BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN KIẾN THỨC, KĨ NĂNG MÔN TOÁN LỚP 10

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

NGUYỄN THẾ THẠCH (CHỦ BIÊN)
NGUYỄN HẢI CHÂU – QUÁCH TÚ CHƯƠNG – NGUYỄN TRUNG HIẾU
ĐOÀN THẾ PHIỆT – PHẠM ĐỨC QUANG – NGUYỄN THỊ QUÝ SỬU

HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN KIẾN THỨC, KĨ NĂNG MÔN TOÁN LỚP 10

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

LỜI GIỚI THIỆU

Ngày 5 tháng 5 năm 2006, Bộ trưởng Bộ Giáo dục và Đào tạo đã kí Quyết định số 16/2006/QĐ-BGDĐT về việc ban hành Chương trình Giáo dục phổ thông.

Chương trình Giáo dục phổ thông là kết quả của sự điều chỉnh, hoàn thiện, tổ chức lại các chương trình đã được ban hành, làm căn cứ cho việc quản lí, chỉ đạo, tổ chức dạy học và kiểm tra, đánh giá ở tất cả các cấp học, trường học trên phạm vi cả nước.

Chương trình Giáo dục phổ thông là một kế hoạch sư phạm gồm :

– Mục tiêu giáo dục ;

– Phạm vi và cấu trúc nội dung giáo dục ;

– Chuẩn kiến thức, kĩ năng và yêu cầu về thái độ của từng môn học, cấp học ;

– Phương pháp và hình thức tổ chức giáo dục ;

– Đánh giá kết quả giáo dục từng môn học ở mỗi lớp, cấp học.

Trong Chương trình Giáo dục phổ thông, Chuẩn kiến thức, kĩ năng được thể hiện, cụ thể hoá ở các chủ đề của chương trình môn học, theo từng lớp học ; đồng thời cũng được thể hiện ở phần cuối của chương trình mỗi cấp học.

Có thể nói : Điểm mới của Chương trình Giáo dục phổ thông lần này là đưa Chuẩn kiến thức, kĩ năng vào thành phần của Chương trình Giáo dục phổ thông, đảm bảo việc chỉ đạo dạy học, kiểm tra, đánh giá theo Chuẩn kiến thức, kĩ năng, tạo nên sự thống nhất trong cả nước ; góp phần khắc phục tình trạng quá tải trong giảng dạy, học tập ; giảm thiểu dạy thêm, học thêm.

Nhìn chung, ở các trường phổ thông hiện nay, bước đầu đã vận dụng được Chuẩn kiến thức, kĩ năng trong giảng dạy, học tập, kiểm tra, đánh giá ; song về tổng thể, vẫn chưa đáp ứng được yêu cầu của đổi mới giáo dục phổ thông ; cần phải được tiếp tục quan tâm, chú trọng hơn nữa.

Nhằm góp phần khắc phục hạn chế này, Bộ Giáo dục và Đào tạo tổ chức biên soạn, xuất bản bộ tài liệu ***Hướng dẫn thực hiện Chuẩn kiến thức, kĩ năng*** cho các môn học, lớp học của các cấp Tiểu học, Trung học cơ sở và Trung học phổ thông.

Bộ tài liệu này được biên soạn theo hướng chi tiết, tường minh các yêu cầu cơ bản, tối thiểu về kiến thức, kĩ năng của Chuẩn kiến thức, kĩ năng bằng các nội dung chọn lọc trong sách giáo khoa, tạo điều kiện thuận lợi hơn nữa cho giáo viên và học sinh trong quá trình giảng dạy, học tập và kiểm tra, đánh giá.

Cấu trúc chung của bộ tài liệu gồm hai phần chính :

Phần thứ nhất : Giới thiệu chung về Chuẩn kiến thức, kĩ năng của Chương trình Giáo dục phổ thông ;

Phần thứ hai : Hướng dẫn thực hiện Chuẩn kiến thức, kĩ năng của từng môn học trong Chương trình Giáo dục phổ thông.

Bộ tài liệu : ***Hướng dẫn thực hiện Chuẩn kiến thức, kĩ năng*** các môn học ở Trung học cơ sở và Trung học phổ thông có sự tham gia biên soạn, thẩm định, góp ý của nhiều nhà khoa học, nhà sư phạm, các cán bộ nghiên cứu và chỉ đạo chuyên môn, các giáo viên dạy giỏi ở địa phương.

Hi vọng rằng, ***Hướng dẫn thực hiện Chuẩn kiến thức, kĩ năng*** sẽ là bộ tài liệu hữu ích đối với cán bộ quản lí giáo dục, giáo viên và học sinh trong cả nước. Các Sở Giáo dục và Đào tạo chỉ đạo triển khai sử dụng bộ tài liệu và tạo điều kiện để các cơ sở giáo dục, các giáo viên và học sinh thực hiện tốt yêu cầu đổi mới phương pháp dạy học, đổi mới kiểm tra, đánh giá, góp phần tích cực, quan trọng vào việc nâng cao chất lượng giáo dục trung học.

Lần đầu tiên được xuất bản, bộ tài liệu này khó tránh khỏi những thiếu sót, hạn chế. Bộ Giáo dục và Đào tạo rất mong nhận được những ý kiến nhận xét, đóng góp của các thầy cô giáo và bạn đọc gần xa để tài liệu được tiếp tục bổ sung, hoàn thiện hơn cho lần xuất bản sau.

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

PHẦN THỨ NHẤT

GIỚI THIỆU CHUNG VỀ CHUẨN KIẾN THỨC, KĨ NĂNG CỦA CHƯƠNG TRÌNH GIÁO DỤC PHỔ THÔNG

I – GIỚI THIỆU CHUNG VỀ CHUẨN

1. Chuẩn là những yêu cầu, tiêu chí (gọi chung là yêu cầu) tuân thủ những nguyên tắc nhất định, được dùng để làm thước đo đánh giá hoạt động, công việc, sản phẩm của lĩnh vực nào đó. Đạt được những yêu cầu của chuẩn là đạt được mục tiêu mong muốn của chủ thể quản lí hoạt động, công việc, sản phẩm đó.

Yêu cầu là sự cụ thể hoá, chi tiết, tường minh Chuẩn, chỉ ra những căn cứ để đánh giá chất lượng. Yêu cầu có thể được đo thông qua chỉ số thực hiện. Yêu cầu được xem như những "chốt kiểm soát" để đánh giá chất lượng đầu vào, đầu ra cũng như quá trình thực hiện.

2. Những yêu cầu cơ bản của chuẩn

2.1. Chuẩn phải có tính khách quan, nhìn chung không lệ thuộc vào quan điểm hay thái độ chủ quan của người sử dụng Chuẩn.

2.2. Chuẩn phải có hiệu lực ổn định cả về phạm vi lẫn thời gian áp dụng.

2.3. Đảm bảo tính khả thi, có nghĩa là Chuẩn đó có thể đạt được (là trình độ hay mức độ dung hoà hợp lí giữa yêu cầu phát triển ở mức cao hơn với những thực tiễn đang diễn ra).

2.4. Đảm bảo tính cụ thể, tường minh và có chức năng định lượng.

2.5. Đảm bảo không mâu thuẫn với các chuẩn khác trong cùng lĩnh vực hoặc những lĩnh vực có liên quan.

II – CHUẨN KIẾN THỨC, KĨ NĂNG CỦA CHƯƠNG TRÌNH GIÁO DỤC PHỔ THÔNG

Chuẩn kiến thức, kĩ năng và yêu cầu về thái độ của Chương trình Giáo dục phổ thông (CTGDPT) được thể hiện cụ thể trong các chương trình môn học, hoạt động giáo dục (gọi chung là môn học) và các chương trình cấp học.

Đối với mỗi môn học, mỗi cấp học, mục tiêu của môn học, cấp học được cụ thể hoá thành chuẩn kiến thức, kĩ năng của chương trình môn học, chương trình cấp học.

1. Chuẩn kiến thức, kĩ năng của Chương trình môn học là các yêu cầu cơ bản, tối thiểu về kiến thức, kĩ năng của môn học mà học sinh cần phải và có thể đạt được sau mỗi đơn vị kiến thức (mỗi bài, chủ đề, chủ điểm, mô đun).

Chuẩn kiến thức, kĩ năng của một đơn vị kiến thức là các yêu cầu cơ bản, tối thiểu về kiến thức, kĩ năng của đơn vị kiến thức mà học sinh cần phải và có thể đạt được.

Yêu cầu về kiến thức, kĩ năng thể hiện ***mức độ*** cần đạt về ***kiến thức, kĩ năng***.

Mỗi ***yêu cầu*** về kiến thức, kĩ năng có thể được ***chi tiết hơn*** bằng những ***yêu cầu*** về kiến thức, kĩ năng cụ thể, tường minh hơn ; minh chứng bằng những ***ví dụ*** thể hiện được cả nội dung kiến thức, kĩ năng và mức độ cần đạt về kiến thức, kĩ năng.

2. **Chuẩn kiến thức, kĩ năng của Chương trình cấp học** là các yêu cầu cơ bản, tối thiểu về kiến thức, kĩ năng của các môn học mà học sinh cần phải và có thể đạt được sau từng giai đoạn học tập trong cấp học.

2.1. Chuẩn kiến thức, kĩ năng ở chương trình các cấp học đề cập tới những yêu cầu tối thiểu về kiến thức, kĩ năng mà học sinh (HS) cần và có thể đạt được sau khi hoàn thành chương trình giáo dục của từng lớp học và cấp học. Các chuẩn này cho thấy ý nghĩa quan trọng của việc gắn kết, phối hợp giữa các môn học nhằm đạt được mục tiêu giáo dục của cấp học.

2.2. Việc thể hiện Chuẩn kiến thức, kĩ năng ở cuối chương trình cấp học thể hiện hình mẫu mong đợi về người học sau mỗi cấp học và cần thiết cho công tác quản lí, chỉ đạo, đào tạo, bồi dưỡng giáo viên (GV).

2.3. Chương trình cấp học đã thể hiện chuẩn kiến thức, kĩ năng không phải đối với từng môn học mà đối với từng lĩnh vực học tập. Trong văn bản về chương trình của các cấp học, các chuẩn kiến thức, kĩ năng được biên soạn theo tinh thần :

a) Các chuẩn kiến thức, kĩ năng không được đưa vào cho từng môn học riêng biệt mà cho từng lĩnh vực học tập nhằm thể hiện sự gắn kết giữa các môn học và hoạt động giáo dục trong nhiệm vụ thực hiện mục tiêu của cấp học.

b) Chuẩn kiến thức, kĩ năng và yêu cầu về thái độ được thể hiện trong chương trình cấp học là các chuẩn của cấp học, tức là những yêu cầu cụ thể mà HS cần đạt được ở cuối cấp học. Cách thể hiện này tạo một tầm nhìn về sự phát triển của người học sau mỗi cấp học, đối chiếu với những gì mà mục tiêu của cấp học đã đề ra.

3. **Những đặc điểm của Chuẩn kiến thức, kĩ năng**

3.1. Chuẩn kiến thức, kĩ năng được chi tiết, tường minh bằng các yêu cầu cụ thể, rõ ràng về kiến thức, kĩ năng.

3.2. Chuẩn kiến thức, kĩ năng có tính tối thiểu, nhằm đảm bảo mọi HS cần phải và có thể đạt được những yêu cầu cụ thể này.

3.3. Chuẩn kiến thức, kĩ năng là thành phần của CTGDPT.

Trong CTGDPT, Chuẩn kiến thức, kĩ năng và yêu cầu về thái độ đối với người học được thể hiện, cụ thể hoá ở các chủ đề của chương trình môn học theo từng lớp và ở các lĩnh vực học tập ; đồng thời, Chuẩn kiến thức, kĩ năng và yêu cầu về thái độ cũng được thể hiện ở phần cuối của chương trình mỗi cấp học.

Chuẩn kiến thức, kĩ năng là thành phần của CTGDPT. Việc chỉ đạo dạy học, kiểm tra, đánh giá theo Chuẩn kiến thức, kĩ năng sẽ tạo nên sự thống nhất ; làm hạn chế tình trạng dạy học quá tải, đưa thêm nhiều nội dung nặng nề, quá cao so với chuẩn kiến thức, kĩ năng vào dạy học, kiểm tra, đánh giá ; góp phần làm giảm tiêu cực của dạy thêm, học thêm ; tạo điều kiện cơ bản, quan trọng để có thể tổ chức giảng dạy, học tập, kiểm tra, đánh giá và thi theo Chuẩn kiến thức, kĩ năng.

III – CÁC MỨC ĐỘ VỀ KIẾN THỨC, KĨ NĂNG

Các mức độ về kiến thức, kĩ năng được thể hiện cụ thể trong Chuẩn kiến thức, kĩ năng của CTGDPT.

Về kiến thức : Yêu cầu HS phải nhớ, nắm vững, hiểu rõ các kiến thức cơ bản trong chương trình, sách giáo khoa, đó là nền tảng vững vàng để có thể phát triển năng lực nhận thức ở cấp cao hơn.

Về kĩ năng : Biết vận dụng các kiến thức đã học để trả lời câu hỏi, giải bài tập, làm thực hành ; có kĩ năng tính toán, vẽ hình, dựng biểu đồ,...

Kiến thức, kĩ năng phải dựa trên cơ sở phát triển năng lực, trí tuệ HS ở các mức độ, từ đơn giản đến phức tạp ; nội dung bao hàm các mức độ khác nhau của nhận thức.

Mức độ cần đạt được về kiến thức được xác định theo 6 mức độ : nhận biết, thông hiểu, vận dụng, phân tích, đánh giá và sáng tạo (có thể tham khảo thêm phân loại Nikko gồm 4 mức độ : nhận biết, thông hiểu, vận dụng ở mức thấp, vận dụng ở mức cao).

1. **Nhận biết :** Là sự nhớ lại các dữ liệu, thông tin đã có trước đây ; nghĩa là có thể nhận biết thông tin, ghi nhớ, tái hiện thông tin, nhắc lại một loạt dữ liệu, từ các sự kiện đơn giản đến các lí thuyết phức tạp. Đây là mức độ, yêu cầu thấp nhất của trình độ nhận thức, thể hiện ở chỗ HS có thể và chỉ cần nhớ hoặc nhận ra khi được đưa ra hoặc dựa trên những thông tin có tính đặc thù của một khái niệm, một sự vật, một hiện tượng.

HS phát biểu đúng một định nghĩa, định lí, định luật nhưng chưa giải thích và vận dụng được chúng.

Có thể cụ thể hoá mức độ nhận biết bằng các yêu cầu :

– Nhận ra, nhớ lại các khái niệm, định lí, định luật, tính chất.

– Nhận dạng được (không cần giải thích) các khái niệm, hình thể, vị trí tương đối giữa các đối tượng trong các tình huống đơn giản.

– Liệt kê, xác định các vị trí tương đối, các mối quan hệ đã biết giữa các yếu tố, các hiện tượng.

2. **Thông hiểu :** Là khả năng nắm được, hiểu được ý nghĩa của các khái niệm, sự vật, hiện tượng ; giải thích, chứng minh được ý nghĩa của các khái niệm, sự vật, hiện tượng ; là mức độ cao hơn nhận biết nhưng là mức độ thấp nhất của việc thấu hiểu sự vật, hiện tượng, liên quan đến ý nghĩa của các mối quan hệ giữa các khái niệm, thông tin mà HS đã học hoặc đã biết. Điều đó có thể được thể hiện bằng việc chuyển thông tin từ dạng này sang dạng khác, bằng cách giải thích thông tin (giải thích hoặc tóm tắt) và bằng cách ước lượng xu hướng tương lai (dự báo các hệ quả hoặc ảnh hưởng).

Có thể cụ thể hoá mức độ thông hiểu bằng các yêu cầu :

– Diễn tả bằng ngôn ngữ cá nhân các khái niệm, định lí, định luật, tính chất, chuyển đổi được từ hình thức ngôn ngữ này sang hình thức ngôn ngữ khác (ví dụ : từ lời sang công thức, kí hiệu, số liệu và ngược lại).

– Biểu thị, minh hoạ, giải thích được ý nghĩa của các khái niệm, hiện tượng, định nghĩa, định lí, định luật.

– Lựa chọn, bổ sung, sắp xếp lại những thông tin cần thiết để giải quyết một vấn đề nào đó.

– Sắp xếp lại các ý trả lời câu hỏi hoặc lời giải bài toán theo cấu trúc lôgic.

3. **Vận dụng :** Là khả năng sử dụng các kiến thức đã học vào một hoàn cảnh cụ thể mới : vận dụng nhận biết, hiểu biết thông tin để giải quyết vấn đề đặt ra ; là khả năng đòi hỏi HS phải biết vận dụng kiến thức, biết sử dụng phương pháp, nguyên lí hay ý tưởng để giải quyết một vấn đề nào đó.

Yêu cầu áp dụng được các quy tắc, phương pháp, khái niệm, nguyên lí, định lí, định luật, công thức để giải quyết một vấn đề trong học tập hoặc của thực tiễn. Đây là mức độ thông hiểu cao hơn mức độ thông hiểu trên.

Có thể cụ thể hoá mức độ vận dụng bằng các yêu cầu :

– So sánh các phương án giải quyết vấn đề.

– Phát hiện lời giải có mâu thuẫn, sai lầm và chỉnh sửa được.

– Giải quyết được những tình huống mới bằng cách vận dụng các khái niệm, định lí, định luật, tính chất đã biết.

– Khái quát hoá, trừu tượng hoá từ tình huống đơn giản, đơn lẻ quen thuộc sang tình huống mới, phức tạp hơn.

4. Phân tích : Là khả năng phân chia một thông tin ra thành các phần thông tin nhỏ sao cho có thể hiểu được cấu trúc, tổ chức của nó và thiết lập mối liên hệ phụ thuộc lẫn nhau giữa chúng.

Yêu cầu chỉ ra được các bộ phận cấu thành, xác định được mối quan hệ giữa các bộ phận, nhận biết và hiểu được nguyên lí cấu trúc của các bộ phận cấu thành. Đây là mức độ cao hơn vận dụng vì nó đòi hỏi sự thấu hiểu cả về nội dung lẫn hình thái cấu trúc của thông tin, sự vật, hiện tượng.

Có thể cụ thể hoá mức độ phân tích bằng các yêu cầu :

– Phân tích các sự kiện, dữ kiện thừa, thiếu hoặc đủ để giải quyết được vấn đề.

– Xác định được mối quan hệ giữa các bộ phận trong toàn thể.

– Cụ thể hoá được những vấn đề trừu tượng.

– Nhận biết và hiểu được cấu trúc các bộ phận cấu thành.

5. Đánh giá : Là khả năng xác định giá trị của thông tin : bình xét, nhận định, xác định được giá trị của một tư tưởng, một nội dung kiến thức, một phương pháp. Đây là một bước mới trong việc lĩnh hội kiến thức được đặc trưng bởi việc đi sâu vào bản chất của đối tượng, sự vật, hiện tượng. Việc đánh giá dựa trên các tiêu chí nhất định ; đó có thể là các tiêu chí bên trong (cách tổ chức) hoặc các tiêu chí bên ngoài (phù hợp với mục đích).

Yêu cầu xác định được các tiêu chí đánh giá (người đánh giá tự xác định hoặc được cung cấp các tiêu chí) và vận dụng được để đánh giá.

Có thể cụ thể hoá mức độ đánh giá bằng các yêu cầu :

– Xác định được các tiêu chí đánh giá và vận dụng để đánh giá thông tin, sự vật, hiện tượng, sự kiện.

– Đánh giá, nhận định giá trị của các thông tin, tư liệu theo một mục đích, yêu cầu xác định.

– Phân tích những yếu tố, dữ kiện đã cho để đánh giá sự thay đổi về chất của sự vật, sự kiện.

– Đánh giá, nhận định được giá trị của nhân tố mới xuất hiện khi thay đổi các mối quan hệ cũ.

Các công cụ đánh giá có hiệu quả phải giúp xác định được kết quả học tập ở mọi cấp độ nói trên để đưa ra một nhận định chính xác về năng lực của người được đánh giá về chuyên môn liên quan.

6. Sáng tạo : Là khả năng tổng hợp, sắp xếp, thiết kế lại thông tin ; khai thác, bổ sung thông tin từ các nguồn tư liệu khác để sáng lập một hình mẫu mới.

Yêu cầu tạo ra được một hình mẫu mới, một mạng lưới các quan hệ trừu tượng (sơ đồ phân lớp thông tin). Kết quả học tập trong lĩnh vực này nhấn mạnh vào các hành vi, năng lực sáng tạo, đặc biệt là trong việc hình thành các cấu trúc và mô hình mới.

Có thể cụ thể hoá mức độ sáng tạo bằng các yêu cầu :

– Mở rộng một mô hình ban đầu thành mô hình mới.

– Khái quát hoá những vấn đề riêng lẻ, cụ thể thành vấn đề tổng quát mới.

– Kết hợp nhiều yếu tố riêng thành một tổng thể hoàn chỉnh mới.

– Dự đoán, dự báo sự xuất hiện nhân tố mới khi thay đổi các mối quan hệ cũ.

Đây là mức độ cao nhất của nhận thức, vì nó chứa đựng các yếu tố của những mức độ nhận thức trên và đồng thời cũng phát triển chúng.

IV – CHUẨN KIẾN THỨC, KĨ NĂNG CỦA CHƯƠNG TRÌNH GIÁO DỤC PHỔ THÔNG VỪA LÀ CĂN CỨ, VỪA LÀ MỤC TIÊU CỦA GIẢNG DẠY, HỌC TẬP, KIỂM TRA, ĐÁNH GIÁ

Chuẩn kiến thức, kĩ năng và yêu cầu về thái độ của CTGDPT bảo đảm tính thống nhất, tính khả thi, phù hợp của CTGDPT ; bảo đảm chất lượng và hiệu quả của quá trình giáo dục.

1. Chuẩn kiến thức, kĩ năng là căn cứ

1.1. Biên soạn sách giáo khoa (SGK) và các tài liệu hướng dẫn dạy học, kiểm tra, đánh giá, đổi mới phương pháp dạy học, đổi mới kiểm tra, đánh giá.

1.2. Chỉ đạo, quản lí, thanh tra, kiểm tra việc thực hiện dạy học, kiểm tra, đánh giá, sinh hoạt chuyên môn, đào tạo, bồi dưỡng cán bộ quản lí và GV.

1.3. Xác định mục tiêu của mỗi giờ học, mục tiêu của quá trình dạy học, đảm bảo chất lượng giáo dục.

1.4. Xác định mục tiêu kiểm tra, đánh giá đối với từng bài kiểm tra, bài thi ; đánh giá kết quả giáo dục từng môn học, lớp học, cấp học.

2. Tài liệu *Hướng dẫn thực hiện Chuẩn kiến thức, kĩ năng* được biên soạn theo hướng chi tiết các yêu cầu cơ bản, tối thiểu về kiến thức, kĩ năng của Chuẩn kiến thức, kĩ năng bằng các nội dung chọn lọc trong SGK.

Tài liệu giúp các cán bộ quản lí giáo dục, các cán bộ chuyên môn, GV, HS nắm vững và thực hiện đúng theo Chuẩn kiến thức, kĩ năng.

3. Yêu cầu dạy học bám sát Chuẩn kiến thức, kĩ năng

3.1. Yêu cầu chung

a) Căn cứ Chuẩn kiến thức, kĩ năng để xác định mục tiêu bài học. Chú trọng dạy học nhằm đạt được các yêu cầu cơ bản và tối thiểu về kiến thức, kĩ năng, đảm bảo không quá tải và không quá lệ thuộc hoàn toàn vào SGK ; mức độ khai thác sâu kiến thức, kĩ năng trong SGK phải phù hợp với khả năng tiếp thu của HS.

b) Sáng tạo về phương pháp dạy học phát huy tính chủ động, tích cực, tự giác học tập của HS. Chú trọng rèn luyện phương pháp tư duy, năng lực tự học, tự nghiên cứu ; tạo niềm vui, hứng khởi, nhu cầu hành động và thái độ tự tin trong học tập cho HS.

c) Dạy học thể hiện mối quan hệ tích cực giữa GV và HS, giữa HS với HS ; tiến hành thông qua việc tổ chức các hoạt động học tập của HS, kết hợp giữa học tập cá thể với học tập hợp tác, làm việc theo nhóm.

d) Dạy học chú trọng đến việc rèn luyện các kĩ năng, năng lực hành động, vận dụng kiến thức, tăng cường thực hành và gắn nội dung bài học với thực tiễn cuộc sống.

e) Dạy học chú trọng đến việc sử dụng có hiệu quả phương tiện, thiết bị dạy học được trang bị hoặc do GV và HS tự làm ; quan tâm ứng dụng công nghệ thông tin trong dạy học.

g) Dạy học chú trọng đến việc động viên, khuyến khích kịp thời sự tiến bộ của HS trong quá trình học tập ; đa dạng nội dung, các hình thức, cách thức đánh giá và tăng cường hiệu quả việc đánh giá.

3.2. Yêu cầu đối với cán bộ quản lí cơ sở giáo dục

a) Nắm vững chủ trương đổi mới giáo dục phổ thông của Đảng, Nhà nước ; nắm vững mục đích, yêu cầu, nội dung đổi mới thể hiện cụ thể trong các văn bản chỉ đạo của Ngành, trong Chương trình và SGK, phương pháp dạy học (PPDH), sử dụng phương tiện, thiết bị dạy học, hình thức tổ chức dạy học và đánh giá kết quả giáo dục.

b) Nắm vững yêu cầu dạy học bám sát Chuẩn kiến thức, kĩ năng trong CTGDPT, đồng thời tạo điều kiện thuận lợi cho GV, động viên, khuyến khích GV tích cực đổi mới PPDH.

c) Có biện pháp quản lí, chỉ đạo tổ chức thực hiện đổi mới PPDH trong nhà trường một cách hiệu quả ; thường xuyên kiểm tra, đánh giá các hoạt động dạy học theo định hướng dạy học bám sát Chuẩn kiến thức, kĩ năng đồng thời với tích cực đổi mới PPDH.

d) Động viên, khen thưởng kịp thời những GV thực hiện có hiệu quả đồng thời với phê bình, nhắc nhở những người chưa tích cực đổi mới PPDH, dạy quá tải do không bám sát Chuẩn kiến thức, kĩ năng.

3.3. Yêu cầu đối với giáo viên

a) Bám sát Chuẩn kiến thức, kĩ năng để thiết kế bài giảng, với mục tiêu là đạt được các yêu cầu cơ bản, tối thiểu về kiến thức, kĩ năng, dạy không quá tải và không quá lệ thuộc hoàn toàn vào SGK. Việc khai thác sâu kiến thức, kĩ năng phải phù hợp với khả năng tiếp thu của HS.

b) Thiết kế, tổ chức, hướng dẫn HS thực hiện các hoạt động học tập với các hình thức đa dạng, phong phú, có sức hấp dẫn phù hợp với đặc trưng bài học, với đặc điểm và trình độ HS, với điều kiện cụ thể của lớp, trường và địa phương.

c) Động viên, khuyến khích, tạo cơ hội và điều kiện cho HS được tham gia một cách tích cực, chủ động, sáng tạo vào quá trình khám phá, phát hiện, đề xuất và lĩnh hội kiến thức ; chú ý khai thác vốn kiến thức, kinh nghiệm, kĩ năng đã có của HS ; tạo niềm vui, hứng khởi, nhu cầu hành động và thái độ tự tin trong học tập cho HS ; giúp HS phát triển tối đa năng lực, tiềm năng của bản thân.

d) Thiết kế và hướng dẫn HS thực hiện các dạng câu hỏi, bài tập phát triển tư duy và rèn luyện kĩ năng ; hướng dẫn sử dụng các thiết bị dạy học ; tổ chức có hiệu quả các giờ thực hành ; hướng dẫn HS có thói quen vận dụng kiến thức đã học vào giải quyết các vấn đề thực tiễn.

e) Sử dụng các phương pháp và hình thức tổ chức dạy học một cách hợp lí, hiệu quả, linh hoạt, phù hợp với đặc trưng của cấp học, môn học ; nội dung, tính chất của bài học ; đặc điểm và trình độ HS ; thời lượng dạy học và các điều kiện dạy học cụ thể của trường, địa phương.

4. Yêu cầu kiểm tra, đánh giá bám sát Chuẩn kiến thức, kĩ năng

4.1. Quan niệm về kiểm tra, đánh giá

Kiểm tra và đánh giá là hai khâu trong một quy trình thống nhất nhằm xác định kết quả thực hiện mục tiêu dạy học. Kiểm tra là thu thập thông tin từ riêng lẻ đến hệ thống về kết quả thực hiện mục tiêu dạy học ; đánh giá là xác định mức độ đạt được về thực hiện mục tiêu dạy học.

Đánh giá kết quả học tập thực chất là việc xem xét mức độ đạt được của hoạt động học của HS so với mục tiêu đề ra đối với từng môn học, từng lớp học, cấp học. Mục tiêu của mỗi môn học được cụ thể hoá thành các chuẩn kiến thức, kĩ năng. Từ các chuẩn này, khi tiến hành kiểm tra, đánh giá kết quả học tập môn học cần phải thiết kế thành những tiêu chí nhằm kiểm tra được đầy đủ cả về định tính và định lượng kết quả học tập của HS.

4.2. Hai chức năng cơ bản của kiểm tra, đánh giá

a) Chức năng xác định

– Xác định mức độ đạt được trong việc thực hiện mục tiêu dạy học, xác định mức độ thực hiện Chuẩn kiến thức, kĩ năng của chương trình giáo dục mà HS đạt được khi kết thúc một giai đoạn học tập (kết thúc một bài, chương, chủ đề, chủ điểm, mô đun, lớp học, cấp học).

– Xác định đòi hỏi tính chính xác, khách quan, công bằng.

b) Chức năng điều khiển : Phát hiện những mặt tốt, mặt chưa tốt, khó khăn, vướng mắc và xác định nguyên nhân. Kết quả đánh giá là căn cứ để quyết định giải pháp cải thiện thực trạng, nâng cao chất lượng, hiệu quả dạy học và giáo dục thông qua việc đổi mới, tối ưu hoá PPDH của GV và hướng dẫn HS biết tự đánh giá để tối ưu hoá phương pháp học tập. Thông qua chức năng này, kiểm tra, đánh giá sẽ là điều kiện cần thiết :

– Giúp GV nắm được tình hình học tập, mức độ phân hoá về trình độ học lực của HS trong lớp, từ đó có biện pháp giúp đỡ HS yếu kém và bồi dưỡng HS giỏi ; giúp GV điều chỉnh, hoàn thiện PPDH ;

– Giúp HS biết được khả năng học tập của mình so với yêu cầu của chương trình ; xác định nguyên nhân thành công cũng như chưa thành công, từ đó điều chỉnh phương pháp học tập ; phát triển kĩ năng tự đánh giá ;

– Giúp cán bộ quản lí giáo dục đề ra giải pháp quản lí phù hợp để nâng cao chất lượng giáo dục ;

– Giúp cha mẹ HS và cộng đồng biết được kết quả giáo dục của từng HS, từng lớp và của cả cơ sở giáo dục.

