

# 40 ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9



ĐÌNH HOÀNG

**ĐỀ SỐ 1****Thời gian: 150 phút****Câu I.** Giải phương trình

1.  $\sqrt{x^2 - 6x + 9} + \sqrt{x^2 + 10x + 25} = 8$

2.  $y^2 - 2y + 3 = \frac{6}{x^2 + 2x + 4}$

**Câu II**

1. Cho biểu thức :

$$A = \frac{x^2 + 2x + 3}{(x+2)^2}$$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức A.

2. Cho  $a > 0$ ;  $b > 0$ ;  $c > 0$ Chứng minh bất đẳng thức  $(a+b+c)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) \geq 9$ **Câu III.**

1. Giải bài toán bằng cách lập phương trình.

Tìm số tự nhiên có hai chữ số biết rằng chữ số hàng chục lớn hơn chữ số hàng đơn vị là 2 và số đó lớn hơn tổng các bình phương các chữ số của nó là 1.

2. Cho phương trình:  $x^2 - (m+1)x + 2m - 3 = 0$  (1)

+ Chứng minh rằng phương trình trên luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m.

+ Tìm giá trị của m để phương trình (1) có nghiệm bằng 3.

**Câu IV**

Cho hình thang cân ABCD, ( $AB \parallel CD$ ;  $AB > CD$ ). Hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại I. Góc  $ACD = 60^\circ$ ; gọi E; F; M lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng IA; ID; BC.

1. Chứng minh tứ giác BEFC nội tiếp được trong một đường tròn.

2. Chứng minh tam giác MEF là tam giác đều.

**Câu V.** Cho hình chóp tam giác đều S. ABC có các mặt là tam giác đều. Gọi O là trung điểm của đường cao SH của hình chóp.

Chứng minh rằng: góc  $AOB = BOC = COA = 90^\circ$ 

**Câu VI.** Cho (O) và (O') cắt nhau ở 2 điểm A và B. Tiếp tuyến chung MN (gần A hơn). Từ M, N kẻ các đường thẳng vuông góc với OO' tại H và K. AH, AK cắt (O), (O') tại P, Q. a, Chứng minh rằng  $MP \parallel NB$ ,  $MB \parallel NQ$  b, Chứng minh tứ giác MNQP là tứ giác nội tiếp.

## **ĐỀ SỐ 2**

### **Bài 1** (2đ):

1. Cho biểu thức:

$$A = \left( \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{xy}+1} + \frac{\sqrt{xy}+\sqrt{x}}{1-\sqrt{xy}} + 1 \right) : \left( 1 - \frac{\sqrt{xy}+\sqrt{x}}{\sqrt{xy}-1} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{xy}+1} \right)$$

a. Rút gọn biểu thức.

b. Cho  $\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{y}} = 6$  Tìm Max A.

2. Chứng minh rằng với mọi số nguyên dương n ta có:

$$1 + \frac{1}{n^2} + \frac{1}{(n+1)^2} = \left( 1 + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right)^2 \text{ từ đó tính tổng:}$$

$$S = \sqrt{1 + \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}} + \dots + \sqrt{1 + \frac{1}{2005^2} + \frac{1}{2006^2}}$$

**Bài 2** (2đ): Phân tích thành nhân tử:  $A = (xy + yz + zx)(x + y + z) - xyz$

### **Bài 3** (2đ):

1. Tìm giá trị của a để phương trình sau chỉ có 1 nghiệm:

$$\frac{x+6a+3}{x+a+1} = \frac{-5a(2a+3)}{(x-a)(x+a+1)}$$

2. Giả sử  $x_1, x_2$  là 2 nghiệm của phương trình:  $x^2 + 2kx + 4 = 4$

Tìm tất cả các giá trị của k sao cho có bất đẳng thức:

$$\left( \frac{x_1}{x_2} \right)^2 + \left( \frac{x_2}{x_1} \right)^2 \geq 3$$

**Bài 4:** (2đ) Cho hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{1}{x-1} + \frac{m}{y-2} = 2 \\ \frac{2}{y-2} - \frac{3m}{x-1} = 1 \end{cases}$$

1. Giải hệ phương trình với  $m = 1$

2. Tìm m để hệ đã cho có nghiệm.

### **Bài 5** (2đ) :

1. Giải phương trình:  $\sqrt{3x^2+6x+7} + \sqrt{5x^2+10x+14} = 4-2x-x^2$

2. Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} y^3 - 9x^2 + 27x - 27 = 0 \\ z^3 - 9y^2 + 27y - 27 = 0 \\ x^3 - 9z^2 + 27z - 27 = 0 \end{cases}$$

**Bài 6** (2đ): Trên mặt phẳng tọa độ cho đường thẳng (d) có phương trình:

$$2kx + (k - 1)y = 2 \text{ (k là tham số)}$$

1. Tìm k để đường thẳng (d) song song với đường thẳng  $y = \sqrt{3}x$ ? Khi đó hãy tính góc tạo bởi (d) và tia Ox.
2. Tìm k để khoảng cách từ gốc tọa độ đến đường thẳng (d) là lớn nhất?

**Bài 7** (2đ): Giả sử x, y là các số dương thỏa mãn đẳng thức:  $x + y = \sqrt{10}$

Tìm giá trị của x và y để biểu thức:

$$P = (x^4 + 1)(y^4 + 1) \text{ đạt giá trị nhỏ nhất. Tìm giá trị nhỏ nhất ấy.}$$

**Bài 8** (2đ): Cho  $\Delta ABC$  với  $BC = 5\text{cm}$ ,  $AC = 6\text{cm}$ ;  $AB = 7\text{cm}$ . Gọi O là giao điểm 3 đường phân giác, G là trọng tâm của tam giác.

Tính độ dài đoạn OG.

**Bài 9**(2đ) Gọi M là một điểm bất kì trên đường thẳng AB. Vẽ về một phía của AB các hình vuông AMCD, BMEF.

- a. Chứng minh rằng AE vuông góc với BC.
- b. Gọi H là giao điểm của AE và BC. Chứng minh rằng ba điểm D, H, F thẳng hàng.
- c. Chứng minh rằng đường thẳng DF luôn luôn đi qua một điểm cố định khi M chuyển động trên đoạn thẳng AB cố định.
- d. Tìm tập hợp các trung điểm K của đoạn nối tâm hai hình vuông khi M chuyển động trên đường thẳng AB cố định.

**Bài 10** (2đ): Cho  $xOy$  khác góc bẹt và một điểm M thuộc miền trong của góc. Dụng đường thẳng qua M và cắt hai cạnh của góc thành một tam giác có diện tích nhỏ nhất.

.....

**ĐỀ SỐ 3****Bài 1:****(2 điểm)****Chứng minh:**

$$\sqrt[3]{\sqrt{2}} - 1 = \sqrt[3]{\frac{1}{9}} - \sqrt[3]{\frac{2}{9}} + \sqrt[3]{\frac{4}{9}}$$

**Bài 2:****(2 điểm)**Cho  $4a^2 + b^2 = 5ab$  ( $2a > b > 0$ )Tính số trị biểu thức:  $M = \frac{ab}{4b^2 - b^2}$ **Bài 3:****(2 điểm)**

Chứng minh: nếu  $a, b$  là các nghiệm của phương trình:  $x^2 + px + 1 = 0$  và  $c, d$  là các nghiệm của phương trình:  $x^2 + qx + 1 = 0$  thì ta có:

$$(a - c)(b - c)(a + d)(b + d) = q^2 - p^2$$

**Bài 4:****(2 điểm)****Giải bài toán bằng cách lập phương trình**

Tuổi anh và em cộng lại bằng 21. Hiện tại tuổi anh gấp đôi tuổi em lúc anh bằng tuổi em hiện nay. Tính tuổi của anh, em.

**Bài 5:****(2 điểm)**Giải phương trình:  $x^4 + \sqrt{x^2 + 2006} = 2006$ **Bài 6:****(2 điểm)**

Trong cùng một hệ trục tọa độ vuông góc, cho parabol (P):  $y = -\frac{x^2}{4}$  và đường thẳng (d):  $y = mx - 2m - 1$ .

1. Vẽ (P)

2. Tìm  $m$  sao cho (d) tiếp xúc với (P)3. Chứng tỏ (d) luôn đi qua điểm cố định  $A \in (P)$ **Bài 7:****(2 điểm).**Cho biểu thức  $A = x - 2\sqrt{xy} + 3y - 2\sqrt{x} + 1$ Tìm giá trị nhỏ nhất mà  $A$  có thể đạt được.**Bài 8:****(4 điểm).**

Cho hai đường tròn (O) và (O') ở ngoài nhau. Kẻ tiếp tuyến chung ngoài AB và tiếp tuyến chung trong EF,  $A, E \in (O)$ ;  $B, F \in (O')$

a. Gọi M là giao điểm của AB và EF. Chứng minh:

$$\Delta AOM \sim \Delta BMO'$$

b. Chứng minh:  $AE \perp BF$ 

c. Gọi N là giao điểm của AE và BF. Chứng minh: O, N, O' thẳng hàng.

**Bài 9:****(2 điểm).**

Dựng hình chữ nhật biết hiệu hai kích thước là  $d$  và góc nhọn giữa đường chéo bằng  $\alpha$ .

## **ĐỀ SỐ 4**

**Câu 1(2đ)** : Giải PT sau :

a,  $x^4 - 3x^3 + 3x^2 - 3x + 2 = 0$

b,  $\sqrt{x+2+2\sqrt{x+1}} + \sqrt{x+2-2\sqrt{x+1}} = 2$

**Câu 2(2đ)**: a, Thực hiện phép tính :

$$\sqrt{13-\sqrt{100}} - \sqrt{53+4\sqrt{90}}$$

b, Rút gọn biểu thức :

$$B = \frac{a^2}{a^2 - b^2 - c^2} + \frac{b^2}{b^2 - c^2 - a^2} + \frac{c^2}{c^2 - a^2 - b^2} \quad \text{Với } a + b + c = 0$$

**Câu 3(3đ)** : a, Chứng minh rằng :

$$5\sqrt{2} < 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{50}} < 10\sqrt{2}$$

b, Tìm GTNN của  $P = x^2 + y^2 + z^2$

$$\text{Biết } x + y + z = 2007$$

**Câu 4(3đ)** : Tìm số HS đạt giải nhất, nhì, ba trong kỳ thi HS giỏi toán K9 năm 2007 . Biết :

Nếu đưa 1 em từ giải nhì lên giải nhất thì số giải nhì gấp đôi giải nhất .

Nếu giảm số giải nhất xuống giải nhì 3 giải thì số giải nhất bằng  $\frac{1}{4}$  số giải nhì

Số em đạt giải ba bằng  $\frac{2}{7}$  tổng số giải .

**Câu 5** (4đ): Cho  $\triangle ABC$  : Góc  $A = 90^\circ$  . Trên AC lấy điểm D . Vẽ  $CE \perp BD$ .

a, Chứng minh rằng :  $\triangle ABD \sim \triangle ECD$ .

b, Chứng minh rằng tứ giác ABCE là tứ giác nội tiếp được .

c, Chứng minh rằng  $FD \perp BC$  ( $F = BA \cap CE$ )

d, Góc  $\widehat{ABC} = 60^\circ$  ;  $BC = 2a$  ;  $AD = a$  . Tính AC, đường cao AH của  $\triangle ABC$  và bán kính đường tròn ngoại tiếp tứ giác ADEF.

