

## RÚT GỌN BIỂU THỨC

**Bài 1**  $A = \left( \frac{2x+1}{x\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right) : \left( 1 - \frac{x-2}{x+\sqrt{x}+1} \right)$  a) Rút gọn A b) Tính A biết

$x = \frac{2-\sqrt{3}}{2}$  c) Tìm  $x \in \mathbb{Z}$  để  $A \in \mathbb{Z}$  d) Tìm GTNN của A e) Tìm  $x$  để

$A = 1/3$

g) So sánh A với 1 h) Tìm  $x$  để  $A > 1/2$

**Bài 2**  $B = \frac{\sqrt{x}(1-x)^2}{1+x} : \left[ \left( \frac{x\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-1} + \sqrt{x} \right) \cdot \left( \frac{x\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1} - \sqrt{x} \right) \right]$  a) Rút gọn B b) Tìm  $x$  để

$B = 2/5$  c) Tính B biết  $x = 12 - 6\sqrt{3}$  d) Tìm GTNN và GTLN của B e) So sánh B với  $1/2$  g) Tìm  $x$  để

$B > \frac{3}{\sqrt{x}}$

**Bài 3**  $C = \left( \frac{2\sqrt{x}}{2x-5\sqrt{x}+3} - \frac{5}{2\sqrt{x}-3} \right) : \left( 3 + \frac{2}{1-\sqrt{x}} \right)$  a) Rút gọn  $C = \frac{1}{3-2\sqrt{x}}$

b) Tìm GTNN của  $C'$  với  $C' = \frac{1}{C} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}+1}$  c) Tính C với  $x = \frac{2}{2-\sqrt{3}}$  d) Tìm  $x$  để

$C > 0$

e) Tìm  $x \in \mathbb{Z}$  để  $C' \in \mathbb{Z}$  g) Tìm  $x$  để  $C = 5\sqrt{x}$

**Bài 4**  $E = \frac{x+\sqrt{x}}{x-2\sqrt{x}+1} : \left( \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{1-\sqrt{x}} + \frac{2-x}{x-\sqrt{x}} \right)$  a) Rút gọn  $E = \frac{x}{\sqrt{x}-1}$  b) Tìm  $x$

để  $E > 1$

c) Tìm GTNN của E với  $x > 1$  d) Tìm  $x \in \mathbb{Z}$  để  $E \in \mathbb{Z}$  e) Tính E tại

$|2x+1| = 5$

g) Tìm  $x$  để  $E = 9/2$

**Bài 5**  $G = \left( \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} + \frac{\sqrt{x}}{1-x} \right) : \left( \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} + \frac{1-\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} \right)$  a) Rút gọn  $G = \frac{2x+1}{4\sqrt{x}}$

b) Tìm GTNN của G với  $x > 0$  c) Tính G tại  $x = 17 - 4\sqrt{13}$  d) Tìm  $x$  để

$G = 9/8$  **Bài 6**  $K = \frac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6} - \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} - \frac{2\sqrt{x}+1}{3-\sqrt{x}}$  a) Rút gọn  $K = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$

b) Tìm  $x$  để  $K < 1$

c) Tìm  $x \in \mathbb{Z}$  để  $K \in \mathbb{Z}$  d) Tìm GTNN của  $K' = 1/K$  e) Tìm  $x$  để

$K = 5$

g) Tính K biết  $x-3\sqrt{x}+2=0$

h) So Sánh K' với 1

**Bài 7**  $M = \left( \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} - \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} \right) : \left( \frac{1}{\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}} + \frac{2}{x-1} \right)$

a) Rút gọn

$$M = \frac{4\sqrt{x}}{x+2\sqrt{x}+1}$$

b) Tìm x để  $M = 8/9$

c) Tính M tại  $x = 17+12\sqrt{2}$

d) Chứng minh

$M \geq 0$

e) So sánh M với 1

g) Tìm GTNN, GTLN của M

**Bài 8**  $N = \left( \frac{x-3\sqrt{x}}{x-9} - 1 \right) : \left( \frac{9-x}{x+\sqrt{x}-6} - \frac{\sqrt{x}-3}{2-\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+3} \right)$

a) Rút gọn  $N = \frac{3}{\sqrt{x}-2}$

b) Tìm x để  $N < 0$

c) Tìm GTLN của N

d) Tìm  $x \in \mathbb{Z}$  để  $N \in \mathbb{Z}$

e) Tính N tại  $x = 7-4\sqrt{3}$

**Bài 9**  $P = \left( \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{3x+3}{x-9} \right) : \left( \frac{2\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3} - 1 \right)$

a) Rút gọn  $P = \frac{-3}{\sqrt{x}+3}$

c) Tìm  $x \in \mathbb{Z}$  để  $P \in \mathbb{Z}$

c) Tìm GTNN của P

d) Tính P tại  $x = 25-4\sqrt{6}$

**Bài 10**  $R = 1 : \left( \frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right)$

a) Rút gọn  $R = \frac{x+\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$

b) So

sánh R với 3

c) Tìm GTNN, GTLN của R

d) Tìm  $x \in \mathbb{Z}$  để  $R > 4$

e) Tính R tại  $x = 11-6\sqrt{2}$

**Bài 11**  $S = \left( 1 + \frac{\sqrt{a}}{a+1} \right) : \left( \frac{1}{\sqrt{a}-1} - \frac{2\sqrt{a}}{a\sqrt{a}+\sqrt{a}-a-1} \right)$

a) Rút gọn  $S = \frac{a+\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-1}$

b) Tìm a để  $S = 2$

c) Tìm GTNN của S với  $a > 1$

d) Tính S tại  $a = 1/2$

e) Tìm  $a \in \mathbb{Z}$  để  $S \in \mathbb{Z}$

**Bài 12**  $Y = \frac{3x-3\sqrt{x}-3}{x+\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2} + \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}} \cdot \left( \frac{1}{1-\sqrt{x}} - 1 \right)$

a) Rút gọn

$$Y = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}$$

b) Tìm x để  $Y = x$

c) Tìm  $x \in \mathbb{Z}$  để  $Y \in \mathbb{Z}$

d) Tìm

GTLN của Y

**Bài 13**  $P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{3}{\sqrt{x}+1} - \frac{6\sqrt{x}-4}{x-1}$

a) Rút gọn  $P = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$

c) Tìm  $x \in \mathbb{Z}$  để  $P \in \mathbb{Z}$

d) Tìm GTNN của P

e) Tính P tại  $x=6-2\sqrt{5}$

**Bài 14**  $P = \frac{2x+2}{\sqrt{x}} + \frac{x\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}} - \frac{x\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}}$

a) Rút gọn  $P = \frac{2x+2\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}}$

b) Tìm GTNN của P

c) Tính P tại  $x = 12+6\sqrt{3}$

**Bài 15**  $P = \left( \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} \right) \cdot \left( \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}}{2} \right)^2$

a) Rút gọn  $P = \frac{1-x}{\sqrt{x}}$

b) tìm GTLN

GTNN của P c) Tìm x để  $P=2$

d) Tính P tại  $x = 3-2\sqrt{2}$

e) Tìm x để  $P > 0$

g) So sánh P với  $-2\sqrt{x}$

**Bài 16**  $P = \frac{\sqrt{x}+1}{x-1} - \frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} - \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1}$

a) Rút gọn  $P = \frac{-\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1}$

b) tìm

GTLN của P

c) Tìm x để  $P=-4$

d) Tính P tại  $x=6-2\sqrt{5}$

e) Tìm x

để  $P < -3$

g) So sánh P với 1

h) Tìm  $x \in \mathbb{Z}$  để  $P \in \mathbb{Z}$

**Bài 17**  $P = \frac{x^2-\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} - \frac{2x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \frac{2(x-1)}{\sqrt{x}-1}$

a) Rút gọn  $P = x - \sqrt{x} + 1$

b) Tìm

GTNN của P

c) Tìm x để  $P = 3$

d) Tính P tại  $x=7+2\sqrt{3}$

e) Tìm x để  $P > 3$

g) So sánh P

với  $1/2$

**Bài 18**  $P = \left( \frac{a+3\sqrt{a}+2}{a+\sqrt{a}-2} - \frac{a}{a-\sqrt{a}} \right) : \left( \frac{1}{\sqrt{a}+1} + \frac{1}{\sqrt{a}-1} \right)$

a) Rút gọn  $P = \frac{\sqrt{a}+1}{2\sqrt{a}}$

b) Tìm x để

$P = 3$

d) Tính P tại  $x = 15-6\sqrt{6}$

e) Tìm x để  $P > 3$

g) So sánh P với  $1/2$

**Bài 19**  $P = \left( 1 + \frac{\sqrt{x}}{x+1} \right) : \left( \frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{2\sqrt{x}}{x\sqrt{x}+\sqrt{x}-x-1} \right) - 1$

a) Rút gọn  $P = \frac{x+2}{\sqrt{x}-1}$

c) Tìm x để

$P=5$

- b) Tìm GTLN , GTNN của  $P' = \frac{1}{P}$  e ) Tìm x để  $P > 0$  d) Tính P tại  $x = 5 - 2\sqrt{6}$

$2\sqrt{6}$

Bài 20  $P = \left( \frac{2x\sqrt{x} + x - \sqrt{x}}{x\sqrt{x} - 1} - \frac{x + \sqrt{x}}{x - 1} \right) \cdot \frac{x - 1}{2x + \sqrt{x} - 1} + \frac{\sqrt{x}}{2\sqrt{x} - 1}$  a) Rút gọn  $P = \frac{x + \sqrt{x}}{x + \sqrt{x} + 1}$  b)

- tìm GTLN , GTNN của P c) Tìm x để  $P = 2$  d) Tính P tại  $x = 8 + 2\sqrt{10}$  e ) Tìm x để  $P > 1$

Bài 21  $P = \frac{x + 2}{x\sqrt{x} - 1} + \frac{\sqrt{x} + 1}{x + \sqrt{x} + 1} - \frac{1}{\sqrt{x} - 1}$  a) Rút gọn  $P = \frac{\sqrt{x}}{x + \sqrt{x} + 1}$

- b) Tìm GTLN , GTNN của P c) Tìm x để  $P = 1/3$  d) Tính tại  $x = 22 - 4\sqrt{10}$

Bài 22  $P = \left( \frac{3x + 3\sqrt{x} - 3}{x + \sqrt{x} - 2} + \frac{1}{\sqrt{x} - 1} + \frac{1}{\sqrt{x} + 2} - 2 \right)$  a) Rút gọn  $P = \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 1}$  b) Tìm GTLN

của P

- c) Tìm x để  $P = 4$  d) Tính P tại  $x = 17 + 12\sqrt{2}$  e ) Tìm x để  $P < 2$  g) So sánh P với 3

Bài 22'  $P = \left( \frac{3 + \sqrt{x}}{3 - \sqrt{x}} - \frac{3 - \sqrt{x}}{3 + \sqrt{x}} - \frac{4x}{x - 9} \right) : \left( \frac{5}{3 - \sqrt{x}} - \frac{4\sqrt{x} + 2}{3\sqrt{x} - x} \right)$  a) Rút gọn

$P = \frac{4x}{\sqrt{x} - 2}$

- b) Tìm GTNN của P với  $x > 4$  c) Tìm x để  $P = 3$  d) Tìm x để  $P > 4\sqrt{x}$

Bài 23  $P = \left( \frac{a - 5\sqrt{a}}{a - 25} - 1 \right) : \left( \frac{25 - a}{a + 3\sqrt{a} - 10} - \frac{\sqrt{a} - 5}{2 - \sqrt{a}} - \frac{\sqrt{a} + 2}{\sqrt{a} + 5} \right)$  a) Rút gọn P

$= \frac{5}{\sqrt{a} + 2}$

- b) Tìm GTLN của P c) Tìm a để  $P = 2$  d) Tính P tại  $a = 4 - 2\sqrt{3}$  e ) Tìm a để  $P > 2$

Bài 24  $P = \left( \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2} + \frac{4x}{2\sqrt{x} - x} \right) : \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 2}$  a) Rút gọn  $P = \frac{\sqrt{x} - 4}{\sqrt{x} + 3}$  b) Tìm GTNN của P

- c) Tìm x để  $P = -1$  d) Tính P tại  $x = 11 - 4\sqrt{6}$  e ) Tìm x để  $P > -1$  g) So sánh P với 1

**Bài 25**  $P = \frac{(\sqrt{a}-1)}{3\sqrt{a}+(\sqrt{a}-1)^2} - \frac{6-2(\sqrt{a}-1)^2}{a\sqrt{a}-1} + \frac{2}{\sqrt{a}-1}$

a) Rút gọn  $P = \frac{5\sqrt{a}+1}{a+\sqrt{a}+1}$

b) Tìm GTLN, GTNN của P

c) Tìm x để P = 1

d) Tính P tại  $x = 7-2\sqrt{6}$

**Bài 26**  $P = \left( \frac{\sqrt{x}-x-3}{x-1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right) : \left( \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} - \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} - \frac{8\sqrt{x}}{x-1} \right)$

a) Rút gọn  $P = \frac{x+4}{4\sqrt{x}}$

b) Tìm GTLN, GTNN của P

c) Tìm x để P = 8

d) Tìm x ∈ Z để

P ∈ Z

e) Tính P tại  $x = 10-2\sqrt{21}$

f) Tìm x để P > 5

g) So sánh P với 4

**Bài 27**  $P = 1 + \left( \frac{2x+\sqrt{x}-1}{1-x} - \frac{2x\sqrt{x}+x-\sqrt{x}}{1-x\sqrt{x}} \right) \cdot \frac{x-\sqrt{x}}{2\sqrt{x}-1}$

a) Rút gọn P

b

c) Tìm GTLN, GTNN của P

d) Tìm x để P = 3

e) Tính P tại  $x = 13-4\sqrt{10}$

**Bài 28**  $P = \left( \frac{\sqrt{x}}{2\sqrt{x}-2} + \frac{3-\sqrt{x}}{2x-2} \right) : \left( \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1} + \frac{\sqrt{x}+2}{x\sqrt{x}-1} \right)$

a) Rút gọn  $P = \frac{x+3}{2(\sqrt{x}+1)}$

b) Tìm GTLN, GTNN của P

c) Tìm x để P = 3

d) Tính P tại  $x = 15+6\sqrt{6}$

e) Tìm x để P > 4

f) So sánh P với 2

**Bài 29**  $P = \left( \frac{x+\sqrt{x}-4}{x-2\sqrt{x}-3} + \frac{\sqrt{x}-1}{3-\sqrt{x}} \right) : \left( 1 - \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-2} \right)$

a) Rút gọn  $P = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1}$

b) Tìm GTNN của P

c) Tìm x để P = 1/2

d) Tính P tại  $x = 5+2\sqrt{6}$

e) Tìm x để P > -1

f) So sánh P với 1

**Bài 30**  $P = \left( \frac{1}{\sqrt{x}+1} - \frac{2\sqrt{x}-2}{x\sqrt{x}-\sqrt{x}+x-1} \right) : \left( \frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{2}{x-1} \right)$

a) Rút gọn  $P = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$

b) Tìm x để  $P = \frac{1}{3\sqrt{x}}$

c) Tìm GTNN của P

d) Tính P tại  $x = 7-2$

**Bài 31**  $P = \left( \frac{\sqrt{x}+2}{x-5\sqrt{x}+6} - \frac{\sqrt{x}+3}{2-\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3} \right) : \left( 2 - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} \right)$

Rút gọn  $P = \frac{\sqrt{x}+1}{x-4}$

b) Tìm x để  $P = 3$

c) Tìm  $x \in \mathbb{Z}$  để  $P \in \mathbb{Z}$

d) Tính P tại  $x = 5 - 2\sqrt{6}$

e) Tìm x để  $P > 2$

g) So sánh P với 2

h) Tìm GTLN, GTNN của

$$P' = \frac{1}{P}$$

Bài 32  $P = \sqrt{x} : \left( \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1} + \frac{1}{1-\sqrt{x}} + \frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} \right)$

Rút gọn  $P = x + \sqrt{x} + 1$

b) Tìm x để  $P = 6$

e) Tìm x để  $P > 3$

g) So sánh P với  $3\sqrt{x}$

h) Tìm

GTNN của P

Bài 33  $P = \frac{3(x+\sqrt{x}-3)}{x+\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+2} - \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-1}$

Rút gọn  $P = \frac{3\sqrt{x}+8}{\sqrt{x}+2}$

b) Tìm x

để  $P = 7/2$

c) Tìm  $x \in \mathbb{Z}$  để  $P \in \mathbb{Z}$

d) Tính P tại  $x = 13 - 4\sqrt{10}$

e)

Tìm x để  $P > 10/3$

g) So sánh P với 3

h) Tìm GTLN, GTNN của P

Bài 34  $P = \left( \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2} - \frac{2\sqrt{x}+7}{x-4} \right) : \left( \frac{3-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} + 1 \right)$

a) Rút gọn  $P = \frac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}+2}$

b) Tính P biết  $x = 9 - 4\sqrt{5}$

c) Tìm GTNN của P

d) Tìm  $x \in \mathbb{Z}$  để

$P \in \mathbb{Z}$

Bài 35  $P = \left( \frac{2+\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}} - \frac{2-\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}} - \frac{4x}{x-4} \right) : \left( \frac{2}{2-\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}+3}{2\sqrt{x}-x} \right)$

a) Rút gọn  $P = \frac{4x}{\sqrt{x}-3}$

b) Tìm x để  $P = -1$

c) Tìm  $x \in \mathbb{Z}$  để  $P \in \mathbb{Z}$

d) Tính P tại  $x = 15 - 4\sqrt{14}$

e) Tìm x để  $P > 4$

g) So sánh P với  $4\sqrt{x}$

h) Tìm GTLN, GTNN của P

với  $x > 9$

Bài 36  $P = \left( \frac{2x+1}{x\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right) : \left( 1 - \frac{x+4}{x+\sqrt{x}+1} \right)$

a) Rút gọn  $P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$

b) Tìm x để  $P = -2$

c) Tìm  $x \in \mathbb{Z}$  để  $P \in \mathbb{Z}$

d) Tính P tại  $x = 23 - 4\sqrt{15}$

e) Tìm x để  $P > 1$

h) Tìm GTLN, GTNN của  $P' = \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+1} \cdot P$

Bài 37  $P = \frac{x\sqrt{x}+26\sqrt{x}-19}{x+2\sqrt{x}-3} - \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+3}$

a) Rút gọn  $P = \frac{x+16}{\sqrt{x}+3}$

- b) Tính P tại  $x = 7 - 4\sqrt{3}$  c) Tìm GTNN của P b) Tìm x để  $P = 7$  c) Tìm  
 $x \in \mathbb{Z}$  để  $P \in \mathbb{Z}$  d) Tính P tại  $x = 17 - 12\sqrt{2}$  e) Tìm x để  $P < \sqrt{x}$  h) Tìm  
 GTNN của P

**Bài 38**  $P = \frac{2\sqrt{x}+1}{x-7\sqrt{x}+12} - \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-4} - \frac{2\sqrt{x}+1}{3-\sqrt{x}}$  a) Rút gọn  $P = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-4}$

- b) Tính P tại  $x = 2\sqrt{7-4\sqrt{3}}$  c) Tìm x để  $\sqrt{A} < A^2$  d) Tìm x để  $P = 2$   
 c) Tìm  $x \in \mathbb{Z}$  để  $P \in \mathbb{Z}$  e) Tìm x để  $P > 1$  h) Tìm GTLN, GTNN của  $P' = P$ .

$$\frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}+2}$$

**Bài 39**  $P = \frac{x\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}} - \frac{x\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}} + \frac{x+1}{\sqrt{x}}$  a) Rút gọn  $P = \frac{x+2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$  b) Tìm x để

$$P = 9/2$$

- c) Tìm  $x \in \mathbb{Z}$  để  $P \in \mathbb{Z}$  d) Tính P tại  $x = 25 - 6\sqrt{14}$  g) So sánh P với 4

- h) Tìm GTLN, GTNN của P

**Bài 40**  $P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{3}{\sqrt{x}+1} - \frac{6\sqrt{x}-4}{x-1}$

a) Rút gọn  $P = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$

- b) Tìm x để

$$P = -1$$

- c) Tìm  $x \in \mathbb{Z}$  để  $P \in \mathbb{Z}$

d) Tính P tại  $x = 11 - 4\sqrt{6}$

- e)

$$\text{Tìm x để } P > 2$$

- g) So sánh P với 1

- h) Tìm GTNN của P

i) Tính P tại  $x = \sqrt{7+4\sqrt{3}} + \sqrt{7-4\sqrt{3}}$

k) Tìm x để  $P < 1/2$

**Bài 41**  $P = \left( \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} \right) : \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}}$

a) Rút gọn  $P = \frac{x+\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$

- b) Tìm x để

$$P = -1$$

- c) Tìm  $x \in \mathbb{Z}$  để  $P \in \mathbb{Z}$

e) Tìm x để  $P > \sqrt{x} + 2$

- g) So sánh P với 1

- h) Tìm GTLN, GTNN của P

b) Tính P tại  $x = \frac{8}{\sqrt{5}-1} - \frac{8}{\sqrt{5}+1}$

**Bài 42**  $P = \left( \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{3x+3}{x-9} \right) : \left( \frac{2\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3} - 1 \right)$

a) Rút gọn  $P = \frac{-3}{\sqrt{x}+3}$

- b) Tìm x để  $P =$

- c) Tìm  $x \in \mathbb{Z}$  để  $P \in \mathbb{Z}$

- b) Tìm x khi  $x = 16$

- c) Tìm

$$\text{GTNN của N}$$

Bài 43  $P = \left( \frac{\sqrt{x}+1}{2\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}-1}{2\sqrt{x}+2} - \frac{x+1}{1-x} \right) : \frac{x+2\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}}$  Rút gọn  $P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$  b) Tìm x để

$P=2$  c) Tìm  $x \in \mathbb{Z}$  để  $P \in \mathbb{Z}$

Bài 44  $P = \left( \frac{2\sqrt{x}}{x\sqrt{x}-x+\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right) : \left( 1 + \frac{\sqrt{x}}{x+1} \right)$  a) Rút gọn  $P = \frac{1-\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1}$

b) Tìm x để  $P = -1/7$  c) Tìm  $x \in \mathbb{Z}$  để  $P \in \mathbb{Z}$  d) Tính P tại  $x = 9$

g) So sánh P với 1

h) Tìm GTLN, GTNN của P

Bài 45  $P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} - \frac{2}{\sqrt{x}-3} + \frac{x+9}{9-x}$  a) Rút gọn  $P = \frac{-5}{\sqrt{x}-3}$  b) Tìm x để  $P = 5$

c) Tìm  $x \in \mathbb{Z}$  để  $P \in \mathbb{Z}$  d) Tính P tại  $x = 11 - 6\sqrt{2}$  e)

Tìm x để  $P > 0$

Bài 46  $P = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}+2}{3-\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}+2}{x-5\sqrt{x}+6}$  a) Rút gọn  $P = \frac{1}{\sqrt{x}-2}$  b) Tìm x để

$P = -1$  c) Tìm  $x \in \mathbb{Z}$  để  $P \in \mathbb{Z}$  d) Tính P tại  $x = 6 - 4\sqrt{2}$  e)

Tìm x để  $P > 1$

Bài 47: Cho biểu thức:  $P = \left( 1 - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} \right) : \left( \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}+2}{3-\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}+2}{x-5\sqrt{x}+6} \right)$

a) Rút gọn P

b) Tìm giá trị của a để  $P < 0$

Bài 48: Cho biểu thức:  $P = \left( \frac{\sqrt{x}-1}{3\sqrt{x}-1} - \frac{1}{3\sqrt{x}+1} + \frac{8\sqrt{x}}{9x-1} \right) : \left( 1 - \frac{3\sqrt{x}-2}{3\sqrt{x}+1} \right)$

a) Rút gọn P b) Tìm các giá trị của x để  $P = \frac{6}{5}$

Bài 49: Cho biểu thức:  $P = \left( 1 + \frac{\sqrt{a}}{a+1} \right) : \left( \frac{1}{\sqrt{a}-1} - \frac{2\sqrt{a}}{a\sqrt{a}+\sqrt{a}-a-1} \right)$

a) Rút gọn P b) Tìm giá trị của a để  $P < 1$  c) Tìm giá trị của P nếu  $a = 19 - 8\sqrt{3}$

Bài 50 Cho biểu thức:  $P = \frac{\sqrt{a}+2}{\sqrt{a}+3} - \frac{5}{a+\sqrt{a}-6} + \frac{1}{2-\sqrt{a}}$  a) Rút gọn P

b) Tìm giá trị của a để  $P < 1$

Bài 51: Cho biểu thức:  $P = \left( \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{2x}+1} + \frac{\sqrt{2x}+\sqrt{x}}{\sqrt{2x}-1} - 1 \right) : \left( 1 + \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{2x}+1} - \frac{\sqrt{2x}+\sqrt{x}}{\sqrt{2x}-1} \right)$

a) Rút gọn P b) Tính giá trị của P khi  $x = \frac{1}{2} \cdot (3 + 2\sqrt{2})$



Bài 52: Cho biểu thức: 
$$P = \left( \frac{2\sqrt{x}}{x\sqrt{x} + \sqrt{x} - x - 1} - \frac{1}{\sqrt{x} - 1} \right) : \left( 1 + \frac{\sqrt{x}}{x+1} \right)$$

a) Rút gọn P

b) Tìm x để  $P \leq 0$

Bài 53: Cho biểu thức: 
$$P = \left( \frac{2a+1}{\sqrt{a^3}} - \frac{\sqrt{a}}{a+\sqrt{a}+1} \right) : \left( \frac{1+\sqrt{a^3}}{1+\sqrt{a}} - \sqrt{a} \right)$$

a) Rút gọn P

b) Xét dấu của biểu thức P.  $\sqrt{1-a}$

Bài 54: Cho biểu thức: 
$$P = 1 : \left( \frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}+1}{x-1} \right)$$

a) Rút gọn P

b) So sánh P với 3

Bài 55: Cho biểu thức: 
$$P = \left( \frac{1-a\sqrt{a}}{1-\sqrt{a}} + \sqrt{a} \right) : \left( \frac{1+a\sqrt{a}}{1+\sqrt{a}} - \sqrt{a} \right)$$

a) Rút gọn P

b) Tìm a để  $P < 7 - 4\sqrt{3}$

Bài 56: Cho biểu thức: 
$$P = \left( \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{3x+3}{x-9} \right) : \left( \frac{2\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3} - 1 \right)$$

a) Rút gọn P

b) Tìm x để  $P < 1/2$

c) Tìm giá trị nhỏ nhất của P

Bài 57: Cho biểu thức: 
$$P = \left( \frac{x-3\sqrt{x}}{x-9} - 1 \right) : \left( \frac{9-x}{x+\sqrt{x}-6} - \frac{\sqrt{x}-3}{2-\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+3} \right)$$

a) Rút gọn P

b) Tìm giá trị của x để  $P < 1$

Bài 58: Cho biểu thức: 
$$P = \frac{15\sqrt{x}-11}{x+2\sqrt{x}-3} + \frac{3\sqrt{x}-2}{1-\sqrt{x}} - \frac{2\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+3}$$

a) Rút gọn P

b) Tìm các giá trị của x để  $P = 1/2$

c) Chứng minh  $P \leq \frac{2}{3}$

Bài 59: Cho biểu thức: 
$$P = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+m} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-m} - \frac{m^2}{4x-4m^2} \quad \text{với } m > 0$$

a) Rút gọn P

b) Tính x theo m để  $P = 0$ .

