

# The Dunkard's Walk

How  
Randomness  
Rules Our  
Lives

Leonard Mlodinow

**KHÔNG NGOAN  
KHÔNG LẠI VỚI  
GIỚI**

**SỰ MAY RỦI**  
chỉ phối cuộc sống của bạn như thế nào?

**LEONARD MLODINOW**

# **Khôn ngoan không lại với giời**

Bản quyền tiếng Việt © 2012 Công ty Sách Alpha

Ebook miễn phí tại : <https://thuvienpdf.com>

Không phần nào trong xuất bản phẩm này được phép sao chép hay phát hành dưới bất kỳ hình thức hoặc phương tiện nào mà không có sự cho phép trước bằng văn bản của Công ty Sách Alpha.

Chúng tôi luôn mong muốn nhận được những ý kiến đóng góp của quý vị độc giả để sách ngày càng hoàn thiện hơn.

Góp ý về sách, liên hệ về bản thảo và bản dịch:  
publication@alphabooks.vn

Liên hệ về dịch vụ bản quyền: copyright@alphabooks.vn

**NHÀ XUẤT BẢN LAO ĐỘNG - XÃ HỘI**

# Lời giới thiệu

Ebook miễn phí tại : <https://thuvienpdf.com>

Sự may rủi chi phối cuộc sống của chúng ta như thế nào?

Nhiều khi chúng ta có vẻ không bao giờ thắc mắc hay băn khoăn về những sự kiện xảy ra ngẫu nhiên trong cuộc sống, rằng tại sao bạn của chúng ta đạt được điểm 10 trong môn Toán thời Phổ Thông hay xa hơn là trường hợp một người có thể “mang cả Las Vegas về nhà”. Câu trả lời thường chỉ là: Có thể anh ta học giỏi, có thể anh ta may mắn. Và có những lúc, sự tình cờ luôn gắn liền với sự may rủi trong cách suy nghĩ của mỗi người. Bởi vì:

Bộ não của chúng ta, cho dù có nạp được vào bao nhiêu kiến thức đi chăng nữa, cũng vô cùng kém cỏi trong việc giải thích những sự kiện mang tính ngẫu nhiên và xác suất. Khi phải đối mặt với các tình huống đòi hỏi phải có khả năng nắm bắt trực quan các sự kiện mang tính tỷ lệ, ngay cả các nhà khoa học hay toán học lừng danh nhất cũng cảm thấy lúng túng.

Giả sử, bạn muốn tính toán xác suất khi tung một đồng xu, bạn có thể nhận được câu trả lời xác đáng từ nhà toán học vĩ đại thế kỷ XVIII, Jean Le Rond d'Alembert, đó là: có ba khả năng, 0, 1 hoặc 2 ngửa. Vậy tỷ lệ cho các trường hợp tương tự là 1 ăn 3. Nhưng Leonard Mlodinow lại có cách diễn giải khác.

Trong cuốn sách bạn đang cầm trên tay, ông cho rằng trên thực tế, phải có bốn khả năng, đó là: ngửa-ngửa, ngửa-sấp, sấp ngửa và sấp-sấp. Như vậy, xác suất sẽ là, 25% cho 0 và 2, 50% cho 1. Mlodinow kết luận rằng, bất cứ ai tham gia cá

cược tung đồng xu sẽ bị lật sạch nếu cứ ngang bướng tin vào lý thuyết của d'Alembert.

Ví dụ trên chỉ là một trong rất nhiều những ví dụ được Leonard Mlodinow đưa ra để giải thích cho chúng ta thấy cách mà những hiện tượng mang tính ngẫu nhiên, thay đổi cũng như xác suất có thể ảnh hưởng tới cuộc sống hàng ngày. Bên cạnh đó, ông còn chỉ ra nguyên nhân vì sao chúng ta lại hiểu sai ý nghĩa của mọi thứ, từ một cuộc trò chuyện bình thường cho tới những trở ngại tài chính lớn. Bằng ngôn ngữ đơn giản và sống động, Mlodinow đã chỉ ra một loạt những sự việc thường nhật mà mỗi người trong chúng ta ai cũng bắt gặp trên thực tế lại không đáng tin cậy như chúng ta vẫn nghĩ, chẳng hạn như tiêu chuẩn đánh giá các loại rượu, các cuộc thăm dò chính trị hay hệ thống cho điểm tại các trường học, v.v... Dưới ngòi bút của ông, người đọc có điều kiện nhìn nhận bản chất thực của sự thay đổi và vén bức màn tâm lý ảo ảnh đang che khuất tâm trí chúng ta cũng như khiến chúng ta đánh giá sai thế giới xung quanh. Mlodinow cũng mang đến một cái nhìn tươi mới hơn về ý nghĩa thực sự ẩn giấu đằng sau mỗi sự việc cũng như cách thức đưa ra những quyết định đúng đắn dựa trên bản chất thực sự của vấn đề. Từ lớp học tới phòng xử án, từ thị trường tài chính cho tới các siêu thị, từ phòng khám đa khoa tới phòng Bầu dục, những kiến thức mà Mlodinow mang đến cho chúng ta chắc chắn sẽ vô cùng hấp dẫn, tuyệt diệu và đầy cảm hứng.

Chúng tôi xin trân trọng giới thiệu cùng độc giả một trong mười tác phẩm được xếp vào loại Bestseller theo bình chọn hàng năm của tạp chí New York Times: **The Drunkard's Walk** (Bước đi ngẫu nhiên của kẻ say). Với mục tiêu đưa cuốn sách tiếp cận nhiều đối tượng độc giả cũng như để gần gũi, phù hợp với tư duy người Việt, Alpha Books đặt tên tiếng Việt cho cuốn sách là **Khôn ngoan không lại với**

**Giới.** Hy vọng rằng cuốn sách sẽ nhận được sự quan tâm của độc giả.

Hà nội, tháng 3 năm 2012

CÔNG TY SÁCH ALPHA

# Lời nói đầu

Vài năm trước, một người đàn ông đã trúng số xổ tại Tây Ban Nha với tấm vé có hai số cuối là 48. Tự hào với “thành quả”, anh ta đã tiết lộ bí mật đem lại sự giàu có cho mình. Anh ta nói: “Tôi nằm mơ thấy số 7 trong 7 đêm liên, 7 lần 7 chẳng phải là 48 sao?” Những người thuộc bảng cửu chương có lẽ đang cười thầm lỗi sai của người đàn ông này, nhưng tất cả chúng ta đã tự tạo cho mình quan điểm về thế giới và dùng quan điểm tự tạo đó để lọc, xử lý nhận thức, và cuối cùng lựa chọn ra ý nghĩa từ hàng ngàn những dữ liệu mà chúng ta tiếp nhận hàng ngày. Vì thế mà chúng ta cũng thường mắc những lỗi tương tự, mặc dù chúng có thể khó nhận biết hơn trường hợp của anh chàng này.

Trên thực tế, khả năng trực giác của con người không tương thích nhiều với các trường hợp liên quan tới sự không chắc chắn được biết đến vào đầu những năm 1930, khi các nhà nghiên cứu chỉ ra rằng người ta không thể sắp xếp một dãy số mà bỏ qua phép thử tính ngẫu nhiên cũng như không chắc chắn rằng liệu dãy số đó có phải là một chuỗi ngẫu nhiên nào đó được đưa ra. Vài thập kỷ trước, một lĩnh vực học thuật mới xuất hiện nghiên cứu về cách con người đưa ra các đánh giá và quyết định trong trường hợp thiếu thông tin. Nghiên cứu này chỉ ra rằng khi có sự tình cờ, quá trình xử lý tư duy của con người thường có những thiếu sót nghiêm trọng. Quá trình này liên quan tới nhiều lĩnh vực khác nhau, từ toán học đến các lĩnh vực khoa học truyền thống, từ tâm lý học nhận thức đến kinh tế học hành vi và thần kinh học. Mặc dù những nghiên cứu này được ghi nhận bằng một giải Nobel (về Kinh tế học), thì những bài học chủ đạo trong đó không hề được đúc rút từ các quan hệ học thuật tới tinh thần đại chúng. Cuốn sách này là một nỗ lực

nhằm khắc phục tình trạng trên. Nó viết về các nguyên tắc chi phối sự ngẫu nhiên, quá trình phát triển của những nguyên tắc này và những tác động của chúng đối với lĩnh vực chính trị, kinh doanh, y tế, kinh tế, thể thao, giải trí cũng như các lĩnh vực đời sống khác của con người. Cuốn sách cũng trình bày cách thức và quá trình khiến chúng ta đưa ra những đánh giá sai lầm, những quyết định thiếu chính xác khi gặp phải tình huống ngẫu nhiên hoặc không chắc chắn.

Thông tin không đầy đủ thường đem lại những sự giải thích khác nhau. Đó là lý do tại sao chúng ta lại cần nỗ lực nhiều đến như vậy để xác nhận tình trạng nóng lên toàn cầu, tại sao có những loại thuốc điều trị đôi khi được tuyên bố là an toàn và sau đó lại bị cấm trên thị trường, và có lẽ đó cũng là lý do tại sao không phải mọi người đều đồng ý với quan điểm của tôi rằng sữa trứng khuấy là một phần không thể thiếu đối với khẩu phần ăn tốt cho tim mạch. Thật không may, sự giải thích gây nhầm lẫn về thông tin đã đem lại nhiều hệ quả tiêu cực. Ví dụ, bác sỹ và bệnh nhân thường hiểu nhầm các thống kê liên quan tới hiệu quả của thuốc và ý nghĩa của những xét nghiệm y tế quan trọng. Phụ huynh, giáo viên và học sinh hiểu nhầm tầm quan trọng của những kỳ kiểm tra như SAT, và những người sành rượu thường mắc sai lầm khi đánh giá về rượu. Các nhà đầu tư đưa ra những kết luận không hiệu lực từ kết quả hoạt động của ngân sách chung.

Trong thể thao, chúng ta đã tạo nên một nền văn hóa dựa trên những cảm giác trực giác tương quan. Sự thành bại của một đội phần lớn dựa vào khả năng của huấn luyện viên. Do đó, khi đội thua, huấn luyện viên thường bị sa thải. Những phân tích toán học về những vụ sa thải trong thể thao đã chỉ ra rằng: bình quân, những vụ sa thải này không ảnh hưởng đến hiệu quả thi đấu của đội. Hiện tượng tương tự cũng xảy ra trong giới kinh doanh. Ở đây, các CEO được coi là người nắm giữ sức mạnh siêu nhân, có thể xây dựng hoặc làm phá

sản công ty. Tuy nhiên, hết lần này đến lần khác, ví dụ đối với Kodak, Lucent, Xerox và các công ty khác, thực tế sức mạnh đó chỉ là hảo huyền. Ví dụ, trong những năm 1990, khi Gary Wendt điều hành GE Capital Services dưới quyền Jack Welch, ông được coi là một trong những doanh nhân sáng giá nhất nước Mỹ. Wendt đánh cược danh tiếng của mình vào 45 triệu đô-la lợi nhuận khi được thuê điều hành Công ty tài chính Consec đang khó khăn. Các nhà đầu tư đều thấy rõ những khó khăn của Consec dần được giải quyết; với sự dẫn dắt của Wendt, cổ phiếu của công ty tăng gấp ba lần trong vòng một năm. Nhưng hai năm sau, khi Wendt đột ngột từ chức, Consec bị phá sản và phải bán toàn bộ cổ phiếu. Nhiệm vụ của Wendt bất khả thi? Wendt bất cẩn trong quá trình làm việc? Hay những thành công của ông dựa trên những giả thuyết chưa rõ ràng, ví dụ như một giám đốc có đầy đủ khả năng chèo lái một công ty hay một thành công của một cá nhân đơn lẻ trong quá khứ sẽ là kim chỉ nam tin cậy cho thành công tương lai? Dù là trường hợp cụ thể nào đi nữa, không một ai có thể tự tin trả lời mà không kiểm tra tường tận nguồn gốc của vấn đề. Vài ví dụ trong cuốn sách này sẽ minh họa cho điều tôi dẫn ra, nhưng quan trọng hơn, tôi sẽ đưa ra các công cụ cần thiết để xác định “dấu chân” của sự tình cờ.

Đi ngược lại trực giác của con người là một việc khó khăn. Như chúng ta biết, trí não con người được tạo ra để xác định nguyên nhân mỗi sự kiện vì thế phải có thời gian để nó có thể chấp nhận được những ảnh hưởng của những nhân tố ngẫu nhiên hoặc không liên quan. Do đó, đầu tiên chúng ta phải hiểu rằng thành công hay thất bại đôi khi không xuất phát từ kỹ năng giỏi hay năng lực tuyệt vời, mà từ “các hoàn cảnh tình cờ”, như nhà kinh tế học Armen Alchian đã viết. Các quá trình ngẫu nhiên diễn ra rất tự nhiên và phổ biến trong đời sống hàng ngày của chúng ta, tuy nhiên đa số mọi người không hiểu hoặc không quan tâm nhiều tới chúng.



Trong cuốn sách này, độc giả sẽ thấy thuật ngữ “*Bước đi ngẫu nhiên của kẻ say*” xuất phát từ một thuật ngữ toán học mô tả chuyển động ngẫu nhiên, như hướng của các phân tử khi bay trong không gian, va chạm, và bị va chạm không ngừng bởi các phân tử xung quanh. Đó là một phép ẩn dụ cho cuộc sống của chúng ta, con đường của chúng ta từ trường học tới trường đời, từ cuộc sống độc thân tới cuộc sống gia đình, từ lỗ golf thứ nhất tới lỗ thứ 17. Đáng ngạc nhiên là công cụ để tìm hiểu bước chân của kẻ say cũng có thể sử dụng để phân tích các sự kiện hàng ngày. Cuốn sách này ra đời nhằm làm sáng tỏ vai trò của sự ngẫu nhiên trong thế giới xung quanh ta và chỉ ra cách chúng ta có thể nhận ra sự ngẫu nhiên trong công việc hay các lĩnh vực khác trong cuộc sống của chúng ta. Tôi hy vọng sau chuyến du hành vào thế giới ngẫu nhiên này, bạn đọc sẽ bắt đầu nhìn nhận cuộc sống bằng quan điểm khác, và thấu hiểu sâu sắc hơn thế giới hàng ngày.

# Chương 1: Quan sát qua lăng kính ngẫu nhiên

Tôi nhớ khi còn niên thiếu, bản thân đã từng ngắm ngọn lửa vàng nhảy múa tự nhiên trên các thân sấp trắng của những cây nến Sabbath. Lúc đó, tôi còn quá nhỏ để cảm nhận được sự lãng mạn trong ánh nến, nhưng tôi vẫn thấy điều đó thật diệu kỳ - bởi ngọn lửa mang lại những hình ảnh thật lung linh. Chúng biến đổi và định hình, bập bùng, dường như không theo một quy luật cụ thể nào. Tôi tin rằng, hẳn phải có một ý nghĩa hay lý do ẩn chứa sau ánh lửa đó - những khuôn mẫu mà các nhà khoa học có thể đoán trước và giải thích bằng những phương trình toán học. Cha tôi từng nói: “Cuộc đời không như vậy, đôi khi ta không thể đoán trước những việc xảy ra.” Ông kể cho tôi nghe về lần ông lấy trộm một ổ bánh mì trong tiệm bánh tại Buchenwald, trại tập trung của Đức quốc xã nơi ông bị giam giữ và bỏ đói. Người làm bánh yêu cầu mật vụ Đức quốc xã tập hợp mọi đối tượng có khả năng phạm tội và xếp những người bị tình nghi này thành hàng. “Ai đã ăn trộm ổ bánh mì?” người làm bánh hỏi. Thấy không ai trả lời, hắn ra lệnh cho lính đánh những người bị tình nghi, từng người một cho đến khi hoặc tất cả chết hết hoặc ai đó thú nhận. Cha tôi đã tiến lên để che cho những người khác. Ông không cố biến mình thành anh hùng, ông nói với tôi ông làm vậy vì ông đã nghĩ rằng dù sao thì mình cũng sẽ bị bắn. Nhưng thay vì giết, người làm bánh giao cho cha tôi một công việc béo bở - phụ tá cho hắn ta. “Một sự việc tình cờ” cha tôi nói, “Chuyện này chẳng liên quan gì đến con, nhưng nếu nó xảy ra theo hướng khác, thì có lẽ con đã không ra đời.” Sau đó, tôi chợt nảy ra ý nghĩ tôi phải cảm ơn Hitler cho sự tồn tại của mình, vì những người Đức đã giết vợ và hai đứa con nhỏ của cha tôi, xóa đi cuộc

đời trước của ông. Và, nếu như không có cuộc chiến đó, cha tôi đã không bao giờ nhập cư tới New York, không bao giờ gặp mẹ tôi, cũng là một người tị nạn, và không bao giờ sinh ra tôi và hai em trai.

Cha tôi hiếm khi nói về chiến tranh. Tôi không nhận ra điều ấy cho tới mấy năm sau này, chiến tranh hiện ra rõ ràng mỗi khi cha chia sẻ những kỷ niệm khó khăn của mình. Ông đã không nói nhiều bởi cha chỉ muốn tôi biết về các trải nghiệm của ông hơn là muốn giảng giải bài học về cuộc đời. Chiến tranh là một tình huống cực kỳ khẩn cấp, nhưng vai trò của sự ngẫu nhiên trong cuộc sống chúng ta không dựa vào các thái cực khẩn cấp. Cuộc sống của chúng ta phần lớn, cũng giống như ánh nến, được tán không ngừng theo những hướng mới bởi vô số các sự kiện ngẫu nhiên, từ đó tạo nên số phận của chúng ta theo cách ta phản ứng. Do vậy, cuộc đời vừa khó đoán trước, vừa khó định nghĩa. Cũng giống như khi nhìn vào một vết mực loang trong bài kiểm tra tâm lý Rorschach, bạn có thể nhìn thấy Madonna và tôi, một chú rái mỏ vịt, các thông tin chúng ta tiếp xúc trong kinh doanh, luật, y tế, thể thao, truyền thông, hoặc phiếu thành tích học tập lớp ba của con bạn cũng có thể được hiểu theo nhiều cách. Tuy nhiên, hiểu đúng vai trò của sự ngẫu nhiên trong một sự kiện không giống như định nghĩa một vết mực Rorschach; luôn tồn tại song song những cách đúng cũng như những cách sai để thực hiện điều đó.

Chúng ta thường sử dụng trực giác để đưa ra các đánh giá và lựa chọn khi gặp phải những tình huống không chắc chắn. Quá trình xử lý này đã đem lại những lợi thế vượt trội khi chúng ta phải xác định xem liệu con hổ đang cười bởi nó béo và vui vẻ hay vì nó đang đói và nhìn ta như thể ta là bữa kế tiếp. Nhưng trong thế giới hiện đại, thế cân bằng đã khác, ngày nay quá trình xử lý trực giác của con người đã xuất hiện những hạn chế. Khi chúng ta sử dụng lối suy nghĩ thông thường đối với các con hổ ngày nay, có lẽ chúng ta sẽ

đưa ra các quyết định chưa phải là tối ưu hoặc thậm chí phi lý. Kết luận này không gây ngạc nhiên cho những người hiểu rõ về quá trình xử lý thông tin không chắc chắn của não bộ: rất nhiều nghiên cứu chỉ ra mối liên hệ gần gũi giữa các bộ phận của não bộ có nhiệm vụ đánh giá các tình huống ngẫu nhiên và những bộ phận chi phối đặc trưng của con người, cái được coi là nguồn gốc cơ bản của sự phi lý – cảm xúc của chúng ta. Ví dụ, phương pháp cộng hưởng từ chức năng chỉ ra những rủi ro và phần thưởng được đánh giá bởi các bộ phận của hệ thống dopaminergic, một quy trình tưởng thưởng trong não quan trọng đối với các quá trình cảm xúc và thúc đẩy. Các hình ảnh cũng cho thấy hạch hạnh nhân, nơi xử lý cảm xúc ở não bộ, đặc biệt là sự sợ hãi, được kích hoạt khi chúng ta ra quyết định trong tình huống không chắc chắn.

Các cơ chế phân tích tình huống có sự ngẫu nhiên thực sự là sản phẩm phức tạp từ các nhân tố tiến hóa, cấu trúc não bộ, kinh nghiệm cá nhân, tri thức và cảm xúc. Trên thực tế, phản ứng của con người đối với sự không chắc chắn phức tạp đến mức đôi khi các cấu tạo khác biệt trong não dẫn tới những kết luận khác nhau và dường như phải đấu tranh để xác định kết luận trội hơn. Ví dụ, nếu cứ bốn lần ăn tôm thì ba lần mặt bạn bị sưng gấp năm lần bình thường, bán cầu não trái “lôgic” của bạn sẽ cố gắng tìm ra một khuôn mẫu. Bán cầu não phải “trực giác” của bạn, ngược lại, chỉ đơn giản nói “hãy tránh xa những con tôm”. Ít nhất đó là điều mà các nhà nghiên cứu tìm được sau các thử nghiệm ít đau đớn hơn. Thí nghiệm có tên là đoán xác suất. Thay vì sử dụng tôm và chất histamine, đối tượng được sử dụng lần này là các quân bài và ngọn đèn có hai màu xanh và đỏ. Những vật này được sắp xếp sao cho màu xuất hiện với các xác suất khác nhau nhưng phải theo quy luật nhất định. Ví dụ, màu đỏ xuất hiện hai lần liên tiếp với mật độ của màu xanh cũng vậy, kiểu như đỏ - đỏ - xanh - đỏ - xanh - đỏ - đỏ - xanh - xanh - đỏ - đỏ - đỏ... Sau khi quan sát, nhiệm vụ của

người chơi là đoán xem màu tiếp theo xuất hiện sẽ là xanh hay đỏ. Trò chơi này có hai chiến lược cơ bản. Một là, luôn đoán màu tiếp theo sẽ là màu bạn thấy xuất hiện thường xuyên nhất. Đó là cách làm thường thấy ở chuột và các loại động vật không phải con người. Nếu chọn chiến lược này, bạn chắc chắn sẽ đúng ở một mức cụ thể nhưng đồng thời bạn cũng đang thừa nhận rằng mình sẽ không thể làm tốt hơn. Ví dụ, nếu màu xanh xuất hiện 75% tổng thời gian và bạn quyết định đoán là màu xanh, bạn sẽ có 75% cơ hội đoán đúng. Chiến lược khác là “kết hợp” tỷ lệ đoán màu xanh và màu đỏ với tỷ lệ màu xanh và màu đỏ bạn quan sát được trước đây. Nếu màu xanh và màu đỏ xuất hiện theo một quy luật nhất định, bạn có thể tìm ra quy luật, chiến lược này giúp bạn đoán đúng hoàn toàn. Nhưng nếu các màu xuất hiện ngẫu nhiên, tốt hơn hết bạn nên lựa chọn chiến lược đầu tiên. Trong trường hợp màu xanh xuất hiện ngẫu nhiên 75% tổng thời gian, chiến lược thứ hai sẽ giúp ta đoán đúng 6/10 lần.

Con người thường cố đoán quy luật, trong khi đối với vấn đề này, con chuột làm tốt hơn. Nhưng những người bị suy giảm thần kinh sau phẫu thuật – còn được gọi là người có não bộ phân tách split brain – ngăn cản sự giao tiếp giữa bán cầu não trái và phải. Nếu như thí nghiệm xác suất tiến hành với các bệnh nhân này cho thấy họ nhìn ánh đèn hoặc tấm card màu chỉ bằng mắt trái và chỉ sử dụng tay trái dự đoán, thì đó chẳng khác nào thí nghiệm với não phải. Nhưng nếu thí nghiệm được tiến hành chỉ sử dụng tay phải và mắt phải, thì đó là thí nghiệm về bán cầu não trái. Khi những nhà nghiên cứu tiến hành các thí nghiệm, họ nhận thấy – với cùng nhóm bệnh nhân – bán cầu não phải luôn chọn để đoán những màu xuất hiện thường xuyên hơn và bán cầu não trái luôn cố phán đoán theo quy luật.

Đưa ra những lựa chọn và đánh giá sáng suốt trong các tình huống không chắc chắn là một kỹ năng hiếm có. Nhưng

cũng giống như bất cứ kỹ năng nào khác, nó có thể được nâng cao nhờ thực hành. Trong phần tiếp theo, tôi sẽ khảo sát vai trò của sự tình cờ trong thế giới xung quanh ta, các quan điểm đã được phát triển qua hàng thế kỷ sẽ giúp chúng ta hiểu rõ điều này, và các tác nhân khiến ta chệch hướng. Nhà triết học và toán học người Anh Bertrain Russell từng viết:

Tất cả chúng ta đều xuất phát từ "chủ nghĩa hiện thực chất phác", nghĩa là vật chất là cái ta nhìn thấy. Ta nghĩ rằng cỏ màu xanh, đá thì cứng và tuyết thì lạnh. Nhưng vật lý học khẳng định rằng màu xanh của cỏ, tính cứng của đá, và cái lạnh của tuyết không phải là màu xanh của cỏ, tính cứng của đá, và cái lạnh của tuyết như cách chúng ta biết trong trải nghiệm của mình, mà là thứ gì đó rất khác".

Trong các phần tiếp theo, chúng ta sẽ quan sát cuộc sống qua lăng kính ngẫu nhiên và thấy rằng nhiều điều trong cuộc sống không đơn giản như chúng ta vẫn thấy.

Năm 2002, Ủy ban Nobel đã trao giải Nobel Kinh tế cho nhà khoa học Daniel Kahneman. Ngày nay, các nhà kinh tế học làm tất cả mọi việc – họ giải thích tại sao giáo viên được trả lương thấp, tại sao các đội bóng lại rất đáng giá và tại sao chức năng cơ thể giúp hạn chế quy mô các trang trại lợn (một con lợn bài tiết nhiều gấp 3 đến 5 lần so với một người, do đó một trang trại nuôi hàng nghìn con có lượng chất thải lớn hơn các thành phố xung quanh). Mặc dù những nghiên cứu lớn đều được tiến hành bởi các nhà kinh tế học, nhưng giải Nobel 2002 rất đáng chú ý vì Kahneman không phải là một nhà kinh tế học. Ông là nhà tâm lý học, và trong hàng chục năm, cùng với Amos Tversky quá cố, Kahneman nghiên cứu và phân loại các dạng nhận thức sai lầm về xác suất đã tạo nên những nguy hiểm thường gặp mà tôi sẽ kể tới trong cuốn sách này.

Thách thức lớn nhất khi tìm hiểu vai trò của xác suất trong đời sống là mặc dù các nguyên tắc xác suất cơ bản nảy sinh từ logic hàng ngày, nhưng những nguyên tắc này kéo theo rất nhiều hệ quả trong đó thể hiện tính phi trực giác. Chính nghiên cứu của Kahneman và Tversky được khích lệ bởi một sự kiện ngẫu nhiên. Vào giữa thập niên 1960, Kahneman, sau này là giáo sư tâm lý học cao cấp tại Đại học Hebrew, đồng ý làm một việc nhỏ không mấy hứng thú: giảng dạy cho một nhóm huấn luyện viên đội bay trong lực lượng không quân Israel về lẽ phải thông thường của việc thay đổi tập tính và các ứng dụng của nó tới tâm lý học đào tạo đội bay. Kahneman hướng tới luận điểm: khen thưởng những hành vi tích cực có tác dụng tốt nhưng trừng phạt các sai phạm thì không có hiệu quả. Một trong các học viên ngắt lời, phát biểu một ý kiến mà khiến Kahneman như được khai sáng và dẫn dắt nghiên cứu của ông trong hàng chục năm.

"Tôi thường khen ngợi nồng nhiệt những bài thao duyệt chỉn chu thế nhưng lần tới họ luôn làm sai," huấn luyện viên đội bay nói. "Tôi đã từng la mắng học viên vì những động tác quá tồi, và lần tiếp theo phần lớn họ có tiến bộ. Do đó, không nên bảo tôi rằng khen thưởng thì hiệu quả mà trừng phạt thì không. Kinh nghiệm của tôi phủ nhận điều đó.

"Những huấn luyện viên khác tán đồng với ý kiến này. Đối với Kahneman, những kinh nghiệm của các huấn luyện viên phản ánh đúng thực tế. Mặt khác, Kahneman tin vào những thí nghiệm trên động vật chứng tỏ khen thưởng hiệu quả hơn trừng phạt. Ông suy ngẫm về nghịch lý hiển nhiên đó. Và rồi ông nhận ra: sự la mắng xảy ra trước khi có sự tiến bộ, nhưng biểu hiện đó không phải là nguyên nhân của sự tiến bộ.

Sao có thể như vậy? Câu trả lời nằm trong một hiện tượng được gọi là hồi quy mức trung bình. Do đó, trong bất cứ chuỗi sự kiện ngẫu nhiên nào, một sự kiện khác thường chắc chắn sẽ bị sự kiện thông thường lấn át. Tất cả học viên phi

công đều đủ năng lực để lái máy bay chiến đấu. Để nâng cao kỹ năng cho họ còn phụ thuộc vào rất nhiều yếu tố và đòi hỏi luyện tập tổng thể. Mặc dù kỹ năng của họ có những tiến bộ dần dần trong quá trình đào tạo đội bay, ta cũng khó có thể thấy sự thay đổi rõ rệt trong từng người tập. Vậy nên, bất cứ kết quả luyện tập xuất sắc hay kém đa phần là do may mắn. Nếu một phi công tiếp đất xuất sắc – vượt hơn xa kết quả thường ngày của anh ta – thì sự chênh lệch sẽ được thể hiện trong kết quả luyện tập ngày tiếp theo của anh ta gần hơn với mức chuẩn – đó là anh ta sẽ có kết quả kém hơn. Nếu huấn luyện viên khen ngợi anh ta, thì rõ ràng lời khen đó không hiệu quả. Nhưng nếu một phi công tiếp đất cực tồi – máy bay đáp trật ở cuối đường băng và đập vào chum ngũ cốc của quán ăn tự phục vụ – thì sau đó sự khác biệt sẽ thể hiện trong kết quả luyện tập ngày tiếp theo để trở về mức chuẩn – đó là kết quả tốt hơn. Nếu huấn luyện viên quen la mắng “đồ tinh tinh vụng về” khi học viên thực hành kém, thì rõ ràng sự phê bình của anh ta đã có hiệu quả. Theo cách giải thích này, một quy luật sẽ hiện ra: học viên thực hành tốt, lời khen không có ích gì; học viên thực hành kém, huấn luyện viên so sánh học viên với loài linh trưởng bậc thấp, học viên tiến bộ. Các huấn luyện viên trong lớp của Kahneman đã đưa ra kết luận từ những kinh nghiệm như vậy để chứng tỏ sự mẫn cảm của họ là một công cụ giáo dục uy quyền. Trên thực tế, nó không tạo ra sự khác biệt nào cả.

Lỗi nhận thức này đã kích thích tư duy của Kahneman. Ông băn khoăn, liệu những quan niệm sai này có phổ quát không? Liệu chúng ta, cũng giống như các huấn luyện viên đội bay, có tin rằng phê bình gay gắt sẽ giúp cải thiện hành vi của con cái và hiệu quả làm việc của nhân viên? Liệu chúng ta có đánh giá sai khi gặp những tình huống không chắc chắn? Kahneman hiểu rằng, con người sử dụng các chiến lược chắc chắn để giảm thiểu sự phức tạp của nhiệm vụ đánh giá và việc nhận thức về các khả năng đóng vai trò



quan trọng trong quá trình này. Bạn có cảm thấy phát ốm sau khi ăn salad cá sống trông có vẻ ngon lành của những người bán dạo? Bạn không tỉnh táo quay lại tất cả những quầy ăn mà bạn đã từng tới, đếm số lần bạn uống Pepto-Bismol đêm trước, và đưa ra một con số ước lượng. Bạn để trực giác của bạn làm việc. Nhưng một nghiên cứu vào cuối những năm 1950 đầu thập niên 1960 cho biết trực giác của con người về xác suất khiến họ thất bại trong những tình huống này. Mức độ phổ biến của nhận thức sai về sự không chắc chắn này như thế nào? Và nó ảnh hưởng tới quá trình quyết định của con người như thế nào? Một vài năm trôi qua, Kahneman mời một đồng nghiệp, giáo sư Amos Tversky, thỉnh giảng tại một trong những buổi thảo luận của ông. Sau đó, trong bữa trưa, Kahneman trao đổi với Tversky về các ý tưởng đang hình thành của mình. Trong hơn 30 năm tiếp theo, Tversky và Kahneman nhận ra rằng thậm chí trong những vấn đề phức tạp, khi diễn qua quá trình gần gũi - trong quân sự, hoặc các tình huống thể thao, tình thế khó trong kinh doanh, hoặc các vấn đề y tế - niềm tin và trực giác của con người thường làm ta thất bại.

Giả sử bốn nhà xuất bản từ chối bản thảo tiểu thuyết ly kỳ của bạn về tình yêu, chiến tranh và vấn đề nóng lên toàn cầu. Trực giác và cảm giác khó chịu ở lỗm thượng vị chỉ ra rằng sự từ chối của tất cả chuyên gia xuất bản đó đã chứng tỏ bản thảo của bạn không tốt. Nhưng liệu trực giác của bạn có đúng? Tiểu thuyết của bạn không thể bán được? Chúng ta đều học hỏi từ kinh nghiệm: nếu một vài lần tung đồng xu ngửa, thì không có nghĩa là đồng xu đó có hai mặt ngửa. Liệu việc xuất bản có thể thành công hay không? Không thể đoán trước được và thậm chí nếu tiểu thuyết của bạn dự tính nằm trong danh sách bán chạy nhất, thì rất nhiều nhà xuất bản cũng có thể bỏ lỡ điều đó và gửi những lá thư phúc đáp cảm ơn nhưng xin từ chối. Một cuốn sách năm 1950 đã bị các nhà xuất bản từ chối với những bình luận như “rất tối tăm”, “một bản thảo ảm đạm về những phiền muộn lặt vặt

gia đình điển hình và cảm xúc vị thành niên”, và “thậm chí nếu tác phẩm xuất hiện năm năm trước, khi chủ đề Chiến tranh thế giới II đang thịnh, tôi cũng chẳng nhìn thấy cơ hội nào cả.” Cuốn sách đó, Nhật ký Anne Frank, đã bán được 30 triệu bản, trở thành cuốn sách bán chạy nhất trong lịch sử. Thư từ chối cũng đã từng được gửi tới Sylvia Plath bởi “không có tài năng gì nổi trội để chúng tôi chú ý cả,” tới George Orwell về cuốn Animal Farm (Trại súc vật) vì “không thể nào bán truyện về động vật ở Mỹ”, và tới Isaac Bashevis Singer vì “lại về Ba Lan và những người Do thái giàu có”. Trước khi thành công, hăng của Tony Hillerman đã bị chê bai và khuyên rằng ông “nên từ bỏ tất cả những thứ liên quan đến Ấn Độ.”

Đó không phải là những đánh giá sai duy nhất. Trên thực tế, rất nhiều cuốn sách có tiềm năng, đạt được thành công lớn phải vượt qua không chỉ một lời từ chối, mà bị từ chối liên tục. Ví dụ, ngày nay rất ít cuốn sách có sức hấp dẫn rõ ràng và phổ thông hơn các tác phẩm của John Grisham, Theodor Geises (Tiến sĩ Seuss), và J.K. Rowling. Tuy nhiên, các bản thảo họ viết trước khi nổi tiếng – cực kỳ thành công – đều liên tục bị từ chối. Bản thảo cuốn A Time to Kill (Đã đến lúc cần giết người) của Grisham bị 26 nhà xuất bản từ chối; cuốn thứ hai, The Firm (Hãng), thu hút sự chú ý của các nhà xuất bản chỉ sau khi một bản in lậu lưu hành tại Hollywood được trả 600.000 đô-la tiền bản quyền. Cuốn sách thiếu nhi đầu tiên của tiến sĩ Seuss, And to Think That I Saw It on Mulberry Street (Hãy nghĩ rằng tôi nhìn thấy nó trên đường phố Mulberry), bị 27 nhà xuất bản từ chối. Và tập bản thảo Harry Potter đầu tiên của J.K. Rowling bị từ chối 9 lần. Và đây là mặt khác của đồng xu – mặt mà bất cứ ai trong kinh doanh cũng đều biết quá rõ: nhiều tác giả có tiềm năng nhưng chưa bao giờ thành công, như John Grisham bỏ cuộc sau 20 lần bị từ chối, hoặc J.K. Rowling bỏ cuộc sau khi bị từ chối 5 lần. Sau rất nhiều lần thất bại, một tác giả như John Kennedy Toole mất hy vọng xuất bản tiểu thuyết của mình

và tự tử. Tuy nhiên, mẹ của anh đã giữ gìn bản thảo và 11 năm sau cuốn *A Confederacy of Dunces* (Một mảnh trò đời) được xuất bản và đoạt giải thưởng Pulitzer về tiểu thuyết viễn tưởng và bán được gần 2 triệu bản.

Luôn tồn tại một hố khổng lồ về tính ngẫu nhiên và không chắc chắn ngăn cách giữa việc viết nên một cuốn sách tuyệt vời – hoặc tạo ra món trang sức hay chiếc bánh quy phủ sôcôla vụn và sự hiện diện của hàng chống lớn các bản in – hoặc các túi bánh phia trước hàng ngàn hiệu sách bán lẻ. Đó là lý do tại sao những người thành công trong mọi lĩnh vực là thành viên quen thuộc trong một tập hợp xác định – tập hợp những người không bao giờ bỏ cuộc.

Rất nhiều điều xảy ra với chúng ta – thành công trong sự nghiệp, trong đầu tư, trong các quyết định cuộc sống, cả lớn và nhỏ – chịu tác động của các nhân tố ngẫu nhiên cũng nhiều như chịu tác động của kỹ năng, sự sẵn sàng, và chăm chỉ. Do đó, chúng ta thừa nhận thực tế không phản ánh trực tiếp những con người hay những tình huống đằng sau nó mà phản ánh hình ảnh đã bị những tác động ngẫu nhiên của các nhân tố bên ngoài không đoán trước được, làm biến đổi. Điều này cũng không có nghĩa là hạ thấp khả năng – đó là một trong những nhân tố làm gia tăng cơ hội thành công – nhưng mối quan hệ giữa hành động và kết quả không thực sự trực tiếp như chúng ta từng tin. Do vậy, quá khứ không dễ gì hiểu được, cũng như tương lai không dễ đoán trước, và trong các doanh nghiệp chúng ta kiếm lời từ việc nghiên cứu sâu hơn những giải thích bề ngoài.

CHÚNG TA CÓ THÓI QUEN ĐÁNH GIÁ NHỮNG TÁC ĐỘNG của tính ngẫu nhiên. Những tay môi giới chứng khoán khuyên chúng ta đầu tư vào sàn chung của Mỹ Latinh với mục tiêu “đánh tụt quần các sàn nội địa” trong năm năm vận hành. Bác sỹ của bạn quy sự gia tăng chỉ số triglyceride trong máu là do thói quen ăn bánh Hostess Ding Dong với sữa

sau khi buộc bọn trẻ ăn sáng với xoài và sữa chua không béo. Chúng ta có thể chấp nhận hoặc không chấp nhận lời khuyên của người môi giới chứng khoán hay bác sỹ, nhưng rất ít người đặt câu hỏi liệu anh ta/cô ta có đủ cơ sở để đưa ra lời khuyên đó? Trong giới chính trị, giới kinh tế và giới doanh nghiệp – thậm chí khi sự nghiệp và hàng triệu đô-la đang lâm nguy – rõ ràng các sự kiện tình cờ thường được hiểu sai thành sự thất bại hoặc thành công.

Hollywood là một minh họa rõ ràng. Liệu các phần thưởng (hoặc hình phạt) trong trò chơi Hollywood có xứng đáng? Hoặc liệu vận may có đóng vai trò quan trọng trong thành công (hay thất bại) hơn hình tượng con người? Chúng ta đều hiểu rằng thiên tài không đảm bảo cho sự thành công, nhưng có thể khẳng định thành công phải xuất phát từ thiên tài. Tuy nhiên, không ai biết trước một bộ phim sẽ thành công hay thất bại, do vậy đó là sự ngờ vực không thoải mái ở Hollywood ít nhất từ khi William Goldman, tiểu thuyết gia và cũng là nhà biên kịch, thổ lộ trong cuốn *Advantures in the Screen Trade* (Những cuộc phiêu lưu trên thương trường màn ảnh) năm 1983. Trong cuốn sách này, Goldman trích lời của nguyên giám đốc điều hành xưởng phim David Picker: “Nếu tôi nói ‘đồng ý’ với tất cả các dự án tôi đã gạt bỏ, và nói ‘không’ với tất cả dự án tôi đã thông qua, thì kết quả cũng sẽ y như vậy.”

Tất nhiên, không thể nói bất cứ bộ phim kinh dị tự quay nào cũng có thể thành công dễ dàng như phim *Exorcist: The Beginning* (Thầy phù thủy), bộ phim có chi phí tới 80 triệu đô-la. Tuy nhiên, điều này đã xảy ra vài năm trước với bộ phim *The Blair Witch Project* (Truy tìm phù thủy Blair): các nhà làm phim đã phải bỏ ra khoảng 60.000 đô-la nhưng bù lại họ thu về 140 triệu đô-la từ việc bán vé – gấp ba lần doanh thu của *Exorcist*. Nhưng đó vẫn không phải là điều Goldman đang nói tới. Ông chỉ ám chỉ những bộ phim Hollywood được làm chuyên nghiệp với các giá trị đủ để đưa

bộ phim tới nhà phân phối đáng tin cậy nhất. Và Goldman không phủ nhận rằng có các lý do làm cho những phòng vé hoạt động hiệu quả. Nhưng ông cũng nói rằng những lý do đó rất phức tạp và con đường từ khi bắt tay vào sản xuất tới tuần lễ khai mạc phim chịu những tác động khó lường trước khó kiểm soát và điều này sẽ điều chỉnh hướng phán đoán về tiềm năng của một bộ phim chưa làm xong hết như tung một đồng xu.

Những ví dụ về các vấn đề không thể dự đoán của Hollywood rất dễ tìm. Những người hâm mộ điện ảnh sẽ nhớ những kỳ vọng của hãng phim dành cho Ishtar thất bại thảm hại (diễn viên Warren Beatty + diễn viên Dustin Hoffman + ngân sách 55 triệu đô-la = 14 triệu đô-la doanh thu bán vé) và phim Last Action Hero (Arnold Schwarzenegger + 85 triệu đô-la = 50 triệu đô-la). Mặt khác, bạn có thể nhớ lại những ngờ vực nghiêm trọng của ban quản trị Universal Studio đối với đạo diễn George Lucas của phim American Graffiti, với số vốn đầu tư ít hơn 1 triệu đô-la. Bất chấp sự hoài nghi đó, bộ phim thu được 115 triệu đô-la, nhưng vẫn không khiến họ thôi nghi ngờ về các ý tưởng tiếp theo của Lucas. Ông dựng phim phỏng theo truyện Adventures of Luke Starkiller từ tạp chí The Journal of the Whills. Hãng Universal cho rằng nó không thể sinh lời. Cuối cùng, hãng 20th Century Fox đã làm bộ phim này, nhưng sự tin tưởng của nhà sản xuất vào dự án chỉ tới đó: hãng trả Lucas 200.000 đô-la để viết kịch bản và chỉ đạo; đổi lại, Lucas nhận quyền thương mại đối với tác phẩm. Cuối cùng, bộ phim Star Wars (Chiến tranh giữa các vì sao) thu được 461 triệu đô-la từ số tiền đầu tư là 13 triệu đô-la, và Lucas đã có cả một đế chế của riêng mình.

Phải nói rằng các quyết định thông qua được đưa ra nhiều năm trước khi một bộ phim hoàn thành và các bộ phim chịu tác động bởi nhiều nhân tố không thể đoán trước nảy sinh trong thời gian sản xuất và tiếp thị, không đề cập tới những

thị hiếu khó hiểu của khán giả, giả thuyết của Goldman dường như không hoàn toàn cường điệu. Đó cũng là một trong những lý thuyết phù hợp với nhiều nghiên cứu kinh tế gần đây. Mặc dù vậy, giám đốc của các hãng phim không bị đánh giá về kỹ năng quản lý kiểu bánh mì và bơ – đây là những kỹ năng thiết yếu đối với cả ban giám đốc của tập đoàn thép Mỹ lẫn ban giám đốc của hãng Paramount Pictures. Thay vào đó, họ bị đánh giá bởi khả năng chọn lọc những bộ phim thành công. Nếu Goldman đúng, khả năng đó chỉ là ảo ảnh, và thậm chí anh ta/cô ta có khoác lác đến đâu thì cũng không có giám đốc nào xứng đáng với hợp đồng 25 triệu đô-la đó.

Quyết định quan tâm tới kết quả phải dựa trên kỹ năng và quyết định quan tâm tới vận may thì dựa trên trí tuệ. Các sự kiện ngẫu nhiên xảy ra giống như các quả nho khô trong hộp – kết thành từng đám, từng cục và từng dải. Và mặc dù vận may tiềm năng luôn công bằng; nhưng vận may không công bằng trong kết quả. Điều đó có nghĩa rằng nếu cứ 1 trong 10 giám đốc của Hollywood tung 10 đồng xu, mặc dù mỗi người đều có cơ hội như nhau để trở thành người thắng hoặc người thua, thì cuối cùng sẽ luôn có người thắng và kẻ thua. Trong ví dụ này, cơ hội là 2/3, ít nhất một trong số các giám đốc sẽ ghi được 8 điểm hoặc nắm chắc phần thắng hoặc phần thua.

Tưởng tượng rằng, George Lucas làm phim Star Wars và trong một cuộc điều tra thị trường ông quyết định tiến hành một thử nghiệm điên khùng. Ông cho ra bộ phim bản sao dưới 2 tên: Chiến tranh giữa các vì sao: Episode A (Phiên bản A) và Star Wars: Episode B (Phiên bản B). Mỗi phim có chương trình quảng cáo và lịch trình chiếu riêng với những chi tiết giống hệt nhau ngoại trừ các đoạn phim chiếu thử và quảng cáo cho một phim gọi là Phiên bản A và phim kia gọi là Phiên bản B. Giờ đây chúng ta có một cuộc tranh luận. Phim nào sẽ nổi tiếng hơn? Chúng tôi điều tra 20.000 khán

giả đầu tiên và ghi lại bộ phim họ chọn (lờ đi những người hâm mộ bảo thủ, những người sẽ đi xem cả hai phim và khẳng định rằng có gì đó tương tự nhưng ý nghĩa thì khác hẳn giữa hai phim). Do nội dung các bộ phim và chiến dịch quảng cáo giống hệt nhau, chúng ta có thể lập mô hình toán trò chơi theo cách: giả sử ta xếp tất cả khán giả thành một hàng và lần lượt từng người tung đồng xu. Nếu đồng xu ngửa, anh ta/cô ta sẽ xem Phiên bản A; nếu đồng xu sấp, đó là Phiên bản B. Do đồng xu tạo ra cơ hội bằng nhau theo cả hai cách, có lẽ trong cuộc chiến bán vé này mỗi phim sẽ dẫn đầu một nửa thời gian. Nhưng toán xác suất nói ngược lại: số lần thay đổi vị trí dẫn đầu chắc chắn là 0, và xác suất một trong hai bộ phim sẽ dẫn đầu trong suốt quá trình 20.000 khán giả lựa chọn gấp 88 lần cách nói vị trí dẫn đầu sẽ thay đổi liên tục như chơi bập bênh. Ở đây, không phải là không có sự khác biệt giữa các bộ phim mà một số phim sẽ đạt kết quả tốt hơn mặc dù tất cả đều giống hệt nhau.

Những vấn đề như vậy không được bàn tại hội nghị của công ty, cũng như tại Hollywood, hoặc bất kỳ nơi nào. Do vậy, các quy luật xác suất thông thường – vận đỏ hoặc đen hoặc các cụm thông tin – luôn bị hiểu sai, và tệ hơn, bị đối xử như thể chúng tượng trưng cho một xu hướng mới.

Một trong những ví dụ có hồ sơ dày nhất về sự đề cao và truất ngôi ở Hollywood hiện đại là trường hợp của Sherry Lansing – người điều hành hãng phim Paramount gặt hái thành công rực rỡ trong nhiều năm. Dưới thời Lansing, Paramount giành giải Bộ phim hay nhất cho tác phẩm *Foresst Gump*, *Braveheart*, *Titanic* và ghi nhận hai năm doanh thu cao nhất trong lịch sử. Sau đó, danh tiếng của Lansing đột nhiên xuống dốc, và bà bị loại sau khi Paramount ném trái “thời gian dài ế ẩm tại phòng vé”, như tờ *Variety* đăng tải.

Trong toán học, có cả bài giải dài và ngắn cho số phận của Lansing. Trước hết, câu trả lời ngắn. Hãy nhìn dãy số: 11,4%; 10,6%; 11,3%; 7,4%; 7,1%; 6,7%. Bạn có nhận ra điều gì? Sếp của Lansing, Sumner Redstone, cũng vậy và đối với ông ta xu hướng rất quan trọng, sáu con số đó tượng trưng cho thị phần nhóm Phim điện ảnh của Paramount trong 6 năm cuối cùng mà Lansing giữ chức. Xu hướng này khiến tờ Business Week nói rằng Lansing “đơn giản không còn là bàn tay vàng của Hollywood nữa”. Chỉ vài tháng sau khi Lansing thông báo bà sẽ ra đi, một tài năng quản lý mang tên Brad Grey nhậm chức.

Làm sao một thiên tài lãnh đạo công ty trong suốt 7 năm thành công và sau đó lại thất bại chỉ sau một đêm? Có hàng loạt lý thuyết giải thích sự thành công trước đây của Lansing. Nếu như Paramount đang làm ăn tốt, Lansing được tán dương vì đã khiến công ty trở thành xưởng phim vận hành tốt nhất Hollywood và sự khéo léo của bà đã biến những câu chuyện thông thường thành những quả bom tấn 100 triệu đô-la. Khi vận mệnh của bà thay đổi, những người theo chủ nghĩa xét lại tiếp quản. Thiên hướng làm lại những bộ phim và cốt truyện đã thành công của bà trở thành điểm yếu. Hầu hết những lời chê bai tập trung vào “thất bại là do sở thích ôn hòa của cô ta”. Bà giờ đây bị trách cứ vì “bật đèn xanh” cho những phân khúc bán vé như Timeline (Dòng thời gian) và Lara Croft Tomb Raider: The Cradle of Life (Bí mật ngôi mộ cổ). Đột nhiên có những quan điểm cho rằng Lansing không thích rủi ro, lạc hậu và đi lệch xu hướng. Nhưng liệu bà có đáng bị chỉ trích vì nghĩ rằng tác phẩm bán chạy của Michael Crichton sẽ hứa hẹn thành kịch bản phim? Và đâu ra những lời phê bình cho tất cả các phim về Lara Croft khi mà tập phim đầu tiên Tomb Raider doanh thu đạt 131 triệu đô-la?

Thậm chí, nếu các quan điểm về hạn chế của Lansing hợp lý, hãy suy nghĩ làm sao sự lụi tàn của bà lại xảy ra nhanh



chóng đến thế? Bà đã trở nên sợ sệt mạo hiểm và lạc thời lạc thế chỉ sau một đêm? Bởi vì thị phần của hãng phim Paramount tụt xuống bất ngờ. Năm nay, Lansing đang ở đỉnh cao; nhưng năm tiếp theo bà xuống dốc và trở thành lời thoại chọc cười của những kẻ tấu hài đêm khuya. Sự thay đổi vận mệnh này có thể hiểu được nếu, giống như những người khác ở Hollywood, bà cảm thấy chán nản sau khi ly dị, phải ra tòa vì tội tham ô, hay tham gia một giáo phái tôn giáo nào đó. Nhưng mọi chuyện lại không như thế. Và chắc chắn bà cũng không chịu ảnh hưởng về não bộ nào. Mạnh mẽ duy nhất những kẻ chỉ trích Lansing có thể đưa ra để lý giải cho những sai-lầm-mới-bị-phát-hiện của bà, thực ra lại chỉ là những sai lầm mới-được-phát-hiện mà thôi.

Sau này, người ta nhận ra rằng, rõ ràng Lansing hiểu biết sai lầm về ngành điện ảnh tính ngẫu nhiên chứ không phải vì việc ra quyết định thiếu hoàn hảo của bà: các phim của Paramount trong năm tiếp đã đưa vào giai đoạn vận chuyển được khi Lansing rời khỏi. Do vậy, nếu chúng ta muốn biết đại khái Lansing sẽ làm ăn ra sao nếu bà giữ được vị trí của mình, chúng ta cần phải xem những số liệu sau khi bà đi. Với những phim như War of the Worlds và The Longest Yard, Paramount đã có một mùa hè tuyệt vời nhất trong thập kỷ và thị phần hồi phục đến 10%. Đó phải là sự trở trêu thuần túy – một lần nữa khía cạnh ngẫu nhiên đã tạo ra sự hồi quy về giá trị trung bình. Một bài có tựa, tờ Variety viết: “Những món quà chia tay: Những bộ phim của chế độ cũ giúp Paramount hồi phục,” nhưng không ai chịu nghĩ rằng nếu như Viacom (công ty mẹ của Paramount) kiên nhẫn hơn, tựa báo kia có thể đổi thành: “Năm kỷ lục đưa Paramount và sự nghiệp của Lansing trở lại đường đua.”

Sherry Lansing gặp vận may lúc đầu và vận rủi về cuối, nhưng mọi việc sẽ khác nếu bà có thể gặp vận rủi lúc ban đầu. Đó là chuyện xảy ra với người điều hành hãng Columbia Pictures – Mark Canton. Được mô tả là người am

hiếu phòng vé và nhiệt tình ngay sau khi được tuyển dụng, ông bị sa thải sau vài năm đầu kết quả bán vé đáng thất vọng. Một đồng nghiệp không nêu tên chỉ trích ông là “thiếu năng lực nhận biết người thành công trong số những người thất bại” và người khác thì nói ông “quá bận làm đội trưởng đội cổ vũ”. Người đàn ông bị thất sủng này ra đi khi ông bắt tay đóng máy những bộ phim như Men in Black (doanh thu bán vé 589 triệu đô-la trên toàn thế giới), Air Force One (315 triệu đô-la), The Fifth Element (264 triệu đô-la), Jerry Maguire (274 triệu đô-la), và Anaconda (137 triệu đô-la). Như một tựa viết trên tờ Variety, gia tài phim của Canton là “bom tấn và đại bom tấn”.

Tuy nhiên, đó là Hollywood, một thành phố nơi Michael Ovitz làm chủ tịch Disney trong 15 tháng và sau đó ra đi với gói thanh toán hợp đồng 140 triệu đô-la và cũng là nơi mà giám đốc xưởng phim David Begelam bị Columbia Pictures sa thải vì giả mạo giấy tờ và biến thủ công quỹ, vài năm sau trở thành CEO của MGM. Nhưng chúng ta sẽ thấy trong các chương tiếp theo, vẫn những lỗi đánh giá sai lầm giống như lỗi đã làm điên đảo Hollywood lại tiếp tục khuấy đảo nhận thức con người trong mọi lĩnh vực của cuộc sống.

Quan điểm của riêng tôi về những tác động ẩn của sự ngẫu nhiên nảy sinh ở trường đại học, khi tôi tham gia một khóa học về xác suất và bắt đầu áp dụng các nguyên lý của nó vào thế giới thể thao. Rất dễ làm bởi, giống như trong ngành điện ảnh, đa số thành công trong thể thao có thể dễ dàng định lượng và các số liệu luôn có sẵn. Tôi phát hiện ra đó chỉ là những bài học về tính kiên trì, thực tế và làm việc nhóm mà chúng ta học được trong thể thao đều có thể áp dụng được trong các khía cạnh của cuộc sống, các bài học về tính ngẫu nhiên cũng như vậy. Và do vậy, tôi tiến hành kiểm tra một câu chuyện về hai cầu thủ bóng chày nhà nghề, Roger Maris và Mickey Mantle, một câu chuyện chứa đựng cả một

bài học cho tất cả chúng ta, thậm chí với những người không biết phân biệt bóng chày với bóng bàn.

Năm 1961, tôi còn rất nhỏ, nhưng tôi vẫn nhớ như in khuôn mặt của Maris và đồng đội còn nổi tiếng hơn của anh ở New York Yankees là Mantle, trên bìa tạp chí Life. Hai cầu thủ bóng chày này tham gia một cuộc đua lịch sử nhằm phá kỷ lục năm 1927 của thần tượng Babe Ruth với 60 cú home run (cú đánh cho phép người đánh chạy quanh ghi điểm mà không phải dừng lại) một năm. Đó là khoảng thời gian lý tưởng khi thi thoảng giáo viên của tôi nói những điều kiểu như “chúng ta cần thêm những anh hùng như Babe Ruth”, hoặc “chúng ta chưa bao giờ có một Tổng thống nhỉ”. Bởi truyền thuyết về Babe Ruth được tôn thờ, bất cứ ai muốn thách thức tốt nhất phải là người xứng đáng. Mantle, một cầu thủ có thâm niên, dũng cảm, là người đã chiến đấu ngay cả khi bị chấn thương đầu gối, là cơn gió thổi bùng ngọn lửa ham muốn áp đảo. Là một đồng đội ưu nhìn và tốt bụng, Mantle giống như kiểu mẫu nam nhi địa diện cho nước Mỹ mà ai cũng hy vọng sẽ lập nên các kỷ lục. Ngược lại, Maris là một cầu thủ cộc cằn, cá nhân, một người luôn lép vế, chưa bao giờ chơi được 39 cú home run trong một năm, kém hơn nhiều so với kỷ lục 60 cú. Anh dường như là người cáu kỉnh, kiểu người không cởi mở và không thích trẻ con. Tất cả mọi người đều cổ vũ cho Mantle. Tôi, ngược lại, thích Maris.

Kết quả, Mantle phá kỷ lục của chính mình, anh ghi được 54 cú home run. Maris phá kỷ lục của Ruth với 61 cú. Trong suốt sự nghiệp của mình, Babe Ruth đã 4 lần đánh được nhiều hơn 50 cú home run trong một mùa và 12 lần đánh được nhiều hơn bất cứ ai trong mùa giải. Maris chưa bao giờ đánh được 50 hoặc thậm chí 40 cú và chưa bao giờ dẫn đầu mùa giải. Kết quả tổng thể đó đã nuôi dưỡng sự phục hận. Nhiều năm qua đi, Maris bị chỉ trích kịch liệt từ người hâm mộ, các phóng viên thể thao, và đôi khi cả các cầu thủ khác. Họ phán xét: anh ta bị bóp nát dưới sức ép trở thành nhà vô

địch. Một vận động viên bóng chày kỳ cựu nổi tiếng đã nói, “Maris không có quyền phá kỷ lục của Ruth”. Đó có thể là sự thật, nhưng không phải vì lý do như cựu vận động viên đó nghĩ.

Nhiều năm sau, do tác động của khóa học về toán học trong trường đại học, tôi thử suy nghĩ về thành công của Maris theo chiều hướng mới. Để phân tích cuộc đua giữa Maris và Mantle, tôi đọc lại bài báo cũ trên tờ Life và tìm thấy một thảo luận ngắn về lý thuyết xác suất và cách vận dụng xác suất để đoán kết quả trong cuộc đua giữa Maris và Mantle. Tôi quyết định tự xây dựng bài toán về cú home run ghi điểm. Và đây: hiển nhiên kết quả của bất cứ cầu thủ nào tại vị trí quan trọng đó (nghĩa là cơ hội thành công) đều phụ thuộc chủ yếu vào tài năng của cầu thủ. Nhưng nó cũng còn phụ thuộc vào sự can thiệp của nhiều nhân tố khác như sức khỏe, sức gió, mặt trời, hoặc ánh đèn sân vận động, chất lượng của cú ném mà anh ta nhận được, tình trạng trận đấu, liệu anh ta có đoán chính xác người ném sẽ ném như thế nào; liệu tay và mắt của cầu thủ có phối hợp hoàn hảo khi anh ta nhún người vung chày; liệu cô nàng da nâu ở quán bar tối qua đã giữ chân anh ta quá muộn hoặc chiếc xúc xích pho mát ớt với tỏi chiên mà anh ta ăn sáng có đang sôi lên trong dạ dày không. Nếu không thì, nhờ tất cả những nhân tố không đoán trước được đó, một cầu thủ hoặc sẽ đánh được cú home run mỗi khi vào vị trí hoặc sẽ luôn đánh trượt. Thay vào đó, mỗi khi vào vị trí tất cả những điều bạn có thể nói là anh ta có xác suất xác định đánh trúng cú home run và xác suất xác định sẽ đánh trượt. Trong hàng trăm lần vào vị trí mỗi năm, các nhân tố ngẫu nhiên này đưa đến số trung bình và đem lại số cú home run tăng lên khi cầu thủ có kỹ thuật tốt hơn và cuối cùng giảm dần khi những nếp nhăn hằn trên khuôn mặt đẹp trai của anh ta. Nhưng đôi khi các nhân tố ngẫu nhiên không lấy giá trị trung bình. Việc đó có hay xảy ra không? Và sai số là bao nhiêu?

Từ các thống kê hàng năm về cầu thủ này, bạn có thể tính được xác suất đánh trúng cú home run trong mỗi lần đánh. Năm 1960, năm trước khi ghi được kỷ lục, Roger Maris ghi được một cú home run trên 14,7% cơ hội (bằng với kết quả đánh home run trung bình trong 4 năm của anh ta). Hãy gọi kết quả đánh bóng đó là Maris thông thường. Bạn có thể xây dựng mô hình kỹ năng đánh home run của Maris thông thường như sau: giả sử một đồng xu ngửa trung bình không phải một lần trong hai lần tung mà là một lần trong 14,7 lần tung. Do đó, tung đồng xu đó một lần mỗi khi đến lượt và tặng cho Maris một cú home run mỗi khi đồng xu ngửa. Nếu bạn muốn khớp với mùa giải năm 1961 của Maris, bạn tung đồng xu theo số lần anh ta có cơ hội đánh home run năm đó. Bằng phương pháp này, bạn có thể tạo ra toàn bộ diễn biến mùa giải 1961 mà trình độ kỹ năng của Maris thể hiện số lượng cú home run của Maris thông thường. Các kết quả của những mùa giải giả này minh họa cho thành quả mà Maris chuẩn đáng lẽ đã đạt được trong năm 1961 nếu như tài năng của anh ta không bất ngờ thăng hoa – nghĩa là kết quả thật bằng khả năng đánh home run của Maris chuẩn cộng với hiệu quả của vận may.

Để tiến hành thành công cuộc khảo sát này, tôi sẽ cần một đồng xu khá lạ, một cổ tay khá khỏe, và đợt nghỉ phép trường. Trong thực tế, toán xác suất cho phép tôi thực hiện phân tích nhờ vào các phép toán và máy tính. Trong đa số các giải đấu năm 1961 theo tưởng tượng của tôi, kết quả đánh home run của Maris chuẩn ngang bằng với kết quả Maris thường gặp. Trong một số mùa giải giả tưởng anh ta đánh được ít hơn một chút, hoặc nhiều hơn một chút. Hiếm mùa giải anh ta đánh được nhiều hơn hoặc ít hơn hẳn. Với tài năng của Maris thông thường, tần suất anh ta đánh được bằng kết quả của Ruth là bao nhiêu?

Tôi đã từng kỳ vọng các cơ hội mà Maris chuẩn phá được kỷ lục của Ruth bằng với số cơ hội của Jack Whittaker khi anh

ta bỏ thêm 1 đô-la khi mua bánh quy ăn sáng tại một cửa hàng tiện dụng vài năm trước và sau đó thắng 314 triệu đô-la trong giải xổ số Powerball của bang. Các cơ hội của những cầu thủ kém tài năng hơn nên như vậy. Nhưng Maris chuẩn, không phải Ruthian, vẫn vượt mức trung bình về đánh home run nhiều. Và do đó, xác suất Maris chuẩn lập kỷ lục thật tình cờ là không hề nhỏ: anh ta có thể đạt được hoặc phá kỷ lục của Ruth 1 lần trong 32 mùa giải. Nghe không có vẻ là vụ cá cược tốt, và bạn đã không muốn cá cược về cả Maris lẫn năm 1961 nữa. Nhưng những vụ cá cược đó dẫn tới một kết luận rất ấn tượng. Để biết được lý do, ta hãy cùng trả lời một câu hỏi thú vị hơn. Giả sử tất cả cầu thủ đều có khả năng của Maris chuẩn và toàn bộ khoảng thời gian 70 năm kể từ khi Ruth lập kỷ lục tới khi bắt đầu “kỷ nguyên steroid” (khi mà các cú home run được dễ dàng thực hiện hơn do các cầu thủ sử dụng chất kích thích). Điều cần đánh cược là cầu thủ nào đó tại một thời điểm nào đó liệu có thể đạt được hoặc phá vỡ kỷ lục của Ruth một cách tình cờ không? Liệu có lý do để tin rằng Maris chỉ tình cờ trở thành người may mắn khác thường trong mùa giải đó không?

Lịch sử đã chỉ ra, trong giai đoạn đó, cứ ba năm thì lại có khoảng một cầu thủ cùng khả năng và cơ hội tương tự như khả năng và cơ hội của Maris chuẩn năm 1961. Khi bạn cộng tất cả vào, kết quả đưa ra xác suất xấp xỉ 50% thể hiện rằng chỉ do tình cờ một trong số các cầu thủ đó có thể đạt hoặc phá được kỷ lục của Ruth. Nói cách khác, trong suốt thời gian 70 năm cái đích ngẫu nhiên đạt được 60 home run trở lên đối với một cầu thủ luôn chỉ đánh được 40 home run mong đợi – một hiện tượng giống như tiếng tách tách lớn khi đường truyền điện thoại kém. Tất nhiên, cũng có thể dự đoán rằng chúng ta hoặc sẽ tôn trọng, hoặc gièm pha – và tất nhiên cả phân tích không ngừng – bất cứ ai trở thành người “may mắn”.

Chúng ta không bao giờ biết chắc chắn liệu Maris đã chơi tốt hơn hẳn trong mùa giải năm 1961 so với các mùa giải khác trong sự nghiệp bóng chày chuyên nghiệp của mình hay anh ta chỉ đơn thuần hưởng lợi từ vận may. Nhưng các nhà khoa học quá cố xuất sắc như Stephen Jay Gould và người đạt giải thưởng Nobel E. M. Purcell đã phân tích chi tiết về môn bóng chày cũng như các môn thể thao khác và chỉ ra rằng bài toán tung đồng xu như tôi đã trình bày rất phù hợp với hiệu quả thi đấu của cả cầu thủ và đội bóng trong thực tế, bao gồm cả vận đen và vận đỏ.

Khi chúng ta nghiên cứu các thành tích phi thường trong thể thao – hoặc bất cứ đâu – chúng ta nên nhớ kỹ các sự kiện phi thường có thể xảy ra mà không vì nguyên nhân khác thường nào cả. Các sự kiện ngẫu nhiên thường cũng giống như các sự kiện không hề ngẫu nhiên, và khi lý giải các sự vụ của con người chúng ta phải lưu ý không xáo trộn hai thứ đó. Mặc dù phải mất rất nhiều thế kỷ, nhưng cuối cùng các nhà khoa học đã hiểu được sâu xa hơn trật tự bên ngoài và nhận ra tính ngẫu nhiên ẩn trong tự nhiên và đời sống hàng ngày. Trong chương này, tôi đã trình bày một số nét sơ lược về các nghiên cứu đó. Trong các chương tiếp theo, tôi sẽ đi sâu vào các luận điểm trọng tâm về tính ngẫu nhiên trong từng bối cảnh lịch sử và mô tả sự liên quan của chúng với mục tiêu đưa ra một nhận thức mới về môi trường xung quanh chúng ta hàng ngày và từ đó đưa ra tri thức kết nối giữa khía cạnh nền tảng của tự nhiên và kinh nghiệm của chính chúng ta.

# Chương 2: Các quy luật sự thật và một nửa sự thật

Nhìn lên bầu trời vào một đêm không trăng, trời quang, con người có thể thấy được hàng ngàn ánh sáng lấp lánh. Ẩn trong những ngôi sao rải rác đó là những hình dạng nhất định. Một con sư tử ở đây, một con gấu ở kia. Khả năng nhận ra hình dạng của sao là một điểm mạnh đồng thời cũng là điểm yếu. Isaac Newton đã nghiên cứu về dạng thức của các vật thể rơi và đưa ra định luật vạn vật hấp dẫn. Nhiều người cũng nhận ra điểm nổi trội trong kết quả đấu diễn kinh của mình khi mang tất bẩn và sau đó từ chối thay đôi tất mới. Trong tất cả các dạng thức của tự nhiên, làm thế nào chúng ta nhận ra được những quy luật đúng? Chỉ ra sự khác biệt vốn là sự táo bạo mang tính thực tế. Do đó, không ngạc nhiên nếu bạn muốn làm vậy, không giống như hình học, môn khoa học xuất hiện với tư cách là một tập hợp các bằng chứng, luận cứ và tiền đề của các nhà triết học khô khan, lý thuyết về tính ngẫu nhiên bắt nguồn từ tư duy quan tâm tới bùa chú và cờ bạc, các vấn đề mà ta sớm có thể tưởng tượng được với xúc xắc hoặc chất độc trong tay hay trong sách hoặc cuộn giấy da.

Lý thuyết ngẫu nhiên về cơ bản là những hiểu biết thông thường. Nhưng đây cũng là một lĩnh vực rất mơ hồ, một lĩnh vực mà các chuyên gia nổi tiếng thường mắc lỗi trong khi các con bạc vô danh lại tính toán rất đúng. Để có thể hiểu về sự ngẫu nhiên và vượt qua quan niệm sai của mình, bạn cần phải có cả kinh nghiệm lẫn tư duy thấu đáo. Do vậy, chúng ta sẽ bắt đầu hành trình với một số định luật xác suất cơ bản và những thách thức trong việc phát hiện, tìm hiểu và áp dụng chúng. Một trong những cuộc khảo sát kinh điển



về nhận thức của con người từ những định luật này chính là thí nghiệm do bộ đôi đã từng làm sáng tỏ nhận thức sai của chúng ta, Daniel Kahneman và Amos Tversky. Hãy thoải mái tham dự và học hỏi bất cứ điều gì về trực giác xác suất của chính bạn.

Giả sử có một phụ nữ tên Linda, 31 tuổi, độc thân, thẳng thắn, và rất thông minh. Trong trường đại học, chuyên ngành của cô là triết học và cô đặc biệt quan tâm tới sự phân biệt đối xử, công bằng xã hội và đã từng tham gia biểu tình chống hạt nhân. Tversky và Kahneman trình bày vấn đề này cho một nhóm gồm 88 đối tượng và yêu cầu họ đánh giá những khẳng định sau theo thang điểm từ 1 đến 8 dựa trên xác suất xảy ra, với 1 là chắc chắn nhất và 8 là ít chắc chắn nhất. Và đây là kết quả, theo trật tự từ chắc chắn nhất tới ít chắc chắn nhất:

| Khẳng định   | Đánh giá xác suất trung bình |
|--|------------------------------|
| Linda tích cực trong phong trào nam nữ bình quyền                              | 2,1                          |
| Linda là một người làm công tác xã hội tâm thần                                | 3,1                          |
| Linda làm việc trong một hiệu sách và học lớp yoga                             | 3,3                          |
| Linda là một thu ngân ngân hàng và tích cực trong phong trào nam nữ bình quyền | 4,1                          |
| Linda là giáo viên tại một trường tiểu học                                     | 5,2                          |
| Linda là thành viên của liên đoàn ủng hộ phụ nữ                                | 5,4                          |
| Linda là một thu ngân ngân hàng  | 6,2                          |
| Linda là người bán bảo hiểm  | 6,4                          |

Thoạt nhìn, ta không thấy gì bất thường trong những kết quả trên. Trên thực tế, đoạn mô tả trên đại diện cho hình ảnh một người đấu tranh về bình đẳng nam nữ và không đại diện cho một thu ngân ngân hàng hay người bán bảo hiểm. Nhưng bây giờ hãy chú ý vào chỉ ba trong số các xác suất và

thứ tự trung bình của chúng được liệt kê ở bên dưới đây theo thứ tự từ chắc chắn nhất tới ít chắc chắn nhất. Đây là thứ tự mà 85% người được hỏi đã đánh giá ba xác suất này:

| Khẳng định   | Đánh giá xác suất trung bình |
|--|------------------------------|
| Linda tích cực trong phong trào nam nữ bình quyền                              | 2,1                          |
| Linda là một thu ngân ngân hàng và tích cực trong phong trào nam nữ bình quyền | 4,1                          |
| Linda là một thu ngân ngân hàng  | 6,2                          |

Nếu vẫn không thấy gì khác thường, thì Kahneman và Tversky hẳn đã lừa phỉnh bạn, vì nếu khả năng Linda là một thu ngân và người tích cực trong phong trào nam nữ bình quyền cao hơn khả năng Linda là một thu ngân, thì định luật đầu tiên của ta về xác suất, một trong những định luật cơ bản nhất, đã bị vi phạm: xác suất hai sự kiện cùng xảy ra không bao giờ lớn hơn xác suất mỗi sự kiện xảy ra riêng rẽ. Tại sao? Theo số học giản đơn: các khả năng sự kiện A xảy ra = các khả năng sự kiện A và B xảy ra + các khả năng sự kiện A xảy ra và sự kiện B không xảy ra.

Kahneman và Tversky không hề ngạc nhiên trước kết quả vì họ đã đưa cho những người tham gia rất nhiều xác suất, và mối quan hệ giữa ba viễn cảnh trên rất dễ bị quên mất khi xáo trộn. Và do đó họ đọc mô tả về Linda cho một nhóm khác, lần này họ chỉ đưa ra 3 xác suất:

Linda tích cực trong phong trào nam nữ bình quyền

Linda là một thu ngân ngân hàng và tích cực trong phong trào nam nữ bình quyền

Linda là một thu ngân ngân hàng

Thật ngạc nhiên, 87% đối tượng trong thí nghiệm này đánh giá xác suất Linda là thu ngân và tích cực trong phong trào nam nữ bình quyền cao hơn xác suất Linda là thu ngân. Và do vậy, nhóm nghiên cứu làm tiếp thí nghiệm: họ yêu cầu rõ ràng một nhóm 36 sinh viên tốt nghiệp loại khá cân nhắc câu trả lời cùng với định luật đầu tiên về xác suất. Thậm chí sau sự mách nước đó, hai trong số đối tượng vẫn trung thành với câu trả lời phi lôgic kia.

Điều thú vị mà Kahneman và Tversky chú ý tới là mọi người không mắc lỗi sai giống như vậy nếu bạn hỏi các câu hỏi không liên quan tới điều họ biết về Linda. Ví dụ, giả sử Kahneman và Tversky đã hỏi: khẳng định nào trong số những khẳng định sau đây đúng nhất:

Linda sở hữu quyền kinh doanh của International House of Pancakes.

Linda đã chuyển đổi giới tính và bây giờ tên là Larry

Linda đã chuyển đổi giới tính, bây giờ tên là Larry, và sở hữu quyền kinh doanh của International House of Pancakes

Trong trường hợp này, rất ít người cho rằng lựa chọn cuối chắc chắn hơn hai lựa chọn còn lại.

Kahneman và Tversky kết luận rằng vì chi tiết “Linda tích cực trong phong trào nam nữ bình quyền” phản ánh sự thật dựa theo mô tả lúc đầu về đặc điểm của cô, nên khi họ thêm chi tiết đó vào suy đoán thu ngân ngân hàng, nó sẽ làm tăng độ tin cậy của kịch bản. Nhưng rất nhiều điều có thể xảy ra giữa thời kỳ chống đối của Linda và thời kỳ cô ở tuổi 40. Cô ấy có lẽ đã tham gia vào một giáo hội theo trào lưu chính thống nào đó, kết hôn với một gã trọc đầu và xăm hình chữ thập ngược trên mông trái, hoặc quá bận rộn với các vấn đề của cuộc sống nên không còn tích cực với chính trị. Trong tất cả các trường hợp, cô ấy có lẽ đều đã không

còn tích cực với phong trào bình đẳng nam nữ nữa. Do vậy, việc thêm chi tiết sẽ hạ thấp khả năng xảy ra kịch bản, ngay cả khi nó rõ ràng làm tăng khả năng chính xác.

Nếu những chi tiết chúng ta được cung cấp phù hợp với hình dung của ta về một điều gì đó, thì kịch bản càng nhiều chi tiết, nó càng giống thực tế và do đó ta thấy nó chắc chắn xảy ra nhất – thậm chí cho dù có được bổ sung thêm các chi tiết kém chắc chắn hơn. Sự mâu thuẫn giữa logic của xác suất với đánh giá của con người về những sự kiện không chắc chắn khiến Kahneman và Tversky thích thú, vì điều này có thể dẫn tới những đánh giá bất công hoặc sai lầm trong các tình huống thực tế. Điều nào chắc chắn hơn: một bị cáo, sau khi phát hiện thi thể, trốn khỏi hiện trường vụ án; hoặc một bị cáo, sau khi phát hiện thi thể, trốn khỏi hiện trường vụ án vì anh ta sợ bị kết tội giết người dã man? Việc tổng thống sẽ tăng trợ cấp giáo dục của liên bang hay việc ông ta/bà ta sẽ tăng trợ cấp giáo dục của liên bang bằng ngân sách cắt giảm nguồn trợ cấp của các bang khác chắc chắn hơn? Công ty bạn sẽ tăng doanh số bán hàng trong năm tới hay công ty sẽ tăng doanh số bán hàng trong năm tới vì tổng thể nền kinh tế đã có một năm kỷ lục chắc chắn hơn? Trong mỗi trường hợp, thậm chí ngay cả khi phần sau kém chắc chắn hơn phần đầu, thì nó cũng có vẻ dễ xảy ra hơn. Hoặc khi Kahneman và Tversky viết, “Một câu chuyện hay thường ít khả năng xảy ra hơn một câu chuyện ít thỏa đáng hơn... [giải thích].”

Kahneman và Tversky nhận ra thậm chí những bác sĩ được đào tạo trình độ cao vẫn mắc lỗi này. Họ trình bày với nhóm bác sĩ nội khoa về một vấn đề y tế nghiêm trọng: tắc mạch phổi (một cục máu nghẽn trong phổi). Nếu bị chứng bệnh này, bạn phải gặp một hoặc nhiều triệu chứng. Một số trong đó như liệt cục bộ, rất ít gặp; một số khác, như thở gấp, thường gặp hơn. Điều gì chắc chắn hơn: một bệnh nhân bị tắc mạch sẽ bị liệt cục bộ hay bệnh nhân sẽ bị cả liệt cục bộ

và thở gấp? Kahneman và Tversky phát hiện 91% bác sỹ tin một cục máu nghẽn không chắc sẽ gây ra triệu chứng hiếm gặp đó bằng việc nó gây ra đồng thời cả triệu chứng hiếm gặp và triệu chứng thường gặp. (Theo lời biện hộ của các bác sỹ, các bệnh nhân không vào văn phòng của họ và nói những thứ đại loại như “Tôi có một cục máu nghẽn trong phổi. Hãy đoán các triệu chứng của tôi.”)

