https://www.facebook.com/letrungkienmath https://sites.google.com/site/letrungkienmath

NĂM THỨ MƯỜI TÁM
ISSN 1859-2740

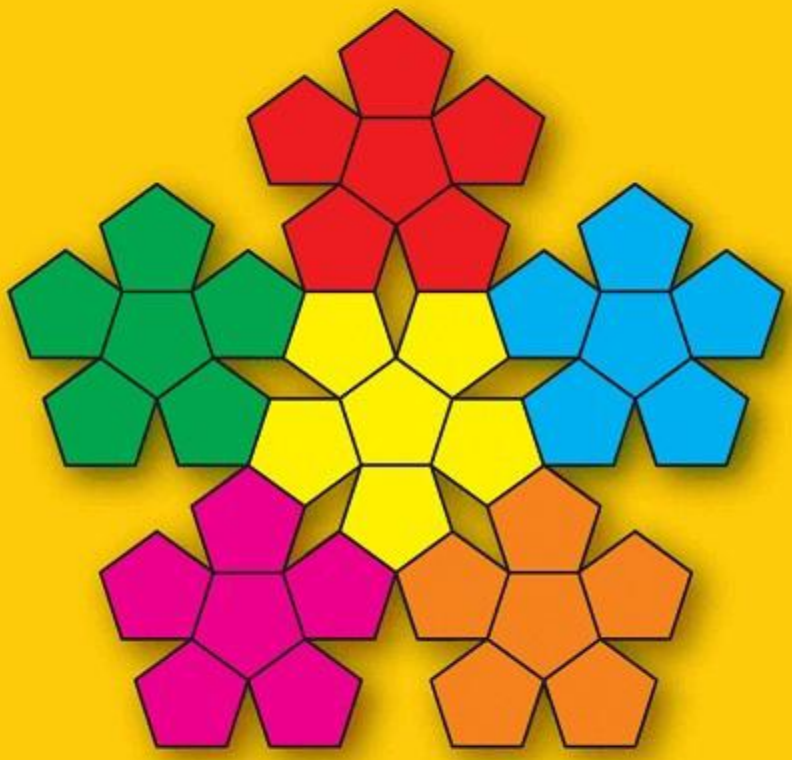
Toán tuổi thơ 2

5/9 167
NĂM HỌC 2016 - 2017

TRUNG HỌC CƠ SỞ

Giá: 10000đ

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM - BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO



Chúc mừng năm mới

Happy new year

TIN TỨC - HOẠT ĐỘNG - GẶP GỠ

● Ngày 23.12.2016, ThS. Vũ Kim Thủy (đứng thứ 4 từ trái sang), Tổng biên tập tạp chí Toán Tuổi thơ đã có buổi làm việc với ông Trương Quang Luyến (đứng thứ 3 từ trái sang), Chủ tịch Hội đồng quản trị, Tổng Giám đốc Công ty Cổ phần Văn phòng phẩm Hồng Hà để khởi động Cuộc thi Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ toàn quốc năm 2017. Từ năm học 2015-2016, tạp chí Toán Tuổi thơ đã tổ chức các Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ trong các nhà trường, hướng dẫn các địa phương tổ chức Cuộc thi Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ cấp huyện (quận), tỉnh (thành) để tạo phong trào dạy và học môn Toán bằng tiếng Anh. Cuộc thi cấp toàn quốc năm 2016 đã được tổ chức tại Hà Nội với 286 thí sinh từ 24 tỉnh (thành) tham dự. Cuộc thi năm 2017 dự kiến tổ chức tại Trà Vinh vào tháng 6.2017, với đề thi toán bằng tiếng Anh. Mỗi cấp học (Tiểu học và Trung học cơ sở) đều có ba phần thi: Thi Cá nhân, Thi Tiếp sức toán và Thi Du lịch toán học. Tiền thân của cuộc thi này là Olympic Toán Tuổi thơ thi bằng tiếng Việt với hai bài thi: Cá nhân, Tiếp sức toán. Công ty Cổ phần Văn phòng phẩm Hồng Hà là nhà tài trợ chính cho cuộc thi này.

● Chiều 26.12.2016, Ban chấp hành Hội toán học Hà Nội và Sở Giáo dục và Đào tạo Hà Nội (NGND. GS. TSKH. Nguyễn Văn Mậu, Chủ tịch Hội Toán học Hà Nội; TS. Chử Xuân Dũng, Phó Giám đốc Sở Giáo dục và Đào tạo Hà Nội; ThS. Vũ Kim Thủy, Tổng biên tập tạp chí Toán Tuổi thơ và các UV Ban chấp hành hội; Trưởng, Phó Phòng Giáo dục Trung học Sở Giáo dục và Đào tạo Hà Nội) đã họp bàn về công tác tổ chức cuộc thi HOMO năm 2017. Cuộc thi khởi đầu năm 2005, đến nay đã bước sang năm thứ 13. Trước đây, cuộc thi nhằm chuẩn bị đội tuyển cho Việt Nam dự thi SMO của Singapore do Hội Toán học Việt Nam và tạp chí Toán Tuổi thơ phối hợp tổ chức tại Hà Nội. Năm nay cuộc thi HOMO 2017 dự kiến diễn ra tại Hà Nội ngày 4.3.2017 và trao giải ngày 5.3.2017.

● Kì thi Olympic các môn khoa học trẻ Quốc tế (IJSO) là kì thi dành cho học sinh lứa tuổi 15, được đồng tổ chức bởi các nhà khoa học hàng đầu thế giới. Việt Nam tham gia kì thi này lần đầu tiên vào năm 2004 và trở thành thành viên sáng lập. Năm đó, đoàn do Hội Toán học tổ chức và dẫn đoàn. Từ 3-10.12.2016, kì thi IJSO lần thứ 13 đã diễn ra tại đảo Bali (Indonesia) với sự tham dự của 48 nước và vùng lãnh thổ, trong đó có 49 đoàn với 276 học sinh. Đoàn Việt Nam có 6 học sinh do ông Lê Ngọc Quang, Phó giám đốc Sở Giáo dục và Đào tạo Hà Nội làm trưởng đoàn.

Điểm mới của cuộc thi năm nay là Ban tổ chức đã dành riêng một hội nghị cho giáo viên khoa học của các trường phổ thông ở Indonesia giao lưu với các nhà khoa học, giáo viên các nước để chia sẻ, học hỏi kinh nghiệm và tìm cơ hội hợp tác.

Giải thưởng cuộc thi năm nay có 28 huy chương Vàng, 59 huy chương Bạc, 80 huy chương Đồng cho những thí sinh xuất sắc nhất. 1 huy chương Vàng và 2 huy chương Bạc cho đội làm thí nghiệm thực hành xuất sắc nhất. Đoàn Việt Nam, cả 6 học sinh đều có giải, gồm 2 huy chương Vàng, 2 huy chương Bạc và 2 huy chương Đồng. Huy chương Vàng thuộc về Nguyễn Ngọc Đức và Phan Minh Đức; huy chương Bạc thuộc về Nguyễn Nga Nhi và Phạm Quốc Khánh thuộc THPT chuyên Hà Nội-Amsterdam. Hai huy chương Đồng thuộc về Phan Hà Linh, THPT chuyên Hà Nội-Amsterdam và Đặng Nguyễn Tiến Đạt, THPT chuyên Nguyễn Huệ, quận Hà Đông, Hà Nội. Cuộc thi không xếp hạng toàn đoàn, nhưng tính về số lượng huy chương Vàng đoàn Việt Nam đứng thứ 6. Đây là thành tích cao mà đoàn Việt Nam giành được từ khi tham gia dự IJSO.

PV

https://www.facebook.com/letrungkienmath https://sites.google.com/site/letrungkienmath

Toán tuổi thơ TRUNG HỌC CƠ SỞ

Children's Fun Maths Journal

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM - BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HỘI ĐỒNG BIÊN TẬP

Tổng biên tập: **ThS. VŨ KIM THỦY**

Thư kí tòa soạn: **NGUYỄN NGỌC HÂN**

Trưởng ban biên tập: **TRẦN THỊ KIM CƯƠNG**

ỦY VIÊN

NGND. VŨ HỮU BÌNH
TS. GIANG KHẮC BÌNH
TS. TRẦN ĐÌNH CHÂU
TS. VŨ ĐÌNH CHUẨN
TS. NGUYỄN MINH ĐỨC
ThS. NGUYỄN ANH DŨNG
TS. NGUYỄN MINH HÀ
PGS. TS. LÊ QUỐC HÁN
PGS. TSKH. VŨ ĐÌNH HÒA
TS. NGUYỄN ĐỨC HOÀNG
ThS. NGUYỄN VŨ LOAN
NGUYỄN ĐỨC TẤN
PGS. TS. TÔN THÂN
TRƯƠNG CÔNG THÀNH
PHẠM VĂN TRỌNG
ThS. HỒ QUANG VINH

TÒA SOẠN

Tầng 5, số 361 đường Trường Chinh,
quận Thanh Xuân, Hà Nội
Điện thoại (Tel): 04.35682701
Điện sao (Fax): 04.35682702
Điện thư (Email): bbttoantuoitho@gmail.com
toantuoitho@vnn.vn
Trang mạng (Website): http://www.toantuoitho.vn

ĐẠI DIỆN TẠI MIỀN NAM

NGUYỄN VIẾT XUÂN
391/150 Trần Hưng Đạo, P. Cầu Kho, Q.1, TP. HCM
ĐT: 08.66821199, DĐ: 0973 308199

Trị sự - Phát hành: **TRỊNH THỊ TUYẾT TRANG, VŨ ANH THƯ, NGUYỄN HUYỀN THANH**
Chế bản: **ĐỖ TRUNG KIÊN**
Mĩ thuật: Họa sĩ **TÚ ÂN**

CHỊU TRÁCH NHIỆM XUẤT BẢN

Chủ tịch Hội đồng Thành viên NXBGD Việt Nam:
MẠC VĂN THIỆN
Tổng Giám đốc NXBGD Việt Nam:
GS. TS. VŨ VĂN HÙNG
Phó Tổng Giám đốc kiêm Tổng biên tập NXBGD Việt Nam:
TS. PHAN XUÂN THÀNH

TRONG SỐ NÀY

Dành cho học sinh lớp 6 & 7 Tr 2
So sánh hai lũy thừa
Nguyễn Ngọc Hùng
Từ một bài toán lớp 7 Tr 3
Nguyễn Đức Tấn
Học ra sao? Giải toán thế nào? Tr 4
Khai thác bài toán lớp 8 về diện tích của tứ giác
Hoàng Anh
Hai tiếp tuyến cắt nhau của đường tròn Tr 5
Phạm Văn Binh
Đo trí thông minh Tr 6
Tìm kiếm
Tạ Thập
Cửa sổ AC Tr 7
Vương quốc Brunay
Vũ Kim Thủy
Phá án cùng thám tử Sêlôccôc Tr 12
Chuyến đi chơi bị bỏ lỡ
Nguyễn Minh Hiền
Toán học & đời sống Tr 14
Thống kê Toán và tìm tên tác giả văn học
Vũ Thanh Thành
Compa vui tính Tr 15
Cạnh hình vuông thứ 2017
Phạm Tuấn Khải
Dành cho các nhà toán học nhỏ Tr 22
Sử dụng biệt thức Delta của phương trình bậc hai để giải toán cực trị
Bùi Mạnh Tùng, Cao Văn Dũng
Lịch sử Toán học Tr 27
Ơcơ lit và bộ sách cơ bản
Nguyễn Việt Hải

Dành cho học sinh lớp 7

SO SÁNH HAI LŨY THỪA

NGUYỄN NGỌC HÙNG
(GV. THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, Hà Tĩnh)

Các cách thường sử dụng khi so sánh hai lũy thừa:

- *Đưa về hai lũy thừa cùng cơ số rồi so sánh số mũ.*
- *Đưa về hai lũy thừa cùng số mũ rồi so sánh cơ số.*
- *So sánh qua lũy thừa trung gian.*

Ví dụ 1. So sánh 16^{504} và 32^{403}.

Lời giải. Ta có $16^{504} = (2^4)^{504} = 2^{2016}$.

$32^{403} = (2^5)^{403} = 2^{2015}$.

Vì $2^{2016} > 2^{2015}$ nên $16^{504} > 32^{403}$.

Ví dụ 2. So sánh 27^{672} và 256^{504}.

Lời giải. Ta có $27^{672} = (3^3)^{672} = 3^{2016}$.

$256^{504} = \left(4^4\right)^{504} = 4^{2016}$.

Vì $3^{2016} < 4^{2016}$ nên $27^{672} < 256^{504}$.

Ví dụ 3. So sánh 2016^{15} và 199^{20}.

Lời giải. Ta có

$2016^{15} > 2000^{15} = (16.125)^{15} = (2^4.5^3)^{15} = 2^{60}.5^{45}$.

$199^{20} < 200^{20} = (8.25)^{20} = (2^3.5^2)^{20} = 2^{60}.5^{40}$.

Vì $2^{60}.5^{45} > 2^{60}.5^{40}$ nên $2016^{15} > 199^{20}$.

Ví dụ 4. So sánh 5^{301} và 11^{199}.

Lời giải. Ta có $5^{301} > 5^{300} = (5^3)^{100} = 125^{100}$.

$11^{199} < 11^{200} = (11^2)^{100} = 121^{100}$.

Vì $125^{100} > 121^{100}$ nên $5^{301} > 11^{199}$.

Ví dụ 5. So sánh 2^{3100} và 3^{2100}.

Lời giải. Ta có

$2^{31} = 2.2^{30} = 2.8^{10}$

$3^{21} = 3.3^{20} = 3.9^{10}$.

Vì $2.8^{10} < 3.9^{10}$ nên $(2.8^{10})^{100} < (3.9^{10})^{100}$.

$\Rightarrow 2^{3100} < 3^{2100}$.

Ví dụ 6. So sánh

$$A = \frac{10^{2014}+1}{10^{2015}+1} \text{ và } B = \frac{10^{2015}+1}{10^{2016}+1}.$$

Lời giải. Ta có

$$10A = \frac{10^{2015}+10}{10^{2015}+1} = 1 + \frac{9}{10^{2015}+1}.$$

$$10B = \frac{10^{2016}+10}{10^{2016}+1} = 1 + \frac{9}{10^{2016}+1}.$$

Vì $\frac{9}{10^{2015}+1} > \frac{9}{10^{2016}+1}$ nên $10A > 10B$.

Suy ra $A > B$.

Ví dụ 7. So sánh $2^{3^{2^3}}$ và $3^{2^{3^2}}$.

Lời giải. Ta có

$3^{2^3} = 3^8 = (3^2)^4 = 9^4 > 8^4 = (2^3)^4 = 2^{12} > 2^{10}$.

Do đó $2^{3^{2^3}} > 2^{2^{10}} = 2^{2.2^9} = 4^{2^9} > 3^{2^9} = 3^{2^{3^2}}$.

Ví dụ 8. So sánh 5^{255} và 2^{572}.

Lời giải. Ta có $5^7 = 78125 > 65536 = 4^8$

$\Rightarrow (5^7)^7 > (4^8)^7 \Rightarrow 5^{49} > 4^{56}$.

Mà $5^2 > 4^2 \Rightarrow 5^{49}.5^2 > 4^{56}.4^2 \Rightarrow 5^{51} > 4^{58}$

$\Rightarrow (5^{51})^5 > (4^{58})^5$

$\Rightarrow 5^{255} > 4^{290} = (2^2)^{290} = 2^{580} > 2^{572}$.

Vậy $5^{255} > 2^{572}$.

Bài tập

Bài 1. So sánh

a) 27^{11} và 81^8;

b) 5^{333} và 3^{555};

c) 127^{23} và 513^{18};

d) 107^{50} và 73^{75};

e) $A = \frac{2^{2016}-3}{2^{2015}-1}$ và $B = \frac{2^{2015}-3}{2^{2014}-1}$.

TỪ MỘT BÀI TOÁN LỚP 7

NGUYỄN ĐỨC TẤN
(TP. Hồ Chí Minh)

Để học giỏi toán, công việc thường xuyên của học sinh là đứng trước một bài toán cần phải:

- *Tìm lời giải của bài toán.*
- *Tìm thêm lời giải khác của bài toán.*
- *Tìm bài toán tương tự, bài toán mới.*
- *Tìm bài toán tổng quát.*

Bài viết này sẽ giúp các bạn học sinh rèn luyện từ một bài toán lớp 7 trong đề kiểm tra học kì I môn Toán, quận 1, TP. Hồ Chí Minh, năm học 2016 - 2017.

Bài toán 1. Cho

$$A = 1 - \frac{3}{4} + \left(\frac{3}{4}\right)^2 - \left(\frac{3}{4}\right)^3 + \left(\frac{3}{4}\right)^4 - ... + \left(\frac{3}{4}\right)^{2010}.$$

Chứng tỏ rằng A không phải là số nguyên.

Hầu hết các bạn học sinh cũng như các tài liệu toán đều cho lời giải như sau:

$$\frac{7}{4}A = \frac{3}{4}A + A = \left[\frac{3}{4} - \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \left(\frac{3}{4}\right)^3 - ... + \left(\frac{3}{4}\right)^{2011}\right]$$

$$+\left[1 - \frac{3}{4} + \left(\frac{3}{4}\right)^2 - \left(\frac{3}{4}\right)^3 + ... + \left(\frac{3}{4}\right)^{2010}\right].$$

$$= 1 + \left(\frac{3}{4}\right)^{2011} = \frac{4^{2011} + 3^{2011}}{4^{2011}}.$$

Do đó $A = \dfrac{4^{2011} + 3^{2011}}{7.4^{2010}}$. (*)

Ta lại có $4^{2011} + 3^{2011} = 4.4^{2010} + 3.3^{2010}$
$< 4.4^{2010} + 3.4^{2010} = 7.4^{2010}$.

Do đó $A < 1$. Mặt khác $A > 0$.

Vậy A không phải là số nguyên.

Từ (*) ta có thể giải cách khác như sau: Vì $4^{2011} + 3^{2011}$ không chia hết cho 2 và 7.4^{2010} chia hết cho 2 nên A không phải là số nguyên.

Chúng ta sẽ xét một số bài toán tương tự.

Chú ý rằng $0 < A < 1$ thì $[A] = 0$, từ đó giúp ta có bài toán mới:

Bài toán 2. Cho

$$A = 1 - \frac{3}{4} + \left(\frac{3}{4}\right)^2 - \left(\frac{3}{4}\right)^3 + \left(\frac{3}{4}\right)^4 - ... + \left(\frac{3}{4}\right)^{2010}.$$

Tính [A].

Bài toán 3. Cho

$$B = 1 - \frac{2015}{2017} + \left(\frac{2015}{2017}\right)^2 - ... + \left(\frac{2015}{2017}\right)^{2016}.$$

Chứng tỏ rằng B không phải là số nguyên.

Từ các bài toán trên có bài toán tổng quát:

Bài toán 4. Cho $0 < x < 1$; $n \in \mathbb{N}^*$;

$M = 1 - x + x^2 - x^3 + x^4 - ... - x^{2n-1} + x^{2n}$.

a) Chứng tỏ rằng M không phải là số nguyên.

b) Tìm [M].

Để giải bài toán trên ta xét xM + M. Tiếp tục tìm kiếm...! Chợt một câu hỏi thật hay đặt ra:

Có cách nào chứng minh được $0 < M < 1$ mà không cần phải tính M không?