c) Xác định các giá trị của m để x tìm được ở câu b thỏa mãn điều kiện  $x > 1$

Bài 60: Cho biểu thức: 
$$P = \frac{a^2 + \sqrt{a}}{a - \sqrt{a} + 1} + \frac{2a + \sqrt{a}}{\sqrt{a}} + 1 \quad \text{Rút gọn P}$$

b) Biết  $a > 1$  Hãy so sánh P với P

c) Tìm a để  $P = 2$

d) Tìm giá trị nhỏ nhất của P

Bài 61: Cho biểu thức 
$$P = \left( \frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{ab}+1} + \frac{\sqrt{ab}+\sqrt{a}}{\sqrt{ab}-1} - 1 \right) : \left( \frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{ab}+1} - \frac{\sqrt{ab}+\sqrt{a}}{\sqrt{ab}-1} + 1 \right)$$

a) Rút gọn P

b) Tính giá trị của P nếu  $a = 2 - \sqrt{3}$  và  $b = \frac{\sqrt{3}-1}{1+\sqrt{3}}$

c) Tìm giá trị nhỏ nhất của P nếu  $\sqrt{a} + \sqrt{b} = 4$

Bài 62: Cho biểu thức : 
$$P = \frac{a\sqrt{a}-1}{a-\sqrt{a}} - \frac{a\sqrt{a}+1}{a+\sqrt{a}} + \left(\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}}\right) \left(\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-1} + \frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}+1}\right)$$

a) Rút gọn P

b) Với giá trị nào của a thì  $P=7$

c) Với giá trị nào của a thì  $P>6$

Bài 63: Cho biểu thức: 
$$P = \left(\frac{\sqrt{a}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{a}}\right)^2 \left(\frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}+1} - \frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-1}\right)$$
 a) Rút gọn P

b) Tìm các giá trị của a để  $P<0$

c) Tìm các giá trị của a để  $P=-2$

Bài 64: Cho biểu thức: 
$$P = \frac{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 + 4\sqrt{ab}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} \cdot \frac{a\sqrt{b}-b\sqrt{a}}{\sqrt{ab}}$$
 a) Tìm điều kiện để P có nghĩa.

b) Rút gọn P

c) Tính giá trị của P khi  $a=2\sqrt{3}$  và  $b=\sqrt{3}$

Bài 65: Cho biểu thức 
$$P = \left(\frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} + \frac{1}{1-\sqrt{x}}\right) : \frac{\sqrt{x}-1}{2}$$
 a) Rút gọn P

a) Chứng minh rằng  $P>0 \quad \forall x \neq 1$

Bài 66: Cho biểu thức : 
$$P = \left(\frac{2\sqrt{x}+x}{x\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1}\right) : \left(1 - \frac{\sqrt{x}+2}{x+\sqrt{x}+1}\right)$$

Rút gọn P

b) Tính  $\sqrt{P}$  khi  $x=5+2\sqrt{3}$

Bài 67: Cho biểu thức: 
$$P = \left(\frac{1}{2+\sqrt{x}} + \frac{3x}{4-x} - \frac{2}{4-2\sqrt{x}}\right) : \frac{1}{4-2\sqrt{x}}$$

a) Rút gọn P

b) Tìm giá trị của x để  $P=20$

Bài 68: Cho biểu thức : 
$$P = \left(\frac{x-y}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} + \frac{\sqrt{x^3}-\sqrt{y^3}}{y-x}\right) : \frac{(\sqrt{x}-\sqrt{y})^2 + \sqrt{xy}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$$

a) Rút gọn P

b) Chứng minh  $P \geq 0$

Bài 69: Cho biểu thức :

$$P = \left(\frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} + \frac{3\sqrt{ab}}{a\sqrt{a}+b\sqrt{b}}\right) \cdot \left[\left(\frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} - \frac{3\sqrt{ab}}{a\sqrt{a}-b\sqrt{b}}\right) : \frac{a-b}{a+\sqrt{ab}+b}\right]$$

a) Rút gọn

b) Tính P khi  $a=16$  và  $b=4$

Bài 70: Cho biểu thức: 
$$P = 1 + \left(\frac{2a+\sqrt{a}-1}{1-a} - \frac{2a\sqrt{a}-\sqrt{a}+a}{1-a\sqrt{a}}\right) \cdot \frac{a-\sqrt{a}}{2\sqrt{a}-1}$$

a) Rút gọn P

b) Cho  $P = \frac{\sqrt{6}}{1+\sqrt{6}}$  tìm giá trị của a

b) Chứng minh rằng  $P > \frac{2}{3}$

Bài 71: Cho biểu thức: 
$$P = \left( \frac{x - 5\sqrt{x}}{x - 25} - 1 \right) : \left( \frac{25 - x}{x + 2\sqrt{x} - 15} - \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} + 5} + \frac{\sqrt{x} - 5}{\sqrt{x} - 3} \right)$$

a) Rút gọn P

b) Với giá trị nào của x thì  $P < 1$

Bài 72: Cho biểu thức:

$$P = \left( \frac{3\sqrt{a}}{a + \sqrt{ab} + b} - \frac{3a}{a\sqrt{a} - b\sqrt{b}} + \frac{1}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} \right) : \frac{(a-1)(\sqrt{a} - \sqrt{b})}{2a + 2\sqrt{ab} + 2b}$$

a) Rút gọn P

b) Tìm những giá trị nguyên của a để P có giá trị nguyên

Bài 73: Cho biểu thức:

$$P = \left( \frac{1}{\sqrt{a} - 1} - \frac{1}{\sqrt{a}} \right) : \left( \frac{\sqrt{a} + 1}{\sqrt{a} - 2} - \frac{\sqrt{a} + 2}{\sqrt{a} - 1} \right)$$

a) Rút gọn P

b) Tìm giá trị của a để  $P > \frac{1}{6}$

Bài 74: Cho biểu thức:

$$P = \left[ \left( \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{y}} \right) \cdot \frac{2}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right] : \frac{\sqrt{x^3} + y\sqrt{x} + x\sqrt{y} + \sqrt{y^3}}{\sqrt{x^3y} + \sqrt{xy^3}}$$

a) Rút gọn P

b) Cho  $x, y = 16$ . Xác định x, y để P có giá trị nhỏ nhất

Bài 75: Cho biểu thức:

$$P = \frac{\sqrt{x^3}}{\sqrt{xy} - 2y} - \frac{2x}{x + \sqrt{x} - 2\sqrt{xy} - 2\sqrt{y}} \cdot \frac{1 - x}{1 - \sqrt{x}}$$

a) Rút gọn P

b) Tìm tất cả các số nguyên dương x để  $y = 625$  và  $P < 0,2$

Bài 76: Cho biểu thức

$$C = \left( \frac{3 + \sqrt{x}}{3 - \sqrt{x}} - \frac{3 - \sqrt{x}}{3 + \sqrt{x}} - \frac{4x}{x - 9} \right) : \left( \frac{5}{3 - \sqrt{x}} - \frac{4\sqrt{x} + 2}{3\sqrt{x} - x} \right)$$

a) Rút gọn C

b) Tìm giá trị của C để  $C > -C$

c) Tìm giá trị của C để  $C^2 = 40C$ .

Bài 77: Cho biểu thức

$$M = \left( \frac{a - \sqrt{25a}}{a - 25} - 1 \right) : \left( \frac{25 - a}{a + 3\sqrt{a} - 10} - \frac{\sqrt{a} - 5}{2 - \sqrt{a}} - \frac{\sqrt{a} + 2}{\sqrt{a} + 5} \right)$$

a) Rút gọn M

b) Tìm giá trị của a để  $M < 1$

c) Tìm giá trị lớn nhất của M.

Bài 78: Cho biểu thức

$$P = \left( \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2} + \frac{4\sqrt{x} - 3}{2\sqrt{x} - x} \right) : \left( \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x} - 4}{\sqrt{x} - 2} \right)$$

a) Rút gọn P

b) Tìm các giá trị của x để  $P > 0$

c) Tính giá trị nhỏ nhất của  $\sqrt{P}$

Bài 79: Cho biểu thức

$$P = \frac{(\sqrt{a} - 1)^2}{3\sqrt{a} + (\sqrt{a} - 1)^2} - \frac{3 - 2(\sqrt{a} - 1)^2}{a\sqrt{a} - 1} + \frac{2}{\sqrt{a} - 1}$$

a) Rút gọn P.

b) So sánh P với biểu thức  $Q = \frac{2\sqrt{a} - 1}{\sqrt{a} - 1}$

80 Cho biểu thức

$$A = \left( \frac{\sqrt{m} - m - 3}{m - 1} - \frac{1}{\sqrt{m} - 1} \right) : \left( \frac{\sqrt{m} + 1}{\sqrt{m} - 1} - \frac{\sqrt{m} - 1}{\sqrt{m} + 1} - \frac{8\sqrt{m}}{m - 1} \right)$$

a) Rút gọn A.

b) So sánh A với 1

Bài 81: Cho biểu thức  $A = 1 + \left( \frac{2x + \sqrt{x} - 1}{1 - x} - \frac{2x\sqrt{x} + x - \sqrt{x}}{1 - x\sqrt{x}} \right) \frac{x - \sqrt{x}}{2\sqrt{x} - 1}$

a) Rút gọn A.      b) Tìm x để  $A = \frac{6 - \sqrt{6}}{5}$       c) Chứng tỏ  $A \leq \frac{2}{3}$  là bất đẳng thức sai

Bài 82: Cho biểu thức  $P = \left( \frac{\sqrt{x}}{2\sqrt{x} - 2} + \frac{3 - \sqrt{x}}{2x - 2} \right) : \left( \frac{\sqrt{x} + 1}{x + \sqrt{x} + 1} + \frac{\sqrt{x} + 2}{x\sqrt{x} - 1} \right)$  a)

Rút gọn P

b) Chứng minh rằng  $P > 1$       c) Tính giá trị của P, biết  $|x + 2\sqrt{x}| = 3$

d) Tìm các giá trị của x để :  $(2\sqrt{x} + 2) \cdot P + 5 = (2\sqrt{x} + 2) \cdot (2 - \sqrt{x - 4})$

Bài 84: Cho biểu thức  $P = \left( \frac{2x\sqrt{x} + x - \sqrt{x}}{x\sqrt{x} - 1} - \frac{x + \sqrt{x}}{x - 1} \right) \cdot \frac{x - 1}{2x + \sqrt{x} - 1} + \frac{\sqrt{x}}{2\sqrt{x} - 1}$

a) Rút gọn P      b) Tìm giá trị lớn nhất của  $A = P \cdot \frac{5\sqrt{x} - 3}{x + \sqrt{x}}$

c) Tìm các giá trị của m để mọi  $x > 2$  ta có:  $P \cdot (x + \sqrt{x} + 1) - 3 > m(x - 1) + \sqrt{x}$

Bài 90: Cho biểu thức:  $P = \frac{3(x + \sqrt{x} - 3)}{x + \sqrt{x} - 2} + \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} + 2} - \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} - 1}$

a/ Rút gọn P      b/ Tìm x để  $P < \frac{15}{4}$

Bài 91: Cho biểu thức:  $P = \left( \frac{\sqrt{x} - 4}{x - 2\sqrt{x}} - \frac{3}{2 - \sqrt{x}} \right) : \left( \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2} \right)$

a/ Rút gọn P ; b/ Tìm x để  $P = 3x - 3\sqrt{x}$

b/ Tìm các giá trị của a để có x thỏa mãn :  $P(\sqrt{x} + 1) > \sqrt{x} + a$

Bài 93. Cho  $P = \frac{2\sqrt{x} - 9}{x - 5\sqrt{x} + 6} - \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 2} - \frac{2\sqrt{x} + 1}{3 - \sqrt{x}}$

a. Rút gọn P.      b. Tìm các giá trị của x để  $P < 1$ .      c. Tìm  $x \in \mathbb{Z}$  để  $P \in \mathbb{Z}$ .

Câu 94. Cho biểu thức  $P = \left[ \frac{a + 3\sqrt{a} + 2}{(\sqrt{a} + 2)(\sqrt{a} - 1)} - \frac{a + \sqrt{a}}{a - 1} \right] : \left( \frac{1}{\sqrt{a} + 1} + \frac{1}{\sqrt{a} - 1} \right)$

- a) Rút gọn P.      b) Tìm a để  $\frac{1}{P} - \frac{\sqrt{a} + 1}{8} \geq 1$

Câu 95. Cho biểu thức  $P = \left( 1 + \frac{\sqrt{x}}{x + 1} \right) : \left( \frac{1}{\sqrt{x} - 1} - \frac{2\sqrt{x}}{x\sqrt{x} + \sqrt{x} - x - 1} \right) - 1$

- a) Tìm điều kiện để P có nghĩa và rút gọn P.  
b) Tìm các giá trị nguyên của x để biểu thức  $P - \sqrt{x}$  nhận giá trị nguyên.

Câu 96. Cho

$$P = \left( 1 + \frac{a + \sqrt{a}}{\sqrt{a} + 1} \right) \left( 1 - \frac{a - \sqrt{a}}{-1 + \sqrt{a}} \right); \quad a \geq 0, a \neq 1$$

- a) Rút gọn P.      b) Tìm a biết  $P > -\sqrt{2}$       c) Tìm a biết  $P = \sqrt{a}$ .

Câu 97.

$$B = \left( \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 1} - \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 1} - \frac{8\sqrt{x}}{x - 1} \right) : \left( \frac{\sqrt{x} - x - 3}{x - 1} - \frac{1}{\sqrt{x} - 1} \right)$$

1. Cho biểu thức

a) Rút gọn B.

- b) Tính giá trị của B khi  $x = 3 + 2\sqrt{2}$ .      c) Chứng minh rằng  $B \leq 1$  với mọi giá trị của x thỏa mãn  $x \geq 0; x \neq 1$ .

Bài 98(2đ)

1) Cho biểu thức:

$$P = \frac{\sqrt{a} + 3}{\sqrt{a} - 2} - \frac{\sqrt{a} - 1}{\sqrt{a} + 2} + \frac{4\sqrt{a} - 4}{4 - a} \quad (a \geq 0; a \neq 4)$$

9.

3) Rút gọn biểu thức:  $P = \frac{\sqrt{x} + 1}{2\sqrt{x} - 2} - \frac{\sqrt{x} - 1}{2\sqrt{x} + 2} - \frac{2}{\sqrt{x} - 1} \quad (x \geq 0; x \neq 1).$

Câu 99 (2đ) Cho biểu thức:

$$A = \left( \frac{x + 2}{x\sqrt{x} - 1} + \frac{\sqrt{x}}{x + \sqrt{x} + 1} + \frac{1}{1 - \sqrt{x}} \right) : \frac{\sqrt{x} - 1}{2}, \text{ với } x > 0 \text{ và } x \neq 1.$$

- 1) Rút gọn biểu thức A. 2) Chứng minh rằng:  $0 < A < 2$ .

Câu 100 (2đ) Cho biểu thức:

$$A = \left( \frac{x\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}} - \frac{x\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}} \right) : \frac{2(x-2\sqrt{x}+1)}{x-1}.$$

1) Rút gọn A. 2) Tìm x nguyên để A có giá trị nguyên.

$$A = \left( \frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1} + \frac{x^2-4x-1}{x^2-1} \right) \cdot \frac{x+2003}{x}.$$

101) Tìm điều kiện đối với x để biểu thức có nghĩa. 2) Rút gọn A. 3) Với  $x \in \mathbb{Z}$  ? để  $A \in \mathbb{Z}$  ?

102) Rút gọn biểu thức :  $A = \left( \frac{1}{\sqrt{a}-3} + \frac{1}{\sqrt{a}+3} \right) \left( 1 - \frac{3}{\sqrt{a}} \right)$  với  $a > 0$  và  $a \neq 9$ .

103) Rút gọn biểu thức sau :  $A = \left( \frac{x\sqrt{x}+1}{x-1} - \frac{x-1}{\sqrt{x}+1} \right) (x-\sqrt{x})$  với  $x \geq 0, x \neq 1$ .

104) Cho biểu thức :  $Q = \left( \frac{\sqrt{x}+2}{x+2\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}-2}{x-1} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}},$  với  $x > 0 ; x$

$\neq 1$ .

a) Chứng minh rằng  $Q = \frac{2}{x-1}$  ; b) Tìm số nguyên x lớn nhất để Q có giá trị nguyên.

Câu 105 ( 3 điểm )

Cho biểu thức :  $A = \left( \frac{2\sqrt{x}+x}{x\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right) : \left( \frac{\sqrt{x}+2}{x+\sqrt{x}+1} \right)$

a) Rút gọn biểu thức .

b) Tính giá trị của  $\sqrt{A}$  khi  $x = 4 + 2\sqrt{3}$

Câu 106 : ( 2,5 điểm )

Cho biểu thức :  $A = \left( \frac{1}{1-\sqrt{x}} + \frac{1}{1+\sqrt{x}} \right) : \left( \frac{1}{1-\sqrt{x}} - \frac{1}{1+\sqrt{x}} \right) + \frac{1}{1-\sqrt{x}}$

a) Rút gọn biểu thức A .

b) Tính giá trị của A khi  $x = 7 + 4\sqrt{3}$

c) Với giá trị nào của x thì A đạt giá trị nhỏ nhất .

Câu 107 ( 2,5 điểm )

Cho biểu thức :  $A = \left( \frac{a\sqrt{a}-1}{a-\sqrt{a}} - \frac{a\sqrt{a}+1}{a+\sqrt{a}} \right) : \frac{a+2}{a-2}$

a) Với những giá trị nào của a thì A xác định .

b) Rút gọn biểu thức A .

c) Với những giá trị nguyên nào của a thì A có giá

trị nguyên .

CÂU 108: (2 điểm) Cho biểu thức:  $A = \left( \frac{a+\sqrt{a}}{\sqrt{a}+1} + 1 \right) \cdot \left( \frac{a-\sqrt{a}}{\sqrt{a}-1} - 1 \right); a \geq 0, a \neq 1.$

1. Rút gọn biểu thức A. 2. Tìm  $a \geq 0$  và  $a \neq 1$  thỏa mãn đẳng thức:  $A = -a^2$

**CÂU 109:** Rút gọn biểu thức:

$$M = \left( \frac{1-a\sqrt{a}}{1-\sqrt{a}} + \sqrt{a} \right) \cdot \frac{1}{1+\sqrt{a}} ; a \geq 0, a \neq 1.$$

**CÂU 110:** Cho biểu thức:  $S = \left( \frac{\sqrt{y}}{x+\sqrt{xy}} + \frac{\sqrt{y}}{x-\sqrt{xy}} \right) : \frac{2\sqrt{xy}}{x-y} ; x > 0, y > 0, x \neq y.$

1. Rút gọn biểu thức trên.

2. Tìm giá trị của x và y để  $S=1$ .

**CÂU 111:** Cho biểu thức  $A = \frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{x}{\sqrt{x}-x} ; x > 0, x \neq 1.$

1. Rút gọn biểu thức A.

2. Tính giá trị của A khi  $x = \frac{1}{\sqrt{2}}$

**BÀI 112:** Cho biểu thức:  $A = \left( \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right) : \left( \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} \right) ; x > 0, x \neq 1, x \neq 4.$

1. Rút gọn A.

2. Tìm x để  $A = 0$ .

**Bài 113:** (2 điểm)

Cho biểu thức:  $B = \left( \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} + \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right) : \left( \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}} \right)$

a) Tìm điều kiện đối với x để B xác định. Rút gọn B. b) Tìm giá trị của B khi  $x = 3 - 2\sqrt{2}.$

## PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI – CHỨA THAM SỐ

Bài 1 Tìm m để các phương trình sau vô nghiệm, có một nghiệm, có hai nghiệm phân biệt, có hai nghiệm trái dấu, có hai nghiệm âm, có hai nghiệm dương,

a)  $x^2 - 3x + m - 2 = 0$

b)  $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - m + 1 = 0$

c)  $x^2 - 2x + m - 3$

$= 0$

d)  $x^2 - 2(m+2)x + m + 1 = 0$

e)  $(m-1)x^2 + 2(m-1)x - m = 0$

g)  $x^2 - 2(m+1)x + m - 4 = 0$

Bài 2 Cho pt  $2x^2 - 7x + 1 = 0$ . Không giải pt hãy tính giá trị của biểu thức  $A = (x_1-1)(x_2-1)$  với  $x_1, x_2$  là nghiệm của pt

Bài 3 Cho pt  $mx^2 - 2(m+1)x + m - 5 = 0$

a) Xác định m để pt có 1 nghiệm duy nhất

b) Xác định m để pt có hai nghiệm thỏa mãn hệ thức  $(x_1+1)(x_2+1) = 3$

Bài 4 Cho pt  $x^2 - 2mx + 4m - 4 = 0$ . Tìm m để pt có hai nghiệm thỏa mãn  $\frac{x_1+1}{x_2} + \frac{x_2+1}{x_1} = \frac{13}{4}$

b) Viết hệ thức liên hệ giữa  $x_1$  và  $x_2$  mà không phụ thuộc vào m

Bài 5 Cho pt  $x^2 - 5x + 2m - 1 = 0$

a) Với giá trị nào của m thì pt có hai nghiệm phân biệt

b) Tìm m để  $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = \frac{19}{3}$

Bài 6 Cho pt  $x^2 - 2(m+1)x + 2m + 10 = 0$

a) Tìm m để pt có 2 nghiệm phân biệt

b) Tìm GTNN của biểu thức

$$A = 10x_1x_2 + x_1^2 + x_2^2$$

c) Viết hệ thức liên hệ giữa  $x_1$  và  $x_2$  mà không phụ thuộc vào m

Bài 7 Cho pt  $(m-4)x^2 - 2mx + m - 2 = 0$

a) Giải pt với  $m=3$

b) Tìm m để pt có nghiệm  $x=2$ , tìm nghiệm còn lại  
nghiệm phân biệt

c) Tìm m để pt có 2

d) Viết hệ thức liên hệ giữa  $x_1$  và  $x_2$  mà không phụ thuộc vào m

Bài 8 Cho pt  $mx^2 - 2(m+3)x + m - 2 = 0$

a) Với giá trị nào của m thì pt có hai nghiệm phân biệt

b) Tìm m thỏa mãn hệ thức  $3x_1x_2 - 2(x_1+x_2) + 7 = 0$

c) Viết hệ thức liên hệ giữa  $x_1$  và  $x_2$  mà không phụ thuộc vào m

Bài 9 Cho pt  $x^2 - 4x + m - 1 = 0$ . Tìm m để pt có hai nghiệm thỏa mãn  $x_1 = 2x_2$

Bài 10 Cho phương trình  $x^2 - (m-3)x - m = 0$

a) Chứng tỏ pt luôn có hai nghiệm phân biệt

b) Tìm m để pt có nghiệm bằng -2. Tìm nghiệm còn lại

c) Tìm m để pt có hai nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa mãn hệ thức:  $3(x_1+x_2) - x_1 \cdot x_2 \geq 5$

d) Viết hệ thức liên hệ giữa  $x_1$  và  $x_2$  mà không phụ thuộc vào m

Bài 11 Cho pt  $x^2 - 2x + m - 3 = 0$

a) Tìm m để pt có hai nghiệm

b) Với giá trị nào của m thì pt có hai nghiệm thỏa mãn hệ thức  $x_1^3 + x_2^3 = -20$

Bài 12 Cho pt  $x^2 - 2(m+3)x + m^2 + 8m + 6 = 0$

a) Tìm m thì pt có 2 nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1^2 + x_2^2 = 34$

b) Với giá trị của m tìm được không giải pt hãy tính biểu thức  $A = \frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$

Bài 13 Cho pt  $x^2 - 2(m+1)x + m - 4 = 0$

a) Chứng minh pt luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m

b) Tìm m để pt có hai nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa mãn hệ thức  $x_1^2 + x_2^2 = 40$



c) Viết hệ thức liên hệ giữa  $x_1$  và  $x_2$  mà không phụ thuộc vào  $m$

Bài 14 Cho pt  $x^2 - 2(m+2)x + m + 1 = 0$

a) Chứng minh pt luôn có hai nghiệm phân biệt

với mọi  $m$

b) Tìm  $m$  để pt có hai nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa mãn hệ thức  $(2x_1 - 1)(2x_2 - 1) + 3 = 0$

c) Viết hệ thức liên hệ giữa  $x_1$  và  $x_2$  mà không phụ thuộc vào  $m$

Bài 15 Cho pt  $x^2 - (2m+3)x + m = 0$

a) Giải pt với  $m = 2$

b) Chứng minh pt luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi  $m$

c) Viết hệ thức liên hệ giữa  $x_1$  và  $x_2$  mà không phụ thuộc vào  $m$

Bài 16 Cho pt  $x^2 - 2(m+1)x + m - 4 = 0$

a) Chứng minh pt luôn có hai

nghiệm phân biệt

b) Tìm  $m$  để pt có hai nghiệm trái dấu

d) Lập pt có các nghiệm là  $1/x_1$  và

$1/x_2$

c) Chứng minh biểu thức  $M = x_1(1 - x_2) + x_2(1 - x_1)$  không phụ thuộc vào  $m$

e) Viết hệ thức liên hệ giữa  $x_1$  và  $x_2$  mà không phụ thuộc vào  $m$

Bài 17 Cho pt  $(m - 1)x^2 + 2(m - 1)x - m = 0$

b) Tìm  $m$  để pt có

hai nghiệm âm

a) Tìm  $m$  để pt có nghiệm kép, hai nghiệm trái dấu mà tổng có giá trị âm

Bài 18 Cho pt  $x^2 - 2(m - 1)x - 3 - m = 0$

a) Chứng tỏ pt luôn có hai nghiệm với mọi  $m$

b) Tìm  $m$  để pt có hai nghiệm thỏa mãn  $x_1^2 + x_2^2 \geq 10$

c) Viết hệ thức liên hệ giữa  $x_1$  và  $x_2$  mà không phụ thuộc vào  $m$

Bài 19 Cho pt  $x^2 - (2m+1)x + m^2 + 2 = 0$

a) Tìm  $m$  để pt có hai nghiệm  $x_1, x_2$  sao cho  $x_1^2 + x_2^2$  đạt giá trị nhỏ nhất

b) Tìm  $m$  để pt có hai nghiệm  $x_1, x_2$  sao cho  $x_1 + 2x_2 = 4$

Bài 20 Cho pt  $(m - 2)x^2 - 2mx + m - 4 = 0$

a) Với  $m$  bằng bao nhiêu thì pt trên là pt bậc

hai ?

b) Giải pt với  $m = 2$

c) Tìm  $m$  để pt có hai nghiệm phân biệt ?

d) Giả sử pt có hai nghiệm  $x_1, x_2$ . Tính  $x_1^2 + x_2^2$

Bài 21 Cho pt  $x^2 - (m-2)x - m^2 + 3m - 4 = 0$

a) Chứng minh rằng pt luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi  $m$

b) Tìm  $m$  để tỷ số giữa hai nghiệm của pt có trị tuyệt đối bằng 2

Bài 22 Cho pt  $x^2 - 2(m+2)x + m + 1 = 0$

a) Giải pt với  $m = 2$

b) Tìm  $m$  để pt có hai nghiệm trái dấu

c) Gọi  $x_1$  và  $x_2$  là các nghiệm của pt. Tìm  $m$  để  $x_1(1 - 2x_2) + x_2(1 - 2x_1) = m^2$

Bài 23 Cho pt  $x^2 - (m - 1)x - m^2 + m - 1 = 0$

a) Giải pt với  $m = -1$

b) Chứng minh rằng pt luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi  $m$

c) Tìm  $m$  để  $|x_1| + |x_2| = 2$

Bài 24: Cho phương trình :  $(m - 4)x^2 - 2mx + m - 2 = 0$  (x là ẩn)

a) Tìm m để phương trình có nghiệm  $x=2$ . Tìm nghiệm còn lại

b) Tìm m để phương trình 2 có nghiệm phân biệt

c) Tính  $A = x_1^2 + x_2^2$  theo m

Bài 25: Cho phương trình :  $x^2 - 2(m+1)x + m - 4 = 0$  (x là ẩn) a) Tìm m để phương trình 2 có nghiệm trái dấu

b) Chứng minh rằng phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi m

c) Chứng minh biểu thức  $M = x_1(1 - x_2) + x_2(1 - x_1)$  không phụ thuộc vào m.