Vài năm sau, một sinh viên của Kahneman và một nhà nghiên cứu khác phát hiện ra rằng các luật sư cũng là nạn nhân do thành kiến trong đánh giá của mình. Dù là vụ hình sự hay dân sự, khách hàng thường phụ thuộc vào các luật sư để đánh giá về điều sẽ xảy ra nếu vụ của họ phải ra tòa. Đây là cơ hội để trắng án hoặc thỏa hiệp hoặc đền bù theo nhiều mức khác nhau? Mặc dù các luật sư trình bày quan điểm bằng thuật ngữ của toán xác suất, nhưng họ vẫn đưa ra lời khuyên dựa trên dự báo cá nhân về tính chắc chắn tương đối của các kết quả có thể xảy ra. Cũng như vậy, ở đây các nhà nghiên cứu tìm ra rằng các luật sư quy xác suất cao hơn cho các khả năng được mô tả chi tiết hơn. Ví dụ, trong vụ kiện dân sự do nguyên đơn Paula Jones kiện tổng thống Bill Clinton, 200 luật sư đang hành nghề được yêu cầu dự đoán xác suất phiên tòa sẽ không diễn ra theo đầy đủ trình tự. Với một số người, xác suất được chia thành từng nguyên nhân cụ thể khiến phiên tòa có thể kết thúc sớm, như được thỏa hiệp, lời buộc tội được rút bỏ, tòa án bác đơn. Khi so sánh hai nhóm - những luật sư chỉ đơn giản được yêu cầu dự báo liệu phiên tòa có diễn ra đầy đủ không và những luật sư đã trình bày các khả năng phiên tòa có kết luận sớm - các nhà nghiên cứu nhận ra rằng các luật sư đã trình bày các khả năng phiên tòa có kết luận sớm chắc chắn nhiều hơn các luật sư chỉ dự báo phiên tòa sẽ kết thúc sớm.

Khả năng đánh giá các mối liên hệ có ý nghĩa giữa các hiện tượng khác nhau trong môi trường quan trọng đến mức ta phải xem xét thêm một vài hiện tượng nữa. Nếu một người

thượng cổ đang chết đói nhìn vết mờ mờ màu xám lục trên một tảng đá ở xa, thì việc gạt bỏ ý nghĩ không mấy thú vị rằng thực tế đó chính là một con thần lằn béo mẫm, ngon lành còn khó khăn hơn nhiều việc lao vụt tới và vô lý thú hóa ra là mấy cái lá rụng. Và do vậy, đó là lý thuyết, chúng ta lẽ ra đã có thể tránh lỗi sai của người đi trước.

TRONG CÂU CHUYỆN về toán học, người Hy Lạp cổ đại nổi tiếng là người phát minh ra phương pháp của toán học hiện đại: qua các tiên đề, bằng chứng, định lý, thêm các tiên đề, bằng chứng, định lý... Tuy nhiên trong những năm 30 của thế kỷ XX, nhà toán học người Mỹ gốc Séc Kurt Gödel – một người bạn của Einstein – chỉ ra phương pháp này vẫn chưa đầy đủ: ông cho rằng đa số các định luật toán học đều mâu thuẫn hoặc chứa đựng những sự thật không thể chứng minh. Tuy vậy, sự phát triển của toán học vẫn tiếp diễn không ngừng như trường phái Hy Lạp, trường phái Euclid. Những người Hy Lạp, những thiên tài hình học, đã đưa ra những tiên đề nhỏ, những định đề được chấp nhận mà không cần chứng minh, và dùng chúng để chứng minh rất nhiều những định lý khác như tính chất của đường thẳng, mặt phẳng, tam giác, và những dạng hình học khác. Từ kiến thức này, họ phát hiện ra rằng trái đất hình cầu và thậm chí còn tính được cả bán kính của nó. Ai đó hẳn phải ngạc nhiên tại sao một nền văn minh có thể đưa ra một định lý như mệnh đề 29 trong Quyển 1 của bộ Tiên đềƠ-cơ-lít – “một đường thẳng cắt hai đường thẳng song song sẽ tạo ra các góc so le bằng nhau, các góc đồng vị bằng nhau, và các góc trong cùng phía bằng hai góc vuông” – lại không thể đưa ra lý thuyết rằng nếu bạn ném hai lần xúc xắc, thì không đại gì mà đặt cược chiếc Corvette rằng cả hai lần đều được 6 điểm.

Thực tế, người Hy Lạp không những không có chiếc xe Corvette, mà họ cũng không có xúc xắc. Tuy nhiên, họ cũng đam mê cờ bạc. Họ có rất nhiều xác súc vật, nên họ chơi

sắp ngửa bằng các xương xên, làm từ xương gót chân. Một xương xên có 6 mặt, nhưng chỉ 4 mặt vững chắc để khúc xương đứng vững được. Các học giả hiện đại lưu ý rằng do cấu tạo của xương nên cơ hội để khúc xương đứng bằng một trong 4 mặt này không bằng nhau: 10% cho hai mặt và 40% cho hai mặt còn lại. Trò chơi thông thường bao gồm tung 4 xương xên. Kết quả được quan tâm nhất là một trường hợp hiếm, nhưng không phải hiếm nhất: trường hợp mà cả bốn xương xên đứng trên 4 mặt khác nhau. Đó là cú ném Venus. Một cú ném Venus có xác suất khoảng  $384/10.000$ , nhưng người Hy Lạp không biết điều đó, do không biết đến lý thuyết ngẫu nhiên.

Người Hy Lạp còn sử dụng xương xên khi đặt câu hỏi cho nhà tiên tri. Nhà tiên tri sẽ trả lời rằng đó là lời thánh truyền. Những người Hy Lạp lỗi lạc đã có nhiều lựa chọn quan trọng dựa trên lời khuyên của nhà tiên tri, bằng chứng rút ra từ những ghi chép của nhà sử học Herodotus, và các tác giả như Homer, Aeschylus, và Sophocles. Nhưng bất chấp tầm quan trọng của việc tung xương xên trong cờ bạc và tôn giáo, người Hy Lạp không mất công tìm hiểu những quy tắc của các cú ném xương xên.

Tại sao người Hy Lạp không xây dựng lý thuyết xác suất? Một câu trả lời là rất nhiều người Hy Lạp tin rằng tương lai mở ra theo ý các vị thần. Nếu kết quả tung xương xên nghĩa là “hãy cưới cô gái Sparta chắc nịch đã ghìm chặt người trong trận đấu vật sau giờ học ở trường,” thì một cậu bé Hy Lạp sẽ không coi cú tung đó là kết quả may mắn (hoặc không may) của một quá trình ngẫu nhiên; cậu sẽ coi đó là ý của các vị thần. Từ quan điểm như vậy, việc tìm hiểu tính ngẫu nhiên sẽ không còn phù hợp. Do đó phép dự đoán sự ngẫu nhiên dường như không thể. Một câu trả lời khác nằm trong triết lý khiến người Hy Lạp trở thành những nhà toán học vĩ đại: Họ tuyên bố những chân lý tuyệt đối, được chứng minh bằng logic và các tiền đề, và không tán thành những

tuyên bố không chắc chắn. Ví dụ, trong tác phẩm *Phaedo* của Plato, Simmias nói với Socrates “các luận cứ từ những khả năng là những kẻ lừa đảo” và lường trước công trình của Kahneman và Tversky khi chỉ ra “trừ phi cực kỳ cẩn trọng khi vận dụng chúng, chúng có khả năng khiến ta lầm lẫn – trong hình học, và trong những việc khác nữa.” Và trong *Theaetetus*, Socrates nói rằng bất cứ nhà toán học, “biện luận bằng xác suất và các khả năng xảy ra trong hình học, người đó đều không xứng đáng là ưu tú.” Nhưng ngay cả những người Hy Lạp tin rằng những cá nhân theo thuyết xác suất là những người ưu tú đi chăng nữa, thì họ cũng rất khó tìm ra một lý thuyết chắc chắn trong thời đại mà việc giữ gìn các bản ghi chép chưa trở nên phổ biến bởi con người có trí nhớ rất kém khi phải thống kê tần suất – rồi đến xác suất – của những gì xảy ra trong quá khứ.

Điều gì phổ biến hơn: số lượng từ tiếng Anh có 6 chữ cái có chữ cái thứ năm là n hay số lượng từ tiếng Anh tận cùng bằng ing? Đa số người được hỏi chọn nhóm từ tận cùng bằng ing. Tại sao? Vì từ tận cùng bằng ing dễ nghĩ ra hơn các từ có 6 chữ cái có chữ n là chữ cái thứ năm. Nhưng bạn không phải tra từ điển tiếng Anh của Oxford – hoặc thậm chí không cần biết cách tính – để chứng minh phát đoán trên sai: nhóm từ có sáu chữ cái có chữ cái thứ năm là n bao gồm tất cả những từ có 6 chữ cái tận cùng bằng ing. Các nhà tâm lý học gọi lỗi sai này là thành kiến vốn có bởi vì khi tái hiện lại quá khứ, chúng ta đặt ký ức (đa phần là ký ức mạnh) ở tầm quan trọng không thích đáng và từ đó sẵn sàng triệu hồi nhất.

Điều khó hiểu về thành kiến vốn có chính là việc nó âm thầm bóp méo quan điểm về thế giới bằng cách bóp mép nhận thức của ta về các sự kiện và môi trường trong quá khứ. Ví dụ, những người có xu hướng đánh giá quá cao tỷ lệ người vô gia cư bị bệnh thần kinh bởi vì khi họ gặp một người vô gia cư không cư xử bất thường, họ không chú ý và



không kể với bạn bè về một người vô gia cư chẳng có gì đáng lưu ý mà họ gặp. Nhưng khi họ chạm trán một người vô gia cư giậm chân thành thịch xuống đường và vẫy tay với người bạn tưởng tượng đồng thời hát hò âm ỉ, họ sẽ nhớ sự việc đó. Nếu có năm hàng dài người chờ thanh toán ở một cửa hàng tạp hóa thì khả năng bạn chọn xếp hàng tại hàng dài nhất là bao nhiêu? Trừ phi bạn đang bị lời nguyền của một phù thủy hắc ám, câu trả lời là từ 1 đến 5. Do vậy, tại sao khi bạn nhìn lại, bạn có cảm giác mình có năng khiếu phi thường trong việc chọn hàng dài nhất? Bởi vì bạn có nhiều thứ quan trọng để quan tâm hơn khi mọi việc diễn ra bình thường, thế nhưng chắc chắn bạn sẽ ấn tượng khi một phụ nữ trước mặt bạn chỉ có duy nhất một món đồ trong xe đẩy tranh cãi tại sao cô ta phải trả 1.50 đô-la cho con gà mà cô ta chắc chắn rằng cái biển ở quầy thịt ghi là 1.49 đô-la.

Một ví dụ về tác động của thành kiến vốn có tới phán xét qua quyết định của chúng ta là của một bồi thẩm đoàn trong một phiên tòa giả. Trong nghiên cứu này, bồi thẩm đoàn được cung cấp một lượng chứng cứ buộc tội bằng nhau và bào chữa liên quan tới trường hợp một lái xe say rượu khi anh ta đâm vào một chiếc xe chở rác. Bấy đưa ra là một nhóm hội thẩm được cung cấp bằng chứng bào chữa theo kịch bản “nhọt nhọt”: “khi được chất vấn thì người chủ xe rác này khẳng định rằng chiếc xe của anh ta rất khó nhìn thấy trong đêm vì nó có màu xám.” Một nhóm khác được cung cấp bản ‘sống động’ của những bằng chứng giống y như vậy: “khi được chất vấn thì người chủ chiếc xe rác khẳng định chiếc xe của anh ta rất khó nhìn thấy trong đêm vì nó có màu xám. Người chủ này cũng lưu ý chiếc xe có màu xám ‘bởi vì nó che đi các vết bẩn. Ông muốn gì, tôi nên sơn nó màu hồng?’” Bằng chứng buộc tội cũng được trình bày theo hai cách, lần này bản “sống động” được trao cho nhóm đầu tiên và bản “nhọt nhọt” được trao cho nhóm thứ hai. Khi các bồi thẩm được yêu cầu đưa ra đánh giá mức độ có tội/vô tội, bên có phần mô tả chứng cứ “sống động” hơn

luôn thẳng thắn, và tác động của thành kiến vốn có được củng cố hơn khi thời gian đình xử là 48 giờ trước khi đưa ra phán quyết cuối cùng (có lẽ do thời gian hồi tưởng mất nhiều).

Bằng cách bóp méo cái nhìn của chúng ta về quá khứ, các thành kiến vốn có làm phức tạp thêm bất cứ nỗ lực tìm hiểu nào. Đó từng là sự thật đối với người Hy Lạp cổ đại cũng như đối với chúng ta. Nhưng có một trở ngại lớn khác đối với lý thuyết xác suất sơ khai, một trở ngại rất thực tế: mặc dù xác suất cơ bản chỉ yêu cầu kiến thức số học, người Hy Lạp không biết về số học, hoặc ít nhất số học dưới dạng dễ dàng sử dụng. Ví dụ, tại Athens vào thế kỷ thứ V trước Công nguyên, thời kỳ đỉnh cao của nền văn minh Hy Lạp, muốn viết số người ta sử dụng một loại mã chữ cái alphabet. Chín chữ cái đầu tiên trong 24 chữ cái của bảng chữ cái Hy Lạp tượng trưng cho những con số từ 1 đến 9. Chín chữ cái tiếp theo tượng trưng cho các số mà ta gọi là 10, 20, 30... Và sáu chữ cái cuối cùng cộng thêm ba ký hiệu bổ sung tượng trưng cho 9 hàng trăm đầu tiên (100, 200, 300... cho tới 900). Nếu bạn nghĩ bạn có vấn đề với số học hiện nay, hãy thử trừ  $\Omega\Pi\text{I}$  cho  $\Delta\Gamma\Theta$ ! Tệ hơn, thứ tự để viết các đơn vị, hàng chục, hàng trăm không rõ ràng. Hàng trăm lúc thì viết trước, lúc thì viết sau, và đôi khi người ta còn chẳng quan tâm đến thứ tự. Và điều tệ hại nhất có lẽ là, người Hy Lạp không có số 0.

Khái niệm số 0 đến Hy Lạp khi Alexander xâm chiếm đế chế Babylon năm 331 trước Công nguyên. Thậm chí ngay cả khi thời kỳ Alexander bắt đầu sử dụng số 0 để biểu thị sự vắng mặt của một số, nó cũng không được sử dụng với tư cách là một số theo đúng nghĩa. Trong toán học hiện đại, số 0 có hai thuộc tính chính: trong phép cộng nó là số mà khi cộng vào bất cứ số nào khác thì số đó không đổi, và trong phép nhân thì nó là số mà khi nhân với bất cứ số nào khác, chính nó không đổi. Khái niệm này không được đưa ra cho tới thế kỷ thứ IX, bởi một nhà toán học người Ấn Độ Mahāvīra.

Thậm chí sau khi phát triển hệ thống chữ số hữu dụng, người ta còn mất nhiều thế kỷ trước khi công nhận phép cộng, phép trừ, phép nhân và phép chia là các phép tính cơ bản của số học – và chậm chạp nhận ra rằng các ký hiệu tiện dụng ấy sẽ khiến thao tác của họ dễ dàng hơn nhiều. Do đó chỉ tới thế kỷ XVI, người phương Tây mới sẵn sàng xây dựng lý thuyết xác suất. Tuy nhiên, bất chấp sự phiền hà của hệ thống tính toán rắc rối, chính nền văn minh đã thôn tính Hy Lạp – đế chế La Mã – là những người đặt bước tiến đầu tiên trong việc nghiên cứu về xác suất.

NGƯỜI LA MÃ nói chung khinh thường toán học, chỉ ít là toán học của người Hy Lạp. Theo lời người phát ngôn của La Mã, Cicero (106 – 43 trước Công nguyên), “Người Hy Lạp nắm giữ hình học đỉnh cao, do đó ở họ không gì phát triển rực rỡ hơn toán học. Nhưng chúng ta đã thiết lập tính ứng dụng của nó trong tính toán và đo lường như là tính hạn chế của môn khoa học này.” Thực sự, trong khi ai đó có thể tưởng tượng một cuốn sách giáo khoa của người Hy Lạp sẽ hướng vào việc chứng minh sự đồng đẳng của các tam giác trều tượng, thì một cuốn sách giáo khoa La Mã thông thường tập trung vào những vấn đề như là làm thế nào để tính chiều rộng của một con sông khi kẻ thù chiếm đóng ở bờ bên kia.. Với những ưu tiên về toán học như vậy, chúng ta không ngạc nhiên khi người Hy Lạp sản sinh ra những thiên tài toán học như Archimedes, Diophantus, Euclid, Eudoxus, Pythagoras và Thales; trong khi người La Mã không có nổi một nhà toán học. Văn minh La Mã tiêu biểu ở sự sung túc và chiến tranh, không phải chân lý và cái đẹp. Điều này chính xác bởi vì khi quan tâm đến tính thực tế, người La Mã đã nhìn ra giá trị của việc tìm hiểu về xác suất. Do vậy, bởi không coi trọng hình học trều tượng, Cicero đã viết rằng “xác suất gần như là kim chỉ nam của cuộc sống.”

Cicero có lẽ là người cổ đại xuất sắc nhất về xác suất. Ông sử dụng nó để biện luận cho các cách hiểu thông thường

thắng bạc là do sự can thiệp của các đấng siêu nhiên. Ông đã viết “những tay chơi thường xuyên thỉnh thoảng sẽ gieo được cú Venus: do đó bây giờ hoặc sau này anh ta sẽ thực hiện được hai hay thậm chí ba lần thành công. Liệu chúng ta có trở nên kém hiểu biết đến mức quả quyết những việc như thế là do sự can thiệp của thần Venus, chứ không phải thuần túy do may mắn?” Cicero tin rằng một sự kiện có thể lường trước và tiên đoán được cho dù nó xuất hiện do tình cờ. Ông thậm chí đã sử dụng luận cứ thống kê để chế giễu những người tin vào chiêm tinh học. Khó chịu với việc chiêm tinh học vẫn tồn tại và phát triển ngoài vòng pháp luật ở La Mã, Cicero viết trong Cannae năm 216 trước Công nguyên: Hannibal dẫn đầu khoảng 50.000 quân Carthage và quân liên minh tiêu diệt phần lớn quân đội La Mã, tàn sát hơn 60.000 trong số 80.000 lính của La Mã. “Tất cả những người La Mã đã ngã xuống tại Cannae đều có cùng lá số tử vi?” “Ai cũng có một lá số tử vi và tất cả chết giống nhau?” Cicero hẳn sẽ cảm thấy được động viên nếu biết rằng 2 nghìn năm sau, trên tạp chí Nature, một nghiên cứu khoa học về tính hợp lý của các tiên đoán chiêm tinh đồng ý với kết luận của ông. Ngược lại, tờ New York Post ngày nay lại khuyên rằng là một người có cung Nhân Mã, tôi phải nhìn nhận các phê bình một cách khách quan và thực hiện bất cứ thay đổi nào nếu cần thiết.

Cuối cùng, di sản quan trọng của Cicero về xác suất chính là thuật ngữ mà ông đã sử dụng probabilis, đó là khởi nguồn của thuật ngữ chúng ta sử dụng ngày nay. Nhưng chính phần Digest, một phần của bộ Luật La Mã do hoàng đế Justinian soạn thảo vào thế kỷ thứ VI, là văn bản đầu tiên mà xác suất xuất hiện với tư cách một thuật ngữ quen thuộc của khoa học. Để cảm ơn người La Mã đã đưa các ứng dụng toán học thành lý thuyết hợp pháp, ta phải hiểu về nội dung: Luật La Mã trong thời kỳ Trung Cổ dựa trên tục lệ của các bộ lạc Giéc-manh. Chúng không thú vị lắm. Ví dụ, các quy tắc về chứng cứ. Tính trung thực của một người chồng

khi phủ nhận việc ngoại tình với người may áo choàng của vợ sẽ được phán quyết không phải bằng khả năng người chồng có thể chịu đựng được lời châm chọc gai góc của thầy cãi bên nguyên mà bằng khả năng nhất quán của anh ta ngay cả khi bị dùng hình bằng việc châm một thanh sắt nóng đỏ vào người. (áp dụng lại tập tục đó và bạn sẽ thấy rất nhiều vụ ly hôn sẽ được dàn xếp mà không phải ra tòa). Và nếu bị cáo nói chiếc xe ngựa không hề phanh lại nhưng nhân chứng nói dấu móng cho thấy cái phanh đã được đạp, thì quan tòa -German sẽ đưa ra phán quyết đơn giản: “Chọn ra mỗi bên một người để chiến đấu bằng khiên và mác. Ai thua sẽ là kẻ nói dối và sẽ bị chặt tay phải.”

Tuy nhiên, cần bổ sung thêm, với thực tiễn của bộ lạc chiến đấu, người La Mã kiểm tìm trong tính chính xác của toán học một phương pháp khắc phục những thiếu sót trong đế chế già nua và chuyên quyền của mình. Nhìn vào bối cảnh, quan điểm của người La Mã về công lý sử dụng những thuật ngữ rất tiến bộ. Họ nhận ra chứng cứ và bằng chứng thường xung đột nhau và cách tốt nhất để giải quyết xung đột đó là lượng hóa sự không chắc chắn có thể xảy ra. Người La Mã đưa ra khái niệm minh chứng nửa vời để áp dụng vào trường hợp mà không có lý do thuyết phục để tin hay không tin vào bằng chứng hoặc chứng cứ. Trong một số trường hợp bằng chứng của bản án La Mã bao gồm các mức độ chứng minh, như trong một sắc lệnh nhà thờ “một giám mục sẽ không bị kết tội nếu không có 72 nhân chứng... một hồng y giáo chủ sẽ không bị kết tội nếu không có 44 nhân chứng, một người trợ tế của thành Rome sẽ không bị kết tội nếu không có 36 nhân chứng, một phó trợ tế, thầy dòng, thầy phù thủy, giáo sĩ, hoặc người giữ cửa sẽ không bị kết tội nếu không có 7 nhân chứng.” Để bị kết án theo các quy định đó, bạn sẽ vừa phải nhận tội vừa phải mời gọi mọi người làm chứng cho mình. Tuy nhiên, việc công nhận xác suất sự thật trong bằng chứng có thể thay đổi và các quy định kết hợp những khả năng xảy ra là một sự khởi đầu. Và chính tại một nơi nào đó

của thành Rome cổ đại, hệ thống các quy định dựa trên xác suất đã xuất hiện đầu tiên.

Thật không may, rất khó đạt được độ linh hoạt về lượng khi bạn đang ở giai đoạn từ thế kỷ thứ VIII cho tới thế kỷ thứ XIV. Mặc dù luật La Mã đã có sự cấu kết hợp pháp và hợp lý, ở đây vẫn thiếu tính hiệu quả toán học. Ví dụ, trong Luật La Mã, hai minh chứng nửa vời hợp thành một minh chứng đầy đủ. Điều này nghe có vẻ hợp lý với những ai không quen tư duy định lượng, nhưng với những người đã quen với các phân số thời nay có thể đặt câu hỏi, nếu hai chứng minh nửa vời bằng một sự chắc chắn tuyệt đối, vậy ba chứng minh nửa vời thì sẽ cho ta điều gì? Theo phương pháp phức hợp xác suất đúng, không chỉ hai minh chứng nửa vời nhỏ hơn một sự chắc chắn tuyệt đối, mà cộng số lượng không hạn chế các chứng minh thành phần cũng không thể thành một chỉnh thể bởi vì để ghép các xác suất, bạn không cộng, mà bạn phải nhân.

Điều đó đem tới cho chúng ta quy luật tiếp theo. Quy luật về phức hợp xác suất: Nếu hai sự kiện có thể xảy ra, A và B, là độc lập, thì xác suất cả A và B cùng xuất hiện bằng tích của xác suất riêng của chúng. Giả sử một người đã kết hôn có thể ly dị trung bình 1 lần trong tổng số 50 cơ hội mỗi năm. Ngược lại, một cảnh sát có khoảng 1 trong 5.000 cơ hội mỗi năm bị giết khi làm nhiệm vụ. Vậy hãy tính số cơ hội mà một người cảnh sát có thể ly dị và bị giết trong cùng một năm? Theo quy tắc ở trên, nếu những sự kiện đó là độc lập, số khả năng sẽ khoảng  $1/50 \times 1/5.000 = 1/250.000$ . Tất nhiên 2 sự kiện này không độc lập, chúng có liên hệ: khi bạn chết, bạn không thể ly dị được nữa. Và do vậy, cơ hội để xảy ra điều tệ hại kia chắc chắn phải ít hơn  $1/250.000$ .

Tại sao lại nhân thay vì cộng? Giả sử bạn làm một bộ bài từ những bức hình của 100 anh chàng bạn từng gặp gỡ qua dịch vụ hẹn hò trên mạng, những anh chàng trong các bức

hình thường giống như Tom Cruise nhưng thực tế họ giống Danny Devito hơn. Giả sử, ở mặt sau của mỗi lá bài, bạn ghi các dữ liệu cụ thể về người đó, như chân thật (có hoặc không) và hấp dẫn (có hoặc không). Cuối cùng, giả sử tỷ lệ 1/10 cô bạn tâm giao đánh giá có với từng lá bài. Vậy bao nhiêu lá bài trong số 100 tấm qua được bài kiểm tra của cả 2 tiêu chí? Hãy lấy chân thật làm tiêu chí đầu tiên. Vì 1/10 lá bài có đánh có bên dưới tiêu chí chân thật, nên có 10 lá trong số 100 lá bài đạt yêu cầu. Trong 10 lá bài đó, bao nhiêu người hấp dẫn? Một lần nữa, 1/10, do đó bạn còn lại 1 lá bài. Tỷ lệ 1/10 đầu tiên làm giảm xác suất bằng 1/10, và tỷ lệ 1/10 tiếp theo cũng vậy, khiến kết quả là 1/100. Đó là lý do tại sao bạn phải nhân. Nếu bạn có thêm các điều kiện thay vì chỉ có 2 tiêu chí chân thật và hấp dẫn, bạn sẽ phải nhân tiếp, và...ồ, chúc may mắn.

Trước khi tiếp tục, ta cần lưu ý đến một chi tiết quan trọng: một mệnh đề rằng nếu hai sự kiện có thể xảy ra, A và B, là độc lập. Giả sử một chuyến bay chỉ còn 1 ghế trống và 2 hành khách lễ ra phải có mặt. Giả sử, theo kinh nghiệm, hãng hàng không biết có 2/3 khả năng một hành khách đã đặt chỗ sẽ đến để làm thủ tục. Sử dụng quy tắc nhân, người soát vé có thể kết luận có  $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = 44\%$  khả năng cô ta sẽ phải giải quyết người khách hàng không may mắn. Khả năng khách hàng sẽ không đến và chuyến bay sẽ phải khởi hành với một ghế trống là  $\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = 11\%$ . Nhưng giả sử các khách hàng độc lập. Nếu nói họ đi cùng nhau, thì phân tích ở trên là sai. Khả năng cả hai đều xuất hiện là 2/3, bằng với khả năng 1 người có mặt. Điều quan trọng ở đây là bạn phải phức hợp xác suất từ những xác suất đơn lẻ bằng cách nhân chỉ khi các sự kiện không liên quan đến nhau.

Nguyên tắc chúng tôi vừa áp dụng có thể áp dụng vào quy định chứng minh nửa vời của La Mã: khả năng mà hai chứng minh nửa vời độc lập đều sai là 1/4, do vậy hai chứng minh nửa vời hợp thành 3/4 của một chứng minh, không phải là

một sự thật đầy đủ. Người La Mã đã dùng phép cộng ở chỗ đáng ra họ nên nhân.

Có những tình huống mà các xác suất nên cộng với nhau, đó chính là quy luật tiếp theo. Nó xảy ra khi chúng ta muốn biết khả năng hoặc sự kiện này hoặc sự kiện kia xảy ra, ngược lại với tình huống ở trên – chúng ta muốn biết khả năng sự kiện này và sự kiện khác cùng xảy ra. Định luật này như sau: Nếu một sự kiện có nhiều khả năng xảy ra khác nhau và riêng biệt, A, B, C..., thì xác suất để A hoặc B xảy ra bằng tổng xác suất xuất hiện của A và B, và tổng các xác suất của tất cả các khả năng xảy ra (A, B, C...) là 1 (nghĩa là 100%). Khi bạn muốn biết khả năng hai sự kiện độc lập, A và B, cùng xảy ra thì bạn nhân; nếu bạn muốn biết khả năng một trong hai sự kiện xảy ra, A và B, thì bạn cộng. Trở lại với hãng hàng không kia, khi nào nhân viên soát vé nên cộng các khả năng thay vì nhân chúng? Giả sử cô muốn biết khả năng hoặc cả hai hành khách đều đến hoặc không hành khách nào đến. Trong trường hợp này cô nên cộng các xác suất riêng biệt, theo như chúng ta đã tính toán ở trên, để cho ra kết quả là 55%.

Ba quy luật đơn giản này tạo thành nền tảng của lý thuyết xác suất. Khi được ứng dụng đầy đủ, chúng sẽ giúp ta nhìn thấu đáo hơn bản chất của tự nhiên và thế giới xung quanh. Chúng ta luôn sử dụng chúng trong các quyết định hàng ngày. Nhưng giống như các nhà làm luật La Mã, chúng ta thường không sử dụng chúng đúng cách.

TA RẤT DỄ NHÌN LẠI, lắc đầu, và viết sách với tựa kiểu như Những người La Mã mục nát (Scholastic, 1994). Nhưng để chúng ta không trở thành tự mãn vô lý, tôi sẽ kết thúc chương này bằng cách nhìn khác về những quy luật mà tôi đã bàn tới. Nó đủ để thức tỉnh bất cứ ai đang say trong cảm giác văn hóa ưu việt.



Tin tốt lành là ngày nay chúng ta không có các chứng minh nửa vời. Nhưng chúng ta có loại chứng minh 999.999/1.000.000. Ví dụ, các chuyên gia về phân tích ADN không lạ với việc làm chứng tại một phiên tòa hình sự rằng một mẫu ADN lấy từ hiện trường vụ án chính là của nghi phạm. Sự phù hợp này đúng đến mức nào? Khi cứ chứng ADN lần đầu tiên được đưa ra, rất nhiều chuyên gia chứng nhận các kết quả dương tính sai lầm không thể xảy ra trong xét nghiệm ADN. Ngày nay, các chuyên gia ADN thường chứng nhận rằng khả năng một người ngẫu nhiên nào đó phù hợp với mẫu thử của tội phạm thấp hơn 1/1.000.000 hoặc 1/1.000.000.000. Với những trường hợp ngoại lệ đó, ta khó có thể trách bồi thẩm đoàn vì đã rút chiếc chìa khóa quan trọng đi. Nhưng còn một thống kê khác không phải của bồi thẩm đoàn, người có liên quan tới số liệu sai mà phòng thí nghiệm đưa ra, ví dụ như khi thu thập và xử lý mẫu, do vô ý trộn lẫn hoặc tráo lẫn các mẫu, hoặc đọc nhầm hoặc đọc sai kết quả thử. Lỗi sai thường hiếm nhưng không hiếm như một sự phù hợp ngẫu nhiên. Phòng thí nghiệm tội phạm Philadelphia thừa nhận rằng họ đã bị tráo mẫu thử của bị đơn và nạn nhân trong một vụ cưỡng hiếp, và một hãng xét nghiệm tên là Cellmark Diagnostics cũng đã thừa nhận một lỗi tương tự. Không may, quyền lực của thống kê về ADN được đưa ra trước một phiên tòa ở Oklahoma đã khiến tòa kết tội một người đàn ông tên Timothy Durham tới hơn 3.100 năm tù mặc dù 11 nhân chứng đã gặp anh ta ở bang khác tại thời điểm xảy ra án mạng. Hóa ra trong phân tích lần đầu, phòng thí nghiệm đã không thể phân tách hoàn toàn ADN của tội phạm và nạn nhân trong dung dịch thử, và sự kết hợp giữa ADN của tội phạm và nạn nhân đã đem lại một kết quả dương tính khi so sánh với ADN của Durham. Lần thử sau này đã phát hiện ra sai lầm đó, và Durham được thả sau khi đã ở tù gần 4 năm.

Tỷ lệ các lỗi sai do nguyên nhân từ con người rất khác nhau, nhưng nhiều chuyên gia đánh giá nó ở khoảng 1%. Tuy

nhiên, vì tỷ lệ lỗi sai của nhiều phòng thí nghiệm chưa bao giờ được xem xét, nên tòa án thường không cho phép chứng thực thống kê tổng thể này. Thập chí, nếu tòa án cho phép chứng minh kết quả dương tính sai, thì bồi thẩm đoàn làm thế nào để đánh giá? Đa số bồi thẩm cho rằng trong hai loại lỗi sai –  $1/1.000.000.000$  xác suất tình cờ trùng hợp và  $1/100$  xác suất sai do lỗi của phòng thí nghiệm – tỷ lệ sai sót tổng thể phải ở đâu đó ở giữa, cứ cho là  $1/500.000.000$ , đa số các bồi thẩm đoàn không còn nghi ngờ gì. Nhưng sử dụng các quy luật xác suất, chúng ta sẽ có câu trả lời rất khác.

Hãy nghĩ rằng: do cả hai loại lỗi đều không chắc chắn, chúng ta có thể lờ đi khả năng đồng thời có cả lỗi tình cờ trùng hợp và lỗi của phòng thí nghiệm. Do đó, chúng ta đi tìm xác suất lỗi này hoặc lỗi kia xảy ra. Chúng ta dùng quy tắc cộng: xác suất xảy ra lỗi phòng thí nghiệm ( $1/100$ ) + xác suất xảy ra lỗi tình cờ trùng hợp ( $1/1.000.000.000$ ). Do lỗi sau nhỏ hơn lỗi trước 10 triệu lần, nên để có con số xấp xỉ đẹp, khả năng xảy ra cả hai lỗi bằng với khả năng xảy ra lỗi thường gặp hơn – nghĩa là các khả năng là  $1/100$ . Với mỗi nguyên nhân có thể xảy ra, chúng ta nên bỏ qua chứng nhận buồn cười của chuyên gia về sai lệch của các trường hợp tình cờ trùng hợp và tập trung vào tỷ lệ sai sót trong phòng thí nghiệm – thông tin mà tòa án thường không cho phép các luật sư trình bày! Và do vậy những tuyên bố nhắc đi nhắc lại về tính chính xác của ADN là cường điệu hóa.

Đây không phải là vấn đề duy nhất. Công dụng của toán học trong hệ thống luật pháp hiện đại gặp phải những vấn đề nghiêm trọng không kém gì trong thời La Mã. Một trong những trường hợp nổi tiếng nhất minh họa công dụng và sự lạm dụng xác suất trong pháp luật là vụ Người dân và Collins, diễn ra năm 1968 tại Tòa án tối cao California. Đây là các số liệu về vụ án nêu trong quyết định của tòa:

Vào hồi 11.30 ngày 18 tháng 6 năm 1964, bà Juanita Brooks đi mua sắm trở về dọc theo một ngõ hẻm tại khu vực San Pedro, thành phố Los Angeles. Bà kéo đằng sau một giỏ liểu đan đựng tất cả các đồ tạp phẩm đã mua và để ví của mình lên trên cùng. Bà đang chống gậy. Khi bà cúi xuống để nhặt một hộp bìa cứng, đột nhiên bà bị đẩy ngã xuống đất bởi một kẻ lạ mặt. Bà bị choáng váng bởi cú ngã và thấy nhức nhối khắp người. Bà cố gắng ngước lên và thấy một người phụ nữ trẻ đang chạy khỏi hiện trường. Theo lời bà Brooks, người đó nặng khoảng 70 kg, mặc “thứ gì đó tối màu” và tóc màu “giữa màu vàng sáng và vàng đậm”, nhưng sáng hơn màu tóc của bị cáo Janet Collins khi bị cáo xuất hiện trước tòa. Ngay sau đó, bà Brooks phát hiện ví của bà, trong đó có còn khoảng 35 – 40 đô-la, đã bị mất.

Vào cùng khoảng thời gian với vụ cướp, John Bass, người sống ở cuối con hẻm đó, đang đứng trước cửa nhà tưới cỏ. Ông nghe thấy rất nhiều tiếng khóc và tiếng hét từ con hẻm. Khi ông nhìn theo hướng đó, ông thấy một phụ nữ chạy khỏi con hẻm và lao vào một chiếc ô tô màu vàng đậu bên kia đường. Ông không nhận dạng được chiếc xe. Chiếc xe nổ máy lập tức và vượt qua các phương tiện đang đỗ khác trên con hẻm nên nó băng qua ông Bass chỉ cách 2m. Do đó, ông nhìn thấy một người đàn ông da đen đang lái xe, để ria và râu quai nón... Rất nhiều nhân chứng khác mô tả chiếc xe màu vàng, màu vàng với nóc màu trắng nhạt, hoặc màu vàng với nóc màu trắng vỏ trứng. Chiếc xe còn được mô tả có kích cỡ từ trung bình tới lớn.

Một vài ngày sau sự việc ở Los Angeles, cảnh sát phát hiện ra một chiếc xe Lincoln màu vàng có nóc màu trắng nhạt đỗ trước nhà bị cáo và nói chuyện với họ, giải thích rằng anh ta đang điều tra một vụ cướp. Anh ta lưu ý rằng những người tình nghi phù hợp với mô tả về người đàn ông và người đàn bà trong vụ án, ngoại trừ việc người đàn ông không có râu quai nón, mặc dù anh ta thừa nhận đôi lúc anh ta cũng để

râu. Sau hôm đó, cảnh sát Los Angeles đã bắt hai kẻ tình nghi, Malcolm Ricardo Collins, và vợ anh ta, Janet.

Các chứng cứ chống lại cặp đôi này không nhiều lắm, vụ án gặp khó khăn trong việc nhận dạng của nạn nhân và nhân chứng John Bass. Thật không may, bên nguyên không thể chứng minh về lời khai của nhân chứng, nạn nhân không nhận dạng được Janet là thủ phạm và cũng không nhìn thấy người lái xe. John Bass không nhìn thấy thủ phạm và nói tại đồn rằng ông ta không thể nhận dạng rõ ràng Malcolm Collins là người lái xe đó. Và do đó, dường như vụ án đang rơi vào ngõ cụt.

Ghi nhận về nhân chứng, mô tả của tòa án Tối cao California chỉ là “trợ giảng toán học tại một trường cao đẳng của bang”. Nhân chứng này đã chứng tỏ sự thật mà phần chứng (kẻ tình nghi là “một người phụ nữ Causasus với mái tóc đuôi ngựa màu vàng... [và] một người da đen với râu quai nón và ria mép” lái chiếc ô tô có phần màu vàng) đã đủ để kết tội cặp đôi kia. Để minh họa cho điều này, bị đơn sẽ được mô tả trong bảng theo đúng nguyên văn bản án của Tòa án tối cao:

| Đặc điểm                             | Xác suất riêng |
|--------------------------------------|----------------|
| Chiếc ô tô có phần màu vàng          | 1/10           |
| Người đàn ông có ria mép             | 1/4            |
| Người đàn ông da đen có râu quai nón | 1/10           |
| Cô gái có tóc đuôi ngựa              | 1/10           |
| Cô gái có mái tóc màu vàng           | 1/3            |
| Cặp đôi đa sắc tộc trong xe          | 1/1.000        |

Người trợ giảng toán học, theo yêu cầu của công tố, nói rằng quy tắc tích số áp dụng cho các số liệu này. Bằng cách nhân tất cả các xác suất, người ta kết luận rằng khả năng

cặp đôi phù hợp với tất cả đặc điểm nhận dạng này là 1/12.000.000. Theo đó, anh ta nói, ta có thể suy ra khả năng cặp đôi này vô tội là 1/12.000.000. Công tố viên sau đó chỉ ra rằng xác suất riêng đã được ước tính và mời ban hội thẩm cho ý kiến và tính toán. Như anh ta nói, bản thân anh ta tin đó là cách ước tính thận trọng, và xác suất anh ta tính được nếu sử dụng các nhân tố anh ta giả định thì vào khoảng 1/1.000.000.000. Bồi thẩm đoàn đã chấp nhận kết luận này và kết tội cặp đôi kia.

Điểm sai ở đây là gì? Đối với một điều như chúng ta đã thấy, nhằm tìm ra xác suất phức hợp bằng cách nhân các xác suất thành phần, các tiêu chí phải độc lập, và trong trường hợp này rõ ràng chúng không độc lập. Ví dụ, bảng trên thể hiện khả năng “một người đàn ông da đen có râu quai nón” là 1/10 và “một người đàn ông có ria mép” là 1/4. Nhưng đa số đàn ông có râu quai nón thì cũng đều có ria mép, do đó nếu bạn thấy “một người đàn ông da đen có râu quai nón,” thì khả năng 1/4 về người đàn ông có ria mép sẽ không chính xác – xác suất phải cao hơn. Vấn đề có thể được giải quyết nếu bạn loại trừ tiêu chí “người đàn ông da đen có râu quai nón”, thì tích số của các xác suất sẽ giảm còn 1/1.000.000.

Còn một lỗi phân tích nữa: xác suất có liên quan không phải là xác suất nêu ở trên – tức xác suất rằng cặp đôi được chọn ngẫu nhiên sẽ khớp với mô tả về kẻ tình nghi. Tuy nhiên, xác suất thích đáng là khả năng mà một cặp đôi khớp với tất cả các đặc điểm kia là cặp đôi có tội. Xác suất trước là 1/1.000.000. Nhưng với xác suất sau, dân số khu vực xung quanh vụ án xảy ra vào khoảng vài triệu, do đó bạn hoàn toàn có lý để kỳ vọng có 2 hoặc 3 cặp trong vùng khớp với các mô tả. Trong trường hợp đó, xác suất cặp đôi khớp với các mô tả là có tội, chỉ dựa trên chứng cứ này (hầu như là tất cả chứng cứ mà tòa có) chỉ là 1/2 hoặc 1/3. Vì những lý do này, tòa tối cao lật lại bản án của nhà Collins.

Công dụng của xác suất và thống kê trong phòng xử án hiện đại vẫn là một chủ đề được tranh cãi. Trong trường hợp của nhà Collins, Tòa án tối cao California chế nhạo cái được gọi là “xét xử bằng toán học,” nhưng nó đã mở cửa cho “những ứng dụng đầy đủ của công cụ toán học.” Trong các năm tiếp theo, các phiên tòa hiếm khi xem xét các tranh luận toán học, nhưng thậm chí khi luật sư hay thẩm phán không thích các luận cứ toán học hoặc xác suất rõ ràng, thì họ cũng thường sử dụng loại lý lẽ này, ví dụ như khi các thẩm phán cân nhắc chứng cứ. Hơn nữa, các luận điểm thống kê ngày càng trở nên quan trọng do sự cần thiết phải sử dụng các chứng cứ ADN. Thật không may, với tầm quan trọng ngày càng tăng như vậy nhưng sự hiểu biết của một bộ phận luật sư, thẩm phán hoặc bồi thẩm về vấn đề này không hề tăng. Như Thomas Lyon, một giáo sư về xác suất và luật tại trường Đại học Nam California đã giải thích, “rất ít sinh viên sử dụng xác suất vào quá trình làm luật, và rất ít luật sư thấy được tầm quan trọng của nó.” Trong lĩnh vực luật cũng như các lĩnh vực khác, hiểu biết về tính ngẫu nhiên có thể khám phá ra những ẩn ý của sự thật, nhưng chỉ với những người sở hữu các công cụ khám phá chúng. Trong chương tiếp theo, chúng ta sẽ tìm hiểu câu chuyện của người đầu tiên nghiên cứu về các công cụ này một cách hệ thống.

# Chương 3: Tìm đường vượt qua không gian xác suất

Trước năm 1576, người ta có thể bắt gặp một ông già ăn mặc kỳ lạ đi lang thang với dáng điệu lạ lùng, không quy tắc dọc ngang các đường phố của Rome, không nói với bất kỳ ai và cũng không ai nói chuyện với ông ta. Ông già từng nổi tiếng khắp châu Âu, là một nhà chiêm tinh học, bác sỹ nổi tiếng cho các gia đình quý tộc, trưởng khoa dược tại Đại học Pavia. Ông đã có những sáng chế tồn tại lâu dài, bao gồm chiếc khóa số đầu tiên và trục nối nhiều chiều vẫn còn được sử dụng trong ô tô ngày nay. Ông đã xuất bản 131 cuốn sách với nhiều chủ đề khác nhau trong lĩnh vực triết học, y tế, toán học và khoa học. Tuy nhiên, năm 1576, ông là ông già của quá khứ, không có tương lai, sống trong sự nghèo đói và tối tăm. Vào cuối mùa hè năm đó, ông ngồi viết những dòng cuối cùng, một bài thơ cho con trai yêu quý đã bị xử tử 16 năm trước, ở tuổi 26. Ông già chết vào ngày 20 tháng 9, vài ngày trước sinh nhật lần thứ 75. Ông đã sống lâu hơn 2 trong số 3 người con của mình, khi ông chết người con trai còn sống đang làm đao phủ chuyên nghiệp cho Tòa án dị giáo. Công việc béo bở đó là phần thưởng cho việc hấn đã đưa ra bằng chứng chống lại cha mình.

Trước khi chết, Gerolamo Cardano đốt 170 bản thảo chưa công bố. Trong gia tài của ông còn lại 111 bản thảo. Một bản được viết vài thập kỷ trước đó, đã được sửa chữa lại, là một chuyên luận gồm 32 chương ngắn. Với tựa The Book on Games of Chance (Cuốn sách về các trò chơi tình cờ) đó là cuốn sách đầu tiên viết về lý thuyết ngẫu nhiên. Người ta đã đánh bạc và gặp nhiều sự may rủi trong hàng ngàn năm. Liệu tôi có thể băng qua sa mạc trước khi chết khát? Ở dưới

vách đá khi động đất có nguy hiểm không? Nụ cười toét miệng của cô gái thượng cổ thích vẽ những con bò lên đá nghĩa là cô ấy thích tôi? Tuy nhiên, trước Cardano, chưa ai từng hoàn thành một quá trình phân tích chặt chẽ về cơ chế của các trò chơi và hoạt động may rủi khác. Cardano đã phân tích sâu cách thức, cơ hội vận hành thành một nguyên tắc gọi là định luật về không gian mẫu. Định luật về không gian mẫu thể hiện một tư tưởng mới và một phương pháp mới và đã tạo nên những mô tả cơ bản của toán học về sự không chắc chắn trong các thế kỷ về sau. Đây là một phương pháp đơn giản, một mô phỏng quy luật ngẫu nhiên tương tự như ý tưởng cân bằng chi tiêu. Tuy nhiên, với phương pháp đơn giản này, chúng ta có khả năng tiếp cận rất nhiều vấn đề một cách có hệ thống mà nếu như không có chúng thì việc chứng minh hầu như là vô vọng. Để minh họa cho cả cách sử dụng và công dụng của định luật, chúng ta sẽ nghiên cứu một vấn đề mặc dù dễ mô tả và không đòi hỏi tính toán nâng cao, nhưng đã thách thức nhiều người hơn bất cứ trường hợp nào khác trong lịch sử của tính ngẫu nhiên.

LÀ MỘT MỤC BÁO, mục “Hãy hỏi Marilyn” của tạp chí Parade được coi là thành công xuất sắc. Xuất hiện trong 350 số và tự hào về tổng số phát hành gần 36 triệu bản, mục hỏi và đáp này có từ năm 1986 và hiện vẫn phát triển mạnh. Các câu hỏi cũng như câu trả lời đều rất rõ ràng như trong một điều tra (phi khoa học) của Gallup Poll về suy nghĩ của người Mỹ. Ví dụ:

Khi thị trường chứng khoán đóng cửa vào cuối ngày, tại sao mọi người lại đứng thành vòng tròn mỉm cười và vỗ tay mà không quan tâm đến chứng khoán tăng hay giảm?

Một người bạn mang song thai mà cô ấy biết là sinh đôi anh em. Xác suất có ít nhất một đứa bé là con gái là bao nhiêu?



Khi bạn lái qua xác một con chồn hôi trên đường, tại sao phải mất 10 giây sau bạn mới ngửi thấy mùi? Cứ cho rằng, bạn không thực sự lái xe vượt qua con chồn đó.

Rõ ràng người Mỹ rất thực tế. Điều đáng lưu ý là mỗi câu hỏi đều có phần liên quan đến toán học hoặc một khoa học nào đó, đó là đặc điểm của rất nhiều câu hỏi trong mục này.

Một người có thể hỏi, đặc biệt nếu người đó biết chút ít về toán học và khoa học, “Ai sẽ là quán quân ‘Marilyn’ này?” Chà, Marilyn là Marilyn vos Savant, nổi tiếng vì có tên trong danh sách kỷ niệm hàng năm của kỷ lục Guinness với tư cách người có chỉ số IQ cao nhất thế giới (228). Bà cũng nổi tiếng do cưới Robert Jarvik, người sáng chế ra tim nhân tạo Jarvik. Nhưng đôi khi một số người nổi tiếng cũng được nhớ đến không phải vì ‘danh tiếng’ mà là ‘tai tiếng’ (“Tôi chưa bao giờ quan hệ với người đàn bà đó”). Điều đó đúng đối với Marilyn. Bà nổi tiếng nhất vì trả lời câu hỏi dưới đây, trong mục in vào một ngày Chủ nhật trong tháng 9 năm 1990 (tôi đã sửa câu chữ một chút):

Giả sử trong một chương trình trò chơi các đấu thủ phải đưa ra lựa chọn một trong ba cánh cửa. Sau một cửa là một chiếc ô tô, còn sau những cánh cửa khác là những con dê. Sau khi một đấu thủ chọn một cửa, người dẫn chương trình – tất nhiên anh ta biết rõ cái gì ở sau mỗi cánh cửa – mở một trong các cửa chưa được chọn, và lộ ra một con dê. Sau đó anh ta nói với người chơi, “Bạn có muốn đổi lấy cánh cửa chưa mở còn lại?” Đổi cửa liệu có lợi cho người chơi hay không?

Câu hỏi lấy ý tưởng từ các chương trình trò chơi trên truyền hình Let’s Make a Deal (Hãy cùng thương lượng), bắt đầu phát sóng từ năm 1963 đến năm 1976 và một số phiên bản từ năm 1980 đến 1991. Sức cuốn hút chính của chương trình là người dẫn diễn trai, dễ thương Monty Hall và người trợ lý

ăn mặc gợi cảm Carol Merrill, hoa hậu hạt Azusa (California) năm 1957.

Những người xây dựng chương trình thật sự ngạc nhiên vì sau 4.500 buổi chiếu trong 27 năm, câu hỏi về xác suất toán học đó lại trở thành tài sản chính của họ. Câu hỏi này đã làm cho tên tuổi của Marilyn và Let' Make a Deal sống mãi vì sự phản ứng dữ dội của người đọc sau khi xem mục báo của Marilyn vos Savant. Câu hỏi cuối cùng khá ngớ ngẩn. Hai cánh cửa để lựa chọn - mở một cửa và bạn thắng; mở cửa khác và bạn thua, cơ hội thắng của bạn là 50/50. Còn gì đơn giản hơn? Marilyn đã trả lời trên báo rằng tốt nhất là nên đổi.

Mặc dù công chúng thờ ơ khi hóa ra đó là vấn đề của toán học, nhưng các độc giả của Marilyn phản ứng như thể bà ủng hộ việc trả lại California cho bang Mexico. Việc từ chối làm rõ vấn đề đã khiến bà bị bom thư, khoảng 10.000 lá thư như bà ước tính. Nếu bạn hỏi người Mỹ liệu họ có đồng ý rằng thực vật giải phóng ôxy vào không khí, tốc độ ánh sáng nhanh hơn âm thanh, hay bạn không thể làm sữa phóng xạ an toàn khi đun sôi, thì bạn sẽ nhận được sự phản đối trong mỗi trường hợp lần lượt là 13%, 24% và 35%. Nhưng trong vấn đề này, người Mỹ rất thống nhất: 92% đồng ý rằng Marilyn sai.

Rất nhiều người cảm thấy thất vọng. Làm sao người mà họ tin tưởng trong từng ấy các vấn đề rộng lớn có thể bị bối rối bởi một câu hỏi đơn giản như vậy? Phải chăng sai lầm của bà tượng trưng cho sự ngu dốt tệ hại của người Mỹ? Gần 1.000 tiến sỹ, trong đó có nhiều người là giáo sư toán học, đã thể hiện sự giận dữ trong mục báo: "Cô thổi bay tất cả", một nhà toán học thuộc Đại học George Mason viết:

Hãy để tôi giải thích: Nếu một cửa đã được mở là không đúng, thì thông tin đó thay đổi xác suất của khả năng còn

lại – cả hai cửa đều không có gờ ý chắc chắn nào cả – là  $1/2$ . Là một nhà toán học, tôi rất lo lắng về sự thiếu kỹ năng toán học của cộng đồng. Làm ơn hãy thừa nhận lỗi sai của mình và trong tương lai, hãy cẩn thận hơn.

Từ trường Đại học bang Dickinson, ta có phản hồi: “Tôi bị sốc vì sau khi ba thầy giáo đánh chính lại mà cô vẫn không nhìn ra lỗi sai của mình.” Từ Đại học Georgetown: “Cần bao nhiêu nhà toán học giận dữ mới có thể thay đổi suy nghĩ của cô?” Và ai đó từ Viện Nghiên cứu Quân đội Mỹ lưu ý: “Nếu tất cả các tiến sỹ này đều sai thì đất nước đang lâm nguy.” Các phản ứng tiếp tục gia tăng theo số lượng lớn và trong một thời gian dài và mất phần lớn của mục báo để bàn luận về vấn đề này, Marilyn quyết định cô sẽ không đề cập đến nó nữa.

Ông tiến sỹ quân đội đã viết thư có thể đúng khi nói nếu tất cả các tiến sỹ đó đều sai thì đó là dấu hiệu đáng lo ngại. Khi nói về điều này, Paul Erdős, một trong những nhà toán học hàng đầu trong thế kỷ XX, nói: “Đó là điều không thể.” Sau đó, khi được giới thiệu một bằng chứng toán học chính thống của câu trả lời đúng, ông ta vẫn không tin và trở nên giận dữ. Chỉ sau khi một đồng nghiệp thực hiện một mô phỏng vi tính mà trong đó Erdős xem hàng trăm thí nghiệm trong 2 chọn 1 ủng hộ ý kiến chấp nhận đổi thì Erdős mới thừa nhận mình sai.

Làm thế nào một điều tưởng như rõ ràng đến vậy lại sai được? Theo một giáo sư tại Đại học Harvard, một chuyên gia về xác suất và thống kê, “chỉ là thần kinh của chúng ta không được kết nối để giải quyết tốt các bài toán xác suất.” Nhà vật lý học nổi tiếng người Mỹ, Richard Feynman, từng bảo tôi đừng bao giờ nghĩ mình đã hiểu một công trình vật lý nếu tất cả những gì tôi làm là đọc những điều người khác đúc rút. Cách duy nhất để thực sự hiểu một lý thuyết, như anh ta nói, là phải tự mình làm lấy (cho dù cuối cùng lại bác

bỏ nó!). Đối với những người không phải là Feynman, chúng mình lại công trình của người khác là cách tốt để thực sự nắm giữ và vận dụng được các kỹ năng toán như một quân cờ đam tại Home Depot. Nhưng bài toán Monty Hall là một trong những bài toán có thể giải mà không cần bất kỳ chuyên gia toán học nào. Bạn không cần các phép vi phân, hình học, lượng giác, hay thậm chí thuốc kích thích – cái mà Erdős đã muốn dùng. (Như đã chú thích, ngay sau khi bỏ cuộc khoảng một tháng, ông nhận xét, “Trước đây, khi nhìn vào một tờ giấy trắng, đầu óc tôi tràn đầy ý tưởng. Còn bây giờ tất cả những gì tôi nhìn thấy chỉ là một tờ giấy trắng.”) Tất cả những gì bạn cần là tri thức căn bản về xác suất và quy luật của không gian mẫu từ đó ta có thể phân tích các tình huống về cơ hội lần đầu tiên được viết thành văn bản trong thế kỷ XVI bởi Gerolamo Cardano.

Gerolamo Cardano không phải kẻ nổi dậy hồng thoát khỏi môi trường tri thức của thế kỷ XVI tại châu Âu. Đối với Cardano, tiếng chó tru là điềm báo cái chết của một người thân, và một vài con quạ kêu trên mái nhà nghĩa là sắp có bệnh trầm trọng. Cũng như bất kỳ ai, ông tin vào số mệnh, vào vận may, và đoán định tương lai theo sự sắp xếp của các hành tinh và ngôi sao. Tuy nhiên, nếu ông chơi bài poker, ông sẽ không bị phát hiện ra là đang rút được một “suốt” – một bộ 5 quân liên tiếp trong bài xì phé. Đối với Cardano, cờ bạc là bản tính thứ hai. Cảm xúc với cờ bạc là do năng khiếu chứ không phải do lý trí, và do vậy kiến thức về quan hệ toán học giữa các kết quả ngẫu nhiên của trò chơi vượt quá niềm tin do số phận chế ngự. Công trình của Cardano cũng vượt qua tính cứng nhắc của toán học ngày ấy, bởi vì Đại số và ngay cả Số học vào đầu thế kỷ XVI mới chỉ trong thời kỳ sơ khai, thậm chí người ta còn chưa biết đến dấu bằng.

Lịch sử có nhiều điều để nói về Cardano, dựa trên cuốn tự truyện và các tác phẩm đương thời viết về ông. Một số tác

phẩm khá mâu thuẫn, nhưng có một điều chắc chắn: Sinh năm 1501, Gerolamo Cardano không phải là đứa trẻ hạnh phúc. Mẹ ông, Chiara, ghét trẻ con, mặc dù – hoặc có lẽ do – bà có 3 cậu con trai. Dáng người thấp bé, chắc nịch, bản tính nóng nảy và cầu thả, khi mang thai Gerolamo bà ta đã uống thuốc bỏ thai của thế kỷ XVI gồm cây ngải tây lên men, hạt lúa mạch nướng và rễ cây thánh liễu. Bà ta uống thứ thuốc đó nhằm phá bào thai đang lớn dần, men ủ làm bà ta ốm yếu, nhưng cậu bé Gerolamo chưa ra đời thì không hề gì, thích ứng tuyệt đối với bất cứ thứ gì chuyển đổi theo đường máu của người mẹ. Các cố gắng khác của bà ta cũng đều thất bại.

Chiara và bố của Gerolamo, ông Fazio Cardano không cưới nhau, nhưng họ cư xử như thể họ đã là vợ chồng – họ nổi tiếng về nhiều trận cãi cọ to tiếng. Một tháng sau khi Gerolamo ra đời, Chiara bỏ nhà họ ở Milan để tới sống cùng cô em gái ở Pavia, cách đó 20 dặm về phía Nam. Gerolamo ra đời sau ba ngày mẹ ông đau đẻ. Ngay khi nhìn đứa bé, Chiara hẳn đã nghĩ rồi cuối cùng mình cũng sẽ từ bỏ nó. Đứa bé yếu đuối, xấu xí và nằm im. Bà đỡ của Chiara đoán đứa bé sẽ chết trong vòng một giờ. Nhưng nếu Chiara đang nghĩ đến sự giải thoát tốt đẹp, thì bà ta lại một lần nữa thất vọng, vì khi bà đỡ ngâm cậu bé vào chậu rượu ấm để rửa sạch các chất bẩn của thai nhi, Gerolamo hồi sinh. Tuy nhiên, thời gian khỏe khoắn của cậu bé chỉ diễn ra vài tháng. Sau đó, cậu bé, bà đỡ và ba anh em cùng cha khác mẹ đều mắc bệnh dịch. Bệnh dịch nổi tiếng với cái tên Cái chết đen (Black Death) thực ra là ba bệnh khác nhau: bệnh dịch hạch, bệnh viêm phổi và bệnh nhiễm trùng máu. Cardano mắc phải bệnh dịch hạch, căn bệnh thường gặp nhất với triệu chứng điển hình là các nốt bạch huyết sưng thành cục bằng quả trứng rất đau đớn. Một khi các cục hạch sưng xuất hiện thì người bệnh chỉ sống được khoảng một tuần.

Từ một cảng tại Messina phía Tây bắc Sicily năm 1347, hạm đội Genoese khi trở về từ phương Đông đã mang bệnh dịch Cái chết đen lần đầu vào ở châu Âu. Hạm đội đã nhanh chóng bị cách ly, và toàn bộ thủy thủ đã chết trên tàu – nhưng bọn chuột sống sót và chạy nhốn nháo vào bờ, mang theo cả vi khuẩn và bọ chét khiến bệnh càng phát tán rộng hơn. Sự bùng phát dịch bệnh tiếp đó đã giết chết nửa thành phố trong vòng 2 tháng, và cuối cùng giết chết khoảng 25% đến 50% dân số châu Âu. Bệnh dịch liên tiếp xảy ra, khiến giảm sút dân số châu Âu giảm nặng nề trong nhiều thế kỷ. Năm 1501 là một năm tồi tệ vì bệnh dịch ở Italy. Bà đỡ và các anh của Gerolamo đều bị chết. Đứa bé may mắn sống sót mà không việc gì ngoại trừ gương mặt bị biến dạng: mặt ông đầy các mục cóc trên mũi, trán, cằm và má. Ông sống thọ đến gần 75 tuổi. Trên đường đời có nhiều tai ương, và trong những năm đầu đời, ông cũng đã gặp những trắc trở.

Bố của Gerolamo là một thợ máy. Là một người thân với Leonardo da Vinci, ông được đánh giá là một chuyên gia hình học, nhưng nghèo. Fazio thường gặp khó khăn trong việc trả tiền thuê nhà, do đó ông bắt đầu nghề tham vấn, đưa ra lời khuyên về luật và y tế cho tầng lớp quý tộc. Việc kinh doanh đó khá phát đạt, nhờ lời tuyên bố của Fazio rằng ông ta xuất thân là anh em với một người tên là Goffredo Castiglioni của Milan, được biết đến như là Giáo hoàng Celestine IV. Khi Gerolamo được 5 tuổi, bố cho cậu làm quen với môi trường kinh doanh – trên danh nghĩa. Tức là, cột chặt cái sọt vào lưng con trai, chất vào đấy những cuốn sách luật và thuốc nặng trĩu, và kéo cậu con trai bé bỏng tới các cuộc gặp với khách hàng khắp thị trấn. Gerolamo sau này viết rằng “thỉnh thoảng khi chúng tôi đi bộ trên các con đường, cha ra lệnh cho tôi dừng lại, đồng thời ông mở sách, sử dụng đầu tôi như cái bàn, đọc một số đoạn văn dài dặc, đôi khi lấy chân đá để bắt tôi đứng yên mặc dù tôi đang đeo thật là nặng.”

Năm 1516, Gerolamo xác định ngành y là cơ hội phát triển tốt nhất cho mình và tuyên bố ông muốn đi khỏi Milan và quay trở lại Pavia để học tại đó. Fazio muốn con học luật vì như vậy ông ta sẽ đủ tư cách để nhận 100 curon (tiền Anh, bằng 5 si linh) tiền trợ cấp hàng năm. Sau trận cãi cọ âm ỉ trong gia đình, Fazio dục bứt, nhưng vẫn đề chưa dừng lại ở đó: không có trợ cấp, Gerolamo sẽ sống thế nào ở Pavia? Ông bắt đầu tiết kiệm tiền kiếm được từ việc đọc tử vi và hướng dẫn học sinh môn hình học, thuật giả kim và thiên văn học. Trong quá trình đó, ông nhận ra mình có năng khiếu cờ bạc, một năng khiếu mang lại cho ông nhiều tiền nhanh hơn bất kỳ phương thức nào khác.

Đối với những ai ham thích cờ bạc vào thời Cardano thì mọi thành phố đều là Las Vegas. Các vụ đặt cược bằng bài, xúc xắc, cờ thỏ cáo, hay thậm chí là cờ vua diễn ra khắp mọi nơi. Cardano phân loại các trò chơi này thành hai loại: thứ nhất là những trò chơi phải có chiến lược hoặc kỹ năng và thứ hai là những trò chơi đơn thuần do sự ngẫu nhiên chi phối. Trong các trò chơi như cờ vua, Cardano có nguy cơ bị lấn át bởi các Bobby Fischer của thế kỷ XVI. Nhưng khi ông cá cược về kết quả của trò xúc xắc, cơ hội của ông nhiều như bất kỳ ai. Tuy nhiên trong các trò chơi này, ông có một lợi thế do đã tìm hiểu kiến thức về các tỷ lệ chiến thắng trong rất nhiều trường hợp. Và do đó khi gia nhập thế giới cá cược này, Cardano chỉ chơi các trò mang tính ngẫu nhiên thuần túy. Chẳng bao lâu, Cardano đã có hơn 1.000 curon để đi học – nhiều hơn 10 năm tiền lương mà bố ông đã mong đợi. Năm 1520, ông trở thành sinh viên tại Pavia. Ngay sau đó, ông bắt đầu viết lý thuyết về cờ bạc.

Sinh thời, Cardano có lợi thế hiểu biết nhiều điều từ khi đất nước Hy Lạp còn thuộc về người Hy Lạp, và khi thuộc về La Mã. Tiếp đó, người Hindu đã có những bước tiến trong việc sử dụng số học như một công cụ quyền năng. Khi đó biểu thị số vị bằng hệ số 10 đã phát triển và trở thành chuẩn vào

khoảng năm 700 sau Công nguyên. Người Hindu cũng đạt được tiến bộ vượt bậc trong phân số – thứ rất quan trọng trong phân tích xác suất do khả năng xuất hiện của một sự kiện luôn luôn nhỏ hơn 1. Tri thức về phân số của người Hindu được người Ả rập học hỏi và sau cùng mang tới châu Âu. Ở đây những chữ viết tắt, p là “cộng” và m là “trừ”, lần đầu tiên được sử dụng vào thế kỷ XV. Cùng lúc ấy, người La Mã sáng tạo ra ký hiệu “+” và “-” nhưng chỉ để biểu thị sự thừa hoặc thiếu cân của các rương hòm. Chúng ta thực sự cảm thông cho những khó khăn của Cardano khi mà dấu bằng chưa tồn tại. Dấu “=” do Robert Recorde của trường Oxford và Cambridge sáng tạo ra năm 1557. Vì chuyên sâu vào hình học nên ông nhận thấy không gì giống nhau hơn các đường thẳng song song và do đó những đường thẳng song song có thể biểu thị sự cân bằng. Và dấu “x”, biểu thị cho phép nhân, được cho là sản phẩm của một mục sư người Anh, không được chấp nhận cho tới thế kỷ XVII.

Cuốn sách Book on Games of Chance của Cardano bao gồm các trò chơi với bài, xúc xắc, cờ thỏ cáo, và xương xên. Cuốn sách không hoàn hảo. Các trang viết phản ánh tính cách của Cardano, các ý tưởng điên rồ, bản tính dữ dội, cảm xúc mạnh mẽ với những ngổn ngang của cuộc đời và thời đại. Cuốn sách chỉ xem xét các quá trình – như tung một xúc xắc hay đổi một lá bài – trong đó một kết quả có khả năng xảy ra như các kết quả khác. Và Cardano sai lầm trong một số luận điểm. Tuy vậy, The Book on Games of Chance thể hiện sự tiên phong, là thành công đầu tiên khi con người chinh phục những tri thức về bản chất của sự không chắc chắn. Và phương pháp Cardano tấn công các vấn đề về sự ngẫu nhiên thật đáng ngạc nhiên cả về tính đơn giản và cả về hiệu quả.

Không phải chương nào trong cuốn sách cũng bàn về các vấn đề kỹ thuật. Ví dụ, chương 26 có tựa đề “Có phải ai dạy giỏi thì cũng chơi giỏi?” (Ông kết luận: “Biết và thực hành là



hai vấn đề khác nhau”). Chương 29 có tựa “Đặc điểm của những đấu thủ” (“Có một số người nhiều lý thuyết đã lái cả họ và những người khác ra khỏi linh cảm đúng”). Những điều này có vẻ giống chương trình “Abby thân mến” hơn là “Hãy hỏi Marilyn”. Nhưng trong chương 14 “Kết hợp các luận điểm” (về xác suất), Cardano trình bày cái ông gọi là “một quy tắc chung” – định luật về không gian mẫu của chúng ta.

Thuật ngữ Không gian mẫu ám chỉ các khả năng có thể xảy ra của một quá trình ngẫu nhiên được xem như là các điểm trong một không gian. Trong các trường hợp đơn giản, không gian này chỉ gồm một vài điểm, nhưng trong các trường hợp phức tạp nó có thể là một thể liên tục, giống như không gian ta đang sống vậy. Tuy vậy, Cardano không gọi đó là một không gian: ý niệm rằng một tập hợp số có thể tạo thành một không gian xuất hiện muộn hơn một thế kỷ cho đến khi thiên tài Descartes phát minh ra các tọa độ và hợp nhất đại số và hình học.

Theo ngôn ngữ hiện đại, quy tắc của Cardano được phát biểu như sau: *giả sử một quá trình ngẫu nhiên có nhiều kết quả mà khả năng xuất hiện như nhau, một số có lợi (thắng), một số không có lợi (thua). Xác suất một kết quả có lợi xảy ra cũng bằng tỷ lệ của các kết quả có lợi. Tập hợp tất cả các kết quả có thể xảy ra được gọi là không gian mẫu.* Nói cách khác, nếu một xúc xắc nằm trên bất cứ mặt nào trong sáu mặt, thì sáu kết quả này tạo thành một không gian mẫu, và nếu bạn đặt cược vào 2 trong số đó thì cơ hội thắng của bạn là 2/6.

Trong giả định này, tất cả các kết quả có khả năng như nhau. Rõ ràng điều đó không luôn đúng. Không gian mẫu khi quan sát cân nặng của Oprah Winfrey (đã từng) dao động từ 65 kg tới 106 kg, và trong suốt thời gian đó không phải lúc nào cân nặng cũng như nhau. Trường hợp các xác suất khác nhau, có xác suất được lý giải bằng sự kết hợp những chênh

lệch thích đáng với mỗi kết quả xảy ra – nghĩa là bằng sự tính toán cẩn thận. Nhưng từ giờ chúng ta sẽ nghiên cứu các ví dụ mà trong đó tất cả kết quả đều có khả năng xảy ra như nhau, giống như những ví dụ mà Cardano đã phân tích.

Sức thuyết phục trong quy tắc của Cardano đi liền với sự tinh vi. Một sự tinh vi nằm trong ý nghĩa của thuật ngữ kết quả (outcomes). Cuối thế kỷ XVII, nhà toán học nổi tiếng người Pháp, Jean Le Rond d'Alembert, tác giả của một số tác phẩm về xác suất, dùng sai khái niệm này khi ông phân tích việc tung 2 đồng xu. Số lượng các mặt ngửa trong mỗi lần tung 2 đồng xu này là 0, 1 hoặc 2. Alembert giải thích do có 3 kết quả, nên khả năng xuất hiện mỗi kết quả phải là  $1/3$ . Nhưng Alembert đã nhầm lẫn.

Một trong những thiếu sót lớn nhất của Cardano là ông đã không phân tích có hệ thống các cách thức khác nhau mà chuỗi những biến cố có thể xảy ra, như việc tung đồng xu chẳng hạn. Khi xem đến chương sau, ta sẽ thấy rằng không ai phân tích được như vậy cho tới thế kỷ tiếp theo. Tuy vậy, các phương pháp của Cardano có thể dễ dàng áp dụng đối với trường hợp đơn giản như tung hai đồng xu. Các kết quả có thể xảy ra khi tung đồng xu chính là dữ liệu mô tả hai đồng xu tiếp đất, không phải tất cả số mặt ngửa đều được tính từ dữ liệu này, như phân tích của Alembert. Nói cách khác, chúng ta không nên xem 0, 1 hoặc 2 mặt ngửa là các kết quả có thể xảy ra mà đó là các biến cố (ngửa, ngửa), (ngửa, sấp), (sấp, ngửa) và (sấp, sấp). Có bốn xác suất tạo thành một không gian mẫu.

Theo Cardano, bước kế tiếp là sắp xếp các kết quả, phân loại số mặt ngửa mà ta thu được từ mỗi lần gieo. Chỉ một trong bốn trường hợp – (ngửa, ngửa) – hiện ra 2 mặt ngửa. Tương tự, chỉ trường hợp (sấp, sấp) không có mặt ngửa nào. Nhưng nếu chúng ta muốn có 1 mặt ngửa, thì có 2 trường hợp có lợi: (ngửa, sấp) và (sấp, ngửa). Và phương pháp của

Cardano chỉ ra Alembert đã sai: cơ hội là 25% đối với 0 hoặc 2 mặt ngửa nhưng là 50% đối với 1 mặt ngửa. Nếu Cardano đặt tiền vào một mặt ngửa với tỷ lệ  $1/2$ , hẳn là ông đã chỉ thua trong nửa thời gian nhưng gấp ba số tiền cược trong nửa còn lại, đây là cơ hội tuyệt vời cho một thiếu niên thế kỷ XVI tiết kiệm tiền đi học – và vẫn là cơ hội tuyệt vời trong thời đại này nếu bạn có ai đó đề nghị đặt cược.

Trong các khóa xác suất sơ cấp, họ thường dạy một dạng toán tương tự với các dạng tôi đã trích từ mục “Hãy hỏi Marilyn”, ví dụ bài toán hai-con-gái. Giả sử một bà mẹ mang song thai khác trứng và muốn biết tỷ lệ mang thai hai bé gái, một trai và một gái, và hai trai. Do đó, không gian mẫu gồm tất cả các trường hợp về giới tính của hai đứa trẻ theo thứ tự ra đời của chúng: (gái, gái), (gái, trai), (trai, gái) và (trai, trai). Đây là trường hợp không gian mẫu giống với bài toán tung đồng xu ngoại trừ cách đặt tên các vấn đề: mặt ngửa trở thành con gái, và mặt sấp trở thành con trai. Các nhà toán học đã đặt cái tên thú vị cho tình huống toán lồng trong toán (một bài toán được một bài toán khác ngụ ý): họ gọi đó là sự đẳng cấu. Khi bạn gặp một bài toán đẳng cấu, nghĩa là bạn đã bỏ qua được rất nhiều việc. Trong trường hợp này, ta chỉ việc tính xác suất mà cả hai đứa bé là gái theo như cách mà chúng ta đã tính xác suất cả hai đồng đều ngửa trong bài toán tung đồng xu. Và do vậy, thậm chí không cần phân tích ta cũng biết ngay câu trả lời cũng giống hệt: 25%. Chúng ta có thể trả lời câu hỏi trong mục của Marilyn: khả năng ít nhất một trong các em bé là gái bằng khả năng đồng thời cả hai em bé là gái cộng với khả năng chỉ một là gái – từ đó,  $25\% + 50\% = 75\%$ .

Trong bài toán hai-con-gái này, một câu hỏi thêm thường được đặt ra: Xác suất để cả hai đứa trẻ là con gái là bao nhiêu, nếu một trong số chúng là gái là bao nhiêu? Người ta có thể lý giải như sau: do một trong hai đứa trẻ là con gái, nên chỉ còn một đứa trẻ phải xem xét. Cơ hội để đứa trẻ đó

là gái chiếm 50%, do đó xác suất của hai đứa là gái chiếm 50%.

Lời giải đó không chính xác. Tại sao ư? Mặc dù giả định của bài toán nói một đứa trẻ là gái, mà không nói đứa trẻ nào, và điều đó thay đổi mọi thứ. Nếu bạn thấy thật rắc rối, cũng không sao, bởi đây là minh họa tốt cho sức mạnh trong phương pháp của Cardano. Phương pháp này làm lời giải trở nên rõ ràng.

Với thông tin mới – một đứa trẻ là gái – chúng ta loại bỏ trường hợp cả hai đứa trẻ là trai. Do đó, sử dụng phương pháp của Cardano, chúng ta loại bỏ trường hợp (trai, trai) ra khỏi không gian mẫu. Chỉ còn lại 3 kết quả trong không gian mẫu: (gái, gái), (gái, trai) và (trai, gái). Trong đó, chỉ có (gái, gái) là kết quả thỏa mãn – nghĩa là cả hai đứa bé là gái – do đó xác suất cả hai đứa trẻ là gái là  $1/3$ , hay 33%. Giờ ta có thể hiểu tại sao giả thuyết của bài toán không xác định đứa trẻ nào là gái lại quan trọng đến thế. Ví dụ, nếu bài toán hỏi xác suất cả hai đứa trẻ là gái, nếu đứa đầu là con gái, thì chúng ta sẽ phải loại trường hợp (trai, trai) và (trai, gái) ra khỏi không gian mẫu và từ đó tỷ lệ là  $1/2$ , hay 50%.

Người ta phải khen ngợi Marilyn vos Savant không chỉ vì sự nỗ lực nâng cao nhận thức công chúng về xác suất sơ cấp mà còn vì đã dũng cảm tiếp tục công bố các câu hỏi như vậy thậm chí cả sau khi dẫn nếm trải vụ Monty Hall gây nản lòng. Chúng ta sẽ kết thúc vấn đề này với một câu hỏi khác trích từ mục của cô trong số ra tháng 3, 1996:

Bố tôi đã nghe được câu chuyện này trên đài. Tại Đại học Duke, có hai sinh viên đã nhận điểm A môn Hóa trong cả học kỳ. Nhưng trong đêm trước kỳ thi cuối cùng, họ tiệc tùng tại một bang khác và không kịp trở về Duke để dự kỳ thi. Họ giải thích với giáo sư của mình rằng xe họ bị xịt lốp, và hỏi liệu họ có thể làm bài thi bổ sung không. Vị giáo sư

đồng ý, và làm một đề thi, và yêu cầu cả hai ngồi làm bài ở hai phòng khác nhau. Câu hỏi đầu tiên (trên một mặt giấy) được 5% điểm. Sau đó, họ lật mặt giấy, và nhận ra câu hỏi thứ hai được 95%: “Cái lốp nào bị xì?” Xác suất cả hai sinh viên trả lời giống nhau là bao nhiêu? Bố tôi và tôi nghĩ đó là 1/16. Đúng không ạ?

Không, câu trả lời đó không đúng: nếu hai sinh viên nói dối, xác suất đúng cho việc họ chọn câu trả lời giống nhau là 1/4 (nếu bạn chưa hiểu, bạn có thể xem các ghi chú đằng sau cuốn sách này).. Và giờ đây, chúng ta đã quen với việc phân tích một bài toán trong danh sách các xác suất, chúng ta đã sẵn sàng sử dụng định luật về không gian mẫu để giải bài toán Monty Hall.

Như tôi đã từng nói, để hiểu bài toán Monty Hall không cần đến bất cứ khóa bổ túc về toán nào. Nhưng nó đòi hỏi phải tư duy logic cẩn thận, và nếu bạn đang đọc sách này trong khi xem phim Gia đình Simpsons, thì bạn nên tạm dừng một trong hai việc. Tin tốt lành chỉ chiếm vài trang giấy.