**Câu 6** (4đ): Cho đường tròn (O,R) và điểm F nằm trong đường tròn (O) . AB và A'B' là 2 dây cung vuông góc với nhau tại F .

a, Chứng minh rằng :  $AB^2 + A'B'^2 = 8R^2 - 4OF^2$

b, Chứng minh rằng :  $AA'^2 + BB'^2 = A'B^2 + AB'^2 = 4R^2$

c, Gọi I là trung điểm của AA' . Tính  $OI^2 + IF^2$

## **ĐỀ SỐ 5**

**Câu1:** Cho hàm số:  $y = \sqrt{x^2 - 2x + 1} + \sqrt{x^2 - 6x + 9}$

a. Vẽ đồ thị hàm số

b. Tìm giá trị nhỏ nhất của y và các giá trị x tương ứng

c. Với giá trị nào của x thì  $y \geq 4$

**Câu2:** Giải các phương trình:

a  $\sqrt{9 - 12x + 4x^2} = 4$

b  $\sqrt{3x^2 - 18x + 28} + \sqrt{4x^2 - 24x + 45} = -5 - x^2 + 6x$

c  $\frac{\sqrt{x^2 + 2x - 3}}{\sqrt{x + 3}} + x - 1$

**Câu3:** Rút gọn biểu thức:

a  $A = (\sqrt{3} - 1) \sqrt{6 + 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{3 - \sqrt{2 + \sqrt{12} + \sqrt{18 - \sqrt{128}}}}}$

b  $B = \frac{1}{2\sqrt{1} + 1\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{2006\sqrt{2005} + 2005\sqrt{2006}} + \frac{1}{2007\sqrt{2006} + 2006\sqrt{2007}}$

**Câu4:** Cho hình vẽ ABCD với điểm M ở bên trong hình vẽ thỏa mãn  $\angle MAB = \angle MBA = 15^\circ$

Vẽ tam giác đều ABN ở bên ngoài hình vẽ.

a Tính góc AMN . Chứng minh MD=MN

b Chứng minh tam giác MCD đều

**Câu5:** Cho hình chóp SABC có  $SA \perp SB$ ;  $SA \perp SC$ ;  $SB \perp SC$ .

**Biết**  $SA=a$ ;  $SB+SC = k$ . Đặt  $SB=x$

a Tính  $V_{\text{hchóp}}$  theo a, k, x

b Tính SA, SC để thể tích hình chóp lớn nhất.

## ĐỀ SỐ 6

### I - PHẦN TRẮC NGHIỆM :

Chọn đáp án đúng :

a) Rút gọn biểu thức :  $\sqrt{a^4(3-a)^2}$  với  $a \geq 3$  ta được :

A :  $a^2(3-a)$ ; B:  $-a^2(3-a)$  ; C:  $a^2(a-3)$  ; D:  $-a^2(a-3)$

b) Một nghiệm của phương trình:  $2x^2-(k-1)x-3+k=0$  là

A.  $-\frac{k-1}{2}$  ; B.  $\frac{k-1}{2}$  ; C  $-\frac{k-3}{2}$  ; D.  $\frac{k-3}{2}$

c) Phương trình:  $x^2-|x|-6=0$  có nghiệm là:

A.  $X=3$  ;B.  $X=\pm 3$  ; C= $-3$  ; D.  $X=3$  và  $X=-2$

d) Giá trị của biểu thức:

$$\frac{2(\sqrt{2}+\sqrt{6})}{3\sqrt{2+\sqrt{3}}}$$
 bằng :

A.  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$  ; B. 1 ; C.  $\frac{4}{3}$  ; D.  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

### II - PHẦN TỰ LUẬN :

**Câu 1 :** a) giải phương trình :  $\sqrt{x^2-16x+64} + \sqrt{x^2} = 10$

b) giải hệ phương trình : 
$$\begin{cases} |x+2|+|y-3|=8 \\ |x+2|-5y=1 \end{cases}$$

**Câu 2:** Cho biểu thức :  $A = \left( \frac{\sqrt{x}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{x}} \right) \left( \frac{x-\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} - \frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \right) \sim$

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tìm giá trị của x để  $A > -6$ .

**Câu 3:** Cho phương trình :  $x^2 - 2(m-1)x + 2m - 5 = 0$

a) Chứng minh rằng phương trình luôn có nghiệm với mọi giá trị của m.

b) Nếu gọi  $x_1, x_2$  là 2 nghiệm của phương trình . Tìm m để  $x_1 + x_2 = 6$  . Tìm 2 nghiệm đó .

**Câu 4:** Cho a,b,c là các số dương . Chứng minh rằng  $1 < \frac{a}{a+b} + \frac{b}{b+c} + \frac{c}{a+c} < 2$

**Câu 5:** Cho  $\Delta ABC$  nội tiếp đường tròn tâm O , H là trực tâm của tam giác , I là trung điểm của cạnh AC . phân giác của góc A cắt đường tròn tại M , kẻ đường cao AK của tam giác . Chứng minh :

a) Đường thẳng OM đi qua trung điểm N của BC

b) Góc KAM = góc MAO



c)  $\triangle AHM \sim \triangle NOI$  và  $AH = 2ON$ .

Câu 6 : Cho  $\triangle ABC$  có diện tích  $S$  , bán kính đường tròn ngoại tiếp là  $R$  và  $\triangle ABC$  có các cạnh tương ứng là  $a, b, c$  . Chứng minh  $S = \frac{abc}{4R}$

## ĐỀ SỐ 8

### CÂU I :

Tính giá trị của biểu thức:

$$A = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{7}} + \frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{9}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{97} + \sqrt{99}}$$

$$B = 35 + 335 + 3335 + \dots + \underbrace{3333\dots35}_{99 \text{ số } 3}$$

### CÂU II :

Phân tích thành nhân tử :

- 1)  $X^2 - 7X - 18$
- 2)  $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4) + 3$
- 3)  $1 + a^5 + a^{10}$

### CÂU III :

- 1) Chứng minh :  $(ab+cd)^2 \leq (a^2+c^2)(b^2+d^2)$
- 2) áp dụng : cho  $x+4y = 5$  . Tìm GTNN của biểu thức :  $M = 4x^2 + 4y^2$

### CÂU 4 :

Cho tam giác  $ABC$  nội tiếp đường tròn  $(O)$ ,  $I$  là trung điểm của  $BC$ ,  $M$  là một điểm trên đoạn  $CI$  ( $M$  khác  $C$  và  $I$ ). Đường thẳng  $AM$  cắt  $(O)$  tại  $D$ , tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác  $AIM$  tại  $M$  cắt  $BD$  và  $DC$  tại  $P$  và  $Q$ .

- a) Chứng minh  $DM \cdot AI = MP \cdot IB$
- b) Tính tỉ số :  $\frac{MP}{MQ}$

### CÂU 5:

$$\text{Cho } P = \frac{\sqrt{x^2 - 4x + 3}}{\sqrt{1-x}}$$

Tìm điều kiện để biểu thức có nghĩa, rút gọn biểu thức.

## ĐỀ SỐ 9

### CÂU I:

1) *Rút gọn biểu thức :*

$$A = \sqrt{4 + \sqrt{10 + 2\sqrt{5}}} + \sqrt{4 - \sqrt{10 + 2\sqrt{5}}}$$

2) *Chứng minh :*  $\sqrt[3]{5\sqrt{2}+7} - \sqrt[3]{5\sqrt{2}-7} = 2$

### CÂU II: *Chứng minh các bất đẳng thức sau:*

1)  $a^2 + b^2 + c^2 > (ab + bc + ca)$

2)  $\frac{18}{a+b+c} \leq \frac{2}{a} + \frac{2}{b} + \frac{2}{c}$  với a, b ; c dương

### CÂU III:

Cho đường tròn (O) đường kính AB. vẽ hai tiếp tuyến Ax và By; gọi M là một điểm tùy ý trên cung AB vẽ tiếp tuyến tại M cắt Ax và By tại C và D.

a) Chứng minh :  $AC \cdot BD = R^2$

b) Tìm vị trí của M để chu vi tam giác OCD là bé nhất.

### CÂU IV.

*Tìm giá trị nhỏ nhất của*

$$A = x^2 + y^2 + xy - 5x - 4y + 2002$$

### CÂU V: *Tính*

$$1) M = \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{4}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{n+1}\right)$$

$$2) N = 75(4^{1993} + 4^{1992} + \dots + 4^2 + 5) + 25$$

### CÂU VI:

*Chứng minh :*  $a=b=c$  khi và chỉ khi  $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$

**ĐỀ SỐ 10****CÂU I :** *Rút gọn biểu thức*

$$A = \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{3 - \sqrt{29 - 12\sqrt{5}}}}$$

$$B = \frac{x^8 + 3x^4 + 4}{x^4 + x^2 + 2}$$

**CÂU II :** *Giải phương trình*

$$1) (x+4)^4 + (x+10)^4 = 32$$

$$2) x^2 + \sqrt{x+2004} = 2004$$

**CÂU III :** *Giải bất phương trình*

$$(x-1)(x-2) > 0$$

**CÂU IV :**

Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn. Dựng ra phía ngoài 2 tam giác vuông cân đỉnh A là ABD và ACE . Gọi M;N;P lần lượt là trung điểm của BC; BD;CE .

a) Chứng minh : BE = CD và BE  $\perp$  với CD

b) Chứng minh tam giác MNP vuông cân

**CÂU V :**

$$1) \text{ Cho } \frac{a-1}{2} = \frac{b+3}{4} = \frac{c-5}{6} \text{ và } 5a - 3b - 4c = 46 . \text{ Xác định } a, b, c$$

$$2) \text{ Cho tỉ lệ thức : } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} . \text{ Chứng minh : } \frac{2a^2 - 3ab + 5b^2}{2b^2 + 3ab} = \frac{2c^2 - 3cd + 5d^2}{2d^2 + 3cd}$$

Với điều kiện mẫu thức xác định.

**CÂU VI :** *Tính :*

$$S = 42 + 4242 + 424242 + \dots + 424242 \dots 42$$

## ĐỀ SỐ 11

**Bài 1:** (4đ). Cho biểu thức:

$$P = \frac{x\sqrt{x} - 3}{x - 2\sqrt{x} - 3} - \frac{2(\sqrt{x} - 3)}{\sqrt{x} + 1} + \frac{\sqrt{x} + 3}{3 - \sqrt{x}}$$

- Rút gọn biểu thức P.
- Tính giá trị của P với  $x = 14 - 6\sqrt{5}$
- Tìm GTNN của P.

**Bài 2**( 4đ). Giải các phương trình.

$$a) \frac{1}{x^2 + 4x + 3} + \frac{1}{x^2 + 8x + 15} + \frac{1}{x^2 + 12x + 35} + \frac{1}{x^2 + 16x + 63} = \frac{1}{5}$$

$$b) \sqrt{x + 6 - 4\sqrt{x + 2}} + \sqrt{x + 11 - 6\sqrt{x + 2}} = 1$$

**Bài 3:** ( 3đ). Cho parabol (P):  $y = x^2$  và đường thẳng (d) có hệ số góc k đi qua điểm M(0;1).

- Chứng minh rằng với mọi giá trị của k, đường thẳng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt A và B.
- Gọi hoành độ của A và B lần lượt là  $x_1$  và  $x_2$ . Chứng minh rằng :  $|x_1 - x_2| \geq 2$ .
- Chứng minh rằng : Tam giác OAB là tam giác vuông.

**Bài 4:** (3đ). Cho 2 số dương x, y thỏa mãn  $x + y = 1$

$$a) \text{ Tìm GTNN của biểu thức } M = \left(x^2 + \frac{1}{y^2}\right) \left(y^2 + \frac{1}{x^2}\right)$$

b) Chứng minh rằng :

$$N = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{y}\right)^2 \geq \frac{25}{2}$$

**Bài 5**( 2điểm). Cho tam giác ABC vuông ở A có  $AB = 6\text{cm}$ ,  $AC = 8\text{cm}$ . Gọi I là giao điểm các đường phân giác, M là trung điểm của BC. Tính góc BIM.