Bài 26: Tìm m để phương trình : a)  $x^2 - x + 2(m-1) = 0$  có hai nghiệm dương phân biệt

b)  $4x^2 + 2x + m - 1 = 0$  có hai nghiệm âm phân biệt

c)  $(m^2 + 1)x^2 - 2(m+1)x + 2m - 1 = 0$  có hai nghiệm trái dấu

Bài 27: Cho phương trình :  $x^2 - (a-1)x - a^2 + a - 2 = 0$  a) CMR phương trình trên có 2 nghiệm trái dấu với mọi a

b) Gọi hai nghiệm của phương trình là  $x_1$  và  $x_2$ . Tìm giá trị của a để  $x_1^2 + x_2^2$  đạt giá trị nhỏ nhất

Bài 28: Với giá trị nào của m thì hai phương trình sau có ít nhất một nghiệm số chung:

$$2x^2 - (3m+2)x + 12 = 0 \quad (1)$$

$$4x^2 - (9m-2)x + 36 = 0 \quad (2)$$

Bài 29: Cho phương trình :  $2x^2 - 2mx + m^2 - 2 = 0$

a) Tìm m để phương trình có hai nghiệm

dương phân biệt

b) Giả sử phương trình có hai nghiệm không âm, tìm nghiệm dương lớn nhất của phương trình

Bài 30 Cho phương trình:  $x^2 + 4x + m + 1 = 0$

a) Tìm điều kiện của m để

phương trình có nghiệm

b) Tìm m sao cho phương trình có hai nghiệm  $x_1$  và  $x_2$  thỏa mãn điều kiện  $x_1^2 + x_2^2 = 10$

Bài 31: Cho phương trình  $x^2 - 2(m-1)x + 2m - 5 = 0$

a) CMR phương trình luôn có hai

nghiệm với mọi m

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm cùng dấu. Khi đó hai nghiệm mang dấu gì ?

Bài 32: Cho phương trình  $x^2 - 2(m+1)x + 2m + 10 = 0$  (với m là tham số)

a) Giải và biện luận về số nghiệm của phương trình

b) Trong trường hợp phương trình có hai nghiệm phân biệt là  $x_1; x_2$ ; hãy tìm một hệ thức liên hệ giữa  $x_1; x_2$  mà không phụ thuộc vào m

c) Tìm giá trị của m để  $10x_1x_2 + x_1^2 + x_2^2$  đạt giá trị nhỏ nhất

Bài 33: Cho phương trình  $(m-1)x^2 - 2mx + m + 1 = 0$  với m là tham số

a) CMR phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt  $\forall m \neq 1$

b) Tìm m để phương trình có tích hai nghiệm bằng 5, từ đó hãy tính tổng hai nghiệm của phương trình

c) Tìm một hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm không phụ thuộc vào m

d) Tìm m để phương trình có nghiệm  $x_1; x_2$  thỏa mãn hệ thức:  $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} + \frac{5}{2} = 0$

Bài 34: Cho phương trình:  $x^2 - mx + m - 1 = 0$  (m là tham số)

a) CMR phương trình có nghiệm  $x_1; x_2$  với mọi m ;

b) Đặt  $B = x_1^2 + x_2^2 - 6x_1x_2$  Tìm m để  $B=8$  ; Tìm giá trị nhỏ nhất của B và giá trị của m tương ứng

c) Tìm m sao cho phương trình có nghiệm này bằng hai lần nghiệm kia

Bài 35: Cho  $f_{(x)} = x^2 - 2(m+2)x + 6m+1$

a) CMR phương trình  $f_{(x)} = 0$  có nghiệm với mọi m

b) Đặt  $x=t+2$  . Tính  $f_{(x)}$  theo t, từ đó tìm điều kiện đối với m để phương trình  $f_{(x)} = 0$  có 2 nghiệm lớn hơn 2

Bài 36 Cho phương trình:  $x^2 - 2(m+1)x + m^2 - 4m + 5 = 0$

a) Tìm m để phương trình có nghiệm

nghiệm

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt đều dương

c) Xác định giá trị của m để phương trình có hai nghiệm có giá trị tuyệt đối bằng nhau và trái dấu nhau

d) Gọi  $x_1; x_2$  là hai nghiệm nếu có của phương trình . Tính  $x_1^2 + x_2^2$  theo m

Bài 37: Cho phương trình  $x^x - 2(m+2)x + m + 1 = 0$

a) Giải phương trình khi

$$m = \frac{1}{2}$$

b) Tìm các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm trái dấu

c) Gọi  $x_1; x_2$  là hai nghiệm của phương trình . Tìm giá trị của m để :

$$x_1(1 - 2x_2) + x_2(1 - 2x_1) = m^2$$

Bài 38: Cho phương trình  $x^2 + mx + n - 3 = 0$  (1) (n, m là tham số)

a) Cho  $n=0$  . CMR phương trình luôn có nghiệm với mọi m

b) Tìm m và n để hai nghiệm  $x_1; x_2$  của phương trình (1) thỏa mãn hệ:  $\begin{cases} x_1 - x_2 = 1 \\ x_1^2 - x_2^2 = 7 \end{cases}$

Bài 39: Cho phương trình:  $x^2 - 2(k-2)x - 2k - 5 = 0$  (k là tham số)

a) CMR phương trình có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của k

b) Gọi  $x_1; x_2$  là hai nghiệm của phương trình . Tìm giá trị của k sao cho  $x_1^2 + x_2^2 = 18$

Bài 40: Cho phương trình  $(2m-1)x^2 - 4mx + 4 = 0$  (1)

a) Giải phương trình (1) khi

$m=1$

b) Giải phương trình (1) khi m bất kì

c) Tìm giá trị của m để phương trình (1) có một

nghiệm bằng m

Bài 41: Cho phương trình :  $x^2 - (2m - 3)x + m^2 - 3m = 0$

- a) CMR phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m  
b) Xác định m để phương trình có hai nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $1 < x_1 < x_2 < 6$

Bài 42 Cho phương trình bậc hai có ẩn x:  $x^2 - 2mx + 2m - 1 = 0$  (m là tham số)

- 1) Giải phương trình trên với  $m = 2$  .2) Chứng tỏ phương trình có nghiệm  $x_1, x_2$  với mọi m.

- 3) Đặt  $A = 2(x_1^2 + x_2^2) - 5x_1x_2$  a) Chứng minh:  $A = 8m^2 - 18m + 9$  b) Tìm m sao cho  $A = 27$ .

- 4) Tìm m sao cho phương trình có nghiệm này bằng hai nghiệm kia.

Bài 43. Cho phương trình  $x^2 - 7x + m = 0$

- a) Giải phương trình khi  $m = 1$  .b) Gọi  $x_1, x_2$  là các nghiệm của phương trình. Tính  $S = x_1^2 + x_2^2$ .  
c) Tìm m để phương trình có hai nghiệm trái dấu.

Bài 44. Cho phương trình  $x^2 - 2x - 3m^2 = 0$  (1). a) Giải phương trình khi  $m = 0$ .

- b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm trái dấu.  
c) Chứng minh phương trình  $3m^2x^2 + 2x - 1 = 0$  ( $m \neq 0$ ) luôn có hai nghiệm phân biệt và mỗi nghiệm của nó là nghịch đảo của một nghiệm của phương trình (1).

Bài 45. cho:  $mx^2 - 2(m-1)x + m = 0$  (1) a) Giải phương trình khi  $m = -1$ .

- b) Tìm m để phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt.

Bài 46. 1. Cho phương trình  $x^2 - ax + a + 1 = 0$ . a) Giải phương trình khi  $a = -1$ .

- b) Tìm a, biết rằng phương trình có một nghiệm là  $x_1 = 2$  Với giá trị tìm được của a, hãy tính nghiệm thứ hai của phương trình.

Bài 47 Cho phương trình  $(m + 2)x^2 - 2(m - 1)x + 1 = 0$  (1)

- a) Giải phương trình khi  $m = 1$ . b) Tìm m để phương trình (1) có nghiệm kép.  
c) Tìm m để (1) có hai nghiệm phân biệt, tìm hệ thức liên hệ giữa các nghiệm không phụ thuộc vào m.

Bài 48 Cho phương trình bậc hai:  $x^2 - 2(m + 1)x + m^2 + 3m + 2 = 0$

- a) Tìm các giá trị của m để phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt.  
b) Tìm giá trị của m thỏa mãn  $x_1^2 + x_2^2 = 12$  (trong đó  $x_1, x_2$  là hai nghiệm của phương trình).

Bài 49 Cho phương trình:  $x^2 - 2mx + 2m - 5 = 0$ .

- 1) Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m.  
2) Tìm điều kiện của m để phương trình có hai nghiệm trái dấu.  
3) Gọi hai nghiệm của phương trình là  $x_1$  và  $x_2$ , tìm các giá trị của m để:  $x_1^2(1 - x_2^2) + x_2^2(1 - x_1^2) = -8$ .

Câu 50 Cho phương trình:  $x^2 - 2(m + 1)x + 2m - 15 = 0$ . 1) Giải phương trình với  $m = 0$ .

2) Gọi hai nghiệm của phương trình là  $x_1$  và  $x_2$ . Tìm các giá trị của  $m$  thỏa mãn  $5x_1 + x_2 = 4$ .

Câu 51 Cho phương trình:  $x^2 + 4x + 1 = 0$  (1)

1) Giải phương trình (1). 2) Gọi  $x_1, x_2$  là hai nghiệm của phương trình (1). Tính  $B = x_1^3 + x_2^3$ .

2) Cho phương trình:  $x^2 - (m + 4)x + 3m + 3 = 0$  ( $m$  là tham số).

a) Xác định  $m$  để phương trình có một nghiệm là bằng 2. Tìm nghiệm còn lại.

b) Xác định  $m$  để phương trình có hai nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1^3 + x_2^3 \geq 0$ .

Câu 52 Cho phương trình:  $(m - 1)x^2 + 2mx + m - 2 = 0$  (\*)

1) Giải phương trình khi  $m = 1$ . 2) Tìm  $m$  để phương trình (\*) có 2 nghiệm phân biệt.

Câu 53 Cho phương trình  $x^2 - 2(m + 1)x + m^2 - 2m + 3 = 0$  (1).

a) Giải phương trình với  $m = 1$ .

b) Xác định giá trị của  $m$  để (1) có hai nghiệm trái dấu.

c) Tìm  $m$  để (1) có một nghiệm bằng 3. Tìm nghiệm kia.

Câu 54 Cho phương trình  $x^2 - (m + 1)x + m^2 - 2m + 2 = 0$  (1)

a) Giải phương trình với  $m = 2$ .

b) Xác định giá trị của  $m$  để phương trình có nghiệm kép. Tìm nghiệm kép đó.

c) Với giá trị nào của  $m$  thì  $x_1^2 + x_2^2$  đạt giá trị bé nhất, lớn nhất.

Câu 56 Cho phương trình:  $x^2 + 2x - 4 = 0$ . gọi  $x_1, x_2$ , là nghiệm của phương trình.

Tính giá trị của biểu thức:  $A = \frac{2x_1^2 + 2x_2^2 - 3x_1x_2}{x_1x_2^2 + x_1^2x_2}$

Câu 57 Cho phương trình  $x^2 - (2m + 1)x + m^2 + m - 1 = 0$ .

a) Chứng minh rằng phương trình luôn có nghiệm với mọi  $m$ .

b) Gọi  $x_1, x_2$ , là hai nghiệm của phương trình. Tìm  $m$  sao cho:  $(2x_1 - x_2)(2x_2 - x_1)$  đạt giá trị nhỏ nhất và tính giá trị nhỏ nhất ấy.

c) Hãy tìm một hệ thức liên hệ giữa  $x_1$  và  $x_2$  mà không phụ thuộc vào  $m$ .

Câu 58 Cho phương trình:  $x^2 - mx + m - 1 = 0$ .

1) Gọi hai nghiệm của phương trình là  $x_1, x_2$ . Tính giá trị của biểu thức.

$M = \frac{x_1^2 + x_2^2 - 1}{x_1^2x_2 + x_1x_2^2}$ . Từ đó tìm  $m$  để  $M > 0$ .

2) Tìm giá trị của  $m$  để biểu thức  $P = x_1^2 + x_2^2 - 1$  đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 59 Cho phương trình:  $2x^2 - (m + 1)x + m - 1 = 0$

a) Giải phương trình khi  $m = 1$ .

b) Tìm các giá trị của  $m$  để hiệu hai nghiệm bằng tích của chúng.

Câu 60 Cho phương trình  $(m^2 + m + 1)x^2 - (m^2 + 8m + 3)x - 1 = 0$

a) Chứng minh  $x_1x_2 < 0$ .

b) Gọi hai nghiệm của phương trình là  $x_1, x_2$ . Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của biểu thức:  $S = x_1 + x_2$

Câu 61 Cho phương trình:  $x^2 - (m + 2)x + m^2 - 1 = 0$  (1)

- a) Gọi  $x_1, x_2$  là hai nghiệm của phương trình .Tìm m thỏa mãn  $x_1 - x_2 = 2$  .
- b) Tìm giá trị nguyên nhỏ nhất của m để phương trình có hai nghiệm khác nhau .
- Câu 62 Giả sử  $x_1$  và  $x_2$  là hai nghiệm của phương trình :  $x^2 - (m+1)x + m^2 - 2m + 2 = 0$   
(1)
- a) Tìm các giá trị của m để phương trình có nghiệm kép , hai nghiệm phân biệt .
- b) Tìm m để  $x_1^2 + x_2^2$  đạt giá trị bé nhất , lớn nhất .
- Câu 63 Cho phương trình :  $2x^2 + (2m - 1)x + m - 1 = 0$
- 1) Tìm m để phương trình có hai nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $3x_1 - 4x_2 = 11$  .
- 2) Tìm đẳng thức liên hệ giữa  $x_1$  và  $x_2$  không phụ thuộc vào m .
- 3) Với giá trị nào của m thì  $x_1$  và  $x_2$  cùng dương .

## PARAPOL VÀ ĐƯỜNG THẲNG

Bài 1 Xác định tọa độ giao điểm của (P) :  $y=2/3x^2$  và (d) :  $y = x+3$  bằng phương pháp đại số và đồ thị

Bài2 Cho (P) :  $y= -x^2$  và đường thẳng (d) :  $y= - x+3$

a) Xác định giao điểm của

(P) và (d)

b) Viết pt đường thẳng (d') vuông góc với (d) và tiếp xúc với (P)

Bài 3 Cho (P) :  $y = ax^2$  ( $a \neq 0$ ) và (d) :  $y = mx+n$

a) Tìm m,n biết (d) đi qua hai điểm A(0;-1) và B(3;2)

b) Tính a biết (d) tiếp xúc

với (P)

Bài 4 Giải bằng đồ thị pt  $x^2 - x - 6 = 0$

Cho hàm số  $y = 1/3x^2$  : (P) và  $y = -x + 6$  : (d). Hãy vẽ (P) và (d) trên cùng hệ trục tọa độ rồi kiểm tra lại bằng phép tính

Bài 5 Cho (P) :  $y = x^2/4$  và điểm  $A(-3/2; 1)$

tiếp xúc với (P)

a) Viết pt đường thẳng (d) đi qua A và

b) Vẽ trên hệ trục tọa độ đồ thị (P) và (d)

Bài 6 Chứng minh : Đường thẳng (d) :  $y = x + 1/2$  và (P) :  $y = -x^2/2$  tiếp xúc nhau. Tìm tọa độ tiếp điểm ?

Bài 7 Cho (P) :  $y = x^2/2$  và (d) :  $y = ax + b$ . Tìm a, b biết (d) cắt (P) tại hai điểm có hoành độ là 4 và -2

Bài 8 Cho (P) :  $y = x^2/2$  và đường thẳng (d) :  $y = x - m$

a) Với giá trị nào của m thì (d) không cắt (P)

b) Cho  $m = -3/2$ . Tìm tọa độ giao điểm của (d) với (P). Vẽ (P) và (d) trên cùng một hệ trục tọa độ

Bài 9 Trên cùng một hệ trục tọa độ cho (P) :  $y = x^2/2$  và (d) :  $y = -1/2x + 2$  a) Vẽ (P) và (d)

b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d)

c) Viết pt đường thẳng (d') // (d) và tiếp xúc với (P) và tính tọa độ tiếp điểm

Bài 10 Cho hàm số  $y = x^2/2$  (P)

a) Vẽ (P)

b) Viết pt đường thẳng đi qua  $A(2; 6)$ ,  $B(-1; 3)$ . Tìm giao điểm (P) và (d)

c) Từ  $M(-3/2; -2)$  vẽ đường thẳng (d) // AB và tìm số giao điểm (P) và (d) bằng phép tính và đồ thị

Bài 11 Trên hệ trục tọa độ Oxy vẽ (P) :  $y = -x^2/4$  và (d) :  $y = x + 1$  a) Nêu vị trí tương đối của (P) và (d)

b) Viết pt đường thẳng (d') // (d) và cắt (P) tại điểm có tung độ là -4

Bài 12 Cho (P) :  $y = -x^2$  a) Vẽ (P)

b) Gọi A và B là 2 điểm thuộc (P) có hoành độ là -1 ; 2. Lập pt đường thẳng AB

c) Viết pt đường thẳng (d) // AB và tiếp xúc với (P) từ đó suy ra tọa độ tiếp điểm

Bài 13 Cho hàm số (P) :  $y = ax^2$  và (d) :  $y = -x + m$

a) Tìm a biết (P) đi qua điểm  $A(-1; 2)$

, vẽ (P)

b) Tìm m để (d) tiếp xúc với (P) (ở câu a). Tìm tọa độ tiếp điểm

c) Gọi B là giao điểm của (d) tìm được ở câu b với trục tung, C là điểm đối xứng với A qua trục tung. Chứng minh C nằm trên (P) và tam giác ABC vuông cân

Bài 14 Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng (d) có dạng  $2x - y - a^2 = 0$  và (P) :  $y = ax^2$  với a là tham số dương

a) Tìm a để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt. Chứng minh rằng khi đó A và B nằm bên phải trục tung

b) Gọi  $x_A$  và  $x_B$  là hoành độ của A và B. Tìm GTNN của  $T = \frac{4}{x_A + x_B} + \frac{1}{x_A \cdot x_B}$

Bài 15 Tìm tất cả các giá trị của m để hai đường thẳng  $y = 2x + m + 2$  và  $y = (1 - m)x + 1$  cắt nhau tại một điểm trên (P) :  $y = 2x^2$

Bài 16 Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho (P) :  $y = -x^2$  và đường thẳng (d) có hệ số góc là k

a) Viết pt đường thẳng (d)

b) Chứng minh rằng với mọi giá trị của k thì (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt A và B

c) Gọi hoành độ của A và B là  $x_A$  và  $x_B$ . Chứng minh  $|x_1 - x_2| \geq 2$

d) Chứng minh  $\triangle OAB$  là tam giác vuông

Bài 17: Cho hàm số:  $y = 2x^2$  (P)

a) Vẽ đồ thị (P)

b) Tìm trên đồ thị các điểm cách

đều hai trục tọa độ

c) Xét số giao điểm của (P) với đường thẳng (d)  $y = mx - 1$  theo m

d) Viết phương trình đường thẳng (d') đi qua điểm M(0;-2) và tiếp xúc với (P)

Bài 18 : Cho (P)  $y = x^2$  và đường thẳng (d)  $y = 2x + m$ . Xác định m để hai đường đó :

a) Tiếp xúc nhau. Tìm tọa độ tiếp điểm

b) Cắt nhau tại hai điểm phân biệt A và B, một điểm có hoành độ  $x = -1$ . Tìm hoành độ điểm còn lại. Tìm tọa độ A và B

Bài 19: Cho đường thẳng (d)  $2(m-1)x + (m-2)y = 2$

a) Tìm m để đường thẳng (d) cắt (P)  $y = x^2$  tại hai điểm phân biệt A và B

b) Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn AB theo m

c) Tìm m để (d) cách gốc tọa độ một khoảng Max

d) Tìm điểm cố định mà (d) đi qua khi m thay đổi

Bài 20: Cho (P)  $y = -x^2$

a) Tìm tập hợp các điểm M sao cho từ đó có thể kẻ được hai đường thẳng vuông góc với nhau và tiếp xúc với (P)

b) Tìm trên (P) các điểm sao cho khoảng cách tới gốc tọa độ bằng  $\sqrt{2}$

Bài 21: Cho (P)  $y = \frac{1}{2}x^2$  và đường thẳng (d)  $y = ax + b$ .

Xác định a và b để đường thẳng (d) đi qua điểm A(-1;0) và tiếp xúc với (P).

Bài 22: Cho (P)  $y = x^2$  và đường thẳng (d)  $y = 2x + m$

a) Vẽ (P)

b) Tìm m để (P) tiếp

xúc (d)

Bài 23: Cho (P)  $y = -\frac{x^2}{4}$  và (d)  $y = x + m$

a) Vẽ (P)

a) Xác định m để (P) và (d) cắt nhau tại hai điểm phân biệt A và B

b) Xác định phương trình đường thẳng (d') song song với đường thẳng (d) và cắt (P) tại điểm có tung độ bằng -4

c) Xác định phương trình đường thẳng (d'') vuông góc với (d') và đi qua giao điểm của (d') và (P)

Bài 24: Cho hàm số  $y = x^2$  (P) và hàm số  $y = x + m$  (d)

a) Tìm m sao cho (P) và (d) cắt nhau tại hai điểm phân biệt A và B

b) Xác định phương trình đường thẳng (d') vuông góc với (d) và tiếp xúc với (P)



c) Thiết lập công thức tính khoảng cách giữa hai điểm bất kì. Áp dụng: Tìm m sao cho khoảng cách giữa hai điểm A và B bằng  $3\sqrt{2}$

Bài 25: Cho điểm A(-2;2) và đường thẳng  $(d_1)$   $y = -2(x+1)$

a) Điểm A có thuộc  $(d_1)$  ?

Vì sao ?

b) Tìm a để hàm số  $y = a.x^2$  (P) đi qua A

c) Xác định phương trình đường thẳng  $(d_2)$  đi qua A và vuông góc với  $(d_1)$

d) Gọi A và B là giao điểm của (P) và  $(d_2)$ ; C là giao điểm của  $(d_1)$  với trục tung. Tìm tọa độ của B và C. Tính diện tích tam giác ABC

Bài 26: Cho (P)  $y = \frac{1}{4}x^2$  và đường thẳng (d) qua hai điểm A và B trên (P) có hoành độ lần lượt là -2

và 4

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (P) của hàm số trên

b) Viết phương trình đường

thẳng (d)

Bài 27: Cho (P)  $y = -\frac{x^2}{4}$  và điểm M (1;-2)

a) Viết phương trình đường thẳng (d) đi qua

M và có hệ số góc là m

b) CMR (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt A và B khi m thay đổi

c) Gọi  $x_A; x_B$  lần lượt là hoành độ của A và B. Xác định m để  $x_A^2 x_B + x_A x_B^2$  đạt giá trị nhỏ nhất và tính giá trị đó

Bài 28: Cho hàm số  $y = x^2$  (P)

a) Vẽ (P)

b) Gọi A, B là hai điểm thuộc (P) có hoành độ lần lượt là -1 và 2. Viết phương trình đường thẳng AB

c) Viết phương trình đường thẳng (d) song song với AB và tiếp xúc với (P)

Bài 29: Trong hệ tọa độ xoy cho Parabol (P)  $y = -\frac{1}{4}x^2$  và đường thẳng (d)  $y = mx - 2m - 1$

a) Vẽ (P)

b) Tìm m sao cho (P) và (d) tiếp xúc nhau. Tìm tọa độ tiếp điểm

c) Chứng tỏ rằng (d) luôn đi qua một điểm cố định

Bài 30: Cho (P)  $y = -\frac{1}{4}x^2$  và điểm I(0;-2). Gọi (d) là đường thẳng qua I và có hệ số góc m.

a) Vẽ (P). CMR (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt A và B  $\forall m \in R$

b) Tìm giá trị của m để đoạn AB ngắn nhất

Bài 31: Cho (P)  $y = \frac{x^2}{4}$  và đường thẳng (d) đi qua điểm I( $\frac{3}{2}; 1$ ) có hệ số góc là m

a) Vẽ (P) và viết phương trình (d)

b) Tìm m sao cho (d) tiếp xúc (P)

c) Tìm m sao cho (d) và (P) có hai điểm chung phân biệt

Bài 32: Cho (P)  $y = \frac{x^2}{4}$  và đường thẳng (d)  $y = -\frac{x}{2} + 2$  a) Vẽ (P) và (d)

b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d)

c) Tìm tọa độ của điểm thuộc (P) sao cho tại đó đường tiếp tuyến của (P) song song với (d)

Bài 33: Cho (P)  $y = x^2$  a) Vẽ (P)

b) Gọi A và B là hai điểm thuộc (P) có hoành độ lần lượt là -1 và 2. Viết phương trình đường thẳng AB

c) Viết phương trình đường thẳng (d) song song với AB và tiếp xúc với (P)

Bài 34: Cho (P)  $y = 2x^2$  a) Vẽ (P)

b) Trên (P) lấy điểm A có hoành độ  $x=1$  và điểm B có hoành độ  $x=2$ . Xác định các giá trị của m và n để đường thẳng (d)  $y=mx+n$  tiếp xúc với (P) và song song với AB

Bài 35: a. Vẽ đồ thị hàm số  $y = x^2$  (P)

b. Tìm hệ số góc của đường thẳng cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -1 sao cho đường thẳng ấy :

1. Cắt (P) tại hai điểm      2. Tiếp xúc với (P)      3. Không cắt (P)

Bài 36: Cho đường thẳng (d) có phương trình:  $y = mx - \frac{m}{2} - 1$  và parabol (P) có phương trình  $y = x^2/2$

a) Tìm m để (d) tiếp xúc với (P).      B. Tính tọa độ các tiếp điểm

Bài 37: Cho parabol (P):  $y = -\frac{x^2}{4}$  và đường thẳng (d):  $y = -\frac{1}{2}x + n$

a) Tìm giá trị của n để đường thẳng (d) tiếp xúc với (P)

b) Tìm giá trị của n để đường thẳng (d) cắt (P) tại hai điểm.

c) Xác định tọa độ giao điểm của đường thẳng (d) với (P) nếu  $n = 1$

Bài 38. Cho parabol  $y=2x^2$  và đường thẳng  $y=ax+2-a$ .

