TRỊNH THANH BÌNH

Có đáp án

TUYỂN CHỌN 45 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI

TOÁN

9

* *Tài liệu tham khảo dành cho học sinh chuyên Toán và giáo viên.*
* *Bồi dưỡng học sinh giỏi cấp quận, tỉnh và thành phố.*
* *Cập nhật nhiều đề mới và lời giải hay.*

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO THÀNH PHỐ CẦN THƠ Đề chính thức	KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9 THCS CẤP THÀNH PHỐ-NĂM HỌC 2012-2013 Khóa ngày 11/04/2013 MÔN THI: TOÁN *Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian phát đề.*

Câu 1 *(5,0 điểm)*

1. Cho biểu thức $P = \dfrac{2m+\sqrt{16m}+6}{m+2\sqrt{m}-3} + \dfrac{\sqrt{m}-2}{\sqrt{m}-1} + \dfrac{3}{\sqrt{m}+3} - 2$
   a) Rút gọn P.
   b) Tìm giá trị tự nhiên của m để P là số tự nhiên.
2. Tính giá trị $(a^3+15a-25)^{2013}$ với $a = \sqrt[3]{13-7\sqrt{6}} + \sqrt[3]{13+7\sqrt{6}}$.

Câu 2 *(5,0 điểm)*

1. Giải phương trình: $\sqrt{x+5}+\sqrt{3-x}-2\left(\sqrt{15-2x-x^2}+1\right)=0$.
2. Tìm giá trị của m để hệ phương trình sau có nghiệm:

$$\begin{cases} 2x^2+mx-1=0 \\ mx^2-x+2=0 \end{cases}$$

Câu 3 *(5,0 điểm)*

1. Tìm tất cả các số nguyên dương x, y, z thỏa $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}=2$.
2. Cho hai số x, y thỏa mãn: $\begin{cases} x+y \le 2 \\ x^2+y^2+xy=3 \end{cases}$
   Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = x^2+y^2-xy$.

Câu 4 *(2,0 điểm)*
Cho đường tròn $(O;R)$ và hai điểm A, B nằm ngoài đường tròn sao cho $OA = 2R$. Tìm điểm M trên đường tròn để $MA+2MB$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 5 *(3,0 điểm)*
Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn $(O;R)$. Gọi P là một điểm di động trên cung BC không chứa A.

1. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc hạ từ A xuống PB, PC. Chứng minh rằng đường thẳng MN luôn đi qua một điểm cố định.
2. Gọi I, D, E là chân các đường cao lần lượt hạ từ A, B, C xuống các cạnh BC, CA, AB. Chứng minh rằng chu vi tam giác IDE không đổi khi A, B, C thay đổi trên đường tròn $(O;R)$ sao cho diện tích của tam giác ABC luôn bằng a^2.

—HẾT—

Ghi chú: *Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.*

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÀNH PHỐ CẦN THƠ

Đề chính thức

KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9 THCS
CẤP THÀNH PHỐ-NĂM HỌC 2012-2013
Khóa ngày 11/04/2013

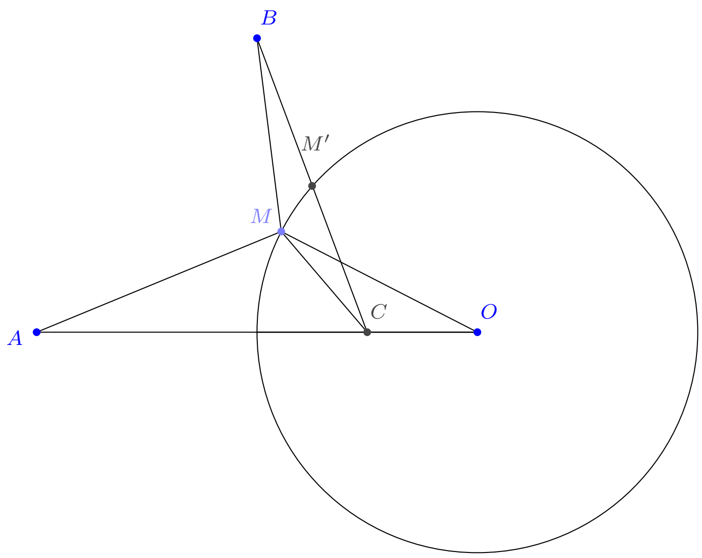
MÔN THI: TOÁN
Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian phát đề.

HƯỚNG DẪN CHẤM

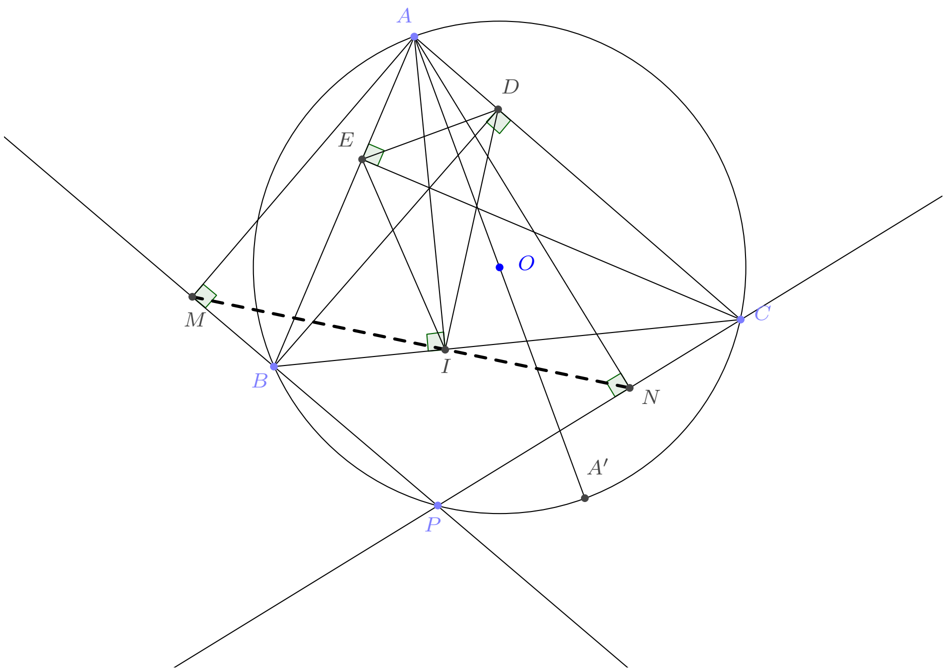
(Hướng dẫn chấm này có 03 trang.)

CÂU	NỘI DUNG	ĐIỂM
1(5,0đ)	**1. (3,5 điểm)**	
	a) Điều kiện: $m \geq 0$, $m \neq 1$	**0,5đ**
	$P = \dfrac{\sqrt{m}+1}{\sqrt{m}-1}$	**2,0đ**
	b) $P = 1 + \dfrac{2}{\sqrt{m}-1}$	**0,5đ**
	Để $P \in \mathbb{N} \Longrightarrow m \in \{4; 9\}$	**0,5đ**
	2.(1,5 điểm)	
	$a = \sqrt[3]{13-7\sqrt{6}} + \sqrt[3]{13+7\sqrt{6}} \Longrightarrow a^3 = 26 - 15a$	**1,0đ**
	$a^3 + 15a - 25 = 1 \Longrightarrow (a^3+15a-25)^{2013} = 1$	**0,5đ**
2(5,0đ)	**1. (2,5 điểm)**	
	Điều kiện: $-5 \leq x \leq 3$	**0,5đ**
	Đặt $t = \sqrt{x+5} + \sqrt{3-x}$, $t^2 = 8 + 2\sqrt{15-2x-x^2} \Longrightarrow t \geq 2\sqrt{2}$	
	Phương trình đã cho có dạng: $t^2 - t - 6 = 0 \Longleftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 3 \\ t = -2 \text{ (loại)} \end{array}\right.$	**1,0đ**
	$t = 3 \Longleftrightarrow \sqrt{x+5} + \sqrt{3-x} = 3$ $\Longleftrightarrow 4x^2 + 8x - 59 = 0 \Longleftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{-2+3\sqrt{7}}{2} \\ x = \dfrac{-2-3\sqrt{7}}{2} \end{array}\right.$	**1,0đ**
	2. (2,5 điểm)	
	Đặt $x^2 = y \geq 0$. Hệ trở thành: $\begin{cases} mx + 2y = 1 \\ -x + my = -2 \end{cases}$	**0,5đ**
	Hệ luôn có nghiệm: $\begin{cases} x = \dfrac{m+4}{m^2+2} \\ y = \dfrac{1-2m}{m^2+2} \geq 0 \ \ (m \leq \dfrac{1}{2}) \end{cases}$	**0,5đ**
	Ta có: $x^2 = y \Longleftrightarrow \left(\dfrac{m+4}{m^2+2}\right)^2 = \dfrac{1-2m}{m^2+2}$	**0,5đ**
	$\Longleftrightarrow (m+1)(m^2-m+7) = 0 \Longleftrightarrow m = -1$	**1,0đ**
3(5,0đ)	**1. (3,0 điểm)**	

Tiếp

CÂU	NỘI DUNG	ĐIỂM
	Không mất tính tổng quát giả sử: $1 \leq x \leq y \leq z$ $\Longrightarrow 2 = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \leq \frac{3}{x} \Longrightarrow x = 1$	**1,0đ**
	$\Longrightarrow \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1 \leq \frac{2}{y} \Longrightarrow \left[\begin{array}{l} y = 1 \text{ (vô lý)} \\ y = 2 \Longrightarrow z = 2 \end{array}\right.$	**1,0đ**
	Vậy $(1; 2; 2)$ và các hoán vị của chúng là nghiệm của phương trình đã cho	**1,0đ**
	2. (2,0 điểm)	
	Hệ $\begin{cases} x + y \leq 2 \\ x^2 + y^2 + xy = 3 \end{cases} \iff \begin{cases} x + y = 2 - a \quad (a \geq 0) \\ x^2 + y^2 + xy = 3 \end{cases}$	**0,5đ**
	Do đó: $\begin{cases} x + y = 2 - a \\ xy = (2 - a)^2 - 3 \end{cases}$, $\Delta = S^2 - 4P \geq 0 \Longrightarrow 0 \leq a \leq 4$	**0,5đ**
	$T = x^2 + y^2 + xy - 2xy = 9 - 2(2 - a)^2$	**0,5đ**
	$\min T = 1$ khi $x = 1$, $y = 1$ hoặc $x = -1$, $y = -1$ $\max T = 9$ khi $x = \sqrt{3}$, $y = -\sqrt{3}$ hoặc $x = -\sqrt{3}$, $y = \sqrt{3}$	**0,5đ**
4(2,0đ)		
	Gọi C là điểm trên đoạn thẳng OA sao cho $OC = \frac{R}{2}$, ta có điểm C cố định	**0,5đ**
	Dễ thấy ΔOCM đồng dạng $\Delta OMA \Longrightarrow MA = 2MC$	**0,5đ**
	Ta có $MA + MB \geq BC$ (không đổi) $MA + 2MB = 2(MB + MC) \geq 2BC$	**0,5đ**
	Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi M nằm giữa B và C	
	Vậy khi điểm M là giao điểm của đoạn BC và đường tròn (O) thì $MA + 2MB$ đạt giá trị nhỏ nhất	**0,5đ**
5(3,0đ)	**1. (2,0 điểm)**	

Tiếp

CÂU	NỘI DUNG	ĐIỂM
		
	Kẻ $AI \perp BC$, $I \in BC$ cố định. Ta có $\widehat{BMA} = \widehat{BIA} = 90^\circ$ nên tứ giác $AMBI$ nội tiếp hay $\widehat{AIM} = \widehat{ABM}$ Ta lại có tứ giác $ABPC$ nội tiếp nên $\widehat{ABM} = \widehat{ACP}$ Do đó $\widehat{AIM} = \widehat{ACP}$ (1)	**1,0đ**
	Mặt khác $\widehat{AIC} = \widehat{ANC} = 90^\circ$ nên tứ giác $AINC$ nội tiếp, suy ra $\widehat{ACP} + \widehat{AIN} = 180^\circ$ (2)	**0,5đ**
	Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{AIM} + \widehat{AIN} = 180^\circ$	**0,5đ**
	Vậy đường thẳng MN luôn đi qua điểm cố định I	
	2. (1,0 điểm)	
	Tứ giác $BCDE$ nội tiếp suy ra $\widehat{AED} = \widehat{ACB}$ Kéo dài AO cắt $(O;R)$ tại điểm A'. Ta có: $\widehat{EAO} + \widehat{AED} = \widehat{BAA'} + \widehat{ACB} = 90^\circ$ $\Longrightarrow AO \perp DE \Longrightarrow S_{AEOD} = \dfrac{1}{2}AO.DE = \dfrac{1}{2}R.DE$	**0,5đ**
	Tương tự ta cũng có: $S_{BEOI} = \dfrac{1}{2}R.EI$, $S_{CDOI} = \dfrac{1}{2}R.ID$ Vậy: $S_{ABC} = S_{AEOD} + S_{BIOE} + S_{CDOI} = \dfrac{1}{2}R.(DE + EI + ID)$ $\Longrightarrow DE + EI + ID = \dfrac{2S_{ABC}}{R} = \dfrac{2a^2}{R}$ (không đổi)	**0,5đ**

—–HẾT—–

Ghi chú:

- Mọi cách giải đúng khác đáp án đều cho điểm tối đa.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÀNH PHỐ ĐÀ NẴNG

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9
NĂM HỌC 2010-2011

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn thi: TOÁN

Thời gian: 150 phút (không tính thời gian giao đề)

Bài 1. (*2,0 điểm*)

Cho biểu thức: $M=\dfrac{a+1}{\sqrt{a}}+\dfrac{a\sqrt{a}-1}{a-\sqrt{a}}+\dfrac{a^2-a\sqrt{a}+\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}-a\sqrt{a}}$ với $a>0,\ a\neq 1$.

a) Chứng minh rằng $M>4$.

b) Với những giá trị nào của a thì biểu thức $N=\dfrac{6}{M}$ nhận giá trị nguyên?

Bài 2. (*2,0 điểm*)

a) Cho các hàm số bậc nhất: $y=0,5x+3$, $y=6-x$ và $y=mx$ có đồ thị lần lượt là các đường thẳng (d_1), (d_2) và (Δ_m). Với những giá trị nào của tham số m thì đường thẳng (Δ_m) cắt hai đường thẳng (d_1) và (d_2) lần lượt tại hai điểm A và B sao cho điểm A có hoành độ âm còn điểm B có hoành độ dương?

b) Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, cho M và N là hai điểm phân biệt, di động lần lượt trên trục hoành và trên trục tung sao cho đường thẳng MN luôn đi qua điểm cố định $I(1\,;2)$. Tìm hệ thức liên hệ giữa hoành độ của M và tung độ của N; từ đó, suy ra giá trị nhỏ nhất của biểu thức $Q=\dfrac{1}{OM^2}+\dfrac{1}{ON^2}$.

Bài 3. (*2,0 điểm*)

a) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}17x+2y=2011|xy|\\ x-2y=3xy.\end{cases}$

b) Tìm tất cả các giá trị của x, y, z sao cho: $\sqrt{x}+\sqrt{y-z}+\sqrt{z-x}=\dfrac{1}{2}(y+3)$.

Bài 4. (*3,0 điểm*)

Cho đường tròn (C) với tâm O và đường kính AB cố định. Gọi M là điểm di động trên (C) sao cho M không trùng với các điểm A và B. Lấy C là điểm đối xứng của O qua A. Đường thẳng vuông góc với AB tại C cắt đường thẳng AM tại N. Đường thẳng BN cắt đường tròn (C) tại điểm thứ hai là E. Các đường thẳng BM và CN cắt nhau tại F.

a) Chứng minh rằng các điểm A, E, F thẳng hàng.

b) Chứng minh rằng tích $AM\cdot AN$ không đổi.

c) Chứng minh rằng A là trọng tâm của tam giác BNF khi và chỉ khi NF ngắn nhất.

Bài 5. (*1,0 điểm*)

Tìm ba chữ số tận cùng của tích của mười hai số nguyên dương đầu tiên.

---HẾT---

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Chữ ký của giám thị 1: .... Chữ ký của giám thị 2: ....

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÀNH PHỐ ĐÀ NẴNG

KÌ THI CHỌN SINH HỌC SINH GIỎI LỚP 9
NĂM HỌC 2010-2011
Môn thi: TOÁN

HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN LỚP 9

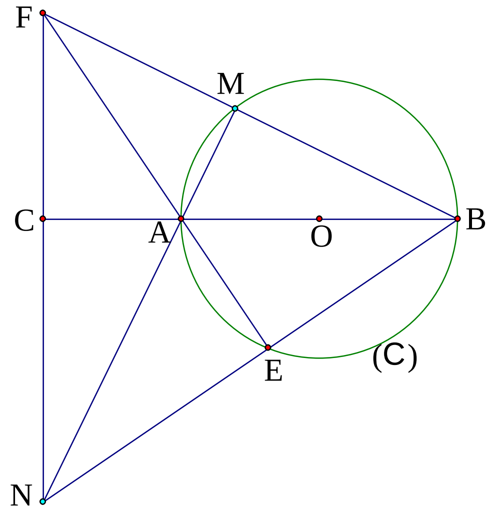
Dưới đây là sơ lược biểu điểm của đề thi Học sinh giỏi lớp 9. Các Giám khảo thảo luận thống nhất thêm chi tiết lời giải cũng như thang điểm của biểu điểm đã trình bày. Tổ chấm có thể phân chia nhỏ thang điểm đến 0,25 điểm cho từng ý của đề thi. Tuy nhiên, điểm từng bài, từng câu không được thay đổi. Nội dung thảo luận và đã thống nhất khi chấm được ghi vào biên bản cụ thể để việc chấm phúc khảo sau này được thống nhất và chính xác.

Học sinh có lời giải khác đúng, chính xác nhưng phải nằm trong chương trình được học thì bài làm đúng đến ý nào giám khảo cho điểm ý đó.

Việc làm tròn số điểm bài kiểm tra được thực hiện theo quy định của Bộ Giáo dục và Đào tạo tại Quyết định số 40/2006/BGD-ĐT.

<table>
<tr><th>BÀI-Ý</th><th>ĐỀ -ĐÁP ÁN</th><th>ĐIỂM</th></tr>
<tr><td>Bài 1</td><td>Cho biểu thức: $M=\frac{a+1}{\sqrt{a}}+\frac{a\sqrt{a}-1}{a-\sqrt{a}}+\frac{a^2-a\sqrt{a}+\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}-a\sqrt{a}}$ với $a>0$, $a\neq 1$.
a) Chứng minh rằng $M>4$.
b) Với những giá trị nào của a thì biểu thức $N=\frac{6}{M}$ nhận giá trị nguyên.</td><td>2,00</td></tr>
<tr><td rowspan="5">1.a
(1,25đ)</td><td>Do $a>0$, $a\neq 1$ nên: $\frac{a\sqrt{a}-1}{a-\sqrt{a}}=\frac{(\sqrt{a}-1)(a+\sqrt{a}+1)}{\sqrt{a}(\sqrt{a}-1)}=\frac{a+\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}}$ và</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>$\frac{a^2-a\sqrt{a}+\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}-a\sqrt{a}}=\frac{(a+1)(a-1)-\sqrt{a}(a-1)}{\sqrt{a}(1-a)}=\frac{(a-1)(a-\sqrt{a}+1)}{\sqrt{a}(1-a)}=\frac{-a+\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}}$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>$\Rightarrow\quad M=\frac{a+1}{\sqrt{a}}+2$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Do $a>0$; $a\neq 1$ nên: $(\sqrt{a}-1)^2>0 \;\Leftrightarrow\; a+1>2\sqrt{a}$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>$\Rightarrow\; M>\frac{2\sqrt{a}}{\sqrt{a}}+2=4$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td rowspan="3">1.b
(0,75đ)</td><td>Ta có $0<N=\frac{6}{M}<\frac{3}{2}$ do đó N chỉ có thể nhận được một giá trị nguyên là 1</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Mà $N=1 \;\Leftrightarrow\; \frac{6\sqrt{a}}{a+1+2\sqrt{a}}=1 \Leftrightarrow a-4\sqrt{a}+1=0 \Leftrightarrow (\sqrt{a}-2)^2=3$
$\Leftrightarrow\; \sqrt{a}=2+\sqrt{3}$ hay $\sqrt{a}=2-\sqrt{3}$ (phù hợp)</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Vậy, N nguyên $\;\Leftrightarrow\; a=(2\pm\sqrt{3})^2$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Bài 2</td><td>a) Cho các hàm số bậc nhất: $y=0,5x+3$, $y=6-x$ và $y=mx$ có đồ thị lần lượt là các đường thẳng (d_1), (d_2) và (Δ_m). Với những giá trị nào của tham số m thì đường thẳng (Δ_m) cắt hai đường thẳng (d_1) và (d_2) lần lượt tại hai điểm A và B sao cho điểm A có hoành độ âm còn điểm B có hoành độ dương?
b) Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, cho M và N là hai điểm phân biệt, di động lần lượt trên trục hoành và trên trục tung sao cho đường thẳng MN luôn đi qua điểm cố định $I(1\,;\,2)$. Tìm hệ thức liên hệ giữa hoành độ của M và tung độ của N; từ đó, suy ra giá</td><td>2,00</td></tr>
</table>

	trị nhỏ nhất của biểu thức $Q=\dfrac{1}{OM^2}+\dfrac{1}{ON^2}$.	
2.a (0,75đ)	Điều kiện để (Δ_m) là đồ thị hàm số bậc nhất là $m\neq 0$	0,25
	Phương trình hoành độ giao điểm của (d_1) và (Δ_m) là: $$0,5x+3=mx \Leftrightarrow (m-0,5)x=3$$ Điều kiên để phương trình này có nghiệm âm là $m-0,5<0$ hay $m<0,5$	0,25
	Phương trình hoành độ giao điểm của (d_2) và (Δ_m) là: $$6-x=mx \Leftrightarrow (m+1)x=6$$ Điều kiên để phương trình này có nghiệm dương là $m+1>0$ hay $m>-1$	
	Vậy điều kiện cần tìm là: $-1<m<0,5;\ m\neq 0$	0,25
2.b (1,25đ)	Đặt $m = x_M$ và $n = y_N \Rightarrow m\cdot n\neq 0$ và $m\neq 1$ (*) Nên đường thẳng qua ba điểm M, I, N có dạng: $y = ax+b$	0,25
	$\Rightarrow \begin{cases}0=am+b\\2=a+b\\n=b\end{cases} \Rightarrow$ hệ thức liên hệ giữa m và n là $2m+n=mn$	0,25
	Chia hai vế cho $m\cdot n\neq 0$ ta được: $\dfrac{1}{m}+\dfrac{2}{n}=1$ (**)	
	$\Rightarrow 1=\left(\dfrac{1}{m}+\dfrac{2}{n}\right)^2=\dfrac{1}{m^2}+\dfrac{4}{n^2}+\dfrac{4}{mn}=5\left(\dfrac{1}{m^2}+\dfrac{1}{n^2}\right)-\left(\dfrac{2}{m}-\dfrac{1}{n}\right)^2$	0,25
	$\Rightarrow Q=\dfrac{1}{m^2}+\dfrac{1}{n^2}\geq\dfrac{1}{5}$; dấu "=" xảy ra khi $\dfrac{2}{m}=\dfrac{1}{n}$; kết hợp (**): $m = 5,\ n = 2,5$ (thỏa (*))	0,25
	Vậy giá trị nhỏ nhất của Q là $\dfrac{1}{5}$	0,25
Bài 3	a) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}17x+2y=2011\lvert xy\rvert\\x-2y=3xy.\end{cases}$ (1) b) Tìm tất cả các giá trị của x, y, z sao cho: $\sqrt{x}+\sqrt{y-z}+\sqrt{z-x}=\dfrac{1}{2}(y+3)$ (2)	**2,0 đ**
3.a (1,25đ)	Nếu $xy>0$ thì $(1)\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{17}{y}+\dfrac{2}{x}=2011\\\dfrac{1}{y}-\dfrac{2}{x}=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{1}{y}=\dfrac{1007}{9}\\\dfrac{1}{x}=\dfrac{490}{9}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{9}{490}\\y=\dfrac{9}{1007}\end{cases}$ (phù hợp)	0,50
	Nếu $xy<0$ thì $(1)\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{17}{y}+\dfrac{2}{x}=-2011\\\dfrac{1}{y}-\dfrac{2}{x}=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{1}{y}=\dfrac{-1004}{9}\\\dfrac{1}{x}=-\dfrac{1031}{18}\end{cases}\Rightarrow xy>0$ (loại)	0,25
	Nếu $xy=0$ thì $(1)\Leftrightarrow x=y=0$ (nhận).	0,25
	KL: Hệ có đúng 2 nghiệm là $(0;0)$ và $\left(\dfrac{9}{490};\dfrac{9}{1007}\right)$	0,25
3.b (0,75đ)	Điều kiện $x\geq 0;\ y-z\geq 0;\ z-x\geq 0 \Leftrightarrow y\geq z\geq x\geq 0$	0,25
	$(2)\Leftrightarrow 2\sqrt{x}+2\sqrt{y-z}+2\sqrt{z-x}=x+y-z+z-x+3$ $\Leftrightarrow (\sqrt{x}-1)^2+(\sqrt{y-z}-1)^2+(\sqrt{z-x}-1)^2=0$	0,25

	$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x}=1 \\ \sqrt{y-z}=1 \\ \sqrt{z-x}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=3 \\ z=2 \end{cases}$ (thỏa điều kiện)	0,25
Bài 4	Cho đường tròn (C) với tâm O và đường kính AB cố định. Gọi M là điểm di động trên (C) sao cho M không trùng với các điểm A và B. Lấy C là điểm đối xứng của O qua A. Đường thẳng vuông góc với AB tại C cắt đường thẳng AM tại N. Đường thẳng BN cắt đường tròn (C) tại điểm thứ hai là E. Các đường thẳng BM và CN cắt nhau tại F. a) Chứng minh rằng các điểm A, E, F thẳng hàng. b) Chứng minh rằng tích $AM \cdot AN$ không đổi. c) Chứng minh rằng A là trọng tâm của tam giác BNF khi và chỉ khi NF ngắn nhất.  	**3,0 đ**
4.a (1,00đ)	$MN \perp BF$ và $BC \perp NF$	0,25
	$\Rightarrow$ A là trực tâm của tam giác BNF	0,25
	$\Rightarrow FA \perp NB$	
	Lại có $AE \perp NB$	0,25
	Nên A, E, F thẳng hàng	0,25
4.b (0,75đ)	$CAN = MAB$, nên hai tam giác ACN và AMB đồng dạng.	0,25
	Suy ra: $\dfrac{AN}{AB} = \dfrac{AC}{AM}$	0,25
	Hay $AM \cdot AN = AB \cdot AC = 2R^2$ không đổi (với R là bán kính đường tròn (C))	0,25
4.c (1,25đ)	Ta có $BA = \dfrac{2}{3}BC$ nên A là trong tâm tam giác BNF $\Leftrightarrow$ C là trung điểm NF (3)	0,25
	Mặt khác: $CAN = CFM$, nên hai tam giác CNA và CBF đồng dạng $\Rightarrow \dfrac{CN}{BC} = \dfrac{AC}{CF} \Rightarrow CN \cdot CF = BC \cdot AC = 3R^2$	0,25
	Áp dụng bất đẳng thức Cô-si, ta có: $NF = CN + CF \geq 2\sqrt{CN \cdot CF} = 2R\sqrt{3}$ không đổi	0,25
	Nên: NF ngắn nhất $\Leftrightarrow$ CN =CF $\Leftrightarrow$ C là trung điểm NF (4)	0,25
	(3) và (4) cho ta: A là trong tâm tam giác BNF $\Leftrightarrow$ NF ngắn nhất	0,25
Bài 5	Tìm ba chữ số tận cùng của tích của mười hai số nguyên dương đầu tiên.	**0,75**
(1,00đ)	Đặt: $S = 1 \cdot \mathbf{2} \cdot 3 \cdot 4 \cdot \mathbf{5} \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot \mathbf{10} \cdot 11 \cdot 12$ $\Rightarrow \dfrac{S}{100} = 3 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 12$ (1) là một số nguyên $\Rightarrow$ hai chữ số tận cùng của S là 00	0,50
	Mặt khác, trong suốt quá trình nhân liên tiếp các thừa số ở vế phải của (1), nếu chỉ để ý đến chữ số tận cùng, ta thấy $\dfrac{S}{100}$ có chữ số tận cùng là 6 (vì $3 \cdot 4=12$; $2 \cdot 6=12$; $2 \cdot 7=14$; $4 \cdot 8=32$; $2 \cdot 9=18$; $8 \cdot 11=88$; $8 \cdot 12=96$)	0,25
	Vậy ba chữ số tận cùng của S là 600	0,25

--- Hết ---

3.b (0,75đ)	Điều kiện $x \ge 0;\ y - z \ge 0;\ z - x \ge 0 \Rightarrow y \ge z \ge x \ge 0$	0,25
	Theo BĐT Cauchy: $\sqrt{x} \le \frac{x+1}{2};\ \sqrt{y-z} \le \frac{y-z+1}{2};\ \sqrt{z-x} \le \frac{z-x+1}{2}$ $\Rightarrow VP = \sqrt{x} + \sqrt{y-z} + \sqrt{z-x} \le \frac{1}{2}(y+3) = VT$	0,25
	Do đó $\begin{cases} \sqrt{x} = 1 \\ \sqrt{y-z} = 1 \\ \sqrt{z-x} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \\ z = 2 \end{cases}$ thỏa điều kiện	0,25

PHÒNG GD-ĐT CẨM THỦY

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TOÁN 9 (ĐỀ SỐ 3)
năm học : 2011 - 2012

***Môn*: TOÁN**

(Thời gian làm bài: *150 phút: Vòng 2)*

Bài 1 (3,0 điểm)

Cho các số dương: a; b và $x = \frac{2ab}{b^2+1}$. Xét biểu thức $P = \frac{\sqrt{a+x}+\sqrt{a-x}}{\sqrt{a+x}-\sqrt{a-x}} + \frac{1}{3b}$

1. Chứng minh P xác định. Rút gọn P.
2. Khi a và b thay đổi, hãy tìm giá trị nhỏ nhất của P.

Bài 2 (3,0 điểm)

Tìm x; y; z thoả mãn hệ sau:

$$\begin{cases} x^3 - 3x - 2 = 2 - y \\ y^3 - 3y - 2 = 4 - 2z \\ z^3 - 3z - 2 = 6 - 3x \end{cases}$$

Bài 3 (3,0 điểm)

Với mỗi số nguyên dương $n \le 2008$, đặt $S_n = a^n + b^n$, với $a = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$; $b = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$.

1. Chứng minh rằng với $n \ge 1$, ta có $S_{n+2} = (a+b)(a^{n+1} + b^{n+1}) - ab(a^n + b^n)$
2. Chứng minh rằng với mọi n thoả mãn điều kiện đề bài, S_n là số nguyên.
3. Chứng minh $S_n - 2 = \left[\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^n - \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^n\right]^2$. Tìm tất cả các số n để $S_n - 2$ là số chính phương.

Bài 4 (5,0 điểm)

Cho đoạn thẳng AB và điểm E nằm giữa điểm A và điểm B sao cho AE < BE. Vẽ đường tròn (O_1) đường kính AE và đường tròn (O_2) đường kính BE. Vẽ tiếp tuyến chung ngoài MN của hai đường tròn trên, với M là tiếp điểm thuộc (O_1) và N là tiếp điểm thuộc (O_2).

1. Gọi F là giao điểm của các đường thẳng AM và BN. Chứng minh rằng đường thẳng EF vuông góc với đường thẳng AB.

2. Với AB = 18 cm và AE = 6 cm, vẽ đường tròn (O) đường kính AB. Đường thẳng MN cắt đường tròn (O) ở C và D, sao cho điểm C thuộc cung nhỏ AD. Tính độ dài đoạn thẳng CD.

Bài 5: (4đ): Cho ΔABC đường thẳng d cắt AB và AC và trung tuyến AM theo thứ tự . Là E , F , N .

a) Chứng minh : $\frac{AB}{AE}+\frac{AC}{AF}=\frac{2AM}{AN}$

b) Giả sử đường thẳng d // BC. Trên tia đối của tia FB lấy điểm K, đường thẳng KN cắt AB tại P đường thẳng KM cắt AC tại Q.

Chứng minh PQ//BC.

Bài 6: (2 điểm)

Cho 0 < a, b,c <1 .Chứng minh rằng :

$$2a^3+2b^3+2c^3<3+a^2b+b^2c+c^2a$$

------------ HẾT------------

HƯỚNG DẪN CHẤM: ĐỀ SỐ 3

Câu 1. (3,0 điểm)

Tóm tắt lời giải	**Điểm**
1. **(2.0 điểm)**	0,25
Ta có: a; b; x > 0 $\Rightarrow$ a + x > 0 (1)	
Xét $a - x = \frac{a(b-1)^2}{b^2+1} \geq 0$ (2)	0,25
Ta có a + x > a – x ≥ 0 $\Rightarrow \sqrt{a+x}-\sqrt{a-x}\neq 0$ (3) Từ (1); (2); (3) $\Rightarrow$ P xác định Rút gọn:	0,25
Ta có: $a + x = a+\frac{2ab}{b^2+1}=\frac{a(b+1)^2}{b^2+1} \Rightarrow \sqrt{a+x}=(b+1)\sqrt{\frac{a}{b^2+1}}$	0,25
$a - x = a-\frac{2ab}{b^2+1}=\frac{a(b-1)^2}{b^2+1} \Rightarrow \sqrt{a-x}=\|b-1\|\sqrt{\frac{a}{b^2+1}}$	0,25
$\Rightarrow P = \frac{(b+1)\sqrt{\frac{a}{b^2+1}}+\|b-1\|\sqrt{\frac{a}{b^2+1}}}{(b+1)\sqrt{\frac{a}{b^2+1}}-\|b-1\|\sqrt{\frac{a}{b^2}+1}}+\frac{1}{3b}=\frac{b+1+\|b-1\|}{b+1-\|b-1\|}+\frac{1}{3b}$	0,25
Nếu 0 < b < 1 $\Rightarrow P=\frac{2}{2b}+\frac{1}{3b}=\frac{4}{3b}$ Nếu $b \geq 1$ $\Rightarrow P = b+\frac{1}{3b}=\frac{3b^2+1}{3b}$	0,25
2. **(1.0 điểm)** Xét 2 trường hợp: Nếu 0 < b < 1, a dương tuỳ ý thì $P=\frac{4}{3b} \Rightarrow P>\frac{4}{3}$ Nếu $b \geq 1$, a dương tuỳ ý thì $P = b+\frac{1}{3b}=\left(\frac{b}{3}+\frac{1}{3b}\right)+\frac{2b}{3}$	0,25

Ta có: $\frac{b}{3}+\frac{1}{3b}\ge\frac{2}{3}$, dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi b = 1 Mặt khác: $\frac{2b}{3}\ge\frac{2}{3}$, dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi b = 1 Vậy P $\ge\frac{2}{3}+\frac{2}{3}=\frac{4}{3}$, dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi b = 1 KL: Giá trị nhỏ nhất của P = $\frac{4}{3}$	0,25 0,25 0,25 0,25

Câu 2 (3,0 điểm)

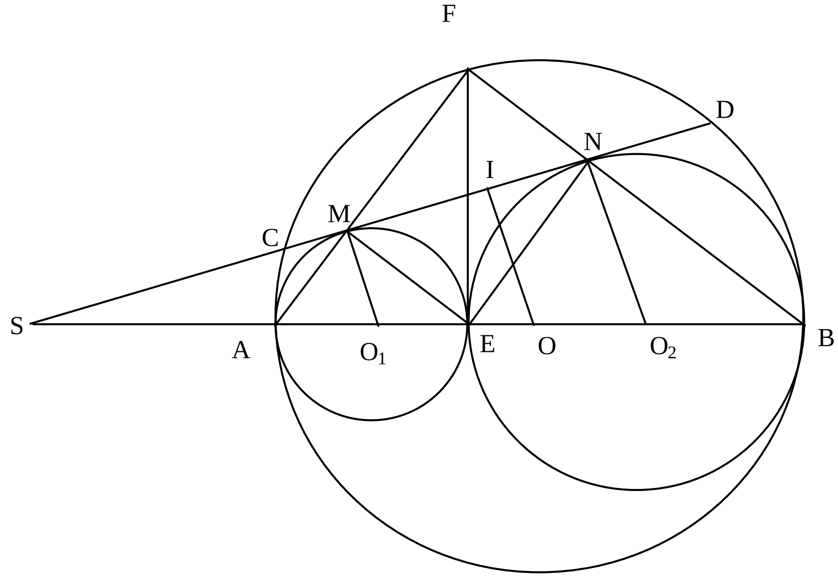
Tóm tắt lời giải	Điểm
Biến đổi tương đương hệ ta có $\begin{cases}(x-2)(x+1)^2=2-y\\(y-2)(y+1)^2=2(2-z)\\(z-2)(z+1)^2=3(2-x)\end{cases}$	1,00
Nhân các vế của 3 phương trình với nhau ta được: $(x-2)(y-2)(z-2)(x+1)^2(y+1)^2(z+1)^2=-6(x-2)(y-2)(z-2)$	0,50
$\Leftrightarrow (x-2)(y-2)(z-2)\left[(x+1)^2(y+1)^2(z+1)^2+6\right]=0$	0,25
$\Leftrightarrow (x-2)(y-2)(z-2)=0$	0,25
$\Leftrightarrow x=2$ hoặc $y=2$ hoặc $z=2$	0,25
Với $x=2$ hoặc $y=2$ hoặc $z=2$ thay vào hệ ta đều có $x=y=z=2$	0,50
Vậy với $x=y=z=2$ thoả mãn hệ đã cho	0,25

Câu 3 (3,0 điểm)

Tóm tắt lời giải	Điểm
1. (1,0 điểm)	
Với $n\ge 1$ thì $S_{n+2}=a^{n+2}+b^{n+2}$ (1)	0,25
Mặt khác: $(a+b)(a^{n+1}+b^{n+1})-ab(a^n+b^n)=a^{n+2}+b^{n+2}$ (2)	0,50
Từ (1); (2) ta có điều phải chứng minh	0,25
2. (1.0 điểm)	
Ta có: $S_1=3$; $S_2=7$	0,25
Do a + b =3; ab =1 nên theo 1 ta có: với $n\ge 1$ thì $S_{n+2}=3S_{n+1}-S_n$	0,25
Do $S_1, S_2\in\mathbf{Z}$ nên $S_3\in\mathbf{Z}$; do $S_2, S_3\in\mathbf{Z}$ nên $S_4\in\mathbf{Z}$	0,25
Tiếp tục quá trình trên ta được $S_5; S_6;...; S_{2008}\in\mathbf{Z}$	0,25
3. (1.0 điểm)	
Ta có $S_n-2=\left[\left(\frac{\sqrt{5}}{2}+\frac{1}{2}\right)^2\right]^n+\left[\left(\frac{\sqrt{5}}{2}-\frac{1}{2}\right)^2\right]^n-2$	0,25
$=\left[\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^n\right]^2+\left[\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^n\right]^2-2\left[\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)\right]^n$ $=\left[\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^n-\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^n\right]^2$ đpcm	0,25

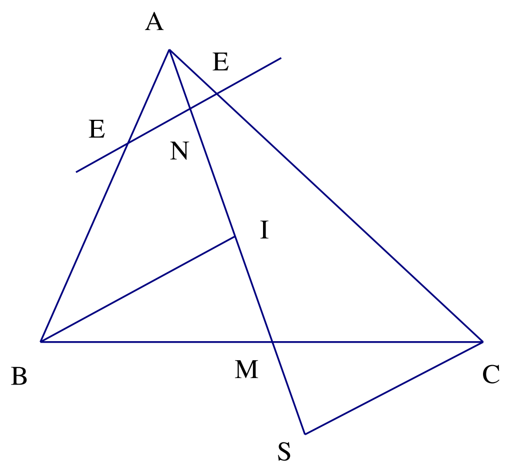
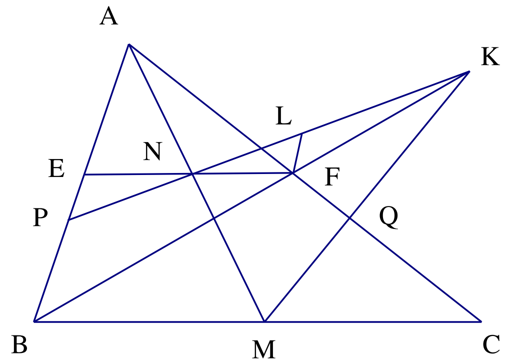
Đặt $a_1 = \dfrac{\sqrt{5}+1}{2}$; $b_1 = \dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$ $\Rightarrow a_1 + b_1 = \sqrt{5}$; $a_1b_1 = 1$	
Xét $U_n = a_1^n - b_1^n$	
Với $n \geq 1$ thì $U_{n+2} = (a_1 + b_1)(a_1^{n+1} - b_1^{n+1}) - a_1b_1(a_1^n - b_1^n)$ $\Rightarrow$ $U_{n+2} = \sqrt{5}\,U_{n+1} - U_n$	0,25
Ta có $U_1 = 1 \in \mathbf{Z}$; $U_2 = \sqrt{5} \notin \mathbf{Z}$; $U_3 = 4 \in \mathbf{Z}$; $U_4 = 3\sqrt{5} \notin \mathbf{Z}$;...	
Tiếp tục quá trình trên ta được U_n nguyên $\Leftrightarrow$ n lẻ	
Vậy $S_n - 2$ là số chính phương $\Leftrightarrow n = 2k+1$ với $k \in \mathbf{Z}$ và $0 \leq k \leq 1003$	0,25

Câu 4 (5,0 điểm)

Tóm tắt lời giải	Điểm
	0,25 0.25 0,25
1. (2,5 điểm) O_1M; $O_2N \perp MN$ $\Rightarrow O_1M // O_2N$	0,25
Do O_1; E; O_2 thẳng hàng nên $\angle MO_1E = \angle NO_2B$	0,50
Các tam giác O_1ME; O_2NB lần lượt cân tại O_1 và O_2 nên ta có: $\angle MEO_1 = \angle NBO_2$	
(1)	0,25
Mặt khác ta có: $\angle AME = 90^0 \Rightarrow \angle MAE + \angle MEO_1 = 90^0$	0,25
(2)	0,25
$\Rightarrow \angle MAE + \angle NBO_2 = 90^0 \Rightarrow \angle AFB = 90^0$	0,25
$\Rightarrow$ Tứ giác FMEN có 3 góc vuông $\Rightarrow$ Tứ giác FMEN là hình chữ nhật	
$\Rightarrow \angle NME = \angle FEM$	0,25
(3)	0,25
Do $MN \perp MO_1 \Rightarrow \angle MNE + \angle EMO_1 = 90^0$	
(4)	0,5
Do tam giác O_1ME cân tại $O_1 \Rightarrow \angle MEO_1 = \angle EMO_1$	
(5)	0,25
Từ (3); (4); (5) ta có: $\angle FEM + \angle MEO_1 = 90^0$ hay $\angle FEO_1 = 90^0$ (đpcm)	0,25
2. (2,5 điểm)	0,5
Ta có EB = 12 cm $\Rightarrow O_1M = 3$ cm $< O_2N = 6$ cm	
$\Rightarrow$ MN cắt AB tại S với A nằm giữa S và B.	
Gọi I là trung điểm CD $\Rightarrow CD \perp OI \Rightarrow OI // O_1M // O_2N \Rightarrow \dfrac{O_1M}{O_2N} = \dfrac{SO_1}{SO_2}$	0,25
$\Rightarrow SO_2 = 2SO_1 \Rightarrow SO_1 + O_1O_2 = 2SO_1 \Rightarrow SO_1 = O_1O_2$	0,25

Do $O_1O_2 = 3 + 6 = 9$ cm $\Rightarrow$ $SO_1 = O_1O_2 = 9$ cm $\Rightarrow SO = SO_1 + O_1O = 15$cm Mặt khác: $\frac{OI}{O_1M} = \frac{SO}{SO_1}$ $\Rightarrow OI = 5$ cm Xét tam giác COI vuông tại I ta có: $CI^2 + OI^2 = CO^2$ $\Rightarrow$ $CI^2 + 25 = CO^2$ Ta có: CO = 9 cm $\Rightarrow$ $CI^2 + 25 = 81$ $\Rightarrow$ CI = $\sqrt{56}$ $\Rightarrow$ CD = $4\sqrt{14}$ cm	

Câu 5 (2,0 điểm)

	Điểm
	
a) Kẻ $BI, CS // EF$ $\quad (I, S \in AM)$ Ta có: $\frac{AB}{AE} = \frac{AI}{AN}, \frac{AC}{AF} = \frac{AS}{AN}$ $\Rightarrow \frac{AB}{AE} + \frac{AC}{AF} = \frac{AI}{AN} + \frac{AS}{AN} (*)$ Ta có: $\Delta BIM = \Delta CSM$ (cgc) $\Rightarrow IM = MS$ Vậy: $AI + AS = AI + AI + IM + MS = 2AM$ Thay vào (*) ta được (đpcm)	1,0 0,5
Khi $d // BC \Rightarrow EF // BC \Rightarrow N$ là trung điểm của EF +Từ F kẻ đường thẳng song song với AB cắt KP tại L Ta có: $\Delta NFP = \Delta NFL(cgc) \Rightarrow EP = LF$ Do đó : $\frac{EP}{PB} = \frac{LF}{PB} = \frac{KF}{KB} (1)$  +Từ B kẻ đường thẳng song song với AC cắt KM tại H Ta có $\Delta BMH = \Delta CMQ(cgc)$ $\Rightarrow BH = QC$	0,5 0,5 0,5 0,5

Do đó: $\dfrac{FQ}{QC}=\dfrac{FQ}{BH}=\dfrac{KF}{KB}(2)$ Từ $(1)\ va\ (2)\Rightarrow \dfrac{FP}{PB}=\dfrac{FQ}{QC}\Rightarrow PQ // BC$ (đpcm)	0,5

Bài 6: 2 điểm)

Do a <1 $\Rightarrow$ $a^2<1$ và b <1 Nên $\left(1-a^2\right).(1-b)>0\Rightarrow 1+a^2b-a^2-b>0$ Hay $1+a^2b>a^2+b$ (1)	0,5
Mặt khác 0 <a,b <1 $\Rightarrow$ $a^2>a^3$; $b>b^3$ $\Rightarrow b+a^2>a^3+b^3$ Vậy $a^3+b^3<1+a^2b$	0,5
Tương tự ta có $b^3+c^3<1+b^2c$ $a^3+c^3<1+c^2a$	0,25 0,25
$\Rightarrow 2a^3+2b^3+2c^3<3+a^2b+b^2c+c^2a$	0,5

UBND HUYỆN
PHÒNG GIÁO DỤC - ĐÀO TẠO

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI HUYỆN
NĂM HỌC 2013-2014
MÔN: TOÁN LỚP 9
Thời gian làm bài 150 phút không kể thời gian giao đề

Bài 1: (4 điểm) Cho biểu thức: $P=\left(\dfrac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{1-\sqrt{xy}}+\dfrac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{1+\sqrt{xy}}\right):\left(1+\dfrac{x+y+2xy}{1-xy}\right)$.

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Tính giá trị của P với $x=\dfrac{2}{2+\sqrt{3}}$.

Bài 2: (4 điểm) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, gọi (D) và (L) lần lượt là đồ thị của hai hàm số: $y=-\dfrac{1}{2}x+\dfrac{3}{2}$ và $y=|x|$.

a) Vẽ đồ thị (D) và (L).

b) (D) và (L) cắt nhau tại M và N. Chứng minh OMN là tam giác vuông.

Bài 3: (4 điểm) Giải phương trình: $6x^4-5x^3-38x^2-5x+6=0$.

Bài 4: (2 điểm) Qua đỉnh A của hình vuông ABCD cạnh là a, vẽ một đường thẳng cắt cạnh BC ở M và cắt đường thẳng DC ở I.

Chứng minh rằng: $\dfrac{1}{AM^2}+\dfrac{1}{AI^2}=\dfrac{1}{a^2}$.

Bài 5: (6 điểm)

Cho hai đường tròn (O) và (O') ở ngoài nhau. Đường nối tâm OO' cắt đường tròn (O) và (O') tại các điểm A, B, C, D theo thứ tự trên đường thẳng. Kẻ tiếp tuyến chung ngoài EF, E $\in$ (

O) và F $\in$ ($O^{/}$). Gọi M là giao điểm của AE và DF; N là giao điểm của EB và FC. Chứng minh rằng:

a) Tứ giác MENF là hình chữ nhật.

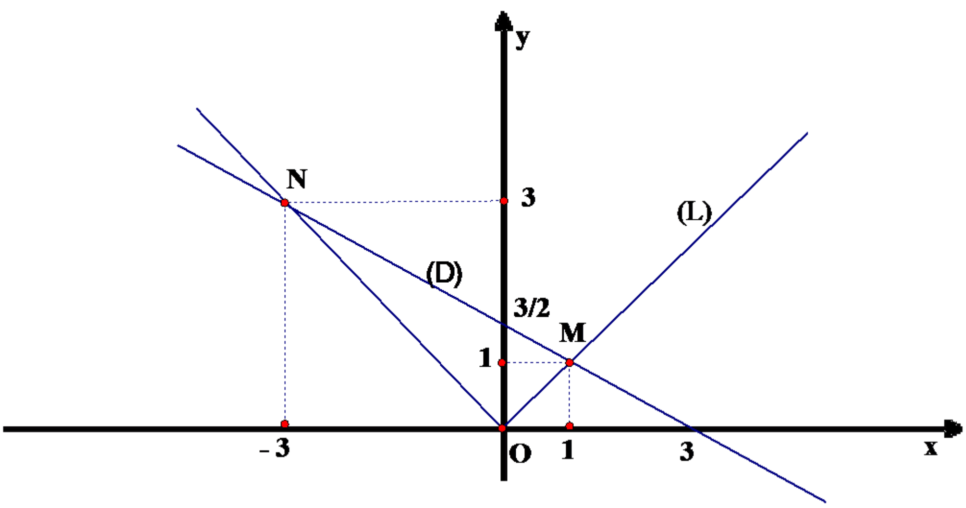
b) MN $\perp$ AD.

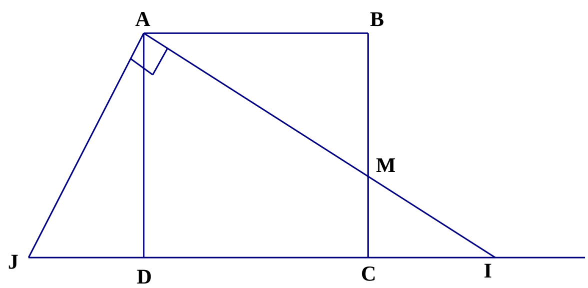
c) ME.MA = MF.MD.

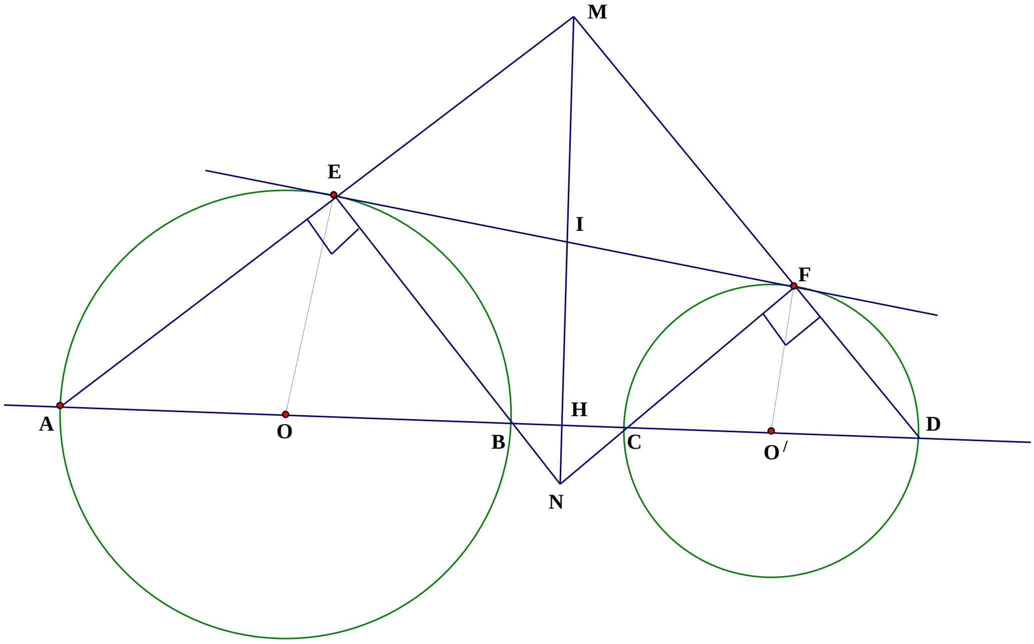
---------- Hết ----------

UBND HUYỆN
PHÒNG GIÁO DỤC - ĐÀO TẠO

ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN CHẤM THI
KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI HUYỆN
NĂM HỌC 2013-2014-MÔN: TOÁN LỚP 9

Bài	Đáp án	Điểm
1	ĐKXĐ: $x \geq 0; y \geq 0; xy \neq 1$.	0,5 đ
a)	Mẫu thức chung là 1 – xy $P = \dfrac{(\sqrt{x}+\sqrt{y})(1+\sqrt{xy})+(\sqrt{x}-\sqrt{y})(1-\sqrt{xy})}{1-xy} : \dfrac{1-xy+x+y+2xy}{1-xy}$ $= \dfrac{\sqrt{x}+x\sqrt{y}+\sqrt{y}+y\sqrt{x}+\sqrt{x}-x\sqrt{y}-\sqrt{y}+y\sqrt{x}}{1-xy} . \dfrac{1-xy}{1+x+y+xy}$ $= \dfrac{2(\sqrt{x}+y\sqrt{x})}{(1+x)(1+y)} = \dfrac{2\sqrt{x}(1+y)}{(1+x)(1+y)} = \dfrac{2\sqrt{x}}{1+x}$	0,5 đ 0,5 đ 0,5 đ
b)	$x = \dfrac{2}{2+\sqrt{3}} = \dfrac{2(2-\sqrt{3})}{4-3} = 3-2\sqrt{3}+1 = (\sqrt{3}-1)^2$ $\sqrt{x} = \sqrt{(\sqrt{3}-1)^2} = \left\|\sqrt{3}-1\right\| = \sqrt{3}-1$ $P = \dfrac{2(\sqrt{3}-1)}{1+(\sqrt{3}-1)^2} = \dfrac{2\sqrt{3}-2}{1+3-2\sqrt{3}+1} =$ $P = \dfrac{2(\sqrt{3}-1)}{5-2\sqrt{3}} = \dfrac{6\sqrt{3}+2}{13}$	0,5 đ 0,5 đ 0,5 đ 0,5 đ
2 a)	Đồ thị $y = -\dfrac{1}{2}x + \dfrac{3}{2}$ có : $\begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = \dfrac{3}{2} \\ y = 0 \Rightarrow x = 3 \end{cases}$ Đồ thị $y = \|x\| = \begin{cases} x \text{ khi } x \geq 0 \\ -x \text{ khi } x \leq 0 \end{cases}$ Đồ thị như hình vẽ:  	0,5 đ 0,5 đ 1 đ
b)	Đồ thị (D) và (L) cắt nhau tại hai điểm có tọa độ M(1; 1) và N(- 3; 3) Ta có: $OM = \sqrt{1^2+1^2} = \sqrt{2} \Rightarrow OM^2 = 2$ $ON = \sqrt{3^2+(-3)^2} = 3\sqrt{2} \Rightarrow ON^2 = 18$	0,5 đ 0,5 đ

	$MN = \sqrt{(1-3)^2+(1+3)^2} = \sqrt{20} \Rightarrow MN^2 = 20$ Vì: $OM^2 + ON^2 = MN^2$ Vậy: tam giác OMN vuông tại O	0,5 đ 0,5 đ
3	Ta thấy $x = 0$ không phải là nghiệm của phương trình Chia cả 2 vế của phương trình cho x^2 ta được: $6x^2 - 5x - 38 - \frac{5}{x} + \frac{6}{x^2} = 0$ $\Leftrightarrow 6(x^2 + \frac{1}{x^2}) - 5(x + \frac{1}{x}) - 38 = 0$ Đặt $y = x + \frac{1}{x}$ thì: $x^2 + \frac{1}{x^2} = y^2 - 2$ Ta được pt: $6y^2 - 5y - 50 = 0 \iff (3y-10)(2y+5) = 0$ Do đó: $y = \frac{10}{3}$ và $y = -\frac{5}{2}$ * Với $y = \frac{10}{3}$ thì: $x + \frac{1}{x} = \frac{10}{3} \Leftrightarrow 3x^2 - 10x + 3 = 0$ $\iff (3x-1)(x-3) = 0 \iff \left[\begin{array}{l} x_1 = \frac{1}{3} \\ x_2 = 3 \end{array}\right.$ * Với $y = -\frac{5}{2}$ thì: $x + \frac{1}{x} = -\frac{5}{2} \Leftrightarrow 2x^2 + 5x + 2 = 0$ $\iff (2x+1)(x+3) = 0 \iff \left[\begin{array}{l} x_3 = -\frac{1}{2} \\ x_4 = -2 \end{array}\right.$	1 đ 1 đ 1 đ 1 đ
4	 	
	Vẽ $Ax \perp AI$ cắt đường thẳng CD tại J. Ta có ΔAIJ vuông tại A, có AD là đường cao thuộc cạnh huyền IJ, nên: $\frac{1}{AD^2} = \frac{1}{AJ^2} + \frac{1}{AI^2}$ (1) Xét hai tam giác vuông ADJ và ABM, ta có: $AB = AD = a$; $DAJ = BAM$ (góc có cạnh tương ứng vuông góc) $\Rightarrow \Delta ADJ = \Delta ABM$. Suy ra: $AJ = AM$ Thay vào (1) ta được: $\frac{1}{AD^2} = \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AI^2} = \frac{1}{a^2}$ (đpcm)	0,5 đ 0,5 đ 0,5 đ 0,5 đ

5		
a)	Ta có $AEB = CFD = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) Vì EF là tiếp tuyến chung của hai đường tròn (O) và (O/), nên: OE $\perp$ EF và OF $\perp$ EF => OE // O/F => $EOB = FO^{/}D$ (góc đồng vị) => $EAO = FCO^{/}$ Do đó MA // FN, mà EB $\perp$ MA => EB $\perp$ FN Hay $ENF = 90^0$. Tứ giác MENF có $E = N = F = 90^O$, nên MENF là hình chữ nhật	0,5 đ 0,5 đ 0,5 đ 0,5 đ
b)	Gọi I là giao điểm của MN và EF; H là giao điểm của MN và AD Vì MENF là hình chữ nhật, nên $IFN = INF$ Mặt khác, trong đường tròn (O/): $IFN = FDC = \frac{1}{2}$ sđ FC => $FDC = HNC$ Suy ra ΔFDC đồng dạng ΔHNC (g – g) => $NHC = DFC = 90^O$ hay MN $\perp$ AD	0,5 đ 0,5 đ 0,5 đ 0,5 đ
c)	Do MENF là hình chữ nhật, nên $MFE = FEN$ Trong đường tròn (O) có: $FEN = EAB = \frac{1}{2}$ sđ EB => $MFE = EAB$ Suy ra ΔMEF đồng dạng ΔMDA (g – g) => $\frac{ME}{MD} = \frac{MF}{MA}$, hay ME.MA = MF.MD	0,5 đ 0,5 đ 0,5 đ 0,5 đ

Lưu ý: *Nếu học sinh giải theo cách khác, nếu đúng và phù hợp với kiến thức trong chương trình đã học thì hai Giám khảo chấm thi thống nhất việc phân bố điểm của cách giải đó, sao cho không làm thay đổi tổng điểm của bài (hoặc ý) đã nêu trong hướng dẫn này./.*

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9

Thời gian: 150 phút(không kể thời gian giao đề)

Câu1: (5đ)

Cho biÓu thøc M = $\dfrac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6}+\dfrac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}+\dfrac{\sqrt{x+3}}{2-\sqrt{x}}$

a. T×m ®iÒu kiÖn cña x ®Ó M cã nghÜa vµ rót gän M

b. T×m x ®Ó M = 5

c. T×m x $\in$ Z ®Ó M $\in$ Z.

