

HỒ KHẮC VŨ

NEW

TUYỂN CHỌN 100 ĐỀ THI
HỌC SINH GIỎI
MÔN TOÁN LỚP

9



BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI

TRƯỜNG ĐẠI HỌC QUẢNG NAM
KHOA TOÁN



TUYỂN TẬP 100 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI
MÔN: TOÁN LỚP 9

Họ và tên:.....

Lớp:.....

Trường:.....



Người tổng hợp: Hồ Khắc Vũ

TP Tam Kỳ, tháng 11 năm 2016

MỘT SỐ PHƯƠNG PHÁP GIẢI PHƯƠNG TRÌNH VÔ TỶ

1. Phương pháp đánh giá

Ví dụ 1: Giải phương trình. $\sqrt{3x^2+6x+7} + \sqrt{5x^2+10x+14} = 4 - 2x - x^2$

Giải:

Vế trái :

$$\sqrt{3(x+1)^2+4} + \sqrt{5(x+1)^2+9} \geq \sqrt{4} + \sqrt{9} = 5$$

Vế phải : $4 - 2x - x^2 = 5 - (x+1)^2 \leq 5$.

Vậy pt có nghiệm khi: vế trái = vế phải = 5.

$$\Leftrightarrow x+1=0 \Leftrightarrow x=-1.$$

Ví dụ 2: Giải phương trình. $\sqrt[3]{x-2} + \sqrt{x+1} = 3$

Giải :

+ Điều kiện : $x \geq -1$

Ta thấy $x = 3$ nghiệm đúng phương

trình. Với $x > 3$ thì $\sqrt[3]{x-2} > 1$; $\sqrt{x+1} > 2$ nên vế trái của phương trình lớn hơn 3.

Với $-1 \leq x < 3$ thì $\sqrt[3]{x-2} < 1$; $\sqrt{x+1} < 2$ nên vế trái của phương trình nhỏ hơn 3.

Vậy $x = 3$ là nghiệm duy nhất.

Ví dụ 2: Giải phương trình: $\sqrt{3-4x} + \sqrt{4x+1} = -16x^2-8x+1$ (1)

Giải

$$\text{ĐK: } -\frac{1}{4} \leq x \leq \frac{3}{4} (*)$$

Ta có

$$(\sqrt{3-4x} + \sqrt{4x+1})^2 = 3-4x + 2\sqrt{(3-4x)(1+4x)} + 1+4x$$

$$= 4 + 2\sqrt{(3-4x)(1+4x)} \geq 4$$

$$\Rightarrow \sqrt{3-4x} + \sqrt{1+4x} \geq 2 \quad (2)$$

$$\text{Lại có : } -16x^2-8x+1 = 2-(4x+1)^2 \leq 2 \quad (3)$$

Từ (2) và (3) ta có:

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{3-4x} + \sqrt{1+4x} = 2 \\ -16x^2 - 8x + 1 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3-4x + 2\sqrt{(3-4x)(1+4x)} + 1+4x = 4 \\ 16x^2 + 8x + 1 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{(3-4x)(1+4x)} = 0 \\ x = -\frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{4} \\ x = -\frac{1}{4} \\ x = -\frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow x = -\frac{1}{4} \quad (\text{thỏa mãn}(*))$$

Trường THCS Định Hưng

Đề thi môn: **Toán**

Thời gian làm bài: **150 phút**

Họ và tên người ra đề: **Bùi Văn Hùng**

Thành viên thẩm định đề: **Lê Hồng Sơn**

ĐỀ BÀI:

Câu 1(5,0 điểm): Cho biểu thức $P = \frac{x\sqrt{x} - 3}{x - 2\sqrt{x} - 3} - \frac{2(\sqrt{x} - 3)}{\sqrt{x} + 1} + \frac{\sqrt{x} + 3}{3 - \sqrt{x}}$

a) Rút gọn P

b) Tính giá trị của P khi $x = 14 - 6\sqrt{5}$

c) Tìm GTNN của P

Câu 2(4,0 điểm):

Bằng đồ thị, hãy biện luận số nghiệm của phương trình: $|x| + |x - 1| = m$

Câu (3,0 điểm):

Tìm số có hai chữ số biết rằng phân số có tử số là số đó, mẫu số là tích của hai chữ số của nó có phân số tối giản là $\frac{16}{9}$ và hiệu của số cần tìm với số có cùng các chữ số với nó nhưng viết theo thứ tự ngược lại bằng 27.

Câu 4(6,0 điểm): Cho hai đường tròn (O) và (O') tiếp xúc ngoài tại A. Gọi AB là đường kính của đường tròn (O), AC là đường kính của đường tròn (O'), DE là tiếp tuyến chung của hai đường tròn, $D \in (O)$, $E \in (O')$, K là giao điểm của BD và CE.

a) Tứ giác ADKE là hình gì? Vì sao?

b) Chứng minh AK là tiếp tuyến chung của hai đường tròn (O) và (O')

c) Gọi M là trung điểm của BC. Chứng minh rằng MK vuông góc với DE.

Câu 5(2,0 điểm): Giải phương trình : $\sqrt{3x^2 + 6x + 7} + \sqrt{5x^2 + 10x + 21} = 5 - 2x - x^2$.

TRƯỜNG THCS: Yên Trường

Đề thi môn: Toán

Thời gian làm bài: 150p

Họ và tên ng- ời ra đề: Trịnh Thị Giang

Các thành viên thẩm định đề(Đối với những môn có từ 2 GV trở lên):.....

□Ủ THI

Câu1:

Cho biểu thức: $A = \left(\frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} + \frac{1}{1-\sqrt{x}} \right) : \frac{\sqrt{x}-1}{2}$

Với $x > 0$ và $x \neq 1$

- a) Rút gọn biểu thức A
- b) Chứng minh rằng: $0 < A < 2$

Câu2: Cho các đ- ờng thẳng

$(d_1): y = mx - 5$

$(d_2): y = -3x + 1$

- a) Xác định toạ độ giao điểm A của (d_1) và (d_2) khi $m = 3$
- b) Xác định giá trị của m để $M(3; -8)$ là giao điểm của (d_1) và (d_2)

Câu3: Giải các ph- ơng trình và hệ ph- ơng trình sau:

- a) $1 + \sqrt[3]{x-16} = \sqrt[3]{x+3}$
- b)
$$\begin{cases} xy - x - y = 5 \\ yz - y - z = 5 \\ zx - z - x = 7 \end{cases}$$

Câu4: Cho hai đ- ờng tròn có chung tâm là điểm O và có bán kính lần l- ợt là R và $\frac{R}{2}$. Từ một điểm A cách tâm O Một đoạn $OA = 2R$, ta kẻ hai tiếp tuyến AB, AC đến đ- ờng tròn $(O; R)$. Gọi D là giao điểm của đ- ờng thẳng AO với đ- ờng tròn $(O; R)$ và điểm O thuộc đoạn thẳng AD.

- a) Chứng minh đ- ờng thẳng BC tiếp xúc với đ- ờng tròn $(O; \frac{R}{2})$
- b) Chứng minh tam giác BCD là tam giác đều
- c) Chứng minh rằng đường tròn $(O; \frac{R}{2})$ nội tiếp trong tam giác BDC.

Trường THCS Định Tường

Đề thi môn: Toán.

Thời gian làm bài: 150 phút.

Họ và tên người ra đề: Lê Thị Thu.

Các thành viên thẩm định đề (đối với những môn có từ 2 GV trở lên).

ĐỀ THI:

Câu 1: (4 điểm)

Cho biểu thức

$$A = \left(\frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{1 - \sqrt{xy}} + \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{1 + \sqrt{xy}} \right) : \left(1 + \frac{x + y + 2xy}{1 - xy} \right)$$

a, Rút gọn A

b, Tính giá trị của A khi $x = \frac{2}{2 + \sqrt{3}}$

c, Tìm giá trị lớn nhất của A.

Câu 2: (4 điểm)

Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} x^2 + 9y^2 = 9 - 6xy \\ x^2 + 4xy^2 = 4xy + 4 \end{cases}$$

Câu 3: (2 điểm)

Cho 3 số x, y, z thỏa mãn đồng thời

$$x^2 + 2y + 1 = y^2 + 2z + 1 = z^2 + 2x + 1 = 0$$

Tính giá trị của biểu thức

$$P = x^{2010} + y^{2010} + z^{2010}$$

Câu 4: (4 điểm): Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn $AB = c$, $AC = b$, $CB = a$.

Chứng minh rằng: $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos B$

Câu 5: (4 điểm):

Cho đường tròn (O;R) và đường thẳng d cắt (O) tại 2 điểm A, B. Từ điểm M trên d kẻ các tiếp tuyến MN, MP với (O). (N, P là các tiếp điểm). Gọi K là trung điểm của AB.

a, Chứng minh 5 điểm M, N, O, K, P cùng nằm trên 1 đường tròn.

b, Chứng minh đường tròn ngoại tiếp tam giác MNP đi qua 2 điểm cố định khi M di động trên (d)

c, Xác định vị trí của M để tứ giác MNOP là hình vuông.

Câu 6: (2 điểm)

Tìm tất cả các số nguyên tố p sao cho tổng tất cả các ước tự nhiên của p^4 là 1 số chính phương.

Trường THCS Định Tường

Đề thi môn: Toán.

Thời gian làm bài: 150 phút.

Họ và tên người ra đề: Lê Thị Thu.

Các thành viên thẩm định đề (đối với những môn có từ 2 GV trở lên).

ĐỀ THI:

Câu 1: (4 điểm)

Cho biểu thức

$$A = \left(\frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{1 - \sqrt{xy}} + \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{1 + \sqrt{xy}} \right) : \left(1 + \frac{x + y + 2xy}{1 - xy} \right)$$

a, Rút gọn A

b, Tính giá trị của A khi $x = \frac{2}{2 + \sqrt{3}}$

c, Tìm giá trị lớn nhất của A.

Câu 2: (4 điểm)

Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} x^2 + 9y^2 = 9 - 6xy \\ x^2 + 4xy^2 = 4xy + 4 \end{cases}$$

Câu 3: (2 điểm)

Cho 3 số x, y, z thỏa mãn đồng thời

$$x^2 + 2y + 1 = y^2 + 2z + 1 = z^2 + 2x + 1 = 0$$

Tính giá trị của biểu thức

$$P = x^{2010} + y^{2010} + z^{2010}$$

Câu 4: (4 điểm): Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn $AB = c$, $AC = b$, $CB = a$.

Chứng minh rằng: $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos B$

Câu 5: (4 điểm):

Cho đường tròn (O;R) và đường thẳng d cắt (O) tại 2 điểm A, B. Từ điểm M trên d kẻ các tiếp tuyến MN, MP với (O). (N, P là các tiếp điểm). Gọi K là trung điểm của AB.

a, Chứng minh 5 điểm M, N, O, K, P cùng nằm trên 1 đường tròn.

b, Chứng minh đường tròn ngoại tiếp tam giác MNP đi qua 2 điểm cố định khi M di động trên (d)

c, Xác định vị trí của M để tứ giác MNOP là hình vuông.

Câu 6: (2 điểm)

Tìm tất cả các số nguyên tố p sao cho tổng tất cả các ước tự nhiên của p^4 là 1 số chính phương.

MỘT SỐ PHƯƠNG PHÁP GIẢI BÀI TOÁN CỰC TRỊ Ở THCS I . KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Các định nghĩa

1.1. Định nghĩa giá trị lớn nhất (GTLN) của một biểu thức đại số cho biểu thức $f(x,y,...)$ xác định trên miền D :

M. đ-ợc gọi là GTLN của $f(x,y,...)$ trên miền ID nếu 2 điều kiện sau đồng thời thoả mãn :

$$1. f(x,y,...) \leq M \quad \forall (x,y,...) \in ID$$

$$2. \exists (x_0, y_0,...) \in ID \text{ sao cho } f(x_0, y_0,...) = M.$$

$$\text{Ký hiệu : } M = \text{Max } f(x,y,...) = f_{\max} \text{ với } (x,y,...) \in ID$$

1.2. Định nghĩa giá trị nhỏ nhất (GTNN) của một biểu thức đại số cho biểu thức $f(x,y,...)$ xác định trên miền ID :

M. đ-ợc gọi là GTNN của $f(x,y,...)$ trên miền ID đến 2 điều kiện sau đồng thời thoả mãn :

$$1. f(x,y,...) \geq M \quad \forall (x,y,...) \in ID$$

$$2. \exists (x_0, y_0,...) \in ID \text{ sao cho } f(x_0, y_0,...) = M.$$

$$\text{Ký hiệu : } M = \text{Min } f(x,y,...) = f_{\min} \text{ với } (x,y,...) \in ID$$

2. Các kiến thức thường dùng

2.1. Lũy thừa :

$$\begin{aligned} a) x^2 \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} &\Rightarrow x^{2k} \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}, k \in \mathbb{Z} \Rightarrow -x^{2k} \leq 0 \\ \text{Tổng quát : } [f(x)]^{2k} &\geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}, k \in \mathbb{Z} \Rightarrow -[f(x)]^{2k} \leq 0 \end{aligned}$$

$$\text{Từ đó suy ra : } [f(x)]^{2k} + m \geq m \quad \forall x \in \mathbb{R}, k \in \mathbb{Z}$$

$$b) \sqrt{x} \geq 0 \quad \forall x \geq 0 \Rightarrow (\sqrt{x})^{2k} \geq 0 \quad \forall x \geq 0; k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Tổng quát : } (\sqrt{A})^{2k} \geq 0 \quad \forall A \geq 0 \quad (A \text{ là 1 biểu thức})$$

2.2 Bất đẳng thức chứa dấu giá trị tuyệt đối :

$$a) |x| \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

$$b) |x+y| \leq |x| + |y| \quad ; \text{ nếu "=" xảy ra } \Leftrightarrow x.y \geq 0$$

$$c) |x-y| \geq |x| - |y| \quad ; \text{ nếu "=" xảy ra } \Leftrightarrow x.y \geq 0 \text{ và } |x| \geq |y|$$

2.3. Bất đẳng thức côsi :

$$\forall a_i \geq 0 \quad ; i = \overline{1, n} : \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n} \geq \sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n} \quad \forall n \in \mathbb{N}, n \geq 2.$$

$$\text{dấu "=" xảy ra } \Leftrightarrow a_1 = a_2 = \dots = a_n$$

2.4. Bất đẳng thức Bunhiacôpxki :

Với n cặp số bất kỳ $a_1, a_2, \dots, a_n ; b_1, b_2, \dots, b_n$ ta có :

$$(a_1 b_1 + a_2 b_2 + \dots + a_n b_n)^2 \leq (a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2) \cdot (b_1^2 + b_2^2 + \dots + b_n^2)$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra } \Leftrightarrow \frac{a_i}{b_i} = \text{Const} \quad (i = \overline{1, n})$$

2.5. Bất đẳng thức Bernonlly :

$$\text{Với } a \geq 0 : (1+a)^n \geq 1+na \quad \forall n \in \mathbb{N}.$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra } \Leftrightarrow a = 0.$$

❖ Một số Bất đẳng thức đơn giản thường gặp được suy ra từ bất đẳng thức $(A+B)^2 \geq 0$.

CHUYÊN □□: GIẢI PHƯƠNG TRÌNH NGHIỆM NGUYÊN

I-Phương trình nghiệm nguyên dạng:

$$ax + by = c \text{ (1) với } a, b, c \in \mathbb{Z}$$

1.Các định lí:

a. Định lí 1: Điều kiện cần và đủ để phương trình $ax + by = c$ (trong đó a, b, c là các số nguyên khác 0) có nghiệm nguyên (a, b) là - ớc của c .

b. Định lí 2: Nếu (x_0, y_0) là một nghiệm nguyên của phương trình $ax + by = c$ thì nó có vô số nghiệm nguyên và nghiệm nguyên (x, y) được cho bởi công thức:

$$\begin{cases} x = x_0 + \frac{b}{d} t \\ y = y_0 - \frac{a}{d} t \end{cases} \quad \text{Với } t \in \mathbb{Z}, d = (a, b)$$

2.Cách giải:

B- ớc 1: Rút ẩn này theo ẩn kia (giả sử rút x theo y)

B- ớc 2: Dựa vào điều kiện nguyên của x , tính chất chia hết suy luận để tìm y

B- ớc 3: Thay y vào x sẽ tìm được nghiệm nguyên

Ví dụ 1: Giải phương trình nghiệm nguyên:

$$2x + 5y = 7$$

H- ớng dẫn: Ta có $2x + 5y = 7 \Leftrightarrow x = \frac{7-5y}{2}$

$$\Leftrightarrow x = 3 - 2y + \frac{1-y}{2}$$

Do x, y nguyên $\Rightarrow \frac{1-y}{2}$ nguyên. Đặt $\frac{1-y}{2} = t$ với $(t \in \mathbb{Z})$

$$\Rightarrow y = 1 - 2t \Rightarrow x = 3 - 2(1 - 2t) + t = 5t + 1$$

Vậy nghiệm tổng quát của phương trình là:

$$\begin{cases} x = 5t + 1 \\ y = -2t + 1 \end{cases} \quad (t \in \mathbb{Z})$$

Ví dụ 2: Giải phương trình nghiệm nguyên

$$6x - 15y = 25$$

H- ớng dẫn:

Ta thấy $(6, 15) = 3$ mà $3/25$

Bài tập nâng cao chương I □□□ s□□ 9

Bài 1: Có hay không một số thực x để cho $x + \sqrt{15}$ và $\frac{1}{x} - \sqrt{15}$ đều là số nguyên

Bài 2: Tìm x, y thỏa mãn các phương trình sau:

a) $\sqrt{x^2 - 4x + 5} + \sqrt{9y^2 - 6y + 1} = 1$ b) $\sqrt{6y - y^2 - 5} - \sqrt{x^2 - 6x + 10} = 1$

Bài 3: Rút gọn các biểu thức:

a) $\sqrt{13 + 30\sqrt{2 + \sqrt{9 + 4\sqrt{2}}}}$ b) $\sqrt{m + 2\sqrt{m - 1}} + \sqrt{m - 2\sqrt{m - 1}}$
 c) $\sqrt{2 + \sqrt{3}} \cdot \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}} \cdot \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}}} \cdot \sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}}}$

Bài 4: Rút gọn các biểu thức:

a) $A = \frac{\sqrt{6 + 2(\sqrt{6} + \sqrt{3} + \sqrt{2})} - \sqrt{6 - 2(\sqrt{6} - \sqrt{3} + \sqrt{2})}}{\sqrt{2}}$ b) $B = \frac{\sqrt{9 - 6\sqrt{2}} - \sqrt{6}}{\sqrt{3}}$

Bài 5: So sánh:

a) $\sqrt{\sqrt{6} + \sqrt{20}}$ và $\sqrt{1 + \sqrt{6}}$ b) $\sqrt{\sqrt{17 + 12\sqrt{2}}}$ và $\sqrt{2} + 1$ c) $\sqrt{\sqrt{28 - 16\sqrt{3}}}$ và $\sqrt{3} - 2$

Bài 6: Rút gọn a) $\frac{\sqrt{110} + \sqrt{70}}{\sqrt{22} + \sqrt{14}}$ b) $\frac{\sqrt{42} - 6}{\sqrt{21} - \sqrt{18}}$ c) $\frac{\sqrt{12} + \sqrt{18} - \sqrt{6}}{2 + \sqrt{6} - \sqrt{2}}$ d) $\frac{(\sqrt{10} - 1)^2 - 3}{\sqrt{10} + \sqrt{3} - 1}$

Bài 7: Tính a) $\sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{3} - \sqrt{29 - 6\sqrt{20}}}$ b) $2\sqrt{3 + \sqrt{5 - \sqrt{13 + \sqrt{48}}}}$
 c) $\left(\sqrt{\sqrt{7} + \sqrt{48}} - \sqrt{\sqrt{28 - 16\sqrt{3}}} \right) \cdot \sqrt{\sqrt{7} + \sqrt{48}}$

Bài 8: Chứng minh: $\sqrt{a \pm \sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a + \sqrt{a^2 - b}}{2}} \pm \sqrt{\frac{a - \sqrt{a^2 - b}}{2}}$ (với $a, b > 0$ và $a^2 - b > 0$)

áp dụng kết quả này để rút gọn:

a) $\frac{2 + \sqrt{3}}{\sqrt{2} + \sqrt{2 + \sqrt{3}}} + \frac{2 - \sqrt{3}}{\sqrt{2} - \sqrt{2 - \sqrt{3}}}$ b) $\frac{\sqrt{3 - 2\sqrt{2}}}{\sqrt{17 - 12\sqrt{2}}} - \frac{\sqrt{3 + 2\sqrt{2}}}{\sqrt{17 + 12\sqrt{2}}}$
 c) $\sqrt{2 + \sqrt{3}} \cdot \sqrt{2 + 4\sqrt{2 + \sqrt{3}}} \cdot \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}}} \cdot \sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}}}$
 d) $\sqrt{\frac{2\sqrt{10} + \sqrt{30} - 2\sqrt{2} - \sqrt{6}}{2\sqrt{10} - 2\sqrt{2}}} : \frac{2}{\sqrt{3} - 1}$

Bài 9: Cho biểu thức $P(x) = \frac{2x - \sqrt{x^2 - 1}}{3x^2 - 4x + 1}$

- a) Tìm tất cả các giá trị của x để $P(x)$ xác định. Rút gọn $P(x)$.
 b) Chứng minh rằng nếu $x > 1$ thì $P(x) \cdot P(-x) < 0$

Bài 10: Cho biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x + 2 - 4\sqrt{x - 2}} + \sqrt{x + 2 + 4\sqrt{x - 2}}}{\sqrt{\frac{4}{x^2} - \frac{4}{x} + 1}}$

- a) Rút gọn biểu thức A . b) Tìm các số nguyên x để biểu thức A là một số nguyên.

Bài 11: Tìm giá trị lớn nhất (nếu có) hoặc giá trị nhỏ nhất (nếu có) của các biểu thức sau:

a) $\sqrt{9 - x^2}$ b) $\sqrt{x} - x$ ($x > 0$) c) $1 + \sqrt{2 - x}$ d) $\sqrt{x - 5} - 4$ e) $1 - 2\sqrt{1 - 3x}$

MỘT SỐ BÀI TẬP TỔNG HỢP VỀ CĂN THỨC BẬC HAI

1. Chứng minh $\sqrt{7}$ là số vô tỉ.
2. a) Chứng minh : $(ac + bd)^2 + (ad - bc)^2 = (a^2 + b^2)(c^2 + d^2)$
b) Chứng minh bất đẳng thức Bunhiacôpxki : $(ac + bd)^2 \leq (a^2 + b^2)(c^2 + d^2)$
3. Cho $x + y = 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức : $S = x^2 + y^2$.
4. a) Cho $a \geq 0, b \geq 0$. Chứng minh bất đẳng thức Cauchy : $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$.
b) Cho $a, b, c > 0$. Chứng minh rằng : $\frac{bc}{a} + \frac{ca}{b} + \frac{ab}{c} \geq a + b + c$
c) Cho $a, b > 0$ và $3a + 5b = 12$. Tìm giá trị lớn nhất của tích $P = ab$.
5. Cho $a + b = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức : $M = a^3 + b^3$.
6. Cho $a^3 + b^3 = 2$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức : $N = a + b$.
7. Cho a, b, c là các số dương. Chứng minh : $a^3 + b^3 + abc \geq ab(a + b + c)$
8. Tìm liên hệ giữa các số a và b biết rằng : $|a + b| > |a - b|$
9. a) Chứng minh bất đẳng thức $(a + 1)^2 \geq 4a$
b) Cho $a, b, c > 0$ và $abc = 1$. Chứng minh : $(a + 1)(b + 1)(c + 1) \geq 8$
10. Chứng minh các bất đẳng thức :
a) $(a + b)^2 \leq 2(a^2 + b^2)$ b) $(a + b + c)^2 \leq 3(a^2 + b^2 + c^2)$
11. Tìm các giá trị của x sao cho :
a) $|2x - 3| = |1 - x|$ b) $x^2 - 4x \leq 5$ c) $2x(2x - 1) \leq 2x - 1$.
12. Tìm các số a, b, c, d biết rằng : $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = a(b + c + d)$
13. Cho biểu thức $M = a^2 + ab + b^2 - 3a - 3b + 2001$. Với giá trị nào của a và b thì M đạt giá trị nhỏ nhất ? Tìm giá trị nhỏ nhất đó.
14. Cho biểu thức $P = x^2 + xy + y^2 - 3(x + y) + 3$. CMR giá trị nhỏ nhất của P bằng 0.
15. Rút gọn biểu thức : $A = (2\sqrt{2} - \sqrt{5} + 3\sqrt{2})(\sqrt{18} - \sqrt{20} + 2\sqrt{2})$.
16. Chứng minh rằng, $\forall n \in \mathbb{Z}_+$, ta luôn có : $1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}} > 2(\sqrt{n+1} - 1)$.
17. Trục căn thức ở mẫu : a) $\frac{1}{1 + \sqrt{2} + \sqrt{5}}$ b) $\frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{x+1}}$.
18. Tính :
a) $\sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{3 - \sqrt{29 - 6\sqrt{20}}}}$ b) $\sqrt{6 + 2\sqrt{5 - \sqrt{13 + \sqrt{48}}}}$ c) $\sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{3 - \sqrt{29 - 12\sqrt{5}}}}$
19. Cho $a = \sqrt{3 - \sqrt{5}} \cdot (3 + \sqrt{5})(\sqrt{10} - \sqrt{2})$. Chứng minh rằng a là số tự nhiên.
20. Cho $b = \frac{\sqrt{3 - 2\sqrt{2}}}{\sqrt{17 - 12\sqrt{2}}} - \frac{\sqrt{3 + 2\sqrt{2}}}{\sqrt{17 + 12\sqrt{2}}}$. b có phải là số tự nhiên không ?
21. Giải các phương trình sau :
a) $(\sqrt{3} - 1)x - x + 4 - \sqrt{3} = 0$ b) $(\sqrt{3} - 1)x = 2(\sqrt{3} + 1)x - 3\sqrt{3}$
c) $\frac{(5 - x)\sqrt{5 - x} + (x - 3)\sqrt{x - 3}}{\sqrt{5 - x} + \sqrt{x - 3}} = 2$ d) $x + \sqrt{x - 5} = 5$
22. Tính giá trị của biểu thức : $M = \sqrt{12\sqrt{5} - 29} + \sqrt{25 + 4\sqrt{21}} - \sqrt{12\sqrt{5} + 29} - \sqrt{25 - 4\sqrt{21}}$
23. Rút gọn : $A = \frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n-1} + \sqrt{n}}$.

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI MÔN TOÁN 9

Câu 1: (2 điểm)

Cho biểu thức sau:

$$P = \frac{x^2 - \sqrt{x}}{x + \sqrt{x} + 1} - \frac{2x + \sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \frac{2(x-1)}{\sqrt{x}-1}$$

1. Rút gọn P.
2. Tìm giá trị nhỏ nhất của P.
3. Tìm x để biểu thức $Q = \frac{2\sqrt{x}}{P}$ nhận giá trị là số nguyên.

Câu 2: (2 điểm)

Cho đường thẳng (d) có phương trình: $2(m-1)x + (m-2)y = 2$.

1. Vẽ (d) với $m = 3$.
2. Chứng minh rằng (d) luôn đi qua một điểm cố định với mọi m.
3. Tìm m để (d) cách gốc tọa độ một khoảng lớn nhất.

Câu 3: (2,5 điểm)

1. Giải phương trình nghiệm nguyên:

$$x^2 + 2y^2 + 3xy - (x + y) + 3 = 0$$

2. Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn: $a + b = 4$.

Chứng minh rằng: $2a + 3b + \frac{b}{a} + \frac{10}{b} \geq 18$.

Câu 4: (2,5 điểm)

Cho hình thang vuông ABCD ($\hat{A} = \hat{D} = 90^\circ$), tia phân giác của góc C đi qua trung điểm I của AD.

1. Chứng minh rằng BC là tiếp tuyến của đường tròn (I, IA).
2. Cho $AD = 2a$. Tính tích AB và CD theo a.
3. Gọi H là tiếp điểm của BC với đường tròn (I) nói trên. K là giao điểm của AC và BD. Chứng minh rằng KH song song với BC.

Câu 5: (1 điểm)

Cho a, b, c là 3 cạnh của một tam giác có 3 góc nhọn. Chứng minh rằng với mọi số thực khác không x, y, z ta luôn có:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} \geq \frac{2x^2 + 2y^2 + 2z^2}{a^2 + b^2 + c^2}.$$

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN LỚP 9

MÔN TOÁN - THỜI GIAN 150 PHÚT

NĂM HỌC: 2009 - 2010

Bài 1: (3 đ). Tính giá trị của biểu thức:

a) $A = \sqrt{13} - \sqrt{100} - \sqrt{53 + 4\sqrt{90}}$

b) $B = \frac{a^2}{a^2 - b^2 - c^2} + \frac{b^2}{b^2 - c^2 - a^2} + \frac{c^2}{c^2 - a^2 - b^2}$ Với $a + b + c = 0$

Bài 2: (4 đ). Cho biểu thức:

$$P = \frac{x\sqrt{x} - 3}{x - 2\sqrt{x} - 3} - \frac{2(\sqrt{x} - 3)}{\sqrt{x} + 1} + \frac{\sqrt{x} + 3}{3 - \sqrt{x}}$$

- a) Rút gọn biểu thức P.
b) Tính giá trị của P với $x = 14 - 6\sqrt{5}$
c) Tìm GTNN của P.

Bài 3 (4 đ). Giải các phương trình.

a) $\frac{1}{x^2 + 4x + 3} + \frac{1}{x^2 + 8x + 15} + \frac{1}{x^2 + 12x + 35} + \frac{1}{x^2 + 16x + 63} = \frac{1}{5}$

b) $\sqrt{x + 6} - 4\sqrt{x + 2} + \sqrt{x + 11} - 6\sqrt{x + 2} = 1$

Bài 4: (3 đ). Cho 2 số dương x, y thỏa mãn $x + y = 1$

a) Tìm GTNN của biểu thức $M = (x^2 + \frac{1}{y^2})(y^2 + \frac{1}{x^2})$

b) Chứng minh rằng: $N = (x + \frac{1}{x})^2 + (y + \frac{1}{y})^2 \geq \frac{25}{2}$

Bài 5 (2 đ). Cho hình chữ nhật ABCD, điểm $M \in BC$. Các đường tròn đường kính AM, BC cắt nhau tại N (khác B). BN cắt CD tại L. Chứng minh rằng: ML vuông góc với AC.

Bài 6 (4 đ)

Cho $(O; R)$ và một điểm A nằm ngoài đường tròn. Từ một điểm M di động trên đường thẳng d vuông góc với OA tại A, vẽ các tiếp tuyến MB, MC với đường tròn (B, C là các tiếp điểm) dây BC cắt OM và OA lần lượt tại H và K.

a, Chứng minh rằng OA.OK không đổi, từ đó suy ra BC luôn đi qua một điểm cố định.

b, Chứng minh rằng H di động trên một đường tròn cố định.

c, Cho biết $OA = 2R$. Hãy xác định vị trí điểm M để diện tích tứ giác MBOC nhỏ nhất.

TR- ƠNG THCS ƠNG THÀNH

Đề thi môn: **Toán**

Thời gian làm bài: 150'

Họ và tên ng- ời ra đề: Đỗ Thị H- ơng

Các thành viên thẩm định: Phạm Văn Long

Đề thi:

Câu 1 (6 điểm): Cho biểu thức

$$A = \left[1 : \left(1 - \frac{\sqrt{a}}{1 + \sqrt{a}} \right) \right] \left[\frac{1}{\sqrt{a} - 1} - \frac{2\sqrt{a}}{(a+1)(\sqrt{a}-1)} \right]$$

- a) Tìm điều kiện của a để A có nghĩa.
- b) Rút gọn biểu thức A.
- c) với giá trị nào của a thì A có giá trị nguyên.

Câu 2(4 điểm): Cho hàm số: $y = \frac{x}{2} + m$ có đồ thị là (D_m) và hàm số: $y = |x - 1|$ có đồ thị là (T).

