T HUY

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC

Huỳnh Quốc Huy

TOÁN HỌC & Tuổi trẻ

TẠP CHÍ RA HÀNG THÁNG - NĂM THỨ 42
DÀNH CHO TRUNG HỌC PHỔ THÔNG VÀ TRUNG HỌC CƠ SỞ
Trụ sở: 187 B Giảng Võ, Hà Nội. ĐT-Fax: (04) 5144272
Email: toanhoctt@yahoo.com

1 2005
SỐ 331

Thứ trưởng Nguyễn Văn Vọng trao Huân chương cho tạp chí THTT

Chúc Mừng Năm Mới 2005

Chúc mừng thành tích Đội tuyển Việt Nam thi Khoa học Quốc tế lần thứ nhất

LỄ KỶ NIỆM 40 NĂM TẠP CHÍ TOÁN HỌC VÀ TUỔI TRẺ
ĐÓN NHẬN HUÂN CHƯƠNG LAO ĐỘNG HẠNG NHẤT CỦA NHÀ NƯỚC TRAO TẶNG

GS.TSKH Nguyễn Cảnh Toàn đọc báo cáo Hành trình 40 năm cùng bạn trẻ yêu Toán

PGS.TS Vũ Dương Thụy tặng Bằng giải thưởng cuộc thi giải Toán 40 năm THTT

Từ trái sang: Bà Lâm Thị Phương Thanh, TSKH Đặng Hùng Thắng, GS Ngô Việt Trung ThS Vũ Kim Thủy, TS Nguyễn Việt Hải, CN Nguyễn Khắc Minh, CN Phan Thanh Quang, GS Hà Huy Khoái, GS Nguyễn Đăng Phất, TS Lê Quốc Hán

Trao tặng kỷ niệm chương *Vì thế hệ trẻ* của TW Đoàn

CẦN TẠO NÊN NHỮNG CHUYỂN BIẾN CƠ BẢN TRONG PHƯƠNG PHÁP DẠY VÀ HỌC

(Trích bài phát biểu của Thứ trưởng Bộ GD&ĐT Nguyễn Văn Vọng tại Lễ kỉ niệm)

...Trong 40 năm qua Tạp chí THTT đã khơi dậy lòng say mê học toán của các thế hệ trẻ Việt Nam, góp phần tích cực vào việc nâng cao kiến thức toán học cho các em học sinh và là tài liệu bổ ích cho các giáo viên dạy toán. Có thể khẳng định rằng Tạp chí đã giúp đỡ bồi dưỡng các học sinh giỏi tham gia thi toán Quốc gia và Quốc tế, góp phần quan trọng trong việc đào tạo các nhà toán học và khoa học của nước ta.

Thay mặt lãnh đạo Bộ Giáo dục và Đào tạo tôi chúc mừng Tạp chí THTT được tặng thưởng Huân chương Lao động hạng Nhất. Thành tích này đánh dấu sự đóng góp không nhỏ, đặc sắc của Tạp chí vào sự nghiệp giáo dục chung của ngành.

Chúng ta đang tiến hành cuộc cải cách giáo dục, đổi mới chương trình và SGK. Để có thể đạt được kết quả tốt cần phải cải tiến phương pháp giảng dạy của giáo viên và phương pháp học tập của học sinh, đồng thời với sự thay đổi cách thi cử và đánh giá kết quả dạy học.

Chúng ta cần giúp các giáo viên tạo lập phương pháp giảng dạy mới theo hướng tích cực hóa quá trình học tập của học sinh, giúp học sinh dần dần hình thành năng lực tư duy độc lập, chủ động, vận dụng sáng tạo những kiến thức vào thực tiễn cuộc sống.

... Toán học mang tính đặc thù là một khoa học công cụ, thâm nhập vào tất cả các lĩnh vực tự nhiên và xã hội, vì vậy giáo dục toán học giữ vai trò quan trọng trong nhà trường, có ảnh hưởng lớn tới các môn học khác...

... Tôi mong rằng tạp chí THTT sẽ góp phần tích cực hơn nữa trong việc đổi mới phương pháp dạy học và đào tạo thế hệ trẻ nước nhà.

LỄ KỈ NIỆM 40 NĂM TẠP CHÍ TOÁN HỌC VÀ TUỔI TRẺ VÀ ĐÓN NHẬN HUÂN CHƯƠNG LAO ĐỘNG HẠNG NHẤT

(Tường thuật)

Ngày 17.12.2004 hội trường lớn Nhà khách Chính phủ trang hoàng rực rỡ chào đón hơn 200 đại biểu đến dự lễ kỉ niệm Tạp chí Toán học và Tuổi trẻ tròn 40 tuổi và đón nhận Huân chương Lao động hạng Nhất.

Chủ tịch nước CHXHCN Việt Nam Trần Đức Lương, Thủ tướng Chính phủ Phan Văn Khải đã gửi lẵng hoa chúc mừng Tạp chí.

Đội Văn nghệ của trường Marie Curie đã đem đến cho ngày hội các tiết mục ca múa đặc sắc làm cho không khí buổi lễ thêm tươi vui và sinh động. Về dự ngày vui của Tạp chí có TS Nguyễn Văn Vọng, Thứ trưởng Bộ Giáo dục và Đào tạo, bà Lâm Thị Phương Thanh, Bí thư TƯ Đoàn TNCS Hồ Chí Minh, ông Phạm Hữu Phụng, Vụ trưởng Ban thi đua Khen thưởng Trung ương, các vị đại diện của Ban Tư tưởng Văn hóa Trung ương, Văn phòng Chủ tịch nước, GS. TSKH Nguyễn Văn Mậu, Hiệu trưởng trường ĐHKHTN - ĐHQG Hà Nội, Phó Chủ tịch Hội Toán học Việt Nam, GS. TSKH Hà Huy Khoái, Viện trưởng Viện Toán học Việt Nam, Phó Chủ tịch Hội Toán học Việt Nam, các vị đại diện của Cục Xuất bản, Cục Báo chí Bộ Văn hóa - Thông tin, Vụ Tổ chức Cán bộ Bộ GD & ĐT, Vụ Trung học phổ thông, các Viện, các Trường Đại học, Ban Giám đốc các Sở GD-ĐT, các trường THPT chuyên ; đại diện Thông tấn xã Việt Nam, các báo, tạp chí và đài truyền hình, truyền thanh của trung ương, Hà Nội và ngành Giáo dục. Về phía Nhà xuất bản Giáo dục và Tạp chí có PGS. TS Vũ Dương Thụy, Phó Tổng Giám đốc, Tổng biên tập NXB Giáo dục, GS. TSKH Nguyễn Cảnh Toàn, các đồng chí trong Hội đồng Quản trị, Ban Tổng Giám đốc, Ban chấp hành Đảng ủy, lãnh đạo các đơn vị thành viên của NXBGD, Ban chấp hành Công đoàn, Đoàn Thanh niên, Trưởng các phòng, ban, Trung tâm, Tạp chí NXBGD, các cán bộ Tòa soạn THTT, các cộng tác viên trong đó có các tác giả lão thành, các cộng tác viên từ miền Nam, các độc giả yêu toán, các em học sinh đoạt giải cao trong cuộc thi Kỉ niệm 40 năm Tạp chí THTT.

ThS Vũ Kim Thủy tuyên bố lí do và giới thiệu đại biểu. Tiếp đó, GS Nguyễn Cảnh Toàn, Tổng biên tập tạp chí đọc báo cáo *40 năm THTT hành trình cùng bạn yêu toán*. Báo cáo đã nêu quá trình phát triển của Tạp chí và những phương hướng đổi mới trong tương lai để Tạp chí có thể đáp ứng được những đòi hỏi lớn lao của độc giả yêu toán.

Thứ trưởng Bộ Giáo dục và Đào tạo Nguyễn Văn Vọng đã gắn Huân chương Lao động hạng Nhất lên cờ truyền thống của Tạp chí và trao Bằng quyết định cho lãnh đạo THTT. Thứ trưởng Nguyễn Văn Vọng đã phát biểu khen ngợi Tạp chí THTT và chỉ ra những yêu cầu của công cuộc cải cách giáo dục hiện nay để Tạp chí THTT định hướng thực hiện.

Ông Phan Kế Thái, Trưởng phòng Tổ chức lao động tiền lương NXB Giáo dục đọc Quyết định của Trung ương Đoàn trao tặng Kỉ niệm chương *Vì thế hệ trẻ* cho 9 Ủy viên Hội đồng biên tập, Cộng tác viên, cán bộ Tòa soạn đã có nhiều công lao đóng góp cho sự nghiệp giáo dục thế hệ trẻ. Thay mặt Ban bí thư TƯ Đoàn TNCS Hồ Chí Minh, bà Lâm Thị Phương Thanh đã trao Kỉ niệm chương Vì thế hệ trẻ cho chín đồng chí : PGS. TS Nguyễn Đăng Phất (ĐHSP Hà Nội), GS. TSKH Hà Huy Khoái (Viện Toán học) PGS. TSKH Đặng Hùng Thắng (ĐHKHTN - ĐHQG Hà Nội), GS. TSKH Ngô Việt Trung (Viện Toán học), Ông Nguyễn Khắc Minh (Cục Khảo thí và Kiểm định CLGD – Bộ GD-ĐT), TS Nguyễn Việt Hải (Tạp chí THTT), ThS Vũ Kim Thủy (Tạp chí THTT), PGS. TS. Lê Quốc Hán (ĐH Vinh), ông Phan Thanh Quang (TP Hồ Chí Minh).

Thay mặt lãnh đạo NXBGD, PGS. TS Vũ Dương Thụy, Phó Tổng Giám đốc, Tổng biên tập NXBGD đã phát biểu điểm lại quá trình phát triển của THTT và nêu lên các nhiệm vụ trước mắt của Tạp chí. Tiếp đó TS Nguyễn Việt Hải đã tổng kết Cuộc thi giải toán đặc biệt nhân kỉ niệm 40 năm THTT. GS Nguyễn Cảnh Toàn và PGS Vũ Dương Thụy đã trao bằng chứng nhận giải thưởng cho Trường được giải tập thể và các học sinh được giải cao trong cuộc thi. Thay mặt các bạn học sinh, em Nguyễn Hữu Kiên, học sinh lớp 10 chuyên Toán Tin, ĐHSP Hà Nội vốn là học sinh lớp 9 trường THCS Yên Lạc, Vĩnh Phúc đã đọc bài phát biểu cảm ơn tạp chí Toán học và Tuổi trẻ. Mọi người đều xúc động khi nghe ý kiến phát biểu của PGS. TS Bùi Quang Trường, Giảng viên trường ĐHXD Hà Nội, một người từng được giải báo Toán học và Tuổi trẻ và là bạn viết, bạn đọc lâu năm của báo.

Buổi lễ kết thúc trong không khí vui vẻ và đầm ấm của những thế hệ viết báo, đọc báo, xây dựng tờ Tạp chí Toán học và Tuổi trẻ.

NGUYỄN PHÚC

TẠP CHÍ TOÁN HỌC VÀ TUỔI TRẺ ĐÃ CÓ MỘT QUÁ TRÌNH PHÁT TRIỂN VỮNG CHẮC

(Trích Bài phát biểu của PGS. TS. Vũ Dương Thụy, Phó Tổng Giám đốc, Tổng Biên tập Nhà xuất bản Giáo dục tại Lễ kỉ niệm)

...Trong ngành Giáo dục: tạp chí Toán học và Tuổi trẻ chiếm một vị trí rất quan trọng trong việc hướng dẫn đổi mới phương pháp dạy học môn Toán ở trường phổ thông, thông tin kinh nghiệm dạy học Toán trong và ngoài nước và là một trong những công cụ góp phần nâng cao năng lực tư duy toán học của học sinh phổ thông và những người yêu thích môn Toán.

Trong Nhà xuất bản Giáo dục: Tạp chí Toán học và Tuổi trẻ là tạp chí đầu tiên của NXBGD. Từ sự có mặt của Tạp chí này, Nhà xuất bản Giáo dục đã tiếp tục cho ra đời các tạp chí Văn học và Tuổi trẻ và 4 năm gần đây là Tạp chí Toán tuổi thơ. Cùng với các tạp chí này, Toán học và Tuổi trẻ đã góp phần phổ biến và thực hiện nhiệm vụ xuất bản sách giáo khoa, sách tham khảo; giới thiệu với độc giả: chương trình, sách giáo khoa mới, sách tham khảo mới...

...Trong quá trình xây dựng và phát triển, tạp chí Toán học và Tuổi trẻ luôn luôn nhận được sự quan tâm, khích lệ của các vị lãnh đạo Đảng và Nhà nước và đặc biệt các đồng chí lãnh đạo NXBGD cùng với sự đóng góp nhiệt tình, tâm huyết của Hội đồng biên tập và các cộng tác viên thân thiết của toà soạn. Tập thể 5 cán bộ của Toà soạn cũng đã làm việc hết sức có trách nhiệm và chất lượng, góp phần vào sự phát triển của tạp chí.

Chúng tôi muốn nêu lên mấy nhiệm vụ của Tạp chí trong những năm trước mắt :

Góp phần nâng cao chất lượng dạy học Toán, ngang tầm với các nước phát triển trong khu vực.

Tạo một sân chơi trí tuệ để có thể có những áp dụng kiến thức Toán học phổ thông trong thực tiễn sản xuất, khoa học kĩ thuật và cho các bộ môn khoa học tự nhiên khác.

Có những phát hiện xác thực hơn về các tài năng trẻ làm nòng cốt cho sự phát triển của Toán học và các ngành khoa học khác.

Phải là một diễn đàn để trao đổi, cải tiến phương pháp dạy và học toán nói riêng, đổi mới phương pháp dạy học nói chung, góp phần nâng cao chất lượng giáo dục.

Toán học và Tuổi trẻ phải đi đầu trong việc giới thiệu, quảng bá những sản phẩm sách tham khảo môn Toán và sách tham khảo nâng cao dân trí, sách giáo dục, nâng cao uy tín của NXBGD...

40 NĂM TOÁN HỌC VÀ TUỔI TRẺ HÀNH TRÌNH CÙNG BẠN YÊU TOÁN

(Trích Báo cáo của Tổng biên tập Tạp chí Toán học và Tuổi trẻ)

...Bốn mươi năm đã qua kể từ ngày tờ báo Toán học và Tuổi trẻ xuất bản số đầu tiên vào tháng 10 năm 1964 với 6000 bản. Trong ba năm đầu tiên báo ra mỗi tháng một số, sau đó là thời kì chiến tranh và phục hồi kinh tế, có nhiều khó khăn nên báo chỉ ra được mỗi năm 6 số. Những năm đó khi các kênh thông tin còn rất hạn chế thì Toán học và Tuổi trẻ là nguồn tư liệu quý giá bồi dưỡng học sinh giỏi toán. Báo không chỉ đến với nhà trường mà còn len lỏi đến cả các cơ quan, nhà máy, theo ba lô các chiến sĩ ra mặt trận...

Báo THTT luôn được sự quan tâm khích lệ của các cấp lãnh đạo Đảng và Nhà nước. Nguyên Thủ tướng Phạm Văn Đồng đã hai lần gửi thư cho báo Toán và các bạn trẻ yêu toán vào các năm 1967 và 1984...

...Thành tích 20 năm của báo Toán học và Tuổi trẻ được ghi nhận bằng Huân chương Lao động hạng Nhì năm 1984.

Những năm đầu sau hòa bình và thời kì bao cấp là những tháng ngày gian khổ, khó khăn của THTT. Nhiều tác giả, nhiều cộng tác viên đã viết bài không có nhuận bút, chọn bài, chọn đề không có thù lao. Những lúc đó, bạn đọc yêu toán chính là niềm động viên lớn lao nhất cho những người làm báo.

Thời kì khó khăn nhất của THTT có lẽ là năm 1991 khi báo chỉ còn phát hành được 1500 tờ mỗi kì. Chính trong lúc THTT gặp khó khăn ấy báo được chuyển từ Viện Khoa học Việt Nam về Bộ Giáo dục và Đào tạo, giao cho NXB Giáo dục trực tiếp quản lí. Đó cũng là lúc đất nước đổi mới. Luồng gió đổi mới ấy đã thổi vào tờ báo một sinh khí mới. Toán học và Tuổi trẻ đã khởi sắc. Năm 1992 THTT thêm các bài cho Trung học cơ sở. Từ năm 1993 báo chuyển sang hình thức mới là tạp chí và ra hàng tháng, có bìa 4 màu và đạt số lượng 15000 bản mỗi kì như hồi năm 1975 mới giải phóng."...

... Năm 1995, đánh dấu 30 năm phát triển và 5 năm đổi mới, THTT được Nhà nước tặng thưởng Huân chương Lao động hạng Nhì lần thứ hai.

Mười năm gần đây Tạp chí có nhiều đổi mới :

Số lượng bình quân hàng tháng từ năm 1995 đến 2004 là từ trung bình 15000 bản mỗi tháng tăng dần lên đến trung bình 29200 bản mỗi tháng. Từ năm 1997 về trước chỉ có 16 trang ruột, từ 1998 đến nay đã tăng lên 24 rồi 28 trang ruột. Trong 5 năm gần đây, Tạp chí Toán học và Tuổi trẻ đã tăng thêm 8 chuyên mục mới làm cho nội dung phong phú hơn, mở rộng thêm các kiến thức toán, đồng thời nâng cao trình độ tư duy toán học, phản ánh được các thông tin và một số hoạt động toán học trong và ngoài nước. Tạp chí vẫn luôn chú ý đến việc cải tiến phương pháp dạy học, phục vụ kịp thời cho công cuộc cải cách giáo dục, đổi mới chương trình và sách giáo khoa về toán.Thông qua các Cuộc thi giải toán theo năm học, Cuộc thi Vui hè hằng năm, Cuộc thi giải toán 5 năm một lần, Tạp chí đã dấy lên được phong trào học toán sôi nổi, hào hứng.

Tạp chí Toán học và Tuổi trẻ đã trở thành người bạn thân thiết của các học sinh giỏi toán, của các giáo viên say sưa với nghề. Rất nhiều trường học đã động viên, khen thưởng học sinh có bài giải tốt được nêu tên trên THTT.

Rất nhiều học sinh tham gia giải bài trên THTT sau đó được giải Olympic toán Quốc gia, Quốc tế, và nhiều người đã trở thành các nhà khoa học. Tạp chí cũng đã xây dựng được một đội ngũ cộng tác viên đông đảo ở mọi miền đất nước.

Từ năm 1998 đến nay, tạp chí đã tự hạch toán tài chính, kinh doanh có hiệu quả, có lãi. Từ giữa năm 2004, Tạp chí đã trở thành một đơn vị kinh doanh hạch toán phụ thuộc nằm trong Công ti mẹ - NXB Giáo dục, có tài khoản riêng, do đó được tự chủ hơn trong sản xuất kinh doanh...

...Những huân chương cao quý mà Tạp chí THTT được tặng thưởng có sự đóng góp công sức của nhiều nhà Toán học, nhà Sư phạm, các uỷ viên Hội đồng biên tập và Cộng tác viên của tạp chí, sự quan tâm của các cơ quan và của các bạn học sinh, trong đó có công lao của các đồng chí đã đi xa như hai Phó tổng biên tập Tạp chí là Hoàng Chúng và Ngô Đạt Tứ. Nhân dịp này, cho phép chúng tôi thay mặt Tạp chí THTT xin gửi lời cảm ơn tới các vị lãnh đạo Đảng và Nhà nước, Bộ Giáo dục và Đào tạo, Bộ Văn hóa Thông tin, Hội Toán học Việt Nam, Viện Toán học Việt Nam, các Vụ, Viện, thuộc Bộ Giáo dục và Đào tạo, lãnh đạo các Sở Giáo dục - Đào tạo, các trường phổ thông, các Công ti Sách – Thiết bị trường học, các cộng tác viên của Tạp chí.

(Xem tiếp trang 29)

SỨC MẠNH CỦA TOÁN HỌC VÀ TUỔI TRẺ VIỆT NAM

(Trích bài phát biểu của PGS. TS Bùi Quang Trường)

... Thật vinh hạnh được đứng trên diễn đàn này, bày tỏ niềm vui vô bờ bến chúc mừng thành công của tạp chí *Toán học và Tuổi trẻ* 40 năm qua, 40 năm trăn trở nghiền ngẫm, 40 năm nghiên cứu, học và sáng tạo, 40 năm đẹp đẽ của một đời người.

Năm 1964, là một cậu bé 11 tuổi, tôi được cầm trên tay những số báo *Toán học và Tuổi trẻ* đầu tiên, 13 tuổi giải được bài toán đầu tiên của Toán học và Tuổi trẻ, 19 tuổi được in bài viết đầu tiên trên Toán học và Tuổi trẻ. Cho đến hôm nay khi đã trở thành một phó giáo sư tiến sĩ, viết được 7 cuốn sách về Toán học, in trên mười bài trong Toán học và Tuổi trẻ, tôi rưng rưng cảm động khi nói lời biết ơn đối với Toán học và Tuổi trẻ, với Giáo sư Nguyễn Cảnh Toàn, các giáo sư, các thầy giáo, các anh chị em trong Tòa soạn.

Tờ tạp chí thân yêu của chúng ta đã mang lại bao kiến thức, đã góp phần biến nhiều chàng trai cô gái trở thành những con người tài ba trong lĩnh vực Toán học, thông qua mỗi bài toán, mỗi bài viết, mỗi lời mạn đàm. Tờ báo đã liên kết tất cả chúng ta lại, tạo nên một sức mạnh to lớn, sức mạnh của TOÁN HỌC VÀ TUỔI TRẺ VIỆT NAM.

Tạp chí *Toán học và Tuổi trẻ* đã làm thấm dần vào dòng máu của mỗi con người đang có mặt tại đây sức sáng tạo, vẻ đẹp của khoa học, một tác phong làm việc nhanh, gọn, thấu đáo và dứt khoát.

Toán học và Tuổi trẻ đã đi tiên phong, để ngày nay còn có Văn học và Tuổi trẻ, Vật lí và Tuổi trẻ, ...

Ôi bốn mươi năm một chặng đường
Toán học và Tuổi trẻ ngát muôn hương
Mảnh đất ươm bao tài năng ấy
Thành những nhân tài tới bốn phương...

LTS : Đầu đề các bài phát biểu do Tòa soạn đặt.

