NĂM THỨ MƯỜI LĂM
ISSN 1859-2740
140
10/2014
Giá: 10000đ

Toán tuổi thơ 2

TRUNG HỌC CƠ SỞ

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM - BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

Toán tuổi thơ TRUNG HỌC CƠ SỞ
Children's Fun Maths Journal
NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM - BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

TÒA SOẠN
Tầng 5, số 361 đường Trường Chinh,
quận Thanh Xuân, Hà Nội
Điện thoại (Tel): 04.35682701
Điện sao (Fax): 04.35682702
Điện thư (Email): toantuoitho@vnn.vn
Trang mạng (Website): http://www.toantuoitho.vn

ĐẠI DIỆN TẠI MIỀN NAM
NGUYỄN VIẾT XUÂN
55/12 Trần Đình Xu, P. Cầu Kho, Q.1, TP. HCM
ĐT: 08.38369276, DĐ: 0973 308199

Trưởng phòng Trị sự: TRỊNH ĐÌNH TÀI
Biên tập: HOÀNG TRỌNG HẢO,
NGUYỄN NGỌC HÂN, PHAN HƯƠNG
Trị sự - Phát hành: TRỊNH THỊ TUYẾT TRANG,
MẠC THANH HUYỀN, NGUYỄN HUYỀN THANH
Chế bản: ĐỖ TRUNG KIÊN   Mĩ thuật: TÚ ÂN

CHỊU TRÁCH NHIỆM XUẤT BẢN
NGƯT. NGÔ TRẦN ÁI
CHỦ TỊCH HỘI ĐỒNG THÀNH VIÊN NXBGD VIỆT NAM
GS. TS. VŨ VĂN HÙNG
TỔNG GIÁM ĐỐC KIÊM TỔNG BIÊN TẬP NXBGD VIỆT NAM

TRONG SỐ NÀY

Học ra sao? Giải toán thế nào?

KHAI THÁC
một số bài toán tính nhanh

NGƯT. NGUYỄN TAM SƠN
(Thường Tín, TP. Hà Nội)

Từ một bài toán, nếu chúng ta chịu khó suy nghĩ, tìm tòi, khai thác, mở rộng, khái quát hóa chúng ta sẽ nắm chắc hơn kiến thức. Đặc biệt các bạn có thể sáng tạo những bài toán hay. Sau đây chúng tôi xin đưa ra một số cách khai thác các bài toán tính nhanh.

Bài toán 1. Tính nhanh

$$A_1 = \frac{423134 \times 846267 - 423133}{423133 \times 846267 + 423134}.$$

Lời giải.

Cách 1. Biến đổi tử số

$423134 \times 846267 - 423133 = (423133 + 1) \times 846267 - 423133 = 423133 \times 846267 + 846267 - 423133 = 423133 \times 846267 + 423134.$

Do đó tử số và mẫu số bằng nhau.

Vậy $A_1 = 1$.

Cách 2. Đặt $423133 = a$ thì $423134 = a + 1$ và $846267 = 2a + 1$, khi đó ta có

$$A = \frac{a(2a+1) + 2a + 1 - a}{a(2a+1) + (a+1)} = \frac{a(2a+1) + (a+1)}{a(2a+1) + (a+1)} = 1.$$

Nhận xét:

- Các bạn có thể giải cách khác bằng cách biến đổi mẫu số thành tử số.
- Cho a những giá trị khác nhau, ta có các bài toán khác nhau thuộc dạng 1.
- Cho $a = 234567$ và đổi vị trí của tử số và mẫu số ta có bài toán sau:

Bài toán 1.1. Tính nhanh

$$A_2 = \frac{234567 \times 469135 + 234568}{234568 \times 469135 - 234567}.$$

- Cho $a = 987654321$ ta có bài toán sau:

Bài toán 1.2. Tính nhanh

$$A_3 = \frac{987654322 \times 1975308643 - 987654321}{987654321 \times 1975308643 + 987654322}.$$

Cho $a = 20132014$ thì $2a + 1 = 40264029$ ta có bài toán sau:

Bài toán 1.3. Tính nhanh

$$A_4 = \frac{20132014 \times 40264029 + 20132015}{20132015 \times 40264029 - 20132014}.$$

- Các bài toán trên chúng ta dễ dàng giải tương tự bài toán 1.
- Tương tự bài toán 1 ta có hai bài toán tổng quát sau:

Bài toán 2. Chứng minh giá trị của A^* và A^{**} không phụ thuộc vào a.

$$A^* = \frac{2(a+1)(a+2) - a}{2a(a+1) + 3a + 4}.$$

$$A^{**} = \frac{2(a+1)(a+3) + 3}{2(a+2)(a+3) - (2a+3)}.$$

- Với $a = 2013$ ta có bài toán sau.

Bài toán 2.1. Tính nhanh

$$A_1^* = \frac{2 \times 2014 \times 2015 - 2013}{2 \times 2013 \times 2014 + 6043}.$$

$$A_1^{**} = \frac{2 \times 2014 \times 2016 + 3}{2 \times 2015 \times 2016 - 4029}.$$

Bài toán 3. Tính nhanh

$$B_1 = \frac{3456 \times 5678 - 1234}{2222 + 3456 \times 5677}.$$

Lời giải.

Cách 1. Mẫu số bằng

$2222 + 3456 \times 5677 = 3456(5678 - 1) + 2222 = 3456 \times 5678 - 3456 + 2222 = 3456 \times 5678 - 1234.$

Do đó mẫu số bằng tử số.

Vậy $B_1 = 1$.

Gợi ý. Ta thấy $3456 + 2222 = 5678$ và $3456 - 2222 = 1234$; $5677 = 5678 - 1$.

Cách 2. Đặt $3456 = a$; $2222 = b$ thì $5678 = a + b$; $5677 = a + b - 1$ và $1234 = a - b$. Ta có

$$B_1 = \frac{a(a+b) - (a-b)}{a(a+b-1) + b} = \frac{a(a+b) - (a-b)}{a(a+b) - a + b} = \frac{a(a+b) - (a-b)}{a(a+b) - (a-b)} = 1.$$

Nhận xét:

- Cho a và b những giá trị tùy ý ta được các bài toán dạng 2.
- Cho $a = 2010$; $b = 1010$ ta có bài toán sau:

Bài toán 3.1. Tính nhanh

$$B_2 = \frac{2010\times3020-1000}{1010+2010\times3019}.$$

- Đặt 5677 = c thì 5678 = c + 1; 3456 = d và 1234 = e thì d − e = 2222 ta có bài toán có dạng tổng quát

Tính $B_{tq1} = \frac{d(c+1)-e}{(d-e)+dc}$.

Ta có

$$B_{tq1} = \frac{d(c+1)-e}{(d-e)+dc} = \frac{dc+d-e}{dc+(d-e)} = \frac{dc+(d-e)}{dc+(d-e)} = 1.$$

- Cho c, d, e những giá trị tùy ý (c không phụ thuộc d và e) ta có các bài toán dạng 2.

- Cho c = 1954 thì c + 1 = 1955; d = 2013 và e = 1911 thì d − e = 102. Ta có bài toán sau:

Bài toán 3.2. Tính nhanh

$$B_2 = \frac{2013\times1955-1911}{2013\times1954+102}.$$

- Với a, b, c là các số nguyên khác 0 và m, n, h, k là những số tự nhiên khác 0 bất kì ta cũng có những bài toán thuộc các dạng tổng quát sau:

Bài toán 4. Rút gọn

$$B^{*} = \frac{b(a+2)-c}{ba+(2b-c)};\qquad B^{**} = \frac{mb(a+1)-mc}{nba+n(b-c)};$$

$$B^{***} = \frac{mb(a+2)-mc}{nba+n(2b-c)};\qquad B_{tq2} = \frac{ha(b+n)\pm hc}{kab+k(na\pm c)}.$$

Ta có kết quả

$$B^{*} = 1;\ B^{**} = \frac{m}{n};\ B^{***} = \frac{m}{n};\ B_{tq2} = \frac{h}{k}.$$

- Với a = 1945; b = 1975; c = 2013; m = 1; n = 2 thì ta có bài toán sau:

Bài toán 4.1. Tính nhanh

$$B_1^{**} = \frac{1945\times1976-2013}{2\times1945\times1975-136}.$$

- Với a = 1890; b = 1945; c = 79; n = 24; c = 79; h = 2; k = 9 thì ta có bài toán sau:

Bài toán 4.2. Tính nhanh

$$B = \frac{2\times1890\times1969+158}{9\times1890\times1945+9\times24\times1890+711}.$$

Các bạn hãy giải các bài toán trên nhé.

NĂM CÔNG THỨC TÍNH
CÁC BỘ SỐ TAM GIÁC PYTAGO

NGUYỄN DANH NINH *(Hà Đông, Hà Nội)*

Tiếp theo kì trước

*** Công thức 4:** $c = 2n + 1$, $b = \frac{c^2-k^2}{2k}$, $a = b + k$.

Với k là ước của c^2 nhưng không là ước của c. Số k là do ta tự chọn và phù hợp với bài toán. Cách tính như sau:

- Phân tích c thành tích các thừa số nguyên tố.
- Tính c^2.
- Phân tích c^2 thành tích các thừa số nguyên tố.
- Chọn các giá trị của k là ước của c^2 nhưng không là ước của c.

Ví dụ 2. Tính hai bộ số tam giác Pytago khi cạnh kề nhỏ của góc vuông là 105 theo công thức 4.

Lời giải.

Ta có c = 105 = 3.5.7; c^2 = 3.3.5.5.7.7.

Vậy k lấy các giá trị là 9, 25, 45, 49, 75, 63, 98,...

* Với k = 9 thì $k^2 = 81$; 2k = 18

$$b = \frac{c^2-k^2}{2k} = \frac{11025-81}{18} = 608,$$

a = b + k = 608 + 9 = 617.

* Với k = 25 thì $k^2 = 625$; 2k = 50

$$b = \frac{c^2-k^2}{2k} = \frac{11025-625}{50} = 208,$$

a = b + k = 208 + 25 = 233.

Vậy có hai bộ số thỏa mãn là (105, 608, 617); (105, 208, 233).

*** Công thức 5:** $c = 4n$, $b = \frac{c^2-4k^2}{4k}$, $a = b + 2k$.

Với k là ước của c^2 nhưng không là ước của c.

Ví dụ 3. Tính bộ số tam giác Pytago biết cạnh kề nhỏ bằng 420 theo công thức 5.

Lời giải.

Với c = 420 = 2.2.3.5.7, ta có

c^2 = 2.2.2.2.3.3.5.5.7.7.

Do đó k lấy các giá trị là 8, 16, 9, 25, 49, 24, 18, 25, 49,...

* Với k = 9 thì 2k = 18, $4k^2 = 324$.

$$b = \frac{c^2-4k^2}{4k} = \frac{176400-324}{32} = 4891,$$

a = b + 2k = 4891 + 18 = 4919.

ÔN TẬP
CHƯƠNG I ĐẠI SỐ 9

NGUYỄN ĐỨC HẢO
(GV. THCS Lam Sơn, Quận 6, TP. Hồ Chí Minh)

Các bạn hãy giải các bài toán sau

Bài 1. Tìm điều kiện của x, y để biểu thức sau xác định

a) $\sqrt{2x+7}+\dfrac{2}{\sqrt{x}-3}$; b) $\sqrt{4-3x}+\dfrac{1}{\sqrt{x}+2}$;

c) $\sqrt{\dfrac{3}{2-x}}-\sqrt{x^2-4}$; d) $\sqrt{\dfrac{-2}{x+3}}-\dfrac{1}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$.

Bài 2. Rút gọn biểu thức

a) $\sqrt{x^2-10x+25}$; b) $\sqrt{x^2-12x+36}$;

c) $\sqrt{x^2+4x+4}$; d) $\sqrt{x^2+8x+16}$.

Bài 3. Thực hiện phép tính

a) $3\sqrt{2}-2\sqrt{45}+3\sqrt{20}-\sqrt{8}$;

b) $2\sqrt{125}-2\sqrt{5}+\sqrt{243}-2\sqrt{27}$;

c) $\sqrt{(2+\sqrt{5})^2}+\sqrt{(3-2\sqrt{5})^2}$;

d) $\sqrt{(3+2\sqrt{6})^2}-\sqrt{(2-\sqrt{6})^2}$.

Bài 4. Tính giá trị của biểu thức sau

a) $\sqrt{15a^2-8a\sqrt{15}+16}$ với $a=\sqrt{\dfrac{3}{5}}+\sqrt{\dfrac{5}{3}}$;

b) $\sqrt{14a^2-4a\sqrt{14}+4}$ với $a=\sqrt{\dfrac{7}{2}}-\sqrt{\dfrac{2}{7}}$;

c) $\sqrt{5a^2-4a\sqrt{5}+4}$ với $a=\sqrt{5}+\sqrt{\dfrac{1}{5}}$;

d) $\sqrt{6a^2-2a\sqrt{6}+1}$ với $a=\sqrt{\dfrac{2}{3}}+\sqrt{\dfrac{3}{2}}$.

Bài 5. Thực hiện phép tính

a) $\sqrt{15-6\sqrt{6}}+\sqrt{35-12\sqrt{6}}$;

b) $\sqrt{8-2\sqrt{15}}-\sqrt{23-4\sqrt{15}}$;

c) $\sqrt{48-6\sqrt{15}}-\sqrt{72-18\sqrt{15}}$;

d) $\sqrt{29-6\sqrt{20}}+\sqrt{14+3\sqrt{20}}$.

Bài 6. Thực hiện phép tính

a) $(4+\sqrt{15})(\sqrt{10}-\sqrt{6})\sqrt{4-\sqrt{15}}$;

b) $(\sqrt{10}+\sqrt{2})(6+2\sqrt{5})\sqrt{3+\sqrt{5}}$;

c) $(4-\sqrt{7})(\sqrt{14}+\sqrt{2})\sqrt{4+\sqrt{7}}$;

d) $(\sqrt{22}-\sqrt{2})(6+\sqrt{11})\sqrt{6-\sqrt{11}}$.

Bài 7. Thực hiện phép tính

a) $\dfrac{6+2\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}}-\dfrac{5+3\sqrt{5}}{\sqrt{5}}+\dfrac{\sqrt{5}}{2-\sqrt{5}}$;

b) $\dfrac{8+2\sqrt{2}}{3-\sqrt{2}}-\dfrac{2+3\sqrt{2}}{\sqrt{2}}-\dfrac{3}{\sqrt{2}-1}$;

c) $\dfrac{3+\sqrt{2}}{3-\sqrt{3}}-\dfrac{3+\sqrt{3}}{\sqrt{3}}-\dfrac{2}{\sqrt{3}-1}$;

d) $\dfrac{4+2\sqrt{7}}{3-\sqrt{7}}-\dfrac{5+5\sqrt{7}}{\sqrt{7}}+\dfrac{12}{2-\sqrt{7}}$.

Bài 8. Giải phương trình

a) $2\sqrt{2x^2-5}-\sqrt{18x^2-45}-\dfrac{1}{2}\sqrt{8x^2-20}=-6$;

b) $\sqrt{50x+25}+\sqrt{8x+4}-\sqrt{72x+36}=x+1$;

c) $\sqrt{16x+64}-2\sqrt{9x+36}+3\sqrt{x+4}=x-2$;

d) $4\sqrt{4x-8}+\sqrt{9x-18}-\sqrt{36x-72}=\sqrt{2}$.

