TOÁN HỌC & Tuổi trẻ

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC - BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

XUẤT BẢN TỪ 1964
9 2008
Số 375

TẠP CHÍ RA HÀNG THÁNG - NĂM THỨ 45
DÀNH CHO TRUNG HỌC PHỔ THÔNG VÀ TRUNG HỌC CƠ SỞ
Trụ sở: 187B Giảng Võ, Hà Nội.
ĐT Biên tập: (04)5121607; ĐT-Fax Phát hành, Trị sự: (04)5144272, (04)5121606
Email: tapchitoanhoc_tuoitre@yahoo.com.vn Web: http://www.nxbgd.com.vn/toanhoctuoitre

CHÀO NĂM HỌC MỚI!

NĂM HỌC 2008 - 2009
XÂY DỰNG TRƯỜNG HỌC THÂN THIỆN, HỌC SINH TÍCH CỰC

LTS. Hưởng ứng phong trào thi đua "Xây dựng trường học thân thiện, học sinh tích cực" do Bộ Giáo dục và Đào tạo vừa phát động, Tạp chí THTT kết hợp với Dự án Phát triển Giáo dục THCS II tham gia vào việc động viên giáo viên tích cực đổi mới phương pháp giảng học, đổi mới kiểm tra đánh giá nhằm khuyến khích sự chuyên cần, tích cực, chủ động, sáng tạo và ý thức vươn lên, rèn luyện khả năng tự học của học sinh, khuyến khích học sinh đề xuất sáng kiến, trao đổi học tập theo nhóm và cùng giáo viên thực hiện các giải pháp để việc dạy và học đạt hiệu quả cao. Nhân dịp đầu năm học mới 2008-2009, tạp chí THTT đăng toàn văn Chỉ thị về việc phát động phong trào thi đua và danh sách Ban Chỉ đạo phong trào này.

CHỈ THỊ
Về việc phát động phong trào thi đua "Xây dựng trường học thân thiện, học sinh tích cực" trong các trường phổ thông giai đoạn 2008-2013

Cùng với các cuộc vận động "*Nói không với tiêu cực trong thi cử và bệnh thành tích trong giáo dục*" và "*Mỗi thầy, cô giáo là một tấm gương đạo đức, tự học và sáng tạo*" để tiếp tục tăng cường và nâng cao hiệu quả công tác giáo dục toàn diện cho học sinh, Bộ Giáo dục và Đào tạo phát động phong trào thi đua "*Xây dựng trường học thân thiện, học sinh tích cực*" trong các trường phổ thông giai đoạn 2008-2013 với mục tiêu, yêu cầu và nội dung như sau:

1. Mục tiêu

a) Huy động sức mạnh tổng hợp của các lực lượng trong và ngoài nhà trường để xây dựng môi trường giáo dục an toàn, thân thiện, hiệu quả, phù hợp với điều kiện của địa phương và đáp ứng nhu cầu xã hội.

b) Phát huy tính chủ động, tích cực, sáng tạo của học sinh trong học tập và các hoạt động xã hội một cách phù hợp và hiệu quả.

2. Yêu cầu

a) Tập trung các nguồn lực để giải quyết dứt điểm những yếu kém về cơ sở vật chất, thiết bị trường học; tạo điều kiện cho học sinh khi đến trường được an toàn, thân thiện, vui vẻ.

b) Tăng cường sự tham gia một cách hứng thú của học sinh trong các hoạt động giáo dục trong nhà trường và tại cộng đồng với thái độ tự giác, chủ động và ý thức sáng tạo.

c) Phát huy sự chủ động, sáng tạo của thầy, cô giáo đáp ứng yêu cầu đổi mới phương pháp giáo dục trong điều kiện hội nhập quốc tế.

d) Huy động và tạo điều kiện để có sự tham gia hoạt động đa dạng và phong phú của các tổ chức, cá nhân trong việc giáo dục văn hóa, truyền thống lịch sử cách mạng cho học sinh.

đ) Phong trào thi đua phải đảm bảo tính tự giác, không gây áp lực quá tải trong công việc của nhà trường, sát với điều kiện ở cơ sở. Nội dung cụ thể của phong trào là do cơ sở tự chọn, phù hợp với điều kiện của nhà trường, làm cho chất lượng giáo dục được nâng lên và có dấu ấn của địa phương một cách mạnh mẽ.

3. Nội dung

a) *Xây dựng trường, lớp xanh, sạch, đẹp, an toàn*

- Bảo đảm trường an toàn, sạch sẽ, có cây xanh, thoáng mát và ngày càng đẹp hơn, lớp học đủ ánh sáng, bàn ghế hợp lứa tuổi học sinh.
- Tổ chức để học sinh trồng cây vào dịp đầu xuân và chăm sóc cây thường xuyên.
- Có đủ nhà vệ sinh được đặt ở vị trí phù hợp với cảnh quan trường học, được giữ gìn vệ sinh sạch sẽ.

- Học sinh tích cực tham gia bảo vệ cảnh quan môi trường, giữ vệ sinh các công trình công cộng, nhà trường, lớp học và cá nhân.

b) *Dạy và học có hiệu quả, phù hợp với đặc điểm lứa tuổi của học sinh ở mỗi địa phương, giúp các em tự tin trong học tập*

- Thầy, cô giáo tích cực đổi mới phương pháp giảng dạy nhằm khuyến khích sự chuyên cần, tích cực, chủ động, sáng tạo và ý thức vươn lên, rèn luyện khả năng tự học của học sinh.

- Học sinh được khuyến khích đề xuất sáng kiến và cùng các thầy cô giáo thực hiện các giải pháp để việc dạy và học có hiệu quả ngày càng cao.

c) *Rèn luyện kĩ năng sống cho học sinh*

- Rèn luyện kĩ năng ứng xử hợp lí với các tình huống trong cuộc sống, thói quen và kĩ năng làm việc, sinh hoạt theo nhóm.

- Rèn luyện sức khỏe và ý thức bảo vệ sức khỏe; kĩ năng phòng, chống tai nạn giao thông, đuối nước và các tai nạn thương tích khác.

- Rèn luyện kĩ năng ứng xử văn hóa, chung sống hòa bình, phòng ngừa bạo lực và các tệ nạn xã hội.

d) *Tổ chức các hoạt động tập thể vui tươi, lành mạnh*

- Tổ chức các hoạt động văn nghệ, thể thao một cách thiết thực, khuyến khích sự tham gia chủ động, tự giác của học sinh.

- Tổ chức các trò chơi dân gian và các hoạt động vui chơi giải trí tích cực khác phù hợp với lứa tuổi của học sinh.

đ) *Học sinh tham gia tìm hiểu, chăm sóc và phát huy giá trị các di tích lịch sử, văn hóa, cách mạng ở địa phương*

- Mỗi trường đều nhận chăm sóc một di tích lịch sử, văn hóa hoặc di tích cách mạng ở địa phương, góp phần làm cho di tích ngày một sạch đẹp hơn, hấp dẫn hơn; tuyên truyền, giới thiệu các công trình, di tích của địa phương với bạn bè.

- Mỗi trường có kế hoạch và tổ chức giáo dục truyền thống văn hóa dân tộc và tinh thần cách mạng một cách hiệu quả cho tất cả học sinh; phối hợp với chính quyền, đoàn thể và nhân dân địa phương phát huy giá trị của các di tích lịch sử, văn hóa và cách mạng cho cuộc sống của cộng đồng ở địa phương và khách du lịch.

4. Tổ chức thực hiện

- Phong trào thi đua "*Xây dựng trường học thân thiện, học sinh tích cực*" được triển khai gắn với kế hoạch năm học của ngành và của từng trường; kết thúc mỗi năm học đều có đánh giá, khen thưởng, phổ biến điển hình; tổng kết phong trào thi đua vào cuối năm học 2012 - 2013.

- Bộ Giáo dục và Đào tạo phối hợp với Bộ Văn hóa, Thể thao và Du lịch, Trung ương Đoàn Thanh niên Cộng sản Hồ Chí Minh và các Bộ, ngành có liên quan tổ chức triển khai phong trào thi đua "*Xây dựng trường học thân thiện, học sinh tích cực*" ở các cấp học phổ thông trong tháng 7 năm 2008. Trên cơ sở đó, Công đoàn Giáo dục Việt Nam, các cơ quan, đơn vị thuộc Bộ Giáo dục và Đào tạo xây dựng kế hoạch triển khai và tổ chức, hướng dẫn, kiểm tra việc thực hiện theo chức năng, nhiệm vụ của mình. Vụ Công tác học sinh, sinh viên là cơ quan thường trực của Bộ Giáo dục và Đào tạo trong việc phối hợp tổ chức triển khai thực hiện.

- Các Sở Giáo dục và Đào tạo báo cáo Ủy ban nhân dân tỉnh, thành phố trực thuộc trung ương để thống nhất chỉ đạo thực hiện phong trào tại địa phương, thu hút sự tham gia, hỗ trợ tích cực của Hội Khuyến học, Hội Cựu giáo chức, Hội Cựu chiến binh, Hội Phụ nữ, các cơ quan báo chí, các doanh nghiệp, gia đình và cá nhân để tổ chức phong trào thi đua.

Chỉ thị này được phổ biến và thực hiện ở tất cả các tỉnh, thành phố trực thuộc Trung ương và các cơ sở giáo dục phổ thông.

BỘ TRƯỞNG

Nguyễn Thiện Nhân

(Đã kí)

DANH SÁCH BAN CHỈ ĐẠO PHONG TRÀO THI ĐUA

1. Ông *Nguyễn Thiện Nhân*, Phó Thủ tướng, Bộ trưởng Bộ GD&ĐT - Trưởng ban.
2. Ông *Nguyễn Vinh Hiển*, Thứ trưởng Bộ GD&ĐT - Phó Trưởng ban thường trực.
3. Ông *Phạm Vũ Luận*, Thứ trưởng Bộ GD&ĐT - Phó Trưởng ban.
4. Ông *Phùng Khắc Bình*, Vụ trưởng Vụ Công tác học sinh, sinh viên, Bộ GD&ĐT - Phó Trưởng ban.
5. Ông *Lê Quán Tần*, Vụ trưởng Vụ Giáo dục Trung học, Bộ GD&ĐT - Phó Trưởng ban.
6. Ông *Lê Tiến Thành*, Vụ trưởng Vụ Giáo dục Tiểu học, Bộ GD&ĐT - Phó trưởng ban.
7. Bà *Nguyễn Thị Hà*, Ủy viên Ban thường vụ Trung ương Đoàn TNCS Hồ Chí Minh, Quyền Chủ tịch Hội đồng Đội TƯ - Phó Trưởng ban.
8. Ông *Đặng Văn Bài*, Cục trưởng Cục Di sản Văn hóa, Bộ VH-TT&DL - Phó trưởng ban.
9. Ông *Trần Đình Châu*, Phó Vụ trưởng, Giám đốc Ban điều hành Dự án Phát triển Giáo dục THCS II - Ủy viên thường trực.
10. Bà *Vũ Thị Thanh Bình*, Phó Chủ tịch Công đoàn Giáo dục Việt Nam - Ủy viên.
11. Ông *Đỗ Quốc Anh*, Vụ trưởng, Giám đốc Cơ quan đại diện của Bộ GD&ĐT tại TP. Hồ Chí Minh - Ủy viên.
12. Ông *Mông Ký Slay*, Vụ trưởng Vụ Giáo dục Dân tộc, Bộ GD&ĐT - Ủy viên.
13. Ông *Văn Đình Ưng*, Phó Chánh Văn phòng, Bộ GD&ĐT - Ủy viên.
14. Ông *Phạm Ngọc Phương*, Phó Cục trưởng Cục Cơ sở vật chất và Thiết bị trường học, đồ chơi trẻ em, Bộ GD&ĐT - Ủy viên.
15. Ông *Nguyễn Đình Mạnh*, Phó Vụ trưởng Vụ Công tác học sinh, sinh viên, Bộ GD&ĐT - Ủy viên.
16. Ông *Bùi Văn Quân*, Phó Cục trưởng Cục Nhà giáo và Cán bộ Quản lí Giáo dục, Bộ GD&ĐT - Ủy viên.
17. Ông *Nguyễn Lộc*, Phó Viện trưởng Viện Khoa học Giáo dục Việt Nam - Ủy viên.
18. Ông *Trần Đăng Thao*, Tổng Biên tập Báo Giáo dục và Thời đại - Ủy viên.
19. Ông *Đặng Tự Ân*, Vụ trưởng, Trưởng ban điều phối Dự án Giáo dục Tiểu học cho trẻ em có hoàn cảnh khó khăn - Ủy viên.
20. Ông *Trần Văn Thanh*, Giám đốc Dự án Phát triển Giáo dục THCS vùng khó khăn nhất - Ủy viên.
21. Ông *Trần Như Tỉnh*, Phó Vụ trưởng, Trưởng ban điều hành Dự án Phát triển Giáo dục THPT - Ủy viên.

DANH SÁCH TỔ THƯ KÍ GIÚP VIỆC CHO BAN CHỈ ĐẠO

1. Ông *Trần Đình Châu*, Phó Vụ trưởng, Giám đốc Ban điều hành Dự án Phát triển Giáo dục THCS II - Tổ trưởng.
2. Ông *Phạm Anh Tuấn*, Chuyên viên Vụ Công tác học sinh, sinh viên, Bộ GD&ĐT - Tổ phó.
3. Ông *Nguyễn Xuân An Việt*, Phó Trưởng phòng Báo chí tuyên truyền, Văn phòng Bộ GD&ĐT - Thành viên.
4. Bà *Lê Thị Kim Dung*, Chuyên viên chính Vụ Công tác học sinh, sinh viên, Bộ GD&ĐT - Thành viên.
5. Ông *Đinh Mạnh Cường*, Chuyên viên chính Vụ Giáo dục Trung học, Bộ GD&ĐT - Thành viên.
6. Ông *Ngô Quang Quế*, Chuyên viên chính Vụ Giáo dục Tiểu học, Bộ GD&ĐT - Thành viên.
7. Ông *Hoàng Trung Thành*, Chuyên viên Vụ Pháp chế, Bộ GD&ĐT - Thành viên.
8. Ông *Nguyễn Xuân Thủy*, Chuyên viên Phòng GD&ĐT Hà Đông, Hà Nội - Thành viên.
9. Bà *Nguyễn Hà Minh*, Chuyên viên Dự án Phát triển Giáo dục THCS II - Thành viên.
10. Bà *Nguyễn Thị Hạnh*, Chuyên viên Phòng Tổng hợp, Văn phòng Bộ GD&ĐT - Thành viên.

DÀNH CHO TRUNG HỌC CƠ SỞ

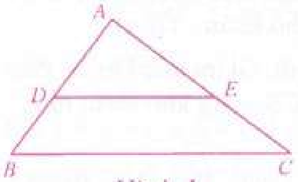
KHAI THÁC THẾ MẠNH CỦA ĐẠI SỐ để giải một số bài toán Hình học

LÊ TIẾN HÙNG
(GV THCS Ma Đa Gui, Đạ Huoai, Lâm Đồng)

Để giải một bài toán Hình học, thông thường ta phải suy luận dựa vào các hiểu biết về Hình học. Tuy nhiên, có một số bài toán Hình học nếu biết khéo léo khai thác thế mạnh của Đại số thì nhiều khi ta thu được kết quả bất ngờ thú vị. Dưới đây ta xét một số bài toán như vậy.

DẠNG 1. Dùng phương trình vào dựng hình

Bài toán 1. Cho tam giác ABC có $AB = 6$, $AC = 8$, $BC = 10$. *Hãy dựng DE song song với BC ($D \in AB, E \in AC$) sao cho $BD + CE = DE$.*



Hình 1

Lời giải. Giả sử ta đã dựng được $DE \,//\, BC$ thoả mãn điều kiện đề bài (h. 1).

Đặt $AD = x$ (với $0 < x < 6$) thì $BD = 6 - x$. Áp dụng định lí Thales, ta có

$$\frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB} \Rightarrow DE = \frac{5}{3}x.$$

$$\frac{EC}{AC} = \frac{DB}{AB} \Rightarrow CE = \frac{4}{3}(6-x).$$ Từ đó có

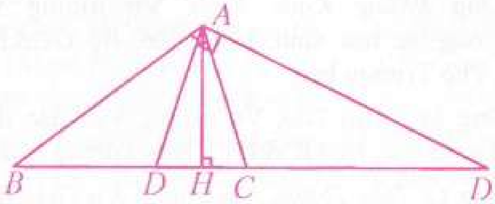
$$(6-x) + \frac{4}{3}(6-x) = \frac{5}{3}x \Leftrightarrow x = 3{,}5.$$

Từ kết quả này dễ dàng suy ra cách dựng DE.

Nhận xét. Có thể xét D, E tương ứng nằm trên tia đối của tia AB, AC, giải tương tự ta tính được $x = AD = 21$.

Bài toán 2. *Dựng tam giác ABC, biết các độ dài $BC = a$, đường cao $AH = h$ và phân giác $AD = p$.*

Lời giải. Giả sử đã dựng được tam giác ABC có đường cao $AH = h$; phân giác $AD = p$ và $BC = a$ (h. 2).



Hình 2

Dựng phân giác ngoài AD', khi đó có $AD \perp AD'$. Đặt $DC = x$, $DD' = t$ ($0 < x < a$; $0 < x < t$).

Ta có $t\cos\widehat{ADD'} = AD$, và

$$\cos\widehat{ADD'} = \sqrt{1-\sin^2\widehat{ADD'}} = \sqrt{1-\frac{h^2}{p^2}} = \frac{\sqrt{p^2-h^2}}{p}.$$

Từ đó suy ra $$t = \frac{p^2}{\sqrt{p^2-h^2}} \quad (1)$$

Mặt khác, theo tính chất đường phân giác có

$$\frac{DC}{DB} = \frac{D'C}{D'B}\left(= \frac{AC}{AB}\right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{a-x} = \frac{t-x}{a+t-x}$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 2(a+t)x + at = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{(a+t)+\sqrt{a^2+t^2}}{2} > \min\{a, t\} \text{ (loại);}$$

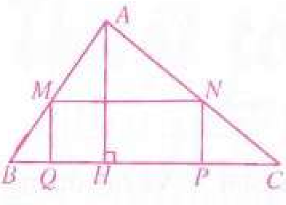
hoặc $$x = \frac{(a+t)-\sqrt{a^2+t^2}}{2} \text{ (thoả mãn) (2).}$$

Việc dựng tam giác ABC từ các giá trị của t, x biểu thị bởi các công thức (1) và (2) xin dành cho bạn đọc.

DẠNG 2. Dùng bất đẳng thức để tìm cực trị hình học

Bài toán 3. *Cho tam giác ABC. Hình chữ nhật $MNPQ$ có M, N tương ứng thuộc cạnh AB, AC; hai đỉnh còn lại P, Q nằm trên cạnh*

BC. Tìm diện tích lớn nhất có thể của hình chữ nhật MNPQ.



Hình 3

Lời giải.
Đặt $BC = a$, $AH = h$, $MQ = x$, $MN = y\ (0 < x < h,\ 0 < y < a)$ (h. 3).

Vì $S_{ABC} = S_{AMN} + S_{MNPQ} + S_{CNP} + S_{BMQ}$,

nên $\frac{1}{2}ah = \frac{1}{2}y(h-x) + xy + \frac{1}{2}x(a-y)$

$\Leftrightarrow y = \frac{a}{h}(h-x)$.

Suy ra $S_{MNPQ} = xy = \frac{a}{h}(-x^2 + hx)$

$= \frac{a}{h}\left(\frac{h^2}{4} - \left(\frac{h}{2} - x\right)^2\right) \le \frac{a}{h}.\frac{h^2}{4} = \frac{ah}{4}$.

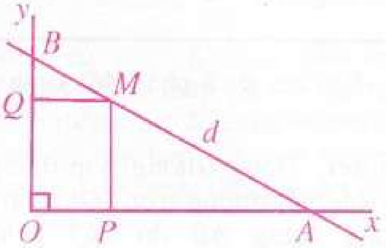
Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $x = \frac{h}{2}$. Vậy diện tích hình chữ nhật $MNPQ$ lớn nhất khi MN là đường trung bình của ΔABC.

✪**Bài toán 4.** *Cho điểm M cố định thuộc miền trong của góc vuông xOy. Một đường thẳng d qua M cắt Ox và Oy theo thứ tự tại A và B. Xác định vị trí của đường thẳng d sao cho:*

a) *Diện tích tam giác OAB bé nhất;*

b) *OA + OB bé nhất.*

Lời giải.



Hình 4

Kẻ $MP \perp OA$, $MQ \perp OB$ (h. 4). Đặt $OP = a$, $OQ = b$, $OA = x$, $OB = y$. Ta có

$S_{OAB} = S_{OAM} + S_{OBM}$, suy ra

$$xy = bx + ay \Leftrightarrow \frac{a}{x} + \frac{b}{y} = 1 \qquad (*)$$

a) Áp dụng bất đẳng thức Cauchy, ta có

$$1 = \frac{a}{x} + \frac{b}{y} \ge 2\sqrt{\frac{ab}{xy}}.$$

Suy ra $2S_{OAB} = xy \ge 4ab$. Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $x = 2a$ và $y = 2b$. Lúc đó $d \,//\, PQ$.