1. Chứng minh rằng parabol và đường thẳng trên luôn cắt nhau tại điểm A cố định. Tìm điểm A đó.

2. Tìm a để parabol cắt đường thẳng trên chỉ tại một điểm.

Bài 39. Cho (P):  $y = -2x^2$  và (d)  $y = x - 3$       Tìm giao điểm của (P) và (d)

b) Gọi giao điểm của (P) và (d) ở câu a là A và B trong đó A là điểm có hoành độ nhỏ hơn; C, D lần lượt là hình chiếu vuông góc của A và B trên Ox. Tính diện tích và chu vi tứ giác ABCD.

Bài 40. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho (P) có phương trình  $y = -x^2/2$ . Gọi (d) là đường thẳng đi qua điểm  $I(0; -2)$  và có hệ số góc k.

a) Viết phương trình đường thẳng (d). CMR (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt A và B khi k thay đổi.

b) Gọi H, K theo thứ tự là hình chiếu vuông góc của A, B lên trục hoành. CMR tam giác IHK vuông tại I.

Bài 41. Cho (P)  $y = -2x^2$

a) Tìm k để đường thẳng (d):  $y = kx + 2$  cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

b) Chứng minh điểm  $E(m; m^2 + 1)$  không thuộc (P) với mọi giá trị của m.

Bài 42 Cho hàm số  $y = -\frac{1}{2}x^2$  (P) 1) Vẽ đồ thị của hàm số.(P)

2) Gọi A và B là hai điểm trên đồ thị của hàm số có hoành độ lần lượt là 1 và -2. Viết phương trình đường thẳng AB.

3) (d)  $y = x + m - 2$  cắt (P) trên tại 2 điểm phân biệt, gọi  $x_1$  và  $x_2$  là hoành độ 2 giao điểm ấy.

Tìm m để  $x_1^2 + x_2^2 + 20 = x_1^2 x_2^2$ .

Bài 43 Cho đường thẳng (d) có phương trình  $y = ax + b$ . Biết rằng (d) cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 1 và song song với đường thẳng  $y = -2x + 2003$ .

1) Tìm a và b. 2) Tìm tọa độ các điểm chung (nếu có) của (d) và Parabol  $y = -\frac{1}{2}x^2$ .

Bài 44 Cho Parabol (P) :  $y = \frac{1}{2}x^2$  và đường thẳng (D) :  $y = px + q$ .

Xác định p và q để đường thẳng (D) đi qua điểm A (-1; 0) và tiếp xúc với (P). Tìm tọa độ tiếp điểm.

Bài 45 : Trong cùng một hệ trục tọa độ Oxy cho parabol (P) :  $y = \frac{1}{4}x^2$  và đường thẳng (D)

:  $y = mx - 2m - 1$

a) Vẽ (P).

b) Tìm m sao cho (D) tiếp xúc với (P).

c) Chứng tỏ (D) luôn đi qua một điểm cố định.

Bài 46. Cho hàm số  $y = x^2$  có đồ thị là đường cong Parabol (P).

a) CMR điểm A(- $\sqrt{2}$ ; 2) nằm trên đường cong (P).

b) Tìm m để đồ thị (d) của hàm số  $y = (m - 1)x + m$  ( $m \in \mathbb{R}, m \neq 1$ ) cắt đường cong (P) tại một điểm.

c) Chứng minh rằng với mọi m khác 1 đồ thị (d) của hàm số  $y = (m-1)x + m$  luôn đi qua một điểm cố định.

Bài 47 Cho hàm số :  $y = \frac{x^2}{4}$  và  $y = -x - 1$

a) Vẽ đồ thị hai hàm số trên cùng một hệ trục tọa độ.

b) Viết phương trình các đường thẳng song song với đường thẳng  $y = -x - 1$  và cắt đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2}{4}$  tại điểm có tung độ là 4.

Bài 48 Cho hàm số  $y = -\frac{1}{2}x^2$  (P) a. Vẽ đồ thị của hàm số (P)

- b. Với giá trị nào của  $m$  thì đường thẳng  $y=2x+m$  cắt đồ thị (P) tại 2 điểm phân biệt A và B. Khi đó hãy tìm tọa độ hai điểm A và B.

Bài 49 : (3,5 điểm) Cho Parabol  $y=x^2$  và đường thẳng (d) có phương trình  $y=2mx-m^2+4$ .

- Tìm hoành độ của các điểm thuộc Parabol biết tung độ của chúng
- Chứng minh rằng Parabol và đường thẳng (d) luôn cắt nhau tại 2 điểm phân biệt. Tìm tọa độ giao điểm của chúng. Với giá trị nào của  $m$  thì tổng các tung độ của chúng đạt giá trị nhỏ nhất?

Bài 49 : Cho đường thẳng d có phương trình  $y=ax+b$ . Biết rằng đường thẳng d cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 1 và song song với đường thẳng  $y=-2x+2003$ .

- Tìm a và b.
- Tìm tọa độ các điểm chung (nếu có) của d và parabol  $y = \frac{-1}{2}x^2$

Bài 50: Cho parabol (P) và đường thẳng (d) có phương trình: (P):  $y=x^2/2$  ; (d):  $y=mx-m+2$  ( $m$  là tham số).

- Tìm  $m$  để đường thẳng (d) và (P) cùng đi qua điểm có hoành độ bằng  $x=4$ .
- Chứng minh rằng với mọi giá trị của  $m$ , đường thẳng (d) luôn cắt (P) tại 2 điểm phân biệt.

Bài 51: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho : (P):  $y=x^2$  (d):  $y=2(a-1)x+5-2a$  ; ( $a$  là tham số)

- Với  $a=2$  tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng (d) và (P).
- Chứng minh rằng với mọi  $a$  đường thẳng (d) luôn cắt (P) tại 2 điểm phân biệt.
- Gọi hoành độ giao điểm của đường thẳng (d) và (P) là  $x_1, x_2$ . Tìm  $a$  để  $x_1^2+x_2^2=6$ .

Bài 52 Cho parabol  $y=2x^2$ . Không vẽ đồ thị, hãy tìm:

- Tọa độ giao điểm của đường thẳng  $y=6x-4,5$  với parabol.
- Giá trị của  $k, m$  sao cho đường thẳng  $y=kx+m$  tiếp xúc với parabol tại điểm  $A(1;2)$ .

Bài 53 Cho phương trình bậc hai :  $x^2 - 2(m-1)x + m - 3 = 0$ . (1)

- Chứng minh rằng phương trình (1) luôn luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của  $m$ .
- Tìm  $m$  để phương trình (1) có một nghiệm bằng 3 và tính nghiệm kia.
- Tìm  $m$  để phương trình (1) có hai nghiệm đối nhau.

Bài 54 Cho hàm số:  $y = -x^2/2$  a) Vẽ đồ thị (P) của hàm số trên.

b) Trên (P) lấy hai điểm M và N theo thứ tự có hoành độ là -2 và 1. Viết phương trình đường thẳng MN.

c) Tìm  $m$  để (P) và đường thẳng (d):  $y = mx + 2$  không có điểm chung.

## HỆ PHƯƠNG TRÌNH CHỨA THAM SỐ

Bài 1 Cho hệ pt  $\begin{cases} x + 2y = m \\ 2x + 5y = 1 \end{cases}$  a) Giải hệ pt với  $m=1$

b) Tìm  $m$  để hệ có nghiệm duy nhất thoả mãn  $y=|x|$

Bài 2 Cho hệ pt  $\begin{cases} x + my = 2 \\ mx - 2y = 1 \end{cases}$  a) Giải hệ pt với  $m=2$

b) Tìm các số nguyên  $m$  để hệ có nghiệm duy nhất với  $x>0$  và  $y<0$

c) Tìm các số nguyên  $m$  để hệ có nghiệm duy nhất thoả mãn  $x>2y$

Bài 3 Cho hệ pt  $\begin{cases} mx - 2y = m \\ -2x + y = m + 1 \end{cases}$  a) Giải hệ pt với  $m=1$

b) Tìm  $m$  để hệ có nghiệm duy nhất, tìm nghiệm duy nhất đó

Bài 4 Cho hệ pt  $\begin{cases} x + my = 1 \\ mx + y = 1 \end{cases}$  a) Giải hệ pt với  $m=2$

b) Tìm  $m$  để hệ có nghiệm duy nhất thoả mãn  $x, y > 0$

Bài 5 Cho hệ pt  $\begin{cases} (a-1)x - 2y = 1 \\ 3x + ay = 1 \end{cases}$  a) Giải hệ pt với  $a = 2$

b) Chứng minh với mọi  $a$  hệ pt có nghiệm duy nhất c) Tìm  $a$  để  $x - y$  có giá trị lớn nhất

Bài 6 Cho hệ pt  $\begin{cases} mx + 2y = 4 \\ x - y = m \end{cases}$  a) Giải hệ pt với  $m = 2$

b) Với giá trị nào của  $m$  thì hệ có nghiệm duy nhất ? tìm nghiệm đó ?  
c) Tìm  $m$  để hệ có vô số nghiệm ?

Bài 7 : Tìm giá trị của  $m$  để hệ phương trình ;  $\begin{cases} (m+1)x - y = m+1 \\ x + (m-1)y = 2 \end{cases}$

Có nghiệm duy nhất thoả mãn điều kiện  $x+y$  nhỏ nhất

Bài 8: Cho hệ phương trình :  $\begin{cases} 2x + by = -4 \\ bx - ay = -5 \end{cases}$  a)Giải hệ phương trình khi  $a = |b|$

b)Xác định  $a$  và  $b$  để hệ phương trình trên có nghiệm :

\*  $(1;-2)$

\*Để hệ có vô số nghiệm

Bài 9 Giải và biện luận hệ phương trình theo tham số  $m$ :  $\begin{cases} mx - y = 2m \\ 4x - my = 6 + m \end{cases}$

Bài 10: Với giá trị nào của  $a$  thì hệ phương trình :  $\begin{cases} x + ay = 1 \\ ax + y = 2 \end{cases}$

a) Có một nghiệm duy nhất b) Vô nghiệm

Bài 11:Cho hệ phương trình :  $\begin{cases} (a+1)x - y = 3 \\ a.x + y = a \end{cases}$  a) Giải hệ phương trình khi  $a = -\sqrt{2}$

b)Xác định giá trị của  $a$  để hệ có nghiệm duy nhất thoả mãn điều kiện  $x+y>0$

Bài 12: Cho hệ phương trình  $\begin{cases} 4x - 3y = 6 \\ -5x + ay = 8 \end{cases}$  a.Giải phương trình.

b.Tìm giá trị của  $a$  để hệ có nghiệm duy nhất âm.

Bài 13: Cho hệ phương trình  $\begin{cases} mx - y = 2 \\ 3x + my = 5 \end{cases}$  Tìm giá trị của  $m$  để hệ có nghiệm  $x = 1$

Bài 14 : Cho hệ phương trình :  $\begin{cases} (a+1)x - y = 3 \\ a.x + y = a \end{cases}$  a) Giải hệ với  $a = -\sqrt{2}$

b.Xác định giá trị của  $a$  để hệ có nghiệm duy nhất thoả mãn  $x + y > 0$

Bài 15 Cho hệ phương trình: 
$$\begin{cases} 3x + (m-1)y = 12 \\ (m-1)x + 12y = 24 \end{cases}$$
 1. Giải hệ phương trình. với  $m=2$

2. Tìm  $m$  để hệ phương trình có một nghiệm sao cho  $x < y$ .

Bài 16 Cho hệ phương trình: 
$$\begin{cases} 2x + (n-4)y = 16 \\ (4-n)x - 50y = 80 \end{cases}$$
 1. Giải hệ phương trình. Với  $n = 3$

2. Tìm  $n$  để hệ phương trình có một nghiệm sao cho  $x+y > 1$ .

Bài 17 Cho hệ phương trình: 
$$\begin{cases} mx - y = 2 \\ x + my = 1 \end{cases}$$
 1) Giải hệ phương trình theo tham số

$m$ .

2) Gọi nghiệm của hệ phương trình là  $(x, y)$ . Tìm các giá trị của  $m$  để  $x + y = -1$ .

3) Tìm đẳng thức liên hệ giữa  $x$  và  $y$  không phụ thuộc vào  $m$ .

Bài 18 Cho hệ phương trình: 
$$\begin{cases} x - 2y = 3 - m \\ 2x + y = 3(m+2) \end{cases}$$
 1) Giải hệ phương trình khi thay  $m =$

$-1$ .

2) Gọi nghiệm của hệ phương trình là  $(x, y)$ . Tìm  $m$  để  $x^2 + y^2$  đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 19 Cho hệ phương trình: 
$$\begin{cases} x + ay = 1 \\ ax + y = 2 \end{cases} \quad (1)$$

1) Giải hệ (1) khi  $a = 2$ .

2) Với giá trị nào của  $a$  thì hệ có nghiệm duy nhất.

Bài 20 Cho hệ phương trình 
$$\begin{cases} (a+1)x + y = 4 \\ ax + y = 2a \end{cases}$$
 ( $a$  là tham số). 1) Giải hệ khi  $a = 1$ .

2) Chứng minh rằng với mọi  $a$  hệ luôn có nghiệm duy nhất  $(x; y)$  thỏa mãn  $x + y \geq 2$ .

Bài 21 Cho hệ phương trình: 
$$\begin{cases} 2x - my = m^2 \\ x + y = 2 \end{cases}$$

a) Giải hệ khi  $m = 1$ .

b) Giải và biện luận hệ phương trình.

Bài 22 Cho hệ phương trình: 
$$\begin{cases} -2mx + y = 5 \\ mx + 3y = 1 \end{cases}$$

a) Giải hệ phương trình với  $m = 1$

b) Giải biện luận hệ phương trình theo tham số  $m$ .

c) Tìm  $m$  để hệ phương trình có nghiệm thỏa mãn  $x^2 + y^2 = 1$ .

Bài 23 Cho hệ phương trình: 
$$\begin{cases} mx - y = 3 \\ 3x + my = 5 \end{cases}$$

a) Giải hệ phương trình khi  $m = 1$ .

b) Tìm m để hệ có nghiệm đồng thời thỏa mãn điều kiện ;  $x + y - \frac{7(m-1)}{m^2+3} = 1$

Bài 24 Cho hệ phương trình  $\begin{cases} a^2x - y = -7 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$

a) Giải hệ phương trình khi  $a = 1$

b) Gọi nghiệm của hệ phương trình là  $(x, y)$ . Tìm các giá trị của  $a$  để  $x + y = 2$ .

Bài 25 Cho hệ phương trình :  $\begin{cases} -2mx + y = 5 \\ mx + 3y = 1 \end{cases}$

a) Giải hệ phương trình khi  $m = 1$ .

b) Giải và biện luận hệ phương trình theo tham số  $m$ .

c) Tìm m để  $x - y = 2$ .

Bài 26 Cho hệ phương trình :  $\begin{cases} x + my = 3 \\ mx + 4y = 6 \end{cases}$

a) Giải hệ khi  $m = 3$

b) Tìm m để phương trình có nghiệm  $x > 1, y > 0$ .

Bài 27 : Cho hệ phương trình:  $\begin{cases} (a+1)x + y = 4 \\ ax + y = 2a \end{cases}$  (a là tham số) 1. Giải hệ khi  $a=1$ .

## HAI ĐƯỜNG THẲNG

Bài 1 Cho hai đường thẳng  $(d_1) : y = 3x+4$  và  $(d_2) : x - 2y = 0$ , một điểm  $A(-1;1)$

a) Xét vị trí tương đối của A với hai đường thẳng

b) Tìm giao điểm

$(d_1)$  và  $(d_2)$

c) Tìm M để  $(d_3) : (m-1)x + (m-2)y + m+1 = 0$  đồng quy với  $(d_1)$  và  $(d_2)$



Bài 2 Cho hai đường thẳng  $(d_1) : y = (\frac{3m}{2} - 1)x + 1 - 2n$  và  $(d_2) : y = (m+2)x + n - 3$ . Tìm  $m, n$  để

$(d_1) \parallel (d_2); (d_1) \perp (d_2)$

Bài 3 Cho hai đường thẳng  $(d_1) : y = (k+1)x + 3$  và  $(d_2) : y = (3-2k)x + 1$ .

Tìm  $k$  để  $(d_1) \parallel (d_2)$ ,  $(d_1)$  cắt  $(d_2)$ ,  $(d_1)$  cắt  $(d_2)$

Bài 4 Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho ba điểm  $A(2;5)$ ;  $B(-1;-1)$  và  $C(4;9)$

a) Viết pt đường thẳng BC rồi suy ra ba điểm A,B,C thẳng hàng

b) Chứng minh ba đường thẳng BC;  $3x - y - 1 = 0$  và  $x - 2y + 8 = 0$  đồng quy

Bài 5 Cho đường thẳng  $(d_1) : y = mx - 3$  và  $(d_2) : y = 2mx + 1 - m$

a) Vẽ trên cùng một hệ trục tọa độ  $(d_1)$  và  $(d_2)$  với  $m = 1$ . Tìm tọa độ giao điểm B của chúng ?

b) Viết pt đường thẳng đi qua O và  $\perp$  với  $(d_1)$  tại A. Xác định tọa độ điểm A và tính diện tích tam giác AOB

c) Chứng tỏ  $(d_1)$  và  $(d_2)$  đều đi qua một điểm cố định. Tìm điểm cố định đó

Bài 6 Cho hai đường thẳng  $(d) : mx - y = 2$  và  $(d') : (2 - m)x + y = m$

a) Tìm giao điểm của  $(d)$  và  $(d')$  với  $m = 2$

b) Chứng minh rằng đường thẳng  $(d)$  luôn đi qua một điểm cố định B và  $(d')$  luôn đi qua một điểm cố định C

c) Tìm  $m$  để giao điểm A của hai đường thẳng trên thỏa mãn điều kiện là góc BAC vuông

Bài 7 Cho hàm số :  $y = (m-2)x + n$  (d) Tìm giá trị của  $m$  và  $n$  để đồ thị  $(d)$  của hàm số :

a) Đi qua hai điểm  $A(-1;2)$  và  $B(3;-4)$

b) Cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng  $1 - \sqrt{2}$  và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng  $2 + \sqrt{2}$ .

c) Cắt đường thẳng  $-2y + x - 3 = 0$

d) Song song với đường thẳng  $3x + 2y = 1$

Bài 8: Cho đường thẳng  $(d) : y = \frac{3}{4}x - 3$

a) Vẽ  $(d)$

b) Tính diện tích tam giác được tạo thành giữa  $(d)$  và hai trục tọa độ

c) Tính khoảng cách từ gốc O đến  $(d)$

Bài 9 Với giá trị nào của  $m$  thì hai đường thẳng :  $(d) : y = (m-1)x + 2$   $(d') : y = 3x - 1$

a) Song song với nhau c) Cắt nhau c) Vuông góc với nhau

Bài 10 Tìm giá trị của  $a$  để ba đường thẳng :  $(d_1) : y = 2x - 5$   $(d_2) : y = x + 2$

$(d_3) : y = a.x - 12$

đồng quy tại một điểm trong mặt phẳng tọa độ

Bài 11 Cho  $A(2;-1)$ ;  $B(-3;-2)$

1. Tìm phương trình đường thẳng qua A và B.

2. Tìm phương trình đường thẳng qua  $C(3;0)$  và song song với  $AB$ .

Bài 12 Cho hàm số  $y = (m - 2)x + m + 3$ .

1) Tìm điều kiện của  $m$  để hàm số luôn

nghịch biến.

2) Tìm  $m$  để đồ thị của hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 3.

3) Tìm  $m$  để đồ thị của hàm số trên và các đồ thị của các hàm số  $y = -x + 2$ ;  $y = 2x - 1$  đồng quy.

Bài 13 Cho hàm số  $y = (m - 1)x + m + 3$ .

1) Tìm giá trị của  $m$  để đồ thị của hàm số song song với đồ thị hàm số  $y = -2x + 1$ .

2) Tìm giá trị của  $m$  để đồ thị của hàm số đi qua điểm  $(1; -4)$ .

3) Tìm điểm cố định mà đồ thị của hàm số luôn đi qua với mọi  $m$ .

4) Tìm giá trị của  $m$  để đồ thị của hàm số tạo với trục tung và trục hoành một tam giác có diện tích bằng 1 (đvdt).

Bài 14 Cho hai điểm  $A(1; 1)$ ,  $B(2; -1)$ .

1) Viết phương trình đường thẳng  $AB$ .

2) Tìm các giá trị của  $m$  để đt  $y = (m^2 - 3m)x + m^2 - 2m + 2$  song song với đt  $AB$  đồng thời đi qua điểm  $C(0; 2)$ .

Bài 15 Cho hàm số  $y = (2m - 1)x + m - 3$

1) Tìm  $m$  để đồ thị của hàm số đi qua điểm  $(2; 5)$

2) Chứng minh rằng đồ thị của hàm số luôn đi qua một điểm cố định với mọi  $m$ . Tìm điểm cố định ấy.

3) Tìm  $m$  để đồ thị của hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ  $x = \sqrt{2} - 1$ .

Bài 16 Cho hàm số  $y = f(x) = -\frac{1}{2}x^2$ .

1) Với giá trị nào của  $x$  hàm số trên nhận các giá trị :

$0; -8; -\frac{1}{9}; 2$ .

2)  $A$  và  $B$  là hai điểm trên đồ thị hàm số có hoành độ lần lượt là  $-2$  và  $1$ . Viết pt đường thẳng đi qua  $A$  và  $B$ .

Bài 17 Cho hàm số :  $y = x + m$  (D) Tìm các giá trị của  $m$  để đường thẳng (D) :

1) Đi qua điểm  $A(1; 2003)$ .

2) Song song với đường thẳng  $x - y + 3 = 0$ .

3) Tiếp xúc với parabol  $y$

$= -\frac{1}{4}x^2$ .

Bài 18 a) Tìm các giá trị của  $a, b$  biết rằng đồ thị của hàm số  $y = ax + b$  đi qua hai điểm  $A(2; -1)$

và  $B(\frac{1}{2}; 2)$

b) Với giá trị nào của  $m$  thì đồ thị của các hàm số  $y = mx + 3$ ;  $y = 3x - 7$  và đồ thị của hàm số xác định ở câu (a) đồng quy.

Bài 19 Cho hàm số  $y = (m - 2)x + m + 3$ .

a) Tìm điều kiện của  $m$  để hàm số luôn nghịch biến.

b) Tìm  $m$  để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ là 3.

c) Tìm  $m$  để đồ thị các hàm số  $y = -x + 2$ ;  $y = 2x - 1$  và  $y = (m - 2)x + m + 3$  đồng quy.

Bài 20 Cho hai đường thẳng  $y = 2x + m - 1$  và  $y = x + 2m$ .

a) Tìm giao điểm của hai đường thẳng nói trên.

b) Tìm tập hợp các giao điểm đó .

Bài 21 Cho hàm số :  $y = (2m + 1)x - m + 3$  (1)

a) Tìm m biết đồ thị hàm số (1) đi qua điểm A ( -2 ; 3 ) .

b) Tìm điểm cố định mà đồ thị hàm số luôn đi qua với mọi giá trị của m .

Bài 22 Trong mặt phẳng tọa độ cho điểm A ( 3 ; 0 ) và đường thẳng  $x - 2y = -2$  .

a) Vẽ đồ thị của đường thẳng . Gọi giao điểm của đường thẳng với trục tung và trục hoành là B và E .

b) Viết phương trình đường thẳng qua A và vuông góc với đường thẳng  $x - 2y = -2$  .

c) Tìm tọa độ giao điểm C của hai đường thẳng đó . Chứng minh rằng EO . EA = EB . EC và tính diện tích của tứ giác OACB .

Bài 23 Trong hệ trục tọa độ Oxy cho hàm số  $y = 3x + m$  (\*)

1) Tính giá trị của m để đồ thị hàm số đi qua : a) A ( -1 ; 3 ) ; b) B ( -2 ; 5 )

2) Tìm m để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ là -3 .

3) Tìm m để đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ là -5 .

Bài 24: Cho đường thẳng d có phương trình  $y = ax + b$ . Biết rằng đường thẳng d cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 1 và song song với đường thẳng  $y = -2x + 2003$ .

1. Tìm a và b. 2. Tìm tọa độ các điểm chung (nếu có) của d và parabol  $y = \frac{-1}{2}x^2$

Bài 25: Cho hàm số  $y = (m - 1)x + m$  (d)

a) Xác định giá trị của m để đường thẳng (d) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2004.

b) Với giá trị nào của m thì góc  $\alpha$  tạo bởi đường thẳng (d) với tia Ox là góc tù?

Bài 26: Với giá trị nào của k, đường thẳng  $y = kx + 1$ :

a) Đi qua điểm A(-1; 2) ?

b) Song song với đường thẳng  $y = 5x$ ?

## GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PHƯƠNG TRÌNH

**Bài 1** Một công nhân dự định làm 72 sp trong thời gian dự định . Thực tế người đó phải làm 80sp, mặc dù người đó đã làm mỗi giờ thêm 1 sp song thời gian hoàn thành vẫn chậm hơn so với dự định 12' . Tính năng suất dự kiến , biết mỗi giờ người đó làm không quá 20 sp

**Bài 2** Một người dự định đi xe đạp từ điểm A đến điểm B cách nhau 36km trong một thời gian nhất định . Sau khi đi được nửa quãng đường người đó dừng lại 18' . Do đó để đến B đúng hạn người đó tăng thêm vận tốc 2km trên quãng đường còn lại . Tính vận tốc ban đầu và thời gian xe lăn bánh trên đường ?

**Bài 3** Một tàu thủy chạy trên một khúc sông dài 80km , cả đi lẫn về hết 8h20' . Tính vận tốc của tàu khi nước yên lặng ? , biết vận tốc dòng nước là 4km/h

**Bài 4** Một đội công nhân xây dựng hoàn thành một công trình hết 420 ngày công thợ . Tính số người của đội biết nếu vắng 5 người thì số ngày hoàn thành tăng thêm 7 ngày

**Bài 5** Hai ca nô cùng khởi hành từ hai bến A , B cách nhau 85km đi ngược chiều nhau . Sau 1h40' thì gặp nhau . Tính vận tốc riêng của mỗi ca nô biết vận tốc ca nô đi xuôi lớn hơn vận tốc của ca nô đi ngược là 9km/h và vận tốc dòng nước là 3km/h

**Bài 6** Trong một buổi liên hoan , một lớp học sinh mời 15 khách tới dự . Vì lớp đã có 40 hs nên phải kê thêm một dãy ghế nữa và mỗi ghế phải ngồi thêm một người thì mới đủ chỗ . Biết mỗi dãy ghế đều có số người ngồi như nhau và ngồi không quá 5 người . Hỏi lớp học lúc đầu có bao nhiêu dãy ghế ?

