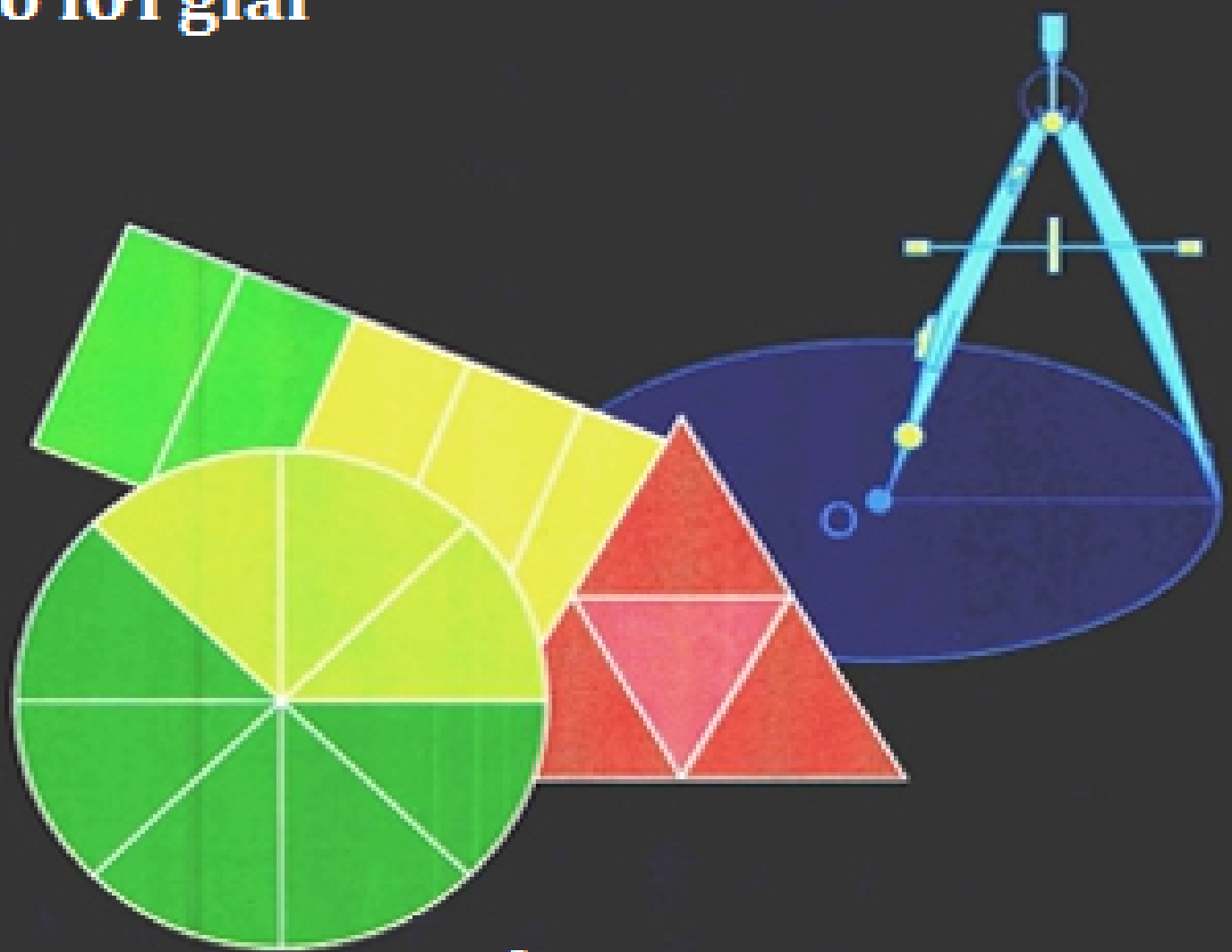


CHUYÊN ĐỀ BỒI DƯỠNG **HỌC SINH GIỎI** TOÁN 4-5

Có lời giải



TỦ SÁCH LUYỆN THI

PHẦN I: CÁC BÀI TOÁN VỀ SỐ VÀ CHỮ SỐ

PHẦN I: SỐ VÀ CHỮ SỐ

Tạ Văn Khôi

I. Kiến thức cần ghi nhớ

1. Dùng 10 chữ số để viết số là: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.
2. Có 10 số có 1 chữ số: (Từ số 0 đến số 9)
Có 90 số có 2 chữ số: (từ số 10 đến số 99)
Có 900 số có 3 chữ số: (từ số 100 đến 999)
3. Số tự nhiên nhỏ nhất là số 0. Không có số tự nhiên lớn nhất.
4. Hai số tự nhiên liên tiếp hơn (kém) nhau 1 đơn vị.
5. Các số có chữ số tận cùng là 0, 2, 4, 6, 8 gọi là số chẵn. Hai số chẵn liên tiếp hơn (kém) nhau 2 đơn vị.
6. Các số có chữ số tận cùng là 1, 3, 5, 7, 9 gọi là số lẻ. Hai số lẻ liên tiếp hơn (kém) nhau 2 đơn vị.

II. Bài tập

Bài 1: Cho 4 chữ số 2, 3, 4, 6.

- a) Có bao nhiêu số có 3 chữ số khác nhau đ-ợc viết từ 4 chữ số trên? Đó là những số nào?
- b) Có bao nhiêu số có 4 chữ số khác nhau đ-ợc viết từ 4 chữ số trên? Hãy viết tất cả các số đó?

Bài giải

Lập bảng sau ta đ-ợc:

Hàng trăm	Hàng chục	Hàng đơn vị	Viết đ-ợc số
2	3	4	234
2	3	6	236
2	4	3	243
2	4	6	246
2	6	3	263
2	6	4	264

Nhận xét: Mỗi chữ số từ 4 chữ số trên ở vị trí hàng trăm ta lập đ-ợc 6 số có 3 chữ số khác nhau. Vậy có tất cả các số có 3 chữ số khác nhau là: $6 \times 4 = 24$ (số).

T-ơng tự phần (a) ta lập đ-ợc: $4 \times 6 = 24$ (số)

Các số đó là: 2346; 2364; 2436; 2463; 2634; 2643; 3246; 3264; 3426; 3462; 3624; 3642; 4236; 4263; 4326; 4362; 4623; 4632; 6243; 6234; 6432; 6423.

Bài 2: Cho 4 chữ số 0, 3, 6, 9.

- a) Có bao nhiêu số có 3 chữ số đ-ợc viết từ 4 chữ số trên?
- b) Tìm số lớn nhất và số bé nhất có 4 chữ số khác nhau đ-ợc viết từ 4 chữ số trên?

Bài giải

a, Chọn chữ số hàng trăm có ba cách: (không chọn số 0)

Chọn chữ số hàng chục có ba cách :

Chọn chữ số hàng đơn vị có hai cách:

Số các số có ba chữ số là: $3 \times 3 \times 2 = 18$ (số)

b, Số lớn nhất là: 9630; số bé nhất là: 3069

Bài 3: a) Hãy viết tất cả các số tự nhiên có 3 chữ số mà tổng các chữ số của nó bằng 3?

Bài giải

Vì $3 = 3+0+0$ ta có các số :300;120;102;210;201;111
 $= 1+2+0$
 $= 2+1+0$
 $= 1+1+1$

Bài 4: Cho số 1960. Số này sẽ thay đổi nh- thế nào? Hãy giải thích?

- a) Xóa bỏ chữ số 0.
số đó.
c) Đổi chỗ hai chữ số 9 và 6 cho nhau.

Bài giải

- a, Xóa bỏ chữ số 0 số đó giảm 10 lần;
b, Viết thêm chữ số 1 vào bên phải số đó số đó gấp lên 10 lần và 1 đơn vị;
c, Khi đổi chữ số 9 và số 6 cho nhau ta có : $1960 - 1690 = 270$ (đơn vị)

Bài 5: Hỏi có bao nhiêu số có 3 chữ số mà mỗi số có:

- a) 1 chữ số 5 b) 1 chữ số 6.

Bài giải

- a, Chọn chữ số 5 ở hàng trăm: Có 1 cách chọn : chọn 5 (L- u ý vì bài toán không yêu cầu các chữ số khác nhau)

- Chọn chữ số hàng chục có 9 cách: (chọn 0;1;2;3;4;6;7;8;9)

- Chọn Chữ số hàng đơn vị có 9 cách : (chọn 0;1;2;3;4;6;7;8;9)

Ta có : $1 \times 9 \times 9 = 81$ (số)

- b, Chọn chữ số 5 ở hàng chục 1 cách : (chọn 5)**

- Chọn chữ số hàng trăm có 8 cách:

- Chọn chữ số hàng đơn vị 9 cách:

Ta có : $1 \times 8 \times 9 = 72$ (số)

- c, Chọn chữ số hàng đơn vị là 5 có 1 cách. Trong tự ta có : $1 \times 8 \times 9 = 72$ (số)

Tổng các số lập đ- ợc là: $81+72+72= 225$ (số)

Đáp số: 225 số.

Bài 6: Cho ba chữ số: a, b, c khác chữ số 0 và $a > b; b > c$.

- a) Với ba chữ số đó, có thể lập đ-ợc bao nhiêu số có ba chữ số? (trong các số, không có chữ số nào lặp lại hai lần)

- b) Tính nhanh tổng của các số vừa viết được, nếu tổng của ba chữ số a, b, c là 18.

- c) Nếu tổng của các số có ba chữ số vừa lập được ở trên là 3330, hiệu của số lớn nhất và số bé nhất trong các số đó là 594 thì ba chữ số a, b, c là bao nhiêu?

Bài giải

- a) 6 số

- b) $222 \times (a + b + c) = 222 \times 18 = 3996$

- c) Theo kết quả ý b) ta có: $222 \times (a + b + c) = 3330$ Hay $a + b + c = 3330 : 222 = 15$

Mặt khác : $\overline{abc} > \overline{cba}$ nên $\overline{abc} - \overline{cba} = 595$. Đặt cột dọc ta có :
$$\begin{array}{r} \overline{abc} \\ - \overline{cba} \\ \hline \end{array}$$
 Vì $c < a$

nên $1c - a = 5$ nhớ 1. Xét hàng chục $1b - (b + 1) = 9$ nhớ 1. Vậy hàng trăm $a - (c + 1) = 5$ hay $a - c = 6$

Vậy nếu $a=9$ thì $c=3$ khi đó $b=15-9-3=3$ loại vì $b=c=3$

Nếu $a=8$ thì $c=2$ khi đó $b=15-8-2=5$ chọn vì $a>b>c$.

Nếu $a=7$ thì $c=1$ khi đó $b=15-7-1=7$ loại

PHẦN HAI

BỐN PHÉP TÍNH VỚI SỐ TỰ NHIÊN, PHÂN SỐ VÀ SỐ THẬP PHÂN

A. PHÉP CÔNG

I. KIẾN THỨC CẦN GHI NHỚ

- 1.** $a + b = b + a$

- 2.** $(a + b) + c = a + (b + c)$

- 3.** $0 + a = a + 0 = a$

- 4.** $(a - n) + (b + n) = a + b$

- 5.** $(a - n) + (b - n) = a + b - n \times 2$

- 6.** $(a + n) + (b + n) = (a + b) + n \times 2$

7. Nếu một số hạng đ-ợc gấp lên n lần, đồng thời các số hạng còn lại đ-ợc giữ nguyên thì tổng đó đ-ợc tăng lên một số đúng bằng $(n - 1)$ lần số hạng đ-ợc gấp lên đó.
8. Nếu một số hạng bị giảm đi n lần, đồng thời các số hạng còn lại đ-ợc giữ nguyên thì tổng đó bị giảm đi một số đúng bằng $(1 - \frac{1}{n})$ số hạng bị giảm đi đó.
9. Trong một tổng có số l-ợng các số hạng lẻ là lẻ thì tổng đó là một số lẻ.
10. Trong một tổng có số l-ợng các số hạng lẻ là chẵn thì tổng đó là một số chẵn.
11. Tổng của các số chẵn là một số chẵn.
12. Tổng của một số lẻ và một số chẵn là một số lẻ.
13. Tổng của hai số tự nhiên liên tiếp là một số lẻ.

II. Bài tập

Bài 1: Tính nhanh:

- a) $4823 + 1560 + 5177 + 8440$
 b) $10556 + 8074 + 9444 + 926 + 1000$
 c) $576 + 789 + 467 + 111$

Bài giải:

$$\begin{aligned}(4823 + 5177) + (1560 + 8440) &= 10.000 + 10.000 \\ &= 20.0000 \\ (10556 + 9444) + (8074 + 926) + 1000 &= 19500 + 9000 + 1000 \\ &= 29500 \\ 576 + 467 + 789 + 111 &= 1043 + 900 \\ &= 1943\end{aligned}$$

Bài 2: Tính nhanh:

- a) $\frac{5}{7} + \frac{7}{13} + \frac{19}{13} + \frac{6}{5} + \frac{9}{7} + \frac{9}{5}$
 b) $\frac{1}{11} + \frac{2}{11} + \frac{3}{11} + \frac{4}{11} + \frac{5}{11} + \frac{6}{11} + \frac{7}{11} + \frac{8}{11} + \frac{9}{11} + \frac{10}{11}$
 c) $\frac{1}{21} + \frac{2}{21} + \frac{3}{21} + \frac{4}{21} + \frac{5}{21} + \dots + \frac{17}{21} + \frac{18}{21} + \frac{19}{21} + \frac{20}{21}$
 d) $\frac{1}{10} + \frac{20}{100} + \frac{300}{1000} + \frac{4000}{10000}$

Bài giải:

$$\begin{aligned}a) \frac{5}{7} + \frac{7}{13} + \frac{19}{13} + \frac{6}{5} + \frac{9}{7} + \frac{9}{5} \\ &= \frac{5}{7} + \frac{9}{7} + \frac{7}{13} + \frac{19}{13} + \frac{6}{5} + \frac{9}{5} \\ &= \frac{14}{7} + \frac{26}{13} + \frac{15}{5} \\ &= 2 + 2 + 3 = 7 \\ b) \frac{1}{11} + \frac{2}{11} + \frac{3}{11} + \frac{4}{11} + \frac{5}{11} + \frac{6}{11} + \frac{7}{11} + \frac{8}{11} + \frac{9}{11} + \frac{10}{11} \\ &= \frac{(1+10) + (2+9) + (3+8) + (4+7) + (5+6)}{11} \\ &= \frac{11+11+11+11+11}{11} \\ &= \frac{11 \times 5}{11} = \frac{55}{11} = 5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 c) & \frac{1}{21} + \frac{2}{21} + \frac{3}{21} + \frac{4}{21} + \frac{5}{21} + \dots + \frac{17}{21} + \frac{18}{21} + \frac{19}{21} + \frac{20}{21} \\
 &= \frac{(1+20) + (2+19) + \dots + (10+11)}{21} \\
 &= \frac{21 \times 10}{21} = \frac{210}{21} = 10
 \end{aligned}$$

Bài 3: Tìm hai số có tổng bằng 1149, biết rằng nếu giữ nguyên số lớn và gấp số bé lên 3 lần thì ta đ-ợc tổng mới bằng 2061.

Bài giải

Khi gấp số bé lên ba lần thì tổng sẽ tăng: $3-1 = 2$ (lần số bé)

Hai lần số bé ứng với: $2061 - 1149 = 912$

Số bé là : $912 : 2 = 456$

Số lớn là : $1149 - 456 = 693$

Đáp số : 693; 456

Bài 4: Khi cộng một số thập phân với một số tự nhiên, một bạn đã quên mất dấu phẩy ở số thập phân và đặt tính nh- cộng hai số tự nhiên với nhau nên đã đ-ợc tổng là 807. Em hãy tìm số tự nhiên và số thập đó? Biết tổng đúng của chúng là 241,71.

Bài giải

Nhìn vào tổng đúng số thập phân có hai chữ số phần thập phân, khi viết nhầm nh- vậy số thập phân đã tăng lên 100 lần. Vậy tổng tăng lên $100 - 1 = 99$ (lần số thập phân)

99 lần số thập phân ứng với : $807 - 241,71 = 565,29$

Số thứ hai là : $565,29 : 99 = 5,71$

Số lớn là : $241,71 - 5,71 = 236$

Đáp số : 236; 5,71

Bài 5 : Cho số có hai chữ số. Nếu viết số đó theo thứ tự ng-ợc lại ta đ-ợc số mới bé hơn số phải tìm. Biết tổng của số đó với số mới là 143.

Bài giải

Vì $a+b=13$

Mà $b < a$ nên ta có : Nếu $a=9$ thì $b=4$ ta có số 94

$a=8$ thì $b=5$ 85

$a=7$ thì $b=6$ 76

Đáp số : 94; 85 ; 76

B. PHÉP TRỪ

I. KIẾN THỨC CẦN GHI NHỚ

1. $a - (b + c) = (a - c) - b = (a - b) - c$
2. Nếu số bị trừ và số trừ cùng tăng (hoặc giảm) n đơn vị thì hiệu của chúng không đổi.
3. Nếu số bị trừ đ-ợc gấp lên n lần và giữ nguyên số trừ thì hiệu đ-ợc tăng thêm một số đúng bằng $(n - 1)$ lần số bị trừ. ($n > 1$).
4. Nếu số bị trừ giữ nguyên, số trừ đ-ợc gấp lên n lần thì hiệu bị giảm đi $(n - 1)$ lần số trừ. ($n > 1$)
5. Nếu số bị trừ đ-ợc tăng thêm n đơn vị, số trừ giữ nguyên thì hiệu tăng lên n đơn vị.
6. Nếu số bị trừ giảm đi n đơn vị, số trừ giữ nguyên thì hiệu giảm đi n đơn vị.

II. Bài tập

Bài 1: Tính nhanh:

$$\begin{array}{l} \text{a) } 32 - 13 - 17 \\ \text{c) } 45 - 12 - 5 = 23 \end{array}$$

$$\text{b) } 1732 - 513 - 732 =$$

$$\text{d) } 2834 - 150 = 834$$

Bài giải

$$\text{a, } 32 - 13 - 17 = 32 - (13 + 17) = 2$$

$$\text{b, } 1732 - 513 - 732 = 1732 - 732 - 513 = 1000 - 513 = 487$$

$$\text{c, } 45 - 12 - 5 - 23 = 45 - 5 - (12 + 23) = 40 - 30 = 10$$

Bài 2: Tính nhanh:

$$\text{a) } \frac{34}{31} - \frac{19}{28} - \frac{3}{31} = 1 - \frac{19}{28} = \frac{9}{28}$$

$$\text{c) } \frac{7}{3} + \frac{11}{5} - \frac{4}{3} = 1 + \frac{11}{5} = \frac{16}{5}$$

$$\text{b) } \frac{18}{13} + \frac{55}{46} - \frac{5}{13} = 1 + \frac{55}{46} = \frac{101}{46}$$

$$\text{d) } \left(\frac{27}{25} - \frac{4}{9} \right) - \left(\frac{2}{25} - \frac{5}{9} \right) = 0$$

Bài 3: Tính nhanh

$$\text{a, } 46,55 - (20,33 + 25,67) = 0,55$$

Bài giải

$$\text{b, } 20 - (0,5 + 5,5) - (1,5 + 4,5) =$$

$$= 20 - 6 - 6 - 6 = 2$$

Bài 4: Hiệu hai số là 3,8. Nếu gấp số trừ lên hai lần thì đ-ợc số mới hơn số bị trừ là 4,9. Tìm hai số đã cho. (Vẽ sơ đồ để giải)

Bài giải

Cách giải không vẽ sơ đồ

Gọi số trừ là A, thì số bị trừ là A + 3,8.

Theo bài ra ta có : $A \times 2 - (A + 3,8) = 4,9$

$$\begin{array}{l} \text{Hay :} \quad A - 3,8 = 4,9 \\ \quad \quad A = 4,9 + 3,8 = 8,7 \end{array}$$

Số bị trừ là : $8,7 + 3,8 = 12,5$

Đáp số : 12,5; 8,7

Bài 5: Một mảnh v-ờn hình chữ nhật có chiều dài hơn chiều rộng 6,8m. Nếu ta bớt mỗi chiều đi 0,2m thì chu vi mới gấp 6 lần chiều rộng mới. Tính diện tích mảnh v-ờn ban đầu.

Bài giải

Khi bớt mỗi chiều đi 0,2 m thì nửa chu vi gấp chiều rộng số lần là:

$$6 : 2 = 3 \text{ (lần chiều rộng)}$$

Coi nửa chu vi là ba phần thì chiều rộng là 1 phần nh- thể .Vậy chiều dài sẽ ứng với:

$3 - 1 = 2$ (phần) Mặt khác khi cùng bớt đi ở chiều dài và chiều rộng cùng 1 số thì hiệu giữa chiều rộng và chiều dài không đổi. Nên 1 phần lúc sau (hay chiều rộng lúc sau) ứng với:

$$6,8 \times 1 = 6,8(m)$$

$$\text{Chiều dài lúc đầu là : } 6,8 \times 2 + 0,2 = 13,8(m)$$

$$\text{Chiều rộng lúc đầu là : } 6,8 + 0,2 = 7 (m)$$

$$\text{Diện tích mảnh v-ờn là : } 13,8 \times 7 = 96,6 (m^2)$$

Đáp số : 96,6 (m²)

Bài 6: Thay các chữ a, b, c bằng các chữ số thích hợp trong mỗi phép tính sau: (mỗi chữ khác nhau đ-ợc thay bởi mỗi chữ số khác nhau)

$$\begin{array}{r} \text{a. } \text{ab,b} \\ - \\ \text{c,c} \\ \hline \text{o,a} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{b. } \text{b,a} \\ - \\ \text{a,b} \\ \hline \text{2,7} \end{array}$$

Biết $a + b = 11$.

Bài giải

a, Xét chữ số hàng đơn vị $ab - c = 0$ nên suy ra hàng phần m-ời $b - c = a$ có nhớ và nhớ nhiều nhất là 1. $ab - (c+1) = 0$ Suy ra $c = 9$. từ đó suy ra $ab = 10 \Rightarrow a = 1$; $b = 0$

b,

Vì $a+b=11$ nên $b, a + a, b = 12, 1$
Mặt khác $b, a - a, b = 2, 7$ (ý b) Suy ra $b, a > a, b$

Đ- a về bài toán tổng hiệu ta có b, a là: $(12, 1 + 2, 7) : 2 = 7, 4$

a, b là: $7, 4 - 2, 7 = 4, 7$

Từ đây suy ra $a = 4$; $b = 7$

Đáp số a, $a = 1$; $b = 0$; $c = 9$

B, $a = 4$; $b = 7$

C. PHÉP NHÂN

I. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. $a \times b = b \times a$

2. $a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$

3. $a \times 0 = 0 \times a = 0$

4. $a \times 1 = 1 \times a = a$

5. $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$

6. $a \times (b - c) = a \times b - a \times c$

7. Trong một tích nếu một thừa số đ-ợc gấp lên n lần đồng thời có một thừa số khác bị giảm đi n lần thì tích không thay đổi.

8. Trong một tích có một thừa số đ-ợc gấp lên n lần, các thừa số còn lại giữ nguyên thì tích đ-ợc gấp lên n lần và ng-ợc lại nếu trong một tích có một thừa số bị giảm đi n lần, các thừa

số còn lại giữ nguyên thì tích cũng bị giảm đi n lần. ($n > 0$)

9. Trong một tích, nếu một thừa số đ-ợc gấp lên n lần, đồng thời một thừa số đ-ợc gấp lên m lần thì tích đ-ợc gấp lên $(m \times n)$ lần. Ng-ợc lại nếu trong một tích một thừa số bị giảm đi m lần, một thừa số bị giảm đi n lần thì tích bị giảm đi $(m \times n)$ lần. (m và n khác 0)

10. Trong một tích, nếu một thừa số đ-ợc tăng thêm a đơn vị, các thừa số còn lại giữ nguyên thì tích đ-ợc tăng thêm a lần tích các thừa số còn lại.

11. Trong một tích, nếu có ít nhất một thừa số chẵn thì tích đó chẵn.

12. Trong một tích, nếu có ít nhất một thừa số tròn chục hoặc ít nhất một thừa số có tận cùng là 5 và có ít nhất một thừa số chẵn thì tích có tận cùng là 0.