Vậy $\min S_{OAB} = 2ab$, khi $d \,//\, PQ$.

b) Áp dụng bất đẳng thức Bunyakowski, ta có

$$OA + OB = x + y = (x+y)\left(\frac{a}{x} + \frac{b}{y}\right) \ge \left(\sqrt{a} + \sqrt{b}\right)^2.$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi

$\frac{a}{x^2} = \frac{b}{y^2} \Leftrightarrow \frac{1}{y} = \frac{1}{x}\sqrt{\frac{a}{b}}$, kết hợp với (*) ta có

$1 = \frac{a}{x} + \frac{b}{x}\sqrt{\frac{a}{b}} \Rightarrow x = \sqrt{a}\left(\sqrt{a} + \sqrt{b}\right)$.

Từ đó tìm được $y = \sqrt{b}\left(\sqrt{a} + \sqrt{b}\right)$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của $OA + OB$ là $\left(\sqrt{a} + \sqrt{b}\right)^2$, đạt được khi

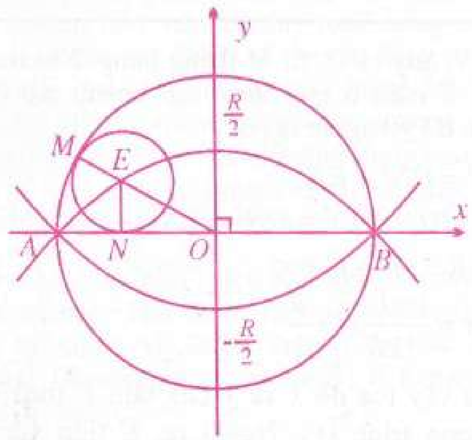
$$x = \sqrt{a}\left(\sqrt{a} + \sqrt{b}\right),\ y = \sqrt{b}\left(\sqrt{a} + \sqrt{b}\right).$$

DẠNG 3. Dùng đồ thị hàm số để giải bài toán quỹ tích

✪**Bài toán 5.** *Cho đường tròn tâm O đường kính AB = 2R. Đường tròn (E) vừa tiếp xúc với đường tròn (O) vừa tiếp xúc với đường kính AB. Tìm quỹ tích tâm E.*

Lời giải.

Chọn mặt phẳng toạ độ Oxy có Ox trùng với AB như hình 5.



Hình 5

Giả sử ta có đường tròn tâm $E(x\ ;\ y)$ tiếp xúc với đường tròn (O) tại M và tiếp xúc với AB

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 THPT AMSTERDAM và THPT CHU VĂN AN HÀ NỘI

NĂM HỌC 2008 - 2009

(Thời gian làm bài: 150 phút)

Câu 1 (*2 điểm*)

Cho hệ phương trình

$$\begin{cases}\sqrt{x+19}-\sqrt{y+6}=(m-2008)y+1\\ \sqrt{y+19}-\sqrt{x+6}=(m-2008)x+1\end{cases}$$

1) Giải hệ phương trình khi $m = 2008$.

2) Chứng minh hệ phương trình đã cho có không quá một nghiệm khi $m \geq 2008$.

Câu 2 (*2 điểm*)

Với mỗi số tự nhiên n, ta đặt

$$a_n = 3n^2 + 6n + 13.$$

1) Chứng minh rằng: Nếu hai số a_i, a_k không chia hết cho 5 và chia cho 5 có số dư khác nhau thì $(a_i + a_k)$ chia hết cho 5.

2) Tìm số tự nhiên n lẻ để a_n là số chính phương.

Câu 3 (*2 điểm*)

Cho a là số thay đổi thoả mãn $-1 \leq a \leq 1$.

Tìm giá trị lớn nhất của b sao cho bất đẳng thức sau luôn đúng:

$$2\sqrt{1-a^4}+(b-1)\left(\sqrt{1+a^2}-\sqrt{1-a^2}\right)+b-4\leq 0.$$

Câu 4 (*3 điểm*)

Cho tam giác ABC vuông tại A. Vẽ hai đường tròn (O_1) và (O_2) lần lượt có đường kính AB và AC. Gọi H là giao điểm thứ hai của (O_1) và (O_2). Đường thẳng d thay đổi đi qua A cắt các đường tròn (O_1), (O_2) lần lượt tại các điểm D, E sao cho A nằm giữa D và E.

1) Chứng minh rằng đường trung trực của đoạn DE luôn đi qua một điểm cố định khi đường thẳng d thay đổi.

2) Xác định vị trí của đường thẳng d để diện tích tứ giác $BDEC$ đạt giá trị lớn nhất. Tính giá trị lớn nhất đó theo b và c, với $b = AC$, $c = AB$.

3) Đường thẳng đi qua trung điểm đoạn DE và vuông góc với BC cắt BC tại điểm K. Chứng minh rằng $KB^2 = BD^2 + KH^2$.

Câu 5 (*1 điểm*)

Cho A là tập hợp gồm 6 phần tử bất kì của tập hợp $\{0 ; 1 ; 2 ; ... ; 14\}$. Chứng minh rằng tồn tại hai tập hợp con B_1 và B_2 của tập hợp A (B_1, B_2 khác nhau và khác rỗng) sao cho tổng tất cả các phần tử của tập hợp B_1 bằng tổng tất cả các phần tử của tập hợp B_2.

---

tại N. Suy ra O, E, M thẳng hàng. Xét trường hợp E nằm ở nửa trên trục hoành, áp dụng định lí Pythagore ta có

$$EO^2 = ON^2 + EN^2$$

$$\Leftrightarrow (MO - ME)^2 = ON^2 + EN^2$$

$$\Leftrightarrow (R - y)^2 = y^2 + x^2$$

$$\Leftrightarrow y = -\frac{1}{2R}x^2 + \frac{R}{2} \qquad (*)$$

Như vậy toạ độ x và y của tâm E thoả mãn phương trình (*). Ngoài ra, E tiếp xúc với đường kính AB nên có $-R \leq x \leq R$.

Do tính đối xứng suy ra quỹ tích tâm E là phần parabol có phương trình (*) trong khoảng $-R \leq x \leq R$ và phần đối xứng của nó qua Ox.

Nhận xét. Trong trường hợp đường tròn (E) tiếp xúc với đường tròn (O) và tiếp xúc với đường thẳng AB thì quỹ tích E là parabol có phương trình (*) và parabol đối xứng với nó qua trục Ox.

Trong khuôn khổ một bài báo không thể đề cập nhiều dạng toán lí thú khác. Hi vọng bài viết này sẽ mang lại hứng thú cho các bạn trẻ yêu toán tiếp tục khám phá, khai thác thêm nhiều dạng bài lí thú và nếu có thể xem xét vấn đề ngược lại: *Khai thác thế mạnh của Hình học để giải một số bài toán Đại số.*

Chuẩn bị cho kì thi tốt nghiệp THPT và thi vào Đại học

VÀI KĨ NĂNG GIẢI PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

NGUYỄN MINH NHIÊN
(GV THPT Quế Võ số 1, Bắc Ninh)

Trong các đề thi tuyển sinh vào Đại học, Cao đẳng những năm gần đây, đa số các bài toán về giải phương trình lượng giác đều rơi vào một trong hai dạng: *Phương trình đưa về dạng tích* hoặc *phương trình chứa ẩn ở mẫu*. Nhằm giúp các bạn ôn thi có kết quả tốt, chúng tôi xin giới thiệu một số kĩ năng quan trọng để giải các dạng toán đó.

I. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯA VỀ DẠNG TÍCH

1) Sử dụng các công thức biến đổi lượng giác : công thức biến đổi tích thành tổng, tổng thành tích, công thức hạ bậc,...

★Thí dụ 1. *Giải phương trình*

$$\sin x+\sin 2x+\sin 3x+\sin 4x+\sin 5x+\sin 6x = 0 \quad (1)$$

Lời giải.

PT (1) $\Leftrightarrow (\sin 6x+\sin x)+(\sin 5x+\sin 2x)$
$+(\sin 4x+\sin 3x)=0$

$$\Leftrightarrow 2\sin\frac{7x}{2}\left(\left(\cos\frac{5x}{2}+\cos\frac{x}{2}\right)+\cos\frac{3x}{2}\right)=0$$

$$\Leftrightarrow 2\sin\frac{7x}{2}\cos\frac{3x}{2}(2\cos x+1)=0.$$

Giải các PT $\sin\frac{7x}{2}=0$; $\cos\frac{3x}{2}=0$; $2\cos x+1 = 0$ ta được các họ nghiệm của PT (1) là $x=\frac{2k\pi}{7}$; $x=\frac{\pi}{3}+\frac{2k\pi}{3}$; $x=\pm\frac{2\pi}{3}+2k\pi$ (với $k\in\mathbb{Z}$).

Lưu ý. Khi nhóm các số hạng chứa sin (hoặc côsin) của các góc với nhau, cần để ý đến những góc sao cho tổng hoặc hiệu các góc đó bằng nhau để làm xuất hiện nhân tử chung.

★Thí dụ 2. *Giải phương trình*

$$\cos 3x\cos^3 x-\sin 3x\sin^3 x=\frac{2+3\sqrt{2}}{8} \quad (2)$$

Lời giải. PT (2) tương đương với

$$\frac{1}{2}\cos^2 x(\cos 4x+\cos 2x)-\frac{1}{2}\sin^2 x(\cos 2x-\cos 4x)=\frac{2+3\sqrt{2}}{8}$$

$$\Leftrightarrow \cos 4x(\cos^2 x+\sin^2 x)+\cos 2x(\cos^2 x-\sin^2 x)=\frac{2+3\sqrt{2}}{4}$$

$$\Leftrightarrow \cos 4x+\cos^2 2x=\frac{2+3\sqrt{2}}{4}$$

$$\Leftrightarrow 4\cos 4x+2(1+\cos 4x)=2+3\sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow \cos 4x=\frac{\sqrt{2}}{2}\Leftrightarrow x=\pm\frac{\pi}{16}+\frac{k\pi}{2}\ (k\in\mathbb{Z}).$$

**Lưu ý.* Việc khéo léo sử dụng công thức biến đổi tích thành tổng có thể giúp ta tránh được việc sử dụng công thức lượng giác góc nhân ba.

★Thí dụ 3. *Giải phương trình*

$$2\cos^2\left(\frac{\pi}{4}-2x\right)+\sqrt{3}\cos 4x=4\cos^2 x-1 \quad (3)$$

Lời giải.

$$\text{PT}(3)\Leftrightarrow 1+\cos\left(\frac{\pi}{2}-4x\right)+\sqrt{3}\cos 4x=4\cos^2 x-1$$

$$\Leftrightarrow \sin 4x+\sqrt{3}\cos 4x=2(2\cos^2 x-1)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\sin 4x+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos 4x=\cos 2x$$

$\Leftrightarrow \cos\left(4x-\frac{\pi}{6}\right)=\cos 2x$. PT có các họ nghiệm

$$x=\frac{\pi}{12}+k\pi;\ x=\frac{\pi}{36}+\frac{k\pi}{3},\ (k\in\mathbb{Z})$$

2) Sử dụng một số biến đổi khác

Để đưa phương trình về dạng tích điều quan trọng nhất vẫn là làm sao để phát hiện ra nhân tử chung nhanh nhất. Sau đây là một số công thức biến đổi có thể giúp ta làm được điều đó.

*) $\sin^2 x = (1-\cos x)(1+\cos x)$;

$\cos^2 x = (1-\sin x)(1+\sin x)$;

$\cos 2x = (\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x)$;

*) $1+\sin 2x = (\sin x + \cos x)^2$;

$1-\sin 2x = (\sin x - \cos x)^2$;

*) $1+\tan x = \dfrac{\sin x + \cos x}{\cos x}$;

*) $\sqrt{2}\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right) = \sin x + \cos x$;

*) $1+\cos 2x + \sin 2x = 2\cos x(\sin x + \cos x)$;

*) $1-\cos 2x + \sin 2x = 2\sin x(\sin x + \cos x)$.

★Thí dụ 4. *Giải phương trình*

$$2\sin x(1+\cos 2x) + \sin 2x = 1 + 2\cos x \quad (4)$$

Lời giải.

PT (4) $\Leftrightarrow 2\sin x.2\cos^2 x + 2\sin x\cos x = 1 + 2\cos x$

$\Leftrightarrow (2\cos x + 1)(2\sin x\cos x - 1) = 0$.

Phần còn lại dành cho bạn đọc.

★Thí dụ 5. *Giải phương trình*

$$\cos 2x + 3\sin 2x + 5\sin x - 3\cos x = 3 \quad (5)$$

Lời giải. PT (5) tương đương với

$(6\sin x\cos x - 3\cos x) - (2\sin^2 x - 5\sin x + 2) = 0$

$\Leftrightarrow 3\cos x(2\sin x - 1) - (2\sin x - 1)(\sin x - 2) = 0$

$\Leftrightarrow (2\sin x - 1)(3\cos x - \sin x + 2) = 0$.

Phương trình này tương đương với hai PT cơ bản (xin dành cho bạn đọc giải tiếp)

II. PHƯƠNG TRÌNH CHỨA ẨN Ở MẪU

Với loại phương trình này khi giải nếu không cẩn thận rất dễ dẫn đến lấy thừa hoặc thiếu nghiệm. Điều quan trọng đầu tiên để giải dạng này là đặt điều kiện và kiểm tra điều kiện xác định. Thông thường ta hay dùng đường tròn lượng giác để loại nghiệm. Ngoài ra , ta cũng gặp nhiều PT chứa tan, cot . Khi đó có thể sử dụng một số công thức sau

*) $\tan a \pm \tan b = \dfrac{\sin(a\pm b)}{\cos a.\cos b}$;

*) $\cot a \pm \cot b = \dfrac{\sin(b\pm a)}{\cos a.\cos b}$;

*) $\tan a + \cot b = \dfrac{\cos(a-b)}{\cos a.\sin b}$;

*) $\tan a - \cot b = \dfrac{-\cos(a+b)}{\cos a.\sin b}$;

*) $\tan a + \cot a = \dfrac{2}{\sin 2a}$;

*) $\cot a - \tan a = 2\cot 2a$;

*) $1+\tan a.\tan b = \dfrac{\cos(a-b)}{\cos.\cos b}$;

*) $1-\tan a.\tan b = \dfrac{-\cos(a+b)}{\cos a.\cos b}$.

Cần lưu ý các điều kiện xác định của từng công thức.

★Thí dụ 6. *Giải phương trình*

$$\cot x = \tan x + \frac{2\cos 4x}{\sin 2x} \quad (6)$$

Lời giải. ĐK : $\sin 2x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \dfrac{k\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}$.

PT$(6) \Leftrightarrow \cot x - \tan x = \dfrac{2\cos 4x}{\sin 2x}$

$\Leftrightarrow \dfrac{2\cos 2x}{\sin 2x} = \dfrac{2\cos 4x}{\sin 2x}$

$\Leftrightarrow \cos 4x = \cos 2x \Leftrightarrow x = m\pi$ hoặc

$x = \dfrac{m\pi}{3}, m\in\mathbb{Z}$.

Đối chiếu điều kiện ta được nghiệm

$x = \pm\dfrac{\pi}{3} + m\pi, (m\in\mathbb{Z})$

★Thí dụ 7. *Giải phương trình*

$$\frac{4\cos^3 x + 2\cos^2 x(2\sin x - 1) - \sin 2x - 2(\sin x + \cos x)}{2\sin^2 x - 1} = 0 \quad (7)$$

Lời giải. ĐK : $2\sin^2 x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow \cos 2x \neq 0$

hay $x \neq \dfrac{\pi}{4} + \dfrac{k\pi}{2}, (k\in\mathbb{Z})$.

PT(7) $\Leftrightarrow 4\cos^2 x(\sin x + \cos x) - 2\cos x(\sin x + \cos x)$

$-2(\sin x + \cos x) = 0$

$\Leftrightarrow 2(\sin x + \cos x)(\cos x - 1)(2\cos x + 1) = 0$

(Xem tiếp trang 29)

DIỄN ĐÀN

DẠY HỌC TOÁN

Giới thiệu sách giáo khoa Hình học 12

NGUYỄN MỘNG HY
(Chủ biên SGK Hình học 12)

Sách giáo khoa Hình học 12 gồm có ba chương nhưng thực chất về nội dung gồm có hai phần. Phần hình học không gian được nghiên cứu bằng phương pháp tổng hợp gồm hai chương: chương I nghiên cứu về các hình đa diện và các khối đa diện, chương II nghiên cứu về các mặt tròn xoay và các khối tròn xoay. Phần này kế thừa phần nghiên cứu về đường thẳng, mặt phẳng cùng với quan hệ song song và vuông góc trong không gian đã được học ở lớp 11. Phần *Phương pháp tọa độ trong không gian* là phần mở rộng, củng cố và tiếp tục phát triển những nội dung mà học sinh đã được học về phương pháp tọa độ trong mặt phẳng thuộc chương trình lớp 10, đồng thời mở rộng và làm quen với một số nội dung mới của phương pháp tọa độ trong không gian khi nghiên cứu về mặt phẳng và đường thẳng trong không gian.

1. Về hình đa diện và khối đa diện

Đối với cấp THPT thì hình đa diện là một khái niệm khó đưa ra một định nghĩa chính xác và thường chỉ dừng lại ở định nghĩa có tính chất mô tả như SGK Hình học 12 đã trình bày (trang 6 SGK HH 12). Yêu cầu đối với học sinh chỉ là nhận biết trong các hình đưa ra, hình nào là hình đa diện và hình nào không phải là hình đa diện. Với mỗi khối đa diện, ta có thể đo được độ lớn phần không gian mà nó chiếm chỗ và đó chính là thể tích của khối đa diện đó. SGK có giới thiệu ba tính chất của thể tích mà thực chất đó là các tiên đề về thể tích. Để giúp học sinh hiểu rõ hai khối đa diện bằng nhau, SGK có giới thiệu về phép dời hình trong không gian và khái niệm hai hình bằng nhau trong không gian. Việc tính thể tích các khối đa diện là một nội dung quan trọng trong việc gắn Hình học với thực tiễn đời sống và sản xuất. Ngoài ra SGK có giới thiệu phần phân chia và lắp ghép các khối đa diện để áp dụng vào việc tính thể tích các khối đa diện có hình dạng phức tạp, đồng thời có trình bày định nghĩa khối đa diện lồi và định lí nói về sự tồn tại của năm loại đa diện đều.

2. Về các mặt tròn xoay

SGK có giới thiệu hai yếu tố quan trọng của mặt tròn xoay là trục quay và đường sinh của mặt tròn xoay và lần lượt giới thiệu sự tạo thành mặt nón, mặt trụ và mặt cầu. SGK có chú ý phân biệt ba khái niệm: mặt tròn xoay, hình tròn xoay và khối tròn xoay, đồng thời giới thiệu công thức tính diện tích xung quanh của hình nón, hình trụ và thể tích của khối nón, khối trụ. Đối với mặt cầu SGK nêu định nghĩa mặt cầu là tập hợp những điểm M trong không gian cách điểm O cố định một khoảng không đổi bằng r ($r > 0$) và sau đó có nêu lên nhận xét có thể xem mặt cầu như là mặt tròn xoay được sinh ra bởi một nửa đường tròn quay xung quanh trục chứa đường kính của nửa đường tròn đó. Tiếp đó SGK xét vị trí tương đối của mặt cầu với mặt phẳng và đường thẳng, đồng thời giới thiệu công thức tính diện tích mặt cầu và thể tích khối cầu. Trong việc biểu diễn hình cầu, SGK có lưu ý tới việc dùng hình chiếu vuông góc để biểu diễn hình cầu cho trực quan hơn và tránh được các sai sót khi vẽ hình biểu diễn của mặt cầu nội, ngoại tiếp các hình đa diện.

3. Về phương pháp tọa độ trong không gian

Khi trình bày phương trình mặt phẳng, SGK chỉ trình bày phương trình tổng quát của mặt phẳng đi qua một điểm và có vectơ pháp tuyến cho trước. Muốn lập phương trình tổng quát của một mặt phẳng (α) nào đó thì vấn đề quan trọng đầu tiên là phải tìm vectơ pháp tuyến của mặt phẳng đó. Khi nói về vectơ pháp tuyến của mặt phẳng có thể giới thiệu về cách tìm vectơ $\vec{c}$ là tích có hướng của hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng phương cho trước sao cho $\vec{c} \perp \vec{a}$ và $\vec{c} \perp \vec{b}$. Sau đó bằng phương pháp tọa độ cần xét điều kiện để hai mặt phẳng song song hoặc vuông góc, và lập công thức tính khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng. Ngoài ra học sinh cần được làm quen với một số trường hợp riêng như phương trình:

- Mặt phẳng đi qua gốc tọa độ.

- Mặt phẳng song song hoặc chứa trục Ox (hoặc Oy hoặc Oz).

- Mặt phẳng song song hoặc trùng với mp (Oxy) (hoặc (Oyz) hoặc (Ozx)).

- Mặt phẳng đi qua các điểm $A(a\,;0;0)$, $B(0\,;b\,;0)$, $C(0\,;0\,;c)$ với $abc \neq 0$.