Câu: 2(2đ). Cho $4a^2+b^2=5ab$ với 2a>b>0.

Tính giá trị của biểu thức: $P=\dfrac{ab}{4a^2-b^2}$

Câu 3(4đ)

a. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A=\dfrac{3x^2-8x+6}{x^2-2x+1}$

b. Chứng minh rằng với mọi số thực a,b,c ta có $a^2+b^2+c^2\ge ab+bc+ca$

Câu: 4 (4đ)

a. Phân tích đa thức sau thành nhân tử: $x^3+y^3+z^3-3xyz$

b. Giải phương trình : $x^4+2x^3-4x^2-5x-6=0$

Câu: 5 (5đ) Cho hình bình hành ABCD có đường chéo AC lớn hơn đường chéo BD. Gọi E, F lần lượt là hình chiếu của B và D xuống đường thẳng AC.

1) Tứ giác BEDF là hình gì vì sao?

2) Gọi CH và CK lần lượt là đường cao của tam giác ACB và tam giác ACD.Chứng minh rằng.

a. Tam giác CHK và tam giác ABC đồng dạng .

b. $AB.AH+AD.AK=AC^2$

ĐÁP ÁN

Câu: 1(5đ)

a) ĐK $x\ge 0; x\ne 4; x\ne 9$ 0,5đ

Rút gọn M = $\dfrac{2\sqrt{x}-9-(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)+(2\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)}$ 0,5đ

Biến đổi ta có kết quả: $=\dfrac{x-\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)}$ 0,5đ

$=\dfrac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}-2)}=\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$ 1đ

b) $M=5\Leftrightarrow\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3}=5$ 1đ

$\Rightarrow\sqrt{x}=4\Rightarrow x=16(TM)$

c) M = $\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}=\dfrac{\sqrt{x}-3+4}{\sqrt{x}-3}=1+\dfrac{4}{\sqrt{x}-3}$ 0,5đ

Do M $\in z$ nên $\sqrt{x}-3$ là ước của 4 $\Rightarrow\sqrt{x}-3$ nhận các giá trị: -4;-2;-1;1;2;4 0,5đ

$\Rightarrow x\in\{1;4;16;25;49\}$ do $x\ne 4\Rightarrow x\in\{1;16;25;49\}$ 0,5đ

Câu: 2 (2đ)

Phân tích được $4a^2+b^2=5ab$ thành (a-b)(4a-b)=0 0,5đ

<=> a=b hoặc 4a=b 0,5đ

Lập luận chỉ ra a=b (nhận) 4a=b (loại) 0,5đ

Tính được $P = \dfrac{ab}{4a^2 - b^2} = \dfrac{a^2}{3a^2} = \dfrac{1}{3}$ 0,5đ

Câu: 3 (4đ)

a. Viết được $A = \dfrac{2x^2 - 4x + 2 + x^2 - 4x + 4}{x^2 - 2x + 1} = 2 + \dfrac{(x-2)^2}{(x-1)^2} \geq 2$ 1,5đ

Lập luận min A = 2 khi x-2= 0 => x= 2 0,5đ

b. biến đổi $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$

<=> $2a^2+2b^2+2c^2 \geq 2ab+2bc+2ca$ 0,5đ

<=> $a^2-2ab+b^2+b^2-2bc+c^2+c^2-2ca+a^2 \geq 0$ 0,5đ

<=> $(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2 \geq 0$ 0,5đ

Lập luận => khẳng định 0,5đ

Câu: 4 (4đ)

a. $x^3+y^3+z^3-3xyz$

$= x^3+3x^2y+3xy^2+y^3+z^3-3x^2y-3xy^2-3xyz$ 0,5đ

$= (x+y)^3+z^3 - 3xyz(x+y+z)$ 0,5đ

$= (x+y+z)(x^2+2xy+y^2+z^2-xz-yz)-3xy(x+y+z)$ 0,5đ

$=(x+y+z)(x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx)$ 0,5đ

b. Giải phương trình : $x^4+2x^3-4x^2-5x-6=0$

<=> $x^4-2x^3+4x^3-8x^2+4x^2-8x+3x-6=0$ 0,5đ

<=> $x^3(x-2)+4x^2(x-2)+4x(x-2)+3(x-2)=0$ 0,5đ

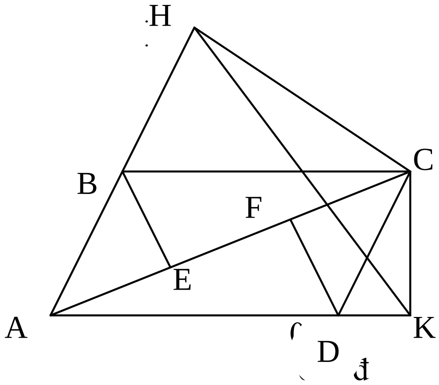
<=> $(x-2)(x^3+4x^2+4x+3)=0$ 0,25đ

<=> $(x-2)(x^3+3x^2+x^2+3x+x+3)=0$ 0,25đ

<=> $(x-2)[x^2(x+3)+x(x+3)+(x+3)]=0$ 0,25đ

<=> $(x-2)(x+3)(x^2+x+1)=0$ 0,25đ

Câu: 5 (5đ)



1. Chỉ ra Tam giác ABE = Tam giác CDF

=>BE=DF . BE//DF cùng vuông góc với AC đ

=> BEDF là hình bình hành 0,25đ

2.a. Chỉ ra góc CBH = góc CDK 0,5đ

=> tam giác CHB đồng dạng với Tam giác CDK (g,g) 0,25đ

$\Rightarrow \dfrac{CH}{CB} = \dfrac{CK}{CD}$ 0,25đ

Chỉ ra CB//AD,CK vuông góc CB=> CK vuông góc CB 0,25đ

Chỉ ra góc ABC = góc HCK (cùng bù với BAD) 0,25đ

Chỉ ra $\Rightarrow \dfrac{CH}{CB} = \dfrac{CK}{CD}$ hay $\Rightarrow \dfrac{CH}{CB} = \dfrac{CK}{AB}$ vì AB=CD 0,25đ

Chỉ ra tam giác CHK đồng dạng tam giác BCA (c-g-c) 0,25đ

b. chỉ ra tam giác AFD = tam giác CEB => AF=CE 0,5đ

chỉ ra tam giác AFD đồng dạng với tam giác AKC 0,25đ

=> AD.AK=AF.AC => AD.AK=CE.AC (1) 0,5đ

Chỉ ra tam giác ABE đồng dạng với tam giác ACH 0,25đ

=> AB.AH=AE.AC (2) 0,25đ

Cộng theo vế (1) và (2) ta được

AD.AK+ AB.AH =CE.AC+ AE.AC =(CE+AE)AC=AC^2 0,25đ

Lưu ý: Học sinh làm cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HUYỆN KIM THÀNH

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI HUYỆN
NĂM HỌC 2012 – 2013
Môn: Toán 9
Thời gian làm bài: 120 phút
Đề gồm 01 trang

Bài 1: (4,0 điểm)

a) Rút gọn biểu thức A = $\frac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6}-\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2}-\frac{2\sqrt{x}+1}{3-\sqrt{x}}$

b) Cho x, y, z thoả mãn: xy + yz + xz = 1.

Hãy tính giá trị biểu thức: A = $x\sqrt{\frac{(1+y^2)(1+z^2)}{(1+x^2)}}+y\sqrt{\frac{(1+z^2)(1+x^2)}{(1+y^2)}}+z\sqrt{\frac{(1+x^2)(1+y^2)}{(1+z^2)}}$

Bài 2: (3,0 điểm)

a) Cho hàm số : f(x) = $(x^3 + 12x – 31)^{2012}$

Tính f(a) tại a = $\sqrt[3]{16-8\sqrt{5}}+\sqrt[3]{16+8\sqrt{5}}$

b) Tìm số tự nhiên n sao cho $n^2 + 17$ là số chính phương?

Bài 3: (4,0 điểm)

Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{1-x}+\sqrt{4+x}=3$

b) $x^2+4x+5=2\sqrt{2x+3}$

Bài 4: (3,0 điểm)

a) Tìm x; y thỏa mãn: $2\left(x\sqrt{y-4}+y\sqrt{x-4}\right)=xy$

b) Cho a; b; c là các số thuộc đoạn $[-1;2]$ thỏa mãn: $a^2 + b^2 + c^2 = 6$ hãy chứng minh rằng:

a + b + c ≥ 0

Bài 5: (6,0 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn; các đường cao AK; BD; CE cắt nhau tại H.

a) Chứng minh: $\frac{KC}{KB}=\frac{AC^2+CB^2-BA^2}{CB^2+BA^2-AC^2}$

b) Giả sử: HK = $\frac{1}{3}$AK. Chứng minh rằng: tanB.tanC = 3

c) Giả sử S_{ABC} = 120 cm^2 và $\widehat{BAC}$ = 60^0. Hãy tính diện tích tam giác ADE?

TRƯỜNG THCS THƯỢNG VŨ
Tổ KHTN

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ THI HSG HUYỆN KIM THÀNH
NĂM HỌC 2012 – 2013
Môn: Toán 9
Thời gian: 120’

Câu 1: *(4 điểm)*

a/ Rút gọn biểu thức A = $\dfrac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6}-\dfrac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2}-\dfrac{2\sqrt{x}+1}{3-\sqrt{x}}$

ĐKXĐ: x $\neq$ 4; x $\neq$ 9

A = $\dfrac{2\sqrt{x}-9}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}-\dfrac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2}+\dfrac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}=\dfrac{2\sqrt{x}-9-x+9+2x-3\sqrt{x}-2}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}=\dfrac{x-\sqrt{x}-2}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}$

= $\dfrac{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}=\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$

b/ Cho x, y, z thoả mãn: xy + yz + xz = 1.

Hãy tính: A = $x\sqrt{\dfrac{(1+y^2)(1+z^2)}{(1+x^2)}}+y\sqrt{\dfrac{(1+z^2)(1+x^2)}{(1+y^2)}}+z\sqrt{\dfrac{(1+x^2)(1+y^2)}{(1+z^2)}}$

Gợi ý: xy + yz + xz = 1 $\Leftrightarrow$ 1 + x^2 = xy + yz + xz + x^2 = y(x + z) + x(x + z) = (x + z)(x + y)

Tương tự: 1 + y^2 = …; 1 + z^2 = ….

Câu 2: *(3 điểm)*

a/ Cho hàm số : f(x) = $(x^3 + 12x – 31)^{2012}$

Tính f(a) tại a = $\sqrt[3]{16-8\sqrt{5}}+\sqrt[3]{16+8\sqrt{5}}$

b/ Tìm số tự nhiên n sao cho n^2 + 17 là số chính phương?

Giải

a/Từ a=$\sqrt[3]{16-8\sqrt{5}}+\sqrt[3]{16+8\sqrt{5}}$

$\Rightarrow a^3=32+3\sqrt[3]{\left(16-8\sqrt{5}\right)\left(16+8\sqrt{5}\right)}\left[\sqrt[3]{16+8\sqrt{5}}+\sqrt[3]{16-8\sqrt{5}}\right]=32-12a$ nên a^3 + 12a = 32

Vậy f(a) = 1

b/ Giả sử: n^2 + 17 = k^2 ($k \in$ ℕ) và k > n$\Rightarrow$ (k – n)(k + n) = 17 $\Leftrightarrow \begin{cases} k-n=1 \\ k+n=17 \end{cases} \Rightarrow n=8$

Vậy với n = 8 thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 3: *(4 điểm)*

Giải các phương trình sau:

a/ $\sqrt{1-x}+\sqrt{4+x}=3$

b/ $x^2+4x+5=2\sqrt{2x+3}$

Giải

a/ ĐK: $-4 \le x \le 1$

Bình phương 2 vế: $1-x+4+x+2\sqrt{(1-x)(4+x)}=9 \Leftrightarrow \sqrt{(1-x)(4+x)}=2$

$\Leftrightarrow 4-3x-x^2=4 \Leftrightarrow x(x+3)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-3 \end{array}\right.$(thỏa mãn)

Vậy phương trình có 2 nghiệm: x = 0; x = -3

b/ $x^2+4x+5=2\sqrt{2x+3}$ ĐKXĐ: x $\ge \frac{-3}{2}$

$\Leftrightarrow \left(x^2+2x+1\right)+\left(2x+3-2\sqrt{2x+3}+1\right)=0$

$\Leftrightarrow (x+1)^2+\left(\sqrt{2x+3}-1\right)^2=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+1=0 \\ \sqrt{2x+3}=1 \end{cases} \Rightarrow x=-1$ vậy phương trình có nghiệm duy nhất x = -1

Câu 4: *(3 điểm)*

a/ Tìm x; y thỏa mãn: $2\left(x\sqrt{y-4}+y\sqrt{x-4}\right)=xy$

b/ Cho a; b; c là các số thuộc đoạn $[-1;2]$ thỏa mãn: $a^2 + b^2 + c^2 = 6$ hãy chứng minh rằng: $a + b + c \ge 0$

Giải

a/ $2\left(x\sqrt{y-4}+y\sqrt{x-4}\right)=xy \Leftrightarrow x.2.\sqrt{y-4}+y.2.\sqrt{x-4}=xy$

Xét VP = $x.2.\sqrt{y-4}+y.2.\sqrt{x-4}$ theo BĐT cosi:

$2\sqrt{y-4} \le \frac{4+y-4}{2}=\frac{y}{2}; 2\sqrt{x-4} \le \frac{4+x-4}{2}=\frac{x}{2}$ vậy VP $\le$ xy = VT

Dấu = xảy ra khi: $\begin{cases} \sqrt{x-4}=2 \\ \sqrt{y-4}=2 \end{cases} \Rightarrow x=y=8$

b/ Do a; b; c thuộc đoạn $[-1;2]$ nên $a + 1 \ge 0$; $a – 2 \le 0$ nên $(a + 1)(a – 2) \le 0$

Hay: $a^2 – a – 2 \le 0 \Rightarrow a^2 \le a + 2$

Tương tự: $b^2 \le b + 2$; $c^2 \le c + 2$

Ta có: $a^2 + b^2 + c^2 \le a + b + c + 6$ theo đầu bài: $a^2 + b^2 + c^2 = 6$ nên: $a + b + c \ge 0$

Câu 5: *(6 điểm)*

Cho tam giác ABC nhọn; các đường cao AK; BD; CE cắt nhau tại H.

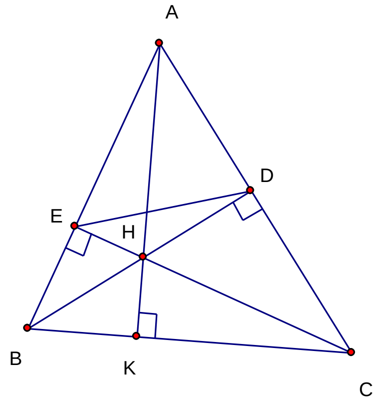
a/ Chứng minh: $\frac{KC}{KB}=\frac{AC^2+CB^2-BA^2}{CB^2+BA^2-AC^2}$

b/ Giả sử: HK = $\frac{1}{3}$AK. Chứng minh rằng: tanB.tanC = 3

c/ Giả sử $S_{ABC} = 120\ cm^2$ và $\widehat{BAC} = 60^0$. Hãy tính diện tích tam giác ADE?

Giải

a/ Sử dụng định lý pytago:



$$\frac{AC^2+CB^2-BA^2}{CB^2+BA^2-AC^2}=\frac{AK^2+KC^2+(BK+CK)^2-AB^2}{(BK+CK)^2+BA^2-(AK+KC)^2}$$

$$=\frac{2CK^2+2BK.CK}{2BK^2+2BK.CK}=\frac{2CK(CK+BK)}{2BK(BK+CK)}=\frac{CK}{BK}$$

b/ Ta có: tanB = $\frac{AK}{BK}$; tanC = $\frac{AK}{CK}$

Nên: tanBtanC = $\frac{AK^2}{BK.CK}$ (1)

Mặt khác ta có: $B = HKC$ mà: tanHKC = $\frac{KC}{KH}$

Nên tanB = $\frac{KC}{KH}$ tương tự tanC = $\frac{KB}{KH} \Rightarrow \tan B.\tan C = \frac{KB.KC}{KH^2}$ (2)

Từ (1)(2) $\Rightarrow (\tan B.\tan C)^2 = \left(\frac{AK}{KH}\right)^2$

Theo gt: HK = $\frac{1}{3}$AK $\Rightarrow \tan B \tan C = 3$

c/ Ta chứng minh được: ΔABC và ΔADE đồng dạng vậy: $\frac{S_{ABC}}{S_{ADE}} = \left(\frac{AB}{AD}\right)^2$ (3)

Mà BÂC = 60^0 nên $ABD = 30^0 \Rightarrow$ AB = 2AD(4)

Từ (3)(4) ta có: $\frac{S_{ABC}}{S_{ADE}} = 4 \Rightarrow S_{ADE} = 30(cm^2)$

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THANH HÓA

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH
NĂM HỌC 2011 - 2012

□□ CH□NH TH□C

MÔN: TOÁN
Lớp 9 thcs
Thời gian làm bài 150 phút không kể thời gian phát đề
<u>Ngày thi: 23 tháng 3 năm 2012</u>

<u>Câu I</u> (4đ)

Cho biểu thức P = $\left(\frac{\sqrt{x-1}}{3+\sqrt{x-1}}+\frac{x+8}{10-x}\right)\left(\frac{3\sqrt{x-1}+1}{x-3\sqrt{x-1}-1}-\frac{1}{\sqrt{x-1}}\right)$

1) ***Rút gọn P***
2) ***Tính giá trị của P khi x =*** $\sqrt[4]{\frac{3+2\sqrt{2}}{3-2\sqrt{2}}}-\sqrt[4]{\frac{3-2\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}}}$

<u>Câu II</u> (4đ)

Trong cùng một hệ toạ độ, cho đường thẳng d: y = x – 2 và parabol (P): y = - x^2. Gọi A và B là giao điểm của d và (P).

1) ***Tính độ dài AB.***
2) ***Tìm m để đường thẳng d': y =- x = m cắt (P) tại hai điểm C và D sao cho CD = AB.***

<u>Câu III</u> (4đ)

1) ***Giải hệ phương trình*** $\begin{cases} \dfrac{x^2}{y} + x = 2 \\ \dfrac{y^2}{x} + y = \dfrac{1}{2}. \end{cases}$

2) ***Tìm nghiệm nguyên của phương trình*** $2x^6 + y^2 - 2x^3y = 320$

<u>Câu IV</u> (6đ)

Cho tam giác nhọn ABC có AB > AC. Gọi M là trung điểm của BC; H là trực tâm; AD, BE, CF là các đường cao của tam giác ABC. Kí hiệu (C_1) ***và*** (C_2) ***lần lượt là đường tròn ngoại tiếp tam giác AEF và DKE, với K là giao điểm của EF và BC. Chứng minh rằng:***

1) ***ME là tiếp tuyến chung của*** (C_1) ***và*** (C_2).

2) $KH \perp AM$.

<u>Câu V</u> (2đ)

Với $0 \le x; y; z \le 1$. ***Tìm tất cả các nghiệm của phương trình:***

$$\frac{x}{1+y+zx} + \frac{y}{1+z+xy} + \frac{z}{1+x+yz} = \frac{3}{x+y+z}$$

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
<u>THANH HÓA</u>

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH LỚP 9
NĂM HỌC 2011-2012
Môn : TOÁN
Ngày thi :18/02/2012

Câu 1:ĐK $1 < x \neq 10$

1)

$$P = \frac{3\sqrt{x-1}+9}{10-x} : \left[\frac{1}{\sqrt{x-1}} . \frac{2\sqrt{x-1}+4}{\sqrt{x-1}-3}\right]$$

$$P = \frac{3(\sqrt{x-1}+3)}{10-x} . \frac{\sqrt{x-1}.\left(\sqrt{x-1}-3\right)}{2\sqrt{x-1}+4}$$

$$P = \frac{3\sqrt{x-1}(x-10)(\sqrt{x-1}-2)}{2(10-x)(x-1-4)} = -\frac{3(x-2)}{2(x-5)}$$

b) $x = \sqrt[4]{\frac{3+2\sqrt{2}}{3-2\sqrt{2}}} - \sqrt[4]{\frac{3-2\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}}} = \sqrt[4]{(3+2\sqrt{2})^2} - \sqrt[4]{(3-2\sqrt{2})^2} = \sqrt{3+2\sqrt{2}} - \sqrt{3-2\sqrt{2}}$

=> x= $1+\sqrt{2}-(\sqrt{2}-1) = 2$ ***vì x>1***

Vậy P=0

<u>Câu II:</u>

1) Hoành độ giao điểm là nghiệm phương trình

$x^2+x-2=0$

=> x=1 hoặc x=2

Vậy A(1,-1) và B(-2;-4) hoặc A(-2;-4) vàB(1;-1)

2)Để (d') cắt (P) tại 2 điểm phân biệt thì phương trình $x^2-x+m=0$ (1)

có hai nghiệm phân biệt <=> $\Delta > 0$ <=> $m < \frac{1}{4}$

Ta có khoảng cách $AB^2 = 18$

để CD = AB <=> $(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2=18$

<=>$(x_1-x_2)^2=9$

<=>$(x_1+x_2)^2-4x_1x_2=9$

<=>1-4m-9=0=> m=-2(TM)

Vậy C(-1,-3) và D(2;0) hoặc D(-1;-3) hoặc C(2;0

<u>Câu III</u>

1,ĐK $x \neq 0, y \neq 0$

Đặt x=ky ($k \neq 0$)

$$\begin{cases} \frac{x^2}{y}+x=2 \\ \frac{y^2}{x}+y=\frac{1}{2}. \end{cases} <=> \begin{cases} (k^2+k)y=2 \\ (\frac{1}{k}+1)y=\frac{1}{2} \end{cases} \quad (1)$$

Nếu k=-1 thì hệ phương trình (1) vô nghiệm nên hệ phương trình đã cho vô nghiệm

Nếu $k \neq -1$

từ (1) => $\frac{(k^2+k)k}{k+1} = 4$

=> k=2 hoặc k = -2

Nếu k=2 => $(x,y) = (\frac{2}{3};\frac{1}{3})$

Nếu k = -2 => (x;y)=(-2;1)

2, Từ $2x^6 + y^2 – x^3y = 320$ <=>$(x^3-y)^2 +(x^3)^2=320$

=> $(x^3)^2 \le 320$

mà x nguyên nên $|x| \le 2$

Nếu x=1 hoặc x=-1 thì y không nguyên (loại)

Nếu x=2=> y=-2 hoặc y=6

Nếu x=-2 => y=-6 hoặc y=2

Vậy phương trình đã cho có 4 cặp nghiệm (x;y) là(2;-2);(2;6);(-2;-6);(-2;2)

<u>Câu IV</u>: 1) Ta có $\hat{E} = \hat{F} = 90^0$ ***nên tứ giác AEHF nội tiếp một đường tròn tâm chính là (C_1) là trung điểm AH***

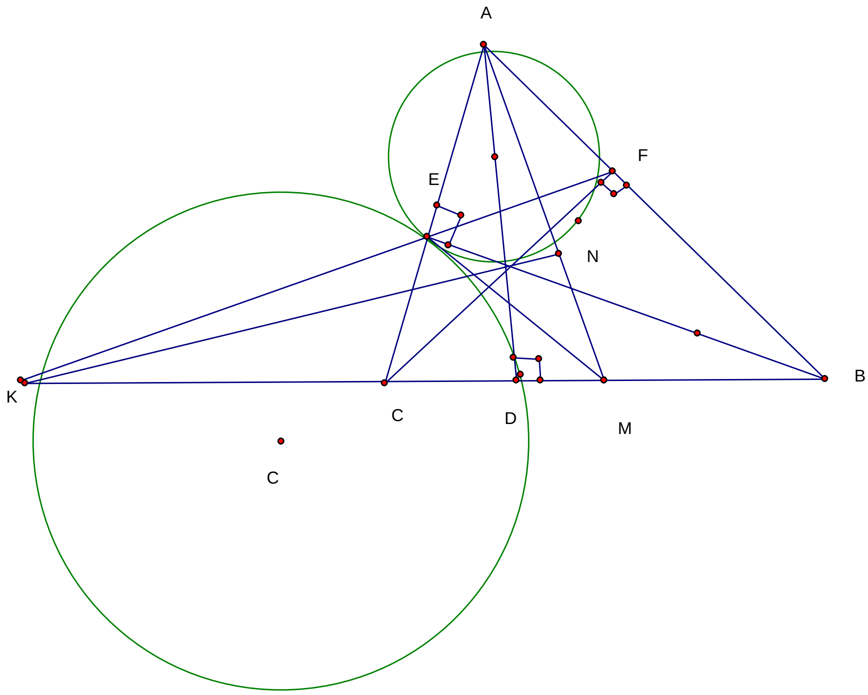
$\widehat{EAH} = \frac{1}{2} sđ \overset{\frown}{EH}$ ***(1)***

mà $\widehat{EAH} = \widehat{CBE}$ ***(2) (cùng phụ với góc ACD)***

$\widehat{MEB} = \widehat{CBE}$ ***(3)(do đương trung tuyến ứng với cạng huyền)***

Từ (1), (2) và (3) ta có $\widehat{MEH} = \frac{1}{2} sđ \overset{\frown}{EH}$

=> ME là tiếp tuyến đường tròn tâm (C_1)



2, gọi giao điểm AM với KH là N trước tiên chứng minh 5 điểm A,E,H,N,F cùng thuộc một đường tròn

Ta thấy $\widehat{AFE} = \widehat{ACB}; \widehat{ANE} = \widehat{AFE} => \widehat{ANE} = \widehat{ACB}$

=> nghĩa là C,M,N, F cùng thuộc một đường tròn

chứng minh A,E,N, B nội tiếp

do đó $\widehat{KNM} = 90^0$

KH $\perp$ ***AM***

<u>Câu V</u>:: do vai trò x,y,z như nhau nên $0 \le x \le y \le z \le 1$

$$\frac{y}{1+z} + \frac{z}{1+zy} = \frac{3}{y+z}$$

Nếu x= 0 => $=> \left(\frac{y}{1+z} - \frac{1}{y+z}\right) + \left(\frac{z}{1+zy} - \frac{1}{y+z}\right) = \frac{1}{y+z}$

$$=> \frac{(y-1)(y+1+z)}{(1+z)(y+z)} + \frac{z^2-1}{(1+yz)(y+z)} = \frac{1}{y+z}$$

Ta có VT $\ge$ 0 mà VP < 0 nên trong trường hợp này không có nghiệm

Nếu x khác 0 mà 0£ x£ y£ z£ 1

$\Leftrightarrow (z-1)(1-x) \le 0$

<=> $\quad 1 + zx \ge x + z >$ ***0***

$$\Leftrightarrow x + z - zx - 1 \le 0$$

$$\Leftrightarrow x - zx + z - 1 \le 0$$

đúng với mọi $0 \le x; z \le 1$**.**

Dấu "=" xảy ra khi: x=z=1.

+ *Ta có:* $1 + zx \ge x + z \Leftrightarrow 1 + y + zx \ge x + y + z$

$$\Rightarrow \quad \frac{x}{1+y+zx} \le \frac{x}{x+y+z}$$

+ *Tương tự:* $\quad \dfrac{y}{1+z+xy} \le \dfrac{y}{x+y+z}$

$$\frac{z}{1+x+yz} \le \frac{z}{x+y+z}$$

$$\Rightarrow \quad VT = \frac{x}{1+y+zx} + \frac{y}{1+z+xy} + \frac{z}{1+x+yz} \le \frac{x+y+z}{x+y+z} = 1. \quad \textbf{\textit{(1)}}$$

+ *Mặt khác, vì:* $0 \le x; y; z \le 1 \Rightarrow x + y + z \le 3$

$\Rightarrow \quad VP = \dfrac{3}{x+y+z} \ge \dfrac{3}{3} = 1$ ***Dấu "=" xảy ra khi : x=y=z=1.*** ***(2)***

+ *Từ (1) và (2)* $\Rightarrow VT = VP$ ***chỉ đúng khi:*** $VT = VP = 1$**.**

Khí đó x=y=z=1.

*** *Vậy phương trình có nghiệm duy nhất:*** $(x; y; z) = (1; 1; 1)$**.**

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH KIÊN GIANG

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI VÒNG TỈNH LỚP 9 THCS
NĂM HỌC 2011-2012

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi gồm 01 trang)

MÔN THI : TOÁN
Thời gian làm bài : 150 phút (không kể thời gian giao đề)
Ngày thi : 01/3/2012

Câu 1 : (4 điểm)

a) Cho $S = 1 + 3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + \ldots + 3^{96} + 3^{97} + 3^{98} + 3^{99}$.
Chứng minh S chia hết cho 40

b) Rút gọn phân thức : $\dfrac{a^3 + b^3 + c^3 - 3abc}{(a-b)^2 + (a-c)^2 + (b-c)^2}$

Câu 2 : (4 điểm)

a) Thực hiện phép tính : $\dfrac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{2+\sqrt{3}}} + \dfrac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{2-\sqrt{3}}}$

b) Cho a + b + c = 0; a, b, c $\neq$ 0 . Chứng minh đẳng thức :

$$\sqrt{\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{b^2}} = \left|\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right|$$

Câu 3 : (4 điểm)

a) Giải phương trình : $2x^2 + 2x + 1 = \sqrt{4x+1}$

b) Giải hệ phương trình : $\begin{cases} |x-2| + 2|y-1| = 9 \\ x + |y-1| = -1 \end{cases}$

Câu 4 : (5 điểm)

Cho tứ giác ABCD nội tiếp trong đường tròn (O; R) có hai đường chéo AC, BD vuông góc với nhau tại I (I khác O). Vẽ đường kính CE.

a) Chứng minh ABDE là hình thang cân.

b) Chứng minh $\sqrt{AB^2 + CD^2 + BC^2 + DA^2} = 2R\sqrt{2}$.

c) Từ A và B vẽ các đường thẳng vuông góc đến CD lần lượt cắt BD tại F, cắt AC tại K. Chứng minh A, B, K, F là bốn đỉnh của một tứ giác đặc biệt.

Câu 5 : (3 điểm)

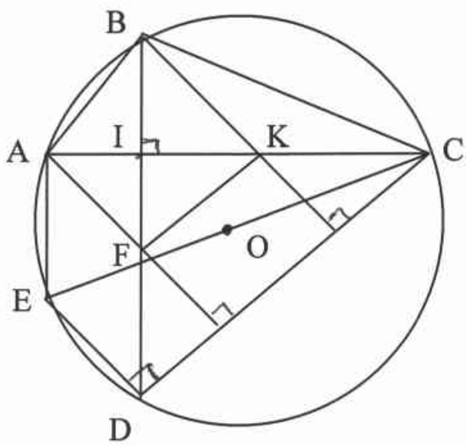
Cho hai điểm A, B cố định và điểm M di động sao cho MAB là tam giác có ba góc nhọn. Gọi H là trực tâm của tam giác MAB và K là chân đường cao vẽ từ M của tam giác MAB. Tìm giá trị lớn nhất của tích KH.KM

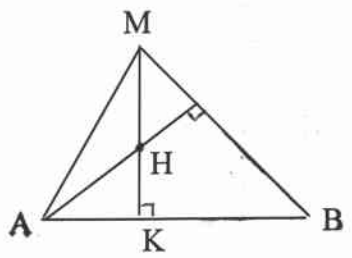
---Hết---

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TỈNH KIÊN GIANG	KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI VÒNG TỈNH LỚP 9 THCS NĂM HỌC 2011-2012

HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN 9

Câu	Đáp án	Điểm
Câu 1a 2,0đ	$S=(1+3^1+3^2+3^3)+(3^4+3^5+3^6+3^7)+\ldots+(3^{96}+3^{97}+3^{98}+3^{99})$ $S=(1+3^1+3^2+3^3)+3^4(1+3^1+3^2+3^3)+\ldots+3^{96}(1+3^1+3^2+3^3)$ $S=(1+3^1+3^2+3^3)(1+3^4+3^8+\ldots+3^{96})$ $S=40.(1+3^4+3^8+\ldots+3^{96})$ Vậy S chia hết cho 40	0,5đ 0,25đ 0,5đ 0,5đ 0,25đ
Câu 1b 2,0đ	- TThức $=(a+b)^3-3ab(a+b)+c^3-3abc$ $=(a+b)^3+c^3-3ab(a+b)-3abc$ $=(a+b+c)\,[(a+b)^2-(a+b)c+c^2]-3ab(a+b+c)$ $=(a+b+c)(a^2+2ab+b^2-ac-bc+c^2-3ab)$ $=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$ - MThức $=a^2-2ab+b^2+a^2-2ac+c^2+b^2-2bc+c^2$ $=2(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$ - Kết quả $=\dfrac{a+b+c}{2}$ với $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca\neq 0$	0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,5đ
Câu 2a 2,0đ	Nhân số bị chia và số chia với $\sqrt{2}$ $=\dfrac{\sqrt{2}(2+\sqrt{3})}{2+\sqrt{4+2\sqrt{3}}}+\dfrac{\sqrt{2}(2-\sqrt{3})}{2-\sqrt{4-2\sqrt{3}}}$ $=\dfrac{\sqrt{2}(2+\sqrt{3})}{2+(\sqrt{3}+1)}+\dfrac{\sqrt{2}(2-\sqrt{3})}{2-(\sqrt{3}-1)}$ $=\sqrt{2}\left(\dfrac{2+\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}}+\dfrac{2-\sqrt{3}}{3-\sqrt{3}}\right)=\sqrt{2}\cdot\dfrac{(2+\sqrt{3})(3-\sqrt{3})+(2-\sqrt{3})(3+\sqrt{3})}{6}$ $=\sqrt{2}$	 0,5đ 0,5đ 0,5đ 0,5đ
Câu 2b 2,0đ	Ta có : $\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}\right)^2=\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}+\dfrac{1}{c^2}+2\left(\dfrac{1}{ab}+\dfrac{1}{ac}+\dfrac{1}{bc}\right)$ $=\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}+\dfrac{1}{c^2}+2\left(\dfrac{c+b+a}{abc}\right)$ $=\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}+\dfrac{1}{c^2}$	0,5đ 0,5đ 0,5đ

	$\Rightarrow \sqrt{\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{b^2}} = \sqrt{\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)^2} = \left\|\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right\|$	0,5đ
Câu 3a 2,0đ	ĐK : $4x + 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -\frac{1}{4}$ $2x^2+2x+1=\sqrt{4x+1}$ $4x^2+4x+2=2\sqrt{4x+1}$ $4x^2+\left(\sqrt{4x+1}-1\right)^2=0$ $\begin{cases} 4x^2=0 \\ \sqrt{4x+1}-1=0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow x = 0$	0,25đ 0,5đ 0,5đ 0,25đ 0,5đ
Câu 3b (2,0đ)	$\begin{cases} \|x-2\|+2\|y-1\|=9(1) \\ x+\|y-1\|=-1(2) \end{cases}$ - Từ pt(2) $\Rightarrow$ $\|y-1\|=-1-x\geq 0$ nên $\underline{x\leq -1}$ - Thế vào pt(1) : $\|x-2\|+2(-1-x)=9$ $\|x-2\|-2x=11$ $2 - x - 2x = 9$ (vì $x\leq -1$) $x = -3$ - Thế $x = -3$ vào pt(2) : $\|y-1\|=-1+3=2$ $y - 1 = \pm 2$ $y = 3$; $y = -1$ Vậy nghiệm của hệ là (-3 ; 3) ; (-3 ; -1)	0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ
Câu 4 5,0đ Câu a (1,0đ)	 a) **<u>Chứng minh ABDE là hình thang cân</u>** : Ta có : góc EAC = 90^0 (góc nội tiếp chắn nửa đtròn) $\Rightarrow$ AE $\perp$ AC	Hình 0,5đ 0,25đ

      Câu b (2,0đ) Câu c (1,5đ)	Mà BD $\perp$ AC (gt) $\Rightarrow$ AE//BD $\Rightarrow$ ABDE là hình thang Mà ABDE nội tiếp đtròn (O) $\Rightarrow$ ABDE là hình thang cân **b) <u>Chứng minh</u>** $\sqrt{AB^2+CD^2+BC^2+DA^2}=2R\sqrt{2}$: - Ta có : góc EDC = 90^0(góc nội tiếp chắn nửa đtròn) $\Rightarrow \Delta$DEC vuông ở D $\Rightarrow ED^2 + CD^2 = EC^2 = (2R)^2 = 4R^2$ Mà AB = ED (vì ABDE là hình thang cân) $\Rightarrow AB^2 + CD^2 = 4R^2$ - Cm tương tự : $\Rightarrow BC^2 + DA^2 = 4R^2$ $\Rightarrow AB^2 + CD^2 + BC^2 + DA^2 = 8R^2$ $\Rightarrow \sqrt{AB^2+CD^2+BC^2+DA^2}=2R\sqrt{2}$ c) **<u>Chứng minh A, B, K, F là bốn đỉnh của một tứ giác đặc biệt</u> :** - Ta có : góc BAC = góc BDC (cùng chắn cung BC) góc IAF = góc BDC (goc có canh tương ứng vuông góc) $\Rightarrow$ góc BAC = góc IAF $\Rightarrow \Delta$ABF cân tại A Mà AI là đường cao, nên AI là trung tuyến $\Rightarrow$ IB = IF - Cm tương tự : $\Rightarrow$ IA = IK $\Rightarrow$ ABKF là hình bình hành Mà AK $\perp$ BF $\Rightarrow$ ABKF là hình thoi	 0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,5đ 0,5đ 0,5đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ
Câu 5 (3,0đ)	 - Xét ΔKAH và ΔKMB Ta có : góc AKH = góc MKB = 90^0 góc KAH = góc KMB (cặp góc có cạnh tương	Hình 0,25đ 0,25đ 0,25đ

	ứng vuông góc) $\Rightarrow$ ΔKAH và ΔKMB đồng dạng $\Rightarrow \dfrac{KH}{KB} = \dfrac{AK}{KM}$ $\Rightarrow$ KH . KM = AK . KB Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho hai số dương Ta có : $\sqrt{AK.KB} \le \dfrac{AK+KB}{2}$ $\Leftrightarrow AK.KB \le \dfrac{AB^2}{4}$ Do đó : $KH.KM \le \dfrac{AB^2}{4}$ (không đổi) Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow$ AK = KB Vậy giá trị lớn nhất của KH.KM là $\dfrac{AB^2}{4}$	0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,5đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ

<u>Lưu ý</u> : *Học sinh giải cách khác đúng cho trọn số điểm*

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH KIÊN GIANG

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi gồm 01 trang)

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI VÒNG TỈNH LỚP 9 THCS
NĂM HỌC 2012-2013

MÔN THI : TOÁN

Thời gian làm bài : 150 phút (không kể thời gian giao đề)
*Ngày thi : **01/3/2013***

Câu 1 : (4 điểm)

a) Tìm m để hàm số $y = (m^2 - 2m)x + m^2 - 1$ nghịch biến và đồ thị của nó cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 3.

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của $M = 5x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2xy - z - 1$

c) Cho $x + y = -5$ và $x^2 + y^2 = 11$. Tính $x^3 + y^3$

Câu 2 : (4 điểm)

a) Rút gọn : $A = \dfrac{x^2+5x+6+x\sqrt{9-x^2}}{3x-x^2+(x+2)\sqrt{9-x^2}} : 2.\sqrt{1+\dfrac{2x}{3-x}}$

b) Cho a, b, c thỏa mãn : $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}=\dfrac{1}{a+b+c}$

Tính giá trị biểu thức $Q = (a^{27} + b^{27})(b^{41} + c^{41})(c^{2013} + a^{2013})$

Câu 3 : (4 điểm)

a) Giải phương trình : $\sqrt[3]{x+10}+\sqrt[3]{17-x}=3$

b) Giải hệ phương trình : $\begin{cases} \sqrt{\dfrac{2x-3}{y+5}}+\sqrt{\dfrac{y+5}{2x-3}}=2 \\ 3x+2y=19 \end{cases}$ (với $x > \dfrac{3}{2}, y > -5$)

Câu 4 : (4 điểm)

Cho hình thang ABCD có đáy lớn là CD. Qua A vẽ AK//BC ($K \in CD$) và qua B kẻ BI//AD ($I \in CD$); BI cắt AC tại F, AK cắt BD tại E.

a) Chứng minh : KD = CI và EF//AB.

b) Chứng minh $AB^2 = CD.\ EF$.

Câu 5 : (4 điểm)

Cho tam giác đều ABC nội tiếp trong đường tròn (O;R). M là một điểm di động trên cung BC của đường tròn đó.

a) Chứng minh : MB + MC = MA.

b) Xác định vị trí của điểm M để tổng MA + MB + MC đạt giá trị lớn nhất.

c) Gọi H, K, Q lần lượt là hình chiếu của M trên AB, BC, AC; đặt diện tích tam giác ABC là S và diện tích tam giác MBC là S'. CMR : $MH + MK + MQ = \dfrac{2\sqrt{3}(S+2S')}{3R}$ khi M di động trên cung BC.

---Hết---

Ghi chú:

- *Thí sinh không được sử dụng tài liệu.*
- *Giám thị coi thi không giải thích gì thêm*

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH KIÊN GIANG

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI VÒNG TỈNH LỚP 9 THCS
NĂM HỌC 2012-2013

HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN 9

Câu	Đáp án	Điểm
Câu 1a (1,25đ)	- Hàm số $y = (m^2 - 2m)x + m^2 - 1$ nghịch biến $\Leftrightarrow m^2 - 2m < 0 \Leftrightarrow m(m-2) < 0$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases} m > 0 \\ m - 2 < 0 \end{cases} \\ \begin{cases} m < 0 \\ m - 2 > 0 \end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases} m > 0 \\ m < 2 \end{cases} \\ \begin{cases} m < 0 \\ m > 2 \end{cases} (loai)\end{array}\right. \Leftrightarrow 0 < m < 2 \quad (1)$ - Cắt trục tung : $m^2 - 1 = 3 \Leftrightarrow m = \pm 2 \quad (2)$ Từ (1) và (2) $\Rightarrow m \in \varnothing$	0,25 0,25 0,25 0,5
Câu 1b (1,5đ)	**Tìm giá trị nhỏ nhất của :** $\mathbf{M = 5x^2 + y^2 + z^2 - z - 4x - 2xy - 1}$ $M = x^2 - 2xy + y^2 + 4x^2 - 4x + 1 + z^2 - z + \frac{1}{4} - \frac{9}{4}$ $= (x-y)^2 + (2x-1)^2 + \left(z - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} \geq -\frac{9}{4}$ Giá trị nhỏ nhất của $M = -\frac{9}{4}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x - y = 0 \\ 2x - 1 = 0 \\ z - \frac{1}{2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = y = z = \frac{1}{2}$	0,25 0,5 0,25 0,5
Câu 1c (1,25đ)	**Cho $x + y = -5$ và $x^2 + y^2 = 11$. Tính $x^3 + y^3$** Ta có : $x^3 + y^3 = (x+y)(x^2 + y^2 - xy) = -5(11 - xy)$ (1) Mà $x + y = -5 \Rightarrow x^2 + y^2 + 2xy = 25$ $\Rightarrow 11 + 2xy = 25 \Rightarrow xy = 7$ (2) Từ (1) và (2) $\Rightarrow x^3 + y^3 = -5(11 - 7) = -20$	0,25 0,5 0,5

<table>
<tr><td>Câu 2a
(2,0đ)</td><td>Rút gọn : A = $\dfrac{x^2+5x+6+x\sqrt{9-x^2}}{3x-x^2+(x+2)\sqrt{9-x^2}}:2.\sqrt{1+\dfrac{2x}{3-x}}$

ĐK : $-3 < x < 3$
$A = \dfrac{(x+3)(x+2)+x\sqrt{3+x}.\sqrt{3-x}}{x(3-x)+(x+2)\sqrt{3+x}.\sqrt{3-x}}:2\sqrt{\dfrac{3-x}{3-x}+\dfrac{2x}{3-x}}$
$= \dfrac{\sqrt{3+x}\left[(x+2)\sqrt{3+x}+x\sqrt{3-x}\right]}{\sqrt{3-x}\left[x\sqrt{3-x}+(x+2)\sqrt{3+x}.\right]}:2\sqrt{\dfrac{3+x}{3-x}}$
$= \dfrac{\sqrt{3+x}}{\sqrt{3-x}}:2\sqrt{\dfrac{3+x}{3-x}}$
$= \dfrac{1}{2}$</td><td>0,25

0,5

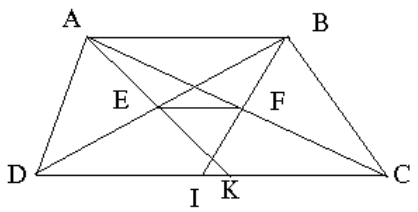
0,5

0,5

0,25</td></tr>
<tr><td>Câu 2b
(2,0đ)</td><td>Cho a, b c thỏa mãn : $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}=\dfrac{1}{a+b+c}$
Tính giá trị biểu thức Q = $(a^{27}+b^{27})(b^{41}+c^{41})(c^{2013}+a^{2013})$

Ta có : $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}=\dfrac{1}{a+b+c} \Rightarrow \dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}=\dfrac{1}{a+b+c}-\dfrac{1}{c}$
$\Rightarrow \dfrac{a+b}{ab}=\dfrac{-(a+b)}{c(a+b+c)}$
$\Rightarrow$ (a+b)c(a+b+c) = -ab(a+b)
$\Rightarrow$ (a+b)[c(a+b+c) +ab] = 0 $\Rightarrow$(a+b)[c(a+c)+bc +ab] = 0
$\Rightarrow$ (a+b)[c(a+c) +b(a+c)] = 0$\Rightarrow$ (a+b)(a+c)(b+c) = 0
$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} a+b=0 \\ b+c=0 \\ c+a=0 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} a=-b \\ b=-c \\ c=-a \end{array}\right.$
- Thế vào tính được Q = 0</td><td>0,25
0,25

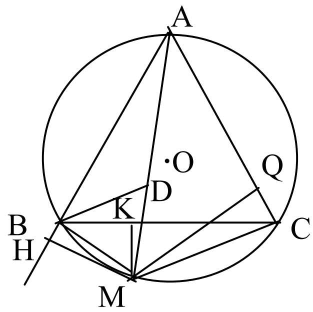
0,5
0,25
0,75</td></tr>
<tr><td>Câu 3a
(2,0đ)</td><td>Giải phương trình : $\sqrt[3]{x+10}+\sqrt[3]{17-x}=3$
$\left(\sqrt[3]{x+10}+\sqrt[3]{17-x}\right)^3=3^3$
x + 10 + 17 – x + 3. $\sqrt[3]{(x+10)(17-x)}$ .3 = 27
(x+10)(17 – x) = 0
x = -10 , x = 17</td><td>0,5
0,5
0,5
0,5</td></tr>
<tr><td>Câu 3b
2,0đ</td><td>Giải hệ phương trình : $\begin{cases} \sqrt{\dfrac{2x-3}{y+5}}+\sqrt{\dfrac{y+5}{2x-3}}=2 \\ 3x+2y=19 \end{cases}$</td><td></td></tr>
</table>

	(với $x > \frac{3}{2}, y > -5$) Đặt $\sqrt{\frac{2x-3}{y+5}} = m > 0$ $\Rightarrow$ m + $\frac{1}{m} = 2 \Leftrightarrow m^2 - 2m + 1 = 0 \Leftrightarrow (m-1)^2 = 0 \Leftrightarrow m = 1$ (nhận) $\Rightarrow \frac{2x-3}{y+5} = 1 \Leftrightarrow 2x - 3 = y + 5 \Leftrightarrow 2x - y = 8$ Giải hệ $\begin{cases} 2x - y = 8 \\ 3x + 2y = 19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 2y = 16 \\ 3x + 2y = 19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 2 \end{cases}$	0,5 0,5 0,5 0,5
Câu 4 (4,0đ) Câu a (1,0đ) (1,25đ) Câu b (1,25đ)	 *a)* Chứng minh : KD = CI và EF//AB. *– Cminh ABID, ABCK là hình bình hành* $\Rightarrow$ DI = CK (cùng bằng AB) $\Rightarrow$ DI + IK = CK + IK $\Rightarrow$ DK = CI - *C/m :* ΔAEB đồng dạng Δ KED (g.g) $\Rightarrow \frac{AE}{EK} = \frac{AB}{KD}$ Δ AFB đồng dạng Δ CFI (g.g) $\Rightarrow \frac{AF}{FC} = \frac{AB}{CI}$ Mà KD = CI (cmtrên) $\Rightarrow \frac{AE}{EK} = \frac{AF}{FC} \Rightarrow EF//KC$ (Đlí Talet đảo trong Δ AKC) b) Chứng minh AB^2 = CD. EF. Ta có : Δ KED đồng dạng ΔAEB (cmtrên) $\Rightarrow \frac{DK}{AB} = \frac{DE}{EB} \quad \Rightarrow \frac{DK + AB}{AB} = \frac{DE + EB}{EB}$ $\Rightarrow \frac{DK + KC}{AB} = \frac{DB}{EB}$ $\Rightarrow \frac{DC}{AB} = \frac{DB}{EB}$ (1) Do EF//DI (theo CMT: EF//KC, I $\in$ KC)	Hình 0,5đ 0,5 0,25 0,25 0,5 0,25 0,5 0,5 0,25

<table>
<tr><td></td><td>$\Rightarrow \dfrac{DB}{EB} = \dfrac{DI}{EF} \Rightarrow \dfrac{DB}{EB} = \dfrac{AB}{EF}$ (2) (Vì DI = AB)
Từ (1) và (2) $\Rightarrow \dfrac{DC}{AB} = \dfrac{AB}{EF} \Rightarrow AB^2 = DC.EF$</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td><u>Câu 5</u>
4,0đ

Câu a
(1,75đ)

Câu b
(075đ)

Câu c
(1,0đ)</td><td>

a) <u>Chứng minh MC + MB = MA ?</u>
- Trên MA lấy D sao cho MD = MB
$\Rightarrow$ ΔMBD cân tại M
góc BMD = góc BCA = 60^0 (cùng chắn cung AB)
$\Rightarrow$ ΔMBD đều
- Xét ΔMBC và ΔDBA
Ta có :
MB = BD (vì ΔMBD đều)
BC = AB (vì ΔABC đều)
Góc MBC = góc DBA (cùng cộng góc DBC bằng $60^{0)}$
$\Rightarrow$ ΔMBC = ΔDBA (c-g-c)
$\Rightarrow$ MC = DA
Mà MB = MD (gt)
$\Rightarrow$ MC + MB = MA

b) <u>Xác định vị trí của điểm M để tổng MA + MB + MC đạt giá trị lớn nhất</u>.
Ta có : MA là dây cung của (O;R)
$\Rightarrow$ MA $\le$ 2R
$\Rightarrow$ MA + MB + MC $\le$ 4R (không đổi)
Dấu “ = “ xảy ra $\Leftrightarrow$ MA là đường kính
$\Leftrightarrow$ M là điểm chính giữa của cung BC
c) <u>CMR : MH + MK + MQ =</u> $\dfrac{2\sqrt{3}\left(S+2S'\right)}{3R}$
Ta có $\dfrac{MH.AB}{2} + \dfrac{MK.BC}{2} + \dfrac{MQ.AC}{2} = S_{MAB} + S_{MBC} + S_{MAC}$
$\Rightarrow$ AB.(MH + MK + MQ) = 2 (S + 2S’)
Tính hoặc nói AB là cạnh tam giác đều nội tiếp (O;R)</td><td>Hình 0,5đ

0,25

0,5

0,5

0,5

0,25

0,25
0,25

0,25

0,25</td></tr>
</table>

	$\Rightarrow$ AB = R$\sqrt{3}$ $\Rightarrow$ MH + MK + MQ = $\dfrac{2\sqrt{3}(S+2S')}{3R}$	0,25 0,25

Lưu ý : *Học sinh giải cách khác đúng cho trọn số điểm*

Họ tên TS:.. SốBD:...................... Chữ ký GT1:..................

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
NINH THUẬN

(Đề thi chính thức)

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH
NĂM HỌC 2012 – 2013
Khóa ngày: 18 / 11 / 2012
Môn thi: **TOÁN - Cấp: THCS**
Thời gian làm bài: 150 phút
(Không kể thời gian phát đề)

ĐỀ:

(Đề thi có 01 trang)

Bài 1 (*5,0 điểm*):

Tìm tất cả các cặp số thực *x* và *y* thỏa mãn bất đẳng thức sau:

$$x^2 + y^2 + 2x - 2y + 2 \leq 0$$

Bài 2 (*4,0 điểm*):

Tìm tất cả các nghiệm nguyên dương của phương trình:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{7}$$

Bài 3 (*5,0 điểm*):

Cho hình thang ABCD (AD // BC). Hai đường phân giác trong của góc A và góc B cắt nhau tại điểm E, hai đường phân giác trong của góc C và góc D cắt nhau tại điểm F.

a) Chứng minh rằng: EF // AD.

b) Tính độ dài đoạn EF thông qua các cạnh của hình thang ABCD.

Bài 4 (*3,0 điểm*):

Cho số thực $A = 2 + 2\sqrt{28n^2+1}$, với *n* nguyên. Chứng minh rằng nếu A là số nguyên thì A là một số chính phương (bằng bình phương của một số nguyên).

Bài 5 (*3,0 điểm*)**:**

Trong hình vuông có độ dài cạnh bằng 1 cho 151 điểm bất kỳ. Chứng minh rằng có ít nhất 7 điểm đã cho nằm trong một hình tròn có bán kính bằng $\frac{1}{7}$.

------- HẾT -------

H€ tên TS:.. S• BD: .... Ch‚ kƒ GT 1: ....

S‚ GI…O D†C V‡ ˆ‡O T ‰O
NINH THUŠN
(€• thi ch‚nh thƒc)

K„ THI CH…N H…C SINH GI†I C‡P TˆNH
N‰M H…C 2013 Š 2014
Khóa ngày: 10 / 11 / 2013
Môn thi: TOÁN - C‹p: THCS
ThŒi gian làm bài: 150 phút
(Không k€ th•i gian ph‚t ƒ„)

€‹:
(…„ thi c† 01 trang/20 ƒi€m)

Bài 1.

Tìm x, y th•a mãn phŽ•ng trình: $4y\sqrt{x-2} + 2x\sqrt{y-1} = y(3x-2)$

Bài 2.