Chúng tôi sẽ giúp các bạn trả lời:

Từ $0 < x < 1$, $m \in \mathbb{N}^*$ ta có $x^m > 0$, $1 - x > 0$.

Suy ra $x^m(1 - x) > 0$.

Do đó $x^m - x^{m+1} > 0$.

Ta có

$M = 1 - (x - x^2) - (x^3 - x^4) - ... - (x^{2n-1} - x^{2n}) < 1$.

Ta lại có $M = (1 - x) + (x^2 - x^3) + (x^4 - x^5) + ... + (x^{2n-2} - x^{2n-1}) + x^{2n} > 0$.

Do đó $0 < M < 1$ suy ra $[M] = 0$.

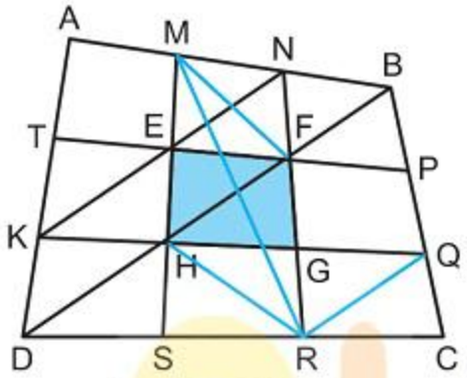
Như vậy chúng ta có lời giải bài toán 4 mà không cần phải tính M.

Các bạn hãy tiếp tục tìm tòi suy nghĩ từ các bài toán trên để đến với những điều thú vị trong toán học nhé!

KHAI THÁC BÀI TOÁN LỚP 8 VỀ DIỆN TÍCH CỦA TỨ GIÁC

HOÀNG ANH
(9A5, THCS Cầu Giấy, Q. Cầu Giấy, Hà Nội)

Bài toán 1. Cho tứ giác lồi ABCD. Chia mỗi cạnh của tứ giác thành 3 phần bằng nhau. Nối các điểm có vị trí tương ứng trên hai cạnh đối như hình vẽ để tạo thành tứ giác ở giữa là EFGH. Chứng minh rằng $S_{EFGH} = \frac{1}{9}S_{ABCD}$.



Lời giải. Theo giả thiết ta có

$\frac{CR}{CD} = \frac{CQ}{CB} = \frac{1}{3} \Rightarrow QR // BD; \frac{AN}{AB} = \frac{AK}{AD} = \frac{2}{3} \Rightarrow NK // BD.$

$\Rightarrow NK // QR // BD.$

Do đó

Do đó $\frac{GR}{GN} = \frac{QR}{NK} = \frac{QR}{BD}.\frac{BD}{NK} = \frac{1}{3}.\frac{3}{2} = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow \frac{GR}{RN} = \frac{1}{3}; \frac{NF}{RN} = \frac{1}{3}.$

$\Rightarrow FG = NF = RG.$

Tương tự như trên ta có ME = EH = HS.

Ta có $S_{EFGH} = S_{EFH} + S_{FHG} = \frac{1}{2}S_{MHF} + \frac{1}{2}S_{FHR}$

$= \frac{1}{2}S_{MFRH} = \frac{1}{2}S_{MHR} + \frac{1}{2}S_{MFR}$

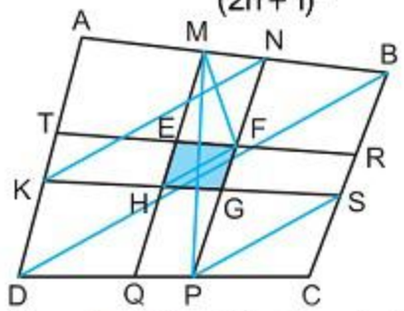
$= \frac{1}{2}.\frac{2}{3}S_{MRS} + \frac{1}{2}.\frac{2}{3}S_{MNR} = \frac{1}{3}S_{MNRS}$. (1)

Chứng minh tương tự $S_{MNRS} = \frac{1}{3}S_{ABCD}$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $S_{EFGH} = \frac{1}{9}S_{ABCD}$.

Bây giờ ta xét bài toán tổng quát, chia mỗi cạnh của tứ giác ABCD thành 2n + 1 phần bằng nhau, khi đó diện tích tứ giác được tạo thành ở chính giữa có mối liên hệ gì với diện tích tứ giác ABCD?

Bài toán 2. Cho tứ giác ABCD, chia mỗi cạnh của tứ giác đó thành 2n + 1 phần bằng nhau. Nối các điểm có vị trí tương ứng trên 2 cạnh đối diện như hình vẽ tạo thành tứ giác ở chính giữa là EFGH. Chứng minh rằng $S_{EFGH} = \frac{1}{(2n+1)^2}S_{ABCD}$.



Lời giải. Ta lấy các điểm chia theo thứ tự ở vị trí thứ n; n + 1 trên các cạnh AB, BC, CD, DA tương ứng là M, N, R, S, P, Q, K, T. Ta có

$\frac{BN}{AB} = \frac{KD}{AD} = \frac{SC}{BC} = \frac{PC}{DC} = \frac{n}{2n+1} \Rightarrow NK // BD // SP.$

$\frac{MN}{AB} = \frac{RS}{BC} = \frac{PQ}{DC} = \frac{TK}{AD} = \frac{1}{2n+1}.$

$\frac{GP}{NG} = \frac{SP}{NK} = \frac{SP}{BD}.\frac{BD}{NK} = \frac{SC}{BC}.\frac{AD}{AK} = \frac{n}{2n+1}.\frac{2n+1}{n+1} = \frac{n}{n+1}.$

$\Rightarrow \frac{GP}{NG} = \frac{n}{n+1} \Rightarrow \frac{GP}{NP} = \frac{n}{2n+1}.$

Chứng minh tương tự ta có $\frac{NF}{NP} = \frac{n}{2n+1} = \frac{HQ}{MQ} = \frac{ME}{MQ}.$

Từ đó suy ra $\frac{EH}{MQ} = \frac{FG}{NP} = \frac{1}{2n+1}$. Ta có

$S_{EFGH} = S_{EFH} + S_{FHG} = \frac{1}{n+1}.S_{MHF} + \frac{1}{n+1}.S_{FHP}$

$= \frac{1}{n+1}.S_{MFPH} = \frac{1}{n+1}.S_{MHP} + \frac{1}{n+1}.S_{MFP}$

$= \frac{1}{n+1}.\frac{n+1}{2n+1}.S_{MPQ} + \frac{1}{n+1}.\frac{n+1}{2n+1}.S_{MPN} = \frac{1}{2n+1}.S_{MNPQ}$.(3)

Tương tự ta có $S_{MNPQ} = \frac{1}{2n+1}.S_{ABCD}$. (4)

Từ (3) và (4) ta có

$S_{EFGH} = \frac{1}{2n+1}.\frac{1}{2n+1}.S_{ABCD} = \frac{1}{(2n+1)^2}.S_{ABCD}.$

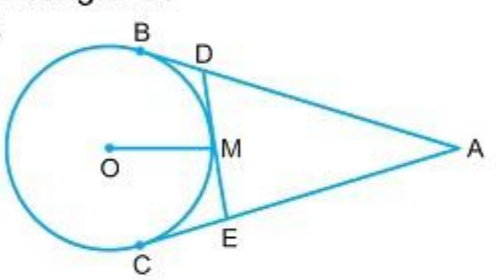
HAI TIẾP TUYẾN CẮT NHAU CỦA ĐƯỜNG TRÒN

PHẠM VĂN BINH
(Phó Hiệu trưởng THCS Chất lượng cao Vũ Hữu, Bình Giang, Hải Dương)

Trong sách giáo khoa hình học 9 có một bài toán đơn giản mà hay, từ bài toán này ta có thể sáng tạo ra nhiều bài toán thú vị khác.

Bài toán 1. Từ điểm A nằm bên ngoài đường tròn (O), kẻ các tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là các tiếp điểm). Qua điểm M thuộc cung nhỏ BC kẻ tiếp tuyến với (O) cắt các tiếp tuyến AB, AC theo thứ tự tại D và E. Chứng minh rằng chu vi tam giác ADE bằng 2AB.

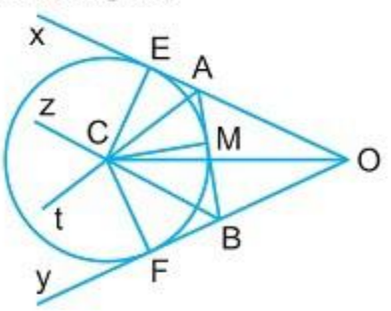
Lời giải.



Vì AB, AC là hai tiếp tuyến của (O) nên AB = AC.
Vì DB, DM là hai tiếp tuyến của (O) nên DB = DM.
Vì EB, EM là hai tiếp tuyến của (O) nên EC = EM.
Do vậy AD + DE + AE = AD + DM + ME + AE = AD + DB + CE + AE = AB + AC = 2AB không đổi.

● **Nhận xét.** *Góc A trong bài toán 1 không đổi, chu vi tam giác ABC không đổi. Đảo lại ta có bài toán sau.*

Bài toán 2. Cho góc xOy nhỏ hơn 180°. Lấy A, B thứ tự là hai điểm thay đổi trên Ox, Oy. Chứng minh rằng AB luôn tiếp xúc với một đường tròn cố định khi A, B thay đổi sao cho chu vi tam giác OAB bằng 2a không đổi.



Lời giải. Gọi 2 tia phân giác của góc xAB và góc yBA là At và Bz.

Ta có $2(\widehat{tAB} + \widehat{zBA}) = 2.\widehat{tAB} + 2.\widehat{zBA} = \widehat{xAB} + \widehat{yBA}$

$= \widehat{ABO} + \widehat{AOB} + \widehat{BAO} + \widehat{AOB} = 180^o + \widehat{AOB}$

$< 2.180^o \Rightarrow \widehat{tAB} + \widehat{zBA} < 180^o$.

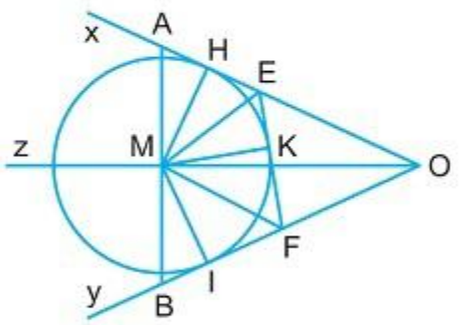
Do đó hai tia At và Bz cắt nhau tại C.

Kẻ CM ⊥ AB tại M, CE ⊥ Ax tại E, CF ⊥ By tại F.
Dễ thấy CE = CM = CF và
AE = AM, BF = BM, OE = OF.
Từ đó OA + OB + AB = OA + OB + MA + MB
= OA + OB + AE + BF = OE + OF = 2OE = 2OF = 2a.
Suy ra OE = OF = a không đổi nên E và F cố định.
Từ đó C cố định và CM = CE không đổi.
Vậy AB luôn tiếp xúc với đường tròn (C; CE) cố định.

● **Nhận xét.** *Góc $\widehat{A}$ trong bài toán 1 không đổi,* $\widehat{DOE} = \dfrac{180^o - \widehat{BAC}}{2}$ *không đổi. Đảo lại ta có bài toán sau.*

Bài toán 3. Cho góc xOy nhỏ hơn 180° và tia phân giác của nó là Oz . Lấy điểm M thuộc tia Oz và E, F thứ tự thuộc các tia Ox, Oy. Chứng minh rằng EF luôn tiếp xúc với một đường tròn cố định khi E, F thay đổi sao cho $2.\widehat{EMF} = 180^o - \widehat{xOy}$.

Lời giải.



Đường thẳng qua M vuông góc với MO cắt Ox tại A, cắt Oy tại B. Dễ thấy ΔOAB cân tại O nên có

$\widehat{OAB} = \widehat{OBA} = \dfrac{180^o - \widehat{xOy}}{2} = \widehat{EMF}$ và

$MA = MB = \dfrac{AB}{2}$.

Kẻ MH ⊥ OA, MK ⊥ EF thì MH cố định.

Ta có $\widehat{AMF} = \widehat{MBF} + \widehat{MFB} = \widehat{AME} + \widehat{EMF}$ và

$\widehat{OBA} = \widehat{EMF}$ nên $\widehat{AME} = \widehat{MFB}$

$\Rightarrow \Delta AME \backsim \Delta BFM$ (g.g)

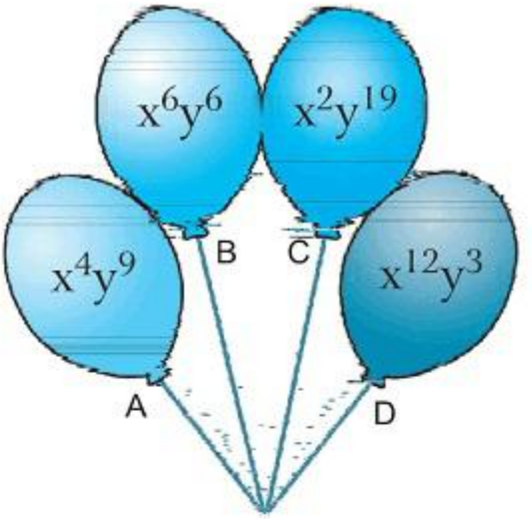
$\Rightarrow \dfrac{AE}{BM} = \dfrac{ME}{FM} \Rightarrow \dfrac{AE}{MA} = \dfrac{ME}{MF}$

$\Rightarrow \Delta AME \backsim \Delta MFE$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{MEA} = \widehat{FEM}$.

Suy ra MH = MK vì MH không đổi nên MK không đổi.
Vậy EF luôn tiếp xúc với đường tròn (M; MH) cố định.

Kì này TÌM KIẾM

Bài 1. Trong hình vẽ bên, quả bóng nào khác với các quả bóng còn lại?



Bài 2. Tìm số còn thiếu.

5 4	4 6	4 8	6 7
18	20	22	?
8 3	12 2	11 5	16 5

TẠ THẬP

Kết quả ĐIỀN SỐ (TTT2 số 164 + 165)

Quy luật. Bài 1. Tổng của hai hợp số trừ đi tổng của hai số nguyên tố ở hình vành khăn thì bằng số ở giữa. Theo quy luật đó, số cần điền vào chỗ trống là (8 + 30) – (11 + 19) = **8**.

Bài 2. Viết các số theo vị trí đường ziczac (trên - dưới - trên - dưới ..., từ trái sang phải) ta được hai dãy số

0, 1, 4, 9, 16, ... (1)

4, 8, 12, 16, 20, ... (2)

Dãy (1) là bình phương của các số tự nhiên liên tiếp, kể từ 0, do đó số tiếp theo là 25.

Dãy (2) là các bội liên tiếp của 4, kể từ 4, do đó số tiếp theo là 24.

Vậy các số cần điền vào chỗ trống là **24** (hàng trên) và **25** (hàng dưới).

Nhận xét. Bài 1 của kì này tương đối khó, rất ít bạn phát hiện được quy luật.

Bài 2 dễ hơn nhưng nhiều bạn diễn đạt chưa rõ khi tách các số thành hai dãy.

HỒNG HÀ

Các bạn sau được thưởng kì này: *Nguyễn Thu Huyền*, 8A1; *Lê Hồng Hạnh*, 8A2, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Trần Hữu Tuyển*, 8B, THCS Cao Xuân Huy, Diễn Châu, **Nghệ An**; *Nguyễn Trúc Quỳnh*, 8/1, THCS Lê Văn Thiêm, TP. Hà Tĩnh; *Trần Đình Hoàng*, 7C, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**.

Các bạn sau được tuyên dương: *Nguyễn Tuấn Linh, Nguyễn Bích Ngọc*, 7A, THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên; *Lê Ánh Tuyết*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Chí Công*, 8A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Nguyễn Hoàng Đạo*, 8C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An**.

NGUYỄN XUÂN BÌNH

Danh sách học sinh

được khen trên tạp chí Toán Tuổi thơ quý III năm 2016

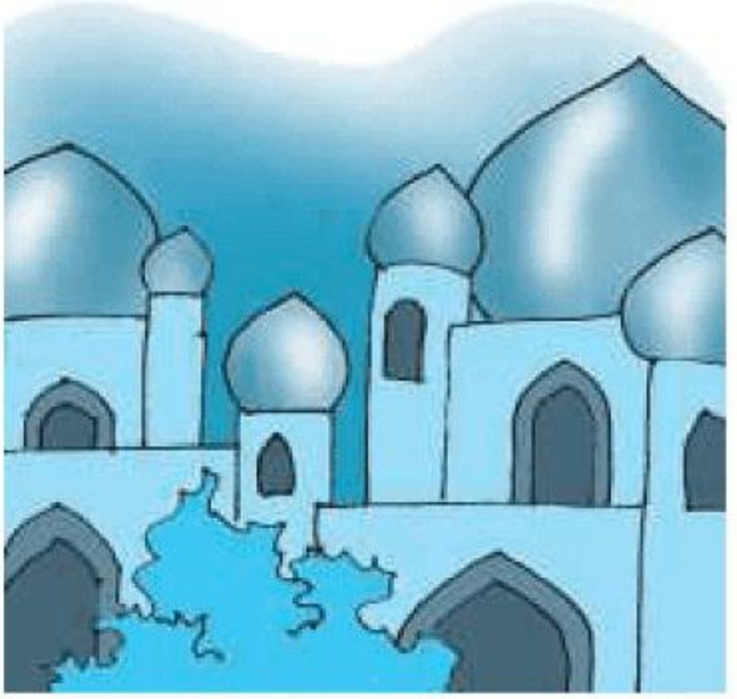
Chu Thị Thanh, *Lê Ngọc Hoa*, 9E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường; *Lê Đức Thái*, 8A2, *Tạ Thủy Tiên*, 9A4, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Ngọc Huyền*, 9A, THCS Hùng Vương, TX. Phú Thọ; *Nguyễn Thùy Dương*, *Nguyễn Thu Hiền*, *Bùi Thị Quỳnh*, 8A3, *Trần Thị Thu Huyền*, 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Đặng Minh Hoàng*, 9A, THCS Nguyễn Hiền, Nam Trực, **Nam Định**; *Đặng Quang Anh*, 9A, THCS Nguyễn Chích, Đông Sơn, **Thanh Hóa**; *Lê Việt Hùng*, 9/1, THCS Nguyễn An Ninh, TP. Vũng Tàu, **Bà Rịa - Vũng Tàu**; *Trần Đình Hoàng*, 6C, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Trần Quang Tài*, 7A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**.

VƯƠNG QUỐC BRUNAY

VŨ KIM THỦY

AC là từ viết tắt của Cộng đồng ASEAN bằng Tiếng Anh (ASEAN Community). Cộng đồng ASEAN thành lập chính thức từ 31.12.2015. Năm 2016 này tạp chí Toán Tuổi thơ mở chuyên mục cửa sổ AC để bạn đọc hiểu hơn về vùng đất, con người rộng lớn của 10 quốc gia với 625 triệu dân.