Công thức tính khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng là một công thức quan trọng. Trong các bài tập tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song hoặc tính khoảng cách giữa một đường thẳng bất kì đến một mặt phẳng song song với đường thẳng đó hoặc tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau, chúng ta cần phải dùng đến công thức này một cách linh hoạt và sáng tạo.

Về phương trình đường thẳng trong không gian, SGK chỉ trình bày về phương trình tham số của đường thẳng và xét các điều kiện để hai đường thẳng chéo nhau, cắt nhau song song hoặc vuông góc với nhau.

Với phương pháp tọa độ trong không gian cùng với những kiến thức về hình học không gian đã học ở lớp 11, học sinh cơ thể làm quen với các dạng toán mới với nhiều sáng tạo mới về quan hệ song song và quen hệ vuông góc của đường thẳng và mặt phẳng trong không gian.

Trao đổi về sách giáo khoa GIẢI TÍCH 12 NÂNG CAO

NGUYỄN HUY ĐOAN
(Chủ biên SGK Giải tích 12 Nâng cao)

Trong những lớp bồi dưỡng giáo viên thực hiện chương trình và SGK đổi mới, tác giả bài viết này đã có dịp trao đổi với giáo viên ở các địa phương trong cả nước về nội dung của SGK Giải tích 12 nâng cao, trong đó có những vấn đề được đông đảo giáo viên quan tâm. Bài viết này nhằm giới thiệu và trao đổi với bạn đọc của Tạp chí THTT một số vấn đề như vậy.

VẤN ĐỀ 1: Trong SGK *Giải tích 12 nâng cao*, trang 7 có nêu nhận xét: *Giả sử hàm số f có đạo hàm trên khoảng I. Nếu $f'(x) \geq 0$ với mọi $x \in I$ (hoặc $f'(x) \leq 0$ với mọi $x \in I$) và $f'(x) = 0$ chỉ tại một số hữu hạn điểm của I thì hàm số f đồng biến (hoặc nghịch biến) trên I.* Có thể áp dụng nhận xét đó để giải bài toán sau đây được không?

Bài toán: Chứng minh rằng hàm số

$$f(x) = x + \sin x$$

đồng biến trên $\mathbb{R}$ (chú ý rằng đối với hàm số đang xét ta có $f'(x) = 0$ tại vô số điểm trên $\mathbb{R}$).

☒**Trả lời.** Ta có thể áp dụng nhận xét trong SGK để giải bài toán trên như sau:

Ta sẽ chứng minh hàm số f đồng biến trên $\mathbb{R}$ bằng định nghĩa, tức là chứng minh:

$$\forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}, x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2).$$

Muốn vậy, khi đã cho x_1 và x_2 ta chọn một khoảng (a ; b) nào đó chứa x_1 và x_2 (hiển nhiên luôn chọn được một khoảng như vậy). Ta có $f'(x) = 1 + \cos x \geq 0$ với mọi x. Rõ ràng phương trình $1 + \cos x = 0$ chỉ có hữu hạn nghiệm trên khoảng (a ; b). Vậy trên khoảng (a ; b) hàm số f thoả mãn các điều kiện được nêu trong nhận xét nói trên, nên hàm số f đồng biến trên khoảng đó, tức là $f(x_1) < f(x_2)$. Đó là điều cần chứng minh.

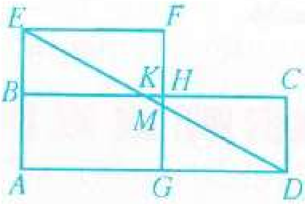
VẤN ĐỀ 2: Để tìm tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x^2 - 3x + 1}{2x - 1}$ (khi $x \to +\infty$), một học sinh đã làm như sau :

TOÁN HỌC MUÔN MÀU

Giải đáp:

PHÂN CHIA HÌNH CHỮ NHẬT, ghép thành hình vuông

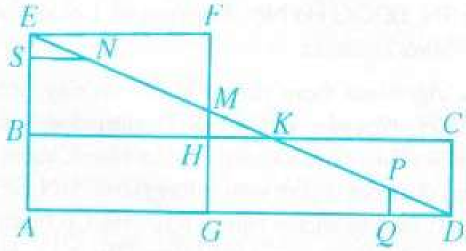
(Đề đăng trên THTT số 372 tháng 6.2008)



Hình 1

1) Từ hình chữ nhật $ABCD$ kích thước 2×7(cm), dựng hình vuông $AEFG$ như ở hình 1 với $AE = AG = \sqrt{14}$(cm). Cắt hình chữ nhật $ABCD$ thành ba hình đa giác lồi KCD, MGD và $ABKMG$. Giữ nguyên ngũ giác $ABKMG$, đặt ΔMGD vào vị trí ΔEBK, đặt ΔKCD vào vị trí ΔEFM, ta được hình vuông $AEFG$.

2) Từ hình chữ nhật $ABCD$ kích thước 2×11(cm), dựng hình vuông $AEFG$ như ở hình 2 với $AE = AG = \sqrt{22}$ (cm). Cắt hình chữ nhật $ABCD$ thành bốn hình đa giác lồi KCD, PQD, $ABHG$ và $HKPQG$. Giữ nguyên hình chữ nhật $ABHG$, đặt ngũ giác $HKPQG$ vào vị trí ngũ giác $SNMHB$, đặt ΔPQD vào vị trí ΔESN, đặt ΔKCD vào vị trí ΔEFM, ta được hình vuông $AEFG$.



Hình 2

3) *Chứng minh chung cho hai trường hợp trên.*

Đặt $AB = a$, $AD = b$, $AE = AG = x$ với $x^2 = ab$.

Từ $\Delta MGD \backsim \Delta EAD$ có $\dfrac{MG}{EA} = \dfrac{GD}{AD} \Rightarrow MG = \dfrac{EA.GD}{AD} = \dfrac{x(b-x)}{b} = x - a = EB$

$\Rightarrow FM = x - MG = a = CD$.

Từ đó $\Delta MGD = \Delta EBK$, $\Delta KCD = \Delta EFM$.

Một số bạn gửi bài giải nhưng phân chia thành quá nhiều mảnh.

PHI PHI

$$a = \lim_{x\to+\infty} \frac{y}{x} = \lim_{x\to+\infty} \frac{2x^2-3x+1}{x(2x-1)} = 1;$$

$$b = \lim_{x\to+\infty}(y-ax) = \lim_{x\to+\infty}\left(\frac{2x^2-3x+1}{2x-1} - x\right)$$

$$= \lim_{x\to+\infty}\left(\frac{-2x+1}{2x-1}\right) = -1.$$

Suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là $y = x-1$ (khi $x \to +\infty$). Nhưng đường thẳng này (với $x \neq \frac{1}{2}$) lại trùng với đồ thị của hàm số đã cho, vì $y = \dfrac{2x^2-3x+1}{2x-1} = x-1$ với $x \neq \dfrac{1}{2}$.

Vậy kết quả trên có đúng không?

☒**Trả lời.** Từ định nghĩa tiệm cận xiên (SGK *Giải tích 12 nâng cao*, trang 32), có thể thấy ngay rằng: Mỗi đường thẳng cũng là tiệm cận xiên của chính nó. Do đó kết quả mà học sinh tìm được trên đây là hoàn toàn đúng.

Chú ý rằng hàm số đang xét không có tiệm cận đứng vì $\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}} y = -\dfrac{1}{2}$.

TIN TỨC

KỲ THI OLYMPIC TOÁN SINH VIÊN QUỐC TẾ LẦN THỨ 15

Lần đầu tiên Việt Nam tham dự kì thi Olympic Toán Sinh viên Quốc tế cho các trường đại học lần thứ 15 (IMC15) tại Bulgaria, bốn sinh viên của Trường ĐHKHTN, ĐHQG Hà Nội đã mang về 1 giải Nhất, 1 giải Nhì và 2 giải Ba.

Đoàn Việt Nam tham dự dự kì thi lần này gồm có GS.TSKH. *Nguyễn Văn Mậu*, Trưởng đoàn, thành viên Hội đồng Giám khảo; TS. *Lê Huy Chuẩn*, Phó Trưởng đoàn và 4 sinh viên trường ĐHKHTN, ĐHQG Hà Nội: *Hoàng Mạnh Hùng*, K10, Hệ Cử Nhân Tài năng; *Lê Phi Hùng*, *Nguyễn Hùng Tiến*, K11, Hệ Cử Nhân Tài năng; *Nguyễn Mạnh Toàn*, K50 Toán. Sinh viên *Hoàng Mạnh Hùng* đoạt giải Nhất, Lê Phi Hùng đoạt giải Nhì, giải Ba thuộc về hai sinh viên *Nguyễn Hùng Tiến* và *Nguyễn Mạnh Toàn*. Với kết quả này đoàn Việt Nam đã giành được 309 điểm xếp thứ 16 toàn đoàn.

Bắt đầu từ năm 1994, kì thi IMC được tổ chức hằng năm cho sinh viên các trường đại học trên thế giới và ngày càng thu hút sinh viên nhiều trường đại học tham gia. Kì thi năm nay diễn ra tại Đại học American, Thành phố Blagoevgrad, Bulgaria, từ ngày 25 đến ngày 31 tháng 7 năm 2008, với sự tham gia của 283 thí sinh đến từ 90 trường đại học của 40 quốc gia khác nhau.

Các thí sinh tham dự kì thi phải trải qua hai bài thi viết bằng tiếng Anh trong hai ngày, thời gian làm bài diễn ra trong 5 giờ, mỗi đề thi có 6 bài toán về Đại số, Giải tích (thực và phức) và Tổ hợp ...Mỗi bài toán được tối đa là 20 điểm. Điểm mỗi thí sinh là tổng điểm của hai bài thi. Nếu một đoàn có từ ba thí sinh trở lên sẽ được tính điểm toàn đoàn (điểm toàn đoàn được tính bằng cách lấy tổng điểm của ba thí sinh có điểm cao nhất).

Với kết quả trên, đội tuyển Việt Nam đã thực sự gây ấn tượng mạnh với các đội tuyển của nhiều trường đại học khác trên thế giới - những trường có nhiều năm kinh nghiệm và thành tích trong việc tham dự kì thi IMC như Đại học Tổng hợp Moscow, Đại học Tổng hợp Belarus, Đại học Bách khoa Paris, Đại học Princeton (Hoa Kỳ), ...

LÊ MAI

(Nguồn: http://www.hus.edu.vn)

HỘI THẢO KHOA HỌC TƯƠNG TÁC TOÁN HỌC - VẬT LÍ - THIÊN VĂN

Hội thảo "Tương tác Toán học - Vật lí - Thiên văn" được tổ chức vào 8h ngày 17.8.2008 tại Phòng Hội thảo, Viện Khoa học và Công nghệ Việt Nam, số 1, Mạc Đĩnh Chi, Quận 1, TP. Hồ Chí Minh.

Hội thảo nhằm mục đích khẳng định vai trò quan trọng không thể thiếu của Khoa học Cơ bản trong quá trình hiện đại hoá đất nước, hội nhập với Quốc tế và các ứng dụng thực tiễn trong môi trường Việt Nam. Tham gia hội thảo, các bạn trẻ đã giao lưu đối thoại với các nhà khoa học Việt Nam, tiếp cận với các tri thức hiện đại, gặp gỡ các nhà khoa học trẻ Việt Nam đang làm Nghiên cứu sinh ở các nước trên thế giới.

Các đơn vị đăng cai và tổ chức Hội thảo này gồm có: Phân viện Vật lí TP. Hồ Chí Minh; Tạp chí Toán học và Tuổi trẻ; Diễn đàn Toán học (http://diendantoanhoc.net); Diễn đàn Vật lí (http://www.vatlyvietnam.org) và Diễn đàn Thiên văn học (http://www.vietastro.org). Đây là một hoạt động khoa học bổ ích và lí thú, hoàn toàn miễn phí tham dự đối với các bạn yêu mến và quan tâm đến khoa học.

HẢI HÀ

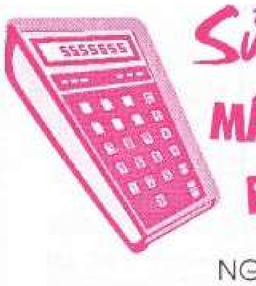
THÊM 330 HỌC SINH NGHÈO VƯỢT KHÓ, HỌC TỐT CÓ SÁCH GIÁO KHOA CHO NĂM HỌC MỚI

Ngày 22-8-2008 vừa qua, tại Cung Thiếu nhi Hà Nội, phối hợp với Quỹ Bảo trợ trẻ em TP. Hà Nội, Nhà Xuất bản Giáo dục tổ chức Lễ trao tặng quà cho học sinh nghèo, vượt khó, học tốt lần thứ tám cho 8 Trung tâm bảo trợ trẻ em và 13 quận, huyện của TP. Hà Nội.

Năm nay, ngoài 30 em được nhận học bổng liên tục từ năm trước (mỗi suất 1 triệu đồng), 300 em được nhận 150 nghìn đồng và một bộ sách giáo khoa dùng cho năm học mới. Các em là những trẻ có nhiều thiệt thòi: mồ côi, khuyết tật, bị nhiễm HIV... Mỗi em có hoàn cảnh khác nhau nhưng có điểm chung là đã nỗ lực cố gắng vượt bậc khắc phục khó khăn, chiến thắng số phận để vươn lên trong học tập và cuộc sống. Trong số 330 học sinh này có 88 em đạt danh hiệu Học sinh Giỏi, Học sinh Xuất sắc trong năm học 2007-2008.

Tính từ năm 2001 đến nay, Nhà Xuất bản Giáo dục đã trao tặng 2130 bộ sách giáo khoa và 2130 suất học bổng, tổng trị giá trên 800 triệu đồng cho học sinh TP. Hà Nội. Năm học 2008-2009, NXBGD đã phát động rộng rãi phiếu ưu tiên giảm giá 10% sách giáo khoa nhằm khuyến khích các em học sinh vượt khó khăn, phấn đấu vươn lên chăm ngoan học giỏi, đạt thành tích trong học tập và tu dưỡng.

PV



Sử dụng sáng tạo MÁY TÍNH ĐIỆN TỬ BỎ TÚI

NGUYỄN PHƯỚC
(GV THCS Hương Long, Thừa Thiên- Huế)

Khi nghiên cứu phần hướng dẫn sử dụng bất kì máy tính điện tử bỏ túi (MTĐTBT) nào, ta cũng cần nắm được chức năng các phím và một số phần mềm đã cài đặt sẵn trong máy. Các phần mềm đó không thể giúp học sinh giải quyết trọn vẹn được công việc của mình khi học toán, vì vậy trong quá trình học, đòi hỏi học sinh phải vận dụng sáng tạo kiến thức toán học để tăng hiệu quả việc sử dụng máy tính điện tử bỏ túi. Sau đây là một số vận dụng cho máy tính *fx*-570 (được sử dụng trong các kì thi Tốt nghiệp THPT và kì thi tuyển sinh vào Đại học).

1. Tìm ƯCLN và BCNN của các số

Trước hết ta nhắc lại một tính chất quen thuộc:

Nếu $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ *và phân số* $\frac{c}{d}$ *tối giản thì*

a) ƯCLN$(a\,;\,b) = a : c\ (= b : d)$.

b) $\text{BCNN}(a;b)=\dfrac{a.b}{\text{ƯCLN}(a;b)}$.

• Dựa vào đó, ta có thể tìm ƯCLN$(a\,;\,b)$ nhờ MTĐTBT như sau:

Bước 1. Rút gọn phân số $\frac{a}{b}$ để được phân số tối giản $\frac{c}{d}$.

Bước 2. Tìm d bằng cách nhân phân số $\frac{c}{d}$ với mẫu số d của nó.

Bước 3. Kết luận. ƯCLN$(a\,;\,b) = a : c$. ❐

• Tương tự, BCNN$(a\,;\,b)$ được tìm như sau:

Bước 1. Tìm ƯCLN$(a\,;\,b)$.

Bước 2. Kết luận. $\text{BCNN}(a;b)=\dfrac{a.b}{\text{ƯCLN}(a;b)}$. ❐

★**Thí dụ 1.** *Tìm* ƯCLN(5472 ; 7752).

Bước 1. Ấn lần lượt các phím

$\boxed{5472}\ \boxed{\div}\ \boxed{7752}\ \boxed{=}$

Màn hình hiện ra $\frac{12}{17}$.

Bước 2. Tiếp tục ấn:

$\boxed{\times}\ \boxed{17}\ \boxed{=}$

Màn hình hiện ra 12.

Bước 3. Ấn tiếp

$\boxed{x^{-1}}\ \boxed{\times}\ \boxed{5472}\ \boxed{=}$

Màn hình hiện số 456.

Đáp số. ƯCLN(5472; 7752) = 456. ❐

◁*Nhận xét.* Ta có thể tìm ước chung lớn nhất của nhiều số dựa vào nhận xét sau:

ƯCLN$(a\,;\,b\,;\,c)$ = ƯCLN(ƯCLN$(a\,;\,b)\,;\,c)$.

★**Thí dụ 2.** *Tìm BCNN* (5670 ; 15498).

Bước 1. Ấn lần lượt các phím

$\boxed{5670}\ \boxed{\div}\ \boxed{15498}\ \boxed{=}$

$\boxed{\times}\ \boxed{41}\ \boxed{=}$

$\boxed{x^{-1}}\ \boxed{\times}\ \boxed{5670}\ \boxed{=}$

Màn hình hiện ra số 378

Ta nhận được ƯCLN(5670 ; 15498) = 378.

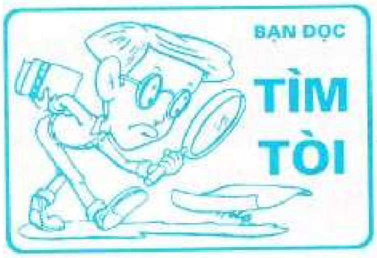
Bước 2. Tiếp tục ấn các phím

$\boxed{x^{-1}}\ \boxed{\times}\ \boxed{5670}\ \boxed{\times}\ \boxed{15498}\ \boxed{=}$

Màn hình hiện ra số 232470.

Đáp số. BCNN(5670 ; 15498) = 232470. ❐

(Xem tiếp trang 15)



TRỌNG TÂM TAM GIÁC và điểm LEMOINE

HOÀNG NGỌC CẢNH
(GV THPT chuyên Hà Tĩnh)

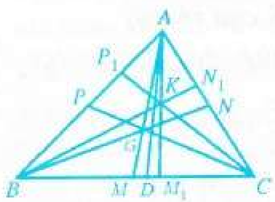
Khi nghiên cứu các tính chất của tam giác, ta thấy có một số điểm đóng vai trò đặc biệt và chúng có quan hệ mật thiết với nhau. Thí dụ như:

Mối liên hệ giữa trọng tâm G, trực tâm H, tâm đường tròn ngoại tiếp O, tâm đường tròn Euler E của một tam giác biểu thị qua hệ thức $\overline{OG}:\overline{GE}:\overline{EH} = 2:1:3$;

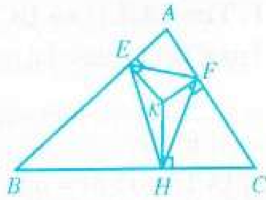
Khoảng cách d của hai tâm đường tròn ngoại tiếp, nội tiếp và các bán kính của chúng R, r biểu thị qua hệ thức Euler: $d^2 = R^2 - 2rR$.

Sau đây chúng ta sẽ nghiên cứu một mối quan hệ khá đẹp của điểm trọng tâm và điểm Lemoine biểu thị qua mối tương quan về vị trí hình học của chúng trong mỗi một tam giác. Lemoine E.M. (Lơ-Moan, 1840-1912) là nhà toán học Pháp đã nghiên cứu tính chất của điểm Lemoine. Ta đã biết rằng *điểm Lemoine của một tam giác là điểm nằm trong tam giác sao cho nó là trọng tâm của tam giác có các đỉnh là chân ba đường vuông góc hạ từ điểm đó xuống ba cạnh của tam giác đó (Xem THTT số 150, tháng 4 năm 1986).* Trước hết ta hãy nghiên cứu trọng tâm của một tam giác.

Cho tam giác ABC; kẻ các trung tuyến AM, BN, CP; G là trọng tâm tam giác. Ta có thể coi trung tuyến AM là tập hợp những điểm X nằm trong tam giác sao cho diện tích các tam giác XAB và XAC bằng nhau, hay là tập hợp những điểm X nằm trong tam giác mà các khoảng cách từ X đến hai cạnh AB, AC tỉ lệ nghịch với độ dài của các cạnh đó. Tương tự xét đối với các đường trung tuyến còn lại. G chính là điểm mà khoảng cách từ nó đến ba cạnh tam giác tương ứng tỉ lệ nghịch với độ dài ba cạnh đó. Liệu có điểm nào nằm trong tam giác mà khoảng cách tới ba cạnh tam giác tương ứng tỉ lệ thuận với độ dài các cạnh đó không? Ta hãy đi tìm câu trả lời. Trước hết lấy đối xứng tia trung tuyến AM qua đường phân giác trong AD của góc A ta được tia AM_1 (h.1). Suy ra đoạn AM_1 là tập hợp những điểm thuộc miền tam giác ABC sao cho khoảng cách từ điểm đó đến hai cạnh AB và AC tỉ lệ thuận với độ dài AB và AC. Tương tự, xét đối với các trung tuyến BN, CP có các đoạn BN_1 và CP_1. Giả sử AM_1 cắt BN_1 tại điểm K. Gọi H, E, F lần lượt là chân của các đường vuông góc hạ từ K xuống các cạnh BC, AB, AC thì $\frac{KF}{AC} = \frac{KE}{AB} = \frac{KH}{BC}$ (1). Rõ ràng K là điểm mà khoảng cách tới ba cạnh tam giác tỉ lệ thuận với độ dài ba cạnh đó, đồng thời dễ thấy CP_1 đi qua điểm K.



