12 ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA 2020 - 2021 MÔN TOÁN

CÓ ĐÁP ÁN

VÀ GIẢI CHI TIẾT

TỦ SÁCH LUYỆN THI

BỘ ĐỀ ÔN THI THPTQG

ĐỀ 1

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2020
Môn Toán;
Thời gian làm bài: 90 phút.

NỘI DUNG ĐỀ

Câu 1. Thể tích khối lập phương cạnh $2a$ bằng

(A) $8a^3$. (B) $2a^3$. (C) a^3. (D) $6a^3$.

Câu 2.
Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Giá trị cực đại của hàm số bằng

(A) 1. . (B) 2.
(C) 0. (D) 5.

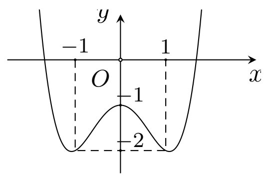
x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, Cho hai điểm $A(1;1;-1)$ và $B(2;3;2)$. Véctơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ

(A) $(1;2;3)$. (B) $(-1;-2;3)$. (C) $(3;5;1)$. (D) $(3;4;1)$.

Câu 4.
Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây

(A) $(0;1)$. . (B) $(-\infty;-1)$.
(C) $(-1;1)$. (D) $(-1;0)$.



Câu 5. Với a và b là hai số thực dương tùy ý, $\log\left(ab^2\right)$ bằng

(A) $2\log a + \log b$. (B) $\log a + 2\log b$. (C) $2(\log a + \log b)$. (D) $\log a + \frac{1}{2}\log b$.

Câu 6. Cho $\int\limits_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = 2$ và $\int\limits_0^1 g(x)\,\mathrm{d}x = 5$, khi đó $\int\limits_0^1 [f(x) - 2g(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) -3. (B) 12. (C) -8. (D) 1.

Câu 7. Thể tích khối cầu bán kính a bằng

(A) $\dfrac{4\pi a^3}{3}$. (B) $4\pi a^3$. (C) $\dfrac{\pi a^3}{3}$. (D) $2\pi a^3$.

Câu 8. Tập nghiệm của phương trình $\log_2\left(x^2 - x + 2\right) = 1$

(A) $\{0\}$. (B) $\{0;1\}$. (C) $\{-1;0\}$. (D) $\{1\}$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oxz) có phương trình là

(A) $z = 0$. (B) $x + y + z = 0$. (C) $y = 0$. (D) $x = 0$.

Câu 10. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \mathrm{e}^x + x$ là

(A) $\mathrm{e}^x + x^2 + C$. (B) $\mathrm{e}^x + \dfrac{1}{2}x^2 + C$.
(C) $\dfrac{1}{x+1}\mathrm{e}^x + \dfrac{1}{2}x^2 + C$. (D) $\mathrm{e}^x + 1 + C$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-2}{-1} = \dfrac{z-3}{2}$ đi qua điểm nào dưới đây ?

(A) $Q(2;-1;2)$. (B) $M(-1;-2;-3)$. (C) $P(1;2;3)$. (D) $N(-2;1;-2)$.

Câu 12. Với k và n là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k \leq n$, mệnh đề nào dưới đây đúng ?

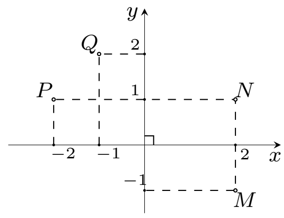
(A) $\mathrm{C}_n^k = \dfrac{n!}{k!(n-k)!}$. (B) $\mathrm{C}_n^k = \dfrac{n!}{k!}$. (C) $\mathrm{C}_n^k = \dfrac{n!}{(n-k)!}$. (D) $\mathrm{C}_n^k = \dfrac{k!(n-k)!}{n!}$.

Câu 13. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công sai $d = 5$ Giá trị của u_4 bằng

(A) 22. (B) 17. (C) 12. (D) 250.

Câu 14.

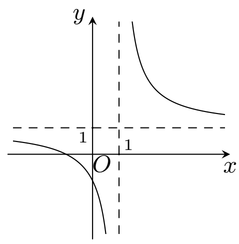
Điểm nào trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức $z = -1 + 2i$



Ⓐ N. .   Ⓑ P.
Ⓒ M.   Ⓓ Q.

Câu 15.

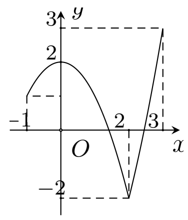
Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây ?



Ⓐ $y = \dfrac{2x-1}{x-1}$. .   Ⓑ $y = \dfrac{x+1}{x-1}$.
Ⓒ $y = x^4 + x^2 + 1$.   Ⓓ $y = x^3 - 3x - 1$.

Câu 16.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 3]$. Giá trị của $M - m$ bằng



Ⓐ 0. .   Ⓑ 1.
Ⓒ 4.   Ⓓ 5.

Câu 17. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)(x+2)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

Ⓐ 3.   Ⓑ 2.   Ⓒ 5.   Ⓓ 1.

Câu 18. Tìm các số thực a và b thỏa mãn $2a + (b+i)i = 1 + 2i$ với i là đơn vị ảo.

Ⓐ $a = 0,\ b = 2$.   Ⓑ $a = \frac{1}{2},\ b = 1$.   Ⓒ $a = 0,\ b = 1$.   Ⓓ $a = 1,\ b = 2$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $I(1; 1; 1)$ và $A(1; 2; 3)$. Phương trình của mặt cầu có tâm I và đi qua A là

Ⓐ $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 29$.   Ⓑ $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 5$.
Ⓒ $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 25$.   Ⓓ $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 5$.

Câu 20. Đặt $\log_3 2 = a$ khi đó $\log_{16} 27$ bằng

Ⓐ $\dfrac{3a}{4}$.   Ⓑ $\dfrac{3}{4a}$.   Ⓒ $\dfrac{4}{3a}$.   Ⓓ $\dfrac{4a}{3}$.

Câu 21. Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 3z + 5 = 0$. Giá trị của $|z_1| + |z_2|$ bằng

Ⓐ $2\sqrt{5}$.   Ⓑ $\sqrt{5}$.   Ⓒ 3.   Ⓓ 10.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$ khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 10 = 0$ và $(Q): x + 2y + 2z - 3 = 0$ bằng

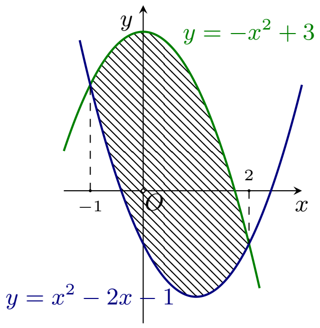
Ⓐ $\frac{8}{3}$.   Ⓑ $\frac{7}{3}$.   Ⓒ 3.   Ⓓ $\frac{4}{3}$.

Câu 23. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-2x} < 27$ là

Ⓐ $(-\infty; -1)$.   Ⓑ $(3; +\infty)$.
Ⓒ $(-1; 3)$.   Ⓓ $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$.

Câu 24.

Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào dưới đây ?



Ⓐ $\int\limits_{-1}^{2}\left(2x^2-2x-4\right)\,\mathrm{d}x$.
Ⓑ $\int\limits_{-1}^{2}(-2x+2)\,\mathrm{d}x$.
Ⓒ $\int\limits_{-1}^{2}(2x-2)\,\mathrm{d}x$.
Ⓓ $\int\limits_{-1}^{2}\left(-2x^2+2x+4\right)\,\mathrm{d}x$.

Câu 25. Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng $2a$ và bán kính đáy bằng a. Thể tích của khối nón đã cho bằng

Ⓐ $\dfrac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$. Ⓑ $\dfrac{\sqrt{3}\pi a^3}{2}$. Ⓒ $\dfrac{2\pi a^3}{3}$. Ⓓ $\dfrac{\pi a^3}{3}$.

Câu 26.

Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f(x)$			$+\infty$ ‖		5
	2	$\nearrow$	‖ 3	$\nearrow$	

Ⓐ 4. .
Ⓑ 1.
Ⓒ 3.
Ⓓ 2.

Câu 27. Cho khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng $2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

Ⓐ $\dfrac{4\sqrt{2}a^3}{3}$. Ⓑ $\dfrac{8a^3}{3}$. Ⓒ $\dfrac{8\sqrt{2}a^3}{3}$. Ⓓ $\dfrac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 28. Hàm số $f(x)=\log_2\left(x^2-2x\right)$ có đạo hàm

Ⓐ $f'(x)=\dfrac{\ln 2}{x^2-2x}$.
Ⓑ $f'(x)=\dfrac{1}{(x^2-2x)\ln 2}$.
Ⓒ $f'(x)=\dfrac{(2x-2)\ln 2}{x^2-2x}$.
Ⓓ $f'(x)=\dfrac{2x-2}{(x^2-2x)\ln 2}$.

Câu 29.

Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $2f(x)+3=0$ là

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$		$\nearrow$	1	$\searrow$		$\nearrow$	$+\infty$
			-2				-2		

Ⓐ 4. Ⓑ 3. Ⓒ 2. Ⓓ 1.

Câu 30. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai mặt phẳng $(A'B'CD)$ và $(ABC'D')$ bằng

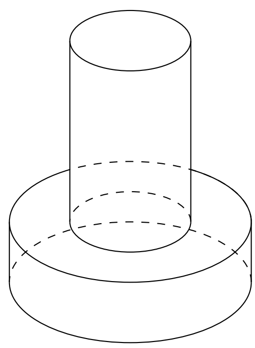
Ⓐ $30°$. Ⓑ $60°$. Ⓒ $45°$. Ⓓ $90°$.

Câu 31. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3\left(7-3^x\right)=2-x$

Ⓐ 2. Ⓑ 1. Ⓒ 7. Ⓓ 3.

Câu 32.

Một khối đồ chơi gồm hai khối trụ (H_1), (H_2) xếp chồng lên nhau, lần lượt có bán kính đáy và chiều cao tương ứng là r_1, h_1, r_2, h_2 thỏa mãn $r_2=\dfrac{1}{2}r_1$, $h_2=2h_1$ (tham khảo hình vẽ). Biết rằng thể tích của toàn bộ khối đồ chơi bằng 30cm^3, thể tích khối trụ (H_1) bằng



Ⓐ 24cm^3. .
Ⓑ 15cm^3.
Ⓒ 20cm^3.
Ⓓ 10cm^3.

Câu 33. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=4x(1+\ln x)$ là

Ⓐ $2x^2\ln x+3x^2$. Ⓑ $2x^2\ln x+x^2$. Ⓒ $2x^2\ln x+3x^2+C$. Ⓓ $2x^2\ln x+x^2+C$.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a, $\widehat{BAD} = 60^\circ$, $SA = a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD) bằng

Ⓐ $\dfrac{\sqrt{21}a}{7}$. Ⓑ $\dfrac{\sqrt{15}a}{7}$. Ⓒ $\dfrac{\sqrt{21}a}{3}$. Ⓓ $\dfrac{\sqrt{15}a}{3}$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$ và đường thẳng $d: \dfrac{x}{1} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z-2}{-1}$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) có phương trình là

Ⓐ $\dfrac{x+1}{-1} = \dfrac{y+1}{-4} = \dfrac{z+1}{5}$. Ⓑ $\dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y-1}{-2} = \dfrac{z-1}{-1}$.

Ⓒ $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-1}{4} = \dfrac{z-1}{-5}$. Ⓓ $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-4}{1} = \dfrac{z+5}{1}$.

Câu 36. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = -x^3 - 6x^2 + (4m - 9)x + 4$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ là

Ⓐ $\left(-\infty; 0\right]$. Ⓑ $\left[-\dfrac{3}{4}; +\infty\right)$. Ⓒ $\left(-\infty; -\dfrac{3}{4}\right]$. Ⓓ $\left[0; +\infty\right)$.

Câu 37. Xét các số phức z thỏa mãn $(z + 2i)(\overline{z} + 2)$ là số thuần ảo. Biết rằng tập hợp tất cả các điểm biểu diễn của z là một đường tròn, tâm của đường tròn đó có tọa độ là

Ⓐ $(1; -1)$. Ⓑ $(1; 1)$. Ⓒ $(-1; 1)$. Ⓓ $(-1; -1)$.

Câu 38. Cho $\displaystyle\int_0^1 \frac{x\,\mathrm{d}x}{(x+2)^2} = a + b\ln 2 + c\ln 3$ với a, b, c là các số hữu tỷ. Giá trị của $3a + b + c$ bằng

Ⓐ -2. Ⓑ -1. Ⓒ 2. Ⓓ 1.

Câu 39.

Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Bất phương trình $f(x) < \mathrm{e}^x + m$ đúng với mọi $x \in (-1; 1)$ khi và chỉ khi

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	↘	-3	↗	0	↘	$-\infty$

Ⓐ $m \geq f(1) - \mathrm{e}$. Ⓑ $m > f(-1) - \dfrac{1}{\mathrm{e}}$.

Ⓒ $m \geq f(-1) - \dfrac{1}{\mathrm{e}}$. Ⓓ $m > f(1) - \mathrm{e}$.

Câu 40. Có hai dãy ghế đối diện nhau, mỗi dãy có ba ghế. Xếp ngẫu nhiên 6 học sinh, gồm 3 nam và 3 nữ, ngồi vào hai dãy ghế đó sao cho mỗi ghế có đúng một học sinh ngồi. Xác suất để mỗi học sinh nam đều ngồi đối diện với một học sinh nữ bằng

Ⓐ $\dfrac{2}{5}$. Ⓑ $\dfrac{1}{20}$. Ⓒ $\dfrac{3}{5}$. Ⓓ $\dfrac{1}{10}$.

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -2; 4)$, $B(-3; 3; -1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 8 = 0$. Xét M là điểm thay đổi thuộc (P), giá trị nhỏ nhất của $2MA^2 + 3MB^2$ bằng

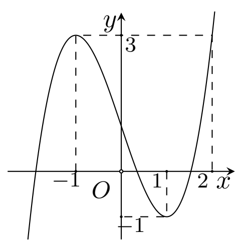
Ⓐ 135. Ⓑ 105. Ⓒ 108. Ⓓ 145.

Câu 42. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|^2 = 2|z + \overline{z}| + 4$ và $|z - 1 - i| = |z - 3 + 3i|$?

Ⓐ 4. Ⓑ 3. Ⓒ 1. Ⓓ 2.

Câu 43.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(\sin x) = m$ có nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$ là



Ⓐ $[-1; 3)$. Ⓑ $(-1; 1)$.

Ⓒ $(-1; 3)$. Ⓓ $[-1; 1)$.

Câu 44. Ông A vay ngân hàng 100 triệu đồng với lãi suất 1 %/tháng. Ông ta muốn hoàn nợ cho ngân hàng theo cách: Sau đúng một tháng kể từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ; hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ ở mỗi tháng là như nhau và ông A trả hết nợ sau đúng 5 năm kể từ ngày vay. Biết rằng mỗi tháng ngân hàng chỉ tính lãi trên số dư nợ thực tế của tháng đó. Hỏi số tiền mỗi tháng ông ta cần trả cho ngân hàng gần nhất với số tiền nào dưới đây ?

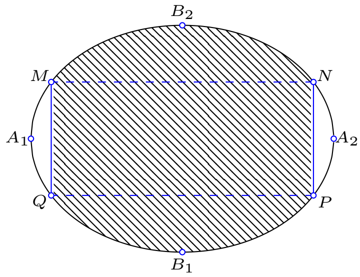
(A) 2,22 triệu đồng. (B) 3,03 triệu đồng. (C) 2,25 triệu đồng. (D) 2,20 triệu đồng.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $E(2;1;3)$, mặt phẳng $(P): 2x+2y-z-3=0$ và mặt cầu $(S): (x-3)^2+(y-2)^2+(z-5)^2=36$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua E, nằm trong (P) và cắt (S) tại hai điểm có khoảng cách nhỏ nhất. Phương trình của Δ là

(A) $\begin{cases} x=2+9t \\ y=1+9t \\ z=3+8t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x=2-5t \\ y=1+3t \\ z=3 \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x=2+t \\ y=1-t \\ z=3 \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x=2+4t \\ y=1+3t \\ z=3-3t \end{cases}$.

Câu 46.

Một biển quảng cáo có dạng hình elip với bốn đỉnh A_1, A_2, B_1, B_2 như hình vẽ bên. Biết chi phí để sơn phần tô đậm là 200.000 đồng/m^2 và phần còn lại là 100.000 đồng/m^2. Hỏi số tiền để sơn theo cách trên gần nhất với số tiền nào dưới đây, biết $A_1A_2 = 8\text{m}$, $B_1B_2 = 6\text{m}$ và tứ giác $MNPQ$ là hình chữ nhật có $MQ = 3\text{m}$?



(A) 7.322.000 đồng. (B) 7.213.000 đồng.

(C) 5.526.000 đồng. (D) 5.782.000 đồng.

Câu 47. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 1. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AA' và BB'. Đường thẳng CM cắt đường thẳng $C'A'$ tại P, đường thẳng CN cắt đường thẳng $C'B'$ tại Q. Thể tích của khối đa diện lồi $A'MPB'NQ$ bằng

(A) 1. (B) $\frac{1}{3}$. (C) $\frac{1}{2}$. (D) $\frac{2}{3}$.

Câu 48. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		1		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y = 3f(x+2) - x^3 + 3x$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?

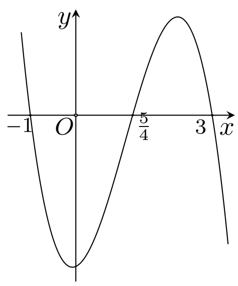
(A) $(1;+\infty)$. (B) $(-\infty;-1)$. (C) $(-1;0)$. (D) $(0;2)$.

Câu 49. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $m^2\left(x^4-1\right) + m\left(x^2-1\right) - (x-1) \geq 0$ đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$. Tổng giá trị của tất cả các phần tử thuộc S bằng

(A) $-\frac{3}{2}$. (B) 1. (C) $-\frac{1}{2}$. (D) $\frac{1}{2}$.

Câu 50.

Cho hàm số $f(x) = mx^4 + nx^3 + px^2 + qx + r$ $(m,n,p,q,r \in \mathbb{R})$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tập nghiệm của phương trình $f(x) = r$ có số phần tử là



(A) 4. . (B) 3.

(C) 1. (D) 2.

—HẾT—

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

1. A	2. D	3. A	4. D	5. B	6. C	7. A	8. B	9. C	10. B
11. C	12. A	13. B	14. D	15. B	16. D	17. A	18. D	19. B	20. B
21. A	22. B	23. C	24. D	25. A	26. C	27. A	28. D	29. A	30. D
31. A	32. C	33. D	34. A	35. C	36. C	37. D	38. B	39. C	40. A
41. A	42. B	43. D	44. A	45. C	46. A	47. D	48. C	49. C	50. B

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2020
Môn Toán;
Thời gian làm bài: 90 phút.

NỘI DUNG ĐỀ

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x+2y+3z-1=0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n}_3=(1;2;-1)$. B. $\vec{n}_4=(1;2;3)$. C. $\vec{n}_1=(1;3;-1)$. D. $\vec{n}_2=(2;3;-1)$.

Câu 2. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_5 a^2$ bằng

A. $2\log_5 a$. B. $2+\log_5 a$. C. $\dfrac{1}{2}+\log_5 a$. D. $\dfrac{1}{2}\log_5 a$.

Câu 3. Cho hàm số có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	3	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;0)$. B. $(2;+\infty)$. C. $(0;2)$. D. $(0;+\infty)$.

Câu 4. Nghiệm của phương trình $3^{2x-1}=27$ là

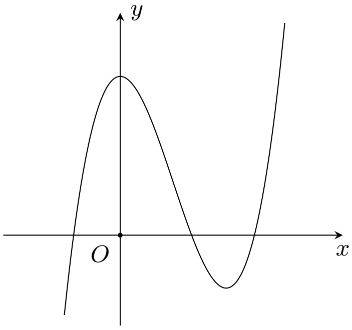
A. $x=5$. B. $x=1$. C. $x=2$. D. $x=4$.

Câu 5. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=3$ và $u_2=9$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. -6. B. 3. C. 12. D. 6.

Câu 6.
Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?

A. $y=x^3-3x^2+3$. B. $y=-x^3+3x^2+3$.
C. $y=x^4-2x^2+3$. D. $y=-x^4+2x^2+3$.



Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+3}{1}$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của d?

A. $\vec{u}_2=(2;1;1)$. B. $\vec{u}_4=(1;2;-3)$. C. $\vec{u}_3=(-1;2;1)$. D. $\vec{u}_1=(2;1;-3)$.

Câu 8. Thể tích của khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r là

A. $\dfrac{1}{3}\pi r^2h$. B. πr^2h. C. $\dfrac{4}{3}\pi r^2h$. D. $2\pi r^2h$.

Câu 9. Số cách chọn 2 học sinh từ 7 học sinh là

A. 2^7. B. A_7^2. C. C_7^2. D. 7^2.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-1)$ trên trục Oz có tọa độ là

A. $(2;1;0)$. B. $(0;0;-1)$. C. $(2;0;0)$. D. $(0;1;0)$.

Câu 11. Biết $\int\limits_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = -2$ và $\int\limits_0^1 g(x)\,\mathrm{d}x = 3$, khi đó $\int\limits_0^1 [f(x) - g(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) -5. (B) 5. (C) -1. (D) 1.

Câu 12. Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy B và có chiều cao h là

(A) $3Bh$. (B) Bh. (C) $\frac{4}{3}Bh$. (D) $\frac{1}{3}Bh$.

Câu 13. Số phức liên hợp của số phức $3 - 4i$ là

(A) $-3 - 4i$. (B) $-3 + 4i$. (C) $3 + 4i$. (D) $-4 + 3i$.

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

(A) $x = 2$. (B) $x = 1$. (C) $x = -1$. (D) $x = -3$.

Câu 15. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 5$ là

(A) $x^2 + 5x + C$. (B) $2x^2 + 5x + C$. (C) $2x^2 + C$. (D) $x^2 + C$.

Câu 16. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

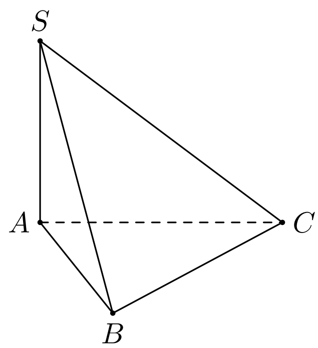
Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) - 3 = 0$ là

(A) 2. (B) 1. (C) 4. (D) 3.

Câu 17.

Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA = 2a$, tam giác ABC vuông tại B, $AB = a\sqrt{3}$ và $BC = a$ (minh họa như hình vẽ bên). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng

(A) 90°. (B) 45°. (C) 30°. (D) 60°.



Câu 18. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 6z + 10 = 0$. Giá trị của $z_1^2 + z_2^2$ bằng

(A) 16. (B) 56. (C) 20. (D) 26.

Câu 19. Hàm số $y = 2^{x^2-3x}$ có đạo hàm là

(A) $(2x - 3) \cdot 2^{x^2-3x} \cdot \ln 2$. (B) $2^{x^2-3x} \cdot \ln 2$.

(C) $(2x - 3) \cdot 2^{x^2-3x}$. (D) $(x^2 - 3x) \cdot 2^{x^2-3x+1}$.

Câu 20. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 2$ trên đoạn $[-3; 3]$ là

Ⓐ -16. Ⓑ 20. Ⓒ 0. Ⓓ 4.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2z - 7 = 0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

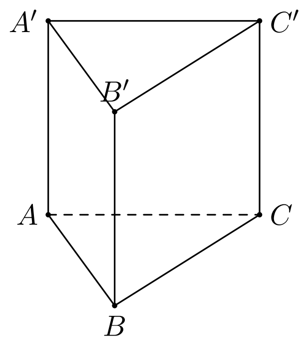
Ⓐ $\sqrt{7}$. Ⓑ 9. Ⓒ 3. Ⓓ $\sqrt{15}$.

Câu 22.

Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a và $AA' = \sqrt{3}a$ (minh họa hình vẽ bên). Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

Ⓐ $\dfrac{3a^3}{4}$. Ⓑ $\dfrac{3a^3}{2}$.

Ⓒ $\dfrac{a^3}{4}$. Ⓓ $\dfrac{a^3}{2}$.



Câu 23. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x+2)^2$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

Ⓐ 0. Ⓑ 3. Ⓒ 2. Ⓓ 1.

Câu 24. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $a^4 b = 16$. Giá trị của $4\log_2 a + \log_2 b$ bằng

Ⓐ 4. Ⓑ 2. Ⓒ 16. Ⓓ 8.

Câu 25. Cho hai số phức $z_1 = 1 - i$ và $z_2 = 1 + 2i$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm biểu diễn số phức $3z_1 + z_2$ có tọa độ là

Ⓐ $(4; -1)$. Ⓑ $(-1; 4)$. Ⓒ $(4; 1)$. Ⓓ $(1; 4)$.

Câu 26. Nghiệm của phương trình $\log_3(x+1) + 1 = \log_3(4x+1)$ là

Ⓐ $x = 3$. Ⓑ $x = -3$. Ⓒ $x = 4$. Ⓓ $x = 2$.

Câu 27. Một cơ sở sản xuất có hai bể nước hình trụ có chiều cao bằng nhau, bán kính đáy lần lượt bằng 1 m và 1,2 m. Chủ cơ sở dự định làm một bể nước mới, hình trụ, có cùng chiều cao và có thể tích bằng tổng thể tích của hai bể nước trên. Bán kính đáy của bể nước dự định làm **gần nhất** với kết quả nào dưới đây?

Ⓐ 1,8 m. Ⓑ 1,4 m. Ⓒ 2,2 m. Ⓓ 1,6 m.

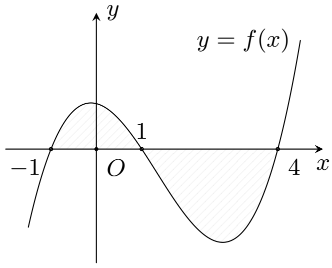
Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	||	$-$	0	$+$	
y	2	$\searrow$	-4 || $+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

Ⓐ 4. Ⓑ 1. Ⓒ 3. Ⓓ 2.

Câu 29. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = -1$ và $x = 4$ (như hình vẽ bên dưới). Mệnh đề nào dưới đây đúng?



Ⓐ $S=-\int\limits_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x+\int\limits_{1}^{4} f(x)\,\mathrm{d}x$.

Ⓑ $S=\int\limits_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x-\int\limits_{1}^{4} f(x)\,\mathrm{d}x$.

Ⓒ $S=\int\limits_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x+\int\limits_{1}^{4} f(x)\,\mathrm{d}x$.

Ⓓ $S=-\int\limits_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x-\int\limits_{1}^{4} f(x)\,\mathrm{d}x$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;0)$ và $B(5;1;-1)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

Ⓐ $2x-y-z+5=0$.
Ⓑ $2x-y-z-5=0$.
Ⓒ $x+y+2z-3=0$.
Ⓓ $3x+2y-z-14=0$.

Câu 31. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{2x-1}{(x+1)^2}$ trên khoảng$(-1;+\infty)$ là

Ⓐ $2\ln(x+1)+\dfrac{2}{x+1}+C$.
Ⓑ $2\ln(x+1)+\dfrac{3}{x+1}+C$.
Ⓒ $2\ln(x+1)-\dfrac{2}{x+1}+C$.
Ⓓ $2\ln(x+1)-\dfrac{3}{x+1}+C$.

Câu 32. Cho hàm số $f(x)$. Biết $f(0)=4$ và $f'(x)=2\cos^2 x+1$, $\forall x\in\mathbb{R}$, khi đó $\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}} f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

Ⓐ $\dfrac{\pi^2+4}{16}$.
Ⓑ $\dfrac{\pi^2+14\pi}{16}$.
Ⓒ $\dfrac{\pi^2+16\pi+4}{16}$.
Ⓓ $\dfrac{\pi^2+16\pi+16}{16}$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;2;0)$, $B(2;0;2)$, $C(2;-1;3)$, $D(1;1;3)$. Đường thẳng đi qua C và vuông góc với mặt phẳng (ABD) có phương trình là

Ⓐ $\begin{cases}x=-2-4t\\y=-2-3t\\z=2-t\end{cases}$.
Ⓑ $\begin{cases}x=2+4t\\y=-1+3t\\z=3-t\end{cases}$.
Ⓒ $\begin{cases}x=-2+4t\\y=-4+3t\\z=2+t\end{cases}$.
Ⓓ $\begin{cases}x=4+2t\\y=3-t\\z=1+3t\end{cases}$.

Câu 34. Cho số phức z thỏa mãn $3(\overline{z}+i)-(2-i)z=3+10i$. Mô-đun của z bằng

Ⓐ 3.
Ⓑ 5.
Ⓒ $\sqrt{5}$.
Ⓓ $\sqrt{3}$.

Câu 35. Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau

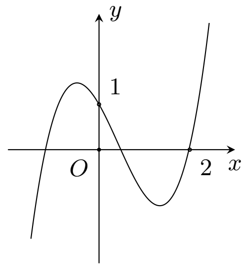
x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
f'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f(3-2x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

Ⓐ $(4;+\infty)$.
Ⓑ $(-2;1)$.
Ⓒ $(2;4)$.
Ⓓ $(1;2)$.

Câu 36.

Cho hàm số $y = f(x)$, hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Bất phương trình $f(x) < x + m$ (m là tham số thực) nghiệm đúng với mọi $x \in (0; 2)$ khi và chỉ khi



(A) $m \geq f(2) - 2$.
(B) $m \geq f(0)$.
(C) $m > f(2) - 2$.
(D) $m > f(0)$.

Câu 37. Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 25 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn là

(A) $\frac{1}{2}$.
(B) $\frac{13}{25}$.
(C) $\frac{12}{25}$.
(D) $\frac{313}{625}$.

Câu 38. Cho hình trụ có chiều cao bằng $5\sqrt{3}$. Cắt hình trụ đã cho bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 1, thiết diện thu được có diện tích bằng 30. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

(A) $10\sqrt{3}\pi$.
(B) $5\sqrt{39}\pi$.
(C) $20\sqrt{3}\pi$.
(D) $10\sqrt{39}\pi$.

Câu 39. Cho phương trình $\log_9 x^2 - \log_3(3x - 1) = -\log_3 m$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình đã cho có nghiệm?

(A) 2.
(B) 4.
(C) 3.
(D) Vô số.

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBD) bằng

(A) $\frac{\sqrt{21}a}{14}$.
(B) $\frac{\sqrt{21}a}{7}$.
(C) $\frac{\sqrt{2}a}{2}$.
(D) $\frac{\sqrt{21}a}{28}$.

Câu 41. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f(4) = 1$ và $\int\limits_0^1 xf(4x)\,\mathrm{d}x = 1$, khi đó $\int\limits_0^4 x^2 f'(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

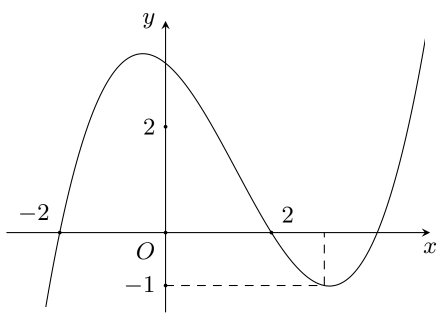
(A) $\frac{31}{2}$.
(B) -16.
(C) 8.
(D) 14.

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0; 4; -3)$. Xét đường thẳng d thay đổi, song song với trục Oz và cách trục Oz một khoảng bằng 3. Khi khoảng cách từ A đến d nhỏ nhất, d đi qua điểm nào dưới đây?

(A) $P(-3; 0; -3)$.
(B) $M(0; -3; -5)$.
(C) $N(0; 3; -5)$.
(D) $Q(0; 5; -3)$.

Câu 43.

Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $|f(x^3 - 3x)| = \frac{4}{3}$ là



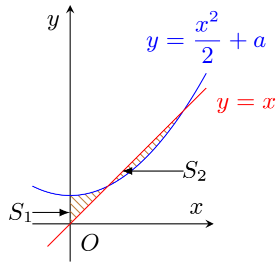
(A) 3.
(B) 8.
(C) 7.
(D) 4.

Câu 44. Xét số phức z thỏa mãn $|z| = \sqrt{2}$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp điểm biểu diễn các số phức $w = \frac{4 + iz}{1 + z}$ là một đường tròn có bán kính bằng

(A) $\sqrt{34}$.
(B) 26.
(C) 34.
(D) $\sqrt{26}$.

Câu 45.

Cho đường thẳng $y=x$ và parabol $y=\dfrac{1}{2}x^2+a$ (a là tham số thực dương). Gọi S_1 và S_2 lần lượt là diện tích của hai hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ dưới đây. Khi $S_1=S_2$ thì a thuộc khoảng nào dưới đây?



(A) $\left(\dfrac{3}{7};\dfrac{1}{2}\right)$. (B) $\left(0;\dfrac{1}{3}\right)$. (C) $\left(\dfrac{1}{3};\dfrac{2}{5}\right)$. (D) $\left(\dfrac{2}{5};\dfrac{3}{7}\right)$.

Câu 46. Cho hàm số $y=f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	↘	-3	↗	2	↘	-1	↗	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x^2-2x)$ là

(A) 9. (B) 3. (C) 7. (D) 5.

Câu 47. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có chiều cao bằng 8 và đáy là tam giác đều cạnh bằng 6. Gọi M, N và P lần lượt là tâm của các mặt bên $ABB'A'$, $ACC'A'$ và $BCC'B'$. Thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A, B, C, M, N, P bằng

(A) $27\sqrt{3}$. (B) $21\sqrt{3}$. (C) $30\sqrt{3}$. (D) $36\sqrt{3}$.

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+\left(z+\sqrt{2}\right)^2=3$. Có tất cả bao nhiêu điểm $A(a;b;c)$ (a, b, c là các số nguyên) thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho có ít nhất hai tiếp tuyến của (S) đi qua A và hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau?

(A) 12. (B) 8. (C) 16. (D) 4.

Câu 49. Cho hai hàm số $y=\dfrac{x-3}{x-2}+\dfrac{x-2}{x-1}+\dfrac{x-1}{x}+\dfrac{x}{x+1}$ và $y=|x+2|-x+m$ (m là tham số thực) có đồ thị lần lượt là (C_1) và (C_2). Tập hợp tất cả các giá trị của m để (C_1) và (C_2) cắt nhau tại đúng bốn điểm phân biệt là

(A) $(-\infty;2]$. (B) $[2;+\infty)$. (C) $(-\infty;2)$. (D) $(2;+\infty)$.

Câu 50. Cho phương trình $\left(4\log_2^2 x+\log_2 x-5\right)\sqrt{7^x-m}=0$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt?

(A) 49. (B) 47. (C) Vô số. (D) 48.

—HẾT—

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

1. B	2. A	3. C	4. C	5. D	6. A	7. C	8. A	9. C	10. B
11. A	12. B	13. C	14. C	15. A	16. C	17. B	18. A	19. A	20. B
21. C	22. A	23. D	24. A	25. A	26. D	27. D	28. D	29. B	30. B
31. B	32. C	33. C	34. C	35. B	36. B	37. C	38. C	39. A	40. B
41. B	42. C	43. B	44. A	45. C	46. C	47. C	48. A	49. B	50. B

ĐỀ 3

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2020

Môn Toán;

Thời gian làm bài: 90 phút.

NỘI DUNG ĐỀ

Câu 1. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 6$ là

(A) $x^2 + 6x + C$. (B) $2x^2 + C$. (C) $2x^2 + 6x + C$. (D) $x^2 + C$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 2x - y + 3z + 1 = 0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P) ?

(A) $\overrightarrow{n_1} = (2; -1; -3)$. (B) $\overrightarrow{n_4} = (2; 1; 3)$. (C) $\overrightarrow{n_2} = (2; -1; 3)$. (D) $\overrightarrow{n_3} = (2; 3; 1)$.

Câu 3. Thể tích của khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r là

(A) $\pi r^2 h$. (B) $2\pi r^2 h$. (C) $\frac{1}{3}\pi r^2 h$. (D) $\frac{4}{3}\pi r^2 h$.

Câu 4. Số phức liên hợp của số phức $5 - 3i$ là

(A) $-5 + 3i$. (B) $-3 + 5i$. (C) $-5 - 3i$. (D) $5 + 3i$.

Câu 5. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_5 a^3$ bằng

(A) $\frac{1}{3}\log_5 a$. (B) $\frac{1}{3} + \log_5 a$. (C) $3 + \log_5 a$. (D) $3\log_5 a$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3; -1; 1)$ trên trục Oz có tọa độ là

(A) $(3; 0; 0)$. (B) $(3; -1; 0)$. (C) $(0; 0; 1)$. (D) $(0; -1; 0)$.

Câu 7. Số cách chọn 2 học sinh từ 5 học sinh là

(A) 5^2. (B) 2^5. (C) C_5^2. (D) A_5^2.

Câu 8. Biết tích phân $\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = 3$ và $\int_0^1 g(x)\,\mathrm{d}x = -4$. Khi đó $\int_0^1 [f(x) + g(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) -7. (B) 7. (C) -1. (D) 1.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-5} = \frac{z+2}{3}$. Véc-tơ nào dưới đây là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d

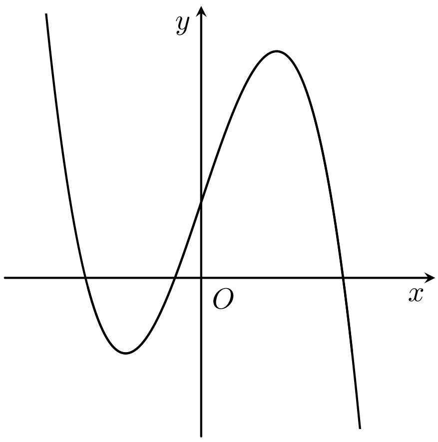
(A) $\vec{u} = (2; 5; 3)$. (B) $\vec{u} = (2; -5; 3)$. (C) $\vec{u} = (1; 3; 2)$. (D) $\vec{u} = (1; 3; -2)$.

Câu 10.

Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên

(A) $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. (B) $y = -x^3 + 3x + 1$.

(C) $y = x^3 - 3x + 1$. (D) $y = x^4 - 2x^2 + 1$.



Câu 11. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 8$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

(A) 4. (B) -6. (C) 10. (D) 6.

Câu 12. Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là

(A) $V = 3Bh$. (B) $V = Bh$. (C) $V = \frac{4}{3}Bh$. (D) $V = \frac{1}{3}Bh$.

Câu 13. Nghiệm của phương trình $3^{2x+1} = 27$ là

(A) 2. (B) 1. (C) 5. (D) 4.

Câu 14. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	3	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây

(A) $(0; +\infty)$. (B) $(0; 2)$. (C) $(-2; 0)$. (D) $(-\infty; -2)$.

Câu 15. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đạt cực đại tại

(A) $x = 2$. (B) $x = -2$. (C) $x = 3$. (D) $x = 1$.

Câu 16. Nghiệm của phương trình $\log_2(x + 1) = 1 + \log_2(x - 1)$ là

(A) $x = 1$. (B) $x = -2$. (C) $x = 3$. (D) $x = 2$.

Câu 17. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 2$ trên đoạn $[-3; 3]$ bằng

(A) 20. (B) 4. (C) 0. (D) -16.

Câu 18. Một cơ sở sản xuất có hai bể nước hình trụ có chiều cao bằng nhau, bán kính đáy lần lượt bằng 1m và 1,4m. Chủ cơ sở dự định làm một bể nước mới, hình trụ, có cùng chiều cao và có thể tích bằng tổng thể tích của hai bể nước trên. Bán kính đáy của bể nước dự định làm **gần nhất** với kết quả nào dưới đây

(A) 1,7m. (B) 1,5m. (C) 1,9m. (D) 2,4m.

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x - 2)^2$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

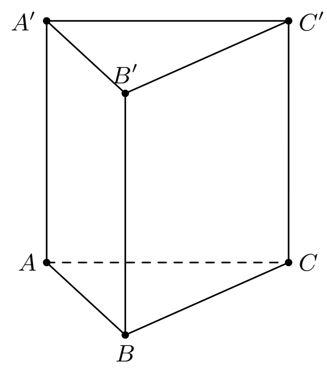
(A) 2. (B) 1. (C) 0. (D) 3.

Câu 20. Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 6z + 14 = 0$. Giá trị của $z_1^2 + z_2^2$ bằng

(A) 36. (B) 8. (C) 28. (D) 18.

Câu 21.

Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a và $AA' = 2a$ (minh họa như hình vẽ bên). Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng



Ⓐ $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{3}$. Ⓑ $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{6}$.

Ⓒ $\sqrt{3}a^3$. Ⓓ $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{2}$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 7 = 0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

Ⓐ 3. Ⓑ 9. Ⓒ $\sqrt{15}$. Ⓓ $\sqrt{7}$.

Câu 23. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-1	↗	2	↘	-1	↗	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $3f(x) - 5 = 0$ là

Ⓐ 2. Ⓑ 3. Ⓒ 4. Ⓓ 0.

Câu 24. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	↘	$-\infty$ ‖ 2	↘	-2	↗	$+\infty$

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

Ⓐ 3. Ⓑ 1. Ⓒ 2. Ⓓ 4.

Câu 25. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $a^3b^2 = 32$. Giá trị của $3\log_2 a + 2\log_2 b$ bằng

Ⓐ 5. Ⓑ 2. Ⓒ 32. Ⓓ 4.

Câu 26. Hàm số $y = 3^{x^2-3x}$ có đạo hàm là

Ⓐ $(2x-3)\cdot 3^{x^2-3x}$. Ⓑ $3^{x^2-3x}\cdot \ln 3$.

Ⓒ $(x^2-3x)\cdot 3^{x^2-3x-1}$. Ⓓ $(2x-3)\cdot 3^{x^2-3x}\cdot \ln 3$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;0)$ và $B(3;0;2)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

Ⓐ $2x + y + z - 4 = 0$. Ⓑ $2x - y + z - 2 = 0$. Ⓒ $x + y + z - 3 = 0$. Ⓓ $2x - y + z + 2 = 0$.

Câu 28. Cho hai số phức $z_1 = -2 + i$ và $z_2 = 1 + i$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm biểu diễn số phức $2z_1 + z_2$ có tọa độ là

Ⓐ $(3;-3)$. Ⓑ $(2;-3)$. Ⓒ $(-3;3)$. Ⓓ $(-3;2)$.

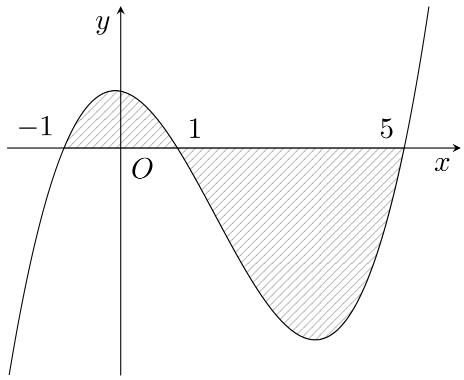
Câu 29. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = -1$ và $x = 5$ (như hình vẽ sau). Mệnh đề nào sau đây đúng?

Ⓐ $S=\int\limits_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x+\int\limits_{1}^{5} f(x)\,\mathrm{d}x$.

Ⓑ $S=\int\limits_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x-\int\limits_{1}^{5} f(x)\,\mathrm{d}x$.

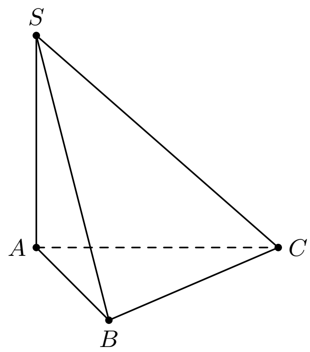
Ⓒ $S=-\int\limits_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x+\int\limits_{1}^{5} f(x)\,\mathrm{d}x$.

Ⓓ $S=-\int\limits_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x-\int\limits_{1}^{5} f(x)\,\mathrm{d}x$.



Câu 30.
Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA=2a$, tam giác ABC vuông tại B, $AB=a$ và $BC=\sqrt{3}a$ (minh họa như hình vẽ bên). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng

Ⓐ 90°. Ⓑ 30°.
Ⓒ 60°. Ⓓ 45°.



Câu 31. Cho số phức z thoả mãn $3(\overline{z}-i)-(2+3i)z=7-16i$. Mô-đun của z bằng

Ⓐ $\sqrt{5}$. Ⓑ 5. Ⓒ $\sqrt{3}$. Ⓓ 3.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;2)$, $B(1;2;1)$, $C(3;2;0)$ và $D(1;1;3)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (BCD) có phương trình là

Ⓐ $\begin{cases}x=1-t\\y=4t\\z=2+2t\end{cases}$. Ⓑ $\begin{cases}x=1+t\\y=4\\z=2+2t\end{cases}$. Ⓒ $\begin{cases}x=2+t\\y=4+4t\\z=4+2t\end{cases}$. Ⓓ $\begin{cases}x=1-t\\y=2-4t\\z=2-2t\end{cases}$.

Câu 33. Cho hàm số $f(x)$. Biết $f(0)=4$ và $f'(x)=2\cos^2 x+3$, $\forall x\in\mathbb{R}$, khi đó $\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}} f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng?

Ⓐ $\dfrac{\pi^2+2}{8}$. Ⓑ $\dfrac{\pi^2+8\pi+8}{8}$. Ⓒ $\dfrac{\pi^2+8\pi+2}{8}$. Ⓓ $\dfrac{\pi^2+6\pi+8}{8}$.

Câu 34. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{3x-1}{(x-1)^2}$ trên khoảng $(1;+\infty)$ là

Ⓐ $3\ln(x-1)-\dfrac{2}{x-1}+C$. Ⓑ $3\ln(x-1)+\dfrac{1}{x-1}+C$.
Ⓒ $3\ln(x-1)-\dfrac{1}{x-1}+C$. Ⓓ $3\ln(x-1)+\dfrac{2}{x-1}+C$.

Câu 35. Cho hàm số $f(x)$ có bảng dấu $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f(5-2x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

Ⓐ $(2;3)$. Ⓑ $(0;2)$. Ⓒ $(3;5)$. Ⓓ $(5;+\infty)$.

Câu 36. Cho hình trụ có chiều cao bằng $4\sqrt{2}$. Cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $\sqrt{2}$, thiết diện thu được có diện tích bằng 16. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

Ⓐ $24\sqrt{2}\pi$. Ⓑ $8\sqrt{2}\pi$. Ⓒ $12\sqrt{2}\pi$. Ⓓ $16\sqrt{2}\pi$.

Câu 37. Cho phương trình $\log_9 x^2 - \log_3(6x-1) = -\log_3 m$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm?

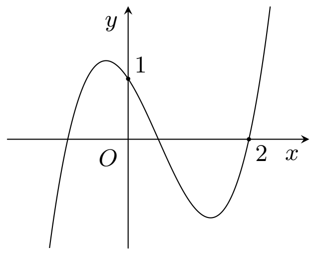
Ⓐ 6. Ⓑ 5. Ⓒ Vô số. Ⓓ 7.

Câu 38.

Cho hàm số $f(x)$, hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Bất phương trình $f(x) > x + m$ (m là tham số thực) nghiệm đúng với mọi $x \in (0; 2)$ khi và chỉ khi

Ⓐ $m \leq f(2) - 2$. Ⓑ $m < f(2) - 2$.

Ⓒ $m \leq f(0)$. Ⓓ $m < f(0)$.

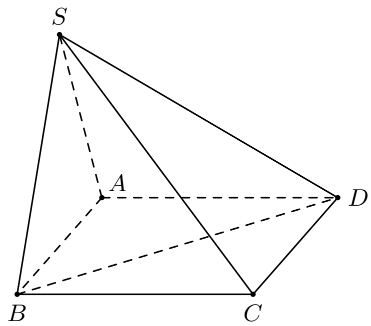


Câu 39.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy (minh họa như hình vẽ bên). Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SBD) bằng

Ⓐ $\dfrac{\sqrt{21}a}{28}$. Ⓑ $\dfrac{\sqrt{21}a}{14}$.

Ⓒ $\dfrac{\sqrt{2}a}{2}$. Ⓓ $\dfrac{\sqrt{21}a}{7}$.



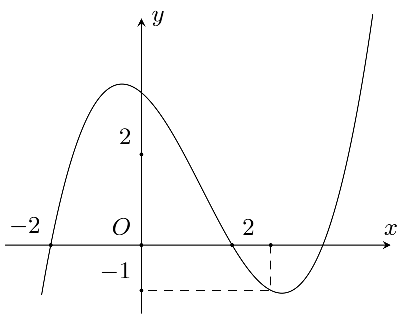
Câu 40. Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 27 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn bằng

Ⓐ $\dfrac{13}{27}$. Ⓑ $\dfrac{14}{27}$. Ⓒ $\dfrac{1}{2}$. Ⓓ $\dfrac{365}{729}$.

Câu 41.

Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $\left|f\left(x^3 - 3x\right)\right| = \dfrac{1}{2}$ là

Ⓐ 6. Ⓑ 10. Ⓒ 12. Ⓓ 3.

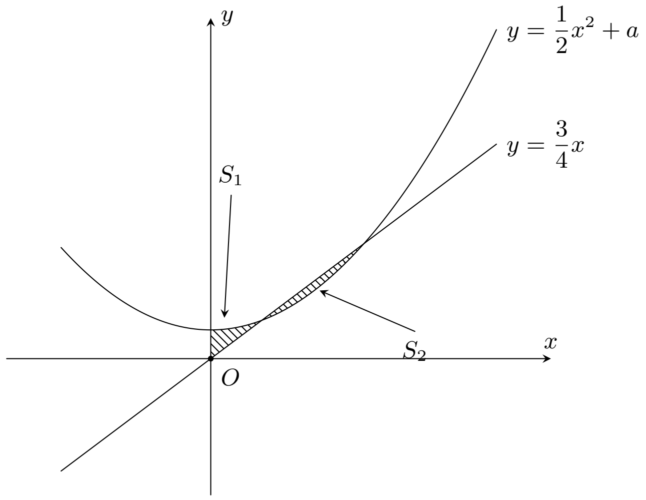


Câu 42. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f(5) = 1$ và $\displaystyle\int_0^1 xf(5x)\,dx = 1$, khi đó $\displaystyle\int_0^1 x^2 f'(x)\,dx$ bằng

Ⓐ 15. Ⓑ 23. Ⓒ $\dfrac{123}{5}$. Ⓓ -25.

Câu 43.

Cho đường thẳng $y=\dfrac{3}{4}x$ và parabol $y=\dfrac{1}{2}x^2+a$, (a là tham số thực dương). Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích của hai hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên. Khi $S_1=S_2$ thì a thuộc khoảng nào dưới đây?



Ⓐ $\left(\dfrac{1}{4};\dfrac{9}{32}\right)$. Ⓑ $\left(\dfrac{3}{16};\dfrac{7}{32}\right)$. Ⓒ $\left(0;\dfrac{3}{16}\right)$. Ⓓ $\left(\dfrac{7}{32};\dfrac{1}{4}\right)$.

Câu 44. Xét số phức z thỏa mãn $|z|=\sqrt{2}$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp điểm biểu diễn các số phức $w=\dfrac{3+iz}{1+z}$ là một đường tròn có bán kính bằng

Ⓐ $2\sqrt{3}$. Ⓑ 20. Ⓒ 12. Ⓓ $2\sqrt{5}$.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;4;-3)$. Xét đường thẳng d thay đổi, song song với trục Oz và cách trục Oz một khoảng bằng 3. Khi khoảng cách từ A đến d lớn nhất, d đi qua điểm nào dưới đây ?

Ⓐ $P(-3;0;-3)$. Ⓑ $Q(0;11;-3)$. Ⓒ $N(0;3;-5)$. Ⓓ $M(0;-3;-5)$.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+\left(z-\sqrt{2}\right)^2=3$. Có tất cả bao nhiêu điểm $A(a;b;c)$ (a,b,c là các số nguyên) thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho có ít nhất hai tiếp tuyến của (S) đi qua A và hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau ?

Ⓐ 12. Ⓑ 4. Ⓒ 8. Ⓓ 16.

Câu 47. Cho phương trình $\left(2\log_2^2 x-3\log_2 x-2\right)\sqrt{3^x-m}=0$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt?

Ⓐ 79. Ⓑ 80. Ⓒ vô số. Ⓓ 81.

Câu 48. Cho hàm số $f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như hình vẽ bên dưới

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	↘	-3	↗	2	↘	-1	↗	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x^2+2x)$ là

Ⓐ 3. Ⓑ 9. Ⓒ 5. Ⓓ 7.

Câu 49. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có chiều cao bằng 8 và đáy là tam giác đều cạnh bằng 4. Gọi M, N và P lần lượt là tâm các mặt bên $ABB'A'$, $ACC'A'$ và $BCC'B'$. Thể tích V của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A, B, C, M, N, P bằng

Ⓐ $V=12\sqrt{3}$. Ⓑ $V=16\sqrt{3}$. Ⓒ $V=\dfrac{28\sqrt{3}}{3}$. Ⓓ $V=\dfrac{40\sqrt{3}}{3}$.

Câu 50. Cho hai hàm số $y=\dfrac{x}{x+1}+\dfrac{x+1}{x+2}+\dfrac{x+2}{x+3}+\dfrac{x+3}{x+4}$ và $y=|x+1|-x+m$ (m là tham số thực) có đồ thị lần lượt là (C_1) và (C_2). Tập hợp tất cả các giá trị của m để (C_1) và (C_2) cắt nhau tại đúng 4 điểm phân biệt là

Ⓐ $(3;+\infty)$. Ⓑ $(-\infty;3]$. Ⓒ $(-\infty;3)$. Ⓓ $[3;+\infty)$.

—HẾT—

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

1. A	2. C	3. C	4. D	5. D	6. C	7. C	8. C	9. B	10. B
11. D	12. B	13. B	14. C	15. C	16. C	17. D	18. A	19. B	20. B
21. D	22. A	23. C	24. C	25. A	26. D	27. B	28. C	29. B	30. D
31. A	32. C	33. C	34. A	35. B	36. D	37. B	38. A	39. D	40. A
41. B	42. D	43. B	44. D	45. D	46. B	47. A	48. D	49. A	50. D

BỘ ĐỀ ÔN THI THPTQG

ĐỀ 4

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2020
Môn Toán;
Thời gian làm bài: 90 phút.

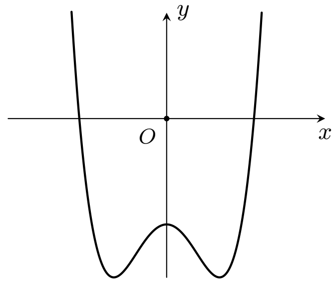
NỘI DUNG ĐỀ

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 2x-3y+z-2=0$. Véc-tơ nào sau đây là một véctơ pháp tuyến của (P).

Ⓐ $\vec{n}_3=(-3;1;-2)$. Ⓑ $\vec{n}_2=(2;-3;-2)$. Ⓒ $\vec{n}_1=(2;-3;1)$. Ⓓ $\vec{n}_4=(2;1;-2)$.

Câu 2.
Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?

Ⓐ $y=x^3-3x^2-2$. Ⓑ $y=x^4-2x^2-2$.
Ⓒ $y=-x^3+3x^2-2$. Ⓓ $y=-x^4+2x^2-2$.



Câu 3. Số cách chọn 2 học sinh từ 6 học sinh là

Ⓐ A_6^2. Ⓑ C_6^2. Ⓒ 2^6. Ⓓ 6^2.

Câu 4. Biết $\int\limits_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x=2$ và $\int\limits_1^2 g(x)\,\mathrm{d}x=6$, khi đó $\int\limits_1^2 [f(x)-g(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

Ⓐ 4. Ⓑ -8. Ⓒ 8. Ⓓ -4.

Câu 5. Nghiệm của phương trình $2^{2x-1}=8$ là

Ⓐ $x=\dfrac{3}{2}$. Ⓑ $x=2$. Ⓒ $x=\dfrac{5}{2}$. Ⓓ $x=1$.

Câu 6. Thể tích của khối nón có chiều cao h và có bán kính đáy r là

Ⓐ $\pi r^2 h$. Ⓑ $\dfrac{4}{3}\pi r^2 h$. Ⓒ $2\pi r^2 h$. Ⓓ $\dfrac{1}{3}\pi r^2 h$.

Câu 7. Số phức liên hợp của số phức $1-2i$ là

Ⓐ $-1-2i$. Ⓑ $1+2i$. Ⓒ $-2+i$. Ⓓ $-1+2i$.

Câu 8. Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là

Ⓐ $\dfrac{4}{3}Bh$. Ⓑ $3Bh$. Ⓒ $\dfrac{1}{3}Bh$. Ⓓ Bh.

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đạt cực đại tại

Ⓐ $x=2$. Ⓑ $x=-2$. Ⓒ $x=3$. Ⓓ $x=1$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-1)$ trên trục Oy có tọa độ là

Ⓐ $(0;0;-1)$. Ⓑ $(2;0;-1)$. Ⓒ $(0;1;0)$. Ⓓ $(2;0;0)$.

Câu 11. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=2$ và $u_2=6$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

Ⓐ 3. Ⓑ -4. Ⓒ 8. Ⓓ 4.

Câu 12. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 3$ là

Ⓐ $2x^2 + C$. Ⓑ $x^2 + 3x + C$. Ⓒ $2x^2 + 3x + C$. Ⓓ $x^2 + C$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d: $\dfrac{x+2}{1} = \dfrac{y-1}{-3} = \dfrac{z-3}{2}$. Vec-tơ nào dưới đây là một vec-tơ chỉ phương của d?

Ⓐ $\overrightarrow{u_2} = (1; -3; 2)$. Ⓑ $\overrightarrow{u_3} = (-2; 1; 3)$. Ⓒ $\overrightarrow{u_1} = (-2; 1; 2)$. Ⓓ $\overrightarrow{u_4} = (1; 3; 2)$.

Câu 14. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2 a^3$ bằng

Ⓐ $3\log_2 a$. Ⓑ $\dfrac{1}{3}\log_2 a$. Ⓒ $\dfrac{1}{3} + \log_2 a$. Ⓓ $3 + \log_2 a$.

Câu 15. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây ?

Ⓐ $(-1; 0)$. Ⓑ $(-1; +\infty)$. Ⓒ $(-\infty; -1)$. Ⓓ $(0; 1)$.

Câu 16. Cho hàm số $f(x)$ bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) - 3 = 0$ là

Ⓐ 1. Ⓑ 2. Ⓒ 3. Ⓓ 0.

Câu 17. Cho hai số phức $z_1 = 1 + i$ và $z_2 = 2 + i$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm biểu diễn số phức $z_1 + 2z_2$ có tọa độ là

Ⓐ $(2; 5)$. Ⓑ $(3; 5)$. Ⓒ $(5; 2)$. Ⓓ $(5; 3)$.

Câu 18. Hàm số $y = 2^{x^2-x}$ có đạo hàm là

Ⓐ $(x^2 - x) \cdot 2^{x^2-x-1}$. Ⓑ $(2x - 1) \cdot 2^{x^2-x}$.

Ⓒ $2^{x^2-x} \cdot \ln 2$. Ⓓ $(2x - 1) \cdot 2^{x^2-x} \cdot \ln 2$.

Câu 19. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x$ trên đoạn $[-3; 3]$ bằng

Ⓐ 18. Ⓑ 2. Ⓒ -18. Ⓓ -2.

Câu 20. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)^2$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

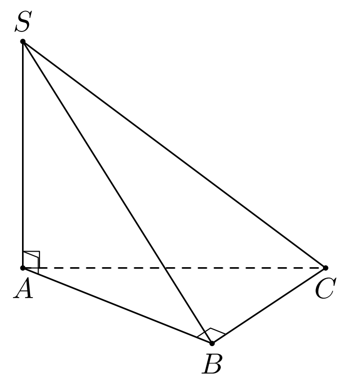
Ⓐ 2. Ⓑ 0. Ⓒ 1. Ⓓ 3.

Câu 21. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $a^2b^3 = 16$. Giá trị của $2\log_2 a + 3\log_2 b$ bằng

Ⓐ 8. Ⓑ 16. Ⓒ 4. Ⓓ 2.

Câu 22.

Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC). $SA = \sqrt{2}a$. Tam giác ABC vuông cân tại B và $AB = a$ (minh họa như hình vẽ bên). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng



Ⓐ 45°. Ⓑ 60°. Ⓒ 30°. Ⓓ 90°.

Câu 23. Một cơ sở sản xuất có hai bể nước hình trụ có chiều cao bằng nhau, bán kính đáy lần lượt bằng $1m$ và $1,8m$. Chủ cơ sở dự định làm một bể nước mới, hình trụ, có cùng chiều cao và có thể tích bằng tổng thể tích của hai bể nước trên. Bán kính đáy của bể nước dự định làm **gần nhất** với kết quả nào dưới đây ?

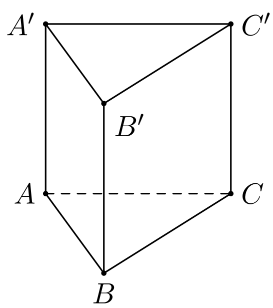
Ⓐ $2,8m$. Ⓑ $2,6m$. Ⓒ $2,1m$. Ⓓ $2,3m$.

Câu 24. Nghiệm của phương trình $\log_2(x+1) + 1 = \log_2(3x-1)$ là

Ⓐ $x = 3$. Ⓑ $x = 2$. Ⓒ $x = -1$. Ⓓ $x = 1$.

Câu 25.

Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$ và $AA' = 3a$ (minh họa như hình vẽ bên). Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng



Ⓐ $2\sqrt{3}a^3$. Ⓑ $\sqrt{3}a^3$. Ⓒ $6\sqrt{3}a^3$. Ⓓ $3\sqrt{3}a^3$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon x^2 + y^2 + z^2 + 2y - 2z - 7 = 0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

Ⓐ 9. Ⓑ $\sqrt{15}$. Ⓒ $\sqrt{7}$. Ⓓ 3.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;2)$ và $B(6;5;-4)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

Ⓐ $2x + 2y - 3z - 17 = 0$. Ⓑ $4x + 3y - z - 26 = 0$.

Ⓒ $2x + 2y - 3z + 17 = 0$. Ⓓ $2x + 2y + 3z - 11 = 0$.

Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

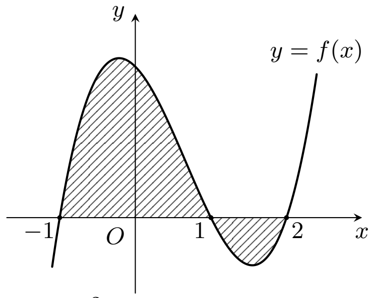
x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
y'		$-$	‖	$+$	0	$-$	
y	1	↘	$-\infty$ ‖ 2	↘	-3	↗	3

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

Ⓐ 1. Ⓑ 2. Ⓒ 3. Ⓓ 4.

Câu 29.

Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x), y=0, x=-1, x=2$ (như hình vẽ bên). Mệnh đề nào dưới đây đúng?



(A) $S=-\int\limits_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x-\int\limits_{1}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x$.

(B) $S=-\int\limits_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x+\int\limits_{1}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x$.

(C) $S=\int\limits_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x-\int\limits_{1}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x$.

(D) $S=\int\limits_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x+\int\limits_{1}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x$.

Câu 30. Gọi z_1, z_2 là 2 nghiệm phức của phương trình $z^2-4z+5=0$. Giá trị của $z_1^2+z_2^2$ bằng

(A) 6. (B) 8. (C) 16. (D) 26.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$ cho $A(0;0;2), B(2;1;0), C(1;2;-1)$ và $D(2;0;-2)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với (BCD) có phương trình là

(A) $\begin{cases} x=3+3t \\ y=-2+2t \\ z=1-t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x=3 \\ y=2 \\ z=-1+2t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x=3+3t \\ y=2+2t \\ z=1-t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x=3t \\ y=2t \\ z=2+t \end{cases}$.

Câu 32. Cho số z thỏa mãn $(2+i)z-4(\overline{z}-i)=-8+19i$. Mô-đun của z bằng

(A) 13. (B) 5. (C) $\sqrt{13}$. (D) $\sqrt{5}$.

Câu 33. Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f(3-2x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(3;4)$. (B) $(2;3)$. (C) $(-\infty;-3)$. (D) $(0;2)$.

Câu 34. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{2x+1}{(x+2)^2}$ trên khoảng $(-2;+\infty)$ là

(A) $2\ln(x+2)+\dfrac{1}{x+2}+C$.

(B) $2\ln(x+2)-\dfrac{1}{x+2}+C$.

(C) $2\ln(x+2)-\dfrac{3}{x+2}+C$.

(D) $2\ln(x+2)+\dfrac{3}{x+2}+C$.

Câu 35. Cho hàm số $f(x)$. Biết $f(0)=4$ và $f'(x)=2\sin^2 x+1, \forall x\in\mathbb{R}$, khi đó $\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}} f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) $\dfrac{\pi^2+15\pi}{16}$. (B) $\dfrac{\pi^2+16\pi-16}{16}$. (C) $\dfrac{\pi^2+16\pi-4}{16}$. (D) $\dfrac{\pi^2-4}{16}$.

Câu 36. Cho phương trình $\log_9 x^2-\log_3(5x-1)=-\log_3 m$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm?

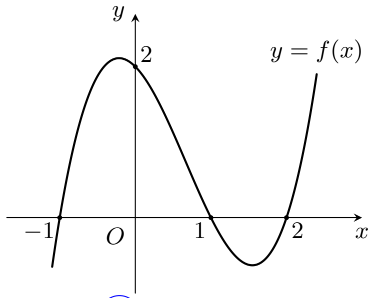
(A) Vô số. (B) 5. (C) 4. (D) 6.

Câu 37. Cho hình trụ có chiều cao bằng $3\sqrt{2}$. Cắt hình trụ đã cho bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 1, thiết diện thu được có diện tích bằng $12\sqrt{2}$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

(A) $6\sqrt{10}\pi$. (B) $6\sqrt{34}\pi$. (C) $3\sqrt{10}\pi$. (D) $3\sqrt{34}\pi$.

Câu 38.

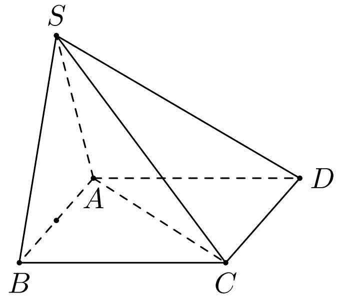
Cho hàm số $y = f(x)$, hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Bất phương trình $f(x) < 2x + m$ (m là tham số thực) nghiệm đúng với mọi $x \in (0; 2)$ khi và chỉ khi



(A) $m > f(0)$. (B) $m > f(2) - 4$. (C) $m \geq f(0)$. (D) $m \geq f(2) - 4$.

Câu 39.
Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy (minh họa như hình vẽ bên). Khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SAC) bằng

(A) $\dfrac{a\sqrt{21}}{14}$. (B) $\dfrac{a\sqrt{21}}{28}$. (C) $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. (D) $\dfrac{a\sqrt{21}}{7}$.

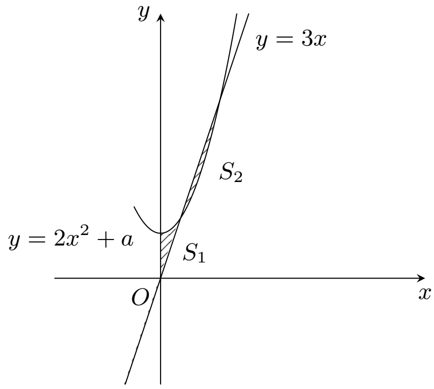


Câu 40. Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 21 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn bằng

(A) $\dfrac{11}{21}$. (B) $\dfrac{221}{441}$. (C) $\dfrac{10}{21}$. (D) $\dfrac{1}{2}$.

Câu 41.
Cho đường thẳng $y = 3x$ và parabol $y = 2x^2 + a$ (a là tham số thực dương). Gọi S_1 và S_2 lần lượt là diện tích của hai hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên. Khi $S_1 = S_2$ thì a thuộc khoảng nào dưới đây?

(A) $\left(\dfrac{4}{5}; \dfrac{9}{10}\right)$. (B) $\left(0; \dfrac{4}{5}\right)$. (C) $\left(1; \dfrac{9}{8}\right)$. (D) $\left(\dfrac{9}{10}; 1\right)$.



Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0; 3; -2)$. Xét đường thẳng d thay đổi song song với Oz và cách Oz một khoảng bằng 2. Khi khoảng cách từ A đến d nhỏ nhất thì d đi qua điểm nào dưới đây?

(A) $P(-2; 0; -2)$. (B) $N(0; -2; -5)$. (C) $Q(0; 2; -5)$. (D) $M(0; 4; -2)$.

Câu 43. Xét các số phức z thỏa mãn $|z| = \sqrt{2}$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = \dfrac{2 + iz}{1 + z}$ là một đường tròn có bán kính bằng

(A) 10. (B) $\sqrt{2}$. (C) 2. (D) $\sqrt{10}$.

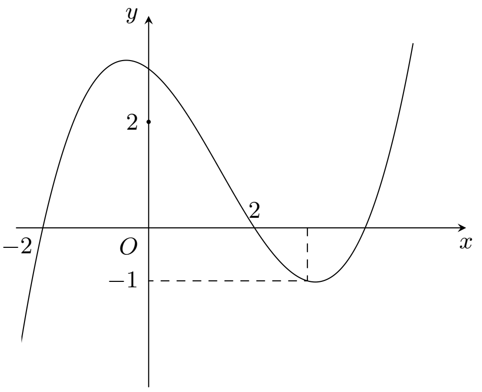
Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f(6) = 1$ và $\displaystyle\int_0^1 xf(6x)\,\mathrm{d}x = 1$, khi đó $\displaystyle\int_0^6 x^2 f'(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) $\dfrac{107}{3}$. (B) 34. (C) 24. (D) -36.

Câu 45.

Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Số nghiệm thực của phương trình $|f(x^3 - 3x)| = \dfrac{3}{2}$ là

Ⓐ 8. Ⓑ 4. Ⓒ 7. Ⓓ 3.



Câu 46. Cho phương trình $\left(2\log_3^2 x - \log_3 x - 1\right)\sqrt{5^x - m} = 0$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt?

Ⓐ 123. Ⓑ 125. Ⓒ Vô số. Ⓓ 124.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu: $(S)\colon x^2 + y^2 + (z+1)^2 = 5$. Có tất cả bao nhiêu điểm $A(a; b; c)$(a, b, c là các số nguyên) thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho có ít nhất hai tiếp tuyến của (S) đi qua A và hai tiếp tuyến đó vuông góc nhau?

Ⓐ 20. Ⓑ 8. Ⓒ 12. Ⓓ 16.

Câu 48. Cho hàm số $f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Số cực trị của hàm số $y = f(4x^2 - 4x)$ là

Ⓐ 9. Ⓑ 5. Ⓒ 7. Ⓓ 3.

Câu 49. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có chiều cao bằng 6 và đáy là tam giác đều cạnh bằng 4. Gọi M, N, P lần lượt là tâm các mặt bên $ABB'A', ACC'A', BCC'B'$. Thể tích khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A, B, C, M, N, P bằng

Ⓐ $9\sqrt{3}$. Ⓑ $10\sqrt{3}$. Ⓒ $7\sqrt{3}$. Ⓓ $12\sqrt{3}$.

Câu 50. Cho hai hàm số $y = \dfrac{x-1}{x} + \dfrac{x}{x+1} + \dfrac{x+1}{x+2} + \dfrac{x+2}{x+3}$ và $y = |x+2| - x - m$ (m là tham số thực) có đồ thị lần lượt là $(C_1), (C_2)$. Tập hợp tất cả các giá trị của m để (C_1) và (C_2) cắt nhau tại đúng bốn điểm phân biệt là

Ⓐ $[-2; +\infty)$. Ⓑ $(-\infty; -2)$. Ⓒ $(-2; +\infty)$. Ⓓ $(-\infty; -2]$.

—HẾT—

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

1. C	2. B	3. B	4. D	5. B	6. D	7. B	8. D	9. D	10. C
11. D	12. B	13. A	14. A	15. A	16. C	17. D	18. D	19. A	20. C
21. C	22. A	23. C	24. A	25. D	26. D	27. A	28. C	29. C	30. A
31. C	32. C	33. A	34. D	35. C	36. C	37. A	38. C	39. D	40. C
41. A	42. C	43. D	44. D	45. A	46. A	47. A	48. C	49. A	50. D

BỘ ĐỀ ÔN THI THPTQG

ĐỀ 5

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2020
Môn Toán;
Thời gian làm bài: 90 phút.

NỘI DUNG ĐỀ

Câu 1. Số cách chọn 2 học sinh từ 8 học sinh là

Ⓐ C_8^2. Ⓑ 8^2. Ⓒ A_8^2. Ⓓ 2^8.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 4x+3y+z-1=0$. Véc-tơ nào sau đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P)?

Ⓐ $\vec{n}_4=(3;1;-1)$. Ⓑ $\vec{n}_3=(4;3;1)$. Ⓒ $\vec{n}_2=(4;-1;1)$. Ⓓ $\vec{n}_1=(4;3;-1)$.

Câu 3. Nghiệm của phương trình $2^{2x-1}=32$ là

Ⓐ $x=3$. Ⓑ $x=\dfrac{17}{2}$. Ⓒ $x=\dfrac{5}{2}$. Ⓓ $x=2$.

Câu 4. Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là

Ⓐ $\dfrac{4}{3}Bh$. Ⓑ $\dfrac{1}{3}Bh$. Ⓒ $3Bh$. Ⓓ Bh.

Câu 5. Số phức liên hợp của số phức $3-2i$ là

Ⓐ $-3+2i$. Ⓑ $3+2i$. Ⓒ $-3-2i$. Ⓓ $-2+3i$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;1;-1)$ trên trục Oy có tọa độ là

Ⓐ $(0;1;0)$. Ⓑ $(3;0;0)$. Ⓒ $(0;0;-1)$. Ⓓ $(3;0;-1)$.

Câu 7. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=1$ và $u_2=4$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

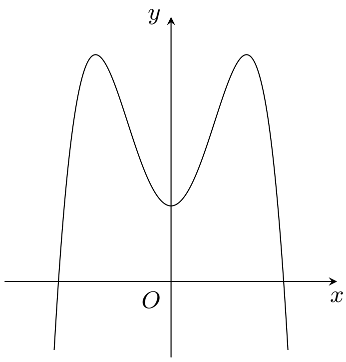
Ⓐ 5. Ⓑ 4. Ⓒ -3. Ⓓ 3.

Câu 8. Họ tất cả nguyên hàm của hàm số $f(x)=2x+4$ là

Ⓐ $2x^2+4x+C$. Ⓑ x^2+4x+C. Ⓒ x^2+C. Ⓓ $2x^2+C$.

Câu 9.
Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?

Ⓐ $y=2x^3-3x+1$. Ⓑ $y=-2x^4+4x^2+1$.
Ⓒ $y=2x^4-4x^2+1$. Ⓓ $y=-2x^3+3x+1$.



Câu 10. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Hỏi hàm số nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

Ⓐ $(0;1)$. Ⓑ $(1;+\infty)$. Ⓒ $(-1;0)$. Ⓓ $(0;+\infty)$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-5}{3}$. Véc-tơ nào sau đây là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d?

(A) $\overrightarrow{u_1}=(3;-1;5)$. (B) $\overrightarrow{u_3}=(2;6;-4)$. (C) $\overrightarrow{u_4}=(-2;-4;6)$. (D) $\overrightarrow{u_2}=(1;-2;3)$.

Câu 12. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2 a^2$ bằng

(A) $2\log_2 a$. (B) $\dfrac{1}{2}+\log_2 a$. (C) $\dfrac{1}{2}\log_2 a$. (D) $2+\log_2 a$.

Câu 13. Thể tích khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r là

(A) $2\pi r^2 h$. (B) $\pi r^2 h$. (C) $\dfrac{1}{3}\pi r^2 h$. (D) $\dfrac{4}{3}\pi r^2 h$.

Câu 14. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

(A) $x=-2$. (B) $x=1$. (C) $x=3$. (D) $x=2$.

Câu 15. Biết $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x=2$ và $\displaystyle\int_0^1 g(x)\,\mathrm{d}x=-4$, khi đó $\displaystyle\int_0^1 [f(x)+g(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 6. (B) -6. (C) -2. (D) 2.

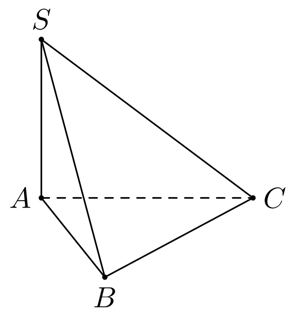
Câu 16. Cho hai số phức $z_1=2-i$, $z_2=1+i$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm biểu diễn số phức $2z_1+z_2$ có tọa độ là

(A) $(5;-1)$. (B) $(-1;5)$. (C) $(5;0)$. (D) $(0;5)$.

Câu 17.

Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA=2a$, tam giác ABC vuông cân tại B và $AB=a\sqrt{2}$. (minh họa như hình vẽ bên). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng

(A) 60°. (B) 45°. (C) 30°. (D) 90°.



Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2-2y+2z-7=0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

(A) 9. (B) 3. (C) 15. (D) $\sqrt{7}$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;0;1)$ và $B(-2;2;3)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

(A) $6x-2y-2z-1=0$. (B) $3x+y+z-6=0$.

(C) $x+y+2z-6=0$. (D) $3x-y-z=0$.

Câu 20. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-4z+7=0$. Giá trị của $z_1^2+z_2^2$ bằng

(A) 10. (B) 8. (C) 16. (D) 2.

Câu 21. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x$ trên đoạn $[-3;3]$ bằng

(A) 18. (B) -18. (C) -2. (D) 2.

Câu 22. Một cơ sở sản xuất có hai bể nước hình trụ có chiều cao bằng nhau, bán kính đáy lần lượt bằng 1 m và $1,5$ m. Chủ cơ sở dự định làm một bể nước mới, hình trụ, có cùng chiều cao và thể tích bằng tổng thể tích của hai bể nước trên. Bán kính đáy của bể nước dự định làm **gần nhất** với kết quả nào dưới đây?

(A) $1,6$ m. (B) $2,5$ m. (C) $1,8$ m. (D) $2,1$ m.

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

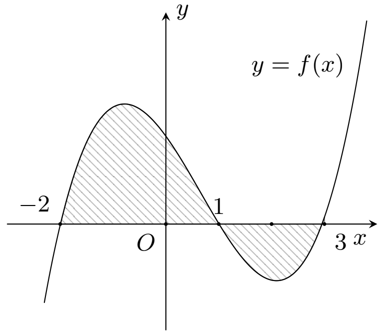
x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	||	$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	↘	-4 || $+\infty$	↘	-3	↗	3

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

(A) 2. (B) 1. (C) 3. (D) 4.

Câu 24.

Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = -2$ và $x = 3$ (như hình vẽ bên). Mệnh đề nào dưới đây đúng?



(A) $S = \int\limits_{-2}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x - \int\limits_{1}^{3} f(x)\,\mathrm{d}x$.

(B) $S = -\int\limits_{-2}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x + \int\limits_{1}^{3} f(x)\,\mathrm{d}x$.

(C) $S = \int\limits_{-2}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x + \int\limits_{1}^{3} f(x)\,\mathrm{d}x$.

(D) $S = -\int\limits_{-2}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x - \int\limits_{1}^{3} f(x)\,\mathrm{d}x$.

Câu 25. Hàm số $y = 3^{x^2-x}$ có đạo hàm là

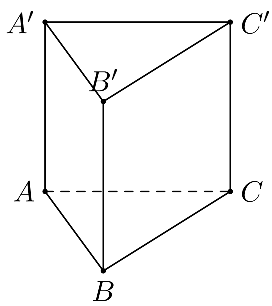
(A) $3^{x^2-x} \cdot \ln 3$. (B) $(2x-1) \cdot 3^{x^2-x}$.

(C) $(x^2-x) \cdot 3^{x^2-x-1}$. (D) $(2x-1) \cdot 3^{x^2-x} \cdot \ln 3$.

Câu 26.

Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a và $AA' = \sqrt{2}a$ (minh họa như hình vẽ bên). Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

(A) $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{4}$. (B) $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{6}$. (C) $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{12}$. (D) $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{2}$.



Câu 27. Nghiệm của phương trình $\log_3(2x+1) = 1 + \log_3(x-1)$ là

(A) $x = 4$. (B) $x = -2$. (C) $x = 1$. (D) $x = 2$.

Câu 28. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $ab^3 = 8$. Giá trị của $\log_2 a + 3\log_2 b$ bằng

(A) 8. (B) 6. (C) 2. (D) 3.

Câu 29. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) + 3 = 0$ là

Ⓐ 3. Ⓑ 1. Ⓒ 2. Ⓓ 0.

Câu 30. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x+1)^2$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

Ⓐ 0. Ⓑ 1. Ⓒ 2. Ⓓ 3.

Câu 31. Cho số phức z thỏa mãn $(2-i)z + 3 + 16i = 2(\overline{z} + i)$. Mô-đun của z bằng

Ⓐ $\sqrt{5}$. Ⓑ 13. Ⓒ $\sqrt{13}$. Ⓓ 5.

Câu 32. Cho hàm số $f(x)$. Biết $f(0) = 4$ và $f'(x) = 2\sin^2 x + 3$, $\forall x \in \mathbb{R}$, khi đó $\displaystyle\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

Ⓐ $\dfrac{\pi^2 - 2}{8}$. Ⓑ $\dfrac{\pi^2 + 8\pi - 8}{8}$. Ⓒ $\dfrac{\pi^2 + 8\pi - 2}{8}$. Ⓓ $\dfrac{3\pi^2 + 2\pi - 3}{8}$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2;-1;0)$, $B(1;2;1)$, $C(3;-2;0)$ và $D(1;1;-3)$. Đường thẳng đi qua D và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là

Ⓐ $\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = -1 - 2t \end{cases}$. Ⓑ $\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = 1 - 2t \end{cases}$. Ⓒ $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \\ z = -2 - 3t \end{cases}$. Ⓓ $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \\ z = -3 + 2t \end{cases}$.

Câu 34. Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y = f(5-2x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

Ⓐ $(-\infty;-3)$. Ⓑ $(4;5)$. Ⓒ $(3;4)$. Ⓓ $(1;3)$.

Câu 35. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \dfrac{3x-2}{(x-2)^2}$ trên khoảng $(2;+\infty)$ là

Ⓐ $3\ln(x-2) + \dfrac{4}{x-2} + C$. Ⓑ $3\ln(x-2) + \dfrac{2}{x-2} + C$.

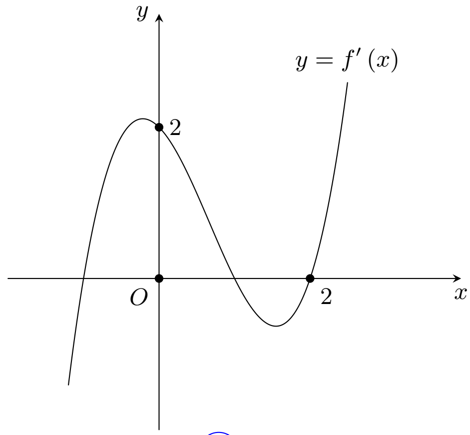
Ⓒ $3\ln(x-2) - \dfrac{2}{x-2} + C$. Ⓓ $3\ln(x-2) - \dfrac{4}{x-2} + C$.

Câu 36. Cho phương trình $\log_9 x^2 - \log_3(4x-1) = -\log_3 m$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm?

Ⓐ 5. Ⓑ 3. Ⓒ Vô số. Ⓓ 4.

Câu 37.

Cho hàm số $f(x)$, hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Bất phương trình $f(x) > 2x + m$ (m là tham số thực) nghiệm đúng với mọi $x \in (0; 2)$ khi và chỉ khi



(A) $m \leq f(2) - 4$. (B) $m \leq f(0)$. (C) $m < f(0)$. (D) $m < f(2) - 4$.

Câu 38. Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 23 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn bằng

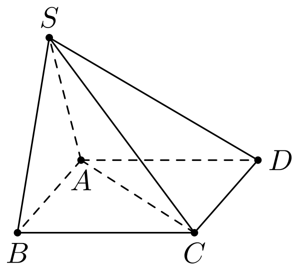
(A) $\dfrac{11}{23}$. (B) $\dfrac{1}{2}$. (C) $\dfrac{265}{529}$. (D) $\dfrac{12}{23}$.

Câu 39. Cho hình trụ có chiều cao bằng $3\sqrt{3}$. Cắt hình trụ đã cho bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 1, thiết diện thu được có diện tích bằng 18. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

(A) $6\sqrt{3}\pi$. (B) $6\sqrt{39}\pi$. (C) $3\sqrt{39}\pi$. (D) $12\sqrt{3}\pi$.

Câu 40.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy (minh hoạ như hình bên). Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) bằng

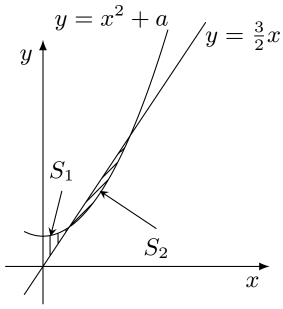


(A) $\dfrac{\sqrt{2}a}{2}$. (B) $\dfrac{\sqrt{21}a}{28}$. (C) $\dfrac{\sqrt{21}a}{7}$. (D) $\dfrac{\sqrt{21}a}{14}$.

Câu 41.

Cho đường thẳng $y = \dfrac{3}{2}x$ và parabol $y = x^2 + a$ (a là tham số thực dương). Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích hai hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên. Khi $S_1 = S_2$ thì a thuộc khoảng nào dưới đây?

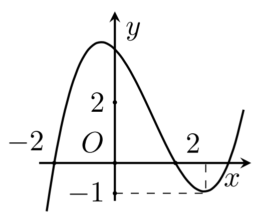
(A) $\left(\dfrac{1}{2}; \dfrac{9}{16}\right)$. (B) $\left(\dfrac{2}{5}; \dfrac{9}{20}\right)$. (C) $\left(\dfrac{9}{20}; \dfrac{1}{2}\right)$. (D) $\left(0; \dfrac{2}{5}\right)$.



Câu 42.

Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $|f(x^3 - 3x)| = \dfrac{2}{3}$ là

(A) 6. (B) 10. (C) 3. (D) 9.



Câu 43. Xét các số phức z thỏa mãn $|z| = \sqrt{2}$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w = \dfrac{5 + iz}{1 + z}$ là một đường tròn có bán kính bằng

(A) 52. (B) $2\sqrt{13}$. (C) $2\sqrt{11}$. (D) 44.

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f(3)=1$ và $\int\limits_0^1 xf(3x)\,\mathrm{d}x=1$, khi đó $\int\limits_0^3 x^2f'(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 3. (B) 7. (C) -9. (D) $\dfrac{25}{3}$.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;3;-2)$. Xét đường thẳng d thay đổi, song song với trục Oz và cách trục Oz một khoảng bằng 2. Khi khoảng cách từ A đến d lớn nhất, d đi qua điểm nào dưới đây?

(A) $Q(-2;0;-3)$. (B) $M(0;8;-5)$. (C) $N(0;2;-5)$. (D) $P(0;-2;-5)$.

Câu 46. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có chiều cao bằng 4 và đáy là tam giác đều cạnh bằng 4. Gọi M,N và P lần lượt là tâm của các mặt bên $ABB'A'$, $ACC'A'$ và $BCC'B'$. Thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A, B, C, M, N, P bằng

(A) $\dfrac{14\sqrt{3}}{3}$. (B) $8\sqrt{3}$. (C) $6\sqrt{3}$. (D) $\dfrac{20\sqrt{3}}{3}$.

Câu 47. Cho hai hàm số $y=\dfrac{x-2}{x-1}+\dfrac{x-1}{x}+\dfrac{x}{x+1}+\dfrac{x+1}{x+2}$ và $y=|x+1|-x-m$ (m là tham số thực) có đồ thị lần lượt là (C_1) và (C_2). Tập hợp tất cả các giá trị của m để (C_1) và (C_2) cắt nhau tại đúng bốn điểm phân biệt là

(A) $(-3;+\infty)$. (B) $(-\infty;-3)$. (C) $[-3;+\infty)$. (D) $(-\infty;-3]$.

Câu 48. Cho phương trình $\left(2\log_3^2 x-\log_3 x-1\right)\sqrt{4^x-m}=0$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình có đúng hai nghiệm phân biệt?

(A) Vô số. (B) 62. (C) 63. (D) 64.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+(z-1)^2=5$. Có tất cả bao nhiêu điểm $A(a,b,c)$ (a, b, c là các số nguyên) thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho có ít nhất hai tiếp tuyến của (S) đi qua A và hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau?

(A) 12. (B) 16. (C) 20. (D) 8.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $y=f(4x^2+4x)$ là

(A) 5. (B) 9. (C) 7. (D) 3.

—HẾT—

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

1. A	2. B	3. A	4. D	5. B	6. A	7. D	8. B	9. B	10. A
11. D	12. A	13. C	14. C	15. C	16. A	17. B	18. B	19. D	20. D
21. B	22. C	23. C	24. A	25. D	26. A	27. A	28. D	29. A	30. B
31. C	32. C	33. A	34. B	35. D	36. B	37. A	38. A	39. D	40. C
41. B	42. B	43. B	44. C	45. D	46. C	47. C	48. B	49. C	50. C

BỘ ĐỀ ÔN THI THPTQG

ĐỀ 6

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2020
Môn Toán;
Thời gian làm bài: 90 phút.

NỘI DUNG ĐỀ

Câu 1. Cho khối nón có độ dài đường cao bằng $2a$ và bán kính đáy bằng a. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $\dfrac{2\pi a^3}{3}$. B. $\dfrac{4\pi a^3}{3}$. C. $\dfrac{\pi a^3}{3}$. D. $2\pi a^3$.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA = a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\dfrac{a^3}{6}$. B. $\dfrac{2a^3}{3}$. C. a^3. D. $\dfrac{a^3}{3}$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y+3}{2} = \dfrac{z-3}{-5}$ có tọa độ là

A. $(1;2;-5)$. B. $(1;3;3)$. C. $(-1;3;-3)$. D. $(-1;-2;-5)$.

Câu 4. Với a, b là các số thực dương bất kì, $\log_2 \dfrac{a}{b^2}$ bằng

A. $2\log_2 \dfrac{a}{b}$. B. $\dfrac{1}{2}\log_2 \dfrac{a}{b}$. C. $\log_2 a - 2\log_2 b$. D. $\log_2 a - \log_2(2b)$.

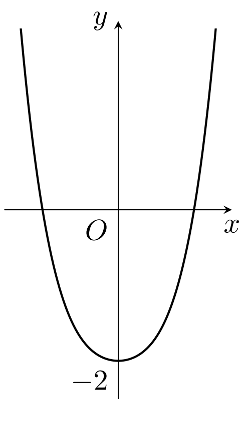
Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;-1;3)$ và $B(0;3;1)$. Gọi (α) là mặt phẳng trung trực của AB. Một véc-tơ pháp tuyến của (α) có tọa độ là

A. $(2;4;-1)$. B. $(1;2;-1)$. C. $(-1;1;2)$. D. $(1;0;1)$.

Câu 6. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 1, u_2 = -2$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $u_{2019} = -2^{2018}$. B. $u_{2019} = 2^{2019}$. C. $u_{2019} = -2^{2019}$. D. $u_{2019} = 2^{2018}$.

Câu 7. Hình dưới đây là đồ thị của hàm số nào?

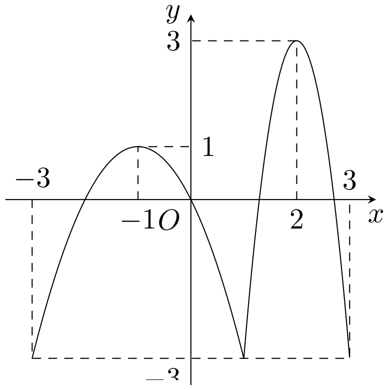


A. $y = x^2 - 2$. B. $y = x^4 + x^2 - 2$. C. $y = x^4 - x^2 - 2$. D. $y = x^2 + x - 2$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1;2;5)$ và mặt phẳng $(\alpha)\colon x - 2y + 2z + 2 = 0$. Phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với (α) là

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-5)^2 = 3$. B. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+5)^2 = 3$.
C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-5)^2 = 9$. D. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+5)^2 = 9$.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây



Trên đoạn $[-3;3]$ hàm số đã cho có mấy điểm cực trị?

(A) 4. (B) 5. (C) 2. (D) 3.

Câu 10. Cho $f(x)$ và $g(x)$ là các hàm số liên tục bất kì trên đoạn $[a;b]$. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

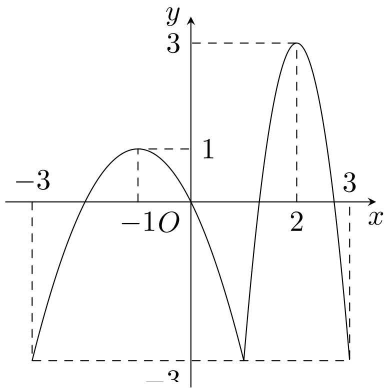
(A) $\int\limits_a^b |f(x)-g(x)|\,\mathrm{d}x = \int\limits_a^b f(x)\,\mathrm{d}x - \int\limits_a^b g(x)\,\mathrm{d}x$.

(B) $\int\limits_a^b (f(x)-g(x))\,\mathrm{d}x = \int\limits_a^b f(x)\,\mathrm{d}x - \int\limits_a^b g(x)\,\mathrm{d}x$.

(C) $\left|\int\limits_a^b (f(x)-g(x))\right|\mathrm{d}x = \int\limits_a^b f(x)\,\mathrm{d}x - \int\limits_a^b g(x)\,\mathrm{d}x$.

(D) $\int\limits_a^b (f(x)-g(x))\,\mathrm{d}x = \left|\int\limits_a^b f(x)\,\mathrm{d}x - \int\limits_a^b g(x)\,\mathrm{d}x\right|$.

Câu 11. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng

(A) $(0;2)$. (B) $(-2;0)$. (C) $(-3;-1)$. (D) $(2;3)$.

Câu 12. Tất cả các nguyên hàm của hàm $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{3x-2}}$ là

(A) $2\sqrt{3x-2}+C$. (B) $\dfrac{2}{3}\sqrt{3x-2}+C$. (C) $-\dfrac{2}{3}\sqrt{3x-2}+C$. (D) $-2\sqrt{3x-2}+C$.

Câu 13. Khi đặt $3^x=t$ thì phương trình $9^{x+1}-3^{x+1}-30=0$ trở thành

(A) $3t^2-t-10=0$. (B) $9t^2-3t-10=0$. (C) $t^2-t-10=0$. (D) $2t^2-t-1=0$.

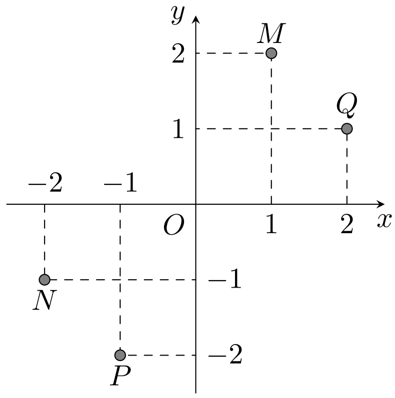
Câu 14. Từ các chữ số $1,2,3,\ldots,9$ lập được bao nhiêu số có 3 chữ số đôi một khác nhau

(A) 3^9. (B) A_9^3. (C) 9^3. (D) C_9^3.

Câu 15.

Cho số phức $z = -2 + i$. Trong hình bên điểm biểu diễn số phức $\overline{z}$ là

Ⓐ M. Ⓑ Q. Ⓒ P. Ⓓ N.



Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1\colon \dfrac{x-1}{-2} = \dfrac{y+2}{1} = \dfrac{z-3}{2}$ và $\Delta_2\colon \dfrac{x+3}{1} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z+2}{-4}$. Góc giữa hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 bằng

Ⓐ $30°$. Ⓑ $45°$. Ⓒ $60°$. Ⓓ $135°$.

Câu 17. Cho số phức z thỏa mãn $z + 2\overline{z} = 6 + 2i$. Điểm biểu diễn số phức z có tọa độ là

Ⓐ $(2; -2)$. Ⓑ $(-2; -2)$. Ⓒ $(2; 2)$. Ⓓ $(-2; 2)$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-2}{-1} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z}{2}$ và mặt phẳng $(P)\colon x + 2y - z - 5 = 0$. Tọa độ giao điểm của d và (P) là

Ⓐ $(2; 1; -1)$. Ⓑ $(3; -1; -2)$. Ⓒ $(1; 3; -2)$. Ⓓ $(1; 3; 2)$.

Câu 19. Bất phương trình $\log_4(x^2 - 3x) > \log_2(9 - x)$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

Ⓐ vô số. Ⓑ 1. Ⓒ 4. Ⓓ 3.

Câu 20. Hàm số $y = (x^3 - 3x)^e$ có bao nhiêu điểm cực trị?

Ⓐ 2. Ⓑ 0. Ⓒ 3. Ⓓ 1.

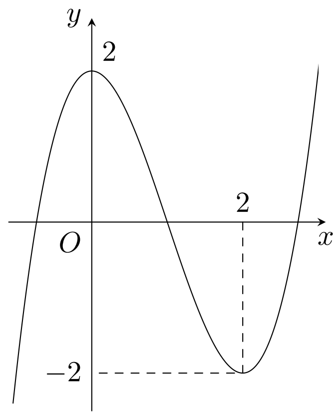
Câu 21. Gọi (D) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2^x, y = 0, x = 0$ và $x = 2$. Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay (D) quanh trục Ox được định bởi công thức

Ⓐ $V = \pi \displaystyle\int_0^2 2^{x+1}\,\mathrm{d}x$. Ⓑ $V = \displaystyle\int_0^2 2^{x+1}\,\mathrm{d}x$. Ⓒ $V = \displaystyle\int_0^2 4^x\,\mathrm{d}x$. Ⓓ $V = \pi \displaystyle\int_0^2 4^x\,\mathrm{d}x$.

Câu 22.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $y = -2f(x)$ đồng biến trên khoảng

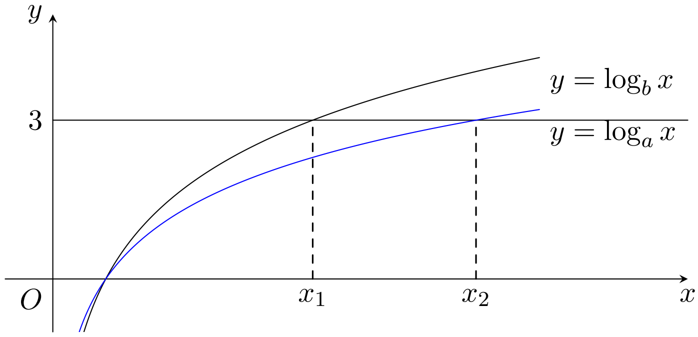
Ⓐ $(1; 2)$. Ⓑ $(2; 3)$. Ⓒ $(-1; 0)$. Ⓓ $(-1; 1)$.



Câu 23. Đồ thị hàm số $y = \dfrac{x + \sqrt{x^2+1}}{x-1}$ có bao nhiêu đường tiệm cận

Ⓐ 4. Ⓑ 3. Ⓒ 1. Ⓓ 2.

Câu 24. Hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Đường thẳng $y = 3$ cắt hai đồ thị tại các điểm có hoành độ x_1, x_2. Biết rằng $x_2 = 2x_1$, giá trị của $\dfrac{a}{b}$ bằng

(A) $\dfrac{1}{3}$. (B) $\sqrt{3}$. (C) 2. (D) $\sqrt[3]{2}$.

Câu 25. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a, AD = 2a, AC' = \sqrt{6}a$. Thể tích khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ bằng

(A) $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{3}$. (B) $\dfrac{2a^3}{3}$. (C) $2a^3$. (D) $2\sqrt{3}a^3$.

Câu 26. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x^2 + x)(x-2)^2(2^x - 4)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của $f(x)$ là

(A) 2. (B) 4. (C) 3. (D) 1.

Câu 27. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Diện tích xung quanh của hình trụ có đáy là hai hình tròn ngoại tiếp hai hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$

(A) $\sqrt{2}\pi a^2$. (B) $2\pi a^2$. (C) πa^2. (D) $2\sqrt{2}\pi a^2$.

Câu 28. Gọi z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 3 = 0$. Mô-đun của $z_1^3 \cdot z_2^4$ bằng

(A) 81. (B) 16. (C) $27\sqrt{3}$. (D) $8\sqrt{2}$.

Câu 29. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = 2x + \cos\dfrac{\pi x}{2}$ trên đoạn $[-2; 2]$. Giá trị của $m + M$ bằng

(A) 2. (B) -2. (C) 0. (D) -4.

Câu 30. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có $AB = 2a$, $SA = a\sqrt{5}$. Góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$ bằng

(A) 30°. (B) 45°. (C) 60°. (D) 75°.

Câu 31. Hai bạn Công và Thành cùng viết ngẫu nhiên ra một số tự nhiên gồm 2 chữ số phân biệt. Xác suất để hai số được viết ra có ít nhất một chữ số chung bằng

(A) $\dfrac{145}{729}$. (B) $\dfrac{448}{729}$. (C) $\dfrac{281}{729}$. (D) $\dfrac{154}{729}$.

Câu 32. Biết rằng $x\mathrm{e}^x$ là một nguyên hàm của $f(-x)$ trên khoảng $(-\infty; +\infty)$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f'(x)\mathrm{e}^x$ thỏa mãn $F(0) = 1$, giá trị của $F(-1)$ bằng

(A) $\dfrac{7}{2}$. (B) $\dfrac{5-\mathrm{e}}{2}$. (C) $\dfrac{7-\mathrm{e}}{2}$. (D) $\dfrac{5}{2}$.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, biết $AB = 2a, AD = a, SA = 3a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M là trung điểm cạnh CD. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và BM bằng

(A) $\dfrac{3\sqrt{3}a}{4}$. (B) $\dfrac{2\sqrt{3}a}{3}$. (C) $\dfrac{\sqrt{3}a}{3}$. (D) $\dfrac{\sqrt{3}a}{2}$.

Câu 34. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như hình bên dưới

x	$-\infty$		-3		-2		0		1		3		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số $y = f(1-2x)$ đồng biến trên khoảng

(A) $\left(0; \frac{3}{2}\right)$. (B) $\left(-\frac{1}{2}; 1\right)$. (C) $\left(-2; -\frac{1}{2}\right)$. (D) $\left(\frac{3}{2}; 3\right)$.

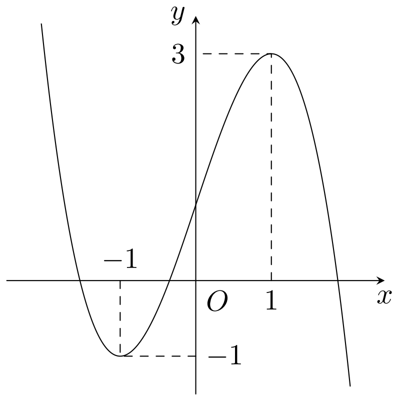
Câu 35. Xét các số phức $z,\ w$ thỏa mãn $|w-i| = 2,\ z+2 = iw$. Gọi $z_1,\ z_2$ lần lượt là các số phức mà tại đó $|z|$ đạt giá trị nhỏ nhất và đạt giá trị lớn nhất. Mô-đun $|z_1 + \ z_2|$ bằng

(A) $3\sqrt{2}$. (B) 3. (C) 6. (D) $6\sqrt{2}$.

Câu 36.