- a) Với $m = 2$. Vẽ (T) và (D_2) trên cùng hệ trục tọa độ.
- b) Dùng đồ thị biện luận theo m số nghiệm của ph- ơng trình $x + 2m - 2\sqrt{x^2 - 2x + 1} = 0$

Câu 3(3 điểm): Giải hệ ph- ơng trình:
$$\begin{cases} x + y = 2 \\ x^3 + y^3 = 26 \end{cases}$$

Câu 4(2 điểm): Giải ph- ơng trình:

$$\sqrt{x+3} + 4\sqrt{x-1} + \sqrt{x+8} - 6\sqrt{x-1} = 5$$

Câu 5: (6 điểm): Cho hai đ- ờng tròn (O;R) và (O'; r) tiếp xúc ngoài tại A. Kẻ tiếp tuyến chung ngoài BC, $B \in (O)$, $C \in (O')$.

- a) Tính số đo góc BAC
- b) Tính BC.
- c) Gọi D là giao điểm của CA với đ- ờng tròn tâm O, ($D \neq A$). Chứng minh rằng ba điểm B,O,D thẳng hàng.
- d) Tính BA,CA

.....****Hết****.....

PHÒNG GIÁO DỤC YÊN ĐỊNH

TR- ỜNG THCS YÊN LỜC

Đề thi môn : Toán.

Thời gian làm bài : 150 phút.

Ng- ời ra đề : Trịnh Văn Hùng.

Ng- ời Thẩm định đề: Trịnh Văn Bằng, Trần Tuyết Anh, L- u Vũ Chấn

Bài 1: (4 điểm) . Cho biểu thức $P(x) = \frac{2x - \sqrt{x^2 - 1}}{3x^2 - 4x + 1}$

a) Tìm tất cả các giá trị của x để P(x) xác định. Rút gọn P(x).

b) Chứng minh rằng nếu $x > 1$ thì $P(x).P(-x) < 0$.

Bài 2. (3 điểm) Cho hệ ph- ơng trình

$$\begin{cases} (m+1)x + my = 2m - 1 \\ mx - y = m^2 - 2 \end{cases}$$

a) Giải hệ ph- ơng trình với $m = 2$

b) Tìm các giá trị của m để hệ ph- ơng trình có nghiệm thỏa mãn điều kiện xy đạt giá trị lớn nhất

Bài 3. (4 điểm) . Cho hàm số : $y = mx - 2m - 1$ ($m \neq 0$) . (1).

a) Chứng minh rằng đồ thị hàm số (1) luôn luôn đi qua một điểm cố định khi m thay đổi.

b) Tính theo m tọa độ các giao điểm A, B của đồ thị hàm số (1) lần l- ợt với các trục Ox và Oy . Xác định m để tam giác AOB có diện tích bằng $\frac{1}{2}$ (đ.v.d.t)

Bài 4. (3 điểm) . Cho tam giác nhọn ABC ; $BC = a$; $CA = b$; $AB = c$.

Chứng minh rằng : $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac.\cos B$

Bài 5. (4 điểm) Cho tam giác nhọn ABC có $\widehat{B} = 45^\circ$. Vẽ đ- ờng tròn đ- ờng kính AC có tâm O, đ- ờng tròn này cắt BA và BC tại D và E.

1. Chứng minh $AE = EB$.

2. Gọi H là giao điểm của CD và AE, Chứng minh rằng đ- ờng trung trực của đoạn HE đi qua trung điểm I của BH.

3. Chứng minh OD là tiếp tuyến của đ- ờng tròn ngoại tiếp tam giác BDE.

Bài 6. (2 điểm) CMR, $\forall n \geq 1, n \in \mathbb{N} : \frac{1}{2} + \frac{1}{3\sqrt{2}} + \frac{1}{4\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{(n+1)\sqrt{n}} < 2$

A- MUC TIÊU:

- Học sinh cần nắm vững các kiến thức cơ bản về đ- ờng tròn.
- Vận dụng một cách thành thục các đn,tính chất để giải các dạng bài tập đó.
- Rèn kỹ năng và t- duy hình học.Sáng tạo và linh hoạt trong giải toán hình học.

B - NỘI DUNG :

I/ Những kiến thức cơ bản :

1) Sự xác định và các tính chất cơ bản của đường tròn :

- Tập hợp các điểm cách đều điểm O cho trước một khoảng không đổi R gọi là đường tròn tâm O bán kính R , kí hiệu là (O,R) .
- Một đường tròn hoàn toàn xác định bởi một điều kiện của nó . Nếu AB là đoạn cho trước thì đường tròn đường kính AB là tập hợp những điểm M sao cho góc $AMB = 90^0$. Khi đó tâm O sẽ là trung điểm của AB còn bán kính thì bằng $R = \frac{AB}{2}$.
- Qua 3 điểm A,B ,C không thẳng hàng luôn vẽ được 1 đường tròn và chỉ một mà thôi . Đường tròn đó được gọi là đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .
- Trong một đường tròn , đường kính vuông góc với một dây thì đi qua trung điểm dây đó . Ngược lại đường kính đi qua trung điểm của một dây không đi qua tâm thì vuông góc với dây đó .
- Trong đường tròn hai dây cung bằng nhau khi và chỉ khi chúng cách đều tâm .
- Trong một đường tròn , hai dây cung không bằng nhau , dây lớn hơn khi và chỉ khi dây đó gần tâm hơn .

2) Tiếp tuyến của đường tròn :

- Định nghĩa : Đường thẳng được gọi là tiếp tuyến của đường tròn nếu nó có một điểm chung với đường tròn . Điểm đó được gọi là tiếp điểm .
- Tính chất : Tiếp tuyến của đường tròn vuông góc với bán kính tại tiếp điểm . Ngược lại , đường thẳng vuông góc với bán kính tại giao điểm của bán kính với đường tròn được gọi là tiếp tuyến .
- Hai tiếp tuyến của một đường tròn cắt nhau tại một điểm thì điểm đó cách đến hai tiếp điểm ; tia kẻ từ điểm đó đi qua tâm là tia phân giác của góc tạo bởi hai tiếp tuyến ; tia kẻ từ tâm đi qua điểm đó là tia phân giác của góc tạo bởi hai bán kính đi qua các tiếp điểm .
- Đường tròn tiếp xúc với 3 cạnh của một tam giác gọi là đường tròn nội tiếp của tam giác đó . Tâm của đường tròn nội tiếp tam giác là giao của 3 đường phân giác của tam giác .
- Đường tròn bàng tiếp của tam giác là đường tròn tiếp xúc với một cạnh và phần kéo dài của hai cạnh kia .

3) Vị trí tương đối của hai đường tròn :

- Giả sử hai đường tròn (O;R) và (O';r) có $R \geq r$ và $d = OO'$ là khoảng cách giữa hai tâm

TÍNH GIÁ TRỊ CỦA BIỂU THỨC

Phần 1 : Biểu thức số

Bài tập 1: Tính $A = \sqrt{3-2\sqrt{2}} - \sqrt{6+4\sqrt{2}}$

$$B = \sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{2-\sqrt{3}}$$

$$C = \sqrt{3+\sqrt{13+\sqrt{48}}}$$

$$D = \sqrt{\sqrt{5} + \sqrt{3 - \sqrt{29 - 12\sqrt{5}}}}$$

Bài tập 2: Tính $A = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} + \sqrt{2+\sqrt{2}}} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} + \sqrt{2-\sqrt{2}}}$

$$B = \frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{2} + \sqrt{2+\sqrt{3}}} + \frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{2} - \sqrt{2-\sqrt{3}}}$$

$$C = (2\sqrt{2}+3)\left(\frac{5}{1+\sqrt{2}} + \frac{14}{-1+2\sqrt{2}} - \frac{6}{2-\sqrt{2}}\right)$$

$$D = \frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} \cdot \sqrt{\frac{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}}$$

Bài tập 3: Tính $S = \sqrt[3]{7+5\sqrt{2}} + \sqrt[3]{7-5\sqrt{2}}$

Bài tập 4: Cho $x_0 = \sqrt[3]{10+6\sqrt{3}} - \sqrt[3]{-10+6\sqrt{3}}$. CMR x_0 là nghiệm của PT

$$x^3 + 6x - 20 = 0$$

Bài tập 5: Biết $x = \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}} - \sqrt{6-3\sqrt{2+\sqrt{3}}}$. Tính giá trị của biểu thức

$$S = x^4 - 16x$$

Phần 2 : Biểu thức đ-ợc tính qua biểu thức khác

Bài tập 1 : Cho các số a,b thoả mãn các hệ thức $a^2+b^2=1$ và $a^3+b^3=1$. Tính

$$T = a^{2005} + b^{2006}$$

Bài tập 2: Biết a,b đ-ợc thoả mãn $a^{2002}+b^{2002}=a^{2003}+b^{2003}=a^{2004}+b^{2004}$. Tính

$$S = a^{2005} + b^{2005}$$

Bài tập 3 : Biết a,b,c thoả mãn $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$ và $ab+ac+bc=1$. Tính

$$P = \frac{1}{1+a+ab} + \frac{1}{1+b+bc} + \frac{1}{1+c+ca}$$

Bài tập 4: Biết x,y thoả mãn $(x+\sqrt{1+y^2})(y+\sqrt{1+x^2})=1$. Tính $F=x+y$

Bài tập 5: Cho x,y,z là các số đ-ợc thoả mãn $x+y+z+\sqrt{xyz}=4$

$$\text{Tính } S = \sqrt{x(4-y)(4-z)} + \sqrt{y(4-x)(4-z)} + \sqrt{z(4-x)(4-y)} - \sqrt{xyz}$$

Bài tập 6: Cho a,b,c,x,y,z là các số đ-ợc thoả mãn $x+y+z=a$; $x^2+y^2+z^2=b$; $a^2=b+4010$. Tính giá trị của biểu thức

$$M = \sqrt{\frac{(2005+y^2)(2005+z^2)}{2005+x^2}} + y\sqrt{\frac{(2005+x^2)(2005+z^2)}{2005+y^2}} + z\sqrt{\frac{(2005+x^2)(2005+y^2)}{2005+z^2}}$$

Phần 3 : Một số bài luyện tập

Bài 1: Tính $S = \frac{3+\sqrt{5}}{\sqrt{10}+\sqrt{3+\sqrt{5}}} + \frac{3-\sqrt{5}}{\sqrt{10}+\sqrt{3-\sqrt{5}}}$

$$T = \frac{4+\sqrt{7}}{2\sqrt{2}+\sqrt{4+\sqrt{7}}} + \frac{4-\sqrt{7}}{2\sqrt{2}-\sqrt{4-\sqrt{7}}}$$

Bài 2 : CMR $S = \sqrt{2+\sqrt{3\sqrt{4\cdots\sqrt{2000}}}} < 2$

ĐỀ THI CHỌN ĐỘI TUYỂN HỌC SINH GIỎI - CẤP TỈNH NĂM HỌC 2009-2010
MÔN THI: TOÁN (Thời gian làm bài 150 phút)

Bài 1 (2,5 điểm) Giải các phương trình sau:

1. $3x^2 + 4x + 10 = 2\sqrt{14x^2 - 7}$

2. $\sqrt[4]{4-x^2} - \sqrt[4]{x^4-16} + \sqrt{4x+1} + \sqrt{x^2+y^2-2y-3} = 5-y$

3. $x^4 - 2y^4 - x^2y^2 - 4x^2 - 7y^2 - 5 = 0$; (với x, y nguyên)

Bài 2: (2.5 điểm)

1. Tìm số tự nhiên n để $n+18$ và $n-41$ là hai số chính phương.

2. Căn bậc hai của 64 có thể viết dưới dạng như sau: $\sqrt{64} = 6 + \sqrt{4}$

Hỏi có tồn tại hay không các số có hai chữ số có thể viết căn bậc hai của chúng dưới dạng như trên với a, b là một số nguyên? Hãy chỉ ra toàn bộ các số đó.

Bài 3: (3,25 điểm)

Cho đường tròn $(O; R)$ và đường thẳng d không đi qua O cắt đường tròn (O) tại hai điểm A và B . Từ một điểm M tùy ý trên đường thẳng d và ở ngoài đường tròn (O) vẽ hai tiếp tuyến MN và MP với đường tròn (O) , (P, N là hai tiếp điểm).

1. Chứng minh rằng $MN^2 = MP^2 = MA \cdot MB$

2. Đặt vị trí điểm M trên đường thẳng d sao cho tứ giác $MNOP$ là hình vuông.

3. Chứng minh rằng tâm của đường tròn đi qua 3 điểm M, N, P luôn chạy trên đường thẳng cố định khi M di động trên đường thẳng d .

Bài 4: (1,5 điểm)

Trên mặt phẳng tọa độ xOy lấy điểm $P(0; 1)$, vẽ đường tròn (K) có đường kính OP . Trên trục hoành lấy ba điểm $M(a; 0)$; $N(b; 0)$, $Q(c; 0)$. Nối PM ; PN ; PQ lần lượt cắt đường tròn (K) tại A ; B ; C . Tính độ dài các cạnh của tam giác ABC theo a ; b ; c .

Bài 5: (0,75 điểm) Cho $a, b, c > 0$.

Chứng minh rằng: $\frac{19b^3 - a^3}{ab + 5b^2} + \frac{19c^3 - b^3}{cb + 5c^2} + \frac{19a^3 - c^3}{ac + 5a^2} \leq 3(a + b + c)$

Hết./

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI NĂM HỌC 2008 – 2009

Môn thi: **TOÁN 9**

Thời gian: **90 phút** (không kể thời gian phát đề)

Đề số 2: (Học sinh không phải chép đề vào giấy thi)

Bài 1) (3đ):

Cho biểu thức $A=2(9^{2009} + 9^{2008} + \dots + 9 + 1)$

Chứng minh rằng A bằng tích của hai số tự nhiên liên tiếp

Bài 2) (4đ):

a) Rút gọn $B = \sqrt{4 + \sqrt{10 + 2\sqrt{5}}} + \sqrt{4 - \sqrt{10 + 2\sqrt{5}}}$

b) Tìm x để biểu thức sau có giá trị nhỏ nhất, tìm giá trị nhỏ nhất đó $C = x - \sqrt{x - 2009}$

Bài 3) (4đ)

a) Chứng minh rằng nếu $a + b + c = 0$ thì $a^3 + b^3 + c^3 - abc = 0$

b) Áp dụng tính chất trên để tính giá trị của biểu thức sau với

$$x \cdot y \cdot z \neq 0$$

$$D = \frac{xy}{z^2} + \frac{xz}{y^2} + \frac{yz}{x^2} \text{ nếu biết } \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 0$$

Bài 4) (3đ)

Cho a, b, c là độ dài các cạnh của một tam giác.

Chứng minh rằng:

$$E = \frac{a}{b+c-a} + \frac{b}{a+c-b} + \frac{c}{a+b-c} \geq 3$$

Bài 5) (3đ)

Cho tam giác đều ABC từ 1 điểm M thuộc miền trong tam giác kẻ MH, MK, ML vuông góc với cạnh AB, BC, AC và có độ dài lần lượt là x, y, z. Gọi H là độ dài đường cao tam giác đều

Chứng minh rằng $x^2 + y^2 + z^2 \geq \frac{1}{3}h^2$

Bài 6) (3đ)

Cho tam giác ABC ($AB < AC$) M là 1 điểm trên cạnh BC vẽ $BI \perp AM$, $CK \perp AM$.

Xác định vị trí của điểm M trên cạnh BC để tổng $BI + CK$ nhỏ nhất.

Câu 1: (4 điểm) Cho biểu thức

$$P = \frac{x\sqrt{x}-3}{x-2\sqrt{x}-3} - \frac{2(\sqrt{x}-3)}{\sqrt{x}+1} + \frac{\sqrt{x}+3}{3-\sqrt{x}}$$

a) Rút gọn P

b) Tính giá trị của biểu thức P với $x = 14 - 6\sqrt{5}$.

c) Tìm giá trị nhỏ nhất của P

Câu 2: (4 điểm)

1) Cho đường thẳng $y = (m-2)x + 2$ (d)

a) Chứng minh rằng đường thẳng (d) luôn đi qua một điểm cố định với $\forall m$.

2) Trong mặt phẳng tọa độ cho điểm M có tọa độ

$$\begin{cases} x_M = \frac{m+1}{2} \\ y_M = \frac{m+1}{2} \end{cases} \quad (m \text{ là tham số})$$

Tìm quỹ tích các điểm M.

Câu 3: (5 điểm) 1) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{x+y}{xyz} = \frac{5}{24} \\ \frac{y+z}{xyz} = \frac{7}{24} \\ \frac{x+z}{xyz} = \frac{1}{4} \end{cases}$$

2) Tìm nghiệm nguyên dương của phương trình:

$$x^2 - 4xy + 5y^2 = 169$$

Câu 4: (5 điểm) Cho đường tròn (O) đường kính AB. Gọi K là điểm chính giữa của cung AB, M là điểm di chuyển trên cung nhỏ AK ($M \neq A$ và K). lấy điểm N trên đoạn BM sao cho $BN = AM$

a) CM: $\triangle MKN$ vuông cân

b) Đường thẳng AM cắt đường thẳng OK tại D. Chứng minh MK là đường phân giác của $\angle DMN$.

c) Chứng minh đường thẳng \perp với BM tại N luôn đi qua một điểm cố định.

Câu 5: (2 điểm) Cho các số dương a, b, c, d. Chứng minh:

$$\sqrt{\frac{a}{b+c}} + \sqrt{\frac{b}{a+c}} + \sqrt{\frac{c}{a+b}} > 2$$

H. ÖNG DÄN CHÄM

Câu	ý	Nội dung cơ bản	Điểm
1	a)	ĐKXĐ: $x \geq 0; x \neq 9$	0,25
		$P = \frac{x\sqrt{x}-3}{x-2\sqrt{x}-3} - \frac{2(\sqrt{x}-3)}{\sqrt{x}+1} + \frac{\sqrt{x}+3}{3-\sqrt{x}}$	0,5
		$= \frac{x\sqrt{x}-3}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-3)} - \frac{2(\sqrt{x}-3)}{\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-3}$	
		$= x\sqrt{x}-3-2(\sqrt{x}-3)^2 - (\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}+1) = \frac{x+8}{\sqrt{x}+1}$	0,5
	b)	$x = 14 - 6\sqrt{5} = (\sqrt{5}-3)^2 = 3 - \sqrt{5} \Rightarrow P = \frac{58-2\sqrt{5}}{11}$	0,5
			0,5

ĐỀ KIỂM TRA HỌC SINH GIỎI MÔN TOÁN 8

Thời gian làm bài: 120 phút

Bài 1: (3 điểm)

a) Phân tích đa thức $x^3 - 5x^2 + 8x - 4$ thành nhân tử

b) Tìm giá trị nguyên của x để A : B biết

$$A = 10x^2 - 7x - 5 \text{ và } B = 2x - 3.$$

c) Cho $x + y = 1$ và $xy \neq 0$. Chứng minh rằng

$$\frac{x}{y^3 - 1} - \frac{y}{x^3 - 1} + \frac{2(x - y)}{x^2 y^2 + 3} = 0$$

Bài 2: (3 điểm)

Giải các phương trình sau:

a) $(x^2 + x)^2 + 4(x^2 + x) = 12$

b) $\frac{x+1}{2008} + \frac{x+2}{2007} + \frac{x+3}{2006} = \frac{x+4}{2005} + \frac{x+5}{2004} + \frac{x+6}{2003}$

Bài 3: (2 điểm)

Cho hình vuông ABCD; Trên tia đối tia BA lấy E, trên tia đối tia CB lấy F sao cho $AE = CF$

a) Chứng minh $\triangle EDF$ vuông cân

b) Gọi O là giao điểm của 2 đường chéo AC và BD. Gọi I là trung điểm EF.

Chứng minh O, C, I thẳng hàng.

Bài 4: (2 điểm)

Cho tam giác ABC vuông cân tại A. Các điểm D, E theo thứ tự di chuyển trên AB, AC sao cho $BD = AE$. Xác định

vị trí điểm D, E sao cho:

a/ DE có độ dài nhỏ nhất

b/ Tứ giác BDEC có diện tích nhỏ nhất.

----HẾT----

ĐỀ KIỂM TRA HỌC SINH GIỎI MÔN TOÁN 8

Thời gian làm bài: 120 phút

Bài 1: (3 điểm)

a) Phân tích đa thức $x^3 - 5x^2 + 8x - 4$ thành nhân tử

b) Tìm giá trị nguyên của x để A : B biết

$$A = 10x^2 - 7x - 5 \text{ và } B = 2x - 3.$$

c) Cho $x + y = 1$ và $xy \neq 0$. Chứng minh rằng

$$\frac{x}{y^3 - 1} - \frac{y}{x^3 - 1} + \frac{2(x - y)}{x^2 y^2 + 3} = 0$$

Bài 2: (3 điểm)

Giải các phương trình sau:

a) $(x^2 + x)^2 + 4(x^2 + x) = 12$

b) $\frac{x+1}{2008} + \frac{x+2}{2007} + \frac{x+3}{2006} = \frac{x+4}{2005} + \frac{x+5}{2004} + \frac{x+6}{2003}$

Bài 3: (2 điểm)

Cho hình vuông ABCD; Trên tia đối tia BA lấy E, trên tia đối tia CB lấy F sao cho $AE = CF$

a) Chứng minh $\triangle EDF$ vuông cân

b) Gọi O là giao điểm của 2 đường chéo AC và BD. Gọi I là trung điểm EF.

Chứng minh O, C, I thẳng hàng.

Bài 4: (2 điểm)

Cho tam giác ABC vuông cân tại A. Các điểm D, E theo thứ tự di chuyển trên AB, AC sao cho $BD = AE$. Xác định

vị trí điểm D, E sao cho:

a/ DE có độ dài nhỏ nhất

b/ Tứ giác BDEC có diện tích nhỏ nhất.

----HẾT----

ĐỀ KIỂM TRA HỌC SINH GIỎI MÔN TOÁN 8

Thời gian làm bài: 120 phút

Bài 1: (3 điểm)

a) Phân tích đa thức $x^3 - 5x^2 + 8x - 4$ thành nhân tử

b) Tìm giá trị nguyên của x để A : B biết

$$A = 10x^2 - 7x - 5 \text{ và } B = 2x - 3.$$

c) Cho $x + y = 1$ và $xy \neq 0$. Chứng minh rằng

$$\frac{x}{y^3 - 1} - \frac{y}{x^3 - 1} + \frac{2(x - y)}{x^2 y^2 + 3} = 0$$

Bài 2: (3 điểm)

Giải các phương trình sau:

a) $(x^2 + x)^2 + 4(x^2 + x) = 12$

b) $\frac{x+1}{2008} + \frac{x+2}{2007} + \frac{x+3}{2006} = \frac{x+4}{2005} + \frac{x+5}{2004} + \frac{x+6}{2003}$

Bài 3: (2 điểm)

Cho hình vuông ABCD; Trên tia đối tia BA lấy E, trên tia đối tia CB lấy F sao cho $AE = CF$

a) Chứng minh $\triangle EDF$ vuông cân

b) Gọi O là giao điểm của 2 đường chéo AC và BD. Gọi I là trung điểm EF.

Chứng minh O, C, I thẳng hàng.

Bài 4: (2 điểm)

Cho tam giác ABC vuông cân tại A. Các điểm D, E theo thứ tự di chuyển trên AB, AC sao cho $BD = AE$. Xác định

vị trí điểm D, E sao cho:

a/ DE có độ dài nhỏ nhất

b/ Tứ giác BDEC có diện tích nhỏ nhất.

----HẾT----

Trường THCS Định Long

Đề thi môn: Toán 9

Thời gian làm bài: 150 phút

Họ và tên ng- ời ra đề: Trịnh Đình Thanh

Các thành viên thẩm định đề: Phạm Ngọc Toàn

Đề bài:

Bài 1 (3 điểm): Cho biểu thức:

$$P = \frac{x\sqrt{x}-3}{x-2\sqrt{x}-3} - \frac{2(\sqrt{x}-3)}{\sqrt{x}+1} + \frac{\sqrt{x}+3}{3-\sqrt{x}}$$

- 1) Rút gọn biểu thức P
- 2) Tính giá trị của P với $x = 14 - 6\sqrt{5}$
- 3) Tìm giá trị nhỏ nhất của P

Bài 2 (3 điểm): Giải ph- ơng trình:

- 1) $\frac{1}{\sqrt{x+3}+\sqrt{x+2}} + \frac{1}{\sqrt{x+2}+\sqrt{x+1}} + \frac{1}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x}} = 1$
- 2) $\frac{36}{\sqrt{x-2}} + \frac{4}{\sqrt{y-1}} = 28 - 4\sqrt{x-2} - \sqrt{y-1}$

Bài 3 (3 điểm):

- 1) Cho biểu thức $A = \sqrt{x^2 - 4x + 20}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của A
- 2) Cho $(x + \sqrt{x^2 + 3})(y + \sqrt{y^2 + 3}) = 3$. Tìm giá trị của biểu thức $P = x + y$

Bài 4 (3 điểm):

- 1) Chứng minh rằng:

$$5\sqrt{2} < 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{50}} < 10\sqrt{2}$$

- 2) Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = x^2 + y^2 + z^2$
Biết $x + y + z = 2007$

Bài 5 (3 điểm): Cho a, b, c lần l- ợt là độ dài các cạnh BC, CA, AB của tam

giác ABC. Chứng minh rằng: $\sin \frac{A}{2} \leq \frac{a}{2\sqrt{bc}}$

Bài 6 (5 điểm): Cho tam giác đều ABC có cạnh 60 cm. Trên cạnh BC lấy điểm D sao cho BD = 20 cm. Đ- ờng trung trực của AD cắt các cạnh AB, AC theo thứ tự ở E, F. Tính độ dài các cạnh của tam giác DEF.

----- Hết -----

Trường THPT Yên Thái

Đề thi học sinh giỏi toán 9 (năm học 2009- 2010)

Thời gian làm bài 150 phút

Họ và tên người ra đề: *Nguyễn Thị Thuý Hằng*

Đề bài:

Câu 1. (4 điểm)

Cho biểu thức

$$M = \left(\frac{2x\sqrt{x} + x - \sqrt{x}}{x\sqrt{x} - 1} - \frac{x + \sqrt{x}}{x - 1} \right) \frac{x - 1}{2x + \sqrt{x} - 1} + \frac{\sqrt{x}}{2\sqrt{x} - 1}$$

a, Hãy tìm điều kiện của x để biểu thức M có nghĩa, sau đó rút gọn M.

b, Với giá trị nào của x thì biểu thức M đạt giá trị nhỏ nhất và tìm giá trị nhỏ nhất đó của M?

Câu 2. (4 điểm)

Tìm nghiệm nguyên của hệ

$$\begin{cases} 2y^2 - x^2 - xy + 2y - 2x = 7 \\ x^3 + y^3 + x - y = 8 \end{cases}$$

Câu 3. (4 điểm)

Cho A (6,0); B (0,3)

a, Viết phương trình đường thẳng AB.

b, Một điểm M (x;y) di chuyển trên đoạn thẳng AB. Gọi C; D theo thứ tự là hình chiếu của M trên OA; OB. Gọi N là điểm chia đoạn thẳng CD theo tỷ số 1:2. Tính tọa độ (x'; y') của N theo (x; y) .

c, Lập một hệ thức giữa x'; y' từ đó suy ra quỹ tích của N.

Câu 4. (5 điểm)

Cho (O; R) đường tròn d cắt (O) tại 2 điểm A; B. Trên d lấy 1 điểm M và từ đó kẻ 2 tiếp tuyến MN; MP (N; P là tiếp điểm)

a, C/M: $\widehat{PMO} = \widehat{PNO}$

b, Tìm 2 điểm cố định mà đường tròn (MNP) luôn đi qua khi M di động trên d.

c, xác định vị trí của M để ΔMNP là Δ đều.

Câu 5. (3 điểm)

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$Q = \frac{1}{2} \left(\frac{x^{10}}{y^2} + \frac{y^{10}}{x^2} \right) + \frac{1}{4} (x^{16} + y^{16}) - (1 + x^2 y^2)^2$$

Đáp án:

Câu 1. (4đ)

a, Điều kiện để biểu thức có nghĩa là: $x \geq 0, x \neq \frac{1}{4}$ và $x \neq 1$. (0,5đ)

$$M = \left(\frac{2x\sqrt{x} + x - \sqrt{x}}{x\sqrt{x} - 1} - \frac{x + \sqrt{x}}{x - 1} \right) \cdot \frac{x - 1}{2x + \sqrt{x} - 1} + \frac{\sqrt{x}}{2\sqrt{x} - 1}$$

Phòng Giáo dục & Đào tạo Yên Định
Trường THCS Thị trấn Quán Lâu
Đề thi Môn: Toán 9
Thời gian làm bài: 150 phút
Họ tên người ra đề : Mạch Thị Hằng
Các thành viên thẩm định đề: Nguyễn Thị Lan Anh
Phạm Thị Thủy

Bài 1:(4đ) Cho biểu thức:

$$A = \left(1 + \frac{\sqrt{x}}{x+1}\right) : \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{2\sqrt{x}}{x\sqrt{x} + \sqrt{x} - x - 1}\right)$$

a>Rút gọn biểu thức A

b>Tìm x để $A > 1$

Bài 2: (3đ) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^3 + y^3 = 1 \\ x^5 + y^5 = x^2 + y^2 \end{cases}$$

Bài 3:(4đ) Cho đường thẳng(D_m) có phương trình $(m+2)x + (m-1)y - 1 = 0$

a> Chứng minh khi m thay đổi đường thẳng (D_m) luôn đi qua một điểm cố định .

b> Tìm giá trị của m để khoảng cách từ O đến đường thẳng (D_m) lớn nhất.

Bài 4:(7đ) Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB. Điểm M thuộc nửa đường tròn, điểm C thuộc đoạn OA. Trên nửa mặt phẳng bờ AB có chứa M vẽ tiếp tuyến Ax, By. Đường thẳng qua M và vuông góc MC cắt Ax; By tại P và Q. AM cắt CP tại E; BM cắt CQ tại F.

a. Chứng minh tứ giác ACMP nội tiếp.

b. Chứng minh: $\angle PCQ = 1v$.

c. Chứng minh: $EF \parallel AB$.

Bài 5:(2đ)

Cho a,b,c, là các số thực dương có tổng bằng 1. Chứng minh rằng:

$$\frac{a^2}{a+b} + \frac{b^2}{b+c} + \frac{c^2}{c+d} + \frac{d^2}{d+a} \geq \frac{1}{2}$$

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN
Năm học 2007 – 2008
Môn thi: Toán
Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề

Bài 1 (1,5 điểm) Cho biểu thức $K = \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-1} - \frac{1}{a-\sqrt{a}} \right) : \left(\frac{1}{\sqrt{a}+1} + \frac{2}{a-1} \right)$

a) Rút gọn K.

b) Tính giá trị của K khi $a = 3 + 2\sqrt{2}$

c) Tìm các giá trị của a sao cho $K < 0$.

Bài 2 (1,5 điểm)

Cho x, y là các số thỏa mãn $x + y = 2$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $A = x^3 + y^3 + 2xy$

Bài 3 (3 điểm)

Giải phương trình:

a) $x^2 + 4x + 5 = 2\sqrt{2x+3}$

b) $\sqrt{3x^2 + 6x + 7} + \sqrt{5x^2 + 10x + 14} = 4 - 2x - x^2$

Bài 4 (2 điểm)

Cho hình thang ABCD ($AD \parallel CB$ và $AD > BC$) có các đường chéo AC và BD vuông góc với nhau tại I. Trên đáy AD lấy điểm M sao cho AM bằng độ dài đường trung bình EF của hình thang. Chứng minh rằng $\triangle MAC$ cân tại M.

Bài 5 (2 điểm)

Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có M là trung điểm của BC. Có hai đường thẳng di động và vuông góc với nhau tại M cắt các đoạn AB và AC lần lượt tại D và E. Xác định vị trí của D và E để diện tích $\triangle DME$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Trường THCS Định Tăng.