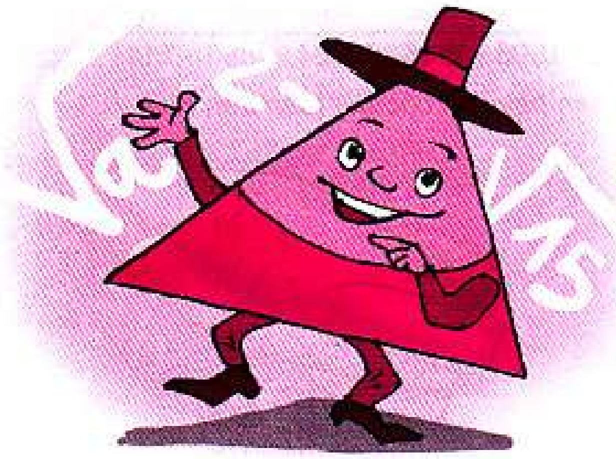
Bài 9. Tìm điều kiện xác định rồi rút gọn biểu thức sau

a) $A=\left(\dfrac{\sqrt{a}-2}{\sqrt{a}+2}-\dfrac{\sqrt{a}+2}{\sqrt{a}-2}\right)\left(\sqrt{a}-\dfrac{4}{\sqrt{a}}\right)$;

b) $B=\left(\dfrac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}+1}+\dfrac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-1}\right)\left(2-\dfrac{1}{a+1}\right)$;

c) $C=\left(\dfrac{1-a\sqrt{a}}{1-\sqrt{a}}+\sqrt{a}\right)\left(\dfrac{1-\sqrt{a}}{1+\sqrt{a}}\right)$;

d) $D=\left(\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-2}+\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+2}\right):\left(\dfrac{2\sqrt{a}}{a-4}\right)$.



IQ Đo trí thông minh

Kì này ĐIỀN SỐ CÒN THIẾU

Bài 1. Điền số còn thiếu vào dãy sau

6 15 24 33 42 ...

Bài 2. Trong các hình sau, điền số còn thiếu vào dấu ...

2	54
6	18

3	81
9	27

7	189
21	...

TRƯƠNG CÔNG THÀNH *(sưu tầm)*

Kết quả QUAN SÁT VÀ TÍNH TOÁN (TTT2 số 137+138)

Nhận xét. Quy luật của hai bài kì này đều dễ, tất cả các bài gửi về đều cho đáp án đúng, một số bạn diễn đạt dài, chưa nêu chính xác bản chất của quy luật.

Quy luật:

Bài 1. Để ý ba hình nhỏ bên trong, hình ở giữa đều có màu xám. Vậy hình chèn vào dấu hỏi chấm là hình C. Nhiều bạn nêu cả một số quy luật khác, cũng đúng nhưng không cần thiết.

Bài 2. Ghép các số của dãy thành từng cặp đôi (7 2) (15 11) (23 ...). Hiệu giữa số đứng trước và số đứng sau trong mỗi cặp lần lượt là 5, 4,... Vậy số cần điền là 20, để có hiệu là 3.

Các bạn được thưởng kì này: *Nguyễn Chí Công*, 6A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Phan Thành Vinh*, 7A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Đinh Hồng Quân*, 7A, THCS Trần Mai Ninh, TP. Thanh Hóa, **Thanh Hóa**; *Ngô Thị Ngọc Ánh*, 8A, THCS Cao Xuân Huy, Diễn Châu, **Nghệ An**; Nhóm bạn *Nguyễn Thùy Linh, Lưu Đức Mạnh, Vũ Bình Dương, Nguyễn Huy Quý, Nguyễn Hương Xen*, 7A, THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên, **Vĩnh Phúc**.

NGUYỄN XUÂN BÌNH

ỨNG DỤNG CỦA MỘT HẰNG ĐẲNG THỨC

THÁI NHẬT PHƯỢNG
(GV. THCS Nguyễn Văn Trỗi, Cam Nghĩa, Cam Ranh, Khánh Hòa)

Chúng ta biết đến hằng đẳng thức sau

$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$

hay $2(a^3 + b^3 + c^3 - 3abc) = (a + b + c)[(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2]$.

Sau đây là một số ứng dụng của hằng đẳng thức trên.

1. Ta có $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc \Leftrightarrow a + b + c = 0$ hoặc $a = b = c$.

2. Chứng minh bất đẳng thức AM-GM

Với a, b, $c \geq 0$, ta có

$(a + b + c)[(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2] \geq 0$ nên $a^3 + b^3 + c^3 \geq 3abc$.

Đặt $a = \sqrt[3]{x}$, $b = \sqrt[3]{y}$, $c = \sqrt[3]{z}$ thì $x + y + z \geq 3\sqrt[3]{xyz}$, với x, y, $z \geq 0$.

Đây chính là bất đẳng thức AM-GM cho ba số không âm.

3. Trục căn thức ở mẫu số $A = \dfrac{1}{1+3\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{4}}$

$$= \frac{1+(3\sqrt[3]{2})^2+(\sqrt[3]{4})^2-3\sqrt[3]{2}-3\sqrt[3]{2}.\sqrt[3]{4}-\sqrt[3]{4}}{1+(3\sqrt[3]{2})^3+(\sqrt[3]{4})^3-3.3\sqrt[3]{2}.\sqrt[3]{4}}$$

$$= \frac{1+9\sqrt[3]{4}+2\sqrt[3]{2}-3\sqrt[3]{2}-6-\sqrt[3]{4}}{1+54+4-18} = \frac{8\sqrt[3]{4}-\sqrt[3]{2}-5}{41}.$$

4. Chứng minh $B = 3^{21} - 2^{24} - 6^8 - 1 \,\vdots\, 1930$.

Ta có $B = (3^7)^3 + (-2^8)^3 + (-1)^3 - 3.3^7.(-2^8).(-1)$.

Từ hằng đẳng thức đã cho, ta thấy với a, b, c là các số nguyên thì

$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc \,\vdots\, a + b + c$.

Áp dụng ta có $B \,\vdots\, (3^7 - 2^8 - 1)$ hay $B \,\vdots\, 1930$.

5. Giải phương trình nghiệm nguyên

$x^3 - y^3 = xy + 25$. (1)

Ta có (1) $\Leftrightarrow 27x^3 - 27y^3 - 27xy = 675$

$\Leftrightarrow (3x)^3 + (-3y)^3 + (-1)^3 - 3.3x.(-3y).(-1) = 674$

$\Leftrightarrow (3x - 3y - 1)(9x^2 + 9y^2 + 1 + 9xy - 3y + 3x) = 674$.

Vì $3x - 3y - 1$ là số chia 3 dư 2 và là ước số dương của 674 nên $3x - 3y - 1 \in \{2, 647\}$.

Từ đó ta lập ra các hệ phương trình và tìm được $(x; y) = (4; 3), (-3; -4)$.

6. Giải phương trình $9x^3 - 9x = -2\sqrt{3}$. (2)

Ta có (2) $\Leftrightarrow x^3 + \dfrac{2\sqrt{3}}{9} - x = 0$

$$\Leftrightarrow x^3 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^3 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^3 - 3x.\frac{1}{\sqrt{3}}.\frac{1}{\sqrt{3}} = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x + \dfrac{1}{\sqrt{3}} + \dfrac{1}{\sqrt{3}} = 0 \\ x = \dfrac{1}{\sqrt{3}} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\dfrac{2}{\sqrt{3}} \\ x = \dfrac{1}{\sqrt{3}}. \end{array}\right.$$

7. Biết rằng $x^n + y^n + z^n = a^n + b^n + c^n$ (*) đúng với n = 1, 2, 3. Chứng minh (*) đúng với mọi số nguyên dương n.

Từ giả thiết ta có $x + y + z = a + b + c$; (1)

$x^2 + y^2 + z^2 = a^2 + b^2 + c^2$; (2)

$x^3 + y^3 + z^3 = a^3 + b^3 + c^3$. (3)

Từ (1) và (2) suy ra $xy + yz + zx = ab + bc + ca$. (4)

Do đó $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$.

Kết hợp với (3) suy ra $xyz = abc$. (5)

Từ (1), (4) và (5), theo định lí Viét đảo thì x, y, z là nghiệm của phương trình

$X^3 - (a + b + c)X^2 + (ab + bc + ca) - abc = 0$.

Phương trình này đưa về dạng

$(X - a)(X - b)(X - c) = 0$.

Vậy (x; y; z) là một hoán vị của (a; b; c) nên (*) đúng với mọi số nguyên dương n.

CUỘC THI DÀNH CHO CÁC THẦY CÔ GIÁO

THI RA ĐỀ KIỂM TRA, ĐỀ THI TOÁN

ĐỀ KIỂM TRA CHƯƠNG II SỐ HỌC 6

MÃ ĐỀ: RDKTH009 **Thời gian làm bài:** 45 phút *(không kể thời gian giao đề)*

I. TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN *(2 điểm)*

Hãy chọn một chữ cái đứng trước câu trả lời đúng trong các câu hỏi sau:

Câu 1. Kết quả của phép tính $|-5| + (-5) + |+5| + 5$ là:

A. 0 B. 5

C. 10 D. 20

Câu 2. Thu gọn biểu thức $(x - y + z) + (x + y - z) - (x - y - z) + x + y + z$ ta được:

A. $x - y + z$ B. $x + y - z$

C. $x - y - z$. D. $2(x + y + z)$

Câu 3. Số các bội của 7 lớn -10 và bé hơn 10 là:

A. 2 B. 3

C. 4 D. vô số

Câu 4. Khi nào $|a + b| = |a| + |b|$?

A. a và b cùng dấu B. a = 0 hoặc b = 0

C. Cả A và B đều đúng D. Cả A và B đều sai

II. TỰ LUẬN *(8 điểm)*

Câu 5. Thực hiện phép tính

$-29^2 - \{1357 + 4[(-8)^3 + (18 - 146) : (7 - 3)^2]\}$.

Câu 6. Tính nhanh

$(57 - 289) - (76 - 289) + (176 + 43)$.

Câu 7. Tính tổng và tích các số nguyên x thỏa mãn $-2 \le 2x < 5$.

Câu 8. Tính giá trị của biểu thức

$x^2 - 4y + 5z$ với $x = -3$ và $y = -4x = 2z$.

Câu 9. Tìm các số nguyên x và y sao cho:

a) $(x - 2)(y + 3) = 5$;

b) $6x - 9y = 2014$.

Câu 10. Tìm số nguyên x biết:

a) $|x + 8| - 2 = 9$;

b) $(3x + 1) \vdots (x - 2)$;

c) $3 < |2x - 5| < 9$;

d) $|x - 2| + (x^2 - 2x)^{2014} = 0$.

Kết quả (TTT2 số 137+138)

THẾ CỜ (Kì 63)

1.♔c6 ♔e4 [1...c3 2.♕a4#; 1...e4 2.♕h8#]

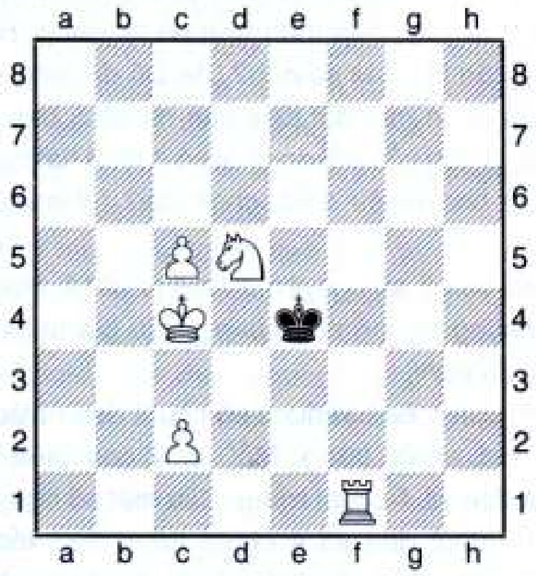
2.♔c5#

Các bạn sau giải đúng thế cờ kì 63: *Dương Lâm Anh*, 8A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Phùng Diệu Linh*, 8C7, THCS Lạc Viên, Ngô Quyền, **Hải Phòng**.

LÊ THANH TÚ

THẾ CỜ (Kì 65)

Trắng đi trước chiếu hết sau 4 nước.



VŨ ĐÌNH HÒA *(Hà Nội)*

ĐỀ THI OLYMPIC TOÁN HỌC TRẺ QUỐC TẾ TẠI HÀN QUỐC (KIMC 2014)

Junior Section

DTH *(Dịch và giới thiệu)*

A. Đề thi cá nhân

1. Tuổi của Max bây giờ nhân với tuổi của Mini sau đây 1 năm là bình phương của một số nguyên. Tuổi của Max sau đây 1 năm nhân với tuổi của Mini bây giờ là bình phương của một số nguyên. Nếu bây giờ tuổi của Mini là 8, còn tuổi Max lớn hơn 1 và nhỏ hơn 100 thì hiện nay Max bao nhiêu tuổi? *(Canada đề nghị)*

2. Trong một dàn hợp xướng, số trẻ em là nam nhiều hơn $\frac{2}{5}$ tổng số trẻ em và nhỏ hơn $\frac{1}{2}$ tổng số trẻ em. Hỏi số trẻ em tham gia dàn hợp xướng nhỏ nhất có thể là bao nhiêu? *(Uzbekistan đề nghị)*

3. Mỗi cô gái muốn cưỡi riêng một con ngựa, nhưng số ngựa chỉ bằng $\frac{10}{13}$ số cô gái. Nếu tổng số chân của các cô gái và các con ngựa là 990 thì bao nhiêu cô gái phải chờ để đến lượt mình được cưỡi ngựa? *(Singapore đề nghị)*

4. Phép toán $\frac{23}{30} = \frac{57}{78}$ hiển nhiên là sai. Tuy nhiên nếu ta trừ đi một số nguyên dương từ các số 23, 30, 57 và 78, phép toán trên sẽ lại đúng. Hỏi số mà ta cần trừ đi là số nào? *(Ấn Độ đề nghị)*

5. Cần chọn một đội từ 4 bạn nữ và 5 bạn nam. Người ta yêu cầu đội đó phải có ít nhất hai bạn nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn đội? *(Romania đề nghị)*

6. Tích của 5 số nguyên dương là 2014. Hỏi tổng của chúng có thể nhận bao nhiêu giá trị? *(Hồng Kông đề nghị)*

7. Một con mèo bắt được số chuột đen nhiều gấp 3 lần số chuột trắng. Mỗi ngày con mèo ăn 6 chuột đen và 4 chuột trắng. Sau một số ngày, còn lại 60 chuột đen và 4 chuột trắng. Hỏi tổng số chuột mà mèo đã bắt được là bao nhiêu? *(Malaysia đề nghị)*

8. M là trung điểm của cạnh CD của hình vuông ABCD có cạnh dài 24 cm. P là điểm thỏa mãn PA = PB = PM. Tính giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn thẳng PM theo cm. *(Brunei đề nghị)*