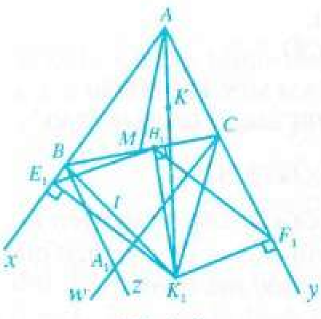
Hình 1



Hình 2

Theo định lí ***Con nhím*** (Xem THTT số 170, tháng 6 năm 1989 hoặc *Tuyển chọn theo chuyên đề Toán học và Tuổi trẻ Quyển 3*, trang 173, NXBGD 2008) và hệ thức (1) ta có: $\overrightarrow{KH} + \overrightarrow{KE} + \overrightarrow{KF} = \vec{0}$ (2). Vậy K chính là điểm Lemoine. Nếu ta gọi các đường AM_1, BN_1, CP_1 là các *đường đối trung* của tam giác ABC thì điểm Lemoine chính là giao các đường đối trung.

Sau đây là một sự mở rộng của hệ thức (2) đối với trường hợp điểm K nằm ngoài tam giác ABC. Trên hình 3, xét miền mặt phẳng $(xBCy)$ gồm các điểm nằm bên trong góc xAy mà không nằm trong tam giác ABC (*). Ta thử đặt câu hỏi: Trong miền (*) có những điểm nào tương tự như điểm G và điểm K không?



Hình 3

Xét tương tự như trên có: *Tập hợp những điểm X thuộc miền (*) sao cho hai tam giác XAB* và *XBC có diện tích bằng nhau là tia Bz song song với tia Ay, nghĩa là tia Bz là tập hợp những điểm X thuộc miền (*) mà các khoảng cách từ X đến hai cạnh AB và BC tỉ lệ nghịch với độ dài của các cạnh đó.* Tương tự, *tia Cw song song với tia Ax là tập hợp những điểm X thuộc miền (*) mà các khoảng cách từ X đến hai cạnh AC và BC tỉ lệ nghịch với độ dài của các cạnh đó.* Giao điểm A_1 của Bz và Cw là điểm có vai trò như trọng tâm G của tam giác (tức là điểm có các khoảng cách tới ba cạnh tam giác ABC tương ứng tỉ lệ nghịch với độ dài ba cạnh đó). Ta lại có tia Bt đối xứng với tia Bz qua đường phân giác của góc xBC là tập hợp những điểm X thuộc miền (*) mà các khoảng cách từ X đến hai cạnh AB và BC tỉ lệ thuận với độ dài của các cạnh đó. Gọi K_1 là giao điểm của Bt với tia AK (K là điểm Lemoine). Ta cũng chứng minh được điểm K_1 có tính chất

$$\overrightarrow{K_1H_1}-\overrightarrow{K_1E_1}-\overrightarrow{K_1F_1}=\vec{0}$$

(Trong đó H_1, E_1, F_1 lần lượt là chân của các đường vuông góc hạ từ K_1 xuống các đường thẳng BC, AB, AC).

Tương tự, ta sẽ tìm thêm được các điểm B_1, C_1 thuộc miền ngoài tam giác ABC mà khoảng cách từ mỗi điểm đó tới các cạnh tam giác tương ứng tỉ lệ nghịch với độ dài các cạnh đó. Còn các điểm K_2, K_3 thuộc miền ngoài tam giác ABC ứng với các điểm B_1, C_1 có vai trò tương tự K_1.

Bài viết trên đây là những tìm tòi về tương quan vị trí hình học của trọng tâm tam giác và điểm Lemoine. Giá như có được một hệ thức định lượng hoặc một bất đẳng thức nào đó giữa chúng thì tuyệt biết bao! Tác giả mong muốn như thế nhưng "lực bất tòng tâm", rất mong bạn đọc hưởng ứng về vấn đề này.

SỬ DỤNG SÁNG TẠO... *(Tiếp trang 13)*

Bài tập áp dụng

Xác định a, b, c, d, e, f biết rằng

a = ƯCLN(97110 ; 13695);

b = BCNN(20622 ; 8683);

c = ƯCLN(8992 ; 31472);

d = BCNN(708; 26903).

2. Rút gọn biểu thức $\sqrt{a\pm\sqrt{b}}$

Trước hết ta chứng minh bài toán sau:

Nếu m và n là hai nghiệm dương của phương trình bậc hai $x^2-ax+\frac{b}{4}=0$ (1) thì $\sqrt{a\pm\sqrt{b}}=\left|\sqrt{m}\pm\sqrt{n}\right|$.

Thật vậy, do m và n là hai nghiệm dương của phương trình (1) nên có $m+n=a$ và $mn=\frac{b}{4}$. Suy ra $b=4mn$.

Từ đó $\sqrt{a\pm\sqrt{b}}=\sqrt{m+n\pm\sqrt{4mn}}=\sqrt{\left(\sqrt{m}\pm\sqrt{n}\right)^2}$.

Vậy $\sqrt{a\pm\sqrt{b}}=\left|\sqrt{m}\pm\sqrt{n}\right|$ (2)

★**Thí dụ 3.** *Tính* $\sqrt{38-12\sqrt{10}}$.

• Ấn MODE / EQN, chọn phương trình bậc hai $ax^2+bx+c=0$.

• Tiếp tục ấn liên tiếp các phím

$\boxed{1}$ $\boxed{=}$ để chọn hệ số a.

$\boxed{-38}$ $\boxed{=}$ để chọn hệ số b.

$\boxed{12}$ $\boxed{x^2}$ $\boxed{\times}$ $\boxed{10}$ $\boxed{\div}$ $\boxed{4}$ $\boxed{=}$ để chọn hệ số c.

$\boxed{=}$ tìm được $x_1=20$

$\boxed{=}$ tìm được $x_2=18$

Vậy $m=20$ và $n=18$. Theo (2) ta có

$\sqrt{38-12\sqrt{10}}=\left|\sqrt{20}-\sqrt{18}\right|=2\sqrt{5}-3\sqrt{2}$. □

Bài tập áp dụng

Rút gọn các biểu thức sau:

a) $A=\sqrt{70-20\sqrt{10}}$;

b) $B=\sqrt{73+12\sqrt{35}}$;

c) $C=\sqrt{294-24\sqrt{90}}$.

CÁC LỚP THCS

Bài T1/375. (Lớp 6). Tìm số tự nhiên x và các chữ số y, z sao cho với mỗi số tự nhiên n lớn hơn 1 đều có $(5.10^n - 2)x = 3.\overline{y...yz}$, trong đó số $\overline{y...yz}$ (viết trong hệ thập phân) có $n-1$ chữ số y.

NGUYỄN ANH THUẤN
(GV THCS Trần Văn Ơn, Hồng Bàng, Hải Phòng)

Bài T2/375. (Lớp 7). Chứng minh rằng
$$\frac{|x|}{2008+|x|}+\frac{|y|}{2008+|y|}\geq\frac{|x-y|}{2008+|x-y|}$$
với các số x, y bất kì.

NGUYỄN ĐỨC TẤN
(TP. Hồ Chí Minh)

Bài T3/375. Xét số nguyên n lớn hơn 2008 sao cho hai số $2n - 4015$ và $3n - 6023$ đều là số chính phương. Hãy tìm số dư khi chia n cho 40.

BÙI VĂN TẠO
(GV THCS Chánh Lộ, TP. Quảng Ngãi)

Bài T4/375. Giải phương trình
$$\sqrt{x-\frac{1}{x}}-\sqrt{1-\frac{1}{x}}=\frac{x-1}{x}.$$

HÀ VĂN NHÂN
(GV THCS Hoằng Xuân, Hoằng Hóa, Thanh Hóa)

Bài T5/375. Cho tam giác ABC cân tại A và $\widehat{BAC} = 150^o$. Dựng các tam giác AMB và ANC sao cho các tia AM, AN nằm trong góc BAC với $\widehat{ABM} = \widehat{ACN} = 90^o$, $\widehat{MAB} = 30^o$, $\widehat{NAC} = 60^o$. Trên đoạn thẳng MN lấy điểm D sao cho $ND = 3MD$. Đường thẳng BD cắt đường thẳng AM và AN theo thứ tự tại K và E. Gọi F là giao điểm của BC với AN. Chứng minh rằng

1) Tam giác NCE cân;
2) KF song song với CD.

PHẠM MINH PHƯƠNG
(GV THPT chuyên ĐHSP Hà Nội)

CÁC LỚP THPT

Bài T6/375. Tìm tất cả các cặp số nguyên m, n lớn hơn 1 sao cho với các số thực a, b, c mà $a + b + c = 0$ thì đẳng thức sau đúng:
$$\frac{a^{m+n}+b^{m+n}+c^{m+n}}{m+n}=\frac{a^m+b^m+c^m}{m}.\frac{a^n+b^n+c^n}{n}.$$

TRẦN TUẤN ANH
(TP. Hồ Chí Minh)

Bài T7/375. Cho số nguyên dương k và ba số thực dương a, b, c thỏa mãn $abc \leq 1$. Chứng minh rằng $\frac{a}{b^k}+\frac{b}{c^k}+\frac{c}{a^k}\geq a+b+c$.

HÀN NGỌC ĐỨC
(Trung tâm CNTT EVNIT, Hà Nội)

Bài T8/375. Cho đường tròn đường kính $AB = 2R$. Lấy điểm C trên đường tròn (C khác A và B). Đường tròn nội tiếp tam giác ABC tiếp xúc với hai cạnh AB và AC lần lượt tại M và N. Hãy tìm giá trị lớn nhất của độ dài đoạn thẳng MN khi điểm C chạy trên đường tròn.

HỒ QUANG VINH
(Hà Nội)

TIẾN TỚI OLYMPIC TOÁN

Bài T9/375. Cho dãy (x_n) ($n = 0, 1, 2, ...$) thỏa mãn $x_0 = 2$ và $x_{n+1}=\frac{2x_n+1}{x_n+2}$ với mọi $n = 0, 1, 2, ...$ Tính $\left[\sum_{k=1}^{n}x_k\right]$ trong đó $[x]$ kí hiệu số nguyên lớn nhất không vượt quá x.

ĐỖ THANH HÂN
(GV THPT chuyên Bạc Liêu)

Bài T10/375. Chứng minh rằng nếu các số dương a, b, c thỏa mãn $abc = 1$ thì
$$\frac{a}{\sqrt{8c^3+1}}+\frac{b}{\sqrt{8a^3+1}}+\frac{c}{\sqrt{8b^3+1}}\geq 1.$$

VÕ QUỐC BÁ CẨN
(SV K32 lớp YY0647 A1, ĐH Y Dược Cần Thơ)

Bài T11/375. Cho hàm số f: $\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(0) = 0$ và $\frac{f(t)}{t}$ là hàm đồng biến trên

$\mathbb{R}\backslash\{0\}$. Chứng minh rằng với các số dương x, y, z ta luôn có

$$x.f(y^2-zx)+y.f(z^2-xy)+z.f(x^2-yz)\geq 0.$$

PHAN THÀNH NAM
(SV khoa Toán – Tin, ĐHKHTN TP. Hồ Chí Minh)

Bài T12/375. Cho tứ diện $A_1A_2A_3A_4$. Gọi B_i (i = 1, 2, 3, 4) là hình chiếu vuông góc của điểm M nào đó trong không gian lên đường thẳng A_iA_{i+1} (coi A_5 trùng với A_1). Tìm giá trị nhỏ nhất của $\sum\limits_{1\leq i\leq 4} A_iA_{i+1}.A_iB_i$.

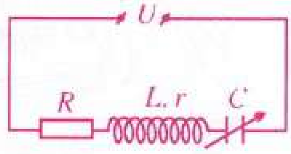
LÊ HOÀI BẮC
(GV THPT Nguyễn Văn Cừ, Xuân Sơn, Châu Đức, Bà Rịa – Vũng Tàu)

CÁC ĐỀ VẬT LÍ

Bài L1/375. Một quan sát viên ngồi trên tàu hỏa chuyển động với vận tốc $\vec{v}$ nhìn thấy trên thành toa xe một hình tam giác ABC vuông góc tại B mà vectơ $\overline{AB}$ cùng hướng với chuyển động của toa tầu và góc $\widehat{BAC}=30^{\circ}$. Một quan sát viên khác đứng trên mặt đất thấy hình tam giác trên là một hình tam giác vuông cân. Hãy xác định độ lớn của vận tốc v theo tốc độ ánh sáng.

NGUYỄN QUANG HẬU
(Hà Nội)

Bài L2/375. Một mạch điện gồm một điện trở $R = 8\Omega$, một cuộn dây có điện trở thuần $r = 2\Omega$, độ tự cảm $L = \dfrac{3}{2\pi}$H và một tụ điện có điện dung C biến đổi được mắc nối tiếp (hình vẽ).



Cho biết hiệu điện thế hiệu dụng giữa hai đầu đoạn mạch U = 10V, cường độ dòng điện hiệu dụng I = 0,704A và tần số dòng điện chạy trong mạch f = 50Hz.

1) Tính độ lệch pha giữa cường độ dòng điện và hiệu điện thế.

2) Tính điện dung C của tụ điện.

3) Để dòng điện trong mạch đạt cực đại thì phải tăng hay giảm điện dung C và tăng hay giảm bao nhiêu? Tính hiệu điện thế cực đại ở hai đầu cuộn dây khi đó.

NGUYỄN VĂN THUẬN
(ĐHSP Hà Nội)

PROBLEMS IN THIS ISSUE

FOR LOWER SECONDARY SCHOOL

T1/375. (For 6th grade). Find a natural number x and two decimal digits y, z such that $(5.10^n-2)x = 3.\overline{y...yz}$ for any natural number $n > 1$, where $\overline{y...yz}$ (in the decimal system) contains $n-1$ digits y.

T2/375. (For 7th grade). Prove that

$$\frac{|x|}{2008+|x|}+\frac{|y|}{2008+|y|}\geq\frac{|x-y|}{2008+|x-y|}$$

for any x and y.

T3/375. Consider an integer $n > 2008$ such that both $2n-4015$ and $3n-6023$ are perfect squares. Find the remainder of the division of n by 40.

T4/375. Solve the quation

$$\sqrt{x-\frac{1}{x}}-\sqrt{1-\frac{1}{x}}=\frac{x-1}{x}.$$

T5/375. Let ABC be an isosceles triangle with the apex angle at A and $\widehat{BAC}=150^{\circ}$. Construct the triangles AMB and ANC such that the rays AM and AN lie in the angle BAC and $\widehat{ABM}=\widehat{ACN}=90^{\circ}$, $\widehat{MAB}=30^{\circ}$, $\widehat{NAC}=60^{\circ}$. Let D be a point on MN such that $ND = 3MD$. BD intersects with AM and AN at K and E, respectively. BC and AN meets at F. Prove that

1) NCE is an isosceles triangle;

2) KF and CD are parallel.

(Xem tiếp trang 29)

★Bài T1/371. *So sánh hai số*

$A = \dfrac{1}{2006}$ và

$$B=\frac{1}{2008}+\left(\frac{1}{2008}+\frac{1}{2008^2}\right)^2+...+\left(\frac{1}{2008}+\frac{1}{2008^2}+...+\frac{1}{2008^{2007}}\right)^{2007}$$

Lời giải. • Trước hết ta tính tổng sau, với các số tự nhiên a, n đều lớn hơn 1.

$$S_n=\frac{1}{a}+\frac{1}{a^2}+...+\frac{1}{a^n}.$$

Ta có $(a-1)S_n=aS_n-S_n$

$$=\left(1+\frac{1}{a}+\frac{1}{a^2}+...+\frac{1}{a^{n-1}}\right)-\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{a^2}+...+\frac{1}{a^{n-1}}+\frac{1}{a^n}\right)$$

$$=1-\frac{1}{a^n}<1 \Rightarrow S_n<\frac{1}{a-1} \quad (1)$$

• Áp dụng BĐT (1) cho a = 2008 và mọi n bằng 2, 3, ..., 2007 ta được

$$B=\frac{1}{2008}+\left(\frac{1}{2008}+\frac{1}{2008^2}\right)^2+...+\left(\frac{1}{2008}+\frac{1}{2008^2}+...+\frac{1}{2008^{2007}}\right)^{2007}$$

$$<\frac{1}{2007}+\left(\frac{1}{2007}\right)^2+...+\left(\frac{1}{2007}\right)^{2007} \quad (2)$$

• Lại áp dụng BĐT (1) cho a = 2007 và n = 2007, ta được

$$\frac{1}{2007}+\frac{1}{2007^2}+...+\frac{1}{2007^{2007}}<\frac{1}{2006}=A \quad (3)$$

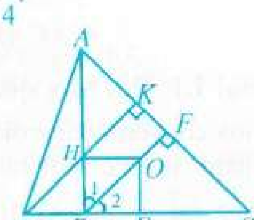
• Từ (2) và (3) suy ra $B < A$. ❐

Nhận xét. Các bạn sau có lời giải tốt:

Vĩnh Phúc: *Tô Thị Thu Hà, Nguyễn Thu Hường, Tạ Chiêu Xuân, Đào Thị Hương, Nguyễn Thị Thanh Vân, Đỗ Thị Thu Uyên, Phạm Thị Khánh Linh,* 6A1, THCS Yên Lạc; **Bắc Ninh:** *Nguyễn Như Ngọc,* 6A, THCS Nguyễn Cao, Quế Võ, *Nguyễn Hữu Dũng,* 6A, THCS Hàn Thuyên, Lương Tài; **Hải Dương:** *Trần Xuân Thắng,* 6/1, THCS Lê Quý Đôn, TP. Hải Dương; **Thanh Hóa:** *Mai Thu Phương,* 6A, THCS Lý Thường Kiệt, Hà Trung; **Hà Tĩnh:** *Phan Thị Cẩm Linh, Ngô Kiều Ngân,* 6A, THCS BC Xuân Diệu, Nghèn, Can Lộc; **Đắk Lắk:** *Bùi Nguyễn Tấn Thi,* 6A4, THCS Nguyễn Bỉnh Khiêm, Eakpam, Cưmgar; **TP. Hồ Chí Minh:** *Phạm Tuấn Huy,* 6A1, THPT chuyên Trần Đại Nghĩa.

VIỆT HẢI

★Bài T2/371. *Cho tam giác ABC có đường cao AD thoả mãn AD = DC = 3BD. Gọi O và H theo thứ tự là giao điểm của ba đường trung trực và trực tâm của tam giác ABC. Chứng minh rằng* $\dfrac{OH}{BC}=\dfrac{1}{4}$.



Lời giải. Gọi E và F thứ tự là trung điểm của BC và AC, BH cắt AC tại K, ta có $OE \perp BC$, $BK \perp AC$, ba điểm D, O, E thẳng hàng và $DF \perp AC$ (do ΔADC vuông cân tại D). Suy ra $\widehat{D_1}=\widehat{D_2}=45^o$. Vì $BK//DF$ nên ΔBDH vuông cân tại D, dẫn đến $DB = DH$ (1).

Theo giả thiết $BD=\dfrac{1}{4}BC$; $BE=\dfrac{1}{2}BC$

$\Rightarrow BD=\dfrac{1}{2}BE$ hay $BD = DE$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $DH = DE$ (3)

Hai tam giác HDO và EDO có DO chung, $\widehat{D_1}=\widehat{D_2}$, $DH = DE$. Do đó $\Delta HDO = \Delta EDO$ (c.g.c) $\Rightarrow OH = OE$ mà $OE = DE$ (do ΔDEO vuông cân) nên $OH = DE = BD$.

Vậy $\dfrac{OH}{BC}=\dfrac{1}{4}$. ❐

Nhận xét. 1) Khá đông bạn tham gia gửi bài và đều giải đúng. Một số bạn phát hiện ra đề bài cần thêm giả thiết $\widehat{ABC}<90^o$ (D nằm giữa B và C) thì kết quả mới đúng.