4.3. Yêu cầu kiểm tra, đánh giá

a) Kiểm tra, đánh giá phải ***căn cứ vào Chuẩn kiến thức, kĩ năng*** của từng môn học ở từng lớp ; các yêu cầu cơ bản, tối thiểu cần đạt về kiến thức, kĩ năng của HS sau mỗi giai đoạn, mỗi lớp, mỗi cấp học.

b) Chỉ đạo, kiểm tra việc thực hiện chương trình, kế hoạch giảng dạy, học tập của các nhà trường ; tăng cường đổi mới khâu kiểm tra, đánh giá thường xuyên, định kì ; đảm bảo chất lượng kiểm tra, đánh giá thường xuyên, định kì chính xác, khách quan, công bằng ; không hình thức, đối phó nhưng cũng không gây áp lực nặng nề. Kiểm tra thường xuyên và định kì theo hướng vừa đánh giá được đúng Chuẩn kiến thức, kĩ năng, vừa có khả năng phân hoá cao ; kiểm tra kiến thức, kĩ năng cơ bản, năng lực vận dụng kiến thức của người học, thay vì chỉ kiểm tra học thuộc lòng, nhớ máy móc kiến thức.

c) Áp dụng các phương pháp phân tích hiện đại để tăng cường tính tương đương của các đề kiểm tra, thi. Kết hợp thật hợp lí các hình thức kiểm tra, thi vấn đáp, tự luận và trắc nghiệm nhằm hạn chế lối học tủ, học lệch, học vẹt ; phát huy ưu điểm và hạn chế nhược điểm của mỗi hình thức.

d) Đánh giá chính xác, đúng thực trạng : đánh giá cao hơn thực tế sẽ triệt tiêu động lực phấn đấu vươn lên ; ngược lại, đánh giá khắt khe quá mức hoặc thái độ thiếu thân thiện, không thấy được sự tiến bộ, sẽ ức chế tình cảm, trí tuệ, giảm vai trò tích cực, chủ động, sáng tạo của HS.

e) Đánh giá kịp thời, có tác dụng giáo dục và động viên sự tiến bộ của HS, giúp HS sửa chữa thiếu sót. Đánh giá cả quá trình lĩnh hội tri thức của HS, chú trọng đánh giá hành động, tình cảm của HS : nghĩ và làm ; năng lực vận dụng vào thực tiễn, thể hiện qua ứng xử, giao tiếp ; quan tâm tới mức độ hoạt động tích cực, chủ động của HS trong từng tiết học tiếp thu tri thức mới, ôn luyện cũng như các tiết thực hành, thí nghiệm.

g) Khi đánh giá kết quả học tập, thành tích học tập của HS không chỉ đánh giá kết quả cuối cùng, mà cần chú ý cả quá trình học tập. Cần tạo điều kiện cho HS cùng tham gia xác định tiêu chí đánh giá kết quả học tập với yêu cầu không tập trung vào khả năng tái hiện tri thức mà chú trọng khả năng vận dụng tri thức trong việc giải quyết các nhiệm vụ phức hợp. Có nhiều hình thức và độ phân hoá cao trong đánh giá.

h) Khi đánh giá hoạt động dạy học không chỉ đánh giá thành tích học tập của HS, mà còn bao gồm đánh giá cả quá trình dạy học nhằm cải tiến hoạt động dạy học. Chú trọng phương pháp, kĩ thuật lấy thông tin phản hồi từ HS để đánh giá quá trình dạy học.

i) Kết hợp thật hợp lí giữa đánh giá định tính và định lượng : Căn cứ vào đặc điểm của từng môn học và hoạt động giáo dục ở mỗi lớp học, cấp học, quy định đánh giá bằng điểm kết hợp với nhận xét của GV hay đánh giá bằng nhận xét, xếp loại của GV.

k) Kết hợp đánh giá trong và đánh giá ngoài.

Để có thêm các kênh thông tin phản hồi khách quan, cần kết hợp hài hoà giữa đánh giá trong và đánh giá ngoài :

– Tự đánh giá của HS với đánh giá của bạn học, của GV, của cơ sở giáo dục, của gia đình và cộng đồng.

– Tự đánh giá của GV với đánh giá của đồng nghiệp, của HS, gia đình HS, của các cơ quan quản lí giáo dục và của cộng đồng.

– Tự đánh giá của cơ sở giáo dục với đánh giá của các cơ quan quản lí giáo dục và của cộng đồng.

– Tự đánh giá của ngành Giáo dục với đánh giá của xã hội và đánh giá quốc tế.

l) Phải là động lực thúc đẩy đổi mới PPDH : Đổi mới PPDH và đổi mới kiểm tra, đánh giá là hai mặt thống nhất hữu cơ của quá trình dạy học, là nhân tố quan trọng nhất đảm bảo chất lượng dạy học.

4.4. Các tiêu chí của kiểm tra, đánh giá

a) Đảm bảo tính toàn diện : Đánh giá được các mặt kiến thức, kĩ năng, năng lực, ý thức, thái độ, hành vi của HS.

b) Đảm bảo độ tin cậy : Tính chính xác, trung thực, minh bạch, khách quan, công bằng trong đánh giá, phản ánh được chất lượng thực của HS, của các cơ sở giáo dục.

c) Đảm bảo tính khả thi : Nội dung, hình thức, cách thức, phương tiện tổ chức kiểm tra, đánh giá phải phù hợp với điều kiện HS, cơ sở giáo dục, đặc biệt là phù hợp với mục tiêu theo từng môn học.

d) Đảm bảo yêu cầu phân hoá : Phân loại được chính xác trình độ, mức độ, năng lực nhận thức của HS, cơ sở giáo dục ; cần đảm bảo dải phân hoá rộng đủ cho phân loại đối tượng.

e) Đảm bảo hiệu quả : Đánh giá được tất cả các lĩnh vực cần đánh giá HS, cơ sở giáo dục ; thực hiện được đầy đủ các mục tiêu đề ra ; tạo động lực đổi mới phương pháp dạy học, góp phần nâng cao chất lượng giáo dục.

PHẦN THỨ HAI

HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN KIẾN THỨC, KĨ NĂNG MÔN TOÁN THPT

NỘI DUNG MÔN TOÁN THPT

Nội dung môn Toán bao gồm những kiến thức cơ bản về :

– Số và các phép tính trên tập hợp số thực, số phức.

– Mệnh đề và tập hợp ; các biểu thức đại số và lượng giác ; phương trình (bậc nhất, bậc hai, quy về bậc hai) ; hệ phương trình (bậc nhất, bậc hai) ; bất phương trình (bậc nhất, bậc hai, quy về bậc hai) và hệ bất phương trình bậc nhất (một ẩn, hai ẩn).

– Hàm số, giới hạn, đạo hàm, nguyên hàm, tích phân và ứng dụng của chúng.

– Các quan hệ hình học và một số hình thông dụng (điểm, đường thẳng, mặt phẳng, hình tam giác, hình tròn, elip, hình đa diện, hình tròn xoay) ; phép dời hình và phép đồng dạng ; vectơ và toạ độ.

– Một số kiến thức ban đầu về thống kê, tổ hợp, xác suất.

KĨ NĂNG CƠ BẢN

– Thực hiện được các phép tính luỹ thừa, khai căn, lôgarit trên tập số thực và một số phép tính đơn giản trên tập số phức.

– Khảo sát được một số hàm số cơ bản : hàm số bậc hai, bậc ba, hàm số bậc bốn trùng phương, hàm số phân thức $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$, $y = \dfrac{ax^2+bx+c}{cx+d}$, hàm số lượng giác, hàm số mũ, hàm số lôgarit.

– Giải thành thạo phương trình, bất phương trình bậc nhất, bậc hai, hệ phương trình bậc nhất. Giải được một số hệ phương trình, hệ bất phương trình bậc hai ; phương trình lượng giác ; phương trình, bất phương trình, hệ phương trình mũ và lôgarit đơn giản.

– Giải được một số bài toán về biến đổi lượng giác, luỹ thừa, mũ, lôgarit, về dãy số, về giới hạn của dãy số và hàm số.

– Tính được đạo hàm, nguyên hàm, tích phân của một số hàm số.

– Vẽ hình ; vẽ biểu đồ ; đo đạc ; tính độ dài, góc, diện tích, thể tích. Viết phương trình đường thẳng, đường tròn, elip, mặt phẳng, mặt cầu.

– Thu thập và xử lí số liệu ; tính toán về tổ hợp và xác suất.

– Ước lượng kết quả đo đạc và tính toán.

– Sử dụng các công cụ đo, vẽ, tính toán.

– Suy luận và chứng minh.

– Giải toán và vận dụng kiến thức toán học trong học tập và đời sống.

MẠCH NỘI DUNG	CHỦ ĐỀ	LỚP											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2. Đại lượng và đo đại lượng	2.1. Độ dài	*	*	*			*			*	*		
	2.2. Góc			+	+		*				*	*	
	2.3. Diện tích			+	+	+			*	*	*		*
	2.4. Thể tích					+			*	*			*
	2.5. Khối lượng		*	*	*								
	2.6. Thời gian	*	*	*	*	*							
	2.7. Vận tốc					*						*	
	2.8. Tiền tệ		*	*									
3. Đại số	3.1. Tập hợp, mệnh đề						*				*		
	3.2. Biểu thức đại số			+	+	+		*	*	*	*		
	3.3. Hàm số và đồ thị				+	+	+	*		*	*	*	*
	3.4. Phương trình, hệ phương trình		+	+	+	+	+	+	*	*	*	*	*
	3.5. Bất đẳng thức, bất phương trình	+	+	+	+	+	+	+	*		*		*
	3.6. Lượng giác									+	*	*	
	3.7. Dãy số, cấp số cộng, cấp số nhân		+	+	+	+	+	+	+			*	

MẠCH NỘI DUNG	CHỦ ĐỀ	LỚP											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
4. Giải tích	4.1. Giới hạn												
	- Giới hạn của dãy số											*	
	- Giới hạn của hàm số											*	
	- Hàm số liên tục											*	
	4.2. Đạo hàm											*	*
	4.3. Nguyên hàm, tích phân												*
5. Hình học	5.1. Các khái niệm hình học mở đầu	+					*						
	5.2. Đại cương về đường thẳng và mặt phẳng		+				*					*	
	5.3. Quan hệ song song - Trong mặt phẳng				+	+		*					
	- Trong không gian								+			*	
	5.4. Quan hệ vuông góc - Trong mặt phẳng				+	+		*					
	- Trong không gian								+			*	
	5.5. Đa giác - Tam giác	+	+	+	+	+		*	*	*	*		
	- Tứ giác	+	+	+	+	+			*	*			
	- Đa giác								*				

MẠCH NỘI DUNG	CHỦ ĐỀ	LỚP											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	5.6. Đường tròn, hình tròn	+		+	+	+	+			*			
	5.7. Hình đa diện					+			*			*	*
	5.8. Hình tròn xoay					+				*			*
	5.9. Vectơ - Trong mặt phẳng										*		
	- Trong không gian											*	*
	5.10. Toạ độ - Trong mặt phẳng							+			*		
	- Trong không gian												*
	5.11. Phép dời hình - Trong mặt phẳng								+			*	
	- Trong không gian												*
	5.12. Phép đồng dạng - Trong mặt phẳng								+			*	
	- Trong không gian												*
6. Thống kê. Tổ hợp. Xác suất	6.1. Thống kê			+	+	+		*			*		
	6.2. Tổ hợp											*	
	6.3. Xác suất											*	

DẠY HỌC MỘT SỐ NỘI DUNG CỦA CHƯƠNG TRÌNH MÔN TOÁN

1. Dạy học các hệ thống số

a) Đặt vấn đề mở rộng các hệ thống số : từ thực tiễn, từ nội bộ toán học, phối hợp.

b) Dạy học những khái niệm số : số và phép toán, ý nghĩa thực tế của những khái niệm số.

c) Dạy học phép tính và quan hệ thứ tự : rèn kĩ năng tính toán, phát triển năng lực trí tuệ, ngầm hình thành quan niệm về cấu trúc.

d) Dạy học những tính chất của mỗi hệ thống số : $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}$.

e) Hệ thống hoá sự phát triển của khái niệm số và làm rõ (giới thiệu) phương pháp mở rộng một hệ thống số.

2. Dạy học phương trình và bất phương trình

a) Dạy học khái niệm phương trình và những khái niệm có liên quan.

b) Dạy học phương trình dựa vào hàm mệnh đề : quan niệm về đẳng thức ; hiểu đúng thực chất của dấu = trong phương trình (hình thức), phân biệt dấu = trong phương trình và dấu = trong biến đổi đồng nhất ; điều kiện xác định và nghiệm phương trình.

c) Sử dụng ngôn ngữ của lí thuyết tập hợp và lôgic toán (biến đổi tương đương, hệ quả, kết hợp nghiệm,...).

d) Dạy học giải phương trình.

e) Diễn biến của tập nghiệm khi biến đổi phương trình : mở rộng, thu hẹp, tương đương.

f) Giải quyết phương diện ngữ nghĩa (xem xét nội dung của những mệnh đề toán học và nghĩa của những cách đặt vấn đề toán học) và phương diện cú pháp (xem xét cấu trúc hình thức và sự biến đổi hình thức những biểu thức toán học, sự làm việc theo những quy tắc xác định, theo thuật giải).

g) Dạy học giải bài toán bằng cách lập phương trình.

h) Thấy được ứng dụng của toán học trong thực tế và việc toán học hoá các bài toán có nội dung thực tiễn.

i) Phát hiện quan hệ giữa các đại lượng.

k) Kĩ năng giải bài toán, trọng tâm là kĩ năng lập và giải phương trình.

3. Dạy học hàm số

a) Dạy học khái niệm hàm số : giải thích định nghĩa hàm số dựa vào biểu tượng tập hợp và cấu trúc lôgic, minh hoạ khái niệm bằng các ví dụ đa dạng.

b) Dạy học khảo sát hàm số : tính toán phục vụ khảo sát, vẽ đồ thị, đọc đồ thị.

c) Phát triển tư duy hàm : tư tưởng chủ đạo (phát hiện, nghiên cứu những sự tương ứng) ; thực hiện gợi động cơ ; hình thành biểu tượng tiến tới tri thức về sự tương ứng đơn trị và tập luyện những hoạt động ăn khớp với tri thức phương pháp về tư duy hàm ; phân bậc hoạt động về tư duy hàm (sự phức tạp, mức độ độc lập của hoạt động nhận thức học sinh, mức độ thành thạo của hoạt động).

d) Phát triển tư duy hàm trong toàn bộ chương trình môn toán (theo các mạch toán).

4. Dạy học đạo hàm và tích phân

a) Dạy học hàm số liên tục : giới hạn của dãy số ; giới hạn của hàm số ; hàm số liên tục.

b) Dạy học đạo hàm : hình thành khái niệm ; dạy học tìm đạo hàm ; dạy học ứng dụng của đạo hàm.

c) Dạy học nguyên hàm và tích phân : hình thành khái niệm ; dạy học tìm nguyên hàm ; khái niệm tích phân ; tính tích phân.

5. Dạy học hình học không gian

a) Dạy học khái niệm : hình thành, củng cố, vận dụng.

b) Dạy học chứng minh : gợi động cơ ; phương pháp suy luận và phương pháp chứng minh (xuôi, ngược lùi) ; quy tắc kết luận lôgic.

c) Hình vẽ trong dạy học hình học không gian : hình biểu diễn, hình vẽ trực quan trong dạy học.

6. Dạy học vectơ và toạ độ

a) Dạy học vectơ

– Dạy học khái niệm vectơ : mô tả tính cùng hướng bằng trực giác, sử dụng vectơ tự do một cách ẩn tàng, chú ý liên môn.

– Dạy học phép toán vectơ : cần định nghĩa phép toán, quy tắc thực hiện phép toán, các tính chất cơ bản của mỗi phép toán.

– Dạy giải bài tập về vectơ : chuyển ngôn ngữ, sử dụng các phép toán.

b) Dạy học toạ độ

– Dạy học phương pháp toạ độ trong mặt phẳng : hệ toạ độ, lập và sử dụng phương trình đường.

– Dạy học phương pháp toạ độ trong không gian liên hệ với hình học phẳng : thêm phép tính tích vectơ (có hướng).

c) Dạy học giải bài tập bằng toạ độ : làm quen với những cách xác định toạ độ của những yếu tố hình học ; quy trình giải một bài toán bằng phương pháp toạ độ.

7. Dạy học mạch toán ứng dụng

a) Dạy học yếu tố của phương pháp số

– Làm rõ mối liên hệ giữa phương pháp số, thuật giải và máy tính.

– Giới thiệu và cho sử dụng một số phương pháp số thông dụng : phương pháp lặp (tìm nghiệm).

– Hình thành thói quen làm tròn số và viết số theo quy tắc chuẩn.

b) Dạy học yếu tố của lí thuyết tối ưu

– Làm rõ nguồn gốc hoặc ý nghĩa thực tiễn của bài toán. (ví dụ : bài toán tìm đường đi ngắn nhất...).

– Cho HS giải toán tối ưu dựa vào những kiến thức toán học phổ thông : bất đẳng thức ; đạo hàm.

c) Dạy học một số yếu tố của xác suất thống kê

– Dạy thống kê mô tả (từ Tiểu học đến Trung học phổ thông).

– Dạy đại số tổ hợp.

– Dạy một số yếu tố của lí thuyết xác suất : nêu ý nghĩa thống kê của xác suất.

8. Dạy học một số yếu tố của lí thuyết tập hợp và lôgic toán

a) Làm rõ những mối quan hệ giữa những khái niệm căn cứ vào những mối quan hệ giữa những tập hợp : biểu thị những mối quan hệ đó bằng biểu đồ Ven.

b) Yêu cầu sử dụng kí hiệu của tập hợp và lôgic trong diễn đạt toán học ; yêu cầu lôgic của định nghĩa khái niệm.

c) Phân tích các thành phần của chứng minh và các yêu cầu lôgic tương ứng : luận đề, luận cứ, luận chứng.

9. Dạy học theo mạch kiến thức toán

a) GV cần hình dung được mạch kiến thức trong chương trình toán ở trường phổ thông, cũng như mạch kiến thức chạy ngầm trong Toán học để có thể trình bày đúng khi dạy học và qua đó giúp HS hiểu và có thể thác triển được kiến thức đã học. Cần hình dung và lột tả các mạch dọc, mạch ngang để có thể ứng dụng, soi rọi kiến thức sơ cấp bởi kiến thức Toán cao cấp và ngược lại, chuyển hoá kiến thức Toán cao cấp thành sơ cấp (trong trường hợp có thể). Hướng dẫn HS sao cho qua việc học có được sơ đồ về mạch kiến thức có trong chương trình. Chú ý biện pháp thực hiện sao cho khả thi.

b) GV cần giúp HS hình dung được hệ thống kiến thức để có thể hình dung hệ thống bài tập, qua đó hình dung được mạch kiến thức. Từ đó biết cách khai thác và vận dụng trong giải toán, học toán và nghiên cứu Toán học.

c) Thông qua dạy học các mạch kiến thức, GV cần :

– Rèn luyện cho HS các thao tác tư duy : phân tích, tổng hợp, tương tự hoá, khái quát hoá, đặc biệt hoá,...

– Giúp HS cách làm giàu kiến thức, tức là dạy tri thức và dạy tri thức phương pháp. Như thế cũng là dạy HS cách suy nghĩ, dạy cách sáng tạo.

– Dạy HS cách học, biết tự học.

– Phân bậc hoạt động, tiến tới phân hoá đối tượng.

– Dạy học hướng tới phát triển.

d) Khi hình dung được các mạch toán, GV có thể tự làm giàu kiến thức, vươn tới biết tự sáng tác bài tập.

Dạy học mạch kiến thức cần gắn với dạy học các tình huống điển hình trong môn toán.

Qua việc tìm hiểu các mạch kiến thức toán ở trường phổ thông, GV cần vận dụng được trong dạy học các tình huống điển hình như :

a) Dạy học khái niệm

b) Dạy học định lí

c) Dạy học bài tập

d) Dạy học ôn tập.

Lưu ý tiến hành theo trình tự, chẳng hạn : tiếp cận, hình thành, củng cố, hệ thống hoá,...

HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN KIẾN THỨC, KĨ NĂNG MÔN TOÁN LỚP 10

A – KIẾN THỨC CHƯƠNG TRÌNH MÔN TOÁN LỚP 10

(Phần in nghiêng, đậm dành cho chương trình nâng cao)

ĐẠI SỐ

1. Kiến thức cơ bản về mệnh đề, chứng minh bằng phản chứng. Tập hợp, các phép toán: hợp, giao, hiệu của hai tập hợp. Các tập hợp số. Số gần đúng, sai số.

2. Ôn tập và bổ túc về hàm số. Hàm số bậc hai và đồ thị. Hàm số $y = |x|$.

3. Đại cương về phương trình, hệ phương trình : các khái niệm cơ bản. Phương trình quy về bậc nhất, bậc hai. Phương trình bậc nhất hai ẩn ; hệ phương trình bậc nhất hai ẩn, ba ẩn.

4. Bất đẳng thức. Bất đẳng thức giữa trung bình cộng và trung bình nhân, bất đẳng thức chứa dấu giá trị tuyệt đối. Dấu của nhị thức bậc nhất. Bất phương trình và hệ bất phương trình bậc nhất một ẩn, hai ẩn. Dấu của tam thức bậc hai. Bất phương trình bậc hai.

5. Góc và cung lượng giác, giá trị lượng giác của chúng ; công thức cộng ; công thức nhân đôi ; công thức biến đổi tổng thành tích ; công thức biến đổi tích thành tổng.

THỐNG KÊ

Bảng phân bố tần số – tần suất, bảng phân bố tần số – tần suất ghép lớp ; biểu đồ tần số, tần suất hình cột, đường gấp khúc tần số, tần suất ; biểu đồ tần suất hình quạt ; số trung bình, số trung vị và mốt ; phương sai và độ lệch chuẩn.

HÌNH HỌC

1. Vectơ ; tổng, hiệu của hai vectơ ; tích của vectơ với một số ; trục, hệ trục toạ độ ; toạ độ của điểm và toạ độ của vectơ.

2. Tích vô hướng của hai vectơ ; ứng dụng vào tam giác (định lí côsin, định lí sin, độ dài đường trung tuyến, diện tích tam giác).

3. Phương trình đường thẳng (phương trình tổng quát, phương trình tham số). Khoảng cách và góc. Phương trình đường tròn, phương trình tiếp tuyến của đường tròn. Đường elip (định nghĩa, phương trình chính tắc, hình dạng).

B – HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN KIẾN THỨC, KĨ NĂNG MÔN TOÁN LỚP 10

(Phần in nghiêng, đậm dành cho chương trình nâng cao)

Chuẩn kiến thức – kĩ năng	Hướng dẫn thực hiện	
	Kiến thức cơ bản	**Dạng toán – Ví dụ – Lưu ý**
I – MỆNH ĐỀ. TẬP HỢP		
1. Mệnh đề và mệnh đề chứa biến (mệnh đề ; mệnh đề chứa biến ; phủ định của một mệnh đề ; mệnh đề kéo theo ; mệnh đề đảo ; hai mệnh đề tương đương ; điều kiện cần, điều kiện đủ, điều kiện cần và đủ). *Về kiến thức :* – Biết thế nào là một mệnh đề, phủ định của một mệnh đề. – Biết kí hiệu phổ biến ($\forall$) và kí hiệu tồn tại ($\exists$) ; biết phủ định các mệnh đề có chứa kí hiệu phổ biến ($\forall$) và kí hiệu tồn tại ($\exists$). – Biết được mệnh đề phép kéo theo, mệnh đề tương đương, mệnh đề đảo. – Biết khái niệm mệnh đề chứa biến.	1. Mỗi mệnh đề (lôgic) phải hoặc đúng hoặc sai. Một mệnh đề không thể vừa đúng, vừa sai. Kí hiệu mệnh đề bởi các chữ cái in hoa : P, Q,... 2. Với mỗi giá trị của biến x thuộc một tập hợp nào đó, mệnh đề chứa biến $P(x)$ trở thành một mệnh đề.	– *Dạng 1 :* Nhận biết một câu có là một mệnh đề hay không. – *Dạng 2 :* Phủ định một mệnh đề ; xác định tính đúng, sai của các mệnh đề. – *Dạng 3 :* Lập mệnh đề kéo theo và mệnh đề tương đương từ hai mệnh đề đã cho ; xác định được tính đúng sai của mệnh đề kéo theo, mệnh đề tương đương. – *Dạng 4 :* Lập mệnh đề đảo của một mệnh đề cho trước. *Ví dụ.* Trong các câu sau đây thì câu nào là mệnh đề ? + "10 là một số nguyên tố". + "123 là một số chia hết cho 3". + "Ngày mai trời sẽ nắng". + "Hãy đi ra ngoài" !

Chuẩn kiến thức – kĩ năng	Hướng dẫn thực hiện	
	Kiến thức cơ bản	**Dạng toán – Ví dụ – Lưu ý**
Về kĩ năng : – Xác định được một câu cho trước có là mệnh đề hay không. – Biết phủ định của một mệnh đề, xác định được tính đúng sai của các mệnh đề trong những trường hợp đơn giản. – Lập được mệnh đề kéo theo và mệnh đề tương đương từ hai mệnh đề cho trước. – Xác định được tính đúng sai của mệnh đề kéo theo ; mệnh đề tương đương. – Biết lập mệnh đề đảo của một mệnh đề cho trước.	3. Mệnh đề phủ định $\overline{P}$ của mệnh đề P là đúng khi và chỉ khi P sai và là sai khi và chỉ khi P đúng.	*Ví dụ.* Nêu mệnh đề phủ định của mỗi mệnh đề sau và cho biết tính đúng sai của mỗi mệnh đề phủ định đó ! – "Số 11 là một số nguyên tố". – "Số 111 chia hết cho 3".
	Với hai mệnh đề P và Q 4. Mệnh đề $P \Rightarrow Q$ chỉ sai khi P đúng và Q sai (trong mọi trường hợp khác $P \Rightarrow Q$ đều đúng) .	*Ví dụ.* Xét hai mệnh đề : P : "π là số vô tỉ" và Q : "π không là số nguyên". a) Hãy phát biểu mệnh đề $P \Rightarrow Q$. b) Phát biểu mệnh đề đảo của mệnh đề trên. c) Xem xét tính đúng, sai của các mệnh đề trên.
	5. Mệnh đề đảo của mệnh đề $P \Rightarrow Q$ là $Q \Rightarrow P$. 6. Ta nói hai mệnh đề P và Q là hai mệnh đề tương đương nếu hai mệnh đề $P \Rightarrow Q$ và $Q \Rightarrow P$ đều đúng. 7. Kí hiệu $\forall$ đọc là với mọi. Kí hiệu $\exists$ đọc là tồn tại ít nhất một (hay có ít nhất một).	*Ví dụ.* Cho hai tam giác ABC và $A'B'C'$. Xét hai mệnh đề : P : "Tam giác ABC và tam giác $A'B'C'$ bằng nhau". Q : " Tam giác ABC và tam giác $A'B'C'$ có diện tích bằng nhau". a) Xét tính đúng sai của mệnh đề $P \Rightarrow Q$. b) Xét tính đúng sai của mệnh đề $Q \Rightarrow P$. c) Xét tính đúng sai của mệnh đề $P \Leftrightarrow Q$. d) Lập mệnh đề phủ định và mệnh đề đảo của mệnh đề $P \Rightarrow Q$.

Chuẩn kiến thức – kĩ năng	Hướng dẫn thực hiện	
	Kiến thức cơ bản	**Dạng toán – Ví dụ – Lưu ý**
		Ví dụ. Xét hai mệnh đề : *P* : "24 là số chia hết cho 2 và 3", *Q* : " 24 là số chia hết cho 6". a) Xét tính đúng sai của mệnh đề $P \Rightarrow Q$. b) Xét tính đúng sai của mệnh đề $Q \Rightarrow P$. c) Mệnh đề $P \Leftrightarrow Q$ có đúng không ? *Ví dụ.* Lập mệnh đề đảo của mệnh đề sau *P* : "Một số tự nhiên có tổng các chữ số chia hết cho 3 thì số đó chia hết cho 3".
2. Áp dụng mệnh đề vào suy luận toán học (giả thiết, kết luận ; điều kiện cần, điều kiện đủ, điều kiện cần và đủ). *Về kiến thức :* ***Phân biệt được giả thiết, kết luận của một định lí, biết được điều kiện cần, điều kiện đủ.*** *Về kĩ năng :* ***– Chứng minh được một số mệnh đề bằng phương pháp phản chứng.***	***Định lí :*** ***Định lí toán học là mệnh đề đúng, thường có dạng $A \Rightarrow B$. Khi đó, A được gọi là GIẢ THIẾT còn B được gọi là KẾT LUẬN. Hay ta cũng nói A là ĐIỀU KIỆN ĐỦ để có B, B là ĐIỀU KIỆN CẦN để có A.*** ***Định lí đảo :*** ***Khi "$A \Rightarrow B$" là một định lí thì mệnh đề đảo $B \Rightarrow A$ có thể đúng hoặc sai ; trong trường hợp $B \Rightarrow A$ là một mệnh đề đúng thì ta nói $B \Rightarrow A$ là ĐỊNH LÍ ĐẢO của định lí $A \Rightarrow B$, còn $A \Rightarrow B$ là ĐỊNH LÍ THUẬN.*** ***Điều kiện cần và đủ*** ***Nếu đồng thời có định lí thuận $A \Rightarrow B$ và định lí đảo $B \Rightarrow A$ thì $A \Leftrightarrow B$ là một mệnh đề đúng.***	***– Dạng 1 : Nhận biết điều kiện cần, điều kiện đủ (xác định đúng điều kiện cần, điều kiện đủ trong một định lí cho trước ; Viết định lí cho trước dưới dạng điều kiện cần, điều kiện đủ, điều kiện cần và đủ...).*** ***– Dạng 2 :*** ***Chứng minh định lí bằng phản chứng.*** ***Ví dụ. Cho định lí : "Nếu một tam giác có bình phương của một cạnh bằng tổng bình phương của hai cạnh kia thì tam giác đó là tam giác vuông."*** ***a) Viết giả thiết, kết luận của định lí trên.*** ***b) Sử dụng thuật ngữ "điều kiện đủ" để phát biểu mệnh đề trên.***

Chuẩn kiến thức – kĩ năng	Hướng dẫn thực hiện	
	Kiến thức cơ bản	**Dạng toán – Ví dụ – Lưu ý**
	Khi đó ta nói : A là điều kiện cần và đủ để có B, hay B là điều kiện cần và đủ để có A ; hay còn nói : A khi và chỉ khi B ; hoặc nói : A nếu và chỉ nếu B,... ***Chứng minh định lí A $\Rightarrow$ B có thể theo một trong các cách sau :*** ***Cách 1 : Chứng minh trực tiếp, đó là sử dụng các dữ kiện cho trong giả thiết A (được coi là đúng), các kiến thức đã biết và các phép suy luận toán học để chứng tỏ rằng B là đúng.*** ***Cách 2 : Chứng minh gián tiếp. Cách chứng minh gián tiếp hay được dùng là CHỨNG MINH BẰNG PHẢN CHỨNG . Theo cách này ta giả sử rằng A đúng và B sai, từ đó dùng các dữ kiện của giả thiết, các kiến thức đã biết và các phép suy luận toán học để đi đến mâu thuẫn, chứng tỏ giả sử trên là sai, suy ra điều phải chứng minh.***	***c) Sử dụng thuật ngữ "điều kiện cần" để phát biểu mệnh đề trên.*** ***d) Định lí trên có thể phát biểu dưới dạng cần và đủ được hay không ?*** ***Ví dụ. Cho các số thực a_1, a_2, b_1, b_2 thoả mãn :*** $a_1 + a_2 = 2b_1.b_2.$ ***Chứng minh rằng có ít nhất một trong hai bất đẳng thức sau là đúng :*** $b_1^2 \geq a_1,\ b_2^2 \geq a_2.$ ***Ví dụ. Chứng minh rằng nếu tổng bình phương của hai số nguyên chia hết cho 3 thì hai số đó chia hết cho 3.*** ***Ví dụ. Chứng minh rằng $\sqrt{3}$ là số vô tỉ.***
3. Tập hợp và các phép toán trên tập hợp (Khái niệm tập hợp ; tập hợp bằng nhau ; tập con ; tập rỗng ; hợp, giao của hai tập hợp ; phần bù của một tập con ; một số tập con của tập số thực). *Về kiến thức :* – Hiểu được khái niệm tập hợp, tập hợp con, hai tập hợp bằng nhau.	Tập hợp là một khái niệm cơ bản của toán học. Thông thường mỗi tập hợp gồm các phần tử cùng có chung một hay một vài tính chất. Tập hợp thường được cho bằng cách liệt kê các phần tử hoặc chỉ rõ tính chất đặc trưng cho các phần tử của tập hợp đó. Tập hợp thường được kí hiệu bởi chữ cái in hoa : *A*, *B*, *C*,... phần tử của tập hợp được kí hiệu bằng chữ cái thường : *a*, *b*, *c*,...	– *Dạng 1 :* Biểu diễn tập hợp bằng các cách : liệt kê các phần tử của tập hợp hoặc chỉ ra tính chất đặc trưng của tập hợp. Sử dụng các kí hiệu $\in$, $\notin$, $\varnothing$. – *Dạng 2 :* Xác định tập con của một tập hợp ; Chứng minh hai tập hợp bằng nhau. Sử dụng các kí hiệu $\subset$, $\supset$.