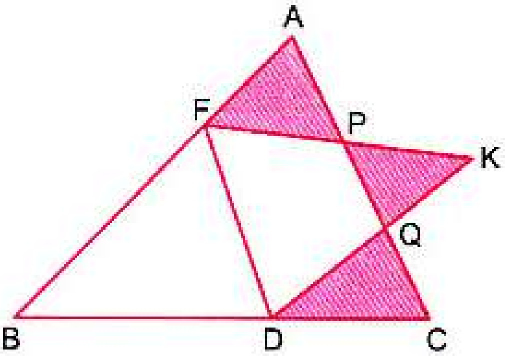
9. Trong một bữa tiệc cứ hai người bất kì đều bắt tay nhau, ngoại trừ Bob, người chỉ bắt tay với một số người khác. Không có hai người nào bắt tay nhau nhiều hơn một lần. Biết tổng số cái bắt tay là 2014, hỏi Bob bắt tay với bao nhiêu người? *(Hồng Kông đề nghị)*

10. Giá tiền vé xem nhạc giao hưởng là \$26 đối với người lớn, \$18 đối với thanh thiếu niên và \$10 đối với trẻ em. Tổng số tiền vé cho 131 người là \$2014. Hỏi số trẻ em nhiều hơn số người lớn là bao nhiêu? *(Trung Quốc đề nghị)*

11. Cho 2 hình vuông chồng lên nhau sao cho các cạnh của hai hình vuông song song với nhau và phần chung của hai hình vuông có diện tích là 4 cm^2. Phần chung này có diện tích bằng $\frac{1}{9}$ diện tích hình vuông lớn và bằng $\frac{1}{4}$ diện tích hình vuông nhỏ. Hỏi chu vi nhỏ nhất có thể tính theo cm của hình 8 cạnh tạo bởi hai hình vuông chồng lên nhau là bao nhiêu? *(Bulgari đề nghị)*

12. Cho biết số lượng các ngôi sao trên bầu trời là $8 \times 12 + 98 \times 102 + 998 \times 1002 + ... + 99...98 \times 100...02$. Trong số hạng cuối cùng của tổng, có 2014 chữ số 9 trong số 99...98 và có 2014 chữ số 0 trong số 100...02. Hỏi tổng các chữ số của số các ngôi sao trên bầu trời là bao nhiêu? *(Trung Quốc đề nghị)*

13. Cho tam giác ABC với D là điểm thuộc cạnh BC và F là điểm thuộc cạnh AB. Điểm K đối xứng với B qua DF, K và B nằm khác phía so với AC. Cạnh AC cắt FK tại P và DK tại Q. Tổng diện tích của các tam giác AFP, PKQ và QDC là 10 cm^2. Nếu ta cộng tổng diện tích này với diện tích tứ giác DFPQ thì bằng $\frac{2}{3}$ diện tích tam giác ABC. Tính diện tích tam giác ABC theo cm^2. (*Malaysia đề nghị*)



14. Sau khi Nadia lên đến đỉnh dốc, cô đi tiếp một phần đường bằng có chiều dài 2,5 km, rồi đi xuống dốc và đi đến một cái hồ. Sau đó cô đi chiều ngược lại theo đường cũ. Vận tốc đi đường bằng của cô ấy là 5 km/h, vận tốc lên dốc là 4 km/h còn vận tốc xuống dốc là 6 km/h. Chiều đi cô ấy đi hết 1 giờ 36 phút, chiều về cô ấy đi hết 1 giờ 39 phút. Nếu cô ấy đi không nghỉ trong suốt quá trình đi thì chiều dài từ vị trí xuất phát đến chỗ cái hồ là bao nhiêu km? (*Brunei đề nghị*)

15. Sáu mặt của một hình lập phương được tô bằng 5 màu khác nhau. Một màu dùng để tô cho 2 mặt còn 4 màu còn lại mỗi màu dùng để tô cho 1 mặt. Hỏi có bao nhiêu cách để tô màu hình lập phương đó? Hai hình lập phương gọi là tô màu giống nhau nếu chúng nhận được từ nhau bằng các phép quay hoặc phép lật. (*Việt Nam đề nghị*)

AUSTRALIAN MATHEMATICS COMPETITION *(Tiếp theo trang 25)*

25. Four positive integers are arranged in a 2×2 table. For each row and column of the table, the product of the two numbers in this row or column is calculated. When all four such products are added together, the result is 1001. What is the largest possible sum of two numbers in the table that are neither in the same row nor in the same column?

(A) 33 (B) 77 (C) 91 (D) 143 (E) 500

For questions 26 to 30, shade the answer as an integer from 0 to 999 in the space provided on the answer sheet.

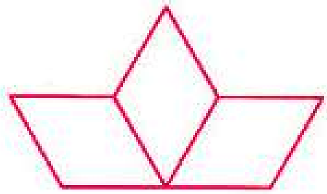
Question 26 is 6 marks, question 27 is 7 marks, question 28 is 8 marks, question 29 is 9 marks and question 30 is 10 marks.

26. This cube has a different whole number on each face, and has the property that whichever pair of opposite faces is chosen, the two numbers multiply to give the same result.

What is the smallest possible total of all 6 numbers on the cube?

27. How many four-digit numbers containing no zeros have the property that whenever any its four digits is removed, the resulting three-digit number is divisible by 3?

28. A rhombus-shaped tile is formed by joining two equilateral triangles together. Three of these tiles are combined edge to edge to form a variety of shapes as in the example given.



How many different shapes can be formed? (Shapes which are reflections or rotations of other shapes are not considered different.)

29. Warren has a strip of paper 10 metres long. He wishes to cut from it as many pieces as possible, not necessarily using all the paper, with each piece of paper a whole number of centimetres long. The second piece must be 10 cm longer than the first, the third 10 cm longer than the second and so on. What is the length, in centimetres, of the largest possible piece?

30. Terry has invented a new way to extend lists of numbers. To *Terryfy* a list such as [1, 8] he creates two lists [2, 9] and [3, 10] where each term is one more than the corresponding term in the previous list, and then joins the three lists together to give [1, 8, 2, 9, 3, 10]. If he starts with a list containing one number [0] and repeatedly *Terryfies* it he creates the list [0, 1, 2, 1, 2, 3, 2, 3, 4, 1, 2, 3, 2, 3, 4, 3, 4, 5, 2, 3, 4, ...].

What is the 2012th number in this *Terryfic* list?

Hướng dẫn giải đề kì trước

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN TP. HÀ NỘI

Năm học: 2014 - 2015

Môn thi: Toán *(Dành cho thí sinh chuyên Toán)*

(Đề đăng trên TTT2 số 139)

Bài I. 1) Điều kiện: $x \ge -\frac{1}{2}$.

Phương trình đã cho tương đương với

$$5x^4 + (\sqrt{2x+1}-1)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^4 = 0 \\ \sqrt{2x+1}-1=0 \end{cases}$$

$\Leftrightarrow x = 0$ (thỏa mãn).

2) *Cách 1.* Hệ PT đã cho tương đương với

$$\begin{cases} x^2(4y+1) = 2y-3 \\ x^2(x^2-12y) = 9-4y^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2(4y+1)(2y+3) = 4y^2-9 \\ x^2(x^2-12y) = 9-4y^2. \end{cases}$$

Cộng theo vế hai phương trình ta được

$x^2(x^2 + 8y^2 + 2y + 3) = 0$

$\Leftrightarrow x^2[x^2 + 7y^2 + (y + 1)^2 + 2] = 0$

$\Leftrightarrow x = 0$ (vì $x^2 + 7y^2 + (y + 1)^2 + 2 > 0$)

$\Rightarrow y = \frac{3}{2}$ (thỏa mãn).

Cách 2. Đặt $u = x^2$, $v = -2y$. Điều kiện: $u \ge 0$.

Ta được HPT $\begin{cases} -2uv + u + v = -3 \ (1) \\ u^2 + 6uv + v^2 = 9. \ (2) \end{cases}$

Cộng theo vế của (1).2 + (2) ta được

$$(u + v)^2 + 2(u + v) = 3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} u+v=1 \\ u+v=-3. \end{array}\right.$$

Từ đó tính được uv và giải tiếp bằng cách áp dụng định lí Viét đảo.

Bài II. 1) Đặt $S = 25^n + 7^n - 12^n - 20^n$.

Ta có 65 = 5.13.

Áp dụng tính chất $(a^n - b^n) \vdots (a - b)$, với mọi a, b, n là các số nguyên dương và $a \ne b$, ta có

$S = (25^n - 20^n) - (12^n - 7^n) \vdots 5$;

$S = (25^n - 12^n) - (20^n - 7^n) \vdots 13$.

Mà 5, 13 nguyên tố cùng nhau nên $S \vdots 65$.

2) Từ phương trình suy ra x là ước số của 4 hay $x \in \{-4; -2; -1; 1; 2; 4\}$.

Từ phương trình cũng suy ra

$yx(x + 1) = 2x^2 + 3x - 4 = (x + 1)(2x + 1) - 5$ nên $x + 1$ là ước số của 5. Từ đó $x + 1 \in \{-5; -1; 1; 5\}$ hay $x \in \{-6; -2; 0; 4\}$.

Suy ra $x \in \{-2; 4\}$. Thử $x = -2$ ta được $y = -1$. Thử $x = 4$ ta được $y = 2$.

3) $\begin{cases} a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_{2014} \ge 2014^2 & (1) \\ a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + ... + a_{2014}^2 \le 2014^3 + 1. & (2) \end{cases}$

Cộng theo vế của −4028.(1) + (2) suy ra

$a_1^2 + a_2^2 + ... + a_{2014}^2 - 4028(a_1 + a_2 + ... + a_{2014})$

$\le 2014^3 + 1 - 4028.2014^2 \Leftrightarrow (a_1 - 2014)^2 +$

$+ (a_2 - 2014)^2 + ... + (a_{2014} - 2014)^2 \le 1$.

Từ đó, trong 2014 số tự nhiên $a_1, a_2, a_3, ..., a_{2014}$ có 2013 số bằng 2014.

Giả sử $a_1 = a_2 = ... = a_{2013} = 2014$. Thay vào hệ ta được $a_{2014} = 2014$.

Vậy $a_1 = a_2 = ... = a_{2014} = 2014$.

Bài III. Ta có $\frac{x}{x+\sqrt{x+yz}} = \frac{x(\sqrt{x+yz}-x)}{x+yz-x^2}$

$$= \frac{x(\sqrt{x(x+y+z)+yz}-x)}{x(x+y+z)+yz-x^2} = \frac{x(\sqrt{(x+y)(x+z)}-x)}{xy+yz+zx}$$

$$\le \frac{x(\frac{x+y+x+z}{2}-x)}{xy+yz+zx} = \frac{xy+xz}{2(xy+yz+zx)}.$$

Chứng minh tương tự rồi cộng vế, suy ra $Q \le 1$.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $x = y = z = \frac{1}{3}$.

Vậy Q lớn nhất bằng 1 khi $x = y = z = \frac{1}{3}$.

Bài IV. 1) Vì $\Delta OCN = \Delta OBM$ (c.g.c) nên ON = OM. Do đó ΔOMN cân tại O nên $OI \perp MN$ hay $\widehat{OIM} = 90^o$.

Mà $\widehat{OHM} = 90^o$ nên 4 điểm O, M, H, I cùng thuộc đường tròn đường kính OM.

Vậy bốn điểm O, M, H, I cùng thuộc một đường tròn.

2) Gọi P' là điểm thuộc cạnh AB thỏa mãn AP' = CN. Suy ra $\Delta MNP'$ đều.

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 PTNK
ĐẠI HỌC QUỐC GIA TP. HỒ CHÍ MINH

***Năm học:* 2014 - 2015**

***Môn thi:* Toán *(không chuyên)*   *Thời gian làm bài:* 120 phút**

Bài 1: *(2 điểm)* a) Giải phương trình

$(3-x)\sqrt{(3+x)(9+x^2)} = 4\sqrt{5(3-x)}$.

b) Tính $\frac{x}{y}$ biết $x > 1$, $y < 0$ và

$$\frac{(x+y)(x^3-y^3)\sqrt{(1-\sqrt{4x-1})^2}}{(1-\sqrt{4x-1})(x^2y^2+xy^3+y^4)} = -6.$$

Bài 2: *(2 điểm)* a) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases}(x^2-y+2)(\sqrt{(x^2+9)(y+7)}-15)=0\\ \sqrt{x^2+9}+\sqrt{y+7}=8.\end{cases}$$

b) Hình thoi ABCD có diện tích là $18\sqrt{3}$ (mét vuông), tam giác ABD đều. Tính chu vi hình thoi và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Bài 3: *(2 điểm)* Cho phương trình

$$\frac{mx^2+(m-3)x+2m-1}{x+3} = 0. \quad (1)$$

a) Giải phương trình với $m = -1$.

b) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho $21x_1 + 7m(2 + x_2 + x_2^2) = 58$.

Bài 4: *(1 điểm)* a) Gọi $x = \frac{a+b}{2}$, $y = \sqrt{ab}$ lần lượt là trung bình cộng và trung bình nhân của hai số dương a và b. Biết trung bình cộng của x, y bằng 100. Tính $S = \sqrt{a} + \sqrt{b}$.

b) Giả sử hai đại lượng x, y tỉ lệ nghịch (x, y luôn dương). Nếu x tăng a% thì y giảm m%. Tính m theo a.

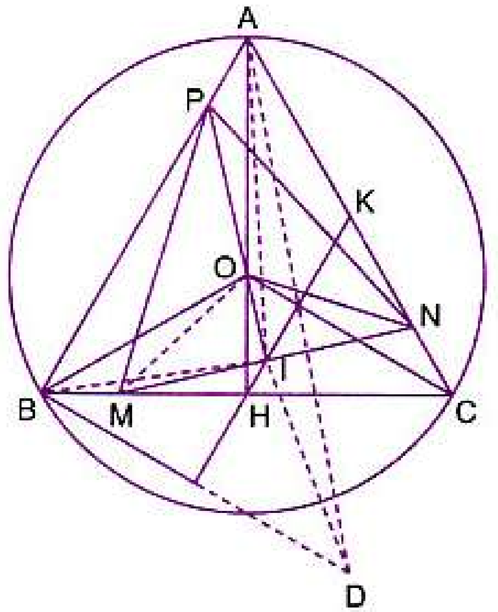
Bài 5: *(3 điểm)* Hình vuông ABCD có AB = 2a, AC cắt BD tại I. Gọi T là đường tròn ngoại tiếp tam giác CID, BE tiếp xúc với T tại E (E khác C), DE cắt AB tại F.

a) Chứng minh tam giác ABE cân. Tính AF theo a.

b) BE cắt AD tại P. Chứng minh đường tròn ngoại tiếp tam giác ABP tiếp xúc với CD. Tính $\frac{AP}{PD}$.

c) AE cắt T tại M (M khác E). Tính AM theo a.

☞



Từ kết quả câu 1) suy ra O thuộc trung trực MN. Do đó O thuộc đường thẳng IP' hay P' thuộc OI. Vậy P' trùng P hay ΔMNP đều.

3) Vì AB không đổi nên chu vi tam giác IAB nhỏ nhất khi IA + IB nhỏ nhất.

Gọi K là trung điểm AC thì $\widehat{OHK} = 30^o$.

Vì ΔMNP đều nhận O là tâm nên

$\widehat{OMI} = 30^o \Rightarrow \widehat{OHI} = 30^o \Rightarrow \widehat{OHI} = \widehat{OHK}$.