Cho c•c s• th‘c a, b, c không âm. Ch’ng minh ŕng:

$$(a+b+c)^3 \geq a^3 + b^3 + c^3 + 24abc$$

Bài 3.

Cho tam gi•c ABC c” trung tuy•n AM = 1 v– $\widehat{ABC} = \widehat{CAM}$. T–nh ˜™ d– cšnh AB.

Bài 4.

Ch’ng minh ŕng $ab(a^2 - b^2)$ chia h•t cho 3 với m€i s• nguyên a v– b.

Bài 5.

Cho h•nh b•nh h–nh ABCD. Trên c•c cšnh AB v– AD lžn lŽŸt l‹y c•c ˜i m E v– F (E, F không tr¡ng với c•c ˜¢nh c£a h•nh b•nh h–nh). G€i K l– giao ˜i m c£a ED v– FB. Ch’ng minh ŕng hai t gi• c ABKD v– CEKF c” di¤n t–ch b“ng nhau.

------- H¥T -------

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẢNG NINH

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH
LỚP 9 NĂM HỌC 2012 – 2013

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

MÔN: TOÁN
(Bảng A)
Ngày thi: **20/3/2013**
Thời gian làm bài: **150 phút**
(không kể thời gian giao đề)

Họ và tên, chữ ký của giám thị số 1:
....
....

(Đề thi này có 01 trang)

Bài 1. *(4,5 điểm)*

a) Chứng minh đẳng thức: $\sqrt[3]{\sqrt[3]{2}-1} = \sqrt[3]{\frac{1}{9}} - \sqrt[3]{\frac{2}{9}} + \sqrt[3]{\frac{4}{9}}$.

b) Giải hệ phương trình : $\begin{cases} x^2(2013y-2012)=1 \\ x(y^2+2012)=2013 \end{cases}$.

Bài 2. *(3,5 điểm)*

Cho hàm số bậc nhất y = mx + m - 1 (*) (với m là tham số).

a) Tìm các giá trị của m để đồ thị của hàm số (*) tạo với các trục tọa độ Oxy một tam giác có diện tích bằng 2.

b) Chứng minh rằng đồ thị của hàm số (*) luôn đi qua một điểm cố định với mọi giá trị của m.

Bài 3. *(4,0 điểm)*

Cho x, y, z là ba số thực dương thoả mãn xyz = 1.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $A = \frac{1}{x^3+y^3+1} + \frac{1}{y^3+z^3+1} + \frac{1}{z^3+x^3+1}$.

Bài 4. *(6,0 điểm)*

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn tâm O. Gọi I là một điểm trên cung nhỏ AB (I không trùng với A và B). Gọi M, N, P theo thứ tự là hình chiếu của điểm I trên các đường thẳng BC, AC, AB.

a) Chứng minh rằng ba điểm M, N, P thẳng hàng.

b) Xác định vị trí của điểm I để đoạn thẳng MN có độ dài lớn nhất.

Bài 5. *(2,0 điểm)*

Giải phương trình sau: (x+3)$\sqrt{(4-x)(12+x)} + x = 28$.

......................Hết....................

Họ và tên thí sinh:..Số báo danh:...............

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO QUẢNG NINH	**KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH LỚP 9 NĂM HỌC 2012 – 2013**

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

MÔN: TOÁN
(Bảng B)
Ngày thi: **20/3/2013**
Thời gian làm bài: **150 phút**
(không kể thời gian giao đề)

Họ và tên, chữ ký của giám thị số 1:
....
....

(Đề thi này có 01 trang)

Câu 1. *(4,0 điểm)*

Cho biểu thức $P = \left(\dfrac{x\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}} - \dfrac{x\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}}\right) : \left(\dfrac{2\left(x-2\sqrt{x}+1\right)}{x-1}\right)$ với $x>0;\ x \neq 1$.

a) Rút gọn biểu thức P.
b) Tìm x nguyên để P nhận giá trị nguyên.

Câu 2. *(4,0 điểm)*

Cho ba số thực a, b, c thỏa mãn đồng thời: $\begin{cases} a+b+c=6 \\ a^2+b^2+c^2=12 \end{cases}$.

Tính giá trị của biểu thức $P = (a-3)^{2013} + (b-3)^{2013} + (c-3)^{2013}$.

Câu 3. *(4,0 điểm)*

Giải phương trình: $2(x^2-4x)+\sqrt{x^2-4x-5}-13=0$.

Câu 4. *(6,0 điểm)*

Cho đường tròn (O) và BC là một dây cung không đi qua tâm O. Điểm A bất kì nằm trên cung lớn BC của đường tròn (O) sao cho điểm O luôn nằm trong tam giác ABC ($A \neq B$; C). Các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H.

a) Chứng minh tứ giác BFEC nội tiếp.
b) Đường cao AD cắt đường tròn (O) tại I. Chứng minh I đối xứng với H qua BC.
c) Gọi M là trung điểm của BC. Chứng minh AH = 2OM.

Câu 5. *(2,0 điểm)*

Cho ba số thực dương x, y, z thỏa mãn $\dfrac{1}{1+x}+\dfrac{1}{1+y}+\dfrac{1}{1+z} \geq 2$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức P = xyz.

-----------------*Hết*----------------

Họ và tên thí sinh :…………………………………………..Số báo danh :………...

`SỞ GD&ĐT QUẢNG NINH

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

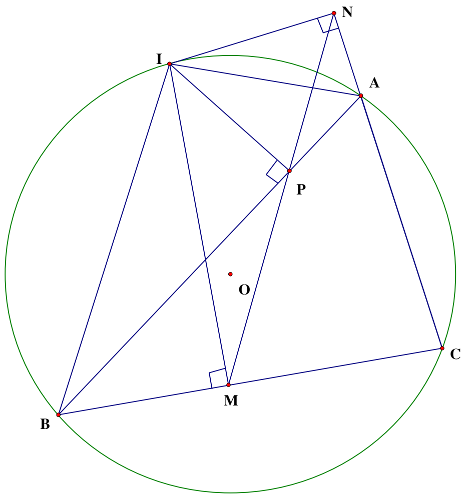
HƯỚNG DẪN CHẤM THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH
LỚP 9 NĂM HỌC 2012 – 2013

Môn: TOÁN (BẢNG A)
(Hướng dẫn chấm này có 04 trang)

Bài		**Sơ lược bài giải**	**Điểm**
Bài 1 4,5đ	**Câu a 2,5 điểm**	Đặt $\sqrt[3]{2} = a \Leftrightarrow 2 = a^3$. Đẳng thức cần chứng minh tương đương với: $\sqrt[3]{a-1} = \dfrac{1-a+a^2}{\sqrt[3]{9}}$	**0,5**
		$\Leftrightarrow \sqrt[3]{9(a-1)} = a^2 - a + 1 \Leftrightarrow (a^2 - a + 1)^3 = 9(a-1).$	**0,5**
		Biến đổi vế trái: $(a^2 - a + 1)^3 = (a^2 - a + 1)^2(a^2 - a + 1)$ $= 3(a^2 - 1)(a^2 - a + 1) = 3(a-1)(a+1)(a^2 - a + 1)$ $= 3(a-1)(a^3 + 1) = 3(a-1)(2+1) = 9(a-1)$ Vậy đẳng thức được chứng minh.	**1,5**
	Câu b 2,0 điểm	2. ta thấy $x = 0$ không là nghiệm. hệ phương trình tương đương với: $\begin{cases} 2013y - 2012 = \dfrac{1}{x^2} \\ y^2 + 2012 = \dfrac{2013}{x} \end{cases}$ (*)	**0,5**
		Đặt: $\dfrac{1}{x} = t$, hệ (*) $\Rightarrow \begin{cases} t^2 - 2013y + 2012 = 0 \\ y^2 - 2013t + 2012 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow t^2 - 2013y = y^2 - 2013t$ $\Leftrightarrow (t-y)(t+y+2013) = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y = t \\ y = -t - 2013 \end{array}\right.$	**0,5**
		* Trường hợp $y = t \Rightarrow t^2 - 2013t + 2012 = 0,$ Giải PT được : $t_1 = 1; t_2 = 2012$	**0,5**
		* Trường hợp $y = -t - 2013 \Rightarrow t^2 + 2013t + 2013^2 + 2012 = 0$, PT vô nghiệm Vậy hệ có nghiệm ($(x_1 = 1; y_1 = 1); (x_2 = \dfrac{1}{2012}; y_2 = 2012)$	**0,5**
Bài 2 3,5đ	**Câu a 2,0 điểm**	Vì (*) là hàm số bậc nhất nên m $\neq 0$. (1) Điều kiện để đồ thị của (*) tạo với các trục tọa độ Oxy một tam giác là m $\neq 1$. (2)	**0,25** **0,25**
		Gọi A là giao điểm của đường thẳng (*) với trục tung $\Rightarrow$ A(0; m-1) nên độ dài OA = | m - 1|. Gọi B là giao điểm của đường thẳng (*) với trục hoành $\Rightarrow$ B($\dfrac{1-\text{m}}{\text{m}}$; 0) nên độ dài OB = | $\dfrac{1-\text{m}}{\text{m}}$|.	**0,25** **0,25**

<table>
<tr><td rowspan="2"></td><td rowspan="2">**Câu b
1,5
Điểm**</td><td>$S_{ABC} = 2 \Leftrightarrow \frac{1}{2}OA.OB = 2 \Leftrightarrow OA.OB = 4.$
$\Leftrightarrow (m - 1)^2 = 4|m|$
*Với m > 0 thì $m^2 - 2m + 1 = 4m$
$\Leftrightarrow m^2 - 6m + 1 = 0$
$\Leftrightarrow m_1 = 3 - 2\sqrt{2}$; $m_2 = 3 + 2\sqrt{2}$.
*Với m < 0 thì $m^2 - 2m + 1 = -4m$
$\Leftrightarrow m^2 + 2m + 1 = 0$
$\Leftrightarrow m = -1$
Vậy $m \in \{-1; 3 - 2\sqrt{2}; 3 + 2\sqrt{2}\}$ thỏa mãn điều kiện (1) và (2).</td><td>**0,25**
0,25
0,25
0,25</td></tr>
<tr><td>Gọi $M(x_0; y_0)$ là điểm cố định thuộc đồ thị (*) khi và chỉ khi:
$y_0 = mx_0 + m - 1 \quad \forall m \in \mathbf{R}$
$\Leftrightarrow (x_0 + 1)m - (y_0 + 1) = 0 \quad \forall m \in \mathbf{R}$
$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 + 1 = 0 \\ y_0 + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -1 \\ y_0 = -1 \end{cases}$ Vậy đồ thị của (*) luôn đi qua một điểm cố định M(-1; -1) $\forall m \in \mathbf{R}$</td><td>**0,75**
0,75</td></tr>
<tr><td rowspan="8">**Bài 3
4đ**</td><td rowspan="8">**4
điểm**</td><td>Ta có $(x - y)^2 \ge 0$ với $\forall x, y \in \mathbf{R} \Leftrightarrow x^2 - xy + y^2 \ge xy$.</td><td>**0,5**</td></tr>
<tr><td>Mà x; y > 0 nên x + y > 0.</td><td>**0,5**</td></tr>
<tr><td>Mà $x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2) \ge (x + y)xy$.</td><td>**0,5**</td></tr>
<tr><td>$\Rightarrow x^3 + y^3 + 1 = x^3 + y^3 + xyz \ge (x + y)xy + xyz$.
$\Rightarrow x^3 + y^3 + 1 \ge xy(x + y + z) > 0$.</td><td>**0,5**</td></tr>
<tr><td>Tương tự chứng minh được: $y^3 + z^3 + 1 \ge yz(x + y + z) > 0$.
$z^3 + x^3 + 1 \ge zx(x + y + z) > 0$.</td><td>**0,5**</td></tr>
<tr><td>$\Rightarrow A \le \frac{1}{xy(x+y+z)} + \frac{1}{yz(x+y+z)} + \frac{1}{xz(x+y+z)}$</td><td>**0,5**</td></tr>
<tr><td>$\Leftrightarrow A \le \frac{x+y+z}{xyz(x+y+z)} = \frac{1}{xyz} \Leftrightarrow A \le 1$.</td><td>**0,5**</td></tr>
<tr><td>Vậy giá trị lớn nhất của A là 1 khi x = y = z = 1.</td><td>**0,5**</td></tr>
<tr><td rowspan="6">**Bài 4
6đ**</td><td rowspan="5">**Câu a
3 điểm**</td><td>Từ giả thiết ta có: $\angle IPA + \angle INA = 180^0 \Rightarrow$ tứ giác IPAN nội tiếp
$\Rightarrow \angle IPN = \angle IAN$ (cùng chắn cung IN) (1)</td><td>**0,75**</td></tr>
<tr><td>Lại có $\angle IPB = \angle IMB = 90^0 \Rightarrow$ tứ giác IPMB là tứ giác nội tiếp
$\Rightarrow \angle MPI + \angle IBM = 180^0$ (2)</td><td>**0,75**</td></tr>
<tr><td>Vì $I \in (O) \Rightarrow \angle CAI + \angle IBM = 180^0$ (3)</td><td>**0,5**</td></tr>
<tr><td>Từ (2) và (3) $\Rightarrow \angle MPI = \angle CAI$ (4)</td><td>**0,5**</td></tr>
<tr><td>Từ (4) và (1) $\Rightarrow \angle MPI + \angle IPN = \angle CAI + \angle IAN = 180^0$
Suy ra M, P, N thẳng hàng.</td><td>**0,5**</td></tr>
<tr><td>**Câu b
3 điểm**</td><td>Tứ giác IPMB là tứ giác nội tiếp nên $\angle IBA = \angle IMN$
(cùng chắn cung IP) (5)</td><td>**0,5**</td></tr>
</table>

		Tứ giác INAP là tứ giác nội tiếp nên $\angle$INM = $\angle$IAB (cùng chắn cung IP) (6)	**0,5**
		Từ (5) và (6) $\Rightarrow$ tam giác IMN đồng dạng với tam giác IBA	**0,5**
		$\Rightarrow \frac{MN}{BA} = \frac{IM}{IB} = \frac{IN}{IA} \leq 1 \Rightarrow MN \leq AB$	**0,5**
		Dấu " ="xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} M \equiv B \\ N \equiv A \end{cases} \Leftrightarrow \angle IAC = \angle IBC = 90^0$ $\Leftrightarrow$ CI là đường kính của (O).	**0,5**
		Vậy MN lớn nhất bằng AB $\Leftrightarrow$ I đối xứng với C qua O.	**0,5**
Bài 5 2đ	**2 điểm**	$(x+3).\sqrt{(4-x)(12+x)} + x = 28$ (*) Điều kiện xác định: - 12 $\leq$ x $\leq$4	**0,25**
		Đặt x + 3 = u; $\sqrt{(4-x)(12+x)} = v$	**0,25**
		$\Rightarrow u^2 + v^2 = x^2 + 6x + 9 + 48 - 8x - x^2 = 57 - 2x$ $\Rightarrow u^2 + v^2 - 1 = 2(28 - x)$ (1)	**0,25**
		Theo đề bài ta có uv = 28 - x (2)	**0,25**
		Từ (1) và (2) ta có $u^2 + v^2 - 1 = 2uv \Leftrightarrow (u - v)^2 = 1$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} u-v=1 \\ u-v=-1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} u=v+1 \\ u=v-1 \end{array}\right.$	**0,5**
		i) Với u = v +1 $\Rightarrow \sqrt{(4-x)(12+x)} = x+2$ (điều kiện: $x \geq -2$) Giải phương trình được x = - 3 + $\sqrt{31}$ (thỏa mãn).	**0,25**
		ii) Với u = v - 1 $\Rightarrow \sqrt{(4-x)(12+x)} = x+4$ (điều kiện: $x \geq -4$) Giải phương trình được x = - 4 + $4\sqrt{2}$ (thỏa mãn) => S = {-4 +4$\sqrt{2}$; -3 + $\sqrt{31}$ }.	**0,25**



Hình vẽ bài 4

Các lưu ý khi chấm:

1. Hướng dẫn chấm này chỉ trình bày sơ lược một cách giải. Bài làm của học sinh phải chi tiết, lập luận chặt chẽ, tính toán chính xác mới được điểm tối đa.
2. Các cách giải khác nếu đúng vẫn cho điểm. Tổ chấm thống nhất cho điểm thành phần của câu nhưng không vượt quá số điểm của câu hoặc phần đó.
3. Bài 4 không vẽ hình không cho điểm cả bài. **Bài 4 câu b tìm được vị trí điểm I không chứng minh không cho điểm.**
4. Mọi vấn đề phát sinh trong quá trình chấm phải được trao đổi trong tổ chấm và chỉ cho điểm theo sự thống nhất của cả tổ.
5. Điểm toàn bài là tổng số điểm đã chấm. Không làm tròn.

.......................Hết.....................

`SỞ GD&ĐT QUẢNG NINH

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

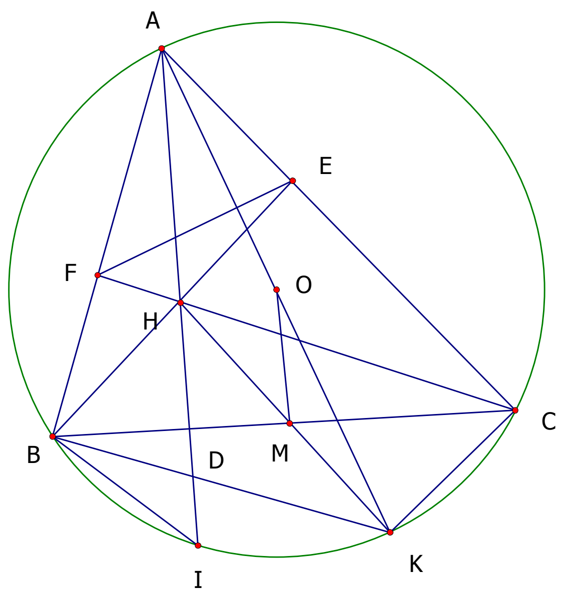
HƯỚNG DẪN CHẤM THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH
LỚP 9 NĂM HỌC 2012 – 2013

Môn: TOÁN (BẢNG B)
(Hướng dẫn chấm này có 03 trang)

Câu	Tóm tắt lời giải	Cho điểm
Câu 1 (4điểm)	**a,** P = $\left(\frac{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}-\frac{(\sqrt{x}+1)(x-\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)}\right):\left(\frac{2(\sqrt{x}-1)^2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}\right)$	0,5
	$=\left(\frac{x+\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}-\frac{x-\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}\right):\left(\frac{2(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}+1}\right)$	0,5
	$=\frac{x+\sqrt{x}+1-x+\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}.\frac{\sqrt{x}+1}{2(\sqrt{x}-1)}$	0,5
	$=\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}}.\frac{\sqrt{x}+1}{2(\sqrt{x}-1)}=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$.	0,5
	b, P $=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}=1+\frac{2}{\sqrt{x}-1}$	0,5
	Để P nhận giá trị nguyên thì $\sqrt{x}-1\in$ Ư(2).	0,25
	* $\sqrt{x}-1=1\Rightarrow\sqrt{x}=2\Rightarrow x=4$ * $\sqrt{x}-1=2\Rightarrow\sqrt{x}=3\Rightarrow x=9$	0,5
	* $\sqrt{x}-1=-1\Rightarrow\sqrt{x}=0\Rightarrow x=0$ (loại). * $\sqrt{x}-1=-2\Rightarrow\sqrt{x}=-1$ (loại).	0,5
	Vậy x nhận các giá trị nguyên 4 ; 9 thì P nhận các giá trị nguyên lần lượt là 3; 2.	0,25
Câu 2 (4điểm)	$\begin{cases}a+b+c=6\\a^2+b^2+c^2=12\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4a+4b+4c=24\\a^2+b^2+c^2=12\end{cases}$.	1,0
	Từ hai phương trình ta suy ra: $a^2+b^2+c^2-4a-4b-4c+12=0$.	0,75
	$\Leftrightarrow(a-2)^2+(b-2)^2+(c-2)^2=0$ vì $(a-2)^2\geq 0;(b-2)^2\geq 0;(c-2)^2\geq 0$ với mọi số thực a, b, c.	1,0
	$\Leftrightarrow\begin{cases}(a-2)^2=0\\(b-2)^2=0\\(c-2)^2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(a-2)=0\\(b-2)=0\\(c-2)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2\\b=2\\c=2\end{cases}$.	0,75
	Vậy P = $(a-3)^{2013}+(b-3)^{2013}+(c-3)^{2013}$ = $(-1)^{2013}+(-1)^{2013}+(-1)^{2013}=-3$.	0,5
Câu 3 (4điểm)	$2(x^2-4x)+\sqrt{x^2-4x-5}-13=0$ $\Leftrightarrow 2(x^2-4x-5)+\sqrt{x^2-4x-5}-3=0$	1,0

	Điều kiện $x^2-4x-5\geq 0 \Leftrightarrow x\leq -1$ hoặc $x\geq 5$ (*)	0,25
	Đặt : $t=\sqrt{x^2-4x-5}$; (t ≥0) $\Leftrightarrow t^2=x^2-4x-5$	0,75
	Phương trình đã cho trở thành: $2t^2+t-3=0 \Leftrightarrow (t-1)(2t+3)=0$ $\Leftrightarrow$ t = 1 hoặc t = - $\frac{3}{2}$ (loại).	1,0
	Với t = 1 ta có : $\sqrt{x^2-4x-5}=1$ $\Leftrightarrow x^2-4x-6=0$ $\Leftrightarrow x=2\pm\sqrt{10}$	0,75
	Vậy phương trình có nghiệm là $x=2\pm\sqrt{10}$ (thỏa mãn điều kiện (*)).	0,25
Câu 4 (6 điểm)	**a**, Có∠BFC=90^0 (vì CF là đường cao của tam giác ABC) ∠BEC = 90^0 (vì BE là đường cao của tam giác ABC)	1,0
	Như vậy từ hai đỉnh F và E cùng nhìn cạnh BC dưới một góc vuông Suy ra hai điểm E và F cùng nằm trên đường tròn đường kính BC	0,75
	Vậy tứ giác BFEC nội tiếp.	0,25
	b, Tứ giác ABDE nội tiếp do có∠BDA = ∠ BEA = 90^0 ⇒∠DBE = ∠DAE (hai góc nội tiếp cùng chắn cung DE) hay ∠CBE=∠IAC (1) ∠ IBC=∠ IAC (góc nội tiếp chắn cung IC) (2) Từ (1) và (2) ⇒ ∠CBE = ∠IBC ⇒BC là tia phân giác góc IBH .	1,0
	Ta lại có BC ⊥ HD nên tam giác IBH cân tại B Suy ra BC cũng là trung trực của HI Vậy I và H đối xứng nhau qua BC	1,0
	c, Kẻ đường kính AK suy ra : KB // CH (cùng vuông góc với AB) KC//BH (cùng vuông góc với AC) ⇒tứ giác BHCK là hình bình hành và M là giao điểm hai đường chéo.	1,0
	⇒ M là trung điểm của HK	0,5
	⇒ OM là đường trung bình của tam giác AHK ⇒AH = 2OM (đpcm)	0,5
Câu 5 (2 điểm)	$\frac{1}{1+x}\geq(1-\frac{1}{1+y})+(1-\frac{1}{1+z})=\frac{y}{1+y}+\frac{z}{1+z}\geq 2\sqrt{\frac{yz}{(1+y)(1+z)}}$ (1)	0,75
	Tương tự : $\frac{1}{1+y}\geq 2\sqrt{\frac{zx}{(1+x)(1+z)}}$ (2) $\frac{1}{1+z}\geq 2\sqrt{\frac{xy}{(1+x)(1+y)}}$ (3)	0,5

	Nhân ba bất đẳng thức cùng chiều (1), (2), (3) với nhau ta được $xyz \le \frac{1}{8}$	0,5
	Suy ra giá trị lớn nhất của $P = \frac{1}{8}$ khi $x = y = z = \frac{1}{2}$.	0,25



Hình vẽ bài 4

<u>Các chú ý khi chấm</u>

1. Hướng dẫn chấm này chỉ trình bày sơ lược một cách cách giải. Bài làm của học sinh phải chi tiết, lập luận chặt chẽ, tính toán chính xác mới được điểm tối đa.
2. Các cách giải khác nếu đúng vẫn cho điểm. Tổ chấm trao đổi và thống nhất điểm chi tiết nhưng không vượt quá số điểm dành cho câu hoặc phần đó.
3. Với bài 4 không cho điểm nếu không có hình vẽ.Có thể chia nhỏ điểm thành phần nhưng không dưới 0,25 điểm và phải thống nhất trong tổ chấm.

………………… *Hết* ……………….

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO THANH HOÁ	KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH **Năm học 2010- 2011**

Đề chính thức

Số báo danh

Môn thi: Toán
Lớp: 9 THCS
Thời gian: **150** phút (*không kể thời gian giao đề*)
Ngày thi: 24/03/2011
(Đề thi có 01 trang, gồm 05 câu).

Câu I. (*5,0 điểm*).

1) Cho phương trình: $x^2 - 2mx + 2m - 1 = 0$. Chứng minh phương trình luôn có hai nghiệm x_1, x_2 với mọi *m*. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \dfrac{2x_1x_2 + 3}{x_1^2 + x_2^2 + 2(1 + x_1x_2)}$ khi *m* thay đổi.

2) (a). Cho ba số hữu tỉ a, b, c thoả mãn $\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b} = \dfrac{1}{c}$. Chứng minh rằng $A = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ là số hữu tỉ.

(b). Cho ba số hữu tỉ x, y, z đôi một phân biệt. Chứng minh rằng:

$B = \sqrt{\dfrac{1}{(x-y)^2} + \dfrac{1}{(y-z)^2} + \dfrac{1}{(z-x)^2}}$ là số hữu tỉ.

Câu II. (*5,0 điểm*).1) Giải phương trình: $\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^2 + \left(\dfrac{x}{x+1}\right)^2 = \dfrac{10}{9}$.

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2 + x + \dfrac{1}{y}\left(1 + \dfrac{1}{y}\right) = 4 \\ x^3 + \dfrac{x}{y^2} + \dfrac{x^2}{y} + \dfrac{1}{y^3} = 4. \end{cases}$

Câu III. (*2,0 điểm*). Cho tam giác đều ABC, các điểm D, E lần lượt thuộc các cạnh AC, AB, sao cho BD, CE cắt nhau tại P và diện tích tứ giác ADPE bằng diện tích tam giác BPC. Tính $\widehat{BPE}$.

Câu IV. *(4,0 điểm).* Cho đường tròn tâm O và dây cung AB cố định ($O \notin AB$). P là điểm di động trên đoạn thẳng AB ($P \neq A, B$ và P khác trung điểm AB). Đường tròn tâm C đi qua điểm P tiếp xúc với đường tròn (O) tại A. Đường tròn tâm D đi qua điểm P tiếp xúc với đường tròn (O) tại B. Hai đường tròn (C) và (D) cắt nhau tại N ($N \neq P$).

1) Chứng minh rằng $\widehat{ANP} = \widehat{BNP}$ và bốn điểm O, D, C, N cùng nằm trên một đường tròn.

2) Chứng minh rằng đường trung trực của đoạn ON luôn đi qua điểm cố định khi P di động.

Câu V. (4*,0 điểm*).

1) Cho $a_1, a_2, ..., a_{45}$ là 45 số tự nhiên dương thoả mãn $a_1 < a_2 < .... < a_{45} \leq 130$. Đặt $d_j = a_{j+1} - a_j$, $(j = 1, 2, ..., 44)$. Chứng minh rằng ít nhất một trong 44 hiệu d_j xuất hiện ít nhất 10 lần.

2) Cho ba số dương a, b, c thoả mãn: $\sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{b^2 + c^2} + \sqrt{c^2 + a^2} = \sqrt{2011}$.

Chứng minh rằng: $\dfrac{a^2}{b+c} + \dfrac{b^2}{c+a} + \dfrac{c^2}{a+b} \geq \dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{2011}{2}}$.

.. HẾT ....

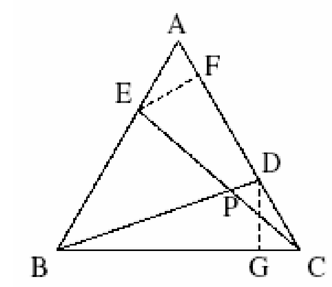
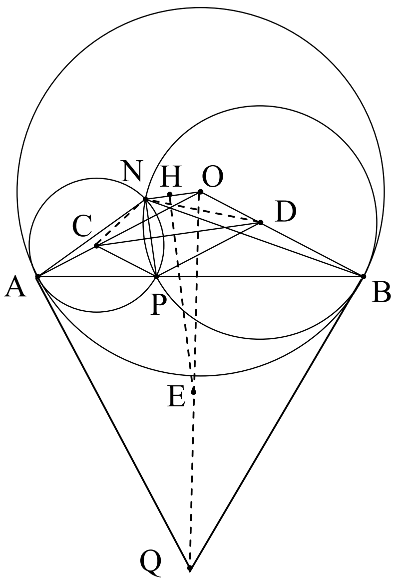
Thí sinh không được sử dụng tài liệu.
Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

SỞ GD & ĐT THANH HOÁ
HƯỚNG DẪN CHẤM
ĐỀ CHÍNH THỨC

(Gồm có 3 trang)

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH
NĂM HỌC 2010 - 2011
MÔN THI: TOÁN
LỚP: 9 THCS
Ngày thi: 24 - 3 - 2011

Câu	Ý	Hướng dẫn chấm	Điểm
Câu I 6 đ	1) 2,5đ	Ta có $\Delta' = (m-1)^2 \geq 0, \forall m$ nên phương trình có hai nghiệm với mọi *m*.	0,5
		Theo định lí viet, ta có $x_1 + x_2 = 2m, x_1x_2 = 2m-1$, suy ra $P = \dfrac{4m+1}{4m^2+2}$	1,0
		$= 1 - \dfrac{(2m-1)^2}{4m^2+2} \leq 1$. $Max\, P = 1$, khi $m = \dfrac{1}{2}$.	1,0
	2a) 1,5đ	Từ giả thiết suy ra $2ab - 2bc - 2ca = 0$	0,5
		Suy ra $A = \sqrt{(a+b-c)^2} = \lvert a+b-c \rvert$ là số hữu tỉ	1,0
	2b) 1,0đ	Đặt $a = \dfrac{1}{x-y}, b = \dfrac{1}{y-z}, c = \dfrac{1}{x-z}$ suy ra $\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b} = \dfrac{1}{c}$.	0,5
		Áp dụng câu 2a) suy ra $B = \sqrt{\dfrac{1}{(x-y)^2} + \dfrac{1}{(y-z)^2} + \dfrac{1}{(z-x)^2}}$ là số hữu tỉ.	0,5
Câu II 6 đ	1) 2,5đ	Đk: $x \neq \pm 1$. Phương trình tương đương với $\left(\dfrac{x}{x+1} + \dfrac{x}{x-1}\right)^2 - 2\dfrac{x^2}{x^2-1} = \dfrac{10}{9} \Leftrightarrow \left(\dfrac{2x^2}{x^2-1}\right)^2 - \dfrac{2x^2}{x^2-1} - \dfrac{10}{9} = 0.$	1,0
		Đặt $t = \dfrac{2x^2}{x^2-1}$, ta được phương trình $t^2 - t - \dfrac{10}{9} = 0 \Leftrightarrow t = \dfrac{5}{3}$ hoặc $t = \dfrac{-2}{3}$	0,5
		Với $t = \dfrac{5}{3}$, ta được $\dfrac{2x^2}{x^2-1} = \dfrac{5}{3}$ (vô nghiệm)	0,5
		Với $t = -\dfrac{2}{3}$, ta được $\dfrac{2x^2}{x^2-1} = -\dfrac{2}{3}$ suy ra $x = \pm\dfrac{1}{2}$.	0,5
	2) 2,5đ	Đk: $y \neq 0$. Hệ tương đương với $\begin{cases} x^2 + \dfrac{1}{y^2} + x + \dfrac{1}{y} = 4 \\ x^3 + \dfrac{1}{y^3} + \dfrac{x}{y}\left(x + \dfrac{1}{y}\right) = 4. \end{cases}$	0,5
		Đặt $\begin{cases} u = x + \dfrac{1}{y} \\ v = \dfrac{x}{y}, \end{cases}$ ta được hệ $\begin{cases} u^2 + u - 2v = 4 \\ u^3 - 2uv = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u^2 - 4u + 4 = 0 \\ u^2 + u - 4 = 2v \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = 2 \\ v = 1. \end{cases}$	1,0

		Với $\begin{cases} u=2 \\ v=1, \end{cases}$ ta được $\begin{cases} x+\dfrac{1}{y}=2 \\ \dfrac{x}{y}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1. \end{cases}$ (thoả mãn điều kiện)	1,0
Câu III 2đ		Kẻ $EF \perp AC$ tại F, $DG \perp BC$ tại G. Theo giả thiết $S_{(ADPE)} = S_{(BPC)}$ $\Rightarrow S_{(ACE)} = S_{(BCD)}$.  	0,5
		Mà $AC = BC \Rightarrow EF = DG$ và $\widehat{A} = \widehat{C}$ Suy ra $\Delta AEF = \Delta CDG \Rightarrow AE = CG$.	0,5
		Do đó $\Delta AEC = \Delta CDB (c-g-c) \Rightarrow \widehat{DBC} = \widehat{ECA}$	0,5
		$\Rightarrow \widehat{BPE} = \widehat{PBC} + \widehat{PCB} = \widehat{PCD} + \widehat{PCB} = 60^0$	0,5
Câu IV 4,0đ	1) 3,0đ	Gọi Q là giao điểm của các tiếp tuyến chung của (O) với (C), (D) tại A, B tương ứng. Suy ra $\widehat{ANP} = \widehat{QAP} = \widehat{QBP} = \widehat{BNP}$.  	1,0
		Ta có $\widehat{ANB} = \widehat{ANP} + \widehat{BNP} = \widehat{QAP} + \widehat{QBP}$ $= 180^0 - \widehat{AQB}$, suy ra NAQB nội tiếp (1).	0,5
		Dễ thấy tứ giác OAQB nội tiếp (2) Từ (1) và (2) suy ra 5 điểm O, N, A, Q, B cùng nằm trên một đường tròn.	0,5
		Suy ra các điểm O, N, A, B cùng nằm trên một đường tròn.	0,5
		Ta có $\widehat{OCN} = 2\widehat{OAN} = 2\widehat{OBN} = \widehat{ODN}$, suy ra bốn điểm O, D, C, N cùng nằm trên một đường tròn.	0,5
	2) 1,0đ	Gọi E là trung điểm OQ, suy ra E cố định và E là tâm đường tròn đi qua các điểm N, O, D, C. Suy ra đường trung trực của ON luôn đi qua điểm E cố định.	1,0
Câu V 2đ	1) 2,0 đ	$d_1+d_2+...+d_{44} = (a_2-a_1)+(a_3-a_2)+...+(a_{45}-a_{44}) = a_{45}-a_1 \le 130-1 = 129.$ (1)	0,5
		Nếu mỗi hiệu d_j $(j=1,2,....,44)$ xuất hiện không quá 10 lần thì $d_1+d_2+...+d_{44} \ge 9(1+2+3+4)+8.5 = 130$ mâu thuẫn với (1). Vậy phải có ít nhất một hiệu d_j $(j=1,...,44)$ xuất hiện không ít hơn 10 lần	1,5
	2) 2,0đ	Ta có $2(a^2+b^2) \ge (a+b)^2$.	0,5

		Suy ra $\frac{a^2}{b+c}+\frac{b^2}{c+a}+\frac{c^2}{a+b}\geq\frac{a^2}{\sqrt{2\left(b^2+c^2\right)}}+\frac{b^2}{\sqrt{2\left(c^2+a^2\right)}}+\frac{c^2}{\sqrt{2\left(c^2+a^2\right)}}$	
		Đặt $x=\sqrt{b^2+c^2}$, $y=\sqrt{c^2+a^2}$, $z=\sqrt{a^2+b^2}$, suy ra $VT\geq\frac{y^2+z^2-x^2}{2\sqrt{2}x}+\frac{z^2+x^2-y^2}{2\sqrt{2}y}+\frac{x^2+y^2-z^2}{2\sqrt{2}z}$ $\geq\frac{1}{2\sqrt{2}}\left[\left(\frac{(y+z)^2}{2x}-x\right)+\left(\frac{(z+x)^2}{2y}-y\right)+\left(\frac{(x+y)^2}{2z}-z\right)\right]$	1,0
		$\geq\frac{1}{2\sqrt{2}}\left[\left(\frac{(y+z)^2}{2x}+2x-3x\right)+\left(\frac{(z+x)^2}{2y}+2y-3y\right)+\left(\frac{(x+y)^2}{2z}+2z-3z\right)\right]$ $\geq\frac{1}{2\sqrt{2}}\left[\left(2(y+z)-3x\right)+\left(2(z+x)-3y\right)+\left(2(x+y-3z\right)\right]$ Suy ra $VT\geq\frac{1}{2\sqrt{2}}(x+y+z)=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2011}{2}}$	0,5

GHI CHÚ: Nếu học sinh giải cách khác mà đúng thì vẫn cho điểm tối đa.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO **THANH HÓA**	**KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH** **Năm học: 2011-2012**
ĐỀ THI CHÍNH THỨC	**Môn thi: TOÁN** **Lớp 9 THCS**
Số báo danh	Ngày thi: 23 tháng 3 năm 2012 Thời gian: **150 phút** *(không kể thời gian giao đề)* Đề này có 01 trang, gồm 05 câu.

Câu I (4,0 điểm)

Cho biểu thức $P = \left(\dfrac{\sqrt{x-1}}{3+\sqrt{x-1}} + \dfrac{x+8}{10-x}\right) : \left(\dfrac{3\sqrt{x-1}+1}{x-3\sqrt{x-1}-1} - \dfrac{1}{\sqrt{x-1}}\right)$.

1) Rút gọn P.

2) Tính giá trị của P khi $x = \sqrt[4]{\dfrac{3+2\sqrt{2}}{3-2\sqrt{2}}} - \sqrt[4]{\dfrac{3-2\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}}}$.

Câu II (4,0 điểm)

Trong cùng một hệ toạ độ, cho đường thẳng $d: y = x - 2$ và parabol $(P): y = -x^2$. Gọi A và B là giao điểm của d và (P).

1) Tính độ dài AB.

2) Tìm m để đường thẳng $d': y = -x + m$ cắt (P) tại hai điểm C và D sao cho $CD = AB$.

Câu III (4,0 điểm)

1) Giải hệ phương trình $\begin{cases} \dfrac{x^2}{y} + x = 2 \\ \dfrac{y^2}{x} + y = \dfrac{1}{2}. \end{cases}$

2) Tìm nghiệm nguyên của phương trình $2x^6 + y^2 - 2x^3y = 320$.

Câu IV (6,0 điểm)

Cho tam giác nhọn ABC có $AB > AC$. Gọi M là trung điểm của BC; H là trực tâm; AD, BE, CF là các đường cao của tam giác ABC. Kí hiệu (C_1) và (C_2) lần lượt là đường tròn ngoại tiếp tam giác AEF và DKE, với K là giao điểm của EF và BC. Chứng minh rằng:

1) ME là tiếp tuyến chung của (C_1) và (C_2).

2) $KH \perp AM$.

Câu V (2,0 điểm)

Với $0 \le x, y, z \le 1$. Tìm tất cả các nghiệm của phương trình:

$$\frac{x}{1+y+zx} + \frac{y}{1+z+xy} + \frac{z}{1+x+yz} = \frac{3}{x+y+z}.$$

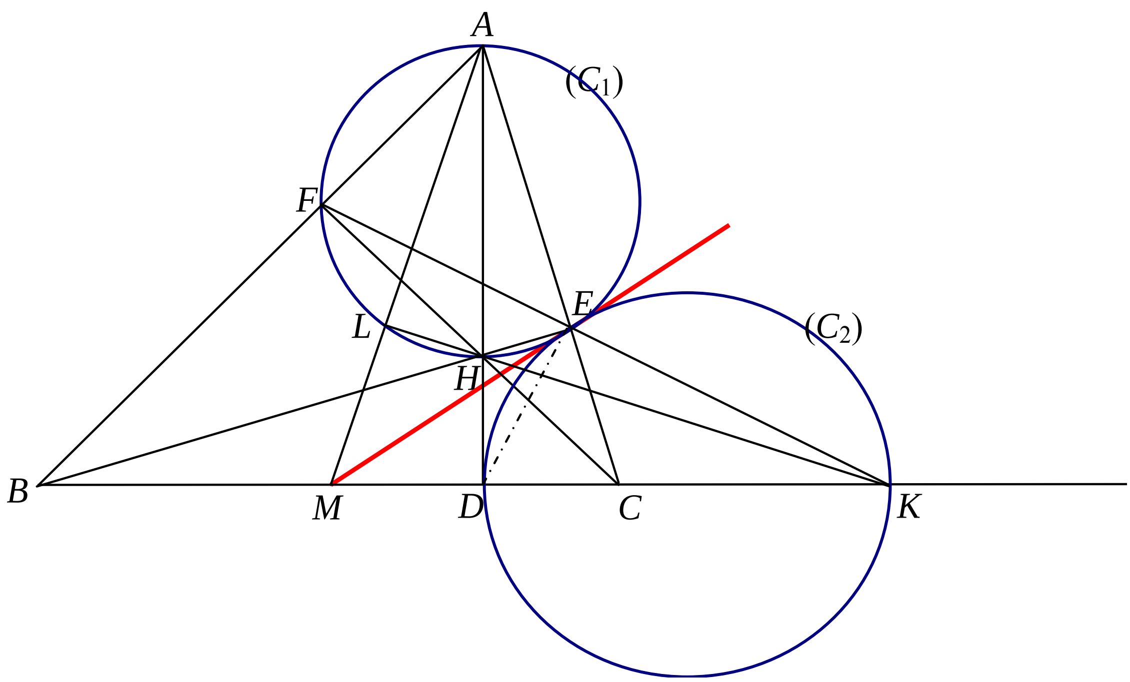
-- HẾT--

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không được giải thích gì thêm.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO THANH HÓA	KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH Năm học: 2011-2012

HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN
(Đề chính thức)
Lớp 9 THCS
Ngày thi: 23 tháng 3 năm 2012
(Hướng dẫn gồm 03 trang)

CÂU	NỘI DUNG	ĐIỂM
I	**1) 2,0 điểm**	
4,0 điểm	Điều kiện xác định: $1 < x \neq 10$ (*). Đặt: $\sqrt{x-1} = a,\ 0 < a \neq 3$. Khi đó: $P = \left(\dfrac{a}{3+a} + \dfrac{a^2+9}{9-a^2}\right) : \left(\dfrac{3a+1}{a^2-3a} - \dfrac{1}{a}\right)$	1,0
	$= \dfrac{3(a+3)}{9-a^2} : \dfrac{2a+4}{a(a-3)} = \dfrac{-3a}{2a+4} = \dfrac{-3\sqrt{x-1}}{2\sqrt{x-1}+4}$.	1,0
	2) 2,0 điểm	
	$x = \sqrt[4]{\left(3+2\sqrt{2}\right)^2} - \sqrt[4]{\left(3-2\sqrt{2}\right)^2}$	1,0
	$= \sqrt[4]{\left(\sqrt{2}+1\right)^4} - \sqrt[4]{\left(\sqrt{2}-1\right)^4} = \sqrt{2}+1-\left(\sqrt{2}-1\right) = 2$. Suy ra: $P = \dfrac{-3}{2+4} = -\dfrac{1}{2}$.	1,0
II	**1) 2,0 điểm**	
4,0 điểm	Toạ độ A và B thoả mãn hệ: $\begin{cases} -x^2 = x-2 \\ y = x-2 \end{cases}$ $\Leftrightarrow (x;\ y) = (1;-1)$ hoặc $(x;\ y) = (-2;-4)$.	1,0
	$AB = \sqrt{9+9} = 3\sqrt{2}$.	1,0
	2) 2,0 điểm	
	Xét phương trình (hoành độ giao điểm của (P) và d'): $-x^2 = -x + m$ $\Leftrightarrow x^2 - x + m = 0$ (1). Tồn tại C và D, khi và chỉ khi: (1) có 2 nghiệm $x_1,\ x_2$ phân biệt $\Leftrightarrow m < \dfrac{1}{4}$ (*). Khi đó, toạ độ của C và D là: $C(x_1;\ y_1)$ và $D(x_2;\ y_2)$, trong đó: $y_1 = -x_1 + m$ và $y_2 = -x_2 + m$.	1,0
	$CD^2 = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 = 2(x_1 - x_2)^2 = 2\left[(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2\right]$. Áp dụng định lý Viét đối với (1), suy ra: $CD^2 = 2(1-4m)$. $CD = AB \Leftrightarrow 2(1-4m) = 18 \Leftrightarrow m = -2$, thoả mãn (*). Vậy, giá trị cần tìm của m là: $m = -2$.	1,0
III	**1) 2,0 điểm**	

4,0 điểm	Điều kiện xác định: $xy \neq 0$ (*). Khi đó, hệ đã cho tương đương với: $\begin{cases} x^2 + xy = 2y \\ 2y^2 + 2xy = x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 2y^2 + 3xy = x + 2y \\ 2y^2 + 2xy = x \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} (x + 2y)(x + y - 1) = 0 \\ 2y^2 + 2xy = x \end{cases}$	1,0
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -2y \\ y^2 - y = 0 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x = 1 - y \\ y = \dfrac{1}{3} \end{cases}$ $\Leftrightarrow$ $(x; y) = (0; 0), (-2; 1)$ hoặc $\left(\dfrac{2}{3}; \dfrac{1}{3}\right)$. Đối chiếu (*), suy ra nghiệm của hệ đã cho: $(x; y) = (-2; 1)$ hoặc $(x; y) = \left(\dfrac{2}{3}; \dfrac{1}{3}\right)$.	1,0
	2) 2,0 điểm	
	$2x^6 + y^2 - 2x^3y = 320$ (1). (1) $\Leftrightarrow \left(x^3\right)^2 + (x^3 - y)^2 = 320$. Đặt: $x^3 = 8u$ và $x^3 - y = 8v$, (1) trở thành: $u^2 + v^2 = 5$.	1,0
	Hệ: $\begin{cases} x^3 = 8u \\ x^3 - y = 8v \\ u^2 + v^2 = 5 \\ x, y \in \mathbb{Z} \end{cases}$ suy ra: $(x; y) = (2; -8), (2; 24), (-2; -24), (-2; 8)$.	1,0
IV	**1) 3,0 điểm**	
6,0 điểm	 $\widehat{MEB} = \widehat{CBE}$ (tam giác BEC vuông tại E, có EM là trung tuyến) $= \widehat{CAD}$ (hai tam giác vuông EBC và DAC có chung góc nhọn C).	1,0

	Mặt khác $H \in (C_1)$, từ đó ta có: $\widehat{HEM} = \widehat{HAE}$. Suy ra, ME là tiếp tuyến của (C_1).	0,5
	$\widehat{MED} = \widehat{MEC} - \widehat{DEC}$ $= \widehat{MCE} - \widehat{DEC}$ (do tam giác BEC vuông tại E, có EM là trung tuyến) $= \widehat{MCE} - \widehat{DHC}$ (tứ giác $HDCE$ nội tiếp) $= \widehat{MCE} - \widehat{FHA}$ (góc đối đỉnh)	1,0
	$= \widehat{MCE} - \widehat{FEA}$ (tứ giác $HEAF$ nội tiếp) $= \widehat{MCE} - \widehat{CEK}$ (góc đối đỉnh) $= \widehat{DKE}$ (góc ngoài tam giác), suy ra ME là tiếp tuyến của (C_2). Hoàn thành lời giải bài toán.	0,5
	2) 3,0 điểm	
	Gọi $L = AM \cap (C_1)$; theo câu IV.1), ta có: $ML.MA = ME^2 = MD.MK$.	1.0
	Suy ra L thuộc đường tròn ngoại tiếp tam giác ADK - là đường tròn đường kính AK.	1.0
	Do đó $KL \perp AM$. Mặt khác, ta lại có $HL \perp AM$ (vì $L \in (C_1)$ - là đường tròn đường kính AH). Do đó K, L, H thẳng hàng, suy ra điều phải chứng minh.	1.0
V		
2,0 điểm	$\dfrac{x}{1+y+zx} + \dfrac{y}{1+z+xy} + \dfrac{z}{1+x+yz} = \dfrac{3}{x+y+z}$ (1). Giả thiết $0 \le x, y, z < 1$ kết hợp với điều kiện xác định của (1), suy ra: $x+y+z>0$ (*). Khi đó, ta có: $(1-z)(1-x) \ge 0$ $\Leftrightarrow 1 + zx \ge z + x \Leftrightarrow \dfrac{x}{1+y+zx} \le \dfrac{x}{x+y+z}$.	0.5
	Tương tự, ta cũng có: $\dfrac{y}{1+z+xy} \le \dfrac{y}{x+y+z}$ và $\dfrac{z}{1+x+yz} \le \dfrac{z}{x+y+z}$. Suy ra: $\dfrac{3}{x+y+z} = \dfrac{x}{1+y+zx} + \dfrac{y}{1+z+xy} + \dfrac{z}{1+x+yz} \le 1$	0.5
	hay $x+y+z \ge 3$ (1) Mặt khác, từ $0 \le x, y, z \le 1$, suy ra: $x+y+z \le 3$ (2)	0.5
	Từ (1) và (2) ta suy ra: $x+y+z=3$, kết hợp với điều kiện $0 \le x, y, z \le 1$ suy ra $x = y = z = 1$ Vậy, phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x; y; z) = (1;1;1)$	0.5

---HẾT---

SỞ GD&ĐT VĨNH PHÚC

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HSG LỚP 9 NĂM HỌC 2013-2014

ĐỀ THI MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề

Câu 1 (3,0 *điểm*).

a) Cho biểu thức: $M = \dfrac{2\sqrt{a}-16}{a-6\sqrt{a}+8} - \dfrac{\sqrt{a}+4}{\sqrt{a}-2} - \dfrac{2\sqrt{a}+1}{4-\sqrt{a}}$. Tìm tất cả các giá trị nguyên của a để giá trị của M là một số nguyên.

b) Cho đa thức $P(x) = ax^2 + bx + c$ thỏa mãn đồng thời các điều kiện $P(x) \geq 0$ với mọi số thực x và $b > a$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $Q = \dfrac{a+b+c}{b-a}$.

Câu 2 (2,0 *điểm*). Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình sau vô nghiệm:

$$\frac{x+1}{x-m+1} = \frac{x}{x+m+2}$$

Câu 3 (1,0 *điểm*). Cho p là số nguyên tố lớn hơn 5. Chứng minh rằng số $p^{1954^{5^7}} - 1$ chia hết cho 60.

Câu 4 (3,0 *điểm*). Cho đường tròn (O) có tâm là O và bán kính bằng R. Hai điểm phân biệt B, C cố định nằm trên (O) sao cho $BC = a < 2R$. Gọi A là điểm bất kì thuộc cung lớn $\overset{\frown}{BC}$ của (O), A không trùng với B, C. Gọi D là chân đường phân giác trong kẻ từ A của tam giác ABC. Hai điểm E, F lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp các tam giác ADB và ADC.

a) Chứng minh rằng hai tam giác AEO và ADC đồng dạng.

b) Tính diện tích tứ giác $AEOF$ theo a và R.

c) Chứng minh rằng khi điểm A thay đổi thì E di chuyển trên một đường thẳng cố định.

Câu 5 (1,0 *điểm*). Trên một đường tròn cho 21 điểm phân biệt. Mỗi một điểm được tô bởi một trong 4 màu: xanh, đỏ, tím, vàng. Giữa mỗi cặp điểm nối với nhau bằng một đoạn thẳng được tô bởi một trong 2 màu: nâu hoặc đen. Chứng minh rằng luôn tồn tại một tam giác có ba đỉnh được tô cùng một màu (xanh, đỏ, tím hoặc vàng) và ba cạnh cũng được tô cùng một màu (nâu hoặc đen).

----------- Hết -----------

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:…………….…….…….………….…; Số báo danh……………….

SỞ GD&ĐT VĨNH PHÚC **KỲ THI CHỌN HSG LỚP 9 NĂM HỌC 2013-2014**

HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN: TOÁN

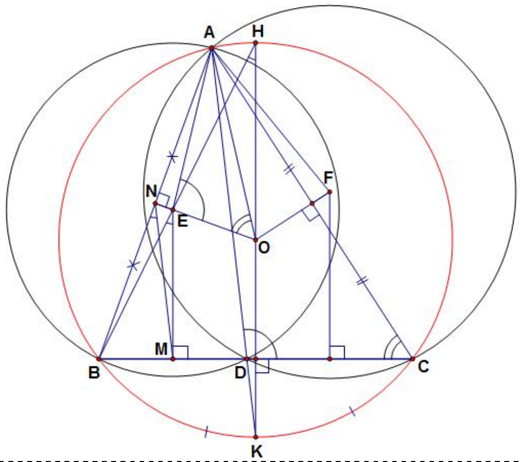
I. LƯU Ý CHUNG:

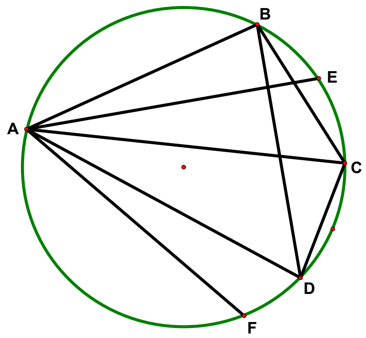
- Hướng dẫn chấm chỉ trình bày một cách giải với những ý cơ bản phải có. Khi chấm bài học sinh làm theo cách khác nếu đúng và đủ ý thì vẫn cho điểm tối đa.
- Điểm toàn bài tính đến 0,25 và không làm tròn.
- Với bài hình học nếu thí sinh không vẽ hình phần nào thì không cho điểm tương ứng với phần đó.