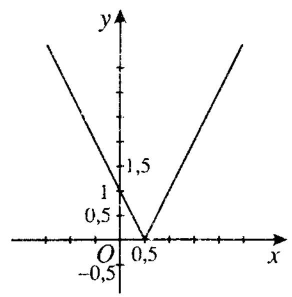
Chuẩn kiến thức – kĩ năng	Hướng dẫn thực hiện	
	Kiến thức cơ bản	**Dạng toán – Ví dụ – Lưu ý**
– Hiểu các phép toán : giao của hai tập hợp, hợp của hai tập hợp, hiệu của hai tập hợp, phần bù của một tập con. *Về kĩ năng :* – Sử dụng đúng các kí hiệu $\in$, $\notin$, $\subset$, $\supset$, $\varnothing$, $A \setminus B$, $C_E A$. – Biết biểu diễn tập hợp bằng cách : liệt kê các phần tử của tập hợp hoặc chỉ ra tính chất đặc trưng của tập hợp. – Vận dụng các khái niệm tập hợp con, tập hợp bằng nhau vào giải bài tập. – Thực hiện được các phép toán lấy giao của hai tập hợp, hợp của hai tập hợp, phần bù của một tập con. – Biết dựa vào biểu đồ Ven để biểu diễn giao của hai tập hợp, hợp của hai tập hợp.	1. Tập A được gọi là tập con của tập B, kí hiệu là $A \subset B$, nếu mọi phần tử của A đều là phần tử của B. 2. Phép giao hai tập hợp : $A \cap B = \{x \mid x \in A$ và $x \in B\}$. 3. Phép hợp hai tập hợp : $A \cup B = \{x \mid x \in A$ hoặc $x \in B\}$. 4. Hiệu của hai tập hợp : $A \setminus B = \{x \mid x \in A$ và $x \notin B\}$. 5. Phép lấy phần bù : Nếu $A \subset E$ thì $C_E A = E \setminus A = \{x \mid x \in E$ và $x \notin A\}$. 6. Các tập hợp số : Khoảng : • $(a ; b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$ • $(a ; +\infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x\}$ • $(-\infty ; b) = \{x \in \mathbb{R} \mid x < b\}$. Đoạn : • $[a ; b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \le x \le b\}$. Nửa khoảng : • $[a ; b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a \le x < b\}$. • $(a ; b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x \le b\}$. • $[a ; +\infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid a \le x\}$; • $(-\infty ; b] = \{x \in \mathbb{R} \mid x \le b\}$;	– *Dạng 3 :* Thực hiện các phép toán lấy giao của hai tập hợp, hợp của hai tập hợp, hiệu của hai tập hợp, phần bù của một tập con. Sử dụng biểu đồ Ven. Sử dụng các kí hiệu $\subset$, $\supset$, $A \setminus B$, $C_E A$. – *Dạng 4 :* Biểu diễn các tập hợp số ; Xác định phép giao, hợp, hiệu, lấy phần bù của các tập hợp số. (Biết dùng biểu đồ Ven để biểu diễn các phép toán trên tập hợp ; Biết sử dụng trục số và các kí hiệu đoạn, khoảng, nửa khoảng trong việc biểu diễn tập số thực). *Ví dụ .* Viết các tập hợp sau theo cách liệt kê các phần tử : a) $\{x \in \mathbb{R} \mid (x^2 - 2x + 1)(x - 3) = 0\}$. b) $\{x \in \mathbb{N} \mid x \le 30$; x là bội của 3 hoặc của 5$\}$. *Ví dụ .* Cho các tập hợp $A = [-3 ; 1]$; $B = [-2 ; 2]$; $C = [-2 ; +\infty)$. a) Trong các tập hợp trên, tập hợp nào là tập con của tập hợp nào ? Tìm phần bù của chúng ? b) Tìm $A \cap B$; $A \cup B$; $A \cup C$; $A \setminus B$; $B \setminus C$. ***Ví dụ. Tìm tất cả các tập hợp X sao cho*** $\{a ; b\} \subset X \subset \{a ; b ; c ; d\}$. ***X có bao nhiêu tập con khác rỗng ?***

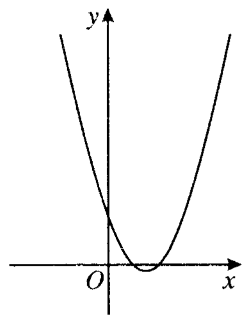
<table>
<tr><th rowspan="2">Chuẩn kiến thức – kĩ năng</th><th colspan="2">Hướng dẫn thực hiện</th></tr>
<tr><th>Kiến thức cơ bản</th><th>Dạng toán – Ví dụ – Lưu ý</th></tr>
<tr><td></td><td>Tập số thực :
• $(-\infty\ ;0] \cup [0\ ;+\infty) = (-\infty\ ;+\infty) = \mathbb{R}$.</td><td>Ví dụ . Cho các tập hợp :
$A = \{x \in \mathbb{R} \mid -5 \le x \le 4\}$;
$B = \{x \in \mathbb{R} \mid 7 \le x < 14\}$;
$C = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 2\}$; $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \le 4\}$.
a) Dùng kí hiệu đoạn, khoảng, nửa khoảng ... để viết lại các tập hợp đó.
b) Biểu diễn các tập hợp A, B, C, D trên trục số.
c) Xác định $A \cap B$; $A \cup B$; $A \cup C$; $A \setminus B$; $B \setminus C$; $A \cap D$.
Ví dụ. Xác định các phần tử của tập hợp
$\{x \in \mathbb{R} \mid (x^2 - 2x + 1)(x - 3) = 0\}$.
Ví dụ. Cho các tập hợp
$A = [-3\ ;1]$; $B = [-2\ ;2]$ và $C = [-2\ ;+\infty)$.
a) Cho biết tập hợp nào là tập con của tập hợp khác, trong số các tập hợp trên ?
b) Tìm $A \cap B$; $A \cup B$; $A \cup C$.
Ví dụ. Sắp xếp các tập hợp số sau đây $\mathbb{N}^*$; $\mathbb{Z}$; $\mathbb{N}$; $\mathbb{R}$; $\mathbb{Q}$ theo thứ tự tập hợp trước là tập hợp con của tập hợp sau.</td></tr>
<tr><td>4. Số gần đúng và sai số (Số gần đúng ; Sai số tuyệt đối và sai số tương đối ; Số quy tròn ; độ chính xác của số gần đúng. Chữ số chắc và dạng chuẩn của số gần đúng ; kí hiệu khoa học của một số thập phân).</td><td>Cho a là số gần đúng của $\overline{a}$.
1. $\Delta_a = |\overline{a} - a|$ được gọi là sai số tuyệt đối của số gần đúng a.</td><td>– Dạng 1 : Tìm số gần đúng của một số với độ chính xác cho trước.
– Dạng 2 : Sử dụng máy tính bỏ túi để tính các số gần đúng.</td></tr>
</table>

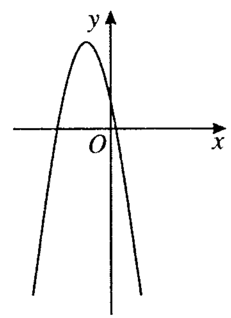
Chuẩn kiến thức – kĩ năng	Hướng dẫn thực hiện	
	Kiến thức cơ bản	**Dạng toán – Ví dụ – Lưu ý**
Về kiến thức : Hiểu khái niệm số gần đúng, sai số tuyệt đối và ***sai số tương đối***, số quy tròn, ***chữ số chắc và cách viết chuẩn số gần đúng, kí hiệu khoa học của số thập phân.*** *Về kĩ năng :* – Biết tìm số gần đúng của một số với độ chính xác cho trước. – Biết sử dụng máy tính bỏ túi để tính toán các số gần đúng.	2. Nếu $\Delta_a \leq d$ thì d được gọi là độ chính xác của số gần đúng a và quy ước viết gọn là $\overline{a} = a \pm d$. ***3. Tỉ số $\frac{\lvert\overline{a} - a\rvert}{\lvert a\rvert}$, kí hiệu là δ_a, được gọi là sai số tương đối của số gần đúng a (thường được nhân với 100% để viết dưới dạng phần trăm).*** 4. Cách viết số quy tròn của số gần đúng căn cứ vào độ chính xác cho trước : Cho số gần đúng a với độ chính xác d (tức là $\overline{a} = a \pm d$). Khi được yêu cầu quy tròn số a mà không nói rõ quy tròn đến hàng nào thì ta quy tròn a đến hàng cao nhất mà d nhỏ hơn một đơn vị của hàng đó. 5. ***Cho số gần đúng a của số $\overline{a}$ với độ chính xác d. Trong số a, một chữ số được gọi là chữ số chắc (hay đáng tin) nếu d không vượt quá nửa đơn vị của hàng có chữ số đó.*** 6. ***Xét số gần đúng a của số đúng $\overline{a}$.*** ***+ Nếu a là số thập phân (không phải là số nguyên), được viết dưới dạng chuẩn mà có k chữ số ở phần thập phân thì sai số tuyệt đối của a không vượt quá $\frac{1}{2}10^{-k}$, nghĩa là*** $$a - \frac{1}{2}10^{-k} \leq \overline{a} \leq a + \frac{1}{2}10^{-k}.$$	***– Dạng 3 : Xác định chữ số chắc và cách viết chuẩn số gần đúng.*** ***– Dạng 4 : Viết số gần đúng dưới dạng kí hiệu khoa học của số thập phân.*** *Ví dụ.* Cho số $a = 13{,}6481$. a) Viết số quy tròn của a đến hàng phần trăm. b) Viết số quy tròn của a đến hàng phần chục. ***Ví dụ. Một cái sân hình chữ nhật với chiều rộng $a = 2{,}56m \pm 0{,}01m$ và chiều dài $b = 4{,}2m \pm 0{,}02m$. Chứng minh rằng chu vi P của sân là $P = 13{,}52m \pm 0{,}06m$. Viết số đo chu vi P dưới dạng chuẩn.*** ***Ví dụ. Biết rằng tốc độ ánh sáng trong chân không là 300 000km/s. Hỏi trong một năm (365 ngày) ánh sáng đi được trong chân không một khoảng cách là bao nhiêu ? Viết kết quả dưới dạng kí hiệu khoa học.*** ***Ví dụ. Ghi số ở dạng kí hiệu khoa học*** $\mathbf{12300000 = 1{,}23.10^7}$, $\mathbf{0{,}256700 = 2{,}567.10^{-1}}$, $\mathbf{123{,}987654321 \approx 1{,}24.10^2}$.

Chuẩn kiến thức – kĩ năng	Hướng dẫn thực hiện	
	Kiến thức cơ bản	**Dạng toán – Ví dụ – Lưu ý**
	+ Nếu a là số nguyên được viết dưới dạng chuẩn $a = A.10^k$ với $A \in \mathbb{Z}$ và $k \in \mathbb{N}$ thì sai số tuyệt đối của a không vượt quá $\frac{1}{2}10^k$, nghĩa là $$a - \frac{1}{2}10^k \le \overline{a} \le a + \frac{1}{2}10^k.$$	
II – HÀM SỐ BẬC NHẤT VÀ BẬC HAI		
1. Đại cương về hàm số (Định nghĩa ; Cách cho hàm số ; Đồ thị của hàm số ; Hàm số đồng biến, nghịch biến ; Hàm số chẵn, hàm số lẻ). *Về kiến thức :* – Hiểu khái niệm hàm số, tập xác định của hàm số, đồ thị của hàm số. – Hiểu khái niệm hàm số đồng biến, nghịch biến, hàm số chẵn, lẻ. Biết được tính chất đối xứng của đồ thị hàm số chẵn, đồ thị hàm số lẻ. *Về kĩ năng :* – Biết tìm tập xác định của các hàm số đơn giản. – Biết cách chứng minh hàm số đồng biến, hàm số nghịch biến, hàm số chẵn, hàm số lẻ trên một tập cho trước.	1. Một hàm số có thể được cho bằng : a) Bảng ; b) Biểu đồ ; c) Công thức ; d) Đồ thị. Khi cho hàm số bằng công thức (mà không chỉ rõ tập xác định của nó) thì tập xác định D của hàm số $y = f(x)$ là tập hợp tất cả các số thực x sao cho biểu thức $f(x)$ có nghĩa. 2. Hàm số $y = f(x)$ gọi là đồng biến (hay tăng) trên khoảng $(a\ ;\ b)$ nếu $\forall x_1, x_2 \in (a\ ;\ b), x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$. 3. Hàm số $y = f(x)$ gọi là nghịch biến (hay giảm) trên khoảng $(a\ ;\ b)$ nếu $\forall x_1, x_2 \in (a\ ;\ b), x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$. 4. Xét chiều biến thiên của một hàm số là tìm các khoảng đồng biến và các khoảng nghịch biến của nó. Kết quả được tổng kết trong một bảng gọi là bảng biến thiên.	– *Dạng 1 :* Tìm tập xác định của các hàm số đơn giản. – *Dạng 2 :* Chứng minh hàm số đồng biến, hàm số nghịch biến. – *Dạng 3 :* Chứng minh hàm số chẵn, hàm số lẻ. – *Dạng 4 :* Xác định được một điểm nào đó có thuộc một đồ thị hàm số cho trước hay không. *Ví dụ.* Tìm tập xác định của các hàm số : a) $y = \sqrt{x-1}$; b) $y = \frac{1}{x-2} + \sqrt{x+1}$; c) $y = \sqrt{4-x^2} + \frac{1}{\sqrt{x-1}}$. *Ví dụ.* Xét xem trong các điểm $A(0\ ;\ 1)$, $B(1\ ;\ 0)$, $C(-2\ ;\ -3)$, $D(-3\ ;\ 19)$, điểm nào thuộc đồ thị hàm số $y = f(x) = 2x^2 + 1$.

<table>
<tr><th rowspan="2">Chuẩn kiến thức – kĩ năng</th><th colspan="2">Hướng dẫn thực hiện</th></tr>
<tr><th>Kiến thức cơ bản</th><th>Dạng toán – Ví dụ – Lưu ý</th></tr>
<tr>
<td>– Xác định được một điểm nào đó có thuộc một đồ thị hàm số cho trước hay không.</td>
<td>5. Hàm số $y = f(x)$ với tập xác định D gọi là hàm số chẵn nếu
$\forall x \in D$ thì $-x \in D$ và $f(-x) = f(x)$.
Đồ thị của hàm số chẵn nhận trục tung làm trục đối xứng.
6. Hàm số $y = f(x)$ với tập xác định D gọi là hàm số lẻ nếu
$\forall x \in D$ thì $-x \in D$ và $f(-x) = -f(x)$.
Đồ thị của hàm số lẻ nhận gốc toạ độ làm tâm đối xứng.</td>
<td>Ví dụ. Xét tính đồng biến, nghịch biến của hàm số sau đây trên khoảng đã chỉ ra :
a) $y = -3x + 1$ trên $\mathbb{R}$;
b) $y = 2x^2$ trên $(0 ; +\infty)$;
c) $y = \sqrt{2x-1}$ trên tập xác định.
Ví dụ. Xét tính chẵn, lẻ của hàm số :
a) $y = 3x^4 - 2x^2 + 7$;
b) $y = 6x^3 - x$;
c) $y = 2|x| + x^2$;
d) $y = \sqrt{x-4} + \sqrt{x+4}$;
e) $y = \sqrt{4-x} - \sqrt{4+x}$.</td>
</tr>
<tr>
<td>2. Ôn tập và bổ sung về hàm số $y = ax + b$ và đồ thị của nó ; Đồ thị hàm số $y = |x|$; Đồ thị hàm số $y = |ax + b|$ $(a \neq 0)$.
Về kiến thức :
– Hiểu được sự biến thiên và đồ thị của hàm số bậc nhất.
– Hiểu cách vẽ đồ thị hàm số bậc nhất và đồ thị hàm số $y = |x|$,
hàm số $y = |ax + b|$ $(a \neq 0)$. Biết được đồ thị hàm số $y = |x|$ nhận Oy làm trục đối xứng.</td>
<td>1. Hàm số bậc nhất $y = ax + b$, $(a \neq 0)$
• Tập xác định $\mathbb{R}$;
• Bảng biến thiên
<table>
<tr><th colspan="2">$a > 0$</th><th colspan="2">$a < 0$</th></tr>
<tr><td>x</td><td>$-\infty \qquad +\infty$</td><td>x</td><td>$-\infty \qquad +\infty$</td></tr>
<tr><td>y</td><td>$\begin{array}{ccc} & & +\infty \\ & \nearrow & \\ -\infty & & \end{array}$</td><td>$y$</td><td>$\begin{array}{ccc} +\infty & & \\ & \searrow & \\ & & -\infty \end{array}$</td></tr>
</table>
• Đồ thị là đường thẳng không song song và không trùng với các trục toạ độ.
• Để vẽ đường thẳng $y = ax + b$ chỉ cần xác định hai điểm khác nhau của nó.</td>
<td>– Dạng 1 : Xác định chiều biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số bậc nhất.
– Dạng 2 : Vẽ đồ thị hàm số $y = b$; $y = |x|$, đồ thị $y = |ax + b|$.
– Dạng 3 : Tìm toạ độ giao điểm của hai đường thẳng có phương trình cho trước.
– Dạng 4 : Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số cho bởi các hàm bậc nhất trên các khoảng khác nhau.
Ví dụ. Cho hàm số $y = 3x + 5$.
a) Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số trên.</td>
</tr>
</table>

Chuẩn kiến thức – kĩ năng	Hướng dẫn thực hiện	
	Kiến thức cơ bản	**Dạng toán – Ví dụ – Lưu ý**
Về kĩ năng : – Thành thạo việc xác định chiều biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số bậc nhất. – Vẽ được đồ thị $y = b$; $y = \|x\|$, ***đồ thị*** $\boldsymbol{y = \|ax + b\|}$. – Biết cách tìm toạ độ giao điểm của hai đường thẳng có phương trình cho trước. ***– Khảo sát được sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số cho bởi các hàm bậc nhất trên các khoảng khác nhau.***	2. Hàm số hằng $y = b$ • Tập xác định $\mathbb{R}$; • Hàm số hằng là hàm số chẵn. • Đồ thị là một đường thẳng song song hoặc trùng với trục hoành và cắt trục tung tại điểm có toạ độ $(0 ; b)$. 3. Hàm số $y = \|x\|$ • Tập xác định $\mathbb{R}$; • Hàm số $y = \|x\|$ là hàm số chẵn. • Hàm số đồng biến trên khoảng $(0 ; +\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $(-\infty ; 0)$. ***4. Cách vẽ đồ thị hàm số*** $\boldsymbol{y = \|ax + b\|}$ ***Để vẽ đồ thị hàm số*** $\boldsymbol{y = \|ax + b\|}$ ***ta :*** ***• Vẽ hai đường thẳng*** $\boldsymbol{y = ax + b}$ ***và*** $\boldsymbol{y = -ax - b}$ ***rồi xoá đi hai phần đường thẳng nằm ở phía dưới trục hoành (chẳng hạn đồ thị của hàm số*** $\boldsymbol{y = \|2x - 1\|}$ ***như hình 1).***  *Hình 1*	b) Vẽ trên cùng hệ trục đồ thị ở câu a) và đồ thị $y = -1$. Tìm trên đồ thị toạ độ giao điểm của hai đồ thị $y = 3x + 5$ và $y = -1$. *Ví dụ* a) Vẽ đồ thị hàm số $y = \|x\|$. b) Từ đồ thị, hãy tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \|x\|$. *Ví dụ*. Tìm toạ độ giao điểm của hai đồ thị $y = x + 1$ và $y = 2x + 3$. ***Ví dụ. Vẽ đồ thị*** $\boldsymbol{y = \|2x - 1\|}$. ***Ví dụ. Tìm tập xác định, lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số*** $\boldsymbol{y = \begin{cases} 3x + 1 & khi\ -2 \le x \le 0 \\ -2x & khi\ 0 < x \le 1 \\ 2x + 1 & khi\ 1 < x \le 2. \end{cases}}$

<table>
<tr><th rowspan="2">Chuẩn kiến thức – kĩ năng</th><th colspan="2">Hướng dẫn thực hiện</th></tr>
<tr><th>Kiến thức cơ bản</th><th>Dạng toán – Ví dụ – Lưu ý</th></tr>
<tr>
<td>
3. Hàm số bậc hai $y = ax^2 + bx + c$ và đồ thị của nó.
Về kiến thức :
– Hiểu được sự biến thiên và đồ thị của hàm số bậc hai trên $\mathbb{R}$.
Về kĩ năng :
– Lập được bảng biến thiên của hàm số bậc hai ; xác định được toạ độ đỉnh, trục đối xứng, vẽ được đồ thị hàm số bậc hai.
– Đọc được đồ thị của hàm số bậc hai : từ đồ thị xác định được trục đối xứng, đỉnh của parabol, các giá trị của x để $y > 0$; $y < 0$.
– Tìm được phương trình parabol
$$y = ax^2 + bx + c$$
khi biết một số điều kiện xác định.
</td>
<td>
1. Hàm số bậc hai $y = ax^2 + bx + c$, $(a \neq 0)$
– Tập xác định $\mathbb{R}$;
– Đồ thị của hàm số là một đường parabol có đỉnh là điểm $I\left(-\dfrac{b}{2a}; -\dfrac{\Delta}{4a}\right)$, có trục đối xứng là đường thẳng $x = -\dfrac{b}{2a}$.
Parabol này quay bề lõm lên trên nếu $a > 0$ (h.2), quay bề lõm xuống dưới nếu $a < 0$ (h.3).


Hình 2 : $a > 0$


Hình 3 : $a < 0$
2. Bảng biến thiên :
<table>
<tr><td></td><td colspan="3">$a > 0$</td></tr>
<tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>$-\dfrac{b}{2a}$</td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>y</td><td>$+\infty$ ↘</td><td>$-\dfrac{\Delta}{4a}$</td><td>↗ $+\infty$</td></tr>
</table>
</td>
<td>
– Dạng 1 : Lập được bảng biến thiên của hàm số bậc hai ; xác định được toạ độ đỉnh, trục đối xứng, vẽ được đồ thị hàm số bậc hai.
– Dạng 2 : Vẽ đồ thị hàm số bậc hai.
– Dạng 3 : Đọc đồ thị của hàm số bậc hai : từ đồ thị xác định trục đối xứng, điểm cực đại, điểm cực tiểu của đồ thị, các giá trị của x để $y > 0$; $y < 0$.
– Dạng 4 : Tìm phương trình parabol
$$y = ax^2 + bx + c$$
khi biết một số điều kiện xác định.
Ví dụ. Lập bảng biến thiên của hàm số sau :
a) $y = x^2 - 4x + 1$;
b) $y = -2x^2 - 3x + 7$.
Ví dụ. Vẽ đồ thị các hàm số :
a) $y = x^2 - 4x + 3$; b) $y = -x^2 - 3x$;
c) $y = -2x^2 + x - 1$; d) $y = 3x^2 + 1$.
Ví dụ
a) Vẽ parabol $y = 3x^2 - 2x - 1$.
b) Từ đồ thị, hãy chỉ ra những giá trị của x để $y < 0$.
c) Từ đồ thị, hãy tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số.
</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr><th rowspan="2">Chuẩn kiến thức – kĩ năng</th><th colspan="2">Hướng dẫn thực hiện</th></tr>
<tr><th>Kiến thức cơ bản</th><th>Dạng toán – Ví dụ – Lưu ý</th></tr>
<tr><td></td><td>

$$\begin{array}{|c|ccccc|}\hline & & & a<0 & & \\ \hline x & -\infty & & -\dfrac{b}{2a} & & +\infty \\ \hline y & & & -\dfrac{\Delta}{4a} & & \\ & & \nearrow & & \searrow & \\ & -\infty & & & & -\infty \\ \hline\end{array}$$

3. Để vẽ đường parabol $y = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$ ta thực hiện các bước sau :

• Xác định toạ độ đỉnh $I\left(-\dfrac{b}{2a} ; -\dfrac{\Delta}{4a}\right)$;

• Vẽ trục đối xứng d là đường thẳng $x = -\dfrac{b}{2a}$;

• Xác định giao điểm của parabol với các trục toạ độ (nếu có).

Xác định thêm một số điểm thuộc đồ thị.

Chẳng hạn, điểm đối xứng với giao điểm của đồ thị với trục tung qua trục đối xứng của parabol.

• Dựa vào kết quả trên, vẽ parabol.</td><td>

Ví dụ. Viết phương trình parabol $y = ax^2 + bx + 2$ biết rằng parabol đó :

a) Đi qua hai điểm $A(1 ; 5)$ và $B(-2 ; 8)$.

b) Cắt trục hoành tại các điểm có hoành độ $x_1 = 1$ và $x_2 = 2$.

Ví dụ. Tìm phương trình parabol

$$y = ax^2 + bx + c$$

biết rằng parabol đó thoả mãn một trong các điều kiện sau :

a) Đi qua các điểm $M(0 ; -1)$, $N(1 ; -1)$, $P(-1 ; 1)$;

b) Đi qua điểm $M(0 ; 1)$, và có đỉnh $D(-2 ; 5)$;

c) Có trục đối xứng là đường thẳng $x = 1$ và đi qua các điểm $M(-1 ; 2)$; $N(0 ; 4)$.

Ví dụ. Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{khi } x \leq 0 \\ x - 1 & \text{khi } x > 0. \end{cases}$</td></tr>
<tr><td colspan="3">III – PHƯƠNG TRÌNH. HỆ PHƯƠNG TRÌNH</td></tr>
<tr><td>

1. Đại cương về phương trình (Khái niệm phương trình ; Nghiệm của phương trình ; Nghiệm gần đúng của phương trình ; Phương trình tương đương ; Một số phép</td><td>

1. Phương trình ẩn x là một mệnh đề chứa biến dạng $f(x) = g(x)$, trong đó $f(x)$ và $g(x)$ là các biểu thức của x.</td><td>

– *Dạng 1 :* Nêu điều kiện của ẩn để phương trình có nghĩa (không cần giải các điều kiện).</td></tr>
</table>

Chuẩn kiến thức – kĩ năng	Hướng dẫn thực hiện	
	Kiến thức cơ bản	**Dạng toán – Ví dụ – Lưu ý**
biến đổi tương đương phương trình). *Phương trình hệ quả* *Về kiến thức :* – Hiểu khái niệm phương trình ; nghiệm của phương trình ; hai phương trình tương đương. – Hiểu các phép biến đổi tương đương phương trình. ***– Biết khái niệm phương trình chứa tham số ; phương trình nhiều ẩn.*** *Về kĩ năng :* – Biết nêu điều kiện xác định của phương trình (không cần giải các điều kiện). – Biết biến đổi tương đương phương trình.	2. Điều kiện xác định của phương trình (gọi tắt là điều kiện của phương trình) là những điều kiện của ẩn x để các biểu thức trong phương trình đều có nghĩa. 3. Nếu $f(x_0) = g(x_0)$ thì x_0 được gọi là nghiệm của phương trình $f(x) = g(x)$. 4. Giải một phương trình là tìm tập hợp tất cả các nghiệm của nó (nghĩa là tìm tập nghiệm). 5. Hai phương trình $f(x) = g(x)$ (1) và $f_1(x) = g_1(x)$ (2) được gọi là tương đương nếu chúng có tập nghiệm bằng nhau (có thể là tập rỗng). Kí hiệu : (1) $\Leftrightarrow$ (2). 6. Nếu thực hiện các phép biến đổi sau đây trên một phương trình mà không làm thay đổi điều kiện xác định của nó thì ta được một phương trình mới tương đương a) Cộng hay trừ hai vế của phương trình với cùng một số hay cùng một biểu thức. b) Nhân hoặc chia hai vế của phương trình với cùng một số khác 0 hoặc với cùng một biểu thức luôn có giá trị khác 0. 7. Nếu mỗi nghiệm của phương trình (1) cũng là nghiệm của phương trình (2) thì ta nói phương trình (2) là *phương trình hệ quả* của phương trình (1), kí hiệu : (1) $\Rightarrow$ (2).	– *Dạng 2* : Biến đổi tương đương, biến đổi hệ quả phương trình ; Xác định quan hệ tương đương, hệ quả của các phương trình. ***– Dạng 3 : Bước đầu làm quen với phương trình chứa tham số ; phương trình nhiều ẩn.*** *Ví dụ.* Nêu điều kiện xác định của các phương trình a) $\sqrt{x^2+3x} = x+1$; b) $\sqrt{x-1}+1 = \sqrt{1-x}+x$; c) $\dfrac{x-1}{x+1} = 2\sqrt{x+2}$; ***d)*** $\boldsymbol{\sqrt{x-m} = x^2 - 2mx + 1}$ **.** *Ví dụ . Giải các phương trình* a) $\dfrac{x+1}{x-1} + 2 = \dfrac{2x-1}{x-1}$; b) $x + 2 - \dfrac{x}{\sqrt{x-1}} = 2$; c) $\sqrt{x-2}\left(x^2-3x-4\right) = 0$; d) $\sqrt{x-1} = \sqrt{8-x}$; e) $\sqrt{x^2-4} + x + 3 = \sqrt{4-x^2} + \dfrac{5x}{2}$. *Ví dụ.* Trong các cặp phương trình sau, hãy chỉ ra các cặp phương trình tương đương :

<table>
<tr><th rowspan="2">Chuẩn kiến thức – kĩ năng</th><th colspan="2">Hướng dẫn thực hiện</th></tr>
<tr><th>Kiến thức cơ bản</th><th>Dạng toán – Ví dụ – Lưu ý</th></tr>
<tr><td></td><td>Chẳng hạn, với số nguyên dương n tuỳ ý ta có :
$$f(x) = g(x) \Rightarrow \left[f(x)\right]^n = \left[g(x)\right]^n.$$
8. Phương trình hệ quả có thể có nghiệm ngoại lai, nghiệm đó không phải là nghiệm của phương trình ban đầu. Để loại nghiệm ngoại lai ta phải thử lại nghiệm tìm được vào phương trình ban đầu.
9. Ngoài các phương trình một ẩn còn có các phương trình nhiều ẩn. Nghiệm của phương trình hai ẩn x, y là một cặp số thực $(x_0 ; y_0)$ thoả mãn phương trình đó, còn nghiệm của một phương trình ba ẩn x, y, z là một bộ ba số thực $(x_0 ; y_0 ; z_0)$ thoả mãn phương trình đó.
10. Trong một phương trình (một hoặc nhiều ẩn), ngoài các chữ đóng vai trò ẩn số còn có thể có các chữ cái khác được xem như những hằng số và được gọi là tham số.
Giải và biện luận phương trình chứa tham số là xét xem khi nào phương trình đó vô nghiệm, khi nào có nghiệm tuỳ theo các giá trị của tham số và chỉ ra các nghiệm đó.</td><td>a) $x^2 - 3x = 4$ và $x^2 - 3x - 4 = 0$.
b) $6x - 12 = 0$ và $x = 2$.
c) $x(x^2 + 2) = 3(x^2 + 2)$ và $x = 3$.
d) $x - 1 = 3$ và $(x - 1)^2 = 9$.
e) $|x + 2| = 4$ và $(x + 2)^2 = 16$.
Ví dụ. Với giá trị nào của m thì phương trình
$$mx^2 - 3(m + 1)x + 5 = 0$$
nhận x = 2 là nghiệm ?
Ví dụ. Tìm các nghiệm (x ; y) của phương trình
$$x^2 + y^2 + 2x + 4y = -5.$$
(HD : biến đổi vế trái thành tổng 2 bình phương).</td></tr>
<tr><td>2. Phương trình quy về phương trình bậc nhất, bậc hai (Giải và biện luận phương trình $ax + b = 0$; Giải và biện luận phương trình $ax^2 + bx + c = 0$; Ứng dụng</td><td>1. Giải và biện luận phương trình
$$ax + b = 0 \qquad (1)$$</td><td>– Dạng 1 :
Giải và biện luận phương trình $ax + b = 0$;
Giải và biện luận phương trình $ax^2 + bx + c = 0$.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th rowspan="2">Chuẩn kiến thức – kĩ năng</th><th colspan="2">Hướng dẫn thực hiện</th></tr>
<tr><th>Kiến thức cơ bản</th><th>Dạng toán – Ví dụ – Lưu ý</th></tr>
<tr>
<td>
định lí Vi-ét ; Phương trình quy về bậc nhất, bậc hai).