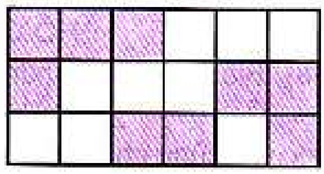
Do đó I thuộc đoạn thẳng HK.

Dựng D đối xứng với B qua HK ⇒ D cố định.

Ta có IA + IB = IA + ID ≥ AD. Xảy ra đẳng thức khi và chỉ khi I thuộc đoạn thẳng AD hay I là trung điểm HK. Khi đó M trùng H.

Kết luận. M trùng H.

Câu V. Thử với n = 6 không thỏa mãn như trong hình dưới nên n ≥ 7.



Xét n = 7.

Ta biết mỗi cột gồm 3 ô có một trong tám cách tô màu. Nếu có hai cột tô màu giống nhau thì thỏa mãn. Ngược lại, khi 7 cột tô màu khác nhau thì tồn tại một cột chỉ tô bởi một màu. Giả sử đó là màu đỏ. Vì trong 6 cột còn lại là 5 trong 6 cột ở hình trên nên tồn tại cột có 2 ô được tô màu đỏ. Cột này với cột được tô toàn màu đỏ sẽ chọn được hình chữ nhật thỏa mãn.

Vậy n bé nhất là 7.

Kết quả Giải toán qua thư

Bài 1(137+138). So sánh $\frac{A}{B}$ với 3, biết

$A = 1 + 2^{2014} + 3^{2013} + 4^{2012} + ... + 2014^2 + 2015$,
$B = 1 + 2^{2013} + 3^{2012} + 4^{2011} + ... + 2013^2 + 2014$.

Lời giải. *(Theo đa số các bạn)*

Ta thấy $A > 1 + 2^{2014} + 3^{2013} + 4^{2012} + 5^{2011} + 6^{2010} + ... + 2013^3 + 2014^2$

$> 1 + 2^{2014} + 3^{2013} + 4^{2012} + 5^{2011}$
$+ 3.(6^{2009} + 7^{2008} + 6^{2010} + ... + 2013^2 + 2014)$
$= 1 + 2^{2014} + 3^{2013} + 4^{2012} + 5^{2011}$
$+ 3.(B - 1 - 2^{2013} - 3^{2012} - 4^{2011} - 5^{2010})$
$= 3B + 4^{2011} + 2.5^{2010} - 2^{2013} - 2$
$= 3B + 2^{2013}(2^{2009} - 1) + 2(5^{2010} - 1) > 3B$.

Suy ra $\frac{A}{B} > 3$.

Nhận xét. Trừ một số bạn cho kết quả sai $\frac{A}{B} < 3$, còn lại đều giải đúng theo nhiều cách khác nhau. Sau đây là danh sách các bạn có lời giải đúng và gọn hơn cả: *Nguyễn Minh Đức*, 7A1, THCS Nhân Chính, Thanh Xuân, **Hà Nội**; *Tạ Kim Thanh Hiền*, 6A4, THCS Yên Lạc, Yên Lạc; *Tạ Nam Khánh, Lê Văn Hải*, 7E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Vũ Hạ Ly*, 6A; *Nguyễn Thị Hiền Trang, Đinh Thị Huyền Trang*, 7A, THCS Nam Cao, Lý Nhân, **Hà Nam**; *Vũ Đức Dũng*, 7A, THCS Hồ Xuân Hương, Quỳnh Lưu, **Nghệ An**.

HỒ QUANG VINH

Bài 2(137+138). Biết x, y, z là những số nguyên thỏa mãn $(x^3 + y^3 + z^3) \vdots 27$. Chứng minh rằng hoặc cả ba số x, y, z cùng chia hết cho 3, hoặc hai trong ba số đó có tổng chia hết cho 9.

Lời giải. Vì $(x^3 + y^3 + z^3) \vdots 27$ nên $(x^3 + y^3 + z^3) \vdots 3$.
Mặt khác ta có $(x + y + z)^3 - (x^3 + y^3 + z^3)$
$= 3(x + y)(y + z)(z + x) \vdots 3$.
Suy ra $(x + y + z)^3 \vdots 3 \Rightarrow (x + y + z) \vdots 3$
$\Rightarrow (x + y + z)^3 \vdots 27$
$\Rightarrow (x + y)(y + z)(z + x) \vdots 9$.

TH1. Một trong các tổng x + y, y + z, z + x chia hết cho 9.

TH2. Ít nhất hai trong ba tổng x + y, y + z, z + x chia hết cho 3.
Chẳng hạn $(x + y) \vdots 3$ và $(y + z) \vdots 3$.
Mà $(x + y + z) \vdots 3$ nên $(x + y + z) - (x + y) = z \vdots 3$ và $(x + y + z) - (y + z) = x \vdots 3$.
Dẫn đến $(x + y) - x = y \vdots 3$.
Tức là x, y, z đều chia hết cho 3.

Nhận xét. Đây là một bài toán hay và vừa sức nên có nhiều bạn tham gia. Tuy nhiên có những bạn làm dài dòng, lập luận chưa chính xác, có bạn phải dùng cả định lí Phecma. Các bạn sau có lời giải tốt: *Bùi Quang Sáng, Đinh Thị Ngọc Anh, Nguyễn Thùy Dương*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Lê Ngọc Hoa*, 7E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường; *Tạ Kim Thanh Hiền*, 6A4, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Thị Huyền Trang, Đinh Thị Huyền Trang*, 7A, THCS Nam Cao, Lý Nhân, **Hà Nam**.

PHÙNG KIM DUNG

Bài 3(137+138). Giải phương trình

$$\sqrt{\frac{2\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}}} = \sqrt{2\sqrt{x}+1} - \sqrt{x+\sqrt{x}} + 1. \quad (1)$$

Lời giải. Điều kiện x > 0.

Đặt $a = \sqrt{2\sqrt{x}+1}$, $b = \sqrt{x+\sqrt{x}}$ với a > 1, b > 0.

Phương trình (1) trở thành $\frac{a}{b} = a - b + 1$

$\Rightarrow a = b(a - b) + b \Leftrightarrow (a - b)(b - 1) = 0$.

TH1. a = b, ta được $\sqrt{2\sqrt{x}+1} = \sqrt{x+\sqrt{x}}$

$\Leftrightarrow 2\sqrt{x} + 1 = x + \sqrt{x} \Leftrightarrow \sqrt{x} = x - 1$.
Điều kiện x > 1.
Bình phương hai vế ta được
$x = (x - 1)^2 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 1 = 0$

$\Leftrightarrow x = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$ (vì x > 1).

TH2. b = 1, ta được $x + \sqrt{x} = 1 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 1 - x$.
Điều kiện 0 < x < 1.
Bình phương hai vế ta được
$x = (1 - x)^2 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 1 = 0$

$\Leftrightarrow x = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$ (vì 0 < x < 1).

Vậy phương trình có hai nghiệm là $x = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$.

Nhận xét. Đây là bài toán không khó nên có nhiều bạn gửi bài và số đông giải như trên.

Các bạn sau đây có bài giải tốt: *Trần Thị Thu Huyền, Nguyễn Thảo Chi, Trần Quốc Lập, Nguyễn Quốc Trung*, 8A3; *Tạ Phương Chi*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Phùng Thị Xuân Thủy*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Tạ Hữu Tiến Thành*, 8A, THCS Cao Xuân Huy, Diễn Châu, **Nghệ An**; *Nguyễn Văn Hùng*, 8D, THCS Nhữ Bá Sỹ, Hoằng Hóa; *Đặng Quang Anh*, 8A, THCS Nguyễn Chích, Đông Sơn, **Thanh Hóa**.

NGUYỄN ANH DŨNG

Bài 4(137+138). Cho a, b và c là các số thực dương thỏa mãn $\frac{1}{2a+1} + \frac{1}{2b+1} + \frac{1}{2c+1} \geq 1$.

Chứng minh rằng $\frac{1}{6a+1} + \frac{1}{6b+1} + \frac{1}{6c+1} \geq \frac{3}{7}$.

Lời giải. Đặt $x = \frac{1}{2a+1}, y = \frac{1}{2b+1}, z = \frac{1}{2c+1}$.

Khi đó $a = \frac{1-x}{2x}, b = \frac{1-y}{2y}, c = \frac{1-z}{2z}$.

Ta thấy $0 < x, y, z < 1$ và $x + y + z \geq 1$.

Bất đẳng thức cần chứng minh trở thành

$$\frac{x}{3-2x} + \frac{y}{3-2y} + \frac{z}{3-2z} \geq \frac{3}{7}.$$

Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacốpxki, ta có

$$\frac{x}{3-2x} + \frac{y}{3-2y} + \frac{z}{3-2z}$$

$$= \frac{x^2}{3x-2x^2} + \frac{y^2}{3y-2y^2} + \frac{z^2}{3z-2z^2}$$

$$\geq \frac{(x+y+z)^2}{3(x+y+z) - 2(x^2+y^2+z^2)}$$

$$\geq \frac{(x+y+z)^2}{3(x+y+z) - \frac{2}{3}(x+y+z)^2} = \frac{3}{\frac{9}{x+y+z} - 2} \geq \frac{3}{7}.$$

Nhận xét. Đây là một bài toán hay và khó nên có rất ít bạn tham gia giải bài. Hầu hết các bạn đều giải đúng. Một số bạn đưa ra nhiều cách giải khác nhau cho bài toán và có nhiều bạn làm bài giống hệt nhau. Những bạn sau đây có lời giải tốt: *Trịnh Đức Việt*, 8A, THPT chuyên Hà Nội - Amsterdam; *Vương Tiến Đạt*, 9B, THCS Nguyễn Thượng Hiền, Ứng Hòa; *Trần Diệu Linh, Phan Trường Giang, Lê Đức Anh, Ngô Hồng Ngọc, Phan Thành Trung*, 9A4, THCS Ngô Sĩ Liên, Hoàn Kiếm, **Hà Nội**; *Phan Thị Nguyệt, Phạm Hoàng Ly, Đỗ Thị Thu Phương, Đại Văn Thưởng*, 9A1, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Thị Viên, Ngô Thị Huế, Nguyễn Văn An*, 9A, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Phan Trần Hướng*, 9A, THCS Quách Xuân Kỳ, Bố Trạch, **Quảng Bình**; *Lê Hùng*, 9A, THCS Văn Lang, Việt Trì, **Phú Thọ**.

CAO VĂN DŨNG

Bài 5(137+138). Cho tập hợp

P = {đỏ, xanh, đen, trắng}.

Hãy xem mỗi cách chia sau có phải là một phân hoạch của P:

a) P_1 = [{đỏ}, {xanh, đen}]

a) P_2 = [{trắng, đen đỏ, xanh}]

a) P_3 = [∅, {đỏ, xanh}, {đen, trắng}].

Lời giải. a) P_1 không phải là một phân hoạch của P vì hợp của hai tập hợp {đỏ} và {xanh, đen} không bằng P.

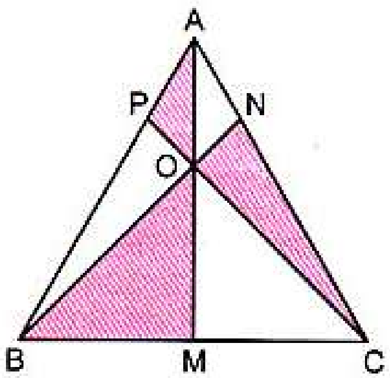
b) P_2 không phải là một phân hoạch của P vì số phần tử của P_2 ít hơn số phần tử của P.

c) P_3 không phải là một phân hoạch của P vì P_3 có tập rỗng.

Nhận xét. Rất nhiều bạn gửi lời giải đến tòa soạn nhưng đa số các bạn không đọc kĩ đề bài nên giải sai. Các bạn sau có lời giải tốt: *Trịnh Đức Việt*, 8A, THPT chuyên Hà Nội - Amsterdam, **Hà Nội**; *Lê Hoàng Phúc*, 9C, THCS Phan Chu Trinh, TP. Buôn Ma Thuột, **Đắk Lắk**.

TRỊNH HOÀI DƯƠNG

Bài 6(137+138). Cho hình vẽ với điểm O nằm trong tam giác ABC đều. Biết diện tích phần tô màu bằng nửa diện tích tam giác ABC. Chứng minh rằng điểm O thuộc một trong các đường trung tuyến của tam giác ABC.



Lời giải. Trong lời giải này, kí hiệu S(XYZ) là diện tích tam giác XYZ.

Cách 1. Gọi M, N, P theo thứ tự là giao điểm của AO, BO, CO và BC, CA, AB.

Đặt x = S(OBC), y = S(OCA), z = S(OAB).

(Xem hình vẽ trên)

Ta thấy $\frac{MB}{MC} = \frac{S(AMB)}{S(AMC)} = \frac{S(OMB)}{S(OMC)}$

$= \dfrac{S(AMB)-S(OMB)}{S(AMC)-S(OMC)} = \dfrac{S(OAB)}{S(OCA)} = \dfrac{z}{y}.$

Do đó $\dfrac{BM}{BC} = \dfrac{z}{y+z} \Rightarrow \dfrac{OM}{AM} = \dfrac{S(BOM)}{S(BAM)} = \dfrac{S(COM)}{S(CAM)}$

$= \dfrac{S(BOM)+S(COM)}{S(BAM)+S(CAM)} = \dfrac{S(OBC)}{S(ABC)} = \dfrac{x}{S(ABC)}.$

Vậy $S(OBM) = \dfrac{BM}{BC} S(OBC) = \dfrac{BM}{BC}.\dfrac{OM}{AM} S(ABC)$

$= \dfrac{z}{y+z}.\dfrac{x}{S(ABC)} S(ABC) = \dfrac{xz}{y+z}.$

Tương tự $S(OCN) = \dfrac{yx}{z+x}$, $S(OAP) = \dfrac{zy}{x+y}$,

$S(OCM) = \dfrac{xy}{y+z}$, $S(OAN) = \dfrac{yz}{z+x}$, $S(OBP) = \dfrac{zx}{x+y}$.

Mà $S(OBM)+S(OCN)+S(OAP) = \dfrac{1}{2}S(ABC)$ nên

$0 = 2\left(S(OBM)+S(OCN)+S(OAP)-\dfrac{1}{2}S(ABC)\right)$

$= S(OBM)+S(OCN)+S(OAP)-S(OCM)-S(OAN)$

$-S(OBP) = \dfrac{x(z-y)}{y+z} + \dfrac{y(x-z)}{z+x} + \dfrac{z(y-x)}{x+y}$

$= \dfrac{t}{(x+y)(y+z)(z+x)},$

với $t = x(z-y)(x+y)(x+z) + y(x-z)(y+x)(y+z)$
$+ z(y-x)(z+x)(z+y)$
$= (z-y)x^3 + (x-z)y^3 + (y-x)z^3$
$= (z-x)x^3 + (x-y)x^3 + (x-z)y^3 + (y-x)z^3$
$= (z-x)(x^3-y^3) + (x-y)(x^3-z^3)$
$= (z-x)(x-y)(x^2+xy+y^2-x^2-xz-z^2)$
$= (z-x)(x-y)(xy+y^2-xz-z^2)$
$= (z-x)(x-y)(y-z)(x+y+z).$

Do đó x = y hoặc y = z hoặc z = x hay PA = PB hoặc MB = MC hoặc NC = NA.

