SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BẮC GIANG

ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề thi có 01 trang)

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI VĂN HOÁ CẤP TỈNH
NĂM HỌC 2017-2018
MÔN THI: TOÁN - LỚP 9
Ngày thi: 17 / 3 / 2018
Thời gian làm bài 150 phút, không kể thời gian giao đề

Câu 1 (6,0 *điểm*)

1) Cho biểu thức: $A=\left(\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}+\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}+\dfrac{3\sqrt{x}+1}{1-x}\right):\left(\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}-\dfrac{2}{x-1}\right)$, với $x\ge 0; x\ne 1$.

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tìm x để biểu thức A đạt giá trị nhỏ nhất.

2) Tìm giá trị của tham số m để phương trình $x^2-2(m+1)x+m=0$ có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 thỏa mãn $\dfrac{2x_1-1}{x_2}+\dfrac{2x_2-1}{x_1}=x_1x_2+\dfrac{3}{x_1x_2}$.

Câu 2 (4,0 *điểm*)

1) Giải phương trình $\sqrt{2x^2+x+6}+\sqrt{x^2+x+2}=x+\dfrac{4}{x}$.

2) Giải hệ phương trình $\begin{cases}x^3+x+2=2y\\ 3\left(x^2+x\right)=y^3-y\end{cases}$ $(x,y\in\mathbb{R})$.

Câu 3 (3,0 *điểm*)

1) Tìm tất cả các cặp số nguyên $(x;y)$ sao cho $3\left(x^4-y^2\right)=2\left(x^2-y\right)+7$.

2) Cho biểu thức $B=\dfrac{1}{16}+\dfrac{2}{16^2}+\dfrac{3}{16^3}+...+\dfrac{2018}{16^{2018}}$. Hãy so sánh hai số B^{2017} và B^{2018}.

Câu 4 (6,0 *điểm*)

1) Cho hai đường tròn $(O;4cm),(I;2cm)$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt A,B sao cho $\widehat{OAI}\ne 90^0$. Tiếp tuyến của đường tròn (O) tại A cắt đường tròn (I) tại C khác A. Tiếp tuyến của đường tròn (I) tại A cắt đường tròn (O) tại D khác A. Gọi E là giao điểm của AB và CD. Gọi P,Q lần lượt là trung điểm của AD,CD. Chứng minh:

a) Hai tam giác APQ, ABC đồng dạng.

b) $ED=4EC$.

2) Cho hình vuông $ABCD$ nội tiếp đường tròn (O). Điểm E thuộc cung nhỏ CD của đường tròn (O), E khác C và D. EA cắt DB, DC lần lượt tại M và N; EB cắt CA,CD lần lượt tại P và Q. Gọi G là giao điểm của CM và DP. Chứng minh $\dfrac{GM}{EM}+\dfrac{GP}{EP}+\dfrac{NQ}{CD}=1$.

Câu 5 (1,0 *điểm*) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\dfrac{(x^3+y^3)-(x^2+y^2)}{(x-1)(y-1)}$, trong đó x,y là các số thực lớn hơn 1.

------ HẾT ------

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

UBND TỈNH BẮC NINH
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi có 01 trang)

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH
NĂM HỌC 2017 – 2018
***Môn thi*: Toán – Lớp 9**
***Thời gian làm bài*: 150 phút** *(không kể thời gian giao đề)*

Câu 1. ***(4,0 điểm)***

1) Rút gọn biểu thức $P=\dfrac{\sqrt{x+2\sqrt{x-1}}+\sqrt{x-2\sqrt{x-1}}}{\sqrt{x+\sqrt{2x-1}}-\sqrt{x-\sqrt{2x-1}}}$, với $x\geq 2$.

2) Cho x là số thực dương thỏa mãn điều kiện $x^2+\dfrac{1}{x^2}=7$. Tính giá trị các biểu thức: $A=x^3+\dfrac{1}{x^3}; B=x^7+\dfrac{1}{x^7}$.

Câu 2. ***(4,0 điểm)***

1) Cho phương trình $x^2+(m^2+1)x+m-2=0(1), m$ là tham số. Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $\dfrac{2x_1-1}{x_2}+\dfrac{2x_2-1}{x_1}=x_1x_2+\dfrac{55}{x_1x_2}$.

2) Giải hệ phương trình $\begin{cases}(x+1)^2+y=xy+4\\ 4x^2-24x+35=5\left(\sqrt{3y-11}+\sqrt{y}\right)\end{cases}$

Câu 3. ***(3,5 điểm)***

1) Tìm tất cả các số nguyên dương m, n sao cho $m+n^2$ chia hết cho m^2-n và $n+m^2$ chia hết cho n^2-m.

2) Cho tập A gồm 16 số nguyên dương đầu tiên. Hãy tìm số dương k nhỏ nhất có tính chất: Trong mỗi tập con gồm k phần tử của A đều tồn tại hai số phân biệt a, b sao cho a^2+b^2 là số nguyên tố.

Câu 4. ***(6,0 điểm)***

Cho tam giác ABC cân tại $A\left(\widehat{BAC}>90^0\right)$ nội tiếp đường tròn (O) bán kính R, M là điểm nằm trên cạnh $BC(BM>CM)$. Gọi D là giao điểm của AM và đường tròn (O) (D khác A), điểm H là trung điểm đoạn thẳng BC. Gọi E là điểm chính giữa cung lớn $\overset{\frown}{BC}$, ED cắt BC tại N.

1) Chứng minh rằng $MA.MD=MB.MC$ và $BN.CM=BM.CN$.

2) Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BMD. Chứng minh rằng ba điểm B, I, E thẳng hàng.

3) Khi $2AB=R$, xác định vị trí của M để $2MA+AD$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 5. ***(2,5 điểm)***

1) Cho x, y, z là các số thực không âm thỏa mãn $x+y+z=3$ và $xy+yz+zx\neq 0$. Chứng minh rằng

$$\frac{x+1}{y+1}+\frac{y+1}{z+1}+\frac{z+1}{x+1}\leq\frac{25}{3\sqrt[3]{4(xy+yz+zx)}}.$$

2) Cho tam giác ABC vuông tại C có CD là đường cao, X là điểm thuộc đoạn CD, K là điểm thuộc đoạn AX sao cho $BK=BC, T$ thuộc đoạn BX sao cho $AT=AC, AT$ cắt BK tại M. Chứng minh rằng $MK=MT$.

HẾT

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH QUẢNG TRỊ
ĐỀ CHÍNH THỨC

KÌ THI CHỌN HSG VĂN HÓA THCS
Khóa thi ngày 20 tháng 3 năm 2018

Câu 1:

1. Rút gọn biểu thức A=$\frac{2\sqrt{x}-13}{x-5\sqrt{x}+6}-\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2}-\frac{2\sqrt{x}+1}{3-\sqrt{x}}$ với $x \geq 0, x \neq 4, x \neq 9$

2. Gỉa sử a là nghiệm âm của phương trình $\sqrt{3}x^2+\sqrt{2}x-2=0$. Không giải phương trình, tính giá trị biểu thức P=$\sqrt{3x^4+(4\sqrt{2}-4)a-2}-\sqrt{3}a^2$

Câu 2:

1. Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} x^2-2y^2 & = 7x \\ y^2-2x^2 & = 7y \end{cases}$$

2. Giải phương trình $3x^2+65=2x(17-\sqrt{2x-1})$

Câu 3:

Cho các số thực dương a,b,c thỏa mãn $ab^2+bc^2+ca^2-abc=0$. Chứng minh:$\sqrt{\frac{b}{a}}+\sqrt{\frac{c}{b}}+\sqrt{\frac{a}{c}} \leq 1$

Câu 4:

1. Cho hình vuông ABCD, lấy điểm E trên BC (P khác B và C); đường thẳng qua B vuông góc với DE cắt DE tại H và cắt CD tại K. Gọi M là giao điểm của BD và AH.

a) Chứng minh E, K, M thẳng hàng.

b) Chứng minh E là tâm đường tròn nội tiếp tam giác HMC.

2. Cho tam giác ABC, P thuộc BC (P khác B và C); Q và R lần lượt là 2 điểm đối xứng với P qua AC, AB. Lấy điểm M nằm trên đường tròn ngoại tiếp tam giác AQR sao cho AM song song với BC. Chứng minh đường thẳng PM luôn đi qua 1 điểm cố định khi P thay đổi trên BC .

Câu 5:

1. Trên mặt phẳng lấy 21 điểm bất kì trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng; mỗi điểm được tô bởi 1 trong 4 màu đỏ, cam, vàng, lục. Các đoạn thẳng nối hai trong 21 điểm đó được tô bởi một trong 2 màu chàm tím. Xét các tam giác có 3 đỉnh thuộc các điểm đã cho, chứng minh tồn tại tam giác có 3 đỉnh cùng màu và 3 cạnh cùng màu.

2. Giả sử n là STN, n≥ 2. Xét các STN dạng $a_n=\overline{11...1}$ được viết bởi n chữ số 1. Chứng minh rằng nếu a_n là 1 số nguyên tố thì n là ước của a_n-1

-- Hết --

Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay

SỞ GD & ĐT SƠN LA

---- o0o ----

ĐỀ CHÍNH THỨC

KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH

LỚP 9 NĂM HỌC 2017-2018

MÔN TOÁN

Thời gian làm bài: 150 phút

Câu 1: 1) Cho biểu thức $P=\frac{x^2+\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}+1}-\frac{2x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}}+1$

a) Rút gọn P

b) Biết 0 < x < 1, hãy so sánh P với $|P|$

c) Tìm GTNN của P

2) Cho $f(x)=\left(2x^3-21x-29\right)^{2018}$. Tính f(x) tại $x=\sqrt[3]{7+\sqrt{\frac{49}{8}}}+\sqrt[3]{7-\sqrt{\frac{49}{8}}}$

Câu 2: a) Giải phương trình $\sqrt{x-1}+\sqrt{x^3+x^2+x+1}=1+\sqrt{x^4-1}$

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases}\sqrt{3x}\left(1+\frac{1}{x+y}\right)=2\\ \sqrt{7y}\left(1-\frac{1}{x+y}\right)=4\sqrt{2}\end{cases}$

Câu 3: Cho x, y, z > 0 thỏa mãn $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=3$

Chứng minh rằng $\frac{x}{x^4+1+2xy}+\frac{y}{y^4+1+2yz}+\frac{z}{z^4+1+2zx}\le\frac{3}{4}$

Câu 4: a) Cho tam giác ABC nhọn trực tâm H, trên đoạn BH lấy điểm M và trên đoạn CH lấy điểm N sao cho $\widehat{AMC}=\widehat{ANB}=90^0$. Chứng minh rằng AM = AN

b) Cho tam giác ABC, trên các cạnh BC, CA, AB lần lượt lấy các điểm D, M, N (không trùng với các đỉnh của tam giác). Chứng minh rằng trong các tam giác AMN, BDN, CDM có ít nhất một tam giác mà diện tích không vượt quá diện tích tam giác ABC

Câu 5: Trong một hình vuông có cạnh bằng 6, ta có một số các đường tròn có tổng chu vi bằng 2018. Chứng minh rằng tồn tại một đường thẳng cắt ít nhất 108 đường tròn trong chúng

...VÀ ĐÀO TẠO
THANH HÓA

ĐỀ CHÍNH THỨC

Số báo danh
.0331453.................

KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH
NĂM HỌC 2017-2018

Môn thi: TOÁN - Lớp 9 THCS
Thời gian: **150 phút** *(không kể thời gian giao đề)*
Ngày thi: 10 tháng 3 năm 2018
(Đề thi có 01 trang, gồm 05 câu)

Câu I ***(4,0 điểm).***

1. Cho biểu thức $P=\frac{x-2\sqrt{x}}{x\sqrt{x}-1}+\frac{\sqrt{x}+1}{x\sqrt{x}+x+\sqrt{x}}+\frac{1+2x-2\sqrt{x}}{x^2-\sqrt{x}}$, với $x>0, x\neq 1$. Rút gọn P và tìm tất cả các giá trị của x sao cho giá trị của P là một số nguyên.

2. Tính giá trị của biểu thức $P=\frac{4(x+1)x^{2018}-2x^{2017}+2x+1}{2x^2+3x}$ tại $x=\sqrt{\frac{1}{2\sqrt{3}-2}-\frac{3}{2\sqrt{3}+2}}$.

Câu II ***(4,0 điểm).***

1. Biết phương trình $(m-2)x^2-2(m-1)x+m=0$ có hai nghiệm tương ứng là độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông. Tìm m để độ dài đường cao ứng với cạnh huyền của tam giác vuông đó bằng $\frac{2}{\sqrt{5}}$.

2. Giải hệ phương trình $\begin{cases}(x+y)^2(8x^2+8y^2+4xy-13)+5=0\\ 2x+\frac{1}{x+y}=1\end{cases}$

Câu III ***(4,0 điểm).***

1. Tìm nghiệm nguyên của phương trình $y^2-5y+62=(y-2)x^2+(y^2-6y+8)x$.

2. Cho a, b là các số nguyên dương thỏa mãn $p=a^2+b^2$ là số nguyên tố và $p-5$ chia hết cho 8. Giả sử x, y là các số nguyên thỏa mãn ax^2-by^2 chia hết cho p. Chứng minh rằng cả hai số x, y chia hết cho p.

Câu IV ***(6,0 điểm).***

Cho tam giác ABC có $(O), (I), (I_a)$ theo thứ tự là các đường tròn ngoại tiếp, đường tròn nội tiếp và đường tròn bàng tiếp đối diện đỉnh A của tam giác với các tâm tương ứng là O, I, I_a. Gọi D là tiếp điểm của (I) với BC, P là điểm chính giữa cung $\widehat{BAC}$ của (O), PI_a cắt (O) tại điểm K. Gọi M là giao điểm của PO và BC, N là điểm đối xứng với P qua O.

1. Chứng minh IBI_aC là tứ giác nội tiếp.

2. Chứng minh NI_a là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác I_aMP.

3. Chứng minh $\widehat{DAI}=\widehat{KAI_a}$.

Câu V ***(2,0 điểm).***

Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn $x\geq z$. Chứng minh rằng

$$\frac{xz}{y^2+yz}+\frac{y^2}{xz+yz}+\frac{x+2z}{x+z}\geq\frac{5}{2}.$$

ĐỀ THI HSG CẤP TỈNH NĂM HỌC 2017-2018

MÔN TOÁN – 150 PHÚT

<u>Bài 1: (4,0đ)</u>

1) Tính giá trị của biểu thức:

$$A = \frac{(1.2.3) + (2.4.6) + (3.6.9) + ... + (337.674.1011)}{(1.3.6) + (2.6.12) + (3.9.18) + ... + (337.1011.2022)}$$

2) Tính giá trị của biểu thức: $B = \sqrt{14^3 + 15^3 + 16^3 + ... + 24^3 + 25^3}$

3) Tìm hai chữ số tận cùng của số 7^{5^4}

<u>Bài 2: (4,0đ)</u>

1) Cho a, b, c là ba số thực thoả $a + b = c - 1$ và $ab = c^2 - 7c + 14$. Tìm giá trị lớn nhất của $A = a^2 + b^2$.

2) Cho số tự nhiên $\overline{abc}$ với a, b, c khác nhau đôi một, đặt $L = \frac{\overline{abc}}{a+b+c}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của 10L.

<u>Bài 3: (4,0đ)</u>

1) Tìm tất cả các cặp số (x, y) với x là số nguyên và y là số chính phương, sao cho $y = (x - 90)^2 - 4907$.

2) Tìm tất cả các cặp số nguyên dương (n, m) thỏa mãn $3.2^m + 1 = n^2$.

<u>Bài 4: (2,0đ)</u>

Đặt $P_k = 1 + \frac{1}{k} - \frac{1}{k^2} - \frac{1}{k^3}$ với k là số nguyên dương. Tìm số nguyên dương n nhỏ nhất sao cho tích $P_2.P_3.P_4...P_n$ lớn hơn 2018.

<u>Bài 5: (3,0đ)</u> Cho ABCD là hình thang vuông với AD song song BC (AD < BC) và $\widehat{ADC} = 90^0$. Gọi M là trung điểm của AB và $CM = \frac{13}{2}$. Tìm diện tích của hình thang ABCD, biết BC + CD + DA = 17.

<u>Bài 6: (3,0đ)</u> Lấy điểm P trên nửa đường tròn đường kính AB. Gọi L là chân đoạn vuông góc kẻ từ P lên AB (L thuộc AB) và K là trung điểm của PB. Các tiếp tuyến tại A và P với nửa đường tròn cắt nhau tại điểm Q. Giao điểm của PL với QB là M và giao điểm của KL với QB là N. Giả sử $\frac{AQ}{AB} = \frac{5}{12}$, QM = 25cm. Tính độ dài đoạn thẳng MN.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TUYÊN QUANG

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH LỚP 9 THCS
NĂM HỌC 2017-2018
MÔN THI: TOÁN

Thời gian làm bài: 150 phút
(không kể thời gian giao đề)

(Đề này có 01 trang)

Họ và tên: .... *Số báo danh:* ....

Bài 1 (*3,0 điểm*). Cho $x = \dfrac{\sqrt{3+\sqrt{5}} + \sqrt{3-\sqrt{5}}}{\sqrt{2}}$.

Tính $\mathrm{P} = \left(1 + 5\mathrm{x}^{2015} - \mathrm{x}^{2017}\right)^{2018}$.

Bài 2 (*6,0 điểm*). Giải phương trình và hệ phương trình sau

a) $\sqrt{4x^2+5x+1} - 2\sqrt{x^2-x+1} = 9x-3$.

b) $\begin{cases} \sqrt{x+y+1}+1 = (x+y)^2 + \sqrt{2x+2y} \\ x^2 - xy = 3 \end{cases}$

Bài 3 (*4,0 điểm*).

a) Chứng minh rằng $\mathrm{A} = \mathrm{n}^8 + 4\mathrm{n}^7 + 6\mathrm{n}^6 + 4\mathrm{n}^5 + \mathrm{n}^4$ chia hết cho 16 với mọi n là số nguyên.

b) Tìm nghiệm nguyên dương của phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + xyz = 20$.

Bài 4 (*6,0 điểm*). Từ một điểm E ở ngoài đường tròn (O) vẽ hai tiếp tuyến EB, ED với đường tròn (B, D là tiếp điểm) và một cát tuyến qua E cắt đường tròn tại hai điểm phân biệt A, C.

a) Chứng minh hai tam giác EAD và EDC đồng dạng.

b) Chứng minh AD.BC=CD.AB.

c) Gọi (d) là đường thẳng qua B và song song với ED, (d) cắt DA, DC lần lượt tại M và N. Chứng minh BM=BN.

Bài 5 (1,0 *điểm*). Cho số thực x thỏa mãn $2 \le x \le 3$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$M = \frac{5+x}{x} + \frac{10-x}{5-x}.$$

---HẾT---

SỞ GIÁO DỤC ĐÀO TẠO
VĨNH LONG

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI THCS CẤP TỈNH
NĂM HỌC 2017 – 2018

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn: **TOÁN**
Thời gian : **150** phút (không kể thời gian giao đề)
Ngày thi : **18/3/2018**

Bài 1. (4.0 điểm)

a) Tính giá trị của biểu thức $A=\left(\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}\right)^3+\left(\dfrac{3-\sqrt{5}}{2}\right)^3$.

b) Cho biểu thức $P=\dfrac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-2}-\dfrac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-1}+\dfrac{x-2}{x-3\sqrt{x}+2}$. Tìm x để $P\ge 2$.

Bài 2. (4.0 điểm)

a) Giải phương trình $\dfrac{x^2+2x+7}{x^2+2x+3}=x^2+2x+4$.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases}x^2-xy+y^2=1\\ x^2+2xy-y^2-3x-y=-2\end{cases}$

Bài 3. (2.0 điểm)

Cho phương trình $x^2-5x+m+4=0$ (m là tham số). Tìm các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 và thỏa mãn $x_1(1-3x_2)+x_2(1-3x_1)=m^2-23$.

Bài 4. (2.5 điểm) Với mọi số thực x,y,z:

a) Chứng minh rằng $3(x^2+y^2+z^2)\ge(x+y+z)^2$.

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của $T=x^4+y^4+z^4$ với $xy+yz+zx=1$.

Bài 5. (2.5 điểm)

a) Tìm tất cả các số nguyên dương n sao cho $70+4n-n^2$ là số chính phương.

b) Cho 5 số tự nhiên phân biệt sao cho tổng của ba số bất kỳ trong chúng lớn hơn tổng của hai số còn lại và tất cả 5 số đã cho đều không nhỏ hơn 5. Tìm tất cả các bộ gồm 5 số thỏa mãn đề bài mà tổng của chúng nhỏ hơn 40.

Bài 6. (3.0 điểm)

Cho ba điểm A,M,B phân biệt thẳng hàng và M nằm giữa A,B. Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng AB, dựng hai tam giác đều AMC và BMD. Gọi P là giao điểm của AD và BC.

a) Chứng minh $\Delta CMB=\Delta AMD$ và $AMPC$ là tứ giác nội tiếp được đường tròn.

b) Đường thẳng nối tâm của hai đường tròn ngoại tiếp hai tứ giác $AMPC$ và $BMPD$ cắt PA, PB tương ứng tại E,F. Chứng minh tứ giác $CDFE$ là hình thang.