Brunay, đôi khi viết là Brunây, tên chính thức: Brunei Darussalam. Brunay là quốc gia hải đảo thuộc Đông Nam Á, nằm trong nhóm nước Đông Nam Á quần đảo. Brunay là một phần của đảo Calimantan (trước gọi là Borneo). Phần còn lại thuộc Indonesia và Malaysia. Phía Đông và Nam của Brunay được bao bọc bởi nước láng giềng Malaysia. Phía Bắc và Tây giáp với biển Đông. Brunay có diện tích 5765 km^2. Thủ đô là Bandar Seri Begawan. Ngôn ngữ chính là Malay. Quốc khánh: ngày 23.2.1984. Tôn giáo chính là Đạo Hồi. Đồng tiền chính là Đôla Brunay. Trong số 400 000 dân Brunay có hơn 60% người Malay, rồi đến người Hoa, người bản địa và 3% là người Âu. Ngoài tiếng Malay, tiếng Anh còn được dùng khá phổ biến do từ 1888 Brunay chịu sự bảo hộ của người Anh. Nước Nhật chiếm đóng Brunay 1944 - 1945, sau đó Anh quay trở lại, đến 1959 thì phải để cho Brunay có hiến pháp riêng. Brunay là nước quân chủ lập hiến. Quốc hội gồm cả các thành viên do vua chỉ định và các thành viên được toàn dân bầu. Quốc hội có trách nhiệm lập pháp. Nhà vua đứng đầu nội các.



Brunay có nguồn tài nguyên dồi dào về mỏ dầu và khí tự nhiên: trữ lượng hơn 1,3 tỉ thùng dầu mỏ và 105 tỉ m^3 khí đốt tự nhiên. Đây vừa là thuận lợi vừa là điểm yếu của nước này khi thập niên 90 giá dầu giảm mạnh. Khi đó thu nhập bình quân đầu người của nước này chỉ còn bằng một nửa của thập niên trước đó. Sản xuất công nghiệp còn nhỏ bé. Có thời điểm như 1991 tiền dầu khí bằng 97% giá trị xuất khẩu của nước này. Từ 1994 Brunay tham gia EAGA, là khu vực phát triển phía Đông ASEAN (EAST ASEAN GROWTH AREA) gồm các phần đất thuộc bốn nước Philippin, Brunay, Malaysia và Indonesia. Brunay có chỉ số phát triển con người cao ở Đông Nam Á, nằm trong nhóm nước có thu nhập bình quân đầu người cao trên thế giới. Tuy nhiên về quy mô nền kinh tế trong ASEAN, Brunay chỉ đứng thứ 8 với tổng số GDP là 17 tỉ USD, trên Campuchia và Lào.

LỜI GIẢI ĐỀ THI TOÁN VÀ KHOA HỌC QUỐC TẾ IMSO NĂM 2015

PHẦN CÂU HỎI CÓ CÂU TRẢ LỜI NGẮN

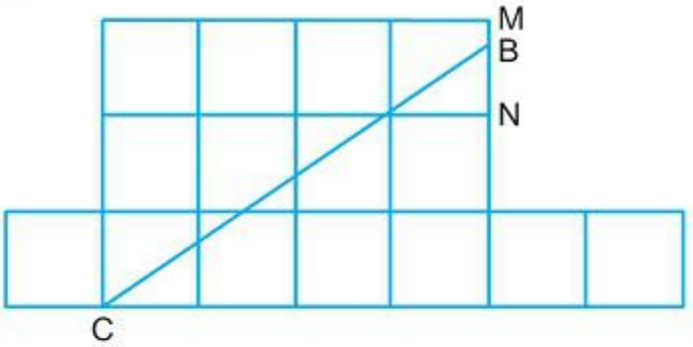
(Tiếp theo kì trước)

TRỊNH HOÀI DƯƠNG *(GV. THCS Giảng Võ, Ba Đình, Hà Nội)*

Sưu tầm và giới thiệu

MAI VŨ *(dịch)*

18.



Ta lấy điểm C như hình vẽ.

$S_{ABC} = 7,5 - 2 = 5,5$ ô vuông đơn vị.

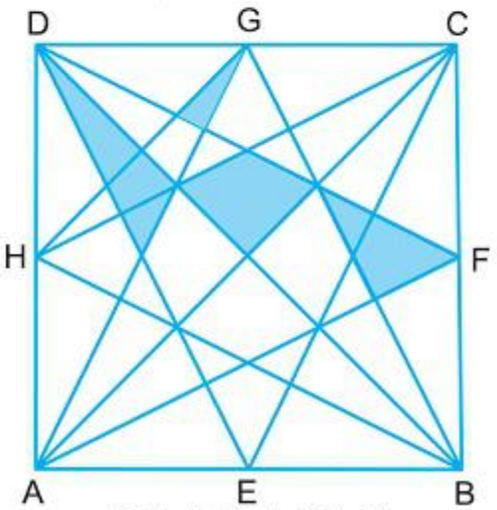
$S_{ABC} = \frac{1}{2}.4.BC$, từ đó $BC = \frac{11}{4}$.

Do đó $BN = \frac{11}{4} - 2 = \frac{3}{4}$, $BM = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$.

Vậy $\frac{MB}{BN} = \frac{1}{4} : \frac{3}{4} = \frac{1}{3}$.

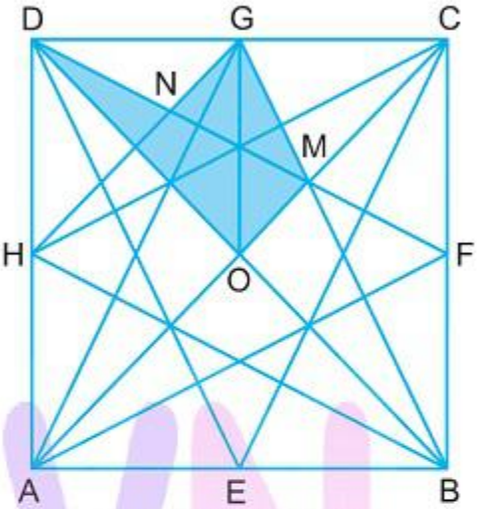
19. *Xin sửa đề bài như sau để khớp với đáp án (có lẽ do khi in đề ban tổ chức cuộc thi đã tô màu thiếu một tam giác nhỏ).*

Vẽ hình vuông ABCD với các điểm E, F, G, H là trung điểm của các cạnh như hình vẽ. Nếu tổng diện tích phần được tô đậm là 15 cm^2, hãy tính diện tích hình vuông ABCD, theo cm^2.



Hình 1 (hình đề bài)

Lời giải.



Hình 2 (hình lời giải)

Sắp xếp lại bốn hình đa giác để tô như ở hình 2, sau đó chuyển tam giác OGM đã tô màu thành tam giác GDN ta được phần tô màu là tam giác DGO.

Do đó $S_{ABCD} = S_{DGO} = 8.15 = 120$ (cm^2).

20. Từ (1) và (4), M ở vị trí đầu tiên.

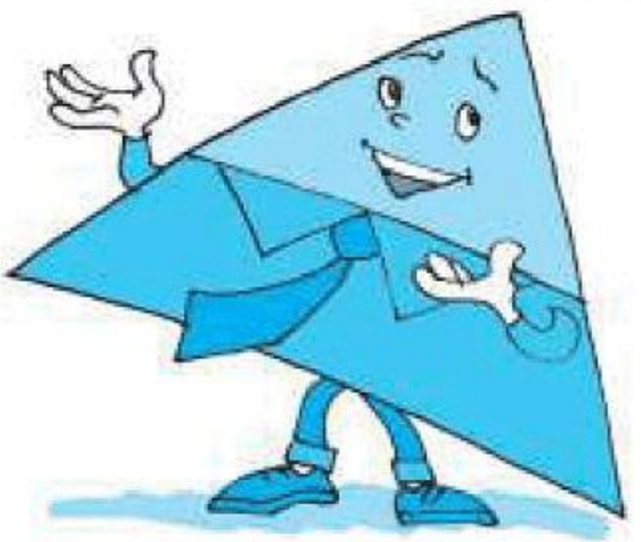
Từ (2) suy ra S ở vị trí thứ 4.

Từ (3) và (5), O và 1 ở hai vị trí cuối cùng.

Từ (6), 1 ở vị trí thứ năm và I ở vị trí thứ ba.

Từ đó 5 ở vị trí thứ hai tính từ trái sang.

(Kì sau đăng tiếp)



Kết quả **Kì 25** (TTT2 số 164+165)

Chữ & Chữ số

SINK × THEM = DEEPDEEP

Đặt a và b biểu thị hai số SINK và THEM không kể thứ tự. Theo giả thiết có DEEPDEEP = 1001.DEEP = 137.73.DEEP = a.b.

Từ đó a = 137m và b = 73n.

Vì $999 < a = 137m < 10000$ nên $8 \le m \le 72$.

Vì $999 < b = 73n < 10000$ nên $14 \le n \le 136$. Chú ý rằng K × M có tận cùng là P, do K, M, P khác nhau nên K và M đều khác 0, 1, 5.

Tính a = 137m với m lấy các giá trị từ 8 đến 72 sao cho m không có tận cùng là 0, 3, 5 và bốn chữ số của a phải khác nhau ta được 24 số là 1096, 1507, 2603, 3014, 3562, 4658, 4932, 5069, 5206, 5617, 6028, 6302, 6439, 6713, 6987, 7124, 7398, 7809, 7946, 8357, 9042, 9316, 9453, 9864.

Tính b = 73n với n lấy các giá trị từ 14 đến 136 sao cho n không có tận cùng là 0, 7, 5 và bốn chữ số của b phải khác nhau ta được 36 số là 1387, 1679, 1752, 2409, 2847, 3504, 3796, 3869, 3942, 4307, 4526, 4672, 5037, 5183, 5329, 5402, 5694, 5913, 5986, 6059, 6132, 6278, 6497, 6789, 7154, 7519, 7592, 8103, 8176, 8249, 8614, 8906, 9052, 9417, 9563, 9782.

Xét các cặp số a × b đã ghi ở trên sao cho 8 chữ số của a và b đều khác nhau.

Lấy số gồm 3 chữ số tận cùng của a nhân với số gồm 3 chữ số tận cùng của b.

Nếu cặp gồm một chữ số tận cùng của a và một chữ số tận cùng của b có các dạng (2; 6), (6; 2), (4; 6), (6; 4), (8; 6), (6; 8) và (c; c) thì loại bỏ, Chỉ chọn tích có 3 chữ số tận cùng dạng EEP. Với các tích được chọn, ta nhân a với b sao cho thỏa mãn hệ thức ban đầu SINK × THEM = DEEPDEEP.

Cuối cùng chỉ tìm được một nghiệm là 5069 × 2847 = 14431443.

Nhận xét. Chỉ có một bạn cho kết quả đúng khi làm theo hướng trên, được thưởng kì này là *Lê Đức Thái*, 9A2, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**.

ĐAN QUỲNH

Kết quả (TTT2 số 164+165)

SAI Ở ĐÂU? SỬA CHO ĐÚNG

Bạn có ý kiến gì khác không?

ĐKXĐ: $x \ge 0$, $x \ne 1$.

Trong lời giải bạn học sinh chỉ xét các giá trị nguyên của $\sqrt{x}+1$, tức là chỉ xét số x nguyên, trong khi đề bài không yêu cầu gì về số x, do đó có thể thiếu nghiệm.

Cách giải đúng là khi biến đổi đến $P = \dfrac{3}{\sqrt{x}+1}$ thì xét tiếp giá trị nguyên của P như sau:

Do $\sqrt{x}+1 \ge 1$ nên $0 < P \le 3$. Xét các trường hợp:

- TH1. $P = 1 \Leftrightarrow \sqrt{x}+1 = 3 \Leftrightarrow x = 4$.
- TH2. $P = 2 \Leftrightarrow \sqrt{x}+1 = \dfrac{3}{2} \Leftrightarrow x = \dfrac{1}{4}$.
- TH3. $P = 3 \Leftrightarrow \sqrt{x}+1 = 1 \Leftrightarrow x = 0$.

Các số x trên đều thỏa mãn điều kiện xác định của đề bài nên là nghiệm của bài toán.

Nhận xét. Hầu hết các bạn đã giải đáp được và cho lời giải đúng. Một vài bạn từ giá trị của P suy ra giá trị của x nhưng không kiểm tra chiều ngược lại. Có bạn viết "không thể khẳng định $\sqrt{x}+1$ là số nguyên" là không chính xác (!), vì trường hợp đó vẫn được xét và đúng, nhưng chưa đầy đủ thôi.

Các bạn sau có lời giải tốt được nhận phần thưởng: *Mai Thanh Tâm*, 8A, THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên, **Vĩnh Phúc**; *Vũ Minh Khải*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Bùi Xuân Dưỡng*, 9A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Nguyễn Đình Quân*, 9C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An**.

Các bạn sau cũng có lời giải đúng được khen: *Phạm Minh Đăng, Dương Tiến Đạt, Nguyễn Ánh Linh, Bùi Tuấn Anh,* 9A2, THCS Yên Lạc, Yên Lạc; *Nguyễn Thị Hải Yến*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường; *Vũ Bình Dương*, 9A, THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên, **Vĩnh Phúc**; *Bùi Đình Hùng, Vũ Trường Giang*, 9A, THCS Quỳnh Châu, Quỳnh Lưu; *Nguyễn Đức Phú, Phùng Hoài Thương*, 9A1, THCS Nghi Hương, TX. Cửa Lò; *Nguyễn Thị Mai Anh*, 8D, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**.

ANH KÍNH LÚP

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI MÔN TOÁN LỚP 6 QUẬN 9, TP. HỒ CHÍ MINH

Năm học 2015 - 2016

Thời gian làm bài: 120 phút

Bài 1. *(6 điểm)*

Tính

a) $A = 2^{100} - 2^{99} - 2^{98} - 2^{97} - 2^{96} - ... - 2^4 - 2^3 - 2^2 - 2 - 1.$

b) $B = \frac{1}{1.2.3} + \frac{1}{2.3.4} + \frac{1}{3.4.5} + ... + \frac{1}{36.37.38} + \frac{1}{37.38.39}.$

c) $C = \left(1 - \frac{1}{3}\right)\left(1 - \frac{1}{6}\right)\left(1 - \frac{1}{10}\right)\left(1 - \frac{1}{15}\right)...\left(1 - \frac{1}{780}\right).$

Bài 2. *(2 điểm)*

Lớp 6A của một trường THCS ở quận 9, thành phố Hồ Chí Minh có 18 học sinh nữ và 12 học sinh nam. Để chuẩn bị thật tốt cho kì thi học sinh giỏi giải "Truyền thống Lương Thế Vinh năm học 2015 – 2016" cô giáo chủ nhiệm đã chia 30 bạn thành 15 nhóm, mỗi nhóm có 2 người. Hỏi số nhóm có 2 bạn nữ nhiều hơn số nhóm có 2 bạn nam là bao nhiêu? Giải thích?

Bài 3. *(6 điểm)*

a) Tìm x biết $60 - 3(x - 2) = 24$.

b) Tìm số tự nhiên $\overline{abcde}$, biết rằng $\overline{abcde2} = 3.\overline{2abcde}$.

c) Chứng tỏ rằng phân số $\frac{3n+2}{5n+3}$ tối giản với mọi số tự nhiên n.

Bài 4. *(5 điểm)*

1) Cho 20 điểm phân biệt, trong đó có n điểm thẳng hàng. Cứ qua 2 điểm vẽ được một đường thẳng. Hãy tìm n, biết rằng vẽ được tổng cộng 170 đường thẳng phân biệt.

2) Cho $\widehat{AOB} = 100^o$. Trên nửa mặt phẳng bờ OA có chứa tia OB vẽ tia OC sao cho $\widehat{BOC} = 30^o$.

a) Tính số đo góc AOC.

b) Gọi OD, OE lần lượt các tia phân giác của góc AOB và góc BOC. Hãy tính số đo góc DOE.

Bài 5. *(1 điểm)*

Có ba chiếc hộp: một hộp đựng hai trái cam, một hộp đựng hai trái quýt và một hộp đựng một trái cam, một trái quýt. Nhưng khi đóng kín các hộp, người ta đã dán nhầm các nhãn CC, CQ, QQ cho nên các nhãn dán ở ngoài hộp đều không đúng với các trái đựng trong hộp. Làm thế nào để chỉ cần lấy một trái trong một hộp mà không nhìn vào hộp có thể biết được chính xác các trái đựng trong ba hộp? Giải thích?

ĐẶT MUA TẠP CHÍ CẢ NĂM HỌC TẠI CÁC CƠ SỞ BƯU ĐIỆN TRONG CẢ NƯỚC

MÃ ẤN PHẨM: C 169.1

LỜI GIẢI ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI MÔN TOÁN LỚP 7

TRƯỜNG TRUNG HỌC THỰC HÀNH SÀI GÒN, TP. HỒ CHÍ MINH

Năm học 2015 - 2016

(Đề đăng trên TTT2 số 164+165)

Bài 1. Biến đổi M ta được

$$M=\frac{2016^{10}(1+2016)}{2016^{10}(1-2016)}=\frac{2016^{10}.2017}{2016^{10}(-2015)}=\frac{-2017}{2015}.$$

Bài 2. Ta có

$$N=\frac{1}{1000}-\left(\frac{1}{1000.999}+\frac{1}{999.998}+\frac{1}{998.997}+...+\frac{1}{3.2}+\frac{1}{2.1}\right)$$

$$=\frac{1}{1000}-\left(\frac{1}{999}-\frac{1}{1000}+\frac{1}{998}-\frac{1}{999}+\frac{1}{997}-\frac{1}{998}+...\right.$$

$$\left.+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{1}-\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{1000}-\left(1-\frac{1}{1000}\right)=\frac{1}{1000}-\frac{999}{1000}=-\frac{499}{500}.$$

Bài 3. a) Ta có $5^{2x-1}-5^{2x-3}=5^3.24$.

$\Rightarrow 5^{2x-3}(5^2-1)=5^3.24 \Rightarrow 5^{2x-3}=5^3$

$\Rightarrow 2x-3=3 \Rightarrow x=3$.

b) Ta có $x-y=xy$ nên $x=xy+y=y(x+1)$.

$\Rightarrow x:y=x+1$.

Mà $x-y=x:y$. Do đó $x+1=x-y \Rightarrow y=-1$.

Do đó $x+1=x \Rightarrow x+x=-1 \Rightarrow x=\frac{-1}{2}$.

Vậy $x=\frac{-1}{2}$, $y=-1$.

Bài 4. Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có

$$\frac{bz-cy}{a}=\frac{cx-az}{b}=\frac{ay-bx}{c}=\frac{abz-acy}{a^2}=\frac{bcx-abz}{b^2}$$

$$=\frac{acy-bcx}{c^2}=\frac{abz-acy+bcx-abz+acy-bcx}{a^2+b^2+c^2}=0.$$

$\Rightarrow \frac{z}{c}=\frac{y}{b}$ và $\frac{x}{a}=\frac{z}{c} \Rightarrow \frac{x}{a}=\frac{y}{b}=\frac{z}{c}$.

Vậy $x:y:z=a:b:c$.

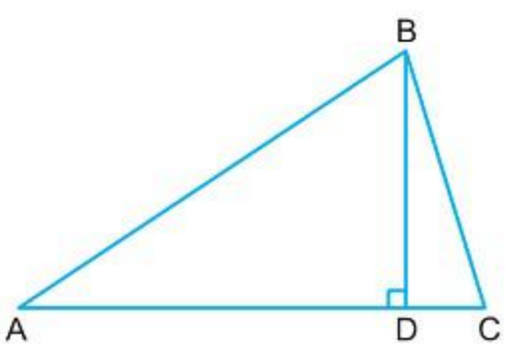
Bài 5. Vì $2x^4 \ge 0$, $3x^2 \ge 0$ nên $2x^4+3x^2+1>0$.

Từ đó $|-2x^4-x^2-1|=2x^4+x^2+1$.