Cho $f(x) = (x-1)^3 - 3x + 3$. Đồ thị hình bên là của hàm số có công thức

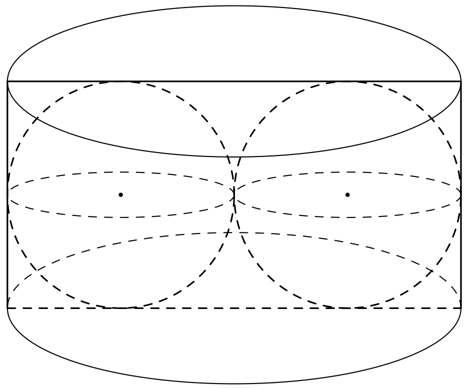
(A) $y = -f(x+1) - 1$. (B) $y = -f(x+1) + 1$.
(C) $y = -f(x-1) - 1$. (D) $y = -f(x-1) + 1$.



Câu 37.

Người ta xếp hai quả cầu có cùng bán kính r vào một chiếc hộp hình trụ sao cho các quả cầu đều tiếp xúc với hai đáy, đồng thời hai quả cầu tiếp xúc với nhau và mỗi quả cầu đề tiếp xúc với đường sinh của hình trụ (tham khảo hình vẽ). Biết thể tích khối trụ là 120 cm^3, thể tích của mỗi khối cầu bằng

(A) 10 cm^3. (B) 20 cm^3. (C) 30 cm^3. (D) 40 cm^3.



Câu 38. Biết $\displaystyle\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\cos^2 x + \sin x \cos x + 1}{\cos^4 x + \sin x \cos^3 x}\, dx = a + b\ln 2 + c\ln\left(1+\sqrt{3}\right)$, với a, b, c là các số hữu tỉ. Giá trị của abc bằng

(A) 0. (B) -2. (C) -4. (D) -6.

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d\colon \begin{cases} x = -1-2t \\ y = t \\ z = -1+3t \end{cases}$; $d'\colon \begin{cases} x = 2+t' \\ y = -1+2t' \\ z = -2t' \end{cases}$ và mặt phẳng $(P)\colon x+y+z+2 = 0$. Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (P) và cắt cả hai đường thẳng d, d' có phương trình là

(A) $\frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{1}$. (B) $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-4}$.
(C) $\frac{x+2}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{1}$. (D) $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-4}{2}$.

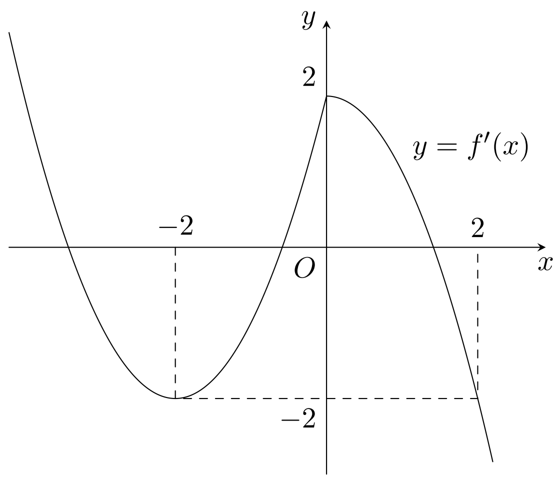
Câu 40. Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $x+3 = me^x$ có 2 nghiệm phân biệt?

(A) 7. (B) 6. (C) 5. (D) Vô số.

Câu 41.

Cho $f(x)$ mà đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Hàm số $y = f(x-1) + x^2 - 2x$ đồng biến trên khoảng

Ⓐ $(1;2)$. Ⓑ $(-1;0)$.
Ⓒ $(0;1)$. Ⓓ $(-2;-1)$.



Câu 42. Có bao nhiêu số nguyên $a \in (-2019;2019)$ để phương trình $\dfrac{1}{\ln(x+5)} + \dfrac{1}{3^x - 1} = x + a$ có hai nghiệm phân biệt?

Ⓐ 0. Ⓑ 2022. Ⓒ 2014. Ⓓ 2015.

Câu 43. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(0) = 3$ và $f(x) + f(2-x) = x^2 - 2x + 2$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Tích phân $\displaystyle\int_0^2 x f'(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

Ⓐ $\dfrac{-4}{3}$. Ⓑ $\dfrac{2}{3}$. Ⓒ $\dfrac{5}{3}$. Ⓓ $\dfrac{-10}{3}$.

Câu 44. Hàm số $f(x) = \left|\dfrac{x}{x^2+1} - m\right|$ (với m là tham số thực) có nhiều nhất bao nhiêu điểm cực trị?

Ⓐ 2. Ⓑ 3. Ⓒ 5. Ⓓ 4.

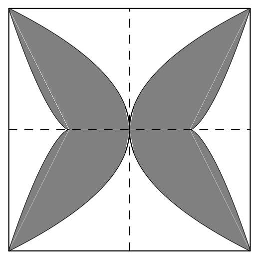
Câu 45. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng V. Gọi M, N, P, Q, E, F lần lượt là tâm các hình bình hành $ABCD, A'B'C'D', ABB'A', BCC'B', CDD'C', DAA'D'$. Thể tích khối đa diện có các đỉnh M, P, Q, E, F, N bằng

Ⓐ $\dfrac{V}{4}$. Ⓑ $\dfrac{V}{2}$. Ⓒ $\dfrac{V}{6}$. Ⓓ $\dfrac{V}{3}$.

Câu 46.

Sàn của một viện bảo tàng mỹ thuật được lát bằng những viên gạch hình vuông cạnh $40(cm)$ như hình bên. Biết rằng người thiết kế đã sử dụng các đường cong có phương trình $4x^2 = y^2$ và $4(|x|-1)^3 = y^2$ để tạo hoa văn cho viên gạch. Diện tích phần được tô đậm gần nhất với giá trị nào dưới đây?

Ⓐ $506\ \text{cm}^2$. Ⓑ $747\ \text{cm}^2$. Ⓒ $507\ \text{cm}^2$. Ⓓ $746\ \text{cm}^2$.



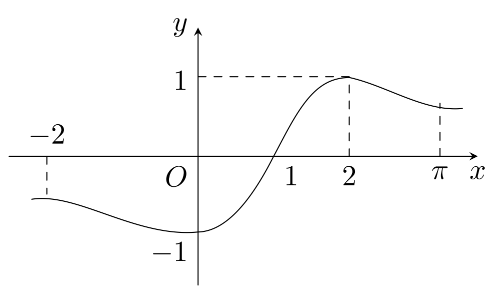
Câu 47. Xét các số phức z, w thỏa mãn $|z| = 2$, $|iw - 2 + 5i| = 1$. Giá trị nhỏ nhất của $|z^2 - wz - 4|$ bằng

Ⓐ 4. Ⓑ $2\left(\sqrt{29} - 3\right)$. Ⓒ 8. Ⓓ $2\left(\sqrt{29} - 5\right)$.

Câu 48.

Cho $f(x)$ mà đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên Bất phương trình $f(x) > \sin\dfrac{\pi x}{2} + m$ nghiệm đúng với mọi $x \in [-1;3]$ khi và chỉ khi

Ⓐ $m < f(0)$. Ⓑ $m < f(1) - 1$.
Ⓒ $m < f(-1) + 1$. Ⓓ $m < f(2)$.



Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-4}{1}=\dfrac{z-2}{1}$ và 2 điểm $A(6;3;-2)$, $B(1;0;-1)$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua B, vuông góc với d và thỏa mãn khoảng cách từ A đến Δ là nhỏ nhất. Một véc-tơ chỉ phương của Δ có tọa độ

(A) $(1;1;-3)$. (B) $(1;-1;-1)$. (C) $(1;2;-4)$. (D) $(2;-1;-3)$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-;3;4)$, đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z}{2}$ và mặt cầu $(S)\colon (x-3)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=20$. Mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d thỏa mãn khoảng cách từ điểm A đến (P) lớn nhất. Mặt cầu (S) cắt (P) theo đường tròn có bán kính bằng

(A) $\sqrt{5}$. (B) 1. (C) 4. (D) 2.

—HẾT—

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

1. A	2. D	3. A	4. C	5. B	6. D	7. B	8. C	9. D	10. B
11. D	12. B	13. A	14. B	15. D	16. B	17. A	18. D	19. D	20. D
21. D	22. A	23. B	24. D	25. C	26. C	27. A	28. C	29. B	30. C
31. C	32. A	33. C	34. A	35. C	36. B	37. B	38. C	39. A	40. A
41. A	42. D	43. D	44. D	45. C	46. B	47. C	48. B	49. A	50. D

BỘ ĐỀ ÔN THI THPTQG

ĐỀ 7

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2020
Môn Toán;
Thời gian làm bài: 90 phút.

NỘI DUNG ĐỀ

Câu 1. Tọa độ điểm biểu diễn số phức liên hợp của số phức $z = 2 + 5i$ là
(A) $(2; -5)$. (B) $(2; 5)$. (C) $(-2; -5)$. (D) $(-2; 5)$.

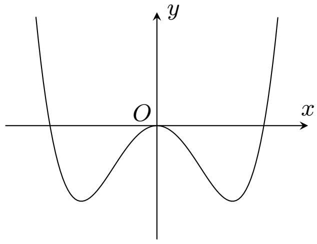
Câu 2. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 4. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng
(A) 24π. (B) 12π. (C) 36π. (D) 8π.

Câu 3. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x - 4x^3$ là
(A) $\cos x - x^4 + C$. (B) $\dfrac{\sin^2 x}{2} - 8x + C$. (C) $-\cos x - x^4 + C$. (D) $\dfrac{\cos^2 x}{2} - 8x + C$.

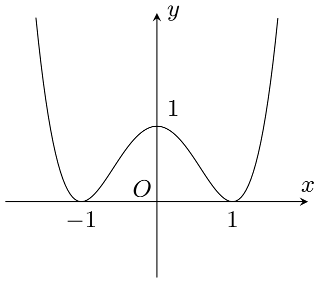
Câu 4. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 2x^2 - x - 1$ và trục hoành. Thể tích vật thể tròn xoay khi quay (H) quanh trục hoành bằng
(A) $\dfrac{9}{8}$. (B) $\dfrac{81}{80}$. (C) $\dfrac{81\pi}{80}$. (D) $\dfrac{9\pi}{8}$.

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = -x(x-2)^2(x-3)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[0; 4]$ bằng
(A) $f(0)$. (B) $f(2)$. (C) $f(3)$. (D) $f(4)$.

Câu 6.
Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 3$ là
(A) 1. (B) 2. (C) 0. (D) 3.



Câu 7.
Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?
(A) $(-1; 0)$. (B) $(-\infty; -1)$. (C) $(0; +\infty)$. (D) $(-1; 1)$.



Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	||	$-$	
y	0	↗	3	↘ $-\infty$	|| $+\infty$	↘	-1

Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm phân biệt là
(A) 1. (B) 0. (C) 3. (D) 2.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d\colon \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -3 + t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$?

Ⓐ $P(3; -2; -1)$. Ⓑ $N(2; 1; 5)$. Ⓒ $M(1; -3; 4)$. Ⓓ $Q(4; 1; 3)$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y-5}{2} = \dfrac{z+2}{-5}$ có một véc-tơ chỉ phương là

Ⓐ $\vec{u} = (1; 5; -2)$. Ⓑ $\vec{u} = (3; 2; -5)$. Ⓒ $\vec{u} = (-3; 2; -5)$. Ⓓ $\vec{u} = (2; 3; -5)$.

Câu 11. Có bao nhiêu cách xếp chỗ ngồi cho bốn bạn học sinh vào bốn chiếc ghế kê thành một hàng ngang?

Ⓐ 24. Ⓑ 4. Ⓒ 12. Ⓓ 8.

Câu 12. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a\sqrt{3}$, $SA = a\sqrt{6}$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

Ⓐ $a^3\sqrt{6}$. Ⓑ $3a^3\sqrt{6}$. Ⓒ $3a^2\sqrt{6}$. Ⓓ $a^2\sqrt{6}$.

Câu 13. Với a, b là hai số thực dương tùy ý, $\log_5\left(ab^5\right)$ bằng

Ⓐ $\log_5 a + \dfrac{1}{5}\log_5 b$. Ⓑ $5\left(\log_5 a + \log_5 b\right)$. Ⓒ $\log_5 a + 5\log_5 b$. Ⓓ $5\log_5 a + \log_5 b$.

Câu 14. Tập nghiệm của phương trình $3^{x^2-4x+3} = 1$ là

Ⓐ $\{1\}$. Ⓑ $\{1; 3\}$. Ⓒ $\{3\}$. Ⓓ $\{-1; -3\}$.

Câu 15. Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 4z + 5 = 0$. Giá trị của $|z_1|^2 + |z_2|^2$ bằng

Ⓐ 6. Ⓑ 10. Ⓒ $2\sqrt{5}$. Ⓓ 4.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, tích vô hướng của hai véc-tơ $\vec{a} = (3; 2; 1)$ và $\vec{b} = (-5; 2; -4)$ bằng

Ⓐ -15. Ⓑ -10. Ⓒ -7. Ⓓ 15.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$ và mặt phẳng $(P)\colon 3x - 4y + 7z + 2 = 0$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc mặt phẳng (P) có phương trình là

Ⓐ $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -4 + 2t \\ z = 7 + 3t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. Ⓑ $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 - 4t \\ z = 3 + 7t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

Ⓒ $\begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 2 - 4t \\ z = 3 + 7t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. Ⓓ $\begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 + 7t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

Câu 18. Cho $\displaystyle\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x = 5$ và $\displaystyle\int_0^5 f(x)\,\mathrm{d}x = -3$. Khi đó $\displaystyle\int_2^5 f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

Ⓐ 8. Ⓑ 15. Ⓒ -8. Ⓓ -15.

Câu 19. Đặt $a = \log_3 4$. Khi đó $\log_{16} 81$ bằng

Ⓐ $\dfrac{a}{2}$. Ⓑ $\dfrac{2}{a}$. Ⓒ $\dfrac{2a}{3}$. Ⓓ $\dfrac{3}{2a}$.

Câu 20. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 3$ và có công bội $q = \dfrac{1}{4}$. Giá trị của u_3 bằng

Ⓐ $\dfrac{3}{8}$. Ⓑ $\dfrac{3}{16}$. Ⓒ $\dfrac{16}{3}$. Ⓓ $\dfrac{3}{4}$.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(5; 2; -3)$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x + 2y + z + 1 = 0$. Mặt cầu (S) tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) có phương trình là

Ⓐ $(x-5)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 16$. Ⓑ $(x+5)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 16$.

Ⓒ $(x-5)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 4$. Ⓓ $(x+5)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 4$.

Câu 22. Tập nghiệm của bất phương trình $\log(x^2 - 4x + 5) > 1$ là?

Ⓐ $(-1; 5)$.
Ⓑ $(-\infty; -1)$.
Ⓒ $(5; +\infty)$.
Ⓓ $(-\infty; -1) \cup (5; +\infty)$.

Câu 23. Cho hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng $2a$. Thể tích khối nón đã cho bằng

Ⓐ $\dfrac{2\sqrt{2}\pi a^3}{3}$.
Ⓑ $2\sqrt{2}\pi a^3$.
Ⓒ $\dfrac{8\sqrt{2}\pi a^3}{3}$.
Ⓓ $\dfrac{2\sqrt{2}\pi a^2}{3}$.

Câu 24. Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như hình vẽ?

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	||	$+$	
$f(x)$	2	↗	$+\infty$ || $-\infty$	↗	2

Ⓐ $y = -x^4 + 3x^2 + 1$.
Ⓑ $y = \dfrac{x+3}{x+1}$.
Ⓒ $y = x^3 + 3x^2 + 4$.
Ⓓ $y = \dfrac{2x+1}{x+1}$.

Câu 25. Giả sử a, b, là hai số thực thỏa mãn $2a + (b-3)i = 4 - 5i$ với i là đơn vị ảo. Gía trị của a, b, bằng

Ⓐ $a = 1, b = 8$.
Ⓑ $a = 8, b = 8$.
Ⓒ $a = 2, b = -2$.
Ⓓ $a = -2, b = 2$.

Câu 26. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	||	$-$	||	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	$-\infty$ || 2	↘	$-\infty$ || 1	↘	-1	↗	1

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2}{3f(x) - 2}$ là

Ⓐ 3.
Ⓑ 4.
Ⓒ 5.
Ⓓ 6.

Câu 27. Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^2 - C_n^1 = 44$. Hệ số của số hạng chứa x^9 trong khai triển biểu thức $\left(x^4 - \dfrac{2}{x^3}\right)^n$ bằng

Ⓐ 14784.
Ⓑ 29568.
Ⓒ -1774080.
Ⓓ -14784.

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy là hình thoi tâm O, cạnh bằng $a\sqrt{3}$, $\widehat{BAD} = 60^\circ$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa đường thẳng SC và $(ABCD)$ bằng 45°. Gọi G là trọng tâm $\triangle SCD$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng OG và AD bằng

Ⓐ $\dfrac{3a\sqrt{5}}{5}$.
Ⓑ $\dfrac{a\sqrt{17}}{17}$.
Ⓒ $\dfrac{3a\sqrt{17}}{17}$.
Ⓓ $\dfrac{a\sqrt{5}}{5}$.

Câu 29. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	2	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Số giá trị ngyên dương của tham số m để bất phương trình $\left[\log_2 f(x) + e^{f(x)} + 1\right] f(x) \geq m$ có nghiệm trên khoảng $(-2; 1)$ là

A 68. **B** 18. **C** 229. **D** 230.

Câu 30. Tổng tất cả các nghiệm thực của phương trình $\log_2 x \log_2(32x) + 4 = 0$ là

A $\dfrac{7}{16}$. **B** $\dfrac{9}{16}$. **C** $\dfrac{1}{32}$. **D** $\dfrac{1}{2}$.

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABC$ có $AC = a, AB = a\sqrt{3}, \widehat{BAC} = 150^\circ$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên SB và SC. Thế tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $ABCNM$ bằng

A $\dfrac{4\sqrt{7}\pi a^3}{3}$. **B** $\dfrac{28\sqrt{7}\pi a^3}{3}$. **C** $\dfrac{20\sqrt{5}\pi a^3}{3}$. **D** $\dfrac{44\sqrt{11}\pi a^3}{3}$.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P)\colon x + 3z + 2 = 0$, $(Q)\colon x + 3z - 4 = 0$. Mặt phẳng song song và cách đều (P) và (Q) có phương trình là

A $x + 3z - 1 = 0$. **B** $x + 3z - 2 = 0$. **C** $x + 3z - 6 = 0$. **D** $x + 3z + 6 = 0$.

Câu 33. Tập hợp các giá trị của tham số m để đồ thị $y = x^3 + 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x + m^3$ có hai điểm cực trị nằm về hai phía trục hoành là khoảng $(a; b)$. Giá trị $a + 2b$ bằng

A $\dfrac{3}{2}$. **B** $\dfrac{4}{3}$. **C** $\dfrac{2}{3}$. **D** 1.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon x^2 + y^2 + z^2 = 9$ và mặt phẳng $(P)\colon 4x + 2y + 4z + 7 = 0$. Hai mặt cầu có bán kính là R_1 và R_2 chứa đường tròn giao tuyến của (S) và (P) đồng thời cùng tiếp xúc với mặt phẳng $(Q)\colon 3y - 4z - 20 = 0$. Tổng $R_1 + R_2$ bằng

A $\dfrac{63}{8}$. **B** $\dfrac{35}{8}$. **C** $\dfrac{65}{8}$. **D** 5.

Câu 35. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là một tam giác vuông cân tại $B, AB = a, BB' = a\sqrt{3}$. Góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng

A 30°. **B** 45°. **C** 60°. **D** 90°.

Câu 36. Cho số phức z thỏa mãn $(z + 3 - i)(\overline{z} + 3i + 1)$ là một số thực. Biết rằng tập hợp tất cả các điểm biểu diễn của z là một đường thẳng. Khoảng cách từ gốc tọa độ đến đường thẳng đó bằng

A $4\sqrt{2}$. **B** 0. **C** $2\sqrt{2}$. **D** $3\sqrt{2}$.

Câu 37. Đồ thị hàm số $y = \dfrac{\sqrt{1 - x^2}}{x - 2}$ có số đường tiệm cận đứng là

A 0. **B** 1. **C** 2. **D** 3.

Câu 38. Cho $\displaystyle\int_1^3 \frac{3 + \ln x}{(x + 1)^2}\,\mathrm{d}x = a\ln 3 + b\ln 2 + c$ với a, b, c là các số hữu tỉ. Giá trị của $a^2 + b^2 - c^2$ bằng

A $\dfrac{17}{18}$. **B** $\dfrac{1}{8}$. **C** 1. **D** 0.

Câu 39. Họ nguyên hàm của hàm số $x\left(2 - \mathrm{e}^{3x}\right)$ là

A $x^2 - \dfrac{1}{9}\mathrm{e}^{3x}(3x - 1) + C$. **B** $x^2 + \dfrac{1}{9}\mathrm{e}^{2x}(x + 1) + C$.

C $2x^2 - \dfrac{1}{3}\mathrm{e}^{2x}(x - 1) + C$. **D** $x^2 - \dfrac{1}{3}\mathrm{e}^{3x}(3x - 1) + C$.

Câu 40. Giả sử z là các số phức thỏa mãn $|iz-2-i|=3$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $2|z-4-i|+|z+5+8i|$ bằng.

(A) $18\sqrt{5}$. (B) $3\sqrt{15}$. (C) $15\sqrt{3}$. (D) $9\sqrt{5}$.

Câu 41. Cho khối lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có $AC=a\sqrt{3}$, góc giữa đường thẳng AC' và mặt phẳng (ABC) bằng 45°. Thể tích khối khối lăng trụ đã cho bằng

(A) $\dfrac{9\sqrt{2}a^3}{8}$. (B) $\dfrac{9a^3}{4}$. (C) $\dfrac{3a^3}{4}$. (D) $\dfrac{3\sqrt{3}a^3}{8}$.

Câu 42. Hàm số $f(x)=2^{3x+4}$ có đạo hàm là

(A) $f'(x)=\dfrac{3\cdot 2^{3x+4}}{\ln 2}$. (B) $f'(x)=3\cdot 2^{3x+4}\ln 2$.

(C) $f'(x)=2^{3x+4}\ln 2$. (D) $f'(x)=\dfrac{2^{3x+4}}{\ln 2}$.

Câu 43. Đầu mỗi tháng, chị B gửi vào ngân hàng 3 triệu đồng theo hình thức lãi kép với lãi suất $0,6\%$ một tháng và lãi suất không thay đổi trong suốt quá trình gửi tiền. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng chị B có được số tiền cả gốc và lãi nhiều hơn 150 triệu đồng?

(A) 46 tháng. (B) 43 tháng. (C) 44 tháng. (D) 47 tháng.

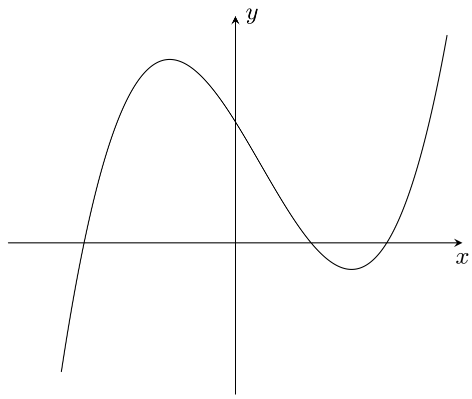
Câu 44. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-2		-1		3		5		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Xét hàm số $g(x)=f\left(|x-4|\right)+2018^{2019}$. Số điểm cực trị của hàm số $g(x)$ bằng

(A) 5. (B) 1. (C) 9. (D) 2.

Câu 45. Cho hàm số $y=x^3+bx^2+cx+d$ với $b,c,d\in\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ



Mệnh đề nào sau đây đúng?

(A) $b>0,\ c<0,\ d>0$. (B) $b>0,\ c>0,\ d>0$.

(C) $b<0,\ c>0,\ d<0$. (D) $b<0,\ c<0,\ d>0$.

Câu 46. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Gọi $M,\ N$ lần lượt nằm trên các cạnh $A'B'$ và BC sao cho $MA'=MB'$ và $BN=2NC$. Mặt phẳng (DMN) chia khối lập phương đã cho thành hai khối đa diện. Gọi $V_{(H)}$ là thể tích khối đa diện chứa đỉnh A, $\mathrm{V}_{(H')}$ là thể tích khối còn lại. Tỉ số $\dfrac{\mathrm{V}_{(H)}}{\mathrm{V}_{(H')}}$ bằng

(A) $\dfrac{151}{209}$. (B) $\dfrac{151}{360}$. (C) $\dfrac{2348}{3277}$. (D) $\dfrac{209}{360}$.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha)\colon 2x+3y-2z+12=0$. Gọi A, B, C lần lượt là giao điểm của (α) với ba trục tọa độ, đường thẳng d đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và vuông góc với (α) có phương trình là

A. $\dfrac{x+3}{2}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-3}{-2}$.

B. $\dfrac{x+3}{2}=\dfrac{y-2}{-3}=\dfrac{z-3}{2}$.

C. $\dfrac{x+3}{2}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z-3}{-2}$.

D. $\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z+3}{-2}$.

Câu 48.

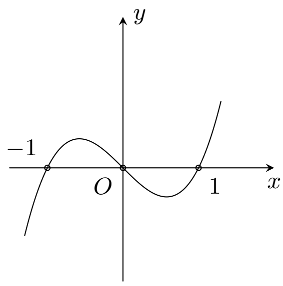
Cho hàm số $y=f(x)$, hàm số $f'(x)=x^3+ax^2+bx+c$, $(a,b,c\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $g(x)=f(f'(x))$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;+\infty)$.

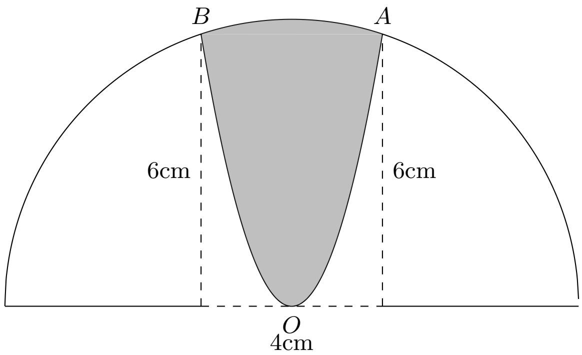
B. $(-\infty;-2)$.

C. $(-1;0)$.

D. $\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{3};\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)$.



Câu 49. Một khuôn viên dạng nửa hình tròn, trên đó người ta thiết kế phần trồng hoa hồng có dạng một hình parabol có đỉnh trùng với tâm hình tròn và có trục đối xứng vuông góc với đường kính của nửa đường tròn, hai đầu mút của parabol nằm trên đường tròn và cách nhau một khoảng bằng 4 mét (phần gạch chéo). Phần còn lại của công viên (phần không gạch chéo) dùng để trồng hoa cúc. Biết các kích thước cho như hình vẽ. Chi phí để trồng hoa hồng và hoa cúc lần lượt là 120.000 đồng/m^2 và 80.000 đồng/m^2.



Hỏi chi phí trồng hoa khuôn viên đó gần nhất với số tiền nào dưới đây (làm tròn đến nghìn đồng)

A. 6.847.000 đồng.

B. 6.865.000 đồng.

C. 5.710.000 đồng.

D. 5.701.000 đồng.

Câu 50. Cho hàm số $y=f(x)$ thỏa mãn $f(0)<\dfrac{7}{6}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	$\dfrac{15}{13}$	$\searrow$	$-\infty$

Giá trị lớn nhất của tham số m để phương trình $\mathrm{e}^{2f^3(x)-\frac{13}{2}f^2(x)+7f(x)-\frac{1}{2}}=m$ có nghiệm trên đoạn $[0;2]$ là

A. e^2.

B. $\mathrm{e}^{\frac{15}{13}}$.

C. e^4.

D. e^3.

—HẾT—

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

1. A	2. A	3. C	4. B	5. C	6. B	7. A	8. D	9. C	10. B
11. A	12. A	13. C	14. B	15. B	16. A	17. B	18. C	19. B	20. B
21. A	22. D	23. A	24. D	25. C	26. D	27. D	28. C	29. B	30. B
31. B	32. A	33. C	34. C	35. A	36. C	37. A	38. C	39. A	40. D
41. B	42. B	43. C	44. C	45. D	46. A	47. C	48. B	49. D	50. A

BỘ ĐỀ ÔN THI THPTQG

ĐỀ 8

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2020
Môn Toán;
Thời gian làm bài: 90 phút.

NỘI DUNG ĐỀ

Câu 1. Thể tích khối lập phương cạnh $3a$ bằng

(A) $27a^3$. (B) $9a^3$. (C) $8a^3$. (D) $3a^3$.

Câu 2.
Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Tính tổng giá trị cực đại và giá trị cực tiểu.

(A) 0. (B) 2. (C) 3. (D) 5.

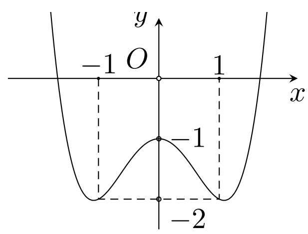
x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, Cho hai điểm $A(2;0;1)$ và $B(3;-1;2)$. Véctơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

(A) $(1;-1;1)$. (B) $(-1;1;-1)$. (C) $(1;1;-1)$. (D) $(-1;1;1)$.

Câu 4.
Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

(A) $(0;1)$. (B) $(-\infty;0)$. (C) $(-1;1)$. (D) $(-1;0)$.



Câu 5. Với a và b là hai số thực dương tùy ý, $\ln\left(a^2b^3\right)$ bằng

(A) $2\ln a + \ln 3b$. (B) $2\ln a + 3\ln b$. (C) $2(\ln a + \ln b)$. (D) $\ln a + \ln b^3$.

Câu 6. Cho $\int\limits_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x = 3$ và $\int\limits_0^2 g(x)\,\mathrm{d}x = -5$, khi đó $\int\limits_0^2 [3f(x) + 4g(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 29. (B) -3. (C) -11. (D) 4.

Câu 7. Thể tích khối cầu đường kính $4a$ bằng

(A) $\dfrac{32\pi}{3}a^3$. (B) $\dfrac{256\pi}{a^3}$. (C) $\dfrac{4\pi}{3}a^3$. (D) $8\pi a^3$.

Câu 8. Tập nghiệm của phương trình $\ln(x^2 - 3x + 3) = 0$ là

(A) $\{2\}$. (B) $\{1;2\}$. (C) $\varnothing$. (D) $\{1\}$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oxy) có phương trình là

(A) $z = 0$. (B) $x + y + z = 0$. (C) $y = 0$. (D) $x = 0$.

Câu 10. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3^x - 2x$ là

(A) $3^x - x^2 + C$. (B) $\dfrac{3^x}{\ln 3} - x^2 + C$. (C) $\dfrac{3^x}{\ln 3} - \dfrac{1}{2}x^2 + C$. (D) $3^x - \dfrac{1}{2}x^2 + C$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d\colon \dfrac{x+2}{3} = \dfrac{y-3}{2} = \dfrac{z-1}{1}$ **không** đi qua điểm nào dưới đây ?

(A) $Q(-2;3;1)$. (B) $M(4;7;0)$. (C) $P(1;5;2)$. (D) $N(-5;1;0)$.

Câu 12. Với k và n là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k \le n$, mệnh đề nào dưới đây **sai**?

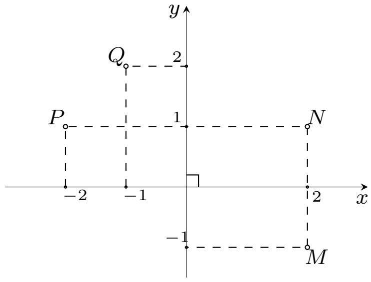
(A) $\mathrm{C}_n^k = \dfrac{n!}{k!(n-k)!}$. (B) $\mathrm{A}_n^k = \dfrac{n!}{(n-k)!}$. (C) $\mathrm{P}_n = n!$. (D) $\mathrm{C}_n^k = \dfrac{k!(n-k)!}{n!}$.

Câu 13. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = -3$ và công sai $d = 2$. Giá trị của u_5 bằng

Ⓐ 5. Ⓑ 11. Ⓒ -48. Ⓓ -10.

Câu 14.
Điểm nào trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức $z = -2+i$

Ⓐ N. Ⓑ P. Ⓒ M. Ⓓ Q.



Câu 15. Bảng biến thiên dưới đây là của hàm số nào?

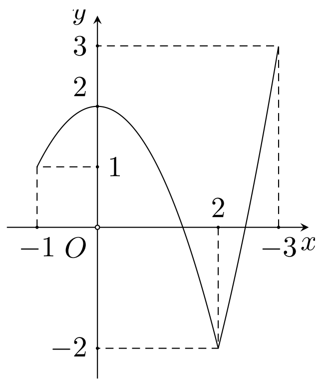
x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-4	↗	3	↘	-4	↗	$+\infty$

Ⓐ $y = x^4 + 2x^2 - 3$. Ⓑ $y = -x^4 + 2x^2 - 3$. Ⓒ $y = x^4 - 2x^2 - 3$. Ⓓ $y = x^4 + 2x^2 + 3$.

Câu 16.
Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 2]$. Giá trị của $2M + m$ bằng

Ⓐ 2. . Ⓑ 3.

Ⓒ 4. Ⓓ 5.



Câu 17. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)^2(x+1)^3(x-2)^5, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

Ⓐ 3. Ⓑ 4. Ⓒ 5. Ⓓ 2.

Câu 18. Gọi a và b là các số thực thỏa mãn $a + 2bi + b - 3 = -ai - i$ với i là đơn vị ảo. Tính $a + b$.

Ⓐ 3. Ⓑ 11. Ⓒ -3. Ⓓ -11.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 3; 4)$ và $B(4; -5; 0)$. Phương trình của mặt cầu đường kính AB là

Ⓐ $(x+3)^2 + (y+1)^2 + (y-2)^2 = 84$. Ⓑ $(x+3)^2 + (y+1)^2 + (y-2)^2 = 21$.

Ⓒ $(x-3)^2 + (y+1)^2 + (y-2)^2 = 21$. Ⓓ $(x-3)^2 + (y+1)^2 + (y-2)^2 = 84$.

Câu 20. Cho $a = \log_2 5, b = \log_3 5$. Tính $\log_{24} 600$ theo a, b

Ⓐ $\log_{24} 600 = \dfrac{2ab + a - 3b}{a + 3b}$. Ⓑ $\log_{24} 600 = \dfrac{2 + a + b}{a + b}$.

Ⓒ $\log_{24} 600 = \dfrac{2ab + a + 3b}{a + 3b}$. Ⓓ $\log_{24} 600 = \dfrac{2ab + 1}{3a + b}$.

Câu 21. Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + z + 4 = 0$. Giá trị của $|z_1| + |z_2|$ bằng

Ⓐ 2. Ⓑ 4. Ⓒ 1. Ⓓ 6.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$ khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P)\colon x+y+2z-1=0$ và $(Q)\colon x+y+2z+3=0$ bằng

Ⓐ $\dfrac{2}{3}$. Ⓑ $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. Ⓒ $\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$. Ⓓ $\dfrac{\sqrt{6}}{6}$.

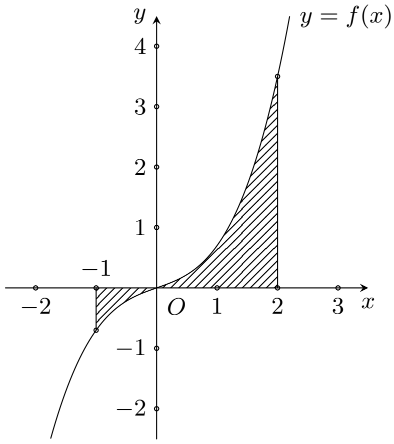
Câu 23. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x^2+5x+5}>2$ là

Ⓐ $(-\infty;-4)\cup(-1;+\infty)$. Ⓑ $(1;+\infty)$.
Ⓒ $(-4;-1)$. Ⓓ $(-\infty;1)\cup(4;+\infty)$.

Câu 24.

Gọi S là diện tích hình phẳng H giới hạn bởi các đường $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=-1$, $x=2$ (như hình vẽ bên). Đặt $a=\displaystyle\int\limits_{-1}^{0} f(x)\mathrm{d}x$, $b=\displaystyle\int\limits_{0}^{2} f(x)\mathrm{d}x$, mệnh đề nào sau đây đúng?

Ⓐ $S=b-a$. Ⓑ $S=b+a$.
Ⓒ $S=-b+a$. Ⓓ $S=-b-a$.



Câu 25. Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng $3a$ và bán kính đáy bằng a. Tính thể tích V của khối nón.

Ⓐ $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}\pi a^3$. Ⓑ $\dfrac{2}{3}\pi a^3$. Ⓒ $\dfrac{\sqrt{2}}{3}\pi a^3$. Ⓓ $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}a^3$.

Câu 26.

Cho bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ như hình bên. Gọi $x=x_0$ và $y=y_0$ lần lượt là tìm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f(x)$. Tính y_0-x_0.

Ⓐ $\dfrac{7}{2}$. Ⓑ $\dfrac{2}{5}$. Ⓒ 3. Ⓓ $-\dfrac{1}{2}$.

x	$-\infty$		$-\dfrac{1}{2}$		$+\infty$
y	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	3

Câu 27. Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh bên bằng $2a$ và cạnh đáy bằng a. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

Ⓐ $\dfrac{2\sqrt{14}a^3}{3}$. Ⓑ $\dfrac{4\sqrt{2}a^3}{3}$. Ⓒ $\dfrac{\sqrt{14}a^3}{3}$. Ⓓ $\dfrac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 28. Hàm số $f(x)=\ln\left(3x^2+2x+1\right)$ có đạo hàm

Ⓐ $f'(x)=\dfrac{6x+2}{3x^2+2x+1}$. Ⓑ $f'(x)=\dfrac{1}{3x^2+2x+1}$.
Ⓒ $f'(x)=\dfrac{x^2+2x+1}{3x^2+2x+1}$. Ⓓ $f'(x)=\dfrac{6x+2}{(3x^2+2x+1)\ln 2}$.

Câu 29.

Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $3f(x)-15=0$ là

Ⓐ 4. Ⓑ 3. Ⓒ 2. Ⓓ 1.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Câu 30. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai mặt phẳng $(A'B'CD)$ và $(CDD'C')$ bằng

Ⓐ 30°. Ⓑ 60°. Ⓒ 45°. Ⓓ 90°.

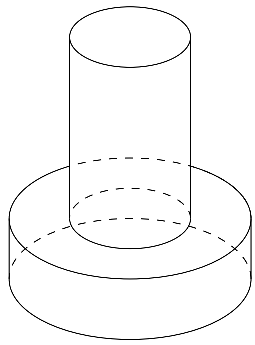
Câu 31. Số nghiệm của phương trình $\log_2(3+4^x)=2+x$ bằng

(A) 2. (B) 1. (C) 0. (D) 3.

Câu 32.

Một khối đồ chơi gồm hai khối trụ (H_1), (H_2) xếp chồng lên nhau, lần lượt có bán kính đáy và chiều cao tương ứng là r_1, h_1, r_2, h_2 thỏa mãn $r_2=3r_1$, $h_2=\frac{1}{4}h_1$ (tham khảo hình vẽ). Biết rằng thể tích của toàn bộ khối đồ chơi bằng $V=26\text{cm}^3$, thể tích khối trụ (H_1) bằng

(A) 4cm^3. (B) 9cm^3. (C) 13cm^3. (D) 8cm^3.



Câu 33. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=x(1+\sin 2x)$ là

(A) $\frac{x^2}{2}+\frac{x}{2}\cos 2x-\frac{1}{4}\sin 2x+C$.
(B) $\frac{x^2}{2}-\frac{x}{2}\sin 2x+\frac{1}{4}\cos 2x+C$.
(C) $\frac{x^2}{2}-\frac{x}{2}\cos 2x+\frac{1}{4}\sin 2x+C$.
(D) $\frac{x}{2}\cos 2x+\frac{1}{4}\sin 2x+C$.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 1. Hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA=1$. Gọi M là trung điểm của SD. Khoảng cách từ M đến mặt phẳng (SBC) bằng

(A) $\frac{\sqrt{2}}{4}$. (B) $\frac{\sqrt{2}}{4}$. (C) 1. (D) $\frac{1}{2}$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 2x+3y+z+8=0$ và đường thẳng $d\colon \frac{x}{-1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-3}{-1}$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) có phương trình là

(A) $\frac{x+2}{1}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z-2}{1}$.
(B) $\frac{x-2}{-1}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-2}{-1}$.
(C) $\frac{x+2}{1}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-2}{1}$.
(D) $\frac{x+2}{-1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+2}{-1}$.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, SA vuông góc với đáy và $SB=\sqrt{5}a$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC. Tính khoảng cách từ G đến mặt phẳng (SBC) theo a.

(A) $\frac{4\sqrt{57}}{57}a$. (B) $\frac{2\sqrt{57}}{57}a$. (C) $\frac{3\sqrt{57}}{57}a$. (D) $\frac{2\sqrt{57}}{19}a$.

Câu 37. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các đường thẳng $d_1\colon \frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+1}{1}$ và $d_2\colon \frac{x-3}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-2}{3}$. Phương trình đường thẳng vuông góc chung của hai đường thẳng d_1 và d_2 là

(A) $d'\colon \frac{x+3}{2}=\frac{y+4}{1}=\frac{z+7}{-1}$.
(B) $d'\colon \frac{x+3}{2}=\frac{y+4}{-1}=\frac{z+7}{1}$.
(C) $d'\colon \frac{x+3}{2}=\frac{y+4}{1}=\frac{z+7}{1}$.
(D) $d'\colon \frac{x+3}{-2}=\frac{y+4}{1}=\frac{z+7}{1}$.

Câu 38. Gọi m_0 là giá trị nhỏ nhất của $\left|2-\frac{1}{m-i}\right|$, với m là số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $m_0^2\in\left(\frac{10}{3};\frac{7}{2}\right)$. (B) $m_0^2\in\left(0;\frac{10}{3}\right)$. (C) $m_0^2\in\left(\frac{7}{2};\frac{9}{2}\right)$. (D) $m_0^2\in\left(\frac{9}{2};\frac{11}{2}\right)$.

Câu 39. Cho hình nón có chiều cao $h=20$ (cm), bán kính đáy $r=25$ (cm). Một thiết diện đi qua đỉnh của hình nón có khoảng cách từ tâm đáy đến mặt phẳng chứa thiết diện là 12 (cm). Tính diện tích của thiết diện đó.

(A) $S=300$ (cm^2). (B) $S=500$ (cm^2). (C) $S=400$ (cm^2). (D) $S=406$ (cm^2).

Câu 40. Cho đa giác đều $4n$ đỉnh, chọn ngẫu nhiên bốn đỉnh từ các đỉnh của đa giác đã cho. Biết rằng xác suất bốn đỉnh được chọn là bốn đỉnh của một hình chữ nhật bằng $\frac{3}{35}$. Khi đó n bằng

(A) 3. (B) 2. (C) 4. (D) 5.

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z}{4}$ và mặt cầu $(S)\colon (x-1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=2$. Hai mặt phẳng (P) và (Q) chứa d và tiếp xúc (S). Gọi M và N là hai tiếp điểm. Tính độ dài MN.

(A) $MN=2\sqrt{2}$. (B) $MN=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$. (C) $MN=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. (D) $MN=4$.

Câu 42. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $9^x-8\cdot 3^x+3=m$ có đúng 2 nghiệm thuộc khoảng $(\log_3 2;\log_3 8)$.

(A) $-13<m<-9$. (B) $-9<m<3$. (C) $3<m<9$. (D) $-13<m<3$.

Câu 43. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $3f(-x)-2f(x)=\tan^2 x$. Tính $\displaystyle\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} f(x)\,\mathrm{d}x$.

(A) $1-\dfrac{\pi}{2}$. (B) $\dfrac{\pi}{2}-1$. (C) $1+\dfrac{\pi}{4}$. (D) $2-\dfrac{\pi}{2}$.

Câu 44. Xét các số phức $z=a+bi$ $(a,b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $|z-4i|=1$. Khi biểu thức $P=2|z+2-i|+|z-8-i|$ đạt giá trị lớn nhất, giá trị của $a-b$ bằng

(A) 5. (B) 6. (C) -5. (D) -3.

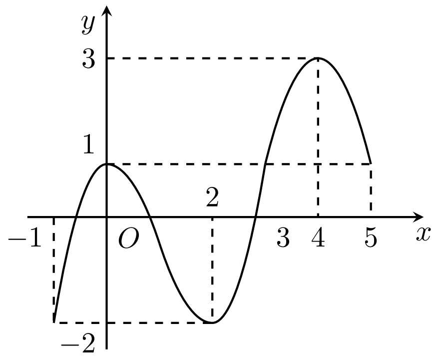
Câu 45. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $|x^2-3x-3+m|=x+1$ có 4 nghiệm phân biệt?

(A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

Câu 46.

Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ được cho như hình bên. Hàm số $y=-2f(2-x)+x^2$ nghịch biến trên khoảng

(A) $(-1;0)$. (B) $(0;2)$. (C) $(-2;-1)$. (D) $(-3;-2)$.

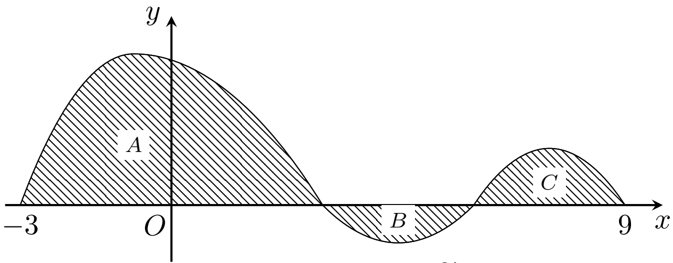


Câu 47. Hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SAB là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy $(ABCD)$. Biết co-sin của góc tạo bởi mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ bằng $\dfrac{2\sqrt{19}}{19}$. Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là

(A) $V=\dfrac{a^3\sqrt{19}}{2}$. (B) $V=\dfrac{a^3\sqrt{15}}{2}$. (C) $V=\dfrac{a^3\sqrt{15}}{6}$. (D) $V=\dfrac{a^3\sqrt{19}}{6}$.

Câu 48.

Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-3;9]$ như hình vẽ bên. Biết các miền A, B, C có diện tích lần lượt là 30; 3 và 4. Tích phân $\displaystyle\int_{-1}^{2}[f(4x+1)+x]\,\mathrm{d}x$ bằng



(A) $\dfrac{45}{2}$. (B) 41. (C) 37. (D) $\dfrac{37}{4}$.

Câu 49. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[0;7]$ để hàm số

$$y=\left|x^3-mx^2-\left(2m^2+m-2\right)x-m^2+2m\right|$$

có 5 điểm cực trị?

(A) 7. (B) 4. (C) 6. (D) 5.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-1)$, $B(0;4;0)$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x-y-2z+2018=0$. Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua hai điểm A, B và α là góc nhỏ nhất giữa hai mặt phẳng (P) và (Q). Giá trị của $\cos\alpha$ là

(A) $\cos\alpha=\dfrac{1}{6}$. (B) $\cos\alpha=\dfrac{2}{3}$. (C) $\cos\alpha=\dfrac{1}{9}$. (D) $\cos\alpha=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

—HẾT—

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

1. A	2. D	3. A	4. A	5. B	6. C	7. A	8. B	9. A	10. B
11. B	12. D	13. A	14. B	15. C	16. A	17. A	18. A	19. C	20. C
21. B	22. C	23. A	24. A	25. A	26. A	27. A	28. A	29. B	30. C
31. A	32. D	33. C	34. A	35. A	36. B	37. D	38. A	39. B	40. B
41. B	42. A	43. D	44. C	45. C	46. A	47. C	48. D	49. C	50. D

BỘ ĐỀ ÔN THI THPTQG

ĐỀ 9

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2020

Môn Toán;

Thời gian làm bài: 90 phút.

NỘI DUNG ĐỀ

Câu 1. Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài các cạnh $AB = AD = a$, $AA' = b$. Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng

Ⓐ $4ab$. Ⓑ a^2b. Ⓒ $\dfrac{4ab}{3}$. Ⓓ $\dfrac{a^2b}{3}$.

Câu 2.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	-1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Ⓐ -1. Ⓑ 0.
Ⓒ -2. Ⓓ -3.

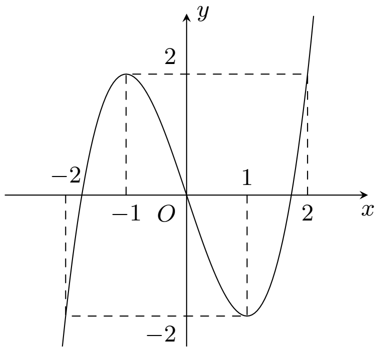
Câu 3. Cho các véc-tơ $\vec{a} = (1; 2; 3)$, $\vec{b} = (0; -1; 2)$. Véc-tơ $\vec{v} = 3\vec{a} - \vec{b}$ có tọa độ là

Ⓐ $\vec{v} = (3; 9; 7)$. Ⓑ $\vec{v} = (3; 9; 11)$. Ⓒ $\vec{v} = (3; 7; 11)$. Ⓓ $\vec{v} = (3; 7; 7)$.

Câu 4.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

Ⓐ $(-\infty; 2)$. Ⓑ $(-2; 2)$.
Ⓒ $(-2; +\infty)$. Ⓓ $(-1; 1)$.



Câu 5. Cho a là số thực khác 0, mệnh đề nào sau đây là đúng?

Ⓐ $\log_3 a^2 = 2\log_3 a$. Ⓑ $\log_3 a^2 = 2\log_3 |a|$. Ⓒ $\log_3 a^2 = \dfrac{1}{2}\log_3 a$. Ⓓ $\log_3 a^2 = \dfrac{1}{2}\log_3 |a|$.

Câu 6. Cho $\displaystyle\int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x = 4$ và $\displaystyle\int_{-1}^{1} g(x)\,\mathrm{d}x = 3$. Tính tích phân $I = \displaystyle\int_{1}^{-1} [2f(x) - 5g(x)]\,\mathrm{d}x$.

Ⓐ $I = -7$. Ⓑ $I = 7$. Ⓒ $I = -14$. Ⓓ $I = 14$.

Câu 7. Thể tích của khối cầu bán kính $R = 2a$ bằng

Ⓐ $\dfrac{32\pi a^3}{3}$. Ⓑ $6\pi a^3$. Ⓒ $\dfrac{8\pi a^3}{3}$. Ⓓ $16\pi a^2$.

Câu 8. Tập nghiệm của phương trình $\log_2 |x+1| = 3$ là

Ⓐ $S = \{7\}$. Ⓑ $S = \{-10; 8\}$. Ⓒ $S = \{-9; 7\}$. Ⓓ $S = \{8\}$.

Câu 9. Trong không gian toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$. Hình chiếu của điểm A đến mặt phẳng (Oyz) là

Ⓐ $(0; 2; 3)$. Ⓑ $(1; 0; 3)$. Ⓒ $(1; 2; 0)$. Ⓓ $(1; 0; 0)$.

Câu 10. Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \mathrm{e}^{2x} + \sin x$ là

Ⓐ $\dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{2x} + \cos x + C$. Ⓑ $2\mathrm{e}^{2x} + \cos x + C$. Ⓒ $\dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{2x} - \cos x + C$. Ⓓ $2\mathrm{e}^{2x-1} - \cos x + C$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d\colon \dfrac{x}{-1} = \dfrac{y+2}{2} = \dfrac{z-1}{2}$ đi qua điểm nào dưới đây?

Ⓐ $M(-1;2;2)$. Ⓑ $M(-1;0;3)$. Ⓒ $M(0;2;-1)$. Ⓓ $M(1;-2;-2)$.

Câu 12. Với k và n là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k \leq n$, mệnh đề nào dưới đây là đúng?

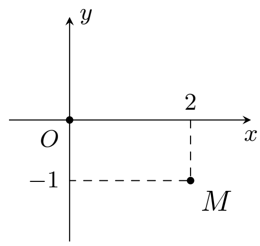
Ⓐ $\mathrm{A}_n^k = \dfrac{n!}{k!(n-k)!}$. Ⓑ $\mathrm{A}_n^k = \dfrac{k!(n-k)!}{n!}$. Ⓒ $\mathrm{A}_n^k = \dfrac{n!}{(n-k)!}$. Ⓓ $\mathrm{A}_n^k = \dfrac{n!}{k!}$.

Câu 13. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 12$ và công sai $q = \dfrac{3}{2}$. Tổng 5 số hạng đầu của cấp số nhân bằng

Ⓐ $\dfrac{93}{4}$. Ⓑ $\dfrac{633}{4}$. Ⓒ $\dfrac{633}{2}$. Ⓓ $\dfrac{93}{2}$.

Câu 14.
Trong hình vẽ bên, điểm M biểu diễn số phức $\overline{z}$. Số phức z là

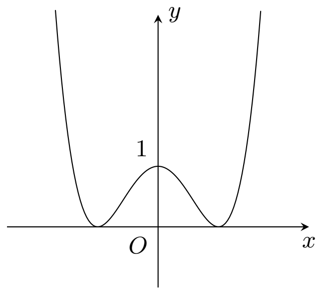
Ⓐ $2-i$. Ⓑ $2+i$. Ⓒ $1+2i$. Ⓓ $1-2i$.



Câu 15.
Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?

Ⓐ $y = x^4 - 2x^2 - 1$. Ⓑ $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

Ⓒ $y = x^4 - 2x + 1$. Ⓓ $y = x^4 - 2x^2 + 1$.



Câu 16. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \dfrac{x^2+3}{x+1}$ trên đoạn $[0;3]$. Tổng $m+M$ bằng

Ⓐ 6. Ⓑ 4. Ⓒ 5. Ⓓ 7.

Câu 17. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $(0;+\infty)$ có đạo hàm $f'(x) = \dfrac{(x+1)(x-2)^2(x-3)^3}{\sqrt{x}}$ với mọi $x \in (0;+\infty)$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

Ⓐ 1. Ⓑ 2. Ⓒ 3. Ⓓ 0.

Câu 18. Cho số phức z thỏa mãn $2z + (3-2i)\bar{z} = 5+5i$. Mô-đun của z bằng

Ⓐ 5. Ⓑ $\sqrt{8}$. Ⓒ $\sqrt{5}$. Ⓓ $\sqrt{10}$.

Câu 19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1;2;4)$. Mặt cầu (S) có bán kính bằng 9, đi qua A và có tâm I thuộc tia đối tia Oy. Phương trình mặt cầu (S) là

Ⓐ $x^2 + (y-10)^2 + z^2 = 81$. Ⓑ $x^2 + (y+10)^2 + z^2 = 81$.

Ⓒ $x^2 + (y-6)^2 + z^2 = 81$. Ⓓ $x^2 + (y+6)^2 + z^2 = 81$.

Câu 20. Biết rằng $a = \log_2 3$ và $b = \log_5 3$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

Ⓐ $\log_3 10 = \dfrac{a}{a+b}$. Ⓑ $\log_3 10 = \dfrac{b}{ab+b}$. Ⓒ $\log_3 10 = \dfrac{ab}{1+b}$. Ⓓ $\log_3 10 = \dfrac{ab}{a+b}$.

Câu 21. Kí hiệu z_1 và z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 + mz + m = 0$ với m là số thực. Tìm giá trị của tham số m để biểu thức $P = z_1^2 + z_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Ⓐ $m = \dfrac{1}{2}$. Ⓑ $m = 1$. Ⓒ $m = 0$. Ⓓ $m = -\dfrac{1}{2}$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;-1;5)$, $B(3;3;1)$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho mặt cầu đường kính AB tiếp xúc với mặt phẳng $(P)\colon x + 2y + mz - 1 = 0$.

Ⓐ $m = 2$. Ⓑ $m = -2$. Ⓒ $m = -3$. Ⓓ $m = \pm 2$.

Câu 23. Bất phương trình $3\log_8(x+1) - \log_2(3-x) \leq 1$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

(A) 1. (B) 2. (C) 0. (D) 3.

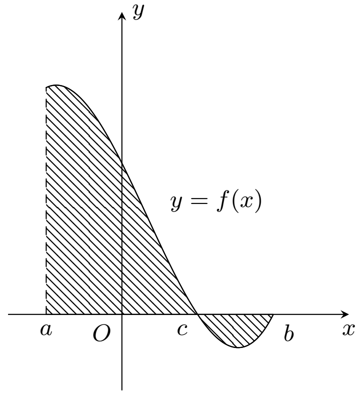
Câu 24. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a;b]$. Diện tích S của miền hình phẳng (miền gạch chéo trong hình vẽ bên) được tính bởi công thức nào dưới đây?

(A) $S = \displaystyle\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$.

(B) $S = \displaystyle\int_a^0 f(x)\,\mathrm{d}x + \int_0^b f(x)\,\mathrm{d}x$.

(C) $S = \displaystyle\int_a^c f(x)\,\mathrm{d}x + \int_b^c f(x)\,\mathrm{d}x$.

(D) $S = \displaystyle\int_a^c f(x)\,\mathrm{d}x - \int_b^c f(x)\,\mathrm{d}x$.



Câu 25. Cắt một hình nón bởi một mặt phẳng qua trục của nó ta được thiết diện là một tam giác vuông có cạnh huyền bằng a. Tính thể tích V của khối nón đã cho.

(A) $\dfrac{2\pi a^3\sqrt{2}}{9}$. (B) $\dfrac{2\pi a^3}{9}$. (C) $\dfrac{\pi a^3}{24}$. (D) $\dfrac{\pi a^3\sqrt{2}}{8}$.

Câu 26.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau. Đồ thị hàm số có tổng cộng bao nhiêu đường tiệm cận?

(A) 2. (B) 3. (C) 1. (D) 0.

x	-1		1		2		$+\infty$
y'		$-$	||	$+$	0	$-$	
y	2	$\searrow$	$-\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	-1	$\searrow$	-2

Câu 27. Cho khối chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và tam giác SAB vuông tại S. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

(A) $V = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{12}$. (B) $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. (C) $V = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$. (D) $V = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{24}$.

Câu 28. Cho hàm số $y = \dfrac{\mathrm{e}^{2x}}{x}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $2y' + xy'' - 4\mathrm{e}^{2x} = 0$. (B) $2y' + xy'' + 4\mathrm{e}^{2x} = 0$.

(C) $y' + xy'' - \dfrac{1}{4}\mathrm{e}^{2x} = 0$. (D) $y' + xy'' + \dfrac{1}{4}\mathrm{e}^{2x} = 0$.

Câu 29. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Phương trình $f(x) + m = 0$ có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi

(A) $m > 2$.

(B) $m < -3$.

(C) $m = 2$ hoặc $m < -3$.

(D) $-3 < m \leq 2$.

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	-2	$\nearrow$	3	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Câu 30. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a và $A'A = A'B = A'C = \dfrac{a\sqrt{15}}{6}$. Góc giữa hai mặt phẳng $(ABB'A')$ và (ABC) bằng

(A) 30°. (B) 45°. (C) 60°. (D) 75°.

Câu 31. Phương trình $3^x(3^x + 2^x) - 6 \cdot 4^x = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

(A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

Câu 32. Có ba thùng hình trụ, mỗi thùng đều chứa 100 lít nước. Biết rằng bán kính đáy của các thùng lần lượt là R_1, R_2, R_3 thỏa mãn $R_1 = 2R_2 = 3R_3$. Nhận xét nào sau đây là đúng về chiều cao của mực nước h_1, h_2, h_3 trong ba thùng đó.

A. $36h_1 = 9h_2 = 4h_3$. B. $9h_1 = 4h_2 = h_3$. C. $\dfrac{h_1}{9} = \dfrac{h_2}{4} = h_3$. D. $3h_1 = 2h_2 = h_3$.

Câu 33. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x\mathrm{e}^{x+1}$ là

A. $\dfrac{1}{2}(x-1)\mathrm{e}^{x+1} + C$. B. $(x-1)\mathrm{e}^{x+1} + C$. C. $2(x-1)\mathrm{e}^{x+1} + C$. D. $(2x-1)\mathrm{e}^{x+1} + C$.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = a$, $AD = a\sqrt{2}$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Tính khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SBD).

A. $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. B. $\dfrac{a\sqrt{66}}{11}$. C. $\dfrac{a\sqrt{2}}{3}$. D. $\dfrac{a\sqrt{33}}{6}$.

Câu 35. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng d_1, d_2 lần lượt có phương trình $d_1\colon \dfrac{x}{1} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z-2}{3}$, $d_2\colon \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y}{-3} = \dfrac{z+2}{1}$. Phương trình mặt phẳng cách đều hai đường thẳng d_1, d_2 là

A. $2x - 6y + 3z + 5 = 0$. B. $2x - 6y + 3z - 2 = 0$.

C. $2x - 6y + 3z + 1 = 0$. D. $2x - 6y + 3z = 0$.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A và $BC = a\sqrt{2}$. Cạnh bên SC tạo với mặt đáy góc 60° và SA vuông góc với mặt đáy. Tính khoảng cách từ trọng tâm $\triangle ABC$ đến mặt (SBC).

A. $\dfrac{a\sqrt{21}}{7}$. B. $\dfrac{a\sqrt{21}}{3}$. C. $\dfrac{a\sqrt{21}}{21}$. D. $a\sqrt{21}$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng chéo nhau $d_1\colon \dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z-3}{1}$ và $d_2\colon \dfrac{x+1}{-3} = \dfrac{x-2}{2} = \dfrac{x+3}{-1}$. Tìm phương trình đường thẳng chứa đoạn vuông góc chung của d_1 và d_2.

A. $\begin{cases} x = -\dfrac{4}{5} + \dfrac{8}{5}t \\ y = -\dfrac{4}{5} \\ z = \dfrac{12}{5} - \dfrac{9}{5}t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = \dfrac{8}{5} - \dfrac{4}{5}t \\ y = \dfrac{4}{5} \\ z = \dfrac{-9}{5} + \dfrac{12}{5}t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = -\dfrac{4}{5} + 8t \\ y = \dfrac{4}{5} \\ z = \dfrac{12}{5} + 9t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = -\dfrac{4}{5} - 8t \\ y = \dfrac{4}{5} \\ z = \dfrac{12}{5} + 9t \end{cases}$.

Câu 38. Giá trị lớn nhất M của $\left|\dfrac{i}{mi-1} + \dfrac{m+1}{m^2+1}i\right|$ thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(0;1)$. B. $\left(0;\dfrac{3}{5}\right)$. C. $\left(\dfrac{4}{5};1\right)$. D. $(-1;0)$.

Câu 39. Cho hình trụ bán kính đáy là 5 và chiều cao bằng 6. Cắt hình chóp bởi một mặt phẳng cách trục một khoảng 4. Tìm diện tích thiết diện.

A. 6. B. 36. C. 30. D. 24.

Câu 40. Cho đa giác đều $4n$ đỉnh $(n \geq 1)$. Chọn ngẫu nhiên 4 đỉnh từ các đỉnh của đa giác đã cho. Tìm n biết rằng xác suất để chọn được hình vuông là $\dfrac{1}{455}$.

A. $n = 3$. B. $n = 4$. C. $n = 5$. D. $n = 6$.

Câu 41. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-2}{-1} = \dfrac{y-3}{1} = \dfrac{z-1}{1}$ và mặt cầu $(S)\colon x^2 + y^2 + z^2 = 4$. Hai mặt phẳng phân biệt qua d, tiếp xúc với (S) tại A và B. Đường thẳng AB đi qua điểm có tọa độ

A. $\left(\dfrac{2}{3};\dfrac{2}{3};\dfrac{2}{3}\right)$. B. $\left(1;\dfrac{1}{3};\dfrac{2}{3}\right)$. C. $\left(1;\dfrac{1}{3};-\dfrac{4}{3}\right)$. D. $\left(\dfrac{1}{3};\dfrac{1}{3};-\dfrac{2}{3}\right)$.

Câu 42. Gọi a là số nguyên dương nhỏ nhất sao cho tồn tại các số nguyên b, c để phương trình $a\ln^2 x + 2b\ln x + c = 0$ có hai nghiệm phân biệt đều thuộc khoảng $(0;1)$. Giá trị của a bằng

A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 43. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x) - 2f\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right) = x\sin 2x$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Tích phân $\displaystyle\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

Ⓐ $\dfrac{\pi}{4}$. Ⓑ $-\dfrac{\pi}{4}$. Ⓒ $\dfrac{\pi}{12}$. Ⓓ 0.

Câu 44. Xét các số phức $z = a + bi$, $(a, b \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $|z - 2 - 4i| = 2$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $2|z - 1 - 5i| + 3|z - 3 - 3i|$.

Ⓐ 156. Ⓑ $2\sqrt{39}$. Ⓒ $\sqrt{39}$. Ⓓ 39.

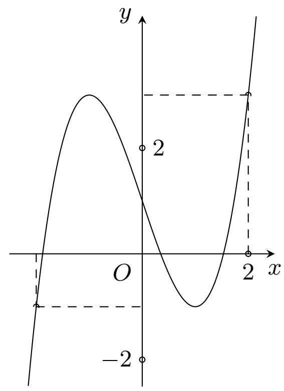
Câu 45. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $\left|x^3 + x^2 - 5x - 2m\right| = \left|x^3 - x^2 - x - 4\right|$ có 5 nghiệm phân biệt?

Ⓐ 1. Ⓑ 2. Ⓒ 3. Ⓓ 0.

Câu 46.

Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$, $(a, b, c, d, e \in \mathbb{R})$. Biết rằng hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $g(x) = f(1 - x) - \dfrac{x^2}{2} + 2x$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

Ⓐ $(-2; 0)$. Ⓑ $(-1; 1)$. Ⓒ $(2; 3)$. Ⓓ $(3; +\infty)$.



Câu 47. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O cạnh a. Góc $\widehat{DAB} = 120^\circ$, hình chiếu của S lên mặt đáy là trung điểm của OB. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và SD. Tìm thể tích khối chóp biết rằng cô-sin góc tạo bởi SM và CN là $\dfrac{4 + 4\sqrt{3}}{9}$.

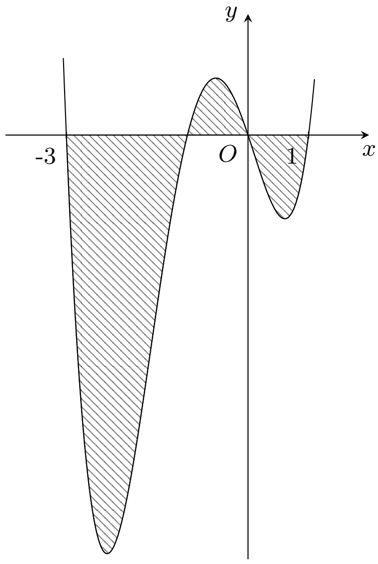
Ⓐ $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$. Ⓑ $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{4}$. Ⓒ $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{12}$. Ⓓ $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Câu 48.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-3; 1]$ như hình vẽ. Diện tích các phần A, B, C trên hình vẽ có diện tích lần lượt là 8, $\dfrac{3}{5}$ và $\dfrac{4}{5}$.

Tính tích phân $\displaystyle\int\limits_{-2}^{0} (f(2x + 1) + 3)\,\mathrm{d}x$.

Ⓐ $-\dfrac{41}{5}$. Ⓑ $-\dfrac{42}{5}$. Ⓒ $-\dfrac{21}{5}$. Ⓓ $-\dfrac{82}{5}$.



Câu 49. Cho hàm số $f(x) = |x|^3 - mx + 7$, m là tham số. Hỏi hàm số đã cho có nhiều nhất bao nhiêu điểm cực trị?

Ⓐ 1. Ⓑ 2. Ⓒ 3. Ⓓ 4.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$ cho $(Q)\colon 24x - 12y + 9z - 36 = 0$ và hai điểm $A\left(-2; -2; \dfrac{5}{2}\right)$;

$B\left(2;-4;-\dfrac{5}{2}\right)$. Tìm phương trình mặt phẳng (P) chứa AB và tạo với (Q) một góc nhỏ nhất.

A $2x-y+2z-3=0$.

B $x+2y=0$.

C $x+2y+1=0$.

D $2x-y+2z=0$.

—HẾT—

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

1. B	2. A	3. D	4. D	5. B	6. B	7. A	8. C	9. A	10. C
11. B	12. C	13. B	14. B	15. D	16. A	17. A	18. D	19. D	20. D
21. B	22. A	23. B	24. C	25. C	26. A	27. D	28. A	29. C	30. B
31. B	32. A	33. C	34. B	35. A	36. C	37. D	38. A	39. B	40. B
41. B	42. D	43. B	44. B	45. A	46. C	47. C	48. B	49. A	50. A

BỘ ĐỀ ÔN THI THPTQG

ĐỀ 10

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2020
Môn Toán;
Thời gian làm bài: 90 phút.

NỘI DUNG ĐỀ

Câu 1. Thể tích của khối hộp chữ nhật có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $2a$ là

Ⓐ $2a^3$. Ⓑ a^3. Ⓒ $4a^3$. Ⓓ $8a^3$.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

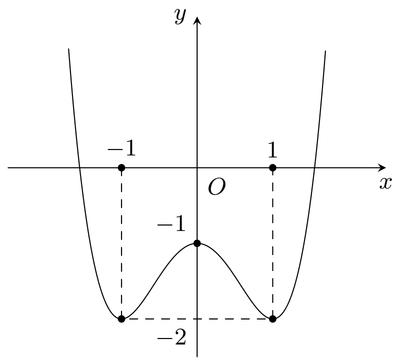
Ⓐ 1. Ⓑ 5. Ⓒ 0. Ⓓ 2.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$, $B(-1;0;1)$. Véc-tơ $\overrightarrow{AB}$ có toạ độ là

Ⓐ $(2;2;2)$. Ⓑ $(-2;-2;-2)$. Ⓒ $(0;2;4)$. Ⓓ $(-2;2;-2)$.

Câu 4.
Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

Ⓐ $(1;+\infty)$. Ⓑ $(-\infty;-1)$. Ⓒ $(-1;1)$. Ⓓ $(-1;0)$.



Câu 5. Với a và b là hai số thực dương tùy ý, $\ln(a^2b^3)$ bằng

Ⓐ $2\ln a+3\ln b$. Ⓑ $3\ln a+2\ln b$. Ⓒ $2\ln a-3\ln b$. Ⓓ $\dfrac{1}{2}\ln a+\dfrac{1}{3}\ln b$.

Câu 6. Cho $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x=3$ và $\displaystyle\int_0^1 g(x)\,\mathrm{d}x=8$, khi đó $\displaystyle\int_0^1 [f(x)-3g(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

Ⓐ -21. Ⓑ 27. Ⓒ 24. Ⓓ 1.

Câu 7. Thể tích khối cầu đường kính $2a$ bằng

Ⓐ $\dfrac{4\pi a^3}{3}$. Ⓑ $4\pi a^3$. Ⓒ $\dfrac{\pi a^3}{3}$. Ⓓ $2\pi a^3$.

Câu 8. Tìm tập xác định $\mathscr{D}$ của hàm số $y=\log_3^2 x^2+\log_3(2^x)$.

Ⓐ $\mathscr{D}=[0;+\infty)$. Ⓑ $\mathscr{D}=(0;+\infty)$. Ⓒ $\mathscr{D}=\mathbb{R}$. Ⓓ $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oxy) có phương trình là

Ⓐ $z=0$. Ⓑ $x+y+z=0$. Ⓒ $y=0$. Ⓓ $x=0$.

Câu 10. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sqrt[3]{x+1}$, $(x>-1)$.

Ⓐ $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=\frac{3}{4}(x+1)^{\frac{4}{3}}+C$. Ⓑ $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=\frac{4}{3}(x+1)^{\frac{4}{3}}+C$.

Ⓒ $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=-\frac{2}{3}(x+1)^{\frac{2}{3}}+C$. Ⓓ $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=-\frac{3}{2}(x+1)^{\frac{2}{3}}+C$.

Câu 11. Trong không gian Oxyz, tính khoảng cách d từ điểm $A(1;-2;3)$ đến đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x-10}{5}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+2}{1}$.

(A) $\mathrm{d}=\sqrt{\dfrac{1361}{27}}$. (B) $\mathrm{d}=7$. (C) $\mathrm{d}=\dfrac{13}{2}$. (D) $\mathrm{d}=\sqrt{\dfrac{1358}{27}}$.

Câu 12. Cho tập hợp gồm n phần tử. Số các chỉnh hợp chập k của n phần tử là

(A) A_n^k. (B) C_n^k. (C) $n\mathrm{A}_n^k$. (D) $n\mathrm{C}_n^k$.

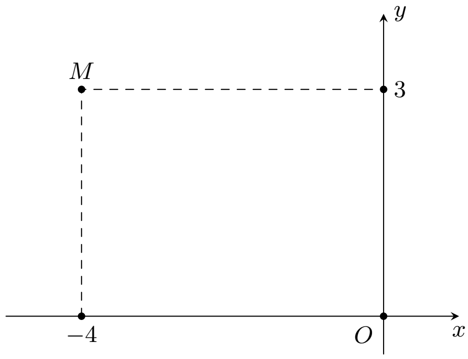
Câu 13. Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1=\dfrac{1}{3}$, $u_8=26$. Tìm công sai d.

(A) $d=\dfrac{11}{3}$. (B) $d=\dfrac{10}{3}$. (C) $d=\dfrac{3}{10}$. (D) $d=\dfrac{3}{11}$.

Câu 14.

Cho điểm M là điểm biểu diễn của số phức z. Tìm phần thực và phần ảo của số phức z.

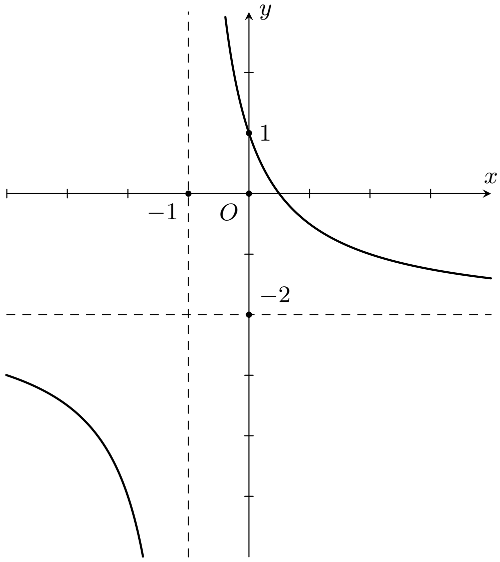
(A) Phần thực -4 và phần ảo là $3i$.
(B) Phần thực 3 và phần ảo là -4.
(C) Phần thực -4 và phần ảo là 3.
(D) Phần thực 4 và phần ảo là $-4i$.



Câu 15.

Đồ thị hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

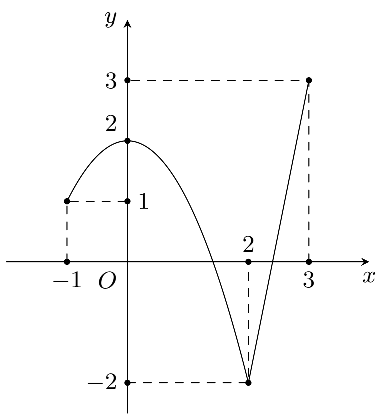
(A) $y=\dfrac{3-2x}{x+1}$. (B) $y=\dfrac{1-2x}{x-1}$.
(C) $y=\dfrac{1-2x}{1-x}$. (D) $y=\dfrac{1-2x}{x+1}$.



Câu 16.

Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;3]$. Giá trị của M^2-m^2 bằng

(A) 5. (B) 13. (C) 0. (D) 8.



Câu 17. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^3(x-1)^4(x+2)^5, \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

Ⓐ 3. Ⓑ 2. Ⓒ 1. Ⓓ 6.

Câu 18. Tìm số phức $w = 3z + \bar{z}$ biết $z = 1 + 2i$.

Ⓐ $w = 4 + 4i$. Ⓑ $w = 4 - 4i$. Ⓒ $w = 2 - 4i$. Ⓓ $w = 2 + 4i$.

Câu 19. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(6; 2; -5)$, $N(-4; 0; 7)$. Viết phương trình mặt cầu đường kính MN.

Ⓐ $(x-5)^2 + (y-1)^2 + (z+6)^2 = 62$. Ⓑ $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 62$.

Ⓒ $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 62$. Ⓓ $(x+5)^2 + (y+1)^2 + (z-6)^2 = 62$.

Câu 20. Cho $\log_a x = -1$ và $\log_a y = 4$. Tính $P = \log_a \left(x^2 y^3\right)$.

Ⓐ $P = -14$. Ⓑ $P = 3$. Ⓒ $P = 10$. Ⓓ $P = 65$.

Câu 21. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $A = |z_1|^2 + |z_2|^2$.

Ⓐ $A = 10$. Ⓑ $A = 15$. Ⓒ $A = 20$. Ⓓ $A = 25$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha)\colon x - 2y - 2z + 5 = 0$ và mặt phẳng $(\beta)\colon x - 2y - 2z + 3 = 0$. Khoảng cách từ điểm mặt phẳng (β) đến mặt phẳng (α) bằng

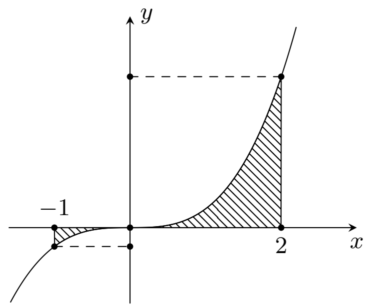
Ⓐ $\dfrac{2}{9}$. Ⓑ 1. Ⓒ $\dfrac{2}{3}$. Ⓓ $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$.

Câu 23. Cho bất phương trình $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{4x^2-15x+13} < \left(\dfrac{1}{2}\right)^{4-3x}$. Tập nghiệm của bất phương trình là

Ⓐ $\left(\dfrac{3}{2}; +\infty\right)$. Ⓑ $\mathbb{R}$. Ⓒ $\mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{3}{2}\right\}$. Ⓓ $\varnothing$.

Câu 24.

Gọi S là diện tích của hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành Ox và hai đường thẳng $x = -1$, $x = 2$(như hình vẽ bên). Đặt $a = \displaystyle\int_{-1}^{0} f(x)\,\mathrm{d}x$, $b = \displaystyle\int_{0}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x$, mệnh đề nào sau đây đúng?



Ⓐ $S = b + a$. Ⓑ $S = b - a$.

Ⓒ $S = -b + a$. Ⓓ $S = -b - a$.

Câu 25. Cho khối nón có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và chiều cao $h = 4$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

Ⓐ $V = 12\pi$. Ⓑ $V = 4\pi$. Ⓒ $V = 4$. Ⓓ $V = 12$.

Câu 26. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	||	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$ ↗		2	↘ -1	||	-1 ↗	3	↘	2

Hỏi đồ thị hàm số có bao nhiêu đường tiệm cận?

Ⓐ 4. Ⓑ 2. Ⓒ 1. Ⓓ 3.

Câu 27. Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp đó theo a.

Ⓐ $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. Ⓑ $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$. Ⓒ $\dfrac{a^3\sqrt{10}}{6}$. Ⓓ $\dfrac{a^3}{2}$.

Câu 28. Hàm số $f(x) = \log_3 \left(x^2 + x\right)$ có đạo hàm là

Ⓐ $f'(x) = \dfrac{1}{(x^2+x)\ln 3}$.

Ⓑ $f'(x) = \dfrac{(2x+1)\ln 3}{x^2+x}$.

Ⓒ $f'(x) = \dfrac{2x+1}{(x^2+x)\ln 3}$.

Ⓓ $f'(x) = \dfrac{\ln 3}{x^2+x}$.

Câu 29. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$		-3		2		-3		$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $2f(x) - 5 = 0$ là

Ⓐ 2. Ⓑ 1. Ⓒ 3. Ⓓ 4.

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O, $SO \perp (ABCD)$. Góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (SBD) là

Ⓐ $\widehat{ASO}$. Ⓑ $\widehat{SAO}$. Ⓒ $\widehat{SAC}$. Ⓓ $\widehat{ASB}$.

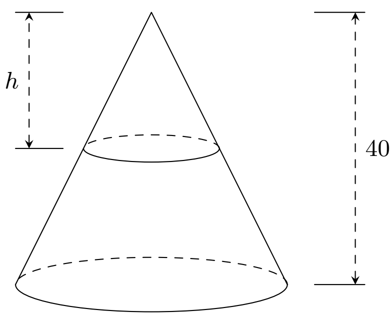
Câu 31. Phương trình $\log_2^2 x - 5\log_2 x + 4 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2. Khi đó tích $x_1 \cdot x_2$ bằng

Ⓐ 32. Ⓑ 36. Ⓒ 64. Ⓓ 16.

Câu 32.

Một vật (N_1) có dạng hình nón có chiều cao bằng 40 cm. Người ta cắt vật (N_1) bằng một mặt phẳng song song với đáy của nó để được một hình nón nhỏ (N_2) có thể tích bằng $\dfrac{1}{8}$ thể tích (N_1). Tính chiều cao h của hình nón (N_2).

Ⓐ 10 cm. Ⓑ 20 cm. Ⓒ 40 cm. Ⓓ 5 cm.



Câu 33. Tìm họ nguyên hàm $F(x) = \displaystyle\int (x^2 - x + 1)e^x \, dx$.

Ⓐ $F(x) = (x^2 - 3)e^x + C$.

Ⓑ $F(x) = (x^2 + x + 4)e^x + C$.

Ⓒ $F(x) = (x^2 + 3x - 4)e^x + C$.

Ⓓ $F(x) = (x^2 - 3x + 4)e^x + C$.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, tam giác SAC cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, $\widehat{SBC} = 60^\circ$. Khoảng cách từ A đến (SBC) bằng

Ⓐ $a\sqrt{6}$. Ⓑ $\dfrac{a\sqrt{6}}{12}$. Ⓒ $\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$. Ⓓ $\dfrac{a\sqrt{6}}{6}$.

Câu 35. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+5}{-1} = \dfrac{z-3}{4}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình hình chiếu vuông góc của đường thẳng d trên mặt phẳng $x + 3 = 0$?

Ⓐ $\begin{cases} x = -3 \\ y = -5 - t \\ z = -3 + 4t \end{cases}$. Ⓑ $\begin{cases} x = -3 \\ y = -5 + t \\ z = 3 + 4t \end{cases}$. Ⓒ $\begin{cases} x = -3 \\ y = -5 + 2t \\ z = 3 - t \end{cases}$. Ⓓ $\begin{cases} x = -3 \\ y = -6 - t \\ z = 7 + 4t \end{cases}$.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A, $AC = 2a$, $\widehat{ABC} = 30^\circ$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và đường thẳng SC tạo với mặt phẳng đáy một góc 60°. Khoảng cách từ trọng tâm của tam giác SAC đến mặt phẳng (SBC) bằng

Ⓐ $\dfrac{2a}{\sqrt{15}}$. Ⓑ $\dfrac{a}{\sqrt{15}}$. Ⓒ $\dfrac{2\sqrt{3}a}{3}$. Ⓓ $\dfrac{\sqrt{3}a}{3}$.

Câu 37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng d_1, d_2 lần lượt có phương trình là $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{1}$ và $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-1}{3}$. Đường thẳng d cắt cả hai đường thẳng d_1, d_2 và song song với đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y-7}{4}=\dfrac{z-3}{-2}$ có phương trình là

Ⓐ $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z+4}{-2}$.
Ⓑ $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z-4}{-2}$.
Ⓒ $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{4}=\dfrac{z-4}{-2}$.
Ⓓ $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+1}{4}=\dfrac{z+4}{-2}$.

Câu 38. Gọi M là giá trị lớn nhất của $\left|\dfrac{2}{m-i}-1\right|$, với m là số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

Ⓐ $M\in\left(\dfrac{12}{5};\dfrac{5}{2}\right)$.
Ⓑ $M\in\left(\dfrac{5}{2};\dfrac{7}{2}\right)$.
Ⓒ $M\in\left(0;\dfrac{12}{5}\right)$.
Ⓓ $M\in\left(\dfrac{14}{5};\dfrac{16}{5}\right)$.

Câu 39. Cho hình nón có chiều cao bằng 8 và bán kính đáy bằng 6. Cắt hình nón đã cho bởi mặt phẳng đi qua đỉnh và cách tâm của đáy một khoảng bằng 4, ta được thiết diện có diện tích bằng

Ⓐ $\dfrac{16\sqrt{11}}{3}$.
Ⓑ $\dfrac{32\sqrt{11}}{3}$.
Ⓒ $4\sqrt{65}$.
Ⓓ $2\sqrt{65}$.

Câu 40. Cho đa giác đều $4n$ đỉnh ($n\ge 2$). Chọn ngẫu nhiên bốn đỉnh từ các đỉnh của đa giác đã cho. Biết rằng xác suất để bốn đỉnh được chọn là một hình vuông bằng $\dfrac{1}{9139}$. Khi đó n bằng

Ⓐ 12.
Ⓑ 10.
Ⓒ 16.
Ⓓ 20.

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-3}{1}$ và mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2=4$. Hai mặt phẳng phân biệt qua d, tiếp xúc (S) tại A, B. Đường thẳng AB đi qua điểm có tọa độ

Ⓐ $\left(\dfrac{1}{3};-\dfrac{4}{3};-1\right)$.
Ⓑ $\left(-\dfrac{2}{3};-\dfrac{4}{3};2\right)$.
Ⓒ $\left(\dfrac{2}{3};-\dfrac{4}{3};-2\right)$.
Ⓓ $\left(-\dfrac{1}{3};-\dfrac{4}{3};1\right)$.

Câu 42. Gọi a là số nguyên dương nhỏ nhất sao cho tồn tại các số nguyên b, c để phương trình $8a\log^2\sqrt{x}+b\log x^2+3c=0$ có hai nghiệm phân biệt đều thuộc $(1;10)$. Giá trị của a bằng

Ⓐ 5.
Ⓑ 6.
Ⓒ 7.
Ⓓ 12.

Câu 43. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x)+3f\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)=(x-1)\cos x$, $(\forall x\in\mathbb{R})$. Tích phân $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

Ⓐ $\dfrac{\pi-4}{2}$.
Ⓑ 0.
Ⓒ $\dfrac{\pi-4}{8}$.
Ⓓ $\dfrac{4-\pi}{4}$.

Câu 44. Cho số phức $z=a+bi$ với $a,b\in\mathbb{R}$ thỏa mãn $|z-4+3i|-|\overline{z}+4+3i|=10$. Khi biểu thức $|z-3-4i|$ đạt giá trị nhỏ nhất, giá trị $a-b$ bằng

Ⓐ -5.
Ⓑ -7.
Ⓒ -6.
Ⓓ -8.

Câu 45. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $\left|x^4-7x^2-8x+23-2m\right|=\left|x^4-9x^2+8x-13\right|$ có 6 nghiệm phân biệt?

Ⓐ 4.
Ⓑ 15.
Ⓒ 17.
Ⓓ 2.

Câu 46.

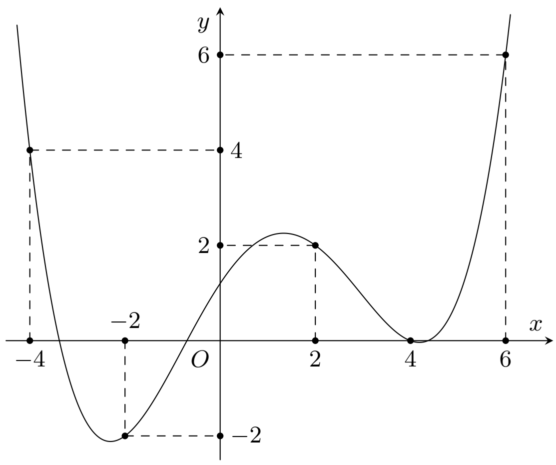
Cho hàm số $f(x) = ax^5 + bx^4 + cx^3 + dx^2 + ex + f$ $(a, b, c, d, e, f \in \mathbb{R})$. Biết rằng hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hỏi hàm số

$$g(x) = \frac{1}{3}f(-3x-8) + \frac{9}{2}x^2 + 16x + 2019$$

đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(-3; -2)$. (B) $\left(-2; -\frac{4}{3}\right)$.

(C) $(4; 6)$. (D) $\left(-\frac{14}{3}; -\frac{10}{3}\right)$.



Câu 47. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang. Biết rằng $AB \parallel CD$, $AB > CD$, $AB = 2a$, $\widehat{ACB} = 90°$. Các tam giác SAC, SBD là các tam giác đều cạnh bằng $a\sqrt{3}$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$.

(A) $\frac{3a^3\sqrt{6}}{4}$. (B) $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. (C) $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. (D) $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

Ta có phương trình mặt phẳng (ABC): $z = 0$ và $D \in (ABC) \Rightarrow D(x; y; 0)$.

Theo giả thiết $\begin{cases} SD = \sqrt{3} \\ BD = \sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \left(x - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = 1 \\ x^2 + (y-1)^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = \sqrt{3} \\ y = 1 \end{cases} \\ \begin{cases} x = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ y = -\frac{1}{2} \end{cases} \end{array}\right.$

Vì $AB \parallel CD \Rightarrow D\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}; 0\right)$.

Vậy

$$\begin{aligned} V_{S.ABCD} &= V_{S.ACD} + V_{S.ABC} \\ &= \frac{1}{3}\mathrm{d}(S; (ABC))(S_{\Delta ACD} + S_{\Delta ABC}) \\ &= \frac{\sqrt{2}}{3}\left(\frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CD}\right]\right| + \frac{1}{2}AC.CB\right) = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}. \end{aligned}$$

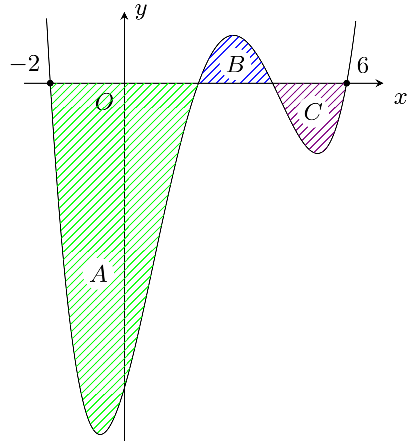
Câu 48.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-2; 6]$ như hình vẽ bên. Biết các miền A, B, C có diện tích lần lượt là 32, 2 và 3. Tích phân

$$I = \int_{-2}^{2} \left(\frac{\pi}{3}\cos\left(\frac{\pi}{4}x\right) - \frac{1}{88}(8-6x)f\left(-\frac{3}{4}x^2 + 2x + 5\right)\right) \mathrm{d}x$$

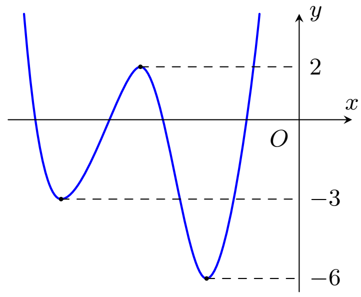
bằng

(A) $\frac{25}{6}$. (B) 2. (C) $\frac{119}{3}$. (D) $-\frac{91}{3}$.



Câu 49.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên bên. Có bao nhiêu số nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x) = |f(x + 2018) + m|$ có 7 điểm cực trị ?



(A) 2. (B) 3. (C) 4. (D) 6.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P) : 2x - y - 2z + 1 = 0$, $(Q) : (m + 2)x + y + mz - 1 = 0$ (m là tham số thực). Khi hai mặt phẳng (P) và (Q) tạo với nhau một góc nhỏ nhất thì điểm A nào dưới đây nằm trong mặt phẳng (Q)?

(A) $A(1, 1, -2)$. (B) $A(3, 1, 1)$. (C) $A(1, 1, 2)$. (D) $A(-1, 2, 1)$.

—HẾT—

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

1. A	2. A	3. B	4. B	5. A	6. A	7. A	8. D	9. A	10. A
11. D	12. A	13. A	14. C	15. D	16. A	17. B	18. A	19. C	20. C
21. C	22. C	23. C	24. B	25. B	26. C	27. C	28. C	29. A	30. A
31. A	32. B	33. D	34. C	35. D	36. A	37. C	38. A	39. B	40. B
41. B	42. C	43. C	44. B	45. D	46. B	47. B	48. A	49. A	50. C

NỘI DUNG ĐỀ

Câu 1. Thể tích của khối hộp chữ nhật có kích thước các cạnh là a, $2a$, $3a$ bằng

Ⓐ $6a^3$. Ⓑ a^3. Ⓒ $2a^3$. Ⓓ $3a^3$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'		$-$	‖	$+$	0	$-$	
y	3	$\searrow$	-3 ‖ $+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	5

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

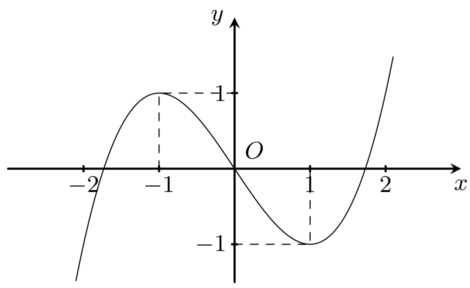
Ⓐ -2. Ⓑ 2. Ⓒ 1. Ⓓ -3.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-1;3)$ và $B(3;1;2)$. Véc-tơ $-\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

Ⓐ $(-1;-2;1)$. Ⓑ $(1;2;-1)$. Ⓒ $(5;0;5)$. Ⓓ $(1;-2;1)$.

Câu 4.
Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

Ⓐ $(-\infty;-1)$. Ⓑ $(-\infty;1)$.
Ⓒ $(-1;1)$. Ⓓ $(-1;+\infty)$.



Câu 5. Với a, b và c là ba số thực dương tùy ý, $\ln\left(\dfrac{a^2b}{c}\right)$ bằng

Ⓐ $2\ln a + \ln b - \ln c$. Ⓑ $\ln a + 2\ln b - \ln c$.
Ⓒ $-\ln a - 2\ln b + \ln c$. Ⓓ $\dfrac{1}{2}\ln a + \ln b - \ln c$.

Câu 6. Cho $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = -1$ và $\displaystyle\int_0^1 g(x)\,\mathrm{d}x = 1$. Khi đó $\displaystyle\int_0^1 [f(x) - 7g(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

Ⓐ -8. Ⓑ 6. Ⓒ -6. Ⓓ 8.

Câu 7. Thể tích của khối cầu bán kính $a\sqrt{3}$ bằng

Ⓐ $4\pi a^3\sqrt{3}$. Ⓑ $\pi a^3\sqrt{3}$. Ⓒ $4\pi a^3$. Ⓓ $2\pi a^3\sqrt{3}$.

Câu 8. Tập nghiệm của phương trình $\log_4(x^2 - x + 2) = 1$ là

Ⓐ $\{-1;2\}$. Ⓑ $\{-1;0\}$. Ⓒ $\{0\}$. Ⓓ $\{0;1\}$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng song song với mặt phẳng (Oxz) và đi qua điểm $A(1;2;3)$ có phương trình là

Ⓐ $y = 2$. Ⓑ $z = 3$. Ⓒ $x = 1$. Ⓓ $x + 2y + 3z = 0$.

Câu 10. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \mathrm{e}^x + \dfrac{1}{x}$ là

Ⓐ $\mathrm{e}^x + \dfrac{1}{x} + C$. Ⓑ $\mathrm{e}^x + \dfrac{\log x}{x} + C$. Ⓒ $\dfrac{1}{x}\mathrm{e}^x + \dfrac{1}{x} + C$. Ⓓ $\mathrm{e}^x + \ln x + C$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d\colon \dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-4}{-1}=\dfrac{z+2}{3}$ đi qua điểm nào dưới đây?

Ⓐ $A(-1;4;-2)$. Ⓑ $B(1;-4;2)$. Ⓒ $C(1;-1;3)$. Ⓓ $D(-1;1;-3)$.

Câu 12. Với k và n là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k\le n$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

Ⓐ $\mathrm{C}_n^k=\dfrac{n!}{k!(n-k)!}$. Ⓑ $\mathrm{P}_n^k=\dfrac{n!}{k!(n-k)!}$. Ⓒ $\mathrm{C}_n^k=\dfrac{n!}{k!}$. Ⓓ $\mathrm{P}_n^k=\dfrac{n!}{k!}$.

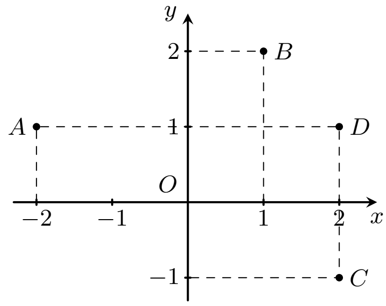
Câu 13. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng thứ hai $u_2=2$ và công sai $d=3$. Giá trị của u_4 bằng

Ⓐ 8. Ⓑ 11. Ⓒ 14. Ⓓ 5.

Câu 14.

Điểm nào trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức $z=2+i$?

Ⓐ D. Ⓑ B. Ⓒ C. Ⓓ A.

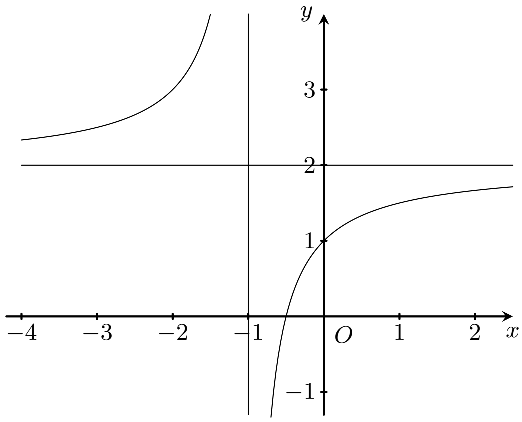


Câu 15.

Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

Ⓐ $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$. Ⓑ $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$.

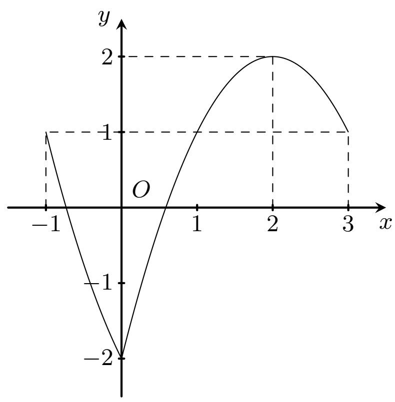
Ⓒ $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$. Ⓓ $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$.



Câu 16.

Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;3]$. Giá trị của $M-m$ bằng

Ⓐ 4. Ⓑ 1. Ⓒ 3. Ⓓ 0.



Câu 17. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x+1)(x-1)^2(x-2)^3$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

Ⓐ 3. Ⓑ 4. Ⓒ 5. Ⓓ 7.

Câu 18. Tìm các số thực a và b thỏa mãn $3a+(b-i)(-1+2i)=3+5i$ với i là đơn vị ảo.

Ⓐ $a=1,\ b=2$. Ⓑ $a=\dfrac{1}{2},\ b=1$. Ⓒ $a=-1,\ b=1$. Ⓓ $a=-2,\ b=2$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $I(1;2;3)$ và $B(3;2;1)$. Phương trình của mặt cầu có tâm I đi qua B là

Ⓐ $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=8$. Ⓑ $(x-3)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=8$.

Ⓒ $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=2\sqrt{2}$. Ⓓ $(x-3)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=2\sqrt{2}$.

Câu 20. Đặt $\log_2 5=a$, khi đó $\log_{125} 32$ bằng

Ⓐ $\dfrac{5}{3a}$. Ⓑ $\dfrac{5a}{3}$. Ⓒ $\dfrac{3a}{5}$. Ⓓ $\dfrac{3}{5a}$.

Câu 21. Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-2z+3=0$. Giá trị của $|2z_1|+|z_2|$ bằng

Ⓐ $3\sqrt{3}$. Ⓑ $2\sqrt{2}$. Ⓒ $2\sqrt{3}$. Ⓓ $3\sqrt{2}$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P)\colon x-2y+3z-5=0$ và $(Q)\colon x-2y+3z+2=0$ bằng

Ⓐ $\dfrac{\sqrt{14}}{2}$. Ⓑ $\dfrac{\sqrt{7}}{2}$. Ⓒ 7. Ⓓ $\dfrac{7}{2}$.

Câu 23. Tập nghiệm của bất phương trình $5^{x^2-2x}>\dfrac{1}{5}$ là

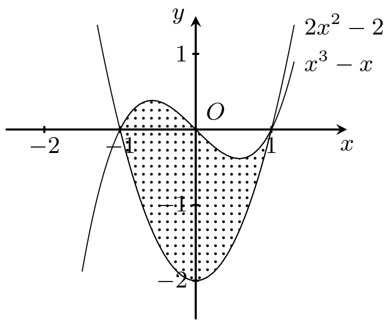
Ⓐ $\mathbb{R}\setminus\{1\}$. Ⓑ $\mathbb{R}$. Ⓒ $(1;+\infty)$. Ⓓ $\{1\}$.

Câu 24.

Diện tích phần hình phẳng chấm bi trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào dưới đây?

Ⓐ $\displaystyle\int_{-1}^{1}(x^3-2x^2-x+2)\,dx$. Ⓑ $\displaystyle\int_{-1}^{1}(-x^3+2x^2+x-2)\,dx$.

Ⓒ $\displaystyle\int_{-1}^{1}(x^3+2x^2-x-2)\,dx$. Ⓓ $\displaystyle\int_{-1}^{1}(-x^3-2x^2+x+2)\,dx$.



Câu 25. Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng $5a$ và bán kính đáy bằng $3a$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

Ⓐ $12\pi a^3$. Ⓑ $36\pi a^3$. Ⓒ $15\pi a^3$. Ⓓ $45\pi a^3$.

Câu 26. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f(x)$	3	↘	$-\infty$ || $+\infty$	↘	$-\infty$ || 2	↘	-3

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

Ⓐ 4. Ⓑ 3. Ⓒ 2. Ⓓ 5.

Câu 27. Cho khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng $3a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

Ⓐ $\dfrac{9a^3\sqrt{2}}{2}$. Ⓑ $\dfrac{9a^3}{2}$. Ⓒ $\dfrac{3a^3\sqrt{2}}{2}$. Ⓓ $\dfrac{3a^3}{2}$.

Câu 28. Hàm số $f(x)=\log_3(x^3-7x^2+1)$ có đạo hàm

Ⓐ $f'(x)=\dfrac{3x^2-14x}{(x^3-7x^2+1)\ln 3}$. Ⓑ $f'(x)=\dfrac{(3x^2-14x)\ln 3}{x^3-7x^2+1}$.

Ⓒ $f'(x)=\dfrac{1}{(x^3-7x^2+1)\ln 3}$. Ⓓ $f'(x)=\dfrac{\ln 3}{x^3-7x^2+1}$.

Câu 29. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$3 \searrow$	$-\infty$	‖	$+\infty \searrow$	-2	$\nearrow 5$	

Số nghiệm thực của phương trình $3f(x)+6=0$ là

A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.

Câu 30. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai mặt phẳng $(ABB'A')$ và $(ACC'A')$ là

A. 45°. B. 90°. C. 30°. D. 60°.

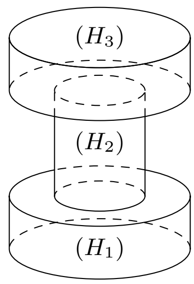
Câu 31. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_5(12-5^x)=2-x$ bằng

A. 2. B. 5. C. 12. D. 2.

Câu 32.