**Bài 7** Một ô tô dự định đi từ A đến B cách nhau 120km trong một thời gian quy định . Sau khi đi được 1h ô tô bị chắn bởi tàu hỏa 10' . Do đó để đến B đúng dự định xe phải tăng tốc thêm 6km/h nữa . Tính vận tốc ô tô lúc đầu ?

**Bài 8** Một chiếc thuyền khởi hành từ bến sông A . Sau đó 5h20' một chiếc ca nô chạy từ A đuổi theo và gặp chiếc thuyền cách bến A 20km . Hỏi vận tốc của chiếc thuyền biết rằng ca nô chạy nhanh hơn thuyền 12km/h

**Bài 9** Một nhóm thợ dệt kế hoạch sản xuất 3000sp . Trong 8 ngày đầu họ đã thực hiện đúng mức đề ra , những ngày còn lại họ đã làm vượt mức kế hoạch mỗi ngày 10sp nên đã hoàn thành kế hoạch sớm 2 ngày . Hỏi theo kế hoạch mỗi ngày nhóm sản xuất bao nhiêu sp ?

**Bài 10** Một đội xe cần chuyên chở 120 tấn hàng . Hôm làm việc có 2 xe phải điều đi nơi khác nên mỗi xe phải chở thêm 16 tấn . Hỏi đội có bao nhiêu xe ?

**Bài 11** Hai ô tô khởi hành cùng một lúc từ A đến B . Mỗi giờ ô tô thứ nhất đi nhanh hơn ô tô thứ hai 12km nên đến B trước ô tô thứ hai là 100' . Tính vận tốc mỗi ô tô ? biết  $S_{AB}$  là 240km

**Bài 12** Một ca nô xuôi dòng 42km rồi ngược dòng trở lại 20km mất tổng cộng 5h biết vận tốc của dòng chảy là 2km/h . Tính vận tốc ca nô lúc nước yên lặng?

**Bài 13** Một phòng họp có 360 ghế ngồi được xếp thành từng dãy và số ghế mỗi dãy bằng nhau . Nếu số dãy tăng thêm 1 và số ghế mỗi dãy cũng tăng thêm 1 thì trong phòng có 400 ghế . Hỏi trong phòng có bao nhiêu dãy ghế , mỗi dãy có bao nhiêu ghế?

**Bài 14** Một người đi ô tô từ A đến B cách nhau 100km với vận tốc xác định . Khi về người đó đi đường khác dài hơn đường cũ 20km nhưng với vận tốc lớn hơn vận tốc ban đầu là 20km/h nên thời gian về ít hơn thời gian đi là 30' . Tính vận tốc ô tô lúc đi ?

**Bài 15** Một ca nô chạy xuôi một khúc sông dài 72km rồi ngược dòng khúc sông đó 54km hết tất cả 6h tính vận tốc thật của ca nô biết vận tốc dòng nước là 3km/h

**Bài 16** Một đội sản xuất phải làm 1000sp trong một thời gian quy định . Nhờ cải tiến kĩ thuật nên mỗi ngày tăng 10sp so với kế hoạch vì vậy đã vượt mức kế hoạch 80sp mà còn hoàn thành sớm hơn dự định 2 ngày . Tính số sp đội phải làm mỗi ngày theo kế hoạch ?

**Bài 17** Hai vòi nước cùng chảy vào bể không có nước thì sau 2h55' thì đầy bể . Nếu chảy riêng thì vòi 1 chảy đầy bể nhanh hơn vòi 2 là 2h . Tính thời gian mỗi vòi chảy riêng đầy bể ?

**Bài 18** Một công nhân dự kiến hoàn thành một công việc trong thời gian dự định với năng suất 12sp/h sau khi làm xong một nửa công việc người đó tăng năng suất 15sp/h nhờ vậy công việc hoàn thành sớm hơn 1h so với dự định . Tính số sp mà người công nhân đó dự định làm ?

**Bài 19** Một tam giác vuông có cạnh huyền là 20cm , hai cạnh góc vuông hơn kém nhau 4cm . Tính mỗi cạnh góc vuông

**Bài 20** Một ô tô dự định đi từ A đến B dài 60km với vận tốc dự định . Trên nửa quãng đường đầu ô tô đi với vận tốc kém vận tốc dự định là 6km/h , trên nửa quãng đường sau ô tô đi với vận tốc nhanh hơn vận tốc dự định là 10km/h . Vì vậy ô tô đã đến B đúng thời gian quy định . Tính vận tốc dự định của ô tô?

**Bài 21** Hai máy cày cùng cày một thửa ruộng thì sau 2h xong . Nếu cày riêng thì máy 1 hoàn thành sớm hơn máy 2 là 3h . Hỏi thời gian cày riêng của mỗi máy để xong công việc ?

**Bài 22** Quãng đường AB dài 270km . Hai ô tô cùng khởi hành từ A đến B . Ô tô thứ nhất đi nhanh hơn ô tô thứ 2 là 12km/h nên đến B sớm hơn ô tô 2 là 40' . Tính vận tốc mỗi ô tô ?

**Bài 23** Tìm hai số biết số lớn hơn số bé là 3 đơn vị và tổng các bình phương của hai số là 369

**Bài 24** Một đoàn xe cần chở 30 tấn hàng từ điểm A đến điểm B . Khi khởi hành thì thêm 2 xe nữa nên mỗi xe chở ít hơn dự định là 0,5 tấn . Tính số xe ban đầu ?

**Bài 25** Một ca nô xuôi một khúc sông dài 50km rồi ngược 32km thì hết 4h30'. Tính vận tốc dòng nước biết vận tốc ca nô là 18km/h

**Bài 26** Một tàu thủy xuôi dòng một khúc sông dài 48km rồi ngược dòng 48km hết 5h. Tính vận tốc tàu thủy biết vận tốc dòng nước là 4km/h ?

**Bài 27** Hai cạnh của một hình chữ nhật hơn kém nhau 10m. Tính chu vi biết diện tích hình chữ nhật là  $1200m^2$  ?

**Bài 28** Trong một phòng họp có 70 người dự họp được sắp xếp ngồi đều trên các dãy ghế. Nếu bớt đi 2 dãy thì mỗi dãy ghế còn lại phải xếp thêm 4 người mới đủ chỗ. Hỏi lúc đầu phòng họp có bao nhiêu dãy ghế ?

**Bài 29** Một thửa ruộng hình tam giác có diện tích  $180m^2$ . Tính cạnh đáy biết nếu tăng cạnh đáy 4m và giảm chiều cao tương ứng 1m thì diện tích không đổi ?

**Bài 30** Lúc 6h30' anh An đi từ A đến B dài 75km rồi nghỉ tại B 20' rồi quay về A. Khi về anh đi với vận tốc lớn hơn vận tốc lúc đi 5km/h. Anh về An lúc 12h20'. Tính vận tốc lúc đi của anh An?

**Bài 31** Trên một công trường xây dựng một đội lao động phải đào  $420m^2$  đất. Tính số người của đội biết nếu 5 người vắng thì số ngày hoàn thành tăng 5 ngày ?

**Bài 32** Hai công nhân cùng làm xong công việc thì hết 4 ngày. Nếu người thứ nhất làm một nửa công việc rồi người thứ hai làm nốt thì hết tất cả 9 ngày. Tính thời gian hoàn thành riêng công việc của mỗi người ?

**Bài 33** Lúc 7h30' một ô tô đi từ A đến B nghỉ 30' rồi đi tiếp đến C lúc 10h15'. biết  $S_{AB} = 30km$  và  $S_{BC} = 50km$ , vận tốc trên đoạn AB lớn hơn vận tốc trên đoạn BC là 10km/h. Tính vận tốc của ô tô trên đoạn AB, BC ?

**Bài 34** Tìm hai số tự nhiên biết hiệu của chúng là 1275 và nếu lấy số lớn chia số nhỏ thì được thương là 3 và số dư là 125

**Bài 35** Hai địa điểm cách nhau 56km. Lúc 6h45' một người đi xe đạp từ A đến B với vận tốc 10km/h. Sau đó 2h một người đi xe đạp từ B đến A với vận tốc 14km/h. Hỏi đến mấy giờ hai người gặp nhau và điểm gặp nhau cách A bao nhiêu km?

**Bài 36** Một xe tải và một xe con cùng khởi hành từ A đến B. Xe tải đi với vận tốc 30km/h, xe con đi với vận tốc 45km/h. Sau khi đi được 0,75 quãng đường xe con tăng thêm 5km/h nữa nên đến B sớm hơn xe tải 2h20'. Tính  $S_{AB}$

**Bài 37** Một máy bơm muốn bơm đầy nước vào một bể chứa với công suất  $10m^3$ . Khi bơm được  $\frac{1}{3}$  bể người công nhân vận hành tăng công suất máy là  $15m^3/h$  nên bể chứa được bơm đầy trước 48'. Tính thể tích bể chứa ?

**Bài 38** Một tập đoàn đánh cá dự định trung bình mỗi tuần đánh bắt 20 tấn cá, nhưng khi thực hiện đã vượt mức 6 tấn một tuần nên hoàn thành kế hoạch sớm hơn so với dự định 1 tuần và vượt mức kế hoạch 10 tấn. Tính mức kế hoạch đã định?

**Bài 39** Một ca nô đi xuôi từ A đến B với vận tốc 30km/h rồi trở về A. Thời gian đi xuôi ít hơn thời gian đi ngược là 40'. Tính  $S_{AB}$  ? biết vận tốc dòng nước là 3km/h

**Bài 40** Một ô tô dự định đi từ A đến B với vận tốc 40 km/h . Lúc đầu đi với vận tốc đó , khi còn 60 km nữa thì được nửa quãng đường thì người lái xe tăng tốc thêm 10km/h nên đã đến B sớm hơn dự định 1h . Tính  $S_{AB}$  ?

**Bài 41** Một ca nô xuôi dòng 108km rồi ngược dòng 63 km hết 7h . Một lần khác ca nô đó xuôi dòng 81km rồi ngược dòng 84km cũng hết 7h . Tính vận tốc riêng của ca nô và vận tốc dòng nước ?

**Bài 42** Hai người thợ cùng làm một công việc hết 16h . Nếu người thứ nhất làm 3h và người thứ hai làm 6h thì được 25% công việc . Hỏi thời gian làm riêng để xong công việc của mỗi người ?

**Bài 43** Hai vòi nước cùng chảy vào một bể chứa không có nước thì sau 1h30' thì đầy bể . Nếu mở vòi thứ nhất 15' rồi khoá lại và mở vòi thứ hai 20' thì được  $\frac{1}{5}$  bể . Hỏi mỗi vòi chảy riêng thì sau bao lâu thì đầy bể ?

**Bài 44** Trong tháng đầu hai tổ sản xuất làm được 800sp . Sang tháng thứ hai tổ một tăng năng suất 15% , tổ hai tăng năng suất 20% nên đã làm được 945sp . Tính số sp của mỗi tổ trong tháng đầu?

**Bài 45** Hai ca nô cùng khởi hành từ A đến B . Ca nô một chạy với vận tốc 20km/h , ca nô hai chạy với vận tốc 24km/h . Trên đường đi ca nô hai dừng 40' sau đó tiếp tục chạy . Tính chiều dài AB biết hai ca nô đến B cùng một lúc ?

**Bài 46** Hai ô tô cùng khởi hành từ hai điểm A và B cách nhau 150 km đi ngược chiều nhau và gặp nhau sau 2h . Tìm vận tốc mỗi ô tô biết nếu vận tốc của ô tô A tăng 5km/h và vận tốc ô tô B giảm 5km/h thì vận tốc ô tô A gấp đôi vận tốc ô tô B

**Bài 47** Một ô tô chạy trên quãng đường AB . Lúc đi ô tô chạy với vận tốc 35km/h , lúc về ô tô chạy với vận tốc 42km/h nên thời gian về ít hơn thời gian đi là nửa giờ . tính AB ?

**Bài 49** An đi từ A đến B . Đoạn đường AB gồm đoạn đường đá và đoạn đường nhựa, đoạn đường đá bằng  $\frac{2}{3}$  đoạn đường nhựa . Đoạn đường nhựa An đi với vận tốc 12km/h , đoạn đường đá An đi với vận tốc 8 km/h . Biết An đi cả quãng đường AB hết 6 giờ . Tính quãng đường AB ?

**Bài 52** Sau khi nhận mức khoán , một công nhân dự định làm trong 5 giờ . Lúc đầu mỗi giờ người đó làm được 12 sản phẩm . Khi đã làm được một nửa số lượng được giao , nhờ hợp lý hoá nên mỗi giờ làm thêm 3 sản phẩm nữa . Nhờ đó nên đã hoàn thành sớm hơn dự định  $\frac{1}{2}$  giờ . tính số sản phẩm được giao ?

**Bài 53** Một mảnh vườn hình chữ nhật có chu vi 34m . Nếu tăng chiều dài 3m , chiều rộng 2m thì diện tích tăng 45m<sup>2</sup> . Tính chiều dài, chiều rộng của mảnh vườn ?

**Bài 54** Một ca nô chạy xuôi một khúc sông dài 63km sau đó chạy ngược dòng 30km hết tất cả 5h . Một lần khác ca nô chạy xuôi dòng 42km rồi ngược dòng 45 km cũng mất 5h . Tìm vận tốc thực của ca nô ?

**Bài 55** Quãng đường AB dài 60km . Một người đi từ A đến B với một vận tốc xác định . Khi đi từ B về A người ấy đi với vận tốc lớn hơn vận tốc lúc đi là 5km/h . Vì vậy thời gian về ít hơn thời gian đi là 1h . Tính vận tốc lúc đi

**Bài 56** Một mảnh đất có chiều dài lớn hơn chiều rộng 5m . Nếu giảm chiều rộng 4m và giảm chiều dài 5m thì diện tích mảnh đất giảm 180m<sup>2</sup> tính kích thước mảnh vườn ?



**Bài 57** Hai lớp 9A và 9B có tổng số 80 bạn quyền góp được tổng số 198 cuốn vở . Một bạn lớp 9A góp 2 cuốn , một bạn lớp 9B góp 3 cuốn . Tìm số học sinh mỗi lớp ?

**Bài 58** Hai người cùng làm một công việc hết 3h . Nếu họ cùng làm 2h rồi người thứ hai làm tiếp 4h thì xong công việc . Tính thời gian mỗi người làm riêng xong công việc ?

**Bài 59** Trên quãng đường AB dài 200km có xe con đi từ A , xe tải đi từ B . Nếu cùng khởi hành thì hai xe gặp nhau tại điểm cách A 120km . Nếu xe con đi trước xe tải 1h thì chúng gặp nhau tại điểm cách A là 96km . Tính vận tốc mỗi xe ?

**Bài 60** Một mảnh đất hình chữ nhật có chu vi bằng 40m . Nếu tăng chiều rộng 2m và giảm chiều dài 2m thì diện tích tăng  $4m^2$  tính kích thước mảnh đất ban đầu ?

**Bài 61** Hai người làm chung một công việc hết 7h12' . Nếu người thứ nhất làm riêng trong 5h và người thứ hai làm trong 6h thì được  $\frac{3}{4}$  công việc . Tính thời gian làm riêng xong công việc của mỗi người ?

**Bài 62** Hai trường A và B có 420 hs thi đỗ đạt tỉ lệ 84% . Riêng trường A đỗ với tỉ lệ 80% , trường B đỗ với tỉ lệ 90% . Tính số hs mỗi trường ?

**Bài 63** Một người dự định đi từ A đến B trong một thời gian quy định với vận tốc 10km/h . Sau khi đi được nửa quãng đường người đó nghỉ 30' nên để đến B đúng dự định người đó tăng vận tốc lên 15km/h . Tính  $S_{AB}$

**Bài 64** Một ô tô chạy trên một quãng đường dài 120km trong một thời gian nhất định . Khi được nửa quãng đường người đó dừng 3' nên để đến B đúng giờ người đó tăng vận tốc thêm 2km/h trên quãng đường còn lại . Tính vận tốc dự định của ô tô?

**Bài 65** Một đội xe cần chở 36 tấn hàng . Khi làm việc có thêm 3 xe nữa nên mỗi xe chở ít hơn 1 tấn so với dự định . Tính số xe ban đầu ?

**Bài 66** Hai vòi nước nếu cùng chảy vào một bể thì sau 1h48' thì đầy . Nếu mở riêng thì vòi thứ nhất chảy đầy bể nhanh hơn vòi thứ hai 1h30' . Tính thời gian mỗi vòi chảy riêng đầy bể ?

**Bài 69** Một xí nghiệp dệt thảm được giao dệt một số thảm trong 20 ngày . Khi thực hiện xí nghiệp đã tăng năng suất 20% nên sau 18 ngày đã dệt xong và vượt mức 24 tấm . Tính số thảm thực tế ?

**Bài 70** Theo kế hoạch hai tổ phải làm 110sp . Khi thực hiện tổ 1 tăng năng suất 14% , tổ 2 tăng 10% nên đã làm được 123sp . Tính số sp theo kế hoạch của mỗi tổ ?

**Bài 71**  $S_{AB}$  dài 120 km . Hai xe máy cùng xuất phát từ A đến B . Xe thứ hai có vận tốc lớn hơn xe thứ nhất là 10km/h nên đến B sớm hơn 30' . Tính vận tốc mỗi xe ?

**Bài 72** Một mảnh đất hình chữ nhật có diện tích  $240m^2$  . Nếu tăng chiều rộng 3m ,giảm chiều dài 4m thì diện tích không đổi . Tính kích thước của mảnh vườn ?

**Bài 73** Hai máy cày cùng cày xong một đám ruộng thì hết 4 ngày . Nếu cày riêng thì máy 1 cày xong trước máy 2 là 6 ngày . Tính thời gian cày riêng để xong đám ruộng của mỗi máy ?

**Bài 74** Một tổ may dự định may 600 áo trong một thời gian nhất định nhưng do cải tiến kỹ thuật nên tăng năng suất mỗi ngày 4 áo nên xong trước thời hạn 5 ngày . Hỏi mỗi ngày tổ may được bao nhiêu áo theo dự định



**Bài 75** Một phòng họp có 120 chỗ ngồi nhưng do có 165 người đến họp nên người ta phải kê thêm ba dãy ghế và mỗi dãy thêm một ghế . Hỏi ban đầu có bao nhiêu dãy ghế , biết rằng số dãy ghế không quá 20 dãy?

**Bài 76** Hai công nhân cùng làm một công việc thì hết 12 ngày . Nếu người 1 làm  $\frac{1}{2}$  công việc rồi người kia làm nốt thì hết 25 ngày . Tính thời gian làm riêng để xong công việc của mỗi người ?

**Bài 77** Một xe đi từ A đến B cách nhau 120 km . Đi được nửa đường xe nghỉ 3' nên để đến B đúng giờ xe phải tăng vận tốc thêm 2km/h trên nửa quãng đường còn lại . Tính thời gian xe chạy từ A đến B

**Bài 78** Một phòng họp có 360 chỗ ngồi được chia thành các dãy có số chỗ ngồi bằng nhau . Nếu thêm mỗi dãy 4 ghế và bớt 3 dãy thì số chỗ ngồi không đổi . Hỏi số dãy lúc đầu ?

**Bài 79** Hai vòi nước cùng chảy vào một bể cạn sau 6h thì đầy . Nếu vòi 1 chảy 2h , vòi 2 chảy 3h thì được  $\frac{2}{5}$  bể . Tính thời gian vòi mỗi vòi chảy riêng đầy bể của mỗi vòi ?

**Bài 80** Một mảnh vườn có chu vi là 34m . Nếu tăng chiều dài 3m và giảm chiều rộng 2m thì diện tích tăng  $45m^2$  . Hãy tính chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn ?

**Bài 81** Để vận chuyển 18 tấn hàng người ta điều động một số xe tải có trọng tải bằng nhau . Nhưng thực tế người ta lại điều động xe có trọng tải lớn hơn xe cũ là 1tấn/xe nên số xe ít hơn dự định là 3 xe . Tính trọng tải mỗi xe ban đầu ?

**Bài 82** Hai bến sông cách nhau 120km , một ca nô xuôi dòng từ A đến B nghỉ 20' rồi ngược dòng về A hết tất cả là 2h28' . Tìm vận tốc ca nô khi nước yên lặng biết vận tốc dòng nước là 3km/h

**Bài 83** Một người đi xe máy từ A đến B cách nhau 24 km . Khi từ B trở về A người đó tăng vận tốc thêm 4km/h so với lúc đi nên thời gian về ít hơn thời gian đi 30' . Tính vận tốc lúc đi của người đó?

**Bài 84** Một tàu thủy chạy trên khúc sông dài 120km , cả đi lẫn về hết 6h45' . Tính vận tốc tàu biết vận tốc dòng nước là 4km/h

**Bài 85** Hai tỉnh A và B cách nhau 180 km . Cùng một lúc , một ô tô đi từ A đến B và một xe máy đi từ B về A . Hai xe gặp nhau tại thị trấn C . Từ C đến B ô tô đi hết 2 giờ , còn từ C về A xe máy đi hết 4 giờ 30 phút . Tính vận tốc của mỗi xe biết rằng trên đường AB hai xe đều chạy với vận tốc không đổi

**Bài 86:** Một ca nô xuôi dòng từ bến A đến bến B rồi lại ngược dòng từ bến B về bến A mất tất cả 4 giờ . Tính vận tốc của ca nô khi nước yên lặng , biết rằng quãng sông AB dài 30 km và vận tốc dòng nước là 4 km/h.

**Bài 87:** Một ca nô xuôi từ bến A đến bến B với vận tốc 30 km/h , sau đó lại ngược từ B trở về A . Thời gian xuôi ít hơn thời gian đi ngược 1 giờ 20 phút . Tính khoảng cách giữa hai bến A và B biết rằng vận tốc dòng nước là 5 km/h

**Bài 88** Một ô tô đi từ A đến B với vận tốc dự định . Nếu vận tốc tăng thêm 20km thì đến sớm hơn 1h , nếu giảm vận tốc 10km thì đến muộn hơn 1h so với dự định . Tính vận tốc dự định của ô tô

**Bài 89:** Một người đi xe đạp từ A đến B cách nhau 33 Km với một vận tốc xác định . Khi từ B về A người đó đi bằng con đường khác dài hơn trước 29 Km nhưng với vận tốc lớn hơn vận tốc lúc đi 3 Km/h . Tính vận tốc lúc đi , biết rằng thời gian về nhiều hơn thời gian đi là 1 giờ 30 phút.

**Bài 90 :** Hai ca nô cùng khởi hành từ hai bến A, B cách nhau 85 Km đi ngược chiều nhau . Sau 1h40' thì gặp nhau . Tính vận tốc riêng của mỗi ca nô , biết rằng vận tốc ca nô đi xuôi lớn hơn vận tốc ca nô đi ngược 9Km/h và vận tốc dòng nước là 3 Km/h.

**Bài 91 :** Một người đi xe đạp từ A đến B với vận tốc 15 Km/h . Sau đó một thời gian, một người đi xe máy cũng xuất phát từ A với vận tốc 30 Km/h và nếu không có gì thay đổi thì sẽ đuổi kịp người đi xe máy tại B . Nhưng sau khi đi được nửa quãng đường AB , người đi xe đạp giảm bớt vận tốc 3 Km/h nên hai người gặp nhau tại C cách B 10 Km . Tính quãng đường AB

**Bài 92 :** Một người đi xe đạp từ A đến B cách nhau 50 Km . Sau đó 1 giờ 30 phút , một người đi xe máy cũng đi từ A và đến B sớm hơn 1 giờ . Tính vận tốc của mỗi xe , biết rằng vận tốc của xe máy gấp 2,5 lần vận tốc xe đạp.

**Bài 93:** Một xí nghiệp đóng giấy dự định hoàn thành kế hoạch trong 26 ngày . Nhưng do cải tiến kỹ thuật nên mỗi ngày đã vượt mức 6000 đôi giấy do đó chẳng những đã hoàn thành kế hoạch đã định trong 24 ngày mà còn vượt mức 104 000 đôi giấy . Tính số đôi giấy phải làm theo kế hoạch.

**Bài 94:** Hai tổ công nhân làm chung trong 12 giờ sẽ hoàn thành xong công việc đã định . Họ làm chung với nhau trong 4 giờ thì tổ thứ nhất được điều đi làm việc khác , tổ thứ hai làm nốt công việc còn lại trong 10 giờ . Hỏi tổ thứ hai làm một mình thì sau bao lâu sẽ hoàn thành công việc.

**Bài 95:** Một đoàn xe dự định chở 40 tấn hàng. Nhưng thực tế phải chở 14 tấn nữa nên phải điều thêm hai xe và mỗi xe phải chở thêm 0,5 tấn. Tính số xe ban đầu.

**Bài 96:** Hai người đi xe đạp từ A đến B cách nhau 60km với cùng một vận tốc. Đi được  $\frac{2}{3}$  quãng đường người thứ nhất bị hỏng xe nên dừng lại 20 phút đón ôtô quay về A. Người thứ hai vẫn tiếp tục đi với vận tốc cũ và tới B chậm hơn người thứ nhất lúc về tới A là 40 phút. Hỏi vận tốc người đi xe đạp biết ôtô đi nhanh hơn xe đạp là 30km/h.

**Bài 97** Diện tích hình thang bằng  $140\text{ cm}^2$ , chiều cao bằng 8cm. Xác định chiều dài các cạnh đáy của nó, nếu các cạnh đáy hơn kém nhau 15cm

**Bài 98:** Một rạp hát có 300 chỗ ngồi. Nếu mỗi dãy ghế thêm 2 chỗ ngồi và bớt đi 3 dãy ghế thì rạp hát sẽ giảm đi 11 chỗ ngồi. Hãy tính xem trước khi có dự kiến sắp xếp trong rạp hát có mấy dãy ghế.

**Bài 99:** Một máy bơm theo kế hoạch bơm đầy nước vào một bể chứa  $50\text{ m}^3$  trong một thời gian nhất định. Do người công nhân đã cho máy bơm hoạt động với công suất tăng thêm  $5\text{ m}^3/\text{h}$ , cho nên đã bơm đầy bể sớm hơn dự kiến là 1h 40'. Hãy tính công suất của máy bơm theo kế hoạch ban đầu.

**Bài 100:** Có hai máy bơm bơm nước vào bể. Nếu hai máy cùng bơm thì sau 22h55 phút đầy bể. Nếu để mỗi máy bơm riêng thì thời gian máy một bơm đầy bể ít hơn thời gian máy hai bơm đầy bể là 2 giờ. Hỏi mỗi máy bơm riêng thì trong bao lâu đầy bể?