13. Trong một tích các thừa số đều lẻ và có ít nhất một thừa số có tận cùng là 5 thì tích có tận cùng là 5.

II. BÀI TẬP

Bài 1: Tính nhanh:

a. $8 \times 4 \times 125 \times 25$

b. $2 \times 178 \times 5$

c. $2,5 \times 16,27 \times 4$

d. $500 \times 3,26 \times 0,02$

e. $0,5 \times 0,25 \times 0,2 \times 4$

g. $2,7 \times 2,5 \times 400$

Bài giải

a, $8 \times 125 \times 4 \times 25 = 1000 \times 100 = 100000$

b, $2 \times 5 \times 178 = 1780$

c, $2,5 \times 4 \times 16,27 = 16,27$

d, $500 \times 0,02 \times 3,26 = 32,6$

e, $0,5 \times 0,2 \times 0,25 \times 4 =$

Bài 2: Tính nhanh:

a) $\frac{4}{7}x - \frac{5}{6} + \frac{3}{7}x - \frac{5}{6}$

c) $\frac{7}{9}x - \frac{8}{5} - \frac{7}{9}x - \frac{3}{5}$

b) $\frac{5}{9}x - \frac{1}{4} + \frac{4}{9}x - \frac{3}{12}$

d) $\frac{2006}{2005}x - \frac{3}{4} - \frac{3}{4}x - \frac{1}{2005}$

Bài giải

a, $\frac{5}{6} \times (\frac{4}{7} + \frac{3}{7}) = \frac{5}{6},$

b, $\frac{1}{4} \times (\frac{5}{9} + \frac{4}{9}) = \frac{1}{4}$

$$c, \frac{7}{9} \times (\frac{8}{5} - \frac{3}{5}) = \frac{7}{9}$$

d, 1

Bài 3: Tính bằng cách thuận tiện nhất:

$$a) \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \frac{5}{6}$$

$$b) \frac{1}{10} \times \frac{2}{9} \times \frac{3}{8} \times \frac{4}{7} \times \frac{5}{6} \times \frac{6}{5} \times \frac{7}{4} \times \frac{8}{3} \times \frac{9}{2}$$

Bài giải

$$a, \frac{1}{6}$$

$$b, \frac{1}{10}$$

Bài 4: Tính nhanh:

$$a) (81,6 \times 27,3 - 17,3 \times 81,6) \times (32 \times 11 - 3200 \times 0,1 - 32)$$

$$b) (13,75 - 0,48 \times 5) \times (42,75 : 3 + 2,9) \times (1,8 \times 5 - 0,9 \times 10)$$

$$c) (792,81 \times 0,25 + 792,81 \times 0,75) \times (109 - 900 \times 0,1 - 9)$$

Bài giải

$$a, 81,26 \times (27,3 - 17,3) \times (32 \times 11 - 32 \times 100 \times \frac{1}{10} - 32) \\ = 81,26 \times 10 \times (32 \times (11 - 10 - 1)) = 0$$

Bài 5: Tìm 2 số có tích bằng 5292, biết rằng nếu giữ nguyên thừa số thứ nhất và tăng thừa

số thứ hai thêm 6 đơn vị thì đ- ợc tích mới bằng 6048.

Bài giải

Sáu lần thừa số thứ nhất là: $6048 - 5292 = 756$

Thừa số thứ nhất là: $756 : 6 = 126$

Thừa số thứ hai là: $5292 : 126 = 42$

Bài 6: Một hình chữ nhật nếu giảm chiều dài đi 25% chiều dài thì chiều rộng phải thay đổi nh- thế nào để diện tích của hình không thay đổi?

Bài giải

Ta đổi $25\% = \frac{1}{4}$. Nếu chiều dài bớt đi $\frac{1}{4}$ tức là chiều dài chia cho 4 .để diện tích không đổi thì chiều rộng phải gấp lên 4 lần. Thât vậy ta có:

$$S = a \times b \Leftrightarrow S = a \times \frac{1}{4} \times b \times 4 = a \times b. \text{ Bài toán chứng minh xong.}$$

Bài 7: Tìm 2 số, biết tổng gấp 5 lần hiệu và bằng $\frac{1}{6}$ tích của chúng. (50 đề Nguyễn □ng)

Bài giải

Biểu thị Hiệu là 1 phần , thì tổng sẽ là 5 phần bằng nhau nh- thế. Nh- vậy thì tích sẽ ứng với 6 phần .Đ- a về bài toán tổng hiệu ta có:

Số lớn ứng với số phần là: $(5+1) : 2 = 3$ (phần)

Do vậy, Số bé ứng với: $3 - 1 = 2$ (phần)

Nh- thế ,tích sẽ bằng 3 lần số bé .Mà tích bằng số lớn nhân với số bé.

Nên số lớn bằng : $6 : 2 = 3$.

Số bé là : $6 : 3 = 2$.

Thử lại ta có : Tổng : $3 + 2 = 5$

Hiệu: $3 - 2 = 1$

Tích : $3 \times 2 = 6$

Rõ ràng tổng gấp 5 lần hiệu và bằng nửa tích: $(1 \times 5 = 5; 6 : 1 = 6)$

Bài 8: Tìm 2 số, biết tổng gấp 3 lần hiệu và bằng nửa tích của chúng. (50 đề , đề số 3)

Bài giải

Biểu thị Hiệu là 1 phần , thì tổng sẽ là 3 phần bằng nhau nh- thế. Nh- vậy thì tích sẽ ứng với 6 phần .Đ- a về bài toán tổng hiệu ta có:

Số lớn ứng với số phần là: $(3+1) : 2 = 2$ (phần)

Do vậy, Số bé ứng với: $3 - 2 = 1$ (phần)

Nh- thể ,tích sẽ bằng 6 lần số bé .Mà tích bằng số lớn nhân với số bé. Nên số lớn bằng 6.

Số bé là : $6:2=3$.

Thử lại ta có :Tổng : $3+6=9$

Hiệu: $6-3=3$

Tích : $3 \times 6=18$

Rõ ràng tổng gấp ba lần hiệu và bằng nửa tích: ($3 \times 3=9$; $18 :2=9$)

D. PHÉP CHIA

I. KIẾN THỨC CẦN GHI NHỚ (đọc kĩ tr- ớc khi làm bài tập)

1. $a : (b \times c) = a : b : c = a : c : b$ ($b, c > 0$)

2. $0 : a = 0$ ($a > 0$)

3. $a : c - b : c = (a - b) : c$ ($c > 0$)

4. $a : c + b : c = (a + b) : c$ ($c > 0$)

5. Trong phép chia, nếu số bị chia tăng lên (giảm đi) n lần ($n > 0$) đồng thời số chia giữ

nguyên thì th- ơng cũng tăng lên (giảm đi) n lần.

6. Trong một phép chia, nếu tăng số chia lên n lần ($n > 0$) đồng thời số bị chia giữ nguyên thì th- ơng giảm đi n lần và ng- ợc lại.

7. Trong một phép chia, nếu cả số bị chia và số chia đều cùng gấp (giảm) n lần ($n > 0$) thì th- ơng không thay đổi.

8. Trong một phép chia có d- , nếu số bị chia và số chia cùng đ- ợc gấp (giảm) n lần ($n > 0$) thì số d- cũng đ- ợc gấp (giảm) n lần.

II. BÀI TẬP

Bài 1: Tính nhanh:

a) $1875 : 2 + 125 : 2$

b) $20,48 : 3,2 + 11,52 : 3,2$

c) $62,73 : 8,4 + 21,27 : 8,4$

d) $43,3 : 2,5 - 19,3 : 2,5$

Bài giải

a, $(1875+125):2= 1000$

b, $(20,48 +11,52):2 = 16$

c, $(62,73 +21,27) : 2 =42$

d, $(43,3 +19,3):2,5=31.3$

Bài 2: Nam làm một phép chia có d- là số d- lớn nhất có thể có. Sau đó Nam gấp cả số bị chia và số chia lên 3 lần. ở phép chia mới này, số th- ơng là 12 và số d- là 24. Tìm phép chia Nam thực hiện ban đầu.

Bài giải

Trong một phép chia ,nếu gấp cả số bị chia;số chia lên ba lần thì th- ơng không thay đổi nh- ợng số d- cũng tăng lên ba lần. Do đó th- ơng trong phép chia của Nam là 12 và số d- ban đầu là:

$$24 : 3 = 8$$

Số chia là ban đầu là : $8 + 1 = 9$

Số bị chia là : $9 \times 12 + 8 = 116$

Đáp số : 116; 9

Bài 3: Số A chia cho 12 d- 8. Nếu giữ nguyên số chia thì số A phải thay đổi nh- thể nào để th- ơng tăng thêm 2 đơn vị và phép chia không có d- ?

Bài giải

Nếu phép chia tăng 1 đơn vị thì số A cần tăng: $12 \text{ — } 8 = 4$

Để th- ơng tăng 2 đơn vị thì số A cần tăng: $12 +4 = 16$

Đáp số : 16

Bài 4: Một số chia cho 18 d- 8. Để phép chia không còn d- và th- ơng giảm đi 2 lần thì phải thay đổi số bị chia nh- thể nào?

Bài giải

Để phép chia không có d- và th- ơng không đổi thì số bị chia cần bớt 8 đơn vị.

Để th- ơng giảm đi 2 lần thì số bị chia giảm đi 2 lần.

Vậy số bị chia phải giảm đi 2 lần và 8 đơn vị.

Bài 5: Nếu chia số bị chia cho 2 lần số chia thì ta đ- ợc 6. Nếu ta chia số bị chia cho 3 lần số th- ơng thì cũng đ- ợc 6. Tìm số bị chia và số chia trong phép chia đầu tiên.

Bài giải

Nếu chia một lần số chia ta có th-ơng là: $6 \times 2 = 12$
 Chia một lần cho 12 ta có số chia là: $6 : 3 = 2$
 Vậy số bị chia là: $12 \times 2 = 24$
 Đáp số : 24

Bài 6: Một phép chia có th-ơng là 6, số d- là 3. Tổng số bị chia, số chia và số d- bằng 195. Tìm số bị chia và số chia?

Bài giải

Vì số d- là 3 và th-ơng bằng 6 nên số bị chia gấp 6 lần số chia và 3 đơn vị. Bớt đi $3+3=6$ ta đ- a về bài toán tổng tỉ ta có: tổng là $195 - 6 = 189$
 Tổng số phần bằng nhau là: $6 + 1 = 7$ (phần)
 Số bị chia là : $189 : 7 \times 6 + 3 = 165$
 Số chia là $(165 - 3) : 6 = 27$

Đáp số : 165 ; 27

Bài 7: Cho 2 số, lấy số lớn chia cho số nhỏ đ- ợc th-ơng là 7 và số d- lớn nhất có thể có đ- ợc là 48. Tìm 2 số đó.

Bài giải

Vì số d- là số lớn nhất có thể có nên số chia là: $48 + 1 = 49$
 Vậy số lớn là $49 \times 7 = 343$
 Đáp số : số lớn : 343 ; số bé : 49

Bài 8: Hiệu 2 số là 33. Lấy số lớn chia cho số nhỏ đ- ợc th-ơng là 3 và số d- là 3. Tìm 2 số đó.

Bài giải

Coi số bé là 1 phần thì số lớn là 3 phần và 3 đơn vị . Vậy hiệu số phần giữa số lớn và số bé (hay 33 ứng với) là: 3 phần + 3 — 1 phần = 2 phần + 3 đơn vị
 Vậy 2 phần ứng với : $33 - 3 = 30$
 Vậy 1 phần là : $30 : 2 = 15$
 Số lớn là : $15 \times 3 + 3 = 48$
 Số bé là $48 - 33 = 15$

Đáp số : 48 ; 15

PHẦN III. TÍNH GIÁ TRỊ CỦA BIỂU THỨC

I. KIẾN THỨC CẦN GHI NHỚ

1. Biểu thức không có dấu ngoặc đơn chỉ có phép cộng và phép trừ (hoặc chỉ có phép nhân và phép chia) thì ta thực hiện các phép tính theo thứ tự từ trái sang phải.

$$\begin{array}{l} \text{Ví dụ: } 542 + 123 - 79 \\ \quad = 665 - 79 \\ \quad = 586 \end{array} \qquad \begin{array}{l} 482 \times 2 : 4 \\ = 964 : 4 \\ = 241 \end{array}$$

2. Biểu thức không có dấu ngoặc đơn, có các phép tính cộng, trừ, nhân, chia thì ta thực hiện các phép tính nhân, chia tr- ớc rồi thực hiện các phép tính cộng trừ sau.

$$\begin{array}{l} \text{Ví dụ: } 27 : 3 - 4 \times 2 \\ \quad = 9 - 8 \\ \quad = 1 \end{array}$$

3. Biểu thức có dấu ngoặc đơn thì ta thực hiện các phép tính trong ngoặc đơn tr- ớc, các phép tính ngoài dấu ngoặc đơn sau

$$\begin{array}{l} \text{Ví dụ: } 25 \times (63 : 3 + 24 \times 5) \\ \quad = 25 \times (21 + 120) \\ \quad = 25 \times 141 \\ \quad = 3525 \end{array}$$

II. BÀI TẬP

Bài 1: Viết dãy số có kết quả bằng 100:

a) Với 5 chữ số 1 .

b) Với 5 chữ số 5.

Bài giải

a, $111 - 11 = 100$

b, $(5+5+5+5) \times 5 = 20 \times 5 = 100$

Bài 4: Cho dãy tính: $128 : 8 \times 16 \times 4 + 52 : 4$. Hãy thêm dấu ngoặc đơn vào dãy tính đó sao cho:

a) Kết quả là nhỏ nhất có thể?

b) Kết quả là lớn nhất có thể?

Bài giải

$$a, 128 : (8 \times 16) \times (4 + 52) : 4 = 1 \times 14 = 14$$

$$\text{Hoặc } 128 : (8 \times 16 \times 4 + 52) : 4 = 128 : 564 : 4 = \frac{32}{141} : 4 = \frac{8}{141}$$

$$b, 128 : 8 \times 16 \times (4 + 52 : 4) = 3328$$

Bài 5: Hãy điền thêm dấu ngoặc đơn vào biểu thức sau:

$$A = 100 - 4 \times 20 - 15 + 25 : 5$$

a) Sao cho A đạt giá trị lớn nhất và giá trị lớn nhất là bao nhiêu?

b) Sao cho A đạt giá trị nhỏ nhất và giá trị nhỏ nhất đó là bao nhiêu?

Bài giải

$$a, (100 - 4) \times 20 - (15 + 25) : 5 = 1920 - 8 = 1912$$

$$b, 100 - (4 \times 20) - (15 + 25 : 5) = 20 - 20 = 0$$

Bài 6: Tìm giá trị số tự nhiên của a để biểu thức sau có giá trị nhỏ nhất, giá trị nhỏ nhất đó là bao nhiêu?

$$A = (a - 30) \times (a - 29) \times \dots \times (a - 1)$$

Bài giải

$$a = 30 \text{ thì } A = 0 \text{ thật vậy } A = (30 - 30) \times (30 - 29) \times \dots \times (30 - 1) = 0 \times 1 \times 2 \times \dots \times 29 = 0$$

Bài 7: Tìm giá trị của số tự nhiên a để biểu thức sau có giá trị lớn nhất, giá trị lớn nhất đó là bao nhiêu?

$$A = 2006 + 720 : (a - 6)$$

Bài giải

Để A lớn nhất thì $720 : (a - 6)$ đạt giá trị lớn nhất khi đó a - 6 đạt giá trị nhỏ nhất và lớn hơn 0. Hay $a - 6 = 1 \Rightarrow 720 : (a - 6) = 720 \Rightarrow 2006 + 720 : (a - 6) = 2006 + 720 = 2726$

Bài 8: Tính:

$$a) 1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}$$

$$b) 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}$$

Quy đồng từ d-ới và giải ng-ợc

từ d-ới

$$c) 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3}}$$

$$d) 2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + 4}}$$

$$e) 1 + \frac{1}{1 + \frac{2}{2 + 3}}$$

Phân số tử số có nhiều bài tập kiểu này. Nếu trong đề thi có kết quả thì nên giải ng-ợc từ cuối.
Ví dụ d-ới đây sẽ chứng tỏ điều đó:

$$\text{Bài 8b, Tìm các số tự nhiên a, b, c sao cho: } A = \frac{52}{9} = 5 + \frac{1}{a + \frac{1}{b + \frac{1}{c}}}$$

$$A = \frac{52}{9} = 5 + \frac{7}{9} \text{ (đổi ra hỗn số)}$$

$$= 5 + \frac{1}{\frac{9}{7}} = 5 + \frac{1}{1 + \frac{2}{7}} = 5 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{7}{2}}} = 5 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \frac{1}{2}}} = 5 + \frac{1}{a + \frac{1}{b + \frac{1}{c}}} \Rightarrow a=1; b=3; c=2$$

Bài tập t-ong tự $S = \frac{61}{7} = 8 + \frac{1}{a + \frac{1}{b + \frac{1}{c}}}$

$B = \frac{52}{7} = 7 + \frac{1}{a + \frac{1}{b + \frac{1}{c}}}$

Bài 9:

$2 + \frac{3}{4 - \frac{1}{2-y}} = 7$ $\frac{3}{4 - \frac{1}{2-y}} = 7 - 2 = 5$ (tìm số hạng) $4 - \frac{1}{2-y} = 3:5 = \frac{3}{5}$ (tìm số chia) $\frac{1}{2-y} = 4 - \frac{3}{5} = \frac{17}{5}$ (tìm số trừ) $2 - y = 1 : \frac{17}{5} = \frac{5}{17}$ (tìm số chia) $y = 2 - \frac{5}{17}$ (tìm số trừ) $y = \frac{29}{17}$	$b, 2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4 + \frac{1}{y}}} = \frac{157}{68}$ $\frac{1}{3 + \frac{1}{4 + \frac{1}{y}}} = \frac{157}{68} - 2 = \frac{21}{68}$ (tìm số hạng) $3 + \frac{1}{4 + \frac{1}{y}} = 1: \frac{21}{68} = \frac{68}{21}$ (tìm số chia) $\frac{1}{4 + \frac{1}{y}} = \frac{68}{21} - 3 = \frac{5}{21}$ $\frac{1}{y} = \frac{21}{5} - 4 = \frac{21-20}{5} = \frac{1}{5}$ (PSTS)
-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Bài 10 a, Tính tổng $S = 1 + 4 + 9 + \dots + 100 = 1 \times 1 + 2 \times 2 + 3 \times 3 + \dots + 10 \times 10 = 10 \times (10+1) \times (2 \times 10 + 1) : 6 = 385$

b, Điền dấu ngoặc vào chỗ thích hợp để $A = 1004$, biết $A = 11 \times 91 + 24 : 5 + 3$
 Ta có $A = 11 \times 91 + 24 : (5 + 3) = 1004$

Bài 11: a, Tìm số tự nhiên n sao cho:

$$\frac{121}{27} \times \frac{54}{11} < n < \frac{100}{21} : \frac{25}{126} \quad \text{Ta có: } \frac{121}{27} \times \frac{54}{11} < n < \frac{100}{21} : \frac{25}{126}$$

$$= \frac{22}{22} < n < \frac{24}{24} \Rightarrow n = 23$$

Bài 12: Tìm x là số tự nhiên biết:

a) $\frac{x}{17} = \frac{60}{204}$ Vì $207:17=12$ nên ta có

$$\frac{x}{17} = \frac{60}{204} = \frac{5 \times 12}{17 \times 12} = \frac{5}{17} \Rightarrow x = 5$$

b) $\frac{6+x}{33} = \frac{7}{11}$

$$\frac{6+x}{33} = \frac{7}{11} = \frac{7 \times 3}{11 \times 3} = \frac{21}{33} \Rightarrow 6+x=21$$

c) $\frac{12+x}{43-x} = \frac{2}{3}$

d) $\frac{x}{5} < \frac{3}{7}$

e) $1 < \frac{11}{x} < 2$

g) $1 < \frac{11}{x} < 2$

h, $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{2}{99}$ ($a < b$) vì $\frac{b-a}{a \times b} = \frac{2}{99} = \frac{2}{9 \times 11} \Rightarrow b-a=2$ nên $a < b$; $a \times b = 99$ vậy $a=9$
 $b=11$

Bài 17 Tính:

$$a, \frac{253 \times 75 - 161 \times 37 + 253 \times 25 - 161 \times 63}{100 \times 47 - 12 \times 3,5 - 5,8 : 0,1} = \frac{253 \times (75 + 25) - 161 \times (37 + 63)}{4700 - 42 - 58} = \frac{100 \times (253 - 161)}{4600} = \frac{9200}{4600}$$

$$c, \frac{2004 \times 37 + 20040 + 2 \times 2004 + 2004 \times 59 + 2004}{334 \times 321 - 201 \times 324 - 324 \times 101 - 18 \times 324}$$

$$d, A = \frac{27 \times 45 + 55 \times 27}{2 + 4 + 6 + \dots + 14 + 16 + 18}$$

Bài 18 Các bài toán tìm x,y

$$a, \text{ Tìm } y, \text{ biết: } (y - \frac{1}{2}) : (\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{90}) = \frac{1}{3}$$

Giải: Tính trong ngoặc tr-ớc.

$$b, \text{ Tìm } x, \text{ biết } 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{10} + \dots + \frac{1}{x + (x+1) : 2} = 1 \frac{1933}{1935}$$

$$\text{Phân số có dạng: } 1 + \frac{1}{\frac{(1+2) \times 2}{2}} + \frac{1}{\frac{(1+3) \times 3}{2}} + \dots + \frac{1}{\frac{x \times (x+1)}{2}} = 1 + \frac{1933}{1935} \text{ (bớt 1 cả 2 vế)}$$

$$= \frac{1}{\frac{(1+2) \times 2}{2}} + \frac{1}{\frac{(1+3) \times 3}{2}} + \dots + \frac{1}{\frac{x \times (x+1)}{2}} = \frac{1933}{1935}$$

$$= \frac{2}{2 \times 3} + \frac{2}{3 \times 4} + \frac{2}{4 \times 5} + \dots + \frac{2}{x \times (x+1)} = \frac{1933}{1935}$$

$$= 2 \times (\frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \dots + \frac{1}{x \times (x+1)}) = \frac{1933}{1935}$$

$$= 2 \times (\frac{1}{2} - \frac{1}{x+1}) = \frac{1933}{1935}$$

$$= 2 \times (\frac{x-1}{(x+1) \times 2}) = \frac{1933}{1935} \Rightarrow \frac{x-1}{x+1} = \frac{1933}{1935} \Rightarrow x = 1934$$

$$\text{Bài tập t-ơng tự: } 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{10} + \dots + \frac{1}{x + (x+1) : 2} = 1 \frac{2011}{2013}$$

$$1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{10} + \dots + \frac{1}{x + (x+1) : 2} = 1 \frac{933}{935}$$

$$c, \frac{x}{27} - \frac{2}{9} = \frac{6}{18} \text{ (Đề thi ks HSG Vĩnh T-ờng 2011)}$$

$$\frac{x}{27} = \frac{6}{18} + \frac{2}{9} = \frac{15}{27} \Rightarrow x = 15$$

Bài 19: Tìm y:

$$\frac{\left(3\frac{3}{4} : \frac{1}{4} + 2\frac{2}{5} \times 1\frac{1}{4}\right) - \left(\frac{7}{2} \times \frac{4}{5} - 1\frac{1}{5} : \frac{3}{2}\right)}{\left(1\frac{1}{2} + \frac{3}{4}\right) \times y} = 64$$

B=x+x×2+x×3+...+x×5=x×6+18090(khảo sát huyện Sông Lô)

Cùng bớt cả hai vế x×6 ta có x×9=18090

$$x = 18090 : 9 = 2010$$

Bài 20 Tìm x, biết

$$a, x - \frac{32}{43} = \frac{44}{43} \Rightarrow x = \frac{76}{43}$$

$$b, x - 10\frac{3}{7} = 11\frac{2}{7} \Rightarrow x = 21\frac{5}{7}$$

$$c, \frac{x+125}{5} + 100 = 125 \quad d, \frac{100-x+0,5 \times 2}{2} - 0,5 = 0$$

Bài 21 a, Tính $A = 1,1 + 2,2 + 3,3 + \dots + 8,8 + 9,9 = (1,1 + 9,9) \times 9 : 2 = 49,5$

$$B = 1 \frac{1}{2} \times 1 \frac{1}{3} \times 1 \frac{1}{4} \times \dots \times 1 \frac{1}{7} \quad (\text{đổi ra PS})$$

b, Ta có : $1+2=3$ (1)

$$4+5+6=7+8 \quad (2)$$

$$9+10+11+12=13+14+15 \quad (3)$$

a, Em hãy viết tiếp hàng thứ t-.

b, Trong ô thứ 100 có bao nhiêu số, số cuối cùng bằng bao nhiêu ? (Đề thi HSG năm 2009)

Giải

a, $16+17+18+19+20=21+22+23+24$ (4)

b, Xét nhóm (1) bên phải có 1 số hạng, bên trái có $(1+1)=2$ số hạng

Xét nhóm (2) bên phải có 2 số hạng, bên trái có $(2+1)=3$ số hạng

Xét nhóm (3) bên phải có 3 số hạng, bên trái có $(3+1)=4$ số hạng

Suy ra nhóm thứ 100 bên phải có 100 số hạng, bên trái có $100+1=101$ (số hạng)

Vậy nhóm thứ 100 có tất cả các số hạng là :

$$100+101=201 \quad (\text{số hạng})$$

Số hạng đầu tiên bên trái nhóm (1) có dạng : $1 \times 1 = 1$

Số hạng đầu tiên bên trái nhóm (2) có dạng : $2 \times 2 = 4$

Số hạng đầu tiên bên trái nhóm (3) có dạng : $3 \times 3 = 9$

Vậy

Số hạng đầu tiên bên trái nhóm (100) có dạng : $100 \times 100 = 10000$

Số hạng cuối cùng trong nhóm thứ 100 là : $1000 + 1 \times (201 - 1) = 10200$

$$\text{Đáp số : a, } 16+17+18+19+20$$

$$=21+22+23+24 \quad (4)$$

$$\text{b, } 201 : 10200$$

Bài tập tự (Đề thi KSCL HSG Vĩnh Phúc)

Ng- ời ta có 10 bao gạo nh- sau : 1kg ; 3kg ; 6kg ; 10kg ; ...

a, Em hãy ghi tiếp khối l- ượng của các bao còn lại.

b. Nếu ng- ời ta muốn lấy 1 tạ từ các bao nguyên thì có thể chọn những bao nào ?