LỜI CẢM ƠN

Nhân dịp kỉ niệm 40 năm THTT :

Vinh dự cho tạp chí được Chủ tịch nước Trần Đức Lương, Thủ tướng Chính phủ Phan Văn Khải gửi lẵng hoa chúc mừng.

Xin cảm ơn sự quan tâm của Chủ tịch nước và Thủ tướng Chính phủ đến Tạp chí - HĐBT, Tòa soạn, các cộng tác viên và thế hệ trẻ yêu toán Việt Nam.

Tạp chí đã nhận được lẵng hoa chúc mừng của : NXB Giáo dục, NXB Giáo dục tại TP. Hồ Chí Minh, Công ty cổ phần In SGK Hòa Phát, trường THPT chuyên Hùng Vương, Tạp chí Toán Tuổi thơ, Công ty cổ phần sách Giáo dục tại TP Hà Nội, Chi nhánh Công ty Học liệu Giáo dục COGI, Trường THPT chuyên Bắc Ninh, Trường THPT Yên Lạc, Vĩnh Phúc, Trường Hương Long, Huế, Thừa Thiên - Huế, Khoa Toán Cơ, ĐHKH Tự nhiên, ĐHQG Hà Nội...

và quà tặng của : Trường THPT chuyên Lam Sơn, Thanh Hóa, Trường THCS Yên Lạc, Vĩnh Phúc, Trường THPT NK Hưng Yên, Trung tâm Bản đồ và Tranh ảnh Giáo khoa, Công ty Cổ phần In Diên Hồng, Công ty Cổ phần Học liệu, Công ty Cổ phần In SGK TP Hồ Chí Minh, Sở GD-ĐT Thanh Hóa, Tạp chí Văn học và Tuổi trẻ, Công ty cổ phần XNK Lê Minh chuyên phân phối máy tính SHARP, Công ty cổ phần XNK Bình Tây chuyên phân phối máy tính CASIO.

Trong dịp kỉ niệm trọng thể này, tạp chí THTT đã được các báo *Truyền hình Việt Nam, Giáo dục và Thời đại, Hà Nội mới, Văn nghệ trẻ, Nhân đạo và Đời sống, Nhân dân, Gia đình và Xã hội, Giáo dục TP Hồ Chí Minh, đài Truyền hình Hà Nội, Thông tấn xã Việt Nam* đưa tin, viết bài giới thiệu.

Chân thành cảm ơn sự quan tâm giúp đỡ của các cơ quan, đoàn thể và các bạn đồng nghiệp.

THTT

DÀNH CHO TRUNG HỌC CƠ SỞ

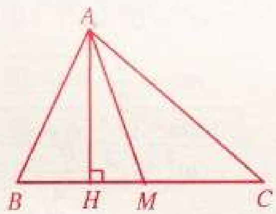
VỀ ĐỊNH LÍ HÀM SỐ CÔSIN VÀ CÔNG THỨC ĐƯỜNG TRUNG TUYẾN TRONG TAM GIÁC

CAO NGỌC TOẢN
(GV THPT Tam Giang, Thừa Thiên – Huế)

Định lí về hàm số côsin và công thức đường trung tuyến trong tam giác được đưa vào sách giáo khoa lớp 10 nhưng việc chứng minh nhờ vào công cụ vectơ. Tuy nhiên những công thức này có thể chứng minh được chỉ bằng kiến thức THCS nhờ phương pháp tổng hợp, có sử dụng định lí Pi–ta–go.

Cho tam giác ABC với độ dài ba cạnh là $BC = a$, $CA = b$, $AB = c$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB và đặt $AM = m_a$, $BN = m_b$, $CP = m_c$.

Trước hết ta xét tam giác ABC với hai góc nhọn, chẳng hạn các góc B, C đều nhọn. Gọi H là chân đường cao kẻ từ A (h. 1). Áp dụng ĐL Pi–ta–go trong ΔACH có $AH^2 + CH^2 = AC^2$ và trong ΔABH có $AH^2 + BH^2 = AB^2$. Trừ theo từng vế hai đẳng thức trên được :



Hình 1

$CH^2 - BH^2 = AC^2 - AB^2$

$\Rightarrow (BC-BH)^2 - BH^2 = AC^2 - AB^2$

$\Rightarrow BC^2 - 2BC.BH = AC^2 - AB^2$

hay $a^2 - 2a.BH = b^2 - c^2 \Rightarrow BH = \dfrac{a^2+c^2-b^2}{2a}$ (1)

Trong ΔABH có $\cos B = \dfrac{BH}{AB}$. Từ đó và (1) suy ra $\cos B = \dfrac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$

hay $\quad b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B \qquad (2)$

Tráo đổi kí hiệu điểm B với điểm C (h.1) từ công thức (2) ta có

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab.\cos C \qquad (3)$$

Giả sử $AB < AC$ thì $BH < BM$ nên $HM = BM - BH = \dfrac{a}{2} - \dfrac{a^2+c^2-b^2}{2a} = \dfrac{c^2-b^2}{2a}$

Từ đó $m_a^2 = AM^2 = AH^2 + HM^2 = AB^2 - BH^2 + HM^2 = c^2 - \left(\dfrac{a^2+c^2-b^2}{2a}\right)^2 + \left(\dfrac{c^2-b^2}{2a}\right)^2$

$= c^2 - \dfrac{a^4+2a^2(c^2-b^2)}{4a^2} \Rightarrow m_a^2 = \dfrac{b^2+c^2}{2} - \dfrac{a^2}{4}$ (4)

Nếu $AB > AC$ tráo đổi kí hiệu điểm B với điểm C (h. 1) thì trong công thức (4) chỉ đổi b với c nên ta vẫn có công thức (4).

Nếu $AB = AC$ thì H trùng với M và lúc đó $m_a^2 = b^2 - \dfrac{a^2}{4}$ nghĩa là công thức (4) vẫn đúng.

Bây giờ ta xét các trường hợp tam giác có góc A nhọn hoặc tù hoặc vuông.

1) Tam giác ABC có ba góc nhọn

Tam giác ABC có góc B, C đều nhọn nên đã có các công thức (2) (3) (4). Nếu góc A nhọn thì áp dụng kết quả chứng minh trên đối với tam giác có các góc A, C nhọn ta có công thức m_b và a, với tam giác có các góc A, B nhọn ta có công thức m_c. Như vậy với *ΔABC có ba góc nhọn* có các công thức sau :

$$b^2 = a^2+c^2-2ac.\cos B \qquad (2)$$

$$c^2 = a^2+b^2-2ab.\cos C \qquad (3)$$

$$a^2 = b^2+c^2-2bc.\cos A \qquad (5)$$

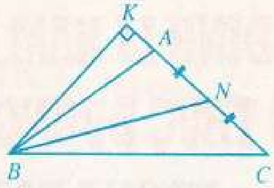
$$m_a^2 = \frac{b^2+c^2}{2} - \frac{a^2}{4} \qquad (4)$$

$$m_b^2 = \frac{a^2+c^2}{2} - \frac{b^2}{4} \qquad (6)$$

$$m_c^2 = \frac{a^2+b^2}{2} - \frac{c^2}{4} \qquad (7)$$

2) Tam giác ABC có góc A tù

Khi ΔABC có góc A tù thì các góc B, C đều nhọn nên vẫn có các công thức (2) (3) (4). Ta chỉ cần xét thêm công thức của a, m_b, m_c. Gọi BK là đường cao của ΔABC (h.2).



Hình 2

Áp dụng ĐL Pi–ta–go trong ΔBCK có $BK^2+CK^2 = BC^2$ và trong ΔBAK có $BK^2+AK^2 = AB^2$.

Trừ theo từng vế hai đẳng thức trên được

$CK^2 - AK^2 = BC^2 - AB^2$

$\Rightarrow (AC+AK)^2 - AK^2 = BC^2 - AB^2$

$\Rightarrow AC^2 + 2AC.AK = BC^2 - AB^2$

hay $b^2 + 2b.AK = a^2 - c^2$

$$\Rightarrow AK = \frac{a^2-b^2-c^2}{2b} \quad (8)$$

Xét ΔABK có $\cos(180^o - A) = \dfrac{AK}{AB}$. Từ đó và (8) suy ra $\cos(180^o - A) = \dfrac{a^2-b^2-c^2}{2bc}$ hay

$a^2 = b^2+c^2+2bc.\cos(180^o - A)$ (9)

Tính $m_b^2 = BN^2 = BK^2 + KN^2$

$= AB^2 - AK^2 + (AK+AN)^2$

$= AB^2 + AN^2 + 2AN.AK$

hay $m_b^2 = c^2 + \dfrac{b^2}{4} + \dfrac{a^2-b^2-c^2}{2} = \dfrac{a^2+c^2}{2} - \dfrac{b^2}{4}$.

Ta thấy lại công thức (6).

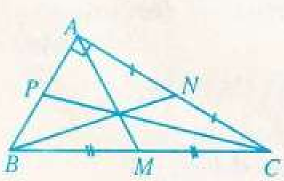
Tráo đổi kí hiệu điểm B với điểm C trên hình 2 từ công thức m_b^2 trên ta thấy lại công thức (7) đối với m_c^2. Như vậy với *tam giác ABC có góc A tù* ta vẫn có các công thức đường trung tuyến (4) (6) (7), còn với các cạnh thì có công thức :

$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac.\cos B$ (2)

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab.\cos C$ (3)

$a^2 = b^2 + c^2 + 2bc.\cos(180^o - A)$ (9)

3) *Tam giác ABC có góc A vuông*



Hình 3

Khi góc A vuông (h. 3) thì theo ĐL Pi–ta–go có $a^2 = b^2+c^2$ (10) còn các góc B, C đều nhọn nên các công thức (2) (3) (4) vẫn đúng. Công thức (4) lúc đó trở thành

$$m_a^2 = \frac{b^2+c^2}{2} - \frac{a^2}{4} = \frac{a^2}{2} - \frac{a^2}{4} = \frac{a^2}{4}$$

$$\Rightarrow m_a = \frac{a}{2} \quad (11)$$

Ta có $m_b^2 = BN^2 = AB^2 + AN^2$

$$\Rightarrow m_b^2 = c^2 + \frac{b^2}{4} \quad (12)$$

Tráo đổi kí hiệu điểm B với điểm C và điểm N với điểm P trên hình 3 từ công thức m_b^2 trên ta có $m_c^2 = b^2 + \dfrac{c^2}{4}$ (13)

Chú ý rằng với điều kiện $a^2 = b^2 + c^2$ thì (11) $\Leftrightarrow$ (4), (12) $\Leftrightarrow$ (6) và (13) $\Leftrightarrow$ (7)

Như vậy với *tam giác ABC có góc A vuông* ta có các công thức :

$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac.\cos B$ (2)

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab.\cos C$ (3)

$a^2 = b^2 + c^2$ (10)

$m_a = \dfrac{a}{2}$ (11)

$m_b^2 = c^2 + \dfrac{b^2}{4}$ (12)

$m_c^2 = b^2 + \dfrac{c^2}{4}$ (13)

Sử dụng các công thức trên ta có thể giải được nhiều bài toán về hệ thức lượng trong tam giác bằng kiến thức THCS.

ĐỀ THI TUYỂN SINH... *(Tiếp trang 7)*

... $NO'A$ bằng nhau. Chứng minh rằng đường trung trực của đoạn thẳng MN luôn đi qua một điểm cố định.

Bài 9. (2 điểm)

Tìm a, b để hệ sau có nghiệm duy nhất :

$$\begin{cases} xyz + z = a \\ xyz^2 + z = b \\ x^2 + y^2 + z^2 = 4 \end{cases}$$

Bài 10. (1 điểm)

Cho ba số a, b, c thỏa mãn : $0 \le a \le 2$, $0 \le b \le 2$, $0 \le c \le 2$ và $a+b+c = 3$. Chứng minh rằng :

$$a^3 + b^3 + c^3 \le 9$$

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 TRƯỜNG THPT CHUYÊN LÊ HỒNG PHONG, NAM ĐỊNH NĂM 2004

MÔN TOÁN

NGÀY THỨ NHẤT : ĐỀ CHUNG CHO CÁC LỚP

(Thời gian làm bài : 150 phút)

Bài 1. (2 điểm)

Rút gọn các biểu thức sau :

1) $P = \dfrac{m-n}{\sqrt{m}-\sqrt{n}} + \dfrac{m+n+2\sqrt{mn}}{\sqrt{m}+\sqrt{n}}$

với $m \geq 0$, $n \geq 0$ và $m \neq n$

2) $Q = \dfrac{a^2b-ab^2}{ab} : \dfrac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$ với $a > 0, b > 0$.

Bài 2. (1 điểm)

Giải phương trình : $\sqrt{6-x}+\sqrt{x-2} = 2$

Bài 3. (3 điểm)

Cho các đường thẳng : $(d_1) : y = 2x + 2$

$(d_2) : y = -x + 2$

$(d_3) : y = mx$ (m là tham số)

1) Tìm tọa độ các giao điểm A, B, C theo thứ tự của (d_1) với (d_2) ; (d_1) với trục hoành và (d_2) với trục hoành.

2) Tìm tất cả các giá trị của m sao cho (d_3) cắt cả 2 đường thẳng (d_1), (d_2).

3) Tìm tất cả các giá trị của m sao cho (d_3) cắt cả 2 tia AB và AC.

Bài 4. (3 điểm)

Cho tam giác đều ABC nội tiếp đường tròn (O) và D là điểm nằm trên cung BC không chứa điểm A. Trên tia AD ta lấy điểm E sao cho $AE = DC$.

1) Chứng minh $\Delta ABE = \Delta CBD$.

2) Xác định vị trí của D sao cho tổng $DA + DB + DC$ lớn nhất

Bài 5. (1 điểm)

Tìm x, y dương thỏa mãn hệ

$$\begin{cases} x+y=1 \\ 8(x^4+y^4)+\dfrac{1}{xy}=5 \end{cases}$$

NGÀY THỨ HAI : ĐỀ CHO LỚP CHUYÊN TOÁN

(Thời gian làm bài : 150 phút)

Bài 6. (2 điểm)

1) Chứng minh rằng với mọi x thỏa mãn $1 \leq x \leq 5$, ta có :

$$\sqrt{5-x}+\sqrt{x-1} \geq 2$$

2) Giải phương trình :

$$\sqrt{5-x}+\sqrt{x-1} = -x^2+2x+1$$

Bài 7. (2 điểm)

Cho x, y, z là các số dương thỏa mãn

$$xy + yz + xz = 1$$

1) Chứng minh rằng : $1 + x^2 = (x + y)(x + z)$

2) Tính giá trị của biểu thức

$$P = x.\sqrt{\frac{(1+y^2)(1+z^2)}{1+x^2}} + y.\sqrt{\frac{(1+z^2)(1+x^2)}{1+y^2}} + z.\sqrt{\frac{(1+x^2)(1+y^2)}{1+z^2}}$$

Bài 8. (3 điểm) Cho hai đường tròn (O) và (O') cắt nhau tại A và B sao cho hai tâm O và O' nằm về hai phía khác nhau đối với đường thẳng AB. Đường thẳng (d) quay quanh B, cắt các đường tròn (O) và (O') lần lượt tại C và D (C khác A, B và D khác A, B).

1) Chứng minh rằng số đo các góc ACD, ADC và CAD không đổi.

2) Xác định vị trí của (d) sao cho đoạn thẳng CD có độ dài lớn nhất.

3) Các điểm M, N lần lượt chạy trên (O) và (O'), ngược chiều nhau sao cho các góc MOA,

(Xem tiếp trang 6)

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN NGOẠI NGỮ TRƯỜNG ĐẠI HỌC NGOẠI NGỮ, ĐHQG HÀ NỘI NĂM 2004

MÔN TOÁN

(Đề thi đã đăng trên THTT số 330, tháng 12 năm 2004)

Bài 1. a) ĐK $x \ge 0, x \ne \frac{1}{4}$ và $x \ne 1$.

$$M = \left(\frac{2x\sqrt{x}+x-\sqrt{x}}{x\sqrt{x}-1} - \frac{x+\sqrt{x}}{x-1}\right).\frac{x-1}{2x+\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{2\sqrt{x}-1}$$

$$= \frac{x+\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}}{2\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{2\sqrt{x}-1} = \frac{x+\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1}$$

b) Do $x \ge 0$ nên $M \ge 0$. Đẳng thức xảy ra khi $x = 0$. Vậy giá trị nhỏ nhất của M là 0 khi $x = 0$.

Bài 2. a) Phương trình đã cho tương đương với $(x + 1)(x + 2)(x + 3)(x + 4) = 24$

$\Leftrightarrow [(x+1)(x+4)][(x+2)(x+3)] = 24$

$\Leftrightarrow (x^2 + 5x + 4)(x^2 + 5x + 6) = 24$ (1)

Đặt $t = x^2+5x+4$, PT (1) trở thành $t(t + 2) = 24$. Giải PT này ta được $t_1 = 4, t_2 = -6$, do đó PT ban đầu có hai nghiệm $x_1 = 0, x_2 = -5$.

b) Ta có $P = 3 - (2x + y)^2 - (x - 1)^2 \le 3$, với mọi $x, y \in R$.

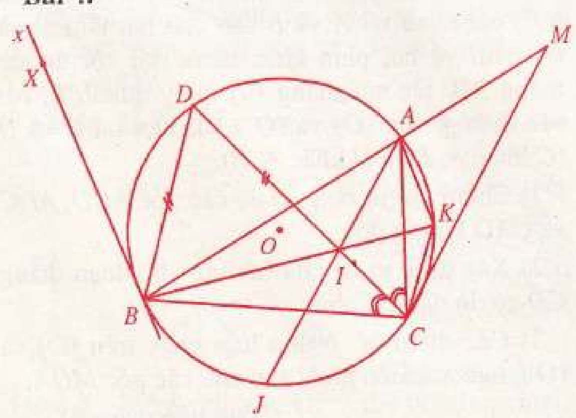
Từ đó $P_{max} = 3$ khi $(x, y) = (1, -2)$.

Bài 3. Hệ đã cho tương đương với

$$\begin{cases}(3x-1)(2x-y+1)=0\\ x^2+y^2=1\end{cases}$$

Giải hệ trên ta được các nghiệm (x, y) là $\left(\frac{1}{3}, \frac{2\sqrt{2}}{3}\right)$; $\left(\frac{1}{3}, \frac{-2\sqrt{2}}{3}\right)$; $(0, 1)$; $\left(-\frac{4}{5}, -\frac{3}{5}\right)$

Bài 4.



a) Ta có sđ$\widehat{DBK} = \frac{1}{2}$sđ$(\widehat{DA} + \widehat{AK})$

sđ$\widehat{DIB} = \frac{1}{2}$sđ$(\widehat{BD} + \widehat{KC})$.

Mà sđ$\widehat{BD}$=sđ$\widehat{DA}$ và ΔDBI cân tại D nên sđ$\widehat{AK}$ = sđ$\widehat{KC}$. Suy ra $AK = CK$, hay ΔKAC cân tại K.

b) Từ câu a) ta thấy I là tâm đường tròn nội tiếp ΔABC, nên đường thẳng AI luôn đi qua trung điểm J của cung $\widehat{BC}$ (không chứa A).

Nhận xét rằng $\widehat{JIC} = \widehat{JCI}$ nên ΔJIC cân tại J $\Rightarrow IJ = JC$ (không đổi). Do đó độ dài AI lớn nhất $\Leftrightarrow AJ$ lớn nhất $\Leftrightarrow AJ$ là đường kính của đường tròn (O) hay A là điểm chính giữa của cung lớn BC.

c) *Phần thuận:* Theo giả thiết ΔAMC cân tại A, suy ra $\widehat{BMC} = \frac{1}{2}\widehat{BAC}$. Giả sử số đo góc $\widehat{BAC}$ là 2α (không đổi) thì khi A di động trên cung lớn $\widehat{BC}$ điểm M thuộc cung chứa góc α dựng trên đoạn BC về phía điểm O.

Phần đảo: Tiếp tuyến Bx với đường tròn (O) cắt cung chứa góc α dựng trên đoạn BC tại X. Lấy điểm M bất kì trên cung $\widehat{CX}$ là một phần của cung chứa góc α dựng trên đoạn BC ($M \ne X$, $M \ne C$). Nối MB cắt (O) tại A thì A thuộc cung lớn BC. Khi đó vì $\widehat{BAC} = 2\alpha$, $\widehat{AMC} = \alpha$ nên $\widehat{ACM} = \alpha$ suy ra ΔACM cân tại A, hay $AC = AM$.

Kết luận: Quỹ tích M là cung $\widehat{CX}$, đó là một phần của cung chứa góc α dựng trên đoạn BC về phía điểm O không kể hai điểm X, C.

Bài 5. Viết PT đã cho về dạng

$$x^2 - 4yx + (5y^2 + 2y - 3) = 0$$

PT bậc hai (ẩn x) có nghiệm khi

$$4y^2 - (5y^2 + 2y - 3) \ge 0 \text{ hay } -3 \le y \le 1.$$

Đáp số bài toán : $(x, y) = (6, -3)$.

LÊ MẠNH THỰC – PHẠM HOÀNG HÀ
(GV THPT chuyên Ngoại Ngữ, ĐHQG Hà Nội)

ÂM NHẠC DƯỚI CON MẮT TOÁN HỌC

Một nhà nghiên cứu Achentina là Dimián Zanette ở Viện Balseiro đề nghị một phương pháp để lượng hóa cấu trúc của một bản nhạc bắt đầu từ việc phân tích để phát hiện, tìm ra tính chất thống kê của tác phẩm.

Nói cách khác có thể chăng gán mỗi bản nhạc với một công thức toán, và qua công thức toán đó có thể biết được bản nhạc xuất phát ?

Ta biết rằng một bản nhạc là kết quả tổng hợp của nhiều yếu tố :

+ Về nội dung : tư tưởng, tình cảm, cảm hứng, tính dân tộc.

+ Về hình thức : giai điệu, tiết tấu...

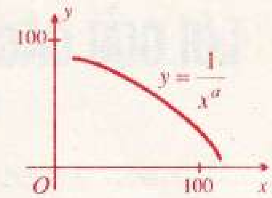
Yếu tố chủ yếu là nội dung, nghĩa là những điều rất là trừu tượng (tình yêu, lòng căm thù, tinh thần hăng hái, nỗi đau đớn...).

Không ai ngây thơ mà nghĩ rằng có thể "toán học hóa" một bản nhạc theo kiểu toán học hóa một hiện tượng vật lí !