Một khối đồ chơi gồm ba khối trụ (H_1), (H_2), (H_3) xếp chồng lên nhau, lần lượt có bán kính đáy và chiều cao tương ứng là r_1, h_1, r_2, h_2, r_3, h_3 thỏa mãn $r_1=r_3=2r_2$, $h_2=2h_1=2h_3$ (tham khảo hình vẽ). Biết rằng thể tích của toàn bộ khối đồ chơi bằng 50 cm^3, thể tích khối trụ (H_2) bằng

A. 10 cm^3. B. 20 cm^3. C. 40 cm^3. D. 24 cm^3.



Câu 33. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=9x^2(5+\ln x)$ là

A. $14x^3+3x^3\ln x+C$. B. $x^3+3x^3\ln x+C$.

C. $14x^3+3x^3\ln x$. D. $x^3+3x^3\ln x$.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a, $\widehat{BAD}=60^\circ$, $SA=a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. O là tâm hình thoi $ABCD$. Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{21}}{14}$. B. $\dfrac{a\sqrt{21}}{7}$. C. $\dfrac{a\sqrt{3}}{7}$. D. $\dfrac{a\sqrt{3}}{14}$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x+y+z-7=0$ và đường thẳng $(d)\colon \dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-7}{-2}=\dfrac{z+2}{1}$. Hình chiếu vuông góc của (d) trên (P) có phương trình là

A. $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-8}{-2}=\dfrac{z+1}{1}$. B. $\dfrac{x}{-1}=\dfrac{y-8}{2}=\dfrac{z+1}{-1}$.

C. $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+8}{-2}=\dfrac{z-1}{1}$. D. $\dfrac{x}{-1}=\dfrac{y+8}{2}=\dfrac{z-1}{-1}$.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A, $AB=7$, $\widehat{ACB}=30^\circ$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và đường thẳng SC tạo với mặt phẳng đáy một góc 60°. Khoảng cách từ trọng tâm của tam giác SAB đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\dfrac{7\sqrt{13}}{13}$. B. $\dfrac{21\sqrt{13}}{13}$. C. $\dfrac{14\sqrt{13}}{13}$. D. $\dfrac{3\sqrt{13}}{26}$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng chéo nhau $d_1\colon \begin{cases} x=1+t \\ y=-1 \\ z=t \end{cases}$,

$d_2\colon \dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+1}{-1}$. Đường vuông góc chung của d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-1}{-2}$. B. $\dfrac{x}{-1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z+1}{1}$.

C. $\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+1}{5}$. D. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-1}{-2}$.

Câu 38. Gọi M là giá trị lớn nhất của $\left|\dfrac{1}{m-i}-1\right|$, với m là số thực. Giá trị M^2 gần với số nào nhất trong các số dưới đây?

A. 2,62. B. 2,64. C. 1,62. D. 1,64.

Câu 39. Cho hình nón có bán kính đáy bằng a và chiều cao $a\sqrt{3}$. Mặt phẳng (P) đi qua đỉnh của hình nón cắt hình nón này theo một thiết diện. Tính giá trị lớn nhất của thiết diện này.

A. $2a^2\sqrt{3}$. B. $a^2\sqrt{3}$. C. $2a^2$. D. $a^2\sqrt{2}$.

Câu 40. Cho đa giác đều 20 đỉnh. Chọn ngẫu nhiên 4 đỉnh của đa giác. Tính xác suất để 4 đỉnh được chọn tạo thành một hình chữ nhật nhưng không phải là hình vuông.

A. $\dfrac{8}{969}$. B. $\dfrac{12}{1615}$. C. $\dfrac{1}{57}$. D. $\dfrac{3}{323}$.

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z}{1}$ và mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2=4$. Hai mặt phẳng phân biệt qua d, tiếp xúc (S). Một trong hai mặt phẳng đó có phương trình là

A. $\left(2\sqrt{6}+1\right)x+y-2\sqrt{6}z+3=0$.

B. $\left(7+5\sqrt{3}\right)x+\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)y+z-\sqrt{3}=0$.

C. $\left(5+2\sqrt{6}\right)x+7\sqrt{6}y-2z+2+\sqrt{6}=0$.

D. $\left(-5+2\sqrt{6}\right)x+y-\left(-4+2\sqrt{6}\right)z-3\left(-4+2\sqrt{6}\right)=0$.

Câu 42. Gọi a là số nguyên dương nhỏ nhất sao cho tồn tại các số nguyên b, c để phương trình $a\ln^2 x+b\ln x+2c=0$ có hai nghiệm phân biệt đều thuộc $(1;\mathrm{e})$. Giá trị của a bằng

A. 9. B. 6. C. 5. D. 10.

Câu 43. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x)+2f(\pi-x)=(x+1)\sin x$, $(\forall x\in\mathbb{R})$. Tích phân $\displaystyle\int\limits_0^\pi f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A. $1+\dfrac{\pi}{2}$. B. $\dfrac{2+\pi}{3}$. C. $2+\pi$. D. 0.

Câu 44. Xét số phức $z=a+bi$ $(a,b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $|2z+2-3i|=1$. Khi biểu thức $2|z+2|+|z-3|$ đạt giá trị lớn nhất, giá trị của $a\cdot b$ bằng

A. 3. B. 2. C. -3. D. -2.

Câu 45. Giá trị của m có thể bằng bao nhiêu để phương trình $\left|x^3+x^2-5x-m+2\right|=\left|x^3-x^2-x-2\right|$ có duy nhất 1 nghiệm?

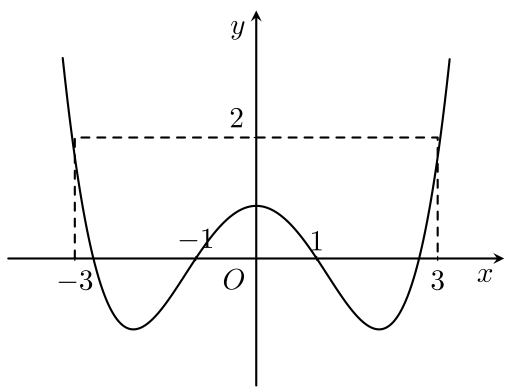
A. 3. B. 4. C. 0. D. -5.

Câu 46.

Cho hàm số $f(x)=ax^5+bx^4+cx^3+dx^2+ex+f$ $(a,b,c,d,e,f\in\mathbb{R})$. Biết rằng hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hỏi hàm số $g(x)=f(1-2x)-2x^2+1$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-\dfrac{3}{2};-1\right)$. B. $\left(-\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2}\right)$.

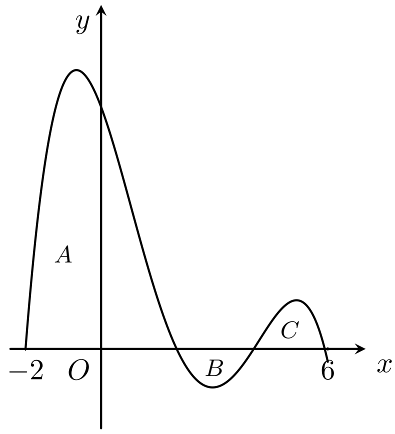
C. $(-1;0)$. D. $(1;3)$.



Câu 47. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh bằng $\sqrt[3]{12}$, $\widehat{ABC}=60^\circ$. Hình chiếu của S là trọng tâm tam giác ABC. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, SD. Biết cô-sin của góc giữa đường thẳng CN và SM bằng $\dfrac{2\sqrt{26}}{13}$. Hỏi thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng bao nhiêu?

A. $\sqrt{38}$. B. $\dfrac{\sqrt{38}}{12}$. C. $\sqrt[3]{38}$. D. $\dfrac{\sqrt[3]{38}}{12}$.

Câu 48.
Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-2; 6]$ như hình vẽ bên. Biết các miền A, B, C có diện tích lần lượt là 32, 4 và 3. Tích phân $\displaystyle\int\limits_{-2}^{2} (f(2x+2)+1)\,\mathrm{d}x$ bằng



Ⓐ $\dfrac{45}{2}$. Ⓑ 41. Ⓒ 37. Ⓓ 19.

Câu 49. Cho hàm số $y = \dfrac{1}{3}x^3 + mx\sqrt{x^2+1}$, với m là số thực. Phương trình $\dfrac{1}{3}x^3 + mx\sqrt{x^2+1} = 0$ có nhiều nhất bao nhiêu nghiệm thực?

Ⓐ 5. Ⓑ 4. Ⓒ 3. Ⓓ 2.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 1; 2)$ và $B(1; 2; -1)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng AB và tạo với mặt thẳng $(Q)\colon x + 2y - 2z + 3 = 0$ một góc nhỏ nhất. Điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (P)?

Ⓐ $(1; 7; -9)$. Ⓑ $(0; 1; -7)$. Ⓒ $(1; 1; -8)$. Ⓓ $(2; 5; 4)$.

—HẾT—

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

1. A	2. A	3. A	4. A	5. A	6. A	7. A	8. A	9. A	10. D
11. A	12. A	13. A	14. A	15. A	16. A	17. A	18. A	19. A	20. A
21. A	22. A	23. A	24. A	25. A	26. A	27. A	28. A	29. A	30. A
31. A	32. A	33. A	34. A	35. A	36. A	37. B	38. A	39. C	40. A
41. D	42. B	43. B	44. D	45. D	46. C	47. A	48. D	49. C	50. C

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2020

Môn Toán;

Thời gian làm bài: 90 phút.

NỘI DUNG ĐỀ

Câu 1. Thể tích của khối nón có đường cao h và diện tích đáy B là

(A) $V = B^2h$. (B) $V = \frac{1}{3}Bh$. (C) $V = Bh$. (D) $V = \frac{1}{3}B^2h$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-3		0		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	-1	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

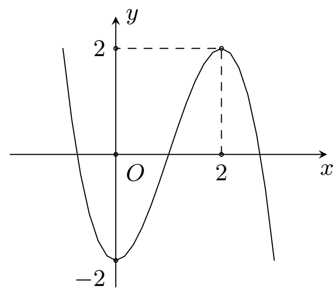
(A) 4. (B) -1. (C) -3. (D) 3.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(1;-1;2)$ và $B(3;-3;-2)$. Véc-tơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

(A) $(-2;-2;4)$. (B) $(2;-2;4)$. (C) $(1;-1;-2)$. (D) $(2;-2;-4)$.

Câu 4.
Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây

(A) $(-2;2)$. (B) $(1;3)$. (C) $(-\infty;-1)$. (D) $(0;2)$.



Câu 5. Với hai số thực dương a và b. Khi đó $\ln \frac{a^2}{b^6}$ bằng

(A) $\ln a - 3\ln b$. (B) $2\ln a - \frac{1}{6}\ln b$. (C) $2\ln a - 6\ln b$. (D) $\frac{1}{3}\ln \frac{a}{b}$.

Câu 6. Biết $\int\limits_{2018}^{2019} f(x)\,dx = -2$, $\int\limits_{2018}^{2019} g(x)\,dx = 6$. Tích phân $\int\limits_{2018}^{2019} [2f(x) - g(x)]\,dx$ bằng

(A) 10. (B) -2. (C) 22. (D) -10.

Câu 7. Bán kính r của khối cầu có thể tích $V = 36\pi$ (cm^3) là

(A) $r = 3$ (cm). (B) $r = 6$ (cm). (C) $r = 4$ (cm). (D) $r = 9$ (cm).

Câu 8. Tập nghiệm của phương trình $2^{x^2+x} = 4$ là

(A) $\{-2\}$. (B) $\{1\}$. (C) $\{-1;2\}$. (D) $\{1;-2\}$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oyz) có phương trình là

(A) $z = 0$. (B) $y = 0$. (C) $y + z = 0$. (D) $x = 0$.

Câu 10. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x + 4^x$ là

(A) $\cos x + 4^x + C$. (B) $-\cos x + \frac{4^x}{\ln 4} + C$.

(C) $\cos x + \frac{4^x}{\ln 4} + C$. (D) $-\cos x + \ln 4 \cdot 4^x + C$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $x - z - 2 = 0$ đi qua điểm nào sau đây?

(A) $M(-1;-3;-1)$. (B) $N(-4;6;-2)$. (C) $P(2;0;-3)$. (D) $Q(1;4;-1)$.

Câu 12. Với k và n là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k \leq n$, mệnh đề nào dưới đây là đúng?

Ⓐ $\mathrm{A}_n^k = \dfrac{n!}{k!(n-k)!}$. Ⓑ $\mathrm{A}_n^k = \dfrac{n!}{(n-k)!}$. Ⓒ $\mathrm{A}_n^k = \dfrac{n!}{k!}$. Ⓓ $\mathrm{A}_n^k = \dfrac{k!}{n!(n-k)!}$.

Câu 13. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công bội $q = 2$. Giá trị của u_6 bằng

Ⓐ 32. Ⓑ 96. Ⓒ 128. Ⓓ 64.

Câu 14. Điểm nào sau đây là điểm biểu diễn của số phức $z = -3 + 4i$?

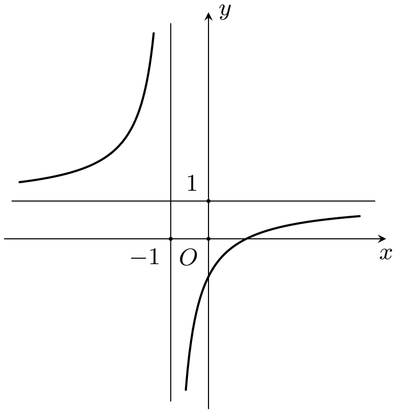
Ⓐ $M(3; 4)$. Ⓑ $M(-3; 4)$. Ⓒ $M(3; -4)$. Ⓓ $M(-3; -4)$.

Câu 15.

Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

Ⓐ $y = \dfrac{x-1}{x+1}$. Ⓑ $y = \dfrac{2x-1}{2x+1}$.

Ⓒ $y = x^3 - 3x^2$. Ⓓ $y = x^4 - 2x^2 + 2$.



Câu 16.

Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-3; 2]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên $[-3; 2]$. Tính $M - m$.

x	-3		0		1		2
$f(x)$	-4	↗	2	↘	0	↗	1

Ⓐ 4. Ⓑ 5. Ⓒ 6. Ⓓ 7.

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	1	↗	5	↘	$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

Ⓐ 5. Ⓑ 2. Ⓒ 0. Ⓓ 1.

Câu 18. Tìm điểm biểu diễn của số phức $\overline{z}$ là số phức liên hợp của z, biết $(4+3i)z - (3+4i)(2+i) = 9 - 9i$.

Ⓐ $(2; -1)$. Ⓑ $(2; 1)$. Ⓒ $(-2; -1)$. Ⓓ $(-2; 1)$.

Câu 19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hãy biết phương trình mặt cầu đường kính AB với $A(2; 3; -1)$, $B(0; -1; 3)$.

Ⓐ $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 9$. Ⓑ $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 36$.

Ⓒ $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 9$. Ⓓ $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 36$.

Câu 20. Tập nghiệm của phương trình $\log_3(x^2 + 2x) = 1$ là

Ⓐ $\{1; -3\}$. Ⓑ $\{1; 3\}$. Ⓒ $\{0\}$. Ⓓ $\{-3\}$.

Câu 21. Gọi z_1, z_2 lần lượt là hai nghiệm của phương trình $z^2 + 5z + 10 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $A = |z_1|^2 + |z_2|^2$.

Ⓐ $A = 10$. Ⓑ $A = 50$. Ⓒ $A = 20$. Ⓓ $A = 40$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P)\colon x-y-6=0$ và (Q). Biết rằng điểm $H(2;-1;-2)$ là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ $O(0;0;0)$ xuống mặt phẳng (Q). Số đo góc giữa hai mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q) bằng

(A) 45°. (B) 60°. (C) 30°. (D) 90°.

Câu 23. Cho a, $b>0$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

(A) $\log(ab^2)=2\log a+2\log b$. (B) $\log(ab)=\log a-\log b$.

(C) $\log(ab)=\log a\cdot\log b$. (D) $\log(ab^2)=\log a+2\log b$.

Câu 24. Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $(\mathscr{C})$ của hàm số $y=x\sqrt{1+x^2}$, trục hoành, trục tung và đường thẳng $x=1$. Biết $S=a\sqrt{2}+b$, với $(a,b\in\mathbb{Q})$ và a,b viết dạng các phân số tối giản. Tính $a+b$.

(A) $a+b=\dfrac{1}{6}$. (B) $a+b=\dfrac{1}{2}$. (C) $a+b=\dfrac{1}{3}$. (D) $a+b=0$.

Câu 25. Cho hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân cạnh huyền bằng $2a$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón.

(A) $S_{xq}=\pi\sqrt{2}a^2$. (B) $S_{xq}=2\pi\sqrt{2}a^2$. (C) $S_{xq}=2\pi a^2$. (D) $S_{xq}=\pi a^2$.

Câu 26.

Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Tìm số tiệm cận của đồ thị hàm số

(A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y	1	$\nearrow$	$2 \parallel -\infty$	$\nearrow$	1

Câu 27. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. SA vuông góc với đáy, $SA=a\sqrt{3}$. Tính thể tích hình chóp $S.ABCD$.

(A) $\dfrac{a^3}{3}$. (B) $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. (C) $a^3\sqrt{3}$. (D) $3a^3\sqrt{3}$.

Câu 28. Tính đạo hàm của hàm số $y=\log_2(2^x+1)$.

(A) $y'=\dfrac{2^x}{2^x+1}$. (B) $y'=\dfrac{2^x}{(2^x+1)\ln 2}$. (C) $\dfrac{2^x\ln 2}{2^x+1}$. (D) $\dfrac{1}{2^x+1}$.

Câu 29.

Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=2$ là?

(A) 2. (B) 3. (C) 4. (D) 1.

x	$-\infty$		-3		4		5		$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	3	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Câu 30. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, tam giác $A'AC$ vuông cân, $A'C=2$. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (BCD').

(A) $\dfrac{2}{3}$. (B) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. (C) $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$. (D) $\dfrac{\sqrt{6}}{6}$.

Câu 31. Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $a^2+b^2=7ab$. Hệ thức nào sau đây là đúng?

(A) $2\log_2\dfrac{a+b}{3}=\log_2 a+\log_2 b$. (B) $\log_2\dfrac{a+b}{3}=2\left(\log_2 a+\log_2 b\right)$.

(C) $2\log_2(a+b)=\log_2 a+\log_2 b$. (D) $4\log_2\dfrac{a+b}{6}=\log_2 a+\log_2 b$.

Câu 32. Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và D với $AB=AD=\dfrac{CD}{2}=a$. Quay hình thang và miền trong của nó quanh đường thẳng chứa cạnh AB. Tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo thành.

(A) $V=\dfrac{4\pi a^3}{3}$. (B) $V=\dfrac{5\pi a^3}{3}$. (C) $V=\pi a^3$. (D) $\dfrac{7\pi a^3}{3}$.

Câu 33. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x\ln x$, trục Ox và đường thẳng $x=\mathrm{e}$.

(A) $S=\dfrac{\mathrm{e}^2+3}{4}$. (B) $S=\dfrac{\mathrm{e}^2-1}{2}$. (C) $S=\dfrac{\mathrm{e}^2+1}{2}$. (D) $S=\dfrac{\mathrm{e}^2+1}{4}$.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Biết $AC = 2a$, $BD = 4a$. Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và SC.

Ⓐ $\dfrac{2a^3\sqrt{15}}{3}$. Ⓑ $\dfrac{2a\sqrt{5}}{5}$. Ⓒ $\dfrac{4a\sqrt{1365}}{91}$. Ⓓ $\dfrac{a\sqrt{15}}{2}$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d : \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y+3}{2} = \dfrac{z+2}{2}$ và điểm $A(3;2;0)$. Tìm tọa độ điểm đối xứng của điểm A qua đường thẳng d.

Ⓐ $(-1;0;4)$. Ⓑ $(7;1;-1)$. Ⓒ $(2;1;-2)$. Ⓓ $(0;2;-5)$.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABC$ có dáy là tam giác vuông tại A, $AB = a$, $\widehat{ACB} = 30^\circ$, SA vuông góc với đáy và góc giữa mặt phẳng (SBC) tạo với mặt phẳng đáy một góc 60°. Khoảng cách từ trọng tâm của tam giác (SAB) đến mặt phẳng (SBC) bằng

Ⓐ $\dfrac{a\sqrt{3}}{12}$. Ⓑ $\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$. Ⓒ $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$. Ⓓ $\dfrac{a\sqrt{3}}{6}$.

Câu 37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1 : \dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z}{2}$ và $d_2 : \begin{cases} x = 2-2t \\ y = 3 \\ z = t \end{cases}$. Viết phương trình mặt cầu có đường kính là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng đó.

Ⓐ $\left(x+\dfrac{11}{6}\right)^2 + \left(y+\dfrac{13}{6}\right)^2 + \left(z-\dfrac{1}{3}\right)^2 = \dfrac{25}{9}$. Ⓑ $\left(x+\dfrac{11}{6}\right)^2 + \left(y+\dfrac{13}{6}\right)^2 + \left(z-\dfrac{1}{3}\right)^2 = \dfrac{5}{6}$.

Ⓒ $\left(x-\dfrac{11}{6}\right)^2 + \left(y-\dfrac{13}{6}\right)^2 + \left(z+\dfrac{1}{3}\right)^2 = \dfrac{25}{9}$. Ⓓ $\left(x-\dfrac{11}{6}\right)^2 + \left(y-\dfrac{13}{6}\right)^2 + \left(z+\dfrac{1}{3}\right)^2 = \dfrac{5}{6}$.

Câu 38. Gọi M là giá trị lớn nhất của $\left|\dfrac{1}{m-i} + i\right|$, với m là số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

Ⓐ $M \in \left(\dfrac{3}{2}; \dfrac{11}{5}\right)$. Ⓑ $M \in \left(0; \dfrac{3}{2}\right)$. Ⓒ $M \in \left(\dfrac{3}{2}; \dfrac{9}{5}\right)$. Ⓓ $M \in \left(\dfrac{2}{3}; \dfrac{3}{3}\right)$.

Câu 39. Cho hình nón tròn xoay có chiều cao $h = 20$, bán kính $r = 25$. Một thiết diện đi qua đỉnh của hình nón có khoảng cách từ tâm của đáy đến mặt phẳng chứa thiết diện là 12. Tính diện tích của thiết diện đó.

Ⓐ $S = 500$. Ⓑ $S = 400$. Ⓒ $S = 300$. Ⓓ $S = 406$.

Câu 40. Cho đa giác đều $4n$ đỉnh $(n \geq 2)$. Chọn ngẫu hiên bốn đỉnh từ các đỉnh của đa giác đã cho. Biết rằng xác suất để bốn đỉnh được chọn là bốn đỉnh của một hình chữ nhật không phải là hình vuông bằng $\dfrac{6}{455}$. Khi đó n bằng

Ⓐ $n = 6$. Ⓑ $n = 8$. Ⓒ $n = 10$. Ⓓ $n = 4$.

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2z + 1 = 0$ và đường thẳng $d : \dfrac{x}{1} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z}{-1}$. Hai mặt phẳng $(P), (P')$ chứa d và tiếp xúc với (S) tại T và T'. Đường thẳng TT' đi qua điểm có tọa độ

Ⓐ $H\left(\dfrac{1}{6}; \dfrac{1}{3}; -\dfrac{5}{6}\right)$. Ⓑ $H\left(\dfrac{11}{6}; \dfrac{1}{3}; \dfrac{1}{6}\right)$. Ⓒ $H\left(-\dfrac{11}{6}; \dfrac{1}{3}; \dfrac{7}{6}\right)$. Ⓓ $H\left(\dfrac{1}{3}; \dfrac{1}{3}; \dfrac{1}{6}\right)$.

Câu 42. Gọi a là số nguyên dương nhỏ nhất sao cho tồn tại các số nguyên b, c để phương trình $8a\ln^2\sqrt{x} + b\ln x^2 + 3c = 0$ có hai nghiệm phân biệt đều thuộc $(1;\mathrm{e})$. Giá trị của a bằng

Ⓐ 5. Ⓑ 7. Ⓒ 6. Ⓓ 8.

Câu 43. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $2f(x) + 3f(\pi - x) = (x-1)\cos x$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Tính tích phân $\displaystyle\int_0^\pi f(x)\mathrm{d}x$.

Ⓐ $\dfrac{1}{5}$. Ⓑ $-\dfrac{2}{5}$. Ⓒ $-\dfrac{3}{5}$. Ⓓ $-\dfrac{4}{5}$.

Câu 44. Gọi n là số các số phức z đồng thời thỏa mãn $|iz+1+2i|=3$ và biểu thức $T=2|z+5+2i|+3|z-3i|$ đạt giá trị lớn nhất. Gọi M là giá trị lớn nhất của T. Giá trị của tích $M\cdot n$ là

(A) $10\sqrt{21}$. (B) $6\sqrt{13}$. (C) $5\sqrt{21}$. (D) $2\sqrt{13}$.

Câu 45. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình

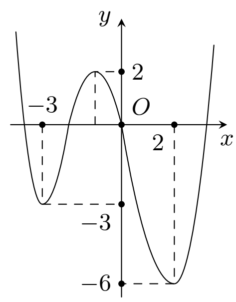
$$\left|x^3+2x^2-3x-m+2\right|=\left|x^3-2x^2-x-2\right|$$

có 5 nghiệm phân biệt?

(A) 3. (B) 2. (C) 1. (D) 0.

Câu 46.

Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ với $f(x)=ax^5+bx^4+cx^3+dx^2+ex+f\,(a,b,c,d,e,f\in\mathbb{R})$. Hàm số $g(x)=-f(1-2x)+4x^3-6x^2+3x+2019$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



(A) $\left(-\frac{1}{3};\frac{1}{3}\right)$. (B) $\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$. (C) $(-3;2)$. (D) $(-6;2)$.

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABCD$ với đáy là hình thoi cạnh $2a$, và $\widehat{BAD}=60^\circ$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của AD và SC. Biết cosin góc giữa đường thẳng SM với BN là $\frac{1}{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

(A) $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}\cdot\frac{41+5\sqrt{57}}{12}$.

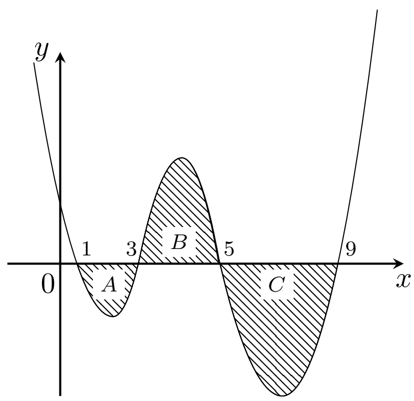
(B) $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}\cdot\sqrt{\frac{41+5\sqrt{57}}{12}}$.

(C) $\frac{a^3}{3}\cdot\sqrt{\frac{41+5\sqrt{57}}{12}}$.

(D) $a^3\sqrt{3}\cdot\sqrt{\frac{41+5\sqrt{57}}{12}}$.

Câu 48.

Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[1;9]$ như hình bên. Biết các miền A,B,C có diện tích lần lượt là 2, 4, 7. Tính tích phân $\displaystyle\int_{-1}^{3}(f(2x+3)+1)\,\mathrm{d}x$.



(A) $\frac{11}{2}$. (B) 3. (C) $\frac{9}{2}$. (D) $\frac{3}{2}$.

Câu 49.

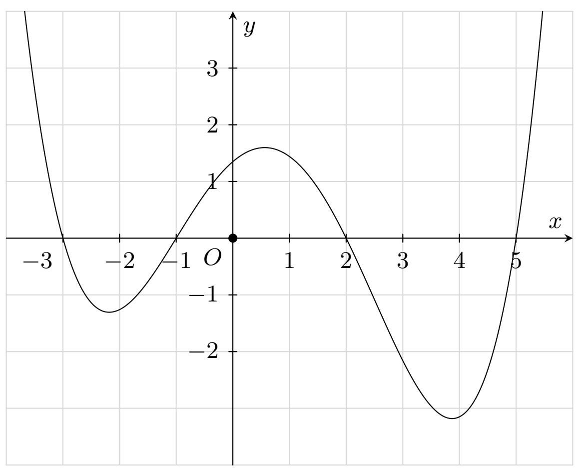
Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Đặt $g(x)=f(|x|+m)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x)$ có đúng 7 điểm cực trị?

(A) 2.

(B) 3.

(C) 1.

(D) Vô số.



Câu 50. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(Q)\colon x+2y-z-5=0$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-3}{1}$. Phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d và tạo với mặt phẳng (Q) một góc nhỏ nhất là

A. $(P)\colon x-2y-1=0$.

B. $(P)\colon y-z+4=0$.

C. $(P)\colon x-z+4=0$.

D. $(P)\colon x-2z+7=0$.

—HẾT—

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

1. B	2. B	3. D	4. D	5. C	6. D	7. A	8. D	9. D	10. B
11. D	12. B	13. D	14. B	15. A	16. C	17. D	18. B	19. A	20. A
21. C	22. A	23. D	24. C	25. A	26. C	27. B	28. A	29. B	30. C
31. A	32. B	33. D	34. C	35. A	36. A	37. D	38. A	39. A	40. D
41. B	42. B	43. B	44. A	45. D	46. B	47. B	48. D	49. A	50. B

BỘ ĐỀ ÔN THI THPTQG

ĐỀ 1

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2020

Môn Toán;

Thời gian làm bài: 90 phút.

NỘI DUNG ĐỀ

Câu 1. Thể tích khối lập phương cạnh $2a$ bằng

(A) $8a^3$. (B) $2a^3$. (C) a^3. (D) $6a^3$.

Lời giải:

Thể tích khối lập phương cạnh $2a$ là $V = (2a)^3 = 8a^3$.

Chọn đáp án (A)..

☐

Câu 2.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Giá trị cực đại của hàm số bằng

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	1	↗	5	↘	$-\infty$

(A) 1. .

(B) 2.

(C) 0.

(D) 5.

Lời giải:

Giá trị cực đại của hàm số bằng 5.

Chọn đáp án (D)..

☐

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, Cho hai điểm $A(1;1;-1)$ và $B(2;3;2)$. Véctơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ

(A) $(1;2;3)$. (B) $(-1;-2;3)$. (C) $(3;5;1)$. (D) $(3;4;1)$.

Lời giải:

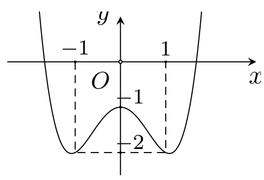
$\overrightarrow{AB} = (2-1;3-1;2+1) = (1;2;3)$

Chọn đáp án (A)..

☐

Câu 4.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây



(A) $(0;1)$. .

(B) $(-\infty;-1)$.

(C) $(-1;1)$.

(D) $(-1;0)$.

Lời giải:

Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1;0)$, $(1;+\infty)$

Chọn đáp án (D)..

☐

Câu 5. Với a và b là hai số thực dương tùy ý, $\log\left(ab^2\right)$ bằng

(A) $2\log a + \log b$. (B) $\log a + 2\log b$. (C) $2(\log a + \log b)$. (D) $\log a + \frac{1}{2}\log b$.

Lời giải:

$\log\left(ab^2\right) = \log a + \log b^2 = \log a + 2\log b$

Chọn đáp án (B)..

☐

Câu 6. Cho $\int\limits_0^1 f(x)\,dx = 2$ và $\int\limits_0^1 g(x)\,dx = 5$, khi đó $\int\limits_0^1 [f(x) - 2g(x)]\,dx$ bằng

(A) -3. (B) 12. (C) -8. (D) 1.

Lời giải:

$$\int\limits_0^1 [f(x)-2g(x)]\,\mathrm{d}x = \int\limits_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x - 2\int\limits_0^1 g(x)\,\mathrm{d}x = 2-2.5=-8.$$

Chọn đáp án (C)

☐

Câu 7. Thể tích khối cầu bán kính a bằng

(A) $\dfrac{4\pi a^3}{3}$. (B) $4\pi a^3$. (C) $\dfrac{\pi a^3}{3}$. (D) $2\pi a^3$.

Lời giải:

Thể tích khối cầu bán kính a là $V=\dfrac{4}{3}\pi a^3=\dfrac{4\pi a^3}{3}$

Chọn đáp án (A)

☐

Câu 8. Tập nghiệm của phương trình $\log_2\left(x^2-x+2\right)=1$

(A) $\{0\}$. (B) $\{0;1\}$. (C) $\{-1;0\}$. (D) $\{1\}$.

Lời giải:

$\log_2\left(x^2-x+2\right)=1 \iff x^2-x+2=2 \iff x(x-1)=0 \iff x=0$ hay $x=1$

Chọn đáp án (B)

☐

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oxz) có phương trình là

(A) $z=0$. (B) $x+y+z=0$. (C) $y=0$. (D) $x=0$.

Lời giải:

mặt phẳng (Oxz) có phương trình là $y=0$

Chọn đáp án (C)

☐

Câu 10. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\mathrm{e}^x+x$ là

(A) e^x+x^2+C. (B) $\mathrm{e}^x+\dfrac{1}{2}x^2+C$.

(C) $\dfrac{1}{x+1}\mathrm{e}^x+\dfrac{1}{2}x^2+C$. (D) e^x+1+C.

Lời giải:

$$\int f(x)\,\mathrm{d}x=\int\left(\mathrm{e}^x+x\right)\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x+\frac{1}{2}x^2+C$$

Chọn đáp án (B)

☐

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{2}$ đi qua điểm nào dưới đây ?

(A) $Q(2;-1;2)$. (B) $M(-1;-2;-3)$. (C) $P(1;2;3)$. (D) $N(-2;1;-2)$.

Lời giải:

$\dfrac{1-1}{2}=\dfrac{2-2}{-1}=\dfrac{3-3}{2}$ nên $P(1;2;3)\in d$

Chọn đáp án (C)

☐

Câu 12. Với k và n là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k\le n$, mệnh đề nào dưới đây đúng ?

(A) $\mathrm{C}_n^k=\dfrac{n!}{k!(n-k)!}$. (B) $\mathrm{C}_n^k=\dfrac{n!}{k!}$. (C) $\mathrm{C}_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!}$. (D) $\mathrm{C}_n^k=\dfrac{k!(n-k)!}{n!}$.

Lời giải:

Số các tổ hợp chập k của n là $\mathrm{C}_n^k=\dfrac{n!}{k!(n-k)!}$

Chọn đáp án (A)

☐

Câu 13. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công sai $d = 5$ Giá trị của u_4 bằng

(A) 22. (B) 17. (C) 12. (D) 250.

Lời giải:

$u_4 = u_1 + 3d = 2 + 3.5 = 17$

Chọn đáp án (B)

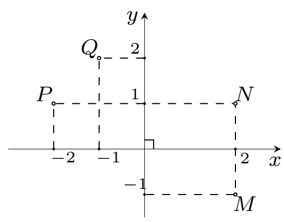
☐

Câu 14.

Điểm nào trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức $z = -1 + 2i$

(A) N. . (B) P.

(C) M. (D) Q.



Lời giải:

số phức $z = -1 + 2i$ có phần thực -1, phần ảo 2 nên có điểm biểu diễn tọa độ $(-1; 2)$ chính là Q.

Chọn đáp án (D)

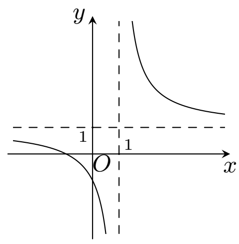
☐

Câu 15.

Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây ?

(A) $y = \dfrac{2x-1}{x-1}$. . (B) $y = \dfrac{x+1}{x-1}$.

(C) $y = x^4 + x^2 + 1$. (D) $y = x^3 - 3x - 1$.



Lời giải:

Đồ thị là của hàm số nhất biến có tiệm cận đứng $x = 1$ và tiệm cận ngang $y = 1$ nên là hàm số $y = \dfrac{x+1}{x-1}$

Chọn đáp án (B)

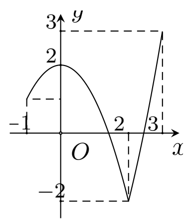
☐

Câu 16.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 3]$. Giá trị của $M - m$ bằng

(A) 0. . (B) 1.

(C) 4. (D) 5.



Lời giải:

Dựa vào đồ thị hàm số ta được $M = 3$, $m = -2$ nên $M - m = 3 + 2 = 5$

Chọn đáp án (D)

☐

Câu 17. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)(x+2)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

(A) 3. (B) 2. (C) 5. (D) 1.

Lời giải:

$f'(x) = x(x-1)(x+2)^3$ đổi dấu 3 lần khi x qua -2, 0, 1 nên hàm số có 3 điểm cực trị.

Chọn đáp án (A)

☐

Câu 18. Tìm các số thực a và b thỏa mãn $2a + (b+i)i = 1 + 2i$ với i là đơn vị ảo.

(A) $a = 0,\ b = 2$. (B) $a = \frac{1}{2},\ b = 1$. (C) $a = 0,\ b = 1$. (D) $a = 1,\ b = 2$.

Lời giải:

$2a + (b+i)i = 1 + 2i \iff 2a - 1 + bi = 1 + 2i \iff a = 1, b = 2$

Chọn đáp án (D)

☐

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $I(1;1;1)$ và $A(1;2;3)$. Phương trình của mặt cầu có tâm I và đi qua A là

(A) $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 29$. (B) $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 5$.

(C) $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 25$. (D) $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 5$.

Lời giải:

$IA^2 = (1-1)^2 + (2-1)^2 + (3-1)^2 = 5$ nên phương trình của mặt cầu là $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 5$

Chọn đáp án (B)

☐

Câu 20. Đặt $\log_3 2 = a$ khi đó $\log_{16} 27$ bằng

(A) $\dfrac{3a}{4}$. (B) $\dfrac{3}{4a}$. (C) $\dfrac{4}{3a}$. (D) $\dfrac{4a}{3}$.

Lời giải:

$\log_{16} 27 = \log_{2^4} 3^3 = \dfrac{3}{4}\log_2 3 = \dfrac{3}{4\log_3 2} = \dfrac{3}{4a}$

Chọn đáp án (B)

☐

Câu 21. Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 3z + 5 = 0$. Giá trị của $|z_1| + |z_2|$ bằng

(A) $2\sqrt{5}$. (B) $\sqrt{5}$. (C) 3. (D) 10.

Lời giải:

$$z^2 - 3z + 5 = 0 \iff \left[\begin{array}{l} z = \dfrac{3+\sqrt{11}i}{2} \\ z = \dfrac{3-\sqrt{11}i}{2} \end{array}\right. \Rightarrow |z_1| = |z_2| = \sqrt{5} \Rightarrow |z_1| + |z_2| = 2\sqrt{5}$$

Chọn đáp án (A)

☐

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$ khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 10 = 0$ và $(Q): x + 2y + 2z - 3 = 0$ bằng

(A) $\frac{8}{3}$. (B) $\frac{7}{3}$. (C) 3. (D) $\frac{4}{3}$.

Lời giải:

Dựa vào phương trình (P), (Q) có véctơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1;2;2)$ nên $(P) \| (Q)$. $|\vec{n}| = \sqrt{1 + 2^2 + 2^2} = 3$.

$d(O,(P)) = \dfrac{10}{3}$, $d(O,(Q)) = \dfrac{3}{3} = 1$ suy ra $d((P),(Q)) = d(O,(P)) - d(O,(Q)) = \dfrac{7}{3}$.

Chọn đáp án (B)

☐

Câu 23. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-2x} < 27$ là

(A) $(-\infty;-1)$. (B) $(3;+\infty)$.

(C) $(-1;3)$. (D) $(-\infty;-1) \cup (3;+\infty)$.

Lời giải:

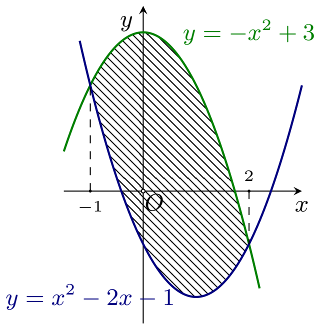
$3^{x^2-2x} < 27 \iff 3^{x^2-2x} < 3^3 \iff x^2 - 2x < 3 \iff x^2 - 2x - 3 < 0 \iff -1 < x < 3$

🔍 Chọn đáp án (C)..

☐

Câu 24.

Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào dưới đây ?



(A) $\int\limits_{-1}^{2}\left(2x^2-2x-4\right)\,dx$.

(B) $\int\limits_{-1}^{2}(-2x+2)\,dx$.

(C) $\int\limits_{-1}^{2}(2x-2)\,dx$.

(D) $\int\limits_{-1}^{2}\left(-2x^2+2x+4\right)\,dx$.

Lời giải:

$$S=\int\limits_{-1}^{2}\left[\left(-x^2+3\right)-\left(x^2-2x-1\right)\right]\,dx=\int\limits_{-1}^{2}\left(-2x^2+2x+4\right)\,dx$$

🔍 Chọn đáp án (D)..

☐

Câu 25. Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng $2a$ và bán kính đáy bằng a. Thể tích của khối nón đã cho bằng

(A) $\dfrac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$. (B) $\dfrac{\sqrt{3}\pi a^3}{2}$. (C) $\dfrac{2\pi a^3}{3}$. (D) $\dfrac{\pi a^3}{3}$.

Lời giải:

Chiều cao $h=\sqrt{(2a)^2-a^2}=a\sqrt{3}$. Thể tích $V=\dfrac{1}{3}Bh=\dfrac{1}{3}\pi a^2 a\sqrt{3}=\dfrac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$

🔍 Chọn đáp án (A)..

☐

Câu 26.

Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f(x)$	2	$\nearrow$	$+\infty$ ‖ 3	$\nearrow$	5

(A) 4. .

(B) 1.

(C) 3.

(D) 2.

Lời giải:

$\lim_{x\to-\infty} y=2\Rightarrow y=2$ là tiệm cận ngang

$\lim_{x\to+\infty} y=5\Rightarrow y=5$ là tiệm cận ngang

$\lim_{x\to1^+} y=+\infty\Rightarrow x=1$ là tiệm cận đứng

Vậy tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng là 3.

🔍 Chọn đáp án (C)..

☐

Câu 27. Cho khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng $2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

(A) $\dfrac{4\sqrt{2}a^3}{3}$. (B) $\dfrac{8a^3}{3}$. (C) $\dfrac{8\sqrt{2}a^3}{3}$. (D) $\dfrac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.

Lời giải:

Diện tích đáy $S_{ABCD}=(2a)^2=4a^2$.

Đường chéo đáy $AC=2\sqrt{2}a$ nên $AO=a\sqrt{2}$ do đó chiều cao $SO=\sqrt{SA^2-AO^2}=\sqrt{4a^2-2a^2}=a\sqrt{2}$.

Vậy thể tích là $V=\dfrac{1}{3}S_{ABCD}.SO=\dfrac{1}{3}4a^2a\sqrt{2}=\dfrac{4\sqrt{2}a^3}{3}$.

Chọn đáp án (A)..........

☐

Câu 28. Hàm số $f(x) = \log_2(x^2 - 2x)$ có đạo hàm

(A) $f'(x) = \dfrac{\ln 2}{x^2 - 2x}$.
(B) $f'(x) = \dfrac{1}{(x^2 - 2x)\ln 2}$.
(C) $f'(x) = \dfrac{(2x-2)\ln 2}{x^2 - 2x}$.
(D) $f'(x) = \dfrac{2x - 2}{(x^2 - 2x)\ln 2}$.

Lời giải:

$f'(x) = \left(\log_2(x^2 - 2x)\right)' = \dfrac{(x^2 - 2x)}{(x^2 - 2x)\ln 2} = \dfrac{2x - 2}{(x^2 - 2x)\ln 2}$

Chọn đáp án (D)..........

☐

Câu 29.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) + 3 = 0$ là

(A) 4. (B) 3. (C) 2. (D) 1.

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Lời giải:

$2f(x) + 3 = 0 \iff f(x) = -\dfrac{3}{2}$.

Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = -\dfrac{3}{2}$.

Mà $-2 < -\dfrac{3}{2} < 1$ nên số nghiệm thực của phương trình $2f(x) + 3 = 0$ là 4.

Chọn đáp án (A)..........

☐

Câu 30. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai mặt phẳng $(A'B'CD)$ và $(ABC'D')$ bằng

(A) $30°$. (B) $60°$. (C) $45°$. (D) $90°$.

Lời giải:

Ta có $CD \perp (BCC'B') \Rightarrow CD \perp BC'$, $\begin{cases} BC' \perp CD \\ BC' \perp B'C \end{cases} \Rightarrow BC' \perp (A'B'CD) \Rightarrow (ABC'D') \perp (A'B'CD)$

Vậy góc giữa $(A'B'CD)$ và $(ABC'D')$ là $90°$.

Chọn đáp án (D)..........

☐

Câu 31. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3(7 - 3^x) = 2 - x$

(A) 2. (B) 1. (C) 7. (D) 3.

Lời giải:

$\log_3(7 - 3^x) = 2 - x \iff 7 - 3^x = 3^{2-x} \iff 7 - 3^x = \frac{9}{3^x} \iff (3^x)^2 - 7.3^x + 9 = 0 \quad (*)$

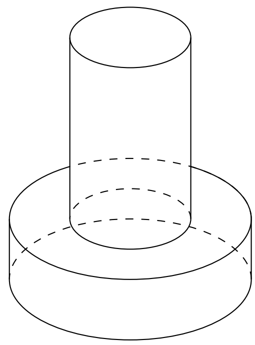
Phương trình $(*)$ có 2 nghiệm phân biệt thỏa $3^{x_1} + 3^{x_2} = 7; 3^{x_1}.3^{x_2} = 9$ suy ra $3^{x_1+x_2} = 3^2 \iff x_1 + x_2 = 2$

Chọn đáp án (A)..........

☐

Câu 32.

Một khối đồ chơi gồm hai khối trụ (H_1), (H_2) xếp chồng lên nhau, lần lượt có bán kính đáy và chiều cao tương ứng là r_1, h_1, r_2, h_2 thỏa mãn $r_2 = \frac{1}{2}r_1$, $h_2 = 2h_1$ (tham khảo hình vẽ). Biết rằng thể tích của toàn bộ khối đồ chơi bằng 30cm^3, thể tích khối trụ (H_1) bằng



Ⓐ 24cm^3. .
Ⓑ 15cm^3.
Ⓒ 20cm^3.
Ⓓ 10cm^3.

Lời giải:

Ta có $V_2 = h_2\pi r_2^2 = 2h_1\pi\frac{1}{4}r_1^2 = \frac{1}{2}h_1\pi r_1^2 = \frac{1}{2}V_1$. Mà $V_1 + \frac{1}{2}V_1 = 30$ nên $V_1 = 20$

Chọn đáp án Ⓒ ....

□

Câu 33. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4x(1+\ln x)$ là

Ⓐ $2x^2\ln x + 3x^2$.
Ⓑ $2x^2\ln x + x^2$.
Ⓒ $2x^2\ln x + 3x^2 + C$.
Ⓓ $2x^2\ln x + x^2 + C$.

Lời giải:

$\int 4x(1+\ln x)\,\mathrm{d}x = \int (1+\ln x)\,\mathrm{d}(2x^2) = 2x^2(1+\ln x) - \int 2x^2\frac{1}{x}\,\mathrm{d}x = 2x^2(1+\ln x) - x^2 + C = 2x^2\ln x + x^2 + C$

Chọn đáp án Ⓓ ....

□

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a, $\widehat{BAD} = 60°$, $SA = a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD) bằng

Ⓐ $\frac{\sqrt{21}a}{7}$.
Ⓑ $\frac{\sqrt{15}a}{7}$.
Ⓒ $\frac{\sqrt{21}a}{3}$.
Ⓓ $\frac{\sqrt{15}a}{3}$.

Lời giải:

Diện tích hình thoi $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$. Thể tích hình chóp $S.ABCD$: $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Ta có $SD = a\sqrt{2}$, $AC = a\sqrt{3}$, $SC = 2a$. Nửa chu vi ΔSCD là $p_{\Delta SCD} = \frac{3a + a\sqrt{2}}{2}$.

$S_{\Delta SCD} = \sqrt{p(p-a)(p-2a)(p-a\sqrt{2})} = \frac{a^2\sqrt{7}}{4}$. $\quad d(B,(SCD)) = \frac{3V_{S.BCD}}{S_{\Delta SCD}} = \frac{3.\frac{1}{2}.\frac{a^3\sqrt{3}}{6}}{\frac{a^2\sqrt{7}}{4}} = \frac{a\sqrt{21}}{7}$

Chọn đáp án Ⓐ ....

□

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) có phương trình là

Ⓐ $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z+1}{5}$.
Ⓑ $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{-1}$.
Ⓒ $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-1}{-5}$.
Ⓓ $\frac{x-1}{1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+5}{1}$.

Lời giải:

Gọi A là giao điểm của (P) và d ta có tọa độ A là nghiệm $\begin{cases} x+y+z-3=0 \\ \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1} \end{cases} \iff A(1;1;1)$

d có véctơ chỉ phương $\vec{u} = (1;2;-1)$, (P) có véctơ pháp tuyến $\vec{n} = (1;1;1)$ nên mặt phẳng (Q) qua d vuông góc (P) có véctơ pháp tuyến là $[\vec{u},\vec{n}] = (3;-2;-1) = \vec{m}$

Hình chiếu vuông góc của d trên (P) là giao tuyến Δ của (P) và (Q), nên Δ qua A và có véctơ chỉ phương là $[\vec{n},\vec{m}] = (1;4;-5)$. Phương trình Δ là $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-1}{-5}$

Chọn đáp án (C)..........

☐

Câu 36. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = -x^3 - 6x^2 + (4m-9)x + 4$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ là

(A) $\left(-\infty; 0\right]$. (B) $\left[-\frac{3}{4}; +\infty\right)$. (C) $\left(-\infty; -\frac{3}{4}\right]$. (D) $\left[0; +\infty\right)$.

Lời giải:

Theo đề $y' = -3x^2 - 12x + 4m - 9 \leq 0,\ \forall x \in (-\infty;\ -1) \iff 4m \leq 3x^2 + 12x + 9,\ \forall x \in (-\infty;\ -1)$
Đặt $g(x) = 3x^2 + 12x + 9 \Rightarrow g'(x) = 6x + 12$, $\min_{(-\infty;-1]} g(x) = g(-2) = -3$. Vậy $4m \leq -3 \iff m \leq -\frac{3}{4}$.

Chọn đáp án (C)..........

☐

Câu 37. Xét các số phức z thỏa mãn $(z+2i)(\overline{z}+2)$ là số thuần ảo. Biết rằng tập hợp tất cả các điểm biểu diễn của z là một đường tròn, tâm của đường tròn đó có tọa độ là

(A) $(1; -1)$. (B) $(1; 1)$. (C) $(-1; 1)$. (D) $(-1; -1)$.

Lời giải:

Giả sử $z = a + bi, (a, b \in \mathbb{R})$, ta được $(z+2i)(\overline{z}+2) = [a + (b+2)i][(a+2) - bi] = [a(a+2) + b(b+2)] + [(a+2)(b+2) - ab]i$
$(z+2i)(\overline{z}+2)$ là số thuần ảo $\iff a(a+2) + b(b+2) = 0 \iff (a+1)^2 + (b+1)^2 = 2$ nên tập hợp tất cả các điểm biểu diễn của z là một đường tròn phương trình $(x+1)^2 + (y+1)^2 = 2$ có tâm $I(-1; -1)$

Chọn đáp án (D)..........

☐

Câu 38. Cho $\int\limits_0^1 \frac{x\,\mathrm{d}x}{(x+2)^2} = a + b\ln 2 + c\ln 3$ với a, b, c là các số hữu tỷ. Giá trị của $3a + b + c$ bằng

(A) -2. (B) -1. (C) 2. (D) 1.

Lời giải:

$\int\limits_0^1 \frac{x\,\mathrm{d}x}{(x+2)^2} = \int\limits_0^1 \frac{x+2-2}{(x+2)^2}\,\mathrm{d}x = \int\limits_0^1 \frac{x+2}{(x+2)^2}\,\mathrm{d}x - \int\limits_0^1 \frac{2}{(x+2)^2}\,\mathrm{d}x = \int\limits_0^1 \frac{1}{x+2}\,\mathrm{d}x - \int\limits_0^1 \frac{2}{(x+2)^2}\,\mathrm{d}x =$
$= \ln|x+2|\Big|_0^1 + \frac{2}{x+2}\Big|_0^1 = \ln 3 - \ln 2 - \frac{1}{3}$. Nên $a = -\frac{1}{3}$, $b = -1$, $c = 1$. Suy ra $3a + b + c = -1$

Chọn đáp án (B)..........

☐

Câu 39.

Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Bất phương trình $f(x) < \mathrm{e}^x + m$ đúng với mọi $x \in (-1; 1)$ khi và chỉ khi

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty$

(A) $m \geq f(1) - \mathrm{e}$. (B) $m > f(-1) - \frac{1}{\mathrm{e}}$.

(C) $m \geq f(-1) - \frac{1}{\mathrm{e}}$. (D) $m > f(1) - \mathrm{e}$.

Lời giải:

$f(x) < \mathrm{e}^x + m \iff f(x) - \mathrm{e}^x < m$. Xét $h(x) = f(x) - \mathrm{e}^x, x \in (-1; 1)$.
$h'(x) = f'(x) - \mathrm{e}^x < 0, \forall x \in (-1; 1)$ (Vì $f'(x) < 0, \forall x \in (-1; 1)$ và $\mathrm{e}^x > 0, \forall x \in (-1; 1)$).
$\Rightarrow h(x)$ nghịch biến trên $(-1; 1) \Rightarrow h(-1) > h(x) > h(1), \forall x \in (-1; 1)$.
Để bất phương trình $f(x) < \mathrm{e}^x + m$ đúng với mọi $x \in (-1; 1) \iff m \geq h(-1) \iff m \geq f(-1) - \frac{1}{\mathrm{e}}$.

Chọn đáp án (C)..........

☐

Câu 40. Có hai dãy ghế đối diện nhau, mỗi dãy có ba ghế. Xếp ngẫu nhiên 6 học sinh, gồm 3 nam và 3 nữ, ngồi vào hai dãy ghế đó sao cho mỗi ghế có đúng một học sinh ngồi. Xác suất để mỗi học sinh nam đều ngồi đối diện với một học sinh nữ bằng

(A) $\frac{2}{5}$. (B) $\frac{1}{20}$. (C) $\frac{3}{5}$. (D) $\frac{1}{10}$.

Lời giải:

Số phần tử không gian mẫu là 6!

Xếp HS nam thứ nhất có 6 cách, HS nam thứ nhì có 4 cách, HS nam thứ ba có 2 cách.

Xếp 3 HS nữ vào 3 ghế còn lại có 3! cách

Vậy xác suất là $\frac{6.4.2.3!}{6!} = \frac{288}{720} = \frac{2}{5}$

Chọn đáp án (A)..

□

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-2;4)$, $B(-3;3;-1)$ và mặt phẳng $(P): 2x-y+2z-8=0$. Xét M là điểm thay đổi thuộc (P), giá trị nhỏ nhất của $2MA^2+3MB^2$ bằng

(A) 135. (B) 105. (C) 108. (D) 145.

Lời giải:

Gọi I là điểm thỏa mãn $2\overrightarrow{IA}+3\overrightarrow{IB}=\vec{0}$

$\Rightarrow \begin{cases} 2(x_I-2)+3(x_I+3)=0 \\ 2(y_I+2)+3(y_I-3)=0 \\ 2(z_I-4)+3(z_I+1)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x_1+5=0 \\ 5y_1-5=0 \\ 5z_1-5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1=-1 \\ y_1=1 \\ z_1=1 \end{cases}$. Vậy $I(-1;1;1)$ cố định.

Khi đó $2MA^2+3MB^2 = 2\overrightarrow{MA}^2+3\overrightarrow{MB}^2 = 2\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)^2+3\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)^2 =$

$= 5\overrightarrow{MI}^2+2\overrightarrow{MI}\left(2\overrightarrow{IA}+3\overrightarrow{IB}\right)+2\overrightarrow{IA}^2+3\overrightarrow{IB}^2 = 5MI^2+2IA^2+3IB^2$.

Vậy $2MA^2+3MB^2$ nhỏ nhất thì $5MI^2+2IA^2+3IB^2$ nhỏ nhất hay M là hình chiếu của điểm I trên mặt phẳng (P)

$\Rightarrow \overrightarrow{IM} = k\overrightarrow{n_{(P)}} \Rightarrow \begin{cases} x_M=2k-1 \\ y_M=-k+1 \\ z_M=2k+1 \end{cases}$. Mà $M\in(P) \Rightarrow 2(2k-1)-(-k+1)+2(2k+1)-8=0 \Leftrightarrow$ $9k-9=0 \Leftrightarrow k=1 \Rightarrow M(1;0;3)$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của $2MA^2+3MB^2 = 5MI^2+2IA^2+3IB^2 = 135$.

Chọn đáp án (A)..

□

Câu 42. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|^2 = 2|z+\bar{z}|+4$ và $|z-1-i| = |z-3+3i|$?

(A) 4. (B) 3. (C) 1. (D) 2.

Lời giải:

Gọi $z=x+yi$ $(x;y\in\mathbb{R})$.

$|z|^2 = 2|z+\bar{z}|+4 \iff x^2+y^2=4|x|+4 \iff \left[\begin{array}{ll} x^2+y^2-4x-4=0,\ x\geq 0 & (1) \\ x^2+y^2+4x-4=0,\ x<0 & (2) \end{array}\right.$.

$|z-1-i| = |z-3+3i| \iff (x-1)^2+(y-1)^2 = (x-3)^2+(y+3)^2 \iff 4x=8y+16 \iff x=2y+4 \quad (3)$.

+ Thay (3) vào (1) ta được: $(2y+4)^2+y^2-4(2y+4)-4=0 \iff 5y^2+8y-4=0 \iff$ $\left[\begin{array}{l} y=\frac{2}{5} \Rightarrow x=\frac{24}{5}\ (\text{nhận}) \\ y=-2 \Rightarrow x=0\ (\text{nhận}) \end{array}\right.$.

+ Thay (3) vào (2) ta được: $(2y+4)^2+y^2+4(2y+4)-4=0 \iff 5y^2+24y+28=0 \iff$ $\left[\begin{array}{l} y=-2 \Rightarrow x=0\ (\text{loại}) \\ y=-\frac{14}{5} \Rightarrow x=-\frac{8}{5}\ (\text{nhận}) \end{array}\right.$.

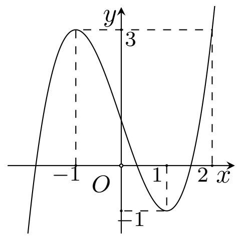
Vậy có 3 số phức thỏa điều kiện.

Chọn đáp án (B)..

□

Câu 43.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(\sin x) = m$ có nghiệm thuộc khoảng $(0;\pi)$ là



Ⓐ $[-1;3)$. .
Ⓑ $(-1;1)$.
Ⓒ $(-1;3)$.
Ⓓ $[-1;1)$.

Lời giải:

Đặt $t = \sin x$. Với $x \in (0;\pi)$ thì $t \in (0;1]$.

Do đó phương trình $f(\sin x) = m$ có nghiệm thuộc khoảng $(0;\pi)$ khi và chỉ khi phương trình $f(t) = m$ có nghiệm thuộc nửa khoảng $(0;1]$.

Quan sát đồ thị ta suy ra điều kiện của tham số m là $m \in [-1;1)$.

Chọn đáp án Ⓓ..

□

Câu 44. Ông A vay ngân hàng 100 triệu đồng với lãi suất 1 %/tháng. Ông ta muốn hoàn nợ cho ngân hàng theo cách: Sau đúng một tháng kể từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ; hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ ở mỗi tháng là như nhau và ông A trả hết nợ sau đúng 5 năm kể từ ngày vay. Biết rằng mỗi tháng ngân hàng chỉ tính lãi trên số dư nợ thực tế của tháng đó. Hỏi số tiền mỗi tháng ông ta cần trả cho ngân hàng gần nhất với số tiền nào dưới đây ?

Ⓐ 2,22 triệu đồng. Ⓑ 3,03 triệu đồng. Ⓒ 2,25 triệu đồng. Ⓓ 2,20 triệu đồng.

Lời giải:

Gọi số tiền vay ban đầu là M, số tiền hoàn nợ mỗi tháng là m, lãi suất một tháng là r.

Hết tháng thứ nhất, số tiền cả vốn lẫn lãi ông A nợ ngân hàng là $M + Mr = M(1+r)$.

Ngay sau đó ông A hoàn nợ số tiền $m$nên số tiền để tính lãi cho tháng thứ hai là $M(1+r) - m$.

Do đó hết tháng thứ hai, số tiền cả vốn lẫn lãi ông A nợ ngân hàng là $[M(1+r) - m](1+r) = M(1+r)^2 - m(1+r)$.

Ngay sau đó ông A lại hoàn nợ số tiền m nên số tiền để tính lãi cho tháng thứ ba là $M(1+r)^2 - m(1+r) - m$.

Do đó hết tháng thứ ba, số tiền cả vốn lẫn lãi ông A nợ ngân hàng là $\left[M(1+r)^2 - m(1+r) - m\right](1+r) = M(1+r)^3 - m(1+r)^2 - m(1+r) - m$.

Cứ tiếp tục lập luận như vậy ta thấy sau tháng thứ n, $n \geq 2$, số tiền cả vốn lẫn lãi ông A nợ ngân hàng là $M(1+r)^n - m(1+r)^{n-1} - m(1+r)^{n-2} - \ldots - m(1+r) - m = M(1+r)^n - \dfrac{m\left[(1+r)^{n-1} - 1\right]}{r}$.

Sau tháng thứ n trả hết nợ thì ta có $M(1+r)^n - \dfrac{m\left[(1+r)^{n-1} - 1\right]}{r} = 0 \Leftrightarrow m = \dfrac{M(1+r)^n r}{(1+r)^n - 1}$.

Thay số với $M = 100.000.000$, $r = 1\%$, $n = 5 \times 12 = 60$ ta được $m \approx 2,22$ (triệu đồng).

Chọn đáp án Ⓐ..

□

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $E(2;1;3)$, mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 3 = 0$ và mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y-2)^2 + (z-5)^2 = 36$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua E, nằm trong (P) và cắt (S) tại hai điểm có khoảng cách nhỏ nhất. Phương trình của Δ là

Ⓐ $\begin{cases} x = 2 + 9t \\ y = 1 + 9t \\ z = 3 + 8t \end{cases}$. Ⓑ $\begin{cases} x = 2 - 5t \\ y = 1 + 3t \\ z = 3 \end{cases}$. Ⓒ $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = 3 \end{cases}$. Ⓓ $\begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = 1 + 3t \\ z = 3 - 3t \end{cases}$.

Lời giải:

Mặt cầu (S) có tâm $I(3;2;5)$ và bán kính $R = 6$. $IE = \sqrt{1^2 + 1^2 + 2^2} = \sqrt{6} < R \Rightarrow$ điểm E nằm trong mặt cầu (S).

Gọi H là hình chiếu của I trên mặt phẳng (P), A và B là hai giao điểm của Δ với (S).

Khi đó, AB nhỏ nhất $\Leftrightarrow AB \perp OE$, mà $AB \perp IH$ nên $AB \perp (HIE) \Rightarrow AB \perp IE$.

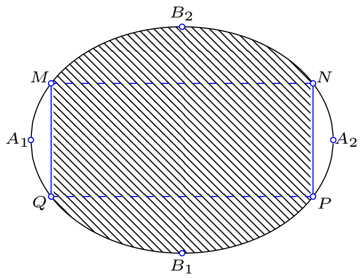
Suy ra: $\overrightarrow{u_\Delta} = \left[\overrightarrow{n_P}; \overrightarrow{EI}\right] = (5;-5;0) = 5(1;-1;0)$.

Vậy phương trình của Δ là $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = 3 \end{cases}$.

Chọn đáp án (C)..

□

Câu 46.
Một biển quảng cáo có dạng hình elip với bốn đỉnh A_1, A_2, B_1, B_2 như hình vẽ bên. Biết chi phí để sơn phần tô đậm là 200.000 đồng/m^2 và phần còn lại là 100.000 đồng/m^2. Hỏi số tiền để sơn theo cách trên gần nhất với số tiền nào dưới đây, biết $A_1A_2 = 8\text{m}$, $B_1B_2 = 6\text{m}$ và tứ giác $MNPQ$ là hình chữ nhật có $MQ = 3\text{m}$?



(A) 7.322.000 đồng. (B) 7.213.000 đồng.
(C) 5.526.000 đồng. (D) 5.782.000 đồng.

Lời giải:

Giả sử phương trình elip $(E) : \dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$. Theo giả thiết ta có $\begin{cases} A_1A_2 = 8 \\ B_1B_2 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a = 8 \\ 2b = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ a = 3 \end{cases} \Rightarrow$
$(E) : \dfrac{x^2}{16} + \dfrac{y^2}{9} = 1 \Rightarrow y = \pm\dfrac{3}{4}\sqrt{16 - x^2}$.

Diện tích của elip (E) là $S_{(E)} = \pi ab = 12\pi \ (m^2)$. Ta có: $MQ = 3 \Rightarrow \begin{cases} M = d \cap (E) \\ N = d \cap (E) \end{cases}$ với $d : y = \dfrac{3}{2}$
$\Rightarrow M\left(-2\sqrt{3}; \dfrac{3}{2}\right)$ và $N\left(2\sqrt{3}; \dfrac{3}{2}\right)$.

Khi đó, diện tích phần không tô màu là $S = 4\displaystyle\int\limits_{2\sqrt{3}}^{4}\left(\dfrac{3}{4}\sqrt{16 - x^2}\right)\mathrm{d}x = 4\pi - 6\sqrt{3}(m^2)$.

Diện tích phần tô màu là $S' = S_{(E)} - S = 8\pi + 6\sqrt{3}$.

Số tiền để sơn theo yêu cầu bài toán là $T = 100.000 \times \left(4\pi - 6\sqrt{3}\right) + 200.000 \times \left(8\pi + 6\sqrt{3}\right) \approx 7.322.000$ đồng.

Chọn đáp án (A)..

□

Câu 47. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 1. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AA' và BB'. Đường thẳng CM cắt đường thẳng $C'A'$ tại P, đường thẳng CN cắt đường thẳng $C'B'$ tại Q. Thể tích của khối đa diện lồi $A'MPB'NQ$ bằng

(A) 1. (B) $\dfrac{1}{3}$. (C) $\dfrac{1}{2}$. (D) $\dfrac{2}{3}$.

Lời giải:

Gọi I là trung điểm của CC', h là chiều cao của lăng trụ $ABC.A'B'C'$

Ta có $V_{C.C'PQ} = \dfrac{1}{3}.h.S_{\Delta C'PQ} = \dfrac{1}{3}.h.4S_{\Delta C'A'B'} = \dfrac{4}{3}V_{ABC.A'B'C'} = \dfrac{4}{3}$.

$V_{MNI.A'B'C'} = \dfrac{1}{2}V_{ABC.A'B'C'} = \dfrac{1}{2}$.

$V_{C.MNI} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{h}{2}.S_{MNI} = \dfrac{1}{6}V_{ABC.A'B'C'} = \dfrac{1}{6}$.

Suy ra $V_{A'MPB'NQ} = V_{C.C'PQ} - (V_{MNI.A'B'C'} + V_{C.MNI}) = \dfrac{2}{3}$.

Chọn đáp án (D)..

□

Câu 48. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		1		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y = 3f(x+2) - x^3 + 3x$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?

A $(1; +\infty)$. **B** $(-\infty; -1)$. **C** $(-1; 0)$. **D** $(0; 2)$.

Lời giải:

Ta có $y' = 3f'(x+2) - 3x^2 + 3$, $y' = 0 \Leftrightarrow f'(x+2) - x^2 + 1 = 0 \quad (1)$

Đặt $t = x+2$, khi đó $(1) \Leftrightarrow f'(t) + \left(-t^2 + 4t - 3\right) = 0$ Để hàm số đồng biến thì $y' > 0$

Ta chọn t sao cho $\begin{cases} f'(t) > 0 \\ -t^2 + 4t - 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 < t < 2 \vee 2 < t < 3 \vee t > 4 \\ 1 < t < 3 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 1 < t < 2 \\ 2 < t < 3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -1 < x < 0 \\ 0 < x < 1 \end{array}\right.$.

Chọn đáp án C ....

□

Câu 49. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $m^2\left(x^4 - 1\right) + m\left(x^2 - 1\right) - (x - 1) \geq 0$ đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$. Tổng giá trị của tất cả các phần tử thuộc S bằng

A $-\dfrac{3}{2}$. **B** 1. **C** $-\dfrac{1}{2}$. **D** $\dfrac{1}{2}$.

Lời giải:

Bất phương trình $m^2\left(x^4 - 1\right) + m\left(x^2 - 1\right) - 6(x - 1) \geq 0 \Leftrightarrow (x - 1)\left[m^2\left(x^3 + x^2 + x + 1\right) + m(x + 1) - 6\right] \geq 0 \ (*)$

Ta thấy $x = 1$ là một nghiệm của bất phương trình $(*)$, với mọi $m \in \mathbb{R}$.

Do đó, để bất phương trình $(*)$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ thì ta phải có $x = 1$ là một nghiệm bội lẻ của $g(x) = m^2\left(x^3 + x^2 + x + 1\right) + m(x + 1) - 6$.

Từ đó suy ra $\begin{cases} g(1) = 0 \\ g'(1) \neq 0 \end{cases} \iff \begin{cases} 4m^2 + 2m - 6 = 0 \\ 6m^2 + m \neq 0 \end{cases} \iff m = 1 \vee m = -\dfrac{3}{2}$.

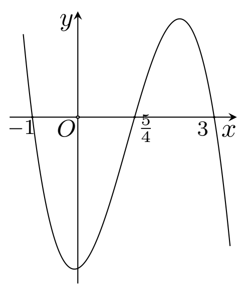
Thử lại ta thấy $m = 1$ và $m = -\dfrac{3}{2}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán. Vậy $S = \left\{1; -\dfrac{3}{2}\right\}$.

Chọn đáp án C ....

□

Câu 50.

Cho hàm số $f(x) = mx^4 + nx^3 + px^2 + qx + r$ $(m, n, p, q, r \in \mathbb{R})$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tập nghiệm của phương trình $f(x) = r$ có số phần tử là



A 4. . **B** 3.

C 1. **D** 2.

Lời giải:

Ta có $f'(x) = 4mx^3 + 3nx^2 + 2px + q \ (1)$

Dựa vào đồ thị $y = f'(x)$ ta thấy phương trình $f'(x) = 0$ có ba nghiệm đơn là -1, $\dfrac{5}{4}$, 3.

Do đó $f'(x) = m(x + 1)(4x - 5)(x - 3)$ và $m \neq 0$. Hay $f'(x) = 4mx^3 - 13mx^2 - 2mx + 15m \ (2)$.

Từ (1) và (2) suy ra $n = -\dfrac{13}{3}m$, $p = -m$ và $q = 15m$.

Khi đó phương trình $f(x) = r \iff mx^4 + nx^3 + px^2 + qx = 0 \iff m\left(x^4 - \dfrac{13}{3}x^3 - x^2 + 15x\right) = 0$

$\iff 3x^4 - 13x^3 - 3x^2 + 45x = 0 \iff x(3x + 5)(x - 3)^2 = 0$

Vậy tập nghiệm của phương trình $f(x) = r$ là $S = \left\{-\dfrac{5}{3}; 0; 3\right\}$.

Chọn đáp án B ....

□

—HẾT—

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

1. A	2. D	3. A	4. D	5. B	6. C	7. A	8. B	9. C	10. B
11. C	12. A	13. B	14. D	15. B	16. D	17. A	18. D	19. B	20. B
21. A	22. B	23. C	24. D	25. A	26. C	27. A	28. D	29. A	30. D
31. A	32. C	33. D	34. A	35. C	36. C	37. D	38. B	39. C	40. A
41. A	42. B	43. D	44. A	45. C	46. A	47. D	48. C	49. C	50. B

BỘ ĐỀ ÔN THI THPTQG

ĐỀ 2

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2020
Môn Toán;
Thời gian làm bài: 90 phút.

NỘI DUNG ĐỀ

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x+2y+3z-1=0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P)?

(A) $\vec{n}_3=(1;2;-1)$. (B) $\vec{n}_4=(1;2;3)$. (C) $\vec{n}_1=(1;3;-1)$. (D) $\vec{n}_2=(2;3;-1)$.

Lời giải:

Từ phương trình mặt phẳng (P) suy ra một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng là $\vec{n}_4=(1;2;3)$.

Chọn đáp án (B) ....

□

Câu 2. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_5 a^2$ bằng

(A) $2\log_5 a$. (B) $2+\log_5 a$. (C) $\dfrac{1}{2}+\log_5 a$. (D) $\dfrac{1}{2}\log_5 a$.

Lời giải:

Vì a là số thực dương nên ta có $\log_5 a^2 = 2\log_5 a$.

Chọn đáp án (A) ....

□

Câu 3. Cho hàm số có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	1	↗	3	↘	1	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(-2;0)$. (B) $(2;+\infty)$. (C) $(0;2)$. (D) $(0;+\infty)$.

Lời giải:

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy trên khoảng $f'(x)<0$, $\forall x\in(0;2)$.
Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

Chọn đáp án (C) ....

□

Câu 4. Nghiệm của phương trình $3^{2x-1}=27$ là

(A) $x=5$. (B) $x=1$. (C) $x=2$. (D) $x=4$.

Lời giải:

Ta có $3^{2x-1}=27 \Leftrightarrow 3^{2x-1}=3^3 \Leftrightarrow 2x-1=3 \Leftrightarrow x=2$.

Chọn đáp án (C) ....

□

Câu 5. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=3$ và $u_2=9$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

(A) -6. (B) 3. (C) 12. (D) 6.

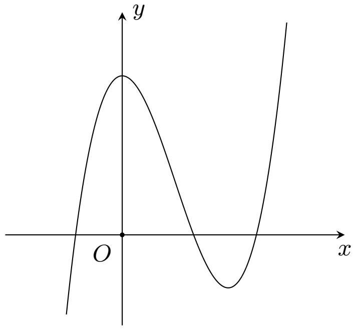
Lời giải:

Ta có $d=u_2-u_1=6$.

Chọn đáp án (D) ....

□

Câu 6.
Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?



(A) $y = x^3 - 3x^2 + 3$. (B) $y = -x^3 + 3x^2 + 3$.
(C) $y = x^4 - 2x^2 + 3$. (D) $y = -x^4 + 2x^2 + 3$.

Lời giải:
Đường cong đã cho là đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với $a > 0$.
Vậy hàm số thỏa mãn là $y = x^3 - 3x^2 + 3$.

Chọn đáp án (A)..
□

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-2}{-1} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z+3}{1}$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của d?

(A) $\vec{u}_2 = (2; 1; 1)$. (B) $\vec{u}_4 = (1; 2; -3)$. (C) $\vec{u}_3 = (-1; 2; 1)$. (D) $\vec{u}_1 = (2; 1; -3)$.

Lời giải:
Một véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u}_3 = (-1; 2; 1)$.

Chọn đáp án (C)..
□

Câu 8. Thể tích của khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r là

(A) $\dfrac{1}{3}\pi r^2 h$. (B) $\pi r^2 h$. (C) $\dfrac{4}{3}\pi r^2 h$. (D) $2\pi r^2 h$.

Lời giải:
Thể tích của khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r là $V = \dfrac{1}{3}\pi r^2 h$.

Chọn đáp án (A)..
□

Câu 9. Số cách chọn 2 học sinh từ 7 học sinh là

(A) 2^7. (B) A_7^2. (C) C_7^2. (D) 7^2.

Lời giải:
Mỗi cách chọn 2 học sinh từ 7 học sinh là một tổ hợp chập 2 của 7 phần tử.
Vậy số cách chọn 2 học sinh từ 7 học sinh là C_7^2.

Chọn đáp án (C)..
□

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; 1; -1)$ trên trục Oz có tọa độ là

(A) $(2; 1; 0)$. (B) $(0; 0; -1)$. (C) $(2; 0; 0)$. (D) $(0; 1; 0)$.

Lời giải:
Hình chiếu vuông góc của điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ trên trục Oz là $M'(0; 0; z_0)$.
Suy ra hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; 1; -1)$ trên trục Oz là $(0; 0; -1)$.

Chọn đáp án (B)..
□

Câu 11. Biết $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = -2$ và $\displaystyle\int_0^1 g(x)\,\mathrm{d}x = 3$, khi đó $\displaystyle\int_0^1 [f(x) - g(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) -5. (B) 5. (C) -1. (D) 1.

Lời giải:

Ta có $\int\limits_0^1 [f(x) - g(x)]\,\mathrm{d}x = \int\limits_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x - \int\limits_0^1 g(x)\,\mathrm{d}x = -2 - 3 = -5.$

Chọn đáp án (A) ....

□

Câu 12. Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy B và có chiều cao h là

(A) $3Bh$. (B) Bh. (C) $\frac{4}{3}Bh$. (D) $\frac{1}{3}Bh$.

Lời giải:

Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy B và có chiều cao h là $V = Bh$.

Chọn đáp án (B) ....

□

Câu 13. Số phức liên hợp của số phức $3 - 4i$ là

(A) $-3 - 4i$. (B) $-3 + 4i$. (C) $3 + 4i$. (D) $-4 + 3i$.

Lời giải:

Số phức liên hợp của số phức $a + bi$ là số phức $a - bi$.

Vậy số phức liên hợp của số phức $3 - 4i$ là số phức $3 + 4i$.

Chọn đáp án (C) ....

□

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

(A) $x = 2$. (B) $x = 1$. (C) $x = -1$. (D) $x = -3$.

Lời giải:

Theo bảng biến thiên, ta thấy $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương khi x đi qua điểm $x = -1$.

Vậy hàm số đã cho đạt cực tiểu tại điểm $x = -1$.

Chọn đáp án (C) ....

□

Câu 15. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 5$ là

(A) $x^2 + 5x + C$. (B) $2x^2 + 5x + C$. (C) $2x^2 + C$. (D) $x^2 + C$.

Lời giải:

Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 5$ là $F(x) = x^2 + 5x + C$.

Chọn đáp án (A) ....

□

Câu 16. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) - 3 = 0$ là

(A) 2. (B) 1. (C) 4. (D) 3.

Lời giải:

Ta có $2f(x) - 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \dfrac{3}{2}$.

Số nghiệm của phương trình bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = \dfrac{3}{2}$.
Dựa vào bảng biến thiên của $f(x)$ ta có số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = \dfrac{3}{2}$ là 4. Do đó phương trình đã cho có 4 nghiệm.

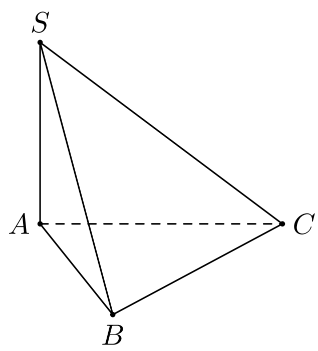
Chọn đáp án (C) ....

□

Câu 17.

Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA = 2a$, tam giác ABC vuông tại B, $AB = a\sqrt{3}$ và $BC = a$ (minh họa như hình vẽ bên). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng

(A) 90°. (B) 45°. (C) 30°. (D) 60°.



Lời giải:

Ta có $SA \perp (ABC)$ nên AC là hình chiếu của SC lên mặt phẳng (ABC).
Do đó $(SC, (ABC)) = (SC, AC) = \widehat{SCA}$.
Tam giác ABC vuông tại B, $AB = a\sqrt{3}$ và $BC = a$ nên $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{4a^2} = 2a$.
Do đó tam giác SAC vuông cân tại A nên $\widehat{SCA} = 45^\circ$.
Vậy $(SC, (ABC)) = 45^\circ$.

Chọn đáp án (B) ....

□

Câu 18. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 6z + 10 = 0$. Giá trị của $z_1^2 + z_2^2$ bằng

(A) 16. (B) 56. (C) 20. (D) 26.

Lời giải:

Áp dụng định lý Vi-ét cho phương trình trên ta được $\begin{cases} z_1 + z_2 = 6 \\ z_1 z_2 = 10. \end{cases}$

Khi đó ta có $z_1^2 + z_2^2 = (z_1 + z_2)^2 - 2z_1 z_2 = 36 - 20 = 16$.

Chọn đáp án (A) ....

□

Câu 19. Hàm số $y = 2^{x^2 - 3x}$ có đạo hàm là

(A) $(2x - 3) \cdot 2^{x^2-3x} \cdot \ln 2$. (B) $2^{x^2-3x} \cdot \ln 2$.
(C) $(2x - 3) \cdot 2^{x^2-3x}$. (D) $(x^2 - 3x) \cdot 2^{x^2-3x+1}$.

Lời giải:

Ta có $y' = \left(2^{x^2-3x}\right)' = (2x - 3) \cdot 2^{x^2-3x} \cdot \ln 2$.

Chọn đáp án (A) ....

□

Câu 20. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 2$ trên đoạn $[-3; 3]$ là

(A) -16. (B) 20. (C) 0. (D) 4.

Lời giải:

Hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 2$ có tập xác định $\mathbb{R}$, $f'(x) = 3x^2 - 3$.
Cho $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1 \in [-3; 3]$.
Ta có $f(1) = 0; f(-1) = 4; f(3) = 20; f(-3) = -16$.
Từ đó suy ra $\max\limits_{[-3;3]} f(x) = f(3) = 20$.

Chọn đáp án B ....

□

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2z - 7 = 0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

A $\sqrt{7}$. **B** 9. **C** 3. **D** $\sqrt{15}$.

Lời giải:

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2z - 7 = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 2 \cdot (-1) \cdot x + 2 \cdot 0 \cdot y - 2 \cdot 1 \cdot z - 7 = 0.$$

Suy ra $a = -1, b = 0, c = 1, d = -7$.
Vậy tâm mặt cầu $I(-1; 0; 1)$ bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = \sqrt{(-1)^2 + 0^2 + 1^2 + 7} = 3$.

Chọn đáp án C ....

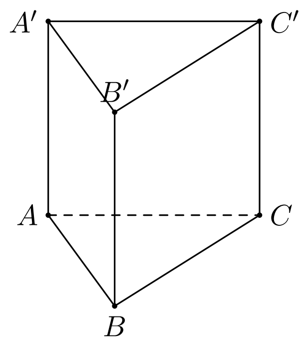
□

Câu 22.

Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a và $AA' = \sqrt{3}a$ (minh họa hình vẽ bên). Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A $\dfrac{3a^3}{4}$. **B** $\dfrac{3a^3}{2}$.

C $\dfrac{a^3}{4}$. **D** $\dfrac{a^3}{2}$.



Lời giải:

Ta có $S_{ABC} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$; $AA' = a\sqrt{3}$.

Từ đó suy ra $V = a\sqrt{3} \cdot a^2 \dfrac{\sqrt{3}}{4} = \dfrac{3a^3}{4}$.

Chọn đáp án A ....

□

Câu 23. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x+2)^2$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A 0. **B** 3. **C** 2. **D** 1.

Lời giải:

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$			f_{CT}	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho có đúng một điểm cực trị đó là điểm cực tiểu $x = 0$.

Chọn đáp án D ....

□

Câu 24. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $a^4b = 16$. Giá trị của $4\log_2 a + \log_2 b$ bằng

Ⓐ 4. Ⓑ 2. Ⓒ 16. Ⓓ 8.

Lời giải:

Ta có $4\log_2 a + \log_2 b = \log_2 a^4 + \log_2 b = \log_2(a^4b) = \log_2 16 = \log_2 2^4 = 4$.

Chọn đáp án Ⓐ ....

□

Câu 25. Cho hai số phức $z_1 = 1 - i$ và $z_2 = 1 + 2i$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm biểu diễn số phức $3z_1 + z_2$ có tọa độ là

Ⓐ $(4; -1)$. Ⓑ $(-1; 4)$. Ⓒ $(4; 1)$. Ⓓ $(1; 4)$.

Lời giải:

Ta có $3z_1 + z_2 = 3(1 - i) + (1 + 2i) = 4 - i$. Suy ra, tọa độ điểm biểu diễn là $(4; -1)$.

Chọn đáp án Ⓐ ....

□

Câu 26. Nghiệm của phương trình $\log_3(x + 1) + 1 = \log_3(4x + 1)$ là

Ⓐ $x = 3$. Ⓑ $x = -3$. Ⓒ $x = 4$. Ⓓ $x = 2$.

Lời giải:

Điều kiện $x > -\dfrac{1}{4}$. Ta có

$$\log_3(x+1) + 1 = \log_3(4x+1) \Leftrightarrow \begin{cases} x > \dfrac{-1}{4} \\ 3(x+1) = 4x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \dfrac{-1}{4} \\ x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2.$$

Vậy nghiệm của phương trình là $x = 2$.

Chọn đáp án Ⓓ ....

□

Câu 27. Một cơ sở sản xuất có hai bể nước hình trụ có chiều cao bằng nhau, bán kính đáy lần lượt bằng 1 m và 1,2 m. Chủ cơ sở dự định làm một bể nước mới, hình trụ, có cùng chiều cao và có thể tích bằng tổng thể tích của hai bể nước trên. Bán kính đáy của bể nước dự định làm **gần nhất** với kết quả nào dưới đây?

Ⓐ 1,8 m. Ⓑ 1,4 m. Ⓒ 2,2 m. Ⓓ 1,6 m.

Lời giải:

Gọi R_1, R_2, R lần lượt là bán kính của trụ thứ nhất, thứ hai và dự kiến sẽ làm, ta có

$$V = V_1 + V_2 = \pi R^2 h \Leftrightarrow \pi R_1^2 h + \pi R_2^2 h \Leftrightarrow R^2 = R_1^2 + R_2^2$$
$$\Rightarrow \quad R = \sqrt{R_1^2 + R_2^2} = \sqrt{1^2 + (1{,}2)^2} \approx 1{,}56 \text{ (m)}.$$

Vậy giá trị cần tìm là 1,6 m.

Chọn đáp án Ⓓ ....

□

Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	2	↘	-4 ‖ $+\infty$	↘	-2	↗	$+\infty$

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

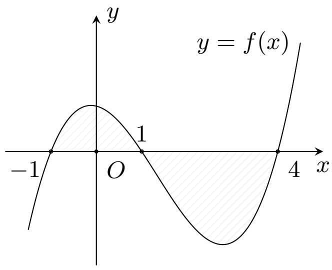
Ⓐ 4. Ⓑ 1. Ⓒ 3. Ⓓ 2.

Lời giải:
Hàm số $y=f(x)$ có tập xác định $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{0\}$.
Ta có
$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ suy ra không tồn tại tiệm cận ngang khi $x\to+\infty$.
$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=2$, suy ra đồ thị hàm số $y=f(x)$ có tiệm cận ngang $y=2$.
$\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=+\infty$; $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=-4$, suy ra đồ thị hàm số $y=f(x)$ có tiệm cận đứng $x=0$.
Vậy tổng số tiệm cận đứng và ngang là 2.

Chọn đáp án D ....

□

Câu 29. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)$, $y=0$, $x=-1$ và $x=4$ (như hình vẽ bên dưới). Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A) $S=-\int\limits_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x+\int\limits_{1}^{4} f(x)\,\mathrm{d}x$.

B) $S=\int\limits_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x-\int\limits_{1}^{4} f(x)\,\mathrm{d}x$.

C) $S=\int\limits_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x+\int\limits_{1}^{4} f(x)\,\mathrm{d}x$.

D) $S=-\int\limits_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x-\int\limits_{1}^{4} f(x)\,\mathrm{d}x$.

Lời giải:
Ta có hàm số $f(x)\geq 0 \forall x\in[-1;1]; f(x)\leq 0 \forall x\in[1;4]$, nên

$$S=\int\limits_{-1}^{4}|f(x)|\,\mathrm{d}x=\int\limits_{-1}^{1}|f(x)|\,\mathrm{d}x+\int\limits_{1}^{4}|f(x)|\,\mathrm{d}x=\int\limits_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x-\int\limits_{1}^{4} f(x)\,\mathrm{d}x.$$

Chọn đáp án B ....

□

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;0)$ và $B(5;1;-1)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A) $2x-y-z+5=0$.

B) $2x-y-z-5=0$.

C) $x+y+2z-3=0$.

D) $3x+2y-z-14=0$.

Lời giải:
Gọi (P) là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB, do đó (P) đi qua trung điểm $I(3;2;-1)$ của AB, có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}=(2;-1;-1)$.
Suy ra $(P)\colon 2(x-3)-1(y-2)-1(z+1)=0 \Leftrightarrow 2x-y-z-5=0$.

Chọn đáp án B ....

□

Câu 31. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{2x-1}{(x+1)^2}$ trên khoảng$(-1;+\infty)$ là

A) $2\ln(x+1)+\dfrac{2}{x+1}+C$.

B) $2\ln(x+1)+\dfrac{3}{x+1}+C$.

C) $2\ln(x+1)-\dfrac{2}{x+1}+C$.

D) $2\ln(x+1)-\dfrac{3}{x+1}+C$.

Lời giải:

Ta có

$$\int f(x)\,\mathrm{d}x = \int \frac{2x-1}{(x+1)^2}\,\mathrm{d}x = \int \frac{2(x+1)-3}{(x+1)^2}\,\mathrm{d}x$$
$$= \int \left[\frac{2}{x+1} - \frac{3}{(x+1)^2}\right]\mathrm{d}x = 2\ln(x+1) + \frac{3}{x+1} + C.$$

Chọn đáp án (B) ....

□

Câu 32. Cho hàm số $f(x)$. Biết $f(0) = 4$ và $f'(x) = 2\cos^2 x + 1$, $\forall x \in \mathbb{R}$, khi đó $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) $\frac{\pi^2+4}{16}$. (B) $\frac{\pi^2+14\pi}{16}$. (C) $\frac{\pi^2+16\pi+4}{16}$. (D) $\frac{\pi^2+16\pi+16}{16}$.

Lời giải:

Ta có $f(x) = \int f'(x)\,\mathrm{d}x = \int \left(2\cos^2 x + 1\right)\mathrm{d}x = \int (2+\cos 2x)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\sin 2x + 2x + C$.

Vì $f(0) = 4 \Rightarrow C = 4 \Rightarrow f(x) = \frac{1}{2}\sin 2x + 2x + 4$.

Vậy $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)\,\mathrm{d}x = \int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} \left(\frac{1}{2}\sin 2x + 2x + 4\right)\mathrm{d}x = \left(-\frac{1}{4}cos2x + x^2 + 4x\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{\pi^2+16\pi+4}{16}$.

Chọn đáp án (C) ....

□

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;2;0)$, $B(2;0;2)$, $C(2;-1;3)$, $D(1;1;3)$. Đường thẳng đi qua C và vuông góc với mặt phẳng (ABD) có phương trình là

(A) $\begin{cases} x=-2-4t \\ y=-2-3t \\ z=2-t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x=2+4t \\ y=-1+3t \\ z=3-t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x=-2+4t \\ y=-4+3t \\ z=2+t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x=4+2t \\ y=3-t \\ z=1+3t \end{cases}$.

Lời giải:

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1;-2;2)$, $\overrightarrow{AD} = (0;-1;3) \Rightarrow \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}\right] = (-4;-3;-1)$.

Đường thẳng qua $C(2;-1;3)$ và vuông góc với mặt phẳng (ABD) có phương trình

$$\begin{cases} x=2+4t \\ y=-4+3t \\ z=2+t. \end{cases}$$

Chọn đáp án (C) ....

□

Câu 34. Cho số phức z thỏa mãn $3\left(\overline{z}+i\right) - (2-i)z = 3+10i$. Mô-đun của z bằng

(A) 3. (B) 5. (C) $\sqrt{5}$. (D) $\sqrt{3}$.

Lời giải:

Đặt $z = x + yi$, $(x,\ y \in \mathbb{R})$

$3\left(\overline{z}+i\right) - (2-i)z = 3+10i$

$\Leftrightarrow 3(x-yi+i) - (2-i)(x+yi) = 3+10i$

$\Leftrightarrow x - y + (x-5y+3)i = 3+10i$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x-y=3 \\ x-5y+3=10 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$

Do đó $z = 2 - i$

Vậy $|z| = \sqrt{5}$.

Chọn đáp án C

☐

Câu 35. Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
f'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y = f(3-2x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(4;+\infty)$. B. $(-2;1)$. C. $(2;4)$. D. $(1;2)$.

Lời giải:

Ta có $y' = -2 \cdot f'(3-2x)$.

Hàm số nghịch biến khi

$$y' \le 0 \Leftrightarrow -2 \cdot f'(3-2x) \le 0 \Leftrightarrow f'(3-2x) \ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -3 \le 3-2x \le -1 \\ 3-2x \ge 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2 \le x \le 3 \\ x \le 1. \end{array}\right.$$

Vì hàm số nghịch biến trên $(-\infty;1)$ nên nghịch biến trên $(-2;1)$.

Chọn đáp án B

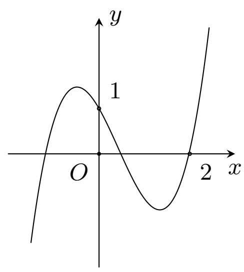
☐

Câu 36.

Cho hàm số $y = f(x)$, hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Bất phương trình $f(x) < x + m$ (m là tham số thực) nghiệm đúng với mọi $x \in (0;2)$ khi và chỉ khi

A. $m \ge f(2) - 2$. B. $m \ge f(0)$.

C. $m > f(2) - 2$. D. $m > f(0)$.



Lời giải:

Ta có $f(x) < x + m \Leftrightarrow f(x) - x < m$.

Đặt $g(x) = f(x) - x$ xét trên khoảng $(0;2)$. Do đó $g'(x) = f'(x) - 1$.

Từ đồ thị ta thấy $g'(x) = f'(x) - 1 < 0$ với mọi $x \in (0;2)$. Suy ra hàm số $g(x) = f(x) - x$ luôn nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

Bất phương trình $f(x) < x + m$ (m là tham số thực) nghiệm đúng với mọi $x \in (0;2)$ khi và chỉ khi $m \ge \lim\limits_{x \to 0} g(x) = f(0)$.

Chọn đáp án B

☐

Câu 37. Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 25 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn là

A. $\dfrac{1}{2}$. B. $\dfrac{13}{25}$. C. $\dfrac{12}{25}$. D. $\dfrac{313}{625}$.

Lời giải:

Số cách chọn hai số khác nhau từ 25 số nguyên dương đầu tiên là $\mathrm{C}_{25}^2 = 300 \Rightarrow n(\Omega) = 300$.

Gọi A là biến cố "Tổng hai số được chọn là một số chẵn". Ta có hai trường hợp

- Trường hợp 1: Chọn 2 số chẵn từ 12 số chẵn có $\mathrm{C}_{12}^2 = 66$ cách.
- Trường hợp 2: Chọn 2 số lẻ từ 13 số lẻ có $\mathrm{C}_{13}^2 = 78$ cách.

Do đó $n(A) = 66 + 78 = 144$.

Vậy xác suất cần tìm là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{144}{300} = \dfrac{12}{25}$.

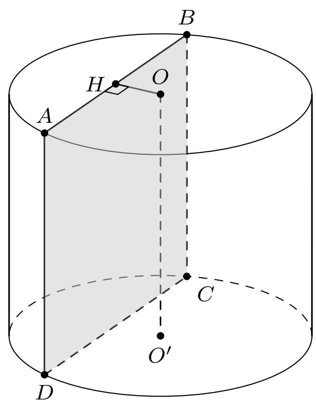
Chọn đáp án (C)

☐

Câu 38. Cho hình trụ có chiều cao bằng $5\sqrt{3}$. Cắt hình trụ đã cho bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 1, thiết diện thu được có diện tích bằng 30. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

(A) $10\sqrt{3}\pi$. (B) $5\sqrt{39}\pi$. (C) $20\sqrt{3}\pi$. (D) $10\sqrt{39}\pi$.

Lời giải:



Gọi O, O' lần lượt là tâm của hai đáy và $ABCD$ là thiết diện song song với trục với $A,\ B \in (O)$; $C,\ D \in (O')$.
Gọi H là trung điểm của $AB \Rightarrow OH = \mathrm{d}(OO', (ABCD)) = 1$.
Vì $S_{ABCD} = 30 \Leftrightarrow AB \cdot BC = 30$.
Suy ra $AB = \dfrac{30}{5\sqrt{3}} = 2\sqrt{3} \Rightarrow HA = HB = \sqrt{3}$.
Bán kính của đáy là $r = \sqrt{OH^2 + HA^2} = \sqrt{3+1} = 2$.
Diện tích xung quanh của hình trụ

$$S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi \cdot 2 \cdot 5\sqrt{3} = 20\sqrt{3}\pi.$$

Chọn đáp án (C)

☐

Câu 39. Cho phương trình $\log_9 x^2 - \log_3(3x-1) = -\log_3 m$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình đã cho có nghiệm?

(A) 2. (B) 4. (C) 3. (D) Vô số.

Lời giải:

Điều kiện $x > \dfrac{1}{3}$ và $m > 0$.
Phương trình đã cho tương đương: $\log_3 x - \log_3(3x-1) = \log_3 \dfrac{1}{m} \Leftrightarrow \dfrac{x}{3x-1} = \dfrac{1}{m}$
Xét hàm số $f(x) = \dfrac{x}{3x-1}$ với $x > \dfrac{1}{3}$.
Có $f'(x) = -\dfrac{1}{(3x-1)^2} < 0$, $\forall x > \dfrac{1}{3}$

x	$\frac{1}{3}$	$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$
$f(x)$	‖ $+\infty$	$\searrow$ $\frac{1}{3}$

Dựa vào bảng biến thiên, phương trình có nghiệm khi $\dfrac{1}{m} > \dfrac{1}{3} \Leftrightarrow 0 < m < 3$.
Do $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{1, 2\}$.

Chọn đáp án (A)

☐

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBD) bằng

(A) $\dfrac{\sqrt{21}a}{14}$. (B) $\dfrac{\sqrt{21}a}{7}$. (C) $\dfrac{\sqrt{2}a}{2}$. (D) $\dfrac{\sqrt{21}a}{28}$.

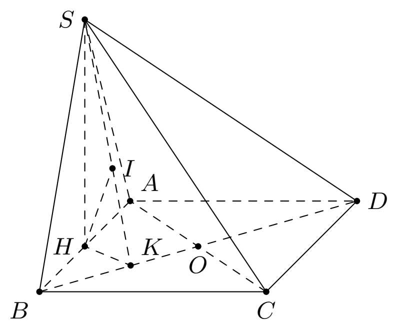
Lời giải:

Gọi H là trung điểm của AB. Khi đó, $SH \perp (ABCD)$.
Gọi O là giao điểm của AC và BD suy ra $AC \perp BD$. Kẻ $HK \perp BD$ tại K (K là trung điểm BO).
Kẻ $HI \perp SH$ tại I. Khi đó: $\mathrm{d}(A,(SBD)) = 2\mathrm{d}(H,(SBD)) = 2HI$.

Xét tam giác SHK, có: $SH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$, $HK = \dfrac{1}{2}AO = \dfrac{a\sqrt{2}}{4}$.

Khi đó: $\dfrac{1}{HI^2} = \dfrac{1}{SH^2} + \dfrac{1}{HK^2} = \dfrac{28}{3a^2} \Rightarrow HI = \dfrac{a\sqrt{21}}{14}$.

Suy ra: $\mathrm{d}(A,(SBD)) = 2HI = \dfrac{a\sqrt{21}}{7}$.



Chọn đáp án B ....

□

Câu 41. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f(4) = 1$ và $\int\limits_0^1 xf(4x)\,\mathrm{d}x = 1$, khi đó $\int\limits_0^4 x^2 f'(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A $\dfrac{31}{2}$. **B** -16. **C** 8. **D** 14.

Lời giải:

Xét $\int\limits_0^1 xf(4x)\,\mathrm{d}x = 1$. Đặt $t = 4x \Rightarrow \int\limits_0^4 \dfrac{1}{4}t \cdot f(t) \cdot \dfrac{1}{4}\,\mathrm{d}t = 1 \Rightarrow \int\limits_0^4 t \cdot f(t)\,\mathrm{d}t = 16 \Rightarrow \int\limits_0^4 x \cdot f(x)\,\mathrm{d}x = 16$.

Xét $I = \int\limits_0^4 x^2 f'(x)\,\mathrm{d}x = \int\limits_0^4 x^2 \mathrm{d}f(x)$

Suy ra: $I = x^2 \cdot f(x)\Big|_0^4 - \int\limits_0^4 2x \cdot f(x)\,\mathrm{d}x = 4^2 f(4) - 2 \cdot 16 = -16$.

Chọn đáp án B ....

□

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;4;-3)$. Xét đường thẳng d thay đổi, song song với trục Oz và cách trục Oz một khoảng bằng 3. Khi khoảng cách từ A đến d nhỏ nhất, d đi qua điểm nào dưới đây?

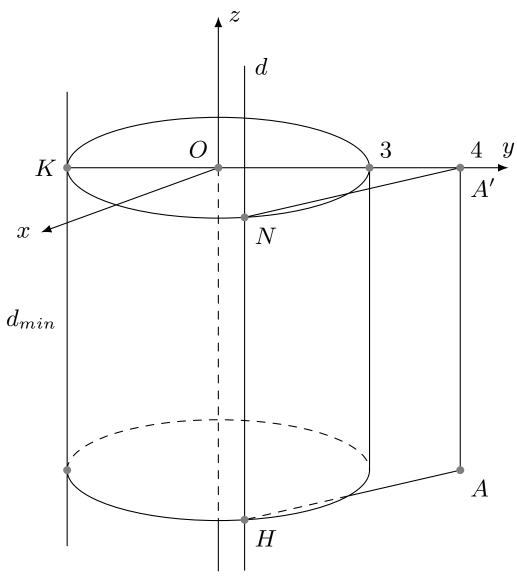
A $P(-3;0;-3)$. **B** $M(0;-3;-5)$. **C** $N(0;3;-5)$. **D** $Q(0;5;-3)$.

Lời giải:

Đường thẳng d thay đổi, song song với trục Oz và cách trục Oz một khoảng bằng 3 nên d nằm trên mặt trụ tròn xoay có trục là Oz và bán kính bằng 3.
Gọi I là hình chiếu của A lên Oy, khoảng cách từ A đến d nhỏ nhất khi d đi qua giao điểm của Oy với mặt trụ là điểm $I(0;3;0)$

Phương trình đường thẳng d: $\begin{cases} x = 0 \\ y = 3 \\ z = t. \end{cases}$

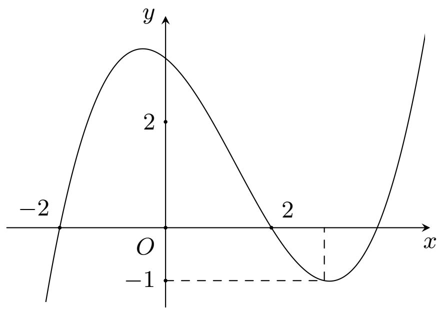
Nên d đi qua điểm $N(0;3;-5)$



Chọn đáp án C ....

☐

Câu 43.
Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $|f(x^3 - 3x)| = \dfrac{4}{3}$ là



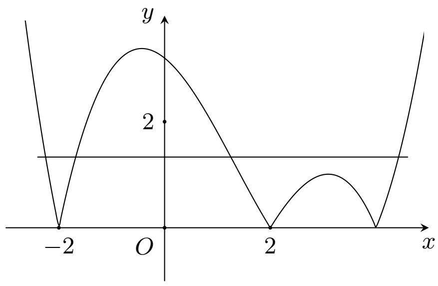
Ⓐ 3. Ⓑ 8. Ⓒ 7. Ⓓ 4.

Lời giải:
Đặt $t = x^3 - 3x \Rightarrow t' = 3x^2 - 3$. Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

Khi đó $|f(t)| = \dfrac{4}{3}$ (1). Đồ thị hàm số $y = |f(t)|$ được vẽ thành 2 phần

- Phần 1 giữ nguyên đồ thị hàm số $y = f(x)$ phía trên trục Ox khi $f(x) \geq 0$.
- Phần 2 lấy đối xứng của phần còn lại qua trục Ox.