**Bài 6:**( 2đ). Cho hình chữ nhật ABCD, điểm  $M \in BC$ . Các đường tròn đường kính AM, BC cắt nhau tại N ( khác B). BN cắt CD tại L. Chứng minh rằng : ML vuông góc với AC.

**Bài 7** ( 2điểm). Cho hình lập phương ABCD EFGH. Gọi L và K lần lượt là trung điểm của AD và AB. Khoảng cách từ G đến LK là 10. Tính thể tích hình lập phương.

**ĐỀ 12** (Lưu ý)**Câu 1: (4 điểm).**

Giải các phương trình:

1)  $x^3 - 3x - 2 = 0$

2)  $\sqrt{7-x} + \sqrt{x-5} = x^2 - 12x + 38.$

**Câu 2: ( 6 điểm)**

1) Tìm các số thực dương a, b, c biết chúng thỏa mãn  $abc = 1$  và  $a + b + c + ab + bc + ca \leq 6$

2) Cho  $x > 0$  ;  $y > 0$  thỏa mãn:  $x + y \geq 6$

Hãy tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$M = 3x + 2y + \frac{6}{x} + \frac{8}{y}$$

**Câu 3: (3 điểm)**

Cho  $x + y + z + xy + yz + zx = 6$

CMR:  $x^2 + y^2 + z^2 \geq 3$

**Câu 4: (5 điểm)**

Cho nửa đường tròn tâm O có đường kính AB. Vẽ các tiếp tuyến Ax, By (Ax và By và nửa đường tròn cùng thuộc một nửa mặt phẳng bờ AB). Gọi M là một điểm bất kì thuộc nửa đường tròn. Tiếp tuyến tại M cắt Ax; By theo thứ tự ở C; D.

a) CMR: Đường tròn đường kính CD tiếp xúc với AB.

b) Tìm vị trí của M trên nửa đường tròn (O) để ABDC có chu vi nhỏ nhất.

c) Tìm vị trí của C; D để hình thang ABDC có chu vi 14cm. Biết AB = 4cm.

**Câu 5: (2 điểm)**

Cho hình vuông ABCD , hãy xác định hình vuông có 4 đỉnh thuộc 4 cạnh của hình vuông ABCD sao cho hình vuông đó có diện tích nhỏ nhất./.

**ĐỀ SỐ 13****PHẦN I: TRẮC NGHIỆM (4 ĐIỂM)**

Khoanh tròn vào chữ cái đứng trước câu trả lời đúng

1. Nghiệm nhỏ trong 2 nghiệm của phương trình

$$\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{2}{5}\right) = 0 \text{ là}$$

A.  $-\frac{1}{2}$

B.  $-\frac{2}{5}$

C.  $\frac{1}{2}$

D.  $\frac{1}{20}$

2. Đưa thừa số vào trong dấu căn của  $a\sqrt{b}$  với  $b \geq 0$  ta được

A.  $\sqrt{a^2b}$

B.  $-\sqrt{a^2b}$

C.  $\sqrt{|a|b}$

D. Cả 3 đều sai

3. Giá trị của biểu thức  $\sqrt{5\sqrt{3} + 5\sqrt{48} - 10\sqrt{7 + 4\sqrt{3}}}$  bằng:

A.  $4\sqrt{3}$

B. 2

C.  $7\sqrt{3}$

D. 5

4. Cho hình bình hành ABCD thỏa mãn

A. Tất cả các góc đều nhọn;

B. Góc A nhọn, góc B tù

C. Góc B và góc C đều nhọn;

D.  $\hat{A} = 90^\circ$ , góc B nhọn

5. Câu nào sau đây đúng

A.  $\cos 87^\circ > \sin 47^\circ$  ;

C.  $\cos 14^\circ > \sin 78^\circ$

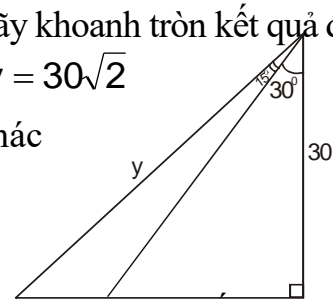
B.  $\sin 47^\circ < \cos 14^\circ$

D.  $\sin 47^\circ > \sin 78^\circ$

6. Độ dài x, y trong hình vẽ bên là bao nhiêu. Em hãy khoanh tròn kết quả đúng

A.  $x = 30\sqrt{2}$ ;  $y = 10\sqrt{3}$  ; B.  $x = 10\sqrt{3}$ ;  $y = 30\sqrt{2}$

C.  $x = 10\sqrt{2}$ ;  $y = 30\sqrt{3}$ ; D. Một đáp số khác

**PHẦN II: TỰ LUẬN (6 ĐIỂM)****Câu 1:** (0,5đ) Phân tích đa thức sau ra thừa số

$$a^4 + 8a^3 - 14a^2 - 8a - 15$$

**Câu 2:** (1,5đ) Chứng minh rằng biểu thức  $10n + 18n - 1$  chia hết cho 27 với n là số tự nhiên**Câu 3** (1,0đ) Tìm số trị của  $\frac{a+b}{a-b}$  nếu  $2a^2 + 2b^2 = 5ab$ ; Và  $b > a > 0$ **Câu 4** (1,5đ) Giải phương trình

$$a. \sqrt{4y^2 + x} + \sqrt{4y^2 - x} - \sqrt{x^2 + 2}; \quad b. x^4 + \sqrt{x^2 + 2006} = 2006$$

**Câu 5** (0,5đ) Cho  $\Delta ABC$  cân ở A đường cao  $AH = 10\text{cm}$ , đường cao  $BK = 12\text{cm}$ . Tính độ dài các cạnh của  $\Delta ABC$

**Câu 6** (1,0đ) Cho  $(O; 4\text{cm})$  và  $(O'; 3\text{cm})$  nằm ngoài nhau.  $OO' = 10\text{cm}$ , tiếp tuyến chung trong tiếp xúc với đường tròn  $(O)$  tại E và đường tròn  $(O')$  tại F.  $OO'$  cắt đường tròn tâm O tại A và B, cắt đường tròn tâm  $(O')$  tại C và D (B, C nằm giữa 2 điểm A và D) AE cắt CF tại M, BE cắt DF tại N.

Chứng minh rằng:  $MN \perp AD$

### **ĐỀ SỐ 14**

**Câu 1:** (4,5 điểm) : Giải các phương trình sau:

1)  $\sqrt{X^2 - 2X + 1} + \sqrt{X^2 - 6X + 9} = 5$

2)  $\frac{3}{X+1} - \frac{1}{X-2} = \frac{9}{(X+1)(2-X)}$

**Câu 2:** (4 điểm)

1) Chứng minh rằng:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3\sqrt{2}} + \frac{1}{4\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{2007\sqrt{2006}} < 2$$

2) Chứng minh rằng nếu a, b, c là chiều dài 3 cạnh của một tam giác thì:

$$ab + bc \geq a^2 + b^2 + c^2 < 2(ab + bc + ca)$$

**Câu 3:** (4 điểm)

1) Tìm x, y, z biết:

$$\frac{x}{y+z+1} = \frac{y}{x+z+2} = \frac{z}{x+y-3} = x+y+z$$

2) Tìm GTLN của biểu thức :

$$\sqrt{x-3} + \sqrt{y-4} \text{ biết } x+y=8$$

**Câu 4:** (5,5 điểm):

Cho đường tròn tâm (O) đường kính AB, xy là tiếp tuyến tại B với đường tròn, CD là một đường kính bất kỳ. Gọi giao điểm của AC và AD với xy theo thứ tự là M, N.

a) Chứng minh rằng: MCDN là tứ giác nội tiếp một đường tròn.

b) Chứng minh rằng:  $AC \cdot AM = AD \cdot AN$

c) Gọi I là đường tâm tròn ngoại tiếp tứ giác MCDN. Khi đường kính CD quay quanh tâm O thì điểm I di chuyển trên đường tròn nào ?

**Câu 5:** (2 điểm):

Cho M thuộc cạnh CD của hình vuông ABCD. Tia phân giác của góc ABM cắt AD ở I. Chứng minh rằng:  $BI \leq 2MI$ .

Phần I: Trắc nghiệm khách quan

**ĐỀ 15**

**Câu 1:** Với  $a > 0, b > 0$ ; biểu thức  $\frac{a - 2\sqrt{ab}}{\sqrt{a}} : \frac{\sqrt{a}}{a + 2\sqrt{ab}}$  bằng

A: 1                      B:  $a - 4b$                       C:  $\sqrt{a} - 2\sqrt{b}$                       D:  $\sqrt{a} + 2\sqrt{b}$

**Câu 2:** Cho bất đẳng thức:

(I):  $3 + \sqrt{5} < 2\sqrt{2} + \sqrt{6}$     (II):  $2\sqrt{3} + 4 > 3\sqrt{2} + \sqrt{10}$     (III):  $\frac{\sqrt{30}}{2} > \frac{4}{\sqrt{2}}$

Bất đẳng thức nào đúng

A: Chỉ I                      B: Chỉ II                      C: Chỉ III                      D: Chỉ I và II

**Câu 3:**

Trong các câu sau; câu nào sai

Phân thức  $\frac{x^2 - y^2}{(x^3 - y^3)(x^3 + y^3)}$  bằng phân thức    a/.  $\frac{x + y}{(x^2 + xy + y^2)(x^3 + y^3)}$

b/.  $\frac{x - y}{(x^3 - y^3)(x^2 - xy + y^2)}$

c/.  $\frac{1}{x^2 y^2 (x^2 + y^2)^2}$

d/.  $\frac{1}{x^4 + x^2 y^2 + y^4}$

Phần II: Bài tập tự luận

**Câu 4:** Cho phân thức:

$$M = \frac{x^5 - 2x^4 + 2x^3 - 4x^2 - 3x + 6}{x^2 + 2x - 8}$$

a/. Tìm tập xác định của M.

b/. Tìm các giá trị của x để M=0

c/. Rút gọn M.

**Câu 5:**

Giải phương trình :

$$a/. \frac{x + \frac{2(3-x)}{5}}{14} - \frac{5x - 4(x-1)}{43} = \frac{7x + 2 + \frac{9-3x}{5}}{45} + \frac{2}{47} \quad (1)$$

$$b/. \frac{59-x}{41} + \frac{57-x}{43} + \frac{55-x}{45} + \frac{53-x}{47} + \frac{51-x}{49} = -5 \quad (2)$$



**Câu 6:** Cho hai đường tròn tâm O và tâm O' cắt nhau tại A và B. Một cát tuyến kẻ qua A và cắt đường tròn (O) ở C và (O') ở D. gọi M và N lần lượt là trung điểm của AC và AD.

a/. Chứng minh :  $MN = \frac{1}{2} CD$

b/. Gọi I là trung điểm của MN. chứng minh rằng đường thẳng vuông góc với CD tại I đi qua 1 điểm cố định khi cát tuyến CAD thay đổi.

c/. Trong số những cát tuyến kẻ qua A, cát tuyến nào có độ dài lớn nhất.

**Câu 7:**

Cho hình chóp tứ giác đều  $S_{ABCD}$   $AB=a$ ;  $SC=2a$

a/. Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình chóp

b/. Tính thể tích của hình chóp.

## ĐỀ 16

**Câu I:** Cho đường thẳng  $y = (m-2)x + 2$  (d)

a) Chứng minh rằng đường thẳng (d) luôn đi qua 1 điểm cố định với mọi m.

b) Tìm m để khoảng cách từ gốc tọa độ đến đường thẳng (d) bằng 1.

c) Tìm giá trị của m để khoảng cách từ gốc tọa độ đến đường thẳng (d) có giá trị lớn nhất.