II. ĐÁP ÁN:

Câu	Ý	Nội dung trình bày	Điểm
1	a) 2,5	*Cho biểu thức:* $M=\frac{2\sqrt{a}-16}{a-6\sqrt{a}+8}-\frac{\sqrt{a}+4}{\sqrt{a}-2}-\frac{2\sqrt{a}+1}{4-\sqrt{a}}$. *Tìm tất cả các giá trị nguyên của a để M là một số nguyên.*	
		ĐKXĐ: $\begin{cases} a\ge 0 \\ a\ne 4, a\ne 16 \end{cases}$	
		$M=\frac{2\sqrt{a}-16}{a-6\sqrt{a}+8}-\frac{\sqrt{a}+4}{\sqrt{a}-2}+\frac{2\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-4}$ $=\frac{2\sqrt{a}-16-(\sqrt{a}+4)(\sqrt{a}-4)+(2\sqrt{a}+1)(\sqrt{a}-2)}{a-6\sqrt{a}+8}$ $=\frac{a-\sqrt{a}-2}{(\sqrt{a}-2)(\sqrt{a}-4)}=\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-4}$	
		Từ $M=\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-4}=1+\frac{5}{\sqrt{a}-4}$.	
		Do M là số nguyên nên $5\vdots(\sqrt{a}-4)\Rightarrow\sqrt{a}-4\in\{\pm1;\pm5\}$.	
		<u>TH1</u>. $\sqrt{a}-4=1\Rightarrow a=25$ <u>TH2</u>. $\sqrt{a}-4=-1\Rightarrow a=9$	
		<u>TH3</u>. $\sqrt{a}-4=5\Rightarrow a=81$ <u>TH4</u>. $\sqrt{a}-4=-5\Rightarrow\sqrt{a}=-1$ (loại) Đối chiếu điều kiện đã đặt, ta suy ra các giá trị cần tìm của *a* là: 9; 25; 81.	
	b) 0,5	*Cho đa thức* $P(x)=ax^2+bx+c$ *thỏa mãn đồng thời các điều kiện* $P(x)\ge 0$ *với mọi số thực x và* $b>a$. *Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức* $Q=\frac{a+b+c}{b-a}$.	
		- Từ $P(x)\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}$ ta chứng minh được $\begin{cases} a>0 \\ \Delta=b^2-4ac\le 0 \end{cases}$. - Do đó: $c\ge\frac{b^2}{4a}\Leftrightarrow a+b+c\ge a+b+\frac{b^2}{4a}\Leftrightarrow\frac{a+b+c}{b-a}\ge\frac{4a^2+4ab+b^2}{4a(b-a)}$	
		- Lại có: $\frac{4a^2+4ab+b^2}{4a(b-a)}=\frac{16a^2-8ab+b^2+12a(b-a)}{4a(b-a)}=3+\frac{(4a-b)^2}{4a(b-a)}\ge 3$ *Vậy* $Q_{\min}=3\Leftrightarrow b=c=4a>0$	

		<u>Học sinh có thể làm theo cách sau:</u> - Từ giả thiết $P(x)\ge 0, \forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow P(-2)\ge 0$ $\Leftrightarrow 4a-2b+c\ge 0\Leftrightarrow a+b+c\ge 3(b-a)>0$ - Từ đó suy ra $Q=\dfrac{a+b+c}{b-a}\ge 3$. Xét đa thức $P(x)=x^2+4x+4$, ta thấy đa thức này thỏa mãn các điều kiện của giả thiết và khi đó $Q=\dfrac{1+4+4}{4-1}=3$. *Vậy giá trị nhỏ nhất của Q bằng 3.*	
2	**2,0**	*Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình sau vô nghiệm:* $\dfrac{x+1}{x-m+1}=\dfrac{x}{x+m+2}$ (*)	
		ĐKXĐ: $\begin{cases} x\ne m-1\\ x\ne -m-2\end{cases}$	
		Khi đó $(*)\Leftrightarrow x^2+(m+3)x+m+2=x^2+(1-m)x\Leftrightarrow(2m+2)x=-m-2$ (**)	
		+ Nếu $m=-1$, $(**)\Leftrightarrow 0.x=-1$, vô nghiệm, suy ra phương trình (*) vô nghiệm	
		+ Nếu $m\ne -1$ thì (**) có nghiệm $x=-\dfrac{m+2}{2m+2}$, do đó phương trình đã cho vô nghiệm nếu $\left[\begin{array}{ll} -\dfrac{m+2}{2m+2}=m-1 & (1)\\ -\dfrac{m+2}{2m+2}=-m-2 & (2)\end{array}\right.$	
		- TH1 : $(1)\Leftrightarrow -m-2=2m^2-2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} m=0\\ m=-\dfrac{1}{2}\end{array}\right.$	
		- TH2 : $(2)\Leftrightarrow -m-2=-2m^2-6m-4\Leftrightarrow 2m^2+5m+2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} m=-2\\ m=-\dfrac{1}{2}\end{array}\right.$ *Vậy có 4 giá trị của m để phương trình vô nghiệm là :* $-1;0;-2;-\dfrac{1}{2}$.	
3	**1,0**	*Cho p là số nguyên tố lớn hơn 5. Chứng minh rằng số $p^{1954^{5^7}}-1$ chia hết cho 60.*	
		Trước hết ta dễ dàng chứng minh $1954^{5^7}=4m$ (với *m* nguyên dương) Ta sẽ chứng bài toán tổng quát $p^{4m}-1$ chia hết cho 60 với mọi số nguyên tố $p>5$ và mọi số nguyên dương *m*.	
		Thật vậy, có $p^{4m}-1=(p^4)^m-1^m=\left(p^4-1\right)A=(p-1)(p+1)(p^2+1).A$ $(A\in\mathbb{N})$ Do *p* lẻ nên $p-1, p+1$ là hai số chẵn liên tiếp suy ra $(p-1)(p+1)\,\vdots\,4$ (1) Lại có $(p-1)p(p+1)\,\vdots\,3$ mà *p* không chia hết cho 3 nên $(p-1)(p+1)\,\vdots\,3$ (2)	
		Do *p* không chia hết cho 5 nên *p* có một trong các dạng $5k\pm 1$; $5k\pm 2$. - Nếu $p=5k\pm 1\Rightarrow p^2=25k^2\pm 10k+1=5n+1$ - Nếu $p=5k\pm 2\Rightarrow p^2=25k^2\pm 20k+4=5l-1$ $(k,n,l\in\mathbb{N})$ Suy ra $p^4-1=5.q$, hay $(p-1)(p+1)(p^2+1)\,\vdots\,5$ (3)	

		Từ (1), (2), (3) và 3, 5, 4 là các số đôi một nguyên tố cùng nhau nên $(p-1)(p+1)(p^2+1)\vdots(3.5.4)\Leftrightarrow p^4-1\vdots 60$. *Vậy* $p^{4m}-1\vdots 60$ *(điều phải chứng minh).*	
4	**a** **1,5**	*Chứng minh rằng hai tam giác* AEO *và* ADC *đồng dạng.* 	
		Trong đường tròn (O) ta có: $\widehat{AOE}=\frac{1}{2}.\widehat{AOB}=\widehat{ACB}$ (1)	
		Trong đường tròn (ADB), ta có $\widehat{AEO}=\frac{1}{2}$sđ $\overparen{ADB}=\frac{1}{2}\left(360^0-2.\widehat{ADB}\right)=180^0-\widehat{ADB}=\widehat{ADC}$ (2)	
		Từ (1) và (2) suy ra hai tam giác AEO và ADC đồng dạng.	
	b	**1,0** *Tính diện tích tứ giác* $AEOF$ *theo* a *và* R.	
		Tương tự phần **a)**, ta có hai tam giác AFO, ADB đồng dạng, do đó $\widehat{AEO}=\widehat{ADC},\widehat{AFO}=\widehat{ADB}\Rightarrow\widehat{AEO}+\widehat{ADB}=180^0\Rightarrow AEOF$ là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow E,F$ nằm hai phía AO, suy ra : $S_{AEOF}=S_{AOE}+S_{AOF}=\frac{1}{4}(OE.AB+OF.AC)$ (3) **(***Nếu học sinh không chứng minh (3) trừ 0,25 điểm***)**	
		- Lại có: $\frac{OE}{CD}=\frac{AO}{AC}\Rightarrow OE=\frac{AO.CD}{AC}$ (4) $\frac{OF}{BD}=\frac{AO}{AB}\Rightarrow OF=\frac{AO.BD}{AB}$ (5)	
		Thay (4), (5) vào (3) ta được: $4.S_{AEOF}=\frac{AO.CD}{AC}.AB+\frac{AO.BD}{AB}.AC$ (6) - Vì AD là phân giác của tam giác ABC nên ta có: $\frac{AB}{AC}=\frac{DB}{DC}$ (7)	
		Thế (7) vào (6) ta được $4S_{AEOF}=AO(CD.\frac{AB}{AC}+BD.\frac{AC}{AB})=AO(CD.\frac{BD}{CD}+BD.\frac{CD}{BD})$ $=AO(BD+CD)=AO.BC=R.a\Rightarrow S_{AEOF}=\frac{R.a}{4}$ (đvdt).	
	c **0,5**	*Chứng minh rằng khi A thay đổi thì điểm* E *di chuyển trên một đường thẳng cố định.*	

		- Đường trung trực của BC cắt cung lớn $\overset{\frown}{BC}$ tại H, cắt cung nhỏ $\overset{\frown}{BC}$ tại K. Khi đó H, K cố định và là điểm chính giữa của các cung tương ứng. - Gọi M, N tương ứng là trung điểm BD, AB suy ra $\widehat{BNE} = \widehat{BME} = 90^0$ Do đó B, M, N, E cùng nằm trên đường tròn đường kính BE. $\Rightarrow \widehat{BEM} = \widehat{BNM} = \widehat{BAD} = \frac{1}{4}$ sđ $\overset{\frown}{BKC}$.	
		$\widehat{BHK} = \frac{1}{4}$ sđ $\overset{\frown}{BKC}$, suy ra $\widehat{BEM} = \widehat{BHK}$ (8) Lại có $EM // HK$ (cùng vuông góc với BC), H, E cùng phía so với BC (9) Kéo dài $BE \cap HK = H'$ $\Rightarrow \widehat{BEM} = \widehat{BH'K}$ (10) Từ (8), (9), (10) suy ra $H \equiv H' \Rightarrow B, E, H$ thẳng hàng $\Rightarrow E \in BH$ cố định.	
5	**1,0**		
		- Vì các điểm phân biệt nằm trên một đường tròn nên ba điểm bất kỳ luôn tạo thành một tam giác. - Có 21 điểm được tô bằng 4 màu, do đó có ít nhất 6 điểm có cùng màu. Giả sử có 6 điểm cùng màu đỏ là A, B, C, D, E, F	
		- Nối 5 đoạn AB, AC, AD, AE, AF và tô bằng 2 màu nâu, đen khi đó có ít nhất 3 đoạn cùng màu, giả sử AB, AC, AD được tô cùng màu đen.	
		Xét tam giác BCD, xảy ra hai khả năng: <u>TH1</u>. Nếu ba cạnh BC, BD, DC được tô cùng màu nâu thì tam giác BCD có ba đỉnh cùng màu đỏ, ba cạnh cùng màu nâu (thỏa mãn)	
		<u>TH2</u>. Nếu ba cạnh BC, BD, DC có ít nhất một cạnh màu đen, giả sử BC đen, khi đó tam giác ABC có ba đỉnh cùng màu đỏ, ba cạnh cùng màu đen (thỏa mãn) *Vậy luôn có một tam giác có ba đỉnh cùng màu và ba cạnh cùng màu.*	

------------- Hết -------------

UBND HUYỆN NGHI XUÂN **PHÒNG GIÁO DỤC- ĐÀO TẠO**	**KỲ THI CHỌN ĐỘI TUYỂN HỌC SINH GIỎI LỚP 9** **NĂM HỌC 2013 -2014** **Môn: Toán. Thời gian làm bài**: *150 phút*

Câu 1: a. Tính giá trị của biểu thức: $A=\sqrt{6-2\sqrt{5}}+\sqrt{14-6\sqrt{5}}$

b. Tìm x; y thỏa mãn: $2x+y-2\sqrt{xy}-4\sqrt{x}+4=0$

Câu 2: a. Giải phương trình nghiệm nguyên: $5x^4+y^2-4x^2y-85=0$

b. Cho x ; y ; z là các số nguyên và $\begin{cases} P=(x+2012)^5+(2y-2013)^5+(3z+2014)^5 \\ S=x+2y+3z+2013. \end{cases}$

Chứng minh rằng P chia hết cho 30 khi và chỉ khi S chia hết cho 30.

Câu 3: Cho ba số x, y, z khác 0 và thoả mãn:

$$\begin{cases} x+y+z=\dfrac{1}{2} \\ \dfrac{1}{x^2}+\dfrac{1}{y^2}+\dfrac{1}{z^2}+\dfrac{1}{xyz}=4. \\ \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}>0 \end{cases}$$

Tính giá trị của biểu thức: $P=\left(y^{2009}+z^{2009}\right)\left(z^{2011}+x^{2011}\right)\left(x^{2013}+y^{2013}\right)$

Câu 4: a. Cho tam giác nhọn ABC có trực tâm H, trọng tâm I; Giao điểm 3 đường trung trực là O, trung điểm của BC là M.

Tính giá trị biểu thức: $\sqrt{\dfrac{IO^2+OM^2}{IH^2+HA^2}}$

b. Cho góc $\widehat{xOy}$. Một đường thẳng d thay đổi luôn cắt các tia Ox; Oy tại M và N. Biết giá trị biểu thức $\dfrac{1}{OM}+\dfrac{1}{ON}$ không thay đổi khi đường thẳng d thay đổi.

Chứng minh rằng đường thẳng d luôn đi qua một điểm cố định.

Câu 5: a. Cho các số x; y; z không âm, không đồng thời bằng 0 và thỏa mãn:

$\dfrac{1}{x+1}+\dfrac{1}{y+2}+\dfrac{1}{z+3}\le 1.$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P=x+y+z+\dfrac{1}{x+y+z}$

b. Cho các số dương x, y, z thoả mãn điều kiện: xy + yz + zx = 671.

Chứng minh rằng: $\dfrac{x}{x^2-yz+2013}+\dfrac{y}{y^2-zx+2013}+\dfrac{z}{z^2-xy+2013}\ge\dfrac{1}{x+y+z}$

-------------------- Hết ----------------------

Họ và tên thí sinh .... SBD ....

PHÒNG GD-ĐT NGHI XUÂN

HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN

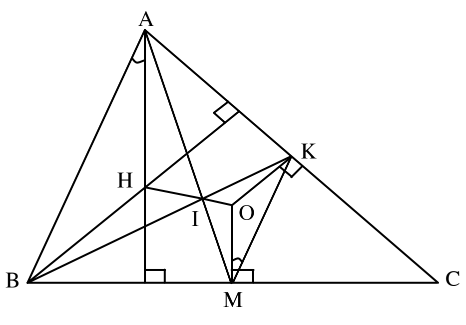
THI CHỌN ĐỘI TUYỂN HỌC SINH GIỎI LỚP 9

NĂM HỌC 2013-2014

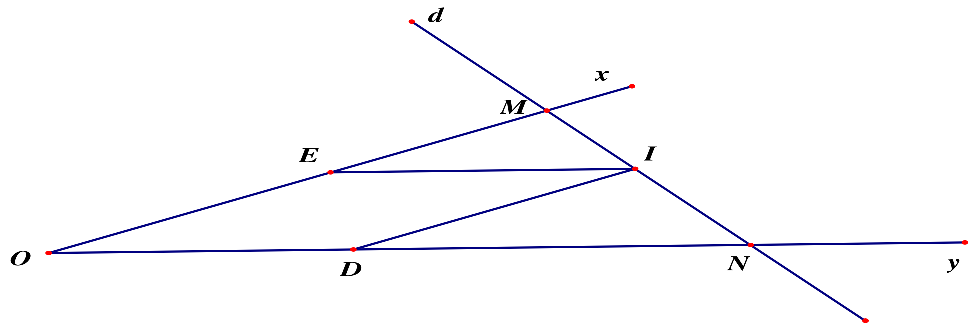
Câu 1:(4 điểm) . a) 1,5 điểm. b) 2,5 điểm	**BIỂU ĐIỂM**
a) $A=\sqrt{6-2\sqrt{5}}+\sqrt{14-6\sqrt{5}}=\sqrt{\left(\sqrt{5}-1\right)^2}+\sqrt{\left(3-\sqrt{5}\right)^2}=\sqrt{5}-1+3-\sqrt{5}=2$	1,5
b) ĐKXĐ: $\left[\begin{array}{l} x=0;\forall y \\ x>0;\, y\ge 0\end{array}\right.$	0,5
Xét x = 0. Suy ra y = - 4 (Thỏa mãn)	0,75
Xét $x>0; y\ge 0$. Biến đổi PT về dạng: $\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)^2+\left(\sqrt{x}-2\right)^2=0$ Lập luận tính được x = y = 4 (Thỏa mãn).	1,0
KL: $(x;y)=(0;-4)$ hoặc $(x;y)=(4;4)$	0,25
Câu 2: (4,5 điểm) a) 2,25 điểm. b) 2,25 điểm	
a) Phương trình đã cho tương đương với $x^4=85-\left(y-2x^2\right)^2$	0,5
Lập luận $x^4\le 85<4^4$ Mà $x\in Z$ Suy ra $x^4\in\{0^4;1^4;2^4;3^4\}$	1,0
$x^4=0^4$ thì $y^2=85$ (loại) $x^4=1^4$ thì $(y-2)^2=84$ (loại) $x^4=2^4$ thì $(y-8)^2=71$ (loại) $x^4=3^4$ thì $(y-18)^2=4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y-18=2 \\ y-18=-2\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=20 \\ y=16\end{array}\right.$ Khi đó $\left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=-3\end{array}\right.$ Vậy phương trình có 4 nghiệm nguyên $(x;y)$ là: (3 ; 20); (-3 ; 20); (3 ; 16); (-3 ; 16)	0,75
b) Đặt $a=x+2012; b=2y-2013; c=3z+2014$. Ta có: $\begin{array}{l} P=a^5+b^5+c^5 \\ S=a+b+c\end{array}$ (a ; b ; c là các số nguyên) Xét $P-S=\left(a^5-a\right)+\left(b^5-b\right)+\left(c^5-c\right)$	0,5

Ta có : với mọi số nguyên m thì m^5-m chia hết cho 30 Thật vậy: $m^5-m=m(m^4-1)=m(m^2-1)(m^2+1)=...=m(m-1)(m+1)(m-2)(m+2)+5m(m-1)(m+1)$ (1) Với mọi số nguyên m thì $m;(m-1);(m+1);(m-2);(m+2)$ là 5 số nguyên liên tiếp nên trong đó có 1 thừa số chia hết cho 2; 1 thừa số chia hết cho 3;1 thừa số chia hết cho 5 mà 2; 3; 5 nguyên tố cùng nhau từng đôi một nên tích của chúng chia hết cho 2.3.5. Hay $m(m-1)(m+1)(m-2)(m+2)$ chia hết cho 30 (2) Và $m;(m-1);(m+1)$ $m;(m-1);(m+1);(m-2);(m+2)$ là 3 số nguyên liên tiếp nên trong đó có 1 thừa số chia hết cho 2; 1 thừa số chia hết cho 3 mà 2; 3 nguyên tố cùng nhau nên tích của chúng chia hết cho 2.3. Hay $5m(m-1)(m+1)$ chia hết cho 30 (3) Từ (1); (2); (3) Suy ra với mọi số nguyên m thì m^5-m chia hết cho 30 Do đó $P-S=\left(a^5-a\right)+\left(b^5-b\right)+\left(c^5-c\right)$ chia hết cho 30 với a; b; c là các số nguyên	1,75
Câu 3: (2,5 điểm)	
Từ giả thiết suy ra: $4=\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}+\frac{1}{z^2}+\frac{1}{xyz}=\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}+\frac{1}{z^2}+\frac{2(x+y+z)}{xyz}=\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}+\frac{1}{z^2}+2\left(\frac{1}{xy}+\frac{1}{yz}+\frac{1}{zx}\right)=\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)^2$ Mà $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}>0$ suy ra $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=2$ (1) Mặt khác $x+y+z=\frac{1}{2}$ suy ra $\frac{1}{x+y+z}=2$ (2) Từ (1) và (2) suy ra $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{1}{x+y+z}$ (3)	1,0
Biến đổi (3) $\Leftrightarrow \left(x+y\right)\left(y+z\right)\left(z+x\right)=0$	1,0
$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+y=0 \\ z+y=0 \\ x+z=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-y \\ y=-z \\ z=-x \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^{2013}=-y^{2013} \\ y^{2009}=-z^{2009} \\ z^{2011}=-x^{2011} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^{2013}+y^{2013}=0 \\ y^{2009}+z^{2009}=0 \\ z^{2011}+x^{2011}=0 \end{array}\right.$ nên P = 0	0,5

Câu 4 :(5,5 điểm) a) 3 điểm. b) 2,5 điểm



a) Ta có MO // HA (cùng vuông góc với BC)
OK // BH (cùng vuông góc với AC)
$\Rightarrow \widehat{KOM}=\widehat{BHA}$ (góc có cạnh tương ứng song song)
MK // AB (M, K là trung điểm BC và AC)
$\Rightarrow \widehat{HAB}=\widehat{OMK}$ (góc có cạnh tương ứng song song)
$\Rightarrow \Delta ABH$ đồng dạng với ΔMKO (1,0)
$\Rightarrow \frac{MO}{AH}=\frac{MK}{AB}=\frac{1}{2}$ (0,5)

Xét ΔAIH và ΔMIO có $\frac{MO}{AH}=\frac{MI}{AI}=\frac{1}{2}$ và $\widehat{OMI}=\widehat{HAI}$ (so le trong) $\Rightarrow$ ΔAIH đồng dạng với ΔMIO $\Rightarrow \frac{IO}{IH}=\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{IO}{IH}=\frac{OM}{HA}=\frac{1}{2}$	1,0
$\Rightarrow \frac{IO^2}{IH^2}=\frac{OM^2}{HA^2}=\frac{IO^2+OM^2}{IH^2+HA^2}=\frac{1}{4} \Rightarrow \sqrt{\frac{IO^2+OM^2}{IH^2+OA^2}}=\frac{1}{2}$	0,5
	
b) Giả sử $\frac{1}{OM}+\frac{1}{ON}=\frac{1}{a}$ (1) (a là số dương cho trước). Lấy điểm D trên Oy sao cho OD = a thì OD < ON. Vẽ DI song song với Ox (I$\in$ đoạn MN). Lấy E trên Ox sao cho OE = ID. Khi đó OEID là hình bình hành.	1,0
Ta có $\frac{OE}{OM}+\frac{OD}{ON}=\frac{NI}{NM}+\frac{EI}{ON}=\frac{NI}{NM}+\frac{MI}{MN}=1 => \frac{1}{ON}+\frac{OE}{OD.OM}=\frac{1}{OD}=\frac{1}{a}$ (2)	0,75
Từ (1) và (2) => $\frac{1}{OM}=\frac{OE}{OD.OM}$ => $\frac{OE}{OD}=1$ => OE = OD = a không đổi, mà D$\in$ Oy; E$\in$ Ox nên D; E cố định. Mặt khác O cố định và OEID là hình bình hành nên I cố định. Vậy d luôn đi qua I cố định (ĐPCM)	0,75
CÂU 5 (3,5 điểm) Câu a) 2 điểm. Câu b) 1,5 điểm	
a) Trước tiên ta chứng minh bất đẳng thức: Với $\forall$ a, b, c $\in$ R và x, y, z > 0 ta có $\frac{a^2}{x}+\frac{b^2}{y}+\frac{c^2}{z}\ge\frac{(a+b+c)^2}{x+y+z}$ (*) Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \frac{a}{x}=\frac{b}{y}=\frac{c}{z}$ Thật vậy, với a, b $\in$ R và x, y > 0 ta có $\frac{a^2}{x}+\frac{b^2}{y}\ge\frac{(a+b)^2}{x+y}$ (**) $\Leftrightarrow (a^2y+b^2x)(x+y)\ge xy(a+b)^2 \Leftrightarrow (bx-ay)^2\ge 0$ (luôn đúng) áp dụng bất đẳng thức (**) ta có $\frac{a^2}{x}+\frac{b^2}{y}+\frac{c^2}{z}\ge\frac{(a+b)^2}{x+y}+\frac{c^2}{z}\ge\frac{(a+b+c)^2}{x+y+z}$ Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \frac{a}{x}=\frac{b}{y}=\frac{c}{z}$ Áp dụng với a = b= c = 1 ta có $1\ge\frac{1}{x+1}+\frac{1}{y+2}+\frac{1}{z+3}\ge\frac{(1+1+1)^2}{x+y+z+6}=\frac{9}{x+y+z+6}$ => $x+y+z+6\ge 9$ => $x+y+z\ge 3$ (Có thể chứng minh BĐT trên nhờ áp dụng BĐT Bunhicopski)	1
Áp dụng BĐT Côsi cho 2 số dương ... ta có: $P=x+y+z+\frac{1}{x+y+z}=\frac{8(x+y+z)}{9}+\frac{x+y+z}{9}+\frac{1}{x+y+z}\ge\frac{8.3}{9}+2.\sqrt{\frac{x+y+z}{9}.\frac{1}{x+y+z}}=\frac{10}{3}$	0,75

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi các số x; y; z không âm và không đồng thời bằng 0 thỏa mãn : $\begin{cases} x+y+z=3 \\ \dfrac{x+y+z}{9}=\dfrac{1}{x+y+z} \\ x+1=y+2=z+3 \\ \dfrac{1}{x+1}+\dfrac{1}{y+2}+\dfrac{1}{z+3}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \\ z=0 \end{cases}$ (Thỏa mãn) Vậy $\mathrm{Min\,P}=\dfrac{10}{3} \Leftrightarrow$ x = 2; y = 1; z = 0.	0,25
b) Áp dụng bất đẳng thức (*) ta có $VT=\dfrac{x}{x^2-yz+2013}+\dfrac{y}{y^2-zx+2013}+\dfrac{z}{z^2-xy+2013}$ $=\dfrac{x^2}{x\left(x^2-yz+2013\right)}+\dfrac{y^2}{y\left(y^2-zx+2013\right)}+\dfrac{z^2}{z\left(z^2-xy+2013\right)}$ $\geq\dfrac{\left(x+y+z\right)^2}{x^3+y^3+z^3-3xyz+2013\left(x+y+z\right)}$ (1) Chú ý: xy + yz + zx = 671 nên $x\left(x^2-yz+2013\right) = x\left(x^2+xy+zx+1342\right)>0$, $y\left(y^2-zx+2013\right)>0$ và $z\left(z^2-xy+2013\right)>0$	0,75
Chứng minh: $x^3+y^3+z^3-3xyz=\left(x+y+z\right)\left(x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx\right)$ $=\left(x+y+z\right)\left[\left(x+y+z\right)^2-3\left(xy+yz+zx\right)\right]$ (2) $x^3+y^3+z^3-3xyz+2013(x+y+z)=\left(x+y+z\right)\left[\left(x+y+z\right)^2-3\left(xy+yz+zx\right)+2013\right]$ $=\left(x+y+z\right)\left[\left(x+y+z\right)^2-3.671+2013\right]=\left(x+y+z\right)^3$ (3)	0,5
Từ (1) và (3) ta suy ra $VT\geq\dfrac{\left(x+y+z\right)^2}{\left(x+y+z\right)^3}=\dfrac{1}{x+y+z}$ Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow$ x = y = z = $\dfrac{\sqrt{2013}}{3}$.	0,25

(Ghi chú: Mọi cách giải khác đúng và hợp lí đều cho điểm tối đa tương ứng)

----Hết-----

PHÒNG GD-ĐT ĐỨC THỌ **ĐỀ THI OLYMPIC TOÁN 9 NĂM HỌC 2012-2013**

Đề thi chính thức Thời gian làm bài 120 phút

Bài 1: a) Giải phương trình $\sqrt{x+2+3\sqrt{2x-5}}+\sqrt{x-2-\sqrt{2x-5}}=2\sqrt{2}$

b) Với giá trị nào của tham số a thì phương trình sau có nghiệm: $a^2x^2+2a\left(\sqrt{3}-1\right)x+\sqrt{x-4}=2\sqrt{3}-4$ (*)

Lời giải: a) Ta có $x+2+3\sqrt{2x-5}=\frac{1}{2}\left(2x-5+6\sqrt{2x-5}+9\right)=\frac{1}{2}\left(\sqrt{2x-5}+3\right)^2\geq 0$

$x-2-\sqrt{2x-5}=\frac{1}{2}\left(2x-5-2\sqrt{2x-5}+1\right)=\frac{1}{2}\left(\sqrt{2x-5}-1\right)^2\geq 0$

ĐKXĐ: $2x-5\geq 0\Leftrightarrow x\geq\frac{5}{2}$

Phương trình tương đương $\sqrt{2x+4+6\sqrt{2x-5}}+\sqrt{2x-4-2\sqrt{2x-5}}=4$

$\Leftrightarrow\sqrt{\left(\sqrt{2x-5}+3\right)^2}+\sqrt{\left(\sqrt{2x-5}-1\right)^2}=4\Leftrightarrow\sqrt{2x-5}+3+\left|\sqrt{2x-5}-1\right|=4$

$\Leftrightarrow\left|1-\sqrt{2x-5}\right|=1-\sqrt{2x-5}$. Ta có $\left|1-\sqrt{2x-5}\right|\geq 1-\sqrt{2x-5}$, do đó dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi

$1-\sqrt{2x-5}\geq 0\Leftrightarrow\sqrt{2x-5}\leq 1\Leftrightarrow 2x-5\leq 1\Leftrightarrow x\leq 3$.

Kết hợp với ĐKXĐ ta có nghiệm của phương trình là $\frac{5}{2}\leq x\leq 3$

b) ĐKXĐ: $x-4\geq 0\Leftrightarrow x\geq 4$

Phương trình tương đương $a^2x^2+2a\left(\sqrt{3}-1\right)x+4-2\sqrt{3}=-\sqrt{x-4}$

Ta có $a^2x^2+2a\left(\sqrt{3}-1\right)x+4-2\sqrt{3}=a^2x^2+2a\left(\sqrt{3}-1\right)x+\left(\sqrt{3}-1\right)^2=\left(ax+\sqrt{3}-1\right)^2\geq 0$;

$-\sqrt{x-4}\leq 0$. Suy ra $\begin{cases}a^2x^2+2a\left(\sqrt{3}-1\right)x+4-2\sqrt{3}=0\\ \sqrt{x-4}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a^2x^2+2a\left(\sqrt{3}-1\right)x+4-2\sqrt{3}=0\\ x=4\end{cases}$

Để phương trình (*) có nghiệm thì phương trình $a^2x^2+2a\left(\sqrt{3}-1\right)x+4-2\sqrt{3}=0$ có nghiệm x = 4

Dó đó $a^2 4^2+2a\left(\sqrt{3}-1\right)4+4-2\sqrt{3}=0\Leftrightarrow\left(4a+\sqrt{3}-1\right)^2=0\Leftrightarrow a=\frac{1-\sqrt{3}}{4}$

Bài 2: a) Tìm GTNN của biểu thức $P=\sqrt{1+4x+4x^2}+\sqrt{4x^2-12x+9}$

b) Tìm số thực a để phương trình sau có nghiệm nguyên $x^2-ax+a+2=0$

Lời giải: a) $P=\sqrt{1+4x+4x^2}+\sqrt{4x^2-12x+9}=\sqrt{(2x+1)^2}+\sqrt{(2x-3)^2}=|2x+1|+|2x-3|$

$=|2x+1|+|3-2x|\geq|2x+1+3-2x|=4$

GTNN của P là 4.

Đạt được khi $(2x+1)(3-2x)\geq 0\Leftrightarrow 4x^2-4x-3\leq 0\Leftrightarrow(2x-1)^2\leq 4\Leftrightarrow|2x-1|\leq 2\Leftrightarrow-\frac{1}{2}\leq x\leq\frac{3}{2}$

b) Để phương trình có nghiệm nguyên thì $\Delta\geq 0\Rightarrow a^2-4a-8\geq 0\Leftrightarrow(a-2)^2\geq 12\Leftrightarrow|a-2|\geq 2\sqrt{3}$

$\Leftrightarrow a\leq 2-2\sqrt{3}$; $a\geq 2+2\sqrt{3}$. Khi đó gọi x_1; x_2 là các nghiệm của phương trình. Theo hệ thức Viets ta có

$\begin{cases}x_1+x_2=a\\ x_1x_2=a+2\end{cases}\Rightarrow x_1x_2-x_1+x_2=2\Leftrightarrow x_1(x_2-1)-(x_2-1)=3\Leftrightarrow(x_1-1)(x_2-1)=3$

$x_1 - 1$ và $x_2 - 1$ là ước của 3. Giả sử $x_1 \ge x_2$ thì $x_1 - 1 \ge x_2 - 1$. Ta có 2 trường hợp sau:

$\begin{cases} x_1 - 1 = 3 \\ x_2 - 1 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 4 \\ x_2 = 2 \end{cases}$ khi đó a = 6 và $\begin{cases} x_1 - 1 = -1 \\ x_2 - 1 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = -2 \end{cases}$ khi đó a = -2

Đối chiếu điều kiện ta có $a \in \{-2;\ 6\}$ là giá trị cần tìm

Bài 3: a) Chứng minh rằng đường thẳng (d) có phương trình $(m-3)x-(m-2)y+m-1=0$ (m là tham số) luôn đi qua một điểm cố định A. Tìm tọa độ A

b) Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases} |x-y-3|+|x-2|=4 & (1) \\ x^2+y^2-2xy+4x-4y=5 & (2) \end{cases}$

Lời giải: a) Ta có $(m-3)x-(m-2)y+m-1=0 \Leftrightarrow mx-my+m-3x+2y-1=0$

$\Leftrightarrow m(x-y+1)+(2y-3x-1)=0$ đúng với mọi m khi và chỉ khi $\begin{cases} x-y+1=0 \\ 2y-3x-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-2y+2=0 \\ 2y-3x-1=0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=x+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$. Vậy đường thẳng (d) luôn đi qua một điểm cố định A(1; 2)

b) Từ phương trình (2) suy ra $(x-y)^2+4(x-y)+4=9 \Leftrightarrow (x-y+2)^2=9 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-y+2=3 \\ x-y+2=-3 \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-y=1 \\ x-y=-5 \end{array}\right.$

Với x – y = 1 thay vào phương trình (1) được $|x-2|=2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-2=2 \\ x-2=-2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=4 \\ x=0 \end{array}\right.$

x = 4 $\Rightarrow$ y = 3; x = 0 $\Rightarrow$ y = -1

Với x – y = -5 thay vào phương trình (1) được $|x-2|=-4$ vô nghiệm

Vậy tập nghiệm của phương trình là $(x;y) \in \{(4;3);(0;-1)\}$

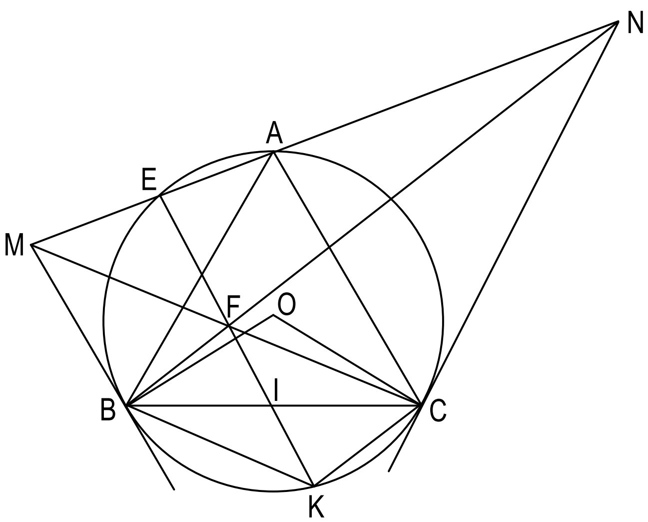
Bài 4: Cho ΔABC đều cố định nội tiếp trong đường tròn (O). Đường thẳng d thay đổi luôn đi qua A và cắt cung nhỏ AB tại điểm E (E $\ne$ A). Đường thẳng d cắt hai tiếp tuyến tại B và C của đường tròn (O) lần lượt tại M và N, MC cắt BN tại F. Chứng minh rằng

a) $\Delta CAN \sim \Delta BMA$ và $\Delta MBC \sim \Delta BCN$

b) Tứ giác BMEF nội tiếp được đường tròn

c) Chứng minh rằng đường thẳng EF luôn đi qua một điểm cố định khi d thay đổi

Lời giải: a) Ta có $\widehat{ACN} = \frac{1}{2}$sđ $\overset{\frown}{AC} = \widehat{ABC} = 60^0$



$\widehat{MBA} = \frac{1}{2}$sđ $\overset{\frown}{AB} = \widehat{ACB} = 60^0 \Rightarrow \widehat{ACN} = \widehat{MBA}$

$\widehat{ANC} = \frac{1}{2}$sđ $\left(\overset{\frown}{EBC} - \overset{\frown}{AC}\right)$

$= \frac{1}{2}$sđ $\left(\overset{\frown}{EBC} - \overset{\frown}{BC}\right) = \frac{1}{2}$sđ $\overset{\frown}{BE} = \widehat{BAM}$

Xét ΔCAN và ΔBMA có

$\begin{cases} \widehat{ACN} = \widehat{MBA} \\ \widehat{ANC} = \widehat{BAM} \end{cases} \Rightarrow \Delta CAN \sim \Delta BMA$ (g – g)

$\Rightarrow \frac{CA}{BM} = \frac{CN}{BA} \Rightarrow \frac{BC}{BM} = \frac{CN}{CB} \Rightarrow \frac{BC}{CN} = \frac{BM}{CB}$

Xét ΔMBC và ΔBCN có $\begin{cases} \dfrac{BC}{CN} = \dfrac{BM}{CB} \\ \widehat{MBC} = \widehat{BCN} = 120^0 \end{cases} \Rightarrow \Delta MBC \sim \Delta BCN$ (c – g – c)

b) Xét ΔMBC và ΔBFC có $\begin{cases} \widehat{BMC} = \widehat{CBF} \text{ (vì } \Delta MBC \sim \Delta BCN) \\ \widehat{BCM} \text{ chung} \end{cases} \Rightarrow$ (g – g)

$\Rightarrow \widehat{BFC} = \widehat{MBC} = 120^0 \Rightarrow \widehat{BFM} = 60^0$. Mặt khác $\widehat{BCA} + \widehat{AEB} = 180^0$, $\widehat{BEM} + \widehat{AEB} = 180^0 \Rightarrow$ $\widehat{BEM} = \widehat{BCA} = 60^0$. Suy ra $\widehat{BEM} = \widehat{BFM} = 60^0$, tứ giác BMEF nội tiếp (E, F cùng nhìn MB dưới 1 góc bằng nhau)

c) Đường thẳng EF cắt đường tròn (O) tại K. Ta có $\widehat{BMF} = \widehat{CBF}$ (vì $\Delta MBC \sim \Delta BFC$); $\widehat{BMF} = \widehat{BEF}$ (góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{BF}$); $\widehat{BMF} = \widehat{BCK}$ (góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{BK}$) $\Rightarrow \widehat{CBF} = \widehat{BCK} \Rightarrow$ BF // CK (1)

Ta lại có $\widehat{BKC} = \dfrac{1}{2}$sđ $\overset{\frown}{BAC} = 120^0 \Rightarrow \widehat{KBF} = 60^0$ mà $\widehat{BFC} = 120^0 \Rightarrow$ BK // FC (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow$ tứ giác BFCK là hình bình hành. Do đó EF đi qua trung điểm I của BC cố định

<u>Bài 5</u>: Cho a, b, c > 0. Chứng minh rằng $\dfrac{1}{a+3b} + \dfrac{1}{b+3c} + \dfrac{1}{c+3a} \ge \dfrac{1}{a+2b+c} + \dfrac{1}{b+2c+a} + \dfrac{1}{c+2a+b}$

<u>Lời giải</u>: Với x, y > 0 ta có $\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} \ge \dfrac{4}{x+y}$. Thật vậy $\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} \ge \dfrac{4}{x+y} \Leftrightarrow (x+y)^2 \ge 4xy \Leftrightarrow (x-y)^2 \ge 0$ với $\forall$x, y. Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi x = y

Áp dụng bài toán phụ trên ta có: $\dfrac{1}{a+3b} + \dfrac{1}{b+2c+a} \ge \dfrac{4}{a+3b+b+2c+a} = \dfrac{2}{a+2b+c}$

$\dfrac{1}{b+3c} + \dfrac{1}{c+2a+b} \ge \dfrac{4}{b+3c+c+2a+b} = \dfrac{2}{b+2c+a}$

$\dfrac{1}{c+3a} + \dfrac{1}{a+2b+c} \ge \dfrac{4}{c+3a+a+2b+c} = \dfrac{2}{c+2a+b}$

Cộng theo vế 3 BĐT trên được $\dfrac{1}{a+3b} + \dfrac{1}{b+3c} + \dfrac{1}{c+3a} \ge \dfrac{1}{a+2b+c} + \dfrac{1}{b+2c+a} + \dfrac{1}{c+2a+b}$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} a+3b = b+2c+a \\ b+3c = c+2a+b \\ c+3a = a+2b+c \end{cases} \Leftrightarrow a = b = c$

<u>Lời giải</u>: **Nguyễn Ngọc Hùng – THCS Hoàng Xuân Hãn**

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO	**KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI VĂN HOÁ CẤP TỈNH**
BẮC GIANG	**NĂM HỌC 2012-2013**
	MÔN THI: TOÁN; LỚP: 9 PHỔ THÔNG
ĐỀ THI CHÍNH THỨC	**Ngày thi: 30/3/2013**
Đề thi có 01 trang	*Thời gian làm bài 150 phút, không kể thời gian giao đề*

Câu 1. *(5,0 điểm)*

1) Tính giá trị của biểu thức $A=\sqrt[3]{26+15\sqrt{3}}-\sqrt[3]{26-15\sqrt{3}}$.

2) Rút gọn biểu thức $P=\left(\dfrac{\sqrt{a-2}+2}{3}\right).\left(\dfrac{\sqrt{a-2}}{3+\sqrt{a-2}}+\dfrac{a+7}{11-a}\right):\left(\dfrac{3\sqrt{a-2}+1}{a-3\sqrt{a-2}-2}-\dfrac{1}{\sqrt{a-2}}\right)$.

Câu 2. *(4,0 điểm)*

1) Giải phương trình: $3\sqrt{x^3+8}=2x^2-3x+10$.

2) Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases} x^2+y^2+xy+1=4y \\ (x^2+1)(x+y-2)=y \end{cases}$.

Câu 3. *(4,0 điểm)*

1) Cho hàm số $y=x^2$. Tìm các giá trị của m để đường thẳng Δ có phương trình $y=x-m$ cắt đồ thị hàm số tại hai điểm phân biệt $A(x_1;y_1)$, $B(x_2;y_2)$ thoả mãn: $(x_2-x_1)^4+(y_2-y_1)^4=18$.

2) Tìm tất cả các bộ ba số nguyên tố a,b,c đôi một khác nhau thoả mãn điều kiện

$$20abc<30(ab+bc+ca)<21abc$$

Câu 4. *(6,0 điểm)*

Cho tam giác ABC vuông tại A (AB<AC), có đường cao AH và O là trung điểm của cạnh BC. Đường tròn tâm I đường kính AH cắt AB, AC thứ tự tại M và N. OA và MN cắt nhau tại D.

1) Chứng minh tứ giác BMNC nội tiếp.

2) Chứng minh : $\dfrac{1}{AD}=\dfrac{1}{HB}+\dfrac{1}{HC}$.

3) Cho AB=3 và AC=4. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác BMN.

Câu 5. *(1,0 điểm)*

Cho ba số dương a,b và c thoả mãn $abc=1$. Chứng minh rằng:

$$\frac{1}{a^2+2b^2+3}+\frac{1}{b^2+2c^2+3}+\frac{1}{c^2+2a^2+3}\le\frac{1}{2}.$$

---------------**Hết**----------------

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: ....Số báo danh:.......................

Giám thị 1 (*Họ tên và ký*)...

Giám thị 2 (*Họ tên và ký*)...

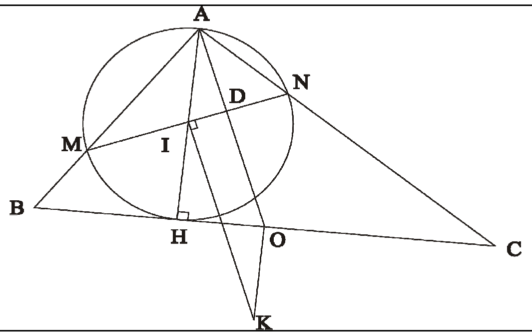
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BẮC GIANG

ĐỀ CHÍNH THỨC

HƯỚNG DẪN CHẤM
BÀI THI CHỌN HỌC SINH GIỎI VĂN HOÁ CẤP TỈNH
NGÀY THI 30 /3/2013
MÔN THI: TOÁN; LỚP: 9 PHỔ THÔNG
Bản hướng dẫn chấm có 04 .trang

Câu 1	Hướng dẫn giải	**(5 điểm)**
1. **(2 điểm)**	Ta có $A=\sqrt[3]{26+15\sqrt{3}}-\sqrt[3]{26-15\sqrt{3}}$	
	$=\sqrt[3]{8+3.2^2\sqrt{3}+3.2.(\sqrt{3})^2+(\sqrt{3})^3}-\sqrt[3]{8-3.2^2\sqrt{3}+3.2.(\sqrt{3})^2-(\sqrt{3})^3}$	0.5
	$=\sqrt[3]{(2+\sqrt{3})^3}-\sqrt[3]{(2-\sqrt{3})^3}$	0.5
	$=(2+\sqrt{3})-(2-\sqrt{3})$	0.5
	$A=2\sqrt{3}$. KL:	0.5
2 **(3 điểm)**	Điều kiện: $2<a\neq 11$	0.5
	Đặt $x=\sqrt{a-2}$ $(0<x\neq 3)\Rightarrow a=x^2+2$.	0.5
	Tính được $P=\frac{(x+2)}{3}.\left(\frac{x}{3+x}+\frac{x^2+9}{9-x^2}\right):\left(\frac{3x+1}{x^2-3x}-\frac{1}{x}\right)$	0.5
	$=\frac{(x+2)}{3}.\left(\frac{3(x+3)}{9-x^2}\right):\left(\frac{2x+4}{x(x-3)}\right)$	0.5
	$=\frac{(x+2)}{3-x}.\frac{x(x-3)}{2x+4}=-\frac{x}{2}$	0.5
	$=-\frac{\sqrt{a-2}}{2}$ KL:	0.5
Câu 2		**(4 điểm)**
1 **(2 điểm)**	ĐK: $x\geq -2$. Với điều kiện biến đổi phương trình đã cho trở thành: $3.\sqrt{(x+2)(x^2-2x+4)}=2(x^2-2x+4)+(x+2)$	0.5
	Chia cả hai vế của phương trình cho x^2-2x+4, ta được $\frac{x+2}{x^2-2x+4}-3\sqrt{\frac{x+2}{x^2-2x+4}}+2=0$ (1)	0.5
	Đặt $t=\sqrt{\frac{x+2}{x^2-2x+4}}$ $(t\geq 0)$ Thay vào (1) ta được $t^2-3t+2=0\Leftrightarrow t=1$ hoặc $t=2$ (t/m)	0.5

	+ với $t=1$ ta có $\sqrt{\dfrac{x+2}{x^2-2x+4}}=1 \Leftrightarrow x^2-3x+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=2 \end{array}\right.$ (t/m). + với $t=2$ ta có $\sqrt{\dfrac{x+2}{x^2-2x+4}}=2 \Leftrightarrow 4x^2-9x+14=0$ (vô nghiệm). KL:	0.5
	$\begin{cases} x^2+1+y(x+y)=4y \\ (x^2+1)(x+y-2)=y \end{cases}$ + Với $y=0$ Hpt trở thành: $\begin{cases} x^2+1=0 \\ (x^2+1)(x-2)=0 \end{cases}$ (vô nghiệm)	0.5
2 **(2 điểm)**	+ Với $y \neq 0$ .Hệ trở thành $\begin{cases} \dfrac{x^2+1}{y}+(x+y)=4 \\ (\dfrac{x^2+1}{y})(x+y-2)=1 \end{cases}$ (1) + Đặt $a=\dfrac{x^2+1}{y}, b=x+y$ thay vào hpt(1) ta được $\begin{cases} a+b=4 \\ a(b-2)=1 \end{cases}$	0.5
	+ Giải được: $a=1, b=3$	0.5
	+ Với $a=1, b=3 \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{x^2+1}{y}=1 \\ x+y=3 \end{cases}$. Giải được nghiệm của hệ: $(x;y)=(1;2)$ và (x;y)=(-2;5) + KL:	0.5
Câu 3		**(4 điểm)**
	Xét pt hoành độ giao điểm: $x^2=x-m$ $\Leftrightarrow x^2-x+m=0$ (1) Đường thẳng Δ cắt đths đã cho tại hai điểm phân biệt A, B khi và chỉ khi pt(1) có hai nghiệm phân biệt.	0.5
	+ Điều kiện: $\Delta=1-4m>0$ $\Leftrightarrow m<\dfrac{1}{4}$.	0.5
1 **(2 điểm)**	+ Khi đó $A(x_1;y_1),\ B(x_2;y_2)$ + Theo định lí Viet $x_1+x_2=1,\ x_1x_2=m$. Ta có $y_1=x_1-m,\ y_2=x_2-m$ + $(x_1-x_2)^4+(y_1-y_2)^4=18 \Leftrightarrow (x_1-x_2)^4=9 \Leftrightarrow [(x_1+x_2)^2-4x_1x_2]^2=9$	0.5
	+ Tìm được $\left[\begin{array}{l} m=1\ (\text{k}^o t/m) \\ m=-\dfrac{1}{2} (t/m) \end{array}\right.$ KL:	0.5
2 **(2 điểm)**	+ Từ giả thiết suy ra: $\dfrac{2}{3}<\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}<\dfrac{7}{10}$. Không giảm tính tổng quát giả sử $a>b>c>1$. Suy ra $\dfrac{2}{3}<\dfrac{3}{c} \Rightarrow 2c<9$	0.5

	Do đó $c\in\{2;3\}$	
	+ Với $c=2$ suy ra $\frac{2}{3}<\frac{1}{2}+\frac{1}{a}+\frac{1}{b}<\frac{7}{10}\Rightarrow\frac{1}{6}<\frac{1}{a}+\frac{1}{b}<\frac{1}{5}$ (1) $\Rightarrow\frac{1}{6}<\frac{2}{b}$ và $\frac{1}{b}<\frac{1}{5}$ Do đó $b\in\{7;11\}$	0.5
	+ Với $b=7$ từ (1) suy ra $\frac{1}{42}<\frac{1}{a}<\frac{2}{35}\Rightarrow a\in\{19;23;29;31;37;41\}$ + Với $b=11$ từ (1) suy ra $\frac{5}{66}<\frac{1}{a}<\frac{6}{55}\Rightarrow a=13$ (do a>b)	0,5
	+ Với $c=3$ từ giả thiết suy ra $\frac{1}{3}<\frac{1}{a}+\frac{1}{b}<\frac{11}{30}(*)\Rightarrow\frac{1}{3}<\frac{2}{b}\Rightarrow b<6\Rightarrow b=5$ (do b>c) Thay $b=5$ vào (*) được $6<a<\frac{15}{2}\Rightarrow a=7$. Vậy có 8 bộ ba (a;b;c) thoả mãn: $(19;7;2),(23;7;2),(29;7;2),(31;7;2),(37;7;2),(41;7;2),(13;11;2),(7;5;3)$ và các hoán vị của nó.	0.5
Câu 4		**(6 điểm)**
1 **(2 điểm)**		
	+ Tứ giác AMHN nội tiếp nên $\widehat{AMN}=\widehat{AHN}$	0.5
	+ Lại có $\widehat{AHN}=\widehat{ACH}$ (vì cùng phụ với góc $\widehat{CHN}$)	0.5
	+ Suy ra $\widehat{ACB}=\widehat{AMN}$, mà $\widehat{AMN}+\widehat{NMB}=180^0$ nên $\widehat{ACB}+\widehat{NMB}=180^0$	0.5
	KL:	0.5
2 (2 điểm)	+ Có $\widehat{AID}=\widehat{AOH}$ vì cùng bằng hai lần $\widehat{ACB}$.	0.5
	+ Tam giác $\Delta AID \backsim \Delta AOH\Rightarrow\frac{AD}{AH}=\frac{AI}{AO}$	0.5
	+ Có $AO=\frac{1}{2}BC=\frac{1}{2}(HB+HC)$, AI=$\frac{1}{2}AH=\frac{1}{2}\sqrt{HB.HC}$	0.5
	+ Do đó $\frac{1}{AD}=\frac{AO}{AH.AI}=\frac{HB+HC}{HB.HC}=\frac{1}{HB}+\frac{1}{HC}$.	0.5
3 (2 điểm)	+ Tính được BC=5, $AH=\frac{12}{5}$	0.5
	+ Gọi K là tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác BMN. Khi đó KI là đường trung trực của đoạn MN.	0.5

	Do hai tam giac AID và AOH đồng dạng nên $\Rightarrow \widehat{ADI} = \widehat{AHO} = 90^0$ $\Rightarrow OA \perp MN$ Do vậy KI//OA.	
	+ Do tứ giác BMNC nội tiếp nên $OK \perp BC$. Do đó AH//KO. + Dẫn đến tứ giác AOKI là hình bình hành.	0.5
	Bán kính $R = KB = \sqrt{KO^2 + OB^2} = \sqrt{AI^2 + \frac{1}{4}BC^2} = \sqrt{\frac{1}{4}AH^2 + \frac{1}{4}BC^2} = \frac{\sqrt{769}}{10}$	0.5
Câu 5		**(1 điểm)**
	Ta có: $a^2 + 2b^2 + 3 = (a^2 + b^2) + (b^2 + 1) + 2 \geq 2ab + 2b + 2$ Tương tự: $b^2 + 2c^2 + 3 \geq 2bc + 2c + 2$, $c^2 + 2a^2 + 3 \geq 2ac + 2a + 2$	0.5
	Suy ra: $\frac{1}{a^2+2b^2+3} + \frac{1}{b^2+2c^2+3} + \frac{1}{c^2+2a^2+3} \leq \frac{1}{2}(\frac{1}{ab+b+1} + \frac{1}{bc+c+1} + \frac{1}{ac+a+1}$ $= \frac{1}{2}(\frac{1}{ab+b+1} + \frac{1}{\frac{1}{a}+\frac{1}{ab}+1} + \frac{1}{\frac{1}{b}+a+1}) = \frac{1}{2}$.	0.5
	Điểm toàn bài	**(20điểm)**

Lưu ý khi chấm bài:

- *Trên đây chỉ là sơ lược các bước giải, lời giải của học sinh cần lập luận chặt chẽ, hợp logic. Nếu học sinh trình bày cách làm khác mà đúng thì cho điểm các phần theo thang điểm tương ứng.*
- *Với bài 4, nếu học sinh vẽ hình sai hoặc không vẽ hình thì không chấm.*

SỞ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO **NGHỆ AN**	**KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH LỚP 9 THCS** **NĂM HỌC 2010 - 2011**

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn thi: TOÁN - BẢNG B

Thời gian: **150** phút (không kể thời gian giao đề)

Câu 1 (5,0 điểm).

a) Chứng minh rằng với mọi số nguyên n thì $n^2 + n + 2$ không chia hết cho 3.

b) Tìm tất cả các số tự nhiên n sao cho $n^2 + 17$ là một số chính phương.

Câu 2 (5,0 điểm)

a) Giải phương trình: $x^2 + 4x+5 = 2\sqrt{2x+3}$

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2x+y = x^2 \\ 2y+x = y^2 \end{cases}$

Câu 3 (3,0 điểm).

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $A = \dfrac{4x+3}{x^2+1}$

Câu 4 (4,5 điểm)

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O). Các đường cao BE, CF của tam giác ABC cắt nhau tại H.

a) Chứng minh rằng BH.BE + CH.CF = BC^2

b) Gọi K là điểm đối xứng với H qua BC. Chứng minh rằng K$\in$ (O).

Câu 5 (2,5 điểm).

Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm O, một điểm I chuyển động trên cung BC không chứa điểm A (I không trùng với B và C). Đường thẳng vuông góc với IB tại I cắt đường thẳng AC tại E, đường thẳng vuông góc với IC tại I cắt đường thẳng AB tại F. Chứng minh rằng đường thẳng EF luôn đi qua một điểm cố định.

- - - Hết - - -

Họ và tên thí sinh:.. *Số báo danh:* ....

SỞ GD&ĐT NGHỆ AN **KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH LỚP 9 THCS**
NĂM HỌC 2010 - 2011

ĐÁP ÁN ĐỀ CHÍNH THỨC
Môn: TOÁN - Bảng B

Câu:	**Nội dung**
1.	
a,* *(2,5)	*) Nếu $n \vdots 3 \Rightarrow n^2 + n \vdots 3$
	nên $n^2 + n + 2 \not\vdots 3$ (1)
	*) Nếu $n \not\vdots 3 \Rightarrow n^2 + 2 \vdots 3$
	$\Rightarrow n^2 + n + 2 \not\vdots 3$ (2)
	Từ (1) và (2) $\Rightarrow \forall n \in Z$ thì $n^2 + n + 2 \not\vdots 3$
b,* *(2,5)	Đặt $m^2 = n^2 + 17$ $(m \in N)$
	$\Rightarrow m^2 - n^2 = 17 \Rightarrow (m-n)(m+n) = 17 = 1.17 = 17.1$
	Do m + n > m - n $\Rightarrow \begin{cases} m+n=17 \\ m-n=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m=9 \\ n=8 \end{cases}$
	Vậy với n = 8 ta có $n^2 + 17 = 64 + 17 = 81 = 9^2$
2.	
a,* *(2.5)	Giải phương trình $x^2 + 4x+5=2\sqrt{2x+3}$ (1) Điều kiện: $2x+3 \geq 0 \Rightarrow x \geq -\frac{3}{2}$
	(1) $\Leftrightarrow x^2 + 4x+5-2\sqrt{2x+3} = 0$ $\Leftrightarrow x^2 + 2x+1+2x+3-2\sqrt{2x+3} + 1 = 0$
	$\Leftrightarrow (x+1)^2 + (\sqrt{2x+3} - 1)^2 = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x+1=0 \\ \sqrt{2x+3} - 1 = 0 \end{cases}$
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ 2x+3=1 \end{cases}$
	$\Leftrightarrow x = -1$ thỏa mãn điều kiện
b,* *(2.5)	Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x+y=x^2 & (1) \\ 2y+x=y^2 & (2) \end{cases}$ Trừ từng vế 2 phương trình ta có: $x^2 - y^2 = x - y$
	$\Leftrightarrow (x-y)(x+y-1) = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = y \\ x + y - 1 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = y \\ x = 1 - y \end{array}\right.$$

Ta có:

*) $\begin{cases} x = y \\ x(x-3) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y \\ x = 0 \end{cases}$ hoặc x = 3

Vậy (x; y) = (0;0); (3;3)

*) $\begin{cases} x = 1 - y \\ 2x + y = x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 - y \\ 2 - 2y + y = (1-y)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 - y \\ y^2 - y + 1 = 0 \end{cases}$ (*)

Vì phương trình $y^2 - y + 1 = 0$ vô nghiệm nên hệ (*) vô nghiệm

Vậy hệ đã cho có 2 nghiệm (x; y) = (0; 0); (3; 3)

3.