Về kiến thức :

– Hiểu cách giải và biện luận phương trình $ax + b = 0$; phương trình
$$ax^2 + bx + c = 0.$$
– Hiểu cách giải các phương trình quy về dạng $ax + b = 0$; $ax^2 + bx + c = 0$: phương trình có ẩn ở mẫu số, phương trình có chứa dấu giá trị tuyệt đối.

Về kĩ năng :

– Giải và biện luận thành thạo phương trình $ax + b = 0$, phương trình
$$ax^2 + bx + c = 0.$$
– Giải được các phương trình quy về bậc nhất, bậc hai (phương trình có ẩn ở mẫu số, phương trình chứa dấu giá trị tuyệt đối ; phương trình chứa căn đơn giản, phương trình đưa về phương trình tích).

– Biết vận dụng định lí Vi-ét vào việc nhẩm nghiệm của phương trình bậc hai, tìm hai số khi biết tổng và tích của chúng, tìm điều kiện của tham số để phương trình thoả mãn điều kiện cho trước.
</td>
<td>
<table>
<tr><th colspan="2">Hệ số</th><th>Kết luận</th></tr>
<tr><td colspan="2">$a \neq 0$</td><td>Phương trình (1) có nghiệm duy nhất $x = -\frac{b}{a}$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">$a = 0$</td><td>$b \neq 0$</td><td>Phương trình (1) vô nghiệm</td></tr>
<tr><td>$b = 0$</td><td>Phương trình (1) nghiệm đúng với mọi x.</td></tr>
</table>

Khi $a \neq 0$ phương trình (1) được gọi là phương trình bậc nhất một ẩn.

2. Giải và biện luận phương trình bậc hai
$$ax^2 + bx + c = 0, (a \neq 0) \qquad (2).$$
<table>
<tr><th>Biệt thức
$\Delta = b^2 - 4ac$</th><th>Kết luận</th></tr>
<tr><td>$\Delta > 0$</td><td>Phương trình (2) có hai nghiệm
$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$</td></tr>
<tr><td>$\Delta = 0$</td><td>Phương trình (2) có nghiệm kép
$x = -\frac{b}{2a}$</td></tr>
<tr><td>$\Delta < 0$</td><td>Phương trình (2) vô nghiệm.</td></tr>
</table>
</td>
<td>
– Dạng 2 : Giải các phương trình quy về bậc nhất, bậc hai ; phương trình có ẩn ở mẫu số ; phương trình chứa ẩn trong dấu giá trị tuyệt đối ; phương trình đưa về phương trình tích. (Chỉ xét phương trình trùng phương, phương trình đưa về bậc hai bằng cách đặt ẩn phụ đơn giản : ẩn phụ là đa thức bậc nhất, đa thức bậc hai hoặc căn bậc hai của ẩn chính, phương trình có ẩn ở mẫu thức, phương trình quy về dạng tích bằng một số phép biến đổi đơn giản).

– Dạng 3 : Vận dụng định lí Vi-ét vào việc nhẩm nghiệm của phương trình bậc hai, tìm hai số khi biết tổng và tích của chúng, tìm điều kiện của tham số để phương trình thoả mãn điều kiện cho trước.

– Dạng 4 : Giải các bài toán thực tế đưa về giải phương trình bậc nhất, bậc hai bằng cách lập phương trình.

– Dạng 5 : Giải gần đúng phương trình bậc hai ; giải phương trình bậc hai bằng máy tính bỏ túi.

Ví dụ. Giải và biện luận phương trình
$$m(x - 2) = 3x + 1,$$
với m là tham số.

Ví dụ. Giải và biện luận phương trình sau, với m là tham số :
</td>
</tr>
</table>

Chuẩn kiến thức – kĩ năng	Hướng dẫn thực hiện	
	Kiến thức cơ bản	**Dạng toán – Ví dụ – Lưu ý**
– Biết chuyển bài toán có nội dung thực tế về bài toán giải được bằng cách lập phương trình bậc nhất, bậc hai. – Biết giải phương trình bậc hai có sự hỗ trợ của máy tính bỏ túi.	3. Định lí Vi-ét • Nếu phương trình (2) có hai nghiệm x_1, x_2 thì $$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a},\ x_1x_2 = \frac{c}{a}.$$ • Ngược lại, nếu hai số u và v có tổng $u + v = S$ và tích $uv = P$ thì u và v là các nghiệm của phương trình $$x^2 - Sx + P = 0,$$ (điều kiện : $S^2 - 4P \geq 0$). 4. *Phương trình trùng phương* $ax^4 + bx^2 + c = 0$, $(a \neq 0)$ có thể đưa về phương trình bậc hai bằng cách đặt $t = x^2$, $(t \geq 0)$. 5. Có thể khử dấu giá trị tuyệt đối trong *phương trình chứa ẩn trong dấu giá trị tuyệt đối* nhờ sử dụng định nghĩa $$\|a\| = \begin{cases} a & khi \quad a \geq 0 \\ -a & khi \quad a < 0. \end{cases}$$ Đặc biệt, ta có : $$\|f(x)\| = \|g(x)\| \Leftrightarrow [f(x)]^2 = [g(x)]^2$$ hoặc $$\|f(x)\| = \|g(x)\| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x) = g(x) \\ f(x) = -g(x). \end{array}\right.$$	***a)*** $\mathbf{mx^2 - 2mx + m + 1 = 0}$ **;** ***b)*** $\mathbf{mx^2 - x + 1 = 0.}$ *Ví dụ.* Tìm hai số có tổng bằng 15 và tích bằng –34. ***Ví dụ. Tìm m để phương trình*** $$\mathbf{x^2 - (m - 5)x - 2 = 0}$$ ***có hai nghiệm*** $\mathbf{x_1, x_2}$ ***thoả mãn*** $\mathbf{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 4.}$ *Ví dụ.* Giải các phương trình : a) $\frac{2x}{x^2 - 1} - \frac{1}{x + 1} = 2$; b) $(x^2 + 2x)^2 - (3x + 2)^2 = 0$; c) $x^4 - 8x^2 - 9 = 0$; ***d)*** $\mathbf{x^2 + 5x - \|3x - 2\| - 5 = 0}$ **;** ***e)*** $\mathbf{\sqrt{14x + 2} = \sqrt{x^2 - 3x + 18}}$ **;** ***f)*** $\mathbf{x^2 + 2x + \|x + 1\| - 5 = 0}$ **;** ***g)*** $\mathbf{\sqrt{x^2 + 3x + 5} = 2x^2 + 6x - 5.}$ *Ví dụ.* Một người dùng 300 nghìn đồng để đầu tư cho sản xuất thủ công. Mỗi sản phẩm người đó được lãi 1 500 đồng. Sau một tuần, tính cả vốn lẫn lãi người đó có 1 050 nghìn đồng. Hỏi trong tuần đó, người ấy sản xuất được bao nhiêu sản phẩm ?

Chuẩn kiến thức – kĩ năng	Hướng dẫn thực hiện	
	Kiến thức cơ bản	**Dạng toán – Ví dụ – Lưu ý**
	6. Khi giải *phương trình chứa ẩn dưới dấu căn thức bậc hai* ta thường bình phương hai vế để khử dấu căn thức và đưa tới một phương trình hệ quả.	*Ví dụ.* Một công ti vận tải dự định điều động một số ô tô cùng loại để chuyển 22,4 tấn hàng. Nếu mỗi ô tô chở thêm 1 tạ so với dự định thì số ô tô giảm đi 4 chiếc. Hỏi số ô tô công ti dự định điều động để chở hết số hàng trên là bao nhiêu ?
3. Phương trình và hệ phương trình bậc nhất nhiều ẩn : Phương trình $ax + by = c$; Hệ phương trình $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$; Hệ phương trình $\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3. \end{cases}$ *Về kiến thức :* Hiểu khái niệm nghiệm của phương trình bậc nhất hai ẩn, nghiệm của hệ phương trình. *Về kĩ năng :* – Giải được và biểu diễn được tập nghiệm của phương trình bậc nhất hai ẩn. – Giải ***và biện luận*** được phương trình $ax + by = c$.	1. Phương trình bậc nhất hai ẩn có dạng $ax + by = c,$ trong đó a, b, c là các số thực đã cho và a, b không đồng thời bằng 0 ; x, y là các ẩn số. 2. Hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn x, y có dạng $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$, trong đó cả hai phương trình đều là phương trình bậc nhất hai ẩn. • Có hai cách giải hệ phương trình bậc nhất hai ẩn quen thuộc : a) *Phương pháp thế.* Từ một phương trình nào đó của hệ, biểu thị một ẩn qua ẩn kia rồi thế vào phương trình còn lại để được phương trình bậc nhất một ẩn. b) *Phương pháp cộng.* Biến đổi cho hệ số của một ẩn nào đó trong hai phương trình là hai số đối nhau rồi cộng từng vế hai phương trình lại để được phương trình bậc nhất một ẩn. 3. Dạng tam giác của hệ ba phương trình bậc nhất ba ẩn là :	– *Dạng 1 :* Giải và biểu diễn tập nghiệm của phương trình bậc nhất hai ẩn. – *Dạng 2 :* Giải và biện luận phương trình $ax + by = c.$ Giải hệ phương trình bậc nhất hai ẩn ***– Dạng 3 : Giải hệ phương trình bậc nhất hai ẩn bằng định thức.*** ***– Dạng 4 : Giải và biện luận hệ phương trình bậc nhất hai ẩn chứa tham số.*** – *Dạng 5 :* Giải hệ phương trình bậc nhất ba ẩn đơn giản (có thể có sự hỗ trợ của máy tính bỏ túi). – *Dạng 6 :* Giải một số bài toán có nội dung thực tế bằng cách đưa về việc lập và giải hệ phương trình bậc nhất hai ẩn, ba ẩn. – *Dạng 7 :* Giải hệ phương trình bậc nhất hai ẩn, ba ẩn có sự hỗ trợ của máy tính bỏ túi. *Ví dụ.* Giải phương trình $3x + y = 7$.

Chuẩn kiến thức – kĩ năng	Hướng dẫn thực hiện	
	Kiến thức cơ bản	Dạng toán – Ví dụ – Lưu ý
– Giải được hệ phương trình bậc nhất hai ẩn bằng định thức. ***– Giải và biện luận được hệ phương trình bậc nhất hai ẩn chứa tham số.*** – Giải được hệ phương trình bậc nhất ba ẩn đơn giản (có thể dùng máy tính bỏ túi). – Biết chuyển bài toán có nội dung thực tế về bài toán giải được bằng cách lập và giải hệ phương trình bậc nhất hai ẩn, ba ẩn. – Biết dùng máy tính bỏ túi hỗ trợ tìm nghiệm của hệ phương trình bậc nhất hai ẩn, ba ẩn.	$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \\ b_2y + c_2z = d_2 \\ c_3z = d_3 \end{cases}$ (1) hoặc $\begin{cases} a_1x = d_1 \\ a_2x + b_2y = d_2 \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3. \end{cases}$ (2) • *Cách giải* : Từ phương trình cuối của hệ (1) tính được z, thế giá trị z vừa tìm được vào phương trình thứ hai để tính được y rồi thế cả giá trị y và z tìm được vào phương trình đầu tính được x. Từ phương trình đầu của hệ (2) tính được x, thế giá trị đó vào phương trình thứ hai để tính được y rồi thay các giá trị tìm được đó vào phương trình thứ ba tính được z. 4. Hệ ba phương trình bậc nhất ba ẩn có dạng : $\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3. \end{cases}$ • *Cách giải* (theo phương pháp Gau-xơ) : Khử dần ẩn số để đưa về hệ phương trình dạng tam giác.	*Ví dụ.* Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3x - 2y = 6 \\ 9x + 4y = -6. \end{cases}$ ***Ví dụ. Giải và biện luận hệ phương trình*** $\begin{cases} \mathbf{2mx + 3y = 6} \\ \mathbf{x + y = m + 1.} \end{cases}$ *Ví dụ.* Giải các hệ phương trình : a) $\begin{cases} 3x + 4y - 5z = 8 \\ 6y + z = 9 \\ z = 21\ ; \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + y + z = 2 \\ x + y + 3z = 1 \\ 2x + y + 3z = -1. \end{cases}$ *Ví dụ.* Một đoàn xe gồm 13 xe tắc xi tải chở 36 tấn xi măng cho một công trình xây dựng. Đoàn xe chỉ gồm có hai loại : xe chở 3 tấn và xe chở 2,5 tấn. Tính số xe mỗi loại. *Ví dụ.* Ba máy trong một giờ sản xuất được 95 sản phẩm. Số sản phẩm máy III làm trong 2 giờ nhiều hơn số sản phẩm máy I và máy II làm trong một giờ là 10 sản phẩm. Số sản phẩm máy I làm trong 8 giờ đúng bằng số sản phẩm máy II làm trong 7 giờ. Hỏi trong một giờ, mỗi máy sản xuất được bao nhiêu sản phẩm ?

Chuẩn kiến thức – kĩ năng	Hướng dẫn thực hiện	
	Kiến thức cơ bản	**Dạng toán – Ví dụ – Lưu ý**
		Ví dụ. Giải hệ phương trình sau bằng máy tính bỏ túi : a) $\begin{cases} 2,5x + 4y = 8,5 \\ 6x + 4,2y = 5,5\ ; \end{cases}$ b) $\begin{cases} x - y + z = 7 \\ x + y - z = 1 \\ y + z - x = 3. \end{cases}$ ***Ví dụ. Tìm các nghiệm nguyên của phương trình 3x – 4y = 5.***
4. ***Một số hệ phương trình bậc hai hai ẩn đơn giản.*** *Về kiến thức :* ***– Hiểu cách giải một số hệ phương trình bậc hai hai ẩn.*** *Về kĩ năng :* ***– Giải được một số hệ phương trình bậc hai hai ẩn : hệ gồm một phương trình bậc hai và một phương trình bậc nhất ; hệ phương trình mà mỗi phương trình của hệ không đổi khi thay x bởi y, thay y bởi x.***	***– Hệ phương trình bậc hai hai ẩn gồm một phương trình bậc nhất hai ẩn và một phương trình bậc hai hai ẩn, có thể giải theo phương pháp thế, nghĩa là từ phương trình bậc nhất biểu diễn một ẩn theo ẩn kia, thế vào phương trình bậc hai của hệ để chuyển về phương trình bậc hai có một ẩn.*** ***– Hệ phương trình bậc hai đối xứng là hệ mà khi ta thay x bởi y và thay y bởi x thì hệ đã cho không thay đổi. Có thể giải hệ này theo cách đặt ẩn phụ S = x + y, P = x.y và biến đổi về hệ phương trình trung gian với hai ẩn S và P. Với mỗi nghiệm (S ; P) ta giải phương trình*** $X^2 - SX + P = 0$ ***để tìm nghiệm (x ; y) tương ứng.***	***– Dạng 1 : Giải một số hệ phương trình bậc hai hai ẩn :*** ***+ Hệ gồm một phương trình bậc hai và một phương trình bậc nhất ;*** ***+ Hệ phương trình bậc hai đối xứng.*** ***(Giải được một số hệ phương trình bậc hai hai ẩn : hệ gồm một phương trình bậc hai và một phương trình bậc nhất ; hệ phương trình mà mỗi phương trình của hệ không đổi khi thay x bởi y, thay y bởi x ; Chỉ xét các hệ phương trình bậc hai hai ẩn : hệ gồm một phương trình bậc hai và một phương trình bậc nhất ; hệ phương trình đối xứng).***

Chuẩn kiến thức – kĩ năng	Hướng dẫn thực hiện	
	Kiến thức cơ bản	**Dạng toán – Ví dụ – Lưu ý**
		Ví dụ. Giải các hệ phương trình : *a)* $\begin{cases} x^2 - 5x + 6 = 0 \\ x^2 - 3x + 2 = 0 ; \end{cases}$ *b)* $\begin{cases} x - y = 3 \\ x^2 - 3xy + y^2 + x + y = 0 ; \end{cases}$ *c)* $\begin{cases} x + y + xy = 5 \\ x^2 + y^2 = 5 ; \end{cases}$ *d)* $\begin{cases} x^2 - 2x = y + 2 \\ y^2 - 2y = x + 2. \end{cases}$
IV – BẤT ĐẲNG THỨC. BẤT PHƯƠNG TRÌNH		
1. Bất đẳng thức (Khái niệm bất đẳng thức và tính chất ; Bất đẳng thức chứa dấu giá trị tuyệt đối ; Bất đẳng thức giữa trung bình cộng và trung bình nhân). *Về kiến thức :* – Biết định nghĩa và các tính chất của bất đẳng thức. – Hiểu bất đẳng thức giữa trung bình cộng và trung bình nhân của hai số không âm.	1. Để so sánh hai số hoặc hai biểu thức A và B ta xét dấu của hiệu $A - B$, khi đó $A \leq B \Leftrightarrow A - B \leq 0$ $A < B \Leftrightarrow A - B < 0.$ 2. Để chứng minh một bất đẳng thức ta có thể sử dụng các tính chất cho trong bảng sau :	– *Dạng 1 :* Chứng minh một số bất đẳng thức đơn giản (*vận dụng định nghĩa và tính chất của bất đẳng thức hoặc dùng phép biến đổi tương đương*). – *Dạng 2 :* Chứng minh một số bất đẳng thức hoặc tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của một biểu thức (*vận dụng bất đẳng thức giữa trung bình cộng và trung bình nhân của hai số, **ba số***).

Chuẩn kiến thức – kĩ năng	Hướng dẫn thực hiện: Kiến thức cơ bản	Hướng dẫn thực hiện: Dạng toán – Ví dụ – Lưu ý

Chuẩn kiến thức – kĩ năng

– ***Biết bất đẳng thức giữa trung bình cộng và trung bình nhân của ba số không âm.***

– Biết được một số bất đẳng thức có chứa giá trị tuyệt đối, như : $\forall x \in \mathbb{R}$:

$|x| \geq 0$; $|x| \geq x$; $|x| \geq -x$.

$|x| \leq a \Leftrightarrow -a \leq x \leq a$ $(a > 0)$

$|x| \geq a \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \geq a \\ x \leq -a \end{array}\right.$ (với $a > 0$)

$|a + b| \leq |a| + |b|$.

Về kĩ năng :

– Vận dụng được định nghĩa và tính chất của bất đẳng thức hoặc dùng phép biến đổi tương đương để chứng minh một số bất đẳng thức đơn giản.

– Biết vận dụng bất đẳng thức giữa trung bình cộng và trung bình nhân của hai số không âm vào việc chứng minh một số bất đẳng thức hoặc tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của một biểu thức.

– Chứng minh được một số bất đẳng thức đơn giản có chứa giá trị tuyệt đối.

Kiến thức cơ bản

Tên gọi	Nội dung	Điều kiện
Bắc cầu	$a < b$ và $b < c$ $\Rightarrow a < c$	
Cộng hai vế bất đẳng thức với một số	$a < b$ $\Leftrightarrow a + c < b + c$	
Nhân hai vế bất đẳng thức với một số	$a < b$ $\Leftrightarrow ac < bc$	$c > 0$
	$a < b$ $\Leftrightarrow ac > bc$	$c < 0$
Cộng hai bất đẳng thức cùng chiều	$\left.\begin{array}{l} a < b \\ c < d \end{array}\right\}$ $\Rightarrow a + c < b + d$	
Nhân hai bất đẳng thức cùng chiều	$\left.\begin{array}{l} a < b \\ c < d \end{array}\right\}$ $\Rightarrow ac < bd$	$a > 0$, $c > 0$
Nâng hai vế của bất đẳng thức lên một luỹ thừa	$a < b$ $\Leftrightarrow a^{2n+1} < b^{2n+1}$	$n \in \mathbb{N}^*$
	$0 < a < b$ $\Rightarrow a^{2n} < b^{2n}$	
Khai căn hai vế của một bất đẳng thức.	$a < b$ $\Leftrightarrow \sqrt{a} < \sqrt{b}$	$a > 0$
	$a < b$ $\Leftrightarrow \sqrt[3]{a} < \sqrt[3]{b}$	

Dạng toán – Ví dụ – Lưu ý

– *Dạng 3 :* Chứng minh một số bất đẳng thức đơn giản có chứa giá trị tuyệt đối.

– *Dạng 4 :* Biểu diễn các điểm trên trục số thoả mãn các bất đẳng thức $|x| < a$; $|x| > a$ (với $a > 0$).

Ví dụ . Chứng minh rằng :

a) $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$ với a, b dương ;

b) $a^2 + b^2 - ab \geq 0$ với mọi a, b ;

c) $(a + b)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \geq 4$ với a, b là hai số dương ;

d) $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$ với a, b, c là các số thực.

Ví dụ. Chứng minh rằng :

a) $(ab + cd)^2 \leq (a^2 + c^2)(b^2 + d^2)$ ***với mọi số a, b, c, d ;***

b) $(a + b + c)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) \geq 9$ ***với a, b, c là các số dương ;***

c) $a + b + c + d \geq 4\sqrt[4]{abcd}$ ***với a, b, c, d là các số thực không âm.***

Ví dụ. Chứng minh rằng với mọi số thực a, b, c ta có

$$|a - c| \leq |a - b| + |b - c|.$$

<table>
<tr><th rowspan="2">Chuẩn kiến thức – kĩ năng</th><th colspan="2">Hướng dẫn thực hiện</th></tr>
<tr><th>Kiến thức cơ bản</th><th>Dạng toán – Ví dụ – Lưu ý</th></tr>
<tr>
<td>– Biết biểu diễn các điểm trên trục số thoả mãn các bất đẳng thức $|x| < a$; $|x| > a$ (với $a > 0$).</td>
<td>3. Các bất đẳng thức chứa dấu giá trị tuyệt đối :
<table>
<tr><td>$|x| \geq 0$; $|x| \geq x$; $|x| \geq -x$</td><td></td></tr>
<tr><td>$|x| \leq a \Leftrightarrow -a \leq x \leq a$
$|x| \geq a \Leftrightarrow x \leq -a$ hoặc $x \geq a$</td><td>$a > 0$</td></tr>
<tr><td>$|a| - |b| \leq |a + b| \leq |a| + |b|$</td><td></td></tr>
</table>
4. Bất đẳng thức giữa trung bình cộng và trung bình nhân :
1) Với mọi $a \geq 0, b \geq 0$, ta có :
$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}.$$
Đẳng thức $\frac{a+b}{2} = \sqrt{ab}$ xảy ra khi và chỉ khi $a = b$.
2) ***Với mọi a, b, c không âm ta có :***
$$\frac{a+b+c}{3} \geq \sqrt[3]{abc}.$$
Đẳng thức $\frac{a+b+c}{3} = \sqrt[3]{abc}$ ***xảy ra khi và chỉ khi*** $a = b = c$.</td>
<td>Ví dụ. Cho $x > 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức
$$f(x) = x + \frac{3}{x-2}.$$
Ví dụ. Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số
$$y = \sqrt{x+3} + \sqrt{6-x}.$$</td>
</tr>
<tr>
<td>2. Bất phương trình (Khái niệm bất phương trình ; Nghiệm của bất phương trình ; Bất phương trình tương đương ; Phép biến đổi tương đương các bất phương trình).</td>
<td>Bất phương trình ẩn x là mệnh đề chứa biến dạng
$f(x) < g(x)$ hoặc $f(x) \leq g(x)$ (*)
$\left(f(x) > g(x)\right.$ hoặc $\left.f(x) \geq g(x)\right)$,</td>
<td>– Dạng 1 : Tìm điều kiện của ẩn để bất phương trình có nghĩa.
– Dạng 2 : Nhận biết hai bất phương trình có tương đương với nhau không.</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr><th rowspan="2">Chuẩn kiến thức – kĩ năng</th><th colspan="2">Hướng dẫn thực hiện</th></tr>
<tr><th>Kiến thức cơ bản</th><th>Dạng toán – Ví dụ – Lưu ý</th></tr>
<tr><td>

Về kiến thức :

– Biết khái niệm bất phương trình, nghiệm của bất phương trình.

– Biết khái niệm hai bất phương trình tương đương, các phép biến đổi tương đương bất phương trình.

Về kĩ năng :

– Nêu được điều kiện xác định của bất phương trình.

– Nhận biết được hai bất phương trình có tương đương với nhau không trong trường hợp đơn giản.

– Vận dụng được phép biến đổi tương đương bất phương trình để đưa một bất phương trình đã cho về dạng đơn giản hơn.

</td><td>

trong đó $f(x)$ và $g(x)$ là những biểu thức của x. Người ta cũng gọi $f(x)$, $g(x)$ tương ứng là vế trái, vế phải của bất phương trình (*). Số thực x_0 sao cho $f(x_0) < g(x_0)$ hoặc $f(x_0) \leq g(x_0)$ là mệnh đề đúng được gọi là nghiệm của bất phương trình (*). Giải bất phương trình là tìm tập nghiệm của nó.

Hệ bất phương trình ẩn x gồm một số bất phương trình ẩn x mà ta phải tìm nghiệm chung của chúng.

1. Điều kiện của một bất phương trình là điều kiện mà ẩn số phải thoả mãn để các biểu thức ở hai vế của bất phương trình có nghĩa.

2. Hai bất phương trình (hệ bất phương trình) được gọi là *tương đương* với nhau khi chúng có cùng tập nghiệm.

3. Các phép biến đổi bất phương trình :

Kí hiệu D là tập các số thực thoả mãn điều kiện của bất phương trình $P(x) < Q(x)$.

a) Phép cộng :

Nếu $f(x)$ xác định trên D thì

$$P(x) < Q(x) \Leftrightarrow P(x) + f(x) < Q(x) + f(x).$$

b) Phép nhân :

Nếu $\forall x \in D, f(x) > 0$ thì

$$P(x) < Q(x) \Leftrightarrow P(x).f(x) < Q(x).f(x).$$

</td><td>

– *Dạng 3 :* Vận dụng phép biến đổi tương đương bất phương trình để đưa một bất phương trình đã cho về dạng đơn giản hơn.

Ví dụ. Cho bất phương trình :

$$\sqrt{x^2 - 3x + 2} > x - 1.$$

a) Nêu điều kiện để bất phương trình đó có nghĩa.

b) Trong các số : 0 ; 1 ; 2 ; 3, số nào là nghiệm của bất phương trình trên ?

Ví dụ. Xét xem hai bất phương trình sau có tương đương với nhau không :

a) $(x + 7)(2x + 1) > (x + 7)^2$ và $2x + 1 > x + 7$.

b) $\dfrac{3x - 5}{x^2 + 1} > 7$ và $3x - 5 > 7(x^2 + 1)$.

Ví dụ. Giải các bất phương trình :

a) $|2x - 1| \geq 3$ **;**

b) $x + 1 > \dfrac{4}{x + 1}$.

4. Chú ý : Khi biến đổi các biểu thức ở hai vế của một bất phương trình, điều kiện của bất phương trình thường bị thay đổi. Vì vậy, để tìm nghiệm của bất phương trình đã cho ta phải tìm các giá trị của ẩn đồng thời thoả mãn bất phương trình mới và điều kiện của bất phương trình đã cho.