Vấn đề đặt ra là : Phân tích theo quan điểm thống kê có thể tìm trong tập hợp nhiều tác phẩm âm nhạc của một tác giả nhất định một đặc trưng nào đó, có thể biểu hiện qua một hình thức định lượng (qua con số, hay đường nét...)

Vấn đề tương tự đã được George Kingsley Zipf thực hiện trong lĩnh vực văn học với tiểu thuyết David Copperfield của Charles Dickens. Năm 1935 nhà ngôn ngữ học Zipf đã thực hiện cụ thể ý tưởng đó như sau : Bằng cách sắp xếp các từ theo hàng của chúng từ trái sang phải, và biểu diễn trên một đồ thị số lần các từ trùng nhau theo số hàng. Zipf rất ngạc nhiên mà nhận thấy rằng đồ thị lập ra giống một cách lạ lùng với đồ thị của hàm số $y = \frac{1}{n^a}$ trong đó n là số hàng và a là một tham số gần với giá trị 1 (hình vẽ).

Nói một cách khác, nếu để cho đơn giản ta lấy $a = 1$, thì đối với một từ bất kì trong cuốn David Copperfield, tích của số hàng và số lần lặp lại của một từ, là một hằng số.



Một biểu hiện định lượng của hiện tượng này đã được Herbert Simon (Đại học Carnegie Mellon của Pittsburgh, ở Pelsylvanie) thực hiện năm 1955. Biểu hiện định lượng đó được đặt trên ý định tạo ra bối cảnh : trong một bài viết, khi mà bối cảnh đã được xác định, danh sách các từ "đắt giá" xuất hiện về sau có xu hướng lặp lại những từ đã xuất hiện và tỏ ra thích hợp với bối cảnh đó.

Một ví dụ có tính minh họa : trong bối cảnh đoạn văn nói về sự chia ly, từ "buồn" có xu hướng được lặp lại trong các đoạn sau khi nói về sự chia ly.

Nhưng đem cách làm đó trong tác phẩm văn học áp dụng vào tác phẩm âm nhạc sẽ vấp phải một khó khăn to lớn : đó là không có sự tương đương theo đúng nghĩa giữa từ trong văn học và "từ" trong âm nhạc. Trong công trình nghiên cứu của Zanette, nốt nhạc đóng vai trò đối tượng nghiên cứu. Bằng cách phân biệt đồng thời cao độ và trường độ các nốt, khi phân tích bốn tổng phổ các tác phẩm của Schoenberg Debussy, Mozart và Bach, Zanette thấy rằng những đường cong rất giống những đường mà "luật lũy thừa" của Zipf đã quan sát được đối với Dickens.

Cụ thể : Với hàm đặc trưng $\frac{1}{n^a}$

Bản "Cantate BWV$_2$, prélude en ré"" của Jean Sébastien Bach có $a = 0{,}26$.

"Suite Bergamasque deuxième mouvement" của Claude Debussy có $a = 0{,}42$.

"Sonate pour piano K545 premier mouvement" của Wolfgang Amadeus Mozart có $a = 0{,}31$.

"Sérénade Opus 11, N°1" của Arnold Schoenberg có $a = 0{,}81$.

Dù cho việc chọn nốt thay cho từ có những giới hạn thì cách tiến hành sự thống kê theo kiểu của Zanette cũng tương thích với ý tưởng của Simon về ý định tạo ra bối cảnh trong văn học. Tổng phổ của Schoenberg là tổng phổ duy nhất vô điệu tính, nó khác với ba tác phẩm kia bởi giá trị lớn của a. Sự khác nhau đó có thể diễn tả một điều là : khác với nhạc có điệu tính, nhạc vô điệu tính tìm cách tránh sự "tạo ra bối cảnh" quá nhanh.

PHAN THANH QUANG

(Theo Benoit Rittaud trong Recherche số 378)

LỜI GIẢI CÁC BÀI TOÁN THI CHỌN HỌC SINH GIỎI QUỐC GIA THPT MÔN TOÁN NĂM 2004

BẢNG A

(Tiếp theo kỳ trước)

NGUYỄN KHẮC MINH
(Cục Khảo thí và Kiểm định CLGD - Bộ GD&ĐT)

Bài 5. *Xét các số thực dương x, y, z thỏa mãn điều kiện:*

$$(x+y+z)^3 = 32xyz.$$

Hãy tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = \frac{x^4+y^4+z^4}{(x+y+z)^4}.$$

Lời giải. Nhận xét rằng với α là một số thực dương tùy ý, ta luôn có

$$P(x, y, z) = P(\alpha x, \alpha y, \alpha z),$$

và nếu x, y, z thỏa mãn điều kiện của đề bài thì $\alpha x, \alpha y, \alpha z$ cũng thỏa mãn các điều kiện đó. Vì thế, không mất tổng quát, có thể giả sử $x+y+z = 4$. Khi đó, kết hợp với điều kiện của đề bài, ta được $xyz = 2$. Bài toán trở thành:

"Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = \frac{1}{256}(x^4+y^4+z^4)$$

khi các biến số dương x, y, z thay đổi sao cho $x+y+z=4$ và $xyz=2$."

Đặt $Q = x^4+y^4+z^4$ và $t = xy+yz+zx$, ta có:

$$\begin{aligned}Q &= (x^2+y^2+z^2)^2 - 2(x^2y^2+y^2z^2+z^2x^2)\\ &= (4^2-2t)^2 - 2[t^2-2xyz(x+y+z)]\\ &= 2t^2-64t+4^4+32\\ &= 2(t^2-32t+144). \qquad (1)\end{aligned}$$

Từ các điều kiện đối với x, y, z ta được:

$$y+z = 4-x \text{ và } yz = \frac{2}{x} \qquad (2)$$

Do đó: $t = x(4-x) + \dfrac{2}{x}$ (3)

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho 2 số dương y, z, từ (2) ta được:

$(4-x)^2 \geq \dfrac{8}{x} \Leftrightarrow x^3-8x^2+16x-8 \geq 0 \Leftrightarrow$ $(x-2)(x^2-6x+4) \geq 0$

$\Leftrightarrow 3-\sqrt{5} \leq x \leq 2$ (do $x \in (0; 4)$).

Xét hàm số t, được xác định ở (3), trên đoạn $[3-\sqrt{5}; 2]$, ta có

$$t'(x) = \frac{-2(x-1)(x^2-x-1)}{x^2}.$$

Từ việc xét dấu của $t'(x)$ trên $[3-\sqrt{5}; 2]$, ta được:

$$5 \leq t \leq \frac{5\sqrt{5}-1}{2}.$$

Vì hàm số $f(t) = t^2-32t+144$ nghịch biến trên khoảng $(0; 16)$ và vì $[5; \frac{5\sqrt{5}-1}{2}] \subset (0; 16)$, nên trên đoạn $[5; \frac{5\sqrt{5}-1}{2}]$ ta có:

$\min f(t) = f(\frac{5\sqrt{5}-1}{2}) = \dfrac{383-165\sqrt{5}}{2}$;

$\max f(t) = f(5) = 9.$

Kết hợp với (1), ta được:

$\min Q = 383-165\sqrt{5}$ và $\max Q = 18.$

Vì vậy: $\min P = \dfrac{383-165\sqrt{5}}{256}$, đạt được chẳng hạn khi $x = 3-\sqrt{5}$, $y = z = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$.

$\max P = \dfrac{9}{128}$, đạt được chẳng hạn khi $x = 2$, $y = z = 1$.

• **Chú ý:** 1. *Đối với bài làm theo phương pháp trên, yêu cầu thí sinh trình bày bảng biến thiên của hàm số $t(x)$.*

2. *Ngoài phương pháp giải tích được trình bày trong lời giải trên, còn có thể tìm ra đánh giá cho $t = xy+yz+zx$ bằng phương pháp đại số như sau:*

"Từ đánh giá của x, do tính đối xứng đối với x, y, z của các hệ thức $x + y + z = 4$ và $xyz = 2$, suy ra:

$3 - \sqrt{5} \le y \le 2$ và $3 - \sqrt{5} \le z \le 2$.

Do đó: $(x-2)(y-2)(z-2) \le 0$ (4)

và $(x-(3-\sqrt{5}))(y-(3-\sqrt{5}))(z-(3-\sqrt{5})) \ge 0$ (5)

Ta có:

Hệ (4) và (5)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} xyz - 2t + 4(x+y+z) - 8 \le 0 \\ xyz - (3-\sqrt{5})t + (3-\sqrt{5})^2(x+y+z) - (3-\sqrt{5})^3 \ge 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 10 - 2t \le 0 \\ 8\sqrt{5} - 14 - (3-\sqrt{5})t \ge 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow 5 \le t \le \frac{5\sqrt{5}-1}{2}.$$

Bài 6. *Với mỗi số nguyên dương n, kí hiệu S(n) là tổng tất cả các chữ số trong biểu diễn thập phân của n.*

Xét các số nguyên dương m là bội của 2003. Hãy tìm giá trị nhỏ nhất của S(m).

Lời giải. • Ta có các Nhận xét sau:

Nhận xét 1: 1001 là số nguyên dương nhỏ nhất trong số các số nguyên dương m mà $10^m \equiv 1 \pmod{2003}$.

Chứng minh: Ta có $1001 = 7 \times 11 \times 13$. Suy ra, tất cả các ước dương của 1001 là: 1, 7, 11, 13, 77, 91, 143, 1001.

Bằng cách kiểm tra trực tiếp, ta có

$10^1 \equiv 10 \pmod{2003}$, $10^7 \equiv 1024 \pmod{2003}$, $10^{11} \equiv 664 \pmod{2003}$,

$10^{13} \equiv 301 \pmod{2003}$, $10^{77} \equiv 1916 \pmod{2003}$, $10^{91} \equiv 523 \pmod{2003}$,

$10^{143} \equiv 485 \pmod{2003}$ và $10^{1001} \equiv 1 \pmod{2003}$.

Gọi h là số nguyên dương nhỏ nhất mà $10^h \equiv 1 \pmod{2003}$.

Vì $10^{1001} \equiv 1 \pmod{2003}$ nên suy ra h là một ước dương của 1001. Kết hợp điều này với các kết quả kiểm tra ở trên, ta được $h = 1001$.

Nhận xét 2: Không tồn tại bội dương của 2003 có dạng $10^k + 1, k \in N^*$.

Chứng minh: Giả sử ngược lại, tồn tại $k \in N^*$ mà $10^k + 1 \equiv 0 \pmod{2003}$. Khi đó, ta có $10^{2k} \equiv 1 \pmod{2003}$. Kết hợp với Nhận xét 1, suy ra $2k \vdots 1001$. Mà $(2, 1001) = 1$ nên $k \vdots 1001$. Dẫn đến $10^k \equiv 1 \pmod{2003}$, mâu thuẫn với giả thiết ở trên. Từ đó ta được điều cần chứng minh.

Nhận xét 3: Tồn tại bội dương của 2003 có dạng $10^k + 10^h + 1$, $k, h \in N^*$.

Chứng minh: Xét 2002 số tự nhiên $a_1, a_2, \dots, a_{1001}, b_1, b_2, \dots, b_{1001}$, với a_i và b_i, $i = 1, 2, \dots, 1001$, tương ứng là số dư trong phép chia 10^i và $-10^i - 1$ cho 2003.

Ta có:

$a_i \ne 0$ và $b_i \ne 2002$ $\forall i = 1, 2, \dots, 1001$;

$a_i \ne 2002$ và $b_i \ne 0$ $\forall i = 1, 2, \dots, 1001$ (do Nhận xét 2).

Như thế $a_i, b_i \in [1; 2001]$ $\forall i = 1, 2, \dots, 1001$. Do đó, theo nguyên lí Dirichlet, trong 2002 số a_i, b_i phải có hai số bằng nhau.

Hơn nữa, lại có:

$a_i \ne a_j$ và $b_i \ne b_j$ với mọi $1 \le i < j \le 1001$; vì nếu tồn tại $1 \le i < j \le 1001$ sao cho $a_i = a_j$ hoặc $b_i = b_j$ thì $1 \le j - i \le 1000$ và $10^j - 10^i \equiv 10^i(10^{j-i} - 1) \equiv 0 \pmod{2003}$, hay $10^{j-i} \equiv 1 \pmod{2003}$, trái với Nhận xét 1.

Từ các kết quả trên suy ra tồn tại các số nguyên $k, h \in [1; 1001]$ sao cho $a_k = b_h$, hay $10^k + 10^h + 1 \equiv 0 \pmod{2003}$.

Nhận xét 3 được chứng minh.

• Xét một bội dương m tùy ý của 2003.

Dễ thấy, m không có dạng 10^k và 2.10^k, $k \in N^*$. Kết hợp với Nhận xét 2 suy ra $S(m) \ge 3$.

Với $k, h \in N^*$, hiển nhiên có

$$S(10^k + 10^h + 1) = 3.$$

Vì thế, theo Nhận xét 3, tồn tại một bội dương m_0 của 2003 mà $S(m_0) = 3$.

Vậy $\min S(m) = 3$.

• **Chú ý:** *Để chứng minh Nhận xét 2, không nhất thiết phải sử dụng Nhận xét 1. Chẳng hạn, có thể chứng minh Nhận xét 2 như sau:*

"Giả sử ngược lại, tồn tại $k \in N^*$ sao cho $10^k \equiv -1 \pmod{2003}$. Khi đó, do $2^{10} \equiv 1024 \equiv 10^7 \pmod{2003}$ nên $2^{10k} \equiv -1 \pmod{2003}$. Suy ra

$2^{10k \cdot 1001} \equiv -1 \pmod{2003}$ hay $(2^{2002})^{5k} \equiv -1 \pmod{2003}$.

Tuy nhiên, theo Định lí nhỏ Phec-ma ta có $2^{2002} \equiv 1 \pmod{2003}$. Suy ra $(2^{2002})^{5k} \equiv 1 \pmod{2003}$. Mâu thuẫn nhận được cho ta điều cần chứng minh.

CÁC LỚP THCS

Bài T1/331. (Lớp 6). Hỏi có thể phân tích một số viết trong hệ thập phân bởi n chữ số 9 thành hai số x và y sao cho khi thay đổi vị trí các chữ số của số x ta được số y trong mỗi trường hợp sau hay không :

a) $n = 2004$?

b) $n = 2005$?

HOÀNG TIẾN TRUNG
(SV K49, lớp XI8, ĐH Xây dựng Hà Nội)

Bài T2/331. (Lớp 7)

Chứng minh rằng

$$\sqrt{(ab-cd)(bc-da)(ca-bd)}$$

là số hữu tỉ, trong đó a, b, c, d là các số hữu tỉ thỏa mãn điều kiện $a+b+c+d = 0$.

NGUYỄN MẠNH TUẤN
(SV K49, BK 63, ĐH Bách Khoa, Hà Nội)

Bài T3/331. Tìm mọi nghiệm nguyên của phương trình

$$x^2 + 2003x + 2004y^2 + y = xy + 2004xy^2 + 2005$$

NGÔ VĂN KHƯƠNG
(GV THCS Thị trấn Thắng, Hiệp Hòa, Bắc Giang)

Bài T4/331. Chứng minh rằng

$$\frac{1}{1+a+b}+\frac{1}{1+b+c}+\frac{1}{1+c+a}\le\frac{1}{2+a}+\frac{1}{2+b}+\frac{1}{2+c}$$

trong đó a, b, c là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $abc = 1$.

LÊ XUÂN ĐẠI
(GV THPT Nguyễn Viết Xuân, Vĩnh Phúc)

Bài T5/331. Xét các số dương a, b, c, x, y, z thỏa mãn các điều kiện $a+b+c = 4$ và $ax + by + cz = xyz$. Chứng minh rằng $x+y+z > 4$.

BÙI ĐÌNH THÂN
(GV Phân hiệu HS giỏi, Kiến Xương, Thái Bình)

Bài T6/331. Cho tam giác ABC với đường phân giác AM (điểm M thuộc BC). Đường thẳng qua M vuông góc với BC cắt đường thẳng AB tại N. Chứng minh rằng góc BAC vuông khi và chỉ khi $MN = MC$.

PHẠM NĂNG KHÁNH
(SV K28G khoa Toán Tin, ĐHSP Hà Nội II)

Bài T7/331. Tứ giác $ABCD$ có AC cắt BD tại K sao cho $KA = KD$ và $\widehat{AKD}=120^o$. Từ điểm M trên cạnh BC kẻ $MN//AC$ và $MQ//BD$ (N thuộc AB và Q thuộc CD). Tìm quỹ tích tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác MNQ khi điểm M di động trên cạnh BC.

ĐÀO TAM
(GV khoa Toán ĐH Vinh, Nghệ An)

CÁC LỚP THPT

Bài T8/331. Cho hai số nguyên tố p, q thỏa mãn $p > q > 2$. Tìm tất cả các số nguyên k sao cho phương trình

$$(px-qy)^2 = kxyz$$

có nghiệm nguyên (x, y, z) thỏa mãn $xy \neq 0$.

NGUYỄN TRỌNG HIỆP
(SV K50B khoa Toán Tin, ĐHSP Hà Nội)

Bài T9/331. Xét dãy số (u_n) ($n = 1, 2, 3, \ldots$) được xác định bởi $u_n = n^{2^n}$ với mọi $n = 1, 2, \ldots$

Đặt $x_n = \dfrac{1}{u_1}+\dfrac{1}{u_2}+\ldots+\dfrac{1}{u_n}$

Chứng minh rằng dãy số (x_n) có giới hạn khi n tăng lên vô hạn và giới hạn đó là một số vô tỉ.

HÀN NGỌC ĐỨC
(SV K47, A2, khoa Toán Cơ Tin ĐHKHTN Hà Nội)

Bài T10/331. Tìm tất cả số nguyên dương $n \geq 3$ sao cho bất đẳng thức sau xảy ra với n số thực bất kì $a_1, a_2, \ldots, a_n$ (coi $a_{n+1} = a_1$) :

$$\sum_{1\le i<j\le n}(a_i-a_j)^2 \le \left(\sum_{i=1}^{n}|a_i-a_{i+1}|\right)^2$$

TRẦN TUẤN ANH
(SV khoa Toán Tin, ĐHKHTN TP Hồ Chí Minh)

Bài T11/331. Hãy xác định dạng của tam giác ABC nếu các góc của tam giác ABC thỏa mãn đẳng thức sau

$$\frac{\mathrm{tg}(A/2)}{1+\mathrm{tg}(B/2)\mathrm{tg}(C/2)}+\frac{\mathrm{tg}(B/2)}{1+\mathrm{tg}(C/2)\mathrm{tg}(A/2)}+$$

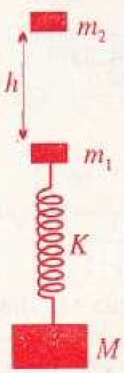
$$+\frac{\mathrm{tg}(C/2)}{1+\mathrm{tg}(A/2)\mathrm{tg}(B/2)}=\frac{1}{4\mathrm{tg}(A/2)\mathrm{tg}(B/2)\mathrm{tg}(C/2)}$$

Bài T12/331. Xét các hình hộp chữ nhật $ABCDA_1B_1C_1D_1$ có độ dài các cạnh $AB = a$,

$AD = b$, $AA_1 = c$ và khoảng cách d giữa hai đường thẳng AC và BC_1 đều là các số tự nhiên. Tìm giá trị nhỏ nhất của thể tích các hình hộp đó.

LƯU XUÂN TÌNH
(GV THPT Lam Sơn, Thanh Hóa)

CÁC ĐỀ VẬT LÝ



Bài L1/331. Cho một hệ gồm hai vật có các khối lượng $M = 200$g, $m_1 = 100$g được nối với nhau bởi một lò xo có độ cứng là $K = 40$N/m, lấy $g = 10\text{m/s}^2$ (hình vẽ).

1) Ấn m_1 xuống dưới vị trí cân bằng một đoạn x_o rồi buông nhẹ, m_1 dao động điều hòa, áp lực cực tiểu mà hệ tác dụng lên sàn là 0,6N. Tìm x_o và áp lực cực đại của hệ lên sàn.

2) Khi m_1 đứng cân bằng, thả một vật khác có khối lượng $m_2 = m_1$ và cách m_1 một khoảng bằng h rơi tự do thẳng xuống vật m_1. Vật m_2 va chạm mềm với m_1. Sau va chạm hai vật dính vào nhau và cùng dao động.

a) Tìm điều kiện của h để sau va chạm vật M không rời mặt sàn.

b) Với $h = 20$cm, viết phương trình dao động của hệ $(m_1 + m_2)$ sau va chạm, với điều kiện $t = 0$, $x = 0$, $v > 0$.

ĐỖ VĂN TOÁN
(GV khoa Vật lí, ĐH Vinh, Nghệ An)

Bài L2/331. Một kính hiển vi mà vật kính có tiêu cự $f_1 = 1$(cm), thị kính có tiêu cự $f_2 = 5$(cm). Độ dài quang học của kính là 18(cm). Người quan sát đặt mắt sát kính để quan sát một vật nhỏ. Để nhìn rõ thì đặt vật trước vật kính trong khoảng từ $\frac{119}{113}$(cm) đến $\frac{19}{18}$ (cm). Xác định khoảng nhìn rõ của mắt người đó. Vẽ hình cho trường hợp ngắm chừng ở vô cực. Tính độ bội giác khi người đó ngắm chừng ở điểm cực cận và ở điểm cực viễn.

CHU VĂN BIÊN
(GV khoa Vật lí, ĐH Hồng Đức, Thanh Hóa)

PROBLEMS IN THIS ISSUE

FOR LOWER SECONDARY SCHOOLS

T1/331. (for 6th grade)

Can we find two positive integers x, y (written in decimal system) such that

$$x + y = \underbrace{99\ldots9}_{n \text{ times}}$$

and y is obtained by a permutation of the digits of x in the case where $n = 2004$? and in the case where $n = 2005$?

T2/331. (for 7th grade)

Prove that the number

$$\sqrt{(ab-cd)(bc-da)(ca-bd)}$$

is a rational, where a, b, c are rationals satisfying the condition $a+b+c+d = 0$.

T3/331. Find all integral solutions of the equation

$$x^2 + 2003x + 2004y^2 + y = xy + 2004xy^2 + 2005$$

T4/331. Prove that

$$\frac{1}{1+a+b}+\frac{1}{1+b+c}+\frac{1}{1+c+a}\le\frac{1}{2+a}+\frac{1}{2+b}+\frac{1}{2+c}$$

where a, b, c are positive real numbers satisfying the condition $abc = 1$.