Đề thi môn: Toán

Thời gian làm bài: 150 phút.

Họ và tên người ra đề: **Nguyễn Khánh Thành.**

Đề bài:

Câu 1(4điểm): Cho biểu thức $B = \frac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6} - \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} - \frac{2\sqrt{x}+1}{3-\sqrt{x}}$

- Xác định x để B có nghĩa.
- Rút gọn B.
- Tìm x để B là số nguyên.

Câu 2 (1điểm):

Tìm các giá trị của m để 2 đường thẳng $y = (m - 1)x + 2$ ($m \neq 1$)

Và $y = (3 - m)x + 1$ ($m \neq 3$) song song với nhau.

Câu 3(2điểm): Cho hệ phương trình:
$$\begin{cases} 4x - my = m + 6 & (1) \\ mx - y = 2m & (2) \end{cases}$$

Giải và biện luận hệ phương trình trên.

Câu 4(3điểm): Cho hai đường tròn (O) và (O') cắt nhau tại A và B. Các tiếp tuyến tại A của các đường tròn (O) và (O') cắt đường tròn (O') và (O) theo thứ tự tại C và D. Gọi P và Q lần lượt là trung điểm của các dây cung AD và AC.

Chứng minh rằng:

- $\frac{AC}{AD} = \frac{AB}{BD}$
- $\angle BPD = \angle AQB$
- Tứ giác APBQ nội tiếp

ĐỀ BÀI.

Bài 1(3đ). Cho biểu thức: $A = \left(\frac{\sqrt{3}}{x^2 + x\sqrt{3} + 3} + \frac{3}{x^3 - \sqrt{27}} \right) \left(\frac{x}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{3}}{x} + 1 \right)$

a. Rút gọn A.

b. Tính giá trị của A khi $x = \sqrt{3} + 2010$

Bài 2(3đ). Cho hàm số $y = 3x + 2m - 1$ (1)

a. Tìm m để đồ thị hàm số (1) đi qua điểm A(1; 5).

b. Vẽ đồ thị hàm số với giá trị vừa tìm ở câu a. Gọi giao điểm của đồ thị hàm số (1) với trục Ox là B, giao điểm của đường thẳng hạ từ A vuông góc với Ox là C. Tính diện tích tam giác ABC?

Bài 3(2) Cho các số thực x, y, z thỏa mãn $\frac{x}{2008} = \frac{y}{2009} = \frac{z}{2010}$

Chứng minh rằng: $z - x = 2\sqrt{(x-y)(y-z)}$

Bài 4(2.5). Cho $x + y = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $B = x^3 + y^3 + xy$

Bài 5(2.5). Cho a, b > 0. Chứng minh rằng: $\sqrt{\frac{b^2}{a}} + \sqrt{\frac{a^2}{b}} \geq \sqrt{a} + \sqrt{b}$

Bài 6(3) Cho tam giác vuông ABC ($\hat{B} = 90^\circ$, $BC > BA$) nội tiếp đường tròn đường kính AC. Kẻ dây cung B vuông góc với đường kính AC. Gọi H là giao điểm của AC và BD. Trên HC lấy điểm E sao cho E đối xứng với A qua H. Đường tròn đường kính EC cắt cạnh BC tại I (I khác C). Chứng minh rằng:

a. $CI \cdot CA = CB \cdot CE$

b. HI là tiếp tuyến của đường tròn đường kính EC

Bài 7(4). Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp (O; R). Đường cao AK cắt đường tròn (O) tại D; AN là đường kính của đường tròn (O).

a. Chứng minh: $BD = CN$.

b. Tính độ dài AC theo R và α . Biết $\angle ABC = \alpha$.

c. Gọi H, G lần lượt là trực tâm, trọng tâm của tam giác ABC.

Chứng minh rằng H, G, O thẳng hàng.

Giải

Bài	Nội dung	Biểu chấm
1(3đ)	<p>a.(2đ) $A = \left(\frac{\sqrt{3}}{x^2 + x\sqrt{3} + 3} + \frac{3}{x^3 - \sqrt{27}} \right) \left(\frac{x}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{3}}{x} + 1 \right)$ ĐKXĐ: $x \neq 0; x \neq \sqrt{3}$</p> <p>$= \left(\frac{\sqrt{3}}{x^2 + x\sqrt{3} + 3} + \frac{3}{(x - \sqrt{3})(x^2 + x\sqrt{3} + 3)} \right) \left(\frac{x^2 + x\sqrt{3} + 3}{\sqrt{3}x} \right)$</p> <p>$= \left(\frac{(x - \sqrt{3})\sqrt{3} + 3}{(x - \sqrt{3})(x^2 + x\sqrt{3} + 3)} \right) \left(\frac{x^2 + x\sqrt{3} + 3}{\sqrt{3}x} \right) = \frac{1}{x - \sqrt{3}}$</p> <p>b.(1đ) Thay $x = \sqrt{3} + 2010$ vào A ta có: $A = \frac{1}{x - \sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3} + 2010 - \sqrt{3}} = \frac{1}{2010}$</p>	<p>0.5</p> <p>0.5</p> <p>0.5</p> <p>0.5</p> <p>1.0</p>
2(3đ)	<p>Cho hàm số $y = 3x + 2m - 1$ (1)</p> <p>a. Vì đồ thị hàm số (1) đi qua điểm A(1; 5). Thay $x = 1; y = 5$ vào (1) ta có: $5 = 3 + 2m - 1 \Leftrightarrow m = \frac{3}{2}$</p> <p>b. - Học sinh vẽ đồ thị đúng. - Học sinh lập luận logic: - Tính diện tích $S_{ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{3} \cdot 5 = \frac{25}{6}$ (đvdt)</p>	<p>0.5</p> <p>0.5</p> <p>1.0</p> <p>0.5</p> <p>0.5</p>

PHÒNG GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO

TR- ỜNG THCS YÊN HÙNG

Đề thi môn: Toán

Thời gian làm bài: 150 phút

Họ và tên ng- ời ra đề: Nguyễn Xuân Hùng.

Các thành viên thẩm định đề:

1 Nguyễn Xuân Niên

2 Nguyễn Xuân Hùng

Câu 1. (4đ) Cho biểu thức $A = \left(\frac{x\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}} - \frac{x\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}} \right) : \frac{x+2}{x-2}$

a, Nêu điều kiện phải có của x và rút gọn biểu thức A

b, Tìm những giá trị của x để A có giá trị nguyên.

Câu 2. (4đ) Giải ph- ơng trình.

a, $\frac{x+1}{2008} + \frac{x+2}{2007} = \frac{x+3}{2006} + \frac{x+4}{2005}$

b, $\sqrt{x-1+4\sqrt{x-5}} + \sqrt{11+x+8\sqrt{x-5}} = 4$

Câu 3. (4đ) Cho đ- ờng thẳng $(m+2)x - my = -1$ (1) (m là tham số)

a, Tìm điểm cố định mà đ- ờng thẳng (1) luôn đi qua.

b, Tìm điểm cố định của m để khoảng cách từ O đến đ- ờng thẳng (1) là lớn nhất.

Câu 4. (6đ) Cho $\triangle ABC$ ($AB = AC$) Biết $A = 80^\circ$.

Lấy điểm I nằm trong tam giác sao cho $ICB = 20^\circ$; $IBC = 10^\circ$

a, Lấy K đối xứng với I qua AC. Chứng minh rằng tứ giác AKCB nội tiếp.

b, Tính $\angle AIB$

Câu 5. (2đ) Cho 2 số d- ơng x,y có tổng bằng 5. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức.

$A = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$

PHÒNG GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO

TR- ỜNG THCS YÊN HÙNG

Đề thi môn: Toán

Thời gian làm bài: 150 phút

Họ và tên ng- ời ra đề: Nguyễn Xuân Hùng.

Các thành viên thẩm định đề:

1 Nguyễn Xuân Niên

2 Nguyễn Xuân Hùng

Câu 1. (4đ) Cho biểu thức $A = \left(\frac{x\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}} - \frac{x\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}} \right) : \frac{x+2}{x-2}$

a, Nêu điều kiện phải có của x và rút gọn biểu thức A

b, Tìm những giá trị của x để A có giá trị nguyên.

Câu 2. (4đ) Giải ph- ơng trình.

a, $\frac{x+1}{2008} + \frac{x+2}{2007} = \frac{x+3}{2006} + \frac{x+4}{2005}$

b, $\sqrt{x-1+4\sqrt{x-5}} + \sqrt{11+x+8\sqrt{x-5}} = 4$

Câu 3. (4đ) Cho đ- ờng thẳng $(m+2)x - my = -1$ (1) (m là tham số)

a, Tìm điểm cố định mà đ- ờng thẳng (1) luôn đi qua.

b, Tìm điểm cố định của m để khoảng cách từ O đến đ- ờng thẳng (1) là lớn nhất.

Câu 4. (6đ) Cho $\triangle ABC$ ($AB = AC$) Biết $A = 80^\circ$.

Lấy điểm I nằm trong tam giác sao cho $ICB = 20^\circ$; $IBC = 10^\circ$

a, Lấy K đối xứng với I qua AC. Chứng minh rằng tứ giác AKCB nội tiếp.

b, Tính $\angle AIB$

Câu 5. (2đ) Cho 2 số d- ơng x,y có tổng bằng 5. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức.

$A = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9

Bài 1 (4 điểm)

Cho biểu thức $P = \frac{1}{\sqrt{x} + 1} - \frac{3}{x\sqrt{x} + 1} + \frac{2}{x - \sqrt{x} + 1}$

a) Rút gọn P

b) Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của P

Bài 2 (4 điểm)

a) Cho đ-ờng thẳng $y = \sqrt{2}x$, $y = \frac{1}{2}x$, $y = 2$ cắt nhau tạo thành một tam giác.

Tính diện tích tam giác đó.

b) Tìm trên đ-ờng thẳng $y = 4x + 1$ những điểm có toạ độ thoả mãn:

$$y^2 - 5y\sqrt{x} + 4x = 0.$$

Bài 3.(3điểm)

a. Cho các số d-ơng a, b, c thay đổi và thoả mãn $a + b + c = 4$.

Chứng minh: $\sqrt{a+b} + \sqrt{b+c} + \sqrt{c+a} > 4$.

b. Cho 3 số d-ơng x, y, z thoả mãn điều kiện $xy + yz + zx = 2010$. Chứng minh rằng giá trị của các biểu thức sau đây không phụ thuộc vào x, y, z:

$$P = x\sqrt{\frac{(2010+y^2)(2010+z^2)}{2010+x^2}} + y\sqrt{\frac{(2010+z^2)(2010+x^2)}{2010+y^2}} + z\sqrt{\frac{(2010+x^2)(2010+y^2)}{2010+z^2}} \quad B$$

Bài 4(5điểm)

Cho ba điểm cố định A, B, C thẳng hàng theo thứ tự đó. vẽ đ-ờng tròn tâm O qua B và C. Qua A vẽ tiếp tuyến AE, AF với đ-ờng tròn (O); Gọi I là trung điểm BC, N là trung điểm EF.

a. Chứng minh rằng các điểm E, F luôn nằm trên một đ-ờng tròn cố định khi đ-ờng tròn (O) thay đổi.

b. Đ-ờng thẳng FI cắt đ-ờng tròn (O) tại K. Chứng minh rằng : $EK \parallel AB$.

c. Chứng minh rằng tâm đ-ờng tròn ngoại tiếp tam giác ONI chạy trên một đ-ờng thẳng cố định khi đ-ờng tròn(O) thay đổi.

Bài 5(4 điểm)

a. Giải ph-ơng trình nghiệm nguyên: $(y+2)x^2+1=y^2$

b. Giải ph-ơng trình:

$$\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{x(x+1)} = \frac{\sqrt{2009-x} + 2009}{\sqrt{2009-x} + 2010}$$

ĐỀ THI CHỌN HSG MÔN TOÁN 9

Bài1(4đ)

a/ Tính $\sqrt{6-2\sqrt{5}} - \sqrt{6+2\sqrt{5}}$

b/ Cho $a + b + c = 0$, $a, b, c \neq 0$. Chứng tỏ rằng

$$\sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}} = \left| \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right|$$

c/ Hãy chứng tỏ $x = \sqrt[3]{\sqrt{5}+2} - \sqrt[3]{\sqrt{5}-2}$ là nghiệm của phương trình $x^3 + 3x - 4 = 0$

Bài2(4đ)

a/ Rút gọn, tính giá trị biểu thức

$$A = \frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{xy\sqrt{xy}} \left[\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) \cdot \frac{1}{x+y+2\sqrt{xy}} + \frac{2}{(\sqrt{x}+\sqrt{y})^3} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{y}} \right) \right]$$

$$\text{Với } x = 2 - \sqrt{3}, y = 2 + \sqrt{3}$$

b/ Giải phương trình $\sqrt{x+9} + \sqrt{x-7} = 4$

Bài3(5đ)

a/ Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$B = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1}$$

b/ Trên mặt phẳng tọa độ cho các điểm $A(0;4)$; $B(3;4)$; $C(3;0)$

Viết phương trình đường thẳng đi qua A, C. Xác định a để đường thẳng $y = ax$ chia hình chữ nhật OABC thành hai phần, trong đó diện tích phần chứa điểm A gấp đôi diện tích phần chứa điểm C

Câu 4:(2đ)

Cho hình chữ nhật ABCD, $AB = 2BC$. Trên cạnh BC lấy điểm E, tia AE cắt đường thẳng CD ở F. Chứng minh rằng: $\frac{1}{AB^2} = \frac{1}{AE^2} + \frac{1}{4AF^2}$.

Câu 5 (5đ) : Cho tam giác ABC vuông ở A, đường cao AH. Gọi D và E lần lượt là hình chiếu của điểm H trên AB và AC. Biết $BH = 4(\text{cm})$; $HC = 9(\text{cm})$

a, Tính độ dài đoạn DE

b, Chứng minh rằng $AD \cdot AB = AE \cdot AC$

c, Các đường thẳng vuông góc với DE tại D và E lần lượt cắt BC tại M và N. Chứng minh M là trung điểm BH; N là trung điểm của CH.

d, Tính diện tích tứ giác DENM

ĐỀ THI CHỌN HSG HUYỆN Ân thi . Năm học 2009-2010
Môn thi : Toán 9 (Thời gian 150 phút)

Bài1(1,5đ)

a/ Tính $\sqrt{6-2\sqrt{5}} - \sqrt{6+2\sqrt{5}}$

b/ Cho $a+b+c=0$, $a,b,c \neq 0$. Chứng tỏ rằng

$$\sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}} = \left| \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right|$$

c/ Hãy chứng tỏ $x = \sqrt[3]{\sqrt{5}+2} - \sqrt[3]{\sqrt{5}-2}$ là nghiệm của phương trình $x^3 + 3x - 4 = 0$

Bài2(2đ)

a/ Rút gọn, tính giá trị biểu thức

$$A = \frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{xy\sqrt{xy}} \left[\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) \cdot \frac{1}{x+y+2\sqrt{xy}} + \frac{2}{(\sqrt{x}+\sqrt{y})^3} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{y}} \right) \right]$$

$$\text{Với } x = 2 - \sqrt{3}, y = 2 + \sqrt{3}$$

b/ Giải phương trình $\sqrt{x+9} + \sqrt{x-7} = 4$

Bài3(2,5đ)

a/ Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$B = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1}$$

b/ Trên mặt phẳng tọa độ cho các điểm A(0;4) ; B(3;4) ; C(3;0)

Viết phương trình đường thẳng đi qua A, C . Xác định a để đường thẳng $y = ax$ chia hình chữ nhật OABC thành hai phần , trong đó diện tích phần chứa điểm A gấp đôi diện tích phần chứa điểm C

Bài4(3đ) Cho hai đường tròn (O) và (O') ở ngoài nhau . Kẻ tiếp tuyến chung ngoài AB và tiếp tuyến chung trong EF (A , E ∈ (O) , B , F ∈ (O'))

a/ Gọi M là giao điểm của AB và EF . Chứng minh rằng $\triangle AOM$ và $\triangle BMO'$ đồng dạng

b/ Chứng minh rằng AE vuông góc với BF

c/ Gọi N là giao điểm của AE và BF . Chứng minh rằng ba điểm O , N , O' thẳng hàng

Bài5(1đ) Cho hình vuông ABCD . Tính $\cos MAN$ biết rằng M , N theo thứ tự là trung điểm của BC, CD

Đáp án thang điểm

Bài 1:

$$\begin{aligned} \text{a/ } \sqrt{6-2\sqrt{5}} - \sqrt{6+2\sqrt{5}} &= \sqrt{5-2\sqrt{5}+1} - \sqrt{5+2\sqrt{5}+1} = \sqrt{(\sqrt{5}-1)^2} - \sqrt{(\sqrt{5}+1)^2} \\ &= |\sqrt{5}-1| - |\sqrt{5}+1| = 1 - \sqrt{5} - \sqrt{5} - 1 = -2\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\text{b) CM } \sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}} = \left| \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right|$$

Đề bài

Câu 1: (4.0 điểm)

Cho biểu thức

$$A = \left(\frac{x\sqrt{x}+1}{x-1} - \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} \right) : \left(\sqrt{x} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \right)$$

a) Tìm ĐKXĐ của A. Rút gọn A

b) Tìm giá trị của x để A = 3

Câu 2: (5.0 điểm)

Trên mặt phẳng tọa độ cho các đường thẳng (d): $3x - 2y + 3 = 0$ và (d'): $3x + 2y - 9 = 0$ cắt nhau tại C và lần lượt cắt trục Ox tại A, B.

a) Tìm tọa độ của các điểm A, B, C.

b) Tìm diện tích và chu vi của tam giác ABC biết đơn vị đo độ dài trên các trục là cm.

Câu 3: (4.0 điểm).

a) Cho biểu thức :

$$M = x^2 - 5x + y^2 + xy - 4y + 2014.$$

Với giá trị nào của x, y thì M đạt giá trị nhỏ nhất ? Tìm giá trị nhỏ nhất đó

b) Giải hệ phương trình :

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + x + y = 18 \\ x(x+1).y(y+1) = 72 \end{cases}$$

Câu 4 (5.5đ): Cho tam giác ABC. Phân giác AD ($D \in BC$) vẽ đường tròn tâm O qua A và D đồng thời tiếp xúc với BC tại D. Đường tròn này cắt AB và AC lần lượt tại E và F. Chứng minh

a) $EF \parallel BC$

b) Các tam giác AED và ADC; AFD và ABD là các tam giác đồng dạng.

c) $AE.AC = AF.AB = AD^2$

Câu 5 (1,5 điểm). Cho a, b là các số thực dương. Chứng minh rằng :

$$(a+b)^2 + \frac{a+b}{2} \geq 2a\sqrt{b} + 2b\sqrt{a}$$

TR- ỜNG THCS ĐỊNH TÂN

ĐỀ THI MÔN: TOÁN 9

(Thời gian làm bài : 150 phút)

Họ và tên giáo viên ra đề: *Lê Văn Yên*

Đề bài

Bài 1 (4,5 điểm): Cho biểu thức: $A = \frac{x}{x-4} + \frac{1}{\sqrt{2}-2} + \frac{1}{\sqrt{2}+2}$

- a). Tìm điều kiện củ x để biểu thức A xác định.
- b). Rút gọn gọn biểu thức A.
- c). Tính giá trị của A khi $x = 25$.
- d). Tìm các giá trị của x để $A = -\frac{1}{3}$

Bài 2 (4 điểm): Một đoàn học sinh tổ chức đi tham quan bằng ô tô. Nếu mỗi ô tô chở 22 học sinh thì còn thừa 1 học sinh. Nếu bớt đi 1 ô tô thì có thể phân phối đều các học sinh trên các ô tô còn lại. Biết mỗi ô tô chỉ trở đ- ọc không quá 32 ng- ời, hỏi ban đầu có bao nhiêu ô tô và có tất cả bao nhiêu học sinh đi tham quan?

Bài 3 (4 điểm): Cho tam giác MNP cân tại M.. Các đ- ờng cao MD và NE cắt nhau tại H. Vẽ đ- ờng tròn (O) đ- ờng kính MH. Chứng minh rằng:

- a) E nằm trên đ- ờng tròn (O).
- b) Bốn điểm M, N, D, E cùng thuộc một đ- ờng tròn.
- c). $DE \perp OE$.

Bài 4 (4 điểm): Cho tam giác ABC có góc A bằng 15° ; góc B bằng 45° trên tia đối của tia CB lấy điểm D sao cho $CD = 2BC$.

- a). Tính góc ADB.
- b). Tính khoảng cách từ D đến AC, nếu biết $BC = 3$ cm.

Bài 5 (3,5 điểm): Cho hai số thực a,b thoã mẫn $a > b$ và $ab = 2$. Tìm giá trị nhỏ

nhất của biểu thức: $Q = \frac{a^2 + b^2}{a - b}$.

_____ Hết _____

TR- ỜNG THCS ĐOÀN TH- ỜNG**ĐỀ 1 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN LỚP 9****Năm học 2010-2011 Môn : Toán****Câu 1:**(1,5 điểm)Cho $a \in \mathbb{Z}$, chứng minh rằng $a^5 - a$ chia hết cho 30.

Câu 2 : (2 điểm) Cho $P = \frac{x^2 - \sqrt{x}}{x + \sqrt{x} + 1} - \frac{2x + \sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \frac{2(x-1)}{\sqrt{x}-1}$

a. Rút gọn P

b. Tìm giá trị lớn nhất của P.

c. Tìm x để biểu thức $Q = \frac{2\sqrt{x}}{P}$ nhận giá trị là số nguyên**Câu 3:**(2 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A có các cạnh là a, b, c. Kẻ đường cao AD. Kẻ DE, DF vuông góc với AB và AC. Đặt $BE = m$; $CF = n$; $AD = h$. Chứng minh rằng :

a) $\frac{m}{n} = \left(\frac{c}{b}\right)^3$ b) $3h^2 + m^2 + n^2 = a^2$

Câu 4(3 điểm): Giải các phương trình :

a. $|x| + |x+1| + |x+2| = 7$

b. $\sqrt{7-x} + \sqrt{x-5} = x^2 - 12x + 38$

c. $\sqrt{(x-1)+4-4\sqrt{x-1}} + \sqrt{x-1-6\sqrt{x-1}+9} = 1$

Câu 5(2 điểm) Tìm các cặp số nguyên (x,y) thỏa mãn một trong các đẳng thức sau :

a. $xy + 3x - 2y - 7 = 0$

b. $2y^2x + x + y + 1 = x^2 + 2y^2 + xy$

Câu 6:(1,5 điểm) Cho a,b,c là độ dài ba cạnh của một tam giác

Chứng minh rằng : $\left| \frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} - \frac{a}{c} - \frac{c}{b} - \frac{b}{a} \right| < 1$

Câu 7 (1,5 điểm) Cho 3 đường thẳng

$(d_1): y = (m^2 - 1)x + (m^2 - 5)$ với $m \neq \pm 1$

$(d_2): y = x + 1$

$(d_3): y = -x + 3$

a. Chứng minh rằng khi m thay đổi thì d_1 luôn đi qua một điểm cố định.b. Chứng minh rằng $(d_1) \parallel (d_3)$ thì $(d_1) \perp (d_2)$ c. Xác định m để 3 đường thẳng (d_1) , (d_2) , (d_3) đồng quy.**Câu 8**(3 điểm) Cho hai đường tròn (O) (O') tiếp xúc ngoài tại A. Gọi AB là đường kính của đường tròn (O), AC là đường kính của đường tròn (O'), DE là tiếp tuyến chung của hai đường tròn D thuộc (O), E thuộc (O'), K là giao điểm của BD và CE

a) Tứ giác ADKE là hình gì ? vì sao ?

b) CMR: AK là tiếp tuyến chung của hai đường tròn (O) và (O').

c) Gọi M là trung điểm của BC

CMR: $MK \perp DE$

Câu 9 (2 điểm)

a) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$\sqrt{1+4x+4x^2} + \sqrt{4x^2-12x+9}$

b) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$P = \frac{x^2}{x^4 + x^2 + 4}$

Câu 11 (1,5 điểm) Cho đường tròn tâm I bán kính r nội tiếp tam giác ABC. CMR: $IA+IB+IC \geq 6r$

.....** *.....

Tr- ờng: THCS Yên Phong

Đề thi môn: Toán.

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Họ và tên ng- ời ra đề: Vũ Thị Mỹ Hòa.

□□ THI

Câu 1: (4 điểm) Rút gọn biểu thức sau:

a) $M = \left(\frac{x\sqrt{x+3}\sqrt{3}}{x-\sqrt{3x+3}} - 2\sqrt{x} \right) \frac{\sqrt{x+3}}{3-x}$ với $x \geq 0, x \neq 3$.

b) $N = \frac{(49-20\sqrt{6})(5+2\sqrt{6})\sqrt{5+2\sqrt{6}}}{9\sqrt{3}-11\sqrt{2}}.$

Câu 2: (4 điểm)

a) Giải hệ ph- ơng trình:

$$\begin{cases} |x-1| + |y-5| = 1 \\ |x-1| - y = -5 \end{cases}$$

b) Cho các điểm A(7;2) ; B(2;8) và C(8;4) xác định đ- ường thẳng (d) đi qua A sao cho các điểm B và C nằm về hai phía của (d) và cách đều (d).

Câu 3: (5 điểm) a) Chứng minh rằng nếu các số d- ơng a,b,c có tổng $a+b+c=1$ thì

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq 9$$

b) Cho các số a,b,c thỏa mãn điều kiện $a+b+c=0$. Chứng minh rằng:

$$2(a^5+b^5+c^5) = 5abc(a^2+b^2+c^2)$$

Câu 4: (5điểm) Cho nửa đ- ường tròn (O) đ- ường kính BC và điểm A trên nửa đ- ường tròn(A khác B và C). Kẻ AH vuông góc với BC. Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ BC chứa điểm A, vẽ 2 nửa đ- ường tròn (O_1) và (O_2) đ- ường kính BH và CH chúng lần l- ợt cắt AB, AC ở E và F.

a) Chứng minh: $AE.AB = AF.AC$.

b) Chứng minh EF là tiếp tuyến chung của hai đ- ường tròn (O_1) và (O_2).

c) Gọi I và K lần l- ợt là các điểm đối xứng của H qua AB và AC.

Chứng minh 3 điểm I, A, K thẳng hàng.

d) Gọi M là giao điểm của IK với tiếp tuyến kẻ từ B của đ- ường tròn (O).

Chứng minh MC, AH và EF đồng qui.

Câu 5: (2 điểm) Cho $S = \frac{1}{\sqrt{1.2009}} + \frac{1}{\sqrt{2.2008}} + \frac{1}{\sqrt{3.2007}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2009.1}}$

So sánh S với $2.\frac{2009}{2010}$.

ẢU ẢU XUẤT

Bài 1 (3.0đ) Biến đổi đơn giản các biểu thức.

a. $A = \sqrt{3 \frac{1}{16} \cdot 2 \frac{14}{25} \cdot 2 \frac{34}{81}}$

b. $B = \frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{98} + \sqrt{99}} + \frac{1}{\sqrt{99} + \sqrt{100}}$

Bài 2: (4.0đ) Rút gọn và tính giá trị của biểu thức.

a. $C = \frac{b\sqrt{a} + a\sqrt{b}}{\sqrt{ab}} : \frac{1}{\sqrt{a} - \sqrt{b}}$

Với $a = 20\frac{11}{2003}$ $b = 18\frac{11}{2003}$

b. Tìm các cặp số (x,y) nguyên d- ơng thỏa mãn
 $x^2 - y^2 = 2003$

Câu 3 : (5điểm) giải phương trình

a) $\frac{6x-3}{\sqrt{x}-\sqrt{1-x}} = 3 + 2\sqrt{x-x^2}$

b) $\frac{(x-1)^4}{(x^2-3)^2} + (x^2-3)^4 + \frac{1}{(x-1)^2} = 3x^2 - 2x - 5$

Bài 4: (3.0 điểm)

Cho nửa đường tròn (O, R) đường kính AB. EF là dây cung di động trên nửa đường tròn sao cho E thuộc cung AF và EF = R. AF cắt BE tại H. AE cắt BF tại C. CH cắt AB tại I

a. Tính góc CIF.

b. Chứng minh $AE \cdot AC + BF \cdot BC$ không đổi khi EF di động trên nửa đường tròn.

c. Tìm vị trí của EF để tứ giác ABFE có diện tích lớn nhất. Tính diện tích đó.

Bài 5 (3 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn và O là một điểm nằm trong tam giác. Các tia AO, BO, CO lần lượt cắt BC, AC, AB tại M, N, P. Chứng minh :

$$\frac{AM}{OM} + \frac{BN}{ON} + \frac{CP}{OP} \geq 9$$

ĐỀ CHÍNH THỨC

Bài 1: (3 điểm)

a) Chứng minh $A = \frac{1 + \frac{\sqrt{3}}{2}}{1 + \sqrt{1 + \frac{\sqrt{3}}{2}}} + \frac{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}}{1 - \sqrt{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}}}$ là số nguyên

b) Tính $B = \sqrt{1 + 2013^2} + \frac{2013^2}{2014^2} + \frac{2013}{2014}$.

Bài 2: (3 điểm)

a) Chứng minh giá trị biểu thức $M = x^3 - 3x^2 - x + 21$ chia hết cho 6 với x là số nguyên lẻ.

b) Cho $a; b$ là hai số chính phương lẻ liên tiếp, chứng minh:

$N = (a - 1)(b - 1)$ chia hết cho 192.

Bài 3: (3 điểm) Giải các phương trình sau:

a) $(x^2 - 1)(x^2 + 4x + 3) = 45$ b) $x^2 + 9x + 20 = 2\sqrt{3x + 10}$

Bài 4: (3 điểm)

a) Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = x^2 + xy + y^2 - 3x - 3y + 2017$.

b) Tìm giá trị lớn nhất của $Q = \frac{\sqrt{x - 4}}{2x}$

Bài 5: (8 điểm)

a) Cho tam giác ABC vuông cân tại A; BD là đường trung tuyến. Qua A vẽ đường thẳng vuông góc với BD cắt BC tại E. Chứng minh $EB = 2EC$

b) Cho tam giác ABC cân tại A đường cao AH và BK.

Chứng minh $\frac{1}{BK^2} = \frac{1}{BC^2} + \frac{1}{4AH^2}$

c) Cho đường tròn $(O; R)$ và một điểm A sao cho $OA = R\sqrt{2}$. Vẽ các tiếp tuyến AB, AC với đường tròn. Một góc xOy bằng 45° cắt đoạn thẳng AB và AC lần lượt tại D và E. Chứng minh rằng:

1. DE là tiếp tuyến của đường tròn (O)

2. $\frac{2}{3}R < DE < R$

-----//-----

ĐỀ CHÍNH THỨC

Bài 1: (3 điểm)

a) Chứng minh $A = \frac{1 + \frac{\sqrt{3}}{2}}{1 + \sqrt{1 + \frac{\sqrt{3}}{2}}} + \frac{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}}{1 - \sqrt{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}}}$ là số nguyên

b) Tính $B = \sqrt{1 + 2013^2} + \frac{2013^2}{2014^2} + \frac{2013}{2014}$.

Bài 2: (3 điểm)

a) Chứng minh giá trị biểu thức $M = x^3 - 3x^2 - x + 21$ chia hết cho 6 với x là số nguyên lẻ.

b) Cho $a; b$ là hai số chính phương lẻ liên tiếp, chứng minh:

$N = (a - 1)(b - 1)$ chia hết cho 192.

Bài 3: (3 điểm) Giải các phương trình sau:

a) $(x^2 - 1)(x^2 + 4x + 3) = 45$ b) $x^2 + 9x + 20 = 2\sqrt{3x + 10}$

Bài 4: (3 điểm)

a) Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = x^2 + xy + y^2 - 3x - 3y + 2017$.

b) Tìm giá trị lớn nhất của $Q = \frac{\sqrt{x - 4}}{2x}$

Bài 5: (8 điểm)

a) Cho tam giác ABC vuông cân tại A; BD là đường trung tuyến. Qua A vẽ đường thẳng vuông góc với BD cắt BC tại E. Chứng minh $EB = 2EC$

b) Cho tam giác ABC cân tại A đường cao AH và BK.