</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th rowspan="2">Chuẩn kiến thức – kĩ năng</th><th colspan="2">Hướng dẫn thực hiện</th></tr>
<tr><th>Kiến thức cơ bản</th><th>Dạng toán – Ví dụ – Lưu ý</th></tr>
<tr><td></td><td>Nếu $\forall x \in D, f(x) < 0$ thì
$$P(x) < Q(x) \Leftrightarrow P(x).f(x) > Q(x).f(x).$$
c) Phép bình phương :
Nếu $\forall x \in D, P(x) \geq 0$ và $Q(x) \geq 0$ thì
$$P(x) < Q(x) \Leftrightarrow P^2(x) < Q^2(x).$$</td><td></td></tr>
<tr><td>3. Dấu của một nhị thức bậc nhất. Minh hoạ bằng đồ thị : Bất phương trình bậc nhất và hệ bất phương trình bậc nhất một ẩn.
Về kiến thức :
– Hiểu và nhớ được định lí về dấu của nhị thức bậc nhất.
– Hiểu cách giải bất phương trình bậc nhất, hệ bất phương trình bậc nhất một ẩn.
Về kĩ năng :
– Vận dụng được định lí về dấu của nhị thức bậc nhất để lập bảng xét dấu tích các nhị thức bậc nhất, xác định tập nghiệm của các bất phương trình dạng tích (mỗi thừa số trong bất phương trình dạng tích là một nhị thức bậc nhất).
– Biết giải và biện luận bất phương trình bậc nhất một ẩn.</td><td>1. Dấu của nhị thức bậc nhất $f(x) = ax + b$
Bảng xét dấu
<table>
<tr><td colspan="2">x</td><td>$-\infty$ $-\frac{b}{a}$ $+\infty$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">$ax + b$</td><td>$a > 0$</td><td>$-$ 0 $+$</td></tr>
<tr><td>$a < 0$</td><td>$+$ 0 $-$</td></tr>
</table>
2. Khử dấu giá trị tuyệt đối :
a) Bảng khử dấu giá trị tuyệt đối
<table>
<tr><td colspan="2">x</td><td>$-\infty$ $-\frac{b}{a}$ $+\infty$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">$|ax + b|$</td><td>$a > 0$</td><td>$-(ax+b)$ 0 $ax+b$</td></tr>
<tr><td>$a < 0$</td><td>$ax+b$ 0 $-(ax+b)$</td></tr>
</table>
b) Đồng nhất thức $|x|^2 = x^2, \forall x$.</td><td>– Dạng 1 : Vận dụng định lí về dấu của nhị thức bậc nhất để lập bảng xét dấu tích các nhị thức bậc nhất.
– Dạng 2 : Xác định tập nghiệm của các bất phương trình dạng tích (mỗi thừa số trong bất phương trình dạng tích là một nhị thức bậc nhất).
– Dạng 3 : Giải và biện luận bất phương trình bậc nhất một ẩn. Giải hệ bất phương trình bậc nhất một ẩn.
– Dạng 4 : Sử dụng các phép biến đổi tương đương để biến đổi bất phương trình đã cho về dạng $ax + b > 0$ hoặc $ax + b < 0$ và từ đó rút ra nghiệm của bất phương trình.
– Dạng 5 : Giải một số bài toán thực tiễn dẫn tới việc giải bất phương trình.
Ví dụ. Xét dấu biểu thức
$$A = (2x - 1)(5 - x)(x - 7).$$</td></tr>
</table>

Chuẩn kiến thức – kĩ năng	Hướng dẫn thực hiện	
	Kiến thức cơ bản	**Dạng toán – Ví dụ – Lưu ý**
Giải được hệ bất phương trình bậc nhất một ẩn. – Sử dụng được các phép biến đổi tương đương để biến đổi bất phương trình đã cho về dạng $ax + b > 0$ hoặc $ax + b < 0$ và từ đó rút ra nghiệm của bất phương trình. – Giải được một số bài toán có nội dung thực tiễn có thể quy về việc giải bất phương trình.	***3. Giải và biện luận bất phương trình bậc nhất một ẩn*** ***Giải và biện luận bất phương trình*** $ax + b < 0 \qquad (1)$ ***1) Nếu a > 0 thì tập nghiệm của (1) là*** $S = \left(-\infty ; -\dfrac{b}{a}\right).$ ***2) Nếu a < 0 thì tập nghiệm của (1) là*** $S = \left(-\dfrac{b}{a} ; +\infty\right).$ ***3) Nếu a = 0 thì (1) trở thành 0x < −b.*** ***Do đó*** ***(1) vô nghiệm ($S = \varnothing$) nếu $b \geq 0$;*** ***(1) nghiệm đúng với mọi x ($S = \mathbb{R}$) nếu $b < 0$.*** 4. Để giải một hệ bất phương trình một ẩn, ta thường giải từng bất phương trình của hệ rồi lấy giao của các tập nghiệm thu được.	*Ví dụ*. Giải các bất phương trình : a) $\dfrac{(3x-1)(3-x)}{4x-17} \leq 0$; b) $(x-1)(4-2x)(5x-3) \leq 0$; c) $\dfrac{x^2-10x+9}{x^2-5x+6} \geq 0.$ *Ví dụ*. Giải các hệ bất phương trình : a) $\begin{cases} 2x - 7 > 0 \\ 5x + 1 > 0 ; \end{cases}$ b) $\begin{cases} (2x+3)(x-1) > 0 \\ 7x - 5 < 0. \end{cases}$ *Ví dụ*. Giải các bất phương trình : a) $(3x-1)^2 - 9 < 0$; b) $\dfrac{2}{1-x} \geq \dfrac{3}{2x+1}$; c) $\lvert x-2 \rvert \leq x$. ***Ví dụ. Giải và biện luận bất phương trình*** $(m-1)x - 1 > x + 2m.$ ***Ví dụ. Xác định m để hệ bất phương trình*** $\begin{cases} \dfrac{x-1}{x-2} \leq 0 \\ 2x + 1 \leq m \end{cases}$ ***vô nghiệm.***

Chuẩn kiến thức – kĩ năng	**Hướng dẫn thực hiện**	
	Kiến thức cơ bản	**Dạng toán – Ví dụ – Lưu ý**
		Ví dụ. Giải phương trình $$\lvert \mathbf{x-5} \rvert + \lvert \mathbf{x-7} \rvert = \mathbf{8}.$$ ***Ví dụ. Giải bất phương trình*** $$\lvert \mathbf{x-2m+1} \rvert \le \mathbf{5}.$$
4. *Bất phương trình bậc nhất hai ẩn. Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.* *Về kiến thức :* Hiểu khái niệm bất phương trình, hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn, nghiệm và miền nghiệm của nó. *Về kĩ năng :* Biểu diễn được tập nghiệm của bất phương trình và hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn trên mặt phẳng toạ độ.	Bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y có dạng tổng quát là $ax+by<c$ hoặc $ax+by\le c$ hoặc $ax+by>c$ hoặc $ax+by\ge c$ (*), trong đó a, b, c là những số thực đã cho và a, b không đồng thời bằng 0 còn x và y là các ẩn số. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, tập hợp các điểm có toạ độ là nghiệm bất phương trình (*) được gọi là miền nghiệm của nó. Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y gồm một số bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y mà ta phải tìm miền nghiệm chung của chúng. 1. Biểu diễn hình học tập nghiệm của bất phương trình $ax+by\le c$ (1), trong đó a và b là hai số không đồng thời bằng 0 : • *Bước 1 :* Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, vẽ đường thẳng $\Delta : ax+by=c$. • *Bước 2 :* Lấy một điểm $M_0(x_0\,;\,y_0)\notin\Delta$ (ta thường lấy gốc toạ độ O). • *Bước 3 :* Tính ax_0+by_0 và so sánh ax_0+by_0 với c. • *Bước 4 :* Kết luận : Nếu $ax_0+by_0<c$ thì nửa mặt phẳng bờ là Δ chứa điểm M_0 là miền nghiệm của $ax+by\le c$.	– *Dạng 1 :* Xác định miền nghiệm của bất phương trình và hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn trên mặt phẳng toạ độ. (*Thừa nhận kết quả : Trong mặt phẳng toạ độ, mỗi đường thẳng $d : ax+by+c=0$ chia mặt phẳng thành hai nửa mặt phẳng. Một trong hai nửa mặt phẳng (không kể bờ d) gồm các điểm có toạ độ thoả mãn bất phương trình $ax+by+c>0$, nửa mặt phẳng kia (không kể bờ d) gồm các điểm có toạ độ thoả mãn bất phương trình $ax+by+c<0$).* – *Dạng 2 :* Áp dụng vào bài toán kinh tế. *Ví dụ.* Xác định miền nghiệm của bất phương trình $$2x-3y+1>0.$$ *Ví dụ.* Xác định miền nghiệm của hệ bất phương trình $$\begin{cases}4x-5y+20<0\\ x-y+5<0\\ x+3y-6<0.\end{cases}$$

<table>
<tr><th rowspan="2">Chuẩn kiến thức – kĩ năng</th><th colspan="2">Hướng dẫn thực hiện</th></tr>
<tr><th>Kiến thức cơ bản</th><th>Dạng toán – Ví dụ – Lưu ý</th></tr>
<tr><td></td><td>

Nếu $ax_0 + by_0 > c$ thì nửa mặt phẳng có bờ Δ không chứa điểm M_0 là miền nghiệm của

$$ax + by \leq c.$$

2. Bỏ bờ miền nghiệm của bất phương trình (1) ta được miền nghiệm của bất phương trình

$$ax + by < c.$$

Miền nghiệm của các bất phương trình $ax + by \geq c$ và $ax + by > c$ được xác định tương tự.

3. Biểu diễn hình học tập nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn $\begin{cases} ax + by \leq c \\ a'x + b'y \leq c'. \end{cases}$

Vẽ các đường thẳng $\Delta : ax + by = c$

và $\Delta' : a'x + b'y = c'$.

Biểu diễn miền nghiệm của mỗi bất phương trình và tìm giao của chúng.

4. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của các biểu thức dạng $F = ax + by$, trong đó x, y nghiệm đúng một hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn đã cho.

Vẽ miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho, đó thường là một miền đa giác. Tính giá trị của F ứng với $(x ; y)$ là toạ độ các đỉnh của miền đa giác này rồi so sánh các kết quả. Từ đó suy ra giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức.

</td><td>

Ví dụ. Có ba nhóm máy A, B, C dùng để sản xuất ra hai loại sản phẩm I và II. Để sản xuất một đơn vị sản phẩm mỗi loại phải lần lượt dùng các máy thuộc các nhóm khác nhau. Số máy trong một nhóm và số máy của từng nhóm cần thiết để sản xuất ra một đơn vị sản phẩm thuộc mỗi loại được cho trong bảng sau :

<table>
<tr><th rowspan="2">Nhóm</th><th rowspan="2">Số máy trong mỗi nhóm</th><th colspan="2">Số máy trong từng nhóm để sản xuất ra một đơn vị sản phẩm</th></tr>
<tr><th>Loại I</th><th>Loại II</th></tr>
<tr><td>A</td><td>10</td><td>2</td><td>2</td></tr>
<tr><td>B</td><td>4</td><td>0</td><td>2</td></tr>
<tr><td>C</td><td>12</td><td>2</td><td>4</td></tr>
</table>

Một đơn vị sản phẩm I lãi 3 nghìn đồng, một đơn vị sản phẩm II lãi 5 nghìn đồng. Hãy lập phương án để việc sản xuất hai loại sản phẩm trên có lãi cao nhất.

</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th rowspan="2">Chuẩn kiến thức – kĩ năng</th><th colspan="2">Hướng dẫn thực hiện</th></tr>
<tr><th>Kiến thức cơ bản</th><th>Dạng toán – Ví dụ – Lưu ý</th></tr>
<tr>
<td>

5. Dấu của tam thức bậc hai. Bất phương trình bậc hai. ***Một số hệ bất phương trình bậc hai một ẩn số đơn giản. Một số phương trình và bất phương trình quy về bậc hai.***

Về kiến thức :

– Hiểu định lí về dấu của tam thức bậc hai.

Về kĩ năng :

– Áp dụng được định lí về dấu tam thức bậc hai để giải bất phương trình bậc hai ; các bất phương trình quy về bậc hai : bất phương trình dạng tích, bất phương trình chứa ẩn ở mẫu thức.

– Giải được một số hệ bất phương trình bậc hai một ẩn số đơn giản.

– Biết áp dụng việc giải bất phương trình bậc hai để giải một số bài toán liên quan đến phương trình bậc hai như : điều kiện để phương trình có nghiệm, có hai nghiệm trái dấu.

– Giải được một số bất phương trình quy về bậc hai.

</td>
<td>

1. Dấu của tam thức bậc hai :

Cho $f(x) = ax^2 + bx + c$, $(a \neq 0)$, $\Delta = b^2 - 4ac$.

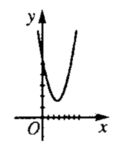
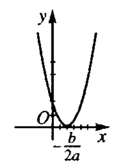
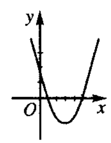
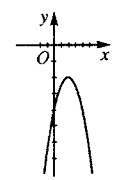
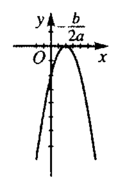
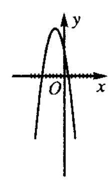
• Nếu $\Delta < 0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a, với mọi $x \in \mathbb{R}$.

• Nếu $\Delta = 0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a, với những giá trị $x \neq -\dfrac{b}{2a}$.

• Nếu $\Delta > 0$ thì $f(x) = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 (quy ước $x_1 < x_2$). Khi đó, $f(x)$ cùng dấu với hệ số a khi $x < x_1$ hoặc $x > x_2$, trái dấu với hệ số a khi $x_1 < x < x_2$.

2. Minh hoạ hình học dấu tam thức bậc hai

$$f(x) = ax^2 + bx + c, (a \neq 0)$$

<table>
<tr><th></th><th>$\Delta < 0$</th><th>$\Delta = 0$</th><th>$\Delta > 0$</th></tr>
<tr><td>$a > 0$</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>$a < 0$</td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

</td>
<td>

– *Dạng 1 :* Xét dấu tam thức bậc hai.

– *Dạng 2 :* Áp dụng định lí về dấu tam thức bậc hai để giải bất phương trình bậc hai ; Một số bất phương trình quy về bậc hai : bất phương trình dạng tích, bất phương trình chứa ẩn ở mẫu thức.

– Dạng 3 : Giải một số hệ bất phương trình bậc hai một ẩn số đơn giản.

– *Dạng 4 :* Áp dụng việc giải bất phương trình bậc hai để giải một số bài toán liên quan đến phương trình bậc hai như : điều kiện để phương trình có nghiệm, có hai nghiệm trái dấu.

– Dạng 5 : Giải một số bất phương trình quy về bậc hai bằng cách đặt ẩn phụ thích hợp.

Ví dụ. Xét dấu các tam thức bậc hai :

a) $-3x^2 + 2x - 7$;

b) $x^2 - 8x + 15$.

Ví dụ. Giải các bất phương trình :

a) $-x^2 + 6x - 9 > 0$;

b) $-12x^2 + 3x + 1 < 0$.

Ví dụ. Giải các bất phương trình :

a) $\boldsymbol{(2x - 8)(x^2 - 4x + 3) > 0}$ **;**

</td>
</tr>
</table>

Chuẩn kiến thức – kĩ năng	Hướng dẫn thực hiện	
	Kiến thức cơ bản	**Dạng toán – Ví dụ – Lưu ý**
	3. Một số điều kiện tương đương : Nếu ax^2+bx+c là một tam thức bậc hai $(a\neq 0)$ thì 1) $ax^2+bx+c=0$ có nghiệm khi và chỉ khi $\Delta = b^2-4ac \ge 0$; 2) $ax^2+bx+c=0$ có hai nghiệm trái dấu khi và chỉ khi $\frac{c}{a}<0$; 3) $ax^2+bx+c=0$ có các nghiệm dương khi và chỉ khi $\begin{cases}\Delta \ge 0\\ \frac{c}{a}>0\\ -\frac{b}{a}>0.\end{cases}$ 4) $ax^2+bx+c=0$ có các nghiệm âm khi và chỉ khi $\begin{cases}\Delta \ge 0\\ \frac{c}{a}>0\\ -\frac{b}{a}<0.\end{cases}$	*b)* $\frac{1}{x+1}<\frac{1}{x+2}$; *c)* $\frac{5x^2-7x-3}{3x^2-2x-5}>1$. ***Ví dụ. Giải hệ bất phương trình :*** *a)* $\begin{cases}x^2-12x+32>0\\ x^2-13x+22<0;\end{cases}$ *b)* $\begin{cases}5x^2-7x+1<0\\ x^2-9x+30<0;\end{cases}$ *c)* $\begin{cases}x^2-2x+1>0\\ -x^2+2x+3>0.\end{cases}$ ***Ví dụ. Cho phương trình*** $(m-5)x^2-4mx+m-2=0.$ ***Với những giá trị nào của tham số m thì :*** ***a) Phương trình đã cho có nghiệm ;*** ***b) Phương trình đã cho có hai nghiệm trái dấu.*** ***Ví dụ. Giải các bất phương trình :*** *a)* $x^2-3x+2\|x-1\|>0$; *b)* $\sqrt{x^2-3x+2}\ge x$; *c)* $x^4-3x^2+2>0$.

Chuẩn kiến thức – kĩ năng	Hướng dẫn thực hiện	
	Kiến thức cơ bản	**Dạng toán – Ví dụ – Lưu ý**
	5) $\forall x,\ ax^2+bx+c>0 \Leftrightarrow \begin{cases} a>0 \\ \Delta<0. \end{cases}$ 6) $\forall x,\ ax^2+bx+c\geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a>0 \\ \Delta\leq 0. \end{cases}$ 7) $\forall x,\ ax^2+bx+c<0 \Leftrightarrow \begin{cases} a<0 \\ \Delta<0. \end{cases}$ 8) $\forall x,\ ax^2+bx+c\leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a>0 \\ \Delta\leq 0. \end{cases}$	*Ví dụ*. Với giá trị nào của m thì hàm số sau luôn xác định ? $y=\sqrt{x^2-2mx+m}.$
V – THỐNG KÊ		
1. Bảng phân bố tần số – tần suất. Bảng phân bố tần số – tần suất ghép lớp. *Về kiến thức :* – Hiểu các khái niệm : Tần số, tần suất của mỗi giá trị trong dãy số liệu thống kê, bảng phân bố tần số – tần suất, bảng phân bố tần số – tần suất ghép lớp. *Về kĩ năng :* – Xác định được tần số, tần suất của mỗi giá trị trong dãy số liệu thống kê. – Lập được bảng phân bố tần số – tần suất ghép lớp khi đã cho các lớp cần phân ra.	1. Giả sử dãy n số liệu thống kê đã cho có k giá trị khác nhau ($k\leq n$). Gọi x_i là một giá trị bất kì trong k giá trị đó, ta có : Số lần xuất hiện giá trị x_i trong dãy số liệu đã cho gọi là *tần số* của giá trị đó, kí hiệu là n_i. Số $f_i=\dfrac{n_i}{n}$ được gọi là *tần suất* của giá trị x_i. 2. Giả sử dãy n số liệu thống kê đã cho được phân vào k lớp ($k<n$). Xét lớp thứ i ($i=1, 2, ..., k$) trong k lớp đó, ta có :	– *Dạng 1* : Xác định tần số, tần suất của mỗi giá trị trong dãy số liệu thống kê. (*Việc giới thiệu nội dung được thực hiện đồng thời với việc khảo sát các bài toán thực tiễn*). – *Dạng 2* : Xác định tần số, tần suất của mỗi lớp trong dãy số liệu thống kê phân lớp. (*Không yêu cầu : biết cách phân lớp ; biết đầy đủ các trường hợp phải lập bảng phân bố tần số – tần suất ghép lớp. Chú ý đến giá trị đại diện của mỗi lớp*). – *Dạng 3* : Lập bảng phân bố tần số – tần suất ghép lớp khi đã cho các lớp cần phân ra.

<table>
<tr><th rowspan="2">Chuẩn kiến thức – kĩ năng</th><th colspan="2">Hướng dẫn thực hiện</th></tr>
<tr><th>Kiến thức cơ bản</th><th>Dạng toán – Ví dụ – Lưu ý</th></tr>
<tr>
<td></td>
<td>

• Số n_i các số liệu thống kê thuộc lớp thứ i được gọi là *tần số của lớp* đó.

• Số $f_i = \dfrac{n_i}{n}$ được gọi *là tần suất của lớp* thứ i.

</td>
<td>

Ví dụ. Chiều cao của một nhóm 30 học sinh lớp 10 được liệt kê ở bảng sau (đơn vị : m) :

<table>
<tr><td>1,45</td><td>1,58</td><td>1,61</td><td>1,52</td><td>1,52</td><td>1,67</td></tr>
<tr><td>1,50</td><td>1,60</td><td>1,65</td><td>1,55</td><td>1,55</td><td>1,64</td></tr>
<tr><td>1,47</td><td>1,70</td><td>1,73</td><td>1,59</td><td>1,62</td><td>1,56</td></tr>
<tr><td>1,48</td><td>1,48</td><td>1,58</td><td>1,55</td><td>1,49</td><td>1,52</td></tr>
<tr><td>1,52</td><td>1,50</td><td>1,60</td><td>1,50</td><td>1,63</td><td>1,71</td></tr>
</table>

Hãy lập bảng phân bố tần số – tần suất theo mẫu :

<table>
<tr><th>Chiều cao x_i (m)</th><th>Tần số</th><th>Tần suất</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Cộng</td><td></td><td></td></tr>
</table>

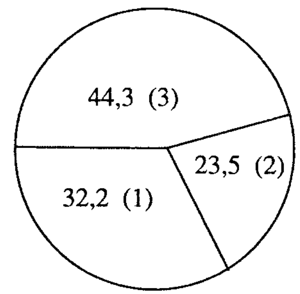
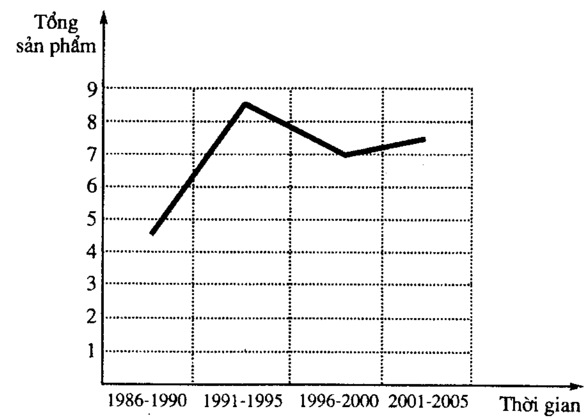
b) Hãy lập bảng phân bố tần suất ghép lớp với các lớp là : [1,45 ; 1,55) ; [1,55 ; 1,65) ; [1,65 ; 1,75].

Ví dụ. Hãy lập bảng phân bố tần số – tần suất của dãy số liệu thống kê sau :

24 ; 25 ; 26 ; 27 ; 27 ; 26 ; 25 ; 24 ; 25 ; 25 ; 27 ; 26 ; 26 ; 25 ; 25 ; 25 ; 24 ; 27 ; 26 ; 26 ; 26.

</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr><th rowspan="2">Chuẩn kiến thức – kĩ năng</th><th colspan="2">Hướng dẫn thực hiện</th></tr>
<tr><th>Kiến thức cơ bản</th><th>Dạng toán – Ví dụ – Lưu ý</th></tr>
<tr>
<td>2. Biểu đồ (Biểu đồ tần số, tần suất hình cột ; Đường gấp khúc tần số, tần suất ; Biểu đồ hình quạt).
Về kiến thức :
Hiểu các biểu đồ tần số, tần suất hình cột, biểu đồ hình quạt và đường gấp khúc tần suất.
Về kĩ năng :
– Vẽ được biểu đồ tần suất hình cột.
– Vẽ được đường gấp khúc tần số, tần suất.
– Đọc được các biểu đồ hình cột, hình quạt.</td>
<td>1. Cách vẽ biểu đồ tần số, tần suất hình cột :
a) Cách vẽ biểu đồ tần suất hình cột
Để mô tả bảng phân bố tần suất ghép lớp và trình bày các số liệu thống kê, có thể vẽ biểu đồ tần suất hình cột như sau :
Chọn hệ trục toạ độ vuông góc Oxf với đơn vị trên trục hoành Ox là đơn vị của dấu hiệu X được nghiên cứu, đơn vị trên trục tung Of là 1%. Để đồ thị cân đối, đôi khi phải cắt bỏ một đoạn nào đó của trục hoành (hoặc của trục tung) ;
Trên trục hoành, đặt các khoảng có các mút biểu diễn cho các mút của các lớp ở bảng phân bố tần suất (độ dài của các khoảng bằng bề rộng của các lớp). Ta gọi các khoảng và các lớp này là tương ứng với nhau. Lấy các khoảng đó làm cạnh đáy, vẽ các hình chữ nhật có độ dài của các đường cao bằng tần suất của các lớp tương ứng và nằm về phía chiều dương của trục tung.
Các hình chữ nhật vừa vẽ được tạo thành một biểu đồ tần suất hình cột.
b) Cách vẽ biểu đồ tần số hình cột tương tự vẽ biểu đồ tần suất hình cột, trong đó thay trục tần suất bởi trục tần số.
2. Đường gấp khúc tần suất, tần số :
Cũng có thể mô tả bảng phân bố tần suất ghép lớp bằng cách vẽ đường gấp khúc tần suất.</td>
<td>– Dạng 1 : Vẽ biểu đồ tần suất hình cột.
– Dạng 2 : Vẽ đường gấp khúc tần số, tần suất.
– Dạng 3 : Đọc các biểu đồ hình cột, hình quạt.
Ví dụ. Vẽ biểu đồ hình cột, đường gấp khúc tần suất tương ứng với kết quả phần b) trong ví dụ ở phần trên.
Ví dụ. Cho bảng phân bố thực nghiệm tần suất ghép lớp sau : Nhiệt độ trung bình của tháng 12 tại thành phố Vinh từ 1961 đến 1990.
<table>
<tr><th>Các lớp của nhiệt độ X (^oC)</th><th>x_i^o</th><th>Tần suất f_i (%)</th></tr>
<tr><td>[15 ; 17)</td><td>16</td><td>16,7</td></tr>
<tr><td>[17 ; 19)</td><td>18</td><td>43,3</td></tr>
<tr><td>[19 ; 21)</td><td>20</td><td>36,7</td></tr>
<tr><td>[21 ; 23)</td><td>22</td><td>3,3</td></tr>
<tr><td>Cộng</td><td></td><td>100%</td></tr>
</table>
Hãy mô tả bảng trên bằng cách vẽ :
a) Biểu đồ tần suất hình cột ;
b) Đường gấp khúc tần suất.
Ví dụ. Cho biểu đồ hình quạt về cơ cấu giá trị sản xuất công nghiệp theo thành phần kinh tế (%) năm 2000 của nước ta như sau :</td>
</tr>
</table>

Chuẩn kiến thức – kĩ năng	Hướng dẫn thực hiện	
	Kiến thức cơ bản	**Dạng toán – Ví dụ – Lưu ý**
	a) Giá trị đại diện Trong bảng phân bố ghép lớp, ta gọi trung bình cộng của hai mút lớp thứ i là *giá trị đại diện* của lớp đó, kí hiệu là c_i. b) Cách vẽ đường gấp khúc tần suất Trên mặt phẳng toạ độ Oxf (hệ toạ độ Oxf đã nói ở trên), xác định các điểm $(c_i\ ;\ f_i)$; $i = 1, 2, 3, \ldots, k$, trong đó, c_i và f_i lần lượt là giá trị đại diện, tần suất của các lớp của bảng phân bố (gồm k lớp). Vẽ các đoạn thẳng nối điểm $(c_i\ ;\ f_i)$ với điểm $(c_{i+1}\ ;\ f_{i+1})$, $i = 1,2,3,\ldots, k-1$, ta thu được một đường gấp khúc, gọi là đường gấp khúc tần suất. c) Cách vẽ đường gấp khúc tần số tương tự vẽ đường gấp khúc tần suất, trong đó thay trục tần suất bởi trục tần số. 3. Đọc biểu đồ tần suất, tần số hình cột ; Đường gấp khúc tần suất, tần số ; Biểu đồ hình quạt.	 Ghi chú : (1) Khu vực doanh nghiệp nhà nước (2) Khu vực ngoài quốc doanh (3) Khu vực đầu tư nước ngoài. Tốc độ tăng tổng sản phẩm trong nước của nước ta qua 20 năm (1986 – 2005) đã được thể hiện qua đường gấp khúc sau đây  *Theo báo Lao động, số 09/2006(7159) ngày 20 – 4 – 2006.*

<table>
<tr><th rowspan="2">Chuẩn kiến thức – kĩ năng</th><th colspan="2">Hướng dẫn thực hiện</th></tr>
<tr><th>Kiến thức cơ bản</th><th>Dạng toán – Ví dụ – Lưu ý</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td>Dựa vào biểu đồ, hãy lập bảng theo mẫu sau :
<table><tr><th>Các thành phần kinh tế</th><th>Tỉ trọng (%)</th></tr><tr><td>Khu vực doanh nghiệp nhà nước</td><td></td></tr><tr><td>Khu vực ngoài quốc doanh</td><td></td></tr><tr><td>Khu vực đầu tư nước ngoài</td><td></td></tr><tr><td>Cộng</td><td></td></tr></table></td></tr>
<tr><td>3. Số trung bình, số trung vị và mốt
Về kiến thức :
Biết được một số đặc trưng của dãy số liệu (số trung bình, số trung vị, mốt) và ý nghĩa của chúng.
Về kĩ năng :
Tìm được số trung bình, số trung vị, mốt của dãy số liệu thống kê (trong những tình huống đã học).</td><td>1. Số trung bình cộng (hay số trung bình)
• Công thức tính :
a) Trường hợp bảng phân bố tần số và tần suất
$$\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_i x_i = \sum_{i=1}^{k} f_i x_i = f_1x_1 + f_2x_2 + ... + f_kx_k,$$
trong đó n_i, f_i lần lượt là tần số, tần suất của giá trị x_i ;
n là số các số liệu thống kê ($n_1 + n_2 + ... + n_k = n$).
b) Trường hợp bảng phân bố tần số và tần suất ghép lớp
$$\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_i c_i = \sum_{i=1}^{k} f_i c_i ,$$
trong đó c_i, n_i, f_i lần lượt là giá trị đại diện, tần số, tần suất của lớp thứ i ; n là số các số liệu thống kê ($n_1 + n_2 + ... + n_k = n$).</td><td>– Dạng bài tập : Tìm số trung bình, số trung vị, mốt của dãy số liệu thống kê (trong những tình huống đã học).
Ví dụ. Điểm thi học kì II môn Toán của một tổ học sinh lớp 10A (quy ước rằng điểm kiểm tra học kì có thể làm tròn đến 0,5 điểm) được liệt kê như sau :
2 ; 5 ; 7,5 ; 8 ; 5 ; 7 ; 6,5 ; 9 ; 4,5 ; 10.
a) Tính điểm trung bình của 10 học sinh đó (chỉ lấy đến một chữ số thập phân sau khi đã làm tròn).
b) Tính số trung vị của dãy số liệu trên.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th rowspan="2">Chuẩn kiến thức – kĩ năng</th><th colspan="2">Hướng dẫn thực hiện</th></tr>
<tr><th>Kiến thức cơ bản</th><th>Dạng toán – Ví dụ – Lưu ý</th></tr>
<tr><td></td><td>2. Số trung vị :

Số trung vị M_e của một dãy gồm n số liệu thống kê được sắp thứ tự không giảm (hoặc không tăng) là số đứng giữa dãy, nếu n lẻ ;
Là trung bình cộng của hai số đứng giữa dãy (trung bình cộng của số hạng thứ $\frac{n}{2}$ và số hạng thứ $\frac{n}{2}$ + 1), nếu n chẵn.
3. Mốt :

Mốt M_0 là giá trị có tần số lớn nhất trong bảng phân bố tần số.
Nếu trong bảng phân bố tần số có hai giá trị có tần số bằng nhau và lớn hơn tần số của các giá trị khác thì hai giá trị đó là hai mốt.</td><td></td></tr>
<tr><td>4. Phương sai và độ lệch chuẩn của dãy số liệu thống kê.
Về kiến thức :
Biết khái niệm phương sai, độ lệch chuẩn của dãy số liệu thống kê và ý nghĩa thống kê của chúng.
Về kĩ năng :
Tìm được phương sai, độ lệch chuẩn của dãy số liệu thống kê.</td><td>1. Công thức tính :
Có thể tính phương sai theo một trong ba cách sau :
Cách 1 : Tính theo tần số
$s_x^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_i(x_i - \overline{x})^2$ đối với bảng phân bố tần số,
$s_x^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_i(c_i - \overline{x})^2$ đối với bảng phân bố tần số ghép lớp.</td><td>– Dạng bài tập : Tính phương sai, độ lệch chuẩn của dãy số liệu thống kê.
Ví dụ. Chiều cao của một nhóm 30 học sinh lớp 10 được liệt kê ở bảng sau (đơn vị : m) :
<table>
<tr><td>1,45</td><td>1,58</td><td>1,61</td><td>1,52</td><td>1,52</td><td>1,67</td></tr>
<tr><td>1,50</td><td>1,60</td><td>1,65</td><td>1,55</td><td>1,55</td><td>1,64</td></tr>
<tr><td>1,47</td><td>1,70</td><td>1,73</td><td>1,59</td><td>1,62</td><td>1,56</td></tr>
<tr><td>1,48</td><td>1,48</td><td>1,58</td><td>1,55</td><td>1,49</td><td>1,52</td></tr>
<tr><td>1,52</td><td>1,50</td><td>1,60</td><td>1,50</td><td>1,63</td><td>1,71</td></tr>
</table></td></tr>
</table>

<table>
<tr><th rowspan="2">Chuẩn kiến thức – kĩ năng</th><th colspan="2">Hướng dẫn thực hiện</th></tr>
<tr><th>Kiến thức cơ bản</th><th>Dạng toán – Ví dụ – Lưu ý</th></tr>
<tr><td></td><td>Cách 2 : Tính theo tần suất
$s_x^2 = \sum_{i=1}^{k} f_i(x_i - \overline{x})^2$ đối với bảng phân bố tần suất,
$s_x^2 = \sum_{i=1}^{k} f_i(c_i - \overline{x})^2$ đối với bảng phân bố tần suất ghép lớp,
trong đó n_i, f_i lần lượt là tần số, tần suất của giá trị x_i trong bảng phân bố tần số, tần suất (hay là tần số, tần suất của lớp thứ i trong bảng phân bố tần số, tần suất ghép lớp) ; n là số các số liệu thống kê ($n_1 + n_2 + ... + n_k = n$) ; $\overline{x}$ là số trung bình cộng của các số liệu thống kê ; c_i là giá trị đại diện của lớp thứ i.
Cách 3 : Sử dụng công thức $s_x^2 = \overline{x^2} - (\overline{x})^2$.
2. Ý nghĩa và cách sử dụng phương sai
Phương sai được sử dụng để đánh giá mức độ phân tán của các số liệu thống kê (so với số trung bình).
Khi hai dãy số liệu thống kê có cùng đơn vị đo và có số trung bình bằng nhau hoặc xấp xỉ nhau, dãy có phương sai càng nhỏ thì mức độ phân tán (so với số trung bình) của các số liệu thống kê càng ít.</td><td>a) Hãy lập bảng phân bố tần số ghép lớp với các lớp là : [1,45 ; 1,55) ; [1,55 ; 1,65) ; [1,65 ; 1,75].
b) Tính số trung bình cộng của bảng phân bố tần số ghép lớp nêu trên.
c) Tính phương sai của bảng phân bố tần số ghép lớp nêu trên.</td></tr>
</table>

Chuẩn kiến thức – kĩ năng	Hướng dẫn thực hiện	
	Kiến thức cơ bản	**Dạng toán – Ví dụ – Lưu ý**
	3. Độ lệch chuẩn Độ lệch chuẩn s_x là căn bậc hai của phương sai s_x^2 $$s_x = \sqrt{s_x^2}.$$ Độ lệch chuẩn cũng được sử dụng để đánh giá mức độ phân tán của các số liệu thống kê (so với số trung bình). Cách sử dụng độ lệch chuẩn hoàn toàn giống như cách sử dụng phương sai. Khi cần chú ý đến đơn vị đo, ta dùng độ lệch chuẩn s_x (vì s_x có cùng đơn vị đo với dấu hiệu X được nghiên cứu).	
VI – GÓC LƯỢNG GIÁC VÀ CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC		
1. Góc và cung lượng giác (Độ và rađian ; Số đo của góc và cung lượng giác ; Đường tròn lượng giác). *Về kiến thức :* – Biết hai đơn vị đo góc là độ và rađian. – Hiểu khái niệm đường tròn lượng giác ; góc và cung lượng giác ; số đo của góc và cung lượng giác. ***– Hiểu được hệ thức Sa-lơ cho các cung và góc lượng giác.***	1. Quan hệ giữa độ và rađian $$1^{o} = \frac{\pi}{180}\text{rad}, \quad 1\text{ rad} = \left(\frac{180}{\pi}\right)^{o}.$$ Với $\pi \approx 3,14$ thì $1^{o} \approx 0,01745$ rad và ngược lại, 1 rad $\approx 57^{o}17'45''$. 2. Độ dài l của cung tròn có số đo α rad, bán kính R là $l = R\alpha$. 3. Số đo của các cung lượng giác có điểm đầu A, điểm cuối B là : sđ $\overset{\frown}{AB} = \alpha + k2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$, trong đó	– *Dạng 1* : Đổi đơn vị góc từ độ sang rađian và ngược lại. – *Dạng 2* : Tính độ dài cung tròn khi biết số đo của cung. – *Dạng 3* : Biểu diễn cung lượng giác và góc lượng giác trên đường tròn định hướng. *Ví dụ.* Đổi số đo của các góc sau đây sang rađian : 105^{o} ; 108^{o} ; $57^{o}30'$.