Trong bài toán Monty Hall, bạn đối mặt với 3 cánh cửa: sau một cánh cửa là một thứ gì đó có giá trị, một chiếc Maserati đỏ bóng loáng chẳng hạn; đằng sau hai cánh cửa còn lại là một vật ít được ưa thích, như tuyển tập các tác phẩm của Shakespeare bằng tiếng Xéc-bi. Bạn đã chọn cửa 1. Không gian mẫu trong trường hợp này là ba trường hợp như sau:

Chiếc Maserati ở cửa 1

Chiếc Maserati ở cửa 2

Chiếc Maserati ở cửa 3.

Mỗi kết quả có xác suất là 1/3. Do giả định là đa số mọi người đều muốn chiếc Maserati hơn, nên cửa đầu tiên là cửa thắng, và cơ hội đoán đúng của bạn là 1/3.

Theo dữ liệu bài toán, tình tiết tiếp theo là người dẫn chương trình, người biết chính xác cái nằm trong mỗi ô cửa, mở một cửa mà bạn không chọn, và lấy ra một bộ Shakespeare. Trong khi mở ô cửa này, anh ta đã chọn ô cửa không có chiếc xe Maserati, do đó đây không phải là quy trình ngẫu nhiên hoàn toàn. Chỉ còn hai trường hợp để lựa chọn.

Một, ô cửa đầu tiên bạn chọn là chính xác. Hãy cùng gọi đó là kịch bản May mắn. Người dẫn chương trình giờ đây ngẫu nhiên mở cửa số 2 hoặc số 3, và nếu bạn chọn đổi, thay vì tận hưởng chiếc xế lướt nhanh và quyến rũ, bạn sẽ là chủ của cuốn Troilus và Cressida bằng tiếng địa phương Torlak. Trong kịch bản May mắn, bạn không nên đổi – nhưng xác suất xuất hiện kịch bản May mắn chỉ là  $1/3$ .

Trường hợp thứ hai, lựa chọn đầu tiên của bạn đã sai. Chúng ta sẽ gọi đây là kịch bản Đoán sai. Xác suất bạn đoán sai là  $2/3$ , do đó kịch bản Đoán sai có khả năng xuất hiện nhiều gấp đôi kịch bản May mắn. Phân biệt kịch bản Đoán sai và kịch bản May mắn như thế nào? Trong kịch bản đoán sai, chiếc Maserita nằm trong ô cửa mà bạn không chọn, và một bản Shakespear bằng tiếng Xéc-bi nằm trong ô cửa không được chọn còn lại. Không giống với kịch bản May mắn, trong kịch bản này người dẫn chương trình không mở ngẫu nhiên một cửa chưa được chọn. Do không muốn lộ chiếc Maserati, nên anh ta chọn chính xác ô cửa không có chiếc xe. Nghĩa là, trong kịch bản Đoán sai người dẫn chương trình can thiệp vào cái mà cho đến giờ vẫn là trò chơi ngẫu nhiên. Do đó, trò chơi không còn ngẫu nhiên nữa: người dẫn chương trình đã dùng hiểu biết của mình để thay đổi kết quả, sự ngẫu nhiên bị xâm phạm bằng việc bảo đảm nếu bạn đổi lựa chọn, bạn sẽ nhận được một chiếc xe đỏ tuyệt vời. Do sự can thiệp này, nếu bạn thấy mình ở kịch bản Đoán sai, thì bạn sẽ thắng nếu bạn đổi và bạn sẽ thua nếu không đổi.

Tóm lại: nếu bạn ở kịch bản May mắn (xác suất  $1/3$ ), bạn sẽ thắng nếu kiên quyết giữ lựa chọn của mình. Nếu bạn ở kịch bản Đoán sai (xác suất  $2/3$ ), dựa vào hành động của người dẫn chương trình, bạn sẽ thắng nếu bạn đổi lựa chọn. Và quyết định của bạn thực ra là dự đoán: bạn thấy mình đang ở kịch bản nào? Nếu bạn cảm thấy ESP hoặc số phận đã dẫn đường cho bạn tới lựa chọn đầu tiên, có lẽ bạn không nên đổi. Nhưng trừ phi bạn có thể bẻ xoắn chiếc thìa bạc bằng sóng thần kinh của mình, tỷ lệ  $2/1$  là bạn đang trong kịch bản Đoán sai, và do đó bạn nên đổi. Các thống kê từ chương trình truyền hình đã làm sáng tỏ vấn đề: những người đã từng ở tình huống như bài toán mô tả và đổi lựa chọn và thắng nhiều gấp hai lần những người không đổi.

Bài toán Monty Hall khó nắm bắt trừ phi bạn suy nghĩ thật cẩn thận, vai trò của người dẫn chương trình, giống như vai trò của người mẹ vậy, không được đánh giá đúng mức. Nhưng người dẫn chương trình đang điều khiển trò chơi. Vai trò của người dẫn chương trình có thể làm rõ nếu ta giả sử rằng thay vì có 3 ô cửa, ta có 100 ô cửa. Bạn vẫn chọn cửa số 1, nhưng giờ đây xác suất chọn đúng của bạn là  $1/100$ . Đồng nghĩa với việc xác suất chiếc xe Maserati trong các ô cửa còn lại là  $99/100$ . Như trước đây, người dẫn chương trình mở tất cả các ô cửa mà bạn không chọn trừ một ô cửa, để đảm bảo không mở ô cửa giấu chiếc Maserati nếu nó nằm trong đó. Sau đó, xác suất vẫn là  $1/100$  cho chiếc Maserati nằm trong ô cửa bạn đã chọn và vẫn là  $99/100$  rằng nó nằm trong một trong những ô cửa còn lại. Nhưng giờ đây, nhờ sự can thiệp của người dẫn chương trình, chỉ còn duy nhất 1 ô cửa, do đó xác suất để chiếc Maserati nằm trong ô cửa còn lại là  $99/100$ .

Nếu bài toán Monty Hall cũng xuất hiện ở thời đại của Cardano, liệu ông sẽ là một Marilyn vos Savant hay một Paul Erdős? Định luật về không gian mẫu giải quyết bài toán này thật tuyệt, nhưng cũng không có gì chắc chắn, vì lời giải nổi

tiếng đầu tiên của bài toán này (nhưng dưới cái tên khác) xuất hiện vào năm 1959, trong một bài báo của Martin Gardner trên tạp chí Scientific American. Gardner gọi đây là “bài toán rắc rối hay tuyệt” và lưu ý rằng “không một lĩnh vực nào khác của toán học có thể dễ dàng khiến các chuyên gia mắc sai lầm như trong lý thuyết xác suất.” Tất nhiên, đối với một nhà toán học, mắc sai lầm thực sự rất xấu hổ, nhưng đối với một tay cờ bạc đó là vấn đề kế sinh nhai. Và do vậy cũng rất hợp lý khi lý thuyết hệ thống đầu tiên về xác suất do chính Cardano, một tay cờ bạc, phát hiện ra.

Khi Cardano đang ở độ tuổi thiếu niên, một ngày, một người bạn của ông qua đời đột ngột. Sau đó vài tháng, Cardano nhận thấy không ai nhắc đến tên của cậu bạn ấy nữa. Điều này làm cậu bé Cardano rất buồn và có ấn tượng sâu sắc. Làm sao để người ta vượt qua thực tế rằng cuộc sống rất phù du? Cậu xác định cách duy nhất là phải để lại điều gì đó – đồ thừa kế hoặc các tác phẩm trường cửu hoặc cả hai. Trong tự truyện của mình, Cardano mô tả sự lớn dần của “tham vọng không thể lay chuyển được”: phải để lại dấu ấn trên thế giới này.

Sau khi lấy bằng Y khoa, Cardano quay trở lại Milan, tìm công việc. Ở trường đại học, ông đã viết một bài báo, “Về những ý kiến khác nhau đối với nghề bác sĩ”, trong đó đặc biệt gọi lực lượng y tế là một đám lang băm. Đại học y Milan bấy giờ thay đổi thiện ý, từ chối tiếp nhận ông. Do đó, ông không được làm việc ở Milan. Bằng tiền tiết kiệm từ việc trợ giảng và cờ bạc, Cardano mua một ngôi nhà nhỏ ở phía Tây thị trấn Piove di Sacco. Ông kỳ vọng vào công việc ở đây bởi vì bệnh tật tràn lan trong thị trấn mà chẳng có bác sĩ nào. Nhưng nghiên cứu thị trường của ông lại mắc sai lầm tai hại: thị trấn không có bác sĩ vì dân chúng muốn được thầy tu và thầy phù thủy cứu chữa hơn. Sau vài năm làm việc và nghiên cứu vất vả, Carano tự nhận thấy thu nhập quá ít mà lại có quá nhiều thời gian rảnh rỗi. Đây là thời gian may mắn



để ông tăng cơ hội và bắt đầu viết sách. Một trong số đó là cuốn *Sách về các trò chơi ngẫu nhiên (The Book on Games of Chance)*.

Sau 5 năm ở Sacco, năm 1532, Cardano quay trở lại Milan, hy vọng sẽ xuất bản được sách và một lần nữa nộp đơn xin việc vào Đại học Y. Trên cả hai lĩnh vực, ông đều bị từ chối. Vào những ngày đó, ông viết, “tôi chán ngán đến mức tôi đã đến gặp thầy bói và thầy phù thủy để tìm ra giải pháp tháo gỡ khó khăn nhiều mặt của mình.” Một thầy phù thủy khuyên ông nên tránh ánh sáng của Mặt trăng. Một người khác thì cho rằng khi thức dậy, ông hắt hơi ba lần và gõ vào gỗ. Cardano làm theo tất cả những chỉ dẫn đó, nhưng không gì thay đổi được vận xui của ông. Do đó, ông bắt đầu lén lút gây dựng từng chút một trong đêm, lén chữa trị cho các bệnh nhân hoặc không thể trả nổi tiền cho các bác sỹ hợp pháp hoặc không có tiến triển gì nhờ sự cứu chữa từ thầy tu và thầy phù thủy. Để phụ thêm vào số tiền kiếm được từ việc trên, như ông viết trong tự truyện của mình, ông “buộc phải chơi xúc xắc lần nữa để có thể lo được cho vợ, và ở đây kinh nghiệm của tôi đánh bại vận mệnh, và chúng tôi sẽ có tiền mua thức ăn và sống, dầu chỉ là trong cái phòng trọ tồi tàn này.” Về phần cuốn *The Book on Games of Chance*, mặc dù ông đã duyệt lại và chỉnh sửa bản thảo liên tục trong nhiều năm sau, nhưng chưa bao giờ công bố nó, có lẽ bởi ông nhận thấy đi dạy người khác chơi cờ bạc giỏi như mình không phải là một ý hay.

Cuối cùng, Cardano đã đạt được các mục tiêu của cuộc đời, giành được cả của cải và danh tiếng – một cuộc đánh đổi vận mệnh tốt. Sự thịnh vượng bắt đầu ập đến khi ông công bố cuốn sách dựa trên bài báo cũ ở trường đại học, sửa lại tựa mang tính học thuật “Quá trình phân tích những quan điểm của các bác sỹ” thành tựa sinh động hơn “Phân tích những thực tế tồi tệ của y học trong cuộc sống” (*On the Bad Practice of Medicine in Common Use*). Cuốn sách đã thành

công lớn. Và tiếp đó, khi một trong những bệnh nhân bí mật của ông, một Cha bề trên nổi tiếng của nhà thờ Augustan, đột nhiên (và hoàn toàn tình cờ) cho rằng sự hồi phục của mình là nhờ Cardano, khiến danh tiếng bác sỹ của Cardano tăng cao ngùn ngụt đến mức Trường Y không chỉ mời ông làm thành viên mà còn phong ông làm Hiệu trưởng. Đồng thời lúc đó, ông xuất bản thêm một số cuốn sách và đều thành công, đặc biệt là cuốn mà đông đảo công chúng gọi là Số học thực hành (The Practice of Arithmetic). Một vài năm sau, ông xuất bản thêm một cuốn sách kỹ thuật có tên Ars magna (Khoa học vĩ đại nhất), chuyên khảo về Đại số học trong đó ông đưa ra bức tranh rõ ràng đầu tiên về số âm và phân tích nổi tiếng về các phương trình đại số. Khi gần 50 tuổi, giữa năm 1550, Cardano đạt tới đỉnh cao thành công, là trưởng khoa Y của Đại học Pavia và là một người giàu có.

Nhưng vận may của ông không kéo dài mãi mãi. Cái thực sự làm Cardano lụn bại chính là một phần tài sản của ông – các con ông. Năm 16 tuổi, cô con gái Chiara (đặt theo tên mẹ ông) đã quyến rũ người con trai cả, Giovanni, và có thai. Cô phá thai và hậu quả bị vô sinh. Dù sao điều này cũng thích hợp với tính cách của cô, vì cô quan hệ bừa bãi một cách trơ trẽn, thậm chí ngay cả khi đã kết hôn, và mắc bệnh giang mai. Giovanni sau đó trở thành bác sỹ, nhưng nổi tiếng là một tên phạm tội vặt hơn, và cũng nổi tiếng vì anh ta bị ép làm đám cưới với một gia đình người đào vàng có bằng chứng rằng anh ta đã giết một viên chức bằng thuốc độc. Đồng thời, Aldo, người con thứ của Cardano, người thích thú việc tra tấn động vật ngay từ bé, và biến sự đam mê đó thành nghề nghiệp – một tên tra tấn tự do cho Tòa Dị giáo. Cũng như Giovanni, anh ta nổi tiếng là kẻ lừa đảo.

Vài năm sau khi kết hôn, Giovanni đưa cho người hầu thứ thuốc bí mật để trộn vào bánh cho vợ của mình ăn. Khi vợ hần ngả lịm sau khi ăn tráng miệng, chính quyền đã bắt cả hai. Mặc dù Gerolamo đã trả rất nhiều tiền cho các luật sư,

nỗ lực hết sức để cứu vãn, nhưng chẳng bao lâu sau, cậu con trai Giovanni bị đi tù. Sự kiệt quệ về tiền bạc và danh tiếng khiến ông trở nên yếu đuối trước kẻ thù cũ. Thượng viện ở Milan xóa tên ông khỏi danh sách những người được thuyết giảng, buộc ông tội thủ dâm và loạn luân, trục xuất ông khỏi Milan. Khi Cardano rời Milan cuối năm 1563, ông viết trong tự truyện của mình, ông “một lần nữa trở nên rách rưới, vận may mất, thu nhập mất, không có nhà ở, sách bị sung công.” Lúc này, tư duy của ông cũng vậy, nó rơi vào thời kỳ suy nghĩ không mạnh mẽ. Rồi một cơn cuồng phong cuối cùng, một nhà toán học tự nhiên cứu tên Niccolò Tartaglia rất giận dữ vì trong *Ars magna* Cardano đã tiết lộ phương pháp bí mật của Tartaglia về giải một số phương trình, hằn dudy Aldo đưa ra bằng chứng chống lại cha mình để đổi lấy một công việc chính thức làm đao phủ và người hành quyết của thành phố Bologna. Cardano đi tù một thời gian ngắn, sau đó lạng lã sống những năm cuối đời tại Rome. *The Book on Games of Chance* cuối cùng được công bố năm 1663, hơn 100 năm sau khi cậu thanh niên Cardano bắt đầu viết. Từ đó, phương pháp phân tích của ông được sao chép và học hỏi.

## Chương 4: Theo vết đường mòn tới thành công

Nếu một tay cờ bạc vào thời của Cardano hiểu được công trình toán học về sự ngẫu nhiên của ông, thì cỡ lẽ anh ta đã kiếm được một khoản kha khá nhờ đánh bại những đối thủ kém hiểu biết hơn. Ngày nay, với lý thuyết mà ông đã đưa ra, Cardano có lẽ đã có cả tiền tài và danh vọng khi viết những cuốn sách như *The Idiot's Guide to Casting Dice with Suckers* (Cẩm nang chơi xúc xắc nhưng thiếu chuyên nghiệp). Nhưng trong thời đại của mình, công trình của Cardano không tạo được tiếng vang lớn, và cuốn *Book on Games of Chance* không được xuất bản sau khi ông mất một thời gian khá dài. Tại sao công trình của Cardano thời đó lại có ít ảnh hưởng đến vậy? Như chúng ta đã nói, một trở ngại cho những người đi trước ông là thiếu hệ thống ký tự đại số chuẩn. Hệ thống đó đã được cải thiện vào thời của Cardano nhưng vẫn còn trong “thời kỳ trứng nước”. Tuy nhiên, vẫn còn một rào cản khác chưa được gỡ bỏ: Cardano nghiên cứu vào thời điểm các bùa chú thần bí có nhiều giá trị hơn các phép tính toán học. Nếu con người không tìm kiếm trật tự tự nhiên và không xây dựng những mô tả định lượng về các sự kiện, thì lý thuyết về tác động của sự ngẫu nhiên tới các sự kiện đó chắc chắn không được chấp nhận. Khi sự việc xảy ra, nếu như Cardano sống vào vài thập kỷ sau đó, thì cả công trình của ông và sự tiếp nhận nó đã khác hẳn, vì vài thập kỷ sau khi ông mất, sự thay đổi sâu sắc trong tư tưởng và niềm tin truyền thống ở châu Âu đã dẫn tới cuộc cách mạng khoa học.

Cuộc cách mạng khoa học là sự nổi dậy chống lại cách tư duy đã phổ biến tại châu Âu từ thời Trung Cổ, thời kỳ con

người tin rằng thế giới vận hành không theo một trật tự nào. Những tay lái buôn trong thị trấn ăn trộm quần áo của người bị treo cổ vì họ tin nó sẽ giúp họ bán được nhiều bia. Ở chỗ khác, giáo dân tin bệnh tật có thể chữa khỏi nhờ ca cầu những bài kinh báng bổ khi họ khỏa thân bước quanh bệ thờ. Có thương nhân thậm chí tin rằng đi vệ sinh “nhầm” chỗ sẽ gặp vận xui. Sự thực anh ta là một tay giao dịch trái phiếu, anh ta đã tiết lộ bí mật của mình cho phóng viên CNN năm 2003. Vâng, ngày nay một số người vẫn còn rất mê tín, nhưng chỉ ít đối với những người này, chúng ta có những công cụ trí tuệ để chứng minh hoặc bác bỏ hiệu lực của những hành động như vậy. Nhưng nếu những bạn cờ bạc của Cardano thắng xúc xắc, thay vì phân tích chiến thắng bằng toán học, họ sẽ tạ ơn Chúa hoặc từ chối giặt đôi tất may mắn của mình. Bản thân Cardano tin rằng vận thua xảy ra vì “vận mệnh chống đối” và cách để cải thiện kết quả là cứ “ném mạnh tay”. Nếu may mắn nằm trong tay, thì tại sao phải cần đến toán học?

Thời điểm năm 1583 được coi là bước ngoặt đối với cuộc cách mạng khoa học, chỉ 7 năm sau khi Cardano mất. Đó là khi một sinh viên trẻ của trường Đại học Pisa ngồi trong thánh đường và, theo kể lại, thì thay vì nghe giảng, anh ta lại chăm chú nhìn cái gì đó đằng xa một cách say mê: sự rung đưa của một chiếc đèn treo lớn. Sử dụng nhịp mạch của mình để bấm giờ, Galileo Galilei nhận thấy chiếc đèn mất một khoảng thời gian bằng nhau để rung đưa cho dù với một cung rộng hay một cung hẹp. Sự quan sát này gợi cho anh ta một quy luật: Thời gian để con lắc dao động độc lập với biên độ. Đó là một quan sát chính xác và thực tế, và mặc dù phát biểu rất đơn giản, nhưng nó đem lại một tiếp cận mới đối với một hiện tượng vật lý: quan điểm rằng khoa học phải trọng tâm vào kinh nghiệm và thực nghiệm – tự nhiên vận hành như thế nào – thay vì những đánh giá trực giác. Và trong hầu hết các trường hợp, ta cần phải giải quyết bằng toán học.

Galileo sử dụng kỹ năng toán học để viết những mẫu báo về cờ bạc, “Thoughts about Dice Games” (Suy nghĩ về trò xúc xắc). Tác phẩm viết theo yêu cầu của ông chủ, đại công tước của Tuscany. Vấn đề khiến vị đại công tước này đau đầu là: khi bạn ném 3 xúc xắc, tại sao bạn hay được 10 điểm hơn là 9 điểm? Xác suất tổng 3 lần ném được hơn 10 điểm chỉ khoảng 8%, và cho dù xác suất đạt 10 điểm hoặc 9 điểm lớn hơn, thì thực tế, vị đại công tước này đã gieo xúc xắc đủ nhiều để có thể rút ra được sự khác biệt nhỏ này hay nói cách khác ông ta có lẽ cần một chương trình “mười hai bước hoàn hảo” thay vì cần Galileo. Vì lý do nào đó, Galileo không hứng thú với bài toán và cần nhàn về nó, nhưng giống như bất cứ cố vấn nào muốn giữ việc, ông kiểm chế sự khó chịu và làm công việc của mình.

Nếu bạn ném 1 xúc xắc, thì bất cứ số nào cũng có khả năng xuất hiện là  $1/6$ . Nhưng nếu bạn ném 2 xúc xắc, xác suất xuất hiện của các tổng khác nhau không còn bằng nhau nữa. Ví dụ, xác suất ném xúc xắc để có tổng là 2 là  $1/36$ , gấp 2 lần xác suất xuất hiện tổng là 3. Lý do là để ném được 2 điểm thì chỉ có 1 cách: mỗi xúc xắc được 1 điểm, nhưng để ném được được 3 điểm thì có 2 cách: ném xúc xắc đầu tiên được 1 điểm, xúc xắc thứ hai được 2 điểm hoặc ném xúc xắc đầu được 2 điểm, xúc xắc thứ hai được 1 điểm. Điều này giúp chúng ta có bước tiến quan trọng để hiểu rõ quy trình ngẫu nhiên – chủ đề của chương này: sự phát triển của các phương pháp hệ thống nhằm phân tích nhiều khả năng sự kiện có thể xảy ra.

CHÌA KHÓA cho bài toán của vị đại công tước chính là việc tiếp cận bài toán như thể bạn là một học giả Talmud: thay vì cố gắng giải thích tại sao 10 điểm lại hay xảy ra hơn 9 điểm, chúng ta hãy hỏi, tại sao 10 điểm lại không nên xảy ra thường xuyên hơn 9 điểm chứ? Thực ra có lý do rất đáng để tin rằng tổng ném xúc xắc là 10 hay 9 đều có tần suất như nhau: cả 10 và 9 điểm đều xuất hiện 6 khả năng từ việc

ném 3 cái xúc xắc. Đối với 9 điểm, ta có thể viết các khả năng này như sau (621), (531), (522), (441), (432) và (333). Đối với 10 điểm các khả năng là (631), (622), (541), (532), (442) và (433). Theo định luật của Cardano về không gian mẫu, khả năng xảy ra một trường hợp có lợi bằng với tỷ lệ các trường hợp bất lợi. Tổng điểm bằng 9 và 10 được tính theo số trường hợp bằng nhau. Do đó, tại sao tổng này lại có thể xuất hiện nhiều hơn tổng kia cơ chứ?

Như tôi đã nói, định luật về không gian mẫu nguyên gốc chỉ áp dụng cho các kết quả mà xác suất xuất hiện bằng nhau, còn các trường hợp phức hợp ở trên thì không. Ví dụ, kết quả (631) – nghĩa là 3 lần ném được 6 điểm, 3 điểm và 1 điểm – xuất hiện nhiều gấp 6 lần so với kết quả (333) bởi bạn chỉ có duy nhất 1 trường hợp là bạn ném cả 3 xúc xắc đều được 3 điểm, nhưng bạn có tới 6 cách để ném được 1 xúc xắc 6 điểm, 1 xúc xắc được 3 điểm, và 1 xúc xắc được 1 điểm: xúc xắc đầu tiên được 6 điểm, cái tiếp theo được 3 điểm và cuối cùng được 1 điểm; hoặc xúc xắc đầu tiên được 1 điểm, cái tiếp theo được 3 điểm và cuối cùng được 6 điểm... Hãy cùng hình dung một kết quả bằng cách theo dõi thứ tự ném minh họa bởi bộ ba số. Từ đó, điều chúng ta vừa nói có thể tóm lược như sau: kết quả (631) bao gồm các khả năng (1,3,6), (1,6,3), (3,1,6), (3,6,1), (6,1,3) và (6,3,1), trong khi đó kết quả (333) chỉ có 1 khả năng (3,3,3). Một khi ta đã thực hiện phân tích như vậy, ta thấy các kết quả có xác suất xảy ra bằng nhau, ta có thể áp dụng định luật. Do có 27 cách để ném được 10 điểm với 3 xúc xắc nhưng chỉ có 25 cách để được 9 điểm, nên Galileo kết luận với 3 xúc xắc, khả năng ném được 10 điểm là  $27/25$ , nghĩa là xuất hiện nhiều gấp 1,08 lần.

Khi giải bài toán, Galileo hoàn toàn sử dụng nguyên tắc quan trọng tiếp theo mà chúng ta sẽ đề cập: các khả năng của một sự kiện phụ thuộc vào số lượng cách xuất hiện sự kiện đó. Đó không phải một nhận định gây ngạc nhiên. Điều

đáng ngạc nhiên chính là tác động của nó lớn đến mức nào – và thật khó để tính toán được điều đó. Ví dụ, giả sử bạn có 10 câu hỏi nhanh đúng hoặc sai cho một lớp học gồm 25 học sinh lớp 6. Hãy thử tính số điểm mà một học sinh có thể làm được: học sinh có thể trả lời đúng tất cả câu hỏi; học sinh đó cũng có thể sai một câu – do đó có 10 cách để điều này xảy ra vì có 10 câu có thể sai; học sinh đó cũng có thể sai 2 câu – sẽ xảy ra 45 cách vì có 45 đôi câu hỏi khác nhau; v.v... Do đó, trung bình trong tập hợp học sinh trả lời ngẫu nhiên và đối với mỗi học sinh đúng 100%, bạn sẽ có 10 học sinh đúng 90% và 45 học sinh đạt 80%. Các khả năng để một học sinh đạt dưới 50% tất nhiên còn cao hơn nhiều, nhưng trong một lớp gồm 25 học sinh, khả năng để ít nhất một học sinh nhận điểm B (80%) trở lên là khoảng 75%. Do vậy, nếu bạn là một giáo viên nhiều kinh nghiệm, bạn sẽ biết rằng chắc chắn trong số tất cả học sinh không chuẩn bị kỹ bài trong những năm qua, một số người đã từng được điểm A hoặc B.

Vài năm trước đây, các nhân viên sổ xố Canada đã học được tầm quan trọng của việc tính toán cẩn thận phương thức trao giải khi quyết định quay thưởng tổng số tiền thưởng chưa có ai nhận bao năm qua. Họ mua 500 chiếc ô tô làm giải thưởng và lập phần mềm máy tính để xác định người thắng cuộc bằng cách chọn ngẫu nhiên 500 số điện thoại từ danh sách 2,4 triệu số tham gia. Công ty công bố danh sách chưa sắp xếp của 500 số điện thoại thắng cuộc, hứa hẹn trao thưởng mỗi số trong danh sách một chiếc ô tô. Thật ngượng cho họ! Một người khẳng định (một cách chính xác) anh ta đã trúng 2 chiếc ô tô. Các nhân viên đã rất sửng sốt – trong số hơn 2 triệu số điện thoại, làm sao máy tính lại có thể chọn ngẫu nhiên cùng một số đến hai lần? Phần mềm của họ có lỗi chăng?

Bài toán tính toán mà các nhân viên sổ xố gặp phải cũng giống như một bài toán mà ta gọi là bài toán sinh nhật: Phải



lập nhóm gồm bao nhiêu người để xảy ra khả năng hai người trong nhóm có cùng ngày sinh (giả sử các ngày sinh có xác suất như nhau)? Đa số mọi người nghĩ đáp án là một nửa tổng số ngày trong một năm, tức khoảng 183. Nhưng đó là đáp án đúng cho một câu hỏi khác: Bạn cần bao nhiêu người có ngày sinh khác nhau để xảy ra khả năng một người trong số họ có cùng ngày sinh với bạn? Nếu không có ràng buộc về hai người có cùng ngày sinh, sự thực là có nhiều cặp có khả năng trùng ngày sinh. Do đó, đáp án khác đi nhiều. Thực tế, con số thấp đáng kinh ngạc: Chỉ 23 người. Khi lấy dữ liệu từ 2,4 triệu số, trong trường hợp của công ty xổ số Canada, máy tính chọn nhiều hơn 500 số để tránh xảy ra khả năng trùng lặp. Tuy nhiên xác suất này không nên bị lừa đi. Trên thực tế, xác suất trùng là 5%. Không lớn, nhưng nó đã có thể tính ra khi máy tính loại bỏ các số điện thoại ra khỏi danh sách vừa chọn. Đối với kết quả công bố, công ty xổ số Canada đề nghị người chơi may mắn từ bỏ chiếc xe thứ hai, nhưng anh này từ chối.

Một vụ xổ số kỳ khác, khiến nhiều người phải nhú mày, xảy ra tại Đức ngày 21 tháng 6 năm 1995. Sự việc kỳ quái diễn ra tại giải xổ số tên là Lotto 6/49, tức là thắng 6 số quay từ số 1 đến 49. Vào ngày đó, các số trúng giải là 15-25-27-30-42-48. Dãy số này đã từng được quay vào ngày 20 tháng 12 năm 1986. Đó là lần đầu tiên trong 3016 lần quay thưởng mà dãy số trúng giải lặp lại. Xác suất xảy ra điều này là bao nhiêu? Không ít như bạn nghĩ đâu. Sau khi tính toán, xác suất lặp lại các số trong nhiều năm hóa ra là 28%.

Do trong quy trình ngẫu nhiên, số lượng các cách mà một kết quả xảy ra là chìa khóa để xác định xác suất của nó, nên chìa khóa của bài toán là: làm thế nào để tính số lượng các cách mà điều gì đó xảy ra? Galileo dường như đã bỏ qua tầm quan trọng của câu hỏi này. Ông không tiến hành nghiên cứu về tính ngẫu nhiên sâu hơn bài toán xúc xắc và từng nói trong đoạn mở đầu công trình rằng ông viết về xúc

xắc chỉ bởi vì ông được “đặt hàng”. Năm 1633, do đẩy mạnh một phương pháp tiếp cận mới về khoa học, Galileo bị tòa Đại giáo kết tội. Mặc dù khoa học và thần học khác nhau về cách thức hướng tới điều tốt đẹp; nhưng các nhà khoa học giờ đây phân tích câu hỏi như thế nào? Tại sao những quan điểm cũng phần nào bị ảnh hưởng bởi các nhà thần học? Một học giả thuộc thế hệ mới, từ bé đã học về các triết lý khoa học của Galileo, phân tích sự kiện ngẫu nhiên dựa vào các tầm cao mới, đạt tới trình độ hiểu biết mà nếu không có nó thì phần lớn các khoa học ngày nay có thể nằm ngoài tầm kiểm soát.

VỚI SỰ BÙNG NỔ của cuộc cách mạng khoa học, biên giới của sự ngẫu nhiên đã chuyển từ Ý sang Pháp, nơi sản sinh ra một nhà khoa học mới, chống lại Aristotle và ủng hộ Galileo, phát triển lý thuyết xác suất sâu sắc hơn cả Cardano và Galileo. Lần này, tầm quan trọng của nghiên cứu được công nhận, và nó sẽ tạo ra những làn sóng trên toàn châu Âu. Mặc dù các ý tưởng sẽ lại một lần nữa xuất hiện trong bối cảnh cờ bạc, điều đầu tiên phải kể đến nhân vật mới người cũng từ một nhà toán học trở thành tay cờ bạc, giống như Cardano, một tay cờ bạc biến thành nhà toán học. Tên của ông là Blaise Pascal.

Pascal sinh tháng 6 năm 1623 tại Clermont - Ferrant, cách phía Nam Paris hơn 250 dặm. Nhận ra tài năng của cậu con trai, sau khi chuyển đến Paris, cha của Blaise cho cậu bé 13 tuổi tham gia vào một nhóm thảo luận mới được thành lập. Thành viên của nhóm này được gọi là Académie Mersenne, theo tên vị thầy tu đã thành lập nhóm. Nhóm của Mersenne có nhà toán học – triết học danh tiếng René Descartes và thiên tài toán học không chuyên Pierre de Fermat. Sự pha trộn kỳ lạ giữa những tư duy lỗi lạc, cái tôi lớn, với sự hiện diện của Mersenne nhằm khuấy đảo nhóm thảo luận này, hẳn đã ảnh hưởng rất lớn tới tuổi thơ của Blaise – cậu bé đã phát triển những ràng buộc cá nhân với cả Fermat và

Descartes và tìm được điểm dừng chân vững chắc trong phương pháp khoa học mới này. "Hãy để tất cả môn đệ của Aristotle...", ông viết, "nhận ra rằng đối với môn Vật lý thì các thí nghiệm chính là người thầy thực sự đáng học."

Nhưng làm sao một tên "mọt sách" và mộ đạo lại vướng vào những vấn đề cờ bạc thành thị? Thỉnh thoảng Pascal bị đau dạ dày, khó ăn và tiêu hóa, sức yếu, đau đầu trầm trọng, đổ mồ hôi trộm và bị liệt chân cục bộ. Ông kiên trì chịu đựng lời khuyên của bác sỹ, như chích máu, xổ ruột, và dùng sữa lừa và những chất lỏng "kinh khủng" khiến ông khó mà không nôn mửa - "một sự tra tấn thực sự", theo lời chị gái Gilberte của ông. Pascal sau đó rời Paris cho tới mùa hè năm 1647, nhưng năm 24 tuổi, với cảm giác ngày càng tuyệt vọng, ông quay trở lại Paris cùng với em gái Jacqueline nhằm tìm kiếm liệu pháp y học tốt hơn. Ở đây, nhóm bác sỹ mới đề nghị một biện pháp tiên tiến nhất rằng Pascal "phải ngừng tất cả các hoạt động trí óc, và càng nghỉ ngơi nhiều càng tốt." Do đó, Pascal tự dạy mình thư giãn và nghỉ ngơi, và ông bắt đầu dành thời gian kết bạn với những người trẻ tuổi nhàn rỗi khác. Sau đó, năm 1651, cha của Blaise mất, và đột nhiên ông trở thành một chàng trai ngoài đôi mươi tuổi với một khối tài sản lớn. Ông dùng tiền bạc vào những mục đích tốt, làm theo lời khuyên của các bác sỹ. Những nhà viết sử gọi những năm từ 1651 đến 1654 là "thời kỳ trải đời" của Pascal. Chị gái Gilberte gọi nó là "thời kỳ vô tích sự nhất." Mặc dù đã cố gắng hết sức, những nghiên cứu khoa học của ông vẫn không đi đến đâu, nhưng theo các ghi chép, sức khỏe của ông lại tốt lên trông thấy.

Theo thông lệ lịch sử, nghiên cứu về sự ngẫu nhiên thường được hỗ trợ bằng một sự kiện mà bản thân nó cũng ngẫu nhiên. Nghiên cứu của Pascal trình bày một tình huống như vậy, vì việc ông từ bỏ nghiên cứu đã đưa ông tới với nghiên cứu về tính ngẫu nhiên. Tất cả bắt đầu khi một người bạn giới thiệu ông với một tay trưởng giả tên Antoine Gombaud.

Gombaud, một quý tộc có tước hiệu là hiệp sĩ de Méré, tự coi mình là bậc thầy tán tỉnh, và khẳng định bằng danh sách tình cảm rắc rối của mình. Nhưng de Méré cũng là một chuyên gia cờ bạc, người rất thích đặt cược cao và thường thắng đến nỗi một số người nghi ngờ hắn ta ăn gian. Và khi hắn vấp phải một vụ bê bối cờ bạc, hắn quay ra nhờ Pascal giúp đỡ. De Méré đã khởi xướng một cuộc điều tra giúp chấm dứt thời kỳ khô cạn ý tưởng khoa học của Pascal, gắn vị trí của riêng de Méré vào lịch sử học thuyết ngẫu nhiên, và giải bài toán bỏ ngỏ trong nghiên cứu của Galileo về tung xúc xắc của vị đại công tước.

Đó là năm 1654. Bài toán de Méré mang lại cho Pascal được gọi là bài toán về các điểm: giả sử bạn và một người chơi khác đang chơi một trò mà trong đó cả hai người có cơ hội như nhau và người chơi đầu tiên giành được số điểm nhất định sẽ thắng. Trò chơi sẽ kết thúc khi một người có số điểm cao hơn. Cách nào là công bằng nhất để chia số tiền? Theo de Méré thì giải pháp nên phản ánh cơ hội chiến thắng của mỗi người chơi đạt số điểm chiếm ưu thế khi trò chơi bị kết thúc. Nhưng bạn tính bằng cách nào?

Pascal nhận ra cho dù câu trả lời là gì, thì phương pháp cần để tính ra nó vẫn còn là một dấu hỏi, và những phương pháp đó, cho dù chúng là gì, chắc chắn có tầm quan trọng trong bất kỳ tình huống cạnh tranh nào. Tuy nhiên, như những điều thường xảy ra trong nghiên cứu lý thuyết, Pascal nhận thấy mình không chắc chắn, và thậm chí bối rối, về kế hoạch hành động của mình. Ông xác định cần một người cộng tác, hoặc ít nhất là một nhà toán học khác để cùng ông thảo luận các quan điểm. Marin Mersenne, một nhà truyền tin tuyệt vời, đã mất vài năm trước đó, nhưng Pascal vẫn liên lạc với mạng lưới Académie Mersenne. Và năm 1654 khởi đầu cho một trong những mối quan hệ vĩ đại trong lịch sử toán học, giữa Pascal và Pierre de Fermat.

Năm 1654, Fermat nắm giữ vị trí cao trong Tournelle, tức tòa hình sự, tại Toulouse. Khi xử án, Fermat áo choàng chỉnh tề xét xử những chức tước sai phạm, những kẻ nếu mắc tội sẽ bị thiêu chết. Nhưng bên ngoài tòa án, ông biến những kỹ năng phân tích thành hoạt động theo đuổi toán học. Có thể là một người “a-ma-tơ”, nhưng Pierre de Fermat được coi là nhà toán học không chuyên vĩ đại nhất mọi thời đại.

Fermat không giành được vị trí cao nhờ bất cứ tham vọng hay thành tựu cụ thể nào. Ông tiến thân theo cách cổ điển, khi cấp trên chết vì bệnh tật, ông đảm nhiệm vị trí hiện giờ. Trên thực tế, khi thư của Pascal đến, bản thân Fermat cũng đang phải đối phó với bệnh dịch. Thậm chí, người bạn Bernard Medon đã tuyên bố cáo phó cho ông. Khi Fermat không chết, Medon xấu hổ nhưng rất vui mừng rút lại thông báo, nhưng rõ ràng Fermat đã cận kề cái chết. Cuối cùng, mặc dù lớn hơn Pascal 22 tuổi, nhưng Fermat lại sống lâu hơn cộng sự mới của mình tới vài năm.

Như chúng ta sẽ thấy, bài toán các điểm xuất hiện trong bất cứ lĩnh vực đời sống nào có hai thực thể cạnh tranh. Theo những bức thư họ để lại thì Pascal và Fermat mỗi người tự xây dựng phương pháp của mình và giải một số dạng của bài toán. Tuy nhiên phương pháp của Pascal được chứng minh là đơn giản hơn – và hay hơn – và đương nhiên được áp dụng phổ biến cho nhiều bài toán mà ta gặp phải ngày nay. Vì bài toán các điểm lần đầu xuất hiện trong một tình huống cá cược. Tôi sẽ minh họa bài toán với ví dụ từ thể giới thể thao. Năm 1996 đội Atlanta Braves đánh bại đội New York Yankees trong hai trận đầu tiên của giải bóng chày thế giới, trong đó đội đầu tiên thắng 4 trận sẽ giành chức vô địch. Thực tế, Braves đã thắng 2 trận đầu không đồng nghĩa với việc họ có ưu thế hơn. Tuy nhiên, đó là dấu hiệu thể hiện họ đã thực sự chơi tốt hơn. Nhưng, đối với mục đích hiện tại, chúng ta sẽ bám lấy giả định rằng bất cứ đội nào cũng có

khả năng thắng trong mỗi trận đấu và hai trận đầu tiên Braves đã giành chiến thắng.

Với giả định đó, tỷ lệ cược cho Yankees nên là bao nhiêu? – nghĩa là khả năng đội Yankee bứt phá? Để tính được điều này, chúng ta tính tất cả các khả năng mà Yankees có thể thắng và so sánh với số lượng các khả năng mà họ có thể thua. Hai trận đấu trong loạt trận đã diễn ra, do đó họ còn 5 trận chưa chơi. Và do mỗi trận có hai khả năng xảy ra – đội Yankees thắng (Y) hoặc Braves thắng (B) – ta có 25, tức 32, kết quả xảy ra. Ví dụ, đội Yankees có thể thắng 3 rồi thua 2: YYYBB; hoặc họ có thể thắng xen kẽ: YBYBY. (Trong trường hợp sau, do Braves sẽ thắng 4 trận trong trận thứ 6, nên trận cuối sẽ không diễn ra, nhưng chúng ta sẽ bàn đến trong phần sau). Xác suất đội Yankees giành lại chiến thắng trong loạt trận bằng tổng số các kết quả chuỗi trận đấu, 32, chia cho số lượng chuỗi trận đấu mà họ thắng ít nhất 4 trận; xác suất Braves thắng bằng 32 chia cho số chuỗi trận đấu mà họ thắng ít nhất 2 trận nữa.

Phép tính này có vẻ kỳ cục, bởi như tôi đã đề cập ở trên, nó bao gồm các kịch bản (VD: YBYBY) trong đó các đội vẫn cứ chơi cho dù Braves đã thắng đủ 4 trận như yêu cầu. Các đội sẽ chắc chắn không chơi trận thứ 7 một khi Braves đã thắng 4 trận. Nhưng toán học độc lập với ý thích của con người, và cho dù các đối thủ có chơi trận đấu hay không cũng không ảnh hưởng tới các chuỗi kết quả đã có. Ví dụ, giả sử bạn đang chơi tung đồng xu, bạn sẽ thắng nếu có bất cứ lần nào mặt ngửa xuất hiện. Có 22, tức 4, kết quả tung 2 đồng xu: ngửa sấp, ngửa ngửa, sấp ngửa và sấp sấp. Trong hai trường hợp đầu, bạn không cần phải tung đồng xu lần nữa bởi vì bạn đã chắc chắn thắng. Tuy vậy, khả năng thắng vẫn là 3/4 bởi vì 3 trong 4 trường hợp có đồng xu tung được là ngửa.

Do vậy, để tính khả năng thắng của Yankees và Braves, chúng ta chỉ đơn giản tính khả năng chuỗi 5 trận còn lại.

Đầu tiên, Yankees sẽ có khả năng thắng nếu họ thắng 4 trong 5 trận còn lại. Điều này có thể xảy ra theo 5 cách: BYYY, YBYYY, YYBYY, YYYBY, hoặc YYYBY. Tương tự, Yankees có khả năng vô địch nếu họ thắng cả 5 trận còn lại, điều này chỉ xảy ra khi: YYYYY. Tới lượt Braves: họ sẽ trở thành vô địch nếu Yankees chỉ thắng 3 trận, điều này xảy ra theo 10 cách (BBYYY, BYBYY, v.v...) hoặc nếu Yankees chỉ thắng 2 trận (cũng xảy ra theo 10 cách), hoặc nếu Yankees chỉ thắng 1 trận (chỉ xảy ra theo 5 cách), hoặc họ không thắng trận nào (xảy ra theo 1 cách). Cộng các kết quả có thể xảy ra lại, ta nhận thấy xác suất Yankees thắng là  $6/32$ , khoảng 19%, còn xác suất Braves thắng là  $26/32$ , khoảng 81%. Theo Pascal và Fermat, nếu loạt trận bất ngờ kết thúc, đó là cách họ nên chia tiền thưởng. Tỷ số sẽ được thiết lập nếu đặt cược sau 2 trận đấu đầu tiên. Theo ghi chép, đội Yankees đã giành chiến thắng trong 4 trận tiếp theo và họ đạt chức vô địch.

Lời giải này có thể áp dụng từ đầu mùa giải – nghĩa là trước khi đấu bất cứ trận nào. Nếu hai đội có cơ hội chiến thắng như nhau trong mỗi trận đấu, thì bạn sẽ thấy xác suất họ thắng trong cả giải bằng nhau. Nhưng lý lẽ tương tự cũng đúng nếu như họ không có xác suất thắng bằng nhau, ngoại trừ phép tính đơn giản tôi vừa sử dụng sẽ phải chỉnh sửa một chút: mỗi kết quả sẽ chịu ảnh hưởng bởi một nhân tố biểu thị xác suất tương quan của nó. Nếu tính như vậy và phân tích tình huống ngay từ đầu mùa giải, bạn sẽ nhận ra rằng trong loạt 7 trận đấu, có khả năng lớn đội kém hơn sẽ giành chức vô địch. Ví dụ, nếu một đội chơi đủ tốt để đảm bảo đánh bại đội kia với tỷ lệ 55%, thì đội yếu hơn sẽ thắng loạt 7 trận với tỷ lệ khoảng  $4/10$ . Và nếu đội mạnh hơn kỳ vọng đánh bại đối thủ, trung bình với tỷ lệ  $2/3$  lần gặp nhau, đội yếu hơn vẫn thắng loại 7 trận với tỷ lệ  $1/5$ . Thực sự không có cách nào để thay đổi điều này trong các giải thể thao. Trong trường hợp xác suất không cân xứng  $2/3$ , ví dụ, bạn sẽ phải chơi loạt trận gồm ít nhất 23 trận để xác định

người thắng cuộc với cái gọi là tầm quan trọng thống kê, nghĩa là đội yếu hơn sẽ vô địch 5% hoặc ít hơn (xem chương 5). Và trong trường hợp một đội chỉ có lợi thế 55-45, giải thể giới nên gồm 269 trận, một nỗ lực mệt mỏi thực sự! Do vậy các giải quyết định chỉ vui vẻ và hào hứng, nhưng được trao cúp vô địch không phải là một chỉ báo tin cậy rằng đội đó thực sự giỏi nhất.

Như tôi đã nói, lời giải này cũng áp dụng cho nhiều trò chơi, trò cá cược, và thể thao. Ví dụ, nó chỉ ra nếu hai công ty hoặc hai nhân viên trong cùng một công ty cạnh tranh với nhau, mặc dù sẽ có người thắng và kẻ thua mỗi quý hoặc mỗi năm, để có được câu trả lời đáng tin cậy về việc công ty nào hay nhân viên nào giỏi hơn chỉ bằng cách kiểm lại xem ai thắng ai, thì bạn sẽ phải làm so sánh trong nhiều thập kỷ hoặc nhiều thế kỷ. Ví dụ, nếu nhân viên A thực sự giỏi hơn và sẽ thắng trong cuộc đua dài hơi về so sánh năng lực với nhân viên B với tỷ số 60/100, còn nếu so chỉ 5 cuộc tranh tài quan trọng nhất, nhân viên yếu hơn vẫn thắng với tỷ lệ 1/3. Thật nguy hiểm khi đánh giá khả năng bằng các kết quả ngắn hạn.

Ta có thể tính toán trong các bài toán này rất đơn giản mà không tốn nhiều công sức. Nhưng khi con số lớn hơn, phép tính trở nên khó hơn. Ví dụ, hãy xem bài toán sau: Bạn đang lên kế hoạch đón tiếp 100 khách cho đám cưới, và mỗi bàn có 10 chỗ. Bạn không thể xếp anh họ Rod với cô bạn Amy ngồi với nhau vì 8 năm trước họ đã yêu nhau và cô này đã đá anh kia. Mặc khác, cả Amy và Leticia đều muốn ngồi với ông anh Bobby da nâu, và cô Ruth nên được ngồi ở bàn ngoài tầm nghe nếu không những chuyện tán tỉnh tay đôi sẽ được buôn chuyện trong bữa tối kỳ nghỉ 5 năm sau. Bạn cần tính toán cẩn thận các xác suất. Hãy lấy bàn đầu tiên. Bao nhiêu cách để chọn 10 người từ nhóm 100 người? Đó là câu hỏi giống với câu: bạn có bao nhiêu cách để chọn ra 10 vụ đầu tư trong số 100 quỹ hỗ trợ hoặc 10 nguyên tử germani



trong 100 vị trí trong một tinh thể silic? Đó là một dạng toán xuất hiện nhiều lần trong thuyết xác suất, và không chỉ trong bài toán về các điểm. Nhưng số lượng càng lớn thì việc tính toán các trường hợp bằng các liệt kê rõ ràng càng tẻ nhạt và bất khả thi. Pascal đã phát hiện ra một phương pháp: có hệ thống và có thể áp dụng rộng rãi giúp chúng ta tìm được đáp án bằng một công thức hoặc bằng cách tra bảng. Bảng này dựa trên sự sắp xếp tỉ mỉ các con số theo hình tam giác.

**PHƯƠNG PHÁP ĐIỆN TOÁN** – trọng tâm trong nghiên cứu của Pascal thực sự được một nhà toán học người Trung Quốc tên Jia Xian phát hiện ra vào khoảng năm 1050, và được một nhà toán học người Trung Quốc khác, Zhu Shijie, công bố năm 1303, được nhắc đến trong một tác phẩm của Cardano vào năm 1570, và được phát triển thêm trong những lý thuyết xác suất của Pascal – người được công nhận phần lớn công sức. Nhưng nghiên cứu trước đây không làm khó Pascal. "Hãy để không ai nói rằng tôi không làm ra điều gì mới mẻ," Pascal khẳng định trong cuốn tự truyện của mình. "Việc sắp xếp chủ đề thể hiện tính mới mẻ. Khi chơi tennis, chúng ta đều chơi với cùng một quả bóng, nhưng một trong hai người đặt bóng tốt hơn." Pascal đã thể hiện sự sáng tạo bằng hình ảnh dưới đây, và nó được gọi là tam giác Pascal. Trong hình, tôi đã lược bỏ tam giác Pascal ở dòng thứ 10, nhưng tam giác này còn tiếp tục phát triển vô hạn về phía dưới. Thực tế, rất khó để tiếp tục tam giác, vì ngoài dòng 1 tại đỉnh, mỗi số là tổng của số ở dòng trên nó về bên trái và số ở dòng trên nó về bên phải (cộng số 0 nếu không có số ở dòng trên nó về bên trái hoặc bên phải).

Hàng

|    |  |   |    |    |     |     |     |     |     |    |    |   |
|----|--|---|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|----|----|---|
| 0  |  | 1 |    |    |     |     |     |     |     |    |    |   |
| 1  |  | 1 | 1  |    |     |     |     |     |     |    |    |   |
| 2  |  | 1 | 2  | 1  |     |     |     |     |     |    |    |   |
| 3  |  | 1 | 3  | 3  | 1   |     |     |     |     |    |    |   |
| 4  |  | 1 | 4  | 6  | 4   | 1   |     |     |     |    |    |   |
| 5  |  | 1 | 5  | 10 | 10  | 5   | 1   |     |     |    |    |   |
| 6  |  | 1 | 6  | 15 | 20  | 15  | 6   | 1   |     |    |    |   |
| 7  |  | 1 | 7  | 23 | 35  | 35  | 23  | 7   | 1   |    |    |   |
| 8  |  | 1 | 8  | 30 | 58  | 70  | 58  | 30  | 8   | 1  |    |   |
| 9  |  | 1 | 9  | 38 | 88  | 128 | 128 | 88  | 38  | 9  | 1  |   |
| 10 |  | 1 | 10 | 45 | 120 | 210 | 252 | 210 | 120 | 45 | 10 | 1 |

## Tam giác Pascal

Tam giác Pascal hữu dụng bất cứ khi nào bạn cần biết số cách mà theo đó bạn có thể chọn được một số lượng đối tượng từ một tập hợp có số bằng hoặc lớn hơn. Và đây là cách sử dụng nó trong trường hợp khách mời đám cưới: để tìm ra số lượng cách xếp bàn 10 người từ 100 khách, bạn nên bắt đầu xem các số bên tay trái của tam giác, tìm đến hàng có số 100. Tam giác tôi đã cung cấp không kéo dài đến vậy, nhưng hãy cứ coi như là ta đã làm đến hàng 100. Số đầu tiên trong hàng 100 cho bạn biết số lượng cách bạn có thể chọn 0 khách từ 100 khách. Tất nhiên, chỉ có một cách: bạn không chọn ai cả. Đó là sự thật cho dù bạn có tổng số bao nhiêu khách đi nữa, và đó cũng là lý do tại sao con số đầu tiên trong mỗi dòng là 1. Số thứ hai trong dòng 100 cho bạn biết số lượng cách bạn có thể chọn 1 khách từ 100 khách. Có 100 cách: bạn có thể chọn khách 1, hoặc khách 2, v.v... Quy luật này áp dụng cho mọi hàng, và do vậy số thứ hai của mỗi hàng chính là số của hàng đó. Số thứ ba trong mỗi hàng thể hiện số lượng các cách chọn 2 người, và tương tự như vậy. Con số chúng ta đang tìm kiếm – số lượng các cách để chọn 10 người – sẽ là số thứ 11 trong hàng. Thậm chí nếu tôi mở rộng tam giác này tới 100 hàng, thì số lượng sẽ quá lớn để viết lên giấy. Trên thực tế, khi một số khách mời đám cưới phàn nàn về việc sắp xếp chỗ ngồi, bạn có thể

chỉ ra bạn mất bao nhiêu lâu để tính toán mọi khả năng: giả sử bạn mất 1 giây để tính một trường hợp, thì cũng cần phải mất hơn 500 năm. Tất nhiên vị khách không vui đó sẽ cho rằng bạn đang đóng kịch.

Đến lượt chúng ta sử dụng tam giác Pascal, bây giờ hãy nói rằng danh sách khách mời của bạn chỉ gồm 10 khách. Khi đó dòng có liên quan là dòng cuối cùng trong tam giác mà tôi đã cung cấp, mang số 10. Những con số trong dòng đó thể hiện số cách xếp bàn gồm 0, 1, 2... người từ tập hợp 10 người. Bạn có thể nhận ra những con số này xuất hiện trong ví dụ về đồ vui cho học sinh lớp sáu - số các cách mà một học sinh trả lời sai x câu trong số 10 câu hỏi đúng - sai cũng giống như số các cách bạn có thể lựa chọn khách từ nhóm 10 người. Đó là một trong những lý do minh chứng cho sức mạnh của tam giác Pascal: thuật toán này có thể áp dụng trong nhiều tình huống khác nhau. Trường hợp của giải vô địch thế giới giữa Yankees và Braves là một ví dụ, chúng ta cứ tính toán tất cả các khả năng cho 5 trận đấu còn lại một cách buồn tẻ, nhưng giờ đây, chúng ta có thể đọc ra số các cách mà Yankees có thể thắng 0, 1, 2, 3, 4 hoặc 5 trận ngay từ hàng 5 của tam giác:

1   5   10   10   5   1

Chúng ta có thể tìm ra trong nháy mắt cơ hội thắng 2 trận của Yankees (10 cách) cao gấp 2 lần cơ hội thắng 1 trận.

Khi đã biết được phương pháp này, bạn sẽ thấy ứng dụng của tam giác Pascal xuất hiện ở mọi nơi. Một người bạn của tôi từng làm việc cho một công ty trò chơi trên máy tính mới thành lập. Mặc dù vị giám đốc marketing này thừa nhận rằng các nhóm nòng cốt nhỏ sẽ phù hợp với cách làm việc "chỉ những kết luận định tính", thì cô ấy cũng thường phải suy nghĩ đến câu hỏi bằng cách nào. Đôi khi cô thông báo những quyết định "ưu thế" 4-2 hoặc 5-1 giữa các thành viên

trong nhóm như thế điều đó có ý nghĩa. Giả sử bạn điều hành một nhóm các nhân viên nòng cốt trong đó 6 người sẽ kiểm tra và bình luận về dòng sản phẩm mới mà bạn đang triển khai. Giả sử trong thực tế sản phẩm này hấp dẫn một nửa dân số. Sự tham khảo này có tác động như thế nào tới nhóm nòng cốt của bạn? Bây giờ, hàng liên quan trong tam giác mang số 6, thể hiện số các nhóm số có thể xảy ra là 0, 1, 2, 3, 4, 5 hoặc 6, tức số thành viên có thể thích (hoặc không thích) sản phẩm này:

1   6   15   20   15   6   1

Từ những số này ta thấy có 20 cách để thành viên nhóm sẽ có ý kiến 50/50, phản ánh chính xác quan điểm của công chúng nói chung. Nhưng cũng có  $1+6+15+15+6+1=44$  cách trong đó bạn nhận được sự nhất trí không có tính đại diện, ủng hộ hoặc phản đối. Do vậy, nếu bạn không cẩn thận, khả năng bị sai lệch là  $44/64$ , tức  $2/3$ . Ví dụ này không chứng minh rằng nếu có sự nhất trí, thì đó là ngẫu nhiên. Nhưng bạn cũng không nên thừa nhận điều này quan trọng.

Phân tích của Pascal và Fermat là một bước tiến đầu tiên quan trọng trong lý thuyết chặt chẽ về tính ngẫu nhiên. Bức thư cuối cùng trong quá trình trao đổi nổi tiếng này diễn ra ngày 27 tháng 10 năm 1654. Vài tuần sau khi Pascal ngồi trong trạng thái xuất thần hai tiếng đồng hồ. Một số người gọi sự xuất thần đó là một trải nghiệm huyền bí. Một số khác rên rỉ rằng cuối cùng thì ông đã "thoát tục". Tuy nhiên nằm ngoài những điều bạn mô tả về sự xuất thần đó, Pascal còn rất nổi tiếng là người đàn ông kiến tạo chuyển đổi. Đó là một sự chuyển đổi khiến ông đem lại một đóng góp nền tảng hơn cho quan điểm ngẫu nhiên.

Năm 1662, vài ngày sau khi Pascal mất, một người hầu chú ý tới một chỗ phồng kỳ lạ trong một chiếc áo khoác của Pascal. Người hầu tìm thấy trong lớp vải lót các tấm da dê

và giấy. Pascal rõ ràng đã mang theo chúng mỗi ngày trong suốt 8 năm cuối đời. Ghi chép trên các tờ giấy được viết tay, có những chữ và cụm từ rời rạc đề ngày 23 tháng 11 năm 1654. Bản thảo này mô tả cảm xúc xuất thần, trong đó ông miêu tả Chúa đã đến với ông như thế nào và trong vòng hai giờ đã cứu rỗi ông khỏi những con đường sai trái.

Từ sự khai huyền trên, Pascal đã từ bỏ đa số bạn bè, gọi họ là "những phụ tùng xấu xa." Ông bán xe, bán ngựa, bán đồ đạc và thư viện – mọi thứ ngoại trừ cuốn Kinh thánh. Ông mang tiền cho người nghèo và chỉ để lại cho mình số tiền ít ỏi đến mức ông thường phải đi xin hoặc vay đồ ăn. Ông đeo một thắt lưng sắt với những gai sắt bên trong khiến ông luôn thấy khó chịu và đẩy những gai thắt lưng của vào da thịt bất cứ khi nào ông cảm thấy mình hạnh phúc. Ông phản đối gay gắt những nghiên cứu về toán học và khoa học của mình. Khi nói về những đam mê hình học thời thơ ấu, ông viết, "tôi chắc chắn là không nhớ có thứ như hình học. Tôi nhận ra hình học thật là vô dụng... chắc chắn tôi sẽ không bao giờ nghĩ tới nó nữa."

Tuy nhiên Pascal vẫn thể hiện khả năng phong phú của mình. Vài năm sau sự xuất thần đó, ông ghi lại những suy nghĩ của mình về Chúa, tôn giáo và cuộc đời. Những suy nghĩ này sau này được xuất bản trong một cuốn sách tựa Pensées, một tác phẩm vẫn được xuất bản ngày nay. Và mặc dù Pascal phản đối toán học, giữa ảo ảnh về sự phù phiếm của cuộc sống từng trải là sự bóc mẽ toán học, thể hiện trong cách ông mài sắc thứ vũ khí về xác suất toán học đâm thẳng vào vấn đề của thần học và đem lại những đóng góp quan trọng hết như công trình trước của ông về bài toán các điểm.

Toán học trong Pensées chỉ gồm hai tờ bản thảo hai mặt viết lung tung và đầy những chỗ tẩy xóa và sửa chữa. Trong những trang này, Pascal đề cập và phân tích về sự ủng hộ

và chống lại nghĩa vụ của con người đối với Chúa như thể ông đang tính toán trí khôn của một kẻ cá cược. Sự cách tân vĩ đại chính là phương pháp cân bằng giữa thuận và chống, một khái niệm ngày nay gọi là kỳ vọng toán học.

Luận điểm của Pascal có thể trình bày như sau: giả sử bạn thừa nhận rằng bạn không biết Chúa có thực sự tồn tại hay không và do đó ta có khả năng 50% cho bất cứ mệnh đề nào. Bạn tính tỷ lệ này như thế nào khi xác định sống cuộc đời ngoan đạo? Nếu bạn hành xử ngoan đạo và Chúa tồn tại, Pascal viết, cái lợi của bạn – hạnh phúc bề ngoài – là vô hạn. Nếu, ngược lại, Chúa không tồn tại, cái mất của bạn rất nhỏ – hy sinh sự mộ đạo. Để tính những cái được và mất có thể xảy ra, bạn nhân xác suất của mỗi kết quả có thể xảy ra với tỷ lệ của nó và cộng tất cả vào, ta có giá trị trung bình tức tỷ lệ kỳ vọng. Nói cách khác, kỳ vọng toán học về sự hướng đạo của bạn là  $1/2$  vô hạn (bạn thắng nếu Chúa tồn tại) trừ đi  $1/2$  số nhỏ (bạn thua nếu Chúa không tồn tại). Pascal hiểu biết đủ về vô hạn để biết rằng câu trả lời cho phép tính này là vô hạn, do đó kỳ vọng trở lại mộ đạo là dương vô hạn. Pascal kết luận, những người hiểu biết nên đi theo giáo lý của Chúa. Ngày nay luận điểm này nổi tiếng với tên gọi sự đặt cược của Pascal.

Kỳ vọng là một khái niệm quan trọng không chỉ trong cờ bạc mà còn trong tất cả tình huống ra quyết định. Thực tế, đặt cược của Pascal được coi là nền tảng cho quy tắc toán học của lý thuyết trò chơi, nghiên cứu định lượng về chiến lược ra quyết định tối ưu trong các trò chơi. Tôi phải thừa nhận rằng mình đã hoàn toàn bị thu hút bởi chúng nên đôi khi tôi đi quá xa. "Đỗ xe ở đây tốn bao nhiêu tiền?" tôi hỏi con trai mình. Biển hiệu ghi là 25 xu. Vâng, nhưng cứ mỗi 20 lần tới đây, tôi quay về muộn và thấy cái vé ghi tới 40 đô-la, do vậy 25 xu được ghi trên bảng thực sự chỉ là mỗi nhử độc ác, bởi vì chi phí thực sự tôi phải trả là 2,25 đô-la (thêm 2 đô-la từ 1 lần trong mỗi 20 lần tôi có khả năng bị tính giá 40 đô-la)

"Còn về đường lái xe vào nhà của chúng ta," tôi hỏi con trai, "nó có bị thu phí không?" Chúng tôi đã sống tại căn nhà này khoảng 5 năm với khoảng 2.400 lần chạy lùi trên đường vào, và 3 lần tôi va gương vào hàng rào và tốn 400 đô-la một lần. "Bố cũng có thể lắp một cái hộp thu phí ở đó và bỏ vào 50 xu mỗi lần bố lùi xe", con trai bảo tôi. Nó hiểu về sự kỳ vọng. (Cậu bé cũng khuyên tôi không nên đưa chúng tới trường trước khi dùng cà phê sáng.)

Quan sát thế giới qua lăng kính kỳ vọng toán học, người ta thường nhận ra những kết quả đáng kinh ngạc. Ví dụ, một chương trình rút thăm trúng thưởng gửi thư cho bạn thông báo về giải thưởng 5 triệu đô-la. Tất cả những gì bạn cần làm để thắng cuộc là gửi thư trả lời. Không giới hạn bạn sẽ dự bao nhiêu lần, nhưng mỗi thư tham dự phải được gửi riêng biệt. Các nhà tài trợ rõ ràng đang kỳ vọng có 200 triệu lượt đăng ký, bởi vì tờ in viết rằng cơ hội thắng cuộc là 1 trong 200 triệu. Có đáng để tham gia loại "cơ hội vợ cả miễn phí" này không? Nhân xác suất thắng với tỷ lệ, ta thấy rằng mỗi lần đăng ký đáng giá  $1/40$  của 1 đô-la, tức 2,5 xu – quá ít so với chi phí gửi thư. Thực tế, người thắng lớn trong cuộc thi này là bưu điện, bởi vì nếu các kế hoạch chính xác, sẽ đem lại doanh thu bưu phí gần 80 triệu đô-la từ tất cả các thư đăng ký.

Dưới đây là một trò chơi điên rồ khác. Giả sử chính quyền bang California đưa ra lời đề nghị như sau với công dân: trong tất cả những người trả 1 hoặc 2 đô-la để đăng ký, đa số sẽ không nhận được gì, chỉ duy nhất một người sẽ nhận một gia tài, và một người sẽ bị xử tử theo cách thức dã man nhất. Liệu có ai muốn tham gia trò chơi này? Hầu hết tất cả đều tham gia, và với sự hào hứng hết mình. Đó là trò chơi xổ chính quyền. Mặc dù chính quyền bang không thông báo như cách tôi đã mô tả, nhưng đó là cách nó vận hành trong thực tế. Vì nếu như một người may mắn thắng giải thưởng lớn trong trò chơi, thì cũng có hàng triệu người chơi khác lái

xe đến và đi từ quầy bán vé địa phương để mua vé, và một số chết vì tai nạn trên đường. Nhờ những thống kê từ Cục Quản lý An toàn Giao thông Quốc gia và phụ thuộc vào những giả định về khoảng cách mỗi người phải lái xe, anh ta/cô ta mua bao nhiêu vé và bao nhiêu người vướng phải một tai nạn thông thường, bạn sẽ nhận ra ước tính hợp lý của những bất hạnh đó là khoảng một người chết trong mỗi trò chơi.

Chính quyền bang có xu hướng lờ đi tranh luận về những tác động xấu có thể xảy ra của các trò xổ số. Bởi vì, phần lớn, họ đều hiểu biết về kỳ vọng toán học để tính toán cho mỗi chiếc vé bán ra, và những người chiến thắng được kỳ vọng – tổng số tiền giải thưởng chia cho số vé bán được – ít hơn giá của vé. Thông thường trò chơi sẽ tạo ra một khoản chênh lệch kha khá để chuyển vào kho bạc của bang. Tuy nhiên, năm 1992, một số nhà đầu tư ở Melbourne, Australia, nhận thấy rằng xổ số Virginia vi phạm quy tắc này. Trò quay thưởng sẽ chọn 6 số từ 1 đến 44. Tam giác Pascal sẽ giúp chúng ta nhận ra có 7.059.052 cách để chọn 6 số từ một nhóm gồm 44 số. Giải sổ xổ là 27 triệu đô-la, và với giải 2, giải 3, và giải 4, tổng số tiền thưởng là 27.918.561 đô-la. Những nhà đầu tư thông minh lý giải, nếu với mỗi trường hợp của 7.059.052 cách họ mua một vé, thì giá trị của số vé này bằng với giá trị tổng giải thưởng. Từ đó mỗi vé trị giá bằng khoảng 27,9 triệu đô-la chia cho 7.059.052, tức là 3,95 đô-la. Với tất cả sự khôn ngoan, bang Virginia bán vé giá bao nhiêu? Giá 1 đô-la.

Các nhà đầu tư Australia nhanh chóng tìm kiếm 2.500 công ty đầu tư nhỏ ở Australia, New Zealand, Châu Âu, và Mỹ sẵn sàng đầu tư 3.000 đô-la vốn. Nếu kế hoạch thành công, lợi nhuận từ sự đầu tư đó là 10.800 đô-la. Nhưng có một số rủi ro trong kế hoạch. Thứ nhất, vì họ không phải là những người duy nhất mua vé, những đối thủ khác có thể cũng chọn chiếc vé chiến thắng, nghĩa là họ sẽ phải chia phần



thưởng. Trong 170 lần giải xổ số được tổ chức, 120 lần không có người chiến thắng, 40 lần chỉ có duy nhất một người thắng, và 10 lần có 2 người chiến thắng. Nếu những tần xuất đó phản ánh chính xác lợi thế của họ, thì dữ liệu đó cho biết có 120/170 khả năng họ sẽ giành tất cả giải thưởng, 40/170 khả năng họ sẽ có 1/2 số tiền, và 10/170 khả năng họ sẽ chỉ thắng 1/3 số tiền. Tính toán lại số tiền cược kỳ vọng nhờ vào nguyên tắc của Pascal về kỳ vọng toán học, họ nhận thấy mình có  $(120/170 \times 27,9 \text{ triệu đô-la}) + (40/170 \times 13,95 \text{ triệu đô-la}) + (10/170 \times 6,975 \text{ triệu đô-la}) = 23,4 \text{ triệu đô-la}$ . Đó là 3,31 đô-la một vé, số tiền lớn hoàn lại từ chi phí 1 đô-la.

Nhưng vẫn còn rủi ro khác: ác mộng kho vận về việc hoàn thành việc mua tất cả các vé trước hạn quay thưởng. Điều này có thể tiêu tốn phần lớn chi phí ngân sách mà không đạt được bất cứ phần thưởng lớn nào.

Thành viên của nhóm đầu tư lên kế hoạch chuẩn bị chu đáo. Họ điền 1,4 triệu phiếu bằng tay, theo luật, mỗi phiếu dùng cho 5 lần chơi. Họ bố trí các nhóm mua tại 125 quầy bán lẻ và có sự liên kết với các quầy tạp hóa để họ hưởng lợi từ mỗi vé bán ra. Sự chuẩn bị diễn ra trước hạn quay thưởng chỉ 72 giờ. Các nhân viên quầy tạp hóa làm việc theo ca để bán càng nhiều vé càng tốt. Một quầy đã bán 75.000 vé trong 48 giờ cuối cùng. Một cửa hàng chi nhánh chấp nhận séc ngân hàng đối với 2,4 triệu vé, phân công việc in vé giữa các cửa hàng và thuê người tập hợp chúng. Tuy nhiên, cuối cùng, nhóm cháy giờ: họ chỉ mua được 5 triệu trong số 7.059.052 vé.

Vài ngày sau chiếc vé chiến thắng được công bố, và không ai đến để xuất trình nó. Liên minh các nhà đầu tư đã thắng, nhưng các thành viên cũng mất khá lâu để tìm chiếc vé chiến thắng. Và, khi nhân viên xổ số bang nhận ra việc liên minh đã làm, họ lẫn tránh chi trả. Mất một tháng kiên tưng

trước khi công ty xố số kết luận họ không có lý do hợp lý để từ chối trao thưởng. Cuối cùng họ phải trả tiền thưởng.

Đối với nghiên cứu về xác suất, Pascal cống hiến cả tư tưởng về phép tính lẫn khái niệm kỳ vọng toán học. Ai mà biết ông sẽ phát hiện ra điều gì nữa nếu như sức khỏe phục hồi, cho dù ông đã quay lưng lại với toán học. Tháng 7 năm 1662, Pascal ốm nặng. Các thầy thuốc kê đơn như thường lệ: họ chích máu và sử dụng phương pháp bơm thụt ruột, tẩy ruột và gây nôn khủng khiếp. Ông khá hơn trong một thời gian và tái bệnh, kèm theo chứng đau đầu, chóng mặt và chứng co giật nghiêm trọng. Pascal thề rằng nếu ông qua được, ông sẽ dành cả cuộc đời để giúp đỡ người nghèo và yêu cầu được chuyển tới bệnh viện dành cho người mắc bệnh nan y để chết trong sự có mặt của những người đồng cảnh ngộ. Ông mất vài ngày sau đó, vào tháng 8 năm 1662, thọ 39 tuổi. Khám nghiệm tử thi phát hiện ra nguyên nhân cái chết là do xuất huyết máu não, nhưng gan, dạ dày và ruột cũng bị tổn thương. Ông đã phải chịu đựng và sống cùng bệnh tật trong suốt cuộc đời.

# Chương 5: Những định luật tay đôi về số lớn và số nhỏ

Trong các công trình nghiên cứu của mình, Cardano, Galileo và Pascal thừa nhận các khả năng liên quan trong bài toán họ giải quyết. Ví dụ, Galileo cho rằng xác suất một xúc xắc rơi trên bất cứ mặt nào là như nhau. Nhưng "tri thức" như vậy đáng tin đến mức nào? Xúc xắc của vị công tước có lẽ không được thiết kế để thiên vị bất cứ mặt nào, nhưng điều đó không có nghĩa là chúng ta sẽ đạt được sự công bằng thực sự. Galileo đã có thể kiểm tra giả thiết của mình bằng cách quan sát nhiều lần tung và ghi lại mức độ xuất hiện thường xuyên của từng mặt. Nếu thử vài lần, thì ông có thể tìm ra sự phân bố khác nhau dù rất nhỏ trong mỗi lần, và thậm chí sự chênh lệch nhỏ cũng quan trọng, đem lại những khác biệt mà ông cần phải giải thích. Để có được những nghiên cứu ban đầu về tính ngẫu nhiên, có thể áp dụng trong thế giới hiện đại, vấn đề phải giải quyết là: Điều gì kết nối giữa những xác suất cơ bản với các kết quả quan sát được? Từ quan điểm thực tế, nếu chúng ta nói khả năng viên xúc xắc ngửa mặt 2 điểm là  $1/6$  thì điều đó có nghĩa là gì? Nếu nó không phải là cứ 6 lần thì có một lần trong bất cứ loạt tung nào viên xúc xắc cũng ngửa mặt 2 điểm, thì chúng ta không có cơ sở tin rằng cơ hội ném được 2 điểm thực sự là  $1/6$ ? Và nếu vị bác sỹ nói rằng công dụng của một viên thuốc là 70% hoặc có 1% tác dụng phụ trong tất cả các trường hợp hoặc khi cuộc bầu cử tìm ra một ứng viên được ủng hộ với 36% phiếu bầu thì chúng ta phải hiểu nó ra sao? Đó là những câu hỏi sâu sắc, rất có ý nghĩa với khái niệm ngẫu nhiên, một khái niệm mà các nhà toán học vẫn còn đang tranh cãi.

Gần đây tôi có tham gia một cuộc thảo luận trong một ngày mùa xuân ấm áp với nhà thống kê Moshe thuộc Đại học Hebrew. Ông ngồi đối diện với tôi trong trưa tại Caltech (Đại học Công nghệ California). Vừa nhấm nháp những thìa sữa chua không đường, Moshe vừa tán thưởng quan điểm rằng các số ngẫu nhiên thực sự không tồn tại. "Làm gì có thứ như thế," ông nói, "Ôi, họ công bố các biểu đồ và viết chương trình máy tính, nhưng họ đang lừa gạt chính mình. Không ai tìm ra một phương pháp tạo ra sự ngẫu nhiên tốt hơn việc ném một xúc xắc, và ném viên xúc xắc thì không làm được điều đó."

Moshe khua khoắng chiếc thìa kim loại trắng trước mặt tôi. Ông ta đang rất kích động. Tôi quan sát thấy mối liên hệ giữa cảm xúc của ông ta về sự ngẫu nhiên và những lý lẽ tôn giáo. Moshe là một người Do Thái chính thống, và tôi biết nhiều người theo đạo có suy nghĩ Chúa trời có thể cho phép sự ngẫu nhiên xảy ra. "Giả sử bạn muốn một dãy N số ngẫu nhiên từ 1 đến 6," ông ta bảo tôi, "Bạn ném xúc xắc N lần và ghi lại dãy N số đạt được. Đó có phải là một dãy ngẫu nhiên?"

Không, ông ta khẳng định, bởi vì không ai có thể tạo ra một viên xúc xắc hoàn hảo. Luôn có khả năng một số mặt sẽ dễ ném hơn và một số khó ném hơn. Có thể ném 1.000 lần để thấy sự khác biệt, hoặc 1 tỷ lần, nhưng cuối cùng bạn sẽ nhận thấy điều đó. Số lần 4 điểm bạn ném được hơn số lần 6 điểm hoặc ngược lại. Bất kỳ thiết bị nhân tạo nào cũng có sai sót, ông ta nói, bởi con người không đạt được tới sự hoàn hảo. Điều đó có thể, nhưng do tự nhiên tạo ra, và các sự kiện ngẫu nhiên thực sự xuất hiện ở cấp nguyên tử. Thực tế, đó là nền tảng của Thuyết lượng tử, và do đó chúng tôi dành thời gian còn lại của bữa trưa để thảo luận về các khía cạnh lượng tử.

Ngày nay, những máy lượng tử tiên tiến tạo ra những số ngẫu nhiên thực sự từ việc tung con xúc xắc lượng tử hoàn hảo của Thiên nhiên. Trong quá khứ, sự hoàn hảo cần thiết để có sự ngẫu nhiên thực sự là mục tiêu khó nắm bắt. Một trong những phương pháp sáng tạo nhất đến từ nhóm tội phạm Harlem của thành phố New York khoảng năm 1920. Hàng ngày, để có các số ngẫu nhiên có 5 chữ số để thực hiện giải số xổ phi pháp, mấy tên cướp này đã chế nhạo các nhà chức trách bằng cách sử dụng 5 chữ số cuối cùng trong số dư của Kho bạc Mỹ. (Trong bài viết này chính phủ Mỹ đang nợ 8.995.800.515.946,50 đô-la, tức 29.679,02 đô-la trên đầu người, do vậy những kẻ cướp có thể lấy 5 chữ số từ số nợ trên đầu người!) Sổ xổ Kho bạc (tạm gọi như vậy) vi phạm không chỉ luật hình sự, mà còn cả luật khoa học, vì theo một quy luật gọi là Luật Benford, các con số không những xuất hiện theo cách tích dồn không ngẫu nhiên mà còn ưu tiên các số bé hơn.

Định luật Benford không do học giả Benford phát hiện ra mà do nhà thiên văn học người Mỹ Simon Newcomb phát hiện. Khoảng năm 1881, Newcomb nhận thấy các trang sách về lô-ga liên quan tới các con số bắt đầu bằng số 1 thường bẩn hơn và sần hơn các trang có các số bắt đầu bằng số 2, và tương tự, cho tới số 9 thì những trang này trông mới và sạch hơn. Tổng kết trong một thời gian dài, sự hao mòn tỷ lệ với số lần sử dụng, nên Newcomb kết luận từ quan sát của bản thân rằng các nhà khoa học mà trong những công trình nghiên cứu của mình, họ sử dụng chung những dữ liệu phản ánh sự phân bố của các chữ số. Tên hiện tại của định luật xuất hiện sau khi Frank Benford cũng nhận ra điều đó vào năm 1938, khi ông đang chăm chú nghiên cứu các bảng lô-ga tại phòng thí nghiệm General Electric Research Laboratory tại Schenectady, New York. Nhưng ông này cũng không chứng minh định luật. Định luật chỉ được chứng minh vào năm 1995 trong nghiên cứu của Ted Hill, một nhà toán học thuộc Viện Công nghệ Georgia.

