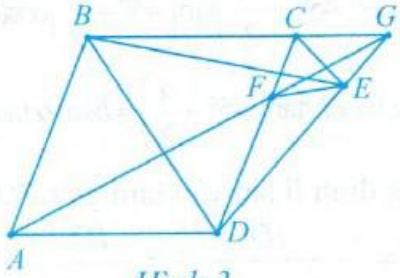
$\alpha = 30° \Leftrightarrow \widehat{CAB} = 90°$ hoặc $\widehat{CAB} = 60°$

Thử lại ta thấy $\widehat{CAB} = 90°$ hoặc $\widehat{CAB} = 60°$ thỏa mãn điều kiện đề bài. ❐

Trong kì thi IMO năm 2007 tại Việt Nam có

Bài toán 3. *Xét năm điểm A,B,C,D,E sao cho ABCD là một hình bình hành và BCED là một tứ giác nội tiếp. Cho l là một đường thẳng đi qua A. Giả sử l cắt miền trong của đoạn thẳng DC tại F và cắt đường thẳng BC tại G. Cũng giả sử rằng $EF = EG = EC$. Chứng minh rằng l là phân giác của góc DAB.*

Lời giải. Đặt $\widehat{DAF} = \beta, \widehat{BAF} = \alpha, \widehat{BDA} = \gamma$, $EG = R$ (h.3).



Hình 3

Ta có E là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác CFG và $\widehat{CGF} = \beta$ nên $CF = 2R\sin\beta$. Từ

$$\frac{CD}{\sin\gamma} = \frac{R}{\sin\left(\gamma - \frac{180^0 - 2\beta}{2}\right)} = \frac{R}{\sin(\gamma + \beta - 90^o)}$$

$$= -\frac{R}{\cos(\gamma+\beta)} \Rightarrow CD = \frac{-R\sin\gamma}{\cos(\gamma+\beta)}.$$

Vậy $DF = CD - CF = \dfrac{-R\sin\gamma}{\cos(\gamma+\beta)} - 2R\sin\beta.$

Áp dụng định lí sin vào tam giác ADF ta có $\dfrac{DF}{\sin\beta} = \dfrac{AD}{\sin\alpha}$ suy ra

$$AD = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}\left(-R\frac{\sin\gamma}{\cos(\gamma+\beta)} - 2R\sin\beta\right)$$

$$= -\frac{R\sin\alpha\sin\gamma}{\sin\beta\cos(\gamma+\beta)} - 2R\sin\alpha.$$

Áp dụng định lí sin vào tam giác BCE ta có

$$\frac{BC}{\sin(\alpha+\beta+\gamma)} = \frac{-R}{\cos(\gamma+\beta)}$$

$$\Rightarrow BC = -\frac{R\sin(\alpha+\beta+\gamma)}{\cos(\gamma+\beta)}.$$

Mặt khác, vì $BC = AD$ nên

$$\frac{\sin(\alpha+\beta+\gamma)}{\cos(\gamma+\beta)} = \frac{\sin\alpha\sin\gamma}{\sin\beta\cos(\gamma+\beta)} + 2\sin\alpha$$

$$\Leftrightarrow \sin(\alpha+\beta+\gamma)\sin\beta = \sin\alpha\sin\gamma + 2\sin\alpha\sin\beta\cos(\gamma+\beta)$$

$$\Leftrightarrow \sin\beta\sin(\alpha-\beta-\gamma) + \sin\alpha\sin\gamma = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\left(\cos(\alpha-2\beta-\gamma) - \cos(\alpha-\gamma)\right)$$

$$+\frac{1}{2}\left(\cos(\alpha-\gamma) - \cos(\alpha+\gamma)\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos(\alpha-2\beta-\gamma) = \cos(\alpha+\gamma).$$

Từ đây dễ thấy $\alpha = \beta$, suy ra điều cần chứng minh. □

BÀI TẬP

1. Cho tam giác ABC. Về phía ngoài của tam giác ABC ta dựng các tam giác BCP, CAQ, ABR sao cho $\widehat{PBC} = \widehat{CAQ} = 45^o, \widehat{BCP} = \widehat{QCA} = 30^o, \widehat{ABR} = \widehat{BAR} = 15^o$.

Chứng minh rằng $\widehat{QRP} = 90°$ và $QR = RP$.

(IMO 1975)

2. Cho tam giác ABC và điểm P nằm trong tam giác. Chứng minh rằng có ít nhất một trong các góc PAB, PBC, PCA nhỏ hơn hoặc bằng $30°$.

(IMO 1991)

3. Trong tam giác ABC có điểm P sao cho $\widehat{APB} - \widehat{ACB} = \widehat{APC} - \widehat{ABC}$. Gọi D, E lần lượt là tâm các đường tròn nội tiếp các tam giác APB, APC. Chứng minh rằng các đường thẳng AP, BD, CE đồng quy.

(IMO 1996)

4. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn. Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Gọi P là chân đường vuông góc kẻ từ A đến BC. Biết rằng $\widehat{BCA} \geq \widehat{ABC} + 30°$.

Chứng minh rằng $\widehat{CAB} + \widehat{COP} < 90°$.

(IMO 2001)

5. Cho tam giác ABC. Đường phân giác của góc BAC cắt cạnh BC tại P. Đường phân giác của góc ABC cắt cạnh AC tại Q. Biết rằng $\widehat{BAC} = 60°$ và $AB + BP = AQ + QB$. Tính số đo các góc của tam giác ABC.

(IMO 2001)

Bài 1. *Đếm số* THEO VÒNG TRÒN

Một lớp học gồm 60 học sinh đứng thành một vòng tròn, quay mặt vào giữa, để chơi trò đếm số theo chiều kim đồng hồ. Lớp trưởng bắt đầu đếm số 1, bạn đứng liền bên trái lớp trưởng đếm số 2, bạn tiếp theo đếm số 1, rồi bạn tiếp nữa đếm số 2 và tiếp tục đếm các số 1, 2 như thế. Bạn nào đếm số 2 xong thì phải rời ngay khỏi vòng tròn. Sau khi đếm hết mỗi vòng tròn thì các bạn còn lại vẫn tiếp tục thực hiện đếm và rời khỏi vòng tròn theo quy tắc trên. Bạn cần chọn vị trí nào trong vòng tròn ban đầu (tính từ lớp trưởng) để là người ở lại cuối cùng và được nhận tặng phẩm ?

ĐAN QUỲNH

GIẢI ĐÁP: XÂY KIM TỰ THÁP

(Đề đăng trên TH&TT số 422, tháng 8 năm 2012)

Gọi số gạch ở tầng thứ n (n = 1, 2, ...) là a_n. Từ giả thiết có $a_1 = 2$, $a_2 = 4$, $a_3 = 6 + a_1 = 8$, $a_4 = 8 + a_2 = 12$,... Tổng quát bằng phép quy nạp ta có $a_n = 2n + a_{n-2}$ với $n = 1, 2, ...$

• Khi n là số chẵn, $n = 2m$ có $a_{2m} = 2m(m+1)$ với $m = 1, 2, ...$

• Khi n là số lẻ, $n = 2m - 1$ có $a_{2m-1} = 2m^2$ với $m = 1, 2, ...$

Tổng số viên gạch đã xây 20 tầng tháp là

$$S_{20} = (a_1 + a_3 + ... + a_{19}) + (a_2 + a_4 + ... + a_{20})$$

$$= 2\sum_{m=1}^{10} m^2 + 2\sum_{m=1}^{10} m(m+1)$$

$$= 4\sum_{m=1}^{10} m^2 + 2\sum_{m=1}^{10} m = 1540 + 110 = 1650.$$

Nhận xét. Các bạn sau có lời giải đúng:

1) *Nguyễn Quang Trọng*, 12A1, THPT Tây Tiền Hải, **Thái Bình**.

2) *Trần Nguyên Try*, 11C3A, THPT chuyên Hùng Vương, TP. Pleiku, **Gia Lai**.

PHI PHI

Bài 2. Bài toán về *Ngày Nhà Giáo Việt Nam*

Nhân ngày hai mươi
Tháng mười một đến
Hai bạn thân mến
Thi nhau tranh tài
Tám mới hỏi Hai
Số nào lớn, bé
$(20112012!)^2$ *hay* $20112012^{20112012}$?
Mời các bạn trẻ
Chung lời giải hay.

LÊ CÔNG THUẬN
(GV THCS Quang Lộc, Can Lộc, Hà Tĩnh)

CÁC LỚP THCS

Bài T1/425. (Lớp 6). Tìm các số tự nhiên N sao cho khi ta xóa đi vài chữ số cuối cùng của nó thì số N giảm đi 1997 lần.

VŨ HỒNG LƯỢNG
(GV THCS Yên Dương, Tam Đảo, Vĩnh Phúc)

Bài T2/425. (Lớp 7) Cho tam giác ABC vuông tại A có $\widehat{ACB} = 15^\circ$. Trên cạnh AC lấy điểm D sao cho đường thẳng qua D vuông góc với BD cắt cạnh BC tại E thỏa mãn $DE = 2DA$. Tính số đo góc ADB.

NGUYỄN XUÂN HÙNG
(GV THPT chuyên Hà Nội - Amsterdam)

Bài T3/425. Tìm số nguyên dương n để $[A] = 4951$ với A là tổng của n số hạng sau

$$A = \left(1+\frac{1}{2}\right)+\left(2+\frac{2}{2^2}\right)+\left(3+\frac{3}{2^3}\right)+\ldots+\left(n+\frac{n}{2^n}\right)$$

trong đó kí hiệu $[x]$ là số nguyên lớn nhất không vượt quá x.

NGUYỄN VIỆT HÙNG
(GV THPT chuyên KHTN, ĐHQG Hà Nội)

Bài T4/425. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \dfrac{1+\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{y}+\sqrt[3]{z}}{xy+yz+zx}$, trong đó x, y, z là ba số thực dương thỏa mãn điều kiện $x+y+z=3$.

TRỊNH XUÂN TÌNH
(GV THPT Phú Xuyên B, Hà Nội)

Bài T5/425. Giải phương trình

$$x^2-2x+7+\sqrt{x+3} = 2\sqrt{1+8x}+\sqrt{1+\sqrt{1+8x}}.$$

NGUYỄN VĂN XÁ
(GV THPT Yên Phong Số 2, Bắc Ninh)

CÁC LỚP THPT

Bài T6/425. Cho tam giác ABC không cân. Kẻ các đường trung tuyến AA', BB', CC'; các đường cao AH, BF và CK. Biết rằng $CK = BB'$, $BF = AA'$. Tìm tỉ số $\dfrac{CC'}{AH}$.

NGUYỄN ĐỄ
(Hải Phòng)

Bài T7/425. Cho $a_1, a_2, \ldots, a_n$ $(n \geq 3)$ là các số thực dương thỏa mãn điều kiện

$$(a_1+a_2+\ldots+a_n)^2 > \frac{3n-1}{3}(a_1^2+a_2^2+\ldots+a_n^2).$$

Chứng minh rằng khi đó a_i, a_j, a_k là độ dài ba cạnh của một tam giác, trong đó i, j, k là các số tự nhiên thỏa mãn điều kiện $0 < i < j < k \leq n$.

NGUYỄN VĂN HUYỆN
(SV ĐH Giao thông Vận tải, TP.Hồ Chí Minh)

Bài T8/425. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành có thể tích là V. Mặt phẳng (P) cắt các cạnh SA, SB, SC, SD lần lượt tại A', B', C', D' thỏa mãn đẳng thức $\dfrac{SA}{SA'}+\dfrac{SB}{SB'}+\dfrac{SC}{SC'}+\dfrac{SD}{SD'} = 8$. Đặt thể tích của hình chóp $S.A'B'C'$ là V_1 và thể tích của hình chóp $S.A'C'D'$ là V_2.

Chứng minh rằng $\dfrac{1}{\sqrt[3]{V_1}}+\dfrac{1}{\sqrt[3]{V_2}} \leq \dfrac{4\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{V}}$.

PHẠM ĐỨC HẠNH
(GV THPT Hoàng Mai, Quỳnh Lưu, Nghệ An)

TIẾN TỚI OLYMPIC TOÁN

Bài T9/425. Viết 2012^{2013} thành tổng của 2013 số nguyên dương $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_{2013}$.
Đặt $T = a_1^{13}+a_2^{13}+a_3^{13}+\ldots+a_{2013}^{13}$.
Chứng minh rằng $T + 2012^{2013}$ không là số chính phương.

NGUYỄN KHÁNH TOÀN
(GV THCS Bắc Hải, Tiền Hải, Thái Bình)

Bài T10/425. Cho tam giác ABC. Đường tròn (I) nội tiếp tam giác tiếp xúc các cạnh BC, CA, AB theo thứ tự tại D, E, F. Gọi M là giao điểm của BC với đường phân giác trong góc BIC, N là giao điểm của EF với đường phân

giác trong góc EDF. Chứng minh rằng ba điểm A, M, N thẳng hàng.

TẠ HỒNG SƠN
(SV lớp Ngân hàng AK50, Khoa Ngân Hàng - Tài chính, ĐHKTQD Hà Nội)

Bài T11/425. Với hai đa thức có hệ số nguyên $p(x)$ và $q(x)$, ta viết $p(x) \equiv q(x) \pmod 2$ nếu $p(x) - q(x)$ là một đa thức có tất cả các hệ số đều chia hết cho 2.

Cho dãy đa thức $p_n(x)$ thỏa mãn $p_1(x) = p_2(x) = 1$ và $p_{n+2}(x) = p_{n+1}(x) + x.p_n(x),\ \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Chứng minh rằng $p_{2^n}(x) \equiv 1 \pmod 2, \forall n \in \mathbb{N}$.

TRẦN VINH HỢP
(GV THPT chuyên Lê Quý Đôn, Quảng Trị)

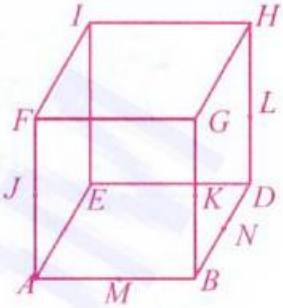
Bài T12/425. Giả sử ABC là một tam giác nhọn. Chứng minh rằng

$$\frac{\cos B\cos C}{\cos\frac{B-C}{2}} + \frac{\cos C\cos A}{\cos\frac{C-A}{2}} + \frac{\cos A\cos B}{\cos\frac{A-B}{2}} \le \frac{3}{4}.$$

CAO MINH QUANG
(GV THPT chuyên Nguyễn Bỉnh Khiêm, Vĩnh Long)

CÁC ĐỀ VẬT LÍ

Bài L1/425. Một khung dây dẫn điện gồm các cạnh của một hình lập phương, mỗi cạnh có điện trở là $R = 12\Omega$. Gọi các điểm J, M, K, L, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AF, AB, GB, HD, BD (hình vẽ). Hãy tính điện trở của khung dây khi cho dòng điện vào và ra ở hai điểm sau :



a) A và H; b) A và D; c) A và B; d) J và L; e) J và K; f) M và N.