Dựa vào đồ thị hàm số $|f(t)|$ ta thấy phương trình (1) có 4 nghiệm phân biệt $t_1 < -2$, $-2 < t_2 < 0$, $0 < t_3 < 2$, $t_4 > 2$.
Mỗi nghiệm t của phương trình (1), ta thay vào phương trình $t = x^3 - 3x$ để tìm nghiệm x. Khi đó

- $t_1 < -2 \Rightarrow$ phương trình $t = x^3 - 3x$ có 1 nghiệm.
- $-2 < t_2 < 0 \Rightarrow$ phương trình $t = x^3 - 3x$ có 3 nghiệm.
- $0 < t_3 < 2 \Rightarrow$ phương trình $t = x^3 - 3x$ có 3 nghiệm.
- $t_4 > 2 \Rightarrow$ phương trình $t = x^3 - 3x$ có 1 nghiệm.

Vậy phương trình $|f(x^3 - 3x)| = \dfrac{4}{3}$ có 8 nghiệm.

Chọn đáp án B ....

☐

Câu 44. Xét số phức z thỏa mãn $|z| = \sqrt{2}$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp điểm biểu diễn các số phức $w = \dfrac{4 + iz}{1 + z}$ là một đường tròn có bán kính bằng

Ⓐ $\sqrt{34}$. Ⓑ 26. Ⓒ 34. Ⓓ $\sqrt{26}$.

Lời giải:

$$w=\frac{4+iz}{1+z}\Leftrightarrow(1+z)w=4+iz\Leftrightarrow z(w-i)=4-w$$
$$\Leftrightarrow\quad |z|\cdot|w-i|=|4-w|\Leftrightarrow\sqrt{2}\cdot|w-i|=|4-w|.\quad(*)$$

Gọi $w=x+yi$, $(x,y\in\mathbb{R})$ khi đó thay vào $(*)$ ta có:

$$\sqrt{2}\cdot|x+yi-i|=|4-x-yi|\Leftrightarrow 2[x^2+(y-1)^2]=(x-4)^2+y^2$$
$$\Leftrightarrow\quad x^2+y^2+8x-4y-14=0\Leftrightarrow(x+4)^2+(y-2)^2=34.$$

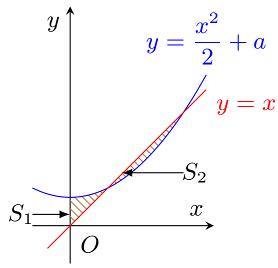
Vậy tập hợp điểm biểu diễn các số phức $w=\dfrac{4+iz}{1+z}$ là một đường tròn có bán kính bằng $\sqrt{34}$.

Chọn đáp án (A)..

□

Câu 45.
Cho đường thẳng $y=x$ và parabol $y=\dfrac{1}{2}x^2+a$ (a là tham số thực dương). Gọi S_1 và S_2 lần lượt là diện tích của hai hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ dưới đây. Khi $S_1=S_2$ thì a thuộc khoảng nào dưới đây?

(A) $\left(\dfrac{3}{7};\dfrac{1}{2}\right)$. (B) $\left(0;\dfrac{1}{3}\right)$. (C) $\left(\dfrac{1}{3};\dfrac{2}{5}\right)$. (D) $\left(\dfrac{2}{5};\dfrac{3}{7}\right)$.



Lời giải:
Phương trình hoành độ giao điểm:
$\dfrac{1}{2}x^2+a=x\Leftrightarrow x^2-2x+2a=0$ (1)

Phương trình trên có 2 nghiệm dương phân biệt $\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta>0\\ S>0\\ P>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1-2a>0\\ 2>0\\ 2a>0\end{cases}\Leftrightarrow 0<a<\dfrac{1}{2}$.

Khi $0<a<\dfrac{1}{2}$ phương trình (1) có hai nghiệm dương phân biệt $x_1<x_2$,

$$S_1=S_2\Leftrightarrow\int\limits_0^{x_1}\left(\frac{1}{2}x^2+a-x\right)\mathrm{d}x=\int\limits_{x_1}^{x_2}\left(-\frac{1}{2}x^2-a+x\right)\mathrm{d}x$$
$$\Leftrightarrow\quad \frac{1}{6}x_1^3+ax_1-\frac{1}{2}x_1^2=-\frac{1}{6}x_2^3-ax_2+\frac{1}{2}x_2^2+\frac{1}{6}x_1^3+ax_1-\frac{1}{2}x_1^2$$
$$\Leftrightarrow\quad -\frac{1}{6}x_2^3-ax_2+\frac{1}{2}x_2^2=0\Leftrightarrow x_2^2+6a-3x_2=0.$$

Từ (1) suy ra $2a=-x_2^2+2x_2$

Thế vào (2) ta được: $2x_2^2-3x_2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}x_2=0 & \text{(loại)}\\ x_2=\dfrac{3}{2} & \end{array}\right.\Rightarrow a=\dfrac{3}{8}=0,375\in\left(\dfrac{1}{3};\dfrac{2}{5}\right)$.

Chọn đáp án (C)..

□

Câu 46. Cho hàm số $y=f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	↘	-3	↗	2	↘	-1	↗	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x^2 - 2x)$ là

(A) 9. (B) 3. (C) 7. (D) 5.

Lời giải:

Ta có $y' = 2(x-1) \cdot f'(x^2 - 2x)$. Từ bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$, ta có

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ f'(x^2 - 2x) = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x^2 - 2x = a \in (-\infty; -1) \\ x^2 - 2x = b \in (-1; 0) \\ x^2 - 2x = c \in (0; 1) \\ x^2 - 2x = d \in (1; +\infty) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x = 1 & \\ x^2 - 2x - a = 0,\ a \in (-\infty; -1) & (1) \\ x^2 - 2x - b = 0,\ b \in (-1; 0) & (2) \\ x^2 - 2x - c = 0,\ c \in (0; 1) & (3) \\ x^2 - 2x - d = 0,\ d \in (1; +\infty) & (4). \end{array}\right.$$

Ta có bảng biến thiên của hàm số $y = x^2 - 2x$

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y	$-\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên, ta thấy phương trình (1) vô nghiệm, các phương trình (2), (3), (4) đều có hai nghiệm đơn phân biệt khác 1 và do b, c, d đôi một khác nhau nên các nghiệm của phương trình (2), (3), (4) cũng đôi một khác nhau. Do đó $f'(x^2 - 2x) = 0$ có 6 nghiệm đơn phân biệt.

Vậy $y' = 0$ có 7 nghiệm đơn phân biệt, do đó số điểm cực trị của hàm số $y = f(x^2 - 2x)$ là 7.

Chọn đáp án (C) ....

□

Câu 47. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có chiều cao bằng 8 và đáy là tam giác đều cạnh bằng 6. Gọi M, N và P lần lượt là tâm của các mặt bên $ABB'A'$, $ACC'A'$ và $BCC'B'$. Thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A, B, C, M, N, P bằng

(A) $27\sqrt{3}$. (B) $21\sqrt{3}$. (C) $30\sqrt{3}$. (D) $36\sqrt{3}$.

Lời giải:

Gọi h là chiều cao của hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

Vì $\triangle ABC$ đều có độ dài cạnh bằng 6 nên

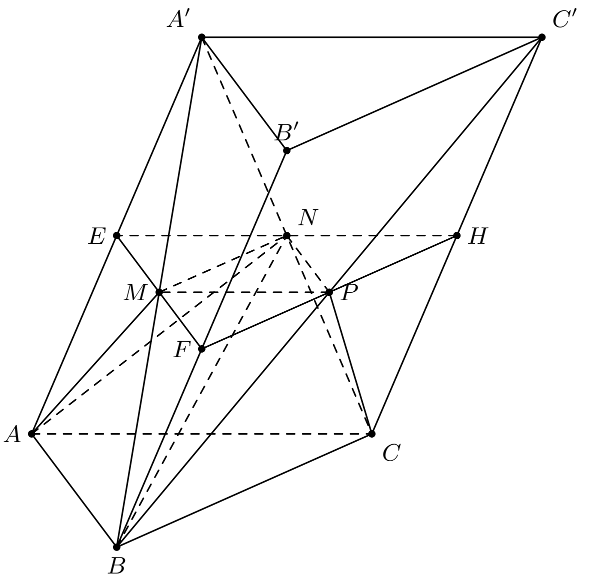
$$S_{\triangle ABC} = 6^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3}.$$

Thể tích lặng trụ $ABC.A'B'C'$ là

$$V = h \cdot S_{\triangle ABC} = 8 \cdot 9\sqrt{3} = 72\sqrt{3}.$$

Gọi E, F, H lần lượt là trung điểm của các cạnh AA', BB', CC'.

Thể tích khối chóp $A.EMN$ là



$$V_{A.EMN} = \frac{1}{3}\mathrm{d}(A, (EMN)) \cdot S_{\triangle EMN} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}h \cdot \frac{1}{4}S_{\triangle ABC} = \frac{1}{24}V.$$

Tương tự, ta có $V_{B.FMP} = V_{C.HNP} = \dfrac{1}{24}V$.

Thể tích khối đa diện $ABCMNP$ là

$$V_{ABCMNP} = \frac{1}{2}V - 3V_{A.EMN} = \frac{1}{2}V - 3 \cdot \frac{1}{24}V = \frac{3}{8}V = 27\sqrt{3}.$$

Chọn đáp án (C)..........

☐

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+\left(z+\sqrt{2}\right)^2=3$. Có tất cả bao nhiêu điểm $A(a;b;c)$ (a, b, c là các số nguyên) thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho có ít nhất hai tiếp tuyến của (S) đi qua A và hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau?

(A) 12. (B) 8. (C) 16. (D) 4.

Lời giải:

Mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+\left(z+\sqrt{2}\right)^2=3$ có tâm $I\left(0;0;-\sqrt{2}\right)$, bán kính $R=\sqrt{3}$.
Ta có $A(a;b;c)\in(Oxy)\Rightarrow A(a;b;0)$.
Dễ thấy (S) cắt mặt phẳng (Oxy) nên từ một điểm A bất kỳ thuộc mặt phẳng (Oxy) và nằm ngoài (S) kẻ tiếp tuyến tới (S) thì các tiếp tuyến đó nằm trên một mặt nón đỉnh A, các tiếp điểm nằm trên một đường tròn được xác định. Còn nếu A thuộc (S) thì ta kẻ các tiếp tuyến đó sẽ thuộc một mặt phẳng tiếp diện của (S) tại điểm A. Để có ít nhất hai tiếp tuyến qua A thỏa mãn bài toán khi và chỉ khi

- Hoặc A thuộc $(S)\Leftrightarrow IA=R=\sqrt{3}$.
- Hoặc các tiếp tuyến tạo thành mặt nón và góc ở đỉnh của mặt nón là $\widehat{MAN}\geq 90^\circ\Leftrightarrow\widehat{MAI}\geq 45^\circ$.
  Suy ra $\sin\widehat{MAI}\geq\dfrac{\sqrt{2}}{2}\Leftrightarrow\dfrac{IM}{IA}\geq\dfrac{\sqrt{2}}{2}\Leftrightarrow\dfrac{\sqrt{3}}{IA}\geq\dfrac{\sqrt{2}}{2}\Leftrightarrow IA\leq\sqrt{6}$.

Vậy điều kiện bài toán là $\sqrt{3}\leq IA\leq\sqrt{6}\Leftrightarrow 3\leq IA^2\leq 6$.
Ta có $3\leq IA^2\leq 6\Leftrightarrow 3\leq a^2+b^2+2\leq 6\Leftrightarrow 1\leq a^2+b^2\leq 4$ (*).
Do $A(a;b;0)$ có tọa độ nguyên nên ta có điểm thỏa mãn $(*)$ là
$(0;2;0)$, $(0;-2;0)$, $(2;0;0)$, $(-2;0;0)$, $(0;1;0)$, $(0;-1;0)$, $(1;0;0)$, $(-1;0;0)$, $(1;1;0)$, $(1;-1;0)$, $(-1;1;0)$, $(-1;-1;0)$.
Vậy có 12 điểm A thỏa mãn yêu cầu.

Chọn đáp án (A)..........

☐

Câu 49. Cho hai hàm số $y=\dfrac{x-3}{x-2}+\dfrac{x-2}{x-1}+\dfrac{x-1}{x}+\dfrac{x}{x+1}$ và $y=|x+2|-x+m$ (m là tham số thực) có đồ thị lần lượt là (C_1) và (C_2). Tập hợp tất cả các giá trị của m để (C_1) và (C_2) cắt nhau tại đúng bốn điểm phân biệt là

(A) $(-\infty;2]$. (B) $[2;+\infty)$. (C) $(-\infty;2)$. (D) $(2;+\infty)$.

Lời giải:

Xét phương trình

$$\begin{aligned}&\frac{x-3}{x-2}+\frac{x-2}{x-1}+\frac{x-1}{x}+\frac{x}{x+1}=|x+2|-x+m\\ \Leftrightarrow\ &\frac{x-3}{x-2}+\frac{x-2}{x-1}+\frac{x-1}{x}+\frac{x}{x+1}-|x+2|+x=m\quad(1)\end{aligned}$$

Hàm số $g(x)=\dfrac{x-3}{x-2}+\dfrac{x-2}{x-1}+\dfrac{x-1}{x}+\dfrac{x}{x+1}-|x+2|+x$

$$=\begin{cases}\dfrac{x-3}{x-2}+\dfrac{x-2}{x-1}+\dfrac{x-1}{x}+\dfrac{x}{x+1}-2 & \text{nếu } x\geq -2\\ \dfrac{x-3}{x-2}+\dfrac{x-2}{x-1}+\dfrac{x-1}{x}+\dfrac{x}{x+1}+2x+2 & \text{nếu } x<-2.\end{cases}$$

Ta có $g'(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{(x-2)^2}+\dfrac{1}{(x-1)^2}+\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{1}{(x+1)^2}>0,\ \forall x\in(-2;+\infty)\setminus\{-1;0;1;2\}\\ \dfrac{1}{(x-2)^2}+\dfrac{1}{(x-1)^2}+\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{1}{(x+1)^2}+2>0,\ \forall x<-2.\end{cases}$

Nên hàm số $y=g(x)$ đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-1)$, $(-1;0)$, $(0;1)$, $(1;2)$, $(2;+\infty)$.
Mặt khác ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=2$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)=-\infty$.
Bảng biến thiên của hàm số $y=g(x)$

x	$-\infty$		-2		-1		0		1		2		$+\infty$
y'		$+$	$\|$	$+$	$\|$	$+$	$\|$	$+$	$\|$	$+$	$\|$	$+$	
y	$-\infty$		$\frac{49}{12}$		$+\infty \| -\infty$		$+\infty \| -\infty$		$+\infty \| -\infty$		$+\infty \| -\infty$		2

Do đó để (C_1) và (C_2) cắt nhau tại đúng bốn điểm phân biệt thì phương trình (1) phải có 4 nghiệm phân biệt. Điều này xảy ra khi và chỉ khi đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = g(x)$ tại 4 điểm phân biệt $\Leftrightarrow m \geq 2$.

Chọn đáp án B ....

□

Câu 50. Cho phương trình $\left(4\log_2^2 x + \log_2 x - 5\right)\sqrt{7^x - m} = 0$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt?

A. 49. B. 47. C. Vô số. D. 48.

Lời giải:

Điều kiện $\begin{cases} x > 0 \\ 7^x - m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ 7^x \geq m. \end{cases}$

Với m nguyên dương ta có

$$\left(4\log_2^2 x + \log_2 x - 5\right)\sqrt{7^x - m} = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4\log_2^2 x + \log_2 x - 5 = 0 \\ \sqrt{7^x - m} = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = 2^{-\frac{5}{4}} \\ x = \log_7 m. \end{array}\right.$$

Để phương trình đã cho có đúng 2 nghiệm phân biệt có hai trường hợp

- $2 > \log_7 m \geq 2^{-\frac{5}{4}} \Leftrightarrow 7^{2^{-\frac{5}{4}}} \leq m < 7^2$.
  Trường hợp này $m \in \{3; 4; 5; \ldots; 48\}$, có 46 giá trị nguyên dương của m.
- $\log_7 m = 0 \Leftrightarrow m = 1$. Trường hợp này có 1 giá trị của m thỏa mãn.

Vậy có tất cả 47 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu.

Chọn đáp án B ....

□

—HẾT—

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

1. B	2. A	3. C	4. C	5. D	6. A	7. C	8. A	9. C	10. B
11. A	12. B	13. C	14. C	15. A	16. C	17. B	18. A	19. A	20. B
21. C	22. A	23. D	24. A	25. A	26. D	27. D	28. D	29. B	30. B
31. B	32. C	33. C	34. C	35. B	36. B	37. C	38. C	39. A	40. B
41. B	42. C	43. B	44. A	45. C	46. C	47. C	48. A	49. B	50. B

BỘ ĐỀ ÔN THI THPTQG

ĐỀ 3

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2020
Môn Toán;
Thời gian làm bài: 90 phút.

NỘI DUNG ĐỀ

Câu 1. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 6$ là

(A) $x^2 + 6x + C$. (B) $2x^2 + C$. (C) $2x^2 + 6x + C$. (D) $x^2 + C$.

Lời giải:

$\displaystyle\int (2x+6)\,\mathrm{d}x = x^2 + 6x + C$.

Chọn đáp án (A) ....

☐

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 2x - y + 3z + 1 = 0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P) ?

(A) $\overrightarrow{n_1} = (2;-1;-3)$. (B) $\overrightarrow{n_4} = (2;1;3)$. (C) $\overrightarrow{n_2} = (2;-1;3)$. (D) $\overrightarrow{n_3} = (2;3;1)$.

Lời giải:

Mặt phẳng $(P)\colon 2x - y + 3z + 1 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_2} = (2;-1;3)$.

Chọn đáp án (C) ....

☐

Câu 3. Thể tích của khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r là

(A) $\pi r^2 h$. (B) $2\pi r^2 h$. (C) $\frac{1}{3}\pi r^2 h$. (D) $\frac{4}{3}\pi r^2 h$.

Lời giải:

Thể tích của khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r là $V = \dfrac{1}{3}\pi r^2 h$.

Chọn đáp án (C) ....

☐

Câu 4. Số phức liên hợp của số phức $5 - 3i$ là

(A) $-5 + 3i$. (B) $-3 + 5i$. (C) $-5 - 3i$. (D) $5 + 3i$.

Lời giải:

Số phức liên hợp của số phức $5 - 3i$ là $5 + 3i$.

Chọn đáp án (D) ....

☐

Câu 5. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_5 a^3$ bằng

(A) $\frac{1}{3}\log_5 a$. (B) $\frac{1}{3} + \log_5 a$. (C) $3 + \log_5 a$. (D) $3\log_5 a$.

Lời giải:

$\log_5 a^3 = 3\log_5 a$.

Chọn đáp án (D) ....

☐

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;-1;1)$ trên trục Oz có tọa độ là

(A) $(3;0;0)$. (B) $(3;-1;0)$. (C) $(0;0;1)$. (D) $(0;-1;0)$.

Lời giải:

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;-1;1)$ trên trục Oz có tọa độ là $(0;0;1)$.

Chọn đáp án (C) ....

☐

Câu 7. Số cách chọn 2 học sinh từ 5 học sinh là

Ⓐ 5^2. Ⓑ 2^5. Ⓒ C_5^2. Ⓓ A_5^2.

Lời giải:

Mỗi cách chọn 2 học sinh từ 5 học sinh là một tổ hợp chập 2 của 5 phần tử. Vậy có C_5^2 cách.

Chọn đáp án Ⓒ ....

□

Câu 8. Biết tích phân $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = 3$ và $\displaystyle\int_0^1 g(x)\,\mathrm{d}x = -4$. Khi đó $\displaystyle\int_0^1 [f(x)+g(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

Ⓐ -7. Ⓑ 7. Ⓒ -1. Ⓓ 1.

Lời giải:

Ta có $\displaystyle\int_0^1 [f(x)+g(x)]\,\mathrm{d}x = \int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x + \int_0^1 g(x)\,\mathrm{d}x = 3 + (-4) = -1$.

Chọn đáp án Ⓒ ....

□

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-3}{-5} = \dfrac{z+2}{3}$. Véc-tơ nào dưới đây là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d

Ⓐ $\vec{u} = (2;5;3)$. Ⓑ $\vec{u} = (2;-5;3)$. Ⓒ $\vec{u} = (1;3;2)$. Ⓓ $\vec{u} = (1;3;-2)$.

Lời giải:

Dựa vào phương trình đường thẳng suy ra một véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u} = (2;-5;3)$.

Chọn đáp án Ⓑ ....

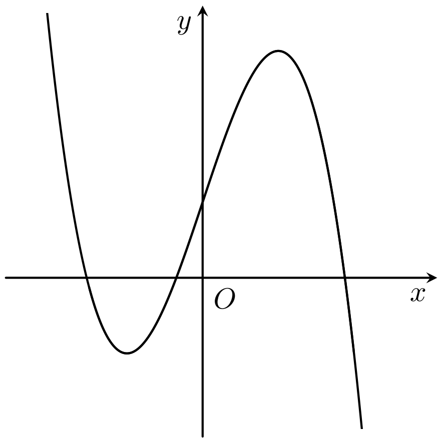
□

Câu 10.

Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên

Ⓐ $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. Ⓑ $y = -x^3 + 3x + 1$.

Ⓒ $y = x^3 - 3x + 1$. Ⓓ $y = x^4 - 2x^2 + 1$.



Lời giải:

Trong bốn hàm số đã cho thì chỉ có hàm số $y = -x^3 + 3x + 1$ (hàm số đa thức bậc ba với hệ số $a < 0$) có dạng đồ thị như đường cong trong hình.

Chọn đáp án Ⓑ ....

□

Câu 11. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 8$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

Ⓐ 4. Ⓑ -6. Ⓒ 10. Ⓓ 6.

Lời giải:

Vì (u_n) là cấp số cộng nên ta có $u_2 = u_1 + d \Leftrightarrow d = u_2 - u_1 = 8 - 2 = 6$.

Chọn đáp án Ⓓ ....

□

Câu 12. Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là

Ⓐ $V = 3Bh$. Ⓑ $V = Bh$. Ⓒ $V = \dfrac{4}{3}Bh$. Ⓓ $V = \dfrac{1}{3}Bh$.

Lời giải:
Ta có công thức tính thể tích lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là $V = Bh$.

Chọn đáp án (B) ....

□

Câu 13. Nghiệm của phương trình $3^{2x+1} = 27$ là

(A) 2. (B) 1. (C) 5. (D) 4.

Lời giải:
Ta có $3^{2x+1} = 27 \Leftrightarrow 3^{2x+1} = 3^3 \Leftrightarrow 2x + 1 = 3 \Leftrightarrow x = 1$.

Chọn đáp án (B) ....

□

Câu 14. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	3	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây

(A) $(0; +\infty)$. (B) $(0; 2)$. (C) $(-2; 0)$. (D) $(-\infty; -2)$.

Lời giải:
Từ bảng biến thiên, suy ra trên khoảng $(-2; 0)$ hàm số đồng biến.

Chọn đáp án (C) ....

□

Câu 15. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đạt cực đại tại

(A) $x = 2$. (B) $x = -2$. (C) $x = 3$. (D) $x = 1$.

Lời giải:
Dựa vào bảng biến thiên, hàm số đã cho đạt cực đại tại $x = 3$.

Chọn đáp án (C) ....

□

Câu 16. Nghiệm của phương trình $\log_2(x+1) = 1 + \log_2(x-1)$ là

(A) $x = 1$. (B) $x = -2$. (C) $x = 3$. (D) $x = 2$.

Lời giải:
Điều kiện: $\begin{cases} x > -1 \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1$.

Phương trình đã cho tương đương với

$$\log_2(x+1) = 1 + \log_2(x-1) \Leftrightarrow \log_2(x+1) = \log_2[2 \cdot (x-1)] \Leftrightarrow x + 1 = 2x - 2 \Leftrightarrow x = 3.$$

Chọn đáp án (C) ....

☐

Câu 17. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 2$ trên đoạn $[-3; 3]$ bằng

(A) 20. (B) 4. (C) 0. (D) -16.

Lời giải:

$f'(x) = 3x^2 - 3$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1 \in [-3; 3]$.

Ta có $f(-3) = -16$; $f(-1) = 4$; $f(1) = 0$; $f(3) = 20$.

$\Rightarrow \min\limits_{[-3;3]} f(x) = -16$.

Chọn đáp án (D) ....

☐

Câu 18. Một cơ sở sản xuất có hai bể nước hình trụ có chiều cao bằng nhau, bán kính đáy lần lượt bằng 1m và 1,4m. Chủ cơ sở dự định làm một bể nước mới, hình trụ, có cùng chiều cao và có thể tích bằng tổng thể tích của hai bể nước trên. Bán kính đáy của bể nước dự định làm **gần nhất** với kết quả nào dưới đây

(A) 1,7m. (B) 1,5m. (C) 1,9m. (D) 2,4m.

Lời giải:

Gọi chiều cao của các hình trụ là h.

Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của hình trụ có bán kính đáy $R_1 = 1\text{m}$, $R_2 = 1{,}4\text{m}$.

Gọi V là thể tích của hình trụ dự định làm và có bán kính đáy là R.

Ta có $V = V_1 + V_2 \Leftrightarrow \pi R^2 h = \pi R_1^2 h + \pi R_2^2 h \Leftrightarrow R^2 = R_1^2 + R_2^2 \Leftrightarrow R = \sqrt{2,96} \approx 1{,}72$ m.

Chọn đáp án (A) ....

☐

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-2)^2$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

(A) 2. (B) 1. (C) 0. (D) 3.

Lời giải:

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x(x-2)^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x - 2 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2. \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$		$\nearrow$		$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số có 1 điểm cực trị $x = 0$.

Chọn đáp án (B) ....

☐

Câu 20. Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 6z + 14 = 0$. Giá trị của $z_1^2 + z_2^2$ bằng

(A) 36. (B) 8. (C) 28. (D) 18.

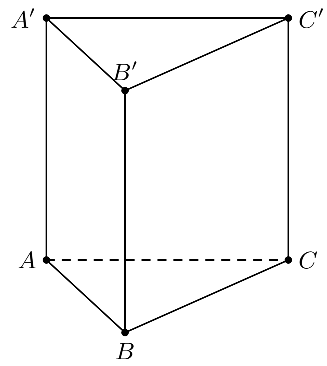
Lời giải:

Ta có $z^2 - 6z + 14 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z = 3 + \sqrt{5}i \\ z = 3 - \sqrt{5}i \end{array}\right. \Rightarrow z_1^2 + z_2^2 = \left(3 + \sqrt{5}i\right)^2 + \left(3 - \sqrt{5}i\right)^2 = 8.$

Chọn đáp án B

☐

Câu 21. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a và $AA' = 2a$ (minh họa như hình vẽ bên). Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng



(A) $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{3}$. (B) $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{6}$.

(C) $\sqrt{3}a^3$. (D) $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{2}$.

Lời giải:

Tam giác ABC đều cạnh a nên $S_{\triangle ABC} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Do khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đứng nên đường cao của lăng trụ là $AA' = 2a$

Thể tích khối lăng trụ là $V = AA' \cdot S_{\triangle ABC} = 2a \cdot \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{\sqrt{3}a^3}{2}$.

Chọn đáp án D

☐

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 7 = 0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

(A) 3. (B) 9. (C) $\sqrt{15}$. (D) $\sqrt{7}$.

Lời giải:

Ta có $(S)\colon x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 7 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 9$

Vậy bán kính của mặt cầu bằng 3.

Chọn đáp án A

☐

Câu 23. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $3f(x) - 5 = 0$ là

(A) 2. (B) 3. (C) 4. (D) 0.

Lời giải:

Xét phương trình $3f(x) - 5 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \dfrac{5}{3}$.

Số nghiệm của phương trình bằng số giao điểm của đồ thị (C) của hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $d\colon y = \dfrac{5}{3}$.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại bốn điểm phân biệt nên phương trình $3f(x) - 5 = 0$ có bốn nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án C

☐

Câu 24. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$\Vert$	$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	$\searrow$	$-\infty \Vert 2$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A 3. **B** 1. **C** 2. **D** 4.

Lời giải:

Từ bảng biến thiên đã cho ta có

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 0$ nên đường thẳng $y = 0$ là một tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = -\infty$ nên đường thẳng $x = 0$ là một tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận.

Chọn đáp án C ....

□

Câu 25. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $a^3b^2 = 32$. Giá trị của $3\log_2 a + 2\log_2 b$ bằng

A 5. **B** 2. **C** 32. **D** 4.

Lời giải:

Ta có: $\log_2 a^3b^2 = \log_2 32 \Leftrightarrow 3\log_2 a + 2\log_2 b = 5$.

Chọn đáp án A ....

□

Câu 26. Hàm số $y = 3^{x^2-3x}$ có đạo hàm là

A $(2x-3)\cdot 3^{x^2-3x}$. **B** $3^{x^2-3x}\cdot \ln 3$.

C $(x^2-3x)\cdot 3^{x^2-3x-1}$. **D** $(2x-3)\cdot 3^{x^2-3x}\cdot \ln 3$.

Lời giải:

Ta có: $y' = \left(3^{x^2-3x}\right)' = (2x-3)\cdot 3^{x^2-3x}\cdot \ln 3$.

Chọn đáp án D ....

□

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;0)$ và $B(3;0;2)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A $2x+y+z-4=0$. **B** $2x-y+z-2=0$. **C** $x+y+z-3=0$. **D** $2x-y+z+2=0$.

Lời giải:

Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB. Suy ra $I(1;1;1)$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (4;-2;2)$.

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua trung điểm I của AB và nhận $\overrightarrow{AB}$ làm véc-tơ pháp tuyến, nên có phương trình là $(\alpha)\colon 2x-y+z-2=0$.

Chọn đáp án B ....

□

Câu 28. Cho hai số phức $z_1 = -2+i$ và $z_2 = 1+i$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm biểu diễn số phức $2z_1 + z_2$ có tọa độ là

A $(3;-3)$. **B** $(2;-3)$. **C** $(-3;3)$. **D** $(-3;2)$.

Lời giải:

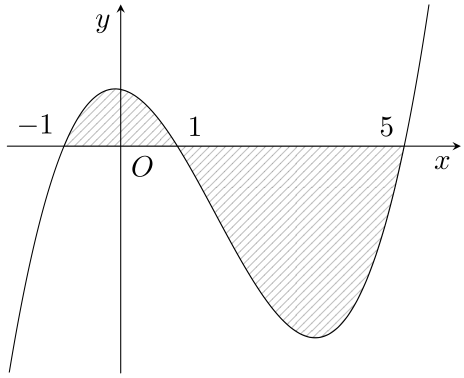
Ta có: $2z_1 + z_2 = -4+2i+1+i = -3+3i$.

Vậy điểm biểu diễn số phức $2z_1+z_2$ có tọa độ là $(-3;3)$.

Chọn đáp án C ....

□

Câu 29. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = -1$ và $x = 5$ (như hình vẽ sau). Mệnh đề nào sau đây đúng?



A $S = \int\limits_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x + \int\limits_{1}^{5} f(x)\,\mathrm{d}x$.

B $S = \int\limits_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x - \int\limits_{1}^{5} f(x)\,\mathrm{d}x$.

C $S = -\int\limits_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x + \int\limits_{1}^{5} f(x)\,\mathrm{d}x$.

D $S = -\int\limits_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x - \int\limits_{1}^{5} f(x)\,\mathrm{d}x$.

Lời giải:

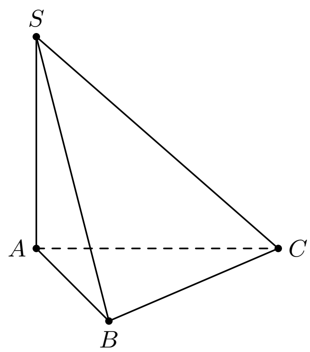
Ta có: $S = \int\limits_{-1}^{1} |f(x)|\,\mathrm{d}x + \int\limits_{1}^{5} |f(x)|\,\mathrm{d}x = \int\limits_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x - \int\limits_{1}^{5} f(x)\,\mathrm{d}x$.

Chọn đáp án **B** ....

□

Câu 30.

Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA = 2a$, tam giác ABC vuông tại B, $AB = a$ và $BC = \sqrt{3}a$ (minh họa như hình vẽ bên). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng



A $90°$. **B** $30°$.

C $60°$. **D** $45°$.

Lời giải:

Vì SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), suy ra góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) là $\widehat{SCA}$.

Mà $\tan\widehat{SCA} = \dfrac{SA}{AC} = \dfrac{2a}{\sqrt{a^2 + 3a^2}} = 1$. Vậy $\widehat{SCA} = 45°$.

Chọn đáp án **D** ....

□

Câu 31. Cho số phức z thoả mãn $3(\overline{z} - i) - (2 + 3i)z = 7 - 16i$. Mô-đun của z bằng

A $\sqrt{5}$. **B** 5. **C** $\sqrt{3}$. **D** 3.

Lời giải:

Đặt $z = a + bi\,(a; b \in \mathbb{R})$. Theo đề ta có

$$\begin{aligned}
& 3(a - bi - i) - (2 + 3i)(a + bi) = 7 - 16i \\
\Leftrightarrow\ & 3a - 3bi - 3i - 2a - 2bi - 3ai + 3b = 7 - 16i \\
\Leftrightarrow\ & (a + 3b) + (-3a - 5b - 3) = 7 - 16i \\
\Leftrightarrow\ & \begin{cases} a + 3b = 7 \\ -3a - 5b - 3 = -16 \end{cases} \\
\Leftrightarrow\ & \begin{cases} a + 3b = 7 \\ -3a - 5b = -13 \end{cases} \\
\Leftrightarrow\ & \begin{cases} a = 1 \\ b = 2. \end{cases}
\end{aligned}$$

Vậy $|z| = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$.

Chọn đáp án A ....

□

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 0; 2)$, $B(1; 2; 1)$, $C(3; 2; 0)$ và $D(1; 1; 3)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (BCD) có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 4t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$.
B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 4 \\ z = 2 + 2t \end{cases}$.
C. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 4 + 4t \\ z = 4 + 2t \end{cases}$.
D. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 - 4t \\ z = 2 - 2t \end{cases}$.

Lời giải:

Ta có $\overrightarrow{BC} = (2; 0; -1)$, $\overrightarrow{BD} = (0; -1; 2)$ và $\left[\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}\right] = (-1; -4; -2)$.

Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (BCD) thì vuông góc với hai đường thẳng BC, BD nên nhận véc-tơ $\left[\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}\right] = (-1; -4; -2)$ là véc-tơ chỉ phương.

Có 2 phương án bị loại. Thay điểm $A(1; 0; 2)$ vào phương trình của một trong hai phương án còn lại, chẳng hạn thay vào phương trình $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 4 + 4t \\ z = 4 + 2t \end{cases}$ ta được $\begin{cases} 1 = 2 + t \\ 0 = 4 + 4t \\ 2 = 4 + 2t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = -1 \\ t = -1 \end{cases}$ (thỏa mãn).

Vậy đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (BCD) là $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 4 + 4t \\ z = 4 + 2t \end{cases}$

Chọn đáp án C ....

□

Câu 33. Cho hàm số $f(x)$. Biết $f(0) = 4$ và $f'(x) = 2\cos^2 x + 3$, $\forall x \in \mathbb{R}$, khi đó $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng?

A. $\dfrac{\pi^2 + 2}{8}$.
B. $\dfrac{\pi^2 + 8\pi + 8}{8}$.
C. $\dfrac{\pi^2 + 8\pi + 2}{8}$.
D. $\dfrac{\pi^2 + 6\pi + 8}{8}$.

Lời giải:

Ta có

$$\int f'(x)\,\mathrm{d}x = \int \left(2\cos^2 x + 3\right)\,\mathrm{d}x = \int (1 + \cos 2x + 3)\,\mathrm{d}x = \int (\cos 2x + 4)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\sin 2x + 4x + C.$$

Nên $f(x) = \dfrac{1}{2}\sin 2x + 4x + C$.

Lại có $f(0) = 4 \Rightarrow C = 4$. Suy ra $f(x) = \dfrac{1}{2}\sin 2x + 4x + 4$.

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)\,\mathrm{d}x = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(\frac{1}{2}\sin 2x + 4x + 4\right)\,\mathrm{d}x = \left(-\frac{1}{4}\cos 2x + 2x^2 + 4x\right)\Bigg|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{\pi^2 + 8\pi + 2}{8}.$$

Chọn đáp án (C)

☐

Câu 34. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \dfrac{3x-1}{(x-1)^2}$ trên khoảng $(1;+\infty)$ là

(A) $3\ln(x-1) - \dfrac{2}{x-1} + C$.
(B) $3\ln(x-1) + \dfrac{1}{x-1} + C$.
(C) $3\ln(x-1) - \dfrac{1}{x-1} + C$.
(D) $3\ln(x-1) + \dfrac{2}{x-1} + C$.

Lời giải:

Ta có $f(x) = \dfrac{3x-1}{(x-1)^2} = \dfrac{3(x-1)+2}{(x-1)^2} = \dfrac{3}{x-1} + \dfrac{2}{(x-1)^2}$

Với $x > 1$ ta có

$$\int f(x)\,\mathrm{d}x = \int \left(\frac{3}{x-1} + \frac{2}{(x-1)^2}\right)\mathrm{d}x = 3\int \frac{\mathrm{d}(x-1)}{x-1} + 2\int \frac{\mathrm{d}(x-1)}{(x-1)^2} = 3\ln(x-1) - \frac{2}{x-1} + C.$$

Chọn đáp án (A)

☐

Câu 35. Cho hàm số $f(x)$ có bảng dấu $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y = f(5-2x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(2;3)$.
(B) $(0;2)$.
(C) $(3;5)$.
(D) $(5;+\infty)$.

Lời giải:

Từ bảng xét dấu $f'(x)$ ta thấy rằng hàm số $y = f(x)$ có xác định và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, suy ra hàm số $y = f(5-2x)$ có xác định và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y = f(5-2x)$ có $y' = -2f'(5-2x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

$$y' \le 0 \Leftrightarrow f'(5-2x) \ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -3 \le 5-2x \le -1 \\ 5-2x \ge 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3 \le x \le 4 \\ x \le 2. \end{array}\right.$$

Vậy hàm số $y = f(5-2x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;2)$ và $(3;4)$. Suy ra hàm số $y = f(5-2x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

Chọn đáp án (B)

☐

Câu 36. Cho hình trụ có chiều cao bằng $4\sqrt{2}$. Cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $\sqrt{2}$, thiết diện thu được có diện tích bằng 16. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

(A) $24\sqrt{2}\pi$.
(B) $8\sqrt{2}\pi$.
(C) $12\sqrt{2}\pi$.
(D) $16\sqrt{2}\pi$.

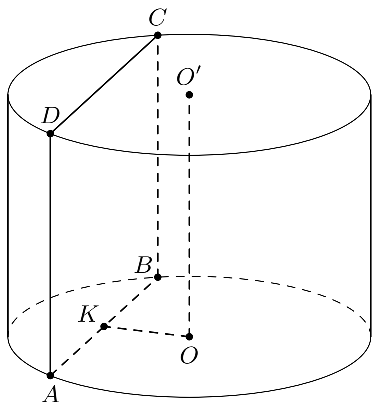
Lời giải:

Giả sử hình trụ có hai đáy là các hình tròn tâm O và tâm O'. Cắt hình trụ bởi một mặt phẳng song song với trục, ta được thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ (với AB là dây cung của hình tròn đáy tâm O).

Do hình trụ có chiều cao là $h = OO' = 4\sqrt{2} \Rightarrow$ nên có độ dài đường sinh $\ell = AD = 4\sqrt{2}$.

Theo bài ra, diện tích hình chữ nhật $ABCD$ bằng 16 nên

$$AB \cdot CD = 16 \Leftrightarrow AB = \frac{16}{AD} = \frac{16}{4\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}.$$



Gọi K là trung điểm đoạn AB thì $OK \perp AB$, mà $OK \perp AD$ nên $OK \perp (ABCD)$.
Suy ra khoảng cách giữa OO' và $(ABCD)$ là $OK = \sqrt{2}$.
Xét tam giác vuông AOK có

$$R = OA = \sqrt{OK^2 + AK^2} = \sqrt{OK^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(\sqrt{2}\right)^2 + \left(\sqrt{2}\right)^2} = 2.$$

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S = 2\pi R\ell = 2\pi \cdot 2 \cdot 4\sqrt{2} = 16\pi\sqrt{2}$.

Chọn đáp án D ....

□

Câu 37. Cho phương trình $\log_9 x^2 - \log_3(6x-1) = -\log_3 m$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm?

A 6. B 5. C Vô số. D 7.

Lời giải:

Xét phương trình $\log_9 x^2 - \log_3(6x-1) = -\log_3 m$.

Điều kiện: $\begin{cases} x > \dfrac{1}{6} \\ m > 0. \end{cases}$

$$\begin{aligned} & \log_9 x^2 - \log_3(6x-1) = -\log_3 m \\ \Leftrightarrow\ & \log_3 x + \log_3 m = \log_3(6x-1) \\ \Leftrightarrow\ & mx = 6x - 1 \Leftrightarrow x(6-m) = 1 \qquad (1) \end{aligned}$$

- Với $m = 6$, phương trình (1) trở thành $0 = 1$ (vô lý).
- Với $m \neq 6$, phương trình (1) có nghiệm $x = \dfrac{1}{6-m}$ nên

$$\frac{1}{6-m} > \frac{1}{6} \Leftrightarrow \frac{1}{6-m} - \frac{1}{6} > 0 \Leftrightarrow \frac{m}{6-m} > 0 \Leftrightarrow 0 < m < 6 \text{ (thỏa mãn).}$$

Mà $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{1; 2; 3; 4; 5\}$.

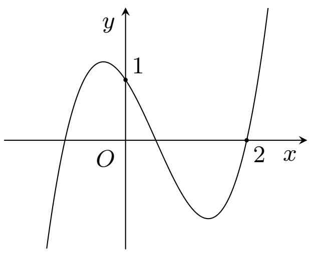
Vậy có 5 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Chọn đáp án B ....

□

Câu 38.

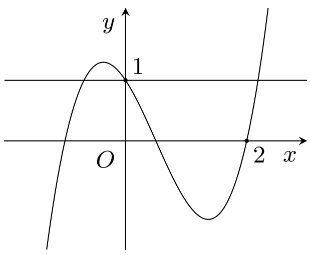
Cho hàm số $f(x)$, hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Bất phương trình $f(x) > x + m$ (m là tham số thực) nghiệm đúng với mọi $x \in (0; 2)$ khi và chỉ khi



A $m \leq f(2) - 2$. B $m < f(2) - 2$.
C $m \leq f(0)$. D $m < f(0)$.

Lời giải:

Xét bất phương trình $f(x) > x + m \Leftrightarrow m < f(x) - x$.
Xét hàm số $g(x) = f(x) - x$ với $x \in (0; 2)$. Ta có $g'(x) = f'(x) - 1$.
$g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = 1$.
Từ đồ thị ta thấy trên $(0; 2)$ đường thẳng $y = 1$ nằm phía trên đồ thị hàm số $y = f'(x)$ nên $f'(x) < 1$, $\forall x \in (0; 2)$ hay $g'(x) < 0$, $\forall x \in (0; 2)$.



Ta có bảng biến thiên như sau

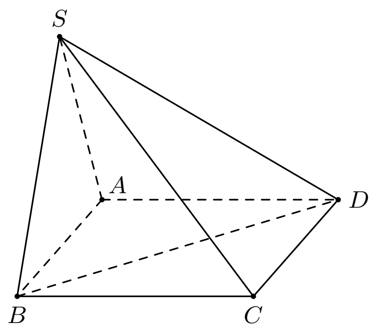
x	0		2
$g'(x)$		$-$	
$g(x)$	$g(0)$	$\searrow$	$g(2)$

Từ bảng biến thiên ta thấy bất phương trình $f(x) > x + m$ nghiệm đúng với mọi $x \in (0;2)$ khi và chỉ khi $m < g(x)$ với $\forall x \in (0;2) \Leftrightarrow m \leq g(2) \Leftrightarrow m \leq f(2) - 2$.

Chọn đáp án A .... □

Câu 39.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy (minh họa như hình vẽ bên). Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SBD) bằng

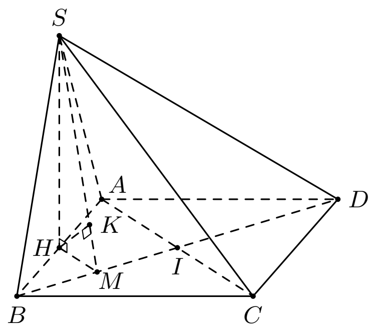


A $\dfrac{\sqrt{21}a}{28}$. B $\dfrac{\sqrt{21}a}{14}$.

C $\dfrac{\sqrt{2}a}{2}$. D $\dfrac{\sqrt{21}a}{7}$.

Lời giải:

Gọi H là trung điểm của AB, vì SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với $(ABCD)$ suy ra $SH \perp AB \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.



Gọi I là tâm hình vuông $ABCD$, M là trung điểm của BI. Ta có $HM \perp BD$.

Mà $\begin{cases} BD \perp HM \\ BD \perp SH \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SHM)$

Từ H kẻ $HK \perp SM \Rightarrow HK \perp BD$ (Vì $BD \perp (SHM)$)

$\Rightarrow HK \perp (SBD) \Rightarrow \mathrm{d}(H,(SBD)) = HK$.

Ta có $HM = \dfrac{AI}{2} = \dfrac{AC}{4} = \dfrac{\sqrt{2}a}{4}$, $SH = \dfrac{\sqrt{3}a}{2}$ nên

$$\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HM^2} + \frac{1}{HS^2} = \frac{8}{a^2} + \frac{4}{3a^2} = \frac{28}{3a^2} \Rightarrow HK = \frac{a\sqrt{21}}{14}.$$

Vậy $\mathrm{d}(C,(SBD)) = \mathrm{d}(A,(SBD)) = 2\mathrm{d}(H,(SBD)) = 2HK = 2 \cdot \dfrac{\sqrt{21}a}{14} = \dfrac{\sqrt{21}a}{7}$.

Chọn đáp án D .... □

Câu 40. Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 27 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn bằng

A $\dfrac{13}{27}$. B $\dfrac{14}{27}$. C $\dfrac{1}{2}$. D $\dfrac{365}{729}$.

Lời giải:

Gọi A là tập hợp 27 số nguyên dương đầu tiên, ta có $A = \{1;2;3;\ldots;26;27\}$.

Phép thử chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ A có $n(\Omega) = \mathrm{C}_{27}^2 = 351$.

Tổng hai số chọn được là số chẵn khi và chỉ khi cả hai số đó đều chẵn hoặc đều lẻ. Do đó ta có các khả năng sau:

- Hai số lấy được từ A là hai số chẵn, có $\mathrm{C}_{13}^2 = 78$ khả năng.

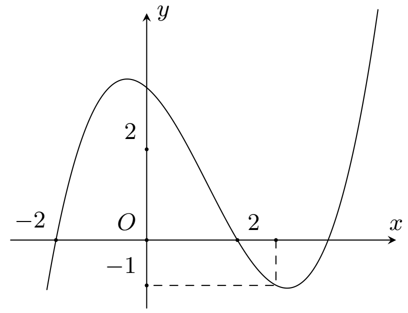
✓ Hai số lấy được tà A là hai số lẻ, có $\mathrm{C}_{14}^{2} = 91$ khả năng.

Do đó khả năng để chọn được hai số có tổng là một số chẵn là $78 + 91 = 169$.
Xác suất cần tìm là $\mathrm{p}(A) = \dfrac{169}{351} = \dfrac{13}{27}$.

Chọn đáp án (A) ....

□

Câu 41.
Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $\left|f\left(x^3 - 3x\right)\right| = \dfrac{1}{2}$ là

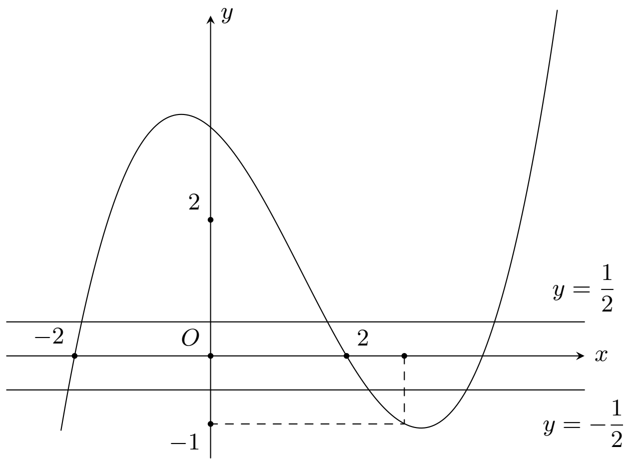


(A) 6. (B) 10. (C) 12. (D) 3.

Lời giải:

Ta có $|f(x^3 - 3x)| = \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} f(x^3 - 3x) = \dfrac{1}{2} & (1) \\ f(x^3 - 3x) = -\dfrac{1}{2} & (2). \end{array}\right.$

Từ đồ thị ta có



✓ $(1) \Leftrightarrow f\left(x^3 - 3x\right) = \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x^3 - 3x = \alpha_1 & (-2 < \alpha_1 < 0) \\ x^3 - 3x = \alpha_2 & (0 < \alpha_2 < 2) \\ x^3 - 3x = \alpha_3 & (\alpha_3 > 2). \end{array}\right.$

✓ $(2) \Leftrightarrow f\left(x^3 - 3x\right) = -\dfrac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x^3 - 3x = \alpha_4 & (\alpha_4 < -2) \\ x^3 - 3x = \alpha_5 & (\alpha_5 > 2) \\ x^3 - 3x = \alpha_6 & (\alpha_6 > 2). \end{array}\right.$

Xét hàm số $y = x^3 - 3x$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có $y' = 3x^2 - 3$. Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có

- Phương trình $x^3-3x=\alpha_1$ có 3 nghiệm.
- Phương trình $x^3-3x=\alpha_2$ có 3 nghiệm.
- Mỗi phương trình $x^3-3x=\alpha_3$, $x^3-3x=\alpha_4$, $x^3-3x=\alpha_5$, $x^3-3x=\alpha_6$ đều có một nghiệm.

Từ đó suy ra phương trình $\left|f\left(x^3-3x\right)\right|=\dfrac{1}{2}$ có 10 nghiệm.

Chọn đáp án B ....

☐

Câu 42. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f(5)=1$ và $\int\limits_0^1 xf(5x)\,\mathrm{d}x=1$, khi đó $\int\limits_0^1 x^2f'(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A. 15. B. 23. C. $\dfrac{123}{5}$. D. -25.

Lời giải:

Biến đổi tích phân từng phần ta được

$$\begin{aligned} I &= \int\limits_0^5 x^2f'(x)\,\mathrm{d}x=\int\limits_0^5 x^2d\left(f(x)\right)=x^2\cdot f(x)\Big|_0^5-\int\limits_0^5 f(x)\,\mathrm{d}\left(x^2\right)\\ &= 25\cdot f(5)-0\cdot f(x)-\int\limits_0^5 f(x)\cdot 2x\,\mathrm{d}x=25-2\int\limits_0^5 xf(x)\,\mathrm{d}x.\end{aligned}$$

Đặt $5x=t\Rightarrow\ \mathrm{d}t=\dfrac{1}{5}\,\mathrm{d}x\Rightarrow 1=\int\limits_0^1 xf(5x)\,\mathrm{d}x=\int\limits_0^5 \dfrac{t}{5}f(t)\dfrac{1}{5}\,\mathrm{d}t=\dfrac{1}{25}\int\limits_0^5 tf(t)\,\mathrm{d}t$.

Suy ra $\int\limits_0^5 xf(x)\,\mathrm{d}x=\int\limits_0^5 tf(t)\,\mathrm{d}t=25$.

Vậy $I=25-2\times 25=-25$.

Chọn đáp án D ....

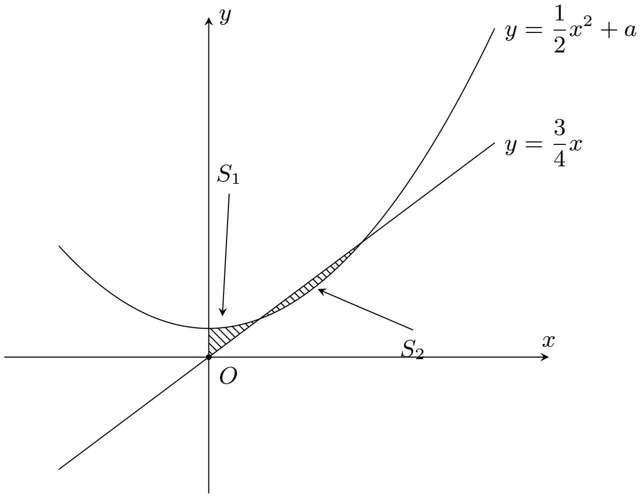
☐

Câu 43.

Cho đường thẳng $y=\dfrac{3}{4}x$ và parabol $y=\dfrac{1}{2}x^2+a$, (a là tham số thực dương). Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích của hai hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên. Khi $S_1=S_2$ thì a thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(\dfrac{1}{4};\dfrac{9}{32}\right)$. B. $\left(\dfrac{3}{16};\dfrac{7}{32}\right)$.

C. $\left(0;\dfrac{3}{16}\right)$. D. $\left(\dfrac{7}{32};\dfrac{1}{4}\right)$.



Lời giải:

Ta có phương trình hoành độ giao điểm là

$$\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{4}x + a = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 3x + 4a = 0.$$

Theo đề bài phương trình có hai nghiệm $0 < x_1 < x_2$ thỏa mãn $\begin{cases} x_1 + x_2 = \dfrac{3}{2} & (*) \\ x_1x_2 = 2a & (**). \end{cases}$

Từ đồ thị đề bài, ta có

$$S_1 - S_2 = 0 \Leftrightarrow \int\limits_0^{x_1} \left(\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{4}x + a\right)\,\mathrm{d}x + \int\limits_{x_1}^{x_2} \left(\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{4}x + a\right)\,\mathrm{d}x = 0$$

$$\Leftrightarrow \int\limits_0^{x_2} \left(\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{4}x + a\right)\,\mathrm{d}x = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{6}x^3 - \frac{3}{8}x^2 + ax\right)\Bigg|_0^{x_2} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{6}x_2^3 - \frac{3}{8}x_2^2 + ax_2 = 0 \Leftrightarrow a = -\frac{x_2^2}{6} + \frac{3x_2}{8}. \quad (***)$$

Từ $(*)$ ta suy ra $x_1 = \dfrac{3}{2} - x_2$, thay vào $(**)$ ta được

$$\left(\frac{3}{2} - x_2\right)x_2 = -\frac{x_2^2}{3} + \frac{3x_2}{4} \Leftrightarrow \frac{2x_2^2}{3} - \frac{3x_2}{4} = 0 \Rightarrow x_2 = \frac{9}{8} \Rightarrow a = \frac{27}{128}.$$

Vậy $a \in \left(\dfrac{3}{16}; \dfrac{7}{32}\right)$.

Chọn đáp án B

□

Câu 44. Xét số phức z thỏa mãn $|z| = \sqrt{2}$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp điểm biểu diễn các số phức $w = \dfrac{3 + iz}{1 + z}$ là một đường tròn có bán kính bằng

A. $2\sqrt{3}$. B. 20. C. 12. D. $2\sqrt{5}$.

Lời giải:

Ta có $w = \dfrac{3 + iz}{1 + z} \Leftrightarrow w + wz = 3 + iz \Leftrightarrow w - 3 = (i - w)z$. Lấy mô-đun hai vế ta được

$$|w - 3| = |(i - w)z| \Leftrightarrow |w - 3| = |(i - w)||z|. \quad (*)$$

Gọi $w = x + yi$, x, $y \in \mathbb{R}$. Khi đó ta có

$$\begin{aligned} (*) \quad &\Leftrightarrow \quad |w - 3| = |(i - w)||z| \Leftrightarrow \sqrt{(x-3)^2 + y^2} = \sqrt{x^2 + (1 - y)^2} \cdot \sqrt{2} \\ &\Leftrightarrow \quad (x - 3)^2 + y^2 = 2x^2 + 2(1 - y)^2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 6x - 4y - 7 = 0. \end{aligned}$$

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức w thỏa mãn $|z| = \sqrt{2}$ là đường tròn có tâm $I(-3; 2)$ và bán kính bằng $2\sqrt{5}$.

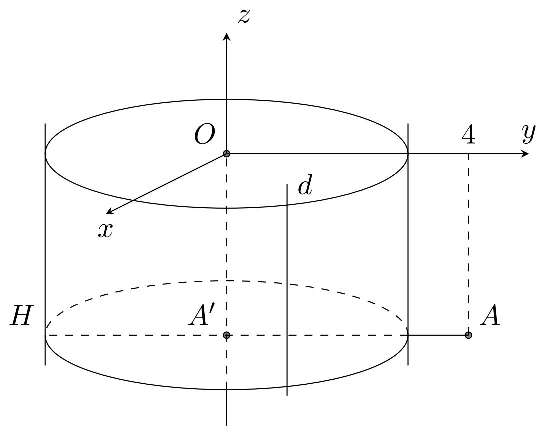
Chọn đáp án D

□

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0; 4; -3)$. Xét đường thẳng d thay đổi, song song với trục Oz và cách trục Oz một khoảng bằng 3. Khi khoảng cách từ A đến d lớn nhất, d đi qua điểm nào dưới đây ?

A. $P(-3; 0; -3)$. B. $Q(0; 11; -3)$. C. $N(0; 3; -5)$. D. $M(0; -3; -5)$.

Lời giải:



Vì d thay đổi, song song với trục Oz và cách trục Oz một khoảng bằng 3 nên d là đường sinh của hình trụ có trục là Oz và có bán kính đáy $r = 3$.
Gọi A' là hình chiếu của A lên trục Oz, dễ thấy $A'(0; 0; -3)$ và $AA' = 4$.
Gọi $H(x; y; z)$ là hình chiếu của A lên d.
AH lớn nhất khi A, A', H thẳng hàng và $AH = AA' + A'H = AA' + r = 4 + 3 = 7$.

Khi đó $\overrightarrow{AH} = \dfrac{7}{4}\overrightarrow{AA'} \Leftrightarrow (x; y-4; z+3) = \dfrac{7}{4}(0; -4; 0) \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -3 \\ z = -3 \end{cases} \Rightarrow H(0; -3; -3)$.

Vậy d qua $H(0; -3; -3)$ có véc-tơ chỉ phương $\vec{k} = (0; 0; 1)$ nên có phương trình $\begin{cases} x = 0 \\ y = -3 \\ z = -3 + t \end{cases}$ suy ra d đi qua điểm $M(0; -3; -5)$.

Chọn đáp án D .... □

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon x^2 + y^2 + \left(z - \sqrt{2}\right)^2 = 3$. Có tất cả bao nhiêu điểm $A(a; b; c)$ (a, b, c là các số nguyên) thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho có ít nhất hai tiếp tuyến của (S) đi qua A và hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau ?

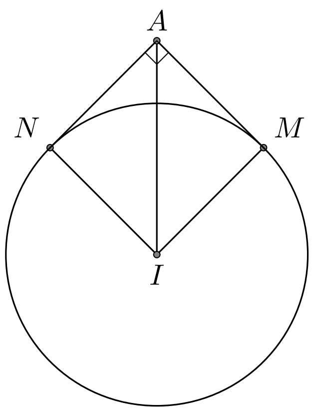
A 12. **B** 4. **C** 8. **D** 16.

Lời giải:

Mặt cầu (S) có tâm $I\left(0; 0; \sqrt{2}\right)$ và bán kính $R = \sqrt{3}$; $A \in (Oxy) \Rightarrow A(a; b; 0)$.
Để có ít nhất hai tiếp tuyến qua A thỏa mãn bài toán thì ta có hai trường hợp

- **TH1:** $A \in (S) \Leftrightarrow IA = R = \sqrt{3}$.
- **TH2:** $A \notin (S)$, khi đó để tồn tại hai tiếp tuyến vuông góc nhau thì hình nón sinh ra bởi các tiếp tuyến vẽ từ A phải có góc ở đỉnh không nhỏ hơn 90°. Tức là

$$\widehat{MAN} \geq 90^\circ \Leftrightarrow \widehat{MAI} \geq 45^\circ$$
$$\Leftrightarrow \sin\widehat{MAI} \geq \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \frac{IM}{IA} \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$$
$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{IA} \geq \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow IA \leq \sqrt{6}.$$



Do đó, yêu cầu bài toán xảy ra khi và chỉ khi

$$\sqrt{3} \leq IA \leq \sqrt{6} \Leftrightarrow 3 \leq IA^2 \leq 6 \Leftrightarrow 3 \leq a^2 + b^2 + 2 \leq 6 \Leftrightarrow 1 \leq a^2 + b^2 \leq 4.$$

Do a, $b \in \mathbb{Z}$ nên ta xét các trường hợp sau

- Nếu $a = 0$ thì $b \in \{\pm 1, \pm 2\}$
- Nếu $b = 0$ thì $a \in \{\pm 1, \pm 2\}$
- Nếu $a \neq 0$ và $b \neq 0$ thì $\begin{cases} a = \pm 1 \\ b = \pm 1. \end{cases}$

Vậy có 12 điểm A thỏa mãn đề bài.

Chọn đáp án (B) ....

□

Câu 47. Cho phương trình $\left(2\log_2^2 x - 3\log_2 x - 2\right)\sqrt{3^x - m} = 0$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt?

(A) 79. (B) 80. (C) vô số. (D) 81.

Lời giải:

Điều kiện $\begin{cases} x > 0 \\ 3^x - m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ 3^x \geq m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \geq \log_3 m \end{cases}.$

- **TH1:** Với $m = 1$, phương trình trở thành

$$\left(2\log_2^2 x - 3\log_2 x - 2\right)\sqrt{3^x - 1} = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2\log_2^2 x - 3\log_2 x - 2 = 0 \\ 3^x - 1 = 0 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_2 x = 2 \\ \log_2 x = -\dfrac{1}{2} \\ 3^x = 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 4 \\ x = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \\ x = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 4 \\ x = \dfrac{1}{\sqrt{2}}. \end{array}\right.$$

Vậy nhận giá trị $m = 1$.

- **TH2:** Với $m > 1$, phương trình trở thành

$$\left(2\log_2^2 x - 3\log_2 x - 2\right)\sqrt{3^x - m} = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2\log_2^2 x - 3\log_2 x - 2 = 0 \\ 3^x - m = 0 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_2 x = 2 \\ \log_2 x = -\dfrac{1}{2} \\ 3^x = m \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 4 \\ x = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \\ x = \log_3 m. \end{array}\right.$$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt khi $\dfrac{1}{\sqrt{2}} \leq \log_3 m < 4 \Leftrightarrow 3^{\frac{1}{\sqrt{2}}} \leq m < 3^4$.

Mà $m > 1$ nên ta có $m \in \{3, 4, \ldots, 80\}$, có 78 giá trị của m.

Vậy có 79 giá trị nguyên dương của m để phương trình có đúng hai nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án (A) ....

□

Câu 48. Cho hàm số $f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như hình vẽ bên dưới

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	↘	-3	↗	2	↘	-1	↗	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x^2 + 2x)$ là

(A) 3. (B) 9. (C) 5. (D) 7.

Lời giải:

Ta có $y' = (2x+2)f'\left(x^2+2x\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x+2=0 \\ x^2+2x=a, \quad a<-1 \\ x^2+2x=b, \quad -1<b<0 \\ x^2+2x=c, \quad 0<c<1 \\ x^2+2x=d, \quad d>1. \end{array}\right.$

Xét hàm số $g(x) = x^2 + 2x$ xác định trên $\mathbb{R}$, có $y' = 2x+2$, ta có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta được $y' = 0$ có 7 nghiệm đơn nên hàm số đã cho có 7 điểm cực trị.

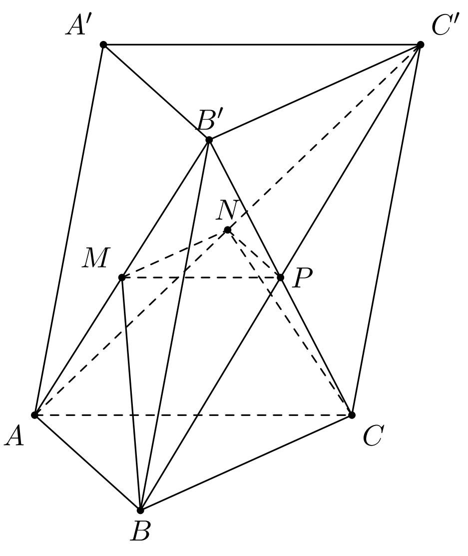
Chọn đáp án (D)..........

□

Câu 49. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có chiều cao bằng 8 và đáy là tam giác đều cạnh bằng 4. Gọi M, N và P lần lượt là tâm các mặt bên $ABB'A'$, $ACC'A'$ và $BCC'B'$. Thể tích V của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A, B, C, M, N, P bằng

(A) $V = 12\sqrt{3}$. (B) $V = 16\sqrt{3}$. (C) $V = \dfrac{28\sqrt{3}}{3}$. (D) $V = \dfrac{40\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải:



Ta có $V_{ABC.A'B'C'} = 8 \cdot \dfrac{4^2\sqrt{3}}{4} = 32\sqrt{3}$.

Và ta cũng có $V_{C'.ABC} = V_{A.BC'B'} = \dfrac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'}$.

Khối đa diện cần tìm $V = V_{C.ABPN} + V_{M.ANPB}$.

Do N, P là trung điểm của AC' và BC' nên

$$S_{ANPB} = \frac{3}{4}S_{ABC'}$$

Từ đó ta suy ra

$$V_{C.ABPN} = \frac{3}{4}V_{C'.ABC} = \frac{1}{4}V_{ABC.A'B'C'}.$$
$$V_{M.ANPB} = \frac{1}{2}V_{B'ANPB} = \frac{3}{8}V_{B'.ABC'} = \frac{1}{8}V_{ABC.A'B'C'}.$$

Vậy thể tích khối cần tìm

$$V = \frac{1}{4}V_{ABC.A'B'C'} + \frac{1}{8}V_{ABC.A'B'C'} = \frac{3}{8}V_{ABC.A'B'C'} = 12\sqrt{3}.$$

Chọn đáp án (A)..........

□

Câu 50. Cho hai hàm số $y = \dfrac{x}{x+1} + \dfrac{x+1}{x+2} + \dfrac{x+2}{x+3} + \dfrac{x+3}{x+4}$ và $y = |x+1| - x + m$ (m là tham số thực) có đồ thị lần lượt là (C_1) và (C_2). Tập hợp tất cả các giá trị của m để (C_1) và (C_2) cắt nhau tại đúng 4 điểm phân biệt là

Ⓐ $(3;+\infty)$. Ⓑ $(-\infty;3]$. Ⓒ $(-\infty;3)$. Ⓓ $[3;+\infty)$.

Lời giải:

Điều kiện $\begin{cases} x \neq -1 \\ x \neq -2 \\ x \neq -3 \\ x \neq -4. \end{cases}$

Ta có phương trình hoành độ giao điểm

$$\begin{aligned} & \frac{x}{x+1}+\frac{x+1}{x+2}+\frac{x+2}{x+3}+\frac{x+3}{x+4}=|x+1|-x+m \\ \Leftrightarrow\ & \left(1-\frac{1}{x+1}\right)+\left(1-\frac{1}{x+2}\right)+\left(1-\frac{1}{x+3}\right)+\left(1-\frac{1}{x+4}\right)=|x-1|-x+m \\ \Leftrightarrow\ & x-|x+1|+4-\left(\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x+2}+\frac{1}{x+3}+\frac{1}{x+4}\right)=m \quad (*). \end{aligned}$$

Đặt $\mathscr{D}_1=(-1;+\infty)$ và $\mathscr{D}_2=(-\infty;-4)\cup(-4;-3)\cup(-3;-2)\cup(-2;-1)$, ta có

$$(*) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} 3-\left(\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x+2}+\frac{1}{x+3}+\frac{1}{x+4}\right)=m & \text{khi } x \in \mathscr{D}_1 \\ 2x+5-\left(\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x+2}+\frac{1}{x+3}+\frac{1}{x+4}\right)=m & \text{khi } x \in \mathscr{D}_2. \end{array}\right.$$

Đặt $f(x)=\begin{cases} 3-\left(\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x+2}+\frac{1}{x+3}+\frac{1}{x+4}\right) & \text{khi } x \in \mathscr{D}_1 \\ 2x+5-\left(\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x+2}+\frac{1}{x+3}+\frac{1}{x+4}\right) & \text{khi } x \in \mathscr{D}_2. \end{cases}$

Có $f'(x)=\begin{cases} \frac{1}{(x+1)^2}+\frac{1}{(x+2)^2}+\frac{1}{(x+3)^2}+\frac{1}{(x+4)^2} & \text{khi } x \in \mathscr{D}_1 \\ 2+\frac{1}{(x+1)^2}+\frac{1}{(x+2)^2}+\frac{1}{(x+3)^2}+\frac{1}{(x+4)^2} & \text{khi } x \in \mathscr{D}_2. \end{cases}$

Vậy hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định, ta có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	-4	-3	-2	-1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$	
$f(x)$	$-\infty \nearrow +\infty$	$-\infty \nearrow +\infty$	$-\infty \nearrow +\infty$	$-\infty \nearrow +\infty$	$-\infty \nearrow 3$	

Do đó để phương trình có 4 nghiệm phân biệt thì $m \geq 3 \Rightarrow m \in [3;+\infty)$.

Chọn đáp án D ....

□

—HẾT—

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

1. A	2. C	3. C	4. D	5. D	6. C	7. C	8. C	9. B	10. B
11. D	12. B	13. B	14. C	15. C	16. C	17. D	18. A	19. B	20. B
21. D	22. A	23. C	24. C	25. A	26. D	27. B	28. C	29. B	30. D
31. A	32. C	33. C	34. A	35. B	36. D	37. B	38. A	39. D	40. A
41. B	42. D	43. B	44. D	45. D	46. B	47. A	48. D	49. A	50. D

BỘ ĐỀ ÔN THI THPTQG

ĐỀ 4

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2020
Môn Toán;
Thời gian làm bài: 90 phút.

NỘI DUNG ĐỀ

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 2x-3y+z-2=0$. Véc-tơ nào sau đây là một véctơ pháp tuyến của (P).

Ⓐ $\vec{n}_3=(-3;1;-2)$. Ⓑ $\vec{n}_2=(2;-3;-2)$. Ⓒ $\vec{n}_1=(2;-3;1)$. Ⓓ $\vec{n}_4=(2;1;-2)$.

Lời giải:

Ta có véc-tơ $\vec{n}_1=(2;-3;1)$ là một véc-tơ pháp tuyến của (P).

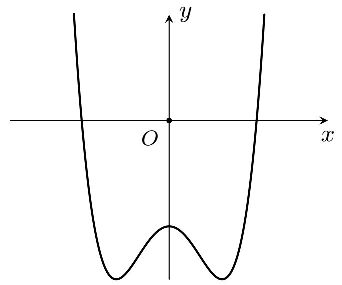
Chọn đáp án Ⓒ ....

□

Câu 2.

Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?

Ⓐ $y=x^3-3x^2-2$. Ⓑ $y=x^4-2x^2-2$.
Ⓒ $y=-x^3+3x^2-2$. Ⓓ $y=-x^4+2x^2-2$.



Lời giải:

Quan sát đồ thị ta thấy đồ thị có dạng bậc 4 và $a>0$ nên $y=x^4-2x^2-2$.

Chọn đáp án Ⓑ ....

□

Câu 3. Số cách chọn 2 học sinh từ 6 học sinh là

Ⓐ A_6^2. Ⓑ C_6^2. Ⓒ 2^6. Ⓓ 6^2.

Lời giải:

Số cách chọn 2 học sinh từ 6 học sinh là C_6^2.

Chọn đáp án Ⓑ ....

□

Câu 4. Biết $\int\limits_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x=2$ và $\int\limits_1^2 g(x)\,\mathrm{d}x=6$, khi đó $\int\limits_1^2 [f(x)-g(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

Ⓐ 4. Ⓑ -8. Ⓒ 8. Ⓓ -4.

Lời giải:

Ta có $\int\limits_1^2 [f(x)-g(x)]\,\mathrm{d}x=\int\limits_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x-\int\limits_1^2 g(x)\,\mathrm{d}x=2-6=-4$.

Chọn đáp án Ⓓ ....

□

Câu 5. Nghiệm của phương trình $2^{2x-1}=8$ là

Ⓐ $x=\frac{3}{2}$. Ⓑ $x=2$. Ⓒ $x=\frac{5}{2}$. Ⓓ $x=1$.

Lời giải:

Ta có $2^{2x-1}=8\Leftrightarrow 2^{2x-1}=2^3\Leftrightarrow 2x-1=3\Leftrightarrow x=2$.

Chọn đáp án Ⓑ ....

□

Câu 6. Thể tích của khối nón có chiều cao h và có bán kính đáy r là

(A) $\pi r^2 h$. (B) $\frac{4}{3}\pi r^2 h$. (C) $2\pi r^2 h$. (D) $\frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Lời giải:

Thể tích của khối nón có chiều cao h và có bán kính đáy r là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Chọn đáp án (D) .... □

Câu 7. Số phức liên hợp của số phức $1 - 2i$ là

(A) $-1 - 2i$. (B) $1 + 2i$. (C) $-2 + i$. (D) $-1 + 2i$.

Lời giải:

Theo định nghĩa số phức liên hợp của số phức $1 - 2i$ là số phức $1 + 2i$.

Chọn đáp án (B) .... □

Câu 8. Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là

(A) $\frac{4}{3}Bh$. (B) $3Bh$. (C) $\frac{1}{3}Bh$. (D) Bh.

Lời giải:

Theo công thức tính thể tích lăng trụ là Bh.

Chọn đáp án (D) .... □

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$			3				$+\infty$
	$-\infty$	$\nearrow$		$\searrow$	-2	$\nearrow$	

Hàm số đạt cực đại tại

(A) $x = 2$. (B) $x = -2$. (C) $x = 3$. (D) $x = 1$.

Lời giải:

Hàm số $f(x)$ xác định tại $x = 1$, $f'(1) = 0$ và đạo hàm đổi dấu từ $(+)$ sang $(-)$ khi đi qua $x = 1$ nên hàm số đạt cực đại tại $x = 1$.

Chọn đáp án (D) .... □

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; 1; -1)$ trên trục Oy có tọa độ là

(A) $(0; 0; -1)$. (B) $(2; 0; -1)$. (C) $(0; 1; 0)$. (D) $(2; 0; 0)$.

Lời giải:

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; 1 - 1)$ trên trục Oy có tọa độ là $(0; 1; 0)$.

Chọn đáp án (C) .... □

Câu 11. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 6$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

(A) 3. (B) -4. (C) 8. (D) 4.

Lời giải:

Ta có $u_2 = 6 \Leftrightarrow u_1 + d = 6 \Leftrightarrow 2 + d = 4 \Leftrightarrow d = 4$.

Chọn đáp án (D) .... □

Câu 12. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 3$ là

Ⓐ $2x^2 + C$. Ⓑ $x^2 + 3x + C$. Ⓒ $2x^2 + 3x + C$. Ⓓ $x^2 + C$.

Lời giải:

Ta có $\int (2x+3)\,\mathrm{d}x = x^2 + 3x + C$.

Chọn đáp án Ⓑ ....

□

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\mathrm{d}\colon \dfrac{x+2}{1} = \dfrac{y-1}{-3} = \dfrac{z-3}{2}$. Vec-tơ nào dưới đây là một vec-tơ chỉ phương của d?

Ⓐ $\vec{u_2} = (1;-3;2)$. Ⓑ $\vec{u_3} = (-2;1;3)$. Ⓒ $\vec{u_1} = (-2;1;2)$. Ⓓ $\vec{u_4} = (1;3;2)$.

Lời giải:

Đường thẳng $\mathrm{d}\colon \dfrac{x+2}{1} = \dfrac{y-1}{-3} = \dfrac{z-3}{2}$ có một vec-tơ chỉ phương là $\vec{u_2} = (1;-3;2)$.

Chọn đáp án Ⓐ ....

□

Câu 14. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2 a^3$ bằng

Ⓐ $3\log_2 a$. Ⓑ $\dfrac{1}{3}\log_2 a$. Ⓒ $\dfrac{1}{3} + \log_2 a$. Ⓓ $3 + \log_2 a$.

Lời giải:

Ta có $\log_2 a^3 = 3\log_2 a$.

Chọn đáp án Ⓐ ....

□

Câu 15. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	0	↗	3	↘	0	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây ?

Ⓐ $(-1;0)$. Ⓑ $(-1;+\infty)$. Ⓒ $(-\infty;-1)$. Ⓓ $(0;1)$.

Lời giải:

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.

Chọn đáp án Ⓐ ....

□

Câu 16. Cho hàm số $f(x)$ bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-1	↗	2	↘	$-\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) - 3 = 0$ là

Ⓐ 1. Ⓑ 2. Ⓒ 3. Ⓓ 0.

Lời giải:

Ta có $2f(x)-3=0 \Leftrightarrow f(x)=\dfrac{3}{2}(1)$.

Số nghiệm thực của phương trình (1) bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ với đường thẳng $y=\dfrac{3}{2}$.

Từ bảng biến thiên đã cho của hàm số $f(x)$, ta thấy đường thẳng $y=\dfrac{3}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại ba điểm phân biệt.

Do đó phương trình (1) có ba nghiệm thực phân biệt.

Chọn đáp án C ....

□

Câu 17. Cho hai số phức $z_1=1+i$ và $z_2=2+i$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm biểu diễn số phức z_1+2z_2 có tọa độ là

A $(2;5)$. B $(3;5)$. C $(5;2)$. D $(5;3)$.

Lời giải:

Ta có $z_1+2z_2=(1+i)+2(2+i)=5+3i$.

Do đó điểm biểu diễn số phức z_1+2z_2 có tọa độ là $(5;3)$.

Chọn đáp án D ....

□

Câu 18. Hàm số $y=2^{x^2-x}$ có đạo hàm là

A $(x^2-x)\cdot 2^{x^2-x-1}$. B $(2x-1)\cdot 2^{x^2-x}$.

C $2^{x^2-x}\cdot \ln 2$. D $(2x-1)\cdot 2^{x^2-x}\cdot \ln 2$.

Lời giải:

Ta có $y'=(x^2-x)'\cdot 2^{x^2-x}\cdot \ln 2=(2x-1)\cdot 2^{x^2-x}\cdot \ln 2$.

Chọn đáp án D ....

□

Câu 19. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x$ trên đoạn $[-3;3]$ bằng

A 18. B 2. C -18. D -2.

Lời giải:

Ta có $y'=3x^2-3=0 \Leftrightarrow x=\pm 1 \in (-3;3)$

$f(-3)=-18;f(-1)=2;f(1)=-2;f(3)=18$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên $[-3;3]$ là 18.

Chọn đáp án A ....

□

Câu 20. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)^2$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A 2. B 0. C 1. D 3.

Lời giải:

Ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\end{array}\right.$

Xét dấu của đạo hàm

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	

Ta thấy đạo hàm đổi dấu đúng 1 lần nên hàm số đã cho có đúng 1 điểm cực trị.

Chọn đáp án C ....

□

Câu 21. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $a^2b^3 = 16$. Giá trị của $2\log_2 a + 3\log_2 b$ bằng

(A) 8. (B) 16. (C) 4. (D) 2.

Lời giải:

Ta có $2\log_2 a + 3\log_2 b = \log_2(a^2b^3) = \log_2 16 = 4$.

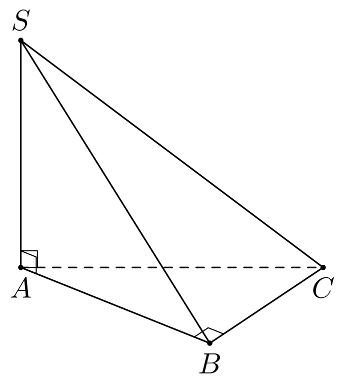
Chọn đáp án (C)..

□

Câu 22.

Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC). $SA = \sqrt{2}a$. Tam giác ABC vuông cân tại B và $AB = a$ (minh họa như hình vẽ bên). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng

(A) $45°$. (B) $60°$. (C) $30°$. (D) $90°$.

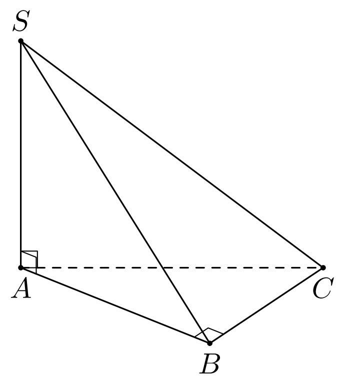


Lời giải:

Ta có AC là hình chiếu vuông góc của SC trên mặt phẳng (ABC).

Suy ra góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng $\widehat{SCA} = \varphi$.

Ta có $AC = a\sqrt{2}, SA = a\sqrt{2}$ nên tam giác SAC vuông cân tại $A \Rightarrow \varphi = 45°$.



Chọn đáp án (A)..

□

Câu 23. Một cơ sở sản xuất có hai bể nước hình trụ có chiều cao bằng nhau, bán kính đáy lần lượt bằng $1m$ và $1,8m$. Chủ cơ sở dự định làm một bể nước mới, hình trụ, có cùng chiều cao và có thể tích bằng tổng thể tích của hai bể nước trên. Bán kính đáy của bể nước dự định làm **gần nhất** với kết quả nào dưới đây ?

(A) $2,8m$. (B) $2,6m$. (C) $2,1m$. (D) $2,3m$.

Lời giải:

Gọi hai bể nước hình trụ ban đầu lần lượt có chiều cao là h, bán kính r_1, r_2, thể tích là V_1, V_2.

Ta có một bể nước mới có chiều cao h, $V = V_1 + V_2$.

$\Rightarrow \pi r^2 h = \pi r_1^2 h + \pi r_2^2 h \Rightarrow \pi r^2 h = \pi \cdot 1^2 \cdot h + \pi \cdot 1,8^2 \cdot h \Leftrightarrow r = \sqrt{1 + 1,8^2} \approx 2,1m$.

Chọn đáp án (C)..

□

Câu 24. Nghiệm của phương trình $\log_2(x+1) + 1 = \log_2(3x-1)$ là

(A) $x = 3$. (B) $x = 2$. (C) $x = -1$. (D) $x = 1$.

Lời giải:

Điều kiện phương trình $x > \dfrac{1}{3}$.

$$\begin{aligned}
& \log_2(x+1) + 1 = \log_2(3x-1) \\
\Leftrightarrow\ & \log_2[(x+1)\cdot 2] = \log_2(3x-1) \\
\Leftrightarrow\ & 2(x+1) = 3x - 1 \\
\Leftrightarrow\ & x = 3 \text{ (Thỏa mãn điều kiện phương trình).}
\end{aligned}$$

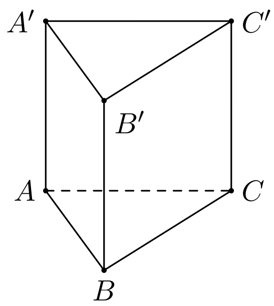
Vậy nghiệm phương trình là $x = 3$.

Chọn đáp án (A) ....

☐

Câu 25.

Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$ và $AA' = 3a$ (minh họa như hình vẽ bên). Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng



A $2\sqrt{3}a^3$. **B** $\sqrt{3}a^3$. **C** $6\sqrt{3}a^3$. **D** $3\sqrt{3}a^3$.

Lời giải:

Khối lăng trụ đã cho có đáy là tam giác đều có diện tích đáy là $\dfrac{(2a)^2\sqrt{3}}{4}$ và chiều cao là $AA' = 3a$ (do là lăng trụ đứng) nên có thể tích là $\dfrac{(2a)^2\sqrt{3}}{4} \cdot 3a = 3\sqrt{3}a^3$.

Chọn đáp án (D) ....

☐

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon x^2 + y^2 + z^2 + 2y - 2z - 7 = 0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

A 9. **B** $\sqrt{15}$. **C** $\sqrt{7}$. **D** 3.

Lời giải:

Mặt cầu đã cho có phương trình dạng $x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0$ có bán kính là $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = \sqrt{1^2 + 1^2 + 7} = 3$.

Chọn đáp án (D) ....

☐

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;2)$ và $B(6;5;-4)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A $2x + 2y - 3z - 17 = 0$. **B** $4x + 3y - z - 26 = 0$.

C $2x + 2y - 3z + 17 = 0$. **D** $2x + 2y + 3z - 11 = 0$.

Lời giải:

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua trung điểm của AB là $M(4;3;-1)$ và có véc-tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{AB} = (4;4;-6)$ nên có phương trình là

$$\begin{aligned} & 4(x-4) + 4(y-3) - 6(z+1) = 0 \\ \Leftrightarrow\ & 2(x-4) + 2(y-3) - 3(z+1) = 0 \\ \Leftrightarrow\ & 2x + 2y - 3z - 17 = 0. \end{aligned}$$

Chọn đáp án (A) ....

☐

Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
y'		$-$	||	$+$	0	$-$	
y	1	↘	$-\infty$ || 2	↘	-3	↗	3

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A 1. **B** 2. **C** 3. **D** 4.

Lời giải:

Nhìn bảng biến thiên ta thấy

$\lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = -\infty \Rightarrow x = 0$ là TCĐ của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = 3 \Rightarrow y = 3$ là TCN của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to -\infty} f(x) = 1 \Rightarrow y = 1$ là TCN của đồ thị hàm số.

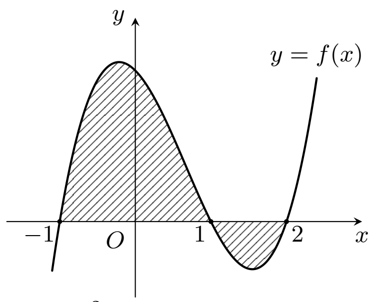
Vậy hàm số có 3 tiệm cận.

Chọn đáp án **C** ....

□

Câu 29.

Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x), y = 0, x = -1, x = 2$ (như hình vẽ bên). Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A $S = -\int\limits_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x - \int\limits_{1}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x$.

B $S = -\int\limits_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x + \int\limits_{1}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x$.

C $S = \int\limits_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x - \int\limits_{1}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x$.

D $S = \int\limits_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x + \int\limits_{1}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x$.

Lời giải:

$$S = \int\limits_{-1}^{2} |f(x)|\,\mathrm{d}x = \int\limits_{-1}^{1} |f(x)|\,\mathrm{d}x + \int\limits_{1}^{2} |f(x)|\,\mathrm{d}x$$

Nhìn hình ta thấy hàm số $f(x)$ liên tục và nhận giá trị không âm trên đoạn $[-1; 1]$

nên $\int\limits_{-1}^{1} |f(x)|\,\mathrm{d}x = \int\limits_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x$.

Hàm số $f(x)$ liên tục và nhận giá trị âm trên đoạn $[1; 2]$

nên $\int\limits_{1}^{2} |f(x)|\,\mathrm{d}x = -\int\limits_{1}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x$.

Vậy $S = \int\limits_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x - \int\limits_{1}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x$.

Chọn đáp án **C** ....

□

Câu 30.

Gọi z_1, z_2 là 2 nghiệm phức của phương trình $z^2 - 4z + 5 = 0$. Giá trị của $z_1^2 + z_2^2$ bằng

A 6. **B** 8. **C** 16. **D** 26.

Lời giải:

$\triangle' = b'^2 - ac = 4 - 5 = -1$.

Phương trình có 2 nghiệm phức $z_1 = -2 + i, z_2 = -2 - i$.

Nên $z_1^2 + z_2^2 = (-2+i)^2 + (-2-i)^2 = 4 - 4i + i^2 + 4 + 4i + i^2 = 8 + 2i^2 = 8 - 2 = 6$.

Chọn đáp án **A** ....

□

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$ cho $A(0;0;2), B(2;1;0), C(1;2;-1)$ và $D(2;0;-2)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với (BCD) có phương trình là

(A) $\begin{cases} x = 3+3t \\ y = -2+2t \\ z = 1-t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \\ z = -1+2t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x = 3+3t \\ y = 2+2t \\ z = 1-t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x = 3t \\ y = 2t \\ z = 2+t \end{cases}$.

Lời giải:

Gọi d là đường thẳng đi qua A và vuông góc với (BCD).

Ta có $\overrightarrow{BC} = (-1;1;-1); \overrightarrow{BD} = (0;-1;-2)$.

Mặt phẳng (BCD) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(BCD)} = \left[\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{BC}\right] = (3;2;-1)$.

Gọi $\vec{u}_d$ là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d.

Vì $d \perp (BCD)$ nên $\vec{u_d} = \vec{n}_{(BCD)} = (3;2;-1)$.

Đáp án $\begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \\ z = -1+2t \end{cases}$ và $\begin{cases} x = 3t \\ y = 2t \\ z = 2+t \end{cases}$ có vec-tơ chỉ phương không cùng phương với vec-tơ $\vec{u_d} = (3;2;-1)$ nên loại.

Ta thấy điểm $A(0;0;2)$ không thỏa hệ $\begin{cases} x = 3+3t \\ y = -2+2t \\ z = 1-t \end{cases}$ nên loại đáp án $\begin{cases} x = 3+3t \\ y = -2+2t \\ z = 1-t \end{cases}$.

Chọn đáp án (C) ....

□

Câu 32. Cho số z thỏa mãn $(2+i)z - 4(\overline{z} - i) = -8 + 19i$. Mô-đun của z bằng

(A) 13. (B) 5. (C) $\sqrt{13}$. (D) $\sqrt{5}$.

Lời giải:

Gọi $z = a + bi; \overline{z} = a - bi\,(a, b \in \mathbb{R})$.

Ta có

$$\begin{aligned} &(2+i)z - 4(\overline{z} - i) = -8 + 19i \\ \Leftrightarrow &(2+i)(a+bi) - 4(a - bi - i) = -8 + 19i \\ \Leftrightarrow &-2a - b + (a + 6b + 4) = -8 + 19i \\ \Leftrightarrow &\begin{cases} -2a - b = -8 \\ a + 6b + 4 = 19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 2 \end{cases}. \end{aligned}$$

Vậy $z = 3 + 2i \Rightarrow |z| = \sqrt{13}$.

Chọn đáp án (C) ....

□

Câu 33. Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y = f(3-2x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(3;4)$. (B) $(2;3)$. (C) $(-\infty;-3)$. (D) $(0;2)$.

Lời giải:

Ta có $y' = -2 \cdot f'(3-2x) \geq 0 \Leftrightarrow f'(3-2x) \leq 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3 - 2x \leq -3 \\ -1 \leq 3 - 2x \leq 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \geq 3 \\ 1 \leq x \leq 2 \end{array}\right.$.

Vậy hàm số $y = f(3-2x)$ đồng biến trên khoảng $(3;4)$.

Chọn đáp án (A)

☐

Câu 34. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \dfrac{2x+1}{(x+2)^2}$ trên khoảng $(-2; +\infty)$ là

(A) $2\ln(x+2) + \dfrac{1}{x+2} + C$.

(B) $2\ln(x+2) - \dfrac{1}{x+2} + C$.

(C) $2\ln(x+2) - \dfrac{3}{x+2} + C$.

(D) $2\ln(x+2) + \dfrac{3}{x+2} + C$.

Lời giải:

Ta có $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = \int \frac{2x+4-3}{(x+2)^2}\,\mathrm{d}x = \int \left[\frac{2}{x+2} - \frac{3}{(x+2)^2}\right]\mathrm{d}x = 2\ln|x+2| + \frac{3}{x+2} + C.$

Chọn đáp án (D)

☐

Câu 35. Cho hàm số $f(x)$. Biết $f(0) = 4$ và $f'(x) = 2\sin^2 x + 1, \forall x \in \mathbb{R}$, khi đó $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) $\dfrac{\pi^2 + 15\pi}{16}$.

(B) $\dfrac{\pi^2 + 16\pi - 16}{16}$.

(C) $\dfrac{\pi^2 + 16\pi - 4}{16}$.

(D) $\dfrac{\pi^2 - 4}{16}$.

Lời giải:

Ta có $f(x) = \displaystyle\int \left(2\sin^2 x + 1\right)\mathrm{d}x = \int \left(2 - \cos 2x\right)\mathrm{d}x = 2x - \frac{1}{2}\sin 2x + C.$

Vì $f(0) = 4 \Rightarrow C = 4$

Hay $f(x) = 2x - \dfrac{1}{2}\sin 2x + 4$.

Suy ra $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)\,\mathrm{d}x = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(2x - \frac{1}{2}\sin 2x + 4\right)\mathrm{d}x = x^2 + \frac{1}{4}\cos 2x + 4x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{\pi^2}{16} + \pi - \frac{1}{4} = \frac{\pi^2 + 16\pi - 4}{16}.$

Chọn đáp án (C)

☐

Câu 36. Cho phương trình $\log_9 x^2 - \log_3(5x-1) = -\log_3 m$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm?

(A) Vô số.

(B) 5.

(C) 4.

(D) 6.

Lời giải:

Điều kiện: $\begin{cases} x > \dfrac{1}{5} \\ m > 0. \end{cases}$

Xét phương trình: $\log_9 x^2 - \log_3(5x-1) = -\log_3 m \quad (1)$.

Cách 1.

$(1) \Leftrightarrow \log_3 x - \log_3(5x-1) = -\log_3 m \Leftrightarrow \log_3 \dfrac{5x-1}{x} = \log_3 m \Leftrightarrow \dfrac{5x-1}{x} = m \Leftrightarrow 5 - \dfrac{1}{x} = m \quad (2).$

Xét $f(x) = 5 - \dfrac{1}{x}$ trên khoảng $\left(\dfrac{1}{5}; +\infty\right)$.

Có $f'(x) = \dfrac{1}{x^2} > 0, \forall x \in \left(\dfrac{1}{5}; +\infty\right)$ và $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty}\left(5 - \frac{1}{x}\right) = 5.$

Ta có bảng biến thiên của hàm số $f(x)$

x	$-\frac{1}{5}$		$+\infty$
y'		$+$	
y	0	$\nearrow$	5

Phương trình (1) có nghiệm khi và chỉ phương trình (2) có nghiệm $x > \dfrac{1}{5}$.
Từ bảng biến thiên suy ra phương trình (1) có nghiệm khi và chỉ khi $0 < m < 5$.
Mà $m \in \mathbb{Z}$ và $m > 0$ nên $m \in \{1; 2; 3; 4\}$.
Vậy có 4 giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm.
Cách 2.
Với $\begin{cases} x > \dfrac{1}{5} \\ m > 0 \end{cases}$, ta có

$$\begin{aligned}(1) &\Leftrightarrow \log_3 x - \log_3(5x-1) = -\log_3 m \Leftrightarrow \log_3 \frac{5x-1}{x} = \log_3 m \\ &\Leftrightarrow \frac{5x-1}{x} = m \\ &\Leftrightarrow (5-m)x = 1 \quad (2).\end{aligned}$$

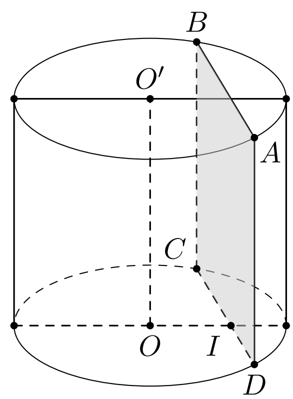
Với $m = 5$, phương trình (2) thành $0 \cdot x = 1$ (vô nghiệm).
Với $m \neq 5$, (2) $\Leftrightarrow x = \dfrac{1}{5-m}$.
Xét $x > \dfrac{1}{5} \Leftrightarrow \dfrac{1}{5-m} > \dfrac{1}{5} \Leftrightarrow \dfrac{m}{5 \cdot (5-m)} > 0 \Leftrightarrow 0 < m < 5$.
Mà $m \in \mathbb{Z}$ và $m > 0$ nên $m \in \{1; 2; 3; 4\}$.
Vậy có 4 giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm.

Chọn đáp án (C)..
□

Câu 37. Cho hình trụ có chiều cao bằng $3\sqrt{2}$. Cắt hình trụ đã cho bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 1, thiết diện thu được có diện tích bằng $12\sqrt{2}$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

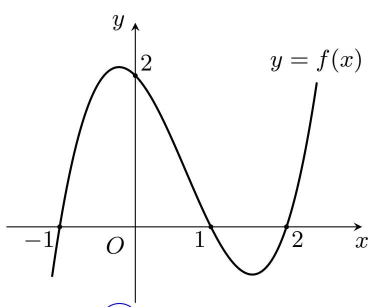
(A) $6\sqrt{10}\pi$. (B) $6\sqrt{34}\pi$. (C) $3\sqrt{10}\pi$. (D) $3\sqrt{34}\pi$.

Lời giải:
Ta có: $S_{ABCD} = 12\sqrt{2} = 3\sqrt{2} \cdot CD$
$\Rightarrow CD = 4$
$\Rightarrow CI = 2$
$\Rightarrow CO = \sqrt{CI^2 + IO^2} = \sqrt{5} = r$.
Vậy $S_{xq} = 2\pi r l = 6\sqrt{10}\pi$.



Chọn đáp án (A)..
□

Câu 38.
Cho hàm số $y = f(x)$, hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Bất phương trình $f(x) < 2x + m$ (m là tham số thực) nghiệm đúng với mọi $x \in (0; 2)$ khi và chỉ khi



(A) $m > f(0)$. (B) $m > f(2) - 4$. (C) $m \geq f(0)$. (D) $m \geq f(2) - 4$.

Lời giải:

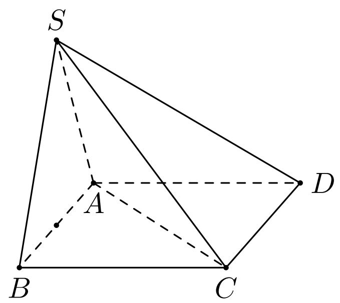
Ta có $f(x) < 2x + m \Leftrightarrow m > f(x) - 2x \quad (1)$.
Đặt $g(x) = f(x) - 2x$, $x \in (0; 2)$.
$\forall x \in (0; 2), g'(x) = f'(x) - 2 < 0 \Rightarrow$ hàm số $y = g(x)$ nghịch biến trên $(0; 2)$.
Do đó (1) đúng với mọi $x \in (0; 2)$ khi và chỉ khi $m \geq g(0) = f(0)$.

Chọn đáp án C ....

□

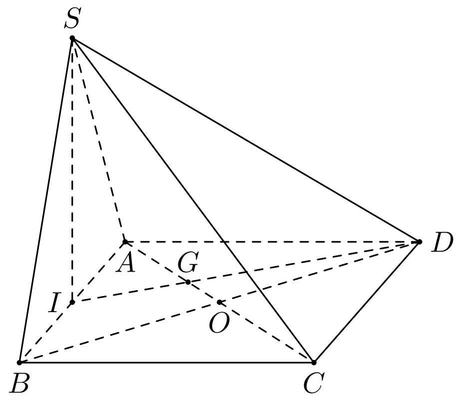
Câu 39.

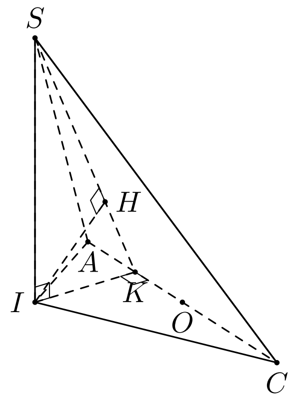
Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy (minh họa như hình vẽ bên). Khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SAC) bằng



A $\dfrac{a\sqrt{21}}{14}$. **B** $\dfrac{a\sqrt{21}}{28}$. **C** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **D** $\dfrac{a\sqrt{21}}{7}$.

Lời giải:





* Gọi $O = AC \cap BD$ và G là trọng tâm tam giác ABD, I là trung điểm của AB.
Ta có $SI \perp (ABCD)$ và $\dfrac{\mathrm{d}(D; (SAC))}{\mathrm{d}(I; (SAC))} = \dfrac{DG}{IG} = 2$.
$\Rightarrow \mathrm{d}(D; (SAC)) = 2 \cdot \mathrm{d}(I; (SAC))$.
* Gọi K là trung điểm của AO suy ra $IK \parallel BO$.
* Do $BO \perp AC$ nên $IK \perp AC$.
* Ta lại có $AC \perp SI$ nên $AC \perp (SIK)$. Do đó $(SAC) \perp (SIK)$.
* Gọi H là hình chiếu của I lên SK ta có $IH \perp SK$.
* Do $(SIK) \cap (SAC) = SK \Rightarrow IH = \mathrm{d}(I, (SAC))$.
$\Rightarrow \mathrm{d}(D; (SAC)) = 2 \cdot \mathrm{d}(I; (SAC)) = 2 \cdot IH$.
* Xét tam giác SIK vuông tại I ta có
$SI = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}; IK = \dfrac{BO}{2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{4}$.
$\dfrac{1}{IH^2} = \dfrac{1}{SI^2} + \dfrac{1}{IK^2} = \dfrac{4}{3a^2} + \dfrac{16}{2a^2} = \dfrac{28}{3a^2}$.
$\Rightarrow IH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2\sqrt{7}}$.
$\Rightarrow \mathrm{d}(D; (SAC)) = 2 \cdot IH = \dfrac{a\sqrt{21}}{7}$.

Chọn đáp án D ....

□

Câu 40. Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 21 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn bằng

A $\dfrac{11}{21}$. **B** $\dfrac{221}{441}$. **C** $\dfrac{10}{21}$. **D** $\dfrac{1}{2}$.

Lời giải:

* Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = \mathrm{C}_{21}^2 = 210$.
* Gọi biến cố A: "Chọn được hai số có tổng là một số chẵn".
Trong 21 số nguyên dương đầu tiên có 11 số lẻ và 10 số chẵn.
Để hai số chọn được có tổng là một số chẵn điều kiện là cả hai số cùng chẵn hoặc cùng lẻ.
$\Rightarrow$ Số phần tử của biến cố A là $n(A) = \mathrm{C}_{10}^2 + \mathrm{C}_{11}^2 = 100$.
* Xác suất của biến cố A là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{10}{21}$.

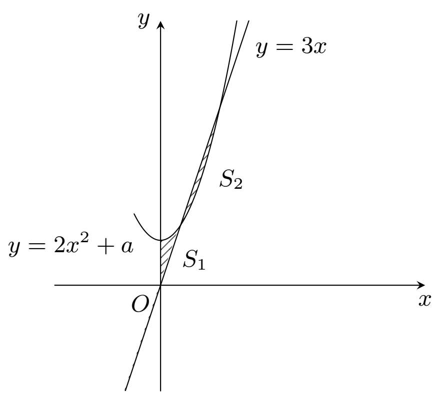
Chọn đáp án C ....

□

Câu 41.

Cho đường thẳng $y = 3x$ và parabol $y = 2x^2 + a$ (a là tham số thực dương). Gọi S_1 và S_2 lần lượt là diện tích của hai hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên. Khi $S_1 = S_2$ thì a thuộc khoảng nào dưới đây?

A $\left(\dfrac{4}{5}; \dfrac{9}{10}\right)$. **B** $\left(0; \dfrac{4}{5}\right)$. **C** $\left(1; \dfrac{9}{8}\right)$. **D** $\left(\dfrac{9}{10}; 1\right)$.



Lời giải:

Phương trình hoành độ giao điểm $2x^2 + a = 3x \Leftrightarrow 2x^2 - 3x + a = 0$ (1) có hai nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = 9 - 8a > 0 \\ P = \dfrac{a}{2} > 0 \\ S = \dfrac{3}{2} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a < \dfrac{9}{8} \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < a < \dfrac{9}{8}.$$

Ta được nghiệm của phương trình là $x = \dfrac{3 \pm \sqrt{9 - 8a}}{4}$.