<table>
<tr><th rowspan="2">Chuẩn kiến thức – kĩ năng</th><th colspan="2">Hướng dẫn thực hiện</th></tr>
<tr><th>Kiến thức cơ bản</th><th>Dạng toán – Ví dụ – Lưu ý</th></tr>
<tr><td>Về kĩ năng :
– Biết đổi đơn vị góc từ độ sang rađian và ngược lại.
– Tính được độ dài cung tròn khi biết số đo của cung.
– Biết cách xác định điểm cuối của một cung lượng giác và tia cuối của một góc lượng giác hay một họ góc lượng giác trên đường tròn lượng giác.</td><td>α là số đo của một cung lượng giác tuỳ ý có điểm đầu A, điểm cuối B. Mỗi giá trị k ứng với một cung.
Nếu viết số đo bằng độ thì ta có
$$\text{sđ}\overset{\frown}{AB} = a^{\circ} + k360^{\circ},\ k \in \mathbb{Z}.$$
4. Để biểu diễn cung lượng giác có số đo α trên đường tròn lượng giác, ta chọn điểm $A(1\ ;\ 0)$ làm điểm đầu của cung vì vậy chỉ cần xác định điểm cuối M trên đường tròn lượng giác sao cho cung $\overset{\frown}{AM}$ có sđ$\overset{\frown}{AM} = \alpha$.
5. Mỗi cung lượng giác CD ứng với một góc lượng giác (OC, OD) và ngược lại. Số đo của cung lượng giác và góc lượng giác tương ứng là trùng nhau.</td><td>Ví dụ. Đổi số đo các cung sau đây ra độ, phút, giây :
$$\frac{\pi}{15};\ \frac{3}{4};\ \frac{\pi}{7}.$$
Ví dụ. Một đường tròn có bán kính 10 cm. Tìm độ dài của các cung trên đường tròn có số đo :
a) $\frac{\pi}{18}$; b) 45°.
Ví dụ. Trên đường tròn lượng giác, hãy biểu diễn các cung có số đo :
$$30^{\circ};\ -120^{\circ};\ 630^{\circ};\ \frac{7\pi}{6};\ \frac{-4\pi}{3}.$$
Ví dụ. Trên mặt phẳng toạ độ cho đường tròn lượng giác tâm O, điểm gốc A và các đường thẳng y = x, y = – x. Gọi M, N, P, Q là giao của đường tròn lượng giác với các đường thẳng đó. Tìm số đo của các cung lượng giác có điểm đầu là A và điểm cuối là M, N, P, Q.</td></tr>
<tr><td>2. Giá trị lượng giác của một góc (cung) (Ý nghĩa hình học ; Bảng các giá trị lượng giác của các góc thường gặp ; Quan hệ giữa các giá trị lượng giác).
Về kiến thức :
– Hiểu khái niệm giá trị lượng giác của một góc (cung) ; bảng giá trị lượng giác của một số góc thường gặp.</td><td>1.Trên đường tròn lượng giác gốc A, cho cung $\overset{\frown}{AM}$ có sđ$\overset{\frown}{AM} = \alpha$. Thế thì tung độ của điểm M là $\sin\alpha$, hoành độ của điểm M là $\cos\alpha$,
$$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\ (\text{nếu } \cos\alpha \neq 0),$$
$$\cot\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}\ (\text{nếu } \sin\alpha \neq 0).$$</td><td>– Dạng 1 : Xác định giá trị lượng giác của một góc khi biết số đo của góc đó.
– Dạng 2 : Xác định dấu các giá trị lượng giác của cung AM khi điểm cuối M nằm ở các góc phần tư khác nhau.
– Dạng 3 : Vận dụng các hằng đẳng thức lượng giác cơ bản giữa các giá trị lượng giác của một góc để tính toán, chứng minh các hệ thức đơn giản.</td></tr>
</table>

Chuẩn kiến thức – kĩ năng	Hướng dẫn thực hiện	
	Kiến thức cơ bản	**Dạng toán – Ví dụ – Lưu ý**
– Hiểu được hệ thức cơ bản giữa các giá trị lượng giác của một góc. – Biết quan hệ giữa các giá trị lượng giác của các góc có liên quan đặc biệt : bù nhau, phụ nhau, đối nhau, hơn kém nhau góc π. – Biết ý nghĩa hình học của tang và côtang. *Về kĩ năng :* – Xác định được giá trị lượng giác của một góc khi biết số đo của góc đó. – Xác định được dấu các giá trị lượng giác của cung $\overset{\frown}{AM}$ khi điểm cuối M nằm ở các góc phần tư khác nhau. – Vận dụng được các hằng đẳng thức lượng giác cơ bản giữa các giá trị lượng giác của một góc để tính toán, chứng minh các hệ thức đơn giản. – Vận dụng được công thức giữa các giá trị lượng giác của các góc có liên quan đặc biệt : bù nhau, phụ nhau, đối nhau, hơn kém nhau góc π vào việc tính giá trị lượng giác của góc bất kì hoặc chứng minh các đẳng thức.	*Sử dụng các kí hiệu $\sin\alpha$, $\cos\alpha$, $\tan\alpha$, $\cot\alpha$, cũng dùng các kí hiệu $\mathrm{tg}\alpha$, $\mathrm{cotg}\alpha$.* 2. $-1 \le \sin\alpha \le 1$; $-1 \le \cos\alpha \le 1$, với mọi α. 3. $\tan\alpha$ không xác định khi và chỉ khi $\alpha = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. 4. $\cot\alpha$ không xác định khi và chỉ khi $\alpha = k\pi, k \in \mathbb{Z}$. 5. $\cos\alpha \ge 0$ khi và chỉ khi điểm cuối M thuộc góc phần tư thứ I và thứ IV của mặt phẳng toạ độ. 6. $\sin\alpha \ge 0$ khi và chỉ khi điểm cuối M thuộc góc phần tư thứ I và thứ II của mặt phẳng toạ độ. 7. Từ dấu của $\sin\alpha$ và $\cos\alpha$ suy ra dấu của $\tan\alpha$ và $\cot\alpha$ theo quy tắc nhân. 8. Các hằng đẳng thức lượng giác cơ bản : $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$; $1 + \tan^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$; $1 + \cot^2\alpha = \frac{1}{\sin^2\alpha}$; $\tan\alpha . \cot\alpha = 1$.	– *Dạng 4 :* Vận dụng công thức giữa các giá trị lượng giác của các góc có liên quan đặc biệt : bù nhau, phụ nhau, đối nhau, hơn kém nhau góc π vào việc tính giá trị lượng giác của góc bất kì hoặc chứng minh các đẳng thức. ***– Dạng 5 : Chứng minh một biểu thức không phụ thuộc vào biến của hàm số lượng giác.*** *Ví dụ.* Dùng định nghĩa, xác định giá trị lượng giác của góc : 180^o ; $\frac{7\pi}{6}$; $\frac{-4\pi}{3}$. *Ví dụ* a) Cho $\sin a = \frac{-3}{5}$, $\pi < a < \frac{3\pi}{2}$. Tính $\cos a$, $\tan a$, $\cot a$. b) Cho $\tan a = -\frac{1}{2}$; $\frac{\pi}{2} < a < \pi$. Tính $\sin a$, $\cos a$. *Ví dụ.* Chứng minh rằng (với x là giá trị để các biểu thức có nghĩa) : a) $(\cot x + \tan x)^2 - (\cot x - \tan x)^2 = 4$; b) $\cos^4 x - \sin^4 x = 1 - 2\sin^2 x$. *Ví dụ.* Tìm giá trị của $\tan 420^o$; $\sin 870^o$; $\cos(-240^o)$.

<table>
<tr><th rowspan="2">Chuẩn kiến thức – kĩ năng</th><th colspan="2">Hướng dẫn thực hiện</th></tr>
<tr><th>Kiến thức cơ bản</th><th>Dạng toán – Ví dụ – Lưu ý</th></tr>
<tr><td></td><td>9. Giá trị lượng giác của các cung đối nhau :
$\cos(-\alpha) = \cos\alpha$;
$\sin(-\alpha) = -\sin\alpha$;
$\tan(-\alpha) = -\tan\alpha$;
$\cot(-\alpha) = -\cot(\alpha)$.
10. Giá trị lượng giác của các cung bù nhau :
$\sin(\pi - \alpha) = \sin\alpha$;
$\cos(\pi - \alpha) = -\cos\alpha$;
$\tan(\pi - \alpha) = -\tan\alpha$;
$\cot(\pi - \alpha) = -\cot\alpha$;
11. Giá trị lượng giác của các cung hơn kém π :
$\sin(\alpha + \pi) = -\sin\alpha$;
$\cos(\alpha + \pi) = -\cos\alpha$;
$\tan(\alpha + \pi) = \tan\alpha$;
$\cot(\alpha + \pi) = \cot\alpha$;
12. Giá trị lượng giác của các cung phụ nhau :
$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos\alpha$;
$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin\alpha$;
$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cot\alpha$;
$\cot\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \tan\alpha$.</td><td>Ví dụ. Chứng minh rằng trong tam giác ABC ta có :
a) $\sin(A + B) = \sin C$;
b) $\tan\frac{A + C}{2} = \cot\frac{B}{2}$.
Ví dụ. Chứng minh rằng các biểu thức sau không phụ thuộc vào x
$\boldsymbol{A = 2(\sin^6 x + \cos^6 x) - 3(\sin^4 x + \cos^4 x)}$;
$\boldsymbol{B = \sin^2 x + \cos^2 x\sin^2 x + \cos^4 x}$.
Ví dụ. Chứng minh rằng với cung x bất kì, ta có :
a) $\boldsymbol{\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos x}$;
b) $\boldsymbol{\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin x}$.</td></tr>
</table>

Chuẩn kiến thức – kĩ năng	Hướng dẫn thực hiện	
	Kiến thức cơ bản	**Dạng toán – Ví dụ – Lưu ý**
3. Công thức lượng giác. – Công thức cộng. – Công thức nhân đôi. – Công thức biến đổi tích thành tổng. – Công thức biến đổi tổng thành tích. *Về kiến thức :* – Hiểu công thức tính sin, côsin, tang, côtang của tổng, hiệu hai góc. – Từ các công thức cộng suy ra công thức góc nhân đôi. – Hiểu công thức biến đổi tích thành tổng và công thức biến đổi tổng thành tích. *Về kĩ năng :* – Vận dụng được công thức tính sin, côsin, tang, côtang của tổng, hiệu hai góc, công thức góc nhân đôi để giải các bài toán như tính giá trị lượng giác của một góc, rút gọn những biểu thức lượng giác đơn giản và chứng minh một số đẳng thức. – Vận dụng được công thức biến đổi tích thành tổng, công thức biến đổi tổng thành tích vào một số bài toán ***biến đổi***, rút gọn biểu thức.	1. Công thức cộng : • $\cos(a-b) = \cos a\cos b + \sin a\sin b$; • $\cos(a+b) = \cos a\cos b - \sin a\sin b$; • $\sin(a-b) = \sin a\cos b - \cos a\sin b$; • $\sin(a+b) = \sin a\cos b + \cos a\sin b$; • $\tan(a-b) = \dfrac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a\tan b}$; • $\tan(a+b) = \dfrac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a\tan b}$. 2. Công thức nhân đôi : • $\sin 2a = 2\sin a\cos a$; • $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a = 2\cos^2 a - 1$ $= 1 - 2\sin^2 a$; • $\tan 2a = \dfrac{2\tan a}{1 - \tan^2 a}$. 3. Công thức hạ bậc : • $\cos^2 a = \dfrac{1 + \cos 2a}{2}$; • $\sin^2 a = \dfrac{1 - \cos 2a}{2}$; • $\tan^2 a = \dfrac{1 - \cos 2a}{1 + \cos 2a}$.	– *Dạng 1 :* Tính giá trị lượng giác của một góc. – *Dạng 2 :* ***+ Chứng minh công thức tính sin, côsin, tang, côtang của tổng, hiệu hai góc ; công thức biến đổi tích thành tổng và công thức biến đổi tổng thành tích.*** + Vận dụng được công thức tính sin, côsin, tang, côtang của tổng, hiệu hai góc, công thức góc nhân đôi để giải các bài toán như tính giá trị lượng giác của một góc, rút gọn những biểu thức lượng giác đơn giản và chứng minh một số đẳng thức. – *Dạng 3 :* Vận dụng được công thức biến đổi tích thành tổng, công thức biến đổi tổng thành tích vào một số bài toán ***biến đổi***, rút gọn biểu thức. *Ví dụ.* Tính $\cos 105^o$; $\tan 15^o$. *Ví dụ.* Tính $\sin 2a$ nếu $\sin a - \cos a = \dfrac{1}{5}$. *Ví dụ.* Chứng minh rằng : a) $\sin^4 x + \cos^4 x = 1 - \dfrac{1}{2}\sin^2 2x$; b) $\cos^4 x - \sin^4 x = \cos 2x$.

<table>
<tr><th rowspan="2">Chuẩn kiến thức – kĩ năng</th><th colspan="2">Hướng dẫn thực hiện</th></tr>
<tr><th>Kiến thức cơ bản</th><th>Dạng toán – Ví dụ – Lưu ý</th></tr>
<tr><td></td><td>4. Công thức biến đổi tích thành tổng :
• $\cos a\cos b = \frac{1}{2}[\cos(a-b)+\cos(a+b)]$;
• $\sin a\sin b = \frac{1}{2}[\cos(a-b)-\cos(a+b)]$;
• $\sin a\cos b = \frac{1}{2}[\sin(a-b)+\sin(a+b)]$.
5. Công thức biến đổi tổng thành tích :
• $\cos u+\cos v = 2\cos\frac{u+v}{2}\cos\frac{u-v}{2}$;
• $\cos u-\cos v = -2\sin\frac{u+v}{2}\sin\frac{u-v}{2}$;
• $\sin u+\sin v = 2\sin\frac{u+v}{2}\cos\frac{u-v}{2}$;
• $\sin u-\sin v = 2\cos\frac{u+v}{2}\sin\frac{u-v}{2}$;</td><td>Ví dụ. Biến đổi biểu thức
$\sin a+\sin b+\sin(a+b)$ thành tích.
Ví dụ. Chứng minh $\sin 10^o.\sin 50^o.\sin 70^o = \frac{1}{8}$.
Ví dụ. Với A, B, C là các góc của tam giác, chứng minh :
$\sin A+\sin B+\sin C = 4\cos\frac{A}{2}\cos\frac{B}{2}\cos\frac{C}{2}$.
Ví dụ. Biến đổi tích sau thành tổng
$\sin x\sin 2x\sin 3x$.</td></tr>
<tr><td colspan="3">VII – VECTƠ</td></tr>
<tr><td>1. Các định nghĩa (Định nghĩa vectơ ; Độ dài của vectơ ; Hai vectơ cùng phương, cùng hướng ; Hai vectơ bằng nhau ; Vectơ - không).
Về kiến thức :
– Hiểu khái niệm vectơ, vectơ-không, độ dài vectơ, hai vectơ cùng phương, hai vectơ bằng nhau.</td><td>1. Vectơ là một đoạn thẳng có hướng.
2. Để xác định một vectơ cần biết một trong hai điều kiện sau :
– Điểm đầu và điểm cuối của vectơ ;
– Độ dài và hướng.
3. Hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ được gọi là cùng phương nếu giá của chúng song song hoặc trùng nhau.</td><td>– Dạng 1 : Xác định một vectơ, sự cùng phương và hướng của hai vectơ.
– Dạng 2 : Chứng minh hai vectơ bằng nhau.
– Dạng 3 : Khi cho trước điểm A và vectơ $\vec{a}$, dựng điểm B sao cho $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$.
Ví dụ. Cho hình bình hành $ABCD$, tâm O. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD, BC.</td></tr>
</table>

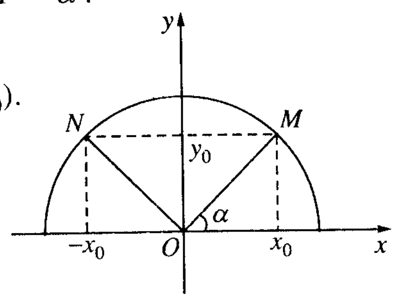
Chuẩn kiến thức – kĩ năng	Hướng dẫn thực hiện	
	Kiến thức cơ bản	**Dạng toán – Ví dụ – Lưu ý**
– Biết được vectơ - không cùng phương và cùng hướng với mọi vectơ. *Về kĩ năng :* – Biết chứng minh hai vectơ bằng nhau. – Khi cho trước điểm A và vectơ $\vec{a}$, dựng được điểm B sao cho $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$.	Nếu hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương thì chúng có thể *cùng hướng* hoặc *ngược hướng*. 4. *Độ dài* của một vectơ là khoảng cách giữa điểm đầu và điểm cuối của vectơ đó. • $\vec{a} = \vec{b}$ khi và chỉ khi $\lvert\vec{a}\rvert = \lvert\vec{b}\rvert$ và $\vec{a}$, $\vec{b}$ cùng hướng. 5. Với mỗi điểm A ta gọi $\overrightarrow{AA}$ là vectơ - không. Vectơ - không được kí hiệu là $\vec{0}$ và quy ước rằng $\lvert\vec{0}\rvert = 0$, vectơ - không cùng phương và cùng hướng với mọi vectơ.	a) Có bao nhiêu vectơ khác vectơ $\vec{0}$ có điểm đầu và điểm cuối là một trong số các điểm A, B, C, D, O, M, N. b) Chỉ ra hai vectơ có điểm đầu, điểm cuối lấy trong số các điểm A, B, C, D, O, M, N mà – cùng phương với $\overrightarrow{AB}$, – cùng hướng với $\overrightarrow{AB}$, – ngược hướng với $\overrightarrow{AB}$. c) Chỉ ra các vectơ bằng vectơ $\overrightarrow{MO}, \overrightarrow{OB}$.
2. *Tổng và hiệu hai vectơ* (Tổng hai vectơ : quy tắc ba điểm, quy tắc hình bình hành, tính chất ; Vectơ đối ; Hiệu hai vectơ). *Về kiến thức :* – Hiểu cách xác định tổng, hiệu hai vectơ ; quy tắc ba điểm, quy tắc hình bình hành và các tính chất của tổng vectơ (giao hoán, kết hợp), tính chất của vectơ - không. – Biết được $\lvert\vec{a} + \vec{b}\rvert \le \lvert\vec{a}\rvert + \lvert\vec{b}\rvert$.	1. Tổng của hai vectơ : • Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$. Lấy một điểm A tuỳ ý, vẽ $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$. Khi đó $\vec{a} + \vec{b} = \overrightarrow{AC}$. • Với ba điểm M, N, P tuỳ ý ta luôn có : $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} = \overrightarrow{MP}$ (quy tắc ba điểm). • Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành, ta có : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$ (quy tắc hình bình hành). 2. Vectơ đối : • Vectơ $\vec{b}$ là *vectơ đối* của vectơ $\vec{a}$ nếu $\lvert\vec{b}\rvert = \lvert\vec{a}\rvert$ và $\vec{a}$, $\vec{b}$ là hai vectơ ngược hướng. Kí hiệu $\vec{b} = -\vec{a}$.	– *Dạng 1 :* Vận dụng được : quy tắc ba điểm, quy tắc hình bình hành tìm tổng, hiệu của hai hoặc nhiều vectơ cho trước. Tính độ dài của $\vec{a}+\vec{b}$, $\vec{a}-\vec{b}$. – *Dạng 2 :* Tìm vectơ đối và hiệu của hai vectơ. – *Dạng 3 :* Chứng minh các đẳng thức vectơ (vận dụng được quy tắc trừ $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{CB}$ vào chứng minh các đẳng thức vectơ). *Ví dụ.* Cho bốn điểm A, B, C, D. Chứng minh rằng : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$.

Chuẩn kiến thức – kĩ năng	Hướng dẫn thực hiện	
	Kiến thức cơ bản	**Dạng toán – Ví dụ – Lưu ý**
Về kĩ năng : – Vận dụng được : quy tắc ba điểm, quy tắc hình bình hành khi lấy tổng hai vectơ cho trước. – Vận dụng được quy tắc trừ $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{CB}$ để chứng minh các đẳng thức vectơ.	• Nếu $\vec{a}$ là vectơ đối của vectơ $\vec{b}$ thì vectơ $\vec{b}$ là vectơ đối của $\vec{a}$ hay $-(-\vec{a}) = \vec{a}$. • Mỗi vectơ đều có duy nhất vectơ đối. Vectơ đối của $\overrightarrow{AB}$ là $\overrightarrow{BA}$. Vectơ đối của $\vec{0}$ là $\vec{0}$. 3. Hiệu của hai vectơ : • $\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$; • Ta có : $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{AB}$ với ba điểm O, A, B bất kì (quy tắc trừ). 4. Tính chất của phép cộng các vectơ : Với các vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ bất kì ta có • $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$ (tính chất giao hoán) ; • $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$ (tính chất kết hợp) ; • $\vec{a} + \vec{0} = \vec{0} + \vec{a} = \vec{a}$ (tính chất của vectơ-không) ; • $\vec{a} + (-\vec{a}) = -\vec{a} + \vec{a} = \vec{0}$.	*Ví dụ.* Cho tam giác đều ABC, cạnh a. Tính độ dài các vectơ $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$. *Ví dụ.* Cho sáu điểm M, N, P, Q, R, S bất kì. Chứng minh rằng $\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{NQ} + \overrightarrow{RS} = \overrightarrow{MS} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{RQ}$. ***Ví dụ. Cho tam giác ABC có trực tâm H, tâm đường tròn ngoại tiếp O. Gọi D là điểm đối xứng với A qua O. Chứng minh rằng :*** ***a) Tứ giác BDCH là hình bình hành.*** ***b)*** $\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{AH}$***. Từ đó chứng minh*** $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OH}$. ***c)*** $\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = 2\overrightarrow{HO}$.
3. Tích vectơ với một số (Định nghĩa tích vectơ với một số ; Các tính chất của tích vectơ với một số ; Điều kiện để hai vectơ cùng phương ; Điều kiện để ba điểm thẳng hàng ; ***Biểu thị một vectơ theo hai vectơ không cùng phương***). *Về kiến thức :* – Hiểu được định nghĩa tích vectơ với một số.	1. Định nghĩa *tích của một vectơ với một số* Cho số thực $k \neq 0$ và vectơ $\vec{a} \neq \vec{0}$. Tích của vectơ $\vec{a}$ với số thực k là một vectơ, kí hiệu là $k\vec{a}$, cùng hướng với $\vec{a}$ nếu $k > 0$, ngược hướng với $\vec{a}$ nếu $k < 0$ và có độ dài bằng $\lvert k\rvert\lvert\vec{a}\rvert$. Quy ước : $0\vec{a} = \vec{0}$, $k\vec{0} = \vec{0}$.	– *Dạng 1 :* Xác định vectơ $\vec{b} = k\vec{a}$ khi cho trước số k và vectơ $\vec{a}$. – *Dạng 2 :* Sử dụng kiến thức về vectơ để chứng minh : ba điểm thẳng hàng, trung điểm của một đoạn thẳng, trọng tâm của tam giác, hai điểm trùng nhau. ***– Dạng 3 : Phân tích (biểu thị) một vectơ theo hai vectơ không cùng phương.***

Chuẩn kiến thức – kĩ năng	Hướng dẫn thực hiện	
	Kiến thức cơ bản	**Dạng toán – Ví dụ – Lưu ý**
– Biết các tính chất của tích vectơ với một số : Với mọi vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$ và mọi số thực k, m ta có : 1) $k(m\vec{a}) = (km)\vec{a}$; 2) $(k+m)\vec{a} = k\vec{a} + m\vec{a}$; 3) $k(\vec{a}+\vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}$. Hiểu tính chất trung điểm, tính chất trọng tâm. – Biết được điều kiện để hai vectơ cùng phương ; ba điểm thẳng hàng. ***– Biết định lí biểu thị một vectơ theo hai vectơ không cùng phương.*** *Về kĩ năng :* – Xác định được vectơ $\vec{b} = k\vec{a}$ khi cho trước số thực k và vectơ $\vec{a}$. – Biết diễn đạt bằng vectơ về ba điểm thẳng hàng, trung điểm của một đoạn thẳng, trọng tâm của tam giác, hai điểm trùng nhau để giải một số bài toán hình học. – Sử dụng được tính chất trung điểm của đoạn thẳng, trọng tâm của tam giác để giải một số bài toán hình học.	2. Các tính chất của phép nhân vectơ với một số : Với hai vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$ tuỳ ý và với mọi số k, $h \in \mathbb{R}$ ta có : • $k(\vec{a}+\vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}$; • $(h+k)\vec{a} = h\vec{a} + k\vec{a}$; • $h(k\vec{a}) = (hk)\vec{a}$; • $1\vec{a} = \vec{a}$; $(-1)\vec{a} = -\vec{a}$; $0\vec{a} = \vec{0}$; $k\vec{0} = \vec{0}$. 3. Hai vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$ với $\vec{b} \neq \vec{0}$ cùng phương khi và chỉ khi có số k để $\vec{a} = k\vec{b}$, số k tìm được là duy nhất. 4. Áp dụng : • $k\vec{a} = \vec{0} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} k = 0 \\ \vec{a} = \vec{0}. \end{array}\right.$ • Ba điểm phân biệt A, B, C thẳng hàng $\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$, với số k xác định. • M là trung điểm của đoạn thẳng AB $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0} \\ \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = 2\overrightarrow{OM} \\ \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB} \end{array}\right.$ (với điểm O bất kì).	– *Dạng 4* : Chứng minh đẳng thức vectơ có chứa tích của vectơ với một số ; Xác định vị trí của một điểm nhờ đẳng thức vectơ. – *Dạng 5* : Sử dụng tính chất trung điểm của đoạn thẳng, trọng tâm của tam giác để giải một số bài toán hình học. • $k\vec{a} = \vec{0} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} k = 0 \\ \vec{a} = \vec{0}. \end{array}\right.$ • A, B, C thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$. • M là trung điểm của đoạn thẳng AB $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0} \\ \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = 2\overrightarrow{OM} \quad \text{(với điểm } O \text{ bất kì).} \\ \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}. \end{array}\right.$ • G là trọng tâm của tam giác ABC $\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 3\overrightarrow{OG}$ với điểm O bất kì. *Ví dụ*. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AB, CD. Chứng minh rằng $2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$. *Ví dụ*. Cho hình bình hành $ABCD$. Chứng minh rằng $\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AC}$.