NGUYỄN QUANG HẬU
(Hà Nội)

Bài L2/425. Trên một sợi dây đàn hồi CB có sóng dừng, đầu B cố định. Xét dao động của một phần tử tại điểm M trên dây cách đầu cố định B một khoảng $MB = d$. Giả sử tại thời điểm t, sóng tới truyền đến B có phương trình $u_B = A\cos 2\pi ft$. Viết phương trình dao động của phần tử tại M khi có sóng tới và sóng phản xạ liên tục đi qua đó.

Từ phương trình này nêu lên

a) Công thức xác định vị trí của bụng sóng và nút sóng theo khoảng cách d.

b) Nhận xét về pha dao động của các phần tử trên dây.

NGUYỄN MINH TUẤN
(GV THPT Yên Thành 2, Yên Thành, Nghệ An)

PROBLEMS IN THIS ISSUE

FOR LOWER SECONDARY SCHOOLS

T1/425. (For 6th grade). Find all natural numbers N such that N decreases by a factor of 1997 after truncating the last several digits.

T2/425. (For 7th grade). Let ABC be a right triangle with right angle at A and $\widehat{ACB} = 15^\circ$, Point D on edge AC such that the line passing through D and perpendicular to BD cuts BC at E and $DE = 2DA$. Find the measure of angle ADB.

T3/425. Find all positive integers n such that $[A] = 4951$, where A is the sum of n terms

$$A = \left(1+\frac{1}{2}\right) + \left(2+\frac{2}{2^2}\right) + \left(3+\frac{3}{2^3}\right) + \ldots + \left(n+\frac{n}{2^n}\right).$$

Here $[x]$ denotes the largest integer not exceeding x.

T4/425. Find the minimum value of the expression $P = \dfrac{1+\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{y}+\sqrt[3]{z}}{xy+yz+zx}$, where x, y, z are positive numbers satisfying $x+y+z=3$.

T5/425. Solve the equation

$$x^2 - 2x + 7 + \sqrt{x+3} = 2\sqrt{1+8x} + \sqrt{1+\sqrt{1+8x}}.$$

(Xem tiếp trang 27)

WWW.VIETMATHS.COM

★ Bài T1/421. *Cho tổng gồm 2012 số hạng*

$$S=\frac{1}{5}+\frac{2}{5^2}+\frac{3}{5^3}+\frac{4}{5^4}+...+\frac{2012}{5^{2012}}.$$

Hãy so sánh S với $\frac{1}{3}$.

Lời giải. Với mỗi số nguyên dương n, ta có

$$\frac{n}{5^n}=\frac{4n+1}{16.5^{n-1}}-\frac{4n+5}{16.5^n} \qquad (1)$$

Thay n lần lượt bằng 1, 2, ..., 2012 vào (1) ta được $S=\left(\frac{5}{16}-\frac{9}{16.5}\right)+\left(\frac{9}{16.5}-\frac{13}{16.5}\right)+...$

$$+\left(\frac{8049}{16.5^{2011}}-\frac{8053}{16.5^{2012}}\right)<\frac{5}{16}<\frac{1}{3}.\ \square$$

➢ **Nhận xét.** 1) Đa số các bạn giải bằng cách sau

$4S=5S-S=1+\frac{1}{5}+\frac{1}{5^2}+...+\frac{1}{5^{2011}}-\frac{2012}{5^{2012}}$.

Đặt $P=\frac{1}{5}+\frac{1}{5^2}+...+\frac{1}{5^{2011}}$, tính được $4P=5P-P$ $=1-\frac{1}{5^{2011}}$, từ đó có $4S<\frac{5}{4}$ hay $S<\frac{5}{16}<\frac{1}{3}$.

Cũng có thể tính $3S=5S-2S$ để suy ra $3S<1$.

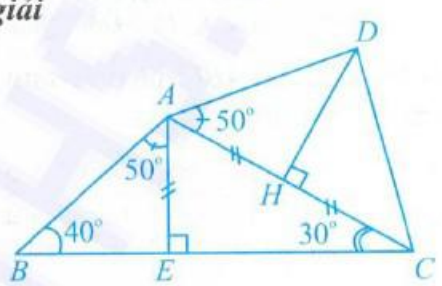
2) Các bạn sau có lời giải tốt:

Vĩnh Phúc: *Tạ Minh Thu*, 6A1, *Đỗ Thị Thu Phương*, 6A3, *Phùng Ngọc Hoa, Phùng Thị Anh*, 6A5, THCS Yên Lạc; **Hà Nội:** *Tạ Lê Ngọc Sáng*, 6E, THPT chuyên Hà Nội - Amsterdam; **Thanh Hóa:** *Nguyễn Tuấn Anh*, 6D, THCS Nhữ Bá Sỹ, Hoằng Hóa; **Nghệ An:** *Hoàng Thái Sơn*, 6A, THCS Hồ Xuân Hương, Quỳnh Lưu; **Hà Tĩnh:** *Trần Minh Thư, Hoàng Thảo Vy, Nguyễn Thị Hà*, 6A, THCS Xuân Diệu, Can Lộc; **Quảng Ngãi:** *Võ Nguyên Hải*, 6A, THCS Nghĩa Mỹ, Tư Nghĩa, *Phạm Thiên Trang, Nguyễn Thị Mỹ Chi*, 6A, THCS Hành Phước, *Nguyễn Đại Dương*, 6B, THCS Kim Vang, *Điệp Diệu Thanh*,, 5B, *Lê Thị Nhật Phượng*, 5C, TH Số 1 Hành Phước, *Nguyễn Thị Lan Chi*, 5C, *Phan Thị Mỹ Hồng, Phạm Văn Tân, Đoàn Huỳnh Tuyết Anh*, 5B, TH Số 2 Hành Phước, Nghĩa Hành.

VIỆT HẢI

★ Bài T2/421. *Cho tam giác ABC có* $\widehat{ABC}=40^o$, $\widehat{ACB}=30^o$. *Bên ngoài tam giác đó dựng tam giác ADC có* $\widehat{ACD}=\widehat{CAD}=50^o$. *Chứng minh rằng tam giác BAD cân.*

Lời giải



Kẻ $AE\perp BC$, $DH\perp AC$ ($E\in BC$, $H\in AC$).

Trong tam giác vuông AEC có $\widehat{ACE}=30^o$ nên $AE=\frac{1}{2}AC$ (1)

Tam giác ADC cân tại D, DH là đường cao nên $AH=HC=\frac{1}{2}AC$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $AE=AH$.

Lại có $\widehat{BAE}=\widehat{DAH}=50^o$ nên $\Delta ABE=\Delta ADH$, do đó $AB=AD$. Vậy tam giác BAD cân tại A. $\square$

➢ **Nhận xét.** 1) Bài toán này có nhiều cách giải. Chẳng hạn, cách giải của các bạn trường THCS Xuân Diệu, Can Lộc, **Hà Tĩnh:** Trên cạnh BC lấy điểm M sao cho $\widehat{CDM}=20^o$, sau đó chứng minh tam giác ADM đều và tam giác ABM cân tại A, suy ra $AB=AD$.

CÔNG TY RUNSYSTEM, BCĐ PHONG TRÀO THI ĐUA "XÂY DỰNG TRƯỜNG HỌC THÂN THIỆN, HỌC SINH TÍCH CỰC" VÀ TẠP CHÍ TOÁN HỌC VÀ TUỔI TRẺ

Phối hợp tổ chức trao thưởng thường xuyên cho học sinh được nêu tên trên tạp chí

2) Các bạn sau đây có lời giải ngắn gọn:

Phú Thọ: *Lê Khánh Ly*, 7B, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, *Nguyễn Đức Thuận*, 7A3, THCS Lâm Thao; **Hà Nam:** *Ngô Nhật Long*, 7A5, THCS Trần Phú, TX. Phủ Lý; **Thanh Hóa:** *Trương Văn Thọ, Nguyễn Tuấn Anh*, 7D, THCS Nhữ Bá Sỹ, Hoằng Hóa; **Hà Tĩnh:** *Phan Thị Hiền, Nguyễn Thị Vân Anh*, 7C, *Phan Thị Quỳnh Trang*, 7A, THCS Xuân Diệu, Can Lộc, *Vũ Đức Tâm*, 7E, THCS Bắc Hồng, TX. Hồng Lĩnh, *Nguyễn Lệ Giang, Trần Thị Thanh Hoa, Lê Thị Thu Uyên, Võ Thị Hồng Liệu, Trần Thị Tường Vy, Phan Thị Thu Trang*, 7B, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ; **Quảng Ngãi:** *Đỗ Thị Thanh Truyền*, 6D, *Phan Kiều Chinh*, 6A, *Phạm Thị Mỹ Hằng, Đặng Lưu Việt Quý, Võ Quang Phú Thời, Phạm Thiên Trang, Cao Thị Thúy Điểm, Nguyễn Thúy Phượng, Nguyễn Thị Mỹ Chi, Vũ Thi Thi*, 7A, THCS Hành Phước, *Nguyễn Đại Dương*, 7B, THCS Nguyễn Kim Vang, *Nguyễn Tấn Trung*, 7H, THCS Huỳnh Thúc Kháng, Nghĩa Hành, *Phạm Thị Vy Vy, Võ Nguyên Hải, Trần Thị Mỹ Ninh*, 7A, THCS Nghĩa Mỹ, Tư Nghĩa.

NGUYỄN XUÂN BÌNH

Bài T3/421. *Tìm các số tự nhiên a, b, c với $c < 20$ thỏa mãn $a^2 + ab + b^2 = 70c$* (1)

Lời giải. Từ (1) suy ra $a^2 + ab + b^2 \vdots 10$.

Từ đó $(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3 - b^3 \vdots 10$, suy ra a^3 và b^3 có cùng chữ số tận cùng, dẫn đến a và b cùng chữ số tận cùng $\Rightarrow a - b \vdots 10$.

Mặt khác $a^2 + ab + b^2 = (a-b)^2 + 3ab \vdots 10$ nên $ab \vdots 10$, tức là ab có chữ số tận cùng là 0.

Suy ra a và b có chữ số tận cùng là 0.

Đặt $a = 10x$, $b = 10y$ ($x, y \in \mathbb{N}$).

Ta có $(10x)^2 + 10x.10y + (10y)^2 = 70c$

$\Rightarrow 10(x^2 + xy + y^2) = 7c \Rightarrow 7c \vdots 10$.

Vì $c \in \mathbb{N}$, $c < 20$ nên $c \in \{0, 10\}$.

• Với $c = 0$ thì $a = b = 0$, thỏa mãn (1).

• Với $c = 10$, ta có $x^2 + xy + y^2 = 7$ (2)

Suy ra $x^2 \le 7 \Rightarrow x \in \{0, 1, 2\}$.

Ta tìm được 2 cặp thỏa mãn (2) là $x = 1, y = 2$ và $x = 2, y = 1$.

Từ đó $a = 10, b = 20$ và $a = 20, b = 10$.

Các bộ số ($a = 0, b = 0, c = 0$), ($a = 10, b = 20, c = 10$), ($a = 20, b = 10, c = 10$) đều thỏa mãn (1) và là các bộ số tự nhiên cần tìm. ❐

➢ **Nhận xét.** 1) Điểm mấu chốt của lời giải bài toán là chứng tỏ rằng $c \vdots 10$, từ đó tìm được các số tự nhiên a, b, c thỏa mãn (1).

2) Các bạn sau có lời giải tốt :

Phú Thọ: *Nguyễn Đức Thuận*, 7A3, *Quản Thị Thu Huyền*, 8A1, *Nguyễn Tiến Dũng*, 9A, THCS Lâm Thao, Lâm Thao; **Vĩnh Phúc:** *Nguyễn Hồng Ngọc*, 9A, THCS Lập Thạch; **Bắc Ninh:** *Dương Thị Thúy Hằng*, 9A, THCS Yên Phong; **TP. Hồ Chí Minh:** *Đỗ Nguyễn Vĩnh Huy*, 8A3, THPT chuyên Trần Đại Nghĩa, Quận 1.

TRẦN HỮU NAM

Bài T4/421. *Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức*

$$P = \sqrt{1 - \frac{x}{y+z}} + \sqrt{1 - \frac{y}{z+x}} + \sqrt{1 - \frac{z}{x+y}}$$

trong đó x, y, z là độ dài ba cạnh của một tam giác.

Lời giải. • Trước hết ta chứng minh

$\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} \le \sqrt{3(a+b+c)}$ (với $a, b, c > 0$) (1)

$\dfrac{x}{y+z} + \dfrac{y}{z+x} + \dfrac{z}{x+y} \ge \dfrac{3}{2}$ (với $x, y, z > 0$) (2)

Thật vậy

$(1) \Leftrightarrow \left(\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}\right)^2 \le 3(a+b+c)$

$\Leftrightarrow 2a + 2b + 2x - 2\sqrt{ab} - 2\sqrt{bc} - 2\sqrt{ca} \ge 0$

$\Leftrightarrow \left(\sqrt{a} - \sqrt{b}\right)^2 + \left(\sqrt{b} - \sqrt{c}\right)^2 + \left(\sqrt{c} - \sqrt{a}\right)^2 \ge 0$

(luôn đúng).

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $a = b = c$.

$(2) \Leftrightarrow \left(\dfrac{x}{y+z} - \dfrac{1}{2}\right) + \left(\dfrac{y}{z+x} - \dfrac{1}{2}\right) + \left(\dfrac{z}{x+y} - \dfrac{1}{2}\right) \ge 0$

$\Leftrightarrow \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{2x-y-z}{y+z} + \dfrac{2y-z-x}{z+x} + \dfrac{2z-x-y}{x+y}\right) \ge 0$

$\Leftrightarrow \dfrac{x-y}{y+z} - \dfrac{x-y}{z+x} + \dfrac{y-z}{z+x} - \dfrac{y-z}{x+y} + \dfrac{z-x}{x+y} - \dfrac{z-x}{y+z} \ge 0$

$\Leftrightarrow \dfrac{(x-y)^2}{(y+z)(z+x)} + \dfrac{(y-z)^2}{(z+x)(x+y)} + \dfrac{(z-x)^2}{(x+y)(y+z)} \ge 0$

(luôn đúng).

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $x = y = z$.

• Do x, y, z là độ dài ba cạnh của một tam giác nên $0 < x < y + z$; $0 < y < z + x$, $0 < z < x + y$.

Suy ra $1 - \dfrac{x}{y+z} > 0$; $1 - \dfrac{y}{z+x} > 0$; $1 - \dfrac{z}{x+y} > 0$.