Bài 7. (2.0 điểm)

Cho hình vuông MNPQ và điểm A nằm trong tam giác MNP sao cho $AM^2=AP^2+2AN^2$. Tính số đo của góc PAN.

HẾT./.

Lưu ý: Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO	**KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH**
QUẢNG NGÃI	**LỚP 9 NĂM HỌC 2017 - 2018**
ĐỀ CHÍNH THỨC	Ngày thi : 30/03/2018
	Môn thi : TOÁN
	Thời gian làm bài: 150 phút

Bài 1: *(4,0 điểm)*

a) Chứng minh rằng : $11^3 + 12^3 + 13^3 + ... + 1945^3 \,\vdots\, 6$.

b) Tìm số tự nhiên a, biết rằng $a + 7$ và $a - 82$ là các số chính phương.

c) Tính số học sinh của một trường THCS. Biết số học sinh trường đó từ khoảng 700 đến 750 học sinh và khi xếp hàng 20 thì thừa 9, khi xếp hàng 15 thì thiếu 6.

Bài 2: *(4,0 điểm)*

1/ Cho biểu thức $C = \dfrac{x\sqrt{x}}{x - 2\sqrt{x} - 3} + \dfrac{\sqrt{x} + 3}{3 - \sqrt{x}} - \dfrac{2(\sqrt{x} - 3)}{\sqrt{x} + 1}$ với $x \geq 0, x \neq 9$.

a) Rút gọn biểu thức C.

b) Tìm x để biểu thức C đạt giá trị nhỏ nhất.

2/ Chứng minh rằng với mọi $n \in \mathbb{N}^*$ thì

$$D = \frac{1}{1 + 1^2 + 1^4} + \frac{2}{1 + 2^2 + 2^4} + \frac{3}{1 + 3^2 + 3^4} + ... + \frac{n}{1 + n^2 + n^4} < 1.$$

Bài 3: *(4,0 điểm)*

a) Giải phương trình $2x^2 + x + 3 = 3x\sqrt{x + 3}$.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x - \dfrac{1}{x} = y - \dfrac{1}{y} \\ x^3 = 2y - 1 \end{cases}$

Bài 4: *(5,0 điểm)*

Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn $(O; R)$. Các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H. Kẻ AD cắt cung BC tại M.

a) Chứng minh tam giác BMH cân.

b) Chứng minh : $AE.CD.BF = AF.BD.CE = DE.EF.FD$.

c) Tính diện thích hình tròn ngoại tiếp tam giác HAB theo R.

d) Tìm điều kiện của tam giác ABC để biểu thức $\dfrac{AD}{HD} + \dfrac{BE}{HE} + \dfrac{CF}{HF}$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính giá trị nhỏ nhất đó.

Bài 3: *(3,0 điểm)*

a) Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Gọi D, E lần lượt là hình chiếu của H lên AB, AC. Chứng minh rằng : $\sqrt[3]{BC^2} = \sqrt[3]{BD^2} + \sqrt[3]{CE^2}$.

b) Cho tam giác ABC cân tại C, cạnh $AB = \sqrt{3}$, đường cao $CH = \sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm của HB, N là trung điểm BC; AN và CM cắt nhau tại K.

Chứng minh : KH là phân giác của tam giác AKM.

———HẾT———

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH QUẢNG NINH

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH THCS NĂM 2018
Môn thi: TOÁN - Bảng A

Ngày thi: 06/03/2018
*Thời gian làm bài: **150 phút**, không kể thời gian giao đề*

(Đề thi này có 01 trang)

Bài 1: *(3,0 điểm)*

a) Rút gọn biểu thức: $\dfrac{\sqrt[3]{2}+\sqrt{7+2\sqrt{10}}+\sqrt[3]{3\sqrt[3]{4}-3\sqrt[3]{2}-1}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}+1}$.

b) Cho hai số dương x, y thỏa mãn $x^3+y-x.\sqrt[3]{y}=\dfrac{-1}{27}$. Tính giá trị biểu thức $\dfrac{x}{y}$.

Bài 2: *(3,0 điểm)*

a) Với mọi số nguyên n, chứng minh rằng: $n(n+2)(73n^2-1) \vdots 24$.

b) Tìm số tự nhiên n để $2^4+2^7+2^n$ là số chính phương.

Bài 3: *(5,0 điểm)*

a) Giải phương trình: $\sqrt{2-3x}=-3x^2+7x-1$.

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 3x-y^2-2\sqrt{(x-2)(y+1)}=-5 \\ -2x+y^2+y=6 \end{cases}$.

Bài 4: *(7,0 điểm)*

Cho đoạn thẳng AB, điểm C nằm giữa hai điểm A và B. Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng AB, vẽ nửa đường tròn đường kính AB và nửa đường tròn đường kính BC. Lấy điểm M thuộc nửa đường tròn đường kính BC ($M \neq B; M \neq C$). Kẻ MH vuông góc với BC ($H \in BC$), đường thẳng MH cắt nửa đường tròn đường kính AB tại K. Hai đường thẳng AK và CM giao nhau tại E.

a) Chứng minh rằng $\widehat{HKB}=\widehat{CEB}$ và $BE^2=BC.AB$.

b) Từ C kẻ $CN \perp AB$ (N thuộc nửa đường tròn đường kính AB), đường thẳng NK cắt CE tại P. Chứng minh rằng $NP=PE$.

c) Chứng minh rằng khi NE là tiếp tuyến của nửa đường tròn đường kính AB thì $NE=2NC$.

Bài 5: *(2,0 điểm)*

Cho a, b là các số dương thỏa mãn: $a+b+2ab=12$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $A=\dfrac{a^2+ab}{a+2b}+\dfrac{b^2+ab}{2a+b}$.

----------------*Hết*----------------

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.

- Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TÂY NINH

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 12 GDTX VÀ LỚP 9 THCS VÒNG TỈNH
NĂM HỌC 2017-2018

Ngày thi: 14 tháng 3 năm 2018
Môn thi: TOÁN-Lớp: 9-THCS
Thời gian: 150 phút *(không kể thời gian giao đề)*

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi gồm có 01 trang, thí sinh không phải chép đề vào giấy thi, thí sinh không được sử dụng máy tính cầm tay)

Bài 1 ***(4 điểm).***

a) Cho x, y, z là số thực thỏa $xyz = 1$. Tính giá trị của biểu thức $T = \dfrac{2018}{1+x+xy} + \dfrac{2018}{1+y+yz} + \dfrac{2018}{1+z+zx}$

b) Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $A = \dfrac{x-1}{x^2-x+1}$

Bài 2 ***(4 điểm).***

a) Tìm tất cả các số m nguyên để phương trình $x^2-(2m+3)x+40-m=0$ có nghiệm nguyên.

b) Cho n số tự nhiên. Chứng minh $3^{2^{4n+1}} + 2^{3^{4n+1}} + 5$ chia hết cho 22

Bài 3 ***(4 điểm).***

a) Giải phương trình $2(x^2-x+6) = 5\sqrt{x^3+8}$

b) Cho a, b, c, d là các số tùy ý thỏa mãn $a+b+c+d=1$. Chứng minh

$$a^2+b^2+c^2+d^2-2ab-2bc-2cd-2da \geq -\frac{1}{4}$$

Bài 4 ***(4 điểm).***

a) Cho tam giác ABC có 3 góc đều nhọn ($AB < AC$) và có trọng tâm G. Một đường thẳng đi qua G cắt các cạnh AB, AC lần lượt tại M và N. Tính $\dfrac{AB}{AM} + \dfrac{AC}{AN}$

b) Cho hình bình hành $ABCD$ có $\widehat{ABC}$ tù và $AD = 2AB$. Kẻ CH vuông góc AB (H thuộc AB). Gọi M là trung điểm của AD. Chứng minh $\widehat{BCD} = 2\widehat{AHM}$

Bài 5 ***(4 điểm).***

a) Cho tam giác ABC có đường tròn tiếp xúc với hai cạnh AB, AC và với hai trung tuyến BM và CN (M thuộc cạnh AC, N thuộc cạnh AB). Chứng minh tam giác ABC cân.

b) Cho tam giác ABC thay đổi có $BC = \sqrt{2018}$ và $AB = 2AC$. Tính giá trị lớn nhất của diện tích tam giác ABC.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÁI BÌNH

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9 THCS NĂM HỌC 2017-2018

Môn: **TOÁN**

Thời gian làm bài: 150 phút *(không kể thời gian giao đề)*

Câu 1. *(3,0 điểm)*

Cho $x=\dfrac{\left(\sqrt{5}-1\right)\sqrt[3]{16+8\sqrt{5}}}{\sqrt[3]{10+6\sqrt{3}}-\sqrt{3}}$. Tính giá trị biểu thức $A=\left(77x^2+35x+646\right)^{2017}$.

Câu 2. *(3,0 điểm)*

Cho các đa thức $P(x)$ và $Q(x)$ thỏa mãn $P(x)=Q(x)+\left(x^2-x+1\right)Q(1-x)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Biết rằng các hệ số của $P(x)$ là các số nguyên không âm và $P(0)=0$. Tính giá trị $Q(2017)$.

Câu 3. *(2,0 điểm)*

Tìm nghiệm nguyên $(x;y)$ của phương trình $(2x-y-2)^2=7\left(x-2y-y^2-1\right)$.

Câu 4. *(4,0 điểm)*

1) Giải phương trình $\sqrt{3x-1}+\sqrt{x^2+17x+1}=x^2+3$.

2) Giải hệ phương trình $\begin{cases}x^3-3xy^2-x+1=x^2-2xy-y^2\\ y^3-3x^2y+y-1=y^2-2xy-x^2\end{cases}$.

Câu 5. *(3,0 điểm)*

Cho tam giác đều ABC và M là điểm nằm bên trong tam giác. Gọi D là điểm trên AB sao cho MD song song với BC. E là điểm trên BC sao cho ME song song với AC, F là điểm trên AC sao cho MF song song với AB. Kí hiệu S_{ABC} và S_{DEF} lần lượt là diện tích của tam giác ABC và tam giác DEF. Chứng minh rằng $S_{ABC}\geq 3S_{DEF}$.

Câu 6. *(3,0 điểm)*

Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn tâm O có đường cao $AH=OA$. Gọi E và F theo thứ tự là chân các đường vuông góc kẻ từ H đến AB và AC. Chứng minh rằng đường thẳng EF đi qua trung điểm của đoạn OA.