$\Rightarrow A=2x^4+3x^2+1-2x^4-x^2-1=2x^2 \ge 0$, với mọi x.

Vậy giá trị của A luôn không âm với mọi x.

Bài 6.



Giả sử ΔABC thỏa mãn

$3BD^2+2AD^2+CD^2=AB^2+BC^2+CA^2$. (1)

Trong tam giác vuông DAB có $AD^2+BD^2=AB^2$.

Trong tam giác vuông DBC có $BD^2+CD^2=BC^2$.

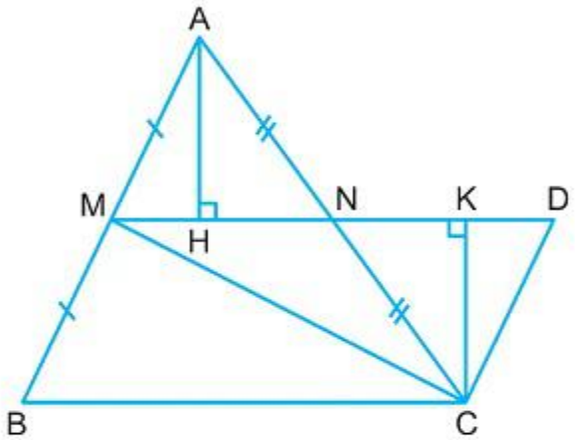
Suy ra $3BD^2+2AD^2+CD^2=2BD^2+2AD^2+BD^2+CD^2=2AB^2+BC^2$. (2)

Từ (1) và (2) ta có $2AB^2+BC^2=AB^2+BC^2+CA^2$.

$\Rightarrow AB^2=CA^2 \Rightarrow AB=CA$.

Vậy tam giác ABC cân tại A.

Bài 7.



a) Xét ΔNHA và ΔNKC có

$AN=CN$ (theo giả thiết);

$\widehat{HNA}=\widehat{KNC}$ (đối đỉnh);

$\widehat{AHN}=\widehat{CKN}$ $(=90^o)$

Vậy $\Delta NHA=\Delta NKC$.

Suy ra $AH=CK$.

b) Trên tia đối của tia NM lấy D sao cho $ND=NM$.

Xét ΔNAM và ΔNCD có

$AN=CN$, $\widehat{ANM}=\widehat{CND}$, $NM=ND$.

Từ đó $\Delta NAM=\Delta NCD$ (c.g.c)

$\Rightarrow AM=CD$, $\widehat{NAM}=\widehat{NCD}$.

Do đó $AM // CD$.

Mà $\widehat{CMB}$, $\widehat{MCD}$ ở vị trí so le trong nên $\widehat{CMB}=\widehat{MCD}$.

Xét ΔMCB và ΔCMD có

$BM=CD$; $\widehat{CMB}=\widehat{MCD}$; cạnh chung MC.

Do đó $\Delta MCB=\Delta CMD$ (c.g.c)

$\Rightarrow BC=MD$.

Mà $MD=2MN$ nên $BC=2MN$.

Vậy $BC=2MN$.

CHUYẾN ĐI CHƠI BỊ BỎ LỠ

NGUYỄN MINH HIỀN
(6A1, THCS Nguyễn Đăng Đạo, TP. Bắc Ninh, Bắc Ninh)

Chiều nay thám tử Sêlôccôc quyết định không đến văn phòng vì cả nhà có kế hoạch ra ngoại ô mừng sinh nhật lần thứ 60 của thám tử. Đúng lúc chuẩn bị lên xe thì chuông điện thoại của ông lại reo vang. Thấy trên máy hiện tên người bạn thân từ thuở ấu thơ nên thám tử không thể không nghe.

- Chào ông bạn! Chúc mừng sinh nhật! Xin lỗi vì tôi làm phiền ông trong ngày này!

- Phiền gì đâu! Bạn bè mà! Có chuyện gì hả ông?

- Tôi vừa bị mất chiếc đồng hồ rất quý. Không chỉ đắt tiền mà nó còn là kỉ vật thiêng liêng của dòng họ, gia đình. Vì vậy, tôi không thể để nó bị lấy cắp mất.

- Tôi hiểu rồi. Tôi sẽ đến nhà ông ngay.

Thế là thám tử đành hoãn chuyến đi chơi. Ông vội vàng tới nhà người bạn thân của mình.

Người bạn của ông kể:

- Sáng nay, khoảng 9 giờ, tôi mở két, lấy hộp tư trang ra lau chùi. Đúng lúc đang ngắm nghía chiếc đồng hồ kim cương thì tôi có điện thoại. Một người thân của tôi có việc gấp, cần giúp đỡ ngay. Thế là tôi vội vàng đi luôn, chỉ kịp cho hộp tư trang vào két mà quên không khóa két. Quá trưa tôi trở về, sực nhớ là chưa khóa két nên mở ra kiểm tra thì... chiếc đồng hồ đã biến mất. Ngay lúc đó tôi đã gọi ông đấy.

- Ông có nhớ mình đã rời khỏi nhà lúc mấy giờ không?

- Chắc tầm gần 10 giờ.

- Khi ông đi vắng thì trong nhà có những ai?

- Vẫn như mọi ngày thôi. Đứa cháu gái con cô em, bà giúp việc và một đứa cháu trai, gọi vợ tôi bằng mợ. Cháu gái tên Linh, đang học lớp 10. Bố mẹ nó đi công tác nước ngoài dài ngày nên nó tới ở nhà tôi. Cháu trai tên Thành, ở tạm nhà tôi vài tháng để theo học khóa học nghề sửa chữa đồ điện tử.

Bà giúp việc tên Vân, đã ở nhà tôi từ lâu.

- Để tôi hỏi riêng từng người xem sao nhé!

Sau đó, thám tử trò chuyện với Linh.

- Sáng qua cháu ngủ dậy lúc mấy giờ?

- Cháu không nhớ chính xác, nhưng thường là gần 9 giờ ạ. Cháu đi học buổi chiều nên sáng không phải dậy sớm.

- Cháu đã làm gì từ lúc đó cho tới trưa?

- Cháu chơi game một lúc rồi xem lại bài vở.

- Chắc là cháu chơi PVZ2?

- Vâng. Sao bác biết ạ?

- Bác biết chứ. Giới trẻ các cháu nhiều bạn mê game đó lắm.

Tiếp theo là bà Vân:

- Sáng qua trong lúc ông chủ đi vắng, bà đã làm gì?

- Tôi dọn vườn, tưới cây rồi quay vào dọn dẹp nhà cửa, nấu ăn.

- Bà không đi chợ ư?

- Không. Hôm kia tôi đi chợ mua nhiều rồi nên hôm qua không phải đi nữa.

Cuối cùng là Thành:

- Trong khoảng từ 10 giờ sáng đến đầu giờ chiều hôm qua, cháu đã làm gì, ở đâu?

- Cháu ở nhà thôi ạ. Sáng qua lẽ ra cháu đi học nhưng thầy giáo báo là sẽ dạy thay vào buổi chiều. Gần 2 giờ chiều cháu mới ra khỏi nhà.

- Thế cháu đã làm gì trong lúc ở nhà?

- Cháu xem phim Home Alone 3.

- Phim đó cũ rồi, cháu vẫn mê à?

- Vâng. Cháu rất thích các vai diễn của Macaulay Culkin nên cứ xem đi xem lại.

Sau đó, thám tử nói nhỏ với bạn mình:

- Tôi thấy nghi ngờ một trong số ba người ở nhà ông. Ông nên tế nhị kiểm tra xem sao.

Người bạn của thám tử không thể đoán ra ai là kẻ đáng nghi. Các thám tử Tuổi Hồng hãy trả lời giúp nhé!

Kết quả **(TTT2 số 164+165)**

Cuộc gọi quốc tế

Bà Trang tháo nhẫn lúc khoảng 5 rưỡi, 6 giờ chiều (giờ Việt Nam). Ông Minh khai trong khoảng thời gian đó ông có gọi điện thoại sang Hàn Quốc. Bạn ông Minh thì xác nhận ông Minh đã gọi sang lúc 6 rưỡi chiều (giờ Hàn Quốc). Như vậy, lời khai của ông Minh là đáng nghi (vì giờ Hàn Quốc và giờ Việt Nam chênh nhau 2 tiếng).

Hầu hết các thám tử Tuổi Hồng đều phán đoán đúng và đưa ra câu trả lời chính xác. Tuy nhiên, vẫn còn một số bạn có lẽ do chưa suy nghĩ kĩ nên đã trả lời sai. Hãy cố gắng hơn nữa các bạn nhé!

Phần thưởng kì này sẽ được gửi tới: *Nguyễn Thu Hiền*, 7A3, THCS Thị trấn Kỳ Sơn, Kỳ Sơn, **Hòa Bình**; *Vương Vũ Nguyệt Minh*, 6A5, THCS Chu Văn An, Ngô Quyền; *Nguyễn Tuấn Minh*, 7A1, THCS Nam Hà, Kiến An, **Hải Phòng**; *Đinh Thị Việt Hà*, 6D, THCS Đặng Thai Mai, Vinh, **Nghệ An**; *Ngô Võ Hoàng Việt*, 7A3, Trung học Thực hành Sài Gòn, Q.5, **TP. Hồ Chí Minh**.

Thám tử Sêlôccôc

Kết quả **(TTT2 số 164+165)**

IQ trong vườn Anh

Từ cần chọn là GENEROUS.

Lý do: Trong mỗi từ của dãy từ cho trước, chữ S luôn đứng sau 2 nguyên âm đứng sát nhau. Số lượng các chữ cái đứng trước 2 nguyên âm liền nhau này lần lượt là 0, 1, 2, 3, 4 và 5.

Kì này rất nhiều bạn gửi bài tham dự nhưng không phải bạn nào cũng có câu trả lời đúng. Chúc các bạn làm bài tốt hơn ở những lần sau!

Phần thưởng sẽ được trao cho: *Lê Đặng Quý Nhật*, 8A2, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Mai Tùng Dương*, 6A, THCS Lý Tự Trọng, **Bình Xuyên**; *Đàm Quang Anh*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Hoàng Hà*, 8C, THCS Cao Xuân Huy, Diễn Châu, **Nghệ An**; *Nguyễn Trí Dũng*, 7B, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**.

Chủ Vườn

Toán học & đời sống

THỐNG KÊ TOÁN VÀ TÌM TÊN TÁC GIẢ VĂN HỌC

VŨ THANH THÀNH *(sưu tầm)*

Năm 1944 nhà toán học Anh tên là Yun đã nghiên cứu bài toán tìm tên tác giả cho các tác phẩm khuyết danh. Tác phẩm khuyết danh là tác phẩm chưa có tên tác giả hay có tên tác giả nhưng còn bị nghi ngờ là chưa chính xác. Khi một tác giả viết cùng một thể loại truyện ngắn, cùng thể loại thơ hay cùng thể loại tiểu thuyết thì số từ tác giả đó thường dùng sẽ có tần số cao. Số danh từ, động từ, tính từ được dùng cũng khá ổn định đối với tổng số từ dùng ứng với mỗi tác giả. Một số từ nhà thơ Tú Xương hay dùng hơn nhà thơ Nguyễn Khuyến. Có những từ nhà văn Nguyên Hồng dùng nhiều hơn Nguyễn Thi, Nguyễn Khải... Xét tổng quát người ta nói đó là văn phong của mỗi người khác nhau. Giả sử một trường ca, truyện thơ nào đó có x từ. Các từ xuất hiện một lần trong tác phẩm được đếm và số lượng đó gọi là x_1. Số từ xuất hiện k lần gọi là x_k. Vậy số lần xuất hiện của các từ x_k là kx_k. Lấy số này làm tử số và mẫu số là x ta được tỉ số gọi là tần suất của từ thuộc nhóm x_k. Ta đặt nó là F_k. Như vậy

$$F_k = \frac{kx_k}{x}.$$

Ví dụ toàn bộ tác phẩm lưu trữ được của một tác giả có 500 000 từ tất cả. Trong đó có 2000 từ từng xuất hiện 3 lần. Vậy

$$F_3 = \frac{3 \times 2000}{500000} \approx 12\ ‰$$ (Mười hai phần nghìn).

Mỗi tác phẩm đem ra thống kê sẽ có F_k khác nhau. Ta vẽ đồ thị các tác phẩm ứng với k là số tự nhiên, được đường gọi là đường đặc trưng văn phong của tác phẩm đang nghiên cứu. Giả sử có ba tác giả X, Y, Z đều được cho là tác giả của tác phẩm này. Sau khi thống kê được các tác phẩm của họ như ta lại vẽ các đồ thị trên. Đồ thị nào gần nhất về đặc trưng văn phong với tác phẩm đang nghiên cứu thì tác giả có văn phong ứng với đồ thị đó sẽ có khả năng lớn nhất chính là tác giả của tác phẩm khuyết danh. Ngoài việc thống kê đó còn cần các thông số khác. Điều này ai cũng có thể thấy, chẳng hạn phải xét xem tác giả đang xét là tác giả viết thơ hay văn, tác phẩm đang xét thuộc thể loại nào, năm sinh, năm mất và thời đại có phù hợp hay không... Nói một cách dễ hiểu nhà toán học và nhà nghiên cứu văn học sử cùng bắt tay giải thì kết quả có độ chính xác càng cao.

Như vậy, toán học giúp giải các bài toán vật lí, hóa học, thiên văn, địa chất và giúp giải cả các bài toán trong lịch sử văn học (văn học sử) và cả các vấn đề trong lịch sử. Việc đếm từ có sự trợ giúp của máy tính. Máy tính cũng là trợ thủ của các nhà toán học và do các nhà toán học đề xướng và phát minh từ thuở sơ khai của khoa học này đến những siêu máy tính như ngày nay.

Kì này CẠNH HÌNH VUÔNG THỨ 2017

Bài toán. Cho hình vuông ABCD có cạnh bằng 1. Trên tia đối của tia CD lấy điểm M với DM = m. Vẽ hình vuông thứ hai MDPN khác phía với hình vuông ABCD so với đường thẳng CD. Tia BM cắt PN tại M_1, vẽ hình vuông thứ ba M_1PRQ khác phía với hình vuông MDPN so với đường thẳng NP. Cứ như vậy đến hình vuông thứ 2017. Tính độ dài cạnh của hình vuông này.

PHẠM TUẤN KHẢI
(Hà Nội)

Kết quả **(TTT2 số 164+165)**

CÓ KHẲNG ĐỊNH ĐƯỢC KHÔNG?

Giả sử một số cung của một đường tròn đã được tô màu mà tổng số đo độ dài của các cung được tô màu đỏ bằng $\frac{1}{4}$ độ dài đường tròn và tổng số đo độ dài của các cung được tô màu xanh bằng $\frac{1}{5}$ độ dài đường tròn. Ta tô thêm màu đỏ (hoặc xanh) các cung đối xứng qua tâm đường tròn của các cung đã tô màu đỏ (hoặc xanh), có thể một số cung bị tô màu đè lên nhau. Lúc đó trên đường tròn tổng số đo độ dài của các cung được tô màu cả đỏ và xanh không lớn hơn $2\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{5}\right)=\frac{9}{10}$ độ dài đường tròn. Như vậy tổng số đo độ dài của các cung chưa được tô màu không nhỏ hơn $1-\frac{9}{10}=\frac{1}{10}$ độ dài đường tròn.

Lấy hai điểm A, B thuộc các cung không bị tô màu. Gọi C, D thứ tự đối xứng với A, B qua tâm đường tròn. Suy ra hai điểm C, D không bị tô màu, do đó tồn tại hình chữ nhật ABCD có 4 đỉnh không bị tô màu.

Vậy bạn Toán khẳng định đúng.

Nhận xét. Không có bạn nào giải đúng bài này. Phần thưởng xin gác lại kì sau.

ANH COMPA

Kết quả **(TTT2 số 164+165)**

THẾ CỜ (Kì 85)

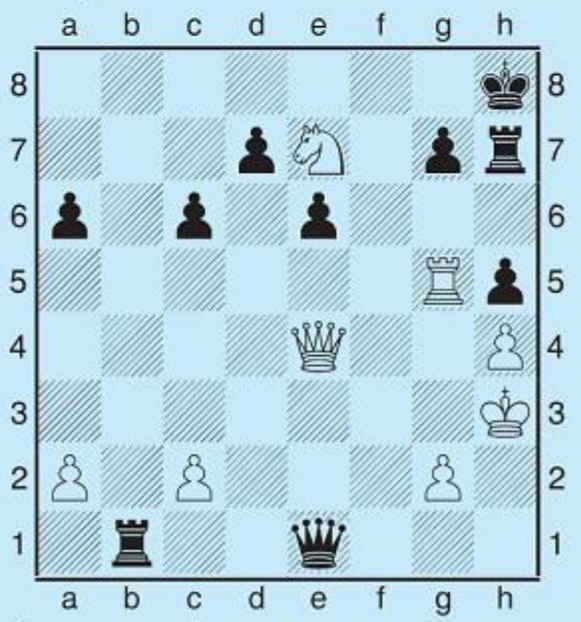
1.♕f8+ ♔xf8 [1...♖xf8 2.♘e7#] **2.♖h8#**

Các bạn được thưởng kì này: *Nguyễn Duy Bảo*, 8A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Nguyễn Văn Nhâm*, 8C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An**; *Đào Ngọc Khánh Linh*, 6A,THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên, **Vĩnh Phúc**; *Bùi Hương Giang*, 8I, THCS Lê Quý Đôn, Cầu Giấy, **Hà Nội**; *Vương Vũ Nguyệt Minh*, 6A5, THCS Chu Văn An, Ngô Quyền, **Hải Phòng**.

LÊ THANH TÚ

THẾ CỜ (Kì 87)

Trắng đi trước chiếu hết sau 2 nước.



LÊ THANH TÚ *(Đại kiện tướng Quốc tế)*

Kết quả

Giải toán qua thư

Bài 1(164+165). Tìm số $\overline{abcde}$, biết $\overline{abcde} = a.b.c.d.e.45$.

Lời giải. Các chữ số a, b, c, d, e đều là các chữ số lẻ, vì nếu có chữ số chẵn thì $e = 0$ nên $\overline{abcde} = 0$ (vô lí).

Vì $\overline{abcde} = a.b.c.d.e.45 \vdots 5$ nên $e = 5$ (vì e là chữ số lẻ). Suy ra $\overline{abcd5} = a.b.c.d.5.45 \vdots 25$

$\Rightarrow \overline{d5} \vdots 25 \Rightarrow d = 7$ (vì d là chữ số lẻ).

Ta lại có $\overline{abc75} = a.b.c.7.5.45 \vdots 9$.

Suy ra $a + b + c + 7 + 5 \vdots 9$

$\Rightarrow (a + b + c + 3) + 9 \vdots 9 \Rightarrow a + b + c + 3 \vdots 9$.

Mà $0 < a + b + c \le 27$ và $a + b + c$ là số lẻ nên $a + b + c = 15$.

Vì $15 = 1 + 5 + 9 = 1 + 7 + 7 = 3 + 5 + 7 = 3 + 3 + 9 = 5 + 5 + 5$ nên xét các trường hợp sau:

- TH1. $\overline{abcde} = 1.5.9.7.5.45 = 70875$ (loại).
- TH2. $\overline{abcde} = 1.7.7.7.5.45 = 77175$ (thỏa mãn).
- TH3. $\overline{abcde} = 3.5.7.7.5.45 = 165375$ (loại).
- TH4. $\overline{abcde} = 3.3.9.7.5.45 = 127575$ (loại).
- TH5. $\overline{abcde} = 5.5.5.7.5.45 = 196875$ (loại).