Áp dụng BĐT (1) và (2) ta có

$$P \le \sqrt{3\left(1 - \frac{x}{y+z} + 1 - \frac{y}{z+x} + 1 - \frac{z}{x+y}\right)}$$

$$= \sqrt{3}\sqrt{3-\left(\frac{x}{y+z}+\frac{y}{z+x}+\frac{z}{x+y}\right)}$$

$$\le \sqrt{3}.\sqrt{3-\frac{3}{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}.\ P = \frac{3\sqrt{2}}{2} \text{ khi } x = y = z.$$

Vậy giá trị lớn nhất của P là $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ khi $x = y = z$. ❐

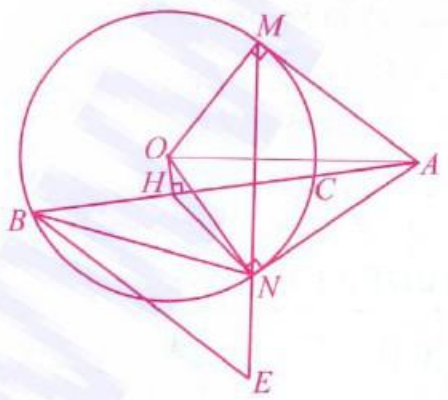
➢ **Nhận xét.** 1) Bài này có rất nhiều bạn tham gia. Tuy nhiên, đa số các bạn đã sử dụng BĐT Bunyakovsky cho hai bộ ba số, BĐT Cauchy cho ba số dương và BĐT (2) mà không chứng minh điều này vượt quá kiến thức của cấp THCS. Một số bạn vận dụng BĐT $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\ge\frac{1}{a+b}$ ($a > 0$, $b > 0$) và $a+b\ge 2\sqrt{ab}$ cũng cho lời giải đúng.

2) Tuyên dương các bạn sau có lời giải tốt **Phú Thọ:** *Nguyễn Thúy Quỳnh*, 8A2, THCS Giấy Phong Châu, Phù Ninh, *Nguyễn Đình Mậu*, 8A3, *Nguyễn Tiến Dũng*, 9A3, THCS Lâm Thao; **Nghệ An:** *Đậu Thị Phương Nhi*, *Nguyễn Hữu Cường*, 9A1, THCS Nghĩa Hồng, Nghĩa Đàn; **Thanh Hóa:** *Nguyễn Hữu Hoàng*, 7B, THCS Trần Phú, Nông Cống; **Hà Tĩnh:** *Trần Đoan Trang*, 8C, THCS Xuân Diệu, Can Lộc; **Vĩnh Phúc:** *Nguyễn Thị Nga*, *Nguyễn Thị Hoài Thu*, 8A, THCS Yên Lạc, *Nguyễn Đức Thiện*, 8A, THCS Bàn Giản, Lập Thạch; **Hải Dương:** *Mạc Phương Anh*, 9A, THCS Chu Văn An, Chí Linh.

PHẠM THỊ BẠCH NGỌC

Bài T5/421. *Cho đường tròn (O), dây cung BC cố định. A là điểm di động trên đường thẳng BC, A nằm ngoài đường tròn (O). Từ A kẻ hai tiếp tuyến AM, AN với đường tròn (O). (M, N ∈ (O)). Qua B kẻ đường thẳng song song với AM cắt MN tại E. Chứng minh đường tròn ngoại tiếp tam giác BEN luôn đi qua hai điểm cố định khi A di động trên đường thẳng BC.*

Lời giải. (Theo bạn *Nguyễn Thúy Phượng*, 9A, THCS Hành Phước, Nghĩa Hành, **Quảng Ngãi**)



Ta xét trường hợp điểm C nằm giữa hai điểm A và B. Trường hợp điểm B nằm giữa hai điểm A và C, cách chứng minh là tương tự.

Gọi H là trung điểm của BC thì H cố định. Khi đó $\widehat{OHA} = 90^\circ$. Lại có $\widehat{OMA} = \widehat{ONA} = 90^\circ$, suy ra năm điểm O, M, A, N, H cùng nằm trên đường tròn đường kính AO.

Mặt khác $BE // AM$ nên $\widehat{NMA} = \widehat{NEB}$. Từ đó có $\widehat{NHA} = \widehat{NEB}$, suy ra tứ giác $BHNE$ nội tiếp, hay đường tròn ngoại tiếp tam giác BEN đi qua hai điểm cố định là B và H (đpcm). ❐

➢ **Nhận xét.** Ngoài bạn *Phượng*, các bạn sau cũng có lời giải tốt:

Phú Thọ: *Bùi Tuấn Nam*, 9A, THCS Lương Lỗ, Thanh Ba; **Thanh Hóa:** *Trần Trung Đức*, 9H, THCS Trần Mai Ninh; *Nguyễn Hữu Hoàng*, 7B, THCS Trần Phú, Nông Cống; **Nghệ An:** *Đậu Thị Phương Nhi*, 9A1, THCS Nghĩa Hồng, Nghĩa Đàn; **Hà Tĩnh:** *Nguyễn Thị Khánh Linh*, 9B, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ; **Quảng Ngãi:** *Phạm Thị Mỹ Hằng*, 8A, *Nguyễn Khắc Cao Kỳ*, 8B, THCS Hành Phước, Nghĩa Hành; *Trần Thị Mỹ Ninh*, *Nguyễn Thị Mỹ Chi*, 9A, THCS Nghĩa Mỹ, Tư Nghĩa; **TP. Hồ Chí Minh:** *Trần Bảo Trân*, 8T1, *Đỗ Nguyễn Vĩnh Huy*, 9A1, THPT chuyên Trần Đại Nghĩa, Quận 1.

NGUYỄN THỊ THANH

Bài T6/421. *Cho $\frac{1}{3} < x \le \frac{1}{2}$ và $y \ge 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức*

$$P = x^2 + y^2 + \frac{x^2y^2}{((4x-1)y-x)^2}.$$

Lời giải. Đặt $a = \frac{1}{x}$, $b = \frac{1}{y}$ thì $2 \le a < 3$ và $0 < b \le 1$. Khi đó $P = \frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{(4-a-b)^2}$.

Sử dụng BĐT Cauchy cho hai số dương ta có

$$P \ge \frac{1}{a^2}+\frac{2}{b(4-a-b)} \ge \frac{1}{a^2}+\frac{1}{(4-a)^2}+\frac{7}{(4-a)^2}$$

$$\ge \frac{2}{a(4-a)}+\frac{7}{(4-a)^2} \ge \frac{9}{4} \text{ (do } a \ge 2).$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $a = 2$, $b = 1$, hay $x = \frac{1}{2}$, $y = 1$. Vậy $\min P = \frac{9}{4}$. ❐

Nhận xét. Có thể coi P là hàm số đối với x (y là tham số), từ đó tính đạo hàm để khảo sát sự biến thiên của P trong khoảng $\frac{1}{3} < x \le \frac{1}{2}$. Các bạn sau có lời giải tốt:

Hải Dương: *Minh Thành Trung*, 11A, THPT Kim Thành; **Bắc Ninh:** *Hoàng Văn Trường*, 11A15, THPT Quế Võ I; **Thái Bình:** *Nguyễn Hải Linh Chi*, 11T1, THPT chuyên Thái Bình; **Nam Định:** *Trịnh Thị Việt Hà*, 12T2, THPT chuyên Lê Hồng Phong; **Hà Nội:** *Nguyễn Duy Khánh*, 12A1, THPT Ba Vì; **Thanh Hoá:** *Hoàng Huy Hiệu*, 11A1, THPT Lương Đắc Bằng; **Hà Tĩnh:** *Phan Văn Trung*, 10T2, THPT chuyên Hà Tĩnh; **Nghệ An:** *Trần Trung Hiếu, Lê Hoàng Hiệp*, 11A1, THPT Thái Hoà; *Phan Xuân Đức*, 10C4, THPT Nam Đàn 2; **Bến Tre:** *Lê Thị Minh Thảo*, 11T, THPT chuyên Bến Tre.

NGUYỄN THANH HỒNG

Bài T7/421. *Cho dãy số thực dương (a_n), $n = 0, 1, \ldots$ được xác định như sau:*
$a_0 = 1$, $a_m < a_n$ với mọi $m, n \in \mathbb{N}$, $m < n$
$a_n = \sqrt{a_{n+1}.a_{n-1}} + 1$ và $4\sqrt{a_n} = a_{n+1} - a_{n-1}$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.
Tính tổng $T = a_0 + a_1 + a_2 + \ldots + a_{2012}$.

Lời giải. Từ điều kiện của đầu bài, ta có $a_0 = 1 < a_1 < a_2 < \ldots$ và

$$\begin{cases} a_1 = \sqrt{a_2 a_0} + 1 \\ 4.\sqrt{a_1} = a_2 - a_0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = \sqrt{a_2} + 1 & (1) \\ 4\sqrt{a_1} = a_2 - 1 & (2) \end{cases}$$

Từ (1) có $\sqrt{a_2} = a_1 - 1$ (3). Thay vào (2) được $4\sqrt{a_1} = (a_1 - 1)^2 - 1 \Leftrightarrow a_1^2 - 2a_1 - 4\sqrt{a_1} = 0$.

Đặt $t = \sqrt{a_1}$ với $t > 1$, ta được phương trình

$$t^4 - 2t^2 - 4t = 0 \Leftrightarrow t^3 - 2t - 4 = 0$$
$$\Leftrightarrow (t-2)(t^2 + 2t + 2) = 0.$$

Vì $t^2 + 2t + 2 = (t+1)^2 + 1 > 0$ nên PT có nghiệm duy nhất $t = 2$. Do đó $\sqrt{a_1} = 2 \Leftrightarrow a_1 = 4$. Thay vào (3), ta có $a_2 = 9$. Như vậy ba số hạng đầu của dãy đã cho là 1, 4, 9. Giả sử $a_{k-1} = k^2$, $a_k = (k+1)^2$ với $k \ge 1$.

Từ giả thiết $4\sqrt{a_k} = a_{k+1} - a_{k-1}$, suy ra

$$4(k+1) = a_{k+1} - k^2 \Rightarrow a_{k+1} = (k+2)^2.$$

Theo nguyên lí quy nạp, ta được $a_n = (n+1)^2$ với $n = 0, 1, 2, \ldots$

Áp dụng công thức

$$1^2 + 2^2 + \ldots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}, \text{ ta có}$$

$$T = 1^2 + 2^2 + \ldots + 2013^2$$
$$= \frac{2013.2014.4027}{6} = 2721031819.$$

Vậy $T = 2721031819$. ❐

Nhận xét. 1) Có thể giải bài toán bằng cách:

Từ các điều kiện $\begin{cases} a_n = \sqrt{a_{n+1}a_{n-1}} + 1 \\ 4\sqrt{a_n} = a_{n+1} - a_{n-1} \end{cases}$ biến đổi, tìm được $a_{n+1} = \left(\sqrt{a_n} + 1\right)^2$; vì $a_0 = 1$ nên $a_n = (n+1)^2$ với $n = 0, 1, 2, \ldots$

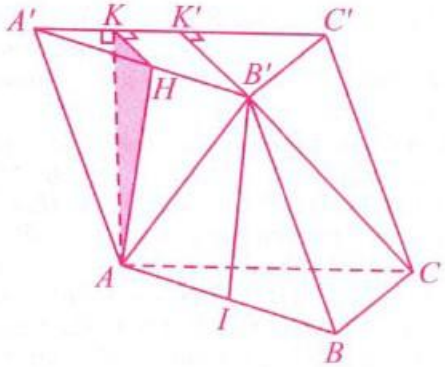
2) Các bạn sau đây có lời giải tốt:

Thái Nguyên: *Tạ Văn Tuấn*, 11A1,THPT Lương Phú, Phú Bình; **Thái Bình:** *Trịnh Thị Thùy Dương*, 11 Toán 1, THPT chuyên Thái Bình; **Hà Tĩnh:** *Nguyễn Xuân Hiếu*, 10T2, THPT chuyên Hà Tĩnh; **Đồng Tháp:** *Nguyễn Thành Thi, Bùi Trần Hải Đăng*, 11T, THPT chuyên Nguyễn Quang Diêu, TP. Cao Lãnh; **Đăk Lăk:** *Nguyễn Thanh Hải, Hồ Thuận, Đặng Thị Minh Hương*, 12CT, *Nguyễn Trần Sang*, 11CT, THPT chuyên Nguyễn Du, TP. Buôn Ma Thuột; **Cần Thơ:** *Trần Thanh Thắng*, 11A1, THPT chuyên Lý Tự Trọng; **Long An**: *Nguyễn Hồng Phát, Chu Thị Thu Hiền*, 10T, THPT chuyên Long An; **Quảng Ngãi:** *Ngô Thành Đạt*, 11 Toán 1, *Huỳnh Hương An*, 11T2, THPT chuyên Lê Khiết; **Bến Tre:** *Lê Thị Minh Thảo*, 11 Toán, THPT chuyên Bến Tre; **Cà Mau:** *Lưu Giang Nam*, 10T, THPT chuyên Phan Ngọc Hiển.

NGUYỄN ANH DŨNG

Bài T8/421. *Cho hình lăng trụ ABC.A'B'C', đáy là tam giác đều cạnh a, các cạnh bên của lăng trụ bằng a. Gọi I là trung điểm của AB và B'I ⊥ (ABC). Tính khoảng cách từ điểm B' đến mặt phẳng (ACC'A') theo a.*

Lời giải.



Giả sử H là trung điểm của $A'B'$, K' là trung điểm của $A'C'$, K là trung điểm của $A'K'$.

Khi đó từ $AH//B'I$, suy ra $AH \perp (A'B'C')$ $\Rightarrow AH \perp A'C'$. Mặt khác dễ thấy $HK \perp A'C'$, nên $A'C' \perp (AHK) \Rightarrow A'C' \perp AK$.