**Bài 101:** Một xe tải đi từ tỉnh A đến tỉnh B với vận tốc 40 km/h. Sau đó 1 giờ 30 phút, một chiếc xe con cũng khởi hành từ A để đến B với vận tốc 60 km/h. Hai xe gặp nhau khi chúng đã đi được nửa quãng đường. Tính quãng đường AB

**Bài 102:** Một đội công nhân gồm 20 người dự định sẽ hoàn thành công việc được giao trong thời gian nhất định. Do trước khi tiến hành công việc 4 người trong đội được phân công đi làm việc khác, vì vậy để hoàn thành công việc mỗi người phải làm thêm 3 ngày. Hỏi thời gian dự kiến ban đầu để hoàn thành công việc là bao nhiêu biết rằng công suất làm việc của mỗi người là như nhau

**Bài 103:** Một ca nô đi xuôi từ bến A đến bến B, cùng lúc đó một người đi bộ cũng đi từ bến A dọc theo bờ sông về hướng bến B. Sau khi chạy được 24 km, ca nô quay trở lại gặp người đi bộ tại một địa điểm D cách bến A một khoảng 8 km. Tính vận tốc của ca nô khi nước yên lặng, biết vận tốc của người đi bộ và vận tốc của dòng nước đều bằng nhau và bằng 4 km/h

**Bài 104:** Một nhóm thợ dệt kế hoạch sản xuất 1200 sản phẩm. Trong 12 ngày đầu họ làm theo đúng kế hoạch đề ra, những ngày còn lại họ đã làm vượt mức mỗi ngày 20 sản phẩm, nên hoàn thành kế hoạch sớm 2 ngày. Hỏi theo kế hoạch mỗi ngày cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm.

**Bài 105:** Một nhóm thợ dệt kế hoạch làm 120 sản phẩm trong một thời gian dự định. Khi làm được một nửa số sản phẩm nhóm thợ nghỉ giải lao 10 phút. Do đó, để hoàn thành số sản phẩm còn lại theo đúng thời gian dự định nhóm thợ tăng năng suất mỗi giờ thêm 6 sản phẩm. Tính năng suất dự kiến.

**Bài 106:** Một công nhân dự định làm 120 sản phẩm trong một thời gian dự định. Sau khi làm được 2 giờ với năng suất dự kiến, người đó đã cải tiến các thao tác hợp lý hơn nên đã tăng năng suất được 3 sản phẩm mỗi giờ và vì vậy người đó hoàn thành kế hoạch sớm hơn dự định 1 giờ 36 phút. Hãy tính năng suất dự kiến.

**Bài 107:** Một tổ có kế hoạch sản xuất 350 sản phẩm theo năng suất dự kiến. Nếu tăng năng suất 10 sản phẩm một ngày thì tổ đó hoàn thành sản phẩm sớm 2 ngày so với giảm năng suất 10 sản phẩm mỗi ngày. Tính năng suất dự kiến

**Bài 108:** Một đoàn xe vận tải dự định điều một số xe cùng loại để vận chuyển 40 tấn hàng. Lúc sắp khởi hành đoàn xe được giao thêm 14 tấn hàng nữa do đó phải điều thêm 2 xe cùng loại trên và mỗi xe chở thêm 0,5 tấn hàng. Tính số xe ban đầu biết số xe của đội không quá 12 xe.

**Bài 109:** Một người đi xe máy từ A đến B cách nhau 60 km rồi quay trở lại A ngay với vận tốc cũ. Nhưng lúc về, sau khi đi được 1 giờ thì xe hỏng nên phải dừng lại sửa 20 phút. Sau đó người ấy đi với vận tốc nhanh hơn trước 4 km/h trên quãng đường còn lại. Vì thế thời gian đi và về bằng nhau. Tính vận tốc ban đầu của xe.

**Bài 110 :** Một người đi xe máy từ A đến B đường dài 120 km. Khi từ B trở về A, trong 1 giờ 40 phút đầu người ấy đi với vận tốc như lúc đi, sau khi nghỉ 30 phút lại tiếp tục đi với vận tốc lớn hơn vận tốc lúc trước 5km/h, khi về đến A thấy rằng vẫn quá 10 phút so với thời gian đi từ A đến B. Tính vận tốc lúc đi.

**Bài 111.** Hai người cùng khởi hành đi ngược chiều nhau, người thứ nhất đi từ A đến B. Người thứ hai đi từ B đến A. Họ gặp nhau sau 3h. Hỏi mỗi người đi quãng đường AB trong bao lâu. Nếu người thứ nhất đến B muộn hơn người thứ hai đến A là 2,5h.

**Bài 112.** Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích là  $1200\text{m}^2$ . Nay người ta tu bổ bằng cách tăng chiều rộng của vườn thêm  $5\text{m}$ , đồng thời rút bớt chiều dài  $4\text{m}$  thì mảnh vườn đó có diện tích  $1260\text{m}^2$ . Tính kích thước mảnh vườn sau khi tu bổ.

**Bài 113.** Một ca nô xuôi dòng từ A đến B dài  $80\text{km}$ , sau đó lại ngược dòng đến C cách B  $72\text{km}$ , thời gian ca nô xuôi dòng ít hơn thời gian ngược dòng là  $15$  phút. Tính vận tốc riêng của ca nô, biết vận tốc của dòng nước là  $4\text{km/h}$ .

**Câu 121** Trong một buổi lao động trồng cây, một tổ gồm  $13$  học sinh (cả nam và nữ) đã trồng được tất cả  $80$  cây. Biết rằng số cây các bạn nam trồng được và số cây các bạn nữ trồng được là bằng nhau ; mỗi bạn nam trồng được nhiều hơn mỗi bạn nữ  $3$  cây. Tính số học sinh nam và số học sinh nữ của tổ.

**Bài 114** Khoảng cách giữa hai thành phố A và B là  $180\text{ km}$ . Một ô tô đi từ A đến B, nghỉ  $90$  phút ở B rồi trở lại từ B về A. Thời gian từ lúc đi đến lúc trở về là  $10$  giờ. Biết vận tốc lúc về kém vận tốc lúc đi là  $5\text{ km/h}$ . Tính vận tốc lúc đi của ô tô.

**Bài 115** Một hình chữ nhật có diện tích  $300\text{m}^2$ . Nếu giảm chiều rộng  $3\text{m}$ , tăng chiều dài thêm  $5\text{m}$  thì ta được hình chữ nhật mới có diện tích bằng diện tích hình chữ nhật ban đầu. Tính chu vi của hình chữ nhật ban đầu.

**Câu 116** Một ca nô xuôi dòng từ bến sông A đến bến sông B cách nhau  $24\text{ km}$ , cùng lúc đó cũng từ A một bè nữa trôi với vận tốc dòng nước  $4\text{ km/h}$ . Khi đến B ca nô quay lại ngay và gặp bè nữa trôi tại một địa điểm C cách A là  $8\text{ km}$ . Tính vận tốc thực của ca nô.

**Bài 117** Một hình chữ nhật có đường chéo bằng  $13\text{m}$  và chiều dài lớn hơn chiều rộng  $7\text{m}$ . Tính diện tích của hình chữ nhật đó.

**Bài 118** Khoảng cách giữa hai tỉnh A và B là  $108\text{ km}$ . Hai ô tô cùng khởi hành một lúc đi từ A đến B, mỗi giờ xe thứ nhất chạy nhanh hơn xe thứ hai  $6\text{ km}$  nên đến B trước xe thứ hai  $12$  phút. Tính vận tốc mỗi xe.

**Bài 119** Theo kế hoạch, một tổ công nhân phải sản xuất  $360$  sản phẩm. Đến khi làm việc, do phải điều  $3$  công nhân đi làm việc khác nên mỗi công nhân còn lại phải làm nhiều hơn dự định  $4$  sản phẩm. Hỏi lúc đầu tổ có bao nhiêu công nhân? Biết rằng năng suất lao động của mỗi công nhân là như nhau.

**Bài 121** Một ô tô dự định đi từ A đến B trong một thời gian nhất định . Nếu xe chạy với vận tốc  $35\text{ km/h}$  thì đến chậm mất  $2$  giờ . Nếu xe chạy với vận tốc  $50\text{ km/h}$  thì đến sớm hơn  $1$  giờ . Tính quãng đường AB và thời gian dự định đi lúc đầu

**Bài 122** Hai ô tô khởi hành cùng một lúc đi từ A đến B cách nhau  $300\text{ km}$  . Ô tô thứ nhất mỗi giờ chạy nhanh hơn ô tô thứ hai  $10\text{ km}$  nên đến B sớm hơn ô tô thứ hai  $1$  giờ . Tính vận tốc mỗi xe ô tô .

**Bài 123:** Hai người cùng làm chung một công việc sẽ hoàn thành trong  $4\text{h}$ . Nếu mỗi người làm riêng để hoàn thành công việc thì thời gian người thứ nhất làm ít hơn người thứ 2 là  $6\text{h}$ . Hỏi nếu làm riêng thì mỗi người phải làm trong bao lâu sẽ hoàn thành công việc?

**Bài 124:** Quãng đường AB dài  $180\text{ km}$ . Cùng một lúc hai ô tô khởi hành từ A để đến B. Do vận tốc của ô tô thứ nhất hơn vận tốc của ô tô thứ hai là  $15\text{ km/h}$  nên ô tô thứ nhất đến sớm hơn ô tô thứ hai  $2\text{h}$ . Tính vận tốc của mỗi ô tô?

**Bài 125** Một tam giác vuông có cạnh huyền bằng 15 cm và tổng hai cạnh góc vuông bằng 21 cm. Tính mỗi cạnh góc vuông.

**Bài 126:** Hai đội công nhân cùng làm chung một công trình hết 144 ngày thì làm xong. Hỏi mỗi đội làm riêng thì trong bao lâu sẽ hoàn thành công trình đó; Biết rằng mỗi ngày năng suất làm việc của đội I bằng  $\frac{2}{3}$  năng suất làm việc của đội II.

**Bài 127:** Một khu vườn hình chữ nhật có diện tích là  $60m^2$  và chiều dài lớn hơn chiều rộng 7m. Tính kích thước của vườn.

**Bài 128:** Một hội trường có 300 ghế được xếp thành nhiều dãy như nhau. Người ta muốn sắp xếp lại bằng cách bớt đi 3 dãy thì phải xếp thêm 5 ghế vào mỗi dãy còn lại. Hỏi lúc đầu hội trường có bao nhiêu dãy ghế và mỗi dãy có bao nhiêu ghế

## PHẦN HÌNH HỌC

**Bài 1** Cho hai đường tròn  $(O;R)$  và  $(O';R')$  cắt nhau tại A,B (O và O' thuộc hai nửa mặt phẳng bờ AB) .Các đường thẳng AO và AO' cắt (O) tại hai điểm C,D và cắt đường tròn (O') tại E,F .Chứng minh :

- a) Ba điểm C,B,F thẳng hàng
- b) Tứ giác CDEF nội tiếp
- c) AB,CD,EF đồng quy
- d) A là tâm đường tròn nội tiếp tam giác BDE

e) MN là tiếp tuyến chung của (O) và (O') . Chứng minh MN đi qua trung điểm của AB

**Bài 2** Cho đường tròn tâm (O) và một điểm A nằm ngoài đường tròn . Các tiếp tuyến với đường tròn kẻ từ A tiếp xúc với đường tròn tại B,C . Gọi M là điểm tùy ý trên đường tròn khác B và C .Từ M kẻ  $MH \perp BC, MK \perp CA, MI \perp AB$  . CM: a) Tứ giác ABOC ,MIBH,MKCH nội tiếp b)

$$\widehat{BAO} = \widehat{BCO}, \widehat{MIH} = \widehat{MHK}$$

- c)  $\Delta MIH \sim \Delta MHK$
- d)  $MI.MK = MH^2$

**Bài 3** Cho  $\Delta ABC$  nhọn nội tiếp (O) . Gọi BB',CC' là các đường cao của  $\Delta ABC$  cắt nhau tại H.Gọi E là điểm đối xứng của H qua BC ,F là điểm đối xứng của H qua trung điểm I của BC , Gọi G là giao điểm của AI và OH . CM: a) Tứ giác BHCF là hình bình hành b) E,F nằm trên (O)

- c) Tứ giác BCFE là hình thang cân
- d) G là trọng tâm  $\Delta ABC$
- e)  $AO \perp B'C'$

**Bài 4** Cho đường tròn (O) đường kính AB . Một cát tuyến MN quay quanh trung điểm H của OB .Chứng minh:

- a) Khi cát tuyến MN di động, trung điểm I của MN luôn nằm trên một đường cố định  
 b) Từ A kẻ tia  $Ax \perp MN$ . Tia BI cắt Ax tại C. Chứng minh tứ giác BMCN là hình bình hành  
 c) Chứng minh C là trực tâm  $\Delta AMN$  d) Khi MN quay xung quanh H thì C di động trên đường nào

e) Cho  $AB=2R$ ,  $AM \cdot AN=3R^2$ ;  $AN=R\sqrt{3}$ . Tính diện tích phần hình tròn nằm ngoài tam giác AMN

**Bài 5** Cho  $1/2(O)$  đường kính  $AB=2R$ , kẻ tiếp tuyến Bx với (O). Gọi C, D là các điểm di động trên (O). Các tia AC, AD cắt Bx tại E, F (F nằm giữa B và E). Chứng minh

- a)  $\Delta ABF \sim \Delta BDF$  b) Tứ giác CEFD nội tiếp  
 c) Khi C, D di động thì tích  $AC \cdot AE = AD \cdot AF$  và không đổi

**Bài 6** Cho  $\Delta ABC$  nội tiếp (O). Tia phân giác  $\widehat{BAC}$  cắt BC tại I và cắt (O) tại M

- a) Chứng minh  $OM \perp BC$  b)  $MC^2 = MI \cdot MA$   
 c) Kẻ đường kính MN. Các tia phân giác của  $\widehat{B}$  và  $\widehat{C}$  cắt AN tại P và Q. Chứng minh 4 điểm P, C, B, Q thuộc một đường tròn

**Bài 7** Cho tam giác ABC cân tại A có  $BC=6cm$  đường cao  $AH=4cm$  nội tiếp đường tròn (O; R) đường kính AA'. Kẻ đường kính CC', kẻ  $AK \perp CC'$

- a) Tính R? b) Tứ giác CAC'A', AKHC là hình gì? Tại sao?  
 c) Tính diện tích phần hình tròn (O) nằm ngoài  $\Delta ABC$ ?

**Bài 8** Từ một điểm A nằm ngoài (O) kẻ tiếp tuyến AM, AN với (O), ( $M, N \in (O)$ )

- a) Từ O kẻ đường thẳng  $\perp OM$  cắt AN tại S. Chứng minh:  $SO = SA$   
 b) Trên cung nhỏ MN lấy điểm P khác M và N. Tiếp tuyến tại P cắt AM tại B, AN tại C. Giả sử A cố định, P là điểm chuyển động trên cung nhỏ MN. Chứng minh chu vi  $\Delta ABC$  không đổi? Tính giá trị không đổi ấy?  
 c) Vẽ cát tuyến AEF không đi qua điểm O, H là trung điểm EF. Chứng minh các điểm A, M, H, O, N cùng thuộc một đường tròn  
 d) Chứng minh  $AE \cdot AF = AM^2$  e) Gọi K là giao điểm của MH với (O). Chứng minh  $NK \parallel AF$

**Bài 9** Cho (O), hai đường kính AB, CD vuông góc với nhau. M là một điểm trên cung nhỏ AC. Tiếp tuyến của (O) tại M cắt tia DC tại S. Gọi I là giao điểm của CD và BM. Chứng minh:

- a) Tứ giác AMIO nội tiếp b)  $\widehat{MIC} = \widehat{MDB}$ ;  $\widehat{MSD} = 2\widehat{MBA}$   
 c) MD phân giác  $\widehat{AMB}$  d)  $IM \cdot IB = IC \cdot ID$ ;  $SM^2 = SC \cdot SD$   
 e) Tia phân giác  $\widehat{COM}$  cắt BM tại N. Chứng minh:  $\frac{NI}{NM} = \tan \widehat{MBO}$  và  $CN \perp BM$

- g) Gọi K là trung điểm MB. Khi M di chuyển trên cung nhỏ AC thì K di chuyển trên đường nào?  
 h) Xác định vị trí của M trên cung nhỏ AC sao cho  $AM = 5/3 MB$

**Bài 10** Cho  $1/2(O)$  đường kính AB. Vẽ tiếp tuyến Ax, By. Từ C là một điểm bất kỳ trên nửa đường tròn (O) vẽ tiếp tuyến với đường tròn cắt Ax, By tại E, F

- a) Chứng minh  $FE = AE + BF$

b) Gọi M là giao điểm OE với AC, N là giao điểm OF với BC. Tứ giác MCNO là hình gì? Tại sao?

c) Gọi D là giao điểm AF và BE. Chứng minh  $CD \parallel AE$  d) Chứng minh  $EF \cdot CD = EC \cdot FB$

e) Khi C di chuyển trên (O) thì M, N di chuyển trên đường nào?

g) Xác định vị trí của C để diện tích  $\triangle EOF$  bé nhất

**Bài 11** Cho hai đường tròn (O;R) và (O';r) tiếp xúc ngoài tại C. Gọi AC, BC là hai đường kính của (O) và (O'). DE là dây cung vuông góc tại trung điểm M của AB. Gọi giao điểm thứ hai của đường thẳng DC với đường tròn (O') tại F. BD cắt (O') tại G. Chứng minh:

a) Tứ giác AEBF là hình thoi b) Ba điểm B, E, F thẳng hàng c) 4 điểm M, D, B, F thuộc một đường tròn d) DF, EG, AB đồng quy e)  $MF = \frac{1}{2}DE$  g) MF là tiếp tuyến của (O')

**Bài 12** Cho  $\frac{1}{2}(O)$  đường kính AB, M là một điểm trên nửa đường tròn. Hạ  $MH \perp AB$ , vẽ hai nửa đường tròn (I) đường kính AH, (K) đường kính BH nằm phía trong nửa (O), cắt MA, MB tại P, Q. Chứng minh:

a)  $MH = PQ$  b) PQ là tiếp tuyến chung của (I), (K) c)  $PQ^2 = AH \cdot BH$ ;  $MP \cdot MA = MQ \cdot MB$  d) Tứ giác APQB nội tiếp e) Xác định vị trí của M để chu vi, diện tích tứ giác IPQK lớn nhất

**Bài 13** Cho tam giác vuông ABC, vuông tại A, đường cao AH nội tiếp (O), d là tiếp tuyến của (O) tại A. Các tiếp tuyến của (O) tại B, C cắt d tại D và E a) Tính  $\widehat{DOE}$  b) Chứng minh:  $DE = BD + CE$

c) Chứng minh:  $BD \cdot CE = R^2$  d) Chứng minh BC là tiếp tuyến của đường tròn đường kính DE

**Bài 14** Cho tam giác ABC cân tại A, các đường cao AD, BE cắt nhau tại H. Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác AHE. Chứng minh:

a)  $ED = \frac{1}{2}BC$  b) DE là tiếp tuyến của (O) c) Tính DE biết  $DH = 2\text{cm}$ ,  $HA = 6\text{cm}$

**Bài 15** Cho  $\frac{1}{2}(O)$  đường kính AB. Vẽ tiếp tuyến Ax, By. Từ M là một điểm bất kỳ trên nửa đường tròn (O) vẽ tiếp tuyến với đường tròn cắt Ax, By tại C, D. Các đường thẳng AD, BC cắt nhau tại N. Chứng minh:

a)  $CD = AB + BD$  b)  $MN \parallel AC$  c)  $CD \cdot MN = CM \cdot DB$

d) Điểm M nằm ở vị trí nào trên  $\frac{1}{2}(O)$  thì  $AC + BD$  nhỏ nhất?

**Bài 16** Cho  $\triangle ABC$  cân tại A, I là tâm đường tròn nội tiếp, K là tâm đường tròn bàng tiếp của góc A, O là trung điểm của IK. Chứng minh:

a) Bốn điểm B, I, C, K thuộc đường tròn tâm O b) AC là tiếp tuyến của (O) c) Biết  $AB = AC = 20\text{cm}$ ,  $BC = 24\text{cm}$  tính bán kính (O) d) Tính phần giới hạn bởi (O) và tứ giác ABOC



**Bài 17** Cho  $\Delta ABC$  vuông tại  $A$ . Vẽ  $(A;AH)$ . Gọi  $HD$  là đường kính của  $(A)$  đó. Tiếp tuyến của đường tròn tại  $D$  cắt  $CA$  tại  $E$ . Gọi  $I$  là hình chiếu của  $A$  trên  $BE$ . Chứng minh: a)  $\Delta BEC$  cân

b)  $AI = AH$

c)  $BE$  là tiếp tuyến của  $(A;AH)$

d)  $BE = BH + DE$

**Bài 18** Cho hình vuông  $ABCD$ , điểm  $E$  trên cạnh  $BC$ . Qua  $B$  kẻ đường thẳng vuông góc với  $DE$ , đường thẳng này cắt các đường thẳng  $DE$  và  $DC$  tại  $K, H$ . Chứng minh: a) Tứ giác  $BHCD$  nội tiếp

b) Tính  $\widehat{CHK}$

c)  $KC \cdot KD = KH \cdot KB$

d) Khi  $E$  di chuyển trên  $BC$  thì  $H$  di chuyển trên đường nào?

**Bài 19** Cho  $(O;R)$  có hai đường kính  $AB$  và  $CD$  vuông góc với nhau. Trên đoạn  $AB$  lấy điểm  $M$  (khác  $O$ ). Đường thẳng  $CM$  cắt  $(O)$  tại điểm thứ hai  $N$ . Đường thẳng vuông góc với  $AB$  tại  $M$  cắt tiếp tuyến tại  $N$  của  $(O)$  ở điểm  $P$ .  $CM$ : a) Tứ giác  $OMNP$  nội tiếp b) Tứ giác  $CMPO$  là hình bình hành

c) Tích  $CM \cdot CN$  không phụ thuộc vào điểm  $M$  d) Khi  $M$  di chuyển trên  $AB$  thì  $P$  chạy trên một đoạn thẳng cố định

**Bài 20** Cho  $\Delta ABC$  vuông tại  $A$  (với  $AB > AC$ ), đường cao  $AH$ . Trên nửa mặt phẳng bờ  $BC$  chứa điểm  $A$  vẽ nửa đường tròn đường kính  $BH$  cắt  $AB$  tại  $E$ , nửa đường tròn đường kính  $HC$  cắt  $AC$  tại  $F$ . Chứng minh:

a) Tứ giác  $AFHE$  là hình chữ nhật

b) Tứ giác  $BEFC$  nội tiếp

c)  $AE \cdot AB = AF \cdot AC$

d)  $EF$  là tiếp tuyến chung của hai nửa đường tròn

**Bài 21** Cho  $(O;R)$  đường kính  $AB$ . Kẻ tiếp tuyến  $Ax$ ,  $P \in Ax$  sao cho  $AP > R$  từ  $P$  kẻ tiếp tuyến  $PM$  với  $(O)$  tại  $M$ . Đường thẳng vuông góc với  $AB$  tại  $O$  cắt  $BM$  tại  $N$ .  $AN$  cắt  $OP$  tại  $K$ ,  $PM$  cắt  $ON$  tại  $J$ ,  $PN$  cắt  $OM$  tại  $I$ .  $CM$ : a) Tứ giác  $APMO$  nội tiếp và  $BM \parallel OP$  b) Tứ giác  $OBMP$  là hình bình hành

c)  $PI = OI$ ;  $PJ = OJ$

d) Ba điểm  $I, J, K$  thẳng hàng

**Bài 22** Cho  $1/2(O)$  đường kính  $AB$  và điểm  $M$  bất kỳ  $\in 1/2(O)$  ( $M$  khác  $A, B$ ). Trên nửa mặt phẳng bờ  $AB$  chứa nửa đường tròn kẻ tiếp tuyến  $Ax$ . Tia  $BM$  cắt  $Ax$  tại  $I$ , tia phân giác góc  $IAM$  cắt  $1/2(O)$  tại  $E$ , cắt tia  $BM$  tại  $F$ . Tia  $BE$  cắt  $Ax$  tại  $H$ , cắt  $AM$  tại  $K$ . Chứng minh: a)  $IA^2 = IM \cdot IB$

b)  $\Delta BAF$  cân

c) Tứ giác  $AKFH$  là hình thoi

d) Xác định vị trí của  $M$  để tứ giác  $AKFI$  nội tiếp một đường tròn

**Bài 23** Cho  $\Delta ABC$  vuông tại  $A$ . Trên cạnh  $AC$  lấy một điểm  $M$ , dựng  $(O)$  đường kính  $MC$ . Đường thẳng  $BM$  cắt  $(O)$  tại  $D$ . Đường thẳng  $AD$  cắt  $(O)$  tại  $S$ ,  $BC$  cắt  $(O)$  tại  $E$ . Chứng minh:

a) Tứ giác  $ABCD$  nội tiếp,  $CA$  phân giác góc  $SBC$

b)  $AB, EM, CD$  đồng quy

c)  $DM$  phân giác góc  $ADE$

d)  $M$  là tâm đường tròn nội tiếp  $\Delta ADE$

**Bài 24** Cho  $\Delta ABC$  vuông tại  $A$ . Trên cạnh  $AB$  lấy một điểm  $D$ .  $(O)$  đường kính  $BD$  cắt  $BC$  tại  $E$ . Đường thẳng  $CD$ ,  $AE$  cắt  $(O)$  tại  $F, G$ . Chứng minh: a)  $\Delta ABC \sim \Delta EBD$



- b) Tứ giác ADEC, AFBC nội tiếp                      c) AC//FG                      d) AC, DE, BF đồng quy

**Bài 25** Cho  $(O; 3\text{cm})$  tiếp xúc ngoài với  $(O'; 1\text{cm})$  tại A. Vẽ tiếp tuyến chung ngoài BC ( $B \in (O), C \in (O')$ ).