Vậy $\overline{abcde} = 77175$.

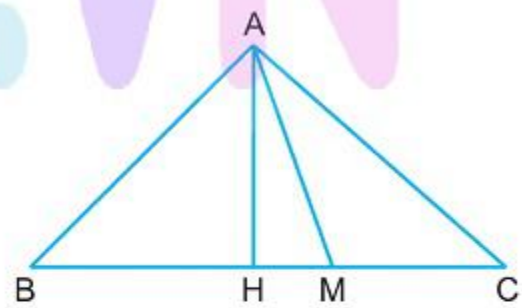
Nhận xét. Bài toán sử dụng kiến thức lớp 6 với tính chất chia hết và chia có dư. Là một bài toán hay, khá khó nhưng không xa lạ nên rất nhiều học sinh có lời giải đúng. Nhiều tập thể lớp và nhiều trường tham gia rất đông. Các em lưu ý khi làm 2 bài toán GTQT thì trình bày mỗi bài vào tờ giấy riêng vì mỗi giáo viên chấm bài một bài. Các bạn sau lời giải ngắn gọn và trình bày đẹp: *Lương Minh Hiếu*, 6C, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì; *Phan Chí Công*, 6A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Nguyễn Quang Thành*, 7A, THCS Thị trấn Cao Thượng, Tân Yên, **Bắc Giang**; *Nguyễn Quế Sơn*, 6C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành; *Trần Tùng Chi*, 6D; *Nguyễn Thành Phi Long*, 7A, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Đặng Thị Thảo Vy, Trần Thanh Bình*, 7G, THCS Phan Huy Chú, Thạch Hà; *Nguyễn Thị Anh Thơ*, 6B; *Nguyễn Thị Việt Trà, Phan Khánh Huyền, Trần Đức Tùng, Vũ Thị Thái Hà, Nguyễn Thị Ngọc Trâm*, 7B, *Trần Đình Hoàng, Phan Trần Duy Khánh*, 7C, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ; *Phạm Nguyễn Hùng Nguyên*, 7A, THCS Xuân Diệu, Can Lộc, **Hà Tĩnh**; *Đinh Ánh Dương, Nguyễn Thị Kim Huyên, Lâm Nguyễn Hồng Anh, Kiều Thị Hương Giang, Dương Ngọc Hà*, 6A1, THCS và THPT Hai Bà Trưng, TX. Phúc Yên, **Vĩnh Phúc**.

PHÙNG KIM DUNG

Bài 2(164+165). Cho tam giác ABC vuông cân tại A. Trên cạnh BC lấy điểm M. Tìm giá trị nhỏ nhất của $MA^2 + MB^2 + MC^2$.

Lời giải. Gọi H là trung điểm của BC.

Ta có $AH = BH = CH = \frac{1}{2}BC$.



Vì $MA \ge AH$ nên $MA^2 \ge AH^2 = \frac{1}{4}BC^2$.

Đẳng thức xảy ra khi $M \equiv H$. (1)

Với a, b là hai số bất kì thì

$$a^2 + b^2 = \frac{1}{2}(a+b)^2 + \frac{1}{2}(a-b)^2 \ge \frac{1}{2}(a+b)^2.$$

Do đó

$$MB^2 + MC^2 = MB^2 + (BC - MC)^2$$

$$\ge \frac{1}{2}(MB + BC - MB)^2 = \frac{1}{2}.BC^2. \ (2)$$

Đẳng thức xảy ra khi $MB = BC - MB$ hay $M \equiv H$.

Từ (1), (2) suy ra $MA^2 + MB^2 + MC^2 \ge \frac{3}{4}.BC^2$.

Đẳng thức xảy ra khi $M \equiv H$.

Vậy $MA^2 + MB^2 + MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất là $\frac{3}{4}.BC^2$ khi M là trung điểm của BC.

Nhận xét. Có nhiều bạn gửi bài về tòa soạn. Các bạn sau có lời giải tốt: *Đỗ Phúc Xuân*, 7H, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, **Phú Thọ**; *Nguyễn Huy Hoàng*, 7B, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương; *Nguyễn Hoàng Đạo*, 8C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An**; *Trịnh Đức Tuấn*, 6A, THCS Nguyễn Chích, Đông Sơn, **Thanh Hóa**; *Võ Tá Gia Bảo, Thạch Bùi Việt Hà*, 7G, THCS Phan Huy Chú, Thạch Hà; *Phạm Khánh Huyền, Phan Văn Nam, Trần Đức Tùng, Phạm Anh Tài, Vũ Thị Thái Hà*, 7B, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**.

HỒ QUANG VINH

Bài 3(164+165). Cho các số thực a, b, c đôi một khác nhau thỏa mãn

$$(a-b)\sqrt[3]{1-c^3}+(b-c)\sqrt[3]{1-a^3}+(c-a)\sqrt[3]{1-b^3}=0.$$

Chứng minh rằng

$$\sqrt[3]{(1-a^3)(1-b^3)(1-c^3)}+abc=1.$$

Lời giải. Đặt $x=(a-b)\sqrt[3]{1-c^3}$; $y=(b-c)\sqrt[3]{1-a^3}$; $z=(c-a)\sqrt[3]{1-b^3}$.

Ta có $x+y+z=0 \Rightarrow x+y=-z$;

$\Rightarrow (x+y)^3=-z^3$; $x^3+y^3+3xy(x+y)=-z^3$.

$\Rightarrow x^3+y^3+z^3=3xyz$. (1)

Do đó

$$(a-b)^3(1-c^3)+(b-c)^3(1-a^3)+(c-a)^3(1-b^3)$$
$$=3(a-b)(b-c)(c-a)\sqrt[3]{(1-a^3)(1-b^3)(1-c^3)}. \quad (2)$$

Biến đổi vế trái của (2) và áp dụng (1) cho ba số $(ac-bc)$; $(ab-ac)$; $(bc-ab)$ có tổng bằng 0, ta được

$$(a-b)^3(1-c^3)+(b-c)^3(1-a^3)+(c-a)^3(1-b^3)$$
$$=(a-b)^3+(b-c)^3+(c-a)^3$$
$$-\left[(ac-bc)^3+(ab-ac)^3+(bc-ab)^3\right]$$
$$=3(a-b)(b-c)(c-a)-3(ac-bc)(ab-ac)(bc-ab)$$
$$=3(a-b)(b-c)(c-a)(1-abc). \quad (3)$$

Từ (2), (3) suy ra

$$3(a-b)(b-c)(c-a)\sqrt[3]{(1-a^3)(1-b^3)(1-c^3)}$$
$$=3(a-b)(b-c)(c-a)(1-abc).$$

Vì a, b, c đôi một khác nhau nên $(a-b)(b-c)(c-a)\neq 0$.

Do đó $\sqrt[3]{(1-a^3)(1-b^3)(1-c^3)}=1-abc$.

Suy ra $\sqrt[3]{(1-a^3)(1-b^3)(1-c^3)}+abc=1$.

Nhận xét. Để giải bài toán trên ta cần nhớ một tính chất đơn giản và quan trọng: Nếu $x+y+z=0$ thì $x^3+y^3+z^3=3xyz$.

Các bạn sau đây có bài giải tốt: *Chu Văn Việt, 9A1; Chu Thị Thanh, Tạ Nam Khánh, Thiều Ngọc Tuấn, Phạm Thành Dũng, Lê Văn Hải, Trần Bình Minh, Trần Hồng Quý, Bùi Anh Tuấn, Lê Ngọc Hoa*, 9E1; *Trương Minh Tuyên*, 9B, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Phạm Thị Minh Ngọc, Nguyễn Thu Hằng, Ngô Đức Trung, Nguyễn Hữu Nghĩa*, 8D, THCS Cao Mại; *Nguyễn Chí Công*, 8A3; *Nguyễn Thùy Dương*, 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao; *Trần Yến Linh*, 9A4, THCS Giấy Phong Châu, Phù Ninh, **Phú Thọ**; *Nguyễn Trọng Thuận*, 8C, THCS Nhữ Bá Sỹ, Hoằng Hóa, **Thanh Hóa**; *Nguyễn Đức Phú, Võ Thị Bảo Anh*, 9A1, THCS Nghi Hương, Cửa Lò, **Nghệ An**.

NGUYỄN ANH DŨNG

Bài 4(164+165). Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P=\frac{\sqrt{3a^2+4ab+3b^2}}{ab}+\frac{\sqrt{3b^2+4bc+3c^2}}{bc}+\frac{\sqrt{3c^2+4ca+3a^2}}{ca},$$

trong đó các số thực dương a, b, c thỏa mãn $a^2+b^2+c^2=1$.

Lời giải. Ta có

$$1=a^2+b^2+c^2\geq\frac{(a+b+c)^2}{3}\Rightarrow a+b+c\leq\sqrt{3}. \quad (1)$$

$$3a^2+4ab+3b^2=\frac{5}{2}(a+b)^2+\frac{1}{2}(a-b)^2\geq\frac{5}{2}(a+b)^2. \quad (2)$$

Đẳng thức ở (2) xảy ra khi $a=b$.

Do đó

$$\frac{\sqrt{3a^2+4ab+3b^2}}{ab}\geq\sqrt{\frac{5}{2}}.\frac{a+b}{ab}=\frac{\sqrt{10}}{2}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right). \quad (3)$$

Tương tự

$$\frac{\sqrt{3b^2+4bc+3c^2}}{bc}\geq\frac{\sqrt{10}}{2}\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right); \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{3c^2+4ca+3a^2}}{ca}\geq\frac{\sqrt{10}}{2}\left(\frac{1}{c}+\frac{1}{a}\right). \quad (5)$$

Từ (3), (4), (5), suy ra

$$P\geq\sqrt{10}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)\geq\sqrt{10}\cdot\frac{9}{a+b+c}\geq\frac{9\sqrt{10}}{\sqrt{3}}=3\sqrt{30}.$$

Đẳng thức xảy ra khi $a = b = c = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Vậy $\text{MinP} = 3\sqrt{30}$ khi $a = b = c = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Nhận xét. Đây là một bài toán hay, có nhiều bạn tham gia giải bài. Một số bạn biến đổi dài mới đi đến kết quả. Các bạn sau có lời giải tốt: *Nguyễn Thu Hương, Triệu Hồng Ngọc, Khổng Doãn Hưng*, 8A3, *Vũ Linh Chi, Nguyễn Tùng Lâm*, 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Dương Quang Giang, Trần Văn Hưng*, 9A2, THCS Yên Lạc, Yên Lạc; *Tạ Nam Khánh, Trần Bình Minh*, 9E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Tiến Phong*, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Lê Thị Hằng Nhi, Phạm Huyền Trang, Nguyễn An Na*, 8A, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Nguyễn Đình Quân*, 9C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An**.

CAO VĂN DŨNG

Bài 5(164+165). Trên một mặt bàn vẽ hình chữ nhật 3×6 ô vuông và trong mỗi ô vuông có 1 viên sỏi. Hồng muốn thực hiện trò chơi sau: Cứ mỗi lần Hồng sẽ chọn hai ô vuông và bốc ở mỗi ô vuông 1 viên sỏi sang ô kề bên (hai ô kề nhau là hai ô có 1 cạnh chung). Hồng hỏi Hà, phải thực hiện việc chuyển các viên sỏi ít nhất bao nhiêu lượt thì đưa được 18 viên sỏi vào một ô vuông. Hà nghĩ mãi mà chưa có câu trả lời, bạn hãy giúp Hà tìm câu trả lời nhé.

Lời giải. Ta tô màu mặt bàn hình chữ nhật bằng hai màu đen, trắng xen kẽ. Khi đó hai ô kề nhau sẽ có màu khác nhau. Ban đầu tổng số viên sỏi ở các ô đen và tổng số viên sỏi ở các ô trắng cùng bằng 9 (là số lẻ). Sau mỗi lượt bốc hai viên sỏi ở 2 ô vuông (mỗi ô 1 viên) bỏ sang ô bên cạnh thì ta thấy tổng số viên sỏi ở các ô trắng (ô đen) hoặc tăng 2 hoặc giảm 2, hoặc không thay đổi. Như vậy tổng số viên sỏi ở các ô trắng (ô đen) luôn là số lẻ. Mà 18 là số chẵn nên dù thực hiện bao nhiêu lượt thì cũng không thể có 18 viên sỏi nằm ở cùng một ô vuông.

Vậy Hồng, Hà đã có câu trả lời rồi nhé!

Nhận xét. Một số bạn do không để ý giả thiết mỗi lượt di chuyển sỏi ở 2 ô vuông nên đã nhầm khi cho rằng mỗi lượt chỉ di chuyển một viên sỏi duy nhất và có lời giải sai. Bài toán vẫn đúng trong trường hợp tổng quát khi độ dài các cạnh hình chữ nhật là số tự nhiên, còn diện tích của hình chữ nhật là số chia hết cho 2 nhưng không chia hết cho 4. Các bạn sau có lời giải tốt: *Vương Vũ Nguyệt Minh, Nguyễn An Thịnh*, 6A5, THCS Chu Văn An, Ngô Quyền, **Hải Phòng**; *Nguyễn Chí Công*, 8A3 THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**.

TRỊNH HOÀI DƯƠNG

Bài 6(164+165). Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O) với AB < AC. Tiếp tuyến tại A của đường tròn (O) cắt BC tại T. Gọi D là điểm đối xứng của A qua O. Đường thẳng DB cắt OT tại E và cắt AT tại F. Đường tròn ngoại tiếp tam giác AEF cắt EO tại G khác E. Chứng minh rằng tâm đường tròn nội tiếp tam giác AGB nằm trên đường tròn (O).

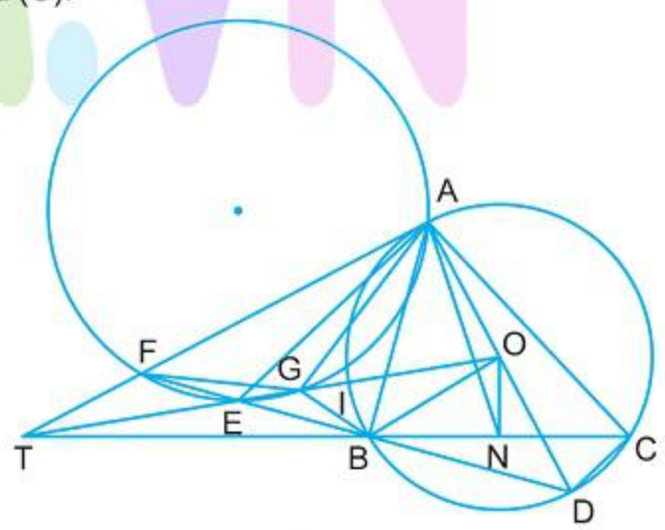
Lời giải. * **Bổ đề 1.** Cho tam giác ABC không cân tại A và điểm M sao cho MB = MC. Khi đó M thuộc đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC khi và chỉ khi AM hoặc là phân giác trong của góc $\widehat{BAC}$ hoặc là phân giác ngoài của góc $\widehat{BAC}$.

* **Bổ đề 2.** Cho tam giác ABC, (O) là đường tròn ngoại tiếp. M là trung điểm của cung $\overset{\frown}{BC}$ không chứa A. Điểm I thuộc đoạn AM. Khi đó I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC khi và chỉ khi MB = MC = MI.

Bạn đọc tự chứng minh hai bổ đề trên.

Trở lại bài toán.

Gọi N là trung điểm của BC; I là giao điểm của OE và (O).



Ta có $\widehat{OAT} = 90^o = \widehat{ONT}$.

Do đó tứ giác AONT nội tiếp.

Vậy $\widehat{DOE} = 180^o - \widehat{AOT} = 180^o - \widehat{ANT} = \widehat{ANC}$.

Từ đó $\widehat{ODE} = \widehat{ODB} = \widehat{ADB} = \widehat{ACB} = \widehat{ACN}$.

Suy ra $\Delta ODE \backsim \Delta NCA$.

Kết hợp với O, N theo thứ tự là trung điểm của AD, BC, suy ra $\Delta ADE \backsim \Delta BCA$.

(Xem tiếp trang 21)

ELECTROMAGNETISM

MORIS VŨ

An electric current flowing through a wire produces a magnetic field around the wire, the shape of which depends on the shape of the wire and the current flowing.

These magnetic fields can be plotted in the same way as for permanent magnets. This effect, called electromagnetism, it used in very powerful magnets and also to produce motion from an electric current.

Physics terms

magnetic field	từ trường
permanent magnets	nam châm vĩnh cửu
electromagnetism	hiện tượng điện từ, điện từ học
current	dòng, dòng điện
wire	dây, dây kim loại
shape	hình dạng
effect	tác động, ảnh hưởng, hiệu ứng, hiệu lực
produce	tạo ra, sản xuất, điều chế, sản phẩm
motion	sự chuyển động
electromagnetic	(thuộc) điện từ
electromagnet	nam châm điện
depends on	phụ thuộc vào

Practice

1. Bạn hãy dịch đoạn bài khóa trên sang tiếng Việt dựa trên các từ vựng đã cho. Bài dịch tốt, gửi sớm sẽ có quà tặng.

2. Bạn hãy kể 10 từ mới hay dùng thuộc lĩnh vực điện từ mà bạn biết.

DƯƠNG HUY
(Hội văn nghệ Nghệ An)

Từ 0 đến 10

Ó o ó o
Tiếng gà tròn vo
Như là quả bóng
Như là số 0
Bạn có biết không?
Cò ngủ 1 chân
Chim bay 2 cánh
Mẹ bắc nồi bánh
Lên kiềng 3 chân
Ba ngồi đọc báo
Ghế tựa 4 chân
Quả khế ngoài sân
Cánh xòe 5 ngả
Công trường rộn rã
Xe tải ra vào
6 bánh quay tròn
Bé ngồi bé tính
7 ngày một tuần
Trung thu tháng 8
Vui như ngày Tết
Trống kèn náo nhiệt
Chung cư 9 tầng
Trang vở chào Xuân
Điểm 10 đỏ thắm
Bình minh đã rạng
Tiếng gà tròn vo
Ó o ó o
Ó o ó o...