Câu 7. *(2,0 điểm)*

Cho các số thực dương x,y,z thỏa mãn $\dfrac{12}{xy}+\dfrac{20}{yz}+\dfrac{15}{zx}\leq 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\dfrac{3}{\sqrt{x^2+9}}+\dfrac{4}{\sqrt{y^2+16}}+\dfrac{5}{\sqrt{z^2+25}}$.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH NINH BÌNH

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9 THCS
NĂM HỌC 2017 - 2018
Môn: TOÁN
Ngày thi: 14/03/2018
Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Đề thi gồm 05 câu, trong 01 trang

Câu 1 (4,0 điểm):

Cho biểu thức: $M = \frac{a+1}{\sqrt{a}} + \frac{a\sqrt{a}-1}{a-\sqrt{a}} + \frac{a^2 - a\sqrt{a} + \sqrt{a} - 1}{\sqrt{a} - a\sqrt{a}}$ với $a > 0; a \neq 1$

a) Rút gọn biểu thức M.

b) Chứng minh $M > 4$.

c) Tìm các giá trị của a để biểu thức $N = \frac{9}{M}$ có giá trị nguyên.

Câu 2 (5,0 điểm):

a) Giải phương trình: $\sqrt{-x^2+4x-3} + \sqrt{-2x^2+8x+1} = x^3 - 4x^2 + 4x + 4$

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2 + y = 4x \\ x^4 + y^2 = 2x^2y + y - 4 \end{cases}$

c) Cho phương trình: $x^2 - 2x + m - 3 = 0$ (x là ẩn, m là tham số). Tìm các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1; x_2 thỏa mãn $\frac{x_1}{x_1^2+2x_2} + \frac{x_2}{x_2^2+2x_1} = \frac{1}{2}$.

Câu 3 (3,0 điểm):

a) Tìm nghiệm nguyên của phương trình: $x^2 + xy + y^2 = x^2y^2$

b) Tìm các số tự nhiên n sao cho $n^2 + 12n + 1975$ là số chính phương.

Câu 4 (6,0 điểm):

Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O). Các đường cao AK, BD, CI của tam giác ABC cắt nhau tại H. Gọi M là một điểm thay đổi trên cung nhỏ BC của (O), M khác B và C. Gọi N, P lần lượt là điểm đối xứng của M qua các đường thẳng AB và AC.

a) Chứng minh AO vuông góc với ID.

b) Chứng minh các tứ giác AHCP và AHBN là các tứ giác nội tiếp.

c) Chứng minh ba điểm N, H, P thẳng hàng.

d) Tìm vị trí của điểm M để đoạn thẳng NP có độ dài lớn nhất.

Câu 5 (2,0 điểm):

a) Chứng minh $\sqrt{x^4+1} \geq \frac{1}{\sqrt{17}}(x^2+4)$ với mọi số thực x.

b) Cho a; b là các số thực thỏa mãn $(a+1)(b+1) = \frac{9}{4}$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \sqrt{a^4+1} + \sqrt{b^4+1}$

------HẾT------

Số báo danh:.......................................

SỞ GD & ĐT PHÚ YÊN	**KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH**
---- o0o ----	**LỚP 9 NĂM HỌC 2017-2018**
ĐỀ CHÍNH THỨC	**MÔN TOÁN**
	Thời gian làm bài: 150 phút

Câu 1: Tính giá trị của $P = \dfrac{\frac{2+\sqrt{3}}{2}}{1+\frac{\sqrt{4+2\sqrt{3}}}{2}} + \dfrac{\frac{2-\sqrt{3}}{2}}{1-\frac{\sqrt{4-2\sqrt{3}}}{2}}$

Câu 2: Giải phương trình $\dfrac{(2017-x)^2+(2017-x)(x-2018)+(x-2018)^2}{(2017-x)^2-(2017-x)(2018-x)+(x-2018)^2} = \dfrac{13}{37}$

Câu 3: Cho a, b, c > 0. Chứng minh rằng

a) $\sqrt{\dfrac{a}{a+2b}} > \dfrac{a}{a+b}$

b) $\sqrt{\dfrac{a}{a+2b}} + \sqrt{\dfrac{b}{b+2c}} + \sqrt{\dfrac{c}{c+2a}} > 1$

Câu 4: Cho ΔABC vuông tại A. Trên nửa mặt phẳng bờ BC không chứa điểm A, dựng hai tia Bx, Cy vuông góc với cạnh BC. Trên tia Bx lấy điểm D sao cho BD = BA, trên tia Cy lấy điểm E sao cho CE = CA. Gọi G là giao điểm của BE và CD, K và L lần lượt là giao điểm của AD, AE với cạnh BC

a) Chứng minh rằng CA = CK và BA = BL

b) Đường thẳng qua G song song với BC cắt AD, AE thứ tự tại I, J. Gọi H là hình chiếu vuông góc của G lên BC. Chứng minh rằng tam giác IHJ vuông cân

Câu 5: Cho tam giác ABC vuông cân tại A. Điểm M chuyển động trên cạnh BC (M khác B, C). Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của M lên AB, AC. Vẽ các đường tròn (H; HM) và (K; KM)

a) Chứng minh rằng hai đường tròn (H) và (K) luôn cắt nhau

b) Gọi N là là giao điểm thứ hai của hai đường tròn (H) và (K). Chứng minh rằng MN luôn đi qua một điểm cố định

Câu 6: Tìm các số nguyên tố p sao cho 7p + 1 bằng lập phương của một số tự nhiên

SỞ GD&ĐT QUẢNG BÌNH	KỲ THI CHỌN HSG TỈNH NĂM HỌC 2017-2018
ĐỀ CHÍNH THỨC	Khóa ngày 22 tháng 3 năm 2018
	Môn thi: TOÁN
Họ và tên:........................	LỚP 9
SỐ BÁO DANH:...52........	*Thời gian: 150 phút (không kể thời gian giao đề)*
	Đề gồm có 01 trang

Câu 1 *(2.0 điểm)*

a. Rút gọn biểu thức:

$$P=\left(\frac{3x+\sqrt{16x}-7}{x+2\sqrt{x}-3}-\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3}-\frac{\sqrt{x}+7}{\sqrt{x}-1}\right):\left(2-\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}\right) \text{ với } x\geq 0, x\neq 1, x\neq 4.$$

b. Cho $a=\frac{13}{\sqrt{19+8\sqrt{3}}}$. Không sử dụng máy tính cầm tay, hãy tính giá trị của biểu thức: $A=\frac{a^4-6a^3-2a^2+18a+23}{a^2-8a+15}$

Câu 2 *(2.0 điểm)*

a. Cho phương trình: $x^2-2(m+1)x+2m+10=0$ (m là tham số). Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $P=10x_1x_2+x_1^2+x_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

b. Giải hệ phương trình: $\begin{cases}\sqrt{x+5}+\sqrt{y-2}=7\\ \sqrt{x-2}+\sqrt{y+5}=7\end{cases}$

Câu 3 *(3.5 điểm)*

Cho đường tròn (O) đường kính AB. Đường thẳng d vuông góc với AB tại I cắt đường tròn (O) tại P và Q (I nằm giữa O và B). M là điểm bất kỳ nằm tr d (M nằm ngoài (O)). Các tia AM và BM cắt đường tròn (O) lần lượt tại C và D Đường thẳng CD và AB cắt nhau tại K, đường thẳng AD và BC cắt nhau tại H.

a. Chứng minh tứ giác $ACHI$ nội tiếp được trong một đường tròn.

b. Chứng minh tam giác ΔOCI đồng dạng ΔOKC.

c. Chứng minh KP và KQ là các tiếp tuyến của đường tròn (O).

Câu 4 *(1.5 điểm)*. Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn $x+y+z=4$.

Chứng minh rằng: $\frac{1}{2xy+xz+yz}+\frac{1}{xy+2xz+yz}+\frac{1}{xy+xz+2yz}\leq\frac{1}{xyz}$

Câu 5 *(1.0 điểm)*. Cho n là một số nguyên dương thỏa mãn $n+1$ và $2n+1$ đồng thời hai số chính phương. Chứng minh rằng n chia hết cho 24.

-------------------HẾT-------------------

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
KIÊN GIANG

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI VÒNG TỈNH THCS
NĂM HỌC 2017-2018

Môn: **TOÁN**
Thời gian: **150 phút** *(không kể thời gian giao đề)*
Ngày thi: **13/3/2018**
(Đề thi có 01 trang, gồm 6 câu)

Câu 1. (3 điểm)

1) Cho biểu thức $A = n^2 + 4n + 5$ (n là số tự nhiên lẻ). Chứng minh rằng A không chia hết cho 8.

2) Cho số x $(x \in R; x > 0)$ thoả mãn điều kiện: $x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$. Tính giá trị các biểu thức: $B = x^5 + \frac{1}{x^5}$.

Câu 2. (3 điểm)

Rút gọn biểu thức: $X = \sqrt{1 + \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2}} + ... + \sqrt{1 + \frac{1}{2017^2} + \frac{1}{2018^2}}$.

Câu 3. (4 điểm)

1) Giải phương trình: $3x + 2\sqrt{27x^3 + 8} = 9x^2 + 6$.

2) Tìm 2 số m, n cùng dấu thỏa mãn điều kiện: $|m| + 2|n|$ đạt giá trị nhỏ nhất sao cho hai phương trình sau có nghiệm chung: $x^2 + mx + 2 = 0; x^2 + 2nx + 6 = 0$.

Câu 4. (3 điểm)

1) Cho phương trình: $x^2 + 2(m-3)x - m - 3 = 0$. Tìm các giá trị của m để phương trình có một nghiệm nhỏ hơn 2 và một nghiệm lớn hơn 2.

2) Cho x, y, z, t là các số thực dương. Chứng minh rằng: $\frac{x}{y+z} + \frac{y}{z+t} + \frac{z}{t+x} + \frac{t}{x+y} \geq 2$.

Câu 5. (3 điểm)

Để có được tờ giấy khổ A4 (kích thước xấp xỉ *21cm* x *29.7cm*) người ta thực hiện như hình vẽ minh họa bên.

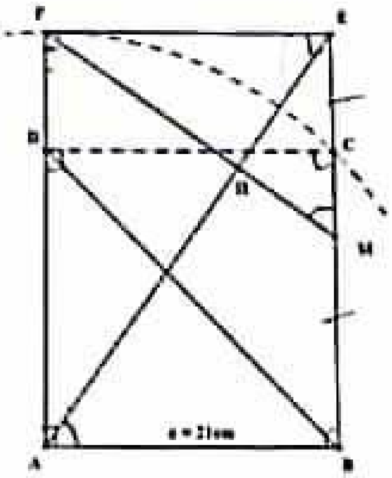
Bước 1: Tạo ra hình vuông $ABCD$ cạnh $a = 21cm$.

Bước 2: Vẽ cung tròn tâm A bán kính AC cắt tia AD tại F.