**Câu II:** Giải các phương trình:

a)  $2\sqrt{x^2 + 2x + 1} + \sqrt{x^2 - 6x + 9} = 6$

b)  $\sqrt{x + 2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x - 2\sqrt{x-1}} = 1$

**Câu III:**

a) Tìm giá trị nhỏ nhất của:  $A = \frac{xy}{z} + \frac{yz}{x} + \frac{zx}{y}$  với x, y, z là số dương và  $x + y + z = 1$

b) Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} \frac{x-1}{5} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-2}{2} \\ 3x - 2y + z = 12 \end{cases}$$

c)  $B = \frac{x + \sqrt{x^2 - 2x}}{x - \sqrt{x^2 - 2x}} - \frac{x - \sqrt{x^2 - 2x}}{x + \sqrt{x^2 - 2x}}$

1. Tìm điều kiện xác định của B

2. Rút gọn B

3. Tìm x để  $B < 2$

**Câu IV:**

Cho tam giác vuông ABC vuông tại A, với  $AC < AB$ ; AH là đường cao kẻ từ đỉnh A. Các tiếp tuyến tại A và B với đường tròn tâm O ngoại tiếp tam giác ABC cắt nhau tại M. Đoạn MO cắt cạnh AB ở E. Đoạn MC cắt đường cao AH tại F. Kéo dài CA cho cắt đường thẳng BM ở D. Đường thẳng BF cắt đường thẳng AM ở N.

a) Chứng minh  $OM \parallel CD$  và M là trung điểm của BD

- b) Chứng minh  $EF \parallel BC$
- c) Chứng minh  $HA$  là tia phân giác của góc  $MHN$
- d) Cho  $OM = BC = 4\text{cm}$ . Tính chu vi tam giác  $ABC$ .

**Câu V:** Cho  $(O; 2\text{cm})$  và đường thẳng  $d$  đi qua  $O$ . Dựng điểm  $A$  thuộc miền ngoài đường tròn sao cho các tiếp tuyến kẻ từ  $A$  với đường tròn cắt đường thẳng  $d$  tại  $B$  và  $C$  tạo thành tam giác  $ABC$  có diện tích nhỏ nhất.

## ĐỀ 17

**Câu 1 Rút gọn biểu thức**

$$A = \frac{1}{2\sqrt{1} + 1\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}} + \frac{1}{4\sqrt{3} + 3\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{2006\sqrt{2005} + 2005\sqrt{2006}}.$$

**Câu 2 Tính giá trị biểu thức**

$$B = \sqrt[3]{\frac{x^3 - 3x + (x^2 - 1)\sqrt{x^2 - 4}}{2}} + \sqrt[3]{\frac{x^3 - 3x - (x^2 - 1)\sqrt{x^2 - 4}}{2}}$$

tại  $x = \sqrt[3]{2005}$

**3. Cho phương trình:**

$$(m + 2)x^2 - (2m - 1)x - 3 + m = 0 \quad (1)$$

- a) Chứng minh phương trình (1) có nghiệm với mọi  $m$
- b) Tìm tất cả các giá trị của  $m$  sao cho phương trình có 2 nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  và khi đó hãy tìm giá trị của  $m$  để nghiệm này gấp hai lần nghiệm kia.

**4. Giải hệ phương trình:**

$$\begin{cases} x + y = \sqrt{4z - 1} \\ y + z = \sqrt{4x - 1} \\ z + x = \sqrt{4y - 1} \end{cases}$$

**5. Giải phương trình:**  $\frac{6x - 3}{\sqrt{x} - \sqrt{1 - x}} = 3 + 2\sqrt{x - x^2}$

**6. Cho parabol (P):**  $y = \frac{x^2}{2}$

- a) Viết phương trình đường thẳng (D) có hệ số góc  $m$  và đi qua điểm  $A(1; 0)$
- b) Biện luận theo  $m$  số giao điểm của (P) và (D)
- c) Viết phương trình đường thẳng (D) tiếp xúc với (P) tìm tọa độ tiếp điểm
- d) Tìm trên (P) các điểm mà (D) không đi qua với mọi  $m$

7. Cho  $a_1, a_2, \dots, a_n$  là các số dương có tích bằng 1

Tìm giá trị nhỏ nhất của  $P = \sqrt{1 + \frac{1}{a_1}} + \sqrt{1 + \frac{1}{a_2}} + \dots + \sqrt{1 + \frac{1}{a_n}}$

8. Cho điểm M nằm trong  $\Delta ABC$ . AM cắt BC tại  $A_1$ , BM cắt AC tại  $B_1$ , CM cắt AB tại  $C_1$ . Đường thẳng qua M song song với BC cắt  $A_1C_1$  và  $A_1B_1$  thứ tự tại E và F. So sánh ME và MF.

9. Cho đường tròn (O; R) nội tiếp tam giác ABC tiếp xúc với BC tại D. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AD và BC.

Chứng minh M, O, N thẳng hàng

10. Cho tam giác ABC nhọn. Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng ABC tại A. Lấy điểm M trên đường thẳng d. Kẻ BK vuông góc với AC, kẻ BH vuông góc với MC; HK cắt đường thẳng d tại N.

a) Chứng minh  $BN \perp MC$ ;  $BM \perp NC$

b) Xác định vị trí điểm M trên đường thẳng d để độ dài MN đạt giá trị nhỏ nhất.

## ĐỀ 18

Rút gọn biểu thức :  $A = \sqrt{6 + 2\sqrt{2}\sqrt{3 - \sqrt{2} - \sqrt{12} + \sqrt{18 - \sqrt{128}}}}$

**Câu 2:** (2đ)

Giải phương trình :  $x^2 + 3x + 1 = (x+3) \sqrt{x^2 + 1}$

**Câu 3:** (2 đ)      Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + xy = 1 \\ x^3 + y^3 = x = 3y \end{cases}$$

**Câu 4:** (2đ)

Cho PT bậc hai ẩn x :

$$X^2 - 2(m-1)x + 2m^2 - 3m + 1 = 0$$

c/m : PT có nghiệm khi và chỉ khi  $0 \leq m \leq 1$

Gọi  $x_1, x_2$  là nghiệm của PT . c/m

$$|x_1 + x_2 + x_1x_2| \leq \frac{9}{8}$$

**Câu 6:** (2đ) : Cho parabol  $y = \frac{1}{4}x^2$  và đường thẳng (d) :  $y = \frac{1}{2}x + 2$

a/ Vẽ (P) và (d) trên cùng hệ trục tọa độ .

b/ Gọi A, B là giao điểm của (P) và (d) trên cùng hệ trục tọa độ Oxy. Tìm M trên AB của (P) sao cho  $S_{MAB}$  lớn nhất .

**Câu 7:** (2đ)

a/ c/m : Với  $\forall$  số dương a

$$\text{thì } \left(1 + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{a+1}\right)^2 = 1 + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{(a+1)^2}$$

$$\text{b/ Tính } S = \sqrt{1 + \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}} + \dots + \sqrt{1 + \frac{1}{2006^2} + \frac{1}{2007^2}}$$

Câu 8 ( 4 điểm): Cho đoạn thẳng  $AB = 2a$  có trung điểm  $O$ . Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ  $AB$ , dựng nửa đường tròn  $(O, AB)$  và  $(O', AO)$ , Trên  $(O')$  lấy  $M$  ( $M \neq A, M \neq O$ ). Tia  $OM$  cắt  $(O)$  tại  $C$ . Gọi  $D$  là giao điểm thứ hai của  $CA$  với  $(O')$ .

a/ Chứng minh rằng tam giác  $AMD$  cân.

b/ Tiếp tuyến  $C$  của  $(O)$  cắt tia  $OD$  tại  $E$ . Xác định vị trí tương đối của đường thẳng  $EA$  đối với  $(O)$  và  $(O')$ .

c/ Đường thẳng  $AM$  cắt  $OD$  tại  $H$ , đường tròn ngoại tiếp tam giác  $COH$  cắt  $(O)$  tại điểm thứ hai là  $N$ . Chứng minh ba điểm  $A, M, N$  thẳng hàng.

d/ Tại vị trí của  $M$  sao cho  $ME \parallel AB$  hãy tính  $OM$  theo  $a$ .

Câu 9 ( 1 điểm ): Cho tam giác có số đo các đường cao là các số nguyên, bán kính đường tròn nội tiếp tam giác bằng 1. Chứng minh tam giác đó là tam giác đều

## **ĐỀ 19**

**Câu I- (4đ) :** Tính giá trị của biểu thức :

$$1, \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{3} - \sqrt{29 - 12\sqrt{5}}}$$

$$2, \sqrt{2 + \sqrt{3}} + \sqrt{14 - 5\sqrt{3}}$$

**Câu II- (5đ) :** Giải các phương trình sau :

$$1, \frac{x}{x-1} + \frac{1}{x+1} = \frac{2}{x^2-1}$$

$$2, \sqrt{x^2 - 2x + 1} + \sqrt{x^2 - 4x + 4} = 3$$

$$3, x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 3x + 1 = 0$$

**Câu III- (3đ) :**

1, Cho  $a, b, c$  là các số dương, chứng minh rằng :

$$\left[ \frac{1}{a^2} + 1 \right] \left[ \frac{1}{b^2} + 2 \right] \left[ \frac{1}{c^2} + 8 \right] \geq \frac{32}{abc}$$

2, Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên  $n$  ta có :

$$\sqrt{n+1} - \sqrt{n} > \frac{1}{2\sqrt{n+1}}$$

**Câu III – (3đ) :** Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số :

$$a, y = \frac{x^2 + 2x - 1}{2x^2 + 4x + 9}$$

$$b, y = \frac{1}{2} |x + 3| - 4$$

**Câu VI (5đ) :** Cho tam giác ABC vuông ở A ,đường cao AH . Gọi D và E lần lượt là hình chiếu của điểm H trên AB và AC . Biết BH = 4(cm) ; HC = 9(cm)

a, Tính độ dài đoạn DE

b, Chứng minh rằng AD . AB = AE.AC

c, Các đường thẳng vuông góc với DE tại D và E lần lượt cắt BC tại M và N . Chứng minh M là trung điểm BH ; N là trung điểm của CH .

d, Tính diện tích tứ giác DENM

-----&\*&-----

## ĐỀ 20

**Câu I: (1,5 điểm) Rút gọn các biểu thức sau.**

$$1. \quad A = \frac{1}{\sqrt{2}-1} - \frac{3+2\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}; \quad B = \sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2}} - \frac{\sqrt{3}}{2}$$

**Câu II: (3,5 điểm) giải các phương trình sau.**

$$1. \quad |2x+1| + x - 1 = 0; \quad 2) \quad 3x^2 + 2x = 2\sqrt{x^2+x} + 1 - x$$

$$3. \quad \sqrt{x-2+\sqrt{2x-5}} + \sqrt{x+2+3\sqrt{2x-5}} = 7\sqrt{2}$$

**Câu III: (6 điểm).**

1. Tìm giá trị của m để hệ phương trình

$$\begin{cases} (m+1)x - y = m+1 \\ x - (m-1)y = 2 \end{cases}$$

Có nghiệm duy nhất thỏa mãn điều kiện  $x + y$  đạt giá trị nhỏ nhất.

2. Cho Parabol (P):  $y = x^2 - 4x + 3$  và điểm A(2;1). Gọi k là hệ số góc của đường thẳng (d) đi qua A.

a. Viết phương trình đường thẳng (d).

- b. Chứng minh rằng (d) luôn luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt M; N.  
 c. Xác định giá trị của k để MN có độ dài bé nhất.

**Câu IV (4,5 điểm).**

Cho đường tròn (O;R). I là điểm nằm trong đường tròn, kẻ hai dây MIN và EIF. Gọi M; N; E; F thứ tự là trung điểm của IM; IN; IE; IF.