- a) Chứng minh  $\widehat{O'OB} = 60^\circ$                       b) Tính BC  
c) Tính diện tích phần giới hạn bởi tiếp tuyến BC và các cung nhỏ AB, AC của hai đường tròn

**Bài 26** Cho điểm C thuộc đoạn thẳng AB sao cho  $AC = 4\text{cm}$  và  $CB = 9\text{cm}$ . Vẽ về một phía của AB các nửa đường tròn có đường kính là AB, AC, CB và có tâm theo thứ tự là O, I, K. Đường vuông góc với AB tại C cắt nửa đường tròn (O) tại E, EA cắt (I) tại M, EB cắt (K) tại N. Chứng minh:

- a)  $EC = MN$                       b) MN là tiếp tuyến chung của (I) và (K)  
c) Tính MN                      d) Tính diện tích giới hạn bởi ba nửa đường tròn

**Bài 27** Cho (O) đường kính  $AB = 2R$  và một điểm M di chuyển trên nửa đường tròn. Vẽ đường tròn tâm E tiếp xúc với nửa đường tròn (O) tại M và tiếp xúc với AB tại N. MA, MB cắt (E) tại C, D. Chứng minh:

- a)  $CD \parallel AB$                       b) MN phân giác  $\widehat{AMB}$ ; và MN luôn đi qua một điểm cố định K  
c) Tích  $KM \cdot KN$  không đổi                      d) Gọi CN cắt KB tại  $C'$ , DN cắt AK tại  $D'$ . Tìm M để chu vi  $\triangle NC'D'$  nhỏ nhất

**Bài 28** Cho  $\triangle ABC$  vuông tại A, đường cao AH. Đường tròn đường kính AH cắt các cạnh AB, AC lần lượt tại E, F, đường thẳng qua A vuông góc với EF cắt BC tại I. Chứng minh:

- a) Tứ giác AEHF là hình chữ nhật                      b)  $AE \cdot AB = AF \cdot AC$                       c)  $IB = IC$   
d) Nếu diện tích  $\triangle ABC$  gấp đôi diện tích hình chữ nhật AEHF thì  $\triangle ABC$  vuông cân

**Bài 29** Cho tứ giác ABCD nội tiếp (O), P là điểm chính giữa cung AB (phần không chứa C, D). Hai dây PC, PD cắt dây AB tại E, F. Hai dây AD, PC kéo dài cắt nhau tại I, dây BC, PD kéo dài cắt nhau tại K. CM: a)  $\widehat{CID} = \widehat{CKD}$                       b) Tứ giác CDFE, CIKD nội tiếp                      c)  $IK \parallel AB$

- d) PA là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp  $\triangle AFD$

**Bài 30** Cho hình chữ nhật ABCD nội tiếp (O). Tiếp tuyến tại C của đường tròn cắt AB, AD kéo dài lần lượt tại E và F. Gọi M là trung điểm EF, tiếp tuyến tại B và D của (O) cắt EF lần lượt tại I, J. Chứng minh:

- a)  $AB \cdot AE = AD \cdot AF$                       b)  $AM \perp BD$                       c) I, J là trung điểm CE, CF  
d) Tính diện tích phần hình tròn được giới hạn bởi dây AB và cung nhỏ AD biết  $AB = 6\text{cm}$ ,  $AD = 6\sqrt{3}\text{cm}$

**Bài 31** Cho  $(O; R)$  và  $(O'; 2R)$  tiếp xúc trong tại A. Qua A kẻ 2 cát tuyến AMN và APQ với M, P thuộc (O), với NQ thuộc  $(O')$ . Tia O'M cắt  $(O')$  tại S, gọi H là trực tâm  $\triangle SAO'$ . Chứng minh:

a)  $O' \in (O)$

b) Tứ giác  $SHO'N$  nội tiếp

c)  $NQ = 2MP$

**Bài 32** Cho  $1/2(O;R)$  đường kính  $AB$  và 1 điểm  $M$  bất kì  $\in 1/2(O)$  ( $M$  khác  $A$  và  $B$ ) đường thẳng  $d$  tiếp xúc với  $1/2(O)$  tại  $M$  cắt đường trung trực của  $AB$  tại  $I$ . ( $I$ ) tiếp xúc với  $AB$  và cắt đường thẳng  $d$  tại  $C$  và  $D$  ( $D$  nằm trong  $\widehat{BOM}$ ) Chứng minh: a)  $OC$ ,  $OD$  là các tia phân giác  $\widehat{AOM}$ ,  $\widehat{BOM}$

b)  $CA \perp AB$ ,  $DB \perp AB$

c)  $AC \cdot BD = R^2$

d) Tìm vị trí điểm  $M$  để tổng  $AC+BD$  nhỏ nhất? Tính giá trị đó theo  $R$

**Bài 33** Cho tứ giác  $ABCD$  nội tiếp trong đường tròn đường kính  $BD$ . Kéo dài  $AB$  và  $CD$  cắt nhau tại  $E$ ;  $CB$  và  $DA$  cắt nhau tại  $F$ . Góc  $ABC = 135^\circ$ . Chứng minh: a)  $DB \perp EF$  b)  $BA \cdot BE = BC \cdot BF = BD \cdot BG$

c)  $B$  là tâm đường tròn nội tiếp  $\triangle ACG$

d) Tính  $AC$  theo  $BD$

**Bài 34** Cho ba điểm  $A, B, C$  trên một đường thẳng theo thứ tự ấy và một đường thẳng  $d$  vuông góc với  $AC$  tại  $A$ . Vẽ đường tròn đường kính  $BC$  và trên đó lấy một điểm  $M$  bất kỳ. Tia  $CM$  cắt  $d$  tại  $D$ . Tia  $AM$  cắt  $(O)$  tại điểm thứ hai là  $N$ ; Tia  $DB$  cắt  $(O)$  tại điểm thứ hai là  $P$ . Chứng minh:

a) Tứ giác  $ABMD$  nội tiếp

b) Tích  $CM \cdot CD$  không phụ thuộc vào vị trí  $M$

c) Tứ giác  $APND$  là hình gì? tại sao?

d) Trọng tâm  $G$  của  $\triangle MAC$  chạy trên 1 đường tròn cố định

**Bài 35** Cho  $\triangle ABC$  nhọn nội tiếp  $(O)$ . Từ  $B$  và  $C$  kẻ hai tiếp tuyến với  $(O)$  chúng cắt nhau tại  $D$ . Từ  $D$  kẻ cát tuyến // với  $AB$  cắt  $(O)$  tại  $E$ ,  $F$  và cắt  $AC$  tại  $I$ . Chứng minh:

a)  $\widehat{DOC} = \widehat{BAC}$

b) Bốn điểm  $O, C, I, D \in$  một đường tròn

c)  $IE = IF$

d) Cho  $BC$  cố định, khi  $A$  di chuyển trên cung lớn  $BC$  thì  $I$  di chuyển trên đường nào?

**Bài 36** Cho tam giác  $\triangle ABC$  vuông cân tại  $C$ ,  $E$  là một điểm tùy ý trên cạnh  $BC$ . Qua  $B$  kẻ một tia vuông góc với  $AE$  tại  $H$  và cắt tia  $AC$  tại  $K$ . Chứng minh: a) Tứ giác  $BHCK$  nội tiếp b)  $KC \cdot KA = KH \cdot KB$

c) Tính  $\widehat{CHK}$

d) Khi  $E$  di chuyển trên cạnh  $BC$  thì  $BE \cdot BC + AE \cdot AH$  không đổi

**Bài 37** Cho  $(O)$  dây  $AB$ . Gọi  $M$  là điểm chính giữa cung nhỏ  $AB$  và  $C$  là một điểm nằm giữa đoạn  $AB$ . Tia  $MC$  cắt  $(O)$  tại điểm thứ hai  $D$ . Chứng minh: a)  $MA^2 = MC \cdot MD$

b)  $BM \cdot BD = BC \cdot MD$

c)  $MB$  là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp  $\triangle BCD$

d) Tổng hai bán kính của hai đường tròn ngoại tiếp  $\triangle BCD$  và  $\triangle ACD$  không đổi khi  $C$  di động trên đoạn  $AB$

**Bài 38** Cho đoạn thẳng  $AB$  và một điểm  $P$  nằm giữa  $A, B$ . Trên nửa mặt phẳng bờ  $AB$  kẻ các tia  $Ax$ ,  $By$  vuông góc với  $AB$  và lần lượt trên hai tia đó lấy hai điểm  $C, D$  sao cho  $AC \cdot BD = AP \cdot PB$  (1). Gọi  $M$  là hình chiếu của  $P$  trên  $CD$ . CM: a)  $\triangle ACP \sim \triangle BPD$

b)  $\widehat{CPD} = 90^\circ$  từ đó suy ra cách dựng hai điểm C,D

c)  $\widehat{AMB} = 90^\circ$

d) Điểm M chạy trên nửa đường tròn cố định khi C,D lần lượt di động trên Ax,By nhưng vẫn thoả mãn(1)

**Bài 39** Cho  $\Delta ABC$  vuông ở C và  $BC < CA$ . Lấy điểm I trên đoạn AB sao cho  $IB < IA$ . Kẻ đường thẳng d đi qua vuông góc với AB, d cắt AC ở F và cắt BC ở E. M là điểm đối xứng với B qua I. Chứng minh :

a)  $\Delta IME \sim \Delta IFA$ ;  $IE \cdot IF = IA \cdot IB$  b) Đường tròn ngoại tiếp  $\Delta CEF$  cắt AE ở N. Chứng minh B,F,N thẳng hàng

c) Cho A, B cố định sao cho  $\widehat{ACB} = 90^\circ$  CM: tâm đường tròn ngoại tiếp  $\Delta FAE$  chạy trên một đường cố định

**Bài 40** Cho  $(O_1), (O_2)$  tiếp xúc ngoài tại A. Một đường thẳng d tiếp xúc với  $(O_1), (O_2)$  lần lượt tại B, C. Gọi M là trung điểm BC, tia BA cắt  $(O_2)$  tại D, CA cắt  $(O_1)$  tại E. Chứng minh :

a)  $\Delta ABC$  vuông

b) AM là tiếp tuyến chung của hai đường tròn

c)  $\widehat{O_1MO_2} = 90^\circ$

d)  $S_{\Delta ADE} = S_{\Delta ABC}$

**Bài 41** Cho  $(O;R)$  và một điểm A nằm ngoài đường tròn. Từ một điểm M chuyển động trên đường thẳng d vuông góc với OA tại A, vẽ các tiếp tuyến MP, MP' với đường tròn. Dây PP' cắt OM tại N, cắt OA tại B. Chứng minh :

a) Tứ giác MPOP', MNBA nội tiếp

b)  $OA \cdot OB = OM \cdot ON$  không đổi

c) Khi điểm M di chuyển trên d thì tâm đường tròn nội tiếp  $\Delta MPP'$  di chuyển trên đường nào ?

d) Cho  $\widehat{PMP'} = 60^\circ$  và  $R = 8\text{cm}$  tính diện tích tứ giác MPOP' và hình quạt POP'

**Bài 42** Cho  $1/2(O;R)$  đường kính AB và 1 điểm M bất kì  $\in 1/2(O)$  (M khác A và B). Kẻ hai tiếp tuyến Ax và By với  $1/2(O)$ . Qua M kẻ tiếp tuyến thứ ba với  $1/2(O)$  cắt Ax và By tại C và D, OC cắt AM tại E, OD cắt BM tại F,  $AC = 4\text{cm}$ ,  $BD = 9\text{cm}$ . Chứng minh :

a)  $CD = AC + BD$ ;  $\widehat{COD} = 90^\circ$

b)  $AC \cdot BD = R^2$

c)  $EF = R$

d) Tính R;  $\sin \widehat{MBA}$ ;  $\tan \widehat{MCO}$

e) Tìm vị trí của M để diện tích tứ giác ACDB nhỏ nhất

**Bài 43** Cho  $\Delta ABC$  cân tại A (góc  $A < 90^\circ$ ) nội tiếp  $(O)$ . Một điểm M tùy ý trên cung nhỏ AC. Tia Bx vuông góc với AM cắt tia CM tại D. Chứng minh :

a)  $\angle AMD = \angle ABC$

b)  $\Delta BMD$  cân

c) Khi M chạy trên cung nhỏ AC thì D chạy trên một cung tròn cố định và số đo  $\widehat{BDC}$  không đổi

**Bài 44** Cho  $(O;R)$  và dây CD cố định. Gọi H là trung điểm CD. Gọi S là một điểm trên tia đối của tia DC qua S kẻ hai tiếp tuyến SA, SB tới  $(O)$ . Đường thẳng AB cắt SO, OH tại E và F, cho  $R = 10\text{cm}$ ;  $SD = 4\text{cm}$ ;  $OH = 6\text{cm}$ . CM:

a) Tứ giác SEHF nội tiếp

b) Tích  $OE \cdot OS$  không phụ thuộc vào vị trí điểm S

c) Tính CD và SA

d) Khi S di chuyển trên tia đối của DC thì AB luôn đi qua một điểm cố định

**Bài 45** Cho  $(O;R)$  và  $(O';R')$  cắt nhau tại hai điểm A, B (O và O' thuộc hai nửa mặt phẳng bờ AB). Một đường thẳng qua A cắt (O) và (O') tại hai điểm C, D (A nằm giữa C và D). Các tiếp tuyến tại C và D cắt nhau tại K. Nối KB cắt CD tại I. Kẻ  $EI \parallel DK$  ( $E \in BD$ ). Chứng minh:

a)  $\triangle BOO' \sim \triangle BCD$

b) Tứ giác BCKD nội tiếp

c) AE là tiếp tuyến của (O)

d) Tìm vị trí của CD để  $S_{\triangle BCD}$  lớn nhất

**Bài 46** Cho  $1/2(O)$  đường kính AB. Bán kính  $OC \perp AB$  tại O, điểm  $E \in OC$ . Nối AE cắt  $1/2(O)$  tại M. Tiếp tuyến tại M cắt OC tại D, BM cắt OC tại K. Chứng minh:

a)  $\triangle DME$  cân

b) BM.BK không đổi khi E chuyển động trên OC

c) Tìm vị trí của E để  $MA=2MB$

d) Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp  $\triangle CME$ . Chứng minh khi E chuyển động trên OE thì I luôn thuộc một đường thẳng cố định

**Bài 47** Cho  $\triangle ABC$  nhọn nội tiếp (O). Kẻ đường cao AH và đường kính AK. Hạ BE và CF cùng  $\perp AK$ , cho góc  $ABC=60^\circ$  và  $R=4\text{cm}$ . Chứng minh:

a) Tứ giác ABDE, ACFD nội tiếp

b)  $DF \parallel BK$

c) Tính

$S_{\text{quạt OKC}}$

d) Cho BC cố định, A chuyển động. CM tâm đường tròn ngoại tiếp  $\triangle DEF$  là một điểm cố định

**Bài 48** Cho  $1/2(O;R)$  đường kính BC và một điểm  $A \in (O)$ . Dựng về phía ngoài  $\triangle ABC$  hai nửa đường tròn đường kính AB, AC là (I) và (K) một đường thẳng d thay đổi qua A cắt (I) và (K) tại M và N. Chứng minh:

a) Tứ giác MNCB là hình thang vuông

b)  $AM \cdot AN = MB \cdot NC$

c)  $\triangle CMN$  cân

d) Xác định vị trí của d để  $S_{\triangle BMC}$  lớn nhất

**Bài 49** Cho  $(O;R)$  và dây  $AB = R\sqrt{2}$  cố định. Điểm  $M \in$  cung lớn AB sao cho  $\triangle MAB$  nhọn. Các đường cao AE, BF của  $\triangle AMB$  cắt nhau tại H, cắt (O) tại P, Q. Đường thẳng PB cắt tia QA tại S. Chứng minh:

a)  $\triangle OAB$  vuông

b) Ba điểm P, O, Q thẳng hàng

c) Độ dài FH không đổi khi M chuyển động trên cung lớn AB sao cho  $\triangle ABM$  nhọn

d) SH cắt PQ tại I. Chứng minh khi M di chuyển trên cung lớn AB thì I thuộc một đường tròn cố định

**Bài 50** Cho  $(O;R)$  với đường kính AB cố định, EF là đường kính thay đổi. Kẻ đường thẳng d tiếp xúc với (O) tại B. Nối AE và AF cắt d tại M và N, kẻ  $AD \perp EF$  cắt MN tại I. Chứng minh:

a) Tứ giác AEBF là hình chữ nhật

b)  $AE \cdot AM = AF \cdot AN$

c)  $IM = IN$

d) Gọi H là trực tâm  $\triangle MFN$ . Chứng minh khi đường kính EF thay đổi H luôn thuộc một đường tròn cố định

**Bài 51** Cho (O) dây AB cố định điểm M thuộc cung lớn AB. Gọi I là trung điểm dây AB. Vẽ đường tròn (O') qua M tiếp xúc với AB tại A. Tia MI cắt (O') tại N và cắt (O;R) tại C. Chứng minh:

a)  $NA//BC$                       b)  $\triangle INB \sim \triangle IBM$                       c)  $IB$  là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp  $\triangle BMN$

d) Bốn điểm  $A, B, N, O$  cùng thuộc một đường tròn  $\Leftrightarrow AB = R\sqrt{3}$

**Bài 52** Cho  $(O; R)$  và điểm  $A$  cố định nằm ngoài  $(O)$ . Vẽ đường thẳng  $d \perp OA$  tại  $A$ . Trên  $d$  lấy điểm  $M$ . Qua  $M$  kẻ hai tiếp tuyến  $ME, MF$ .  $EF$  cắt  $OM$  tại  $H$ , cắt  $OA$  tại  $B$ . Chứng minh :

a) Tứ giác  $ABMH$  nội tiếp                      b)  $OA \cdot OB = OH \cdot OM = R^2$

c) Tâm  $I$  của đường tròn nội tiếp  $\triangle MEF$  thuộc một đường tròn cố định

d) Tìm vị trí của  $M$  để diện tích  $\triangle BHO$  lớn nhất

**Bài 53** Cho  $\triangle ABC$  nhọn nội tiếp  $(O; R)$  các đường cao  $AD, BE, CF$  cắt nhau tại  $H$ . Kẻ đường kính  $AA'$ . Gọi  $I$  là trung điểm  $BC$ . Chứng minh :

a) Tứ giác  $BCEF$  nội tiếp                      b) Ba điểm  $H, I, A$  thẳng hàng                      c)  $DH \cdot DA = DB \cdot DC$

d) Khi  $BC$  cố định,  $A$  chuyển động trên cung lớn  $BC$  sao cho  $\triangle ABC$  nhọn. Tìm vị trí của  $A$  để  $S_{\triangle EAH}$  lớn nhất

**Bài 54** Cho  $(O; R)$  đường kính  $AB$ . Gọi  $C$  là điểm chính giữa cung  $AB$ . Điểm  $E$  chuyển động trên đoạn  $BC$ ,  $AE$  cắt  $BC$  tại  $H$ . Nối  $BH$  cắt  $AC$  tại  $K$ ,  $KE$  cắt  $AB$  tại  $M$ . Chứng minh:

a) Tứ giác  $KCEF$  nội tiếp                      b) Số  $\widehat{CHK}$  không đổi                      c) Tìm vị trí của  $E$  để độ dài  $CM$  lớn nhất

d) Khi  $E$  chuyển động trên đoạn  $BC$  thì tổng  $BE \cdot BC + AE \cdot AH$  không đổi

**Bài 55** Cho  $\triangle ABC$  nội tiếp  $(O)$  với góc  $A < 90^\circ$ . Gọi  $A', B', C'$  là giao điểm của  $(O)$  với đường phân giác trong của  $\triangle ABC$ . Nối  $B'C'$  cắt  $AB, AC$  tại  $M$  và  $N$ ,  $I$  là giao điểm của  $AA', BB', CC'$ . Chứng minh:

a)  $\triangle AMN$  cân                      b)  $I$  là trực tâm  $\triangle A'B'C'$                       c) Tứ giác  $BIMC'$  nội tiếp  
d) Cho  $BC$  cố định,  $A$  chuyển động trên cung lớn  $BC$ . Tìm vị trí của  $A$  để độ dài  $AI$  lớn nhất

**Bài 56** Cho  $(O; R)$  đường kính  $AB$ . Điểm  $H \in OA$ , kẻ dây  $CD \perp AB$  tại  $H$ . Vẽ  $(I)$  đường kính  $AH$  và  $(K)$  đường kính  $BH$ .  $AC$  cắt  $(I)$  tại  $E$ ,  $BC$  cắt  $(K)$  tại  $F$ ,  $EF$  cắt  $(O)$  tại  $M$  và  $N$ . Chứng minh :

a) Tứ giác  $HECF$  là hình chữ nhật                      b) Tứ giác  $ABFE$  nội tiếp                      c)  $\triangle CMN$  cân

d) Tìm vị trí của  $H$  để diện tích tứ giác  $CEHF$  lớn nhất

**Bài 57** Cho  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$ . Từ một điểm  $D$  trên cạnh  $BC$  kẻ đường thẳng vuông góc với  $BC$  cắt  $AC$  tại  $F$  và cắt tia đối của tia  $AB$  tại  $E$ . Gọi  $H$  là giao điểm của  $BF$  và  $CE$ , tia  $DH$  cắt  $(O)$  tại  $K$ . Chứng minh :

a)  $BH \perp CE$                       b) Tứ giác  $AEDC$  nội tiếp  
c)  $AK // BH$                       d) Khi  $D$  di chuyển trên  $BC$  thì  $H$  di chuyển trên 1 đường cố định

**Bài 58** Cho  $\triangle ABC$  nhọn nội tiếp  $(O; R)$  các đường cao  $BH, CK$  cắt  $(O)$  tại  $D$  và  $E$ . Chứng minh:

- a) 4 điểm B,H,C,K cùng thuộc một đường tròn                      b) DE//HK  
c) OA ⊥ HK                      d) Bán kính đường tròn ngoại tiếp Δ AHK không đổi khi A chạy trên cung lớn BC

**Bài 59** Cho Δ ABC (AB<AC) nội tiếp (O;R). Tiếp tuyến với (O) tại A cắt BC tại S , St là phân giác góc ASC , dây cung AD ⊥ St cắt BC tại E . Chứng minh:

- a) Δ ASE cân      b) DC=DB      c)  $CD^2=DE.DA$                       d) Cho  $\widehat{CD} = 90^\circ$ ,  $\widehat{DBA} = 120^\circ$  tính DE,DA theo R

**Bài 60** Cho (O;R) đường kính AB , M và N là hai điểm nằm trên cung AB theo thứ tự A,M,N,B . AB cắt AM tại S và BM cắt AN tại I . Chứng minh:

- a) SI ⊥ AB tại K                      b) AM.AS=AK.AB                      c) AM.AS+BN.BS=4R<sup>2</sup>  
d) Biết MN//AB và MN=R Tính phần nằm ngoài (O)

**Bài 64** Cho (O;R) đường kính AB , trên tia đối của tia BA lấy điểm C sao cho BC = R , lấy D trên (O) sao cho BD = R . Đường thẳng vuông góc với BC tại C cắt AD tại M . Chứng minh:

- a) Tứ giác BCMD nội tiếp                      b) Δ ABM cân tại B      c) Δ ADB~ Δ ACM và tính AM.AD theo R  
d) Cung BD chia Δ ABM thành hai phần. Tính diện tích phần Δ ABM nằm ngoài (O)

**Bài 65** Cho Δ ABC đều nội tiếp (O) đường kính AA' . Trên cạnh AB lấy điểm M và trên cạnh CA kéo dài lấy điểm N sao cho BM=CN , MN cắt BC tại I . Chứng minh :

- a) Δ MA'N cân                      b) Tứ giác AMA'N , MBA'I nội tiếp                      c) I là trung điểm MN

**Bài 66** Cho Δ đều nội tiếp (O) , một đường thẳng d thay đổi nhưng luôn đi qua A cắt hai tiếp tuyến tại B và C tương ứng là M và N , và d cắt (O) tại E khác A , MC cắt BN tại F . CM:

- a) Δ ACN ~ Δ MBA và Δ MBC ~ Δ BCN                      b) Tứ giác BMEF nội tiếp  
c) Đường thẳng EF luôn đi qua một điểm cố định khi d thay đổi

**Bài 67:** Cho Δ ABC nội tiếp đường tròn tâm O , tia phân giác trong của góc A cắt cạnh BC tại E và cắt đường tròn tại M                      a)CMR OM ⊥ BC

- b)Dựng tia phân giác ngoài Ax của góc A . CMR Ax đi qua một điểm cố định  
c)Kéo dài Ax cắt CB kéo dài tại F . CMR FB . EC = FC . EB

**Bài 68:** Cho đường tròn (O;R) và điểm A với  $OA = R\sqrt{2}$  , một đường thẳng (d) quay quanh A cắt (O) tại M , N ; gọi I là trung điểm của đoạn MN .

- a) CMR OI ⊥ MN. Suy ra I di chuyển trên một cung tròn cố định với hai điểm giới hạn B , C thuộc (O)  
b)Tính theo R độ dài AB , AC . Suy ra A , O , B , C là bốn đỉnh của hình vuông  
c)Tính diện tích của phần mặt phẳng giới hạn bởi đoạn AB , AC và cung nhỏ BC của (O)

**Bài 69:** Cho nửa đường tròn đường kính  $AB = 2R$ ,  $C$  là trung điểm của cung  $AB$ . Trên cung  $AC$  lấy điểm  $F$  bất kỳ. Trên dây  $BF$  lấy điểm  $E$  sao cho  $BE = AF$ . Gọi  $D$  là giao điểm của đường thẳng  $AC$  với tiếp tuyến tại  $B$  của nửa đường tròn

- a)  $\Delta AFC$  và  $\Delta BEC$  có quan hệ với nhau như thế nào? Tại sao?
- b) CMR  $\Delta FEC$  vuông cân
- c) CMR tứ giác  $BECD$  nội tiếp được

**Bài 70:** Cho một đường tròn đường kính  $AB$ , các điểm  $C, D$  ở trên đường tròn sao cho  $C, D$  không nằm trên cùng một nửa mặt phẳng bờ  $AB$  đồng thời  $AD > AC$ . Gọi các điểm chính giữa các cung  $AC, AD$  lần lượt là  $M, N$ ; giao điểm của  $MN$  với  $AC, AD$  lần lượt là  $H, I$ ; giao điểm của  $MD$  với  $CN$  là  $K$

- a) CMR:  $\Delta NKD; \Delta MAK$  cân
- b) CMR tứ giác  $MCKH$  nội tiếp được. Suy ra  $KH \parallel AD$
- c) So sánh góc  $CAK$  với góc  $DAK$

**Bài 71:** Cho nửa đường tròn tâm  $O$  đường kính  $AB$ . Một điểm  $M$  nằm trên cung  $AB$ ; gọi  $H$  là điểm chính giữa của cung  $AM$ . Tia  $BH$  cắt  $AM$  tại một điểm  $I$  và cắt tiếp tuyến tại  $A$  của đường tròn ( $O$ ) tại điểm  $K$ . Các tia  $AH, BM$  cắt nhau tại  $S$ .

- a) Tam giác  $BAS$  là tam giác gì? Tại sao? Suy ra điểm  $S$  nằm trên một đường tròn cố định.
- b) Xác định vị trí tương đối của đường thẳng  $KS$  với đường tròn ( $B; BA$ )
- c) Đường tròn đi qua  $B, I, S$  cắt đường tròn ( $B; BA$ ) tại một điểm  $N$ . CMR đường thẳng  $MN$  luôn đi qua một điểm cố định khi  $M$  di động trên cung  $AB$ .
- d) Xác định vị trí của  $M$  sao cho  $\widehat{MKA} = 90^\circ$ .

**Bài 72:** Cho hai đường tròn ( $O_1$ ) và ( $O_2$ ) tiếp xúc ngoài với nhau tại  $A$ , kẻ tiếp tuyến chung  $Ax$ . Một đường thẳng  $d$  tiếp xúc với ( $O_1$ ), ( $O_2$ ) lần lượt tại các điểm  $B, C$  và cắt  $Ax$  tại điểm  $M$ . Kẻ các đường kính  $BO_1D$  và  $CO_2E$ .

- a) CMR:  $M$  là trung điểm của  $BC$
- b) CMR:  $\Delta O_1MO_2$  vuông
- c) Chứng minh  $B, A, E$  thẳng hàng;  $C, A, D$  thẳng hàng
- d) Gọi  $I$  là trung điểm của  $DE$ . CMR đường tròn ngoại tiếp tam giác  $IO_1O_2$  tiếp xúc với đường thẳng  $d$

**Bài 73:** Cho đường tròn ( $O; R$ ) đường kính  $AB$  và một điểm  $M$  bất kỳ trên đường tròn. Gọi các điểm chính giữa của các cung  $AM, MB$  lần lượt là  $H, I$ . Các dây  $AM$  và  $HI$  cắt nhau tại  $K$ . Hạ  $IP \perp AM$

- a) Chứng minh góc  $HKM$  có độ lớn không đổi
- b) Chứng minh  $IP$  là tiếp tuyến của ( $O; R$ )
- c) Gọi  $Q$  là trung điểm của dây  $MB$ . Vẽ hình bình hành  $APQS$ . Chứng minh  $S$  thuộc đường tròn ( $O; R$ )
- d) CMR khi  $M$  di động thì đường thẳng  $HI$  luôn luôn tiếp xúc với một đường tròn cố định.