Tìmgiá trị nhỏ nhất của $A = \dfrac{4x+3}{x^2+1}$

Ta có: $A = \dfrac{4x+3}{x^2+1} = -1 + \dfrac{x^2+4x+4}{x^2+1}$

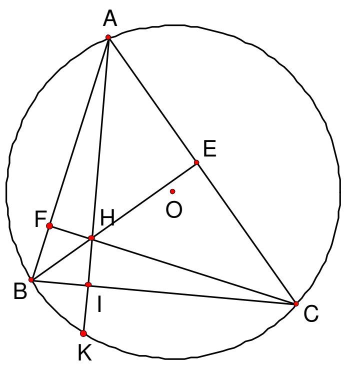
$$A = -1 + \frac{(x+2)^2}{x^2+1} \geq -1$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -2$

Vậy $A_{min} = -1$ khi x = -2

4.

a, (2,5)



Gọi I là giao điểm của AH và BC $\Rightarrow AI \perp BC$

Ta có: $\Delta BHI \backsim \Delta BCE$ (g, g)

$$\Rightarrow \frac{BH}{BC} = \frac{BI}{BE} \Rightarrow BH.BE = BC.BI \quad (1)$$

Ta có: $\Delta CHI \backsim \Delta CBF$ (g, g)

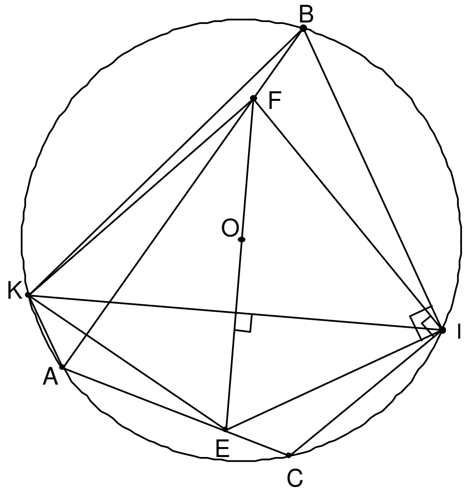
$$\Rightarrow \frac{CH}{CB} = \frac{CI}{CF} \Rightarrow CH.CF = BC.CI \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra BH.HE + CH.CF = BC(BI + CI) = BC^2

b, (2,0)

Gọi K là điểm đối xứng của H qua BC suy ra $\widehat{HCB} = \widehat{KCB}$

Mà $\widehat{FAI} = \widehat{HCI}$ (do tứ giác AFIC nội tiếp)

	$\Rightarrow \widehat{FAI} = \widehat{BCK}$ hay $\widehat{BAK} = \widehat{BCK}$
	$\Rightarrow$ tứ giác BACK nội tiếp đường tròn (O) $\Rightarrow K \in (O)$
5.	
	+ Khi $\widehat{BAC} = 90^0 \Rightarrow \widehat{BIC} = 90^0$. $\Rightarrow$ F trùng với B, E trùng với C lúc đó EF là đường kính. $\Rightarrow$ EF đi qua điểm O cố định.
	 + Khi $\widehat{BAC} < 90^0 \Rightarrow \widehat{BIC} > 90^0$. Gọi K là điểm đối xứng của I qua EF.
	$\Rightarrow \widehat{EIF} = \widehat{EAF}$ (cùng bù $\widehat{BIC}$) $\widehat{EKF} = \widehat{EIF}$ (Do I và K đối xứng qua EF) $\Rightarrow \widehat{EKF} = \widehat{EAF}$ $\Rightarrow$ AKFE nội tiếp
	$\Rightarrow \widehat{KAB} = \widehat{KEF}$ (cung chắn $\overset{\frown}{KF}$) (1) $\widehat{IEF} = \widehat{KEF}$ (Do K và I đối xứng qua EF) (2) $\widehat{IEF} = \widehat{BIK}$ (cùng phụ $\widehat{KIE}$) (3) Từ (1), (2), (3) $\Rightarrow \widehat{KAB} = \widehat{BIK}$ $\Rightarrow$ AKBI là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow K \in (O)$
	Mà EF là đường trung trực của KI $\Rightarrow$ E, O, F thẳng hàng. + Khi $\widehat{BAC} > 90^0 \Rightarrow \widehat{BIC} < 90^0$ chứng minh tương tự. Vậy đường thẳng EF luôn đi qua điểm O cố định.

- - - Hết - - -

SỞ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO
CÀ MAU

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI VÒNG TỈNH LỚP 9 THCS
NĂM HỌC 2008-2009

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn thi: **Toán**
Ngày thi: **01 – 03 – 2009**
Thời gian: **150 phút** *(Không kể thời gian giao đề)*

Bài 1 (3,0 điểm):

a) Tính giá trị của biểu thức: $S = \sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}} + \sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}}$

b) Rút gọn biểu thức: $y = \sqrt{x^2 - 2x + 1} + \sqrt{x^2 - 4x + 4}$

Bài 2 (3,0 điểm):

a) Chứng minh rằng số $a = \sqrt{2}\left(\sqrt{3}+1\right)\sqrt{2-\sqrt{3}}$ là số hữu tỉ.

b) Cho đa thức $f(x) = mx^3 + (m-2)x^2 - (3n-5)x - 4n$. Xác định m, n sao cho đa thức f(x) chia hết cho x + 1 và x – 3.

Bài 3 (3,0 điểm):

Tìm một số tự nhiên gồm ba chữ số sao cho khi ta lấy chữ số ở hàng đơn vị đặt về bên trái của số gồm hai chữ số còn lại, ta được một số có ba chữ số lớn hơn chữ số ban đầu 765 đơn vị.

Bài 4 (3,0 điểm): Cho đa thức $f(x-1) = x^2 - (m+1)x - m^2 + 2m - 2$.

a) Tìm f(x).

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của f(x) khi m = – 2.

Bài 5 (3,5 điểm):

Cho hình bình hành ABCD. Gọi I là trung điểm của cạnh CD, E là giao điểm của AC và BI, F là giao điểm của hai tia AB và DE. Chứng minh rằng :

a) B là trung điểm của đoạn thẳng AF.

b) Nếu BC = BD thì AC = FD.

c) Nếu AC = FD thì BC = BD.

Bài 6 (4,5 điểm): Cho tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn (O) trong đó hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại M. Cho biết ADB là tam giác cân có góc $A > 90^0$.

a) Chứng minh rằng: $AD^2 = AM.AC$.

b) Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác DCM và J là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BCM. Chứng minh rằng: $\widehat{IDB} = \widehat{JBD}$.

c) Chứng minh rằng: Tổng các độ dài của hai đoạn thẳng ID và JB không tuỳ thuộc vào vị trí của điểm C trên cung lớn BD của đường tròn (O).

---------- HẾT ----------

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO LONG AN

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9 CẤP TỈNH
MÔN THI :TOÁN
NGÀY THI: 07/4/2011
THỜI GIAN :150 phút (không kể thời gian phát đề)

Bài 1:(4 điểm)

1/ Không sử dụng máy tính , thực hiện phép tính :

$$A = \frac{3+\sqrt{5}}{2\sqrt{2}+\sqrt{3+\sqrt{5}}} + \frac{3-\sqrt{5}}{2\sqrt{2}-\sqrt{3-\sqrt{5}}}$$

2/ Cho biểu thức:

$B = \sqrt{x-2}+\sqrt{4-x}$ (với $2 \le x \le 4$)

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức B và giá trị x tương ứng

Bài 2:(5 điểm)

1/ Cho hàm số y = ax^2 ($a \neq 0$) có đồ thị là (P) đi qua M(-1;2) . Trên (P) lấy A và B có hoành độ tương ứng là 1 và 2 . Xác định m để đường thẳng y = mx +5 song song với đường thẳng AB

2/ Tìm x thỏa mãn : $\sqrt{x^2-\frac{1}{4}+\sqrt{x^2+x+\frac{1}{4}}} = \frac{1}{2}(2x^3+x^2+2x+1)$

Bài 3: (5 điểm)

Cho tam giác ABC có ba góc đều nhọn có AB < AC nội tiếp đường tròn O bán kính R. Ba đường cao AD,BE,CF cắt nhau tại H

a/ Chứng minh H là tâm đường tròn nội tiếp tam giác DEF

b/ Kẻ đường kính AK của đường tròn O.Gọi S là diện tích tam giác ABC

Chứng minh : S = $\frac{AB.AC.BC}{4R}$

c/ Gọi M là trung điểm BC . Chứng minh: tứ giác DFEM là nội tiếp

Bài 4 : (3 điểm)

Cho điểm M nằm trong tam giác ABC có BC = a, AC = b, AB = c. Gọi các khoảng cách từ M đến ba cạnh BC, AC, AB tương ứng là x,y,z . Hãy xác định vị trí M trong tam giác sao cho biểu thức : $P=\frac{a}{x}+\frac{b}{y}+\frac{c}{z}$ đạt giá trị nhỏ nhất

Bài 5 : (3 điểm)

Tìm một số chính phương có bốn chữ số , mỗi chữ số nhỏ hơn 9. Biết rằng khi tăng mỗi chữ số thêm một đơn vị thì số mới được tạo thành cũng là số chính phương.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
LONG AN

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9 CẤP TỈNH
MÔN THI : TOÁN
NGÀY THI : 11/4/2012
THỜI GIAN : 150 phút (không kể thời gian phát đề)

<u>Bài 1: (4 điểm)</u>

1/ Không sử dụng máy tính, hãy thực hiện phép tính:

$$A = \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}+\sqrt{4-\sqrt{15}}+\sqrt{10}}{\sqrt{23-3\sqrt{5}}}$$

2/ Cho biểu thức $B = \frac{3x+6\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2} + \frac{\sqrt{x}+2}{1-\sqrt{x}}$

a/ Tìm điều kiện xác định và rút gọn B.

b/ Tìm giá trị lớn nhất của B và giá trị x tương ứng.

<u>Bài 2: (5 điểm)</u>

1/ Tìm hệ số a > 0 sao cho các đường thẳng y = ax – 1 ; y = 1 ; y = 5 và trục tung tạo thành hình thang có diện tích bằng 8 (đơn vị diện tích).

2/ Cho các số x, y, z khác 0 thỏa mãn đồng thời $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=2$ và $\frac{2}{xy}-\frac{1}{z^2}=4$. Tính giá trị của biểu thức $P = (x + 2y + z)^{2012}$.

<u>Bài 3: (5 điểm)</u>

Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O), các đường cao AD, BE, CF (DÏ BC, EÏ AC, FÏ AB) cắt nhau tại H và cắt đường tròn (O) theo thứ tự ở M, N, K. Chứng minh rằng:

a/ $BH.BE + CH.CF = BC^2$.

b/ $AH.AD + BH.BE + CH.CF = \frac{AB^2+BC^2+CA^2}{2}$.

c/ $\frac{AM}{AD}+\frac{BN}{BE}+\frac{CK}{CF}=4$.

<u>Bài 4: (3 điểm)</u>

Cho đoạn thẳng CD = 6 cm, I là một điểm nằm giữa C và D (IC > ID). Trên tia Ix vuông góc với CD lấy hai điểm M và N sao cho IC = IM, ID = IN, CN cắt MD tại K ($K \in MD$), DN cắt MC tại L ($L \in MC$). Tìm vị trí của điểm I trên CD sao cho CN.NK có giá trị lớn nhất.

<u>Bài 5: (3 điểm)</u>

Tìm các cặp số (x; y) nguyên dương thỏa mãn: xy + 2x = 27 – 3y.

-- Hết --

Họ và tên thí sinh :………………………………………………….
Số báo danh :………………

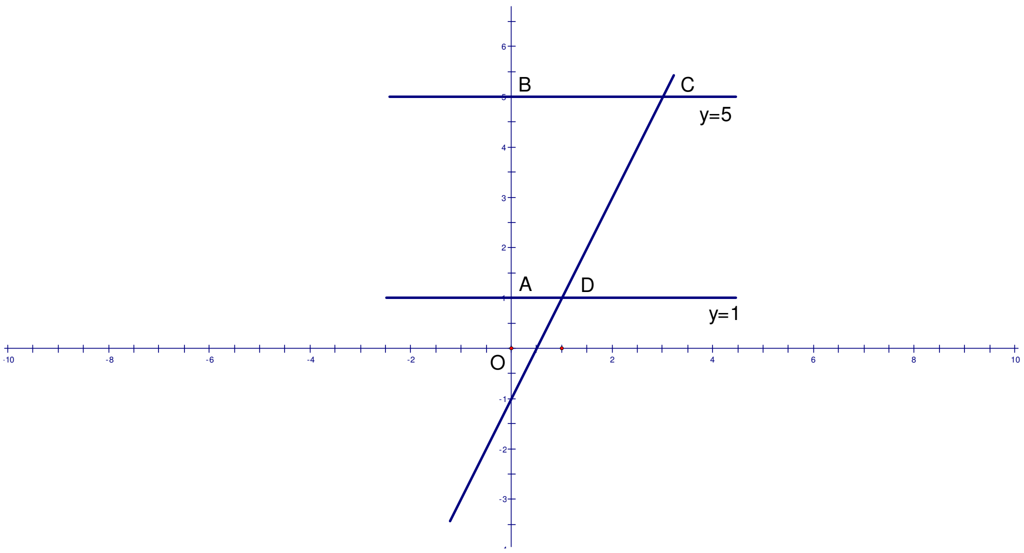
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
LONG AN

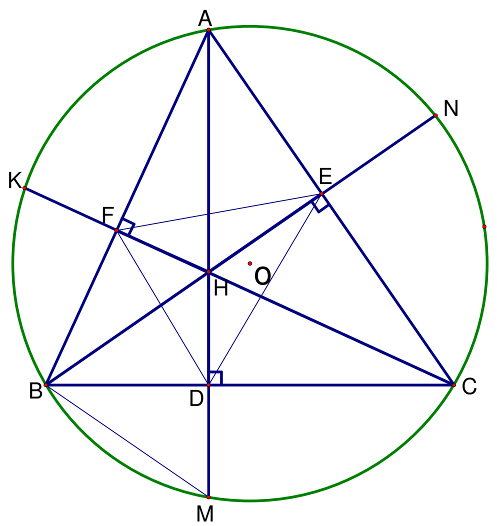
ĐỀ CHÍNH THỨC

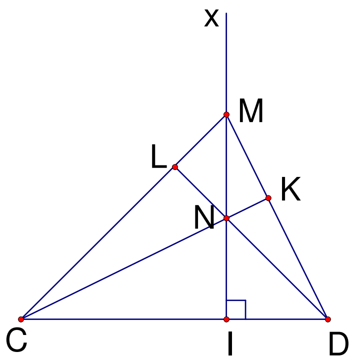
KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9 CẤP TỈNH
MÔN THI : TOÁN
NGÀY THI : 11/4/2012
THỜI GIAN : 150 phút (không kể thời gian phát đề)

HƯỚNG DẪN CHẤM

Bài	**Câu**	**Nội dung**	**Điểm**
1 (4đ)	1	$A = \dfrac{\sqrt{2-\sqrt{3}}+\sqrt{4-\sqrt{15}}+\sqrt{10}}{\sqrt{23-3\sqrt{5}}}$	
		$= \dfrac{\sqrt{2}\left(\sqrt{2-\sqrt{3}}+\sqrt{4-\sqrt{15}}+\sqrt{10}\right)}{\sqrt{2}\left(\sqrt{23-3\sqrt{5}}\right)}$	0,5
		$= \dfrac{\sqrt{4-2\sqrt{3}}+\sqrt{8-2\sqrt{15}}+2\sqrt{5}}{\sqrt{46-6\sqrt{5}}}$	0,25
		$= \dfrac{\sqrt{\left(\sqrt{3}-1\right)^2}+\sqrt{\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)^2}+2\sqrt{5}}{\sqrt{\left(3\sqrt{5}-1\right)^2}}$	0,75
		$= \dfrac{\sqrt{3}-1+\sqrt{5}-\sqrt{3}+2\sqrt{5}}{3\sqrt{5}-1}$	0,25
		$= \dfrac{3\sqrt{5}-1}{3\sqrt{5}-1}$ $= 1$	0,25
	2	a/ ĐKXĐ $x \ge 0, x \ne 1$	0,25
		$B = \dfrac{3x+6\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}-2} - \dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2} + \dfrac{\sqrt{x}+2}{1-\sqrt{x}}$	
		$= \dfrac{3x+6\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+2\right)} - \dfrac{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+2\right)} - \dfrac{\left(\sqrt{x}+2\right)^2}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$	0,5
		$= \dfrac{3x+6\sqrt{x}-x+1-x-4\sqrt{x}-4}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$	
		$= \dfrac{x+2\sqrt{x}-3}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$	0,25

		$= \dfrac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+2)} = \dfrac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+2}$ b) $B = \dfrac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+2}$ Với $x \geq 0, x \neq 1$ Mà $\sqrt{x}+2 \geq 2$ $\Leftrightarrow \dfrac{1}{\sqrt{x}+2} \leq \dfrac{1}{2}$ $\Leftrightarrow 1+\dfrac{1}{\sqrt{x}+2} \leq \dfrac{3}{2}$ Dấu " = " xãy ra khi $\sqrt{x} = 0 \Leftrightarrow x = 0$ (tmđk) Vậy giá trị lớn nhất của B là $\dfrac{3}{2}$ khi x = 0.	0,25 0,25 0,25 0,25
2 **(5đ)**	1		0,5
		+) Kí hiệu hình thang ABCD cần tìm như hình vẽ. +) Tính được C($\dfrac{6}{a}$;5) ; D($\dfrac{2}{a}$;1) BC = $\dfrac{6}{a}$; AD = $\dfrac{2}{a}$ +) $S_{ABCD} = \left(\dfrac{6}{a}+\dfrac{2}{a}\right).4:2=8$ $\Rightarrow$ a = 2 (Thỏa ĐK a > 0) +) Vậy phương trình đường thẳng là y = 2x – 1.	0,5 0,5 0,25 0,25

	2	+) Ta có $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=2 \Rightarrow \left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)^2=4$ +) Do đó $\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)^2=\frac{2}{xy}-\frac{1}{z^2}$ $\Leftrightarrow \frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}+\frac{1}{z^2}+\frac{2}{xy}+\frac{2}{yz}+\frac{2}{zx}-\frac{2}{xy}+\frac{1}{z^2}=0$ $\Leftrightarrow \left(\frac{1}{x^2}+\frac{2}{xz}+\frac{1}{z^2}\right)+\left(\frac{1}{y^2}+\frac{2}{yz}+\frac{1}{z^2}\right)=0$ $\Leftrightarrow \left(\frac{1}{x}+\frac{1}{z}\right)^2+\left(\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)^2=0$ $\Leftrightarrow \begin{cases}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{z}\right)^2=0\\ \left(\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)^2=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\frac{1}{x}=\frac{-1}{z}\\ \frac{1}{y}=\frac{-1}{z}\end{cases} \Leftrightarrow x=y=-z$ Thay vào $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=2$ ta được x = y = $\frac{1}{2}$; z = $\frac{-1}{2}$ Khi đó P = $\left(\frac{1}{2}+2.\frac{1}{2}+\frac{-1}{2}\right)^{2012}=1^{2012}=1$	0,25 0,25 0,25 0,5 0,5 0,5 0,5 0,25
3 (5đ)			
	a	+) Tứ giác DCEH có $\widehat{HDC}+\widehat{HEC}=90^0+90^0=180^0$ $\Rightarrow$Tứ giác DCEH nội tiếp$\Rightarrow \widehat{HED}=\widehat{HCD}$ (cùng chắn cung HD) * ΔBDE và ΔBHC có $\widehat{HED}=\widehat{HCD}$ và $\widehat{EBC}$ chung. $\Rightarrow$ ΔBDE đồng dạng ΔBHC (g.g)	0,5 0,25

		$\Rightarrow \dfrac{BD}{BH}=\dfrac{BE}{BC}\Rightarrow BH.BE=BC.BD$ (*) *Chứng minh tương tự đẳng thức (*)ta được : CH.CF = CD.CB (**) Cộng (*) và (**) theo vế ta được: BH.BE + CH.CF = BC.BD + CD.CB = (BD + CD).BC = BC.BC = BC^2 (1)	0,5 0,25 0,5
	b	+) Chứng minh tương tự đẳng thức (1) ta được: BH.BE + AH.AD = AB^2 (2) và AH.AD + CH.CF = AC^2 (3) +) Cộng (1), (2), (3) theo vế ta được: 2(AH.AD + BH.BE + CH.CF) = $AB^2 + AC^2 + BC^2$ $\Leftrightarrow$ AH.AD + BH.BE + CH.CF = $\dfrac{AB^2+BC^2+CA^2}{2}$.	 0,5 0.75 0.25
	c	+) Ta có: $\widehat{MBC}=\widehat{MAC}$ (cùng chắn cung MC) $\widehat{MAC}=\widehat{CBE}$ (cùng phụ $\widehat{BCA}$) Nên $\widehat{MBC}=\widehat{CBE}\Rightarrow$BC là phân giác $\widehat{MBE}$ * ΔMBH có BC là đường cao đồng thời là đường phân giác nên là tam giác cân tại B $\Rightarrow$BC đồng thời là đường trung tuyến ứng với cạnh MH. $\Rightarrow$D là trung điểm của MH. $\Rightarrow$DM = DH. *Ta có $\dfrac{AM}{AD}=\dfrac{AD+DM}{AD}=1+\dfrac{DM}{AD}$ (*) ΔBHC và ΔABC có chung đáy BC nên ta có $\dfrac{S_{BHC}}{S_{ABC}}=\dfrac{DH}{AD}=\dfrac{DM}{AD}$ (**) Từ (*) và (**) suy ra : $\dfrac{AM}{AD}=1+\dfrac{S_{BHC}}{S_{ABC}}$ (1) Chứng minh tương tự đẳng thức (1) ta được: $\dfrac{BN}{BE}=1+\dfrac{S_{AHC}}{S_{ABC}}$ (2) và $\dfrac{CK}{CF}=1+\dfrac{S_{AHB}}{S_{ABC}}$ (3) Cộng (1) (2) và (3) theo vế ta được : $\dfrac{AM}{AD}+\dfrac{BN}{BE}+\dfrac{CK}{CF}=1+\dfrac{S_{BHC}}{S_{ABC}}+1+\dfrac{S_{AHC}}{S_{ABC}}+1+\dfrac{S_{AHB}}{S_{ABC}}=3+\dfrac{S_{ABC}}{S_{ABC}}=3+1=4$	 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25
4 (3đ)			

		+) Δ IND vuông tại I có IN = ID (gt) $\Rightarrow$ Δ IND vuông cân tại I $\Rightarrow \widehat{IND} = \widehat{IDN} = 45^0$ * Chứng minh tương tự ta được Δ IMC vuông cân tại I $\Rightarrow \widehat{ICM} = \widehat{IMC} = 45^0$ Δ LCD có $\widehat{LCD} = \widehat{LDC} = 45^0$ $\Rightarrow$ Δ LCD vuông cân tại L $\Rightarrow$ $DL \perp MC$ Mà $MI \perp CD$ (gt) $\Rightarrow$ DL và MI là hai đường cao của Δ CDM cắt nhau tại N $\Rightarrow$ N là trực tâm Δ CDM $\Rightarrow$ $CN \perp MD$ hay $CK \perp MD$ Δ CNI và Δ MNK có: $\widehat{CIN} = \widehat{MKN} = 90^0$ $\widehat{INC} = \widehat{KNM}$ (đđ) $\Rightarrow$ Δ CNI đồng dạng Δ MNK (g-g) $\Rightarrow \dfrac{CN}{MN} = \dfrac{NI}{NK}$ $\Rightarrow$ CN.NK = MN.NI Ta có: MN.NI = (MI – NI).NI = (CI – ID).ID = (CD – ID – ID).ID Đặt ID = x; x > 0 ta được: MN.NI = (6 – 2x).x = 6.x – $2x^2$ = $-2\left(x - \dfrac{3}{2}\right)^2 + \dfrac{9}{2} \le \dfrac{9}{2}$ Dấu " = " xảy ra khi x = $\dfrac{3}{2}$ (TMĐK x > 0) Vậy CN. NK có giá trị lớn nhất là $\dfrac{9}{2}$ khi ID = $\dfrac{3}{2}$ cm.	0.5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5
5 **(3đ)**		Ta có: xy + 2x = 27 – 3y $\Leftrightarrow xy + 2x + 3y = 27$ $\Leftrightarrow x(y+2) + 3(y+2) = 33$ $\Leftrightarrow (x+3)(y+2) = 33$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x+3=1 \\ y+2=33 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x+3=33 \\ y+2=1 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x+3=3 \\ y+2=11 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x+3=11 \\ y+2=3 \end{cases}$ do x > 0, y > 0. $\Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ y=31 \end{cases}$ (loại) hoặc $\begin{cases} x=30 \\ y=-1 \end{cases}$ (loại) hoặc $\begin{cases} x=0 \\ y=9 \end{cases}$ (loại) hoặc $\begin{cases} x=8 \\ y=1 \end{cases}$ (tđk) Vậy cặp số nguyên dương cần tìm là (x; y) = (8;1)	0,5 0,25 1,0 1,0 0,25

(Nếu HS trình bày bài giải bằng cách khác đúng thì chấm theo thang điểm tương đương)

SỞ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO
NGHỆ AN

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH LỚP 9 THCS
NĂM HỌC 2010 - 2011

Môn thi: TOÁN - BẢNG A

Thời gian: **150** phút (không kể thời gian giao đề)

Câu 1 (4,0 điểm).

a) Cho các số nguyên $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n$. Đặt $S = a_1^3 + a_2^3 + \ldots + a_n^3$ và $P = a_1 + a_2 + \ldots + a_n$.

Chứng minh rằng: S chia hết cho 6 khi và chỉ khi P chia hết cho 6.

b) Cho $A = n^6 - n^4 + 2n^3 + 2n^2$ (với $n \in N$, $n > 1$). Chứng minh A không phải là số chính phương.

Câu 2 (4,5 điểm).

a) Giải phương trình: $10\sqrt{x^3+1} = 3x^2 + 6$

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x + \dfrac{1}{y} = 3 \\ y + \dfrac{1}{z} = 3 \\ z + \dfrac{1}{x} = 3 \end{cases}$

Câu 3 (4,5 điểm).

a) Cho $x > 0$, $y > 0$, $z > 0$ và $\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} + \dfrac{1}{z} = 4$.

Chứng minh rằng: $\dfrac{1}{2x+y+z} + \dfrac{1}{x+2y+z} + \dfrac{1}{x+y+2z} \le 1$

b) Cho $x > 0$, $y > 0$, $z > 0$ thỏa mãn $x^{2011} + y^{2011} + z^{2011} = 3$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $M = x^2 + y^2 + z^2$

Câu 4 (4,5 điểm).

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O), H là trực tâm của tam giác. Gọi M là một điểm trên cung BC không chứa điểm A. (M không trùng với B và C). Gọi N và P lần lượt là điểm đối xứng của M qua các đường thẳng AB và AC.

a) Chứng minh ba điểm N, H, P thẳng hàng.

b) Khi $\widehat{BOC} = 120^0$, xác định vị trí của điểm M để $\dfrac{1}{MB} + \dfrac{1}{MC}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 5 (2,5 điểm).

Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm O, một điểm I chuyển động trên cung BC không chứa điểm A (I không trùng với B và C). Đường thẳng vuông góc với IB tại I cắt đường thẳng AC tại E, đường thẳng vuông góc với IC tại I cắt đường thẳng AB tại F. Chứng minh rằng đường thẳng EF luôn đi qua một điểm cố định.

- - - Hết - - -

Họ và tên thí sinh:... *Số báo danh:* ....

SỞ GD&ĐT NGHỆ AN **KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH LỚP 9 THCS**

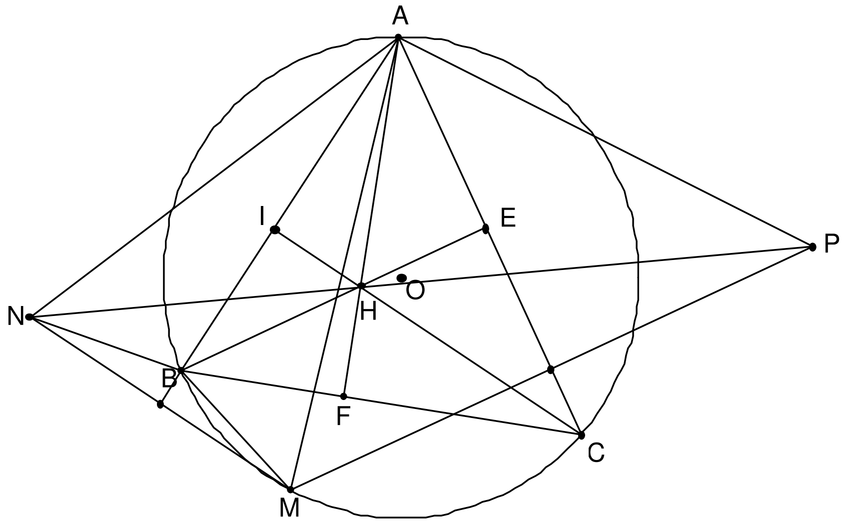
NĂM HỌC 2010 - 2011

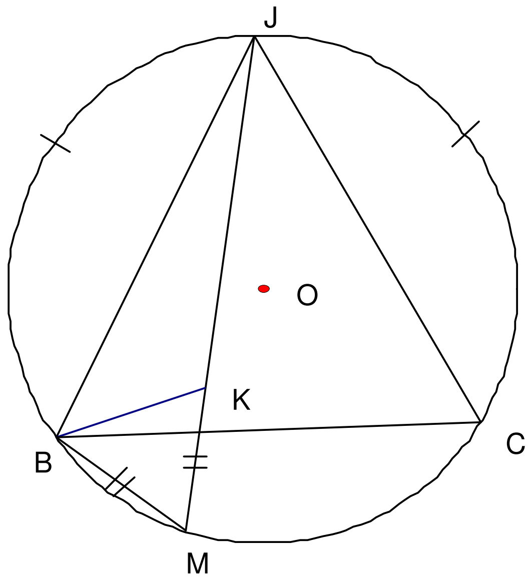
ĐÁP ÁN ĐỀ CHÍNH THỨC

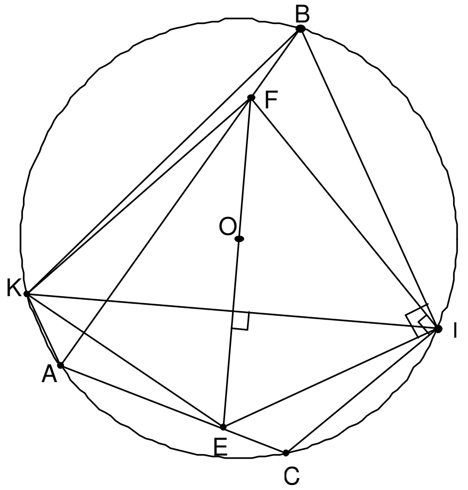
Môn: TOÁN - Bảng A

Câu:	Nội dung
1.	
	Với $a\in Z$ thì $a^3-a=(a-1)a(a+1)$ là tích 3 số tự nhiên liên tiếp nên chia hết cho 2 và 3. Mà (2.3)=1
	$\Rightarrow a^3-a\,\vdots\,6$
	$\Rightarrow S-P=(a_1^3-a_1)+(a_2^3-a_2)+...+(a_n^3-a_n)\,\vdots\,6$
	Vậy $S\,\vdots\,6 \Leftrightarrow P\,\vdots\,6$
	$n^6-n^4+2n^3+2n^2=n^2(n+1)^2.(n^2-2n+2)$
	với $n\in N$, $n>1$ thì $n^2-2n+2=(n-1)^2+1$ $>$ $(n-1)^2$
	và $n^2-2n+2=n^2-2(n-1)$ $<$ n^2
	Vậy $(n-1)^2<n^2-2n+2<n^2 \Rightarrow n^2-2n+2$ không là số chính phương $\Rightarrow$ đpcm
2.	
	$10\sqrt{x^3+1}=3(x^2+2)$ $\Leftrightarrow 10\sqrt{(x+1)(x^2-x+1)}=3(x^2+2)$ điều kiện $x\ge -1$
	Đặt $\sqrt{x+1}=a$ $(a\ge 0)$ $\sqrt{x^2-x+1}=b$ (b>0)
	Ta có: $10ab=3a^2+3b^2$ $\Leftrightarrow (a-3b)(3a\text{-}b)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=3b \\ b=3a \end{array}\right.$
	Trường hợp1: a = 3b Ta có: $\sqrt{x+1}=3\sqrt{x^2-x+1}$ (1) $\Leftrightarrow 9x^2-9x+9=x+1$ $\Leftrightarrow 9x^2-10x+8=0$ $\Delta'=25-9.8<0 \Rightarrow$ phương trình (1) vô nghiệm
	Trường hợp 2: b = 3a Ta có: $3\sqrt{x+1}=\sqrt{x^2-x+1}$ $\Leftrightarrow 9(x+1)=x^2-x+1$

	$\Leftrightarrow x^2 - 10x\text{-}8 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = 5 + \sqrt{33}\ \text{(TM)} \\ x_2 = 5 - \sqrt{33}\ \text{(TM)} \end{array}\right.$ Vậy phương trình có 2 nghiệm $x = 5 \pm \sqrt{33}$
	$\begin{cases} x + \dfrac{1}{y} = 3 \\ y + \dfrac{1}{z} = 3 \\ z + \dfrac{1}{x} = 3 \end{cases}$ Từ (3) $\Rightarrow z = \dfrac{3x\text{-}1}{x}$ thay vào (2) $\Rightarrow 3xy+3 = 8x+y$ (4)
	Từ (1) $\Rightarrow xy + 1 = 3y \Leftrightarrow 3xy+3 = 9y$ (5) Từ (4) và (5) $\Rightarrow 8x+y = 9y \Rightarrow x = y$
	Chứng minh tương tự : y = z Từ đó $\Rightarrow x = y = z$
	Thay vào (1) $\Rightarrow x + \dfrac{1}{x} = 3 \Rightarrow x^2 - 3x+1 = 0$ $\Rightarrow x = \dfrac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$ $\Rightarrow$ hệ có 2 nghiệm $x = y = z = \dfrac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$
3.	
	Áp dụng bất đẳng thức $\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} \geq \dfrac{4}{x+y}$ (với x,y > 0) Ta có: $\dfrac{1}{2x+y+z} \leq \dfrac{1}{4}(\dfrac{1}{2x} + \dfrac{1}{y+z})$; $\dfrac{1}{y+z} \leq \dfrac{1}{4y} + \dfrac{1}{4z}$
	Suy ra: $\dfrac{1}{2x+y+z} \leq \dfrac{1}{4}(\dfrac{1}{2x} + \dfrac{1}{4y} + \dfrac{1}{4z})$ (1)
	Tương tự: $\dfrac{1}{x+2y+z} \leq \dfrac{1}{4}(\dfrac{1}{4x} + \dfrac{1}{2y} + \dfrac{1}{4z})$ (2) $\dfrac{1}{x+y+2z} \leq \dfrac{1}{4}(\dfrac{1}{4x} + \dfrac{1}{4y} + \dfrac{1}{2z})$ (3)
	Từ (1),(2),(3) $\Rightarrow \dfrac{1}{2x+y+z} + \dfrac{1}{x+2y+z} + \dfrac{1}{x+y+2z} \leq \dfrac{1}{4}(\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} + \dfrac{1}{z})$

	$\Rightarrow \dfrac{1}{2x+y+z}+\dfrac{1}{x+2y+z}+\dfrac{1}{x+y+2z}\le 1$ Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x=y=z=\dfrac{3}{4}$
	Áp dụng bất đẳng thức CôSy cho x^{2011}, x^{2011} và 2009 số 1 ta có: $x^{2011}+x^{2011}+\underbrace{1+1+...+1}_{2009}\ge 2011\sqrt[2011]{(x^2)^{2011}}$
	$\Rightarrow 2x^{2011}+2009\ge 2011x^2$ (1)
	Tương tự: $2y^{2011}+2009\ge 2011y^2$ (2) $2z^{2011}+2009\ge 2011z^2$ (3)
	Từ (1), (2), (3) $\Rightarrow x^2+y^2+z^2\le \dfrac{2(x^{2011}+y^{2011}+z^{2011})+3.2009}{2011}$ $\Rightarrow x^2+y^2+z^2\le 3$ Giá trị lớn nhất của M là 3 khi và chỉ khi x = y = z = 1
4.	
	
	Gọi giao điểm của BH với AC là E AH với BC là F, CH với AB là I $\Rightarrow$ HECF là tứ giác nội tiếp. $\Rightarrow \widehat{AHE}=\widehat{ACB}$ (1)
	Mà $\widehat{ACB}=\widehat{AMB}$ (góc nội tiếp cùng chắn một cung) Ta có: $\widehat{AMB}=\widehat{ANB}$ (Do M, N đối xứng AB) (2) Từ (1), (2) $\Rightarrow$ AHBN là tứ giác nội tiếp
	$\Rightarrow \widehat{NAB}=\widehat{NHB}$ (*) Mà $\widehat{NAB}=\widehat{MAB}$ (Do M, N đối xứng qua AB (**) Từ (*), (**) $\Rightarrow \widehat{NHB}=\widehat{BAM}$
	Chứng minh tương tự: $\widehat{PHC}=\widehat{MAC}$

	$\Rightarrow \widehat{NHB} + \widehat{PHC} = \widehat{BAM} + \widehat{MAC} = \widehat{BAC}$ Mà $\widehat{BAC} + \widehat{IHE} = 180^0$
	$\Rightarrow \widehat{NHB} + \widehat{PHC} + \widehat{BHC} = 180^0$ (vì $\widehat{IHE} = \widehat{BHC}$) $\Rightarrow$ N, H, P thẳng hàng
	Gọi J là điểm chính giữa của cung lớn BC $\widehat{BOC} = 120^0 \Rightarrow \Delta BJC$ đều
	Trên đoạn JM lấy K sao cho MK = MB $\Rightarrow \Delta JKB = \Delta CMB$ 
	$\Rightarrow BM + MC = JM$ $\dfrac{1}{BM} + \dfrac{1}{MC} \geq \dfrac{4}{BM + MC}$ $\Rightarrow \dfrac{1}{BM} + \dfrac{1}{MC} \geq \dfrac{4}{JM}$
	JM lớn nhất $\Leftrightarrow$ JM là đường kính (O) lúc đó M là điểm chính giữa của cung nhỏ BC. Vậy $\dfrac{1}{BM} + \dfrac{1}{MC}$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow$ M là điểm chính giữa cung nhỏ BC
5.	
	+ Khi $\widehat{BAC} = 90^0 \Rightarrow \widehat{BIC} = 90^0$. $\Rightarrow$ F trùng với B, E trùng với C lúc đó EF là đường kính. $\Rightarrow$ EF đi qua điểm O cố định.



+ Khi $\widehat{BAC} < 90^0 \Rightarrow \widehat{BIC} > 90^0$.

Gọi K là điểm đối xứng của I qua EF.

$\Rightarrow \widehat{EIF} = \widehat{EAF}$ (cùng bù $\widehat{BIC}$)

$\widehat{EKF} = \widehat{EIF}$ (Do I và K đối xứng qua EF)

$\Rightarrow \widehat{EKF} = \widehat{EAF}$

$\Rightarrow$ AKFE nội tiếp

$\Rightarrow \widehat{KAB} = \widehat{KEF}$ (cùng chắn $\overset{\frown}{KF}$) (1)

$\widehat{IEF} = \widehat{KEF}$ (Do K và I đối xứng qua EF) (2)

$\widehat{IEF} = \widehat{BIK}$ (cùng phụ $\widehat{KIE}$) (3)

Từ (1), (2), (3) $\Rightarrow \widehat{KAB} = \widehat{BIK}$

$\Rightarrow$ AKBI là tứ giác nội tiếp

$\Rightarrow$ $K \in (O)$

Mà EF là đường trung trực của KI $\Rightarrow$ E, O, F thẳng hàng.

+ Khi $\widehat{BAC} > 90^0 \Rightarrow \widehat{BIC} < 90^0$ chứng minh tương tự.

Vậy đường thẳng EF luôn đi qua điểm O cố định.

- - - Hết - - -

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO | **KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9**
THÀNH PHỐ ĐÀ NẴNG | **NĂM HỌC 2010-2011**

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn thi: TOÁN

Thời gian: 150 phút (không tính thời gian giao đề)

Bài 1. (*2,0 điểm*)

Cho biểu thức: $M = \frac{a+1}{\sqrt{a}} + \frac{a\sqrt{a}-1}{a-\sqrt{a}} + \frac{a^2 - a\sqrt{a} + \sqrt{a} - 1}{\sqrt{a} - a\sqrt{a}}$ với $a > 0, a \neq 1.$

a) Chứng minh rằng $M > 4.$

b) Với những giá trị nào của a thì biểu thức $N = \frac{6}{M}$ nhận giá trị nguyên?

Bài 2. (*2,0 điểm*)

a) Cho các hàm số bậc nhất: $y = 0,5x + 3$, $y = 6 - x$ và $y = mx$ có đồ thị lần lượt là các đường thẳng (d_1), (d_2) và (Δ_m). Với những giá trị nào của tham số m thì đường thẳng (Δ_m) cắt hai đường thẳng (d_1) và (d_2) lần lượt tại hai điểm A và B sao cho điểm A có hoành độ âm còn điểm B có hoành độ dương?

b) Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, cho M và N là hai điểm phân biệt, di động lần lượt trên trục hoành và trên trục tung sao cho đường thẳng MN luôn đi qua điểm cố định $I(1\,;\,2)$. Tìm hệ thức liên hệ giữa hoành độ của M và tung độ của N; từ đó, suy ra giá trị nhỏ nhất của biểu thức $Q = \frac{1}{OM^2} + \frac{1}{ON^2}$.

Bài 3. (*2,0 điểm*)

a) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 17x + 2y = 2011|xy| \\ x - 2y = 3xy. \end{cases}$

b) Tìm tất cả các giá trị của x, y, z sao cho: $\sqrt{x} + \sqrt{y-z} + \sqrt{z-x} = \frac{1}{2}(y+3).$

Bài 4. (*3,0 điểm*)

Cho đường tròn ($\mathscr{C}$) với tâm O và đường kính AB cố định. Gọi M là điểm di động trên ($\mathscr{C}$) sao cho M không trùng với các điểm A và B. Lấy C là điểm đối xứng của O qua A. Đường thẳng vuông góc với AB tại C cắt đường thẳng AM tại N. Đường thẳng BN cắt đường tròn ($\mathscr{C}$) tại điểm thứ hai là E. Các đường thẳng BM và CN cắt nhau tại F.

a) Chứng minh rằng các điểm A, E, F thẳng hàng.

b) Chứng minh rằng tích AM·AN không đổi.

c) Chứng minh rằng A là trọng tâm của tam giác BNF khi và chỉ khi NF ngắn nhất.

Bài 5. (*1,0 điểm*)

Tìm ba chữ số tận cùng của tích của mười hai số nguyên dương đầu tiên.

---HẾT---

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Chữ ký của giám thị 1: .... Chữ ký của giám thị 2: ....

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO THÀNH PHỐ ĐÀ NẴNG	KÌ THI CHỌN SINH HỌC SINH GIỎI LỚP 9 NĂM HỌC 2010-2011 Môn thi: TOÁN

HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN LỚP 9

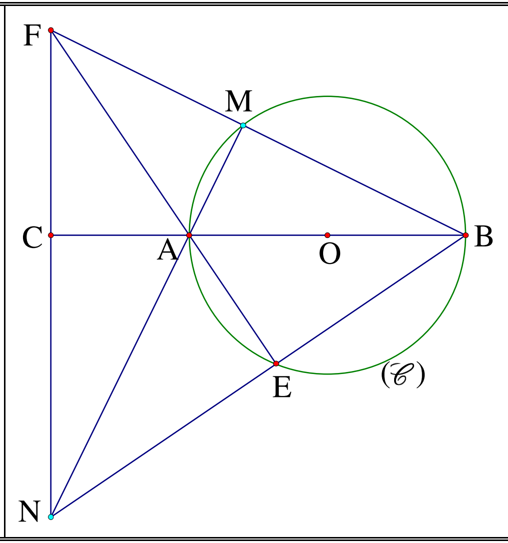
Dưới đây là sơ lược biểu điểm của đề thi Học sinh giỏi lớp 9. Các Giám khảo thảo luận thống nhất thêm chi tiết lời giải cũng như thang điểm của biểu điểm đã trình bày. Tổ chấm có thể phân chia nhỏ thang điểm đến 0,25 điểm cho từng ý của đề thi. Tuy nhiên, điểm từng bài, từng câu không được thay đổi. Nội dung thảo luận và đã thống nhất khi chấm được ghi vào biên bản cụ thể để việc chấm phúc khảo sau này được thống nhất và chính xác.

Học sinh có lời giải khác đúng, chính xác nhưng phải nằm trong chương trình được học thì bài làm đúng đến ý nào giám khảo cho điểm ý đó.

Việc làm tròn số điểm bài kiểm tra được thực hiện theo quy định của Bộ Giáo dục và Đào tạo tại Quyết định số 40/2006/BGD-ĐT.

BÀI-Ý	ĐỀ -ĐÁP ÁN	ĐIỂM
Bài 1	Cho biểu thức: $M=\frac{a+1}{\sqrt{a}}+\frac{a\sqrt{a}-1}{a-\sqrt{a}}+\frac{a^2-a\sqrt{a}+\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}-a\sqrt{a}}$ với $a>0, a\neq 1$. a) Chứng minh rằng $M>4$. b) Với những giá trị nào của a thì biểu thức $N=\frac{6}{M}$ nhận giá trị nguyên.	**2,00**
1.a (1,25đ)	Do $a>0, a\neq 1$ nên: $\frac{a\sqrt{a}-1}{a-\sqrt{a}}=\frac{(\sqrt{a}-1)(a+\sqrt{a}+1)}{\sqrt{a}(\sqrt{a}-1)}=\frac{a+\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}}$ và	0,25
	$\frac{a^2-a\sqrt{a}+\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}-a\sqrt{a}}=\frac{(a+1)(a-1)-\sqrt{a}(a-1)}{\sqrt{a}(1-a)}=\frac{(a-1)(a-\sqrt{a}+1)}{\sqrt{a}(1-a)}=\frac{-a+\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}}$	0,25
	$\Rightarrow\ M=\frac{a+1}{\sqrt{a}}+2$	0,25
	Do $a>0; a\neq 1$ nên: $(\sqrt{a}-1)^2>0 \Leftrightarrow a+1>2\sqrt{a}$	0,25
	$\Rightarrow M>\frac{2\sqrt{a}}{\sqrt{a}}+2=4$	0,25
1.b (0,75đ)	Ta có $0<N=\frac{6}{M}<\frac{3}{2}$ do đó N chỉ có thể nhận được một giá trị nguyên là 1	0,25
	Mà $N=1 \Leftrightarrow \frac{6\sqrt{a}}{a+1+2\sqrt{a}}=1 \Leftrightarrow a-4\sqrt{a}+1=0 \Leftrightarrow (\sqrt{a}-2)^2=3$ $\Leftrightarrow \sqrt{a}=2+\sqrt{3}$ hay $\sqrt{a}=2-\sqrt{3}$ (phù hợp)	0,25
	Vậy, N nguyên $\Leftrightarrow a=(2\pm\sqrt{3})^2$	0,25
Bài 2	a) Cho các hàm số bậc nhất: $y=0,5x+3$, $y=6-x$ và $y=mx$ có đồ thị lần lượt là các đường thẳng (d_1), (d_2) và (Δ_m). Với những giá trị nào của tham số m thì đường thẳng (Δ_m) cắt hai đường thẳng (d_1) và (d_2) lần lượt tại hai điểm A và B sao cho điểm A có hoành độ âm còn điểm B có hoành độ dương? b) Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, cho M và N là hai điểm phân biệt, di động lần lượt trên trục hoành và trên trục tung sao cho đường thẳng MN luôn đi qua điểm cố định $I(1\ ;\ 2)$. Tìm hệ thức liên hệ giữa hoành độ của M và tung độ của N; từ đó, suy ra giá	**2,00**

	trị nhỏ nhất của biểu thức $Q=\dfrac{1}{OM^2}+\dfrac{1}{ON^2}$.	
2.a (0,75đ)	Điều kiện để (Δ_m) là đồ thị hàm số bậc nhất là $m\neq 0$	0,25
	Phương trình hoành độ giao điểm của (d_1) và (Δ_m) là: $0,5x+3=mx \Leftrightarrow (m-0,5)x=3$ Điều kiên để phương trình này có nghiệm âm là $m-0,5<0$ hay $m<0,5$	0,25
	Phương trình hoành độ giao điểm của (d_2) và (Δ_m) là: $6-x=mx \Leftrightarrow (m+1)x=6$ Điều kiên để phương trình này có nghiệm dương là $m+1>0$ hay $m>-1$	
	Vậy điều kiện cần tìm là: $-1<m<0,5;\ m\neq 0$	0,25
2.b (1,25đ)	Đặt $m = x_M$ và $n = y_N \Rightarrow m\cdot n\neq 0$ và $m\neq 1$ (*) Nên đường thẳng qua ba điểm M, I, N có dạng: y = ax+b	0,25
	$\Rightarrow \begin{cases}0=am+b\\2=a+b\\n=b\end{cases}$ $\Rightarrow$ hệ thức liên hệ giữa m và n là $2m+n=mn$	0,25
	Chia hai vế cho $m\cdot n\neq 0$ ta được: $\dfrac{1}{m}+\dfrac{2}{n}=1$ (**)	
	$\Rightarrow 1=\left(\dfrac{1}{m}+\dfrac{2}{n}\right)^2=\dfrac{1}{m^2}+\dfrac{4}{n^2}+\dfrac{4}{mn}=5\left(\dfrac{1}{m^2}+\dfrac{1}{n^2}\right)-\left(\dfrac{2}{m}-\dfrac{1}{n}\right)^2$	0,25
	$\Rightarrow Q=\dfrac{1}{m^2}+\dfrac{1}{n^2}\geq\dfrac{1}{5}$; dấu "=" xảy ra khi $\dfrac{2}{m}=\dfrac{1}{n}$; kết hợp (**): m = 5, n = 2,5 (thỏa (*))	0,25
	Vậy giá trị nhỏ nhất của Q là $\dfrac{1}{5}$	0,25
Bài 3	a) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}17x+2y=2011\lvert xy\rvert\\x-2y=3xy.\end{cases}$ (1) b) Tìm tất cả các giá trị của x, y, z sao cho: $\sqrt{x}+\sqrt{y-z}+\sqrt{z-x}=\dfrac{1}{2}(y+3)$ (2)	**2,0 đ**
3.a (1,25đ)	Nếu $xy>0$ thì (1) $\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{17}{y}+\dfrac{2}{x}=2011\\\dfrac{1}{y}-\dfrac{2}{x}=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{1}{y}=\dfrac{1007}{9}\\\dfrac{1}{x}=\dfrac{490}{9}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{9}{490}\\y=\dfrac{9}{1007}\end{cases}$ (phù hợp)	0,50
	Nếu $xy<0$ thì (1) $\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{17}{y}+\dfrac{2}{x}=-2011\\\dfrac{1}{y}-\dfrac{2}{x}=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{1}{y}=\dfrac{-1004}{9}\\\dfrac{1}{x}=-\dfrac{1031}{18}\end{cases}\Rightarrow xy>0$ (loại)	0,25
	Nếu $xy=0$ thì (1) $\Leftrightarrow x=y=0$ (nhận).	0,25
	KL: Hệ có đúng 2 nghiệm là $(0;0)$ và $\left(\dfrac{9}{490};\dfrac{9}{1007}\right)$	0,25
3.b (0,75đ)	Điều kiện $x\geq 0;\ y-z\geq 0;\ z-x\geq 0\Leftrightarrow y\geq z\geq x\geq 0$	0,25
	(2) $\Leftrightarrow 2\sqrt{x}+2\sqrt{y-z}+2\sqrt{z-x}=x+y-z+z-x+3$ $\Leftrightarrow (\sqrt{x}-1)^2+(\sqrt{y-z}-1)^2+(\sqrt{z-x}-1)^2=0$	0,25

	$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x}=1 \\ \sqrt{y-z}=1 \\ \sqrt{z-x}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=3 \\ z=2 \end{cases}$ (thỏa điều kiện)	0,25
Bài 4	Cho đường tròn $(\mathscr{C})$ với tâm O và đường kính AB cố định. Gọi M là điểm di động trên $(\mathscr{C})$ sao cho M không trùng với các điểm A và B. Lấy C là điểm đối xứng của O qua A. Đường thẳng vuông góc với AB tại C cắt đường thẳng AM tại N. Đường thẳng BN cắt đường tròn $(\mathscr{C})$ tại điểm thứ hai là E. Các đường thẳng BM và CN cắt nhau tại F. a) Chứng minh rằng các điểm A, E, F thẳng hàng. b) Chứng minh rằng tích AM·AN không đổi. c) Chứng minh rằng A là trọng tâm của tam giác BNF khi và chỉ khi NF ngắn nhất. 	**3,0 đ**
4.a (1,00đ)	$MN \perp BF$ và $BC \perp NF$	0,25
	$\Rightarrow$ A là trực tâm của tam giác BNF	0,25
	$\Rightarrow FA \perp NB$	
	Lại có $AE \perp NB$	0,25
	Nên A, E, F thẳng hàng	0,25
4.b (0,75đ)	$\widehat{CAN} = \widehat{MAB}$, nên hai tam giác ACN và AMB đồng dạng.	0,25
	Suy ra: $\dfrac{AN}{AB} = \dfrac{AC}{AM}$	0,25
	Hay $AM \cdot AN = AB \cdot AC = 2R^2$ không đổi (với R là bán kính đường tròn $(\mathscr{C})$)	0,25
4.c (1,25đ)	Ta có $BA = \dfrac{2}{3}BC$ nên A là trong tâm tam giác BNF $\Leftrightarrow$ C là trung điểm NF (3)	0,25
	Mặt khác: $\widehat{CAN} = \widehat{CFM}$, nên hai tam giác CNA và CBF đồng dạng $\Rightarrow \dfrac{CN}{BC} = \dfrac{AC}{CF} \Rightarrow CN \cdot CF = BC \cdot AC = 3R^2$	0,25
	Áp dụng bất đẳng thức Cô-si, ta có: $NF = CN + CF \geq 2\sqrt{CN \cdot CF} = 2R\sqrt{3}$ không đổi	0,25
	Nên: NF ngắn nhất $\Leftrightarrow$ CN =CF $\Leftrightarrow$ C là trung điểm NF (4)	0,25
	(3) và (4) cho ta: A là trong tâm tam giác BNF $\Leftrightarrow$ NF ngắn nhất	0,25
Bài 5	Tìm ba chữ số tận cùng của tích của mười hai số nguyên dương đầu tiên.	**0,75**
(1,00đ)	Đặt: $S = 1\cdot\mathbf{2}\cdot3\cdot4\cdot\mathbf{5}\cdot6\cdot7\cdot8\cdot9\cdot\mathbf{10}\cdot11\cdot12$ $\Rightarrow \dfrac{S}{100} = 3\cdot4\cdot6\cdot7\cdot8\cdot9\cdot11\cdot12$ (1) là một số nguyên $\Rightarrow$ hai chữ số tận cùng của S là 00	0,50
	Mặt khác, trong suốt quá trình nhân liên tiếp các thừa số ở vế phải của (1), nếu chỉ để ý đến chữ số tận cùng, ta thấy $\dfrac{S}{100}$ có chữ số tận cùng là 6 (vì 3·4=12; 2·6=12; 2·7=14; 4·8=32; 2·9=18; 8·11=88; 8·12=96)	0,25
	Vậy ba chữ số tận cùng của S là 600	0,25

--- Hết ---

3.b (0,75đ)	Điều kiện $x \ge 0;\ y - z \ge 0;\ z - x \ge 0 \Rightarrow y \ge z \ge x \ge 0$	0,25
	Theo BĐT Cauchy: $\sqrt{x} \le \dfrac{x+1}{2};\ \sqrt{y-z} \le \dfrac{y-z+1}{2};\ \sqrt{z-x} \le \dfrac{z-x+1}{2}$ $\Rightarrow\ VP = \sqrt{x} + \sqrt{y-z} + \sqrt{z-x} \le \dfrac{1}{2}(y+3) = VT$	0,25
	Do đó $\begin{cases} \sqrt{x} = 1 \\ \sqrt{y-z} = 1 \\ \sqrt{z-x} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \\ z = 2 \end{cases}$ thỏa điều kiện	0,25

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TP. ĐÀ NẴNG

Đề thi chính thức

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9
NĂM HỌC 2012 – 2013
MÔN THI: **TOÁN – LỚP 9 THCS**
(Thời gian làm bài 150 phút không kể thời gian giao đề)

Bài 1. (2,5 điểm)

Cho biểu thức $P = \frac{\sqrt{n+1}-1}{\sqrt{n+1}+1} + \frac{\sqrt{n+1}+3}{\sqrt{n+1}-3} - \frac{n-\sqrt{n+1}+7}{n-2\sqrt{n+1}-2}$ với $n \in \mathbb{N}, n \neq 8$

a/ Rút gọn biểu thức $Q = \frac{P}{n+3\sqrt{n+1}+1}$ với $n \in \mathbb{N}, n \neq 8$

b/ Tìm tất cả các giá trị $n(n \in \mathbb{N}, n \neq 8)$ sao cho P là một số nguyên tố.

Bài 2. (2,0 điểm)

a/ Tìm x, biết: $2\sqrt{x+4} - 4\sqrt{2x-6} = x - 7$

b/ Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x+6 = 4\sqrt{y-4} \\ y+10 = 6\sqrt{z-9} \\ z-16 = 2\sqrt{x-1} \end{cases}$

Bài 3. (2,0 điểm)

a/ Cho hàm số bậc nhất y = ax + b có đồ thị đi qua điểm M(1;4). Biết rằng đồ thị của hàm số đã cho cắt trục Ox tại điểm P có hoành độ dương và cắt trục Oy tại điểm Q có tung độ dương. Tìm a và b sao cho OP + OQ nhỏ nhất (với O là gốc tọa độ)

b/ Tìm số tự nhiên có 2 chữ số. Biết rằng nếu lấy tổng của 2 chữ số ấy cộng với 3 lần tích của 2 chữ số ấy thì bằng 17.

Bài 4. (2,0 điểm)

Cho tam giác ABC. Gọi I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC, qua I vẽ đường thẳng vuông góc với đường thẳng CI, đường thẳng này cắt các cạnh AC, BC lần lượt tại M và N.

a/ Chứng minh rằng hai tam giác IAM và BAI đồng dạng.

b/ Chứng minh rằng $\frac{AM}{BN} = \left(\frac{AI}{BI}\right)^2$.