2) Các bạn sau đây có lời giải tốt:

Phú Thọ: *Nguyễn Duy Đức, Lê Hữu Hoàng,* 7A3, THCS Lâm Thao; **Vĩnh Phúc:** *Lê Đức Lương, Phùng Thị Yến,* 7A1, THCS Lập Thạch; **Hải Phòng:** *Lê Đức Chính,* 7A1, THCS Hồng Bàng, Q. Hồng Bàng;

Hà Nội: *Hoàng Anh Tú*, 7I, THCS Marie Curie; **Nghệ An:** *Phạm Thị Thục Trinh*, 7B, THCS Cao Xuân Huy, Diễn Châu, *Thái Đình Phúc*, 7D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương; **Hà Tĩnh:** *Dương Văn Hiển*, 7B, THCS Văn Trị, Thạch Hà; *Dương Thị Quỳnh Trang*, 7A, *Trần Quốc Dũng*, 7B, THCS BC Xuân Diệu, Can Lộc; **Quảng Trị:** *Nguyễn Văn Hải Như*, 7I, THCS Thành Cổ, TX. Quảng Trị, *Dương Quốc Huy*, 6G, THCS Nguyễn Trãi, TX. Đông Hà; **Quảng Ngãi:** *Bùi Ngọc Can*, 7A, THCS Nghĩa Dũng, TP. Quảng Ngãi; **Đăk Lăk:** *Lê Quang Hiếu*, 7A5, THCS Huỳnh Thúc Kháng; **Khánh Hòa:** *Vũ Ngọc Cường*, 7[1], THCS Nguyễn Văn Trỗi, Cam Nghĩa, Cam Ranh; **Bạc Liêu:** *Nguyễn Công Dũng, Trần Đức Tín, Ngô Quốc Việt*, 7/1, THCS Trần Huỳnh, TX. Bạc Liêu.

NGUYỄN XUÂN BÌNH

★Bài T3/371. *Tìm các số tự nhiên x, y thoả mãn điều kiện*

$$x^3 = y^3 + 2(x^2 + y^2) + 3xy + 17 \qquad (1)$$

Lời giải. *Cách 1.* Biến đổi (1) thành

$(x-y)(x^2+xy+y^2) = 2(x^2+xy+y^2) + xy + 17$

$\Leftrightarrow (x-y-2)(x^2+xy+y^2) = xy + 17.$

Do $x, y \in \mathbb{N}$ nên $xy + 17 > 0$ và $x^2 + xy + y^2$

$= \left(x+\dfrac{y}{2}\right)^2 + \dfrac{3y^2}{4} > 0$.

Suy ra $x - y - 2 > 0$. Vì vậy $x \geq y + 3 \geq 3 \quad (2)$

Lại có $x^2+xy+y^2 \leq xy+17$ nên $x^2+y^2 \leq 17$ (3)

Từ (2) và (3) suy ra $3 \leq x \leq 4$ và $x \in \mathbb{N}$, nên $x \in \{3 ; 4\}$.

• Nếu $x = 3$ thì từ (2) suy ra $y = 0$.

• Nếu $x = 4$ thì từ (2) suy ra $y = 0$ hoặc $y = 1$.

Trong các cặp số $(x ; y) \in \{(3 ; 0); (4 ; 0); (4 ; 1)\}$, chỉ có $(x ; y) = (4 ; 1)$ thỏa mãn (1).

Vậy $x = 4 ; y = 1$.

Cách 2. Biến đổi (1) thành

$(x-y)^3 + 3xy(x-y) = 2(x-y)^2 + 7xy + 17 \quad (4)$

Do $x, y \in \mathbb{N}$ nên từ đề bài suy ra $x - y > 0$ và $x - y \in \mathbb{N}^*$.

• Nếu $0 < x - y \leq 2$ thì $(x-y)^3 \leq 2(x-y)^2$ và $3xy(x-y) \leq 6xy$ thì VT(4) < VP (4) (loại).

• Nếu $x - y \geq 4$ thì $(x-y)^3 \geq 2(x-y)^2 + 2(x-y)^2$ $\geq 2(x-y)^2 + 32$ và $3xy(x-y) \geq 12xy$.

Suy ra VT(4) > VP(4) (loại).

• Vậy $x-y = 3$, từ (4) suy ra $xy = 4$. Kết hợp với điều kiện $x, y \in \mathbb{N}$ ta tìm được $x = 4$, $y = 1$. □

Nhận xét. 1) Rất nhiều bạn tham gia gửi bài và cho cách giải tương tự như trên. Ngoài ra, có bạn còn đặt ẩn phụ $a = x - y$; $b = xy$ ($a, b \in \mathbb{N}$, $a \geq 3$) đưa về $b = \dfrac{-a^3+2a^2+17}{3a-7}$ rồi tìm a, b.

2) Các bạn sau đây có lời giải tốt:

Hà Nội: *Phạm Huy Hoàng*, 7A5, THCS Giảng Võ, *Hoàng Anh Tú*, 7I, THCS Marie Curie; **Vĩnh Phúc:** *Nguyễn Mạnh Hùng*, 8A1, THCS Yên Lạc, *Nguyễn Mạnh Quân*, 9C, THCS Vĩnh Tường, *Đinh Tiến Dũng*, 9C, THCS Tam Dương; **Phú Thọ:** *Trịnh Hồng Ngọc*, 6A1, *Tạ Hải Nam*, 9A3, THCS Lâm Thao, *Trần Xuân Thủy*, 8A1, THCS Cấp Dẫn; **Bắc Ninh:** *Nguyễn Như Ngọc*, 6A, THCS Nguyễn Cao, Quế Võ, *Đỗ Vũ Thạch*, 9A, THCS Yên Phong; **Nam Định:** *Nguyễn Văn Quý*, 9A, THCS Hải Hậu; **Thanh Hóa:** *La Hồng Quân*, 9B, THCS Nguyễn Chích, Đông Sơn; **Nghệ An:** *Cao Xuân Khắc Bang*, 8B, *Trịnh Quân*, 8A, THCS Cao Xuân Huy, Diễn Châu, *Nguyễn Văn Thắng*, 8B, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương; **Quảng Ngãi:** *Nguyễn Thị Diễm My*, 8A, THCS Hành Trung, *Hà Tấn Vũ*, *Đặng Đình Đường*, 8A, THCS Hành Phước; **Phú Yên:** *Phạm Quang Thịnh*, 9I, THCS Hùng Vương, TP. Tuy Hòa; **Đăk Lăk:** *Lê Quang Hiếu*, 9A5, THCS Huỳnh Thúc Kháng; **Khánh Hòa:** *Trần Thị Ánh Nguyên*, 9[7], THCS Nguyễn Văn Trỗi, Cam Nghĩa, Cam Ranh.

PHẠM THỊ BẠCH NGỌC

★Bài T4/371. *Cho a, b, c là các số thực dương. Chứng minh rằng*

$$\frac{a^2-b^2}{\sqrt{b+c}} + \frac{b^2-c^2}{\sqrt{c+a}} + \frac{c^2-a^2}{\sqrt{a+b}} \geq 0 \qquad (1)$$

Đẳng thức xảy ra khi nào ?

Lời giải. (Theo bạn *Trương Thành Công*, 9A, THCS Nguyễn Khuyến, Eakar, **Đăk Lăk**).

Do vế trái của BĐT (1) không đổi trong phép hoán vị vòng quanh a, b, c, nên có thể giả thiết $a \geq b \geq c > 0$. Khi đó $a^2 - b^2 \geq 0$; $b^2 - c^2 \geq 0$;

$\dfrac{1}{\sqrt{b+c}} \geq \dfrac{1}{\sqrt{a+b}}$; $\dfrac{1}{\sqrt{c+a}} \geq \dfrac{1}{\sqrt{a+b}}$.

Ta có $\dfrac{a^2-b^2}{\sqrt{b+c}} + \dfrac{b^2-c^2}{\sqrt{c+a}} + \dfrac{c^2-a^2}{\sqrt{a+b}}$

$\geq \dfrac{a^2-b^2}{\sqrt{a+b}} + \dfrac{b^2-c^2}{\sqrt{a+b}} + \dfrac{c^2-a^2}{\sqrt{a+b}} = 0.$

Vậy BĐT (1) được chứng minh. Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $a = b = c$. □

Nhận xét. 1) Tất cả các bạn tham gia đều có lời giải đúng. Bạn *Trịnh Đăng Sơn*, 9A, THCS Thị trấn Quán Lào, Yên Định, **Thanh Hóa** đã đưa ra bài toán tổng quát như sau:

Với a, b, c, m, n là các số thực dương, ta luôn có

$$\frac{a^m-b^m}{(b+c)^n}+\frac{b^m-c^m}{(c+a)^n}+\frac{c^m-a^m}{(a+b)^n}\ge 0.$$

(Với $m=2$, $n=\frac{1}{2}$ thì ta có bất đẳng thức (1)).

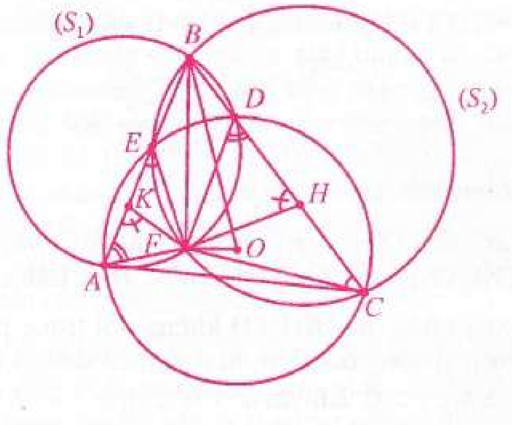
2) Ngoài bạn *Công* và bạn *Sơn*, các bạn có lời giải ngắn gọn là:

Vĩnh Phúc: *Nguyễn Kiều Anh, Lê Văn Tú, Nguyễn Thế Bảo*, 8A1; *Nguyễn Thị Kim Tuyến*, 9A1, THCS Yên Lạc; **Phú Thọ:** *Triệu Thị Quỳnh Mai*, 9A3, THCS Lâm Thao; **Hà Nội:** *Hoàng Anh Tú*, 7I, THCS Marie Curie; **Bắc Ninh:** *Hà Ngọc Thịnh*, 9C, THCS Vũ Việt, Thuận Thành; **Hà Nam:** *Nguyễn Tiến Hòa*, 9B, THCS Đinh Công Tráng, Thanh Liêm.

TRẦN HỮU NAM

★**Bài T5/371.** *Giả sử đường tròn (S_1) đi qua các đỉnh A và B của tam giác ABC cắt cạnh BC lần nữa ở D. Đường tròn (S_2) đi qua các đỉnh B và C, cắt cạnh AB lần nữa ở E và cắt đường tròn (S_1) ở F. Chứng minh rằng nếu bốn điểm A, C, D và E cùng nằm trên đường tròn tâm O thì $\widehat{BFO}=90^o$.*

Lời giải



Tứ giác $BEFC$ nội tiếp đường tròn (S_2) nên $\widehat{BCF}=\widehat{AEF}$ (cùng bù với $\widehat{BEF}$). Tương tự, $\widehat{BAF}=\widehat{FDC}$ (cùng bù với $\widehat{BDF}$). Suy ra $\Delta AEF \backsim \Delta DCF$.

Do đó, nếu gọi K, H lần lượt là trung điểm của AE và DC thì $\Delta KAF \backsim \Delta HDF$ (do $\widehat{KAF}=\widehat{HDF}$, $\frac{AK}{DH}=\frac{AE}{DC}=\frac{AF}{DF}$).

Suy ra $\widehat{AKF}=\widehat{FHB}$, hay bốn điểm B, K, F, H cùng nằm trên một đường tròn.

Mặt khác, do các điểm A, E, D, C nằm trên đường tròn tâm O nên $OK\perp AB$, $OH\perp BC$, suy ra B, K, O, H nằm trên đường tròn đường kính BO.

Như vậy, năm điểm B, K, O, H, F cùng nằm trên đường tròn đường kính BO, do đó $\widehat{BFO}=90^o$. □

Nhận xét. 1) Bài toán trên vẫn đúng nếu D và E lần lượt là giao của đường tròn (S_1) với đường thẳng chứa cạnh BC, đường tròn (S_2) với đường thẳng chứa cạnh AB.

2) Đa số các bạn giải bài toán theo cách sau đây:

Gọi O_1, O_2 lần lượt là tâm của các đường tròn (S_1) và (S_2). Ta chứng minh được BO_1OO_2 là hình bình hành (bằng cách kẻ đường phụ là tiếp tuyến tại B của đường tròn (S_1)). Từ đó, O_1O_2 đi qua trung điểm của BO. Kết hợp với nhận xét O_1O_2 đi qua trung điểm của BF và vuông góc với BF để có được kết quả. Đây cũng là một lời giải đẹp và ngắn gọn.

Một số bạn dựa vào so sánh và tính toán các góc cũng đi đến $\widehat{BFO}=90^o$. Một số bạn khác đưa ra lời giải dựa trên các nhận xét :

- Điểm O chính là trung điểm của MN, ở đó BM, BN là các đường kính của các đường tròn (S_1) và (S_2).
- Ba đường thẳng CE, AD, BF đồng quy tại một điểm.

3) Những bạn sau đây có lời giải tốt hơn cả :

Thái Bình: *Hoàng Minh Lập*, 9E, THCS Quang Trung, Kiến Xương; **Phú Yên:** *Võ Văn Huy*, 9B, THCS Nguyễn Tất Thành; *Phạm Đức Hưng*, 9H, THCS Lương Thế Vinh, TP. Tuy Hoà; **Vĩnh Phúc:** *Nguyễn Mạnh Quân*, 9C, THCS Vĩnh Cường; **Thanh Hoá:** *La Hồng Quân*, 9B, THCS Nguyễn Chích, Đông Sơn; **Nam Định:** *Nguyễn Văn Quý*, 9A, THCS Hải Hậu; **Hà Nam:** *Nguyễn Tiến Hoá*, 9B, THCS Đinh Công Tráng, Thanh Liêm; **Nghệ An:** *Vũ Đình Long*, 9D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương; *Đinh Thị Quỳnh Trang*, 9B, THCS Bến Thuỷ, TP. Vinh; **Phú Thọ:** *Tạ Hải Nam*, $9A_3$, THCS Lâm Thao.

PHAN THỊ MINH NGUYỆT

★**Bài T6/371.** *Giải hệ phương trình*

$$\begin{cases}\dfrac{x}{a-30}+\dfrac{y}{a-4}+\dfrac{z}{a-14}+\dfrac{t}{a-10}=1\\ \dfrac{x}{b-30}+\dfrac{y}{b-4}+\dfrac{z}{b-14}+\dfrac{t}{b-10}=1\\ \dfrac{x}{c-30}+\dfrac{y}{c-4}+\dfrac{z}{c-14}+\dfrac{t}{c-10}=1\\ \dfrac{x}{d-30}+\dfrac{y}{d-4}+\dfrac{z}{d-14}+\dfrac{t}{d-10}=1\end{cases}$$

trong đó a, b, c, d là các tham số đôi một khác nhau và không thuộc {4 ; 10 ; 14 ; 30}.

Lời giải. Giả sử $(x ; y ; z ; t)$ là nghiệm của hệ phương trình đã cho, kí hiệu

$$f(u)=\frac{x}{u-30}+\frac{y}{u-4}+\frac{z}{u-14}+\frac{t}{u-10}-1$$

với u không thuộc $\{4;\ 10;\ 14;\ 30\}$.

Từ hệ phương trình trong đầu bài, suy ra

$$f(a)=f(b)=f(c)=f(d)=0.$$

Bằng cách quy đồng mẫu số, ta có thể viết

$$f(u)=\frac{G(u)}{(u-30)(u-4)(u-14)(u-10)}$$

trong đó $G(u)$ là một đa thức bậc bốn với hệ số của u^4 bằng -1 và $G(a)=G(b)=G(c)=G(d)=0$ nên $G(u)=-(u-a)(u-b)(u-c)(u-d)$. Do đó

$$\frac{x}{u-30}+\frac{y}{u-4}+\frac{z}{u-14}+\frac{t}{u-10}-1=\frac{-(u-a)(u-b)(u-c)(u-d)}{(u-30)(u-4)(u-14)(u-10)} \quad (1)$$

Nhân cả hai vế của (1) với $u-30$, suy ra

$$x+(u-30)\left(\frac{y}{u-4}+\frac{z}{u-14}+\frac{t}{u-10}-1\right)=\frac{-(u-a)(u-b)(u-c)(u-d)}{(u-4)(u-14)(u-10)}.$$

Thay $u=30$, ta được

$$x=-\frac{(30-a)(30-b)(30-c)(30-d)}{8320}.$$

Tương tự, nhân cả hai vế của (1) với $u-k$, rồi thay $u=k$ $(k\in\{4;\ 10;\ 14\})$, ta được nghiệm của hệ phương trình là

$$\begin{cases} x=-\dfrac{(30-a)(30-b)(30-c)(30-d)}{8320} \\ y=\dfrac{(4-a)(4-b)(4-c)(4-d)}{1560} \\ z=\dfrac{(14-a)(14-b)(14-c)(14-d)}{640} \\ t=-\dfrac{(10-a)(10-b)(10-c)(10-d)}{480} \end{cases}. \quad \square$$

Nhận xét. 1) Bạn *Trần Thị Hồng Vân*, 11A, THPT chuyên Lê Hồng Phong, **Nam Định** đã nêu ra và giải hệ phương trình tổng quát sau:

$$\begin{cases} \dfrac{x_1}{a_1-m_1}+\dfrac{x_2}{a_1-m_2}+\ldots+\dfrac{x_n}{a_1-m_n}=k \\ \dfrac{x_1}{a_2-m_1}+\dfrac{x_2}{a_2-m_2}+\ldots+\dfrac{x_n}{a_2-m_n}=k \\ \ldots\ldots\ldots \\ \dfrac{x_1}{a_n-m_1}+\dfrac{x_2}{a_n-m_2}+\ldots+\dfrac{x_n}{a_n-m_n}=k \end{cases}$$

với a_i, m_i, k là các tham số, $a_i\neq m_j$; $i,j\in\{1;2;\ldots;n\}$. Các bạn hãy làm thử nhé!

2) Các bạn sau đây có lời giải tốt :

Bắc Ninh: *Nguyễn Hữu Dũng*, 6A, THCS Hàn Thuyên, Lương Tài; **Bắc Giang:** *Nguyễn Hoàng Hiệp*, 11 Toán, THPT chuyên Bắc Giang; **Hà Tĩnh:** *Trần Quốc Luật*, 11A1, THPT Cao Thắng, Hương Sơn; **Quảng Ngãi:** *Bùi Văn Hồng Lĩnh*, 10A3, THPT chuyên Lê Khiết, TP. Quảng Ngãi; **Phú Yên:** *Phạm Quang Thịnh*, THCS Hùng Vương, TP Tuy Hoà; **Bình Phước**: *Võ Mạnh*, 12A, *Trần Phương Nam*, 11A, THPT chuyên Quang Trung; **Bình Định:** *Huỳnh Kim Linh*, 11T, THPT Chuyên Lê Quý Đôn, Quy Nhơn ; **TP Hồ Chí Minh:** *Nguyễn Đình Chương*, 10A, PT Năng khiếu, ĐHQG; **Cần Thơ:** *Lê Đại Thành*, 10A1, THPT chuyên Lý Tự Trọng, TP Cần Thơ; **Kiên Giang:** *Vũ Đại Nghĩa*, 11T, THPT chuyên Huỳnh Mẫn Đạt, TP Rạch Giá; **Vĩnh Long:** *Nguyễn Hán Ngọc Trụ*, 11T2, THPT chuyên Nguyễn Bỉnh Khiêm; **Đắk Lắk:** *Trương Thành Công*, 9A, THCS Nguyễn Khuyến, *Lê Hồng Thiện*, 11T1, THPT Ngô Gia Tự, EaKar, *Lê Duy Tùng*, *Lê Công Đạt*, 11CT, THPT chuyên Nguyễn Du, TP Buôn Ma Thuột.

NGUYỄN ANH DŨNG

★Bài T7/371. *Cho các số dương a, b, c. Chứng minh rằng* $a^{b+c}+b^{c+a}+c^{a+b}\geq 1$.

Lời giải. (Theo bạn *Lê Chí Tâm*, 10 Toán, THPT Quốc học Huế, **Thừa Thiên - Huế**)

Nếu một trong ba số a, b, c lớn hơn hay bằng 1 thì BĐT cần chứng minh là hiển nhiên.

Nếu $0\leq a, b, c\leq 1$, giả sử $c=\min\{a, b, c\}$. Xét hai trường hợp:

• Nếu $a+b<1$ thì $b+c<1$ và $c+a<1$. Áp dụng BĐT Bernoulli ta có

$$\left(\frac{1}{a}\right)^{b+c}=\left(1+\frac{1-a}{a}\right)^{b+c}<1+\frac{(b+c)(1-a)}{a}$$

$<\dfrac{a+b+c}{a}$. Do đó $a^{b+c}>\dfrac{a}{a+b+c}$.

Tương tự có $b^{c+a}>\dfrac{a}{a+b+c}$ và $c^{a+b}>\dfrac{c}{a+b+c}$.

Cộng theo vế các bất đẳng thức trên được
$a^{b+c} + b^{c+a} + c^{a+b} > 1$.

• Với $a + b > 1$, do $c = \min\{a, b, c\}$ suy ra
$a^{b+c} + b^{c+a} + c^{a+b} > a^{b+c} + b^{c+a} \geq a^{a+b} + b^{a+b}$.

Áp dụng BĐT Bernoulli ta có:
$a^{a+b} = (1 + (a-1))^{a+b} > 1 + (a+b)(a-1)$;
$b^{a+b} = (1 + (b-1))^{a+b} > 1 + (a+b)(b-1)$.