Giải

a,

Ta có bao số 1 là $1=1$

Ta có bao số 2 là $3=1+2$

Ta có bao số 3 là $6=1+2+3$

Ta có bao số 4 là $10=1+2+3+4$ nên ta có các bao tiếp theo là :

Ta có bao số 5 là $15=1+2+3+4+5$

Ta có bao số 6 là $21=1+2+3+4+5+6$

Ta có bao số 7 là $28=1+2+3+4+5+6+7$

Ta có bao số 8 là $36=1+2+3+4+5+6+7+8$

Ta có bao số 9 là $45=1+2+3+4+5+6+7+8+9$

Ta có bao số 10 là $55=1+2+3+4+5+6+7+8+9+10$

b, 1 tạ = 100kg mà $100=45+55=45+36+15+3+1=...$

Bài 22 Điền dấu ngoặc vào phép tính để đ- ợc kết quả là 2009

a, $34 \times 59 + 24 : 6 + 2$

Giải

a, $34 \times 59 + 24 : (6 + 2) = 2009$

b, Điền dấu ngoặc để biểu thức có giá trị lớn nhất $B = 34 \times 59 + 6 : 2$

Để B có giá trị lớn nhất thì $B = 34 \times (59 + 6 : 2) = 34 \times 62 = 2108$

c, Xét dãy số sau : $\frac{1}{2}; \frac{3}{5}; \frac{8}{13}; \frac{21}{34}; \dots$ Viết số hạng thứ 5 trong dãy

Giải Quy luật của dãy số là :

$$\begin{aligned}1+2 &= 3 \\ 2+3 &= 5 \\ 5+8 &= 13 \\ 8+13 &= 21\end{aligned}$$

Vậy tử của phân số tiếp theo là : $13+21=34$

Vậy mẫu của phân số tiếp theo là : $21+34=55$

- Biết $\frac{6765}{10964}$ là một số hạng trong dãy , viết số hạng đứng tr-ớc nó (Đề thi HSG 2008)

Giải

Mẫu số của phân số tr-ớc nó là : $10964 - 6765 = 4199$

Tử số của phân số tr-ớc nó là : $6765 - 4199 = 2566$ Vậy phân số cần tìm là : $\frac{2566}{4199}$

Bài 23 Đề thi HSG năm 2010 -2011

A, Tính $A = 12,3 \times 3,5 + 12,3 \times 2,4 + 12,3 \times 4,1 = 12,3 \times (3,5 + 2,4 + 4,1) = 12,3 \times 10 = 123$

b, Viết tất cả phân số có tổng tử số và mẫu số bằng 10 và nhỏ hơn 1.

giải vì $10 = 0+10 ; 1+9 ; 2+8 ; 3+7 ; 4+6 \Rightarrow$ ta có $\frac{0}{10}; \frac{1}{9}; \frac{2}{8}; \frac{3}{7}; \frac{4}{6}$.

Bài tập t-ơng tự :Viết tất cả các PS có tổng tử và mẫu bằng 11 và lớn hơn 1

Bài 24 Cho nhóm số (1) ; (2,3) ; (4,5,6) ; ...a, Viết nhóm thứ 4

b, Nhóm thứ 100 có bao nhiêu số hạng.

c, Số hạng thứ 2 trong nhóm thứ 100 là số

nào ?

Bài giải

+ Nhóm 4 có dạng : (7,8,9,10)

+Nhóm 1 có 1 số hạng ; nhóm 2 có 2 số hạng ; nhóm 3 có 3 số hạng ;... ; nhóm 100 có 100 số hạng.

+Số hạng cuối cùng của nhóm 1 là :1

- Số cuối cùng của nhóm 2 là : $1+2=3$

- Số cuối cùng của nhóm 3 là : $1+2+3=6$

...

- Số hạng cuối cùng của nhóm 99 là : $1+2+3+\dots+99 = (1+99) \times 99 : 2 = 4950$

Vậy số hạng thứ hai trong nhóm thứ 100 là : $4950+2=4952$.

Bài tập t-ơng tự : Cho dãy số: $\frac{1}{1} + \frac{1}{5} + \frac{1}{15} + \frac{1}{34} + \dots$

a, Viết tiếp 3 phân số tiếp theo.

b, Phân số thứ 100 mẫu có bao nhiêu số hạng.

c, Số hạng thứ 2 trong mẫu số của PS thứ 100 là số nào? (Đề toán Khôi sáng tác)

Giải

a, Xét tử của tất cả các phân số đều bằng 1. Xét mẫu của từng phân số ta có:

Mẫu số của phân số thứ nhất là: $1=1$

Mẫu số của phân số thứ hai là: $5=2+3$

Mẫu số của phân số thứ ba là: $15=4+5+6$ vậy

Mẫu số của phân số thứ t- là: $7+8+9+10=34$

Mẫu số của phân số thứ năm là: $11+12+13+14+15=65$

Mẫu số của phân số thứ sáu là: $16+17+18+19+20+21=91$

Vậy ta có 3 phân số tiếp theo là: $\frac{1}{34}; \frac{1}{65}; \frac{1}{91}$

b, Xét mẫu của phân số thứ nhất có 1 số hạng. (Theo cách giải ý a)

Xét mẫu của phân số thứ hai có 2 số hạng. (Theo cách giải ý a)

Xét mẫu của phân số thứ ba có 3 số hạng. (Theo cách giải ý a)

...

Xét mẫu của phân số thứ 100 có 100 số hạng. (Theo cách giải ý a)

c/+Số hạng cuối cùng của mẫu PS 1 là :1

- Số cuối cùng của PS 2 là : $1+2=3$

- Số cuối cùng của PS 3 là : $1+2+3=6$

...
 - Số hạng cuối cùng của PS 99 là : $1+2+3+\dots+99=(1+99)\times 99 :2=4950$
 Vậy số hạng thứ hai trong nhóm thứ 100 là : $4950+2=4952$

Bài 23 b/ Dự kiến đề thi học sinh giỏi 2011-2012.(Đề khôi sáng tác)

Cho dãy số : $\frac{1}{1}; \frac{5}{15}; \frac{34}{65} \dots$

a, Hãy viết tiếp phân số tiếp theo.

b, Nếu viết phân số thứ 50 cả tử và mẫu d- ới dạng 1 tổng thì cả tử và mẫu gồm bao nhiêu số hạng.

c, Số hạng thứ nhất ở mẫu là số nào?

Bài giải

Phân số thứ nhất có dạng : $1=1$

Tử phân số thứ hai có dạng : $5=2+3$

Mẫu phân số thứ hai có dạng : $15=4+5+6$

Tử phân số thứ ba có dạng : $34=7+8+9+10$

Mẫu phân số thứ ba có dạng : $65=11+12+13+14+15$

...
 Vậy tử của phân số thứ t- là : $16+17+18+19+20+21=111$

Mẫu của phân số thứ t- là : $22+23+24+25+26+27+28=155$ ta có phân số : $\frac{111}{155}$

b, Gọi mẫu của phân số thứ nhất là nhóm 1 thì số hạng cuối cùng của mẫu PS 1 là : 1

- Gọi tử số của PS thứ hai là nhóm 2 thì số hạng cuối cùng của tử PS thứ 2 là : $1+2=3$

- Số cuối cùng của mẫu PS thứ 2 là : $1+2+3=6$

..... Ta lại có mẫu PS thứ 50 thuộc nhóm : $50 \times 2-1=99$, vậy tử PS thứ 50 thuộc nhóm $99-1=98$

Số hạng cuối cùng của nhóm thứ 98 hay tử PS thứ 50 là : $1++2+3+4+\dots+98=4751$

Vậy số hạng thứ hai trong nhóm thứ 99 là hay số hạng thứ nhất ở mẫu phân số thứ 50 là : $4751+1=4752$.

Bài 24. Cho dãy số : $\frac{1}{3}; \frac{11}{3}; 7; \frac{31}{3}; \dots$ a, Tính tổng của 100 số hạng đầu.

b, Trong 100 số hạng đầu có bao nhiêu số tự nhiên.

c, Tính tổng của các số tự nhiên trong 100 số hạng đầu.

Bài giải

a, Khoảng cách của các số hạng là : $\frac{10}{3}$

Số hạng thứ 100 là : $\frac{1}{3} + \frac{10}{3} \times (100-1) = \frac{991}{3}$

Tổng 100 số hạng

đầu là : $(\frac{1}{3} + \frac{991}{3}) \times 100 : 2 = \frac{49600}{3}$

b, Các số tự nhiên trong dãy là các phân số mà tử chia hết cho 3 theo nguyên tắc số thứ nhất chia 3 d- 1 ; số thứ 2 chia 3 d- 2, số thứ ba chia 3 d- 0. Xét phân số $\frac{991}{3}$

chia 3 d- 1 nên phân số tr- ớc nó là số tự nhiên. Số tự nhên đó là : $\frac{991}{3} - \frac{10}{3} = 327$

c, Ta có dãy 7 ; 17 ; 27 ; ... ; 327

Khoảng cách giữa các số tự nhiên là : $17-7=27-17=\dots=10$

Số số hạng là : $(327-7) : 10 + 1 = 33$ (số hạng)

Tổng các số tự nhiên trong 100 số hạng đầu là : $(7+327) \times 33 : 2 = 5511$

Bài tập t- ơng tự : Cho dãy số $\frac{1}{3}; 3\frac{2}{3}; 7; 10\frac{1}{3}; \dots$ a, Tìm số hạng thứ 100 trong dãy.

nhiên ;
b, Đếm trong 100 SH đầu có bao nhiêu số tự nhiên ;
c, Tính tổng của 100 SH đầu và tổng của các số tự nhiên vừa tìm được ở ý b.

G, CÁC BÀI TOÁN CHỌN LỌC

Bài 1

$$a, \text{ Tính : } S = \frac{2009 \times 2009 \times 20082008 - 2008 \times 2008 \times 20092009}{2008 \times 20072007}$$

$$\begin{aligned} \text{Ta có } S &= \frac{2009 \times 2009 \times 2008 \times 10001 - 2008 \times 2008 \times 2009 \times 10001}{2008 \times 2007 \times 10001} \\ S &= \frac{2009 \times 2008 \times 1001 \times (2009 - 2008)}{2008 \times 2007 \times 10001} \text{ (Rút gọn)} \\ S &= \frac{2009}{2007} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Bài tập tương tự 1a/ } & \frac{11 \times 11 \times 1010 - 10 \times 10 \times 1111}{10 \times 2020} \\ \text{1b/ } & \frac{2011 \times 2011 \times 20102010 - 2010 \times 2010 \times 20112011}{2010 \times 20092009} \end{aligned}$$

Bài 3 Tính $S = 1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 \dots - 100 + 101$

$$P = 5 - 5\frac{1}{2} + 6 - 6\frac{1}{2} + \dots - 99\frac{1}{2} + 100$$

$$A = 9,8 + 8,7 + 7,6 + \dots + 2,1 - 2,1 - 1,2 - \dots - 8,9 \quad \text{Gợi ý } (9,8 - 8,9)$$

Bài 4 Tìm x biết : $(x+1) + (x+4) + \dots + (x+28) = 155$

Khoảng cách giữa các số hạng là : $(x+4) - (x+1) = (x+7) - (x+4) = \dots = 3$

Số các số hạng là : $(x+28) - (x+1) : 3 + 1 = 10$ (số hạng)

Tổng của nhóm là : $(x+28+x+1) \times 10 : 2 = x \times 5 + 145 = 155 \Rightarrow x=1$

Bài 5 Tính tổng $S = 10,11 + 11,12 + 12,13 + \dots + 98,99 + 99,100$

$$S = 10,10 + 11,11 + 12,12 + \dots + 98,98 + 99,99$$

Khoảng cách của dãy số là : $11,11 - 10,10 = 12,12 - 11,11 = \dots = 99,99 - 98,98 = 1,01$

Số số hạng là : $(99,99 - 10,10) : 1,01 + 1 = 90$ (số hạng)

Tổng của dãy là : $(10,10 + 99,99) \times 90 : 2 = 4954,05$

$$\text{Bài 6 Cho } A = \frac{39,48 \times 17 + 83 \times 39,48}{1990 - 72 : (a - 6)}$$

Tìm giá trị của a để A có giá trị lớn

nhất

Giải :

Để A có giá trị lớn nhất thì $1990 - 72 : (a - 6)$ lớn nhất và lớn hơn 0 (không thể chia cho 0)

khi đó $72 : (a - 6)$ phải lớn nhất và nhỏ hơn 1990

$$B = (1 + 1\frac{1}{4} + 1\frac{1}{2} + 1\frac{3}{4} + 2 + 2\frac{1}{4} + 2\frac{1}{2} + 2\frac{3}{4} + \dots + 4\frac{3}{4}) : 23 \quad (\text{Tìm khoảng cách})$$

Bài 7 Tính giá trị biểu thức (đề thi khảo sát HSG huyện Sông Lô năm 2011)

$$a, T = \frac{3}{2} + \frac{7}{6} + \frac{13}{12} + \frac{21}{20} + \frac{31}{30}$$

$$T = 1 + \frac{1}{2} + 1 + \frac{1}{6} + 1 + \frac{1}{12} + 1 + \frac{1}{20} + 1 + \frac{1}{30}$$

$$T = 1 \times 5 + (\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30}) = 5 \times (\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{5 \times 6}) = 5 \times \frac{5}{6} = \frac{25}{6}$$

$$b, \text{ Tìm } x, \text{ biết : } (x - 35) \times 6 = 300 : 25 = 12$$

$$(x - 35) = 12 : 6$$

$$c, \text{ so sánh } \frac{21}{52} \text{ và } \frac{213}{523} ;$$

$$\frac{16}{27} \text{ và } \frac{15}{29}$$

Giải a, $\frac{21}{52} = 1 - \frac{31}{52} = 1 - \frac{310}{520}$ (1)

$\frac{213}{523} = 1 - \frac{310}{523}$ (2) Từ (1) và (2) $\Rightarrow \frac{310}{520} > \frac{310}{523}$ nên $1 - \frac{310}{520} < 1 - \frac{310}{523} \Rightarrow \frac{21}{52} < \frac{213}{523}$

b, $\frac{15}{29} < \frac{16}{29} < \frac{16}{27}$ nên $\frac{15}{29} < \frac{16}{27}$

Bài 8 đề thi KSCL HSG Vĩnh T- ờng năm 2011

a, Tính nhanh $\frac{2003 \times 14 + 1988 + 2001 \times 2002}{2002 + 2002 \times 503 + 504 \times 2002}$

b, So sánh

$\frac{1999}{2001}$ và $\frac{10}{12}$

Giải

b, $\frac{1999}{2001} = 1 - \frac{2}{2001}$; $\frac{10}{12} = 1 - \frac{2}{12}$ vì $\frac{2}{12} > \frac{2}{2001}$

c, $\frac{x}{27} - \frac{2}{9} = \frac{6}{18}$

c, $\frac{x}{27} = \frac{2}{9} + \frac{6}{18} = \frac{10}{18} = \frac{5}{9} \Rightarrow x = 15$

nên $1 - \frac{2}{2001} < 1 - \frac{2}{12}$ hay $\frac{10}{12} < \frac{1999}{2001}$

Bài 9 a, Tính nhanh : $\frac{2046 - (47 \times 48 - 47 \times 47 - 24 - 24 - 23)}{2 + 4 + 8 + \dots + 512 + 1024}$

b, $T = \frac{1}{5} - \frac{1}{4} + \frac{a}{b} = \frac{1}{20}$ (*) $\frac{a}{b}$ Tối giản

c, Tìm y biết $3 \times y \times (\frac{1}{2} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{12} \times \frac{1}{20} \times \frac{1}{30}) = \frac{3}{4}$ (Đề thi các huyện thị)

Giải :

a, $\frac{2046 - (47 \times 48 - 47 \times 47 - (24 + 23))}{2 + 4 + 8 + \dots + 512 + 1024} = \frac{2046 - (47 \times (48 - 47 - 1))}{2 + 4 + 8 + \dots + 512 + 1024} = \frac{2046}{2 + 4 + 8 + \dots + 512 + 1024}$

Đặt $S = 2 + 4 + 8 + \dots + 512 + 1024$ ta có

$S \times 2 = 4 + 8 + \dots + 1024 + 2048$

$S \times 2 - S = (4 + 8 + \dots + 1024 + 2048) - (2 + 4 + 8 + \dots + 512 + 1024) = 2048 - 2 = 2046$

vậy ta có $\frac{2046}{S} = \frac{2046}{2046} = 1$

b, $(\frac{1}{5} + \frac{a}{b}) - \frac{1}{4} = \frac{1}{20} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{1}{20} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} = \frac{1}{10}$

Bài 10 Tính giá trị biểu thức sau ;

a, $0,1 + 0,2 + 0,3 + \dots + 1,9 = (0,1 + 1,9) \times 19 : 2 = 19$

b, $(2010 \times 2011 + 2012 \times 2013) \times (1\frac{1}{2} : 1\frac{1}{2} - 1\frac{1}{3} \times \frac{3}{4}) = 0$

c, $1,3 - 3,2 + 5,1 - 7 + 8,9 - 10,8 + \dots + 35,5 - 37,4 + \dots + 41,2 - 43,1$

Giải : Khoảng cách giữa các số là : 1,9

Số các số hạng là : $(43,1 - 1,3) : 1,9 + 1 = 23$ (số số hạng)

$(3,2 - 1,3) + (7 - 5,1) + (10,8 - 8,9) + \dots + (43,1 - 41,2) = 1,9 \times 23 = 43,7$

Bài 11 a, Chứng tỏ rằng $\frac{1}{20} + \frac{1}{21} + \frac{1}{22} + \dots + \frac{1}{27} > \frac{8}{27}$ (Vì $\frac{1}{20} > \frac{1}{27}$)

Giải $\frac{1}{20} + \frac{1}{21} + \frac{1}{22} + \dots + \frac{1}{27} > \frac{1}{27} \times 8 = \frac{8}{27}$ nên $\frac{1}{20} + \frac{1}{21} + \frac{1}{22} + \dots + \frac{1}{27} > \frac{8}{27}$

Bài 12 : a, tìm y, biết $y + y : \frac{1}{2} + y : 0,25 + y : \frac{1}{8} = 15$

b, Không tính hãy so sánh : $\frac{2}{3} \times 20,09$ và $0,75 \times 20 \frac{1}{10}$ (Đề thi KSHSG Lập Thạch 2010)

Giải : $y + y : \frac{1}{2} + y : 0,25 + y : \frac{1}{8} = 15$; Hay $y + y \times \frac{2}{1} + y : \frac{1}{4} + y \times \frac{8}{1} = 15$

$$y + y \times \frac{2}{1} + y \times \frac{4}{1} + y \times \frac{8}{1} = 15$$

$$y \times (1 + 2 + 4 + 8) = 15$$

$$y \times 15 = 15 \Rightarrow y = 1$$

b, $\frac{2}{3} < 0,75 = \frac{3}{4}$ Mặt khác $20,09 < 20 \frac{1}{10} = 20,1$ nên $\frac{2}{3} \times 20,09 < 0,75 \times 20 \frac{1}{10}$

Bài 13 a, So sánh $\frac{25}{49}$ và $\frac{35}{71}$ b, $\frac{13}{15}$ và $\frac{133}{153}$ (Đề thi hết học phần Đại học SP Hà Nội)

c, Tính tổng $S = 1 \times 3 + 2 \times 4 + 3 \times 5 + \dots + 8 \times 10$

Đề xuất lời giải và cho một bài toán tương tự (Đề thi Đại học SPHN 2)

Giải a, $\frac{25}{49} > \frac{25}{50} = \frac{1}{2} = \frac{35}{70} > \frac{35}{71} \frac{25}{49} \Rightarrow \frac{25}{49} > \frac{35}{71}$

b, $\frac{13}{15} = 1 - \frac{2}{15} = 1 - \frac{20}{150}$ (1)

$\frac{133}{153} = 1 - \frac{20}{153}$ (2) Vì $\frac{20}{150} > \frac{20}{153}$ nên $1 - \frac{20}{150} < 1 - \frac{20}{153}$ nên $\frac{133}{153} > \frac{13}{15}$

HD Tách $3 = 2 + 1$; $4 = 3 + 1$; $5 = 4 + 1 \dots$ Do vậy ta có :

$$S = 1 \times (2 + 1) + 2 \times (3 + 1) + 3 \times (4 + 1) + \dots + 8 \times (9 + 1)$$

$$= (1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + \dots + 8 \times 9) + (1 \times 1 + 2 \times 1 + 3 \times 1 + \dots + 8 \times 1)$$

$$= 8 \times (8 + 1) \times (8 + 2) : 3 + (1 + 8) \times 8 : 2 = 276$$

Bài toán tương tự có thể là $S = (1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + \dots + 8 \times 9)$ Hoặc $1 \times 1 + 2 \times 2 + \dots + 8 \times 8$

Bài 14 a, tìm x, biết : $x : 6 \times 7,2 + 1,3 \times x + x : 2 + 15 = 19,95$

b, So sánh : $\frac{2001 \times 2011}{2005 \times 2005}$ với 1 (Đề thi KSCL HSG Vĩnh Phúc 2011)

Giải :

$$a, x \times \frac{1}{6} \times \frac{72}{10} + \frac{13}{10} \times x + x \times \frac{1}{2} + 15 = 19,95$$

$$b, \frac{2001 \times (2005 + 6)}{(2001 + 4) \times 2005}$$

$$x \times (\frac{12}{10} + \frac{13}{10} + \frac{1}{2}) = 19,95 - 15 = 4,95$$

$$x \times 9 = 4,95 \Rightarrow x = 5$$

$$= \frac{2001 \times 2005 + 2001 \times 6}{2001 \times 2005 + 2005 \times 4} > 1$$

Bài 15 a, Tìm y, biết : $\frac{2}{5} : \frac{3}{5} \times y + \frac{4}{7} = \frac{1}{3} + \frac{4}{7}$

b, $\frac{4}{3 \times 7} + \frac{4}{7 \times 11} + \dots + \frac{4}{23 \times 27}$ (Vĩnh Phúc)

Giải

$$a, \frac{2}{5} : \frac{3}{5} \times y + \frac{4}{7} = \frac{1}{3} + \frac{4}{7}$$

$$= \frac{2}{3} \times y = \frac{4}{7} + \frac{1}{3} - \frac{4}{7} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{3} : \frac{2}{3} = \frac{1}{2}$$

$$b, \frac{4}{3 \times 7} + \frac{4}{7 \times 11} + \dots + \frac{4}{23 \times 27}$$

$$= \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{23} - \frac{1}{24} = \frac{1}{3} - \frac{1}{24} = \frac{7}{24}$$

Bài 16 So sánh bằng cách hợp lí nhất

a, $\frac{13}{60}$ và $\frac{27}{100}$ b, $\frac{n+1}{n+1008}$ và $\frac{n-1}{n+1009}$ (Vĩnh Phúc)

Giải

a, Vì $\frac{13}{60} = \frac{26}{120} < \frac{27}{120} < \frac{27}{100}$ nên $\frac{13}{60} < \frac{27}{100}$	b, $\frac{n+1}{n+1008} > \frac{n-1}{n+1008} > \frac{n-1}{n+1009}$ nên $\frac{n+1}{n+1008} > \frac{n-1}{n+1009}$
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

CÁC BÀI TOÁN HAY TRÍCH DẪN TỪ TOÁN TUỔI THƠ

Bài 1

Cho số A biết: $A = 4 \times 4 \times 4 \times \dots \times 4 \times 25 \times 25 \times 25 \times \dots \times 25$ (100 thừa số 4, 100 thừa số 25)
.Hỏi A có bao nhiêu chữ số.