Ta có $AH = B'I = \sqrt{BB'^2 - BI^2} = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Xét tam giác vuông AHK, ta thấy

$$AK = \sqrt{AH^2 + HK^2} = \frac{a\sqrt{15}}{4}.$$

Từ đó $S_{ACC'A'} = AK.A'C' = \dfrac{a^2\sqrt{15}}{4}$ (1)

Lại có $V_{B'.ACC'A'} = V_{ABC.A'B'C'} - V_{B'.ABC}$

$= B'I.S_{ABC} - \dfrac{1}{3}B'I.S_{ABC} = \dfrac{2}{3}.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{a^3}{4}$ (2)

Từ (1) và (2) ta thu được

$$d(B',(ACC'A') = \frac{3V_{B'.ACC'A'}}{S_{ACC'A'}} = \frac{a\sqrt{15}}{5}. \square$$

➢**Nhận xét.** Các bạn sau cho đáp số đúng với lời giải ngắn gọn hơn cả:

Hà Nội: *Phan Ngọc Lâm*, 11A1, THPT Liên Hà, Đông Anh, *Nguyễn Duy Khánh*, 12A1, THPT Ba Vì; **Vĩnh Phúc:** *Hoàng Đỗ Kiên*, 12A1, THPT chuyên Vĩnh Phúc; **Hòa Bình:** *Đặng Hữu Hiếu*, 12 Toán, THPT chuyên Hoàng Văn Thụ, TP. Hòa Bình; **Hà Nam:** *Nguyễn Quang Huy*, 10 Toán, THPT chuyên Biên Hòa; **Hải Dương:** *Minh Thành Trung*, 11A, THPT Kim Thành, Kim Tân, KimThành; **Nam Định:** *Trịnh Thị Việt Hà, Đoàn Thị Giang, Nguyễn Thu Trang*, 12 Toán 2, THPT chuyên Lê Hồng Phong; **Thái Bình:** *Nguyễn Quang Trọng*, 11A1, *Hoàng Minh Hải*, 12A1, THPT Tây Tiền Hải; **Thanh Hóa:** *Lê Thế Sơn*, 11B8, THPT Bỉm Sơn, *Trần Văn Thắng*, 12A5, THPT Nông Cống 2; **Nghệ An:** *Nguyễn Anh Văn*, 12A1, THPT Hoàng Mai, Quỳnh Lưu, *Trần Tuấn Chung, Trần Trung Hiếu, Lê Hoàng Hiệp*, 11A1, THPT Thái Hòa, TX. Thái Hòa, *Chu Tự Tài*, 12A12, THPT Diễn Châu 2, *Trần Văn Thế*, 12A, THPT Quỳ Hợp 1; **Hà Tĩnh:** *Nguyễn Thị Thùy Linh*, 10A1, THPT Hương Khê; **Quảng Ngãi:** *Huỳnh Nhật Quang*, 12 Toán 1, THPT chuyên Lê Khiết; **Bình Định:** *Nguyễn Văn Hải*, 11B, THPT Tây Sơn; **Đồng Tháp:** *Âu Anh Minh, Dương Minh Chí, Nguyễn Trung Huân, Võ Hoài Bảo*, 12T, *Huỳnh Thành Dư*, 11 Lí, THPT chuyên Nguyễn Quang Diêu, *Lê Nhất Duy*, 11A8, THPT Thành phố Cao Lãnh; **Đăk Lăk:** *Nguyễn Trần Sang*, 11CT, *Nguyễn Thanh Hải*, 12CT, THPT chuyên Nguyễn Du, TP. Buôn Ma Thuột; **Đồng Nai:** *Phạm Văn Minh*, 11 Toán, THPT chuyên Lương Thế Vinh.

HỒ QUANG VINH

Bài T9/421. *Tìm tất cả các đa thức $P(x)$ với hệ số thực thỏa mãn*

$$P^2(x) - 1 = 4P(x^2 - 4x + 1).$$

Lời giải. Nếu $P(x)$ là đa thức có bậc bằng 0 ($\deg P = 0$), tức là $P(x) \equiv a$ thì $a^2 - 4a - 1 = 0$ $\Leftrightarrow a = 2 \pm \sqrt{5}$. Ta sẽ chứng minh hai đa thức $P(x) = 2 - \sqrt{5}$ và $P(x) = 2 + \sqrt{5}$ là tất cả các đa thức thỏa mãn điều kiện bài toán.

Phản chứng. Giả sử tồn tại đa thức $P(x)$ thỏa mãn điều kiện bài toán và $\deg P = n \geq 1$,

$P(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + ... + a_{n-1}x + a_n$ $(a_0 \neq 0)$.

Ta có

$$\left(a_0x^n + a_1x^{n-1} + ... + a_{n-1}x + a_n\right)^2 - 1$$
$$= 4.\left(a_0(x^2 - 4x + 1)^n + a_1\left(x^2 - 4x + 1\right)^{n-1} + ... + a_{n-1}(x^2 - 4x + 1) + a_n\right).$$

Đồng nhất hệ số của hai vế ta nhận được:

Hệ số của x^{2n} là $a_0^2 = 4a_0 \Rightarrow a_0 = 4$,

Hệ số của x^{2n-1} là $2a_0a_1 = -4C_n^1a_0 \Rightarrow a_1 \in \mathbb{Q}$,

Hệ số của x^{2n-2} là

$a_1^2 + 2a_0a_2 = a_0\left(C_n^1.1 + C_n^2.(-4)^2\right) + a_1^2 \Rightarrow a_2 \in \mathbb{Q}$,

Hệ số của x^{2n-i} là $2a_0a_i + A = B$, $A, B \in \mathbb{Q}$ $\Rightarrow a_i \in \mathbb{Q}$, $\forall i = 0, 1, 2, ..., n$.

Bởi vậy $P(x)$ là một đa thức với tất cả các hệ số là các số hữu tỉ $\left(P(x) \in \mathbb{Q}[x]\right)$.

Xét số thực d là nghiệm của phương trình $x = x^2 - 4x + 1$, tức là $d = \dfrac{5 + \sqrt{21}}{2}$ (hoặc lấy $d = \dfrac{5 - \sqrt{21}}{2}$). Vì $P(x) \in \mathbb{Q}[x]$ nên $P(d) = u + v\sqrt{21}$, $u, v \in \mathbb{Q}$ (tính chất này được thỏa mãn với từng trường hợp x^m, dùng khai triển nhị thức Newton).

Mặt khác, ta lại có $P^2(d) - 1 = 4P(d)$, suy ra $P^2(d) - 4P(d) - 1 = 0 \Rightarrow P(d) = 2 \pm \sqrt{5}$ mâu thuẫn với $P(d) = u + v\sqrt{21}$ $(u, v \in \mathbb{Q})$.

Vậy chỉ có hai đa thức thỏa mãn điều kiện bài toán là $P(x) \equiv 2-\sqrt{5}$ và $P(x) \equiv 2+\sqrt{5}$. ❐

➢**Nhận xét.** Đây là bài toán đa thức dạng cơ bản, hay. Ba bạn sau có lời giải đúng:
Vĩnh Phúc: *Hoàng Đỗ Kiên*, 12A1, THPT chuyên Vĩnh Phúc; **Thái Bình:** *Nguyễn Hải Linh Chi*, 11T1, THPT chuyên Thái Bình; **Phú Yên:** *Lê Nhật Thăng*, 12T, THPT chuyên Lương Văn Chánh.

NGUYỄN MINH ĐỨC

Bài T10/421. *Tìm α, β sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y=|\cos x+\alpha\cos 2x+\beta\cos 3x|$ (1) đạt giá trị nhỏ nhất.*

Lời giải. Ta thấy y là hàm tuần hoàn chu kì 2π, tức là $y(x) = y(x + 2\pi)$, $\forall x \in \mathbb{R}$, nên chỉ cần xét hàm số đã cho với $x \in [0;2\pi]$. Vì y là hàm số liên tục trên $[0 ; 2\pi]$ nên nó có giá trị lớn nhất trong đoạn đó.

Từ (1) chọn $x=\frac{\pi}{6}$ và $x=\frac{5\pi}{6}$, ta được

$\max y \ge y\left(\frac{\pi}{6}\right)=\left|\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\alpha}{2}\right|>\frac{\sqrt{3}}{2}$ khi $\alpha>0$ và

$\max y \ge y\left(\frac{5\pi}{6}\right)=\left|\frac{-\sqrt{3}}{2}+\frac{\alpha}{2}\right|>\frac{\sqrt{3}}{2}$ khi $\alpha<0$.

Mặt khác $\max y \ge \max\left\{y\left(\frac{\pi}{6}\right), y\left(\frac{5\pi}{6}\right)\right\}$

$$\ge \frac{1}{2}\left(\left|\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\alpha}{2}\right|+\left|-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\alpha}{2}\right|\right)$$

$$=\frac{1}{2}\left(\left|\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\alpha}{2}\right|+\left|\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\alpha}{2}\right|\right)$$

$$\ge \frac{1}{2}\left|\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\alpha}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\alpha}{2}\right|=\frac{\sqrt{3}}{2},\ \forall \alpha, \beta.$$

Suy ra $\min\limits_{\alpha,\beta}\max y \ge \frac{\sqrt{3}}{2}$ (2)

Vậy điều kiện để có $\min\limits_{\alpha,\beta}\max y=\frac{\sqrt{3}}{2}$ là $\alpha=0$.

Xét $\alpha = 0$. Khi đó nếu $-\frac{1}{9}\le\beta$ hoặc $\beta\le -2$ thì $y(0)=|1+\beta|>\frac{\sqrt{3}}{2}$. Vậy chỉ cần xét $-2<\beta<-\frac{1}{9}$. Khi đó $\frac{7}{24}<\frac{3\beta-1}{12\beta}<1$. Gọi $x_0\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ là điểm mà $\cos x_0=\sqrt{\frac{3\beta-1}{12\beta}}$ thì

$\max y \ge \max\{y(x_0), y(\pi-x_0)\}$

$$\ge \frac{1}{2}\left(y(x_0)+y(\pi-x_0)\right)=\frac{2-6\beta}{3}\sqrt{\frac{3\beta-1}{12\beta}}=g(\beta).$$

Khảo sát hàm số $g(\beta)$ trong khoảng $\left(-2;-\frac{1}{9}\right)$ bằng công cụ đạo hàm, ta thấy hàm này có một điểm cực tiểu duy nhất $\beta=-\frac{1}{6}$ nên nó đạt giá trị nhỏ nhất tại $\beta=-\frac{1}{6}$ và $g\left(-\frac{1}{6}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Vậy điều kiện cần để có $\min\limits_{\alpha,\beta}\max y=\frac{\sqrt{3}}{2}$ là $\alpha=0, \beta=-\frac{1}{6}$. Với $\alpha=0$, $\beta=-\frac{1}{6}$, thì (1) có dạng $y_1=\left|\cos x-\frac{1}{6}\cos 3x\right|$ (3)

nên $y_1^2=\left(\cos x-\frac{1}{6}\cos 3x\right)^2=\frac{\cos^2 x}{36}(9-4\cos^2 x)^2$

$$=\frac{1}{36.8}.(8\cos^2 x)(9-4\cos^2 x)^2$$

$$\le \frac{1}{36.8}\left(\frac{(8\cos^2 x)+(9-4\cos^2 x)+(9-4\cos^2 x)}{3}\right)$$

$=\frac{6^3}{36.8}=\frac{3}{4}$. Vậy nên $\max y=\frac{\sqrt{3}}{2}$, khi $\cos^2 x=\frac{3}{4}$ hay $x=\pm\frac{\pi}{6}+2k\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

Với $\alpha=0, \beta=-\frac{1}{6}$ thì giá trị lớn nhất của hàm số đã cho đạt giá trị nhỏ nhất. ❐

➢**Nhận xét.** Đây là dạng toán min max loại khó vì phụ thuộc hai tham biến, nên không có bạn nào giải đúng bài này. Đa số các bạn đều tìm được đáp số $(\alpha;\beta)=\left(0;-\frac{1}{6}\right)$ nhưng chưa chỉ ra được rằng đó là cặp nghiệm $(\alpha;\beta)$ duy nhất thỏa mãn điều kiện bài toán.

NGUYỄN VĂN MẬU

cạnh là a, b, c. Gọi S và p lần lượt là diện tích và nửa chu vi của tam giác đó. Chứng minh bất đẳng thức

WWW.VIETMATHS.COM

$$\frac{1}{a^2(p-a)^2}+\frac{1}{b^2(p-b)^2}+\frac{1}{c^2(p-c)^2}\ge\frac{9}{4S^2}.$$

Lời giải. (Theo bạn *Nguyễn Hữu Cường*, 9A1, THCS Nghĩa Hồng, Nghĩa Đàn, **Nghệ An** *Nguyễn Văn Khánh*, 11 Toán, THPT chuyên **Bắc Ninh** và *Hoàng Đỗ Kiên*, 12A1, THPT chuyên **Vĩnh Phúc**).

Theo công thức Heron cho tam giác ABC ta có $S^2=p(p-a)(p-b)(p-c)$.

Đặt $m=p-a$, $n=p-b$, $k=p-c$; khi đó m, n, k là các số dương và $a=n+k$, $b=k+m$, $c=m+n$, $p=n+m+k$. BĐT cần chứng minh trở thành

$$\frac{1}{(mn+km)^2}+\frac{1}{(nk+mn)^2}+\frac{1}{(km+kn)^2}\ge\frac{9}{4mnk(m+n+k)}.$$

Đặt $mn=x$, $nk=y$, $km=z$ với $x>0$, $y>0$, $z>0$. Khi đó ta cần chứng minh

$$\frac{1}{(x+y)^2}+\frac{1}{(y+z)^2}+\frac{1}{(z+x)^2}\ge\frac{9}{4(xy+yz+zx)}\ (*)$$

Do tính đối xứng của x, y, z, không mất tính tổng quát, giả sử $x\ge y\ge z>0$. Ta chứng minh

$$\frac{1}{(x+y)^2}+\frac{1}{(y+z)^2}+\frac{1}{(z+x)^2}\ge\frac{1}{4xy}+\frac{2}{(y+z)(z+x)}\quad(1)$$

Thật vậy, bất đẳng thức trên tương đương với

$$\frac{1}{(y+z)^2}+\frac{1}{(z+x)^2}-\frac{2}{(y+z)(z+x)}\ge\frac{1}{4xy}-\frac{1}{(x+y)^2}$$

$$\Leftrightarrow\frac{(x-y)^2}{(y+z)^2(z+x)^2}\ge\frac{(x-y)^2}{4xy(x+y)^2}.$$

Điều này đúng vì $4xy\ge4y^2\ge(y+z)^2$ và $(x+y)^2\ge(x+z)^2$. Sử dụng BĐT (1) ta cần chỉ ra

$$(xy+yz+zx)\left(\frac{1}{4xy}+\frac{1}{(y+z)(z+x)}\right)\ge\frac{1}{4}\quad(2)$$

Chú ý rằng $\dfrac{xy+yz+zx}{4xy}=\dfrac{1}{4}+\dfrac{z(x+y)}{4xy}$ và

$$\frac{2(xy+yz+zx)}{(y+z)(z+x)}=2-\frac{2z^2}{(y+z)(z+x)}$$

Thế thì bất đẳng thức (2) tương đương với

$$\frac{z(x+y)}{4xy}\ge\frac{2z^2}{(y+z)(z+x)}$$

$$\Leftrightarrow(x+y)(y+z)(z+x)\ge8xyz.$$

$$\Leftrightarrow z(x-y)^2+x(y-z)^2+y(z-x)^2\ge0.$$

BĐT này hiển nhiên đúng, từ đó ta có đpcm. ❐

➢**Nhận xét.** Rất nhiều bạn tham gia giải bài toán và phần lớn các bạn đều giải đúng. Đa số các bạn đều dùng ẩn phụ để đưa về bất đẳng thức (*) và nhận xét được đây là 1 bài toán trong đề thi vô địch Quốc gia Iran năm 1996. Từ đó phần lớn các bạn sử dụng BĐT Schur để chứng minh (*). Xem *Olympic Toán học châu Á Thái Bình Dương*, NXBGD 2003, trang 237 - 238.