Từ đó
$a^{b+c} + b^{c+a} + c^{a+b} > 2 + (a+b)(a+b-2)$
$= (a+b-1)^2 + 1 \geq 1$.

Vậy BĐT chứng minh xong. Đẳng thức không xảy ra. ❐

Nhận xét. 1) Một số bạn áp dụng BĐT Bernoulli không chính xác. BĐT Bernoulli có nội dung như sau:

• *Với* $0 \neq a > -1$; $x > 1$ *hoặc* $x < 0$ *thì* $(1+a)^x > 1 + ax$

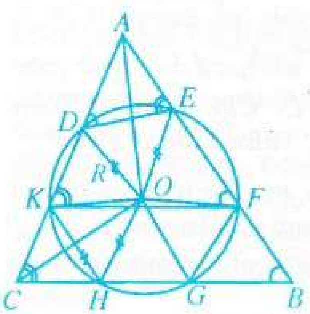
• *Với* $0 \neq a > -1$; $0 < x < 1$ *thì* $(1+a)^x < 1 + ax$.

2) Ngoài bạn *Tâm*, các bạn sau cũng có lời giải tốt: *Nguyễn Anh Khoa*, 10A1, THPT chuyên Lê Quý Đôn, **Đà Nẵng;** *Mạc Thế Trường*, 11A1, THPT chuyên Vĩnh Phúc, **Vĩnh Phúc.**

NGUYỄN THANH HỒNG

★Bài T8/371. *Trên đường tròn tâm O bán kính R lấy sáu điểm D, E, F, G, H, K theo thứ tự đó sao cho DE = FG = HK = R. Các đường thẳng KD và EF cắt nhau tại A, EF và GH cắt nhau tại B, GH và KD cắt nhau tại C. Chứng minh rằng*

$$OA.\,BC = OB.\,CA = OC.\,AB.$$



Lời giải. Vì tứ giác $DEFK$ nội tiếp đường tròn (O) nên $\widehat{ADE} = \widehat{AFK}$ (1)

Do tứ giác $KFGH$ là hình thang cân, suy ra $KF // BC \Rightarrow \widehat{AFK} = \widehat{ABC}$ (2)

Từ (1) và (2) ta có $\widehat{ADE} = \widehat{ABC}$.
Từ đó $\Delta ADE \backsim \Delta ABC$.
Tương tự $\Delta HKC \backsim \Delta ABC$; $\Delta GBF \backsim \Delta ABC$.

Do đó $\Delta ADE \backsim \Delta HKC$, suy ra $\dfrac{AD}{DE} = \dfrac{HK}{KC}$.

Từ giả thiết $DE = DO = OK = HK = R$, dẫn đến $\dfrac{AD}{DO} = \dfrac{OK}{KC}$.

Kết hợp với $\widehat{ADO} = \widehat{OKC}$, ta nhận thấy $\Delta ADO \backsim \Delta OKC$. Do đó $\dfrac{OA}{OC} = \dfrac{AD}{OK} = \dfrac{AD}{DE}$ (3)

Lại vì $\Delta ADE \backsim \Delta ABC$ (theo trên), nên
$\dfrac{AD}{DE} = \dfrac{AB}{BC}$ (4)

Từ (3) và (4) thu được $\dfrac{OA}{OC} = \dfrac{AB}{BC}$, hay
$OA.BC = OC.AB$.

Chứng minh tương tự, ta cũng có
$OC.AB = OB.CA$.

Vậy $OA.BC = OB.CA = OC.AB$ (đpcm). ❐

Nhận xét. Ngoài cách giải như trên, một số bạn còn giải theo hướng: Sử dụng *Phép quay vectơ, khái niệm phương tích của một điểm đối với một đường tròn* hoặc *định lí côsin*. Tất cả các lời giải gửi về Tòa soạn đều đúng. Những bạn sau có lời giải gọn hơn cả:

Hà Nội: *Nguyễn Ngọc Mai*, 7A2, THCS Nguyễn Trường Tộ, *Phạm Duy Long*, 10T1, THPT chuyên Hà Nội – Amsterdam, *Đào Trọng Anh*, 10A4, THPT Nguyễn Gia Thiều, Q. Long Biên, *Nguyễn Ngọc Trung*, *Trần Thế Khải*, 10A1, *Trần Nhật Tân*, 11A1, khối THPT chuyên, ĐHKHTN, ĐHQG Hà Nội, *Nguyễn Văn Hiếu*, 10 Toán, THPT chuyên Nguyễn Huệ, TP. Hà Đông; **Yên Bái:** *Nguyễn Duy Cương*, 11 Toán, THPT Nguyễn Tất Thành; **Thái Nguyên:** *Lưu Xuân Khôi*, 11 Toán, THPT chuyên Thái Nguyên; **Hà Nam:** *Phạm Lan Anh*, 11A1, THPT chuyên Hà Nam; **Bắc Ninh:** *Nguyễn Ngọc Tân*, 9C, THCS Hà Mãn, Thuận Thành; **Vĩnh Phúc:** *Kim Đình Sơn*, *Trần Bá Trung*, *Khổng Hoàng Thao*, *Mạc Thế Trường*, 11A1, THPT chuyên Vĩnh Phúc; **Phú Thọ:** *Hạ Hồng Việt*, 10CT, THPT chuyên Hùng Vương; **Hải Dương:** *Trần Văn Hạnh*, 11A5, THPT Ninh Giang; **Nam Định:** *Trần Thị Hồng Vân*, 11A, THPT chuyên Lê Hồng Phong; **Đà Nẵng:** *Hoàng Bùi Khánh*, *Lê Đình Toàn*, 10A1, THPT chuyên Lê Quý Đôn; **Lâm Đồng:** *Đào Phúc Quang Trí*, 11 Toán, THPT chuyên Thăng Long, TP. Đà Lạt; **Phú Yên:** *Ngô Văn Cường*, 11 Toán 1, THPT chuyên Lương Văn Chánh, TP. Tuy Hòa; **Bến Tre:** *Lê Phúc Lữ*, 11 Toán, THPT chuyên Bến Tre; **TP. Hồ Chí Minh:** *Bùi Trần Long*, 10T1, THPT chuyên Trần Đại Nghĩa.

HỒ QUANG VINH

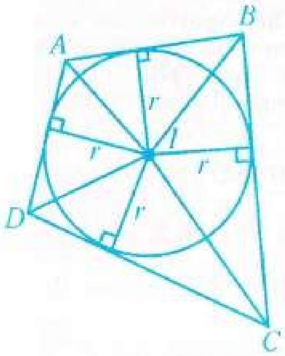
★Bài T9/371. *Cho tứ giác ABCD ngoại tiếp đường tròn tâm I. Chứng minh rằng*

$$(AI + DI)^2 + (BI + CI)^2 \leq (AB + CD)^2$$

Khi nào xảy ra đẳng thức ?

Lời giải. (Theo bạn *Trần Bá Trung*, 11A1, THPT chuyên Vĩnh Phúc, **Vĩnh Phúc**)

Gọi r là bán kính của đường tròn (I).



Từ $AB + CD = AD + BC$, ta có

$$(AI + DI)^2 + (BI + CI)^2 \le (AB + CD)^2$$

$$\Leftrightarrow (AI + DI)^2 + (BI + CI)^2 \le (AD + BC)^2$$

$$\Leftrightarrow AI^2 + DI^2 - AD^2 + BI^2 + CI^2 - BC^2 + 2AI.DI + 2BI.CI \le 2AD.BC$$

$$\Leftrightarrow 2AI.DI\cos\widehat{AID} + 2BI.CI\cos\widehat{BIC} + 2AI.DI + 2BI.CI \le 2AD.BC$$ (Định lí côsin)

$$\Leftrightarrow AI.DI\left(1+\cos\left(180^o - \frac{A}{2} - \frac{D}{2}\right)\right) + BI.CI\left(1+\cos\left(180^o - \frac{B}{2} - \frac{C}{2}\right)\right) \le AD.BC$$

$$\Leftrightarrow \frac{r}{\sin\frac{A}{2}}.\frac{r}{\sin\frac{D}{2}}.2\sin^2\frac{A+D}{4} + \frac{r}{\sin\frac{B}{2}}.\frac{r}{\sin\frac{C}{2}}.2\sin^2\frac{B+C}{4} \le \left(r\cot\frac{A}{2}+r\cot\frac{D}{2}\right)\left(r\cot\frac{B}{2}+r\cot\frac{C}{2}\right).$$

$$\Leftrightarrow \frac{2\sin^2\frac{A+D}{4}}{\sin\frac{A}{2}\sin\frac{D}{2}} + \frac{2\sin^2\frac{B+C}{4}}{\sin\frac{B}{2}\sin\frac{C}{2}} \le \frac{\sin\frac{A+D}{2}\sin\frac{B+C}{2}}{\sin\frac{A}{2}\sin\frac{D}{2}\sin\frac{B}{2}\sin\frac{C}{2}}$$

$$\Leftrightarrow 2\sin^2\frac{A+D}{4}\sin\frac{B}{2}\sin\frac{C}{2} + 2\sin^2\frac{B+C}{4}\sin\frac{A}{2}\sin\frac{D}{2} \le \sin\frac{A+D}{2}\sin\frac{B+C}{2} \quad (1)$$

Ta có

$$\sin\frac{B}{2}\sin\frac{C}{2} \le \frac{1}{4}\left(\sin\frac{B}{2}+\sin\frac{C}{2}\right)^2 \le \sin^2\frac{B+C}{4};$$

$$\sin\frac{A}{2}\sin\frac{D}{2} \le \frac{1}{4}\left(\sin\frac{A}{2}+\sin\frac{D}{2}\right)^2 \le \sin^2\frac{A+D}{4}.$$

Suy ra

$$2\sin^2\frac{A+D}{4}\sin\frac{B}{2}\sin\frac{C}{2} + 2\sin^2\frac{B+C}{4}\sin\frac{A}{2}\sin\frac{D}{2}$$

$$\le 4\sin^2\frac{A+D}{4}\sin^2\frac{B+C}{4} \quad (2)$$

Vì $\cos\left(\frac{A+D}{4}+\frac{B+C}{4}\right) = \cos\frac{\pi}{2} = 0$, nên

$$\sin\frac{A+D}{4}\sin\frac{B+C}{4} = \cos\frac{A+D}{4}\cos\frac{B+C}{4}.$$

Suy ra $4\sin^2\frac{A+D}{4}\sin^2\frac{B+C}{4}$

$$= 2\sin\frac{A+D}{4}\cos\frac{A+D}{4}.2\sin\frac{B+C}{4}\cos\frac{B+C}{4}$$

$$= \sin\frac{A+D}{2}\sin\frac{B+C}{2} \quad (3)$$

Từ (1), (2) và (3) suy ra

$(AI + DI)^2 + (BI + CI)^2 \le (AB + CD)^2$.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases}\widehat{B}=\widehat{C}\\ \widehat{A}=\widehat{D}.\end{cases}$

Lúc đó $ABCD$ là hình thang cân với hai đáy là AD và BC. □

Nhận xét. 1) Bài toán này không khó. Có 27 bạn tham gia giải; nhiều bạn cho lời giải quá dài; không ít bạn kết luận: "Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $ABCD$ là hình vuông"(!).

2) Ngoài lời giải lượng giác một vài bạn còn đưa ra lời giải thuần tuý hình học thông qua bổ đề sau:

Bổ đề. *Nếu tứ giác ABCD ngoại tiếp đường tròn (I) thì*

$$IB^2 + \frac{IA}{ID}.IB.IC = AB.BC.$$

3) Xin nêu tên một số bạn có lời giải tương đối tốt: **Hà Nội:** *Nguyễn Ngọc Mai*, 7A2, THCS Nguyễn Trường Tộ; *Trần Thế Khải*, 10 Toán, Khối THPT chuyên ĐHKHTN, ĐHQG Hà Nội, *Nguyễn Mạnh Quân*, 11 Lí, THPT chuyên Nguyễn Huệ, Hà Đông, *Nguyễn Quân Dương*, 8B, THCS Thanh Mai, Thanh Oai; **Đà Nẵng:** *Nguyễn Anh Khoa*, 10A1, *Lê Văn Tấn Quyền*, *Đặng Lê Công Tuấn*, 10A2, THPT chuyên Lê Quý Đôn; **Cần Thơ:** *Hồ Diên Anh Tuấn*, 10A1, THPT Lý Tự Trọng; **Vĩnh Long:** *Châu Tuấn Kiệt*, 11T1, THPT chuyên Nguyễn Bỉnh Khiêm; **Phú Yên:** *Lê Hồng Nam*, 11 Toán 1, THPT chuyên Lương Văn Chánh; **Hải Phòng:** *Vũ Văn Tuấn*, 11B2, THPT Vĩnh Bảo; **Hà Nam:** *Phạm Lan Anh*, 11A1, THPT chuyên Hà Nam, Phủ Lý.

NGUYỄN MINH HÀ

★**Bài T10/371.** *Cho phương trình $x^2 - ax - 1 = 0$ với a là số nguyên dương. Gọi α là nghiệm dương của phương trình. Dãy số (x_n) được xác định như sau:*

$$x_0 = a,\ x_{n+1} = [\alpha x_n],\ n = 0, 1, 2, ...$$

Chứng minh rằng tồn tại vô hạn số tự nhiên n sao cho x_n chia hết cho a.

Lời giải. (Theo bạn *Đào Trọng Anh*, 10A4, THPT Nguyễn Gia Thiều, Long Biên, **Hà Nội**)

Đầu tiên ta chứng minh α là số vô tỉ. Thật vậy, nếu α là số hữu tỉ thì α phải là số nguyên (do hệ số cao nhất của x^2 là 1) và α là ước của 1. Do đó $\alpha = 1$ suy ra $a = 0$, trái giả thiết.

Do đó $[\alpha x_{n-1}] < \alpha x_{n-1} < [\alpha x_{n-1}] + 1$

$\Leftrightarrow x_n < \alpha x_{n-1} < x_n + 1$

$\Rightarrow \dfrac{x_n}{\alpha} < x_{n-1} < \dfrac{x_n}{\alpha} + \dfrac{1}{\alpha}$

$\Rightarrow x_{n-1} - \dfrac{1}{\alpha} < \dfrac{x_n}{\alpha} < x_{n-1}$

$$\Rightarrow \left[\frac{x_n}{\alpha}\right] = x_{n-1} - 1 \qquad (1)$$

Lại có $\alpha^2 - a\alpha - 1 = 0$, suy ra $\alpha = a + \dfrac{1}{\alpha}$

$\Rightarrow \alpha x_n = a x_n + \dfrac{x_n}{\alpha}$

$$\Rightarrow x_{n+1} = \left[a x_n + \frac{x_n}{\alpha}\right] = a x_n + \left[\frac{x_n}{\alpha}\right] = a x_n + x_{n-1} - 1 \text{ (do (1))}.$$

Vậy $x_{n+1} \equiv x_{n-1} - 1 \pmod a$.

Từ đó, bằng quy nạp ta có với mọi $k \in \mathbb{N}^*$, $n \ge 2k+1$, thì

$$x_{n+1} \equiv x_{n-(2k+1)} - (k+1) \pmod a \qquad (2)$$

Chọn $k + 1 = la$ ($l \in \mathbb{N}^*$), $n + 1 = 2la$, từ (2) ta có

$x_{2la} \equiv x_0 - la = a - la \equiv 0 \pmod a$.

Vậy x_{2la} chia hết cho a, $\forall\, l \in \mathbb{N}^*$. □

Nhận xét. 1) Rất nhiều bạn trong khi chứng minh hệ thức $\left[\dfrac{x_n}{\alpha}\right] = x_{n-1} - 1$ đã bỏ qua việc chứng minh α là số vô tỉ. Nếu không chứng minh α là số vô tỉ thì bất đẳng thức $[\alpha x_{n-1}] < \alpha x_{n-1} < [\alpha x_{n-1}] + 1$ chưa chắc đúng.

2) Các bạn sau đây có lời giải tốt:

Vĩnh Phúc: *Trần Bá Trung*, 11A1, THPT chuyên Vĩnh Phúc; **Hải Phòng:** *Nguyễn Hữu Định*, 11B4, THPT Phạm Ngũ Lão, Thuỷ Nguyên; **Đà Nẵng:** *Hoàng Bùi Khánh*, 10A1, THPT chuyên Lê Quý Đôn; **Hà Nội:** *Trần Nhật Tân*, 11A1 Toán, khối THPT chuyên ĐHKHTN, ĐHQG Hà Nội; **Thái Nguyên:** *Lưu Xuân Khôi*, 11 Toán, THPT chuyên Thái Nguyên; **Vĩnh Long:** *Phan Thị Mỹ Lợi*, 10 Toán, THPT chuyên Nguyễn Bỉnh Khiêm; **Hải Dương:** *Vũ Thanh Tú*, 12A1, THPT Bình Giang.

ĐẶNG HÙNG THẮNG

★ **Bài T11/371.** *Xét hàm số $f: \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ sao cho*

$$\begin{cases} \big(f(2n)+f(2n+1)+1\big)\big(f(2n+1)-f(2n)-1\big) = 3(1+2f(n)) & (1) \\ f(2n) \ge f(n),\ \forall n \in \mathbb{N} & (2) \end{cases}$$

Gọi $M = \{m \in f(\mathbb{N}) : m \le 2008\}$. Hỏi tập hợp M có bao nhiêu phần tử?

Lời giải. (*Theo ý của đa số các bạn*)

Ta viết lại (1) dưới dạng

$$(f(2n+1))^2 + 6(f(2n) - f(n)) = (f(2n))^2 + 8f(2n) + 4.$$

Kết hợp với (2), ta được

$$(f(2n)+4)^2 > (f(2n))^2 + 8f(2n) + 4 \ge (f(2n+1))^2.$$

Suy ra $f(2n)+4 > f(2n+1), \forall n \in \mathbb{N}$.

Tiếp theo, viết (1) dưới dạng

$$(f(2n+1))^2 = (f(2n)+1)^2 + 6f(n) + 3,$$

suy ra $(f(2n+1))^2 > (f(2n)+1)^2$, hay $f(2n+1) > f(2n)+1, \forall n \in \mathbb{N}$.

Vậy nên

$$f(2n)+4 > f(2n+1) > f(2n)+1, \forall n \in \mathbb{N} \qquad (3)$$

Để ý rằng từ (1) ta thấy $f(2n)$ và $f(2n+1)$ cùng tính chẵn lẻ nên từ (3) suy ra

$$f(2n+1) = f(2n)+2, \forall n \in \mathbb{N} \qquad (4)$$

Khi đó (1) có dạng $f(2n) = 3f(n), \forall n \in \mathbb{N}$ (5)

Tiếp theo ta chứng minh (bằng phương pháp quy nạp) hàm số $f(n)$ là hàm tăng thực sự. Từ (1) và (5) ta thu được $f(1) = 2 > 0 = f(0)$. Giả sử khẳng định đúng tới n, tức là

$$f(m+1) > f(m),\ m = 0, 1, \ldots, n.$$

Xét các trường hợp $n = 2k+1$ và $n = 2k$ với $k \in \mathbb{N}$. Với $n = 2k+1$ thì khi đó

$$f(n+2) = f(2k+3) = f(2k+2) + 2 > f(2k+2) = f(n+1).$$

Với $n = 2k$ thì theo giả thiết quy nạp $f(k+1) \ge f(k)+1$ nên

$f(n+2)=f(2k+2)=3f(k+1)\geq 3(f(k)+1)$
$>3f(k)+2=f(2k)+2=f(2k+1)=f(n+1).$

Vậy ta đã chứng minh được

$$0=f(0)<f(1)<f(2)<\ldots$$

Tính toán cụ thể từ (4) và (5) thu được

$$f(107)=2006,\ f(108)=2016>2008.$$

Như vậy

$$0=f(0)<f(1)<f(2)<f(107)$$
$$=2006<2008<f(108)<\ldots$$

Do đó tập hợp M có 108 phần tử. ❐

Nhận xét. 1) Đây là một bài toán chứa đựng kĩ năng tính toán về dãy số. Nhiều bạn gửi lời giải bài này. Các bạn sau đây có lời giải tốt:

Bắc Giang: *Nguyễn Hoàng Hiệp*, 11T THPT chuyên Bắc Giang; **Bắc Ninh:** *Nguyễn Tuấn Linh*, 11T THPT chuyên Bắc Ninh; **Bà Rịa - Vũng Tàu:** *Phan Duy* 11A2 THPT Nguyễn Du, Bà Rịa; **Đăk Lăk:** *Lê Duy Tùng* 11T THPT chuyên Nguyễn Du; **Đà Nẵng:** *Nguyễn Anh Khoa, Lê Văn Tấn Quyến*,10A2, *Hoàng Bùi Khánh, Nguyễn Tăng Thành* 10A1 THPT chuyên Lê Quý Đôn; **Hà Nam:** *Hà Phương Anh*, 11A1 THPT chuyên Hà Nam; **Hà Nội:** *Nguyễn Ngọc Trung, Mai Tiến Khải, Lưu Văn Đan, Trần Thế Khải* 10A1, *Trần Nhật Tân*, 11A1 THPT chuyên Toán - Tin, ĐHKHTN, ĐHQG Hà Nội, *Nguyễn Văn Hiếu*, 10T, THPT chuyên Nguyễn Huệ, Hà Đông; **TP. Hồ Chí Minh:** *Võ Đức Huy* 11A THPT chuyên TpHCM; Thừa Thiên - **Huế:** *Lê Chí Tâm*, 10T THPT Quốc học; **Lâm Đồng:** *Đào Phúc Quang Trí*, 11T, THPT chuyên Thăng Long, TP. Đà Lạt; **Nam Định:** *Trần Thị Hằng, Trần Thị Hồng Vân*, 11A THPT chuyên Lê Hồng Phong; **Vĩnh Phúc:** *Nguyễn Tuấn Duy*, 12A10, *Lê Duy Dũng, Mạc Thế Trường, Khổng Hoàng Thao*, 11A1, *Trần Bá Trung*, 11A2 THPT chuyên Vĩnh Phúc; **Thái Nguyên:** *Lưu Xuân Khôi*, 11T, THPT chuyên Thái Nguyên.