<table>
<tr><th rowspan="2">Chuẩn kiến thức – kĩ năng</th><th colspan="2">Hướng dẫn thực hiện</th></tr>
<tr><th>Kiến thức cơ bản</th><th>Dạng toán – Ví dụ – Lưu ý</th></tr>
<tr><td></td><td>• G là trọng tâm của tam giác ABC
$\Leftrightarrow \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$
$\Leftrightarrow \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 3\overrightarrow{OG}$ (với điểm O bất kì).
5. Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng phương và $\vec{x}$ là một vectơ tuỳ ý. Bao giờ cũng tìm được cặp số thực h và k duy nhất sao cho $\vec{x} = h\vec{a} + k\vec{b}$.</td><td>Ví dụ. Chứng minh rằng nếu G và G' lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC và $A'B'C'$ thì
$$3\overrightarrow{GG'} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'}.$$
Ví dụ. Cho tam giác ABC. Gọi M là một điểm thuộc đoạn BC sao cho MB = 2MC.
Chứng minh rằng
a) $\overrightarrow{MB} = -2\overrightarrow{MC}$;
b) $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.</td></tr>
<tr><td>4. Hệ trục toạ độ (Định nghĩa trục toạ độ ; Toạ độ của điểm trên trục toạ độ ; Độ dài đại số của một vectơ trên một trục).
Về kiến thức :
– Hiểu khái niệm trục toạ độ, toạ độ của vectơ và của điểm trên trục.
– Biết khái niệm độ dài đại số của một vectơ trên trục và hệ thức Sa-lơ.
Về kĩ năng :
– Xác định được toạ độ của điểm, của vectơ trên trục.
– Tính được độ dài đại số của một vectơ khi biết toạ độ hai điểm đầu mút của nó.</td><td>1. Trục toạ độ (trục) là một đường thẳng trên đó đã xác định một điểm O gọi là điểm gốc và một vectơ đơn vị $\vec{e}$. Kí hiệu : $(O ; \vec{e})$ hoặc Ox, ...
2. Cho M là một điểm tuỳ ý trên trục $(O ; \vec{e})$. Khi đó có duy nhất một số k sao cho $\overrightarrow{OM} = k\vec{e}$. Ta gọi số k đó là toạ độ của điểm M đối với trục đã cho.
3. Cho hai điểm A và B trên trục $(O ; \vec{e})$. Khi đó có duy nhất số a sao cho $\overrightarrow{AB} = a\vec{e}$. Ta gọi số a đó là độ dài đại số của vectơ $\overrightarrow{AB}$ đối với trục đã cho, kí hiệu : $a = \overline{AB}$.
4. Nếu hai điểm A và B trên trục $(O ; \vec{e})$ có toạ độ lần lượt là a và b thì $\overline{AB} = b - a$.</td><td>– Dạng 1 : Biểu diễn điểm trên trục.
– Dạng 2 : Tìm toạ độ của một điểm và độ dài đại số của một vectơ trên trục.
– Dạng 3 : Tính được độ dài đại số của một vectơ khi biết toạ độ hai điểm đầu mút của nó.
Ví dụ. Trên một trục cho các điểm A, B, M, N lần lượt có toạ độ là –4 ; 3 ; 5 ; –2.
a) Hãy biểu diễn các điểm đó trên trục số.
b) Hãy xác định độ dài đại số của các vectơ $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AM}$; $\overrightarrow{MN}$.</td></tr>
</table>

Chuẩn kiến thức – kĩ năng	Hướng dẫn thực hiện	
	Kiến thức cơ bản	**Dạng toán – Ví dụ – Lưu ý**
	5. Hệ thức Sa-lơ : ***Hệ thức*** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$ ***tương đương với hệ thức*** $\overline{AB}+\overline{BC}=\overline{AC}$.	
5. *Hệ trục toạ độ* (Toạ độ của vectơ. Biểu thức toạ độ của các phép toán vectơ. Toạ độ của điểm ; **Toạ độ trung điểm của đoạn thẳng và toạ độ trọng tâm của tam giác**). *Về kiến thức :* – Hiểu được toạ độ của vectơ, của điểm đối với một hệ trục. – Biết được biểu thức toạ độ của các phép toán vectơ, độ dài vectơ và khoảng cách giữa hai điểm, toạ độ trung điểm của đoạn thẳng và toạ độ trọng tâm của tam giác. *Về kĩ năng :* – Tính được toạ độ của vectơ nếu biết toạ độ hai đầu mút. Sử dụng được biểu thức toạ độ của các phép toán vectơ. -- Tính được độ dài vectơ và khoảng cách giữa hai điểm. – Xác định được toạ độ trung điểm của đoạn thẳng và toạ độ trọng tâm của tam giác.	*Dùng kí hiệu Oxy hoặc* $(O, \vec{i}, \vec{j})$. *Chỉ xét hệ toạ độ Đề-các vuông góc (đơn vị trên các trục toạ độ bằng nhau).* 1. Toạ độ của một vectơ, của một điểm trên mặt phẳng toạ độ Oxy. • $\vec{a}=(a_1\,;a_2)\Leftrightarrow \vec{a}=a_1\vec{i}+a_2\vec{j}$. • M có toạ độ là $(x\,;y)\Leftrightarrow \overrightarrow{OM}=(x\,;y)$ với O là gốc toạ độ ; $x=\overline{OM_1}$, $y=\overline{OM_2}$, trong đó, M_1, M_2 lần lượt là chân đường vuông góc hạ từ M xuống Ox và Oy. • Nếu A có toạ độ là $(x_A\,;y_A)$, B có toạ độ là $(x_B\,;y_B)$ thì : $\overrightarrow{AB}=(x_B-x_A\,;y_B-y_A)$. 2. Cho $\vec{a}=(a_1\,;a_2)$, $\vec{b}=(b_1\,;b_2)$, $k\in\mathbb{R}$, ta có $\vec{a}+\vec{b}=(a_1+b_1\,;a_2+b_2)$, $\vec{a}-\vec{b}=(a_1-b_1\,;a_2-b_2)$, $k\vec{a}=(ka_1\,;ka_2)$.	– *Dạng 1 :* Xác định toạ độ của vectơ nếu biết toạ độ hai đầu mút. Tính toạ độ của các vectơ $\vec{u}+\vec{v}$, $\vec{u}-\vec{v}$, $k\vec{u}$. – *Dạng 2 :* Tính độ dài vectơ và khoảng cách giữa hai điểm. – *Dạng 3 :* Chứng minh ba điểm thẳng hàng, hai đường thẳng song song bằng toạ độ. – *Dạng 4 :* Xác định toạ độ trung điểm của đoạn thẳng, toạ độ trọng tâm của tam giác. *Ví dụ.* **Trên mặt phẳng với hệ toạ độ đã chọn** cho các điểm $A(-4\,;1)$, $B(2\,;4)$ và $C(2\,;-2)$. a) Chứng minh rằng A, B, C không thẳng hàng. Tính chu vi của tam giác ABC. b) Xác định toạ độ trọng tâm G, trực tâm H, tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác ABC. c) Tính độ dài đường trung tuyến thuộc đỉnh A. ***Ví dụ. Trên mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy cho tam giác ABC, trong đó A(1 ; 2), B(5 ; 2) và C(1 ; – 3).***

Chuẩn kiến thức – kĩ năng	Hướng dẫn thực hiện	
	Kiến thức cơ bản	**Dạng toán – Ví dụ – Lưu ý**
	Từ đó suy ra rằng hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ ($\vec{a} \neq \vec{0}$) cùng phương khi và chỉ khi có số thực k thoả mãn $\begin{cases} b_1 = ka_1 \\ b_2 = ka_2 \end{cases}$. 3. Nếu I là trung điểm của đoạn thẳng AB thì : $x_I = \dfrac{x_A + x_B}{2}$; $y_I = \dfrac{y_A + y_B}{2}$. Nếu G là trọng tâm tam giác ABC thì : $x_G = \dfrac{x_A + x_B + x_C}{3}$; $y_G = \dfrac{y_A + y_B + y_C}{3}$.	***a) Xác định toạ độ điểm D sao cho ABCD là hình bình hành.*** ***b) Xác định toạ độ của điểm E là điểm đối xứng của điểm A qua điểm B.*** ***c) Tìm toạ độ trọng tâm, tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.***
VIII – TÍCH VÔ HƯỚNG CỦA HAI VECTƠ VÀ ỨNG DỤNG		
1. *Tích vô hướng của hai vectơ* (Giá trị lượng giác của một góc bất kì từ 0° đến 180° ; Giá trị lượng giác của các góc đặc biệt ; Góc giữa hai vectơ ; Tích vô hướng của hai vectơ ; Tính chất của tích vô hướng). *Về kiến thức :* – Hiểu được giá trị lượng giác của góc bất kì từ 0° đến 180°. – Hiểu khái niệm góc giữa hai vectơ, tích vô hướng của hai vectơ, các tính chất của tích vô hướng, biểu thức toạ độ của tích vô hướng.	1. Giá trị lượng giác của một góc bất kì (từ 0° đến 180°). • Định nghĩa : Với mỗi góc α ($0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$) ta xác định được một điểm M trên nửa đường tròn đơn vị (h.1) sao cho $\widehat{xOM} = \alpha$. Giả sử điểm M có toạ độ là $M(x_0 ; y_0)$. *Hình 1* 	– *Dạng 1 :* Tính giá trị lượng giác của một số góc đặc biệt ; Cho biết giá trị lượng giác của một góc α, tìm các giá trị lượng giác còn lại của α ; Cho biết một giá trị lượng giác của góc α, xác định góc α đó. – *Dạng 2 :* Tính tích vô hướng của hai vectơ. Vận dụng được các tính chất của tích vô hướng của hai vectơ vào giải bài tập : với các vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ bất kì : $\vec{a}.\vec{b} = \vec{b}.\vec{a}$; $\vec{a}.(\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a}.\vec{b} + \vec{a}.\vec{c}$; $(k\vec{a}).\vec{b} = k(\vec{a}.\vec{b})$; $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a}.\vec{b} = 0$.

<table>
<tr><th rowspan="2">Chuẩn kiến thức – kĩ năng</th><th colspan="2">Hướng dẫn thực hiện</th></tr>
<tr><th>Kiến thức cơ bản</th><th>Dạng toán – Ví dụ – Lưu ý</th></tr>
<tr>
<td>

– Hiểu công thức hình chiếu.

Về kĩ năng :

– Xác định được góc giữa hai vectơ ; tính được tích vô hướng của hai vectơ.

– Tính được độ dài của vectơ và khoảng cách giữa hai điểm.

– Vận dụng được các tính chất về tích vô hướng của hai vectơ để giải bài tập.

– Vận dụng được công thức hình chiếu vào giải một số bài tập đơn giản.

</td>
<td>

Khi đó :

Tung độ của điểm M gọi là sin của góc α và được kí hiệu là $\sin\alpha = y_0$;

Hoành độ của điểm M gọi là côsin của góc α và được kí hiệu là $\cos\alpha = x_0$;

Tỉ số $\frac{y_0}{x_0}$ với $x_0 \neq 0$ gọi là tang của góc α và được kí hiệu là $\tan\alpha = \frac{y_0}{x_0}$;

Tỉ số $\frac{x_0}{y_0}$ với $y_0 \neq 0$ gọi là côtang của góc α và được kí hiệu là $\cot\alpha = \frac{x_0}{y_0}$.

2. Giá trị lượng giác (GTLG) của các góc đặc biệt :

<table>
<tr><th>GTLG \ α</th><th>0^o</th><th>30^o</th><th>45^o</th></tr>
<tr><td>$\sin\alpha$</td><td>0</td><td>$\frac{1}{2}$</td><td>$\frac{\sqrt{2}}{2}$</td></tr>
<tr><td>$\cos\alpha$</td><td>1</td><td>$\frac{\sqrt{3}}{2}$</td><td>$\frac{\sqrt{2}}{2}$</td></tr>
<tr><td>$\tan\alpha$</td><td>0</td><td>$\frac{1}{\sqrt{3}}$</td><td>1</td></tr>
<tr><td>$\cot\alpha$</td><td>||</td><td>$\sqrt{3}$</td><td>1</td></tr>
</table>

</td>
<td>

– *Dạng 3 :* Tính độ dài của một vectơ ; Tính khoảng cách giữa hai điểm ; Tính góc giữa hai vectơ.

– *Dạng 4 :* Chứng minh đẳng thức vectơ liên quan đến tích vô hướng ; Chứng minh sự vuông góc của hai vectơ ;

– Dạng 5 : Sử dụng công thức hình chiếu giải một số bài tập đơn giản.

Ví dụ. Tính $3\sin 135^{\circ} + \cos 60^{\circ} + 4\sin 150^{\circ}$.

Ví dụ. Cho góc tù x biết $\sin x = 0{,}2$. Hãy tính các giá trị lượng giác của góc x.

Ví dụ. Cho tam giác đều ABC cạnh a, có trọng tâm G.

1) Tính các tích vô hướng : $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{GA}.\overrightarrow{GB}$ theo a.

2) Tính $\sin(\overrightarrow{GA}, \overrightarrow{GB})$; $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CG})$;

$\tan(\overrightarrow{GA}, \overrightarrow{BG})$; $\cot(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC})$.

Ví dụ. Cho I là trung điểm của đoạn thẳng AB. Với điểm M tuỳ ý, tính $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}$ theo AB và MI.

Ví dụ. Trên mặt phẳng toạ độ Oxy với hệ tọa độ đã chọn, cho hai điểm A(1 ; 3) và B(5 ; 1).

a) Tìm toạ độ điểm I thoả mãn

$$\overrightarrow{IO} + \overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IB} = \overrightarrow{0}.$$

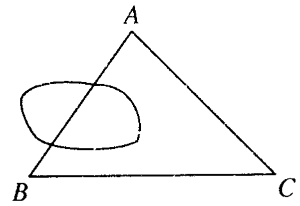
</td>
</tr>
</table>

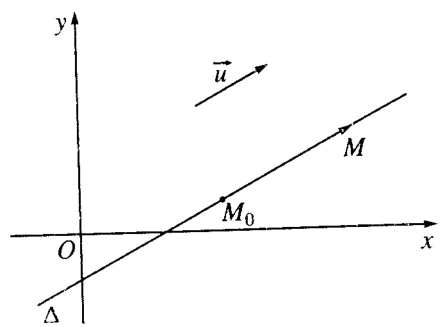
<table>
<tr><th rowspan="2">Chuẩn kiến thức – kĩ năng</th><th colspan="2">Hướng dẫn thực hiện</th></tr>
<tr><th>Kiến thức cơ bản</th><th>Dạng toán – Ví dụ – Lưu ý</th></tr>
<tr><td></td><td>
<table>
<tr><th>GTLG \ α</th><th>60^o</th><th>90^o</th><th>180^o</th></tr>
<tr><td>$\sin\alpha$</td><td>$\frac{\sqrt{3}}{2}$</td><td>1</td><td>0</td></tr>
<tr><td>$\cos\alpha$</td><td>$\frac{1}{2}$</td><td>0</td><td>–1</td></tr>
<tr><td>$\tan\alpha$</td><td>$\sqrt{3}$</td><td>||</td><td>0</td></tr>
<tr><td>$\cot\alpha$</td><td>$\frac{1}{\sqrt{3}}$</td><td>0</td><td>||</td></tr>
</table>
3. Góc giữa hai vectơ :
Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ đều khác vectơ $\vec{0}$. Từ một điểm O bất kì ta vẽ $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ và $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$. Khi đó $\widehat{AOB}$ với số đo từ 0^o đến 180^o được gọi là *góc giữa hai vectơ* $\vec{a}$ *và* $\vec{b}$. Kí hiệu góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ *và* $\vec{b}$ là $(\vec{a}, \vec{b})$.
4. Tích vô hướng của hai vectơ
– *Định nghĩa :* Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khác vectơ $\vec{0}$. Tích vô hướng của hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là một số, kí hiệu là $\vec{a}.\vec{b}$, được xác định bởi công thức sau :
$$\vec{a}.\vec{b} = |\vec{a}|.|\vec{b}|.\cos(\vec{a},\vec{b}).$$
</td><td>
b) Tìm trên trục hoành điểm D sao cho góc ADB là vuông.
c) Tìm tập hợp các điểm M thoả mãn $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = MO^2$.
Ví dụ. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy cho ba điểm A (2 ;1), B (8 ; 9) và C (5 ; –3).
a) Chứng minh A, B, C không thẳng hàng.
b) Tính :
– Chu vi ΔABC.
– Số đo góc A của ΔABC.
– Toạ độ trực tâm H của ΔABC.
– Toạ độ điểm D là giao của đường thẳng AB và trục Oy.
</td></tr>
</table>

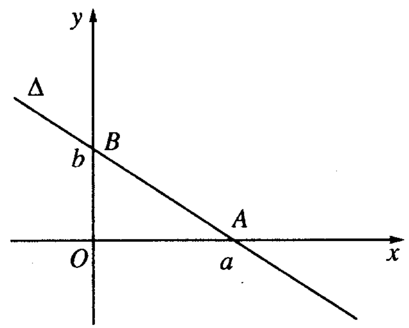
Chuẩn kiến thức – kĩ năng	Hướng dẫn thực hiện	
	Kiến thức cơ bản	**Dạng toán – Ví dụ – Lưu ý**
	* ***Chú ý :*** Từ định nghĩa, với $\vec{a} \neq \vec{0}$, $\vec{b} \neq \vec{0}$, ta có : $\vec{a}.\vec{b} = 0 \Leftrightarrow \vec{a} \perp \vec{b}$. $\vec{a}^2 = \lvert\vec{a}\rvert.\lvert\vec{a}\rvert.\cos 0^o = \lvert\vec{a}\rvert^2$. – Các tính chất của tích vô hướng : Với ba vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ bất kì và mọi số thực k ta có : $\vec{a}.\vec{b} = \vec{b}.\vec{a}$ (tính chất giao hoán) ; $\vec{a}.(\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a}.\vec{b} + \vec{a}.\vec{c}$ (tính chất phân phối) ; $(k\vec{a}).\vec{b} = k(\vec{a}.\vec{b}) = \vec{a}.(k\vec{b})$; $\vec{a}^2 \geq 0$; $\vec{a}^2 = 0 \Leftrightarrow \vec{a} = \vec{0}$; $(\vec{a} + \vec{b})^2 = \vec{a}^2 + 2\vec{a}.\vec{b} + \vec{b}^2$; $(\vec{a} - \vec{b})^2 = \vec{a}^2 - 2\vec{a}.\vec{b} + \vec{b}^2$; $(\vec{a} + \vec{b}).(\vec{a} - \vec{b}) = \vec{a}^2 - \vec{b}^2$. – Biểu thức toạ độ của tích vô hướng : Trong mặt phẳng toạ độ $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$ cho hai vectơ $\vec{a} = (a_1 ; a_2)$, $\vec{b} = (b_1 ; b_2)$. Khi đó, tích vô hướng $\vec{a}.\vec{b}$ là : $\vec{a}.\vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2$.	

Chuẩn kiến thức – kĩ năng	Hướng dẫn thực hiện	
	Kiến thức cơ bản	**Dạng toán – Ví dụ – Lưu ý**
	– Ứng dụng của tích vô hướng : • *Tính độ dài của vectơ.* Cho $\vec{a} = (a_1 ; a_2)$, khi đó : $$\left\|\vec{a}\right\| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}.$$ • *Tính góc giữa hai vectơ.* Cho hai vectơ $\vec{a} = (a_1 ; a_2)$ và $\vec{b} = (b_1 ; b_2)$ khác $\vec{0}$, khi đó : $$\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a}.\vec{b}}{\left\|\vec{a}\right\|.\left\|\vec{b}\right\|} = \frac{a_1b_1 + a_2b_2}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2}.\sqrt{b_1^2 + b_2^2}}.$$	
2. *Các hệ thức lượng trong tam giác* (Định lí côsin ; Định lí sin ; Độ dài đường trung tuyến trong một tam giác ; Diện tích tam giác ; Giải tam giác). *Về kiến thức :* – Hiểu định lí côsin, định lí sin, công thức về độ dài đường trung tuyến trong một tam giác. – Biết (Hiểu) được một số công thức tính diện tích tam giác – Biết một số trường hợp giải tam giác. *Về kĩ năng :* – Áp dụng được định lí côsin, định lí sin, công thức về độ dài đường trung tuyến,	Cho tam giác ABC có $BC = a$, $CA = b$, $AB = c$, đường cao $AH = h_a$ và các đường trung tuyến $AM = m_a$, $BN = m_b$, $CP = m_c$. 1. Định lí côsin : $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$; $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B$; $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$. Hệ quả : $$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc};$$ $$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac};$$ $$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}.$$	– *Dạng 1* : Áp dụng định lí côsin, định lí sin, công thức về độ dài đường trung tuyến, các công thức tính diện tích để giải một số bài toán có liên quan đến tam giác. (***Chứng minh các định lí côsin, định lí sin và một số công thức tính diện tích tam giác***). – *Dạng 2* : Chứng minh các hệ thức về mối quan hệ giữa các yếu tố trong tam giác. – *Dạng 3* : Giải tam giác trong một số trường hợp đơn giản. (*Yêu cầu giải tam giác trong một số trường hợp như : tính được các cạnh và các góc còn lại của tam giác khi biết ba yếu tố trong đó có ít nhất một yếu tố về cạnh (chẳng hạn : cho trước độ dài ba cạnh của tam giác ; cho trước độ dài một cạnh và số đo hai góc của tam giác ; cho trước độ dài hai cạnh và số đo góc xen giữa hai cạnh đó).*)

Chuẩn kiến thức – kĩ năng	Hướng dẫn thực hiện	
	Kiến thức cơ bản	**Dạng toán – Ví dụ – Lưu ý**
các công thức tính diện tích để giải một số bài toán có liên quan đến tam giác. – Biết giải tam giác trong một số trường hợp đơn giản. Biết vận dụng kiến thức giải tam giác vào các bài toán có nội dung thực tiễn. Kết hợp với việc sử dụng máy tính bỏ túi khi giải toán. ***– Biết áp dụng các công thức tính diện tích tam giác.***	2. Định lí sin : $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R$ (R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC). 3. Độ dài đường trung tuyến của tam giác : $m_a^2=\frac{2(b^2+c^2)-a^2}{4}$; $m_b^2=\frac{2(a^2+c^2)-b^2}{4}$; $m_c^2=\frac{2(a^2+b^2)-c^2}{4}$. 4. Công thức tính diện tích tam giác : Diện tích S của tam giác ABC được tính theo các công thức : • $S=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}ca\sin B$; • $S=\frac{abc}{4R}$ (với R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC) ; • $S=pr$ và r là bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC) ; • $S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ (công thức Hê-rông). $\left(p=\frac{1}{2}(a+b+c)\right)$	– *Dạng 4* : Vận dụng kiến thức giải tam giác vào các bài toán có nội dung thực tiễn. Kết hợp với việc sử dụng máy tính bỏ túi khi giải toán. *Ví dụ.* Chứng minh rằng trong tam giác ABC ta có : *a)* $a=b\cos C+c\cos B$. *b)* $\sin A=\sin B\cos C+\sin C\cos B$; ***c)*** $a=h_a(\cot B+\cot C)$. *Ví dụ.* Chứng minh rằng trong tam giác ABC ta có : $\cot A=\frac{b^2+c^2-a^2}{4S}$. ***Ví dụ. Tam giác ABC thoả mãn hệ thức*** $\frac{b^3+c^3-a^3}{b+c-a}=a^2$. ***Hãy tính góc A.*** *Ví dụ.* Cho tam giác ABC có $a=\sqrt{6}$; $b=2$; $c=\sqrt{3}+1$. Tính các góc A, B, bán kính R của đường tròn ngoại tiếp, trung tuyến m_a của tam giác ABC. *Ví dụ.* Hai địa điểm A, B cách nhau bởi một hồ nước. Người ta lấy một địa điểm C và đo được góc BAC bằng 75^o, góc BCA bằng 60^o, đoạn AC dài 60 mét. Hãy tính khoảng cách từ A đến B (h.2).

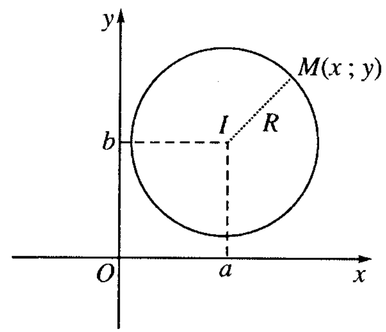
Chuẩn kiến thức – kĩ năng	Hướng dẫn thực hiện	
	Kiến thức cơ bản	**Dạng toán – Ví dụ – Lưu ý**
		 *Hình 2* ***Ví dụ.*** ***Chứng minh rằng trong tam giác ABC*** $S = 2R^2 \sin A \sin B \sin C$.
IX – PHƯƠNG PHÁP TOẠ ĐỘ TRONG MẶT PHẲNG		
1. Phương trình đường thẳng (Vectơ pháp tuyến của đường thẳng ; Phương trình tổng quát của đường thẳng ; Vectơ chỉ phương của đường thẳng ; Phương trình tham số của đường thẳng ; Điều kiện để hai đường thẳng cắt nhau, song song, trùng nhau, vuông góc với nhau ; Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng ; Góc giữa hai đường thẳng). *Về kiến thức :* – Hiểu vectơ pháp tuyến, vectơ chỉ phương của đường thẳng.	1. Vectơ $\vec{u}$ được gọi là *vectơ chỉ phương* của đường thẳng Δ nếu $\vec{u} \neq \vec{0}$ và giá của $\vec{u}$ song song hoặc trùng với Δ. *Chú ý :* Một đường thẳng có vô số vectơ chỉ phương. 2. Phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua điểm $M_0(x_0\,;\,y_0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (u_1\,;\,u_2)$ là $\begin{cases} x = x_0 + tu_1 \\ y = y_0 + tu_2 \end{cases}$, $(u_1^2 + u_2^2 \neq 0)$ (h.3)	– *Dạng 1 :* Viết phương trình tổng quát, phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $M(x_0\,;y_0)$ và có phương cho trước hoặc đi qua hai điểm cho trước. – *Dạng 2 :* Tính toạ độ của vectơ pháp tuyến nếu biết toạ độ của vectơ chỉ phương của một đường thẳng và ngược lại. – *Dạng 3 :* Chuyển đổi phương trình tổng quát, phương trình tham số của đường thẳng. – *Dạng 4 :* Xét vị trí tương đối giữa hai đường thẳng.

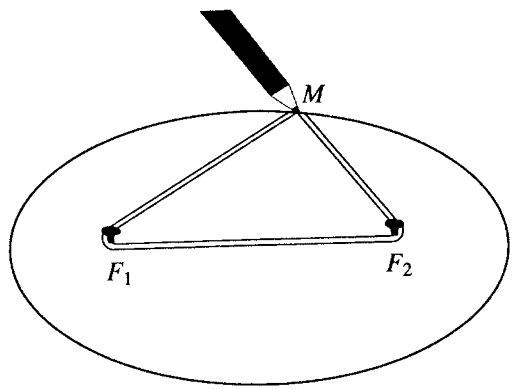
Chuẩn kiến thức – kĩ năng	Hướng dẫn thực hiện	
	Kiến thức cơ bản	**Dạng toán – Ví dụ – Lưu ý**
– Hiểu cách viết phương trình tổng quát, phương trình tham số của đường thẳng. – Hiểu được điều kiện hai đường thẳng cắt nhau, song song, trùng nhau, vuông góc với nhau. – Biết công thức tính khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng ; góc giữa hai đường thẳng. ***– Biết điều kiện để hai điểm nằm cùng phía hay khác phía đối với một đường thẳng.*** *Về kĩ năng :* – Viết được phương trình tổng quát, phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $M(x_0\ ;y_0)$ và có phương cho trước hoặc đi qua hai điểm cho trước. – Tính được toạ độ của vectơ pháp tuyến nếu biết toạ độ của vectơ chỉ phương của một đường thẳng và ngược lại. – Biết chuyển đổi phương trình tổng quát, phương trình tham số của đường thẳng.	 *Hình 3* 3. Phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $M_0(x_0\ ;y_0)$ và có hệ số góc k là : $y - y_0 = k(x - x_0).$ 4. Nếu Δ có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (u_1\ ;\ u_2)$ với $u_1 \neq 0$ thì hệ số góc của Δ là $k = \frac{u_2}{u_1}$. Nếu Δ có hệ số góc k thì Δ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (1\ ;\ k)$. 5. Vectơ $\vec{n}$ được gọi là *vectơ pháp tuyến* của đường thẳng Δ nếu $\vec{n} \neq \vec{0}$ và $\vec{n}$ vuông góc với vectơ chỉ phương của Δ.	– *Dạng 5 :* Tính khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng. – *Dạng 6 :* Tính số đo của góc giữa hai đường thẳng. *Ví dụ.* Viết phương trình tổng quát, phương trình tham số của đường thẳng trong mỗi trường hợp sau : a) Đi qua điểm $A(1\ ;-2)$ và song song với đường thẳng $2x - 3y - 3 = 0$. b) Đi qua hai điểm $M(1\ ;-1)$ và $N(3\ ;2)$. c) Đi qua điểm $P(2\ ;1)$ và vuông góc với đường thẳng $x - y + 5 = 0$. *Ví dụ.* Cho tam giác ABC, biết $A(-4\ ;1)$, $B(2\ ;4)$ và $C(2\ ;-2)$. a) Tính $\cos A$. b) Tính khoảng cách từ điểm C đến đường thẳng AB. ***Ví dụ. Hai cạnh của hình bình hành có phương trình $x - 3y = 0$ và $2x + 5y + 6 = 0$. Một đỉnh của hình bình hành là $A(4\ ;-1)$. Viết phương trình hai cạnh còn lại của hình bình hành đó.***

Chuẩn kiến thức – kĩ năng	Hướng dẫn thực hiện	
	Kiến thức cơ bản	**Dạng toán – Ví dụ – Lưu ý**
– Sử dụng được công thức tính khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng. – Tính được số đo của góc giữa hai đường thẳng.	*Chú ý :* Một đường thẳng có vô số vectơ pháp tuyến. 6. Phương trình của đường thẳng Δ đi qua điểm $M_0(x_0\ ;\ y_0)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (a\ ;\ b)$ là : $a(x - x_0) + b(y - y_0) = 0, (a^2 + b^2 \neq 0)$. 7. Phương trình $ax + by + c = 0$ với $a^2 + b^2 \neq 0$ gọi là phương trình tổng quát của đường thẳng nhận $\vec{n} = (a\ ;\ b)$ làm vectơ pháp tuyến. 8. Đường thẳng Δ cắt Ox và Oy lần lượt tại $A(a\ ;\ 0)$ và $B(0\ ;\ b)$ có phương trình theo đoạn chắn là $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ $(a \neq 0, b \neq 0)$ (h. 4)  *Hình 4*	***Ví dụ. Cho đường thẳng $\Delta : x - y + 2 = 0$ và hai điểm $O(0\ ;\ 0), A(2\ ;\ 0)$.*** ***a) Chứng tỏ rằng hai điểm A và O nằm cùng một phía đối với đường thẳng Δ.*** ***b) Tìm toạ độ của điểm O' là điểm đối xứng của O qua Δ.*** ***c) Tìm trên Δ điểm B sao cho độ dài đường gấp khúc OBA ngắn nhất.***

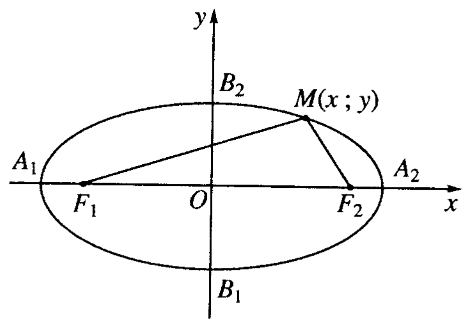
<table>
<tr><th rowspan="2">Chuẩn kiến thức – kĩ năng</th><th colspan="2">Hướng dẫn thực hiện</th></tr>
<tr><th>Kiến thức cơ bản</th><th>Dạng toán – Ví dụ – Lưu ý</th></tr>
<tr><td></td><td>9. Vị trí tương đối của hai đường thẳng
Cho hai đường thẳng :
$\Delta_1 : a_1x + b_1y + c_1 = 0$;
$\Delta_2 : a_2x + b_2y + c_2 = 0$.
Để xét vị trí tương đối của hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 ta xét số nghiệm của hệ phương trình
$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1 = 0 \\ a_2x + b_2y + c_2 = 0. \end{cases} \quad \text{(I)}$$
• Hệ (I) có một nghiệm : Δ_1 cắt Δ_2.
• Hệ (I) vô nghiệm : $\Delta_1 // \Delta_2$.
• Hệ (I) có vô số nghiệm : $\Delta_1 \equiv \Delta_2$.
• *Chú ý :* Nếu $a_2b_2c_2 \neq 0$ thì :
Δ_1 cắt $\Delta_2 \Leftrightarrow \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$;
$\Delta_1 // \Delta_2 \Leftrightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$;
$\Delta_1 \equiv \Delta_2 \Leftrightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$.
$\Delta_1 \perp \Delta_2 \Leftrightarrow \vec{n}_{\Delta_1}.\vec{n}_{\Delta_2} = 0 \Leftrightarrow a_1a_2 + b_1b_2 = 0$.</td><td></td></tr>
</table>

Chuẩn kiến thức – kĩ năng	Hướng dẫn thực hiện	
	Kiến thức cơ bản	**Dạng toán – Ví dụ – Lưu ý**
	10. Góc giữa hai đường thẳng Cho hai đường thẳng $\Delta_1 : a_1x + b_1y + c_1 = 0$, có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_1} = (a_1 ; b_1)$ và $\Delta_2 : a_2x + b_2y + c_2 = 0$, có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_2} = (a_2 ; b_2)$. Góc giữa chúng được tính bởi công thức $$\cos\left(\widehat{\Delta_1, \Delta_2}\right) = \left\|\cos(\overrightarrow{n_1}, \overrightarrow{n_2})\right\| = \frac{\left\|\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}\right\|}{\left\|\overrightarrow{n_1}\right\|\left\|\overrightarrow{n_2}\right\|} = \frac{\left\|a_1a_2 + b_1b_2\right\|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}.\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}.$$ 11. Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng : Khoảng cách từ một điểm $M_0(x_0 ; y_0)$ đến đường thẳng Δ có phương trình : $ax + by + c = 0$ được tính bởi công thức : $$d(M_0, \Delta) = \frac{\left\|ax_0 + by_0 + c\right\|}{\sqrt{a^2 + b^2}}.$$	
2. *Phương trình đường tròn* (Phương trình đường tròn với tâm cho trước và bán kính cho trước ; Nhận dạng phương trình đường tròn ; Phương trình tiếp tuyến của đường tròn).	1. Phương trình đường tròn • Phương trình đường tròn có tâm $I(a ; b)$ *và* bán kính R là : $$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2 \text{ (h.5).}$$	– *Dạng 1 :* Nhận dạng một phương trình bậc hai là phương trình đường tròn ; Xác định được toạ độ tâm và độ dài bán kính đường tròn khi biết phương trình của nó.