Theo định luật Benford, không phải tất cả 9 chữ số đều có tần suất xuất hiện bằng nhau, mà chữ số thứ nhất là chữ số 1 có tỷ lệ 30%; chữ số 2 có tỷ lệ khoảng 18%, và tương tự, đến chữ số 9 thì tần suất xuất hiện ở vị trí chữ số thứ nhất là 5%. Định luật tương tự, nhưng ít phổ biến hơn, áp dụng cho các chữ sau tiếp theo. Rất nhiều loại dữ liệu tuân theo định luật Benford, đặc biệt là dữ liệu tài chính. Thực tế, định luật này hoàn toàn thích hợp để phát hiện lượng lớn dữ liệu tài chính giả tạo.

Một ứng dụng quan trọng liên quan tới một doanh nhân trẻ tên Kevin Lawrence, người đã huy động 91 triệu đô-la để thành lập một chuỗi các câu lạc bộ sức khỏe công nghệ cao. Lawrence lao vào hành động, thuê một nhóm giám đốc điều hành và sử dụng tiền của các nhà đầu tư nhanh như lúc anh ta huy động nó. Chuyện này hẳn đã tốt đẹp ngoại trừ một chi tiết: anh ta và đội quân của mình đang đổ hầu hết số tiền vào các hạng mục cá nhân. Và vì khó có thể giải thích cho việc chi tiêu phục vụ công ty bằng cách mua vài ngôi nhà, 20 du thuyền cá nhân, 47 chiếc ô tô (bao gồm 5 chiếc Hammer, 4 chiếc Ferraris, 3 chiếc Dodge Viper, 2 chiếc DeTomaso Panteras, và 1 chiếc Lamborghini Diablo), 2 chiếc đồng hồ Rolex, một chiếc lắc tay kim cương 21 cara, một thanh kiếm Samurai 200.000 đô-la, và một máy làm bánh cao cấp, nên Lawrence và đồng bọn tìm cách xóa dấu vết bằng cách chuyển tiền của các nhà đầu tư qua một trang mạng phức tạp gồm các tài khoản ngân hàng và các công ty ma để tạo vẻ nhộn nhịp và sự phát triển cho công việc kinh doanh. Không may cho họ, một kế toán pháp lý, Darrell Dorrell, cảm thấy nghi ngờ nên đã tập hợp danh sách trên 70.000 số trong các tờ séc đủ loại và giao dịch chuyển khoản và so sánh sự phân bố của các chữ số theo Định luật Benford. Các con số đã không qua được cuộc kiểm tra. Tất nhiên, đó chỉ là giai đoạn khởi đầu của cuộc điều tra, nhưng diễn biến thế nào thì ai cũng biết, trước lễ Tạ ơn năm 2003, trong bộ quần áo tù màu xanh nhạt và với sự tấn công của

các luật sư, Kevin Lawrence lĩnh án 20 năm tù mà không có cơ hội tại ngoại. IRS (Sở thuế vụ) cũng đã nghiên cứu Định luật Benford để xác định sự lừa đảo về thuế. Một nhà nghiên cứu từng áp dụng định luật vào bản kê khai hoàn thuế của Bill Clinton trong 13 năm. Bill cùng những người khác đã qua cuộc kiểm tra.

Có lẽ cả nghiệp đoàn Harlem cũng như các khách hàng đều không nhận ra các quy luật trong các con số sổ xố của mình. Nhưng nếu những người như Newcomb, Benford, hoặc Hill chơi xổ số, về nguyên tắc thì họ đã sử dụng quy luật Benford để tạo ra những vụ cá cược ưu việt, kiếm về một khoản kha khá thêm vào lương học giả của mình.

Năm 1947, các nhà khoa học tại Rand Corporation (Viện Chính sách và Công nghệ Mỹ) cần một bảng lớn các số ngẫu nhiên để thực hiện mục tiêu đáng ngưỡng mộ hơn: giúp tìm ra các đáp án xấp xỉ cho các phương trình toán học sử dụng kỹ thuật gọi là phương pháp Monte Carlo. Để thiết lập các chữ số, họ sử dụng tiếng ồn điện tử, một loại cò quay điện tử. Tiếng ồn điện tử là ngẫu nhiên? Đó là câu hỏi khó định nghĩa như chính định nghĩa về bản thân sự ngẫu nhiên.

Năm 1896, nhà triết học người Mỹ Charles Sanders Peirce viết rằng một mẫu ngẫu nhiên là một "mẫu lấy theo phương pháp hoặc quy tắc đã được áp dụng hết lần này đến lần khác một cách không xác định, về lâu dài việc làm này sẽ dẫn đến việc chọn lấy bất kỳ tập hợp phần tử nào trong quần thể cũng như bất kỳ tập hợp phần tử có cùng số lượng có xác suất như nhau." Đó gọi là cách diễn giải theo tần suất của ngẫu nhiên. Quan điểm cơ bản khác với nó được gọi là cách diễn giải chủ quan. Trong khi bạn đánh giá một mẫu theo cách giải thích tần suất từ kết quả, thì trong diễn giải chủ quan bạn đánh giá một mẫu theo cách nó được chọn. Theo diễn giải chủ quan, số lượng hay tập hợp các số

được coi là ngẫu nhiên nếu chúng ta không biết hoặc không thể đoán trước quá trình lựa chọn nó.

Sự khác biệt giữa hai cách diễn giải có nhiều sắc thái hơn ta thấy. Ví dụ, trong một thế giới hoàn hảo, viên xúc xắc được coi là ném ngẫu nhiên theo quan niệm đầu tiên nhưng không được coi là ngẫu nhiên theo quan niệm thứ hai, vì tất cả các mặt có thể có xác suất bằng nhau nhưng chúng ta (trong thế giới hoàn hảo) có thể sử dụng hiểu biết xác thực về các điều kiện vật lý và các định luật vật lý để khẳng định chính xác trước mỗi lần ném cách viên xúc xắc sẽ rơi xuống. Tuy nhiên, trong thế giới thực không hoàn hảo, việc ném xúc xắc là ngẫu nhiên theo quan niệm thứ hai chứ không phải theo quan niệm thứ nhất. Bởi vì, như Moshe đã chỉ ra, do sự không hoàn hảo, viên xúc xắc không nằm trên mỗi mặt với tần suất bằng nhau; tuy nhiên, do giới hạn hiểu biết, chúng ta không có đủ khả năng để biết mặt nào sẽ chiếm ưu thế hơn mặt nào.

Để quyết định xem bảng số của mình có ngẫu nhiên không, các nhà khoa học Rand thực hiện nhiều thí nghiệm. Với sự giám sát chặt chẽ, hệ thống của họ có một số xu hướng, giống như xúc xắc không hoàn hảo nguyên mẫu của Moshe. Các nhà khoa học Rand đã thực hiện một số cải tiến cho hệ thống nhưng chưa bao giờ thử bỏ qua hoàn toàn các quy tắc. Như Moshe nói, sự hỗn loạn hoàn toàn chính là sự hoàn hảo đầy mỉa mai. Do đó các số Rand đã chứng minh được sự ngẫu nhiên hữu dụng này, và công ty công bố chúng năm 1955 dưới các tựa lời cuốn Một triệu chữ số ngẫu nhiên (A Million Random Digits).

Trong nghiên cứu, các nhà khoa học Rand đã gặp phải bài toán về bánh cò quay từng được tóm lược bởi một người Anh, Joseph Jagger, gần một thế kỷ trước. Jagger là một kỹ sư và là một thợ máy trong công ty sợi tại Yorkshire, do đó anh ta có trực giác về năng lực – hoặc sai sót – của máy



móc. Một ngày, năm 1873, anh ta đã biến trực giác và đầu óc phong phú của mình thành tiền. Anh ta bắt khoản các cò quay tại Monte Carlo hoạt động thực sự hoàn hảo đến mức nào?

Cò quay – được phát minh bởi Blaise Pascal khi ông có ý định chế tạo chiếc máy chuyển động không ngừng, ít nhất là truyền thuyết nói vậy – về cơ bản là một chiếc bát lớn với các bộ phận (gọi là các phím) có hình như các lát bánh mỏng. Khi chiếc bánh xe quay tròn, một viên bi đá đầu tiên thành hình nảy vào cạnh của chiếc bát và sau cùng dừng lại ở một trong các phím được đánh số từ 1 đến 36, cộng với 0 (hoặc 00 nếu là bánh cò quay của Mỹ). Việc của người đặt cược rất đơn giản: đoán xem viên bi sẽ dừng lại ở ngăn nào. Sự tồn tại của các bánh cò quay là một minh chứng chứng minh các thầy bói chính thống không có thực, vì tại Monte Carlo nếu bạn cá 1 đô-la vào một ngăn và viên bi dừng ở đó, thì nhà cái sẽ trả bạn 35 đô-la (cộng với 1 đô-la ban đầu của bạn). Nếu các thầy bói tồn tại, bạn sẽ gặp họ ở những nơi như vậy, hú hét và nhảy múa và đẩy những xe đẩy áp tiền chạy xuống đường, và các trang mạng không còn tự gọi mình là Zelda Biết Tuốt và Hiểu Tuốt, cung cấp những chương trình tư vấn trực tuyến về tình yêu miễn phí 24 giờ nhằm cạnh tranh với 1,2 triệu trang mạng khác về bói toán (theo Google). Đối với tôi, cả tương lai và quá khứ đều mờ mịt trong màn sương dày. Nhưng tôi biết một điều: các khả năng thua tại cò quay châu Âu là 36/37; và cơ hội thắng là 1/37. Nghĩa là đối với mỗi 1 đô-la tôi cá cược, sòng bạc năm phần thắng ( $\frac{1}{37} \times 37$  đô-la) - ( $\frac{36}{37} \times 1$  đô-la). Kết quả là  $\frac{1}{37}$  của 1 đô-la, tức 2,7 xu. Phụ thuộc vào trạng thái trí tuệ, đó có thể là cái giá tôi phải trả cho việc tham gia vào trò chơi ngấm viên bi nhỏ chạy quay chiếc bánh xe lớn sáng chói hoặc có thể là cái giá tôi trả cho cơ hội tỏa sáng của chính mình (trong kịch bản lạc quan). Chỉ ít đó là cách thức nó hoạt động.

Có đúng là như vậy? Jagger nghĩ, chỉ khi bánh cò quay cân bằng hoàn hảo và anh ta đã sử dụng đủ loại máy móc để đưa ra quan điểm như Moshe. Anh ta sẵn sàng cá cược rằng chúng không như vậy. Do vậy, anh ta thu vén khoản tiết kiệm, đi tới Monte Carlo, và thuê 6 người phụ tá, mỗi người phụ trách một chiếc cò quay của sòng bạc. Mỗi ngày các phụ tá của anh ta quan sát chiếc bánh xe, ghi lại mọi con số xuất hiện trong 12 giờ mở cửa của sòng bạc. Hàng đêm, trong căn phòng khách sạn, Jagger phân tích các con số. Sau sáu ngày, anh ta không tìm ra bất cứ thiên hướng nào của 5 chiếc bánh quay, nhưng tại chiếc bánh quay thứ 6, có 9 số thường xuyên xuất hiện hơn các số khác. Và do vậy ngày thứ bảy anh ta tới sòng bạc và bắt đầu đánh cược rất lớn vào 9 số ưu thế: 7, 8, 9, 17, 18, 19, 22, 28 và 29.

Khi sòng bạc đóng cửa đêm đó, Jagger đã thu được tới 70.000 đô-la. Chiến thắng của anh ta không thể không gây sự chú ý. Những khách hàng khác vây quanh bàn của anh ta, đặt cược tiền để mong nhận được sự may mắn. Những giám sát của sòng bạc chú ý cả vào anh ta, cố gắng giải mã cách chơi của anh ta, hoặc đúng hơn là tìm ra sự gian lận. Tới ngày thứ tư cá cược, Jagger đã thu về 300.000 đô-la, và các quản lý sòng bạc tuyệt vọng không thể tống cổ gã này, hoặc ít nhất là ngăn chặn hẳn. Cứ tưởng một anh chàng vạm vỡ đến từ Brooklyn mới làm được việc này. Nhưng sau đó các nhân viên Casino đã làm gì đó thông minh hơn nhiều.

Vào ngày thứ 5, Jagger bắt đầu thua. Việc anh ta bị thua, cũng như khi chiến thắng, không phải là điều gì đó có thể phát hiện ra ngay. Trước đây, dù mảnh lời của sòng bạc có thế nào, anh ta đều thắng một số và thua một số, chỉ có điều giờ đây anh ta thua nhiều hơn thắng. Với số đặt lẻ nhỏ của sòng bạc, thì chỉ có những tay cá cược siêu năng mới có thể rút cạn tiền của Jagger, nhưng sau bốn ngày rút tiền sòng bạc, anh ta không có vẻ muốn dừng lại. Tới lúc vận may thay đổi. Jagger đã thua nửa gia tài. Ta có thể tưởng

tượng ra tâm trạng của anh ta – không nói đến tâm trạng của những kẻ theo đóm ăn tàn – thực sự rất tồi. Làm sao kế hoạch của anh ta có thể đột ngột thất bại như vậy được?

Cuối cùng, Jagger đã quan sát tinh vi hơn. Trong những ngày anh thắng, anh ta đã chú ý đến một vết xước nhỏ trên chiếc bánh cò quay. Vết xước này giờ không còn ở đây. Sòng bạc đã sửa nó? Jagger đoán không phải và kiểm tra các bánh xe khác. Một trong số chúng có vết xước. Quản lý sòng bạc đã đoán chính xác thành công những ngày qua của Jagger có liên quan gì đó tới chiếc bánh quay mà anh ta chơi, và đêm qua họ đã đổi những chiếc bánh quay. Jagger thay đổi vị trí đặt tiền và lại bắt đầu thắng. Sau khi bắt đầu chiến thắng lại, anh ta lại thắng gần nửa triệu đô-la.

Không may cho Jagger, quản lý sòng bạc, đã chú ý vào hành động của anh ta, và tìm ra một cách mới để cản trở. Họ quyết định chuyển các phím mỗi đêm sau khi đóng cửa, xếp chúng theo bánh quay để mỗi ngày chiếc bánh quay sẽ tạo ưu thế cho các số khác nhau, các con số mà Jagger không biết. Jagger bắt đầu thua mãi và cuối cùng đành bỏ cuộc. Sự nghiệp cờ bạc của anh ta kết thúc. Anh ta rời khỏi Monte Carlo với 325.000 đô-la trong tay, tức khoảng 5 triệu đô-la theo tỷ giá hiện tại. Trở về nhà, anh ta bỏ việc tại nhà máy và đầu tư tiền vào bất động sản.

Những tưởng kế hoạch của Jagger là một điều chắc chắn, nhưng không phải vậy. Thậm chí đối với một chiếc bánh xe quay cân bằng hoàn hảo cũng sẽ không xuất hiện số 0, 1, 2,... với tần suất bằng nhau, như thể các con số dẫn đầu sẽ lịch sự chờ các số chậm chạp hơn đuổi kịp. Thay vào đó, một số số sẽ có khả năng xuất hiện nhiều hơn mức bình thường và một số số khác sẽ ít xuất hiện hơn. Và do vậy thậm chí sau sáu ngày quan sát, Jagger vẫn có khả năng sai. Tần suất cao hơn của một số mà anh ta quan sát được có thể do tình cờ và không đồng nghĩa với xác suất cao hơn. Điều đó nghĩa

là Jagger cũng phải giải quyết bài toán chúng ta nêu ra ở đầu chương này: với một tập hợp xác suất cơ bản, bạn kỳ vọng sự quan sát của mình về một hệ thống tuân theo các xác suất này chặt chẽ đến mức nào? Giống như công việc của Pascal đã làm trong bầu không khí của cuộc cách mạng (khoa học), bài toán sẽ được giải vào giai đoạn giữa cuộc cách mạng, một phát minh toán học – giải tích.

Năm 1680, một sao chổi lớn bay qua hành tinh “hàng xóm” của chúng ta trong Hệ mặt trời, đủ gần, để những tia sáng nhỏ nó phát ra cũng làm sáng bầu trời đêm trên hành tinh chúng ta. Đó là vào tháng 11, theo quỹ đạo Trái đất khi sao chổi này lần đầu được phát hiện, và trong nhiều tháng sau nó vẫn là đề tài được bàn luận sôi nổi, đường đi của nó được ghi chép lại rất chi tiết. Năm 1687, Isaac Newton sử dụng những dữ liệu này làm ví dụ cho Định luật nghịch đảo bình phương về trọng lực. Và trong một đêm trăng sáng tại vùng đất mang tên Basel, Thụy Điển, một người đàn ông khác cũng đang chú ý đến vấn đề này. Anh ta là một chuyên gia thần học trẻ tuổi, nhìn chăm chăm vào ánh sáng mờ hồ và rực rỡ của sao chổi, và nhận ra rằng toán học, chứ không phải nhà thờ, mới chính là thứ anh ta muốn cống hiến cả đời mình. Từ nhận thức đó, không chỉ sự nghiệp của Jakob Bernoulli thay đổi mà từ đó đã tạo ra cây gia đình vĩ đại nhất trong lịch sử toán học: trong một thế kỷ rưỡi từ khi Jakob ra đời và vào năm 1800 gia đình Bernoulli đã sinh ra rất nhiều người con, và một nửa trong số họ đều tài năng, bao gồm 8 nhà toán học ưu tú, và ba người ngày nay được coi là một trong những nhà toán học vĩ đại nhất trong lịch sử (Jakob, em trai Johann, và con trai Johann là Daniel).

Tại thời điểm đó sao chổi được các nhà thần học và đông đảo dân chúng coi là dấu hiệu giận dữ của thánh thần, và Chúa hăn phải rất giận nên mới tạo ra vật này – nó chiếm giữ hơn nửa bầu trời. Một nhà thuyết giáo gọi nó là "sự cảnh báo của đấng toàn năng và thánh thần, được viết và đặt

trước những đứa con yếu đuối và tội lỗi của người." Ông ta viết, nó báo trước "sự thay đổi đáng nhớ về tinh thần hoặc các vấn đề trần thế" đối với đất nước hoặc thành phố. Jakob Bernoulli có quan điểm khác. Năm 1861, ông xuất bản một cuốn sách mỏng tựa Phương pháp mới về cách tính đường đi của Sao chổi theo các định luật cơ bản và đoán trước sự xuất hiện của nó.

Bernoulli đã hành động trước Newton trong việc nghiên cứu các vấn đề liên quan đến sao chổi khoảng 5 năm. Đương nhiên, nếu lý thuyết của Newton đúng thì hẳn ông cũng hành động trước. Nhưng không phải vậy, và việc khẳng định trước công chúng rằng sao chổi tuân theo định luật tự nhiên và không phải ý muốn của Chúa thực sự là một việc làm dũng cảm, đặc biệt khi trước đó – gần 50 năm sau khi Galileo bị hành quyết – giáo sư toán học của Đại học Basel, Peter Megerlin, đã bị tấn công bởi các nhà thần học vì chấp nhận chủ nghĩa Copernicus và bị đình chỉ dạy học tại trường. Sự ly giáo kinh khủng đặt giữa các nhà khoa học – toán học và các nhà thần học ở Basel, và Bernoulli kiên quyết đứng về phía các nhà khoa học.

Tài năng của Bernoulli sớm tỏa sáng trong cộng đồng toán học, và khi Megerlin mất, vào cuối năm 1686, Bernoulli kế tục ông, trở thành giáo sư toán học. Cho tới lúc này Bernoulli đang nghiên cứu các bài toán liên quan tới các trò chơi ngẫu nhiên. Một trong những người có ảnh hưởng lớn tới ông là một nhà toán học, nhà khoa học người Hà Lan, Christiaan Huygens – người đã cải tiến kính viễn vọng, là người đầu tiên hiểu về các vòng tròn của Sao Thổ, tạo ra chiếc đồng hồ quả lắc đầu tiên (dựa trên ý tưởng của Galileo), và giúp xây dựng lý thuyết sóng ánh sáng, đã viết một cuốn sách vỡ lòng về xác suất lấy cảm hứng từ các tư tưởng của Pascal và Fermat.

Đối với Bernoulli, sách của Huygens là một nguồn cảm hứng. Tuy nhiên, ông cũng thấy một số hạn chế trong lý thuyết mà Huygens trình bày. Nó có thể đủ đối với các trò chơi xác suất, nhưng về các khía cạnh của cuộc sống thì nó mang nhiều tính chủ quan. Làm thế nào bạn có thể quy một xác suất xác định thành một bằng chứng hợp pháp đáng tin cậy? Hoặc ai là người chơi golf giỏi hơn, Vua Charles I của Anh hay Mary, Nữ hoàng của Scotlen? (Cả hai đều là những tay golf giỏi.) Bernoulli tin rằng trong việc ra quyết định, cần phải có một cách thức toán học và đáng tin cậy để tính các xác suất. Quan điểm của ông phản ánh văn hóa của các thời đại: kiểm soát vấn đề theo một cách thức kiên định với kỳ vọng xác suất được coi là dấu hiệu của một người hiểu biết. Nhưng nó không mang tính chủ quan khiến hạn chế lý thuyết cũ về xác suất. Ông cũng nhận ra rằng lý thuyết không được xây dựng cho các tình huống ngu ngốc trong đó các xác suất của các kết quả được xác định theo nguyên tắc mà không tồn tại trong thực tế. Đó là vấn đề mà tôi đã thảo luận cùng Moshe và cũng là bài toán Jagger phải giải: Tỷ lệ một viên xúc xắc không hoàn hảo sẽ đem lại điểm 6 là bao nhiêu? Khả năng bạn mắc bệnh là bao nhiêu? Tính xác suất áo giáp ngực của bạn chịu được nhát kiếm dài của kẻ thù? Trong cả tình huống chủ quan và không chắc chắn, Bernoulli tin rằng sẽ là “mất trí” nếu kỳ vọng có được loại tri thức ưu tú hơn về xác suất trong sách của Huygens.

Bernoulli tìm thấy đáp án trong cùng điều kiện như Jagger sau này: thay vì phụ thuộc vào các xác suất có trong tay, ta nên phân biệt chúng bằng quan sát. Là một nhà toán học, ông kiếm tìm quan điểm chính xác. Giả sử bạn thấy một số cò quay, làm thế nào bạn xác định các xác suất cơ bản một cách chính xác, và với mức độ tự tin nào? Chúng ta sẽ quay lại các câu hỏi đó trong chương tới, nhưng đó không phải câu hỏi mà Bernoulli có thể trả lời. Thay vào đó, ông trả lời một câu hỏi có liên quan chặt chẽ: Các xác suất cơ bản phản ánh các kết quả thực tế chính xác đến mức nào?

Bernoulli quan điểm rõ ràng rằng chúng ta biện minh bằng kỳ vọng rằng khi tăng số lần thử nghiệm, tần suất quan sát được sẽ phản ánh – càng chính xác hơn – các xác suất cơ bản. Chắc chắn ông không phải là người đầu tiên tin điều này. Nhưng ông là người đầu tiên giải quyết vấn đề một cách chính thức, và đưa quan điểm ra chứng minh, và định lượng nó, thử hỏi bao nhiêu thử nghiệm là cần thiết, và chúng ta chắc chắn đến mức nào. Ông cũng là một trong những người đầu tiên công nhận tầm quan trọng của một lĩnh vực mới về giải tích học để giải các bài toán này.

Năm Bernoulli được phong giáo sư tại Basel được coi là một năm trọng đại trong lịch sử toán học: Đó là năm Gottfried Leibniz xuất bản công trình mang tính cách mạng về các nguyên tắc của phép tính tích phân, bổ sung thêm vào công trình năm 1684 về phép tính vi phân. Newton cũng công bố một phiên bản riêng về đề tài này năm 1687, trong cuốn *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, tức Các nguyên tắc toán học về Triết học tự nhiên, hay thường được gọi đơn giản là Nguyên tắc (*Principia*). Những tiến bộ này rất quan trọng đối với công trình của Bernoulli về xác suất.

Cho tới lúc họ công bố, cả Leibniz và Newton đã nghiên cứu đề tài này nhiều năm, nhưng ấn phẩm công bố đồng thời này gây ra tranh cãi về việc người nào xứng đáng được ghi nhận thành quả đó. Nhà toán học nổi tiếng Karl Pearson (chúng ta sẽ gặp lại ông trong chương 8) nói rằng danh tiếng của các nhà toán học "đại diện cho phần lớn thế hệ sau không chỉ về điều họ làm mà còn về cái mà người đương thời quy cho họ." Có lẽ Newton và Leibniz sẽ đồng ý về điều này. Trong bất cứ trường hợp nào, nó đều không phải là một cuộc tranh cãi có kết quả, và trận chiến xảy ra là trận chiến nổi tiếng khắc nghiệt. Thời điểm kết quả bị xáo trộn. Người Đức và người Thụy Sĩ học giải tích từ công trình của Leibniz, và người Anh và nhiều người Pháp học từ Newton. Theo quan điểm hiện đại, cả hai lý thuyết tồn tại rất ít sự khác

biệt, nhưng về dài hạn đóng góp của Newton có ảnh hưởng hơn vì ông thực sự đưa ra quan điểm trước và bởi vì trong Principia ông sử dụng phát minh của mình trong lĩnh vực vật lý hiện đại, khiến Principia trở thành cuốn sách khoa học vĩ đại nhất trong lịch sử. Tuy vậy, Leibniz xây dựng lời dẫn giải tốt hơn, và những ký hiệu của ông cũng thường được sử dụng trong giải tích ngày nay.

Cả hai tác phẩm đều không dễ đọc. Không chỉ là cuốn sách vĩ đại nhất về khoa học, cuốn Principia của Newton còn được gọi là "một trong những cuốn sách khó hiểu nhất." Và tác phẩm của Leibniz, theo người viết tiểu sử của Jakob Bernoulli, thì "không ai hiểu nổi"; nó không chỉ không rõ ràng mà còn đầy lỗi in ấn. Em trai Johann của Jakob gọi nó là "một điều bí ẩn chứ không phải lời giải". Thực tế, cả hai cuốn sách khó hiểu đến nỗi các học giả đã tự biện minh rằng cả hai tác giả dường như có ý định khiến tác phẩm của mình trở nên khó hiểu để những kẻ nghiệp dư không đua đòi. Tuy vậy, đặc trưng khó hiểu là một lợi thế đối với Jakob Bernoulli, bởi vì nó đã phân biệt cái hay cái dở, và trí tuệ của ông được xếp vào hạng trên. Do vậy, ngay khi ông giải mã được tư tưởng của Leibniz, ông đã sở hữu được một vũ khí chỉ một số ít người trên toàn thế giới nắm giữ, và với nó ông có thể dễ dàng giải các bài toán quá khó đối với những người khác.

Hệ thống khái niệm trọng tâm trong giải tích và công trình Bernoulli là dãy, chuỗi và giới hạn. Thuật ngữ dãy đối với các nhà toán học cũng như bất kỳ ai cũng đều cùng nghĩa: các phần tử liên tiếp có trật tự, như các điểm hoặc các số. Một chuỗi đơn giản là tổng của một dãy số. Và nếu các phần tử của một dãy luôn hướng tới đâu đó – tới một điểm cuối cùng nào đó hoặc một số nào đó – thì đó được gọi là giới hạn của dãy.



Mặc dù giải tích trình bày một sự tinh tế mới trong hiểu biết về các dãy, nhưng tư tưởng này, giống như rất nhiều tư tưởng khác, đã trở nên quen thuộc với người Hy Lạp. Vào thế kỷ V trước Công nguyên, nhà triết học người Hy Lạp Zeno đã sử dụng một dãy kỳ lạ để tạo ra một nghịch biện mà vẫn còn gây tranh cãi giữa các sinh viên triết học ngày nay, đặc biệt là sau vài châu bia. Nghịch biện của Zeno như sau: Giả sử một sinh viên muốn bước qua cánh cửa cách đó 1 m. (Ta sử dụng 1 m vì lý do thuật tiện, vì cùng luận điểm này có thể sử dụng 1 dặm hoặc các thước đo khác.) Trước khi cô tiến đến đó, cô phải đi qua trung điểm. Nhưng để đi qua trung điểm đó, trước hết cô phải đi nửa đường để tới được trung điểm, tức điểm  $1/4$  đường. Và tiếp tục như vậy đến vô cùng. Nói cách khác, để đến được đích, cô ta phải vượt qua dãy các khoảng cách:  $1/2m$ ,  $1/4m$ ,  $1/8m$ ,  $1/16m$ ,... Zeno lý luận rằng dãy đó sẽ kéo dài mãi, cô ta phải vượt qua vô hạn số các khoảng cách xác định. Điều đó mất vô hạn thời gian. Zeno kết luận: Bạn không thể đi tới bất cứ đâu.

Qua hàng thế kỷ, các nhà triết học từ Aristotle tới Kant đã tranh luận bài toán khó này. Diogenes đưa ra phương pháp theo lối kinh nghiệm: anh ta chỉ bước vài bước, và chỉ ra rằng thực tế mọi thứ có thể di chuyển. Đối với những người không phải là sinh viên triết học, đó có vẻ là một câu trả lời khá hay. Nhưng nó sẽ không thuyết phục Zeno. Zeno hiểu những mâu thuẫn giữa chứng cứ logic và bằng chứng giác quan; không như Diogenes, cái Zeno tin chính là logic. Và Zeno đã không chỉ quay các bánh xe của mình. Thậm chí Diogenes sẽ phải thừa nhận rằng hành động của ông ta khiến chúng ta gặp một bài toán khó (và hóa ra là rất sâu sắc): Nếu chứng cứ giác quan đúng, thì logic của Zeno sai ở chỗ nào?

Hãy cùng nghiên cứu dãy số khoảng cách của Zeno:  $1/2m$ ,  $1/4m$ ,  $1/8m$ ,  $1/16m$ ... (các số gia nhỏ dần). Dãy này là một tập hợp số vô hạn, do đó chúng ta không thể tính tổng nó

bằng cách cộng tất cả lại. Nhưng chúng ta lưu ý rằng mặc dù số dãy số là vô hạn, thì các số kế tiếp nhỏ dần. Do vậy có lẽ có sự cân bằng xác định giữa sự kéo dài vô hạn của các số và kích thước nhỏ dần vô hạn của các số? Đó chính xác là bài toán ta có thể giải nhờ sử dụng khái niệm về dãy, chuỗi, và giới hạn. Muốn biết làm như thế nào, thay vì cố tính xem sinh viên đó đi bao xa trong những khoảng giữa vô hạn của Zeno, hãy lấy từng trung điểm để nghiên cứu. Sau đây là quãng đường người sinh viên di chuyển sau vài trung điểm đầu tiên:

Qua trung điểm đầu tiên:  $1/2$  m

Qua trung điểm thứ hai:  $1/2$  m +  $1/4$  m =  $3/4$  m

Qua trung điểm thứ 3:  $1/2$  m +  $1/4$  m +  $1/8$  m =  $7/8$  m

Qua trung điểm thứ 4:  $1/2$  m +  $1/4$  m +  $1/8$  m +  $1/16$  m =  $15/16$  m

Đó là quy luật trong các con số này:  $1/2$  m,  $3/4$  m,  $7/8$  m,  $15/16$  m... Mẫu số được lũy thừa 2, và tử số ít hơn mẫu số 1 đơn vị. Chúng ta có thể đoán từ quy luật này sau 10 trung điểm mà người sinh viên đi được  $1,023/1,024$  m; sau 20 trung điểm, quãng đường là  $1.048.575/1.048.576$  m; v.v... Quy luật ta thấy rõ rằng Zeno đứng ở chỗ càng nhiều trung điểm, thì tổng các khoảng cách càng lớn. Nhưng Zeno không chính xác khi nói rằng tổng đó tiến đến vô hạn. Thay vào đó, các con số đang tiến dần tới 1; tức như một nhà toán học sẽ nói, 1 m là giới hạn của dãy các khoảng cách này. Điều đó đúng, bởi vì mặc dù Zeno chia nhỏ quãng đường thành vô hạn số trung điểm, nhưng rất cuộc, cô ta chỉ di chuyển khoảng 1 m.

Nghịch biện của Zeno liên quan đến thời gian để đi qua quãng đường, không phải về mặt chiều dài. Nếu sinh viên buộc phải bước để đi qua mỗi trung điểm của Zeno, thì thực

sự cô ấy sẽ gặp rắc rối (chưa đề cập đến việc khó mà có thể bước những bước nhỏ hơn cả mm)! Nhưng nếu cô ấy được phép bước với tốc độ cố định mà không phải dừng lại ở các điểm tưởng tượng của Zeno – và tại sao không chứ? – thì thời gian để đi qua mỗi trung điểm tỷ lệ với quãng đường chứa trung điểm đó, và do vậy tổng quãng đường là hữu hạn, tổng thời gian di chuyển cũng vậy – thật may mắn.

Mặc dù khái niệm hiệm đại về giới hạn vẫn chưa được đưa ra cho tới một thời gian dài sau thời đại của Zeno, và thậm chí tới thời đại của Bernoulli – vào thế kỷ XIX – khái niệm này thể hiện linh hồn của giải tích học, và trong linh hồn đó, Jakob Bernoulli đi sâu vào phân tích mối quan hệ giữa xác suất và sự quan sát. Cụ thể, Bernoulli tìm hiểu điều gì xảy ra trong giới hạn của số lượng lớn những quan sát lặp đi lặp lại. Hãy tung một đồng xu 10 lần và bạn có thể gặp 7 lần ngửa, nhưng tung nó hàng tỷ lần, chắc chắn bạn sẽ đạt được rất sát 50% lần ngửa. Vào những năm 1940, một nhà toán học người Nam Phi tên John Kerrich quyết định kiểm chứng điều này trong một thí nghiệm thực tế, tung một đồng xu hàng tỷ lần – thực tế là 10.000 lần – và ghi lại các kết quả của mỗi lần tung. Bạn sẽ nghĩ Kerrich nên làm gì đó tốt hơn, nhưng thời gian đó anh ta đang ở tù, sau khi gặp vận đen trở thành khách mời của Copenhagen lúc người Đức xâm chiếm Đan Mạch vào tháng 4 năm 1940. Theo số liệu của Kerrich, sau 100 lần ném anh ta chỉ có được 44% mặt ngửa, nhưng khi anh ta ném được 10.000 lần, con số này gần tới một nửa: 50,67%. Làm sao bạn định lượng được hiện tượng này? Câu trả lời cho câu hỏi chính là thành quả của Bernoulli.

Theo nhà lịch sử và triết học về khoa học Ian Hacking, công trình của Bernoulli "xuất hiện trước công chúng với điểm báo sáng rực về tất cả những thứ chúng ta đã biết về nó: sự uyên thâm toán học, những ứng dụng thực tế vô cùng, tính đối ngẫu khó hiểu và sự mời gọi tranh luận. Xác suất đã hiện diện đầy đủ." Theo lời nói khiêm nhường hơn của Bernoulli,

nguyên cứu của ông là một trong "tính mới, cũng như ... tính thiết thực cao." Đó là một sự nỗ lực, Bernoulli viết, tìm hiểu "cái khó vô cùng". Ông viết nó trong 20 năm.

JAKOB BERNOULLI gọi đỉnh cao trong nỗ lực 20 năm của mình là "định luật vàng." Các phiên bản hiện đại được phân biệt bằng các sắc thái kỹ thuật mang nhiều tên khác nhau: Định luật Bernoulli, quy luật của các số lớn, và quy luật yếu về các số lớn. Cụm từ Quy luật về các số lớn được sử dụng bởi vì như chúng ta đã nói Định luật Bernoulli liên quan tới cách thức kết quả phản ánh các xác suất nền tảng khi chúng ta thực hiện rất nhiều lần quan sát. Nhưng chúng ta cũng gắn với thuật ngữ của Bernoulli và gọi định luật của ông là định luật vàng vì chúng ta sẽ bàn tới nó theo nguyên gốc.

Mặc dù Bernoulli muốn có những ứng dụng trong thế giới thực, nhưng một số ví dụ yêu thích của ông lại đề cập đến một thứ không được tìm thấy trong đa số gia đình: một chiếc bình đầy đá thạch anh màu. Trong một kịch bản, ông tưởng tượng chiếc bình đựng 3.000 đá thạch anh trắng và 2.000 viên đá thạch anh đen, tỷ lệ 60% viên trắng và 40% viên đen. Trong ví dụ này, bạn tạo ra một chuỗi ngẫu nhiên từ chiếc bình "với sự thay thế" – nghĩa là, thay đổi mỗi viên thạch anh trước khi lấy viên tiếp theo để không làm thay đổi tỷ lệ 3:2. Các khả năng tiên nghiệm việc lấy ra một viên đá màu trắng là  $\frac{3}{5}$ , khoảng 60%, và do vậy trong ví dụ này bài toán của Bernoulli trở thành: Bạn kỳ vọng tỷ lệ các viên đá trắng được lấy là đạt 60% chặt chẽ đến mức nào? Và với xác suất bao nhiêu?

Ví dụ về chiếc bình là một ví dụ hay bởi vì cùng bài toán mô tả việc lấy các viên thạch anh từ một chiếc bình có thể được sử dụng để mô tả bất cứ chuỗi thử nghiệm nào trong đó mỗi thử nghiệm có hai khả năng xảy ra, miễn là những khả năng này ngẫu nhiên và các thử nghiệm độc lập với nhau. Ngày

nay, những thử nghiệm như vậy gọi là thử nghiệm Bernoulli, chuỗi các thử nghiệm Bernoulli gọi là quy trình Bernoulli. Vì một thử nghiệm ngẫu nhiên có hai kết quả có thể xảy ra, một kết quả được gọi là "thành công", còn kết quả khác là "thất bại". Các tên này không được ghi thành văn, và đôi khi cũng không liên quan gì đến nghĩa ngày nay của những từ này – tuy nhiên, cứ hiểu rằng nếu bạn không thể trì hoãn việc đọc, cuốn sách này là một thành công, và nếu bạn đang dùng sách để giữ bản thân và trái tim ấm áp giống như một chiếc lò sưởi hết gỗ, thì đó là một thất bại. Tung đồng xu, quyết định bầu cho ứng viên A hoặc ứng viên B, sinh con trai hay con gái, mua hay không mua một sản phẩm, chữa bệnh hay không chữa bệnh, thậm chí chết hay sống là các mẫu thí nghiệm của Bernoulli. Các hành động có các kết quả phức tạp cũng được mô hình hóa trong thí nghiệm của Bernoulli, nếu câu hỏi bạn gặp có thể diễn đạt theo cách có thể trả lời "có" hoặc "không", như "viên xúc xắc hiện mặt 4 điểm không? Hoặc "có còn bằng ở Bắc cực không? Và do vậy, mặc dù Bernoulli viết về các viên thạch anh và cái bình, nhưng tất cả các ví dụ đều có thể áp dụng cho những câu hỏi này và nhiều trường hợp tương tự khác.

Từ đó, chúng ta trở lại với chiếc bình, 60% các viên thạch anh là màu trắng. Nếu bạn lấy 100 viên thạch anh ra khỏi chiếc bình (đồng thời thay viên khác vào), bạn có thể thấy rằng chính xác 60% trong số chúng là màu trắng, nhưng bạn cũng có thể chỉ lấy được ra 50 hoặc 59 viên màu trắng. Xác suất bạn sẽ lấy được từ 58% tới 62% viên đá trắng là bao nhiêu? Xác suất bạn sẽ lấy được từ 59% tới 61% là bao nhiêu? Mức độ tin cậy thế nào nếu thay vì 100, bạn lấy 1000 viên đá hoặc 1 triệu? Bạn có thể không bao giờ đúng 100%, nhưng liệu bạn có thể lấy đủ số viên đá để có xác suất chắc chắn 99,9999% rằng bạn sẽ lấy được từ 59,9 đến 60,1% đá trắng? Định luật vàng của Bernoulli giải các bài toán như vậy.

Để áp dụng lý thuyết vàng, bạn phải lựa chọn hai lần. Đầu tiên, bạn phải xác định sự khoan dung của bản thân trước sai lệch. Tỷ lệ cơ bản của 60% mà bạn đang cần chính xác đến mức nào với kết quả chuỗi thí nghiệm? Bạn phải chọn một điểm giữa, như cộng hoặc trừ 1% hoặc 2% hoặc 0,00001%. Thứ hai, bạn phải xác định sự khoan dung của bản thân trước sự không chắc chắn. Bạn không thể chắc chắn 100% rằng thử nghiệm sẽ đem lại kết quả mà bạn mong đợi, nhưng bạn có thể chắc chắn rằng bạn sẽ có kết quả thỏa mãn 99/100 hoặc 999/1000.

Định luật vàng cho bạn biết rằng để luôn lấy đủ các viên thạch anh mà hầu như chắc chắn phần trăm số đá trắng bạn lấy gần bằng 60% là điều có thể cho dù bạn muốn xác định cụ thể về định nghĩa hầu như chắc chắn và gần bằng như thế nào. Việc làm này cũng cho ta một công thức số học để tính số lượng thử nghiệm "đủ", với những định nghĩa đó.

Phần đầu tiên của định luật là một thành tựu về khái niệm, đó là phần duy nhất vẫn còn tồn tại trong các phiên bản hiện đại của Định luật. Về phần thứ hai – công thức Bernoulli – mặc dù định luật vàng xác định đủ số lượng các thí nghiệm để thực hiện mục tiêu một cách chính xác và tin cậy, thì Bernoulli không khẳng định rằng bạn không thể đạt được những mục tiêu này với ít thí nghiệm hơn. Điều này không ảnh hưởng tới phần đầu của định lý, vì nó khẳng định rằng số lượng các thí nghiệm là hữu hạn. Nhưng Bernoulli có ý định dùng các con số từ công thức của mình để sử dụng trong thực tế. Thật không may, trong hầu hết các ứng dụng thực tế mọi chuyện lại không như vậy. Ví dụ, đây là một ví dụ số hóa mà chính Bernoulli nghiên cứu, mặc dù tôi đã thay đổi nội dung: Giả sử 60% người bỏ phiếu ở Basel ủng hộ thị trường. Bạn cần phải lấy phiếu từ bao nhiêu người để có xác suất là 99% rằng bạn sẽ chứng minh được 58% đến 62% số phiếu sẽ ủng hộ thị trường – nghĩa là kết quả chính xác cộng trừ 2%? (Giả sử, để nhất quán với Bernoulli, những người bỏ

phiếu được chọn ngẫu nhiên, nhưng có thay thế. Nói cách khác, bạn có thể bỏ phiếu cho một người hơn một lần.) Đáp án là 25.550, vào thời đại của Bernoulli con số đó gần bằng toàn bộ dân số của Basel. Ông cũng hiểu rằng những tay cờ bạc thành công có thể dùng trực giác để đoán cơ hội thành công trong một trò chơi mới dựa trên mẫu của chưa tới hàng nghìn trò chơi thử.

Lý do khiến những ước tính số lượng của Bernoulli chưa tối ưu là dẫn chứng của ông dựa trên quá nhiều số xấp xỉ. Nguyên nhân khác là do ông đã chọn 99,9% làm tiêu chuẩn cho sự chắc chắn – nghĩa là ông yêu cầu phải có đáp án sai (một đáp án khác biệt khoảng 2% từ đáp án đúng) ít nhất là 1 lần trong 1.000 lần. Đó là một tiêu chuẩn rất khắt khe. Bernoulli gọi đó là sự chắc chắn đạo đức, nghĩa là mức độ chắc chắn mà một người hiểu biết sẽ đòi hỏi để đưa ra một quyết định hợp lý. Nó có thể là thước đo thời đại đã thay đổi như thế nào khi ngày nay chúng ta đã bỏ qua ý niệm sự chắc chắn đạo đức để thiên vị thứ mà chúng ta sẽ gặp trong chương cuối cùng, ý nghĩa thống kê, nghĩa là đáp án của bạn sẽ sai ít hơn 1/20.

Với phương pháp toán học ngày nay, các nhà thống kê chỉ ra rằng trong một cuộc bầu cử như tôi đã trình bày, bạn có kết quả ý nghĩa thống kê với độ chính xác sai số khoảng 5% với 370 người bỏ phiếu. Và nếu bạn có 1.000 người bầu cử, bạn sẽ đạt 90% khả năng tiến gần hơn 2% kết quả chính xác (60% việc trúng cử của thị trưởng Basel). Nhưng cho dù có các giới hạn, nhưng định luật vàng của Bernoulli vẫn là một phát kiến trọng đại bởi vì nó chỉ ra, ít nhất là về mặt nguyên tắc, một mẫu đủ lớn để phản ánh gần như chắc chắn sự cấu thành nền tảng của tổng số lượng mẫu.

TRONG ĐỜI THỰC, chúng không quen quan sát hoạt động của người hay vật hàng nghìn lần. Do vậy nếu Bernoulli đòi hỏi một tiêu chuẩn chắc chắn quá chặt chẽ, chúng ta sẽ

mắc những lỗi ngược lại trong nhiều tình huống đời thực: chúng ta thừa nhận rằng một mẫu hay một chuỗi phép thử mang tính đại diện cho tình huống đang nghiên cứu không đáng tin cậy. Ví dụ, nếu bạn bỏ phiếu tại 5 điểm cư trú tại Basel vào thời của Bernoulli, phép tính như ta đã nhắc tới trong Chương 4 sẽ chỉ ra xác suất là  $1/3$  khả năng bạn chứng minh được 60% của mẫu (3 người) ủng hộ thị trường.

Chỉ  $1/3$ ? Tỷ lệ thực số người ủng hộ cho thị trường này sẽ là kết quả chắc chắn nhất nếu bạn thu số mẫu này? Thực tế  $1/3$  là kết quả chắc chắn nhất: tỷ lệ tìm ra 0, 1, 2, 3, 4 hoặc 5 người ủng hộ ít hơn tỷ lệ tìm ra 3 người. Tuy nhiên, tìm ra 3 người ủng hộ không chắc chắn: bởi vì có quá nhiều những xác suất không có tính đại diện, tỷ lệ phức hợp của chúng cộng lại gấp 2 lần tỷ lệ bầu cử chính xác với số dân. Và do vậy, trong cuộc bỏ phiếu gồm 5 người,  $2/3$  khả năng bạn sẽ sai. Thực tế, khoảng  $1/10$  khả năng bạn sẽ thấy tất cả cử tri thống nhất là thích hay không thích thị trường. Do vậy, nếu bạn chú ý tới mẫu gồm 5 cử tri, bạn sẽ đánh giá quá mức hoặc đánh giá thấp trầm trọng sự mẫn mọ của cử tri dành cho thị trường.

Quan niệm sai – hoặc trực giác sai – cũng rất phổ biến. Điều này chỉ ra rằng mẫu nhỏ phản ánh chính xác các xác suất cơ bản; đến mức Kahneman và Tversky đặt cho nó cái tên: quy luật về các số nhỏ. Quy luật về các số nhỏ không thực sự là một quy luật. Đó là một cái tên châm biếm mô tả những nỗ lực sai lầm nhằm áp dụng định luật các số lớn khi mà số chưa đủ lớn.

Nếu người ta áp dụng định luật (không đúng) về các số nhỏ chỉ với những cái bình, sẽ không có nhiều hệ quả, nhưng như ta đã nói, nhiều sự kiện trong đời sống là quy trình Bernoulli, và do vậy trực giác của chúng ta thường khiến chúng ta hiểu sai cái chúng ta thấy được. Đó là lý do tại sao, như tôi đề cập trong Chương 1, khi người ta quan sát một số



ít năm thành công hơn hoặc kém thành công hơn của Sherry Lansings và Mark Cantons, họ khẳng định rằng hiệu quả làm việc kém trong quá khứ dự báo chính xác hiệu quả làm việc trong tương lai.

Hãy áp dụng những tư tưởng này cho ví dụ tôi đã đề cập qua trong Chương 4: tình huống trong đó hai công ty hoặc hai nhân viên cùng một công ty cạnh tranh. Bây giờ hãy nghĩ tới các CEO trong các công ty của Fortune 500. Giả sử, dựa trên kinh nghiệm và khả năng của mình, mỗi CEO có một xác suất thành công nào đó trong mỗi năm (tuy nhiên công ty của anh ta/cô ta hiểu rõ điều đó). Để cho đơn giản, hãy giả sử đối với những CEO này những năm thành công xuất hiện với cùng tần suất như các viên đá thạch anh trắng hoặc những người ủng hộ của thị trường: 60%. (Con số thực có thể lớn hơn và nhỏ hơn chút xíu cũng không ảnh hưởng gì tới luận điểm.) Liệu điều đó nghĩa là ta nên kỳ vọng rằng một CEO sẽ có chính xác 3 năm thành công, trong khoảng thời gian là 5 năm?

Không, như phân tích trước đã chỉ ra, thậm chí nếu tất cả CEO có tỷ lệ thành công chính xác là 60%, xác suất trong khoảng thời gian 5 năm thành công của một CEO sẽ phản ánh tỷ lệ trên chỉ là 1/3! Chuyển tới trường hợp Fortune 500, điều này nghĩa là trong 5 năm vừa rồi khoảng 333 CEO đã làm việc mà không thể hiện khả năng thực sự của họ. Thêm vào đó, chúng nên kỳ vọng, chỉ tình cờ thôi, khoảng 1/10 các CEO sẽ có 5 năm thắng lợi hoặc thất bại liên tiếp. Điều này cho chúng ta biết gì? Phân tích khả năng con người thay vì nhìn vào bảng số là cách đáng tin cậy hơn để đánh giá con người. Hoặc như Bernoulli đã từng viết, "Người ta không nên khen ngợi hành động của một người dựa trên kết quả."

Việc chống lại Định luật các số nhỏ đòi hỏi cần có nghị lực. Nếu như bất cứ ai cũng có thể ngồi lại và chỉ ra điểm mấu chốt cũng như sự đánh giá và tiếp cận chứ không phải tri

thức và khả năng thực sự của một người sẽ đem lại sự tin cậy, tư duy và sự can đảm. Bạn không thể chỉ đứng trong cuộc họp với đồng nghiệp và hô lên: "Đừng sa thải cô ấy. Cô ấy vừa mới ở điểm cuối 'sai' của một chuỗi Bernoulli." Bạn cũng không chắc sẽ thắng được bạn bè nếu chỉ đứng dậy và nói lời của một kẻ ta đây - người vừa bán nhiều chiếc Toyota Camry hơn bất cứ ai trong lịch sử bán hàng, "Đó chỉ là sự dao động ngẫu nhiên." Và do vậy, điều đó cũng hiếm xảy ra. Thời kỳ thành công của các giám đốc quản trị được quy vào tài năng của họ, có hiệu lực từ một thời điểm trong quá khứ qua cách nhìn chua cay. Và khi người ta không thành công, ta thường cho rằng thất bại đó phản ánh chính xác tỷ lệ mà tài năng và khả năng của họ.

Một quan điểm nhầm lẫn liên quan tới định luật các số lớn là quan điểm cho rằng một sự kiện chắc chắn hoặc ít chắc chắn xuất hiện bởi vì nó đã hoặc chưa xảy ra gần đây. Quan điểm tỷ lệ của một sự kiện với một xác suất cố định tăng hoặc giảm phụ thuộc vào sự xuất hiện gần đây của sự kiện gọi là nguy biện của người cá cược. Ví dụ, nếu Kerrich có 44 lần ngựa trong 100 lần tung đầu tiên, thì đồng xu sẽ không có xu hướng sắp để theo kịp tỷ lệ! Đó được coi là gốc rễ của những ý tưởng như kiểu "vận may của cô ấy hết rồi" và "anh ta gặp thời." Điều đó không xảy ra. Nếu đúng vậy, thì quả là "tái ông thất mã". Do vậy, nguy biện của người cá cược tác động tới nhiều người hơn bạn tưởng, không ở một mức độ tỉnh táo thì sẽ ở trong tình trạng vô thức. Người ta kỳ vọng vận tốt sẽ theo sau vận xấu, tức họ cũng lo lắng vận xấu sẽ nối gót vận tốt.

Tôi nhớ là đã chứng kiến một người đàn ông béo mập trên một chuyến viễn dương vài năm trước, vã mồ hôi khi anh ta thả đô-la vào máy chơi xèng nhanh như cách nó nuốt tiền. Bạn của anh ta nhận thấy tôi đang nhìn họ, chỉ giải thích đơn giản, "anh ta gặp thời." Mặc dù định chỉ ra rằng, không, anh ta không gặp thời, nhưng tôi vẫn bước qua. Sau vài

bước, tôi dừng lại vì những ánh sáng bất chợt lóe lên, nhưng lúc đó tôi lại nghe thấy tiếng chuông reo lên, những tiếng rú không nhỏ của hai anh chàng kia, và tiếng leng keng của dòng đồng 1 đô-la chảy ra từ khe máy của chiếc máy trong gần một phút. Bây giờ tôi biết rằng một chiếc máy xèng hiện đại được vi tính hóa, phần thưởng được điều tiết bằng một máy quay số ngẫu nhiên, trong đó cả định luật và quy tắc phải vận hành thực sự, như tôi đã quảng cáo, các số ngẫu nhiên! Mỗi lần kéo cần điều khiển tạo ra các số hoàn toàn độc lập với những lần kéo trước đây. Tuy nhiên,...chỉ có thể nói rằng nguy hiểm của người chơi cờ bạc là sự ảo tưởng đầy quyền lực.

**BẢN THẢO** trong đó Bernoulli trình bày định luật vàng kết thúc bất ngờ mặc dù ông đã khẳng định trước trong các công trình nghiên cứu của mình rằng ông sẽ đưa ra những ứng dụng cho rất nhiều bài toán trong các vấn đề xã hội và kinh tế. Như thể "Bernoulli hoàn toàn từ bỏ sau khi tìm được con số 25.550," theo lời của một nhà nghiên cứu lịch sử thống kê Stephen Stigler. Thực tế, Bernoulli đang trong quá trình công bố bản thảo thì ông mất "do một trận sốt dài ngày" vào tháng 8 năm 1705, năm 50 tuổi. Nhà xuất bản yêu cầu Johann Bernoulli hoàn thành cuốn sách, nhưng Johann từ chối, nói là ông quá bận. Điều đó có vẻ kỳ lạ, nhưng gia đình Bernoulli vẫn luôn thế, họ luôn là một gia đình kỳ lạ. Nếu bạn được yêu cầu chọn ra một nhà toán học khó ưa nhất từ trước đến nay, bạn sẽ không sai nếu bạn chỉ ra Johann Bernoulli. Ông đã từng được mô tả rất nhiều trong các sách lịch sử là một người đồ kị, kiêu ngạo, dễ tự ái, cứng đầu, hay cáu bẳn, khoác lác, bất lương và là một kẻ nói dối trắng trợn. Ông đạt được nhiều thành công trong toán học, nhưng ông cũng nổi tiếng vì có cậu con Daniel bị đuổi khỏi Académie des Sciences (Viện khoa học) sau khi Daniel đạt được giải thưởng mà chính Johann cũng từng cạnh tranh, nổi tiếng vì đã ăn cắp tư tưởng của cả anh trai mình và Leibniz, và vì đã ăn cắp ý trong cuốn sách của

Daniel về thủy động lực học và làm giả ngày xuất bản để cuốn sách của ông ta trông có vẻ đã xuất bản trước.

Khi được yêu cầu hoàn thành bản thảo của người anh quá cố, ông từ Đại học Groningen, Hà Lan, trở về Basel, không mang danh hiệu là nhà toán học mà là một giáo sư của Hy Lạp. Jakob thấy sự thay đổi sự nghiệp này rất đáng nghi ngờ, đặc biệt vì trong hiểu biết của ông Johann không biết tiếng Hy Lạp. Ông đã viết cho Leibniz, điều ông nghi ngờ là Johann đã về Basel để chiếm lấy vị trí của Jakob. Và thực vậy, sau cái chết của Jakob, Johann đã có được nó.

Johann và Jakob không hòa thuận lắm trong suốt thời thanh niên. Họ thường lăng mạ qua lại lẫn nhau trong những công trình toán học và trong những bức thư, đến nỗi một nhà toán học đã viết, "họ nhảy dựng lên, và giành cho nhau những ngôn từ như 'dân chợ búa'". Do vậy khi cần phải hiệu chỉnh bản thảo, Jakob thường giao việc trong nội bộ gia đình cho cháu trai của Jakob là Nikolaus (Jakob cũng còn một cháu trai tên Nikolaus khác, con của một trong những người em trai khác của Jakob). Nikolaus ít tuổi hơn lúc đó mới 18 tuổi, nhưng ông là một học trò của Jakob. Thật không may, cậu không đủ sức để hiệu chỉnh bản thảo, có lẽ một phần vì cậu hiểu sự đối nghịch của Leibniz đối với các tư tưởng của chú mình về những ứng dụng của lý thuyết này. Do vậy, bản thảo nằm im trong 8 năm. Sau cùng, cuốn sách được xuất bản năm 1713 dưới tựa *Ars conjectandi*, tức Nghệ thuật phỏng đoán. Giống như cuốn *Pensées* của Pascal, cuốn sách này ngày nay vẫn được phát hành.

Jakob Bernoulli đã chỉ ra rằng qua phân tích toán học người ta có thể hiểu các xác suất ẩn bên trong, làm nền tảng cho hệ thống tự nhiên được phản ánh trong dữ liệu mà hệ thống đó tạo ra. Đối với bài toán mà Bernoulli không giải – câu hỏi làm thế nào suy ra xác suất cơ bản của các sự kiện từ các

dữ liệu có sẵn – lời giải cũng không xuất hiện trong vài thập kỷ nữa.

# Chương 6: Những sự thật sai và các nguy biến xác thực

Vào những năm 1970, một giáo sư tâm lý học tại Harvard có một sinh viên trung tuổi kỳ lạ theo học. Sau vài buổi học đầu tiên, sinh viên này tới gặp giáo sư để giải thích tại sao anh ta đi học. Theo kinh nghiệm giảng dạy của mình, mặc dù tôi từng gặp một số sinh viên lịch sự đi giải thích với tôi tại sao họ tham dự lớp học, nhưng tôi chưa bao giờ gặp một sinh viên cảm thấy cần phải giải thích tại sao anh ta lại đăng ký học. Đó có lẽ là lý do tại sao tôi không thể bật cười khi tưởng tượng ra cảnh khi tôi hỏi tại sao thì sinh viên này sẽ trả lời "bởi vì em bị mê hoặc bởi đề tài này, và thầy là một giảng viên giỏi." Nhưng anh chàng này lại có những lý do khác. Anh ta nói anh ta cần được giúp đỡ bởi vì một số điều lạ lùng đã xảy đến với anh ta: vợ anh ta luôn bắt thóp được anh ta, và bây giờ cô ấy đang đâm đơn ra tòa ly dị; một đồng nghiệp tình cờ đề cập đến việc giảm biên chế trong lúc ngà ngà say, và hai ngày sau anh chàng này mất việc. Cuối cùng, anh ta khẳng định rằng, mình đã trải qua hàng tá những điều bất hạnh và đó là những điều anh ta coi là sự trùng hợp ngẫu nhiên đáng ghét.

Lúc đầu, những gì xảy ra làm anh ta bối rối. Sau đó, theo bản năng, anh ta vẽ một sơ đồ tưởng tượng để liên kết các sự việc theo cách mà anh ta tin thế giới đang vận hành. Tuy nhiên lý thuyết anh ta đưa ra không giống bất kỳ thứ gì mà chúng ta có thể sắp đặt: anh ta là đề tài của một thí nghiệm khoa học bí mật và phức tạp. Anh ta tin thí nghiệm được tiến hành bởi một nhóm gồm nhiều giám sát viên do nhà

tâm lý học nổi tiếng B.F. Skinner đứng đầu. Anh ta cũng tin rằng khi thí nghiệm kết thúc, anh ta sẽ nổi tiếng và có thể sẽ được chọn vào một cơ quan chính phủ cấp cao. Anh ta nói vậy và đó cũng là lý do anh ta tham gia khóa học. Anh ta muốn học để kiểm chứng những giả thuyết của mình dựa trên nhiều ví dụ về chứng cứ mà anh ta thu thập được.

Vài tháng sau khi khóa học kết thúc, sinh viên này lại gọi cho vị giáo sư. Thí nghiệm vẫn đang được tiến hành, anh ta thông báo, và bây giờ anh ta đang thỉnh giáo ông chủ cũ, ông này đã dùng một chuyên gia tâm thần học để xác nhận rằng anh ta đang bị bệnh hoang tưởng.

Một trong những ảo giác của bệnh hoang tưởng mà chuyên gia tâm thần học của ông chủ kia chỉ ra là anh sinh viên đã huyền hoặc mình bằng một phát hiện của một mục sư thế kỷ XVIII tưởng tượng. Cụ thể, chuyên gia tâm thần học kia giấu cợt những giả thuyết của anh sinh viên rằng vị mục sư này là một nhà toán học không chuyên, đã nghĩ ra một lý thuyết kỳ lạ về xác suất trong thời gian rảnh rỗi. Lý thuyết đó mô tả cách thức đánh giá khả năng một sự kiện xảy ra nếu một sự kiện nào khác cũng đồng thời xảy ra. Đây là khả năng mà sinh viên đó là đối tượng giám sát trong nghiên cứu bí mật của các nhà tâm lý học? Phải thừa nhận rằng khả năng đó không lớn. Nhưng chuyện gì sẽ xảy ra nếu vợ ai đó đoán trước được suy nghĩ của người chồng trước khi anh ta kịp thốt ra lời và một đồng nghiệp tiên liệu được số phận nghề nghiệp của bạn bên chén rượu trong một cuộc nói chuyện tình cờ? Sinh viên này khẳng định lý thuyết của Bayes chỉ cho cách bạn nên thay đổi đánh giá ban đầu dựa trên bằng chứng mới đó. Anh ta trình bày trước tòa công thức và các phép tính tượng trưng liên quan tới giả thuyết, và cũng kết luận rằng chứng cứ bổ sung nghĩa đồng nghĩa với 999.999/1.000.000 khả năng anh ta đúng về âm mưu theo dõi. Nhà tâm thần học có quan điểm đối lập khẳng định rằng bằng những tưởng tượng tâm thần kỳ cục của mình,

anh chàng sinh viên nọ đã tự bịa đặt ra vị mục sư – nhà toán học này và lý thuyết của ông ta.

Anh chàng sinh viên đã nhờ vị giáo sư giúp anh ta bác lại lý lẽ trên. Vị giáo sư đồng ý. Anh ta có lý do chính đáng, vì Thomas Bayes, sinh tại London vào năm 1701, thực sự là một mục sư, tại xứ đạo Tunbridge Wells. Ông ta mất năm 1761 và được mai táng trong một công viên ở London tên là Bunhill Fields, trong cùng hầm mộ như cha mình, Joshua, cũng là một mục sư. Ông ta thực sự đã tạo ra một lý thuyết về "xác suất có điều kiện" để chỉ ra cách mở rộng lý thuyết xác suất từ các sự kiện độc lập này tới sự kiện có kết quả liên quan mật thiết đến nhau. Ví dụ, xác suất một người được chọn ngẫu nhiên bị bệnh thần kinh và xác suất một người được chọn ngẫu nhiên tin bạn đời của mình có thể đọc ý nghĩ của mình, đều rất thấp, nhưng xác suất một người mắc bệnh tâm thần nếu anh ta tin vợ mình đọc được ý nghĩ của mình lại cao hơn, cũng như xác suất một người tin vợ mình có thể đọc ý nghĩ của mình nếu anh ta bị bệnh tâm thần. Tất cả những xác suất này có quan hệ như thế nào? Đó là câu hỏi của đề tài về xác suất có điều kiện.

Vị giáo sư cung cấp lời khai chứng minh sự tồn tại của Bayes và lý thuyết của ông, mặc dù không giúp gì cho các tính toán mơ hồ và khác biệt mà cựu sinh viên của ông đã khẳng định chứng minh sự minh mẫn của mình. Phần đáng buồn của câu chuyện này không chỉ dừng lại ở bản thân người bị tâm thần phân liệt trung tuổi, mà cả ở nhân viên pháp luật và y tế nữa. Thật không may một số người bị mắc chứng tâm thần phân liệt, nhưng thậm chí họ dùng thuốc để cắt cơn bệnh, thì họ cũng không thể đấu tranh với sự ngu dốt. Và việc không biết đến các tư tưởng của Bayes, như chúng ta sẽ thấy, trở thành tâm điểm của những sai lầm nghiêm trọng cả trong những chuẩn đoán y học và phán xét của tòa án. Việc hiếm khi đề cập đến lý thuyết này trong quá trình



đào tạo luật sư hoặc bác sỹ chuyên nghiệp, thực sự là một sự dốt nát.

Chúng ta cũng đưa ra những đánh giá Bayes trong đời sống hàng ngày. Một bộ phim về một luật sư, một người thành đạt, có một cô vợ quyến rũ, và một gia đình tuyệt vời. Anh ta yêu vợ và con gái nhưng anh ta vẫn cảm thấy thiếu thiếu một cái gì đó trong cuộc sống của mình. Một đêm, khi anh ta về nhà bằng tàu hỏa, anh ta thấy một phụ nữ xinh đẹp rất trầm ngâm qua cửa sổ của một lớp dạy nhảy. Anh ta lại nhìn thấy cô lần nữa vào đêm sau, rồi đêm sau đó. Mỗi đêm khi con tàu đi qua lớp dạy nhảy, anh ta dường như bị trúng bùa của cô ả. Cuối cùng, vào một đêm, anh ta quyết xuống tàu, đăng ký học nhảy, với hy vọng sẽ gặp cô gái. Anh nhận thấy vẻ hấp dẫn ám ảnh của cô nàng đã từng làm anh bối rối từ xa nhường chỗ cho các cuộc gặp trực tiếp. Anh ta đã thực sự yêu, tuy nhiên, không phải yêu cô gái mà là yêu môn khiêu vũ.

Anh ta giữ bí mật niềm đam mê mới này với gia đình, đồng nghiệp, đưa ra hàng vạn lý do để vắng nhà hàng đêm. Cuối cùng, vợ anh ta đã phát hiện ra anh ta không làm việc muộn thường xuyên như anh ta nói. Cô tính xác suất anh chồng nói dối về việc phải làm thêm giờ vì anh ta có quan hệ tình ái là rất cao, và cô một lần nữa khẳng định phán đoán của mình. Nhưng người vợ mắc sai lầm không những chỉ trong kết luận của mình mà trong cả lý lẽ: cô ta nhầm lẫn xác suất chồng cô sẽ quanh co chối tội nếu anh ta đang ngoại tình với xác suất anh ta ngoại tình nếu anh ta quanh co chối tội.

Đó là sai lầm thường gặp. Giả sử sếp bạn mất nhiều thời gian hơn thường lệ để trả lời thư điện tử của bạn. Nhiều người sẽ cho đó là dấu hiệu sự tín nhiệm giành cho bạn giảm đi bởi vì nếu sự tín nhiệm giảm đồng nghĩa với nhiều khả năng sếp trả lời thư của bạn lâu hơn trước kia. Nhưng sự chậm trễ đó có thể là do sếp bạn đang bận đột xuất hoặc

mẹ cô ấy đang ốm. Và do vậy, xác suất sự tín nhiệm giảm nếu sắp mất nhiều thời gian để trả lời thấp hơn nhiều xác suất sắp trả lời muộn vì ghét bạn. Sự hấp dẫn của nhiều lý thuyết âm mưu phụ thuộc vào sự hiểu sai logic. Nghĩa là, điều này phụ thuộc vào sự nhầm lẫn xác suất rằng khả năng một chuỗi sự kiện sẽ diễn ra nếu nó là hậu quả của một sự nghi ngờ lớn với xác suất sự nghi ngờ tồn tại nếu một chuỗi sự kiện xảy ra.

Lý thuyết Bayes viết về tác động tới xác suất rằng một sự kiện xảy ra nếu một sự kiện khác xảy ra đồng thời. Để biết chi tiết về lý thuyết này, chúng ta sẽ chuyển sang một bài toán khác, liên quan tới bài toán “hai con gái” mà chúng ta đã gặp trong Chương 3. Chúng ta sẽ giả sử một người họ hàng xa có hai đứa con. Nhớ lại bài toán “hai con gái” bạn biết rằng một hoặc cả hai đều là gái, và bạn đang cố nhớ là như thế nào – một hay cả hai? Trong một gia đình có hai con, hãy tính xác suất nếu một trong hai đứa trẻ là gái, thì có khả năng cả hai đứa đều là gái? Chúng ta đã không bàn tới câu hỏi về những xác suất đó trong Chương 3 nữa, nhưng mệnh đề if sẽ nảy sinh ra một vấn đề trong xác suất có điều kiện. Nếu mệnh đề if đó không có thực, khả năng cả hai đứa trẻ là gái là  $1/4$ , và 4 khả năng theo thứ tự sinh là (trai, trai), (trai, gái), (gái, trai) và (gái, gái). Nhưng với thông tin thêm rằng gia đình có một con gái, thì xác suất là  $1/3$ . Bởi vì, nếu một trong hai đứa trẻ là gái, thì chỉ còn 3 khả năng có thể xảy ra – (trai, gái), (gái, trai) và (gái, gái) – và chính xác  $1/3$  là xác suất cả hai đứa trẻ là gái. Đó có lẽ là cách đơn giản nhất để nghiên cứu quan điểm của Bayes – đó chỉ là vấn đề về tính toán. Đầu tiên hãy xác định mẫu – nghĩa là, danh sách tất cả các khả năng – cùng với xác suất nếu chúng không bằng nhau (phân tích bất cứ vấn đề xác suất rắc rối nào cũng thực sự rất hay). Tiếp đó, loại bỏ những xác suất mà điều kiện giới hạn (trong trường hợp này, “ít nhất một con gái”). Còn lại là những xác suất cũ và những xác suất liên quan tới chúng.

Dường như tất cả đều rõ ràng. Với cảm giác tự mãn, bạn nghĩ mình có thể tìm ra đáp án mà không cần có Reverend Bayes kính mến và thể sẽ chụp lấy cuốn sách khác để đọc khi bạn vào bồn tắm. Do vậy, trước khi tiến hành, hãy thử một biến thể hơi khác một chút của bài toán hai con gái, bài toán này có thể có lời giải đáng kinh ngạc hơn.

Trường hợp khác: trong một gia đình với hai đứa con, hãy tính xác suất nếu một bé gái tên Florida, thì cả hai đứa trẻ sẽ là gái? Vâng, tôi đã nói rằng một cô bé tên là Florida. Cái tên cũng có vẻ ngẫu nhiên, nhưng không phải vậy, ngoài việc đó là tên của một bang nổi tiếng có nhiều người dân Cuba nhập cư, cam và những người lớn tuổi, họ bán những căn nhà lớn ở phía Bắc để tìm về hưởng lạc nơi những đôi cọ và hội chơi Bingo, thì nó còn là một cái tên thực. Thực tế, Florida nằm trong danh sách 1.000 tên nữ phổ biến nhất nước Mỹ trong 30 năm đầu thế kỷ trước. Tôi đã lựa rất cẩn thận, bởi vì một phần của bài toán đó là câu hỏi cái tên Florida có tác động gì tới xác suất trong bất cứ trường hợp nào? Nhưng tôi đang vượt lên chính mình. Trước khi chúng ta đi tiếp, xin mời nghiên cứu câu hỏi: trong bài toán bé gái tên Florida, liệu xác suất có hai con gái vẫn là  $1/3$  (vì vẫn là bài toán hai con gái)?

Tôi sẽ trả lời ngắn gọn: câu trả lời là không. Thực tế một trong hai con gái là Florida làm thay đổi xác suất thành  $1/2$ : đừng lo nếu điều này khó tưởng tượng. Điểm cốt lõi để hiểu tính ngẫu nhiên và tất cả các thuật toán là không thể dùng trực giác để đưa ra các đáp án cho mỗi bài toán ngay mà chỉ khi có các công cụ thì ta mới tìm được lời giải.

NHỮNG AI NGHI NGỜ sự tồn tại của Bayes đúng ở một điểm: ông ta chưa bao giờ xuất bản một công trình khoa học nào cả. Chúng ta biết rất ít về cuộc đời ông, nhưng có lẽ ông theo đuổi nghiên cứu vì niềm vui và cảm thấy không cần thiết phải công bố nó. Và theo khía cạnh này hoặc một số

khía cạnh khác, ông và Jakob Bernoulli có quan điểm trái ngược nhau. Vì Bernoulli phản đối lý thuyết, còn Bayes đi theo nó. Bernoulli tìm kiếm danh tiếng, còn Bayes thì không. Cuối cùng, định luật Bernoulli quan tâm đến việc cần bao nhiêu mặt ngửa nếu bạn định tiến hành nhiều lần tung một đồng xu hoàn hảo, còn Bayes nghiên cứu mục tiêu ban đầu của Bernoulli, bạn chắc chắn đến mức nào về một đồng xu hoàn hảo nếu bạn quan sát được số lần ngửa xác định.

Lý thuyết khiến Bayes nổi tiếng tận ngày nay ra đời vào ngày 23 tháng 12 năm 1763, khi một nhà toán học và giáo sư khác, Richard Price, đọc một tài liệu trước Hiệp hội khoa học hoàng gia (Royal Society), tại học viện Khoa học Hoàng gia Anh. Tài liệu của Bayes mang tựa "Phương pháp giải bài toán về học thuyết xác suất" và được đăng trên tờ Kỷ yếu Triết học của Hiệp hội Hoàng gia năm 1764. Bayes đã để lại bài báo này cho Price trong di chúc của mình, cùng với 100 bảng. Theo lời Price, "tôi cần một thuyết giả tại Newington Green," Bayes mất bốn tháng sau khi viết di chúc.

Cho dù được Bayes lựa chọn ngẫu nhiên, Richard Price không phải là một thuyết giảng tầm trung. Ông nổi tiếng là một người ủng hộ tự do và tín ngưỡng, bạn của Benjamin Franklin, được Adam Smith tin cậy nhờ phê bình một số phần trong bản thảo Sự giàu có của các quốc gia (The Wealth of Nations), và là một nhà toán học nổi tiếng. Ông cũng là người đặt nền móng cho khoa học định giá, một lĩnh vực ông phát triển khi ba người từ một công ty bảo hiểm Equitable Society nhờ ông giúp vào năm 1765. Sau năm sau khi tham gia, ông xuất bản cuốn sách Những quan sát về thanh toán bồi thường (Observations on Reversionary Payments). Mặc dù cuốn sách được coi là kinh thánh cho hoạt động định phí bảo hiểm trong thế kỷ XIX, nhưng do tài liệu và các phương pháp đánh giá nghèo nàn, dường như ông vẫn đánh giá được mức sống một cách thỏa đáng. Các khoản phí bảo hiểm nhân thọ tăng lên từ đó làm giàu cho

các bạn của ông tại Equitable Society. Mặt khác, chính phủ Anh không may lại dựa vào những khoản thanh toán tiền trợ cấp hàng năm trên các bảng của Price và chi trả khi người được hưởng lương hưu không tiếp tục phản ứng với tỷ lệ đã dự đoán.

Như tôi đã đề cập, Bayes xây dựng lý thuyết xác suất có điều kiện để trả lời cho cùng câu hỏi đã thôi thúc Bernoulli: Làm sao chúng ta có thể suy ra xác suất cơ bản từ việc quan sát? Nếu một viên thuốc chỉ cứu được 45/60 bệnh nhân trong một thí nghiệm y học, điều gì nói với bạn về khả năng viên thuốc sẽ có tác dụng với bệnh nhân tiếp theo? Nếu viên thuốc công hiệu với 600,000/1,000,000 bệnh nhân, thì đương nhiên tỷ lệ xác suất công hiệu của thuốc là khoảng 60%. Nhưng bạn kết luận gì từ một thí nghiệm quy mô nhỏ hơn? Bayes cũng hỏi câu hỏi khác: nếu, trước khi thí nghiệm, bạn có lý do để tin rằng viên thuốc chỉ hiệu quả 50%, thì thông tin mới này có ảnh hưởng như thế nào tới đánh giá tương lai của bạn? Thông thường, chúng ta quan sát một mẫu tương đối nhỏ các kết quả, từ đó chúng ta suy ra thông tin và đánh giá về chất lượng từ các kết quả đó. Chúng ta nên thực hiện các suy luận như thế nào?

Bayes tiếp cận bài toán bằng một phép ẩn dụ. Hãy tưởng tượng ta có một chiếc bàn vuông và hai quả bóng. Ta lăn quả bóng đầu tiên trên bàn sao cho quả bóng có thể dừng ở bất cứ điểm nào với xác suất như nhau. Việc của ta là xác định, mà không nhìn, nơi quả bóng dừng lại dọc theo trục trái – phải. Công cụ của ta trong bài toán này là quả bóng thứ hai, ta có thể lăn đi lăn lại quả bóng này trên bàn theo cách thức giống quả bóng đầu. Với mỗi lần lăn bóng một cộng tác sẽ ghi lại điểm dừng của quả bóng ở bên trái hay bên phải vị trí mà quả bóng đầu đã dừng lại. Cuối cùng, anh ta thông báo cho ta tổng số lần quả bóng thứ hai dừng tại một trong hai vị trí thông thường. Quả bóng đầu tiên đại diện cho điều không biết mà chúng ta mong có thông tin về

nó, và quả bóng thứ hai đại diện cho bằng chứng ta đang cố gắng có. Nếu quả bóng thứ hai kiên định dừng ở bên phải quả thứ nhất, ta có thể khá tự tin kết luận quả bóng thứ nhất dừng ở hướng cạnh bên trái phía xa của chiếc bàn. Nếu nó không thường dừng ở bên phải, ta sẽ không chắc về kết luận đó, tức là ta có thể đoán quả bóng đầu nằm ở phía bên phải. Bayes chỉ ra cách để xác định, dựa trên dữ liệu của quả bóng thứ hai, xác suất chính xác rằng quả bóng thứ nhất nằm ở bất kỳ điểm nào đó trên cạnh trái hoặc phải. Và ông cũng chỉ ra cách ta kiểm tra đánh giá ban đầu, với dữ liệu bổ sung. Theo thuật ngữ của Bayes những đánh giá ban đầu được gọi là các xác suất tiên nghiệm và những đánh giá mới được gọi là các xác suất hậu nghiệm.

Bayes dựng lên trò chơi này bởi vì nó mô hình hóa rất nhiều các quyết định chúng ta có trong cuộc sống. Trong ví dụ về thử thuốc, vị trí của quả bóng đầu tiên tượng trưng cho hiệu quả thực của viên thuốc, và các ghi chép về quả bóng thứ hai tượng trưng cho dữ liệu về bệnh nhân. Vị trí của quả bóng đầu tiên cũng thể hiện cho sức hấp dẫn của một bộ phim, chất lượng sản phẩm, kỹ năng lái xe, làm việc chăm chỉ, sự ngang bướng, tài năng, khả năng, hoặc bất cứ thứ gì xác định sự thành công và thất bại của một đối tượng nào đó. Những ghi chép về quả bóng thứ hai sẽ tượng trưng cho những quan sát của ta hoặc dữ liệu ta thu thập được. Lý thuyết Bayes chỉ ra cách đưa ra đánh giá và sau đó đánh giá chúng nhờ vào các dữ liệu mới.