Tóm lại O thuộc một trong các trung tuyến của của tam giác ABC.

Cách 2. (Theo Đặng Anh Quang, 8A, THCS Nguyễn Chích, Đông Sơn, Thanh Hóa)

Đặt x = S(OBM), y = S(OCN), z = S(OAP), m = S(OCM), n = S(OAN), p = S(OBP).

Từ giả thiết suy ra x + y + z = m + n + p. (1)

Vì $\dfrac{x}{p+z} = \dfrac{OM}{OA} = \dfrac{m}{y+n}$ nên xy + xn = pm + zm.

Tương tự yz + yp = mn + xn, zx + zm = np + yp.

Cộng theo vế ba đẳng thức trên và rút gọn ta được xy + yz + zx = mn + np + pm. (2)

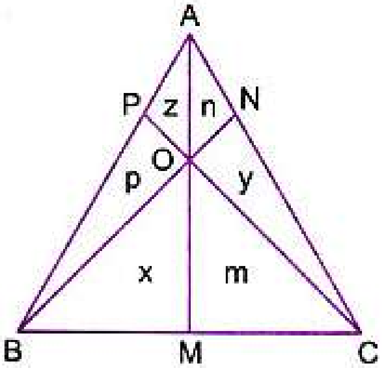
Vì AM, BN, CP đồng quy tại O nên theo định lí Ceva, ta có $\dfrac{x}{m}\cdot\dfrac{y}{n}\cdot\dfrac{z}{p} = \dfrac{MB}{MC}\cdot\dfrac{NC}{NA}\cdot\dfrac{PA}{PB} = 1$

hay xyz = mnp. (3)

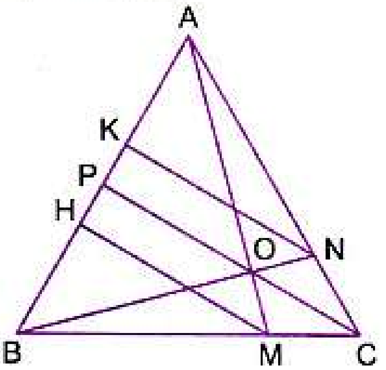
Từ (1), (2) và (3), theo định lí Viét, (x, y, z) là một hoán vị của (m, n, p).

Vậy có ba trường hợp xảy ra.

Trường hợp 1. x = m. Khi đó MB = MC hay O thuộc trung tuyến kẻ từ A của ΔABC.



Trường hợp 2. x = n. Gọi H, K theo thứ tự là hình chiếu của M, N trên AB.



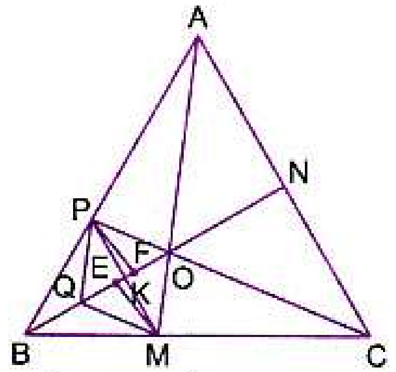
Vì $\dfrac{1}{2}MH.AB = S(MAB) = x+p+z = n+p+z$

$= S(NAB) = \dfrac{1}{2}NK.AB$ nên $MH = NK \Rightarrow MN \parallel AB$

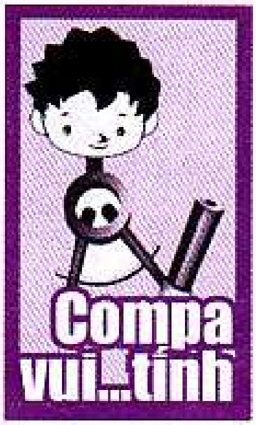
$\Rightarrow \dfrac{MB}{MC} = \dfrac{NA}{NC}$ (định lí Thales).

Mà $\dfrac{MB}{MC}.\dfrac{NC}{NA}.\dfrac{PA}{PB} = 1$ (theo định lí Ceva) nên PA = PB hay O thuộc trung tuyến kẻ từ C của ΔABC.

Trường hợp 3. x = p. Gọi K là giao điểm của BN và MP; Q là điểm đối xứng của O qua K; E, F theo thứ tự là hình chiếu của M, P trên BO.



Vì x = p nên $\dfrac{1}{2}ME.BO = \dfrac{1}{2}PF.BO \Rightarrow ME = PF.$ ☞



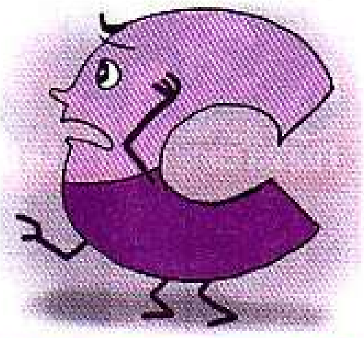
Kì này BẠN TOÁN NÓI ĐÚNG KHÔNG?

Cho a, b và c là những số nguyên dương thỏa mãn $2a + b$, $2b + c$, $2c + a$ đều là những số chính phương. (*)

Bạn Toán nói rằng: Tồn tại vô số các bộ ba số nguyên (a, b, c) thỏa mãn (*) mà $(a - b)(b - c)(c - a)$ chia hết cho 2015^{2014}.

Theo các bạn thì bạn Toán nói đúng hay không?

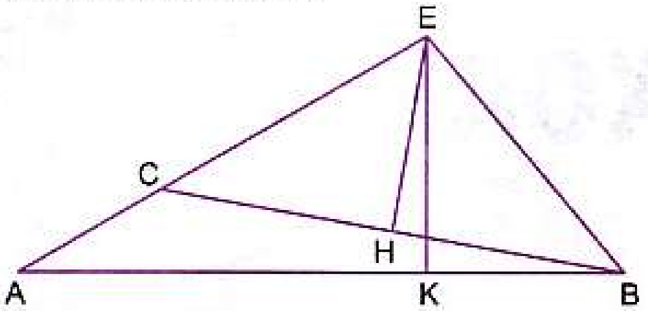
NGUYỄN ĐỨC TẤN *(TP. Hồ Chí Minh)*



Kết quả ĐOẠN NÀO DÀI HƠN? (TTT2 số 137+138)

Gọi H là trung điểm BC. Suy ra BC = 2HB. (1)

Dựng $EK \perp AB$ ($K \in AB$).



Vì E thuộc trung trực của BC nên EB = EC hay ΔEBC cân tại E.

Mặt khác, vì $\widehat{ECB} = \widehat{CAB} + \widehat{CBA} = 40^o$ nên

$\widehat{EBC} = \widehat{ECB} = 40^o$.

Suy ra $\widehat{EBA} = \widehat{EBC} + \widehat{CBA} = 50^o$

$\Rightarrow \widehat{BEK} = 90^o - \widehat{EBA} = 40^o$.

Do đó $\Delta KEB = \Delta HBE$ (cạnh huyền - góc nhọn)

$\Rightarrow$ KE = HB.

Mặt khác, ΔAKE vuông tại K có $\widehat{EAK} = 30^o$ nên AE = 2KE.

Suy ra AE = 2HB. (2)

Từ (1) và (2) suy ra BC = AE.

Nhận xét. Có nhiều bạn gửi lời giải đến tòa soạn. Hầu hết các bạn đều giải đúng, với nhiều cách vẽ hình phụ khác nhau. Các bạn sau được thưởng kì này: *Triệu Quang Mạnh*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Nguyễn Hữu Hoàng*, 8A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Hoàng Thế Sơn*, 8A1, THCS Hồng Bàng, Hồng Bàng, **Hải Phòng**; *Lê Thanh Phương*, 8A, THCS Thạch Thất, Thạch Thất, **Hà Nội**; *Lê Hoàng Phúc*, 9C, THCS Phan Chu Trinh, TP. Buôn Ma Thuột, **Đắk Lắk**.

Ngoài ra, các bạn sau cũng có lời giải tốt: *Đặng Quang Anh*, 8A, THCS Nguyễn Chích, Đông Sơn, **Thanh Hóa**; *Đặng Thanh Tùng*, 9B, THCS Nguyễn Thượng Hiền, Ứng Hòa, **Hà Nội**; *Lê Hùng*, 9A, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, **Phú Thọ**.

ANH COM PA

☞ Mà $\frac{MK}{PK} = \frac{ME}{PF}$ (theo định lí Thales) nên MK = PK.

Kết hợp với OK = QK suy ra MOPQ là hình bình hành. Do đó MQ // CO, PQ // AO.

Suy ra $\frac{MB}{MC} = \frac{QB}{QO} = \frac{PB}{PA}$ (theo định lí Thales).

Do đó, vẫn theo định lí Ceva, ta có

$\frac{NC}{NA} = \frac{MB}{MC} \cdot \frac{NC}{NA} \cdot \frac{PA}{PB} = 1$ nên NC = NA hay O thuộc trung tuyến kẻ từ B của ΔABC.

Nhận xét. Bài toán này khó, có ít bạn tham gia giải và chỉ có bạn *Quang* có lời giải tốt.

NGUYỄN MINH HÀ

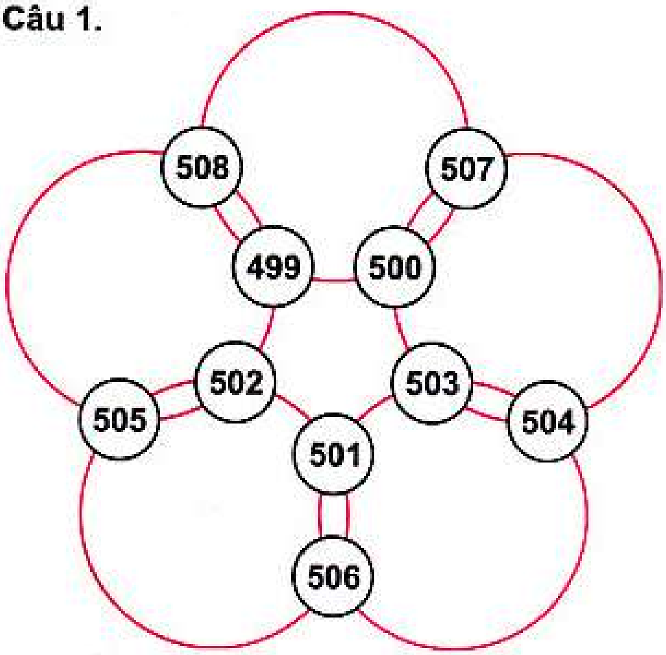
ĐƯỢC THƯỞNG KÌ NÀY

Thi giải toán qua thư

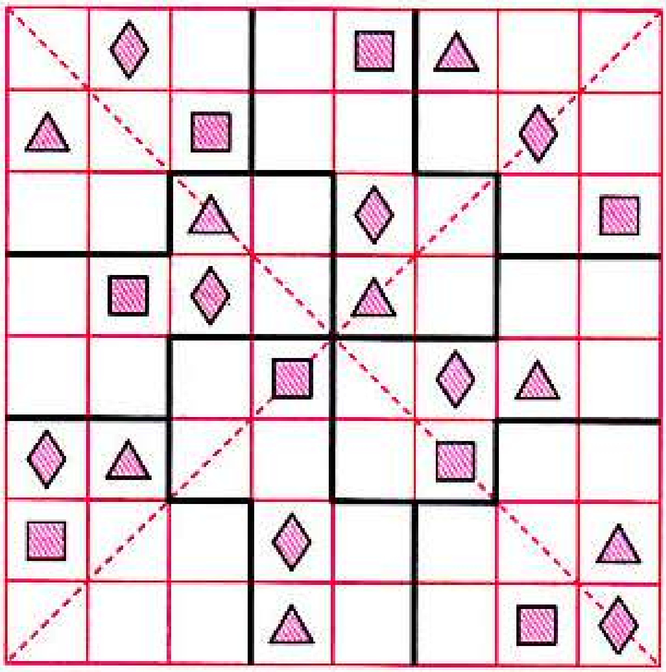
Tạ Kim Thanh Hiền, 6A4, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Thị Hiền Trang*, *Đinh Thị Huyền Trang*, 7A, THCS Nam Cao, Lý Nhân, **Hà Nam**; *Trịnh Đức Việt*, 8A, THPT chuyên Hà Nội - Amsterdam, **Hà Nội**; *Đặng Anh Quang*, 8A, THCS Nguyễn Chích, Đông Sơn, **Thanh Hóa**.

Kết quả CUỘC THI VUI CHÀO HÈ 2014 (TTT2 số 135+136 & số 137+138)

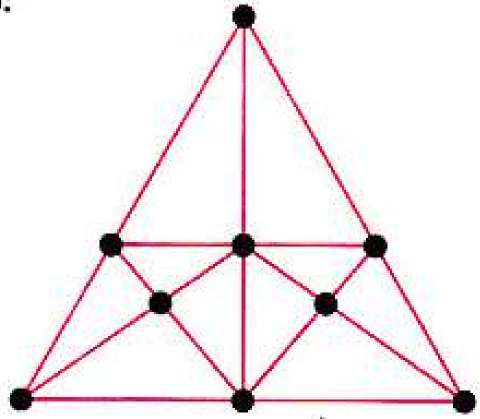
Câu 1.



Câu 2.



Câu 3.

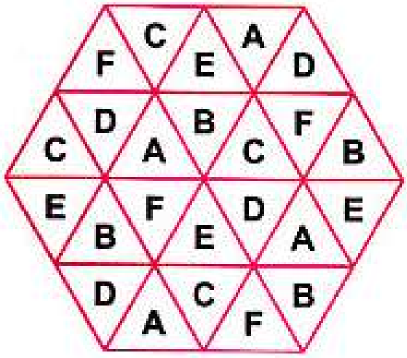


Câu 4. Trả lời: Không thể phủ kín được.

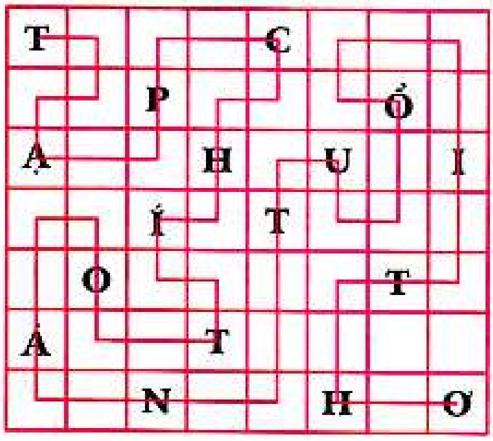
Câu 5. a) Có mười số B thỏa mãn là: 189654327, 981654327, 789654321, 987654321, 183654729, 381654729, 189654723, 981654723, 147258963, 741258963.

b) Thử mười số trên chỉ có B = 381654729 thỏa mãn.

Câu 6.



Câu 7.

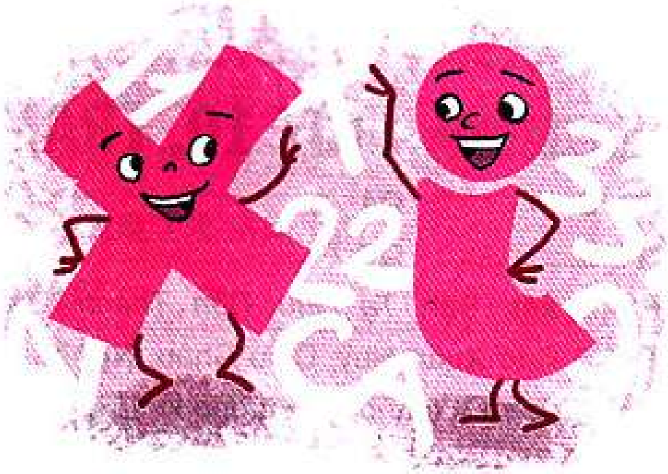


Câu 8.