2) Ngoài bạn *Cường*, *Khánh* và *Kiên* các bạn sau cũng có lời giải tốt:

Phú Thọ: *Nguyễn Tiến Dũng*, 9A3, THCS LâmThao, *Bùi Tuấn Nam*, 9A1, THCS Lương Lỗ, Thanh Ba; **Thái Nguyên:** *Nguyễn Văn Tuyến*, 11A1, THPT Lương Ngọc Quyến; **Vĩnh Phúc**: *Nguyễn Văn Cao*, 10A1, THPT Sáng Sơn; **Thái Bình**: *Nguyễn Hải Linh Chi*, *Trịnh Thị Thùy Dương*, 11T1, THPT chuyên Thái Bình; *Nguyễn Khải Huyền*, 12A1, THPT Tây Tiền Hải

Hà Nội: *Nguyễn Đức Minh*, 10A1 Toán, THPT chuyên KHTN, ĐHQG Hà Nội; *Tạ Anh Tú*, 12A1, THPT Thanh Oai; **Thanh Hóa**: *Lê Thế Sơn*, 11B8, THPT Bỉm Sơn; **Nghệ An**: *Nguyễn Xuân Cường*, 11T1, THPT Anh Sơn 1; *Nguyễn Nghĩa Hưng*, *Trương Hồng An*, 12A13, THPT Diễn Châu II; **Hà Tĩnh**: *Nguyễn Xuân Hiếu*, 10T2, THPT chuyên Hà Tĩnh; **Quảng Ngãi**: *Phạm Tấn Phát*, 11A1, THPT Phạm Văn Đồng; **Thừa Thiên - Huế**: *Nguyễn Quốc Hùng*, THPT chuyên Quốc học Huế; **Đà Nẵng**: *Cao Xuân Huy*, 10A2, THPT chuyên Lê Quý Đôn; **Phú Yên**: *Lê Nhật Thăng*, 12T, THPT chuyên Lương Văn Chánh; **Đồng Nai**: *Phạm Văn Minh*, 11T, THPT chuyên Lương Thế Vinh; **Đăk Lăk**: *Đặng Thị Minh Hương*, *Lê Thanh Hằng*, 12CT, THPT chuyên Nguyễn Du ; **Bà Rịa-Vũng Tàu**: *Phùng Thanh Dũng*, THPT chuyên Lê Quý Đôn; **Long An**: *Nguyễn Hồng Phát*, 10T, THPT chuyên Long An; **Đồng Tháp**: *Bùi Trần Hải Đăng*, *Nguyễn Hữu Nhân*, *Huỳnh Trung Hiếu*, 11T, THPT chuyên Nguyễn Quang Diêu; *Lê Nhất Duy*, 11A8, THPT Thành phố Cao Lãnh.

TẠ NGỌC TRÍ

Bài T12/421. *Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O) với BC > CA > AB. Trên*

(O) ta lấy sáu điểm phân biệt M, N, P, Q, R và S (không trùng với bất cứ đỉnh nào của tam giác ABC) sao cho QB = BC = CR; SC = CA = AM và NA = AB = BP.

Gọi I_A, I_B và I_C lần lượt là tâm đường tròn nội tiếp các tam giác APS, BNR và CMQ. Chứng minh rằng $\Delta I_A I_B I_C \backsim \Delta ABC$.

Lời giải.

Bổ đề 1. Với hai tam giác *ABC, A'B'C'*, các điều kiện sau tương đương

1) *ABC, A'B'C'* đồng dạng cùng hướng.

2) $(BA, BC) \equiv (B'A', B'C') (\bmod \pi)$

và $(CA, CB) \equiv (C'A', C'B') (\bmod \pi)$.

3) $\dfrac{AB}{AC} = \dfrac{A'B'}{A'C'}$ và $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) \equiv (\overrightarrow{A'B'}, \overrightarrow{A'C'}) (\bmod 2\pi)$.

Bổ đề 2. Với hai tam giác *ABC và A'B'C'* các điều kiện sau tương đương

1) *ABC, A'B'C'* đồng dạng ngược hướng.

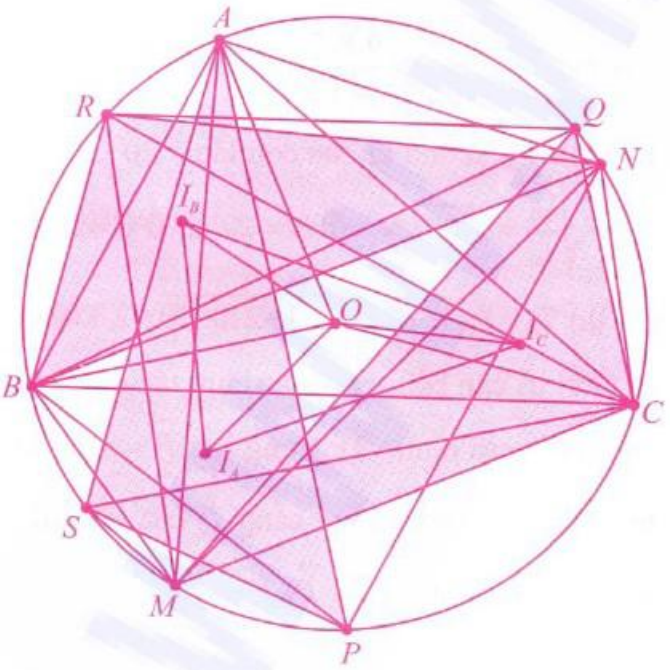
2) $(BA, BC) \equiv -(B'A', B'C') (\bmod \pi)$

và $(CA, CB) \equiv -(C'A', C'B') (\bmod \pi)$.

3) $\dfrac{AB}{AC} = \dfrac{A'B'}{A'C'}$ và $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) \equiv -(\overrightarrow{A'B'}, \overrightarrow{A'C'}) (\bmod 2\pi)$.

Trở lại giải bài toán **T12/421**.

Kí hiệu *(XYZ)* chỉ đường tròn đi qua ba điểm *X, Y, Z*.



Vì $QB = BC = CR$ nên *B, C, Q, R* là bốn đỉnh của hình thang cân với hai đáy là *BC, QR*.

Do đó $RB = CQ$ (1)

Vì $MA = CA; MO = CO$ và $NA = BA; NO = BO$ nên *OA* đồng thời là trung trực của *MC, NB*.

Do đó $MN = BC = BQ$ và $MN = CB = CR$.

Suy ra • *B, M, N, Q* là bốn đỉnh của một hình thang cân với hai đáy là *BM, NQ* (2)

• *C, M, N, R* là bốn đỉnh của một hình thang cân với hai đáy là *CN, MR* (3)

Vậy • $(RB, RN) \equiv (QB, QN) (\bmod \pi)$ (vì $Q \in (RBN)$)

$\equiv (NQ, NM) (\bmod \pi)$ (vì (2))

$\equiv (CQ, CM) (\bmod \pi)$ (vì $C \in (NQM)$) (4)

• $(BR, BN) \equiv (CR, CN) (\bmod \pi)$ (vì $C \in (BRN)$)

$\equiv (NC, NM) (\bmod \pi)$ (vì (3))

$\equiv (QC, QM) (\bmod \pi)$ (vì $Q \in (NCM)$) (5)

Từ (1), (3) và (5), theo Bổ đề 1, suy ra các tam giác *RBN, CQM* bằng nhau cùng hướng (6)

Từ (6) suy ra $\dfrac{OI_B}{OI_C} = \dfrac{OB}{OQ} = \dfrac{OB}{OC}$.

Từ (6), chú ý rằng tam giác *BQC* cân tại *B*, suy ra

$(\overrightarrow{OI_B}, \overrightarrow{OI_C}) \equiv (\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OQ}) \equiv -(\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}) (\bmod 2\pi)$.

Vậy, theo Bổ đề 2, các tam giác OI_BI_C, *OBC* đồng dạng ngược hướng (7)

Tương tự các tam giác OI_AI_C, *OAC* đồng dạng ngược hướng (8)

Từ (7) và (8), theo Bổ đề 2, suy ra

• $\dfrac{I_CI_B}{I_CI_A} = \dfrac{I_CI_B}{I_CO} \cdot \dfrac{I_CO}{I_CI_A} = \dfrac{CB}{CO} \cdot \dfrac{CO}{CA} = \dfrac{CB}{CA}$.

• $(\overrightarrow{I_CI_B}, \overrightarrow{I_CI_A}) \equiv (\overrightarrow{I_CI_B}, \overrightarrow{I_CO}) + (\overrightarrow{I_CO}, \overrightarrow{I_CI_A}) (\bmod 2\pi)$

$\equiv -(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CO}) - (\overrightarrow{CO}, \overrightarrow{CA}) (\bmod 2\pi)$

$\equiv -(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CA}) (\bmod 2\pi)$.

Lại theo Bổ đề 2, các tam giác $I_AI_BI_C$, *ABC* đồng dạng (ngược hướng). ❐

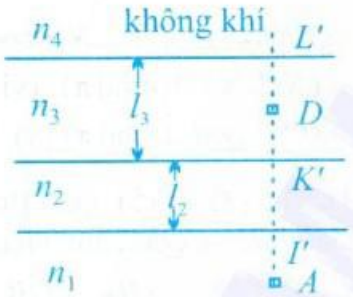
➤**Nhận xét.** 1) Bài toán này có ít bạn tham gia giải. Vì không có hiểu biết về *hướng* nên lời giải của các bạn thường mắc lỗi *phép chứng minh phụ thuộc hình vẽ.*

2) Các bạn có lời giải tốt là:

Vĩnh Phúc: *Hoàng Đỗ Kiên*, 12A1, THPT chuyên Vĩnh Phúc; **Thái Bình:** *Trịnh Thị Thuỳ Dương, Nguyễn Hải Linh Chi*, 11T1, THPT chuyên Thái Bình; **Hưng Yên:** *Nguyễn Trung Hiếu*, 10T1, THPT chuyên Hưng Yên; **Hoà Bình:** *Đặng Hữu Hiếu*, 12T, THPT chuyên Hoàng Văn Thụ; **Nghệ An:** *Nguyễn Thị Quỳnh Loan*, 10T1, THPT Đô Lương 1; **Quảng Ngãi:** *Ngô Thành Đạt*, 11T1, THPT chuyên Lê Khiết; **Đồng Tháp:** *Bùi Trần Hải Đăng*, 11T, THPT chuyên Nguyễn Quang Diêu; **Đồng Nai:** *Phạm Văn Minh*, 11T, THPT chuyên Lương Thế Vinh; **Bến Tre:** *Lê Thị Minh Thảo*, 11T, THPT chuyên Bến Tre; **Long An:** *Chu Thị Thu Hiền*, 10T, THPT chuyên Long An; **Đăk Lăk:** *Dương Đình Ngân Hà*, 12T, THPT chuyên Nguyễn Du.

NGUYỄN MINH HÀ

Bài L1/421. *Ba chất lỏng trong suốt có các chiết suất lần lượt là $n_1 = 1,45$; $n_2 = 1,4$; $n_3 = 1,35$ (hình vẽ). Đặt vật sáng A trong chất lỏng thứ nhất (dưới cùng) cách mặt I' là $I'A = d_1 = 29$ cm; cho biết lớp chất lỏng thứ hai dày $l_2 = 7$ cm, lớp chất lỏng thứ ba dày $l_3 = 8,1$ cm. Đặt mắt trong không khí (có chiết suất $n_4 = 1$) và nhìn thẳng đứng sẽ thấy ảnh D của vật A cách mặt trên cùng L' bao nhiêu xentimét?*



Lời giải. Vật thật A qua lưỡng chất phẳng $n_1 - n_2$ cho ảnh là B cách mặt phân cách I' một khoảng d_1', ta có

$$\frac{n_1}{d_1} + \frac{n_2}{d_1'} = 0 \Rightarrow d_1' = -\frac{n_2}{n_1} d_1 = -28(\text{cm}).$$

B trở thành vật qua lưỡng chất phẳng $n_2 - n_3$ cho ảnh C cách mặt phân cách K' một khoảng d_2':

$$d_2' = -\frac{n_3}{n_2} d_2 = -\frac{n_3}{n_2}(l_2 - d_1') = -33,75(\text{cm}).$$

C lại trở thành vật qua lưỡng chất phẳng $n_3 - n_4$ cho ảnh D cách mặt phân cách L' một khoảng

$$d_3' = -\frac{n_4}{n_3} d_3 = -\frac{n_4}{n_3}(l_3 - d_2') = -31(\text{cm}).$$

Vậy ảnh cuối cùng D là ảnh ảo, nằm cách mặt trên cùng L' là 31 cm. ❐

➤**Nhận xét.** Các bạn sau có lời giải đúng:

Hưng Yên: *Nguyễn Hoài Nam*, 11A1, THPT Dương Quảng Hàm, Văn Giang; **Nam Định:** *Chu Phúc Cường*, 12 Lí, *Trần Thị Thu Hương*, 11 Lí, THPT chuyên Lê Hồng Phong; **Thanh Hóa:** *Trần Văn Thắng*, 12A5, THPT Nông Cống II; **Nghệ An:** *Trần Trung Hiếu, Trịnh An Bình*, 11A1, THPT Thái Hòa; **Hà Tĩnh:** *Ông Khắc Chính*, 12 Lí, K16, THPT chuyên Hà Tĩnh; **Quảng Bình:** *Nguyễn Hoàng Duy Thành*, 11 Lí, THPT chuyên Quảng Bình; **Đồng Tháp:** *Huỳnh Thanh Dư*, 11L, THPT chuyên Nguyễn Quang Diêu.

NGUYỄN XUÂN QUANG

Bài L2/421. *Một con lắc đơn có chu kì dao động $T = 2$s ở nơi có gia tốc trọng trường $g = 9,8\text{m/s}^2$ và ở 0°C. Dây treo con lắc có khối lượng không đáng kể, có hệ số nở dài $\alpha = 2.10^{-5}K^{-1}$.*

a) Tính chiều dài l_0 của con lắc ở 0°C và chu kì của con lắc ở 20°C.

b) Để con lắc ở 20°C vẫn có chu kì là 2s, người ta tích điện cho quả cầu một điện tích $q = 10^{-9}$C, rồi đặt nó trong điện trường đều có đường sức nằm ngang và song song với mặt phẳng dao động của con lắc. Biết khối lượng của con lắc là $m = 1$g, lấy gần đúng $\pi^2 = 10$. Tính cường độ điện trường.