Ngày nay, các phân tích Bayes được áp dụng rộng rãi trong khoa học và ngành công nghiệp. Ví dụ, các mô hình sử dụng để xác định tỷ lệ bảo hiểm ô tô bao gồm một công thức toán học mô tả xác suất bạn gặp 0, một hoặc nhiều tai nạn trên mỗi đơn vị thời gian lái xe. Giả sử, một mô hình đơn giản hóa phân loại mọi người thành hai nhóm: nhóm nguy cơ rủi ro cao, gồm những tài xế gặp trung bình một tai nạn một năm, và nguy cơ rủi ro thấp, gồm những tài xế gặp trung

bình ít hơn một tại nạn một năm. Khi bạn áp dụng lý thuyết này vào bảo hiểm nếu bạn có nhật ký lái xe thể hiện 20 năm không gặp tai nạn hoặc trong vòng 20 năm gặp 37 tai nạn, thì công ty bảo hiểm sẽ chắc chắn bạn sẽ nằm trong nhóm nào. Nhưng nếu bạn là một tài xế mới, thì nên xếp bạn vào nhóm có nguy cơ rủi ro thấp (một đứa trẻ tuân thủ giới hạn tốc độ và tình nguyện làm tài xế chỉ định) hay nguy cơ rủi ro cao (một đứa trẻ đua xe trên đường cái, đồng thời nốc ừng ừng từ chai rượu táo Boone nổi tiếng giá 2 đô-la đã cạn nửa)? Do công ty không có dữ liệu về bạn – như không có ý niệm về "vị trí của quả bóng thứ nhất" – nên bạn có xác suất tiên nghiệm bằng nhau với bất cứ loại nào, tức công ty có thể sử dụng thông tin về số đông các tài xế mới và phân loại bạn bằng cách đoán khả năng bạn ở trong nhóm nguy cơ rủi ro cao, giả sử là  $1/3$ . Trong trường hợp này công ty sẽ coi bạn là trường hợp trung lập –  $1/3$  nguy cơ rủi ro cao và  $2/3$  nguy cơ rủi ro thấp – và bán bảo hiểm cho bạn với  $1/3$  giá bán cho những tài xế nguy cơ rủi ro cao cộng với  $2/3$  giá bán cho các tài xế nguy cơ rủi ro thấp. Sau một năm quan sát – nghĩa là sau khi ném quả bóng Bayes thứ hai – công ty có thể sử dụng một luận cứ để đánh giá lại khung mẫu của mình, điều chỉnh tỷ lệ  $1/3$  và  $2/3$  như đã quy cho trước đây, và tính toán lại mức giá. Nếu bạn không gặp tai nạn nào, tỷ lệ của nguy cơ rủi ro thấp và giá công ty gán cho bạn sẽ tăng thêm; nếu bạn bị 2 tai nạn, tỷ lệ sẽ giảm đi. Mức độ chính xác của sự điều chỉnh được xác định bằng lý thuyết Bayes. Tương tự, công ty bảo hiểm có thể điều chỉnh định kỳ các mức giá ấn định của mình trong những năm sau đó để phản ánh đúng sự thực rằng bạn không bị tai nạn hay gặp tai nạn hai lần khi đang lái xe ngược đường một chiều, tay trái đang cầm điện thoại và tay phải cầm bánh rán. Đó là lý do tại sao các công ty bảo hiểm dùng mức giá "tài xế tốt": sự vắng mặt của các tai nạn làm tăng xác suất hậu nghiệm rằng tài xế đó thuộc nhóm nguy cơ tai nạn thấp.

Rõ ràng rất nhiều chi tiết trong lý thuyết Bayes khá phức tạp. Nhưng như tôi đã nói khi tôi phân tích bài toán hai con gái, cốt lõi trong phương pháp của ông là sử dụng thông tin mới để lược bớt không gian mẫu và điều chỉnh xác suất từ đó. Trong bài toán hai con gái, không gian mẫu ban đầu là (trai, trai), (trai, gái), (gái, trai) và (gái, gái) và sau giảm còn (trai, gái), (gái, trai) và (gái, gái) nếu bạn biết một trong hai đứa trẻ là con gái, từ đó xác suất gia đình có hai cô con gái là  $1/3$ . Hãy áp dụng cách thức đơn giản này để thấy điều gì xảy ra nếu bạn biết một trong hai đứa bé là con gái tên Florida.

Trong bài toán cô bé tên Florida, dữ liệu không chỉ cho ta biết giới tính của đứa trẻ, mà còn cả tên của chúng. Do không gian mẫu ban đầu nên liệt kê tất cả các khả năng, trong trường hợp này, đó là danh sách gồm cả giới tính và tên. Để biểu thị "cô bé tên Florida" ta dùng cô bé-F và biểu thị "bé gái không mang tên Florida" ta dùng "cô bé-NF. Ta viết được không gian mẫu bao gồm: (trai, trai), (trai, cô bé-F), (trai, cô bé-NF), (cô bé-F, trai), (cô bé-NF, trai), (cô bé-F, cô bé-F), (cô bé-F, cô bé-NF), (cô bé-NF, cô bé-F), (cô bé-NF, cô bé-NF) và (cô bé-NF, cô bé-NF).

Bây giờ, hãy lược bớt một số trường hợp. Do ta biết một trong hai đứa trẻ là con gái, tên Florida, ta có thể giảm không gian mẫu xuống còn (trai, cô bé-F), (cô bé-F, trai), (cô bé-F, cô bé-NF), (cô bé-NF, cô bé-F), và (cô bé-F, cô bé-F). Điều này cho chúng ta câu trả lời khác với bài toán hai con gái. Ở đây, do xác suất cô bé có tên Florida hay không mang tên Florida không bằng nhau, nên tất cả các phần tử trong không gian mẫu không có xác suất như nhau.

Vào năm 1935, năm cuối cùng Cục Quản lý An ninh Xã hội cung cấp các thống kê về tên, khoảng 1/30.000 trẻ gái được đặt tên là Florida. Do cái tên này đã lỗi thời, nên trong luận điểm này ta giả sử ngày nay xác suất một cô gái mang tên



Florida là  $1/1.000.000.000$ . Điều đó nghĩa là nếu ta biết một cô gái đích xác không mang tên Florida, thì không thành vấn đề, nhưng nếu ta biết một cô gái đích xác mang tên Florida, nghĩa là ta đã trúng lớn. Xác suất cả hai cô gái đều mang tên Florida (thậm chí nếu ta lờ đi sự thật rằng bậc phụ huynh ngại đặt tên giống nhau cho bọn trẻ) nhỏ đến nỗi ta điều chỉnh bằng cách lờ đi khả năng này. Do đó chỉ còn (trai, cô bé-F), (cô bé-F, trai), (cô bé-F, cô bé-NF), (cô bé-NF, cô bé-F) là những xác suất tương đối bằng nhau.

Do  $2/4$ , tức một nửa, số các phần tử trong không gian mẫu xuất hiện hai cô bé, nên đáp án không phải là  $1/3$  – như trong bài toán hai con gái – mà là  $1/2$ . Dữ liệu bổ sung – bạn biết tên một cô bé – đã tạo ra sự khác biệt.

Nếu lời giải vẫn rắc rối thì có một cách để hiểu, đó là tưởng tượng ta tập hợp 75 triệu gia đình có hai con và ít nhất một trong số chúng là con gái vào một căn phòng rất lớn. Như bài toán hai con gái cho biết, sẽ có khoảng 25 triệu gia đình có hai con gái và 50 triệu gia đình có một con gái đang trong căn phòng đó (25 triệu trong đó bé gái lớn tuổi hơn có xác suất bằng với trường hợp bé gái nhỏ tuổi hơn). Tiếp theo ta sẽ lược bớt: ta yêu cầu chỉ những gia đình có con gái tên Florida ở lại. Do Florida là cái tên có tỷ lệ  $1/1$  triệu, nên 50/50 triệu gia đình có một con gái ở lại. Và trong 25 triệu gia đình có hai con gái, 50 trong số họ sẽ ở lại, 25 gia đình ở lại do con gái đầu của họ mang tên Florida và 25 gia đình khác ở lại do con gái thứ của họ mang tên đó. Như thế các cô bé này trúng xổ số, và những cô gái mang tên Florida là những tấm xổ số thắng cuộc. Mặc dù số gia đình có một con gái nhiều gấp hai lần số gia đình có hai con gái, nhưng mỗi gia đình có hai con gái có hai tấm xổ số, do đó trong số những người thắng cuộc thì gia đình có một con gái và gia đình có hai con gái bằng nhau.

Tôi đã trình bày bài toán cô gái tên Florida với chi tiết phiên hà, loại chi tiết này đôi khi khiến tôi nằm trong danh sách "không mời" trong các bữa tiệc của hàng xóm. Tôi làm vậy vì nội dung rất đơn giản, và những lý lẽ như vậy sẽ mang lại sự rõ ràng cho nhiều tình huống mà ta thực sự gặp trong cuộc sống. Và bây giờ, hãy cùng kể về một số tình huống đó.

CUỘC CHẠM TRÁN ĐÁNG NHỚ NHẤT trong cuộc đời tôi là khi Reverend Bayes đến vào một buổi chiều thứ Sáu năm 1989, khi bác sỹ gọi điện cho tôi và nói rằng xác suất là 999/1000, mười năm nữa, tôi sẽ chết. Vị bác sỹ cũng nói thêm rằng, "tôi thực sự rất tiếc," với giọng vô cùng miễn cưỡng và cảm thông. Sau đó ông ta trả lời vài câu hỏi về giai đoạn bệnh và cúp máy, đoán chừng có hẹn với một bệnh nhân chiều thứ Sáu khác. Thật khó để mô tả hay nhớ chính xác tôi đã trải qua cuối tuần đó như thế nào, nhưng cứ cho rằng tôi đã không tới Disneyland. Với bản án tử hình đó, tại sao tôi vẫn còn ở đây lúc này, và có thể viết về nó?

Cuộc phiêu lưu bắt đầu khi vợ tôi và tôi mua bảo hiểm nhân thọ. Quy trình hồ sơ bao gồm một lần thử máu. Một hoặc hai tuần sau đó chúng tôi bị từ chối. Công ty bảo hiểm tiết kiệm gửi thông báo trong hai lá thư ngắn gọn giống hệt nhau, ngoại trừ có thêm đúng một từ khác trong thư gửi cho vợ tôi. Bức thư của tôi có nội dung rằng công ty từ chối cấp bảo hiểm cho tôi vì "các kết quả thử máu của ông". Nội dung thư của vợ tôi là công ty từ chối cấp bảo hiểm cho cô ấy vì "các kết quả thử máu của chồng bà." Từ chồng chính là bằng chứng mở rộng mạnh mẽ mà công ty bảo hiểm tốt bụng đó đã vui lòng thông báo không thể bảo hiểm cho chúng tôi, vì thế mà tôi quyết định tới gặp bác sỹ với mối hồ nghi trong lòng và thử xét nghiệm HIV. Kết quả dương tính. Mặc dù lúc đầu tôi quá bang hoàng đến nỗi gặng hỏi bác sỹ về những chỉ số mà ông ta đưa ra, nhưng sau này tôi biết ông ta đã suy ra xác suất 1/1000 sức khỏe của tôi từ những thông số sau: xét nghiệm HIV cho kết quả dương tính khi máu không

bị nhiễm virus HIV chỉ có xác suất  $1/1000$  mẫu thử máu. Nghe có vẻ giống thông điệp mà ông ta đã nói, nhưng không phải vậy. Bác sỹ của tôi đã bối rối giữa khả năng kết quả HIV dương tính nếu tôi không bị nhiễm HIV với khả năng tôi không bị HIV nếu kết quả thử máu là dương tính.

Để hiểu rõ sự nhầm lẫn của bác sỹ, hãy sử dụng phương pháp Bayes. Đầu tiên hãy xác định không gian mẫu. Ta có thể tính những người đã từng làm xét nghiệm HIV, nhưng ta sẽ có kết quả chính xác hơn nếu ta sử dụng một ít thông tin liên quan phụ trợ về tôi và chỉ xem xét những người đàn ông da trắng không lạm dụng thuốc kích thích và thích quan hệ khác giới đã từng xét nghiệm. (Sau này ta sẽ biết điều này tạo ra khác biệt như thế nào).

Bây giờ chúng ta biết ai sẽ nằm trong không gian mẫu, hãy phân loại các thành viên trong không gian này. Thay vì con trai hay con gái, ở đây các nhóm liên quan là những người xét nghiệm dương tính nhưng không nhiễm bệnh (dương tính giả), những người xét nghiệm dương tính và đúng là HIV-dương tính (dương tính thật), những người xét nghiệm âm tính và HIV-âm tính (âm tính thật), và những người xét nghiệm âm tính nhưng HIV-dương tính (âm tính giả).

Cuối cùng, ta hỏi có bao nhiêu người trong mỗi nhóm? Giả sử ta đang điều tra tổng số ban đầu là 10.000 người. Bằng các thống kê từ Trung tâm Kiểm soát và Phòng ngừa Dịch bệnh, ta có thể ước tính, trong năm 1989 có khoảng  $1/10.000$  người Mỹ da trắng không lạm dụng thuốc kích thích và thích quan hệ khác giới từng xét nghiệm và bị nhiễm HIV. Giả sử tỷ lệ âm tính giả gần bằng 0, nghĩa là khoảng  $1/10.000$  người xét nghiệm có kết quả dương tính do bị nhiễm bệnh. Thêm nữa, do tỷ lệ của các dương tính giả là  $1/1000$ , như vị bác sỹ của tôi nêu ra, nên sẽ có khoảng 10 người không bị nhiễm HIV nhưng kết quả xét nghiệm vẫn là

dương tính. Còn 9.989/10.000 người trong không gian mẫu sẽ có kết quả xét nghiệm âm tính.

Bây giờ, hãy lược bớt không gian mẫu, chỉ để lại những người có kết quả xét nghiệm dương tính. Ta có 10 người có kết quả dương tính sai và một người có kết quả dương tính đúng. Nói cách khác, chỉ 1/11 người có kết quả xét nghiệm dương tính mới thực sự bị nhiễm HIV. Bác sỹ nói với tôi xác suất xét nghiệm sai - và tôi hoàn toàn khỏe mạnh - là 1/1000. Ông ấy nên nói rằng, "Đừng lo, xác suất nhiều hơn 10/11 rằng anh không bị nhiễm bệnh." Trong trường hợp của tôi, kết quả xét nghiệm rõ ràng đã bị đánh lừa bởi chỉ số nào đó có trong máu của tôi cho dù vi rút có trong kết quả xét nghiệm không tồn tại.

Rõ ràng, tỷ lệ dương tính giả rất quan trọng khi đánh giá bất kỳ một xét nghiệm chẩn đoán nào. Ví dụ, một xét nghiệm chỉ ra 99% trong tổng số các u ác tính nghe có vẻ rất ấn tượng, nhưng tôi dễ dàng bày ra một xét nghiệm xác định 100% các u. Tất cả những gì tôi phải làm là nói rằng tất cả những người tôi đã từng kiểm tra đều bị u bướu. Thống kê quan trọng khiến xét nghiệm của tôi khác biệt so với những xét nghiệm hữu ích khác chính là xét nghiệm của tôi sẽ có tỷ lệ dương tính giả cao. Nhưng sự việc không cung cấp đủ những thông tin về dương tính giả nhằm xác định tính hữu dụng của một xét nghiệm - bạn phải biết cách so sánh tỷ lệ dương tính giả với sự phổ biến thực sự của căn bệnh. Nếu căn bệnh đó hiếm gặp, thậm chí tỷ lệ dương tính giả thấp thì cho dù kết quả xét nghiệm dương tính cũng không thể khẳng định rằng bạn bị bệnh. Nếu căn bệnh phổ biến, thì kết quả xét nghiệm dương tính có khả năng chính xác cao. Để biết sự phổ biến thực sự tác động đến kết luận của một xét nghiệm dương tính như thế nào, hãy cùng giả sử rằng tôi là người quan hệ đồng giới và có kết quả xét nghiệm dương tính. Giả sử trong cộng đồng đồng tính nam, khả năng bị nhiễm bệnh của những người đã từng xét nghiệm năm 1989

là 1%. Nghĩa là trong 10.000 xét nghiệm, ta sẽ tìm ra không phải là một (như trước kia), mà là 100 trường hợp dương tính thật so với 10 trường hợp dương tính giả. Do vậy trong trường hợp này, xác suất kết quả xét nghiệm dương tính đồng nghĩa với việc tôi bị nhiễm bệnh là 10/11. Đó là lý do tại sao, khi đánh giá kết quả xét nghiệm, ta nên biết người đó có nằm trong nhóm có nguy cơ cao hay không.

LÝ THUYẾT BAYES chỉ ra: xác suất rằng A xảy ra nếu B xảy ra khác với xác suất B sẽ xảy ra nếu A xảy ra. Đây là sai lầm thường gặp trong nghề y. Ví dụ, trong những nghiên cứu tại Đức và Mỹ, các nhà nghiên cứu yêu cầu các bác sỹ điều trị tính xác suất một phụ nữ khoảng 40-50 tuổi, không có triệu chứng bệnh, có kết quả chụp X quang u ngực dương tính thực sự bị ung thư ngực nếu 7% kết quả chụp X quang u ngực thể hiện bệnh nhưng bệnh nhân không bị. Thêm nữa, các bác sỹ được cho biết tỷ lệ mắc bệnh thực tế là 0,8 % và tỷ lệ âm tính giả là khoảng 10%. Tổng hợp tất cả các thông tin, ta có thể sử dụng phương pháp Bayes để xác định một kết quả chụp X quang dương tính do bị ung thư chỉ khoảng 9% các trường hợp. Tuy nhiên, trong nhóm người Đức, 1/3 các bác sỹ kết luận rằng xác suất là 90%, và con số trung bình là 70%. Trong nhóm người Mỹ, 95/100 bác sỹ tính xác suất vào khoảng 75%.

Những vấn đề tương tự cũng xảy ra trong xét nghiệm thuốc kích thích ở các vận động viên. Một lần nữa, các số liệu liên quan được nêu ra không trực tiếp ám chỉ tỷ lệ dương tính giả. Điều này gây ra một quan điểm méo mó về xác suất một vận động viên có tội. Ví dụ, Mary Decker Slaney, một vận động viên chạy đua đẳng cấp quốc tế, và là nhà vô địch thế giới năm 1983 ở cự ly 1.500m và 3.000m, đã thử trở lại cuộc đua tìm kiếm vận động viên Olympic nước Mỹ tại Atlanta năm 1996. Ở đây, cô bị kết tội lạm dụng chất kích thích do sử dụng chất kích thích tố sinh dục nam. Sau rất nhiều tranh cãi, IAAF (chính thức được biết đến với tư cách

Hiệp hội Quốc tế các Liên đoàn Điền kinh từ năm 2001) kết luận rằng Slaney "đã sử dụng chất kích thích," và đặt một dấu chấm hết cho sự nghiệp của cô. Theo một số chứng cứ trong vụ Slaney, tỷ lệ dương tính giả đối với xét nghiệm nước tiểu vào khoảng 1%. Điều này khiến nhiều người đồng tình rằng khả năng có tội của cô ta là 99%, nhưng như chúng ta đã thấy điều đó không đúng. Giả sử, 1.000 vận động viên điền kinh được xét nghiệm, 1/10 có tội, và xét nghiệm, với một vận động viên có tội, có 50% khả năng phát hiện ra chất kích thích. Do đó trong mỗi 1.000 vận động viên được xét nghiệm, kết quả xét nghiệm chỉ ra 50/100 vận động viên có tội. Nghĩa là, trong 900 vận động viên vô tội, xét nghiệm chỉ ra 9 người có chất kích thích trong cơ thể. Do vậy, ý nghĩa của xét nghiệm chất kích thích dương tính không phải là xác suất cô ta có lỗi là 99% mà là  $50/59 = 84.7\%$ . Nói theo cách khác, bạn vẫn nên tin vào khả năng Slaney có tội dựa vào chứng cứ như khi với kết quả đầu khi tôi chưa công bố. Điều này khiến nảy sinh những mâu thuẫn tự nhiên và quan trọng hơn là chỉ ra rằng để tiến hành được các xét nghiệm hàng loạt (90.000 vận động viên thử nước tiểu hàng năm) và đưa ra những đánh giá dựa trên quy trình như vậy sẽ có khả năng kết tội một lượng lớn người vô tội.

Trong phạm vi pháp luật, lỗi đảo ngược đôi khi được gọi là nguy biện của công tố viên bởi vì công tố viên thường sử dụng loại lý lẽ sai lầm để điều khiển phiên tòa nhằm kết án bị can với những bằng chứng yếu. Ví dụ, hãy xét đến trường hợp của Sally Clark tại Anh. Đứa con đầu của Clark chết khi 11 tuần tuổi. Nguyên nhân cái chết được xác định là do hội chứng chết đột ngột ở trẻ sơ sinh, tức SIDS, người ta chẩn đoán rằng cái chết của đứa bé quá bất ngờ và quá trình khám nghiệm tử thi không phát hiện ra được nguyên nhân cái chết. Clark mang thai lần nữa, và lần này đứa bé chết khi được 8 tuần tuổi, lại một lần nữa người ta thông báo rằng cái chết là do SIDS. Lần này, cô bị bắt và bị kết tội làm chết

ngạt cả hai đứa trẻ. Tại phiên tòa, công tố viên triệu tập một chuyên gia khoa nhi, ngài Roy Meadow, để chứng thực rằng dựa trên sự hiếm gặp của hội chứng SIDS, tỷ lệ hai đứa trẻ đều chết vì nguyên nhân SIDS là 1/73 triệu. Công tố viên không đưa ra bằng chứng có thực nào khác chống lại cô. Đã đủ để kết án? Bồi thẩm đoàn nghĩ là đủ, và tháng 11 năm 1999, bà Clark phải vào tù.

Ngài Meadow đã tính rằng tỷ lệ một đứa trẻ chết vì SIDS là 1/8.543. Ông ta tính con số ước đoán 1/73 triệu bằng cách nhân hai hệ số này, mỗi hệ số là của một đứa trẻ. Nhưng phép tính này quy rằng ca tử vong là độc lập, nghĩa là không có tác động môi trường hay di truyền nào là nguyên nhân làm tăng rủi ro gây ra cái chết của đứa trẻ thứ hai khi mà anh/chị nó đã tử vong vì SIDS. Trên thực tế, trong bài xã luận của tờ British Medical Journal đăng một vài tuần sau khi phiên tòa diễn ra, khả năng cả hai đứa trẻ đều chết vì SIDS là 1/2.75 triệu. Đó vẫn là một tỷ lệ thấp.

Điểm mấu chốt giải thích tại sao Sally Clark bị vào tù oan một lần nữa chính là việc tìm hiểu sai lầm ngược: chúng ta không tìm kiếm xác suất hai đứa trẻ chết vì SIDS mà là xác suất hai đứa trẻ đã chết và chết vì SIDS. Hai năm sau khi Clark bị đi tù, Hiệp hội thống kê Hoàng gia (Royal Statistical Society) phân tích lại đề tài này trong một ấn phẩm, tuyên bố rằng quyết định của bồi thẩm đoàn dựa trên "một sai lầm nghiêm trọng về logic được gọi là Ngụy biện của Công tố viên. Bồi thẩm đoàn cần xem xét hai lời giải thích khác nhau về cái chết của hai đứa trẻ: SIDS hay bị sát hại. Hai cái chết vì SIDS hoặc hai vụ sát hại không hề giống nhau, nhưng một trong hai trường hợp đã xảy ra trong trường hợp này. Vấn đề chính là khả năng chắc chắn tương đối xảy ra cái chết..., chứ không chỉ là không chắc chắn như thế nào... [lời giải thích về SIDS]." Sau đó một nhà toán học tính khả năng chắc chắn tương đối của một gia đình mất hai đứa trẻ do SIDS hay do bị sát hại. Anh ta kết luận, dựa trên số liệu đã

có, hai đứa trẻ sơ sinh có khả năng là nạn nhân của hội chứng SIDS cao gấp 9 lần so với khả năng là nạn nhân của vụ sát hại.

Gia đình Clark kháng án, và thuê những nhà thống kê để làm nhân chứng cho mình. Họ thua trong vụ kháng án, nhưng họ tiếp tục tìm kiếm những lời giải y học về cái chết và trong quá trình đó đã phát hiện ra nhà bệnh học làm việc cho công tố viên đã giấu giếm sự thật rằng đứa trẻ thứ hai bị nhiễm khuẩn tại thời điểm tử vong, và chính sự nhiễm trùng là nguyên nhân cái chết của đứa trẻ. Dựa trên phát hiện trên, tòa án hủy bỏ hiệu lực của bản án, và sau gần 3 năm rưỡi, Sally Clark được ra tù.

Luật sư có tiếng và là một giáo sư trường luật của Harvard - Alan Dershowitz cũng sử dụng thành công nguy biến của công tố viên - để biện hộ O.J. Simpson trong phiên tòa kết tội anh này sát tại vợ cũ của mình, Nicole Brown Simpson, và tình nhân. Phiên tòa xử Simpson, một cựu ngôi sao bóng đá, là một trong những sự kiện truyền thông lớn nhất những năm 1994 - 1995. Cảnh sát có nhiều bằng chứng chống lại anh ta. Họ tìm thấy một chiếc găng tay dính máu trong khu đất của anh ta. Chiếc găng này có vẻ cùng một đôi với chiếc được tìm thấy tại hiện trường vụ sát hại. Vết máu tìm thấy trên đôi găng tay đúng là máu của Nicole, trong chiếc Ford Bronco màu trắng của anh ta, trên đôi tất của anh ta trong phòng ngủ và trên đường lái xe và ở cả trong nhà. Hơn nữa, các mẫu ADN từ vết máu trong hiện trường vụ án mạng cũng phù hợp với mẫu của O.J. Luật sư của anh ta hầu như không làm được gì ngoài việc lên án Cục Cảnh sát Los Angeles vì chủ nghĩa phân biệt chủng tộc - O.J là người Mỹ gốc Phi - và phê phán sự cứng nhắc của cảnh sát và tính xác thực của những chứng cứ.

Bên công tố ra quyết định tập trung vào phần đầu của vụ án về xu hướng bạo lực của O.J đối với Nicole. Công tố viên mất



10 ngày đầu tiên của phiên tòa để trình chứng cứ về những hành động O.J hành hạ cô vợ cũ trong quá khứ và khẳng định chỉ riêng những chứng cứ đó thôi cũng đủ lý do để nghi ngờ anh ta đã sát hại cô. Họ kết luận rằng, "một cái tát cũng có thể khơi mào cho hành động giết người." Trong khi đó các luật sư bào chữa sử dụng chiến lược này làm bệ phóng cho sự kết tội ăn ở hai lòng, thì lại lý luận rằng bên công tố mất 2 tuần nhằm nhằm đánh lạc hướng bồi thẩm đoàn lạc hướng và rằng những chứng O.J ngược đãi Nicole trong quá khứ chẳng có nghĩa gì cả. Đây là lý do của Dershowitz: 4 triệu phụ nữ bị chồng hoặc bạn trai của mình ngược đãi hàng năm tại Mỹ, tuy nhiên trong năm 1992, theo báo cáo của Cục Điều tra Tội phạm FBI, có tổng số 1.432, tức 1/2.500, phụ nữ bị chồng hoặc bạn trai giết. Do đó, phía luật sư phản bác rằng, hiếm đàn ông tát hoặc đánh người bạn đời của mình và đi đến việc sát hại họ. Đúng không? Đúng. Thuyết phục không? Có? Có liên quan không? Không. Con số có liên quan không phải là xác suất một người đàn ông ngược đãi vợ sẽ giết cô ta (1/2,500) mà là xác suất một người vợ bị sát hại thì bị sát hại bởi chính kẻ đã ngược đãi cô ta. Theo báo cáo của Cục Điều tra Tội phạm FBI dành cho nước Mỹ và các vùng lãnh thổ năm 1993, xác suất mà Dershowitz (hoặc công tố viên) nên đưa ra là: trong số tất cả phụ nữ bị ngược đãi bị sát hại tại Mỹ năm 1993, khoảng 90% bị giết bởi kẻ ngược đãi. Thống kê này không được nêu ra trước tòa.

Khi giờ khắc tuyên án tới, số lượng các cuộc gọi đường dài giảm còn một nửa, lượng giao dịch tại Thị trường chứng khoán New York giảm 40%, và ước tính 100 triệu người bật TV và đài phát thanh để nghe tuyên án: vô tội. Dershowitz có đủ lý do để làm sai lệch phán quyết của bồi thẩm đoàn, vì, theo lời của ông, "lời tuyên thệ - 'chỉ nói sự thật, toàn bộ sự thật và không gì ngoài sự thật' - chỉ áp dụng cho các nhân chứng. Luật sư bào chữa, công tố viên và các vị quan tòa không phải tuyên thệ ... thực vậy công bằng mà nói hệ

thống luật pháp Mỹ được xây dựng trên nền tảng không nói toàn bộ sự thật".

MẶC DÙ XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN đại diện cho một cuộc cách mạng trong tư tưởng về sự ngẫu nhiên. Thomas Bayes không phải là nhà cách mạng, và công trình nghiên cứu của ông phai nhạt dần và không được mọi người chú ý mặc dù nó được đăng trong cuốn Philosophical Transactions (Kỷ yếu triết học) danh tiếng năm 1764. Và do vậy, một người đàn ông khác, một nhà toán học và khoa học người Pháp Pierre - Simon de Laplace đã mang các tư tưởng của Bayes, biến nó trở thành mối quan tâm của các nhà khoa học và vén bức màn khai sáng, đem thế giới đến với xác suất nền tảng, chỉ ra rằng các tình huống trong thế giới thực có thể suy ra từ các kết quả mà ta quan sát được.

Bạn có thể vẫn nhớ rằng Định luật vàng Bernoulli sẽ chỉ cho bạn biết mức độ chắc chắn của bạn trước khi bạn tiến hành tung đồng xu nhiều lần. Nếu đồng xu hoàn hảo, thì bạn nên quan sát một số kết quả đã cho. Còn nếu định luật không đưa ra khả năng đồng xu là một đồng xu hoàn hảo thì nó sẽ chỉ ra mức độ chắc chắn sau khi bạn đã tung đồng xu nhiều lần. Tương tự, nếu bạn biết xác suất một người 85 tuổi sẽ sống tới 90 tuổi là 50/50, định luật vàng sẽ chỉ ra xác suất một nửa những người 85 tuổi trong nhóm gồm 1.000 người sẽ chết trong vòng 5 năm tới, nhưng nếu một nửa số người trong nhóm đó chết trong vòng 5 năm sau sinh nhật lần thứ 85, định luật này sẽ không khẳng định mức độ chắc chắn rằng xác suất cơ bản về sự sống sót của những người trong nhóm đó là 50/50. Hoặc nếu Ford biết rằng 1/100 ô tô của hãng này có bộ truyền động bị lỗi, định luật vàng sẽ chỉ ra xác suất trong một mẻ 1000 chiếc ô tô, có nhiều hơn 10 chiếc có bộ truyền động bị lỗi. Nhưng nếu Ford tìm ra 10 bộ truyền động bị lỗi trong mẫu gồm 1.000 chiếc ô tô, thì không có nghĩa là nhà sản xuất chắc chắn tỷ lệ bộ truyền động bị lỗi trung bình là 1/100. Trong những trường hợp này

kịch bản sau thường hữu ích trong cuộc sống hơn: ngoài các tình huống liên quan đến cờ bạc, chúng ta không hay đưa ra những hiểu biết sáo mòn về các tỷ lệ mà thường phải đánh giá chúng sau khi quan sát một loạt. Các nhà khoa học cũng nhận thấy mình phản chiếu trong trường hợp này: với giá trị đã cho của một đại lượng vật lý, họ không thường cố gắng tìm hiểu, xác suất rằng chỉ số đo sẽ xuất hiện theo cách này hay cách khác, thay vào đó họ cố nhận thức giá trị thực của đại lượng vật lý, với một tập hợp số đo đã có.

Tôi nhấn mạnh sự phân biệt này vì nó rất quan trọng. Nó xác định sự khác biệt cơ bản giữa xác suất và thống kê: xác suất liên quan tới sự đoán trước dựa trên các khả năng đã có; còn thống kê liên quan tới việc tìm kiếm các khả năng này dựa trên dữ liệu quan sát được.

Phần sau của vấn đề đã được Laplace giải đáp. Ông không biết lý thuyết của Bayes và do đó phải sáng tạo lại nó. Khi ông phác thảo nó, thì nảy sinh vấn đề: với một chuỗi các số đo, bạn có thể đoán đúng giá trị thực của một lượng đã tính tới đâu, và xác suất tiên đoán đó "gần" với giá trị thực là bao nhiêu, tuy nhiên điều này phụ thuộc vào việc bạn định nghĩa từ "gần"?

Phân tích của Laplace bắt nguồn từ một công trình năm 1774 nhưng kéo dài suốt bốn thế kỷ. Là một người đàn ông tài năng và đôi khi rất rộng lượng, ông thậm chí đã vay mượn mà không trích dẫn từ các công trình của người khác, và là một người có chí tiến thủ không mệt mỏi. Quan trọng nhất, Laplace là một "cây sậy linh hoạt có thể cong cùng gió", một tính cách cho phép ông tiếp tục công trình đột phá của mình mà hầu như không bị các sự kiện bất thường diễn ra quay ông quấy rầy. Trước khi xảy ra cuộc Cách mạng Pháp, Laplace giữ vị trí chủ chốt là người chấm thi quân pháp binh hoàng gia, trong đó ông có may mắn được kiểm tra một ứng viên 16 tuổi có triển vọng tên Napoléon

Bonaparte. Khi cuộc cách mạng xảy ra, năm 1789, ông bị liệt vào hạng nghi ngờ nhưng không giống nhiều người bình yên vô sự khác, ông tuyên bố "lòng căm thù không thể dập tắt đối với hoàng gia" và cuối cùng tôn vinh chiến thắng dành cho nền cộng hòa. Sau đó khi người quen cũ của ông, Napoléon, tự xưng vương năm 1804, ông lập tức tung hô chủ nghĩa cộng hòa và năm 1806 được phong tước hiệu bá tước. Sau khi quân phản động (Bourbons) trở lại, Laplace đã kích Napoléon trong ấn phẩm chuyên luận năm 1814, *Théorie analytique des probabilités* (Lý thuyết phân tích xác suất), ông viết rằng "bất cứ ai biết đến phép tính xác suất đều có thể đoán trước được sự thất bại của các đế chế với khả năng rất cao." Trong khi đó vào năm 1812 ông cho ra đời ấn phẩm tôn vinh "Napoléon Vĩ đại."

Sự khéo léo trong chính trị của Laplace đi liền với sự may mắn của toán học, vì cuối cùng phân tích của ông phong phú và hoàn thiện hơn của Bayes. Với nền tảng từ công trình của Laplace, trong chương tiếp theo chúng ta sẽ rời khỏi thánh địa của xác suất và đi tiếp vào tìm hiểu thánh địa của thống kê. Đường kết nối giữa hai thánh địa này là một trong những đường cong quan trọng trong tất cả lĩnh vực toán học và khoa học, mặc khác, đường cong hình chuông này được biết đến như là sự phân phối chuẩn. Và đó là chủ đề cả chương tiếp theo, kèm theo một lý thuyết về phương thức đo lường mới.

# Chương 7: Đo lường và quy luật sai số

Vào một ngày cách đây không lâu, con trai tôi, Alexei, về nhà và thông báo điểm của bài luận mới nhất môn Tiếng Anh. Nó được 93 điểm. Thường thì tôi sẽ chúc mừng con trai đã đạt điểm A. Và bởi vì đây là một điểm A trừ, và tôi biết nó có thể làm được tốt hơn thế, nên tôi nói thêm rằng điểm số này là bằng chứng cho thấy nếu lần sau con cố gắng hơn chút nữa, con có thể đạt điểm số cao hơn. Nhưng những điều này không xảy ra trong một bối cảnh thông thường, và trong trường hợp này, tôi cảm thấy điểm số 93 khá bất ngờ, dưới mức dự tính về chất lượng của bài luận. Về điểm này bạn có thể cho rằng những câu nói ở trên nói về tôi chứ không phải Alexei. Nếu đoán được như vậy thì bạn đã đúng rồi. Thực ra, toàn bộ những lời nói trên là nói về tôi, bởi vì tôi là người viết bài luận của Alexei.

Đúng vậy, thật xấu hổ cho tôi. Để biện hộ, tôi sẽ cho rằng tôi thường thà chết chứ không viết luận cho nó. Nhưng Alexei đã nhờ tôi nhận xét bài viết của nó, như thường lệ, vào lúc đêm khuya trước ngày hết hạn nộp bài. Tôi bảo nó rằng tôi sẽ xem nó. Khi đọc bài viết trên máy tính, đầu tiên, tôi chỉ sửa một vài lỗi nhỏ, không có gì đáng sửa cả. Sau đó, biến thành một người sửa văn nghiêm khắc, tôi dần dần thấy mình bị hút vào, sắp xếp lại chỗ này, diển đặt lại chỗ kia, và trước khi kết thúc, không những thằng bé đã ngủ thiếp đi, mà tôi đã tự mình viết một bài văn mới. Sáng hôm sau, phải thừa nhận là tôi đã cầu thả đến mức nhấn lệnh “lưu” trên bản gốc, mà tôi đã bảo thằng bé cứ in ra và nộp bản của tôi.

Thằng bé đưa cho tôi bài viết đã được chấm điểm với một vài lời phê động viên. Nó nói “Không tồi.” “Điểm 93 là thừa điểm A- hơn điểm A, nhưng do lúc đó đã muộn rồi, và con chắc rằng nếu bố tỉnh táo hơn, bố đã làm tốt hơn.” Tôi không vui. Trước tiên, chẳng lấy gì làm thoải mái khi một thằng bé 15 tuổi nói chính những lời đó với bạn, những lời mà trước kia bạn từng nói với nó, và hơn nữa, bạn cảm thấy những điều nó nói không có chút cảm xúc nào. Nhưng xa hơn là, là làm sao mà bài luận của tôi – công trình của một người mà ít nhất là mẹ tôi từng nghĩ là sẽ trở thành một nhà văn chuyên nghiệp – không đạt điểm cao ở lớp học trung học? Rõ ràng trường hợp của tôi không phải là duy nhất. Sau đó, tôi đã được nghe chuyện một nhà văn khác, trong một trường hợp tương tự, đã nhận được điểm B. Rõ ràng là một nhà văn, với bằng Tiến sỹ Tiếng Anh, viết bài cho các tạp chí nổi tiếng như Rolling Stone, Esquire, hay New York Times, lại không đạt yêu cầu của Tiếng Anh 101. Alexei cũng cố gắng an ủi tôi bằng một câu chuyện khác: nó nói rằng một lần hai người bạn của nó nộp hai bài văn giống hệt nhau. Thằng bé cho rằng điều đó thật ngu ngốc và cả hai sẽ bị cảnh cáo, nhưng rồi không những giáo viên không phát hiện ra, mà bà đã cho một bài được 90 điểm (điểm A), và bài kia được 79 (điểm C). (Nghe thật kỳ quặc, trừ phi, giống như tôi, bạn từng kinh qua việc thức trắng đêm, vừa chấm một đồng bài luận, vừa xem đi xem lại bộ phim Star Trek để đỡ chán.)

Dường như các con số luôn luôn mang một sức mạnh của quyền lực. Ít nhất là trong tiềm thức, tư duy sẽ theo lối: nếu một giáo viên chấm điểm trên thang điểm 100, thì một số ít học sinh xuất sắc thực sự phải có ý nghĩa gì đó. Nhưng nếu mười nhà xuất bản đánh giá bản thảo cuốn Harry Potter không đáng được xuất bản, làm sao tác giả Finnegan đáng thương (không phải là tên thật của bà) được phân biệt rõ giữa các bài luận, để cho một bài điểm 92 và bài còn lại điểm 93. Nếu chúng ta chấp nhận rằng chất lượng của bài luận là một cái gì đó có thể xác định được, chúng ta vẫn

phải thừa nhận rằng một điểm số không phản ánh mức độ chất lượng của bài luận, mà chỉ là một thước đo dành cho nó, và một trong những cách phổ biến nhất ngẫu nhiên tác động đến cuộc sống của chúng ta là thông qua tác động của nó đến đo lường. Trong trường hợp bài luận, bộ máy đo lường là giáo viên, và sự đánh giá của một giáo viên, giống như bất kỳ thước đo nào khác, dễ bị ảnh hưởng bởi dao động ngẫu nhiên và sai số.

Bầu cử cũng là một loại đo lường. Trong trường hợp này chúng ta không chỉ đo số lượng người ủng hộ mỗi ứng cử viên trong ngày diễn ra bầu cử, mà còn đo số lượng người quan tâm để đi bỏ phiếu. Có rất nhiều loại sai số ngẫu nhiên trong việc đo lường này. Một vài cử tri hợp pháp sẽ không thấy tên của mình trong các danh sách cử tri được đăng ký. Một số khác lại bỏ phiếu nhầm cho ứng cử viên mà họ không dự định ủng hộ. Và tất nhiên có cả những sai số trong việc kiểm phiếu. Một vài lá phiếu được đếm hay bị bỏ qua, một số không đúng quy định, hay một số khác đơn giản là bị mất. Trong hầu hết các cuộc bầu cử, tổng số các tác nhân trên không được tính cao đến mức đủ tác động đến kết quả. Nhưng trong trường hợp kết quả bầu cử ít cách biệt thì có thể. Thông thường chúng ta hay tiến hành một hay nhiều lần đếm lại phiếu, giả định như lần kiểm phiếu thứ hai hay thứ ba sẽ ít bị tác động bởi sai số ngẫu nhiên hơn lần đầu tiên.

Chẳng hạn như, trong cuộc chạy đua vào chính phủ của chính quyền bang Washington năm 2004, cuối cùng người được tuyên bố thắng cử là ứng cử viên Đảng Dân chủ, mặc dù kết quả ban đầu là ứng viên Đảng Cộng hòa với 261 trong số 3 triệu phiếu bầu. Vì kết quả kiểm phiếu ban đầu khá sát giữa các ứng cử viên, theo luật, yêu cầu kiểm phiếu lại. Trong lần kiểm này, Đảng Cộng hòa lại thắng, nhưng chỉ với 42 phiếu bầu. Không biết có ai cho rằng đây là một tín hiệu xấu hay không, khi mà khác biệt giữa hai lần kiểm

phiếu, thứ nhất và thứ hai, lên đến 219 phiếu, cao hơn gấp vài lần so với mức chênh lệch thắng thua, nhưng rút cục, dẫn đến lần kiểm phiếu thứ ba. Lần này, phiếu được kiểm hoàn toàn “bằng tay”. Chiến thắng 42 phiếu tương đương với lợi thế một phiếu trên 70.000, do đó, việc đếm phiếu bằng tay có thể được so sánh với việc yêu cầu 42 người đếm từ 1 đến 70.000 và sau đó, hy vọng mỗi người trong đó mắc trung bình dưới một lỗi sai. Không ngạc nhiên rằng, kết quả lại có sự thay đổi. Lần này lợi thế nghiêng về phe Dân chủ, với 10 phiếu bầu. Con số này sau đó đổi thành 129 phiếu, khi phát hiện ra và tính thêm 700 phiếu “bị mất”.

Cả hai quá trình kiểm phiếu và bỏ phiếu đều không hoàn hảo. Chẳng hạn như, nếu vì lỗi của bưu điện, 1 trong số 100 cử tri không nhận được thư thông báo về địa điểm bỏ phiếu và do đó, 1 trong số 100 người đó không bỏ phiếu, cuộc bầu cử của bang Washington sẽ có đến 300 cử tri đáng lẽ đã tham gia bầu cử, nhưng lại không tham gia, vì lỗi của chính phủ. Bầu cử, cũng giống như tất cả các thước đo khác, là không chính xác, và tương tự như vậy, việc kiểm lại phiếu cũng thế. Do đó, nếu kết quả bầu cử với số phiếu của các ứng cử viên rất sát nhau, thì có lẽ, chúng ta nên chấp nhận kết quả đó như trường hợp tung đồng xu, hơn là việc tiến hành kiểm đi kiểm lại số phiếu.

Tính không chính xác của đo lường đã trở thành một vấn đề quan trọng vào khoảng giữa thế kỷ XVIII. Lúc đó, một trong những công việc cơ bản của các nhà vật lý và toán học thiên văn là vấn đề giải quyết những bất đồng giữa quy luật Newton và những khám phá mới về vận động của Mặt trăng và các hành tinh. Một cách để lấy ra một số đơn từ một bộ thang đo trái ngược nhau là lấy trung bình, hay trung vị. Trong nghiên cứu quang học của mình, dường như chàng trai trẻ Newton là người đầu tiên sử dụng số trung bình hay trung vị cho mục đích này. Nhưng cũng giống như trong nhiều việc, Newton là một người không bình thường. Hầu



hết các nhà khoa học trong thời đại của Newton, và trong thế kỷ tiếp sau đó, đều không sử dụng trung vị. Thay vào đó, họ chọn “con số vàng” trong số các đơn vị đo của mình – con số mà họ lựa chọn chủ yếu dựa vào linh cảm ước lượng kết quả tin cậy nhất mà họ có. Đó là bởi vì họ cho rằng sự biến thiên trong thang đo không phải là sản phẩm phụ tất yếu của quá trình đo lường, mà là bằng chứng của sự thất bại. Thậm chí, ở thời điểm đó, những bằng chứng này còn có hậu quả về đạo đức. Thực tế, hiếm khi các nhà khoa học thời đó công bố các kết quả khác nhau của cùng một đại lượng, cảm giác như điều đó có nghĩa là sự thừa nhận một quá trình làm hỏng và đặt ra vấn đề tin cậy. Nhưng đến giữa thế kỷ XVIII, xu hướng bắt đầu thay đổi. Tính tổng quá trình di chuyển của các thiên thể, hàng loạt các hình e líp gần chuẩn, là một phép tính đơn giản mà các học sinh trung học thông minh ngày nay có thể vừa nghe nhạc vừa tính toán. Nhưng việc mô tả chuyển động của các hành tinh ở những điểm chi tiết, không chỉ xét đến lực hút của mặt trời, mà tính cả các hành tinh khác và độ lệch của các hành tinh so với Mặt trăng, nếu xét Mặt trăng là một khối cầu hoàn hảo, thì cho đến nay điều này vẫn là một bài toán khó. Để thực hiện mục tiêu này, toán phức hợp và toán tương đối phải hòa giải bằng những khảo sát và những phép đo không hoàn hảo.

Còn một lý do khác dẫn đến đòi hỏi phải ra đời lý thuyết toán học về đo lường vào cuối thế kỷ XVIII: bắt đầu những năm 1780, ở Pháp bắt đầu xuất hiện mô hình vật lý thực nghiệm mới rất chặt chẽ. Trước đó, vật lý bao gồm hai trường phái tách biệt. Trường phái thứ nhất, các nhà toán học khảo sát kết quả chính xác của những lý thuyết của Newton về sự chuyển động và trọng lượng. Trường phái thứ hai, một nhóm các nhà khoa học thường được mô tả như những nhà nghiên cứu thực nghiệm, thực hiện các điều tra thực nghiệm về điện, từ trường, ánh sáng, và nhiệt. So với các nhà nghiên cứu định hướng toán học, các nhà nghiên cứu thực nghiệm – thường là nghiệp dư – ít tập trung đến

phương pháp luận chặt chẽ, nghiêm ngặt của khoa học, từ đó nảy sinh một phong trào cải cách và toán học hóa các thí nghiệm vật lý. Trong phong trào này, lại một lần nữa Pierre-Simon de Laplace đóng một vai trò chủ chốt.

Laplace đã bắt đầu yêu thích khoa học vật lý từ công trình nghiên cứu của người đồng nghiệp cùng gốc Pháp với ông là Antoine-Laurent Lavoisier, người được xem là cha đẻ của hóa học hiện đại. Laplace và Lavoisier đã cùng nhau làm việc trong nhiều năm, nhưng Lavoisier đã không chứng minh cặn kẽ như Laplace về phương pháp xác định những thời điểm hỗn loạn. Để kiếm tiền trang trải rất nhiều thí nghiệm khoa học của mình, ông đã trở thành hội viên của hiệp hội tư nhân đặc quyền về thu thuế do nhà nước bảo trợ. Có lẽ trong lịch sử chưa bao giờ một người ở vị trí đó lại được người khác mời vào nhà dùng một tách trà nóng hay một ly cappuccino hấp dẫn, nhưng khi diễn ra cuộc Cách mạng pháp, điều đó chứng tỏ một sự tín nhiệm vô cùng đặc biệt. Năm 1794, Lavoisier cùng với toàn bộ nhân viên trong hiệp hội của ông bị bắt giữ và nhanh chóng bị kết án tử hình. Tận tâm cống hiến cho khoa học, ông đã yêu cầu có thêm thời gian để hoàn thành một vài nghiên cứu của mình với mong muốn để lại kết quả cho hậu thế. Trước yêu cầu đó, quan tòa chủ trì đã đưa ra một hồi đáp nổi tiếng “Công chúng không cần đến các nhà khoa học”. Vị cha đẻ của hóa học hiện đại đã nhanh chóng bị chặt đầu. Thi thể của ông bị ném ở mộ chôn tập thể. Ông đã cố gắng hết sức để truyền đạt cho trợ lý của mình những nghiên cứu mà ông đã nỗ lực để đưa nó đến với công chúng.

Công trình của Laplace và Lavoisier, cùng với công trình của một vài nhà nghiên cứu khác, đặc biệt là nhà vật lý người Pháp, Charles - Augustin de Coulomb, người đã thí nghiệm trên điện và từ trường, đã chuyển thành vật lý thực nghiệm. Vào những năm 1790, các công trình của họ cũng đóng góp cho sự phát triển của một hệ thống lý luận mới về đơn vị, hệ

thống tiêu chuẩn đo lường, thay thế các hệ thống tạp nham trước kia. Các hệ thống cũ đã cản trở khoa học và là một nguyên nhân phổ biến gây ra tranh cãi giữa các thương gia. Được phát triển từ một nhóm do Vua Louis XVI chỉ định, hệ thống tiêu chuẩn đo lường được chính quyền cách mạng áp dụng sau khi Louis thất thế. Trớ trêu thay, Lavoisier lại là một trong những thành viên của nhóm phát triển này.

Nhu cầu về cả thiên văn học và vật lý thực nghiệm cho thấy một nhiệm vụ quan trọng của các nhà toán học ở cuối thế kỷ XVIII, đầu thế kỷ XIX là hiểu và lượng hóa sai số ngẫu nhiên. Những nỗ lực đó đã dẫn đến một lĩnh vực mới, toán học thống kê, một bộ môn cung cấp bộ các phương tiện để diễn giải các số liệu thu được từ điều tra và thực nghiệm. Đôi khi các nhà thống kê nhìn nhận sự phát triển của khoa học hiện đại như là xoay quanh sự sáng tạo của lý thuyết về đo lường. Nhưng các nhà thống kê cũng cung cấp các phương tiện để tiếp cận các vấn đề của thực tiễn, ví dụ như hiệu quả của thuốc hay mức độ được công chúng biết đến của các nhà chính trị, do đó sự hiểu biết hợp lý về các nguyên nhân thống kê rất hữu ích trong đời sống hàng ngày cũng như trong khoa học.

Một trong những nghịch lý của cuộc sống là mặc dù đo lường luôn chứa đựng sự bất định, nhưng sự bất định trong đo lường ít khi được bàn luận khi người ta nói về các thước đo. Nếu như một cảnh sát giao thông khó tính nói với quan tòa rằng súng bắn tốc độ của cô ấy phát hiện bạn đi ba mươi chín dặm một giờ trong khu vực có tốc độ cho phép là ba mươi lăm dặm một giờ, chắc chắn là bạn sẽ bị phạt, mặc dù thực tế là súng bắn tốc độ thường chênh lệch vài dặm tính trên mỗi giờ. Và mặc dù rất nhiều học sinh (cùng với phụ huynh của họ) sẵn sàng nhảy từ trên mái xuống nếu nhờ đó mà điểm thi môn toán trong bài SAT của họ tăng từ 598 lên 625, hầu như không có giáo viên nào bàn luận về nghiên cứu chỉ ra rằng, nếu bạn muốn tăng thêm 30 điểm,

cơ hội để đạt được điều đó đơn thuần bạn chỉ cần tăng số lần kiểm tra lên gấp đôi. Đôi khi sự xuất sắc vô nghĩa cũng trở thành một sự kiện. Vào tháng tám vừa mới đây, Ủy ban Thống kê Lao động báo cáo rằng tỷ lệ thất nghiệp giữ ở mức 4,7%. Vào tháng bảy Ủy ban này vừa thông báo rằng tỷ lệ thất nghiệp là 4,8%. Sự thay đổi này là chủ đề dẫn đến tiêu đề bài báo như sau trên tạp chí New York Times: “Việc làm và lương có mức tăng khiêm tốn trong tháng vừa qua.”

Nhưng như Gene Epstein, Biên tập viên kinh tế của tờ Barron lý giải “Chỉ là con số đã thay đổi, không có nghĩa là bản chất sự vật đã thay đổi. Ví dụ như, ở bất kỳ thời điểm nào thì tỷ lệ thất nghiệp dao động một phần mười của một phần trăm đơn vị... nghĩa là một mức thay đổi rất rất nhỏ, không có cách nào để diễn đạt được liệu thực sự có sự thay đổi hay không.” Nói cách khác, nếu Ủy ban Thống kê Lao động ước tính được tỷ lệ thất nghiệp vào tháng Tám và sau đó một tiếng, lặp lại thao tác đo lường, chỉ riêng do sai số ngẫu nhiên, đã có thể dẫn đến kết quả tính lần thứ hai sẽ khác với kết quả của lần thứ nhất ít nhất là một phần mười của một phần trăm. Như vậy thì tạp chí New York Times có đưa tin “Việc làm và thu nhập tăng ở mức khiêm tốn vào lúc 2 giờ chiều” hay không?

Tính bất định trong đo lường càng trở thành một vấn đề cần được xét đến khi việc đo lường mang tính chủ quan như trường hợp bài luận trên lớp của Alexei. Chẳng hạn như, một nhóm các nhà nghiên cứu ở Đại học Clarion, Pennsylvania đã thu thập 120 bài kiểm tra học kỳ và xem xét lại các bài này. Bạn sẽ chắc chắn rằng bài làm của con mình chẳng bao giờ lại có kết quả như vậy: mỗi bài được chấm độc lập bởi tám giáo viên trong khoa. Kết quả, trong thang điểm từ A đến F, thường biến thiên từ một đến hai bậc. Trung bình mức khác biệt là gần một bậc. Vì tương lai của người học thường dựa vào những kết quả đánh giá kiểu này, tính không chính xác là một sự bất hạnh. Vì thế mà, có thể hiểu được, tại sao các giáo sư ở bất kỳ khoa nào của các trường đại học,

thường sử dụng toàn bộ các phương pháp tiếp cận và triết lý từ Karl Marx cho đến Groucho Marx. Nhưng điều gì sẽ xảy ra nếu chúng ta có thể kiểm soát nó – có nghĩa là nếu như cung cấp và hướng dẫn cho người chấm một biểu điểm ấn định trước? Một nhà nghiên cứu ở Đại học bang Iowa đã chọn khoảng 100 bài luận của sinh viên, đưa cho một nhóm nghiên cứu sinh về tu từ học và giao tiếp chuyên nghiệp, những người đã được đào tạo chuyên sâu về những biểu điểm này. Hai người thẩm định độc lập cho điểm mỗi bài ở một mức từ 1 đến 4. Khi điểm được đối chiếu với nhau, những người thẩm định chỉ chấm giống nhau ở một nửa số bài chấm. Kết quả tương tự cũng được thấy ở nghiên cứu của Đại học Texas, tìm hiểu về thang điểm của mình cho các bài luận ở đầu vào đại học. Khi sử dụng hệ thống hai người đánh giá, ngay cả ban lãnh đạo đáng kính của Nhà trường cũng chỉ hy vọng rằng “92% các bài được chấm điểm sẽ được cho điểm trong phạm vi chênh lệch  $\pm 1$  điểm trên thang điểm 6 của bài luận SAT.”

Một thước đo chủ quan khác được đo bằng niềm tin nhiều hơn là sự chứng thực, đây là đánh giá rượu. Trở lại những năm 1970, ngành rượu lúc đó là một ngành buồn tẻ, có tăng nhưng chủ yếu do sự tăng doanh thu của những bình rượu chất lượng thấp. Sau đó, đến năm 1978, xuất hiện một hoạt động thường gắn với sự tăng trưởng nhanh của ngành công nghiệp này: một luật sư trở thành một nhà phê bình rượu tự xưng, Robert M. Parker (cha) quyết định rằng, cùng với những đánh giá của bản thân mình, ông sẽ lấy nhiều ý kiến đánh giá các loại rượu dựa trên thang điểm 100. Trong nhiều năm, hầu hết các rượu mới ra đời khác đều tuân theo chiêu thức này. Ngày nay doanh thu rượu hàng năm ở Hoa Kỳ vượt trên mức 20 tỷ đô-la Mỹ, và hàng triệu người đam mê rượu sẽ không bỏ tiền vào những quầy rượu mà không xem xếp hạng của rượu để đưa ra lựa chọn của mình. Vì thế, khi mà giải loại Rượu được yêu thích được trao cho loại rượu vang trắng Valentin Bianchi 2004 của Argentina, phải nói rằng

điểm số 90, chỉ hơn điểm 89 có một điểm, nhưng đã tạo ra một sự khác biệt vô cùng lớn về doanh thu của Valentin Bianchi. Thực tế, nếu như đi vào một cửa hàng rượu của địa phương, bạn sẽ thấy rằng việc mua bán và sự quan tâm giành cho các loại rượu là ít hấp dẫn hơn, thường là những loại được đánh giá cao trên 80 điểm. Nhưng điều gì đã tạo nên cơ hội cho rượu vang trắng Valentin Bianchi 2004 nhận được 90 điểm, mà có thể chỉ được 89 điểm nếu quá trình đánh giá được lặp lại sau đó một tiếng?

William James, trong một cuốn sách xuất bản năm 1890 của mình lấy tên là Những nguyên tắc của tâm lý, giải thích rằng các chuyên gia thưởng thức rượu có thể luyện tập đến mức phát hiện mẫu rượu Madeira được rót từ chai rượu còn đầy hay đã cạn đáy. Tôi đã từng tham gia một lần thi thử rượu nhiều năm trước đây. Lần đó, tôi phát hiện ra rằng nếu một người đàn ông râu quai nón phía bên trái tôi thì thầm “mùi vị rất tuyệt” (rượu ngửi rất hấp dẫn), thì chắc chắn những người khác cũng sẽ phụ họa tán đồng. Nhưng nếu bố trí những người thử rượu nhận xét độc lập, không để mọi người thảo luận, thì ta sẽ thấy người đàn ông có râu quai nón sẽ nhận xét “mùi hấp dẫn”, trong khi một chàng chai hói đầu nguếch ngoác “không có mùi”, và một phụ nữ tóc vàng hoe uốn xoắn sẽ viết “mùi hấp dẫn với hương mùi tây và mùi da vừa mới thuộc.”

Từ phương diện lý thuyết, có rất nhiều lý do để nghi vấn về tầm quan trọng của việc xếp hạng rượu. Thứ nhất, cảm nhận về vị rượu phụ thuộc vào một loạt những tương tác phức tạp giữa vị giác và kích thích khứu giác. Nói đúng ra, cảm nhận về vị xuất phát từ năm loại tế bào vị giác riêng biệt trên lưỡi: mặn, ngọt, chua, đắng, và vị ngọt thịt. Vị ngọt thịt tương ứng với một vài hỗn hợp axit amino cụ thể (ví dụ như loại axit có trong sốt đậu nành). Nhưng nếu tất cả chỉ phụ thuộc vào khả năng cảm nhận vị thì chúng ta có thể làm giả mọi thứ từ những món thịt bò bít tết yêu thích, khoai

tây nướng, bánh nhân táo, hay mì Ý sốt thịt bò băm (Bolognese) – bằng cách sử dụng các nguyên liệu cơ bản: muối, đường, giấm, chất tạo mùi (quinine) và bột ngọt. May mắn thay, ẩm thực không chỉ có thế, và vì vậy chúng ta cần đến khứu giác. Cảm nhận về mùi vị giải thích tại sao trong trường hợp nếu bạn lấy hai lượng nước đường giống hệt nhau, rồi cho một chút vị dâu tây (không đường) vào một trong hai phần nước đường, thì phần nước đường đó sẽ ngọt hơn phần còn lại. Cảm nhận vị rượu xuất phát từ tác động kết hợp của từ 600 đến 800 hợp chất hữu cơ dễ bay hơi ở lưỡi và ở mũi. Vấn đề là ở chỗ, các nghiên cứu đã chỉ ra rằng ngay cả những nhà chuyên môn được đào tạo về mùi vị cũng hiếm khi nhận diện được nhiều hơn ba đến bốn thành phần trong cùng một hỗn hợp.

Kỳ vọng cũng ảnh hưởng đến nhận thức về hương vị. Năm 1963, ba nhà nghiên cứu đã bí mật bổ sung thêm một chút màu thực phẩm đỏ vào rượu vang trắng để tạo ra màu sắc bề mặt ánh hồng. Sau đó, họ yêu cầu một nhóm các chuyên gia đánh giá vị ngọt của loại rượu đó so với loại rượu vang tương ứng không được phủ màu. Theo kỳ vọng của họ, các chuyên gia đã cảm nhận loại vang hồng giả ngọt hơn vang trắng. Một nhóm nghiên cứu viên khác đã đưa cho một nhóm sinh viên bản thể học hai mẫu rượu. Cả hai mẫu có chứa loại rượu trắng giống nhau, trong đó, một mẫu đã được bổ sung một loại phụ gia màu nho không vị, làm cho mẫu rượu trắng đó trông giống rượu vang đỏ. Dựa vào kỳ vọng của mình, các sinh viên cũng cảm nhận sự khác biệt giữa mẫu rượu trắng và mẫu rượu đỏ. Và trong một nghiên cứu được tiến hành năm 2008, một nhóm tình nguyện viên đã đánh giá năm mẫu rượu được đựng trong các chai có giá 90 đô-la cao hơn các mẫu rượu trong các chai có giá 10 đô-la, mặc dù các nhà nghiên cứu đã bí mật cho cùng một loại rượu vào các chai có nhãn khác nhau. Hơn nữa, thí nghiệm này được tiến hành khi các đối tượng có đeo máy quét cộng hưởng từ chụp hình ảnh của não bộ. Hình ảnh chụp được

cho thấy khu vực của não bộ mã hóa cảm nhận niềm vui hoạt động tích cực hơn khi các đối tượng uống rượu vang mà họ tin là đắt tiền hơn. Nhưng trước khi chúng ta phê phán các nhà thẩm định rượu, hãy xem xét ví dụ này: một nhà nghiên cứu đã hỏi 30 người uống co-la rằng họ thích Co-ca-co-la hay Pepsi hơn, và sau đó yêu cầu họ khẳng định quan điểm của mình bằng việc thử cả hai mẫu đồ uống cùng một lúc. 21 trong số 30 người tham gia thử nghiệm đã khẳng định quan điểm của mình sau khi uống thử, mặc dù nghiên cứu viên đã bí mật đổ Co-ca-co-la vào chai Pepsi và ngược lại. Khi chúng ta tiến hành việc thẩm định hay đo lường, não của chúng ta không chỉ dựa vào những cảm nhận trực tiếp từ đầu vào, mà còn tích hợp các nguồn thông tin khác – ví dụ như những kỳ vọng của chúng ta.

Các nhà thẩm định rượu cũng thường bị lừa bởi mặt trái của việc quá dựa vào kỳ vọng: thiếu ngữ cảnh. Để một đoạn cây cải ngựa trước mũi, bạn sẽ không thể nhầm mùi này với mùi cây tỏi, và cũng không nhầm lẫn mùi cây tỏi với những mùi khác, ví dụ như mùi giày của bạn. Nhưng nếu bạn ngửi mùi của các mẫu thử chất lỏng mà không có thông tin, thì những dự đoán của bạn chẳng có gì là chắc chắn cả. Trong trường hợp thiếu thông tin về mẫu thử, có khả năng chúng ta sẽ bị lẫn lộn các mùi hương. Ít nhất đó là điều sẽ xảy ra khi hai nhà nghiên cứu trình bày với các chuyên gia thử mùi về một loạt mười sáu loại mùi bất kỳ: cứ bốn mùi được thử thì các chuyên gia bị nhầm một mùi.

Trước những lý do đáng ngại trên, các nhà khoa học đã thiết kế các cách để đo lường trực tiếp sự phân biệt mùi vị của các chuyên gia thẩm định rượu. Một phương pháp là sử dụng tam giác rượu. Đó không phải là một hình tam giác vật lý mà là một phép ẩn dụ: mỗi chuyên gia được cung cấp ba loại rượu, trong đó có hai loại giống hệt nhau. Nhiệm vụ của các chuyên gia này là chọn ra mẫu rượu khác biệt.



Trong một nghiên cứu được tiến hành năm 1990, các chuyên gia đã nhận diện đúng mẫu rượu khác biệt với tần suất hai trên ba lần thử. Điều đó có nghĩa là trong số ba lần thử thì có một lần các chuyên gia dày dặn kinh nghiệm về rượu không thể phân biệt giữa loại rượu Pinot Noir “một loại rượu kết hợp mùi vị giữa dâu tây dại, quả mâm xôi loại ngon, và dâu rừng” với “hương vị mận chất đặc biệt, anh đào vàng, và quả lý hồng”. Trong một nghiên cứu tương tự, một nhóm chuyên gia được yêu cầu xếp hạng một loạt rượu dựa trên 12 tiêu chí, ví dụ như nồng độ cồn, tỷ lệ tannin, vị ngọt, và vị trái cây... Các chuyên gia đã bất đồng nghiêm trọng về 9 trong số 12 tiêu chí. Cuối cùng, khi được yêu cầu gán các mẫu rượu này với những mô tả có sẵn, tỷ lệ đúng chỉ đạt 70%.

Các nhà phê bình rượu lượng được tất cả những khó khăn này. “Ở nhiều mức độ ... [hệ thống xếp hạng] là vô nghĩa” theo biên tập viên tạp chí Wine and Spirits. Còn một cựu biên tập viên của tạp chí Wine Enthusiast, thì cho rằng “càng tìm hiểu về lĩnh vực này, bạn càng nhận thấy nhầm lẫn và sai định hướng”. Tuy vậy, hệ thống đánh giá vẫn phát triển mạnh. Tại sao lại như vậy? Các nhà phê bình đã phát hiện ra rằng khi họ cố gắng gói gọn chất lượng rượu trong một hệ thống sao hay những mô tả đơn giản như tốt, xấu, hay thậm chí là tồi tệ, thì ý kiến của các nhà phê bình này có vẻ không thuyết phục. Nhưng khi họ sử dụng các con số, thì các cửa hàng lại có vẻ đề cao ý kiến của họ. Xếp hạng số, tuy không rõ ràng, nhưng giúp người mua tự tin rằng họ có thể chọn cây kim vàng (hay bạc, phụ thuộc vào túi tiền của mình) giữa hàng loạt những loại rượu khác nhau, từ loại nguyên liệu, nhà sản xuất, đến tuổi rượu.

Nếu có thể xác định chính xác chất lượng của một loại rượu, hay một bài luận, chỉ bằng một con số, thì lý thuyết về đo lường cần phải giải quyết hai vấn đề chính: Làm sao để xác định một con số trong hàng loạt các thước đo khác nhau? Và

trước một bộ cho trước hạn chế về các thước đo, làm sao chúng ta có thể thẩm định xác suất lựa chọn của chúng ta là chính xác? Đứng trước những vấn đề này, dù cho nguồn thông tin là chủ quan hay khách quan, câu trả lời cho hai câu hỏi trên chính là mục tiêu của lý thuyết về đo lường.

Để hiểu được đo lường quan trọng là chúng ta phải hiểu bản chất của sự biến thiên trong dữ liệu xảy ra do sai số ngẫu nhiên. Giả sử chúng ta đưa cho mười lăm nhà phê bình mỗi người một loại rượu hoặc chúng ta đưa những mẫu rượu này cho một nhà thẩm định lặp đi lặp lại trong những ngày khác nhau, hoặc chúng ta làm cả hai thao tác trên. Chúng ta có thể tóm tắt kết quả đánh giá bằng việc sử dụng hệ số trung bình, hay trung vị của các lần xếp hạng. Nhưng vấn đề không nằm ở hệ số trung bình: nếu tất cả mười lăm nhà phê bình đồng ý rằng mẫu rượu được 90 điểm, kết quả này là một chuyện; còn nếu họ đưa ra các điểm số 80, 81, 82, 87, 89, 89, 90, 90, 90, 91, 91, 94, 97, 99, và 100 thì kết quả này lại là một chuyện khác. Cả hai kết quả trên đều có cùng một giá trị trung bình nhưng chúng lại khác nhau về cách tính giá trị trung bình đó. Do đó, các nhà toán học đã sáng tạo ra một đại lượng đo lường sự biến thiên để mô tả yếu tố này. Đại lượng này được gọi là lệch chuẩn mẫu. Các nhà toán học cũng đo lường độ dao động bằng bình phương độ biến thiên, được gọi là biến thiên mẫu.

Độ lệch chuẩn mẫu mô tả độ gần đến trung vị của một bộ tổ hợp dữ liệu, hay nói cách khác, chỉ độ bất định của dữ liệu. Nếu độ lệch chuẩn mẫu thấp, dữ liệu rơi vào miền gần trung vị. Ví dụ, với bộ dữ liệu là tất cả các nhà thẩm định đều cho điểm 90, độ lệch chuẩn mẫu là 0, cho thấy tất cả các dữ liệu trùng với trung vị. Mặt khác, khi độ lệch chuẩn mẫu cao, có nghĩa là dữ liệu không tập hợp quanh trung vị. Ví dụ như với bộ dữ liệu chấm điểm rượu từ 80 đến 100 đã nói ở trên, độ lệch chuẩn mẫu là 6, có nghĩa là theo kinh nghiệm, thì hầu hết các giá trị rơi trong phạm vi 6 điểm xung quanh trung vị.

Trong trường hợp này, điều duy nhất có thể kết luận về loại rượu này là bậc của nó có thể rơi trong khoảng giữa 84 và 96.

Để đánh giá ý nghĩa của các thước đo, các nhà khoa học ở thế kỷ XVIII và XIX phải đối mặt với những vấn đề tương tự như các nhà chuyên gia thẩm định rượu. Nếu như một nhóm nghiên cứu thực hiện hàng loạt các thử nghiệm, thì kết quả hầu như sẽ luôn luôn có sự khác biệt. Một nhà du hành vũ trụ có thể phải chịu sự thay đổi về điều kiện áp suất; một người khác bị thổi bởi một làn gió, còn người thứ ba có thể vừa mới trở về một cuộc thi thử rượu Madeira cùng với William James. Năm 1838, nhà toán học và thiên văn học F.W. Bessel đã phân loại mười một nhóm sai số ngẫu nhiên xuất hiện trong mọi quan sát về thiên văn học. Thậm chí ngay cả khi một nhà thiên văn học đo đi đo lại thì những nhân tố khác nhau như thị lực không chuẩn, hay tác động của nhiệt độ đến thiết bị đo, cũng sẽ ảnh hưởng đến các quan sát làm thay đổi kết quả. Vì thế, các nhà thiên văn học cần hiểu làm cách nào xác định chính xác vị trí của thực thể với các cách thức đo lường khác nhau cho sẵn. Nhưng khi các nhà thẩm định rượu và các nhà khoa học cùng gặp một vấn đề, thì điều đó không có nghĩa là họ có thể chia sẻ cùng một giải pháp. Liệu chúng ta có thể chỉ ra được những đặc điểm chung của sai số ngẫu nhiên, hay đặc điểm của sai số ngẫu nhiên có phụ thuộc vào từng bối cảnh không?

Một trong những người đầu tiên cho rằng các bộ thang đo khác nhau có những đặc điểm chung giống nhau là Daniel, cháu trai của Jakob Bernoulli. Năm 1777, ông này đã so sánh sai số ngẫu nhiên trong quan sát thiên văn với độ lệch trong đường bay của mũi tên do một cung thủ bắn ra. Ông lý giải, trong cả hai trường hợp, mục tiêu - giá trị thực của số lượng đo lường, hay hồng tâm - nằm ở đâu đó xung quanh trung tâm, và các kết quả quan sát phải tập trung quanh giá trị đó, càng các vòng tròn phía trong thì càng có nhiều giá

trị và ngược lại. Ông đề xuất quy luật về phân phối. Quy luật này không được chứng minh là đúng, nhưng điều quan trọng là bản chất của nó, nói lên rằng phân phối của các sai số của một tay cung có thể phản ánh phân phối của sai số trong các quan sát thiên văn học.

Theo quan niệm thì phân phối của sai số tuân theo một quy luật phổ quát nào đó, đôi khi được gọi là quy luật sai số, là cơ sở tiền đề của lý thuyết về đo lường. Ý nghĩa quan trọng của nó là, khi những điều kiện chung nào đó được thỏa mãn, có thể xác định bất kỳ một giá trị thực nào dựa trên những giá trị đo lường bằng cách sử dụng một phân tích toán học đơn lẻ. Khi quy luật phổ quát này được áp dụng, vấn đề xác định vị trí thực của một thực thể chủ yếu dựa vào bộ thang đo của các nhà thiên văn học, cũng giống như việc xác định vị trí của hồng tâm khi chỉ cho biết vòng ngoài cùng của đĩa bắn tên, hay việc xác định “chất lượng” của một loại rượu khi cho biết một loạt các xếp hạng. Đó là lý do tại sao thống kê toán là một môn học rõ ràng chứ không chỉ là một loạt các thủ thuật: cho dù bạn có thực hiện các phép đo đi đo lại nhằm xác định vị trí của Sao Kim tại thời điểm 4 giờ sáng ngày Giáng sinh, tính trọng lượng của một ổ bánh mì nho khô mới ra lò, hay sự phân phối của các sai số, cũng giống như nhau.

Điều đó không có nghĩa là sai số ngẫu nhiên là loại sai số duy nhất có thể ảnh hưởng đến đo lường. Nếu một nửa nhóm thẩm định rượu chỉ thích rượu vang đỏ, và nửa còn lại chỉ thích rượu vang trắng, nhưng mặt khác thì tất cả họ đều hoàn toàn thống nhất (và hoàn toàn đồng thuận), thì kết quả đánh giá một loại rượu xác định sẽ không tuân theo quy luật sai số, mà thay vào đó sẽ bao gồm hai đỉnh nhọn: một là của nhóm người thích vang đỏ, và một là của nhóm người thích vang trắng. Nhưng ngay cả trong các trường hợp mà việc áp dụng quy luật là không rõ ràng, thì quy luật sai số vẫn được áp dụng trong những trường hợp từ việc phân bố

những điểm trong trò chơi bóng đá đẳng cấp cao, đến điểm đánh giá IQ. Nhiều năm trước, tôi đảm nhận nhiệm vụ quản lý khoảng một nghìn thẻ đăng ký của chương trình phần mềm khách hàng, được một người bạn của tôi thiết kế giành cho trẻ em từ tám đến chín tuổi. Phần mềm này không bán chạy như kỳ vọng. Ai sẽ mua phần mềm này? Bảng liệt kê cho thấy đa số người sử dụng là bảy tuổi, nhóm tuổi không được chào mừng nhưng cũng không phải là sự kết hợp ngoài kỳ vọng. Nhưng điều đáng ngạc nhiên là khi vẽ biểu đồ cột về số lượng người mua cho thấy tuổi của khách hàng lệch khỏi trung vị là bảy, tôi nhận thấy biểu đồ có hình dạng rất quen thuộc – là hình dạng của quy luật sai số.

Điều này chỉ ra rằng các cung thủ, các nhà thiên văn học, các nhà hóa học, và các nhà nghiên cứu thị trường, đều gặp cùng một quy luật sai số; đó là một cách khác để khám phá một thể thức đặc thù của quy luật này. Xuất phát từ nhu cầu phân tích dữ liệu thiên văn học, các nhà khoa học như Daniel Bernoulli và Laplace mặc nhiên công nhận một loạt nghiên cứu còn nhiều thiếu sót của cuối thế kỷ XVIII. Hóa ra là, công thức toán học đúng mô tả quy luật sai số – đường cong hình chuông – đã có sẵn trong suốt thời gian đó mà họ không biết. Nó đã được phát hiện ra ở London trong một bối cảnh khác nhiều thế kỷ trước đó.

TRONG SỐ BA NGƯỜI có đóng góp lớn đối với việc phát hiện ra tầm quan trọng của đường cong hình chuông, người phát hiện ra điều đó là lại là người nhận được ít sự tán tụng nhất. Phát kiến của Abraham De Moivre ra đời năm 1733, khi ông mười sáu tuổi, và không được công bố cho đến khi cuốn sách của ông *The Doctrine of Chances* (Học thuyết về sự ngẫu nhiên) được tái bản lần thứ hai năm năm sau đó. De Moivre đã phát hiện ra đường cong khi ông tìm kiếm mức xấp xỉ của các con số thuộc miền trong của tam giác Pascal phía xa dưới những điểm mà tôi cắt ngắn, gồm hàng trăm hoặc hàng nghìn các đường dóng xuống. Để chứng minh

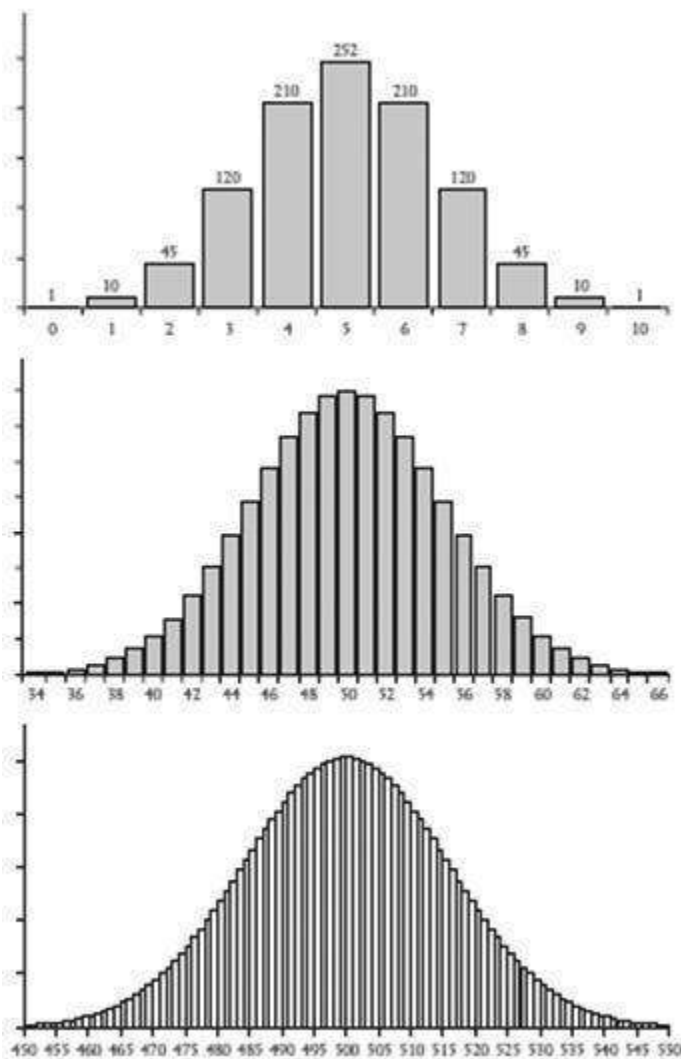
tầm nhìn của ông về luật số lớn, Jakob Bernoulli đã tiến hành nghiên cứu với giá trị của các số xuất hiện trong các đường này. Các con số có thể rất lớn, ví dụ như một hệ số trong dòng thứ 200 của tam giác Pascal có thể có đến 59 chữ số. Vào thời đại của Bernoulli, và thực tế là vào thời đại trước khi xuất hiện máy tính điện tử, rõ ràng là rất khó để tính toán các con số này. Đó là lý do tại sao tôi nói rằng Bernoulli đã chứng minh luật số lớn của mình bằng việc sử dụng hàng loạt các xấp xỉ khác nhau, điều đó làm giảm tính ứng dụng thực tế trong các kết quả nghiên cứu của ông. Với đường cong của mình, De Moivre đã có thể đưa ra những xấp xỉ tốt hơn nhiều và do đó, phát triển hơn nữa những ước đoán của Bernoulli.