T5/331. Consider positive numbers a, b, c, x, y, z satisfying the conditions $a+b+c = 4$ and $ax+by+cz = xyz$. Prove that $x+y+z > 4$.

T6/331. Let be given a triangle ABC with its angled bisector AM (M lies on the side BC). The line perpendicular to BC at M cuts the line AB at N. Prove that the angle BAC is right when and only when $MN = MC$.

T7/331. The diagonals AC and BD of quadrilateral $ABCD$ intersect at K so that $KA = KD$ and $\widehat{AKD} = 120^o$. From a point M on the side BC, draw $MN//AC$ and $MQ//BD$ (N lies on AB, Q lies on CD). Find the locus of the circumcenters of triangles MNQ when M moves on the side BC.

FOR UPPER SECONDARY SCHOOLS

T8/331. Let be given two primes p, q satisfying $p > q > 2$. Find all integers k so that the equation $(px-qy)^2 = kxyz$ has integral solution (x, y, z) satisfying $xy \neq 0$.

T9/331. Consider the sequence of numbers (u_n) ($n = 1, 2, 3, \ldots$) defined by $u_n = n^{2^n}$ for all $n = 1, 2, \ldots$

(Xem tiếp trang 30)

Bài T1/327. (Lớp 6). *Bạn Sáu viết 7 số khác nhau, mỗi số gồm 7 chữ số phân biệt từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Hỏi bạn Sáu có thể viết được đẳng thức sao cho tổng các lũy thừa bậc 7 của một vài số (phân biệt) trong 7 số này bằng tổng các lũy thừa bậc 7 của tất cả các số (phân biệt) còn lại ?*

Lời giải. Ta biết rằng số dư trong phép chia một số tự nhiên cho 9 đúng bằng số dư trong phép chia cho 9 của tổng các chữ số của số tự nhiên này. Bảy số mà bạn Sáu viết đều có tổng các chữ số là 1+2+3+4+5+6+7 = 28, chia cho 9 dư 1, do đó mỗi số bạn Sáu viết đều chia cho 9 dư 1.

Suy ra số dư trong phép chia lũy thừa bậc 7 của mỗi số đó cho 9 cũng bằng 1.

Như vậy, không thể tách các lũy thừa bậc 7 của bảy số đã viết thành hai nhóm sao cho tổng các lũy thừa ở nhóm này bằng tổng các lũy thừa ở nhóm còn lại. Tức là bạn Sáu không thể viết được đẳng thức theo yêu cầu của bài toán.

Nhận xét. 1. Bài toán này tương đối khó đối với các bạn lớp 6, có ít bạn tham gia giải. Một số bạn lập luận thiếu chính xác do không xét hết các trường hợp hoặc chỉ đưa ra một vài số cụ thể.

2. Các bạn sau đây có lời giải tốt :

Yên Bái : *Đinh Thị Bảo Ngọc*, 8D, THCS Quang Trung, TP Yên Bái ; **Hà Nội :** *Vũ Minh Đức*, 6H1, THCS Trưng Vương, Q. Hai Bà Trưng ; **Thanh Hóa :** *Lê Quý Trình*, 6A, THCS thị trấn Bút Sơn, Hoằng Hóa ; **Nghệ An :** *Vũ Đình Long*, 6A, *Nguyễn Thị Kim Chi*, *Tăng Văn Bình*, 7B, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương ; **Khánh Hòa :** *Trần Thị Ánh Nguyên*, 6/7, THCS Cam Nghĩa, Cam Ranh.

NGUYỄN XUÂN BÌNH

Bài T2/327. (Lớp 7). *Chứng minh rằng*

$$\frac{1}{65} < \frac{1}{5^3}+\frac{1}{6^3}+...+\frac{1}{n^3}+...+\frac{1}{2004^3} < \frac{1}{40}$$

trong đó tổng gồm 2000 số hạng.

Lời giải. Đặt

$$A = \frac{1}{5^3}+\frac{1}{6^3}+...+\frac{1}{n^3}+...+\frac{1}{2004^3}$$

Với $n > 1$, ta có $0 < (n-1).n.(n+1) = n^3-n < n^3$

$$\Rightarrow \frac{1}{n^3} < \frac{1}{(n-1).n.(n+1)}$$

Sử dụng BĐT trên lần lượt với n bằng 5, 6, 7, ..., 2004 được :

$$A = \frac{1}{5^3}+\frac{1}{6^3}+\frac{1}{7^3}+...+\frac{1}{2004^3}$$

$$< \frac{1}{4.5.6}+\frac{1}{5.6.7}+\frac{1}{6.7.8}+...+\frac{1}{2003.2004.2005} \quad (1)$$

Mặt khác, từ

$$\frac{1}{(n-1)(n+1)} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{n-1}-\frac{1}{n+1}\right)$$

có $$\frac{1}{(n-1).n.(n+1)} = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{(n-1).n}-\frac{1}{n(n+1)}\right]$$

Thay các số hạng trong vế phải của (1) theo phân tích trên, ta được

$$A < \frac{1}{2}\left(\frac{1}{4.5}-\frac{1}{5.6}+\frac{1}{5.6}-\frac{1}{6.7}+\frac{1}{6.7}-\frac{1}{7.8}+...\right.$$

$$\left.+\frac{1}{2003.2004}-\frac{1}{2004.2005}\right)$$

$$A < \frac{1}{2}\left(\frac{1}{4.5}-\frac{1}{2004.2005}\right) < \frac{1}{2}.\frac{1}{4.5} = \frac{1}{40}$$

Với $n > 1$, ta có $\dfrac{1}{n^3} > \dfrac{1}{n(n+1)(n+2)}$

Nên $$A = \frac{1}{5^3}+\frac{1}{6^3}+\frac{1}{7^3}+...+\frac{1}{2004^3}$$

$$> \frac{1}{5.6.7}+\frac{1}{6.7.8}+\frac{1}{7.8.9}+...+\frac{1}{2004.2005.2006} \quad (2)$$

Lại vì

$$\frac{1}{n(n+2)} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{n(n+1)}-\frac{1}{(n+1)(n+2)}\right]$$

Thay các số hạng trong vế phải của (2) theo phân tích trên ta được

$$A > \frac{1}{2}\left(\frac{1}{5.6}-\frac{1}{6.7}+\frac{1}{6.7}-\frac{1}{7.8}+\frac{1}{7.8}-\frac{1}{8.9}+...\right.$$

$$\left.+\frac{1}{2004.2005}-\frac{1}{2005.2006}\right)$$

$$A > \frac{1}{2}\left(\frac{1}{5.6} - \frac{1}{2005.2006}\right) > \frac{1}{2}\left(\frac{1}{30} - \frac{1}{390}\right)$$

$$= \frac{12}{2.390} = \frac{1}{65}$$

Vậy $\frac{1}{65} < \frac{1}{5^3} + \frac{1}{6^3} + ... + \frac{1}{n^3} + ... + \frac{1}{2004^3} < \frac{1}{40}$

Nhận xét. Có khá đông bạn tham gia giải bài toán này và hầu hết có lời giải đúng. Các bạn học sinh lớp 6, 7 sau đây có lời giải tốt :

Bắc Giang : *Đặng Văn Tuấn*, 7D, THCS Cao Thượng, Tân Yên ; **Phú Thọ :** *Ninh Thanh Tùng*, 7A1, THCS Lâm Thao ; **Hải Dương :** *Nguyễn Văn Tuân*, 7/1 THCS Hợp Tiến, Nam Sách, *Vương Quang Dũng*, 6A, THCS Ngô Gia Tự, TP Hải Dương, *Đoàn Đức Thành*, 7A, THCS Nguyễn Trãi, Nam Sách ; **Thanh Hóa :** *Hoàng Hà Trang, Lữ Thị Loan, Nguyễn Thị Thư*, 8B, THCS Nguyễn Du, Quảng Xương, *Lê Phú Đức*, 7C, THCS Đông Văn, Đông Sơn ; **Nghệ An :** *Dương Hoàng Hưng, Tăng Văn Bình, Hoàng Trung Đức, Hoàng Thị Lệ Quyên, Lê Thị Nga, Nguyễn Thị Kim Chi*, 7B, *Phạm Lê Nhật Hoàng*, 7A, *Vũ Đình Long*, 6A, THCS Lí Nhật Quang, Đô Lương, *Vũ Đức Hoàn*, 7C, THCS Cao Xuân Huy, Diễn Châu ; **Nam Định :** *Trương Quang Huy*, 7A4, THCS Trần Đăng Ninh, TP. Nam Định ; **Hải Phòng:** *Nguyễn Hồng Huế*, 7A, THCS Tiên Phong, Vĩnh Bảo ; **Quảng Trị:** *Trương Xuân Nhã*, 7A, THCS Nguyễn Huệ, Đông Hà ; **Hà Nam:** *Nguyễn Thị Dương*, 7A, THCS Thị trấn Quế, Kim Bảng ; **Khánh Hòa :** *Trần Thị Ánh Nguyên*, 6/7, THCS Cam Nghĩa, Cam Ranh ; **Vĩnh Phúc :** *Hà Ngọc Thủy*, 7A, THCS Thái Hòa, Lập Thạch ; **Quảng Bình :** *Nguyễn Phương Thảo*, 7D, THCS Hoàn Lão, Bố Trạch ; **Gia Lai :** *Dương Thị Thu Thảo*, 7/4, THCS Nguyễn Du, Pleiku.

NGUYỄN ANH DŨNG

Bài T3/327. *Tìm mọi số nguyên x sao cho*

$x^3 - 2x^2 + 7x - 7$ chia hết cho $x^2 + 3$

Lời giải. Đặt $A = x^3 - 2x^2 + 7x - 7$

$= x(x^2+3) - 2(x^2+3) + 4x - 1$

Do đó A chia hết cho $x^2 + 3$

$\Leftrightarrow 4x - 1$ chia hết cho $x^2 + 3$ (1)

Vì $4x \neq 1$ và $4x \neq -1$ thì từ (1) có $(4x-1)(4x+1)$ $= 16x^2 - 1 = 16(x^2+3) - 49$ chia hết cho $x^2 + 3$

Suy ra 49 chia hết cho $x^3 + 3$.

Vì $x^2 + 3 \geq 3$ nên chỉ có thể $x^2+3 = 49$ (2) hoặc $x^2 + 3 = 7$ (3). Dễ thấy (2) vô nghiệm nguyên, còn từ (3) tìm được $x_1 = 2$ hoặc $x_2 = -2$. Với $x_2 = -2$ thì không thỏa mãn (1). Thử lại $x_1 = 2$ thỏa mãn (1) nên thỏa mãn đề bài.

Nhận xét. 1) Từ (1) khá nhiều bạn đặt $\frac{4x-1}{x^2+3} = t$ nguyên $\Leftrightarrow tx^2 - 4x + 3t + 1 = 0$ rồi xét điều kiện của biệt số để phương trình bậc hai này có nghiệm. Cách làm này dài hơn, không lợi dụng được tính chất chia hết của các số nguyên. Nhiều bạn không chú ý là số $4x$-1 có thể âm hoặc không thử lại dẫn đến kết quả sai. Khá nhiều bạn sử dụng kí hiệu $\Leftrightarrow$ không chính xác, chẳng hạn viết $(4x-1) \vdots (x^2+3) \Leftrightarrow (4x-1)x \vdots x^2+3$.

2) Các bạn sau có lời giải khá gọn :

Phú Thọ : *Hà Anh Tuyết*, 9H, THCS Văn Lang, Việt Trì, *Đào Đức Trung*, 9A3, THCS Giấy, Phong Châu, Phù Ninh, *Nguyễn Thị Thu Hà, Trần Hòa Bình*, 8A1, *Lê Hương Trâm*, 9A3 , THCS Lâm Thao, Lâm Thao, *Nguyễn Tiến Thanh*, 9C, *Nguyễn Sơn Tùng*, 9B, THCS Nguyễn Quang Bích, Tam Nông ; **Vĩnh Phúc :** *Ngô Thị Bích Phương, Phạm Văn Giang*, 9A, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, *Trần Minh Anh*, 9A, THCS Lãng Công, Lập Thạch, *Nguyễn Quốc Minh*, 9A4, THCS Hai Bà Trưng, TX Phúc Yên ; **Hà Tây:** *Trần Đức Minh, Đinh Hoàng Long*, 8A1, THCS Tế Tiêu, Mỹ Đức, *Ngô Minh Hoàng*, 8A, THCS La Phù, Hoài Đức, *Trần Thị Thùy Trang*, 8B, THCS Nguyễn Thượng Hiền, Ứng Hòa ; *Cấn Mạnh Hùng*, 8C, *Đỗ Mạnh Cường, Nguyễn Thái Hà*, 9A, *Nguyễn Phương Đăng Toàn, Nguyễn Anh Quyền*, 9D, THCS Thạch Thất, Thạch Thất ; **Hà Nội :** *Trần Trung Đức*, 8H1, THCS Trưng Vương, Hoàn Kiếm, *Vũ Ngọc Hiếu*, 8A2, PTDL Lương Thế Vinh ; **Bắc Ninh:** *Nguyễn Thị Mai Phương, Nguyễn Minh Hải*, 9A, THCS Lê Văn Thịnh, Gia Bình ; **Nam Định :** *Nguyễn Quốc Khải*, 9B, THCS Hải Hậu, Hải Hậu ; **Hưng Yên :** *Lương Xuân Huy*, 8A, THCS Tiên Lữ, Tiên Lữ ; **Thái Bình :** *Nguyễn Thị Len*, 9C, THCS An Thanh, Quỳnh Phụ ; **Hải Dương :** *Phạm Văn Tuấn*, 9A1, THCS Chu Văn An, Thanh Hà, *Đỗ Tùng Anh*, 8A, THCS Nguyễn Trãi, Nam Sách, *Phan Ngọc Hiếu*, 8/3, THCS Lê Quý Đôn, *Hoàng Tiến Đạt*, 9A1, THCS Ngô Gia Tự, TP. Hải dương ; **Hải Phòng :** *Nguyễn Hồng Huế*, 7A, THCS Tiên Phong, Vĩnh Bảo ; **Thanh Hóa :** *Trịnh Hùng Linh*, 9C, THCS Lê Thánh Tông, Thọ Xuân, *Nguyễn Thị Hồng Nhung, Lê Trần An, Lê Thị Thảo, Lê Mai Phương*, 8B, *Lê Thị Thùy, Nguyễn Khánh Linh*, 9A, THCS Nhữ Bá Sỹ, Hoằng Hóa, *Nguyễn Thị Hồng, Nguyễn Thị Hằng*, 8C, *Lê Thị Thanh Xuân*, 9B, *Nguyễn Lưu Bách*, 9C, THCS Lê Hữu Lập, Hậu Lộc, *Lê Khánh Toàn*, 8B, THCS Điện Biên, *Nguyễn Việt Anh*, 9G, THCS Trần Mai Ninh, TP Thanh Hóa ; **Nghệ An :** *Tô Thị Giang*, 9B, *Phạm Anh Minh*, 8A, THCS Hồ Xuân Hương, Cầu Giát, Quỳnh Lưu, *Cao Thị Thanh Hoa*, 7C, *Đinh Bá Duyệt*, 8A, THCS Cao Xuân Huy, Diễn Châu, *Lê Thị Thu Trang, Dương Thái Giang, Nguyễn Thị Phương Thủy, Nguyễn Thị Kim Chi, Tăng Văn Bình, Nguyễn Đức Hưng*, 7B, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương ; **Hà Tĩnh :** *Lê Quốc Quỳnh*, 9A, THCS Chu Văn An, Hương Khê ; **Quảng Trị :** *Nguyễn Thị Sách*, 8A, THCS Gio Mai, Gio Linh ; **Quảng Ngãi :** *Võ Anh Trí*, 9D, THCS Hành Phước, Nghĩa Hành, **TP. Hồ Chí Minh :** *Trần Long Khôi, Lê Đức Lợi*, 9/1, THCS Hồng Bàng, Q. 5.

VIỆT HẢI

Bài T4/327. *Giải phương trình*

$$4x^2 - 4x - 10 = \sqrt{8x^2 - 6x - 10}$$

Lời giải. (Của bạn *Nguyễn Tiến Thanh*, 9C, THCS Nguyễn Quang Bích, Tam Nông, **Phú Thọ**).

Điều kiện : $\begin{cases} 4x^2 - 4x - 10 \geq 0 \\ 8x^2 - 6x - 10 \geq 0 \end{cases}$ (*)

Cách 1. (1) $\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (2x-1)^2 - 11 = \sqrt{(2x-1)(4x-1)-11}$ (2)

Đặt $2x-1 = a \Rightarrow 4x-1 = 2a+1$.

Khi đó : (2) $\Leftrightarrow a^2-11 = \sqrt{a(2a+1)-11}$

$\Rightarrow (a^2-11)^2 = a(2a+1) - 11$

$\Leftrightarrow a^4 - 24a^2 - a + 132 = 0$

$\Leftrightarrow (a-4)(a+3)(a^2+a-11) = 0$

• Nếu $a = 4 \Rightarrow x = \frac{5}{2}$ (thỏa mãn (*))

• Nếu $a = -3 \Rightarrow x = -1$ (không thỏa mãn (*))

• Nếu $a^2 + a - 11 = 0 \Rightarrow 4x^2 - 2x - 11 = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{1+3\sqrt{5}}{4} \text{ (không thỏa mãn (*))} \\ x = \frac{1-3\sqrt{5}}{4} \text{ (thỏa mãn (*))} \end{array}\right.$$

Vậy nghiệm của PT (1) là $x = \frac{5}{2}$ và $x = \frac{1-3\sqrt{5}}{4}$.

Cách 2. Đặt $\sqrt{8x^2-6x-10} = a$ $(a \geq 0)$. Theo đề bài ta có

$a^2-a = (8x^2-6x-10) - (4x^2-4x-10)$

$\Leftrightarrow a^2-a+\frac{1}{4} = 4x^2-2x+\frac{1}{4}$

$\Leftrightarrow \left(a-\frac{1}{2}\right)^2 = \left(2x-\frac{1}{2}\right)^2$

• Nếu $a-\frac{1}{2}=2x-\frac{1}{2} \Rightarrow 2x^2-3x-5=0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \text{ (không thỏa mãn (*))} \\ x=\frac{5}{2} \text{ (thỏa mãn (*))} \end{array}\right.$$

• Nếu $a-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}-2x \Rightarrow 4x^2-2x-11=0$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{1+3\sqrt{5}}{4} \text{ (không thỏa mãn (*))} \\ x = \frac{1-3\sqrt{5}}{4} \text{ (thỏa mãn (*))} \end{array}\right.$$

Vậy nghiệm của PT (1) là $x = \frac{5}{2}$ và $x = \frac{1-3\sqrt{5}}{4}$

Nhận xét. 1) Nhiều bạn đã tham gia giải bài toán này. Trong lời giải của một số bạn đã sử dụng biến đổi tương đương : $\sqrt{f(x)} = g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) \geq 0 \\ f(x) = g^2(x) \end{cases}$. Các cách giải là khá phong phú. Tuy nhiên, còn nhiều bạn ra kết quả sai mà lí do chủ yếu là tính toán nhầm lẫn, đặc biệt là việc giải điều kiện (*) không đúng dẫn tới làm thừa hoặc thiếu nghiệm.

2) Các bạn có lời giải tốt là :

Phú Thọ : *Nguyễn Sơn Tùng*, 9B, Nguyễn *Tiến Thanh*, 9C, THCS Nguyễn Quang Bích, Tam Nông ; ***Vĩnh Phúc:*** *Nguyễn Ngọc Đại*, 9C, THCS Vĩnh Tường ; **Hải Dương:** *Nguyễn Đức Minh Quang*, 9A, THCS Ngô Gia Tự, TP Hải Dương, *Nguyễn Thị Lan*, THCS Thái Hòa, Bình Giang ; **Thanh Hóa :** *Nguyễn Lưu Bách*, 9C, THCS Lê Hữu Lập, Hậu Lộc ; **Quảng Trị:** *Nguyễn Thị Sách*, 8A, THCS Gio Mai, Gio Linh ; **Đà Nẵng :** *Nguyễn Như Đức Trung*, 9/1, THCS Lý Thường Kiệt ; **Khánh Hòa:** *Võ Thái Thông*, 9/4, THCS Ngô Gia Tự, Cam Nghĩa, Cam Ranh ; **TP Hồ Chí Minh :** *Kiều Phong*, 8/3, THCS Đồng Khởi Khởi, Q. Tân Bình.

TRẦN HỮU NAM

Bài T5/327. *Chứng minh rằng*

$$\left(1+\frac{1}{a^3}\right)\left(1+\frac{1}{b^3}\right)\left(1+\frac{1}{c^3}\right) \geq \frac{729}{512}$$

trong đó a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a + b + c = 6$.

Lời giải. Đặt $A = \left(1+\frac{1}{a^3}\right)\left(1+\frac{1}{b^3}\right)\left(1+\frac{1}{c^3}\right)$, ta có

$$A = 1+\left(\frac{1}{a^3}+\frac{1}{b^3}+\frac{1}{c^3}\right)+\left(\frac{1}{a^3b^3}+\frac{1}{b^3c^3}+\frac{1}{c^3a^3}\right)+\frac{1}{a^3b^3c^3}$$

Áp dụng BĐT Cô-si cho hai tổng trong dấu ngoặc ta được :

$$A \geq 1 + \frac{3}{abc}+\frac{3}{a^2b^2c^2}+\frac{1}{a^3b^3c^3}=\left(1+\frac{1}{abc}\right)^3$$

Lại theo BĐT Cô-si, ta có

$$abc \leq \left(\frac{a+b+c}{3}\right)^3 = 8, \text{ hay } \frac{1}{abc} \geq \frac{1}{8}.$$

Suy ra $A \geq \left(1+\frac{1}{8}\right)^3 = \frac{729}{512}$. Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $a = b = c = 2$.