Chứng minh $\frac{1}{BK^2} = \frac{1}{BC^2} + \frac{1}{4AH^2}$

c) Cho đường tròn $(O; R)$ và một điểm A sao cho $OA = R\sqrt{2}$. Vẽ các tiếp tuyến AB, AC với đường tròn. Một góc xOy bằng 45° cắt đoạn thẳng AB và AC lần lượt tại D và E. Chứng minh rằng:

1. DE là tiếp tuyến của đường tròn (O)

2. $\frac{2}{3}R < DE < R$

-----//-----

PHÒNG GD&ĐT ĐẠI LỘC

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI LỚP 9 (NĂM HỌC 2013 - 2014)

Môn: TOÁN 9(Thời gian: 150 phút)

Họ và tên GV ra đề: Lê Thị Ngọc Bích

Đơn vị: Trường THCS NGUYỄN HUỆ

Bài 1 (2,00đ) Tìm các giá trị nguyên x, y thỏa mãn đẳng thức:

$$(y + 2).x^2 + 1 = y^2$$

Bài 2: (4,00 đ)

1. Cho số x ($x \in \mathbb{R}; x > 0$) thỏa mãn điều kiện: $x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$

Tính giá trị các biểu thức: $A = x^3 + \frac{1}{x^3}$ và $B = x^5 + \frac{1}{x^5}$

2. Chứng minh rằng $6^{2n} + 19^n - 2^{n+1} : 17$

Bài 3 (5,00 đ)

1. Thu gọn biểu thức: $A = \frac{\sqrt{7+\sqrt{5}} + \sqrt{7-\sqrt{5}}}{\sqrt{7+2\sqrt{11}}} \cdot \sqrt{3-2\sqrt{2}}$

2. Giải phương trình : $x^2 + x + 12\sqrt{x+1} = 36$

Bài 4 (4,00đ) Cho tam giác ABC vuông tại A ($AC > AB$) , đường cao AH . Trên tia HC lấy HD = HA . Đường vuông góc với BC tại D cắt AC tại E .

1/ Chứng minh $AE = AB$.

2/ Gọi M là trung điểm của BE . Tính góc AHM.

Bài 5 (5.00 đ) Cho tam giác ABC cân tại A, đường cao AD, trực tâm H. Kẻ đường tròn tâm O đường kính AH cắt AC tại E.

1/ Chứng minh DE là tiếp tuyến của đường tròn(O).

2/ Tiếp tuyến tại A của đường tròn(O) cắt DE tại F. Tính diện tích tứ giác AOE F biết AH = 6cm, HD = 2cm.

***** Hết*****

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI LỚP 9 (NĂM HỌC 2013 - 2014)

ĐỀ ĐỀ NGHỊ

Môn: TOÁN(Thời gian: 150 phút)

Họ và tên GV ra đề: NGUYỄN VĂN TIẾN

Đơn vị: Trường THCS PHAN BỘI CHÂU
(không kể thời gian giao đề)

Bài 1: (3,0 điểm) Chứng minh tích của 4 số tự nhiên liên tiếp cộng với 1, luôn là số chính phương.

Bài 2: (5,0 điểm) Cho biểu thức $P = \frac{15\sqrt{x}-11}{x+2\sqrt{x}-3} + \frac{3\sqrt{x}-2}{1-\sqrt{x}} - \frac{2\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+3}$.

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Tìm giá trị của x sao cho $P < \frac{1}{2}$

c) Tìm các giá trị nguyên của x sao cho giá trị tương ứng của biểu thức P nguyên.

Bài 3: (4,0 điểm) Giải các phương trình sau:

a/ $|2x-1|+|2x-5|=4$

b/ $\sqrt{x+2\sqrt{x-1}}+\sqrt{x-2\sqrt{x-1}}=2$

Bài 4: (3,0 điểm) Cho a, b là các số thực dương.

Chứng minh rằng: $(a+b)^2 + \frac{a+b}{2} \geq 2a\sqrt{b} + 2b\sqrt{a}$

Bài 5: (5điểm)

Cho nửa đường tròn tâm O có đường kính $AB = 2R$. Kẻ hai tia tiếp tuyến Ax và By của nửa đường tròn (Ax, By và nửa đường tròn cùng thuộc một nửa mặt phẳng bờ AB). Gọi M là điểm tùy ý thuộc nửa đường tròn (khác A và B). Tiếp tuyến tại M của nửa đường tròn cắt Ax tại D và cắt By tại E.

a) Chứng minh rằng: $\triangle DOE$ là tam giác vuông.

b) Chứng minh rằng: $AD \cdot BE = R^2$.

c) Xác định vị trí của điểm M trên nửa đường tròn (O) sao cho diện tích của tứ giác ADEB nhỏ nhất.

PHÒNG GD&ĐT ĐẠI LỘC

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI LỚP 9 (NĂM HỌC 2013 - 2014)

Môn: Toán 9 (Thời gian: 150 phút)

ĐỀ ĐỀ NGHỊ

Họ và tên GV ra đề: Nguyễn Thị Hồ Linh

Đơn vị: Trường THCS Phù Đổng

Bài 1: (3 điểm)

- Chứng minh: $2^{4n} - 1$ chia hết cho 15.
- Tìm tất cả các số tự nhiên n sao cho số $2^8 + 2^{11} + 2^n$ là số chính phương.

Bài 2: (3,0 điểm)

- Chứng minh bất đẳng thức: $\sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{c^2 + d^2} \geq \sqrt{(a+c)^2 + (b+d)^2}$.

Áp dụng giải phương trình: $\sqrt{x^2 + 2x + 5} + \sqrt{x^2 - 6x + 10} = 5$

- Cho $Q = \frac{x+16}{\sqrt{x}+3}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của Q

Bài 3: (6,0 điểm)

1. Tính: $S = \sqrt{1 + \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}} + \dots + \sqrt{1 + \frac{1}{2013^2} + \frac{1}{2014^2}}$

2. Cho biểu thức: $P = \left(\frac{x\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}} - \frac{x\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}} \right) : \left(\frac{2(x-2\sqrt{x}+1)}{x-1} \right)$

- Rút gọn P .
- Tìm x để P có giá trị nguyên.

Bài 4: (3,0 điểm) Cho $\triangle ABC$ có $\hat{A} = 2\hat{B}$. Chứng minh rằng: $BC^2 = AC^2 + AB \cdot AC$

Bài 5: (5,0 điểm) Cho góc xAy vuông và hai điểm $B; C$ lần lượt thuộc các cạnh Ax, Ay . Hình vuông $MNPQ$ có các đỉnh $M \in AB, N \in AC, P \in BC, Q \in BC$.

a/ Tính cạnh hình vuông $MNPQ$ theo cạnh $BC = a$ và đường cao $AH = h$ của $\triangle ABC$.

b/ Cho B và C thay đổi lần lượt trên các tia Ax, Ay sao cho tích $AB \cdot AC = k^2$ (k không đổi). Tìm giá trị lớn nhất của diện tích hình vuông $MNPQ$.

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Câu 1: (3 điểm) Cho $A = \left(\frac{\sqrt{x}-2}{x-1} - \frac{\sqrt{x}+2}{x+2\sqrt{x}+1} \right) \cdot \frac{x^2-2x+1}{2}$

- a) Rút gọn A.
- b) Tìm x để $A > 0$.
- c) Tìm giá trị lớn nhất của A.

Câu 2: (6 điểm)

- a) Giải phương trình: $2x^2 - 8x - 3\sqrt{x^2 - 4x - 8} = 18$
- b) Giải bất phương trình: $|2x-7| < x^2 + 2x + 2$
- c) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} (x+y)(x^2-y^2) = 45 \\ (x-y)(x^2+y^2) = 85 \end{cases}$$

Câu 3 : (4 điểm)

- a) Cho $a+b+c=0$, tính giá trị của biểu thức:

$$P = \frac{1}{b^2+c^2-a^2} + \frac{1}{a^2+c^2-b^2} + \frac{1}{a^2+b^2-c^2}$$

- b) Tìm số tự nhiên n sao cho $A = n^2 + n + 6$ là số chính phương.

Câu 4 : (5 điểm)

a) Từ một điểm A nằm ngoài (O;R) kẻ hai tiếp tuyến AM, AN ($M, N \in (O;R)$). Trên cung nhỏ MN lấy điểm P khác M và N. Tiếp tuyến tại P cắt AM tại B, cắt AN tại C. Cho A cố định và $AO = a$. Chứng minh chu vi tam giác ABC không đổi khi P di động trên cung nhỏ MN. Tính giá trị không đổi ấy theo a và R.

b) Cho tam giác ABC có diện tích bằng 36 (đơn vị diện tích). Trên cạnh BC và cạnh CA lần lượt lấy điểm D và E sao cho $DC = 3DB$ và $EA = 2EC$; AD cắt BE tại I. Tính diện tích tam giác BID.

Câu 5: (2 điểm) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$Q = \frac{1}{2} \left(\frac{x^{10}}{y^2} + \frac{y^{10}}{x^2} \right) + \frac{1}{4} (x^{16} + y^{16}) - (1 + x^2 y^2)^2$$

Hết

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI LỚP 9(NĂM HỌC 2013-2014)

ĐỀ ĐỀ NGHỊ

Môn: Toán (Thời gian: 150 phút)

Họ và tên GV ra đề: Phạm Đáng

Đơn vị: Trường THCS Trần Phú

Bài 1 (3 điểm).

1/ Chứng minh rằng với mọi số nguyên n thì $n^2 + n + 2$ không chia hết cho 3.

2/ Cho $A = \frac{n^5}{120} + \frac{n^4}{12} + \frac{7n^3}{24} + \frac{5n^2}{12} + \frac{n}{5}$ với $n \in \mathbb{N}$

Chứng minh rằng A luôn là số tự nhiên.

Bài 2 (4 điểm).

Cho biểu thức $P = \frac{x}{x-\sqrt{x}} + \frac{2}{x+2\sqrt{x}} + \frac{x+2}{x+x\sqrt{x}-2\sqrt{x}}$

a/ Rút gọn P

b/ Tìm giá trị nguyên của x để P nhận giá trị nguyên.

Bài 3 (4 điểm)

1/ Tính giá trị của biểu thức $B = (3x^2 + 5x - 1)^{2013}$ với $x = \frac{(\sqrt{5} + 2)\sqrt[3]{17\sqrt{5} - 38}}{\sqrt{5} + \sqrt{14 - 6\sqrt{5}}}$

2/ Cho các số a, b, c đều lớn hơn 10. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$M = \frac{a}{2\sqrt{b}-5} + \frac{b}{2\sqrt{c}-5} + \frac{c}{2\sqrt{a}-5}$$

Bài 4 (5,5 điểm)

Cho đường tròn $(O; R)$ và điểm A ở ngoài đường tròn $(O; R)$. Kẻ các tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là các tiếp điểm). Gọi H là trung điểm BC .

1/ Chứng minh A, H, O thẳng hàng và các điểm A, B, O, C thuộc một đường tròn.

2/ Kẻ đường kính BD của (O) , CK vuông góc với BD . Chứng minh rằng: $AC \cdot CD = CK \cdot AO$

3/ Đường thẳng AD cắt CK tại I . Chứng minh rằng: I là trung điểm CK .

Bài 5 (3,5 điểm)

Cho tam giác MNP cân tại M ($M < 90^\circ$). Gọi D là giao điểm các đường

phân giác trong của tam giác MNP . Biết $DM = 2\sqrt{5}$ cm, $DN = 3$ cm.

Tính độ dài đoạn MN .

PHÒNG GD&ĐT ĐẠI LỘC

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI 9(NĂM HỌC:2013-2014)

Môn:Toán.Thời gian:150 phút

Người ra đề:Nguyễn Thị Bảo Duyên

Trường THCS Tây Sơn

Câu 1: (3,5điểm)

a/Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn: $y^2 + 2xy - 7x - 12 = 0$

b/Tính $A = \sqrt{6 - \sqrt{11}} - \sqrt{6 + \sqrt{11}}$

Câu 2:(2,5 điểm)

Cho biểu thức $P = \left(\frac{2x+1}{x\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}+1} \right) \cdot \left(x - \frac{x-4}{\sqrt{x}-2} \right)$ (với $x \geq 0; x \neq 4$)

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Tìm các giá trị của x để $P\sqrt{4-x} < 0$

Câu 3: (6 điểm)

a/Phân tích đa thức sau thành nhân tử: $x^5 + 2014x^3 - 2014x^2 + 2013x - 2014$

b/Giải phương trình sau: $x^2 - 3x = 2\sqrt{x-1} - 4$.

c/Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$A = \frac{a^2}{a-1} + \frac{b^2}{b-1} \quad (\text{với } a > 1; b > 1)$$

Câu 4: (2 điểm)

Tính cạnh đáy BC của tam giác cân ABC biết đường cao ứng với cạnh đáy bằng 15,6cm và đường cao ứng với cạnh bên bằng 12cm.

Câu 5:(6 điểm). Cho ΔABC có 3 góc nhọn nội tiếp đường tròn (O; R). Các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H. Kéo dài AO cắt đường tròn tại K.

a/ Chứng minh tứ giác BHCK là hình bình hành và H, M, K thẳng hàng

b/ Kẻ OM vuông góc với BC tại M. Gọi G là trọng tâm của ΔABC .

Chứng minh $S_{AHG} = 2S_{AGO}$

c/ Chứng minh: $\frac{HD}{AD} + \frac{HE}{BE} + \frac{HF}{CF} = 1$

*****&&&*****

Bài 1: (1,5đ)

Cho biểu thức $A = \left(\frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} + \frac{1}{1-\sqrt{x}} \right) : \frac{\sqrt{x}-1}{2}$

a/ Rút gọn A.

b/ C/m: $0 < A < \frac{8}{3}$ Với mọi $x \geq 0; x \neq 1$

Bài 2: (1đ)

Cho biểu thức $P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{xy}+\sqrt{x}+2} + \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{yz}+\sqrt{y}+1} + \frac{2\sqrt{z}}{\sqrt{yz}+2\sqrt{z}+2}$ Biết $xyz=4$

Tính \sqrt{P}

Bài 3: (2đ)

Giải các Phương trình:

a/ $\sqrt{x-1+4\sqrt{x-5}} + \sqrt{11+x+8\sqrt{x-5}} = 4$

b/ $\sqrt{x^2-4x+4} - 2 + x = 0$

Bài 4: (1,5đ)

Cho đường thẳng : $(m+2)x - my = -1$ (d)

a/ Tìm điểm cố định mà (d) luôn đi qua.

b/ Tìm giá trị của m để khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng (d)

lớn nhất

Bài 5: (4đ)

Cho $\triangle ABC$ có các cạnh $AB = c$; $AC = b$; $BC = a$. Có các đường phân giác BD và CE cắt nhau tại I sao cho $BD \cdot CE = 2BI \cdot CI$.

a/ Tính AD; BE

b/ Vẽ đường cao AH. Chứng minh $AH = \frac{bc}{a}$

c/ Cho độ dài ba đường phân giác ứng với ba góc: \hat{A} ; \hat{B} ; \hat{C} lần lượt là x; y; z.

Chứng minh: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} > \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$

-----Hết-----

PHÒNG GD – ĐT ĐẠI LỘC

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI LỚP 9 (NĂM 2013 – 2014)

Môn thi: **Toán 9** (Thời gian : 150 phút (không kể thời gian giao đề))

Họ và tên GV ra đề: Nguyễn Hùng.

Đơn vị : THCS Võ Thị Sáu

Câu 1: (2 điểm) Rút gọn các biểu thức sau:

a. $A = \sqrt{\sqrt{6} + \sqrt{3 + 2\sqrt{2}}} \cdot \sqrt{3 + 2\sqrt{2}} \cdot \sqrt{\sqrt{6} - \sqrt{3 + 2\sqrt{2}}}.$

b. $B = \frac{(2008^2 - 2014) \cdot (2008^2 + 4016 - 3) \cdot 2009}{2005 \cdot 2007 \cdot 2010 \cdot 2011}$

Câu 2: (6 điểm)

a) Phân tích đa thức thành nhân tử

$$n^3 - 7n + 6$$

b) Cho $C = \frac{n^5}{120} + \frac{n^4}{12} + \frac{7n^3}{24} + \frac{5n^2}{12} + \frac{n}{5}$

Chứng minh rằng C luôn là số tự nhiên với mọi số tự nhiên n.

c) Chứng minh rằng:

$$\frac{1 + 2013\sqrt{2012} - 2012\sqrt{2013}}{\sqrt{2012} + \sqrt{2013} + \sqrt{2012 \times 2013}} = \sqrt{2013} - \sqrt{2012}$$

Câu 3: (4 điểm)

Tìm GTLN và GTNN của:

$$D = \sqrt{x - 2012} + \sqrt{2013 - x}$$

Câu 4: (4 điểm)

Cho hình thang ABCD, đáy AB, O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD.

a/ Chứng minh rằng: $S_{OAD} = S_{OBC}.$

b/ $S_{OAB} \cdot S_{OCD} = (S_{OBC})^2$

Câu 4: (4 điểm)

Cho hình thang ABCD có $AB \parallel CD$ và $AB < CD$. Gọi O là giao điểm 2 đường chéo AC và BD.

a) Chứng minh rằng: $DC - AB < AD + BC$

b) Cho $S_{AOB} = a^2$ và $S_{DOC} = b^2$. Tính S_{ABCD} ?

c) Qua O kẻ đường thẳng song song với AB cắt AD và BC lần lượt tại M và N. Chứng minh rằng: $\frac{1}{AB} + \frac{1}{CD} = \frac{2}{MN}.$

----- HẾT -----

Câu 1 (2,0 điểm):a) Tính giá trị của biểu thức: $A = 2x^3 + 3x^2 - 4x + 2$

$$\text{với } x = \sqrt{2 + \sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{2}}} + \sqrt{2 - \sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{2}}} - \sqrt{3-\sqrt{5}} - 1$$

b) Cho x, y thỏa mãn:

$$\sqrt{x+2014} + \sqrt{2015-x} - \sqrt{2014-x} = \sqrt{y+2014} + \sqrt{2015-y} - \sqrt{2014-y}$$

Chứng minh: $x = y$ **Câu 2 (2,0 điểm):**a) Giải phương trình $x^3 + (x+1)\sqrt{x+1} + 2\sqrt{2} = (x + \sqrt{x+1} + \sqrt{2})^3$ b) Giải hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} 3x^2 + xy - 4x + 2y = 2 \\ x(x+1) + y(y+1) = 4 \end{cases}$$
Câu 3 (2,0 điểm):a) Tìm số nguyên tố p sao cho các số $2p^2 - 1$; $2p^2 + 3$; $3p^2 + 4$ đều là số nguyên tố.b) Tìm các số nguyên dương x, y, z thỏa mãn: $3x^2 - 18y^2 + 2z^2 + 3y^2z^2 - 18x = 27$.**Câu 4 (3,0 điểm):**

Cho đường tròn $(O;R)$ đường kính BC . Gọi A là điểm thỏa mãn tam giác ABC nhọn. AB, AC cắt đường tròn trên tại điểm thứ hai tương ứng là E và D . Trên cung BC không chứa D lấy $F (F \neq B, C)$. AF cắt BC tại M , cắt đường tròn $(O;R)$ tại $N (N \neq F)$ và cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác ADE tại $P (P \neq A)$.

a) Giả sử $\angle BAC = 60^\circ$, tính DE theo R .b) Chứng minh $AN \cdot AF = AP \cdot AM$

c) Gọi I, H thứ tự là hình chiếu vuông góc của F trên các đường thẳng BD, BC . Các đường thẳng IH và CD cắt nhau ở K . Tìm vị trí của F trên cung BC để biểu thức $\frac{BC}{FH} + \frac{BD}{FI} + \frac{CD}{FK}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 5 (1,0 điểm):

Cho các số dương x, y, z thay đổi thỏa mãn: $xy + yz + zx = xyz$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $M = \frac{1}{4x+3y+z} + \frac{1}{x+4y+3z} + \frac{1}{3x+y+4z}$.

----- HẾT -----

Họ và tên thí sinh: Số báo danh

Chữ kí giám thị 1 Chữ kí giám thị 2

PHÒNG GD VÀ ĐT ĐẠI LỘC

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KỲ 1 (NĂM HỌC 2012-2013)

Môn: Toán 6 (Thời gian : 90 phút)

Họ và tên GV ra đề: Nguyễn Thị Phượng

Đơn vị: Trường THCS Phù Đồng

MA TRẬN:

Cấp độ Chủ đề	Nhận biết	Thông hiểu	Vận dụng
			Cấp độ thấp
1. Tập hợp N	.	Viết được tập hợp bằng cách liệt kê các phần tử, tính số phần tử tập hợp	Vận dụng các phép toán trong N để thực hiện
Số câu		1	3
Số điểm Tỉ lệ %		0,5	2,5
2. Tính chất chia hết	Biết được dấu hiệu chia hết cho 3; cho 5 để làm BT		
Số câu	1		
Số điểm Tỉ lệ %	0,5		
3. Tập hợp Z các số nguyên	Nhận biết được số đối	Hiểu và so sánh được các số nguyên	
Số câu	1	1	
Số điểm Tỉ lệ %	0,5	0,5	
4. Đoạn thẳng	Nhận biết được điểm nằm ở giữa hai điểm, điểm nằm cùng phía, khác phía	Vẽ được hình theo cách diễn đạt bài toán đã cho	Vận dụng tính chất để tính độ dài đoạn thẳng
Số câu	2	1	2
Số điểm Tỉ lệ %	1	1	2
Tổng số câu	4	3	5
Tổng số điểm %	2,0 = 20%	2,0 = 20%	4,0 = 40%

Bài 1: (3 điểm)

$$\text{Cho } P = \left(\frac{2x\sqrt{x} + x - \sqrt{x}}{x\sqrt{x} - 1} - \frac{x + \sqrt{x}}{x - 1} \right) \frac{x - 1}{2x + \sqrt{x} - 1} + \frac{\sqrt{x}}{2\sqrt{x} - 1}$$

- Tìm điều kiện của x để P có nghĩa?
- Rút gọn P.
- Tìm giá trị nhỏ nhất của P.

Bài 2: (2 điểm)

- Chứng minh rằng: Nếu $a + b \geq 2$ thì $a^3 + b^3 \leq a^4 + b^4$
- Với $a > c$, $b > c$, $c > 0$

$$\text{Chứng minh: } \sqrt{c(a-c)} + \sqrt{c(b-c)} \leq \sqrt{ab}$$

Bài 3: (2 điểm)

Cho ΔABC , biết $AB = 3\text{cm}$, $BC = 4\text{cm}$, $CA = 5\text{cm}$. Đường cao, đường phân giác, đường trung tuyến kẻ từ B chia tam giác thành 4 phần.

Hãy tính diện tích của mỗi phần?

Bài 4: (3 điểm)

Cho ΔABC cân tại A, gọi I là giao điểm các đường phân giác, biết $IA = 2\sqrt{5}\text{cm}$, $IB = 3\text{cm}$.

Tính các cạnh của ΔABC ?

-----Hết-----

Lưu ý: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Môn : TOÁN

Thời gian làm bài: 150 phút

Đề thi gồm 01 trang

□□ CHỈNH TH□C

Bài 1: (4,0 điểm)

Cho biểu thức: $A = \frac{x\sqrt{x} - 4x - \sqrt{x} + 4}{2x\sqrt{x} - 14x + 28\sqrt{x} - 16}$

1. Tìm x để A có nghĩa, từ đó rút gọn biểu thức A .
2. Tìm các giá trị nguyên của x để biểu thức A nhận giá trị nguyên.

Bài 2: (4,0 điểm)

Cho phương trình $x^2 - 2mx + m^2 - m - 6 = 0$ (m là tham số).

1. Với giá trị nào của m thì phương trình đã cho có hai nghiệm x_1 và x_2 sao cho

$$\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = \frac{18}{7}.$$

2. Với giá trị nào của m thì phương trình đã cho có hai nghiệm x_1 và x_2 sao cho

$$|x_1| + |x_2| = 8$$

Bài 3: (3,0 điểm)

1. Cho bốn số thực bất kỳ a, b, c, d . Chứng minh:

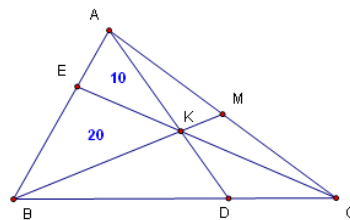
$$|ab + cd| \leq \sqrt{(a^2 + c^2)(b^2 + d^2)}$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi nào ?

2. Với giá trị nào của góc nhọn α thì biểu thức $P = 3\sin \alpha + \sqrt{3}\cos \alpha$ có giá trị lớn nhất ? Cho biết giá trị lớn nhất đó.

Bài 4: (6,0 điểm)

1. Cho đường tròn (O) và dây BC cố định không qua tâm O, điểm A di chuyển trên cung lớn BC. Trên tia đối của tia AB lấy điểm D sao cho $AD = AC$. Gọi M là trung điểm của CD. Hỏi M di chuyển trên đường nào ? Nêu cách dựng đường này và giới hạn của nó.
2. Trong hình bên, cho biết M là trung điểm của AC và các đường thẳng AD, BM và CE đồng quy tại K. Hai tam giác AKE và BKE có diện tích là 10 và 20. Tính diện tích tam giác ABC.



Bài 5: (3,0 điểm)

1. Tìm số tự nhiên n để $n+18$ và $n-41$ là hai số chính phương.
2. Tính số các ô nhỏ nhất phải quét sơn trên một bảng 5×5 để cho bất kỳ vùng 3×3 nào đó trên bảng này cũng chứa ít nhất 4 ô đã quét sơn.

————— Hết —————

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI (NĂM HỌC 2013 - 2014)

Môn: TOÁN 9 (Thời gian: 150 phút)

Họ và tên GV ra đề: Nguyễn Cúc

Đơn vị: Trường THCS Lý Tự Trọng

Bài 1/ (4đ)

a) Tìm số chính phương có 4 chữ số, biết rằng khi tăng thêm mỗi chữ số 1 đơn vị thì số mới được tạo thành cũng là một số chính phương.

b) Tính: $B = \frac{2\sqrt{3-\sqrt{3+\sqrt{13+\sqrt{48}}}}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}}$

c) Tìm nghiệm nguyên của phương trình: $2x + 3y = 11$ (1)

Bài 2/(3đ)

a) Giải phương trình: $\sqrt{3x^2+6x+7} + \sqrt{5x^2+10x+14} = 4-2x-x^2$

b) Tìm GTLN của biểu thức $M = \frac{x\sqrt{y-2} + y\sqrt{x-3}}{xy}$ với $x \geq 3; y \geq 2$

Bài 3/(4đ)

Cho biểu thức:

$$A = \left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{xy}+1} + \frac{\sqrt{xy}+\sqrt{x}}{1-\sqrt{xy}} + 1 \right) : \left(1 - \frac{\sqrt{xy}+\sqrt{x}}{\sqrt{xy}-1} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{xy}+1} \right)$$

a. Rút gọn biểu thức.

b. Cho $\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{y}} = 6$ Tìm Max A.

Bài 4/ (4đ)

Cho ΔABC cân tại A, gọi I là giao điểm của các đường phân giác. Biết $IA = 2\sqrt{5}$ cm, $IB = 3$ cm. Tính độ dài AB

Bài 5/ (5đ)

Cho $(O;R)$ và một điểm A nằm ngoài đường tròn. Từ một điểm M di động trên đường thẳng vuông góc với OA tại A, vẽ các tiếp tuyến MB, MC với đường tròn (B, C là các tiếp điểm) dây BC cắt OM và OA lần lượt tại H và K.

a, Chứng minh rằng OA.OK không đổi, từ đó suy ra BC luôn đi qua một điểm cố định.

b, Chứng minh rằng H di động trên một đường tròn cố định.

c, Cho biết $OA = 2R$. Hãy xác định vị trí điểm M để diện tích tứ giác MBOC nhỏ nhất.

.....

PHÒNG GD&ĐT ĐẠI LỘC

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI LỚP 9 (NĂM HỌC 2013 - 2014)

ĐỀ ĐỀ NGHỊ

Môn: TOÁN (Thời gian: 150 phút)

Họ và tên GV ra đề: PHẠM TÀI

Đơn vị: Trường THCS Hoàng Văn Thụ

Bài 1 (4 điểm):

1) Phân tích thành nhân tử: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} - \frac{1}{a+b+c}$.

2) Cho a, b, c, (a+b+c) là các số thực khác 0 thỏa mãn các điều kiện:

$$(I) \begin{cases} \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{a+b+c} & (1) \\ a^3 + b^3 + c^3 = 2^9 & (2) \end{cases}$$

Tính giá trị biểu thức: $A = a^{2013} + b^{2013} + c^{2013}$.

Bài 2 (4 điểm):

1) Rút gọn: $P = \frac{1}{1+\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{9}} + \frac{1}{\sqrt{9}+\sqrt{13}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2021}+\sqrt{2025}}$

2) Tính: $M = \sqrt{1+1013^2 + \frac{1013^2}{1014^2}} + \frac{1013}{1014}$

Bài 3 (4 điểm): Chứng minh rằng:

a) $8^5 + 2^{11}$ chia hết cho 17

b) $19^{19} + 69^{19}$ chia hết cho 44

Bài 4 (4 điểm):

Cho tam giác ABC vuông tại A, D là điểm di động trên cạnh BC. Gọi E, F lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm D lên AB, AC.

a) Xác định vị trí của điểm D để tứ giác AEDF là hình vuông.

b) Xác định vị trí của điểm D sao cho $3AD + 4EF$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 5 (4 điểm): Cho hình vuông ABCD; Trên tia đối tia BA lấy E, trên tia đối tia CB lấy F sao cho $AE = CF$

a) Chứng minh $\triangle EDF$ vuông cân.

b) Gọi O là giao điểm của 2 đường chéo AC và BD. Gọi I là trung điểm EF. Chứng minh O, C, I thẳng hàng.

- Hết -

Câu 1:(3đ) Rút gọn các biểu thức sau :

$$A = \sqrt{13 + 30\sqrt{2 + \sqrt{9 + 4\sqrt{2}}}}$$

$$B = \frac{2 + \sqrt{3}}{2 + \sqrt{4 + 2\sqrt{3}}} + \frac{2 - \sqrt{3}}{2 - \sqrt{4 - 2\sqrt{3}}}$$

Câu 2(3đ) Giải các phương trình sau :

a) $\sqrt{x^2 + 2x + 1} + \sqrt{x^2 - 6x + 9} = 4$

b) $\sqrt{2x + 1} - \sqrt{3x} = x - 1$

Câu 3:(3đ) Tìm số tự nhiên n sao cho các số sau đây là số chính phương

a) $n^2 + 2n + 12$ b) $n(n + 3)$

Câu 4:(3đ) Tìm : GTLN- GTNN của biểu thức sau :

$$B = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + 2x + 1} \quad (x \neq -1)$$

Câu 5 :(4đ) Cho tam giác ABC vuông ở A ,có AB : AC = 3: 4 . Kẻ

AH ⊥ BC .Biết AH =24cm .Tính diện tích ΔABC

Câu 6: Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O).phân giác trong góc BAC cắt BC tại D và cắt đường tròn tại M .phân giác ngoài tại A cắt đường thẳng BC tại E và cắt đường tròn tại N .Gọi K là trung điểm của DE .Chứng minh

a) MN vuông góc với BC tại trung điểm BC

b) Góc ABN = góc EAK

c) AK tiếp xúc với đường tròn (O)

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI LỚP 9 – NĂM HỌC 2013-2014

MÔN: Toán - Thời gian : 150 phút

ĐỀ NGHỊ

Họ và tên GV ra đề : Lâm Thanh Tuấn

Đơn vị : Trường THCS Lê Lợi

Bài 1. (3,0 điểm). Cho biểu thức: $P = \left(\frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{1 - \sqrt{xy}} + \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{1 + \sqrt{xy}} \right) : \left(1 + \frac{x + y + 2xy}{1 - xy} \right)$.