Bước 3: Tạo hình chữ nhật $ABEF$.

Khi đó hình chữ nhật $ABEF$ chính là tờ giấy A4 thông dụng hiện nay.

Bạn An ngồi nghịch xếp tờ giấy A4 này theo đường thẳng AE, rồi xếp theo đường thẳng FM (M là trung điểm BE) khi mở tờ giấy ra. An ngạc nhiên thấy hai đường thẳng FM và AE vuông góc với nhau. Em hãy chứng minh giúp bạn An về điều đó.



Câu 6. (4 điểm)

Cho hình vuông $ABCD$ nội tiếp đường tròn tâm O, trên dây cung DC lấy điểm E sao cho $DC = 3DE$, nối AE cắt cung nhỏ CD tại M. Trên cung nhỏ CB lấy điểm N sao cho cung nhỏ DM bằng cung nhỏ CN, nối AN cắt dây cung BC tại F. Chứng minh rằng: F là trung điểm của BC.

---------------------**HẾT**---------------------

Ghi chú:

- *Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.*
- *Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.*

UBND TỈNH KON TUM
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH LỚP 9
NĂM HỌC 2017-2018

Môn: **TOÁN**
Thời gian: **150 phút** *(không kể thời gian giao đề)*
Ngày thi: **16/3/2018**

Câu 1 (5,0 điểm)

1. Rút gọn biểu thức:

$$P = \frac{4+\sqrt{5}}{\sqrt{2}+\sqrt{3+\sqrt{5}}} + \frac{4-\sqrt{5}}{\sqrt{2}-\sqrt{3-\sqrt{5}}}.$$

2. Cho ba đường thẳng:

$$(d): y = x,\ (d'): y = -x \text{ và } (\Delta): y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}.$$

Đường thẳng (Δ) cắt hai đường thẳng (d), (d') tương ứng tại A, B. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB (đơn vị đo trên các trục tọa độ là xentimét).

Câu 2 (5,0 điểm)

1. Tìm các số nguyên x để $\sqrt{x^2+x+13}$ có giá trị là số hữu tỉ.

2. Cho hình thang $ABCD$ $(AB//CD)$ có $\widehat{D} = 60^\circ, \widehat{C} = 30^\circ$, $AB = 2cm$, $CD = 6cm$. Tính diện tích hình thang $ABCD$.

Câu 3 (5,0 điểm)

Cho hai đường tròn $(O;R)$ và $(O';R')$ cắt nhau ở A và B. Từ điểm C trên tia đối của tia AB kẻ hai tiếp tuyến CD và CE với đường tròn (O) (C không trùng với A; D, E là hai tiếp điểm không trùng nhau, E nằm trong đường tròn (O')). Các đường thẳng AD, AE cắt đường tròn (O') tại điểm thứ hai lần lượt là M, N.

a. Chứng minh $AD.EB = AE.DB$.

b. Chứng minh đường thẳng DE đi qua trung điểm của MN.

Câu 4 (5,0 điểm)

1. Giải phương trình:

$$x^2 + 2x\sqrt{x - \frac{1}{x}} = 3x + 1.$$

2. Cho x là số thực dương. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$P = \frac{x}{(x+2018)^2}.$$

-----------------**HẾT**-----------------

- *Thí sinh không được sử dụng tài liệu.*
- *Giám thị không được giải thích gì thêm.*

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
NAM ĐỊNH

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI
NĂM HỌC 2017 - 2018

Môn: TOÁN - Lớp: 9
Thời gian làm bài: 150 phút
(Đề thi gồm: 01trang)

Câu 1. *(3,0 điểm)*

1. Rút gọn biểu thức $P=\sqrt{109-36\sqrt{7}}+\sqrt{109+36\sqrt{7}}$.

2. Xét 3 số thực a,b,c thay đổi và thỏa mãn điều kiện $\begin{cases}a^3+b^3+c^3=3abc\\ a+b+c\neq 0\end{cases}$. Chứng minh biểu thức

$Q=\dfrac{a^2+3b^2+5c^2}{(a+b+c)^2}$ có giá trị không đổi.

Câu 2. *(5,0 điểm)*

1. Giải phương trình $x^2-3x+3-\sqrt{x-2}-\sqrt{7-x}=0$.

2. Giải hệ phương trình $\begin{cases}x+3=2\sqrt{(3y-x)(y+1)}\\ \sqrt{2y-3}-\sqrt{x-y}=x-3\end{cases}$.

Câu 3. *(3,0 điểm)*

1. Cho đa thức $P(x)=x^4+ax^3+bx^2+cx+d$ (với a,b,c,d là các số thực) thỏa mãn $P(1)=3$, $P(2)=6, P(3)=11$. Tính $S=10P(4)+P(-2)$.

2. Phân tích số 1603^{2018} thành tổng của một số số hạng nguyên dương. Gọi S là tổng các lập phương của tất cả các số hạng đó. Hỏi S chia 6 dư bao nhiêu?

Câu 4. *(7,0 điểm)*. Cho tam giác ABC nhọn, có $AB<AC$. Gọi I là trung điểm của BC. Hai đường cao BD và CE của tam giác cắt nhau tại H. Đường tròn tâm O ngoại tiếp tam giác BEI và đường tròn tâm O' ngoại tiếp tam giác CDI cắt nhau tại K khác I, DE cắt BC tại M.

1. Chứng minh tứ giác $AEKD$ nội tiếp trong một đường tròn và ba điểm A,K,I thẳng hàng.

2. Chứng minh $\widehat{EMK}=\widehat{ECK}$.

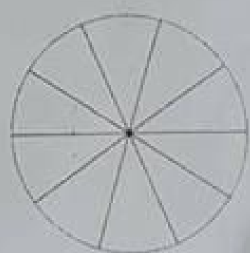
3. Chứng minh ba đường thẳng EC, DB, MK đồng quy.

Câu 5. *(2,0 điểm)*

1. Xét 3 số thực không âm a,b,c thỏa mãn $a+b+c=1$ và không có hai số nào đồng thời bằng 0. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P=\frac{2}{(a+b)(b+c)}+\frac{2}{(c+a)(a+b)}+(c+2)(3+a+b).$$

2. Một hình tròn được chia thành 10 ô hình quạt như hình vẽ. Trên mỗi ô người ta đặt một viên bi. Nếu ta thực hiện liên tục thao tác lấy ở 2 ô bất kỳ mỗi ô 1 viên bi rồi chuyển sang ô liền kề thì có thể chuyển tất cả các viên bi về cùng một ô hay không?



-----HẾT-----

Họ và tên thí sinh:...Số báo danh:...............
Họ, tên, chữ ký của GT1:...Phạm Thúy...Họ, tên, chữ ký của GT2:.............................

SỞ GD&ĐT NGHỆ AN

Đề chính thức

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH LỚP 9 CẤP THCS
NĂM HỌC 2017 – 2018

Môn thi: TOÁN - BẢNG A
Thời gian: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Câu 1 (3 *điểm*).

a. Tìm một số chính phương có 4 chữ số biết rằng chữ số hàng đơn vị là số nguyên tố và căn bậc hai của số cần tìm có tổng các chữ số là một số chính phương.

b. Chứng minh rằng số $A = 2^{2^{2n+1}} + 31$ là hợp số với mọi số tự nhiên n.

Câu 2 (7 *điểm*).

a. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2 = 2y + 3x - 6 \\ y^2 = 2x + 3y - 6. \end{cases}$

b. Giải phương trình: $x + 1 + \sqrt{2x+3} = \dfrac{8x^2 + 18x + 11}{2\sqrt{2x+3}}$.

Câu 3 (2 *điểm*).

Cho x, y, z là các số thực dương thoả mãn $xyz = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$P = \frac{1}{(3x+1)(y+z)+x} + \frac{1}{(3y+1)(x+z)+y} + \frac{1}{(3z+1)(x+y)+z}.$$

Câu 4 (6 điểm).

Cho AB là một đường kính cố định của đường tròn (O). Qua điểm A vẽ đường thẳng d vuông góc với AB. Từ một điểm E bất kì trên đường thẳng d vẽ tiếp tuyến với đường tròn (O) (C là tiếp điểm, C khác A). Vẽ đường tròn (K) đi qua C và tiếp xúc với đường thẳng d tại E, vẽ đường kính EF của đường tròn (K). Gọi M là trung điểm của OE. Chứng minh rằng:

a. Điểm M thuộc đường tròn (K).

b. Đường thẳng đi qua F và vuông góc với BE luôn đi qua một điểm cố định khi E thay đổi trên đường thẳng d.

Câu 5 (2 *điểm*).

Ở miền trong đa giác lồi 2018 cạnh có diện tích bằng 1 lấy 2017 điểm, trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Chứng minh rằng luôn tồn tại một tam giác có 3 đỉnh lấy từ 4035 điểm trên (bao gồm 2018 đỉnh của đa giác và 2017 điểm trong đa giác đó) có diện tích không vượt quá $\dfrac{1}{6050}$.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HƯNG YÊN

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI THCS CẤP TỈNH
NĂM HỌC 2017 - 2018
Môn thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề

Câu 1 *(4 điểm).*

a) Cho hai số thực dương a, b thỏa mãn $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{2018}$. Chứng minh rằng $\sqrt{a+b}=\sqrt{a-2018}+\sqrt{b-2018}$.

b) Cho a là nghiệm dương của phương trình $6x^2+\sqrt{3}x-\sqrt{3}=0$. Tính giá trị biểu thức $A=\dfrac{a+2}{\sqrt{a^4+a+2}-a^2}$.

Câu 2 *(4 điểm).*

a) Giải phương trình: $\left(1-\sqrt{1-x}\right)\sqrt[3]{2-x}=x$.

b) Tìm tất cả các cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn:

$$(x-2018)^2=y^4-6y^3+11y^2-6y.$$

Câu 3 *(4 điểm).*

a) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}\sqrt{2x+1}+\sqrt{2y+1}=\dfrac{(x-y)^2}{2}\\(3x+2y)(y+1)=4-x^2\end{cases}$

b) Cho ba số thực dương $x; y; z$ thỏa mãn $2\sqrt{y}+\sqrt{z}=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$. Chứng minh rằng $\dfrac{3yz}{x}+\dfrac{4zx}{y}+\dfrac{5xy}{z}\geq 4$.

Câu 4 *(6 điểm).*

Cho đường tròn $(O;\, R)$ và điểm A cố định với $OA=2R$; đường kính BC quay quanh O sao cho tam giác ABC là tam giác nhọn. Đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC cắt đường thẳng OA tại điểm thứ hai là I. Các đường thẳng AB, AC cắt $(O;\, R)$ lần lượt tại điểm thứ hai là D và E. Gọi K là giao điểm của DE với OA.

a) Chứng minh $AK.AI=AE.AC$.

b) Tính độ dài đoạn AK theo R.

c) Chứng minh tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ADE luôn thuộc một đường thẳng cố định.