VŨ KIM THỦY

Xanh

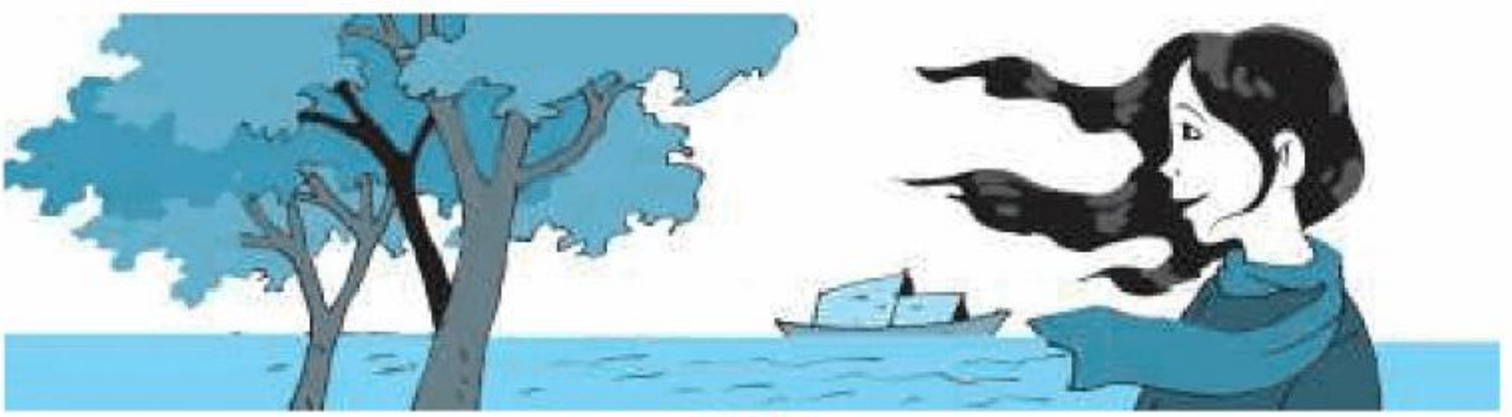
Mênh mông sông gặp biển xanh
Biển xa ngút mắt trời thanh đón người
Tàu len rừng sú, vẹt thôi
Cây là là nước, chim trời bay quanh
Ở đâu có đủ màu xanh

*

* *

Xanh cây, xanh nước, sông xanh
Xanh trời, xanh biển tóc xanh bay vờn
Sông Hồng màu nước thượng nguồn
Về đây hòa nước đại dương xanh vời
Gió lồng lộng thổi cuối trời
Nụ hồng môi trẻ sáng ngời mùa đông

Cửa Ba Lạt, sông Hồng 25.12.2016



THÁCH ĐẤU! THÁCH ĐẤU ĐÂY!

TRẬN ĐẤU THỨ MỘT TRĂM BỐN MƯƠI HAI

Người thách đấu: *Hoàng Lê Nhật Tùng*, Sinh viên K61 Sư phạm Toán, Đại học Quốc gia Hà Nội.

Bài toán thách đấu: Giải hệ phương trình $\begin{cases} x+y+z=\dfrac{3}{xyz} \\ \sqrt{x}+\sqrt{y}+\sqrt{z}=3. \end{cases}$

Thời hạn: Trước ngày 08.02.2017 theo dấu bưu điện.

Kết quả TRẬN ĐẤU THỨ MỘT TRĂM BỐN MƯƠI (TTT2 số 164+165)

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM, ta có

$$\frac{1}{3}\cdot\frac{a}{bc}+\frac{1}{2}\cdot\frac{b}{ac}+\frac{\sqrt{6}}{6}\cdot c^2$$

$$\geq 3\sqrt[3]{\frac{1}{3}\cdot\frac{a}{bc}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{b}{ac}\cdot\frac{\sqrt{6}}{6}\cdot c^2}=\frac{\sqrt{6}}{2}. \ (1)$$

$$\frac{2}{3}\cdot\frac{a}{bc}+2\cdot\frac{c}{ab}+\frac{\sqrt{6}}{6}\cdot b^2$$

$$\geq 3\sqrt[3]{\frac{2}{3}\cdot\frac{a}{bc}\cdot 2\cdot\frac{c}{ab}\cdot\frac{\sqrt{6}}{6}\cdot b^2}=\sqrt{6}. \ (2)$$

$$\frac{3}{2}\cdot\frac{b}{ac}+3\cdot\frac{c}{ab}+\frac{\sqrt{6}}{6}\cdot a^2$$

$$\geq 3\sqrt[3]{\frac{3}{2}\cdot\frac{b}{ac}\cdot 3\cdot\frac{c}{ab}\cdot\frac{\sqrt{6}}{6}\cdot a^2}=\frac{3\sqrt{6}}{2}. \ (3)$$

Cộng theo vế của (1), (2), (3) ta được

$$\frac{a}{bc}+\frac{2b}{ac}+\frac{5c}{ab}+\frac{\sqrt{6}}{6}\cdot(a^2+b^2+c^2)\geq 3\sqrt{6}.$$

Mặt khác $a^2+b^2+c^2=6$ nên ta có

$$P=\frac{a}{bc}+\frac{2b}{ac}+\frac{5c}{ab}\geq 3\sqrt{6}-6\cdot\frac{\sqrt{6}}{6}=2\sqrt{6}.$$

Đẳng thức xảy ra khi

$$a^2+b^2+c^2=6,\ a^2=\frac{3}{2}b^2=3c^2$$

$$\Leftrightarrow a=\sqrt{3},\ b=\sqrt{2},\ c=1.$$

Vậy $\text{Min}P=2\sqrt{6}$ khi $a=\sqrt{3}, b=\sqrt{2}, c=1$.

Nhận xét. Đăng quang trong trận đấu này là bạn *Trần Anh Quốc*, 9A, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An** vì bạn Quốc có lời giải sớm và ngắn gọn nhất. Các bạn sau có lời giải đúng được khen: *Trần Hồng Quý*, *Chu Văn Việt*, *Phạm Thành Dũng*, *Tạ Nam Khánh*, 9E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**.

LÊ ĐỨC THUẬN

Kết quả Thi giải toán ...

(Tiếp theo trang 18)

$\Rightarrow \widehat{EAC}=\widehat{EAD}+\widehat{DAC}=\widehat{ABC}+\widehat{DAC}$

$=\widehat{ABC}+\widehat{DBC}=\widehat{ABD}=90^o=\widehat{TAO}.$

Từ đó, chú ý rằng các tứ giác AFEG, ABDC nội tiếp, suy ra

$\widehat{TGF}=\widehat{EGF}=\widehat{EAF}=\widehat{CAD}=\widehat{CBD}=\widehat{TBF}.$

Do đó tứ giác BTFG nội tiếp.

$\Rightarrow \widehat{AGO}=\widehat{AFE}=\widehat{AFB}=180^o-\widehat{TFB}$

$=180^o-\widehat{TGB}=\widehat{BGO}.$

Kết hợp với $GA\neq GB$; $OA=OB$, theo bổ đề 1, suy ra tứ giác GAOB nội tiếp. Ta lại có $OA=OB=OI$. Theo bổ đề 2 thì I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác AGB.

Nhận xét. Không có bạn nào giải đúng bài toán này.

NGUYỄN MINH HÀ

ĐƯỢC THƯỞNG KÌ NÀY

Thi giải toán qua thư

Nguyễn Chí Công, 8A3 THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Nguyễn Quang Thành*, 7A, THCS Thị trấn Cao Thượng, Tân Yên, **Bắc Giang**; *Trần Tùng Chi*, 6D, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Vũ Thị Thái Hà*, 7B, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Tạ Nam Khánh, Trần Bình Minh*, 9E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Trịnh Đức Tuấn*, 6A, THCS Nguyễn Chích, Đông Sơn, **Thanh Hóa**; *Nguyễn Tiến Phong*, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Nguyễn An Thịnh*, 6A5, THCS Chu Văn An, Ngô Quyền, **Hải Phòng**.

SỬ DỤNG BIỆT THỨC DELTA CỦA PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI ĐỂ GIẢI TOÁN CỰC TRỊ

BÙI MẠNH TÙNG
(GV. THCS Trưng Vương, Q. Hoàn Kiếm, Hà Nội)
CAO VĂN DŨNG
(GV. THPT Tây Hồ, Q. Tây Hồ, Hà Nội)

Bài toán cực trị là một trong những dạng toán thường xuất hiện trong các kì thi học sinh giỏi và thi vào THPT. Có rất nhiều phương pháp để giải các bài toán cực trị, trong bài viết này chúng tôi xin giới thiệu cách sử dụng điều kiện nghiệm của phương trình bậc hai để giải một số bài toán cực trị.

Xét hàm số $y = f(x) = ax^2 + bx + c\ (a \neq 0)$, với biệt thức $\Delta = b^2 - 4ac$.

Ta có

$$y = f(x) = ax^2 + bx + c = a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a}\right].$$

Suy ra $af(x) = a^2\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4}$. (1)

Từ đẳng thức (1) ta thấy nếu $\Delta < 0$ thì $af(x) > 0$ và $\Delta \geq 0$ khi và chỉ khi tồn tại x để $f(x) = 0$.

Ví dụ 1. Tìm giá trị nhỏ nhất của $y = x^2 + 3x - 1$.

Lời giải. Ta có $x^2 + 3x - 1 - y = 0$. (1)

Để phương trình (1) có nghiệm thì

$$\Delta = 3^2 - 4(-1 - y) = 13 + 4y \geq 0 \Leftrightarrow y \geq \frac{-13}{4}.$$

Dấu bằng xảy ra khi $\Delta = 0$ hay $x = \frac{-3}{2}$.

Vậy $\text{Min}y = -\frac{13}{4}$ khi $x = \frac{-3}{2}$.

Ví dụ 2. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{x^2 + 1}{x^2 - x + 1}$.

Lời giải. Ta có $x^2 - x + 1 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0$, do đó P luôn xác định với mọi x.

Ta có

$$P = \frac{x^2 + 1}{x^2 - x + 1} \Leftrightarrow (P - 1)x^2 - Px + P - 1 = 0.$$

- Với $P = 1$ thì $x = 0$.
- Với $P \neq 1$, ta có

$$\Delta = P^2 - 4(P - 1)^2 = -3P^2 + 8P - 4.$$

$$\Delta \geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} P \geq \frac{2}{3}\ (1) \\ P \leq 2\ (2) \end{array}\right.$$

Dấu bằng ở (1) xảy ra khi $x = -1$.

Dấu bằng ở (2) xảy ra khi $x = 1$.

Vậy $\text{Min}P = \frac{2}{3}$ khi $x = -1$, $\text{Max}P = 2$ khi $x = 1$.

Ví dụ 3. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{xy}{3y + 1}$, với x, y là các số thực thỏa mãn $x^2y^2 + 2y + 1 = 0$. *(Đề thi vào lớp 10 THPT chuyên KHTN Hà Nội năm 2015)*

Lời giải. Ta có

$$x^2y^2 + 2y + 1 = 0 \Leftrightarrow y = \frac{-x^2y^2 - 1}{2}.$$

$$P = \frac{2xy}{3(-x^2y^2 - 1) + 2} = \frac{-2xy}{3x^2y^2 + 1}$$

$$\Leftrightarrow 3Px^2y^2 + 2xy + P = 0.\ (1)$$

- TH1. $P = 0$ thì $xy = 0$.

● TH2. $P \neq 0$ ta coi (1) là phương trình bậc hai với ẩn là xy, do đó để phương trình có nghiệm thì

$$\Delta = 4 - 12P^2 \geq 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{\sqrt{3}} \leq P \leq \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Vậy $\text{MaxP} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ khi $x = \frac{\sqrt{3}}{2}, y = -\frac{2}{3}$.

$\text{MinP} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ khi $x = -\frac{\sqrt{3}}{2}, y = -\frac{2}{3}$.

Ví dụ 4. Cho các số thực x, y. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = 5x^2 + y^2 + 4xy - 18x - 12y + 2017.$$

Lời giải. Xét $Q = 5x^2 + 2(2y-9)x + y^2 - 12y + m$, với m là tham số.

Ta có $\Delta'_x = (2y-9)^2 - 5(y^2 - 12y + m)$

$= -y^2 + 24y - 144 + 225 - 5m$

$= -(y-12)^2 + 225 - 5m.$

Ta sẽ tìm m để $Q \geq 0 \ \forall x, y$, tức là cần có $\Delta'_x \leq 0 \ \forall y$. Điều này xảy ra khi $m = 45$.

Suy ra $P \geq 1972$.

Dấu bằng xảy ra khi $x = -3, y = 12$.

Vậy $\text{MinP} = 1972$ khi $x = -3, y = 12$.

Ví dụ 5. Cho x, y, z là các số thực không âm. Chứng minh rằng

$$xyz + x^2 + y^2 + z^2 + 5 \geq 3(x + y + z).$$

Lời giải. Ta nhận thấy đẳng thức xảy ra khi x = y = z = 1. Theo nguyên lí Dirichlet, trong ba số x, y, z luôn tồn tại hai số cùng không lớn hơn hoặc cùng không nhỏ hơn 1. Không mất tính tổng quát giả sử y, z thỏa mãn tính chất đó.

$\Rightarrow (y-1)(z-1) \geq 0 \Leftrightarrow yz \geq y + z - 1$

$\Rightarrow xyz \geq xy + xz - x.$

Ta phải chứng minh

$$f(x) = x^2 + (y + z - 4)x + y^2 + z^2 - 3y - 3z + 5 \geq 0.$$

Mặt khác ta lại có

$\Delta = (y + z - 4)^2 - 4(y^2 + z^2 - 3y - 3z + 5)$

$= -(y-z)^2 - 2(y-1)^2 - 2(z-1)^2 \leq 0$

$\Rightarrow 1.f(x) \geq 0 \ \forall x \Rightarrow f(x) \geq 0.$

Dấu bằng xảy ra khi $x = y = z = 1$.

Suy ra đpcm.

Ví dụ 6. Tìm các số thực x, y, z thỏa mãn

$$\begin{cases} x + y + z = 1 & (1) \\ x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 4 & (2) \end{cases}$$

sao cho x đạt giá trị lớn nhất.

Lời giải. Từ (1) suy ra $z = 1 - x - y$, thay vào (2) và biến đổi ta được

$$5y^2 + 6(x-1)y + 4x^2 - 6x - 1 = 0. \ (3)$$

Để phương trình (3) có nghiệm thì

$$\Delta' = 9(x-1)^2 - 20x^2 + 30x + 5 = -11x^2 + 12x + 14 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{6 - \sqrt{190}}{11} \leq x \leq \frac{6 + \sqrt{190}}{11}.$$

Vì x đạt giá trị lớn nhất nên

$$x = \frac{6 + \sqrt{190}}{11} \Rightarrow y = \frac{15 - 3\sqrt{190}}{55}; z = \frac{10 - 2\sqrt{190}}{55}.$$

Bài tập

Bài 1. Chứng minh rằng với mọi số thực x, y thì

$$2x^2 + y^2 - xy - 11x + y + 16 \geq 0.$$

Bài 2. Xét hai số thực x, y thỏa mãn $x + y = 1$. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{2(x^2 + 6xy)}{1 + 2xy + 2y^2}.$$

Bài 3. Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $x^2y = 1$. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x\sqrt{x^2 + y^2} + x^2$.

Bài 4. Xét các số thực x, y thỏa mãn $x^2 + y^2 + xy - 6(x + y) + 11 = 0$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 2x + y$.

Bài 5. Xét các số thực a, b, c thỏa mãn $a^3 > 36$ và $abc = 1$. Chứng minh rằng

$$\frac{a^2}{3} + b^2 + c^2 > ab + bc + ca.$$

AUSTRALIAN MATHEMATICS COMPETITION AMC 2014

SENIOR DIVISION

AUSTRALIAN SCHOOL YEARS 9 AND 10

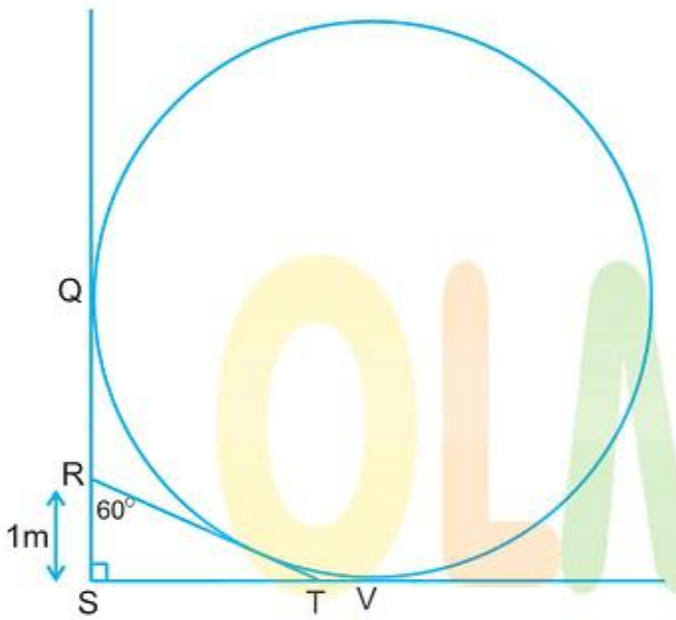
Time allowed: *75 minutes*

(Tiếp theo kì trước)

ĐỖ TRUNG KIÊN

(Sưu tầm và giới thiệu)

24. In the diagram, QS, RT and SV are tangents to the circle. The length of RS is 1 m. What is the diameter of the circle, in metres?



(A) $3+\sqrt{3}$ (B) 4 (C) $2\sqrt{3}+2$ (D) $3\sqrt{3}$ (E) $\frac{9}{2}$

25. The sequence $2, 2^2, 2^{2^2}, 2^{2^{2^2}}, \ldots$ is defined by $a_1 = 2$ and $a_{n+1} = 2^{a_n}$ for all $n \geq 1$. What is the first term in the sequence greater than 1000^{1000}?

(A) $a_4 = 2^{2^{2^2}}$ (B) $a_5 = 2^{2^{2^{2^2}}}$

(C) $a_6 = 2^{2^{2^{2^{2^2}}}}$ (D) $a_7 = 2^{2^{2^{2^{2^{2^2}}}}}$

(E) $a_8 = 2^{2^{2^{2^{2^{2^{2^2}}}}}}$

For questions 26 to 30, shade the answer as an integer from 0 to 999 in the space provided on the answer sheet.

Question 26 is 6 marks, question 27 is 7 marks, question 28 is 8 marks, question 29 is 9 marks and question 30 is 10 marks.

26. What is the largest three-digit number with the property that the number is equal to the sum of its hundreds digit, the square of its tens digit and the cube of its units digit?

27. Igor wants to make a secret code of five-letter words. To make them easy to say, he follows these two rules:

(i) no more than two consonants or two vowels in succession

(ii) no word to start or end with two consonants

He rejects the letter 'Q' as too hard, so he has 20 consonants and 5 vowels to choose from. If N is the number of code words possible, what are the first three digits of N?

28. Consider the sequence $a_1, a_2, a_3, a_4, \ldots$ such that $a_1 = 2$ and for every positive integer n, $a_{n+1} = a_n + p_n$, where p_n is the largest prime factor of a_n. The first few terms of the sequence are 2, 4, 6, 9, 12, 15, 20. What is the largest value of n such that a_n is a four-digit number?

29. A *lattice point* in the plane is a point whose coordinates are both integers. Consider a triangle whose vertices are lattice points (0, 0), (a, 0), and (0, b), where $a \geq b > 0$. Suppose that the triangle contains exactly 74 lattice points in its interior, not including those lattice points on the sides of the triangle. Determine the sum of the areas of all such triangles.

30. A polynomial p(x) is called *self-centered* if it has integer coefficients and p(100) = 100. If p(x) is a self-centred polynomial, what is the maximum number of integer solutions k to the equation $p(k) = k^3$?