**Bài 74:** Cho nửa đường tròn ( $O$ ) đường kính  $AB$  và hai điểm  $C, D$  thuộc nửa đường tròn sao cho cung  $AC < 90^\circ$  và  $\widehat{COD} = 90^\circ$ . Gọi  $M$  là một điểm trên nửa đường tròn sao cho  $C$  là điểm chính giữa của cung  $AM$ . Các dây  $AM, BM$  cắt  $OC, OD$  lần lượt tại  $E$  và  $F$ . tia  $AM$  cắt tia  $BD$  tại  $S$

- a) Tứ giác  $OEMF$  là hình gì? Tại sao?
- b) CMR:  $D$  là điểm chính giữa của cung  $MB$ .
- c) Một đường thẳng  $d$  tiếp xúc với nửa đường tròn tại  $M$  và cắt các tia  $OC, OD$  lần lượt tại  $I, K$ . CMR các tứ giác  $OBKM; OAIM$  nội tiếp được.
- d) Xác định vị trí của  $C$  và  $D$  sao cho 5 điểm  $M, O, B, K, S$  cùng thuộc một đường tròn



**Bài 75:** Cho  $\triangle ABC$  ( $AB = AC$ ), một cung tròn  $BC$  nằm bên trong tam giác  $ABC$  và tiếp xúc với  $AB$ ,  $AC$  tại  $B$ ,  $C$  sao cho  $A$  và tâm của cung  $BC$  nằm khác phía đối với  $BC$ . Trên cung  $BC$  lấy một điểm  $M$  rồi kẻ các đường vuông góc  $MI$ ,  $MH$ ,  $MK$  xuống các cạnh tương ứng  $BC$ ,  $CA$ ,  $AB$ . Gọi giao điểm của  $BM$ ,  $IK$  là  $P$ ; giao điểm của  $CM$ ,  $IH$  là  $Q$ . a) CMR các tứ giác  $BIMK$ ,  $CIMH$  nội tiếp được.

b) CMR :  $MI^2 = MH \cdot MK$

c) CMR tứ giác  $IPMQ$  nội tiếp được. Suy ra  $PQ \perp MI$   
=  $IC$

d) CMR nếu  $KI = KB$  thì  $IH$

**Bài 76:** Cho  $\triangle ABC$  cân ( $AB = AC$ ) nội tiếp đường tròn ( $O$ ). Điểm  $M$  thuộc cung nhỏ  $AC$ ,  $Cx$  là tia qua  $M$ . Gọi  $D$  là điểm đối xứng của  $A$  qua  $O$ . Trên tia đối của tia  $MB$  lấy  $MH = MC$ , Gọi  $K$  và  $I$  theo thứ tự là trung điểm của  $CH$  và  $BC$ . CM:

a) Chứng minh:  $MA$

là tia phân giác của góc  $tia BMx$ .

b). Chứng minh:  $MD \parallel CH$ .

c) Tìm điểm cách đều bốn điểm  $A, I, C, K$ .

d) Khi  $M$  chuyển động trên cung nhỏ  $AC$ , tìm tập hợp các trung điểm  $E$  của  $BM$ .

**Bài 77:** Cho  $\triangle ABC$  cân ( $AB = AC$ ) và góc  $A$  nhỏ hơn  $60^\circ$ ; trên tia đối của tia  $AC$  lấy điểm  $D$  sao cho  $AD = AC$ . Kéo dài đường cao  $CH$  của  $\triangle ABC$  cắt  $BD$  tại  $E$ . Vẽ đường tròn tâm  $E$  tiếp xúc với  $CD$  tại  $F$ . Qua  $C$  vẽ tiếp tuyến  $CG$  của đường tròn này, Các đường thẳng  $AB$  và  $CG$  cắt nhau tại  $M$

a) Tam giác  $BCD$  là tam giác gì ? tại sao?

b) CM: Bốn điểm  $B, E, C, G$  nội tiếp.

c) tứ giác  $AFGM$  là hình gì? Tại sao?

d) CM:  $\triangle MBG$  cân.

**Bài 78:** Cho đường tròn ( $O; R$ ) và một điểm  $A$  nằm trên đường tròn. Một góc  $\angle xAy = 90^\circ$  quay quanh  $A$  và luôn thỏa mãn  $Ax, Ay$  cắt đường tròn ( $O$ ). Gọi các giao điểm thứ hai của  $Ax, Ay$  với ( $O$ ) tương ứng là  $B, C$ . Đường tròn đường kính  $AO$  cắt  $AB, AC$  tại các điểm thứ hai tương ứng là  $M, N$ . Tia  $OM$  cắt đường tròn tại  $P$ . Gọi  $H$  là trực tâm tam giác  $AOP$ . Chứng minh rằng a)  $AMON$  là hình chữ nhật

b.  $MN \parallel BC$

c. Tứ giác  $PHOB$  nội tiếp được trong đường tròn.

d. Xác định vị trí của góc  $\angle xAy$  sao cho tam giác  $AMN_{MAX}$

**Bài 79:** Xét  $\triangle ABC$  có các góc  $B, C$  nhọn. Các đường tròn đường kính  $AB$  và  $AC$  cắt nhau tại điểm thứ hai  $H$ . Một đường thẳng  $d$  bất kì qua  $A$  lần lượt cắt hai đường tròn nói trên tại  $M, N$ . Gọi  $P, Q$  lần lượt là trung điểm của  $BC, MN$  a) Chứng minh:  $H$  thuộc cạnh  $BC$  b) Tứ giác  $BCNM$  là hình gì? Tại sao?

c). Chứng minh bốn điểm  $A, H, P, Q$  thuộc một đường tròn.

d) Xác định vị trí của  $d$  để  $MN$  có độ dài lớn nhất.

**Bài 80** Cho đường tròn ( $O$ ) và một điểm  $A$  nằm ngoài đường tròn. Từ  $A$  kẻ hai tiếp tuyến  $AB, AC$  và cắt tuyến  $AMN$  với đường tròn ( $B, C, M, N$  thuộc đường tròn và  $AM < AN$ ). Gọi  $E$  là trung điểm của dây  $MN$ ,  $I$  là giao điểm thứ hai của đường thẳng  $CE$  với đường tròn.

a. C/m : Bốn điểm  $A,$

$O, E, C$  cùng thuộc một đường tròn. b. C/m : góc  $AOC$  bằng góc  $BIC$

c. C/m :  $BI \parallel$

$MN$



d. Xác định vị trí cát tuyến AMN để diện tích tam giác AIN lớn nhất.

**Bài 81:** Cho đường tròn (O) bán kính R, một dây AB cố định ( $AB < 2R$ ) và một điểm M bất kỳ trên cung lớn AB. Gọi I là trung điểm của dây AB và (O') là đường tròn qua M tiếp xúc với AB tại A. Đường thẳng MI cắt (O) và (O') thứ tự tại N, P. CM: a)  $IA^2 = IP \cdot IM$  b) tứ giác ANBP là hình bình hành.

c) IB là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác MBP.

d) Chứng minh rằng khi M di chuyển thì trọng tâm G của tam giác PAB chạy trên một cung tròn cố định.

**Bài 82:** Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB, M là một điểm chính giữa cung AB. K thuộc cung BM (K khác M và B). AK cắt MO tại I. Gọi H là hình chiếu của M lên AK. CM: a) : Tứ giác OIKB nội tiếp

b) Tứ giác AMHO nội tiếp.

c) Tam giác HMK là tam giác gì ?

d) OH là phân giác của góc MOK.

e) Xác định vị trí của điểm K để chu vi tam giác OPK lớn nhất (P là hình chiếu của K lên AB)

**Bài 83:** Cho tam giác ABC với ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O). Tia phân giác trong của góc B, góc C cắt đường tròn này thứ tự tại D và E, hai tia phân giác này cắt nhau tại F. Gọi I, K theo thứ tự là giao điểm của dây DE với các cạnh AB, AC. a)  $\triangle EBF, DAF$  cân. b) tứ giác DKFC nội tiếp và  $FK \parallel AB$

c) Tứ giác AIFK là hình gì ? Tại sao ?

d) Tìm điều kiện của tam giác ABC để tứ giác AEFD là hình thoi

**Bài 84** Cho đường tròn (O), một đường kính AB cố định, trên đoạn OA lấy điểm I sao cho  $AI = \frac{2}{3} \cdot OA$ . Kẻ dây MN vuông góc với AB tại I. Gọi C là điểm tùy ý thuộc cung lớn MN (C không trùng

với M, N, B). Nối AC cắt MN tại E. CM: a) Tứ giác IECB nội tiếp.

b)  $\triangle AME \sim \triangle ACM$  đồng dạng và  $AM^2 = AE \cdot AC$

c)  $AE \cdot AC = AI \cdot IB = AI^2$ .

d) Hãy tìm vị trí của điểm C sao cho khoảng cách từ N đến tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác CME là nhỏ nhất.

**Bài 85** Cho (O) và một điểm A nằm ngoài (O). Từ A kẻ hai tiếp tuyến AB, AC và cát tuyến AMN với (O). (B, C, M, N cùng thuộc (O);  $AM < AN$ ). Gọi E là trung điểm của dây MN, I là giao điểm thứ hai của đường thẳng CE với (O). CM : a) bốn điểm A, O, E, C cùng nằm trên một đường tròn.

b.  $\widehat{AOC} = \widehat{BIC}$

c)  $BI \parallel MN$ .

d. Xác định vị trí cát tuyến AMN để diện tích tam giác AIN lớn nhất.

**Bài 86** . Cho đường tròn tâm O đường kính AB. Người ta vẽ đường tròn tâm A bán kính nhỏ hơn AB, nó cắt đường tròn (O) tại C và D, cắt AB tại E. Trên cung nhỏ CE của (A), ta lấy điểm M. Tia BM cắt tiếp (O) tại N.

CM : a) BC, BD là các tiếp tuyến của đường tròn (A). b) NB là phân giác của góc CND.

c)  $\triangle CNM \sim \triangle MND$ . d) Giả sử  $CN = a$ ;  $DN = b$ . Tính MN theo a và b.

**Bài 87.** Cho (O; R), AB là đường kính cố định. Đường thẳng (d) là tiếp tuyến của (O) tại B. MN là đường kính thay đổi của (O) sao cho MN không vuông góc với AB và  $M \neq A$ ,  $M \neq B$ . Các đường thẳng AM, AN cắt đường thẳng (d) tương ứng tại C và D. Gọi I là trung điểm của CD, H là giao điểm của AI và MN. Khi MN thay đổi, CM a) Tích  $AM \cdot AC$  không đổi. b) Bốn điểm C, M, N, D cùng thuộc một đường tròn.

c) Điểm H luôn thuộc một đường tròn cố định.

d) Tâm J của đường tròn ngoại tiếp tam giác HIB luôn thuộc một đường thẳng cố định.

**Bài 88.** Cho tam giác ABC vuông tại A, góc B lớn hơn góc C. Kẻ đường cao AH. Trên đoạn HC đặt  $HD = HB$ . Từ C kẻ CE vuông góc với AD tại E. a) Chứng minh các tam giác AHB và AHD bằng nhau.

b) Chứng minh tứ giác AHCE nội tiếp và hai góc HCE và HAE bằng nhau.

c) Chứng minh tam giác AHE cân tại H. d) Chứng minh  $DE \cdot CA = DA \cdot CE$  nếu  $HE \parallel CA$ . d) Tính góc BCA

**Bài 89.** Cho (O;R), đường kính AB cố định, CD là đường kính di động. Gọi d là tiếp tuyến của (O) tại B; các đường thẳng AC, AD cắt d lần lượt tại P và Q. AI trung tuyến của tam giác APQ a)

CM:  $\widehat{PAQ} = 90^\circ$ .

b) CM: CPQD nội tiếp c)  $AI \perp CD$ .

d) Xác định vị trí của CD để diện tích tứ giác CPQD bằng 3 lần diện tích tam giác ABC.

**Bài 90.** Cho tam giác ABC vuông ở A và góc B lớn hơn góc C, AH là đường cao, AM là trung tuyến. Đường tròn tâm H bán kính HA cắt đường thẳng AB ở D và đường thẳng AC ở E.

a) Chứng minh D, H, E thẳng hàng. b) Chứng minh  $\widehat{MAE} = \widehat{DAE}$ .  $MA \perp DE$

c) Chứng minh bốn điểm B, C, D, E nằm trên đường tròn tâm O. Tứ giác AMOH là hình gì?

d) Cho góc ACB bằng  $30^\circ$  và  $AH = a$ . Tính diện tích tam giác HEC.

**Bài 91.** Cho ba điểm A, B, C thẳng hàng (điểm B thuộc đoạn AC). Đường tròn (O) đi qua B và C, đường kính DE vuông góc với BC tại K. AD cắt (O) tại F, EF cắt AC tại I.

1. Chứng minh tứ giác DFIK nội tiếp được. 2.. Chứng minh góc DHA và góc DEA bằng nhau.

3. Chứng minh  $AI \cdot KE \cdot KD = KI \cdot AB \cdot AC$ .

4. AT là tiếp tuyến (T là tiếp điểm) của (O). Điểm T chạy trên đường nào khi (O) thay đổi nhưng luôn đi qua hai điểm B, C.

**Bài 92.** Cho tam giác ABC có ba góc nhọn. Vẽ trung tuyến AM, phân giác AD của góc BAC. Đường tròn ngoại tiếp tam giác ADM cắt AB tại P và cắt AC tại Q. a). Chứng minh

$\widehat{BAM} = \widehat{PQM}$ ;  $\widehat{BPD} = \widehat{BMA}$

b) Chứng minh  $BD \cdot AM = BA \cdot DP$ . c) Giả sử  $BC = a$ ;  $AC = b$ ;  $BD = m$ . Tính tỉ số  $\frac{BP}{BM}$  theo  $a, b, m$ .

m.

d. Gọi E là điểm chính giữa cung PAQ và K là trung điểm đoạn PQ. Chứng minh ba điểm D, K, E thẳng hàng.

**Bài 93.** Cho tam giác ABC cân tại A nội tiếp trong đường tròn, P là một điểm trên cung nhỏ AC (P khác A và C). AP kéo dài cắt đường thẳng BC tại M. a) Chứng minh  $\angle ABP = \angle AMB$ .

b) Chứng minh  $AB^2 = AP \cdot AM$ . c) Giả sử hai cung AP và CP bằng nhau, Chứng minh  $AM \cdot MP = AB \cdot BM$ .

d) Tìm vị trí của M trên tia BC sao cho  $AP = MP$ .

e) Gọi MT là tiếp tuyến của đường tròn tại T, chứng minh AM, AB, MT là ba cạnh của một tam giác vuông.

**Câu 94** Cho tam giác ABC vuông cân ở A, trên cạnh BC lấy điểm M. Gọi  $(O_1)$  là đường tròn tâm  $O_1$  qua M và tiếp xúc với AB tại B, gọi  $(O_2)$  là đường tròn tâm  $O_2$  qua M và tiếp xúc với AC tại C. Đường tròn  $(O_1)$  và  $(O_2)$  cắt nhau tại D (D không trùng với A)  $BO_1$  cắt  $CO_2$  tại E. CM :

$\triangle BCD$  là  $\triangle$  vuông.

2)  $O_1D$  là tiếp tuyến của  $(O_2)$ .

3) 5 điểm A, B, D, E, C cùng nằm trên một đường tròn.

tròn.

4) Xác định vị trí của M để  $O_1O_2$  ngắn nhất.

**Câu 95** Cho tam giác ABC nhọn, đường cao kẻ từ đỉnh B và đỉnh C cắt nhau tại H và cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC lần lượt tại E và F. CM: 1)  $AE = AF$ . 2) A là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác EFH.

3) Kẻ đường kính BD, chứng minh tứ giác ADCH là hình bình hành.

**Câu 96** Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Đường tròn đường kính AH cắt cạnh AB tại M và cắt cạnh AC tại N. Từ A kẻ đường thẳng vuông góc với MN cắt cạnh BC tại I. CM :

1) MN là đường kính của đường tròn đường kính AH. 2) tứ giác BMNC nội tiếp.

3)  $BI = IC$ .

**Câu 97** Cho tam giác ABC vuông tại C, O là trung điểm của AB và D là điểm bất kỳ trên cạnh AB (D không trùng với A, O, B). Gọi I và J thứ tự là tâm đường tròn ngoại tiếp các tam giác ACD và BCD. CM :

1)  $OI \parallel BC$ .

2) 4 điểm I, J, O, D nằm trên một đường tròn.

3) CD là tia phân giác của góc BAC khi và chỉ khi  $OI = OJ$ .

**Bài 98** Tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn đường kính AD. Hai đường chéo AC, BD cắt nhau tại E. Hình chiếu vuông góc của E trên AD là F. Đường thẳng CF cắt đường tròn tại điểm thứ hai là M. Giao điểm của BD và CF là N. CM :

a) CEFD là tứ giác nội tiếp. b) Tia FA là tia phân giác của góc BFM.

c)  $BE \cdot DN = EN \cdot BD$ .

**Bài 99** tam giác ABC cân tại A, nội tiếp đường tròn (O). Kẻ đường kính AD. Gọi M là trung điểm của AC, I là trung điểm của OD. 1) Chứng minh OM // DC.

2) Chứng minh tam giác ICM cân.

3) BM cắt AD tại N. Chứng minh  $IC^2 = IA.IN$ .

**Câu 100** Cho tam giác vuông ABC ( $\hat{C} = 90^\circ$ ) nội tiếp trong đường tròn tâm O. Trên cung nhỏ AC ta lấy một điểm M bất kỳ (M khác A và C). Vẽ đường tròn tâm A bán kính AC, đường tròn này cắt đường tròn (O) tại điểm D (D khác C). Đoạn thẳng BM cắt đường tròn tâm A ở điểm N.

- Chứng minh MB là tia phân giác của góc  $\widehat{CMD}$ .
- Chứng minh BC là tiếp tuyến của đường tròn tâm A nói trên.
- So sánh góc CNM với góc MDN.
- Cho biết  $MC = a$ ,  $MD = b$ . Hãy tính đoạn thẳng MN theo a và b.

**Câu 101** Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm O, đường phân giác trong của góc A cắt cạnh BC tại D và cắt đường tròn ngoại tiếp tại I.

- Chứng minh rằng OI vuông góc với BC.
- Chứng minh  $BI^2 = AI.DI$ .
- Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên BC. Chứng minh góc BAH = góc CAO.
- Chứng minh góc HAO =  $\left| \widehat{B} - \widehat{C} \right|$

**Câu 102** Cho tam giác ABC, M là trung điểm của BC. Giả sử  $\widehat{BAM} = \widehat{BCA}$ .

- Chứng minh rằng tam giác ABM đồng dạng với tam giác CBA.
- Chứng minh  $BC^2 = 2AB^2$ . So sánh BC và đường chéo hình vuông cạnh là AB.
- Chứng tỏ BA là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác AMC.
- Đường thẳng qua C và song song với MA, cắt đường thẳng AB ở D. Chứng tỏ đường tròn ngoại tiếp tam giác ACD tiếp xúc với BC.

**Câu 103** Cho hình bình hành ABCD có đỉnh D nằm trên đường tròn đường kính AB. Hạ BN và DM cùng vuông góc với đường chéo AC. CM:

- Tứ giác CBMD nội tiếp.
- Khi điểm D di động trên đường tròn thì  $\widehat{BMD} + \widehat{BCD}$  không đổi.
- $DB \cdot DC = DN \cdot AC$

**Câu 104** Cho tam giác nhọn ABC và đường kính BON. Gọi H là trực tâm của tam giác ABC, Đường thẳng BH cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC tại M.

- Chứng minh tứ giác AMCN là hình thánng cân.
- Gọi I là trung điểm của AC. Chứng minh H, I, N thẳng hàng.
- Chứng minh rằng  $BH = 2OI$  và tam giác CHM cân.

**Câu 105** Cho hình vuông ABCD cố định, có độ dài cạnh là a. E là điểm di chuyển trên đoạn CD (E khác D), đường thẳng AE cắt đường thẳng BC tại F, đường thẳng vuông góc với AE tại A cắt đường thẳng CD tại K.

- 1) Chứng minh tam giác  $ABF =$  tam giác  $ADK$  từ đó suy ra tam giác  $AFK$  vuông cân .
- 2) Gọi  $I$  là trung điểm của  $FK$  , Chứng minh  $I$  là tâm đường tròn đi qua  $A, C, F, K$  .
- 3) Tính số đo góc  $AIF$  , suy ra 4 điểm  $A, B, F, I$  cùng nằm trên một đường tròn .

Câu 106 Cho tam giác nhọn  $ABC$  nội tiếp đường tròn tâm  $O$  . Đường phân giác trong của góc  $A, B$  cắt đường tròn tâm  $O$  tại  $D$  và  $E$  , gọi giao điểm hai đường phân giác là  $I$  , đường thẳng  $DE$  cắt  $CA, CB$  lần lượt tại  $M, N$  .

- 1) Chứng minh tam giác  $AIE$  và tam giác  $BID$  là tam giác cân .
- 2) Chứng minh tứ giác  $AEMI$  là tứ giác nội tiếp và  $MI \parallel BC$  .
- 3) Tứ giác  $CMIN$  là hình gì ?

Câu 107 Cho đường tròn tâm  $O$  và cát tuyến  $CAB$  (  $C$  ở ngoài đường tròn ) . Từ điểm chính giữa của cung lớn  $AB$  kẻ đường kính  $MN$  cắt  $AB$  tại  $I$  ,  $CM$  cắt đường tròn tại  $E$  ,  $EN$  cắt đường thẳng  $AB$  tại  $F$  .

- 1) Chứng minh tứ giác  $MEFI$  là tứ giác nội tiếp .
- 2) Chứng minh góc  $CAE$  bằng góc  $MEB$  .
- 3) Chứng minh :  $CE \cdot CM = CF \cdot CI = CA \cdot CB$

Câu 108 Cho tam giác vuông  $ABC$  ( góc  $A = 90^\circ$  ) có  $AC < AB$  ,  $AH$  là đường cao kẻ từ đỉnh  $A$  . Các tiếp tuyến tại  $A$  và  $B$  với đường tròn tâm  $O$  ngoại tiếp tam giác  $ABC$  cắt nhau tại  $M$  . Đoạn  $MO$  cắt cạnh  $AB$  ở  $E$  ,  $MC$  cắt đường cao  $AH$  tại  $F$  . Kéo dài  $CA$  cho cắt đường thẳng  $BM$  ở  $D$  . Đường thẳng  $BF$  cắt đường thẳng  $AM$  ở  $N$  .

- a) Chứng minh  $OM \parallel CD$  và  $M$  là trung điểm của đoạn thẳng  $BD$  .
- b) Chứng minh  $EF \parallel BC$  .
- c) Chứng minh  $HA$  là tia phân giác của góc  $MHN$  .

Câu 109 Cho tam giác  $ABC$  nội tiếp đường tròn tâm  $O$  .  $M$  là một điểm trên cung  $AC$  ( không chứa  $B$  ) kẻ  $MH$  vuông góc với  $AC$  ;  $MK$  vuông góc với  $BC$  . 1) Chứng minh tứ giác  $MHKC$  là tứ giác nội tiếp .

2) Chứng minh  $\widehat{AMB} = \widehat{HMK}$

3) Chứng minh  $\Delta AMB$  đồng dạng với  $\Delta HMK$  .

**Bài 110:** Cho  $\square PBC$  nhọn. Gọi  $A$  là chân đường cao kẻ từ đỉnh  $P$  xuống cạnh  $BC$ . Đường tròn đường kính  $BC$  cắt cạnh  $PB$  và  $PC$  lần lượt ở  $M$  và  $N$ . Nối  $N$  với  $A$  cắt đường tròn đường kính  $BC$  tại điểm thứ 2 là  $E$ .

1. Chứng minh 4 điểm  $A, B, N, P$  cùng nằm trên một đường tròn. Xác định tâm của đường tròn ấy?
2. Chứng minh  $EM$  vuông góc với  $BC$ .
3. Gọi  $F$  là điểm đối xứng của  $N$  qua  $BC$ . Chứng minh rằng:  $AM \cdot AF = AN \cdot AE$

**Bài 111:** Cho  $BC$  là dây cung cố định của đường tròn tâm  $O$ , bán kính  $R$  ( $0 < BC < 2R$ ).  $A$  là điểm di động trên cung lớn  $BC$  sao cho  $\square ABC$  nhọn. Các đường cao  $AD, BE, CF$  của  $\square ABC$  cắt nhau tại  $H$  ( $D$  thuộc  $BC, E$  thuộc  $CA, F$  thuộc  $AB$ ).

1. Chứng minh tứ giác  $BCEF$  nội tiếp trong một đường tròn. Từ đó suy ra  $AE \cdot AC = AF \cdot AB$ .
2. Gọi  $A'$  là trung điểm của  $BC$ . Chứng minh  $AH = 2A'O$ .

3. Kẻ đường thẳng  $d$  tiếp xúc với đường tròn  $(O)$  tại  $A$ . Đặt  $S$  là diện tích của  $\square ABC$ ,  $2p$  là chu vi của  $\square DEF$ .

a. Chứng minh:  $d \parallel EF$ .

b. Chứng minh:  $S = pR$ .

**Bài 112:** Cho đường tròn  $(O)$  đường kính  $AB$ . Điểm  $I$  nằm giữa  $A$  và  $O$  ( $I$  khác  $A$  và  $O$ ). Kẻ dây  $MN$  vuông góc với  $AB$  tại  $I$ . Gọi  $C$  là điểm tùy ý thuộc cung lớn  $MN$  ( $C$  khác  $M, N, B$ ). Nối  $AC$  cắt  $MN$  tại  $E$ . Chứng minh:

1. Tứ giác  $IECB$  nội tiếp.

2.  $AM^2 = AE \cdot AC$

3.  $AE \cdot AC - AI \cdot IB = AI^2$

**Bài 113** Trên một đường thẳng lấy ba điểm  $A, B, C$  cố định theo thứ tự ấy. Gọi  $(O)$  là đường tròn tâm  $O$  thay đổi nhưng luôn luôn đi qua  $A$  và  $B$ . Vẽ đường kính  $IJ$  vuông góc với  $AB$ ;  $E$  là giao điểm của  $IJ$  và  $AB$ . Gọi  $M$  và  $N$  theo thứ tự là giao điểm của  $CI$  và  $CJ$  ( $M \neq I, N \neq J$ ). CM :

1/.  $IN, JM$  và  $CE$  đồng quy tại  $D$ .

2/. Gọi  $F$  là trung điểm của  $CD$ . Chứng minh  $OF \perp MN$ .

3/. Chứng minh  $FM, FN$  là hai tiếp tuyến của  $(O)$ .

4/ Chứng minh  $EA \cdot EB = EC \cdot ED$ . Từ đó suy ra  $D$  là điểm cố định khi  $(O)$  thay đổi.