1. Chứng minh:  $IM \cdot IN = IE \cdot IF$ .
2. Chứng minh tứ giác  $M'E'N'F'$  nội tiếp đường tròn.
3. Xác định tâm và bán kính của đường tròn ngoại tiếp tứ giác.  $M'E'N'F'$ .
4. Giả sử 2 dây MIN và EIF vuông góc với nhau. Xác định vị trí của MIN và EIF để diện tích tứ giác  $M'E'N'F'$  lớn nhất và tìm giá trị lớn nhất đó. Biết  $OI = \frac{R}{2}$ .

**Câu V** Cho tam giác  $\triangle ABC$  có  $\angle B = 200^\circ$

$\angle C = 110^\circ$  và phân giác BE. Từ C, kẻ đường thẳng vuông góc với BE cắt BE ở M và cắt AB ở K. Trên BE lấy điểm F sao cho  $EF = EA$ .

Chứng minh rằng: 1) AF vuông góc với EK; 2)  $CF = AK$  và F là tâm đường tròn nội tiếp  $\triangle BCK$

$$3) \frac{CK}{AF} = \frac{BC}{BA}.$$

**Câu VI (1 điểm).**

Cho A, B, C là các góc nhọn thỏa mãn  $\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C \geq 2$

Chứng minh rằng:  $(\tan A \cdot \tan B \cdot \tan C)^2 \leq \frac{1}{8}$ .

**ĐỀ 21 \***

**Câu I:** a) Giải phương trình:

$$\sqrt{4x^2 - 12x + 9} = x - 1$$

b) Giải và biện luận phương trình theo tham số a:

$$\frac{a}{x-a} + \frac{1}{x+1} = \frac{a-x}{x-a} + \frac{a+1}{x+1}$$

**Câu II:**

1) Cho biết:  $ax + by + cz = 0$

$$\text{Và } a + b + c = \frac{1}{2006}$$

Chứng minh rằng:  $\frac{ax^2 + by^2 + cz^2}{bc(y-z)^2 + ac(x-z)^2 + ab(x-y)^2} = 2006$

2 Cho 3 số a, b, c thỏa mãn điều kiện:  $abc = 2006$

Tính giá trị của biểu thức:

$$P = \frac{2006a}{ab + 2006a + 2006} + \frac{b}{bc + b + 2006} + \frac{c}{ac + c + 1}$$

**Câu III:** )

- 1) Cho  $x, y$  là hai số dương thỏa mãn:  $x + y \leq 1$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:  $A = \frac{1}{x^2 + y^2} + \frac{2}{xy}$

- 2) Rút gọn biểu thức sau:

$$A = \frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n-1} + \sqrt{n}}$$

**Câu IV:** (5,0 điểm)

Cho tứ giác ABCD có  $\angle B = \angle D = 90^\circ$ . Trên đường chéo AC lấy điểm E sao cho  $\angle ABE = \angle DBC$ . Gọi I là trung điểm của AC.

Biết:  $\angle BAC = \angle BDC$ ;  $\angle CBD = \angle CAD$

- a) Chứng minh  $\angle CIB = 2 \angle BDC$ ;      b)  $\triangle ABE \sim \triangle DBC$   
 c)  $AC \cdot BD = AB \cdot DC + AD \cdot BC$

**Câu V:** (2,0 điểm) Cho hình chóp tứ giác đều SABCD có độ dài cạnh đáy là 12 cm, độ dài cạnh bên là 18 cm.

- a) Tính diện tích xung quanh của hình chóp  
 b) Tính diện tích toàn phần của hình chóp.

**Câu VI:** (2,0 điểm) Cho biểu thức:  $M = \frac{\sqrt{a} + 6}{\sqrt{a} + 1}$

Tìm các số nguyên  $a$  để  $M$  là số nguyên.

**ĐỀ 22**

**Câu 1:** (4,5 điểm) : Giải các phương trình sau:

1)  $\sqrt{X^2 - 2X + 1} + \sqrt{X^2 - 6X + 9} = 5$

2)  $\frac{3}{X+1} - \frac{1}{X-2} = \frac{9}{(X+1)(2-X)}$

**Câu 2:** (4 điểm)

- 1) Chứng minh rằng:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3\sqrt{2}} + \frac{1}{4\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{2007\sqrt{2006}} < 2$$

- 2) Chứng minh rằng nếu  $a, b, c$  là chiều dài 3 cạnh của một tam giác thì:

$$ab + bc \geq a^2 + b^2 + c^2 < 2(ab + bc + ca)$$

**Câu 3:** (4 điểm)

1) Tìm x, y, z biết:

$$\frac{x}{y+z+1} = \frac{y}{x+z+2} = \frac{z}{x+y-3} = x+y+z$$

2) Tìm GTLN của biểu thức :

$$\sqrt{x-3} + \sqrt{y-4} \text{ biết } x+y=8$$

**Câu 4:** (5,5 điểm):

Cho đường tròn tâm (O) đường kính AB, xy là tiếp tuyến tại B với đường tròn, CD là một đường kính bất kỳ. Gọi giao điểm của AC và AD với xy theo thứ tự là M, N.

a) Chứng minh rằng: MCDN là tứ giác nội tiếp một đường tròn.

b) Chứng minh rằng: AC.AM = AD.AN

c) Gọi I là đường tâm tròn ngoại tiếp tứ giác MCDN. Khi đường kính CD quay quanh tâm O thì điểm I di chuyển trên đường tròn nào ?

**Câu 5:** (2 điểm):

Cho M thuộc cạnh CD của hình vuông ABCD. Tia phân giác của góc ABM cắt AD ở I. Chứng minh rằng:  $BI \leq 2MI$ .

**ĐỀ SỐ 13****Câu 1( 2<sup>d</sup>).** Phân tích đa thức sau ra thừa số .

$$a^4 + 8a^3 + 14a^2 - 8a - 15 .$$

**Câu 2( 2<sup>d</sup>).** Chứng minh rằng biểu thức  $10^n + 18n - 1$  chia hết cho 27 với n là số tự nhiên .**Câu 3( 2<sup>d</sup>).** Tìm số trị của  $\frac{a+b}{a-b}$  Nếu  $2a^2 + 2b^2 = 5ab$  , và  $b > a > 0$  .**Câu 4( 4<sup>d</sup>).** Giải phương trình.

a)  $\sqrt{4y^2 + x} = \sqrt{4y^2 - x} - \sqrt{x^2 + 2}$

b)  $x^4 + \sqrt{x^2 + 2006} = 2006$



**Câu 5(3<sup>d</sup>).** Tổng số học sinh giỏi Toán , giỏi Văn của hai trường THCS đi thi học sinh Giỏi lớn hơn 27 ,số học sinh đi thi văn của trường là thứ nhất là 10, số học sinh đi thi toán của trường thứ hai là 12. Biết rằng số học sinh đi thi của trường thứ nhất lớn hơn 2 lần số học sinh thi Văn của trường thứ hai và số học sinh đi thi của trường thứ hai lớn hơn 9 lần số học sinh thi Toán của trường thứ nhất. Tính số học sinh đi thi của mỗi trường.

**Câu 6(3<sup>d</sup>).** Cho tam giác ABC cân ở A đường cao AH = 10 cm đường cao BK = 12 cm . Tính độ dài các cạnh của tam giác ABC .

**Câu 7(4<sup>d</sup>).** Cho (O;4cm) và (O';3cm) nằm ngoài nhau , OO'=10cm. Tiếp tuyến chung trong tiếp xúc với đường tròn tâm O tại E và đường tròn O' tại F, OO' cắt đường tròn tâm O tại A và B, cắt đường tròn tâm O' tại C và D (B,C nằm giữa 2 điểm A và D) AE cắt CF tại M, BE cắt DF tại N.

□ CMR :  $MN \perp AD$

## **ĐỀ 24**

### **Bài 1** (5đ)

Giải các phương trình sau:

a,  $\sqrt{x^2 - 1} - x^2 + 1 = 0$

b,  $\sqrt{x+3} - 4\sqrt{x-1} + \sqrt{x+8} + 6\sqrt{x-1} = 4$

### **Bài 2** (5đ) Cho biểu thức

$$P = \left( \frac{\sqrt{x}-2}{x-1} - \frac{\sqrt{x}+2}{x+2\sqrt{x}+1} \right) \left( \frac{1-x}{\sqrt{2}} \right)^2$$

a, Rút gọn P.

b, Chứng minh rằng nếu  $0 < x < 1$  thì  $P > 0$ .

c, Tìm giá trị lớn nhất của P.

**Bài 3:** (5đ) Chứng minh các bất đẳng thức sau.

a, Cho  $a > c$ ,  $b > c$ ,  $c > 0$ .

Chứng minh:  $\sqrt{c(a-c)} + \sqrt{c(b-c)} \leq \sqrt{ab}$

b, Chứng minh.

$$\frac{2005}{\sqrt{2006}} + \frac{2006}{\sqrt{2005}} > \sqrt{2005} + \sqrt{2006}$$

**Bài 4:** (5đ)

Cho  $\Delta AHC$  có 3 góc nhọn, đường cao HE. Trên đoạn HE lấy điểm B sao cho tia CB vuông góc với AH, hai trung tuyến AM và BK của  $\Delta ABC$  cắt nhau ở I. Hai trung trực của các đoạn thẳng AC và BC cắt nhau tại O.

a, Chứng minh  $\Delta ABH \sim \Delta MKO$

b, Chứng minh  $\sqrt{\frac{IO^3 + IK^3 + IM^3}{IA^3 + IH^3 + IB^3}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$

## ***ĐỀ 25***

Câu I ( 4 điểm )

Giải phương trình:

1.  $x^3 + 4x^2 - 29x + 24 = 0$

2.  $\sqrt{x-1} + 4\sqrt{x-5} + \sqrt{11+x} + 8\sqrt{x-5} = 4$

Câu II (3 điểm )

1. Tính

$$P = \sqrt{1+1999^2} + \frac{1999^2}{2000^2} + \frac{1999}{2000}$$

2. Tìm x biết

$$x = \sqrt{5 + \sqrt{13 + \sqrt{5 + \sqrt{13 + \dots}}}}$$

Trong đó các dấu chấm có nghĩa là lặp đi lặp lại cách viết căn thức có chứa 5 và 13 một cách vô hạn.

Câu III ( 6 điểm )

1. Chứng minh rằng số tự nhiên

$$A = 1.2.3.....2005.2006. \left( 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2005} + \frac{1}{2006} \right) \text{ chia hết cho } 2007$$

2. Giả sử x, y là các số thực dương thỏa mãn :  $x + y = 1$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$A = \frac{1}{x^3 + y^3} + \frac{1}{xy}$$

3. Chứng minh bất đẳng thức:

$$\frac{a^3 + b^3 + c^3}{2abc} + \frac{a^2 + b^2}{c^2 + ab} + \frac{b^2 + c^2}{a^2 + bc} + \frac{c^2 + a^2}{b^2 + ac} \geq \frac{9}{2}$$

Câu IV ( 6 điểm )

Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH . Đường tròn đường kính AH cắt các cạnh AB, AC lần lượt tại E và F.

1. Chứng minh tứ giác AEHF là hình chữ nhật;

2. Chứng minh  $AE.AB = AF.AC$ ;

3. Đường thẳng qua A vuông góc với EF cắt cạnh BC tại I. Chứng minh I là trung điểm của đoạn BC;

4. Chứng minh rằng nếu diện tích tam giác ABC gấp đôi diện tích hình chữ nhật AEHF thì tam giác ABC vuông cân.

Câu V ( 1 điểm)

Cho tam giác ABC với độ dài ba đường cao là 3, 4, 5. Hỏi tam giác ABC là tam giác gì ?