Gọi $x_1 = \dfrac{3 - \sqrt{9 - 8a}}{4}$; $x_2 = \dfrac{3 + \sqrt{9 - 8a}}{4}$.

Ta có

$$\begin{aligned}
& S_1 = S_2. \\
\Leftrightarrow\ & \int_0^{x_1} (2x^2 + a - 3x)\,\mathrm{d}x = -\int_{x_1}^{x_2} (2x^2 + a - 3x)\,\mathrm{d}x. \\
\Leftrightarrow\ & \int_0^{x_1} (2x^2 + a - 3x)\,\mathrm{d}x + \int_{x_1}^{x_2} (2x^2 + a - 3x)\,\mathrm{d}x = 0. \\
\Leftrightarrow\ & \int_0^{x_2} (2x^2 - 3x + a)\,\mathrm{d}x = 0. \\
\Leftrightarrow\ & \left(\frac{2}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + ax\right)\Bigg|_0^{x_2} = 0. \\
\Leftrightarrow\ & \frac{2}{3}(x_2)^3 - \frac{2}{3}(x_2)^2 + a(x_2) = 0. \\
\Leftrightarrow\ & \frac{2}{3}(x_2)^2 - \frac{3}{2} \cdot x_2 + a = 0 \ (\ do\ x_2 \neq 0\ ).
\end{aligned}$$

Ta lại có x_2 là nghiệm của phương trình (1) nên x_2 là nghiệm của hệ phương trình sau

$$\begin{cases} \dfrac{2}{3}(x_2)^2 - \dfrac{3}{2}x_2 + a = 0 \\ 2(x_2)^2 - 3x_2 + a = 0. \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{2}{3}(x_2)^2 - \dfrac{3}{2}x_2 - 2(x_2)^2 + 3x_2 = 0 \\ a = -2(x_2)^2 + 3x_2. \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{-4}{3}(x_2)^2 + \dfrac{3}{2}x_2 = 0 \\ a = -2(x_2)^2 + 3x_2. \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_2 = \dfrac{9}{8} \\ a = \dfrac{27}{32}. \end{cases}$$

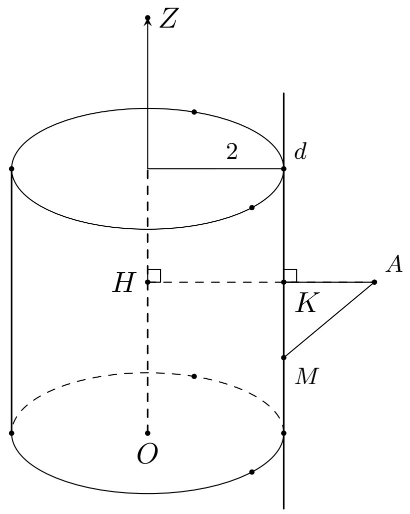
Chọn đáp án (A) ....

□

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;3;-2)$. Xét đường thẳng d thay đổi song song với Oz và cách Oz một khoảng bằng 2. Khi khoảng cách từ A đến d nhỏ nhất thì d đi qua điểm nào dưới đây?

(A) $P(-2;0;-2)$. (B) $N(0;-2;-5)$. (C) $Q(0;2;-5)$. (D) $M(0;4;-2)$.

Lời giải:



Vì d song song với Oz và cách Oz một khoảng bằng 2 nên d thuộc mặt trụ trục Oz và bán kính bằng 2.

Có $H(0;0;-2)$ là hình chiếu vuông góc của $A(0;3;-2)$ trên Oz.

Có $\overrightarrow{HA} = (0;3;0) \Rightarrow HA = 3$ nên A nằm ngoài mặt trụ.

Gọi (P) là mặt phẳng qua A và vuông góc với Oz.

M là điểm trên d.

Gọi K là giao điểm của AH và mặt trụ (K nằm giữa A và H).

Dễ thấy $AM \geq AK; AK = AH - \mathrm{d}(OZ;d) = 1 = \mathrm{d}(A;d)$.

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $M \equiv K$.

Khi đó ta có $\overrightarrow{HK} = \dfrac{2}{3}\overrightarrow{HA} \Rightarrow K(0;2;-2)$.

$$\Rightarrow d\colon \begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \\ z = -2 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

Với $t = -3$ ta thấy d đi qua điểm Q.

Chọn đáp án (C) ....

□

Câu 43. Xét các số phức z thỏa mãn $|z| = \sqrt{2}$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = \dfrac{2+iz}{1+z}$ là một đường tròn có bán kính bằng

(A) 10. (B) $\sqrt{2}$. (C) 2. (D) $\sqrt{10}$.

Lời giải:

Gọi số phức $w = x + yi; x, y \in \mathbb{R}$. Khi đó

$$\begin{aligned} & w = \frac{2+iz}{1+z}. \\ \Leftrightarrow\ & w(1+z) = 2 + iz. \\ \Leftrightarrow\ & w - 2 = z(i - w). \\ \Rightarrow\ & |w-2| = |z(i-w)|. \\ \Leftrightarrow\ & |w-2| = |z| \cdot |z(i-w)|. \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \quad (x-2)^2+y^2=2(x^2+(1-y)^2).$$
$$\Leftrightarrow \quad (x+2)^2+(y-2)^2=10 \quad (*).$$

Từ $(*)$ suy ra điểm biểu diễn số phức w là một đường tròn có bán kính bằng $\sqrt{10}$.

Chọn đáp án D ....

□

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f(6)=1$ và $\int\limits_0^1 xf(6x)\,\mathrm{d}x=1$, khi đó $\int\limits_0^6 x^2f'(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

Ⓐ $\dfrac{107}{3}$. Ⓑ 34. Ⓒ 24. Ⓓ -36.

Lời giải:

Theo bài ra $\int\limits_0^1 xf(6x)\,\mathrm{d}x=1$.

Đặt $t=6x \Rightarrow \mathrm{d}t=6\,\mathrm{d}x$.

Đổi cận $x=0\Rightarrow t=0$; $x=1\Rightarrow t=6$

Do đó $\int\limits_0^1 xf(6x)\,\mathrm{d}x=1 \Leftrightarrow \int\limits_0^6 \frac{1}{6}t\cdot f(t)\frac{\mathrm{d}t}{6}=1 \Leftrightarrow \frac{1}{36}\int\limits_0^6 t\cdot f(t)\,\mathrm{d}t=1 \Leftrightarrow \int\limits_0^6 t\cdot f(t)\,\mathrm{d}t=36.$

Tính $I=\int\limits_0^6 x^2f'(x)\,\mathrm{d}x$.

Đặt $\begin{cases} u=x^2 \\ \mathrm{d}v=f'(x)\,\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u=2x\,\mathrm{d}x \\ v=f(x). \end{cases}$

$\Rightarrow I=x^2f(x)\Big|_0^6-\int\limits_0^6 2xf(x)\,\mathrm{d}x=36f(6)-2\int\limits_0^6 xf(x)\,\mathrm{d}x=36\cdot 1-2\cdot 36=-36.$

Chọn đáp án D ....

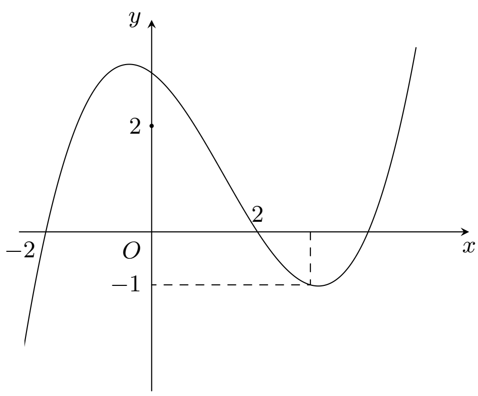
□

Câu 45.

Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.

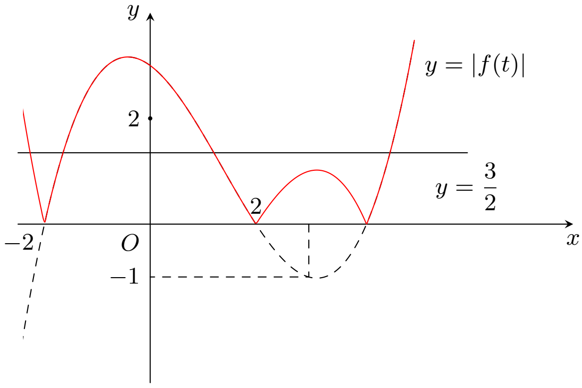
Số nghiệm thực của phương trình $|f(x^3-3x)|=\dfrac{3}{2}$ là

Ⓐ 8. Ⓑ 4. Ⓒ 7. Ⓓ 3.



Lời giải:

Đặt $t=x^3-3x$ ta có phương trình $|f(t)|=\dfrac{3}{2}$ (*).



Từ đồ thị hàm số $y = |f(t)|$ và đường thẳng $y = \dfrac{3}{2}$ ta suy ra phương trình (*) có 4 nghiệm $t_1 < -2 < t_2 < 0 < t_3 < 2 < t_4$.

Xét hàm $t = x^3 - 3x$. Ta có $t' = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -1. \end{array}\right.$

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		1		0		1		$+\infty$
t'		$+$	0	$-$	$\vert$	$-$	0	$+$	
t	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	0	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

- Với $t_1 < -2$ phương trình: $t_1 = x^3 - 3x$ cho ta 1 nghiệm.
- Với $-2 < t_2 < 0$ phương trình: $t_2 = x^3 - 3x$ cho ta 3 nghiệm.
- Với $0 < t_3 < 2$ phương trình: $t_3 = x^3 - 3x$ cho ta 3 nghiệm.
- Với $2 < t_4$ phương trình: $t_4 = x^3 - 3x$ cho ta 1 nghiệm.

Vậy phương trình đã cho có tất cả 8 nghiệm.

Chọn đáp án A ....

☐

Câu 46. Cho phương trình $\left(2\log_3^2 x - \log_3 x - 1\right)\sqrt{5^x - m} = 0$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt?

A. 123. B. 125. C. Vô số. D. 124.

Lời giải:

Điều kiện: $\begin{cases} x > 0 \\ 5^x - m \geq 0\,(m > 0) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \geq \log_5 m. \end{cases}$

$\left(2\log_3^2 x - \log_3 x - 1\right)\sqrt{5^x - m} = 0$ (1)

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2\log_3^2 x - \log_3 x - 1 = 0 \\ 5^x - m = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3, x = \dfrac{1}{\sqrt{3}} \\ x = \log_5 m. \end{array}\right.$

TH 1. Nếu $m = 1$ thì $x = \log_5 m = 0$ (loại) nên phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt.

TH 2. Nếu $m > 1$ thì phương trình đã cho có đúng 2 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $\dfrac{1}{\sqrt{3}} \leq \log_5 m < 3 \Leftrightarrow 5^{\frac{1}{\sqrt{3}}} \leq m < 125$. Do $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{3; 4; 5; \ldots; 124\}$. Nên có 123 giá trị m thoả mãn.

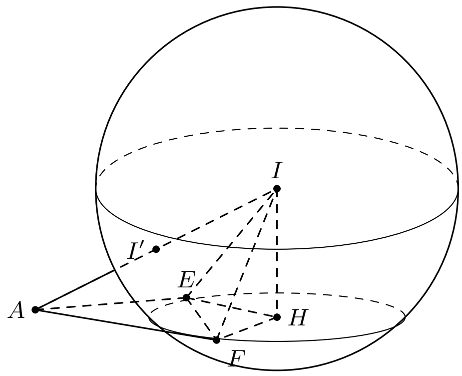
Chọn đáp án (A) ....

□

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu: $(S)\colon x^2+y^2+(z+1)^2=5$. Có tất cả bao nhiêu điểm $A(a;b;c)(a,b,c$ là các số nguyên) thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho có ít nhất hai tiếp tuyến của (S) đi qua A và hai tiếp tuyến đó vuông góc nhau?

(A) 20. (B) 8. (C) 12. (D) 16.

Lời giải:



Mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+(z+1)^2=5$ có tâm $I(0;0;-1)$ và có bán kính $R=\sqrt{5}$

$A(a;b;0)\in(Oxy)$, Gọi I' là trung điểm của $AI \Rightarrow I'\left(\dfrac{a}{2};\dfrac{b}{2};-\dfrac{1}{2}\right)$

Gọi E,F lần lượt là hai tiếp điểm của tiếp tuyến đi qua A sao cho $AE\perp AF$.

Ta có: E,F cùng thuộc mặt cầu (S') đường kính IA có tâm $I'\left(\dfrac{a}{2};\dfrac{b}{2};-\dfrac{1}{2}\right)$, bán kính $R'=\dfrac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2+1}$.

Đề tồn tại E,F thì hai mặt cầu (S) và (S') phải cắt nhau suy ra $|R-R'|\le II'\le|R+R'|$

$\Leftrightarrow \left|\sqrt{5}-\dfrac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2+1}\right|\le\dfrac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2+1}\le\sqrt{5}+\dfrac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2+1}$

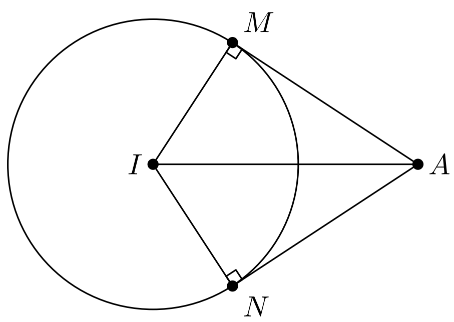
$\Leftrightarrow \sqrt{5}\le\sqrt{a^2+b^2+1}\Leftrightarrow a^2+b^2\ge 4(1)$

Gọi H là hình chiếu của I trên (AEF) khi đó tứ giác $AEHF$ là hình vuông có cạnh $AE=HF=\sqrt{AI^2-5}$.

Ta có $IH^2=R^2-HF^2=5-(AI^2-5)=10-AI^2\ge 0\Leftrightarrow a^2+b^2+1\le 10\Leftrightarrow a^2+b^2\le 9(2)$

Từ (1) và (2) ta có $4\le a^2+b^2\le 9$ mà $a,b,c\in\mathbb{Z}$ nên có 20 điểm thỏa bài toán.

Cách khác:



Mặt cầu (S) có tâm $I(0,0,-1)$ bán kính $R=\sqrt{5}$. Ta có $d_{(I(Oxy))}=1<R\Rightarrow$ mặt cầu (S) cắt mặt phẳng(Oxy). Để có tiếp tuyến của (S) đi qua $A\Leftrightarrow AI\ge R(1)$.

Có $A(a,b,c)\in(Oxy)\Rightarrow A(a,b,0), IA=a^2+b^2+1$.

Quỹ tích các tiếp tuyến đi qua A của (S) là một mặt nón nếu $AI>R$ và là một mặt phẳng nếu $AI=R$.

Trong trường hợp quỹ tích các tiếp tuyến đi qua A của (S) là một mặt nón gọi AM,AN là hai tiếp tuyến sao cho A,M,I,N đồng phẳng.

Tồn tại ít nhất hai tiếp tuyến của (S) đi qua A và hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau khi và chỉ

khi $\widehat{MAN} \geq 90^\circ \Leftrightarrow IA \leq R\sqrt{2}(2)$.
Từ $(1),(2) \Rightarrow 4 \leq a^2+b^2 \leq 9$. Vì $a,b \in \mathbb{Z}$
$\Rightarrow \begin{cases} a^2=0 \\ b^2=9 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a^2=9 \\ b^2=0 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a^2=4 \\ b^2=0 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a^2=0 \\ b^2=4 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a^2=1 \\ b^2=4 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a^2=4 \\ b^2=1 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a^2=4 \\ b^2=4. \end{cases}$
Bốn hệ phương trình đầu tiên có hai nghiệm, ba hệ sau có 4 nghiệm suy ra số điểm A thỏa mãn là $4 \cdot 2 + 3 \cdot 4 = 20$.

Chọn đáp án A ....

□

Câu 48. Cho hàm số $f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Số cực trị của hàm số $y = f(4x^2-4x)$ là

A 9. B 5. C 7. D 3.

Lời giải:

Từ bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Ta thấy $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=a \in (-\infty;-1) \\ x=b \in (-1;0) \\ x=c \in (0;1) \\ x=d \in (1;+\infty) \end{array}\right.$.
Với $y=f(4x^2-4x)$, ta có $y'=(8x-4)f'(4x^2-4x)$

$$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 8x-4=0 \\ f'(4x^2-4x)=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{1}{2} \\ 4x^2-4x=a \in (-\infty;-1)(1) \\ 4x^2-4x=b \in (-1;0)(2) \\ 4x^2-4x=c \in (0;1)(3) \\ 4x^2-4x=d \in (1;+\infty)(4) \end{array}\right..$$

Xét hàm số $g(x)=4x^2-4x$, ta có $g'(x)=8x-4=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{1}{2}$
Bảng biến thiên

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên của $g(x)$ ta có

- Vì $a \in (-\infty; -1)$ nên (1) vô nghiệm.
- Vì $b \in (-1; 0)$ nên (2) có 2 nghiệm phân biệt.
- Vì $c \in (0; 1)$ nên (3) có 2 nghiệm phân biệt.
- Vì $d \in (1; +\infty)$ nên (4) có 2 nghiệm phân biệt.

Vậy hàm số $y = f(4x^2 - 4x)$ có 7 điểm cực trị
Cách khác
Ta có: $y' = (8x - 4) \cdot f'(4x^2 - 4x)$.

$y' = 0 \Leftrightarrow (8x-4) \cdot f'(4x^2 - 4x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 8x - 4 = 0 \\ f'(4x^2 - 4x) = 0. \end{array}\right.$

- $8x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{1}{2}$.
- $f'(4x^2 - 4x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4x^2 - 4x = a\,(a < -1)\,(1) \\ 4x^2 - 4x = b\,(-1 < b < 0)\,(2) \\ 4x^2 - 4x = c\,(0 < c < 1)\,(3) \\ 4x^2 - 4x = \mathrm{d}\,(d > 1)\,(4). \end{array}\right.$
- Phương trình $4x^2 - 4x = m \Leftrightarrow 4x^2 - 4x - m = 0$ có nghiệm khi $\Delta' = 4 - 4m \geq 0$ hay $m \leq 1$.

Từ đó, ta có phương trình (1); (2); (3) luôn có hai nghiệm phân biệt.
Phương trình (4) vô nghiệm.
Do đó, hàm số đã cho có 7 cực trị.

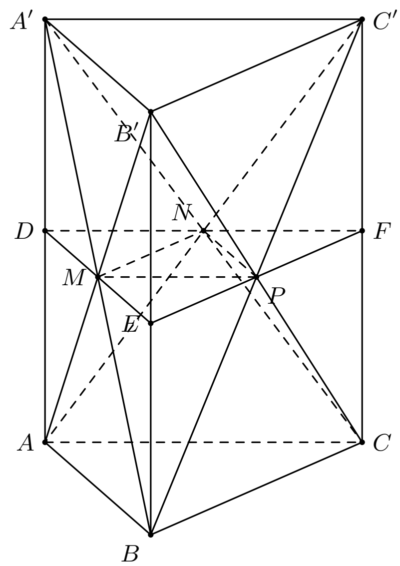
Chọn đáp án (C) ....

□

Câu 49. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có chiều cao bằng 6 và đáy là tam giác đều cạnh bằng 4. Gọi M, N, P lần lượt là tâm các mặt bên $ABB'A', ACC'A', BCC'B'$. Thể tích khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A, B, C, M, N, P bằng

(A) $9\sqrt{3}$. (B) $10\sqrt{3}$. (C) $7\sqrt{3}$. (D) $12\sqrt{3}$.

Lời giải:



Gọi DEF là thiết diện của lăng trụ cắt bởi mặt phẳng (MNP).
Dễ chứng minh được $(DEF) \parallel (ABC)$ và D, E, F lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AA', BB', CC' suy ra $V_{ABC.DEF} = \dfrac{1}{2} V_{ABC.A'B'C'} = 12\sqrt{3}$.

Ta có $V_{ABCPNM} = V_{ABC.DEF} - V_{ADMN} - V_{BMPE} - V_{CPMF}$.
Mặt khác $V_{ADMN} = V_{BMPE} = V_{CPMF} = \dfrac{1}{12}V_{ABC.DEF} \Rightarrow V_{ABCPNM} = \dfrac{3}{4}V_{ABC.DEF} = 9\sqrt{3}$.

Chọn đáp án (A)

□

Câu 50. Cho hai hàm số $y = \dfrac{x-1}{x} + \dfrac{x}{x+1} + \dfrac{x+1}{x+2} + \dfrac{x+2}{x+3}$ và $y = |x+2| - x - m$ (m là tham số thực) có đồ thị lần lượt là $(C_1), (C_2)$. Tập hợp tất cả các giá trị của m để (C_1) và (C_2) cắt nhau tại đúng bốn điểm phân biệt là

(A) $[-2; +\infty)$. (B) $(-\infty; -2)$. (C) $(-2; +\infty)$. (D) $(-\infty; -2]$.

Lời giải:

Xét phương trình hoành độ giao điểm

$$\frac{x-1}{x} + \frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x+2} + \frac{x+2}{x+3} = |x+2| - x - m \Leftrightarrow \frac{x-1}{x} + \frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x+2} + \frac{x+2}{x+3} - |x+2| + x = -m (1)$$

Xét $f(x) = \dfrac{x-1}{x} + \dfrac{x}{x+1} + \dfrac{x+1}{x+2} + \dfrac{x+2}{x+3} - |x+2| + x, x \in \mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{-3; -2; -1; 0\}$

Ta có $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x-1}{x} + \dfrac{x}{x+1} + \dfrac{x+1}{x+2} + \dfrac{x+2}{x+3} - 2, x \in (-2; +\infty) \cup \mathscr{D} = \mathscr{D}_1 \\ \dfrac{x-1}{x} + \dfrac{x}{x+1} + \dfrac{x+1}{x+2} + \dfrac{x+2}{x+3} + 2x + 2, x \in (-\infty; -2) \cup \mathscr{D} = \mathscr{D}_2. \end{cases}$

Có $f'(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x^2} + \dfrac{1}{(x+1)^2} + \dfrac{1}{(x+2)^2} + \dfrac{1}{(x+3)^2}, \forall x \in \mathscr{D}_1 \\ \dfrac{1}{x^2} + \dfrac{1}{(x+1)^2} + \dfrac{1}{(x+2)^2} + \dfrac{1}{(x+3)^2} + 2, \forall x \in \mathscr{D}_2. \end{cases}$

Dễ thấy $f'(x) > 0,\ \forall x \in \mathscr{D}_1 \cup \mathscr{D}_2$, ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-3	-2	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	+	+	+	+	
$f(x)$	$-\infty \nearrow +\infty$	$-\infty \nearrow +\infty$	$-\infty \nearrow +\infty$	$-\infty \nearrow +\infty$	$-\infty \nearrow 2$	

Hai đồ thị cắt nhau tại đúng 4 điểm phân biện khi và chỉ khi phương trình (1) có đúng 4 nghiệm phân biệt, từ bảng biến thiên ta có: $-m \geq 2 \Leftrightarrow m \leq -2$.

Chọn đáp án (D)

□

—HẾT—

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

1. C	2. B	3. B	4. D	5. B	6. D	7. B	8. D	9. D	10. C
11. D	12. B	13. A	14. A	15. A	16. C	17. D	18. D	19. A	20. C
21. C	22. A	23. C	24. A	25. D	26. D	27. A	28. C	29. C	30. A
31. C	32. C	33. A	34. D	35. C	36. C	37. A	38. C	39. D	40. C
41. A	42. C	43. D	44. D	45. A	46. A	47. A	48. C	49. A	50. D

BỘ ĐỀ ÔN THI THPTQG

ĐỀ 5

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2020
Môn Toán;
Thời gian làm bài: 90 phút.

NỘI DUNG ĐỀ

Câu 1. Số cách chọn 2 học sinh từ 8 học sinh là

(A) C_8^2. (B) 8^2. (C) A_8^2. (D) 2^8.

Lời giải:

Số cách chọn 2 học sinh từ 8 học sinh là: C_8^2.

Chọn đáp án (A)

☐

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 4x+3y+z-1=0$. Véc-tơ nào sau đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P)?

(A) $\vec{n}_4=(3;1;-1)$. (B) $\vec{n}_3=(4;3;1)$. (C) $\vec{n}_2=(4;-1;1)$. (D) $\vec{n}_1=(4;3;-1)$.

Lời giải:

$(P)\colon 4x+3y+z-1=0$.

Véc-tơ $\vec{n}_3=(4;3;1)$ là một véc-tơ pháp tuyến của (P).

Chọn đáp án (B)

☐

Câu 3. Nghiệm của phương trình $2^{2x-1}=32$ là

(A) $x=3$. (B) $x=\dfrac{17}{2}$. (C) $x=\dfrac{5}{2}$. (D) $x=2$.

Lời giải:

$2^{2x-1}=32\Leftrightarrow 2^{2x-1}=2^5\Leftrightarrow 2x-1=5\Leftrightarrow x=3$.

Chọn đáp án (A)

☐

Câu 4. Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là

(A) $\dfrac{4}{3}Bh$. (B) $\dfrac{1}{3}Bh$. (C) $3Bh$. (D) Bh.

Lời giải:

Thể tích khối lăng trục là $V=B\cdot h$.

Chọn đáp án (D)

☐

Câu 5. Số phức liên hợp của số phức $3-2i$ là

(A) $-3+2i$. (B) $3+2i$. (C) $-3-2i$. (D) $-2+3i$.

Lời giải:

Số phức liên hợp của số phức $3-2i$ là số phức $3+2i$.

Chọn đáp án (B)

☐

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;1;-1)$ trên trục Oy có tọa độ là

(A) $(0;1;0)$. (B) $(3;0;0)$. (C) $(0;0;-1)$. (D) $(3;0;-1)$.

Lời giải:

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;1;-1)$ trên trục Oy có tọa độ là $(0;1;0)$.

Chọn đáp án (A)

☐

Câu 7. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=1$ và $u_2=4$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

(A) 5. (B) 4. (C) -3. (D) 3.

Lời giải:

Vì (u_n) là cấp số cộng nên $u_2 = u_1 + d \Leftrightarrow d = u_2 - u_1 = 4 - 1 = 3$.

Chọn đáp án D

□

Câu 8. Họ tất cả nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 4$ là

A $2x^2 + 4x + C$. B $x^2 + 4x + C$. C $x^2 + C$. D $2x^2 + C$.

Lời giải:

Ta có $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \int (2x + 4)\,\mathrm{d}x = x^2 + 4x + C$.

Chọn đáp án B

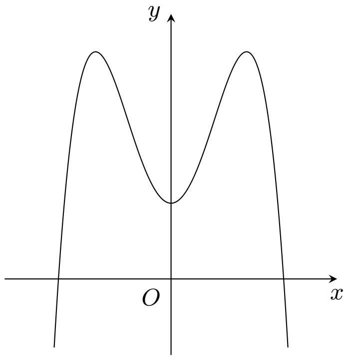
□

Câu 9.

Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?

A $y = 2x^3 - 3x + 1$. B $y = -2x^4 + 4x^2 + 1$.

C $y = 2x^4 - 4x^2 + 1$. D $y = -2x^3 + 3x + 1$.



Lời giải:

Dạng đồ thị hình bên là đồ thị hàm số trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$ có hệ số $a < 0$.

Do đó, chỉ có đồ thị hàm số $y = -2x^4 + 4x^2 + 1$ là thỏa mãn.

Chọn đáp án B

□

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Hỏi hàm số nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A $(0; 1)$. B $(1; +\infty)$. C $(-1; 0)$. D $(0; +\infty)$.

Lời giải:

Dựa vào bảng biến thiên suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.

Chọn đáp án A

□

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-3}{1} = \dfrac{y+1}{-2} = \dfrac{z-5}{3}$. Véc-tơ nào sau đây là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d?

A $\vec{u_1} = (3; -1; 5)$. B $\vec{u_3} = (2; 6; -4)$. C $\vec{u_4} = (-2; -4; 6)$. D $\vec{u_2} = (1; -2; 3)$.

Lời giải:

Ta thấy đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương có tọa độ $\vec{u_2} = (1; -2; 3)$.

Chọn đáp án D

□

Câu 12. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2 a^2$ bằng

(A) $2\log_2 a$. (B) $\frac{1}{2}+\log_2 a$. (C) $\frac{1}{2}\log_2 a$. (D) $2+\log_2 a$.

Lời giải:

Vì a là số thực dương tùy ý nên $\log_2 a^2 = 2\log_2 a$.

Chọn đáp án (A) ....

□

Câu 13. Thể tích khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r là

(A) $2\pi r^2 h$. (B) $\pi r^2 h$. (C) $\frac{1}{3}\pi r^2 h$. (D) $\frac{4}{3}\pi r^2 h$.

Lời giải:

Thể tích khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r là $V=\frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Chọn đáp án (C) ....

□

Câu 14. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

(A) $x=-2$. (B) $x=1$. (C) $x=3$. (D) $x=2$.

Lời giải:

Từ bảng biến thiên ta có điểm cực tiểu của hàm số là $x=3$.

Chọn đáp án (C) ....

□

Câu 15. Biết $\int\limits_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = 2$ và $\int\limits_0^1 g(x)\,\mathrm{d}x=-4$, khi đó $\int\limits_0^1 [f(x)+g(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 6. (B) -6. (C) -2. (D) 2.

Lời giải:

$$\int\limits_0^1 [f(x)+g(x)]\,\mathrm{d}x = \int\limits_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x + \int\limits_0^1 g(x)\,\mathrm{d}x = 2+(-4)=-2.$$

Chọn đáp án (C) ....

□

Câu 16. Cho hai số phức $z_1=2-i$, $z_2=1+i$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm biểu diễn số phức $2z_1+z_2$ có tọa độ là

(A) $(5;-1)$. (B) $(-1;5)$. (C) $(5;0)$. (D) $(0;5)$.

Lời giải:

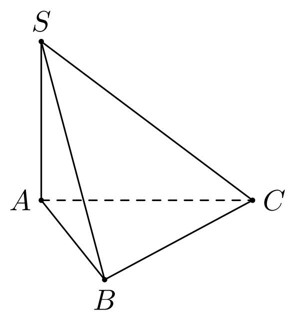
Ta có $2z_1+z_2=5-i$ nên điểm biểu diễn là $(5;-1)$.

Chọn đáp án (A) ....

□

Câu 17.

Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA = 2a$, tam giác ABC vuông cân tại B và $AB = a\sqrt{2}$. (minh họa như hình vẽ bên). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng



(A) $60°$. (B) $45°$. (C) $30°$. (D) $90°$.

Lời giải:

Ta có $\begin{cases} SC \cap (ABC) = \{C\} \\ SA \perp (ABC) \end{cases} \Rightarrow (\widehat{SC, (ABC)}) = (\widehat{SC, AC}) = \widehat{SCA}$.

Mà $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{2a^2 + 2a^2} = 2a = SA$ nên ΔSAC vuông cân tại A.

Vậy $\widehat{SCA} = 45°$.

Chọn đáp án (B) ....

□

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon x^2 + y^2 + z^2 - 2y + 2z - 7 = 0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

(A) 9. (B) 3. (C) 15. (D) $\sqrt{7}$.

Lời giải:

Ta có $R = \sqrt{1^2 + (-1)^2 - (-7)} = 3$.

Chọn đáp án (B) ....

□

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(4; 0; 1)$ và $B(-2; 2; 3)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

(A) $6x - 2y - 2z - 1 = 0$. (B) $3x + y + z - 6 = 0$.

(C) $x + y + 2z - 6 = 0$. (D) $3x - y - z = 0$.

Lời giải:

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có véctơ pháp tuyến là $\overrightarrow{AB} = (-6; 2; 2)$ và đi qua trung điểm $I(1; 1; 2)$ của đoạn thẳng AB. Do đó, phương trình mặt phẳng đó là

$$-6(x-1) + 2(y-1) + 2(z-2) = 0 \Leftrightarrow -6x + 2y + 2z = 0 \Leftrightarrow 3x - y - z = 0.$$

Chọn đáp án (D) ....

□

Câu 20. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 4z + 7 = 0$. Giá trị của $z_1^2 + z_2^2$ bằng

(A) 10. (B) 8. (C) 16. (D) 2.

Lời giải:

Ta có $\Delta' = 4 - 7 = -3 = \left(\sqrt{3}i\right)^2$.

Do đó phương trình có hai nghiệm phức là $z_1 = 2 + \sqrt{3}i$, $z_2 = 2 - \sqrt{3}i$.

Suy ra $z_1^2 + z_2^2 = \left(2 + \sqrt{3}i\right)^2 + \left(2 - \sqrt{3}i\right)^2 = 4 + 4\sqrt{3}i - 3 + 4 - 4\sqrt{3}i - 3 = 2$.

Chọn đáp án (D) ....

□

Câu 21. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x$ trên đoạn $[-3; 3]$ bằng

(A) 18. (B) -18. (C) -2. (D) 2.

Lời giải:

Ta có $f'(x) = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \in [-3; 3] \\ x = -1 \in [-3; 3]. \end{array}\right.$

Ta lại có $f(-3) = -18$; $f(-1) = 2$; $f(1) = -2$; $f(3) = 18$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-3; 3]$ bằng -18.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 22. Một cơ sở sản xuất có hai bể nước hình trụ có chiều cao bằng nhau, bán kính đáy lần lượt bằng 1 m và $1,5$ m. Chủ cơ sở dự định làm một bể nước mới, hình trụ, có cùng chiều cao và thể tích bằng tổng thể tích của hai bể nước trên. Bán kính đáy của bể nước dự định làm **gần nhất** với kết quả nào dưới đây?

(A) $1,6$ m. (B) $2,5$ m. (C) $1,8$ m. (D) $2,1$ m.

Lời giải:

Gọi h là chiều cao của các bể nước và r là bán kính đáy của bể nước dự định làm.

Theo giả thiết, ta có $\pi r^2 h = \pi \cdot 1^2 \cdot h + \pi \cdot (1,5)^2 \cdot h \Leftrightarrow r^2 = 1 + \dfrac{9}{4} = \dfrac{13}{4}$.

Suy ra $r = \dfrac{\sqrt{13}}{2} \approx 1,8$ m.

Chọn đáp án (C)

□

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	0 ↘		-4 ‖ $+\infty$	↘	-3	↗	3

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

(A) 2. (B) 1. (C) 3. (D) 4.

Lời giải:

Ta có $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 3$ và $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 0$ nên đồ thị hàm số có 2 tiệm cận ngang là các đường thẳng có phương trình $y = 3$ và $y = 0$.

Ta lại có $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = +\infty$ nên hàm số có 1 tiệm cận đứng là đường thẳng có phương trình $x = 0$.

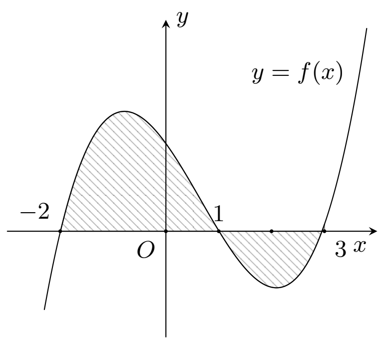
Vậy hàm số có ba tiệm cận.

Chọn đáp án (C)

□

Câu 24.

Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = -2$ và $x = 3$ (như hình vẽ bên). Mệnh đề nào dưới đây đúng?



(A) $S = \displaystyle\int_{-2}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x - \int_{1}^{3} f(x)\,\mathrm{d}x$.

(B) $S = -\displaystyle\int_{-2}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x + \int_{1}^{3} f(x)\,\mathrm{d}x$.

(C) $S = \displaystyle\int_{-2}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x + \int_{1}^{3} f(x)\,\mathrm{d}x$.

(D) $S = -\displaystyle\int_{-2}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x - \int_{1}^{3} f(x)\,\mathrm{d}x$.

Lời giải:

Ta có $S=\int\limits_{-2}^{3}|f(x)|\,\mathrm{d}x=\int\limits_{-2}^{1}|f(x)|\,\mathrm{d}x+\int\limits_{1}^{3}|f(x)|\,\mathrm{d}x$.

Do $f(x)\geq 0$ với $\forall x\in[-2;1]$ và $f(x)\leq 0$ với $\forall x\in[1;3]$ nên $S=\int\limits_{-2}^{1}f(x)\,\mathrm{d}x-\int\limits_{1}^{3}f(x)\,\mathrm{d}x$.

Chọn đáp án A ....

□

Câu 25. Hàm số $y=3^{x^2-x}$ có đạo hàm là

A $3^{x^2-x}\cdot\ln 3$.

B $(2x-1)\cdot 3^{x^2-x}$.

C $(x^2-x)\cdot 3^{x^2-x-1}$.

D $(2x-1)\cdot 3^{x^2-x}\cdot\ln 3$.

Lời giải:

Ta có: $(a^u)'=u'\cdot a^u\cdot\ln a$ nên $\left(3^{x^2-x}\right)'=(2x-1)\cdot 3^{x^2-x}\cdot\ln 3$.

Chọn đáp án D ....

□

Câu 26.

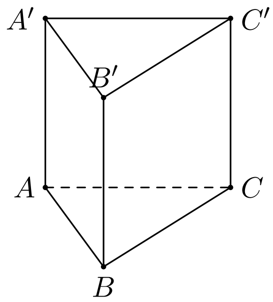
Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a và $AA'=\sqrt{2}a$ (minh họa như hình vẽ bên). Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{4}$.

B $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{6}$.

C $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{12}$.

D $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{2}$.



Lời giải:

Ta có $S_{\Delta ABC}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Vậy thể tích của khối lăng trụ đã cho là $V_{ABC.A'B'C'}=S_{\Delta ABC}\cdot AA'=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}\cdot a\sqrt{2}=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Chọn đáp án A ....

□

Câu 27. Nghiệm của phương trình $\log_3(2x+1)=1+\log_3(x-1)$ là

A $x=4$.

B $x=-2$.

C $x=1$.

D $x=2$.

Lời giải:

Điều kiện $\begin{cases}2x+1>0\\ x-1>0\end{cases}\Leftrightarrow x>1$.

Ta có

$$\begin{aligned}&\log_3(2x+1)=1+\log_3(x-1)\\ \Leftrightarrow\ &\log_3(2x+1)=\log_3[3(x-1)]\\ \Leftrightarrow\ &2x+1=3x-3\\ \Leftrightarrow\ &x=4\text{ (nhận)}.\end{aligned}$$

Chọn đáp án A ....

□

Câu 28. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $ab^3=8$. Giá trị của $\log_2 a+3\log_2 b$ bằng

A 8.

B 6.

C 2.

D 3.

Lời giải:

Ta có $\log_2 a+3\log_2 b=\log_2 a+\log_2 b^3=\log_2(ab^3)=\log_2 8=3$.

🔍 Chọn đáp án (D)..

□

Câu 29. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$			2				$+\infty$
	$-\infty$	↗		↘	-2	↗	

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x)+3=0$ là

(A) 3. (B) 1. (C) 2. (D) 0.

Lời giải:

Ta có $2f(x)+3=0 \Leftrightarrow f(x)=-\dfrac{3}{2}$.

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$			2				$+\infty$
							$y=-\frac{3}{2}$
	$-\infty$	↗		↘	-2	↗	

Nhìn bảng biến thiên ta thấy phương trình này có ba nghiệm

🔍 Chọn đáp án (A)..

□

Câu 30. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x+1)^2$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

(A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

Lời giải:

Ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow x(x+1)^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ (x+1)^2=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-1. \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		↘		↘	CT	↗	

Vậy hàm số đã cho có một cực trị.

🔍 Chọn đáp án (B)..

□

Câu 31. Cho số phức z thỏa mãn $(2-i)z+3+16i=2\left(\overline{z}+i\right)$. Mô-đun của z bằng

(A) $\sqrt{5}$. (B) 13. (C) $\sqrt{13}$. (D) 5.

Lời giải:

Gọi $z=x+yi$. Ta có

$$(2-i)z+3+16i=2\left(\overline{z}+i\right)$$

$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow \quad (2-i)(x+yi)+3+16i=2(x-yi+i)\\
&\Leftrightarrow \quad 2x+2yi-xi+y+3+16i=2x-2yi+2i\\
&\Leftrightarrow \quad \begin{cases}2x+y+3=2x\\ 2y-x+16=-2y+2\end{cases}\\
&\Leftrightarrow \quad \begin{cases}y+3=0\\ -x+4y=-14\end{cases}\\
&\Leftrightarrow \quad \begin{cases}x=2\\ y=-3.\end{cases}
\end{aligned}$$

Suy ra $z=2-3i$. Vậy $|z|=\sqrt{13}$.

Chọn đáp án C ....

□

Câu 32. Cho hàm số $f(x)$. Biết $f(0)=4$ và $f'(x)=2\sin^2 x+3$, $\forall x\in\mathbb{R}$, khi đó $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A. $\dfrac{\pi^2-2}{8}$. B. $\dfrac{\pi^2+8\pi-8}{8}$. C. $\dfrac{\pi^2+8\pi-2}{8}$. D. $\dfrac{3\pi^2+2\pi-3}{8}$.

Lời giải:

Ta có

$$\begin{aligned}
\int f'(x)\,\mathrm{d}x &= \int\left(2\sin^2 x+3\right)\,\mathrm{d}x=\int\left(1-\cos 2x+3\right)\,\mathrm{d}x\\
&= \int\left(4-\cos 2x\right)\,\mathrm{d}x=4x-\frac{1}{2}\sin 2x+C.
\end{aligned}$$

Ta có $f(0)=4$ nên $4\cdot 0-\dfrac{1}{2}\sin 0+C=4\Leftrightarrow C=4$ nên $f(x)=4x-\dfrac{1}{2}\sin 2x+4$.

Khi đó $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)\,\mathrm{d}x=\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\left(4x-\dfrac{1}{2}\sin 2x+4\right)\mathrm{d}x=\left(2x^2+\dfrac{1}{4}\cos 2x+4x\right)\Bigg|_0^{\frac{\pi}{4}}=\dfrac{\pi^2+8\pi-2}{8}$.

Chọn đáp án C ....

□

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2;-1;0)$, $B(1;2;1)$, $C(3;-2;0)$ và $D(1;1;-3)$. Đường thẳng đi qua D và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $\begin{cases}x=t\\ y=t\\ z=-1-2t\end{cases}$. B. $\begin{cases}x=t\\ y=t\\ z=1-2t\end{cases}$. C. $\begin{cases}x=1+t\\ y=1+t\\ z=-2-3t\end{cases}$. D. $\begin{cases}x=1+t\\ y=1+t\\ z=-3+2t\end{cases}$.

Lời giải:

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-1;3;1)$; $\overrightarrow{AC}=(1;-1;0)$; $\vec{n}_{(ABC)}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(1;1;-2)$.

Đường thẳng đi qua D và vuông góc với mặt phẳng (ABC) nên có véc-tơ chỉ phương là:

$\vec{n}_{(ABC)}=(1;1;-2)$ vậy phương trình tham số là: $\begin{cases}x=1+t\\ y=1+t\\ z=-3-2t.\end{cases}$

Đường thẳng này cũng chính là $\begin{cases}x=t\\ y=t\\ z=-1-2t.\end{cases}$

Chọn đáp án A ....

□

Câu 34. Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y = f(5 - 2x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A $(-\infty; -3)$. B $(4; 5)$. C $(3; 4)$. D $(1; 3)$.

Lời giải:

Ta có $y' = f'(5 - 2x) = -2f'(5 - 2x)$.

$y' = 0 \Leftrightarrow -2f'(5 - 2x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 5 - 2x = -3 \\ 5 - 2x = -1 \\ 5 - 2x = 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 4 \\ x = 3 \\ x = 2. \end{array}\right.$

$f'(5 - 2x) < 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 5 - 2x < -3 \\ -1 < 5 - 2x < 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x > 4 \\ 2 < x < 3 \end{array}\right.$

$f'(5 - 2x) > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 5 - 2x > 1 \\ -3 < 5 - 2x < -1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x < 2 \\ 3 < x < 4. \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		2		3		4		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

Dựa vào bảng biến thiên hàm số $y = f(5 - 2x)$ đồng biến trên khoảng $(4; 5)$.

Chọn đáp án B ……………………………………………………………………………………

□

Câu 35. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \dfrac{3x - 2}{(x - 2)^2}$ trên khoảng $(2; +\infty)$ là

A $3\ln(x - 2) + \dfrac{4}{x - 2} + C$. B $3\ln(x - 2) + \dfrac{2}{x - 2} + C$.

C $3\ln(x - 2) - \dfrac{2}{x - 2} + C$. D $3\ln(x - 2) - \dfrac{4}{x - 2} + C$.

Lời giải:

Ta có

$f(x) = \dfrac{3x - 2}{(x - 2)^2} = \dfrac{3(x - 2) + 4}{(x - 2)^2} = \dfrac{3}{x - 2} + \dfrac{4}{(x - 2)^2}$.

Do đó

$\displaystyle\int \dfrac{3x - 2}{(x - 2)^2}\,\mathrm{d}x = \int \left(\dfrac{3}{x - 2} + \dfrac{4}{(x - 2)^2}\right)\mathrm{d}x = 3\ln(x - 2) - \dfrac{4}{x - 2} + C$.

Chọn đáp án D ……………………………………………………………………………………

□

Câu 36. Cho phương trình $\log_9 x^2 - \log_3(4x - 1) = -\log_3 m$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm?

A 5. B 3. C Vô số. D 4.

Lời giải:

Điều kiện: $\begin{cases} x > \dfrac{1}{4} \\ m > 0. \end{cases}$

Phương trình đã cho $\Leftrightarrow \log_3 x - \log_3(4x - 1) = -\log_3 m \Leftrightarrow \dfrac{x}{4x - 1} = \dfrac{1}{m}$.

Xét hàm số $f(x) = \dfrac{x}{4x - 1}$, ta có $f'(x) = \dfrac{-1}{(4x - 1)^2} < 0,\ \forall x > \dfrac{1}{4}$.

Suy ra bảng biến thiên:

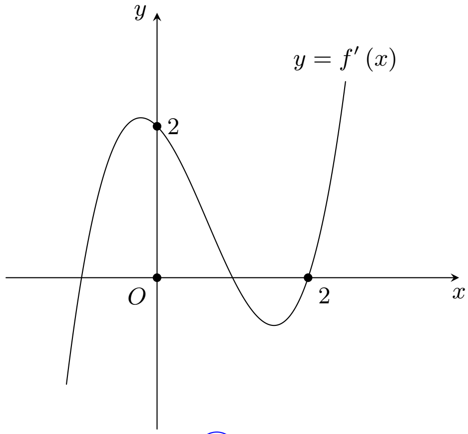
x	$\frac{1}{4}$		$+\infty$
y'	$\Vert$	$-$	
y	$\Vert$	$+\infty \searrow$	$\frac{1}{4}$

Do đó phương trình có nghiệm khi $\dfrac{1}{m} > \dfrac{1}{4} \Leftrightarrow m < 4$. Vậy $m \in \{1, 2, 3\}$.

Chọn đáp án (B) ....

□

Câu 37.
Cho hàm số $f(x)$, hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Bất phương trình $f(x) > 2x + m$ (m là tham số thực) nghiệm đúng với mọi $x \in (0; 2)$ khi và chỉ khi

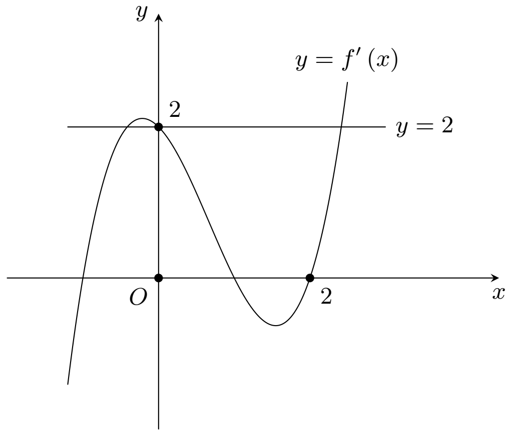


(A) $m \leq f(2) - 4$. (B) $m \leq f(0)$. (C) $m < f(0)$. (D) $m < f(2) - 4$.

Lời giải:

Hàm số $g(x) = f(x) - 2x$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$ vì $g'(x) = f'(x) - 2 < 0$, $\forall x \in (0; 2)$ (quan sát trên khoảng $(0; 2)$, đồ thị hàm số $f'(x)$ nằm dưới đường thẳng $y = 2$).
Suy ra $g(2) < g(x) < g(0)$, $\forall x \in (0; 2)$.
Bất phương trình đã cho nghiệm đúng với mọi $x \in (0; 2)$ khi và chỉ khi

$$m < g(x), \forall x \in (0; 2) \Leftrightarrow m \leq g(2) \Leftrightarrow m \leq f(2) - 4.$$



Chọn đáp án (A) ....

□

Câu 38. Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 23 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn bằng

(A) $\dfrac{11}{23}$. (B) $\dfrac{1}{2}$. (C) $\dfrac{265}{529}$. (D) $\dfrac{12}{23}$.

Lời giải:

Trong 23 số nguyên dương đầu tiên, có 12 số lẻ và 11 số chẵn.
Chọn 2 số khác nhau từ 23 số, có C_{23}^2 cách chọn nên số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{23}^2$.
Gọi A là biến cố: "Chọn được hai số có tổng là một số chẵn".
Để hai số được chọn có tổng là một số chẵn thì hai số đó phải cùng chẵn hoặc cùng lẻ.
+ Trường hợp 1: Chọn hai số chẵn khác nhau từ 11 số chẵn, có C_{11}^2 cách chọn.
+ Trường hợp 2: Chọn hai số lẻ khác nhau từ 12 số lẻ, có C_{12}^2 cách chọn.
Do đó $n(A) = C_{11}^2 + C_{12}^2$.

Xác suất cần tính là $p(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{C_{11}^2 + C_{12}^2}{C_{23}^2} = \dfrac{11}{23}$.

Chọn đáp án A

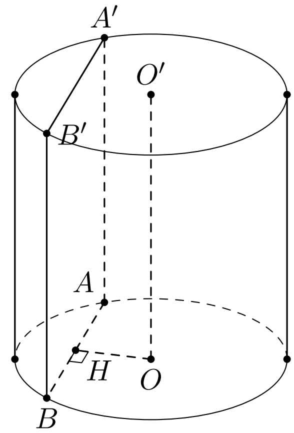
□

Câu 39. Cho hình trụ có chiều cao bằng $3\sqrt{3}$. Cắt hình trụ đã cho bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 1, thiết diện thu được có diện tích bằng 18. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. $6\sqrt{3}\pi$. B. $6\sqrt{39}\pi$. C. $3\sqrt{39}\pi$. D. $12\sqrt{3}\pi$.

Lời giải:

Gọi chiều cao của hình trụ là h.
Thiết diện của hình trụ cắt bởi mặt phẳng song song với trục là hình chữ nhật $ABB'A'$.
Gọi H là hình chiếu của O trên AB thì OH là khoảng cách từ O đến mặt phẳng $(ABB'A')$ nên $OH = 1$.
Diện tích thiết diện là: $S_{td} = AB \cdot AA'$ trong đó $AA' = h = 3\sqrt{3}$ nên $AB = \dfrac{S_{td}}{AA'} = \dfrac{18}{3\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$.
Do tam giác OAB cân nên



$OH^2 = OB^2 - HB^2 = OB^2 - \dfrac{AB^2}{4}$

$\Rightarrow OB^2 = OH^2 + \dfrac{AB^2}{4} = 1 + \dfrac{\left(2\sqrt{3}\right)^2}{4} = 4$

$\Rightarrow OB = 2$

Vậy diện tích xung quanh của hình trụ là

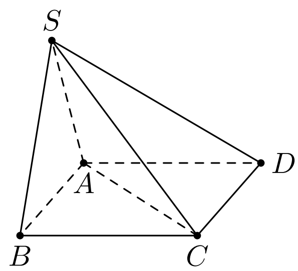
$$S_{xq} = 2\pi \cdot R \cdot h = 2\pi \cdot 2 \cdot 3\sqrt{3} = 12\sqrt{3}\pi.$$

Chọn đáp án D

□

Câu 40.

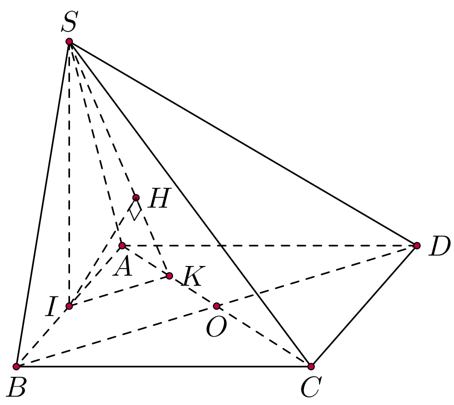
Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy (minh hoạ như hình bên). Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) bằng



A. $\dfrac{\sqrt{2}a}{2}$. B. $\dfrac{\sqrt{21}a}{28}$. C. $\dfrac{\sqrt{21}a}{7}$. D. $\dfrac{\sqrt{21}a}{14}$.

Lời giải:

Gọi O là giao điểm của AC và BD, I là trung điểm của AB.
Kẻ $IK \parallel BD, K \in AC$; kẻ $IH \perp SK, H \in SK$ (1).
Do $(SAB) \perp (ABCD)$ và tam giác SAB đều nên
$SI \perp (ABCD) \Rightarrow SI \perp AC$.
Lại có $IK \perp AC$, suy ra $AC \perp (SIK) \Rightarrow AC \perp IH$ (2)
Từ (1) và (2) suy ra $IH \perp (SAC)$.
Suy ra IH là khoảng cách từ I đến đến mặt phẳng (SAC).
Ta có $IK = \frac{1}{2}BO = \frac{\sqrt{2}a}{4}$, tam giác SIK vuông tại I nên



$$\frac{1}{IH^2} = \frac{1}{SI^2} + \frac{1}{IK^2} = \frac{28}{3a^2} \Rightarrow IH = \frac{\sqrt{3}a}{2\sqrt{7}}.$$

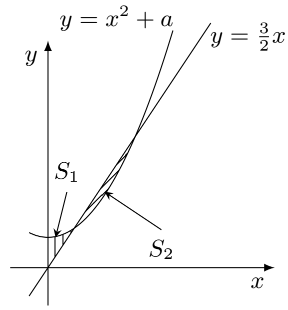
Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) bằng hai lần khoảng cách từ H đến mặt phẳng (SAC) nên khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) là $d = \frac{\sqrt{21}a}{7}$.

Chọn đáp án C ....
□

Câu 41.

Cho đường thẳng $y = \frac{3}{2}x$ và parabol $y = x^2 + a$ (a là tham số thực dương). Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích hai hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên. Khi $S_1 = S_2$ thì a thuộc khoảng nào dưới đây?

A $\left(\frac{1}{2}; \frac{9}{16}\right)$. **B** $\left(\frac{2}{5}; \frac{9}{20}\right)$. **C** $\left(\frac{9}{20}; \frac{1}{2}\right)$. **D** $\left(0; \frac{2}{5}\right)$.



Lời giải:

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 + a = \frac{3}{2}x \Leftrightarrow 2x^2 - 3x + 2a = 0$.

Để phương trình có 2 nghiệm dương thì $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ a < \frac{9}{16} \end{cases}$.

Gọi hai nghiệm đó là $0 < x_1 < x_2$ thì $x_2 = \frac{3 + \sqrt{9 - 16a}}{4}$.

Để $S_1 = S_2$ khi và chỉ khi

$$\int_0^{x_1} \left| x^2 + a - \frac{3}{2}x \right| \mathrm{d}x = \int_{x_1}^{x_2} \left| x^2 + a - \frac{3}{2}x \right| \mathrm{d}x$$
$$\Leftrightarrow \int_0^{x_1} \left(x^2 + a - \frac{3}{2}x \right) \mathrm{d}x = -\int_{x_1}^{x_2} \left(x^2 + a - \frac{3}{2}x \right) \mathrm{d}x$$
$$\Leftrightarrow \int_0^{x_1} \left(x^2 + a - \frac{3}{2}x \right) \mathrm{d}x + \int_{x_1}^{x_2} \left(x^2 + a - \frac{3}{2}x \right) \mathrm{d}x = 0$$
$$\Leftrightarrow \int_0^{x_2} \left(x^2 + a - \frac{3}{2}x \right) \mathrm{d}x = 0.$$

Ta có

$$\int\limits_0^{x_2}\left(x^2+a-\frac{3}{2}x\right)\mathrm{d}x=0\Leftrightarrow\frac{x_2^3}{3}+ax_2-\frac{3}{4}x_2^2=0$$

$$\Leftrightarrow\quad\frac{1}{3}\left(x_2^2-\frac{9}{4}x_2+3a\right)=0\Leftrightarrow\frac{3}{2}x_2-a-\frac{9}{4}x_2+3a=0\Leftrightarrow-3x_2+8a=0$$

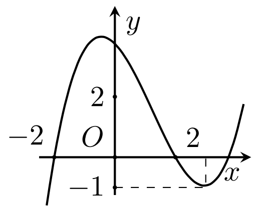
$$\Leftrightarrow\quad 8a=3\cdot\frac{3+\sqrt{9-16a}}{4}\Leftrightarrow 3\sqrt{9-16a}=32a-9\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{9}{32}<a<\dfrac{9}{16}\\1024a^2-432a=0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\quad a=\frac{27}{64}\in\left(\frac{2}{5};\frac{9}{20}\right).$$

Có thể giải nhanh bằng máy tính cho kết quả $a=0{,}421875$ thuộc khoảng $\left(\frac{2}{5};\frac{9}{20}\right)$.

Chọn đáp án B ....
□

Câu 42.
Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $|f(x^3-3x)|=\frac{2}{3}$ là



A 6. B 10. C 3. D 9.

Lời giải:
Đặt $t=g(x)=x^3-3x$ (1).
Ta có $g'(x)=3x^2-3=0\Leftrightarrow x\pm1$.
Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có

- $t\in(-2;2)$ cho ta 3 giá trị x thỏa mãn (1).
- $t\in\{-2;2\}$ cho ta 2 giá trị x thỏa mãn (1).
- $t\in(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$ cho ta 1 giá trị x thỏa mãn (1).

Phương trình $|f(x^3-3x)|=\frac{2}{3}$ (2) trở thành $|f(t)|=\frac{2}{3}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f(t)=\frac{2}{3}\\f(t)=-\frac{2}{3}.\end{array}\right.$

Dựa vào đồ thị ta có:

- Phương trình $f(t)=\frac{2}{3}$ có 3 nghiệm thỏa mãn $-2<t_1<t_2<2<t_3$. Suy ra có 7 nghiệm của phương trình (2).
- Phương trình $f(t)=-\frac{2}{3}$ có 3 nghiệm thỏa mãn $t_4<-2<2<t_5<t_6$. Suy ra có 3 nghiệm của phương trình (2).

Vậy phương trình đã cho có 10 nghiệm.

Chọn đáp án (B)..........

☐

Câu 43. Xét các số phức z thỏa mãn $|z|=\sqrt{2}$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w=\dfrac{5+iz}{1+z}$ là một đường tròn có bán kính bằng

(A) 52. (B) $2\sqrt{13}$. (C) $2\sqrt{11}$. (D) 44.

Lời giải:

Gọi $w=x+yi$ với x,y là các số thực.

Ta có $w=\dfrac{5+iz}{1+z} \Leftrightarrow z=\dfrac{w-5}{i-w}$.

Lại có

$$\begin{aligned} & |z|=\sqrt{2} \Leftrightarrow \left|\frac{w-5}{i-w}\right|=\sqrt{2} \\ \Leftrightarrow\ & |w-5|=\sqrt{2}|w-i| \Leftrightarrow (x-5)^2+y^2=2[x^2+(y-1)^2] \\ \Leftrightarrow\ & (x+5)^2+(y-4)^2=52. \end{aligned}$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn các số phức w là một đường tròn có bán kính bằng $\sqrt{52}=2\sqrt{13}$.

Chọn đáp án (B)..........

☐

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f(3)=1$ và $\int\limits_0^1 xf(3x)\,\mathrm{d}x=1$, khi đó $\int\limits_0^3 x^2f'(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 3. (B) 7. (C) -9. (D) $\dfrac{25}{3}$.

Lời giải:

Đặt $t=3x \Rightarrow \mathrm{d}t=3\,\mathrm{d}x \Rightarrow \mathrm{d}x=\dfrac{1}{3}\,\mathrm{d}t$.

Suy ra $1=\int\limits_0^1 xf(3x)\,\mathrm{d}x=\dfrac{1}{9}\int\limits_0^3 tf(t)\,\mathrm{d}t \Leftrightarrow \int\limits_0^3 tf(t)\,\mathrm{d}t=9$.

Đặt $\begin{cases} u=f(t) \\ \mathrm{d}v=t\,\mathrm{d}t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u=f'(t)\,\mathrm{d}t \\ v=\dfrac{t^2}{2}. \end{cases}$

Suy ra $\int\limits_0^3 tf(t)\,\mathrm{d}t=\dfrac{t^2}{2}f(t)\Big|_0^3-\int\limits_0^3\dfrac{t^2}{2}f'(t)\,\mathrm{d}t=\dfrac{9}{2}f(3)-\dfrac{1}{2}\int\limits_0^3 t^2f'(t)\,\mathrm{d}t$.

$\Leftrightarrow 9=\dfrac{9}{2}-\dfrac{1}{2}\int\limits_0^3 t^2f'(t)\,\mathrm{d}t \Leftrightarrow \int\limits_0^3 t^2f'(t)\,\mathrm{d}t=-9$.

Vậy $\int\limits_0^3 x^2f'(x)\,\mathrm{d}x=-9$.

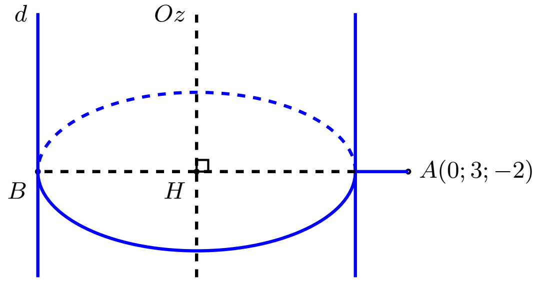
Chọn đáp án (C)..........

☐

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;3;-2)$. Xét đường thẳng d thay đổi, song song với trục Oz và cách trục Oz một khoảng bằng 2. Khi khoảng cách từ A đến d lớn nhất, d đi qua điểm nào dưới đây?

(A) $Q(-2;0;-3)$. (B) $M(0;8;-5)$. (C) $N(0;2;-5)$. (D) $P(0;-2;-5)$.

Lời giải:



Do đường thẳng $d \parallel Oz$ nên d nằm trên mặt trụ có trục là Oz và bán kính trụ là $R = 2$.
Gọi H là hình chiếu của A trên trục Oz, suy ra tọa độ $H(0;0;-2)$.
Do đó $d(A, Oz) = AH = 3$.
Gọi B là điểm thuộc đường thẳng AH sao cho $\overrightarrow{AH} = \dfrac{3}{5}\overrightarrow{AB}$. Suy ra $B(0;-2;-2)$.
Vậy $\mathrm{d}(A,\, d)_{\max} = 5 \Leftrightarrow d$ là đường thẳng đi qua B và song song với Oz.
Phương trình tham số của d: $\begin{cases} x = 0 \\ y = -2 \\ z = -2 + t. \end{cases}$
Kết luận: d đi qua điểm $P(0;-2;-5)$.

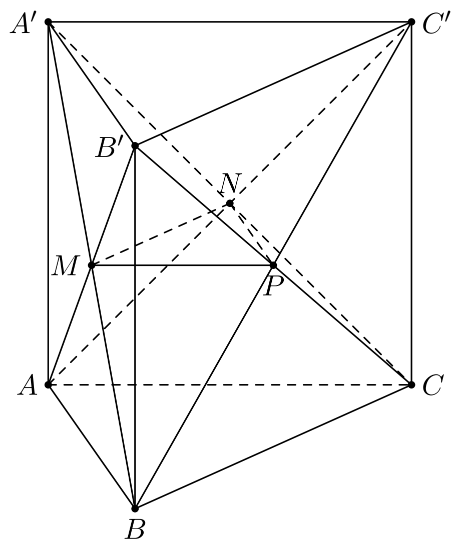
Chọn đáp án (D) ....

☐

Câu 46. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có chiều cao bằng 4 và đáy là tam giác đều cạnh bằng 4. Gọi M, N và P lần lượt là tâm của các mặt bên $ABB'A'$, $ACC'A'$ và $BCC'B'$. Thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A, B, C, M, N, P bằng

(A) $\dfrac{14\sqrt{3}}{3}$. (B) $8\sqrt{3}$. (C) $6\sqrt{3}$. (D) $\dfrac{20\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải:



Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

$$V = 4 \cdot \frac{4^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = 16\sqrt{3}.$$

Gọi thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A, B, C, M, N, P là V_1.
Ta có: $V_1 = V_{AMNCB} + V_{BMNP} + V_{BNPC}$.
Dễ thấy $V_{A'ABC} = \dfrac{1}{3}V$ và $V_{AMNCB} = \dfrac{3}{4}V_{A'ABC}$.
Suy ra $V_{AMNCB} = \dfrac{1}{4}V$.
$V_{BA'B'C'} = \dfrac{1}{3}V$ và $V_{BMNP} = \dfrac{1}{8}V_{BA'B'C'}$.
Suy ra $V_{BMNP} = \dfrac{1}{24}V$.
$V_{A'BCB'} = V_{A'B'CC'} = \dfrac{1}{3}V$ và $V_{BNPC} = \dfrac{1}{4}V_{BA'B'C}$.
Suy ra $V_{BNPC} = \dfrac{1}{12}V$.
Vậy $V_1 = V_{AMNCB} + V_{BMNP} + V_{BNPC} = \dfrac{3}{8}V = 6\sqrt{3}$.

Chọn đáp án (C) ....

☐

Câu 47. Cho hai hàm số $y = \dfrac{x-2}{x-1} + \dfrac{x-1}{x} + \dfrac{x}{x+1} + \dfrac{x+1}{x+2}$ và $y = |x+1| - x - m$ (m là tham số thực) có đồ thị lần lượt là (C_1) và (C_2). Tập hợp tất cả các giá trị của m để (C_1) và (C_2) cắt nhau tại đúng bốn điểm phân biệt là

A $(-3;+\infty)$. **B** $(-\infty;-3)$. **C** $[-3;+\infty)$. **D** $(-\infty;-3]$.

Lời giải:

Xét phương trình hoành độ

$$\begin{aligned}&\frac{x-2}{x-1}+\frac{x-1}{x}+\frac{x}{x+1}+\frac{x+1}{x+2}=|x+1|-x-m\\ \Leftrightarrow\ &\frac{x-2}{x-1}+\frac{x-1}{x}+\frac{x}{x+1}+\frac{x+1}{x+2}-|x+1|+x=-m \quad (1).\end{aligned}$$

Số nghiệm của (1) là số giao điểm của

$F(x)=\dfrac{x-2}{x-1}+\dfrac{x-1}{x}+\dfrac{x}{x+1}+\dfrac{x+1}{x+2}-|x+1|+x=\begin{cases}\dfrac{x-2}{x-1}+\dfrac{x-1}{x}+\dfrac{x}{x+1}+\dfrac{x+1}{x+2}-1, & x>-1\\ \dfrac{x-2}{x-1}+\dfrac{x-1}{x}+\dfrac{x}{x+1}+\dfrac{x+1}{x+2}+2x+1, & x<-1.\end{cases}$

Ta có $F'(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{(x-1)^2}+\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{1}{(x+1)^2}+\dfrac{1}{(x+2)^2}, & x\in(-1;+\infty)\setminus\{0;1\}\\ \dfrac{1}{(x-1)^2}+\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{1}{(x+1)^2}+\dfrac{1}{(x+2)^2}+2, & x\in(-\infty;-1)\setminus\{-2\}.\end{cases}$

Mặt khác $\lim\limits_{x\to+\infty}F(x)=+\infty$; $\lim\limits_{x\to-\infty}F(x)=3$.

$\lim\limits_{x\to-2^+}F(x)=+\infty$; $\lim\limits_{x\to-2^-}F(x)=-\infty$; $\lim\limits_{x\to-1^+}F(x)=-\infty$; $\lim\limits_{x\to-1^-}F(x)=+\infty$.

$\lim\limits_{x\to0^+}F(x)=-\infty$; $\lim\limits_{x\to0^-}F(x)=+\infty$; $\lim\limits_{x\to1^+}F(x)=-\infty$; $\lim\limits_{x\to1^-}F(x)=+\infty$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-2	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	+	+	+	+	
$f(x)$	$3 \nearrow +\infty$	$-\infty \nearrow +\infty$	$-\infty \nearrow +\infty$	$-\infty \nearrow +\infty$	$-\infty \nearrow +\infty$	

Để phương trình có 4 nghiệm thì $-m\le 3\Leftrightarrow m\ge -3$.

Chọn đáp án C

□

Câu 48. Cho phương trình $\left(2\log_3^2 x-\log_3 x-1\right)\sqrt{4^x-m}=0$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình có đúng hai nghiệm phân biệt?

A Vô số. **B** 62. **C** 63. **D** 64.

Lời giải:

Ta có điều kiện $\begin{cases}x>0\\ x\ge\log_4 m\end{cases}$ (*) (với m nguyên dương).

Phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{aligned}&\left(2\log_3^2 x-\log_3 x-1\right)\sqrt{4^x-m}=0 \quad (1)\\ \Leftrightarrow\ &\left[\begin{array}{ll}2\log_3^2 x-\log_3 x-1=0 & (2)\\ 4^x=m & (3).\end{array}\right.\end{aligned}$$

Phương trình (2) $\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\log_3 x=1\\ \log_3 x=-\dfrac12\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\ x=\dfrac{\sqrt3}{3}.\end{array}\right.$

Phương trình (3) $\Leftrightarrow x=\log_4 m$.

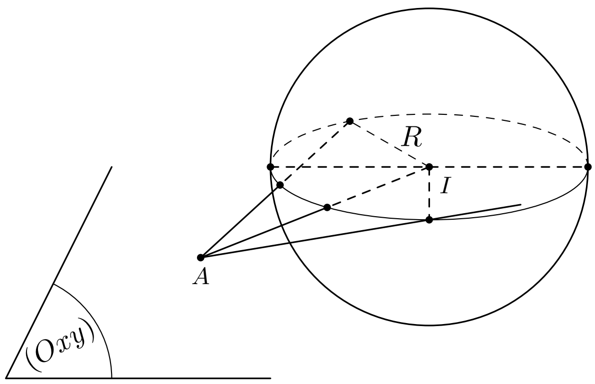
Do m nguyên dương nên ta có các trường hợp sau:
TH 1: $m = 1$ thì $\log_4 m = 0$. Khi đó điều kiện (*) trở thành $x > 0$.
Khi đó nghiệm của phương trình (3) bị loại và nhận nghiệm của phương trình (2).
Do đó nhận giá trị $m = 1$.
TH 2: $m \geq 2$, khi đó điều kiện (*) trở thành $x \geq \log_4 m$ (vì $\log_4 m \geq \dfrac{1}{2}$).
Để phương trình (1) có đúng hai nghiệm phân biệt
$\Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{3}}{3} \leq \log_4 m < 3$
$\Leftrightarrow 4^{\frac{\sqrt{3}}{3}} \leq m < 4^3$
Suy ra $m \in \{3; 4; 5; \ldots; 63\}$.
Vậy từ cả 2 trường hợp ta có: $63 - 3 + 1 + 1 = 62$ giá trị nguyên dương m.

Chọn đáp án (B) ....
□

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 5$. Có tất cả bao nhiêu điểm $A(a, b, c)$ (a, b, c là các số nguyên) thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho có ít nhất hai tiếp tuyến của (S) đi qua A và hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau?

(A) 12. (B) 16. (C) 20. (D) 8.

Lời giải:



Mặt cầu có tâm $I(0; 0; 1)$, bán kính $R = \sqrt{5}$.
Vì $A \in (Oxy)$ nên $c = 0$. Các giao tuyến của A đến mặt cầu (nếu $IA > R$) tạo nên một mặt nón tâm A, để mặt nón này có hai đường sinh vuông góc thì góc của mặt nón này phải $\geq 90^\circ$ hay $IA \leq R\sqrt{2}$.
Vậy $R \leq IA \leq R\sqrt{2} \Leftrightarrow 5 \leq a^2 + b^2 + 1 \leq 10 \Leftrightarrow 4 \leq a^2 + b^2 \leq 9$
Ta có các bộ số thỏa mãn $(0; \pm 2)\,; (0; \pm 3)\,; (\pm 1; \pm 2)\,; (\pm 2; \pm 2)\,; (\pm 2; \pm 1)\,; (\pm 2; 0)\,; (\pm 3; 0)$, 20 bộ số.

Chọn đáp án (C) ....
□

Câu 50. Cho hàm số $f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$ ↘	-3 ↗	2 ↘	-1 ↗	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $y = f(4x^2 + 4x)$ là

(A) 5. (B) 9. (C) 7. (D) 3.

Lời giải:

Có $(f(4x^2+4x))' = (8x+4)f'(4x^2+4x)$, $(f(4x^2+4x))' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\dfrac{1}{2} \\ f'(4x^2+4x) = 0. \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	$\searrow$ a_1	-3	a_2 $\nearrow$	2	$\searrow$ a_3	-1	a_4 $\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên trên ta có $f'(4x^2+4x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4x^2+4x = a_1 \in (-\infty;-1) \\ 4x^2+4x = a_2 \in (-1;0) \\ 4x^2+4x = a_3 \in (0;1) \\ 4x^2+4x = a_4 \in (1;+\infty) \end{array}\right.$. (1)

Xét $g(x) = 4x^2+4x$, $g'(x) = 8x+4$, $g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -\dfrac{1}{2}$ ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		$-\dfrac{1}{2}$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Kết hợp bảng biến thiên của $g(x)$ và hệ (1) ta thấy:

- Phương trình $4x^2+4x = a_1 \in (-\infty;-1)$ vô nghiệm.
- Phương trình $4x^2+4x = a_2 \in (-1;0)$ tìm được hai nghiệm phân biệt khác $-\dfrac{1}{2}$.
- Phương trình $4x^2+4x = a_2 \in (0;1)$ tìm được thêm hai nghiệm mới phân biệt khác $-\dfrac{1}{2}$.
- Phương trình $4x^2+4x = a_2 \in (1;+\infty)$ tìm được thêm hai nghiệm phân biệt khác $-\dfrac{1}{2}$.

Vậy hàm số $y = f(4x^2+4x)$ có tất cả 7 điểm cực trị.

Chọn đáp án C ....

□

—HẾT—

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

1. A	2. B	3. A	4. D	5. B	6. A	7. D	8. B	9. B	10. A
11. D	12. A	13. C	14. C	15. C	16. A	17. B	18. B	19. D	20. D
21. B	22. C	23. C	24. A	25. D	26. A	27. A	28. D	29. A	30. B
31. C	32. C	33. A	34. B	35. D	36. B	37. A	38. A	39. D	40. C
41. B	42. B	43. B	44. C	45. D	46. C	47. C	48. B	49. C	50. C

ĐỀ 6

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2020
Môn Toán;
Thời gian làm bài: 90 phút.

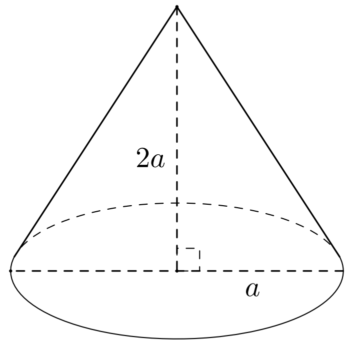
NỘI DUNG ĐỀ

Câu 1. Cho khối nón có độ dài đường cao bằng $2a$ và bán kính đáy bằng a. Thể tích của khối nón đã cho bằng

(A) $\dfrac{2\pi a^3}{3}$. (B) $\dfrac{4\pi a^3}{3}$. (C) $\dfrac{\pi a^3}{3}$. (D) $2\pi a^3$.

Lời giải:

Thể tích khối nón: $V = \dfrac{1}{3} \cdot 2a \cdot \pi a^2 = \dfrac{2\pi a^3}{3}$.



Chọn đáp án (A)

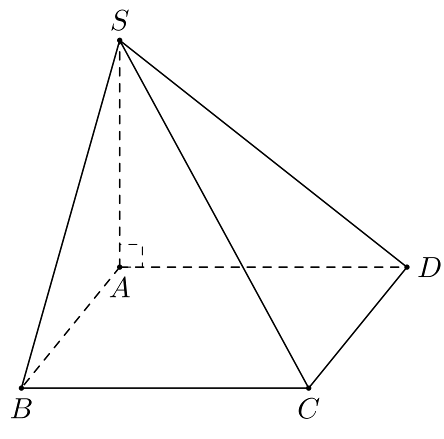
□

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA = a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

(A) $\dfrac{a^3}{6}$. (B) $\dfrac{2a^3}{3}$. (C) a^3. (D) $\dfrac{a^3}{3}$.

Lời giải:

Thể tích khối chóp $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SA = \dfrac{a^3}{3}$.



Chọn đáp án (D)

□

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y+3}{2} = \dfrac{z-3}{-5}$ có tọa độ là

(A) $(1; 2; -5)$. (B) $(1; 3; 3)$. (C) $(-1; 3; -3)$. (D) $(-1; -2; -5)$.

Lời giải:

.

Chọn đáp án (A)

□

Câu 4. Với a, b là các số thực dương bất kì, $\log_2 \dfrac{a}{b^2}$ bằng

A $2\log_2 \dfrac{a}{b}$. **B** $\dfrac{1}{2}\log_2 \dfrac{a}{b}$. **C** $\log_2 a - 2\log_2 b$. **D** $\log_2 a - \log_2(2b)$.

Lời giải:

Ta có: $\log_2 \dfrac{a}{b^2} = \log_2 a - \log_{2b}^2 = \log_2 a - 2\log_2 b$.

Chọn đáp án C ....

☐

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;-1;3)$ và $B(0;3;1)$. Gọi (α) là mặt phẳng trung trực của AB. Một véc-tơ pháp tuyến của (α) có tọa độ là

A $(2;4;-1)$. **B** $(1;2;-1)$. **C** $(-1;1;2)$. **D** $(1;0;1)$.

Lời giải:

Vì (α) là mặt phẳng trung trực của AB nên véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là : $\overrightarrow{n_\alpha} = \overrightarrow{AB} = (2;4;-2) = 2(1;2;-1)$, từ đây ta suy ra $\overrightarrow{n_1} = (1;2;-1)$ là một véc-tơ pháp tuyến của (α).

Chọn đáp án B ....

☐

Câu 6. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 1, u_2 = -2$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A $u_{2019} = -2^{2018}$. **B** $u_{2019} = 2^{2019}$. **C** $u_{2019} = -2^{2019}$. **D** $u_{2019} = 2^{2018}$.

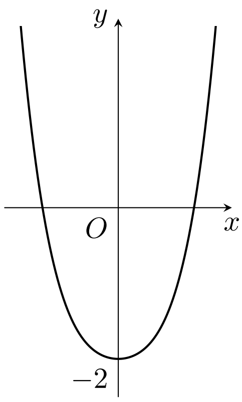
Lời giải:

Cấp số nhân có $u_1 = 1, u_2 = -2 \Rightarrow q = -2$. Vậy: $u_{2019} = u_{1q}^{2018} = (-2)^{2018} = 2^{2018}$.

Chọn đáp án D ....

☐

Câu 7. Hình dưới đây là đồ thị của hàm số nào?



A $y = x^2 - 2$. **B** $y = x^4 + x^2 - 2$. **C** $y = x^4 - x^2 - 2$. **D** $y = x^2 + x - 2$.

Lời giải:

Dựa vào đồ thị đã cho ta nhận thấy hàm số cần tìm chỉ có một cực trị nên đáp án C bị loại.
Mặt khác đồ thị hàm số đã cho có tính đối xứng qua trục tung nên đáp án D bị loại.
Đồ thị hàm số đã cho đi qua hai điểm $(-1;0)$ và $(1;0)$ nên đáp án A bị loại.
Vậy hàm số cần tìm là hàm số ở đáp án B.

Chọn đáp án B ....

☐

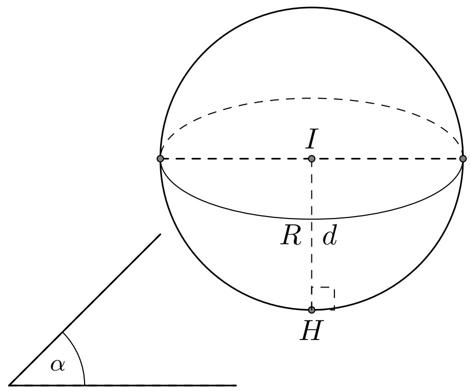
Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1;2;5)$ và mặt phẳng $(\alpha)\colon x - 2y + 2z + 2 = 0$. Phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với (α) là

A $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-5)^2 = 3$. **B** $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+5)^2 = 3$.

C $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-5)^2 = 9$. **D** $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+5)^2 = 9$.

Lời giải:

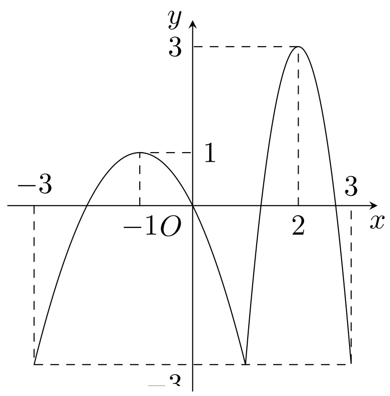
Từ tọa độ tâm $I(1;2;5)$ ta loại được hai đáp án B,D.
Mặt khác theo bài ta có $R = \mathrm{d}\left(I,(\alpha)\right) = \dfrac{|1-2\cdot 2+2\cdot 5+2|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+2^2}} = 3$ nên đáp án A loại.
Vậy phương trình mặt cầu cần tìm có phương trình $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-5)^2 = 9$.



Chọn đáp án (C) ....

□

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây



Trên đoạn $[-3;3]$ hàm số đã cho có mấy điểm cực trị?

(A) 4. (B) 5. (C) 2. (D) 3.

Lời giải:

Quan sát đồ thị đã cho ta nhận thấy trên đoạn $[-3;3]$ hàm số $y = f(x)$ có ba điểm cực trị.

Chọn đáp án (D) ....

□

Câu 10. Cho $f(x)$ và $g(x)$ là các hàm số liên tục bất kì trên đoạn $[a;b]$. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

(A) $\displaystyle\int_a^b |f(x)-g(x)|\,\mathrm{d}x = \int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x - \int_a^b g(x)\,\mathrm{d}x$.

(B) $\displaystyle\int_a^b (f(x)-g(x))\,\mathrm{d}x = \int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x - \int_a^b g(x)\,\mathrm{d}x$.

(C) $\displaystyle\left|\int_a^b (f(x)-g(x))\right|\,\mathrm{d}x = \int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x - \int_a^b g(x)\,\mathrm{d}x$.

(D) $\displaystyle\int_a^b (f(x)-g(x))\,\mathrm{d}x = \left|\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x - \int_a^b g(x)\,\mathrm{d}x\right|$.

Lời giải:

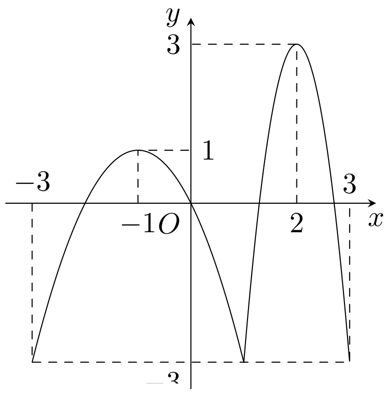
Theo tính chất của tích phân ta có đáp án B là mệnh đề đúng.
Mặt khác, ta có nhận xét:
+ A sai khi $f(x) < g(x)$ với $x \in [a;b]$.
+ C sai khi $\displaystyle\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x - \int_a^b g(x)\,\mathrm{d}x < 0$.

+ D sai khi $\int\limits_a^b (f(x)-g(x))\,\mathrm{d}x < 0$.

Chọn đáp án (B) ....

☐

Câu 11. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng

(A) $(0;2)$. (B) $(-2;0)$. (C) $(-3;-1)$. (D) $(2;3)$.

Lời giải:

Dựa vào đồ thị ta có hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-1;1)$ và $(2;3)$.

Chọn đáp án (D) ....

☐

Câu 12. Tất cả các nguyên hàm của hàm $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{3x-2}}$ là

(A) $2\sqrt{3x-2}+C$. (B) $\dfrac{2}{3}\sqrt{3x-2}+C$. (C) $-\dfrac{2}{3}\sqrt{3x-2}+C$. (D) $-2\sqrt{3x-2}+C$.

Lời giải:

Ta có $\displaystyle\int \frac{1}{\sqrt{3x-2}}\,\mathrm{d}x = \frac{1}{3}\int (3x-2)^{-\frac{1}{2}}\mathrm{d}(3x-2) = \frac{1}{3}\cdot\frac{(3x-2)^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}}+C=\frac{2}{3}\sqrt{3x-2}+C$.

Chọn đáp án (B) ....

☐

Câu 13. Khi đặt $3^x=t$ thì phương trình $9^{x+1}-3^{x+1}-30=0$ trở thành

(A) $3t^2-t-10=0$. (B) $9t^2-3t-10=0$. (C) $t^2-t-10=0$. (D) $2t^2-t-1=0$.

Lời giải:

Ta có $9^{x+1}-3^{x+1}-30=0 \Leftrightarrow 9\cdot(3^x)^2-3\cdot 3^x-30=0$.

Do đó khi đặt $t=3^x$ ta có phương trình $\Leftrightarrow 9t^2-3t-30=0\Leftrightarrow 3t^2-t-10=0$.

Chọn đáp án (A) ....

☐

Câu 14. Từ các chữ số $1,2,3,\ldots,9$ lập được bao nhiêu số có 3 chữ số đôi một khác nhau

(A) 3^9. (B) A_9^3. (C) 9^3. (D) C_9^3.

Lời giải:

Gọi số cần tìm có dạng là $\overline{a_1a_2a_3}\,(a_1\neq 0, a_1\neq a_2, a_2\neq a_3, a_3\neq a_1)$.

Mỗi bộ ba số $(a_1;a_2;a_3)$ là một chỉnh hợp chập 3 của 9 phần tử.

Vậy số các số cần tìm là A_9^3 số.

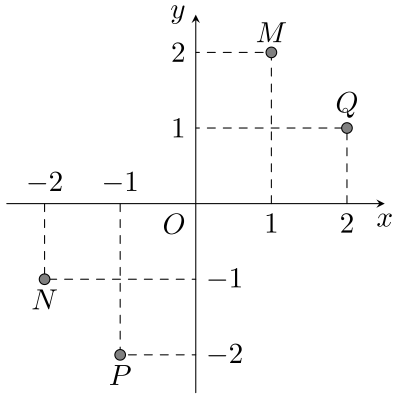
Chọn đáp án (B) ....

☐

Câu 15.

Cho số phức $z = -2 + i$. Trong hình bên điểm biểu diễn số phức $\overline{z}$ là

Ⓐ M. Ⓑ Q. Ⓒ P. Ⓓ N.



Lời giải:

Ta có $\overline{z} = -2 - i$. Do đó điểm biểu diễn số phức $\overline{z}$ là $N(-2; -1)$.

Chọn đáp án D ....

□

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1\colon \dfrac{x-1}{-2} = \dfrac{y+2}{1} = \dfrac{z-3}{2}$ và $\Delta_2\colon \dfrac{x+3}{1} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z+2}{-4}$. Góc giữa hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 bằng

Ⓐ $30°$. Ⓑ $45°$. Ⓒ $60°$. Ⓓ $135°$.

Lời giải:

Véc-tơ chỉ phương của Δ_1 là $\overrightarrow{u_1} = (-2; 1; 2)$

Véc-tơ chỉ phương của Δ_2 là $\overrightarrow{u_2} = (1; 1; -4)$

$$\cos(\Delta_1, \Delta_2) = |\cos(\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2})| = \frac{|\overrightarrow{u_1} \cdot \overrightarrow{u_2}|}{|\overrightarrow{u_1}| \cdot |\overrightarrow{u_2}|} = \frac{|(-2)\cdot 1 + 1 \cdot 1 + 2 \cdot (-4)|}{\sqrt{(-2)^2 + 1^2 + 2^2} \cdot \sqrt{1^2 + 1^2 + (-4)^2}} = \frac{9}{3 \cdot 3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Do đó góc giữa hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 là $45°$.

Chọn đáp án B ....

□

Câu 17. Cho số phức z thỏa mãn $z + 2\overline{z} = 6 + 2i$. Điểm biểu diễn số phức z có tọa độ là

Ⓐ $(2; -2)$. Ⓑ $(-2; -2)$. Ⓒ $(2; 2)$. Ⓓ $(-2; 2)$.

Lời giải:

Gọi số phức $z = x + yi$ với $x,\ y \in \mathbb{R}$. Theo bài ra ta có

$$(x + yi) + 2(x - yi) = 6 + 2i \Leftrightarrow 3x - yi = 6 + 2i \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -2 \end{cases}.$$

Vậy điểm biểu diễn số phức z có tọa độ là $(2; -2)$.

Chọn đáp án A ....

□

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-2}{-1} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z}{2}$ và mặt phẳng $(P)\colon x + 2y - z - 5 = 0$. Tọa độ giao điểm của d và (P) là

Ⓐ $(2; 1; -1)$. Ⓑ $(3; -1; -2)$. Ⓒ $(1; 3; -2)$. Ⓓ $(1; 3; 2)$.

Lời giải:

Xét hệ: $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = 2t \\ x + 2y - z - 5 = 0 \end{cases} \Rightarrow 2 - t + 2(1 + 2t) - 2t - 5 = 0 \Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow A(1; 3; 2)$ là tọa độ giao điểm của đường thẳng và mặt phẳng.

Chọn đáp án D ....

□

Câu 19. Bất phương trình $\log_4(x^2-3x) > \log_2(9-x)$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

(A) vô số. (B) 1. (C) 4. (D) 3.

Lời giải:

Điều kiện: $\begin{cases} x^2-3x>0 \\ 9-x>0 \end{cases} \Leftrightarrow x<0 \vee 3<x<9$

Ta có: $\log_4(x^2-3x) > \log_2(9-x) \Leftrightarrow \log_4(x^2-3x) > \log_4(9-x)^2 \Leftrightarrow x^2-3x > (9-x)^2 \Leftrightarrow 15x > 81 \Leftrightarrow x > \dfrac{27}{5}$.

So sánh điều kiện, ta có: $\dfrac{27}{5} < x < 9$.

Vậy bất phương trình có 3 nghiệm nguyên.

Chọn đáp án (D)..

☐

Câu 20. Hàm số $y=(x^3-3x)^e$ có bao nhiêu điểm cực trị?

(A) 2. (B) 0. (C) 3. (D) 1.

Lời giải:

Hàm số $y=(x^3-3x)^e$ có TXĐ: $\left(-\sqrt{3};0\right) \cup \left(\sqrt{3};+\infty\right)$

$y' = e(3x^2-3)(x^3-3x)^{e-1}$

$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-1. \end{array}\right.$

Bảng xét dấu

x	$-\sqrt{3}$	-1	0	$\sqrt{3}$	$+\infty$
y'	‖	$+$ 0 $-$	‖	$+$	

Vậy hàm số có 1 điểm cực trị.

Chọn đáp án (D)..

☐

Câu 21. Gọi (D) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=2^x, y=0, x=0$ và $x=2$. Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay (D) quanh trục Ox được định bởi công thức

(A) $V=\pi\displaystyle\int_0^2 2^{x+1}\,\mathrm{d}x$. (B) $V=\displaystyle\int_0^2 2^{x+1}\,\mathrm{d}x$. (C) $V=\displaystyle\int_0^2 4^x\,\mathrm{d}x$. (D) $V=\pi\displaystyle\int_0^2 4^x\,\mathrm{d}x$.

Lời giải:

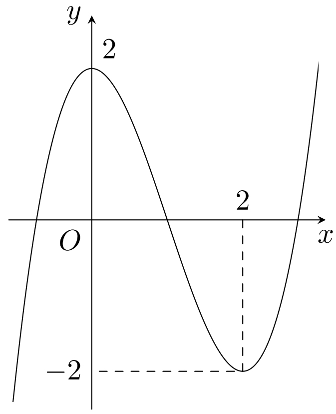
Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay (D) quanh trục Ox được định bởi công thức $V=\pi\displaystyle\int_0^2 y^2\,\mathrm{d}x = \pi\int_0^2 4^x\,\mathrm{d}x$.

Chọn đáp án (D)..

☐

Câu 22.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $y = -2f(x)$ đồng biến trên khoảng



Ⓐ $(1;2)$. Ⓑ $(2;3)$. Ⓒ $(-1;0)$. Ⓓ $(-1;1)$.

Lời giải:

Ta có $y' = (-2f(x))' = -2 \cdot f'(x)$. Hàm số đồng biến $\Rightarrow -2 \cdot f'(x) \geqslant 0 \Leftrightarrow f'(x) \leqslant 0$.
Dựa vào đồ thị hàm số ta có $f'(x) \leqslant 0 \Leftrightarrow 0 \leqslant x \leqslant 2 \Rightarrow$ chọn đáp ánA.

Chọn đáp án Ⓐ..

□

Câu 23. Đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+\sqrt{x^2+1}}{x-1}$ có bao nhiêu đường tiệm cận

Ⓐ 4. Ⓑ 3. Ⓒ 1. Ⓓ 2.

Lời giải:

Tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to 1^+} y = \lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{x+\sqrt{x^2+1}}{x-1} = +\infty$; $\lim\limits_{x\to 1^-} y = \lim\limits_{x\to 1^-} \dfrac{x+\sqrt{x^2+1}}{x-1} = -\infty$.

Do đó đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x = 1$ làm tiệm cận đứng.

Lại có:

$$+ \lim_{x\to+\infty} y = \lim_{x\to+\infty} \frac{x+\sqrt{x^2+1}}{x-1} = \lim_{x\to+\infty} \frac{x\left(1+\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}\right)}{x-1} = \lim_{x\to+\infty} \frac{1+\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}{1-\frac{1}{x}} = 2.$$

Vậy đồ thị hàm số nhận đường thẳng $y = 2$ làm tiệm cận ngang.

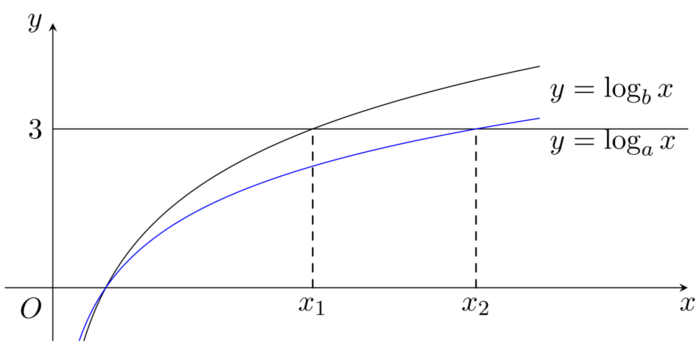
$$+ \lim_{x\to-\infty} y = \lim_{x\to-\infty} \frac{x+\sqrt{x^2+1}}{x-1} = \lim_{x\to-\infty} \frac{x\left(1-\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}\right)}{x-1} = \lim_{x\to+\infty} \frac{1-\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}{1-\frac{1}{x}} = 0.$$

Vậy đồ thị hàm số nhận đường thẳng $y = 0$ làm tiệm cận ngang.
Do đó đồ thị hàm số đã có 3 đường tiệm cận.

Chọn đáp án Ⓑ..

□

Câu 24. Hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Đường thẳng $y = 3$ cắt hai đồ thị tại các điểm có hoành độ x_1, x_2. Biết rằng $x_2 = 2x_1$, giá trị của $\dfrac{a}{b}$ bằng

(A) $\frac{1}{3}$. (B) $\sqrt{3}$. (C) 2. (D) $\sqrt[3]{2}$.

Lời giải:

Từ đồ thị có x_1 là nghiệm của phương trình $\log_b x = 3$ nên $\log_b x_1 = 3 \Leftrightarrow x_1 = b^3$.
Từ đồ thị có x_2 là nghiệm của phương trình $\log_a x = 3$ nên $\log_a x_2 = 3 \Leftrightarrow x_2 = a^3$.
Do $x_2 = 2x_1 \Rightarrow a^3 = 2 \cdot b^3 \Leftrightarrow \left(\frac{a}{b}\right)^3 = 2 \Leftrightarrow \frac{a}{b} = \sqrt[3]{2}$. Vậy $\frac{a}{b} = \sqrt[3]{2}$.

Chọn đáp án (D) ....

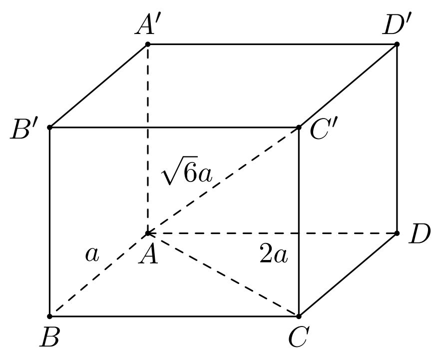
□

Câu 25. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a, AD = 2a, AC' = \sqrt{6}a$. Thể tích khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ bằng

(A) $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. (B) $\frac{2a^3}{3}$. (C) $2a^3$. (D) $2\sqrt{3}a^3$.

Lời giải:

Ta có $AC = \sqrt{a^2 + 4a^2} = a\sqrt{5}$, $CC' = \sqrt{\left(\sqrt{6}a\right)^2 - \left(\sqrt{5}a\right)^2} = a$.
Thể tích khối hộp chữ nhật là $V = AB \cdot AD \cdot CC' = a \cdot 2a \cdot a = 2a^3$.



Chọn đáp án (C) ....

□

Câu 26. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x^2 + x)(x - 2)^2(2^x - 4)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của $f(x)$ là

(A) 2. (B) 4. (C) 3. (D) 1.

Lời giải:

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow (x^2 + x)(x - 2)^2 \cdot (2^x - 4) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2 + x = 0 \\ (x-2)^2 = 0 \\ 2^x - 4 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -1 \\ x = 2. \end{array}\right.$
Nhận thấy $x = 2$ là nghiệm bội ba nên $f'(x)$ vẫn đổi dấu khi qua $x = 2$. Vậy hàm số đã cho có 3 điểm cực trị.

Chọn đáp án (C) ....

□

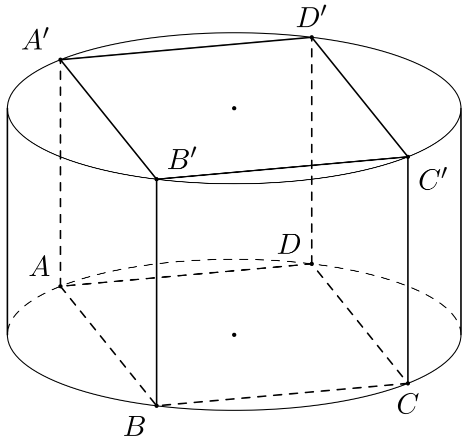
Câu 27. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Diện tích xung quanh của hình trụ có đáy là hai hình tròn ngoại tiếp hai hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$

(A) $\sqrt{2}\pi a^2$. (B) $2\pi a^2$. (C) πa^2. (D) $2\sqrt{2}\pi a^2$.

Lời giải:

Hình trụ có $l = a$, bán kính đáy bằng $R = \dfrac{AC}{2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vậy diện tích xung quanh hình trụ bằng $S_{xq} = 2\pi R l = 2\pi \dfrac{a\sqrt{2}}{2} a = \sqrt{2}\pi a^2$.



Chọn đáp án (A) ....

□

Câu 28. Gọi z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 3 = 0$. Mô-đun của $z_1^3 \cdot z_2^4$ bằng

(A) 81. (B) 16. (C) $27\sqrt{3}$. (D) $8\sqrt{2}$.

Lời giải:

Ta có: $z^2 - 2z + 3 = 0 \Leftrightarrow z_{1,2} = 1 \pm \sqrt{2}i \Rightarrow |z_1| = |z_2| = \sqrt{3}$.

Do đó $|z_1^3 \cdot z_2^4| = |z_1|^3 \cdot |z_2|^4 = \left(\sqrt{3}\right)^3 \cdot \left(\sqrt{3}\right)^4 = 27\sqrt{3}$.

Chọn đáp án (C) ....

□

Câu 29. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = 2x + \cos\dfrac{\pi x}{2}$ trên đoạn $[-2; 2]$. Giá trị của $m + M$ bằng

(A) 2. (B) -2. (C) 0. (D) -4.

Lời giải:

$f'(x) = 2 - \dfrac{\pi}{2}\sin\dfrac{\pi x}{2}$;

Vì $-\dfrac{\pi}{2} \leqslant -\dfrac{\pi}{2}\sin\dfrac{\pi x}{2} \leqslant \dfrac{\pi}{2} \Leftrightarrow 0 < 2 - \dfrac{\pi}{2} \leqslant 2 - \dfrac{\pi}{2}\sin\dfrac{\pi x}{2} \leqslant 2 + \dfrac{\pi}{2} \Rightarrow f'(x) > 0, \forall x \in [-2; 2]$.

$\Rightarrow f(-2) \leqslant f(x) \leqslant f(2)$.

Hay ta có $m = \min\limits_{[-2;2]} f(x) = f(-2) = -5$; $M = \max\limits_{[-2;2]} f(x) = f(2) = 3$.

Vậy $M + m = 3 - 5 = -2$.

Chọn đáp án (B) ....

□

Câu 30. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có $AB = 2a$, $SA = a\sqrt{5}$. Góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$ bằng

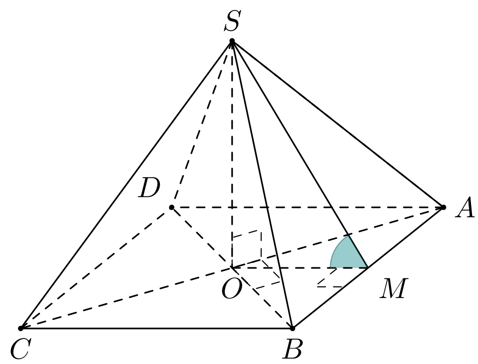
(A) 30°. (B) 45°. (C) 60°. (D) 75°.

Lời giải:

Theo tính chất hình chóp đều $SM \perp AB$, $MO \perp AB$, $(SAB) \cap (ABCD) = AB$. Góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$ là góc giữa hai đường thẳng SM và MO.

Vì $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$ nên $AC = 2\sqrt{2}a \Rightarrow AO = a\sqrt{2} \Rightarrow SO = a\sqrt{3}$

Xét tam giác vuông SMO có $\tan\widehat{SMO} = \dfrac{SO}{OM} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SMO} = 60^\circ$.



Chọn đáp án (C) ....

□

Câu 31. Hai bạn Công và Thành cùng viết ngẫu nhiên ra một số tự nhiên gồm 2 chữ số phân biệt. Xác suất để hai số được viết ra có ít nhất một chữ số chung bằng

(A) $\dfrac{145}{729}$. (B) $\dfrac{448}{729}$. (C) $\dfrac{281}{729}$. (D) $\dfrac{154}{729}$.