Giải

Ta cứ ghép (4×25) thành 1 nhóm ta có 100 nh- vậy. Ta lại có 4×25=100mỗi nhóm cho ta hai chữ số 0. Vậy 100 nhóm cho ta: 100×2=200(chữ số 0)

b/Tìm M, biết $M = \frac{1}{3} + \frac{13}{15} + \frac{33}{35} + \frac{61}{63} + \frac{97}{99}$ (TTT số 121 lời giải 123)

Giải

$$M = (1 - \frac{2}{3}) + (1 - \frac{2}{15}) + (1 - \frac{2}{35}) + (1 - \frac{2}{63}) + (1 - \frac{2}{99}) = 1 \times 5 - (\frac{2}{3} + \frac{2}{15} + \frac{2}{35} + \frac{2}{63} + \frac{2}{99})$$

$$= 5 - (\frac{2}{1 \times 3} + \frac{2}{3 \times 5} + \frac{2}{5 \times 7} + \frac{2}{7 \times 9} + \frac{2}{9 \times 11}) = 5 - (1 - \frac{1}{11}) = 5 - \frac{10}{11} = \frac{45}{11}$$

Bài 2 Tìm x, biết $S = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{10} + \dots + \frac{1}{x \times (x+1) : 2} = \frac{2009}{2011}$ (TTT số 113)

Giải Vì tách $3 = 1+2$; $6 = 1+2+3$; nên ta có:

$$S = \frac{1}{(1+2) \times 2} + \frac{1}{(1+3) \times 3} + \dots + \frac{1}{x \times (x+1)} = \frac{2}{2 \times 3} + \frac{2}{3 \times 4} + \dots + \frac{2}{x \times (x+1)} = \frac{2009}{2011}$$

$$S = 2 \times (\frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{x \times (x+1)}) = 2 \times (\frac{1}{2} - \frac{1}{(x+1)}) = 2 \times (\frac{x-1}{2 \times (x+1)}) = \frac{2009}{2011}$$

$$x-1 = 2009$$

$$x+1 = 2011 \Rightarrow x=2010$$

Bài 3 Xét dãy phân số: $\frac{1}{1}; \frac{2}{1}, \frac{1}{2}; \frac{3}{1}, \frac{2}{2}, \frac{1}{3}; \frac{4}{1}, \frac{3}{2}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}; \dots$

a, Hãy nêu quy luật của dãy và viết tiếp năm PS tiếp theo của dãy.

b, Phân số $\frac{50}{31}$ là PS thuộc nhóm thứ bao nhiêu và là PS thứ bao nhiêu trong dãy đó.

Giải

a, Các PS đ- ọc viết thành từng nhóm(phân cách bởi dấu chấm phẩy); có tổng của tử và mẫu lần l- ợt là 2; 3; 4; 5.... Trong mỗi nhóm thì mẫu đ- ọc viết theo thứ tự tăng dần 1; 2; 3...

Dados 5 PS tiếp theo là: $\frac{5}{1}, \frac{4}{2}, \frac{3}{3}, \frac{2}{4}, \frac{1}{5}$.

b, Theo cách chia nhóm nh- trên, tổng của tử và mẫu của nhóm thứ nhất là 2, của nhóm thứ hai là 3; của nhóm thứ ba là 4,... do đó PS $\frac{50}{31}$ thuộc nhóm thứ (50+31 -1 =)80 và là phân số thứ 31 của nhóm ấy.

Số l- ợng các phân số tr- ớc nhóm thứ 80 là : $1+2+3+\dots+79 = 3160$

PS $\frac{50}{31}$ là phân số thứ : $3160+31=3191$.

Bài tập t- ơng tự :

Xét dãy phân số: $\frac{1}{1}; \frac{2}{1}, \frac{1}{2}; \frac{3}{1}, \frac{2}{2}, \frac{1}{3}; \frac{4}{1}, \frac{3}{2}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}; \dots$

a, Hãy nêu quy luật của dãy và viết tiếp năm PS tiếp theo của dãy.

b, Phân số $\frac{56}{25}$ là PS thuộc nhóm thứ bao nhiêu và là PS thứ bao nhiêu trong dãy đó. (Hoặc $\frac{68}{13}$)

c, Phân số $\frac{70}{31}$ là PS thuộc nhóm thứ bao nhiêu và là PS thứ bao nhiêu trong dãy đó.

Bài 4 Tìm x:

a, $\frac{1}{5 \times 8} + \frac{1}{8 \times 11} + \frac{1}{11 \times 14} + \dots + \frac{1}{x \times (x+3)} = \frac{98}{1545}$

b, Tìm các số a, b, c để $\frac{1}{a+b+c} = 0,abc$ (Tìm đọc phân số, tử số tr – ang 14)

Giải

a, $S = \frac{1}{5 \times 8} + \frac{1}{8 \times 11} + \frac{1}{11 \times 14} + \dots + \frac{1}{x \times (x+3)} = \frac{98}{15450}$

$S \times 3 = \frac{3}{5 \times 8} + \frac{3}{8 \times 11} + \frac{3}{11 \times 14} + \dots + \frac{3}{x \times (x+3)} = \frac{294}{1545}$

$= \frac{1}{5} - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{11} + \frac{1}{11} - \frac{1}{14} + \dots + \frac{1}{x} - \frac{1}{x+3} = \frac{1}{5} - \frac{1}{x+3} = \frac{x-2}{5 \times (x+3)} =$

$S = \frac{x-2}{5 \times (x+3)} : 3 = \frac{294}{1545} : 3 = \frac{x-2}{15 \times (x+3)} = \frac{98}{1545} \Rightarrow x = 100$

b, Tóm tắt $\frac{1}{a+b+c} = \frac{abc}{1000}$ Quy đồng tử số ta có $\frac{abc}{abc \times (a+b+c)} = \frac{abc}{1000}$

$\frac{abc}{abc \times (a+b+c)} = 1000$ vì $1000 = 200 \times 5 = 250 \times 4 = 125 \times 8$ Lập bảng ta có ; a=1; b=2 ; c= 5
Đáp số abc = 125

Bài 5 Tìm các số a, b, c là những số thích hợp và khác nhau sao cho $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$ (TTT)

Giải : Ta quy - ước $a < b < c$ thì $\frac{1}{a} > \frac{1}{b} > \frac{1}{c}$ hay $\frac{1}{a} \times 3 > 1 \Rightarrow 1 < a < 3$ vậy a=2

ta có : $\frac{1}{2} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$

lập bảng ta tìm đ- ọc các giá trị của b và c.

Bài 6 a, Tìm x, biết $3 + 6 + 12 + \dots + \frac{x}{2} + x = 12285$; (Nhân đôi cả hai vế rồi tính)

b, Biết: $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4}$ và $a \times b \times c = 648$. Tính a+b+c=? (Đề thi các huyện thị năm 2010).

Giải

$\frac{a}{2} = \frac{b}{3} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{2}{3}; \frac{a}{2} = \frac{c}{4} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{2}{4}$

Mặt khác: $a \times b \times c = 648$

Lập bảng ta có:

a	b	c	$a \times b \times c = 648$	Kết luận
2	3	4	$2 \times 3 \times 4 = 24$	loại
4	6	8	$4 \times 6 \times 8 = 192$	loại
6	9	12	$6 \times 9 \times 12 = 648$	Chọn

a = 6 thì b = 9; c = 12 Vậy a + b + c = 6 + 9 + 12 = 27

Bài tập bổ sung a/ Biết: $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4}$ và $a \times b \times c = 192$ Tính a + b + c =?

b/ Biết: $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4}$ và $a \times b \times c = 1536$ Tính a + b + c =?

Bài 10 Tính $A = \frac{4}{3} \times \frac{4}{7} + \frac{4}{7} \times \frac{4}{11} + \dots + \frac{4}{95} \times \frac{4}{99}$

Giải $\frac{4}{3} \times \frac{4}{7} = \frac{4}{3} - \frac{4}{7}$ Nên ta có $A = \frac{4}{3} - \frac{4}{7} + \frac{4}{7} - \frac{4}{11} + \dots - \frac{4}{95} + \frac{4}{99} = \frac{4}{3} - \frac{4}{99} = \frac{128}{99}$

b, tìm y, biết: $3 \times y \times (\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{30}) = \frac{3}{4}$ (Đề thi các huyện thị năm 2010)

Bài 11 a, Tìm các số tự nhiên a, b sao cho: $\frac{a}{2} + \frac{b}{3} = \frac{a+b}{2+3}$ giải

Với a khác b khác 0 thì $\frac{a}{2} > \frac{a}{5}$ tương tự ta có $\frac{b}{3} > \frac{b}{5}$ nên $\Rightarrow \frac{a}{2} + \frac{b}{3} > \frac{a}{5} + \frac{b}{5} = \frac{a+b}{2+3} =$

$\frac{a+b}{5}$ Vậy chỉ xảy ra dấu bằng nếu a=b=0

b, Tìm a, b, c khác nhau sao cho: $\overline{a, bc} : (a+b+c) = 0,25$ (nhân 100 cả 2 vế)

Giải: $\overline{a, bc} : (a+b+c) = 0,25$ (nhân 100 với SBC và SC ta có)

$\overline{abc} : (a+b+c) \times 100 = 0,25 \Rightarrow \overline{abc} = (0,25 \times 100) \times (a+b+c);$

$99 < \overline{abc} < 1000$ nên $a + b + c > 3$ ta có bảng sau:

a+b+c	\overline{abc} $= (0,25 \times 100) \times (a+b+c);$	Thử lại	Kết luận
4	100	$1+0+0=1 < 4$	loại
5	125	$1+2+5=8 > 5$	loại
6	150	$1+5+0=6 = 6$	Chọn
7	175	$1+7+5=13 > 7$	loại
8	200	$2+0+2=4 < 8$	loại
9	225	$2+2+5=9 = 9$	loại vì a=b
10	250	$2+5+0=7 < 10$	loại
11	275	$2+5+7=14 > 11$	loại
12	300	$3+0+0=3 < 12$	loại

Bài 12: Cho $M = \frac{2011 - 4022 : (x - 2009)}{2009 \times 2010 \times 2011}$ Tìm x để biểu thức có giá trị nhỏ nhất. Giá trị nhỏ nhất đó bằng bao nhiêu?

Giải

Để M nhỏ nhất thì tử số nhỏ nhất hay $2011 - 4022 : (x - 2009) = 0$

Khi đó $4022 : (x - 2009) = 2011$ Hay $(x - 2009) = 2 \Rightarrow x = 2009 + 2 = 2011$

Bài 13 Tính:

a) $\frac{1}{11} \times (\frac{1111}{1212} + \frac{1111}{2020} + \dots + \frac{1111}{7272})$

b) $\frac{0,18 \times 5 + 0,9 \times 2 \times 0,2 + 0,6 \times 3 \times 2}{1 + 4 + 7 + \dots + 52 - 512}$

PHẦN IV: Dãy số

I. KIẾN THỨC CẦN GHI NHỚ

1. Đối với số tự nhiên liên tiếp :

a) Dãy số tự nhiên liên tiếp bắt đầu là số chẵn kết thúc là số lẻ hoặc bắt đầu là số lẻ và kết thúc bằng số chẵn thì số lượng số chẵn bằng số lượng số lẻ.

b) Dãy số tự nhiên liên tiếp bắt đầu bằng số chẵn và kết thúc bằng số chẵn thì số lượng số chẵn nhiều hơn số lượng số lẻ là 1.

c) Dãy số tự nhiên liên tiếp bắt đầu bằng số lẻ và kết thúc bằng số lẻ thì số lượng số lẻ nhiều hơn số lượng số chẵn là 1.

2. Một số quy luật của dãy số thường gặp:

- a) Mỗi số hạng (kể từ số hạng thứ 2) bằng số hạng đứng liền tr-ớc nó cộng hoặc trừ một số tự nhiên d.
b) Mỗi số hạng (kể từ số hạng thứ 2) bằng số hạng đứng liền tr-ớc nó nhân hoặc chia một số tự nhiên q (q > 1).
c) Mỗi số hạng (kể từ số hạng thứ 3) bằng tổng hai số hạng đứng liền tr-ớc nó.
d) Mỗi số hạng (kể từ số hạng thứ 4) bằng tổng các số hạng đứng liền tr-ớc nó cộng với số tự nhiên d rồi cộng với số thứ tự của số hạng ấy.
e) Mỗi số hạng đứng sau bằng số hạng đứng liền tr-ớc nó nhân với số thứ tự của số hạng ấy.
f) Mỗi số hạng bằng số thứ tự của nó nhân với số thứ tự của số hạng đứng liền sau nó.

3. Dãy số cách đều:

- a) Tính số l-ợng số hạng của dãy số cách đều:

$$\text{Số số hạng} = (\text{Số hạng cuối} - \text{Số hạng đầu}) : d + 1$$

(d là khoảng cách giữa 2 số hạng liên tiếp)

Ví dụ: Tính số l-ợng số hạng của dãy số sau:

$$1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, \dots, 94, 97, 100.$$

Ta thấy:

$$4 - 1 = 3$$

$$7 - 4 = 3$$

$$10 - 7 = 3$$

$$\dots \quad 97 - 94 = 3$$

$$100 - 97 = 3$$

Vậy dãy số đã cho là dãy số cách đều, có khoảng cách giữa 2 số hạng liên tiếp là 3 đơn vị. Nên số l-ợng số hạng của dãy số đã cho là:

$$(100 - 1) : 3 + 1 = 34 \text{ (số hạng)}$$

- b) Tính tổng của dãy số cách đều: (**đọc kĩ tr-ớc khi làm bài tập**)

$$\text{Tổng} = \frac{(\text{Số đầu} + \text{Số cuối}) \times \text{Số lượng số hạng}}{2}$$

$$\text{Số số hạng} = (\text{số cuối} - \text{số đầu}) : \text{khoảng cách} + 1$$

$$\text{Số hạng cuối} = \text{Số đầu} + \text{khoảng cách} \times (\text{số số hạng} - 1)$$

Ví dụ : Tổng của dãy số 1, 4, 7, 10, 13, ..., 94, 97, 100 là:

$$\frac{(1+100) \times 34}{2} = 1717$$

II. BÀI TẬP

Bài 1: Viết tiếp 3 số hạng vào dãy số sau:

a) 1, 3, 4, 7, 11, 18, ...

b) 0, 3, 7, 12, ...

c) 1, 2, 6, 24, ...

d) 1, 4, 7, 10, 13, 16, ...

e) 0, 2, 4, 6, 12, 22, ...

g) 1, 1, 3, 5, 17, ...

Bài 2: Viết tiếp 2 số hạng vào dãy số sau:

a) 10, 13, 18, 26, ...

b) 0, 1, 2, 4, 7, 12, ...

c) 0, 1, 4, 9, 18, ...

d) 5, 6, 8, 10, ...

e) 1, 6, 54, 648, ...

g) 1, 5, 14, 33, 72, ...

h) 2, 20, 56, 110, 182, ...

k) 1, 3, 3, 9, 27, ...

l) 1, 2, 3, 6, 12, 24, ...

m) 1, 4, 9, 16, 25, 36, ...

o) 2, 12, 30, 56, 90, ...

p) 1, 3, 9, 27, ...

q) 2, 6, 12, 20, 30, ...

t) 6, 24, 60, 120, 210, ...

Bài 3: Tìm số hạng đầu tiên của dãy sau. Biết mỗi dãy có 10 số hạng:

a) ..., 17, 19, 21, ...

b) ..., 64, 81, 100, ...

Bài 4: Tìm 2 số hạng đầu của các dãy số, trong mỗi dãy đó có 15.:

a) ..., 39, 42, 45.

b) ..., 4, 2, 0.

c) ..., 23, 25, 27, 29.

Giải :

1a, Kể từ số hạng thứ ba bằng tổng hai số hạng tr-ớc cộng với nhau. Nên ta có :

Số hạng thứ bảy là : $11+18=29$
 Số hạng thứ tám là : $18+29=47$
 Số hạng thứ chín là : $29+47=76$. Vậy ta có dãy a) 1, 3, 4, 7, 11, 18, 29, 47, 76.
 b, Kể từ số hạng thứ ba bằng tổng của số hạng đứng tr-ớc nó cộng với số thứ tự trong nhóm rồi cộng 1. Nên ta có :
 Số hạng thứ năm là : $12+5+1=18$;
 Số hạng thứ sáu là : $18+6+1=25$
 Số hạng thứ bảy là : $25+7+1=33$. Vậy ta có dãy b) 0, 3, 7, 12, 18, 25, 33.
 c, Kể từ số hạng thứ hai bằng số hạng đứng tr-ớc nó nhân với số thứ tự chỉ số hạng. Nên ta có:
 Số hạng thứ năm là: $24 \times 5 = 120$;
 Số hạng thứ sáu là: $120 \times 6 = 720$
 Số hạng thứ bảy là : $720 \times 7 = 5040$. Vậy ta có dãy: c) 1, 2, 6, 24, 120, 720, 5040.
 e, Kể từ số hạng thứ ba bằng tổng của ba số hạng tr-ớc nó. Nên ta có :
 Số hạng thứ bảy là : $6+12+22=40$
 g, Kể từ số hạng thứ ba bằng tích hai số hạng đứng tr-ớc nó cộng với 2. Nên ta có:
 Số hạng thứ năm là : $5 \times 17 + 2 = 87$
 Số hạng thứ sáu là: $17 \times 87 + 2 = 1481$

Bài giải

2a, Kể từ số hạng thứ ba bằng tổng hai số hạng đứng tr-ớc nó trừ đi 5 .Nên ta có:
 Số hạng thứ 5 là : $18+26-5=39$.
 b, Kể từ số hạng thứ ba bằng tổng hai số hạng đứng tr-ớc nó cộng với 1. Nên ta có :
 Số hạng thứ bảy là : $7+12+1= 20$.
 c, Kể từ số hạng thứ ba bằng tổng hai số hạng đứng tr-ớc nó cộng với số chỉ số thứ tự trong nhóm. Nên ta có :
 Số hạng thứ sáu là : $9+18+6=33$.
 d, Kể từ số hạng thứ ba bằng tổng của hai số hạng đứng tr-ớc nó trừ đi số chỉ số thứ tự trong nhóm .Nên ta có :
 Số hạng thứ năm là: $8+10-5=13$.
 d, Kể từ số hạng thứ hai ta có : $6=1 \times 2 \times 3$
 $54=6 \times 3 \times 3$
 $648=54 \times 3 \times 4$
 Vậy số thứ năm là : $=648 \times 3 \times 5$
 g, Số th- hai có dạng : $(1+1) \times 2 + 1 = 5$
 Số thứ ba có dạng : $(5+1) \times 2 + 2 = 14$
 Số thứ tư có dạng : $(14+1) \times 2 + 3 = 33$
 Vậy số thứ sáu có dạng : $(72+1) \times 2 + 5 = 151$
 Số thứ bảy có dạng : $(151+1) \times 2 + 6 = 310$. Vậy ta có dãy số :
 g) 1, 5, 14, 33, 72, 151, 310.
 h, ta có quy luật của dãy số : $2=1 \times 2$;
 $20=4 \times 5$
 $56=7 \times 8$.

o, Ta có quy luật của dãy số : $1 \times 2 = 2$
 $3 \times 4 = 12$
 $5 \times 6 = 30$

Số hạng thứ sáu là : $11 \times 12 = 132$
 Số hạng thứ bảy là : $13 \times 14 = 182$
 Ta có dãy : o) 2, 12, 30, 56, 90, 132, 182 .
 t, Ta có quy luật: $6=1 \times 2 \times 3$
 $24=2 \times 3 \times 4$
 $60=3 \times 4 \times 5$...
 Vậy số hạng thứ sáu là: $6 \times 7 \times 8 = 336$
 Số hạng thứ bảy là : $7 \times 8 \times 9 = 567$.
 Ta có dãy số: 6, 24, 60, 120, 210, 336, 567.
 Nội dung bài 3,4 quá dễ.

Bài 5: Cho dãy số : 1, 4, 7, 10, ..., 31, 34, ...

a) Tìm số hạng thứ 100 trong dãy. b) Số 2002 có thuộc dãy này không?

Giải :a)Khoảng cách của dãy số là :3

Nên số hạng thứ 100 là : $1+3 \times (100-1) = 318$

b) Nếu 2002 là số hạng của dãy thì : $(2002-1):3$. Thật vậy $(2002-1):3= 667$

Bài 6: Cho dãy số : 3, 18, 48, 93, 153, ...

a) Tìm số hạng thứ 100 của dãy. b) Số 11703 là số hạng thứ bao nhiêu của dãy?

Giải :Kể từ số hạng thứ nhất ta có : $3=15 \times 0+3$

$$18=15 \times 1+3$$

$$48=15 \times (1+2)+3$$

$$93=15 \times (1+2+3)+3$$

Vậy số hạng thứ 100 là :

$$15 \times (1+2+3+...+99)+3=74253$$

b) Muốn xác định 11703 có thuộc dãy không .Ta xét $11703-3$ có chia hết cho 15 không?

thật vậy : $11703-3 = 11700$

$11700:15 = 780$.Theo quy luật ở ý (a)nên ta có :

$$780 = 1+2+3+...+n = (n+1) \times n : 2 .\text{Hay } (n+1) \times n = 780 \times 2 = 1560;$$

$(n+1) \times n$ là tích của hai số tự nhiên liên tiếp có chữ số tận cùng bằng 0. Mặt khác $n < 100$ theo kết quả ý(a).Nên n có 2 chữ số trong đó $n+1$ là một số tròn chục.1560 chia hết cho 4 và 10. Ta dễ dàng tìm thừa số còn lại.

$$1560 : (4 \times 10) = 39 .\text{Vậy } n=39 \text{ để } n+1 =40$$

Bài tập t-ơng tự: Cho dãy số : 3, 16, 42, 81,...

a) Tìm số hạng thứ 100 của dãy. b) Số 10142 là số hạng thứ bao nhiêu của dãy?

Bài 7: Cho dãy số : 1,1 ; 2,2 ; 3,3 ; ... ; 108,9 ; 110,0 .

a) Dãy số này có bao nhiêu số hạng? b) Số hạng thứ 50 của dãy là số nào?

Giải:

a) Dễ dàng tìm đ-ợc khoảng cách và quy luật.

b) Giải theo công thức $SD+ KC \times (50-1)$

Bài 8: Hãy cho biết :

a) Các số 50 và 133 có thuộc dãy 90, 95, 100, ...hay không?

b) Số 1996 thuộc dãy 2, 5, 8, 11,...hay không?

c) Số nào trong các số 666, 1000, 9999 thuộc dãy 3, 6, 12, 24, ...?

Hãy giải thích tại sao?

Giải

a) Số hạng của dãy là 90 nên 50 không thuộc dãy; Dãy số chia hết cho 5 mà 133 không chia hết cho 5 nên không thuộc dãy.

b) Dãy chia 3 đ- 2 còn 1996 chia 3 đ- 1 nên không thuộc dãy. Kể từ số hạng thứ hai trong dãy đều là số chẵn. Dứng tr-ớc 666 là 333 (lẻ) nên 666 không thuộc dãy.

c) T-ơng tự 1000;9999 đều không thuộc dãy.

Bài 9: Cho dãy số 1, 7, 13, 19, 25, ...Hãy cho biết các số: 351, 400, 570, 686, 1975 có thuộc dãy số đã cho hay không?

Giải

Quy luật của dãy chia 6 đ- 1 mà $351:6=58$ đ- 3 nên không thuộc dãy. T-ơng tự xét các tr-ờng hợp còn lại.

Bài 10: a)Cho dãy số 1, 5, 9, 13, ..., 2005. Hỏi: Dãy số có bao nhiêu số hạng?

b)Cho dãy số :1, 5,15,34,... Hãy biến đổi mỗi số hạng trong nhóm thành 1 tổng và viết đến số hạng thứ 20.