## ĐỀ 26

Câu 1 (6 điểm): Giải các phương trình

a.  $x^6 - 9x^3 + 8 = 0$

b.  $\sqrt{x^2 - 6x + 9} = \sqrt{4 + 2\sqrt{3}}$

c.  $\sqrt{x^2 - 2x + 1} + \sqrt{x^2 - 4x + 4} = 3$

**Câu 2** (1 điểm): Cho  $abc = 1$ . Tính tổng

$$\frac{1}{1+a+ab} + \frac{1}{1+b+bc} + \frac{1}{1+c+ac}$$

**Câu 3** (2 điểm): Cho các số dương  $a, b, c, d$ . Biết

$$\frac{a}{1+a} + \frac{b}{1+b} + \frac{c}{1+c} + \frac{d}{1+d} \leq 1$$

Chứng minh rằng  $abcd \leq \frac{1}{81}$

**Câu 4** (4 điểm): Tìm  $a, b, c$ . Biết

a.  $2(\sqrt{a} + \sqrt{b-1} + \sqrt{c-2}) - (a+b+c) = 0$

b.  $(a^2 + 1)(b^2 + 2)(c^2 + 8) - 32abc = 0$

**Câu 5** (5 điểm): Cho nửa đường tròn tâm  $O$  có đường kính  $AB = 2R$ , vẽ các tiếp tuyến  $Ax, By$  với nửa đường tròn và tia  $OZ$  vuông góc với  $AB$  (các tia  $Ax, By, OZ$  cùng phía với nửa đường tròn đối với  $AB$ ). Gọi  $E$  là điểm bất kỳ của nửa đường tròn. Qua  $E$  vẽ tiếp tuyến với nửa đường tròn cắt  $Ax, By, OZ$  theo thứ tự ở  $C, D, M$ . Chứng minh rằng khi điểm  $E$  thay đổi vị trí trên nửa đường tròn thì:

a. Tích  $AC \cdot BD$  không đổi

b. Điểm  $M$  chạy trên 1 tia

c. Tứ giác  $ACDB$  có diện tích nhỏ nhất khi nó là hình chữ nhật. Tính diện tích nhỏ nhất đó.

**Câu 6** (2 điểm): Tính diện tích toàn phần của hình chóp đều  $SABC$  biết tất cả các cạnh của hình chóp đều bằng  $a$

## **ĐỀ 27**

**Câu I** ( 5 đ ) :

Giải các phương trình

a)  $\frac{x}{x-1} - \frac{2007}{1+x} = \frac{2}{x^2-1}$

b)  $\sqrt{x-2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x+2\sqrt{x-1}} = 2$

**Câu II** ( 4 đ ) :

a) Tìm a , b , c biết a , b , c là các số dương và

$$\left(\frac{1}{a^2}+1\right)\left(\frac{1}{b^2}+2\right)\left(\frac{1}{c^2}+8\right) = \frac{32}{abc}$$

b) Tìm a , b , c biết :  $a = \frac{2b^2}{1+b^2} ; b = \frac{2c^2}{1+c^2} ; c = \frac{2a^2}{1+a^2}$

**Câu III** ( 4 đ ) :

b) Cho  $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$  với a,b,c khác 0 và  $a + b + c \neq 0$

Tính  $P = (2006 + \frac{a}{b})(2006 + \frac{b}{c})(2006 + \frac{c}{a})$

a) Tìm GTNN của  $A = \frac{x^2 - 2x + 2006}{x^2}$

**Câu IV** .(3đ )

Cho hình bình hành ABCD sao cho AC là đường chéo lớn . Từ C vẽ đường CE và CF lần lượt vuông góc với các đường thẳng AB và AD

Chứng minh rằng  $AB \cdot AE + AD \cdot AF = AC^2$

**Câu V.** (4 đ) Cho hình chóp SABC có  $SA \perp AB ; SA \perp AC ; AB \perp BC ; AB = BC$   
 $AC = a\sqrt{2} ; SA = 2a .$

Chứng minh :

a)  $BC \perp mp(SAB)$

b) Tính diện tích toàn phần của hình chóp SABC

c) Thể tích hình chóp

## **ĐỀ 28 \***

**Bài 1** (2,0 điểm) Rút gọn biểu thức :

$$A = \frac{(x^2 + x + 1)\sqrt{x^2 - x + 1} + (x^2 - x + 1)\sqrt{x^2 + x + 1}}{\sqrt{x^4 + x^2 + 1}} : \frac{1}{\sqrt{x^2 + x + 1} - \sqrt{x^2 - x + 1}}$$

**Bài2** (2,0 điểm) Tính tổng :

$$S = \frac{3}{1^2 \cdot 3} + \frac{5}{(1^2 + 2^2) \cdot 4} + \frac{7}{(1^2 + 2^2 + 3^2) \cdot 5} + \dots + \frac{2n+1}{(1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2)(n+2)}$$

**Bài 3** (2,0 điểm) Cho phương trình :

$$mx^2 - (m^2 + m + 1)x + m + 1 = 0 \quad (1)$$

Tìm điều kiện của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác -1

**Bài4**(2,0 điểm) Cho x,y,z là các số không âm thỏa mãn

$$2x + xy + y = 10$$

$$3y + yz + 2z = 3$$

$$z + zx + 3x = 9$$

Tính giá trị của biểu thức :  $M = x^3 + y^2 + z^{2006}$

**Bài 5**(2,0điểm) Giải phương trình :

$$(3x-1)\sqrt{x^2+8} = \frac{3x^2+2x+23}{2}$$

**Bài6**(2,0điểm)

Cho parabol (P) :  $y = x^2$  và đường thẳng (d) qua hai điểm A và B thuộc (P) có hoành độ

độ lần lượt là -1 và 3 .M thuộc cung AB của (P) có hoành độ là a.Kẻ MH vuông góc với AB, H thuộc AB.

- 1) Lập các phương trình các đường thẳng AB, MH.
- 2) Xác định vị trí của M để diện tích tam giác AMB lớn nhất .

**Bài7**(2,0điểm)

Cho dãy số :1,2,3,4, ...,2005,2006.

Hãy điền vào trước mỗi số dấu + hoặc - để cho có được một dãy tính có kết quả là số tự nhiên nhỏ nhất .

**Bài8**(2,0điểm)

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, H là trực tâm của tam giác. Chứng minh rằng :

$$2(AB + BC + CA) > (AH + BH + CH)$$

**Bài 9**(2,0điểm)

Cho tam giác ABC, AD là đường cao ,D thuộc BC. Dựng DE vuông góc với AB , E thuộc AB ,DF vuông góc với AC, F thuộc AC .

- 1) Chứng minh rằng tứ giác BEFC nội tiếp .
- 2) Dựng bốn đường tròn đi qua trung điểm của hai cạnh kề nhau của tứ giác BEFC và đi qua đỉnh của tứ giác đó. Chứng minh rằng bốn đường tròn này đồng quy .

**Bài 10** Một hình chóp cắt đều có đáy là hình vuông, các cạnh đáy bằng a và b. Tính chiều cao của hình chóp cắt đều, biết rằng diện tích xung quanh bằng tổng diện tích hai đáy.

## **ĐỀ 29**

**Câu 1.** ( 4 điểm ) Khoanh tròn các chữ cái đứng trước kết quả đúng trong các câu sau:

- 1) Cho đường thẳng (D):  $y = 3x + 1$ . Các điểm sau có điểm nào thuộc (D).  
A. ( 2; 5 );      B. ( -2; -5 );      C. ( -1; -4 )      D. ( -1; 2 ).
- 2) Cho đường tròn tâm O bán kính R thì độ dài cung  $60^\circ$  của đường tròn ấy bằng:  
A.  $\frac{\pi R}{6}$ ;      B.  $\frac{\pi R}{4}$ ;      C.  $\frac{\pi R}{3}$ ;      D.  $\frac{\pi R}{12}$ .
- 3) Kết quả rút gọn biểu thức:  $\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{14-5\sqrt{3}}$  bằng:  
A.  $1 - 3\sqrt{2}$ ;      B.  $2\sqrt{3}$ ;      C.  $3\sqrt{2}$ ;      D.  $2\sqrt{3} + 1$ .
- 4) Nghiệm của hệ phương trình: 
$$\begin{cases} x + y = 23 \\ x^2 + y^2 = 377 \end{cases}$$
 là  
A. ( x = 4; y = 19 );      B. ( x = 3; y = 20 )  
C. ( x = 5; y = 18 );      D. ( x = 19; y = 4 ) và ( x = 4; y = 19 )

**Câu 2.** ( 4 điểm ): Giải phương trình:

$$\frac{2x}{3x^2 - 5x + 2} + \frac{13x}{3x^2 + x + 2} = 6$$

**Câu 3.** ( 3 điểm ): Tìm m sao cho Parabol (P)  $y = 2x^2$  cắt đường thẳng (d)  $y = (3m + 1)x - 3m + 1$  tại 2 điểm phân biệt nằm bên phải trục tung.

**Câu 4.** ( 1 điểm ): Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$P = \frac{4x - 3x^2}{x^2 + 1}$$

**Câu 5:** ( 4 điểm ).

Cho nửa đường tròn tâm O, đường kính AB. Lấy điểm M bất kì trên nửa đường tròn đó ( M khác A và B ). Vẽ đường tròn tâm M tiếp xúc với đường kính AB tại H. Từ A và B kẻ hai tiếp tuyến ( $d_1$ ;  $d_2$ ) tiếp xúc với đường tròn tâm M tại C và D.

- a) CM: 3 điểm: C, M, D cùng nằm trên tiếp tuyến với đường tròn tâm O tại M.
- b) AC + BD không đổi. Khi đó tính tích AC.BD theo CD.
- c) Giả sử:  $CD \cap AB = \{ K \}$ . CM:  $OA^2 = OB^2 = OH.OK$ .

**Câu 6:** ( 3 điểm )

Tính diện tích toàn phần của hình chóp SABC. Biết:

$ASB = 60^\circ$ ;  $BSC = 90^\circ$ ;  $ASC = 120^\circ$  và:  $SA = AB = SC = a$ .

**ĐỀ 30****Câu 1** ( 2. 5 điểm )

Cho biểu thức:

$$P(x) = \frac{2x - 1 - \sqrt{x^2}}{3x^2 - 4x + 1}$$

a) Rút gọn P.

b) Chứng minh: Với  $x > 1$  thì  $P(x) \cdot P(-x) < 0$ **Câu 2** ( 4. 0 điểm ). Giải phương trình:

$$a) \sqrt{x+1} - 2\sqrt{x} + \sqrt{x+4} - 4\sqrt{x} = 1$$

$$b) \sqrt{x^2 - x + 1} + \sqrt{x^2 - x - 2} = 3$$

**Câu 3** ( 2. 0 điểm ). Hãy biện luận vị trí của các đường thẳng

$$d_1 : 2m^2x + 3(m-1)y - 3 = 0$$

$$d_2 : mx + (m-2)y - 2 = 0$$

**Câu 4** ( 2. 0 điểm ). Giải hệ phương trình:

$$(x+y)^2 - 4(x+y) = 45$$

$$(x-y)^2 - 2(x-y) = 3$$

**Câu 5** ( 2. 0 điểm ). Tìm nghiệm nguyên của phương trình.

$$x^6 + 3x^3 + 1 = y^4$$

**Câu 6** ( 2. 5 điểm ) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$A = \frac{\sqrt{x-1}}{x} + \frac{\sqrt{y-2}}{y}$$

**Câu 7** ( 3. 0 điểm )

Cho tam giác ABC đều, nội tiếp đường tròn ( o ), M là điểm trên cung nhỏ BC; AM cắt BC tại E.

a) Nếu M là điểm chính giữa của cung nhỏ BC, chứng minh :  $BC^2 = AE \cdot AM$ .

b) Trên AM lấy D sao cho  $MD = BM$ . Chứng minh:  $\angle DBM = \angle ACB$  và  $MA = MB + MC$ .