Câu 5 *(2 điểm).*

Từ 625 số tự nhiên liên tiếp 1; 2; 3;…; 625 chọn ra 311 số sao cho không có hai số nào có tổng bằng 625. Chứng minh rằng trong 311 số được chọn, bao giờ cũng có ít nhất một số chính phương.

------------------Hết------------------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.
Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: .... *Chữ ký giám thị:* ....
Số báo danh: ....

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO KHÁNH HÒA	KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI THCS CẤP TỈNH NĂM HỌC 2017-2018
ĐỀ THI CHÍNH THỨC	**Môn thi : TOÁN** Ngày thi : 14/3/2018 *(Thời gian : 150 phút – không kể thời gian phát đề)*

Bài 1. (4,00 điểm)

Giải phương trình $2\left(5x+3\sqrt{x^2+x-2}\right)=27+3\sqrt{x-1}+\sqrt{x+2}$.

Bài 2. (4,00 điểm)

a) Chứng minh rằng $\sqrt[3]{70-\sqrt{4901}}+\sqrt[3]{70+\sqrt{4901}}$ là một số nguyên.

b) Chứng minh rằng với mọi số nguyên dương n, ta có

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{3\sqrt[3]{2}}+\frac{1}{4\sqrt[3]{3}}+\cdots+\frac{1}{(n+1)\sqrt[3]{n}}<3.$$

Bài 3. (2,00 điểm)

Cho hai số thực x và y thỏa mãn $x^2+xy+y^2=1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P=x^3y+y^3x.$$

Bài 4. (2,00 điểm)

Cho p là một số nguyên tố thỏa mãn $p=a^3-b^3$ với a,b là hai số nguyên dương phân biệt. Chứng minh rằng nếu lấy $4p$ chia cho 3 và loại bỏ phần dư thì nhận được một số là bình phương của một số nguyên lẻ.

Bài 5. (6,00 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O). Gọi E,F lần lượt là các chân đường cao kẻ từ B và C của tam giác ABC. Đường tròn (I) đi qua E,F và tiếp xúc với BC tại điểm D. Chứng minh rằng $\dfrac{DB^2}{DC^2}=\dfrac{BF.BE}{CF.CE}$.

Bài 6. (2,00 điểm)

Trên bàn có $n\,(n\in\mathbb{N}, n>1)$ viên bi. Có hai người lần lượt lấy bi. Mỗi người đến lượt mình được lấy một số viên bi tùy ý (ít nhất 1 viên bi) trong những viên bi còn lại trên bàn, nhưng không vượt quá số viên bi mà người lấy trước vừa lấy, biết rằng người lấy đầu tiên lấy không quá $n-1$ viên bi. Người nào lấy viên bi cuối cùng được xem là chiến thắng. Tìm các số n sao cho người lấy trước có chiến lược thắng.

—————— HẾT ——————

Đề thi có 01 trang;

Giám thị không giải thích gì thêm.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
LÂM ĐỒNG

ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề thi có 01 trang)

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH LỚP 9
NĂM HỌC 2017- 2018

Môn thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 150 phút
Ngày thi: 16/3/2018

Câu 1: *(1,5 điểm)* Rút gọn: $\sqrt{6+\sqrt{8}+\sqrt{12}+\sqrt{24}}$

Câu 2: *(2,0 điểm)* Cho hình bình hành ABCD có: $\hat{B}=120^0$, AB = 4cm, BC = 5cm. Tính độ dài đường chéo BD.

Câu 3: *(2,0 điểm)* Giải phương trình $\sqrt{2x+3}-\sqrt{x+1}=1$

Câu 4: *(1,5 điểm)* Giả sử p là số nguyên tố không nhỏ hơn 5. Chứng minh: $(p^2-1)\vdots 24$

Câu 5: *(1,5 điểm)* Cho a > 0, b > 0. Chứng minh: $\sqrt{a}\left(\sqrt{\frac{a}{b}}-1\right)\ge\sqrt{b}\left(1-\sqrt{\frac{b}{a}}\right)$

Câu 6: *(2,0 điểm)* Cho hình thang ABCD (AD//BC). Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC, AD. Một đường thẳng d song song với hai đáy cắt AB, MN, CD theo thứ tự tại E, O, F. Chứng minh O là trung điểm của EF.

Câu 7: *(1,5 điểm)* Cho x, y, z là các số dương thỏa: $(4x^2+1)(9y^2+1)(16z^2+1)=192xyz$

Tính giá trị $A=\left(\frac{x-y+z}{x+y-z}\right)^3$

Câu 8: *(2,0 điểm)* Giải hệ phương trình: $\begin{cases}2x^2-y^2=1\\ xy+x^2=2\end{cases}$

Câu 9: *(1,5 điểm)* Cho ΔABC nội tiếp đường tròn (O). Phân giác góc A cắt đường tròn (O) tại D. Chứng minh: $AD>\frac{AB+AC}{2}$

Câu 10: *(1,5 điểm)* Tìm số nguyên tố p biết phương trình: $x^2+px-12p=0$ có hai nghiệm đều là các số nguyên.

Câu 11: *(1,5 điểm)* Cho a, b là các số thỏa mãn điều kiện $a^2+b^2=1$. Tìm giá trị lớn nhất của $M=ab\sqrt{3}+a^2$

Câu 12: *(1,5 điểm)* Cho góc vuông xAy, điểm B cố định trên Ax, điểm C di động trên Ay Đường tròn tâm O nội tiếp tam giác ABC tiếp xúc với AC, BC theo thứ tự tại E và F. Chứng minh đường thẳng EF luôn đi qua một điểm cố định.

................Hết................

Họ tên thí sinh...Nguyễn Hoài Dương..............Số báo danh...01.104..............
Giám thị 1:...N. T. Hà....Kí tên.......... Giám thị 2:...An Phương...Kí tên.........

(Thí sinh không được sử dụng máy tính cầm tay)

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO ĐỒNG NAI	THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9 NĂM HỌC 2017-2018
ĐỀ THI CHÍNH THỨC	Môn Toán Thời gian làm bài: 150 phút Ngày thi 29/3/2018 *(Đề thi này gồm 1 trang, có 5 câu)*

Câu 1. (3 điểm): Cho a, b, c là ba số thực dương thỏa $ab+bc+ca=1$.

Tính giá trị biểu thức:

$$P=a\sqrt{\frac{(1+b^2)(1+c^2)}{1+a^2}}+b\sqrt{\frac{(1+c^2)(1+a^2)}{1+b^2}}+c\sqrt{\frac{(1+a^2)(1+b^2)}{1+c^2}}.$$

Câu 2. (4 điểm) : Giải các phương trình:

a) $x^4+2x^3=4x+4.$

b) $\frac{1}{x^2}+\sqrt{x+2}=\frac{1}{x}+\sqrt{2x+1}.$

Câu 3. (4 điểm): Cho a,b,c là ba số không âm có tổng bằng 1. Chứng minh

a) $3(ab+bc+ca)\le 1.$

b) $a^2+b^2+c^2\ge 4(ab+bc+ca)-1.$

Câu 4. (6 điểm) : Cho tam giác ABC có ba góc nhọn và nội tiếp đường tròn (O), $(AB>AC)$. Hai tiếp tuyến của (O) tại B và C cắt nhau tại K. Đường tròn tâm K bán kính KB cắt tia AB, AC lần lượt tại $D, E, (D\ne B,\ E\ne C)$. Gọi M là trung điểm BC.

a) Chứng minh D, K, E thẳng hàng.

b) Chứng minh $\widehat{BAM}=\widehat{CAK}.$

c) Gọi N là giao điểm của AK và BC. Chứng minh $\frac{NB}{NC}=\frac{AB^2}{AC^2}$

Câu 5. (3 điểm) : Cho tam giác ABC có $\widehat{A}=60^0$ và độ dài ba cạnh $BC=a,\ CA=b,\ AB=c$ là 3 số nguyên khác nhau.

a) Chứng minh $a^2=b^2+c^2-bc.$

b) Giả sử $b<c$, thì $b\ge 3.$

-Hết-

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn : Toán học

Ngày thi: 28/02/2018

Thời gian : 150 phút (không kể phát đề)

Câu 1 (6 điểm)

a) Giải phương trình: $2017\sqrt{2017x-2016}+\sqrt{2018x-2017}=2018$.

b) Rút gọn biểu thức: $A=\dfrac{\sqrt{2}(3+\sqrt{5})}{2\sqrt{2}+\sqrt{3+\sqrt{5}}}+\dfrac{\sqrt{2}(3-\sqrt{5})}{2\sqrt{2}-\sqrt{3-\sqrt{5}}}$.

c) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^3+6x^2y=7 \\ 2y^3+3xy^2=5 \end{cases}$.

Câu 2 (4 điểm)

Cho các số thực dương a,b,c thỏa mãn $ab+bc+ca=28$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P=\frac{5a+5b+2c}{\sqrt{12(a^2+28)}+\sqrt{12(b^2+28)}+\sqrt{c^2+28}}$$

Câu 3 (6 điểm)

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O; R). Giả sử các điểm B, C cố định và A di động trên đường tròn (O) sao cho AB < AC và AC < BC. Đường trung thực của đoạn thẳng AB cắt AC và BC lần lượt tại P và Q. Đường trung trực của đoạn thẳng AC cắt AB và BC lần lượt tại M và N.

a) Chứng minh rằng: $OM.ON=R^2$.

b) Chứng minh rằng bốn điểm M, N, P, Q cùng nằm trên một đường tròn.

c) Giả sử hai đường tròn ngoại tiếp tam giác BMN và CPQ cắt nhau tại S và T. Chứng minh ba điểm S, T, O thẳng hàng.

Câu 4 (4 điểm)

a) Tìm các số x,y nguyên dương thỏa mãn phương trình: $16(x^3-y^3)=15xy+371$.

b) Giả sử Trung tâm thành phố Bến Tre có tất cả 2019 bóng đèn chiếu sáng đô thị, bao gồm 671 bóng đèn ánh sáng trắng, 673 bóng đèn ánh sáng vàng nhạt, 675 bóng đèn ánh sáng vàng sậm. Người ta thực hiện dự án thay bóng đèn theo quy luật sau: Mỗi lần người ta tháo bỏ hai bóng đèn khác loại và thay vào đó bằng hai bóng đèn thuộc loại còn lại. Hỏi theo quy trình trên, đến một lúc nào đó, người ta có thể nhận được tất cả các bóng đèn đều thuộc cùng một loại không? Giải thích vì sao?