Giải b,1=1

$$5=2+3$$

$$15=4+5+6$$

$$34=7+8+9+10....$$

PHẦN V: DẤU HIỆU CHIA HẾT

I. KIẾN THỨC CẦN GHI NHỚ (đọc kĩ tr-ớc khi làm bài tập)

1. Những số có tận cùng là 0, 2, 4, 6, 8 thì chia hết cho 2.
2. Những số có tận cùng là 0 hoặc 5 thì chia hết cho 5.
3. Các số có tổng các chữ số chia hết cho 3 thì chia hết cho 3.
4. Các số có tổng các chữ số chia hết cho 9 thì chia hết cho 9.
5. Các số có hai chữ số tận cùng lập thành số chia hết cho 4 thì chia hết cho 4.
6. Các số có hai chữ số tận cùng lập thành số chia hết cho 25 thì chia hết cho 25.
7. Các số có 3 chữ số tận cùng lập thành số chia hết cho 8 thì chia hết cho 8.
8. Các số có 3 chữ số tận cùng lập thành số chia hết cho 125 thì chia hết cho 125.
9. a chia hết cho m , b cũng chia hết cho m ($m > 0$) thì tổng $a + b$ và hiệu $a - b$ ($a > b$) cũng chia hết cho m .
10. Cho một tổng có một số hạng chia cho m dư r ($m > 0$), các số hạng còn lại chia hết cho m thì tổng chia cho m cũng dư r .
11. a chia cho m dư r , b chia cho m dư r thì $(a - b)$ chia hết cho m ($m > 0$).
12. Trong một tích có một thừa số chia hết cho m thì tích đó chia hết cho m ($m > 0$).
13. Nếu a chia hết cho m đồng thời a cũng chia hết cho n ($m, n > 0$). Đồng thời m và n chỉ cùng chia hết cho 1 thì a chia hết cho tích $m \times n$.
Ví dụ: 18 chia hết cho 2 và 18 chia hết cho 9 (2 và 9 chỉ cùng chia hết cho 1) nên 18 chia hết cho tích 2×9 .
14. Nếu a chia cho m dư $m - 1$ ($m > 1$) thì $a + 1$ chia hết cho m .
15. Nếu a chia cho m dư 1 thì $a - 1$ chia hết cho m ($m > 1$).

Một số a chia hết cho một số x ($x \neq 0$) thì tích của số a với một số (hoặc với một tổng, hiệu, tích, th-ơng) nào đó cũng chia hết cho số x .	$a : x \Rightarrow (A \times a) : x$
Tổng hay hiệu 2 số chia hết cho một số thứ ba và một trong hai số cũng chia hết cho số thứ ba đó thì cũng lại cùng chia hết cho số thứ ba.	$(a \pm b) : x; a : x \Rightarrow b : x$
Hai số cùng chia hết cho một số thứ 3 thì tổng hay hiệu của chúng cũng chia hết cho số đó.	$a : x; b : x \Rightarrow (a \pm b) : x$
Trong hai số, có một số chia hết và một số không chia hết cho số thứ ba đó thì tổng hay hiệu của chúng cũng chia hết cho số thứ ba đó.	$a : x; b : x \Rightarrow (a \pm b) : x$
Hai số cùng chia cho một số thứ ba và đều cho cùng một số dư thì hiệu của chúng chia hết cho số thứ ba đó	$a : x \text{ dư } r; b : x \text{ dư } r$ $(a - b) \text{ chia hết cho } x$
	$a : x \text{ dư } r_1; b : x \text{ dư } r_2$ Nếu $(r_1 + r_2) : x$ $\Rightarrow (a + b) : x$

Trong trường hợp tổng 2 số chia hết cho x thì tổng hai số đó phải chia hết cho x	
-------------------------------------------------------------------------------------	--

II. Bài tập

Bài 1: Tìm x để $37 + 2x5$ chia hết cho 3.

Giải: $(37 + 2x5) : 3$ khi $2x5$ chia 3 d- 2 hay $(2+5+x)$ chia 3 d- 2. $\Rightarrow x=1,4,7$.

Bài 2: Tìm a và b để số $\overline{a391b}$ chia hết cho 9 và chia cho 5 d- 1.

Giải: $\overline{a391b}$ chia 5 d- 1 thì $b=1;6$. Với $b=1$ Ta có: $\overline{a3911} : 3$. Hay $(a+14) : 9 \Rightarrow a=5$
 Với $b=6$ Ta có: $\overline{a3916} : 3$ Hay $(a+19) : 9 \Rightarrow a=8$

Bài 3: Tìm tất cả các số có 3 chữ số khác nhau \overline{abc} , biết: $\frac{\overline{ac}}{\overline{b7}} = \frac{2}{3}$.

Giải: $\frac{\overline{ac}}{\overline{b7}} = \frac{2}{3} = \frac{18}{27} \Rightarrow \overline{ac}=18; \overline{b7}=27$

Bài 4: Tìm số có 3 chữ số, biết rằng số đó chia cho 5 d- 3, chia cho 2 d- 1, chia cho 3 thì vừa hết và chữ số hàng trăm của nó là 8.

Giải: Số chia 5 d- 3 chia 2 d- 1 nên số đó có chữ số tận cùng là 3. Vậy số đó có dạng $8a3 : 3$ hay $11+a$ chia hết cho 3 $\Rightarrow a=1;4;7$. Ta có các số: 813;843;873.

Bài 5: Tìm một số lớn hơn 80, nhỏ hơn 100, biết rằng lấy số đó cộng với 8 rồi chia cho 3 thì d- 2. Nếu lấy số đó cộng với 17 rồi chia cho 5 thì cũng d- 2.

Giải: Số đó cộng 8 chia 3 d- 2 nên suy ra số đó cộng 6 chia hết cho 3. Suy ra số đó chia hết cho 3. Lập luận tương tự số đó chỉ hết cho 5. \Rightarrow số đó vừa chia hết cho 3 và 5 số đó là số 90.

Bài 6: Tìm số tự nhiên nhỏ nhất sao cho khi chia số đó cho 3, 4, 5 đều d- 1 và chia cho 7 thì không d-.

Giải: Nếu số đó bớt 1 thì chia hết cho 3,4,5 và chia 7 d- 6. Vậy số đó bớt 1 có chữ số tận cùng là 0. Suy ra số ban đầu có chữ số tận cùng là 1 chia hết cho 7 và chia 3 d- 1. Số nhỏ nhất có chữ số tận cùng là 1 chia hết cho 7 là 21;91;161;231;301, Chỉ có 301 thỏa mãn điều kiện bài toán.

Bài 7: Hãy viết thêm 2 chữ số vào bên phải và một chữ số vào bên trái số 45 để được số lớn nhất có 5 chữ số thỏa mãn tính chất chia số đó cho 4 d- 3, chia cho 5 d- 4, chia cho 9 d- 8.

Giải: Nếu thêm 1 đơn vị thì số đó sẽ chia hết cho 4;5;9. Vậy khi thêm 1 đơn vị thì số đó thì số đó có chữ số tận cùng là 9 hoặc 4. Vậy số cuối cùng sẽ là 3 hoặc 8. Suy ra hai chữ số tận cùng sẽ là 23;43;63;83 để chia 4 d- 3. (không chọn được số có 2 chữ số tận cùng là 8 chia 4 d- 3).

Để số lớn nhất thì chữ số hàng chục nghìn phải lớn nhất và chia 9 d- 8.

Ta có $x+4+5+2+3$ chia 9 d- 5 nên $x=3$

$x+4+5+4+3$ chia 9 d- 7 nên $x=2$

$x+4+5+6+3$ chia 9 d- 0 nên $x=8$

$x+4+5+8+3$ chia 9 d- 2 nên $x=7$ Vậy ta có số lớn nhất là: 84563

Bài 8: Tìm số \overline{abc} (với c khác 0), biết số \overline{abc} chia hết cho 45 và $\overline{abc} - \overline{cba} = 396$.

Giải: $\overline{abc} - \overline{cba} = 396$ nên $\overline{abc} > \overline{cba}$ hay $a > c$; $\overline{abc} : 45$ hay \overline{abc} mà c khác 0 nên $c=5$

Đặt cột dọc ta có:
$$\begin{array}{r} \overline{abc} \\ - \overline{cba} \\ \hline \end{array}$$
 Xét hàng đơn vị, Vì $c < a$ nên $1c - a = 9$ nhớ 1. hay $15 -$

$a=6 \Rightarrow 15-6=9$ vậy $a=9$. Ta có $9+b+5$ chia hết cho 9 $\Rightarrow b=4$

Bài 9: a, Cho A là số tự nhiên có 3 chữ số. Viết các chữ số của A theo thứ tự ngược lại ta được số tự nhiên B. Hỏi hiệu của 2 số đó có chia hết cho 3 hay không? Vì sao?
 b, Cho một số tự nhiên A, Viết các chữ số của A theo thứ tự ngược lại ta được số tự nhiên B. Biết B gấp 3 lần A. Hỏi B có chia hết cho 9 không?

Giải a) Gọi số đó là \overline{abc} khi viết ngược lại ta có \overline{cba} . Hiệu của chúng chia hết cho 3. Thật vậy theo bài ra ta có: $\overline{abc} - \overline{cba} = a \times 99 - c \times 99 = 99 \times (a - c) : 3$.

b) $B=A \times 3 \Rightarrow B:3 \Rightarrow$ tổng các chữ số của B chia hết cho 3. Mặt khác tổng các chữ số của B bằng tổng các chữ số của A nên A chia hết cho 3. Gọi k là th-ơng của A cho 3 ta có : $A=3 \times k$ hay $B=3 \times k \times 3 = k \times 9 = B:9$

Bài 10: Tìm một số tự nhiên nhỏ nhất khác 1, sao cho khi chia số đó cho 2, 3, 4, 5 và 7 đều d- 1.

Giải .Số nhỏ nhất chia hết cho 2;3;4;5;7 là 420 . Để tìm số nhỏ nhất chia cho 2;3;4;5;7 d- 1 ta cộng số đó thêm 1. Số đó là: $420+1=421$

Bài 11: Tìm các chữ số a, b, c sao cho $\overline{a7b8c9}$ chia hết cho 1001.

Giải $\overline{a7b8c9}$: 1001 th-ơng phải nà là số có 3 chữ số vì nếu th-ơng là số có 2 chữ số lớn nhất tích sẽ là: $99 \times 1001 = 99099 < \overline{a7b8c9}$ và nếu th-ơng có 4 chữ số nhỏ nhất thì tích là : $1000 \times 1001 = 1001000 > \overline{a7b8c9}$. Gọi mnp là th-ơng ta có : $\overline{a7b8c9} = mnp \times 1001$ Đặt cột dọc ta có : ta tính đ-ợc các giá trị một cách dễ dàng.

Bài 12: Một số chia cho 11 d- 6, chia cho 12 d- 5. Hỏi số đó chia cho 132 thì d- bao nhiêu?

Giải Gọi số đó là A ta có :

$$A = 11 \times q + 6 \quad (1)$$

$$A = 12 \times p + 5 \quad (2) \quad \text{nhân 12 với (1) nhân 11 với (2) ta có}$$

$$A \times 12 = (11 \times q + 6) \times 12 = 132 \times q + 72 \quad (3)$$

$$A \times 11 = (12 \times p + 5) \times 11 = 132 \times p + 55 \quad (4) \quad \text{Tr- (3) cho (4) ta có :}$$

$$A \times 1 = 132 \times (q - p) + 17 \quad \text{Vậy A chia cho 132 đ-ợc th-ơng là q-p và d- 17}$$

Bài 13: Số chia cho 6 d- 5, chia cho 5 d- 4 . Hỏi số a chia cho 30 thì d- bao nhiêu?

Đáp án d- 29

Bài 14: Hãy chứng tỏ hiệu giữa số có dạng $\overline{1ab1}$ và số đ-ợc viết bởi các chữ số đó nh- ng theo thứ tự ng-ợc lại là một số chia hết cho 90.

Giải

Viết ng-ợc lại ta có : $\overline{1ba1}$ Ta đi chứng tỏ $\overline{1ab1} - \overline{1ba1} : 90$ (nếu $a < b$) thật vậy ta có :

$$1001 + b \times 10 + a - (1001 + a \times 10 + b) = b \times 9 - a \times 9 = 9 \times (b - a) \Rightarrow \overline{1ab1} - \overline{1ba1} : 9$$

còn $\overline{1ab1} - \overline{1ba1} : 90$ khi $b - a = 0$

Bài 15: Với các chữ số a, b, c và $a > b$. Hãy chứng tỏ rằng $\overline{abab} - \overline{baba}$ chia hết cho 9 và 101.

$$\text{Giải } \overline{abab} - \overline{baba} = \overline{ab} \times 101 - \overline{ba} \times 101 = 101 \times (\overline{ab} - \overline{ba}) : 101$$

Lập luận t-ơng tự ta có $\overline{ab} - \overline{ba} : 9$

Bài 16: Biết số A đ-ợc viết bởi 54 chữ số 9. Hãy tìm số tự nhiên nhỏ nhất mà cộng số này với A ta đ-ợc số chia hết cho 45.

Giải Tổng các chữ số của A chia hết cho 9. Để tìm 1 số cộng với A chia hết cho 45 thì tổng đó chia hết 5 và 9 hay chữ số tận cùng bằng 0 hoặc 5. Nh- vậy số cộng thêm thỏa mãn chỉ hết cho 9 và có chữ số tận cùng bằng 0 hoặc 5. Thử chọn số nhỏ nhất là 36.

Bài 17: Cho 3 tờ giấy. Xé mỗi tờ giấy thành 4 mảnh. Lấy một số mảnh và xé mỗi mảnh thành 4 mảnh nhỏ sau đó lấy một số mảnh nhỏ, xé mỗi mảnh thành 4 mảnh nhỏ ... Khi ngừng xé, theo quy luật trên ng-ời ta đếm đ-ợc 1999 mảnh lớn nhỏ cả thảy. Hỏi ng-ời ấy đếm đúng hay sai? Vì sao?

Bài 18: Hai bạn Minh và Nhung đi mua 9 gói bánh và 6 gói kẹo. Nhung đ- a cho cô bán hàng hai tờ giấy bạc loại 50000 đồng và cô trả lại 36000 đồng. Minh nói ngay: "Cô tính sai rồi!". Ban hãy cho biết Minh nói đúng hay sai? Giải thích tại sao? (Biết rằng giá tiền mỗi gói bánh và mỗi gói kẹo là một số nguyên đồng).

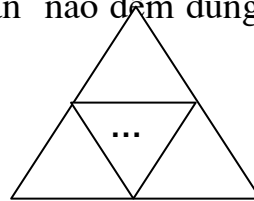
Dựa vào dấu hiệu chia hết cho 3(nên có bài tập bổ sung)

Bài tập bổ sung : An mua 1 cái bút chì giá 400 đồng , mua một cái bút máy giá 800 đồng, mua 1 cái thước giá 900 đồng , mua 2 quyển sổ giá mỗi quyển 1200 đồng , mua 12 tập giấy giá iền là một số chẵn trăm đồng. Cô bán nhằm tính hết 57000 đồng . Hỏi cô tính đúng hay sai.

Bài 19: Cho một tam giác ABC. Nối điểm chính giữa các cạnh của tam giác với nhau và cứ tiếp tục nh- vậy (nh- hình vẽ). Sau một số lần vẽ, bạn Minh đếm đ- ợc 2003 tam giác, bạn Thông đếm đ- ợc 2004 tam giác. Theo em bạn nào đếm đúng, bạn nào đếm sai?

Lập bảng xét quy luật của dãy

Số lần vẽ	Số hình tam tam giác tạo đ- ợc
1	$1 + 4 \times 0$
2	$1 + 4 \times 2$
3



Bài 20 Ng- ời ta viết liên tiếp các chữ số từ 19 đến 80 để đ- ợc số $A = 192021222324 \dots 7980$. Hỏi A có chia hết cho 1980 không?

Giải

Số chia hết 1980 thì chia hết cho 10 và 9. A có chữ số 0 tận cùng nên A chia hết cho 10. Ta đi chứng minh A chia hết cho 9.

Vì $1+2+3+\dots+9 = 45$ và từ 20 đến 79 mỗi chữ số hàng chục xuất hiện 10 lần. Do vậy ta có tổng các chữ số là:

$$(1+9+8+0) + 2 \times 10 + 45 + 3 \times 10 + 45 + 4 \times 10 + 45 + 5 \times 10 + 45 + 6 \times 10 + 45 + 7 \times 10 + 45 = 18 + 6 \times 45 + 10 \times (2+3+4+5+6+7) = (18 + 6 \times 45 + 270) : 9 \Rightarrow A : 9$$

Những bài còn lại đều hết sức điển hình nên không thể bỏ qua.

PHẦN VI: CÁC BÀI TOÁN DÙNG CHỮ THAY SỐ

I. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Sử dụng cấu tạo thập phân của số

1.1. Phân tích làm rõ chữ số

$$\overline{ab} = a \times 10 + b$$

$$\overline{abc} = a \times 100 + b \times 10 + c$$

Các b- ớc giải một bài toán cấu tạo số

B- ớc 1 (tóm tắt bài toán) Dựa vào cấu tạo số thập phân

B- ớc 2: Phân tích số, làm xuất hiện những thành phần giống nhau ở bên trái và bên phải dấu bằng, rồi đơn giản những thành phần giống nhau đó để có biểu thức đơn giản nhất. Dựa vào mối quan hệ giữa các chữ số

B- ớc 3: Tìm giá trị (Biện luận) : Dựa vào

- Tính chất chẵn lẻ ;
- Dấu hiệu chia hết hoặc dấu hiệu chia có d- ;
- Tính chất $L \square N \text{ NH} \square T \text{ — } B \square \text{ NH} \square T$
- Lập bài toán đọc...
- Tìm mối quan hệ giữa các chữ số...

B- ớc 4 : (Thử lại, kết luận, đáp số) (Có thể đọc thêm tài liệu Hệ thống các PP giả Toán Tiểu học)

Ví dụ: Cho số có 2 chữ số, nếu lấy tổng các chữ số cộng với tích các chữ số của số đã cho thì bằng chính số đó. Tìm chữ số hàng đơn vị của số đã cho.

Bài giải

B- ớc 1 (tóm tắt bài toán)

Gọi số có 2 chữ số phải tìm là \overline{ab} ($a > 0, a, b < 10$)

Theo bài ra ta có $\overline{ab} = a + b + a \times b$

B- ớc 2: Phân tích số, làm xuất hiện những thành phần giống nhau ở bên trái và bên phải dấu bằng, rồi đơn giản những thành phần giống nhau đó để có biểu thức đơn giản nhất.

$$a \times 10 + b = a + b + a \times b$$

$$a \times 10 = a + a \times b \text{ (cùng bớt b)}$$

$$a \times 10 = a \times (1 + b) \text{ (Một số nhân với một tổng)}$$

$10 = 1 + b$ (cùng chia cho a)

B- ớc 3: Tìm giá trị :

$$b = 10 - 1$$

$$b = 9$$

B- ớc 4 : (Thử lại, kết luận, đáp số)

Vậy chữ số hàng đơn vị của số đó là: 9.

Đáp số: 9

1.2. Phân tích làm rõ số

$$\overline{ab} = \overline{a0} + b$$

$$\overline{abc} = \overline{a00} + \overline{b0} + c$$

$$\overline{abcd} = \overline{a000} + \overline{b00} + \overline{c0} + d$$

$$= \overline{ab00} + \overline{cd}$$

...

Ví dụ : Tìm một số có 2 chữ số, biết rằng khi viết thêm số 21 vào bên trái số đó thì ta đ- ợc một số lớn gấp 31 lần số cần tìm.

Bài giải

B- ớc 1: Gọi số phải tìm là \overline{ab} ($a > 0, a, b < 0$)

Khi viết thêm số 21 vào bên trái số \overline{ab} ta đ- ợc số mới là $\overline{21ab}$.

Theo bài ra ta có:

$$\overline{21ab} = 31 \times \overline{ab}$$

B- ớc 2: $2100 + \overline{ab} = 31 \times \overline{ab}$ (phân tích số $\overline{21ab} = 2100 + \overline{ab}$)

$$2100 + \overline{ab} = (30 + 1) \times \overline{ab}$$

$$2100 + \overline{ab} = 30 \times \overline{ab} + \overline{ab} \text{ (một số nhân một tổng)}$$

$$2100 = \overline{ab} \times 30 \text{ (cùng bớt } \overline{ab})$$

B- ớc 3: $\overline{ab} = 2100 : 30$

$$\overline{ab} = 70.$$

B- ớc 4: Thử lại

$$2170 : 70 = 31 \text{ (đúng)}$$

Vậy số phải tìm là: 70

Đáp số: 70.

2. Sử dụng tính chất chẵn lẻ và chữ số tận cùng của số tự nhiên

2.1. Kiểm thức cần ghi nhớ

- Số có tận cùng là 0, 2, 4, 6, 8 là số chẵn.
- Số có tận cùng là: 1, 3, 5, 7, 9 là các số lẻ.
- Tổng (hiệu) của 2 số chẵn là một số chẵn.
- Tổng (hiệu) của 2 số lẻ là một số chẵn.
- Tổng (hiệu) của một số lẻ và một số chẵn là một số lẻ.
- Tổng của hai số tự nhiên liên tiếp là một số lẻ.
- Tích có ít nhất một thừa số chẵn là một số chẵn.
- Tích của a x a không thể có tận cùng là 2, 3, 7 hoặc 8.

2.2. Ví dụ: Tìm một số có 2 chữ số, biết rằng số đó gấp 6 lần chữ số hàng đơn vị của nó.

Bài giải

Cách 1:

B- ớc 1: Gọi số phải tìm là \overline{ab} ($0 < a < 10, b < 10$).

Theo đề bài ta có: $\overline{ab} = 6 \times b$

B- ớc 2: Sử dụng tính chất chẵn lẻ hoặc chữ số tận cùng.

Vì $6 \times b$ là một số chẵn nên \overline{ab} là một số chẵn.

$b > 0$ nên $b = 2, 4, 6$ hoặc 8.

B- ớc 3: Tìm giá trị bằng ph- ơng pháp thử chọn

Nếu $b = 2$ thì $\overline{ab} = 6 \times 2 = 12$. (chọn)

Nếu $b = 4$ thì $\overline{ab} = 6 \times 4 = 24$. (chọn)

Nếu $b = 6$ thì $\overline{ab} = 6 \times 6 = 36$. (chọn)

Nếu $b = 8$ thì $\overline{ab} = 6 \times 8 = 48$. (chọn)

B- ớc 4: Vậy ta đ- ợc 4 số thoả mãn đề bài là: 12, 24, 36, 48.

Đáp số: 12, 24, 36, 48.

Cách 2:

B- óc 1: Gọi số phải tìm là \overline{ab} ($0 < a < 10, b < 10$)

Theo đề bài ta có: $\overline{ab} = 6 \times b$

B- óc 2: Xét chữ số tận cùng

Vì $6 \times b$ có tận cùng là b nên b chỉ có thể là: 2, 4, 6 hoặc 8.

B- óc 3: Tìm giá trị bằng ph- ơng pháp thử chọn

Nếu $b = 2$ thì $\overline{ab} = 6 \times 2 = 12$ (chọn)

Nếu $b = 4$ thì $\overline{ab} = 6 \times 4 = 24$ (chọn)

Nếu $b = 6$ thì $\overline{ab} = 6 \times 6 = 36$ (chọn)

Nếu $b = 8$ thì $\overline{ab} = 6 \times 8 = 48$ (chọn)

B- óc 4: Vậy ta đ- ợc 4 số thoả mãn đề bài là: 12, 24, 36, 48.

Đáp số: 12, 24, 36, 48.

3. Sử dụng kỹ thuật tính khi thực hiện phép tính

3.1. Một số kiến thức cần ghi nhớ

Trong phép cộng, nếu cộng hai chữ số trong cùng một hàng thì có nhớ nhiều nhất là 1, nếu cộng 3 chữ số trong cùng một hàng thì có nhớ nhiều nhất là 2,

3.2. Ví dụ

Ví dụ 1: Tìm $\overline{abc} = \overline{ab} + \overline{bc} + \overline{ca}$

Bài giải

$$\overline{abc} = \overline{ab} + \overline{bc} + \overline{ca}$$

$$\overline{abc} = (\overline{ab} + \overline{ca}) + \overline{bc} \quad (\text{tính chất kết hợp và giao hoán của phép cộng})$$

$$\overline{abc} - \overline{bc} = \overline{ab} + \overline{ca} \quad (\text{tìm một số hạng của tổng})$$

$$\overline{a00} = \overline{aa} + \overline{ca}$$

Ta đặt tính nh- sau:

$$\begin{array}{r} \overline{aa} \\ + \overline{cb} \\ \hline \overline{a00} \end{array}$$

Nhìn vào cách đặt tính ta thấy phép cộng có nhớ sang hàng trăm. Mà đây là phép cộng hai số hạng nên hàng trăm của tổng chỉ có thể bằng 1. Vậy $a = 1$.

Với $a = 1$ thì ta có: $100 = 11 + \overline{cb}$

$$\overline{cb} = 100 - 11$$

$$\overline{cb} = 89$$

Vậy $c = 8$; $b = 9$.

Ta có số $\overline{abc} = 198$.

Thử lại: $19 + 98 + 81 = 198$ (đúng)

Vậy $\overline{abc} = 198$

Đáp số: 198.