**Câu 8** ( 2. 0 điểm ) Cho nửa đường tròn đường kính AB và tia tiếp tuyến Ax cùng phía với nửa đường tròn đối với AB. Từ điểm M trên tia Ax kẻ tiếp tuyến thứ hai MC với nửa đường tròn, kẻ CH vuông góc với AB.

Chứng minh : MB đi qua trung điểm của CH.



## **ĐỀ 31**

### I. Đề bài :

#### Câu I. (4điểm)

Tính giá trị các biểu thức :

$$A = \frac{1}{2\sqrt{1}+1\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}} + \frac{1}{4\sqrt{3}+3\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{25\sqrt{24}+24\sqrt{25}}$$

$$B = \sqrt[3]{2-\sqrt{5}}(\sqrt[6]{9+4\sqrt{5}} + \sqrt[3]{2+\sqrt{5}})$$

#### CâuII: (4điểm)

Giải các phương trình sau.

a;  $x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0$

b;  $\sqrt{x+2+4\sqrt{x-2}} + \sqrt{x+7+6\sqrt{x-2}} = 6$

#### CâuIII: ( 6điểm)

1; Cho 2 số x, y thoả mãn đẳng thức :

$$8x^2 + y^2 + \frac{1}{4x^2} = 4$$

Xác định x, y để tích xy đạt giá trị nhỏ nhất .

2; Tìm 4 số nguyên dương x,y,z,t thoả mãn.

$$\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2} + \frac{1}{t^2} = 1$$

3; Chứng minh bất đẳng thức :

$$\frac{a+b}{2} - \sqrt{ab} < \frac{(a-b)^2}{8b} \quad \text{với } a > b > 0$$

#### Câu IV: ( 5đ)

Cho tam giác ABC cân tại A nội tiếp đường tròn tâm O bán kính R. Trên cung nhỏ BC lấy điểm K . AK cắt BC tại D

a , Chứng minh AO là tia phân giác của góc BAC .

b , Chứng minh  $AB^2 = AD.AK$

c , Tìm vị trí điểm K trên cung nhỏ BC sao cho độ dài AK là lớn nhất .

d, Cho góc  $BAC = 30^0$  . Tính độ dài AB theo R.

Câu V: (1đ)

Cho tam giác ABC , tìm điểm M bên trong tam giác sao cho diện tích các tam giác BAM , ACM, BCM bằng nhau .

(Hết)

## **ĐỀ 32**

**Câu1:** (4 điểm)

1. Tính giá trị biểu thức  $P = \sqrt{40\sqrt{2}-57} - \sqrt{40\sqrt{2}+57}$

2. Chứng minh rằng  $\sqrt[3]{\sqrt{2}-1} = \sqrt[3]{\frac{1}{9}} - \sqrt[3]{\frac{2}{9}} + \sqrt[3]{\frac{4}{9}}$

3. Cho ba số dương a,b,c thỏa mãn  $a+b+c=3$

Chứng minh:  $\frac{a}{1+b^2} + \frac{b}{1+c^2} + \frac{c}{1+a^2} \geq \frac{3}{2}$

**Câu2:** (4 điểm)

1. Cho  $A = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{1}}{2+1} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{3+2} + \dots + \frac{\sqrt{25}-\sqrt{24}}{25+24}$

Chứng minh rằng  $A < 0,4$

2. Cho x, y, z là các số dương thỏa mãn  $xyz \geq x+y+z+2$  tìm giá trị lớn nhất của  $x+y+z$

**Câu3:** ( 4 điểm)

Giải các phương trình:

a.  $\sqrt{3x^2-7x+3} - \sqrt{x^2-2} = \sqrt{3x^2-5x-1} - \sqrt{x^2-3x+4}$

b.  $2(x - \frac{1}{x}) + (x^2 + \frac{1}{x^2}) = 1$

c. 
$$\begin{cases} \frac{1}{x+y} - \frac{3}{x-y} = 2 \\ \frac{2}{x+y} - \frac{1}{x-y} = \frac{3}{2} \end{cases}$$

d.  $\sqrt{x-2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x+2\sqrt{x-1}} = 2$

**Câu4:** (2 điểm)

Cho hàm số  $y = (2m-1)x + n - 2$

a. Xác định m, n để đường thẳng (1) đi qua gốc tọa độ và vuông góc với đường thẳng có phương trình  $2x - 5y = 1$

b. Giả sử m, n thay đổi sao cho  $m+n=1$

Chứng tỏ rằng đường thẳng (1) luôn đi qua một điểm cố định.

**Câu 5:** (4 điểm)

Cho tam giác ABC (  $AB = AC$  , góc  $A < 60^0$  ) Trên nửa mặt phẳng bờ Ac chứa B người ta vẽ tia Ax sao cho Góc  $xAC =$  góc  $ACB$  . Gọi c' là điểm đối xứng với C qua Ax.

- Nội BC' cắt Ax tại D. Các đường thẳng CD, CC' cắt AB lần lượt tại I và K.
- Chứng minh AC là phân giác ngoài ở đỉnh A của tam giác ABC'
  - Chứng minh ACDC' là hình thoi.
  - Chứng minh  $AK \cdot AB = BK \cdot AI$
  - Xét một đường thẳng bất kì qua A và không cắt BC. Hãy tìm trên d một điểm M sao cho chu vi tam giác MBC đạt giá trị nhỏ nhất.
- Chứng minh rằng độ lớn của góc BMC không phụ thuộc vào vị trí của đường thẳng d.

**Câu 6:** (2 điểm)

Cho hình tứ giác đều  $S_{ABCD}$  có cạnh đáy bằng  $2\sqrt{3}$  cm chiều cao 4 cm.

- Tính diện tích xung quanh của hình chóp.
- Tính thể tích của hình chóp.

## ĐỀ 33

**Câu I: (3đ)**

1, Phân tích đa thức sau thành nhân tử:

$$x^3 + 6x^2 - 13x - 42$$

2, Xác định số hữu tỉ k để đa thức.

$$A = \frac{x^3 + y^3 + z^3 + kxyz}{x + y + z}$$

chia hết cho đa thức.

**Câu II: (4đ)**

Giải các phương trình.

$$1, \sqrt{2x + \sqrt{4x - 1}} - \sqrt{2x - \sqrt{4x - 1}} = \sqrt{6}$$

$$2, x^4 - 3x^3 - 6x^2 + 3x + 1 = 0$$

**Câu III: (2đ)**

$$1, \text{ Cho hàm số } y = \sqrt{x^2} + \sqrt{x^2 - 4x + 4}$$

a, Vẽ đồ thị của hàm số.

b, Tìm giá trị nhỏ nhất của y.

$$2, \text{ Chứng minh phương trình sau không có nghiệm nguyên. } 3x^2 - 4y^2 = 3$$

**Câu IV: (4đ)**

1, (2đ)

Cho 3 số không âm  $x, y, z$  thỏa mãn đẳng thức.

$$x + y + z = 1$$

Chứng minh rằng:  $x + 2y + z \geq 4(1-x)(1-y)(1-z)$

2, (2đ)

Cho biểu thức.

$$Q = \frac{3x^2 - 6x + 11}{x^2 - 2x + 2}$$

a, Tìm giá trị nguyên của x để Q nhận giá trị nguyên.

**b, Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức Q.**

**Câu V: (6đ)**

Cho tam giác ABC vuông góc ở A, lấy trên cạnh AC một điểm D. Dựng CE vuông góc với BD.

1, Chứng tỏ các tam giác ABD và BCD đồng dạng.

2, Chứng tỏ tứ giác ABCE là một tứ giác nội tiếp.

3, Chứng minh  $FD \perp BC$  (F là giao điểm của BA và CE)

4, Cho  $\widehat{ABC} = 60^\circ$ ;  $BC = 2a$ ;  $AD = a$

Tính AC, đường cao AH của ABC và bán kính đường tròn ngoại tiếp tứ giác ADEF.

### **ĐỀ 34 \***

**Bài 1:**

Xét biểu thức:

$$P = \frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{4}-\sqrt{5}} - \dots + \frac{1}{\sqrt{1992}-\sqrt{1993}}$$

a) Rút gọn P

b) Giá trị của P là số hữu tỷ hay số vô tỷ ? Tại sao?

**Bài 2:**

Rút gọn:

$$\left[ \frac{y^2 - yz + z^2}{x} + \frac{x^2}{y+z} - \frac{3}{\frac{1}{y} + \frac{1}{z}} \right] \frac{\frac{2}{y} + \frac{2}{z}}{\frac{1}{yz} + \frac{1}{xy} + \frac{1}{xz}} + (x+y+z)^2$$

**Bài 3:**

Giải phương trình

$$\frac{1}{3}x^4 + \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{2}x = \frac{1}{3}$$

**Bài 4:**

Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} |x+2| + |y-3| = 8 \\ |x+2| - 5y = 1 \end{cases}$$

**Bài 5:**

Giải phương trình

$$\sqrt{4 - \sqrt{4+x}} = x$$

**Bài 6:**

Cho  $y = -\frac{1}{2}x^2$  (p)

a) Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số

b) Lập phương trình đường thẳng (D) qua (-2;2) và tiếp xúc với (p)

**Bài 7:**

Câu 1: Tìm tất cả các số tự nhiên n sao cho  $n:9$  và  $n+1:25$

Câu 2: Tìm nghiệm nguyên của phương trình  $3x^2 + 5y^2 = 12$

**Bài 8:**

(Bài toán cổ Việt Nam)

Hai cây tre bị gãy cách gốc theo thứ tự 2 thước và 3 thước. Ngọn cây nọ chạm gốc cây kia. Tính từ chỗ thân 2 cây chạm nhau đến mặt đất.

**Bài 9:** Tam giác ABC có các góc nhọn, trực tâm H. Vẽ hình bình hành ABCD. Chứng minh rằng:  $ABH = ADH$

**Bài 10:** Cho hình chữ nhật ABCD và điểm E thuộc cạnh DC. Dựng hình chữ nhật có một cạnh là DE và có diện tích bằng diện tích hình chữ nhật ABCD.

### ĐỀ 35

**Câu 1:** (1.5đ)

Chọn các câu trả lời đúng trong các câu sau:

a. Phương trình:  $\sqrt{x+2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x+2\sqrt{x-1}} = 2$

Có nghiệm là: A. 1; B. 2; C.  $\frac{3}{2}$ ; D.  $1 \leq x \leq 2$

b. Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp trong đường tròn tâm (O), các cung nhỏ AB, BC, CA có số đo lần lượt là:  $x+75^\circ$ ;  $2x+25^\circ$ ;  $3x-22^\circ$ . Một góc của tam giác có số đo là: A.  $57^\circ$ , B.  $59^\circ$ , C.  $61^\circ$ , D.  $60^\circ$

**Câu 2:** (0.5đ)

Hai phương trình:  $x^2+ax+1=0$  và  $x^2-x-a=0$  có 1 nghiệm chung khi a bằng:

A. 0, B. 1, C. 2, D. 3

**Câu 3:** (1đ).

Điền vào chỗ (.....) Trong hai câu sau:

a. Nếu bán kính của đường tròn tăng lên 3 lần thì chu vi của đường tròn sẽ ..... lần và diện tích của đường tròn sẽ ..... lần.

a. B. Trong mặt phẳng tọa độ ỹy .Cho A(-1;1); B(-1;2); C( $\sqrt{2}$ ;  $\sqrt{2}$ ) và đường tròn tâm O bán kính 2 .Vị trí của các điểm đối với đường tròn là.

Điểm

A: .....

Điểm

B

.....

Điểm

C

.....

PHẦN TỰ LUẬN:

**Câu 1:**(4đ) Giải phương trình:

a.  $(3x+4)(x+1)(6x+7)^2=6$ ; b.  $\sqrt{3x-5} + \sqrt{7-3x} = 5x^2 - 20x + 22$

**Câu 2:**(3.5đ) Ba số x;y;z thỏa mãn hệ thức :  $\frac{1}{x} + \frac{2}{y} + \frac{3}{z} = 6$

Xét biểu thức :  $P = x + y^2 + z^3$ .

a.Chứng minh rằng: $P \geq x + 2y + 3z - 3$ ?

b.Tìm giá trị nhỏ nhất của P?.