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Tính giá trị của P với $x = \frac{2}{2 + \sqrt{3}}$.

Bài 2. (4,5 điểm).

a) Tìm số tự nhiên n sao cho: $n + 12$ và $n - 77$ là hai số chính phương.

b) Tìm nghiệm nguyên dương của phương trình: $x(y - 2) + 3y = 27$.

c) Cho ba số x, y, z thỏa mãn đồng thời: $x^2 + 2y + 1 = y^2 + 2z + 1 = z^2 + 2x + 1 = 0$

Tính giá trị của biểu thức : $A = x^{2013} + y^{2013} + z^{2013}$.

Bài 3. (4,5 điểm).

a) Cho biểu thức : $M = x^2 - 5x + y^2 + xy - 4y + 2020$.

Với giá trị nào của x, y thì M đạt giá trị nhỏ nhất ? Tìm giá trị nhỏ nhất đó.

b) Hãy tính giá trị của biểu thức $N = a^3 + b^3 - 3(a + b) + 2014$ biết rằng:

$$a = \sqrt[3]{5 + 2\sqrt{6}} + \sqrt[3]{5 - 2\sqrt{6}} ; b = \sqrt[3]{17 + 12\sqrt{2}} + \sqrt[3]{17 - 12\sqrt{2}}$$

c) Giải phương trình: $\frac{1}{\sqrt{x+3} + \sqrt{x+2}} + \frac{1}{\sqrt{x+2} + \sqrt{x+1}} + \frac{1}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}} = 1$

Bài 4. (5,0 điểm). Cho nửa đường tròn (O) đường kính BC = 2R và A là một điểm trên nửa đường tròn đó. Vẽ AH vuông góc với BC. Gọi I và K lần lượt là các điểm đối xứng của H qua AB và AC.

a) Chứng minh ba điểm I, A, K thẳng hàng.

b) Chứng minh IK là tiếp tuyến của nửa đường tròn (O).

c) Xác định vị trí của điểm H trên BC để diện tích tứ giác BIKC đạt giá trị lớn nhất. Tìm giá trị lớn nhất đó.

Bài 5. (3,0 điểm). Cho tam giác ABC đều có cạnh bằng 1 cm. Trên cạnh AC lấy các điểm D, E sao cho $\angle ABD = \angle CBE = 20^\circ$. Gọi M là trung điểm của BE và N là điểm trên cạnh BC sao BN = BM. Tính tổng diện tích hai tam giác BCE và tam giác BEN.

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI – NĂM HỌC 2013 - 2014

MÔN: TOÁN 9 - Thời gian: 150 phút

Người ra đề: Huỳnh Minh Huệ

Câu 1: Cho biểu thức: (4,5đ)

$$P = \left(\frac{1}{\sqrt{x} - \sqrt{x-1}} - \frac{x-3}{\sqrt{x-1} - \sqrt{2}} \right) \left(\frac{2}{\sqrt{2} - \sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x} + \sqrt{2}}{\sqrt{2x} - x} \right)$$

a) Rút gọn P

b) Tính giá trị của P khi $x = 3 - 2\sqrt{2}$.

Câu 2: Giải phương trình: $(x^2 + 3x - 4)(x^2 + x - 6) = 24$ (4đ)

Câu 3: (3,5đ) Cho 3 số a, b, c dương. CMR:

$$\frac{a^3b}{c} + \frac{a^3c}{b} + \frac{b^3a}{c} + \frac{b^3c}{a} + \frac{c^3a}{b} + \frac{c^3b}{a} \geq 6abc$$

Câu 4 (3 đ) Cho tam giác ABC, đường trung tuyến AM. Gọi I là trung điểm của AM, BI cắt AC tại K. Tính diện tích tam giác AIK biết diện tích tam giác ABC bằng 120 cm^2 .

Câu 5 (5 đ) Cho tam giác ABC ($\hat{B} = \hat{C} = \alpha$), đường cao AH. Qua H vẽ HE vuông góc với AC (E thuộc AC), cho $HE = h$

a) Tính diện tích tam giác ABC theo h và α

b) Gọi M là trung điểm của HE. Chứng minh $AM \perp BE$

----- **Hết** -----

PHÒNG GD&ĐT ĐẠI LỘC

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI LỚP 9 _ (NĂM HỌC 2013 - 2014)

ĐỀ ĐỀ NGHỊ

Môn: TOÁN (Thời gian: 150phút)

Họ và tên GV ra đề: Lê Văn Hùng

Đơn vị: Trường THCS Lý Thường Kiệt

Bài 1: (4đ5)

- a) Tìm nghiệm tự nhiên $(x; y)$ của phương trình: $(x^2 + 4y^2 + 28)^2 = 17(x^4 + y^4 + 14y^2 + 49)$
- b) Tìm $n \in \mathbb{Z}$ để $n + 26$ và $n - 11$ đều là lập phương của số nguyên dương.
- c) Cho biểu thức $A = x^2 + xy + y^2 - 3x - 3y + 2016$. Tìm giá trị x và y để A đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 2 (3đ5)

Cho biểu thức $P = \left(\frac{2x+1}{x\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}+1} \right) \cdot \left(x - \frac{x-4}{\sqrt{x}-2} \right)$ (với $x \geq 0; x \neq 4$)

- a) Rút gọn biểu thức P .
- b) Tìm các giá trị của x để $P\sqrt{4-x} < 0$

Bài 3: (3đ)

- a) Giải phương trình: $\sqrt{2x+1+4\sqrt{2x-3}} - \sqrt{2x-2-2\sqrt{2x-3}} = 3$.
- b) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} (x+y)(x^2-y^2) = 45 \\ (x-y)(x^2+y^2) = 85 \end{cases}$$

Bài 4: (4đ5)

Cho $(O; R)$ và điểm S nằm ngoài đường tròn với SA, SB là hai tiếp tuyến của đường tròn (A, B là các tiếp điểm). Đường thẳng a đi qua S cắt (O) tại M, N (M nằm giữa S và N , a không đi qua O). Gọi I là trung điểm MN , hai đường thẳng AB và OI cắt nhau tại E .

- a) Chứng minh $OI.OE = R^2$
- b) Cho $SO = 2R, MN = R\sqrt{3}$. Hãy tính số đo góc NSO .
- c) Với $SO = 2R, MN = R\sqrt{3}$. Tính diện tích tam giác ESM .

Bài 5: (2đ5)

Cho tam giác ABC có $AB < AC$, đường phân giác AD . Từ D vẽ đường thẳng a vuông góc với AD , a cắt AB, AC lần lượt tại M, N .

So sánh BM và CN .

Bài 6: (2đ)

Cho $x, y, z > 0$ Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{x}{y+z} + \frac{y}{z+x} + \frac{z}{x+y}$$

ĐỀ 1

Câu 1

a) Biết $N = \overline{dcba}$.

Chứng minh rằng N chia hết cho 4 khi và chỉ khi $a + 2b$ chia hết cho 4

b) Phân tích biểu thức thành nhân tử : $M = a - b + \sqrt{ab^2} - \sqrt{b^3}$

Câu 2:

a) Cho $x, y, z > 0$. Hãy rút gọn biểu thức

$$M = \sqrt{x + y + 3 + 2\sqrt{3x + 3y}} + \sqrt{x + y + 3 - 2\sqrt{3x + 3y}}$$

b) Tìm x, y sao cho biểu thức $A = 2x^2 + 9y^2 - 6xy - 6x - 12y + 2011$ có giá trị nhỏ nhất. Tìm giá trị đó

Câu 3:

a) Giải phương trình $x^2 + 4x + 5 = 2\sqrt{2x + 3}$

b) Chứng minh rằng : $\sqrt{n+2} - \sqrt{n+1} < \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$, trong đó n là số nguyên dương

Câu 4 :

1) Cho hình thoi ABCD, đường cao AH. Chứng minh rằng $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AC^2} + \frac{1}{BD^2}$

2) Cho hình thang ABCD ($AB \parallel CD$ và $AB < CD$) có $\hat{A} = 90^\circ$. Chứng minh rằng :

a) $AC > BD$

b) $AC^2 - BD^2 = CD^2 - AB^2$

Câu 5: Cho đường tròn (O; R) và một điểm A cố định nằm trong đường tròn đó ($A \neq O$)

.Xác định vị trí của điểm B trên đường tròn (O) sao cho góc OBA lớn nhất

=====HẾT=====

ĐỀ ĐỀ NGHỊ
GVRĐ: Ngô Đình Vịnh

Ngày thi:

Thời gian làm bài 150 phút (Không kể thời gian phát đề)

Bài 1 : (3đ)

a, Tính: $M = \frac{3 - \sqrt{5}}{\sqrt{2} + \sqrt{3 + \sqrt{5}}} + \frac{3 + \sqrt{5}}{\sqrt{2} - \sqrt{3 - \sqrt{5}}}$

b, Không dùng bảng số và máy tính hãy so sánh:

$A = \sqrt{2013} + \sqrt{2015}$ và $B = 2\sqrt{2014}$

Bài 2:(4 đ)

Cho biểu thức: $P = \left(\frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} + \frac{1}{1-\sqrt{x}} \right) : \frac{\sqrt{x}-1}{2}$ với $x > 0$ và $x \neq 1$

a, Rút gọn P.

b, Tìm x để $P = \frac{2}{7}$

c, So sánh P^2 với $2P$

Bài 3: (3.5đ)

a, Giải phương trình : $\sqrt{x-3} + \sqrt{5-x} = x^2 - 8x + 18$

b, Cho x, y là các số thỏa mãn : $(\sqrt{x^2+3}+x)(\sqrt{y^2+3}+y) = 3$

Hãy tính giá trị của biểu thức : $A = x^{2013} + y^{2013} + 1$

Bài 4:(7.5đ)

Cho tam giác, ABC ($AB < AC$) ngoại tiếp đường tròn (O;R). Đường tròn (O;R) tiếp xúc với các cạnh BC, AB, AC lần lượt tại các điểm D, N, M. Kẻ đường kính DI của đường tròn (O;R). Qua I kẻ tiếp tuyến của đường tròn (O;R) nó cắt AB, AC lần lượt tại E, F.

a, Biết $AB = 8\text{cm}$, $AC = 11\text{cm}$, $BC = 9\text{cm}$. Tính chu vi của tam giác AEF.

b, Chứng minh $EI \cdot BD = IF \cdot CD = R^2$.

c, Gọi P là trung điểm của BC, Q là giao điểm của AI và BC, K là trung điểm của AD. Chứng minh ba điểm K, O, P thẳng hàng và $AQ = 2KP$.

Bài 5(2đ)

a, Với $a, b > 0$ chứng minh: $\frac{1}{a+b} \leq \frac{1}{4} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$. Dấu “=” xảy ra khi nào?

b, Cho x, y, z là 3 số dương thỏa mãn : $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 8$

Tìm giá trị lớn nhất của $P = \frac{1}{2x+y+z} + \frac{1}{x+2y+z} + \frac{1}{x+y+2z}$

----- TADN -----

ĐỀ SỐ 1

Thời gian: 150 phút

Câu I. (4 điểm). Giải phương trình

1. $\sqrt{x^2 - 6x + 9} + \sqrt{x^2 + 10x + 25} = 8$

2. $y^2 - 2y + 3 = \frac{6}{x^2 + 2x + 4}$

Câu II. (4 điểm)

1. Cho biểu thức :

$$A = \frac{x^2 + 2x + 3}{(x + 2)^2}$$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức A.

2. Cho $a > 0$; $b > 0$; $c > 0$

Chứng minh bất đẳng thức $(a + b + c) \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) \geq 9$

Câu III. (4,5 điểm)

1. Giải bài toán bằng cách lập phương trình.

Tìm số tự nhiên có hai chữ số biết rằng chữ số hàng chục lớn hơn chữ số hàng đơn vị là 2 và số đó lớn hơn tổng các bình phương các chữ số của nó là 1.

2. Cho phương trình: $x^2 - (m + 1)x + 2m - 3 = 0$ (1)

+ Chứng minh rằng phương trình trên luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m.

+ Tìm giá trị của m để phương trình (1) có nghiệm bằng 3.

Câu IV (4 điểm)

Cho hình thang cân ABCD, ($AB \parallel CD$; $AB > CD$). Hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại I. Góc $ACD = 60^\circ$; gọi E; F; M lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng IA; ID; BC.

1. Chứng minh tứ giác BEFC nội tiếp được trong một đường tròn.

2. Chứng minh tam giác MEF là tam giác đều.

Câu V. (3,5 điểm)

Cho hình chóp tam giác đều S. ABC có các mặt là tam giác đều. Gọi O là trung điểm của đường cao SH của hình chóp.

Chứng minh rằng: góc $AOB = BOC = COA = 90^\circ$

ĐỀ SỐ 2

Bài 1 (2đ):

1. Cho biểu thức:

$$A = \left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{xy}+1} + \frac{\sqrt{xy}+\sqrt{x}}{1-\sqrt{xy}} + 1 \right) : \left(1 - \frac{\sqrt{xy}+\sqrt{x}}{\sqrt{xy}-1} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{xy}+1} \right)$$

a. Rút gọn biểu thức.

b. Cho $\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{y}} = 6$ Tìm Max A.

2. Chứng minh rằng với mọi số nguyên dương n ta có:

$$1 + \frac{1}{n^2} + \frac{1}{(n+1)^2} = \left(1 + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right)^2 \text{ từ đó tính tổng:}$$

$$S = \sqrt{1 + \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}} + \dots + \sqrt{1 + \frac{1}{2005^2} + \frac{1}{2006^2}}$$

Bài 2 (2đ): Phân tích thành nhân tử: $A = (xy + yz + zx)(x + y + z) - xyz$

Bài 3 (2đ):

1. Tìm giá trị của a để phương trình sau chỉ có 1 nghiệm:

$$\frac{x+6a+3}{x+a+1} = \frac{-5a(2a+3)}{(x-a)(x+a+1)}$$

2. Giả sử x_1, x_2 là 2 nghiệm của phương trình: $x^2 + 2kx + 4 = 4$

Tìm tất cả các giá trị của k sao cho có bất đẳng thức:

$$\left(\frac{x_1}{x_2} \right)^2 + \left(\frac{x_2}{x_1} \right)^2 \geq 3$$

Bài 4: (2đ) Cho hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{1}{x-1} + \frac{m}{y-2} = 2 \\ \frac{2}{y-2} - \frac{3m}{x-1} = 1 \end{cases}$$

1. Giải hệ phương trình với $m = 1$

2. Tìm m để hệ đã cho có nghiệm.

Bài 5 (2đ) :

1. Giải phương trình: $\sqrt{3x^2+6x+7} + \sqrt{5x^2+10x+14} = 4-2x-x^2$

2. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} y^3 - 9x^2 + 27x - 27 = 0 \\ z^3 - 9y^2 + 27y - 27 = 0 \\ x^3 - 9z^2 + 27z - 27 = 0 \end{cases}$$

Bài 6 (2đ): Trên mặt phẳng tọa độ cho đường thẳng (d) có phương trình:

$$2kx + (k-1)y = 2 \text{ (k là tham số)}$$

1. Tìm k để đường thẳng (d) song song với đường thẳng $y = \sqrt{3}.x$? Khi đó hãy tính góc tạo bởi (d) và tia Ox.

2. Tìm k để khoảng cách từ gốc tọa độ đến đường thẳng (d) là lớn nhất?

Bài 7 (2đ): Giả sử x, y là các số dương thỏa mãn đẳng thức: $x + y = \sqrt{10}$

Tìm giá trị của x và y để biểu thức:

$$P = (x^4 + 1)(y^4 + 1) \text{ đạt giá trị nhỏ nhất. Tìm giá trị nhỏ nhất ấy.}$$

Bài 8 (2đ): Cho ΔABC với $BC = 5\text{cm}$, $AC = 6\text{cm}$; $AB = 7\text{cm}$. Gọi O là giao điểm 3 đường phân giác, G là trọng tâm của tam giác.

Tính độ dài đoạn OG.

Bài 9(2đ) Gọi M là một điểm bất kì trên đường thẳng AB. Vẽ về một phía của AB các hình vuông AMCD, BMEF.

a. Chứng minh rằng AE vuông góc với BC.

b. Gọi H là giao điểm của AE và BC. Chứng minh rằng ba điểm D, H, F thẳng hàng.

c. Chứng minh rằng đường thẳng DF luôn luôn đi qua một điểm cố định khi M chuyển động trên đoạn thẳng AB cố định.

d. Tìm tập hợp các trung điểm K của đoạn nối tâm hai hình vuông khi M chuyển động trên đường thẳng AB cố định.

Bài 10 (2đ): Cho xOy khác góc bẹt và một điểm M thuộc miền trong của góc. Vẽ đường thẳng qua M và cắt hai cạnh của góc thành một tam giác có diện tích nhỏ nhất.

.....

ĐỀ SỐ 3

Bài 1:

(2 điểm)

Chứng minh:

$$\sqrt[3]{3\sqrt{2}} - 1 = \sqrt[3]{\frac{1}{9}} - \sqrt[3]{\frac{2}{9}} + \sqrt[3]{\frac{4}{9}}$$

Bài 2:

(2 điểm)

Cho $4a^2 + b^2 = 5ab$ ($2a > b > 0$)

Tính số trị biểu thức: $M = \frac{ab}{4b^2 - b^2}$

Bài 3:

(2 điểm)

Chứng minh: nếu a, b là các nghiệm của phương trình: $x^2 + px + 1 = 0$ và c, d là các nghiệm của phương trình: $x^2 + qx + 1 = 0$ thì ta có:

$$(a - c)(b - c)(a + d)(b + d) = q^2 - p^2$$

Bài 4:

(2 điểm)

Giải bài toán bằng cách lập phương trình

Tuổi anh và em cộng lại bằng 21. Hiện tại tuổi anh gấp đôi tuổi em lúc anh bằng tuổi em hiện nay. Tính tuổi của anh, em.

Bài 5:

(2 điểm)

Giải phương trình: $x^4 + \sqrt{x^2 + 2006} = 2006$

Bài 6:

(2 điểm)

Trong cùng một hệ trục tọa độ vuông góc, cho parabol (P): $y = -\frac{x^2}{4}$ và đường thẳng (d): $y = mx - 2m - 1$.

1. Vẽ (P)

2. Tìm m sao cho (d) tiếp xúc với (P)

3. Chứng tỏ (d) luôn đi qua điểm cố định $A \in (P)$

Bài 7:

(2 điểm).

Cho biểu thức $A = x - 2\sqrt{xy} + 3y - 2\sqrt{x} + 1$

Tìm giá trị nhỏ nhất mà A có thể đạt được.

Bài 8:

(4 điểm).

Cho hai đường tròn (O) và (O') ở ngoài nhau. Kẻ tiếp tuyến chung ngoài AB và tiếp tuyến chung trong EF, $A, E \in (O)$; $B, F \in (O')$

a. Gọi M là giao điểm của AB và EF. Chứng minh:

$$\Delta AOM \sim \Delta BMO'$$

b. Chứng minh: $AE \perp BF$

c. Gọi N là giao điểm của AE và BF. Chứng minh: O, N, O' thẳng hàng.

Bài 9:

(2 điểm).

Dựng hình chữ nhật biết hiệu hai kích thước là d và góc nhọn giữa đường chéo bằng α .

ĐỀ SỐ 4

Câu 1(2đ) : Giải PT sau :

$$a, x^4 - 3x^3 + 3x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$b, \sqrt{x+2+2\sqrt{x+1}} + \sqrt{x+2-2\sqrt{x+1}} = 2$$

Câu 2(2đ): a, Thực hiện phép tính :

$$\sqrt{13-\sqrt{100}} - \sqrt{53+4\sqrt{90}}$$

b, Rút gọn biểu thức :

$$B = \frac{a^2}{a^2 - b^2 - c^2} + \frac{b^2}{b^2 - c^2 - a^2} + \frac{c^2}{c^2 - a^2 - b^2} \quad \text{Với } a + b + c = 0$$

Câu 3(3đ) : a, Chứng minh rằng :

$$5\sqrt{2} < 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{50}} < 10\sqrt{2}$$

b, Tìm GTNN của $P = x^2 + y^2 + z^2$

$$\text{Biết } x + y + z = 2007$$

Câu 4(3đ) : Tìm số HS đạt giải nhất, nhì, ba trong kỳ thi HS giỏi toán K9 năm 2007 . Biết :

Nếu đưa 1 em từ giải nhì lên giải nhất thì số giải nhì gấp đôi giải nhất .

Nếu giảm số giải nhất xuống giải nhì 3 giải thì số giải nhất bằng $\frac{1}{4}$ số giải nhì

Số em đạt giải ba bằng $\frac{2}{7}$ tổng số giải .

Câu 5 (4đ): Cho ΔABC : Góc $A = 90^\circ$. Trên AC lấy điểm D . Vẽ $CE \perp BD$.

a, Chứng minh rằng : $\Delta ABD \sim \Delta ECD$.

b, Chứng minh rằng tứ giác ABCE là tứ giác nội tiếp được .

c, Chứng minh rằng $FD \perp BC$ ($F = BA \cap CE$)

d, Góc $\widehat{ABC} = 60^\circ$; $BC = 2a$; $AD = a$. Tính AC, đường cao AH của ΔABC và bán kính đường tròn ngoại tiếp tứ giác ADEF.

Câu 6 (4đ): Cho đường tròn (O, R) và điểm F nằm trong đường tròn (O) . AB và A'B' là 2 dây cung vuông góc với nhau tại F .

a, Chứng minh rằng : $AB^2 + A'B'^2 = 8R^2 - 4OF^2$

b, Chứng minh rằng : $AA'^2 + BB'^2 = A'B'^2 + AB'^2 = 4R^2$

c, Gọi I là trung điểm của AA' . Tính $OI^2 + IF^2$

ĐỀ SỐ 5

Câu 1: Cho hàm số: $y = \sqrt{x^2 - 2x + 1} + \sqrt{x^2 - 6x + 9}$

a. Vẽ đồ thị hàm số

b. Tìm giá trị nhỏ nhất của y và các giá trị x tương ứng

c. Với giá trị nào của x thì $y \geq 4$

Câu2: Giải các phương trình:

a $\sqrt{9-12x+4x^2} = 4$

b $\sqrt{3x^2-18x+28} + \sqrt{4x^2-24x+45} = -5 - x^2 + 6x$

c $\frac{\sqrt{x^2+2x-3}}{\sqrt{x+3}} + x-1$

Câu3: Rút gọn biểu thức:

a $A = (\sqrt{3}-1)\sqrt{6+2\sqrt{2}\sqrt{3-\sqrt{2+\sqrt{12}+\sqrt{18-\sqrt{128}}}}}$

b $B = \frac{1}{2\sqrt{1}+1\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{2006\sqrt{2005}+2005\sqrt{2006}} + \frac{1}{2007\sqrt{2006}+2006\sqrt{2007}}$

Câu4: Cho hình vẽ ABCD với điểm M ở bên trong hình vẽ thỏa mãn $\angle MAB = \angle MBA = 15^\circ$

Vẽ tam giác đều ABN ở bên ngoài hình vẽ.

a Tính góc AMN . Chứng minh MD=MN

b Chứng minh tam giác MCD đều

Câu5: Cho hình chóp SABC có $SA \perp SB$; $SA \perp SC$; $SB \perp SC$.

Biết $SA=a$; $SB+SC = k$. Đặt $SB=x$

a Tính $V_{\text{hchóp}}$ theo a, k, x

b Tính SA, SC để thể tích hình chóp lớn nhất.

ĐỀ SỐ 6

I - PHẦN TRẮC NGHIỆM :

Chọn đáp án đúng :

a) Rút gọn biểu thức : $\sqrt{a^4(3-a)^2}$ với $a \geq 3$ ta được :

A : $a^2(3-a)$; B: $-a^2(3-a)$; C: $a^2(a-3)$; D: $-a^2(a-3)$

b) Một nghiệm của phương trình: $2x^2-(k-1)x-3+k=0$ là

A. $-\frac{k-1}{2}$; B. $\frac{k-1}{2}$; C. $-\frac{k-3}{2}$; D. $\frac{k-3}{2}$

c) Phương trình: $x^2 - |x| - 6 = 0$ có nghiệm là:

A. $X=3$; B. $X=\pm 3$; C. -3 ; D. $X=3$ và $X=-2$

d) Giá trị của biểu thức:

$$\frac{2(\sqrt{2} + \sqrt{6})}{3\sqrt{2} + \sqrt{3}} \text{ bằng :}$$

A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$; B. 1 ; C. $\frac{4}{3}$; D. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

II - PHẦN TỰ LUẬN :

Câu 1: a) giải phương trình : $\sqrt{x^2 - 16x + 64} + \sqrt{x^2} = 10$

b) giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} |x+2| + |y-3| = 8 \\ |x+2| - 5y = 1 \end{cases}$$

Câu 2: Cho biểu thức : $A = \left(\frac{\sqrt{x}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{x}} \right) \left(\frac{x - \sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1} - \frac{x + \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} \right) \sim$

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tìm giá trị của x để $A > -6$.

Câu 3: Cho phương trình : $x^2 - 2(m-1)x + 2m - 5 = 0$

a) Chứng minh rằng phương trình luôn có nghiệm với mọi giá trị của m.

b) Nếu gọi x_1, x_2 là 2 nghiệm của phương trình . Tìm m để $x_1 + x_2 = 6$. Tìm 2 nghiệm đó .

Câu 4: Cho a,b,c là các số dương . Chứng minh rằng $1 < \frac{a}{a+b} + \frac{b}{b+c} + \frac{c}{a+c} < 2$

Câu 5: Cho ΔABC nội tiếp đường tròn tâm O , H là trực tâm của tam giác , I là trung điểm của cạnh AC . phân giác của góc A cắt đường tròn tại M , kẻ đường cao AK của tam giác . Chứng minh :

a) Đường thẳng OM đi qua trung điểm N của BC

b) Góc KAM = góc MAO

c) $\Delta AHM \sim \Delta NOI$ và $AH = 2ON$.

Câu 6 : Cho ΔABC có diện tích S , bán kính đường tròn ngoại tiếp là R và Δ

ABC có các cạnh tương ứng là a,b,c . Chứng minh $S = \frac{abc}{4R}$

ĐỀ SỐ 8

CÂU I :

Tính giá trị của biểu thức:

$$A = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{7}} + \frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{9}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{97} + \sqrt{99}}$$

$$B = 35 + 335 + 3335 + \dots + \underbrace{3333\dots35}_{99 \text{ số } 3}$$

CÂU II :

Phân tích thành nhân tử :

- 1) $X^2 - 7X - 18$
- 2) $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)+3$
- 3) $1 + a^5 + a^{10}$

CÂU III :

- 1) Chứng minh : $(ab+cd)^2 \leq (a^2+c^2)(b^2+d^2)$
- 2) áp dụng : cho $x+4y = 5$. Tìm GTNN của biểu thức : $M = 4x^2 + 4y^2$

CÂU 4 :

Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O), I là trung điểm của BC, M là một điểm trên đoạn CI (M khác C và I). Đường thẳng AM cắt (O) tại D, tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác AIM tại M cắt BD và DC tại P và Q.

a) Chứng minh $DM.AI = MP.IB$

b) Tính tỉ số : $\frac{MP}{MQ}$

CÂU 5:

$$\text{Cho } P = \frac{\sqrt{x^2 - 4x + 3}}{\sqrt{1-x}}$$

Tìm điều kiện để biểu thức có nghĩa, rút gọn biểu thức.

ĐỀ SỐ 9

CÂU I :

1) *Rút gọn biểu thức :*

$$A = \sqrt{4 + \sqrt{10 + 2\sqrt{5}}} + \sqrt{4 - \sqrt{10 + 2\sqrt{5}}}$$

2) *Chứng minh :* $\sqrt[3]{5\sqrt{2}+7} - \sqrt[3]{5\sqrt{2}-7} = 2$

CÂU II : *Chứng minh các bất đẳng thức sau:*

1) $a^2 + b^2 + c^2 > (ab + bc + ca)$

2) $\frac{18}{a+b+c} \leq \frac{2}{a} + \frac{2}{b} + \frac{2}{c}$ với a, b, c dương

CÂU III :

Cho đường tròn (O) đường kính AB. vẽ hai tiếp tuyến Ax và By; gọi M là một điểm tùy ý trên cung AB vẽ tiếp tuyến tại M cắt Ax và By tại C và D.

a) Chứng minh : $AC.BD = R^2$

b) Tìm vị trí của M để chu vi tam giác OCD là bé nhất.

CÂU IV.

Tìm giá trị nhỏ nhất của

$$A = x^2 + y^2 + xy - 5x - 4y + 2002$$

CÂU V: Tính

$$1) M = \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{4}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{n+1}\right)$$

$$2) N = 75(4^{1993} + 4^{1992} + \dots + 4^2 + 5) + 25$$

CÂU VI :

Chứng minh : a=b=c khi và chỉ khi $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$

ĐỀ SỐ 10

CÂU I : Rút gọn biểu thức

$$A = \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{3} - \sqrt{29 - 12\sqrt{5}}}$$

$$B = \frac{x^8 + 3x^4 + 4}{x^4 + x^2 + 2}$$

CÂU II : Giải phương trình

$$1) (x+4)^4 + (x+10)^4 = 32$$

$$2) x^2 + \sqrt{x+2004} = 2004$$

CÂU III : Giải bất phương trình

$$(x-1)(x-2) > 0$$

CÂU IV :

Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn. Dựng ra phía ngoài 2 tam giác vuông cân đỉnh A là ABD và ACE . Gọi M;N;P lần lượt là trung điểm của BC; BD;CE .

a) Chứng minh : BE = CD và BE \perp với CD

b) Chứng minh tam giác MNP vuông cân

CÂU V :

$$1) \text{ Cho } \frac{a-1}{2} = \frac{b+3}{4} = \frac{c-5}{6} \text{ và } 5a - 3b - 4c = 46 . \text{ Xác định a, b, c}$$

2) Cho tỉ lệ thức : $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Chứng minh : $\frac{2a^2 - 3ab + 5b^2}{2b^2 + 3ab} = \frac{2c^2 - 3cd + 5d^2}{2d^2 + 3cd}$

Với điều kiện mẫu thức xác định.

CÂU VI : *Tính :*

$$S = 42 + 4242 + 424242 + \dots + 424242 \dots 42$$

ĐỀ SỐ 11

Bài 1: (4đ). Cho biểu thức:

$$P = \frac{x\sqrt{x} - 3}{x - 2\sqrt{x} - 3} - \frac{2(\sqrt{x} - 3)}{\sqrt{x} + 1} + \frac{\sqrt{x} + 3}{3 - \sqrt{x}}$$

- Rút gọn biểu thức P.
- Tính giá trị của P với $x = 14 - 6\sqrt{5}$
- Tìm GTNN của P.

Bài 2: (4đ). Giải các phương trình.

a) $\frac{1}{x^2 + 4x + 3} + \frac{1}{x^2 + 8x + 15} + \frac{1}{x^2 + 12x + 35} + \frac{1}{x^2 + 16x + 63} = \frac{1}{5}$

b) $\sqrt{x + 6 - 4\sqrt{x + 2}} + \sqrt{x + 11 - 6\sqrt{x + 2}} = 1$

Bài 3: (3đ). Cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d) có hệ số góc k đi qua điểm M(0;1).

- Chứng minh rằng với mọi giá trị của k, đường thẳng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt A và B.
- Gọi hoành độ của A và B lần lượt là x_1 và x_2 . Chứng minh rằng : $|x_1 - x_2| \geq 2$.
- Chứng minh rằng : Tam giác OAB là tam giác vuông.

Bài 4: (3đ). Cho 2 số dương x, y thỏa mãn $x + y = 1$

a) Tìm GTNN của biểu thức $M = (x^2 + \frac{1}{y^2})(y^2 + \frac{1}{x^2})$

b) Chứng minh rằng :

$$N = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{y}\right)^2 \geq \frac{25}{2}$$

Bài 5 (2điểm). Cho tam giác ABC vuông ở A có AB = 6cm, AC = 8cm. Gọi I là giao điểm các đường phân giác, M là trung điểm của BC. Tính góc BIM.