NGUYỄN VĂN MẬU

★Bài T12/371. *Hãy xác định dạng của tam giác ABC, biết rằng các góc và các cạnh của tam giác thoả mãn đẳng thức*

$$\frac{bc}{b+c}(1+\cos A)+\frac{ca}{c+a}(1+\cos B)+\frac{ab}{a+b}(1+\cos C)$$
$$=\frac{3}{16}(a+b+c)^2+\cos^2 A+\cos^2 B+\cos^2 C.$$

Lời giải. Từ định lí côsin ta có $\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$

Do đó $\dfrac{bc}{b+c}(1+\cos A)=\dfrac{bc}{b+c}\left(1+\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}\right)$

$$=\frac{(b+c)^2-a^2}{2(b+c)}=\frac{b+c}{2}-\frac{a^2}{2(b+c)}$$

$$=\frac{5(b+c)}{8}-\frac{a}{2}-\left(\frac{a^2}{2(b+c)}+\frac{b+c}{8}-\frac{a}{2}\right)$$

$$=\frac{5(b+c)}{8}-\frac{a}{2}-\frac{(2a-b-c)^2}{8(b+c)}\leq\frac{5(b+c)}{8}-\frac{a}{2}.$$

Tương tự $\dfrac{ca}{c+a}(1+\cos B)\leq\dfrac{5(c+a)}{8}-\dfrac{b}{2}$;

$$\frac{ab}{a+b}(1+\cos C)\leq\frac{5(a+b)}{8}-\frac{c}{2}.$$

Bởi vậy

$$\frac{bc}{b+c}(1+\cos A)+\frac{ca}{c+a}(1+\cos B)+\frac{ab}{a+b}(1+\cos C)$$
$$\leq\frac{5}{4}(a+b+c)-\frac{1}{2}(a+b+c)=\frac{3}{4}(a+b+c)\qquad(1)$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $a=b=c$.

Mặt khác chúng ta có bất đẳng thức quen thuộc: $\cos^2 A+\cos^2 B+\cos^2 C\geq\dfrac{3}{4}$. Suy ra

$$\frac{3}{16}(a+b+c)^2+\cos^2 A+\cos^2 B+\cos^2 C$$
$$\geq\frac{3}{16}(a+b+c)^2+\frac{3}{4}=\frac{3}{4}\left(\frac{(a+b+c)^2}{4}+1\right)$$
$$\geq\frac{3}{4}(a+b+c)\qquad(2)$$

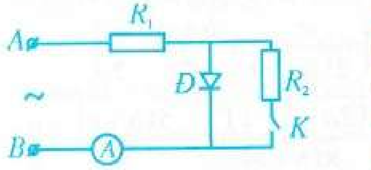
Bất đẳng thức trên trở thành đẳng thức khi và chỉ khi ΔABC là tam giác đều và $a+b+c=2$.

Từ (1) và (2) và giả thiết ta suy ra ΔABC là tam giác đều với cạnh bằng $\dfrac{2}{3}$. ❐

Nhận xét. Rất đông các bạn tham gia giải bài này và tất cả các bạn đều giải đúng. Trong số đó có các bạn sau:

Bắc Ninh: *Nguyễn Bá Tiến, Trần Anh Tuấn*, 10A1, THPT Thuận Thành 1; **Hà Nội:** *Đào Trọng Anh*, 10A4, THPT Nguyễn Gia Thiều, Q. Long Biên; *Phạm Đức Nam*, 10A1, THPT Nguyễn Tất Thành; **Thanh Hoá:** *Mai Chí Đạt*, 10E, THPT Hà Trung; *Đàm Triệu Đạt*, 10B1, THPT Triệu Sơn 3; *Nguyễn Ánh Linh*, 10B7, THPT Hoằng Hoá; *Trần Ngọc Tùng*, 10A3, THPT Hậu Lộc I; **Quảng Ngãi:** *Vương Đình Tuấn Nguyễn*, 10A3, THPT số 1 Đức Phổ; **Bình Định:** *Ngô Đặng Tuấn*, 10A2, THPT Võ Quế; **Phú Yên:** *Lê Thị Bích Ly*, 10A1, THPT Lê Hồng Phong, Tây Hoà.

NGUYỄN MINH ĐỨC



★Bài L1/371. *Cho mạch điện như hình vẽ. R_1, R_2 là điện trở thuần với $R_1 = R_2 = R$. Điốt lí tưởng, ampe kế nhiệt có điện trở không đáng kể. Đặt vào A, B một hiệu điện thế xoay chiều. Biết rằng khi khoá K mở thì ampe kế chỉ I_1. Tìm số chỉ của ampe kế khi khoá K đóng.*

Lời giải. • *Khi khoá K mở*: Trong một chu kì biến đổi của dòng điện, nhiệt lượng toả ra trên điện trở R_1 bằng $Q_1 = \frac{U^2}{R}.\frac{T}{2}$.

• *Khi khoá K đóng:* Trong nửa chu kì đầu dòng điện chỉ chạy qua R_1, trong nửa chu kì còn lại dòng điện chạy qua cả hai điện trở. Nhiệt lượng toả ra trên R_1 trong một chu kì bằng

$$Q'_1 = \frac{U^2}{R}.\frac{T}{2} + \frac{U^2}{4R}.\frac{T}{2} = \frac{5}{4}Q_1 \qquad (1)$$

Mặt khác $Q_1 = I_1^2 R.T$ và $Q_2 = I_2^2 R.T$ (2)

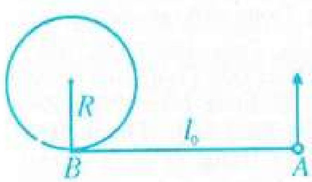
Từ (1) và (2) ta tìm được $I_2 = \frac{\sqrt{5}}{2}I_1$.

Vậy số chỉ của ampe kế khi khoá K đóng là $I_2 = \frac{\sqrt{5}}{2}I_1$. □

Nhận xét. Tòa soạn nhận được nhiều bài giải, tuy nhiên không bạn nào giải đúng bài này.

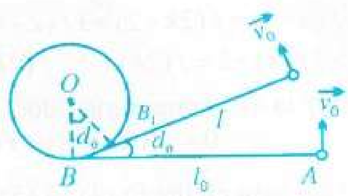
NGUYỄN XUÂN QUANG

★Bài L2/371.



Trên mặt phẳng nằm ngang có một hình trụ thẳng đứng, cố định, bán kính đáy R và một vòng nhỏ A nối với hình trụ bằng sợi dây nằm ngang AB có độ dài l_0 (hình vẽ nhìn từ trên xuống). Vòng nhỏ A nhận vận tốc ban đầu $\vec{v_0}$ theo phương ngang vuông góc với dây. Tính thời gian chuyển động trong mặt phẳng của A cho đến khi nó gặp hình trụ. Bỏ qua ma sát.

Lời giải.



Trong quá trình chuyển động, vận tốc của vòng A luôn vuông góc với dây, do đó lực căng dây tác dụng lên vòng vuông góc với vận tốc của vòng. Vì vậy độ lớn vận tốc của vòng là không đổi.

Giả sử tại thời điểm ban đầu, điểm tiếp xúc giữa sợi dây và mặt trụ là B. Sau khoảng thời gian dt rất nhỏ, điểm tiếp xúc giữa sợi dây và mặt trụ là B_1 (hình vẽ). Độ dài cung $\overset{\frown}{BB_1}$ là nhỏ. Đặt $\overset{\frown}{BB_1} = dl$, từ hình vẽ ta có

$$\widehat{BOB_1} = \widehat{ABA_1} = d\theta.$$

Dễ dàng thấy rằng $v_0.dt = l.d\theta$, $Rd\theta = dl$.

Từ đây suy ra $Rv_0dt = ldl$.

Tích phân hai vế: $\int_0^t Rv_0dt = \int_0^{l_0} ldl$.

Kết quả tích phân cho ta $Rv_0t = \frac{l_0^2}{2}$,

hay $t = \frac{l_0^2}{2Rv_0}$. □

Nhận xét. Các bạn sau đây có lời giải tốt:

Nghệ An: *Hoàng Cao Tú*, 10A4, khối THPT chuyên, Đại học Vinh, *Nguyễn Bá Tuấn Anh*, A3K36 THPT chuyên Phan Bội Châu, *TP. Vinh*, *Nguyễn Quang Dũng*, 12A1, THPT Nam Đàn I; **Quảng Ngãi**: *Nguyễn Ngọc Duy*, 11 Lí, THPT chuyên Lê Khiết; **Hà Nội**: *Nguyễn Mạnh Quân*, 11 Lí, THPT chuyên Nguyễn Huệ; **Hải Phòng**: *Trần Hoàng Bá*, 12 Toán, THPT NK Trần Phú; **Bình Phước**: *Phạm Văn Tám*, 11 Lí, THPT chuyên Quang Trung.

NGUYỄN VĂN THUẬN

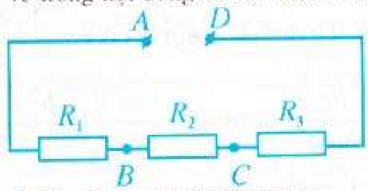
Đọc lại cho đúng

Trên THTT số 374, tháng 8 năm 2008 có một số lỗi in ấn. Xin chỉnh lại như sau:

*) Trang 17 (dòng 3↓), cột trái :

$$f(f(x)+y^2) = f^2(y) - f(x)f(y) + xy + x.$$

*) Thay *hình vẽ* trong nội dung đề bài L2/374 bởi *hình vẽ* sau:



Thành thật xin lỗi các tác giả và bạn đọc.

THTT

BẠN CÓ BIẾT ?

Thuật toán giúp máy tính suy nghĩ như động vật

Các chuyên gia IBM đã sáng chế ra một mô hình tính toán mô phỏng vùng não sau, cho phép máy tính có thể suy nghĩ và hành động như các loài động vật bậc cao có xương sống.

Hai chuyên gia *Charles Peck* và *James Kozloski*, thuộc nhóm nghiên cứu Biometaphorical Computing của IBM, cho biết họ đã tạo ra một mô hình toán học mô phỏng những hành vi của vùng vỏ não sau, phần não chỉ có ở động vật có xương sống (tiến hoá hơn). Vùng não này xử lí các hành vi phức tạp của động vật. Các nghiên cứu sâu hơn về thuật toán này có thể cho phép tạo ra những robot có thể "nhìn" như người và thực hiện những quyết định phù hợp khi xuất hiện quá nhiều thông tin từ các thiết bị cảm biến cung cấp.

Chuyên gia *Peck* giải thích rằng vùng não này bao gồm khoảng 28 tỉ tế bào. Trong đó, minicolumns là các sợi có kích thước đường kính chỉ bằng khoảng $\frac{1}{20}$ millimet chạy dọc theo vùng vỏ não. Khoảng 200 triệu sợi minicolumns sẽ thu thập các dữ liệu cảm biến và tổ chức thông tin để cung cấp cho những vùng não cao cấp hơn. Các sợi minicolumns cũng giao tiếp với nhau thông qua các liên kết tương hỗ giữa chúng.

Mô hình toán học mà IBM tạo ra mô phỏng hành vi của khoảng 500.000 sợi minicolumns, được liên kết bởi 400 triệu kết nối. Với mô hình này, "chúng tôi có thể biểu hiện khả năng tự tổ chức" và các hành vi tương tự như của động vật trong thế giới thực.

Peck nói: "Điều chúng tôi đang cố gắng thực hiện là nghiên cứu não bộ bởi mức độ trừu tượng cao nhất mà không làm che lấp mất chức năng bên trong".

Trong một thử nghiệm được mô tả trên giấy, hệ thống này đã có thể giải quyết vấn đề nhận dạng hình ảnh thường gây ra các lỗi trên những hệ thống máy tính thông thường. Thật lí tưởng, một ngày nào đó hệ thống này có thể giúp các nhà khoa học hiểu được toàn diện hơn về quy trình xử lí bên trong vỏ não được thực hiện như thế nào khi chúng ta quan sát mọi vật.

Về cơ bản, một hình ảnh sẽ được não bộ ghi nhận, phân tích thành các màu sắc, hình dạng, bố cục và các thuộc tính khác. Sau đó tất cả các thông tin sẽ được tái tổ hợp lại và tạo ra những mệnh lệnh để những loài động vật bậc cao như con người thay đổi hành vi của mình. Hiện các quá trình xử lí này vẫn chưa được nghiên cứu và nắm bắt thấu đáo hoàn toàn.

Trong vòng hai năm qua, các nhà nghiên cứu đã tăng cường tìm kiếm một mô hình toán học mô phỏng hành vi tự nhiên. Một số công ti như Cambrios cũng đang cố gắng phát triển những hợp chất mới bằng cách khai thác cấu trúc của các protein do các loại virus sinh học tạo ra. Trong khi đó, người sáng lập PalmOne, ông *Jeff Hawkins*, lại đang lập ra một công ti bán những hệ thống sử dụng các quy trình suy nghĩ như ở não người. Đồng sáng lập Intel và là cha đẻ định luật Moore, ông *Gordon Moore*, lại cho rằng máy tính sẽ không thể suy nghĩ như con người, trừ khi nó được thiết kế lại.

Trong một bài phát biểu, ông Hawkins cho biết: Về cơ bản, não bộ suy nghĩ bằng cách thực hiện các dự đoán về các sự kiện tương lai, thông qua việc soát lại một lượng lớn các dữ kiện kinh nghiệm đã có được trong quá khứ. *Hawkins* đã đưa ra một ứng dụng nguyên mẫu có khả năng ghi nhận các hình dạng mà nó "nhìn" được trong quá khứ.

IBM hiện đang giới thiệu bản nghiên cứu của mình tại cuộc Hội thảo Quốc tế về Các thuật toán tự nhiên và thích ứng (Adaptive and Natural Computing Algorithms) ở Coimbra, Thổ Nhĩ Kỳ.

NGUYỄN VĂN ĐỈNH

(K49XF, Đại học Xây dựng Hà Nội)

(Nguồn: http://www.ddtoanhoc.net)

Câu lạc bộ

Mặt có nghĩa gì?

Trong chương trình toán ở trường phổ thông, nếu xét hệ trục tọa độ Descartes vuông góc $Oxyz$ thì *mặt* là tập hợp các điểm có tọa độ $(x\,;\,y\,;\,z)$ thỏa mãn phương trình $F(x\,;\,y\,;\,z)=0$. Nếu $F(x\,;\,y\,;\,z)$ là đa thức bậc n thì ta có *mặt bậc n*. Chẳng hạn như mặt phẳng là mặt bậc nhất; mặt trụ, mặt nón, mặt cầu đều là mặt bậc hai. Ta cũng thấy *mặt* trong các hình biểu diễn.

Còn trong văn học, trong đời sống xã hội, ... **mặt có nghĩa đen và nghĩa bóng** như thế nào? Các bạn hãy cho ý kiến và tìm các thí dụ minh họa (không kể một số danh từ riêng như: mặt nạ, Mặt Trăng, Mặt Trời, mặt trận, mặt chữ, ...).

Giải đáp: CHUẨN BỊ VÀO NĂM HỌC MỚI

(Đề đăng trên THTT số 374 tháng 8.2008)

M	Ĩ	T	H	U	Ậ	T		H	Ó	A	H	Ọ	C		T	
						H									O	
		N				Ể				C		N			Á	
L		G	I	Á	O	D	Ụ	C	C	Ô	N	G	D	Â	N	
Ị		Ũ				Ụ				N		O		M		T
C		V				C		Đ		G		Ạ		N		I
H		Ă						Ị		N		I		H		N
S	I	N	H	H	Ọ	C		A		G		N		Ạ		H
Ử								L		H		G		C		Ọ
				V	Ậ	T	L	Í		Ệ		Ữ				C

Lớp 8, lớp 9 có tất cả 14 môn học được ghi đầy đủ trên ô chữ, trong đó có thể đổi vị trí : Địa lí cho Vật lí, Hóa học cho Tin học.

Tòa soạn đã nhận được rất nhiều bài của bạn đọc. Dựa vào tên 14 môn học, đa số bạn đọc đã phát hiện ra lỗi in ô chữ ở đề ra và nhận xét rất đúng rằng trong ô chữ thì ô vuông ở hàng thứ ba từ trên xuống dưới và cột thứ ba từ trái sang phải, cần là ô trắng để điền thêm chữ N của môn NGỮ VĂN.

Các bạn sau có lời giải tốt và gửi bài về sớm, được nhận tặng phẩm:
1) *Đặng Duy Linh*, 9E, THCS Văn Lang, Việt Trì, **Phú Thọ**;
2) *Hà Văn Hiện*, 11A1, THPT Ngô Gia Tự, Lập Thạch, **Vĩnh Phúc**;
3) *Phan Anh Việt*, 10A1, THPT Lê Quý Đôn, TP. Hà Đông, **Hà Nội**;
4) *Hoàng Thị Vân Anh*, 9B, THCS Lê Hữu Lập, Hậu Lộc, **Thanh Hóa**;
5) *Nguyễn Ngọc Phiên*, 10 Toán Tin, THPT chuyên Lê Khiết, **Quảng Ngãi**;
6) *Võ Văn Huy*, 10A1, THPT Lê Hồng Phong, Tây Hòa, **Phú Yên**.

VÂN KHANH

VÀI KĨ NĂNG... *(Tiếp trang 8)*

Từ đó tìm được $x=-\frac{\pi}{4}+m\pi$, hoặc $x=2m\pi$,

hoặc $x=\pm\frac{2\pi}{3}+2m\pi$ $(m\in\mathbb{Z})$.

Đối chiếu điều kiện ta được nghiệm

$x=\frac{2m\pi}{3}, (m\in\mathbb{Z})$.

★**Thí dụ 8.** *Giải phương trình*

$$3\tan 3x+\cot 2x=2\tan x+\frac{2}{\sin 4x} \quad (8)$$

Lời giải.

ĐK : $\cos 3x\neq 0, \sin 2x\neq 0, \cos x\neq 0, \sin 4x\neq 0$

hay $x\neq\frac{\pi}{6}+\frac{k\pi}{3}$ và $x\neq\frac{k\pi}{4}$, $(k\in\mathbb{Z})$ (*)

PT (8) tương đương với

$$2(\tan 3x-\tan x)+(\tan 3x+\cot 2x)=\frac{2}{\sin 4x}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2\sin 2x}{\cos 3x\cos x}+\frac{\cos x}{\cos 3x\sin 2x}=\frac{2}{\sin 4x}$$

$$\Leftrightarrow 4\sin 4x\sin x+2\cos 2x\cos x=2\cos 3x$$

$$\Leftrightarrow 4\sin 4x\sin x+\cos 3x+\cos x=2\cos 3x$$

$$\Leftrightarrow 4\sin 4x\sin x=\cos 3x-\cos x$$

$$\Leftrightarrow 8\sin 2x\cos 2x\sin x=-2\sin 2x\sin x \text{ (do ĐK (*))}$$

$$\cos 2x=-\frac{1}{4}.$$

Bạn đọc tiếp tục hoàn thành nốt bài giải.

Để kết thúc bài báo, mời các bạn hãy giải một số bài tập sau.

Giải các phương trình:

1. $\cos 3x+\cos 2x-\cos x-1=0$;
2. $(1-\tan x)(1+\sin 2x)=1+\tan x$;
3. $\sin 2x+\sin x-\frac{1}{\sin 2x}-\frac{1}{2\sin x}=2\cot 2x$;
4. $\frac{1}{\tan x+\cot 2x}=\frac{\sqrt{2}(\cos x-\sin x)}{\cot x-1}$;
5. $\cos x\cos 2x\cos 3x+\sin x\sin 2x\sin 3x=\frac{1}{2}$;
6. $\sin^3 x-\cos^3 x=\cos 2x\tan\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\tan\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$;
7. $\sin x\cos 4x-\sin^2 2x=4\sin^2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{x}{2}\right)-\frac{7}{2}$.

PROBLEMS... *(Tiếp trang 17)*

FOR UPPER SECONDARY SCHOOL

T6/375. Find all pairs of integers m and n, both greater than 1, such that the following equality

$$\frac{a^{m+n}+b^{m+n}+c^{m+n}}{m+n}=\frac{a^m+b^m+c^m}{m}\cdot\frac{a^n+b^n+c^n}{n}$$

is true for all real numbers a, b, c satisfying $a+b+c=0$.