Con số xấp xỉ mà De Moivre đưa ra sẽ có căn cứ nếu biểu diễn các con số trong một hàng của tam giác theo đường cao của các cột hay một biểu đồ cột, giống như cách mà tôi đã làm với các thẻ đăng ký. Ví dụ, ba số ở hàng thứ ba của tam giác là 1, 2, 1. Trong biểu đồ cột, cột đầu tiên cao một đơn vị; cột thứ hai cao gấp đôi; và cột thứ ba lại là một đơn vị. Bây giờ nhìn vào năm con số ở hàng thứ năm: 1, 4, 6, 4, 1. Biểu đồ sẽ gồm năm cột, lại bắt đầu từ thấp, tăng lên đến đỉnh ở chính giữa, và giảm xuống đối xứng. Các hệ số chạy xa trên cạnh đáy của tam giác khiến cho biểu đồ cột có rất nhiều cột, và các cột này có cùng đặc điểm. Các biểu đồ cột trong trường hợp của các đường thứ 10, 100 và 1000 của tam giác Pascal được trình bày trong hình vẽ dưới đây.

Nếu vẽ một đường cong nối các đỉnh của tất cả các cột trong mỗi biểu đồ cột, sẽ được hình dạng đặc trưng, giống hình một chiếc chuông. Và nếu làm mềm đường cong này chút ít, có thể viết được đường biểu diễn toán học của nó. Đường cong hình chuông được làm mềm này không chỉ là hình ảnh hóa các con số trong tam giác Pascal; mà nó còn là một phương tiện để đạt đến con số chính xác, và dễ dàng

ước lượng được các số sẽ xuất hiện trong tam giác ở các đường thấp hơn. Đó là phát hiện của De Moivre.

Ngày nay, đường cong hình chuông thường được gọi là phân phối chuẩn, và đôi khi được gọi là phân phối Gaussian (trong phần sau chúng ta sẽ tìm hiểu nguồn gốc của thuật ngữ này). Thực tế, phân phối chuẩn không phải là một đường cố định, mà là một tập hợp các đường, trong đó vị trí và hình dáng của mỗi đường phụ thuộc vào hai tham số. Tham số thứ nhất xác định vị trí của đỉnh, tương ứng với các điểm 5, 50, 500 trong các hình ở trang sau. Tham số thứ hai xác định số lượng điểm trên đường cong. Mặc dù cho đến trước năm 1894, phương pháp đo lường này chưa được gọi tên như ngày nay nhưng nó đã được gọi là độ lệch chuẩn. Về mặt lý thuyết, khái niệm tương ứng với nó như tôi đã trình bày ở trên, chính là độ lệch chuẩn mẫu. Nói một cách gần chính xác thì nó là một nửa độ dày của đường cong tại điểm đường cong đạt khoảng 60% độ cao tối đa. Ngày nay, tầm quan trọng của phân phối chuẩn đã vượt xa khỏi việc sử dụng trong tính xấp xỉ các con số của tam giác Pascal. Thực tế, nó là một phương pháp phổ biến để tính cách phân phối của dữ liệu.



Các cột trong các biểu đồ trên đây thể hiện độ lớn của các số ở các hàng thứ 10, 100, và 1000 của tam giác Pascal (xem trang ....). Các số dọc nằm trên trục hoành chỉ các con số tương ứng của cột. Theo thông lệ, dãy số này bắt đầu từ 0 chứ không bắt đầu từ 1 (các đồ thị ở giữa và cuối cùng đã được rút gọn để cho các cột có chiều cao gần nhau không được thể hiện trên hình vẽ).

Khi được áp dụng vào việc mô tả tính phân phối của dữ liệu, đường cong hình chuông mô tả hầu hết các kết quả rơi vào điểm xung quanh trung vị, được biểu diễn bằng đỉnh của đường cong. Hơn nữa, do có hình dạng dốc xuống đối xứng



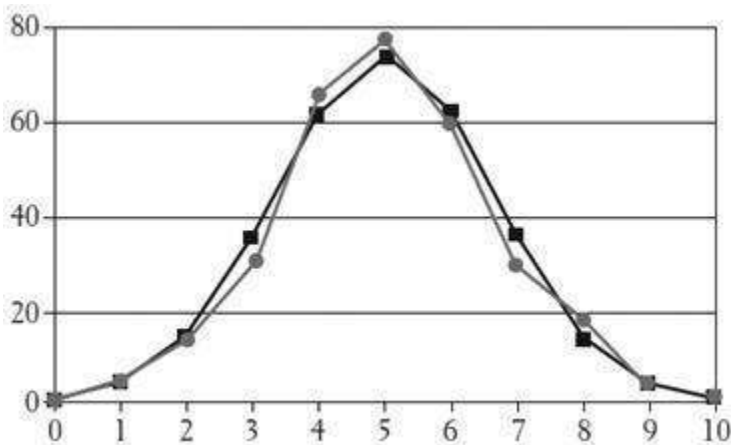
về hai phía, đường cong này mô tả số lượng các quan sát giảm đều trên và dưới trung vị, ban đầu giảm mạnh và sau đó giảm dần. Trong bộ dữ liệu tuân theo phân phối chuẩn, khoảng 68% (gần  $2/3$ ) các quan sát sẽ rơi vào 1 đơn vị lệch chuẩn của trung vị, khoảng 95% rơi vào 2 đơn vị lệch chuẩn và 99,7% rơi vào 3 đơn vị.

Để hình ảnh hóa kết quả này, xem hình ở phía dưới. Trong bảng này dữ liệu được đánh dấu hình vuông, thể hiện phán đoán của 300 sinh viên, mỗi người quan sát một loạt 10 lần tung đồng xu. Trục hoành biểu diễn số các phán đoán đúng, từ 0 đến 10. Trục tung biểu diễn số sinh viên đạt được số lượng lần đoán đúng tương ứng. Đường cong có dạng hình chuông, trung điểm là 5 lần đoán đúng, tại điểm này có chiều cao tương ứng là 75 sinh viên. Đường cong rơi vào khoảng  $2/3$  độ cao tối đa, tương ứng với 51 sinh viên, phía bên trái tương ứng mức từ 3 đến 4 lần đoán trúng, và phía bên phải tương ứng với 6 đến 7 lần đoán đúng. Đường cong hình chuông với độ lệch chuẩn như vậy là điển hình của một quá trình ngẫu nhiên như quá trình dự đoán kết quả của việc tung đồng xu.

Biểu đồ tương tự cũng thể hiện một bộ số liệu khác, được đánh dấu hình tròn. Bộ dữ liệu này mô tả hoạt động của các nhà quản lý quỹ tương hỗ. Trong trường hợp này, trục hoành không mô tả những phán đoán sai về hai mặt đồng xu, mà biểu diễn số năm công tác của người quản lý vượt trên mức trung bình của nhóm (số năm này chạy trong khoảng 10). Các lưu ý cũng tương tự. Chúng ta sẽ quay trở lại ví dụ này trong chương 9.

Một cách tốt để cảm nhận mối liên hệ giữa phân phối chuẩn và sai số ngẫu nhiên là xem xét quá trình bầu cử hoặc lấy mẫu. Có thể xem xét lại việc bầu cử đã trình bày trong chương 5 của thị trường Basel. Tại thành phố này một số lượng nhỏ các cử tri ủng hộ thị trường, và một phần khác thì

không. Để đơn giản hóa, chúng ta sẽ giả sử mỗi bên là 50%. Như chúng ta thấy, những người tham gia bỏ phiếu sẽ không phản ánh đúng tỷ lệ 50/50. Thực tế, nếu  $N$  cử tri được hỏi, sẽ có xác suất số lượng người ủng hộ thị trường trùng với tỷ lệ những con số trong dòng  $N$  của tam giác Pascal. Và do đó, theo như công trình của De Moivre, nếu những người tổ chức bầu cử thu hút được một lượng lớn cử tri, xác suất các kết quả bầu cử khác nhau có thể được mô tả bởi phân phối chuẩn. Nói cách khác, khoảng 95% số lần tiến hành sẽ rơi vào khoảng 2 đơn vị lệch chuẩn so với tỷ lệ chính xác là 50%. Các nhà tổ chức bầu cử sử dụng thuật ngữ giới hạn sai số để mô tả phần bất định này. Khi những người tổ chức bầu cử thông báo với giới truyền thông rằng giới hạn sai số của cuộc bầu cử là cộng trừ 5%, điều đó có nghĩa là nếu họ lặp lại cuộc bầu cử nhiều lần, thì 19 trong số 20 lần đó (tương ứng với khoảng 95%) kết quả sẽ rơi vào khoảng 5% kết quả chuẩn. (Mặc dù các nhà tổ chức bầu cử hiếm khi đưa ra kết quả này, nhưng điều đó cũng có nghĩa rằng, trong số 20 lần tiến hành sẽ có 1 lần kết quả cực kỳ không chính xác). Theo kinh nghiệm, cỡ mẫu 100 sẽ có giới hạn sai số quá lớn đối với hầu hết mọi mục đích. Mặc khác, cỡ mẫu 1.000 thường đạt giới hạn sai số khoảng 3%, mức phù hợp cho hầu hết các mục đích.



Khi đánh giá bất cứ cuộc khảo sát hay bầu cử nào, việc nhận thấy sự sai số đó khi nó được thực hiện thực hiện lại là rất quan trọng, và lúc đó chúng ta nên mong các kết quả sẽ thay đổi. Ví dụ, nếu trên thực tế 40% các cử tri đã đăng ký chấp thuận cách điều hành công việc của tổng thống, thì dường như trong sáu cuộc khảo sát độc lập, các số sẽ là 37, 39, 39, 40, 42 và 42, chứ không phải là sáu cuộc khảo sát đều đưa ra kết quả như nhau là 40% ủng hộ tổng thống. (Trên thực tế, sáu con số trên là kết quả của sáu cuộc bỏ phiếu bầu cử độc lập về việc phê duyệt công việc của tổng thống trong hai tuần đầu của tháng Chín năm 2006). Đó là lý do tại sao, giống như nguyên tắc ngón tay cái khác, bất kỳ sự biến thiên nào trong giới hạn sai số nào cũng có thể được bỏ qua. Mặc dù tạp chí New York Times không chạy tit “Việc làm và Lương tăng khiếm tốn vào lúc 2 giờ chiều”, nhưng những tit báo tương tự cũng khá phổ biến trong các báo cáo về bầu cử chính trị. Ví dụ, sau hội nghị toàn quốc đảng Cộng hòa năm 2004, CNN chạy tit “Rõ ràng Bush tăng điểm rất khiêm tốn”. Các chuyên gia của CNN giải thích rằng “Việc vận động của Bush tăng lên được 2% số điểm... Tỷ lệ những cử tri có khả năng sẽ chọn tổng thống từ 50 ngay trước khi cuộc họp diễn ra tăng lên 52 ngay sau đó.” Chỉ sau đó nhà báo mới chú thích rằng giới hạn sai số của cuộc bầu cử là cộng trừ 3,5% số điểm, nghĩa là tin tức được đưa thực chất là vô nghĩa. Rõ ràng là từ rõ ràng trong phóng sự của CNN có nghĩa là “rõ ràng là không khiêm tốn”.

Với rất nhiều cuộc bầu cử, giới hạn sai số ở mức trên 5% được xem là không thể chấp nhận được, tuy vậy, trong đời sống hàng ngày, chúng ta đưa ra đánh giá dựa trên bộ dữ liệu nhỏ hơn như vậy rất nhiều. Con người không có được 100 năm để chơi bóng chày chuyên nghiệp, đầu tư vào 100 khu căn hộ, hay khởi động 100 công ty sản xuất bánh kẹo. Và vì thế khi chúng ta đánh giá thành công của những việc làm này, chúng ta đánh giá chỉ dựa trên một vài điểm dữ liệu. Một đội bóng bầu dục có nên đầu tư 50 nghìn đô-la

để mua một cầu thủ chỉ để có một năm tỏa sáng? Khả năng một người môi giới chứng khoán muốn rút tiền từ ví của bạn lại dùng cách cũ như đã dùng với người khác là bao nhiêu? Thành công của một nhà sáng chế giàu có khi thành công với trình duyệt sea monkey có đồng nghĩa với việc anh ta có nhiều cơ hội thành công với các ý tưởng mới về invisible goldfish hay instant frog hay không? (Theo ghi chép là không). Khi quan sát một thành công hay thất bại, chúng ta quan sát một điểm của bộ dữ liệu, một mẫu ở dưới đường cong hình chuông mô tả các tiềm năng đã từng có. Chúng ta không biết liệu một quan sát riêng lẻ của chúng ta có đại diện cho trung vị, một sự kiện để dự đoán, một trường hợp ngoại lai hay chỉ là một khả năng hiếm xảy ra mà dường như không bao giờ lặp lại. Nhưng ít nhất chúng ta cũng phải nhận thức được rằng một điểm mẫu chỉ là một điểm mẫu, và không chỉ chấp nhận nó đơn giản như thực tế, chúng ta cũng cần phải nhìn nhận nó trong bối cảnh của độ lệch chuẩn hay độ rộng của xác suất sẽ diễn ra nó. Một loại rượu có thể được chấm 91 điểm, nhưng con số này là vô nghĩa nếu chúng ta không có ước lượng về sự biến thiên có thể xuất hiện nếu một mẫu rượu tương tự được đem ra chấm đi chấm lại hoặc được đánh giá bởi những người khác nhau. Lấy ví dụ minh họa cho điều này, vài năm trước, cả hai tạp chí The Penguin Good Australian Wine Guide và Australian Wine Annual đều đánh giá loại rượu nho chính vụ năm 1999 của Mitchelton Blackwood Park Riesling. Penguin guide gán cho loại rượu này đánh giá ở hạng năm sao (tối đa) và gọi nó là Loại rượu tốt nhất trong năm. Trong khi đó On Wine đánh giá loại rượu này ở cuối bảng xếp hạng, ngầm hiểu rằng đây là loại rượu tồi tệ nhất được sản xuất trong thập kỷ. Phân phối chuẩn không chỉ giúp chúng ta hiểu được những khác biệt này, mà còn giúp cho hàng loạt các ứng dụng thống kê được sử dụng rộng rãi ngày nay, trong các lĩnh vực khoa học và thương mại. Ví dụ, khi một công ty được phẩm cần đánh giá kết quả của một thử nghiệm lâm sàng có hữu hiệu hay không, nhà sản xuất sẽ thẩm định

xem liệu một mẫu gồm các phần có phản ánh chính xác tỷ lệ các sản phẩm lỗi hay một nhà nghiên cứu thị trường quyết định liệu có hành động dựa vào các kết quả của một cuộc khảo sát nghiên cứu hay không.

SỰ THỪA NHẬN việc phân phối chuẩn mô tả phân bố sai số đo lường xuất hiện đã hàng thập kỷ sau công trình của De Moivre, được viết bởi một đồng nghiệp mà tên tuổi của ông còn gắn liền với đường cong hình chuông, nhà toán học người đức Carl Friedrich Gauss. Khi nghiên cứu về chuyển động của hành tinh, Gauss đã phát hiện ra điều đó, ít nhất là những điều liên quan đến đo lường thiên văn học. Tuy nhiên "bằng chứng" của Gauss, như chính ông thừa nhận, là không có căn cứ. Hơn nữa, ông cũng không kiểm soát được những hệ quả sâu rộng của nó. Và do vậy ông kín đáo đưa định luật vào phần cuối cuối sách *The Theory of the Motion of Heaven Bodies Moving about the Sun in Conic Sections* (Lý thuyết về sự chuyển động của các thiên thể quanh mặt trời theo tiết diện hình nón). Cuốn sách có thể đã rơi vào quên lãng, chỉ là một phần trong hàng chồng ngày càng cao các đề xuất bị bỏ qua vì quy luật sai số.

Chính Laplace là người đã đưa phân phối chuẩn ra ánh sáng. Năm 1810, ông được tiếp cận công trình của Gauss, ngay sau khi ông đọc một ký sự gửi tới Académie des Sciences (Học viện Khoa học) để chứng minh một định luật gọi là định luật giới hạn trung tâm, trong đó nói rằng xác suất tổng của một lượng lớn các yếu tố ngẫu nhiên độc lập nhận giá trị cụ thể nào đó được phân phối theo phân phối chuẩn. Ví dụ, giả sử bạn nướng 100 ổ bánh mì, mỗi lần theo một công thức để tạo ra ổ bánh mì có trọng lượng 1.000g. Ngẫu nhiên, đôi khi bạn cho ít hơn hoặc nhiều hơn một chút bột hoặc sữa, tức sẽ có ít hơn hoặc nhiều hơi ẩm hơn thoát ra trong lò nướng. Nếu cuối cùng mỗi nguyên nhân trong vô số các nguyên nhân có thể thêm vào hoặc trừ đi vài gam, thì định luật giới hạn trung tâm nói rằng trọng lượng các ổ bánh mì dao động

theo phân phối chuẩn. Khi đọc công trình của Gauss, Laplace ngay lập tức nhận ra rằng ông có thể sử dụng nó để phát triển hơn luận điểm của bản thân và công trình của ông có thể đưa ra luận cứ tốt hơn của Gauss nhằm ủng hộ quan điểm phân phối chuẩn thực sự là quy luật sai số. Laplace vội vã đưa thêm một đoạn ngắn vào chuyên luận về định luật này. Ngày nay, định luật giới hạn trung tâm và quy luật các số lớn là hai kết quả quan trọng nhất của lý thuyết ngẫu nhiên.

Để minh họa cách giải thích của định luật giới hạn trung tâm về lý do tại sao phân phối chuẩn là quy luật sai số đúng, hãy xem lại ví dụ của Daniel Bernoulli về người bắn cung. Tôi đã đóng vai người bắn cung vào một đêm sau khi uống rượu cùng bạn bè. Khi đó con trai thứ của tôi, Nicolai, đưa cho tôi một cái cung, một mũi tên và đổ tôi bắn xuyên qua quả táo đặt trên đầu nó. Mũi tên có một đỉnh bằng bột biển mềm, nhưng vẫn rất có lý để tôi phân tích các sai số có thể xảy ra và mức độ chắc chắn của chúng. Vì tất cả những nguyên nhân rõ rệt, tôi chủ yếu lo lắng về lỗi theo chiều dọc. Một mô hình lỗi đơn giản là: mỗi nhân tố ngẫu nhiên – giả sử, một sai số trông thấy, tác động của luồng không khí... - sẽ khiến phát bắn của tôi chệch theo chiều dọc, cho dù cao hay thấp, với xác suất bằng nhau. Do đó, sai số tổng mục tiêu của tôi là tổng các sai số. Nếu tôi may mắn, khoảng nửa các sai số thành phần sẽ làm chệch mũi tên hướng lên và xuống dưới một nửa, và phát bắn của tôi sẽ trúng đích. Nếu tôi không may (hoặc nếu con trai tôi không may), tất cả các sai số sẽ tập trung lại và mục tiêu của tôi sẽ bị chệch, cho dù cao hay thấp. Vậy mức độ chắc chắn rằng các sai số sẽ loại trừ nhau, hoặc rằng chúng sẽ cộng thành số lớn nhất, hoặc rằng chúng sẽ cộng thành bất cứ giá trị nào nằm giữa, là bao nhiêu? Nhưng đó chỉ là một quy trình Bernoulli – giống như tung đồng xu và hỏi mức độ chắc chắn rằng việc tung đồng xu sẽ cho ra kết quả là một tỷ lệ xác định về các mặt ngửa. Câu trả lời đã được thể hiện trong tam giác Pascal

hoặc bằng phân phối chuẩn, nếu có nhiều phép thử. Và trong trường hợp này, đó chính xác là điều định luật giới hạn trung tâm cho chúng ta biết. (Rút cuộc, tôi bắn trượt cả quả táo lẫn cậu con trai, nhưng làm vỡ kính của cái tủ rất đẹp).

Cho tới những năm 1830, đa số nhà khoa học đã tin rằng mọi phép đo lường là sự phức hợp, phụ thuộc vào rất nhiều độ lệch và do đó có quy luật sai số. Quy luật sai số và định luật giới hạn trung tâm từ đó hỗ trợ những nghiên cứu mới và sâu hơn về dữ liệu và những thứ liên quan trong điều kiện tự nhiên. Trong thế kỷ tiếp theo, các học giả quan tâm tới xã hội loài người đồng thời nắm lấy những tư tưởng này và vô cùng ngạc nhiên trước sự đa dạng trong tính cách và hành vi của con người cũng biểu thị dạng mẫu như sai số trong đo lường. Do đó họ thử mở rộng ứng dụng của quy luật sai số từ khoa học vật lý sang một khoa học mới về các vấn đề con người.

# Chương 8: Thứ tự trong hỗn loạn

Giữa những năm 1960, Jeanne Calment, một phụ nữ Pháp 90 tuổi đang rất cần tiền để duy trì cuộc sống, thỏa thuận bán cho một luật sư 47 tuổi căn hộ của mình để đổi lại một nguồn thu nhập đủ sống hàng tháng đến khi bà chết. Khi bà chết, người luật sư đó có quyền sở hữu hoàn toàn căn hộ. Người luật sư cũng biết rằng tuổi của bà Calment lúc đó đã cao hơn tuổi thọ trung bình của người Pháp tới trên 10 năm. Có thể ông không biết tới học thuyết của Bayes, cũng như không biết rõ vấn đề như liệu có nên trông đợi bà ấy sẽ chết trong vòng dưới 10 năm nữa hay không. Sự thực là bà đã sống đến 90 tuổi, và do đó, so với mức tuổi trung bình, cùng lắm thì bà cũng chỉ sống thêm được sáu năm nữa. Vì thế, vị luật sư rất tin tưởng rằng một người phụ nữ từng gặp Vincent van Gogh trong cửa hiệu của cha mình khi còn là thiếu nữ thì cũng sẽ nhanh chóng tới gặp Van Gogh ở chốn thiên đường. (Calment nói rằng vị họa sỹ này “bẩn thỉu, ăn mặc tồi tàn, và tính tình cáu bẳn”.)

Mười năm sau, vị luật sư đã phải tìm một nơi ở khác, bởi Jeanne Calment chào đón sinh nhật thứ 100 của mình khỏe mạnh. Mặc dù lẽ ra tuổi thọ của bà sẽ chỉ vào khoảng thêm 2 năm nữa, nhưng cuối cùng bà đón sinh nhật thứ 110 của mình và vẫn sống bằng tiền của vị luật sư nọ. Lúc đó, ông này đã 67 tuổi. Nhưng phải mất thêm một thập kỷ nữa thì cuộc chờ đợi dài đằng dặc của vị luật sư mới kết thúc, nhưng không phải theo hướng mà ông mong đợi. Năm 1995, vị luật sư qua đời khi Jeanne Calment vẫn đang sống. Bà qua đời ngày 4 tháng 8 năm 1997, thọ 122 tuổi. Tuổi thọ của bà vượt xa tuổi thọ người luật sư những 45 năm.



Tuổi thọ và cuộc sống của mỗi người là thứ không thể dự đoán được, nhưng khi chúng ta thu thập và phân tích các dữ liệu, các quy tắc chung sẽ xuất hiện. Giả sử bạn không gặp một tai nạn nào trong vòng 20 năm lái xe. Rồi một buổi chiều khi bạn đang trong kỳ nghỉ ở Quebec với gia đình vợ/chồng, mẹ vợ/chồng bạn hét lên “Cẩn thận con nai đó”, và bạn mất lái, đâm vào một biển báo nói đúng điều bạn vừa nghe. Với bạn, tai nạn đó là một sự kiện kỳ quặc và đặc biệt. Nhưng vì nhu cầu cần phải có chiếc biển báo ở đó, trong hàng nghìn người lái xe có một số được dự tính là sẽ gặp phải một con nai. Trên thực tế, số liệu thống kê cho thấy nhóm người hành động ngẫu nhiên cũng có những hành vi phù hợp và có thể dự đoán như nhóm người theo đuổi một mục tiêu cụ thể. Nhà triết học Immanuel Kant đã viết vào năm 1784, “Dựa theo xu hướng cá nhân, mỗi cá thể thường theo đuổi mục tiêu của riêng mình theo cách đối lập với những người khác; tuy nhiên mỗi cá nhân và nhóm, như được định sẵn, lại hướng tới một mục tiêu rất tự nhiên mà chính họ cũng mơ hồ; mọi người làm việc để thúc đẩy nó, mặc dù họ sẽ đánh giá thấp nó nếu biết nó là gì.”

Theo Ban Quản Lý Đường Bộ Liên Bang (Federal Highway Administration), có khoảng 200 triệu lái xe trên toàn nước Mỹ. Và theo Ban Quản Lý An Toàn Giao Thông Quốc gia (National Highway Traffic Safety Administration), các lái xe đó đã đi tổng cộng 2,86 nghìn tỷ dặm trong một năm gần đây, tức trung bình khoảng mỗi lái xe đi được 14.300 dặm. Giả sử tất cả đều đồng ý đi đúng số dặm đó vào năm sau. Ta cùng so sánh hai phương pháp thực hiện mục tiêu này. Trong phương pháp thứ nhất, chính phủ thiết lập một hệ thống phân phối sử dụng một trung tâm siêu máy tính của Cơ quan Khoa học Quốc gia (National Science Foundation) để phân bổ chỉ tiêu đi lại cá nhân phù hợp với nhu cầu đi lại của 200 triệu lái xe, đồng thời duy trì mức trung bình cả năm là 14.300 dặm. Trong phương pháp thứ hai, chúng ta yêu cầu các lái xe không cần quá căng thẳng mà cứ đi tùy ý

bất kể quãng đường họ đi được vào năm trước là bao nhiêu. Nếu bác Billy Bob đã từng đi bộ tới nơi làm việc tại cửa hàng rượu nhưng giờ bác quyết định di chuyển 100.000 dặm như một người bán súng trường ở Tây Texas, thì cũng không sao. Hay nếu dì Jane ở Manhattan năm ngoái khai báo rằng phần lớn quãng đường dì đi là quanh khu nhà vào những ngày dọn dẹp đường phố để tìm một chỗ để xe nhưng năm nay dì cưới chồng và chuyển đến New Jersey, thì chúng ta cũng không bận tâm. Phương pháp nào sẽ đạt được mục tiêu 14.300 dặm một lái xe? Phương pháp thứ nhất không thể kiểm tra được, và hiểu biết hạn chế của ta về phân phối xăng dầu chỉ rõ rằng phương pháp này không hiệu quả. Mặt khác, phương pháp thứ hai đã được áp dụng trong thực tế – lái xe có thể lái tùy ý họ vào năm tiếp theo mà không cần phải đạt một chỉ tiêu nào. Nhưng họ đã làm như thế nào? Theo như Ban Quản lý An toàn Giao thông Quốc gia (National Highway Traffic Safety Administration), trong năm đó các lái xe trên toàn nước Mỹ đi được 2,88 nghìn tỷ dặm, tức 14.400 dặm một lái xe, chỉ hơn mục tiêu đề ra 100 dặm. Hơn nữa, 200 triệu lái xe ấy cũng gặp cùng số vụ tai nạn trong hai năm đó với chênh lệch dưới 200 vụ (42.815 và 42.643).

Chúng ta liên hệ tính ngẫu nhiên với sự hỗn loạn. Tuy cuộc sống của 200 triệu lái xe thay đổi không thể đoán trước được, nhưng xét trên tổng thể hành vi của họ đã cho thấy một trật tự. Ta có thể nhận thấy xu hướng tương đồng nếu nghiên cứu cách mọi người bầu cử, mua cổ phiếu, lập gia đình, bị chỉ đường sai, những lá thư lạc địa chỉ, hay ngồi trên xe đi tới cuộc họp mà họ không muốn đến – hay khi đo đặc độ dài của chân, kích cỡ của bàn chân, bề ngang của hông hay độ rộng của bụng. Khi các nhà khoa học của thế kỷ XIX nghiên cứu những dữ liệu xã hội mới nhất, với dữ liệu nào họ cũng thấy sự hỗn loạn của cuộc sống dường như dẫn đến các quy luật có thể định lượng và dự đoán được. Nhưng không chỉ các xu hướng thông thường làm họ bất ngờ. Mà

đó là bản chất của sự biến đổi. Họ khám phá ra rằng, các dữ liệu xã hội thường tuân theo những xu hướng phân loại chuẩn.

Sự biến đổi của tính cách và hành vi của con người được phân phối giống như sai số trong việc ngắm bắn của cung thủ, điều này khiến một số nhà khoa học thế kỷ XIX nghiên cứu những mục tiêu mà cuộc sống của con người hướng tới. Quan trọng hơn cả, họ tìm cách hiểu các nguyên nhân xã hội và tự nhiên đôi khi làm ta chệch mục tiêu. Vì vậy, nhằm giúp các nhà khoa học phân tích dữ liệu, ngành toán học thống kê đã phát triển mạnh mẽ một lĩnh vực hoàn toàn khác: nghiên cứu về bản chất của xã hội.

CÁC NHÀ THỐNG KÊ đã phân tích dữ liệu cuộc sống ngay từ thế kỷ XI, khi mà William Đệ nhất tiến hành cuộc tổng điều tra dân số đầu tiên. William bắt đầu trị vì từ năm 1305 khi mới 7 tuổi, lúc đó ông kế vị tước hiệu công tước vùng Normandy từ cha mình. Như biệt danh của mình, công tước William II thích chinh phục, năm 1066 ông xâm lược nước Anh và lên ngôi vua đúng dịp Giáng Sinh. Chiến thắng nhanh chóng của William khiến ông phải đối mặt với một vấn đề: ông đã chinh phục được ai, và quan trọng hơn, ông có thể đánh thuế thần dân mới bao nhiêu? Để trả lời câu hỏi đó, ông phái các cận thần tới khắp các miền của nước Anh để ghi lại diện tích, chủ sở hữu, cũng như tài nguyên của từng vùng đất. Và để đảm bảo thông tin chính xác, ông thậm chí còn cử một nhóm cận thần thứ hai thực hiện lại công việc của nhóm thứ nhất. Vì việc đánh thuế không dựa vào dân số mà theo diện tích đất đai và cách thức sử dụng chúng, nên những thanh tra này đã rất nỗ lực để đếm từng con trâu, bò và lợn nhưng không thu thập nhiều dữ liệu về những người dọn phân. Kể cả khi dữ liệu về dân số là thích hợp, thì trong thời trung cổ một cuộc điều tra về những số liệu quan trọng nhất với con người – tuổi thọ và bệnh tật – cũng sẽ bị coi là không phù hợp với quan niệm truyền thống

của Cơ-đốc Giáo về cái chết. Theo quan niệm này, việc nghiên cứu cái chết là sai trái và gần như là báng bổ nếu tìm kiếm các quy luật chi phối nó. Với một người chết vì bệnh lao phổi, một cơn đau bụng, hay bị một tảng đá đập quá sức chịu đựng của hộp sọ, nguyên nhân thật sự của cái chết chỉ đơn giản là do ý nguyện của Chúa. Qua thời gian, quan niệm về số mệnh dần biến mất và chuyển sang một cách nhìn khác: nghiên cứu các quy luật của tự nhiên và xã hội không phải là sự thách thức quyền lực của Chúa, mà ngược lại, nhằm học hỏi con đường của Ngài.

Sự thay đổi quan điểm chứng kiến một bước ngoặt lớn diễn ra vào thế kỷ XVI, khi thị trưởng London yêu cầu các viên chức nhà thờ biên soạn “danh sách tử vong” hàng tuần để ghi chép các lễ rửa tội và đám ma. Trong hàng thập kỷ, danh sách này được biên soạn không thường xuyên, nhưng vào năm 1603, một trong những năm mà dịch bệnh bùng phát trầm trọng nhất, thành phố tiến hành kiểm kê hàng tuần. Các nhà lý luận châu Âu coi các giấy chứng tử đầy đủ thông tin như thứ tiếng Anh kỳ quặc và không có giá trị. Nhưng với John Graunt, một chủ cửa hiệu tại Anh, các bản kiểm kê lại đem đến một câu chuyện hấp dẫn.

Graunt và bạn của mình là William Petty được coi là cha đẻ của thống kê. Những học giả toán học thuần túy đôi khi coi nhẹ ngành toán này vì họ cho rằng nó chỉ tập trung vào các vấn đề mang tính thực dụng; do đó Graunt dường như là người tiên phong phù hợp. Không giống những người không chuyên khác-bác sĩ Cardano, luật gia Fermat hay giáo sĩ Bayes – Graunt là người bán đồ may vá: cúc áo, chỉ, kim, và những thứ lặt vặt khác trong nhà. Nhưng Graunt không chỉ bán cúc áo, ông là một người bán cúc áo giàu có, và tài sản cho phép ông dành thời gian theo đuổi những thú vui không liên quan đến may vá. Nó còn giúp ông kết giao với nhiều trí thức nổi tiếng đương thời, trong đó có Petty.

Một kết luận mà Graunt thu được từ danh sách tử vong liên quan tới số người chết vì đói. Vào năm 1.665 con số này là 45, chỉ khoảng gấp đôi số người chết vì tử hình. Ngược lại, theo báo cáo thì có 4.808 người chết vì bệnh lao phổi, 1.929 người do “sốt phát ban và sốt xuất huyết”, 2.614 người do “bệnh liên quan đến răng và ký sinh trùng”, và 68.596 người do dịch bệnh. Tại sao, khi thủ đô London “lúc nhúc những kẻ ăn xin”, lại có ít người chết đói đến vậy? Graunt kết luận rằng dân chúng đang phải nuôi ăn những kẻ này. Vì vậy, ông đề nghị rằng thành phố phải cung cấp thức ăn để dân chúng tiết kiệm một khoản chi phí cũng như dọn sạch những kẻ ăn xin, hành khất ra khỏi các con phố của London thế kỷ XVII. Graunt cũng cân nhắc hai giả thiết về nguyên nhân của sự lan truyền dịch bệnh. Một giả thuyết cho rằng căn bệnh được truyền đi bởi không khí ô nhiễm, giả thuyết khác dự đoán dịch bệnh truyền từ người này sang người khác. Graunt xem xét kỹ những ghi chép về các ca tử vong và tiến tới kết luận những số liệu dao động quá lớn không thể do ngẫu nhiên, vì ông nghĩ đến khả năng nếu có dịch bệnh lây lan từ người sang người. Ngược lại, do thời tiết thay đổi bất thường theo từng tuần, nên ông cho rằng sự dao động trong dữ liệu phù hợp với giả thiết về không khí ô nhiễm. Thành ra, London vẫn chưa sẵn sàng với món súp gà, và người dân London sẽ sống tốt hơn nếu họ tránh xa chuột thay vì không khí ô nhiễm, nhưng khám phá vĩ đại của Graunt không phải ở kết luận của ông. Nó nằm trong sự nhận thức rằng thống kê có thể cho ta sự hiểu biết sâu sắc về hệ thống mà trong đó các con số thống kê được sử dụng.

Nghiên cứu của Petty đôi khi được coi là tiền đề cho kinh tế học cổ điển. Ông tin rằng sức mạnh của chính quyền phụ thuộc và được phản ánh bởi số lượng và đặc điểm của đối tượng, vì thế Petty thuê những nhà thống kê phân tích các vấn đề của quốc gia. Đặc trưng trong phân tích của Petty là ông nhìn mọi thứ dưới góc độ của người đứng đầu, và đối xử với các thành viên trong xã hội như những đồ vật có thể

điều khiển được. Còn đối với vấn đề bệnh dịch, ông chỉ ra rằng nên dành tiền vào việc phòng chống bệnh, bởi vì, để bảo đảm mạng sống, khoản đầu tư xã hội này đóng góp một phần đáng kể để nuôi dưỡng những đứa trẻ đến khi trưởng thành, và mang lại hiệu quả cao hơn so với các cách đầu tư sinh lời khác. Với người Ailen, ông không mấy nhân nhượng. Ví dụ, Petty cho rằng giá trị kinh tế của một người Anh lớn hơn một người Ailen, vì vậy, vương quốc này sẽ ngày càng thịnh vượng nếu tất cả những người Ailen trừ một số người chần bò bị buộc di dời đến Anh. Khi điều đó xảy ra, Petty đã làm giàu cho mình từ chính những người Ailen đó: với tư cách là một bác sĩ của quân xâm lược Anh vào những năm 1650, ông được giao nhiệm vụ định giá các chiến lợi phẩm. Và dĩ nhiên ông đã định giá khả năng cuồn một phần để tư lợi.

Nếu phạm vi và sự gia tăng dân số phản ánh chất lượng của của hệ thống chính quyền, như Petty nghĩ, thì sự thiếu hụt một phương pháp ước lượng phạm vi dân số sẽ gây khó khăn cho việc đánh giá chính quyền nơi đó. Công trình toán học nổi tiếng nhất của Graunt đã làm rõ vấn đề đó - tính dân số thành phố London. Từ danh sách tử vong, Graunt biết được tỷ lệ sinh. Và nhờ tỷ lệ sinh này, Graunt có thể suy ra được số phụ nữ đang trong độ tuổi sinh đẻ. Từ những dữ liệu này, ông suy ra được số hộ gia đình, và bằng sự quan sát về quy mô trung bình của mỗi gia đình ở London, ông tính được dân số của thành phố. Kết quả của ông là 384.000 người, trong khi trước đó thành phố này được cho là có hai triệu người. Graunt cũng gây ngạc nhiên khi chỉ ra sự bùng nổ dân số thành phố là do dân di cư đến từ các vùng lân cận, không phải là do phương pháp sinh đẻ có kế hoạch của thành phố còn hạn chế, và mặc dù dịch bệnh thảm khốc, nhưng mức độ suy giảm dân số do dịch bệnh tồi tệ nhất luôn được bù đắp chỉ trong vòng hai năm. Ngoài ra, Graunt cũng được công nhận là người công bố “bảng cuộc sống” đầu tiên, một sự sắp xếp dữ liệu có hệ thống về tuổi thọ

trung bình mà hiện nay được nhiều tổ chức từ công ty bảo hiểm nhân thọ đến Tổ chức Y tế Thế giới (World Health Organization) sử dụng rộng rãi. Một bảng cuộc sống cho biết số lượng người trong một nhóm 100 người có thể sống đến một độ tuổi nào đó. Bên cạnh số liệu của Graunt (cột London 1662), chúng tôi đã bổ sung thêm cột dữ liệu của một số quốc gia hiện nay.

| Age | London 1662 | Afghanistan | Mozambique | China | Brazil | U.K. | Germany | U.S. | France | Japan |
|-----|-------------|-------------|------------|-------|--------|------|---------|------|--------|-------|
| 0   | 100         | 100         | 100        | 100   | 100    | 100  | 100     | 100  | 100    | 100   |
| 6   | 74          | 85          | 97         | 97    | 99     | 100  | 99      | 100  | 100    | 100   |
| 16  | 40          | 71          | 82         | 96    | 96     | 99   | 99      | 99   | 99     | 100   |
| 26  | 25          | 67          | 79         | 96    | 95     | 99   | 99      | 98   | 99     | 99    |
| 36  | 16          | 60          | 67         | 95    | 93     | 98   | 98      | 97   | 98     | 99    |
| 46  | 10          | 52          | 50         | 93    | 90     | 97   | 97      | 95   | 97     | 98    |
| 56  | 6           | 43          | 39         | 88    | 84     | 94   | 94      | 92   | 93     | 95    |
| 66  | 3           | 31          | 29         | 78    | 72     | 87   | 87      | 83   | 86     | 89    |
| 76  | 1           | 16          | 17         | 55    | 51     | 69   | 71      | 66   | 72     | 77    |
| 86  | —           | 4           | 5          | 21    | 23     | 37   | 40      | 38   | 46     | 52    |
| 96  | —           | 0           | 0          | 2     | 3      | 8    | 8       | 9    | 11     | 17    |

### Bảng cuộc sống của Graunt (mở rộng)

Năm 1662, Graunt công bố những phân tích của mình trong cuốn *Natural and Political Observations... Upon the Bills of Mortality* (Tạm dịch: Những quan sát tự nhiên và chính trị... dựa trên danh sách tử vong). Cuốn sách nhận được rất nhiều lời khen ngợi. Một năm sau, Graunt được bầu vào Hiệp Hội Khoa Học Hoàng Gia. Và năm 1666, Vụ Cháy Lớn ở London (Great Fire of London) đã thiêu rụi phần lớn thành phố và phá hủy hoàn toàn cơ ngơi của ông. Ông còn bị buộc tội gián tiếp tạo nên thảm kịch này khi yêu cầu tạm dừng việc cấp nước của thành phố trước khi vụ hỏa hoạn diễn ra. Thực tế, ông không có mối liên hệ nào với công ty cấp thoát nước trước vụ cháy. Tuy vậy, sau sự kiện này, tên của Graunt biến mất khỏi Hiệp Hội Khoa Học Hoàng Gia. Graunt chết vì bệnh vàng da một vài năm sau đó.

Do đóng góp của Graunt, năm 1667 chính phủ Pháp đã thỏa hiệp với chính phủ Anh và chỉnh sửa luật cho phép tiến hành

những cuộc điều tra giống như danh sách tử vong. Sau đó các nước châu Âu khác cũng làm theo. Cho tới thế kỷ XIX, các nhà thống kê trên khắp châu Âu đã hoàn thành những dữ liệu về điều tra dân số trong hồ sơ của chính phủ - “một trận mưa số liệu”. Trong công trình của mình, Graunt kết luận rằng khi nghiên cứu kĩ lưỡng một mẫu dữ liệu giới hạn thì có thể suy ra tổng dân số. Mặc dù Graunt và các cộng sự đã rất nỗ lực để tìm hiểu những dữ liệu bằng các cách suy luận logic, nhưng phần lớn những bí mật của các con số phải chờ đến khi công trình của Gauss, Laplace, và các nhà khoa học khác ở thế kỷ XIX và đầu thế kỷ XX ra đời mới được phát hiện.

THUẬT NGỮ “statistics” (thống kê) trong tiếng Anh có nguồn gốc từ tiếng Đức Statistik, thông qua một cuốn sách biên dịch năm 1770 - Beilfield’s Elementary Universal Education (Giáo dục phổ thông cơ bản của Biefield) - đã định nghĩa rằng “thống kê là bộ môn khoa học hướng dẫn chúng ta cách tổ chức chính trị của các quốc gia hiện đại trên thế giới”. Cho tới năm 1828, bộ môn này đã phát triển tới mức bộ American Dictionary (Từ điển Anh - Mỹ) của Noah Webster đã định nghĩa thống kê là “sự tổng hợp các dữ liệu phản ánh tình trạng của một cộng đồng, điều kiện sống của con người trong một quốc gia hoặc vùng lãnh thổ, sức khỏe, tuổi thọ, nền kinh tế trong nước, nghệ thuật, tiềm lực của cải và chính trị, tình trạng đất nước của họ...”. Lĩnh vực đã bao trùm các phương pháp của Laplace, người đã tìm cách mở rộng các phân tích toán học của mình từ các hành tinh và sao đến những vấn đề hàng ngày.

Phân phối chuẩn mô tả cách thức các hiện tượng xoay quanh một giá trị trung tâm đại diện cho khả năng khả thi nhất; trong cuốn *Essai philosophique sur les probabilités* (Tham luận triết học về xác suất), Laplace biện luận rằng cách tính toán mới này có thể sử dụng để đánh giá chứng cứ pháp luật, dự đoán tỷ lệ lập gia đình, tính toán chi phí bảo



hiếm. Nhưng tới phần cuối của tác phẩm, Laplace đã 60 tuổi, và do đó cần một người trẻ tuổi hơn thay ông tiếp tục nghiên cứu. Đó là Adolphe Quételet, sinh ngày 22 tháng Hai năm 1796 ở Ghent, Flanders.

Quételet không nghiên cứu do niềm đam mê các vấn đề xã hội. Luận án đem lại cho ông học vị tiến sĩ đầu tiên trong lĩnh vực khoa học ở một trường đại học tại Ghent năm 1819 là về lý thuyết mặt cắt hình nón, thuộc lĩnh vực Hình học. Sự say mê của ông sau đó chuyển sang thiên văn học, và khoảng năm 1820, Quételet năng nổ tham gia vận động gây quỹ xây dựng một đài quan sát mới ở Brussels, nơi ông là một thành viên. Là một người tham vọng, Quételet coi đài quan sát như một bước đệm nhằm xây dựng một đế chế khoa học. Đó là một bước đi rất táo bạo, chí ít bởi ông gần như không biết gì về thiên văn học cũng như cách vận hành một đài quan sát. Tuy nhiên, ông hẳn đã thuyết phục được mọi người, bởi ông không chỉ gây quỹ được cho đài quan sát, mà còn có cơ hội tới Paris trong một vài tháng để bồi dưỡng thêm kiến thức. Đây thực sự là một khoản đầu tư thỏa đáng, bởi đài quan sát Hoàng gia Quételet (Quételet's Royal Observatory) tại Vương quốc Bỉ vẫn còn tồn tại đến ngày nay.

Tại Paris, Quételet bị phân tâm bởi sự mất trật tự trong cuộc sống, và điều này đã dẫn ông theo một hướng hoàn toàn khác. Tình yêu với thống kê bắt đầu từ khi ông kết thân với một số nhà toán học Pháp nổi tiếng, trong đó có Laplace và Joseph Fourier, và sau đó ông đã nghiên cứu về thống kê và xác suất cùng với Fourier. Cho dù cuối cùng ông cũng học được cách vận hành một đài quan sát, nhưng ông lại say mê theo đuổi mục tiêu khác: áp dụng những công cụ toán học của thiên văn học vào việc tổng hợp dữ liệu xã hội.

Khi trở về Brussels, Quételet bắt đầu thu thập và phân tích những dữ liệu trong ngành nhân khẩu học, sau đó tập trung

vào những báo cáo về các hoạt động tội phạm được chính phủ Pháp công bố năm 1827. Trong cuốn *Sur l'homme et le développement de ses facultés* (Về con người và sự khởi phát năng lực của họ), một bộ sách gồm hai cuốn được xuất bản vào năm 1835, Quételet đưa ra bảng thống kê số vụ ám sát hàng năm tại Pháp từ năm 1826 đến năm 1831. Số lượng các vụ ám sát, theo ghi chú của ông, hầu như không đổi, cũng như tỷ lệ giữa các vụ án sử dụng súng, kiếm, dao, gậy, đá, công cụ cắt và đâm, đâm và đá, bóp cổ, dìm chết và lửa. Quételet cũng phân tích những cái chết liên quan đến tuổi tác, địa lý, mùa và nghề nghiệp, cũng như trong bệnh viện và trong tù. Ông nghiên cứu số liệu thống kê về chứng nghiện rượu, bệnh mất trí và tội phạm. Và ông phát hiện ra các quy tắc thống kê về các vụ treo cổ tự tử ở Paris và số lượng đám cưới giữa phụ nữ trên 60 tuổi và nam giới ngoài 20 tuổi ở Bỉ.

Các nhà thống kê đã tiến hành những nghiên cứu như vậy trước đó, nhưng Quételet đã làm nhiều hơn thế với dữ liệu thu thập được: ông không chỉ tính giá trị trung bình, mà còn nghiên cứu cẩn thận nguyên nhân dữ liệu đi lệch khỏi giá trị trung bình. Trong bất kỳ trường hợp nào, Quételet cũng tìm thấy một phân phối chuẩn phân phối chuẩn: trong các xu hướng về tội phạm, kết hôn, và tự sát cũng như trong chiều cao của những người da đỏ gốc Mỹ và số đo vòng ngực của những người lính Scotlen (ông tìm thấy mẫu của 5.738 số đo vòng ngực trong cuốn sách cũ tựa *Edinburgh Medical and Surgical Journal* - (Những ghi chép hàng ngày về y tế và ngoại khoa ở Edinburgh). Những số đo chiều cao của 100.000 chàng trai trẻ Pháp đã giúp ông tìm thấy ý nghĩa của độ lệch nằm ngoài sự phân phối chuẩn. Trong bảng dữ liệu đó, khi dựng biểu đồ về số lượng người nhập ngũ cùng với chiều cao của họ, thì đường cong của đồ thị hình chuông đã bị biến dạng: quá ít người cao hơn 1m58 và một số lại cao vượt ngưỡng. Quételet khẳng định rằng sự chênh lệch - có thêm khoảng 2.200 “người lùn” - là do gian lận, hoặc có

thể gọi là sai lệch một cách có chủ ý, bởi những người cao dưới 1m58 được miễn nghĩa vụ quân sự.

Một vài thập kỷ sau nhà toán học vĩ đại người Pháp Jules-Henri Poincaré sử dụng phương pháp của Quételet để tóm cổ một người bán bánh mì lừa đảo khách hàng. Có thói quen mua một ổ bánh mì mỗi ngày, ban đầu Poincaré nhận thấy bánh của ông cân nặng trung bình 950 gam thay vì 1.000 gam như được quảng cáo. Ông phàn nàn với nhà chức trách và sau đó nhận được ổ bánh mì to hơn mỗi ngày. Nhưng ông vẫn có linh cảm rằng chiếc bánh mì ông nhận được chưa thỏa đáng. Và với sự kiên trì mà chỉ một học giả nổi tiếng, hay thực thụ, mới có, ông cẩn thận cân các ổ bánh mì của mình hàng ngày trong năm kế tiếp. Mặc dù những chiếc bánh của ông bây giờ cân nặng trung bình gần hơn với mức 1.000 gam, nếu người bán bánh thật thà đưa ông các ổ bánh ngẫu nhiên, số ổ bánh nặng hơn và nhẹ hơn mức trung bình phải – như đã nói ở chương 7 – bù trừ nhau theo biểu đồ hình chuông của quy luật sai số. Thực tế, Poincaré thấy rằng có quá ít ổ bánh mì nhẹ và dư thừa ổ bánh mì nặng. Ông kết luận người bán bánh không ngừng việc bán bánh thiếu cân mà thay vào đó tìm cách xoa dịu ông bằng cách đưa ông ổ bánh to nhất mà ông ta có. Cảnh sát một lần nữa thăm viếng người bán hàng dối trá, ông ta đã kinh ngạc vô cùng, và đã đồng ý thay đổi cách làm ăn.

Quételet tình cờ tìm ra một công cụ vô cùng hữu dụng: các quy tắc của sự ngẫu nhiên đáng tin cậy đến mức trong một số dữ liệu xã hội, sự gián đoạn của chúng có thể là bằng chứng cho các hành động phạm pháp. Hiện nay, các phân tích này được áp dụng trong các trường hợp có dữ liệu quá lớn, không thể phân tích vào thời đại của Quételet. Một vài năm trở lại đây, trên thực tế, việc dò la các dữ liệu thống kê như vậy đã trở nên phổ biến và tạo nên một lĩnh vực mới, gọi là kinh tế học pháp y. Ví dụ điển hình nhất chính là nghiên cứu thống kê cho biết các công ty có lùi ngày cho

phép quyền chọn cổ phiếu không. Nội dung rất đơn giản: các công ty cho phép quyền chọn cổ phiếu – tức quyền được mua cổ phiếu muộn hơn với giá ấn định vào ngày lựa chọn – như là một sự ưu đãi dành cho ban quản trị để làm tăng giá cổ phiếu của công ty. Nếu như thời điểm cho phép được lùi về thời điểm giá cổ phiếu rất thấp, kéo theo lợi nhuận của ban quản trị sẽ rất cao. Một ý tưởng tuyệt vời, nhưng khi được tiến hành bí mật, việc làm này là vi phạm pháp luật. Dấu vết thống kê mà nó để lại đã dẫn tới cuộc điều tra về thực trạng này trên mười hai công ty lớn. Trong một ví dụ ít được công chúng biết đến, Justin Wolfers, một chuyên gia kinh tế của trường Wharton, tìm thấy chứng cứ gian lận trong kết quả của khoảng 70.000 trận đấu bóng rổ trường đại học.

Wolfers tìm thấy sự bất thường khi so sánh điểm số cá cược tại Las Vegas với tỷ số thực của trận đấu. Khi một đội chơi hay hơn, nhà cái sử dụng khoảng cách chênh lệch điểm số để thu hút số người đặt cược ở cả hai đội. Ví dụ, giả sử đội bóng rổ trường Caltech (Đại học công nghệ California được đánh giá chơi hay hơn đội UCLA (Đại học California), (đối với những người yêu thích bóng rổ đại học, thì vào những năm 1950 điều này là chính xác). Thay vì đưa ra phần cược nghiêng về một đội, nhà cái có thể đưa ra lựa chọn cân bằng cho cả hai đội nhưng chỉ thắng khi đặt cho Caltech nếu đội này hơn UCLA 13 điểm hoặc hơn.

Mặc dù khoảng cách điểm chấp được thiết lập nên bởi nhà cái, nhưng chúng lại được ấn định bởi phần lớn những người đặt cược, do nhà cái điều chỉnh khoảng điểm để cân bằng nhu cầu. (Nhà cái kiếm tiền dựa trên tiền phí và tìm cách có số tiền đặt cược cân bằng ở hai đội để dù đội nào thắng, họ cũng kiếm được tiền). Để tính toán cách mà người chơi đánh giá hai đội, nhà kinh tế học sử dụng một số gọi là sai số dự báo, tính bằng sự chênh lệch giữa số dư điểm của đội thắng và khoảng điểm quyết định bởi những người đặt cược.

Không hề ngạc nhiên rằng, sai số dự báo, là một loại sai số, được phân bố tuân theo phân phối chuẩn. Wolfers phát hiện ra rằng, giá trị trung bình của sai số dự báo là 0, nghĩa là khoảng điểm chấp không có xu hướng đánh giá quá cao hay quá thấp các đội, và độ lệch chuẩn của nó là 10,9 điểm, cho thấy 2/3 số trận khoảng điểm nằm trong phạm vi 10,9 điểm số dư của đội thắng. (Trong một nghiên cứu về bóng bầu dục chuyên nghiệp, người ta cũng tìm ra kết quả tương tự, với giá trị trung bình là 0 và độ lệch chuẩn là 13,9 điểm).

Khi Wolfers nghiên cứu các trận đấu mà phần thắng nghiêng hẳn về một đội, ông tìm thấy một thực tế rất thú vị: có rất ít các trận đấu mà đội được yêu thích thắng với điểm số cao hơn một chút so với khoảng điểm chấp, mà phần lớn các trận đội có lợi thế thắng với điểm số sát nút khoảng điểm. Một lần nữa, chúng ta lại thấy sự bất thường mà Quétele phát hiện ra. Wolfers kết luận, giống như Quétele và Poincaré, đây là lừa đảo. Phân tích của ông chỉ ra như sau: rất khó để một cầu thủ hàng đầu đảm bảo đội của họ sẽ thắng số điểm chấp, nhưng nếu đội của họ là đội có lợi thế hơn, một cầu thủ, không hề phải lo ngại về cơ hội thắng của đội mình, có thể chơi vừa tầm để chắc chắn đội họ không thắng vượt khoảng điểm chấp. Và nếu những kẻ cá cược cầu thủ muốn sắp đặt trận đấu mà không cần làm đội chơi có nguy cơ thua cuộc, kết quả sẽ lộ ra sự bất thường mà Wolfers phát hiện ra. Có phải những nghiên cứu của Wolfers chứng minh rằng một tỷ lệ trong những trận đấu bóng rổ giữa các trường, cầu thủ đang nhận hối lộ để bán độ trận đấu? Câu trả lời là Không, nhưng như Wolfers nói, “Không nên để những gì đang diễn ra ở sân bóng phản ánh những gì đang diễn ra ở Las Vegas.” Và một điều thú vị nữa là trong các nghiên cứu gần đây của Hiệp hội Điền kinh Các Trường Đại học Và Trung học Quốc Gia (National Collegiate Athletic Association), 1,5% vận động viên thú nhận rằng họ biết đồng đội của mình “nhận tiền để chơi kém”.

QUÉTELET KHÔNG THEO ĐUỔI những ứng dụng về mặt pháp lý của những ý tưởng này. Ông có một kế hoạch lớn hơn: sử dụng phân phối chuẩn để giải thích bản chất con người và xã hội. Trong 1.000 bản sao của một bức tượng, ông viết, các bản sao ấy sẽ khác nhau do sai lệch trong đo đạc và người chế tác, và sự sai khác ấy bị ảnh hưởng bởi quy luật sai số. Nếu sự đa dạng trong đặc điểm thể chất của con người tuân theo quy luật tương tự, thì cũng chỉ vì chúng ta là các bản sao không hoàn hảo từ một nguyên mẫu.

Quételet gọi nguyên mẫu ấy là l'homme moyen, người trung bình. Ông cảm thấy rằng khuôn mẫu cũng tồn tại trong các hành vi của con người. Quản lý của một cửa hàng bách hóa lớn có thể không biết liệu nhân viên thu ngân mới có đút túi lọ nước hoa nhỏ hiệu Chanel Allure cô ta đang ngửi hay không, nhưng ông có thể tin tưởng vào sự dự báo rằng trong việc kinh doanh bán lẻ, hàng hóa hao hụt hàng năm ổn định ở con số 1,6%, trong đó 45% đến 48% nguyên nhân là do người làm công lấy trộm. Tội phạm, như Quételet viết, “giống như một ngân sách được chi trả với một quy luật đáng sợ”.

Quételet nhận thấy mỗi nền văn có l'homme moyen khác nhau và có thể thay đổi với sự thay đổi điều kiện sống. Trong thực tế, việc nghiên cứu những thay đổi và nguyên nhân của nó là tham vọng lớn nhất của Quételet. “Con người được sinh ra, lớn lên, và chết đi tuân theo những quy luật nhất định,” ông viết, và những quy luật ấy “chưa bao giờ được nghiên cứu”. Newton trở thành cha đẻ của vật lý học hiện đại bằng cách tìm ra và phát biểu các quy luật của vũ trụ. Học tập theo Newton, Quételet mong muốn tạo ra một ngành “vật lý xã hội”, diễn tả quy luật trong hành vi của con người. Trong các phân tích của Quételet, cũng giống như một vật thể: nếu không bị tác động, sẽ tiếp tục trạng thái chuyển động đang có, đa số hành vi của con người sẽ tiếp tục giữ nguyên, nếu điều kiện xã hội không thay đổi. Và như Newton mô tả cách lực cơ học tác động khiến vật thể chệch

khỏi con đường ban đầu, Quételet tìm kiếm quy luật trong hành vi con người diễn tả cách mà động lực xã hội biến đổi đặc điểm của cộng đồng. Ví dụ, Quételet nghĩ rằng sự bất bình đẳng về của cải và sự dao động bất thường trong giá cả là nguyên nhân dẫn đến tội phạm và sự bất ổn của xã hội và rằng mức độ tội phạm không đổi cho thấy trạng thái cân bằng, và nó sẽ chỉ thay đổi khi những nguyên nhân cơ bản thay đổi. Một minh họa sinh động về thay đổi trạng thái cân bằng của xã hội xảy ra trong những tháng sau sự kiện 11 tháng 9 năm 2001, khi du khách lo ngại về việc đi máy bay, và đột ngột chuyển hết sang sử dụng ô tô. Sự sợ hãi này của họ gây ra thêm 1.000 vụ tai nạn đường bộ so với cùng thời điểm năm trước – những thiệt hại vô hình của sự kiện 11 tháng 9.

Tuy nhiên, tin vào sự tồn tại của vật lý xã hội là một chuyện, và định nghĩa được nó lại là chuyện khác. Trong một môn khoa học đích thực, Quételet nhận ra rằng lý thuyết có thể được đúc rút bằng cách đặt con người vào trong nhiều tình huống thực nghiệm khác nhau và ghi lại những hành vi của họ. Tuy nhiên, vì điều này là không thể, ông kết luận rằng khoa học xã hội gần với thiên văn học hơn là vật lý, khi mà sự hiểu biết chỉ thu được bằng cách quan sát gián tiếp. Và vì thế, để tìm kiếm con đường dẫn tới quy luật của vật lý xã hội, ông nghiên cứu sự biến thiên về thời gian và văn hóa trong l'homme moyen.

Ý tưởng của Quételet được đón nhận một cách nồng nhiệt, đặc biệt tại Pháp và Anh. Một nhà tâm lý học thậm chí còn thu thập mẫu nước tiểu từ một nhà ga xe lửa nơi thường xuyên có nhiều người đến từ nhiều quốc gia qua lại để phân tích các đặc tính của “Nước tiểu tiêu chuẩn của người châu Âu”. Tại Anh, học trò nhiệt tình nhất của Quételet, Henry Thomas Buckle, là một cờ thủ và nhà sử học có tiếng, được biết đến nhiều nhất với bộ sách đầy tham vọng *History of Civilization in England* (Lịch sử nền văn minh Anh). Không

may, vào năm 1861, khi mới 40 tuổi, Buckle bị sốt rét khi đi qua vùng Damascus. Mặc dù được một bác sỹ địa phương đề nghị chữa trị, nhưng ông từ chối bởi vì vị bác sỹ ấy là người Pháp, và vì vậy ông đã qua đời. Buckle chưa kịp hoàn thành luận thuyết của mình. Nhưng ông đã hoàn tất hai cuốn đầu tiên về lịch sử dưới góc nhìn của một nhà thống kê. Cuốn sách dựa trên công trình của Quételet và đã giành được thành công tức thì. Chúng được người dân châu Âu đón đọc và được dịch ra tiếng Pháp, Đức và Nga. Darwin đọc nó; Alfred Russel Wallace đọc nó, Dostoyevsky cũng đọc nó hai lần.

Mặc dù cuốn sách giành được nhiều sự chú ý, nhưng lịch sử đã cho thấy mặt toán học của Quételet hợp lý hơn bộ môn vật lý xã hội của ông. Vì một điều rằng không phải tất cả những gì xảy ra trong xã hội, đặc biệt trong lĩnh vực kinh tế, cũng đều tuân theo quy luật phân phối chuẩn. Ví dụ, nếu doanh thu điện ảnh được phân bố bình thường, phần lớn các bộ phim sẽ có doanh thu gần với giá trị trung bình, và 2/3 doanh thu các phim sẽ nằm trong khoảng độ lệch chuẩn của giá trị đó. Tuy nhiên, trong kinh doanh phim ảnh, 20% các bộ phim đem về 80% lợi nhuận. Trong một ngành công nghiệp phụ thuộc vào các cú hích và hoàn toàn không thể dự đoán trước như vậy, nó tuân theo một quy luật phân phối hoàn toàn khác, và các khái niệm về giá trị trung bình và độ lệch chuẩn trở thành vô nghĩa, bởi vì không có một buổi diễn “mang tính đặc thù” nào, và các sự kiện bom tấn nổi bật, khi mà chỉ diễn ra một lần trong hàng thế kỷ ở các ngành công nghiệp khác, thì xảy ra hàng năm trong công nghiệp điện ảnh.

Quan trọng hơn việc ông bỏ qua những cách phân phối xác suất khác chính là việc Quételet không thể tìm ra quy luật và các tác lực như ông mong muốn. Vì vậy, dù ảnh hưởng trực tiếp của ông lên ngành khoa học xã hội còn khá khiêm tốn, nhưng di sản ông để lại là không thể phủ nhận và có



ảnh hưởng sâu rộng. Nó không nằm trong khoa học xã hội, nhưng nằm trong các ngành khoa học “khó” khác, nơi phương pháp tìm hiểu quy luật trong một số lượng lớn những sự kiện ngẫu nhiên của ông đã tạo cảm hứng cho nhiều học giả và dẫn tới các nghiên cứu mang tính cách mạng làm thay đổi tư duy trong ngành vật lý và sinh học.

NGƯỜI ANH EM HỌ CỦA CHARLES DARWIN chính là người đưa tư duy thống kê đến với ngành sinh học. Francis Galton học tại trường Trinity, Cambridge vào năm 1840. Ban đầu, ông học y học, nhưng sau nghe theo lời khuyên của Darwin ông chuyển sang lĩnh vực toán học. Cha ông qua đời khi ông mới 22 tuổi, để lại cho ông một khoản thừa kế khổng lồ. Nhờ khối tài sản của cha mình, Galton không cần phải kiếm sống, và ông trở thành một nhà khoa học nghiệp dư. Ông bị ám ảnh bởi những phép đo. Ông đo kích cỡ đầu, mũi, và các chi của người, số lần bốn chồn của người nghe diễn thuyết, và mật độ các cô nàng hấp dẫn mà ông gặp trên đường (Phụ nữ London có điểm số cao nhất; Aberdeen thấp nhất). Ông đo đặc đặc điểm dấu vân tay người, một nỗ lực dẫn đến việc Sở cảnh sát London công nhận khả năng nhận diện vân tay vào năm 1901. Ông thậm chí còn đo tuổi thọ của nhà chức trách và giới tăng lữ, những người này có tuổi thọ tương đương những người làm những ngành nghề khác, từ đó ông kết luận rằng việc cầu nguyện không mang lại lợi ích gì cả.

Trong cuốn sách viết vào năm 1869, Hereditary Genius (Tài năng di truyền), Galton viết rằng một phần dân số với chiều cao bất kỳ cũng gần như đồng bộ theo thời gian và sự phân phối chuẩn áp dụng không chỉ đối với chiều cao mà còn đối với tất cả các đặc điểm thể chất khác: chu vi đầu, kích thước bộ não, lượng chất xám, số dây thần kinh,... Nhưng Galton không dừng lại ở đó. Ông tin rằng đặc tính của con người cũng được quyết định bởi tính di truyền và, tuân theo một số đặc điểm của phân phối chuẩn giống như đặc điểm thể chất của con người. Và vì vậy, như Galton nói, con người

không phải “có cùng giá trị, như những phần tử trong xã hội, có quyền bầu cử cũng như mọi thứ khác như nhau”. Trái lại, ông khẳng định rằng trong 1 triệu đàn ông có 250 người được thừa hưởng những khả năng khác thường và trở nên xuất chúng trong lĩnh vực của họ. (Trong thời kỳ của ông, phụ nữ thông thường không ra ngoài làm việc và vì vậy ông không nghiên cứu về họ). Galton sáng lập một ngành nghiên cứu mới dựa trên những ý tưởng đó và gọi nó là thuyết ưu sinh (eugenics), bắt nguồn từ tiếng Hy Lạp eu (tốt) và genos (ra đời). Qua nhiều năm, thuyết ưu sinh có ý nghĩa to lớn với nhiều người. Thuật ngữ và các ý tưởng của ông được kế thừa bởi Đức Quốc Xã, nhưng không có chứng cứ nào chứng tỏ Galton tán thành kế hoạch tàn sát của những người Đức này. Ngược lại, ông mong muốn tìm cách cải thiện điều kiện của con người thông qua việc nhân giống có lựa chọn.

Trong Chương 9, chúng ta sẽ hiểu lý do tại sao cách giải thích đơn giản của Galton về quan hệ nhân quả của sự thành công lại hấp dẫn đến vậy. Chúng ta cũng sẽ thấy trong Chương 10: do vô số các trở ngại ngẫu nhiên và thấy trước phải vượt qua để hoàn thành một công việc bất kỳ, mối liên hệ giữa khả năng và kết quả hầu như không có liên hệ trực tiếp với những điều có thể giải thích bằng ý tưởng của Galton. Trên thực tế, một vài năm trở lại đây các nhà tâm lý học đã phát hiện ra rằng khả năng chống chọi với các trở ngại cũng quan trọng không kém nhân tố năng lực trên con đường tới thành công. Vì vậy, các chuyên gia thường nhắc tới “quy luật 10 năm”, nghĩa là phải mất 10 năm lao động gian khổ, luyện tập, và đấu tranh để gạt hái thành công rực rỡ. Chúng ta có thể cảm thấy nản chí khi nghĩ rằng nỗ lực và cơ hội, cũng như tài năng bẩm sinh, đóng góp một phần không thể thiếu trên con đường thành công. Nhưng tôi lại thấy đó là một động lực thúc đẩy, bởi chúng ta không thể kiểm soát được tài năng bẩm sinh, nhưng mức độ nỗ lực phụ thuộc vào chính chúng ta. Và những ảnh hưởng của sự tình

cờ cũng có thể kiểm soát ở một mức độ nào đó, bằng cách ép mình nỗ lực nhiều lần để tăng tỷ lệ thành công.

Dù ưu điểm và nhược điểm của thuyết ưu sinh là gì đi chăng nữa, các nghiên cứu của Galton về sự thừa kế cũng dẫn tới hai khái niệm toán học mà sau này trở thành “xương sống” của thống kê hiện đại. Ông phát hiện ra khái niệm thứ nhất vào năm 1875 sau khi phân phát những túi hạt đậu ngọt cho bảy người bạn. Mỗi người bạn nhận được các hạt giống với cùng kích thước và cân nặng, sau đó họ đưa lại cho Galton hạt thu được từ thế hệ sau. Khi đo đạc chúng, Galton thấy rằng các hạt có đường kính trung bình lớn cho ra các hạt nhỏ hơn, và các hạt có đường kính trung bình nhỏ lại cho hạt lớn hơn. Sau đó, qua những dữ liệu ông thu được từ một phòng thí nghiệm đặt tại London, Galton nhận thấy điều tương tự trong chiều cao của con người. Ông đặt tên cho hiện tượng – trong các đo đạc liên quan, nếu một giá trị đo đạc khác xa giá trị trung bình, các giá trị khác sẽ gần hơn với giá trị trung bình – hồi quy giá trị trung bình.

Galton sớm nhận ra các quy trình không tuân theo hồi quy giá trị trung bình sẽ sớm vượt khỏi vòng kiểm soát. Ví dụ, giả sử những người con trai của một người cha cao lớn có chiều cao trung bình bằng cha mình. Vì chiều cao dao động, nên một số người con sẽ cao hơn. Đến thế hệ tiếp theo, giả sử những người con trai của người con cao hơn ấy (cháu của người cha ban đầu) cũng có chiều cao trung bình bằng cha mình. Trong số đó cũng sẽ có một số cao hơn cha. Cứ thế, thế hệ nối tiếp nhau, người cao nhất thế giới sẽ liên tục thay đổi. Bởi vì hồi quy giá trị trung bình, điều này sẽ không xảy ra. Và vì thế, những phụ huynh cao lớn không nên mong chờ con mình cao như họ, những thiên tài không nên mong con mình cũng thông minh như vậy, và những Picasso hay Tiger Woods cũng không nên mong có thế hệ tiếp theo thành công được như họ. Mặt khác, những người thấp sẽ có nhiều hy vọng có con cao hơn họ, và những người không thông

minh hay không có năng khiếu mỹ thuật có thể trông chờ sự thiếu hụt của mình được bù đắp vào thế hệ sau.

Tại phòng thí nghiệm của mình, Galton thu hút những người tham gia thí nghiệm thông qua quảng cáo, và sau đó tiến hành đo đạc các số liệu khác nhau: cân nặng, chiều cao, thậm chí là kích cỡ của xương... Mục tiêu của ông là tìm ra phương pháp dự đoán kích thước con của họ dựa trên những số đo của bố mẹ họ. Một biểu đồ của Galton cho thấy tỷ lệ chiều cao giữa đứa con và cha mẹ chúng. Nếu chiều cao luôn luôn bằng nhau, đồ thị sẽ là một đường thẳng góc 45 độ. Nếu mối quan hệ chiều cao ở mức trung bình nhưng dữ liệu các cá thể là khác nhau, biểu đồ sẽ cho thấy các điểm nằm trên và nằm dưới đường thẳng đó. Biểu đồ của Galton không chỉ cho thấy mối quan hệ giữa chiều cao của cha mẹ và con cái nói chung mà còn cho thấy mức độ của mối quan hệ đó. Đó chính là đóng góp to lớn khác của Galton cho thống kê học: sử dụng đồ thị toán học để phân tích tính chất của mối quan hệ như vậy. Ông gọi nó là hệ số tương quan.

Hệ số tương quan là một số nằm trong khoảng -1 đến 1; nếu nó ở gần  $\pm 1$ , đó là dấu hiệu cho thấy hai biến số quan hệ mật thiết với nhau, hệ số bằng 0 cho thấy không có mối liên quan nào cả. Ví dụ, nếu dữ liệu cho thấy khi ăn một bữa McDonald 1.000 đơn vị calo mỗi lần một tuần, người ăn sẽ tăng 10 pound (gần 5 kg) 1 năm, 2 lần 1 tuần tăng 20 pound (gần 10kg) 1 năm và cứ như vậy, hệ số tương quan sẽ là 1. Nếu vì một lý do nào đó người ăn không tăng mà giảm lượng cân đó, hệ số sẽ là -1. Còn nếu tăng và giảm không phụ thuộc vào chế độ ăn, hệ số sẽ là 0. Hiện nay, hệ số tương quan là một trong các lĩnh vực được áp dụng rộng rãi nhất trong thống kê học. Nó được sử dụng để phân tích các mối quan hệ như số lượng thuốc lá được hút và số ca viêm phổi, khoảng cách giữa các chòm sao với Trái đất và tốc độ chúng di chuyển ra xa hành tinh chúng ta, cũng như

điểm số học sinh giành được trong các kỳ thi tiêu chuẩn và thu nhập của gia đình học sinh đó.

Các nghiên cứu của Galton không chỉ nổi bật bởi những ảnh hưởng trực tiếp của nó mà còn bởi nó tạo cảm hứng cho phần lớn những công trình nghiên cứu về thống kê ở các thập kỷ kế tiếp, thời kỳ mà thống kê phát triển mạnh mẽ và hoàn thiện. Một trong những bước tiến quan trọng ấy được thực hiện bởi Karl Pearson, học trò của Galton. Trong phần đầu chương, tôi có đề cập đến những loại dữ liệu tuân theo sự phân phối chuẩn. Nhưng với một khoảng dữ liệu hạn chế, sự tuân theo không bao giờ hoàn hảo. Trong thời kỳ đầu của thống kê, các nhà khoa học đôi khi xác định các dữ liệu được phân phối chuẩn đơn giản chỉ bằng cách đưa nó lên đồ thị và quan sát đường cong thu được. Nhưng làm thế nào để xác định độ chính xác? Pearson đã sáng tạo ra một phương pháp, gọi là kiểm tra chi bình phương (chi-square test), nhờ nó ta thấy dữ liệu có phù hợp với sự phân bố mà ta mong đợi không. Ông trình bày phương pháp kiểm tra của mình tại Monte Carlo vào tháng 7 năm 1892, lặp lại chính xác việc Jagger đã làm. Trong kiểm tra của Pearson, cũng như của Jagger, các con số thu được trên bàn chơi cò quay không tuân theo sự phân bố đáng lẽ nó phải thu được nếu bánh xe cho ra các kết quả ngẫu nhiên. Trong một thí nghiệm khác, Pearson nghiên cứu số lần mặt 5 và 6 xuất hiện trong 26.305 lần tung 12 xúc xắc. Ông nhận thấy sự phân bố không như những gì ta thấy trong một thí nghiệm với một con xúc xắc hoàn hảo – khả năng thu được mặt 5 hoặc 6 trong một lần xúc là  $\frac{1}{3}$ , hay 0,3333. Nhưng kết quả thu được lại là 0,3377 – cảm tưởng như con xúc xắc bị lệch. Trong trường hợp bàn quay Rulet, có thể có sự gian lận, tuy nhiên con xúc xắc chắc chắn bị lệch do sự biến đổi trong quá trình sản xuất, cái mà một người bạn của tôi, Moshe, khẳng định là luôn tồn tại.

Kiểm tra chi bình phương hiện nay được sử dụng rộng rãi. Lấy một ví dụ, thay vì thử xúc xắc, chúng ta thử ba hộp bột ngũ cốc thể theo yêu cầu của khách hàng. Nếu người mua không có sự thiên vị nào, ta có thể kỳ vọng 1/ 3 số lần chọn sẽ rơi vào một hộp. Nhưng như chúng ta thấy, kết quả thực tế gần như không bao giờ phân bố đều như vậy. Từ bài kiểm tra này, ta có thể thấy được chiếc hộp được chọn nhiều hơn là do sở thích của khách hàng, không đơn thuần chỉ là sự ngẫu nhiên. Tương tự, các nhà nghiên cứu ở một công ty dược phẩm muốn tiến hành một thí nghiệm trong đó họ thử nghiệm 2 phương pháp ngăn ngừa đào thải mô cấy ghép. Họ có thể sử dụng thí nghiệm chi bình phương để quyết định có hay không sự khác biệt lớn về mặt thống kê giữa hai phương pháp này. Hay giả sử trước khi mở một chi nhánh, CFO (giám đốc tài chính) của một công ty chuyên cho thuê xe nghĩ rằng 25% khách hàng sẽ lựa chọn xe ô tô cỡ rất nhỏ, 50% lựa chọn xe cỡ nhỏ, 12,5% chọn xe cỡ vừa và còn lại cho các loại xe khác. Khi dữ liệu bắt đầu được thu thập, kiểm tra chi bình phương có thể giúp CFO quyết định nhanh chóng dự đoán của mình là chính xác hay không để công ty có những giải pháp phù hợp.

Nhờ Galton, công trình nghiên cứu của Quételet thấm đẫm lý thuyết sinh học. Nhưng Quételet cũng giúp khơi dậy những bước ngoặt lớn trong vật lý học: James Clerk Maxwell và Ludwig Boltzmann, hai nhà sáng lập của bộ môn vật lý thống kê, lấy cảm hứng từ lý thuyết của Quételet. (Giống như Darwin và Dostoyevsky, họ đọc về chúng trong sách của Buckle). Sau cùng, nếu cỡ ngực của 5.738 lính Scotland tuân theo sự phân phối chuẩn một cách hoàn hảo và quãng đường trung bình mà 200 triệu lái xe đi có thể thay đổi thêm chỉ 100 dặm mỗi năm, sẽ không cần đến một Einstein để đoán rằng 1043 phân tử trong 1 lít khí ga cũng có một quy luật thú vị. Nhưng rồi cũng phải cần đến Einstein để thuyết phục giới khoa học về sự cần thiết của thống kê đối với vật lý. Albert Einstein tiến hành công trình này vào năm 1905,

trong cùng năm ấy ông xuất bản nghiên cứu đầu tiên về Thuyết tương đối. Mặc dù công chúng ít biết đến, nhưng công trình của Einstein năm 1905 về vật lý thống kê thực sự là một bước tiến lớn. Trong giới khoa học, trên thực tế, nó là tác phẩm được đánh giá cao nhất của ông.