Lời giải. a) Từ công thức $T_0 = 2\pi\sqrt{\dfrac{l_0}{g}}$

suy ra $l_0 = \dfrac{gT_0^2}{4\pi^2} = \dfrac{9,8.2^2}{4.10} = 0,98(\text{m}).$

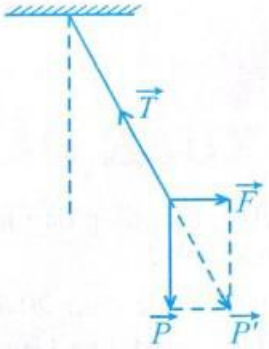
Kí hiệu T_{20} là chu kì của con lắc ở 20°C, ta có

$$\frac{T_{20}}{T_0} = \sqrt{\frac{l_{20}}{l_0}} = \sqrt{1+\alpha.\Delta t}, \text{với } \Delta t = 20^\circ\text{C} - 0^\circ\text{C} = 20^\circ\text{C}.$$

Do đó $T_{20} = T_0\sqrt{1+\alpha\Delta t} = 2.\sqrt{1+2.10^{-5}.20} \approx 2,0004(\text{s}).$

b) Ở vị trí cân bằng, con lắc chịu tác dụng của các lực (xem hình vẽ): trọng lực $\vec{P} = m\vec{g}$, lực tĩnh điện $\vec{F} = q\vec{E}$ và lực căng $\vec{T}$ của dây treo. Khi con lắc cân bằng thì $\vec{P} + \vec{F} + \vec{T} = \vec{0}$.

Từ hình vẽ ta có



$\vec{P'} = \vec{P} + \vec{F}$

$P'^2 = P^2 + F^2$

$\Leftrightarrow m^2g'^2 = m^2g^2 + q^2E^2.$

Suy ra

$g'^2 = g^2 + \dfrac{q^2E^2}{m^2}$ hay

$g' = g\sqrt{1 + \dfrac{q^2E^2}{m^2g^2}}$

Vì $F = qE << P$ nên $\dfrac{q^2E^2}{m^2g^2} << 1.$

Do đó $g' \approx g\left(1 + \dfrac{q^2E^2}{2m^2g^2}\right) \Rightarrow \dfrac{g'}{g} = 1 + \dfrac{q^2E^2}{2m^2g^2}.$

Theo giả thiết $\dfrac{T'_{20}}{T_0} = \sqrt{\dfrac{l_{20}g}{l_0g'}} = 1 \Rightarrow \dfrac{l_{20}}{l_0} = \dfrac{g'}{g}.$

Hay $\dfrac{l_0(1 + \alpha.\Delta t)}{l_0} = 1 + \dfrac{q^2E^2}{2m^2g^2}.$

Từ đây có $E = \dfrac{mg}{q}\sqrt{2\alpha\Delta t} = \dfrac{10^{-3}.9,8}{10^{-9}}\sqrt{2.2.10^{-5}.20}$

$\approx 2,77.10^5 (\text{V/m}).\square$

➢**Nhận xét.** Các bạn sau đây có lời giải ngắn gọn và tốt: **Tiền Giang:** *Lê Vũ Quốc Bảo*, 12 Lí, THPT chuyên Tiền Giang; **Bắc Ninh:** *Nguyễn Thị Hải Yến*, 12 Hóa, THPT chuyên Bắc Ninh; **Nghệ An:** *Trịnh An Bình*, *Trần Trung Hiếu*, 11A1, THPT Thái Hòa, *Hồ Đức Nhân*, 11A1, THPT Quỳnh Lưu II, *Chu Tự Tài*, 12A12, THPT Diễn Châu 2, *Lê Duy Khánh*, 11A5, THPT chuyên Đại học Vinh; **Thái Bình:** *Bùi Thị Việt Anh*, 12A1, THPT Lê Quý Đôn, *Bùi Đình Hiếu*, 11A1, THPT Quỳnh Côi; **Nam Định:** *Đặng Phúc Cường*, 12 Lí, *Trần Thị Thu Hương*, 11 Lí, *Hoàng Thu Hằng*, *Trịnh Thị Việt Hà*, 12 Toán 2, THPT chuyên Lê Hồng Phong; **Hưng Yên:** *Bùi Xuân Cương*, 12T2, THPT chuyên Hưng Yên; **Hà Nội:** *Nguyễn Duy Khánh*, 12A1, THPT Ba Vì; **Thái Nguyên:** *Tạ Văn Tuấn*, 11A1, THPT Lương Phú; **Đồng Tháp:** *Huỳnh Thanh Dư*, 11 Lí, *Âu Anh Minh*, *Võ Hoài Bảo*, 12 Toán, *Dương Minh Chí*, 11 Toán, THPT chuyên Nguyễn Quang Diêu; **Thanh Hóa:** *Hoàng Huy Hiệu*, 11A1, THPT Lương Đắc Bằng, *Lê Thị Quỳnh*, 11C1, THPT Hoằng Hóa IV.

NGUYỄN VĂN THUẬN

PROBLEMS... (*Tiếp trang 17*)

FOR UPPER SECONDARY SCHOOLS

T6/425. Let ABC be a non-isosceles triangle with medians AA', BB' and CC'; and altitudes AH, BF and CK. Given that $CK = BB'$, $BF = AA'$. Determine the ratio $\dfrac{CC'}{AH}$.

T7/425. $a_1, a_2, ..., a_n$ $(n \geq 3)$ are positive numbers that

$$(a_1 + a_2 + ... + a_n)^2 > \frac{3n-1}{3}(a_1^2 + a_2^2 + ... + a_n^2).$$

Prove that for any triple a_i, a_j, a_k are three edge lengths of some triangle, where natural numbers i, j, k satisfying $0 < i < j < k \leq n$.

T8/425. The volume of a given parallelogram-based pyramid $S.ABCD$ is V. Assume that plane (P) cuts SA, SB, SC, SD at A', B', C', D' respectively such that $\dfrac{SA}{SA'} + \dfrac{SB}{SB'} + \dfrac{SC}{SC'} + \dfrac{SD}{SD'} = 8.$

Denote the volume of the pyramid $S.A'B'C'$ by V_1 and that of $S.A'C'D'$ by V_2. Prove the inequality

$$\frac{1}{\sqrt[3]{V_1}} + \frac{1}{\sqrt[3]{V_2}} \leq \frac{4\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{V}}.$$

TOWARD MATHEMATICAL OLYMPIAD

T9/425. Write 2012^{2013} as a sum of 2013 positive interger $a_1, a_2, a_3, ..., a_{2013}$; and let

$$T = a_1^{13} + a_2^{13} + a_3^{13} + ... + a_{2013}^{13}.$$

Prove that $T + 2012^{2013}$ is not a perfect square.

T10/425. The incircle (I) of a triangle ABC touches the edges BC, CA, AB at D, E, F, respectively. M is the intersection of BC and the internal angle bisector of angle BIC, N is the intersection of EF and the internal angle bisector of angle EDF. Prove that A, M, N are collinear.

T11/425. If $p(x)$ and $q(x)$ are polynomials with integer coefficients, write $p(x) \equiv q(x) \pmod 2$ if the coefficients of $p(x) - q(x)$ are all even. A sequence of polynomials $p_n(x)$ is such that $p_1(x) = p_2(x) = 1$ and $p_{n+2}(x) = p_{n+1}(x) + x.p_n(x)$, $\forall n \geq 1$. Prove that $p_{2^n}(x) \equiv 1 \pmod 2$, $\forall n \in \mathbb{N}$.

T12/425. Let ABC be an acute triangle. Prove the inequality

$$\frac{\cos B\cos C}{\cos\frac{B-C}{2}} + \frac{\cos C\cos A}{\cos\frac{C-A}{2}} + \frac{\cos A\cos B}{\cos\frac{A-B}{2}} \leq \frac{3}{4}.$$

Translated by LE MINH HA

WWW.VIETMATHS.COM

HỘI TOÁN HỌC HÀ NỘI

TUỔI 25 - TUỔI THANH XUÂN ĐẦY SỨC SỐNG

Trong hai ngày 6 và 7 tháng 10 năm 2012, tại TP. Hạ Long, tỉnh Quảng Ninh, Hội Toán học Hà Nội đã tổ chức Hội thảo "Các chuyên đề Toán bồi dưỡng giáo viên THPT chuyên năm 2012". Đây là Hội thảo thứ ba trong năm 2012 để chào mừng 25 năm thành lập Hội Toán học Hà Nội - Một tổ chức yêu quý của những người làm Toán, dạy Toán và yêu Toán ở Thủ đô.

Nhớ lại 25 năm về trước, vào một buổi sáng đẹp trời của ngày 27/6/1987, hơn 100 đại biểu Toán học Thủ đô đã đến Hội trường tầng 4 nhà 81 phố Thợ Nhuộm để tham dự Hội nghị thành lập Hội Toán học Hà Nội với nhiệm vụ hàng đầu là quan tâm thúc đẩy việc dạy và học Toán ở bậc phổ thông của Hà Nội. Sở GD-ĐT Hà Nội là cơ quan bảo trợ của Hội đã tạo nhiều điều kiện để Hội hoạt động. Hai Hội trường lớn: Hội trường 23 Quang Trung và Hội trường 81 Thợ Nhuộm của Sở là nơi diễn ra các buổi sinh hoạt Câu lạc bộ Toán học của Hội trong suốt 25 năm qua đã minh chứng cho sự quan tâm đặc biệt của các thế hệ lãnh đạo của Sở GD-ĐT Hà Nội đối với hoạt động của Hội Toán học Hà Nội. Chức danh Chủ tịch Hội qua các thời kì: GS. TSKH *Phạm Hữu Sách* (Nhiệm kì I, 1987 - 1993), GS. TSKH *Trần Văn Nhung* (Nhiệm kì II và III, 1993 - 2003) GS. TSKH *Nguyễn Văn Mậu* (Nhiệm kì IV và V, 2003 - 2013).

Hoạt động của Hội qua từng nhiệm kì có những nét đặc trưng riêng. Thông qua các hoạt động đối ngoại của Ban chấp hành và một số nhà toán học tâm huyết với sự nghiệp giảng dạy và đào tạo, các thành viên câu lạc bộ đã được tiếp xúc với các nhà toán học nước ngoài trong các buổi thuyết trình chuyên môn về toán. Hội đã giới thiệu hai nhà toán học tham gia Hội đồng nhân dân Thành phố Hà Nội (GS. TSKH. *Nguyễn Văn Thu*, GS. TSKH *Trần Văn Nhung*). Từ năm 2003 (kết thúc nhiệm kì III, khởi đầu nhiệm kì IV) đến nay một giai đoạn mới của Hội Toán học Hà Nội. Hội đã hoàn thành một khối lượng công việc không nhỏ với nhiều đóng góp mới cho sự nghiệp đào tạo tài năng toán học của đất nước như:

- Tổ chức trên 20 Hội thảo Khoa học về Giải tích hiện đại và Ứng dụng, về các chuyên đề đào tạo năng khiếu Toán ở bậc phổ thông.
- Xây dựng hệ thống liên kết các trường THPT trong công tác bồi dưỡng học sinh giỏi các tỉnh miền núi phía Bắc và trung du Bắc Bộ (mang tên Trại hè Hùng Vương). Xây dựng hệ thống liên kết các Sở GD-ĐT đào tạo mũi nhọn các tỉnh Duyên hải Nam Trung bộ và Tây Nguyên. Xây dựng hệ thống liên kết các trường cao đẳng.
- Duy trì đều đặn sinh hoạt semina Giải tích - Đại số và semina Toán Olympic vào sáng thứ năm hàng tuần tại Trường Đại học Khoa học Tự nhiên Hà Nội (đã có truyền thống 23 năm).
- Tổ chức các cuộc thi: Olympic Toán Hà Nội mở rộng bằng Tiếng Anh (từ năm 2005) cho học sinh lớp 8 và lớp 10; Olympic Singapore mở rộng (từ năm 2004); Năm nay Bộ GD & ĐT đã cho phép Hội Toán học Hà Nội và Sở GD - ĐT Hà Nội tổ chức kì thi Olympic này cho học sinh cả nước. Hội đã phối hợp đưa các đoàn học sinh THCS của Hà Nội và Vĩnh Phúc đi dự Olympic Khoa học Quốc tế (4 lần).
- Tổ chức bồi dưỡng chuyên môn cho giáo viên 63 tỉnh thành vào hè hằng năm tại Trường Đại học Khoa học Tự nhiên Hà Nội (10 năm). Bồi dưỡng giáo viên THCS Hà Nội tại trung tâm bồi dưỡng cán bộ của Sở GD-ĐT Hà Nội.

Đến nay Hội đã có hơn 800 hội viên nằm trong 20 chi hội cơ sở. Vị trí và vai trò của Hội ngày càng được khẳng định không chỉ trong giới toán học mà trong các ngành, các giới của địa phương. Hội được sự ủng hộ của các lực lượng xã hội nên mặc dù không có kinh phí nhưng Hội vẫn tổ chức được nhiều hoạt động có hiệu quả. Với những kinh nghiệm hoạt động, Hội Toán học Hà Nội tin tưởng sẽ phát huy tốt hơn những thành quả đã đạt được, xứng đáng với lòng tin yêu của nhân dân Thủ đô.

NGUYỄN VĂN MẬU
(*Chủ tịch Hội Toán học Hà Nội*)

WWW.VIETMATHS.COM

Kết quả cuộc thi GIẢI TOÁN và VẬT LÍ TRÊN TẠP CHÍ TOÁN HỌC VÀ TUỔI TRẺ

NĂM HỌC 2011 - 2012

LTS. Cuộc thi giải Toán và Vật lí năm học 2011 - 2012 trên Tạp chí TH&TT được khởi động từ tháng 9 năm 2011 đến tháng 8 năm 2012. Cuộc thi lần này được rất nhiều bạn trẻ yêu toán cấp THCS và THPT trên cả nước hưởng ứng nhiệt tình. Đặc biệt có nhiều bạn không học trường THPT chuyên đã tham gia giải bài và đoạt nhiều giải khá cao. **Vĩnh Phúc, Nghệ An, Quảng Ngãi** là các tỉnh có đông học sinh tham gia và đoạt nhiều giải hơn cả. Hai giải Xuất sắc môn Toán thuộc về bạn *Lê Quang Dũng*, 7D, THCS Nhữ Bá Sỹ, Hoằng Hóa, **Thanh Hóa** và *Phạm Văn Minh*, 11T, THPT chuyên Lương Thế Vinh, **Đồng Nai**. Hai giải Nhất môn Vật lí thuộc về bạn *Đinh Ngọc Hải*, 12 Lí, THPT chuyên Biên Hòa, **Hà Nam** và *Bùi Xuân Hiển*, 12 Lí, THPT chuyên Lê Hồng Phong, **Nam Định**. Chúc mừng tất cả các bạn đoạt giải cuộc thi, hẹn gặp lại các bạn ở cuộc thi tiếp theo trong năm học 2012 - 2013. Sau đây là danh sách **95** bạn đoạt giải Toán và **17** bạn đoạt giải Vật lí năm học 2011 - 2012.