$(1111 - 111) \times (1 + 1) + 11 + 1 + 1 + 1 = 2014$

$2222 - 222 + 2 \times (2 \times 2 \times 2 - 2) + 2 = 2014$

$3333 - 333 \times 3 - 333 + 3 \times 3 + 3 + 3 : 3 = 2014$



THÁCH ĐẤU! THÁCH ĐẤU ĐÂY!

TRẬN ĐẤU THỨ MỘT TRĂM HAI MƯƠI

Người thách đấu: *Tống Thành Vũ*, Học viên lớp Cao học toán Giải tích, K5, Đại học Hồng Đức.

Bài toán thách đấu: Tìm số tự nhiên n sao cho n có tất cả k ước tự nhiên $d_1, d_2, d_3, ..., d_k$ thỏa mãn $1 = d_1 < d_2 < d_3 < ... < d_k = n$ $(k \geq 15)$ thỏa mãn hai điều kiện sau:

i) $n = d_{13} + d_{14} + d_{15}$;

ii) $(d_5 + 1)^3 = d_{15} + 1$.

Xuất xứ: Sưu tầm.

Thời hạn: Trước ngày 08.11.2014.

Kết quả TRẬN ĐẤU THỨ MỘT TRĂM MƯỜI TÁM (TTT2 số 137+138)

Lời giải.

Đặt $P = \dfrac{a+b}{\sqrt{ab+c^2}} + \dfrac{b+c}{\sqrt{bc+a^2}} + \dfrac{c+a}{\sqrt{ca+b^2}}$; $Q = (a+b)\sqrt{ab+c^2} + (b+c)\sqrt{bc+a^2} + (c+a)\sqrt{ca+b^2}$.

Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacốpxki ta có $P.Q \geq [(a + b) + (b + c) + (c + a)]^2 = 4(a + b + c)^2$;

$Q = \sqrt{a+b}\sqrt{(a+b)(ab+c^2)} + \sqrt{b+c}\sqrt{(b+c)(bc+a^2)} + \sqrt{c+a}\sqrt{(c+a)(ca+b^2)}$

$\leq \sqrt{2(a+b+c)[(a+b)(ab+c^2)+(b+c)(bc+a^2)+(c+a)(ca+b^2)]}$

$= 2\sqrt{(a+b+c)[ab(a+b)+bc(b+c)+ca(c+a)]}$

$\Rightarrow P \geq \dfrac{4(a+b+c)^2}{Q} \geq \dfrac{2(a+b+c)^2}{\sqrt{(a+b+c)[ab(a+b)+bc(b+c)+ca(c+a)]}}$

$= 2\sqrt{\dfrac{(a+b+c)^3}{ab(a+b)+bc(b+c)+ca(c+a)}}$.

Ta sẽ chứng minh

$2\sqrt{\dfrac{(a+b+c)^3}{ab(a+b)+bc(b+c)+ca(c+a)}} \geq 4\sqrt{1+\dfrac{3abc}{(a+b)^3+(b+c)^3+(c+a)^3}}$

$\Leftrightarrow \dfrac{(a+b+c)^3}{ab(a+b)+bc(b+c)+ca(c+a)} \geq 4\left(1+\dfrac{3abc}{(a+b)^3+(b+c)^3+(c+a)^3}\right)$. (2)

Từ bất đẳng thức $(x + y)^2 \geq 4xy$, suy ra $(a + b)^3 + (b + c)^3 + (c + a)^3 \geq 4ab(a + b) + 4bc(b + c) + 4ca(c + a)$.

Do đó $4\left(1+\dfrac{3abc}{(a+b)^3+(b+c)^3+(c+a)^3}\right) \leq 4 + \dfrac{3abc}{ab(a+b)+bc(b+c)+ca(c+a)}$.

Để chứng minh (2) ta sẽ chứng minh $(a + b + c)^3 \geq 4[ab(a + b) + bc(b + c) + ca(c + a)] + 3abc$

$\Leftrightarrow a^3 + b^3 + c^3 + 3abc \geq ab(a + b) + bc(b + c) + ca(c + a)$ (3)

$\Leftrightarrow a(a - b)(a - c) + b(b - a)(b - c) + c(c - a)(c - b) \geq 0$

$\Leftrightarrow (a - b)^2(a + b - c) + c(c - a)(c - b) \geq 0$. (4)

Ta thấy (4) luôn đúng nếu giả sử $a \geq b \geq c$. Suy ra đpcm.

Dấu "=" xảy ra khi $a = b = c$.

Nhận xét. Bất đẳng thức (3) còn có tên là bất đẳng thức Schur. Đây là bài toán hay và khó, không có võ sĩ nào đăng quang trong trận đấu này, phần thưởng xin gác lại kì sau.

NGUYỄN NGỌC HÂN

BÍ MẬT ẨN SAU những bài toán

PGS. TS. LÊ QUỐC HÁN
(Khoa Toán, Đại Học Vinh)

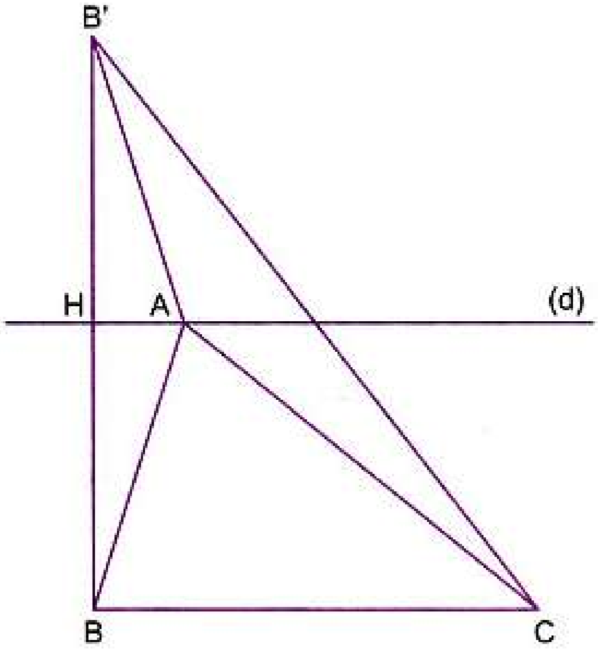
Tạp chí Toán Tuổi thơ được tách ra từ tạp chí Toán học & Tuổi trẻ. Nhân dịp tròn 50 năm tạp chí Toán học & Tuổi trẻ ra số đầu tiên, tháng 10.1964 - 10.2014, tôi xin kể các bạn nghe một số kỉ niệm khó quên với những bài toán đăng trên tạp chí ấy.

1. Một lời động viên định hướng

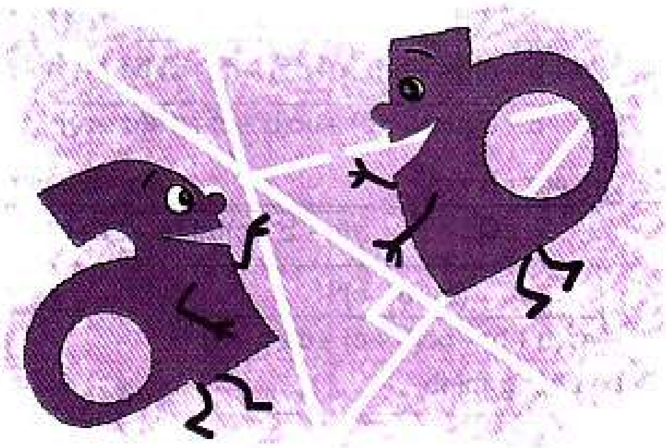
Mục Để ra kì này trên tạp chí Toán học & Tuổi trẻ năm 1965 có bài toán sau:

Bài toán 1. Chứng minh rằng trong tất cả các tam giác có cùng diện tích và độ dài một cạnh, tam giác cân có chu vi nhỏ nhất.

Trong số báo tháng 5 năm 1966, sau khi đưa ra lời giải chủ yếu sử dụng công cụ đại số (dùng công thức Hêrông và bất đẳng thức Côsi), thầy Nguyễn Đăng Phất đưa ra nhận xét: Tất cả các bạn đều giải theo một trong ba cách trên. Rất hoan nghênh bạn Lê Quốc Hán đã giải bài này bằng kiến thức hình học PTCS.



Ta có thể giả thiết rằng các tam giác ABC được xét có đáy BC chung và đường cao AH không đổi (vì diện tích tam giác không đổi). Do đó A nằm trên đường thẳng (d) song song với BC, cách BC một khoảng không đổi. Như vậy bài toán đã cho được đưa về bài toán quen thuộc: "Cho trước đoạn thẳng BC và đường thẳng (d) song song với BC. Xác định điểm A trên (d) sao cho AB + AC đạt giá trị nhỏ nhất". Chỉ cần lấy điểm B' đối xứng với B qua (d) thì $AB + AC = AB' + AC \geq B'C$ nên AB + AC đạt giá trị nhỏ nhất bằng B'C khi và chỉ khi B', A, C thẳng hàng, nghĩa là khi và chỉ khi AB = AC. Lời động viên của thầy đã khích lệ tôi yêu thích môn hình học phẳng đến tận ngày nay.



2. Bí mật ẩn sau những bài toán

Mục Để ra kì này trên tạp chí Toán học & Tuổi trẻ năm 1968 có bài toán:

Bài toán 2. Không dùng bảng số, so sánh các giá trị $\cos 36^o$ và $\tan 36^o$.

Sau khi nêu nhiều lời giải bài toán bằng cách biến đổi lượng giác, thầy Hoàng Chúng nhận xét: Tất cả các bạn đều dừng lại tại đây. Riêng bạn Lê Quốc Hán đã có một nhận xét hay: Từ phương trình $\cos x = \tan x$, nhận được $x \approx 38^o$. Vậy có thể không dùng bảng số mà so sánh được $\cos 38^o$ và $\tan 38^o$ hay không? Rất nhiều bạn trẻ đã tham gia trả lời câu hỏi đó với những lời giải khá độc đáo. Thầy Hoàng Chúng đã tổng hợp lại và giới thiệu chúng trên tạp chí Toán học trong nhà trường xuất bản ở Liên Xô thời đó. Từ đó, tôi rút ra một bài học:

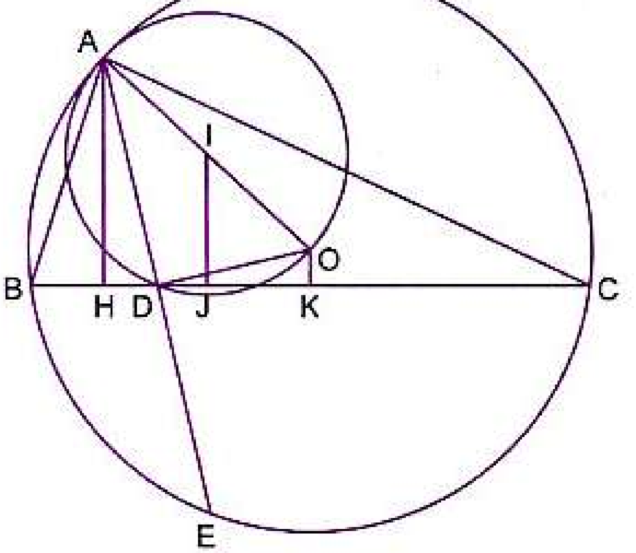
Giải được một bài toán là đáng quý, nhưng phát hiện những bí mật giấu sau bài toán còn đáng quý hơn!

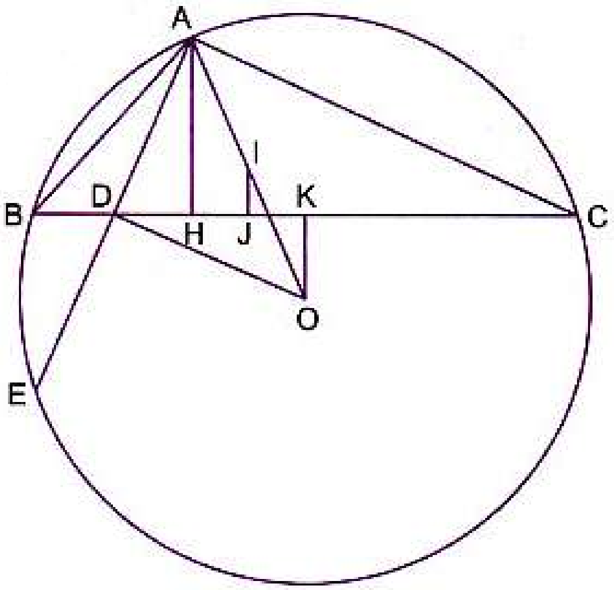
3. Quyết không theo những lối mòn

Năm 1974, đoàn học sinh Việt Nam tham dự thi Olympic Toán Quốc tế đầu tiên và đạt được thành tích rực rỡ với 1 HCV, 1 HCB và 3 HCĐ. Sau khi báo Toán học & Tuổi trẻ đăng đề ra và lời giải của 6 bài toán của kì thi năm ấy, tôi thấy lời giải bài hình học phẳng sau đây quá dài:

Bài toán 3. Chứng minh rằng điều kiện cần và đủ để tồn tại trên cạnh BC của tam giác ABC một điểm D sao cho $AD^2 = BD.CD$ là $\sin^2\frac{A}{2} \geq \sin B.\sin C$.

Các lời giải tòa soạn giới thiệu đều dùng định lí hàm số sin hay định lí hàm số côsin trong tam giác cùng nhiều phép biến đổi lượng giác và đại số khá phức tạp. Tôi băn khoăn: có lời giải nào mang sắc thái hình học hơn không? Để ý đến vế phải trong đẳng thức $AD^2 = BD.CD$, tôi thấy chỉ cần vẽ đường tròn tâm O ngoại tiếp tam giác ABC thì theo hệ thức lượng trong đường tròn ($AD.DE = BD.CD$), đẳng thức trên tương đương với điều kiện $AD = DE$ hay $OD \perp AE$, trong đó E là giao điểm của đường thẳng AD với đường tròn (O). Như vậy, ta cần tìm điều kiện để đường tròn đường kính AO cắt hoặc tiếp xúc với cạnh BC. Gọi I là trung điểm AO và H, J, K là chân đường vuông góc hạ từ A, I, O xuống BC thì điều kiện ấy tương đương với điều kiện $IJ \leq ID$ hay $AH \pm OK \leq AO$ (dấu + nếu $\hat{A} \leq 90^o$, dấu − nếu $\hat{A} > 90^o$). Tính AO, AH, OK theo bán kính R của đường tròn (O) và các góc của tam giác ABC ta nhận được điều cần chứng minh.





Mừng hơn là từ cách giải ấy, tôi nhận được bài toán sau:

Bài toán 4. Gọi AH, AD, AM là đường cao, phân giác trong và trung tuyến của tam giác ABC. Chứng minh rằng điều kiện cần và đủ để $HD = DM$ là $\sin^2\frac{A}{2} = \sin B.\sin C$.