Bài 5. (1,5 điểm)

Cho tam giác ABC có $\widehat{BAC}$ là góc tù. Vẽ các đường cao CD và BE của tam giác ABC (D nằm trên đường thẳng AB, E nằm trên đường thẳng AC). Gọi M,N lần lượt là chân đường vuông góc của các điểm B và C trên đường thẳng DE. Biết rằng S_1 là diện tích tam giác ADE, S_2 là diện tích tam giác BEM và S_3 là diện tích tam giác CDN. Tính diện tích tam giác ABC theo S_1, S_2, S_3.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH ĐĂK NÔNG

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH LỚP 9 THCS
NĂM HỌC 2010-2011

Khóa thi ngày: 10/3/2011

Môn thi: TOÁN

Thời gian: 150 phút *(không kể thời gian giao đề)*

Bài 1: *(4,0 điểm)*

1) Cho biểu thức $A=\left(\frac{2+\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}}-\frac{2-\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}}-\frac{4x}{x-4}\right):\frac{\sqrt{x}-3}{2\sqrt{x}-x}$. Tìm điều kiện của *x* để *A* > *0*.

2) Cho $x=\dfrac{2}{\dfrac{1}{\sqrt{\sqrt{2}+1}-1}-\dfrac{1}{\sqrt{\sqrt{2}+1}+1}}$

Tính giá trị của biểu thức: $B=(x^4-x^3-x^2+2x-1)^{2011}$

Bài 2: *(4,0 điểm)*

1) Giải phương trình: $\sqrt{x^2-3x+2}+\sqrt{x+3}=\sqrt{x-2}+\sqrt{x^2+2x-3}$.

2) Cho x, y z là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases} x^2+2y+1=0 \\ y^2+2z+1=0 \\ z^2+2x+1=0. \end{cases}$

Tính giá trị của biểu thức: $C=x^{10}+y^3+z^{2011}$.

Bài 3: *(4,0 điểm)*

1) Tìm các cặp số (a, b) thỏa mãn hệ thức: $\sqrt{a+b-2011}=\sqrt{a}+\sqrt{b}-\sqrt{2011}$.

2) Tìm tất cả các số tự nhiên n sao cho: $n^2 - 14n + 38$ là một số chính phương.

Bài 4: *(5,0 điểm)*

Cho đường tròn tâm *O*, hai đường kính *AB* và *CD* vuông góc với nhau. *E* là một điểm nằm trên cung nhỏ $\overset{\frown}{AD}$. Nối *CE* cắt *OA* tại *M* và nối *BE* cắt *OD* tại *N*.

1) Chứng minh: $AM.ED=\sqrt{2}OM.EA$

2) Chứng minh tích $\frac{OM}{AM}\cdot\frac{ON}{DN}$ là một hằng số. Từ đó, suy ra giá trị nhỏ nhất của tổng $\frac{OM}{AM}+\frac{ON}{DN}$, khi đó cho biết vị trí của điểm *E*?

Bài 5: *(3,0 điểm)*

Cho a, b, c là ba số thực dương. Chứng minh bất đẳng thức:

$$\frac{a^3+b^3+c^3}{2abc}+\frac{a^2+b^2}{ab+c^2}+\frac{b^2+c^2}{bc+a^2}+\frac{c^2+a^2}{ca+b^2}\ge\frac{9}{2}.$$

--------HẾT--------

SỞ GD&ĐT VĨNH PHÚC	**KỲ THI CHỌN HSG LỚP 9 NĂM HỌC 2011-2012**
	ĐỀ THI MÔN: TOÁN
ĐỀ CHÍNH THỨC	*Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề*

Câu 1 (*3,0 điểm*).

1. Cho $f\left(x\right)=\dfrac{x^3}{1-3x+3x^2}$. Hãy tính giá trị của biểu thức sau:

$$A=f\left(\frac{1}{2012}\right)+f\left(\frac{2}{2012}\right)+...+f\left(\frac{2010}{2012}\right)+f\left(\frac{2011}{2012}\right)$$

2. Cho biểu thức $P=\dfrac{x-2\sqrt{x}}{x\sqrt{x}-1}+\dfrac{\sqrt{x}+1}{x\sqrt{x}+x+\sqrt{x}}+\dfrac{1+2x-2\sqrt{x}}{x^2-\sqrt{x}}$

Tìm tất cả các giá trị của x sao cho giá trị của P là một số nguyên.

Câu 2 (*1,5 điểm*).

Tìm tất cả các cặp số nguyên dương $\left(x;\ y\right)$ thỏa mãn $\left(x+y\right)^3=\left(x-y-6\right)^2$.

Câu 3 (*1,5 điểm*).

Cho $a,\ b,\ c,\ d$ là các số thực thỏa mãn điều kiện:

$$abc+bcd+cda+dab=a+b+c+d+\sqrt{2012}$$

Chứng minh rằng: $\left(a^2+1\right)\left(b^2+1\right)\left(c^2+1\right)\left(d^2+1\right)\geq 2012$.

Câu 4 (*3,0 điểm*).

Cho ba đường tròn $\left(O_1\right),\ \left(O_2\right)$ và $\left(O\right)$ (kí hiệu $\left(X\right)$ chỉ đường tròn có tâm là điểm *X*). Giả sử $\left(O_1\right),\ \left(O_2\right)$ tiếp xúc ngoài với nhau tại điểm *I* và $\left(O_1\right),\ \left(O_2\right)$ lần lượt tiếp xúc trong với $\left(O\right)$ tại $M_1,\ M_2$. Tiếp tuyến của đường tròn $\left(O_1\right)$ tại điểm *I* cắt đường tròn $\left(O\right)$ lần lượt tại các điểm $A,\ A'$. Đường thẳng AM_1 cắt lại đường tròn $\left(O_1\right)$ tại điểm N_1, đường thẳng AM_2 cắt lại đường tròn $\left(O_2\right)$ tại điểm N_2.

1. Chứng minh rằng tứ giác $M_1N_1N_2M_2$ nội tiếp và đường thẳng OA vuông góc với đường thẳng N_1N_2.

2. Kẻ đường kính PQ của đường tròn $\left(O\right)$ sao cho PQ vuông góc với AI (điểm P nằm trên cung $\overset{\frown}{AM_1}$ không chứa điểm M_2). Chứng minh rằng nếu $PM_1,\ QM_2$ không song song thì các đường thẳng AI, PM_1 và QM_2 đồng quy.

Câu 5 (*1,0 điểm*)

Tất cả các điểm trên mặt phẳng đều được tô màu, mỗi điểm được tô bởi một trong 3 màu xanh, đỏ, tím. Chứng minh rằng khi đó luôn tồn tại ít nhất một tam giác cân, có 3 đỉnh thuộc các điểm của mặt phẳng trên mà 3 đỉnh của tam giác đó cùng màu hoặc đôi một khác màu.

—Hết—

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:…………….……..…….……….……; Số báo danh……………….

SỞ GD&ĐT VĨNH PHÚC | **KỲ THI CHỌN HSG LỚP 9 THCS NĂM HỌC 2011-2012**

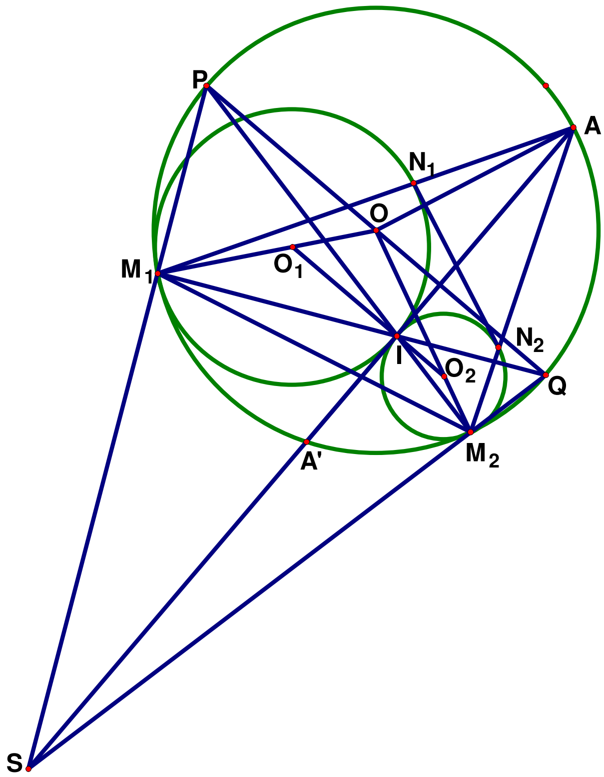
HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN: TOÁN

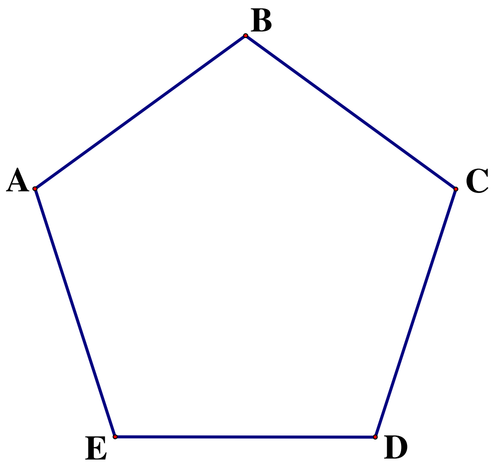
I. LƯU Ý CHUNG:

- Hướng dẫn chấm chỉ trình bày một cách giải với những ý cơ bản phải có. Khi chấm bài học sinh làm theo cách khác nếu đúng và đủ ý thì vẫn cho điểm tối đa.
- Điểm toàn bài tính đến 0,5 và không làm tròn.
- Với bài hình học nếu thí sinh không vẽ hình phần nào thì không cho điểm tương ứng với phần đó.

II. ĐÁP ÁN:

Câu	Ý	Nội dung trình bày	Điểm
1	1	**1,5 điểm**	
		Nhận xét. Nếu $x+y=1$ thì $f(x)+f(y)=1$. Thật vậy, ta có $f(x)=\dfrac{x^3}{x^3+(1-x)^3}\Rightarrow f(y)=f(1-x)=\dfrac{(1-x)^3}{x^3+(1-x)^3}$	0,5
		suy ra $f(x)+f(y)=f(x)+f(1-x)=\dfrac{x^3}{x^3+(1-x)^3}+\dfrac{(1-x)^3}{x^3+(1-x)^3}=1$. Vậy, nhận xét được chứng minh. Ta có $f\left(\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{1}{2}$.	0,5
		Theo nhận xét trên ta có: $A=\left(f\left(\dfrac{1}{2012}\right)+f\left(\dfrac{2011}{2012}\right)\right)+\left(f\left(\dfrac{2}{2012}\right)+f\left(\dfrac{2010}{2012}\right)\right)+...+$ $\left(f\left(\dfrac{1005}{2012}\right)+f\left(\dfrac{1007}{2012}\right)\right)+f\left(\dfrac{1006}{2012}\right)=1005+f\left(\dfrac{1}{2}\right)=1005,5$	0,5
	2	**1,5 điểm**	
		Điều kiện: $x>0,\ x\neq 1$. Khi đó ta có Rút gọn biểu thức ta được $P=\dfrac{\sqrt{x}+2}{x+\sqrt{x}+1}$	0,5
		Ta có $Px+(P-1)\sqrt{x}+P-2=0$, ta coi đây là phương trình bậc hai của $\sqrt{x}$. Nếu $P=0\Rightarrow -\sqrt{x}-2=0$ vô lí, suy ra $P\neq 0$ nên để tồn tại x thì phương trình trên có $\Delta=(P-1)^2-4P(P-2)\geq 0$ $\Leftrightarrow -3P^2+6P+1\geq 0\Leftrightarrow P^2-2P+1\leq\dfrac{4}{3}\Leftrightarrow (P-1)^2\leq\dfrac{4}{3}$	0,5
		Do P nguyên nên $(P-1)^2$ bằng 0 hoặc 1 +) Nếu $(P-1)^2=0\Leftrightarrow P=1\Leftrightarrow x=1$ không thỏa mãn. +) Nếu $(P-1)^2=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}P=2\\P=0\end{array}\right.\Rightarrow P=2\Leftrightarrow 2x+\sqrt{x}=0\Leftrightarrow x=0$ không thỏa mãn Vậy không có giá trị nào của x thỏa mãn.	0,5
2		**1,5 điểm**	
		Nếu $x\geq y+6\Rightarrow x+y>x-(y+6)\geq 1\Rightarrow$ phương trình vô nghiệm. Do đó $x<y+6\Rightarrow 2\leq x+y<y+6-x\Rightarrow x<3\Rightarrow x\in\{1;2\}$	0,5

		Với $x=1$ thay vào phương trình ban đầu ta được: $(y+1)^3=(y+5)^2 \Leftrightarrow (y-3)(y^2+5y+8)=0 \Leftrightarrow y=3$ suy ra phương trình có nghiệm $(x;\ y)=(1;\ 3)$.	0,5
		Với $x=2$ thay vào phương trình ban đầu ta được: $(y+2)^3=(y+4)^2 \Leftrightarrow y^3+5y^2+4y-8=0$ phương trình này vô nghiệm do $y\ge 1$. Vậy phương trình đã cho có nghiệm $(x;\ y)=(1;\ 3)$.	0,5
3		**1,5 điểm**	
		Ta có: $2012=(abc+bcd+cda+dab-a-b-c-d)^2$ $=\left((ab-1)(c+d)+(cd-1)(a+b)\right)^2$	0,5
		$\le\left[(ab-1)^2+(a+b)^2\right]\left[(cd-1)^2+(c+d)^2\right]$	0,5
		$=(a^2b^2+a^2+b^2+1)(c^2d^2+c^2+d^2+1)=(a^2+1)(b^2+1)(c^2+1)(d^2+1)$ Suy ra $(a^2+1)(b^2+1)(c^2+1)(d^2+1)\ge 2012$	0,5
4			
	1	**2,0 điểm**	
		+) Ta có $AM_1.AN_1=AM_2.AN_2=AI^2 \Rightarrow \Delta AN_1N_2$ đồng dạng với ΔAM_2M_1	0,5
		suy ra $\widehat{AN_1N_2}=\widehat{AM_2M_1} \Rightarrow \widehat{M_1N_1N_2}+\widehat{AM_2M_1}=180^0$ hay tứ giác $M_1N_1N_2M_2$ nội tiếp.	0,5
		+) Ta có $\widehat{AN_1N_2}=\widehat{AM_2M_1}=\frac{1}{2}\widehat{AOM_1}$ và tam giác AOM_1 cân tại O nên $\widehat{M_1AO}=\dfrac{180^0-\widehat{AOM_1}}{2}$	0,5

		Do đó ta được $\widehat{AN_1N_2} + \widehat{M_1AO} = 90^0 \Rightarrow OA \perp N_1N_2$.	0,5
	2	**1,0 điểm**	
		Gọi S là giao điểm của PM_1 và QM_2. Ta có $O,\ O_2,\ M_2$ thẳng hàng và O_2I song song với $OP \Rightarrow \widehat{IO_2M_2} = \widehat{POM_2}$ (1). Mặt khác tam giác O_2IM_2 cân tại O_2, tam giác OPM_2 cân tại O và kết hợp với (1) ta được $\widehat{O_2IM_2} = \widehat{OPM_2}$ suy ra P, I, M_2 thẳng hàng. Tương tự ta có $Q,\ I,\ M_1$ thẳng hàng.	0,5
		Do PQ là đường kính của đường tròn (O) suy ra $\widehat{PM_1Q} = \widehat{PM_2Q} = 90^0$ $\Rightarrow I$ là trực tâm của tam giác SPQ suy ra AI đi qua S hay ba đường thẳng $AI,\ PM_1,\ QM_2$ đồng quy.	0,5
5		**1,0 điểm**	
			
		Xét ngũ giác đều *ABCDE*, ta nhận thấy ba đỉnh bất kì của ngũ giác luôn tạo thành một tam giác cân. Do đó khi tô 5 đỉnh *A, B, C, D, E* bằng 3 màu xanh, đỏ và tím sẽ xảy ra hai khả năng sau: +) Nếu tô 5 đỉnh *A, B, C, D, E* bởi đủ ba loại màu đã cho thì tồn tại 3 đỉnh có màu khác nhau và tạo thành một tam giác cân.	0,5
		+) Nếu tô 5 đỉnh *A, B, C, D, E* bởi nhiều nhất 2 màu thì có ít nhất 3 đỉnh cùng màu và tạo thành một tam giác cân. Vậy, trong mọi trường hợp luôn tồn tại ít nhất một tam giác cân, có 3 đỉnh được tô bởi cùng một màu hoặc đôi một khác màu.	0,5

UBND tỉnh Thái Nguyên
Sở Giáo dục & Đào tạo

Cộng hoà xã hội chủ nghĩa việt nam
Độc lập - Tự do - Hạnh phúc

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH LỚP 9 THCS

Tháng 3 / 2012

MôN: Toán

(Thời gian làm bài: 150 phút không kể thời gian giao đề)

Đề chính thức

Bài 1. Chứng minh rằng tổng bình phương của 5 số nguyên liên tiếp không là số chính phương.

Bài 2. Giải phương trình và hệ phương trình sau:

a, $\sqrt[3]{2-x} + \sqrt{x-1} = 1$

b, $\begin{cases} xy + z^2 = 2 \\ yz + x^2 = 2 \\ xz + y^2 = 2 \end{cases}$

Bài 3. Cho Δ ABC có 3 góc đều nhọn. Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp Δ ABC; R, r theo thứ tự là độ dài bán kính đường tròn ngoại tiếp và đường tròn nội tiếp Δ ABC; M, N, P lần lượt là hình chiếu vuông góc của O trên AB, BC và AC.

a, Chứng minh: BN . OM + BM . ON = BO . MN

b, Đặt ON = d_1 ; OM = d_2 ; OP = d_3 .

Tính R + r theo d_1, d_2 , d_3 ?

Bài 4. Lấy một số tự nhiên có 2 chữ số chia cho số có 2 chữ số viết theo thứ tự ngược lại thì được thương là 4 và dư 15. Nếu lấy số đó trừ đi 9 thì được một số bằng tổng bình phương của 2 chữ số tạo thành số đó. Tìm số tự nhiên ấy?

------------- *Hết* ---------------

Họ tờn thớ sinh:...Số bỏo danh:.........................

UBND tỉnh Thái Nguyên Cộng hoà xã hội chủ nghĩa việt nam

Sở Giáo dục & Đào tạo **Độc lập - Tự do - Hạnh phúc**

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH LỚP 9 THCS
Tháng 3 / 2012
hớng dẫn chấm toán 9

Bài 1: 3,5 điểm

C1: Gọi 5 số nguyờn liờn tiếp là n-2, n-1, n, n+1, n+2 với n nguyờn, dễ thấy tổng cỏc bỡnh phương của 5 số đó là $5(n^2 + 2)$ chia hết cho 5 nhưng không chia hết cho 25 nên không thể là số chính phương.

C2: Xét tính chẵn lẻ của 5 số nguyên liên tiếp đó.

Bài 2: a. 3,5 điểm

Đặt $a = \sqrt[3]{2-x}$

$b = \sqrt{x-1} \geq 0$

Ta có : $\begin{cases} a^3 + b^2 = 1 \\ a + b = 1 \end{cases}$ (I)

$\Rightarrow a^3 + a^2 - 2a = 0$

$\Leftrightarrow a(a^2 + a - 2) = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = 0 \\ a^2 + a - 2 = 0 \end{array}\right.$

Hệ (I) có ba nghiệm : (0 ; 1) ; (1 ; 0) ; (-2 ; 3)
nên phương trình đã cho có nghiệm : 2 ; 1 ; 10

b, 3,5 điểm

$$\begin{cases} xy + z^2 = 2 \ (1) \\ yz + x^2 = 2 \ (2) \\ xz + y^2 = 2 \ (3) \end{cases}$$

Từ (1) ; (2) ta có : $(x - z)(x - y + z) = 0$ (4)

Từ (2) và (3) ta có: $(y - x)(x + y - z) = 0$ (5)
Từ (3) ; (4) ; (5) ta có hệ :

$$\begin{cases} (x-z)(x-y+z) = 0 \\ (y-x)(x+y-z) = 0 \\ xz + y^2 = 2 \end{cases}$$

Để giải hệ trên ta giải 4 hệ

$$\begin{cases} x - z = 0 \\ y - x = 0 \\ xz + y^2 = 2 \end{cases} \quad (A) \qquad \begin{cases} x - z = 0 \\ x + y - z = 0 \\ xz + y^2 = 2 \end{cases} \quad (B)$$

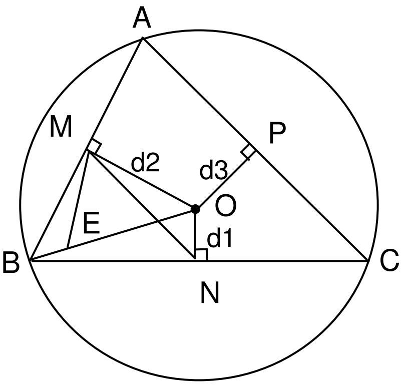
$$\begin{cases} y - x = 0 \\ x - y + z = 0 \\ xz + y^2 = 2 \end{cases} \quad (C) \qquad \begin{cases} x - y + z = 0 \\ x + y - z = 0 \\ xz + y^2 = 2 \end{cases} \quad (D)$$

Giải 4 hệ trên ta được 8 bộ nghiệm của hệ phương trình :

$(1; 1; 1)$; $(-1;-1;-1)$; $(\sqrt{2};\ 0;\ \sqrt{2})$; $(-\sqrt{2};\ 0;-\sqrt{2})$

$(\sqrt{2};\ \sqrt{2};0)$; $(-\sqrt{2};-\sqrt{2};0)$; $(0;\sqrt{2};\sqrt{2})$; $(0;-\sqrt{2};-\sqrt{2})$

Bài 3: 6 điểm



a, Ta có $\widehat{BMO} = \widehat{BNO} = 90^0$

=> OMBN là tứ giác nội tiếp

Trên BO lấy E sao cho $\widehat{BME} = \widehat{OMN}$

=> $\Delta BME \backsim \Delta NMO$

=> $\dfrac{BM}{BE} = \dfrac{NM}{NO}$

=> BM . NO = BE . NM

Chứng minh tương tự BN. OM = OE .MN

Cộng theo từng vế BM .ON +BN . ON = MN . BO

b. Đặt a , b , c là độ dài các cạnh BC , AC , AB của ΔABC

theo câu a ta có $d_1.\dfrac{a}{2} + d_2\dfrac{c}{2} = R.\dfrac{b}{2}$

áp dụng câu a đối với các tứ giác OMAP , ONCD ta có

$d_1.\dfrac{b}{2} + d_3.\dfrac{c}{2} = R.\dfrac{a}{2}$

$d_3.\dfrac{a}{2} + d_2.\dfrac{b}{2} = R.\dfrac{c}{2}$

Cộng theo từng vế :

$\dfrac{R}{2}.(a+b+c) = \dfrac{1}{2}.(d_1b + d_2b + d_3c + d_3a + d_1a + d_2c)$

mặt khác $S_{ABC} = \dfrac{r}{2}.(a+b+c) = \dfrac{1}{2}.(d_1c + d_3b + d_2a)$

Do đó $(R + r)(a+b+c) = (a+b+c)(d_1+d_2+d_3)$

hay $R + r = d_1 + d_2 + d_3$

Bài 4: 3,5 điểm

Gọi số phải tỡm là $\overline{ab}$ (a , b $\in$ N; 1$\le$ a, b$\le$ 9)

Ta cú hệ $\begin{cases} \overline{ab} = 4.\overline{ba} + 15 (1) \\ \overline{ab} - 9 = a^2 + b^2 (2) \end{cases}$

C1 : Từ (1) ta thấy nếu $b \geq 2 => 4\overline{ba} + 15 \geq 4.21 + 15$

$=> \overline{ab} \geq 99$

$=> \overline{ab} = 99$ => a = b = 9 khụng thỏamón (1) và (2)

Vậy b = 1 thay b = 1 vào (2) ta được:

$\overline{a1} - 9 = a^2 + 1$

⇔ $10a + 1 - 9 = a^2 + 1$

⇔ $a^2 - 10a + 9 = 0$

$a_1 = 1$; $a_2 = 9$

(*) a = 1 => a = b loại

(*) a = 9 => $\overline{ab}$ = 91 thỏa món (1)

91 = 4 * 19 + 15

Vậy: Số phải tỡm là 91

C2: Từ hệ trờn cú thể dựng PP thế để giải. Rút 1 ẩn từ PT (1) thế vào PT (2) ta sẽ được một PT bậc 2. Giải PT bậc 2 đó sẽ tỡm được nghiệm.

Chỳ ý: - Học sinh làm theo cách khác mà đúng vẫn cho điểm tối đa.

- GK có thể bàn để thống nhất điểm cho từng phần nhỏ của mỗi bài.

SỞ GD&ĐT PHÚ THỌ

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH

NĂM HỌC 2012 - 2013

MÔN: TOÁN - LỚP 9

Thời gian làm bài 150 phút không kể thời gian giao đề

Câu1(3,0 *điểm*)

1) Giải phương trình nghiệm nguyên

$$8x^2-3xy-5y=25$$

2)Tìm tất cả số nguyên dương n sao cho $A=\ n.4^n+3^n \vdots 7$

Câu 2(4,0 *điểm*)

1) Rút gọn biểu thức: $A=\sqrt{\dfrac{2\sqrt{10}+\sqrt{30}-2\sqrt{2}-\sqrt{6}}{2\sqrt{10}-2\sqrt{2}}}:\dfrac{2}{\sqrt{3}-1}$

2) Cho các số thực dương a,b,c,x,y,z khác 0 thoả mãn . $\dfrac{x^2-yz}{a}=\dfrac{y^2-zx}{b}=\dfrac{z^2-xy}{c}$

Chứng minh rằng $\dfrac{a^2-bc}{x}=\dfrac{b^2-ca}{y}=\dfrac{c^2-ab}{z}$

Câu 3(4,0 *điểm*)

1) Cho phương trình: $x^2-6x-m=0$ (Với m là tham số). Tìm m để phương trình đã cho có hai nghiệm x_1 và x_2 thoả mãn $x_1{}^2-x_2{}^2=12$

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}8x^3y^3+27=18y^3\\4x^2y+6x=y^2\end{cases}$

Câu 4(7,0 *điểm*)

1) Cho đường tròn (O) đường kính BD=2R, dây cung AC của đường tròn (O) thay đổi nhưng luôn vuông góc và cắt BD tại H. Gọi P,Q,R,S lần lượt là chân các đường vuông góc hạ từ H xuống AB,AD,CD,CB.

a) CMR: $HA^2+HB^2+HC^2+HD^2$ không đổi.

b) CMR : $PQRS$ là tứ giác nội tiếp.

2) Cho hình vuông ABCD và MNPQ có bốn đỉnh M,N,P,Q lần lượt thuộc các cạnh AB,BC,CD,DA của hình vuông. CMR: $S_{ABCD}\le AC\dfrac{MN+NP+PQ+QM}{4}$

Câu 5(2,0 *điểm*)

Cho a,b,c là các số thực dương. CMR:

$$\frac{ab}{a+3b+2c}+\frac{bc}{b+3c+2a}+\frac{ca}{c+3a+2b}\le\frac{a+b+c}{6}$$

---Hêt—

Hướng dẫn

Câu1.1) $8x^2-3xy-5y=25$

$\Leftrightarrow y(3x+5)=8x^2-25 \Leftrightarrow y=\dfrac{8x^2-25}{3x+5} \Leftrightarrow 9y=24x-40-\dfrac{25}{3x+5}\in Z$

Khi 3x+5 là ước 25 từ đó tìm được $(x;y)\in\{(-10;-31);(-2;-7);(0;-5)\}$

(cách khac nhân 2 vế với 9 đuavề tích)

1.2) Với n chẵn n=2k thì

$A=2k.4^{2k}+3^{2k}=(2k+1).4^{2k}+(16^k-9^k)\vdots 7 \Rightarrow 2k+1\vdots 7 \Rightarrow k=\dfrac{7t-1}{2} \Rightarrow n=14t-1=14m+6(m\in N)$

Với n lẻ n=2k+1

$A=(2k+1).4^{2k+1}+3^{2k+1}=2k.4^{2k+1}+(4^{2k+1}+3^{2k+1})\vdots 7 \Rightarrow 2k\vdots 7 \Rightarrow k=7t \Rightarrow n=14m+1(m\in N)$

Vậy $n=14m+6$ hoặc $n=14m+1$ (với mọi n$\in N$) thì A chia hết cho 7

Câu2.1) $\sqrt{\dfrac{2\sqrt{10}+\sqrt{30}-2\sqrt{2}-\sqrt{6}}{2\sqrt{10}-2\sqrt{2}}}:\dfrac{2}{\sqrt{3}-1}=$

$\sqrt{\dfrac{2\sqrt{2}(\sqrt{5}-1)+\sqrt{6}(\sqrt{5}-1)}{2\sqrt{2}(\sqrt{5}-1)}}.\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}=\sqrt{\dfrac{2+\sqrt{3}}{2}}.\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}=\sqrt{\dfrac{4+2\sqrt{3}}{4}}.\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}=\dfrac{\sqrt{3}+1}{2}.\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}=\dfrac{1}{2}$

2.2) $\dfrac{x^2-yz}{a}=\dfrac{y^2-zx}{b}=\dfrac{z^2-xy}{c}$

$\Leftrightarrow \dfrac{a}{x^2-yz}=\dfrac{b}{y^2-xz}=\dfrac{c}{z^2-xy} \Leftrightarrow \dfrac{a^2}{x^4-2x^2yz+y^2z^2}=\dfrac{bc}{y^2z^2-xy^3-xz^3+x^2yz}=\dfrac{a^2-bc}{x(x^3+y^3+z^3-3xyz)}(1)$

$Tuongtu:\dfrac{b^2}{y^4-2y^2xz+x^2z^2}=\dfrac{ac}{x^2z^2-x^3y\ -yz^3+xy^2z}=\dfrac{b^2-ac}{y(x^3+y^3+z^3-3xyz)}(2)$

$Tuongtu:\dfrac{c^2}{Z^4-2xyz^2+x^2y^2}=\dfrac{ab}{x^2y^2-x^3z\ -y^3z\ +xyz^2}=\dfrac{c^2-ab}{z(x^3+y^3+z^3-3xyz)}(3)$

Từ (1) (2) (3) ta co ĐPCM

Câu 3.1) Để phương trình có nghiệm $\Delta'\ge 0 \Leftrightarrow m\ge -9$ (*)

Mặt khác ta phải có $\begin{cases}x_1+x_2=6\\ x_1.x_2=-m\\ x_1^2-x_2^2=12\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x_1+x_2=6\\ x_1.x_2=-m\\ x_1-x_2=2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x_1=4\\ x_1.x_2=-m\\ x_2=2\end{cases} \Leftrightarrow m=-8$ TM ĐK (*)

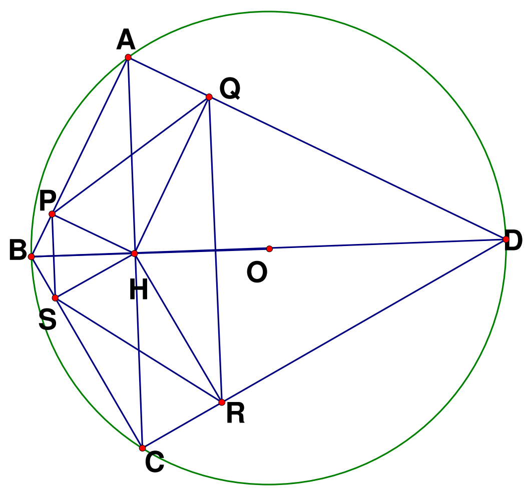
3.2) Giải hệ phương trình $\begin{cases}8x^3y^3+27=18y^3\\ 4x^2y+6x=y^2\end{cases}$

HD y =0 không là nghiệm của hệ chia 2 vế PT(1) cho y^3 PT(2) cho y^2 Ta có

hệ $\begin{cases}8x^3+\dfrac{27}{y^3}=18\\ 4\dfrac{x^2}{y}+6\dfrac{x}{y^2}=1\end{cases}$ Đặt $\begin{cases}2x=a\\ \dfrac{3}{y}=b\end{cases}$ ta có hệ $\begin{cases}a^3+b^3=18\\ a^2b+ab^2=3\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a+b=3\\ ab=1\end{cases}$

Hệ có 2 nghiệm $(x, y) \in \left\{ \left(\frac{3-\sqrt{5}}{4}; \frac{6}{3+\sqrt{5}} \right); \left(\frac{3+\sqrt{5}}{4}; \frac{6}{3-\sqrt{5}} \right) \right\}$

Câu 4.1)



a) theo Pitago

$HA^2 + HB^2 = AB^2; HC^2 + HB^2 = BC^2; HC^2 + HD^2 = CD^2; HA^2 + HD^2 = AD^2;$

suy ra đpcm

b)Tứ giác HPBS nội tiếp $\Rightarrow \angle HPS = \angle HBS = \angle DBC$

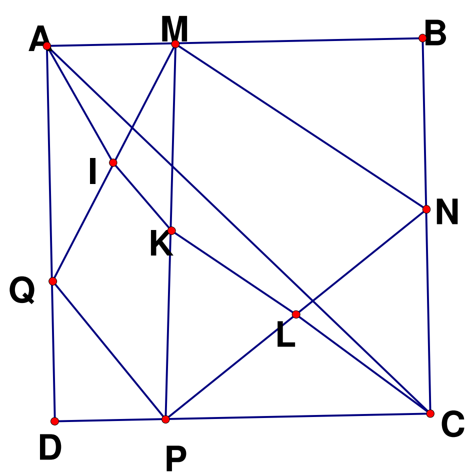
Tứ giác HPAQ là hình chữ nhật $\Rightarrow \angle HPQ = \angle HAQ = \angle CAD = \angle CBD$

Do đó $\angle SPQ = \angle HPS + \angle HPQ = 2\angle CBC$

Tương tự $\angle SQR = 2\angle BDC$

Do đó $\angle DBC + \angle BDC = 180^0 \Leftrightarrow \angle SPQ + \angle SRQ = 180^0$ nên tứ giác PQRS nội tiếp (đ/lí đảo)

4.2)



Cách 1 Gọi T, K, L là trung điểm MQ, MP, NP theo t/c đường trung bình và trung tuyến tam giác vuông ta có $MN + NP + PQ + QM = 2(KL + CL + IK + AI) \geq 2AC$ từ đó suy ra đpcm

__**Cách 2**__ Ta có theo Pitago

$$MN^2 = BN^2 + BM^2 \geq \frac{(BM+BN)^2}{2} \Leftrightarrow MN \geq \frac{BM+BN}{\sqrt{2}}$$ **(áp dụng BĐT Bunhiacoopsky**

Tương Tự $NP \geq \frac{CN+NP}{\sqrt{2}}; PQ \geq \frac{DP+DQ}{\sqrt{2}}; MQ \geq \frac{AQ+AM}{\sqrt{2}}$

Nên

$$MN+NP+PQ+QM \geq \frac{BM+NB+NC+CP+PD+DQ+QA+AM}{\sqrt{2}} = \frac{4a}{\sqrt{2}} = 2a\sqrt{2}$$

$$\frac{a\sqrt{2}}{4}(MN+NP+PQ+QM) = a^2 \Leftrightarrow dpcm$$

Dấu "=" xảy ra khi MNPQ là hình chữ nhật

Câu 5

Cho a,b c>0 .Chứng minh rằng:

$$\frac{ab}{a+3b+2c} + \frac{bc}{2a+b+3c} + \frac{ca}{3a+2b+c} \leq \frac{a+b+c}{6}$$

Dự đoán a=b=c tách mẫu để a+c=b+c=2b

Tacó áp dụng BĐT $(x+y+z)\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right) \geq 9 \Leftrightarrow \frac{1}{x+y+z} \leq \frac{1}{9}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)$

$$\frac{ab}{a+3b+2c} = \frac{ab}{(a+c)+(b+c)+2b} \leq \frac{ab}{9}\left(\frac{1}{a+c}+\frac{1}{b+c}+\frac{1}{2b}\right) = \frac{1}{9}\left(\frac{ab}{a+c}+\frac{ab}{b+c}+\frac{a}{2}\right)(1)$$

Tương tự

$$\frac{bc}{2a+b+3c} = \frac{bc}{(a+b)+(a+c)+2c} \leq \frac{bc}{9}\left(\frac{1}{a+c}+\frac{1}{b+c}+\frac{1}{2b}\right) = \frac{1}{9}\left(\frac{bc}{a+b}+\frac{bc}{b+c}+\frac{b}{2}\right)(2)$$

$$\frac{ac}{3a+2b+c} = \frac{ac}{(a+b)+(b+c)+2a} \leq \frac{ac}{9}\left(\frac{1}{a+b}+\frac{1}{b+c}+\frac{1}{2a}\right) = \frac{1}{9}\left(\frac{ac}{a+b}+\frac{ac}{b+c}+\frac{c}{2}\right)(2)$$

Từ (1) (2) (3)

$$P \leq \frac{1}{9}\left(\frac{ac+bc}{a+b}+\frac{ab+ac}{b+c}+\frac{bc+ab}{a+c}+\frac{a+b+c}{2}\right) = \frac{a+b+c}{6}$$

Dấu "=" xảy ra khi a=b=c

GV Nguyễn Minh Sang THCS Lâm Thao-Phú Thọ

SỞ GD&ĐT
QUẢNG BÌNH

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH LỚP 9 THCS
NĂM HỌC 2010 - 2011
Môn thi: Toán
(Khóa ngày 30 tháng 3 năm 2011)

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

SỐ BÁO DANH:……………..

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Câu 1:(2.5 *điểm)* Cho biểu thức $A = \dfrac{\sqrt{x+4\sqrt{x-4}}+\sqrt{x-4\sqrt{x-4}}}{\sqrt{1-\dfrac{8}{x}+\dfrac{16}{x^2}}}$ với $4 < x \le 8$

a) Rút gọn biểu thức *A*.
b) Tìm *x* nguyên để *A* có giá trị nguyên.

Câu 2:*(2.5 điểm)* Số đo hai cạnh góc vuông của một tam giác là nghiệm của phương trình bậc hai $(m-2)x^2 - 2(m-1)x + m = 0$. Xác định *m* để số đo đường cao ứng với cạnh huyền của tam giác đã cho là $\dfrac{2}{\sqrt{5}}$

Câu 3:*(3.0 điểm)* Cho hai đường tròn (O) và (O') cắt nhau tại hai điểm A và B. Tiếp tuyến chung gần B của hai đường tròn lần lượt tiếp xúc (O) và (O') tại C và D. Qua A kẻ đường thẳng song song CD cắt (O) và (O') lần lượt tại M và N. Các đường thẳng BC, BD lần lượt cắt MN tại P và Q. Các đường thẳng CM, DN cắt nhau tại E. Chứng minh rằng:

a) Các đường thẳng AE và CD vuông góc nhau.
b) Tam giác EPQ cân.

Câu 4:*(1.0 điểm)* Cho $x, y, z > 0$ thỏa mãn: $x^2 + y^2 + z^2 = 3$. Chứng minh:

$$\frac{xy}{z} + \frac{yz}{x} + \frac{zx}{y} \ge 3$$

Câu 5:*(1.0 điểm)* Cho *a, b, c, d* là các số nguyên thỏa mãn : $a^5 + b^5 = 4(c^5 + d^5)$

Chứng minh rằng : $a+b+c+d$ chia hết cho 5.

--------------------HẾT---------------------

SỞ GD&ĐT
QUẢNG BÌNH

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

SỐ BÁO DANH:……………..

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH LỚP 9 THPT
NĂM HỌC 2012- 2013
Môn thi: Toán
(Khóa ngày 27 tháng 3 năm 2013)
Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Câu 1:(*2.0 điểm)*

Cho biểu thức: $P = \dfrac{x\sqrt{x} + 26\sqrt{x} - 19}{x + 2\sqrt{x} - 3} - \dfrac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} + \dfrac{\sqrt{x} - 3}{\sqrt{x} + 3}$

a) Rút gọn *P*.

b) Tìm *x* để *P* đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 2:*(2.0 điểm)*

Cho phương trình $x^2 - 2mx + m - 4 = 0$

a) Tìm *m* để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^3 + x_2^3 = 26m$

b) Tìm *m* nguyên để phương trình có hai nghiệm nguyên.

Câu 3:*(3,5 điểm)*

Cho tam giác ABC đều cố định nội tiếp trong đường tròn (O). Đường thẳng d thay đổi nhưng luôn đi qua A và cắt cung nhỏ AB tại điểm thứ hai là E (E$\neq$A). Đường thẳng d cắt hai tiếp tại B và C của đường tròn (O) lần lượt tại M và N. MC cắt BN tại F. Chứng minh rằng:

a) Tam giác CAN đồng dạng với tam giác BMA, tam giác MBC đồng dạng với tam giác BCN.

b) Tứ giác BMEF là tứ giác nội tiếp.

c) Chứng minh đường thẳng EF luôn đi qua một điểm có định khi d thay đổi nhưng luôn đi qua A.

Câu 4:*(1,5 điểm)*

Cho các số thực dương a, b, c thoả mãn a + b + c =6. Chứng minh rằng:

$$\frac{b+c+5}{1+a} + \frac{c+a+4}{2+b} + \frac{a+b+3}{3+c} \geq 6$$. Dấu đẳng thức xảy ra khi nào?

Câu 5:*(1,0 điểm)*

Cho n là số tự nhiên lớn hơn 1. Chứng minh rằng $n^4 + 4^n$ là hợp số.

--------------------HẾT----------------------

SỞ GD&ĐT QUẢNG BÌNH	KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH LỚP 9 THPT NĂM HỌC 2012 - 2013 Môn thi: Toán (Khóa ngày 27 tháng 3 năm 2013)

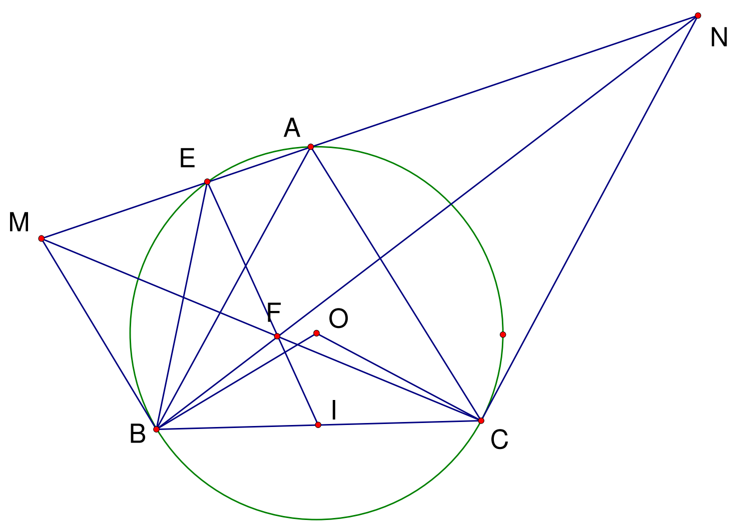
HƯỚNG DẪN CHẤM

(Đáp án, hướng dẫn này có 4 trang)

YÊU CẦU CHUNG

*** Đáp án chỉ trình bày một lời giải cho mỗi bài. Trong bài làm của học sinh yêu cầu phải lập luận lô gic chặt chẽ, đầy đủ, chi tiết và rõ ràng.**
*** Trong mỗi bài, nếu học sinh giải sai ở bước giải trước thì cho điểm 0 đối với những bước giải sau có liên quan. Ở câu 3 nếu học sinh không vẽ hình hoặc vẽ hình sai thì cho điểm 0.**
*** Điểm thành phần của mỗi bài nói chung phân chia đến 0,25 điểm. Đối với điểm thành phần là 0,5 điểm thì tuỳ tổ giám khảo thống nhất để chiết thành từng 0,25 điểm.**
*** Học sinh có lời giải khác đáp án (nếu đúng) vẫn cho điểm tối đa tuỳ theo mức điểm của từng bài.**
*** Điểm của toàn bài là tổng (không làm tròn số) của điểm tất cả các bài.**

Câu	Nội dung	Điểm
1		**1,0 điểm**
	a) ĐK: $0 \le x \ne 1$.Ta có:	0,25
	$P=\frac{x\sqrt{x}+26\sqrt{x}-19}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+3)}-\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}+\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+3}$	
	$=\frac{x\sqrt{x}+26\sqrt{x}-19-2\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)+(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+3)}$	0,25
	$=\frac{x\sqrt{x}+26\sqrt{x}-19-2x-6\sqrt{x}+x-4\sqrt{x}+3}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+3)}$	0,25
	$=\frac{x\sqrt{x}-x+16\sqrt{x}-16}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+3)}=\frac{(\sqrt{x}-1)(x+16)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+3)}=\frac{x+16}{\sqrt{x}+3}$	0,25
	b)	**1,0 điểm**
	$P=\frac{x+16}{\sqrt{x}+3}=\sqrt{x}-3+\frac{25}{\sqrt{x}+3}=\sqrt{x}+3+\frac{25}{\sqrt{x}+3}-6$	0,5
	$\ge 2\sqrt{(\sqrt{x}+3)\frac{25}{\sqrt{x}+3}}-6=10-6=4$	0,25
	Vậy GTNN của P = 4 khi $\sqrt{x}+3=\frac{25}{\sqrt{x}+3} \Leftrightarrow x=4$	0,25

2	a) $x^2-2mx+m-4=0$ Ta có: $\Delta'=m^2-m+4=\left(m-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{15}{4}>0\quad\forall m$ Vậy phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi *m.* Theo định lý Viet: $x_1+x_2=2m;\quad x_1x_2=m-4$ $x_1^3+x_2^3=26m\Leftrightarrow(x_1+x_2)^3-3x_1x_2(x_1+x_2)=26m$ $\Leftrightarrow 8m^3-6m(m-4)=26m\Leftrightarrow m(8m^2-6m-2)=0$ $\Leftrightarrow m=0;m=1;m=-\frac{1}{4}$	**1,0 điểm** 0,25 0,25 0,25 0,25
	b) Gọi $x_1,x_2\ (x_1<x_2)$ là hai nghiệm nguyên của phương trình. Ta có: $x_1+x_2=2m;\quad x_1x_2=m-4$. Suy ra $x_1+x_2-2x_1x_2=8\Leftrightarrow 2(x_1+x_2)-4x_1x_2-1=15\Leftrightarrow(2x_1-1)(2x_2-1)=-15$. TH1: $\begin{cases}2x_1-1=-1\\2x_2-1=15\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_1=0\\x_2=8\end{cases}\Rightarrow m=4$ TH2: $\begin{cases}2x_1-1=-5\\2x_2-1=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_1=-2\\x_2=2\end{cases}\Rightarrow m=0$ TH3: $\begin{cases}2x_1-1=-15\\2x_2-1=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_1=-7\\x_2=1\end{cases}\Rightarrow m=-3$ TH4: $\begin{cases}2x_1-1=-3\\2x_2-1=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_1=-1\\x_2=3\end{cases}\Rightarrow m=1$ Thử lại m=0, m=1, m=-3,m=4 thỏa mãn điều kiện bài toán.	**1,0 điểm** 0,25 0,5 0,25
3		**3,5 điểm** 0,5

	a) Ta có: AC//BM suy ra $\angle BMA = \angle CAN$ AB//CN suy ra $\angle BAM = \angle CNA$ Do đó tam giác CAN đồng dạng với tam giác BMA Suy ra: $\frac{MB}{AC} = \frac{AB}{NC} \Rightarrow \frac{MB}{BC} = \frac{BC}{CN}$ Mặt khác $\angle MBC = \angle BCN = 120^0$ Suy ra tam giác MBC đồng dạng với tam giác BCN.	0,5 0,25 0,25 0,25
	b) $\angle BFM = \angle BCM + \angle NBC = \angle BCM + \angle BMC = 180^0 - \angle MBC = 60^0$ Mặt khác $\angle BEM = \angle BCA = 60^0$ (do t/c góc ngoài của tứ giác nội tiếp) Suy ra $\angle BFM = \angle BEM = 60^0$. Do đó tứ giác BMEF nội tiếp.	0,5 0,25 0,25
	c) Gọi I là giao điểm EF với BC. Ta có $\angle IBF = \angle BMF$ (câu a), suy ra IB là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tứ giác BMEF. Tương tự chứng minh được IC là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tứ giác CNEF. Từ đó: $IB^2 = IE.IF; IC^2 = IE.IF \Rightarrow IB = IC$ hay I là trung điểm BC. Vậy d luôn đi qua điểm cố định là I.	 0,25 0,25 0,25
4	Đặt $x = a+1; y = b+2; z = c+3$. ($x, y, z > 0$) $VT = \frac{y+z}{x} + \frac{z+x}{y} + \frac{x+y}{z} = \frac{y}{x} + \frac{x}{y} + \frac{x}{z} + \frac{z}{x} + \frac{y}{z} + \frac{z}{y}$ $\geq 2\sqrt{\frac{y}{x}.\frac{x}{y}} + 2\sqrt{\frac{z}{x}.\frac{x}{z}} + 2\sqrt{\frac{y}{z}.\frac{z}{y}} = 6$ Dấu bằng xảy ra khi x=y=z, suy ra a=3, b=2, c=1	**1,5 điểm** 0,5 0,5 0,25 0,25
5	n là số tự nhiên lớn hơn 1 nên n có dạng n = 2k hoặc n = 2k + 1, với k là số tự nhiên lớn hơn 0. - Với n = 2k, ta có $n^4 + 4^n = (2k)^4 + 4^{2k}$ lớn hơn 2 và chia hết cho 2. Do đó $n^4 + 4^n$ là hợp số. -Với n = 2k+1, tacó $n^4 + 4^n = n^4 + 4^{2k}.4 = n^4 + (2.4^k)^2 = (n^2 + 2.4^k)^2 - (2.n.2^k)^2$ $= \left(n^2 + 2.4^k - 2.n.2^k\right)\left(n^2 + 2.4^k + 2.n.2^k\right)$ $= \left((n-2^k)^2 + 4^k\right)\left((n+2^k)^2 + 4^k\right)$ Mỗi thừa số đều lớn hơn hoặc bằng 2. Vậy $n^4 + 4^n$ là hợp số	**1,0 điểm** 0,25 0,25 0,25 0,25

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẢNG NGÃI

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9 CẤP TỈNH NĂM HỌC 2013-2014
Ngày thi : 22/3/2014
Môn : TOÁN
Thời gian làm bài: 150 phút

Bài 1:(4 điểm)

a) Cho $a;b$ là hai số nguyên dương khác nhau, thoả mãn $2a^2+a = 3b^2+b$.
Chứng minh $\frac{a-b}{2a+2b+1}$ là phân số tối giản.

b) Tìm các cặp số nguyên dương (x; y) thoả mãn: $15x^2 - 7y^2 = 9$

Bài 2: (4 điểm)

a) Cho $-\frac{3}{2} \le x \le \frac{3}{2}$; $x \neq 0$ và $\sqrt{3+2x} - \sqrt{3-2x} = a$.
Tính giá trị biểu thức $P = \frac{\sqrt{6+2\sqrt{9-4x^2}}}{x}$ theo a.

b) Cho a,b,c là 3 số dương thoả mãn $\frac{1}{1+a} + \frac{1}{1+b} + \frac{1}{1+c} = 2$.
Tìm giá trị lớn nhất của $Q=abc$

Bài 3: (4 điểm)

a) Giải phương trình: $(x-1)(x+2) + 4(x-1)\sqrt{\frac{x+2}{x-1}} = 12$.

b) Giải hệ phương trình: $2\sqrt{x}\left(1+\frac{1}{x+y}\right) = 3$ và $2\sqrt{y}\left(1-\frac{1}{x+y}\right) = 1$.

Bài 4: (6 điểm)

Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB cố định. EF là dây cung di động trên nửa đường tròn đó, sao cho E thuộc cung AF và $EF = \frac{AB}{2} = R$. Gọi H là giao điểm của AF và BE; C là giao điểm của AE và BF; I là giao điểm của CH và AB.

a) Tính số đo $\widehat{CIF}$

b) Chứng minh rằng biểu thức $AE.AC+BF.BC$ có giá trị không đổi khi EF di động trên nửa đường tròn.

c) Xác định vị trí của EF trên nửa đường tròn để tứ giác ABFE có diện tích lớn nhất. Tính diện tích lớn nhất đó theo R.

Bài 5: (2 điểm)

Tìm cạnh của hình vuông nhỏ nhất, biết rằng: hình vuông đó chứa 5 đường tròn có bán kính bằng 1 và 5 đường tròn này đôi một không có quá 1 điểm chung.

--------------Hết-------------

BÀI GIẢI ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9 TỈNH QUẢNG NGÃI NĂM HỌC 2013-2014

Môn : TOÁN　　　　Ngày thi : 22/3/2014

Câu 1:

1) $2a^2+a = 3b^2+b$ □ $2a^2+a - 2b^2 - b = b^2$ □ $(a-b)(2a+2b+1) = b^2$

Gọi $(a-b, 2a+2b+1) = d$

Ta có: $a - b$ □ d, $2a+2b+1$□d□ $(a-b)(2a+2b+1)$ □ d^2 □ b^2 □ d^2 □ b□d

Mà $a - b$ □ d □ a□d

a□d; b□d mà $2a+2b+1$□ d nên 1□d □ d=1

Vậy phân số đã cho tối giản.

2) Giả sử cặp số nguyên dương (x; y) là nghiệm của phương trình:

$15x^2 - 7y^2 = 9$ (1) $\Rightarrow 15x^2 - 9 = 7y^2 \Rightarrow 7y^2$ 3 $\Rightarrow y^2$ 3 $\Rightarrow y$ 3

Đặt y = 3z và thay vào (1) ta có $15x^2 - 63z^2 = 9 \Rightarrow 5x^2 - 21z^2 = 3$(2) $\Rightarrow x$ 3

Đặt x = 3t và thay vào (2) ta có $45t^2 - 21z^2 = 3 \Rightarrow 15x^2 - 7z^2 = 1$(3)

Nếu z 0(mod3) => VP 0(mod3). VT 1(mod3). Vô lí

Nếu z 1(mod3) => z^2 1(mod3) => $-7z^2$ 2(mod3) .

VP 2(mod3). VT 1(mod3). Vô lí

Nếu z 2(mod3) => z^2 1(mod3) => $-7z^2$ 2(mod3)

VP 2(mod3). VT 1(mod3). Vô lí

Vậy không tìm được cặp số nguyên dương (x; y) nào là nghiệm của phương trình đã cho.

Câu 2:

a) Cho $-\frac{3}{2} \le x \le \frac{3}{2}$; $x \neq 0$ và $\sqrt{3+2x} - \sqrt{3-2x} = a$. Tính giá trị biểu thức $P = \frac{\sqrt{6+2\sqrt{9-4x^2}}}{x}$ theo *a*.

$$P = \frac{\sqrt{3+2x+2\sqrt{(3+2x)(3-2x)}+3-2x}}{x} = \frac{\sqrt{\left(\sqrt{3+2x}+\sqrt{3-2x}\right)^2}}{x} = \frac{\sqrt{3+2x}+\sqrt{3-2x}}{x}$$

$$= \frac{4x}{x\left(\sqrt{3+2x}-\sqrt{3-2x}\right)} = \frac{4}{a}.$$

b) Cho ba số dương a , b , c và thỏa mãn điều kiện : $\frac{1}{1+a} + \frac{1}{1+b} + \frac{1}{1+c} = 2$. Tìm giá trị lớn nhất của Q = a.b.c

Giải :Ta có : $\frac{1}{1+a} = 1 - \frac{1}{1+b} + 1 - \frac{1}{1+c} = \frac{b}{1+b} + \frac{c}{1+c} \ge 2\sqrt{\frac{bc}{(1+b)(1+c)}}$

Tương tự : $\frac{1}{1+b} \ge 2\sqrt{\frac{ca}{(1+c)(1+a)}}$, $\frac{1}{1+c} \ge 2\sqrt{\frac{ab}{(1+a)(1+b)}}$

Nhân các bất đẳng thức vừa nhận được ta có : $\frac{1}{1+a}.\frac{1}{1+b}.\frac{1}{1+c} \ge 8\frac{abc}{(1+a)(1+b)(1+c)}$

Hay : abc $\le \frac{1}{8}$. Dấu = xãy ra khi a = b = c = $\frac{1}{2}$. Vậy maxQ = $\frac{1}{8}$

Bài 3: **(4 điểm)**

a) Giải phương trình $(x-1)(x+2)+4(x-1)\sqrt{\dfrac{x+2}{x-1}}=12$. ĐK : x≤ - 2 ; x > 1.

$=> (x-1)(x+2)+4\sqrt{(x+2)(x-1)}-12=0$.