Nhận xét. Tòa soạn nhận được 208 lời giải của bạn đọc ở hầu hết các tỉnh thành trong cả nước, Thanh Hóa và Vĩnh Phúc có nhiều bạn tham dự nhất. Trong đó có tới 207 lời giải đúng. Phương pháp giải cũng hết sức đa dạng. Có một bạn lớp 5 (Hà Nội), hai bạn lớp 6 (Thanh Hóa). Nhiều bạn có tổng quát hóa hay. Bài toán quả có sức hấp dẫn lớn. Các bạn sau đây có lời giải tốt :

Nguyễn Thị Loan, 9C, THCS Quang Dịch, Kiến Xương, **Thái Bình** ; *Tống Duy Anh*, 9C, THCS Lê Quý Đôn, Bỉm Sơn, **Thanh Hóa**; *Nguyễn Như Đức Trung*, 9/1, THCS Lý Thường Kiệt, Q. Hải Châu, **TP. Đà Nẵng**; *Trần Mỹ Linh*, 9/1, THCS Trần Huỳnh TX. Bạc Liêu, *Dương Thị Thu Thảo*, 7/4, THCS Nguyễn Du, Pleiku, **Gia Lai**; *Huỳnh Minh Sơn*, 9A2, THCS Đoàn Thị Nghiệp, Cai Lậy, **Tiền Giang** ; *Lê Huỳnh Quốc*, 9A, THCS Chu Văn An,TT. Hương Khê, **Hà Tĩnh**; *Đỗ Hải Đăng*, 9C, THCS Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc** ; *Nguyễn Tiến Thanh*, 9C, THCS Nguyễn Quang Bích, Tam Nông, **Phú Thọ** ; *Tăng Minh Dương*, 9A1, THCS Trần Phú, Phú Xuyên, **Hà Tây** ; *Ngô Sơn Tùng*, 9A3, THCS Nguyễn Đăng Đạo, TX Bắc Ninh, **Bắc Ninh**, *Phạm Ngọc Dương*, 7B, THCS Liên Hòa, Kim Thành, **Hải Dương** ; *Phạm Tiến Duật*, 9B, THCS Trần Huy Liệu, Vụ Bản, **Nam Định** ; *Võ Thị Hoàng Nga*, 6A, THCS Hermann, TP. Vinh, **Nghệ An** ; *Đặng Đình Quý*, 9G, THCS Phổ Cường, Đức Phổ, **Quảng Ngãi** ; *Đinh Đắc Linh*, 9D, THCS 49, Krôngnăng, **Đắc Lắc** ; *Lê Đức Lợi*, 9/1, THCS Hồng Bàng, Q.5, **TP. Hồ Chí Minh** ; *Trần Bình Ngọc*, 9A4, THCS TX. Cao Lãnh, **Đồng Tháp**; *Trần Văn Thành*, 7A, THCS Cam Hiếu, Cam Lộ, **Quảng Trị** ; *Nguyễn Vũ Thanh Long*, 9/1, THCS Chu Văn An, TP. Huế, **Thừa Thiên - Huế** ; *Nguyễn Mai Hồng Phúc*, 9/1, THCS TT. Ba Tri, **Bến Tre**.

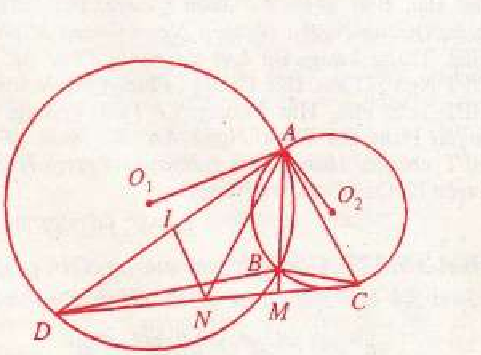
PHAN DOÃN THOẠI

Bài T6/327. *Hai đường tròn tâm O_1 bán kính R_1 và tâm O_2 bán kính R_2 cắt nhau tại hai điểm A, B. Tiếp tuyến với đường tròn (O_1) tại A cắt đường tròn (O_2) tại C. Tiếp tuyến với đường tròn (O_2) tại A cắt đường tròn (O_1) tại D. Gọi M là giao điểm của hai đường thẳng AB và CD. Gọi N là trung điểm của CD. Chứng minh rằng* $\widehat{CAM}=\widehat{DAN}$ *và* $\dfrac{MC}{MD}=\dfrac{R_2^2}{R_1^2}$.

Lời giải. • Ta có $\widehat{ACB}=\widehat{DAB}$ (cùng chắn cung $\overset{\frown}{AB}$ của đường tròn O_1) (1)

$\widehat{CAB}=\widehat{ADB}$ (cùng chắn cung $\overset{\frown}{AB}$ của đường tròn O_2) (2)

Nên $\Delta BAC \backsim \Delta BDA$ (3)



Suy ra $\dfrac{BA}{BD}=\dfrac{BC}{BA}=\dfrac{R_2}{R_1}$.

Từ (1) và (2) ta có $\widehat{CBM}=\widehat{DBM}$.

Từ đó $\dfrac{MC}{MD}=\dfrac{BC}{BD}=\dfrac{BC}{BA}\times\dfrac{BA}{BD}=\dfrac{R_2^2}{R_1^2}$.

Nếu AD và AC là các đường kính thì $AB\perp CA$ và B trùng với M, từ (3) cũng suy ra đẳng thức trên.

• Gọi I là trung điểm AD, khi đó $NI//AC$ và $NI=\frac{1}{2}AC$. Ta có $\widehat{AIN}+\widehat{IAC} = \widehat{AIN}+\widehat{DAB}+\widehat{BAC}$ $=\widehat{AIN}+\widehat{BCA}+\widehat{BAC}=180^\circ$ mà $\widehat{ABC}+\widehat{BCA}+\widehat{BAC}=180^\circ$ nên $\widehat{AIN}=\widehat{ABC}$ (4)

Lại có $\dfrac{NI}{IA}=\dfrac{AC}{AD}=\dfrac{BC}{AB}$ (theo (3))

Cùng với (4) suy ra $\Delta AIN \backsim \Delta ABC$ nên $\widehat{CAM}=\widehat{DAN}$.

Nhận xét. 1. Khi 2 đường tròn bằng nhau thì ΔCAD cân và $M\equiv N$. Lúc đó cũng có $\widehat{CAM}=\widehat{DAN}$ và $\dfrac{MC}{MD}=\dfrac{R_2^2}{R_1^2}=1$.

2. Bài toán này có thể được suy ra từ định lí Steiner.

3. Các bạn có bài giải tốt :

Phú Thọ : *Nguyễn Sơn Tùng*, 9B, THCS Nguyễn Quang Bích, Tam Nông ; **Hải Dương :** *Trương Ngọc Nam*, 8B, THCS Minh Tân, Kinh Môn ; **Hưng Yên :** *Nguyễn Văn Thọ*, 10T, THPT chuyên Hưng Yên ; **Thái Bình :** *Vũ Quang Dũng*, 8A, THCS Thụy Vân, Thái Thụy ; **Nam Định :** *Phạm Quốc Doanh*, 9A4, THCS Lê Quý Đôn, Ý Yên, *Phạm Tiến Duật*, 9B, THCS Trần Huy Liệu, Vụ Bản ; **Thanh Hóa:** *Nguyễn Lưu Bách*, 9C, THCS Lê Hữu Lập, Hậu Lộc, *Trịnh Hùng Linh*, 9C, THCS Lê Thánh Tông, Thọ Xuân ; **Nghệ An :** *Võ Thị Hoàng Nga*, 6A, THCS Hermann, Vinh ; **Đà Nẵng :** *Nguyễn Như Đức Trung*, 9/1 THCS Lý Thường Kiệt, Q. Hải Châu ; **Khánh Hòa :** *Võ Thái Thông*, 9/4 Trường Ngô Gia Tự, Cam Nghĩa, Cam Ranh ; **Đắk Lắk :** *Võ Văn Tuấn*, 8A5, THCS Nguyễn Du, Krông Buk.

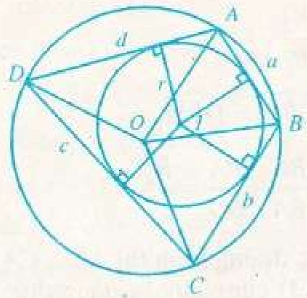
VŨ KIM THỦY

Bài T7/327. *Tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn bán kính R và ngoại tiếp đường tròn bán kính r. Chứng minh rằng* $R\ge r\sqrt{2}$.

Lời giải. (Của nhiều bạn)

Đặt $AB=a$, $BC=b$, $CD=c$, $DA=d$. Từ giả thiết $ABCD$ là tứ giác ngoại tiếp ta có $a+c=b+d$. Từ đó

$$S_{ABCD}=\frac{1}{2}(a+b+c+d)r=(a+c)r \qquad (1)$$



Lại có $2S_{ABC} \le ab$, $2S_{ACD} \le cd$, nên $2S_{ABCD} \le ab+cd$. Tương tự $2S_{ABCD} \le bc+ad$. Do đó $4S_{ABCD} \le ab+cd+bc+ad = (a+c)(b+d)$

suy ra $4S_{ABCD} \le (a+c)^2$ (2)

Từ (1), (2) có $S^2_{ABCD} \ge 4r^2 S_{ABCD}$

$\Rightarrow S_{ABCD} \ge 4r^2$ (3)

Mặt khác $S_{ABCD} \le \frac{1}{2}AC.BD \le 2R^2$ (4).

Từ (3), (4) có

$$4r^2 \le S_{ABCD} \le 2R^2. \text{ Suy ra } R \ge r\sqrt{2}.$$

Đẳng thức xảy ra khi tứ giác $ABCD$ là hình vuông.

Nhận xét. 1) Một số bạn sử dụng *Định lí Ptô–lê–mê* cho tứ giác nội tiếp $ABCD$ hoặc công thức $S_{ABCD} = \sqrt{abcd}$ cũng đưa ra được lời giải đúng. Cũng cần lưu ý với các bạn : Khi sử dụng hai kết quả trên để giải bài toán này hay các bài toán khác, ta nên chứng minh lại chúng dưới dạng các *bổ đề*.

2) Các bạn sau có lời giải gọn hơn cả :

Hà Nội : *Nguyễn Thị Minh Hằng*, 9A, THCS Nguyễn Trường Tộ, Q. Đống Đa, *Nguyễn Trọng Hiếu*, 9E, Trường Hà Nội – Amsterdam ; **Phú Thọ :** *Nguyễn Sơn Tùng*, 9B *Nguyễn Tiến Thanh*, 9C, THCS Nguyễn Quang Bích, Tam Nông ; **Vĩnh Phúc :** *Đỗ Thị Thủy*, 8D, THCS Lập Thạch, Lập Thạch, *Ngô Thị Lệ Hằng*, 9E, THCS Xuân Hòa, TX Phúc Yên ; **Hà Nam :** *Tạ Văn Hà*, 9E, THCS Trần Phú, Phủ Lý ; **Thanh Hóa :** *Nguyễn Lưu Bách*, 9C, THCS Lê Hữu Lập, Hậu Lộc, *Lê Thị Hạnh*, 8A5, THCS Quang Trung, *Lê Viết Thái Huy*, 9G, THCS Cù Chính Lan, *Hoàng Đức Ý*, 9E, THCS Trần Mai Ninh, Thanh Hóa ; **Đăk Lăk:** *Đinh Đắc Linh*, 9D, THCS 49, Krông Năng, *Võ Văn Tuấn*, 8A5, THCS Krông Buk ; **Khánh Hòa :** *Võ Thái Thông*, 9/4, THCS Ngô Gia Tự, Cam Nghĩa, Cam Ranh ; **Bến Tre:** *Nguyễn Mai Hồng Phúc*, 9^1, THCS TTr Ba Tri ; **Bạc Liêu :** *Trần Mỹ Linh*, 9/1, THCS Trần Huỳnh, TX Bạc Liêu ; **TP Hồ Chí Minh:** *Lê Đức Lợi*, 9^1, THCS Hồng Bàng, Q. 5.

HỒ QUANG VINH

Bài T8/327. *Hai dãy số (x_n) và (y_n) ($n = 1, 2, 3, \ldots$) được xác định bởi : $x_1 = -1$, $y_1 = 1$,*

$$x_{n+1} = -3x_n^2 - 2x_n y_n + 8y_n^2,$$

$$y_{n+1} = 2x_n^2 + 3x_n y_n - 2y_n^2 \text{ với mọi } n = 1, 2, 3, \ldots$$

Tìm tất cả các số nguyên tố p sao cho $x_p + y_p$ không chia hết cho p.

Lời giải. (Của bạn *Bùi Nguyễn Quốc Thanh*, lớp 11, THPT Sa Đec, Thị xã Sa Đéc, **Đồng Tháp**)

• Trước hết ta chứng minh $x_n + 2y_n = 1$ (1) $\forall n \ge 1$ bằng quy nạp. Với $n = 1$ hệ thức (1) đúng. Giả sử (1) đúng với $n = k$. Từ điều kiện đầu bài ta có $x_{k+1} + 2y_{k+1} = (x_k + 2y_k)^2 = 1$.

Vậy (1) được chứng minh.

• Ta lại có $x_{n+1} = -(x_n + 2y_n)(3x_n - 4y_n)$

$= -3x_n + 4y_n$

$y_{n+1} = (x_n + 2y_n)(2x_n - y_n) = 2x_n - y_n$

$\Rightarrow x_{n+2} = -3x_{n+1} + 4y_{n+1} = -3x_{n+1} + 4(2x_n - y_n)$

$= -3x_{n+1} + 8x_n - (x_{n+1} + 3x_n) = -4x_{n+1} + 5x_n$

Vậy (x_n) là dãy truy hồi cấp 2 tuyến tính. Phương trình đặc trưng của nó có hai nghiệm $\lambda_1 = 1$, $\lambda_2 = -5$. Ta tính được

$$x_n = \frac{1}{3}\left[1 - 4(-5)^{n-1}\right], \quad y_n = \frac{[1 - 2(-5)^{n-1}]}{3}$$

Từ đó $x_n + y_n = \dfrac{2[1 - (-5)^{n-1}]}{3}$ (2)

• Nếu p là số nguyên tố khác 3 và 5 thì theo định lí Phecma nhỏ có $3(x_p + y_p) \vdots p \Rightarrow (x_p + y_p) \vdots p$.

Thử trực tiếp với $p = 3$ hoặc $p = 5$ ta đều có $x_p + y_p$ không chia hết cho p.

Kết luận : $p = 3$ hoặc $p = 5$.

Nhận xét. 1) Bài này được nhiều bạn tham gia giải với nhiều cách khác nhau. Điểm mấu chốt của bài toán là tính được tổng $x_n + y_n$ theo n. Có nhiều con đường để đi đến công thức (2)

2) Các bạn có lời giải tốt :

Dương Minh Tiến, 11T, THPT chuyên Nguyễn Bỉnh Khiêm, *Nguyễn Thanh Cường*, 12E, THPT Lợi Thuận, Bình Đại, **Bến Tre** ; *Võ Xuân Quang*, 10T, THPT Lê Khiết, **Quảng Ngãi** ; *Nguyễn Ngọc Quang Minh*, 12T, THPT Thăng Long, **Đà Lạt** ; *Nguyễn Phúc Ai*, 11A1, THPT Ngô Sĩ Liên, **Bắc Giang** ; *Phạm Quỳnh Anh*, 11T, THPT Trần Phú, **Hải Phòng**; *Lê Tuấn Quang*, THPT chuyên Phan Bội Châu, **Nghệ An**; *Bùi Xuân Vũ*, 12T, THPT chuyên **Hưng Yên** ; *Nguyễn Tường Huân*, 11 chuyên Lê Quý Đôn, **Đà Nẵng.**

ĐẶNG HÙNG THẮNG

Bài T9/327. *Các số thực dương a, b, c, d thỏa mãn $a \le b \le c \le d$ và $bc \le ad$. Chứng minh rằng*

$$a^b.b^c.c^d.d^a \ge a^d.b^a.c^b.d^c$$

Lời giải. (Của đa số các bạn)

Ta có $a^b b^c c^d d^a \geq a^d d^c c^b b^a$

$\Leftrightarrow \ln(a^b b^c c^d d^a) \geq \ln(a^d d^c c^b b^a)$

$\Leftrightarrow b\ln a + c\ln b + d\ln c + a\ln d$

$\geq d\ln a + c\ln d + b\ln c + a\ln b$

$\Leftrightarrow (d-b)(\ln c - \ln a) \geq (c-a)(\ln d - \ln b)$ (2)

Nếu $a = c$ hoặc $b = d$ thì (1) hiển nhiên đúng.

Xét $a \neq c$ và $b \neq d$. Khi đó

$$(2) \Leftrightarrow \frac{\ln c - \ln a}{c-a} \geq \frac{\ln d - \ln b}{d-b}$$

hay $$\frac{\ln\frac{c}{a}}{\left(\frac{c}{a}-1\right)a} \geq \frac{\ln\frac{d}{b}}{\left(\frac{d}{b}-1\right)b} \quad (3)$$

Xét hàm số $f(x) = \dfrac{\ln x}{x-1}$, $x \in (1, +\infty)$.

Ta có $f'(x) = \dfrac{x-1-x\ln x}{x(x-1)^2}$.

và hàm số $g(x) = x-1-x\ln x$ có $g'(x) < 0$ với $x > 1$. Suy ra $f'(x) < 0$ khi $x > 1$ và vì vậy hàm số $f(x)$ nghịch biến trong $(1, +\infty)$.

Suy ra $f\left(\dfrac{c}{a}\right) \geq f\left(\dfrac{d}{b}\right)$ (do $1 < \dfrac{c}{a} \leq \dfrac{d}{b}$))

hay $\dfrac{\ln\frac{c}{a}}{\left(\frac{c}{a}-1\right)} \geq \dfrac{\ln\frac{d}{b}}{\left(\frac{d}{b}-1\right)}$ và vì vậy

$$\frac{\ln\frac{c}{a}}{\left(\frac{c}{a}-1\right)a} \geq \frac{\ln\frac{d}{b}}{\left(\frac{d}{b}-1\right)b}$$

Từ đó suy ra điều phải chứng minh. Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $a = b$ và $c = d$.

Nhận xét. Bài toán này còn có nhiều cách giải khác, song tất cả đều dựa vào xét dấu hàm số tương ứng. Nhiều bạn đã có nhận xét rằng bài toán trên chính là trường hợp riêng (không cần điều kiện $bc \leq ad$) của bài 7.19 trong Tuyển tập "Các đề thi vô địch 19 nước".

NGUYỄN VĂN MẬU

Bài T10/327. *Xét hàm số* $f_n(x)=e^{-x}.\sum_{m=0}^{n}\frac{x^m}{m!}$, *trong đó x là số thực dương và n là số nguyên dương.*

1) Chứng minh rằng với mỗi số thực dương k với $0 < k < 1$ và mỗi số nguyên dương n thì phương trình $f_n(x) = k$ có nghiệm duy nhất.

2) Gọi α_n là nghiệm của phương trình trên. Tìm $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{1}{\alpha_n}$.

Lời giải. 1) Ta có

$$f'_n(x) = e^{-x}.\left(\sum_{m=0}^{n-1}\frac{x^m}{m!} - \sum_{m=0}^{n}\frac{x^m}{m!}\right) = -e^{-x}.\frac{x^n}{n!} < 0$$

với mọi $x > 0$.

Do đó $f_n(x)$ với $0 \leq x < +\infty$ là hàm số nghịch biến.

Chú ý $f_n(0) = 1$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} f_n(x) = 0$ do với mỗi $m \in N$ thì $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^m}{e^x} = 0$

Áp dụng Định lí Bônxanô–Côsi cho hàm số liên tục $f_n(x)$ ta suy ra với mọi $k \in (0, 1)$ tồn tại duy nhất một số $\alpha_n > 0$ mà $f_n(\alpha_n) = k$.

2) Chú ý rằng $k = f_n(\alpha_n) < f_{n+1}(\alpha_n)$ và $f_{n+1}(x)$ với $0 < x < +\infty$ là hàm số nghịch biến nên ta có $\alpha_n < \alpha_{n+1}$. Như vậy $0 < \alpha_1 < \alpha_2 < \alpha_3 < ...$

Tiếp theo ta sẽ chứng minh $\{\alpha_n\}_{n=1}^{\infty}$ là dãy số không bị chặn trên. (1)

Thật vậy : giả sử (1) không đúng, tức là dãy số $\{\alpha_n\}_{n=1}^{\infty}$ bị chặn trên. Khi đó tồn tại giới hạn hữu hạn $\lim\limits_{n\to+\infty}\alpha_n = \alpha$, $0 < \alpha < +\infty$. Một mặt

$$\lim_{n\to+\infty}\left(1+\frac{\alpha_n}{n}\right)^n = \lim_{n\to+\infty}\left(1+\frac{\alpha_n}{n}\right)^{\frac{n}{\alpha_n}.\alpha_n}$$

$$= e^{\alpha} \quad (2)$$

Mặt khác

$$\left(1+\frac{\alpha_n}{n}\right)^n = \sum_{m=0}^{n} C_n^m\left(\frac{\alpha_n}{n}\right)^m$$

$$= \sum_{m=0}^{n}\frac{n(n-1)...(n-m+1)}{m!}.\left(\frac{\alpha_n}{n}\right)^m$$

$$< \sum_{m=0}^{n}\frac{\alpha_n^m}{m!}$$

$$= e^{\alpha_n}.f_n(\alpha_n)=k.e^{\alpha_n} \to k.e^{\alpha} \text{ khi } n\to\infty \quad (3)$$

Ta thấy (2) và (3) mâu thuẫn với nhau vì $0 < k < 1$.

Vậy (1) đúng. Hệ quả là $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{1}{\alpha_n} = 0$.

Nhận xét. Đây là bài toán giải tích khó. Các bạn sau có lời giải tốt : **Bắc Giang :** *Thân Ngọc Thành*, 12A, THPT Ngô Sĩ Liên ; **Hòa Bình :** *Lưu Như Hòa*, 12T, THPT Hoàng Văn Thụ, TX Hòa Bình ; **Hưng Yên :** *Bùi Xuân Vũ*, 12T, THPT NK Hưng Yên ; **Vĩnh Phúc :** *Vũ Văn Quang*, 11A1, THPT NK Vĩnh Phúc ; **Nam Định :** *Nguyễn Quốc Khánh*, 12T, THPT Lê Hồng Phong ; **Cần Thơ :** *Võ Hoàng Hưng*, 12A1, THPT Lý Tự Trọng

NGUYỄN MINH ĐỨC

Bài T11/327. *Cho tam giác ABC với BC = a, CA = b, AB = c nội tiếp đường tròn bán kính R. Gọi l_a, l_b, l_c là độ dài ba đường phân giác và r_a, r_b, r_c là bán kính các đường tròn bàng tiếp tương ứng với các góc A, B, C. Chứng minh rằng:*

$$\frac{l_a^2 . l_b^2 . l_c^2}{a^2 b^2 c^2} \le \left(\frac{r_a + r_b + r_c}{6R}\right)^3$$

Lời giải. (Của bạn *Lê Đức Lợi*, 9[1], THCS Hồng Bàng, Q. 5, **TP Hồ Chí Minh**).