MÔN TOÁN

Giải Xuất sắc (2 giải)

1. *Lê Quang Dũng*, 7D, THCS Nhữ Bá Sỹ, Hoằng Hóa, **Thanh Hóa**.
2. *Phạm Văn Minh*, 11T, THPT chuyên Lương Thế Vinh, TP. Biên Hòa, **Đồng Nai**.

Giải Nhất (3 giải)

1. *Hoàng Đỗ Kiên*, 11A1, THPT chuyên Vĩnh Phúc, **Vĩnh Phúc**.
2. *Lê Hoàng Hiệp*, 11A1, THPT Thái Hòa, **Nghệ An**.
3. *Nguyễn Quang Hải*, 12TN2, THPT Tăng Bạt Hổ, Hoài Nhơn, **Bình Định**.

Giải Nhì (12 giải)

1. *Nguyễn Văn Quân*, 6C, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**.
2. *Trần Thị Mỹ Ninh*, 8A, THCS Nghĩa Mỹ, Tư Nghĩa, **Quảng Ngãi**.
3. *Nguyễn Chí Tùng*, 9A10, THCS Giảng Võ, Quận Ba Đình, **Hà Nội**.
4. *Nguyễn Trung Hiếu*, 10 Toán 1, THPT chuyên Hưng Yên, **Hưng Yên**.
5. *Trần Đức Anh*, 10T, THPT chuyên Lê Quý Đôn, **Quảng Trị**.
6. *Hoàng Công Đức*, 11A1, THPT chuyên Lý Tự Trọng, **Cần Thơ**.
7. *Dương Quốc Khánh*, 11B1, THPT Lê Hồng Phong, TP. Biên Hòa, **Đồng Nai**.
8. *Nguyễn Vũ Trung Quân*, 11 Toán 1, THPT chuyên Thăng Long, TP. Đà Lạt, **Lâm Đồng**.
9. *Vương Nhật Quân*, 11A1, THPT chuyên ĐH Vinh, **Nghệ An**.
10. *Nguyễn Mậu Thành*, 11 Toán 1, THPT chuyên Hà Tĩnh, **Hà Tĩnh**.
11. *Lê Nhật Thăng*, 11T, THPT chuyên Lương Văn Chánh, **Phú Yên**.
12. *Nguyễn Văn Hoàng*, 12T7, THPT Đô Lương I, Đô Lương, **Nghệ An**.

Giải Ba (24 giải)

1. *Nguyễn Thị Hạ Vy*, 7A, THCS Hành Phước, Nghĩa Hành, **Quảng Ngãi**.
2. *Nguyễn Thị Hạnh*, 7A, THCS Hành Phước, Nghĩa Hành, **Quảng Ngãi**.
3. *Lương Đình Ân*, 7B, THCS Lê Hồng Phong, Hưng Nguyên, **Nghệ An**.
4. *Hoàng Bảo Long*, 7D, THCS Nhữ Bá Sỹ, Hoằng Hóa, **Thanh Hóa**.
5. *Cao Thị Thúy Điểm*, 8A, THCS Hành Phước, Nghĩa Hành, **Quảng Ngãi**.
6. *Huỳnh Tiến Vỹ*, 8A, THCS Hành Phước, Nghĩa Hành, **Quảng Ngãi**.
7. *Võ Nguyên Hải*, 8A, THCS Nghĩa Mỹ, Tư Nghĩa, **Quảng Ngãi**.
8. *Nguyễn Thị Kiều Duyên*, 8A, THCS Nguyễn Kim Vang, Nghĩa Hành, **Quảng Ngãi**.
9. *Chu Văn Trang*, 9A, THCS Yên Phong, **Bắc Ninh**.
10. *Trần Hồng Quân*, 10T1, THPT chuyên Thái Bình, **Thái Bình**.

11. *Nguyễn Thị Việt Hà*, 10 Toán 1, THPT chuyên Hưng Yên, **Hưng Yên**.
12. *Lương Hữu Bằng*, 11A1, THPT Đồng Quan, Phú Xuyên, **Hà Nội**.
13. *Chu Tự Tài*, 11A12, THPT Diễn Châu II, **Nghệ An**.
14. *Lê Thị Minh Thảo*, 11T, THPT chuyên Bến Tre, **Bến Tre**.
15. *Trần Trung Hiếu*, 11 Toán 2, THPT chuyên Thái Bình, **Thái Bình**
16. *Đặng Quang Tuấn*, 11A1, THPT chuyên Vĩnh Phúc, **Vĩnh Phúc**.
17. *Hồ Bá Đức*, 11A12, THPT Diễn Châu II, **Nghệ An**.
18. *Dương Mạnh Cường*, 11T1, THPT chuyên Hưng Yên, **Hưng Yên**.
19. *Nguyễn Hiền Trang*, 11A1, THPT chuyên Phan Bội Châu, TP. Vinh, **Nghệ An**.
20. *Hồ Diên Phúc*, 11A1, THPT Quỳnh Lưu III, **Nghệ An**.
21. *Hoàng Danh Thắng*, 11A1, THPT Quỳnh Lưu III, **Nghệ An**.
22. *Lê Thị Lan Anh*, 11T, THPT chuyên Lam Sơn, **Thanh Hóa**.
23. *Lê Vũ Văn Phi*, 12/1, THPT chuyên Nguyễn Bỉnh Khiêm, **Quảng Nam**.
24. *Vũ Đình Việt*, 12A1, THPT Kẻ Sặt, Bình Giang, **Hải Dương**.

Giải Khuyến khích (54 giải)

1. *Nguyễn Tấn Trung*, 6H, THCS Huỳnh Thúc Kháng, Nghĩa Hành, **Quảng Ngãi**.
2. *Nguyễn Tấn Phúc*, 6A, THCS Hành Phước, Nghĩa Hành, **Quảng Ngãi**.
3. *Bùi Diễm Hương*, 6A, THCS Hành Phước, Nghĩa Hành, **Quảng Ngãi**.
4. *Võ Quang Phú Thời*, 6A, THCS Hành Phước, Nghĩa Hành, **Quảng Ngãi**.
5. *Phan Thị Nguyệt*, 6A7, THCS Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**.
6. *Vũ Thi Thi*, 7A, THCS Hành Phước, Nghĩa Hành, **Quảng Ngãi**.
7. *Đặng Trần Đức Anh*, 7C, THCS Liên Hương, Vũ Quang, **Hà Tĩnh**.
8. *Nguyễn Tuấn Anh*, 7D, THCS Nhữ Bá Sỹ, Hoằng Hóa, **Thanh Hóa**.
9. *Trương Hoàng Việt*, 7/4, THCS Cầu Quan, Tiểu Cần, **Trà Vinh**.
10. *Đặng Lưu Việt Quý*, 7A, THCS Hành Phước, Nghĩa Hành, **Quảng Ngãi**.
11. *Phạm Quang Nghĩa*, 7A, THCS Hành Phước, Nghĩa Hành, **Quảng Ngãi**.
12. *Nguyễn Trọng Khiêm*, 7A1, THCS Võ Xán, Tây Sơn, **Bình Định**.
13. *Nguyễn Thúy Phượng*, 8A, THCS Hành Phước, Nghĩa Hành, **Quảng Ngãi**.
14. *Nguyễn Thị Nga*, 8A, THCS Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**.
15. *Lương Thế Sơn*, 8A1, THCS Hồng Bàng, **Hải Phòng**.
16. *Đỗ Đăng Dương*, 8A, THCS Đinh Công Tráng, Thanh Liêm, **Hà Nam**.
17. *Trương Thị Hoài Thu*, 8A, THCS Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**.
18. *Nguyễn Thị Khánh Huyền*, 8A, THCS Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**.
19. *Nguyễn Tiến Dũng*, 8A3, THCS Lâm Thao, **Phú Thọ**.
20. *Lê Trung Anh*, 8B, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**.
21. *Nguyễn Mai Lê*, 8B, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**.
22. *Nguyễn Thị Khánh Linh*, 8B, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**.
23. *Phạm Hoàng*, 8B, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**.
24. *Tống Thành Nguyện*, 9A, THCS Hành Phước, Nghĩa Hành, **Quảng Ngãi**.
25. *Lê Thị Hải Linh*, 9A, THCS Yên Phong, **Bắc Ninh**.
26. *Phạm Văn Phúc*, 9A2, THCS Lương Thế Vinh, **Nam Định**.
27. *Nguyễn Hoàng Việt*, 9A3, THCS Lâm Thao, **Phú Thọ**.
28. *Huỳnh Đặng Hiếu*, 9B, THCS Nghĩa Mỹ, Tư Nghĩa, **Quảng Ngãi**.
29. *Trương Văn Khánh*, 9A, THCS Đại Đồng Thành, Thuận Thành, **Bắc Ninh**.
30. *Bùi Tuấn Nam*, 9A, THCS Lương Lỗ, Thanh Ba, **Phú Thọ**.
31. *Dương Minh Chánh*, 9A1, THCS Mỹ Quý, Tháp Mười, **Đồng Tháp**.

32. *Lê Hồng Đức,* 9B, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**.
33. *Trần Nguyên Try,* 9/1, THCS Phạm Hồng Thái, TP. Pleiku, **Gia Lai**.
34. *Đỗ Đức Thịnh,* 9A, THCS Đức Thắng, Mộ Đức, **Quảng Ngãi**.
35. *Nguyễn Văn Cao,* 10A1, THPT Sáng Sơn, Sông Lô, **Vĩnh Phúc**.
36. *Bùi Trần Hải Đăng,* 10T, THPT chuyên Nguyễn Quang Diêu, TP. Cao Lãnh, **Đồng Tháp**.
37. *Nguyễn Thị Quỳnh Loan,* 10T1, THPT Đô Lương I, **Nghệ An**.
38. *Dương Phước Thọ,* 11A1, THPT chuyên Vĩnh Phúc, **Vĩnh Phúc**.
39. *Trần Trung Hiếu,* 11A1, THPT Thái Hòa, **Nghệ An**.
40. *Đỗ Quang Khải,* 11T, THPT chuyên Bắc Ninh, **Bắc Ninh**.
41. *Âu Anh Minh,* 11T, THPT chuyên Nguyễn Quang Diêu, TP.Cao Lãnh, **Đồng Tháp**.
42. *La Văn Quân,* 11T, THPT chuyên Bắc Giang, **Bắc Giang**.
43. *Võ Hoài Bảo,* 11T, THPT chuyên Nguyễn Quang Diêu, TP. Cao Lãnh, **Đồng Tháp**.
44. *Phùng Thanh Dũng,* 11 Toán 1, THPT chuyên Lê Quý Đôn, **Bà Rịa - Vũng Tàu**.
45. *Trương Giang Khang,* 11A1, THPT Thuận Thành 1, **Bắc Ninh**.
46. *Lê Trần Nhạc Long,* 11A1, THPT chuyên Lê Quý Đôn, **Đà Nẵng**.
47. *Phan Ngọc Lâm,* 11A1, THPT Liên Hà, Đông Anh, **Hà Nội**.
48. *Bùi Đình Hiếu,* 11A1, THPT Quỳnh Côi, Quỳnh Phụ, **Thái Bình**.
49. *Hồ Phước Bảo,* 11T, THPT chuyên Lê Quý Đôn, **Bình Định**.
50. *Phạm Thế Dương,* 11T, THPT chuyên Lam Sơn, **Thanh Hóa**.
51. *Phan Đức Minh,* 12A15, THPT Thái Phiên, **Hải Phòng**.
52. *Phạm Tuấn Anh,* 12T, THPT chuyên Nguyễn Bỉnh Khiêm, **Quảng Nam**.
53. *Trần Chí Công,* 12A1, THPT chuyên ĐH Vinh, **Nghệ An**.
54. *Võ Văn Tiên,* 12T1, THPT chuyên Lê Khiết, **Quảng Ngãi**.

MÔN VẬT LÍ

Giải Nhất (2 giải)

1. *Bùi Xuân Hiển,* 12 Lí, THPT chuyên Lê Hồng Phong, **Nam Định**.
2. *Đinh Ngọc Hải,* 12 Lí, THPT chuyên Biên Hòa, Phủ Lý, **Hà Nam**.

Giải Nhì (6 giải)

1. *Nguyễn Văn Long,* 11A4, THPT Thuận Thành Số 1, **Bắc Ninh**.
2. *Nguyễn Ngọc Minh,* 11A3, THPT Thái Hòa, **Nghệ An**.
3. *Huỳnh Thanh Dư,* 11 Lí, THPT chuyên Nguyễn Quang Diêu, TP. Cao Lãnh, **Đồng Tháp**.
4. *Nguyễn Văn Minh,* 11A2, THPT Bắc Đông Quan, **Thái Bình**.
5. *Nguyễn Văn Sơn,* 11A2, THPT Bắc Đông Quan, **Thái Bình**.
6. *Đinh Việt Thắng,* 12 Lí, THPT chuyên Lê Hồng Phong, **Nam Định**.

Giải Ba (9 giải)

1. *Lê Xuân Bảo,* 10A3, THPT chuyên Phan Bội Châu, **Nghệ An**.
2. *Trịnh An Bình,* 11A1, THPT Thái Hòa, **Nghệ An**.
3. *Chu Tự Tài,* 11A12, THPT Diễn Châu II, **Nghệ An**.
4. *Nguyễn Hoàng Duy Thành,* 11 Lí, THPT chuyên Quảng Bình, **Quảng Bình**.
5. *Đặng Phúc Cường,* 11 Lí, THPT chuyên Lê Hồng Phong, **Nam Định**.
6. *Nguyễn Văn Hoàng,* 12T7, THPT Đô Lương I, **Nghệ An**.
7. *Trần Văn Bắc,* 12A6, THPT chuyên ĐH Vinh, **Nghệ An**.
8. *Nguyễn Trung Hiếu,* 12 Lí, THPT chuyên Hưng Yên, **Hưng Yên**.
9. *Lê Văn Mạnh,* 12 Hóa, THPT chuyên Bắc Ninh, **Bắc Ninh**.

Các bạn đoạt giải nhớ gửi gấp địa chỉ mới của mình về Tòa soạn để nhận Giấy Chứng nhận và tặng phẩm của Tạp chí.