Lời giải:

Cách 1: Số các số tự nhiên có hai chữ số phân biệt là $9 \cdot 9 = 81$ số.
Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 81^2$.
Gọi A là biến cố thỏa mãn bài toán.
+ Khả năng 1: Hai bạn chọn số giống nhau nên có 81 cách.
+ Khả năng 2: Hai bạn chọn số đảo ngược của nhau nên có $9 \cdot 8 = 72$ cách.
+ Khả năng 3: Hai bạn chọn số chỉ có một chữ số trùng nhau
- TH1: Trùng chữ số 0: Công có 9 cách chọn số và Thành đều có 8 cách chọn số nên có $9 \cdot 8 = 72$ cách.
- TH 2: Trùng chữ số 1: Nếu Công chọn số 10 thì Thành có 16 cách chọn số có cùng chữ số 1. Nếu Công chọn số khác 10, khi đó Công có 16 cách chọn số và Thành có 15 cách chọn số có cùng chữ số 1 với Công nên có $16 + 16 \cdot 15 = 16 \cdot 16 = 256$ cách.
- Các trường hợp chọn trùng chữ số $2, 3, 4, \ldots 9$ tương tự.
Vậy $n(A) = 81 + 72 + 72 + 9.256 = 2529$.
Xác suất cần tính là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{2529}{81^2} = \dfrac{281}{729}$.
Cách 2: Số các số tự nhiên có hai chữ số phân biệt là $9 \cdot 9 = 81$ số.
Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 81^2$.
Gọi A là biến cố thỏa mãn bài toán. Xét biến cố $\overline{A}$.
- TH 1: Công chọn số có dạng $\overline{a0}$ nên có 9 cách. Khi đó có 25 số có ít nhất một chữ số trùng với số $\overline{a0}$ nên Thành có $81 - 25 = 56$ cách chọn số không có chữ số trùng với Công. Vậy có $9 \cdot 56 = 504$ cách.
- TH 2: Công chọn số không có dạng $\overline{a0}$: Có 72 cách, khi đó 32 số có ít nhất một chữ số trùng với số của Công chọn nên Thành có $81 - 32 = 49$ cách chọn số không có chữ số nào trùng với Thành. Vậy có $72 \cdot 49 = 3528$ cách.
$\Rightarrow n\left(\overline{A}\right) = 3528 + 504 = 4032 \Rightarrow \mathrm{P}(A) = 1 - P\left(\overline{A}\right) = 1 - \dfrac{4032}{81^2} = \dfrac{281}{729}$.

Chọn đáp án (C)

□

Câu 32. Biết rằng $x\mathrm{e}^x$ là một nguyên hàm của $f(-x)$ trên khoảng $(-\infty; +\infty)$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f'(x)\mathrm{e}^x$ thỏa mãn $F(0) = 1$, giá trị của $F(-1)$ bằng

(A) $\dfrac{7}{2}$. (B) $\dfrac{5-\mathrm{e}}{2}$. (C) $\dfrac{7-\mathrm{e}}{2}$. (D) $\dfrac{5}{2}$.

Lời giải:

Ta có $f(-x) = (x\mathrm{e}^x)' = \mathrm{e}^x + x\mathrm{e}^x$, $\forall x \in (-\infty; +\infty)$.
Do đó $f(-x) = \mathrm{e}^{-(-x)} - (-x)\mathrm{e}^{-(-x)}$, $\forall x \in (-\infty; +\infty)$.
Suy ra $f(x) = \mathrm{e}^{-x}(1 - x)$, $\forall x \in (-\infty; +\infty)$.
Nên $f'(x) = [\mathrm{e}^{-x}(1-x)]' = \mathrm{e}^{-x}(x - 2) \Rightarrow f'(x)\mathrm{e}^x = \mathrm{e}^{-x}(x-2).\mathrm{e}^x = x - 2$.
Bởi vậy $F(x) = \displaystyle\int (x-2)\,\mathrm{d}x = \dfrac{1}{2}(x-2)^2 + C$.
Từ đó $F(0) = \dfrac{1}{2}(0-2)^2 + C = C + 2$; $F(0) = 1 \Rightarrow C = -1$.
Vậy $F(x) = \dfrac{1}{2}(x-2)^2 - 1 \Rightarrow F(-1) = \dfrac{1}{2}(-1-2)^2 - 1 = \dfrac{7}{2}$.

Chọn đáp án (A)

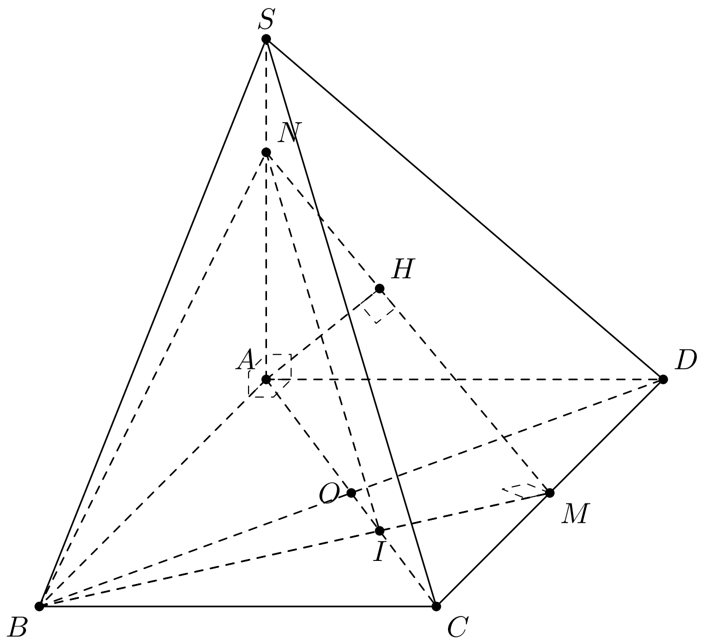
□

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, biết $AB = 2a, AD = a, SA = 3a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M là trung điểm cạnh CD. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và BM bằng

(A) $\dfrac{3\sqrt{3}a}{4}$. (B) $\dfrac{2\sqrt{3}a}{3}$. (C) $\dfrac{\sqrt{3}a}{3}$. (D) $\dfrac{\sqrt{3}a}{2}$.

Lời giải:

Gọi O là tâm hình chữ nhật, $I = BM \cap AC$.
Dựng $IN \parallel SC\,(N \in SA)$, $AK \perp BM, AH \perp NK\,(K \in BM, H \in NK)$.
Dễ dàng chứng minh được $AH \perp (BMN)$. Khi đó:
$\mathrm{d}(SC, BM) = \mathrm{d}(SC, (BMN)) = \mathrm{d}(C, (BMN))$.
Ta lại có: $\dfrac{\mathrm{d}(C,(BMN))}{\mathrm{d}(A,(BMN))} = \dfrac{CI}{AI} = \dfrac{\frac{2}{3}CO}{CO + \frac{1}{3}CO} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \mathrm{d}(C,(BMN)) = \dfrac{1}{2}\mathrm{d}(A,(BMN)) = \dfrac{1}{2}AH$.
Xét tam giác vuông ANK:

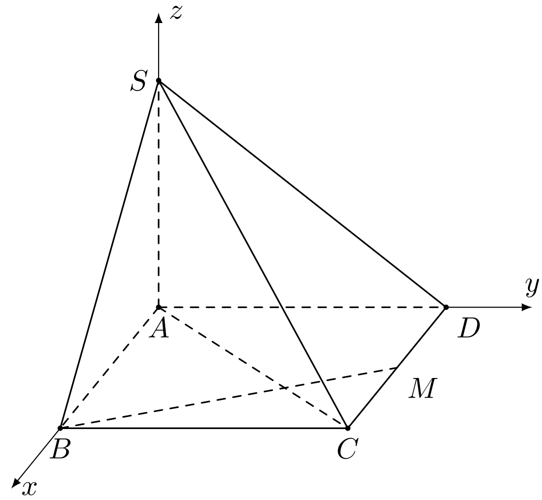


$$* \ AK = \frac{2S_{ABM}}{BM} = \frac{AB \cdot \mathrm{d}(M, AB)}{BM} = \frac{2a \cdot a}{\sqrt{a^2 + a^2}} = a\sqrt{2}.$$

$$* \ \frac{AN}{AS} = \frac{AI}{AC} = \frac{2}{3} \Rightarrow AN = \frac{2}{3}AS = \frac{2}{3} \cdot 3a = 2a$$

Suy ra: $AH = \dfrac{AN \cdot AK}{\sqrt{AN^2 + AK^2}} = \dfrac{2a \cdot a\sqrt{2}}{\sqrt{(2a)^2 + \left(a\sqrt{2}\right)^2}} = \dfrac{2\sqrt{3}a}{3}$.

Vậy: $\mathrm{d}(SC, BM) = \dfrac{1}{2}AH = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.
Cách 2:
Chọn hệ tọa độ $Oxyz$ sao cho $A \equiv O$; $B \in Ox$ nên $B(2a; 0; 0)$,
$D \in Oy$ nên $D(0; a; 0)$, $S \in Oz$ nên $S(0; 0; 3a) \Rightarrow C(2a; a; 0)$ và $M(a; a; 0)$.
Ta có $\overrightarrow{SC} = (2a; a; -3a)$; $\overrightarrow{BM} = (-a; a; 0)$
$\Rightarrow \left[\overrightarrow{SC}, \overrightarrow{BM}\right] = (3a^2; 3a^2; 3a^2)$ và $\overrightarrow{SB} = (2a; 0; -3a)$.
Vậy $d_{(Sc,BM)} = \dfrac{\left|\left[\overrightarrow{SC}, \overrightarrow{BM}\right] \cdot \overrightarrow{SB}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{SC}, \overrightarrow{BM}\right]\right|} = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.



Chọn đáp án C ....

□

Câu 34. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như hình bên dưới

x	$-\infty$		-3		-2		0		1		3		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số $y = f(1 - 2x)$ đồng biến trên khoảng

A $\left(0; \dfrac{3}{2}\right)$. **B** $\left(-\dfrac{1}{2}; 1\right)$. **C** $\left(-2; -\dfrac{1}{2}\right)$. **D** $\left(\dfrac{3}{2}; 3\right)$.

Lời giải:

Ta có: $y' = -2f'(1-2x) \geqslant 0 \Leftrightarrow f'(1-2x) \leqslant 0$

Từ bảng xét dấu ta có $f'(1-2x) \leqslant 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 1-2x \leqslant -3 \\ -2 \leqslant 1-2x \leqslant 1 \\ 1-2x \geqslant 3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \geqslant 2 \\ 0 \leqslant x \leqslant \dfrac{3}{2} \\ x \leqslant -1. \end{array}\right.$

Từ đây ta suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $\left(0; \dfrac{3}{2}\right)$.

Chọn đáp án (A) ....

□

Câu 35. Xét các số phức $z,\ w$ thỏa mãn $|w-i| = 2,\ z+2 = iw$. Gọi $z_1,\ z_2$ lần lượt là các số phức mà tại đó $|z|$ đạt giá trị nhỏ nhất và đạt giá trị lớn nhất. Mô-đun $|z_1 +\ z_2|$ bằng

(A) $3\sqrt{2}$. (B) 3. (C) 6. (D) $6\sqrt{2}$.

Lời giải:

Ta có: $z+2 = iw \Leftrightarrow w = \dfrac{1}{i}(z+2) \Rightarrow |w-i| = 2 \Leftrightarrow \left|\dfrac{1}{i}(z+2) - i\right| = 2 \Leftrightarrow \left|\dfrac{1}{i}[(z+2)+1]\right| = 2$

$\Leftrightarrow |z+3| = 2$. Do đó $z_1,\ z_2$ có các điểm biểu diễn trên mặt phẳng Oxy thuộc đường tròn tâm $I(-3;0)$; bán kính $R = 2$. Vậy $z_1 = -1,\ z_2 = -5 \Rightarrow z_1 +\ z_2 = -6 \Rightarrow |z_1 +\ z_2| = 6$.

Chọn đáp án (C) ....

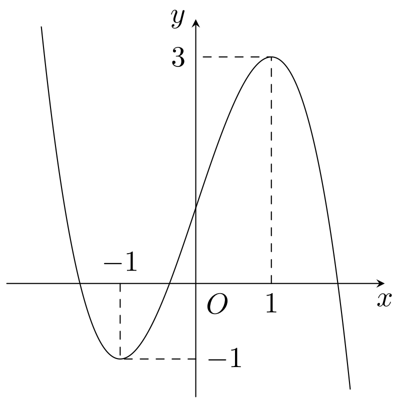
□

Câu 36.

Cho $f(x) = (x-1)^3 - 3x + 3$. Đồ thị hình bên là của hàm số có công thức

(A) $y = -f(x+1) - 1$. (B) $y = -f(x+1) + 1$.

(C) $y = -f(x-1) - 1$. (D) $y = -f(x-1) + 1$.



Lời giải:

Cách 1: Ta có $f(x) = (x-1)^3 - 3(x-1)$

Thử điểm đối với từng đáp án

Đáp án A: $y = -f(x+1) - 1 \Rightarrow y(1) = -f(2) - 1 = 1 \Rightarrow$ Loại

Đáp án B: $y = -f(x+1) + 1 \Rightarrow y(1) = -f(2) + 1 = 3 \Rightarrow$ thoả mãn.

Đáp án C: $y = -f(x-1) - 1 \Rightarrow y(1) = -f(0) - 1 = -3 \Rightarrow$ Loại

Đáp án D: $y = -f(x-1) + 1 \Rightarrow y(1) = -f(0) + 1 = -1 \Rightarrow$ Loại

Cách 2: Từ đồ thị suy ra hàm số ứng với đồ thị trên là $y = -x^3 + 3x + 1$.

Ta làm tường minh các hàm số cho trong các đáp án và so sánh

Đáp án A: $y = -f(x+1) - 1 = -x^3 + 3x - 1 \Rightarrow$ Loại

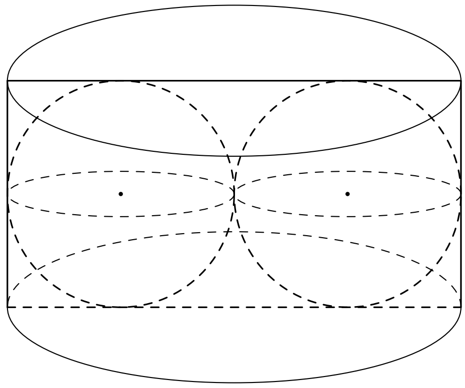
Đáp án B: $y = -f(x+1) + 1 = -x^3 + 3x + 1 \Rightarrow$ Nhận.

Chọn đáp án (B) ....

□

Câu 37.

Người ta xếp hai quả cầu có cùng bán kính r vào một chiếc hộp hình trụ sao cho các quả cầu đều tiếp xúc với hai đáy, đồng thời hai quả cầu tiếp xúc với nhau và mỗi quả cầu đề tiếp xúc với đường sinh của hình trụ (tham khảo hình vẽ). Biết thể tích khối trụ là 120 cm^3, thể tích của mỗi khối cầu bằng



(A) 10 cm^3. (B) 20 cm^3. (C) 30 cm^3. (D) 40 cm^3.

Lời giải:

Chiều cao của hình trụ là $2r$.

Đường kính của hình trụ là $4r$. Suy ra bán kính của hình trụ là $2r$.

Thể tích khối trụ là $\pi(2r)^2 \cdot 2r = 8\pi r^3$. Theo bài ra có $8\pi r^3 = 120cm^3 \Leftrightarrow \pi r^3 = 15cm^3 \Leftrightarrow \dfrac{4}{3}\pi r^3 = 20$.

Vậy thể tích của mỗi khối cầu là 20 cm^3.

Chọn đáp án (B) ....

□

Câu 38. Biết $\displaystyle\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\cos^2 x + \sin x \cos x + 1}{\cos^4 x + \sin x \cos^3 x}\,\mathrm{d}x = a + b\ln 2 + c\ln\left(1+\sqrt{3}\right)$, với a, b, c là các số hữu tỉ. Giá trị của abc bằng

(A) 0. (B) -2. (C) -4. (D) -6.

Lời giải:

Ta có: $\displaystyle\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\cos^2 x + \sin x \cos x + 1}{\cos^4 x + \sin x \cos^3 x}\,\mathrm{d}x = \int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\dfrac{1}{\cos^2 x} + \dfrac{\tan x}{\cos^2 x} + \dfrac{1}{\cos^4 x}}{1+\tan x}\,\mathrm{d}x$

$$= \int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\left(1+\tan^2 x\right) + \tan x\left(1+\tan^2 x\right) + \left(1+\tan^2 x\right)^2}{1+\tan x}\,\mathrm{d}x$$

$$= \int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{1+\tan x + \left(1+\tan^2 x\right)}{1+\tan x}\left(1+\tan^2 x\right)\mathrm{d}x = \int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \left(1 + \frac{1+\tan^2 x}{1+\tan x}\right)\left(1+\tan^2 x\right)\mathrm{d}x.$$

Đặt $t = 1+\tan x$ ta được $\mathrm{d}t = \left(1+\tan^2 x\right)\mathrm{d}x$, đổi cận $x = \dfrac{\pi}{4} \Rightarrow t = 2,\ x = \dfrac{\pi}{3} \Rightarrow t = 1+\sqrt{3}$

Ta được

$$\int\limits_{2}^{1+\sqrt{3}} \left(1 + \frac{1+(t-1)^2}{t}\right)\mathrm{d}t = \int\limits_{2}^{1+\sqrt{3}} \left(t - 1 + \frac{2}{t}\right)\mathrm{d}t = \left(\frac{t^2}{2} - t + 2\ln t\right)\Bigg|_{2}^{1+\sqrt{3}} = 1 - 2\ln 2 + 2\ln\left(1+\sqrt{3}\right)$$

Từ đây ta suy ra $a + b\ln 2 + c\ln\left(1+\sqrt{3}\right) = 1 - 2\ln 2 + 2\ln\left(1+\sqrt{3}\right)$.

Do đó $a = 1, b = -2, c = 2$ suy ra $abc = -4$.

Chọn đáp án (C) ....

□

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d\colon \begin{cases} x = -1-2t \\ y = t \\ z = -1+3t \end{cases}$; $d'\colon \begin{cases} x = 2+t' \\ y = -1+2t' \\ z = -2t' \end{cases}$ và mặt phẳng $(P)\colon x+y+z+2 = 0$. Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (P) và cắt cả hai đường thẳng d, d' có phương trình là

(A) $\dfrac{x-3}{1} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z+2}{1}$. (B) $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z-1}{-4}$.

Ⓒ $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-1}{1}$. Ⓓ $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-4}{2}$.

Lời giải:

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;1;1)$.
Gọi Δ là đường thẳng cần tìm và $A=\Delta\cap d, B=\Delta\cap d'$
Vì $A\in d, B\in d'$ nên gọi $A(-1-2t;t;-1+3t)$ và $B(2+t';-1+2t';-2t')$
$\Rightarrow \overrightarrow{AB}=(t'+2t+3;2t'-t-1;-2t'-3t+1)$.
Do $\Delta\perp(P)$ nên $\overrightarrow{AB},\vec{n}$ cùng phương $\Leftrightarrow \dfrac{t'+2t+3}{1}=\dfrac{2t'-t-1}{1}=\dfrac{-2t'-3t+1}{1}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}3t-t'=-4\\2t+4t'=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=-1\\t'=1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}A(1;-1;-4)\\B(3;1;-2)\end{cases}$.

Đường thẳng Δ đi qua điểm B và có véc-tơ chỉ phương $\vec{n}=(1;1;1)$ nên có phương trình $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+2}{1}$.

Chọn đáp án Ⓐ..........

□

Câu 40. Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $x+3=me^x$ có 2 nghiệm phân biệt?

Ⓐ 7. Ⓑ 6. Ⓒ 5. Ⓓ Vô số.

Lời giải:

Ta có: $x+3=me^x\Leftrightarrow me^x-x-3=0$.
Đặt $f(x)=me^x-x-3\Rightarrow f'(x)=me^x-1$.
Nếu $m\leqslant 0$ thì $f'(x)<0\Rightarrow f(x)=0$ có tối đa một nghiệm.
Ta xét với $m>0$, khi đó $f'(x)=0\Leftrightarrow x=-\ln m$.
Bảng biến thiên

x	$-\infty$		$-\ln m$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
f	$+\infty$	$\searrow$	$\ln m-2$	$\nearrow$	$+\infty$

Để phương trình $x+3=me^x$ có 2 nghiệm phân biệt $\ln m-2<0\Leftrightarrow 0<m<\mathrm{e}^2$.
Từ đó suy ra $m\in\{1;2;3;4;5;6;7\}$.

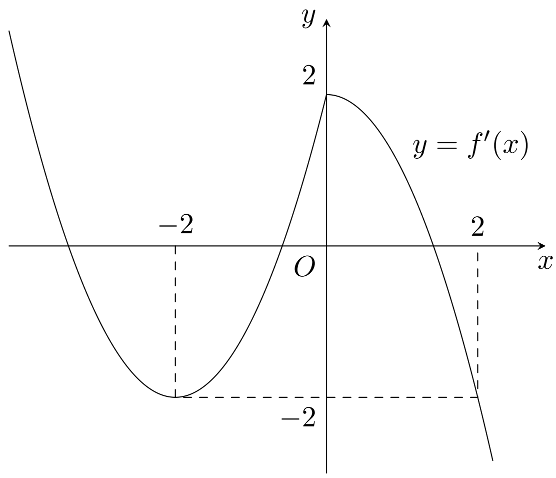
Chọn đáp án Ⓐ..........

□

Câu 41.

Cho $f(x)$ mà đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình bên. Hàm số $y=f(x-1)+x^2-2x$ đồng biến trên khoảng

Ⓐ $(1;2)$. Ⓑ $(-1;0)$.
Ⓒ $(0;1)$. Ⓓ $(-2;-1)$.



Lời giải:

Ta có $y = f(x-1) + x^2 - 2x$

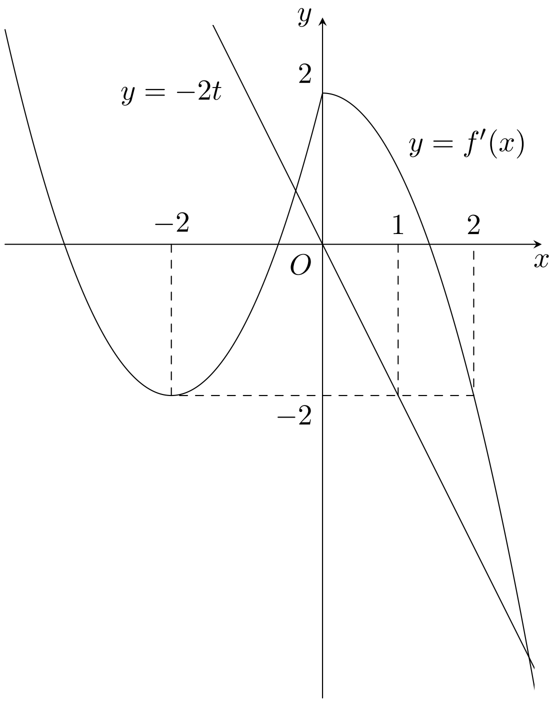
Khi đó $y' = f'(x-1) + 2x - 2$. Hàm số đồng biến khi $y' \geqslant 0 \Leftrightarrow f'(x-1) + 2(x-1) \geqslant 0 (1)$

Đặt $t = x - 1$ thì (1) trở thành: $f'(t) + 2t \geqslant 0 \Leftrightarrow f'(t) \geqslant -2t$.

Quan sát đồ thị hàm số $y = f'(t)$ và $y = -2t$ trên cùng một hệ trục tọa độ như hình vẽ.

Khi đó ta thấy với $t \in (0;1)$ thì đồ thị hàm số $y = f'(t)$ luôn nằm trên đường thẳng $y = -2t$.

Suy ra $f'(t) + 2t > 0, \forall t \in (0;1)$. Do đó $\forall x \in (1;2)$ thì hàm số $y = f(x-1) + x^2 - 2x$ đồng biến.



Chọn đáp án A ....

☐

Câu 42. Có bao nhiêu số nguyên $a \in (-2019; 2019)$ để phương trình $\dfrac{1}{\ln(x+5)} + \dfrac{1}{3^x - 1} = x + a$ có hai nghiệm phân biệt?

A 0. B 2022. C 2014. D 2015.

Lời giải:

Phương trình $\dfrac{1}{\ln(x+5)} + \dfrac{1}{3^x - 1} = x + a \Leftrightarrow \dfrac{1}{\ln(x+5)} + \dfrac{1}{3^x - 1} - x = a$

Đặt hàm số $f(x) = \dfrac{1}{\ln(x+5)} + \dfrac{1}{3^x - 1} - x$ có tập xác định $\mathscr{D} = (-5;-4) \cup (-4;0) \cup (0;\infty)$

Ta có : $f'(x) = \dfrac{-1}{(x+5)\ln^2(x+5)} - \dfrac{3^x \ln 3}{(3^x-1)^2} - 1 < 0$

$\Rightarrow f(x)$ nghịch biến trên các khoảng của tập xác định

Các giới hạn: $\lim\limits_{x\to -5^+} f(x) = \dfrac{1}{3^{-5}-1} + 5 = 5 - \dfrac{243}{242}$; $\lim\limits_{x\to -4^-} f(x) = -\infty$; $\lim\limits_{x\to -4^+} f(x) = +\infty$

$\lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = -\infty$; $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = +\infty$; $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = -\infty$

Bảng biến thiên

x	-5	-4	0	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	$-$	$-$	
$f(x)$	$5 - \frac{243}{242} \searrow -\infty$	$+\infty \searrow -\infty$	$+\infty \searrow -\infty$	

Phương trình $f(x) = a$ có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $a \geqslant 5 - \dfrac{243}{242}$

Do $\begin{cases} a \in \mathbb{Z} \\ a \in (-2019; 2019) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \in \mathbb{Z} \\ a \in [4; 2018] \end{cases}$. Vậy có $2018 - 4 + 1 = 2015$ giá trị của a.

Chọn đáp án D ....

☐

Câu 43. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(0)=3$ và $f(x)+f(2-x)=x^2-2x+2$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Tích phân $\displaystyle\int\limits_0^2 xf'(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

Ⓐ $\dfrac{-4}{3}$. Ⓑ $\dfrac{2}{3}$. Ⓒ $\dfrac{5}{3}$. Ⓓ $\dfrac{-10}{3}$.

Lời giải:

Thay $x=0$ ta được $f(0)+f(2)=2\Rightarrow f(2)=2-f(0)=2-3=-1$

Ta có: $\displaystyle\int\limits_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x=\int\limits_0^2 f(2-x)\,\mathrm{d}x$

Từ hệ thức đề ra: $\displaystyle\int\limits_0^2 (f(x)+f(2-x))\,\mathrm{d}x=\int\limits_0^2 (x^2-2x+2)\,\mathrm{d}x=\frac{8}{3}\Rightarrow\int\limits_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x=\frac{4}{3}$.

Áp dụng công thức tích phân từng phần, ta lại có:

$$\int\limits_0^2 xf'(x)\,\mathrm{d}x=xf(x)\Big|_0^2-\int\limits_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x=2\cdot(-1)-\frac{4}{3}=-\frac{10}{3}.$$

Chọn đáp án Ⓓ ....

□

Câu 44. Hàm số $f(x)=\left|\dfrac{x}{x^2+1}-m\right|$ (với m là tham số thực) có nhiều nhất bao nhiêu điểm cực trị?

Ⓐ 2. Ⓑ 3. Ⓒ 5. Ⓓ 4.

Lời giải:

Xét hàm số $g(x)=\dfrac{x}{x^2+1}-m$, TXĐ: $\mathbb{R}$.

Ta có $g'(x)=\dfrac{1-x^2}{(1+x^2)^2}$; $g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1.\end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$g(x)$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$	

Từ bảng biến thiên ta có hàm số $y=g(x)$ luôn có hai điểm cực trị.

Xét phương trình $g(x)=0\Leftrightarrow\dfrac{x}{x^2+1}-m=0\Leftrightarrow mx^2-x+m=0$, phương trình này có nhiều nhất hai nghiệm.

Vậy hàm số $f(x)$ có nhiều nhất bốn điểm cực trị.

Chọn đáp án Ⓓ ....

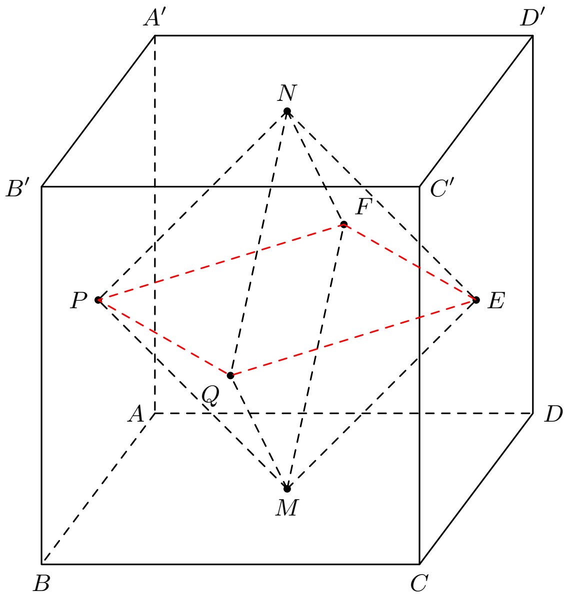
□

Câu 45. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng V. Gọi M,N,P,Q,E,F lần lượt là tâm các hình bình hành $ABCD, A'B'C'D', ABB'A', BCC'B', CDD'C', DAA'D'$. Thể tích khối đa diện có các đỉnh M,P,Q,E,F,N bằng

Ⓐ $\dfrac{V}{4}$. Ⓑ $\dfrac{V}{2}$. Ⓒ $\dfrac{V}{6}$. Ⓓ $\dfrac{V}{3}$.

Lời giải:

Gọi h là chiều cao của hình hộp $ABCD.A'B'C'D' \Rightarrow V = h \cdot S_{ABCD}$.
Thấy hình đa diện $MPQEFN$ là một bát diện nên $V_{MPQEFN} = 2 \cdot V_{N.PQEF} = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot h \cdot S_{PQEF} = \frac{1}{3} \cdot h \cdot S_{PQEF}$.
Lại có: $PQEF$ là hình bình hành và có $PQ = EF = \frac{1}{2}AC; QE = PF = \frac{1}{2}BD$ nên $S_{PQEF} = \frac{1}{2}S_{ABCD}$.
Do đó: $V_{MPQEFN} = \frac{1}{3}h \cdot S_{PQEF} = \frac{1}{3} \cdot h \cdot \frac{1}{2} \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{6} \cdot h \cdot S_{ABCD} = \frac{V}{6}$.

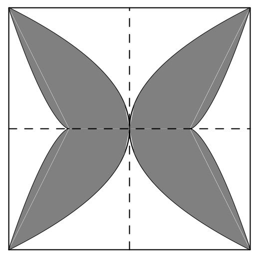


Chọn đáp án (C)..

☐

Câu 46.

Sàn của một viện bảo tàng mỹ thuật được lát bằng những viên gạch hình vuông cạnh $40(cm)$ như hình bên. Biết rằng người thiết kế đã sử dụng các đường cong có phương trình $4x^2 = y^2$ và $4(|x| - 1)^3 = y^2$ để tạo hoa văn cho viên gạch. Diện tích phần được tô đạm gần nhất với giá trị nào dưới đây?



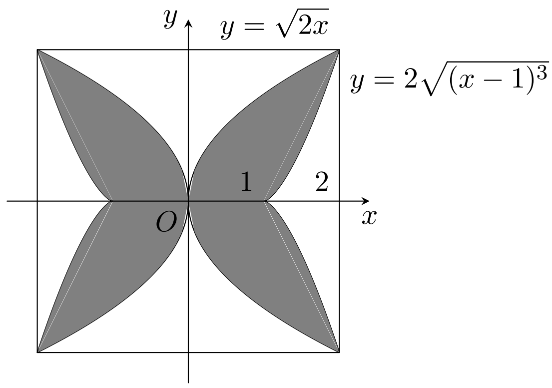
(A) $506\ \text{cm}^2$. (B) $747\ \text{cm}^2$. (C) $507\ \text{cm}^2$. (D) $746\ \text{cm}^2$.

Lời giải:

Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ.
Gọi S là diện tích phần tô đậm

Ta có $S = 4\int\limits_0^2 \sqrt{2x}\,\mathrm{d}x - 4\int\limits_1^2 2\sqrt{(x-1)^3}\,\mathrm{d}x = \left(\frac{8\sqrt{2}}{3}\sqrt{x^3}\right)\Big|_0^2 - \frac{16}{5}\sqrt{(x-1)^5}\Big|_1^2 = \frac{32}{3} - \frac{16}{5} = \frac{112}{15}$ dm^2

Vậy $S = \frac{2240}{3} \approx 746,67\ \text{cm}^2$.



Chọn đáp án (B)..

☐

Câu 47. Xét các số phức z, w thỏa mãn $|z| = 2$, $|iw - 2 + 5i| = 1$. Giá trị nhỏ nhất của $|z^2 - wz - 4|$ bằng

(A) 4. (B) $2\left(\sqrt{29} - 3\right)$. (C) 8. (D) $2\left(\sqrt{29} - 5\right)$.

Lời giải:

Cách 1:

Ta có: $|iw - 2 + 5i| = 1 \Leftrightarrow |i| \cdot \left|w + \dfrac{-2+5i}{i}\right| = 1 \Leftrightarrow |w + 5 + 2i| = 1$.

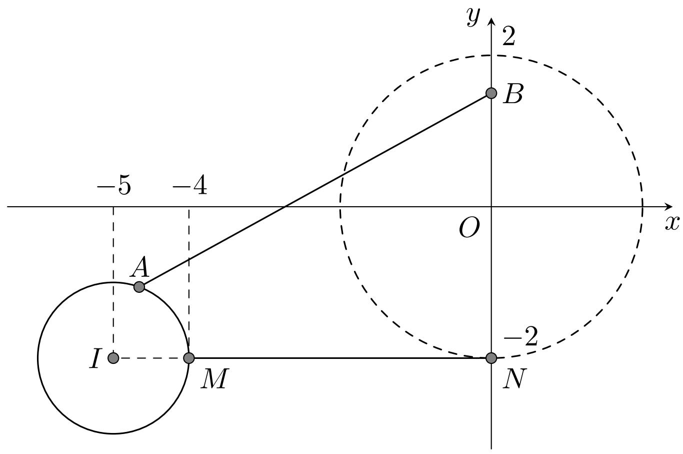
Ta có: $T = |z^2 - wz - 4| = \left|z^2 - wz - |z|^2\right| = \left|z^2 - wz - z \cdot \overline{z}\right| = |z| \cdot |z - \overline{z} - w| = 2\,|z - \overline{z} - w|\ (*)$

Đặt $z = a + bi$. Suy ra: $z - \overline{z} = 2bi$. Vì $|z| = 2$ nên $-4 \leqslant 2b \leqslant 4$.

Gọi A, B lần lượt là điểm biểu diễn của w và $2bi$. Suy ra:

+ A thuộc đường tròn (C) có tâm $I(-5;-2)$, bán kính $R = 1$.

+ B thuộc trục Oy và $-4 \leqslant x_B \leqslant 4$.



Từ $(*)$ suy ra: $T = 2AB \geqslant 2MN = 2 \cdot 4 = 8$ (xem hình)

Dấu " $=$ " xảy ra khi và chỉ khi $A \equiv M(-4;-2) \Rightarrow w = -4 - 2i$ và $B \equiv N(0;-2) \Rightarrow 2bi = -2i \Rightarrow b = -1 \Rightarrow z = a - i \Rightarrow a^2 + 1 = 4 \Rightarrow a = \pm\sqrt{3} \Rightarrow z = \pm\sqrt{3} - i$.

Vậy $|z^2 - wz - 4|$ có giá trị nhỏ nhất bằng 8.

Cách 2:

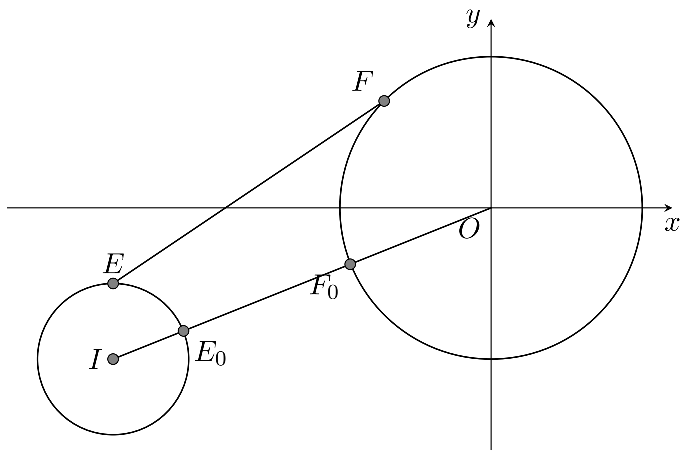
Đặt $z = a + bi$, $w = c + di$ (a, b, c, $d \in \mathbb{R}$). Từ giả thiết, ta có:

$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 4 \\ (c+5)^2 + (d+2)^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a, b \in [-2;2] \\ c \in [-6;-4], d \in [-3;-1]. \end{cases}$$

Ta có:

$T = |z^2 - wz - 4| = \left|z^2 - wz - |z|^2\right| = \left|z^2 - wz - z \cdot \overline{z}\right| = |z| \cdot |z - \overline{z} - w| = 2\,|z - \overline{z} - w|$

$\Rightarrow T = 2|2bi - (c + di)| = 2\sqrt{(2b-d)^2 + c^2} \geqslant 2\sqrt{c^2} = 2|c| \geqslant 2 \cdot 4 = 8$ (do $c \in [-6;-4]$).



Dấu " $=$ " xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} c = -4 \\ 2b - d = 0 \\ (c+5)^2 + (d+2)^2 = 1. \end{cases}$

Suy ra một nghiệm thỏa mãn là $\begin{cases} c = -4 \\ d = -2 \\ b = -1. \end{cases}$

Vậy $|z^2 - wz - 4|$ có giá trị nhỏ nhất bằng 8.

Chú ý: Về một **sai**.

Sau khi có

$T = |z^2 - wz - 4| = 2\,|z - \overline{z} - w| \geqslant 2\,\big||z - w| - |\overline{z}|\big| = 2|EF - 2| \geqslant 2|OI - 1 - 2 - 2| = 2\left(\sqrt{29} - 5\right)$.

Khi đó, đẳng thức không xảy ra, vì hệ $\begin{cases} z - w = k\overline{z}, k \geqslant 0 \\ |z - w| = \sqrt{29} - 3 \end{cases}$ vô nghiệm.

Hoặc:

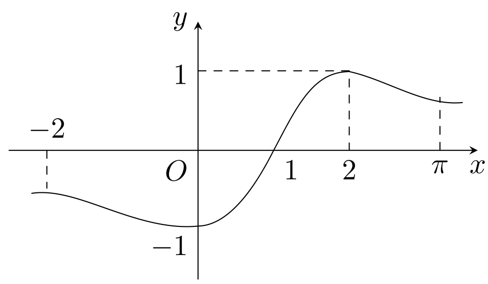
$T = |z^2 - wz - 4| = |z(z-w) - 4| \geqslant \big||z(z-w)| - 4\big| = |2|z-w| - 4| \geqslant \left|2\left(\sqrt{29} - 3\right) - 4\right| = 2\left(\sqrt{29} - 5\right)$, cũng không có đẳng thức xảy ra. (Bạn đọc tự kiểm tra điều này).

Chọn đáp án C ....

□

Câu 48.

Cho $f(x)$ mà đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên Bất phương trình $f(x) > \sin\dfrac{\pi x}{2} + m$ nghiệm đúng với mọi $x \in [-1;3]$ khi và chỉ khi



(A) $m < f(0)$. (B) $m < f(1) - 1$.

(C) $m < f(-1) + 1$. (D) $m < f(2)$.

Lời giải:

• Xét bất phương trình $f(x) > \sin\dfrac{\pi x}{2} + m$ (1) với $x \in [-1;3]$, ta có:

$f(x) > \sin\dfrac{\pi x}{2} + m \Leftrightarrow f(x) - \sin\dfrac{\pi x}{2} > m$ (2)

• Đánh giá $f(x) - \sin\dfrac{\pi x}{2}$ với $x \in [-1;3]$

+ Từ đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ đã cho ta suy ra BBT của $f(x)$ như sau:

x	-1		1		3
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$f(-1)$	$\searrow$	$f(1)$	$\nearrow$	$f(3)$

Từ BBT ta suy ra: $f(x) \geqslant f(1)$, $\forall x \in [-1;3]$ (*)

+ Do $x \in [-1;3]$ nên: $-1 \leqslant x \leqslant 3 \Leftrightarrow -\dfrac{\pi}{2} \leqslant \dfrac{\pi x}{2} \leqslant \dfrac{3\pi}{2}$

Suy ra: $-1 \leqslant \sin\dfrac{\pi x}{2} \leqslant 1 \Leftrightarrow -1 \leqslant -\sin\dfrac{\pi x}{2} \leqslant 1$ (**)

+ Từ (*) và (**) cho ta: $f(x) - \sin\dfrac{\pi x}{2} \geqslant f(1) - 1$, $\forall x \in [-1;3]$. Dấu $'' = ''$ xảy ra khi $x = 1$

• Do đó: Bất phương trình $f(x) > \sin\dfrac{\pi x}{2} + m$ nghiệm đúng với mọi $x \in [-1;3]$

$\Leftrightarrow m < f(1) - 1$.

Chọn đáp án (B)..

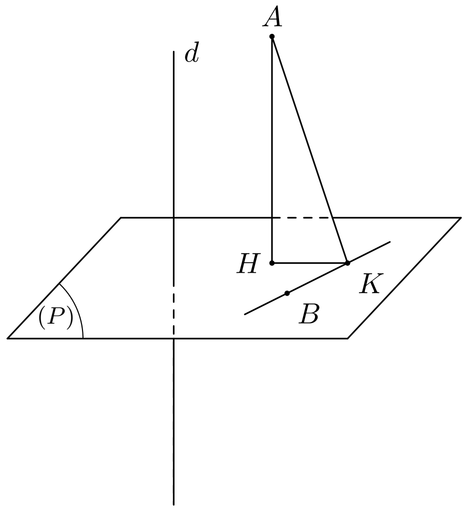
□

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-3}{2} = \dfrac{y-4}{1} = \dfrac{z-2}{1}$ và 2 điểm $A(6;3;-2)$, $B(1;0;-1)$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua B, vuông góc với d và thỏa mãn khoảng cách từ A đến Δ là nhỏ nhất. Một véc-tơ chỉ phương của Δ có tọa độ

(A) $(1;1;-3)$. (B) $(1;-1;-1)$. (C) $(1;2;-4)$. (D) $(2;-1;-3)$.

Lời giải:

Gọi (P) là mặt phẳng qua B và vuông góc với d nên $(P)\colon 2x+y+z-1=0$.
Gọi H là hình chiếu của A lên (P), ta có: $H(2;1;-4)$
Ta có: $\Delta \subset (P)$ nên $\mathrm{d}\,(A;\Delta) \geqslant \mathrm{d}(A;(P))$.
Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $H \in \Delta$.
Vậy một véc-tơ chỉ phương của Δ là $\overrightarrow{BH} = (1;1;-3)$.



Chọn đáp án (A) ....

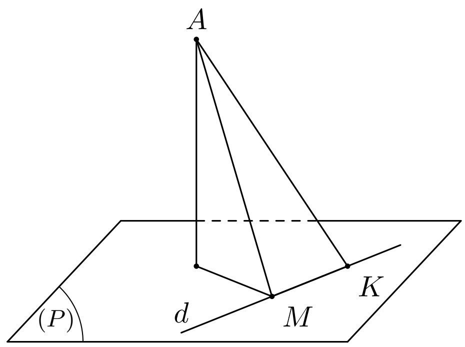
□

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-;3;4)$, đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+2}{1} = \dfrac{z}{2}$ và mặt cầu $(S)\colon (x-3)^2+(y-2)^2+(z+1)^2 = 20$. Mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d thỏa mãn khoảng cách từ điểm A đến (P) lớn nhất. Mặt cầu (S) cắt (P) theo đường tròn có bán kính bằng

A $\sqrt{5}$. **B** 1. **C** 4. **D** 2.

Lời giải:

Ta có:
d đi qua $M(1;-2;0)$ và có VTCP $\vec{u}_d = (2;1;2)$.
(S) có tâm $I(3;2;-1)$ và bán kính $R = 2\sqrt{5}$.
Ta có: $\mathrm{d}(A;(P)) \leqslant \mathrm{d}(A;d)$. Dấu " = " xảy ra khi (P) chứa d và vuông góc với AK.
Khi đó: (P) có VTPT là $\vec{n}_P = \left[\vec{n}_{(AKM)}, \vec{u}_d\right]$.
Vì $\vec{n}_{(AKM)} = \left[\vec{u}_d, \overrightarrow{AM}\right] = (-6;6;3) \Rightarrow \vec{n}_P = (9;18;-18) = 9(1;2;-2)$.
$\Rightarrow (P)\colon (x-1)+2(y+2)-2z = 0 \Rightarrow (P)\colon x+2y-2z+3 = 0$.
Ta có: $d = \mathrm{d}(I;(P)) = 4$.
Vậy bán kính đường tròn cần tìm: $r = \sqrt{R^2-d^2} = \sqrt{20-16} = 2$.



Chọn đáp án (D) ....

□

—HẾT—

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

1. A	2. D	3. A	4. C	5. B	6. D	7. B	8. C	9. D	10. B
11. D	12. B	13. A	14. B	15. D	16. B	17. A	18. D	19. D	20. D
21. D	22. A	23. B	24. D	25. C	26. C	27. A	28. C	29. B	30. C
31. C	32. A	33. C	34. A	35. C	36. B	37. B	38. C	39. A	40. A
41. A	42. D	43. D	44. D	45. C	46. B	47. C	48. B	49. A	50. D

BỘ ĐỀ ÔN THI THPTQG

ĐỀ 7

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2020
Môn Toán;
Thời gian làm bài: 90 phút.

NỘI DUNG ĐỀ

Câu 1. Tọa độ điểm biểu diễn số phức liên hợp của số phức $z = 2 + 5i$ là

Ⓐ $(2; -5)$. Ⓑ $(2; 5)$. Ⓒ $(-2; -5)$. Ⓓ $(-2; 5)$.

Lời giải:

Ta có $\overline{z} = 2 - 5i \Rightarrow M(2; -5)$ là điểm biểu diễn số phức liên hợp của số phức z.

Chọn đáp án Ⓐ ....

□

Câu 2. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 4. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

Ⓐ 24π. Ⓑ 12π. Ⓒ 36π. Ⓓ 8π.

Lời giải:

Ta có $r = 3$, $h = 4$.
Diện tích xung quanh hình trụ là $S_{\text{xq}} = 2\pi rh = 2\pi \cdot 3 \cdot 4 = 24\pi$.

Chọn đáp án Ⓐ ....

□

Câu 3. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x - 4x^3$ là

Ⓐ $\cos x - x^4 + C$. Ⓑ $\dfrac{\sin^2 x}{2} - 8x + C$. Ⓒ $-\cos x - x^4 + C$. Ⓓ $\dfrac{\cos^2 x}{2} - 8x + C$.

Lời giải:

Ta có $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = \int \left(\sin x - 4x^3\right)\,\mathrm{d}x = -\cos x - x^4 + C$.

Chọn đáp án Ⓒ ....

□

Câu 4. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 2x^2 - x - 1$ và trục hoành. Thể tích vật thể tròn xoay khi quay (H) quanh trục hoành bằng

Ⓐ $\dfrac{9}{8}$. Ⓑ $\dfrac{81}{80}$. Ⓒ $\dfrac{81\pi}{80}$. Ⓓ $\dfrac{9\pi}{8}$.

Lời giải:

Xét phương trình hoành độ giao điểm $2x^2 - x - 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -\dfrac{1}{2}. \end{array}\right.$

Thể tích khối tròn xoay khi quay (H) quanh trục hoành là

$$\begin{aligned} V &= \pi \int_{-\frac{1}{2}}^{1} \left(2x^2 - x - 1\right)^2\,\mathrm{d}x \\ &= \int_{-\frac{1}{2}}^{1} \left(4x^4 - 4x^3 - 3x^2 + 2x + 1\right)\,\mathrm{d}x \\ &= \left(\frac{4}{5}x^5 - x^4 - x^3 + x^2 + x\right)\Bigg|_{-\frac{1}{2}}^{1} \\ &= \frac{81\pi}{80}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án (B) ....

□

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = -x(x-2)^2(x-3)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[0;4]$ bằng

(A) $f(0)$. (B) $f(2)$. (C) $f(3)$. (D) $f(4)$.

Lời giải:

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \\ x = 3. \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	|	$-$	
$f(x)$	$\searrow$		-2	$\nearrow$	$f(2)$	$\nearrow$	$f(3)$	$\searrow$	$f(4)$	$\searrow$	

Từ bảng biến thiên suy ra $\max\limits_{[0;4]} f(x) = f(3)$.

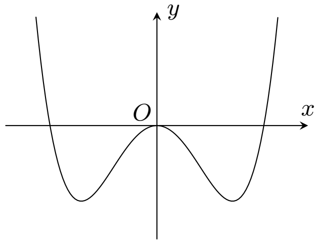
Chọn đáp án (C) ....

□

Câu 6.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 3$ là

(A) 1. (B) 2. (C) 0. (D) 3.



Lời giải:

Từ đồ thị hàm số suy ra đường thẳng $y = 3$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 2 điểm phân biệt.
Vậy phương trình $f(x) = 3$ có đúng 2 nghiệm thực.

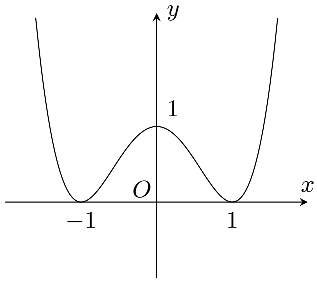
Chọn đáp án (B) ....

□

Câu 7.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(-1;0)$. (B) $(-\infty;-1)$. (C) $(0;+\infty)$. (D) $(-1;1)$.



Lời giải:

Từ đồ thị suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.

Chọn đáp án (A) ....

□

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	‖	$-$	
y	0		3	$-\infty$	‖ $+\infty$		-1

Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm phân biệt là

Ⓐ 1. Ⓑ 0. Ⓒ 3. Ⓓ 2.

Lời giải:

Từ bảng biến thiên suy ra phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $0 < m < 3$.
Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{1; 2\}$.
Vậy có 2 giá trị nguyên của m thỏa mãn bài.

Chọn đáp án Ⓓ ....

□

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d\colon \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -3 + t? \\ z = 4 + 5t \end{cases}$

Ⓐ $P(3; -2; -1)$. Ⓑ $N(2; 1; 5)$. Ⓒ $M(1; -3; 4)$. Ⓓ $Q(4; 1; 3)$.

Lời giải:

Thay lần lượt tọa độ các điểm vào phương trình đưởng thẳng d, ta thấy $M \in d$.

Chọn đáp án Ⓒ ....

□

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y-5}{2} = \dfrac{z+2}{-5}$ có một véc-tơ chỉ phương là

Ⓐ $\vec{u} = (1; 5; -2)$. Ⓑ $\vec{u} = (3; 2; -5)$. Ⓒ $\vec{u} = (-3; 2; -5)$. Ⓓ $\vec{u} = (2; 3; -5)$.

Lời giải:

Một véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u} = (3; 2; -5)$.

Chọn đáp án Ⓑ ....

□

Câu 11. Có bao nhiêu cách xếp chỗ ngồi cho bốn bạn học sinh vào bốn chiếc ghế kê thành một hàng ngang?

Ⓐ 24. Ⓑ 4. Ⓒ 12. Ⓓ 8.

Lời giải:

Số cách xếp chỗ ngồi cho bốn bạn học sinh vào bốn chiếc ghế kê thành một hàng ngang là

$$\mathrm{P}_4 = 4! = 24.$$

Chọn đáp án Ⓐ ....

□

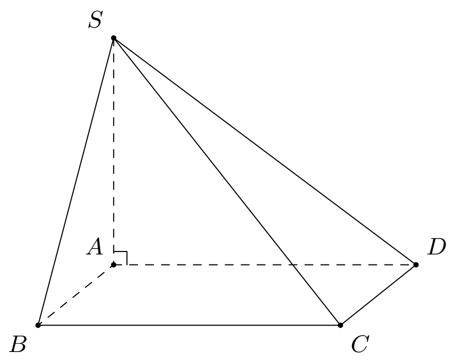
Câu 12. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a\sqrt{3}$, $SA = a\sqrt{6}$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

Ⓐ $a^3\sqrt{6}$. Ⓑ $3a^3\sqrt{6}$. Ⓒ $3a^2\sqrt{6}$. Ⓓ $a^2\sqrt{6}$.

Lời giải:

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot (a\sqrt{3})^2 \cdot a\sqrt{6} = a^3\sqrt{6}.$$



Chọn đáp án (A)

□

Câu 13. Với a, b là hai số thực dương tùy ý, $\log_5 \left(ab^5\right)$ bằng

(A) $\log_5 a + \frac{1}{5}\log_5 b$. (B) $5\left(\log_5 a + \log_5 b\right)$. (C) $\log_5 a + 5\log_5 b$. (D) $5\log_5 a + \log_5 b$.

Lời giải:

Ta có $\log_5 \left(ab^5\right) = \log_5 a + \log_5 b^5 = \log_5 a + 5\log_5 b$.

Chọn đáp án (C)

□

Câu 14. Tập nghiệm của phương trình $3^{x^2-4x+3} = 1$ là

(A) $\{1\}$. (B) $\{1; 3\}$. (C) $\{3\}$. (D) $\{-1; -3\}$.

Lời giải:

Ta có $3^{x^2-4x+3} = 1 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 3. \end{array}\right.$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{1; 3\}$.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 15. Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 4z + 5 = 0$. Giá trị của $|z_1|^2 + |z_2|^2$ bằng

(A) 6. (B) 10. (C) $2\sqrt{5}$. (D) 4.

Lời giải:

Ta có $z^2 - 4z + 5 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z = 2 + i \\ z = 2 - i. \end{array}\right.$

Khi đó $z_1 = 2 + i$, $z_2 = 2 - i$ và $|z_1|^2 = |z_2|^2 = 5$.

Vậy $|z_1|^2 + |z_2|^2 = 5 + 5 = 10$.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, tích vô hướng của hai véc-tơ $\vec{a} = (3; 2; 1)$ và $\vec{b} = (-5; 2; -4)$ bằng

(A) -15. (B) -10. (C) -7. (D) 15.

Lời giải:

Ta có $\vec{a} \cdot \vec{b} = 3 \cdot (-5) + 2 \cdot 2 + 1 \cdot (-4) = -15$.

Chọn đáp án (A)

□

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$ và mặt phẳng $(P)\colon 3x - 4y + 7z + 2 = 0$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc mặt phẳng (P) có phương trình là

(A) $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -4 + 2t \\ z = 7 + 3t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. (B) $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 - 4t \\ z = 3 + 7t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

C $\begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 2 - 4t \\ z = 3 + 7t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

D $\begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 + 7t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

Lời giải:

Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (3; -4; -7)$.
Gọi d là đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P).
Khi đó d đi qua A và nhận $\vec{n} = (3; -4; -7)$ là véc-tơ chỉ phương.

Phương trình đường thẳng d là $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 - 4t \\ z = 3 + 7t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

Chọn đáp án **B**...

☐

Câu 18. Cho $\int\limits_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x = 5$ và $\int\limits_0^5 f(x)\,\mathrm{d}x = -3$. Khi đó $\int\limits_2^5 f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A 8. **B** 15. **C** -8. **D** -15.

Lời giải:

Ta có $\int\limits_2^5 f(x)\,\mathrm{d}x = \int\limits_2^0 f(x)\,\mathrm{d}x + \int\limits_0^5 f(x)\,\mathrm{d}x = -\int\limits_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x + \int\limits_0^5 f(x)\,\mathrm{d}x = -5 - 3 = -8$.

Chọn đáp án **C**...

☐

Câu 19. Đặt $a = \log_3 4$. Khi đó $\log_{16} 81$ bằng

A $\dfrac{a}{2}$. **B** $\dfrac{2}{a}$. **C** $\dfrac{2a}{3}$. **D** $\dfrac{3}{2a}$.

Lời giải:

Ta có $a = \log_3 4 \Leftrightarrow a = \log_3 2^2 \Leftrightarrow a = 2\log_3 2 \Leftrightarrow \log_2 3 = \dfrac{2}{a}$.

Khi đó $\log_{16} 81 = \log_{2^4} 3^4 = \log_2 3 = \dfrac{2}{a}$.

Chọn đáp án **B**...

☐

Câu 20. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 3$ và có công bội $q = \dfrac{1}{4}$. Giá trị của u_3 bằng

A $\dfrac{3}{8}$. **B** $\dfrac{3}{16}$. **C** $\dfrac{16}{3}$. **D** $\dfrac{3}{4}$.

Lời giải:

Ta có $u_3 = u_1 \cdot q^2 = 3 \cdot \left(\dfrac{1}{4}\right)^2 = \dfrac{3}{16}$.

Chọn đáp án **B**...

☐

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(5; 2; -3)$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x + 2y + z + 1 = 0$. Mặt cầu (S) tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) có phương trình là

A $(x-5)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 16$. **B** $(x+5)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 16$.

C $(x-5)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 4$. **D** $(x+5)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 4$.

Lời giải:

Vì mặt cầu (S) tâm I tiếp xúc với mặt phẳng (P) nên bán kính là

$$R = d[I; (P)] = \frac{|2.5 + 2.2 + 1.(-3) + 1|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + 1^1}} = 4.$$

Vậy phương trình mặt cầu $S(I; R = 4)$ là $(x-5)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 16$.

Chọn đáp án (A)..........

☐

Câu 22. Tập nghiệm của bất phương trình $\log(x^2-4x+5)>1$ là?

(A) $(-1;5)$. (B) $(-\infty;-1)$.
(C) $(5;+\infty)$. (D) $(-\infty;-1)\cup(5;+\infty)$.

Lời giải:

Ta có
$$\log(x^2-4x+5)>1 \Leftrightarrow x^2-4x+5>10 \Leftrightarrow x^2-4x-5>0 \Leftrightarrow x<-1\cup x>5.$$

Chọn đáp án (D)..........

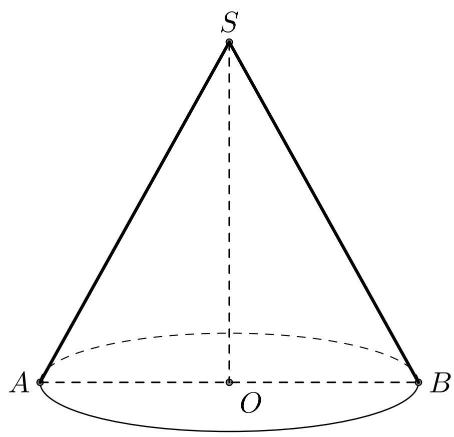
☐

Câu 23. Cho hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng $2a$. Thể tích khối nón đã cho bằng

(A) $\dfrac{2\sqrt{2}\pi a^3}{3}$. (B) $2\sqrt{2}\pi a^3$. (C) $\dfrac{8\sqrt{2}\pi a^3}{3}$. (D) $\dfrac{2\sqrt{2}\pi a^2}{3}$.

Lời giải:

Theo đề $\triangle SAB$ vuông cân tại S và SO là đường cao, Gọi $C(O;OA)$ là đường tròn đáy. Thể tích khối nón là
$$V=\frac{1}{3}SO.S_{C(O;OA)}$$
Ta có $SO=AO=BO=\dfrac{AB}{2}=a\sqrt{2}$. Vậy thể tích khối nón là
$$V=\frac{1}{3}.a\sqrt{2}.\pi.(a\sqrt{2})^2=\frac{2\sqrt{2}\pi a^3}{3}.$$



Chọn đáp án (A)..........

☐

Câu 24. Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như hình vẽ?

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	||	$+$	
$f(x)$	2	$\nearrow$	$+\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	2

(A) $y=-x^4+3x^2+1$. (B) $y=\dfrac{x+3}{x+1}$. (C) $y=x^3+3x^2+4$. (D) $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$.

Lời giải:

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy,

- Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=-1$.
- Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=2$.

Chọn đáp án (D)..........

☐

Câu 25. Giả sử a, b, là hai số thực thỏa mãn $2a + (b-3)i = 4 - 5i$ với i là đơn vị ảo. Gía trị của a, b, bằng

Ⓐ $a = 1, b = 8$. Ⓑ $a = 8, b = 8$. Ⓒ $a = 2, b = -2$. Ⓓ $a = -2, b = 2$.

Lời giải:

Ta có $\begin{cases} 2a = 4 \\ b - 3 = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -2 \end{cases}$.

Chọn đáp án Ⓒ...

☐

Câu 26. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	$+\infty \searrow -\infty$		‖ 2	$\searrow -\infty$	‖ 1	$\searrow$	-1	$\nearrow$	1

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2}{3f(x) - 2}$ là

Ⓐ 3. Ⓑ 4. Ⓒ 5. Ⓓ 6.

Lời giải:

- $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{2}{3f(x) - 2} = 0$ và $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{2}{3f(x) - 2} = 2$ nên đồ thị hàm số $y = \dfrac{2}{3f(x) - 2}$ có hai tiệm cận ngang.
- $3f(x) - 2 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \dfrac{2}{3}$. Quan sát trên khoảng $(-\infty; +\infty)$ ta thấy có 4 giá trị của x để $f(x) = \dfrac{2}{3}$. Suy ra đồ thị hàm số $y = \dfrac{2}{3f(x) - 2}$ có 4 tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số có 4 tiệm cận đứng và 2 tiệm cận ngang.

Chọn đáp án Ⓓ...

☐

Câu 27. Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^2 - C_n^1 = 44$. Hệ số của số hạng chứa x^9 trong khai triển biểu thức $\left(x^4 - \dfrac{2}{x^3}\right)^n$ bằng

Ⓐ 14784. Ⓑ 29568. Ⓒ -1774080. Ⓓ -14784.

Lời giải:

- Ta có $C_n^2 - C_n^1 = 44 \Leftrightarrow n^2 - 3n - 88 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n = 11 \text{ (nhận)} \\ n = -8 \text{ (loại)} \end{array}\right.$.
- Số hạng thứ $k+1$ trong khai triển là $T_{k+1} = C_n^k x^{4k} \dfrac{(-2)^{n-k}}{x^{3(n-k)}} = C_n^k (-2)^{n-k} x^{7k-3n}$.
- Cho $7k - 3n = 9 \Leftrightarrow k = \dfrac{9 + 3n}{7} = 6$. Vậy hệ số của số hạng chứa x^9 là $C_{11}^6 (-2)^5 = -14784$.

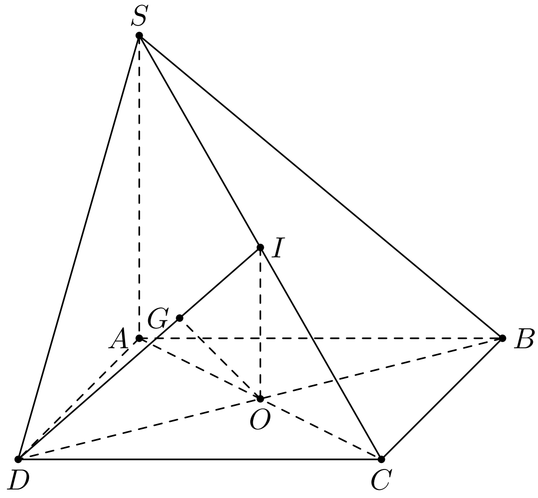
Chọn đáp án Ⓓ...

☐

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy là hình thoi tâm O, cạnh bằng $a\sqrt{3}$, $\widehat{BAD} = 60^\circ$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa đường thẳng SC và $(ABCD)$ bằng 45°. Gọi G là trọng tâm $\triangle SCD$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng OG và AD bằng

Ⓐ $\dfrac{3a\sqrt{5}}{5}$. Ⓑ $\dfrac{a\sqrt{17}}{17}$. Ⓒ $\dfrac{3a\sqrt{17}}{17}$. Ⓓ $\dfrac{a\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải:



- Do $ABCD$ là hình thoi cạnh $a\sqrt{3}$ và góc $\widehat{BAD} = 60°$ nên $\triangle ABD$ và $\triangle BCD$ là hai tam giác đều cạnh $a\sqrt{3}$.
- Do $SA \perp (ABCD)$ nên AC là hình chiếu của SC lên mặt phẳng $(ABCD)$ suy ra $\widehat{SCA} = 45°$ suy ra $\triangle SAC$ cuông cân tại A.
- Chọn hệ trục $Oxyz$ sao cho tia $Ox \equiv OA, Oy \equiv OD$ và Oz là tia vuông góc với $(ABCD)$ tại O. Oz cắt SC tại I.
- Ta có tọa độ các điểm như sau, $O(0;0;0), A(\dfrac{3a}{2};0;0), D(0;\dfrac{a\sqrt{3}}{2};0), G(0;\dfrac{a\sqrt{3}}{6};a)$.
- Vậy $d[(AD),(OG)] = \dfrac{|\overrightarrow{AO}.[\overrightarrow{AD},\overrightarrow{OG}]|}{|[\overrightarrow{AD},\overrightarrow{OG}]|} = \dfrac{3a\sqrt{17}}{17}$.

Chọn đáp án Ⓒ ....

□

Câu 29. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	2	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Số giá trị ngyên dương của tham số m để bất phương trình $\left[\log_2 f(x) + e^{f(x)} + 1\right] f(x) \geq m$ có nghiệm trên khoảng $(-2;1)$ là

Ⓐ 68. Ⓑ 18. Ⓒ 229. Ⓓ 230.

Lời giải:

Ta có $2 \leq f(x) < 4, \forall x \in (-2;1)$, Suy ra

$$2 + e^2 \leq \log_2 f(x) + e^{f(x)} + 1 \Rightarrow \left[\log_2 f(x) + e^{f(x)} + 1\right] f(x) \geq 2(2+e^2) \approx 18,78.$$

Vậy bất phương trình đề cho có nghiệm khi $0 < m \leq 18, m \in \mathbb{Z}$.

Chọn đáp án Ⓑ ....

□

Câu 30. Tổng tất cả các nghiệm thực của phương trình $\log_2 x \log_2(32x) + 4 = 0$ là

Ⓐ $\dfrac{7}{16}$. Ⓑ $\dfrac{9}{16}$. Ⓒ $\dfrac{1}{32}$. Ⓓ $\dfrac{1}{2}$.

Lời giải:

Điều kiện $x > 0$. Ta có

$$\log_2 x \log_2(32x) + 4 = 0 \Leftrightarrow \log_2^2 x + 5\log_2 x + 4 = 0$$
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\log_2 x = -1\\ \log_2 x = -4\end{array}\right.$$
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = \dfrac{1}{2}\\ x = \dfrac{1}{16}\end{array}\right.$$

Vậy tổng hai nghiệm là $\dfrac{9}{16}$.

Chọn đáp án (B) ....

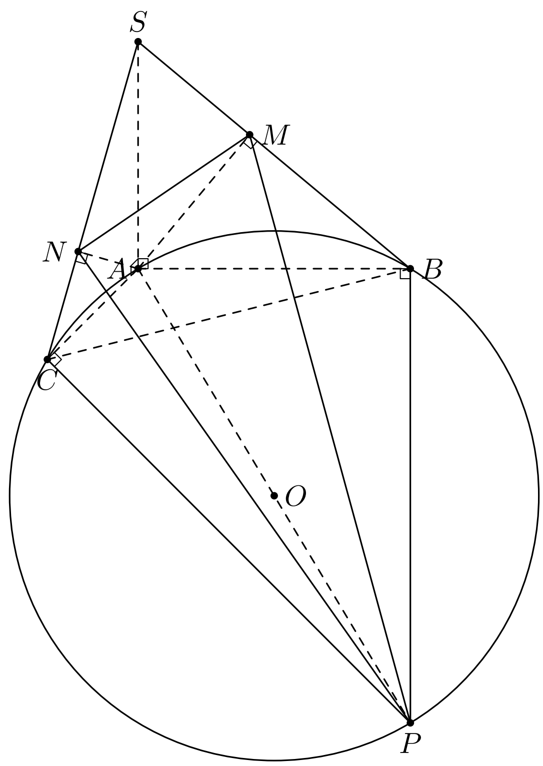
□

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABC$ có $AC = a$, $AB = a\sqrt{3}$, $\widehat{BAC} = 150°$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên SB và SC. Thế tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $ABCNM$ bằng

(A) $\dfrac{4\sqrt{7}\pi a^3}{3}$. (B) $\dfrac{28\sqrt{7}\pi a^3}{3}$. (C) $\dfrac{20\sqrt{5}\pi a^3}{3}$. (D) $\dfrac{44\sqrt{11}\pi a^3}{3}$.

Lời giải:

Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$ và AP là đường kính. Ta chứng minh O cũng là tâm mặt cầu ngoại tiếp khôi chóp $A.BCMN$.



Thật vậy,

$\begin{cases} PB \perp AB \\ PB \perp SA \end{cases} \Rightarrow PB \perp AM.$

$\begin{cases} AM \perp SB \\ AM \perp PB \end{cases} \Rightarrow AM \perp MP$. Suy ra $\widehat{AMP} = 90°$. Chứng minh tương tự ta có $\widehat{ANP} = 90°$.

Vậy mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $A.BCMN$ là mặt cầu tâm O và bán kính $R = OA$.

Áp dụng đính lí cosin cho $\triangle ABC$ ta có,

$$BC = \sqrt{AC^2 + AB^2 - 2AC.AB.\cos 150°} = a\sqrt{7}.$$

Áp dụng đính lí sin cho $\triangle ABC$ ta có,

$$R = \frac{BC}{2\sin BAC} = AO = a\sqrt{7}.$$

Vaayh thể tích khối cầu ngoại tiếp khôi chóp $A.BCMN$ là

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{28\sqrt{7}\pi a^3}{3}.$$

Chọn đáp án (B) ....

□

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P)\colon x + 3z + 2 = 0$, $(Q)\colon x + 3z - 4 = 0$. Mặt phẳng song song và cách đều (P) và (Q) có phương trình là

(A) $x + 3z - 1 = 0$. (B) $x + 3z - 2 = 0$. (C) $x + 3z - 6 = 0$. (D) $x + 3z + 6 = 0$.

Lời giải:

- Mặt phẳng cần tìm có dạng $(\alpha)\colon x + 3x + m = 0$ điều kiện $m \neq 2, m \neq -4$.

Ta thấy $A(-2;0;0) \in (P)$ và $B(4;0;0) \in (Q)$ nên

$$d[A,(\alpha)] = d[B,(\alpha)] \Leftrightarrow \frac{|m-2|}{\sqrt{10}} = \frac{|4+m|}{\sqrt{10}} \Leftrightarrow |m-2| = |m+4| \Leftrightarrow m = 1.$$

Vậy mặt phẳng cần tìm là $(\alpha)\colon x + 3z - 1 = 0$.

Chọn đáp án (A) ....

□

Câu 33. Tập hợp các giá trị của tham số m để đồ thị $y = x^3 + 3mx^2 + 3(m^2-1)x + m^3$ có hai điểm cực trị nằm về hai phía trục hoành là khoảng $(a;b)$. Giá trị $a + 2b$ bằng

(A) $\frac{3}{2}$. (B) $\frac{4}{3}$. (C) $\frac{2}{3}$. (D) 1.

Lời giải:

- Ta có $y' = 3x^2 + 6mx + 3(m^2-1) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2mx + m^2 - 1 = 0 \quad (1)$.
- $\Delta = 1 > 0 \Rightarrow$ phương trình (1) có hai nghiệm $\left[\begin{aligned} x_1 &= -m+1 \\ x_2 &= -m-1 \end{aligned}\right. \Rightarrow \left[\begin{aligned} y_1 &= 3m-2 \\ y_2 &= 3m+2 \end{aligned}\right.$.
- Hai điểm cực trị nằm về hai phía trục hoành suy ra $y_1.y_2 < 0 \Leftrightarrow 9m^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow \frac{-2}{3} < m < \frac{2}{3}$.

Vậy $a + 2b = \frac{2}{3}$.

Chọn đáp án (C) ....

□

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon x^2 + y^2 + z^2 = 9$ và mặt phẳng $(P)\colon 4x + 2y + 4z + 7 = 0$. Hai mặt cầu có bán kính là R_1 và R_2 chứa đường tròn giao tuyến của (S) và (P) đồng thời cùng tiếp xúc với mặt phẳng $(Q)\colon 3y - 4z - 20 = 0$. Tổng $R_1 + R_2$ bằng

(A) $\frac{63}{8}$. (B) $\frac{35}{8}$. (C) $\frac{65}{8}$. (D) 5.

Lời giải:

- Phương trình mặt cầu chứa giao tuyến của mặt cầu (S) và mặt phẳng (P) có dạng

$$(T)\colon x^2 + y^2 + z^2 - 9 + m(4x + 2y + 4z + 7) = 0.$$

- Mặt cầu (T) có tâm $I(-2m;-m;-2m)$ và bán kính $R = \sqrt{9m^2 - 7m + 9}$.
- Mặt cầu (T) tiếp xúc với mặt phẳng (Q) khi

$$\begin{aligned} d[I;(Q)] = R &\Leftrightarrow \frac{|-3m + 8m - 20|}{5} = \sqrt{9m^2 - 7m + 9} \\ &\Leftrightarrow |m-4| = \sqrt{9m^2 - 7m + 9} \\ &\Leftrightarrow 8m^2 + m - 7 = 0 \\ &\Leftrightarrow \left[\begin{aligned} m &= -1 \Rightarrow R_1 = 5 \\ m &= \frac{7}{8} \Rightarrow R_2 = \frac{25}{8} \end{aligned}\right. . \end{aligned}$$

Vậy $R_1 + R_2 = \frac{65}{8}$.

Chọn đáp án (C) ....

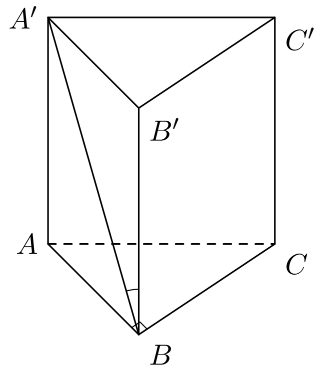
□

Câu 35. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là một tam giác vuông cân tại $B, AB = a, BB' = a\sqrt{3}$. Góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng

Ⓐ 30°. Ⓑ 45°. Ⓒ 60°. Ⓓ 90°.

Lời giải:

Ta có $\begin{cases} A'B' \perp B'C' \\ A'B' \perp BB' \end{cases} \Rightarrow A'B' \perp (BCC'B')$. Vậy BB' là hình chiếu của $A'B$ lên mặt phẳng $(BCC'B')$ suy ra $(A'B, \widehat{(BCC'B')}) = \widehat{A'B, BB'} = \widehat{A'BB'}$.



Xét tam giác vuông $\triangle A'BB'$ có

$$\tan \widehat{A'BB'} = \frac{A'B'}{BB'} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{A'BB'} = 30^\circ.$$

Chọn đáp án Ⓐ ....

□

Câu 36. Cho số phức z thỏa mãn $(z + 3 - i)(\overline{z} + 3i + 1)$ là một số thực. Biết rằng tập hợp tất cả các điểm biểu diễn của z là một đường thẳng. Khoảng cách từ gốc tọa độ đến đường thẳng đó bằng

Ⓐ $4\sqrt{2}$. Ⓑ 0. Ⓒ $2\sqrt{2}$. Ⓓ $3\sqrt{2}$.

Lời giải:

- Đặt $z = x + iy \Rightarrow \overline{z} = x - iy$.
- Số phức $(z + 3 - i)(\overline{z} + 3i + 1) = [x + 3 + (y - 1)i]\,[x + 1 + (3 - y)i]$ có phần ảo là $(x + 3)(3 - y) + (y - 1)(x + 1)$.
- Theo đề $(z + 3 - i)(\overline{z} + 3i + 1)$ là số thực nên phần ảo bằng 0

$$(x + 3)(3 - y) + (y - 1)(x + 1) = 0 \Leftrightarrow x - y - 4 = 0.$$

- Tập hợp tất cả các điểm biểu diễn của z là đường thẳng $(\Delta)\colon x - y - 4 = 0$.
- Vậy $d[O;\Delta] = \dfrac{|4|}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$.

Chọn đáp án Ⓒ ....

□

Câu 37. Đồ thị hàm số $y = \dfrac{\sqrt{1 - x^2}}{x - 2}$ có số đường tiệm cận đứng là

Ⓐ 0. Ⓑ 1. Ⓒ 2. Ⓓ 3.

Lời giải:

- Cho $x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$.
- Thay $x = 2$ vào tử số $\sqrt{1 - x^2}$ không xác định.
- Vậy đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

Chọn đáp án Ⓐ ....

□

Câu 38. Cho $\displaystyle\int_1^3 \frac{3 + \ln x}{(x + 1)^2}\,dx = a\ln 3 + b\ln 2 + c$ với a, b, c là các số hữu tỉ. Giá trị của $a^2 + b^2 - c^2$ bằng

A $\dfrac{17}{18}$. **B** $\dfrac{1}{8}$. **C** 1. **D** 0.

Lời giải:

Đặt: $\begin{cases} u = 3 + \ln x \\ \mathrm{d}v = \dfrac{1}{(x+1)^2}\,\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u = \dfrac{1}{x}\,\mathrm{d}x \\ v = -\dfrac{1}{x+1}. \end{cases}$

Ta có:

$$\begin{aligned}\int\limits_1^3 \frac{3+\ln x}{(x+1)^2}\,\mathrm{d}x &= \frac{-1}{(x+1)}\left(3+\ln x\right)\Big|_1^3 + \int\limits_1^3 \frac{1}{x(x+1)}\,\mathrm{d}x \\ &= \frac{-1}{4}\left(3+\ln 3\right) + \frac{3}{2} + \ln\frac{x}{x+1}\Big|_1^3 \\ &= \frac{-3}{4} - \frac{1}{4}\ln 3 + \frac{3}{2} + \ln\frac{3}{4} - \ln\frac{1}{2} \\ &= \frac{3}{4}\ln 3 - \ln 2 + \frac{3}{4}.\end{aligned}$$

Suy ra $a = \dfrac{3}{4},\ b = -1,\ c = \dfrac{3}{4}$.

Vậy $a^2 + b^2 - c^2 = 1$.

Chọn đáp án **C** ....

□

Câu 39. Họ nguyên hàm của hàm số $x\left(2 - \mathrm{e}^{3x}\right)$ là

A $x^2 - \dfrac{1}{9}\mathrm{e}^{3x}(3x-1) + C$. **B** $x^2 + \dfrac{1}{9}\mathrm{e}^{2x}(x+1) + C$.

C $2x^2 - \dfrac{1}{3}\mathrm{e}^{2x}(x-1) + C$. **D** $x^2 - \dfrac{1}{3}\mathrm{e}^{3x}(3x-1) + C$.

Lời giải:

Đặt $\begin{cases} \mathrm{d}v = \left(2 - \mathrm{e}^{3x}\right)\mathrm{d}x \\ u = x \end{cases}$ ta có $\begin{cases} v = 2x - \dfrac{1}{3}\mathrm{e}^{3x} \\ \mathrm{d}u = \mathrm{d}x. \end{cases}$

Do đó

$$\begin{aligned}\int x\left(2-\mathrm{e}^{3x}\right)\mathrm{d}x &= x\left(2x - \frac{1}{3}\mathrm{e}^{3x}\right) - \int\left(2x - \frac{1}{3}\mathrm{e}^{3x}\right)\mathrm{d}x \\ &= 2x^2 - \frac{1}{3}x\mathrm{e}^{3x} - x^2 + \frac{1}{9}\mathrm{e}^{3x} + C \\ &= x^2 - \frac{1}{9}\mathrm{e}^{3x}(3x-1) + C.\end{aligned}$$

Chọn đáp án **A** ....

□

Câu 40. Giả sử z là các số phức thỏa mãn $|iz - 2 - i| = 3$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $2|z - 4 - i| + |z + 5 + 8i|$ bằng.

A $18\sqrt{5}$. **B** $3\sqrt{15}$. **C** $15\sqrt{3}$. **D** $9\sqrt{5}$.

Lời giải:

Đặt $z = x + yi, (x, y \in \mathbb{R})$.

Ta có

$$\begin{aligned}|iz - 2 - i| = 3 &\Leftrightarrow |i|\cdot|z - 1 + 2i| = 3 \\ &\Leftrightarrow |z - 1 + 2i| = 3 \\ &\Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+2)^2 = 9 \\ &\Leftrightarrow x^2 + y^2 = 2x - 4y + 4.\end{aligned}$$

Xét

$$\begin{aligned}T &= 2|z-4-i| + |z+5+8i| \\ &= 2\sqrt{(x-4)^2+(y-1)^2} + \sqrt{(x+5)^2+(y+8)^2} \\ &= 2\sqrt{x^2+y^2-8x-2y+17} + \sqrt{x^2+y^2+10x+16y+89} \\ &= 2\sqrt{-6x-6y+21} + \sqrt{12x+12y+93} \\ &= \sqrt{2}\cdot\sqrt{-12x-12y+42} + \sqrt{12x+12y+93} \\ &\le \sqrt{(2+1)(-12x-12y+42+12x+12y+93)} = \sqrt{3.135} = 9\sqrt{5}.\end{aligned}$$

Chọn đáp án D ....

☐

Câu 41. Cho khối lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có $AC = a\sqrt{3}$, góc giữa đường thẳng AC' và mặt phẳng (ABC) bằng $45°$. Thể tích khối khối lăng trụ đã cho bằng

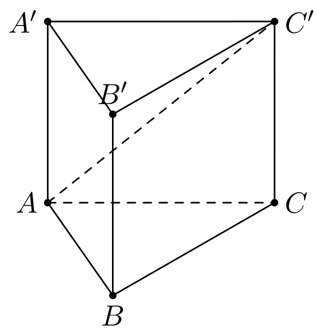
A. $\dfrac{9\sqrt{2}a^3}{8}$. B. $\dfrac{9a^3}{4}$. C. $\dfrac{3a^3}{4}$. D. $\dfrac{3\sqrt{3}a^3}{8}$.

Lời giải:

Góc giữa đường thẳng AC' và mặt phẳng ABC là góc $\widehat{C'AC}$

Ta có tam giác ACC' vuông cân tại C, suy ra $AC = CC' = a\sqrt{3}$

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot CC' = \dfrac{1}{4}\left(a\sqrt{3}\right)^2 \cdot \sqrt{3} \cdot a\sqrt{3} = \dfrac{9a^3}{4}$.



Chọn đáp án B ....

☐

Câu 42. Hàm số $f(x) = 2^{3x+4}$ có đạo hàm là

A. $f'(x) = \dfrac{3 \cdot 2^{3x+4}}{\ln 2}$. B. $f'(x) = 3 \cdot 2^{3x+4}\ln 2$.

C. $f'(x) = 2^{3x+4}\ln 2$. D. $f'(x) = \dfrac{2^{3x+4}}{\ln 2}$.

Lời giải:

Áp dụng công thức $(a^u)' = u' \cdot a^u \ln a$

Ta có $f'(x) = (3x+4)' \cdot 2^{3x+4}\ln 2 = 3 \cdot 2^{3x+4}\ln 2$.

Chọn đáp án B ....

☐

Câu 43. Đầu mỗi tháng, chị B gửi vào ngân hàng 3 triệu đồng theo hình thức lãi kép với lãi suất $0,6\%$ một tháng và lãi suất không thay đổi trong suốt quá trình gửi tiền. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng chị B có được số tiền cả gốc và lãi nhiều hơn 150 triệu đồng?

A. 46 tháng. B. 43 tháng. C. 44 tháng. D. 47 tháng.

Lời giải:

+) Cuối tháng thứ nhất, số tiền nhận được là: $A_1 = 3\left(1+\dfrac{0,6}{100}\right)$.

+) Cuối tháng thứ hai, số tiền nhận được là:

$A_2 = \left[3\left(1+\dfrac{0,6}{100}\right)+3\right]\left(1+\dfrac{0,6}{100}\right) = 3\left(1+\dfrac{0,6}{100}\right)^2 + 3\left(1+\dfrac{0,6}{100}\right)$.

+) Cuối tháng thứ n, số tiền nhận được là:

$$\begin{aligned}A_n &= 3\left(1+\frac{0,6}{100}\right)^n + 3\left(1+\frac{0,6}{100}\right)^{n-1} + \cdots + 3\left(1+\frac{0,6}{100}\right)\\ &= 3\left(1+\frac{0,6}{100}\right)\left[\left(1+\frac{0,6}{100}\right)^{n-1} + \left(1+\frac{0,6}{100}\right)^{n-2} + \cdots + 1\right]\\ &= 3\left(1+\frac{0,6}{100}\right)\frac{\left(1+\frac{0,6}{100}\right)^n - 1}{\frac{0,6}{100}}.\end{aligned}$$

Chị B có được số tiền cả gốc và lãi nhiều hơn 150 triệu đồng khi và chỉ khi $A_n > 150$, hay

$$\begin{aligned}&3\left(1+\frac{0,6}{100}\right)\frac{\left(1+\frac{0,6}{100}\right)^n - 1}{\frac{0,6}{100}} > 150\\ \Leftrightarrow\ &\left(1+\frac{0,6}{100}\right)^n - 1 > \frac{150}{503}\\ \Leftrightarrow\ &\left(1+\frac{0,6}{100}\right)^n > \frac{653}{503} \Leftrightarrow n > 43,6.\end{aligned}$$

Vậy sau ít nhất 44 tháng chị B có được số tiền cả gốc và lãi nhiều hơn 150 triệu đồng.

Chọn đáp án C ....

☐

Câu 44. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-2		-1		3		5		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-2	↗	1	↘	0	↗	3	↘	$-\infty$

Xét hàm số $g(x) = f\left(|x-4|\right) + 2018^{2019}$. Số điểm cực trị của hàm số $g(x)$ bằng

A 5. **B** 1. **C** 9. **D** 2.

Lời giải:

Nhận xét: Số cực trị của hàm số $y = f\left(|x|\right)$ bằng $2a+1$ với a là số cực trị dương của hàm số $y = f(x)$.
Xét hàm số $g(x) = f(x-4) + 2018^{2019}$. Ta có $g'(x) = f'(x-4)$.
Dựa vào bảng biến thiên ta có

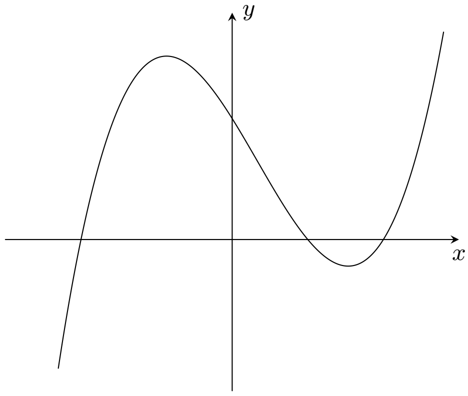
$$f'(x-4) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{aligned}&x-4=-2\\&x-4=-1\\&x-4=3\\&x-4=5.\end{aligned}\right.$$

Suy ra hàm số $g(x) = f(x-4) + 2018^{2019}$ có 2 cực trị dương hay $a = 2$.
Vậy số điểm cực trị của hàm số $g(x)$ bằng $2a+1 = 5$.

Chọn đáp án C ....

☐

Câu 45. Cho hàm số $y = x^3 + bx^2 + cx + d$ với $b, c, d \in \mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ



Mệnh đề nào sau đây đúng?

(A) $b > 0,\ c < 0,\ d > 0$.
(B) $b > 0,\ c > 0,\ d > 0$.
(C) $b < 0,\ c > 0,\ d < 0$.
(D) $b < 0,\ c < 0,\ d > 0$.

Lời giải:

Đồ thị cắt đồ thị tại điểm có tung độ dương nên $d > 0$.

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị nằm về hai phía trục tung nên $\frac{c}{1} < 0 \Rightarrow c < 0$.

Trung điểm của hai điểm cực trị nằm bên phải trục tung nên $-\frac{b}{1} > 0 \Rightarrow b < 0$.

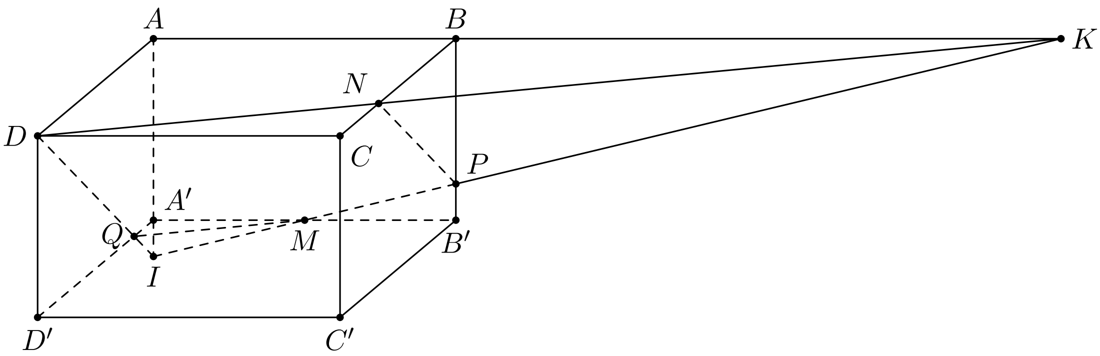
Chọn đáp án (D) ....

□

Câu 46. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Gọi $M,\ N$ lần lượt nằm trên các cạnh $A'B'$ và BC sao cho $MA' = MB'$ và $BN = 2NC$. Mặt phẳng (DMN) chia khối lập phương đã cho thành hai khối đa diện. Gọi $V_{(H)}$ là thể tích khối đa diện chứa đỉnh A, $\mathrm{V}_{(H')}$ là thể tích khối còn lại. Tỉ số $\frac{V_{(H)}}{\mathrm{V}_{(H')}}$ bằng

(A) $\frac{151}{209}$.
(B) $\frac{151}{360}$.
(C) $\frac{2348}{3277}$.
(D) $\frac{209}{360}$.

Lời giải:



Ta có thể tích khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là: $V = a^3$.

Gọi $K = DN \cap AB$, $P = MK \cap BB', I = MK \cap AA'$ và $Q = ID \cap A'D'$. Khi đó thiết diện là ngũ giác $DNPMQ$.

Trong mặt phẳng $(ABCD)$ có

$$\frac{KB}{KA} = \frac{KN}{KD} = \frac{BN}{AD} = \frac{2}{3} \Rightarrow KA = 3a.$$

Trong mặt phẳng $(ABB'A')$ có $\frac{KP}{KI} = \frac{KB}{KA} = \frac{2}{3}$ và

$$\frac{IM}{IK} = \frac{IA'}{IA} = \frac{A'M}{AK} = \frac{\frac{a}{2}}{3a} = \frac{1}{6} \Rightarrow IA = \frac{6}{5}a.$$

Trong mặt phẳng $(ADD'A')$ có $\dfrac{IQ}{ID} = \dfrac{IA'}{IA} = \dfrac{1}{6}$.
Từ đây ta suy ra $V_{AIKD} = \dfrac{1}{6} AK \cdot AD \cdot AI = \dfrac{3a^3}{5}$.

$$\frac{V_{KBNP}}{V_{KADI}} = \frac{KB}{KA} \cdot \frac{KN}{KD} \cdot \frac{KP}{KI} = \frac{8}{27} \Rightarrow V_{KBNP} = \frac{8}{27} V_{KAID} = \frac{8a^3}{45}.$$

$$\frac{V_{IA'MQ}}{V_{IAKD}} = \frac{IM}{IK} \cdot \frac{IA'}{IA} \cdot \frac{IQ}{ID} = \frac{1}{216} \Rightarrow V_{IA'MQ} = \frac{1}{216} V_{IAKD} = \frac{a^3}{360}.$$

Do đó

$$V_{(H)} = V_{KADI} - V_{KBNP} - V_{IA'MQ} = \frac{151a^3}{360} \Rightarrow \mathrm{V}_{(H')} = V - V_{(H)} = \frac{209a^3}{360}.$$

Suy ra $\dfrac{V_{(H)}}{\mathrm{V}_{(H')}} = \dfrac{151}{209}$.

Chọn đáp án A ....

□

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha)\colon 2x + 3y - 2z + 12 = 0$. Gọi A, B, C lần lượt là giao điểm của (α) với ba trục tọa độ, đường thẳng d đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và vuông góc với (α) có phương trình là

A $\dfrac{x+3}{2} = \dfrac{y-2}{3} = \dfrac{z-3}{-2}$.
B $\dfrac{x+3}{2} = \dfrac{y-2}{-3} = \dfrac{z-3}{2}$.
C $\dfrac{x+3}{2} = \dfrac{y+2}{3} = \dfrac{z-3}{-2}$.
D $\dfrac{x-3}{2} = \dfrac{y-2}{3} = \dfrac{z+3}{-2}$.

Lời giải:

Mặt phẳng (α) giao với ba trục tọa độ lần lượt tại $A(-6;0;0)$, $B(0;-4;0)$, $C(0;0;6)$.
Gọi $I(a;b;c)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.
Khi đó

$$\begin{cases} IA = IB = IC \\ I \in (\alpha) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a+6)^2 + b^2 + c^2 = a^2 + (b+4)^2 + c^2 \\ (a+6)^2 + b^2 + c^2 = a^2 + b^2 + (c-6)^2 \\ 2a + 3b - 2c + 12 = 0 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3a - 2b = -5 \\ a + c = 0 \\ 2a + 3b - 2c = -12 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = -\dfrac{39}{17} \\ b = -\dfrac{16}{17} \\ c = \dfrac{39}{17} \end{cases} \Rightarrow I\left(-\frac{39}{17}; -\frac{16}{17}; \frac{39}{17}\right).$$

Đường thẳng cần tìm đi qua I, vuông góc với (α) nên nhận $\vec{u} = (2;3;-2)$ là véc-tơ chỉ phương, phương trình d có dạng

$$\frac{x + \frac{39}{17}}{2} = \frac{y + \frac{16}{17}}{3} = \frac{z - \frac{39}{17}}{-2}.$$

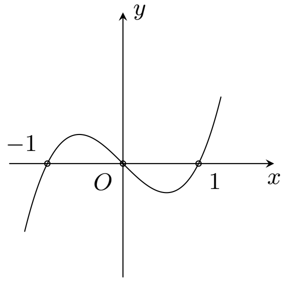
Do $M(-3;-2;3)$ thuộc d nên d có dạng $\dfrac{x+3}{2} = \dfrac{y+2}{3} = \dfrac{z-3}{-2}$.

Chọn đáp án C ....

□

Câu 48.

Cho hàm số $y = f(x)$, hàm số $f'(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, $(a, b, c \in \mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $g(x) = f(f'(x))$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A $(1; +\infty)$.

B $(-\infty; -2)$.

C $(-1; 0)$.

D $\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{3}; \dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)$.

Lời giải:

Từ đồ thị hàm số $f'(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ ta suy ra $f'(x) = x(x-1)(x+1) = x^3 - x$, suy ra $f''(x) = 3x^2 - 1$.

Xét $g(x) = f(f'(x))$, có $g'(x) = f''(x) \cdot f'(f'(x))$. Suy ra

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f''(x) = 0 \\ f'(f'(x)) = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f''(x) = 0 \\ f'(x) = -1 \\ f'(x) = 0 \\ f'(x) = 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \pm\dfrac{\sqrt{3}}{3} \\ x = x_1 \approx -1,32 \\ x = \pm 1 \\ x = 0 \\ x = x_2 \approx 1,32. \end{array}\right.$$

Bảng xét dấu của $g'(x)$

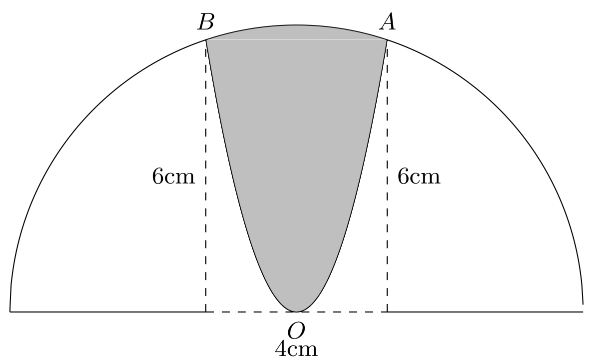
x	$-\infty$		x_1		-1		$-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$		0		$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$		1		x_2		$+\infty$
$f(x)$		-	0	+	0	-	0	+	0	-	0	+	0	-	0	+	

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-\infty; -2)$, do $(-\infty; -2) \subset (-\infty; x_1)$.

Chọn đáp án **B** ....

□

Câu 49. Một khuôn viên dạng nửa hình tròn, trên đó người ta thiết kế phần trồng hoa hồng có dạng một hình parabol có đỉnh trùng với tâm hình tròn và có trục đối xứng vuông góc với đường kính của nửa đường tròn, hai đầu mút của parabol nằm trên đường tròn và cách nhau một khoảng bằng 4 mét (phần gạch chéo). Phần còn lại của công viên (phần không gạch chéo) dùng để trồng hoa cúc. Biết các kích thước cho như hình vẽ. Chi phí để trồng hoa hồng và hoa cúc lần lượt là 120.000 đồng/m^2 và 80.000 đồng/m^2.



Hỏi chi phí trồng hoa khuôn viên đó gần nhất với số tiền nào dưới đây (làm tròn đến nghìn đồng)

A 6.847.000 đồng.

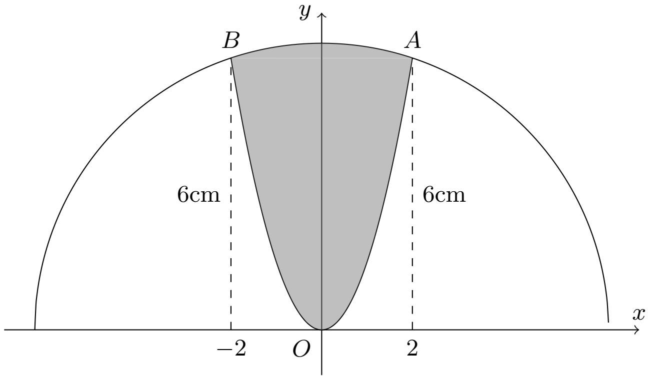
B 6.865.000 đồng.

C 5.710.000 đồng.

D 5.701.000 đồng.

Lời giải:

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ



Đường tròn tâm $O(0;0)$ và đi qua điểm $A(2;6)$ có bán kính $R=\sqrt{2^2+6^2}=2\sqrt{10}$.
Phương trình đường tròn có dạng: $x^2+y^2=40 \Rightarrow y=\sqrt{40-x^2}$ là phương trình nửa đường tròn phía trên trục hoành.
Diện tích nửa hình tròn là $S=\dfrac{\pi R^2}{2}=20\pi$.
Gọi parabol $(P)\colon y=ax^2+bx+c\,(a\neq 0)$.
(P) đi qua các điểm $O(0;0)$; $A(2;6)$; $B(-2;6)$ suy ra $a=\dfrac{3}{2},\ b=0,\ c=0 \Rightarrow (P)\colon y=\dfrac{3}{2}x^2$.
Diện tích trồng hoa hồng giới hạn bởi các đường $y=\dfrac{3}{2}x^2,\ y=\sqrt{40-x^2},\ x=-2,\ x=2$ là

$$S_1=\int\limits_{-2}^{2}\left|\sqrt{40-x^2}-\frac{3}{2}x^2\right|\,\mathrm{d}x.$$

Vậy chi phí cần dùng để trồng hoa trong khuôn viên là

$$S_1.120000+(S-S_1)\cdot 80000=\left(80\cdot 20\pi+40\cdot\int\limits_{-2}^{2}\left|\sqrt{40-x^2}-\frac{3}{2}x^2\right|\,\mathrm{d}x\right)\cdot 1000=5.701.000\text{ đồng}.$$

Chọn đáp án D ....
□

Câu 50. Cho hàm số $y=f(x)$ thỏa mãn $f(0)<\dfrac{7}{6}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	$\dfrac{15}{13}$	$\searrow$	$-\infty$

Giá trị lớn nhất của tham số m để phương trình $\mathrm{e}^{2f^3(x)-\frac{13}{2}f^2(x)+7f(x)-\frac{1}{2}}=m$ có nghiệm trên đoạn $[0;2]$ là

A e^2. **B** $\mathrm{e}^{\frac{15}{13}}$. **C** e^4. **D** e^3.

Lời giải:

Với mọi $x\in[0;2]$ suy ra $1\le f(x)<\dfrac{7}{6}$.
Đặt $t=f(x)$ và $g(t)=2t^3-\dfrac{13}{2}t^2+7t-\dfrac{1}{2}$ với $1\le t<\dfrac{7}{6}$.

Ta có $g'(t)=6t^2-13t^2+7$, $g'(t)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=\dfrac{7}{6}. \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		1		$\frac{7}{6}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	$\frac{431}{216}$	$\nearrow$	$+\infty$

Với $1 \leq t < \dfrac{7}{6}$ ta có $\dfrac{431}{216} < g(t) \leq 2$.
Để phương trình

$$\mathrm{e}^{2f^3(x)-\frac{13}{2}f^2(x)+7f(x)-\frac{1}{2}}=m$$

có nghiệm trong đoạn $[0;2]$ thì $\mathrm{e}^{\frac{431}{216}} < \mathrm{e}^{g(t)} \leq \mathrm{e}^2$, hay $\mathrm{e}^{\frac{431}{216}} < m \leq \mathrm{e}^2$.
Vậy giá trị lớn nhất của m thỏa mãn bài toán là e^2.

Chọn đáp án A ....

□

—HẾT—

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

1. A	2. A	3. C	4. B	5. C	6. B	7. A	8. D	9. C	10. B
11. A	12. A	13. C	14. B	15. B	16. A	17. B	18. C	19. B	20. B
21. A	22. D	23. A	24. D	25. C	26. D	27. D	28. C	29. B	30. B
31. B	32. A	33. C	34. C	35. A	36. C	37. A	38. C	39. A	40. D
41. B	42. B	43. C	44. C	45. D	46. A	47. C	48. B	49. D	50. A

BỘ ĐỀ ÔN THI THPTQG

ĐỀ 8

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2020
Môn Toán;
Thời gian làm bài: 90 phút.

NỘI DUNG ĐỀ

Câu 1. Thể tích khối lập phương cạnh $3a$ bằng

(A) $27a^3$. (B) $9a^3$. (C) $8a^3$. (D) $3a^3$.

Lời giải:

Thể tích khối lập phương cạnh $3a$ là $V = (3a)^3 = 27a^3$.

Chọn đáp án (A)

☐

Câu 2.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Tính tổng giá trị cực đại và giá trị cực tiểu.

(A) 0. (B) 2. (C) 3. (D) 5.

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Lời giải:

Tổng các giá trị cực đại và cực tiểu của đồ thị hàm số bằng 5.

Chọn đáp án (D)

☐

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, Cho hai điểm $A(2;0;1)$ và $B(3;-1;2)$. Véctơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

(A) $(1;-1;1)$. (B) $(-1;1;-1)$. (C) $(1;1;-1)$. (D) $(-1;1;1)$.

Lời giải:

$\overrightarrow{AB} = (3-2;-1-0;2-1) = (1;-1;1)$.

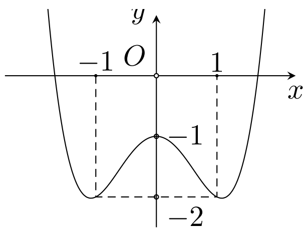
Chọn đáp án (A)

☐

Câu 4.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

(A) $(0;1)$. (B) $(-\infty;0)$. (C) $(-1;1)$. (D) $(-1;0)$.



Lời giải:

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

Chọn đáp án (A)

☐

Câu 5. Với a và b là hai số thực dương tùy ý, $\ln\left(a^2b^3\right)$ bằng

(A) $2\ln a + \ln 3b$. (B) $2\ln a + 3\ln b$. (C) $2(\ln a + \ln b)$. (D) $\ln a + \ln b^3$.

Lời giải:

Ta có $\ln\left(a^2b^3\right) = 2\ln a + 3\ln b$.