CÔNG TRÌNH CỦA EINSTEIN NĂM 1905 về vật lý thống kê tập trung giải thích một hiện tượng gọi là sự chuyển động của Brown. Hiện tượng này được đặt tên theo Robert Brown, nhà thực vật học, chuyên gia hàng đầu trong việc sử dụng kính hiển vi, và được coi là người đầu tiên đưa ra mô tả rõ ràng về nhân tố bào. Mục tiêu không ngừng nghỉ của Brown là qua quan sát khám phá ra khởi nguồn của sự sống, cái mà trong thời kỳ của ông được tin là một quyền lực bí ẩn cho phép sự sống trong mọi vật. Trên con đường theo đuổi mục tiêu đó, Brown thất bại thảm hại, nhưng một ngày tháng 6 năm 1827, ông nghĩ mình đã thành công.

Qua kính hiển vi, Brown nhận thấy các hạt phấn nhỏ ông quan sát dường như chuyển động. Mặc dù là khởi nguồn cho sự sống nhưng các hạt phấn hoa không phải là những sinh vật sống. Brown quan sát thấy các chuyển động không ngừng nghỉ, các hạt phấn có một nguồn năng lượng kỳ lạ. Đây không phải là chuyển động có mục đích; dường như nó chuyển động một cách ngẫu nhiên. Trong sự sung sướng tột độ, Brown kết luận ông đã tìm ra cái mà ông theo đuổi, năng lượng này là gì nếu không phải là năng lượng tạo nên sự sống?

Trong một loạt các thí nghiệm được tiến hành sau đó, Brown nhận thấy những chuyển động tương tự trong môi trường nước, rượu và một loạt các chất hữu cơ ông có: thịt bê đang phân hủy, mạng nhện “đen đặc bụi của London”, thậm chí cả nước bọt của ông. Rồi một cú sốc lớn đập tan hy vọng giải thích được hiện tượng của Brown. Đó là khi ông nhận thấy những chuyển động tương tự khi quan sát những

nguyên tử vô cơ – amiăng, đồng, bitmut, antimon, và mangan, ông hiểu rằng các chuyển động này không liên quan đến sự sống. Nguyên nhân thực sự của chuyển động Brown thực chất giống với nguyên nhân thúc đẩy tính quy luật trong hành vi của con người mà Quételet đã tìm ra – không phải nội lực mà là ngoại lực, từ khuôn mẫu của sự ngẫu nhiên. Không may, Brown không sống đến lúc để nghe thấy những giải thích về hiện tượng mà ông quan sát được.

Cơ sở cho việc tìm hiểu chuyển động Brown bắt đầu một vài thập kỷ sau đó, với sự đóng góp của Boltzmann, Maxwell, và một vài nhà khoa học khác. Lấy cảm hứng từ Quételet, họ tạo ra một lĩnh vực của vật lý thống kê, sử dụng các kiến thức về xác suất và thống kê trong toán học để giải thích cách các đặc tính của chất lỏng tạo nên từ sự chuyển động của các nguyên tử (trong giả thuyết) tạo nên nó. Tuy nhiên, ý tưởng của họ không gây được sự chú ý cho tới một vài thập kỷ sau. Một vài nhà khoa học gặp vấn đề toán học với lý thuyết này. Số khác phản đối bởi ở thời kỳ đó không ai thực sự nhìn thấy các nguyên tử và họ tin trong tương lai cũng vậy. Nhưng phần lớn các nhà vật lý học lại thực tế, và vì vậy cản trở lớn nhất khiến các nhà khoa học thời kỳ này khó chấp nhận là mặc dù lý thuyết này giải thích một số quy luật có sẵn nhưng nó không giúp hình thành các liên tưởng biện chứng. Chỉ tới năm 1905, vấn đề mới được giải quyết, rất lâu sau cái chết của Maxwell và ngay trước khi sự chán nản khiến Boltzmann tự sát. Einstein sử dụng lý thuyết mới để giải thích một cách cặn kẽ và chính xác chuyển động Brown. Từ đó, sự cần thiết của thống kê đối với vật lý học là không thể phủ nhận, và ý tưởng vật chất được cấu tạo từ các nguyên tử và phân tử trở thành nền tảng cho phần lớn các công nghệ hiện đại và một trong những tư tưởng quan trọng nhất trong lịch sử vật lý.

Sự chuyển động ngẫu nhiên của phân tử trong chất lỏng có thể được xem như phép ẩn dụ về con đường của chúng ta



trong cuộc đời (vấn đề sẽ được bàn kĩ hơn trong chương 10), vì vậy chúng ta nên dành thời gian tìm hiểu kĩ hơn công trình của Einstein. Theo mô hình nguyên tử, chuyển động chủ yếu của phân tử nước rất hỗn loạn. Phân tử chuyển động thẳng theo hướng của nó ban đầu, cho đến khi bị chệch hướng do va chạm với một phân tử khác. Như đã nói ở Phần mở đầu, chuyển động như vậy – ở nhiều thời điểm chuyển hướng một cách ngẫu nhiên – gọi là bước đi của kẻ say (Drunkard's Walk), vì một lý do hiển nhiên đối với những người đã từng uống quá nhiều rượu Martin (những nhà khoa học không say rượu đôi khi gọi nó là bước đi ngẫu nhiên). Nếu một hạt nổi trên mặt chất lỏng, như thuyết nguyên tử dự đoán, liên tục và ngẫu nhiên va đập bởi những phân tử chất lỏng, có thể thấy nó sẽ chuyển động qua lại theo sự va đập. Nhưng có hai vấn đề với chuyển động Brown: thứ nhất, các phân tử quá nhẹ để làm chuyển động một hạt có thể nhìn thấy được; thứ hai, sự va đập giữa các phân tử xảy ra thường xuyên hơn nhiều sự va đập quan sát được. Tài năng của Einstein chính là nhận ra hai vấn đề ấy giải thích cho nhau: mặc dù sự va đập các phân tử là thường xuyên, bởi vì các phân tử quá nhẹ, nên các va đập riêng biệt ấy không thể quan sát được. Chỉ khi may mắn có các tác động vượt trội từ một phía, chúng ta mới nhìn thấy một chuyển động qua lại. Khi Einstein sử dụng toán học, ông nhận thấy mặc dù sự hỗn loạn xảy ra ở cấp độ hiển vi, vẫn tồn tại một mối quan hệ có thể dự đoán trước giữa các yếu tố như kích cỡ, số lượng, tốc độ của phân tử, và mật độ, cường độ của chuyển động va đập. Einstein lần đầu tiên liên kết các hệ quả mới này với vật lý thống kê. Đó dường như là một thành tựu lớn về chuyên môn, nhưng ngược lại, nó đại diện cho thắng lợi của một nguyên lý vĩ đại: nhiều quy luật chúng ta quan sát được trong tự nhiên ẩn chứa một sự mất trật tự ở bên trong và chỉ có thể hiểu được thông qua quy luật của sự ngẫu nhiên. Như Einstein đã viết, “Cảm giác thật tuyệt vời khi nhận ra tính thống nhất trong một hiện tượng phức tạp khác xa với thực tế hiển hiện trước mắt.”

Trong phân tích toán học của Einstein, phân phối chuẩn một lần nữa đóng vai trò cốt lõi, dẫn tới thời kỳ hoàng kim mới trong lịch sử khoa học. Bước đi của kẻ say cũng trở thành một trong những quá trình thiết yếu nhất, và được nghiên cứu nhiều nhất trong tự nhiên. Khi các nhà khoa học ở mọi lĩnh vực bắt đầu công nhận thống kê như một công cụ chính đáng, họ nhận ra dấu vết bước đi của kẻ say trong hầu hết các lĩnh vực nghiên cứu – trong việc muối tàn phá các rừng rậm châu Phi, trong ngành hóa chất ni lông, trong cấu tạo của nhựa, trong sự chuyển động của các hạt lượng tử tự do, trong biến động của giá chứng khoán, thậm chí trong sự tiến bộ của trí tuệ qua các thời đại. Chúng ta sẽ tìm hiểu tác động của sự ngẫu nhiên trong đường đi của chính chúng ta trong cuộc sống chương 10. Nhưng chúng ta cũng thấy, mặc dù trong sự đa dạng ngẫu nhiên tồn tại tính thứ tự, các tính chất không phải bao giờ cũng có ý nghĩa. Việc không tự rút ra ý nghĩa khi nó không tồn tại cũng quan trọng như việc nhận ra ý nghĩa khi nó tồn tại. Tránh được những ý nghĩa ảo tưởng trong tính ngẫu nhiên là một công việc khó khăn. Chương sau chúng ta sẽ đề cập đến vấn đề này.

# Chương 9: Ảo ảnh về các cầu nối và các cầu nối về ảo ảnh

Năm 1848, hai cô gái trẻ, Margaret và Kate Fox đã nghe thấy nhiều âm thanh kỳ lạ giống như tiếng gõ cửa hay tiếng dịch chuyển đồ đạc trong nhà. Từ đó, ngôi nhà của họ bị cho là có ma ám. Kate đã thách thức “con ma” thử lặp lại tiếng búng tay cũng như nói ra được tuổi của cô. Nó đã đáp lại cả hai điều đó. Vài ngày sau, với sự giúp đỡ của người mẹ và một vài người hàng xóm, hai chị em đã tìm ra một phương pháp để giao tiếp với “con ma”. Họ đi đến kết luận rằng tiếng nói đó là của một kẻ nhiều chuyện bị sát hại tại ngôi nhà này nhiều năm trước. Và cũng từ đây, thuyết tâm linh – học thuyết tin rằng người đã khuất có thể giao tiếp với người còn sống được hình thành. Trong những năm đầu thập niên 1850 của thế kỷ XIX, một loạt các hoạt động siêu linh rộ lên ở Mỹ và châu Âu như: gõ bàn, dịch chuyển bàn và xoay bàn. Nhóm gọi hồn tự mình ngồi quanh một chiếc bàn, đặt tay lên đó và chờ đợi. Trong vấn đề về tiếng gõ bàn, không lâu sau đó, họ thật sự nghe thấy tiếng gõ phát ra. Còn đối với hai loại còn lại, chiếc bàn sẽ bắt đầu nghiêng đi hoặc di dời khỏi vị trí ban đầu, đôi lúc kéo theo cả những người xung quanh. Có người còn tưởng tượng thấy một người đàn ông có râu mặc áo khoác tiến về phía họ cùng với những người phụ nữ quyến rũ trong những chiếc váy phồng, tròn mắt ngạc nhiên trong khi tay anh ta đang bị chiếc bàn kéo đi.

Việc những chiếc bàn tự dịch chuyển dần trở nên khá nổi tiếng và các nhà khoa học đã bắt đầu để tâm tới nó từ mùa hè năm 1853. Một nhóm bác sỹ cho rằng trong quá trình

chờ đợi trong im lặng, sự đồng tâm vô thức từ phía những người ngồi xung quanh chiếc bàn có vẻ là nguyên nhân dẫn đến sự chuyển dời hướng của cái bàn. Họ nhận ra rằng khi gây mất tập trung cho những người thí nghiệm, làm mất đi sự trông chờ của họ thì chiếc bàn sẽ đứng yên. Trong lần thử khác, họ làm cho một nửa số người muốn bàn rời về bên trái và nửa còn lại muốn nó dịch sang phải và kết quả là cái bàn cũng không di chuyển. Họ tổng kết rằng chuyển động xuất hiện do hoạt động cơ bắp của chính những người ngồi nhưng đều diễn ra trong tình trạng vô thức. Nghiên cứu cuối cùng về việc này được tiến hành bởi nhà vật lý Michael Faraday, một trong những người sáng tạo ra thuyết điện từ, cha đẻ của động cơ điện, đồng thời là một nhà khoa học vĩ đại nhất trong lịch sử. Ban đầu Faraday phát hiện ra rằng hiện tượng dịch chuyển có thể xảy ra ngay cả khi chỉ có một người ngồi bên chiếc bàn. Để tăng tính thuyết phục, ông lấy thêm nhiều người và tiến hành một loạt các thí nghiệm phức tạp và tài tình để chỉ ra rằng chính chuyển động tay của người ngồi dẫn đến việc dịch chuyển của bàn. Về sau, ông thiết kế ra một dụng cụ báo động cho người tham gia đúng lúc điều này xảy ra. Ông phát hiện rằng “ngay khi... [vật báo] được đặt trước [đối tượng] vào một thời điểm hứa hẹn (có thể)... xảy ra thì sức mạnh (của ảo ảnh) biến mất, lý giải cho điều này là do các đối tượng nhận thức rõ được những gì mình đang làm.”

Faraday tổng kết, cũng như vị bác sĩ trên, rằng những người ngồi đó đã tự kéo hay đẩy bàn trong vô thức, sự dịch chuyển có lẽ bắt đầu từ những va chạm ngẫu nhiên. Rồi vào một thời điểm nào đó người ta vô tình bắt gặp “ảo ảnh”. “Ảo ảnh” đó thúc giục sự kỳ vọng tự thỏa mãn trong họ, từ đó tay họ làm theo những suy nghĩ đang có trong đầu. Faraday viết rằng vật báo của ông giúp hiệu chỉnh đầu óc của những người bị ảnh hưởng. Đồng thời, nhận thức của con người không phải là hậu quả trực tiếp của thực tế mà bắt nguồn từ hư tưởng.

Nhận thức luôn đi kèm với sự tưởng tượng vì những dữ liệu con người thu thập được trong cuộc sống không bao giờ đầy đủ mà luôn mập mờ, thiếu rõ ràng. Ví dụ: hầu hết mọi người đều cho rằng bằng chứng chính xác nhất cho một sự kiện phải do tận mắt chứng kiến, và vì vậy trong một phiên tòa nhân chứng trực tiếp luôn có giá trị. Tuy nhiên nếu bạn yêu cầu trình chiếu trước tòa một đoạn phim có giá trị tương tự với những hình ảnh thô mà võng mạc của ta thu được, thẩm phán chắc chắn sẽ thắc mắc liệu bạn có cố dựng nó lên không? Phải lưu ý rằng góc nhìn của mắt luôn tồn tại một “điểm mù” nơi các dây thần kinh mắt liên kết với võng mạc. Thêm vào đó, phần duy nhất của mắt có độ phân giải tốt là một vùng hẹp lệch khoảng 1 độ so với tâm võng mạc, chỉ rộng bằng ngón tay cái của chúng ta. Ngoài vùng đó, độ phân giải giảm đáng kể. Để bù lại, chúng ta liên tục thay đổi góc nhìn nhằm tạo hình ảnh chính xác hơn. Kết quả là những dữ liệu hình “thô” gửi về não có chất lượng kém, dễ dao động và luôn vướng một điểm đen khó chịu. Nhưng rất may mắn, não bộ sẽ xử lý và tổng hợp các dữ liệu từ cả hai mắt, sử dụng các hình ảnh tương tự xung quanh để lấp đầy những khoảng trống. Và như vậy, chúng ta luôn vui vẻ với ảo ảnh mạnh mẽ về một thị lực hoàn hảo, ít nhất cho đến khi chấn thương, tuổi tác hay bệnh tật lên tiếng.

Chúng ta cũng dùng trí tưởng tượng của mình để “đi tắt” – tự vẽ lên ảo ảnh về những dữ liệu không thể quan sát được. Còn với những gì nhìn thấy được, não bộ lại tổng kết và đánh giá chúng qua những thông tin thiếu sót và không rõ ràng. Sau quá trình phân tích trên, “hình ảnh” ta thấy được coi là đã chính xác trọn vẹn. Nhưng có phải vậy không?

Để tránh nhận định sai, các nhà khoa học đã nghiên cứu những phương pháp thống kê để xem liệu những hình ảnh quan sát có ủng hộ giả thuyết vốn có hay ngược lại: mọi thứ chỉ là ngẫu nhiên. Ví dụ: khi các nhà vật lý tìm kiếm nhằm xác định độ tin cậy của những dữ liệu về vụ va chạm mạnh

của Trái đất khi xưa, họ không nhìn vào biểu đồ, tìm kiếm dấu hiệu xuất hiện từ sự nhiễu động mà sử dụng các học kỹ thuật toán học. Một loại kỹ thuật như vậy, phép thử tầm quan trọng, được phát triển trong những năm 1920 bởi R. A. Fisher, một nhà thống kê vĩ đại của thế kỷ XX (và ông cũng được biết đến với tính khí nóng nảy cùng mối thù hận lớn với Karl Pearson – một nhà thống kê tiên phong cùng thời – đến nỗi Fisher tiếp tục công kích đối thủ của mình ngay cả sau khi Pearson mất năm 1936).

Để minh họa cho ý tưởng của Fisher, giả sử rằng trong nghiên cứu về nhận thức cảm quan, một sinh viên dự đoán kết quả của việc tung đồng xu. Nếu qua quan sát, ta thấy người sinh viên đó gần như luôn đoán đúng thì ta có thể cho rằng cô ta có khả năng nào đó, giả dụ như năng lực tâm linh. Mặt khác, nếu cô ta chỉ đúng nửa số lần dự đoán, các số liệu sẽ ủng hộ cho nhận định cô ta chỉ đoán mò. Vậy sẽ thế nào nếu số liệu nằm ở giữa hai khoảng này hay thậm chí không có nhiều số liệu? Chúng ta làm sao phân biệt giữa chấp nhận hay từ chối các giả thiết cạnh tranh này? Đây chính là tác dụng của “phép thử tầm quan trọng”: một phương pháp tính toán xác suất qua những gì ta quan sát nếu giả thuyết ta đang thử là đúng. Nếu xác suất thấp, ta loại bỏ giả thuyết. Còn nếu xác suất cao, chúng ta chấp nhận nó.

Ví dụ: giả sử bạn là người hoài nghi, và giả thuyết là người sinh viên không thể đoán chính xác kết quả việc tung đồng xu và trong thí nghiệm. Và giả sử cô ta đoán đúng một số lần nhất định. Bằng phương pháp đã được trình bày ở chương 4, bạn có thể tính toán xác suất đoán đúng do ngẫu nhiên của cô ta. Nếu cô ta đoán trúng nhiều lần, trong khi tỷ lệ đoán mò trúng chỉ vào khoảng 3%, giả thuyết cô ta đang đoán mò sẽ bị loại bỏ. Theo cách nói của phép thử tầm quan trọng, ta nói rằng mức độ từ chối ở đây là 3%, nghĩa là khoảng 3% khả năng các dữ liệu đánh lừa chúng ta. Mức 3%

là khá cao, do vậy các phương tiện thông tin đại chúng có thể đưa tin về “chiến công” này như là bằng chứng về việc tồn tại năng lực siêu nhiên. Dù vậy, những ai trong chúng ta không tin vào điều này vẫn có thể tiếp tục hoài nghi.

Thí dụ này giải thích một điểm quan trọng: kể cả với những dữ liệu ý nghĩa, cho rằng, vào cỡ 3%, nếu bạn thử 100 người bình thường về khả năng tâm linh – hoặc thử tính công hiệu của 100 loại thuốc không có tác dụng – bạn sẽ trông mong vài người hay vài loại thuốc chứng minh điều ngược lại. Đó là lý do mà các cuộc thăm dò phiếu bầu hay nghiên cứu y học, đặc biệt trong phạm vi nhỏ đôi khi mâu thuẫn với thăm dò hay nghiên cứu đã được thực hiện trước đó. Dù vậy, phép thử tầm quan trọng cũng như các phương pháp thống kê khác vẫn giúp ích nhiều cho các nhà khoa học, đặc biệt khi họ có trong tay lượng các nghiên cứu lớn. Nhưng trong đời sống hàng ngày, chúng ta không kiểm soát lượng kiến thức như vậy hay tiếp nhận các phân tích thống kê bằng trực giác. Thay vào đó, chúng ta dựa vào bản năng tự nhiên. Khi chiếc bếp nhãn hiệu Viking của tôi bị hỏng và ngẫu nhiên một người quen của tôi cũng gặp phải chuyện tương tự, tôi bắt đầu khuyên các bạn của mình không nên mua nhãn hiệu này. Khi tiếp viên hàng không trên vài chuyến bay của United Airlines có vẻ gắt gỏng hơn so với ở các hãng khác, tôi không bay hãng của họ nữa. Không có nhiều dữ liệu ở đây nhưng bản năng tự phát hiện ra khuôn mẫu.

Đôi lúc những khuôn mẫu đó có ý nghĩa, đôi khi lại không. Trong từng trường hợp, nhận thức của ta về các khuôn mẫu đều có sức thuyết phục cao và mang tính chủ quan, ẩn chứa nhiều hàm ý sâu xa. Chúng đưa đến một sự tương đối, một trường hợp mà như Faraday đã nói, là có thực trong mắt người chứng kiến. Ví dụ: năm 2006, cuốn *The New England Journal of Medicine* (Tạp chí Y Khoa mới của Anh) đã xuất bản một nghiên cứu trị giá 12,5 triệu đô-la về bệnh nhân viêm khớp xương đầu gối mãn tính cùng các tài liệu liên

quan. Nghiên cứu chỉ ra rằng sự kết hợp bổ sung glu-cô-za-min và hợp chất chondroitin giàu lưu huỳnh không có tác dụng chữa trị viêm khớp hơn một liều thuốc an thần. Tuy vậy, một vị bác sĩ tài năng vẫn không thể dễ dàng chấp nhận điều này và ông đã tổng kết những phân tích của mình về nghiên cứu này trên đài quốc gia bằng việc tái xác nhận lợi ích của việc điều trị bổ sung, ông cũng khẳng định rằng “một trong các bác sĩ của vợ tôi có con mèo và bà ấy nói nó không thể đứng dậy hàng sáng nếu thiếu một liều glu-cô-za-min và chondroitin”.

Khi tìm hiểu kỹ, ta sẽ thấy rằng nhiều giả định về xã hội hiện đại, cũng như các hiện tượng tâm linh xoay quanh chiếc bàn đều dựa trên những ảo ảnh chung. Trong khi chương 8 đề cập tới việc hình thành nên quy tắc đầy bất ngờ của các sự kiện ngẫu nhiên, thì trong chương này, tôi sẽ tiếp cận vấn đề theo chiều ngược lại và phân tích lý do các sự kiện có vẻ có nguyên nhân rõ ràng đôi khi lại là sản phẩm của sự tình cờ.

**BẢN NĂNG CON NGƯỜI** là tìm kiếm các khuôn mẫu và gán cho chúng ý nghĩa khi ta tìm ra. Kahneman và Tversky đã phân tích nhiều biện pháp nhanh mà chúng ta áp dụng khi đánh giá dữ liệu cũng như khi phán đoán dựa trên sự không chắc chắn. Họ gọi đó là phương pháp giải quyết vấn đề bằng cách đánh giá kinh nghiệm. Nhìn chung, cách làm đó là hữu hiệu, nhưng cũng như việc xử lý những thông tin liên quan tới thị giác đôi khi dẫn đến các ảo ảnh thị giác, nghiên cứu trên kinh nghiệm cũng đôi khi dẫn tới sai sót có tính hệ thống. Kahneman và Tversky gọi những sai sót đó là độ lệch. Chúng ta đều xử lý trên kinh nghiệm và đều vấp phải những độ lệch. Nhưng ảo ảnh thị giác không quá trầm trọng trong cuộc sống hàng ngày còn các độ lệch nhận thức lại ảnh hưởng lớn đến việc đưa ra những quyết định. Và vì vậy, cuối thế kỷ XX đã xuất hiện nghiên cứu lý giải cách thức tâm trí con người có thể tiếp nhận sự ngẫu nhiên. Các nhà nghiên



cứu kết luận rằng “loài người có nhận thức rất kém về sự ngẫu nhiên, họ không thể nhận ra sự tồn tại của sự ngẫu nhiên đó khi nó đang ở ngay trước mắt và cũng không thể cố gắng tạo ra nó” và tồi tệ hơn, chúng ta thường đánh giá sai vai trò của sự tình cờ trong cuộc sống và đưa ra những quyết định lệch đi so với lợi ích của mình.

Hãy tưởng tượng một chuỗi các sự kiện. Đó có thể là việc thu nhập hàng quý hay một loạt các cuộc hẹn hò qua Internet của bạn. Trong từng trường hợp, chuỗi đó càng kéo dài, bạn sẽ càng dễ nhận thấy những khuôn mẫu một cách hoàn toàn ngẫu nhiên. Do đó, các cuộc hẹn hay thu nhập từng quý, tốt hay tệ, đều không cần có căn nguyên. Vấn đề này đã được nhà toán học George Spencer-Brown trình bày rõ ràng. Ông viết rằng trong một dãy ngẫu nhiên gồm 101.000.007 chữ số 0 và 1, bạn sẽ trông đợi ít nhất mười chuỗi gồm 1 triệu chữ số 0 liên nhau. Hãy tưởng tượng kẻ thiếu may mắn nào gặp phải điều này khi sử dụng những chữ số trên để nghiên cứu gì đó. Phần mềm của anh ta sẽ phát hiện năm chữ số 0 liên nhau, rồi 10, rồi 20, 1.000, 10.000, 100.000, 500.000. Anh ta liệu có sai không nếu gửi trả chương trình và đòi hoàn lại tiền? Và liệu một nhà khoa học sẽ phản ứng ra sao khi mở quyển sách số học mới mua của mình và phát hiện trong đó toàn chữ số 0? Quan điểm của Spencer-Brown ở đây chỉ ra sự khác biệt giữa một quá trình hoàn toàn ngẫu nhiên và một quá trình có vẻ ngẫu nhiên. Tập đoàn Apple từng gặp phải vấn đề tương tự với chế độ sắp xếp ngẫu nhiên (shuffling) khi lần đầu cài đặt nó vào máy nghe nhạc iPod: sự ngẫu nhiên thực sự đôi lúc dẫn đến sự lặp lại. Nhưng khi người dùng nghe đi nghe lại một hay một số bài hát của cùng nghệ sĩ, họ tin rằng việc sắp xếp không phải là ngẫu nhiên. Và do đó công ty đã tạo nên một thay đổi đặc biệt: “giảm tính ngẫu nhiên để khiến nó có vẻ ngẫu nhiên hơn” như Steve Jobs, nhà sáng lập Apple đã nói.

Một trong những suy đoán đầu tiên về việc nhận thức các khuôn mẫu ngẫu nhiên thuộc về nhà triết học Hans Reichenbach, người mà vào năm 1934 đã nhận định rằng những người không học nhiều về xác suất sẽ khó có thể nhận ra một chuỗi các sự kiện ngẫu nhiên. Dưới đây là các dữ liệu thể hiện kết quả của 200 lần tung đồng xu, với X là mặt sấp còn O là mặt ngửa:

ooooxxxxxoooxxxooooxxooxooxxxooxxxooooxxxooxooxoooo  
ooxooxooooooxxooxxxooxooxxxooooxxooxooxooxxxooxooxox  
oxxoxooooxoxooooxxxooooxxooxooxooxooooxooxooxxxooooxoo

xxxxooooxxxooooxxxooooxxxooxxxooxooxooooxxx. Ta có thể dễ dàng thấy các quy luật trong dữ liệu, ngay tức khắc, bốn chữ O theo sau là bốn chữ X ở đầu và sáu chữ X ở gần cuối. Theo các nhà toán học về tính ngẫu nhiên, thì những kết quả như vậy thường gặp sau 200 lần tung. Tuy vậy chúng đã làm hầu hết mọi người ngạc nhiên. Từ đây, thay vì đại diện cho kết quả tung xu, các chữ X và O sẽ đại diện cho các sự kiện trong cuộc sống của ta, và con người vẫn luôn tìm kiếm lời giải thích ý nghĩa cho những khuôn mẫu này. Nếu coi chuỗi chữ X là những phiên đi xuống của thị trường chứng khoán, các nhà đầu tư sẽ tin vào các chuyên gia nếu các chuyên gia này nói rằng thị trường đang bất ổn. Còn khi coi các chữ O là thành tích mà vận động viên thể thao yêu thích của bạn đạt được, các phát thanh viên có vẻ rất thuyết phục khi đều đều liệt kê chúng. Và như chúng ta biết, coi X hay O là hàng loạt các bộ phim thất bại của hãng Paramount hay Columbia, mọi người sẽ gật đầu khi các tạp chí điện ảnh chỉ ra hãng nào chạm được vào cảm xúc của người xem trên khắp thế giới và hãng nào thất bại.

Các học giả cũng như các tay viết đã cố gắng hiển nhiều nỗ lực nghiên cứu những thành công ngẫu nhiên trên thị trường tài chính. Hiện tại, không có nhiều bằng chứng chứng minh diễn biến thị trường là ngẫu nhiên hoặc gần như vậy. Vì vậy, nếu thiếu thông tin tay trong mà quyết định chấp nhận chi phí để quản lý, mua bán danh mục vốn đầu tư thì bạn sẽ

không kiếm được lời nếu trông mong vào những điều bất ngờ. Tuy nhiên, phố Wall vẫn có truyền thống lâu đời về các bậc thầy phân tích, và lương trung bình của họ vào cuối những năm 1990 vào khoảng 3 triệu đô-la. Những chuyên gia phân tích đó làm cách nào? Theo một nghiên cứu vào năm 1995, tám trong mười hai “siêu sao phố Wall” có mức lương cao nhất được Barron mời đưa ra khuyến cáo về thị trường tại hội nghị bàn tròn thường niên chỉ đơn thuần tung ra đầu tư hợp với lợi nhuận chung của thị trường. Nghiên cứu vào các năm 1987 và 1997 chỉ ra rằng những cổ phiếu mà các “thầy đồng” gợi ý trên chương trình Wall Street Week (Tuần lễ phố Wall) là rất tệ, tụt rất xa so với thị trường. Và trong một nghiên cứu của 153 bản tin chứng khoán định kỳ, một nghiên cứu viên ở trung tâm nghiên cứu của Học viện kinh tế Harvard cho thấy “không tồn tại bất kỳ dấu hiệu cụ thể nào về khả năng đoán biết thị trường”.

Chỉ do tình cờ, một vài nhà phân tích và công ty đầu tư sẽ luôn đưa ra các khuôn mẫu ấn tượng về sự thành công. Và mặc dù nhiều nghiên cứu đã chỉ ra rằng thành công trong quá khứ không đồng nghĩa với thành công trong tương lai, và rằng sự thành công hầu hết chỉ là may mắn – nhưng nhiều người vẫn tin rằng những lời khuyên của người môi giới chứng khoán hay của những chuyên gia ở các công ty này đáng để họ đặt cược. Do vậy, rất nhiều người, kể cả những nhà đầu tư khôn ngoan đã mua cổ phiếu dự trữ với giá cắt cổ. Thực tế, một nhóm sinh viên có chuyên môn ở trường kinh tế Wharton được giả dụ là họ có trong tay 10.000 đô-la cùng các tờ quảng cáo về bốn quỹ chứng khoán, được soạn ra để mô phỏng S&P 500 (Standard & Poor’s composite index 500 – được sử dụng như một công cụ phản ánh những lợi nhuận hoặc rủi ro của các công ty hàng đầu nước Mỹ). Phần lớn sinh viên thất bại trong việc chọn quỹ với phí giao dịch thấp nhất vì cho dù chỉ trả thêm 1% tiền phí hàng năm, qua nhiều năm nó sẽ bòn rút dần khoảng

1/3 hay thậm chí một nửa tiền nghỉ hưu của họ, họ đã hành động không khôn khéo cho lắm.

Tất nhiên, theo ví dụ của Spencer-Brown, nếu đầu tư thời gian tìm kiếm, bạn hẳn sẽ tìm thấy người nào đó hoàn toàn do may mắn đưa ra nhiều dự đoán chính xác. Còn với những người ưa thích thực tế hơn là giả thuyết về 101.000.007 con số, hãy cùng nghiên cứu trường hợp của nhà báo Leonard Koppett. Năm 1978, Koppett giới thiệu một hệ thống mà ông khẳng định rằng có thể xác định tình hình lên xuống của thị trường chứng khoán trong năm vào đầu tháng Một của năm đó. Ông nói rằng, hệ thống của mình đã dự đoán chính xác thị trường trong 11 năm qua. Tất nhiên, các hệ thống phân tích chứng khoán làm được điều đó một cách dễ dàng sau khi mọi chuyện đã diễn ra. Nhưng liệu chúng có hiệu quả đối với các vấn đề trong tương lai hay không? Hệ thống của Koppett đã làm sáng tỏ điều nghi ngờ đó, qua việc đánh giá thị trường bằng Chỉ số Trung bình Công nghiệp Dow Jones đúng trong 11 năm liên tiếp từ 1979 đến 1989, nó đoán sai vào năm 1990 nhưng sau đó lại tiếp tục đúng đến tận năm 1998. Mặc dù dự đoán của Koppett chính xác trong 18/19 năm, tôi vẫn tự tin cho rằng điều đó không liên quan gì đến tài năng. Vì sao? Đơn giản bởi Leonard Koppett là một phóng viên của tờ Sporting News và tiên đoán của ông dựa trên kết quả trận Super Bowl, trận chung kết của giải bóng bầu dục nhà nghề Mỹ. Cứ khi nào chiến thắng thuộc về đội nằm trong Liên đoàn Bóng bầu dục Quốc gia cũ (National Football League), ông lại đoán thị trường tăng. Còn khi nào đội thuộc Liên đoàn bóng bầu dục Mỹ cũ (American Football League) giành thắng lợi thì ông đoán thị trường đi xuống. Biết được thông tin này, nhiều người cho rằng Koppett hoàn toàn gặp may mắn. Giả như ông có những thành tích khác nhau và không tiết lộ cách làm của mình, ông đã có thể được tung hô như nhà phân tích tài ba nhất kể từ sau thời của Charles H. Dow.

Ngược lại với câu chuyện của Koppett, giờ ta đến với câu chuyện của một người có nhiều thành tích, tên ông là Bill Miller. Trong nhiều năm, Miller giữ được chuỗi thành công mà không như của Koppett, nó được so sánh với chuỗi chạy ăn điểm 56 trận liên tiếp của Joe DiMaggio hay 74 thắng lợi liên tục của nhà vô địch giải đấu Ken Jennings trên chương trình Jeopardy! Nhưng những so sánh này là không hẳn đã phù hợp ở chỗ: chuỗi thành công của Miller hàng năm đã mang lại cho ông số tiền gấp nhiều lần so với những gì người khác kiếm cả cuộc đời. Vì Bill Miller là giám đốc đầu tư của quỹ Tín dụng Ủy thác Legg Mason (Value Trust Fund), và hàng năm trong 15 năm phát đạt của mình, quỹ của ông vượt qua cả giá trị tài sản của Standard & Poor's 500.

Với thành công của mình, Miller đã được tạp chí Money bầu là “nhà Quản lý Tài chính Vĩ đại nhất Thập niên 1990”, tờ Morningstar cũng phong ông là “Giám đốc Tài chính Thập kỷ” và Smartmoney đưa tên ông vào top 30 người có tầm ảnh hưởng lớn đến giới đầu tư trong các năm 2001, 2003, 2004, 2005 và 2006. Trong năm thành công thứ 14 của Miller, trang mạng của CNNMoney đã trích lời một nhà phân tích, ông này đặt tỷ lệ cho việc Miller đơn thuần gặp may mắn là 1/372.529 (về sau còn nhiều hơn thế).

Các học giả gọi ấn tượng sai lầm về việc một sự kiện ngẫu nhiên bị đánh giá do tài năng đặc biệt là “hoa tay giả”. Nhiều nghiên cứu về vấn đề này được thực hiện trong lĩnh vực thể thao, vì trong thể thao, thành tích dễ xác định cũng như đo lường. Thêm vào đó, luật lệ cuộc chơi là rõ ràng và thống nhất, dữ liệu đa dạng và công khai. Các trường hợp nghi ngờ thì có thể dễ dàng xem xét lại. Chưa kể các học giả có thể theo dõi trận đấu và ra vẻ là họ đang làm việc.

Sự quan tâm đến “hoa tay giả” bắt đầu xuất hiện vào khoảng năm 1985, đặc biệt trong một bài báo của Tversky và các đồng nghiệp đăng trên tờ Cognitive Psychology. Trong

bài báo: “Hoa tay Bóng rổ: quan niệm sai về sự ngẫu nhiên”, nhóm Tversky đã nghiên cứu hàng loạt thống kê về bóng rổ, tài năng của mỗi cầu thủ là khác nhau, tất nhiên. Có người ghi điểm trong nửa số lần ném của mình, có người nhiều hơn hoặc ít hơn. Thành tích của mỗi cầu thủ cũng tốt hay tệ tùy từng thời điểm. Tác giả đặt ra câu hỏi: số lượng, thời gian kéo dài thành tích này với cái bạn quan sát được liên quan như thế nào nếu coi mỗi cú ném là một quá trình ngẫu nhiên. Mọi chuyện sẽ thế nào nếu thay vì ném bóng, các cầu thủ tung đồng xu để xác định tỷ lệ ném trúng của mình? Các nghiên cứu gia tìm ra rằng, mặc dù chuỗi đó có thể nào thì kỷ lục ném bóng vào rổ của Philadelphia 76, ném tự do của Boston Celtics hay khả năng kiểm soát cú ném xa đầy kinh nghiệm của Cornell University (cả đội bóng nam lẫn nữ) đều liên quan đến sự ngẫu nhiên.

Cụ thể, biểu hiện trực tiếp của chuỗi là xác suất thành công có điều kiện (ném bóng vào rổ) nối tiếp thành quả trước đó. Với một cầu thủ, tỷ lệ tiếp tục ghi bàn sau khi anh hay cô ta vừa mới ghi bàn thường cao hơn cả tỷ lệ ném trúng trung bình. Nhưng tác giả phát hiện rằng với mỗi cầu thủ thì thành công nối tiếp thành công cũng không khác gì thành công tiếp sau thất bại (ném trượt rổ).

Vài năm sau bài viết của Tversky được công bố, nhà vật lý đoạt giải Nobel E. M. Purcell quyết định nghiên cứu về sự ngẫu nhiên trong bóng chày. Như đã nhắc đến trong chương 1, theo lời người đồng nghiệp Stephen Jay Gould ở Harvard của mình, ông phát hiện rằng ngoại trừ 56 trận chạy ăn điểm liên tiếp của Joe DiMaggio thì “không có gì trong bóng chày vượt quá tần số so với khuôn mẫu tung xu”, kể cả 21 trận thua liên tục của Baltimore Orioles ở giải nhà nghề đầu mùa giải năm 1988. Phong độ tồi tệ của cầu thủ cũng như đội bóng thường có xu hướng thất bại lâu hơn so với những cầu thủ và đội thi đấu giỏi và những cầu thủ hay đội bóng giỏi thì thường xuyên lập được các chuỗi thành tích tốt so

với các đội yếu hơn. Nhưng đó là vì tỷ lệ thắng/thua của họ cao hơn. Tỷ lệ đó càng cao thì tính thường xuyên cũng như sự kéo dài của chuỗi ngẫu nhiên sẽ có thể tăng theo. Để hiểu kỹ những điều này, bạn chỉ cần hiểu được việc tung xu.

Vậy còn chuỗi thành quả của Miller? Nếu nói nó là sự may mắn thì có thể một số người sẽ bớt bàng hoàng hơn. Ví như năm 2004, công ty của ông tăng giá trị dưới 12% trong khi cổ phiếu trung bình của S&P tăng ở mức 15%. Có vẻ như S&P đã đánh bại Miller năm đó, nhưng ông vẫn coi 2004 là một năm thắng lợi của mình. Đó là vì S&P không đơn thuần dựa vào giá trị trung bình cổ phần gốc mà cả giá trị đã được bổ sung sao cho cân bằng với vốn từ phía các công ty con. Cổ phần của Miller không cao bằng trung bình gốc của S&P nhưng lại lớn hơn mức đã qua bổ sung của họ. Thực vậy, cũng có 30 năm, Miller ở vào giai đoạn cầm chừng nhưng những năm đó ông cũng không hẳn đã thất bại. Mỗi năm ở đây được tính là khoảng thời gian từ tháng 1 và 31 tháng 12. Vì vậy, nhìn chung việc tính chuỗi là không hợp lý, vô tình lại hợp với tình hình của Miller.

Nhưng làm sao chúng ta chấp nhận phát hiện này với tỷ lệ 1/372.529 chống đối lại ông? Bàn về thành tích của Miller, năm 2003, các tác giả của cuốn The Consilient Observer đã nói rằng “không ai hốt bạc được từ thị trường 12 năm liên tiếp trong 40 năm gần đây”. Họ đặt ra câu hỏi liệu ông có gặp may và đưa ra ba tỷ lệ ước lượng (cùng trong năm 2003, họ cũng đặt ra tỷ lệ một công ty thắng lớn trên thị trường nhưng chỉ trong 12 năm liên) là: 1 ăn 4.096, 1 ăn 477.000 và 1 ăn 2,2 tỉ. Theo diễn giải theo Einstein, nếu ước đoán của họ đúng, họ sẽ chỉ cần đưa ra một. Tỷ lệ thật sự là bao nhiêu? Khoảng 3/4, tức 75%. Như vậy thì thật là không nhất quán. Vậy nên tôi sẽ giải thích.

Những người chọn tỷ lệ thấp đúng ở một điểm: nếu bạn chọn đúng cá nhân Miller vào đúng đầu năm 1991 và tính

toán tỷ lệ một người đơn thuần gặp may đánh bại thị trường 15 năm liên thì con số đó là cực kỳ thấp. Bạn cũng sẽ gặp phải tỷ lệ tương đương nếu tung đồng xu 1 lần mỗi năm trong 15 năm và mong nó đều ra mặt ngửa. Nhưng như phân tích về những cú chạy ăn điểm của Roger Maris, tỷ lệ đó không thích đáng vì có hàng ngàn nhà đầu tư khác (hơn 6.000 người hiện nay), và có nhiều khoảng 15 năm trong tương lai để lập nên kỳ tích đó. Câu hỏi phù hợp ở đây là: nếu hàng nghìn người cùng tung xu 1 lần 1 năm trong hàng thập kỷ, tỷ lệ mà một người trong số họ tung ra mặt ngửa trong 15 năm hoặc hơn là bao nhiêu? Khả năng đó cao, cao hơn rất nhiều so với việc đơn giản tung ra 15 lần ngửa liên tiếp.

Để cụ thể hóa vấn đề, giả sử 1.000 giám đốc – dĩ nhiên chỉ tương đối – từ năm 1991 (năm mà Miller bắt đầu phát đạt), mỗi năm tung 1 đồng xu. Sau năm đầu tiên, khoảng một nửa trong số họ ra mặt ngửa, sau 2 năm khoảng một phần tư có 2 lần ngửa, 3 năm thì khoảng 1/8 có 3 mặt ngửa và cứ thế. Lúc này, những người ra mặt sắp sẽ bị loại khỏi cuộc chơi, nhưng điều đó không thành vấn đề bởi đối với các nhà phân tích thì họ đã thất bại sẵn rồi. Khả năng sau 15 năm, tỷ lệ người tung toàn ra mặt ngửa là 1/32.768. Nhưng khả năng một trong 1.000 người làm được điều này là cao hơn nhiều, độ 3%. Cuối cùng, không có lý do gì để chỉ xét đến những người bắt đầu năm 1991, mọi việc có thể xảy ra từ năm 1990, 1970 hay bất cứ năm nào trong lịch sử đầu tư. Vì các tác giả của The Consilient Observer (Nhà quan sát trùng hợp) dùng 40 năm trong lập luận của họ, tôi đã tính toán tỷ lệ một nhà đầu tư nào đó trong 4 thập kỷ đó vượt mặt thị trường 15 năm liên hay hơn. Khả năng làm tăng tỷ lệ một lần nữa, như tôi đã nói ở trên, khoảng 3/4. Vậy thay vì ngạc nhiên bởi thành công của Miller, tôi cho rằng nếu không ai làm được điều tương tự, bạn có quyền kêu ca rằng tất cả những người ăn lương cao đó không làm đúng những gì họ có thể!

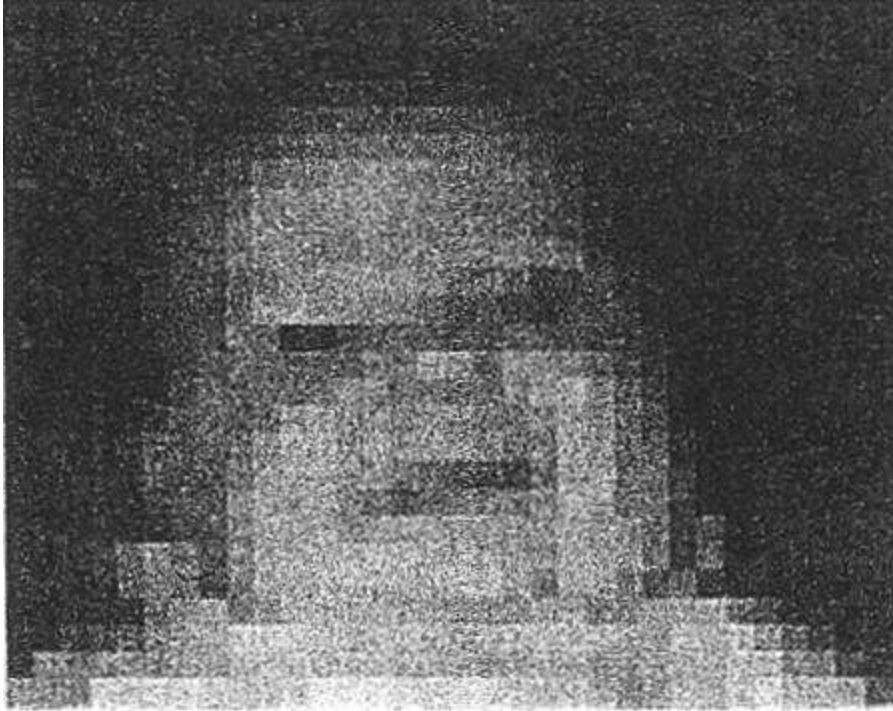


Tôi đã trích ra vài ví dụ “hoa tay giả” trong lĩnh vực thể thao và tài chính thế giới. Nhưng trong mọi mặt của cuộc sống, chúng ta đều bắt gặp các chuỗi thành công và thất bại kỳ lạ. Đôi khi thành công chiếm ưu thế, đôi lúc lại là thất bại. Có thể nào thì trong cuộc sống chúng ta cũng cần biết nhìn xa trông rộng và phải hiểu rằng mọi sự nối tiếp trông không có vẻ ngẫu nhiên thực chất lại hoàn toàn có thể chỉ là tình cờ. Một điều quan trọng khác, khi đánh giá người khác, bạn phải thừa nhận trong một nhóm người sẽ là vô cùng kỳ lạ nếu không có ai từng trải qua thành công hay thất bại hàng loạt.

Chẳng ai ghi nhận thành quả một chiều của Leonard Koppett và cũng không ai lại đi ca ngợi một kẻ tung xu, nhưng nhiều người tin vào Bill Miller. Về trường hợp của ông, mặc dù những phân tích của tôi khác với nhiều đánh giá trên truyền thông nhưng nó không xa lạ gì với những ai nghiên cứu Phố Wall trên lý thuyết. Ví dụ, nhà kinh tế học giành giải Nobel Merton Miller (không có họ gì với Bill) đã viết: “Nếu có 10.000 người nhìn vào thị trường, cố tìm ra những nhà đầu tư thắng lợi, thì 1/ 10.000 người đó sẽ làm được, do vô tình và tất cả chỉ có vậy. Đó là một cuộc chơi, với sự vận hành ngẫu nhiên, và mọi người nghĩ họ đang làm việc gì đó có chủ đích nhưng thực sự thì không phải vậy”. Chúng ta đều phải đưa ra kết luận dựa vào hoàn cảnh nhưng với những hiểu biết hiện nay về sự ngẫu nhiên, kết luận của ta không nên quá ngây thơ.

PHẦN TRƯỚC, tôi đã thảo luận việc chúng ta có thể bị đánh lừa bởi các khuôn mẫu phát triển theo thời gian trong dãy ngẫu nhiên. Thế nhưng những khuôn mẫu ngẫu nhiên đó khi được đặt trong không gian có thể gây hiểu nhầm. Các nhà khoa học biết rằng cách rõ ràng nhất để bộc lộ ý nghĩa của dữ liệu là diễn giải chúng dưới dạng tranh ảnh hoặc biểu đồ. Khi chúng ta quan sát dữ liệu theo cách này, các quan hệ liên kết bị bỏ sót trở nên rành mạch, nhưng cái giá phải trả

là đôi khi ta cũng nhận được những khuôn mẫu vô nghĩa. Não bộ của chúng ta được cấu tạo nhằm đồng hóa dữ liệu, lấp đầy những chỗ thiếu và tìm kiếm khuôn mẫu. Để minh họa, hãy quan sát cách sắp xếp các ô vuông xám trong biểu đồ dưới đây.



*Bức ảnh của Frank H. Durgin, Hiệu ứng Tinkerbell, đăng trên tạp chí Journal of Consciousness Studies 9, tháng Năm đến tháng Sáu năm 2002.*

Tấm hình thực chất không giống với người. Nhưng bạn được tận mắt chứng kiến lúc chụp ảnh đứa bé, bạn có lẽ sẽ nhận ra đường nét. Và nếu bạn đặt cuốn sách này dọc cánh tay và liếc nhìn nó, bạn có khi còn không nhận ra sự thiếu hoàn hảo của nó. Giờ thì hãy nhìn mô hình dãy chữ X và O dưới đây:

**0000XXXX000XXX0000XX00X000XXX00XX000XXXX**

**000X00X0X00000X00X00000XX00XXX0XX0X0XXXX**

000XX00XX0X00XXX00X00X0X0XX0X000X0X0000X

XXX000XX00X0XX000X000XX0X00XX0000X00XXXX

0000XXX000X000XXXXXX00XXX00X00X00000XXXX

Ở đây, ta thấy các cụm có dạng hình vuông, đặc biệt ở các góc. Tôi đã in đậm chúng. Nếu X và O đại diện cho các sự kiện thú vị, chúng ta sẽ bị thôi thúc tự hỏi liệu những cụm kia biểu hiện cái gì. Nhưng bất kỳ nội dung nào ta gán cho chúng đều là không chính xác vì những dữ liệu đó giống hệt với 200 chữ X và O khác trong đây, ngoại trừ dạng hình học kích thước 5 x 40 và cách lựa chọn chữ in đậm.

Cho tới cuối Chiến tranh Thế giới thứ II, vấn đề này vẫn gây nhiều sự chú ý, đó khi tên lửa V2 bắt đầu được rải như mưa xuống London. Những quả tên lửa đáng sợ bay với tốc độ gấp gần 5 lần tốc độ âm thanh, do vậy người ta chỉ nhận ra khi chúng đã chạm đất. Các báo mau chóng đăng sơ đồ vùng bị ảnh hưởng, và những sơ đồ này dường như không chỉ tiết lộ các mô hình ngẫu nhiên mà cả các hình dáng như có chủ định tạo thành. Với nhiều người, những hình đó thể hiện đường bay chính xác của những quả tên lửa, bất chấp khoảng cách mà chúng phải di chuyển, qua đó khẳng định công nghệ của Đức tiên tiến vượt xa những gì người ta nghĩ. Dân chúng đoán rằng, khu vực không bị sao có thể là địa điểm các gián điệp Đức đang ẩn náu. Các nhà lãnh đạo quân đội lo lắng việc quân Đức có thể tấn công vào các khu vực quân sự trọng điểm, gây ra tổn hại lớn.

Năm 1946, một nghiên cứu toán học về sự kiện ném bom đã được đăng tải trên Journal of the Institute of Actuaries (Tạp chí của Học viện Thống kê), tác giả của nghiên cứu này, R. D. Clarke, đã chia các vùng liên quan thành 576 khu vực nhỏ diện tích nửa km<sup>2</sup> đều về hai phía. Trong đó, 229 khu vực không bị ảnh hưởng. Còn mặc dù diện tích khiêm tốn

nhưng 8 chỗ đã bị đánh trúng 4 đến 5 lần. Dù vậy, phân tích của Clarke đã chỉ ra, như việc tung xu ở trên, mô hình tổng thể vẫn đúng với phân phối ngẫu nhiên.

Các vấn đề tương tự cũng xuất hiện thường xuyên trong các báo cáo về khu vực của bệnh ung thư. Nếu bạn chia nhỏ bất kỳ thành phố hay tỉnh thành nào và ngẫu nhiên phân phối các loại bệnh ung thư, các khu vực sẽ xuất hiện chênh lệch về số lượng bệnh. Thực tế, theo như Raymond Richard Neutra, lãnh đạo của Viện Nghiên Cứu Môi Trường Và Điều Trị Bệnh Tật California, với một sổ đăng ký ung thư điển hình - dữ liệu về tỷ lệ khu vực của hàng loạt loại ung thư - để thống kê 5.000 ca ở California, bạn có thể tìm thấy 2.750 ca qua thống kê rõ ràng là các dạng di căn của ung thư. Và nếu xem xét kỹ số lượng lớn các khu vực, bạn sẽ thấy bệnh ung thư xuất hiện ở một số vùng gấp nhiều lần tỷ lệ bình thường.

Bức tranh còn tồi tệ hơn nếu bạn vẽ ranh giới các vùng sau khi bệnh đã lan ra. Làm vậy, bạn sẽ nhận được hiệu ứng “thiên xạ”, gọi vậy bởi vì trước đó đã có trường hợp một chàng ngụy tạo thành tích của mình bằng cách bắn vào tờ giấy trắng sau đó vẽ mục tiêu đè lên. Thật không may đó là điều hay xảy ra trong thực tế: đầu tiên vài người phát hiện hàng xóm của mình bị ung thư, sau đó họ vạch rõ ranh giới vùng bệnh. Nhờ có nguồn dữ liệu có sẵn trên internet, nước Mỹ ngày nay đang dần loại bỏ những nơi như vậy. Không quá ngạc nhiên, chúng ta phát hiện ra những khu vực này, bởi ung thư biến chứng qua nhiều lần biến đổi liên tiếp, đó là quá trình ủ bệnh lâu dài hoặc mức độ tập trung của chất gây ung thư cao. Với các vùng ung thư phát sinh do môi trường, người bệnh rất lâu phát bệnh sau khi rời khỏi vùng lây nhiễm. Theo như Neutra, để tạo ra được loại ung thư mà phải triệu tập các nhà bệnh dịch học để nghiên cứu, thì một lượng lớn dân số phải tiếp xúc với tác nhân gây ung thư mạnh - những thứ thường chỉ được sử dụng trong điều trị hóa học hay trong một vài môi trường làm việc, độ độc hại

lớn hơn nhiều so với những vùng ô nhiễm mà người dân có thể gặp phải ở vùng lân cận hay các trường học. Tuy vậy, mọi người không chấp nhận giải thích rằng các vùng bệnh dao động ngẫu nhiên, và hàng năm, Bộ y tế nhận hàng ngàn báo cáo ung thư, dẫn đến việc công bố hàng loạt nghiên cứu toàn diện, nhưng không gì trong số đó thật sự chỉ ra nguyên nhân là do tác động của môi trường. Alan Bender, một nhà nghiên cứu bệnh dịch thuộc Bộ y tế Minnesota đã nhận xét những nghiên cứu đó “là sự uổng phí tiền của của đất nước một cách rõ ràng, tuyệt đối và hoàn toàn”.

Vậy là trong chương này, chúng ta đã xem xét vài cách mà các khuôn mẫu ngẫu nhiên có thể đánh lừa mình. Nhưng các nhà tâm lý học vẫn không bằng lòng dừng lại những nghiên cứu này và sự phân loại các nhận thức sai. Họ cũng đã nghiên cứu lý do chúng ta trở thành nạn nhân của chúng. Và giờ hãy hướng sự chú ý đến một vài yếu tố sau.

CON NGƯỜI THÍCH CÓ QUYỀN KIỂM SOÁT các nhân tố bên ngoài, đó là lý do mà nhiều người dám lái xe sau khi đã uống hết nửa chai Uýt-xki nhưng lại phát hoảng lên nếu chiếc máy bay họ đang bay gặp phải chút rắc rối nhỏ. Khát khao kiểm soát sự việc của chúng ta là có mục đích, bởi sự tự chủ là điều không thể thiếu trong nhận thức và sự tự trọng của con người. Trong thực tế, điều có ích nhất mà ta có thể làm cho bản thân là tìm cách làm chủ cuộc sống của mình hoặc ít nhất làm sao để cảm nhận rằng mình đang làm vậy. Nhà vật lý học Bruno Bettelheim đã quan sát thấy rằng việc sống sót trong trại tập trung Đức Quốc Xã “phụ thuộc vào khả năng của mỗi người trong việc dàn xếp để giữ gìn phạm vi hoạt động độc lập, tự quản lý những mặt quan trọng trong cuộc sống mặc dù môi trường có vẻ lấn át”. Các nghiên cứu sau này chỉ ra rằng cảm giác bất lực và mất kiểm soát dẫn đến trạng thái căng thẳng và dễ bị bệnh. Trong một thí nghiệm, khi những con chuột hoang mất quyền kiểm soát môi trường, chúng ngừng đấu tranh để tồn

tại và cuối cùng chết hết. Trong một thí nghiệm khác, một nhóm đối tượng được cho biết họ sẽ tham gia vào các bài kiểm tra quan trọng. Người ta nhận thấy thậm chí cả nỗ lực vô vọng nhằm kiểm soát thứ tự các bài thử thách, để làm giảm mức độ lo lắng.

Một trong những người tiên phong trong lĩnh vực tâm lý học kiểm soát là nhà tâm lý học đồng thời là họa sĩ nghiệp dư Ellen Langer, hiện ông là giáo sư tại Harvard. Nhiều năm trước, khi còn làm việc tại Yale, Langer và một cộng tác viên cùng nghiên cứu ảnh hưởng của cảm nhận về sự kiểm soát ở những người cao tuổi đang được chăm sóc tại gia. Một nhóm có quyền quyết định cách bài trí phòng và được chọn cây để chăm sóc. Nhóm khác có phòng được dọn sẵn, có sẵn cây cối và họ chỉ việc chăm sóc chúng. Trong vài tuần lễ, nhóm được tự quyết định đạt được điểm số cao hơn trong một đánh giá về độ hạnh phúc. Ngạc nhiên hơn, 18 tháng sau, một nghiên cứu kế tiếp làm sửng sờ các nhà nghiên cứu: nhóm không được tự quyết định có tỷ lệ tử vong là 30% trong khi nhóm kia chỉ có 15%.

Tại sao nhu cầu của con người về sự kiểm soát có liên quan tới một tranh luận về các khuôn mẫu ngẫu nhiên? Vì nếu các sự kiện là ngẫu nhiên thì ta không thể kiểm soát và nếu chúng có thể kiểm soát được thì chúng sẽ không còn là ngẫu nhiên. Chính vì thế dẫn tới một sự mâu thuẫn cơ bản giữa ước muốn cảm thấy đang kiểm soát và khả năng nhận ra sự ngẫu nhiên của con người. Chính sự mâu thuẫn đó là một trong những nguyên nhân nền tảng dẫn tới việc chúng ta đánh giá sai các sự kiện ngẫu nhiên. Trên thực tế, con người thường nhầm lẫn vận may với kỹ năng, hoặc những hành động vô cơ với sự kiểm soát; đó là một trong những vấn đề mà các nhà tâm lý học dễ gặp phải. Hãy yêu cầu mọi người kiểm soát đèn pin bằng cách bấm nút điều chỉnh giả, và rồi họ sẽ tin rằng mình đang thành công dù cho những cái đèn đó đã được điều chỉnh để bật tắt ngẫu nhiên. Hãy

cho họ xem một vòng tròn tạo bởi nhiều đèn sáng ngẫu nhiên và bảo rằng họ có thể làm cho chúng sáng cùng chiều kim đồng hồ nếu họ tập trung, và bản thân họ sẽ sửng sốt khi thấy mình làm được điều đó. Hoặc chọn ra hai nhóm đồng thời cạnh tranh trong một nghiên cứu tương tự, một nhóm nỗ lực để ánh sáng chuyển động theo chiều kim đồng hồ trong khi nhóm còn lại cố làm ánh sáng đi ngược lại và cả hai nhóm sẽ đồng thời nhìn những ánh sáng dịch chuyển quanh vòng tròn theo HƯỚNG HỌ ĐỊNH RA.

Langer liên tục chỉ ra cách mà ao ước nắm quyền kiểm soát mâu thuẫn với nhận thức đúng về các sự kiện ngẫu nhiên. Trong một nghiên cứu của bà, những người tham gia tự tin hơn về chiến thắng khi cạnh tranh với một địch thủ lo lắng và lúng túng so với khi cạnh tranh với một đối thủ tự tin mặc dù họ chơi bài, trò chơi mà khả năng chiến thắng được quyết định thuần túy bởi may mắn. Trong một nghiên cứu khác, bà yêu cầu một nhóm sinh viên chưa tốt nghiệp từ Đại học Yale dự đoán kết quả của 30 lần tung đồng xu ngẫu nhiên. Nhóm thí nghiệm đã bí mật điều chỉnh kết quả sao cho mỗi sinh viên đoán chính xác nửa số lần. Họ cũng sắp xếp để một vài sinh viên có được một loạt kết quả đúng sớm hơn. Sau khi tung đồng xu xong, nhóm nghiên cứu hỏi các sinh viên về khả năng phỏng đoán của mình. Nhiều sinh viên trả lời như thể việc tung đồng xu là một kỹ năng họ có thể trau dồi. Một phần tư trả lời việc tung đồng xu của họ có thể bị hạn chế khi mất tập trung. 40% cảm thấy họ có thể tung khá hơn nếu luyện tập. Và khi hỏi trực tiếp để đánh giá khả năng đoán kết quả việc tung đồng xu, các sinh viên đạt được thành công liên tiếp sớm hơn, đánh giá họ làm tốt hơn những người khác mặc dù số lần đoán đúng là như nhau đối với mọi người.

Trong một thử nghiệm thông minh khác, Langer tổ chức một trò chơi xổ số trong đó mỗi người tình nguyện tham gia nhận được một tấm thẻ có hình một người chơi trên đó. Một tấm

thẻ giống với một trong những thẻ đã phát được đặt trong chiếc túi, biết rằng người chơi nào có tấm thẻ giống thế sẽ là người thắng cuộc. Người chơi được phân ra hai nhóm. Một nhóm được chọn thẻ, nhóm còn lại được phát ngẫu nhiên. Trước khi rút thẻ trong túi ra, người chơi được quyền bán thẻ của mình. Hiển nhiên rằng những người chơi có cơ hội thắng cuộc như nhau, không ảnh hưởng gì từ việc họ chọn thẻ hay được phát thẻ. Tuy vậy, những người được chọn thẻ yêu cầu giá cao hơn 4 lần so với những người được phát ngẫu nhiên.

Những người tham gia vào thử nghiệm của Langer "biết", chỉ ít về mặt trí thông minh, rằng các thử nghiệm họ tham gia mang tính chất ngẫu nhiên. Khi được hỏi, không ai trong số người tham gia trò đổi thẻ nói rằng việc họ được quyền chọn thẻ có ảnh hưởng đến khả năng thắng của họ. Dẫu sao thì họ đã thể hiện như thể nó có ảnh hưởng vậy. Hoặc như Langer viết "trong khi mọi người có thể nói họ tin vào may rủi; nhưng thực chất họ thể hiện như thể cơ may các sự kiện xảy ra có thể kiểm soát được."

Trong đời sống, vai trò của sự ngẫu nhiên rõ ràng còn ít hơn rất nhiều so với các thử nghiệm của Langer, và chúng ta đầu tư quá nhiều vào kết quả và khả năng kiểm soát của ta với chúng. Do đó việc củng lại ảo tưởng về khả năng kiểm soát trong thực tế thậm chí còn khó hơn rất nhiều.

Một minh chứng cho ảo tưởng đó xảy ra khi một tổ chức trải qua thời kỳ thành công hoặc thất bại và lập tức quy ngay cho người lãnh đạo, thay vì muôn vàn những hoàn cảnh cấu thành tình trạng hiện tại của tổ chức hay vận may. Điều này đặc biệt rõ ràng trong thể thao, như tôi đã đề cập đến trong phần mở đầu, nếu các cầu thủ chơi tồi trong 1 hay 2 năm, chính huấn luyện viên mới là người bị sa thải. Phần đông các tập đoàn lớn, phức tạp đều bị tác động bởi các ảnh hưởng không lường trước của thị trường, mối quan hệ nhân quả giữa sự tài giỏi của lãnh đạo và năng lực của nhân viên



thậm chí còn yếu hơn cả trong thể thao. Các nhà nghiên cứu tại Đại học Columbia và Harvard mới đây đã nghiên cứu một số lượng lớn các tập đoàn yếu thế trước yêu cầu của các cổ đông đòi hỏi ban quản lý nhằm đối mặt với những thời kỳ khó khăn. Các nhà nghiên cứu chỉ ra rằng ba năm sau khi sa thải người quản lý, công ty vẫn không có sự tiến triển trung bình trong hiệu quả điều hành (tính theo lợi nhuận). Mặc cho sự khác nhau giữa các CEO, các tổ chức bị áp đảo bởi sức ảnh hưởng từ các nhân tố không kiểm soát được của hệ thống, cũng như ta không nhận ra sự khác biệt giữa các nhạc công ra trên radio với tiếng ồn hợp lý và cả sự ổn định. Dẫu sao khi tính toán khoản bồi thường thua lỗ, hội đồng quản trị thường có kết luận như thể CEO là người duy nhất có lỗi.

Nghiên cứu chỉ ra rằng, ảo tưởng về kiểm soát đối với các sự kiện mang tính cơ may xảy ra nhiều hơn trong lĩnh vực tài chính, thể thao và đặc biệt đối với kinh doanh trong trường hợp kết quả sau cùng của một phi vụ có tính may rủi nào đó bị chi phối bởi một giai đoạn lên kế hoạch (những cuộc họp bất tận), hoặc trong trường hợp thực thi nhiệm vụ đó cần sự tham gia chủ động (nhiều giờ tại văn phòng), hoặc trong trường hợp tồn tại sự cạnh tranh (điều này chưa từng xảy ra, phải không?) Bước đầu tiên trong việc chống lại ảo tưởng về kiểm soát là phải nhận thức được nó. Nhưng dù sao thì việc đó cũng khá khó khăn vì một khi nghĩ rằng mình đã nhìn ra một khuôn mẫu, chúng ta không dễ dàng từ bỏ nhận thức đó, như chúng ta sẽ thấy trong những trang tiếp theo.

Giả dụ tôi nói rằng mình đã tạo ra một quy luật lập nên một dãy số có ba chữ số và rằng dãy “2, 4, 6” thỏa mãn quy luật của tôi, bạn có thể đoán ra quy luật đó không? Một dãy số đơn lẻ quả thực không có gì đáng để suy luận, vậy cùng chấp nhận rằng bạn cho tôi dãy 3 số khác, tôi sẽ cho bạn biết chúng có thỏa mãn quy luật của tôi không. Hãy dành một chút thời gian nghĩ ra vài dãy số – lợi ích của việc đọc

sách, so với thực hành trực tiếp là, với sách tác giả thể hiện sự kiên nhẫn tuyệt đối.

Khi bạn đã suy nghĩ cẩn thận chiến thuật của mình, tôi có thể nói rằng nếu bạn giống hầu hết những người khác, những dãy số bạn đưa ra sẽ đại loại giống như 4, 6, 8 hay 8, 10, 12 hay 20, 24, 30. Vâng, các dãy này thỏa mãn quy luật của tôi. Vậy quy luật ở đây là gì? Đa số mọi người sau khi đưa ra các dãy để kiểm tra, sẽ tự tin và khẳng định rằng quy luật của dãy là phải chứa các số chẵn tăng dần. Nhưng thực ra quy luật của tôi chỉ đơn giản là dãy đó cần chứa các số tăng dần. Ví dụ dãy 1, 2, 3 sẽ thỏa mãn; không cần là số chẵn. Các dãy số bạn nghĩ tới có giống như điều này không?

Khi ta đang trong trạng thái nắm bắt một ý nghĩ nào đó, hoặc mỗi khi có ý tưởng mới, thay vì việc tìm cách chứng minh nó sai, ta thường cố gắng chứng tỏ rằng nó đúng. Các nhà tâm lý học gọi điều này là xu hướng khẳng định, và nó làm cản trở khả năng thoát khỏi các đánh giá sai lệch về sự ngẫu nhiên của chúng ta. Ở ví dụ trên, hầu hết chúng ta đều ngay lập tức nhận ra dãy số gồm những số chẵn tăng dần. Sau đó cố gắng chứng minh dự đoán của mình, họ đưa ra ngày càng nhiều dãy số dạng đó. Nhưng có rất ít người tìm câu trả lời theo cách nhanh chóng, đó là qua việc thử làm sai ý kiến của mình với những dãy chứa số lẻ. Như nhà triết học Francis Bacon đề cập điều này vào năm 1620: “Nhận thức của con người, một khi đã chấp nhận ý kiến mới, sẽ thu thập mọi chứng cứ để củng cố nó một cách cứng nhắc, và dù cho các chứng cứ phản lại có thể tồn tại nhiều hơn và có sức thuyết phục hơn, nhận thức cũng không chú ý tới chúng hay loại bỏ chúng và cuối cùng thì quan điểm này sẽ không thay đổi”.

Mọi chuyện càng tệ hơn, chúng ta không chỉ lao vào tìm kiếm những bằng chứng củng cố những quan điểm đã có của mình mà còn làm sáng tỏ những bằng chứng mờ nhạt

ủng hộ chúng. Đây có thể là một vấn đề lớn vì thông tin thường mơ hồ, vì thế bằng việc lờ đi một số khuôn mẫu và tập trung vào những cái còn lại, bộ não thông minh của chúng ta củng cố niềm tin ngay cả trong trường hợp thiếu thông tin thuyết phục. Ví dụ, nếu chúng ta kết luận dựa vào bằng chứng thiếu chắc chắn rằng người hàng xóm mới không thân thiện, rồi sau đó mọi hành vi trong tương lai có thể bị ảnh hưởng bởi ý nghĩ đó và những cái đó thật không dễ quên. Hoặc nếu chúng ta tin vào một chính trị gia nào đó, vậy khi người ấy thành công, ta khen ngợi, và khi người ấy thất bại, ta đổ lỗi cho hoàn cảnh hoặc các nguyên nhân khác, cách nào thì cũng chỉ để củng cố niềm tin ban đầu của chúng ta.

Trong một nghiên cứu mô phỏng tác động một cách khá sống động, các nhà nghiên cứu tập hợp một nhóm sinh viên chưa tốt nghiệp, một số sinh viên ủng hộ án tử hình còn một số chống lại nó. Sau đó, các nhà nghiên cứu cung cấp cho toàn bộ sinh viên các tài liệu lý thuyết về hiệu quả của án tử hình. Một nửa số sinh viên ủng hộ ý kiến rằng án tử hình có tác dụng ngăn cản hành vi phạm tội; nửa còn lại không đồng tình. Nhóm nghiên cứu cũng đưa cho các sinh viên những gợi ý về những điểm yếu trong mỗi tài liệu. Sau đó, các nhà nghiên cứu yêu cầu sinh viên đánh giá chất lượng từng tài liệu và cho biết mức độ họ có bị ảnh hưởng bởi việc tiếp cận thông tin. Những người tham gia ủng hộ cho những tài liệu này một lần nữa tái khẳng định ý kiến ban đầu của họ cho dù các nghiên cứu về hai mặt trái chiều đều được thực hiện với cùng một phương pháp. Cuối cùng, dù mọi người cùng đọc các tài liệu giống nhau, cả những người ban đầu ủng hộ án tử hình và những người không ủng hộ sau khi đọc thông tin đều nói rằng thông tin họ đọc đã củng cố thêm quan điểm của họ. Thay vì việc thuyết phục mọi người, các dữ liệu đưa ra đã phân nhóm các sinh viên. Dẫu sao các sự kiện ngẫu nhiên có thể được hiểu như những bằng chứng hấp

dẫn nếu chúng liên quan tới các quan điểm ban đầu của chúng ta.

Việc thiên vị gây nhiều hậu quả không tốt trong đời sống thực. Khi một giáo viên ngay từ đầu đã tin rằng một học sinh thông minh hơn số còn lại, ông ta tập trung lựa chọn những bằng chứng có xu hướng củng cố giả thuyết của mình. Khi một nhà tuyển dụng phỏng vấn một ứng viên, nhà tuyển dụng hình thành một ấn tượng ban đầu và dành thời gian còn lại của buổi phỏng vấn để tìm kiếm thông tin nhằm củng cố ấn tượng đó. Khi các cố vấn viên có phong cách làm việc ân cần nhẹ nhàng được thông báo trước về một khách hàng có thái độ hiếu chiến, họ có xu hướng kết luận rằng anh ta quả thật hiếu chiến cho dù anh ta thật sự không như vậy. Và khi mọi người nhìn nhận hành vi của ai đó mang tính thiếu sót, họ hiểu nó trong ngữ cảnh về những đặc trưng có sẵn.

Trí óc con người đã tiến hóa đủ để phát hiện ra các khuôn mẫu một cách hiệu quả, nhưng theo như hệ quả của xu hướng khẳng định, chúng ta tập trung vào việc tìm kiếm và củng cố các khuôn mẫu hơn là giảm thiểu những kết luận sai của mình. Nhưng dù sao chúng ta không cần bi quan, vì chúng ta có thể vượt qua chính những thành kiến của mình. Nó bắt đầu đơn giản bằng việc nhận ra rằng các sự kiện ngẫu nhiên cũng sản sinh ra các khuôn mẫu. Ta sẽ tiến thêm một bước quan trọng khác nếu ta học được cách tự chất vấn nhận thức và giả thiết của mình. Sau cùng, ta nên học cách dành nhiều thời gian tìm kiếm những chứng cứ chứng tỏ rằng ta sai như khi dành thời gian tìm lý do khẳng định mình đúng.

Hành trình của chúng ta cùng sự ngẫu nhiên đã gần đến điểm kết. Chúng ta bắt đầu với những quy luật đơn giản và tiến tới tìm hiểu cách chúng ảnh hưởng đến những hệ thống phức tạp. Vai trò của vận may trong hệ thống phức tạp nhất

- số phận cá nhân - quan trọng như thế nào? Đó lại là một câu hỏi khó, câu hỏi tượng trưng cho những gì ta đã cân nhắc từ đầu đến nay. Và dù không mong rằng mình có thể trả lời đầy đủ, tôi vẫn hy vọng có thể làm sáng tỏ phần nào về nó.

# Chương 10: Bước đi ngẫu nhiên của kẻ say

Năm 1814, gần với đỉnh cao của những thành công về những lý thuyết vật lý Newton, Pierre-Simon de Laplace đã viết:

“Nếu một trí tuệ nào đó, ở một thời điểm nào đó, biết được tất cả những tác động chi phối tự nhiên và vị trí của các phần tử cấu tạo nên nó; hơn nữa, nếu trí tuệ này đủ tuyệt vời để có thể phân tích những dữ liệu đưa ra, nó có thể khái quát một công thức về những chuyển động của các vật thể lớn nhất trong vũ trụ và cả của những nguyên tử dù là nhỏ nhất; với trí tuệ này, sẽ không còn điều gì mơ hồ, tương lai cũng như quá khứ, tất cả đều hiển hiện trước mắt”.

Laplace đang thể hiện quan điểm gọi là thuyết định luận: Chính tình trạng hiện tại của Trái đất sẽ quyết định một cách chính xác đáng về tương lai của nó.

Trong cuộc sống hàng ngày, thuyết định luận thường hàm ý một thế giới mà ở đó phẩm chất cá nhân và mọi thuộc tính của bất kỳ tình huống hoặc môi trường nào cũng sẽ trực tiếp dẫn đến những hậu quả nhất định. Đó là một thế giới có trật tự, nơi mà mọi thứ đều có thể được nhìn thấy, được tính toán, định liệu trước. Nhưng giấc mơ của Laplace phải đáp ứng một số điều kiện nhất định để trở thành hiện thực. Đầu tiên, các quy luật tự nhiên phải định ra một tương lai xác định, và tất cả chúng ta phải biết về quy luật đó. Thứ hai, chúng ta phải có khả năng tiếp nhận những dữ liệu để mô tả một cách hoàn hảo về hệ thống, không cho phép có bất kỳ tác lực bất ngờ nào. Sau cùng, khi đã có được những dữ liệu về hiện tại, chúng ta phải hội tụ đủ trí thông minh hoặc khả

năng tính toán để có thể xác định, những điều mà các định luật cho rằng tương lai sẽ nắm giữ. Trong cuốn sách này, chúng tôi đã nghiên cứu khá nhiều khái niệm hỗ trợ nắm bắt những sự việc ngẫu nhiên của chúng ta. Đồng thời, chúng ta cũng có thể trang bị cho mình cái nhìn sâu sắc về sự đa dạng của những tình huống cụ thể trong đời sống. Tuy nhiên vẫn còn vấn đề chính, đó là câu hỏi về sự ngẫu nhiên quan trọng với vị thế cuộc đời như thế nào và khả năng chúng ta dự đoán phương hướng của mình tốt tới đâu.

Trong các nghiên cứu về những vấn đề của con người từ cuối thời kỳ Phục Hưng cho đến Victoria, rất nhiều học giả có cùng quan điểm với Laplace về thuyết tiên định. Cũng như Galton, họ cảm rằng con đường mỗi người chọn trong cuộc sống sẽ được quyết định bởi những phẩm chất cá nhân, hoặc như Quételet, họ tin rằng tương lai của xã hội là thứ có thể tiên đoán được. Thông thường, nguồn cảm hứng của họ xuất phát từ các lý thuyết vật lý Newton, và hết sức tin tưởng rằng có thể dự báo được hành vi của con người chính xác như các hiện tượng tự nhiên khác. Họ thấy khá hợp lý khi những sự kiện của thế giới trong tương lai cần phải được quyết định một cách chặt chẽ bởi tình trạng hiện tại của mọi vấn đề, giống như quỹ đạo của các hành tinh vậy.

Trong những năm 1960, nhà khí tượng học Edward Lorenz đã tìm ra cách sử dụng công nghệ mới nhất – dàn máy tính sơ khai – để thực hiện chương trình của Laplace trong điều kiện thời tiết giới hạn. Điều đó có nghĩa là, nếu Lorenz cung cấp cho dàn máy ồn ào của ông ta những dữ liệu cần thiết về điều kiện bầu khí quyển lý tưởng của trái đất tại một thời điểm cụ thể, nó sẽ sử dụng những quy luật đã biết về khí tượng học để tính toán và cho ra những dãy số đại diện cho các điều kiện của thời tiết trong tương lai.