Ví dụ 2: Tìm số có 4 chữ số, biết rằng nếu xoá đi chữ số ở hàng đơn vị và hàng chục thì số đó sẽ giảm đi 1188 đơn vị.

Bài giải

$$\begin{array}{r} 1188 \\ + \overline{ab} \\ \hline \overline{abcd} \end{array}$$

B- óc 1: (Tóm tắt)

Gọi số phải tìm là \overline{abcd} ($a > 0; a, b, c, d < 10$)

Khi xoá đi \overline{cd} ta đ- ợc số mới là \overline{ab}

Theo đề bài ra ta có:

$$\overline{abcd} = 1188 + \overline{ab}$$

B- óc 2 : (Sử dụng kỹ thuật tính)

Ta đặt tính nh- sau:

Trong phép cộng, khi cộng 2 chữ số trong cùng một hàng thì có nhớ nhiều nhất là 1 nên \overline{ab} chỉ có thể là 11 hoặc 12.

- Nếu $\overline{ab} = 11$ thì $\overline{abcd} = 1188 + 11 = 1199$.

- Nếu $\overline{ab} = 12$ thì $\overline{abcd} = 1188 + 12 = 1200$.

B- óc 3: (kết luận và đáp số)

Vậy ta tìm đ- ợc 2 số thoả mãn đề bài là: 1199 và 1200.

Đáp số: 1199 và 1200.

4. Xác định giá trị lớn nhất hoặc giá trị nhỏ nhất của một số hoặc một biểu thức:

4.1. Một số kiến thức cần ghi nhớ

- Một số có 2; 3; 4; ... chữ số thì tổng các chữ số có giá trị nhỏ nhất là 1 và giá trị lớn nhất lần lượt là: $9 \times 2 = 18$; $9 \times 3 = 27$; $9 \times 4 = 36$; ...
- Trong tổng $(a + b)$ nếu thêm vào a bao nhiêu đơn vị và bớt đi ở b bấy nhiêu đơn vị (hoặc ngược lại) thì tổng vẫn không thay đổi. Do đó nếu $(a + b)$ không đổi mà khi a đạt giá trị lớn nhất có thể thì b sẽ đạt giá trị nhỏ nhất có thể và ngược lại. Giá trị lớn nhất của a và b phải luôn nhỏ hơn hoặc bằng tổng $(a + b)$.
- Trong một phép chia có dư thì số chia luôn lớn hơn số dư.

4.2. Ví dụ: Tìm số có 2 chữ số, biết rằng nếu số đó chia cho chữ số hàng đơn vị của nó thì được thương là 6 và dư 5.

Bài giải

B-ước 1: (tóm tắt)

Gọi số phải tìm là \overline{ab} ($0 < a < 10$, $b < 10$)

Theo đề bài ra ta có:

$$\overline{ab} : b = 6 \text{ (dư 5)} \text{ hay } \overline{ab} = b \times 6 + 5.$$

B-ước 2: (Xác định giá trị lớn nhất nhỏ nhất).

Số chia luôn lớn hơn số dư nên $b > 5$ vậy $5 < b < 10$.

Nếu b đạt giá trị lớn nhất là 6 thì \overline{ab} đạt giá trị nhỏ nhất là $6 \times 6 + 5 = 41$. Suy ra a nhỏ hơn hoặc bằng 5. Vậy $a = 4$ hoặc 5.

+) Nếu $a = 4$ thì $\overline{4b} = b \times 6 + 5$.

+) Nếu $a = 5$ thì $\overline{5b} = b \times 6 + 5$.

B-ước 3: Kết hợp cấu tạo thập phân của số

+) Xét $\overline{4b} = b \times 6 + 5$

$$40 + b = b \times 6 + 5$$

$$35 + 5 + b = b \times 5 + b + 5$$

$$35 = b \times 5$$

$$b = 35 : 5 = 7$$

Ta được số: 47.

+) xét $\overline{5b} = b \times 6 + 5$

$$50 + b = b \times 6 + 5$$

$$45 + 5 + b = b \times 5 + b + 5$$

$$45 = b \times 5$$

$$b = 45 : 5 = 9$$

Ta được số: 59.

B-ước 4: (Thử lại, kết luận, đáp số)

Thử lại: $7 \times 6 + 5 = 47$ (chọn)

$9 \times 6 + 5 = 59$ (chọn)

Vậy ta tìm được 2 số thỏa mãn yêu cầu của đề bài là: 47 và 59

Đáp số: 47 và 59

5. Tìm số khi biết mối quan hệ giữa các chữ số:

Ví dụ: Tìm số có 3 chữ số, biết chữ số hàng trăm gấp đôi chữ số hàng chục, chữ số hàng chục gấp 3 lần chữ số hàng đơn vị.

Bài giải

Gọi số phải tìm là \overline{abc} ($0 < a < 10$; $b, c < 10$).

Vì $a = 2 \times b$ và $b = 3 \times c$ nên $a = 2 \times 3 \times c = 6 \times c$, mà $0 < a < 10$ nên $0 < 6 \times c < 10$.

Suy ra $0 < c < 2$. Vậy $c = 1$.

Nếu $c = 1$ thì $b = 1 \times 3 = 3$

$$a = 3 \times 2 = 6$$

Vậy số phải tìm là: 631.

Đáp số: 631

6. Phối hợp nhiều cách giải:

Ví dụ: Tìm số có 3 chữ số, biết rằng nếu số đó cộng với tổng các chữ số của nó thì bằng 555.

Bài giải

Gọi số phải tìm là \overline{abc} ($a > 0$; $a, b, c < 10$).

Theo đầu bài ta có: $\overline{abc} + a + b + c = 555$.

Nhìn vào biểu thức trên, ta thấy đây là phép cộng không có nhớ sang hàng trăm. Vậy $a = 5$.

Khi đó ta có: $\overline{5bc} + 5 + b + c = 555$

$$500 + \overline{bc} + 5 + b + c = 555$$

$$505 + \overline{bb} + c + c = 555$$

$$\overline{bb} + c \times 2 = 555 - 505$$

$$\overline{bb} + c \times 2 = 50$$

Nếu c đạt giá trị lớn nhất là 9 thì \overline{bb} đạt giá trị nhỏ nhất là :

$$50 - 9 \times 2 = 32, \text{ do đó } b \geq 2.$$

Vì $\overline{bb} + c \times 2 = 50$ nên $\overline{bb} < 50$ nên $b < 5$.

Vì $2 < b < 5$ nên $b = 3$ hoặc 4

Vì $c \times 2$ và 50 đều là số chẵn nên b phải là số chẵn. Do đó $b = 4$.

Khi đó ta có:

$$44 + c \times 2 = 50$$

$$c \times 2 = 50 - 44$$

$$c \times 2 = 6$$

$$c = 6 : 2 = 3$$

Vậy $\overline{abc} = 543$

Thử lại $543 + 5 + 4 + 3 = 555$ (đúng)

Vậy số phải tìm là: 543.

Đáp số: 543.

II. Bài tập

Bài 1: Tìm một số có 2 chữ số, biết rằng khi viết thêm chữ số 4 vào bên trái số đó, ta đ-ợc một số gấp 9 lần số phải tìm.

Bài giải :(lời giải tóm tắt)

Gọi số phải tìm là : \overline{ab} nên số mới là : $\overline{4ab}$

Theo bài ra ta có : $\overline{4ab} = \overline{ab} \times 9$ Phân tích cấu tạo số

$$400 + \overline{ab} = \overline{ab} \times 9$$

$$400 = \overline{ab} \times 8$$

$$\Rightarrow \overline{ab} = 400 : 8 = 50$$

Bài 2: Tìm một số có 2 chữ số, khi viết thêm chữ số 9 vào bên trái số đó ta đ-ợc một số gấp 13 lần số phải tìm.

Giải $9\overline{ab} = \overline{ab} \times 13$

$$900 = 12 \times \overline{ab} \Rightarrow \overline{ab} = 900 : 12 = 75$$

Bài 3: Tìm một số có 3 chữ số, biết rằng khi viết thêm chữ số 5 vào bên phải số đó ta đ-ợc một số hơn số phải tìm 1112 đơn vị.

Giải : $\overline{abc}5 = \overline{abc} + 1112$

$$\overline{abc} \times 10 + 5 = \overline{abc} + 1112$$

$$\overline{abc} \times 9 = 1112 - 5 = 1107 \Rightarrow \overline{abc} = 1107 : 9 = 123$$

Bài 4: Tìm \overline{abc} biết: $\overline{abcd} - \overline{bcd} \times 2 = \overline{ac}$

Tìm \overline{abc} biết: $a + \overline{ab} + \overline{abc} = \overline{acb}$

Tìm \overline{abcd} biết: $\overline{dcba} + \overline{dcb} + \overline{dc} + d = 4321$

Tìm \overline{abcd} biết: $\overline{abcd} - \overline{abc} - \overline{ab} - a = 2086$

Tìm a, b, c biết : $aa \times ab = abb$

Giải (tóm tắt)

$$a) \overline{a} \times 1000 - \overline{b} \times 100 + \overline{c} \times 10 + d = \overline{a} \times 10 + \overline{c}$$

$$\overline{a} \times 990 = \overline{b} \times 100 + \overline{c} \times 10 + d + \overline{c}$$

$$\overline{a} \times 990 = \overline{b} \times 100 + \overline{c} \times 11 + d$$

Lập luận ta có $a=1$; $b=9$; $c=8$; $d=2$ ($d=2$ thừa)

Bài 5: Tìm $abcd$ biết: $(\overline{ab} \times c + d) \times d = 1977$.

Giải

1977 : d 1977 là số lẻ nên không chia hết cho 2 ; 4 ; 6 ; 8

1977 có chữ số tận cùng là 7 nên không chia hết cho 5 ;

1977 không chia hết cho 9 và 7

1977 chia hết cho 3 nên $d=3 \Rightarrow (\overline{ab} \times c + d) = 1977 : 3 = 659$ hay $\Rightarrow \overline{ab} \times c + 3 = 659$
 $\overline{ab} \times c = 656$

$3=656$

656 không chia hết cho 3 ; 5 ; 7 ; 9

656 chia hết cho 2 và 4 nên 656 chia hết cho 8 vậy $c=2$; 4 ; 8 thử các trường hợp ta có : $c=8$

Bài 6: Cho một số có 5 chữ số mà tổng các chữ số ấy bằng 5. Chữ số hàng vạn bằng số chữ số 0 có mặt trong số ấy. Chữ số hàng nghìn bằng số chữ số 1, chữ số hàng trăm bằng số chữ số 2, chữ số hàng chục bằng số chữ số 3, chữ số hàng đơn vị bằng số chữ số 4 có mặt trong số ấy. Tìm số đã cho. (Đề thi HSG Hà Nội 1995)

HD : $5 = 5+0+0+0+0$ (1)

$= 4+1+0+0+0$ (2)

$= 3+1+1+0+0$ (3)

$= 2+1+2+0+0$ (4)

$= 1+1+1+1+1$ (5)

Trường hợp (1) loại vì chữ số hàng vạn là 5 mà chữ số 0 là 4

Trường hợp (2) loại vì số chữ số 0 là 3 mà chữ số hàng vạn là 4 hoặc là 1 ;

Trường hợp (3) loại vì số chữ số 0 là 2 mà trong dãy số không có số 2 ;

Trường hợp (4) chọn vì trong dãy số chữ số 3 bằng 0 và chữ số hàng đơn vị bằng 0 và chữ số hàng vạn là 2 bằng số chữ số 0 trong dãy, chữ số hàng nghìn bằng chữ số 1.

Trường hợp (5) loại vì chữ số hàng vạn là 1 mà trong dãy không có chữ số 0 nào .

PHẦN VII : PHÂN SỐ - TỈ SỐ PHẦN TRĂM

I. TÍNH CƠ BẢN CỦA PHÂN SỐ

1. Khi ta cùng nhân hoặc cùng chia cả tử và mẫu số của một phân số với cùng một số tự nhiên lớn hơn 1, ta được một phân số mới bằng phân số ban đầu.

2. Vận dụng tính chất cơ bản của phân số:

2.1. Rút gọn phân số

$$\frac{a}{b} = \frac{a:m}{b:m} = \frac{c}{d} \quad (m > 1; a \text{ và } b \text{ phải cùng chia hết cho } m).$$

$\frac{c}{d}$ được gọi là phân số tối giản khi c và d chỉ cùng chia hết cho 1 (hay c và d không cùng chia hết cho một số tự nhiên nào khác 1)

- Khi rút gọn phân số cần rút gọn đến phân số tối giản.

Ví dụ: Rút gọn phân số $\frac{54}{72}$.

$$\text{Cách làm: } \frac{54}{72} = \frac{54:18}{72:18} = \frac{3}{4}.$$

- Rút gọn 1 phân số có thể được một phân số hay một số tự nhiên:

Ví dụ: Rút gọn phân số $\frac{72}{12}$

$$\text{Cách làm: } \frac{72}{12} = \frac{72:12}{12:12} = \frac{6}{1} = 6.$$

- Đối với phân số lớn hơn 1 có thể viết dưới dạng hỗn số

$$\text{Ví dụ: } \frac{41}{14} = 2\frac{3}{4}.$$

2.2. Quy đồng mẫu số - Quy đồng tử số:

* Quy đồng mẫu số 2 phân số: $\frac{a}{b}$ và $\frac{c}{d}$ ($b, d \neq 0$)

$$\text{Ta có: } \frac{a}{b} = \frac{axd}{bxd} \quad \frac{c}{d} = \frac{cxb}{dxb}$$

Ví dụ: Quy đồng mẫu số 2 phân số $\frac{2}{7}$ và $\frac{3}{8}$.

$$\text{Ta có: } \frac{2}{7} = \frac{2 \times 8}{7 \times 8} = \frac{16}{56}; \frac{3}{8} = \frac{3 \times 7}{8 \times 7} = \frac{21}{56}$$

Tr-ờng hợp mẫu số lớn hơn chia hết cho mẫu số bé hơn thì mẫu số chung chính là mẫu số lớn hơn.

Ví dụ: Quy đồng mẫu số 2 phân số $\frac{1}{3}$ và $\frac{5}{6}$

$$\text{Cách làm: Vì } 6 : 3 = 2 \text{ nên } \frac{1}{3} = \frac{1 \times 2}{3 \times 2} = \frac{2}{6}.$$

Chú ý: Tr-ớc khi quy đồng mẫu số cần rút gọn các phân số thành phân số tối giản (nếu có thể)

* Quy đồng tử số 2 phân số: $\frac{a}{b}$ và $\frac{c}{d}$ ($a, b, c, d \neq 0$)

$$\text{Ta có: } \frac{a}{b} = \frac{a \times c}{b \times c} \quad ; \quad \frac{c}{d} = \frac{c \times b}{d \times b}.$$

Ví dụ: Quy đồng tử số 2 phân số $\frac{2}{3}$ và $\frac{5}{7}$.

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 5}{3 \times 5} = \frac{10}{15} \quad \frac{5}{7} = \frac{5 \times 2}{7 \times 2} = \frac{10}{14}.$$

II. Bốn phép tính với phân số

1. Phép cộng phân số

1.1. Cách cộng

* Hai phân số cùng mẫu:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b} \quad (b \neq 0)$$

* Hai phân số khác mẫu số:

- Quy đồng mẫu số 2 phân số rồi đ-a về tr-ờng hợp cộng 2 phân số có cùng mẫu số.

* Cộng một số tự nhiên với một phân số.

- Viết số tự nhiên thành phân số có mẫu số bằng mẫu số của phân số đã cho.

- Cộng hai tử số và giữ nguyên mẫu số.

Ví dụ:

$$2 + \frac{3}{4} = \frac{8}{4} + \frac{3}{4} = \frac{11}{4}$$

1.2. Tính chất cơ bản của phép cộng

- Tính chất giao hoán:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{c}{d} + \frac{a}{b}.$$

- Tính chất kết hợp:

$$\left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d} \right) + \frac{m}{n} = \frac{a}{b} + \left(\frac{c}{d} + \frac{m}{n} \right)$$

- Tổng của một phân số và số 0:

$$\frac{a}{b} + 0 = 0 + \frac{a}{b} = \frac{a}{b}$$

2. Phép trừ phân số

2.1. Cách trừ

* Hai phân số cùng mẫu:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$$

* Hai phân số khác mẫu số:

- Quy đồng mẫu số 2 phân số rồi đưa về tổng hợp trừ 2 phân số cùng mẫu số

b) Quy tắc cơ bản:

- Một tổng 2 phân số trừ đi một phân số:

$$\left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d}\right) - \frac{m}{n} = \frac{a}{b} + \left(\frac{c}{d} - \frac{m}{n}\right) \quad \left(\text{Với } \frac{c}{d} \geq \frac{m}{n}\right)$$

$$= \frac{c}{d} + \left(\frac{a}{b} - \frac{m}{n}\right) \quad \left(\text{Với } \frac{a}{b} \geq \frac{m}{n}\right)$$

- Một phân số trừ đi một tổng 2 phân số:

$$\frac{a}{b} - \left(\frac{c}{d} + \frac{m}{n}\right) = \left(\frac{a}{b} - \frac{c}{d}\right) - \frac{m}{n} = \left(\frac{a}{b} - \frac{m}{n}\right) - \frac{c}{d}$$

- Một phân số trừ đi số 0:

$$\frac{a}{b} - 0 = \frac{a}{b}$$

3. Phép nhân phân số

3.1. Cách nhân: $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{axc}{bxd}$

3.2. Tính chất cơ bản của phép nhân:

- Tính chất giao hoán:

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{c}{d} \times \frac{a}{b}$$

- Tính chất kết hợp:

$$\left(\frac{a}{b} \times \frac{c}{d}\right) \times \frac{m}{n} = \frac{a}{b} \times \left(\frac{c}{d} \times \frac{m}{n}\right)$$

- Một tổng 2 phân số nhân với một phân số:

$$\left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d}\right) \times \frac{m}{n} = \frac{a}{b} \times \frac{m}{n} + \frac{c}{d} \times \frac{m}{n}$$

- Một hiệu 2 phân số nhân với một phân số:

$$\left(\frac{a}{b} - \frac{c}{d}\right) \times \frac{m}{n} = \frac{a}{b} \times \frac{m}{n} - \frac{c}{d} \times \frac{m}{n}$$

- Một phân số nhân với số 0:

$$\frac{a}{b} \times 0 = 0 \times \frac{a}{b} = 0$$

3.3. Chú ý:

- Thực hiện phép trừ 2 phân số:

$$\frac{1}{1} - \frac{1}{2} = \frac{2}{2} - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{1}{1 \times 2}$$

$$\text{Do đó: } \frac{1}{1} - \frac{1}{2} = \frac{1}{1 \times 2}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{1}{6} = \frac{1}{2 \times 3}$$

$$\text{Do đó: } \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{2 \times 3}$$

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{4}{12} - \frac{3}{12} = \frac{1}{12} = \frac{1}{3 \times 4}$$

$$\text{Do đó: } \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{3 \times 4}$$

$$\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = \frac{n+1}{n \times (n+1)} - \frac{n}{n \times (n+1)} = \frac{1}{n \times (n+1)} \quad \text{Do đó: } \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = \frac{1}{n \times (n+1)}$$

- Muốn tìm giá trị phân số của một số ta lấy phân số nhân với số đó.

Ví dụ: Tìm $\frac{1}{2}$ của 6 ta lấy: $\frac{1}{2} \times 6 = 3$

Tìm $\frac{1}{2}$ của $\frac{1}{3}$ ta lấy: $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

4. Phép chia phân số

4.1. Cách làm: $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{axd}{bxc}$

4.2. Quy tắc cơ bản:

- Tích của 2 phân số chia cho một phân số:

$$\left(\frac{a}{b} \times \frac{c}{d}\right) : \frac{m}{n} = \frac{a}{b} \times \left(\frac{c}{d} : \frac{m}{n}\right)$$

- Một phân số chia cho một tích 2 phân số:

$$\frac{a}{b} : \left(\frac{c}{d} \times \frac{m}{n}\right) = \left(\frac{a}{b} : \frac{c}{d}\right) : \frac{m}{n}$$

- Tổng 2 phân số chia cho một phân số:

$$\left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d}\right) : \frac{m}{n} = \frac{a}{b} : \frac{m}{n} + \frac{c}{d} : \frac{m}{n}$$

- Hiệu 2 phân số chia cho một phân số:

$$\left(\frac{a}{b} - \frac{c}{d}\right) : \frac{m}{n} = \frac{a}{b} : \frac{m}{n} - \frac{c}{d} : \frac{m}{n}$$

- Số 0 chia cho một phân số: $0 : \frac{a}{b} = 0$.

- Muốn tìm 1 số khi biết giá trị 1 phân số của nó ta lấy giá trị đó chia cho phân số tương ứng.

Ví dụ: Tìm số học sinh lớp 5A biết $\frac{2}{5}$ số học sinh của lớp 5A là 10 em.

Bài giải

Số học sinh của lớp 5A là:

$$10 : \frac{2}{5} = 25 \text{ (em)}$$

* Khi biết phân số $\frac{a}{b}$ của x bằng $\frac{c}{d}$ của y ($a, b, c, d \neq 0$)

- Muốn tìm tỉ số giữa x và y ta lấy $\frac{c}{d} : \frac{a}{b}$

- Muốn tìm tỉ số giữa y và x ta lấy $\frac{a}{b} : \frac{c}{d}$

Ví dụ: Biết $\frac{2}{5}$ số nam bằng $\frac{3}{4}$ số nữ. Tìm tỉ số giữa nam và nữ.

Bài giải

Tỉ số giữa nam và nữ là: $\frac{3}{4} : \frac{2}{5} = \frac{15}{8}$.

III. TỈ SỐ PHẦN TRĂM

CÁCH GIẢI TOÁN TỈ SỐ PHẦN TRĂM

Dạng 1: Tìm tỉ số phần trăm của hai số.

Ghi nhớ: - Tìm thương của hai số (viết dưới dạng số thập phân).

- Nhân thương đó với 100 và viết kí hiệu % vào bên phải kết quả tìm được.

Dạng 2: Tìm giá trị phần trăm của 1 số.

Ghi nhớ:

- Muốn tìm n% của của một số, ta lấy số đó chia cho 100 rồi nhân với n hoặc nhân số đó với n rồi chia cho 100.

Dạng 3: Tìm một số khi biết giá trị phần trăm của số đó.

Ghi nhớ:

- Muốn tìm a, biết n% của a là k ta lấy k chia cho n rồi nhân với 100 hoặc lấy k nhân với 100 rồi chia cho n.

- Tỷ số phần trăm giữa A và B bằng 80% đ- ọc hiểu: B đ- ọc chia thành 100 phần bằng nhau thì A là 80 phần nh- thế.

- Cách tìm tỷ số % giữa A và B

* **Cách 1:** Tìm th- ơng của hai số rồi nhân th- ơng vừa tìm đ- ọc với 100, viết thêm kí hiệu phần trăm vào bên phải tích vừa tìm đ- ọc.

Ví dụ: Tìm tỷ số phần trăm của 2 và 4.

Tỷ số phần trăm của 2 và 4 là:

$$2 : 4 = 0,5 = 50\%$$

* **Cách 2:**

$$A : B \times 100\%.$$

Ví dụ: Tìm tỷ số % giữa 2 và 4; giữa 4 và 2.

- Tỷ số % giữa 2 và 4 là:

$$2 : 4 \times 100\% = 50\%$$

- Tỷ số % giữa 4 và 2 là:

$$4 : 2 \times 100\% = 200\%$$

IV. CÁC DẠNG BÀI TOÁN TÍNH NHANH PHÂN SỐ

Dạng 1: Tổng nhiều phân số có tử số bằng nhau và mẫu số của phân số liên sau gấp mẫu số của phân số liền tr- ớc 2 lần.