———————HẾT———————

SỞ GD&ĐT HẢI DƯƠNG **KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH LỚP 9 THCS**

Đề chính thức **Năm học: 2017 - 2018 (Thời gian: 150p)**

Câu 1:(2 điểm)

a) Cho $A = \dfrac{x^2 - \sqrt{x}}{x + \sqrt{x} + 1} + \dfrac{x^2 + \sqrt{x}}{x - \sqrt{x} + 1}$. Rút gọn biểu thức: $B = 1 - \sqrt{2A - 4\sqrt{x} + 1}$ với $0 \le x \le \dfrac{1}{4}$

b) Cho x, y, z là các số thực khác 0 và đôi một khác nhau thỏa mãn $\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} + \dfrac{1}{z} = 0$. Chứng minh rằng:

$(\dfrac{1}{x^2 + 2yz} + \dfrac{1}{y^2 + 2xz} + \dfrac{1}{z^2 + 2xy})(x^{2016} + y^{2017} + z^{2018}) = xy + yz + xz$

Câu 2:(2 điểm)

a) Giải phương trình: $(\sqrt{x+5} - \sqrt{x-2})(1 + \sqrt{x^2 + 3x - 10}) = 7$

b) Giải hệ: $\begin{cases} x^2 + y^2 - xy = 2 \\ x^2 = x + y \end{cases}$

Câu 3:(2 điểm)

a) Tìm các số thực x sao cho $x + \sqrt{2018}$ và $\dfrac{7}{x} - \sqrt{2018}$ đều là số nguyên.

b) Tìm các số tự nhiên có dạng $\overline{ab}$ biết rằng $\overline{ab}^2 - \overline{ba}^2$ chia hết cho 3267.

Câu 4:(3 điểm) Cho hình bình hành ABCD có $\widehat{BDC} = 90^o$, đường phân giác góc $\widehat{BAD}$ cắt cạnh BC và đường thẳng CD lần lượt tại E,F . Gọi O,O' lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp $\Delta BCD, \Delta CEF$

1) Chứng minh rằng O' thuộc đường tròn (O).

2) Khi DE vuông góc với BC.

a) Tiếp tuyến của (O) tại D cắt đường thẳng BC tại G . Chứng minh rằng $BG.CE = BE.CG$

b) Đường tròn (O) và (O') cắt nhau tại H (H khác C). Kẻ tiếp tuyến chung IK (I thuộc (O), K thuộc (O') và H,I,K nằm cùng phía bờ OO'), dựng hình bình hành CIMK. CMR: $OB + O'C > HM$

Câu 5:(1 điểm)

Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn $x^2 + y^2 + z^2 \le 3xyz$. Tìm GTLN:$P = \dfrac{x^2}{x^4 + yz} + \dfrac{y^2}{y^4 + xz} + \dfrac{z^2}{z^4 + xy}$

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH

ĐỀ THI CHÍNH THỨC
(Đề thi gồm 01 trang)

KỲ THI HỌC SINH GIỎI LỚP 9 THCS
CẤP THÀNH PHỐ
KHÓA THI NGÀY 29/3/2018
Môn thi: TOÁN
Thời gian làm bài:150 phút
(Không kể thời gian phát đề)

Bài 1. *(3 điểm)*

Cho hai số a, b thỏa các điều kiện: $a^2+b^2=1, a^4+b^4=\dfrac{1}{2}$.

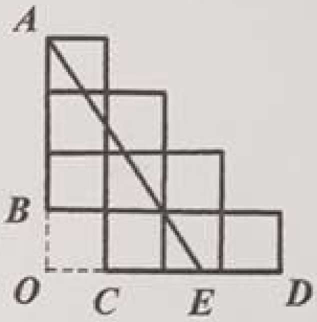
Tính giá trị của biểu thức $P=a^{2018}+b^{2018}$.

Bài 2. *(3 điểm)*

Giải phương trình: $\sqrt{5-x}+2\sqrt{3+x}=6$

Bài 3. *(2 điểm)*

Hình bên gồm 9 hình vuông giống hệt nhau, mỗi hình vuông có diện tích $4\ cm^2$. Các điểm A, B, C, D là đỉnh của các hình vuông. Điểm E nằm trên đoạn CD sao cho AE chia 9 hình vuông thành hai phần có diện tích bằng nhau. Tính độ dài đoạn CE.

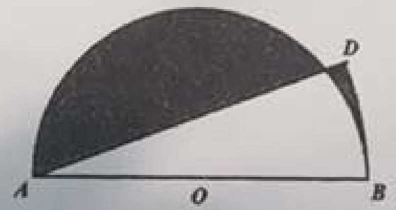


Bài 4. *(4 điểm)*

1. Cho 2 số thực x, y. Chứng minh rằng $(1+x^2)(1+y^2)\ge 2x(1-y^2)$
2. Các số $A; B; C; D; A+C; B+C; A+D; B+D$ là 8 số tự nhiên khác nhau từ 1 đến 8. Biết A là số lớn nhất trong các số A, B, C, D. Tìm A.

Bài 5. *(5 điểm)*

1. Cho nửa đường tròn (O) đường kính $AB=4\ cm$.
   Góc $\widehat{DAB}=30^0$ và cung $\overset{\frown}{DB}$ là một phần của đường tròn tâm A. Tính diện tích phần tô đậm.



2. Cho tứ giác nội tiếp $ABCD$ có hai đường chéo vuông góc với nhau tại I. Đường thẳng qua I vuông góc với AD cắt cạnh BC tại N. Đường thẳng qua I vuông góc với BC cắt cạnh AD tại M. Chứng minh rằng nếu $AB+CD=2MN$ thì $ABCD$ là hình thang.

Bài 6. *(3 điểm)*

Một ô tô dự định đi từ thành phố A đến thành phố B với vận tốc không đổi là $v\ km/h$. Nếu vận tốc ô tô đó tăng thêm 20% thì nó sẽ đến B sớm hơn dự định 1 giờ. Tuy nhiên, sau khi đi được $120\ km$ với vận tốc v, ô tô tăng tốc thêm 25% và đến B sớm hơn dự định 48 phút. Tính quãng đường giữa hai thành phố.

HẾT

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ TĨNH

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

(Đề thi có 01 trang, gồm 13 câu)

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH LỚP 9
NĂM HỌC 2017 - 2018
PHẦN THI CÁ NHÂN
Môn: TOÁN
Thời gian làm bài: 120 phút

I. PHẦN GHI KẾT QUẢ *(thí sinh chỉ cần ghi kết quả vào tờ giấy thi)*

Câu 1. Tìm số cạnh của đa giác lồi có 27 đường chéo. 9

Câu 2. Cho $a_1 = 2017$ và $a_{n+1} = a_n + 2017$ với mọi $n \geq 1, n \in \mathbb{N}$. Tìm a_{2018}?

Câu 3. Cho $4a^2 + b^2 = 5ab$ với $b > 2a > 0$. Tính giá trị của biểu thức: $P = \dfrac{5ab}{3a^2 + 2b^2}$. $\frac{4}{7}$

Câu 4. Hai vật chuyển động trên một đường tròn có chu vi 200m, vận tốc vật thứ nhất là 4m/s; vật thứ hai là 6m/s. Hai vật xuất phát cùng một thời điểm tại một vị trí và chuyển động cùng chiều. Hỏi trong 16 phút vật thứ hai vượt lên trước vật thứ nhất mấy lần? (không kể lúc xuất phát). 4

Câu 5. Có bao nhiêu tam giác khác nhau mà độ dài các cạnh là các số tự nhiên (cùng đơn vị đo) thuộc tập hợp $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$. 17

Câu 6. Giải phương trình: $\sqrt[3]{1-x} + \sqrt{x+3} = 2$. 1

$\frac{n(n-3)}{2}$

Câu 7. Cho các số a, b thỏa mãn $a^3 + 8b^3 = 1 - 6ab$. Tính $a + 2b$.

Câu 8. Tìm các số nguyên dương *a, b, c (b>c)* thỏa mãn: $\begin{cases} b^2 + c^2 = a^2 \\ 2(a+b+c) = bc. \end{cases}$

Câu 9. Biết khoảng cách từ trọng tâm tam giác ABC đến các cạnh tỉ lệ với các số 2; 3; 4 và chu vi của tam giác ABC là 26. Tìm độ dài các cạnh của tam giác ABC.

Câu 10. Cho tam giác ABC có góc $\widehat{A} = 30^0$, $\widehat{B} = 50^0$, cạnh $AB = 2\sqrt{3}$. Tính $AC(AC + BC)$.

II. PHẦN TỰ LUẬN *(thí sinh trình bày lời giải vào tờ giấy thi)*

Câu 11. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2y^2 - x^2 = 1 \\ 2(x^3 - y) = y^3 - x. \end{cases}$ 2

Câu 12. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB < AC$, ngoại tiếp đường tròn tâm O. Gọi D, E, F lần lượt là tiếp điểm của (O) với các cạnh AB, AC, BC; I là giao điểm của BO với EF; M là điểm di động trên đoạn CE. Gọi H là giao điểm của BM và EF.

a. Chứng minh rằng nếu $AM = AB$ thì các tứ giác $BDHF$, $ABHI$ nội tiếp.

b. Gọi N là giao điểm của BM với cung nhỏ $\overset{\frown}{EF}$ của (O); P và Q lần lượt là hình chiếu của N trên các đường thẳng DE, DF. Chứng minh $PQ \leq EF$.

Câu 13. Cho x, y là các số nguyên không đồng thời bằng 0. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$F = \left|5x^2 + 11xy - 5y^2\right|.$$

---------- HẾT----------

Lưu ý: - *Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay;*
- *Giám thị không giải thích gì thêm.*

Họ và tên thí sinh:.. *Số báo danh:*..............................