Một vài kỉ niệm trên đủ lí giải vì sao tôi yêu mến và gắn bó với 2 tờ tạp chí Toán học & Tuổi trẻ và Toán Tuổi thơ đến vậy. Mong các bạn yêu mến và gắn bó với chúng hơn.

Bài tập. Chỉ dùng kiến thức toán THCS, hãy giải các bài toán trên.

Đề thi các nước

AUSTRALIAN MATHEMATICS COMPETITION

Thursday 2 August 2012

JUNIOR DIVISION COMPETITION PAPER

Australian school years 7 and 8
Time allowed: 75 minutes

PGS. TS. ĐỖ TRUNG HIỆU *(Sưu tầm và giới thiệu)*

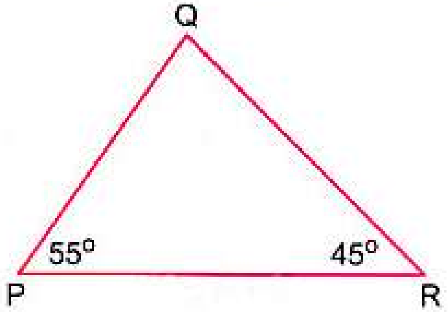
LTS. Cuộc thi học sinh giỏi toán nước Úc (AMC) lần đầu tiên được tổ chức vào năm 1978. Cuộc thi diễn ra trong cùng một ngày với sự tham gia của các em học sinh của hơn 40 quốc gia trên thế giới. Có 5 nhóm lớp: lớp 3 và 4; lớp 5 và 6; lớp 7 và 8; lớp 9 và 10; lớp 11 và 12. Các em học sinh làm 30 bài toán trong 60 phút với lớp các lớp từ 3 đến 6, trong 75 phút với lớp các lớp từ 7 đến 12. AMC là một cuộc thi thú vị với các tình huống quen thuộc cho thấy sự liên quan giữa toán học với cuộc sống hàng ngày. Các bài toán đầu tiên tương đối dễ và các bài toán được bố trí khó dần, cuối cùng là các bài toán rất khó đòi hỏi các em học sinh giỏi nhất mới có thể giải quyết được. Các em hoc sinh đánh dấu câu trả lời của mình trên tờ trả lời để bài thi có thể được chấm bằng máy.

Questions 1 to 10, 3 marks each

1. The value of $99 - 2 + 1 + 102$ is

(A) 0 (B) 100 (C) 198 (D) 200 (E) 202

2. The size, in degrees, of $\angle Q$ is



(A) 40 (B) 55 (C) 60 (D) 80 (E) 90

3. Yesterday it rained continuously from 9:45 am until 3:10 pm. For how long did it rain?

(A) 3 hours 25 minutes (B) 3 hours 35 minutes
(C) 5 hours 25 minutes (D) 6 hours 25 minutes
(E) 6 hours 35 minutes

4. The value of 8×3.1 is

(A) 11.1 (B) 16.8 (C) 8.31 (D) 24.1 (E) 24.8

5. The change you should receive from a \$20 note after paying a bill of \$9.45 is

(A) \$10.55 (B) \$10.45 (C) \$11.55
(D) \$9.55 (E) \$10.65

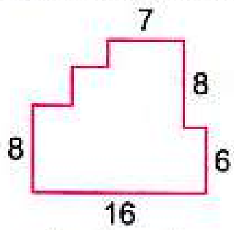
6. Three-fifths of a number is 48. What is the number?

(A) 54 (B) 60 (C) 64 (D) 80 (E) 84

7. Which of the following is closest to 100?

(A) $99 + 2.01$ (B) $98 + 3.011$ (C) $97 + 4.0111$
(D) $101 - 1.01$ (E) $102 - 2.011$

8. The adjacent sides of the decagon shown meet at right angles and all dimensions are in metres.



What is the perimeter, in metres, of this decagon?

(A) 45 (B) 60 (C) 34
(D) 90 (E) cannot be calculated

9. If $\frac{5}{9}$ of the children in a choir are boys and the rest are girls, the ratio of boys to girls is

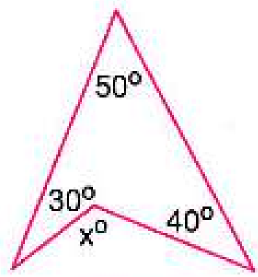
(A) 4 : 9 (B) 4 : 5 (C) 5 : 4 (D) 9 : 4 (E) 5 : 9

10. By what number must 6 be divided to obtain $\frac{1}{3}$ as a result?

(A) 18 (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{1}{18}$ (D) 2 (E) 9

Questions 11 to 20, 4 marks each

11. In the diagram, the size of three angles are given. Find the value of x.



(A) 90 (B) 95 (C) 100
(D) 110 (E) 120

12. A jar of mixed lollies contains 100 g of jellybeans, 30 g of licorice bullets and 20 g of bilby bears. Extra bilby bears are added to make the mix 50% bilby bears by weight. How many grams of bilby bears are added?

(A) 20 (B) 30 (C) 60 (D) 110 (E) 600

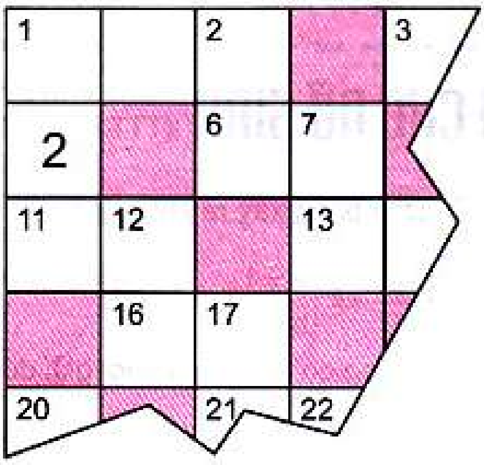
13. A square piece of paper is folded in half. The resulting rectangle has a perimeter of 18 cm. What is the area, in square centimetres, of the original square?

(A) 9 (B) 16 (C) 36 (D) 81 (E) 144

14. If $750 \times 45 = p$, then 750×44 equals

(A) $p - 45$ (B) $p - 750$ (C) $p - 1$
(D) $44p$ (E) $750p$

15. The grid shown is part of a cross-number puzzle.



Clues

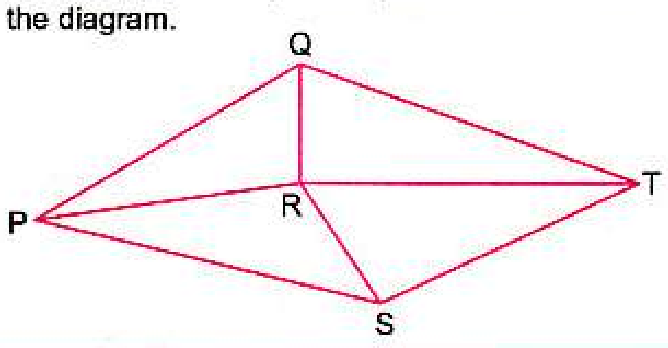
16 across is the reverse of 2 down
1 down is the sum of 16 across and 2 down
7 down is the sum of the digits in 16 across
What is 7 down?

(A) 11 (B) 12 (C) 13 (D) 14 (E) 15

16. I can ride my bike 3 times as fast as Ted can jog. Ted starts 40 minutes before me and then I chase him. How long does it take me to catch Ted?

(A) 20 min (B) 30 min (C) 40 min
(D) 50 min (E) 60 min

17. Five towns are joined by roads, as shown in the diagram.



How many ways are there of travelling from town P to town T if no town can be visited more than once?

(A) 3 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 9

18. What are the last three digits of 7777×9999?

(A) 223 (B) 233 (C) 333
(D) 323 (E) 343

19. In how many ways can 52 be written as the sum of three prime numbers?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

20. Four points P, Q, R and S are such that PQ = 10, QR = 30, RS = 15 and PS = m. If m is an integer and no three of these points lie on a straight line, what is the number of possible values of m?

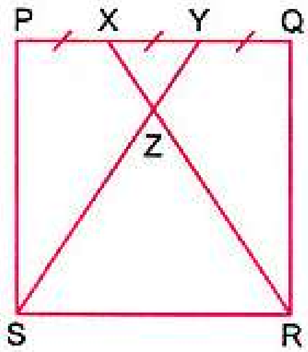
(A) 5 (B) 49 (C) 50 (D) 54 (E) 55

Questions 21 to 25, 5 marks each

21. A courier company has motorbikes that can travel 300 km starting with a full tank. Two couriers, Anna and Brian, set of from the depot together to deliver a letter to Connor's house. The only refuelling is when they stop for Anna to transfer some fuel from her tank to Brian's tank. She then returns to the depot while Brian keeps going, delivers the letter and returns to the depot. What is the greatest distance that Connor's house could be from the depot?

(A) 180 km (B) 200 km (C) 225 km
(D) 250 km (E) 300 km

22. The square PQRS has sides of 3 metres. The points X and Y divide PQ into 3 equal parts.



Find the area, in square metres, of ΔXYZ.

(A) $\frac{3}{8}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{3}{16}$ (D) $\frac{1}{3}$ (E) $\frac{1}{4}$

23. The product of three consecutive odd numbers is 226 737. What is the middle number?

(A) 57 (B) 59 (C) 61 (D) 63 (E) 65

24. A Meeker number is a 7-digit number of the form pqrstup, where $p \times q = 10r + s$ and $s \times t = 10u + p$ and none of the digits are zero. For example, 6 742 816 is a Meeker number. The value of s in the largest Meeker number is

(A) 2 (B) 3 (C) 5 (D) 7 (E) 8

(Xem tiếp trang 9)

CUỘC THI GIẢI TOÁN dành cho nữ sinh

Bài 16NS. Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn $x^5 - 27y^3 = 2x$.

LÊ SƠN TÙNG *(GV. THCS Lâm Thao, Lâm Thao, Phú Thọ)*

Bài 17NS. Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn abc = 1. Chứng minh rằng

$$a+b+c \ge \frac{2}{1+a}+\frac{2}{1+b}+\frac{2}{1+c}.$$

DƯƠNG ĐỨC LÂM *(GV. THPT chuyên Đại học Sư phạm Hà Nội)*

Bài 18NS. Cho hình bình hành ABCD, trên đoạn BC lấy điểm K, AK cắt BD tại M, DK cắt AB kéo dài tại N. Chứng minh rằng $\frac{AK}{AM}+\frac{DK}{DN}=2$.

NGÔ VĂN THÁI *(GV. THPT Phạm Quang Thẩm, Thái Bình)*

Kết quả CUỘC THI GIẢI TOÁN DÀNH CHO NỮ SINH (TTT2 số 137+138)

Bài 10NS. Đặt $A = 2013^{2014} = a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_n$.

$$S = a_1^7 + a_2^7 + a_3^7 + ... + a_n^7$$
$$= a_1^7 + a_2^7 + a_3^7 + ... + a_n^7 - A + A$$
$$= (a_1^7 - a_1) + (a_2^7 - a_2) + ... + (a_n^7 - a_n) + A.$$

Vì $a^7 - a \,\vdots\, 42$ với mọi số nguyên a nên $S \equiv A \pmod{42}$.
Mặt khác $A = 2013^{2014} \equiv 3^{2014} \pmod{42}$.
Ta chứng minh bằng quy nạp toán học

$3^{4^n} \equiv -3 \pmod{42}$ (với $n \in \mathbb{N}^*$).

$$\Rightarrow 3^{2014} = 3^{4^5}.(3^{4^4})^3.3^{4^2}.(3^4)^3.3^2 \equiv 39 \pmod{42}.$$

Vậy S chia cho 42 dư 39.

Nhận xét. Bài toán này chỉ có hai bạn sau có lời giải đúng: *Nguyễn Thùy Dương, Nguyễn Thu Hiền*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**.

Bài 11NS. Ta có $(a-1)^2 \ge 0$ nên $a^2 \ge 2a - 1$; $(b-2)^2 \ge 0$ nên $b^2 \ge 4b - 4$.
Do đó áp dụng bất đẳng thức AM-GM và sử dụng giả thiết ta có

$$P \ge 2a - 1 + 4b - 4 + a - 2b + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{a+b}$$
$$= 3a + 2b - 5 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{a+b}$$
$$= \left(\frac{a+b}{9} + \frac{1}{a+b}\right) + \left(a + \frac{1}{a}\right) + \left(\frac{b}{4} + \frac{1}{b}\right)$$
$$+ \frac{59}{36}\cdot(a+b) + \frac{a}{4} - 5 \ge \frac{2}{3} + 2 + 1 + \frac{59}{36}\cdot 3 + \frac{1}{4} - 5P$$

$\Rightarrow P \ge \frac{23}{6}$. Dấu bằng xảy ra khi a = 1 và b = 2.

Vậy $\mathrm{Min}P = \frac{23}{6} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases}$

Nhận xét. Không có bạn nào có lời giải đúng cho bài toán trên.

Bài 12NS. Qua K kẻ đường thẳng song song với BC cắt AB, AC lần lượt tại X, Y. AK cắt BC tại I. Gọi L là điểm đối xứng của K qua I. Ta có các tứ giác XKDE và KFYD là các tứ giác nội tiếp.
Ta chứng minh được $\widehat{DXK} = \widehat{DYK}$
Do đó tam giác DXY cân tại D.
Suy ra K là trung điểm của XY.

Mà XY // BC nên $\frac{XK}{BY} = \frac{AK}{AI} = \frac{YK}{CI} \Rightarrow BI = CI$.

Do đó tứ giác BKCL là hình bình hành.
Suy ra BK // LC, KC // BL.

Do đó $\frac{AM}{AB} = \frac{AK}{AL}; \frac{AN}{AC} = \frac{AK}{AL} \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$.

Vậy MN // BC.

Nhận xét. Rất tiếc không có bạn nào có lời giải đúng cho bài toán này.

Các bạn được khen kì này: *Nguyễn Thùy Dương, Nguyễn Thu Hiền*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**.

Ảnh các bạn được khen ở bìa 2.

NGUYỄN NGỌC HÂN

Góc OLYMPIC

Kì 4

NGUYỄN ĐỨC TẤN *(TP. Hồ Chí Minh)*

Bài 1. Viết tất cả các số nguyên có giá trị tuyệt đối nhỏ hơn 2014 theo thứ tự tùy ý. Lấy mỗi số cộng với số thứ tự của nó ta được một tổng. Tính tổng của tất cả các tổng đó.

Bài 2. Tìm x, y biết: $|x - 10| + |x - 6| + |x - 2014| = 2008 - |3y + 8|$.

Bài 3. Tìm ba chữ số đầu tiên của M, biết:

$$M = 1^1 + 2^2 + 3^3 + ... + 1000^{1000}.$$

Bài 4. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$A = x^2 + 4 + \frac{1}{x^2 + 4}.$$

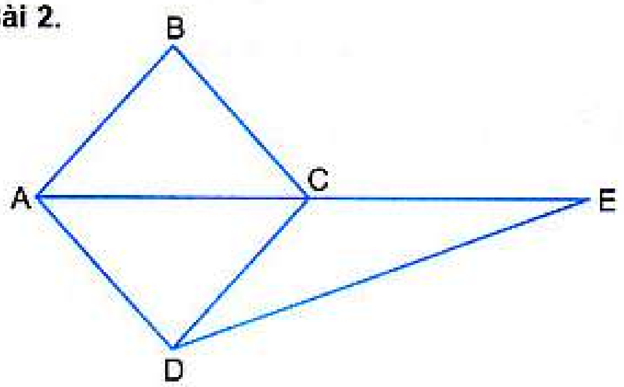
Bài 5. Cho hình bình hành ABCD có $\widehat{BAC} = 30^o$, $\widehat{CAD} = 105^o$. Tính $\widehat{DBC}$.