**Câu 4:**(4.5 đ).

Cho đường tròn tâm O đường kính  $AB = 2R$  và C là điểm thuộc đường tròn O ( $C \neq A; C \neq B$ ).Trên nửa mặt phẳng bờ AB có chứa điểm C.Kẻ tia ax tiếp xúc với đường tròn (O) .Gọi M là điểm chính giữa cung nhỏ AC , tia BC cắt Ax tại Q , tia AM cắt BC tại N.

a. Chứng minh các tam giác BAN và MCN cân?.

b. B.Khi  $MB = MQ$  tính BC theo R?.

**Câu 5:**(2đ)

Có tồn tại hay không 2006 điểm nằm trong mặt phẳng mà bất kỳ 3 điểm nào trong chúng cũng tạo thành một tam giác có góc tù?.

**ĐỀ 36 \*****Câu 1(2đ)**

$$\text{Cho } x = \sqrt[3]{7+5\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt[3]{7+5\sqrt{2}}}$$

Tính giá trị của biểu thức :  $A = x^3 + 3x - 14$

**Câu 2(2đ) :**

$$\text{Cho phân thức : } B = \frac{x^5 - 2x^4 + 2x^3 - 4x^2 + 3x + 6}{x^4 + 2x - 8}$$

1. Tìm các giá trị của x để B = 0.
2. Rút gọn B.

**Câu 3(2đ) :** Cho phương trình :  $x^2 + px + 1 = 0$  có hai nghiệm là a và b  
 phương trình :  $x^2 + qx + 2 = 0$  có hai nghiệm là b và c

Chứng minh hệ thức :  $(b-a)(b-c) = pq - 6$

**Câu 4(2đ) :** Cho hệ phương trình : 
$$\begin{cases} mx + 4y = 10 - m & (1) \\ x + my = 4 & (2) \end{cases} \quad (m \text{ là tham số})$$

1. Giải và biện luận hệ theo m.
2. Với giá trị nào của số nguyên m hệ có nghiệm (x,y) với x, y là các số nguyên dương.

**Câu 5(2đ) :** Giải phương trình :  $\sqrt{x+5-4\sqrt{x+1}} + \sqrt{x+10-6\sqrt{x+1}} = 1$

**Câu 6(2đ) :** Trong mặt phẳng toạ độ xOy cho tam giác ABC có các đường cao có phương trình là :  $y = -x + 3$  và  $y = 3x + 1$ . Đỉnh A có toạ độ là (2;4). Hãy lập phương trình các cạnh của tam giác ABC.

**Câu 7(2đ) :** Với  $a > 0$  ;  $b > 0$  cho trước và  $x, y > 0$  thay đổi sao cho :

$$\frac{a}{x} + \frac{b}{y} = 1. \quad \text{Tìm } x, y \text{ để } x + y \text{ đạt giá trị nhỏ nhất.}$$

**Câu 8(2đ) :** Cho tam giác vuông ABC ( $\hat{A} = 90^\circ$ ) có đường cao AH. Gọi trung điểm của BH là P. Trung điểm của AH là Q.

Chứng minh :  $AP \perp CQ$ .

**Câu 9(3đ) :** Cho đường tròn (O) đường kính AB. Một điểm M thay đổi trên đường tròn ( M khác A, B). Dựng đường tròn tâm M tiếp xúc với AB tại H. Từ A và B kẻ hai tiếp tuyến AC, BD đến đường tròn tâm M.

- a) Chứng minh CD là tiếp tuyến của (O).
- b) Chứng minh tổng AC+BD không đổi. Từ đó tính giá trị lớn nhất của AC.BD
- c) Lờy điểm N có định trên (O) . Gọi I là trung điểm của MN, P là hình chiếu của I trên MB. Tính quỹ tích của P.

**Câu 10(1đ) :** Hình chóp tam giác đều S.ABC có các mặt là tam giác đều. Gọi O là trung điểm đường cao SH của hình chóp.

Chứng minh rằng :  $\widehat{AOB} = \widehat{BOC} = \widehat{COA} = 90^\circ$ .

**ĐỀ 37****Bài 1** (5đ)

Giải các phương trình sau:

a,  $\sqrt{x^2 - 1} - x^2 + 1 = 0$

b,  $\sqrt{x+3} - 4\sqrt{x-1} + \sqrt{x+8} + 6\sqrt{x-1} = 4$

**Bài 2** (5đ) Cho biểu thức

$$P = \left( \frac{\sqrt{x}-2}{x-1} - \frac{\sqrt{x}+2}{x+2\sqrt{x}+1} \right) \left( \frac{1-x}{\sqrt{2}} \right)^2$$

a, Rút gọn P.

b, Chứng minh rằng nếu  $0 < x < 1$  thì  $P > 0$ .

c, Tìm giá trị lớn nhất của P.

**Bài 3:** (5đ) Chứng minh các bất đẳng thức sau.

a, Cho  $a > c$ ,  $b > c$ ,  $c > 0$ .

Chứng minh :  $\sqrt{c(a-c)} + \sqrt{c(b-c)} \leq \sqrt{ab}$

b, Chứng minh.

$$\frac{2005}{\sqrt{2006}} + \frac{2006}{\sqrt{2005}} > \sqrt{2005} + \sqrt{2006}$$

**Bài 4:** (5đ)

Cho  $\Delta AHC$  có 3 góc nhọn, đường cao HE. Trên đoạn HE lấy điểm B sao cho tia CB vuông góc với AH, hai trung tuyến AM và BK của  $\Delta ABC$  cắt nhau ở I. Hai trung trực của các đoạn thẳng AC và BC cắt nhau tại O.

a, Chứng minh  $\Delta ABH \sim \Delta MKO$

b, Chứng minh  $\sqrt{\frac{IO^3 + IK^3 + IM^3}{IA^3 + IH^3 + IB^3}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$



**ĐỀ 38****Câu I:** ( 6 điểm ):**Câu 1**( 2điểm ): Giải phương trình

$$\sqrt{x+15+8\sqrt{x-1}} + \sqrt{x+15-8\sqrt{x-1}} = 7$$

**Câu 2** ( 2điểm ): Giải phương trình

$$(x-1)(x-3)(x+5)(x+7) = 297$$

**Câu 3** ( 2 điểm ) : Giải phương trình

$$\frac{ax-1}{x-1} + \frac{2}{x+1} = \frac{a(x^2+1)}{x^2+1}$$

**Câu II** ( 4 điểm )**Câu 1** ( 2điểm ): Cho  $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c} \neq 0$  và  $abc \neq 0$ 

Rút gọn biểu thức sau:  $X = \frac{x^2 + y^2 + z^2}{(ax + by + cz)^2}$

**Câu 2**(2điểm) : Tính  $A = \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{4}} + \dots +$ 

$$\frac{1}{\sqrt{2004} + \sqrt{2005}}$$

**Câu III** ( 4 điểm )**Câu 1** ( 2 điểm ) : Cho  $x > 0$  ;  $y > 0$  và  $x + y = 1$ 

Tìm giá trị nhỏ nhất của:

$$M = \left(x + \frac{1}{y}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{x}\right)^2$$

**Câu 2** ( 2 điểm ): Cho  $0 \leq x, y, z \leq 1$  CMR

$$\frac{x}{yz+1} + \frac{y}{xz+1} + \frac{z}{xy+1} \leq 2$$

**Câu IV** : Cho tứ giác ABCD có  $\widehat{B} = \widehat{D} = 90^\circ$ . Gọi M là một điểm trên đường chéo AC sao cho  $\widehat{ABM} = \widehat{DBC}$  và I là trung điểm AC.**Câu 1**: CM:  $\widehat{CIB} = 2\widehat{BDC}$ **Câu 2**:  $\triangle ABM \cong \triangle DBC$ **Câu 3**:  $AC \cdot BD = AB \cdot DC + AD \cdot BC$ **Câu V** : Cho hình chóp S.ABC có các mặt bên và mặt đáy là các tam giác đều cạnh 8cm

a/ Tính diện tích toàn phần của hình chóp

b/ Tính thể tích của hình chóp.

**ĐỀ 39 \***

**Bài 1:** - Cho  $M = \left( \frac{x+2}{3x} + \frac{2}{x+1} - 3 \right) : \frac{2-4x}{x+1} - \frac{3x-x^2+1}{3x}$ .

- Rút gọn biểu thức M.
- Tính giá trị của biểu thức M khi  $x = 5977$ ,  $x = \sqrt{3+2\sqrt{2}}$ .
- Với giá trị nào của x thì M có giá trị nguyên.

**Bài 2:** Tìm giá trị của M để:

- $m^2 - 2m + 5$  có giá trị nhỏ nhất
- $\frac{2m^2+5}{2m^2+1}$  có giá trị lớn nhất.

**Bài 3:** Rút gọn biểu thức

$$A = \sqrt{5} - \sqrt{3 - \sqrt{29 - 12\sqrt{5}}}$$

**Bài 4:** Cho  $B = \frac{\sqrt{a+6}}{\sqrt{a+1}}$

- Tìm các số nguyên a để B là số nguyên.
- Chứng minh rằng với  $a = \frac{4}{9}$  thì B là số nguyên.
- Tìm các số hữu tỷ a để B là số nguyên.

**Bài 5:** Cho tam giác ABC từ điểm D bất kỳ trên cạnh BC ta dựng đường thẳng d song song với trung tuyến AM. Đường thẳng d cắt AB ở E cắt AC ở F.

- Chứng minh  $\frac{AE}{AF} = \frac{AB}{AC}$ .
- Chứng minh  $DE + DF = 2AM$

## ĐỀ 40\*

### Câu1 (6 điểm):

a) Chứng minh biểu thức:

$$A = \frac{6x - (x+6)\sqrt{x} - 3}{2(x-4\sqrt{x}+3)(2-\sqrt{x})} - \frac{3}{10\sqrt{x}-2x-12} - \frac{1}{3\sqrt{x}-x-2}$$

không phụ thuộc vào x.

b) Chứng minh nếu a, b, c và a', b', c' là độ dài các cạnh của hai tam giác đồng dạng thì:

$$\sqrt{aa'} + \sqrt{bb'} + \sqrt{cc'} = \sqrt{(a+b+c)(a'+b'+c')}$$

c) Tính:  $B = \sqrt{17-4\sqrt{9+4\sqrt{5}}} + \sqrt[4]{28-16\sqrt{3}}$

### Câu2 (4 điểm):

Giải các phương trình:

a)  $10x^3 - 17x^2 - 7x + 2 = 0$

b)  $\sqrt{4x^2 - 4x + 1} + \sqrt{4x^2 + 12x + 9} = 4$

### Câu3 (2 điểm):

Cho a, b, c là độ dài ba cạnh của tam giác có chu vi bằng 2.

Chứng minh:  $(a+b+c)^2 - (a^2 + b^2 + c^2) - 2abc > 2$

### Câu 4 (2 điểm):

Chứng minh khi m thay đổi, các đường thẳng có phương trình:

$(2m-1)x + my + 3 = 0$  luôn đi qua một điểm cố định.

### Câu 5 (6 điểm):

Cho điểm M nằm trên đường tròn (O), đường kính AB. Dựng đường tròn (M) tiếp xúc với AB. Qua A và B, kẻ các tiếp tuyến AC; BD tới đường tròn (M).

a) Chứng minh ba điểm C; M; D thẳng hàng.

- b) Chứng minh  $AC + BD$  không đổi.
- c) Tìm vị trí của điểm  $M$  sao cho  $AC \cdot BD$  lớn nhất.