SỞ GD & ĐT HẬU GIANG

---- o0o ----

ĐỀ CHÍNH THỨC

KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH

LỚP 9 NĂM HỌC 2017-2018

MÔN TOÁN

Thời gian làm bài: 150 phút

Câu 1: Tính $A = \dfrac{(x^2-9)(y^2-y-2)}{(x^3-6x^2+9x)(y+1)}$. Biết $x^2+16y^2-7xy = xy-|x-4|$

Câu 2: a) Tìm nghiệm nguyên của phương trình $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=2$

b) Tìm số tự nhiên n sao cho $A = n^2+2n+8$ là số chính phương

Câu 3: a) Cho a, b, c > 0. Chứng minh rằng $\dfrac{a^2}{b}+\dfrac{b^2}{c}+\dfrac{c^2}{a} \geq a+b+c$

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x+y=2(1+xy) \\ xy-x+y=2 \end{cases}$

Câu 4: Cho tam giác ABC đều nội tiếp đường tròn (O; R)

a) Tính theo R độ dài cạnh và chiều cao của tam giác ABC

b) Gọi M là điểm di động trên cung nhỏ BC (M khác B, C). Trên tia đối của tia MB lấy MD = MC. Chứng minh rằng tam giác MCD đều

c) Tìm vị trí điểm M sao cho tổng S = MA + MB + MC lớn nhất. Tính GTLN của S theo R

Câu 5: Cho tam giác ABC có chu vi bằng 2. Kí hiệu a, b, c là độ dài ba cạnh của tam giác

Tìm GTNN của $S = \dfrac{a}{b+c-a}+\dfrac{9b}{c+a-b}+\dfrac{16c}{a+b-c}$

SỞ GD & ĐT HÀ GIANG

---- o0o ----

ĐỀ CHÍNH THỨC

KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH

LỚP 9 NĂM HỌC 2017-2018

MÔN TOÁN

<u>Thời gian làm bài</u>: 150 phút

<u>Câu 1</u>: a) Cho $x = \sqrt{4+\sqrt{7}} - \sqrt{4-\sqrt{7}}$. Tính $A = \left(x^4 - x^3 - x^2 + 2x - 1\right)^{2017}$

b) Cho a, b, c là các số hữu tỉ đôi một khác nhau.

Chứng minh rằng $A = \dfrac{1}{(a-b)^2} + \dfrac{1}{(b-c)^2} + \dfrac{1}{(c-a)^2}$ là bình phương của một số hữu tỉ

<u>Câu 2</u>: a) Giải phương trình $\dfrac{2x}{2x^2-5x+3} + \dfrac{13x}{2x^2+x+3} = 6$

b) Cho $P(x) = x^2 + ax + b$ với a, b ∈ N. Biết P(1) = 2017. Tính $P(3) + P(-1)$

<u>Câu 3</u>: Tìm các số nguyên dương n sao cho $n^4 + n^3 + 1$ là số chính phương

<u>Câu 4</u>: Cho a, b, c > 0. Chứng minh rằng $\dfrac{b^2+c^2}{a} + \dfrac{c^2+a^2}{b} + \dfrac{a^2+b^2}{c} \geq 2(a+b+c)$

<u>Câu 5</u>: Cho tam giác ABC vuông cân tại A. Gọi D là trung điểm của cạnh BC. Lấy điểm M bất kì trên đoạn AD (M khác A, D). Gọi N, P theo thứ tự là hình chiếu vuông góc của M xuống các cạnh AB, AC và H là hình chiếu vuông góc của N xuống đường thẳng PD

a) Chứng minh rằng AH vuông góc với BH

b) Đường thẳng qua B song song với AD cắt đường trung trực của AB tại I. Chứng minh rằng ba điểm H, N, I thẳng hàng

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
GIA LAI

ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề thi gồm 01 trang)

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9 CẤP TỈNH
NĂM HỌC 2017 – 2018
Môn thi: TOÁN
Thời gian: 150 phút *(không kể thời gian giao đề)*
Ngày thi: 13/03/2018

Câu 1 *(3,0 điểm).*

Cho $A=\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}+\cdots+\frac{1}{2018^2}$. So sánh A với $\frac{2017}{2018}$.

Câu 2 *(3,0 điểm).*

Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2+y^2+4y=1 \\ 3x+xy+y=3 \end{cases}$.

Câu 3 *(6,0 điểm).*

1. Tìm các cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn $x^4+2x^3+3x^2+2x-y^2-y=0.$
2. Có bao nhiêu số nguyên dương có 6 chữ số $\overline{abcdef}$ sao cho $100(a-d)+10(b-e)+(c-f)$ chia hết cho 1001? X

Câu 4 *(6,0 điểm).*

Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O). P di chuyển trên cung BC chứa A của (O). I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC. Q là tâm đường tròn nội tiếp tam giác PBC.

1. Biểu diễn số đo góc BIC theo số đo của góc BAC.
2. Chứng minh rằng $B; I; Q; C$ cùng nằm trên một đường tròn.
3. Trên tia $BQ; CQ$ lần lượt lấy các điểm $M; N$ sao cho $BM=BI$; $CN=CI$. Chứng minh rằng đường thẳng MN luôn đi qua một điểm cố định khi P di chuyển trên cung BC chứa A của (O). X

Câu 5 *(2,0 điểm).*

Xét một thanh gỗ ngang có hai đầu. Một con kiến đi từ đầu này đến đầu kia của thanh thì mất ***5 phút***. Khi đi đến một trong hai đầu thì kiến sẽ rơi xuống đất. Bây giờ giả sử trên thanh gỗ đó có ***5 con kiến*** và đi cùng với tốc độ như vậy nhưng về các hướng khác nhau. Nếu có hai con kiến nào đi ngược hướng và đụng đầu nhau thì chúng lập tức quay ngược lại và đi tiếp. *(Giả sử rằng kích thước cũng như thời gian quay đầu của các con kiến không đáng kể).*

1. Hãy lý luận để chứng tỏ rằng tất cả các con kiến thế nào cũng sẽ rơi hết xuống đất.
2. Cần tối thiểu bao nhiêu phút để chắc chắn rằng cả 5 con kiến đều rơi xuống đất? X

.... *Hết* ....

Lưu ý: - Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.
- Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh...; *số báo danh*..........; *phòng thi số*.........

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO BÌNH ĐỊNH Đề chính thức	KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH LỚP 9 THCS KHOÁ NGÀY 18 – 3 – 2018 Môn thi: TOÁN Thời gian: 150 phút (không kể thời gian phát đề) Ngày thi: 18/3/2018

Bài 1. *(4,0 điểm)*

1. Chứng minh $n^6 - 2n^4 + n^2$ chia hết cho 36 với mọi n nguyên dương.
2. Cho ba số phân biệt *a, b, c*. Đặt :

$$x = (a+b+c)^2 - 9ab,\ y = (a+b+c)^2 - 9bc,\ z = (a+b+c)^2 - 9ac$$

Chứng minh rằng : trong ba số *x, y, z* có ít nhất một số dương.

Bài 2. *(5,0 điểm)*

1. Tìm nghiệm nguyên của phương trình:

$$(x-y)(2x+y+1) + 9(y-1) = 13. \quad (-2,8);(-9,9)$$

2. Giải phương trình:

$$x^2 + \sqrt{x+2018} = 2018.$$

Bài 3. *(4,0 điểm)*

1. Cho a, b, c là ba số không âm thỏa mãn điều kiện: $a^2 + b^2 + c^2 \le 2(ab+bc+ca)$ và *p, q, r* là ba số thỏa mãn: $p+q+r=0$.

   Chứng minh rằng : $apq + bqr + crp \le 0$.

2. Cho các số dương *a, b* thỏa mãn điều kiện $a.b = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$M = (a+b+1)(a^2+b^2) + \frac{4}{a+b}. \quad 8 \quad a=b=1$$

Bài 4. *(7,0 điểm)*

1. Cho tam giác nhọn ABC có các đường cao AD, BE, CF và trực tâm là H.
   a) Chứng minh rằng: AC.BD.CE=BE.CD.BH
   b) Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AH và BC. Đường tròn đường kính AH cắt đoạn thẳng IJ tại K. Tia AK cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC tại M và cắt đoạn thẳng BC tại P. Tia MD cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC tại Q. Chứng minh tứ giác AQDP là tứ giác nội tiếp.
2. Cho tam giác ABC vuông cân tại A. Các điểm D, E theo thứ tự di chuyển trên các cạnh AB, AC sao cho BD = AE. Xác định vị trí điểm D, E sao cho:
   a) DE có độ dài nhỏ nhất.
   b) Tứ giác BDEC có diện tích nhỏ nhất.

$^2-2x+1=y$ 7.11 ... 3 ... $x+1$ ...

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÀNH PHỐ ĐÀ NẴNG

KỲ THI HỌC SINH GIỎI THÀNH PHỐ Năm học 2017-2018
Môn TOÁN - LỚP 9

Thời gian làm bài: 150 phút (*không tính thời gian giao đề*)

ĐỀ CHÍNH THỨC

Câu 1. (*1,0 điểm*)

Tính $A=\dfrac{1+\sqrt{11}}{2+\sqrt{11}}+\sqrt{\dfrac{2}{18-5\sqrt{11}}}$. 2

Câu 2. (*1,5 điểm*)

Cho biểu thức $A=\left(\dfrac{x+2}{x\sqrt{x}-1}+\dfrac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1}+\dfrac{1}{1-\sqrt{x}}\right):\dfrac{\sqrt{x}-1}{2\sqrt{x}}$, với $x>0$ và $x\neq 1$. Hãy rút gọn A và chứng minh $A<\dfrac{2}{3}$.

Câu 3. (*1,5 điểm*)

Cho đường thẳng d_m có phương trình $y=mx+2m-1$, với m là tham số.

a) Chứng minh rằng khi tham số m thay đổi thì đường thẳng d_m luôn đi qua một điểm H cố định. Tìm tọa độ điểm H.

b) Tìm giá trị của m sao cho khoảng cách từ điểm $A(1;2)$ đến d_m là lớn nhất.

Câu 4. (2,0 điểm)

a) Tìm tất cả các số x thỏa: $\sqrt{x-4\sqrt{x-2}+2}+\sqrt{x+6\sqrt{x-2}+7}=7$.

b) Tìm tất cả bộ các số x, y, z thỏa: $\begin{cases} x^2-2x=y \\ y^2+2y=z \\ x+y+z+1+\sqrt{x-1}=0. \end{cases}$

Câu 5. (*1,0 điểm*)

Một thửa ruộng hình chữ nhật, nếu giảm chiều rộng đi 1m và tăng chiều dài thêm 2m thì diện tích không đổi; ngoài ra nếu giảm chiều dài 4m đồng thời tăng chiều rộng thêm 3m ta được thửa ruộng hình vuông. Tính diện tích thửa ruộng ban đầu.

Câu 6. (*1,0 điểm*)

Cho hình bình hành ABCD có độ dài đường chéo AC bằng 4, góc $\widehat{ABC}=150°$. Gọi E, F lần lượt là chân đường cao hạ từ C đến đường thẳng AB và AD. Tính độ dài đoạn FE.

Câu 7. (*2,0 điểm*)

Cho tam giác ABC nhọn, nội tiếp đường tròn tâm O. Tiếp tuyến tại B của đường tròn (O) cắt đường thẳng qua C và song song với AB tại D.

a) Chứng minh rằng $BC^2=AB.CD$.

b) Gọi G là trọng tâm tam giác ABC; E là giao điểm của CG và BD. Tiếp tuyến tại C của đường tròn (O) cắt BG tại F. Chứng minh rằng $\widehat{EAB}=\widehat{FAC}$.

— Hết —

Lưu ý: *Thí sinh không được sử dụng máy tính cầm tay.*