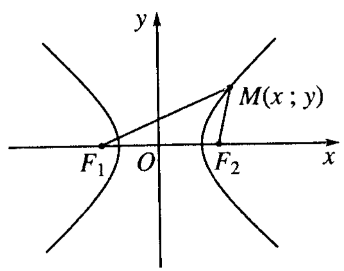
Chuẩn kiến thức – kĩ năng	Hướng dẫn thực hiện	
	Kiến thức cơ bản	**Dạng toán – Ví dụ – Lưu ý**
Về kiến thức : Hiểu được cách viết phương trình đường tròn. *Về kĩ năng :* – Viết được phương trình đường tròn biết tâm $I(a ; b)$ và bán kính R. Xác định được tâm và bán kính đường tròn khi biết phương trình đường tròn. – Viết được phương trình tiếp tuyến với đường tròn trong các trường hợp : Biết toạ độ của tiếp điểm (tiếp tuyến tại một điểm nằm trên đường tròn) ; **biết viết phương trình tiếp tuyến đi qua điểm M nằm ngoài đường tròn ; biết tiếp tuyến có phương cho trước.**	 *Hình 5* • Nếu $a^2 + b^2 - c > 0$ thì phương trình $$x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$$ là phương trình của đường tròn với tâm $I(a ; b)$ và bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 - c}$. 2. Phương trình tiếp tuyến của đường tròn : Tiếp tuyến tại điểm $M_0(x_0 ; y_0)$ của đường tròn tâm $I(a ; b)$ có phương trình : $$(x_0 - a)(x - x_0) + (y_0 - b)(y - y_0) = R^2.$$	– *Dạng 2 :* Viết phương trình đường tròn biết toạ độ tâm $I(a ; b)$ và độ dài bán kính R. – *Dạng 3 :* Viết phương trình tiếp tuyến với đường tròn trong các trường hợp : Biết toạ độ của tiếp điểm (tiếp tuyến tại một điểm nằm trên đường tròn) ; biết tiếp tuyến đi qua điểm M nằm ngoài đường tròn ; biết tiếp tuyến có phương cho trước. *Ví dụ.* Viết phương trình đường tròn có tâm $I(1 ; -2)$ và a) Đi qua điểm $A(3 ; 5)$. b) Tiếp xúc với đường thẳng có phương trình $$x + y = 1.$$ *Ví dụ.* Xác định toạ độ tâm và độ dài bán kính của đường tròn có phương trình $$x^2 + y^2 - 4x - 6y + 9 = 0.$$ *Ví dụ.* Cho đường tròn có phương trình $$x^2 + y^2 - 4x + 8y - 5 = 0.$$ a) Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn tại điểm $A(-1 ; 0)$. b) Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn, biết rằng nó vuông góc với đường thẳng $$x + 2y = 0.$$

<table>
<tr><th rowspan="2">Chuẩn kiến thức – kĩ năng</th><th colspan="2">Hướng dẫn thực hiện</th></tr>
<tr><th>Kiến thức cơ bản</th><th>Dạng toán – Ví dụ – Lưu ý</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td>Ví dụ. Cho ba điểm $A(2 ; 6)$, $B(-3 ; -4)$ và $C(5 ; 0)$.
a) Lập phương trình đường tròn ngoại tiếp ΔABC.
b) Lập phương trình đường tròn nội tiếp ΔABC.</td></tr>
<tr><td>3. Elip (Định nghĩa elip ; Phương trình chính tắc của elip ; Mô tả hình dạng elip).
Về kiến thức :
– Biết định nghĩa elip.
– Biết phương trình chính tắc, hình dạng của elip.
Về kĩ năng :
– Từ phương trình chính tắc của elip :
$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1 \quad (a>b>0)$$
xác định được độ dài trục lớn, trục nhỏ, tiêu cự, tâm sai của elip ; xác định được toạ độ các tiêu điểm, giao điểm của elip với các trục toạ độ.
– Viết được phương trình chính tắc của elip khi cho các yếu tố xác định elip đó.</td><td>Định nghĩa elip là tập hợp các điểm có tổng khoảng cách đến hai điểm phân biệt cho trước là một số không đổi.
Có giới thiệu về sự liên hệ giữa đường tròn và elip.
– Trong mặt phẳng Oxy cho hai điểm $F_1(-c ; 0)$, $F_2(c ; 0)$ và một độ dài không đổi $2a$ $(a > c > 0)$. Elip (E) là tập hợp các điểm M sao cho
$$F_1M + F_2M = 2a.$$
Ta có thể viết :
$$(E) = \{M \mid F_1M + F_2M = 2a\}.$$


Hình 6</td><td>– Dạng 1 : Từ phương trình chính tắc của elip :
$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1 \; (a>b>0)$$
xác định độ dài trục lớn, trục nhỏ, tiêu cự, tâm sai của elip ; xác định được toạ độ các tiêu điểm, giao điểm của elip với các trục toạ độ.
– Dạng 2 : Viết phương trình chính tắc của elip khi cho các yếu tố đủ để xác định elip đó.
Ví dụ. Cho elip $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$.
a) Tìm toạ độ các đỉnh và các tiêu điểm của elip.
b) Tính tâm sai của elip.
Ví dụ. Viết phương trình chính tắc của elip (E) biết :
a) (E) có độ dài trục lớn bằng 10 và tiêu cự bằng 6.
b) (E) có độ dài trục lớn bằng 8, tâm sai $e=\frac{\sqrt{3}}{2}$.</td></tr>
</table>

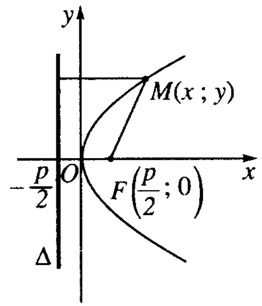
<table>
<tr><th rowspan="2">Chuẩn kiến thức – kĩ năng</th><th colspan="2">Hướng dẫn thực hiện</th></tr>
<tr><th>Kiến thức cơ bản</th><th>Dạng toán – Ví dụ – Lưu ý</th></tr>
<tr><td></td><td>– Phương trình chính tắc của elip (E) là :
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \ (a^2 = b^2 + c^2).$$
– Các yếu tố của elip (E) là :
• Hai tiêu điểm : $F_1(-c\ ;0)$, $F_2(c\ ;0)$;
• Bốn đỉnh : $A_1(-a\ ;\ 0)$, $A_2(a\ ;\ 0)$, $B_1(0\ ;\ -b)$, $B_2(0\ ;b)$;
• Độ dài trục lớn : $A_1A_2 = 2a$;
• Độ dài trục nhỏ : $B_1B_2 = 2b$;
• Tiêu cự : $F_1F_2 = 2c$ (h.7).


Hình 7
– Hình dạng của elip (E) :
• (E) có hai trục đối xứng là Ox, Oy và có tâm đối xứng là gốc toạ độ ;</td><td></td></tr>
</table>

<table>
<tr><th rowspan="2">Chuẩn kiến thức – kĩ năng</th><th colspan="2">Hướng dẫn thực hiện</th></tr>
<tr><th>Kiến thức cơ bản</th><th>Dạng toán – Ví dụ – Lưu ý</th></tr>
<tr><td></td><td>• Mọi điểm của elip (E) đều nằm trong hình chữ nhật có kích thước $2a$ và $2b$ giới hạn bởi các đường thẳng $x = \pm a$, $y = \pm b$. Hình chữ nhật đó gọi là hình chữ nhật cơ sở của elip (E).</td><td></td></tr>
<tr><td>4. Hypebol (Định nghĩa hypebol ; Phương trình chính tắc của hypebol ; Mô tả hình dạng hypebol).
Về kiến thức :
– Hiểu định nghĩa hypebol, phương trình chính tắc, biết hình dạng của hypebol.
Về kĩ năng :
– Từ phương trình chính tắc của hypebol $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ $(a > 0, b > 0)$ xác định được toạ độ các tiêu điểm, giao điểm của hypebol với các trục toạ độ, tiêu cự, độ dài trục thực, độ dài trục ảo, phương trình các đường tiệm cận, tâm sai. Vẽ được hypebol.
– Viết được phương trình chính tắc của hypebol khi cho các yếu tố xác định hypebol đó.</td><td>Định nghĩa hypebol là tập hợp các điểm có hiệu khoảng cách đến hai điểm phân biệt cho trước là một số không đổi.
1. Định nghĩa. Cho hai điểm cố định F_1, F_2 với $F_1F_2 = 2c$ $(c > 0)$ và hằng số $2a$ $(a < c)$. Hypebol (H) là tập hợp các điểm M sao cho $|MF_1 - MF_2| = 2a$.
$$(H) = \{M \mid |MF_1 - MF_2| = 2a\}.$$
F_1, F_2 gọi là các tiêu điểm, khoảng cách $F_1F_2 = 2c$ gọi là tiêu cự của (H).
2. Phương trình chính tắc của hypebol :
$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \ (a > 0, b > 0).$$


Hình 8</td><td>– Dạng 1 : Từ phương trình chính tắc của hypebol
$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \ (a > 0, b > 0)$$
xác định toạ độ các tiêu điểm, giao điểm của hypebol với các trục toạ độ, tiêu cự, độ dài trục thực, độ dài trục ảo, phương trình các đường tiệm cận, tâm sai.
– Dạng 2 : Viết phương trình chính tắc của hypebol khi cho các yếu tố xác định hypebol đó.
Ví dụ. Cho hypebol (H) : $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$. Xác định toạ độ các đỉnh, các tiêu điểm, tính tâm sai, độ dài trục thực, độ dài trục ảo của (H).
Ví dụ. Viết phương trình chính tắc của hypebol (H) có một tiêu điểm là $(5 ; 0)$ và độ dài trục thực bằng 8.</td></tr>
</table>

Chuẩn kiến thức – kĩ năng	Hướng dẫn thực hiện	
	Kiến thức cơ bản	**Dạng toán – Ví dụ – Lưu ý**
	$c^2 = a^2 + b^2$; O là tâm đối xứng ; Ox, Oy là các trục đối xứng. *Trục thực $A_1A_2 = 2a$ nằm trên Ox.* *Trục ảo $B_1B_2 = 2b$ nằm trên Oy.* *Hai đỉnh : $A_1(-a\ ;\ 0), A_2(a\ ;\ 0)$.* *Hai tiêu điểm : $F_1(-c\ ;\ 0)$, $F_2(c\ ;\ 0)$;* *Tâm sai $e = \dfrac{c}{a}$.* *Phương trình các cạnh của hình chữ nhật cơ sở : $x = \pm a, y = \pm b$.* *Phương trình hai đường tiệm cận : $y = \pm\dfrac{b}{a}x$.* *Bán kính qua tiêu điểm $M(x_M\ ;\ y_M) \in (H)$:* $MF_1 = \lvert a + ex_M\rvert = \left\lvert a + \dfrac{c}{a}x_M\right\rvert$; $MF_2 = \lvert a - ex_M\rvert = \left\lvert a - \dfrac{c}{a}x_M\right\rvert$.	
5. Parabol (Định nghĩa parabol ; Phương trình chính tắc của parabol ; Mô tả hình dạng parabol). *Về kiến thức :* *– Hiểu định nghĩa , phương trình chính tắc của parabol. Biết ý nghĩa của tham số tiêu, tiêu điểm, đường chuẩn, hình dạng của parabol.*	*Định nghĩa parabol là tập hợp các điểm mà khoảng cách từ điểm đó đến một điểm cho trước bằng khoảng cách đến một đường thẳng cho trước.* *1. Cho điểm F cố định và một đường thẳng cố định Δ không đi qua F. Parabol (P) là tập hợp các điểm M sao cho khoảng cách từ M đến F bằng khoảng cách từ M đến Δ.* $(P) = \{M \mid MF = d(M\ ;\ \Delta)\}$.	*– Dạng 1 : Từ phương trình chính tắc của parabol $y^2 = 2px$, $(p > 0)$ xác định toạ độ tiêu điểm, phương trình đường chuẩn, vẽ parabol.* *– Dạng 2 : Viết phương trình chính tắc của parabol khi cho các yếu tố xác định parabol đó.* *Ví dụ. Tìm toạ độ tiêu điểm, phương trình đường chuẩn và vẽ parabol $y^2 = 4x$.*

Chuẩn kiến thức – kĩ năng	Hướng dẫn thực hiện	
	Kiến thức cơ bản	**Dạng toán – Ví dụ – Lưu ý**
– Biết được một số đồ thị $y = ax^2$ $(a \neq 0)$ cũng là một parabol theo định nghĩa trên. *Về kĩ năng :* *– Từ phương trình chính tắc của parabol $y^2 = 2px$, $(p > 0)$ xác định được toạ độ tiêu điểm, phương trình đường chuẩn. Vẽ được parabol.* *– Viết được phương trình chính tắc của parabol khi cho các yếu tố xác định parabol đó.*	*F gọi là tiêu điểm, Δ là đường chuẩn,* *$p = d(F\ ;\ \Delta) > 0$ gọi là tham số tiêu của (P).* *2. Phương trình chính tắc của parabol :* $y^2 = 2px$ $(p > 0)$ *(h.9)*  *Hình 9* *Đỉnh : $O(0\ ;\ 0)$; tham số tiêu p ;* *Trục đối xứng : Ox ;* *Tiêu điểm : $F\left(\frac{p}{2}\ ;\ 0\right)$;* *Đường chuẩn Δ : $x = -\frac{p}{2}$.*	*Ví dụ. Viết phương trình chính tắc của parabol biết tiêu điểm là $F(5\ ;\ 0)$.*
6. Ba đường cônic ; Đường chuẩn của ba đường cônic *Về kiến thức :* *– Biết được khái niệm đường chuẩn của ba đường elip, hypebol, parabol.*	*1. Định nghĩa. Cho điểm F cố định, một đường thẳng Δ cố định không đi qua F và một số dương e.* *Cônic (C) là tập hợp các điểm M sao cho $\dfrac{MF}{d(M\ ;\ \Delta)} = e$.*	*– Dạng 1 : Xác định toạ độ tiêu điểm ; viết phương trình đường chuẩn của các đường cônic.* *– Dạng 2 : Sử dụng khái niệm đường chuẩn của ba đường cônic vào giải một số bài tập đơn giản.*

Chuẩn kiến thức – kĩ năng	Hướng dẫn thực hiện	
	Kiến thức cơ bản	**Dạng toán – Ví dụ – Lưu ý**
–Biết được tính chất chung của ba đường cônic : Cho điểm F cố định và đường thẳng Δ không đi qua F. Tập hợp những điểm M sao cho tỉ số $\frac{MF}{d(M\,;\,\Delta)} = e$ *(e là một số dương không đổi) là một cônic.* *Về kĩ năng :* *Sử dụng được khái niệm đường chuẩn của ba đường elip, hypebol, parabol vào giải một số bài tập đơn giản.*	$(\mathscr{C}) = \left\{M \mid \frac{MF}{d(M\,;\,\Delta)} = e\right\}.$ *Điểm F gọi là tiêu điểm, Δ gọi là đường chuẩn và e gọi là tâm sai của cônic* $(\mathscr{C})$. *2. Cho cônic* $(\mathscr{C})$ *với tâm sai e. Khi đó :* $(\mathscr{C})$ *là elip* $\Leftrightarrow e < 1$; $(\mathscr{C})$ *là parabol* $\Leftrightarrow e = 1$; $(\mathscr{C})$ *là hypebol* $\Leftrightarrow e > 1$. *3. Cho elip (E) :* $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1\ (a > b > 0).$ • *Đường chuẩn* Δ_1 *ứng với tiêu điểm* $F_1(-c\,;\,0)$ *có phương trình :* $x = -\frac{a}{e} = -\frac{a^2}{c}$. *Đường chuẩn* Δ_2 *ứng với tiêu điểm* $F_2(c\,;\,0)$ *có phương trình :* $x = \frac{a}{e} = \frac{a^2}{c}$. • *Với mọi điểm M thuộc (E) thì* $\frac{MF_1}{d(M\,;\,\Delta_1)} = \frac{MF_2}{d(M\,;\,\Delta_2)} = e < 1.$	*Ví dụ. Xác định tiêu điểm và đường chuẩn của các đường cônic sau :* *a)* $y^2 = 16x$; *b)* $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{4} = 1$; *c)* $\frac{x^2}{7} - \frac{y^2}{3} = 1.$

Chuẩn kiến thức – kĩ năng	Hướng dẫn thực hiện	
	Kiến thức cơ bản	**Dạng toán – Ví dụ – Lưu ý**
	4. Cho hypebol (H) : $$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (a > 0, b > 0).$$ • ***Đường chuẩn*** Δ_1 ***ứng với tiêu điểm*** $F_1(-c\ ;0)$ ***có phương trình :*** $$x = -\frac{a}{e} = -\frac{a^2}{c}\ ;$$ ***Đường chuẩn*** Δ_2 ***ứng với tiêu điểm*** $F_2(c\ ;0)$ ***có phương trình :*** $$x = \frac{a}{e} = \frac{a^2}{c}.$$ • ***Với mọi điểm M thuộc (H) thì*** $$\frac{MF_1}{d(M\ ;\Delta_1)} = \frac{MF_2}{d(M\ ;\Delta_2)} = e > 1.$$	

TỔ CHỨC THỰC HIỆN

I - YÊU CẦU CHUNG

Việc thực hiện chuẩn kiến thức, kĩ năng của chương trình giáo dục phổ thông môn Toán cần theo quan điểm cơ bản : sát thực, trực quan, đúng chuẩn và đổi mới.

SÁT THỰC

– Sát với nội dung chuẩn, với thực tế đối tượng và điều kiện giảng dạy, với thời lượng cho phép ; biên soạn đủ dạng các bài luyện tập tương đương với các ví dụ nêu trong chuẩn nhằm giúp học sinh rèn luyện kĩ năng giải toán đạt chuẩn và phân hoá theo mức độ yêu cầu của chương trình chuẩn và chương trình nâng cao. Thực hiện chương trình tự chọn của bộ môn theo hướng giúp học sinh đạt chuẩn tốt hơn.

– Chú trọng các ví dụ và bài toán có nội dung thực tiễn đời sống và gắn với các môn học khác (làm cho học sinh thấy rõ Toán học gắn với cuộc sống và làm quen với việc áp dụng tri thức Toán học để giải các bài toán thực tế, các bài toán của môn học Vật lí, Hoá học, Sinh học, ...)

TRỰC QUAN

– Tiếp cận chuẩn bằng phương pháp trực quan nhằm giảm tính hàn lâm, giảm các nội dung nặng nề, đơn giản hoá những vấn đề phức tạp nhưng không làm mất tính chính xác và suy luận có lí mà chuẩn đề ra.

– Dạy và học kiến thức kĩ năng theo chuẩn trên cơ sở dẫn dắt từng bước, qua những ví dụ mô tả khái niệm một cách rõ ràng, tránh áp đặt thiếu tự nhiên.

ĐÚNG CHUẨN

– Đảm bảo đúng kiến thức, kĩ năng, mức độ phức tạp của dạng toán minh hoạ, những lưu ý nêu trong chuẩn.

– Trước hết đảm bảo đạt chuẩn hoá và phân hoá theo mức độ yêu cầu của chương trình chuẩn và chương trình nâng cao ; hạn chế các ví dụ và bài tập phức tạp, đòi hỏi kĩ thuật và mẹo mực, nội dung khô cứng thiếu tự nhiên khó tiếp thu, giảm bớt số lượng công thức cần nhớ. Đảm bảo sự gọn, chặt chẽ và hệ thống kiến thức, kĩ năng mà chuẩn nêu.

ĐỔI MỚI

Theo chỉ đạo dạy và học của Bộ GD&ĐT : Đổi mới kiểm tra đánh giá theo chuẩn, đổi mới công cụ kiểm tra đánh giá, đổi mới thời lượng, đổi mới thứ tự thực hiện kiến thức kĩ năng chuẩn nêu, đổi mới phương tiện dạy học để đổi mới phương pháp dạy học, tăng cường tính chủ động của học sinh trong giờ học, giúp học sinh tích cực, hứng thú học tập. Tìm tòi sáng tạo những cách đưa nội dung học tập một cách nhẹ nhàng, dễ hiểu, tự nhiên mà vẫn chính xác. Cần đa dạng hoá các hoạt động thực hiện chuẩn (ôn lại kiến thức, giới thiệu kiến thức mới, học trước ở nhà, làm tại lớp, chia theo đề tài, thực hiện cá nhân hay nhóm nhỏ, áp dụng ngay kiến thức vừa học, câu hỏi trắc nghiệm khách quan, sử dụng máy tính cầm tay để giải toán ...).

II - HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN

VỚI HỌC SINH

– Với học sinh đại trà của mọi vùng miền, nội dung được nêu trong văn bản này là nội dung học tập bắt buộc phải đạt, không hạn chế nội dung học tập với học sinh có nhu cầu học tập nâng cao.

– Với những học sinh có nhu cầu học tập mở rộng, nâng cao hoặc đối tượng học sinh khá, giỏi, có thể tham khảo Chương trình Nâng cao hoặc Chương trình Chuyên của Bộ GD&ĐT ban hành ; có thể tham khảo trong sách giáo khoa hoặc sách bài tập, sách tham khảo nội dung chuyên mà nhà trường tuyển chọn hoặc có thể tự học theo năng lực bản thân.

– Ở vùng thuận lợi, học sinh cần được tăng cường chất lượng học tập qua việc tiếp cận các nguồn thông tin, các phương tiện công nghệ để củng cố, mở rộng, nâng cao kiến thức.

– Chuẩn kiến thức, kĩ năng của Chương trình Trung học phổ thông môn Toán giúp các em học sinh tự học, tự kiểm tra kiến thức, kĩ năng theo các yêu cầu cơ bản, tối thiểu của kiến thức, kĩ năng môn Toán mà học sinh cần phải có và phải đạt được qua học tập. Học sinh tự học, tự kiểm tra theo chuẩn kiến thức, kĩ năng qua học, kiểm tra các khái niệm cơ bản, các kĩ năng cơ bản, các công thức cần nhớ, các phương pháp giải, các dạng toán, ví dụ minh hoạ ... tương ứng với các chủ đề của chương trình ; tự nghiền ngẫm nội dung học tập theo một yêu cầu, phong cách riêng và với tốc độ phù hợp. Tự học không những giúp học sinh tự thân nắm nội dung học một cách chắc chắn và bền vững, xác định phương pháp học tập và kĩ năng vận dụng tri thức, rèn luyện ý chí và năng lực hoạt động sáng tạo ; tự thân bù đắp cho mình những lỗ hổng về kiến thức, đáp ứng với yêu cầu của chương trình. (Qua các hoạt động học tập : xây dựng kế hoạch, tập trung sức lực và thời gian cho nội dung trọng tâm, quan trọng nhất, nội dung còn khuyết hoặc chưa rõ, tránh dàn trải, phân tán. Nỗ lực, tự lực nắm nội dung học tập thông qua : đọc, tóm tắt tổng hợp, so sánh, phân loại ; tự làm bài tập, đề kiểm tra. Tranh thủ sự giúp đỡ của thầy cô giáo, của bạn bè và của cha mẹ, anh em trong gia đình, trong dòng họ).

VỚI GIÁO VIÊN

– Với giáo viên thì nội dung cơ bản nêu trong văn bản này là căn cứ để soạn bài, tiến hành dạy học, ôn tập và dựa trên đó để kiểm tra đánh giá kết quả học tập của học sinh. Đảm bảo vừa *đạt chuẩn* vừa *phân hoá* theo đặc điểm vùng, miền cho các đối tượng học sinh khác nhau ; đánh giá theo đề tự luận, đề TNKQ hoặc hỗn hợp gồm cả bài toán tự luận lẫn bài toán TNKQ. Ôn tập nhằm hệ thống hoá kiến thức đã học, hoàn thiện kĩ năng giải bài tập, qua ôn tập bổ khuyết cho những phát hiện thiếu sót về kiến thức, kĩ năng, về suy luận toán học thiếu căn cứ lôgic hoặc chưa hợp lí ; nhờ đó tạo cho từng học sinh vững tin vào năng lực bản thân có thể đạt kết quả tốt trong các kì kiểm tra đánh giá và thi.

Việc ôn tập môn Toán cần đạt tới hiểu được bản chất và vận dụng được các nội dung học ; khi ôn tập không nên quá chú ý vào việc tìm những thủ thuật ghi nhớ được nhiều, mặc dù nhớ là cơ sở cần cho việc giải các bài toán, nhưng không đủ ; bởi vì việc nắm vững các cách giải các dạng bài toán cơ bản cho nhiều khả năng đạt kết quả tốt trong kiểm tra, thi. Việc ôn tập giúp ta nhớ nội dung học tốt hơn và thực sự hữu ích cho việc giải các bài toán. Sự quan trọng của việc ôn tập là ở chỗ : giúp học sinh hệ thống lại và rút ra những điều cơ bản, chủ yếu, khái quát hoá của những kiến thức – kĩ năng đã học để thấy được sự tương đồng, tương ứng, đồng dạng, biến đổi về hình, khái niệm, phương pháp, dạng toán... trong chương trình môn học của một nội dung, một chủ đề, một lớp hay toàn cấp học.

– Giáo viên hướng dẫn ôn tập cần quán triệt rõ : những cách ôn tập đều là những biểu hiện cụ thể của việc hệ thống hoá kiến thức theo hướng làm rõ cấu trúc của từng phần, từng chương, từng mạch kiến thức, từng chủ đề hay toàn thể của chương trình ; làm rõ vị trí của mỗi kiến thức và quan hệ giữa các kiến thức ; tránh việc hệ thống hoá nặng tính hình thức như liệt kê các công thức, các định lí, các dạng toán đã học theo đúng khuôn mẫu và trình tự như trong sách giáo khoa. Cùng với việc hướng dẫn học sinh hệ thống hoá kiến thức, giáo viên giúp học sinh sắp xếp các bài tập và phân chia thành các dạng bài tập để nắm vững cách giải chung cho từng dạng chính, đồng thời nhắc lại và ghi ra được những kiến thức, định lí, công thức, suy luận đã học ở lớp dưới, nay thường phải sử dụng nhiều để giải toán ở lớp 10. Trong tình hình thực tế hiện nay, giáo viên cần tổ chức dạy và học chu đáo ngay từ đầu năm học, ôn tập đều đặn sau từng chương, mục, giúp học sinh tự giải các câu hỏi và bài tập nêu trong chuẩn kiến thức, kĩ năng.

– Giáo viên cần phải linh hoạt trong việc dạy học, có thể dẫn dắt học sinh tiếp cận kiến thức, kĩ năng trình bày theo phương pháp khác, cách khác hoặc thay bởi ví dụ khác tuỳ theo đối tượng, vùng miền để thực hiện chuẩn phù hợp với mức độ nhận thức của mỗi loại đối tượng. Trong dạy học cũng như kiểm tra, đánh giá, cần lưu ý tới công cụ máy tính cầm tay nhằm giảm tải phần tính toán cũng như đổi mới cả trình bày lời giải lẫn khâu ra đề và đáp án tương ứng yêu cầu tính đúng hoặc tính gần đúng ; khích lệ những học sinh có cách giải đúng bởi những kiến thức, kĩ năng có được do bản thân nỗ lực học tập.

VỚI CƠ QUAN, CÁN BỘ QUẢN LÍ GIÁO DỤC

– Với các cơ quan, cán bộ quản lí giáo dục thì nội dung văn bản nêu trong cuốn sách này là căn cứ tối thiểu để đánh giá, kiểm tra việc dạy và học.

– Trong thanh tra, kiểm tra dạy và học cần quán triệt tinh thần :

+ Khuyến khích giáo viên sáng tạo linh hoạt trong mỗi bài học, tiết học ; giáo viên có thể trình bày dạy nội dung kiến thức như đã nêu trong văn bản, tuy nhiên có thể linh hoạt trong cách trình bày (có thể trình bày theo phương pháp khác, cách khác hoặc thay bởi ví dụ khác tương tự về mức độ nhận thức) ; kiểm tra (hoặc ra đề thi) đúng theo yêu cầu mức độ đã đề cập trong cuốn sách với những bài toán khác tương đương mức độ nhận thức ;

+ Cần lưu ý tới công cụ máy tính cầm tay nhằm giảm tải về phần tính toán và để đổi mới cả trình bày lời giải lẫn khâu ra đề và đáp án tương ứng yêu cầu tính đúng hoặc tính gần đúng ;

+ Khích lệ những học sinh có cách giải đúng bởi những kiến thức, kĩ năng có được do bản thân nỗ lực học tập.

TÀI LIỆU THAM KHẢO CHÍNH

1. SGK, SGV Toán 10, 11, 12 - Chương trình nâng cao – *GS.* Đoàn Quỳnh (Tổng Chủ biên) và các tác giả.
2. SGK, SGV Toán 10, 11, 12 - Chương trình chuẩn – *PGS.* Trần Văn Hạo (Tổng Chủ biên) và các tác giả.
3. Văn bản chỉ đạo của Bộ GD&ĐT liên quan : Chương trình Giáo dục phổ thông môn Toán, Đổi mới phương pháp dạy học, Đổi mới ra đề kiểm tra, Danh mục thiết bị dạy học Toán 10, 11, 12.
4. Hướng dẫn thực hành Toán trên máy tính Casio, Vinacal fx-570MS.
5. Tài liệu về hội nghị tập huấn phương pháp dạy học Toán học phổ thông, Bộ Giáo dục và Đào tạo, 12/2000.
6. Đề tài B94 – 27 – 01 – PP về đổi mới phương pháp dạy học các môn khoa học tự nhiên ở trường THPT theo hướng "hoạt động hoá người học" – 1997.
7. Jean – Marc Denommé et Madelleine Roy : (Pour une pédagogie interactive). Tiến tới một phương pháp sư phạm tương tác (Người dịch : Nguyễn Quang Thuấn- Tống Văn Quán) – NXBTN – 2003.
8. Trần Kiều (Chủ biên) và cộng sự : Đổi mới phương pháp dạy học ở trường Trung học cơ sở – Viện Khoa học Giáo dục – 1997.
9. Geoffrey Petty : Dạy học ngày nay, Dự án Việt – Bỉ, 2002.
10. Robert Fisher : Dạy học trẻ, Dự án Việt – Bỉ, 2002.
11. Wilbert J. McKeachie : Những thủ thuật trong dạy học, Dự án Việt – Bỉ, 2002.
12. Trần Bá Hoành và cộng sự : Áp dụng dạy và học tích cực trong môn Toán, Dự án Việt – Bỉ, 2002.
13. Nguyễn Bá Kim - Đinh Nho Chương ... : Phương pháp dạy học môn Toán – NXBGD – 1994.
14. Phạm Gia Đức – Nguyễn Mạnh Cảng... : Phương pháp dạy học môn Toán – NXBGD – 1998.
15. Đề tài cấp Bộ mã số B 2002 – 49 – TĐ37 về Định hướng và các giải pháp đổi mới PPDH ở trường phổ thông – Viện Chiến lược và Chương trình Giáo dục, Hà Nội, 2004.

MỤC LỤC

Chịu trách nhiệm xuất bản :

Chủ tịch HĐQT kiêm Tổng Giám đốc NGÔ TRẦN ÁI
Phó Tổng Giám đốc kiêm Tổng biên tập NGUYỄN QUÝ THAO

Tổ chức bản thảo và chịu trách nhiệm nội dung :
Phó Vụ trưởng Vụ Giáo dục Trung học NGUYỄN HẢI CHÂU
Giám đốc CTCP Dịch vụ xuất bản Giáo dục Hà Nội PHAN KẾ THÁI

Biên tập nội dung :
LÊ THANH HẰNG

Trình bày bìa :
LƯU CHÍ ĐỒNG

Sửa bản in :
NGUYỄN THỊ THANH

Chế bản :
CÔNG TY CỔ PHẦN THIẾT KẾ VÀ PHÁT HÀNH SÁCH GIÁO DỤC

Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam – Bộ Giáo dục và Đào tạo giữ quyền công bố tác phẩm.

HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN KIẾN THỨC, KĨ NĂNG
MÔN TOÁN LỚP 10
Số đăng kí KHXB: 641-2009/CXB/32-1124/GD Mã số: TXT53H9 - ĐTH

In 7.000 cuốn (QĐ 84TK/KH09) khổ 29 x 20,5 cm
In tại Xí nghiệp in Hưng Yên. Số in: 45/2009
In xong và nộp lưu chiểu tháng 11 năm 2009.