Ví dụ: $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64}.$

Cách giải:

Cách 1:

B- ớc 1: Đặt $A = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64}$

B- ớc 2: Ta thấy:

$$\frac{1}{2} = 1 - \frac{1}{2}$$
$$\frac{1}{4} = \frac{1}{2} - \frac{1}{4}$$
$$\frac{1}{8} = \frac{1}{4} - \frac{1}{8}$$

B- ớc 3: Vậy $A = \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{8}\right) + \dots + \left(\frac{1}{32} - \frac{1}{64}\right)$

$$A = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{32} - \frac{1}{64}$$

$$A = 1 - \frac{1}{64}$$

$$A = \frac{64}{64} - \frac{1}{64} = \frac{63}{64}$$

Đáp số: $\frac{63}{64}.$

Cách 2:

B- ớc 1: Đặt $A = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64}$

B- ớc 2: Ta thấy:

$$\frac{1}{2} = 1 - \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned}\frac{1}{2} + \frac{1}{4} &= \frac{3}{4} = 1 - \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} &= \frac{7}{8} = 1 - \frac{1}{8} \\ &\dots\dots\dots\end{aligned}$$

B- ớc 3: Vậy $A = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64}$
 $= 1 - \frac{1}{64} = \frac{64}{64} - \frac{1}{64} = \frac{63}{64}$

Dạng 2: Tính tổng của nhiều phân số có tử số bằng nhau và mẫu số của phân số liên sau gấp mẫu số của phân số liền tr- ớc n lần. ($n > 1$)

Ví dụ: $A = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64}$

Cách giải:

B- ớc 1: Tính $A \times n$ ($n = 2$)

$$\begin{aligned}\text{Ta có: } A \times 2 &= 2 \times \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} \right) \\ &= \frac{2}{2} + \frac{2}{4} + \frac{2}{8} + \frac{2}{16} + \frac{2}{32} + \frac{2}{64} \\ &= 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32}\end{aligned}$$

B- ớc 2: Tính $A \times n - A = A \times (n - 1)$

$$\begin{aligned}A \times 2 - A &= \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} \right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} \right) \\ A \times (2 - 1) &= 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{8} - \frac{1}{16} - \frac{1}{32} - \frac{1}{64} \\ A &= 1 - \frac{1}{64} \\ A &= \frac{64}{64} - \frac{1}{64} = \frac{63}{64}\end{aligned}$$

Ví dụ 2: $B = \frac{5}{2} + \frac{5}{6} + \frac{5}{18} + \frac{5}{54} + \frac{5}{162} + \frac{5}{486}$

B- ớc 1: Tính $B \times n$ ($n = 3$)

$$\begin{aligned}B \times 3 &= 3 \times \left(\frac{5}{2} + \frac{5}{6} + \frac{5}{18} + \frac{5}{54} + \frac{5}{162} + \frac{5}{486} \right) \\ &= \frac{15}{2} + \frac{5}{2} + \frac{5}{6} + \frac{5}{18} + \frac{5}{54} + \frac{5}{162}\end{aligned}$$

B- ớc 2: Tính $B \times n - B$

$$\begin{aligned}B \times 3 - B &= \left(\frac{15}{2} + \frac{5}{2} + \frac{5}{6} + \frac{5}{18} + \frac{5}{54} + \frac{5}{162} \right) - \left(\frac{5}{2} + \frac{5}{6} + \frac{5}{18} + \frac{5}{54} + \frac{5}{162} + \frac{5}{486} \right) \\ B \times (3 - 1) &= \frac{15}{2} + \frac{5}{2} + \frac{5}{6} + \frac{5}{18} + \frac{5}{54} + \frac{5}{162} - \frac{5}{2} - \frac{5}{6} - \frac{5}{18} - \frac{5}{54} - \frac{5}{162} - \frac{5}{486} \\ B \times 2 &= \frac{15}{2} - \frac{5}{486} \\ B \times 2 &= \frac{3645 - 5}{486} \\ B \times 2 &= \frac{3640}{486} \\ B &= \frac{3640}{486} : 2\end{aligned}$$

$$B = \frac{1820}{486} = \frac{910}{243}$$

BÀI TẬP

Bài 1: Tính nhanh

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} + \frac{1}{128} + \frac{1}{256}$

b) $\frac{2}{3} + \frac{2}{6} + \frac{2}{12} + \frac{2}{24} + \frac{2}{48} + \frac{2}{96} + \frac{2}{192}$ (Gợi ý nhóm 2 ra ngoài rồi tính)

c) $\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \frac{1}{243} + \frac{1}{729}$.

d) $\frac{3}{2} + \frac{3}{8} + \frac{3}{32} + \frac{3}{128} + \frac{3}{512}$ (Quan sát kĩ quy luật ở mẫu rồi quyết định nhân mấy)

e) $3 + \frac{3}{5} + \frac{3}{25} + \frac{3}{125} + \frac{3}{625}$ (Nhóm 3 ra ngoài)

g) $\frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{20} + \frac{1}{40} + \dots + \frac{1}{1280}$

h) $\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \dots + \frac{1}{59049}$

Dạng 3: Tính tổng của nhiều phân số có tử số là n ($n > 0$); mẫu số là tích của 2 thừa số cố hiệu bằng n và thừa số thứ 2 của mẫu phân số liền trước là thừa số thứ nhất của mẫu phân số liền sau:

Ví dụ: $A = \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{5 \times 6}$

$$A = \frac{3-2}{2 \times 3} + \frac{4-3}{3 \times 4} + \frac{5-4}{4 \times 5} + \frac{6-5}{5 \times 6}$$

$$= \frac{3}{2 \times 3} - \frac{2}{2 \times 3} + \frac{4}{3 \times 4} - \frac{3}{3 \times 4} + \frac{5}{4 \times 5} - \frac{4}{4 \times 5} + \frac{6}{5 \times 6} - \frac{5}{5 \times 6}$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6}$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{1}{6} = \frac{3}{6} - \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Ví dụ:

$$B = \frac{3}{2 \times 5} + \frac{3}{5 \times 8} + \frac{3}{8 \times 11} + \frac{3}{11 \times 14}$$

$$B = \frac{5-2}{2 \times 5} + \frac{8-5}{5 \times 8} + \frac{11-8}{8 \times 11} + \frac{14-11}{11 \times 14}$$

$$B = \frac{5}{2 \times 5} - \frac{2}{2 \times 5} + \frac{8}{5 \times 8} - \frac{5}{5 \times 8} + \frac{11}{8 \times 11} - \frac{8}{8 \times 11} + \frac{14}{11 \times 14} - \frac{11}{11 \times 14}$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{11} + \frac{1}{11} - \frac{1}{14}$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{1}{14} = \frac{7}{14} - \frac{1}{14} = \frac{6}{14} = \frac{3}{7}$$

Bài tập

Bài 1: Tính nhanh:

a. $\frac{4}{3 \times 7} + \frac{4}{7 \times 11} + \frac{4}{11 \times 15} + \frac{4}{15 \times 19} + \frac{4}{19 \times 23} + \frac{4}{23 \times 27}$

b. $\frac{2}{1 \times 3} + \frac{2}{3 \times 5} + \frac{2}{5 \times 7} + \dots + \frac{2}{9 \times 11}$

$$c, \frac{3}{1 \times 2} + \frac{3}{2 \times 3} + \frac{3}{3 \times 4} + \dots + \frac{3}{9 \times 10} \quad (\text{L-u ý tử})$$

$$d. \frac{4}{3 \times 6} + \frac{4}{6 \times 9} + \frac{4}{9 \times 12} + \frac{4}{12 \times 15}$$

$$đ. \frac{7}{1 \times 5} + \frac{7}{5 \times 9} + \frac{7}{9 \times 13} + \frac{7}{13 \times 17} + \frac{7}{17 \times 21}$$

$$e. \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \dots + \frac{1}{110}$$

$$g. \frac{1}{10} + \frac{1}{40} + \frac{1}{88} + \frac{1}{154} + \frac{1}{138} + \frac{1}{340}$$

ý e, ý g phải tách mẫu thành tích ví dụ $110 = 10 \times 11$

Bài 2:

Cho tổng: $S = \frac{4}{3 \times 7} + \frac{4}{7 \times 11} + \frac{4}{11 \times 15} + \dots = \frac{664}{1995}$ (Muốn làm ý đ- a về dạng toán tìm SSH)

a) Tìm số hạng cuối cùng của dãy S.

b) Tổng S có bao nhiêu số hạng?

Bài 3: Tính nhanh:

$$a) \frac{5}{6} + \frac{11}{12} + \frac{19}{20} + \frac{29}{30} + \frac{41}{42} + \frac{55}{56} + \frac{71}{72} + \frac{89}{90} \quad (\text{Bù rồi tách})$$

b) Tính tổng của 10 phân số trong phép cộng sau:

$$\frac{1}{2} + \frac{5}{6} + \frac{11}{12} + \frac{19}{20} + \frac{29}{30} + \frac{41}{42} + \frac{55}{56} + \frac{71}{72} + \frac{89}{90} + \frac{109}{110} \quad (\text{Bù rồi tách})$$

Bài 4: Cho dãy số: $\frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{1}{12}, \frac{1}{20}, \frac{1}{30}, \frac{1}{42}, \dots$ (Xét quy luật mẫu)

Hãy tính tổng của 10 số hạng đầu tiên của dãy số trên.

b) Số $\frac{1}{10200}$ có phải là một số hạng của dãy số trên không? Vì sao?

Bài 5: Tính nhanh:

$$\frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \frac{1}{1+2+3+4} + \dots + \frac{1}{1+2+3+4+\dots+50}$$

Ta

$$\text{có: } 1+2+3+\dots+50 = \frac{(1+50) \times 50}{2}$$

Bài 6: So sánh S với 2, biết rằng:

$$S = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{10} + \dots + \frac{1}{45} \quad \text{Ta có } 1+2+3+\dots+45 = \frac{(1+45) \times 45}{2}$$

Bài 7: Chứng minh rằng:

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{7} + \frac{1}{13} + \frac{1}{21} + \frac{1}{31} + \frac{1}{43} + \frac{1}{57} + \frac{1}{73} + \frac{1}{91} < 1 \quad (\text{L-u ý } \frac{1}{3} < \frac{1}{2}; \dots; \frac{1}{91} < \frac{1}{90} \text{ rồi viết mẫu thành tích})$$

Bài 8: Điền dấu >, < hoặc = vào ô trống:

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{100} \square 1 \quad \text{Ta viết } \frac{1}{4} = \frac{1}{2 \times 2} < \frac{1}{1 \times 2} \quad \text{T-ong tự}$$

Dạng 4: Tính tổng của nhiều phân số có tử số là n, có mẫu số là tích của 3 thừa số trong đó thừa số thứ 3 hơn thừa số thứ nhất n đơn vị và hai thừa số cuối của mẫu phân số liên tr-ớc là 2 thừa số đầu của mẫu phân số liên sau.

Ví dụ: Tính:

$$A = \frac{4}{1 \times 3 \times 5} + \frac{4}{3 \times 5 \times 7} + \frac{4}{5 \times 7 \times 9} + \frac{4}{7 \times 9 \times 11} + \frac{4}{9 \times 11 \times 13}$$

$$= \frac{5-1}{1 \times 3 \times 5} + \frac{7-3}{3 \times 5 \times 7} + \frac{9-5}{5 \times 7 \times 9} + \frac{11-7}{7 \times 9 \times 11} + \frac{13-9}{9 \times 11 \times 13}$$

$$= \frac{5}{1 \times 3 \times 5} - \frac{1}{1 \times 3 \times 5} + \frac{7}{3 \times 5 \times 7} - \frac{3}{3 \times 5 \times 7} + \frac{9}{5 \times 7 \times 9} - \frac{5}{5 \times 7 \times 9} + \frac{11}{7 \times 9 \times 11} - \frac{7}{7 \times 9 \times 11}$$

$$+ \frac{13}{9 \times 11 \times 13} - \frac{9}{9 \times 11 \times 13}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{1 \times 3} - \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{3 \times 5} - \frac{1}{5 \times 7} + \frac{1}{5 \times 7} - \frac{1}{7 \times 9} + \frac{1}{7 \times 9} - \frac{1}{9 \times 11} + \frac{1}{9 \times 11} - \frac{1}{11 \times 13} \\
&= \frac{1}{1 \times 3} - \frac{1}{11 \times 13} \\
&= \frac{11 \times 13 - 3}{3 \times 11 \times 13} = \frac{143 - 3}{429} = \frac{140}{429}
\end{aligned}$$

PHẦN IX. SO SÁNH PHÂN SỐ

1. KIẾN THỨC CẦN GHI NHỚ

1.1: So sánh phân số bằng cách quy đồng mẫu số, quy đồng tử số

a) Quy đồng mẫu số

B- ớc 1: Quy đồng mẫu số

B- ớc 2: So sánh phân số vừa quy đồng

Ví dụ: So sánh $\frac{1}{2}$ và $\frac{1}{3}$

$$\begin{aligned}
+)& \text{ Ta có: } \frac{1}{2} = \frac{1 \times 3}{2 \times 3} = \frac{3}{6} & \frac{1}{3} = \frac{1 \times 2}{3 \times 2} = \frac{2}{6}
\end{aligned}$$

$$+)& \text{ Vì } \frac{3}{6} > \frac{2}{6} \text{ nên } \frac{1}{2} > \frac{1}{3}$$

b) Quy đồng tử số

B- ớc 1: Quy đồng tử số

B- ớc 2: So sánh phân số đã quy đồng tử số

Ví dụ: So sánh hai phân số $\frac{2}{5}$ và $\frac{3}{4}$ bằng cách quy đồng tử số

+> Ta có :

$$\frac{2}{5} = \frac{2 \times 3}{5 \times 3} = \frac{6}{15} & \frac{3}{4} = \frac{3 \times 2}{4 \times 2} = \frac{6}{8}$$

$$+)& \text{ Vì } \frac{6}{15} < \frac{6}{8} \text{ nên } \frac{2}{5} < \frac{3}{4}$$

2. So sánh phân số bằng cách so sánh phần bù với đơn vị của phân số

- Phần bù với đơn vị của phân số là hiệu giữa 1 và phân số đó.

- Trong hai phân số, phân số nào có phần bù lớn hơn thì phân số đó nhỏ hơn và ngược lại.

Ví dụ: So sánh các phân số sau bằng cách thuận tiện nhất.

$$\frac{2000}{2001} \text{ và } \frac{2001}{2002}$$

B- ớc 1: (Tìm phần bù)

$$\text{Ta có : } 1 - \frac{2000}{2001} = \frac{1}{2001} & 1 - \frac{2001}{2002} = \frac{1}{2002}$$

B- ớc 2: (So sánh phần bù với nhau, kết luận hai phân số cần so sánh)

$$\text{Vì } \frac{1}{2001} > \frac{1}{2002} \text{ nên } \frac{2000}{2001} < \frac{2001}{2002}$$

* Chú ý: Đặt A = Mẫu 1 - tử 1
B = mẫu 2 - tử 2

Cách so sánh phần bù đ- ợc dùng khi A = B. Nếu trong tr- ờng hợp A ≠ B ta có thể sử dụng tính chất cơ bản của phân số để biến đổi đ- a về 2 phân số mới có hiệu giữa mẫu số và tử số của hai phân số bằng nhau:

$$\text{Ví dụ: } \frac{2000}{2001} \text{ và } \frac{2001}{2003}$$

$$+) \text{ Ta có: } \frac{2000}{2001} = \frac{2000 \times 2}{2001 \times 2} = \frac{4000}{4002}$$

$$1 - \frac{4000}{4002} = \frac{2}{4002}$$

$$1 - \frac{2001}{2003} = \frac{2}{2003}$$

$$+) \text{ Vì } \frac{2}{4002} < \frac{2}{2003} \text{ nên } \frac{4000}{4002} > \frac{2001}{2003} \text{ hay } \frac{2000}{2001} > \frac{2001}{2003}$$

3. So sánh phân số bằng cách so sánh phân hơn với đơn vị của phân số:

- Phân hơn với đơn vị của phân số là hiệu của phân số và 1.

- Trong hai phân số, phân số nào có phần hơn lớn hơn thì phân số đó lớn hơn.

Ví dụ: So sánh: $\frac{2001}{2000}$ và $\frac{2002}{2001}$

B- ớc 1: Tìm phần hơn

$$\text{Ta có: } \frac{2001}{2000} - 1 = \frac{1}{2000}$$

$$\frac{2002}{2001} - 1 = \frac{1}{2001}$$

B- ớc 2: So sánh phần hơn của đơn vị, kết luận hai phân số cần so sánh.

$$\text{Vì } \frac{1}{2000} > \frac{1}{2001} \text{ nên } \frac{2001}{2000} > \frac{2002}{2001}$$

* **Chú ý:** Đặt C = tử 1 - mẫu 1
D = tử 2 - mẫu 2

Cách so sánh phân hơn đ- ợc dùng khi C = D. Nếu trong tr- ờng hợp C ≠ D ta có thể sử dụng tính chất cơ bản của phân số để biến đổi đ- a về hai phân số mới có hiệu giữa tử số và mẫu số của hai phân số bằng nhau.

Ví dụ: So sánh hai phân số sau: $\frac{2001}{2000}$ và $\frac{2003}{2001}$

$$\text{B- ớc 1: Ta có: } \frac{2001}{2000} = \frac{2001 \times 2}{2000 \times 2} = \frac{4002}{4000}$$

$$\frac{4002}{4000} - 1 = \frac{2}{4000}$$

$$\frac{2003}{2001} - 1 = \frac{2}{2001}$$

$$\text{B- ớc 2: Vì } \frac{2}{4000} < \frac{2}{2001} \text{ nên } \frac{4002}{4000} < \frac{2003}{2001} \text{ hay } \frac{2001}{2000} < \frac{2003}{2001}$$

4. So sánh phân số bằng cách so sánh cả hai phân số với phân số trung gian

Ví dụ 1: So sánh $\frac{3}{5}$ và $\frac{4}{9}$

B- ớc 1: Ta có:

$$\frac{3}{5} > \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{4}{9} < \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

$$\text{B- ớc 2: Vì } \frac{3}{5} > \frac{1}{2} > \frac{4}{9} \text{ nên } \frac{3}{5} > \frac{4}{9}$$

Ví dụ 2: So sánh $\frac{19}{60}$ và $\frac{31}{90}$

B- ớc 1: Ta có:

$$\frac{19}{60} < \frac{20}{60} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{31}{90} > \frac{30}{90} = \frac{1}{3}$$

$$\text{B- ớc 2: Vì } \frac{19}{60} < \frac{1}{3} < \frac{31}{90} \text{ nên } \frac{19}{60} < \frac{31}{90}$$

Ví dụ 3: So sánh $\frac{101}{100}$ và $\frac{100}{101}$

$$\text{Vì } \frac{101}{100} > 1 > \frac{100}{101} \text{ nên } \frac{101}{100} > \frac{100}{101}$$

Ví dụ 4: So sánh hai phân số bằng cách nhanh nhất.

$$\frac{40}{57} \text{ và } \frac{41}{55}$$

Bài giải

+) Ta chọn phân số trung gian là : $\frac{40}{55}$

+) Ta có: $\frac{40}{57} < \frac{40}{55} < \frac{41}{55}$

+) Vậy $\frac{40}{57} < \frac{41}{55}$

* Cách chọn phân số trung gian :

- Trong một số tr-ờng hợp đơn giản, có thể chọn phân số trung gian là những phân số dễ tìm đ-ợc nh- : $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots$ bằng cách tìm th-ơng của mẫu số và tử số (Tức là mẫu chia cho tử Nếu $b:a = 2$ phân số bằng $\frac{1}{2}$ nếu $b : a = 2, \dots$ thì phân số nhỏ hơn $\frac{1}{2}$ nh- nng lớn hơn $\frac{1}{3}$) của từng phân số rồi chọn số tự nhiên nằm giữa hai th-ơng vừa tìm đ-ợc. Số tự nhiên đó chính là mẫu số của phân số trung gian còn tử số của phân số trung gian chính bằng 1.

- Trong tr-ờng hợp tổng quát: So sánh hai phân số $\frac{a}{b}$ và $\frac{c}{d}$ (a, b, c, d khác 0)

- Nếu $a > c$ còn $b < d$ (hoặc $a < c$ còn $b > d$) thì ta có thể chọn phân số trung gian là $\frac{a}{d}$ (hoặc $\frac{c}{b}$)

- Trong tr-ờng hợp hiệu của tử số của phân số thứ nhất với tử số của phân số thứ hai và hiệu của mẫu số phân số thứ nhất với mẫu số của phân số thứ hai có mối quan hệ với nhau về tỉ số (ví dụ: gấp 2 hoặc 3 lần, .. hay bằng $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{4}{5}, \dots$) thì ta nhân cả tử số và mẫu số của cả hai phân số lên một số lần sao cho hiệu giữa hai tử số và hiệu giữa hai mẫu số của hai phân số là nhỏ nhất. Sau đó ta tiến hành chọn phân số trung gian nh- trên.

Ví dụ: So sánh hai phân số $\frac{15}{23}$ và $\frac{70}{117}$

B- ớc 1: Ta có: $\frac{15}{23} = \frac{15 \times 5}{23 \times 5} = \frac{75}{115}$

Ta so sánh $\frac{70}{117}$ với $\frac{75}{115}$

B- ớc 2: Chọn phân số trung gian là: $\frac{70}{115}$

B- ớc 3: Vì $\frac{70}{117} < \frac{70}{115} < \frac{75}{115}$ nên $\frac{70}{117} < \frac{75}{115}$ hay $\frac{70}{117} < \frac{15}{23}$

5. Đ- a hai phân số về dạng hỗn số để so sánh

- Khi thực hiện phép chia tử số cho mẫu số của hai phân số ta đ-ợc cùng th-ơng thì ta đ- a hai phân số cần so sánh về dạng hỗn số, rồi so sánh hai phần phân số của hai hỗn số đó.

Ví dụ: So sánh hai phân số sau: $\frac{47}{15}$ và $\frac{65}{21}$.

Ta có: $\frac{47}{15} = 3\frac{2}{15}$ $\frac{65}{21} = 3\frac{2}{21}$

Vì $\frac{2}{15} > \frac{2}{21}$ nên $3\frac{2}{15} > 3\frac{2}{21}$ hay $\frac{47}{15} > \frac{65}{21}$

- Khi thực hiện phép chia tử số cho mẫu số, ta đ-ợc hai th-ơng khác nhau, ta cũng đ- a hai phân số về hỗn số để so sánh.

Ví dụ: So sánh $\frac{41}{11}$ và $\frac{23}{10}$

Ta có:

$$\frac{41}{11} = 3\frac{8}{11}$$

$$\frac{23}{10} = 2\frac{3}{10}$$

Vì $3 > 2$ nên $3\frac{8}{11} > 2\frac{3}{10}$ hay $\frac{41}{11} > \frac{23}{10}$

* Chú ý: Khi mẫu số của hai phân số cùng chia hết cho một số tự nhiên ta có thể nhân cả hai phân số đó với số tự nhiên đó rồi đi đến kết quả vừa tìm được về hỗn số rồi so sánh hai hỗn số đó với nhau

Ví dụ: So sánh $\frac{47}{15}$ và $\frac{65}{21}$.

$$+ \text{) Ta có: } \frac{47}{15} \times 3 = \frac{47}{5} = 9\frac{2}{5}$$

$$\frac{65}{21} \times 3 = \frac{65}{7} = 9\frac{2}{7}$$

$$+ \text{) Vì } \frac{2}{5} > \frac{2}{7} \text{ nên } 9\frac{2}{5} > 9\frac{2}{7} \text{ hay } \frac{47}{15} > \frac{65}{21}$$

6. Thực hiện phép chia hai phân số để so sánh

- Khi chia phân số thứ nhất cho phân số thứ hai, nếu thương tìm được bằng 1 thì hai phân số đó bằng nhau; nếu thương tìm được lớn hơn 1 thì phân số thứ nhất lớn hơn phân số thứ hai; nếu thương tìm được nhỏ hơn 1 thì phân số thứ nhất nhỏ hơn phân số thứ hai.

Ví dụ: So sánh $\frac{5}{9}$ và $\frac{7}{10}$

$$\text{Ta có: } \frac{5}{9} : \frac{7}{10} = \frac{50}{63} < 1 \text{ Vậy } \frac{5}{9} < \frac{7}{10}.$$

7. Vẽ sơ đồ.

8. Viết PS thành tổng các phân số có tổng các phân số có tử bằng 1 mẫu số khác nhau rồi so sánh.

9. Nghịch đảo hai phân số rồi so sánh.

10. So sánh với 1. (Còn nữa)

PHẦN B: MỘT SỐ DẠNG TOÁN ĐIỂN HÌNH

A. TRUNG BÌNH CỘNG

I. KIẾN THỨC CẦN GHI NHỚ

1. Muốn tìm trung bình cộng của nhiều số ta lấy tổng chia cho số các số hạng.

2. Muốn tìm tổng các số hạng ta lấy trung bình cộng nhân với số các số hạng.

3. Trong dãy số cách đều:

- Nếu số lượng số hạng là lẻ thì số hạng ở chính giữa của dãy số đó chính là số trung bình cộng của các số hạng.

- Muốn tìm số trung bình cộng trong dãy số cách đều ta lấy giá trị của một cặp chia cho 2

Ví dụ: Hãy tìm số trung bình cộng của 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Bài giải

Số trung bình cộng là: $(1 + 9) : 2 = 5$.

(Hoặc dãy số đó có 9 số hạng liên tiếp từ 1 đến 9 nên số ở chính giữa chính là số trung bình cộng và là số 5).