Chọn đáp án (B)

☐

Câu 6. Cho $\int\limits_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x = 3$ và $\int\limits_0^2 g(x)\,\mathrm{d}x = -5$, khi đó $\int\limits_0^2 [3f(x)+4g(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 29. (B) -3. (C) -11. (D) 4.

Lời giải:

Ta thấy

$$\int\limits_0^2 [3f(x)+4g(x)]\,\mathrm{d}x = 3\int\limits_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x + 4\int\limits_0^2 g(x)\,\mathrm{d}x = 3\cdot 3 + 4\cdot(-5) = -11.$$

Chọn đáp án (C) ....

□

Câu 7. Thể tích khối cầu đường kính $4a$ bằng

(A) $\frac{32\pi}{3}a^3$. (B) $\frac{256\pi}{a^3}$. (C) $\frac{4\pi}{3}a^3$. (D) $8\pi a^3$.

Lời giải:

Đường kính khối cầu bằng $4a$ nên bán kính khối cầu bằng $2a$. Thể tích khối cầu bán kính $2a$ là

$$V = \frac{4}{3}\pi(2a)^3 = \frac{32\pi}{3}a^3.$$

Chọn đáp án (A) ....

□

Câu 8. Tập nghiệm của phương trình $\ln(x^2-3x+3)=0$ là

(A) $\{2\}$. (B) $\{1;2\}$. (C) $\varnothing$. (D) $\{1\}$.

Lời giải:

Điều kiện $x^2-3x+3>0$ đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$.

Ta thấy

$$\ln(x^2-3x+3)=1 \Leftrightarrow x^2-3x+3=1 \Leftrightarrow x^2-3x+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=2. \end{array}\right.$$

Chọn đáp án (B) ....

□

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oxy) có phương trình là

(A) $z=0$. (B) $x+y+z=0$. (C) $y=0$. (D) $x=0$.

Lời giải:

Mặt phẳng (Oxy) có phương trình là $z=0$.

Chọn đáp án (A) ....

□

Câu 10. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=3^x-2x$ là

(A) 3^x-x^2+C. (B) $\frac{3^x}{\ln 3}-x^2+C$. (C) $\frac{3^x}{\ln 3}-\frac{1}{2}x^2+C$. (D) $3^x-\frac{1}{2}x^2+C$.

Lời giải:

Ta thấy

$$\int f(x)\,\mathrm{d}x = \int (3^x-2x)\,\mathrm{d}x = \frac{3^x}{\ln 3}-x^2+C.$$

Chọn đáp án (B) ....

□

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d\colon \frac{x+2}{3}=\frac{y-3}{2}=\frac{z-1}{1}$ **không** đi qua điểm nào dưới đây ?

(A) $Q(-2;3;1)$. (B) $M(4;7;0)$. (C) $P(1;5;2)$. (D) $N(-5;1;0)$.

Lời giải:

Ta thấy điểm $M(4;7;0)$ không thuộc đường thẳng d vì

$$\frac{4+2}{3}=\frac{7-3}{2}\neq\frac{0-1}{1}.$$

Chọn đáp án (B) ....

☐

Câu 12. Với k và n là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k\le n$, mệnh đề nào dưới đây **sai**?

(A) $\mathrm{C}_n^k=\dfrac{n!}{k!(n-k)!}$. (B) $\mathrm{A}_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!}$. (C) $\mathrm{P}_n=n!$. (D) $\mathrm{C}_n^k=\dfrac{k!(n-k)!}{n!}$.

Lời giải:

Mệnh đề sai là

$$\mathrm{C}_n^k=\frac{k!(n-k)!}{n!}.$$

Chọn đáp án (D) ....

☐

Câu 13. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1=-3$ và công sai $d=2$. Giá trị của u_5 bằng

(A) 5. (B) 11. (C) -48. (D) -10.

Lời giải:

Theo công thức cấp số cộng ta có

$$u_5=u_1+4d=-3+4\cdot 2=5.$$

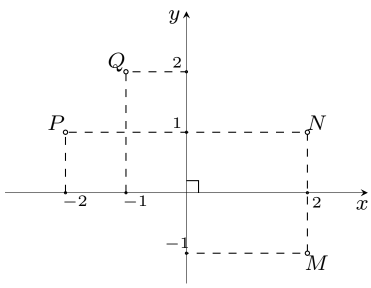
Chọn đáp án (A) ....

☐

Câu 14.

Điểm nào trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức $z=-2+i$

(A) N. (B) P. (C) M. (D) Q.



Lời giải:

Số phức $z=-2+i$ có phần thực -2, phần ảo 1 nên có điểm biểu diễn tọa độ $(-2;1)$ chính là P.

Chọn đáp án (B) ....

☐

Câu 15. Bảng biến thiên dưới đây là của hàm số nào?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	3	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

(A) $y=x^4+2x^2-3$. (B) $y=-x^4+2x^2-3$. (C) $y=x^4-2x^2-3$. (D) $y=x^4+2x^2+3$.

Lời giải:

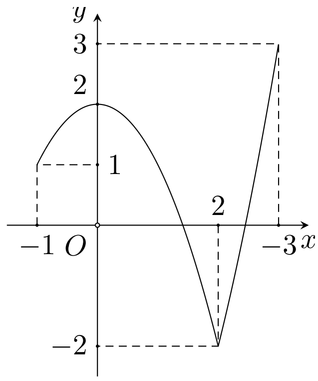
Các hàm số đã cho đều có dạng $y = ax^4 + bx^2 + c$.
Từ bảng biến thiên, ta suy ra $a > 0$ và $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.
Hàm số $y = -x^4 + 2x^2 - 3$ không thỏa mãn vì $a = -1 < 0$.
Các hàm số $y = x^4 + 2x^2 - 3$ và $y = x^4 + 2x^2 + 3$ không thỏa mãn vì $y' = 0$ chỉ có đúng 1 nghiệm.
Hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$ có $a = 1 > 0$ và $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt $x = -1; x = 0, x = 1$ và thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án C ....

□

Câu 16.
Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;2]$. Giá trị của $2M + m$ bằng

A 2. .
B 3.
C 4.
D 5.



Lời giải:
Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy, giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-1;2]$ là $M = 2$, $m = -2$ nên $2M + m = 4 - 2 = 2$.

Chọn đáp án A ....

□

Câu 17. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)^2(x+1)^3(x-2)^5, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A 3.
B 4.
C 5.
D 2.

Lời giải:
Ta thấy

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x(x-1)^2(x+1)^3(x-2)^5 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \text{ (nghiệm kép)} \\ x = -1 \\ x = 2. \end{array}\right.$$

Phương trình $f'(x) = 0$ có 3 nghiệm bội lẻ là $x = 0$, $x = -1$, $x = 2$ nên hàm số có 3 điểm cực trị.

Chọn đáp án A ....

□

Câu 18. Gọi a và b là các số thực thỏa mãn $a + 2bi + b - 3 = -ai - i$ với i là đơn vị ảo. Tính $a + b$.

A 3.
B 11.
C -3.
D -11.

Lời giải:
Ta thấy

$$a + 2bi + b - 3 = -ai - i \Leftrightarrow (a + b - 3) + (a + 2b + 1)i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 3 \\ a + 2b = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 7 \\ b = -4. \end{cases}$$

Vậy $a + b = 3$.

Chọn đáp án A ....

□

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;3;4)$ và $B(4;-5;0)$. Phương trình của mặt cầu đường kính AB là

A $(x+3)^2 + (y+1)^2 + (y-2)^2 = 84$.
B $(x+3)^2 + (y+1)^2 + (y-2)^2 = 21$.

C $(x-3)^2+(y+1)^2+(y-2)^2=21$.

D $(x-3)^2+(y+1)^2+(y-2)^2=84$.

Lời giải:

Gọi I là trung điểm AB ta có $I(3;-1;2)$, $R=\dfrac{AB}{2}=\dfrac{\sqrt{2^2+(-8)^2+(-4)^2}}{2}=\sqrt{21}$.

Phương trình mặt cầu đường kính AB là

$$(x-3)^2+(y+1)^2+(y-2)^2=21.$$

Chọn đáp án C ....

□

Câu 20. Cho $a=\log_2 5, b=\log_3 5$. Tính $\log_{24} 600$ theo a,b

A $\log_{24} 600=\dfrac{2ab+a-3b}{a+3b}$.

B $\log_{24} 600=\dfrac{2+a+b}{a+b}$.

C $\log_{24} 600=\dfrac{2ab+a+3b}{a+3b}$.

D $\log_{24} 600=\dfrac{2ab+1}{3a+b}$.

Lời giải:

Ta có

$$\log_{24} 600=\frac{\log_5 600}{\log_5 24}=\frac{2+3\log_5 2+\log_5 3}{3\log_5 2+\log_5 3}=\frac{2+\frac{3}{a}+\frac{1}{b}}{\frac{3}{a}+\frac{1}{b}}=\frac{2ab+a+3b}{a+3b}.$$

Chọn đáp án C ....

□

Câu 21. Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2+z+4=0$. Giá trị của $|z_1|+|z_2|$ bằng

A 2.

B 4.

C 1.

D 6.

Lời giải:

Ta thấy

$$z^2+z+4=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{15}}{2}i\\ z=-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{15}}{2}i\end{array}\right.\Rightarrow |z_1|=|z_2|=2\Rightarrow |z_1|+|z_2|=4.$$

Chọn đáp án B ....

□

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$ khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P)\colon x+y+2z-1=0$ và $(Q)\colon x+y+2z+3=0$ bằng

A $\dfrac{2}{3}$.

B $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.

C $\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$.

D $\dfrac{\sqrt{6}}{6}$.

Lời giải:

Ta thấy (P) và (Q) là hai mặt phẳng song song. Ta chọn $M(1;0;0)\in(P)$.

Khi đó $\mathrm{d}((P),(Q))=\mathrm{d}(M,(Q))$. Ta thấy

$$\mathrm{d}(M,(Q))=\frac{|1+0+2\cdot 0+3|}{\sqrt{1+1+4}}=\frac{4}{\sqrt{6}}=\frac{2\sqrt{6}}{3}.$$

Chọn đáp án C ....

□

Câu 23. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x^2+5x+5}>2$ là

A $(-\infty;-4)\cup(-1;+\infty)$.

B $(1;+\infty)$.

C $(-4;-1)$.

D $(-\infty;1)\cup(4;+\infty)$.

Lời giải:

Ta thấy

$$2^{x^2+5x+5} > 2 \Leftrightarrow x^2+5x+5 > 1 \Leftrightarrow x^2+5x+4 > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x < -4 \\ x > -1. \end{array}\right.$$

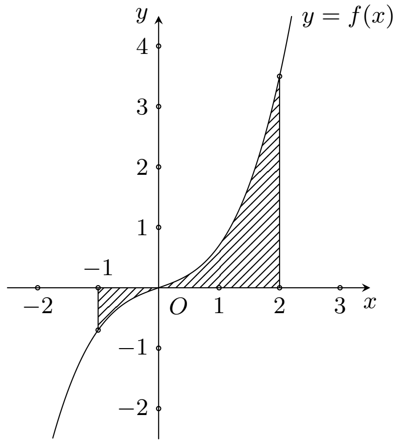
Chọn đáp án (A) ....

□

Câu 24.
Gọi S là diện tích hình phẳng H giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -1$, $x = 2$ (như hình vẽ bên).

Đặt $a = \int\limits_{-1}^{0} f(x)\mathrm{d}x$, $b = \int\limits_{0}^{2} f(x)\mathrm{d}x$, mệnh đề nào sau đây đúng?

(A) $S = b - a$. (B) $S = b + a$.
(C) $S = -b + a$. (D) $S = -b - a$.



Lời giải:

Ta có $S = \int\limits_{-1}^{2} |f(x)|\mathrm{d}x = \int\limits_{-1}^{0} |f(x)|\mathrm{d}x + \int\limits_{0}^{2} |f(x)|\mathrm{d}x = -\int\limits_{-1}^{0} f(x)\mathrm{d}x + \int\limits_{0}^{2} f(x)\mathrm{d}x = -a + b.$

Chọn đáp án (A) ....

□

Câu 25. Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng $3a$ và bán kính đáy bằng a. Tính thể tích V của khối nón.

(A) $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}\pi a^3$. (B) $\dfrac{2}{3}\pi a^3$. (C) $\dfrac{\sqrt{2}}{3}\pi a^3$. (D) $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}a^3$.

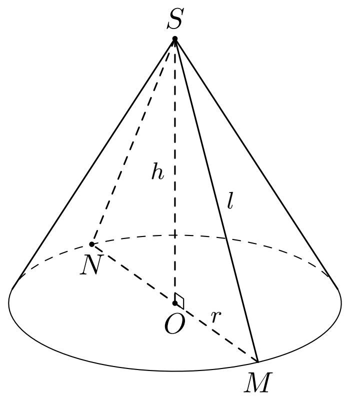
Lời giải:

Chiều cao khối nón

$$h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{(3a)^2 - a^2} = 2\sqrt{2}a.$$

Thể tích khối nón là

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi a^2 2\sqrt{2}a = \frac{2\sqrt{2}}{3}\pi a^3.$$



Chọn đáp án (A) ....

□

Câu 26.
Cho bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ như hình bên. Gọi $x = x_0$ và $y = y_0$ lần lượt là tìm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$. Tính $y_0 - x_0$.

(A) $\dfrac{7}{2}$. (B) $\dfrac{2}{5}$. (C) 3. (D) $-\dfrac{1}{2}$.

x	$-\infty$	$-\dfrac{1}{2}$	$+\infty$
y	$-\infty \nearrow +\infty$	‖	$+\infty \searrow 3$

Lời giải:

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy tiệm cận ngang là $y=3$ và tiệm cận đứng là $x=-\dfrac{1}{2}$. Suy ra

$$y_0-x_0=3+\frac{1}{2}=\frac{7}{2}.$$

Chọn đáp án (A) ....

☐

Câu 27. Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh bên bằng $2a$ và cạnh đáy bằng a. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

(A) $\dfrac{2\sqrt{14}a^3}{3}$. (B) $\dfrac{4\sqrt{2}a^3}{3}$. (C) $\dfrac{\sqrt{14}a^3}{3}$. (D) $\dfrac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.

Lời giải:

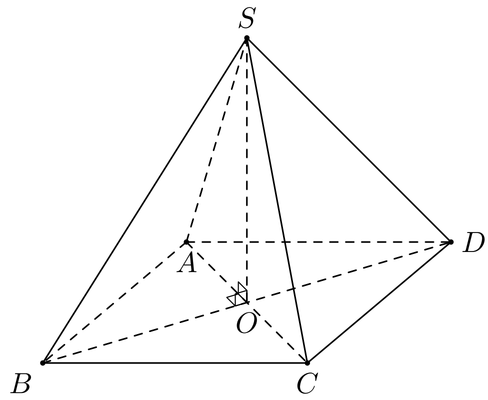
Diện tích đáy $S_{ABCD}=a^2$.

Đường chéo đáy $AC=\sqrt{2}a$ nên $AO=\dfrac{\sqrt{2}a}{2}$ do đó

$$SO=\sqrt{SA^2-AO^2}=\sqrt{4a^2-\frac{a^2}{2}}=\frac{\sqrt{14}a}{2}.$$

Vậy thể tích là

$$V=\frac{1}{3}S_{ABCD}.SO=\frac{1}{3}4a^2\cdot\frac{\sqrt{14}a}{2}=\frac{2\sqrt{14}a^3}{3}.$$



Chọn đáp án (A) ....

☐

Câu 28. Hàm số $f(x)=\ln\left(3x^2+2x+1\right)$ có đạo hàm

(A) $f'(x)=\dfrac{6x+2}{3x^2+2x+1}$. (B) $f'(x)=\dfrac{1}{3x^2+2x+1}$.

(C) $f'(x)=\dfrac{x^2+2x+1}{3x^2+2x+1}$. (D) $f'(x)=\dfrac{6x+2}{(3x^2+2x+1)\ln 2}$.

Lời giải:

Ta thấy

$$f'(x)=\left(\ln\left(3x^2+2x+1\right)\right)'=\frac{(3x^2+2x+1)'}{3x^2+2x+1}=\frac{6x+2}{3x^2+2x+1}.$$

Chọn đáp án (A) ....

☐

Câu 29.

Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $3f(x)-15=0$ là

(A) 4. (B) 3. (C) 2. (D) 1.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Lời giải:

Ta thấy

$$3f(x)-15=0\Leftrightarrow f(x)=5.$$

Đây là phương trình hoành độ giao điểm của $y=f(x)$ và $y=5$. Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đường thẳng $y=5$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 3 điểm nên phương trình $f(x)=5$ có 3 nghiệm.

Chọn đáp án (B) ....

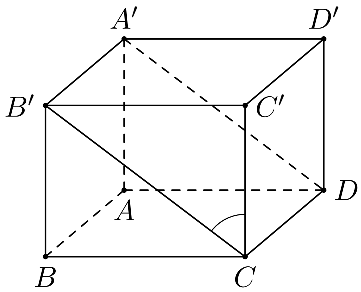
☐

Câu 30. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai mặt phẳng $(A'B'CD)$ và $(CDD'C')$ bằng

Ⓐ 30°. Ⓑ 60°. Ⓒ 45°. Ⓓ 90°.

Lời giải:

Ta thấy $(A'B'CD) \cap (CDD'C') = CD$, $B'C \perp CD$, $CC' \perp CD$ nên góc giữa hai mặt phẳng $(A'B'CD)$ và $(C'CDD')$ là góc giữa $B'C$ và CC' là $\widehat{B'CC'} = 45^\circ$.



Chọn đáp án Ⓒ ....

□

Câu 31. Số nghiệm của phương trình $\log_2(3+4^x) = 2+x$ bằng

Ⓐ 2. Ⓑ 1. Ⓒ 0. Ⓓ 3.

Lời giải:

Ta thấy

$$\log_2(3+4^x) = 2+x \Leftrightarrow 3+4^x = 2^{2+x} \Leftrightarrow (2^x)^2 - 4\cdot 2^x + 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2^x = 1 \\ 2^x = 3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \log_2 3. \end{array}\right.$$

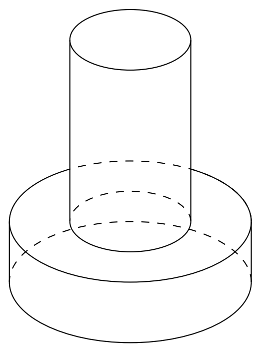
Chọn đáp án Ⓐ ....

□

Câu 32.

Một khối đồ chơi gồm hai khối trụ (H_1), (H_2) xếp chồng lên nhau, lần lượt có bán kính đáy và chiều cao tương ứng là r_1, h_1, r_2, h_2 thỏa mãn $r_2 = 3r_1$, $h_2 = \frac{1}{4}h_1$ (tham khảo hình vẽ). Biết rằng thể tích của toàn bộ khối đồ chơi bằng $V = 26\text{cm}^3$, thể tích khối trụ (H_1) bằng

Ⓐ 4cm^3. Ⓑ 9cm^3. Ⓒ 13cm^3. Ⓓ 8cm^3.



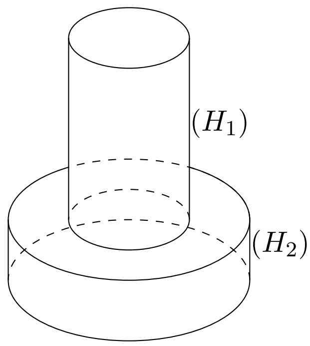
Lời giải:

Ta có

$$V = V_{H_1} + V_{H_2} = \pi r_1^2 h_1 + \pi r_2^2 h_2 = \pi r_1^2 h_1 + \pi 9 r_1^2 \cdot \frac{1}{4}h_1 = \frac{13}{4}\pi r_1^2 h_1 = 26.$$

Suy ra

$$V_1 = \pi r_1^2 h_1 = 8\text{cm}^3.$$



Chọn đáp án Ⓓ ....

□

Câu 33. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x(1+\sin 2x)$ là

Ⓐ $\frac{x^2}{2} + \frac{x}{2}\cos 2x - \frac{1}{4}\sin 2x + C$.
Ⓑ $\frac{x^2}{2} - \frac{x}{2}\sin 2x + \frac{1}{4}\cos 2x + C$.
Ⓒ $\frac{x^2}{2} - \frac{x}{2}\cos 2x + \frac{1}{4}\sin 2x + C$.
Ⓓ $\frac{x}{2}\cos 2x + \frac{1}{4}\sin 2x + C$.

Lời giải:

Ta thấy

$$I = \int f(x)\,\mathrm{d}x = \int x(1+\sin 2x)\,\mathrm{d}x = \int x\,\mathrm{d}x + \int x\sin 2x\,\mathrm{d}x = \frac{x^2}{2} + \int x\sin 2x\,\mathrm{d}x.$$

Đặt $\begin{cases} u = x \\ \mathrm{d}v = \sin 2x\,\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u = \mathrm{d}x \\ v = -\frac{1}{2}\cos 2x \end{cases}.$

Suy ra

$$\int x\sin 2x\,\mathrm{d}x = -\frac{x}{2}\cos 2x + \frac{1}{2}\int \cos 2x\,\mathrm{d}x = -\frac{x}{2}\cos 2x + \frac{1}{4}\sin 2x + C.$$

Vậy

$$I = \frac{x^2}{2} - \frac{x}{2}\cos 2x + \frac{1}{4}\sin 2x + C.$$

Chọn đáp án C ....

□

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 1. Hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = 1$. Gọi M là trung điểm của SD. Khoảng cách từ M đến mặt phẳng (SBC) bằng

A $\frac{\sqrt{2}}{4}$. B $\frac{\sqrt{2}}{4}$. C 1. D $\frac{1}{2}$.

Lời giải:

Ta có $\begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAC) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (SAC) = SA \end{cases} \Rightarrow SA \perp (ABCD).$

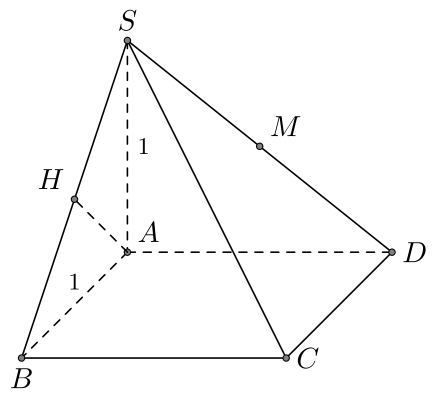
Vì $DM \cap (SBC) = \{S\} \Rightarrow \dfrac{\mathrm{d}(M,(SBC))}{\mathrm{d}(D,(SBC))} = \dfrac{1}{2}$

$\Leftrightarrow \mathrm{d}(M,(SBC)) = \frac{1}{2}\mathrm{d}(D,(SBC)).$

Tính $\mathrm{d}(D,(SBC))$.

Vì $AD \parallel BC \Rightarrow AD \parallel (SBC)$

$\Rightarrow \mathrm{d}(D,(SBC)) = \mathrm{d}(A,(SBC)).$



Ta kẻ $AH \perp SB$ (1) và chứng minh $AH \perp (SBC)$. Thật vậy ta có

$\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \\ SA \cap AB = A \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH \quad (2).$

Từ (1) và (2) ta có $AH \perp (SBC) \Rightarrow \mathrm{d}(A,(SBC)) = AH = \dfrac{SA \cdot AB}{\sqrt{SA^2 + AB^2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}.$

Vậy $\mathrm{d}(M,(SBC)) = \dfrac{\sqrt{2}}{4}.$

Chọn đáp án A ....

□

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 2x + 3y + z + 8 = 0$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x}{-1} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z-3}{-1}$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) có phương trình là

A $\dfrac{x+2}{1} = \dfrac{y+2}{-1} = \dfrac{z-2}{1}$. B $\dfrac{x-2}{-1} = \dfrac{y+2}{1} = \dfrac{z-2}{-1}$.

C $\dfrac{x+2}{1} = \dfrac{y+2}{1} = \dfrac{z-2}{1}$. D $\dfrac{x+2}{-1} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z+2}{-1}$.

Lời giải:

Véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_P = (2;3;1)$, véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u} = (-1;1;-1)$ và $M(0;1;3) \in d$, ta thấy

$$\vec{n}_P \cdot \vec{u} = -2 + 3 - 1 = 0 \text{ và } M \notin (P)$$

suy ra $d \parallel (P)$.
Tìm hình chiếu M' của M lên (P).
Gọi Δ là đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) ta có phương trình tham số của Δ là

$$\begin{cases} x = 2t \\ y = 1 + 3t \\ z = 3 + t. \end{cases}$$

Giao điểm M' của d và (P) là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} x = 2t \\ y = 1 + 3t \\ z = 3 + t \\ 2x + 3y + z + 8 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = -2 \\ z = 2 \end{cases} \Rightarrow M'(-2;-2;2).$$

Gọi d' là hình chiếu của d lên (P), ta có $d \parallel d'$ và d' đi qua M' nên phương trình d' là

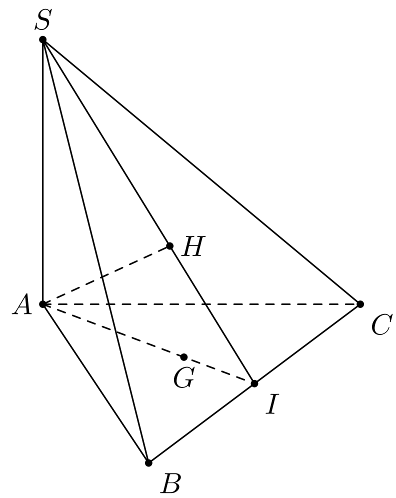
$$\frac{x+2}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-2}{-1}.$$

Chọn đáp án (A) ....
□

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, SA vuông góc với đáy và $SB = \sqrt{5}a$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC. Tính khoảng cách từ G đến mặt phẳng (SBC) theo a.

(A) $\frac{4\sqrt{57}}{57}a$. (B) $\frac{2\sqrt{57}}{57}a$. (C) $\frac{3\sqrt{57}}{57}a$. (D) $\frac{2\sqrt{57}}{19}a$.

Lời giải:



Ta có $\mathrm{d}(G,(SBC)) = \frac{1}{3}\mathrm{d}(A,(SBC))$.
Gọi I là trung điểm của BC.
Ta có $\begin{cases} BC \perp AI \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAI) \Rightarrow (SBC) \perp (SAI)$.
Gọi H là hình chiếu của A lên SI. Ta có $AH \perp (SBC)$.
Suy ra $\mathrm{d}(A,(SBC)) = AH$.
Ta có $SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = 2a$, $AI = \frac{\sqrt{3}}{2}a$.
$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AI^2} = \frac{1}{4a^2} + \frac{4}{3a^2} = \frac{19}{12a^2} \Rightarrow AH = \frac{2\sqrt{57}}{19}$.
Vậy $\mathrm{d}(G,(SBC)) = \frac{2\sqrt{57}}{57}$.

Chọn đáp án (B) ....
□

Câu 37. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các đường thẳng $d_1\colon \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{1}$ và $d_2\colon \frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{3}$. Phương trình đường thẳng vuông góc chung của hai đường thẳng d_1 và d_2 là

(A) $d'\colon \frac{x+3}{2} = \frac{y+4}{1} = \frac{z+7}{-1}$. (B) $d'\colon \frac{x+3}{2} = \frac{y+4}{-1} = \frac{z+7}{1}$.

Ⓒ $d'\colon \dfrac{x+3}{2}=\dfrac{y+4}{1}=\dfrac{z+7}{1}$.　　　　Ⓓ $d'\colon \dfrac{x+3}{-2}=\dfrac{y+4}{1}=\dfrac{z+7}{1}$.

Lời giải:

Giả sử $A(t+1;t+2;t-1)\in d_1$ và $B(2s+3;s-1;3s+2)\in d_2$ là giao điểm của đường vuông góc chung d' với hai đường thẳng d_1, d_2.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(2s-t+2;s-t-3;3s-t+3)$ vuông góc với $\vec{u}_{d_1}=(1;1;1)$ và $\vec{u}_{d_2}=(2;1;3)$.

Ta có: $\begin{cases}\overrightarrow{AB}\cdot\vec{u}_{d_1}=0\\ \overrightarrow{AB}\cdot\vec{u}_{d_2}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1(2s-t+2)+1(s-t-3)+1(3s-t+3)=0\\ 2(2s-t+2)+1(s-t-3)+3(3s-t+3)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}6s-3t=-2\\ 14s-6t=-10\end{cases}$

Suy ra, $s=-3;t=-\dfrac{16}{3}$.

Do đó, $A\left(-\dfrac{13}{3};-\dfrac{10}{3};-\dfrac{19}{3}\right)$ và $B(-3;-4;-7)$.

Suy ra $d'\colon \dfrac{x+3}{-2}=\dfrac{y+4}{1}=\dfrac{z+7}{1}$.

Chọn đáp án Ⓓ ....

□

Câu 38. Gọi m_0 là giá trị nhỏ nhất của $\left|2-\dfrac{1}{m-i}\right|$, với m là số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

Ⓐ $m_0^2\in\left(\dfrac{10}{3};\dfrac{7}{2}\right)$.　Ⓑ $m_0^2\in\left(0;\dfrac{10}{3}\right)$.　Ⓒ $m_0^2\in\left(\dfrac{7}{2};\dfrac{9}{2}\right)$.　Ⓓ $m_0^2\in\left(\dfrac{9}{2};\dfrac{11}{2}\right)$.

Lời giải:

Ta có: $\left|2-\dfrac{1}{m-i}\right|=\left|\dfrac{2(m-i)-1}{m-i}\right|=\dfrac{|2m-1-2i|}{|m-i|}=\dfrac{\sqrt{(2m-1)^2+4}}{\sqrt{m^2+1}}=\sqrt{\dfrac{4m^2-4m+5}{m^2+1}}$.

Xét hàm số $f(m)=\dfrac{4m^2-4m+5}{m^2+1}$ trên tập xác định $\mathscr{D}=\mathbb{R}$:

Ta có: $f'(m)=\dfrac{4m^2-2m-4}{(m^2+1)^2}$; $f'(m)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=\dfrac{1+\sqrt{17}}{4}\\ m=\dfrac{1-\sqrt{17}}{4}\end{array}\right.$.

Giới hạn: $\lim\limits_{m\to\pm\infty}f(m)=4$.

Bảng biến thiên

m	$-\infty$		$\dfrac{1-\sqrt{17}}{4}$		$\dfrac{1+\sqrt{17}}{4}$		$+\infty$
$f'(m)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(m)$	4	$\nearrow$	$\dfrac{153+9\sqrt{17}}{34}$	$\searrow$	$\dfrac{153-9\sqrt{17}}{34}$	$\nearrow$	4

Dựa vào bảng biến thiên ta có $\min\limits_{m\in\mathbb{R}}f(m)=\dfrac{153-9\sqrt{17}}{34}\Rightarrow m_0^2=\dfrac{153-9\sqrt{17}}{34}\in\left(\dfrac{10}{3};\dfrac{7}{2}\right)$.

Chọn đáp án Ⓐ ....

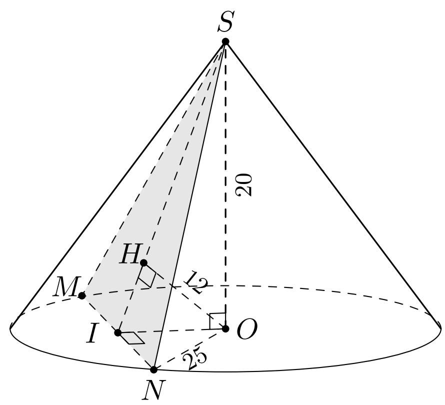
□

Câu 39. Cho hình nón có chiều cao $h=20$ (cm), bán kính đáy $r=25$ (cm). Một thiết diện đi qua đỉnh của hình nón có khoảng cách từ tâm đáy đến mặt phẳng chứa thiết diện là 12 (cm). Tính diện tích của thiết diện đó.

Ⓐ $S=300$ (cm^2).　Ⓑ $S=500$ (cm^2).　Ⓒ $S=400$ (cm^2).　Ⓓ $S=406$ (cm^2).

Lời giải:

Gọi thiết diện là tam giác SMN.
Vẽ $OI \perp MN$ tại I (I là trung điểm MN) và $OH \perp SI$ tại H.
Khi đó $\mathrm{d}(O,(SMN)) = OH = 12$ (cm).
Có $\dfrac{1}{OH^2} = \dfrac{1}{SO^2} + \dfrac{1}{OI^2} \Rightarrow OI = 15$ (cm).
Có $SI = \sqrt{SO^2 + OI^2} = 25$ (cm).
Có $MN = 2IN = 2\sqrt{ON^2 - OI^2} = 40$ (cm).
Vậy $S_{SMN} = \dfrac{1}{2} SI \cdot MN = 500$ (cm^2).



Chọn đáp án B ....

□

Câu 40. Cho đa giác đều $4n$ đỉnh, chọn ngẫu nhiên bốn đỉnh từ các đỉnh của đa giác đã cho. Biết rằng xác suất bốn đỉnh được chọn là bốn đỉnh của một hình chữ nhật bằng $\dfrac{3}{35}$. Khi đó n bằng

(A) 3. (B) 2. (C) 4. (D) 5.

Lời giải:

Chọn bốn điểm trong $4n$ điểm nên không gian mẫu $n(\Omega) = \mathrm{C}_{4n}^4$.
Số cách chọn một hình chữ nhật tương ứng số cách chọn hai đường chéo lớn (đường kính) của đa giác, nên số cách chọn là $n(A) = \mathrm{C}_{2n}^2$.
Do đó

$$\begin{aligned}
& \frac{\mathrm{C}_{2n}^2}{\mathrm{C}_{4n}^4} = \frac{3}{35} \\
\Leftrightarrow\ & 35 \cdot \frac{(2n)!}{2!(2n-2)!} = 3 \cdot \frac{(4n!)}{(4n-4)!} \\
\Leftrightarrow\ & \frac{35}{2} \cdot 2n(2n-1) = \frac{3}{24} \cdot (4n)(4n-1)(4n-2)(4n-3) \\
\Leftrightarrow\ & 35n(2n-1) - \frac{1}{2} n(4n-1)(4n-2)(4n-3) = 0 \\
\Leftrightarrow\ & n\left[-32n^3 + 48n^2 + 48n - 32\right] = 0 \\
\Leftrightarrow\ & \left[\begin{array}{l} n = 0 \quad \text{(loại)} \\ n = -1 \quad \text{(loại)} \\ n = 2 \quad \text{(nhận)} \\ n = \dfrac{1}{2} \quad \text{(loại).} \end{array}\right.
\end{aligned}$$

Vậy $n = 2$.

Chọn đáp án B ....

□

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y}{-1} = \dfrac{z}{4}$ và mặt cầu $(S)\colon (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 2$. Hai mặt phẳng (P) và (Q) chứa d và tiếp xúc (S). Gọi M và N là hai tiếp điểm. Tính độ dài MN.

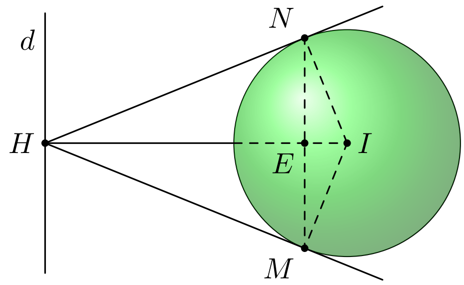
(A) $MN = 2\sqrt{2}$. (B) $MN = \dfrac{4\sqrt{3}}{3}$. (C) $MN = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. (D) $MN = 4$.

Lời giải:

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;1)$. Gọi $H(2+2t;-t;4t)$ là hình vuông góc của I xuống d.
Ta có $\overrightarrow{IH}=(2t+1;-t-2;4t-1)$ mà

$$\begin{aligned} & \overrightarrow{IH}\cdot\vec{u}_d=0 \\ \Leftrightarrow\ & 2\cdot(2t+1)-1\cdot(-t-2)+4\cdot(4t-1)=0 \\ \Leftrightarrow\ & t=0. \end{aligned}$$

Do đó $\overrightarrow{IH}=(1;-2;-1)$.



Khoảng cách từ điểm I đến đường thẳng d bằng $IH=\sqrt{6}$.
Xét mặt phẳng (IMN), mặt phẳng này cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn tâm I bán kính $R=\sqrt{2}$.
Ta có $IM\perp(P)\Rightarrow IM\perp d$ mà $IH\perp d\Rightarrow d\perp(IMH)$.
Tương tự $d\perp(INH)$, do đó 4 điểm I,M,N,H đồng phẳng (cùng thuộc mặt phẳng qua I và vuông góc với d).
Xét $\triangle IMH$, $HM=\sqrt{IH^2-IM^2}=\sqrt{6-2}=2$ và $ME=\dfrac{IM\cdot HM}{IH}=\dfrac{\sqrt{2}\cdot 2}{\sqrt{6}}=\dfrac{2}{\sqrt{3}}$.
Vậy $MN=2ME=\dfrac{4}{\sqrt{3}}$.

Chọn đáp án B ....

□

Câu 42. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $9^x-8\cdot3^x+3=m$ có đúng 2 nghiệm thuộc khoảng $(\log_3 2;\log_3 8)$.

A $-13<m<-9$. B $-9<m<3$. C $3<m<9$. D $-13<m<3$.

Lời giải:
Đặt $3^x=t$, ta có phương trình: $t^2-8t+3=m\quad(*)$.
Khi $x\in(\log_3 2;\log_3 8)$ thì $t\in(2;8)$. Rõ ràng, với mỗi $t\in(2;8)$ có duy nhất một $x\in(\log_3 2;\log_3 8)$.
Xét hàm số $f(t)=t^2-8t+3$ với $t\in(2;8)$.
Ta có $f'(t)=2t-8$; $f'(t)=0\Leftrightarrow t=4$.
Ta có bảng biến thiên:

x	2		4		8
y'		$-$	0	$+$	
y	-9	$\searrow$	-13	$\nearrow$	3

Phương trình đã cho có đúng 2 nghiệm $x\in(\log_3 2;\log_3 8)$ khi và chỉ khi phương trình $(*)$ có đúng 2 nghiệm $t\in(2;8)$. Từ bảng biến thiên ta suy ra tất cả các giá trị của m cần tìm là $-13<m<-9$.

Chọn đáp án A ....

□

Câu 43. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $3f(-x)-2f(x)=\tan^2 x$. Tính $\displaystyle\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} f(x)\,\mathrm{d}x$.

A $1-\dfrac{\pi}{2}$. B $\dfrac{\pi}{2}-1$. C $1+\dfrac{\pi}{4}$. D $2-\dfrac{\pi}{2}$.

Lời giải:

Theo đề bài ta có $3f(-x) - 2f(x) = \tan^2 x$. (1)
Thay x bởi $-x$ ta được: $3f(x) - 2f(-x) = \tan^2(-x) = \tan^2 x$. (2)
Từ (1) và (2) suy ra $f(x) = \tan^2 x$. Khi đó

$$\begin{aligned} I &= \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} f(x)\,\mathrm{d}x = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \tan^2 x\,\mathrm{d}x = 2\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^2 x\,\mathrm{d}x = 2\int_0^{\frac{\pi}{4}} \left[(1+\tan^2 x) - 1\right]\,\mathrm{d}x \\ &= 2\int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(\frac{1}{\cos^2 x} - 1\right)\,\mathrm{d}x = 2(\tan x - x)\Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = 2 - \frac{\pi}{2}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án D ....

□

Câu 44. Xét các số phức $z = a + bi$ $(a, b \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $|z - 4i| = 1$. Khi biểu thức $P = 2|z + 2 - i| + |z - 8 - i|$ đạt giá trị lớn nhất, giá trị của $a - b$ bằng

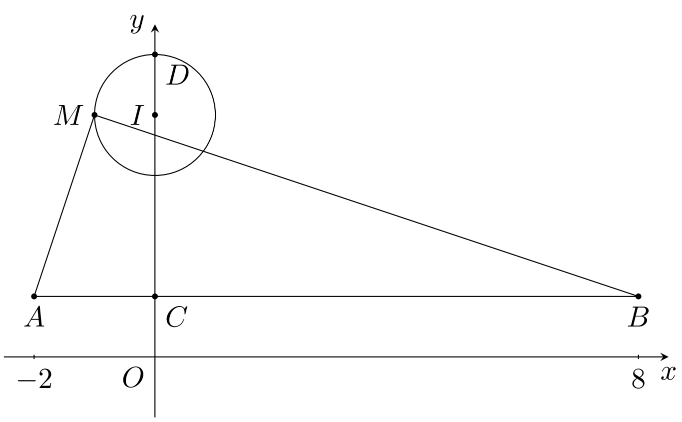
A 5. B 6. C -5. D -3.

Lời giải:

Tập hợp các điểm biểu diễn của số phức z là đường tròn (C) có tâm $I(0;4)$ bán kính $R = 1$.
Gọi $A(-2;1)$, $B(8;1)$. Bài toán đưa về yêu cầu tìm điểm M thuộc (C) sao cho $P = 2MA + MB$ nhỏ nhất.
Ta có $P^2 = (2MA + MB)^2 \le 2(4MA^2 + MB^2)$.
Gọi C là điểm trên cạnh AB sao cho $4\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} = \vec{0}$. Ta có $C(0;1)$.
Ta có:

$$\begin{aligned} P^2 \le 2(4MA^2 + MB^2) &= 2\left[4(\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CM})^2 + (\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CM})^2\right] \\ &= 2\left[4(AC^2 - 2\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CM} + CM^2) + CB^2 - 2\overrightarrow{CB}\cdot\overrightarrow{CM} + CM^2\right] \\ &= 2\left[(4AC^2 + CB^2) + 5CM^2 - 2\overrightarrow{CM}\cdot\underbrace{\left(4\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}\right)}_{\vec{0}}\right] \\ &= 2\left[80 + 5CM^2\right] \le 2(5DC^2 + 80) = 320 \end{aligned}$$

với D là giao điểm của IC với đường tròn tâm I như hình vẽ.



Ta có $D(0;5)$.
Vậy $P_{\max} = \sqrt{320} = 8\sqrt{5}$ khi $M \equiv D$.
Suy ra $\begin{cases} a = 0 \\ b = 5 \end{cases} \Rightarrow a - b = -5$.

Lưu ý:

- Điểm C như cách đặt ở trên được gọi là tâm tỉ cự của hệ hai điểm A, B với tỉ số $4:1$;

- Đề cho các điểm A, B, I là các điểm đặc biệt nên mới giải quyết được bằng hình học. Trường hợp tổng quát thì không giải quyết được bằng cách này.

Chọn đáp án (C) ....
□

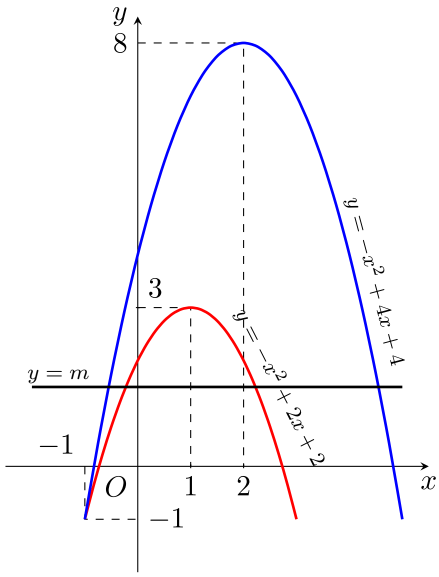
Câu 45. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $|x^2-3x-3+m| = x+1$ có 4 nghiệm phân biệt?

(A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

Lời giải:

Ta có $|x^2-3x-3+m| = x+1 \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 \geq 0 \\ \left[\begin{array}{l} x^2-2x-2+m=0 \\ x^2-4x-4+m=0 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ \left[\begin{array}{l} -x^2+2x+2=m \\ -x^2+4x+4=m \end{array}\right. \end{cases}$

Số nghiệm là số điểm chung của $d\colon y=m$ với hai đồ thị của hàm số $y=-x^2+2x+2$ và $y=-x^2+4x+4$ ứng với $x \geq -1$.
Vẽ $(P)\colon y=-x^2+2x+2$ đỉnh $I(1;3)$;
Vẽ $(P')\colon y=-x^2+4x+4$ đỉnh $I'(2;8)$.
(P) và (P') nối nhau tại điểm $A(-1;-1)$;
Căn cứ vào hình vẽ, ta được $-1<m<3$ thì (P) và (P') cắt nhau tại 4 điểm phân biệt nên phương trình đã cho có 4 nghiệm.
Vì m nguyên nên $m \in \{0;1;2\}$.
Vậy có 3 giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có 4 nghiệm phân biệt.

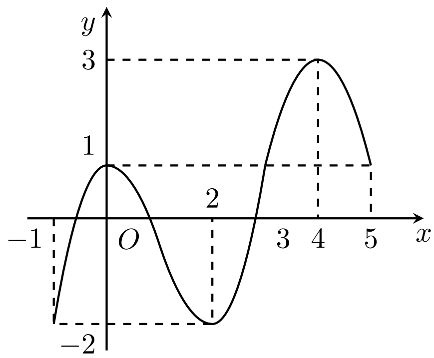


Chọn đáp án (C) ....
□

Câu 46.

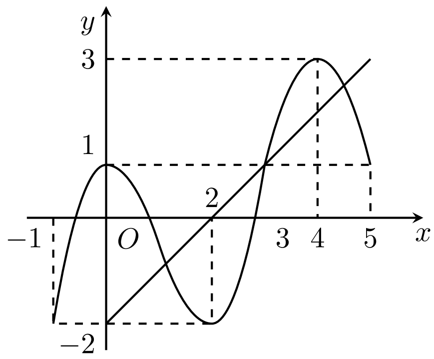
Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ được cho như hình bên. Hàm số $y=-2f(2-x)+x^2$ nghịch biến trên khoảng

(A) $(-1;0)$. (B) $(0;2)$. (C) $(-2;-1)$. (D) $(-3;-2)$.



Lời giải:

Ta có $y' = 2f'(2-x)+2x = 0 \Leftrightarrow f'(2-x) = -x$.
Đặt $t=2-x \Rightarrow x=2-t$.
Khi đó phương trình $y'=0$ trở thành $f'(t)=t-2$, nghiệm của phương trình này là hoành độ giao điểm của đồ thị $f'(t)$ với đường thẳng $y=t-2$.



Dựa vào đồ thị ta suy ra:

$$f'(t) = t - 2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 3 \\ t = \alpha \in (4;5) \\ t = \beta \in (1;2) \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 2 - \alpha \in (-3;-2) \\ x = 2 - \beta \in (0;1). \end{array}\right.$$

Từ đồ thị ta suy ra $y' < 0$ khi

$$\left[\begin{array}{l} \beta < t < 3 \\ \alpha < t < 5 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} -1 < x < 2 - \beta \\ -3 < x < 2 - \alpha. \end{array}\right.$$

Suy ra hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-1;2-\beta)$ và $(-3;2-\alpha)$. Vì $(-3;2-\alpha) \subset (-3;-2)$ và $(-1;0) \subset ((-1;2-\beta))$ nên suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;0)$.

Chọn đáp án A ....

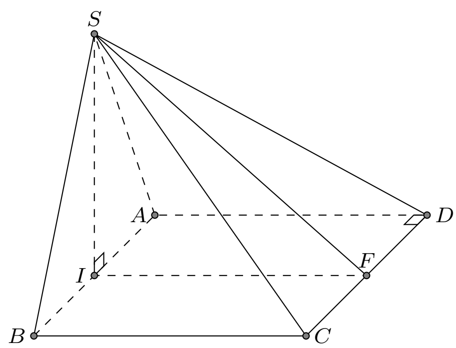
□

Câu 47. Hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SAB là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy $(ABCD)$. Biết co-sin của góc tạo bởi mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ bằng $\dfrac{2\sqrt{19}}{19}$. Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là

A $V = \dfrac{a^3\sqrt{19}}{2}$. **B** $V = \dfrac{a^3\sqrt{15}}{2}$. **C** $V = \dfrac{a^3\sqrt{15}}{6}$. **D** $V = \dfrac{a^3\sqrt{19}}{6}$.

Lời giải:

Gọi I, F lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, CD. Tam giác SAB cân tại S nên $SI \perp AB$.
Mà $(SAB) \perp (ABCD)$ nên $SI \perp (ABCD)$, suy ra $CD \perp SI$.
Mặt khác $IF \perp CD$ (vì $ABCD$ là hình vuông và IF là đường trung bình của hình vuông $ABCD$.).
Suy ra $CD \perp (SIF)$. Do đó $CD \perp SF$.
Vì vậy $((SCD);(ABCD)) = (SF;IF) = \widehat{SFI}$.



Tam giác SIF vuông tại I có $\tan\widehat{SFI} = \sqrt{\dfrac{1}{\cos^2\widehat{SFI}} - 1} = \dfrac{\sqrt{15}}{2}$.

$SI = IF \cdot \tan\widehat{SFI} = \dfrac{a\sqrt{15}}{2}$.

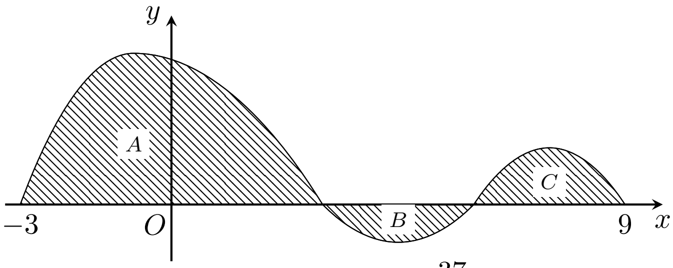
Do đó, $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \dfrac{a\sqrt{15}}{2} = \dfrac{a^3\sqrt{15}}{6}$.

Chọn đáp án C ....

□

Câu 48.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-3;9]$ như hình vẽ bên. Biết các miền A, B, C có diện tích lần lượt là 30; 3 và 4. Tích phân $\displaystyle\int_{-1}^{2} [f(4x+1)+x]\,\mathrm{d}x$ bằng



Ⓐ $\dfrac{45}{2}$. Ⓑ 41. Ⓒ 37. Ⓓ $\dfrac{37}{4}$.

Lời giải:

Ta có: $\displaystyle\int_{-1}^{2}(f(4x+1)+x)\,\mathrm{d}x = \int_{-1}^{2} x\,\mathrm{d}x + \int_{-1}^{2} f(4x+1)\,\mathrm{d}x = I_1 + I_2$.

Ta có $I_1 = \displaystyle\int_{-1}^{2} x\,\mathrm{d}x = \left.\dfrac{x^2}{2}\right|_{-1}^{2} = \dfrac{3}{2}$.

Xét $I_2 = \displaystyle\int_{-1}^{2} f(4x+1)\,\mathrm{d}x$.

Đặt $t = 4x+2 \Rightarrow x = \dfrac{t-2}{4} \Rightarrow \mathrm{d}x = \dfrac{1}{4}\mathrm{d}t$.

Đổi cận:

Với $x=-1 \Rightarrow t=-3$; với $x=2 \Rightarrow t=9$.

Ta có: $I_2 = \dfrac{1}{4}\displaystyle\int_{-3}^{9} f(t)\,\mathrm{d}t = \dfrac{1}{4}\int_{-3}^{9} f(x)\,\mathrm{d}x = \dfrac{1}{4}(30-3+4) = \dfrac{31}{4}$.

Vậy $I = I_1 + I_2 = \dfrac{31}{4} + \dfrac{3}{2} = \dfrac{37}{4}$.

Chọn đáp án D ....

□

Câu 49. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[0;7]$ để hàm số

$$y = \left|x^3 - mx^2 - \left(2m^2+m-2\right)x - m^2 + 2m\right|$$

có 5 điểm cực trị?

Ⓐ 7. Ⓑ 4. Ⓒ 6. Ⓓ 5.

Lời giải:

Gọi $f(x) = x^3 - mx^2 - \left(2m^2+m-2\right)x - m^2 + 2m$.

Ta có hàm số $|f(x)|$ có 5 điểm cực trị khi $f(x)=0$ có ba nghiệm phân biệt. Ta có

$$\begin{aligned} f(x)=0 &\Leftrightarrow x^3 - mx^2 - \left(2m^2+m-2\right)x - m^2 + 2m = 0 \\ &\Leftrightarrow (x+m)\left(x^2-2mx-m+2\right)=0 \\ &\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-m \\ x^2-2mx-m+2=0. \end{array}\right. \end{aligned}$$

Để $f(x)=0$ có ba nghiệm phân biệt thì phương trình $x^2-2mx-m+2=0$ phải có hai nghiệm phân biệt và $x \neq -m$.

$$\begin{cases} \Delta = 4m^2 - 4(2-m) > 0 \\ (-m)^2 - 2m(-m) - m + 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4m^2+4m-8>0 \\ 3m^2-m+2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<-2 \\ m>1. \end{array}\right.$$

Mà $m \in [0;7]$ nên $m \in \{2;3;4;5;6;7\}$. Do đó, có 6 giá trị nguyên của m thỏa bài toán.

Chọn đáp án C ....

□

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-1)$, $B(0;4;0)$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x-y-2z+2018=0$. Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua hai điểm A, B và α là góc nhỏ nhất giữa hai mặt phẳng (P) và (Q). Giá trị của $\cos\alpha$ là

A $\cos\alpha=\dfrac{1}{6}$. **B** $\cos\alpha=\dfrac{2}{3}$. **C** $\cos\alpha=\dfrac{1}{9}$. **D** $\cos\alpha=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

Lời giải:

Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_1=(2;-1;-2)$. Gọi $\vec{n}_2=(a;b;c)$ là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q) $(\vec{n}_2\neq\vec{0})$.

Do $A,B\in(Q)$ nên $\vec{n}_2\cdot\overrightarrow{AB}=0\Leftrightarrow -a+2b+c=0\Leftrightarrow a=2b+c$. Suy ra $\vec{n}_2=(2b+c;b;c)$.

Ta có $\cos\alpha=\dfrac{|\vec{n}_1\cdot\vec{n}_2|}{|\vec{n}_1|\cdot|\vec{n}_2|}=\dfrac{|b|}{\sqrt{5b^2+4bc+2c^2}}=\dfrac{|b|}{\sqrt{3b^2+2(b+c)^2}}\leq\dfrac{|b|}{\sqrt{3b^2}}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

Dấu "=" xảy ra khi $b+c=0$.

Vậy α là góc nhỏ nhất thì $\cos\alpha=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

Chọn đáp án D ....

□

—HẾT—

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

1. A	2. D	3. A	4. A	5. B	6. C	7. A	8. B	9. A	10. B
11. B	12. D	13. A	14. B	15. C	16. A	17. A	18. A	19. C	20. C
21. B	22. C	23. A	24. A	25. A	26. A	27. A	28. A	29. B	30. C
31. A	32. D	33. C	34. A	35. A	36. B	37. D	38. A	39. B	40. B
41. B	42. A	43. D	44. C	45. C	46. A	47. C	48. D	49. C	50. D

BỘ ĐỀ ÔN THI THPTQG

ĐỀ 9

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2020
Môn Toán;
Thời gian làm bài: 90 phút.

NỘI DUNG ĐỀ

Câu 1. Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài các cạnh $AB = AD = a$, $AA' = b$. Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng

(A) $4ab$. (B) a^2b. (C) $\dfrac{4ab}{3}$. (D) $\dfrac{a^2b}{3}$.

Lời giải:
Ta có $V_{ABCD.A'B'C'D'} = AB \cdot AD \cdot AA' = a^2b$.

Chọn đáp án (B) ....

☐

Câu 2.
Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

(A) -1. (B) 0.
(C) -2. (D) -3.

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-3	↗	-1	↘	-3	↗	$+\infty$

Lời giải:
Nhìn vào bảng biến thiên, ta thấy dấu của $f'(x)$ đổi từ dương sang âm khi đi qua $x = 0$ nên hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 0$ và giá trị cực đại là -1.

Chọn đáp án (A) ....

☐

Câu 3. Cho các véc-tơ $\vec{a} = (1;2;3)$, $\vec{b} = (0;-1;2)$. Véc-tơ $\vec{v} = 3\vec{a} - \vec{b}$ có tọa độ là

(A) $\vec{v} = (3;9;7)$. (B) $\vec{v} = (3;9;11)$. (C) $\vec{v} = (3;7;11)$. (D) $\vec{v} = (3;7;7)$.

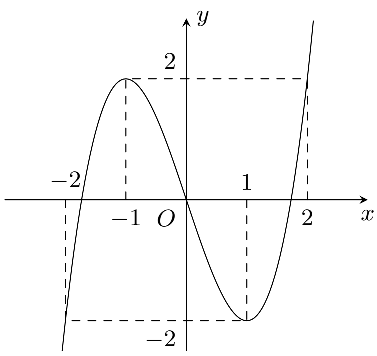
Lời giải:
Ta có $\vec{v} = 3\vec{a} - \vec{b} = (3-0;6+1;9-2) = (3;7;7)$.

Chọn đáp án (D) ....

☐

Câu 4.
Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

(A) $(-\infty;2)$. (B) $(-2;2)$.
(C) $(-2;+\infty)$. (D) $(-1;1)$.



Lời giải:
Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

Chọn đáp án (D) ....

☐

Câu 5. Cho a là số thực khác 0, mệnh đề nào sau đây là đúng?

(A) $\log_3 a^2 = 2\log_3 a$. (B) $\log_3 a^2 = 2\log_3 |a|$. (C) $\log_3 a^2 = \dfrac{1}{2}\log_3 a$. (D) $\log_3 a^2 = \dfrac{1}{2}\log_3 |a|$.

Lời giải:

Vì a là số thực khác 0 nên ta có $\log_3 a^2 = 2\log_3|a|$.

Chọn đáp án (B)

☐

Câu 6. Cho $\int\limits_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x = 4$ và $\int\limits_{-1}^{1} g(x)\,\mathrm{d}x = 3$. Tính tích phân $I = \int\limits_{1}^{-1}[2f(x) - 5g(x)]\,\mathrm{d}x$.

(A) $I = -7$. (B) $I = 7$. (C) $I = -14$. (D) $I = 14$.

Lời giải:

Ta có

$$I = \int\limits_{1}^{-1}[2f(x) - 5g(x)]\,\mathrm{d}x = -\int\limits_{-1}^{1}[2f(x) - 5g(x)]\,\mathrm{d}x = 5\int\limits_{-1}^{1} g(x)\,\mathrm{d}x - 2\int\limits_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x = 7.$$

Chọn đáp án (B)

☐

Câu 7. Thể tích của khối cầu bán kính $R = 2a$ bằng

(A) $\dfrac{32\pi a^3}{3}$. (B) $6\pi a^3$. (C) $\dfrac{8\pi a^3}{3}$. (D) $16\pi a^2$.

Lời giải:

Thể tích khối cầu bán kính $R = 2a$ là $V = \dfrac{4}{3}\pi R^3 = \dfrac{4}{3}\pi(2a)^3 = \dfrac{32\pi a^3}{3}$.

Chọn đáp án (A)

☐

Câu 8. Tập nghiệm của phương trình $\log_2|x+1| = 3$ là

(A) $S = \{7\}$. (B) $S = \{-10; 8\}$. (C) $S = \{-9; 7\}$. (D) $S = \{8\}$.

Lời giải:

Điều kiện $x + 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -1$.

Ta có $\log_2|x+1| = 3 \Leftrightarrow |x+1| = 8 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+1 = 8 \\ x+1 = -8 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 7 \\ x = -9. \end{array}\right.$

Chọn đáp án (C)

☐

Câu 9. Trong không gian toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$. Hình chiếu của điểm A đến mặt phẳng (Oyz) là

(A) $(0;2;3)$. (B) $(1;0;3)$. (C) $(1;2;0)$. (D) $(1;0;0)$.

Lời giải:

Hình chiếu của điểm A xuống mặt phẳng (Oyz) là điểm $H(0;2;3)$.

Chọn đáp án (A)

☐

Câu 10. Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \mathrm{e}^{2x} + \sin x$ là

(A) $\dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{2x} + \cos x + C$. (B) $2\mathrm{e}^{2x} + \cos x + C$. (C) $\dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{2x} - \cos x + C$. (D) $2\mathrm{e}^{2x-1} - \cos x + C$.

Lời giải:

Ta có $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = \int\left(\mathrm{e}^{2x} + \sin x\right)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\mathrm{e}^{2x} - \cos x + C$.

Chọn đáp án (C)

☐

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d\colon \dfrac{x}{-1} = \dfrac{y+2}{2} = \dfrac{z-1}{2}$ đi qua điểm nào dưới đây?

(A) $M(-1;2;2)$. (B) $M(-1;0;3)$. (C) $M(0;2;-1)$. (D) $M(1;-2;-2)$.

Lời giải:

Ta có $\dfrac{-1}{-1} = \dfrac{0+2}{2} = \dfrac{3-1}{2} = 1$ nên điểm $M(-1;0;3)$ thuộc đường thẳng d.

Chọn đáp án (B)..........

□

Câu 12. Với k và n là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k \leq n$, mệnh đề nào dưới đây là đúng?

(A) $\mathrm{A}_n^k = \dfrac{n!}{k!(n-k)!}$. (B) $\mathrm{A}_n^k = \dfrac{k!(n-k)!}{n!}$. (C) $\mathrm{A}_n^k = \dfrac{n!}{(n-k)!}$. (D) $\mathrm{A}_n^k = \dfrac{n!}{k!}$.

Lời giải:

Công thức tính chỉnh hợp chập k của n phần tử là $\mathrm{A}_n^k = \dfrac{n!}{(n-k)!}$.

Chọn đáp án (C)..........

□

Câu 13. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 12$ và công sai $q = \dfrac{3}{2}$. Tổng 5 số hạng đầu của cấp số nhân bằng

(A) $\dfrac{93}{4}$. (B) $\dfrac{633}{4}$. (C) $\dfrac{633}{2}$. (D) $\dfrac{93}{2}$.

Lời giải:

Gọi S_5 là tổng 5 số hạng đầu của cấp số nhân đã cho. Khi đó ta có

$$S_5 = u_1 \cdot \frac{1-q^5}{1-q} = 12 \cdot \frac{1 - \left(\frac{3}{2}\right)^5}{1 - \frac{3}{2}} = \frac{633}{4}.$$

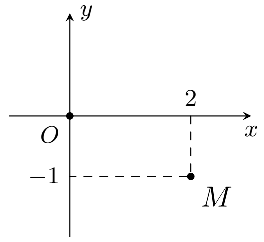
Chọn đáp án (B)..........

□

Câu 14.

Trong hình vẽ bên, điểm M biểu diễn số phức $\overline{z}$. Số phức z là

(A) $2-i$. (B) $2+i$. (C) $1+2i$. (D) $1-2i$.



Lời giải:

Từ hình vẽ suy ra tọa độ điểm M là $M(2;-1)$ nên $\overline{z} = 2 - i$. Vậy $z = 2 + i$.

Chọn đáp án (B)..........

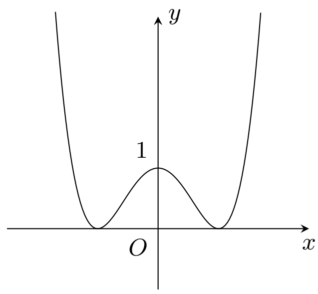
□

Câu 15.

Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?

(A) $y = x^4 - 2x^2 - 1$. (B) $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

(C) $y = x^4 - 2x + 1$. (D) $y = x^4 - 2x^2 + 1$.



Lời giải:

Đồ thị đã cho là đồ thị của hàm số bậc bốn trùng phương có hệ số của x^4 dương và đi qua điểm $(0;1)$. Do đó đây là đồ thị của hàm số hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

Chọn đáp án (D) ....

☐

Câu 16. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \dfrac{x^2+3}{x+1}$ trên đoạn $[0;3]$. Tổng $m+M$ bằng

(A) 6. (B) 4. (C) 5. (D) 7.

Lời giải:

Hàm số đã cho liên tục trên đoạn $[0;3]$.

Ta có $y' = \dfrac{x^2+2x-3}{(x+1)^2}$, khi đó $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -3 \notin (0;3). \end{array}\right.$

Bảng biến thiên của hàm số đã cho trên đoạn $[0;3]$ như sau

x	0		1		3
y'		$-$	0	$+$	
y	3	$\searrow$	2	$\nearrow$	4

Từ đó $m = \min\limits_{[0;3]} y = y(1) = 2$ và $M = \max\limits_{[0;3]} y = y(3) = 4$. Vậy $m + M = 6$.

Chọn đáp án (A) ....

☐

Câu 17. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $(0;+\infty)$ có đạo hàm $f'(x) = \dfrac{(x+1)(x-2)^2(x-3)^3}{\sqrt{x}}$ với mọi $x \in (0;+\infty)$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

(A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 0.

Lời giải:

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = 3 \end{array}\right.$ do $x > 0$.

Bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ như sau

x	0		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\searrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

Vậy hàm số đã cho có 1 điểm cực trị.

Chọn đáp án (A) ....

☐

Câu 18. Cho số phức z thỏa mãn $2z + (3-2i)\bar{z} = 5 + 5i$. Mô-đun của z bằng

(A) 5. (B) $\sqrt{8}$. (C) $\sqrt{5}$. (D) $\sqrt{10}$.

Lời giải:

Đặt $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$. Ta có

$$\begin{aligned} & 2(x+yi) + (3-2i)(x-yi) = 5 + 5i \\ \Leftrightarrow\ & 5x - (2x+y)i = 5 + 5i \\ \Leftrightarrow\ & \begin{cases} 5x = 5 \\ 2x + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 3. \end{cases} \end{aligned}$$

Từ đó ta có $z = 1 + 3i \Rightarrow |z| = \sqrt{10}$.

Chọn đáp án (D)

$\square$

Câu 19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1; 2; 4)$. Mặt cầu (S) có bán kính bằng 9, đi qua A và có tâm I thuộc tia đối tia Oy. Phương trình mặt cầu (S) là

(A) $x^2 + (y-10)^2 + z^2 = 81$.
(B) $x^2 + (y+10)^2 + z^2 = 81$.
(C) $x^2 + (y-6)^2 + z^2 = 81$.
(D) $x^2 + (y+6)^2 + z^2 = 81$.

Lời giải:

Vì tâm I thuộc tia đối tia Oy nên $I(0; a; 0)$, với $a < 0$. Ta có

$$IA = R \Leftrightarrow 1^2 + (a-2)^2 + 4^2 = 81 \Leftrightarrow (a-2)^2 = 64 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} a = 10 & \text{, loại vì } a < 0 \\ a = -6. & \end{array}\right.$$

Vậy phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(0; -6; 0)$ và $R = 9$ là $x^2 + (y+6)^2 + z^2 = 81$.

Chọn đáp án (D)

$\square$

Câu 20. Biết rằng $a = \log_2 3$ và $b = \log_5 3$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

(A) $\log_3 10 = \dfrac{a}{a+b}$.
(B) $\log_3 10 = \dfrac{b}{ab+b}$.
(C) $\log_3 10 = \dfrac{ab}{1+b}$.
(D) $\log_3 10 = \dfrac{ab}{a+b}$.

Lời giải:

Ta có $\log_2 5 = \log_2 3 \cdot \log_3 5 = \dfrac{\log_2 3}{\log_5 3} = \dfrac{a}{b}$.

Suy ra $\log_3 10 = \dfrac{\log_2 3}{\log_2 10} = \dfrac{\log_2 3}{1 + \log_2 5} = \dfrac{a}{1 + \dfrac{a}{b}} = \dfrac{ab}{a+b}$.

Chọn đáp án (D)

$\square$

Câu 21. Kí hiệu z_1 và z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 + mz + m = 0$ với m là số thực. Tìm giá trị của tham số m để biểu thức $P = z_1^2 + z_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

(A) $m = \dfrac{1}{2}$.
(B) $m = 1$.
(C) $m = 0$.
(D) $m = -\dfrac{1}{2}$.

Lời giải:

Theo định lý Vi-ét ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = -m \\ x_1 x_2 = m. \end{cases}$

Khi đó ta có $P = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = m^2 - 2m = (m-1)^2 - 1 \geq -1$.

Vậy $\min P = -1$ khi và chỉ khi $m = 1$.

Chọn đáp án (B)

$\square$

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1; -1; 5)$, $B(3; 3; 1)$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho mặt cầu đường kính AB tiếp xúc với mặt phẳng $(P)\colon x + 2y + mz - 1 = 0$.

(A) $m = 2$.
(B) $m = -2$.
(C) $m = -3$.
(D) $m = \pm 2$.

Lời giải:

Tọa độ trung điểm I của AB là $I(2; 1; 3)$ nên mặt cầu đường kính AB có tâm $I(2; 1; 3)$ và bán kính $R = IA = 3$.

Để mặt cầu đường kính AB tiếp xúc với mặt phẳng (P) thì ta có

$$\begin{aligned} \mathrm{d}\left(I, (P)\right) = R & \Leftrightarrow \frac{|2 + 2 + 3m - 1|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + m^2}} = 3 \\ & \Leftrightarrow |3m + 3| = 3\sqrt{5 + m^2} \\ & \Leftrightarrow (m+1)^2 = 5 + m^2 \Leftrightarrow m = 2. \end{aligned}$$

🔍 Chọn đáp án (A) ....

☐

Câu 23. Bất phương trình $3\log_8(x+1)-\log_2(3-x)\le 1$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

(A) 1. (B) 2. (C) 0. (D) 3.

Lời giải:

Điều kiện: $\begin{cases} x+1>0 \\ 3-x>0 \end{cases} \Leftrightarrow -1<x<3.$

Với điều kiện trên, ta có

$$\begin{aligned} 3\log_8(x+1)-\log_2(3-x)\le 1 &\Leftrightarrow \log_2(x+1)-\log_2(3-x)\le 1 \\ &\Leftrightarrow \log_2\frac{x+1}{3-x}\le 1 \\ &\Leftrightarrow \frac{x+1}{3-x}\le 2 \\ &\Leftrightarrow x+1\le 2(3-x) \\ &\Leftrightarrow x\le\frac{5}{3}. \end{aligned}$$

Đối chiếu với điều kiện ta được $-1<x\le\frac{5}{3}$. Vậy phương trình có 2 nghiệm nguyên.

🔍 Chọn đáp án (B) ....

☐

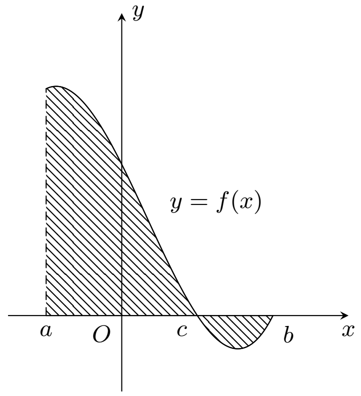
Câu 24. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[a;b]$. Diện tích S của miền hình phẳng (miền gạch chéo trong hình vẽ bên) được tính bởi công thức nào dưới đây?

(A) $S=\int\limits_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$.

(B) $S=\int\limits_a^0 f(x)\,\mathrm{d}x+\int\limits_0^b f(x)\,\mathrm{d}x$.

(C) $S=\int\limits_a^c f(x)\,\mathrm{d}x+\int\limits_b^c f(x)\,\mathrm{d}x$.

(D) $S=\int\limits_a^c f(x)\,\mathrm{d}x-\int\limits_b^c f(x)\,\mathrm{d}x$.



Lời giải:

Ta có $f(x)\ge 0,\ \forall x\in[a;c]$ và $f(x)\le 0, \forall x\in[c;b]$ nên diện tích miền gạch chéo là

$$S=\int\limits_a^b |f(x)|\,\mathrm{d}x=\int\limits_a^c f(x)\,\mathrm{d}x-\int\limits_c^b f(x)\,\mathrm{d}x=\int\limits_a^c f(x)\,\mathrm{d}x+\int\limits_b^c f(x)\,\mathrm{d}x.$$

🔍 Chọn đáp án (C) ....

☐

Câu 25. Cắt một hình nón bởi một mặt phẳng qua trục của nó ta được thiết diện là một tam giác vuông có cạnh huyền bằng a. Tính thể tích V của khối nón đã cho.

(A) $\frac{2\pi a^3\sqrt{2}}{9}$. (B) $\frac{2\pi a^3}{9}$. (C) $\frac{\pi a^3}{24}$. (D) $\frac{\pi a^3\sqrt{2}}{8}$.

Lời giải:

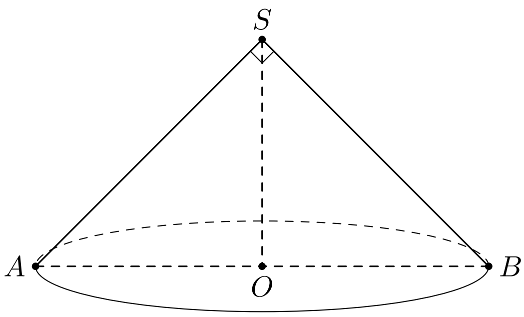
Xét hình nón có O là tâm của đáy và mặt phẳng thiết diện SAB là tam giác vuông tại S có $AB = a$.

Bán kính đáy của hình nón là $R = \dfrac{AB}{2} = \dfrac{a}{2}$.

Chiều cao của hình nón là $h = SO = \dfrac{AB}{2} = \dfrac{a}{2}$.

Vậy thể tích khối nón là

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi R^2 h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2 \cdot \frac{a}{2} = \frac{\pi a^3}{24}.$$



Chọn đáp án (C) ....

□

Câu 26.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau. Đồ thị hàm số có tổng cộng bao nhiêu đường tiệm cận?

(A) 2. (B) 3. (C) 1. (D) 0.

x	-1		1		2		$+\infty$
y'		$-$	‖	$+$	0	$-$	
y	2 ↘		$-\infty$ ‖ $-\infty$	↗	-1	↘	-2

Lời giải:

Tập xác định $\mathscr{D} = [-1; +\infty) \setminus \{1\}$.

Ta có $\lim\limits_{x \to 1^-} y = -\infty$, do đó đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x = 1$ làm tiệm cận đứng.

Lại có $\lim\limits_{x \to +\infty} y = -2$, nên đồ thị hàm số nhận đường thẳng $y = -2$ làm tiệm cận ngang.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 2 đường tiệm cận.

Chọn đáp án (A) ....

□

Câu 27. Cho khối chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và tam giác SAB vuông tại S. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

(A) $V = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{12}$. (B) $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. (C) $V = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$. (D) $V = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{24}$.

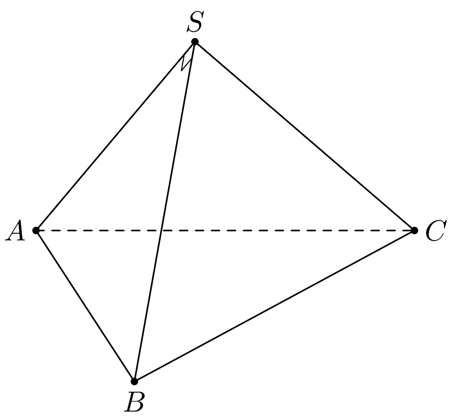
Lời giải:

Ta có $SA = SB = \dfrac{AB}{\sqrt{2}} = \dfrac{a}{\sqrt{2}}$, dẫn tới $SC = \dfrac{a}{\sqrt{2}}$.

Vì $S.ABC$ là khối chóp tam giác đều mà $\widehat{ASB} = 90^\circ$ nên $\widehat{BSC} = \widehat{CSA} = 90^\circ$ hay SA, SB, SC đôi một vuông góc với nhau.

Từ đó ta có thể tích khối chóp $S.ABC$ là

$$V = \frac{1}{6} \cdot SA \cdot SB \cdot SC = \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^3 = \frac{a^3\sqrt{2}}{24}.$$



Chọn đáp án (D) ....

□

Câu 28. Cho hàm số $y = \dfrac{e^{2x}}{x}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $2y' + xy'' - 4e^{2x} = 0$.

(B) $2y' + xy'' + 4e^{2x} = 0$.

(C) $y' + xy'' - \dfrac{1}{4}e^{2x} = 0$.

(D) $y' + xy'' + \dfrac{1}{4}e^{2x} = 0$.

Lời giải:

Ta có $y = \dfrac{\mathrm{e}^x}{x} \Rightarrow xy = \mathrm{e}^{2x}$.
Lấy đạo hàm hai vế ta được $xy' + y = 2\mathrm{e}^{2x}$.
Lấy đạo hàm hai vế lần nữa ta được $xy'' + 2y' = 4\mathrm{e}^{2x}$ hay $2y' + xy'' - 4\mathrm{e}^{2x} = 0$.

Chọn đáp án A ....

□

Câu 29. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Phương trình $f(x) + m = 0$ có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi

- **A** $m > 2$.
- **B** $m < -3$.
- **C** $m = 2$ hoặc $m < -3$.
- **D** $-3 < m \le 2$.

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	-2	$\nearrow$	3	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Lời giải:
Ta có $f(x) + m = 0 \Leftrightarrow f(x) = -m$.
Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình $f(x) = -m$ có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi

$$\left[\begin{array}{l} -m = -2 \\ -m > 3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 2 \\ m < -3 \end{array}\right..$$

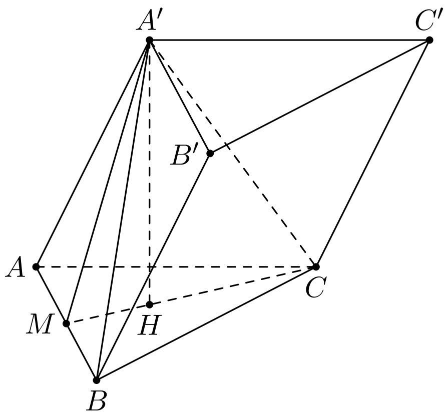
Chọn đáp án C ....

□

Câu 30. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a và $A'A = A'B = A'C = \dfrac{a\sqrt{15}}{6}$. Góc giữa hai mặt phẳng $(ABB'A')$ và (ABC) bằng

A 30°. **B** 45°. **C** 60°. **D** 75°.

Lời giải:
Gọi M là trung điểm AB, H là trọng tâm tam giác ABC. Khi đó $A'H \perp (ABC)$ và $(A'HM) \perp AB$.
Suy ra $((ABB'A');(ABC)) = \widehat{A'MH}$.
Ta có $MH = \dfrac{CM}{3} = \dfrac{a\sqrt{3}}{6}$ và $CH = 2MH = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$,
suy ra $A'H = \sqrt{A'C^2 - CH^2} = \dfrac{a\sqrt{3}}{6}$.
Xét $\triangle A'MH$, ta có $\tan \widehat{A'MH} = \dfrac{A'H}{MH} = 1$.
Vậy $((ABB'A');(ABC)) = 45^\circ$.



Chọn đáp án B ....

□

Câu 31. Phương trình $3^x(3^x + 2^x) - 6 \cdot 4^x = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

A 0. **B** 1. **C** 2. **D** 3.

Lời giải:

Phương trình đã cho tương đương với $9^x + 6^x - 6 \cdot 4^x = 0 \Leftrightarrow \left(\dfrac{3}{2}\right)^{2x} + \left(\dfrac{3}{2}\right)^x - 6 = 0$.

Đặt $t = \left(\dfrac{3}{2}\right)^x$, với $t > 0$ ta được $t^2 + t - 6 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} t = -3 & \text{(loại)} \\ t = 2. & \text{(nhận)} \end{array}\right.$

Với $t=2$ ta có $\left(\dfrac{3}{2}\right)^x=2 \Leftrightarrow x=\log_{\frac{3}{2}} 2$.
Vậy phương trình có nghiệm duy nhất $x=\log_{\frac{3}{2}} 2$.

Chọn đáp án (B)..

□

Câu 32. Có ba thùng hình trụ, mỗi thùng đều chứa 100 lít nước. Biết rằng bán kính đáy của các thùng lần lượt là R_1, R_2, R_3 thỏa mãn $R_1=2R_2=3R_3$. Nhận xét nào sau đây là đúng về chiều cao của mực nước h_1, h_2, h_3 trong ba thùng đó.

(A) $36h_1=9h_2=4h_3$. (B) $9h_1=4h_2=h_3$. (C) $\dfrac{h_1}{9}=\dfrac{h_2}{4}=h_3$. (D) $3h_1=2h_2=h_3$.

Lời giải:

Vì các thùng chứa cùng một lượng nước nên ta có

$$\pi h_1R_1^2=\pi h_2R_2^2=\pi h_3R_3^2 \Leftrightarrow h_1R_1^2=\frac{h_2R_1^2}{4}=\frac{h_3R_1^2}{9} \Leftrightarrow 36h_1=9h_2=4h_3.$$

Chọn đáp án (A)..

□

Câu 33. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=2x\mathrm{e}^{x+1}$ là

(A) $\dfrac{1}{2}(x-1)\mathrm{e}^{x+1}+C$. (B) $(x-1)\mathrm{e}^{x+1}+C$. (C) $2(x-1)\mathrm{e}^{x+1}+C$. (D) $(2x-1)\mathrm{e}^{x+1}+C$.

Lời giải:

Đặt $\begin{cases} u=2x \\ \mathrm{d}v=\mathrm{e}^{x+1}\,\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u=2\,\mathrm{d}x \\ v=\mathrm{e}^{x+1}. \end{cases}$

Khi đó

$$\int 2x\mathrm{e}^{x+1}\,\mathrm{d}x=2x\mathrm{e}^{x+1}-2\int \mathrm{e}^{x+1}\,\mathrm{d}x=2x\mathrm{e}^{x+1}-2\mathrm{e}^{x+1}+C=2(x-1)\mathrm{e}^{x+1}+C.$$

Chọn đáp án (C)..

□

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB=a$, $AD=a\sqrt{2}$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA=a\sqrt{3}$. Tính khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SBD).

(A) $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. (B) $\dfrac{a\sqrt{66}}{11}$. (C) $\dfrac{a\sqrt{2}}{3}$. (D) $\dfrac{a\sqrt{33}}{6}$.

Lời giải:

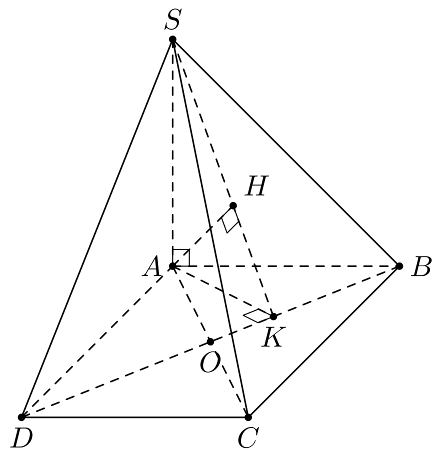
Gọi O là giao điểm của AC và BD.

Ta có AC cắt (SBD) tại O nên $\dfrac{\mathrm{d}(C,(SBD))}{\mathrm{d}(A,(SBD))}=\dfrac{CO}{AO}=1$.

Kẻ $AK\perp BD$ tại K và $AH\perp SK$ tại H.

Khi đó $BD\perp(SAK)\Rightarrow AH\perp BD\Rightarrow AH\perp(SBD)$ nên ta có $\mathrm{d}(C,(SBD))=\mathrm{d}(A,(SBD))=AH$.

Ta có $\dfrac{1}{AK^2}=\dfrac{1}{AB^2}+\dfrac{1}{AD^2}$ và $\dfrac{1}{AH^2}=\dfrac{1}{SA^2}+\dfrac{1}{AK^2}$ nên suy ra $\dfrac{1}{AH^2}=\dfrac{1}{SA^2}+\dfrac{1}{AB^2}+\dfrac{1}{AD^2}=\dfrac{11a^2}{6}\Rightarrow AH=\dfrac{a\sqrt{66}}{11}$.



Chọn đáp án (B)..

□

Câu 35. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng d_1, d_2 lần lượt có phương trình $d_1\colon \dfrac{x}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-2}{3}$, $d_2\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z+2}{1}$. Phương trình mặt phẳng cách đều hai đường thẳng d_1, d_2 là

(A) $2x-6y+3z+5=0$.

(B) $2x-6y+3z-2=0$.

(C) $2x-6y+3z+1=0$.

(D) $2x-6y+3z=0$.

Lời giải:

Ta có d_1 đi qua $A(0;2;2)$, có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_1=(1;2;3)$, d_2 đi qua $B(1;0;-2)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_2=(2;-3;1)$.

Do (P) cách đều hai đường thẳng d_1, d_2 nên (P) song song với d_1 và song song với d_2, khi đó véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_P=[\vec{u}_1,\vec{u}_2]=(2;-6;3)$.

Phương trình mặt phẳng (P) có dạng $2x-6y+3z+d=0$.

Do (P) cách đều d_1, d_2 nên ta có

$$\begin{aligned}\mathrm{d}(A,(P))=\mathrm{d}(B,(P)) &\Leftrightarrow \frac{|2\cdot 0-6\cdot 2+3\cdot 2+d|}{7}=\frac{|2\cdot 1-6\cdot 0+3\cdot(-2)+d|}{7}\\ &\Leftrightarrow |d-6|=|d-4|\Leftrightarrow d=5.\end{aligned}$$

Phương trình mặt phẳng (P) là $2x-6y+3z+5=0$.

Chọn đáp án (A) ....

□

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A và $BC=a\sqrt{2}$. Cạnh bên SC tạo với mặt đáy góc 60° và SA vuông góc với mặt đáy. Tính khoảng cách từ trọng tâm $\triangle ABC$ đến mặt (SBC).

(A) $\dfrac{a\sqrt{21}}{7}$.

(B) $\dfrac{a\sqrt{21}}{3}$.

(C) $\dfrac{a\sqrt{21}}{21}$.

(D) $a\sqrt{21}$.

Lời giải:

Gọi I là trung điểm $\triangle ABC \Rightarrow AI\perp BC$.

Vẽ $AH\perp SI$ tại H.

Ta có $BC\perp AI$ và $BC\perp SA$ nên $BC\perp(SAI)\Rightarrow BC\perp AH$.

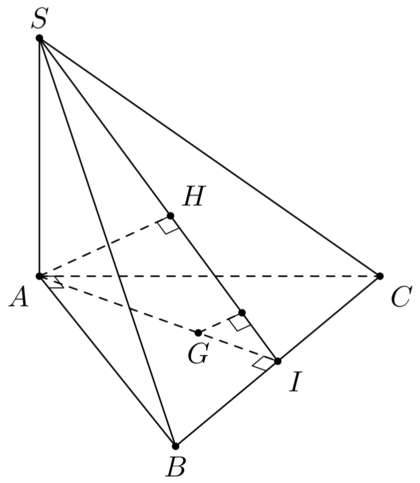
Mà $AH\perp SI$ nên $AH\perp(SBC)\Rightarrow \mathrm{d}(A,(SBC))=AH$.

Ta lại có $\dfrac{IG}{IA}=\dfrac{1}{3}$ nên $\mathrm{d}(G,(SBC))=\dfrac{1}{3}\mathrm{d}(A,(SBC))=\dfrac{AH}{3}$.

Mặt khác, trong tam giác SAI ta có

$$\frac{1}{AH^2}=\frac{1}{SA^2}+\frac{1}{AI^2}\Rightarrow AH=\frac{a\sqrt{21}}{7}.$$

Do đó $\mathrm{d}(G,(SBC))=\dfrac{a\sqrt{21}}{21}$.



Chọn đáp án (C) ....

□

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng chéo nhau $d_1\colon \dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-3}{1}$ và $d_2\colon \dfrac{x+1}{-3}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{x+3}{-1}$. Tìm phương trình đường thẳng chứa đoạn vuông góc chung của d_1 và d_2.

(A) $\begin{cases}x=-\dfrac{4}{5}+\dfrac{8}{5}t\\ y=-\dfrac{4}{5}\\ z=\dfrac{12}{5}-\dfrac{9}{5}t\end{cases}$.

(B) $\begin{cases}x=\dfrac{8}{5}-\dfrac{4}{5}t\\ y=\dfrac{4}{5}\\ z=\dfrac{-9}{5}+\dfrac{12}{5}t\end{cases}$.

(C) $\begin{cases}x=-\dfrac{4}{5}+8t\\ y=\dfrac{4}{5}\\ z=\dfrac{12}{5}+9t\end{cases}$.

(D) $\begin{cases}x=-\dfrac{4}{5}-8t\\ y=\dfrac{4}{5}\\ z=\dfrac{12}{5}+9t\end{cases}$.

Lời giải:

Đường thẳng d_1 và d_2 có véc-tơ chỉ phương lần lượt là $\vec{u}_{d_1}=(3;2;1)$ và $\vec{u}_{d_2}=(-3;2;-1)$.

Gọi $M(1+3t;2+2t;3+t)\in d_1$ và $N(-1-3u;2+2u;-3-u)\in d_2$. Ta có

$$\overrightarrow{MN}=(-2-3u-3t;2u-2t;-6-u-t).$$

Để MN là đoạn vuông góc chung thì

$$\begin{cases}\overrightarrow{MN}\cdot\vec{u}_{d_1}=0\\ \overrightarrow{MN}\cdot\vec{u}_{d_2}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3(-2-3u-3t)+2(2u-2t)+(-6-u-t)=0\\ -3(-2-3u-3t)+2(2u-2t)-(-6-u-t)=0\end{cases}$$
$$\Leftrightarrow\begin{cases}-6u-14t-12=0\\ 14u+6t+12=0\end{cases}$$
$$\Leftrightarrow\quad t=u=-\frac{3}{5}.$$

Khi đó $\overrightarrow{MN}=\left(\frac{8}{5};0;-\frac{9}{5}\right)$ và $M\left(\frac{-4}{5};\frac{4}{5};\frac{12}{5}\right)$ nên phương trình đường thẳng cần tìm là

$$\begin{cases}x=-\frac{4}{5}+\frac{8}{5}t\\ y=\frac{4}{5}\\ z=\frac{12}{5}-\frac{9}{5}t.\end{cases}$$

Chọn đáp án D ....

□

Câu 38. Giá trị lớn nhất M của $\left|\frac{i}{mi-1}+\frac{m+1}{m^2+1}i\right|$ thuộc khoảng nào sau đây?

A $(0;1)$. B $\left(0;\frac{3}{5}\right)$. C $\left(\frac{4}{5};1\right)$. D $(-1;0)$.

Lời giải:

Ta có $\left|\frac{i}{mi-1}+\frac{m+1}{m^2+1}i\right|=\left|\frac{i(-mi-1)}{m^2+1}+\frac{m+1}{m^2+1}i\right|=\left|\frac{m}{m^2+1}+\frac{m}{m^2+1}i\right|=\left|\frac{m}{m^2+1}\right|\cdot\sqrt{2}$.

Ta lại có $m^2+1\geq 2\sqrt{m^2\cdot 1}=2|m|\Rightarrow\left|\frac{m}{m^2+1}\right|\leq\frac{1}{2}$.

Do đó $\left|\frac{i}{mi-1}+\frac{m+1}{m^2+1}i\right|\leq\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Chọn đáp án A ....

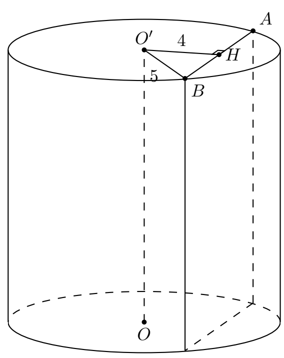
□

Câu 39. Cho hình trụ bán kính đáy là 5 và chiều cao bằng 6. Cắt hình chóp bởi một mặt phẳng cách trục một khoảng 4. Tìm diện tích thiết diện.

A 6. B 36. C 30. D 24.

Lời giải:

Vì OO' song song với thiết diện nên khoảng cách từ O' đến thiết diện là 4.
Gọi giao điểm của thiết diện và đường tròn (O') là A và B. Vẽ $O'H\perp AB$ ta có $O'A=O'B=5$ và $O'H=4$.
Ta có $HB=\sqrt{O'B^2-O'H^2}=3\Rightarrow AB=6$.
Do đó diện tích thiết diện là $S=6\cdot 6=36$.



Chọn đáp án B ....

□

Câu 40. Cho đa giác đều $4n$ đỉnh $(n\geq 1)$. Chọn ngẫu nhiên 4 đỉnh từ các đỉnh của đa giác đã cho. Tìm n biết rằng xác suất để chọn được hình vuông là $\frac{1}{455}$.

A $n=3$. **B** $n=4$. **C** $n=5$. **D** $n=6$.

Lời giải:

Chọn 4 đỉnh bất kì tạo thành tứ giác có C_{4n}^4 cách chọn.
Để chọn được một hình vuông, ta chọn hai đường chéo đi qua tâm và vuông góc với nhau của đa giác.
Tứ giác $4n$ đỉnh có n cặp đường chéo như vậy.
Do đó xác suất để có hình vuông là $\dfrac{n}{C_{4n}^4}=\dfrac{1}{455}\Leftrightarrow n=4$.

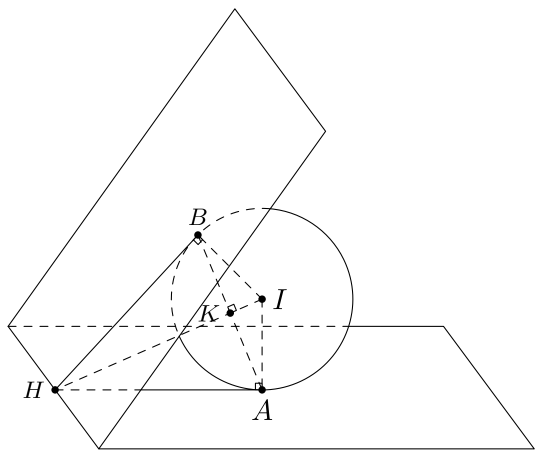
Chọn đáp án **B** ....

□

Câu 41. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z-1}{1}$ và mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2=4$. Hai mặt phẳng phân biệt qua d, tiếp xúc với (S) tại A và B. Đường thẳng AB đi qua điểm có tọa độ

A $\left(\dfrac{2}{3};\dfrac{2}{3};\dfrac{2}{3}\right)$. **B** $\left(1;\dfrac{1}{3};\dfrac{2}{3}\right)$. **C** $\left(1;\dfrac{1}{3};-\dfrac{4}{3}\right)$. **D** $\left(\dfrac{1}{3};\dfrac{1}{3};-\dfrac{2}{3}\right)$.

Lời giải:



Gọi (P) là mặt phẳng đi qua I và vuông góc với d.
Ta có $\vec{n}_{(P)}=\vec{u}_d=(-1;1;1)$.
Suy ra phương trình của (P) là $x-y-z=0$.
Gọi H là hình chiếu của I lên d. Ta có H là giao điểm của d và (P). Tọa độ điểm H là nghiệm hệ phương trình

$$\begin{cases}\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z-1}{1}\\ x-y-z=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=y=3\\ z=0.\end{cases}$$

Suy ra $H(3;3;0)$.
Ta lại có $\overrightarrow{AB}\perp\vec{u}_d$ và $\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{IH}$ nên $\overrightarrow{AB}$ cùng phương với $[\vec{u}_d,\overrightarrow{IH}]=(-3;3;-6)$. Suy ra véc-tơ chỉ phương của AB là $\vec{u}=(1;-1;2)$

Gọi $K=IH\cap AB$ ta có $IA^2=IK\cdot IH\Rightarrow\dfrac{IK}{IH}=\dfrac{IA^2}{IH^2}=\dfrac{2}{9}\Rightarrow\overrightarrow{IK}=\dfrac{2}{9}\overrightarrow{IH}\Rightarrow K\left(\dfrac{2}{3};\dfrac{2}{3};0\right)$.

Do đó đường thẳng AB là $\begin{cases}x=\dfrac{2}{3}+t\\ y=\dfrac{2}{3}-t\\ z=2t\end{cases}$. Từ đó ta kiểm tra các điểm thuộc AB.

Chọn đáp án **B** ....

□

Câu 42. Gọi a là số nguyên dương nhỏ nhất sao cho tồn tại các số nguyên b, c để phương trình $a\ln^2 x+2b\ln x+c=0$ có hai nghiệm phân biệt đều thuộc khoảng $(0;1)$. Giá trị của a bằng

A 4. **B** 3. **C** 2. **D** 1.

Lời giải:

Đặt $t=\ln x$, do $x\in(0;1)$ nên $t\in(-\infty;0)$.
Với mỗi giá trị t ta tìm được duy nhất một giá trị của $x=\mathrm{e}^t$.
Do đó để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt đều thuộc khoảng $(0;1)$ thì phương trình $at^2+2bt+c=0$ có hai nghiệm phân biệt đều thuộc khoảng $(-\infty;0)$.

Điều này tương đương với $\begin{cases}a\neq 0\\ \Delta'>0\\ ac>0\\ -\dfrac{2b}{a}<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a\neq 0\\ b^2-ac>0\\ ac>0\\ ab>0\end{cases}$.

Ta thấy với a nguyên dương, luôn tồn tại một số c nguyên dương để $ac>0$. Lúc này chỉ cần chọn b

là số nguyên lớn hơn $\sqrt{ac}$ thì $b^2 - ac > 0$ và $ab > 0$.
Vậy số a nguyên dương bé nhất là 1

Chọn đáp án (D)..........

□

Câu 43. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x) - 2f\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = x\sin 2x$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Tích phân $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) $\frac{\pi}{4}$. (B) $-\frac{\pi}{4}$. (C) $\frac{\pi}{12}$. (D) 0.

Lời giải:

$$\begin{aligned}\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\,\mathrm{d}x &= \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \left(x\sin 2x + 2f\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right)\mathrm{d}x\\ &= \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} x\sin 2x\,\mathrm{d}x + 2\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} f\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\mathrm{d}x\\ &= \frac{\pi}{4} - 2\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} f\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\mathrm{d}\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\\ &= \frac{\pi}{4} - 2\int\limits_{\frac{\pi}{2}}^{0} f(t)\,\mathrm{d}t\\ &= \frac{\pi}{4} + 2\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} f(t)\,\mathrm{d}t.\end{aligned}$$

Suy ra

$$-\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\,\mathrm{d}x = -\frac{\pi}{4}.$$

Chọn đáp án (B)..........

□

Câu 44. Xét các số phức $z = a + bi$, $(a, b \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $|z - 2 - 4i| = 2$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $2|z - 1 - 5i| + 3|z - 3 - 3i|$.

(A) 156. (B) $2\sqrt{39}$. (C) $\sqrt{39}$. (D) 39.

Lời giải:

Đặt $P = 2|z - 1 - 5i| + 3|z - 3 - 3i|$. Ta có

$$\begin{aligned}P^2 &\leq (2^2 + 3^2)(|z - 1 - 5i|^2 + |z - 3 - 3i|^2)\\ &= 13(|z - 2 - 4i + (1 - i)|^2 + |z - 2 - 4i - (1 - i)|^2)\\ &= 26(|z - 2 - 4i|^2 + |1 - i|^2)\\ &= 156.\end{aligned}$$

Suy ra $P \leq 2\sqrt{39}$.

Dấu bằng xảy ra khi $\dfrac{|z - 1 - 5i|}{2} = \dfrac{z - 3 - 3i}{3}$. Chẳng hạn $z = \dfrac{481 - 91\sqrt{23}}{338} + \dfrac{119 - 7\sqrt{23}}{26}i$

Chọn đáp án (B)..........

□

Câu 45. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $\left|x^3+x^2-5x-2m\right| = \left|x^3-x^2-x-4\right|$ có 5 nghiệm phân biệt?

(A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 0.

Lời giải:

$$\begin{aligned} &\left|x^3+x^2-5x-2m\right| = \left|x^3-x^2-x-4\right| \\ \Leftrightarrow &\left[\begin{array}{l} 2x^2-4x-2m+4=0 \\ 2x^3-6x+4-2m=0 \end{array}\right. \\ \Leftrightarrow &\left[\begin{array}{ll} 2x^2-4x+4=2m & (1) \\ 2x^3-6x+4=2m & (2) \end{array}\right. \end{aligned}$$

- Xét hàm số $f(x)=2x^2-4x+4$ và $g(x)=2x^3-6x+4$.

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	2	↗	$+\infty$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$-\infty$	↗	8	↘	0	↗	$+\infty$

- $2x^2-4x+4=2x^3-6x+4 \Leftrightarrow 2x^3-2x^2-2x=0 \Leftrightarrow x=0$ hoặc $x=\dfrac{1\pm\sqrt{5}}{2}$.

Phương trình đã cho có 5 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt, phương trình (2) có 3 nghiệm phân biệt không trùng bất kỳ nghiệm nào của phương trình (1).

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2m>2 \\ 0<2m<8 \\ 2m\neq f(0)=4 \\ 2m\neq f\left(\dfrac{1\pm\sqrt{5}}{2}\right)=5\pm\sqrt{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1<m<4 \\ m\neq \dfrac{5\pm\sqrt{5}}{2} \\ m\neq 2 \end{cases}.$$

Mà $m\in\mathbb{Z}$ nên $m=3$.

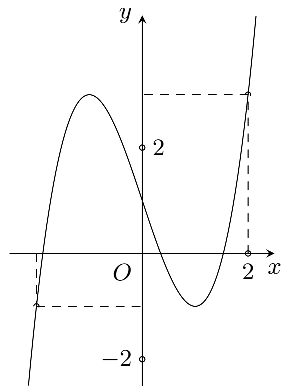
Chọn đáp án (A) ....

□

Câu 46.

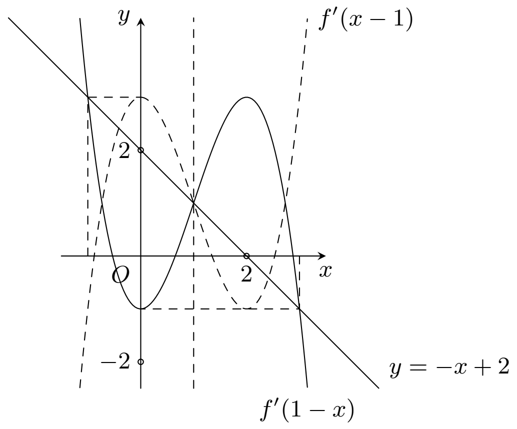
Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$, $(a,b,c,d,e\in\mathbb{R})$. Biết rằng hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $g(x)=f(1-x)-\dfrac{x^2}{2}+2x$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

(A) $(-2;0)$. (B) $(-1;1)$. (C) $(2;3)$. (D) $(3;+\infty)$.



Lời giải:

Theo lý thuyết, từ đồ thị hàm số $f(x)$ ta tịnh tiến theo $\vec{u} = (1;0)$ ta thu được đồ thị hàm số $f(x-1)$. Tiếp tục lấy đối xứng đồ thị hàm số $f(x-1)$ qua đường thẳng $x = 1$ ta thu được đồ thị hàm số $f(1-x)$. Do đó $f'(1-x)$ sẽ có đồ thị như hình bên.
Ta có $g'(x) = -f'(1-x) - x + 2$. Để $g(x)$ nghịch biến thì $g'(x) \leq 0 \Leftrightarrow f'(1-x) \geq -x+2$.
Vẽ đồ thị $y = -x + 2$ và dựa vào hình vẽ ta có



$$f'(1-x) \geq -x+2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \leq -1 \\ 1 \leq x \leq 3. \end{array}\right.$$

Chọn đáp án C ....

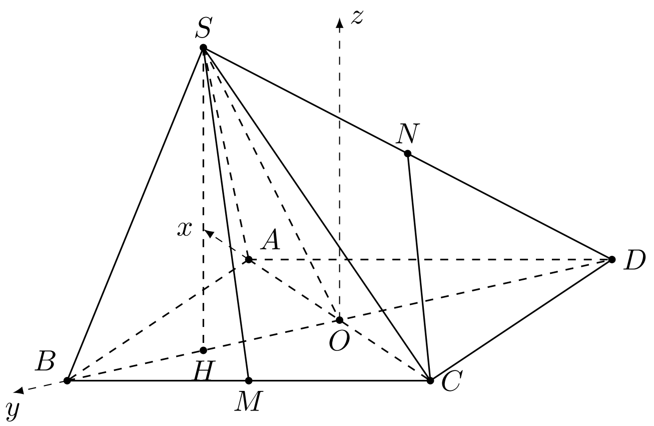
☐

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O cạnh a. Góc $\widehat{DAB} = 120^\circ$, hình chiếu của S lên mặt đáy là trung điểm của OB. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và SD. Tìm thể tích khối chóp biết rằng cô-sin góc tạo bởi SM và CN là $\dfrac{4+4\sqrt{3}}{9}$.