Trước hết xin nhắc lại hai đẳng thức quen thuộc trong tam giác.

$$\cos A + \cos B + \cos C = 1 + \frac{r}{R} \qquad (1)$$

$$r_a + r_b + r_c = 4R + r \qquad (2)$$

Trở lại việc chứng minh bài toán :

Ta có :

$$l_a = \frac{2bc\cos\frac{A}{2}}{b+c} \le \frac{2bc\cos\frac{A}{2}}{2\sqrt{bc}} = \sqrt{bc}\cos\frac{A}{2}$$

$$\Rightarrow l_a^2 \le bc\cos^2\frac{A}{2} = bc\frac{1+\cos A}{2}$$

Tương tự, ta có :

$$l_b^2 \le ca\frac{1+\cos B}{2} \quad ; \; l_c^2 \le ab\frac{1+\cos C}{2}$$

Sử dụng BĐT Cô-si thì :

$$l_a^2 l_b^2 l_c^2 \le \frac{1}{8}a^2b^2c^2(1+\cos A)(1+\cos B)(1+\cos C)$$

$$\le \frac{1}{8}a^2b^2c^2\left(\frac{1+\cos A+1+\cos B+1+\cos C}{3}\right)^3$$

$$= \frac{1}{8}a^2b^2c^2\left(\frac{4+\frac{r}{R}}{3}\right)^3 \text{ (theo (1))}$$

$$= \frac{1}{8}a^2b^2c^2\left(\frac{4R+r}{3R}\right)^3$$

$$= a^2b^2c^2\left(\frac{r_a+r_b+r_c}{6R}\right)^3 \text{ (theo (2))}$$

Suy ra : $\dfrac{l_a^2 l_b^2 l_c^2}{a^2b^2c^2} \le \left(\dfrac{r_a+r_b+r_c}{6R}\right)^3$

Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow \Delta ABC$ đều.

Nhận xét. 1) Đây là bài toán dễ, rất nhiều bạn tham gia giải và đều giải đúng. Tuy nhiên, một số bạn giải quá dài.

2) Bạn *Lương Xuân Bách*, 12T, THPT chuyên Hưng Yên đã đề xuất và chứng minh khá ngắn gọn một BĐT mạnh hơn :

$$\frac{l_a^2}{bc} + \frac{l_b^2}{ca} + \frac{l_c^2}{ab} \le \frac{r_a + r_b + r_c}{2R}$$

3) Các bạn sau đây có lời giải tốt :

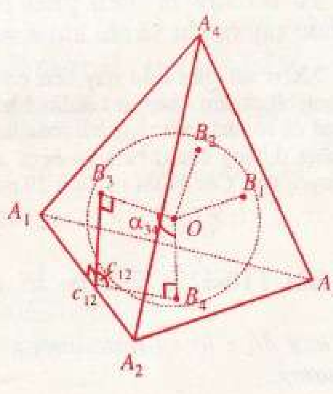
Hà Tĩnh : *Hoàng Minh Đức*, 11T, THPT NK Hà Tĩnh; **Nghệ An :** *Lê Vũ Hoài Nam*, 10A1, *Cao Xuân Sáng*, 11A2, THPT Phan Bội Châu, TP Vinh ; **Thanh Hóa :** *Bùi Khắc Kiến*, 11t, THPT Lam Sơn ; **Đồng Nai:** *Tạ Quang Hiển*, 12T, THPT Lương Thế Vinh ; **Quảng Ngãi:** *Trần Lương Khiêm*, 10t, THPT chuyên Lê Khiết ; **Phú Thọ :** *Lê Bá Long*, 11T, THPT chuyên Hùng Vương, Việt Trì ; **Yên Bái :** *Nguyễn Thế Anh*, 12T, THPT chuyên Nguyễn Tất Thành ; **Hà Nội :** *Hà Minh Tuấn*, 10A, PTCTT, ĐHKHTN–ĐHQG Hà Nội.

NGUYỄN MINH HÀ

Bài T12/327. *Cho tứ diện $A_1A_2A_3A_4$ ngoại tiếp mặt cầu tâm O. Gọi B_i là tiếp điểm của mặt cầu với mặt đối diện với đỉnh A_i (i = 1, 2, 3, 4). Chứng minh rằng trong các góc tạo bởi mỗi cặp cạnh OB_1, OB_2, OB_3, OB_4 thì tồn tại một góc α có $\sin\alpha \le \dfrac{2\sqrt{2}}{3}$.*

Lời giải. (Của *Nguyễn Quang Huy*, 11A1, THPT chuyên Hùng Vương, Việt Trì, **Phú Thọ**)

Gọi S_i là diện tích $\Delta A_jA_kA_l$, đối diện với đỉnh A_i ; $\{i, j, k, l\} = \{1, 2, 3, 4\}$ và $c_{ij} = \widehat{A_iA_j}$.



Gọi (A_k, A_l) là độ lớn nhị diện cạnh A_iA_j của tứ diện $A_1A_2A_3A_4$.

Mặt cầu tâm O chính là mặt cầu nội tiếp tứ diện $A_1A_2A_3A_4$, tiếp xúc với $(A_jA_kA_l)$ ở B_i và do đó mặt phẳng (OB_iB_j) vuông góc với cạnh A_kA_l. Đặt $\alpha_{ij} = \widehat{B_iOB_j}$ và gọi $\widehat{B_iC_{kl}B_j} = c_{kl}$ là góc phẳng nhị diện cạnh A_kA_l, do đó : $\alpha_{ij} + c_{kl} = \pi$, $\sin c_{kl} = \sin\alpha_{ij}$ (trên hình vẽ biểu diễn $\widehat{B_3C_{12}B_4} = c_{12}$ là góc phẳng nhị diện cạnh A_1A_2) ; $\widehat{B_3OB_4} = \alpha_{34} = \pi - c_{12}$)

Với kí hiệu như trên, theo công thức hình chiếu ta có :

$S_i = S_j\cos c_{kl} + S_k\cos c_{jl} + S_l\cos c_{jk}$; $\{i, j, k, l\} = \{1, 2, 3, 4\}$.

Cụ thể là : $S_1 = S_2\cos c_{34} + S_3\cos c_{24} + S_4\cos c_{23}$ và 3 hệ thức tương tự.

Cộng theo từng vế các đẳng thức này ta được :

$S_1 + S_2 + S_3 + S_4 = \Sigma(S_i + S_j)\cos c_{kl}$ (trong tổng này có tất cả 6 số hạng).

Từ đó suy ra hệ thức sau :

$\Sigma(S_i + S_j)(\cos c_{kl} - \frac{1}{3}) = 0$. Cụ thể là :

$$(S_1+S_2)\left(\cos c_{34}-\frac{1}{3}\right)+(S_1+S_3)\left(\cos c_{24}-\frac{1}{3}\right)+$$
$$+(S_1+S_4)\left(\cos c_{23}-\frac{1}{3}\right)+(S_2+S_3)\left(\cos c_{14}-\frac{1}{3}\right)$$
$$+(S_2+S_4)\left(\cos c_{13}-\frac{1}{3}\right)+(S_3+S_4)\left(\cos c_{12}-\frac{1}{3}\right)$$
$$=0 \qquad (*)$$

Đẳng thức (*) chứng tỏ rằng tồn tại (ít nhất) một góc $\gamma \in \{c_{12}, c_{13}, c_{14}, c_{23}, c_{24}, c_{34}\}$ sao cho $\cos\gamma - \frac{1}{3} \geq 0$, hay là $\cos\gamma \geq \frac{1}{3}$ và do đó $\sin^2\gamma \leq \frac{8}{9}$ hay $\sin\gamma \leq \frac{2\sqrt{2}}{3}$, cũng tức là tồn tại (ít nhất) một góc $\alpha \in \left\{\alpha_{ij} = \widehat{B_iOB_j}\right\}$ sao cho $\sin\alpha \leq \frac{2\sqrt{2}}{3}$. Đó là điều phải chứng minh.

Nhận xét. 1) Theo cách chứng minh trên, chúng ta còn thu được một tính chất về các góc nhị diện của một tứ diện bất kì. Đó là tính chất sau : Trong bất kì một tứ diện nào cũng tồn tại (ít nhất) một góc nhị diện không lớn hơn $\gamma_0 = \arccos\frac{1}{3}$, đồng thời cũng tồn tại một góc nhị diện không nhỏ hơn $\gamma_0 = \arccos\frac{1}{3}$.

Cũng từ hệ thức (*) ta suy ra rằng : Độ lớn các góc nhị diện của một *tứ diện đều* là $\gamma_0 = \arccos\frac{1}{3}$. (Bằng tính toán trực tiếp ta cũng tìm được kết quả này).

2) Số bạn tham gia giải bài này không nhiều và thường phải tính toán khá phức tạp, thậm chí dùng cả những BĐT đại số ngoài chương trình toán bậc THPT.

Lời giải nêu trên của bạn *Nguyễn Quang Huy* và một vài bạn khác là ngắn gọn và đặc sắc hơn cả. Một số bạn sử dụng *định lí con nhím* (có nội dung là hệ thức $\sum_{i=1}^{4} S_i.\overrightarrow{OB_i} = \vec{0}$) cũng đi đến kết quả nhưng tính toán dài dòng hơn.

3) Các bạn sau đây cũng có lời giải tương đối gọn gàng:

Hưng Yên: *Vũ Mạnh Tuấn*, 11 Toán, *Lương Xuân Bách*, 12 Toán, THPT chuyên Hưng Yên ; **Hải Dương :** *Nguyễn Anh Tuấn*, 11 Toán, *Phạm Trường Xuân*, 10T, THPT Nguyễn Trãi, TP Hải Dương ; **Nam Định :** *Nguyễn Văn Đỉnh*, 12I, THPT Giao Rhuy A ; **Hòa Bình :** *Lưu Như Hòa*, 12 Toán, THPT Hoàng Văn Thụ ; **Thừa Thiên – Huế :** *Trần Ngọc Hải*, 11 Toán, Quốc học Huế, TP Huế ; **Đà Nẵng :** *Nguyễn Tường Huân*, 11/1, *Nguyễn Tiến Lâm*, 12A1, THPT Lê Quý Đôn.

NGUYỄN ĐĂNG PHẤT

Bài L1/327. *Một thanh đồng chất, tiết diện đều, chiều dài $AB = l$ có một phần BC nằm ngang trên bàn như hình vẽ.*

Để giữ được thanh ở vị trí cân bằng, cần phải tác dụng lực $\vec{F}$ theo phương thẳng đứng vào đầu A của thanh với các giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của F thỏa mãn điều kiện $\frac{F_{max}}{F_{min}} = 1,25$. Hãy xác định phần chiều dài BC của thanh nằm trên bàn.

Lời giải. Gọi chiều dài phần BC nằm trên bàn là x. Lực tác dụng nhỏ nhất F_{min} vào thanh để thanh nằm cân bằng ứng với trường hợp thanh có điểm tựa là mép bàn. Chọn trục quay đi qua mép bàn C, khi đó điều kiện để thanh cân bằng là :

$$F_{min}(l-x)+\frac{M}{l}(l-x)g\frac{(l-x)}{2}=\frac{x}{l}Mg\frac{x}{2} \quad (1)$$

với M là khối lượng của than, $\frac{M}{l}(l-x)$ là khối lượng phần AC. Lực tác dụng lớn nhất F_{max} ứng với trường hợp thanh tựa trên bàn ở đầu B của nó, khi đó :

$$F_{\max}.l = Mg\frac{l}{2} \qquad (2)$$

Từ (1), (2) và biết $\frac{F_{\max}}{F_{\min}}=1,25$, tìm được

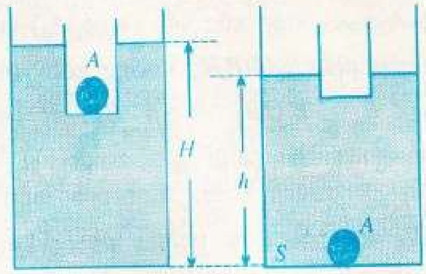
$x = \frac{l}{6}$.

Nhận xét. Các bạn có lập luận đầy đủ và đúng :

Phú Thọ : *Nguyễn Hữu Toản, Ngô Huy Cừ*, 10CL, THPT Hùng Vương, Việt Trì ; **Vĩnh Phúc :** *Nguyễn Đức Trọng*, 10A3, *Bùi Anh Quân, Lương Văn Thưởng*, 11A3, *Nguyễn Thị Phương Dung*, 12A3, *Trần Văn Ba*, 12A2, THPT ch Vĩnh Phúc ; **Hà Tây :** *Lê Minh Quang*, 11A2, THPT chuyên Nguyễn Huệ ; **Bắc Ninh :** *Nguyễn Văn Ngọc, Nguyễn Công Dương*, 11 Lí, THPT chuyên Bắc Ninh ; **Bắc Giang :** *Đỗ Văn Tuân*, 11B, *Dương Trung Hiếu*, 12B, THPT NK Ngô Sĩ Liên ; **Bình Định:** *Lê Minh Thức*, 11L, THPT ch Lê Quý Đôn ; **TP Hồ Chí Minh :** *Trần Nhật Tuấn*, 11A1, THPT Bùi Thị Xuân ; **Hà Tĩnh :** *Trần Trọng Tuân*, Lí K9, *Vương Quang Hùng*, 11 Lí, THPT NK Hà Tĩnh ; **Hưng Yên :** *Nguyễn Mạnh Tuấn*, 12 Lí, THPT chuyên Hưng Yên ; **Hải Dương :** *Nguyễn Đình Lộc*, 10 Lí, THPT Nguyễn Trãi ; **Thái Nguyên :** *Ngô Thu Hà*, Lí 11 K15, THPT chuyên Thái Nguyên, **Thanh Hóa :** *Lê Quang Linh*, Lí 11 K1, THPT Lam Sơn; **Hà Nội :** *Trịnh Trọng Thành*, 10A chuyên Lí ĐHKHTN – ĐHQG Hà Nội ; **Quảng Ngãi :** *Đặng Đình Nhất*, 12 Lí, THPT chuyên Lê Khiết ; **Nghệ An :** *Phan Duy Tùng*, 11A6, THPT chuyên Phan Bội Châu, *Nguyễn Hoàng Vinh*, 45A3, khối chuyên ĐH Vinh ; **Quảng Trị :** *Lê Thanh Tú Nhân*, 11 lí, THPT chuyên Lê Quý Đôn ; **Gia Lai :** *Lê Thanh Cường*, 12C4, THPT Hùng Vương, Pleiku ; **Khánh Hòa :** *Nguyễn Ngọc Kì Nam*, 10 Lí, THPT Lê Quý Đôn, Nha Trang ; **Hà Nam :** *Nguyễn Đức Bình*, 12A2, THPT chuyên Hà Nam ; **Đăk Lăk :** *Nguyễn Thành Nội*, 11CT, THPT Nguyễn Du, Buôn Ma Thuột ; **Thái Bình :** *Trần Trung Kiên*, 12 Lí, THPT chuyên Thái Bình ; **Quảng Bình :** *Lê Vũ Hoàng*, 11N, THPT số 1, Bố Trạch.

MAI ANH

Bài L2/327. *Một cốc đựng một hòn sỏi A có khối lượng m_A = 48gam và khối lượng riêng là $\rho_A = 2.10^3$ kg/m³. Thả cốc vào một bình đựng chất lỏng B có khối lượng riêng ρ_B = 800 kg/m³ thì thấy độ cao của chất lỏng trong bình là H = 20cm (hình 1). Lấy hòn sỏi A ra khỏi cốc rồi thả nó vào bình chất lỏng (hình 2) thì thấy độ cao của chất lỏng trong bình bây giờ là h. Hãy xác định h, biết rằng bình đựng chất lỏng có dạng hình trụ, với đáy có diện tích S = 40cm².*



Hình 1 *Hình 2*

Lời giải. Ở hình 1 ta có :

Lực đẩy Ac-si-met lên cốc có sỏi là :

$F_A = \rho_B v_1 g$ (1), với v_1 là thể tích khối nước bị chiếm chỗ. Vì cốc nổi nên :

$$F_A = P_{cốc} + P_{sỏi} \qquad (2)$$

$$SH = V_{lỏng} + v_1 \qquad (3)$$

Ở hình 2 ta có :

$$F'_A = \rho_B v_2 g = P_{cốc} \qquad (4)$$

và $Sh = V_{lỏng} + v_2 + V_{sỏi}$ với $V_{sỏi} = \frac{m_A}{\rho_A}$ (5)

Từ (1), (2), (3) (4) và (5) tìm được :

$$h = H - \frac{m_A}{S}\left(\frac{1}{\rho_B} - \frac{1}{\rho_A}\right) \approx 0,191(\text{m}) \approx 9,1(\text{cm}).$$

Nhận xét. Các bạn có lời giải đầy đủ và đáp số đúng :

Bà Rịa – Vũng Tàu : *Nguyễn Thanh Hoàng*, 10 Lí, THPT chuyên Lê Quý Đôn ; **Vĩnh Phúc :** *Lương Văn Thưởng*, 11A3, *Nguyễn Văn Linh*, 12A3, THPT chuyên Vĩnh Phúc ; **Bắc Ninh :** *Nguyễn Công Dương*, 11 Lí, THPT chuyên Bắc Ninh ; **Hải Dương :** *Phạm Văn Dương*, 11K, THPT Kim thành, *Trịnh Trọng Thành*, 10A chuyên Lí, ĐHKHTN – ĐHQG ; **Thái Nguyên :** *Ngô Thu Hà*, Lí 11, THPT chuyên Thái Nguyên ; **Đồng Tháp :** *Thái Phan*, 12T, THPT TX Sa Đéc ; **Hưng Yên :** *Nguyễn Tuấn Anh*, 12 Lí, THPT chuyên Hưng Yên ; **Bình Định :** *Đinh Thành Quang*, 10 Lí, THPT Lê Quý Đôn, Quy Nhơn ; **Đăk Lăk :** *Nguyễn Chí Linh*, 12A12, THPT Phan Bội Châu, Krông Năng ; **TP Hồ Chí Minh:** *Trần Nhật Tuấn*, 12A1, THPT Bùi Thị Xuân ; **Tiền Giang :** *Nguyễn Vĩnh Phúc*, 12A18, THPT Chợ Gạo ; **Hà Nam :** *Nguyễn Đức Bình*, 12 chuyên Lí, THPT chuyên Hà Nam ; **Đà Nẵng :** *Trần Minh Hòa*, 12³, THPT Phan Châu Trinh ; **Hà Tĩnh:** *Nguyễn Văn Dũng*, 11 Lí, THPT chuyên Hà Tĩnh ; **Thanh Hóa :** *Vũ Thị Thanh Huyền*, 11B1, THPT Hoằng Hóa 2 ; **Nghệ An :** *Nguyễn Thanh Nhàn*, 11G, THPT Nghĩa Đàn ; **Quảng Ngãi :** *Nguyễn Mạnh Tuấn*, 12 Lí, THPT chuyên Lê Khiết ; **Quảng Nam:** *Nguyễn Duy Phúc*, 11/2, THPT chuyên Quảng Nam ; **Phú Thọ :** *Đặng Tiến Sinh*, 11A3, THPT Công nghiệp Việt Trì.

MAI ANH

CUỘC THI OLYMPIC KHOA HỌC QUỐC TẾ (IJSO) LẦN THỨ NHẤT

LÊ HÙNG SƠN – VŨ KIM THỦY

Cuộc thi có tên gọi là THE FIRST INTERNATIONAL JUNIOR SCIENCE OLYMPIAD (viết tắt IJSO) diễn ra tại Jakarta, thủ đô nước Cộng hòa Inđônêsia từ ngày 5 đến 14 tháng 12 năm 2004. Có 30 đoàn của 30 nước và lãnh thổ tham gia gồm : Anbani, Agiecbaigian, Bôlivia, Brazin, Brunây, Campuchia, Đài Loan, Crôatia, Extônia, Đức, Gana, Hungari, Ấn Độ, Iran, Inđônêsia (2 đoàn), Ailen, Kagiacxtan, Kênya, Hàn Quốc, Mêhicô, Mônđôva, Nigiêria, Philippin, Rumani, Nga, Secbi và Môntênêgrô, Slôvakia, Sri Lanca, Thái Lan và Việt Nam. Đoàn Iran chỉ có 2 quan sát viên, không có học sinh tham gia. Đoàn Thái Lan có 11 quan sát viên. Đoàn Anbani có 3 học sinh, Hungari có 4 học sinh, Ailen có 5 học sinh, Sri Lanca có 5 học sinh, Đài Loan có 4 quan sát viên. Còn lại mỗi đoàn có 6 học sinh và từ 1 đến 2 lãnh đội (leader), 1 đến 2 quan sát viên (observer). Đoàn Việt Nam gồm 6 học sinh THCS : Lê Thu Quỳnh, Nguyễn Tuấn Linh, Nguyễn Bảo Ngân, Nguyễn Thúy Linh Hương, Lê Ngọc Hải, Nguyễn Tụ Anh do TSKH Lê Hùng Sơn (Trường ĐHBK Hà Nội) làm trưởng đoàn, thầy giáo Đoàn Văn Tề (Sở Giáo dục Hà Nội), cô giáo Nguyễn Thị Thanh Lan (tổ trưởng Ngoại ngữ trường THCS Giảng Võ), ThS Vũ Kim Thủy (Thư kí Tòa soạn Toán học Tuổi trẻ), CN Lê Vĩnh Thọ (Ủy viên BCH Hội Toán học Hà Nội) tham gia đoàn. Trước cuộc thi, Hội Toán học Hà Nội và Sở Giáo dục Hà Nội phối hợp tuyển chọn học sinh, bồi dưỡng 1 tháng các môn Lý, Hóa, Toán và lo kinh phí cho chuyến đi. Nước chủ nhà đài thọ vé đi về cho 2 người và ăn ở cho 6 người. Vé đi về và nơi ăn ở của 3 người còn lại do Hội Toán học Hà Nội và Sở Giáo dục Hà Nội lo xin từ kinh phí TP Hà Nội và các cơ quan tài trợ.

Các thầy giáo được bố trí ở khách sạn Shangrilla còn học sinh ở khách sạn Hilton cách không xa. Mỗi đoàn học sinh có một thầy có nước chủ nhà quản lí từ lúc mới sang cho đến ngày bế mạc cuộc thi. Trong những ngày đó các lãnh đội và học sinh không thể liên lạc được với nhau.