DỰ THI HỌC BỔNG SINGAPORE

THỦY VŨ

(Xem từ số 158 ra 4.2016 và 164+165 ra 11.2016)

Chừng 5 tuần sau khi phỏng vấn, Đại sứ quán nước bạn sẽ gọi điện thông báo cho những người đỗ, được nhận học bổng ASEAN. Một số khác được nhận học bổng Merit Award tức là chỉ được miễn tiền học phí còn phải lo chỗ ăn, chỗ ở. Một vài bạn cũng chọn đi học theo học bổng này tức là phải tự lo thêm khoảng 180 triệu đồng cho mỗi năm học. Từ 15 đến 20 bạn của cả nước được học bổng toàn phần ASEAN sau khi qua 2 vòng thi, tùy theo chất lượng mỗi năm. Con số trúng tuyển không được ấn định trước. Cuộc thi không phải là cuộc đấu chọi 1 : n mà là cuộc vượt rào. Vấn đề là rào khá cao và bạn cứ nhảy vượt qua là được chọn. Cuối tháng 9, đầu tháng 10 bạn sẽ được gọi nếu trúng tuyển. Những người không được báo tức là đã không qua được mức quy định. Thường thì khi đó các bạn đang học ở một trường THPT danh tiếng của Việt Nam. Bạn đã nhập trường THPT, mua SGK và đồng phục. Một số trường đã xong kì tập quân sự. Đầu tháng 11 bạn sẽ sang Singapore để chuẩn bị vào lớp Secondary 3 từ ngày 2.1 của năm mới.

Lớp này gọi vắn tắt là Sec 3. Bạn sẽ được học Anh văn và Văn học Anh trong 2 tháng để nâng cao vốn tiếng Anh còn hạn chế của mình.

Chuẩn bị các thứ mang đi là những vật dụng cần thiết thường ngày: quần áo, đồ dùng học tập, giấy, giày, dép, mũ, kính, ... Có những thứ cần dùng ngay như dập ghim, ô đi mưa, từ điển Anh - Việt ... Có những thứ sau này mới phải thay nhưng nên mang ngay là giấy màu trắng, kính cận vì bên đó hai thứ này khá đắt. Bạn cần chú ý là đừng mua giày màu sặc sỡ vì ít trường cho đi những đôi giày như vậy. Bạn nữ được dùng nơ, ruy-băng nhưng cũng là sẫm màu. Hoa tai khi đến trường chỉ được đeo loại áp vào tai, không được dùng loại hoa tai đắt tiền và đeo trễ. Hai năm học này bạn sẽ mặc đồng phục nhà trường là chính nên chỉ mang một ít quần áo mặc ở nhà và đi chơi cuối tuần. Quần áo phù hợp là quần bò, quần soóc và áo phông. Tuy nhiên không cần mua nhiều vì sang đấy mua cho phù hợp. Nhiệt độ ở Singapore ổn định quanh năm từ 28°C đến 32°C, chỉ có mùa khô và mùa mưa, không có mùa đông. Nhiệt độ một số phòng học, xe buyt và nơi công cộng thường để 18°C. Bạn cần vài áo khoác mỏng cho những lúc đi học những ngày đầu chưa quen. Điện thoại, máy tính, máy ảnh đều có thể mang đi nếu bạn đã có. Còn không thì mua máy tính ở Singapore rẻ và chất lượng cao. Bạn sẽ học Sec 3 và Sec 4 rồi thi O level hoặc học tiếp 2 năm Pri. University xong sẽ thi A level tùy theo bạn được học ở trường nào. Thường bạn sẽ được xếp vào 1 trong 30 trường tốt nhất của bậc THPT của Singapore. Hết O level học sinh nam của nước bạn đi nghĩa vụ quân sự, sau đó về mới vào đại học. Bài thi hết A level hoặc O level đều được gửi chấm ở Anh. Bạn sẽ tự đăng kí trường và khoa thích hợp cho mình sau khi thi. Tùy kết quả từ Anh gửi về, bạn sẽ được xếp vào nơi theo nguyện vọng của bạn hoặc xuống mức thấp hơn nếu điểm không đạt.

(Còn tiếp)

Bài 19NS. Cho các số nguyên a, b thỏa mãn $a^2 + b^2 + ab + 3(a + b) + 3$ chia hết cho 5. Chứng minh rằng a – b chia hết cho 5.

NGUYỄN TIẾN LÂM *(GV. trường THPT chuyên KHTN Hà Nội)*

Bài 20NS. Giải phương trình

$$2\sqrt{2x-2}+5\sqrt{6x-29}+\sqrt{10-x}+(9-x)\sqrt{x-8}=x^2-16x+97.$$

NGUYỄN VĂN XÁ

(GV. THPT Yên Phong số 2, Yên Phong, Bắc Ninh)

Bài 21NS. Cho hình bình hành ABCD. Gọi E là điểm nằm trong hình bình hành sao cho CE = CD. Gọi M, N thứ tự là trung điểm của BC, AE. Chứng minh rằng DE vuông góc với MN.

LƯU LÝ TƯỞNG *(GV. THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, Phú Thọ)*

Kết quả CUỘC THI GIẢI TOÁN DÀNH CHO NỮ SINH (TTT2 số 164+165)

Bài 13NS. Với $x \in \mathbb{Z}$, ta có x + 2015 và x + 2016 khác tính chẵn, lẻ nên $(x + 2015)^2 + |x + 2016|$ là số nguyên dương lẻ.

Mà $(x + 2015)^2 + |x + 2016|$ là ước của $3072 = 2^{10}.3$.

Do đó $(x + 2015)^2 + |x + 2016|$ bằng 1 hoặc 3.

Suy ra $(x+2015)^2 \le 3$.

Mà $(x + 2015)^2$ là số chính phương. Do đó $(x + 2015)^2$ bằng 0 hoặc 1, suy ra x bằng –2015; –2014 hoặc –2016 (đều thỏa mãn yêu cầu của bài toán). Vậy các số nguyên x phải tìm là –2014; –2015 và –2016.

Nhận xét. Các bạn có lời giải đúng: *Nguyễn Thu Hiền, Bùi Thị Quỳnh, Nguyễn Thùy Dương*, 9A3, THCS Lâm Thao, *Nguyễn Hà Phương, Phạm Thị Minh Ngọc, Nguyễn Thu Hằng*, 8D, THCS Cao Mại, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Phạm Thị Kiều Trang*, 9A2, THCS Yên Lạc, Yên Lạc; *Khổng Thị Thu Thủy*, 9B, *Chu Thị Thanh*, 9E1, *Hoàng Thị Ngọc Diệp*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường; *Đỗ Thị Minh Hải*, 9A, THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn An Na, Phạm Hiếu Ngân, Phạm Huyền Trang, Nguyễn Hải Ly, Lê Thị Hằng Nhi, Trần Thị Kim Oanh*, 8A, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**.

Bài 14NS. Ta có

$$\sqrt{x}+\sqrt{yz}\le\frac{x+1}{2}+\frac{y+z}{2}=\frac{x+y+z+1}{2}$$

$$\le\frac{1}{2}\left(\frac{x^2+1}{2}+\frac{y^2+1}{2}+\frac{z^2+1}{2}+1\right)$$

$$=\frac{x^2+y^2+z^2+5}{4}\le\frac{3+5}{4}=2.\ (1)$$

Do đó $t+2\le 2\Rightarrow t=0\Rightarrow\sqrt{x}+\sqrt{yz}=2.$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra các đẳng thức ở (1) đồng thời xảy ra.

Suy ra x = y = z = 1. Vậy (x; y; z; t) = (1; 1; 1; 0).

Nhận xét. Các bạn có lời giải đúng: *Nguyễn Thùy Dương*, 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Phạm Thị Kiều Trang*, 9A2, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, *Khổng Thị Thu Thủy*, 9B, *Chu Thị Thanh*, 9E1, *Hoàng Thị Ngọc Diệp*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn An Na, Phạm Hiếu Ngân, Phạm Huyền Trang, Nguyễn Hải Ly, Lê Thị Hằng Nhi, Trần Thị Kim Oanh*, 8A, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**.

Bài 15NS. *Bạn đọc tự vẽ hình.*

Ta có BF + FG = CE + EG.

Mà G là trọng tâm của ΔABC.

Do đó AB + CG = AC + BG. (1)

Giả sử AB < AC. Khi đó ta chứng minh được $\widehat{GAB} > \widehat{GAC}$.

Gọi H là điểm đối xứng của B qua AG thì AGCH là tứ giác lồi. Suy ra AC + GH > AH + GC hay AC + BG > AB + CG. Điều này mâu thuẫn với (1).

Tương tự, giả sử AB > AC cũng mâu thuẫn với (1).

Vậy AB = AC, tức là ΔABC cân tại A.

Nhận xét. Bạn có lời giải đúng: *Khổng Thị Thu Thủy*, 9B, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc.**

Các bạn được thưởng kì này: *Nguyễn Thùy Dương*, 9A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Phạm Thị Kiều Trang*, 9A2, THCS Yên Lạc, Yên Lạc; *Khổng Thị Thu Thủy*, 9B, *Chu Thị Thanh*, 9E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Lê Thị Hằng Nhi*, 8A, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**.

Ảnh các bạn được thưởng ở bìa 4.

NGUYỄN HIỆP

ƠCƠLIT VÀ BỘ SÁCH CƠ BẢN

NGUYỄN VIỆT HẢI
(Hà Nội)

Nhà toán học cổ Hy Lạp Ơcơlit (tiếng Anh là *Euclid*, tiếng Pháp là *Euclide*) sống vào khoảng từ giữa thế kỉ IV đến đầu thế kỉ III (một số tài liệu ghi khoảng năm 356 đến 300, các sách khác ghi khoảng năm 325 đến 265) trước Công nguyên. Chúng ta chỉ biết về cuộc sống của ông qua một số tài liệu ít ỏi của các nhà toán học cổ Hy Lạp là Pápput (Pappus, khoảng năm 290 đến 350 sau CN), nhà sử học, triết học Prôcơlut (Proclus, khoảng năm 410 đến 485 sau CN). Hình ảnh ông được vẽ mãi về sau.

Có người cho rằng Ơcơlit sinh ở Atena thuộc Hy Lạp, là học trò của nhà triết học, hình học Hy Lạp ở Atena là Pơlatôn (Plato, khoảng năm 427 đến 347 trước CN).

Theo Pápput, Ơcơlit là một người chân thật, điềm đạm, khiêm tốn, xa lạ với thói hiếu danh, ích kỉ, nhưng trong nghiên cứu toán học thì ông lại hết sức nghiêm túc, đòi hỏi chính xác.

Trong thời kì Hy Lạp hóa, vào những năm 331-323 trước CN vua Alêcxanđơrơ Đại đế thống lĩnh liên quân Maxêđônia - Hy Lạp đã xâm chiếm Ai Cập, Babilon, Ba Tư,... và cả một phần Ấn Độ. Sau khi ông mất, đế quốc mênh mông này tan rã và các viên tướng của ông chia nhau chiếm từng vùng. Hoàng đế Ptôlêmê 1 Xôte (Ptolemy I Soter, sống khoảng năm 367 đến 283 trước CN) cai quản Ai Cập (từ năm 305 đến 283 trước CN) đã chọn thành phố Alêcxanđơria trên bờ Địa Trung Hải, nằm ở phía tây của châu thổ sông Nin (do Alêcxanđơrơ Đại đế xây dựng từ năm 331 trước CN) làm thủ đô và xây dựng ở đây một trung tâm khoa học, trong đó có thư viện phong phú với khoảng 700000 cuốn sách dưới dạng cuộn da thuộc và giấy cỏ chỉ. Nhiều nhà khoa học tên tuổi đã làm việc ở thành phố Alêcxanđơria, trong đó có Ơcơlit, Apôlôniut, Êratôxten,...

Theo lời kể của Prôcơlut, một hôm hoàng đế Ptôlêmê 1 hỏi Ơcơlit rằng có con đường nào đến với hình học ngắn hơn cuốn sách *Cơ bản* hay không? nhà bác học can đảm trả lời: *Tâu bệ hạ, trong hình học không có con đường hoàng gia.*

Nhà sử học cổ Hy Lạp Xtôbây (Stobaeus, khoảng thế kỉ V sau CN) kể một giai thoại lịch sử rằng một môn đồ trẻ tuổi sau khi học sách *Cơ bản* đã hỏi Ơcơlit : Thế tôi có thể kiếm được bao nhiêu sau khi học tốt được những thứ đó ? Ơcơlit liền gọi một nô lệ lại và bảo rằng: *Hãy cho anh ta 3 ôbôn vì anh chàng tội nghiệp này muốn kiếm tiền bằng việc học của mình* (ôbôn là đồng tiền giá trị nhỏ thời đó).

Ngoài tác phẩm chính là bộ sách toán *Cơ bản (Elements)*, Ơcơlit còn viết một số sách khác được xác nhận, trong đó một số đã bị thất lạc, như:

- *Dữ kiện*, nói về các điều kiện xác định một hình.
- *Về cách phân chia hình.*
- *Hiện tượng*, áp dụng hình học cầu vào thiên văn.
- *Quang học*, về đường đi của tia sáng.
- *Phản xạ học* trong Vật lí.
- *Các hình cônic.*
- *Quỹ tích trên các bề mặt.*
- *Porisme*, nói về biện luận bài toán xem có giải được không, có bao nhiêu nghiệm.
- *Nguyên lí của âm nhạc*, trong đó áp dụng toán và vật lí để xác định âm.

Người ta không tìm được bản gốc bộ sách *Cơ bản* của Ơcơlit. Những lần xuất bản bộ sách *Cơ bản* là dựa vào bản chỉnh lí do nhà toán học *Thêôn* (Theon, khoảng năm 335 đến 405) ở Alêcxanđơria viết sau bản gốc khoảng 700 năm. Đến đầu thế kỉ XIX đã tìm thấy một bản cổ hơn bản của Thêôn nhưng không khác mấy. Bản dịch đầu tiên bộ sách *Cơ bản* sang tiếng Latinh không phải từ tiếng Hy Lạp mà từ tiếng Ả Rập (một số học giả người Ả Rập đã dịch các tác phẩm Hy Lạp từ thế kỉ VIII) vào năm 1120 do học giả người Anh *Adelard* thực hiện. Về sau có nhiều bản dịch khác đầy đủ hơn, chuẩn mực hơn.

Nhà toán học Ơcơlit

Bộ sách toán đồ sộ *Cơ bản* (hoặc dịch là *Cơ sở*) gồm 13 quyển với 465 mệnh đề, gần 1200 trang bằng tiếng Anh.

Quyển 1 đưa ra 23 định nghĩa, 5 tiên đề và 5 định đề về suy luận, chia thành 3 nhóm. Nhóm 1 gồm 23 mệnh đề nói về tính chất của tam giác và có 3 định lí về đồng dư. Nhóm 2 nêu tính chất các đường thẳng song song và chứng minh rằng tổng ba góc của một tam giác bằng hai góc vuông. Nhóm 3 nêu tính chất các hình phẳng như tam giác và 3 trường hợp bằng nhau của chúng, hình bình hành, hình thang, tiếp đó là định lí *Pytago* và mệnh đề đảo của nó.

Quyển 2 trình bày phép biến đổi diện tích và những hình tương đương (ta có thể biểu diễn bằng các đồng nhất thức đại số), luật côsin.

Quyển 3 viết về các tính chất của đường tròn, tiếp tuyến và dây cung, định lí *Talét*.

Quyển 4 đề cập đến cách dựng hình bằng thước thẳng và compa, trong đó nêu cách dựng các đa giác đều với số cạnh bằng 3, 4, 5, 6, 10, 15.

Quyển 5 trình bày lí thuyết về các đại lượng tỉ lệ và tỉ lệ thức (của *Ơđốc*). Mệnh đề 25 nói về bất đẳng thức giữa trung bình cộng và trung bình nhân.

Quyển 6 cho sự áp dụng các tỉ lệ thức vào hình học phẳng, trong đó có các định lí về hai tam giác đồng dạng, dựng các đoạn thẳng tỉ lệ, tính chất đường phân giác của tam giác, giải phương trình bậc 2 bằng hình học.

Các quyển 7, 8, 9 gồm 102 mệnh đề về lí thuyết số sơ cấp, trong đó quyển 7 trình bày thuật toán *Ơcơlit* về phép chia có dư, tìm ước chung lớn nhất và bội chung nhỏ nhất, các tính chất về số tự nhiên và phân số. Trong quyển 8 có nói về cấp số nhân. Trong quyển 9 nêu định lí cơ bản về sự phân tích một số thành thừa số nguyên tố, chứng minh của *Ơcơlit* rằng số các số nguyên tố là vô hạn.

Quyển 10 nói về các số vô tỉ (của *Thêetetut*), về đoạn thẳng vô ước với đoạn thẳng khác, trình bày *phương pháp vét kiệt*, tức là từ một đại lượng đã cho, nếu trừ đi một phần không nhỏ hơn một nửa của nó, và cứ tiếp tục như thế, thì đến lúc nào đó số đo đại lượng còn lại sẽ nhỏ hơn một số khá nhỏ cho trước.

Quyển 11 trình bày các định lí về đường thẳng và mặt phẳng trong không gian ba chiều, các bài toán dựng hình không gian, các trường hợp để hình hộp và hình chóp có thể tích bằng nhau.

Quyển 12 sử dụng phương pháp vét kiệt để chứng minh các định lí về tỉ số diện tích hình tròn, tỉ số thể tích hình cầu so với tỉ số đường kính.

Quyển 13 trình bày về các đa diện đều: cách dựng chúng, tìm chiều dài các cạnh của chúng khi biết bán kính mặt cầu ngoại tiếp, 5 loại khối đa diện đều lồi (của *Pơlatôn*).

Công trình *Cơ bản* của Ơcơlit đã vượt trội hơn tất cả các công trình toán học trước đó do đã bao quát, hệ thống hóa toàn bộ kiến thức toán học thời đó của *Talét* (Thales, khoảng năm 624 đến 546 trước CN), *Pytago* (Pythagoras, khoảng năm 580 đến 500 trước CN), *Pơlatôn*, *Ơđốc* (Eudoxus, khoảng năm 408 đến 355 trước CN), *Thêetetut* (Theaetetus, khoảng năm 415 đến 369 trước CN), Hipôcơratơ ở đảo Chios (Hippocrates, khoảng năm 470 đến 410 trước CN), đồng thời đã nâng lập luận toán học lên một tầm cao mới: chuyển từ việc xem hình vẽ, hoặc lắp ghép hình để rút ra tính chất của hình đến việc chứng minh khá chặt chẽ. Để chứng minh khẳng định mới là đúng cần dựa vào các khẳng định đúng nào đó đã biết, nhưng khẳng định đúng nào đó lại được suy ra từ một khẳng định trước đó, cứ như thế ..., vì thế đến lúc nào đó phải công nhận một số khẳng định đúng ban đầu gọi là tiên đề. Trong sách *Cơ bản*, Ơcơlit đã đưa ra một số định nghĩa ban đầu và các tiên đề hình học, các định đề về suy luận để xây dựng môn hình học hệ thống và chặt chẽ hơn trước. Tất nhiên còn nhiều điều trong sách đó trình bày chưa thật chính xác đối với cách nhìn nhận mới, chẳng hạn như: hai hình coi là bằng nhau nếu hình này chồng khít được lên hình kia ở mọi điểm, sự tồn tại giao điểm của đường thẳng và đường tròn (tính liên tục của đường tròn), vấn đề tập hợp vô hạn ...

Suốt 2000 năm các thế hệ trẻ của các dân tộc đều học những kiến thức hình học một cách hệ thống do Ơcơlit xây dựng nên, mãi đến cuối thế kỉ XIX các nhà toán học mới có những công trình đáng kể nghiên cứu cơ bản hình học, số học, tuy nhiên nhiều nội dung cơ bản trong sách *Cơ bản* vẫn được giảng dạy trong nhà trường hiện nay. Rất nhiều nhà khoa học đã bị hấp dẫn bởi bộ sách *Cơ bản* và trưởng thành từ bộ sách này.