Bài 6:(2đ). Cho hình chữ nhật ABCD, điểm M ∈ BC. Các đường tròn đường kính AM, BC cắt nhau tại N (khác B). BN cắt CD tại L. Chứng minh rằng : ML vuông góc với AC.

Bài 7 (2điểm). Cho hình lập phương ABCD EFGH. Gọi L và K lần lượt là trung điểm của AD và AB. Khoảng cách từ G đến LK là 10. Tính thể tích hình lập phương.

ĐỀ 12 (Lưu ý)

Câu 1: (4 điểm).

Giải các phương trình:

1) $x^3 - 3x - 2 = 0$

2) $\sqrt{7-x} + \sqrt{x-5} = x^2 - 12x + 38.$

Câu 2: (6 điểm)

1) Tìm các số thực dương a, b, c biết chúng thoả mãn $abc = 1$ và $a + b + c + ab + bc + ca \leq 6$

2) Cho $x > 0$; $y > 0$ thoả mãn: $x + y \geq 6$

Hãy tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$M = 3x + 2y + \frac{6}{x} + \frac{8}{y}$$

Câu 3: (3 điểm)

Cho $x + y + z + xy + yz + zx = 6$

CMR: $x^2 + y^2 + z^2 \geq 3$

Câu 4: (5 điểm)

Cho nửa đường tròn tâm O có đường kính AB. Vẽ các tiếp tuyến Ax, By (Ax và By và nửa đường tròn cùng thuộc một nửa mặt phẳng bờ AB). Gọi M là một điểm bất kì thuộc nửa đường tròn. Tiếp tuyến tại M cắt Ax; By theo thứ tự ở C; D.

a) CMR: Đường tròn đường kính CD tiếp xúc với AB.

b) Tìm vị trí của M trên nửa đường tròn (O) để ABDC có chu vi nhỏ nhất.

c) Tìm vị trí của C; D để hình thang ABDC có chu vi 14cm.
AB = 4cm.

Biết

Câu 5: (2 điểm)

Cho hình vuông ABCD, hãy xác định hình vuông có 4 đỉnh thuộc 4 cạnh của hình vuông ABCD sao cho hình vuông đó có diện tích nhỏ nhất./.

ĐỀ SỐ 13

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM (4 ĐIỂM)

Khoanh tròn vào chữ cái đứng trước câu trả lời đúng

1. Nghiệm nhỏ trong 2 nghiệm của phương trình

$$\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{2}{5}\right) = 0 \text{ là}$$

A. $-\frac{1}{2}$

B. $-\frac{2}{5}$

C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{1}{20}$

2. Đưa thừa số vào trong dấu căn của $a\sqrt{b}$ với $b \geq 0$ ta được

A. $\sqrt{a^2b}$

B. $-\sqrt{a^2b}$

C. $\sqrt{|a|b}$

D. Cả 3 đều sai

3. Giá trị của biểu thức $\sqrt{5\sqrt{3} + 5\sqrt{48} - 10\sqrt{7 + 4\sqrt{3}}}$ bằng:

A. $4\sqrt{3}$

B. 2

C. $7\sqrt{3}$

D. 5

4. Cho hình bình hành ABCD thỏa mãn

A. Tất cả các góc đều nhọn;

B. Góc A nhọn, góc B tù

C. Góc B và góc C đều nhọn;

D. $\hat{A} = 90^\circ$, góc B nhọn

5. Câu nào sau đây đúng

A. $\cos 87^\circ > \sin 47^\circ$;

C. $\cos 14^\circ > \sin 78^\circ$

B. $\sin 47^\circ < \cos 14^\circ$

D. $\sin 47^\circ > \sin 78^\circ$

6. Độ dài x, y trong hình vẽ bên là bao nhiêu. Em hãy khoanh tròn kết quả đúng

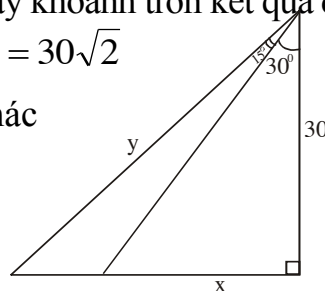
A. $x = 30\sqrt{2}$; $y = 10\sqrt{3}$; B. $x = 10\sqrt{3}$; $y = 30\sqrt{2}$

C. $x = 10\sqrt{2}$; $y = 30\sqrt{3}$; D. Một đáp số khác

PHẦN II: TỰ LUẬN (6 ĐIỂM)

Câu 1: (0,5đ) Phân tích đa thức sau ra thừa số

$$a^4 + 8a^3 - 14a^2 - 8a - 15$$



Câu 2: (1,5đ) Chứng minh rằng biểu thức $10n + 18n - 1$ chia hết cho 27 với n là số tự nhiên

Câu 3 (1,0đ) Tìm số trị của $\frac{a+b}{a-b}$ nếu $2a^2 + 2b^2 = 5ab$; Và $b > a > 0$

Câu 4 (1,5đ) Giải phương trình

a. $\sqrt{4y^2 + x} + \sqrt{4y^2 - x} - \sqrt{x^2 + 2} = 0$; b. $x^4 + \sqrt{x^2 + 2006} = 2006$

Câu 5 (0,5đ) Cho ΔABC cân ở A đường cao $AH = 10\text{cm}$, đường cao $BK = 12\text{cm}$. Tính độ dài các cạnh của ΔABC

Câu 6 (1,0đ) Cho $(O; 4\text{cm})$ và $(O'; 3\text{cm})$ nằm ngoài nhau. $OO' = 10\text{cm}$, tiếp tuyến chung trong tiếp xúc với đường tròn (O) tại E và đường tròn (O') tại F. OO' cắt đường tròn tâm O tại A và B, cắt đường tròn tâm (O') tại C và D (B, C nằm giữa 2 điểm A và D) AE cắt CF tại M, BE cắt DF tại N.

Chứng minh rằng: $MN \perp AD$

ĐỀ SỐ 14

Câu 1: (4,5 điểm) : Giải các phương trình sau:

1) $\sqrt{X^2 - 2X + 1} + \sqrt{X^2 - 6X + 9} = 5$

2) $\frac{3}{X+1} - \frac{1}{X-2} = \frac{9}{(X+1)(2-X)}$

Câu 2: (4 điểm)

1) Chứng minh rằng:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3\sqrt{2}} + \frac{1}{4\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{2007\sqrt{2006}} < 2$$

2) Chứng minh rằng nếu a, b, c là chiều dài 3 cạnh của một tam giác thì:

$$ab + bc \geq a^2 + b^2 + c^2 < 2(ab + bc + ca)$$

Câu 3: (4 điểm)

1) Tìm x, y, z biết:

$$\frac{x}{y+z+1} = \frac{y}{x+z+2} = \frac{z}{x+y-3} = x+y+z$$

2) Tìm GTLN của biểu thức :

$$\sqrt{x-3} + \sqrt{y-4} \text{ biết } x+y=8$$

Câu 4: (5,5 điểm):

Cho đường tròn tâm (O) đường kính AB , xy là tiếp tuyến tại B với đường tròn, CD là một đường kính bất kỳ. Gọi giao điểm của AC và AD với xy theo thứ tự là M, N.

a) Chứng minh rằng: MCDN là tứ giác nội tiếp một đường tròn.

b) Chứng minh rằng: $AC \cdot AM = AD \cdot AN$

c) Gọi I là đường tâm tròn ngoại tiếp tứ giác MCDN. Khi đường kính CD quay quanh tâm O thì điểm I di chuyển trên đường tròn nào ?

Câu 5: (2 điểm):

Cho M thuộc cạnh CD của hình vuông ABCD. Tia phân giác của góc ABM cắt AD ở I. Chứng minh rằng: $BI \leq 2MI$.

Phần I: Trắc nghiệm khách quan

ĐỀ 15

Câu 1: Với $a > 0, b > 0$; biểu thức $\frac{a - 2\sqrt{ab}}{\sqrt{a}} : \frac{\sqrt{a}}{a + 2\sqrt{ab}}$ bằng

A: 1 B: $a - 4b$ C: $\sqrt{a} - 2\sqrt{b}$ D: $\sqrt{a} + 2\sqrt{b}$

Câu 2: Cho bất đẳng thức:

(I): $3 + \sqrt{5} < 2\sqrt{2} + \sqrt{6}$ (II): $2\sqrt{3} + 4 > 3\sqrt{2} + \sqrt{10}$ (III): $\frac{\sqrt{30}}{2} > \frac{4}{\sqrt{2}}$

Bất đẳng thức nào đúng

A: Chỉ I B: Chỉ II C: Chỉ III D: Chỉ I và II

Câu 3:

Trong các câu sau; câu nào sai

Phân thức $\frac{x^2 - y^2}{(x^3 - y^3)(x^3 + y^3)}$ bằng phân thức a/. $\frac{x + y}{(x^2 + xy + y^2)(x^3 + y^3)}$

b/. $\frac{x - y}{(x^3 - y^3)(x^2 - xy + y^2)}$ c/. $\frac{1}{x^2 y^2 (x^2 + y^2)^2}$

d/. $\frac{1}{x^4 + x^2 y^2 + y^4}$

Phần II: Bài tập tự luận

Câu 4: Cho phân thức:

$$M = \frac{x^5 - 2x^4 + 2x^3 - 4x^2 - 3x + 6}{x^2 + 2x - 8}$$

a/. Tìm tập xác định của M.

b/. Tìm các giá trị của x để M=0

c/. Rút gọn M.

Câu 5:

Giải phương trình :

$$a/. \frac{x + \frac{2(3-x)}{5}}{14} - \frac{5x - 4(x-1)}{24} = \frac{7x + 2 + \frac{9-3x}{5}}{12} + \frac{2}{3} \quad (1)$$

$$b/. \frac{59-x}{41} + \frac{57-x}{43} + \frac{55-x}{45} + \frac{53-x}{47} + \frac{51-x}{49} = -5 \quad (2)$$

Câu 6: Cho hai đường tròn tâm O và tâm O' cắt nhau tại A và B. Một cát tuyến kẻ qua A và cắt đường tròn (O) ở C và (O') ở D. gọi M và N lần lượt là trung điểm của AC và AD.

a/. Chứng minh : $MN = \frac{1}{2} CD$

b/. Gọi I là trung điểm của MN. chứng minh rằng đường thẳng vuông góc với CD tại I đi qua 1 điểm cố định khi cát tuyến CAD thay đổi.

c/. Trong số những cát tuyến kẻ qua A, cát tuyến nào có độ dài lớn nhất.

Câu 7:

Cho hình chóp tứ giác đều S_{ABCD} $AB=a$; $SC=2a$

a/. Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình chóp

b/. Tính thể tích của hình chóp.

ĐỀ 16

Câu I: Cho đường thẳng $y = (m-2)x + 2$ (d)

a) Chứng minh rằng đường thẳng (d) luôn đi qua 1 điểm cố định với mọi m.

b) Tìm m để khoảng cách từ gốc tọa độ đến đường thẳng (d) bằng 1.

c) Tìm giá trị của m để khoảng cách từ gốc tọa độ đến đường thẳng (d) có giá trị lớn nhất.

Câu II: Giải các phương trình:

a) $2\sqrt{x^2 + 2x + 1} + \sqrt{x^2 - 6x + 9} = 6$

b) $\sqrt{x + 2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x - 2\sqrt{x-1}} = 1$

Câu III:

a) Tìm giá trị nhỏ nhất của: $A = \frac{xy}{z} + \frac{yz}{x} + \frac{zx}{y}$ với x, y, z là số dương và $x + y + z = 1$

b) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{x-1}{5} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-2}{2} \\ 3x - 2y + z = 12 \end{cases}$$

c) $B = \frac{x + \sqrt{x^2 - 2x}}{x - \sqrt{x^2 - 2x}} - \frac{x - \sqrt{x^2 - 2x}}{x + \sqrt{x^2 - 2x}}$

1. Tìm điều kiện xác định của B

2. Rút gọn B

3. Tìm x để $B < 2$

Câu IV:

Cho tam giác vuông ABC vuông tại A, với $AC < AB$; AH là đường cao kẻ từ đỉnh A. Các tiếp tuyến tại A và B với đường tròn tâm O ngoại tiếp tam giác ABC cắt nhau tại M. Đoạn MO cắt cạnh AB ở E. Đoạn MC cắt đường cao AH tại F. Kéo dài CA cho cắt đường thẳng BM ở D. Đường thẳng BF cắt đường thẳng AM ở N.

a) Chứng minh $OM \parallel CD$ và M là trung điểm của BD

b) Chứng minh $EF \parallel BC$

c) Chứng minh HA là tia phân giác của góc MHN

d) Cho $OM = BC = 4\text{cm}$. Tính chu vi tam giác ABC.

Câu V: Cho $(O; 2\text{cm})$ và đường thẳng d đi qua O . Dựng điểm A thuộc miền ngoài đường tròn sao cho các tiếp tuyến kẻ từ A với đường tròn cắt đường thẳng d tại B và C tạo thành tam giác ABC có diện tích nhỏ nhất.

ĐỀ 17

Câu 1 Rút gọn biểu thức

$$A = \frac{1}{2\sqrt{1} + 1\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}} + \frac{1}{4\sqrt{3} + 3\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{2006\sqrt{2005} + 2005\sqrt{2006}}.$$

Câu 2 Tính giá trị biểu thức

$$B = \sqrt[3]{\frac{x^3 - 3x + (x^2 - 1)\sqrt{x^2 - 4}}{2}} + \sqrt[3]{\frac{x^3 - 3x - (x^2 - 1)\sqrt{x^2 - 4}}{2}}$$

tại $x = \sqrt[3]{2005}$

3. Cho phương trình:

$$(m + 2)x^2 - (2m - 1)x - 3 + m = 0 \quad (1)$$

- Chứng minh phương trình (1) có nghiệm với mọi m
- Tìm tất cả các giá trị của m sao cho phương trình có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 và khi đó hãy tìm giá trị của m để nghiệm này gấp hai lần nghiệm kia.

4. Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = \sqrt{4z - 1} \\ y + z = \sqrt{4x - 1} \\ z + x = \sqrt{4y - 1} \end{cases}$$

5. Giải phương trình: $\frac{6x - 3}{\sqrt{x} - \sqrt{1 - x}} = 3 + 2\sqrt{x - x^2}$

6. Cho parabol (P): $y = \frac{x^2}{2}$

- Viết phương trình đường thẳng (D) có hệ số góc m và đi qua điểm $A(1; 0)$
- Biện luận theo m số giao điểm của (P) và (D)
- Viết phương trình đường thẳng (D) tiếp xúc với (P) tìm tọa độ tiếp điểm
- Tìm trên (P) các điểm mà (D) không đi qua với mọi m

7. Cho a_1, a_2, \dots, a_n là các số dương có tích bằng 1

Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = \sqrt{1 + \frac{1}{a_1}} + \sqrt{1 + \frac{1}{a_2}} + \dots + \sqrt{1 + \frac{1}{a_n}}$

8. Cho điểm M nằm trong $\triangle ABC$. AM cắt BC tại A_1 , BM cắt AC tại B_1 , CM cắt AB tại C_1 . Đường thẳng qua M song song với BC cắt A_1C_1 và A_1B_1 thứ tự tại E và F . So sánh ME và MF .

9. Cho đường tròn (O; R) nội tiếp tam giác ABC tiếp xúc với BC tại D. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AD và BC.

Chứng minh M, O, N thẳng hàng

10. Cho tam giác ABC nhọn. Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng ABC tại A. Lấy điểm M trên đường thẳng d. Kẻ BK vuông góc với AC, kẻ BH vuông góc với MC; HK cắt đường thẳng d tại N.

a) Chứng minh $BN \perp MC$; $BM \perp NC$

b) Xác định vị trí điểm M trên đường thẳng d để độ dài MN đạt giá trị nhỏ nhất.

ĐỀ 18

Rút gọn biểu thức : $A = \sqrt{6+2\sqrt{2}\sqrt{3-\sqrt{2}-\sqrt{12}+\sqrt{18-\sqrt{128}}}}$

Câu 2: (2đ)

Giải phương trình : $x^2 + 3x + 1 = (x+3) \sqrt{x^2 + 1}$

Câu 3: (2 đ) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + xy = 1 \\ x^3 + y^3 = x = 3y \end{cases}$$

Câu 4: (2đ)

Cho PT bậc hai ẩn x :

$$X^2 - 2(m-1)x + 2m^2 - 3m + 1 = 0$$

c/m : PT có nghiệm khi và chỉ khi $0 \leq m \leq 1$

Gọi x_1, x_2 là nghiệm của PT . c/m

$$|x_1 + x_2 + x_1 x_2| \leq \frac{9}{8}$$

Câu 6: (2đ) : Cho parabol $y = \frac{1}{4}x^2$ và đường thẳng (d) : $y = \frac{1}{2}x + 2$

a/ Vẽ (P) và (d) trên cùng hệ trục tọa độ .

b/ Gọi A, B là giao điểm của (P) và (d) trên cùng hệ trục tọa độ Oxy. Tìm M trên AB của (P) sao cho S_{MAB} lớn nhất .

Câu 7: (2đ)

a/ c/m : Với \forall số dương a

$$\text{thì} \left(1 + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{a+1}\right)^2 = 1 + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{(a+1)^2}$$

$$\text{b/ Tính } S = \sqrt{1 + \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}} + \dots + \sqrt{1 + \frac{1}{2006^2} + \frac{1}{2007^2}}$$

Câu 8 (4 điểm): Cho đoạn thẳng $AB = 2a$ có trung điểm O . Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ AB , dựng nửa đường tròn (O, AB) và (O', AO) , Trên (O') lấy M ($M \neq A, M \neq O$). Tia OM cắt (O) tại C . Gọi D là giao điểm thứ hai của CA với (O').

a/ Chứng minh rằng tam giác AMD cân .

b/ Tiếp tuyến C của (O) cắt tia OD tại E. Xác định vị trí tương đối của đường thẳng EA đối với (O) và (O').

c/ Đường thẳng AM cắt OD tại H, đường tròn ngoại tiếp tam giác COH cắt (O) tại điểm thứ hai là N. Chứng minh ba điểm A, M, N thẳng hàng.

d/ Tại vị trí của M sao cho ME // AB hãy tính OM theo a .

Câu 9 (1 điểm): Cho tam giác có số đo các đường cao là các số nguyên , bán kính đường tròn nội tiếp tam giác bằng 1. Chứng minh tam giác đó là tam giác đều

ĐỀ 19

Câu I- (4đ) : Tính giá trị của biểu thức :

$$1, \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{3} - \sqrt{29 - 12\sqrt{5}}}$$

$$2, \sqrt{2 + \sqrt{3}} + \sqrt{14 - 5\sqrt{3}}$$

Câu II- (5đ) : Giải các phương trình sau :

$$1, \frac{x}{x-1} + \frac{1}{x+1} = \frac{2}{x^2-1}$$

$$2, \sqrt{x^2-2x+1} + \sqrt{x^2-4x+4} = 3$$

$$3, x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 3x + 1 = 0$$

Câu III- (3đ) :

1, Cho a,b,c là các số dương , chứng minh rằng :

$$\left[\frac{1}{a^2} + 1 \right] \left[\frac{1}{b^2} + 2 \right] \left[\frac{1}{c^2} + 8 \right] \geq \frac{32}{abc}$$

2, Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên n ta có :

$$\sqrt{n+1} - \sqrt{n} > \frac{1}{2\sqrt{n+1}}$$

Câu III – (3đ) : Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số :

$$a, y = \frac{x^2 + 2x - 1}{2x^2 + 4x + 9}$$

$$b, y = \frac{1}{2} |x + 3| - 4$$

Câu VI (5đ) : Cho tam giác ABC vuông ở A ,đường cao AH . Gọi D và E lần lượt là hình chiếu của điểm H trên AB và AC . Biết BH = 4(cm) ; HC = 9(cm)

a, Tính độ dài đoạn DE

b, Chứng minh rằng AD . AB = AE.AC

c, Các đường thẳng vuông góc với DE tại D và E lần lượt cắt BC tại M và N . Chứng minh M là trung điểm BH ; N là trung điểm của CH .

d, Tính diện tích tứ giác DENM

-----&*&-----

ĐỀ 20

Câu I: (1,5 điểm) Rút gọn các biểu thức sau.

$$1. \quad A = \frac{1}{\sqrt{2}-1} - \frac{3+2\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}; \quad B = \sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2}} - \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Câu II: (3,5 điểm) giải các phương trình sau.

$$1. \quad |2x+1| + x - 1 = 0; \quad 2) \quad 3x^2 + 2x = 2\sqrt{x^2+x} + 1 - x$$

$$3. \quad \sqrt{x-2+\sqrt{2x-5}} + \sqrt{x+2+3\sqrt{2x-5}} = 7\sqrt{2}$$

Câu III: (6 điểm).

1. Tìm giá trị của m để hệ phương trình

$$\begin{cases} (m+1)x - y = m+1 \\ x - (m-1)y = 2 \end{cases}$$

Có nghiệm duy nhất thỏa mãn điều kiện $x + y$ đạt giá trị nhỏ nhất.

2. Cho Parabol (P): $y = x^2 - 4x + 3$ và điểm A(2;1). Gọi k là hệ số góc của đường thẳng (d) đi qua A.

a. Viết phương trình đường thẳng (d).

b. Chứng minh rằng (d) luôn luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt M; N.

c. Xác định giá trị của k để MN có độ dài bé nhất.

Câu IV (4,5 điểm).

Cho đường tròn (O;R). I là điểm nằm trong đường tròn, kẻ hai dây MIN và EIF. Gọi M; N; E; F thứ tự là trung điểm của IM; IN; IE; IF.

1. Chứng minh: $IM \cdot IN = IE \cdot IF$.

2. Chứng minh tứ giác M'E'N'F' nội tiếp đường tròn.

3. Xác định tâm và bán kính của đường tròn ngoại tiếp tứ giác. M'E'N'F'.

4. Giả sử 2 dây MIN và EIF, vuông góc với nhau. Xác định vị trí của MIN và EIF để diện tích tứ giác M'E'N'F' lớn nhất và tìm giá trị lớn nhất đó. Biết $OI = \frac{R}{2}$.

Câu V Cho tam giác $\triangle ABC$ có $\angle B = 200^\circ$

$C = 110^\circ$ và phân giác BE. Từ C, kẻ đường thẳng vuông góc với BE cắt BE ở M và cắt AB ở K. Trên BE lấy điểm F sao cho $EF = EA$.

Chứng minh rằng: 1) AF vuông góc với EK; 2) $CF = AK$ và F là tâm đường tròn nội tiếp $\triangle BCK$

$$3) \quad \frac{CK}{AF} = \frac{BC}{BA}.$$

Câu VI (1 điểm).

Cho A, B, C là các góc nhọn thỏa mãn $\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C \geq 2$

Chứng minh rằng: $(\tan A \cdot \tan B \cdot \tan C)^2 \leq \frac{1}{8}$.

ĐỀ 21 *

Câu I: a) Giải phương trình:

$$\sqrt{4x^2 - 12x + 9} = x - 1$$

b) Giải và biện luận phương trình theo tham số a:

$$\frac{a}{x-a} + \frac{1}{x+1} = \frac{a-x}{x-a} + \frac{a+1}{x+1}$$

Câu II:

1) Cho biết: $ax + by + cz = 0$

$$\text{Và } a + b + c = \frac{1}{2006}$$

Chứng minh rằng: $\frac{ax^2 + by^2 + cz^2}{bc(y-z)^2 + ac(x-z)^2 + ab(x-y)^2} = 2006$

2) Cho 3 số a, b, c thỏa mãn điều kiện: $abc = 2006$

Tính giá trị của biểu thức:

$$P = \frac{2006a}{ab + 2006a + 2006} + \frac{b}{bc + b + 2006} + \frac{c}{ac + c + 1}$$

Câu III:)

1) Cho x, y là hai số dương thỏa mãn: $x + y \leq 1$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $A = \frac{1}{x^2 + y^2} + \frac{2}{xy}$

2) Rút gọn biểu thức sau:

$$A = \frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n-1} + \sqrt{n}}$$

Câu IV: (5,0 điểm)

Cho tứ giác ABCD có $\angle B = \angle D = 90^\circ$. Trên đường chéo AC lấy điểm E sao cho $\angle ABE = \angle DBC$. Gọi I là trung điểm của AC.

Biết: $\angle BAC = \angle BDC$; $\angle CBD = \angle CAD$

a) Chứng minh $\angle CIB = 2 \angle BDC$; b) $\triangle ABE \sim \triangle DBC$

c) $AC \cdot BD = AB \cdot DC + AD \cdot BC$

Câu V: (2,0 điểm) Cho hình chóp tứ giác đều SABCD có độ dài cạnh đáy là 12 cm, độ dài cạnh bên là 18 cm.

a) Tính diện tích xung quanh của hình chóp

b) Tính diện tích toàn phần của hình chóp.

Câu VI: (2,0 điểm) Cho biểu thức: $M = \frac{\sqrt{a+6}}{\sqrt{a+1}}$

Tìm các số nguyên a để M là số nguyên.

ĐỀ 22

Câu 1: (4,5 điểm) : Giải các phương trình sau:

1) $\sqrt{X^2 - 2X + 1} + \sqrt{X^2 - 6X + 9} = 5$

2) $\frac{3}{X+1} - \frac{1}{X-2} = \frac{9}{(X+1)(2-X)}$

Câu 2: (4 điểm)

1) Chứng minh rằng:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3\sqrt{2}} + \frac{1}{4\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{2007\sqrt{2006}} < 2$$

2) Chứng minh rằng nếu a, b, c là chiều dài 3 cạnh của một tam giác thì:

$$ab + bc \geq a^2 + b^2 + c^2 < 2(ab + bc + ca)$$

Câu 3: (4 điểm)

1) Tìm x, y, z biết:

$$\frac{x}{y+z+1} = \frac{y}{x+z+2} = \frac{z}{x+y-3} = x+y+z$$

2) Tìm GTLN của biểu thức :

$$\sqrt{x-3} + \sqrt{y-4} \text{ biết } x+y=8$$

Câu 4: (5,5 điểm):

Cho đường tròn tâm (O) đường kính AB, xy là tiếp tuyến tại B với đường tròn, CD là một đường kính bất kỳ. Gọi giao điểm của AC và AD với xy theo thứ tự là M, N.

a) Chứng minh rằng: MCDN là tứ giác nội tiếp một đường tròn.

b) Chứng minh rằng: AC.AM = AD.AN

c) Gọi I là đường tâm tròn ngoại tiếp tứ giác MCDN. Khi đường kính CD quay quanh tâm O thì điểm I di chuyển trên đường tròn nào ?

Câu 5: (2 điểm):

Cho M thuộc cạnh CD của hình vuông ABCD. Tia phân giác của góc ABM cắt AD ở I. Chứng minh rằng: BI ≤ 2MI.

ĐỀ SỐ 13

Câu 1(2^d). Phân tích đa thức sau ra thừa số .

$$a^4 + 8a^3 + 14a^2 - 8a - 15 .$$

Câu 2(2^d). Chứng minh rằng biểu thức $10^n + 18n - 1$ chia hết cho 27 với n là số tự nhiên .

Câu 3(2^d). Tìm số trị của $\frac{a+b}{a-b}$ Nếu $2a^2 + 2b^2 = 5ab$, và $b > a > 0$.

Câu 4(4^d). Giải phương trình.

a) $\sqrt{4y^2 + x} = \sqrt{4y^2 - x} - \sqrt{x^2 + 2}$

b) $x^4 + \sqrt{x^2 + 2006} = 2006$

Câu 5(3^d). Tổng số học sinh giỏi Toán , giỏi Văn của hai trường THCS đi thi học sinh Giỏi lớn hơn 27 ,số học sinh đi thi văn của trường là thứ nhất là 10, số học sinh đi thi toán của trường thứ hai là 12. Biết rằng số học sinh đi thi của trường thứ nhất lớn hơn 2 lần số học sinh thi Văn của trường thứ hai và số học sinh đi thi của trường thứ hai lớn hơn 9 lần số học sinh thi Toán của trường thứ nhất. Tính số học sinh đi thi của mỗi trường.

Câu 6(3^d). Cho tam giác ABC cân ở A đường cao AH = 10 cm đường cao BK = 12 cm . Tính độ dài các cạnh của tam giác ABC .

Câu 7(4^d). Cho (O;4cm) và (O';3cm) nằm ngoài nhau , OO'=10cm. Tiếp tuyến chung trong tiếp xúc với đường tròn tâm O tại E và đường tròn O' tại F, OO' cắt đường tròn tâm O tại A và B, cắt đường tròn tâm O' tại C và D (B,C nằm giữa 2 điểm A và D) AE cắt CF tại M, BE cắt DF tại N.

□ CMR : $MN \perp AD$

ĐỀ 24

Bài 1 (5đ)

Giải các phương trình sau:

a, $\sqrt{x^2-1}-x^2+1=0$

b, $\sqrt{x+3-4\sqrt{x-1}}+\sqrt{x+8+6\sqrt{x-1}}=4$

Bài 2 (5đ) Cho biểu thức

$$P=\left(\frac{\sqrt{x}-2}{x-1}-\frac{\sqrt{x}+2}{x+2\sqrt{x}+1}\right)\left(\frac{1-x}{\sqrt{2}}\right)^2$$

a, Rút gọn P.

b, Chứng minh rằng nếu $0 < x < 1$ thì $P > 0$.

c, Tìm giá trị lớn nhất của P.

Bài 3: (5đ) Chứng minh các bất đẳng thức sau.

a, Cho $a > c$, $b > c$, $c > 0$.

Chứng minh : $\sqrt{c(a-c)}+\sqrt{c(b-c)}\leq\sqrt{ab}$

b, Chứng minh.

$$\frac{2005}{\sqrt{2006}}+\frac{2006}{\sqrt{2005}}>\sqrt{2005}+\sqrt{2006}$$

Bài 4: (5đ)

Cho ΔAHC có 3 góc nhọn, đường cao HE. Trên đoạn HE lấy điểm B sao cho tia CB vuông góc với AH, hai trung tuyến AM và BK của ΔABC cắt nhau ở I. Hai trung trực của các đoạn thẳng AC và BC cắt nhau tại O.

a, Chứng minh $\Delta ABH \sim \Delta MKO$

b, Chứng minh $\sqrt{\frac{IO^3+IK^3+IM^3}{IA^3+IH^3+IB^3}}=\frac{\sqrt{2}}{4}$

ĐỀ 25

Câu I (4 điểm)

Giải phương trình:

1. $x^3+4x^2-29x+24=0$

$$2. \quad \sqrt{x-1+4\sqrt{x-5}} + \sqrt{11+x+8\sqrt{x-5}} = 4$$

Câu II (3 điểm)

1. Tính

$$P = \sqrt{1+1999^2} + \frac{1999^2}{2000^2} + \frac{1999}{2000}$$

2. Tìm x biết

$$x = \sqrt{5 + \sqrt{13 + \sqrt{5 + \sqrt{13 + \dots}}}}$$

Trong đó các dấu chấm có nghĩa là lặp đi lặp lại cách viết căn thức có chứa 5 và 13 một cách vô hạn.

Câu III (6 điểm)

1. Chứng minh rằng số tự nhiên

$$A = 1.2.3.....2005.2006. \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2005} + \frac{1}{2006} \right) \text{ chia hết cho } 2007$$

2. Giả sử x, y là các số thực dương thỏa mãn : $x + y = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$A = \frac{1}{x^3 + y^3} + \frac{1}{xy}$$

3. Chứng minh bất đẳng thức:

$$\frac{a^3 + b^3 + c^3}{2abc} + \frac{a^2 + b^2}{c^2 + ab} + \frac{b^2 + c^2}{a^2 + bc} + \frac{c^2 + a^2}{b^2 + ac} \geq \frac{9}{2}$$

Câu IV (6 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Đường tròn đường kính AH cắt các cạnh AB, AC lần lượt tại E và F.