T7/375. Let k be a positive integer and let a, b, c be positive real numbers such that $abc\le 1$. Prove the equality $\frac{a}{b^k}+\frac{b}{c^k}+\frac{c}{a^k}\ge a+b+c$.

T8/375. Let C be a point on a fixed circle whose diameter is $AB=2R$ (C is different from A and B). The incircle of ABC touches AB and AC at M and N, respectively. Find the maximum value of the length of MN when C moves on the given fixed circle.

TOWARDS MATHEMATICAL OLYMPIAD

T9/375. Let (x_n) $(n=0, 1, 2, ...)$ be a sequence such that $x_0=2$ and $x_{n+1}=\frac{2x_n+1}{x_n+2}$ for all $n=0, 1, 2, ...$

Determine $\left[\sum_{k=1}^{n}x_k\right]$ where $[x]$ denote the largest integer not exceeding x.

T10/375. Prove that if a, b, c are positive numbers whose product $abc=1$, then

$$\frac{a}{\sqrt{8c^3+1}}+\frac{b}{\sqrt{8a^3+1}}+\frac{c}{\sqrt{8b^3+1}}\ge 1.$$

T11/375. Let $f: \mathbb{R}\to\mathbb{R}$ be a function such that $f(0)=0$ and $\frac{f(t)}{t}$ is a monotonic function on $\mathbb{R}\backslash\{0\}$ Prove that

$$x.f(y^2-zx)+y.f(z^2-xy)+z.f(x^2-yz)\ge 0$$

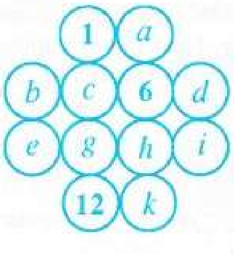
for all positive numbers x, y and z.

T12/375. Let $A_1A_2A_3A_4$ be a tetrahedron. Denote by B_i $(i=1, 2, 3, 4)$ the feet of the altitude from a given point M onto A_iA_{i+1} (where we consider A_5 as identical to A_1). Find the smallest value of $\sum_{1\le i\le 4}A_iA_{i+1}.A_iB_i$.

Translated by LE MINH HA

Giải đáp: SẮP XẾP 12 SỐ

(Đề đăng trên THTT số 373, tháng 7.2008)



Hình 1

Kí hiệu các số cần điền vào các hình tròn như ở hình 1.

• Gọi T là tổng bốn số trong bốn hình tròn sao cho mỗi hình tiếp xúc với hai hình. Theo giả thiết có

$$T = 1 + a + c + 6 = c + 6 + g + h$$
$$= g + h + k + 12 = b + c + e + g$$
$$= 6 + d + h + i \qquad (1)$$

Từ đó $3T = 4T - T$

$$= (1 + a + c + 6) + (g + h + k + 12) + (b + c + e + g)$$
$$+ (6 + d + h + i) - (c + 6 + g + h)$$
$$= 1 + a + b + c + 6 + d + e + g + h + i + k + 12$$
$$= 1 + 2 + ... + 12 = \frac{12.13}{2} = 78.$$

Suy ra $T = \frac{78}{3} = 26$.

• Gọi S là tổng bốn số trong bốn hình tròn xếp theo hàng ngang (hoặc cột dọc). Theo giả thiết có

$$S = 1 + c + g + 12 = a + 6 + h + k$$
$$= b + c + 6 + d = e + g + h + i \qquad (2)$$

Từ đó và (1) có

$$4S - 26 = 4S - T = (1 + c + g + 12) + (a + 6 + h + k)$$
$$+ (b + c + 6 + d) + (e + g + h + i) - (c + 6 + g + h)$$
$$= 1 + a + b + c + 6 + d + e + g + h + i + k + 12$$
$$= 1 + 2 + ... + 12 = 78.$$

Suy ra $4S = 104$ nên $S = 26$.

• Từ (1), (2) và $T = S = 26$ có

$$13 = 1 + 12 = b + e = 6 + h \qquad (3)$$
$$13 = c + g = a + k = d + i \qquad (4)$$
$$1 + a = b + d = g + h \qquad (5)$$
$$12 + k = e + i = c + 6 \qquad (6)$$

• Từ (3) có ngay $h = 7$.

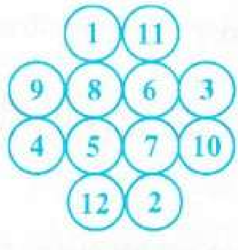
Thay vào (5) được $a = g + 6$ (7)

Từ (6) có $c = k + 6$ (8)

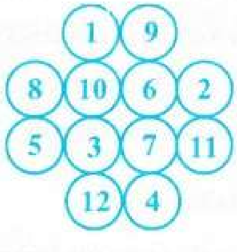
Thay vào (4) được $g + k = 7$ (9)

Suy ra $(g ; k)$ chỉ có thể bằng $(2 ; 5)$; $(5 ; 2)$; $(3 ; 4)$; $(4 ; 3)$. Thay lần lượt $(g ; k)$ như thế vào các đẳng thức (3), (4), (5), (6) suy ra có **bốn nghiệm** ứng với các số $h, g, k, a, c, b, d, e, i$

h	g	k	a	c	b	d	e	i
7	5	2	11	8	9	3	4	10
7	5	2	11	8	3	9	10	4
7	3	4	9	10	8	2	5	11
7	3	4	9	10	2	8	11	5



Hình 2



Hình 3

Hai nghiệm được thể hiện trên hình 2, hình 3.

Nhận xét. Các bạn sau có lời giải tốt, được nhận tặng phẩm:

Yên Bái: *Nguyễn Thu Thủy*, 12 Toán, THPT chuyên Nguyễn Tất Thành; **Bắc Ninh:** *Vũ Hồng Thái*, 12 Toán, THPT chuyên; Hà Nội: *Vũ Minh Thắng*, 11T1, K41, THPT chuyên ĐHSP Hà Nội, *Lê Tiến Cường*, 10T1, THPT chuyên Hà Nội – Amsterdam, *Phạm Việt Hà*, 11A2, THPT Tùng Thiện, TP Sơn Tây. **Hà Nam:** *Phan Thanh Hải*, 11A1, THPT Kim Bảng B; **Thanh Hóa:** *Lê Hữu Nguyên*, 10B1, THPT Yên Định II; **Nghệ An:** *Phan Bá Lộc*, 12A, THPT Hermann Gmeiner, TP. Vinh; **Quảng Ngãi:** *Lê Nguyên Khánh*, 10 Toán, THPT chuyên Lê Khiết; **Khánh Hòa:** *Nguyễn Bảo Nhi*, 7/5, THCS Nguyễn Văn Trỗi, Cam Nghĩa, Cam Ranh.

ĐAN QUỲNH

THÔNG BÁO
về sách giáo khoa phục vụ năm học 2008 - 2009

Nhà xuất bản Giáo dục trân trọng thông báo đến các Quý thầy cô giáo và các em học sinh trong cả nước về việc xuất bản và cung ứng sách giáo khoa (SGK) phục vụ năm học 2008-2009 :

1. SGK từ lớp 1 đến lớp 12, trong đó SGK từ lớp 1 đến lớp 11 là sách tái bản, nội dung không thay đổi so với sách đã xuất bản từ năm 2007 trở về trước. Riêng SGK lớp 12 được in mới, thay cho sách cũ đã xuất bản từ năm 2007 trở về trước.

Bộ SGK	Số cuốn	Giá bìa (đồng)
Lớp 1	6	40.800
Lớp 2	6	38.900
Lớp 3	6	42.300
Lớp 4	9	66.100
Lớp 5	9	67.200
Lớp 6	12	83.500
Lớp 7	13	97.000
Lớp 8	13	105.500
Lớp 9	13	102.700
Lớp 10 (chuẩn)	13	112.800
Lớp 11 (chuẩn)	13	114.200
Lớp 12 (chuẩn)	13	124.000

(Ghi chú: Giá bộ SGK chỉ tính sách ngoại ngữ là Tiếng Anh. Bản danh mục giá bán lẻ được niêm yết ở tất cả các cửa hàng sách, nhà sách và đại lí có bán SGK tại các tỉnh, thành phố trong cả nước.)

Ngoài ra, Nhà xuất bản Giáo dục tổ chức cung ứng các sản phẩm phục vụ học sinh, giáo viên năm học 2008-2009 :

2. Các sách tham khảo bổ trợ SGK từ lớp 1 đến lớp 12 (gồm các sách bài tập và vở bài tập của các môn học do các nhóm tác giả SGK biên soạn).

3. Các sách tham khảo - Nâng cao kiến thức ở các lĩnh vực khoa học tự nhiên, khoa học xã hội,... phục vụ các đối tượng là thầy cô giáo, các cán bộ quản lí giáo dục, các em học sinh, sinh viên và các bậc phụ huynh học sinh,...

4. Các loại tranh ảnh, bản đồ giáo dục, các băng hình, băng tiếng, đĩa CD-Rom giáo khoa và các loại thiết bị đồ dùng dạy học phục vụ chương trình, SGK hiện hành, đặc biệt là tranh ảnh, bản đồ, băng đĩa, thiết bị phục vụ chương trình và SGK mới lớp 12.

5. Các loại sách mẫu giáo, truyện tranh, truyện lịch sử phục vụ ngành học Mầm non do các nhóm tác giả chuyên ngành trong nước biên soạn và một số loại sách được hợp tác với các nhà xuất bản nước ngoài (Úc, Mĩ, Nhật, Canada, v.v...).

6. Các loại tập vở học sinh phục vụ theo yêu cầu, các loại sổ ghi tên, ghi điểm, học bạ, bài soạn giáo án theo mẫu quy định, phục vụ học sinh và giáo viên thuận lợi trong học tập và giảng dạy.

Để cung ứng các sản phẩm trên đến các thầy cô giáo, các em học sinh và các trường học, Nhà xuất bản Giáo dục cùng với các Công ti (CP) Sách - TBTH ở các tỉnh, thành phố tổ chức hai Tháng phát hành cao điểm để phục vụ năm học mới 2008-2009 :

* Tháng phát hành phục vụ Hè 2008:
Từ 15 – 5 đến 15 – 6.

* Tháng phát hành phục vụ Khai giảng :
Từ 10 – 8 đến 10 – 9.

Đồng thời với việc phát hành và cung ứng các sản phẩm mới nói trên, Nhà xuất bản Giáo dục phối hợp với các Sở Giáo dục - Đào tạo, các Công ti (CP) Sách - TBTH, các tổ chức xã hội triển khai cuộc vận động dùng lại SGK cũ theo sự chỉ đạo của Bộ Giáo dục và Đào tạo.

Mọi liên hệ việc mua - bán, trao tặng SGK cũ, xin liên hệ với Nhà xuất bản Giáo dục ở từng khu vực :

- TP. Hà Nội : Số 187B Giảng Võ, ĐT: 04 8562496.
- TP. Đà Nẵng : Số 15 Nguyễn Chí Thanh, ĐT : 0511 3827373.
- TP. Hồ Chí Minh : Số 231 Nguyễn Văn Cừ, ĐT : 08 8358423.

Và các Công ti (CP) Sách – TBTH tại các tỉnh, thành phố trong cả nước.

Trân trọng thông báo.

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC

Tạp chí TOÁN HỌC và TUỔI TRẺ
Mathematics and Youth Magazine

XUẤT BẢN TỪ 1964
Số 375(9.2008)
Tòa soạn : 187B, phố Giảng Võ, Hà Nội
ĐT Biên tập: 04.5121607
ĐT - Fax Phát hành, Trị sự : 04.5144272, 04.5121606
Email: tapchitoanhoc_tuoitre@yahoo.com.vn

TRONG SỐ NÀY

Bìa 1. Lễ kí Kế hoạch liên ngành triển khai phong trào thi đua "Xây dựng trường học thân thiện, học sinh tích cực"tại Hà Nội ngày 19/8/2008.
(*Hàng trước:*
Ngồi giữa: Phó Thủ tướng Chính phủ, Bộ trưởng Bộ GD&ĐT Nguyễn Thiện Nhân;
Bên trái : Bộ trưởng Bộ VH-TT&DL Hoàng Tuấn Anh;
Bên phải: Bí thư Thứ nhất Trung ương Đoàn TNCS Hồ Chí Minh Võ Văn Thưởng.
Hàng sau: Một số thành viên Ban chỉ đạo phong trào thi đua)

Bìa 3. Giải đáp Cuộc thi vui Giải trí ngày hè - đợt 1.

Biên tập : NGUYỄN THANH HỒNG, HỒ QUANG VINH.
Trị sự, phát hành : HOÀNG THÀNH ĐỨC, VŨ ANH THƯ
Mĩ thuật : MINH THƠ
Chế bản : NGUYỄN THỊ OANH

Giải đáp CUỘC THI VUI GIẢI TRÍ NGÀY HÈ

Cuộc thi vui GIẢI TRÍ NGÀY HÈ có sáu bài đố vui được đăng trên tạp chí THTT số 371 (5.2008) và số 372 (6.2008). Toà soạn THTT đã nhận được lời giải ba bài đợt thứ nhất của nhiều bạn. Mong các bạn tiếp tục gửi lời giải cho ba bài của đợt thứ hai. Hãy chờ đọc đáp án của ba bài đợt thứ hai và danh sách các bạn đoạt giải cuộc thi vui trên THTT số 376 (10.2008). Chúc các bạn may mắn.

Dưới đây là đáp án ba bài của đợt thứ nhất.

Bài 1. Quả bóng

Gọi số lục giác đều, số ngũ giác đều, số cạnh và số đỉnh của quả bóng theo thứ tự là m, n, c, d.

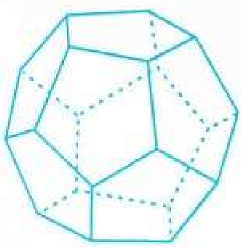
Xét số cạnh của các ngũ giác đều và các lục giác đều ta có $5n = 3m$. Có tất cả $5n + 6m$ cạnh (cũng là số đỉnh) của các mảnh da.

Mỗi cạnh của quả bóng là cạnh chung của hai mảnh da, mỗi đỉnh của quả bóng là đỉnh chung của ba mảnh da nên có

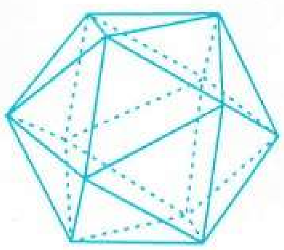
$$2c = 3d = 5n + 6m = 15n = 9m.$$

Từ các hệ thức trên, chỉ cần tìm được n (hoặc m) là tính được các giá trị còn lại. Có thể tìm n (hoặc m) bằng hai cách dưới đây.

Cách 1. Khi nối từng cặp hai tâm gần nhau nhất của các hình lục giác đều trên quả bóng bằng các đoạn thẳng thì ta được khối đa diện 12 mặt mà các mặt là các ngũ giác đều và các mặt đều bằng nhau (h. 1), nên $n = 12$.



Hình 1



Hình 2

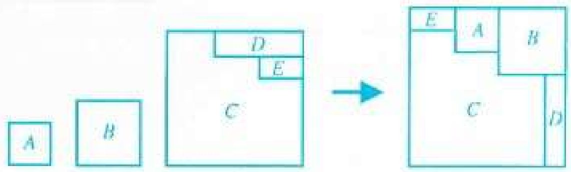
Từ $5n = 3m$ suy ra $m = 20$ (và bằng số đỉnh của khối đa diện này). Từ đó $c = 90$, $d = 60$.

Cách 2. Khi nối từng cặp hai tâm gần nhau nhất của các hình ngũ giác đều trên quả bóng bằng các đoạn thẳng thì ta được khối đa diện 20 mặt mà các mặt là các tam giác đều và các mặt đều bằng nhau (h. 2), nên $m = 20$.

Từ $5n = 3m$ suy ra $n = 12$ (và bằng số đỉnh của khối đa diện này). Từ đó $c = 90$, $d = 60$.

Bài 2. GHÉP THÀNH HÌNH VUÔNG

Chú ý rằng $2^2 + 3^2 + 6^2 = 7^2$ nên ta có thể phân chia hình vuông kích thước 6×6 (dm) thành ba mảnh rồi ghép với hai hình vuông kích thước 2×2 (dm) và 3×3 (dm) để được hình vuông 7×7 (dm) như ở hình 3. Có nhiều cách ghép với số mảnh ít nhất là năm mảnh.



Hình 3

Bài 3. Biển số xe buýt

Do biển số xe bị xoay ngược mà vẫn nhìn thành một số nên các chữ số của số xe có thể là 0, 1, 6, 8, 9.

Xe mang biển số có không quá ba chữ số nên số chính phương mà nhà toán học nhìn thấy có thể là: 1; 9; 16, 81; 100; 169; 196; 900 hoặc 961.

Tương ứng số xe có thể là

1; 6; 91, 18; 001; 691, 961, 006 hoặc 196.

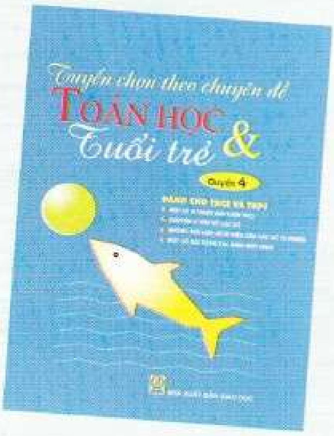
Thử lại giả thiết ta thấy số cần tìm là 18.

THTT

SÁCH MỚI

QUYỂN 4

TUYỂN CHỌN THEO CHUYÊN ĐỀ TOÁN HỌC & TUỔI TRẺ



Cuốn sách bao gồm các bài viết được chọn lọc trên tạp chí THTT (chủ yếu từ năm 1992 đến 2007), gồm bốn chương dành cho THCS và THPT .

• *Chương I.* **Một số kĩ thuật giải toán Trung học cơ sở**, gồm hai phần: Phần một nêu nhiều cách giải bài toán chứa căn thức; phần hai trình bày cách vẽ hình phụ, cách vận dụng các công thức vào tính toán và chứng minh tính chất của hình phẳng.

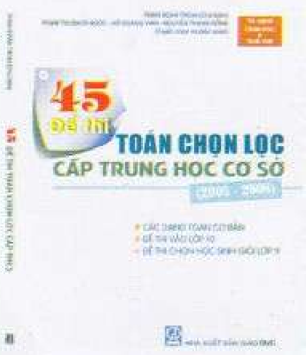
• *Chương II.* **Chuyện lí thú về các số**, giới thiệu về thuật toán và máy tính, nêu những câu chuyện thú vị về các số nguyên, số nguyên tố, về tính quy luật của các dãy số.

• *Chương III.* **Những mối liên hệ kì diệu của các số tự nhiên**, trình bày về ma phương, hình vuông latin,... Tiếp theo là một số hệ thức liên hệ giữa các số tự nhiên.

• *Chương IV.* **Một số bài toán xác định một hình**, gồm hai phần: Phần một trình bày việc xác định góc phẳng nhị diện, sau đó đưa ra một số cách tính thể tích của hình tứ diện không gặp trong sách giáo khoa; phần hai giới thiệu một số bài toán hình học tổ hợp.

Sách dày 200 trang, khổ 19 x 26,5 cm. Giá bán lẻ: 38.500 đồng.

Sách sắp xuất bản



45 ĐỀ THI TOÁN CHỌN LỌC TRUNG HỌC CƠ SỞ (2005-2008)

Sách tuyển chọn 45 đề thi chọn lọc cấp THCS từ năm 2005 đến 2008 của các tỉnh, thành phố có phong trào học toán tốt. Nội dung cuốn sách gồm ba phần:

- Phần một: Giới thiệu các dạng toán cơ bản thường gặp.
- Phần hai: 45 Đề thi (gồm các đề thi vào lớp 10 và đề thi chọn học sinh giỏi lớp 9).
- Phần ba: Hướng dẫn giải các đề thi.

Sách dày 180 trang, khổ 17 x 24cm. Giá bán lẻ: 29.500 đồng.

Các bạn có thể mua các ấn phẩm trên tại tòa soạn THTT, các sơ sở bưu điện, các Công ti Sách - Thiết bị trường học ở các địa phương, các cửa hàng sách của NXB Giáo dục. Các đơn vị mua nhiều xin gửi phiếu đặt mua sách (có kí tên đóng dấu) về tòa soạn theo địa chỉ:
TẠP CHÍ TOÁN HỌC VÀ TUỔI TRẺ, 187B GIẢNG VÕ, HÀ NỘI.
Để biết thêm chi tiết xin liên hệ với Tòa soạn:
ĐT - FAX: 04.5121606. Email: tapchitoanhoc_tuoitre@yahoo.com.vn

ISSN :0866-8035 Giấy phép XB số 67/GP-BVHTT cấp ngày 15.6.2004
Chỉ số : 12884 In tại Công ty CP in Diên Hồng, 187B Giảng Võ, Hà Nội Giá: 6000 đồng
Mã số : 8BT09M8 In xong và nộp lưu chiểu tháng 9 năm 2008 Sáu nghìn đồng