WWW.VIETMATHS.COM

Tạp chí TOÁN HỌC và TUỔI TRẺ
Mathematics and Youth Magazine

XUẤT BẢN TỪ 1964
Số 425 (11.2012)
Tòa soạn : 187B, phố Giảng Võ, Hà Nội
ĐT Biên tập: 04.35121607
ĐT - Fax Phát hành, Trị sự : 04.35121606
Email: tapchitoanhoc_tuoitre@yahoo.com.vn

BAN CỐ VẤN KHOA HỌC

GS. TSKH. NGUYỄN CẢNH TOÀN
GS. TSKH. TRẦN VĂN NHUNG
TS. NGUYỄN VĂN VỌNG
GS. ĐOÀN QUỲNH
PGS. TS. TRẦN VĂN HẠO

CHỊU TRÁCH NHIỆM XUẤT BẢN

Chủ tịch Hội đồng Thành viên kiêm
Tổng Giám đốc NXB Giáo dục Việt Nam
NGƯT. NGÔ TRẦN ÁI

Tổng biên tập kiêm
Phó Tổng Giám đốc NXB Giáo dục Việt Nam
TS. NGUYỄN QUÝ THAO

HỘI ĐỒNG BIÊN TẬP

Tổng biên tập : **TS. PHẠM THỊ BẠCH NGỌC**

Thư kí Tòa soạn : **ThS. HỒ QUANG VINH**

TS. TRẦN ĐÌNH CHÂU, *ThS.* NGUYỄN ANH DŨNG, *TS.* TRẦN NAM DŨNG, *TS.* NGUYỄN MINH ĐỨC, *TS.* NGUYỄN MINH HÀ, *TS.* NGUYỄN VIỆT HẢI, *PGS. TS.* LÊ QUỐC HÁN, *ThS.* PHẠM VĂN HÙNG, *PGS. TS.* VŨ THANH KHIẾT, *GS. TSKH.* NGUYỄN VĂN MẬU, Ông NGUYỄN KHẮC MINH, *TS.* TRẦN HỮU NAM, *PGS. TS.* NGUYỄN ĐĂNG PHẤT, *PGS. TS.* TẠ DUY PHƯỢNG, *ThS.* NGUYỄN THẾ THẠCH, *GS. TSKH.* ĐẶNG HÙNG THẮNG, *PGS. TS.* PHAN DOÃN THOẠI, *ThS.* VŨ KIM THỦY, *PGS. TS.* VŨ DƯƠNG THỤY, *GS. TSKH.* NGÔ VIỆT TRUNG.

TRONG SỐ NÀY

1 **Dành cho Trung học Cơ sở – For Lower Secondary School**
Bùi Văn Chi – Phương pháp tính tổng của một số dãy số.

3 Hướng dẫn giải Đề thi chọn học sinh giỏi môn Toán lớp 9 tỉnh Hưng Yên, năm học 2011 – 2012.

4 Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 Trường THPT chuyên Lam Sơn, Thanh Hóa năm học 2012 – 2013.

5 **Chuẩn bị thi vào đại học – University Entrance Preparation**
Nguyễn Trường Sơn – Bài toán về sự tương giao của đồ thị hàm số với trục hoành.

9 **Thử sức trước kì thi - Đề số 2.**

10 **Hướng dẫn giải Đề số 1.**

12 **Bạn đọc tìm tòi – Reader's Contributions**
Trần Xuân Đáng – Sử dụng định lí sin, côsin để giải một số bài toán hình học.

15 **Giải trí toán học**

16 **Đề ra kì này – Problems in This Issue**
T1/425,.., T12/425, L1/425, L2/425.

18 **Giải bài kì trước – Solutions to Previous Problems**
Giải các bài của số 421.

28 *Nguyễn Văn Mậu* – Hội Toán học Hà Nội
Tuổi 25 - Tuổi thanh xuân đầy sức sống.

29 Kết quả Cuộc thi Giải Toán và Vật lí trên Tạp chí Toán học và Tuổi trẻ năm học 2011 – 2012.

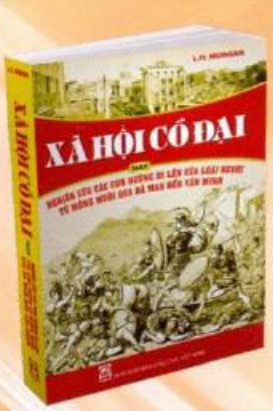
Biên tập : NGUYỄN PHÚC, TẠ NGỌC TRÍ
Trị sự, phát hành : NGUYỄN KHOA ĐIỀM, VŨ ANH THƯ
Mĩ thuật : QUỐC HIỆP, THANH LONG
Chế bản : NGUYỄN THỊ OANH

WWW.VIETMATHS.COM

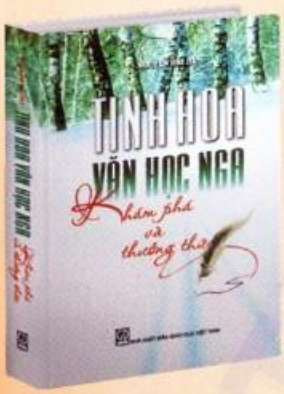
NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

XIN TRÂN TRỌNG GIỚI THIỆU CÙNG BẠN ĐỌC

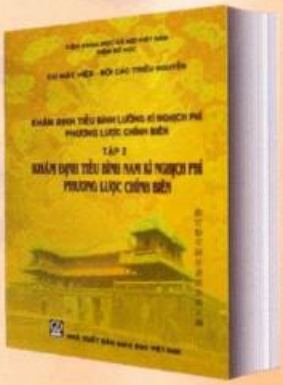
MỘT SỐ SÁCH KỈ NIỆM 55 NĂM NXBGD VIỆT NAM



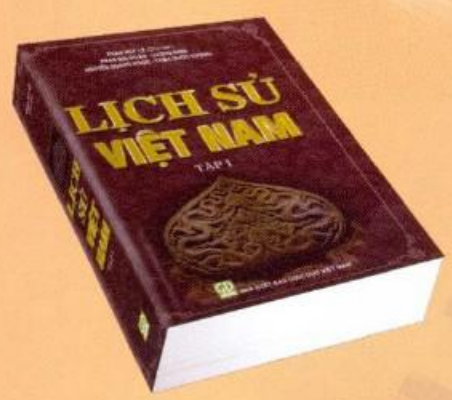
- **XÃ HỘI CỔ ĐẠI**
  668 trang, khổ 16 x 24 cm,
  Giá bìa: 222.000 đồng



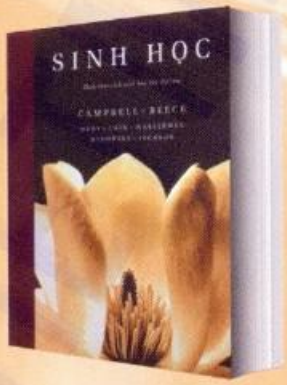
- **TINH HOA VĂN HỌC NGA -**
  Khám phá và thưởng thức
  700 trang, khổ 16 x 24 cm,
  Giá bìa: 370.000 đồng



- **KHẢM ĐỊNH TIỂU BÌNH LƯỠNG KỈ NGHỊCH PHỈ PHƯƠNG LƯỢC CHÍNH BIÊN**
  1.740 trang, khổ 16 x 24 cm,
  Giá bìa: 1.050.000 đồng

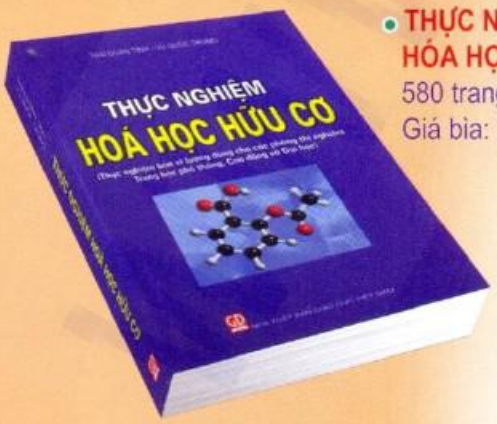


- **LỊCH SỬ VIỆT NAM, TẬP 1**
  884 trang, khổ 16 x 24 cm,
  Giá bìa: 455.000 đồng.

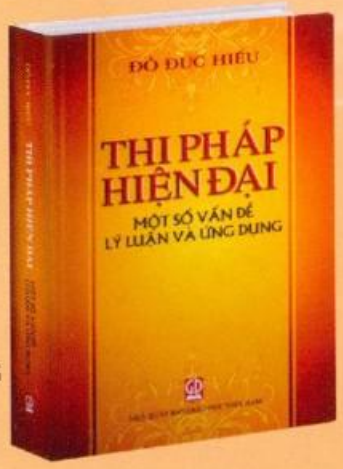


- **SINH HỌC**
  1.464 trang, khổ 20 x 28 cm,
  Giá bìa: 1.750.000 đồng

- **NGUYỄN TRÃI**
  QUỐC ÂM THI TẬP
  476 trang, khổ 16 x 24 cm,
  Giá bìa: 290.000 đồng



- **THỰC NGHIỆM HÓA HỌC HỮU CƠ**
  580 trang, khổ 16 x 24 cm,
  Giá bìa: 300.000 đồng



- **THI PHÁP HIỆN ĐẠI,**
  MỘT SỐ VẤN ĐỀ
  LÝ LUẬN VÀ ỨNG DỤNG
  696 trang, khổ 16 x 24 cm,
  Giá bìa: 430.000 đồng

WWW.VIETMATHS.COM

TRƯỜNG THPT CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN - LAI CHÂU

TỪNG BƯỚC XÂY DỰNG VÀ TRƯỞNG THÀNH

Hiệu trưởng PHẠM THỊ LƯU
Bí thư Chi bộ nhà trường

Học sinh đoạt giải và các thầy cô giáo nhà trường tại Trại hè Hùng Vương năm 2012

Trường THPT chuyên Lê Quý Đôn đóng trên địa bàn thị xã Lai Châu, tỉnh Lai Châu. Đây là một trong những ngôi trường có bề dày truyền thống của ngành Giáo dục và Đào tạo tỉnh Lai Châu. Qua các thời kì lịch sử, trường có nhiều tên gọi khác nhau là Trường Cấp 2+3 Phong Thổ, Trường THPT Tam Đường, Trường THPT Lê Quý Đôn. Trong suốt 45 năm qua (từ năm 1967) nhà trường luôn hoàn thành nhiệm vụ giáo dục cho con em các dân tộc trong tỉnh. Thời gian 15 năm trở lại đây trường luôn được đánh giá là trường có chất lượng giáo dục cao, là lá cờ đầu của ngành Giáo dục và Đào tạo Lai Châu với tập thể sư phạm đoàn kết, nhất trí vượt khó, có tinh thần trách nhiệm cao, tận tâm với nghề. Từ năm 1997 đến nay tỉ lệ tốt nghiệp luôn vượt mặt bằng của tỉnh. Số học sinh giỏi cấp tỉnh tăng cả về số lượng và chất lượng. Từ năm học 2002 – 2003 đến nay nhà trường đều có học sinh giỏi Quốc gia, tỉ lệ đỗ Đại học-Cao đẳng luôn đạt trên 70%. Nhiều học sinh cũ của trường đã trưởng thành và đang giữ những trọng trách quan trọng của Trung ương và của tỉnh như Bộ trưởng Bộ Tài nguyên và Môi trường *Nguyễn Minh Quang*, Thứ trưởng Bộ Khoa học và Công nghệ TS. *Nghiêm Vũ Khải*, Phó Bí thư thường trực - Chủ tịch UBND Tỉnh Lai Châu *Nguyễn Khắc Chử*,....

Ngày 12 tháng 8 năm 2008, theo Quyết định số 1166/ QĐ- UBND của UBND tỉnh Lai Châu, trường vinh dự được trở thành Trường THPT chuyên Lê Quý Đôn với nhiệm vụ là phát hiện và bồi dưỡng nhân tài cho tỉnh. Khóa chuyên đầu tiên, trường có 3 lớp bao gồm chuyên Toán, chuyên Văn và 1 lớp cơ bản với tổng số 90 học sinh. Vượt qua nhiều khó khăn về điều kiện cơ sở vật chất, về đội ngũ của buổi đầu xây dựng, Trường THPT chuyên Lê Quý Đôn – Lai Châu dần lớn mạnh và trưởng thành. Hiện nay trường có 15 lớp ở các khối chuyên: Toán, Lí, Hóa, Văn với tổng số 410 học sinh. Đội ngũ nhà giáo của nhà trường cũng không ngừng phát triển cả về số lượng lẫn chất lượng. Trong số 61 cán bộ giáo viên và nhân viên, trường có 3 giáo viên trình độ thạc sĩ; 9 giáo viên đang đi học thạc sĩ; 6 thầy cô giáo là giáo viên trung học cao cấp; 13 thầy cô giáo đạt Giáo viên giỏi cấp tỉnh và hầu hết đều đạt Giáo viên giỏi cấp trường. Nhiều thầy cô giáo đã được công nhận Chiến sĩ thi đua cấp cơ sở, Chiến sĩ thi đua cấp tỉnh, được tặng Bằng khen của Thủ tướng Chính phủ, Bộ Giáo dục và Đào tạo, UBND tỉnh Lai Châu. Năm học 2010 – 2011, nhà trường được Thủ tướng Chính phủ tặng Bằng khen ; năm học 2011 – 2012 đạt tập thể Lao động Xuất sắc, được UBND Tỉnh Lai Châu tặng Bằng khen.

Được sự quan tâm của Bộ Giáo dục và Đào tạo và của Tỉnh Lai Châu, hiện nay Đề án xây dựng trường THPT chuyên Lê Quý Đôn tại cơ sở mới trên diện tích 5,3 ha với tổng vốn đầu tư 250 tỉ đồng đã được phê duyệt và chuẩn bị khởi công xây dựng, đáp ứng quy mô phát triển trường chuyên và phấn đấu đạt trường chuẩn Quốc gia vào năm 2015.

Những thành tích đạt được của nhà trường trong thời gian vừa qua chỉ là khởi đầu cho chặng đường dài. Biết rằng phía trước còn rất nhiều những thách thức, khó khăn về cơ sở vật chất, về công tác bồi dưỡng học sinh giỏi, song tập thể cán bộ giáo viên nhà trường quyết tâm bằng tâm huyết và trí tuệ không ngừng học hỏi để hoàn thành trọng trách mà Đảng, Nhà nước, ngành Giáo dục đã tin tưởng giao phó; xứng đáng là lá cờ đầu trong ngành Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Lai Châu.

ISSN : 0866-8035
Chỉ số : 12884
Mã số : 8BT11M2

Giấy phép XB số 510/GP-BTTTT cấp ngày 13.4.2010
In tại Xí nghiệp Bản đồ 1 - BQP
In xong và nộp lưu chiểu tháng 11 năm 2012

Giá: 8000 đồng
Tám nghìn đồng