Một hôm, Lorenz quyết định rằng ông muốn mở rộng một sự mô phỏng đặc biệt hơn nữa trong tương lai. Thay vì lặp đi

lập lại công việc tính toán tổng thể, ông quyết định đi tắt bằng cách bắt đầu ở giai đoạn giữa của quá trình. Để thực hiện được điều đó, ông làm việc trong lúc dữ liệu của những điều kiện ban đầu được đưa ra trong các mô phỏng trước đó. Ông dự kiến rằng chiếc máy tính sẽ phục hồi phần còn lại của những mô phỏng trước đó và sau đó sẽ tiếp tục tiến hành sâu hơn nữa. Tuy nhiên, ông lại nhận thấy có một điều rất lạ: thời tiết biến đổi khác thường. Thay vì sao chép kết quả của những mô phỏng trước, kết quả mới hoàn toàn khác. Vậy nên, ông đã sớm nhận ra rằng: trong bộ nhớ của máy tính, dữ liệu được lưu trữ đến sáu chữ số thập phân, nhưng ở trong kết quả mà máy in ra thì chỉ còn lại có ba. Và kết quả là, những dữ liệu mà ông đưa vào đã bị sai lệch đi chút ít. Ví dụ, những số như 0,293416 sẽ xuất hiện đơn giản là 0,293.

Các nhà khoa học thường cho rằng nếu tình trạng đầu tiên của một hệ thống bị thay đổi chút ít thì sự phát triển của hệ thống đó cũng phần nào bị biến đổi. Cuối cùng, các vệ tinh thu thập dữ liệu về thời tiết chỉ có thể đo được các thông số với hai hoặc ba chữ số thập phân, và thế là chúng sẽ không thể theo dõi được sự khác biệt nhỏ bé như giữa 0,293416 và 0,293. Nhưng Lorenz đã nhận ra rằng chỉ một sự khác biệt nhỏ như vậy cũng sẽ dẫn tới những sai lệch lớn trong kết quả. Hiện tượng này được gọi là hiệu ứng cánh bướm, dựa trên cách hàm ý rằng sự thay đổi rất nhỏ của không khí, có thể đã xuất hiện khi một con bướm vỗ cánh, nhưng rất có khả năng gây ra ảnh hưởng cực kỳ lớn đối với thời tiết toàn cầu. Khái niệm này nghe qua có vẻ vô lý - tương đương với việc nhâm nhi thêm một cốc cà phê mỗi sáng sẽ dẫn đến những thay đổi sâu sắc trong cuộc sống của bạn. Nhưng thực chất điều này có xảy ra - ví dụ, nếu việc bạn dành thêm thời gian để cố có cuộc gặp gỡ tình cờ với người vợ tương lai của mình tại nhà ga xe lửa, hoặc tránh bị một chiếc xe đang nỗ lực vượt đèn đỏ đâm phải. Thực tế, bản thân câu chuyện của Lorenz chính là một ví dụ điển hình cho



hiệu ứng cánh bướm, bởi nếu ông không đưa ra quyết định mở rộng phép tính toán bằng cách làm tắt, ông sẽ không bao giờ có thể phát hiện ra hiệu ứng cánh bướm, một khám phá làm khai sáng cả một lĩnh vực hoàn toàn mới của toán học. Nếu chúng ta nhìn lại một cách chi tiết các sự kiện chính trong cuộc sống, thì ta thường không nhận ra những sự kiện ngẫu nhiên tưởng chừng như không hề quan trọng mà lại dẫn đến những thay đổi lớn.

Thuyết định luận về những vấn đề của con người, vì rất nhiều lý do, đã không thể đáp ứng được các yêu cầu cho việc dự đoán mà Laplace nhắc đến. Đầu tiên, theo những gì chúng ta được biết, xã hội không bị chi phối bởi những định luật cơ bản rõ ràng, chặt chẽ như trong vật lý. Thay vào đó, hành vi của con người không những không thể đoán biết trước được, mà như Kahneman và Tversky đã liên tục cho ta thấy rằng những hành vi đó thậm chí còn không hợp lý (theo nghĩa chúng ta hành động đi ngược lại với lợi ích của bản thân). Thứ hai, kể cả chúng ta có thể khám phá được các định luật về vấn đề của con người, giống như Quételet đã cố gắng làm, thì cũng sẽ không thể biết chính xác hoặc kiểm soát hoàn toàn được mọi tình huống trong cuộc sống. Cũng giống như Lorenz, chúng ta không thể thu thập được những dữ liệu cần thiết cho việc dự đoán. Và thứ ba, vấn đề của con người phức tạp đến nỗi chúng ta khó có thể thực hiện các phép tính cần thiết cho dù chúng ta biết được các định luật và xử lý được các dữ liệu. Kết quả là, thuyết định luận thực sự là một khuôn mẫu nghèo nàn đối với kinh nghiệm của con người. Hoặc giống như Max Born – một người từng đoạt giải Nobel – đã viết: “Sự ngẫu nhiên là một quan niệm mang tính nền tảng nhiều hơn quan hệ nhân quả.”

Trong nghiên cứu khoa học về cách thức ngẫu nhiên, bước đi của kẻ say giống như một nguyên mẫu. Trong cuộc sống hàng ngày, nó là một ví dụ thích hợp, giống như những hạt phấn hoa được thả trôi trong dung dịch Brown, chúng ta tiếp

tục theo một hướng nhất định rồi sau đó lại bị đưa tới nơi khác bởi sự ngẫu nhiên. Kết quả là, mặc dù chúng ta có thể tìm thấy các quy tắc thống kê trong dữ liệu, nhưng không thể đoán trước được tương lai của từng cá nhân riêng biệt, và đặc biệt mỗi thành tích ta đạt được, công việc, bạn bè, tài chính của chúng ta phụ thuộc nhiều vào sự ngẫu nhiên hơn chúng ta vẫn tưởng. Trong những trang tiếp theo, tôi sẽ phân tích sâu hơn nữa, rằng tất cả mọi vật thể, ngoại trừ những cơ thể sống đơn giản nhất, đều không thể tránh được những tác động bất ngờ, không được dự đoán, hơn nữa những tác động ngẫu nhiên và phản ứng của chúng ta trước chúng chiếm phần lớn yếu tố cấu thành nên những ngã đường khác nhau trong cuộc sống. Tôi sẽ bắt đầu luận điểm của mình bằng việc thăm dò một quan điểm mâu thuẫn với luận điểm đó: Nếu tương lai thực sự hỗn loạn và không thể dự đoán, vậy tại sao sau khi sự kiện xảy ra, chúng ta lại có cảm tưởng như tương lai ấy đáng lẽ ra có thể dự đoán được?

Mùa thu năm 1941, một vài tháng trước khi quân đội Nhật Bản tấn công Trân Châu Cảng, một cơ quan ở Tokyo đã bí mật gửi cho một điệp viên của họ ở Honolulu một yêu cầu khẩn. Mặc dù yêu cầu ấy đã bị chặn giữa đường và được chuyển đến Cục Tình Báo Hải Quân, nhưng nó đã luôn lách qua được bộ máy quan liêu và tới được Washington dưới dạng mật mã và được dịch vào ngày 9 tháng 10. Đó là thông báo yêu cầu các đơn vị quân sự của Nhật Bản tại Honolulu chia Trân Châu Cảng thành năm khu vực và lập báo cáo về số lượng tàu tại cảng có liên quan đến các khu vực đó, đồng thời phải quan tâm đặc biệt tới các tàu chiến, tàu khu trục và máy bay vận tải, cũng như thông tin có liên quan tới việc neo đậu của các con tàu ở trong mỗi bến tàu. Vài tuần sau đó, có một việc rất lạ lùng xảy ra: thiết bị giám sát của Mỹ bị mất thông tin liên lạc bằng radio với tất cả các máy phát từ hạm đội thứ nhất và thứ hai của quân đội Nhật Bản, cùng với việc bị mất toàn bộ thông tin về vị trí của họ. Sau đó, vào đầu tháng 12, cơ quan tình báo chiến đấu của

Khu vực Naval thứ 14 ở Hawaii cho biết Nhật Bản đã thay đổi tín hiệu đường truyền thông tin của mình lần thứ hai trong tháng. Những tín hiệu này, chẳng hạn như WCBS hoặc KNPR, là những cái tên giúp xác định nguồn gốc của đường truyền phát radio. Trong chiến tranh, những tín hiệu trên không chỉ tiết lộ vị trí truyền phát tín hiệu cho đồng đội mà còn cho cả kẻ thù, vậy nên chúng thường được thay đổi định kỳ. Người Nhật có thói quen thay đổi những tín hiệu đó ít nhất sáu tháng một lần. Và việc thay đổi tín hiệu hai lần chỉ trong vòng 30 ngày được coi như “bước chuẩn bị cho các chiến dịch sắp tới trên quy mô lớn”. Thay đổi này đã khiến việc xác định vị trí của các máy phát tín hiệu của Nhật Bản và tàu ngầm trong những ngày tiếp theo trở nên khó khăn hơn rất nhiều, hơn nữa còn làm nhiễu tín hiệu radio.

Hai ngày sau, những tin nhắn được gửi đến các trụ sở ngoại giao và lãnh sự Nhật Bản tại Hồng Kông, Singapore, Batavia, Manila, Washington và London đã bị chặn lại và được giải mã. Họ gọi và yêu cầu các nhà ngoại giao phải hủy bỏ các mã số và mật mã của mình ngay lập tức và đốt hết tất cả các tài liệu quan trọng tuyệt mật khác. Cũng trong khoảng thời gian đó, FBI đã chặn một cuộc gọi điện thoại từ một đầu bếp của Lãnh sự quán Nhật Bản tại Hawaii tới một người nào đó ở Honolulu tường thuật một cách đầy hứng khởi rằng các quan chức ở đó đã đốt toàn bộ những tài liệu quan trọng. Thư kí của Cục tình báo, Trung tá George W. Bicknell, đã mang một trong những bức thư tín bị chặn đến cho sếp của mình khi ông ta đang chuẩn bị đi ăn tối với Bộ trưởng Quốc phòng Hawaii. Khi đó đã là cuối buổi chiều thứ 7, ngày 6 tháng 12, một ngày trước cuộc tấn công. Sếp của Bicknell lúc đó, chỉ dành ra năm phút để xem qua các tin nhắn, bỏ qua chúng và sau đó tiếp tục đi ăn. Với những sự kiện mang điềm như thế, sau khi xem xét lại, tại sao không có một ai biết trước rằng cuộc tấn công đang cận kề?

Trong bất kỳ chuỗi sự kiện phức tạp nào mà trong đó mỗi sự kiện đều chứa đựng một vài yếu tố không chắc chắn, luôn tồn tại một sự không cân xứng căn bản giữa quá khứ và hiện tại. Sự không cân xứng này đã trở thành đề tài cho các nghiên cứu khoa học kể từ khi Boltzmann thực hiện các phân tích thống kê về những phân tử tạo nên tính chất của chất lỏng (xem chương 8). Ví dụ, hãy thử tưởng tượng, một phân tử được nhuộm màu nổi trên một ly nước. Phân tử này, cũng sẽ như các hạt Brown, di chuyển giống như những bước đi của một kẻ say. Nhưng ngay chính chuyển động không có mục đích đó lại đạt được những bước tiến nhất định, theo một cách nào đó. Ví dụ, nếu bạn đợi khoảng ba tiếng, phân tử đó có thể đã di chuyển được một inch (2,54 cm) từ nơi nó xuất phát. Giả sử rằng, tại một số điểm, các phân tử di chuyển đến một vị trí có ý nghĩa nhất định và cuối cùng cũng thu hút được sự chú ý của chúng ta. Giống như nhiều người đã làm sau trận chiến Trân Châu Cảng, chúng ta có thể tìm hiểu lý do vì sao sự kiện không lường trước đó lại diễn ra. Bây giờ giả sử chúng ta đang đào sâu tìm hiểu quá khứ của một phân tử. Nếu theo dõi tất cả các va chạm của phân tử, chúng ta có thể sẽ khám phá ra cách các phân tử nước va vào nhau và sau đó đẩy phân tử được nhuộm màu đi theo đường zig zag ngoằn ngoèo từ chỗ này sang chỗ khác. Nói cách khác, rõ ràng chúng ta có thể giải thích được tại sao trước đây một phân tử lại có thể phát triển như vậy. Tuy nhiên, trong nước có chứa rất nhiều những phân tử nước khác và hoàn toàn có khả năng là phân tử tương tác với phân tử được nhuộm màu. Để có thể dự đoán trước đường đi của phân tử màu đó, dĩ nhiên, chúng ta sẽ phải tính toán trước một số yêu cầu như đường đi và sự tương tác lẫn nhau của tất cả các phân tử nước tiềm năng. Điều đó sẽ liên quan tới một số lượng phép tính gần như không thể tưởng tượng, chúng lớn hơn nhiều so với phạm vi cho phép và khó hơn so với những va chạm cần thiết để tìm hiểu về những vấn đề trước đây. Nói cách khác, sự chuyển

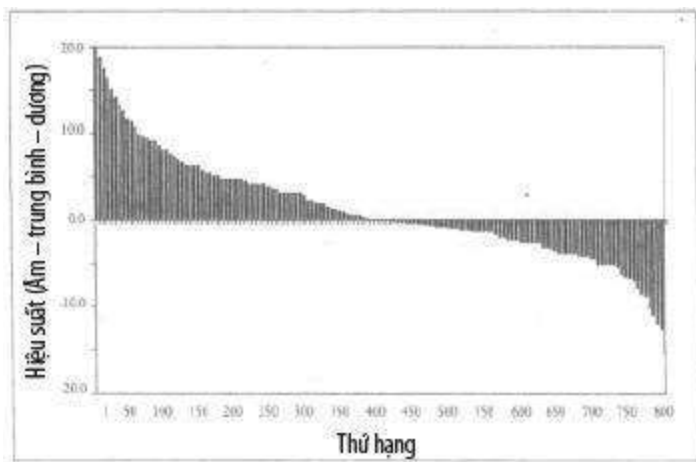
động của phân tử được nhuộm màu gần như là không thể dự đoán trước, mặc dù điều đó sau đó lại tương đối dễ hiểu.

Chính sự không cân xứng này là lý do vì sao trong cuộc sống hàng ngày, quá khứ trở nên quá đổi hiển nhiên ngay cả khi ta không thể dự đoán được về chúng. Đó là vì sao các nhà dự báo thời tiết lại có thể nói cho bạn nghe tại sao ba ngày trước các khối khí lạnh lại di chuyển như thế này và ngày hôm qua khối khí nóng lại di chuyển như thế kia, gây ra trận mưa lớn phá bình một đám cưới lãng mạn ngoài công viên, nhưng cũng chính những nhà dự báo thời tiết đó, sẽ không thể biết được chính xác các khối không khí đó sẽ tiếp tục di chuyển như thế nào trong ba ngày sắp tới và cảnh báo rằng các bạn cần chuẩn bị một cái lều thật lớn. Hoặc xét đến một ván cờ. Không giống như mấy trò chơi bài, cờ thường không có liên quan đến bất kỳ yếu tố ngẫu nhiên quá rõ ràng nào. Hơn nữa, sẽ có một sự mập mờ, không chắc chắn ở đây, khi mà không ai trong hai người chơi biết được đối thủ của mình sẽ đi nước cờ nào tiếp theo sau đó. Nếu như người chơi là những kỳ thủ hàng đầu, có những thời điểm trong cuộc chơi, có khả năng người đó sẽ đoán được các thế cờ trong tương lai; nếu bạn để ý thêm một chút nữa, mọi sự không chắc chắn sẽ hòa vào nhau, và không ai có thể tự tin nói trước được rằng ván cờ sẽ thành ra như thế nào. Mặt khác, nếu nhìn lại, thường thường người ta sẽ thấy thật dễ dàng để có thể chỉ ra được cách chơi cờ của mỗi người chơi. Điều này, một lần nữa, lại là một xác suất khác. Tương lai thật khó dự đoán nhưng quá khứ thì ngược lại.

Điều tương tự cũng đúng đối với thị trường chứng khoán. Ví dụ, xét đến hiệu suất của các quỹ tương hỗ. Như đã đề cập trong chương 9, việc chọn quỹ hỗ trợ để nghiên cứu về hiệu suất của nó trong quá khứ là một việc rất thông thường. Thật vậy, sẽ rất dễ tìm được những hình mẫu đáng tin cậy và có trật tự khi xem xét lại. Như ví dụ dưới đây, là một đồ

thị thể hiện hiệu suất làm việc của 800 nhà quản lý quỹ tương trợ trong vòng 5 năm, 1991 – 1995.

Trục tung thể hiện tỷ lệ lợi nhuận hoặc thua lỗ so với nguồn vốn trung bình của nhóm. Nói cách khác, khi đồ thị biểu hiện sự tụt dốc trở về 0% có nghĩa là hiệu suất của quỹ ở mức trung bình trong thời kỳ 5 năm. Trục hoành thể hiện xếp hạng của các nhà quản lý có liên quan, từ người đứng đầu cho đến người thứ 800. Để tra được thành tích, lấy ví dụ là nhà quản lý xếp ở vị trí 100 trong khoảng thời gian 5 năm đó, ta tìm điểm ở trên biểu đồ tương ứng với vị trí ghi số 100 trên trục hoành.

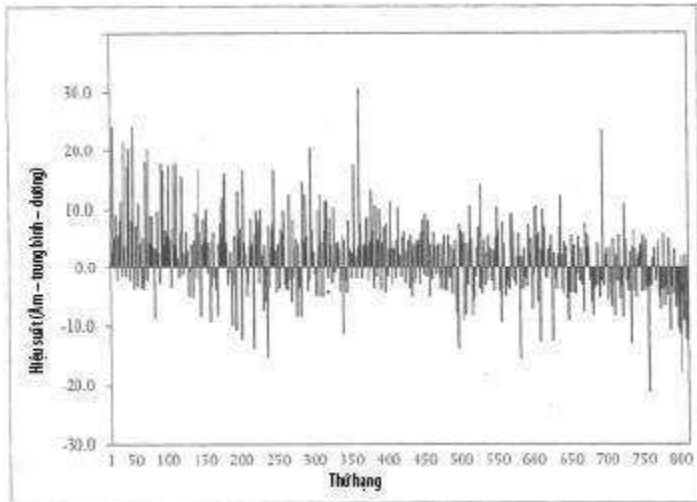


Hiệu suất làm việc và xếp hạng của các quỹ hỗ trợ trong 5 năm, giai đoạn 1991 – 1995

Không chút nghi ngờ, bất kỳ nhà phân tích nào cũng có thể đưa ra một số lý do đáng thuyết phục để giải thích tại sao các nhà quản lý hàng đầu trong danh sách lại thành công, và tại sao những người ở khu vực dưới lại thất bại, và tại sao những đường đồ thị lại có hình dạng như thế này. Và kể cả khi chúng ta có dành thời gian theo dõi chi tiết những phân tích đó, rất ít các nhà đầu tư lựa chọn một quỹ hỗ trợ chỉ có hiệu suất dưới 10% so với mức trung bình và bỏ qua quỹ có

hiệu suất đạt trên 10% so với mức trung bình. Khi xem xét lại quá khứ, việc vẽ được một đồ thị chuẩn với những giải thích ngắn gọn, dễ hiểu là quá dễ dàng, nhưng kể cả vậy thì đồ thị này cũng chỉ giống như một ảo ảnh của nhận thức sau này và dĩ nhiên nó có chút liên quan đến việc tiên đoán những sự kiện sẽ xảy ra trong tương lai. Ví dụ, đối với đồ thị được thể hiện dưới đây, với thứ tự hiệu suất của các quỹ hỗ trợ trong giai đoạn 5 năm đầu, tôi so sánh sự phát triển của chúng trong 5 năm tiếp theo. Nói cách khác, tôi vẫn duy trì việc xếp hạng dựa trên giai đoạn 1991- 1995, nhưng lại dùng để thể hiện sự quay vòng vốn của các quỹ đó trong các năm 1996 - 2000. Nếu như quá khứ là tiền đề của tương lai, những quỹ mà tôi đã cân nhắc trong những năm 1991 - 1995 sẽ dao động quanh hiệu suất tương đối trong năm 1996 - 2000. Điều đó có nghĩa, nếu những quỹ đứng đầu (ở phía bên trái đồ thị) tiếp tục thể hiện tốt hơn nữa so với những quỹ khác, và những quỹ đứng ở phía dưới (ở phía bên phải) càng trở nên tồi tệ, thì đồ thị này sẽ ngày càng giống với đồ thị dưới đây. Nhưng thay vào đó, như chúng ta có thể thấy rõ, tất cả thứ tự trước đây đều sẽ biến mất khi được ngoại suy tới tương lai, và đồ thị cuối cùng trông giống như một biểu đồ thể hiện những âm thanh hỗn tạp.

Thường thường, con người sẽ không thể thấy được vai trò của sự ngẫu nhiên đối với thành công trong kinh doanh và đối với thành công của những người như nhà quản lý quỹ đầu tư Bill Miller. Và chúng ta luôn mù quáng tin rằng những lỗi lầm của quá khứ chính là hậu quả của sự thiếu hiểu biết hoặc thiếu năng lực, và đáng



Cách các quỹ hàng đầu giai đoạn 1991 - 1995 làm việc trong giai đoạn 1996 - 2000.

lẽ chúng phải được khắc phục bằng những nghiên cứu sâu rộng hơn và được cải thiện từ bên trong. Đó chính là lý do vì sao, ví dụ như trong mùa xuân năm 2007, khi cổ phiếu của công ty Merrill Lynch đang được giao dịch ở mức 95 đô-la một cổ phiếu, CEO của công ty, E. Stanley O'Neal, được coi như thiên tài mạo hiểm, nhưng đến mùa thu 2007, sau khi thị trường tén dụng sụp đổ, ông này lại bị chế nhạo là cao bồi rủi ro - và dĩ nhiên, bị sa thải. Theo một cách tự nhiên, chúng ta ngưỡng mộ những doanh nhân giàu có, những chính trị gia, diễn viên hay bất cứ ai di chuyển từ nơi này đến nơi khác bằng phi cơ riêng, như thể những thành công của họ thể hiện bằng những phẩm chất đặc biệt không có trong những người phải ăn đồ thực phẩm đóng hộp trên máy bay hàng không dân dụng. Và chúng ta đặt quá nhiều niềm tin vào những lời dự đoán thái quá của các học giả chính trị, chuyên gia tài chính hay các nhà tư vấn kinh doanh, những người sở hữu bản lý lịch thể hiện trình độ chuyên môn cực kỳ cao.

Một công ty xuất bản mà tôi biết đã phải chịu những tổn thất rất lớn khi xây dựng kế hoạch một năm, ba năm và



năm năm cho việc phân đoạn phần mềm giáo dục của mình. Đã có những cố vấn được trả lương cao, những cuộc họp kéo dài hàng giờ đồng hồ, những buổi thống kê tài chính đến tận đêm khuya, những buổi họp không dứt ngoài giờ của các chuyên gia. Cuối cùng những dự cảm được chuyển thành công thức thể hiện sự chính xác ở một vài điểm chỉ đếm trên đầu ngón tay, còn những dự đoán bản năng hóa thành kết quả chắc chắn. Trong năm đầu tiên, phần lớn các sản phẩm đều không thu được lợi nhuận như dự kiến hoặc một vài sản phẩm bán được nhiều hơn dự kiến, các nhà lãnh đạo lao vào tìm kiếm nguyên nhân và cuối cùng dừng lại khi những người làm công ăn lương bị đổ tội hoặc được khen thưởng như kỳ vọng ban đầu. Năm tiếp theo, công ty xuất bản này đón nhận một loạt những cuộc cạnh tranh giá cả không được dự đoán trước bởi sự xuất hiện của hai đối thủ cạnh tranh. Năm tiếp theo, phần mềm giáo dục đó thất bại. Một khi sự không chắc chắn trong hai năm đầu được kết hợp với nhau thì kế hoạch ba năm không bao giờ được có cơ hội thành công. Và còn kế hoạch năm năm từng đánh bóng và được cắt gọt tỉ mỉ như những viên kim cương, đã không bị so sánh về hiệu quả, bởi vì sau đó tất cả mọi người trong bộ phận này đều đã chuyển sang một lĩnh vực khác béo bở hơn.

Các nhà sử học, những người có chuyên môn nghiên cứu quá khứ, cũng thận trọng như những nhà khoa học luôn theo đuổi ý tưởng rằng tương lai sẽ mở ra theo cách có thể được dự đoán. Thực tế, trong việc nghiên cứu lịch sử, ảo giác về điều không thể tránh khỏi sẽ mang lại một số hậu quả nghiêm trọng đến mức nó là một trong số ít những thứ mà các nhà sử học theo chủ nghĩa bảo thủ hay chủ nghĩa xã hội đều sẽ phải công nhận. Ví dụ, một nhà sử học nghiên cứu về chủ nghĩa xã hội, Richard Henry Tawney, đã nói rằng: “Các nhà sử học thường có xu hướng làm xuất hiện những điều tất yếu... bằng cách làm bật lên những yếu tố đã giành chiến thắng và đẩy những thứ chúng đã cố gắng nuốt chửng

xuống làm nền.” Còn nhà sử học Roberta Wohlstetter, người nhận được Huân Chương Tự Do từ Tổng thống Ronald Reagan, đã nói như thế này: “Sau một sự kiện, dĩ nhiên, ta luôn thấy tín hiệu rõ ràng, và thông qua tín hiệu đó, chúng ta giờ đây ta nhìn ra thảm họa. Nhưng trước khi sự kiện đó diễn ra, mọi thứ đều tối tăm, mờ mịt và chứa đựng những ý nghĩa hoàn toàn đối lập nhau.”

Theo một vài cách hiểu, ý tưởng này được rập khuôn theo một mẫu nhất định mà khả năng nhận thức muộn luôn là 20/20, nhưng con người lại thường hành xử như thể câu ngạn ngữ đó hoàn toàn không đúng sự thật. Ví dụ như trong chính phủ, một trò chơi “đáng lẽ nên biết” đã được chơi sau mỗi bi kịch xảy ra. Trong trường hợp của trận chiến Trân Châu Cảng (và cuộc tấn công ngày 11/9) các sự kiện dẫn đến cuộc tấn công, nếu như chúng ta nhìn lại, thì có vẻ như đang chắc chắn chỉ điểm theo một hướng nhất định. Tuy nhiên, như với các phân tử đã được nhuộm màu, thời tiết, hoặc trò chơi cờ, nếu chuẩn bị sẵn trước và theo dõi những sự kiện xảy ra trước mắt, cảm giác hoài nghi sẽ nhanh chóng biến mất. Hơn nữa, bên cạnh các báo cáo mà tôi vừa trích dẫn phía trên, thì cũng có một số lượng lớn những tin tức không hữu ích, với việc hàng tuần lại đưa đến những tập tin với những tin nhắn và tài liệu khẩn cấp và khó hiểu gây ra sự nhầm lẫn không minh bạch. Và ngay cả nếu chúng ta tập trung vào những báo cáo mà nhận thức sau này cho là quan trọng, thì trước cuộc tấn công, trong mỗi bài báo cáo có tồn tại một lời giải thích hợp lý khác không ám chỉ về cuộc tấn công bất ngờ vào Trân Châu Cảng. Ví dụ, nếu yêu cầu phân chia Trân Châu Cảng thành 5 khu vực cũng giống như yêu cầu được gửi đến các cơ quan tình báo của Nhật Bản ở Panama, Vancouver, San Francisco và Portland, Oregon. Việc mất tín hiệu liên lạc qua đài cũng không phải là chưa từng nghe, và chưa từng xảy ra, có thể hiểu đơn giản rằng các tàu chiến của Nhật được neo đậu ở hải phận của chúng, và các giao dịch được thực hiện trực tiếp qua

điện thoại cố định. Hơn nữa, kể cả khi bạn tin rằng một cuộc chiến tranh lớn sắp nổ ra, sẽ có rất nhiều dấu hiệu ám chỉ một cuộc tấn công ở một nơi nào đó - ở Philippines, hay ở trên bán đảo Thái Lan, hoặc là ở Guam, ví dụ như vậy. Chắc chắn rằng không có nhiều những câu chuyện đánh lạc hướng khiến ta hiểu nhầm giống như những phân tử nước va chạm với phân tử được nhuộm màu, nhưng cũng đủ để che khuất tầm nhìn của con người về tương lai.

Sau trận chiến Trân Châu Cảng, bảy Ủy ban của Quốc hội Mỹ bắt đầu tiến hành nghiên cứu để tìm ra lý do quân đội Mỹ đã bỏ qua tất cả các “dấu hiệu” về một cuộc tấn công đang cận kề. Tham mưu trưởng Quân đội, Tướng George Marshall, đã bị chỉ trích nặng nề vì bản ghi nhớ của ông gửi cho Tổng Thống Roosevelt với nội dung: “Hòn đảo Oahu, với vị trí phòng thủ, lực lượng và sự kiên cố, được đánh giá là pháo đài mạnh nhất trên thế giới”. Ông này cũng đảm bảo với Tổng Thống rằng, trong trường hợp bị tấn công, toàn bộ lực lượng của đối phương sẽ bị chặn đứng “trong vòng 200 dặm so với mục tiêu của chúng... bởi mọi loại bom phòng thủ”. Tướng Marshall không phải là tên ngốc, nhưng cũng không hẳn là một thầy phù thủy với quả cầu pha lê phép thuật. Các nghiên cứu về sự ngẫu nhiên chỉ ra rằng việc xem các sự kiện thông qua quả cầu pha lê đó là hoàn toàn có thể, nhưng không may, đó là sau khi chúng đã xảy ra. Và vì thế, ta tin rằng ta đã biết vì sao một bộ phim lại thành công, một ứng cử viên giành chiến thắng trong cuộc tranh cử, một cơn bão, chỉ số chứng khoán giảm, một đội bóng đá giành chiến thắng, sự thất bại của một sản phẩm mới, hoặc một căn bệnh ngày càng hiểm nghèo, nhưng sự tinh thông như vậy gần như là không tồn tại nếu chúng ta hiểu rằng quả cầu đó vô dụng trong việc đoán biết thời điểm một bộ phim sẽ thành công, một ứng cử viên sẽ giành phần thắng, một cơn bão sẽ đổ bộ, chỉ số chứng khoán sẽ tăng, một đội bóng sẽ thua, sản phẩm mới là một sự thất bại, hoặc một căn bệnh ngày càng khó chữa.

Sẽ rất dễ dàng để dựng lên những câu chuyện giải thích về quá khứ hoặc để tự tin trước những điều không rõ ràng sẽ xảy ra trong tương lai. Việc luôn có những cái bẫy không có nghĩa rằng chúng ta không thử cố gắng. Nhưng chúng ta có thể làm việc để hạn chế tối đa sai sót thông qua trực giác của bản thân. Chúng ta có thể học hỏi để quan sát những lời giải thích và lời tiên tri bằng thái độ hoài nghi. Chúng ta có thể tập trung vào khả năng phản ứng với các sự kiện thay vì tin tưởng, dựa dẫm vào khả năng tiên đoán, bằng những phẩm chất như tính linh hoạt, sự tự tin, lòng can đảm và sự kiên trì. Và có thể trực tiếp thể hiện tầm quan trọng và tạo ấn tượng với những người xung quanh hơn là chỉ nhìn vào những thứ họ xướng lên về những điều đạt được trong quá khứ. Bằng những cách này, chúng ta có thể kiểm chế bản thân, hình thành nên những đánh giá trong một khuôn khổ xác định.

THÁNG 3 NĂM 1979, một chuỗi những sự kiện bất ngờ nổi tiếng đã xảy ra. Chuyện này xảy ra ở nhà máy điện hạt nhân đặt tại Pennsylvania. Chuỗi sự kiện ngẫu nhiên dẫn đến việc một phần lõi hạt nhân bị nóng chảy, gây ra các phản ứng hạt nhân, đe dọa sẽ thải ra môi trường một lượng phóng xạ đáng báo động. Rủi ro bắt nguồn khi có một lượng nước tương ứng với một cốc nước chảy qua lỗ rò rỉ của bộ lọc nước. Lượng nước bị rò rỉ này đã ngấm vào một hệ thống chạy bằng khí nén, gây ảnh hưởng đến một số thiết bị của nhà máy điện, khiến hai chiếc van tự động đóng lại, hai chiếc van này đã chặn đứng dòng nước lạnh cung cấp cho máy phát điện bằng hơi – hệ thống làm mát các phản ứng hạt nhân xảy ra trong lõi. Sau đó, một máy bơm nước khẩn cấp được mở, nhưng cả hai van đều bị khóa sau lần bảo trì hai hôm trước. Các máy bơm vì vậy hoạt động một cách vô ích. Hơn nữa, một van giảm áp lực cũng như một đồng hồ đo van đặt trong phòng điều khiển đều bị hỏng.

Xét một cách riêng biệt, mỗi sai sót đều có thể coi là phổ biến và chấp nhận được. Vấn đề của bộ lọc nước không quá bất thường đối với nhà máy, cũng như không quá nghiêm trọng, với hàng trăm bơm liên tục được đóng và mở trong một nhà máy điện hạt nhân, thì một vài van ở sai vị trí không phải là hiếm và đáng báo động; hơn nữa, van giảm áp lực vẫn luôn được coi là không đáng tin cậy và đã có lúc hỏng hóc mà không để lại những hậu quả quá lớn ở ít nhất 11 nhà máy điện nhiệt năng khác. Nhưng khi xảy ra cùng lúc, những sai sót này khiến nhà máy điện trông như thể nó được điều hành bởi đội cảnh sát hài Keystone Kops. Và kéo theo sự kiện ở đảo Three Mile là rất nhiều cuộc điều tra và lời buộc tội, cũng như để lại nhiều hậu quả khác nhau. Chuỗi sự kiện đó đã thôi thúc nhà xã hội học của Đại học Yale, Charles Perrow, đưa ra một lý thuyết mới về sự ngẫu nhiên, trong đó ông hệ thống hóa những tranh luận tâm điểm trong chương này: trong những hệ thống phức tạp (bao gồm cả cuộc sống của chúng ta) bất kỳ tác nhân nào chúng ta thường bỏ qua đôi khi lại tình cờ gây ra những tác động lớn.

Trong học thuyết của mình, Perrow khẳng định rằng hệ thống hiện đại được tạo nên bởi hàng ngàn yếu tố, bao gồm cả những quyết định mang khuynh hướng thiếu chuẩn xác của con người. Tương tự như các nguyên tử của Laplace, ta không thể tìm thấy dấu vết cũng như không thể dự đoán được chúng. Người ta có thể đánh cược rằng những nguyên tử thực hiện “bước đi của kẻ say”, cuối cùng cũng đi đến một nơi nào đó, cũng như vậy biến cố cuối cùng cũng sẽ xảy ra. Được gọi là lý thuyết về những biến cố thường thấy, học thuyết của Perrow miêu tả cách các biến cố xảy ra mà không có những nguyên nhân, những lỗi rõ rệt cũng như thủ phạm mà ủy ban nhà nước hoặc các cá nhân đoàn thể truy tìm. Mặc dù thuyết biến cố ngẫu nhiên được đưa ra để giải thích tại sao mọi thứ đôi khi sai sót một cách không thể tránh được, nó cũng có thể dùng để lật ngược lại vấn đề, tại sao mọi thứ lại tự nhiên đi đúng hướng. Vậy nên, dù thất bại

bao nhiêu lần đi nữa, nhưng nếu chúng ta kiên trì cố gắng thì luôn có cơ hội thành công. Trong thực tế, các nhà kinh tế học như W. Brian Arthur cho rằng ngay cả sự tác động của nhân tố nhỏ nhất cũng có thể giúp cho những công ty không có lợi thế áp đảo hắt hủi đối thủ cạnh tranh. “Trong cuộc sống,” ông viết “nếu một vài tập đoàn có thể lực ngang nhau cùng tấn công một thị trường, những sự việc ngẫu nhiên dù là nhỏ nhất – với thứ tự không lường trước được như cơ hội gặp gỡ khách hàng, những ý tưởng quản lý đột phá – có thể quyết định tập đoàn nào sẽ có lợi thế trước và qua thời gian, tập đoàn nào sẽ chiếm vị thế áp đảo lâu dài. Những hoạt động kinh tế được thực hiện thông qua kinh doanh cá nhân nhỏ lẻ – những hoạt động quá nhỏ để có thể dự liệu, và chính những sự kiện ngẫu nhiên rất nhỏ đó dồn lại và được khuếch đại bởi những phản hồi tích cực qua thời gian.”

Hiện tượng tương tự cũng được các nhà xã hội học chú ý. Ví dụ, một nhóm nghiên cứu thói quen của khách hàng đối với những mặt hàng thuộc ngành văn hóa bao gồm văn hóa đọc, văn hóa nghe nhìn, mỹ thuật và âm nhạc. Thông thường, nghệ thuật kinh doanh trong những lĩnh vực này là khả năng nắm bắt sở thích của khách hàng. Theo đó, cách giúp các nhà quản lý sử dụng thời gian hiệu quả nhất là tìm hiểu về Stephen King, Madonna hay Bruce Willis, những nhân vật có lượng người hâm mộ đông đảo. Họ nghiên cứu quá khứ và, như tôi vừa chỉ ra, không gặp chút khó khăn nào trong việc tìm ra những lý do giải thích cho bất kỳ thành công nào. Họ cố gắng tái lập nó.

Đây là quan điểm theo thuyết định luận của thương trường, một quan điểm mà theo đó những giá trị bên trong của con người hay sản phẩm quyết định sự thành công. Nhưng vẫn còn một cách nhìn khác, đó là quan điểm phi thuyết định luận. Theo cách nhìn này, có rất nhiều cuốn sách, ca sĩ, diễn viên dù có tư chất tốt nhưng không được biết đến, và điều khiến ai đó trở nên nổi bật là cả một chuỗi các nhân tố ngẫu

nhiên và tiểu tiết – tức vận may. Theo quan điểm này, những người điều hành truyền thống chỉ xoay bánh xe của họ – chơi trò đỏ đen.

Nhờ Internet, quan điểm này đã được kiểm chứng. Những người nghiên cứu kiểm chứng điều này tập trung vào thị trường âm nhạc, một thị trường chủ yếu trên Internet. Để phục vụ nghiên cứu, họ kêu gọi 14.341 người tham gia với nhiệm vụ nghe, đánh giá, và tải về (nếu muốn) 48 bài hát của những ban nhạc họ chưa từng nghe qua. Một số thành viên tham gia còn được xem dữ liệu về độ phổ biến của từng bài hát – tức là bao nhiêu người đồng tham gia tải về. Nhóm này được chia thành 8 “thế giới” tách biệt và chỉ có thể thấy dữ liệu về số lần tải của những người trong “thế giới” của họ. Cả tám “thế giới” đều bắt đầu với 0 lần tải. Ngoài ra còn nhóm thứ 9 không được cung cấp chút thông tin nào. Những người nghiên cứu sử dụng sự phổ biến của các bài hát trong nhóm những người nghe bị tách biệt này để xác định “phẩm chất bên trong” của từng bài hát – tức là sự cuốn hút của nó mà không có ảnh hưởng bên ngoài.

Nếu quan điểm theo thuyết định luận đúng, những bài hát đứng đầu trong mỗi “thế giới” là như nhau, và xếp hạng về sự phổ biến trong những “thế giới” đó cần phải đồng đều với phẩm chất bên trong, và được xác định bằng những cá nhân bị cô lập (nhóm 9). Nhưng nhóm nghiên cứu lại tìm ra điều ngược lại hoàn toàn: độ phổ biến của từng bài hát có sự chênh lệch lớn giữa “thế giới” khác nhau, và những bài hát khác nhau có cùng chất lượng cũng có độ phổ biến khác nhau. Ví dụ, một bài hát tên Lockdown được chơi bởi ban nhạc 52 metro xếp hạng 26/48 đánh giá về nội dung, nhưng là bài hát hạng nhất trong một “thế giới” và hạng 40 trong một “thế giới” khác. Trong thí nghiệm này, khi một bài hát nào đó tình cờ được tải về nhiều hơn, thì nó rất có tiềm năng ảnh hưởng tới những người mua hàng trong tương lai. Đó là một hiện tượng rất phổ biến trong ngành công nghiệp điện

ảnh: những người đi xem phim sẽ thích một bộ phim hơn khi được nói trước rằng nó hay như thế nào. Trong ví dụ này, những ảnh hưởng từ sự tình cờ ngẫu nhiên sẽ tạo ra hiệu ứng cầu tuyết và tạo nên một sự khác biệt rất lớn tới tương lai của bài hát. Một lần nữa, đó là hiệu ứng cánh bướm.

Trong cuộc sống của chúng ta cũng vậy, khi quan sát kỹ lưỡng, chúng ta thấy rất nhiều sự kiện quan trọng có thể diễn biến khác đi nếu không có những ảnh hưởng ngẫu nhiên từ những nhân tố ngoài luồng, những người chúng ta tình cờ gặp, những cơ hội công việc đến với ta từ “trên trời rơi xuống”. Ví dụ, một diễn viên mà trong bảy năm đầu khởi nghiệp vào cuối những năm 1970, sống trong một căn hộ tầng năm của tòa nhà 15 tầng không thang máy tại Phố 49, Mahattan, cố gắng hết mình để tạo dựng tên tuổi. Anh ta làm thêm ở nhà hát Broadway, đôi khi phải ở những nơi xa xôi, xuất hiện trong những quảng cáo trên tivi, làm bất cứ công việc gì để gây chú ý, xây dựng sự nghiệp và kiếm tiền cho một bữa bít tết băm viên vàng hoàng trong nhà hàng mà không phải trốn trước khi thanh toán. Và cũng như nhiều người khác, cho dù chàng diễn viên đầy đam mê này phải vất vả đến mức nào để chọn đúng nghề nghiệp và dốc sức để thành công, thì anh ta cũng chỉ có thể làm một người pha chế tại quầy rượu. Một ngày mùa hè 1984, anh ta bay tới Los Angeles, hoặc để tham gia Olympics (nếu bạn tin người quảng cáo của anh ta), hoặc để thăm bạn gái (nếu bạn tin tạp chí New York Times). Dù là mục đích nào, thì ta cũng có thể chắc chắn rằng quyết định đến bờ Tây hầu như không liên quan tới việc diễn xuất mà liên quan tới tình yêu nhiều hơn, ít nhất cũng là tình yêu thể thao. Điều đó cũng chứng minh rằng nó là quyết định nghề nghiệp đúng đắn nhất cũng như là quyết định đáng giá nhất của cuộc đời anh ta.

Tên diễn viên đó là Bruce Willis, và khi anh ta ở Los Angeles, một nhân viên gợi ý anh ta nên tham gia một số buổi thử giọng cho các chương trình tivi. Một trong những buổi diễn



thử đó là của chương trình đang vào giai đoạn tuyển diễn viên cuối cùng. Nhà sản xuất đã có danh sách những người vào được vòng cuối, nhưng ở Hollywood, không có gì là cuối cùng trừ phi bản hợp đồng được ký kết và thỏa thuận kết thúc. Willis tham gia buổi thử và có được vai diễn của David Addison, nam chính đóng cặp với Cybill Shepherd trong một chương trình mới của ABC mang tên Moonlighting.

Việc Willis vượt qua diễn viên X trong buổi casting là một đề tài hấp dẫn, X là người đứng đầu danh sách khi Willis xuất hiện, và những người còn lại, như được nói, đã trở thành quá khứ. Sau này, chúng ta mới nhận ra rằng Moonlighting và Willis đã thành công vang dội, và khó tưởng tượng được cả ban giám khảo của Hollywood, sau khi thấy Willis, không làm gì ngoài châm lửa xì gà như thể họ ăn mừng phát hiện tài năng mới, và "đốt" luôn danh sách lỗi thời gồm những người vào vòng cuối. Nhưng điều thật sự đã xảy ra trong lúc tuyển diễn viên giống như khi bạn cho con cái mình đi ăn kem, nhưng hai đứa muốn kem dâu trong khi đứa còn lại đòi bánh sô-cô-la hạnh nhân ba tầng. Những thành viên trong ban giám khảo ủng hộ diễn viên X thì cho rằng, theo đánh giá của họ, Willis không có dáng dấp một diễn viên chính nghiêm túc. Glenn Caron, nhà điều hành sản xuất, lại lên tiếng ủng hộ Willis. Khi nhìn lại, thì việc loại bỏ những người phản đối Willis cũng dễ như với những anh hề ngu ngốc. Theo kinh nghiệm của tôi, các nhà sản xuất chương trình truyền hình thường làm vậy, đặc biệt khi thành viên ban giám khảo nói không vừa tai. Nhưng trước khi làm thế, hãy cân nhắc điều này: khán giả truyền hình ban đầu thường đồng tình với sự đánh giá tầm thường của những người trong ban giám khảo. Moonlighting được phát sóng vào tháng 3 năm 1985, tỷ lệ đánh giá thấp và lẹt đẹt với những giờ lên sóng chán ngắt suốt cả mùa đầu tiên. Chỉ đến năm thứ hai, khán giả được đổi gió khi chương trình trở thành một thành công lớn. Sự cuốn hút của Willis nối tiếp những thành công của anh ta gây kinh ngạc cho hàng vạn người,

và đương nhiên, anh đột ngột trở thành ngôi sao. Và sự kiện này trở thành một vấn đề nóng hổi làm điên đảo Hollywood, nhưng những bước chân loạng choạng của Willis tới thành công không hoàn toàn bất thường. Một con đường được đánh dấu bằng những tác động ngẫu nhiên và những kết quả bất ngờ là một trong con đường dẫn đến thành công của nhiều người, không chỉ trong sự nghiệp mà còn tình yêu, đam mê và tình bạn. Sự thực, con đường đó gần giống quy luật hơn là một ngoại lệ.

Gần đây tôi đã xem chương trình tivi về khuya với sự xuất hiện của một ngôi sao khác, không phải trong giới giải trí, trong một chương trình phỏng vấn. Tên ông ta là Bill Gates. Dù người phỏng vấn rất nổi tiếng với cách tiếp cận đầy châm biếm, nhưng ông ta lại có thái độ cung kính đặc biệt với Gates. Ngay cả khán giả cũng vô cùng chăm chú mong có cơ hội hiểu sâu hơn về Gates. Lý do hiển nhiên là trong vòng 13 năm liền, Gates được mệnh danh là người giàu nhất thế giới theo bình chọn của tạp chí Forbes. Thực tế, từ khi sáng lập tập đoàn Microsoft, Gates đã kiếm được hơn 100 đô-la mỗi giây, mọi người đều hồi hộp chờ đợi và phỏng đoán xem ông sẽ nói những gì. Nhưng những câu trả lời của ông rất bình thường, không có gì quá sáng tạo, tài tình, hay sâu sắc hơn những điều tôi đã được nghe từ cả tá những chuyên gia máy tính khác. Vậy liệu Gates kiếm được 100 đô-la mỗi giây vì ông ta là thần thánh, hay ông là thần thánh vì ông kiếm được 100 đô-la mỗi giây?

Tháng 8 năm 1980, khi một nhóm nhân viên của IBM tiến hành một kế hoạch bí mật để tạo ra một máy tính cá nhân, họ bay tới Seattle để gặp gỡ chuyên gia máy tính trẻ, Bill Gates lúc ấy vẫn đang điều hành một công ty nhỏ và IBM cần một chương trình gọi là hệ điều hành, thiết kế dành cho dòng máy tính gia đình. Những ký ức về những sự kiện tiếp theo khá lộn xộn, nhưng tóm lại Gates nói rằng ông ta không thể cung cấp một hệ điều hành và gợi ý IBM nên tìm

đến một lập trình viên nổi tiếng tên Gary Kildall ở Digital Research Inc. Cuộc nói chuyện giữa IBM và Kildall diễn ra không suôn sẻ. Bởi một điều, khi IBM xuất hiện ở văn phòng của DRI, Kildall rồi người vợ, giám đốc kinh doanh của công ty, đều từ chối ký hợp đồng bảo mật của IBM. Đàm phán viên của IBM có gọi điện lại, và lần này Kildall đã đồng ý xem xét. Không ai biết chính xác họ đã bàn bạc gì trong lần gặp mặt này, nhưng nếu có một thỏa thuận không chính thức, nó cũng không được tiết lộ. Vào lúc đó, một nhân viên IBM, Jack Sams, lại gặp Gates. Họ đều biết về một hệ điều hành nữa đang tồn tại, một hệ điều hành được dựa trên hoặc truyền cảm hứng bởi hệ điều hành của Kildall. Theo Sams, Gates đã nói, “Anh có muốn có... [hệ điều hành đó], hay anh muốn tôi có nó?” Sams, dường như không cảm kích trước những lời nói ẩn ý của Gates, đã nói “bằng mọi giá, anh phải có nó”. Gates đã làm như vậy, và với 50.000 đô-la (theo một số người khác thì nhiều hơn), thay đổi một chút, và đổi tên thành DOS (disk operating system – hệ điều hành ổ đĩa). IBM lúc đầu có vẻ không tin tưởng lắm vào tiềm năng của ý tưởng mới này, cấp phép cho DOS của Gates với một phí khai thác thấp cho mỗi bản (Gates vẫn giữ bản quyền). DOS không tốt hơn bản cũ là mấy – và rất nhiều người, bao gồm cả những chuyên gia máy tính, cho rằng tệ hơn hệ điều hành Macintosh của Apple. Nhưng số người sử dụng ngày càng tăng của IBM đã khuyến khích nhà phát triển phần mềm viết cho DOS và từ đó thúc đẩy tỷ lệ những người tiêu dùng có tiềm năng mua máy IBM. Nói cách khác, như W. Brian Athur, người ta mua DOS vì người khác mua DOS. Trong một thế giới luôn có sự hoán đổi vị trí dẫn đầu của các doanh nghiệp máy tính, Gates nổi lên như một biểu tượng khác biệt mang tính đột phá. Nhưng nếu không nhờ sự thiếu hợp tác của Kildall, thiếu tầm nhìn của IBM, hay cuộc gặp gỡ thứ hai giữa Sams và Gates, thì dù Gates có nhạy bén, nhìn xa trông rộng về mặt kinh doanh, ông có thể cũng chỉ là một trong những người kinh doanh phần mềm chứ không phải người giàu nhất thế giới, và đó chính là lý do mà khả năng

dự liệu tương lai của ông cũng chỉ như bao nhà doanh nghiệp phần mềm khác.

Xã hội của chúng ta có thể nhanh chóng biến những người giàu có thành anh hùng và lấy tình bỏ thô. Đó là lý do tại sao ông trùm bất động sản, Donald Trump, người sở hữu khách sạn Plaza bị phá sản, hay hai lần phá sản cả để chế casino (một cổ đông đã đầu tư 10.000 đô vào sòng bạc của ông năm 1994 đã rời đi chỉ với 636 đô-la sau 13 năm), tuy nhiên vẫn dám tham gia một chương trình tivi mà trong đó ông đánh giá tính sắc bén về kinh doanh của những người trẻ tuổi đầy tham vọng.

Hiển nhiên, có thể là một sai lầm khi coi sự khôn ngoan tỷ lệ với tài sản. Chúng ta không thể nhìn thấy tiềm năng của một con người thông qua thành tích của họ, vậy nên chúng ta thường đánh giá sai vì nghĩ rằng thành quả phản ánh con người. Lý thuyết về sự tình cờ thông thường trong cuộc sống cho thấy không phải sự liên kết giữa hành động và thành quả là ngẫu nhiên, mà sự ảnh hưởng ngẫu nhiên đó quan trọng ngang với hành động và phẩm chất.

Ở mức cảm xúc, nhiều người phản đối khi cho rằng những ảnh hưởng ngẫu nhiên quan trọng cả trong tư duy, họ hiểu rằng đúng là như vậy. Nếu con người đánh giá thấp vai trò của tính ngẫu nhiên trong sự nghiệp của những người có thể lực, liệu họ cũng có coi thường vai trò của nó trong cuộc sống của những người bản cùng không? Trong những năm 1960, câu hỏi này đã truyền cảm hứng cho nhà tâm lý xã hội học, Melvin Lerner, nghiên cứu thái độ tiêu cực của xã hội đối với người nghèo. Nhận ra rằng “ít người sẽ tham gia các hoạt động ngoại khóa nếu họ tin rằng có sự liên kết ngẫu nhiên giữa những gì họ làm và phần thưởng họ nhận được”, từ đó Lerner kết luận “vì sự sáng suốt của bản thân,” người ta đánh giá quá khả năng thành công của chính mình. Chúng ta có thiên hướng đi xem những ngôi sao điện ảnh tài

năng hơn là những diễn viên đầy nhiệt huyết, và nghi rằng người giàu nhất thế giới hẳn cũng thông minh nhất.

Chúng ta có thể không nghĩ rằng mình đánh giá người khác theo thu nhập hay những dấu hiệu bên ngoài của thành công, nhưng kể cả khi chúng ta biết rằng lương của một người là hoàn toàn tình cờ, thì theo bản năng, nhiều người vẫn đánh giá lương bổng liên quan tới phẩm chất. Melvin Lerner đã kiểm chứng vấn đề này bằng việc sắp xếp các đối tượng ngồi trong một thính phòng tối, đối mặt với chiếc gương một chiều. Từ vị trí của họ, những người quan sát này có thể nhìn chằm chằm vào một căn phòng đủ ánh sáng chứa một cái bàn và hai ghế. Những người quan sát buộc phải tin rằng hai công nhân, Tom và Bill, sẽ nhanh chóng vào căn phòng này và làm việc cùng nhau trong 15 phút để tìm lời giải cho những chữ bị đảo lộn. Rèm phía trước cửa sổ bị đóng lại sau đó, và Lerner nói với những người quan sát rằng thí nghiệm sẽ diễn ra tốt hơn nếu khán giả không thấy cũng như không nghe những người công nhân để không bị ảnh hưởng bởi ngoại hình của họ. Ông cũng bảo họ rằng vì nguồn ngân quỹ bị hạn chế, ông chỉ có thể trả được cho một người trong số hai người được chọn ngẫu nhiên. Lerner rời phòng, một trợ lý làm động tác mở một đoạn băng thu âm. Những người quan sát tin rằng họ đang nghe thấy Tom và Bill bước vào phòng sau tấm rèm và bắt đầu làm việc. Sự thật, họ chỉ nghe một đoạn thu Tom và Bill đọc một kịch bản có sẵn, được dựng nên để bằng mọi cách, mỗi người đều có vẻ thông thạo và thực hiện công việc được giao thành công. Sau đó những người quan sát, không biết điều này, được yêu cầu đánh giá Tom và Bill dựa trên sự nỗ lực, sáng tạo và thành công. Khi Tom được chọn để nhận lương, khoảng 90% đánh giá cho rằng anh ta đã đóng góp nhiều hơn. Khi Bill được chọn, khoảng 70% người quan sát đánh giá anh ta cao hơn. Cho dù Tom và Bill đều thực hiện như nhau và khán giả biết rằng lương được trả ngẫu nhiên, người xem vẫn nhận thức rằng người công nhân được trả lương vì đã làm tốt hơn

người kia. Chao ôi, như tất cả những người với mẽ bề ngoài thành công biết rằng, tất cả chúng ta đều rất dễ dàng bị dắt mũi bởi số tiền ai đó kiếm được.

Một loạt nghiên cứu liên quan tới những hiệu ứng tương tự từ quan điểm của chính các công nhân. Mọi người đều biết rằng các ông chủ cùng với niềm tin xã hội, học thuật đúng đắn, một tước hiệu đẹp đẽ và mức lương thời đó khiến những ý tưởng của họ nặng hơn ý tưởng của cấp dưới. Các nhà nghiên cứu tự hỏi, liệu những người kiếm được nhiều tiền hơn có khi nào cư xử y như vậy? Liệu những “thành công” thậm chí không gặt hái được lợi nhuận cũng đem lại cảm giác về tính ưu việt? Để giải đáp, những cặp tình nguyện viên được yêu cầu cộng tác trong những nhiệm vụ vô nghĩa. Ở nhiệm vụ thứ nhất, ví dụ một hình ảnh đen trắng được chiếu nhanh, và các đối tượng phải xác định phía trên hay dưới tấm hình có nhiều màu trắng hơn. Trước khi nhiệm vụ bắt đầu, mỗi đối tượng được chọn ngẫu nhiên để nhận nhiều lương hơn người còn lại. Khi cả hai không biết về thông tin này, họ hợp tác khá hài hòa. Nhưng khi họ biết mỗi người được trả bao nhiêu, người được trả nhiều hơn tỏ vẻ không chịu tiếp nhận ý kiến từ người còn lại. Thậm chí những sự khác biệt ngẫu nhiên trong việc trả lương cũng dẫn đến sự suy luận ngược về sự khác biệt trong kỹ năng, từ đó phát triển sức ảnh hưởng không đồng đều. Nó là một yếu tố trong động lực mang tính chủ quan và khách quan không thể bỏ qua.

Nhưng đó là một mặt khác của câu hỏi mà gần hơn với động lực ban đầu trong nghiên cứu của Lerner. Với một đồng nghiệp, Lerner hỏi liệu người ta có xu hướng cảm thấy những người không thành công hay đang gặp khó khăn xứng đáng bị như vậy. Trong nghiên cứu đó, những nhóm nhỏ sinh viên nữ tập hợp trong phòng chờ, sau vài phút, một người được chọn và dẫn ra ngoài. Sinh viên đó, người tôi gọi là nạn nhân, không thật sự là đối tượng điều tra mà được cài

vào phòng bởi những người làm thí nghiệm. Những đối tượng còn lại được bảo rằng họ sẽ quan sát nạn nhân này trong một tình huống học tập, và mỗi lần cô ta trả lời sai, cô sẽ bị shock điện. Những người tiến hành thí nghiệm đã điều chỉnh mức shock điện, và một màn hình video được bật lên. Những sinh viên còn lại quan sát nạn nhân đi vào phòng và bị trói vào một chiếc “ghế điện” và sau đó cố gắng trả lời những câu hỏi.

Trong suốt thí nghiệm này, nạn nhân phải chịu nhiều cú sốc điện vô cùng đau đớn cho mỗi câu trả lời sai. Cô ta phản ứng lại bằng những tiếng kêu than. Trên thực tế, nạn nhân này chỉ đang diễn, và những gì diễn ra trên màn hình là từ một cuốn băng thu sẵn. Đầu tiên, đúng như dự đoán, phần lớn người xem tỏ vẻ đau lòng khi phải chứng kiến người khác chịu đau đớn một cách bất công. Nhưng khi thử nghiệm này tiếp diễn, sự đồng cảm của họ dành cho nạn nhân giảm dần. Cuối cùng, khi người xem bất lực và không thể cứu giúp, họ bắt đầu phỉ báng nạn nhân. Nạn nhân càng chịu đựng bao nhiêu, họ càng nghĩ xấu về cô ta hơn. Đúng như Lerner dự đoán, người xem có nhu cầu hiểu tình huống theo hướng nguyên nhân - kết quả. Để chắc rằng những nhân tố khác không gây ảnh hưởng, thí nghiệm này được áp dụng lại với một nhóm khác, lần này các đối tượng được cho biết rằng nạn nhân sẽ được bồi thường cho sự đau đớn. Nói cách khác, những đối tượng này tin rằng nạn nhân được đối xử “công bằng” thế nhưng vẫn phải chịu đau đớn giống như thí nghiệm trước. Những người này không có xu hướng nghĩ xấu về nạn nhân. Không may, chúng ta dường như vô thức có định kiến với những người dưới đáy xã hội.

Chúng ta bỏ lỡ những tác động của sự ngẫu nhiên trong cuộc sống vì khi ta nhận định thế giới, ta thường nhìn điều mà chúng ta mong muốn được nhìn. Kết quả là ta đánh giá mức độ tài năng theo mức độ thành đạt và củng cố thêm cảm giác của ta về nhân quả bằng cách nhấn mạnh mỗi

tương quan. Đó là lý do vì sao đôi khi, ranh giới giữa khả năng của một người thành đạt và một người kém thành công hơn không khác biệt nhiều lắm, nhưng luôn có một sự khác biệt lớn giữa cách họ được nhìn nhận. Trước Moonlighting, nếu bạn được chàng pha chế đồ uống Bruce Willis trẻ trung tâm sự rằng anh ta muốn trở thành ngôi sao điện ảnh, hẳn là bạn sẽ không nghĩ, trời, mình thật may mắn khi được nói chuyện trực tiếp với một ngôi sao tầm cỡ trong tương lai, mà thay vào đó, bạn sẽ nghĩ gì đó đại loại như, yeah, được đấy, giờ thì đừng có mãi huyên thuyên quá mà quá tay pha nhiều rượu vermut quá. Tuy nhiên, vào cái ngày sau khi chương trình này trở nên nổi tiếng, tất cả mọi người đột nhiên coi Bruce Willis như một ngôi sao, một anh chàng sở hữu điều gì đó rất đặc biệt đã lấy hết hồn vía của khán giả.

Sức mạnh của kỳ vọng được miêu tả trong một thí nghiệm táo bạo được thực hiện nhiều năm về trước bởi nhà tâm lý học David L. Rosenhan. Trong thử nghiệm này, mỗi nhà nghiên cứu khoa học giả làm bệnh nhân đặt một cuộc hẹn tại một bệnh viện nào đó và rồi đến phòng khám kêu ca rằng họ nghe thấy những tiếng nói lạ. Những nhà nghiên cứu này tạo thành một nhóm hỗn hợp gồm ba nhà tâm lý học, một nhà tâm thần học, một bác sĩ nhi, một sinh viên, một họa sĩ và một bà nội trợ. Ngoài việc kể ra triệu chứng đó cộng với việc khai tên và nghề nghiệp giả, họ đều miêu tả cuộc sống hàng ngày rất trung thực. Tin tưởng vào bộ máy hoạt động của hệ thống chăm sóc sức khỏe tâm thần, nhiều đối tượng lo ngại rằng, việc họ hoàn toàn minh mẫn sẽ bị lộ, khiến họ bị một phen xấu hổ. Tuy nhiên họ chẳng cần phải lo. Trừ một người, tất cả đều phải nhập viện với chẩn đoán là mắc chứng tâm thần phân liệt. Người còn lại nhập viện với chẩn đoán là suy sụp thần kinh.

Khi phải nhập viện, họ đều ngừng giả vờ bất thường và nói với bác sĩ rằng các tiếng nói đã biến mất. Sau đó, theo chỉ



dẫn của Rosenhan, họ chờ các bác sĩ này nhận ra là họ không bị điên. Nhưng không người nào nhận ra điều này cả. Thay vào đó, những bác sĩ và y tá trong bệnh viện lại nhìn nhận hành vi này như các hành vi của người điên. Khi nhìn thấy một bệnh nhân viết nhật ký, một y tá ghi lại rằng “bệnh nhân có hành vi viết lách,” nhận diện cử chỉ này như một dấu hiệu của bệnh tâm thần. Khi một bệnh nhân khác nổi nóng do y tá phục vụ tồi, hành vi này cũng được cho là dấu hiệu bệnh. Kể cả việc đến căng tin trước giờ ăn trưa cũng được coi là dấu hiệu của bệnh điên. Những bệnh nhân không tin vào những chẩn đoán y học chính quy thường thách thức những nhà nghiên cứu giả làm bệnh nhân bằng những câu nói như “Anh đâu có điên. Anh là nhà báo... anh đang kiểm tra bệnh viện này.” Bác sĩ của những nhà nghiên cứu trên lại viết những dòng như sau: “Bệnh nhân nam, da trắng, 39 tuổi này rõ ràng có tiền sử chịu đựng mâu thuẫn trong các mối quan hệ ruột thịt, bắt đầu từ thuở nhỏ. Tình mẫu tử nhạt dần khi bước sang tuổi thiếu niên. Mối quan hệ với người cha được cho là rất khắc nghiệt.”

Tin tốt là dù có những thói quen đáng nghi như viết lách hay đi ăn trưa sớm, những nhà nghiên cứu được chẩn đoán là không gây nguy hiểm cho bản thân họ hay cho người khác và được ra viện sau mười chín ngày. Những bệnh viện đó không hề phát hiện ra trò lừa này và khi được thông báo sự thật thì họ phủ nhận.

Nếu như ta dễ dàng đánh giá thấp nạn nhân do kỳ vọng, thì cũng dễ dàng lợi dụng họ. Đó lý do vì sao những người lặn lội ở Hollywood cố gắng hết sức để trông có vẻ đài hoàng, vì sao bác sĩ mặc áo trắng và treo các chứng chỉ và bằng cấp lên tường văn phòng, tại sao những người buôn xe cũ hay sửa sang các vết bên ngoài xe hơn là đại tu máy móc, và vì sao giáo viên thường cho điểm cao bài về nhà đối với những học sinh “xuất sắc” và điểm thấp hơn cho những học sinh “yếu” dù bài làm tương tự nhau. Những người kinh

doanh cũng biết điều này và thiết kế ra các chiến dịch quảng cáo để tạo ra các kỳ vọng và lợi dụng nó. Một lĩnh vực đã thực hiện điều này rất hiệu quả là thị trường rượu vodka. Vodka có tính trung hòa, được chưng cất và căn cứ theo định nghĩa của chính phủ Hoa Kỳ, đó “là một thứ không đặc tính, không mùi, màu hay vị.” Đa số Vodka Mỹ được tạo ra không phải bởi những người mặc áo vải flannel say mê chế tạo rượu, mà bởi các tập đoàn khổng lồ như công ty cung cấp nông hóa Archer Daniels Midland. Và mục đích của quá trình chưng cất vodka không phải để ngăn chặn sự lên men làm ảnh hưởng tới hương vị tuyệt hảo mà là để lấy cồn, pha thêm nước và loại trừ càng nhiều hương vị càng tốt. Tuy nhiên, nhờ các chiến dịch xây dựng hình tượng hoành tráng, những nhà sản xuất vodka đã tạo ra một sự kỳ vọng mạnh mẽ cho sự khác biệt. Kết quả là người ta tin rằng thứ rượu, ngay với định nghĩa là không hề có đặc tính, thực ra lại có sự khác biệt giữa các hãng. Hơn nữa, họ sẵn sàng chi ra nhiều tiền dựa theo những sự khác biệt ấy. Dù sẽ bị coi như kẻ quê mùa, tôi muốn nói rằng có một cách chứng minh cho quan điểm của tôi. Bạn có thể dần một loại vodka và vodka tinh chế rồi tổ chức một buổi thử rượu ngẫu nhiên. Và nếu như không có thương hiệu nổi tiếng, những loại vodka hào nhoáng như Grey Goose và Ketel One cũng khó mà so sánh được. So với cách đánh giá theo lối cũ, trên thực tế, kết quả lại mang tính ngẫu nhiên. Hơn nữa, trong số 21 loại vodka được nếm thử, chính loại rượu rẻ tiền, Smirnoff, lại được đánh giá có mùi vị tuyệt nhất. Cách chúng ta nhận định thế giới sẽ trở nên khá khác biệt nếu mọi nhận xét của ta không xuôi theo kỳ vọng mà chỉ dựa vào những thông tin có liên quan.

Một vài năm trước, tờ Sunday Times của London đã thực hiện một thử nghiệm. Các biên tập viên của tờ báo này gửi những bản thảo đánh máy lấy từ những chương đầu của hai cuốn tiểu thuyết đã giành giải Booker – một trong những giải thưởng danh giá và có ảnh hưởng nhất trên thế giới

dành cho truyện đương đại – tới hai mươi nhà xuất bản và đại diện. Một trong số hai cuốn tiểu thuyết đó là *In a Free State* của V.S.Naipaul, người đoạt giải Nobel Văn học; cuốn còn lại là *Holiday* của Stanley Middleton. Ta có thể đoán chắc rằng những người nhận được các bản thảo, nếu biết được họ đang đọc cái gì, hẳn sẽ hết lời khen ngợi hai cuốn tiểu thuyết đã được đánh giá cao kia. Nhưng những tờ bản thảo đó lại được nộp dưới tên của các nhà văn trẻ đầy tham vọng, và không một nhà xuất bản nào nhận ra hai cuốn tiểu thuyết này cả. Và hai tác phẩm vô cùng thành công này làm ăn ra sao? Chỉ trừ một trường hợp, còn những phản hồi khác đều từ chối. Trường hợp ngoại lệ kia là của một đại diện nhà xuất bản ở London bày tỏ sự quan tâm đối với tiểu thuyết của Middleton. Cũng tòa soạn đó lại nhận xét như sau về sách của Naipaul, “Chúng tôi ... nghĩ rằng nó khá là độc đáo. Tuy nhiên, cuối cùng, tôi e rằng chúng tôi chưa thực sự đủ hứng thú để có thể tiến xa hơn với bản thảo này.”

Tác giả Stephen King đã vô thức thực hiện một thử nghiệm giống vậy, khi lo ngại rằng công chúng sẽ không đón nhận tác phẩm nhanh bằng tốc độ xuất bản sách, ông đã viết một loạt tiểu thuyết dưới bút danh Richard Bachman. Doanh số tiêu thụ cho thấy, ngay cả Stephen King khi bỏ đi thương hiệu, cũng chẳng phải Stephen King nữa. (Doanh số tăng đang kể ngay khi danh tính thật của tác giả được tiết lộ.) Tiếc rằng, King không thực hiện thử nghiệm ngược lại: bọc những trang bản thảo tuyệt vời nhưng không được xuất bản của những nhà văn khốn khó vào tờ bìa để tên ông. Nhưng khi mà kể cả Stephen King, không mang thương hiệu, cũng không còn là Stephen King, thì đối với chúng ta, khi công trình sáng tạo nhận được phản hồi chẳng mấy hào hứng, chúng ta cũng an ủi phần nào khi biết rằng không có mấy khác biệt về mặt chất lượng như nhiều người khác bắt chúng ta tin.

Nhiều năm trước tại Caltech, nơi tôi làm việc ngay gần văn phòng của nhà vật lý học John Schwarz. Ông ấy không nổi tiếng mấy, và trong suốt một thập kỷ bị đem ra làm trò cười vì gần như chỉ còn mình ông khẳng khẳng nắm giữ một thuyết được coi là sai mang tên thuyết chuỗi, một thuyết tiên đoán rằng không gian có nhiều hơn ba chiều như chúng ta thấy. Và rồi ngày nọ, ông và một đồng nghiệp đã có một đột phá về mặt nguyên lý và vì những lý do mà chúng ta cũng không cần để tâm, đột nhiên thuyết về những chiều khác lại được coi là hợp lý hơn. Kể từ đó, thuyết chuỗi trở thành đề tài gây chú ý nhất trong vật lý. Ngày nay, John được coi là một trong những nhà vật lý lão thành tài năng nhất, và nếu như ông không để cho những năm tối tăm làm ảnh hưởng đến mình, hẳn ông đã trở thành bằng chứng sống cho tuyên bố của Thomas Edison rằng “thất bại trong cuộc sống là khi con người không nhận ra mình đã tiến gần đến thành công đến thế nào khi họ bỏ cuộc.”

Tôi biết một nhà vật lý học khác cũng có câu chuyện hết như của John. Ông ấy, tình cờ, chính là người hướng dẫn luận án phó tiến sĩ cho John tại Đại học California, Berkeley. Được coi là một trong những nhà khoa học tiên phong, nhà vật lý này đứng đầu một lĩnh vực nghiên cứu mang tên thuyết ma trận S. Cũng như John, ông ấy kiên trì đến cứng đầu và vẫn tiếp tục nghiên cứu nhiều năm sau khi những người khác đã từ bỏ. Nhưng khác với John, ông ấy không thành công. Và vì không thành công như mong đợi, ông kết thúc sự nghiệp của mình với nhiều người cho rằng ông là đồ lập dị. Nhưng theo tôi, cả ông ấy và John đều là những nhà vật lý học tài năng với lòng can đảm để làm việc – dù chưa chắc sẽ có khám phá đột phá – trên một lý thuyết đã chẳng có ai quan tâm. Cũng như nhà văn nên được đánh giá bởi giá trị tác phẩm, không phải doanh số bán ra, vật lý học cũng vậy – và tất cả những ai cố gắng hết mình để đạt được điều gì đó – đều nên được đánh giá, không phải bởi thành công mà bởi tài năng của họ.

Sợi dây nắm giữ khả năng và sự thành công vừa lỏng lẻo vừa dẻo dai. Thật dễ dàng để thấy chất lượng tuyệt vời trong nhiều cuốn sách thành công, những bản thảo không được xuất bản, những loại rượu vodka rẻ tiền hay những người phải chặt vật ở bất cứ lĩnh vực nào và đánh giá tất cả là đồ phế phẩm. Ta cũng dễ dàng tin rằng những ý tưởng thực tế là ý tưởng tốt, kế hoạch tối ưu là kế hoạch được tính toán rõ ràng, còn các ý tưởng và kế hoạch không được như thế là do ý tưởng tồi. Và cũng dễ dàng khi coi những người thành công nhất là anh hùng và nhìn những kẻ thất bại với ánh mắt khinh thường. Nhưng có khả năng không đảm bảo thành tích, cũng như thành tích không tỷ lệ thuận với khả năng. Và hãy luôn nhớ đến một vế khác trong mọi phương trình – vai trò của sự ngẫu nhiên.

Chẳng khó khi coi những người thành công nhất trong bất cứ lĩnh vực gì là anh hùng. Nhưng việc tin vào nhận xét của chuyên gia hay thị trường hơn là tin vào bản thân khiến chúng ta bỏ cuộc thì quả là một bi kịch, giống như việc John Kennedy Toole tự tử sau khi các nhà xuất bản liên tiếp từ chối bản thảo tác phẩm *Confederacy of Dunces* của ông, mà cuốn sách trở thành sách bán chạy nhất sau khi ông qua đời. Vậy nên, khi muốn phán xét ai đó thông qua mức độ thành công của người đó, tôi thường tự nhắc bản thân rằng khi những người nổi tiếng làm lại từ đầu, Stephen King sẽ là một Richard Bachman và V. S. Naipaul cũng chỉ là một nhà văn đang phải bươn chải sống, và đâu đó ngoài kia là những người không giàu có, không nổi tiếng nhưng cũng tài giỏi như Bill Gates, Bruce Willis và Roger Maris - những người không được vận may ban cho sản phẩm đột phá, chương trình tivi hay thời cơ phù hợp. Hơn tất cả, điều mà tôi học được là ý chí tiến về phía trước vì từ khi sự ngẫu nhiên đóng vai trò quan trọng, thành công đã có thể kiểm soát được qua số lần gặp gỡ, số thời cơ nắm bắt được, số cơ hội nắm giữ. Vì ngay cả một đồng xu nghiêng về phía thất bại đôi khi vẫn lật về mặt thành công. Hay như người tiên phong của IBM,

Thomas Watson, nói “nếu bạn muốn thành công, hãy nhân đôi số lần thất bại.”

Tôi đã cố gắng đưa vào cuốn sách này những khái niệm căn bản nhất của tính ngẫu nhiên, để khắc họa cách thức áp dụng chúng vào công việc của con người, và để trình bày góc nhìn của tôi về tác động của nó đã bị coi nhẹ trong cách chúng ta phân tích các sự kiện, các kỳ vọng và quyết định của ta. Có thể coi là có chút tâm linh khi ta nhận ra vai trò ở khắp mọi nơi của sự ngẫu nhiên trong cuộc sống; tuy nhiên sức mạnh thực sự của quá trình ngẫu nhiên lại nằm ở thực tế rằng khi ta hiểu được bản chất của quá trình ngẫu nhiên ấy, ta có thể thay đổi cách nhận thức những sự kiện xảy ra xung quanh.

Nhà tâm thần học David Rosenhan viết rằng “khi một người là khác thường, tất cả các hành vi cử chỉ và tính cách của anh ta đều mang sắc thái của cái mắc đó.” Điều này cũng đúng với người nổi tiếng, nhiều người được gán mác thành công, nhiều người bị cho là thất bại. Chúng ta phán xét người khác và năng lực của họ thông qua kết quả, và chúng ta cố gắng kỳ vọng mọi sự xảy ra vì lý do tốt đẹp, dễ hiểu. Nhưng tầm nhìn thấu đáo của chúng ta về những việc không thể tránh khỏi thường chỉ là ảo giác. Tôi viết cuốn sách này với niềm tin là chúng ta có thể hình thành lối suy nghĩ theo sự không chắc chắn. Chúng ta có thể nâng cao khả năng quyết đoán và thuần hóa những định kiến khiến ta đưa ra những nhận định và lựa chọn sai lầm. Chúng ta có thể hiểu được phẩm chất của người khác hay hiểu được tính chất của một tình huống mà không dựa vào những kết quả mà họ đạt được, và chúng ta có thể học cách nhận xét các quyết định bằng cách nhìn vào những kết quả có thể xảy ra thay vì những kết quả đã có từ trước đó.

Mẹ tôi thường cảnh cáo tôi không nên nghĩ rằng mình có thể tiên đoán hay kiểm soát được tương lai. Bà từng gặp phải

tình huống khiến bà bác bỏ lối suy nghĩ đó. Câu chuyện liên quan đến chị gái bà, Sabina, người bà vẫn thường nhắc đến dù giờ đã hơn 65 năm kể từ lần cuối bà gặp mặt. Sabina khi ấy 17 tuổi. Mẹ tôi lúc đó 15 tuổi, ngưỡng mộ chị gái như các em gái nhỏ khác hơn thường làm. Đức quốc xã xâm chiếm Ba Lan, và cha tôi, đến từ khu ổ chuột của thành phố, đã gia nhập đội tình báo và, như tôi đã nói lúc trước, cuối cùng đặt chân đến Buchenwald. Mẹ tôi đến từ khu thương lưu của thành phố. Ở đây, bà làm y tá và chăm sóc những bệnh nhân mắc chứng sốt Rickettsia. Thức ăn khan hiếm, cái chết có thể ập xuống bất cứ lúc nào. Để bảo vệ mẹ tôi khỏi nguy hiểm luôn cận kề, Sabina đồng ý theo một kế hoạch. Bà ấy có một người bạn là cảnh sát Do Thái, nhóm người bị khinh rẻ bởi những người khác vì là tay sai của Đức, và có nhiệm vụ giữ trật tự trong trại. Bạn của Sabina đề nghị kết hôn – một cuộc hôn nhân trên danh nghĩa – để Sabina có được sự bảo vệ từ vị trí của anh ta. Sabina nghĩ rằng sự bảo vệ đó sẽ bao gồm cả mẹ tôi nên bà đồng ý. Trong thời gian đầu, việc này có tác dụng. Rồi sau đó có chuyện xảy ra, và Đức quốc xã trút giận lên cảnh sát Do Thái. Chúng tổng một cơ sở sĩ quan đến buồng hơi ngạt, cùng với vợ của họ – bao gồm chồng Sabina và cả Sabina. Mẹ tôi đã sống nhiều năm không có Sabina hơn là những năm Sabina bên bà, nhưng cái chết của Sabina vẫn ám ảnh bà. Mẹ tôi lo rằng một khi bà qua đời, sẽ không còn vết tích nào của Sabina trên đời nữa. Đối với bà, câu chuyện này chỉ ra rằng kế hoạch cũng là vô dụng. Tôi không đồng ý. Tôi tin vào tầm quan trọng của hoạch định, nếu ta làm vậy với đôi mắt mở rõ. Nhưng quan trọng hơn, trải nghiệm của mẹ đã dạy tôi rằng, chúng ta cần nhận biết và trân trọng những may mắn mà chúng ta có, cũng như hiểu rõ những sự việc ngẫu nhiên đã góp phần vào thành công của ta. Nó cũng dạy tôi phải chấp nhận những sự việc ngẫu nhiên khiến chúng ta đau khổ. Hơn hết, nó đã dạy tôi phải biết cảm kích khi không gặp phải xui xẻo, không phải trải qua những chuyện có thể khiến ta tuyệt vọng, không phải chịu ốm đau, chiến tranh, nạn đói, hay

những tai nạn không khiến ta – hoặc chưa khiến ta – gục ngã.