Ơcơlit không những là một nhà bác học lỗi lạc trong việc xây dựng lâu đài toán học rộng lớn, mà thông qua bộ sách như một tài liệu giáo khoa trải nhiều thế kỉ, ông còn là người thầy có công lớn trong việc truyền bá những điều kì diệu của toán học, góp phần giáo dục và đào tạo nhiều thế hệ các nhà toán học trên toàn thế giới.

ĐỀ THI CÂU LẠC BỘ TTT

NGUYỄN ĐỨC TẤN
(TP. Hồ Chí Minh)
VŨ THÀNH NAM
(dịch)

Kì 4

CLB16. Given the numbers a, b, c, x, y and z such that $x = by + cz$, $y = cz + ax$, $z = ax + by$, and $xyz \neq 0$. Find the value of the expression

$$M = \frac{a}{1+a} + \frac{b}{1+b} + \frac{c}{1+c}.$$

CLB17. Find all natural number n ($n < 20$) such that $9^n + 7^{2017}$ has a units digit of 8.

CLB18. Find prime numbers a and b such that $a^2 - 2b^2 = 1$.

CLB19. Among the set of natural numbers from 1 to 2017, what is the maximum number of distinct numbers that can be chosen such that the sum of any three arbitrary numbers among the chosen numbers is divisible by 10?

CLB20. Given a right-angle triangle with the right angle at A and $AC < AB < 2AC$. The points D and E are on the sides AB and AC, respectively, such that $BD = AC$ and $CE = AD$. Let M be the intersection of BE and CD. Find the measure of $\angle BMD$.

Kết quả (TTT2 số 164+165)

Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ

CLB26. Ta có $3mx > x + 2 \Leftrightarrow (3m - 1)x > 2$. (*)

- TH 1. $3m - 1 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{1}{3}$ thì (*) $\Leftrightarrow 0x > 2$ (vô nghiệm).
- TH 2. $m < \frac{1}{3}$ thì (*) $\Leftrightarrow x < \frac{2}{3m-1}$ (loại).
- TH 3. $m > \frac{1}{3}$ thì (*) $\Leftrightarrow x > \frac{2}{3m-1}$.

Bất phương trình nghiệm đúng với mọi $x > 1$ khi và chỉ khi

$$\frac{2}{3m-1} \leq 1 \Leftrightarrow 2 \leq 3m - 1 \text{ (vì } 3m - 1 > 0) \Leftrightarrow m \geq 1.$$

Vậy $m \geq 1$.

CLB27. Ta có $3x - 2y + 1 = 0 \Leftrightarrow x = y - \frac{y+1}{3}$.

Vì $x, y \in \mathbb{Z}$ nên $\frac{y+1}{3} = t$, $(t \in \mathbb{Z})$.

Suy ra $y = 3t - 1$, $x = y - t = 2t - 1$, $(t \in \mathbb{Z})$.

Do đó $P = |2t - 1| + |3t - 1|$.

- Nếu $t \geq 1$ thì $P = (2t - 1) + (3t - 1) = 5t - 2 \geq 3$.
- Nếu $t \leq 0$ thì $P = (1 - 2t) + (1 - 3t) = 2 - 5t \geq 2$.

Vậy $\text{Min}P = 2$ khi $t = 0$ hay $x = y = -1$.

CLB28. Ta có $\Delta AMP = \Delta BNM = \Delta CPN$ (c.g.c).
Kẻ PH vuông góc với AB tại H.

Ta có $\widehat{AHP} = 90^o$, $\widehat{PAH} = 60^o$

$$\Rightarrow PH = AP\sin\widehat{PAH} = \frac{(4-x)\sqrt{3}}{2} \Rightarrow S_{AMP} = \frac{1}{2}AM.PH$$

$$= \frac{1}{2}x.\frac{(4-x).\sqrt{3}}{2} \leq \frac{\sqrt{3}}{4}\left(\frac{x+4-x}{2}\right)^2 = \sqrt{3}.$$

Vậy $\text{Min}S_{MNP} = S_{ABC} - 3\sqrt{3} = \sqrt{3}$ khi $x = 2$.

CLB29. Đặt $a = x^2 + 1$, $b = 2x^2 - 2x + 1$.
Ta có $b - a = x^2 - 2x$.
Phương trình trở thành $a^4 - b^4 = b - a$
$\Leftrightarrow (a - b)(a + b)(a^2 + b^2) + (a - b) = 0$
$\Leftrightarrow (a - b)[(a + b)(a^2 + b^2) + 1] = 0$. (*)
$\Leftrightarrow a - b = 0$ (vì $a = x^2 + 1 > 0$, $b = 2x^2 - 2x + 1 = x^2 + (x - 1)^2 > 0$)
$\Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = 2$.

CLB30. Ta có ED // AC, DF // AB, suy ra các tam giác ABC, EBD, FDC đồng dạng.

$$\Rightarrow \left(\frac{BD}{DC}\right)^2 = \frac{S_{EBD}}{S_{FDC}} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{BD}{DC} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{BD}{BC} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{EBD}}{S_{ABC}} = \left(\frac{BD}{BC}\right)^2 = \frac{1}{9} \Rightarrow S_{ABC} = 9S_{EBD} = 27$$

$$\Rightarrow S_{AEDF} = S_{ABC} - S_{EBD} - S_{FDC} = 12.$$

Nhận xét. Bạn được thưởng kì này: *Triệu Hồng Ngọc*, 8A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**.

NGUYỄN HIỆP

GIẢI LÚC GIAO THỪA

Bạn chỉ được dùng các dấu +, –, ×, : và các dấu ngoặc ( ), [ ], { } để làm thành các phép tính đúng.

1 2 3
= 1 2 3 4
= 1 2 3 4 5
= 1 2 3 4 5 6
= 1 2 3 4 5 6 7
= 1 2 3 4 5 6 7 8
= 1 2 3 4 5 6 7 8 9
= 1.

VŨ MULBERRY

MUA CĂN HỘ

MORIS VŨ

1. Gia đình bạn cần tìm một căn nhà để ở. Đó chính là một bài toán có nhiều tham số. Tham số đầu tiên là giá của căn nhà. Đây là điều gia đình bạn quan tâm hàng đầu vì liên quan đến khả năng tài chính của bạn. Thứ hai là giá tiền trung bình trên một m^2 diện tích để hình dung đắt hay rẻ. Thứ ba là khoảng cách từ căn nhà đó đến nơi làm việc là bao nhiêu km, có những phương tiện nào? Khoảng cách từ căn hộ đó đến trung tâm thành phố là bao nhiêu km?

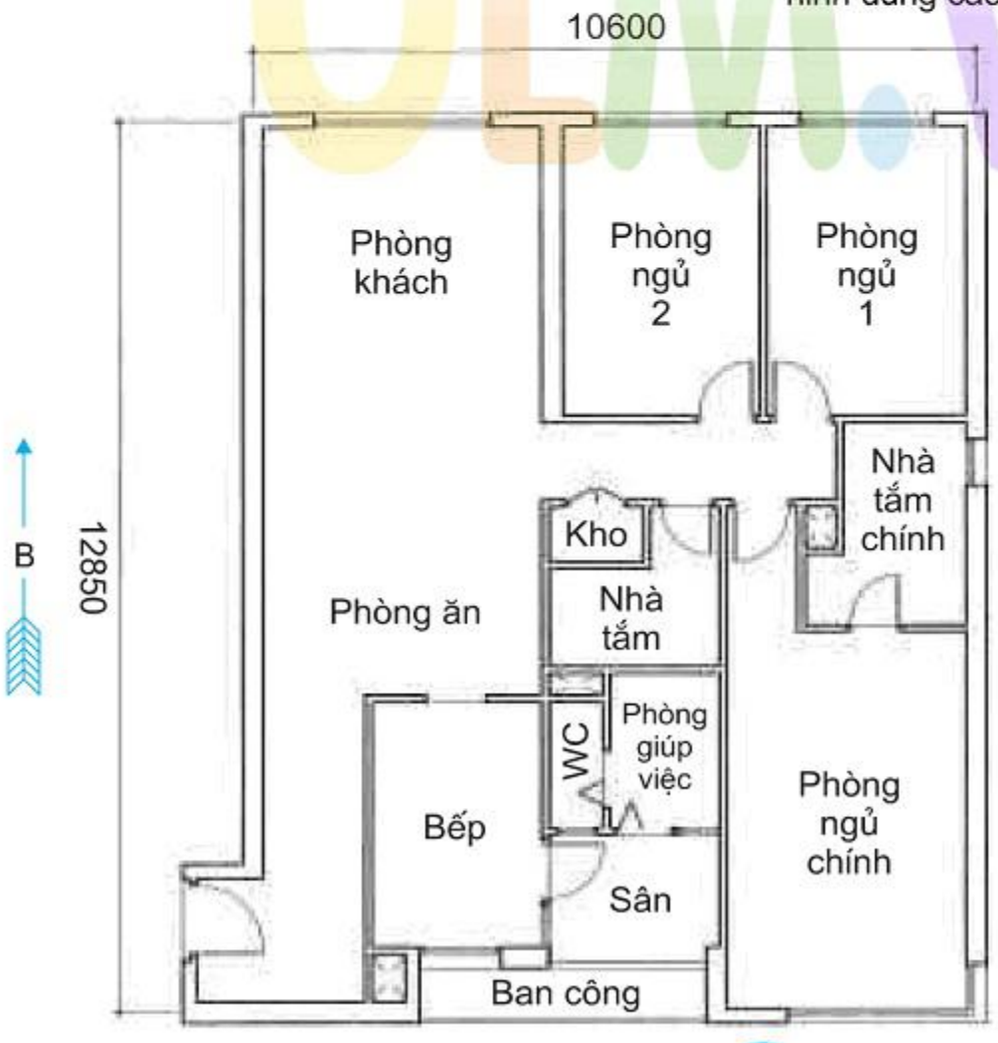
2. Bài toán tiếp theo bạn có thể phải giải là hoàn thiện tòa nhà.

Ví dụ bạn cần sơn một căn hộ có diện tích mặt bằng 137 m^2.

Chiều cao của tường nhà là 3 m. Cho rằng toàn bộ phần phía bắc và phần phía nam (đã kẻ nét đôi) chỉ phần kính không phải sơn. Các cửa chính, cửa sổ cần xác định diện tích, đó là phần không phải sơn. Từ diện tích mới có thể tính ra lượng sơn và nhân công phải thuê.

3. Sau khi hoàn chỉnh việc sơn căn nhà, bạn cần sắp xếp đồ đạc sao cho các phòng có công năng sử dụng tốt nhất. Đây cũng chính là bài toán tưởng tượng không gian ba chiều. Các đồ đạc cần có hình dạng như thế nào, kích thước ra sao và màu sắc như thế nào cho phù hợp. Nếu có kiến trúc sư thiết kế thì rất tốt vì sẽ tận dụng tốt nhất không gian gia đình bạn có, ít phải thay đổi vì không bị mau lạc hậu.

Bây giờ các bạn hãy cùng xem sơ đồ trên để hình dung các đồ đạc nên có kích thước thế nào cho phù hợp với từng phòng. Bạn đo chính xác các bức tường để có hình dung chiều dài thực tế



4. Nhiều gia đình phải vay tiền để có đủ khả năng chi trả cho việc mua nhà. Bài sau chúng ta sẽ cùng nhau đề cập đến vấn đề này.

5. Câu hỏi:

a) Bạn thử ước lượng diện tích mỗi phòng ngủ?

b) Bạn thử tính diện tích cần phải sơn bên trong căn nhà của bạn?

c) Bạn hãy vẽ sơ đồ mặt bằng nhà ở của bạn và gửi về tòa soạn. Bài làm tốt sẽ có thưởng.

(Còn tiếp)

Hỏi: Anh Phó ơi! Nhà em ở gần tòa soạn TTT (khoảng 5 phút đi bộ) thì làm cách nào để gửi bài (viết tay) mà không cần qua bưu điện ạ?

ĐỖ THU HÀ

(6A8, THCS Thành Công, Ba Đình, Hà Nội)

Đáp:

Em đến 361
Lên tòa soạn tầng 5
Gửi bài vào phòng 1
Nhớ đầy đủ họ tên
Bài sẽ được đăng lên
Nếu hay hơn bài khác

Hỏi: Nếu em gửi bài mà không ghi địa chỉ thì có được đăng không ạ?

Một bạn quên ghi tên

Đáp:

Đăng thì vẫn có thể
Dưới có ghi thêm là
Của một bạn quên tên
Nhuận bút làm sao gửi?
Tên mình và địa chỉ,
Gửi báo nhớ đừng quên.

Hỏi: Em chưa hiểu lắm những kí hiệu trong mục Thế cờ của tạp chí. Em trình bày cách giải bằng lời được không ạ?

TRẦN THỊ THU HUYỀN

(9D, THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên, Vĩnh Phúc)

Đáp:

Em đọc thêm để hiểu
Từ các sách về cờ
Không thì trên Gu gồ
Tốt hơn là không biết
Nếu đã làm hết cách
Vẫn chưa hiểu cách ghi
Đọc lại Thế cờ đi
Dần dần em sẽ biết.

ANH PHÓ

Từ số tháng 9 năm 2015, Công ty Cổ phần Dịch vụ Giáo dục Việt Nam tặng các khóa học trực tuyến trên website: *hocmai.vn* cho các bạn học sinh được thưởng trong các chuyên mục và các bạn học sinh được khen trong chuyên mục Kết quả thi giải toán qua thư. Các bạn học sinh sau khi nhận được mã cung cấp thì đăng kí tại địa chỉ: *thcs.hocmai.vn/toantuoitho* (Các bạn có thể liên hệ số điện thoại 0966464644 để được giải đáp).

HOCMAI

PHIẾU ĐĂNG KÍ THAM DỰ CUỘC THI GTQT NĂM HỌC 2016-2017

CÁC LỚP 6 & 7

Bài 1(167). Tìm tất cả các số nguyên tố p sao cho $p^2 + 59$ có đúng 6 ước số dương.

NGUYỄN ĐỨC TẤN

(TP. Hồ Chí Minh)

Bài 2(167). Cho tam giác ABC cân tại A có $\widehat{BAC} = 108^o$. Trên tia phân giác của $\widehat{ABC}$ lấy điểm N sao cho CN = CA. Tính $\widehat{BCN}$.

NGUYỄN NGỌC HÙNG

(GV. THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, Hà Tĩnh)

CÁC LỚP THCS

Bài 3(167). Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - x = \sqrt{y^2+1} - 2y\sqrt{x^2+1} \\ x - 2y + 2 = 2\sqrt{x^2+1} - \sqrt{y^2+1} \end{cases}$$

CAO NGỌC TOẢN

(GV. THPT Tam Giang, Phong Điền, Thừa Thiên - Huế)

Bài 4(167). Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn abc = 1. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$T = \frac{1}{a+5} + \frac{1}{b+5} + \frac{1}{c+5}.$$

LẠI QUANG THỌ

(Phòng Giáo dục và Đào tạo Tam Dương, Tam Dương, Vĩnh Phúc)

Bài 5(167). Cho A, B là hai tập hợp. Ta gọi tập tích của A và B là $A \times B = \{(a, b): a \in A, b \in B\}$, trong đó (a, b) là cặp hai phần tử có thứ tự. Kí hiệu $A^2 = A \times A$. Nếu C = {0; 1} và D = {1; 0}. Tìm

a) $C \times D$; b) $D \times C$; c) C^2.

VŨ KIM THỦY

Bài 6(167). Cho điểm M nằm ngoài đường tròn (O). Kẻ hai tiếp tuyến MA, MB đến đường tròn (O) (A, B là các tiếp điểm). Gọi I là điểm nằm giữa A và B trên đoạn AB. Vẽ dây BN của đường tròn song song với MI. Gọi C là điểm nằm chính giữa cung lớn BN, D là điểm nằm chính giữa cung nhỏ BN. Vẽ hai dây CE và DF của đường tròn cùng đi qua I. Chứng minh rằng MEIF là tứ giác nội tiếp.

THÁI NHẬT PHƯỢNG

(GV. THCS Nguyễn Văn Trỗi, Cam Nghĩa, Cam Ranh, Khánh Hòa)

PHIẾU ĐĂNG KÍ THAM DỰ CUỘC THI GTQT NĂM HỌC 2016-2017

SOLVE VIA MAIL COMPETITION QUESTIONS

Translated by Nam Vũ Thành

1(167). Find all prime numbers p such that $p^2 + 59$ has exactly 6 positive factors.

2(167). Given an isosceles triangle ABC with the vertex at A and $\angle BAC = 108°$. Let N be a point on the angle bisector of $\angle ABC$ such that $CN = CA$. Find the measure of $\angle BCN$.

3(167). Solve the following simultaneous equations.

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - x = \sqrt{y^2+1} - 2y\sqrt{x^2+1} \\ x - 2y + 2 = 2\sqrt{x^2+1} - \sqrt{y^2+1} \end{cases}$$

4(167). Given the positive real numbers a, b, and c such that $abc = 1$. Find the maximum value of the expression $T = \frac{1}{a+5} + \frac{1}{b+5} + \frac{1}{c+5}$.

5(167). Given two sets A and B. The product of A and B is given as $A \times B = \{(a, b) : a \in A, b \in B\}$, where (a, b) is an ordered pair. Denote $A^2 = A \times A$. If $C = \{0; 1\}$ and $D = \{1; 0\}$. Find

a) $C \times D$; b) $D \times C$; c) C^2.

6(167). Given a point M outside of a circle (O). Let MA and MB be the tangents to the circle (O), where A and B are the points of tangency. Let I be a point that lies between A and B on a line. Draw the chord BN on the circle such that BN is parallel to MI. Let C be the midpoint of the major arc BN, and D be the midpoint of the minor arc BN. Draw the chords CE and DF that pass through I. Prove that $MEIF$ is a cyclic squadrilateral.

BẢO TÀNG ĐỒNG QUÊ

Làng quê thanh bình với cây vườn quanh ao làng. Một màu xanh thanh bình và bình yên như tự ngàn năm. Cảnh ở Bảo tàng Đồng Quê, thôn Bình Di, xã Giao Thịnh, Giao Thủy, Nam Định. Đến đây bạn gặp lại thời gian trong kí ức, thấy mọi thứ như trở lại tuổi thơ. Chỉ có cái thuyền vịt máy là đưa ta về hôm nay.

Bạn hãy viết một bài viết về vẻ đẹp thôn dã này. Tòa soạn chờ bài viết hay của bạn.

MULER VŨ

Ảnh: VKT

CÁC HỌC SINH ĐƯỢC KHEN TRONG CUỘC THI GIẢI TOÁN DÀNH CHO NỮ SINH

Từ trái sang phải: Nguyễn Thùy Dương, Phạm Thị Kiều Trang, Khổng Thị Thu Thủy, Chu Thị Thanh, Lê Thị Hằng Nhi.

CTY CP VĂN PHÒNG PHẨM HỒNG HÀ®
SINCE 1959
Lưu truyền thống - Viết tương lai

Công ty CP VPP Hồng Hà là nhà tài trợ cho 2 cuộc thi: Giải toán qua thư và Giải toán dành cho nữ sinh.

Giấy phép xuất bản: số 31/GP-BVHTT, cấp ngày 23/1/2003 của Bộ Văn hóa và Thông tin. **Mã số:** 8BTT167M17. **In tại:** Công ty cổ phần in Công Đoàn Việt Nam, 167 Tây Sơn, Đống Đa, Hà Nội. In xong và nộp lưu chiểu tháng 01 năm 2017.