4. Trong các số, nếu có một số lớn hơn mức trung bình cộng của các số n đơn vị thì trung bình cộng của các số đó bằng tổng của các số còn lại cộng với n đơn vị rồi chia cho các số hạng còn lại đó.

Ví dụ: An có 20 viên bi, Bình có số bi bằng $\frac{1}{2}$ số bi của An. Chi có số bi hơn mức trung bình cộng của ba bạn là 6 viên bi. Hỏi Chi có bao nhiêu viên bi?

Bài giải

Số bi của Bình là: $20 \times \frac{1}{2} = 10$ (viên)

Nếu Chi bù 6 viên bi cho hai bạn còn lại rồi chia đều thì số bi của ba bạn sẽ bằng nhau và bằng trung bình cộng của cả ba bạn.

Vậy trung bình cộng số bi của ba bạn là:

$$(20 + 10 + 6) : 2 = 18 \text{ (viên)}$$

Số bi của Chi là:

$$18 + 6 = 24 \text{ (viên)}$$

Đáp số: 24 viên bi

5. Trong các số, nếu một số kém trung bình cộng của các số đó n đơn vị thì trung bình cộng của các số đó bằng tổng các số còn lại trừ đi n đơn vị rồi chia cho số lượng các số hạng còn lại.

Ví dụ: An có 20 nhãn vở, Bình có 20 nhãn vở. Chi có số nhãn vở kém trung bình cộng của ba bạn là 6 nhãn vở. Hỏi Chi có bao nhiêu nhãn vở?

Bài giải

Nếu An và Bình bù cho Chi 6 viên bi rồi chia đều thì số bi của ba bạn sẽ bằng nhau và bằng trung bình cộng của cả ba bạn.

Vậy số trung bình cộng của ba bạn là:

$$(20 + 20 - 6) : 2 = 17 \text{ (nhãn vở)}$$

Số nhãn vở của Chi là:

$$17 - 6 = 12 \text{ (nhãn vở)}$$

Đáp số: 12 nhãn vở

6. Bài toán có thêm một số hạng để mức trung bình cộng của tất cả tăng thêm n đơn vị, ta làm như sau:

B-ước 1: Tính tổng ban đầu

B-ước 2: Tính trung bình cộng của các số đã cho

B-ước 3: Tính tổng mới = (trung bình cộng của các số đã cho + n) \times số lượng các số hạng mới.

B-ước 4: Tìm số đó = tổng mới - tổng ban đầu

Ví dụ: Một ô tô trong 3 giờ đầu, mỗi giờ đi được 40km, trong 3 giờ sau, mỗi giờ đi được 50 km. Nếu muốn tăng mức trung bình cộng mỗi giờ tăng thêm 1km nữa thì đến giờ thứ 7, ô tô đó cần đi bao nhiêu ki-lô-mét nữa?

Bài giải

Trong 6 giờ đầu, trung bình mỗi giờ ô tô đi được:

$$(40 \times 3 + 50 \times 3) : 6 = 45 \text{ (km)}$$

Quãng đường ô tô đi trong 7 giờ là:

$$(45 + 1) \times 7 = 322 \text{ (km)}$$

Giờ thứ 7 ô tô cần đi là:

$$322 - (40 \times 3 + 50 \times 3) = 52 \text{ (km)}$$

Đáp số: 52km

B. Ứng dụng của phương pháp dùng sơ đồ đoạn thẳng trong dạy học.

1. ứng dụng của phương pháp dùng sơ đồ đoạn thẳng để giải các bài toán về cấu tạo số tự nhiên:

Ví dụ: Khi viết thêm chữ số 8 vào bên trái một số tự nhiên có hai chữ số thì số đó tăng gấp 26 lần. Tìm số tự nhiên đó?

Phân tích:

? Khi viết thêm chữ số 8 vào bên trái một số tự nhiên có hai chữ số có nghĩa là ta đã thêm vào số cũ bao nhiêu đơn vị?

(800 đơn vị)

? Bài toán cho biết gì?

(Khi viết thêm chữ số 8 vào bên trái một số tự nhiên có hai chữ số thì số đó tăng gấp 26 lần.)

? Bài toán yêu cầu gì?

(Tìm số tự nhiên đã cho)

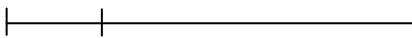
? Muốn tìm số tự nhiên đã cho ta làm nh- thế nào?

(Xác lập mối liên hệ giữa số tự nhiên đã cho và số mới sau khi viết thêm số 8 vào bên trái)

? Ta có thể biểu diễn mối liên hệ đó bằng sơ đồ đ- ọc không? Vẽ sơ đồ tóm tắt bài toán trên.

Tóm tắt:

Số tự nhiên đã cho:  800

Số mới:  26 lần

? Bài toán thuộc dạng toán nào?

(Tìm hai số khi biết hiệu và tỉ số của hai số đó)

Bài giải:

Số cần tìm là:

$$800 : (26 - 1) = 32$$

Đáp số: 32.

2. ứng dụng của ph- ơng pháp dùng sơ đồ đoạn thẳng để giải các bài toán về chuyển động đều:

Ví dụ: Một ng- ời dự định đi xe đạp từ nhà với vận tốc 14 km/giờ, để lên tới huyện lúc 10 giờ. Do ng- ợc gió nên mỗi giờ chỉ đi đ- ợc 10 km/ giờ và tới huyện lúc 10 giờ 36 phút. tính quãng đ- ờng từ nhà lên huyện

Phân tích:

? Bài toán cho biết gì?

(Một ng- ời dự định đi xe đạp từ nhà với vận tốc 14 km/giờ, để lên tới huyện lúc 10 giờ. Do ng- ợc gió nên mỗi giờ chỉ đi đ- ợc 10 km/ giờ và tới huyện lúc 10 giờ 36 phút)

? Bài toán yêu cầu gì?

(Tính quãng đ- ờng từ nhà lên huyện)

Muốn tính đ- ợc quãng đ- ờng từ nhà lên huyện ta cần biết những gì?

(Theo công thức: $S = v \times t$

Quãng đ- ờng = vận tốc x thời gian

Ta cần biết vận tốc và thời gian đi từ nhà lên huyện)

? Trong hai đại lượng cần biết đó, đại l- ượng nào đã cho và đại l- ượng nào phải tìm?

(Vận tốc từ nhà lên huyện đã biết, ta cần phải tìm thời gian đi từ nhà lên huyện)

? Với vận tốc dự định và vận tốc thực đi thời điểm tới huyện theo dự định và thời điểm tới huyện thực đi đã biết ta có thể tìm thời gian ng-ời đi từ nhà lên huyện nh- thế nào?

(Vận dụng tính chất “ Trên cùng một quãng đ-ờng đi thì vận ttốc và thời gian là hai đại l-ợng tỉ lệ nghịch với nhau, ta tìm đ-ợc tỉ số gi- a thời gian dự định đi và thời gian thực đi. Biết tỉ số, biết hiệu ta tìm đ-ợc hai khoảng thời gian ch- a biết đó)

Bài giải

Tỉ số giữa vận tốc dự định và vận tốc thực đi là:

$$14 : 10 = \frac{7}{5}$$

Tỉ số giữa thời gian dự định và thời gian thực đi là: $\frac{7}{5}$

Vì vận tốc và thời gian là hai đại l-ợng tỉ lệ nghịch trên cùng một quãng đ-ờng đi là:

Hiệu số giữa thời gian dự định đi với thời gian thực đi là:

$$10 \text{ giờ } 36 \text{ phút} - 10 \text{ giờ} = 36 \text{ phút.}$$

Ta có sơ đồ:

Thời gian dự định đi : |—————| 36 phút

Thời gian thực đi: |—————|—————|

Thời gian dự định đi là:

$$36 : (7 - 5) \times 5 = 90 \text{ (phút)} = 1,5 \text{ giờ}$$

Quãng đ-ờng từ A đến B là:

$$14 \times 1,5 = 21 \text{ (km).}$$

Đáp số 21 km

3. ứng dụng của ph- ơng pháp dùng sơ đồ đoạn thẳng để giải các bài toán có nội dung hình học.

Ví dụ: Chu vi của một mảnh v- ườn hình chữ nhật là 140 m. Biết chiều dài gấp bốn lần chiều rộng. Hãy tính diện tích của mảnh v- ườn đó?

Phân tích:

? Bài toán yêu cầu tìm gì?

(Diện tích của mảnh v- ườn chữ nhật).

? Bài toán cho ta biết gì?

(Chu vi của mảnh v- ườn đó bằng 140 m và chiều dài gấp bốn lần chiều rộng)

? Để tìm đ- ợc diện tích của mảnh v- ườn đó ta cần phải biết gì?

(Theo công thức $S = a \times b$ thì

Diện tích hình chữ nhật = chiều dài x chiều rộng

Ta phải tính chiều dài, chiều rộng của mảnh v- ờn đó)

? Chiều dài, chiều rộng của mảnh v- ờn đó có mối liên hệ nh- thế nào?

(Chu vi bằng 140 m chiều dài gấp bốn lần chiều rộng)

? Ta có thể tìm đ- ợc chiều dài và chiều rộng của mảnh v- ờn đó dựa vào mối liên hệ trên không? Tìm bằng cách nào?

(Tìm đ- ợc bằng cách tìm nửa chu vi của hình chữ nhật. Sau đó lấy nửa chu vi chia cho 5 ta đ- ợc chiều rộng, lấy chiều rộng nhân với 4 ta đ- ợc chiều dài).

? Để tìm chiều rộng và chiều dài của mảnh v- ờn ta có thể quy về dạng toán nào.

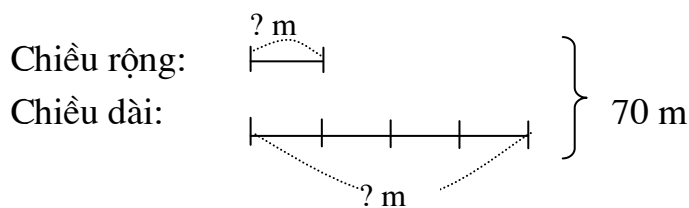
(Tìm hai số khi biết tổng và tỉ số của hai số)

Bài giải:

Nửa chu vi của mảnh v- ờn là:

$$140 : 2 = 70 \text{ (m)}$$

Theo bài ra ta có sơ đồ:



Chiều rộng của mảnh v- ờn là:

$$70 : (4 + 1) = 14 \text{ (m)}$$

Chiều dài của mảnh v- ờn là:

$$14 \times 4 = 56 \text{ (m)}$$

$$\text{Hoặc } 70 - 14 = 56 \text{ (m)}$$

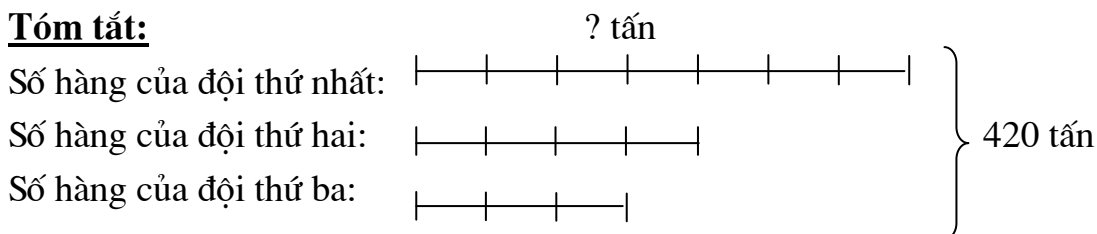
Diện tích của mảnh v- ờn là:

$$14 \times 56 = 644 \text{ (m}^2 \text{)}$$

Đáp số: 644 m²

4. Ứng dụng của ph- ơng pháp dùng sơ đồ đoạn thẳng để giải các bài toán về tìm 3 số khi biết tổng và tỉ số của chúng.

Ví dụ: Ba đơn vị vận tải đ- ợc giao vận chuyển 420 tấn hàng trong đó số hàng của đội thứ ba bằng số hàng của đội thứ hai và bằng số hàng của đội thứ nhất. Hỏi mỗi đội đ- ợc giao vận chuyển tấn hàng?

Tóm tắt:***Bài giải :***

Tổng số phần bằng nhau là:

$$7 + 4 + 3 = 14 \text{ (phần)}$$

Số tấn của một phần là:

$$420 : 14 = 30 \text{ (tấn)}$$

Số tấn hàng đội Ba vận chuyển là:

$$30 \times 3 = 90 \text{ (tấn)}$$

Số tấn hàng đội Hai vận chuyển là:

$$30 \times 4 = 120 \text{ (tấn)}$$

Số tấn hàng đội Một vận chuyển là:

$$30 \times 7 = 210 \text{ (tấn)}$$

Đáp số: Đội Một : 210 tấn

Đội Hai : 120 tấn

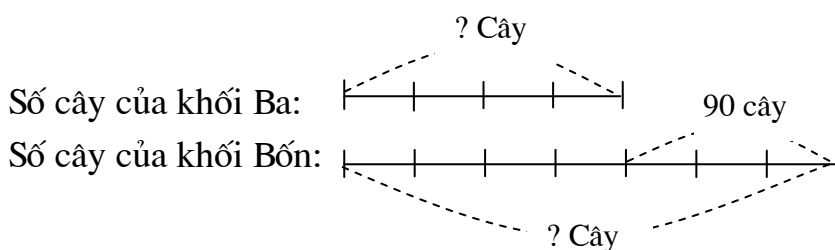
Đội Ba : 90 tấn.

5. ứng dụng của ph- ơng pháp dùng sơ đồ đoạn thẳng để giải các bài toán về tìm 3 số khi biết hiệu và tỉ số của chúng.

Ví dụ: Các khối Ba, Bốn và Năm của một tr- ờng tiểu học tham gia tết trồng cây. Số cây của khối Ba trồng đ- ợc bằng $\frac{3}{11}$ số cây của khối Năm, bằng $\frac{4}{7}$ số cây của khối Bốn và kém khối Bốn là 90 cây. Hỏi mỗi khối trồng đ- ợc bao nhiêu cây?

Bài giải:

Theo đề ra ta có sơ đồ:



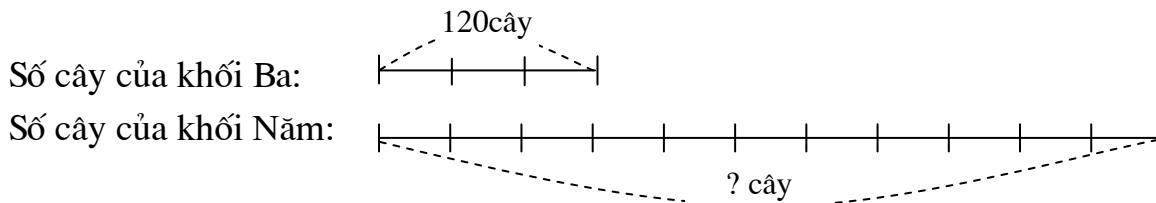
Số cây khối Ba trồng đ- ọc là:

$$90 : (7 - 4) \times 4 = 120 \text{ (cây)}$$

Số cây khối Bốn trồng đ- ọc là:

$$120 + 90 = 210 \text{ (cây)}$$

Ta có sơ đồ :



Số cây của khối Năm trồng đ- ọc là:

$$120 : 3 \times 11 = 440 \text{ (cây)}$$

Đáp số: Khối Ba: 120 cây

Khối Bốn: 210 cây

Khối Năm: 440 cây

6. ứng dụng của ph- ơng pháp dùng sơ đồ đoạn thẳng để giải các bài toán có văn điển hình, trên tập phân số.

Ví dụ:

Hai đội vận tải đ- ọc giao vận chuyển một số hàng. Biết $\frac{2}{5}$ số hàng của đội Một bằng $\frac{4}{7}$ số hàng của đội Hai và hơn đội Hai là 60 tấn. Tính số hàng mỗi đội vận chuyển?

Phân tích:

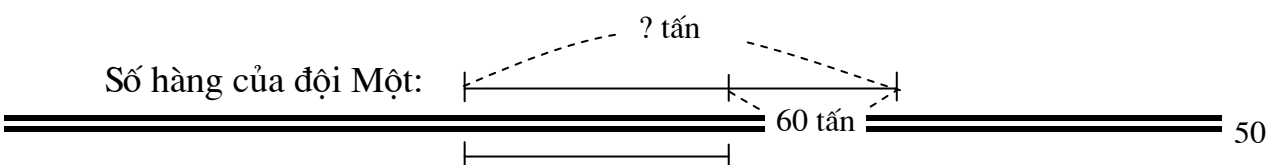
Bài toán này yêu cầu ta tìm số hàng của đội Một và đội Hai vận chuyển mà đội Hai vận chuyển kém đội Một 60 tấn hàng và số hàng của đội Một bằng số hàng của đội Hai.

$$\text{Đội Một} : \text{Đội Hai} = \frac{4}{7} : \frac{2}{5} = \frac{10}{7}$$

Từ đây ta có thể giải bài toán theo cách tìm hai số khi biết hiệu và tỉ số của hai số đó.

Bài giải :

Theo bài ra ta có sơ đồ:



Số hàng của đội Hai:

Số hàng của đội Một là:

$$(60 : (10 - 7)) \times 10 = 200 \text{ (tấn)}$$

Số hàng của đội Hai là:

$$200 - 60 = 140 \text{ (tấn)}$$

Đáp số : Đội Một : 200 tấn

Đội Hai : 140 tấn

7. ứng dụng của ph- ơng pháp dùng sơ đồ đoạn thẳng để giải các bài toán tính tuổi.

Ví dụ: Tổng số tuổi của hai chị em năm nay bằng 25 tuổi. Biết tuổi em bằng tuổi chị. Tính tuổi của mỗi ng- ời?

Phân tích:

? Bài toán cho biết gì?

(Tổng số tuổi của hai chị em bằng 25 tuổi, tuổi của em bằng $\frac{2}{3}$ tuổi của chị)

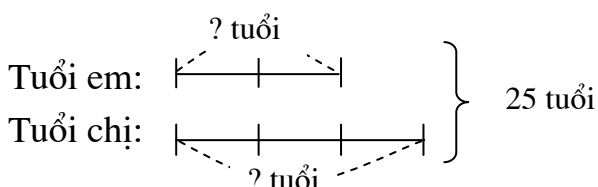
Bài toán yêu cầu gì?

(Tính tuổi của mỗi ng- ời)

? Bài toán trên thuộc dạng toán gì?

(Tìm hai số khi biết tổng và tỉ số của hai số đó)

Tóm tắt:



Bài giải:

Tuổi của em là:

$$25 : (2 + 3) = 10 \text{ (tuổi)}$$

Tuổi của chị là:

$$25 - 10 = 15 \text{ (tuổi)}$$

Đáp số: Em: 10 tuổi

Chị: 15 tuổi

8. ứng dụng của ph- ơng pháp dùng sơ đồ đoạn thẳng để giải các bài toán vui và toán cổ.

Ví dụ: Một đàn cò bay đến đậu ở v-òn cây, nếu mỗi con cò đậu ở một cây thì ba con cò không có cây để đậu, nếu mỗi cây có ba con cò thì ba cây sẽ không có con nào đậu. Hỏi có mấy cây, mấy con cò?

Bài giải:

Cách 1:

Giả sử số cây bằng số con cò. Nghĩa là số cây “có thêm” 3 cây nữa, khi ba con cò đậu vào một cây thì số cây không có con cò đậu là:

Ta có sơ đồ: (Khi ba con cò cùng đậu một cây)

Số cây: $\begin{array}{|c|c|c|} \hline & & \\ \hline \end{array}$
6 cây

Số con cò đậu: $\begin{array}{|c|c|c|} \hline & & \\ \hline \end{array}$

Số cây (hay số cò trong đàn) là:

$$6 : (3 - 1) \times 3 = 9 \text{ (cây)} = 9 \text{ (con)}$$

Số cây thực có trong v-òn là:

$$9 - 3 = 6 \text{ (cây)}$$

Đáp số: 6 cây, 9 cò

Cách 2:

Giải sử số cò bằng số cây. Nghĩa là số cò sẽ có “ ít đi” 3 con.

Khi cò đậu một cây thì số cây không có cò đậu là:

$$3 + 1 = 4 \text{ (cây)}$$

(Vì 3 cò nhiều hơn theo đề bài sẽ không đậu một cây)

Khi đó ta có sơ đồ:

Số cây trong v-òn: $\begin{array}{|c|c|c|} \hline & & \\ \hline \end{array}$
4 cây

Số cây có cò đậu: $\begin{array}{|c|c|c|} \hline & & \\ \hline \end{array}$

Trong v-òn có số cây là:

$$4 : (3 - 1) \times 3 = 6 \text{ (cây)}$$

Số cò thực có trong đàn là:

$$6 + 3 = 9 \text{ (con)}$$

Đáp số: 6 cây, 9 cò

9. ứng dụng của ph- ơng pháp dùng sơ đồ đoạn thẳng để giải các bài toán về cấu tạo số thập phân.

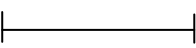
Ví dụ: Khi cộng một số tự nhiên với một số thập phân có một chữ số ở phần thập phân. Do sơ xuất một học sinh đã bỏ quên dấu phẩy của số thập phân và đặt

phép cộng nh- hai số tự nhiên nên kết quả tăng thêm 310,5 đơn vị. Tìm số thập phân đó?

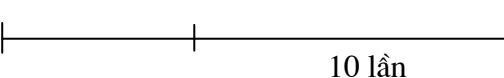
Phân tích:

Bài toán này yêu cầu ta tìm số thập phân có một chữ số ở phần thập phân mà khi cộng do sơ xuất học sinh đã bỏ quên dấu phẩy. Do bỏ dấu phẩy ở số thập phân có một chữ số ở phần thập phân đó tăng lên 10 lần. Số tự nhiên (hay số hạng thứ nhất trong phép cộng) vẫn để giữ nguyên nên kết quả phép tính tăng thêm 310,5 đơn vị là do số thập phân tăng thêm 10 lần.

Ta có sơ đồ tóm tắt bài toán nh- sau:

Phép tính đúng: 

310,5

Phép tính sai: 

Nhìn vào sơ đồ ta thấy 310,5 tương ứng với 9 phần bằng nhau và một phần chính là số thập phân phải tìm.

Bài giải:

Số thập phân cần tìm là:

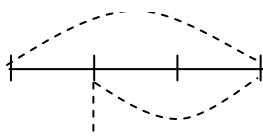
$$310,5 : (10 - 1) = 34,5$$

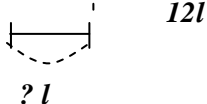
Đáp số : 34,5

...

Trên đây là một số ứng dụng của phương pháp dùng sơ đồ đoạn thẳng để giải một số bài toán cơ bản và điển hình. Từ đó học sinh có thể giải được các bài toán tương tự và giải theo đề bài mới.

Ta có sơ đồ: ? l

Loại 1: 

Loại 2:  12l

Bài giải:

Theo sơ đồ, hiệu số phần bằng nhau là: $3 - 1 = 2$ (phần)

Số lít n-ớc mắm loại hai là: $12 : 2 = 6$ (l)

Số n-ớc mắm loại một là: $6 + 12 = 18$ (l)

Đáp số: 18l và 6l

- Chữa bài trên bảng.

- Gọi học sinh đọc đề bài:

? Bài toán cho em biết những gì?

? Bài toán yêu cầu ta tính những gì?

? Ta đã biết gì liên qua đến chiều rộng và chiều dài?

- Yêu cầu học sinh làm bài.

- học sinh nhận xét.

Bài 3(18-sgk)

Chu vi và tỉ số

- Tìm chiều dài và chiều rộng

- 2 lần chiều dài và chiều rộng

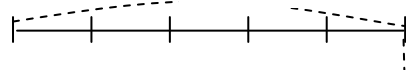
- 2 học sinh lên bảng

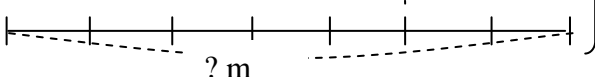
Bài giải:

Nửa chu vi v-ườn hoa là:

$$120 : 2 = 60 \text{ (m)}$$

Ta có sơ đồ: ? m

Chiều rộng:  60m

Chiều dài:  ? m

Theo sơ đồ, tổng số phần bằng nhau là:

$$5 + 7 = 12 \text{ (Phần)}$$

Chiều rộng của mảnh v-ườn là:

$$60 : 12 \times 5 = 25 \text{ (m)}$$

Chiều dài của mảnh v-ườn là:

$$60 - 25 = 35 \text{ (m)}$$

Diện tích của mảnh v-ườn là:

$$25 \times 35 = 875 \text{ (m}^2\text{)}$$

Diện tích lối đi là:

$$875 : 25 = 35 \text{ (m}^2\text{)}$$

Đáp số: Chiều dài: 35 m, chiều rộng: 25 m

Lối đi: 35 m²