1. Chứng minh tứ giác AEHF là hình chữ nhật;
2. Chứng minh $AE \cdot AB = AF \cdot AC$;
3. Đường thẳng qua A vuông góc với EF cắt cạnh BC tại I. Chứng minh I là trung điểm của đoạn BC;
4. Chứng minh rằng nếu diện tích tam giác ABC gấp đôi diện tích hình chữ nhật AEHF thì tam giác ABC vuông cân.

Câu V (1 điểm)

Cho tam giác ABC với độ dài ba đường cao là 3, 4, 5. Hỏi tam giác ABC là tam giác gì ?

ĐỀ 26

Câu 1 (6 điểm): Giải các phương trình

a. $x^6 - 9x^3 + 8 = 0$

b. $\sqrt{x^2 - 6x + 9} = \sqrt{4 + 2\sqrt{3}}$

c. $\sqrt{x^2 - 2x + 1} + \sqrt{x^2 - 4x + 4} = 3$

Câu 2 (1 điểm): Cho $abc = 1$. Tính tổng

$$\frac{1}{1+a+ab} + \frac{1}{1+b+bc} + \frac{1}{1+c+ac}$$

Câu 3 (2 điểm): Cho các số dương a, b, c, d . Biết

$$\frac{a}{1+a} + \frac{b}{1+b} + \frac{c}{1+c} + \frac{d}{1+d} \leq 1$$

Chứng minh rằng $abcd \leq \frac{1}{81}$

Câu 4 (4 điểm): Tìm a, b, c . Biết

a. $2(\sqrt{a} + \sqrt{b-1} + \sqrt{c-2}) - (a+b+c) = 0$

b. $(a^2+1)(b^2+2)(c^2+8) - 32abc = 0$

Câu 5 (5 điểm): Cho nửa đường tròn tâm O có đường kính $AB = 2R$, vẽ các tiếp tuyến Ax, By với nửa đường tròn và tia OZ vuông góc với AB (các tia Ax, By, OZ cùng phía với nửa đường tròn đối với AB). Gọi E là điểm bất kỳ của nửa đường tròn. Qua E vẽ tiếp tuyến với nửa đường tròn cắt Ax, By, OZ theo thứ tự ở C, D, M . Chứng minh rằng khi điểm E thay đổi vị trí trên nửa đường tròn thì:

a. Tích $AC \cdot BD$ không đổi

b. Điểm M chạy trên 1 tia

c. Tứ giác $ACDB$ có diện tích nhỏ nhất khi nó là hình chữ nhật. Tính diện tích nhỏ nhất đó.

Câu 6 (2 điểm): Tính diện tích toàn phần của hình chóp đều $SABC$ biết tất cả các cạnh của hình chóp đều bằng a

ĐỀ 27

Câu I (5 đ) :

Giải các phương trình

a) $\frac{x}{x-1} - \frac{2007}{1+x} = \frac{2}{x^2-1}$

b) $\sqrt{x-2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x+2\sqrt{x-1}} = 2$

Câu II (4 đ) :

a) Tìm a, b, c biết a, b, c là các số dương và

$$\left(\frac{1}{a^2}+1\right)\left(\frac{1}{b^2}+2\right)\left(\frac{1}{c^2}+8\right) = \frac{32}{abc}$$

b) Tìm a , b , c biết :
$$a = \frac{2b^2}{1+b^2} ; b = \frac{2c^2}{1+c^2} ; c = \frac{2a^2}{1+a^2}$$

Câu III (4 đ) :

b) Cho $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ với a,b,c khác 0 và $a + b + c \neq 0$

Tính
$$P = (2006 + \frac{a}{b})(2006 + \frac{b}{c})(2006 + \frac{c}{a})$$

a) Tìm GTNN của
$$A = \frac{x^2 - 2x + 2006}{x^2}$$

Câu IV .(3đ)

Cho hình bình hành ABCD sao cho AC là đường chéo lớn . Từ C vẽ đường CE và CF lần lượt vuông góc với các đường thẳng AB và AD

Chứng minh rằng $AB \cdot AE + AD \cdot AF = AC^2$

Câu V. (4 đ) Cho hình chóp SABC có $SA \perp AB ; SA \perp AC ; AB \perp BC ; AB = BC$

$AC = a\sqrt{2} ; SA = 2a .$

Chứng minh :

a) $BC \perp mp(SAB)$

b) Tính diện tích toàn phần của hình chóp SABC

c) Thể tích hình chóp

ĐỀ 28 *

Bài 1 (2,0 điểm) Rút gọn biểu thức :

$$A = \frac{(x^2 + x + 1)\sqrt{x^2 - x + 1} + (x^2 - x + 1)\sqrt{x^2 + x + 1}}{\sqrt{x^4 + x^2 + 1}} : \frac{1}{\sqrt{x^2 + x + 1} - \sqrt{x^2 - x + 1}}$$

Bài 2 (2,0 điểm) Tính tổng :

$$S = \frac{3}{1^2 \cdot 3} + \frac{5}{(1^2 + 2^2) \cdot 4} + \frac{7}{(1^2 + 2^2 + 3^2) \cdot 5} + \dots + \frac{2n+1}{(1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2)(n+2)}$$

Bài 3 (2,0 điểm) Cho phương trình :

$$mx^2 - (m^2 + m + 1)x + m + 1 = 0 \quad (1)$$

Tìm điều kiện của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác -1
Bài4(2,0 điểm) Cho x,y,z là các số không âm thỏa mãn

$$2x + xy + y = 10$$

$$3y + yz + 2z = 3$$

$$z + zx + 3x = 9$$

Tính giá trị của biểu thức : $M = x^3 + y^2 + z^{2006}$

Bài 5(2,0điểm) Giải phương trình :

$$(3x-1)\sqrt{x^2+8} = \frac{3x^2+2x+23}{2}$$

Bài6(2,0điểm)

Cho parabol (P) : $y = x^2$ và đường thẳng (d) qua hai điểm A và B thuộc (P) có hoành độ

độ lần lượt là -1 và 3 .M thuộc cung AB của (P) có hoành độ là a.Kẻ MH vuông góc

với AB, H thuộc AB.

- 1) Lập các phương trình các đường thẳng AB, MH.
- 2) Xác định vị trí của M để diện tích tam giác AMB lớn nhất .

Bài7(2,0điểm)

Cho dãy số :1,2,3,4, ...,2005,2006.

Hãy điền vào trước mỗi số dấu + hoặc - để cho có được một dãy tính có kết quả là số tự nhiên nhỏ nhất .

Bài8(2,0điểm)

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, H là trực tâm của tam giác. Chứng minh rằng :

$$2(AB + BC + CA) > (AH + BH + CH)$$

Bài 9(2,0điểm)

Cho tam giác ABC, AD là đường cao ,D thuộc BC. Dựng DE vuông góc với AB , E thuộc AB ,DF vuông góc với AC, F thuộc AC .

- 1) Chứng minh rằng tứ giác BEFC nội tiếp .
- 2) Dựng bốn đường tròn đi qua trung điểm của hai cạnh kề nhau của tứ giác BEFC và đi qua đỉnh của tứ giác đó. Chứng minh rằng bốn đường tròn này đồng quy .

Bài 10 Một hình chóp cụt đều có đáy là hình vuông, các cạnh đáy bằng a và b. Tính chiều cao của hình chóp cụt đều, biết rằng diện tích xung quanh bằng tổng diện tích hai đáy.

ĐỀ 29

Câu 1. (4 điểm) Khoanh tròn các chữ cái đứng trước kết quả đúng trong các câu sau:

- 1) Cho đường thẳng (D): $y = 3x + 1$. Các điểm sau có điểm nào thuộc (D).

A. (2; 5); B. (-2; -5); C. (-1; -4) D. (-1; 2).

- 2) Cho đường tròn tâm O bán kính R thì độ dài cung 60° của đường tròn ấy bằng:

A. $\frac{\pi R}{6}$; B. $\frac{\pi R}{4}$; C. $\frac{\pi R}{3}$; D. $\frac{\pi R}{12}$.

3) Kết quả rút gọn biểu thức: $\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{14-5\sqrt{3}}$ bằng:

A. $1 - 3\sqrt{2}$; B. $2\sqrt{3}$; C. $3\sqrt{2}$; D. $2\sqrt{3} + 1$.

4) Nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 23 \\ x^2 + y^2 = 377 \end{cases} \text{ là}$$

A. (x = 4; y = 19); B. (x = 3; y = 20)
C. (x = 5; y = 18); D. (x = 19; y = 4) và (x = 4; y = 19)

Câu 2. (4 điểm): Giải phương trình:

$$\frac{2x}{3x^2 - 5x + 2} + \frac{13x}{3x^2 + x + 2} = 6$$

Câu 3. (3 điểm): Tìm m sao cho Parabol (P) $y = 2x^2$ cắt đường thẳng (d)

$y = (3m + 1)x - 3m + 1$ tại 2 điểm phân biệt nằm bên phải trục tung.

Câu 4. (1 điểm): Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$P = \frac{4x - 3x^2}{x^2 + 1}$$

Câu 5: (4 điểm).

Cho nửa đường tròn tâm O, đường kính AB. Lấy điểm M bất kì trên nửa đường tròn đó (M khác A và B). Vẽ đường tròn tâm M tiếp xúc với đường kính AB tại H. Từ A và B kẻ hai tiếp tuyến (d_1 ; d_2) tiếp xúc với đường tròn tâm M tại C và D.

- CM: 3 điểm: C, M, D cùng nằm trên tiếp tuyến với đường tròn tâm O tại M.
- AC + BD không đổi. Khi đó tính tích AC.BD theo CD.
- Giả sử: $CD \cap AB = \{ K \}$. CM: $OA^2 = OB^2 = OH.OK$.

Câu 6: (3 điểm)

Tính diện tích toàn phần của hình chóp SABC. Biết:

$ASB = 60^\circ$; $BSC = 90^\circ$; $ASC = 120^\circ$ và: $SA = AB = SC = a$.

ĐỀ 30

Câu 1 (2.5 điểm)

Cho biểu thức:

$$P(x) = \frac{2x - 1 - \sqrt{x^2}}{3x^2 - 4x + 1}$$

- Rút gọn P.
- Chứng minh: Với $x > 1$ thì $P(x) \cdot P(-x) < 0$

Câu 2 (4.0 điểm). Giải phương trình:

$$a) \sqrt{x+1-2\sqrt{x}} + \sqrt{x+4-4\sqrt{x}} = 1$$

$$b) \sqrt{x^2 - x + 1} + \sqrt{x^2 - x - 2} = 3$$

Câu 3 (2. 0 điểm).Hãy biện luận vị trí của các đường thẳng

$$d_1 : 2x^2 + 3(m - 1)y - 3 = 0$$

$$d_2 : mx + (m - 2)y - 2 = 0$$

Câu 4 (2. 0 điểm). Giải hệ phương trình:

$$(x + y)^2 - 4(x + y) = 45$$

$$(x - y)^2 - 2(x - y) = 3$$

Câu 5 (2. 0 điểm). Tìm nghiệm nguyên của phương trình.

$$x^6 + 3x^3 + 1 = y^4$$

Câu 6 (2. 5 điểm) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$A = \frac{\sqrt{x-1}}{x} + \frac{\sqrt{y-2}}{y}$$

Câu 7 (3. 0 điểm)

Cho tam giác ABC đều, nội tiếp đường tròn (o), M là điểm trên cung nhỏ BC; AM cắt BC tại E.

a) Nếu M là điểm chính giữa của cung nhỏ BC, chứng minh : $BC^2 = AE \cdot AM$.

b) Trên AM lấy D sao cho $MD = BM$. Chứng minh: $\angle DBM = \angle ACB$ và $MA = MB + MC$.

Câu 8 (2. 0 điểm) Cho nửa đường tròn đường kính AB và tia tiếp tuyến Ax cùng phía với nửa đường tròn đối với AB. Từ điểm M trên tia Ax kẻ tiếp tuyến thứ hai MC với nửa đường tròn, kẻ CH vuông góc với AB.

Chứng minh : MB đi qua trung điểm của CH.

ĐỀ 31

I. Đề bài :

Câu I. (4điểm)

Tính giá trị các biểu thức :

$$A = \frac{1}{2\sqrt{1}+1\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}} + \frac{1}{4\sqrt{3}+3\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{25\sqrt{24}+24\sqrt{25}}$$

$$B = \sqrt[3]{2-\sqrt{5}}(\sqrt[6]{9+4\sqrt{5}} + \sqrt[3]{2+\sqrt{5}})$$

CâuII: (4điểm)

Giải các phương trình sau.

a; $x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0$

b; $\sqrt{x+2} + 4\sqrt{x-2} + \sqrt{x+7} + 6\sqrt{x-2} = 6$

Câu III: (6 điểm)

1; Cho 2 số x, y thỏa mãn đẳng thức :

$$8x^2 + y^2 + \frac{1}{4x^2} = 4$$

Xác định x, y để tích xy đạt giá trị nhỏ nhất .

2; Tìm 4 số nguyên dương x,y,z,t thỏa mãn.

$$\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2} + \frac{1}{t^2} = 1$$

3; Chứng minh bất đẳng thức :

$$\frac{a+b}{2} - \sqrt{ab} < \frac{(a-b)^2}{8b} \quad \text{với } a > b > 0$$

Câu IV: (5đ)

Cho tam giác ABC cân tại A nội tiếp đường tròn tâm O bán kính R. Trên cung nhỏ BC lấy điểm K . AK cắt BC tại D

a , Chứng minh AO là tia phân giác của góc BAC .

b , Chứng minh $AB^2 = AD.AK$

c , Tìm vị trí điểm K trên cung nhỏ BC sao cho độ dài AK là lớn nhất .

d, Cho góc $BAC = 30^\circ$. Tính độ dài AB theo R.

Câu V: (1đ)

Cho tam giác ABC , tìm điểm M bên trong tam giác sao cho diện tích các tam giác BAM , ACM, BCM bằng nhau .

(Hết)

ĐỀ 32

Câu1: (4 điểm)

1. Tính giá trị biểu thức $P = \sqrt{|40\sqrt{2} - 57|} - \sqrt{|40\sqrt{2} + 57|}$

2. Chứng minh rằng $\sqrt[3]{\sqrt{2}-1} = \sqrt[3]{\frac{1}{9}} - \sqrt[3]{\frac{2}{9}} + \sqrt[3]{\frac{4}{9}}$

3. Cho ba số dương a,b,c thỏa mãn $a + b + c = 3$

Chứng minh: $\frac{a}{1+b^2} + \frac{b}{1+c^2} + \frac{c}{1+a^2} \geq \frac{3}{2}$

Câu2: (4 điểm)

1. Cho $A = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{1}}{2+1} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{3+2} + \dots + \frac{\sqrt{25}-\sqrt{24}}{25+24}$

Chứng minh rằng $A < 0,4$

2. Cho x, y , z là các số dương thỏa mãn $xyz \geq x + y + z + 2$ tìm giá trị lớn nhất của $x + y + z$

Câu3: (4 điểm)

Giải các phương trình:

a. $\sqrt{3x^2 - 7x + 3} - \sqrt{x^2 - 2} = \sqrt{3x^2 - 5x - 1} - \sqrt{x^2 - 3x + 4}$

b. $2\left(x - \frac{1}{x}\right) + \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) = 1$

c.
$$\begin{cases} \frac{1}{x+y} - \frac{3}{x-y} = 2 \\ \frac{2}{x+y} - \frac{1}{x-y} = \frac{3}{2} \end{cases}$$

d. $\sqrt{x - 2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x + 2\sqrt{x-1}} = 2$

Câu 4: (2 điểm)

Cho hàm số $y = (2m - 1)x + n - 2$

a. Xác định m, n để đường thẳng (1) đi qua gốc tọa độ và vuông góc với đường thẳng có phương trình $2x - 5y = 1$

b. Giả sử m, n thay đổi sao cho $m + n = 1$

Chứng tỏ rằng đường thẳng (1) luôn đi qua một điểm cố định.

Câu 5: (4 điểm)

Cho tam giác ABC ($AB = AC$, góc $A < 60^\circ$) Trên nửa mặt phẳng bờ AC chứa B người ta vẽ tia Ax sao cho Góc $xAC =$ góc ACB . Gọi c' là điểm đối xứng với C qua Ax.

Nối BC' cắt Ax tại D. Các đường thẳng CD, CC' cắt AB lần lượt tại I và K.

a. Chứng minh AC là phân giác ngoài ở đỉnh A của tam giác ABC' .

b. Chứng minh $ACDC'$ Là Hình thoi.

c. Chứng minh $AK \cdot AB = BK \cdot AI$

d. Xét một đường thẳng bất kì qua A và không cắt BC. Hãy tìm trên d một điểm M sao cho chu vi tam giác MBC đạt giá trị nhỏ nhất.

Chứng minh rằng độ lớn của góc BMC không phụ thuộc vào vị trí của đường thẳng d.

Câu 6: (2 điểm)

Cho hình tứ giác đều S_{ABCD} có cạnh đáy bằng $2\sqrt{3}$ cm chiều cao 4 cm.

a. Tính diện tích xung quanh của hình chóp.

b. Tính thể tích của hình chóp.

ĐỀ 33

Câu I: (3đ)

1, Phân tích đa thức sau thành nhân tử:

$$x^3 + 6x^2 - 13x - 42$$

2, Xác định số hữu tỉ k để đa thức.

$$A = \frac{x^3 + y^3 + z^3 + kxyz}{x + y + z} \text{ chia hết cho đa thức.}$$

Câu II: (4đ)

Giải các phương trình.

1, $\sqrt{2x + \sqrt{4x - 1}} - \sqrt{2x - \sqrt{4x - 1}} = \sqrt{6}$

2, $x^4 - 3x^3 - 6x^2 + 3x + 1 = 0$

Câu III: (2đ)

1, Cho hàm số $y = \sqrt{x^2} + \sqrt{x^2 - 4x + 4}$

a, Vẽ đồ thị của hàm số.

b, Tìm giá trị nhỏ nhất của y.

2, Chứng minh phương trình sau không có nghiệm nguyên. $3x^2 - 4y^2 = 3$

Câu IV: (4đ)

1, (2đ)

Cho 3 số không âm x, y, z thỏa mãn đẳng thức.

$$x + y + z = 1$$

Chứng minh rằng: $x + 2y + z \geq 4(1-x)(1-y)(1-z)$

2, (2đ)

Cho biểu thức.

$$Q = \frac{3x^2 - 6x + 11}{x^2 - 2x + 2}$$

a, Tìm giá trị nguyên của x để Q nhận giá trị nguyên.

b, Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức Q.

Câu V: (6đ)

Cho tam giác ABC vuông góc ở A, lấy trên cạnh AC một điểm D. Dựng CE vuông góc với BD.

1, Chứng tỏ các tam giác ABD và BCD đồng dạng.

2, Chứng tỏ tứ giác ABCE là một tứ giác nội tiếp.

3, Chứng minh $FD \perp BC$ (F là giao điểm của BA và CE)

4, Cho $\widehat{ABC} = 60^\circ$; $BC = 2a$; $AD = a$

Tính AC, đường cao AH của ABC và bán kính đường tròn ngoại tiếp tứ giác ADEF.

ĐỀ 34 *

Bài 1: Xét biểu thức:

$$P = \frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{4}-\sqrt{5}} - \dots + \frac{1}{\sqrt{1992}-\sqrt{1993}}$$

a) Rút gọn P

b) Giá trị của P là số hữu tỷ hay số vô tỷ? Tại sao?

Bài 2: Rút gọn:

$$\left[\frac{y^2 - yz + z^2}{x} + \frac{x^2}{y+z} - \frac{3}{\frac{1}{y} + \frac{1}{z}} \right] \frac{\frac{2}{y} + \frac{2}{z}}{\frac{1}{yz} + \frac{1}{xy} + \frac{1}{xz}} + (x+y+z)^2$$

Bài 3: Giải phương trình

$$\frac{1}{3}x^4 + \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{2}x = \frac{1}{3}$$

Bài 4: Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} |x+2| + |y-3| = 8 \\ |x+2| - 5y = 1 \end{cases}$$

Bài 5: Giải phương trình

$$\sqrt{4-\sqrt{4+x}} = x$$

Bài 6: Cho $y = -\frac{1}{2}x^2$ (p)

a) Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số

b) Lập phương trình đường thẳng (D) qua (-2;2) và tiếp xúc với (p)

Bài 7: Câu 1: Tìm tất cả các số tự nhiên n sao cho $n:9$ và $n+1:25$

Câu 2: Tìm nghiệm nguyên của phương trình $3x^2+5y^2=12$

Bài 8: (Bài toán cổ Việt Nam)

Hai cây tre bị gãy cách gốc theo thứ tự 2 thước và 3 thước. Ngọn cây nọ chạm gốc cây kia. Tính từ chỗ thân 2 cây chạm nhau đến mặt đất.

Bài 9: Tam giác ABC có các góc nhọn, trực tâm H. Vẽ hình bình hành ABCD. Chứng minh rằng: $ABH = ADH$

Bài 10: Cho hình chữ nhật ABCD và điểm E thuộc cạnh DC. Dựng hình chữ nhật có một cạnh là DE và có diện tích bằng diện tích hình chữ nhật ABCD.

ĐỀ 35

Câu 1: (1.5đ)

Chọn các câu trả lời đúng trong các câu sau:

a. Phương trình: $\sqrt{x+2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x+2\sqrt{x-1}} = 2$

Có nghiệm là: A.1; B.2; C. $\frac{3}{2}$; D. $1 \leq x \leq 2$

b. Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp trong đường tròn tâm (O), các cung nhỏ AB, BC, CA có số đo lần lượt là: $x+75^\circ$; $2x+25^\circ$; $3x-22^\circ$. Một góc của tam giác có số đo là: A. 57° , B. 59° , C. 61° , D. 60°

Câu 2: (0.5đ)

Hai phương trình: $x^2+ax+1=0$ và $x^2-x-a=0$ có 1 nghiệm chung khi a bằng:

A. 0, B. 1, C. 2, D. 3

Câu 3: (1đ).

Điền vào chỗ (.....) Trong hai câu sau:

a. Nếu bán kính của đường tròn tăng lên 3 lần thì chu vi của đường tròn sẽ lần và diện tích của đường tròn sẽ lần.

- a. B.Trong mặt phẳng toạ độ ỹy .Cho $A(-1;1);B(-1;2); C(\sqrt{2};\sqrt{2})$ và đường tròn tâm O bán kính 2 .Vị trí của các điểm đối với đường tròn là.

Điểm

A:.....

Điểm B

.....

Điểm C

.....

PHẦN TỰ LUẬN:

Câu 1:(4đ) Giải phương trình:

a. $(3x+4)(x+1)(6x+7)^2=6;$ b. $\sqrt{3x-5} + \sqrt{7-3x} = 5x^2 - 20x + 22$

Câu 2:(3.5đ) Ba số x;y;z thỏa mãn hệ thức : $\frac{1}{x} + \frac{2}{y} + \frac{3}{z} = 6$

Xét biểu thức : $P= x+y^2+z^3$.

- a.Chứng minh rằng: $P \geq x+2y+3z-3?$ b.Tìm giá trị nhỏ nhất của P?.

Câu 4:(4.5 đ).

Cho đường tròn tâm O đường kính $AB=2R$ và C là điểm thuộc đường tròn O ($C \neq A;C \neq B$).Trên nửa mặt phẳng bờ AB có chứa điểm C.Kẻ tia ax tiếp xúc với đường tròn (O) .Gọi M là điểm chính giữa cung nhỏ AC , tia BC cắt Ax tại Q , tia AM cắt BC tại N.

- a. Chứng minh các tam giác BAN và MCN cân?
b. B.Khi $MB=MQ$ tính BC theo R?.

Câu 5:(2đ)

Có tồn tại hay không 2006 điểm nằm trong mặt phẳng mà bất kỳ 3 điểm nào trong chúng cũng tạo thành một tam giác có góc tù?.

ĐỀ 36 *

Câu 1(2đ)

$$\text{Cho } x = \sqrt[3]{7+5\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt[3]{7+5\sqrt{2}}}$$

Tính giá trị của biểu thức : $A = x^3 + 3x - 14$

Câu 2(2đ) :

$$\text{Cho phân thức : } B = \frac{x^5 - 2x^4 + 2x^3 - 4x^2 + 3x + 6}{x^4 + 2x - 8}$$

1. Tìm các giá trị của x để $B = 0$.
2. Rút gọn B.

Câu 3(2đ) : Cho phương trình : $x^2 + px + 1 = 0$ có hai nghiệm là a và b
phương trình : $x^2 + qx + 2 = 0$ có hai nghiệm là b và c

Chứng minh hệ thức : $(b-a)(b-c) = pq - 6$

Câu 4(2đ) : Cho hệ phương trình :
$$\begin{cases} mx + 4y = 10 - m & (1) \\ x + my = 4 & (2) \end{cases} \quad (m \text{ là tham số})$$

1. Giải và biện luận hệ theo m.
2. Với giá trị nào của số nguyên m hệ có nghiệm (x,y) với x, y là các số nguyên dương.

Câu 5(2đ) : Giải phương trình : $\sqrt{x+5-4\sqrt{x+1}} + \sqrt{x+10-6\sqrt{x+1}} = 1$

Câu 6(2đ) : Trong mặt phẳng tọa độ xOy cho tam giác ABC có các đường cao có phương trình là : $y = -x + 3$ và $y = 3x + 1$. Đỉnh A có tọa độ là (2;4). Hãy lập phương trình các cạnh của tam giác ABC.

Câu 7(2đ) : Với $a > 0$; $b > 0$ cho trước và $x, y > 0$ thay đổi sao cho :

$$\frac{a}{x} + \frac{b}{y} = 1. \quad \text{Tìm } x, y \text{ để } x + y \text{ đạt giá trị nhỏ nhất.}$$

Câu 8(2đ) : Cho tam giác vuông ABC ($\hat{A} = 90^\circ$) có đường cao AH. Gọi trung điểm của BH là P. Trung điểm của AH là Q.

Chứng minh : $AP \perp CQ$.

Câu 9(3đ) : Cho đường tròn (O) đường kính AB. Một điểm M thay đổi trên đường tròn (M khác A, B). Vẽ đường tròn tâm M tiếp xúc với AB tại H. Từ A và B kẻ hai tiếp tuyến AC, BD đến đường tròn tâm M.

- a) Chứng minh CD là tiếp tuyến của (O).
- b) Chứng minh tổng $AC + BD$ không đổi. Từ đó tính giá trị lớn nhất của $AC \cdot BD$
- c) Lấy điểm N có định trên (O) . Gọi I là trung điểm của MN, P là hình chiếu của I trên MB. Tính quỹ tích của P.

Câu 10(1đ) : Hình chóp tam giác đều S.ABC có các mặt là tam giác đều. Gọi O là trung điểm đường cao SH của hình chóp.

Chứng minh rằng : $\widehat{AOB} = \widehat{BOC} = \widehat{COA} = 90^\circ$.

ĐỀ 37

Bài 1 (5đ)

Giải các phương trình sau:

a, $\sqrt{x^2 - 1} - x^2 + 1 = 0$

b, $\sqrt{x+3-4\sqrt{x-1}} + \sqrt{x+8+6\sqrt{x-1}} = 4$

Bài 2 (5đ) Cho biểu thức

$$P = \left(\frac{\sqrt{x} - 2}{x - 1} - \frac{\sqrt{x} + 2}{x + 2\sqrt{x} + 1} \right) \left(\frac{1 - x}{\sqrt{2}} \right)^2$$

a, Rút gọn P.

b, Chứng minh rằng nếu $0 < x < 1$ thì $P > 0$.

c, Tìm giá trị lớn nhất của P.

Bài 3: (5đ) Chứng minh các bất đẳng thức sau.

a, Cho $a > c$, $b > c$, $c > 0$.

Chứng minh: $\sqrt{c(a-c)} + \sqrt{c(b-c)} \leq \sqrt{ab}$

b, Chứng minh.

$$\frac{2005}{\sqrt{2006}} + \frac{2006}{\sqrt{2005}} > \sqrt{2005} + \sqrt{2006}$$

Bài 4: (5đ)

Cho $\triangle AHC$ có 3 góc nhọn, đường cao HE. Trên đoạn HE lấy điểm B sao cho tia CB vuông góc với AH, hai trung tuyến AM và BK của $\triangle ABC$ cắt nhau ở I. Hai trung trực của các đoạn thẳng AC và BC cắt nhau tại O.

a, Chứng minh $\triangle ABH \sim \triangle MKO$

b, Chứng minh $\sqrt{\frac{IO^3 + IK^3 + IM^3}{IA^3 + IH^3 + IB^3}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$

ĐỀ 38

Câu I: (6 điểm):

Câu 1(2điểm): Giải phương trình

$$\sqrt{x+15+8\sqrt{x-1}} + \sqrt{x+15-8\sqrt{x-1}} = 7$$

Câu 2 (2điểm): Giải phương trình

$$(x-1)(x-3)(x+5)(x+7) = 297$$

Câu 3 (2 điểm) : Giải phương trình

$$\frac{ax-1}{x-1} + \frac{2}{x+1} = \frac{a(x^2+1)}{x^2+1}$$

Câu II (4 điểm)

Câu 1 (2điểm): Cho $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c} \neq 0$ và $abc \neq 0$

Rút gọn biểu thức sau: $X = \frac{x^2 + y^2 + z^2}{(ax + by + cz)^2}$

Câu 2 (2điểm) : Tính $A = \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{4}} + \dots +$

$$\frac{1}{\sqrt{2004} + \sqrt{2005}}$$

Câu III (4 điểm)

Câu 1 (2 điểm) : Cho $x > 0$; $y > 0$ và $x + y = 1$

Tìm giá trị nhỏ nhất của:

$$M = \left(x + \frac{1}{y}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{x}\right)^2$$

Câu 2 (2 điểm): Cho $0 \leq x, y, z \leq 1$ CMR

$$\frac{x}{yz+1} + \frac{y}{xz+1} + \frac{z}{xy+1} \leq 2$$

Câu IV : Cho tứ giác ABCD có $\widehat{B} = \widehat{D} = 90^\circ$. Gọi M là một điểm trên đường chéo AC sao cho $\widehat{ABM} = \widehat{DBC}$ và I là trung điểm AC.

Câu 1: CM : $\widehat{CIB} = 2\widehat{BDC}$

Câu 2 : $\triangle ABM \quad \triangle DBC$

Câu 3: $AC \cdot BD = AB \cdot DC + AD \cdot BC$

Câu V : Cho hình chóp S.ABC có các mặt bên và mặt đáy là các tam giác đều cạnh 8cm

a/ Tính diện tích toàn phần của hình chóp

b/ Tính thể tích của hình chóp.

ĐỀ 39 *

Bài 1: - Cho $M = \left(\frac{x+2}{3x} + \frac{2}{x+1} - 3 \right) : \frac{2-4x}{x+1} - \frac{3x-x^2+1}{3x}$.

- Rút gọn biểu thức M.
- Tính giá trị của biểu thức M khi $x = 5977$, $x = \sqrt{3+2\sqrt{2}}$.
- Với giá trị nào của x thì M có giá trị nguyên.

Bài 2: Tìm giá trị của M để:

- $m^2 - 2m + 5$ có giá trị nhỏ nhất
- $\frac{2m^2+5}{2m^2+1}$ có giá trị lớn nhất.

Bài 3: Rút gọn biểu thức

$$A = \sqrt{5} - \sqrt{3 - \sqrt{29 - 12\sqrt{5}}}$$

Bài 4: Cho $B = \frac{\sqrt{a+6}}{\sqrt{a+1}}$

- Tìm các số nguyên a để B là số nguyên.
- Chứng minh rằng với $a = \frac{4}{9}$ thì B là số nguyên.
- Tìm các số hữu tỷ a để B là số nguyên.

Bài 5: Cho tam giác ABC từ điểm D bất kỳ trên cạnh BC ta dựng đường thẳng d song song với trung tuyến AM. Đường thẳng d cắt AB ở E cắt AC ở F.