Đặt $t=\sqrt{(x+2)(x-1)}$ ta có phương trình $t^2 + 4t - 12 = 0$ => t =2 hoặc t = - 6 (loại)

(x+2)(x-1) = 2 => $x^2 + x - 6 = 0$ => x = 2(nhận) hoặc x = - 3 (nhận)

b)Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2\sqrt{x}\left(1+\dfrac{1}{x+y}\right)=3 \\ 2\sqrt{y}\left(1-\dfrac{1}{x+y}\right)=1 \end{cases}$.

$$\begin{cases} 2\sqrt{x}\left(1+\dfrac{1}{x+y}\right)=3 \\ 2\sqrt{y}\left(1-\dfrac{1}{x+y}\right)=1 \end{cases} => \begin{cases} 1+\dfrac{1}{x+y}=\dfrac{3}{2\sqrt{x}} \\ 1-\dfrac{1}{x+y}=\dfrac{1}{2\sqrt{y}} \end{cases} => \begin{cases} 2=\dfrac{3}{2\sqrt{x}}+\dfrac{1}{2\sqrt{y}} & \text{(Công vê)} \\ \dfrac{2}{x+y}=\dfrac{3}{2\sqrt{x}}-\dfrac{1}{2\sqrt{y}} & \text{(tru vê)} \end{cases}$$

$=> \dfrac{4}{x+y}=\dfrac{9}{4x}-\dfrac{1}{4y}$ (Nhân vê) $=> x^2+8xy-9y^2=0 => (x-y)(x+9y)=0$

$=> x = y; x = -9y(loai)$

$=> 2=\dfrac{3}{2\sqrt{x}}+\dfrac{1}{2\sqrt{x}} => \dfrac{2}{\sqrt{x}}=2 => x=1$.

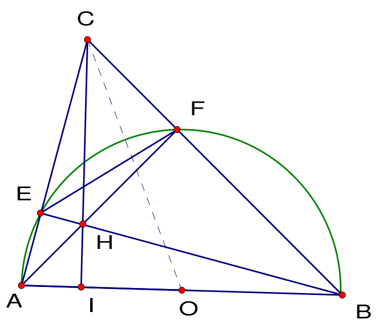
Vậy nghiệm của hệ là x = y = 1.

__Bài 4:__ (6 điểm)

a) Tính số đo $\widehat{CIF}$

Tứ giác BFHI nội tiếp => $\widehat{HIF}=\widehat{HBF}=\dfrac{1}{2}sđ\,\overset{\frown}{EF}=30^0$ (tam giác OEF đều)

b) Chứng minh rằng biểu thức *AE.AC+BF.BC* có giá trị không đổi khi EF di động trên nửa đường tròn.



Ta có AE.AC = AC(AC –CE) = AC^2 – AC.AE

BF.BC = BC(BC –CF) = BC^2 – BC.CF

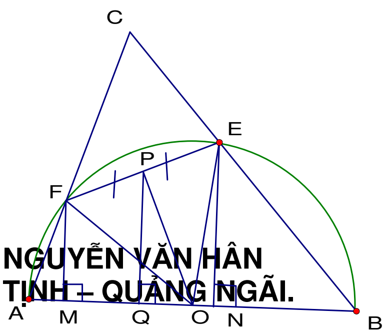
AE.AC+BF.BC = $AC^2 + BC^2$ – AC.AE – BC .CF

MÀ AC.AE = BC.CF =$CO^2 - R^2$

$CO^2=\dfrac{2AC^2+2BC^2-AB^2}{4}$ => $AC^2+BC^2=2CO^2+\dfrac{AB^2}{4}$

Suy ra : AE.AC+BF.BC = $2CO^2+\dfrac{AB^2}{4}-CO^2+R^2-CO^2+R^2=3R^2$

AE.AC+BF.BC= $3R^2$ Cố định.



c) Xác định vị trí của EF trên nửa đường tròn để tứ giác ABFE có diện tích lớn nhất. Tính diện tích lớn nhất đó theo R.

Ta có $S_{ABEF} = S_{AOF} + S_{FOE} + S_{EOB}$

$S_{FOE} = \dfrac{R^2\sqrt{3}}{4}$ (Vì tam giác FOE là tam giác đều cạnh R)

$S_{AOF} + S_{EOB} = \dfrac{1}{2}OA.FM + \dfrac{1}{2}OB.EN = R.\dfrac{FM+EN}{2} = R.PQ$ (PQ là đường trung bình của hình thang EFMN)

$S_{ABEF} = \dfrac{R^2\sqrt{3}}{4} + R.PQ$ mà $PQ \le OP = \dfrac{R\sqrt{3}}{2}$.

Do đó $S_{ABEF} = \dfrac{R^2\sqrt{3}}{4} + \dfrac{R^2\sqrt{3}}{2} = \dfrac{3R^2\sqrt{3}}{4}$ khi Q trùng với O hay EF // AB.

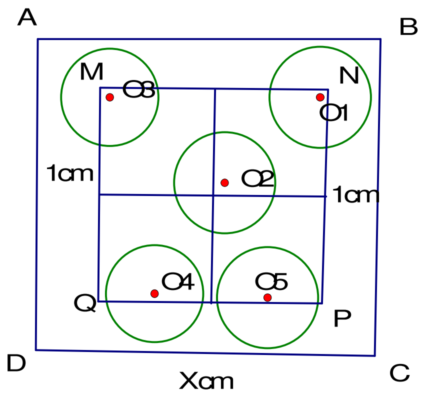
Bài 5: (2 điểm)

Gọi cạnh hình vuông ABCD nhỏ nhất chứa bên trong 5 đường tròn có bán kính bằng 1cm và đôi một không có quá 1 điểm trong chung là x (cm).

Từ đây suy ra các tâm của 5 đường tròn này nằm trong hình vuông MNPQ có cạnh bằng x – 2 cm. (vì tâm của các đường tròn các đường tròn cách cạnh hình vuông ít nhất 1cm).

Chia hình vuông MNPQ thành 4 hình vuông nhỏ có độ dài mỗi cạnh là $\dfrac{x-2}{2}(cm)$. (hình vẽ)

Theo nguyên lí Dirichlet có ít nhất hai tâm đường tròn cùng thuộc một hình vuông. Giả sử hai tâm đó là $O_1.O_2$.



Vì hai đường tròn này có không quá 1 điểm chung nên O_1O_2 không nhỏ hơn hai lần bán kính và không lớn hơn độ dài đường chéo của hình vuông cạnh $\dfrac{x-2}{2}(cm)$.

Hay $2 \le O_1.O_2 \le \dfrac{(x-2)\sqrt{2}}{2}$

$\Rightarrow \dfrac{(x-2)\sqrt{2}}{2} \ge 2 \Rightarrow x-2 \ge 2\sqrt{2} \Rightarrow x \ge 2+2\sqrt{2}$

Vậy cạnh hình vuông nhỏ nhất chứa 5 đường tròn có bán kính bằng 1 và 5 đường tròn này đôi một không có quá 1 điểm chung là $2+2\sqrt{2}$

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO THANH HOÁ	**KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH** **Năm học 2013 - 2014**
ĐỀ THI CHÍNH THỨC	**Môn thi: TOÁN - Lớp 9 THCS** Thời gian: **150 phút** (*không kể thời gian giao đề*) Ngày thi: 21/03/2014 (Đề thi có 01 trang, gồm 05 câu)

Số báo danh

....

Câu I (*4,0 điểm*): Cho biểu thức $A=\left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{xy}+1}+\frac{\sqrt{xy}+\sqrt{x}}{1-\sqrt{xy}}+1\right):\left(1-\frac{\sqrt{xy}+\sqrt{x}}{\sqrt{xy}-1}-\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{xy}+1}\right)$.

1. Rút gọn biểu thức A.
2. Cho $\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{1}{\sqrt{y}}=6$. Tìm giá trị lớn nhất của A.

Câu II (*5,0 điểm*).

1.Cho phương trình $x^2+2(m-2)x+m^2-2m+4=0$. Tìm m để phương trình có hai nghiệm thực phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $\frac{2}{x_1^2+x_2^2}-\frac{1}{x_1x_2}=\frac{1}{15m}$.

2. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x+y+z=1 \\ x^4+y^4+z^4=xyz \end{cases}$.

Câu III (*4,0 điểm*).

1. Tìm tất cả các cặp số nguyên dương (a; b) sao cho $(a + b^2)$ chia hết cho $(a^2b - 1)$.
2. Tìm $x, y, z \in N$ thỏa mãn $\sqrt{x+2\sqrt{3}}=\sqrt{y}+\sqrt{z}$.

Câu IV (*6,0 điểm*) : Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB. Một điểm C cố định thuộc đoạn thẳng AO (C khác A và C khác O). Đường thẳng đi qua C và vuông góc với AO cắt nửa đường tròn đã cho tại D. Trên cung BD lấy điểm M (M khác B và M khác D). Tiếp tuyến của nửa đường tròn đã cho tại M cắt đường thẳng CD tại E. Gọi F là giao điểm của AM và CD.

1. Chứng minh tam giác EMF là tam giác cân.
2. Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác FDM. Chứng minh ba điểm D, I, B thẳng hàng.
3. Chứng minh góc ABI có số đo không đổi khi M di chuyển trên cung BD.

Câu V (*1,0 điểm*) : Cho x, y là các số thực dương thoả mãn x + y = 1.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $B=\frac{1}{x^3+y^3}+\frac{1}{xy}$.

----- HẾT -----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THANH HOÁ

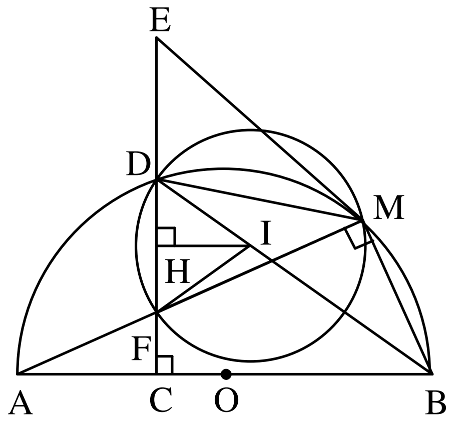
HƯỚNG DẪN CHẤM
ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH
Năm học 2013 - 2014

Môn thi: TOÁN - Lớp 9 THCS
Thời gian: **150 phút** (*không kể thời gian giao đề*)
Ngày thi: 21/03/2014
(Hướng dẫn chấm gồm 04 trang)

Câu	Ý	Lời giải (*vắn tắt*)	Điểm
I (4,0đ)	1 (2,5đ)	Điều kiện: $\sqrt{xy} \neq 1$.	0,25
		$A = \dfrac{(\sqrt{x}+1)(1-\sqrt{xy})+(\sqrt{xy}+\sqrt{x})(\sqrt{xy}+1)+(\sqrt{xy}+1)(1-\sqrt{xy})}{(\sqrt{xy}+1)(1-\sqrt{xy})}:$ $\dfrac{(\sqrt{xy}+1)(1-\sqrt{xy})+(\sqrt{xy}+\sqrt{x})(\sqrt{xy}+1)-(\sqrt{x}+1)(1-\sqrt{xy})}{(\sqrt{xy}+1)(1-\sqrt{xy})}=$	0,50
		$=\dfrac{(\sqrt{x}+1)(1-\sqrt{xy})+(\sqrt{xy}+\sqrt{x})(\sqrt{xy}+1)+(\sqrt{xy}+1)(1-\sqrt{xy})}{(\sqrt{xy}+1)(1-\sqrt{xy})+(\sqrt{xy}+\sqrt{x})(\sqrt{xy}+1)-(\sqrt{x}+1)(1-\sqrt{xy})}=$	0,50
		$=\dfrac{1+\sqrt{x}}{x\sqrt{y}+\sqrt{xy}}=\dfrac{1}{\sqrt{xy}}$.	1,25
	2 (1,5đ)	Theo Côsi, ta có: $6=\dfrac{1}{\sqrt{x}}+\dfrac{1}{\sqrt{y}} \geq 2\sqrt{\dfrac{1}{\sqrt{xy}}} \Rightarrow \dfrac{1}{\sqrt{xy}} \leq 9$.	0,50
		Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow \dfrac{1}{\sqrt{x}}=\dfrac{1}{\sqrt{y}} \Leftrightarrow x=y=\dfrac{1}{9}$.	0,50
		Vậy: maxA = 9, đạt được khi : $x=y=\dfrac{1}{9}$.	0,50
	1 (2,5đ)	PT đã cho có hai nghiệm phân biệt có điều kiện: $\Delta'>0 \Leftrightarrow (m-2)^2-(m^2-2m+4)>0 \Leftrightarrow m<0$ (*)	0,50
		Với $m<0$ theo Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1+x_2=4-2m \\ x_1.x_2=m^2-2m+4 \end{cases}$.	0,25
		Ta có $\dfrac{2}{x_1^2+x_2^2}-\dfrac{1}{x_1x_2}=\dfrac{1}{15m} \Leftrightarrow \dfrac{2}{(x_1+x_2)^2-2x_1x_2}-\dfrac{1}{x_1x_2}=\dfrac{1}{15m}$ (1)	0,50
		$\Leftrightarrow \dfrac{1}{m^2-6m+4}-\dfrac{1}{m^2-2m+4}=\dfrac{1}{15m}$	0,50
		$\Leftrightarrow \dfrac{1}{m+\frac{4}{m}-6}-\dfrac{1}{m+\frac{4}{m}-2}=\dfrac{1}{15}$. Đặt $m+\dfrac{4}{m}=t$ do $m<0 \Rightarrow t<0$	0,50
		Ta cos (1) trở thành $\dfrac{1}{t-6}-\dfrac{1}{t-2}=\dfrac{1}{15} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-4 \\ t=12 \end{array}\right. \Rightarrow t=-4$ (do $t<0$)	0,50
		Với $t=-4$ ta có $m+\dfrac{4}{m}=-4 \Leftrightarrow m=-2$ thỏa mãn (*)	0,25

	2 (2,5đ)	Ta có: $x^4+y^4+z^4=\dfrac{x^4+y^4}{2}+\dfrac{y^4+z^4}{2}+\dfrac{z^4+x^4}{2}\geq x^2y^2+y^2z^2+z^2x^2=$ $=\dfrac{x^2y^2+y^2z^2}{2}+\dfrac{y^2z^2+z^2x^2}{2}+\dfrac{z^2x^2+x^2y^2}{2}\geq xyyz+yzzx+zxxy=$ $=$ xyz (x + y + z) = xyz (vì x + y + z = 1).	0,50 0,50 0,50
		Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} x=y=z \\ x+y+z=1 \end{cases} \Leftrightarrow x=y=z=\dfrac{1}{3}$ Vậy nghiệm của hệ phương trình là: $\left(x=\dfrac{1}{3};y=\dfrac{1}{3};z=\dfrac{1}{3}\right)$	0,50
III (4,0đ)	1 (2,0đ)	Giả sử $(a+b^2)\ \vdots\ (a^2b-1)$, tức là: $a+b^2=k(a^2b-1)$, với $k\in\mathbb{N}^*\Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow a+k=b(ka^2-b)\Leftrightarrow a+k=mb$ (1) Ở đó $m\in\mathbb{Z}$ mà: $m=ka^2-b\Leftrightarrow m+b=ka^2$ (2)	0,50
		Từ (1) và (2) suy ra: $(m-1)(b-1)=mb-b-m+1\Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow (m-1)(b-1)=(a+1)(k+1-ka)$ (3) Do $m>0$ (điều này suy ra từ (1) do a, k, b > 0) nên $m\geq 1$ (vì $m\in\mathbb{Z}$). Do $b>0$ nên $b-1\geq 0$ (do $b\in\mathbb{Z}$) $\Rightarrow (m-1)(b-1)\geq 0$. Vì thế từ (3) suy ra: $(a+1)(k+1-ka)\geq 0$.	0,50
		Lại do $a>0$ nên suy ra: $k+1-ka\geq 0\Rightarrow k+1\geq ka\Rightarrow 1\geq k(a-1)$ (4) Vì $a-1\geq 0$ (do $a\in\mathbb{Z}$, $a>0$) và $k\in\mathbb{Z}$, $k>0$ nên từ (4) có: $\left[\begin{array}{l} k(a-1)=0 \\ k(a-1)=1 \end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} a=1 \\ \begin{cases} a=2 \\ k=1 \end{cases} \end{array}\right.$	0,25
		- Với a = 1. Thay vào (3) ta được: $(m-1)(b-1)=2\Leftrightarrow$ $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} m-1=2 \\ b-1=1 \end{cases} \\ \begin{cases} m-1=1 \\ b-1=2 \end{cases} \end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} b=2 \\ b=3 \end{array}\right.$ Vậy, trường hợp này ta có: a = 1, b = 2 hoặc a = 1, b = 3.	0,25
		- Với a = 2 (vì k = 1). Thay vào (3) ta có: $(m-1)(b-1)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} b=1 \\ m=1 \end{array}\right.$. Khi b = 1, ta được: a = 2, b = 1. Khi m = 1: Từ (1) suy ra $a+k=b\Rightarrow b=3$. Lúc này được: a = 2, b = 3.	0,25
		Tóm lại, có 4 cặp số (a; b) thỏa mãn bài toán là: (1; 2), (1; 3), (2; 3), (2; 1).	0,25
	2 (2,0đ)	Ta có $\sqrt{x+2\sqrt{3}}=\sqrt{y}+\sqrt{z}\Leftrightarrow x+2\sqrt{3}=y+z+2\sqrt{yz}$ $\Leftrightarrow(x-y-z)+2\sqrt{3}=2\sqrt{yz}\Rightarrow(x-y-z)^2+4\sqrt{3}(x-y-z)+12=4yz$ (1)	0,50

		TH1. Nếu $x-y-z\neq 0$ Ta có $\sqrt{3}=\dfrac{4yz-(x-y-z)^2-12}{4(x-y-z)}$ (2) vô lý (do $x,y,z\in N$ nên vế phải của (2) là số hữu tỷ).	0,50
		TH2. $x-y-z=0$ khi đó $(1)\Leftrightarrow\begin{cases}x-y-z=0\\ yz=3\end{cases}$ (3)	0.50
		Giải (3) ra ta được $\begin{cases}x=4\\ y=1\\ z=3\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}x=4\\ y=3\\ z=1\end{cases}$ thử lại thỏa mãn	0,50
IV (6,0đ)	1 (2.5đ)	 Ta có M thuộc đường tròn tâm O đường kính AB (giả thiết) nên $\widehat{AMB}=90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) hay $\widehat{FMB}=90^0$. Mặt khác $\widehat{FCB}=90^0$ (giả thiết).Do đó $\widehat{FMB}+\widehat{FCB}=180^0$. Suy ra BCFM là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow\widehat{CBM}=\widehat{EFM}\ (1)$ (vì cùng bù với $\widehat{CFM}$). Mặt khác $\widehat{CBM}=\widehat{EMF}\ (2)$ (góc nội tiếp; góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung cùng chắn $\overset{\frown}{AM}$). Từ (1) và (2) $\Rightarrow\widehat{EFM}=\widehat{EMF}$. Suy ra tam giác EMF là tam giác cân tại E. **(Có thể nhận ra ngay $\widehat{EMF}=\widehat{MBA}=\widehat{MFE}$ nên suy ra EMF cân)**	0,50 0,50 0,50 0,50 0,50
	2 (2.5đ)	Gọi H là trung điểm của DF. Suy ra $\text{IH}\perp\text{DF}$ và $\widehat{\text{DIH}}=\dfrac{\widehat{\text{DIF}}}{2}\ (3)$. Trong đường tròn (I) ta có: $\widehat{\text{DMF}}$ và $\widehat{\text{DIF}}$ lần lượt là góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn cung DF. Suy ra $\widehat{\text{DMF}}=\dfrac{1}{2}\widehat{\text{DIF}}$(4).	0,50 0,50

	3(1đ)	Từ (3) và (4) suy ra $\widehat{DMF}=\widehat{DIH}$ hay $\widehat{DMA}=\widehat{DIH}$. Trong đường tròn (O) ta có: $\widehat{DMA}=\widehat{DBA}$ (góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{DA}$) Suy ra $\widehat{DBA}=\widehat{DIH}$. Vì IH và BC cùng vuông góc với EC nên suy ra IH // BC. Do đó $\widehat{DBA}+\widehat{HIB}=180^o \Rightarrow \widehat{DIH}+\widehat{HIB}=180^o \Rightarrow$ Ba điểm D, I, B thẳng hàng.	0,50 0,50 0,50
		Vì ba điểm D, I, B thẳng hàng $\Rightarrow \widehat{ABI}=\widehat{ABD}=\dfrac{1}{2}$sđ$\overset{\frown}{AD}$. Mà C cố định nên D cố định $\Rightarrow \dfrac{1}{2}$sđ$\overset{\frown}{AD}$ không đổi. Do đó góc ABI có số đo không đổi khi M thay đổi trên cung BD.	0,50 0,50
V(1đ)		Ta có: $B=\dfrac{1}{(x+y)^3-3xy(x+y)}+\dfrac{1}{xy}=\dfrac{1}{1-3xy}+\dfrac{1}{xy}=\dfrac{1-2xy}{xy(1-3xy)}$. Theo Côsi: $xy\le\dfrac{(x+y)^2}{4}=\dfrac{1}{4}$.	0.25
		Gọi B_o là một giá trị của B, khi đó, $\exists x, y$ để: $B_o=\dfrac{1-2xy}{xy(1-3xy)} \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow 3B_o(xy)^2-(2+B_o)xy+1=0$ (1) Để tồn tại x, y thì (1) phải có nghiệm xy $\Leftrightarrow \Delta = B_o^2-8B_o+4\ge 0 \Leftrightarrow$ $\left[\begin{array}{l} B_o\ge 4+2\sqrt{3} \\ B_o\le 4-2\sqrt{3}\end{array}\right.$	0.25
		Để ý rằng với giả thiết bài toán thì $B>0$. Do đó ta có: $B_o\ge 4+2\sqrt{3}$. Với $B_o=4+2\sqrt{3}\Rightarrow xy=\dfrac{2+B_o}{6B_o}=\dfrac{3+\sqrt{3}}{6\left(2+\sqrt{3}\right)}\Rightarrow x(1-x)=\dfrac{3+\sqrt{3}}{6\left(2+\sqrt{3}\right)} \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow x^2-x+\dfrac{3+\sqrt{3}}{6\left(2+\sqrt{3}\right)}=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{1+\sqrt{\dfrac{2\sqrt{3}}{3}-1}}{2}, x=\dfrac{1-\sqrt{\dfrac{2\sqrt{3}}{3}-1}}{2}$.	0.25
		Vậy, $B_{min}=4+2\sqrt{3}$, đạt được khi $x=\dfrac{1+\sqrt{\dfrac{2\sqrt{3}}{3}-1}}{2}, y=\dfrac{1-\sqrt{\dfrac{2\sqrt{3}}{3}-1}}{2}$ hoặc $x=\dfrac{1-\sqrt{\dfrac{2\sqrt{3}}{3}-1}}{2}, y=\dfrac{1+\sqrt{\dfrac{2\sqrt{3}}{3}-1}}{2}$.	0.25

Chú ý:

1) Nếu học sinh làm bài không theo cách nêu trong đáp án nhưng đúng thì cho đủ số điểm từng phần như hướng dẫn quy định.

2) Việc chi tiết hóa (nếu có) thang điểm trong hướng dẫn chấm phải bảo đảm không làm sai lệch hướng dẫn chấm và phải được thống nhất thực hiện trong tổ chấm.

3) Điểm bài thi là tổng điểm không làm tròn.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH NINH BÌNH

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9 THCS
Năm học 2012 – 2013
MÔN: TOÁN
(Thời gian làm bài 150 phút, không kể thời gian giao đề)
Đề thi gồm 05 câu, trong 01 trang

Câu 1 (4 điểm). Cho phương trình $x^2 + (4m + 1)x + 2(m - 4) = 0$ (1)

(x là ẩn số, m là tham số).

1. Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m.

2. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của (1). Tìm m để $|x_1 - x_2| = 17$.

Câu 2 (4 điểm). Cho biểu thức: $P = \dfrac{x^2 - \sqrt{x}}{x + \sqrt{x} + 1} - \dfrac{2x + \sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \dfrac{2(x - 1)}{\sqrt{x} - 1}$ $(x > 0, x \neq 1)$.

1. Rút gọn P.

2. Tìm giá trị của x để P = 3.

Câu 3 (4 điểm).

1. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x + y + xy = 7 \\ x^3 + y^3 + 3(x^2 + y^2) + 3(x + y) = 70 \end{cases}$

2. Giải phương trình: $(\sqrt{x + 5} - \sqrt{x + 2})(1 + \sqrt{x^2 + 7x + 10}) = 3$.

Câu 4 (5 điểm). Cho đường tròn tâm O đường kính AB cố định. Ax và Ay là hai tia thay đổi luôn tạo với nhau góc 60^0, nằm về hai phía của AB, cắt đường tròn (O) lần lượt tại M và N. Đường thẳng BN cắt Ax tại E, đường thẳng BM cắt Ay tại F. Gọi K là trung điểm của đoạn thẳng EF.

1. Chứng minh rằng $\dfrac{EF}{AB} = \sqrt{3}$.

2. Chứng minh OMKN là tứ giác nội tiếp.

3. Khi tam giác AMN đều, gọi C là điểm di động trên cung nhỏ AN ($C \neq A, C \neq N$). Đường thẳng qua M và vuông góc với AC cắt NC tại D. Xác định vị trí của điểm C để diện tích tam giác MCD là lớn nhất.

Câu 5 (3 điểm).

1. Cho các số thực m, n, p thoả mãn: $n^2 + np + p^2 = 1 - \dfrac{3m^2}{2}$. Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức S = m + n + p.

2. Cho các số thực dương a, b, c thoả mãn abc = 1. Chứng minh rằng:

$$\frac{a}{(ab + a + 1)^2} + \frac{b}{(bc + b + 1)^2} + \frac{c}{(ca + c + 1)^2} \geq \frac{1}{a + b + c}.$$

Đẳng thức xảy ra khi nào?

-----HẾT-----

Họ và tên thí sinh :.. Số báo danh ....
Họ và tên, chữ ký: Giám thị 1:...
Giám thị 2:...

SỞ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO
LÂM ĐỒNG

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH
NĂM HỌC 2010-2011

Môn : TOÁN – THCS

ĐỀ CHÍNH THỨC
(*Đề thi gồm có 1 trang*)

Thời gian : 150 phút (không kể thời gian giao đề)
Ngày thi : 18/02/2011

Câu 1: (2,0 điểm) Rút gọn $A=\sqrt{127-48\sqrt{7}}-\sqrt{127+48\sqrt{7}}$.

Câu 2:(2,0 điểm) Cho hàm số $y = f(x) = (3m^2 – 7m +5)\, x – 2011$ (*) . Chứng minh hàm số (*) luôn đồng biến trên R với mọi m.

Câu 3:(2,0 điểm) Cho hai đường tròn (O) và (O') cắt nhau tại hai điểm A và B . Trên đường thẳng AB lấy điểm M sao cho A nằm giữa M và B . Từ M kẻ cát tuyến MCD với đường tròn (O) và tiếp tuyến MT với đường tròn (O') (T là tiếp điểm) Chứng minh $MC.MD = MT^2$.

Câu 4: (2,0 điểm) Cho hai số dương x, y thỏa mãn điều kiện $3x + y – 1 = 0$.
Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $B = 3x^2 + y^2$.

Câu 5: (1,5 điểm) Chứng minh tổng $C = 1 + 2 + 2^2 + \ldots + 2^{2011}$ chia hết cho 15 .

Câu 6: (1,5 điểm) Phân tích đa thức $x^3 – x^2 – 14x + 24$ thành nhân tử .

Câu 7: (1,5 điểm) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x+y+z=2 \\ 2xy-z^2=4 \end{cases}$

Câu 8: (1,5 điểm) Chứng minh $D = n(n + 1)(n + 2)(n + 3)$ không phải là số chính phương với mọi $n \in N^*$.

Câu 9: (1,5 điểm) Cho hai số dương a và b . Chứng minh $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\ge\frac{4}{a+b}$.

Câu 10:(1,5 điểm) Tìm nghiệm tự nhiên của phương trình : $2x^2 – xy – y^2 – 8 = 0$

Câu 11: (1,5 điểm) Cho hình thang vuông ABCD ($\hat{A}=\hat{D}=90^0$) , có DC = 2AB . Kẻ DH vuông góc với AC ($H\in AC$) , gọi N là trung điểm của CH .
Chứng minh BN vuông góc với DN .

Câu 12: (1,5 điểm). Cho tam giác MNP cân tại M ($\hat{M}<90^0$) . Gọi D là giao điểm các đường phân giác trong của tam giác MNP . Biết $DM=2\sqrt{5}$ cm , DN = 3 cm .
Tính độ dài đoạn MN .

---------- HẾT---------

Họ và tên thí sinh :………………………………………………...Số báo danh : ………………………
Giám thị 1 :………………………………………………………..Ký tên : …………………………….
Giám thị 2 :………………………………………………………..Ký tên : …………………………….

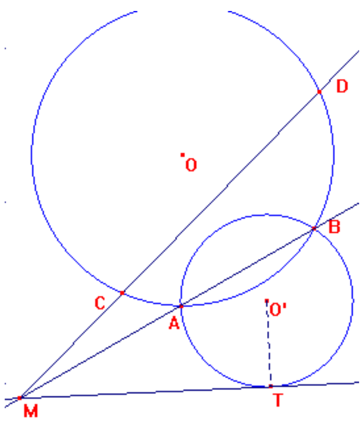
(Thí sinh không được sử dụng máy tính)

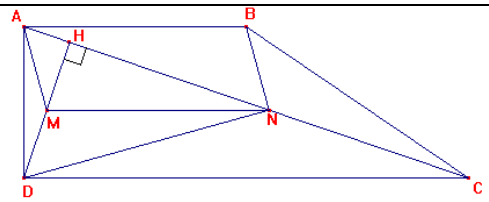
SỞ GIÁO DỤC &ĐÀO TẠO
LÂM ĐỒNG

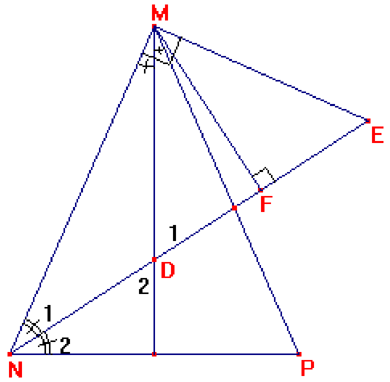
KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH
NĂM HỌC 2010-2011

HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Môn : TOÁN – THCS
Ngày thi 18/02/2011

Câu	Hướng dẫn chấm	Điểm
Câu 1 (2 điểm)	$A=\sqrt{127-48\sqrt{7}}-\sqrt{127+48\sqrt{7}}$ $=\sqrt{(8-3\sqrt{7})^2}-\sqrt{(8+3\sqrt{7})^2}$ $=\lvert 8-3\sqrt{7}\rvert-\lvert 8+3\sqrt{7}\rvert$ $=8-3\sqrt{7}-8-3\sqrt{7}\quad (8>3\sqrt{7})$ $=-6\sqrt{7}$	0,5 điểm 0,5 điểm 0,5 điểm 0,5 điểm
Câu 2 (2 điểm)	$3m^2-7m+5=3\left(m^2-\frac{7}{3}m+\frac{5}{3}\right)$ $=3\left[\left(m-\frac{7}{6}\right)^2-\frac{49}{36}+\frac{60}{36}\right]$ $=3\left[\left(m-\frac{7}{6}\right)^2+\frac{11}{36}\right]>0\quad\forall m$ Vậy f(x) đồng biến trên R với mọi m	0,5 điểm 0,5 điểm 0,5 điểm 0,5 điểm
Câu 3 (2 điểm)	 Chứng minh MC. MD = MA. MB Chứng minh MT^2 = MA. MB Suy ra MC.MD = MT^2	0,75 điểm 0,75 điểm 0,5 điểm
Câu 4 (2 điểm)	$3x+y-1=0\Leftrightarrow y=1-3x$ $B=3x^2+(1-3x)^2$ $=12x^2-6x+1$ $=12\left[\left(x-\frac{1}{4}\right)^2+\frac{1}{48}\right]$ $=12\left(x-\frac{1}{4}\right)^2+\frac{1}{4}\geq\frac{1}{4}$ Vậy GTNN của B là $\frac{1}{4}$ khi $x=\frac{1}{4}$ và $y=\frac{1}{4}$	0,5 điểm 0,5 điểm 0,5 điểm 0,5 điểm
Câu 5	$C=1+2+2^2+\ldots+2^{2011}$	

(1,5 điểm)	$= (1 + 2 + 2^2 + 2^3) + (2^4 + 2^5 + 2^6 + 2^7) + \dots + (2^{2008} + 2^{2009} + 2^{2010} + 2^{2011})$ $= (1 + 2 + 2^2 + 2^3) + 2^4(1 + 2 + 2^2 + 2^3) + \dots + 2^{2008}(1 + 2 + 2^2 + 2^3)$ $= 15(1 + 2^4 + \dots + 2^{2008})$ chia hết cho 15	0,5 điểm 0,5 điểm 0,5 điểm
Câu 6 (1,5 điểm)	$x^3 - x^2 - 14x + 24$ $= x^3 + 4x^2 - 5x^2 - 20x + 6x + 24$ $= (x + 4)(x^2 - 5x + 6)$ $= (x + 4)(x - 2)(x - 3)$	 0,5 điểm 0,5 điểm 0,5 điểm
Câu 7 (1,5 điểm)	$\begin{cases} x+y+z=2 \\ 2xy - z^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = 2-x-y \\ z^2 = 2xy - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (2-x-y)^2 = 2xy - 4 \\ z = 2-x-y \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} (x-2)^2 + (y-2)^2 = 0 \\ z = 2-x-y \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = y = 2 \\ z = -2 \end{cases}$	0,5 điểm 0,5 điểm 0,5 điểm
Câu 8 (1,5 điểm)	$D = n(n + 1)(n + 2)(n + 3)$ $= (n^2 + 3n)(n^2 + 3n + 2)$ $= (n^2 + 3n)^2 + 2(n^2 + 3n)$ $\Rightarrow (n^2 + 3n)^2 < D < (n^2 + 3n)^2 + 2(n^2 + 3n) + 1$ $\Rightarrow (n^2 + 3n)^2 < D < (n^2 + 3n + 1)^2$ Nên D không phải là số chính phương vì $(n^2 + 3n)^2$ và $(n^2 + 3n + 1)^2$ là 2 số chính phương liên tiếp	 0,5 điểm 0,5 điểm 0,5 điểm
Câu 9 (1,5 điểm)	Ta có $(a - b)^2 \geq 0$ $\Leftrightarrow a^2 + b^2 \geq 2ab$ $\Leftrightarrow (a+b)^2 \geq 4ab$ $\Leftrightarrow \frac{a+b}{ab} \geq \frac{4}{a+b}$ (vì (a+b)ab >0) $\Leftrightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{4}{a+b}$ Dấu “ = ” xảy ra khi a = b (thiếu câu này không trừ điểm)	 0,5 điểm 0,5 điểm 0,5 điểm
Câu 10 (1,5 điểm)	$2x^2 - xy - y^2 - 8 = 0$ $\Leftrightarrow (2x + y)(x - y) = 8$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y = 8 \\ x - y = 1 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} 2x + y = 4 \\ x - y = 2 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \end{cases}$	 0,5 điểm 0,5 điểm 0,5 điểm
Câu 11 (1,5 điểm)	 Gọi M là trung điểm của DH Chứng minh tứ giác ABNM là hình bình hành $\Rightarrow AM // BN$ (1) Chứng minh $MN \perp AD$ Suy ra M là trực tâm của $\Delta ADN \Rightarrow AM \perp DN$ (2) Từ (1) và (2) $\Rightarrow BN \perp DN$	 0,25 điểm 0,5 điểm 0,25 điểm 0,25 điểm 0,25 điểm

Câu 12 (1,5 điểm)	 Qua M kẻ tia Mx vuông góc với MN cắt ND tại E , kẻ MF $\perp$ ND Chứng minh $\widehat{D}_1 = \widehat{E} \Rightarrow MD = ME = 2\sqrt{5}$ cm và EF =DF $ME^2 = EF.EN = EF.(2EF + DN)$ $(2\sqrt{5})^2 = EF(2EF+3)$ $2EF^2 + 3EF - 20 = 0$ $(EF+4)(2EF-5) = 0$ $\Rightarrow EF = 2,5$ (vì EF >0) $\Rightarrow MN = 2\sqrt{11}$ cm	0,5 điểm 0,5 điểm 0,5 điểm

(Nếu học sinh giải bằng cách khác đúng , giám khảo dựa theo biểu điểm để cho điểm tương ứng)

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HẢI DƯƠNG

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH
LỚP 9 NĂM HỌC 2013-2014
MÔN THI: TOÁN
Thời gian làm bài: 150 phút
Ngày thi 20 tháng 03 năm 2014
(đề thi gồm 01 trang)

Câu 1 (2 điểm).

a) Rút gọn biểu thức $A = \dfrac{\sqrt{1-\sqrt{1-x^2}}.\left(\sqrt{(1+x)^3}+\sqrt{(1-x)^3}\right)}{2-\sqrt{1-x^2}}$ với $-1 \le x \le 1$.

b) Cho *a* và *b* là các số thỏa mãn a > b > 0 và $a^3 - a^2b + ab^2 - 6b^3 = 0$.

Tính giá trị của biểu thức $B = \dfrac{a^4 - 4b^4}{b^4 - 4a^4}$.

Câu 2 (2 điểm).

a) Giải phương trình $x^2(x^2+2) = 4 - x\sqrt{2x^2+4}$.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^3 = 2x + y \\ y^3 = 2y + x \end{cases}$.

Câu 3 (2 điểm).

a) Tìm các số nguyên dương *x, y* thỏa mãn phương trình $xy^2 + 2xy + x = 32y$.

b) Cho hai số tự nhiên *a, b* thỏa mãn $2a^2 + a = 3b^2 + b$.

Chứng minh rằng $2a + 2b + 1$ là số chính phương.

Câu 4 (3 điểm).

Cho tam giác đều ABC nội tiếp đường tròn (O, R). H là một điểm di động trên đoạn OA (H khác A). Đường thẳng đi qua H và vuông góc với OA cắt cung nhỏ AB tại M. Gọi K là hình chiếu của M trên OB.

a) Chứng minh $\widehat{HKM} = 2\widehat{AMH}$.

b) Các tiếp tuyến của (O, R) tại A và B cắt tiếp tuyến tại M của (O, R) lần lượt tại D và E. OD, OE cắt AB lần lượt tại F và G. Chứng minh OD.GF = OG.DE.

c) Tìm giá trị lớn nhất của chu vi tam giác MAB theo R.

Câu 5 (1 điểm).

Cho *a, b, c* là các số thực dương thỏa mãn $2ab + 6bc + 2ac = 7abc$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $C = \dfrac{4ab}{a+2b} + \dfrac{9ac}{a+4c} + \dfrac{4bc}{b+c}$.

---------------------***Hết***-----------------------

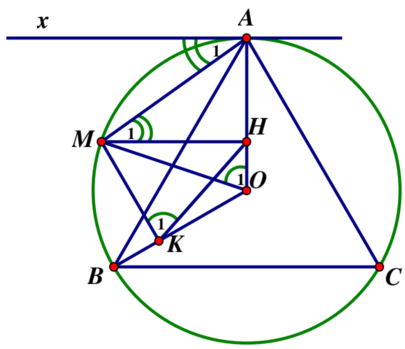
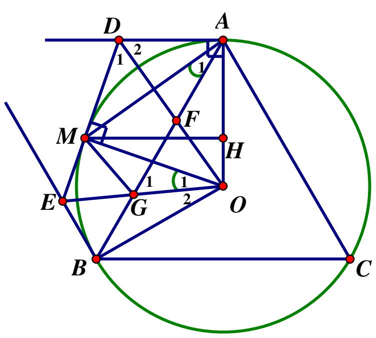
Họ và tên thi sinh………………………………………………..số báo danh…………...

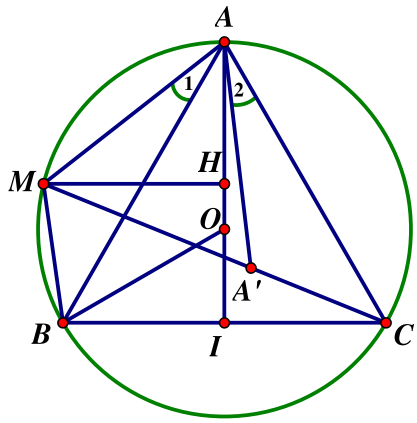
Chữ ký của giám thị 1………………………..chữ ký của giám thị 2………………

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HẢI DƯƠNG ---------------------------	HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH LỚP 9 NĂM HỌC 2013-2014 MÔN THI: TOÁN *Ngày thi 20 tháng 03 năm 2014* *(Hướng dẫn chấm gồm có 03 trang)*

Lưu ý: Nếu học sinh làm theo cách khác mà kết quả đúng thì giám khảo vẫn cho điểm tối đa.

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1a: (1,0 đ)	$A=\dfrac{\sqrt{1-\sqrt{1-x^2}}.\left(\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}\right)\left(2-\sqrt{1-x^2}\right)}{2-\sqrt{1-x^2}}$	0.25
	$=\sqrt{1-\sqrt{1-x^2}}.\left(\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}\right)$	0.25
	$=\sqrt{\left(1-\sqrt{1-x^2}\right)\left(\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}\right)^2}=\sqrt{\left(1-\sqrt{1-x^2}\right)\left(2+2\sqrt{1-x^2}\right)}$	0.25
	$=\sqrt{2x^2}\quad=\|x\|\sqrt{2}$	0.25
Câu 1b: (1,0 đ)	$a^3-a^2b+ab^2-6b^3=0\Leftrightarrow(a-2b)(a^2+ab+3b^2)=0\quad(*)$	0.25
	Vì a > b > 0 $\Rightarrow a^2+ab+3b^2>0$ nên từ (*) ta có a = 2 b	0.25
	Vậy biểu thức $B=\dfrac{a^4-4b^4}{b^4-4a^4}=\dfrac{16b^4-4b^4}{b^4-64b^4}$	0.25
	$B=\dfrac{12b^4}{-63b^4}=\dfrac{-4}{21}$	0.25
Câu 2a: (1,0 đ)	Đặt $t=x\sqrt{2x^2+4}\Rightarrow t^2=2\left(x^4+2x^2\right)\Rightarrow\ x^2\left(x^2+2\right)=\dfrac{t^2}{2}$	0.25
	ta được phương trình $\dfrac{t^2}{2}=4-t\Leftrightarrow t^2+2t-8=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=-4\\t=2\end{array}\right.$	0.25
	Với t = -4 ta có $x\sqrt{2x^2+4}=-4\Leftrightarrow\begin{cases}x<0\\2\left(x^4+2x^2\right)=16\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x<0\\x^4+2x^2-8=0\end{cases}$ $\Leftrightarrow\begin{cases}x<0\\x^2=2\end{cases}\Leftrightarrow x=-\sqrt{2}$	0.25
	Với t =2 ta có $x\sqrt{2x^2+4}=2\Leftrightarrow\begin{cases}x>0\\2\left(x^4+2x^2\right)=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>0\\x^4+2x^2-2=0\end{cases}$ $\Leftrightarrow\begin{cases}x>0\\x^2=\sqrt{3}-1\end{cases}\Leftrightarrow x=\sqrt{\sqrt{3}-1}$. Kết luận nghiệm của phương trình.	0.25
Câu 2b: (1,0 đ)	Từ hệ ta có $x^3(2y+x)=y^3(2x+y)\Leftrightarrow(x^2-y^2)\left(2xy+x^2+y^2\right)=0$	0.25
	$\Leftrightarrow(x+y)^3(x-y)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=y\\x=-y\end{array}\right.$	0.25
	* Với x = y ta tìm được (x ; y) = (0; 0); $(\sqrt{3};\sqrt{3})$;$(-\sqrt{3};-\sqrt{3})$	0.25

	* Với x = - y ta tìm được (x ; y) = (0; 0); $(1;-1);(-1;1)$ Vậy hệ phương trình có nghiệm (x ; y) = (0; 0); $\sqrt{3};\sqrt{3});(-\sqrt{3};-\sqrt{3});(-1;1);(1;-1)$	0.25
Câu 3a: (1,0 đ)	$xy^2+2xy+x=32y \Leftrightarrow x(y+1)^2=32y$ Do y nguyên dương $\Rightarrow y+1\neq 0 \Rightarrow x=\dfrac{32y}{(y+1)^2}$	0.25
	Vì $(y,y+1)=1 \Rightarrow (y+1)^2 \in U(32)$	0.25
	mà $32=2^5 \Rightarrow (y+1)^2=2^2$ và $(y+1)^2=2^4$(Do $(y+1)^2>1$)	0.25
	*Nếu $(y+1)^2=2^2 \Rightarrow y=1; x=8$ *Nếu $(y+1)^2=2^4 \Rightarrow y=3; x=6$ Vậy nghiệm nguyên dương của phương trình là: $\begin{cases}x=8\\y=1\end{cases}$ và $\begin{cases}x=6\\y=3\end{cases}$	0.25
Câu 3b: (1,0 đ)	$2a^2+a=3b^2+b \Leftrightarrow (a-b)(2a+2b+1)=b^2$ (*)	0.25
	Gọi d là ước chung của (a - b, 2a + 2b + 1) ($d\in \mathbb{N}^*$). Thì $\begin{cases}(a-b)\vdots d\\(2a+2b+1)\vdots d\end{cases} \Rightarrow (a-b)(2a+2b+1)\vdots d^2$ $\Rightarrow b^2 \vdots d^2 \Rightarrow b \vdots d$	0.25
	Mà $(a-b)\vdots d \Rightarrow a\vdots d \Rightarrow (2a+2b)\vdots d$ mà $(2a+2b+1)\vdots d \Rightarrow 1\vdots d \Rightarrow d=1$	0.25
	Do đó (a - b, 2a + 2b + 1) = 1. Từ (*) ta được $a-b$ và $2a+2b+1$ là số chính phương => $2a+2b+1$ là số chính phương.	0.25
Câu 4a: (1,0 đ)	 Qua A kẻ tia tiếp tuyến Ax của (O). Ta có $\widehat{A_1}=\frac{1}{2}\widehat{O_1}=\frac{1}{2}$sđ$\overset{\frown}{AM}$ (1)	0.25
	Có Ax // MH (cùng vuông góc với OA) $\Rightarrow \widehat{A_1}=\widehat{M_1}$ (2)	0.25
	Tứ giác MHOK nội tiếp $\Rightarrow \widehat{O_1}=\widehat{K_1}$ (cùng chắn $\overset{\frown}{MH}$) (3)	0.25
	Từ (1), (2), (3) ta có $\widehat{M_1}=\frac{1}{2}\widehat{K_1}$ hay $\widehat{HKM}=2\widehat{AMH}$.	0.25
Câu 4b: (1,0 đ)	 Có tứ giác AOMD nội tiếp (4)	0.25

	$\widehat{A}_1 = \frac{1}{2}$sđ$\widehat{BM}$; $\widehat{O}_1 = \widehat{O}_2 = \frac{1}{2}$sđ$\widehat{BM}$ $\Rightarrow \widehat{A}_1 = \widehat{O}_1 \Rightarrow$ tứ giác AMGO nội tiếp (5)	0.25
	Từ (4), (5) ta có 5 điểm A, D, M, G, O cùng nằm trên một đường tròn $\Rightarrow \widehat{G}_1 = \widehat{D}_2 = \widehat{D}_1$	0.25
	$\Rightarrow \Delta OGF$ và ΔODE đồng dạng $\Rightarrow \frac{OG}{OD} = \frac{GF}{DE}$ hay OD.GF = OG.DE.	0.25
Câu 4c: (1,0 đ)	 Trên đoạn MC lấy điểm A' sao cho MA' = MA $\Rightarrow \Delta AMA'$ đều $\Rightarrow \widehat{A}_1 = \widehat{A}_2 \left(= 60^0 - \widehat{BAA'}\right)$ $\Rightarrow \Delta MAB = \Delta A'AC \Rightarrow MB = A'C$	0.25
	$\Rightarrow MA + MB = MC$ Chu vi tam giác MAB là $MA + MB + AB = MC + AB \le 2R + AB$	0.25
	Đẳng thức xảy ra khi MC là đường kính của (O) => M là điểm chính giữa cung AM => H là trung điểm đoạn AO Vậy giá trị lớn nhất của chu vi tam giác MAB là 2R + AB	0.25
	Gọi I là giao điểm của AO và BC $\Rightarrow AI = \frac{3}{2}R = \frac{AB\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AB = R\sqrt{3}$ Giá trị lớn nhất của chu vi tam giác MAB là 2R + AB = $(2+\sqrt{3})R$	0.25
Câu 5: (1,0 đ)	Từ gt : $2ab + 6bc + 2ac = 7abc$ và a,b,c > 0 Chia cả hai vế cho abc > 0 $\Rightarrow \frac{2}{c} + \frac{6}{a} + \frac{2}{b} = 7$ đặt $x = \frac{1}{a}, y = \frac{1}{b}, z = \frac{1}{c} \Rightarrow \begin{cases} x, y, z > 0 \\ 2z + 6x + 2y = 7 \end{cases}$ Khi đó $C = \frac{4ab}{a+2b} + \frac{9ac}{a+4c} + \frac{4bc}{b+c} = \frac{4}{2x+y} + \frac{9}{4x+z} + \frac{4}{y+z}$	0.25
	$\Rightarrow C = \frac{4}{2x+y} + 2x + y + \frac{9}{4x+z} + 4x + z + \frac{4}{y+z} + y + z - (2x+y+4x+z+y+z)$	0.25
	$= \left(\frac{2}{\sqrt{x+2y}} - \sqrt{x+2y}\right)^2 + \left(\frac{3}{\sqrt{4x+z}} - \sqrt{4x+z}\right)^2 + \left(\frac{2}{\sqrt{y+z}} - \sqrt{y+z}\right)^2 + 17 \ge 17$	0.25
	Khi $x = \frac{1}{2}, y = z = 1$ thì C = 17 Vậy GTNN của C là 17 khi a =2; b =1; c = 1	0.25

SỞ GD&ĐT HẢI DƯƠNG

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH

LỚP 9 THCS NĂM HỌC 2012 – 2013

MÔN THI: TOÁN

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Ngày thi: 27/03/2013

(Đề thi gồm có 01 trang)

Câu 1 (2,0 điểm):

a) Rút gọn biểu thức: $A=\left(\sqrt{x-\sqrt{50}}-\sqrt{x+\sqrt{50}}\right)\sqrt{x+\sqrt{x^2-50}}$ với $x\ge\sqrt{50}$

b) Cho $x+\sqrt{3}=2$. Tính giá trị của biểu thức: $B=x^5-3x^4-3x^3+6x^2-20x+2018$

Câu 2 (2,0 điểm):

a) Giải phương trình $\dfrac{4x}{x^2-5x+6}+\dfrac{3x}{x^2-7x+6}=6$

b) Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases}\sqrt{x}+\sqrt{y}+4\sqrt{xy}=16\\ x+y=10\end{cases}$

Câu 3 (2,0 điểm):

a) Với a, b là các số nguyên. Chứng minh rằng nếu $4a^2+3ab-11b^2$ chia hết cho 5 thì a^4-b^4 chia hết cho 5.

b) Cho phương trình $ax^2+bx+1=0$ với a, b là các số hữu tỉ. Tìm a, b biết $x=\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$ là nghiệm của phương trình.

Câu 4 (3,0 điểm):

Cho 3 điểm A, B, C cố định nằm trên một đường thẳng d (B nằm giữa A và C). Vẽ đường tròn tâm O thay đổi nhưng luôn đi qua B và C (O không nằm trên đường thẳng d). Kẻ AM và AN là các tiếp tuyến với đường tròn tâm O tại M và N. Gọi I là trung điểm của BC, AO cắt MN tại H và cắt đường tròn tại các điểm P và Q (P nằm giữa A và O), BC cắt MN tại K.

a) Chứng minh 4 điểm O, M, N, I cùng nằm trên một đường tròn.

b) Chứng minh điểm K cố định khi đường tròn tâm O thay đổi.

c) Gọi D là trung điểm HQ, từ H kẻ đường thẳng vuông góc với MD cắt đường thẳng MP tại E. Chứng minh P là trung điểm ME.

Câu 5 (1,0 điểm):

Cho $A_n=\dfrac{1}{(2n+1)\sqrt{2n-1}}$ với $n\in\mathbb{N}^*$.

Chứng minh rằng: $A_1+A_2+A_3+...+A_n<1$.

------------ HẾT ------------

Họ và tên thí sinh: ……………………………… ….. Số báo danh …………….

Chữ kí giám thị 1 ………………….. Chữ kí giám thị 2 ……………………..