Kết quả Góc OLYMPIC Kì 2 (TTT2 số 134)

Bài 1. Ta điền các số như sau:

3	11	19
8	16	24
13	21	29

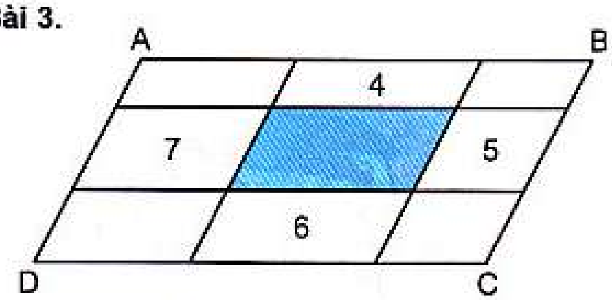
Bài 2.



Vì $\widehat{ABC} = 84^o$ nên $\widehat{BCD} = 96^o$

$\Rightarrow \widehat{ACD} = 48^o \Rightarrow \widehat{CDE} = \widehat{ACD} - \widehat{CED} = 28^o$.

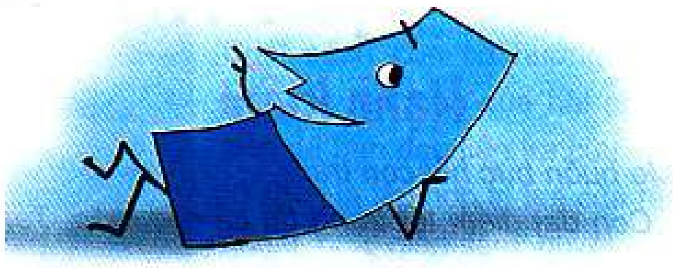
Bài 3.



Chu vi hình bình hành tô màu là:
$4 + 5 + 6 + 7 - 14 = 8$.

Bài 4. Số tập hợp cần tìm là 8.
Đó là các tập hợp: {a}; {a, d}; {a, e}; {a, d, e}; {b}; {b, d}; {b, e}; {b, d, e}.

Bài 5. Vì $n = \overline{a3640548981270644b}$ chia hết cho 99 nên n chia hết cho 9 và 11.
Ta có n chia hết cho 11 nên $(a + 37) - (b + 34) \vdots 11$.
Suy ra $a - b = -3$ hoặc $a - b = 8$.
Mặt khác n chia hết cho 9 nên $a + b + 71 \vdots 9$.
Suy ra $a + b = 1$ hoặc $a + b = 10$.
Mà a + b và a − b cùng tính chẵn lẻ nên giải ra ta được a = 9 và b = 1.



Nhận xét. Các bạn sau giải đúng cả 5 bài và được thưởng kì này: *Nguyễn Thị Hương Quỳnh*, 8A, THCS Tam Dương, Tam Dương, **Vĩnh Phúc**; *Võ Thị Bích Hợp*, 8G, THCS Lương thế Vinh, TP. Tuy Hòa, **Phú Yên**; *Đặng Quang Anh*, 7A, THCS Nguyễn Chích, Đông Sơn, **Thanh Hóa**; *Khuất Bảo Châu*, 7A, THCS Thạch Thất, Thạch Thất, **Hà Nội**; *Đỗ Linh Chi và Nguyễn Thị Thu Hương*, 8A2, THCS Giấy Phong Châu, Phù Ninh, **Phú Thọ**.
Các bạn sau được khen: *Nguyễn Minh Tuấn*, 7B, THPT chuyên Hà Nội - Amsterdam, **Hà Nội**; *Nguyễn Thị Loan, Lê Khánh Linh*, 8A, *Trần Thu Huyền*, 9A, THCS Tam Dương, Tam Dương, *Nguyễn Tấn Huy*, 7D, THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên, **Vĩnh Phúc**.

NGUYỄN NGỌC MINH

Kì này AI ĐIỀN ĐÚNG?

Từ trên cùng trong hình bên là FIRE, còn từ dưới cùng là PARK. Bạn hãy tìm 3 từ để điền vào 3 hàng ngang còn trống, với điều kiện là trong mỗi từ đứng sau chỉ có một chữ cái không giống với những chữ cái trong từ đứng sát trên nó.

MẪN VĂN MẠNH

(7A2, THCS Yên Phong, Yên Phong, Bắc Ninh)

F	I	R	E
P	A	R	K

Kết quả DỊCH THẾ NÀO? (TTT2 số 137+138)

Hạnh kiểm

Mẹ buồn bực hỏi con trai:

- Con đạt điểm tốt trong tất cả các môn. Tại sao hạnh kiểm thì vẫn yếu?

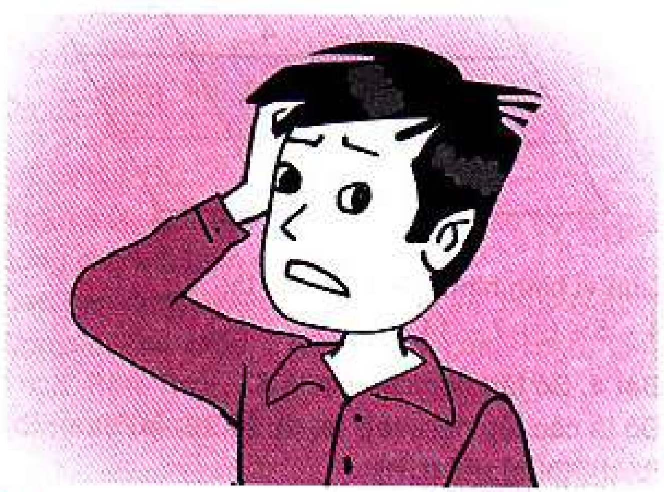
Con trai trả lời:

- Vì hạnh kiểm thì con không nhìn bài của bạn để chép được ạ.

Mẩu chuyện vui này được tất cả các bạn dịch khá sát nghĩa. Tuy nhiên, dịch sát nghĩa và dịch sao cho vừa thoát ý vừa phù hợp với tiếng Việt lại là hai việc không giống nhau hoàn toàn. Khi dịch, các bạn đừng phụ thuộc một cách máy móc vào một nghĩa cụ thể nào đó của từ, mà hãy chú ý đến ngữ cảnh, tức là bối cảnh của câu chuyện mình đang dịch. Quan trọng nhất là thoát ý về nội dung và thoát ý về cách dùng từ ngữ.

Chủ Vườn xin gửi quà tới: *Đỗ Minh Hiệp*, 8A, THCS Vĩnh Yên, TP. Vĩnh Yên, **Vĩnh Phúc**; *Dương Lâm Anh*, 8A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Khuất Bảo Châu*, 8A, THCS Thạch Thất, Thạch Thất, **Hà Nội**; *Hoàng Thị Linh Đan*, 7/5, THCS Lê Văn Thiêm, **Hà Tĩnh**.

Chủ Vườn



Giới thiệu Sách

TUYỂN CHỌN 10 NĂM TOÁN TUỔI THƠ

CÁC CHUYÊN ĐỀ VÀ ĐỀ TOÁN CHỌN LỌC THCS

(Tái bản lần 1, có chỉnh lí và bổ sung)

Nhằm đáp ứng nhu cầu của độc giả sau lần in đầu, Tạp chí đã chỉnh lí, bổ sung và in tái bản cuốn sách ngay đầu năm học mới 2014 - 2015. Sách là tài liệu giúp học sinh và các thầy, cô giáo phát hiện và bồi dưỡng nhân tài toán học. Các chuyên đề, các đề toán trong sách được tuyển chọn từ các bài đăng trên Toán Tuổi thơ 2 do các cộng tác viên là những giáo sư, tiến sĩ có uy tín và các thầy cô giáo say mê nghiên cứu bộ môn toán trong nhà trường gửi về.

Từ các nguồn tài liệu trên, Ban biên tập Tạp chí đã chọn lọc và biên tập lại để ra mắt độc giả cuốn sách này.

Sách gồm hai phần.

Phần 1 gồm 3 chương với các chuyên đề:

Chương 1. *Học ra sao?* cung cấp cho học sinh những phương pháp hữu ích để học toán tốt hơn, đồng thời là tư liệu bổ ích giúp cho các thầy, cô giáo trong việc hướng dẫn phương pháp học tập và giảng dạy tại các nhà trường. Chuyên mục này cũng giúp cho các vị phụ huynh phương pháp hướng dẫn con, em học ở nhà.

Chương 2. *Sai ở đâu? Sửa cho đúng* là tập hợp những bài toán cùng lời giải có sai sót. Những lời giải tưởng là đúng nhưng lại mắc lỗi, những đề toán sai nhưng vẫn có lời giải... qua đó tránh cho thầy, cô giáo và các em học sinh mắc những sai lầm đáng tiếc trong việc ra đề và làm bài trong kiểm tra, thi cử.

Chương 3. *Toán học và hội nhập - Nhìn ra thế giới* giúp cho thầy, cô giáo và các em học sinh tiếp cận những kiến thức toán học cần thiết trong thời buổi hội nhập, đồng thời qua những đề thi học sinh giỏi môn toán ở nhiều vùng miền trên thế giới, giúp chúng ta hiểu về việc học tập và thi cử môn toán của các nước có nền giáo dục tiên tiến.

Chuyên đề này được chọn lọc trong những bài viết của các tác giả: Vũ Kim Thủy, Trịnh Hoài Dương, Nguyễn Bá Đang, Hoàng Trọng Hảo, Nguyễn Ngọc Hân. Đây là phần chỉnh lí lớn nhất so với bản in lần đầu.

Phần 2 chọn lọc các bài toán **Thi giải toán qua thư**. Đây hầu hết là những đề toán hay, mới của các giáo sư, tiến sĩ, các thầy, cô giáo, các nhà nghiên cứu có tâm huyết với toán học trong nhà trường nhiều năm qua.

Cuối sách còn có hướng dẫn giải các bài toán của hai phần trên để bạn đọc tiện tra cứu.

Vì sách là tập hợp trí tuệ của rất nhiều nhà giáo tâm huyết với toán học nên sẽ rất bổ ích cho các bạn yêu toán, các em học sinh, các thầy cô giáo và các bậc phụ huynh.

Giá bìa: 39.500 đồng.

Sách bán tại:

1) Tạp chí Toán Tuổi thơ, số 361 Trường Chinh, Q. Thanh Xuân, Hà Nội

2) Đại diện tại miền Nam, 55/12 Trần Đình Xu, P. Cầu Kho, Q. 1, TP. Hồ Chí Minh.

3) Các cửa hàng sách Giáo dục trong toàn quốc.

Có thể đặt mua tại các cơ sở bưu điện gần nhất.

CÁC LỚP 6 & 7

Bài 1(140). Tìm hai số nguyên dương a và b để $Q = \frac{1}{a} + \frac{2}{b}$ nhận giá trị nguyên.

LƯU LÝ TƯỞNG *(GV. THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, Phú Thọ)*

Bài 2(140). Tìm tất cả các số nguyên dương không thể biểu diễn dưới dạng tổng của hai hợp số.

CHU TUẤN *(GV. THCS Nguyễn Thượng Hiền, Ứng Hòa, Hà Nội)*

CÁC LỚP THCS

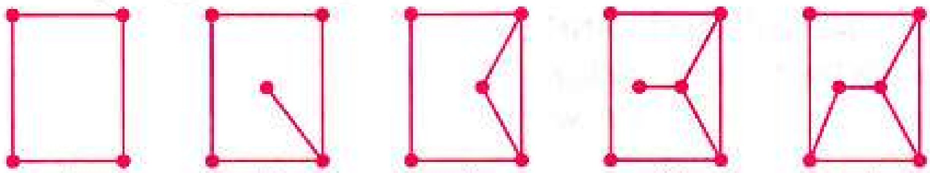
Bài 3(140). Tìm tất cả các cặp số nguyên dương (m, n) thỏa mãn $10^m - 8^n = 2m^2$.

TRẦN XUÂN ĐÁNG *(GV. THPT chuyên Lê Hồng Phong, Nam Định)*

Bài 4(140). Cho x, y và z là các số thực thuộc khoảng (0, 1) và thỏa mãn $xyz = (1 - x)(1 - y)(1 - z)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x + y + z + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$.

LẠI QUANG THỌ *(Phòng Giáo dục - Đào tạo Tam Dương, Vĩnh Phúc)*

Bài 5(140). Cho đồ thị M có số đỉnh V, số cạnh E và số miền R. Khi đó ta có công thức Euler như sau: $V - E + R = 2$.
Bạn hãy kiểm chứng công thức trên qua các hình đồ thị sau:



a) b) c) d) e)

VŨ KIM THỦY

Bài 6(140). Cho tam giác ABC không cân, I là giao điểm ba đường phân giác trong. Dựng $ID \perp BC$ ($D \in BC$), $IO \perp AD$ ($O \in AD$). Chứng minh rằng OD là tia phân giác của góc BOC.

MAI ANH BẰNG *(HS. Toán K42, trường THPT chuyên Đại học Sư phạm Hà Nội)*

SOLVE VIA MAIL COMPETITION QUESTIONS

Translated by Nam Vũ Thành

1(140). Find two positive integers *a* and *b* such that $Q = \frac{1}{a} + \frac{2}{b}$ is an integer.

PHIẾU ĐĂNG KÍ THAM DỰ CUỘC THI GTQT NĂM HỌC 2014-2015

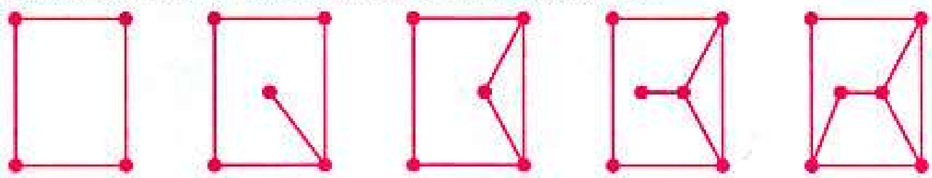
2(140). Find all positive integers that cannot be expressed as the sum of two composite numbers.

3(140). Find all pairs of positive integers (*m*, *n*) such that $10^m - 8^n = 2m^2$.

4(140). Let *x*, *y*, and *z* be real numbers in the range of (0, 1) such that $xyz = (1 - x)(1 - y)(1 - z)$. Find the minimum value of the expression

$P = x + y + z + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$.

5(140). Given a graph *M* with a *V* number of vertices, an *E* number of edges and an *R* number of regions. The Euler formula is given as: $V - E + R = 2$. Verify the above formula with the following graphs.



a) b) c) d) e)

6(140). Let *ABC* be a non-isosceles triangle and *I* be the intersection of the three internal angle bisectors. Let *D* be a point of *BC* such that $ID \perp BC$ and *O* be a point on *AD* such that $IO \perp AD$. Prove that *OD* is the angle bisector of the angle *BOC*.