Các chủ đề được thông báo trước gồm 24 nội dung thuộc các lĩnh vực Toán, Lý, Hóa, Sinh, Môi trường, Sức khỏe, Luật pháp, Thiên văn... có thể ra trong đề thi.

Ngày 5.12.2004 các đoàn đăng kí với Ban Tổ chức. Ngày 6.12.2004 Lễ khai mạc được diễn ra ngay trong Hội trường thuộc Dinh Tổng thống. Tổng thống Inđônêsia Susilo Bambang Yudhoyono đọc diễn văn khai mạc. Sau đó ông bắt tay và chụp ảnh với từng người. Cuối buổi lễ tổng thống chiêu đãi ngay trong Dinh Tổng thống.

Đêm 6.12.2004 thảo luận về đề thi. Ngày 7.12.2004 học sinh làm bài Trắc nghiệm chung 25 câu, tổng 50 điểm.

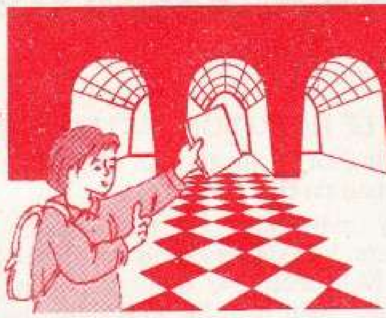
Ngày 9.12.2004 học sinh làm bài tự luận lí thuyết gồm 3 bài Lý, Hóa, Sinh có nhiều câu hỏi, tổng 30 điểm.

Ngày 11.12.2004 học sinh làm bài thi thực hành gồm 2 câu, tổng 20 điểm. Trong khi học sinh thi thì thầy giáo thảo luận đề cho buổi thi sau, kết hợp với đi tham quan. Lãnh đội và quan sát viên cùng chấm bài. Sau mỗi bài thi, học sinh đi tham quan. Ngày 12.12.2004 bài được chấm phúc khảo và 13.12.2004 tổng kết trao giải. Học sinh Việt Nam có kết quả đồng đều ở bài Thực hành. Các đoàn Inđônêsia, Đài Loan, Thái Lan, Nga, Kagiacxtan, Hàn Quốc có Huy chương Vàng. Kết quả của các nước nói chung không cao. Kết quả của học sinh Việt Nam như sau :

Họ và tên	*Ngày sinh*	*Trường*	*Huy chương*
Nguyễn Tuấn Linh	21.01.1991	Marie Quyri	Bạc
Nguyễn Bảo Ngân	03.03.1990	Trưng Vương	Bạc
Lê Thu Quỳnh	16.01.1990	Ngô Sĩ Liên	Bạc
Nguyễn Thúy Linh Hương	05.10.1990	Lômônôxốp	Đồng
Lê Ngọc Hải	07.06.1990	Ngô Sĩ Liên	Đồng
Nguyễn Tụ Anh	26.06.1990	Nguyễn Trường Tộ	Đồng

(Xem tiếp trang 30)

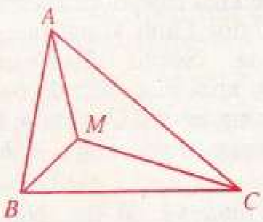
GIỚI THIỆU VỀ TOÁN HỌC CAO CẤP



BÀI TOÁN MẠNG TỐI ƯU CỦA STEINER

VŨ ĐÌNH HÒA
(GV Trường ĐHSP Hà Nội)

Vấn đề sau đây được Fermat, nhà toán học Pháp nổi tiếng, đề ra trong *Chuyên luận về tối thiểu và tối đa (Treatise on Minimal and Maximal)*, cụ thể là như sau : "*Cho trước ba điểm trong mặt phẳng. Hãy tìm điểm thứ tư (nếu có thể) sao cho tổng khoảng cách từ điểm này tới ba điểm cho trước là nhỏ nhất*".



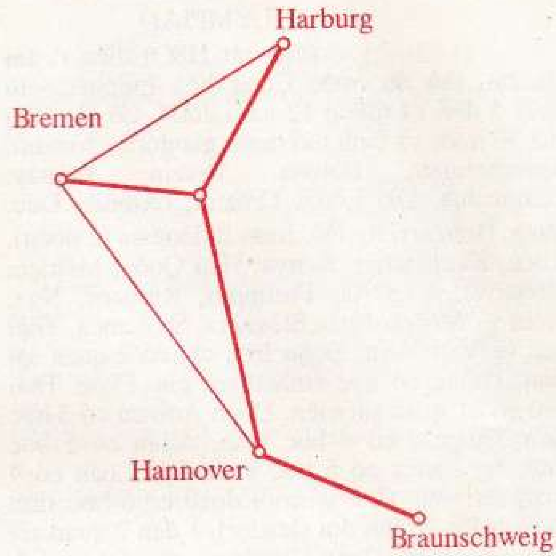
Hình 1 : Điểm Torricelli của tam giác ABC

Bài toán của Fermat được Torricelli, học trò của Galileo, giải vào quãng năm 1640. Điểm thứ tư cần tìm trong bài toán Fermat được mang tên là điểm Torricelli của tam giác tạo bởi ba điểm đã cho. Đó là điểm nhìn ba cạnh của tam giác tạo bởi ba điểm đã cho dưới cùng một góc 120° nếu như tam giác tạo thành có ba góc nhỏ hơn 120° (h. 1), và nó là đỉnh góc tù nếu như tam giác đó có một góc không nhỏ hơn 120°.

Sau hàng trăm năm, bài toán của Fermat được phát hiện lại trong một khía cạnh mới bởi nhiều nhà toán học khác. Người ta xét bài toán Fermat tổng quát như sau:

Bài toán Fermat: *Cho trước n điểm (n > 1) trong mặt phẳng. Hãy tìm một điểm (nếu có thể) sao cho tổng khoảng cách từ điểm này tới các điểm cho trước là nhỏ nhất.*

Điểm cần tìm được gọi là điểm Torricelli của hệ *n* điểm cho trước. Boltyanski, Scriba, Schreiber và Wesolowsky đã viết về lịch sử của bài toán Fermat. Vào thế kỉ XIX Stây-ne (Steiner) đã tổng quát bài toán của Fermat bằng cách yêu cầu xét một điểm cần tìm. Quãng 100 năm sau, Courant và Robin đã ghi chú về bài toán tổng quát này như sau :



Hình 2 : Đường nét đậm là tuyến đường sắt tối ưu nối bốn thành phố của Đức

"Một vấn đề rất giản đơn nhưng lại rất có tính kiến thiết được nêu ra bởi Jacob Steiner, một đại diện nổi tiếng của trường phái hình học Berlin, vào đầu thế kỉ 19. Ba làng A, B và C được nối với nhau bởi một hệ thống đường giao thông sao cho tổng độ dài của chúng là nhỏ nhất". Thực ra, ngay từ thời Gauss, người ta đã biết tới những loại bài toán kiểu như thế này. Trong một bức thư gửi cho một người bạn của mình tên là Schumacher, Gauss có viết :

"Nếu đề cập tới vấn đề thiết kế một mạng giao thông tối ưu cho các đỉnh một tứ giác, thì ta gặp phải một bài toán thật sự thú vị, mà tôi đã biết tới nó khi phải thiết kế các tuyến đường sắt nối các thành phố Harburg, Bremen, Hannover và Braunschweig..."

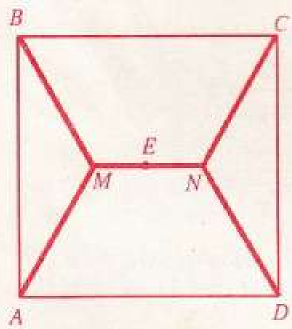
Trong cuốn sách *Toán học là gì ?* (What is Mathematics ?) của Robbins và Courant xuất bản năm 1941, bài toán của Gauss được công bố dưới tên của Steiner.

Bài toán Steiner: *Cho trước n điểm (n > 1) trên mặt phẳng, hãy tìm mạng giao thông gồm các đường nối các điểm này với nhau sao cho hai điểm bất kì có đường nối với nhau mà tổng độ dài các đường thẳng của mạng là nhỏ nhất.*

Bài toán của Steiner với tập hợp gồm 3 điểm cho trước chính là một trường hợp riêng của bài toán Fermat. Thế nhưng, với tập hợp có 4 điểm, ta thấy rằng bài toán Steiner không còn là bài toán Fermat nữa mà nó có một màu sắc hoàn toàn khác.

Chính Robbins và Courant cũng không hề đề cập tới bài toán Fermat như trường hợp riêng của bài toán Steiner với $n = 3$, cũng như không đề cập gì tới bài toán của Gauss khi $n = 4$. Cũng do sự hấp dẫn và sự phổ cập của cuốn sách của họ, mà bài toán được đặt ra thật sự trở thành "Vấn đề Steiner" và mối quan tâm tới bài toán này được thổi bùng lên.

Bài toán mà Gauss đặt ra cho hệ thống tuyến đường sắt nối các thành phố Harburg, Bremen, Hannover và Braunschweig được một kĩ sư người Đức tên là Bopp giải quyết một cách triệt để. Trong hình 2, chúng ta đã thấy lời giải của bài toán này. Hệ thống đường sắt tối ưu được bổ sung thêm một điểm, điểm Torricelli của tam giác với ba đỉnh là ba thành phố Harburg, Bremen, Hannover, còn Braunscheweig được nối với Hannover bởi một tuyến đường sắt chạy thẳng.



Hình 3 : Đường nét đậm là mạng tối ưu nối 4 đỉnh hình vuông

Tuy nhiên, trong trường hợp 4 điểm cho trước là đỉnh của một hình vuông, thì mạng tối ưu của bài toán Steiner lại khác. Trong hình 3, chúng ta thấy một mạng tối ưu (không kể việc quay quanh tâm hình vuông một góc 90°) gồm các đoạn thẳng *MA, MB, NC, ND, MN* nối bốn đỉnh hình vuông với hai điểm Torricelli *M* và *N* của hai tam giác *ABE* và *CDE* (tạo bởi 2 đỉnh và tâm của hình vuông). Nói chung, bài toán Steiner là một bài toán khó.

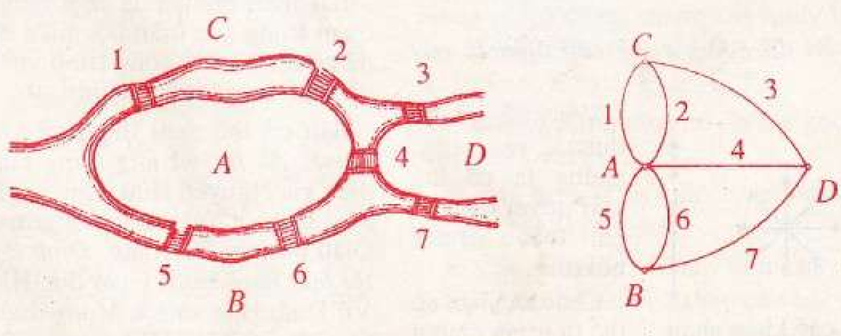
Vào năm 1961, Melzak là người đầu tiên đã nêu lên những tính chất cơ sở để xác định mạng giao thông tối ưu cho bài toán Steiner n điểm bất kì. Một tổng quan về bài toán Steiner trên mặt phẳng Euclide được đưa ra bởi Gilbert và Pollak trong năm 1968.

Điều bất ngờ nhất khi giải bài toán Steiner là hình học thuần túy không giúp giải quyết triệt để bài toán này mà chúng ta phải sử dụng tới một mô hình toán học khác : *lý thuyết graph* (cũng có người gọi là *lí thuyết đồ thị*).

Một graph được hiểu là một bộ gồm hai tập hợp : tập hợp đỉnh và tập hợp các cạnh nối chúng. Graph thường được biểu diễn trên mặt phẳng bằng cách coi mỗi đỉnh là một điểm của mặt phẳng và cạnh là các đoạn thẳng hoặc các đường liên tục nối các điểm đó. Từ vài trăm năm trước đây người ta đã biết tới những vấn đề của lí thuyết graph. Chúng được gắn với các tên tuổi lớn như Euler, Gauss, Hamilton... Chẳng hạn, ngay từ năm 1736, Euler đã giải quyết bài toán 7 cây cầu ở thành phố Königsberg.

Ví dụ 1. *Người dân ở thành phố Königsberg đặt câu hỏi :"Liệu có thể đi qua bảy câu cầu của thành phố (xem hình 4) sao cho mỗi cây cầu chỉ được đi qua đúng một lần mà không đi lặp lại đoạn đường nào hay không ?*

Một trong những loại graph đặc biệt có nhiều ứng dụng nhất trong khoa học kĩ thuật cũng như trong đời sống được gọi là *cây*. *Cây* là một



Hình 4 : Bảy cây cầu ở thành phố Königsberg và biểu diễn graph của nó

ĐỀ THI GIẢI TOÁN TRÊN MÁY TÍNH BỎ TÚI QUA TẠP CHÍ TOÁN HỌC VÀ TUỔI TRẺ

A. ĐỀ DÀNH CHO THCS (1.05)

Bài 6. CS. Tính gần đúng giá trị của biểu thức $M = a^4 + b^4 + c^4$ nếu $a+b+c = 3$, $ab = -2$, $b^2+c^2 = 1$.

Bài 7. CS. Đa thức $P(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ có giá trị bằng 5, 4, 3, 1, - 2 lần lượt tại $x = 1, 2, 3, 4, 5$. Tính giá trị của a, b, c, d, e và tính gần đúng các nghiệm của đa thức đó.

Bài 8. CS. Cho bốn điểm A, B, C, E trên đường tròn tâm O bán kính $1dm$ sao cho AB là đường kính, $OC \perp AB$ và CE đi qua trung điểm của OB. Gọi D là trung điểm của OA. Tính diện tích tam giác CDE và tính gần đúng góc CDE (độ, phút, giây).

Bài 9. CS. Tứ giác $ABCD$ nội tiếp được trong một đường tròn và có các cạnh AB = 5dm, BC = 6dm, CD = 8dm, DA = 7dm. Tính gần đúng bán kính đường tròn nội tiếp, bán kính đường tròn ngoại tiếp và góc lớn nhất (độ, phút, giây) của tứ giác đó.

Bài 10. CS. Dãy số a_n được xác định như sau: $a_1 = 1$, $a_2 = 2$, $a_{n+2} = \frac{1}{3}a_{n+1} + \frac{1}{2}a_n$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

Tính tổng của 10 số hạng đầu của dãy số đó.

B. ĐỀ DÀNH CHO THPT (1.05)

Bài 6. PT. Cho $x > 0$, $y > 0$ và $x + y = 5$. Tính gần đúng giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = (x^5 + 5)(y^5 + 5)$.

Bài 7. PT. Diện tích phần chung của hình tròn tâm A và hình tròn tâm B bằng nửa diện tích hình tròn tâm B. Điểm A nằm trên đường tròn tâm B. Tính gần đúng tỉ số diện tích của hình tròn tâm A và hình tròn tâm B.

Bài 8. PT. Tính gần đúng diện tích tứ giác $ABCD$ biết rằng AB = 5m, BC = 6m và $\hat{A}=2\hat{B}=3\hat{C}=4\hat{D}$.

Bài 9. PT. Dãy số a_n được xác định như sau:

$$a_1=1,\ a_2=2,\ a_3=2,\ a_{n+3} = \frac{1}{3}a_{n+2} + \frac{1}{2}a_{n+1} + a_n$$

với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

Tính giá trị số hạng thứ 15 của dãy số đó.

Bài 10. PT. Tính gần đúng các nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} x^4 + xy - \dfrac{2}{y} = 5 \\ y^4 + xy - \dfrac{2}{x} = 5 \end{cases}$$

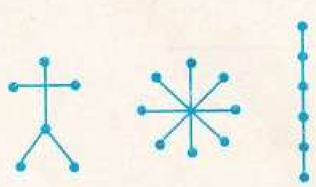
*• **Quy ước :** Ghi phương pháp giải vắn tắt, công thức, phím bấm và kết quả của từng bài. Nếu kết quả là số hữu tỉ thì phải ghi kết quả dưới dạng số nguyên hoặc phân số. Nếu kết quả là số vô tỉ thì phải ghi kết quả dưới dạng số thập phân gần đúng có 10 chữ số.*

• Nhận bài giải gửi trước ngày 15.2.2005 theo dấu Bưu điện. Các bạn học lớp 10 được dự thi phần THCS. Ghi rõ sử dụng máy tính loại nào. Ngoài phong bì ghi rõ : THI GIẢI TOÁN TRÊN MÁY TÍNH BỎ TÚI tháng 1 năm 2005

---

graph mà từ một đỉnh tùy ý chỉ có một cách đi duy nhất theo cạnh của cây để tới một đỉnh khác của cây.

Ví dụ 2. *Sơ đồ mạng cung cấp điện là cây* (h.5).



Hình 5 : Ba cây khác nhau

Với những kiến thức về cây, chúng ta có thể giải quyết triệt để bài toán Steiner nói trên.

Chúc các bạn có thể tự mình chứng minh bài toán của Torricelli và xác định mạng tối ưu nối 4 đỉnh của một hình vuông cho trước.

Bài toán Steiner là một trong những vấn đề quan trọng của toán học hiện đại. Hiện nay tuy đã có tới 10.000 công trình viết về nó nhưng nó vẫn còn là một vấn đề thời sự.

Bạn có thể xem thêm về vấn đề này tại *Lí thuyết đồ thị và ứng dụng* của Claude Berge, dịch giả Nguyễn Hữu Nguyên, Nguyễn Văn Vy, *Một số kiến thức cơ sở về graph hữu hạn*, NXB Giáo dục tại Đà Nẵng, *Định lí và vấn đề về đồ thị hữu hạn*, NXB Giáo dục Hà Nội của tác giả Vũ Đình Hòa và bài *Mạng đường tối ưu, Tuyển tập 30 năm TC THTT* trang 382-386.

SƠ KẾT CUỘC THI GIẢI TOÁN BẰNG MÁY TÍNH BỎ TÚI THÁNG 11.2004

Cuộc thi được rất đông bạn đọc tham gia gửi bài dự thi. Bạn đọc các tỉnh miền Nam tham gia đông đảo. Đáng tiếc là bạn đọc Hà Nội có ít bài gửi về. Một số bạn còn ghi kết quả chưa đúng như yêu cầu của đề ra. Nhiều bạn lại giải theo cách không sử dụng máy tính (!). Các bài chưa có xác nhận của nhà trường hoặc thẻ học sinh đều không được tính điểm. Bạn chỉ cần gửi bản chụp thẻ hoặc giấy xác nhận việc một lần.

Kì này, các bạn sau đây được quà tặng :

Đinh Duy Hưng, Thị trấn Hạ Hòa, **Phú Thọ** (học sinh lớp 9A3, THCS Hạ Hòa) ; *Tạ Nguyệt Ánh*, 10A2, THPT chuyên **Tuyên Quang** ; *Phạm Ngọc Dương*, 7B, THCS Liên Hòa, Kim Thành, **Hải Dương** ; *Hoàng Vũ Hạnh*, 10T, THPT chuyên Lam Sơn, **Thanh Hóa** ; *Đinh Văn Sơn*, 10T, THPT chuyên **Hà Tĩnh** ; *Đoàn Việt Tiệp*, 10/1, THPT chuyên Nguyễn Bỉnh Khiêm, Tam Kì, **Quảng Nam** ; *Phạm Thị Minh Huyền*, 7A3, THCS Nguyễn Trãi, Phan Thiết, **Bình Thuận**, *Nguyễn Phạm Hoàng Vỹ*, 9K, THCS Hùng Vương, **Phú Yên** ; *Lê Bùi Tiến Duy*, 10CT, THPT chuyên Lê Hồng Phong, **TP. Hồ Chí Minh** ; *Lê Nguyễn Phương Thi*, 12 Toán, THPT chuyên Tiền Giang, Mỹ Tho, **Tiền Giang.**

Mời các bạn gửi bài dự thi tháng 1.2005. Kết quả kì thi này sẽ được sơ kết vào tháng 3.2005.

Sau đây là Đáp số bài tháng 11.2004.

CÁC LỚP TRUNG HỌC CƠ SỞ

Bài 1. CS. Tìm ƯCLN và BCNN của hai số $A = 1234566$ và $B = 9876546$.

$$\boxed{\text{ƯCLN}(A, B) = 18}$$

$$\boxed{\text{BCNN}(A, B) = 677402660502}$$

Bài 2. CS. Tính giá trị của biểu thức

$$A = \frac{x^2(3y-5z+4)+2x(y^3z^2-4)+2y^2+z-6}{x(x^2+5y^2-7)+z^4+8}$$

tại $x = \frac{9}{4}$, $y = \frac{7}{2}$, $z = 4$.

$$\boxed{A = \frac{65358}{8479}}$$

Bài 3. CS. Tìm các số nguyên dương x và y sao cho $x^2 + y^2 = 2009$ và $x > y$.

$$\boxed{x = 35,\ y = 28}$$

Bài 4. CS. Tính gần đúng (độ, phút, giây) góc A của tam giác ABC biết rằng $AB = 15$cm, $AC = 20$cm và $BC = 24$cm.

$$\boxed{\widehat{A} \approx 85°18'56"}$$

Bài 5. CS. Tính gần đúng diện tích tam giác ABC biết rằng $\widehat{A} = \frac{1}{2}\widehat{B} = \frac{1}{4}\widehat{C}$ và $AB = 18$cm.

$$\boxed{S \approx 56,36753442\text{cm}^2}$$

CÁC LỚP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

Bài 1. PT. Tính giá trị của a, b, c nếu đồ thị hàm số $y = ax^2 + bx + c$ đi qua ba điểm $A(-7; 3)$; $B(14; 11)$; $C(3; -4)$.

$$\boxed{a = \frac{227}{2310},\ b = -\frac{79}{2310},\ c = -\frac{218}{55}}$$

Bài 2.PT. Tính gần đúng nghiệm (độ, phút, giây) của phương trình $2\sin x + 4\cos x = 3$.

$$\boxed{x_1 \approx -21°18'16" + k\,360°;}$$

$$\boxed{x_2 \approx 74°26'5" + k\,360°}$$

Bài 3. PT. Tính gần đúng các nghiệm của phương trình $2^x + x^2 - 2x - 5 = 0$.

$$\boxed{x_1 \approx 2,193755377;\quad x_2 \approx -1,369152017}$$

Bài 4. PT. Tính gần đúng diện tích tam giác ABC biết rằng $AB = 15$cm, $AC = 20$cm và $\widehat{B} = 80°$.

$$\boxed{S \approx 118,8230175\text{cm}^2}$$

Bài 5. PT. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và AD của hình tứ diện $ABCD$, P là điểm trên cạnh CD sao cho $PD = 2PC$. Mặt phẳng (MNP) chia khối tứ diện $ABCD$ thành hai phần. Tính tỉ số thể tích của phần chứa đỉnh A và phần chứa đỉnh B.

$$\boxed{\frac{V_A}{V_B} = \frac{7}{11}}$$

Thông tin Thi

THƠ TẾT TOÁN TUỔI TRẺ TOÀN T

Tin tới tỉnh, tới thành, tới thị trấn, tới trường, tất thảy tíu tít : Toán Tuổi trẻ, tết Ta thầy trò toán thi thơ toàn từ "t". Trù tính, thấp thỏm, thử tài thơ. Thi toán thì thích. Thi thơ, thơ toàn "t" thì "thẫn thờ" tìm tứ, tìm từ từ trưa tới tối. Thấy thương thầy trăn trở trước trang thơ, thương trò trầy trật từng từ, từng tứ. Tuy thế, tới tấp thơ tới tòa Toán Tuổi trẻ. Trọng thưởng thì tất thảy thích thú. Thơ thì từng tập, từng tập (!). Thành thử thưởng tí ti thôi.