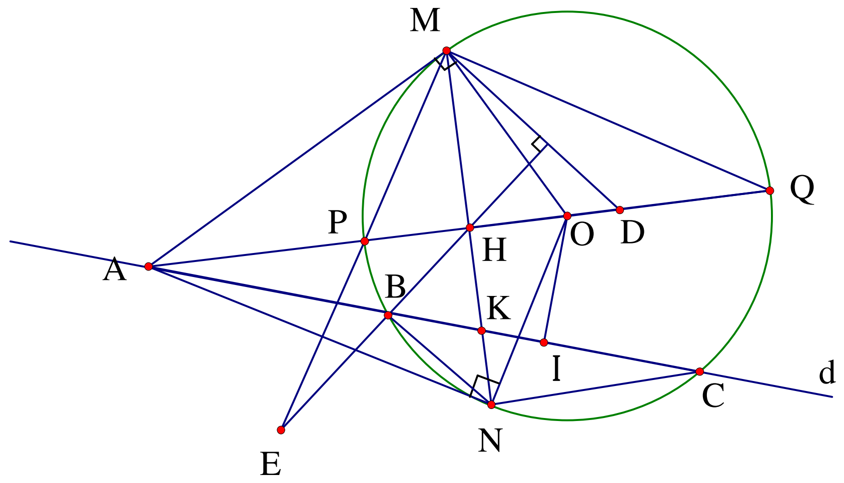
SỞ GD&ĐT HẢI DƯƠNG

ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN CHẤM
ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TỈNH
MÔN TOÁNLỚP 9 THCS NĂM HỌC 2012 – 2013

Lưu ý: Thí sinh làm theo các khác đúng vẫn cho điểm tối đa. Điểm bài thi làm tròn đến 0,25 điểm

CÂU	PHẦN	NỘI DUNG	ĐIỂM
Câu 1 2,0 điểm	a) 1,0 điểm	Ta có :	
		$A^2 = \left(\sqrt{x-\sqrt{50}} - \sqrt{x+\sqrt{50}}\right)^2\left(x+\sqrt{x^2-50}\right)$	0,25
		$A^2 = \left(x-\sqrt{50}+x+\sqrt{50}-2\sqrt{x^2-50}\right)\left(x+\sqrt{x^2-50}\right)$	
		$A^2 = \left(2x-2\sqrt{x^2-50}\right)\left(x+\sqrt{x^2-50}\right)$	0,25
		$A^2 = 2\left(x^2-x^2+50\right)$	
		$A^2 = 100$	0,25
		Nhưng do theo giả thiết ta thấy $A = \left(\sqrt{x-\sqrt{50}} - \sqrt{x+\sqrt{50}}\right)\sqrt{x+\sqrt{x^2-50}} < 0$	
		$\Rightarrow A = -10$	0,25đ
	b) 1,0 điểm	$x+\sqrt{3}=2 => x-2=-\sqrt{3} \Rightarrow (x-2)^2=3$	
		$\Rightarrow x^2-4x+1=0$	0,25
		$B = x^5 - 3x^4 - 3x^3 + 6x^2 - 20x + 2018$	
		$B = (x^5 - 4x^4 + x^3) + (x^4 - 4x^3 + x^2) + 5(x^2 - 4x + 1) + 2013$	0,25
		$B = x^3(x^2 - 4x + 1) + x^2(x^2 - 4x + 1) + 5(x^2 - 4x + 1) + 2013$	0,25
		$B = 2013$	0,25
Câu 2 2,0 điểm	a) 1.0 điểm	Nhận xét x = 0 không là nghiệm của phương trình	
		Với $x \neq 0$, phương trình đã cho tương đương với:	
		$\dfrac{4}{x-5+\dfrac{6}{x}} + \dfrac{3}{x-7+\dfrac{6}{x}} = 6$	
		Đặt $t = x - 7 + \dfrac{6}{x}$ phương trình trở thành	
		$\dfrac{4}{t+2} + \dfrac{3}{t} = 6 \quad (1)(t \neq 0; t \neq -2)$	0,25
		$(1) \Leftrightarrow 4t + 3t + 6 = 6t^2 + 12t \Leftrightarrow 6t^2 + 5t - 6 = 0$	
		Giải phương trình ta được $t_1 = \dfrac{-3}{2}; t_2 = \dfrac{2}{3}$ (thỏa mãn)	0,25
		Với $t_1 = \dfrac{-3}{2}$ ta có $x - 7 + \dfrac{6}{x} = \dfrac{-3}{2} \Leftrightarrow 2x^2 - 11x + 12 = 0$	
		Giải phương trình ta được $x_1 = \dfrac{3}{2}; x_2 = 4$ (thỏa mãn)	0,25
		Với $t_2 = \dfrac{2}{3}$ ta có $x - 7 + \dfrac{6}{x} = \dfrac{2}{3} \Leftrightarrow 3x^2 - 23x + 18 = 0$	

		Giải phương trình ta được $x_3=\dfrac{23+\sqrt{313}}{6};x_4=\dfrac{23-\sqrt{313}}{6}$ (thỏa mãn) Vậy phương trình đã cho có bốn nghiệm là : $x_1=\dfrac{3}{2};x_2=4;x_3=\dfrac{23+\sqrt{313}}{6};x_4=\dfrac{23-\sqrt{313}}{6}$	0,25
	b) 1,0 điểm	$\begin{cases}\sqrt{x}+\sqrt{y}+4\sqrt{xy}=16\\ x+y=10\end{cases}$ (I) ($x;y\geq 0$) Đặt S= $\sqrt{x}+\sqrt{y}$; P = $\sqrt{xy}$ ($S\geq 0;P\geq 0$) hệ (I) có dạng $\begin{cases}S+4P=16\\ S^2-2P=10\end{cases}$ (II) Giải hệ (II) và đối chiếu điều kiện ta được $\begin{cases}S=4\\ P=3\end{cases}$ Khi đó $\sqrt{x};\sqrt{y}$ là 2 nghiệm của phương trình $t^2-4t+3=0$ Giải phương trình ta được $t_1=3$; $t_2=1$ Từ đó suy ra hệ phương trình đã cho có hai nghiệm $\begin{cases}x=9\\ y=1\end{cases};\begin{cases}x=1\\ y=9\end{cases}$	0,25 0,25 0,25 0,25
Câu 3 **2,0** **điểm**	a) 1.0 điểm	$4a^2+3ab-11b^2\vdots 5\Rightarrow\left(5a^2+5ab-10b^2\right)-\left(4a^2+3ab-11b^2\right)\vdots 5$ $\Rightarrow a^2+2ab+b^2\vdots 5$ $\Rightarrow (a+b)^2\vdots 5$ $\Rightarrow a+b\vdots 5$ (Vì 5 là số nguyên tố) $\Rightarrow a^4-b^4=\left(a^2+b^2\right)(a+b)(a-b)\vdots 5$	0.25 0,25 0,25 0,25
	b) 1,0 điểm	$x=\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}=\dfrac{\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)^2}{\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)}=4-\sqrt{15}$ $x=\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$ là nghiệm của phương trình nên ta có $a\left(4-\sqrt{15}\right)^2+b\left(4-\sqrt{15}\right)+1=0$ $a\left(31-8\sqrt{15}\right)+b\left(4-\sqrt{15}\right)+1=0$ $\Leftrightarrow -\sqrt{15}(8a+b)+31a+4b+1=0$ Vì $a,b\in Q$ nên $(8a+b)$, $(31a+4b+1)\in Q$ Do đó nếu $8a+b\neq 0$ thì $\sqrt{15}=\dfrac{31a+4b+1}{8a+b}\in Q$ (Vô lí) Suy ra $\begin{cases}8a+b=0\\ 31a+4b+1=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\ b=-8\end{cases}$	0,25 0,25 0,25đ 0,25

<table>
<tr><td rowspan="4">Câu 4
3,0
điểm</td><td></td><td>
</td><td></td></tr>
<tr><td>a)
1,0
điểm</td><td>I là trung điểm của BC (dây BC không đi qua O)
$\Rightarrow OI \perp BC \Rightarrow \widehat{OIA} = 90^0$
Ta có $\widehat{AMO} = 90^0$ (do AM là hai tiếp tuyến (O))
$\widehat{ANO} = 90^0$ (do AN là hai tiếp tuyến (O))
Suy ra 4 điểm O, M, N, I cùng thuộc đường tròn đường kính OA</td><td>0,25
0,25
0,25
0.25</td></tr>
<tr><td>b)
1,0
điểm</td><td>AM, AN là hai tiếp tuyến (O) cắt nhau tại A nên OA là tia phân giác $\widehat{MON}$ mà ΔOMN cân tại O nên $OA \perp MN$
ΔABN đồng dạng với ΔANC (vì $\widehat{ANB}=\widehat{ACN}=\frac{1}{2}$ sđ $\overset{\frown}{NB}$ và $\widehat{CAN}$ chung) suy ra $\frac{AB}{AN}=\frac{AN}{AC} \Rightarrow AB.AC=AN^2$
ΔANO vuông tại N đường cao NH nên ta có AH.AO = AN^2
Suy ra AB.AC = AH.AO
ΔAHK đồng dạng với ΔAIO (vì $\widehat{AHK}=\widehat{AIO}=90^0$ và $\widehat{OAI}$ chung)
$\Rightarrow \frac{AH}{AI}=\frac{AK}{AO} \Rightarrow AI.AK=AH.AO$
$\Rightarrow AI.AK=AB.AC$
$\Rightarrow AK=\frac{AB.AC}{AI}$
Ta có A,B,C cố định nên I cố định suy ra AK cố định mà A cố định, K là giao điểm của dây BC và dây MN nên K thuộc tia AB suy ra K cố định</td><td>0,25

0,25

0,25

0,25</td></tr>
<tr><td>c)
1,0
điểm</td><td>Ta có $\widehat{PMQ}=90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn).
Xét ΔMHE và ΔQDM có $\widehat{MEH}=\widehat{DMQ}$ (cùng phụ với $\widehat{DMP}$),
$\widehat{EMH}=\widehat{MQD}$ (cùng phụ với $\widehat{MPO}$) $\Rightarrow \frac{ME}{MQ}=\frac{MH}{DQ}$
ΔPMH đồng dạng với ΔMQH</td><td>0,25</td></tr>
</table>

		$\Rightarrow \dfrac{MP}{MQ} = \dfrac{MH}{HQ} = \dfrac{MH}{2DQ}$ $\Rightarrow \dfrac{MP}{MQ} = \dfrac{1}{2}\dfrac{ME}{MQ}$ $\Rightarrow$ ME = 2 MP $\Rightarrow$ P là trung điểm ME.	0,25 0,25 0,25
Câu 5 1,0 điểm		$A_n = \dfrac{1}{(2n+1)\sqrt{2n-1}} = \dfrac{\sqrt{2n-1}}{(2n+1)(2n-1)}$ $A_n = \dfrac{\sqrt{2n-1}}{2}\left(\dfrac{1}{2n-1} - \dfrac{1}{2n+1}\right) = \dfrac{\sqrt{2n-1}}{2}\left(\dfrac{1}{\sqrt{2n-1}} + \dfrac{1}{\sqrt{2n+1}}\right)\left(\dfrac{1}{\sqrt{2n-1}} - \dfrac{1}{\sqrt{2n+1}}\right)$ Vì $\dfrac{1}{\sqrt{2n-1}} - \dfrac{1}{\sqrt{2n+1}} > 0$ và $\dfrac{1}{\sqrt{2n-1}} + \dfrac{1}{\sqrt{2n+1}} < \dfrac{2}{\sqrt{2n-1}}$ nên $A_n < \dfrac{1}{\sqrt{2n-1}} - \dfrac{1}{\sqrt{2n+1}} \; (\forall n \in \mathbb{N}^*)$ Do đó: $A_1 + A_2 + A_3 + \ldots + A_n < 1 - \dfrac{1}{\sqrt{3}} + \dfrac{1}{\sqrt{3}} - \dfrac{1}{\sqrt{5}} + \cdots + \dfrac{1}{\sqrt{2n-1}} - \dfrac{1}{\sqrt{2n+1}}$ $A_1 + A_2 + A_3 + \ldots + A_n < 1 - \dfrac{1}{\sqrt{2n+1}} < 1$	0,25 0,25 0,25 0,25

Hết

SỞ GD&ĐT HÒA BÌNH

Đề chính thức

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH
NĂM HỌC 2012 - 2013.
MÔN: TOÁN LỚP 9

(*Thời gian 150 phút không kể thời gian giao đề*).

Bài 1: (4,5 điểm): Cho biểu thức A= $\left(\dfrac{4x^2}{x^2-4}+\dfrac{x-2}{x+2}+\dfrac{x+2}{2-x}\right):\dfrac{x-3}{x-2}$

1. Rút gọn A.

2. Tìm giá trị của A khi $|x-3|=1$

Bài 2 (4 điểm):

1. Giải phương trình $|x-2|+|3x-1|=9$
2. Cho các số a,b,c thỏa mãn điềukiện $ab+bc+ca=1$. Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=(a^2+2bc-1)(b^2+2ca-1)(c^2+2ab-1)$

Bài 3 (4 điểm):

a, Một ca nô xuôi một khúc sông dài 52km rồi ngược dòng trở lại 40km mất tổng cộng 4 giờ Biết vận tốc của dòng nước là 3km/h. Tìm vận tốc của ca nô lúc dòng nước yên lặng.

b, Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng (d) : y= ax +b. Tìm a,b biết (d) đi qua M(-1; 3) và (d) cắt Ox tại điểm N thỏa mãn ON = 2

Bài 4 (6 điểm): Cho đường tròn tâm O và hai điểm B,C thuộc đường tròn, các tiếp tuyến với đường tròn tại B và C cắt nhau ở A. Một M là một điểm thuộc cung nhỏ BC. Tiếp tuyến với đường tròn tại M cắt AB, AC theo thứ tự ở D, E . Gọi giao điểm của OD, OE với BC theo thứ tự là I và K . Chứng Minh rằng

a) BD.OE = OD.BI

b) Tứ giác DIKE nội tiếp

c) OM, DK, EI đồng quy

Bài 5 (2 điểm): Cho dãy số sau: $\frac{1}{1};\frac{1}{2};\frac{2}{1};\frac{1}{3};\frac{2}{2};\frac{3}{1};\frac{1}{4};\frac{2}{3};\frac{3}{2};\frac{4}{1};\frac{1}{5};\frac{2}{4};\frac{3}{3};\frac{4}{2};\frac{5}{1};\frac{1}{6};\frac{2}{5};\frac{3}{4};....$

Tìm số hạng thứ 2013 trong dãy số trên

(Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm)

SỞ GD & ĐT HOÀ BÌNH

Đề chính thức

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH
LỚP 9 THCS NĂM HỌC 2010 - 2011
Đề thi môn : Toán
Ngày thi: 22 tháng 3 năm 2011
Thời gian làm bài: ***150 phút*** *(không kể thời gian giao đề)*
(Đề thi gồm có 01 trang)

Bài 1: *(4 điểm)*

1. Phân tích thành nhân tử các biểu thức sau:

a/ $A = x^3 + 3x^2y - 4xy^2 - 12y^3$ b/ $B = x^3 + 4y^2 - 2xy + x^2 + 8y^3$

2. Cho $a = \sqrt{11 + 6\sqrt{2}} + \sqrt{11 - 6\sqrt{2}}$. Chứng minh rằng a là một số nguyên.

Bài 2: *(6 điểm)*

1. Giải phương trình: $\dfrac{12}{x^2 + x + 4} - \dfrac{3}{x^2 + x + 2} = 1$

2. Cho hàm số $y = (m-1)x + m^2 - 1$ (m: tham số). Tìm m để đồ thị hàm số là đường thẳng cắt hai trục toạ độ tại hai điểm A, B sao cho tam giác OAB cân.

3. Tìm x để biểu thức $A = \dfrac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 1}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 3: *(4 điểm)*

1. Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp trong đường tròn tâm O, có bán kính bằng 2. Biết $\widehat{BAC} = 60^0$, đường cao AH = 3. Tính diện tích tam giác ABC.

2. Đội cờ vua của trường A thi đấu với đội cờ vua của trường B, mỗi đấu thủ của trường này thi đấu với mọi đấu thủ của trường kia một trận. Biết rằng tổng số trận đấu bằng bốn lần tổng số cầu thủ của cả hai đội và số cầu thủ của trường B là số lẻ. Tìm số cầu thủ của mỗi đội.

Bài 4: *(5 điểm)* Cho nửa đường tròn tâm O bán kính R, đường kính AB. Hai điểm E, F thay đổi trên nửa đường tròn sao cho số đo cung AE khác không và nhỏ hơn số đo cung AF, biết EF = R . Giả sử AF cắt BE tại H, AE cắt BF tại I.

1. Chứng minh rằng tứ giác IEHF nội tiếp được trong một đường tròn.
2. Gọi EG và FQ là các đường cao của tam giác IEF, chứng minh rằng độ dài QG không đổi.
3. Chứng minh rằng QG song song với AB.

Bài 5: *(1 điểm)* Giải phương trình: $x + 2\sqrt{7 - x} = 2\sqrt{x - 1} + \sqrt{-x^2 + 8x - 7} + 1$

--------------------Hết-----------------

Họ và tên thí sinh:.............................. .... SBD: ....

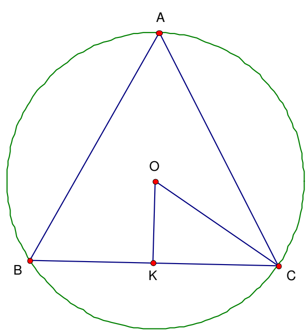
Giám thị 1 *(họ và tên, chữ ký)*: ....

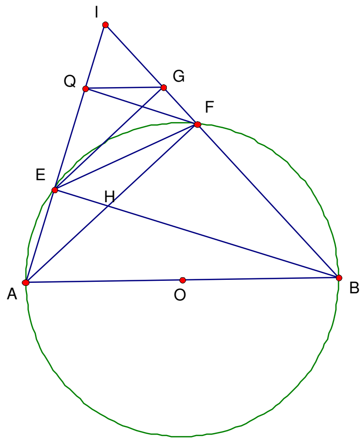
Giám thị 2 *(họ và tên, chữ ký)*: ....

Sở GD&ĐT Hoà Bình **HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN**

Kỳ thi chọn học sinh giỏi cấp tỉnh cấp THCS

Năm học 2010-2011

Bài	ý	Nội dung	Điểm
1. *(4đ)*	1	a/ A = (x + 3y).(x - 2y).(x + 2y).	1,0
		b/ B = (x + 2y + 1).(x^2 - 2xy + 4y^2).	1,0
	2	$a=\sqrt{11+6\sqrt{2}}+\sqrt{11-6\sqrt{2}}=\sqrt{(3+\sqrt{2})^2}+\sqrt{(3-\sqrt{2})^2}=6$	1,5
		Từ đó a là số nguyên.	0,5
2 *(6 đ)*	1.	+ HS lập luận được $x^2 + x + 4$ và $x^2 + x + 2$ khác 0 rồi đưa PT về dạng 9($x^2 + x$) + 12 = ($x^2 + x + 4$) ($x^2 + x + 2$)	1,0
		+HS biến đổi PT về dạng ($x^2 + x - 4$) ($x^2 + x + 1$) = 0	0,5
		+HS giải PT tích tìm được 2 nghiệm là x = $\dfrac{-1\pm\sqrt{17}}{2}$	0,5
	2.	+ HS lập luận được để đồ thị hàm số là đường thẳng cắt 2 trục tọa độ tại 2 điểm A và B sao cho tam giác OAB cân thì đồ thị hàm số đã cho song song với đường thẳng y = x (hoặc y = - x)	1,0
		+ Từ đó dẫn đến $\begin{cases} m-1=1 \\ m^2-1\neq 0 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} m-1=-1 \\ m^2-1\neq 0 \end{cases}$ giải 2 hệ PT đó tìm được m = 2 hoặc m = 0 và trả lời bài toán.	1,0
	3.	+ HS viết được $A=1-\dfrac{2}{\sqrt{x}+1}$	0,5
		+ HS lập luận và tìm được giá trị nhỏ nhất của biểu thức A bằng - 1 khi x = 0.	1,5
3 *(4 đ)*	1.	 Gọi K là trung điểm của BC, dễ có $\widehat{KOC}=60^0$. Xét tam giác vuông OKC có OC = 2 Tính được $KC = OC.\sin 60^0 = \sqrt{3}$,	1,0
		Tính được $BC = 2\sqrt{3}$, suy ra diện tích tam giác ABC là $S = 3\sqrt{3}$ (Đvdt)	1,0
		Chú ý: Thực chất tam giác ABC đều nhưng không yêu cầu HS vẽ hình đúng.	1,0
	2.	+ Gọi số cầu thủ đội trường A là x; Số cầu thủ đội trường B là y đặt đk và lập được PT: xy = 4(x + y) $\Leftrightarrow (x-4)(y-4)=16$ + HS lập luận và tìm được x = 20 ; y= 5, KL…	1,0

4 *(5 đ)*	1.	1. Chứng minh được tứ giác IEHF nội tiếp được trong một đường tròn.  	2,0
	2.	2. Chứng minh được $\Delta IQG \backsim \Delta IFE$ (g.g), từ đó có $\frac{QG}{EF} = \frac{IG}{IE} = \frac{1}{2}$; $QG = \frac{1}{2}EF = \frac{1}{2}R$ (đpcm).	1,0
	3.	3. Chứng minh được $\Delta IAB \backsim \Delta IFE$ (g.g), kết hợp với (2) ta có $\Delta IQG \backsim \Delta IAB$, suy ra $\frac{IQ}{IA} = \frac{IG}{IB}$ dẫn đến QG song song với AB.	1,0 1,0
5 *(1đ)*		+ HS tìm được ĐK $1 \le x \le 7$ và biến đổi PT về dạng tích $(\sqrt{x-1}-2).(\sqrt{x-1}-\sqrt{7-x}) = 0$ + HS giải PT tích tìm được x = 5 hoặc x = 4 đều thỏa mãn và trả lời.	0,5 0,5

Chú ý: Mọi lời giải đúng khác đều được cho điểm tương đương

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HÀ NAM	**KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9 THCS** **NĂM HỌC 2012-2013** **Môn thi: TOÁN**
ĐỀ THI CHÍNH THỨC	*Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề*

Bài 1. (*4,0 điểm*)

Cho biểu thức: $P = \dfrac{x}{(\sqrt{x}+\sqrt{y})(1-\sqrt{y})} - \dfrac{y}{(\sqrt{x}+\sqrt{y})(\sqrt{x}+1)} - \dfrac{xy}{(\sqrt{x}+1)(1-\sqrt{y})}$

1. Rút gọn biểu thức *P*.

2. Tìm các giá trị *x, y* nguyên thỏa mãn *P* = 2.

Bài 2. (*4,0 điểm*)

1. Cho hai số thực *a, b* không âm thỏa mãn $18a+4b \geq 2013$. Chứng minh rằng phương trình sau luôn có nghiệm: $18ax^2+4bx+671-9a=0$.

2. Tìm tất cả các nghiệm nguyên *x, y* của phương trình $x^3+2x^2+3x+2=y^3$.

Bài 3. (*4,5 điểm*)

1. Cho *p* và *2p + 1* là hai số nguyên tố lớn hơn *3*. Chứng minh rằng *4p + 1* là một hợp số.

2. Giải phương trình: $4x^2+3x+3=4\sqrt{x^3+3x^2}+2\sqrt{2x-1}$

Bài 4. (6,0 *điểm*)

Cho góc xOy có số đo bằng 60^o. Đường tròn có tâm K nằm trong góc xOy tiếp xúc với tia Ox tại M và tiếp xúc với tia Oy tại N. Trên tia Ox lấy điểm P thỏa mãn OP = 3OM. Tiếp tuyến của đường tròn (K) qua P cắt tia Oy tại Q khác O. Đường thẳng PK cắt đường thẳng MN ở E. Đường thẳng QK cắt đường thẳng MN ở F.

1. Chứng minh tam giác MPE đồng dạng với tam giác KPQ.

2. Chứng minh tứ giác PQEF nội tiếp được trong đường tròn.

3. Gọi D là trung điểm của đoạn PQ. Chứng minh tam giác DEF là một tam giác đều.

Bài 5. (*2,0 điểm*)

Cho *a, b, c* là ba số thực dương thỏa mãn: $a+b+c=3$. Chứng minh rằng:

$$\frac{a+1}{1+b^2}+\frac{b+1}{1+c^2}+\frac{c+1}{1+a^2} \geq 3$$

------HẾT------

Thí sinh không được sử dụng máy tính cầm tay.

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

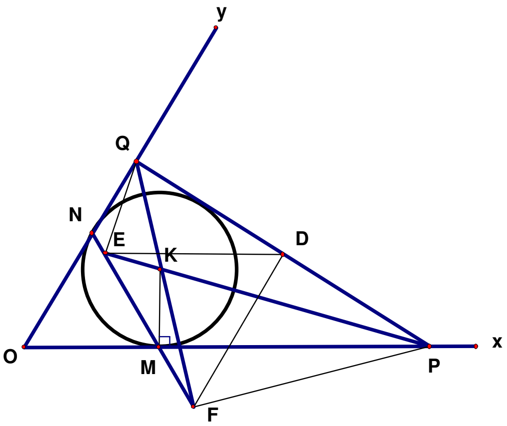
Chữ ký của giám thị 1: .... Chữ ký của giám thị 2: ....

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO **<u>HÀ NAM</u>** **ĐÁP ÁN CHÍNH THỨC**	**KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9 THCS** **NĂM HỌC 2012-2013** **Môn thi: TOÁN**

ĐÁP ÁN-BIỂU ĐIỂM

(Đáp án biểu điểm này gồm 3 trang)

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1.1 (2,5 đ)	Điều kiện để P xác định là : $x \ge 0$; $y \ge 0$; $y \ne 1$; $x + y \ne 0$.	0,5
	$P = \dfrac{x(1+\sqrt{x}) - y(1-\sqrt{y}) - xy\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)}{\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)\left(1+\sqrt{x}\right)\left(1-\sqrt{y}\right)} = \dfrac{(x-y) + \left(x\sqrt{x}+y\sqrt{y}\right) - xy\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)}{\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)\left(1+\sqrt{x}\right)\left(1-\sqrt{y}\right)}$	0,5
	$= \dfrac{\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}+x-\sqrt{xy}+y-xy\right)}{\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)\left(1+\sqrt{x}\right)\left(1-\sqrt{y}\right)} = \dfrac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right) - \sqrt{y}\left(\sqrt{x}+1\right) + y\left(1+\sqrt{x}\right)\left(1-\sqrt{x}\right)}{\left(1+\sqrt{x}\right)\left(1-\sqrt{y}\right)}$	0,5
	$= \dfrac{\sqrt{x}-\sqrt{y}+y-y\sqrt{x}}{\left(1-\sqrt{y}\right)} = \dfrac{\sqrt{x}\left(1-\sqrt{y}\right)\left(1+\sqrt{y}\right) - \sqrt{y}\left(1-\sqrt{y}\right)}{\left(1-\sqrt{y}\right)}$	0,5
	$= \sqrt{x} + \sqrt{xy} - \sqrt{y}$	0,5
Câu 1.2 (1,5 đ)	P = 2 $\Leftrightarrow$ $\sqrt{x} + \sqrt{xy} - \sqrt{y} = 2$ với $x \ge 0$; $y \ge 0$; $y \ne 1$; $x + y \ne 0$ $\Leftrightarrow \sqrt{x}\left(1+\sqrt{y}\right) - \left(\sqrt{y}+1\right) = 1 \Leftrightarrow \left(\sqrt{x}-1\right)\left(1+\sqrt{y}\right) = 1$	0,5
	Ta có: $1 + \sqrt{y} \ge 1 \Rightarrow \sqrt{x} - 1 \le 1 \Leftrightarrow 0 \le x \le 4 \Rightarrow$ x = 0; 1; 2; 3 ; 4	0,5
	Thay vào P ta có các cặp giá trị (4; 0) và (2 ; 2) thoả mãn	0,5
Câu 2.1 (2,0 đ)	**Cho hai số thực *a, b* thỏa mãn** $18a + 4b \ge 2013$ **(1)** **Chứng minh rằng phương trình sau có nghiệm:** $18ax^2 + 4bx + 671 - 9a = 0$ **(2)**	
	<u>TH1 :</u> Với a = 0 thì (2) $\Leftrightarrow 4bx + 671 = 0$ Từ (1) $\Rightarrow b \ne 0$. Vậy (2) luôn có nghiệm $x = -\dfrac{671}{4b}$	0,5
	<u>TH2 :</u> Với $a \ne 0$, ta có : $\Delta' = 4b^2 - 18a(671 - 9a) = 4b^2 - 6a.2013 + 162a^2$	0,5
	$\ge 4b^2 - 6a(18a + 4b) + 162a^2 = 4b^2 - 24ab + 54a^2 = (2b - 6a)^2 + 16a^2 \ge 0, \forall a, b$	0,5
	Vậy pt luôn có nghiệm	0,5
Câu 2.2 (2,0 đ)	**Tìm các số nguyên *x, y* thỏa mãn phương trình:** $x^3 + 2x^2 + 3x + 2 = y^3$	
	Ta có $y^3 - x^3 = 2x^2 + 3x + 2 = 2\left(x + \dfrac{3}{4}\right)^2 + \dfrac{7}{8} > 0 \Rightarrow x < y$ (1)	0,5
	$(x+2)^3 - y^3 = 4x^2 + 9x + 6 = \left(2x + \dfrac{9}{4}\right)^2 + \dfrac{15}{16} > 0 \Rightarrow y < x + 2$ (2)	0,5
	Từ (1) và (2) ta có $x < y < x+2$ mà x, y nguyên suy ra $y = x + 1$	0,5
	Thay y = x + 1 vào pt ban đầu và giải phương trình tìm được x = -1; x = 1 từ đó tìm được hai cặp số (x, y) thỏa mãn bài toán là (1 ; 2), (-1 ; 0)	0,5
Câu 3.1 (2,0đ)	Do *p* là số nguyên tố lớn hơn 3 nên *p* có dạng $p = 3k \pm 1$	0,5
	*) Nếu $p = 3k + 1$ thì $2p + 1 = 6k + 3 = 3(2k + 1)$	0,5

	$\Rightarrow 2p+1$ là hợp số (Vô lý)	
	*) Nếu $p=3k-1, k\geq 2$ thì $4p+1=12k-3=3(4k-1)$	0,5
	Do $4k-1\geq 7$ nên $4p+1$ là một hợp số.	0,5
Câu 3.2 (2,5 đ)	Điều kiện: $x\geq \dfrac{1}{2}$	0,5
	PT $\Leftrightarrow 4x^2+3x+3=4x\sqrt{x+3}+2\sqrt{2x-1}$ $\Leftrightarrow \left(4x^2-4x\sqrt{x+3}+x+3\right)+\left(1-2\sqrt{2x-1}+2x-1\right)=0$	0,5
	$\Leftrightarrow \left(2x-\sqrt{x+3}\right)^2+\left(1-\sqrt{2x-1}\right)^2=0$	0,5
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x=\sqrt{x+3} \\ 1=\sqrt{2x-1} \end{cases}$	0,5
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x^2=x+3 \\ 1=2x-1 \end{cases} \Leftrightarrow x=1$ (tmđk)	0,5
Câu 4		
Câu 4.1 (2,5 đ)	 Hình vẽ đúng.	0,5
	+PK là phân giác góc $\widehat{QPO}$ $\Rightarrow \widehat{MPE}=\widehat{KPQ}$ (*) .	0,5
	+ Tam giác OMN đều $\Rightarrow \widehat{EMP}=120^0$. + QK cũng là phân giác $\widehat{OQP}$ $\widehat{QKP}=180^0-\left(\widehat{KQP}+\widehat{KPQ}\right)$	0,5
	Mà $2\widehat{KQP}+2\widehat{KPQ}=180^0-60^0=120^0$ $\Rightarrow \widehat{QKP}=120^0$. Do đó: $\widehat{EMP}=\widehat{QKP}$ (**).	0,5
	Từ (*) và (**), ta có $\Delta MPE \backsim \Delta KPQ$	0,5
Câu 4.2 (1,0 đ)	Do hai tam giác MPE và KPQ đồng dạng nên: $\widehat{MEP}=\widehat{KQP}$	0,5
	hay: $\widehat{FEP}=\widehat{FQP}$ Suy ra, tứ giác PQEF nội tiếp được trong đường tròn.	0,5
Câu 4.3 (2,5 đ)	**Gọi D là trung điểm của đoạn PQ. Chứng minh tam giác DEF là một tam giác đều.**	
	Do hai tam giác MPE và KPQ đồng dạng nên: $\dfrac{PM}{PK}=\dfrac{PE}{PQ}$. Suy ra: $\dfrac{PM}{PE}=\dfrac{PK}{PQ}$. Ngoài ra: $\widehat{MPK}=\widehat{EPQ}$. Do đó, hai tam giác MPK và EPQ đồng dạng.	0,5
	Từ đó: $\widehat{PEQ}=\widehat{PMK}=90^0$.	0,5
	Suy ra, D là tâm của đường tròn ngoại tiếp tứ giác PQEF. Vì vậy, tam giác DEF cân tại D.	0,5
	Ta có: $\widehat{FDP}=2\widehat{FQD}=\widehat{OQP}$; $\widehat{EDQ}=2\widehat{EPD}=\widehat{OPQ}$.	0,5
	$\widehat{FDE}=180^0-\left(\widehat{FDP}+\widehat{EDQ}\right)=\widehat{POQ}=60^0$ Từ đó, tam giác DEF là tam giác đều.	0,5
Câu 5	**Cho *a, b, c* là ba số thực dương thỏa mãn: $a+b+c=3$. Chứng minh rằng:**	

(2,0 đ)	$$\frac{a+1}{1+b^2}+\frac{b+1}{1+c^2}+\frac{c+1}{1+a^2}\geq 3$$	
	Theo bất đẳng thức Cauchy ta có: $1+b^2\geq 2b$ nên: $$\frac{a+1}{1+b^2}=(a+1)-\frac{b^2(a+1)}{b^2+1}\geq(a+1)-\frac{b^2(a+1)}{2b}=a+1-\frac{ab+b}{2}$$ $$\Leftrightarrow\frac{a+1}{1+b^2}\geq a+1-\frac{ab+b}{2}$$ Tương tự ta có: $$\frac{b+1}{1+c^2}\geq b+1-\frac{bc+c}{2}\quad(2)$$ $$\frac{c+1}{1+a^2}\geq c+1-\frac{ca+a}{2}\quad(3)$$	0,5
	Cộng vế theo vế (1), (2) và (3) ta được: $$\frac{a+1}{1+b^2}+\frac{b+1}{1+c^2}+\frac{c+1}{1+a^2}\geq 3+\frac{a+b+c-ab-bc-ca}{2}\quad(*)$$	0,5
	Mặt khác: $3(ab+bc+ca)\leq\left(a+b+c\right)^2=9\Rightarrow\frac{a+b+c-ab-bc-ca}{2}\geq 0$ Nên (*) $\Leftrightarrow\frac{a+1}{1+b^2}+\frac{b+1}{1+c^2}+\frac{c+1}{1+a^2}\geq 3$ (đpcm) Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $a=b=c=1$	0,5

---------------**HẾT**--------------

Lưu ý: - Các cách giải đúng khác cho điểm tương đương với biểu điểm

- Điểm toàn bài không làm tròn

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NAM

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH
LỚP 9 THCS NĂM 2011

Môn Toán

ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian: **150** phút (*không kể thời gian giao đề*)

Bài 1.(6 điểm)

1. Cho biểu thức $A = \dfrac{\sqrt{6+2\sqrt{5-\sqrt{13+\sqrt{48}}}}}{\sqrt{3}+1}$

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tìm nghiệm nguyên của phương trình: $y^2 - A = x(A+x)(A+x^2)$

2. Gọi d_1, d_2 là các đường thẳng lần lượt có phương trình:

$$d_1 : y = 2x + 3m + 2 \text{ và } d_2 : y = (m^2+m)x - 4$$

a) Tìm m để hai đường thẳng d_1, d_2 song song.

b) Tuỳ theo giá trị của m, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$B = \left(2x - y + 3m + 2\right)^2 + \left[(m^2+m)x - y - 4\right]^2$$

Bài 2.(6 điểm)

1. Giải phương trình: $2(x^2+2) = 3\left(\sqrt{x^3+8} + 2x\right)$

2. Tìm m để phương trình sau có 4 nghiệm phân biệt:

$$x^4 + 3x^3 - (2m-1)x^2 - \left(3m+1\right)x + m^2 + m = 0$$

Bài 3.(1 điểm)

Giải hệ phương trình : $\begin{cases} x\left(2\sqrt{y-1} - x\right) + y\left(2\sqrt{x-1} - y\right) = 0 \\ x^3 + y^3 = 16 \end{cases}$

Bài 4.(6 điểm)

Cho 3 điểm cố định A, B, C phân biệt và thẳng hàng theo thứ tự đó. Đường tròn (O) đi qua B và C (O không thuộc BC). Qua A kẻ các tiếp tuyến AE và AF đến đường tròn (O) (E và F là các tiếp điểm). Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng BC, N là trung điểm của đoạn thẳng EF.

1. Chứng minh rằng: E và F nằm trên một đường tròn cố định khi đường tròn (O) thay đổi.

2. Đường thẳng FI cắt đường tròn (O) tại E'(khác F). Chứng minh tứ giác BCE'E là hình thang.

3. Chứng minh rằng: Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ONI nằm trên một đường thẳng cố định khi đường tròn (O) thay đổi.

Bài 5.(1 điểm)

Cho tam giác ABC. Xác định vị trí của điểm M nằm trong tam giác ABC sao cho $AM.BC + BM.CA + CM.AB$ đạt giá trị nhỏ nhất.

----------------------------HẾT--------------------------

(Giám thị không giải thích gì thêm)

Họ và tên: .... ***Số báo danh***:..

Chữ kí của giám thị 1................................***Chữ kí của giám thị 2***..................................

PHÒNG GIÁO DỤC – ĐÀO TẠO ĐỨC THỌ

ĐỀ THI CHỌN ĐỘI TUYỂN HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN NĂM HỌC 2013-2014
MÔN TOÁN 9
Thời gian làm bài: 150 phút

Bài 1: Rút gọn các biểu thức sau:

a) $A=\sqrt{4+\sqrt{10+2\sqrt{5}}}+\sqrt{4-\sqrt{10+2\sqrt{5}}}-\sqrt{5}$

b) $B=\dfrac{\sqrt{x^2y^2}}{xy}+\dfrac{\sqrt{(x-y)^2x^2}}{x(x-y)}-\dfrac{\sqrt{(x-y)^2y^2}}{y(x-y)}$ với $xy>0$; $x\neq y$

Bài 2: Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn $y^2+2xy-7x-12=0$

Bài 3: Giải các phương trình

a) $x\left(\dfrac{5-x}{x+1}\right)\left(x+\dfrac{5-x}{x+1}\right)=6$ b) $\sqrt{(x-2013)^{10}}+\sqrt{(x-2014)^{14}}=1$

Bài 4: Cho ΔABC vuông tại A (AC > AB), đường cao AH ($H\in BC$). Trên tia HC lấy điểm D sao cho HD = HA. Đường vuông góc với BC tại D cắt AC tại E.

a) Chứng minh rằng $\Delta BEC\sim\Delta ADC$. Tính BE theo m = AB

b) Gọi M là trung điểm của BE. Chứng minh rằng $\Delta BHM\sim\Delta BEC$. Tính $\widehat{AHM}$

c) Tia AM cắt BC tại G. Chứng minh rằng $\dfrac{GB}{BC}=\dfrac{HD}{AH+HC}$

Bài 5: a) Cho $x^3+y^3+3(x^2+y^2)+4(x+y)+4=0$ và $xy>0$

Tìm GTLN của $M=\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}$

b) Với a, b, c là các số thực dương. Chứng minh rằng

$$\frac{a^5}{a^2+ab+b^2}+\frac{b^5}{b^2+bc+c^2}+\frac{c^5}{c^2+ca+a^2}\geq\frac{a^3+b^3+c^3}{3}$$

Bài giải của Nguyễn Ngọc Hùng – THCS Hoàng Xuân Hãn

Bài 1: a) Đặt $x=\sqrt{4+\sqrt{10+2\sqrt{5}}}+\sqrt{4-\sqrt{10+2\sqrt{5}}}\Rightarrow x^2=8+2\sqrt{6-2\sqrt{5}}=8+2\left(\sqrt{5}-1\right)=6+2\sqrt{5}$

$\Rightarrow x=\sqrt{5}+1$. Do đó A = 1

b) $B=1+\dfrac{|(x-y)x|}{x(x-y)}-\dfrac{|(x-y)y|}{y(x-y)}$

Xét các trường hợp $x<y<0$; $y<x<0$; $x>y>0$ và $y>x>0$ ta đều được $B=1$

Bài 2: *Cách 1*: $y^2+2xy-7x-12=0\Leftrightarrow(x+y)^2=(x+3)(x+4)$

(x + 3)(x + 4) là tích của 2 số nguyên liên tiếp nên không thể là 1 số chính phương

Dó đó $\left[\begin{array}{l}x+3=0\\x+4=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-3\\x=-4\end{array}\right.$ Từ đó ta tìm được (x; y) ∈ {(-3; 3); (-4; 4)}

Cách 2: $y^2+2xy-7x-12=0 \Leftrightarrow 4y^2+8xy-28x-48=0 \Leftrightarrow 4y^2-49+4x(2y-7)=-1$

$\Leftrightarrow (2y-7)(2y+7+4x)=-1$ ta có $\begin{cases}2y-7=1\\2y+7+4x=-1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=-4\\y=4\end{cases}$ $\begin{cases}2y-7=-1\\2y+7+4x=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=-3\\y=3\end{cases}$

Bài 3: a) *Cách 1*: ĐKXĐ: x ≠ -1. Đặt $x\left(\dfrac{5-x}{x+1}\right)=a$ và $x+\dfrac{5-x}{x+1}=b$.

Ta có $a+b=x\left(\dfrac{5-x}{x+1}\right)+\left(x+\dfrac{5-x}{x+1}\right)=\dfrac{5x-x^2+x^2+x+5-x}{x+1}=5$

Do đó $\begin{cases}ab=6\\a+b=5\end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}a=2\\b=3\end{cases}\\ \begin{cases}a=3\\b=2\end{cases}\end{array}\right.$. Với $\begin{cases}a=2\\b=3\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x\left(\dfrac{5-x}{x+1}\right)=2\\ x+\dfrac{5-x}{x+1}=3\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x^2-3x+2=0\\x^2-3x+2=0\end{cases} \Rightarrow x^2-3x+2=0$

$\Leftrightarrow (x-1)(x-2)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=1\\x=2\end{array}\right.$

Với $\begin{cases}a=3\\b=2\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x\left(\dfrac{5-x}{x+1}\right)=3\\ x+\dfrac{5-x}{x+1}=2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x^2-2x+3=0\\x^2-2x+3=0\end{cases} \Rightarrow x^2-2x+3=0 \Leftrightarrow (x-1)^2+2=0$, vô nghiệm

Vậy phương trình có tập nghiệm S = {1; 2}

Cách 2: $x\left(\dfrac{5-x}{x+1}\right)\left(x+\dfrac{5-x}{x+1}\right)=6 \Leftrightarrow (5x-x^2)(x^2+5)=6(x+1)^2 \Leftrightarrow x^4-5x^3+11x^2-13x+6=0$

$\Leftrightarrow x^4-5x^3+11x^2-13x+6=0 \Leftrightarrow (x^2-3x+2)(x^2-2x+3)=0$

Từ đó ta tìm được tập nghiệm S = {1; 2}

b) $\sqrt{(x-2013)^{10}}+\sqrt{(x-2014)^{14}}=1 \Leftrightarrow |x-2013|^5+|x-2014|^7=1$

Ta có x = 2013, x = 2014 là 2 nghiệm của phương trình. Ta chứng minh 2 nghiệm này là duy nhất

Xét x < 2013 $\Rightarrow x-2014<-1 \Rightarrow |x-2014|>1 \Rightarrow |x-2014|^7>1 \Rightarrow |x-2013|^5+|x-2014|^7>1$

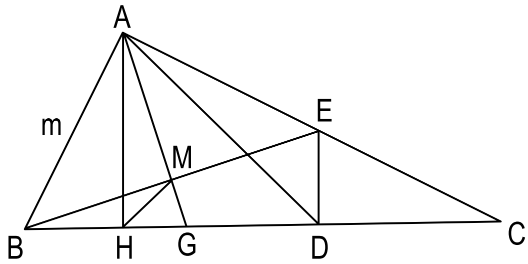
Xét 2013 < x < 2014 $\Rightarrow \begin{cases}0<x-2013<1\\-1<x-2014<0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}0<|x-2013|<1\\0<|x-2014|<1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}|x-2013|^5<|x-2013|\\|x-2014|^7<|x-2014|\end{cases}$

$\Leftrightarrow |x-2013|^5+|x-2014|^7<|x-2013|+|x-2014|=x-2013+2014-x=1$

Xét x > 2014 $\Rightarrow x-2014<-1 \Rightarrow |x-2013|>1 \Rightarrow |x-2013|^5>1 \Rightarrow |x-2013|^5+|x-2014|^7>1$

Vậy phương trình có nghiệm x = 2013, x = 2014

Bài 4: a) Xét ΔEDC và ΔBAC có $\begin{cases}\widehat{EDC}=\widehat{BAC}=90^0\,(gt)\\ \widehat{C}\text{ chung}\end{cases}$



$\Rightarrow$ ΔEDC ~ ΔBAC (g – g) $\Rightarrow \dfrac{EC}{DC}=\dfrac{BC}{AC}$

Xét ΔBEC và ΔADC có

$$\begin{cases} \dfrac{EC}{DC} = \dfrac{BC}{AC} \\ \widehat{C} \text{ chung} \end{cases} \Rightarrow \Delta BEC \sim \Delta ADC \text{ (c – g - c)}$$

$\Rightarrow \widehat{BEC} = \widehat{ADC}$. Mặt khác AH = HD (gt) nên

$\Rightarrow \widehat{ADH} = 45^0 \Rightarrow \widehat{ADC} = 135^0 \Rightarrow \widehat{BEC} = 135^0 \Rightarrow \widehat{AEB} = 45^0 \Rightarrow \Delta AEB$ vuông cân tại A.

Do đó $BE = m\sqrt{2}$

b) Xét ΔAHB và ΔCAB có $\begin{cases} \widehat{AHB} = \widehat{CAB} = 90^0 (gt) \\ \widehat{B} \text{ chung} \end{cases} \Rightarrow \Delta AHB \sim \Delta CAB$ (g – g)

$$\Rightarrow \frac{AB}{BC} = \frac{BH}{AB} \Rightarrow AB^2 = BH.BC \Rightarrow 2AB^2 = 2BH.BC \Rightarrow BE^2 = 2BH.BC \Rightarrow \frac{BE}{2BC} = \frac{BH}{BE} \Rightarrow \frac{BM}{BC} = \frac{BH}{BE}$$

(Vì BE = 2BM). Xét ΔBHM và ΔBEC có $\begin{cases} \dfrac{BM}{BC} = \dfrac{BH}{BE} \\ \widehat{MBH} \text{ chung} \end{cases} \Rightarrow \Delta BHM \sim \Delta BEC$ (c – g - c)

$\Rightarrow \widehat{BHM} = \widehat{BEC} = 135^0 \Rightarrow \widehat{AHM} = 45^0$

c) Xét ΔAHC và ΔBAC có $\begin{cases} \widehat{AHC} = \widehat{BAC} = 90^0 (gt) \\ \widehat{C} \text{ chung} \end{cases} \Rightarrow \Delta AHC \sim \Delta BAC$ (g – g) $\Rightarrow \dfrac{AH}{HC} = \dfrac{AB}{AC}$ (1)

Mặt khác ΔAEB vuông cân tại A có AM là trung tuyến thì AM cũng là phân giác hay AG là đường phân giác của ΔABC. Suy ra $\dfrac{GB}{GC} = \dfrac{AB}{AC}$ (2). Từ (1) và (2) ta có:

$$\frac{GB}{GC} = \frac{AH}{HC} \Rightarrow GB.HC = AH.GC \Rightarrow GB.HC = AH.(BC - GB) \Rightarrow GB.HC = AH.BC - AH.GB$$

$\Rightarrow AH.GB + GB.HC = HD.BC$ (Vì HD = AH) $\Rightarrow GB.(AH + HC) = HD.BC \Rightarrow \dfrac{GB}{BC} = \dfrac{HD}{AH + HC}$

Bài 5: a) $x^3 + y^3 + 3(x^2 + y^2) + 4(x + y) + 4 = 0$

$\Leftrightarrow (x+y)(x^2 - xy + y^2) + 2(x^2 - xy + y^2) + (x^2 + 2xy + y^2) + 4(x+y) + 4 = 0$

$\Leftrightarrow (x^2 - xy + y^2)(x + y + 2) + (x + y + 2)^2 = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}(x + y + 2)(2x^2 - 2xy + 2y^2 + 2x + 2y + 4) = 0$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2}(x + y + 2)\left[(x - y)^2 + (x + 1)^2 + (y + 1)^2 + 2\right] = 0 \Leftrightarrow x + y + 2 = 0 \Leftrightarrow x + y = -2$

Mà xy > 0 do đó x, y < 0

Áp dụng BĐT CauChy ta có $\sqrt{(-x)(-y)} \le \dfrac{(-x) + (-y)}{2} = 1$ nên $xy \le 1$, do đó $\dfrac{-2}{xy} \le -2$

Vậy $M = \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} = \dfrac{x + y}{xy} \le -2$, GTLN của M là -2. Đạt được khi x = y = -1

b) *Cách 1*: Ta có: $\dfrac{a^3}{a^2 + ab + b^2} \ge \dfrac{2a - b}{3} \Leftrightarrow 3a^3 \ge (2a - b)(a^2 + ab + b^2) \Leftrightarrow a^3 + b^3 \ge ab(a + b)$

$\Leftrightarrow a^2 - ab + b^2 \ge ab \Leftrightarrow (a - b)^2 \ge 0$ luôn đúng.

Do đó $\dfrac{a^3}{a^2 + ab + b^2} \ge \dfrac{2a - b}{3} \Leftrightarrow \dfrac{a^5}{a^2 + ab + b^2} \ge \dfrac{2a^3 - a^2 b}{3}$. Chứng minh tương tự ta được

$$\frac{a^5}{a^2+ab+b^2}+\frac{b^5}{b^2+bc+c^2}+\frac{c^5}{c^2+ca+a^2}\ge\frac{a^3+b^3+c^3}{3}+\frac{a^3+b^3+c^3-a^2b-b^2c-c^2a}{3}$$

Mặt khác: Vai trò a, b, c như nhau nên giả sử $a\ge b\ge c>0$

$$a^3+b^3+c^3-a^2b-b^2c-c^2a=a^2(a-b)+b^2(b-c)+c^2(c-a)$$

$$=a^2(a-b)+b^2(b-a+a-c)+c^2(c-a)=(a-b)^2(a+b)+(a-c)(b-c)(b+c)\ge 0$$

Từ đó suy ra $\frac{a^5}{a^2+ab+b^2}+\frac{b^5}{b^2+bc+c^2}+\frac{c^5}{c^2+ca+a^2}\ge\frac{a^3+b^3+c^3}{3}$. Dấu "=" xảy ra khi a = b = c

Cách 2: Áp dụng BĐT Bunhia mở rộng ta có

$$\frac{a^5}{a^2+ab+b^2}+\frac{b^5}{b^2+bc+c^2}+\frac{c^5}{c^2+ca+a^2}=\frac{a^6}{a^3+a^2b+ab^2}+\frac{b^6}{b^3+b^2c+bc^2}+\frac{c^6}{c^3+c^2a+ca^2}$$

$$\ge\frac{(a^3+b^3+c^3)^2}{a^3+b^3+c^3+a^2b+ab^2+b^2c+bc^2+c^2a+ca^2}$$

Mặt khác $(a-b)^2\ge 0\Leftrightarrow a^2-ab+b^2\ge ab\Leftrightarrow a^3+b^3\ge ab(a+b)$ tương tự $b^3+c^3\ge bc(b+c)$

$c^3+a^3\ge ca(c+a)$. Suy ra $2(a^3+b^3+c^3)\ge ab(a+b)+bc(b+c)+ca(c+a)\Leftrightarrow$

$3(a^3+b^3+c^3)\ge a^3+b^3+c^3+ab(a+b)+bc(b+c)+ca(c+a)$

$$\Rightarrow\frac{(a^3+b^3+c^3)^2}{a^3+b^3+c^3+a^2b+ab^2+b^2c+bc^2+c^2a+ca^2}\ge\frac{a^3+b^3+c^3}{3}$$

__Dự đoán:__ Mỗi câu 1 đ theo thang điểm 10 và mỗi câu 2 đ theo thang điểm 20

PHÒNG GD&ĐT BÌNH GIANG

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI VÒNG I
NĂM HỌC 2012-2013
MÔN: TOÁN - LỚP 9
(Thời gian làm bài: 150 phút)

Câu I (2,0 điểm).

Cho biểu thức: $A = \frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1} + \frac{1}{1-\sqrt{x}}$ với $x \ge 0, x \ne 1$

1) Rút gọn A

2) Chứng tỏ rằng: $A < \frac{1}{3}$

Câu II (2,0 điểm).

1) Giải phương trình: $x - \sqrt{x-15} = 17$

2) Tìm x, y sao cho: $5x - 2\sqrt{x}\left(2+y\right) + y^2 + 1 = 0$

Câu III (2,0 điểm).

1) Tìm số nguyên x, sao cho : $x^2 + x - p = 0$ với p là số nguyên tố.

2) Tìm m để hàm số bậc nhất $y = \frac{m^2 - 2013m + 2012}{m^2 - 2\sqrt{2}m + 3}x - 2011$ là hàm số nghịch biến.

Câu IV (3,0 điểm).

1) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O ; R), hai đường cao BE và CF của tam giác cắt nhau tại H. Kẻ đường kính AK của đường tròn (O ; R), gọi I là trung điểm của BC.

a) Chứng minh AH = 2.IO.

b) Biết $\widehat{BAC} = 60^0$, tính độ dài dây BC theo R.

2) Cho $\Delta ABC(\widehat{A} = 90^0)$, BC = a. Gọi bán kính của đường tròn nội tiếp ΔABC là r. Chứng minh rằng: $\frac{r}{a} \le \frac{\sqrt{2}-1}{2}$.

Câu V (1,0 điểm).

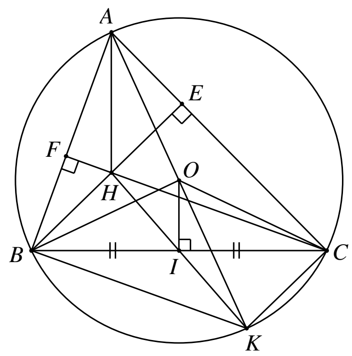
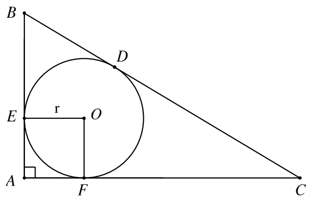
Cho $x + 3y \ge 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $C = x^2 + y^2$

———— Hết ————

HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ THI CHỌN HSG VÒNG I NĂM HỌC 2012-2013

MÔN: TOÁN - LỚP 9

Câu	Phần	Nội dung	Điểm
Câu I (2,0 điểm)	**1** (1,0 đ)	$A=\frac{x+2}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)}+\frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1}-\frac{1}{\sqrt{x}-1}$	0.25
		$A=\frac{x+2+x-1-x-\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)}$	0.25
		$A=\frac{x-\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)}$	0.25
		$A=\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)}=\frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1}$, với $x\ge 0,\ x\ne 1$	0.25
	2 (1,0 đ)	Xét $\frac{1}{3}-A=\frac{1}{3}-\frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1}=\frac{(\sqrt{x}-1)^2}{3(x+\sqrt{x}+1)}$	0.50
		Do $x\ge 0,\ x\ne 1$ $\Rightarrow(\sqrt{x}-1)^2>0$ và $x+\sqrt{x}+1=\left(\sqrt{x}+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}>0$	0.25
		$\Rightarrow\frac{1}{3}-A>0\Leftrightarrow A<\frac{1}{3}$	0.25
Câu II (2,0 điểm)	**1** (1,0 đ)	ĐKXĐ: $x\ge 15$ $x-\sqrt{x-15}=17\Leftrightarrow x-15-\sqrt{x-15}-2=0$	0.25
		Đặt $t=\sqrt{x-15}$ $(t\ge 0)\Rightarrow t^2-t-2=0$	0.25
		$\Leftrightarrow(t-2)(t+1)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=2\ (\text{TMĐK})\\ t=-1\ (\text{loại})\end{array}\right.$	0.25
		Với $t=2\Rightarrow\sqrt{x-15}=2\Leftrightarrow x-15=4\Leftrightarrow x=19$ (TMĐK)	0.25
	2 (1,0 đ)	ĐKXĐ: $x\ge 0$ $5x-2\sqrt{x}(2+y)+y^2+1=0\Leftrightarrow 4x-4\sqrt{x}+1+x-2y\sqrt{x}+y^2=0$	0.25
		$\Leftrightarrow(2\sqrt{x}-1)^2+(\sqrt{x}-y)^2=0$ (1)	0.25
		Vì $(2\sqrt{x}-1)^2\ge 0,\ (\sqrt{x}-y)^2\ge 0\ \forall x\ge 0, y$ $\Rightarrow(2\sqrt{x}-1)^2+(\sqrt{x}-y)^2\ge 0$.	0.25
		Để (1) xẩy ra thì $\begin{cases}2\sqrt{x}-1=0\\ \sqrt{x}-y=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\frac{1}{4}\\ y=\frac{1}{2}\end{cases}$ (TM)	0.25
Câu III (2,0 điểm)	**1** (1,0 đ)	Theo bài ra: $p=x^2+x=x(x+1)$ mà x, x + 1 là số nguyên liên tiếp nên $x(x+1)$ là số chẵn $\Rightarrow$ p là số chẵn.	0.25
		Mặt khác p là số nguyên tố nên p = 2	0.25
		$\Rightarrow x^2+x-2=0\Leftrightarrow(x+2)(x-1)=0\Leftrightarrow$ x = 1 hoặc x = - 2 (TM)	0.50

	2 (1,0 đ)	Để hàm số $y=\frac{m^2-2013m+2012}{m^2-2\sqrt{2}m+3}x-2011$ nghịch biến thì $\frac{m^2-2013m+2012}{m^2-2\sqrt{2}m+3}<0$ (1). $m^2-2\sqrt{2}m+3=\left(m-\sqrt{2}\right)^2+1>0\,\forall m$ (1) $\Leftrightarrow m^2-2013m+2012<0\Leftrightarrow (m-1)(m-2012)<0$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}m-1>0\\ m-2012<0\end{cases}\\ \begin{cases}m-1<0\\ m-2012>0\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}m>1\\ m<2012\end{cases}\\ \begin{cases}m<1\\ m>2012\end{cases}\end{array}\right.$ $\Rightarrow 1<m<2012$	0.25 0.25 0.25 0.25
Câu IV (3,0 điểm)	**1a** (1,0 đ)	 Vì B, C thuộc đường tròn đường kính AK $\Rightarrow \widehat{ABK}=\widehat{ACK}=90^0$ $\Rightarrow KB\perp AB, KC\perp AC$ $CH\perp AB, BH\perp AC$ (gt) $\Rightarrow BK//CH, CK//BH$ $\Rightarrow BHCK$ là hình bình hành I là trung điểm của BC (gt) $\Rightarrow$ I là trung điểm của HK O là trung điểm của AK (gt) $\Rightarrow$ OI là đường trung bình của ΔKAH $\Rightarrow OI=\frac{1}{2}AH\Rightarrow AH=2.IO$	0.25 0.25 0.25 0.25
	1b (1,0 đ)	$OA=OC\Rightarrow \Delta OAC$ cân tại O $\Rightarrow \widehat{OAC}=\widehat{OCA}$ $\widehat{KOC}=\widehat{OAC}+\widehat{OCA}$ (T/c góc ngoài của tam giác) $\Rightarrow \widehat{KOC}=2.\widehat{OAC}$ Chứng minh tương tự: $\widehat{KOB}=2.\widehat{OAB}$ $\Rightarrow \widehat{KOC}+\widehat{KOB}=2\left(\widehat{OAC}+\widehat{OAB}\right)\Rightarrow \widehat{BOC}=2.\widehat{BAC}=120^0$ $OB=OC\Rightarrow \Delta OBC$ cân tại O $\Rightarrow \widehat{OCI}=\left(180^0-120^0\right):2=30^0$ Vì I là trung điểm của BC (gt) $\Rightarrow OI\perp BC$ Trong $\Delta OIC\left(\hat{I}=90^0\right)$: $IC=OC.\cos30^0=R.\frac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow BC=R\sqrt{3}$	0.25 0.25 0.25 0.25
	2 (1,0 đ)	 $\frac{r}{a}\le\frac{\sqrt{2}-1}{2}\Leftrightarrow 2r\le a\sqrt{2}-a\Leftrightarrow 2r+a\le a\sqrt{2}$ C/m được AB + AC = 2r + a $\Rightarrow AB+AC\le BC\sqrt{2}$ $\Leftrightarrow AB^2+2AB.AC+AC^2\le 2BC^2$ $\Leftrightarrow AB^2+2AB.AC+AC^2\le 2AB^2+2AC^2$ $\Leftrightarrow (AB-AC)^2\ge 0\,(1)$ BĐT (1) đúng $\Rightarrow \frac{r}{a}\le\frac{\sqrt{2}-1}{2}$, dấu "=" xảy ra khi ΔABC v/cân tại A.	0.25 0.25 0.25 0.25
Câu V (1,0 điểm)	(1,0 đ)	Do $x+3y\ge1$, đặt $x+3y=1+a$ với $a\ge0$ $\Rightarrow$ x = 1 + a – 3y, thay vào	

		biểu thức C: $\Rightarrow C = 10y^2 - 6ay - 6y + a^2 + 2a + 1$ $C = 10\left[y - \frac{3}{10}(a+1)\right]^2 + \frac{1}{10}(a^2 + 2a) + \frac{1}{10} \geq \frac{1}{10}$. $\Rightarrow \min C = \frac{1}{10}$ khi: $\begin{cases} y - \frac{3}{10}(a+1) = 0 \\ a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{3}{10} \\ a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{3}{10} \\ x + 3y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{3}{10} \\ x = \frac{1}{10} \end{cases}$	0.25 0.50 0.25

**** Học sinh làm bằng cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa.***