- Chứng minh $\frac{AE}{AF} = \frac{AB}{AC}$.
- Chứng minh $DE + DF = 2AM$

TRƯỜNG THCS GỎI CÔNG
Sở Giáo dục và Đào tạo
ĐỀ SỐ 1
Kì kiểm tra đội tuyển HSG
Thị xã Nghĩa Lộ, Tỉnh Yên Bái
Năm học : 2008-2009

Câu I. (4 điểm) Giải các phương trình Ngày thi : Môn thi: Toán 9
Câu 1 (6 điểm):

1. $\sqrt{x^2 - 6x + 9} + \sqrt{x^2 + 10x + 25} = 8$ Môn thi: Toán 9
2. $y^2 - 2y + 3 = 0$ Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian giao đề)
Thời gian : 150 phút (không kể phát đề)

Câu II. (4 điểm) **CẤP HUYỆN NĂM HỌC 2008-2009**
ĐỀ THI VÒNG II
không tính vào điểm) Chứng minh rằng: $3\sqrt{x} - 2$

a) Rút gọn biểu thức : $A = \sqrt{2+3} + \sqrt{2-3}$ 120 phút)
b) Chứng minh nếu a, b, c và a', b', c' là độ dài các cạnh của hai tam giác
ax + by + cz = a'x + b'y + c'z là đúng.

CẤP HUYỆN NĂM HỌC 2008-2009
ĐỀ THI VÒNG II
không tính vào điểm) Chứng minh rằng: $3\sqrt{x} - 2$

2. Cho $a, b, c > 0$ và $\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} = 1$ bằng bình phương của một số
Rút gọn P và chứng minh rằng $\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} = 1$

a) Chứng minh rằng các đa thức $f(x) = x^4 + ax^2 + bx + c$ chia hết cho $(x - 1)^3$

1. Giải các phương trình: $x^2 - 296x - 298x - 300 = 0$
2. Giải các phương trình: $5^x + 2.5^y + 5^z = 4500$

3. Cho các chữ số khác nhau x, y, z thỏa mãn $x^2 + y^2 + 6x - 5y - 2xy + 7 = 0$ sao cho y đạt
vị trí là 2

4. Cho tam giác ABC có góc A = 120 độ. Các đường phân giác của góc A cắt BC tại E và F cắt
các cạnh AB, AC tại D và G. Chứng minh rằng: $AE + AF = AD + AG$

5. Cho tam giác ABC có góc A = 120 độ. Các đường phân giác của góc A cắt BC tại E và F cắt
các cạnh AB, AC tại D và G. Chứng minh rằng: $AE + AF = AD + AG$

6. Cho tam giác ABC có góc A = 120 độ. Các đường phân giác của góc A cắt BC tại E và F cắt
các cạnh AB, AC tại D và G. Chứng minh rằng: $AE + AF = AD + AG$

7. Cho tam giác ABC có góc A = 120 độ. Các đường phân giác của góc A cắt BC tại E và F cắt
các cạnh AB, AC tại D và G. Chứng minh rằng: $AE + AF = AD + AG$

8. Cho tam giác ABC có góc A = 120 độ. Các đường phân giác của góc A cắt BC tại E và F cắt
các cạnh AB, AC tại D và G. Chứng minh rằng: $AE + AF = AD + AG$

9. Cho tam giác ABC có góc A = 120 độ. Các đường phân giác của góc A cắt BC tại E và F cắt
các cạnh AB, AC tại D và G. Chứng minh rằng: $AE + AF = AD + AG$

10. Cho tam giác ABC có góc A = 120 độ. Các đường phân giác của góc A cắt BC tại E và F cắt
các cạnh AB, AC tại D và G. Chứng minh rằng: $AE + AF = AD + AG$

11. Cho tam giác ABC có góc A = 120 độ. Các đường phân giác của góc A cắt BC tại E và F cắt
các cạnh AB, AC tại D và G. Chứng minh rằng: $AE + AF = AD + AG$

12. Cho tam giác ABC có góc A = 120 độ. Các đường phân giác của góc A cắt BC tại E và F cắt
các cạnh AB, AC tại D và G. Chứng minh rằng: $AE + AF = AD + AG$

13. Cho tam giác ABC có góc A = 120 độ. Các đường phân giác của góc A cắt BC tại E và F cắt
các cạnh AB, AC tại D và G. Chứng minh rằng: $AE + AF = AD + AG$

14. Cho tam giác ABC có góc A = 120 độ. Các đường phân giác của góc A cắt BC tại E và F cắt
các cạnh AB, AC tại D và G. Chứng minh rằng: $AE + AF = AD + AG$

15. Cho tam giác ABC có góc A = 120 độ. Các đường phân giác của góc A cắt BC tại E và F cắt
các cạnh AB, AC tại D và G. Chứng minh rằng: $AE + AF = AD + AG$

16. Cho tam giác ABC có góc A = 120 độ. Các đường phân giác của góc A cắt BC tại E và F cắt
các cạnh AB, AC tại D và G. Chứng minh rằng: $AE + AF = AD + AG$

17. Cho tam giác ABC có góc A = 120 độ. Các đường phân giác của góc A cắt BC tại E và F cắt
các cạnh AB, AC tại D và G. Chứng minh rằng: $AE + AF = AD + AG$

18. Cho tam giác ABC có góc A = 120 độ. Các đường phân giác của góc A cắt BC tại E và F cắt
các cạnh AB, AC tại D và G. Chứng minh rằng: $AE + AF = AD + AG$

19. Cho tam giác ABC có góc A = 120 độ. Các đường phân giác của góc A cắt BC tại E và F cắt
các cạnh AB, AC tại D và G. Chứng minh rằng: $AE + AF = AD + AG$

20. Cho tam giác ABC có góc A = 120 độ. Các đường phân giác của góc A cắt BC tại E và F cắt
các cạnh AB, AC tại D và G. Chứng minh rằng: $AE + AF = AD + AG$

Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm O, một điểm P chuyển động trên cung BC, E là giao điểm của tiếp tuyến tại P và đường thẳng OM (M là trung điểm của BC). Đường thẳng vuông góc với BC tại E cắt đường thẳng AC tại điểm S. Đường thẳng vuông góc với BC tại E cắt đường thẳng AB tại F. Chứng minh rằng đường thẳng EF luôn đi qua một điểm cố định.

CÂU 4: (3điểm) Cho đường tròn tâm O, đường kính AB, M là điểm di động trên đường tròn, vẽ MH vuông góc AB tại H. Tìm vị trí của điểm M trên đường tròn để cho diện tích tam giác OMH lớn nhất.

4.2/ Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = c$, $AC = b$ và đường phân giác trong góc A là AD = d.

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:
 Họ và tên thí sinh: $\frac{\sqrt{2}}{d} = \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$ Số báo danh:

CÂU 5: (3điểm) Kim đồng hồ chỉ 6 giờ .Hỏi sau bao lâu kim phút và kim giờ lại gặp nhau?
 ---Hết---

Câu 1: (4 điểm)

a) Rút gọn biểu thức : $A = \sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{2-\sqrt{3}}$

b) Cho biểu thức :

$$P = \frac{x+5-5\sqrt{x-1}}{x-1-3\sqrt{x-1}} \quad \text{với } x > 1 \text{ và } x \neq 10$$

Rút gọn P và chứng minh rằng $P < 3$.

Câu 2: (5 điểm)

a) Chứng minh rằng các đường thẳng $y = 2x + 4$; $y = 3x + 5$ và $y = -2x$ cùng đi qua 1 điểm. (2 điểm)

b) Giải phương trình (1 điểm): $\frac{x-294}{1700} + \frac{x-296}{1698} + \frac{x-298}{1696} + \frac{x-300}{1694} = 4$

c) Tìm cặp số (x,y) thỏa mãn phương trình: $x^2 + y^2 + 6x - 3y - 2xy + 7 = 0$ sao cho y đạt giá trị lớn nhất. (2 điểm)

Câu 3: (5 điểm) Từ một điểm S nằm ngoài đường tròn tâm O, kẻ tiếp tuyến SA và cát tuyến SBC tới đường tròn sao cho góc BAC bé hơn 90° . Tia phân giác của góc BAC cắt dây BC tại D và cắt đường tròn tại điểm thứ hai E. Các tiếp tuyến của đường tròn tại C và E cắt nhau tại điểm N. Các đường thẳng AB và CE cắt nhau tại Q, AE và CN cắt nhau tại P.

a) Chứng minh $SA = SD$ (2 điểm)

b) Chứng minh EN song song BC và hai tam giác QCB, PCE đồng dạng. (2 điểm)

c) Chứng minh hệ thức (1 điểm): $\frac{1}{CN} = \frac{1}{CD} + \frac{1}{CP}$

Câu 4: (3 điểm) Cho hình thang ABCD ($AB \parallel CD$) và $AB = a$; $CD = b$.Gọi giao điểm hai đường chéo của hình thang này là O. Đường thẳng đi qua O và song song với AB cắt AD và BC lần lượt tại E ; F.

a) Chứng minh $OE = OF$ (2 điểm)

b) Chứng minh $EF^2 \leq ab$ (1 điểm)

Câu 5: (3 điểm)

a) Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} x + y + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + 4 = 0 \\ xy + \frac{1}{xy} + \frac{x}{y} + \frac{y}{x} - 4 = 0 \end{cases} \quad (2 \text{ điểm})$$

b) Cho tam giác có số đo một góc bằng trung bình cộng của số đo hai góc còn lại và độ dài các cạnh a, b, c của tam giác đó thỏa mãn: $\sqrt{a+b-c} = \sqrt{a} + \sqrt{b} - \sqrt{c}$.Chứng minh rằng tam giác này là tam giác đều.(1 điểm)

---Hết---

ĐỀ SỐ 1

Thời gian: 150 phút

Câu I. (4 điểm). Giải phương trình

1. $\sqrt{x^2 - 6x + 9} + \sqrt{x^2 + 10x + 25} = 8$

2. $y^2 - 2y + 3 = \frac{6}{x^2 + 2x + 4}$

Câu II. (4 điểm)

1. Cho biểu thức :

$$A = \frac{x^2 + 2x + 3}{(x + 2)^2}$$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức A.

2. Cho $a > 0$; $b > 0$; $c > 0$

Chứng minh bất đẳng thức $(a + b + c) \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) \geq 9$

Câu III. (4,5 điểm)

1. Giải bài toán bằng cách lập phương trình.

Tìm số tự nhiên có hai chữ số biết rằng chữ số hàng chục lớn hơn chữ số hàng đơn vị là 2 và số đó lớn hơn tổng các bình phương các chữ số của nó là 1.

2. Cho phương trình: $x^2 - (m + 1)x + 2m - 3 = 0$ (1)

+ Chứng minh rằng phương trình trên luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m.

+ Tìm giá trị của m để phương trình (1) có nghiệm bằng 3.

Câu IV (4 điểm)

Cho hình thang cân ABCD, ($AB \parallel CD$; $AB > CD$). Hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại I. Góc $ACD = 60^\circ$; gọi E; F; M lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng IA; ID; BC.

1. Chứng minh tứ giác BEFC nội tiếp được trong một đường tròn.

2. Chứng minh tam giác MEF là tam giác đều.

Câu V. (3,5 điểm)

Cho hình chóp tam giác đều S. ABC có các mặt là tam giác đều. Gọi O là trung điểm của đường cao SH của hình chóp.

Chứng minh rằng: góc $AOB = BOC = COA = 90^\circ$

PHÒNG GD&ĐT HẢI LĂNG

KỲ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN CẤP HUYỆN

NĂM HỌC 2008-2009

ĐỀ THI VÒNG I

(Thời gian làm bài 120 phút)

Bài 1: (2 điểm) Chứng minh rằng: $x^2 + y^2 + z^2 \geq \frac{(x + y + z)^2}{3}$

Bài 2: (2 điểm) Tìm x để biểu thức sau đạt giá trị lớn nhất: $B = |x - 2| - |x - 5|$

Bài 3: (2 điểm) Cho $0 < x < y$ và $2x^2 + 2y^2 = 5xy$. Tính giá trị của $A = \frac{x + y}{x - y}$

Bài 4: (2 điểm) Một cái hòm có thể chứa được hoặc 14kg táo hoặc 21kg mận. Nếu ta chứa đầy hòm đó bằng cả táo và mận mà giá tiền của táo bằng giá tiền của mận thì số trái cây trong hòm sẽ cân nặng 18kg và giá là 240000 đồng. Tìm giá tiền 1kg táo, giá tiền 1kg mận.

Bài 5: (2 điểm) Tính độ lớn các góc của tam giác ABC, biết đường cao CD và đường trung tuyến CE chia góc đó thành ba phần bằng nhau.

PHÒNG GD&ĐT HẢI LĂNG

**KỶ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN
CẤP HUYỆN NĂM HỌC 2008-2009**

ĐỀ THI VÒNG II

(Thời gian làm bài 120 phút)

Bài 1: (2 điểm) Cho $a, b, c \in \mathbb{Q}$; a, b, c đôi một khác nhau.

Chúng minh rằng $\frac{1}{(a-b)^2} + \frac{1}{(b-c)^2} + \frac{1}{(c-a)^2}$ bằng bình phương của một số hữu tỷ.

Bài 2: (2 điểm) Tìm nghiệm nguyên dương của phương trình $5^x + 2.5^y + 5^z = 4500$ với $x < y < z$.

Bài 3: (2 điểm) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức sau: $A = \frac{x^2 - 4x + 1}{x^2}$

Bài 4: (2 điểm) Tìm một số có hai chữ số; biết rằng số đó chia hết cho 3 và nếu thêm số 0 vào giữa các chữ số rồi cộng vào số mới tạo thành một số bằng hai lần chữ số hàng trăm của nó thì được một số lớn gấp 9 lần số phải tìm.

Bài 5: (2 điểm) Cho tam giác ABC cân tại A, có góc $BAC = 20^\circ$. Trên AC lấy điểm E sao cho góc $EBC = 20^\circ$. cho $AB = AC = b$, $BC = a$

a) Tính CE.

b) Chứng minh rằng $a^3 + b^3 = 3ab^2$.

Câu 1(4,5 điểm) Chứng minh rằng:

- a. Với $\forall n \geq 1$ ta có: $3^{2n+3} + 40n - 27$ chia hết cho 64
- b. $2^{33} - 1$ chia hết cho 7
- c. Cho $x > 0, y > 0$ và $x+y = 1$ chứng minh: $8(x^4 + y^4) + \frac{1}{xy} \geq 5$

Câu 2 (4 điểm): Cho đa thức: $f(x) = x^4 + ax^2 + bx + c$ chia hết cho $(x - 1)^3$

- a. Xác định các hệ số a, b, c .
- b. Giải phương trình $f(x) = 0$ với a, b, c tìm được ở câu a.

Câu 3(5 điểm)

- a. Tìm một số có hai chữ số sao cho nếu đổi chỗ những số này thì được một số lớn hơn bốn mươi số đó cho?

- b. Tính giá trị của biểu thức: $A = x(y + 1) + 2y$ biết

$$x = 2\sqrt{5 - \sqrt{13 + 4\sqrt{3}}}$$

$$y = \sqrt{14 - \sqrt{49 + 8\sqrt{3}}}$$

Câu 4 (6,5 điểm): Cho đường tròn đường kính AB. Trên cùng một nửa đường tròn lấy điểm D và M sao cho cung BD bằng cung AM (M nằm giữa A và D). Trên nửa đường tròn còn lại lấy điểm C. Gọi N là giao điểm của CM và AB. Chứng minh rằng:

- a. $AN \cdot CD = AC \cdot BD$
- b. Tam giác ADC đồng dạng với tam giác NBC

- Hết -

TRƯỜNG THCS GOI COENG

Kiểm tra đội tuyển HSG

Năm học : 2008-2009

Môn thi: Toán 9

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian giao

đề)

Câu 1(4,5 điểm) Chứng minh rằng:

Với $\forall n \geq 1$ ta có: $3^{2n+3} + 40n - 27$ chia hết cho 64

$2^{33} - 1$ chia hết cho 7

Cho $x > 0, y > 0$ và $x+y = 1$ chứng minh: $8(x^4 + y^4) + \frac{1}{xy} \geq 5$

Câu 2 (4 điểm): Cho đa thức: $f(x) = x^4 + ax^2 + bx + c$ chia hết cho $(x - 1)^3$

Xác định các hệ số a, b, c .

Giải phương trình $f(x) = 0$ với a, b, c tìm được ở câu a.

Câu 3(5 điểm)

Tìm một số có hai chữ số sao cho nếu đổi chỗ những số này thì được một số lớn hơn bốn mươi số đầu cho?

Tính giá trị của biểu thức:

$$A = x(y + 1) + 2y \text{ biết}$$

$$x = 2\sqrt{5 - \sqrt{13 + 4\sqrt{3}}}$$

$$y = \sqrt{14 - \sqrt{49 + 8\sqrt{3}}}$$

Câu 4 (6,5 điểm): Cho đường tròn đường kính AB. Trên cung một nửa đường tròn lấy điểm D và M sao cho cung BD bằng cung AM (M nằm giữa A và D). Trên nửa đường tròn còn lại lấy điểm C. Gọi N là giao điểm của CM và AB. Chứng minh rằng:

$$AN \cdot CD = AC \cdot BD$$

Tam giác ADC đồng dạng với tam giác NBC

- Hết -

ĐÁP ƠN CHẤM

Câu 1:

a.

Câu 1(3,0 điểm)

1) Giải phương trình nghiệm nguyên

$$8x^2 - 3xy - 5y = 25$$

2) Tìm tất cả số nguyên dương n sao cho $A = n \cdot 4^n + 3^n : 7$ **Câu 2(4,0 điểm)**1) Rút gọn biểu thức: $A = \sqrt{\frac{2\sqrt{10} + \sqrt{30} - 2\sqrt{2} - \sqrt{6}}{2\sqrt{10} - 2\sqrt{2}}} : \frac{2}{\sqrt{3} - 1}$ 2) Cho các số thực dương a, b, c, x, y, z khác 0 thỏa mãn $\frac{x^2 - yz}{a} = \frac{y^2 - zx}{b} = \frac{z^2 - xy}{c}$ Chứng minh rằng $\frac{a^2 - bc}{x} = \frac{b^2 - ca}{y} = \frac{c^2 - ab}{z}$ **Câu 3(4,0 điểm)**1) Cho phương trình: $x^2 - 6x - m = 0$ (Với m là tham số). Tìm m để phương trình đã cho có hai nghiệm x_1 và x_2 thỏa mãn $x_1^2 - x_2^2 = 12$ 2) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 8x^3y^3 + 27 = 18y^3 \\ 4x^2y + 6x = y^2 \end{cases}$$
Câu 4(7,0 điểm)1) Cho đường tròn (O) đường kính $BD = 2R$, dây cung AC của đường tròn (O) thay đổi nhưng luôn vuông góc và cắt BD tại H . Gọi P, Q, R, S lần lượt là chân các đường vuông góc hạ từ H xuống AB, AD, CD, CB .a) CMR: $HA^2 + HB^2 + HC^2 + HD^2$ không đổi.b) CMR : $PQRS$ là tứ giác nội tiếp.2) Cho hình vuông $ABCD$ và $MNPQ$ có bốn đỉnh M, N, P, Q lần lượt thuộc các cạnh AB, BC, CD, DA của hình vuông. CMR: $S_{ABCD} \leq AC \frac{MN + NP + PQ + QM}{4}$ **Câu 5(2,0 điểm)**Cho a, b, c là các số thực dương. CMR:

$$\frac{ab}{a+3b+2c} + \frac{bc}{b+3c+2a} + \frac{ca}{c+3a+2b} \leq \frac{a+b+c}{6}$$

---Hết---

ĐỀ CHÍNH THỨC

Bài 1: (4,0 điểm)

1) Cho biểu thức $A = \left(\frac{2+\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}} - \frac{2-\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}} - \frac{4x}{x-4} \right) : \frac{\sqrt{x}-3}{2\sqrt{x}-x}$. Tìm điều kiện của x để $A > 0$.

2) Cho $x = \frac{2}{\frac{1}{\sqrt{\sqrt{2}+1}-1} - \frac{1}{\sqrt{\sqrt{2}+1}+1}}$

Tính giá trị của biểu thức: $B = (x^4 - x^3 - x^2 + 2x - 1)^{2011}$

Bài 2: (4,0 điểm)

1) Giải phương trình: $\sqrt{x^2 - 3x + 2} + \sqrt{x + 3} = \sqrt{x - 2} + \sqrt{x^2 + 2x - 3}$.

2) Cho x, y, z là nghiệm của hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^2 + 2y + 1 = 0 \\ y^2 + 2z + 1 = 0 \\ z^2 + 2x + 1 = 0. \end{cases}$$

Tính giá trị của biểu thức: $C = x^{10} + y^3 + z^{2011}$.

Bài 3: (4,0 điểm)

1) Tìm các cặp số (a, b) thỏa mãn hệ thức: $\sqrt{a+b-2011} = \sqrt{a} + \sqrt{b} - \sqrt{2011}$.

2) Tìm tất cả các số tự nhiên n sao cho: $n^2 - 14n + 38$ là một số chính phương.

Bài 4: (5,0 điểm)

Cho đường tròn tâm O , hai đường kính AB và CD vuông góc với nhau. E là một điểm nằm trên cung nhỏ AD . Nối CE cắt OA tại M và nối BE cắt OD tại N .

1) Chứng minh: $AM \cdot ED = \sqrt{2} OM \cdot EA$

2) Chứng minh tích $\frac{OM}{AM} \cdot \frac{ON}{DN}$ là một hằng số. Từ đó, suy ra giá trị nhỏ nhất của tổng

$\frac{OM}{AM} + \frac{ON}{DN}$, khi đó cho biết vị trí của điểm E ?

Bài 5: (3,0 điểm)

Cho a, b, c là ba số thực dương. Chứng minh bất đẳng thức:

$$\frac{a^3 + b^3 + c^3}{2abc} + \frac{a^2 + b^2}{ab + c^2} + \frac{b^2 + c^2}{bc + a^2} + \frac{c^2 + a^2}{ca + b^2} \geq \frac{9}{2}.$$

-----HẾT-----

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TP. ĐÀ NẴNG**

Đề thi chính thức

**ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9
NĂM HỌC 2012 – 2013
MÔN THI: TOÁN – LỚP 9 THCS**
(Thời gian làm bài 150 phút không kể thời gian giao đề)

Bài 1. (2,5 điểm)

Cho biểu thức $P = \frac{\sqrt{n+1}-1}{\sqrt{n+1}+1} + \frac{\sqrt{n+1}+3}{\sqrt{n+1}-3} - \frac{n-\sqrt{n+1}+7}{n-2\sqrt{n+1}-2}$ với $n \in \mathbb{N}, n \neq 8$

a/ Rút gọn biểu thức $Q = \frac{P}{n+3\sqrt{n+1}+1}$ với $n \in \mathbb{N}, n \neq 8$

b/ Tìm tất cả các giá trị $n (n \in \mathbb{N}, n \neq 8)$ sao cho P là một số nguyên tố.

Bài 2. (2,0 điểm)

a/ Tìm x, biết: $2\sqrt{x+4} - 4\sqrt{2x-6} = x - 7$

b/ Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + 6 = 4\sqrt{y-4} \\ y + 10 = 6\sqrt{z-9} \\ z - 16 = 2\sqrt{x-1} \end{cases}$$

Bài 3. (2,0 điểm)

a/ Cho hàm số bậc nhất $y = ax + b$ có đồ thị đi qua điểm $M(1;4)$. Biết rằng đồ thị của hàm số đã cho cắt trục Ox tại điểm P có hoành độ dương và cắt trục Oy tại điểm Q có tung độ dương. Tìm a và b sao cho $OP + OQ$ nhỏ nhất (với O là gốc tọa độ)

b/ Tìm số tự nhiên có 2 chữ số. Biết rằng nếu lấy tổng của 2 chữ số ấy cộng với 3 lần tích của 2 chữ số ấy thì bằng 17.

Bài 4. (2,0 điểm)

Cho tam giác ABC. Gọi I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC, qua I vẽ đường thẳng vuông góc với đường thẳng CI, đường thẳng này cắt các cạnh AC, BC lần lượt tại M và N.

a/ Chứng minh rằng hai tam giác IAM và BAI đồng dạng.

b/ Chứng minh rằng $\frac{AM}{BN} = \left(\frac{AI}{BI}\right)^2$.

Bài 5. (1,5 điểm)

Cho tam giác ABC có \widehat{BAC} là góc tù. Vẽ các đường cao CD và BE của tam giác ABC (D nằm trên đường thẳng AB, E nằm trên đường thẳng AC). Gọi M, N lần lượt là chân đường vuông góc của các điểm B và C trên đường thẳng DE. Biết rằng S_1 là diện tích tam giác ADE, S_2 là diện tích tam giác BEM và S_3 là diện tích tam giác CDN. Tính diện tích tam giác ABC theo S_1, S_2, S_3 .

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn thi: TOÁN - BẢNG A

Thời gian: **150** phút (không kể thời gian giao đề)

Câu 1 (4,0 điểm).

a) Cho các số nguyên $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$. Đặt $S = a_1^3 + a_2^3 + \dots + a_n^3$ và $P = a_1 + a_2 + \dots + a_n$.

Chứng minh rằng: S chia hết cho 6 khi và chỉ khi P chia hết cho 6.

b) Cho $A = n^6 - n^4 + 2n^3 + 2n^2$ (với $n \in \mathbb{N}, n > 1$). Chứng minh A không phải là số chính phương.

Câu 2 (4,5 điểm).

a) Giải phương trình: $10\sqrt{x^3 + 1} = 3x^2 + 6$

b) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + \frac{1}{y} = 3 \\ y + \frac{1}{z} = 3 \\ z + \frac{1}{x} = 3 \end{cases}$$

Câu 3 (4,5 điểm).

a) Cho $x > 0, y > 0, z > 0$ và $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 4$.

Chứng minh rằng: $\frac{1}{2x+y+z} + \frac{1}{x+2y+z} + \frac{1}{x+y+2z} \leq 1$

b) Cho $x > 0, y > 0, z > 0$ thỏa mãn $x^{2011} + y^{2011} + z^{2011} = 3$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $M = x^2 + y^2 + z^2$

Câu 4 (4,5 điểm).

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O), H là trực tâm của tam giác. Gọi M là một điểm trên cung BC không chứa điểm A. (M không trùng với B và C). Gọi N và P lần lượt là điểm đối xứng của M qua các đường thẳng AB và AC.

a) Chứng minh ba điểm N, H, P thẳng hàng.

b) Khi $\angle BOC = 120^\circ$, xác định vị trí của điểm M để $\frac{1}{MB} + \frac{1}{MC}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 5 (2,5 điểm).

Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm O, một điểm I chuyển động trên cung BC không chứa điểm A (I không trùng với B và C). Đường thẳng vuông góc với IB tại I cắt đường thẳng AC tại E, đường thẳng vuông góc với IC tại I cắt đường thẳng AB tại F. Chứng minh rằng đường thẳng EF luôn đi qua một điểm cố định.

--- Hết ---

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn thi: TOÁN - BẢNG B

Thời gian: **150** phút (không kể thời gian giao đề)

Câu 1 (5,0 điểm).

- a) Chứng minh rằng với mọi số nguyên n thì $n^2 + n + 2$ không chia hết cho 3.
b) Tìm tất cả các số tự nhiên n sao cho $n^2 + 17$ là một số chính phương.

Câu 2 (5,0 điểm)

- a) Giải phương trình: $x^2 + 4x + 5 = 2\sqrt{2x + 3}$
b) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2x + y = x^2 \\ 2y + x = y^2 \end{cases}$$

Câu 3 (3,0 điểm).

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $A = \frac{4x + 3}{x^2 + 1}$

Câu 4 (4,5 điểm)

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O). Các đường cao BE, CF của tam giác ABC cắt nhau tại H.

- a) Chứng minh rằng $BH \cdot BE + CH \cdot CF = BC^2$
b) Gọi K là điểm đối xứng với H qua BC. Chứng minh rằng $K \in (O)$.

Câu 5 (2,5 điểm).

Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm O, một điểm I chuyển động trên cung BC không chứa điểm A (I không trùng với B và C). Đường thẳng vuông góc với IB tại I cắt đường thẳng AC tại E, đường thẳng vuông góc với IC tại I cắt đường thẳng AB tại F. Chứng minh rằng đường thẳng EF luôn đi qua một điểm cố định.

--- Hết ---

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Câu 1:(2.5 điểm) Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x+4\sqrt{x-4}} + \sqrt{x-4\sqrt{x-4}}}{\sqrt{1-\frac{8}{x}+\frac{16}{x^2}}}$ với $4 < x \leq 8$

- a) Rút gọn biểu thức A.
- b) Tìm x nguyên để A có giá trị nguyên.

Câu 2:(2.5 điểm) Số đo hai cạnh góc vuông của một tam giác là nghiệm của phương trình bậc hai $(m-2)x^2 - 2(m-1)x + m = 0$. Xác định m để số đo đường cao ứng với cạnh huyền của tam giác đã cho là $\frac{2}{\sqrt{5}}$

Câu 3:(3.0 điểm) Cho hai đường tròn (O) và (O') cắt nhau tại hai điểm A và B. Tiếp tuyến chung gần B của hai đường tròn lần lượt tiếp xúc (O) và (O') tại C và D. Qua A kẻ đường thẳng song song CD cắt (O) và (O') lần lượt tại M và N. Các đường thẳng BC, BD lần lượt cắt MN tại P và Q. Các đường thẳng CM, DN cắt nhau tại E. Chứng minh rằng:

- a) Các đường thẳng AE và CD vuông góc nhau.
- b) Tam giác EPQ cân.

Câu 4:(1.0 điểm) Cho $x, y, z > 0$ thỏa mãn: $x^2 + y^2 + z^2 = 3$. Chứng minh:

$$\frac{xy}{z} + \frac{yz}{x} + \frac{zx}{y} \geq 3$$

Câu 5:(1.0 điểm) Cho a, b, c, d là các số nguyên thỏa mãn : $a^5 + b^5 = 4(c^5 + d^5)$
Chứng minh rằng : $a + b + c + d$ chia hết cho 5.

-----HẾT-----

CÂU 1: (4 điểm)

1.1/ So sánh : $\sqrt{2009} + \sqrt{2011}$ và $2\sqrt{2010}$

2.2/ Tìm giá trị nhỏ nhất của $A = \sqrt{a+3-4\sqrt{a-1}} + \sqrt{a+15-8\sqrt{a-1}}$

CÂU 2: (5 điểm)

2.1/(2điểm) Giải phương trình: $|x-1| + 3|x-4| = 7$ với $1 < x < 4$

2.2/ (3điểm) Cho hàm số $y = x^2$ có đồ thị (P) và hai điểm A, B thuộc (P) có hoành độ lần lượt là -1 và 2.

a/ Viết phương trình đường thẳng AB.

b/Tìm tọa độ điểm M thuộc cung AB của đồ thị (P) sao cho tam giác MAB có diện tích lớn nhất.

CÂU 3: (5 điểm) Cho đường tròn (O; R) và dây cung BC với $\angle BOC = 120^\circ$. Các tiếp tuyến vẽ tại B và C với đường tròn cắt nhau tại A. Gọi M là một điểm tùy ý trên cung nhỏ BC (M khác B và C). Tiếp tuyến tại M với đường tròn (O) cắt AB tại E và cắt AC tại F.

a/ Tính chu vi tam giác AEF theo R

b/Gọi I và K tương ứng là giao điểm của BC với OE và OF. Chứng minh tứ giác OIFC nội tiếp và các đường thẳng OM, EK, FI cùng đi qua một điểm.

c/ Chứng minh: $EF = 2IK$

CÂU 4: (3điểm)

4.1/ Cho đường tròn tâm O, đường kính AB, M là điểm di động trên đường tròn, vẽ MH vuông góc AB tại H. Tìm vị trí của điểm M trên đường tròn O sao cho diện tích tam giác OMH lớn nhất.

4.2/ Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = c$, $AC = b$ và đường phân giác trong góc A là AD=d.

Chứng minh: $\frac{\sqrt{2}}{d} = \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$

CÂU 5: (3điểm) Kim đồng hồ chỉ 6 giờ. Hỏi sau bao lâu kim phút và kim giờ lại gặp nhau?

---Hết---