Trình thập tên thi tác trước thềm Tết ta tới :

1. *Vũ Đình Toản*, lớp 12A5, THPT Tân Yên số 2, xã Lam Cốt, Cân Yên, **Bắc Giang**.
2. *Nguyễn Phương Loan*, 10A1, THPT Tứ Kỳ, **Hải Dương**.
3. *Trần Hải Đường*, Nam Trung (?)
4. *Trần Văn Tuấn*, 12K3, THPT chuyên Lam Sơn, **Thanh Hóa**.
5. *Vũ Mạnh Phong*, 12C2, THPT Yên Định 2, **Thanh Hóa**.
6. *Phan Văn Hồng Thắng*, 11 chuyên Toán, PTNK Đại học Quốc gia **TP HCM**.
7. *Châu Minh Toàn*, 12 Toán, THPT chuyên Nguyễn Bỉnh Khiêm, **Vĩnh Long.**
8. *Nguyễn Thanh Sang*, 12A3, THPT TX Cao Lãnh, **Đồng Tháp**.
9. *Huỳnh Công Thành*, THPT Đức Hòa, **Long An**.
10. *Phạm Đình Chân*, GV, THPT Hồng Bàng, **Hải Phòng**

*Thưởng thức thơ toàn t tòa Toán Tuổi trẻ **trao thưởng** :*

THẦY TRÒ TOÁN TUỔI TRẺ

Từng tờ Toán tuổi trẻ
Tới tận tay thầy trò
Từng trang, từng tri thức
Toán truyền tải trong ta

Thầy thấy Toán Tuổi trẻ
Thật tận tụy tận tâm
Từng trang, từng thách thức
Trí tuệ tới tinh thần

Trò thấy Toán Tuổi trẻ
Thật tươi tắn thơm tho
Từng trang tới tuổi trẻ
Tăng tri thức trong trò

Tự tin thầy trò ta
Tiếp thu Toán tuổi trẻ
Từng trang Toán tinh tế
Thấy thích thú tràn trề.

Toán tuổi trẻ thông thái
Thầy trò thích thiết tha
Từng tháng thầy trò ta
Trông tờ Toán tuổi trẻ

(Hoàng Nguyễn Hoài An)
Thiếu tên trường, tỉnh, thành.

TÌNH THẦY TRÒ TỪ TOÁN TUỔI TRẺ

Thi thơ Tết, thầy trò ta thích
Tình thầy trò, tình Toán trẻ trung
Tâm tư - Toán Tuổi trẻ tỏ tường
Tết tới, thơ toàn "tê" thi thử.

Toán Tuổi trẻ, thầy từng trăn trở
Thi thoảng thầy thao thức, trầm tư
Toán thanh tao, trí tuệ tập trung
Thầy thích Toán, thầy thành trai trẻ.

Tơ tưởng Toán, tình thầy tươi tắn
Tháng, tuần trôi, toàn trí, toàn tâm
Thương trò, thầy thôi thúc tập tành
Thông tuệ toán, thầy trò thơm thảo.

(*Huỳnh Công Thành*, GV THPT Đức Hòa, huyện Đức Hòa, Long An)

TUỔI TRẺ THI THƠ

Tết tới... Tết ta tới
Toán Tuổi trẻ thi thơ
Thơ từ trong tâm trí
Trong trắng, trẻ trung thay
Trò thấy thật thích thú
Tập tành thi thơ theo
Thơ trò tình trong trắng
Tới "Toán Tuổi trẻ" thầy
Tết tới thầy thêm tuổi
Toán Trẻ thêm trưởng thành
Tuổi trẻ thêm tự tin
Thơ ta thêm tân tiến !

Tỉnh Hải Dương
Thiếu tên, tên trường

THÂN TẶNG TOÁN TUỔI TRẺ

Tớ thích Toán Tuổi trẻ
Thích trổ tài thi thơ
Tết tới, tớ thật thích :
Toán Tuổi trẻ tăng trang
Trí tuệ thêm tinh thông
Ta trở thành thông thái
Từ "Thi thơ toàn T"
Thầy tớ thêm trẻ trung
Thầy trò thêm thân thiết
Thêm thích toán, thích thơ

(*Lã Minh Hằng*, lớp 12A28, THPT Lê Quý Đôn, TX Hà Đông, Hà Tây)

TOÁN TỬ THỦY

Ô CHỮ TẾT CON GÀ

T	G	B	A	O	X	U	A	N	T	A	U	X	E	T
H	I	A	B	A	T	D	A	U	C	A	U	D	O	I
B	A	N	H	C	H	U	N	G	U	Q	U	A	T	T
O	O	P	V	A	T	A	M	U	N	G	T	U	O	I
N	T	H	U	N	D	H	O	I	G	O	Đ	Đ	O	N
M	H	A	I	H	O	A	M	U	T	G	U	N	G	U
A	U	O	V	Đ	U	N	M	U	A	M	U	O	I	O
I	A	H	E	A	N	H	A	U	T	E	T	T	A	C
C	H	O	H	O	A	G	Đ	A	N	H	C	O	T	M
N	H	A	N	N	H	A	H	A	I	L	O	C	T	U
X	O	N	G	N	H	A	O	N	E	M	C	O	N	I
A	S	A	M	A	O	Q	U	A	N	M	O	I	O	T

Trạng thái, hành động, đồ vật, tóm lại là mọi thứ liên quan đến Tết. Vừa đón Tết, vừa tìm các từ Tết, liên quan đến Tết trong ô chữ này kể cũng vui. Có hơn 30 từ và cụm từ đấy.

Bạn nào tìm được hết các ẩn số sẽ được Tòa soạn "lì xì". Hì ... hì...

BÍNH NAM HÀ

40 NĂM HÀNH TRÌNH ...

(Tiếp trang 3)

Đặc biệt, chúng tôi xin gửi lời cảm ơn tới Ban lãnh đạo Nhà xuất bản Giáo dục, các đơn vị thành viên của NXB trong nhiều năm qua đã giúp đỡ, tạo điều kiện cho tạp chí trong tất cả các khâu: tổ chức, tài chính, nội dung, hình thức, in ấn và phát hành...

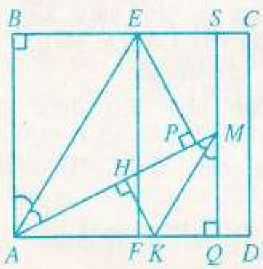
Qua thư từ của bạn đọc, qua phiếu góp ý kiến, qua trao đổi với các cộng tác viên, chúng tôi hiểu rằng mình vẫn chưa đáp ứng được đầy đủ sự mong muốn của các bạn. Trong năm tới chúng tôi sẽ tiếp tục cải tiến nội dung và hình thức của tạp chí theo các hướng sau:

Khai thác sâu hơn các vấn đề của toán học sơ cấp nhằm nâng cao kiến thức cho học sinh, chuẩn bị cho các kì thi học sinh giỏi. Giới thiệu và trao đổi về chương trình và sách giáo khoa mới ở bậc trung học của Bộ Giáo dục và Đào tạo nhằm thực hiện nghị quyết của Quốc hội về giáo dục mà NXB Giáo dục đang triển khai. Giúp đỡ các bạn chuẩn bị tốt hơn trong các kì thi tuyển sinh vào trung học phổ thông, đại học, cao đẳng. Phân tích, làm rõ hơn phương pháp giải các loại toán ở trường phổ thông. Đưa nhiều mô hình toán học gắn bó với đời sống, nêu các ứng dụng của toán học trong các môn học khác. Đẩy mạnh việc đổi mới các phương pháp giảng dạy dựa theo định hướng chỉ đạo của Bộ Giáo dục và Đào tạo. Cho học sinh làm quen dần tiến tới có kĩ năng trong một số hoạt động dạy học toán như thi trắc nghiệm, giải toán bằng máy tính bỏ túi, liên hệ giữa toán học và tin học. Giới thiệu các thông tin mới về hoạt động toán học và dạy học toán ở nước ngoài. Tiếp tục giúp các bạn làm quen với tiếng Anh qua các bài toán. Cải tiến nội dung và hình thức để tạp chí vui hơn, đẹp hơn, hấp dẫn hơn.

Cuối cùng chúng tôi mong mỏi được quý vị, các cộng tác viên xa gần tiếp tục ủng hộ và cộng tác cùng tạp chí để Tạp chí THTT ngày càng phục vụ nhiều bạn đọc hơn, có kết quả tốt hơn."...

Giải đáp : GẤP HÌNH CHỮ NHẬT CÓ TỈ LỆ VÀNG

1) Các thao tác gấp giấy rồi mở ra ngay :



- Gấp AB lên AD để tạo điểm Q.
- Gấp QD lên QA để tạo đường SQ
- Gấp BS lên AQ để tạo điểm M
- Gấp AM
- Gấp AB lên AM để tạo điểm E trên đường thẳng SC.
- Gấp EC lên EB để tạo đường EF.

2) Chứng minh $ABEF$ có tỉ lệ vàng

Giả sử $AB = AQ = 2$ (đơn vị) $\Rightarrow MQ = 1$.

$AM = \sqrt{AQ^2 + MQ^2} = \sqrt{5}$. Lấy $MH = MQ = 1$.

$\Rightarrow AH = AM - HM = \sqrt{5} - 1$, $HK \perp AM$ $(K \in AQ)$

$$\Delta AHK \backsim \Delta AQM \Rightarrow \frac{HK}{AH} = \frac{MQ}{AQ} \Rightarrow HK = \frac{1(\sqrt{5}-1)}{2}$$

$\Delta ABE \backsim \Delta MHK \Rightarrow$

$$\frac{AF}{AB} = \frac{BE}{AB} = \frac{HK}{MH} = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \approx 0{,}618.$$

Nhận xét. Một số bạn sử dụng nhiều thao tác hơn lời giải hoặc cách gấp đòi hỏi AD dài quá nhiều so với AB, một vài bạn khác giải ra đúng tỉ lệ nhưng lại là $AB/AF \approx 0{,}618$ (!)

Các bạn sau đã thực hiện đúng 6 thao tác và trình bày rõ ràng : *Vũ Đình Duy*, 11B6, THPT Sông Công, TX. Sông Công, **Thái Nguyên** ; *Đỗ Mạnh Cường*, 9A, THCS Thạch Thất, **Hà Tây** ; *Nguyễn Mạnh Nhất*, 11A1, THPT Thuận Thành 1, *Chu Tiến Anh*, 12A1, THPT Yên Phong 1, **Bắc Ninh** ; *Nguyễn Hoàng Hải*, 10A1, PTCTT, ĐHSP Hà Nội, *Nguyễn Thị Phú*, 12D, THPT Đông Hà, **Quảng Trị**.

VÂN KHANH

CẮT GIÒ BẦY CỖ

Một cây giò lụa hình trụ tròn xoay đường kính chừng 10cm. Đầu bếp định chia làm 10 mâm, mỗi mâm có 6 thực khách. Nếu dùng con dao dài hơn 20cm một chút thì cần ít nhất bao nhiêu lần cắt ?

VŨ ĐỖ QUAN

PROBLEMS IN THIS ISSUE

(Tiếp trang 13)

Put $x_n = \frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} + \ldots + \frac{1}{u_n}$

Prove that the sequence (x_n) has a limit when n tends to infinity and the limit is an irrational.

T10/331. Find all positive integers $n \geq 3$ so that the following inequality occurs for n arbitrary real numbers $a_1, a_2, \ldots, a_n$ $(a_{n+1} = a_1)$:

$$\sum_{1 \leq i < j \leq n} (a_i - a_j)^2 \leq \left(\sum_{i=1}^{n} |a_i - a_{i+1}| \right)^2.$$

T11/331. Determine the form of triangle ABC knowing that its angles satisfy the condition

$$\frac{\mathrm{tg}(A/2)}{1 + \mathrm{tg}(B/2)\mathrm{tg}(C/2)} + \frac{\mathrm{tg}(B/2)}{1 + \mathrm{tg}(C/2)\mathrm{tg}(A/2)} + \frac{\mathrm{tg}(C/2)}{1 + \mathrm{tg}(A/2)\mathrm{tg}(B/2)} = \frac{1}{4\mathrm{tg}(A/2)\mathrm{tg}(B/2)\mathrm{tg}(C/2)}$$

T12/331. Consider the rectangular parallelepipeds $ABCDA_1B_1C_1D_1$ such that the lengths of the side $AB = a$, $AD = b$, $AA_1 = c$ and the distance between the lines AC and BC_1 are natural numbers. Find the least value of the volumes of these parallelepipeds.

CUỘC THI OLYMPIC KHOA HỌC...

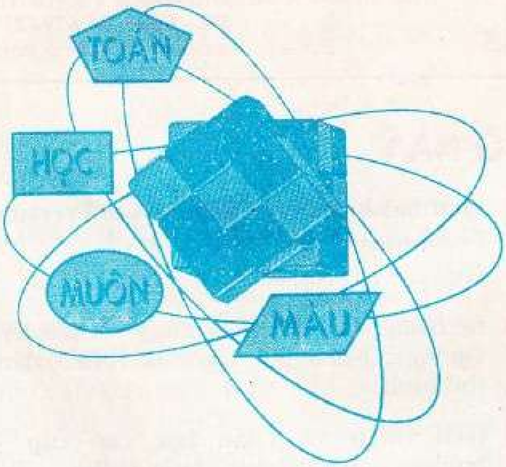
(Tiếp trang 23)

Việt Nam thuộc vào top 10 trong 30 đoàn dự thi. Kết quả này là cao hơn so với dự kiến.

Đề thi cho thấy các nước dạy nhiều vấn đề hơn và học sinh chúng ta cũng lúng túng nhiều trong bài trắc nghiệm chung. Như vậy, chưa có cơ sở để nói học sinh chúng ta học quá tải. Hướng tiếp cận với thế giới về môn Khoa học có lẽ nên theo hướng dạy rộng các vấn đề và tích hợp chứ không chia cắt thành nhiều môn với kiến thức sâu ở cấp THCS.

Trước kì thi này, đội tuyển của chúng ta chỉ được luyện 5 buổi. Như vậy kết quả trên phản ánh chất lượng dạy và học Khoa học của chúng ta, chứ không phải kết quả của "gà nòi". Một điều đáng mừng là tiếng Anh của học sinh Việt Nam dự thi là khá tốt.

Ban tổ chức cũng đã quyết định hiến chương, điều lệ cuộc thi và danh sách các nước đăng cai đến năm 2009. Riêng năm 2005 có thể lại thi tiếp tại Inđônêsia do chưa có nước nào nhận đăng cai. Được biết chi phí tổ chức cuộc thi năm nay là hơn 1 triệu USD.

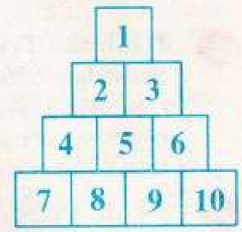


SẮP XẾP QUẦY HÀNG

Một cửa hàng đã xếp 10 mặt hàng khác nhau có dạng hình lập phương kích thước như nhau và đánh số từ 1 đến 10 (hình 1 nhìn từ phía trước). Để hấp dẫn khách, chủ cửa hàng muốn thay đổi cách sắp xếp vị trí các mặt hàng sao cho :

1) Hai mặt hàng nào đó đã tiếp giáp nhau (theo một phần của mặt) như kiểu đang bày thì không tiếp giáp nhau trong kiểu bày ngay liền sau

2) Kiểu bày mới không giống nguyên theo từng vị trí mặt hàng của mọi kiểu bày trước đó (chỉ kể mặt phía trước hướng ra khách hàng).



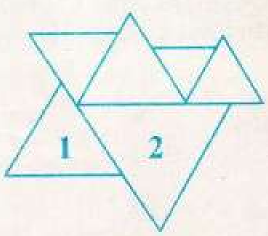
Hình 1

Bạn hãy giúp sắp xếp lại quầy hàng bắt đầu từ kiểu 1 (hình 1) xem có bao nhiêu kiểu bày khác nhau sao cho mặt hàng đẹp xếp trên đỉnh chỉ là số 1 hoặc số 2.

Giải đáp : TÔ MÀU ĐA GIÁC

(Đề đăng trên THTT số 327, tháng 9 năm 2004)

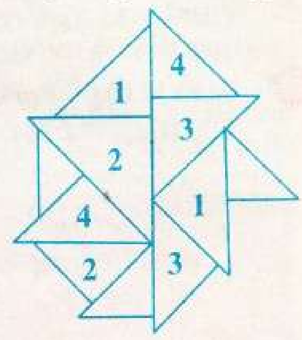
1) Hình đa giác tạo bởi các tam giác đều thì có các góc đều bằng 60° nên có thể sắp xếp hình sao cho *mọi tam giác luôn có một cạnh nằm ngang*. Ta chia các tam giác thành hai loại : Tam giác loại 1 có đỉnh nằm về phía bắc đối với đáy, còn tam giác loại 2 có đỉnh nằm về phía nam đối với đáy (h. 2).



Hình 2

Dễ dàng thấy rằng hai tam giác cùng loại thì không thể tiếp giáp với nhau theo cả cạnh hoặc một phần cạnh (không kể đỉnh), do đó có thể tô bằng một màu. Do hình chỉ gồm một, hoặc hai loại tam giác nói trên nên chỉ cần *không quá hai màu* để tô màu chuẩn hình tạo bởi các tam giác đều.

2) Hình đa giác tạo bởi các tam giác vuông cân nên các góc nhọn đều bằng 45°, do đó có thể sắp xếp hình sao cho *mọi tam giác luôn có cạnh huyền hoặc cạnh góc vuông là nằm ngang*. Ta chia các tam giác thành bốn loại khi xét vị trí tương đối của cạnh huyền so với đỉnh góc vuông của tam giác đó. Tam giác loại 1 có cạnh huyền nằm về phía đông hoặc tây bắc, tam giác loại 2 có cạnh huyền nằm về phía bắc hoặc tây nam, tam giác loại 3 có cạnh huyền nằm về phía tây hoặc đông nam, tam giác loại 4 có cạnh huyền nằm về phía nam hoặc đông bắc (h. 3).



Hình 3

Không khó khăn thấy rằng hai tam giác cùng loại không thể tiếp giáp với nhau theo cả cạnh hoặc một phần cạnh (không kể đỉnh), vì vậy có thể tô bằng một màu. Do hình chỉ gồm một, hoặc hai, hoặc ba, hoặc bốn loại tam giác nói trên nên chỉ cần *không quá bốn màu* để tô màu chuẩn hình tạo bởi các tam giác vuông cân.

Rất tiếc là không có bạn nào giải đúng bài này.

PHI PHI

ISSN : 0866-8035
Chỉ số : 12884
Mã số : 8BT33M5
Chế bản tại Tòa soạn
In tại Công ty CP in Diên Hồng, 187B Giảng Võ
In xong và nộp lưu chiểu tháng 1 năm 2005
Giá : 3500 đồng
Ba nghìn năm trăm đồng
(Số này tăng 4 trang, giá không đổi)

Tạp chí TOÁN HỌC và TUỔI TRẺ
Mathematics and Youth Magazine

XUẤT BẢN TỪ 1964
Số 331 (1-2005)
Tòa soạn : 187B, phố Giảng Võ, Hà Nội
ĐT - Fax : 04.5144272
Email : toanhoctt@yahoo.com

TRONG SỐ NÀY

Bìa 1 : (ảnh dưới, từ trái sang) : Cô giáo Nguyễn Thị Thanh Lan, TS Lê Hùng Sơn, thầy giáo Đoàn Văn Tề, Nguyễn Thúy Linh Hương, ThS Vũ Kim Thủy, Lê Thu Quỳnh, Nguyễn Bảo Ngân, Nguyễn Tụ Anh, CN Lê Vĩnh Thọ, Nguyễn Tuấn Linh, Lê Ngọc Hải

ĐÓN ĐỌC THTT SỐ 332 (2/2005)

- Lời giải đề thi tuyển sinh lớp 10, trường THPT chuyên Lê Hồng Phong, Nam Định năm 2004.
- Một số dạng toán hình học ôn thi vào Đại học
- Lời giải các bài thi chọn học sinh giỏi toán Quốc gia THPT năm 2004 (bảng B)
- Đề ôn luyện chuẩn bị thi vào Đại học

Mời các bạn đặt mua Tạp chí THTT cho năm 2005 tại Bưu điện.

THTT

LỄ KỶ NIỆM 40 NĂM TẠP CHÍ TOÁN HỌC VÀ TUỔI TRẺ

Thứ trưởng Bộ GD - ĐT Nguyễn Văn Vọng trò chuyện với GS.Ngô Thúc Lanh và các cộng tác viên THTT

GS.TSKH. Nguyễn Cảnh Toàn trao giải tập thể Cuộc thi giải toán Kỷ niệm 40 năm THTT cho Trường THCS Yên Lạc, Vĩnh Phúc

Ông Phan Kế Thái, Trưởng phòng Tổ chức Lao động Tiền lương NXB Giáo Dục

Học sinh Trường THPT Marie Curie, Hà Nội biểu diễn văn nghệ