(A) $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$.　(B) $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{4}$.　(C) $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{12}$.　(D) $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Lời giải:

Tứ giác $ABCD$ là hình thoi có góc $\widehat{BAD} = 120^\circ$
$\Rightarrow \widehat{ABC} = 60^\circ \Rightarrow \triangle ABC$ là tam giác đều.
Suy ra $AC = a$ và $OB = \dfrac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow BD = a\sqrt{3}$.
Do đó $S_{ABCD} = \dfrac{1}{2} \cdot AC \cdot BD = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$.
Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$, sao cho Ox trùng với tia OA, Oy trùng với tia OB và Oz vuông góc với mặt đáy (cùng chiều với OS. Khi đó, ta có tọa độ các điểm như sau



$$C\left(-\frac{a}{2};0;0\right), B\left(0;\frac{a\sqrt{3}}{2};0\right), D\left(0;-\frac{a\sqrt{3}}{2};0\right).$$

Gọi h là chiều cao của hình chóp, ta có $S\left(0;\dfrac{a\sqrt{3}}{4};h\right)$. Khi đó $M\left(-\dfrac{a}{4};\dfrac{a\sqrt{3}}{4};0\right)$ và $N\left(0;-\dfrac{a\sqrt{3}}{8};\dfrac{h}{2}\right)$.

Suy ra $\overrightarrow{SM} = \left(-\dfrac{a}{4};0;-h\right)$ và $\overrightarrow{CN} = \left(\dfrac{a}{2};-\dfrac{a\sqrt{3}}{8};\dfrac{h}{2}\right)$.

Từ giả thiết ta có $\dfrac{4+4\sqrt{3}}{9} = \dfrac{\left|-\dfrac{a^2}{8} - \dfrac{a^2\sqrt{3}}{8} - \dfrac{h^2}{2}\right|}{\sqrt{\dfrac{a^2}{16}+h^2} \cdot \sqrt{\dfrac{19a^2}{64}+\dfrac{h^2}{4}}} \Leftrightarrow h = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Do đó thể tích của khối chóp là $V = \dfrac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot h = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

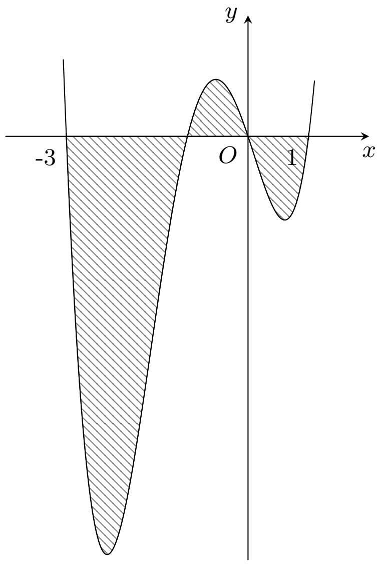
Chọn đáp án C ....

☐

Câu 48.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-3; 1]$ như hình vẽ. Diện tích các phần A, B, C trên hình vẽ có diện tích lần lượt là 8, $\frac{3}{5}$ và $\frac{4}{5}$.

Tính tích phân $\int\limits_{-2}^{0} (f(2x+1)+3)\,\mathrm{d}x$.



Ⓐ $-\frac{41}{5}$. Ⓑ $-\frac{42}{5}$. Ⓒ $-\frac{21}{5}$. Ⓓ $-\frac{82}{5}$.

Lời giải:

Diện tích các phần A, B, C trên hình vẽ có diện tích lần lượt là 8, $\frac{3}{5}$ và $\frac{4}{5}$ nên

$$\int\limits_{-3}^{1} f(x)\mathrm{d}x = -8 + \frac{3}{5} - \frac{4}{5} = -\frac{41}{5}.$$

Đặt $t = 2x+1 \Rightarrow \mathrm{d}t = 2\mathrm{d}x$. Ta lại có

$$\int\limits_{-2}^{0} (f(2x+1)+3)\,\mathrm{d}x = \int\limits_{-3}^{1} (f(t)+1)\cdot 2\mathrm{d}t = 2\int\limits_{-3}^{1} f(t)\mathrm{d}t + 2\int\limits_{-3}^{1} \mathrm{d}t = 2\cdot\left(-\frac{41}{5}\right) + 2\cdot 4 = -\frac{42}{5}.$$

Chọn đáp án Ⓑ..

□

Câu 49. Cho hàm số $f(x) = |x|^3 - mx + 7$, m là tham số. Hỏi hàm số đã cho có nhiều nhất bao nhiêu điểm cực trị?

Ⓐ 1. Ⓑ 2. Ⓒ 3. Ⓓ 4.

Lời giải:

Ta có $f(x) = \sqrt{x^6} - mx + 7 \Rightarrow f'(x) = \dfrac{3x^5 - m|x|^3}{|x|^3}$ và không có đạo hàm tại $x = 0$.

Xét trường hợp $m = 0$ ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \dfrac{3x^5}{|x|^3} = 0$ vô nghiệm. Ta có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	||	$+$
$f(x)$	↘		↗

Hàm số có một cực trị.

Trường hợp $m > 0$ ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt{\dfrac{m}{3}}$. Ta có bảng

x	$-\infty$		0		$\sqrt{\dfrac{m}{3}}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	||	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$\searrow$					$\nearrow$	

Hàm số có một cực trị.

Trường hợp $m<0$ ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow x=-\sqrt{-\dfrac{m}{3}}$. Ta có bảng

x	$-\infty$		$-\sqrt{-\dfrac{m}{3}}$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	||	$+$	
$f(x)$	$\searrow$				$\nearrow$		

Hàm số có một cực trị.

Chọn đáp án (A) ....

□

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$ cho $(Q)\colon 24x-12y+9z-36=0$ và hai điểm $A\left(-2;-2;\dfrac{5}{2}\right)$; $B\left(2;-4;-\dfrac{5}{2}\right)$. Tìm phương trình mặt phẳng (P) chứa AB và tạo với (Q) một góc nhỏ nhất.

(A) $2x-y+2z-3=0$. (B) $x+2y=0$.

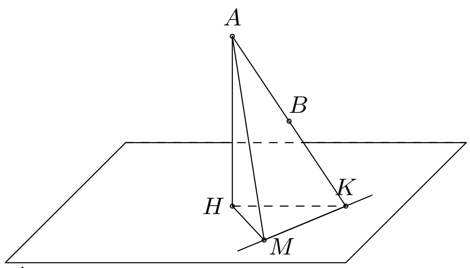
(C) $x+2y+1=0$. (D) $2x-y+2z=0$.

Lời giải:

Gọi H là hình chiếu của A trên mặt phẳng (Q) và u là giao tuyến của (P) và (Q). Hạ $HM\perp u$ tại M. Vậy góc tạo bởi (P) và (Q) là $\widehat{AMH}$.

Ta có $\tan\widehat{AMH}=\dfrac{AH}{HM}$.

Để $\widehat{AMH}$ nhỏ nhất thì HM lớn nhất.



Gọi $K=AB\cap(Q)$. Khi đó u luôn đi qua K nên để HM lớn nhất thì $M\equiv K$.

Khi đó gọi $\vec{a}=[\vec{n}_{(P)},\overrightarrow{AB}]$ thì $\vec{n}_{(Q)}=[\vec{a},\overrightarrow{AB}]=(-780;390;-780)$.

Do đó có thể chọn $\vec{n}_{(Q)}=(2;-1;2)$

mà (Q) đi qua A nên có phương trình $2x-y+2z-3=0$.

Chọn đáp án (A) ....

□

—HẾT—

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

1. B	2. A	3. D	4. D	5. B	6. B	7. A	8. C	9. A	10. C
11. B	12. C	13. B	14. B	15. D	16. A	17. A	18. D	19. D	20. D
21. B	22. A	23. B	24. C	25. C	26. A	27. D	28. A	29. C	30. B
31. B	32. A	33. C	34. B	35. A	36. C	37. D	38. A	39. B	40. B
41. B	42. D	43. B	44. B	45. A	46. C	47. C	48. B	49. A	50. A

ĐỀ 10

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2020
Môn Toán;
Thời gian làm bài: 90 phút.

NỘI DUNG ĐỀ

Câu 1. Thể tích của khối hộp chữ nhật có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $2a$ là

(A) $2a^3$. (B) a^3. (C) $4a^3$. (D) $8a^3$.

Lời giải:

Ta có $V = S_{\text{đáy}} \cdot h = a^2 \cdot 2a = 2a^3$.

Chọn đáp án (A)

□

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0		
y	$+\infty$	↘	1	↗	5	↘	$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

(A) 1. (B) 5. (C) 0. (D) 2.

Lời giải:

Dựa vào bảng biến thiên ta có giá trị cực tiểu của hàm số là $y_{\text{CT}} = 1$.

Chọn đáp án (A)

□

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$, $B(-1;0;1)$. Véc-tơ $\overrightarrow{AB}$ có toạ độ là

(A) $(2;2;2)$. (B) $(-2;-2;-2)$. (C) $(0;2;4)$. (D) $(-2;2;-2)$.

Lời giải:

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-2;-2;-2)$

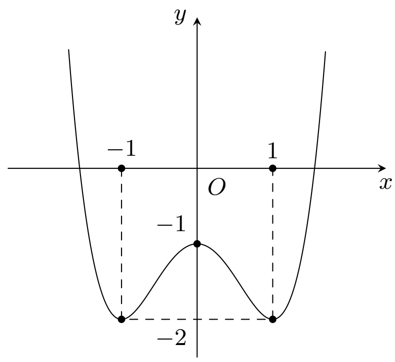
Chọn đáp án (B)

□

Câu 4.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(1;+\infty)$. (B) $(-\infty;-1)$. (C) $(-1;1)$. (D) $(-1;0)$.



Lời giải:

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 5. Với a và b là hai số thực dương tùy ý, $\ln(a^2b^3)$ bằng

(A) $2\ln a + 3\ln b$. (B) $3\ln a + 2\ln b$. (C) $2\ln a - 3\ln b$. (D) $\frac{1}{2}\ln a + \frac{1}{3}\ln b$.

Lời giải:
Ta có $\ln(a^2b^3)=2\ln a+3\ln b$.

Chọn đáp án (A)

☐

Câu 6. Cho $\int\limits_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x=3$ và $\int\limits_0^1 g(x)\,\mathrm{d}x=8$, khi đó $\int\limits_0^1 [f(x)-3g(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) -21. (B) 27. (C) 24. (D) 1.

Lời giải:
Ta có $\int\limits_0^1 [f(x)-3g(x)]\,\mathrm{d}x=\int\limits_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x-3\int\limits_0^1 g(x)\,\mathrm{d}x=3-24=-21$.

Chọn đáp án (A)

☐

Câu 7. Thể tích khối cầu đường kính $2a$ bằng

(A) $\dfrac{4\pi a^3}{3}$. (B) $4\pi a^3$. (C) $\dfrac{\pi a^3}{3}$. (D) $2\pi a^3$.

Lời giải:
Ta có $R=a\Rightarrow V=\dfrac{4}{3}\pi R^3=\dfrac{4\pi a^3}{3}$.

Chọn đáp án (A)

☐

Câu 8. Tìm tập xác định $\mathscr{D}$ của hàm số $y=\log_3^2 x^2+\log_3(2^x)$.

(A) $\mathscr{D}=[0;+\infty)$. (B) $\mathscr{D}=(0;+\infty)$. (C) $\mathscr{D}=\mathbb{R}$. (D) $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Lời giải:
Điều kiện $x^2>0\Leftrightarrow x\neq 0$, suy ra tập xác định của hàm số là $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Chọn đáp án (D)

☐

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oxy) có phương trình là

(A) $z=0$. (B) $x+y+z=0$. (C) $y=0$. (D) $x=0$.

Lời giải:
Phương trình mặt phẳng (Oxy) là $z=0$.

Chọn đáp án (A)

☐

Câu 10. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sqrt[3]{x+1}$, $(x>-1)$.

(A) $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\dfrac{3}{4}(x+1)^{\frac{4}{3}}+C$. (B) $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\dfrac{4}{3}(x+1)^{\frac{4}{3}}+C$.

(C) $\int f(x)\,\mathrm{d}x=-\dfrac{2}{3}(x+1)^{\frac{2}{3}}+C$. (D) $\int f(x)\,\mathrm{d}x=-\dfrac{3}{2}(x+1)^{\frac{2}{3}}+C$.

Lời giải:
Ta có $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\dfrac{3}{4}(x+1)^{\frac{4}{3}}+C$.

Chọn đáp án (A)

☐

Câu 11. Trong không gian Oxyz, tính khoảng cách d từ điểm $A(1;-2;3)$ đến đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x-10}{5}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+2}{1}$.

(A) $\mathrm{d}=\sqrt{\dfrac{1361}{27}}$. (B) $\mathrm{d}=7$. (C) $\mathrm{d}=\dfrac{13}{2}$. (D) $\mathrm{d}=\sqrt{\dfrac{1358}{27}}$.

Lời giải:

Ta có đường thẳng Δ qua điểm $M(10;2;-2)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(5;1;1)$.
Ta có $\overrightarrow{MA}=(-9;-4;5)$ và $\left[\overrightarrow{MA},\vec{u}\right]=(-9;34;11)$.

Vậy $\mathrm{d}=\mathrm{d}\left(A,\Delta\right)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{MA},\vec{u}\right]\right|}{|\vec{u}|}=\sqrt{\dfrac{1358}{27}}$.

Chọn đáp án (D) ....
□

Câu 12. Cho tập hợp gồm n phần tử. Số các chỉnh hợp chập k của n phần tử là

(A) A_n^k. (B) C_n^k. (C) $n\mathrm{A}_n^k$. (D) $n\mathrm{C}_n^k$.

Lời giải:

Số các chỉnh hợp chập k của n phần tử là A_n^k.

Chọn đáp án (A) ....
□

Câu 13. Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1=\dfrac{1}{3}$, $u_8=26$. Tìm công sai d.

(A) $d=\dfrac{11}{3}$. (B) $d=\dfrac{10}{3}$. (C) $d=\dfrac{3}{10}$. (D) $d=\dfrac{3}{11}$.

Lời giải:

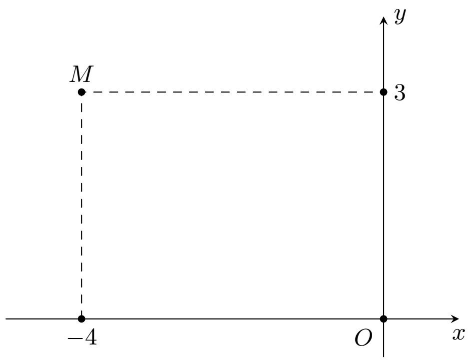
Ta có $u_8=u_1+7d\Leftrightarrow 26=\dfrac{1}{3}+7d\Leftrightarrow d=\dfrac{11}{3}$.

Chọn đáp án (A) ....
□

Câu 14.

Cho điểm M là điểm biểu diễn của số phức z. Tìm phần thực và phần ảo của số phức z.

(A) Phần thực -4 và phần ảo là $3i$.
(B) Phần thực 3 và phần ảo là -4.
(C) Phần thực -4 và phần ảo là 3.
(D) Phần thực 4 và phần ảo là $-4i$.



Lời giải:

Phần thực -4 và phần ảo là 3.

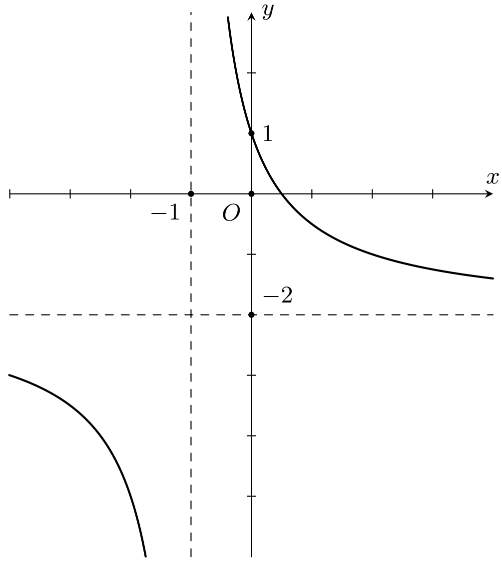
Chọn đáp án (C) ....
□

Câu 15.

Đồ thị hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

(A) $y = \dfrac{3-2x}{x+1}$. (B) $y = \dfrac{1-2x}{x-1}$.

(C) $y = \dfrac{1-2x}{1-x}$. (D) $y = \dfrac{1-2x}{x+1}$.



Lời giải:

Đồ thị đã cho có tiệm cận đứng $x = -1$ và cắt Oy tại điểm $(0;1)$ nên đây là đồ thị hàm số $y = \dfrac{1-2x}{x+1}$.

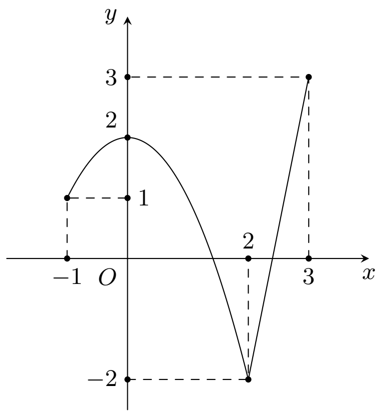
Chọn đáp án (D) ....

□

Câu 16.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;3]$. Giá trị của $M^2 - m^2$ bằng

(A) 5. (B) 13. (C) 0. (D) 8.



Lời giải:

Dựa vào đồ thị ta có $M = 3, m = -2$, suy ra $M^2 - m^2 = 9 - 4 = 5$.

Chọn đáp án (A) ....

□

Câu 17. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^3(x-1)^4(x+2)^5, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

(A) 3. (B) 2. (C) 1. (D) 6.

Lời giải:

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -2. \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$		$\nearrow$	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số có 2 cực trị.

Chọn đáp án (B)..

□

Câu 18. Tìm số phức $w = 3z + \bar{z}$ biết $z = 1 + 2i$.

(A) $w = 4 + 4i$. (B) $w = 4 - 4i$. (C) $w = 2 - 4i$. (D) $w = 2 + 4i$.

Lời giải:

Ta có $w = 3z + \bar{z} = 3(1 + 2i) + 1 - 2i = 3 + 6i + 1 - 2i = 4 + 4i$.

Chọn đáp án (A)..

□

Câu 19. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(6; 2; -5)$, $N(-4; 0; 7)$. Viết phương trình mặt cầu đường kính MN.

(A) $(x-5)^2 + (y-1)^2 + (z+6)^2 = 62$. (B) $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 62$.

(C) $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 62$. (D) $(x+5)^2 + (y+1)^2 + (z-6)^2 = 62$.

Lời giải:

Ta có bán kính mặt cầu là $R = \dfrac{MN}{2} = \sqrt{62}$ và tâm mặt cầu là trung điểm I của MN với $I(1; 1; 1)$ nên phương trình mặt cầu là $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 62$.

Chọn đáp án (C)..

□

Câu 20. Cho $\log_a x = -1$ và $\log_a y = 4$. Tính $P = \log_a \left(x^2 y^3\right)$.

(A) $P = -14$. (B) $P = 3$. (C) $P = 10$. (D) $P = 65$.

Lời giải:

Điều kiện $x > 0$; $y > 0$.

Ta có $P = \log_a \left(x^2 y^3\right) = 2\log_a x + 3\log_a y = 2 \cdot (-1) + 3 \cdot 4 = 10$.

Chọn đáp án (C)..

□

Câu 21. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $A = |z_1|^2 + |z_2|^2$.

(A) $A = 10$. (B) $A = 15$. (C) $A = 20$. (D) $A = 25$.

Lời giải:

Ta có

$$z^2 + 2z + 10 = 0 \Leftrightarrow (z+1)^2 + 9 = 0 \Leftrightarrow (z+1)^2 = (3i)^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z + 1 = 3i \\ z + 1 = -3i \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z = -1 + 3i \\ z = -1 - 3i. \end{array}\right.$$

Do đó $A = |z_1|^2 + |z_2|^2 = 20$.

Chọn đáp án (C)..

□

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha)\colon x - 2y - 2z + 5 = 0$ và mặt phẳng $(\beta)\colon x - 2y - 2z + 3 = 0$. Khoảng cách từ điểm mặt phẳng (β) đến mặt phẳng (α) bằng

(A) $\dfrac{2}{9}$. (B) 1. (C) $\dfrac{2}{3}$. (D) $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải:

Chọn điểm $A(-1; 3; -2) \in (\beta)$. Vì $(\alpha) \parallel (\beta)$ nên

$$\mathrm{d}\left((\alpha), (\beta)\right) = \mathrm{d}(A, (\alpha)) = \frac{|-1 - 2 \cdot 3 - 2 \cdot (-2) + 5|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + (-2)^2}} = \frac{2}{3}.$$

Chọn đáp án (C)..

□

Câu 23. Cho bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{4x^2-15x+13} < \left(\frac{1}{2}\right)^{4-3x}$. Tập nghiệm của bất phương trình là

A $\left(\frac{3}{2};+\infty\right)$. **B** $\mathbb{R}$. **C** $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{3}{2}\right\}$. **D** $\varnothing$.

Lời giải:

Ta có

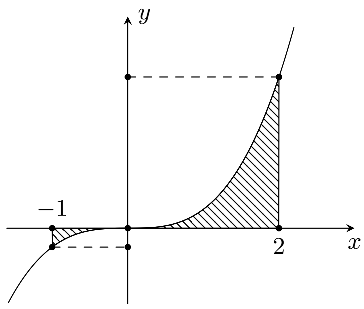
$$\left(\frac{1}{2}\right)^{4x^2-15x+13} < \left(\frac{1}{2}\right)^{4-3x} \Leftrightarrow 4x^2-15x+13 > 4-3x \Leftrightarrow (2x-3)^2 > 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{3}{2}.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \mathbb{R}\setminus\left\{\frac{3}{2}\right\}$.

Chọn đáp án C .... □

Câu 24.

Gọi S là diện tích của hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành Ox và hai đường thẳng $x=-1,\ x=2$(như hình vẽ bên). Đặt $a = \int\limits_{-1}^{0} f(x)\,\mathrm{d}x,\ b = \int\limits_{0}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x$, mệnh đề nào sau đây đúng?

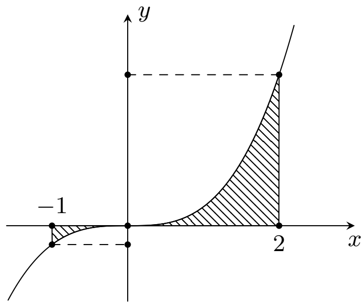


A $S = b + a$. **B** $S = b - a$.

C $S = -b + a$. **D** $S = -b - a$.

Lời giải:

Từ đồ thị ta có $\begin{cases} f(x) \le 0, x \in [-1;0] \\ f(x) \ge 0, x \in [0;2]. \end{cases}$



Ta có $S = \int\limits_{-1}^{2} |f(x)|\,\mathrm{d}x = \int\limits_{-1}^{0} |f(x)|\,\mathrm{d}x + \int\limits_{0}^{2} |f(x)|\,\mathrm{d}x = -a + b = b - a$.

Vậy $S = b - a$.

Chọn đáp án B .... □

Câu 25. Cho khối nón có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và chiều cao $h = 4$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A $V = 12\pi$. **B** $V = 4\pi$. **C** $V = 4$. **D** $V = 12$.

Lời giải:

Thể tích khối nón $V = \frac{1}{3}\pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3}\pi \cdot 3 \cdot 4 = 4\pi$.

Chọn đáp án B .... □

Câu 26. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	‖	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-1 ‖ -1	↗	3	↘	2

Hỏi đồ thị hàm số có bao nhiêu đường tiệm cận?

Ⓐ 4. Ⓑ 2. Ⓒ 1. Ⓓ 3.

Lời giải:

Ta có

- $\lim\limits_{x \to +\infty} y = 2 \Rightarrow$ đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = 2$.
- $\lim\limits_{x \to 0^+} y = \lim\limits_{x \to 0^-} y = -1 \Rightarrow$ đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số có một đường tiệm cận.

Chọn đáp án C ....

□

Câu 27. Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp đó theo a.

Ⓐ $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. Ⓑ $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$. Ⓒ $\dfrac{a^3\sqrt{10}}{6}$. Ⓓ $\dfrac{a^3}{2}$.

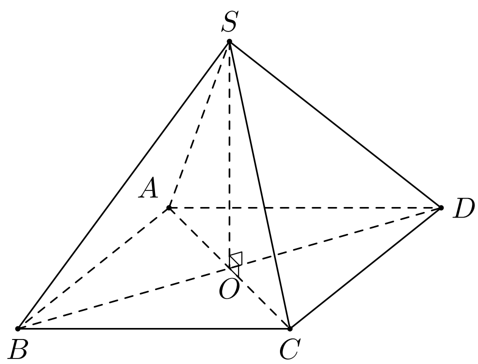
Lời giải:

Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$. Vì $S.ABCD$ là hình chóp đều nên SO là đường cao của hình chóp $S.ABCD$.

$V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}S_{ABCD} \cdot SO$.

Ta có $S_{ABCD} = a^2$. Hình vuông $ABCD$ có đường chéo $AC = a\sqrt{2} \Rightarrow OC = \dfrac{1}{2}AC = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Xét $\triangle SOC$ có



$$SO = \sqrt{SC^2 - OC^2} = \sqrt{\left(a\sqrt{3}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \sqrt{3a^2 - \frac{1}{2}a^2} = \frac{a\sqrt{5}}{\sqrt{2}}.$$

Vậy $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}S_{ABCD} \cdot SO = \dfrac{1}{3} \cdot a^2 \cdot a\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} = \dfrac{a^3\sqrt{10}}{6}$.

Chọn đáp án C ....

□

Câu 28. Hàm số $f(x) = \log_3\left(x^2 + x\right)$ có đạo hàm là

Ⓐ $f'(x) = \dfrac{1}{(x^2 + x)\ln 3}$. Ⓑ $f'(x) = \dfrac{(2x+1)\ln 3}{x^2 + x}$.

Ⓒ $f'(x) = \dfrac{2x+1}{(x^2 + x)\ln 3}$. Ⓓ $f'(x) = \dfrac{\ln 3}{x^2 + x}$.

Lời giải:

Ta có $f'(x) = \left[\log_3\left(x^2 + x\right)\right]' = \dfrac{\left(x^2 + x\right)'}{(x^2 + x)\ln 3} = \dfrac{2x+1}{(x^2 + x)\ln 3}$.

Chọn đáp án C ....

□

Câu 29. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	2	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $2f(x) - 5 = 0$ là

Ⓐ 2. Ⓑ 1. Ⓒ 3. Ⓓ 4.

Lời giải:

Ta có $2f(x) - 5 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \dfrac{5}{2} \quad (*)$.

Số nghiệm của phương trình $(*)$ bằng số giao điểm giữa đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = \dfrac{5}{2}$.

Dựa vào bảng biến thiên, đường thẳng $y = \dfrac{5}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 2 điểm phân biệt.

Vậy phương trình $2f(x) - 5 = 0$ có tất cả 2 nghiệm.

Chọn đáp án Ⓐ ....

□

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O, $SO \perp (ABCD)$. Góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (SBD) là

Ⓐ $\widehat{ASO}$. Ⓑ $\widehat{SAO}$. Ⓒ $\widehat{SAC}$. Ⓓ $\widehat{ASB}$.

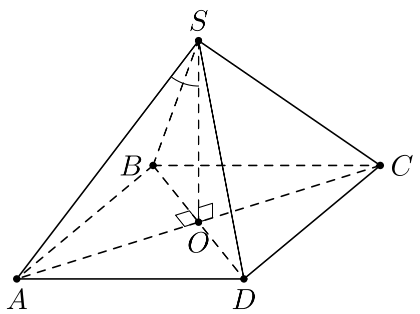
Lời giải:

Ta có $SO \perp (ABCD) \Rightarrow SO \perp AO$. (1)

Mặt khác $ABCD$ là hình thoi nên $BD \perp AO$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $AO \perp (SBD) \Rightarrow SO$ là hình chiếu vuông góc của SA lên mặt phẳng (SBD).

Vậy góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (SBD) là $\widehat{ASO}$.



Chọn đáp án Ⓐ ....

□

Câu 31. Phương trình $\log_2^2 x - 5\log_2 x + 4 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2. Khi đó tích $x_1 \cdot x_2$ bằng

Ⓐ 32. Ⓑ 36. Ⓒ 64. Ⓓ 16.

Lời giải:

Điều kiện $x > 0$.

$$\log_2^2 x - 5\log_2 x + 4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\log_2 x = 1\\ \log_2 x = 4\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = 2\\ x = 16.\end{array}\right.$$

Đối chiếu với điều kiện ta suy ra $x_1 = 2$ và $x_2 = 16$.

Vậy $x_1 \cdot x_2 = 2 \cdot 16 = 32$.

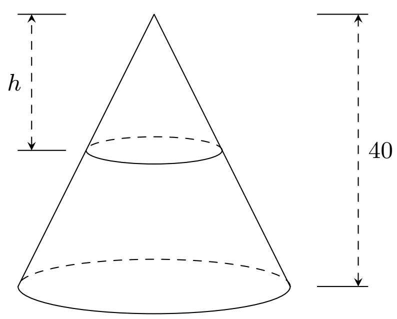
Chọn đáp án Ⓐ ....

□

Câu 32.

Một vật (N_1) có dạng hình nón có chiều cao bằng 40 cm. Người ta cắt vật (N_1) bằng một mặt phẳng song song với đáy của nó để được một hình nón nhỏ (N_2) có thể tích bằng $\dfrac{1}{8}$ thể tích (N_1). Tính chiều cao h của hình nón (N_2).

Ⓐ 10 cm. Ⓑ 20 cm. Ⓒ 40 cm. Ⓓ 5 cm.



Lời giải:

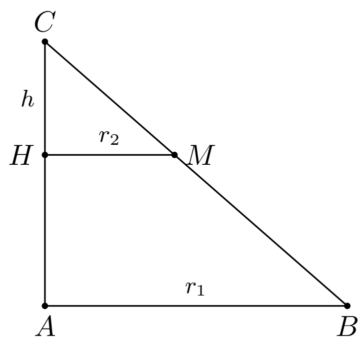
Gọi r_1, r_2 lần lượt là bán kính của hình nón lớn và bán kính của hình nón nhỏ, h là chiều cao của hình nón nhỏ. Vậy ta có:

$V_1 = \dfrac{1}{3}\cdot\pi\cdot r_1^2\cdot 40,\ V_2 = \dfrac{1}{3}\cdot\pi\cdot r_2^2\cdot h \Rightarrow \dfrac{V_2}{V_1} = \dfrac{h\cdot r_2^2}{40r_1^2}$.

Gọi $AC = 40\,\text{cm}, HC = h, AB = r_1, HM = r_2$.

Vậy ta có $\dfrac{h}{40} = \dfrac{r_2}{r_1} \Rightarrow \dfrac{r_2^2}{r_1^2} = \left(\dfrac{h}{40}\right)^2$.

Vậy $\dfrac{1}{8} = \dfrac{h^3}{(40)^3} \Rightarrow h = 20\text{cm}$.



Chọn đáp án (B)

☐

Câu 33. Tìm họ nguyên hàm $F(x) = \displaystyle\int (x^2 - x + 1)\mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x$.

(A) $F(x) = (x^2 - 3)\mathrm{e}^x + C$.

(B) $F(x) = (x^2 + x + 4)\mathrm{e}^x + C$.

(C) $F(x) = (x^2 + 3x - 4)\mathrm{e}^x + C$.

(D) $F(x) = (x^2 - 3x + 4)\mathrm{e}^x + C$.

Lời giải:

Đặt $\begin{cases} u = x^2 - x + 1 \\ \mathrm{d}v = \mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u = (2x-1)\,\mathrm{d}x \\ v = \mathrm{e}^x \end{cases}$.

Khi đó $F(x) = (x^2 - x + 1)\mathrm{e}^x - \displaystyle\int (2x-1)\mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x + C_1$.

Tiếp tục, đặt $\begin{cases} u = 2x - 1 \\ \mathrm{d}v = \mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u = 2\,\mathrm{d}x \\ v = \mathrm{e}^x \end{cases}$, ta được

$$F(x) = (x^2 - x + 1)\mathrm{e}^x - \left[(2x-1)\mathrm{e}^x - 2\int \mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x + C_2\right] + C_1 = (x^2 - 3x + 4)\mathrm{e}^x + C.$$

Chọn đáp án (D)

☐

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, tam giác SAC cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, $\widehat{SBC} = 60^\circ$. Khoảng cách từ A đến (SBC) bằng

(A) $a\sqrt{6}$.

(B) $\dfrac{a\sqrt{6}}{12}$.

(C) $\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$.

(D) $\dfrac{a\sqrt{6}}{6}$.

Lời giải:

Gọi H là trung điểm của $AC \Rightarrow SH \perp AC$.

Vì $(SAC) \perp (ABC)$ nên $SH \perp (ABC)$.

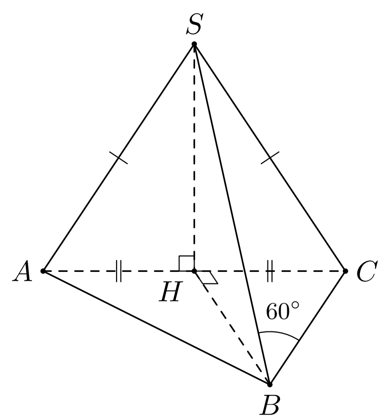
Do $\triangle ABC$ đều cạnh a nên $BH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Đặt $SB = x > 0$, xét tam giác SHB vuông góc tại $H \Rightarrow SB^2 = SH^2 + HB^2 \Rightarrow x^2 = SH^2 + \dfrac{3a^2}{4}$

$\Rightarrow SH^2 = x^2 - \dfrac{3a^2}{4}$.

Tam giác SHC vuông tại $H \Rightarrow SC^2 = SH^2 + HC^2$

$\Rightarrow SC^2 = x^2 - \dfrac{3a^2}{4} + \dfrac{a^2}{4} = x^2 - \dfrac{a^2}{2}$. (1)



Xét tam giác $SBC \Rightarrow SC^2 = SB^2 + BC^2 - 2SB\cdot BC\cos\widehat{SBC}$

$\Rightarrow SC^2 = x^2 + a^2 - 2\cdot x\cdot a\cdot\cos 60^\circ$

$\Rightarrow SC^2 = x^2 + a^2 - xa$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $x^2 - \dfrac{a^2}{2} = x^2 + a^2 - xa \Leftrightarrow x = \dfrac{3a}{2}$.

Suy ra $SH^2 = \dfrac{9a^2}{4} - \dfrac{3a^2}{4} = \dfrac{3a^2}{2} \Rightarrow SH = \dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

Diện tích tam giác SBC là $S_{\triangle SBC} = \dfrac{1}{2} \cdot SB \cdot BC \sin 60^\circ = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{3a}{2} \cdot a \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{3a^2\sqrt{3}}{8}$.
Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V = \dfrac{1}{3} \cdot S_{\triangle ABC} \cdot SH = \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \dfrac{a\sqrt{6}}{2} = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{8}$.
Mặt khác, thể tích khối chóp $S.ABC$ là

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle SBC} \cdot \mathrm{d}(A;(SBC)) \Rightarrow \mathrm{d}(A;(SBC)) = \frac{3V}{S_{\triangle SBC}} = \frac{3 \cdot \frac{a^3\sqrt{2}}{8}}{\frac{3a^2\sqrt{3}}{8}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

Chọn đáp án C ....

☐

Câu 35. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+5}{-1} = \dfrac{z-3}{4}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình hình chiếu vuông góc của đường thẳng d trên mặt phẳng $x + 3 = 0$?

A $\begin{cases} x = -3 \\ y = -5 - t \\ z = -3 + 4t \end{cases}$.
B $\begin{cases} x = -3 \\ y = -5 + t \\ z = 3 + 4t \end{cases}$.
C $\begin{cases} x = -3 \\ y = -5 + 2t \\ z = 3 - t \end{cases}$.
D $\begin{cases} x = -3 \\ y = -6 - t \\ z = 7 + 4t \end{cases}$.

Lời giải:
Lấy $A(1;-5;3)$ và $B(-1;-4;-1)$ thuộc d.
Khi đó hình chiếu của A và B trên mặt phẳng $x + 3 = 0$ lần lượt là $A'(-3;-5;3)$ và $B'(-3;-4;-1)$.

Ta có $(A'B')\colon \begin{cases} \text{đi qua } A'(-3;-5;3) \\ \text{vtcp } \overrightarrow{A'B'} = (0;1;-4) \end{cases} \Rightarrow (A'B')\colon \begin{cases} x = -3 \\ y = -5 + t \\ z = 3 - 4t \end{cases}$.

Ta nhận thấy $A'B'$ cũng đi qua điểm $(-3;-6;7)$, suy ra $A'B'$ cũng có phương trình $\begin{cases} x = -3 \\ y = -6 - t \\ z = 7 + 4t. \end{cases}$

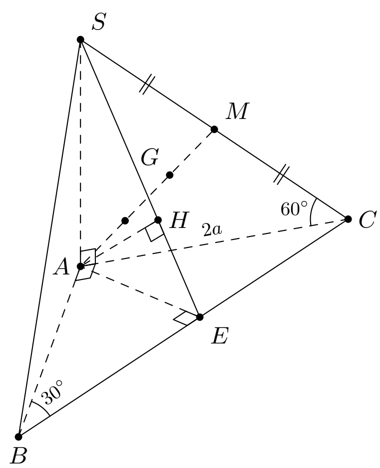
Chọn đáp án D ....

☐

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A, $AC = 2a$, $\widehat{ABC} = 30^\circ$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và đường thẳng SC tạo với mặt phẳng đáy một góc 60°. Khoảng cách từ trọng tâm của tam giác SAC đến mặt phẳng (SBC) bằng

A $\dfrac{2a}{\sqrt{15}}$.
B $\dfrac{a}{\sqrt{15}}$.
C $\dfrac{2\sqrt{3}a}{3}$.
D $\dfrac{\sqrt{3}a}{3}$.

Lời giải:



Gọi M là trung điểm của cạnh SC.
Ta có $SA \perp (ABC) \Rightarrow AC$ là hình chiếu của SC lên mặt phẳng $(ABC) \Rightarrow (SC,(ABC)) = (SC, AC) = \widehat{SCA} = 60^\circ$.
$\triangle ABC$ vuông tại A có

$$\tan 30^\circ = \frac{AC}{AB} \Rightarrow AB = \frac{AC}{\tan 30^\circ} = 2a\sqrt{3}.$$

$\triangle SAC$ vuông tại A có

$$\tan 60^\circ = \frac{SA}{AC} \Rightarrow SA = AC \tan 60^\circ = 2a\sqrt{3}$$

Mặt khác

$$\begin{cases} AM \cap (SBC) = M \\ G \text{ là trọng tâm } \triangle SBC \end{cases} \Rightarrow \frac{\mathrm{d}\left(G,(SBC)\right)}{\mathrm{d}\left(A,(SBC)\right)} = \frac{GM}{GA} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \quad \mathrm{d}\left(G,(SBC)\right) = \frac{1}{3}\mathrm{d}\left(A,(SBC)\right) \qquad (1).$$

- Kẻ $AE \perp BC \quad (E \in BC)$ và kẻ $AH \perp SE \quad (H \in SE) \quad (2)$.
- Ta lại có $\begin{cases} BC \perp AE \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAE) \Rightarrow BC \perp AH \quad (3)$.
- Từ $(2), (3) \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow \mathrm{d}\,(A, (SBC)) = AH = \dfrac{AE \cdot SA}{\sqrt{AE^2 + SA^2}}$.
- $AE = \dfrac{AB \cdot AC}{\sqrt{AB^2 + AC^2}} = \dfrac{2a\sqrt{3} \cdot 2a}{\sqrt{12a^2 + 4a^2}} = a\sqrt{3} \Rightarrow AH = \dfrac{a\sqrt{3} \cdot 2a\sqrt{3}}{\sqrt{3a^2 + 12a^2}} = \dfrac{6a}{\sqrt{15}}$.

Vậy $\mathrm{d}\,(G, (SBC)) = \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{6a}{\sqrt{15}} = \dfrac{2a}{\sqrt{15}}$.

Chọn đáp án A ....

□

Câu 37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng d_1, d_2 lần lượt có phương trình là $\dfrac{x}{1} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z}{1}$ và $\dfrac{x}{1} = \dfrac{y-1}{-2} = \dfrac{z-1}{3}$. Đường thẳng d cắt cả hai đường thẳng d_1, d_2 và song song với đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x-4}{1} = \dfrac{y-7}{4} = \dfrac{z-3}{-2}$ có phương trình là

A $\dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y-1}{4} = \dfrac{z+4}{-2}$.
B $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-1}{4} = \dfrac{z-4}{-2}$.
C $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y+1}{4} = \dfrac{z-4}{-2}$.
D $\dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y+1}{4} = \dfrac{z+4}{-2}$.

Lời giải:

Giả sử d cắt d_1, d_2 lần lượt tại A, B. Hai đường thẳng d_1, d_2 có phương trình tham số lần lượt là

$$d_1\colon \begin{cases} x = t \\ y = -1 + 2t\,, (t \in \mathbb{R}) \\ z = t \end{cases} \qquad d_2\colon \begin{cases} x = m \\ y = 1 - 2m\,, (m \in \mathbb{R}). \\ z = 1 + 3m \end{cases}$$

$A \in d_1 \Rightarrow A(t; -1 + 2t; t)$ và $B \in d_2 \Rightarrow B(m; 1 - 2m; 1 + 3m)$.
Khi đó $\overrightarrow{AB} = (m - t; -2m - 2t + 2; 3m - t + 1)$.
Đường thẳng Δ có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (1; 4; -2)$.
Vì $d \parallel \Delta$ nên $\dfrac{m-t}{1} = \dfrac{-2m-2t+2}{4} = \dfrac{3m-t+1}{-2} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ t = 2 \end{cases} \Rightarrow B(1; -1; 4)$.
Vậy d đi qua B và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}$ nên có phương trình $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y+1}{4} = \dfrac{z-4}{-2}$.

Chọn đáp án C ....

□

Câu 38. Gọi M là giá trị lớn nhất của $\left|\dfrac{2}{m-i} - 1\right|$, với m là số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A $M \in \left(\dfrac{12}{5}; \dfrac{5}{2}\right)$. **B** $M \in \left(\dfrac{5}{2}; \dfrac{7}{2}\right)$. **C** $M \in \left(0; \dfrac{12}{5}\right)$. **D** $M \in \left(\dfrac{14}{5}; \dfrac{16}{5}\right)$.

Lời giải:

Ta có

$$\left|\frac{2}{m-i} - 1\right| = \left|\frac{2-m+i}{m-i}\right| = \frac{|2-m+i|}{|m-i|} = \frac{\sqrt{(2-m)^2+1}}{\sqrt{m^2+1}} = \sqrt{\frac{m^2-4m+5}{m^2+1}}.$$

Xét hàm số $f(m) = \sqrt{\dfrac{m^2-4m+5}{m^2+1}} \Rightarrow f'(m) = \dfrac{1}{2} \cdot \sqrt{\dfrac{m^2+1}{m^2-4m+5}} \cdot \dfrac{4m^2-8m-4}{(m^2+1)^2}$

$$\Rightarrow f'(m) = 0 \Rightarrow 4m^2 - 8m - 4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{aligned} m &= 1 + \sqrt{2} \\ m &= 1 - \sqrt{2}. \end{aligned}\right.$$

Bảng biến thiên

m	$-\infty$		$1-\sqrt{2}$		$1+\sqrt{2}$		$+\infty$
$f'(m)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(m)$	1	$\nearrow$	$\sqrt{2}+1$	$\searrow$	$\sqrt{2}-1$	$\nearrow$	1

Vậy $M = \max\limits_{x\in\mathbb{R}} f(m) = f(1-\sqrt{2}) = \sqrt{2}+1 \Rightarrow M \in \left(\dfrac{12}{5}; \dfrac{5}{2}\right)$.

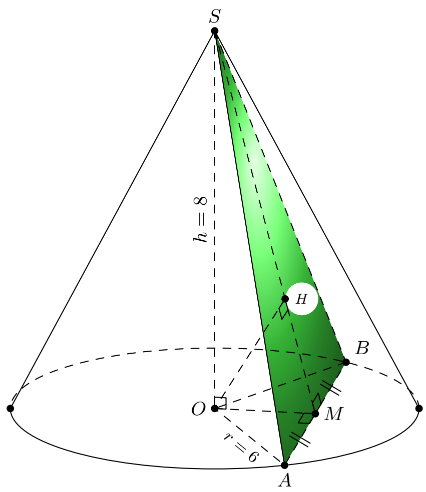
Chọn đáp án (A) ....

□

Câu 39. Cho hình nón có chiều cao bằng 8 và bán kính đáy bằng 6. Cắt hình nón đã cho bởi mặt phẳng đi qua đỉnh và cách tâm của đáy một khoảng bằng 4, ta được thiết diện có diện tích bằng

(A) $\dfrac{16\sqrt{11}}{3}$. (B) $\dfrac{32\sqrt{11}}{3}$. (C) $4\sqrt{65}$. (D) $2\sqrt{65}$.

Lời giải:



Gọi A, B là giao điểm của thiết diện và đường tròn đáy, và M là trung điểm của AB. Kẻ $OH \perp SM \quad (H \in SM) \qquad (1)$.

Ta có $\begin{cases} AB \perp OM \\ AB \perp SO \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SOM) \Rightarrow AB \perp OH \qquad (2)$.

Từ $(1),(2) \Rightarrow OH \perp (SAB) \Rightarrow \mathrm{d}\left(O,(SAB)\right) = OH = 4$.

Trong $\triangle SOM$ có

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OM^2} + \frac{1}{SO^2} \Rightarrow \frac{1}{OM^2} = \frac{1}{OH^2} - \frac{1}{SO^2}$$
$$\Rightarrow \frac{1}{OM^2} = \frac{1}{4^2} - \frac{1}{8^2} = \frac{3}{64} \Rightarrow OM = \frac{8}{\sqrt{3}}.$$
$$SM = \sqrt{SO^2 + OM^2} = \sqrt{64 + \frac{64}{3}} = \frac{16}{\sqrt{3}}.$$

Trong $\triangle OAM$ có

$$AM = \sqrt{OA^2 - OM^2} = \sqrt{36 - \frac{64}{3}} = \frac{2\sqrt{11}}{\sqrt{3}} \Rightarrow AB = 2AM = \frac{4\sqrt{11}}{\sqrt{3}}.$$

Diện tích của thiết diện là

$$S_{SAB} = \frac{1}{2} SM \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot \frac{4\sqrt{11}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{16}{\sqrt{3}} = \frac{32\sqrt{11}}{3}.$$

Chọn đáp án (B) ....

□

Câu 40. Cho đa giác đều $4n$ đỉnh $(n \geq 2)$. Chọn ngẫu nhiên bốn đỉnh từ các đỉnh của đa giác đã cho. Biết rằng xác suất để bốn đỉnh được chọn là một hình vuông bằng $\dfrac{1}{9139}$. Khi đó n bằng

(A) 12. (B) 10. (C) 16. (D) 20.

Lời giải:

Gọi A là biến cố để 4 đỉnh được chọn là một hình vuông.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = \mathrm{C}_{4n}^4$.

Đa giác đều $4n$ đỉnh có $2n$ đường chéo đi qua tâm (đường chéo lớn nhất), và trong $2n$ đương chéo đi qua tâm sẽ có n cặp đường chéo vuông góc với nhau; cứ 1 cặp đường chéo vuông góc sẽ tạo được 1 hình vuông nên $n(A) = n$.

Theo đề bài ta có

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{n}{C_{4n}^{4}}=\frac{1}{9139}\quad\Leftrightarrow\quad 9139n=\frac{(4n)!}{(4n-4)!\cdot 4!}$$
$$\Leftrightarrow\quad 64n^3-96n^2+44n-54840=0\Leftrightarrow n=10.$$

Vậy $n=10$.

Chọn đáp án (B) ....

□

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-3}{1}$ và mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2=4$. Hai mặt phẳng phân biệt qua d, tiếp xúc (S) tại A, B. Đường thẳng AB đi qua điểm có tọa độ

(A) $\left(\frac{1}{3};-\frac{4}{3};-1\right)$. (B) $\left(-\frac{2}{3};-\frac{4}{3};2\right)$. (C) $\left(\frac{2}{3};-\frac{4}{3};-2\right)$. (D) $\left(-\frac{1}{3};-\frac{4}{3};1\right)$.

Lời giải:

Gọi H là hình chiếu của O lên đường thẳng d và K là trung điểm của AB.

Mặt cầu $(S)\begin{cases}\text{Tâm } O(0;0;0)\\ \text{Bán kính } R=2.\end{cases}$ Đường thẳng $(d)\begin{cases}x=3+t\\ y=t\\ z=3+t.\end{cases}$

Ta có $AB=(\alpha)\cap(\beta)$, với (α) là mặt phẳng qua điểm O và vuông góc với đường thẳng d; (β) là mặt phẳng vuông góc với đường thẳng OH tại K.

Mặt phẳng $(\alpha)\begin{cases}\text{qua } O(0;0;0)\\ \vec{n}_{(\alpha)}=\vec{u}_d=(1;1;1)\end{cases}\Rightarrow (\alpha)\colon x+y+z=0.$

Tìm tọa độ của điểm H: $H\in d\Rightarrow H\,(3+t;t;3+t)\Rightarrow \overrightarrow{OH}=(3+t;t;3+t)$.
$\overrightarrow{OH}\cdot\vec{u}_d=0\Leftrightarrow 3+t+t+3+t=0\Leftrightarrow t=-2\Rightarrow H\,(1;-2;1)$ và $\overrightarrow{OH}=(1;-2;1)$.
Hai mặt phẳng phân biệt qua d, tiếp xúc (S) tại A, $B\Rightarrow OA=OB=R=2$ và $OA\perp AH$.

Phương trình đường thẳng $OH\colon \begin{cases}x=t\\ y=-2t\\ z=t.\end{cases}$

Tìm điểm K:

Ta có $K\in OH\Rightarrow K\,(t;-2t;t)$ và $OA^2=OK\cdot OH\Leftrightarrow 4=\sqrt{t^2+4t^2+t^2}\cdot\sqrt{1+4+1}\Rightarrow \left[\begin{array}{l}t=\dfrac{2}{3}\\ t=-\dfrac{2}{3}.\end{array}\right.$

Với $t=-\frac{2}{3}\Rightarrow K\left(-\frac{2}{3};\frac{4}{3};-\frac{2}{3}\right)$ loại, vì $\overrightarrow{OK}=\left(-\frac{2}{3};\frac{4}{3};-\frac{2}{3}\right)$ ngược hướng $\overrightarrow{OH}=(1;-2;1)$.

Với $t=\frac{2}{3}\Rightarrow K\left(\frac{2}{3};-\frac{4}{3};\frac{2}{3}\right)$ nhận vì $\overrightarrow{OK}=\left(\frac{2}{3};-\frac{4}{3};\frac{2}{3}\right)$ cùng hướng $\overrightarrow{OH}=(1;-2;1)$.

Mặt phẳng $(\beta)\begin{cases}\text{qua } K\left(\frac{2}{3};-\frac{4}{3};\frac{2}{3}\right)\\ \vec{n}_{(\beta)}=\overrightarrow{OH}=(1;-2;1)\end{cases}\Rightarrow (\beta)\colon x-2y+z-4=0.$

Ta có $AB=(\alpha)\cap(\beta)\Rightarrow (AB)\begin{cases}x+y+z=0\\ x-2y+z-4=0\end{cases}\quad (*)$.

- Thế điểm $\left(\frac{1}{3};-\frac{4}{3};-1\right)$ vào $(*)$ thấy không đúng.
- Thế điểm $\left(-\frac{2}{3};-\frac{4}{3};2\right)$ vào $(*)$ thấy **đúng**.
- Thế điểm $\left(\frac{2}{3};-\frac{4}{3};-2\right)$ vào $(*)$ thấy không đúng.
- Thế điểm $\left(-\frac{1}{3};-\frac{4}{3};1\right)$ vào $(*)$ thấy không đúng.

Chọn đáp án (B)..

☐

Câu 42. Gọi a là số nguyên dương nhỏ nhất sao cho tồn tại các số nguyên b, c để phương trình $8a\log^2\sqrt{x}+b\log x^2+3c=0$ có hai nghiệm phân biệt đều thuộc $(1;10)$. Giá trị của a bằng

(A) 5. (B) 6. (C) 7. (D) 12.

Lời giải:

Ta có $8a\log^2\sqrt{x}+b\log x^2+3c=0 \Leftrightarrow 2a\log^2 x+2b\log x+3c=0$. Đặt $t=\log x$. Khi đó
Phương trình $2a\log^2 x+2b\log x+3c=0$ có hai nghiệm phân biệt đều thuộc $(1;10)$.
$\Leftrightarrow f(t)=2at^2+2bt+3c=0$ có hai nghiệm phân biệt t_1,t_2 đều thuộc $(0;1)$.
Giả sử a là số nguyên dương nhỏ nhất sao cho tồn tại các số nguyên b,c để phương trình $2at^2+2bt+3c=0$ có nghiệm phân biệt t_1,t_2 đều thuộc $(0;1)$.

Ta suy ra $\begin{cases} f(0)>0\\ f(1)>0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(0)=3c\geq 3\\ f(1)=2a+2b+3c\geq 1\end{cases}$ $\quad (a\in\mathbb{N}^*,b\in\mathbb{Z},c\in\mathbb{Z})\qquad (1).$

Mặt khác $f(t)=2at^2+2bt+3c=0$ có hai nghiệm phân biệt t_1,t_2 nên $f(t)=a(t-t_1)(t-t_2)\quad (2)$.
Từ (1) và (2) ta suy ra

$$3\leq f(0)\cdot f(1)=a^2\cdot t_1\cdot t_2\cdot(1-t_1)\cdot(1-t_2)\leq a^2\left(\frac{t_1+t_2+1-t_1+1-t_2}{4}\right)^4=\frac{a^2}{16}$$

$$\Rightarrow a^2\geq 48\Rightarrow a=7.$$

Với $a=7$ chọn $c=1,b=-8$ ta có $2\cdot 7t^2+2\cdot(-8)t+3\cdot 1=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=\dfrac{8+\sqrt{13}}{17}\in(0;1)\\ t=\dfrac{8-\sqrt{13}}{17}\in(0;1).\end{array}\right.$

Vậy $a=7$.

Chọn đáp án (C)..

☐

Câu 43. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x)+3f\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=(x-1)\cos x$, $(\forall x\in\mathbb{R})$.

Tích phân $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) $\dfrac{\pi-4}{2}$. (B) 0. (C) $\dfrac{\pi-4}{8}$. (D) $\dfrac{4-\pi}{4}$.

Lời giải:

Ta có

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f\left(\frac{\pi}{2}-x\right)\,\mathrm{d}x=\int_0^{\frac{\pi}{2}} f\left(\frac{\pi}{2}-x\right)\frac{\mathrm{d}\left(\frac{\pi}{2}-x\right)}{-1}=-\int_{\frac{\pi}{2}}^{0} f(t)\,\mathrm{d}t=\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(t)\,\mathrm{d}t=\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\,\mathrm{d}x$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}}(x-1)\cos x\,\mathrm{d}x=(x-1)\sin x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}-\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin x\,\mathrm{d}x=(x-1)\sin x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}+\cos x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}=\frac{\pi-4}{2}.$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(f(x)+3f\left(\frac{\pi}{2}-x\right)\right)\,\mathrm{d}x=\int_0^{\frac{\pi}{2}}(x-1)\cos x\,\mathrm{d}x\Leftrightarrow 4\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\,\mathrm{d}x=\frac{\pi-4}{2}.$$

Vậy $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\,\mathrm{d}x=\frac{\pi-4}{8}$.

Chọn đáp án (C)..

☐

Câu 44. Cho số phức $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$ thỏa mãn $|z - 4 + 3i| - |\overline{z} + 4 + 3i| = 10$. Khi biểu thức $|z - 3 - 4i|$ đạt giá trị nhỏ nhất, giá trị $a - b$ bằng

(A) -5. (B) -7. (C) -6. (D) -8.

Lời giải:

Ta xét các điểm M biểu diễn số phức z, N biểu diễn số phức $\overline{z}$, $A(4; -3), B(-4; -3)$, $C(-4; 3), I(3; 4)$.

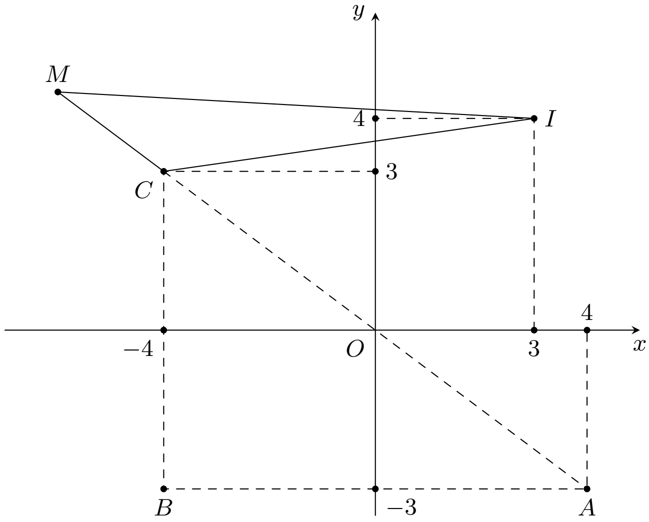
Khi đó

$|z - 4 + 3i| - |\overline{z} + 4 + 3i| = 10$

$\Leftrightarrow MA - NB = 10$.

Mặt khác

$$\begin{aligned} NB &= \sqrt{(x+4)^2 + (-y+3)^2} \\ &= \sqrt{(x+4)^2 + (y-3)^2} = MC \\ \Rightarrow \quad & MA - NB = 10 \Leftrightarrow MA - MC = 10 \end{aligned}$$



Lại có: $AC = 10 \Rightarrow MA - MC = AC \Rightarrow M$ nằm trên tia đối của tia CA như hình vẽ bên. Nhận thấy: $|z - 3 - 4i| = MI \Rightarrow |z - 3 - 4i|$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow MI$ ngắn nhất.

Ta thấy với mọi điểm M thuộc tia đối của tia CA thì $IM \geq IC = 7\sqrt{2}$.

$\Rightarrow IM$ nhỏ nhất $= 7\sqrt{2} \Leftrightarrow M \equiv C(-4; 3)$ hay $z = -4 + 3i \Rightarrow a = -4, b = 3$.

Vậy $a - b = -7$.

Chọn đáp án (B) ....

□

Câu 45. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $\left|x^4 - 7x^2 - 8x + 23 - 2m\right| = \left|x^4 - 9x^2 + 8x - 13\right|$ có 6 nghiệm phân biệt?

(A) 4. (B) 15. (C) 17. (D) 2.

Lời giải:

Ta có

$$\begin{aligned} & \left|x^4 - 7x^2 - 8x + 23 - 2m\right| = \left|x^4 - 9x^2 + 8x - 13\right| \qquad (*) \\ \Leftrightarrow & \left[\begin{array}{l} x^4 - 7x^2 - 8x + 23 - 2m = x^4 - 9x^2 + 8x - 13 \\ x^4 - 7x^2 - 8x + 23 - 2m = -x^4 + 9x^2 - 8x + 13 \end{array}\right. \\ \Leftrightarrow & \left[\begin{array}{ll} x^2 - 8x + 18 = m & (1) \\ x^4 - 8x^2 + 5 = m & (2). \end{array}\right. \end{aligned}$$

Xét hàm số $f(x) = x^2 - 8x + 18 \Rightarrow f'(x) = 2x - 8 = 0 \Leftrightarrow x = 4$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

Xét hàm số $f(x) = x^4 - 8x^2 + 5 \Rightarrow f'(x) = 4x^3 - 16x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm 2 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-11	$\nearrow$	5	$\searrow$	-11	$\nearrow$	$+\infty$

Phương trình $(*)$ có 6 nghiệm phân biệt.

$\Leftrightarrow$ phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt và phương trình (2) có 4 nghiệm phân biệt.

$\Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ -11 < m < 5 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < m < 5$ vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{3; 4\}$.

Vậy có 2 giá trị nguyên của m.

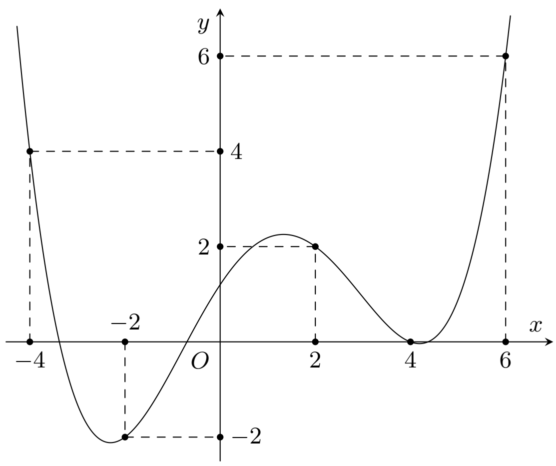
Chọn đáp án D ....

□

Câu 46. Cho hàm số $f(x) = ax^5 + bx^4 + cx^3 + dx^2 + ex + f$ $(a, b, c, d, e, f \in \mathbb{R})$. Biết rằng hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hỏi hàm số

$$g(x) = \frac{1}{3}f(-3x-8) + \frac{9}{2}x^2 + 16x + 2019$$

đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-3; -2)$.
B. $\left(-2; -\dfrac{4}{3}\right)$.
C. $(4; 6)$.
D. $\left(-\dfrac{14}{3}; -\dfrac{10}{3}\right)$.

Lời giải:

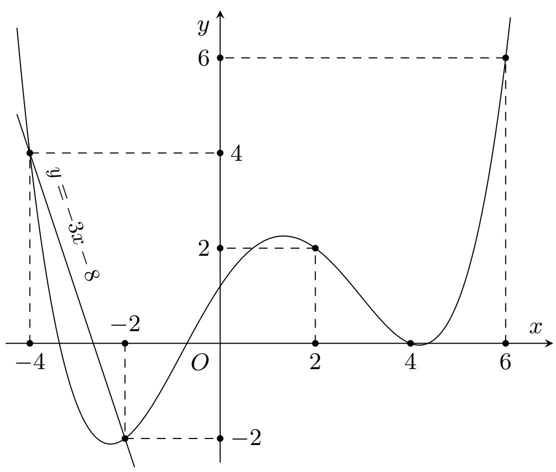
Ta có

$$\begin{aligned} g'(x) &= -f'(-3x-8) + 9x + 16 \\ &= -\left[f'(-3x-8) - (-3(-3x-8) - 8)\right] \end{aligned}$$

$g'(x) \geq 0 \Leftrightarrow f'(-3x-8) - (-3(-3x-8)-8) \leq 0 \qquad (1)$

Từ đồ thị ta suy ra

$$f'(x) - (-3x-8) \leq 0 \Leftrightarrow -4 \leq x \leq -2 \qquad (2)$$



Từ (1) và (2) suy ra

$$-4 \leq -3x - 8 \leq -2 \Leftrightarrow -\frac{4}{3} \geq x \geq -2.$$

Chọn đáp án B ....

□

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang. Biết rằng $AB \parallel CD$, $AB > CD$, $AB = 2a$, $\widehat{ACB} = 90^\circ$. Các tam giác SAC, SBD là các tam giác đều cạnh bằng $a\sqrt{3}$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$.

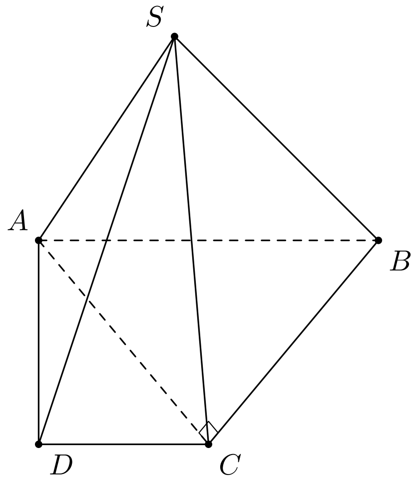
A. $\dfrac{3a^3\sqrt{6}}{4}$.
B. $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{4}$.
C. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.
D. $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

Lời giải:

Chọn $a = 1$ và xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ với $C(0;0;0), A(\sqrt{3};0;0), B(0;1;0)$. Giả sử $S(a;b;c), c>0$

Theo giả thiết $\begin{cases} SA=\sqrt{3} \\ SB=\sqrt{3} \\ SC=\sqrt{3} \end{cases}$ ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} (a-\sqrt{3})^2+b^2+c^2=3 \\ a^2+(b-1)^2+c^2=3 \\ a^2+b^2+c^2=3 \end{cases} \Rightarrow S\left(\frac{\sqrt{3}}{2};\frac{1}{2};\sqrt{2}\right).$$



Chọn đáp án (B)..

□

Ta có phương trình mặt phẳng $(ABC)\colon z=0$ và $D\in(ABC)\Rightarrow D(x;y;0)$.

Theo giả thiết $\begin{cases} SD=\sqrt{3} \\ BD=\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \left(x-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2+\left(y-\frac{1}{2}\right)^2=1 \\ x^2+(y-1)^2=2 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=\sqrt{3} \\ y=1 \end{cases} \\ \begin{cases} x=\frac{\sqrt{3}}{2} \\ y=-\frac{1}{2} \end{cases} \end{array}\right.$

Vì $AB \parallel CD \Rightarrow D\left(\frac{\sqrt{3}}{2};-\frac{1}{2};0\right)$.

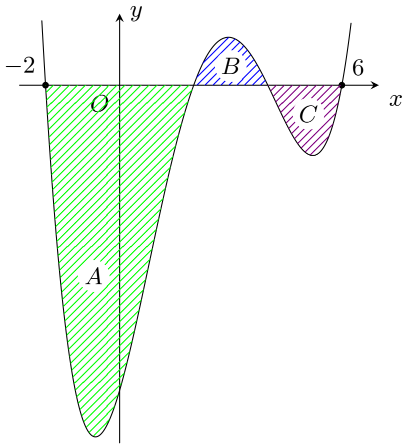
Vậy

$$\begin{aligned} V_{S.ABCD} &= V_{S.ACD}+V_{S.ABC} \\ &= \frac{1}{3}\mathrm{d}(S;(ABC))(S_{\Delta ACD}+S_{\Delta ABC}) \\ &= \frac{\sqrt{2}}{3}\left(\frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CD}\right]\right|+\frac{1}{2}AC.CB\right)=\frac{a^3\sqrt{6}}{4}. \end{aligned}$$

Câu 48.

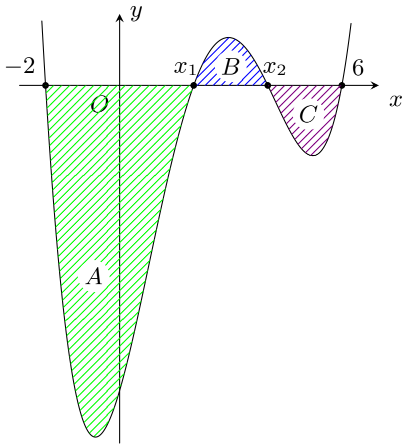
Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-2;6]$ như hình vẽ bên. Biết các miền A, B, C có diện tích lần lượt là 32, 2 và 3. Tích phân $I=\int\limits_{-2}^{2}\left(\frac{\pi}{3}\cos\left(\frac{\pi}{4}x\right)-\frac{1}{88}(8-6x)f\left(-\frac{3}{4}x^2+2x+5\right)\right)\mathrm{d}x$ bằng

(A) $\frac{25}{6}$. (B) 2. (C) $\frac{119}{3}$. (D) $-\frac{91}{3}$.



Lời giải:

Ta có



$$\begin{aligned}
I_1 &= \int\limits_{-2}^{2} \frac{1}{88}(8-6x) f\left(-\frac{3}{4}x^2+2x+5\right)\,\mathrm{d}x \\
&= \frac{1}{22}\int\limits_{-2}^{2} f\left(-\frac{3}{4}x^2+2x+5\right)\,\mathrm{d}\left(-\frac{3}{4}x^2+2x+5\right) \\
&= \frac{1}{22}\int\limits_{-2}^{2} f(t)\,\mathrm{d}t = -\frac{1}{22}\int\limits_{-2}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x \\
&= \frac{1}{22}\left(\int\limits_{-2}^{x_1} f(x)\,\mathrm{d}x + \int\limits_{x_1}^{x_2} f(x)\,\mathrm{d}x + \int\limits_{x_2}^{6} f(x)\,\mathrm{d}x\right) \\
&= \frac{1}{22}(-32+2-3) = -\frac{3}{2}.
\end{aligned}$$

$$I_2 = \frac{\pi}{3}\int\limits_{-2}^{2}\cos\left(\frac{\pi}{4}x\right)\,\mathrm{d}x = \frac{4}{3}\sin\left(\frac{\pi}{4}x\right)\Big|_{-2}^{2} = \frac{8}{3}.$$

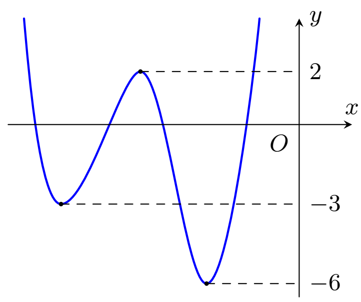
Vậy $I = I_1 - I_2 = \frac{8}{3} + \frac{3}{2} = \frac{25}{6}$.

Chọn đáp án A ....

□

Câu 49.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên bên. Có bao nhiêu số nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x) = |f(x+2018)+m|$ có 7 điểm cực trị ?



A 2. **B** 3. **C** 4. **D** 6.

Lời giải:

Vì hàm $f(x)$ đã cho có 3 điểm cực trị nên $f(x+2018)+m$ cũng luôn có 3 điểm cực trị (do phép tịnh tiến không làm ảnh hưởng đến số cực trị).
Do đó yêu cầu bài toán ⇔ số giao điểm của đồ thị $f(x+2018)+m$ với trục hoành là 4.
Để số giao điểm của đồ thị $f(x+2018)+m$ với trục hoành là 4, ta cần đồng thời
Tịnh tiến đồ thị $f(x)$ xuống dưới nhỏ hơn 2 đơn vị $\Rightarrow m > -2$
Tịnh tiến đồ thị $f(x)$ lên trên nhỏ hơn 3 đơn vị $\Rightarrow m < 3$.
Vậy $-2 < m < 3 \Rightarrow m \in \{1;2\}$ (do $m \in \mathbb{Z}^+$).

Chọn đáp án A ....

□

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x-y-2z+1=0$, $(Q): (m+2)x+y+mz-1=0$ (m là tham số thực). Khi hai mặt phẳng (P) và (Q) tạo với nhau một góc nhỏ nhất thì điểm A nào dưới đây nằm trong mặt phẳng (Q)?

A $A(1,1,-2)$. **B** $A(3,1,1)$. **C** $A(1,1,2)$. **D** $A(-1,2,1)$.

Lời giải:

Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_P = (2;-1;-2)$ và mặt phẳng (Q) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_Q = (m+2;1;m)$.

Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) $\left(0 \le \alpha \le \dfrac{\pi}{2}\right)$. Khi đó, ta có

$$\cos\alpha = \frac{|\vec{n}_P \cdot \vec{n}_Q|}{|\vec{n}_P|\,|\vec{n}_Q|} = \frac{|2(m+2)-1-2m|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}\sqrt{(m+2)^2+1^2+m^2}} = \frac{1}{\sqrt{2m^2+4m+5}}.$$

Góc α nhỏ nhất tương ứng với $\cos\alpha$ là lớn nhất.
Mà $\min(2m^2+4m+5) = 3$ nên $\max(\cos\alpha) = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$ tại $m=-1$.
Do đó, phương trình mặt phẳng (Q) thỏa điều kiện bài toán là $(Q): x+y-z-1=0$.
Vậy, điểm A thuộc mặt phẳng (Q) là $A(1,2,2)$.

Chọn đáp án C ....

□

—HẾT—

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

1. A	2. A	3. B	4. B	5. A	6. A	7. A	8. D	9. A	10. A
11. D	12. A	13. A	14. C	15. D	16. A	17. B	18. A	19. C	20. C
21. C	22. C	23. C	24. B	25. B	26. C	27. C	28. C	29. A	30. A
31. A	32. B	33. D	34. C	35. D	36. A	37. C	38. A	39. B	40. B
41. B	42. C	43. C	44. B	45. D	46. B	47. B	48. A	49. A	50. C

BỘ ĐỀ ÔN THI THPTQG

ĐỀ 11

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2020

Môn Toán;

Thời gian làm bài: 90 phút.

NỘI DUNG ĐỀ

Câu 1. Thể tích của khối hộp chữ nhật có kích thước các cạnh là a, $2a$, $3a$ bằng

A $6a^3$. **B** a^3. **C** $2a^3$. **D** $3a^3$.

Lời giải:

Thể tích cần tìm là $a \cdot 2a \cdot 3a = 6a^3$.

Chọn đáp án **A**

☐

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'		$-$	‖	$+$	0	$-$	
y	3	$\searrow$	-3 ‖ $+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	5

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A -2. **B** 2. **C** 1. **D** -3.

Lời giải:

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng -2.

Chọn đáp án **A**

☐

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-1;3)$ và $B(3;1;2)$. Véc-tơ $-\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

A $(-1;-2;1)$. **B** $(1;2;-1)$. **C** $(5;0;5)$. **D** $(1;-2;1)$.

Lời giải:

Ta có $-\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA} = (-1;-2;1)$.

Chọn đáp án **A**

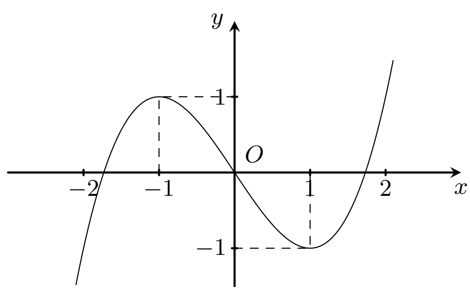
☐

Câu 4.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A $(-\infty;-1)$. **B** $(-\infty;1)$.

C $(-1;1)$. **D** $(-1;+\infty)$.



Lời giải:

Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$.

Chọn đáp án **A**

☐

Câu 5. Với a, b và c là ba số thực dương tùy ý, $\ln\left(\dfrac{a^2b}{c}\right)$ bằng

A $2\ln a + \ln b - \ln c$. **B** $\ln a + 2\ln b - \ln c$.

C $-\ln a - 2\ln b + \ln c$. **D** $\dfrac{1}{2}\ln a + \ln b - \ln c$.

Lời giải:

Ta có $\ln\left(\dfrac{a^2b}{c}\right) = 2\ln a + \ln b - \ln c$.

Chọn đáp án (A) ....

☐

Câu 6. Cho $\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = -1$ và $\int_0^1 g(x)\,\mathrm{d}x = 1$. Khi đó $\int_0^1 [f(x) - 7g(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) -8. (B) 6. (C) -6. (D) 8.

Lời giải:

Ta có $\int_0^1 [f(x) - 7g(x)]\,\mathrm{d}x = \int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x - 7\int_0^1 g(x)\,\mathrm{d}x = -8$.

Chọn đáp án (A) ....

☐

Câu 7. Thể tích của khối cầu bán kính $a\sqrt{3}$ bằng

(A) $4\pi a^3\sqrt{3}$. (B) $\pi a^3\sqrt{3}$. (C) $4\pi a^3$. (D) $2\pi a^3\sqrt{3}$.

Lời giải:

Thể tích là $V = \dfrac{4}{3}\pi(a\sqrt{3})^3 = 4\pi a^3\sqrt{3}$.

Chọn đáp án (A) ....

☐

Câu 8. Tập nghiệm của phương trình $\log_4(x^2 - x + 2) = 1$ là

(A) $\{-1; 2\}$. (B) $\{-1; 0\}$. (C) $\{0\}$. (D) $\{0; 1\}$.

Lời giải:

Ta có $\log_4(x^2 - x + 2) = 1 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = -1$ hoặc $x = 2$.

Chọn đáp án (A) ....

☐

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng song song với mặt phẳng (Oxz) và đi qua điểm $A(1; 2; 3)$ có phương trình là

(A) $y = 2$. (B) $z = 3$. (C) $x = 1$. (D) $x + 2y + 3z = 0$.

Lời giải:

Phương trình mặt phẳng song song với (Oxz) và đi qua điểm $A(a; b; c)$ có dạng $y = b$.
Vậy đáp án là $y = 2$.

Chọn đáp án (A) ....

☐

Câu 10. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \mathrm{e}^x + \dfrac{1}{x}$ là

(A) $\mathrm{e}^x + \dfrac{1}{x} + C$. (B) $\mathrm{e}^x + \dfrac{\log x}{x} + C$. (C) $\dfrac{1}{x}\mathrm{e}^x + \dfrac{1}{x} + C$. (D) $\mathrm{e}^x + \ln x + C$.

Lời giải:

Ta có $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \mathrm{e}^x + \ln x + C$.

Chọn đáp án (D) ....

☐

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d\colon \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y-4}{-1} = \dfrac{z+2}{3}$ đi qua điểm nào dưới đây?

(A) $A(-1; 4; -2)$. (B) $B(1; -4; 2)$. (C) $C(1; -1; 3)$. (D) $D(-1; 1; -3)$.

Lời giải:

Lần lượt thay tọa độ các điểm vào phương trình d ta thấy điểm $A(-1; 4; -2)$ thỏa mãn.

Chọn đáp án (A)

☐

Câu 12. Với k và n là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k \le n$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $\mathrm{C}_n^k = \dfrac{n!}{k!(n-k)!}$. (B) $\mathrm{P}_n^k = \dfrac{n!}{k!(n-k)!}$. (C) $\mathrm{C}_n^k = \dfrac{n!}{k!}$. (D) $\mathrm{P}_n^k = \dfrac{n!}{k!}$.

Lời giải:

Ta có $\mathrm{C}_n^k = \dfrac{n!}{k!(n-k)!}$ và $\mathrm{P}_n^k = \dfrac{n!}{(n-k)!}$.

Chọn đáp án (A)

☐

Câu 13. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng thứ hai $u_2 = 2$ và công sai $d = 3$. Giá trị của u_4 bằng

(A) 8. (B) 11. (C) 14. (D) 5.

Lời giải:

Ta có $u_4 = u_1 + 3d = u_2 + 2d = 8$.

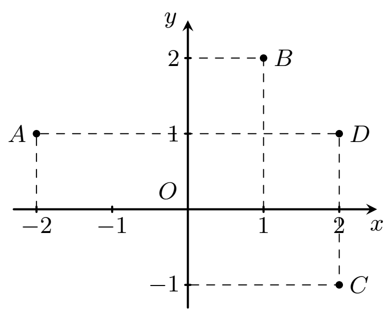
Chọn đáp án (A)

☐

Câu 14.

Điểm nào trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức $z = 2+i$?

(A) D. (B) B. (C) C. (D) A.



Lời giải:

Điểm biểu diễn số phức $z = a + bi$ là $I(a; b)$. Vậy đáp án đúng là $D(2; 1)$.

Chọn đáp án (A)

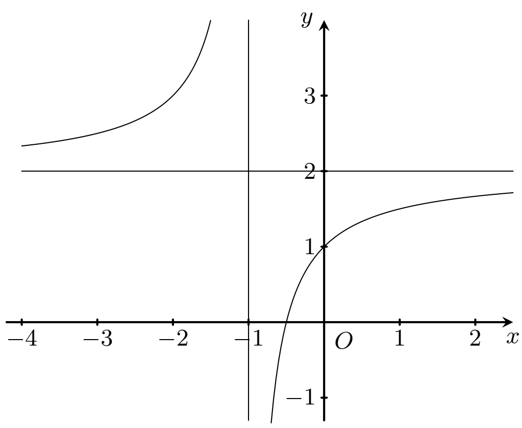
☐

Câu 15.

Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

(A) $y = \dfrac{2x+1}{x+1}$. (B) $y = \dfrac{2x-1}{x+1}$.

(C) $y = \dfrac{2x+1}{x-1}$. (D) $y = \dfrac{2x-1}{x-1}$.



Lời giải:

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(0; 1)$, loại đáp án $y = \dfrac{2x-1}{x+1}$ và $y = \dfrac{2x+1}{x-1}$.

Dựa vào dáng của đồ thị nên $ad - bc > 0$, suy ra $y = \dfrac{2x+1}{x+1}$ thỏa mãn.

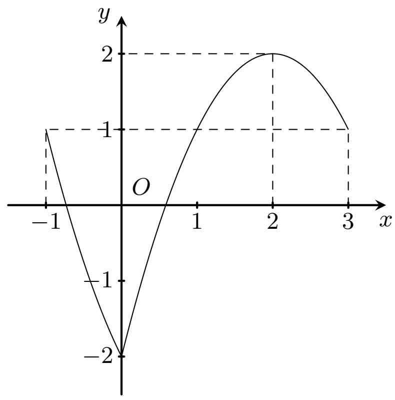
Chọn đáp án (A)

☐

Câu 16.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;3]$. Giá trị của $M - m$ bằng

Ⓐ 4. Ⓑ 1. Ⓒ 3. Ⓓ 0.



Lời giải:

Dựa vào đồ thị, ta có $M = 2$ và $m = -2$. Vậy $M - m = 4$.

Chọn đáp án Ⓐ

☐

Câu 17. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x+1)(x-1)^2(x-2)^3$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

Ⓐ 3. Ⓑ 4. Ⓒ 5. Ⓓ 7.

Lời giải:

$f'(x) = 0$ có 3 nghiệm bội lẻ 0; -1 và 2 nên hàm số đã cho có 3 điểm cực trị.

Chọn đáp án Ⓐ

☐

Câu 18. Tìm các số thực a và b thỏa mãn $3a + (b - i)(-1 + 2i) = 3 + 5i$ với i là đơn vị ảo.

Ⓐ $a = 1$, $b = 2$. Ⓑ $a = \frac{1}{2}$, $b = 1$. Ⓒ $a = -1$, $b = 1$. Ⓓ $a = -2$, $b = 2$.

Lời giải:

Ta có $3a + (b - i)(-1 + 2i) = 3 + 5i \Leftrightarrow 3a - b + 2 + (2b + 1)i = 3 + 5i$.

Đồng nhất hệ số ta có $\begin{cases} 3a - b + 2 = 3 \\ 2b + 1 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2. \end{cases}$

Chọn đáp án Ⓐ

☐

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $I(1;2;3)$ và $B(3;2;1)$. Phương trình của mặt cầu có tâm I đi qua B là

Ⓐ $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 8$. Ⓑ $(x-3)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 8$.

Ⓒ $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 2\sqrt{2}$. Ⓓ $(x-3)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 2\sqrt{2}$.

Lời giải:

Bán kính mặt cầu là $R = IB = \sqrt{(x_B - x_I)^2 + (y_B - y_I)^2 + (z_B - z_I)^2} = 2\sqrt{2}$.

Phương trình cần tìm là $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 8$.

Chọn đáp án Ⓐ

☐

Câu 20. Đặt $\log_2 5 = a$, khi đó $\log_{125} 32$ bằng

Ⓐ $\frac{5}{3a}$. Ⓑ $\frac{5a}{3}$. Ⓒ $\frac{3a}{5}$. Ⓓ $\frac{3}{5a}$.

Lời giải:

Ta có $\log_{125} 32 = \frac{5}{3} \log_5 2 = \frac{5}{3a}$.

Chọn đáp án Ⓐ

☐

Câu 21. Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 3 = 0$. Giá trị của $|2z_1| + |z_2|$ bằng

Ⓐ $3\sqrt{3}$. Ⓑ $2\sqrt{2}$. Ⓒ $2\sqrt{3}$. Ⓓ $3\sqrt{2}$.

Lời giải:

Ta có $\Delta = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = -8$.

Phương trình có hai nghiệm phức $z_1 = \dfrac{2 - 2\sqrt{2}i}{2} = 1 - \sqrt{2}i$ và $z_2 = \dfrac{2 + 2\sqrt{2}i}{2} = 1 + \sqrt{2}i$.

Vậy $|2z_1| + |z_2| = |2 - 2\sqrt{2}i| + |1 + \sqrt{2}i| = 3\sqrt{3}$.

Chọn đáp án Ⓐ ....

□

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P)\colon x - 2y + 3z - 5 = 0$ và $(Q)\colon x - 2y + 3z + 2 = 0$ bằng

Ⓐ $\dfrac{\sqrt{14}}{2}$. Ⓑ $\dfrac{\sqrt{7}}{2}$. Ⓒ 7. Ⓓ $\dfrac{7}{2}$.

Lời giải:

Lấy điểm $A(0; -1; 1) \in (P)$.

Ta có $(P) \parallel (Q)$ nên $\mathrm{d}[(P), (Q)] = \mathrm{d}[A, (Q)] = \dfrac{|x_A - 2y_A + 3z_A + 2|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 3^2}} = \dfrac{\sqrt{14}}{2}$.

Chọn đáp án Ⓐ ....

□

Câu 23. Tập nghiệm của bất phương trình $5^{x^2 - 2x} > \dfrac{1}{5}$ là

Ⓐ $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. Ⓑ $\mathbb{R}$. Ⓒ $(1; +\infty)$. Ⓓ $\{1\}$.

Lời giải:

Ta có $5^{x^2-2x} > \dfrac{1}{5} \Leftrightarrow x^2 - 2x > -1 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 > 0 \Leftrightarrow x \neq 1$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Chọn đáp án Ⓐ ....

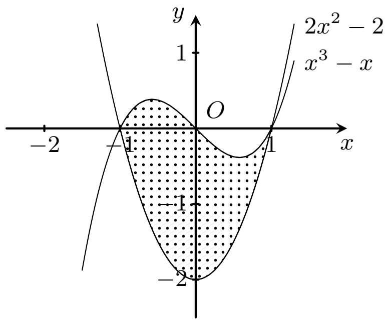
□

Câu 24.

Diện tích phần hình phẳng chấm bi trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào dưới đây?

Ⓐ $\displaystyle\int_{-1}^{1} (x^3 - 2x^2 - x + 2)\,\mathrm{d}x$. Ⓑ $\displaystyle\int_{-1}^{1} (-x^3 + 2x^2 + x - 2)\,\mathrm{d}x$.

Ⓒ $\displaystyle\int_{-1}^{1} (x^3 + 2x^2 - x - 2)\,\mathrm{d}x$. Ⓓ $\displaystyle\int_{-1}^{1} (-x^3 - 2x^2 + x + 2)\,\mathrm{d}x$.



Lời giải:

$$\int_{-1}^{1} (x^3 - 2x^2 - x + 2)\,\mathrm{d}x.$$

Chọn đáp án Ⓐ ....

□

Câu 25. Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng $5a$ và bán kính đáy bằng $3a$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

Ⓐ $12\pi a^3$. Ⓑ $36\pi a^3$. Ⓒ $15\pi a^3$. Ⓓ $45\pi a^3$.

Lời giải:

Chiều cao của khối nón là $h = \sqrt{l^2 - r^2} = 4a$.

Thể tích của khối nón là $V = \dfrac{1}{3} \cdot h \cdot \pi r^2 = 12\pi a^3$.

Chọn đáp án Ⓐ ....

□

Câu 26. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f(x)$	3	$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	$-\infty$ || 2	$\searrow$	-3

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A 4. **B** 3. **C** 2. **D** 5.

Lời giải:

Hàm số có 2 tiệm cận ngang $y = 3$ và $y = -3$.

Hàm số có 2 tiệm cận đứng là $x = 1$ và $x = 2$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 27. Cho khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng $3a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

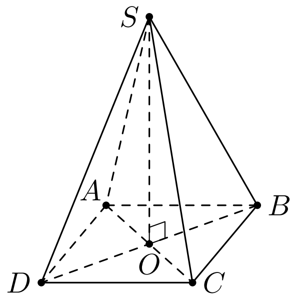
A $\dfrac{9a^3\sqrt{2}}{2}$. **B** $\dfrac{9a^3}{2}$. **C** $\dfrac{3a^3\sqrt{2}}{2}$. **D** $\dfrac{3a^3}{2}$.

Lời giải:

$ABCD$ là hình vuông nên $BD = BC\sqrt{2} = 3a\sqrt{2}$. Suy ra $OB = \dfrac{3a\sqrt{2}}{2}$.

$\triangle SOB$ vuông tại O có $SO = \sqrt{SB^2 - OB^2} = \dfrac{3a\sqrt{2}}{2}$.

Vậy $V = \dfrac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \dfrac{1}{3} \cdot SO \cdot BC^2 = \dfrac{9a^3\sqrt{2}}{2}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 28. Hàm số $f(x) = \log_3(x^3 - 7x^2 + 1)$ có đạo hàm

A $f'(x) = \dfrac{3x^2 - 14x}{(x^3 - 7x^2 + 1)\ln 3}$. **B** $f'(x) = \dfrac{(3x^2 - 14x)\ln 3}{x^3 - 7x^2 + 1}$.

C $f'(x) = \dfrac{1}{(x^3 - 7x^2 + 1)\ln 3}$. **D** $f'(x) = \dfrac{\ln 3}{x^3 - 7x^2 + 1}$.

Lời giải:

$f'(x) = \dfrac{(x^3 - 7x^2 + 1)'}{(x^3 - 7x^2 + 1)\ln 3} = \dfrac{3x^2 - 14x}{(x^3 - 7x^2 + 1)\ln 3}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 29. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	||	$+$	0	$-$	
$f(x)$	3	$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	5

Số nghiệm thực của phương trình $3f(x) + 6 = 0$ là

A 2. **B** 3. **C** 1. **D** 0.

Lời giải:

Số nghiệm thực của phương trình trên cũng chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = -2$.

Dựa vào bảng biến thiên, phương trình có 2 nghiệm thực.

Chọn đáp án (A) ....

□

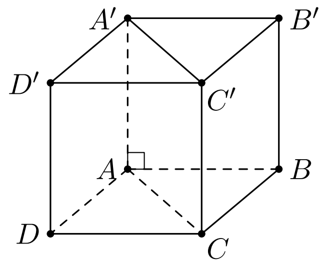
Câu 30. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai mặt phẳng $(ABB'A')$ và $(ACC'A')$ là

(A) $45°$. (B) $90°$. (C) $30°$. (D) $60°$.

Lời giải:

Ta có $\begin{cases} (ABB'A') \cap (ACC'A') = AA' \\ A'C' \perp AA' \\ A'B' \perp AA' \end{cases}$

$\Rightarrow [(ABB'A'), (ACC'A')] = \widehat{B'A'C'} = 45°$.



Chọn đáp án (A) ....

□

Câu 31. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_5(12 - 5^x) = 2 - x$ bằng

(A) 2. (B) 5. (C) 12. (D) 2.

Lời giải:

Điều kiện $12 - 5^x > 0 \Leftrightarrow x < \log_5 12$.

$\log_5(12 - 5^x) = 2 - x \Leftrightarrow 5^{2x} - 12 \cdot 5^x + 25 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 5^x = 6 - \sqrt{11} \\ 5^x = 6 + \sqrt{11} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \log_5(6 - \sqrt{11}) \\ x = \log_5(6 + \sqrt{11}) \end{array}\right.$ (nhận).

Vậy tổng là $\log_5(6 - \sqrt{11}) + \log_5(6 + \sqrt{11}) = 2$.

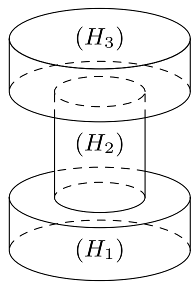
Chọn đáp án (A) ....

□

Câu 32.

Một khối đồ chơi gồm ba khối trụ (H_1), (H_2), (H_3) xếp chồng lên nhau, lần lượt có bán kính đáy và chiều cao tương ứng là r_1, h_1, r_2, h_2, r_3, h_3 thỏa mãn $r_1 = r_3 = 2r_2$, $h_2 = 2h_1 = 2h_3$ (tham khảo hình vẽ). Biết rằng thể tích của toàn bộ khối đồ chơi bằng 50 cm^3, thể tích khối trụ (H_2) bằng

(A) 10 cm^3. (B) 20 cm^3. (C) 40 cm^3. (D) 24 cm^3.



Lời giải:

Ta có $\dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{V_3}{V_2} = \dfrac{h_1 \cdot \pi \cdot r_1^2}{h_2 \cdot \pi \cdot r_2^2} = 2$.

Suy ra $\dfrac{V_1}{2} = \dfrac{V_2}{1} = \dfrac{V_3}{2} = \dfrac{V_1 + V_2 + V_3}{5} = 10$.

Suy ra $V_1 = V_3 = 20$ và $V_2 = 10$.

Chọn đáp án (A) ....

□

Câu 33. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 9x^2(5 + \ln x)$ là

(A) $14x^3 + 3x^3 \ln x + C$. (B) $x^3 + 3x^3 \ln x + C$.

(C) $14x^3 + 3x^3 \ln x$. (D) $x^3 + 3x^3 \ln x$.

Lời giải:

Đặt $\begin{cases} u = 5 + \ln x \\ \mathrm{d}v = 9x^2\mathrm{d}x \end{cases}$, suy ra $\begin{cases} \mathrm{d}u = \dfrac{\mathrm{d}x}{x} \\ v = 3x^3 \end{cases}$.

Ta có $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = 3x^3(5 + \ln x) - \int 3x^2\,\mathrm{d}x = 3x^3(5 + \ln x) - x^3 + C = 14x^3 + 3x^3\ln x + C$.

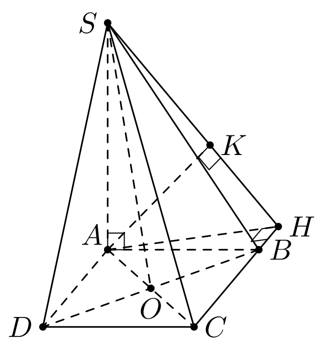
Chọn đáp án (A)..

□

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a, $\widehat{BAD} = 60°$, $SA = a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. O là tâm hình thoi $ABCD$. Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SBC) bằng

(A) $\dfrac{a\sqrt{21}}{14}$. (B) $\dfrac{a\sqrt{21}}{7}$. (C) $\dfrac{a\sqrt{3}}{7}$. (D) $\dfrac{a\sqrt{3}}{14}$.

Lời giải:



Ta có $AC \cap (SBC) = C$ nên $\mathrm{d}[O,(SBC)] = \dfrac{OC}{AC}\mathrm{d}[A,(SBC)] = \dfrac{1}{2}\mathrm{d}[A,(SBC)]$.

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, vẽ $AH \perp BC$ tại H.

Trong mặt phẳng (SAH) vẽ $AK \perp SH$ tại K.

Ta có $\begin{cases} BC \perp AH \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAH)$.

Ta có $\begin{cases} AK \perp SH \\ AK \perp BC \end{cases} \Rightarrow AK \perp (SBC)$.

Suy ra $\mathrm{d}[A,(SBC)] = AK$.

$\triangle ABH$ vuông tại H có $AH = AB\sin 60° = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

$\triangle SAH$ vuông tại A có $\dfrac{1}{AK^2} = \dfrac{1}{SA^2} + \dfrac{1}{AH^2} \Rightarrow AK = \dfrac{a\sqrt{21}}{7}$.

Vậy $\mathrm{d}[O,(SBC)] = \dfrac{1}{2}AK = \dfrac{a\sqrt{21}}{14}$.

Chọn đáp án (A)..

□

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x + y + z - 7 = 0$ và đường thẳng $(d)\colon \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y-7}{-2} = \dfrac{z+2}{1}$. Hình chiếu vuông góc của (d) trên (P) có phương trình là

(A) $\dfrac{x}{1} = \dfrac{y-8}{-2} = \dfrac{z+1}{1}$. (B) $\dfrac{x}{-1} = \dfrac{y-8}{2} = \dfrac{z+1}{-1}$.

(C) $\dfrac{x}{1} = \dfrac{y+8}{-2} = \dfrac{z-1}{1}$. (D) $\dfrac{x}{-1} = \dfrac{y+8}{2} = \dfrac{z-1}{-1}$.

Lời giải:

(P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1;1;1)$.

(d) đi qua điểm $A(-1;7;-2)$ và có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (1;-2;1)$.

Gọi (d') là hình chiếu của (d) trên (P). Vì $\vec{n}\cdot\vec{u} = 0$ nên $(d) \parallel (P)$. Suy ra $(d') \parallel (d)$.

Gọi A' là hình chiếu của A trên (P).

AA' đi qua $A(-1;7;-2)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{n} = (1;1;1)$, suy ra $AA'\colon \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y-7}{1} = \dfrac{z+2}{1}$.

Tọa độ điểm A' thỏa hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y + z - 7 = 0 \\ \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y-7}{1} = \dfrac{z+2}{1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y + z = 7 \\ x - y = -8 \\ y - z = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 8 \\ z = -1. \end{cases}$$

Phương trình (d') là $(d')\colon \dfrac{x}{1} = \dfrac{y-8}{-2} = \dfrac{z+1}{1}$.

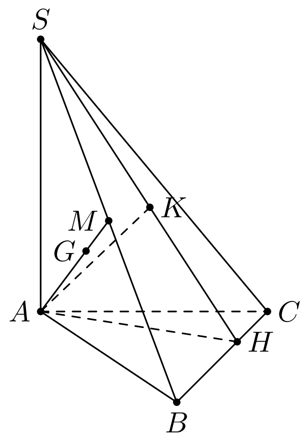
Chọn đáp án (A)..

□

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A, $AB = 7$, $\widehat{ACB} = 30^\circ$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và đường thẳng SC tạo với mặt phẳng đáy một góc 60°. Khoảng cách từ trọng tâm của tam giác SAB đến mặt phẳng (SBC) bằng

Ⓐ $\dfrac{7\sqrt{13}}{13}$. Ⓑ $\dfrac{21\sqrt{13}}{13}$. Ⓒ $\dfrac{14\sqrt{13}}{13}$. Ⓓ $\dfrac{3\sqrt{13}}{26}$.

Lời giải:



Ta có AC là hình chiếu vuông góc của SC lên (ABC).
Do đó $(\widehat{SC, (ABC)}) = \widehat{SCA} = 60^\circ$.
Gọi M là trung điểm của SB, G là trọng tâm $\triangle SAB$. Ta có
$\dfrac{GM}{AM} = \dfrac{1}{3} \Rightarrow \dfrac{\mathrm{d}(G, (SBC))}{\mathrm{d}(A, (SBC))} = \dfrac{1}{3} \Rightarrow \mathrm{d}(G, (SBC)) = \dfrac{1}{3}\mathrm{d}(A, (SBC))$.
Kẻ $AH \perp BC$ tại H, ta có
$\begin{cases} BC \perp AH \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAH)$.
Kẻ $AK \perp SH$ tại K, ta có

$\begin{cases} AK \perp SH \\ AK \perp BC \end{cases} \Rightarrow AK \perp (SBC) \Rightarrow \mathrm{d}(A, (SBC)) = AK$.

$\triangle ABC$ vuông tại $A \Rightarrow AC = AB \cdot \cot 30^\circ = 7\sqrt{3}$ và $AH = \dfrac{AB \cdot AC}{\sqrt{AB^2 + AC^2}} = \dfrac{7\sqrt{3}}{2}$.
$\triangle SAC$ vuông tại $A \Rightarrow SA = AC \cdot \tan 60^\circ = 3 \cdot 7 = 21$.
$\triangle SAH$ vuông tại $A \Rightarrow AK = \dfrac{SA \cdot AH}{\sqrt{SA^2 + AH^2}} = \dfrac{21\sqrt{13}}{13}$.
Vậy $\mathrm{d}(G, (SBC)) = \dfrac{7\sqrt{13}}{13}$.

Chọn đáp án Ⓐ ....
□

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng chéo nhau $d_1\colon \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 \\ z = t \end{cases}$,
$d_2\colon \dfrac{x}{1} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z+1}{-1}$. Đường vuông góc chung của d_1 và d_2 có phương trình là

Ⓐ $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z-1}{-2}$. Ⓑ $\dfrac{x}{-1} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z+1}{1}$.
Ⓒ $\dfrac{x-2}{3} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z+1}{5}$. Ⓓ $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{-1} = \dfrac{z-1}{-2}$.

Lời giải:
Ta có d_1 qua $A(1; -1; 0)$ có vector chỉ phương $\overrightarrow{u_1} = (1; 0; 1)$.
d_2 qua $B(0; 1; -1)$ có vector chỉ phương $\overrightarrow{u_2} = (1; 1; -1)$ và $d_2\colon \begin{cases} x = t \\ y = 1 + t \\ z = -1 - t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.
Gọi Δ là đường vuông góc chung của d_1 và d_2.
Gọi (P) là mặt phẳng chứa d_2 và song song với d_1 có vector chỉ phương $\overrightarrow{n_1}$.
Khi đó ta có $\begin{cases} \overrightarrow{n_1} \perp \overrightarrow{u_1} \\ \overrightarrow{n_1} \perp \overrightarrow{u_2} \end{cases}$. Nên chọn $\overrightarrow{n_1} = \overrightarrow{u_1} \wedge \overrightarrow{u_2} = (-1; 2; 1)$.
Gọi (Q) là mặt phẳng chứa d_2 và vuông góc với (P) và có vector pháp tuyến $\overrightarrow{n_2}$.
Khi đó ta có $\begin{cases} \overrightarrow{n_2} \perp \overrightarrow{n_1} \\ \overrightarrow{n_2} \perp \overrightarrow{u_2} \end{cases}$. Nên chọn $\overrightarrow{n_2} = \overrightarrow{n_1} \wedge \overrightarrow{u_1} = (3; 0; 3)$.
$\Rightarrow (Q)\colon x + z + 1 = 0$.

Gọi I là giao điểm của d_1 và (Q) $\Rightarrow$ tọa độ I thỏa hệ

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 \\ z = t \\ x + z + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -1 \\ z = -1. \end{cases}$$

Vậy Δ qua I nhận $\overrightarrow{n_1}$ làm vector chỉ phương có phương trình $\Delta\colon \dfrac{x}{-1} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z+1}{1}$.

Chọn đáp án B ....

☐

Câu 38. Gọi M là giá trị lớn nhất của $\left|\dfrac{1}{m-i} - 1\right|$, với m là số thực. Giá trị M^2 gần với số nào nhất trong các số dưới đây?

A 2,62. B 2,64. C 1,62. D 1,64.

Lời giải:

Ta có $\left|\dfrac{1}{m-i} - 1\right| = \dfrac{|1-m+i|}{|m-i|} = \dfrac{\sqrt{(1-m)^2+1}}{\sqrt{m^2+1}} = \sqrt{\dfrac{m^2-2m+2}{m^2+1}} = \sqrt{1 + \dfrac{1-2m}{m^2+1}}$.

Xét $f(m) = \dfrac{1-2m}{m^2+1}$.

$f'(m) = 0 \Leftrightarrow \dfrac{2m^2-2m-2}{(m^2+1)^2} = 0 \Leftrightarrow m = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ hoặc $m = \dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$.

Bảng biến thiên

m	$-\infty$		$\frac{1-\sqrt{5}}{2}$		$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$		$+\infty$
$f'(m)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(m)$	0	↗	$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$	↘		↗	0

Do đó $M = \sqrt{1 + \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}} \Rightarrow M^2 = \dfrac{3+\sqrt{5}}{2} \approx 2{,}62$.

Chọn đáp án A ....

☐

Câu 39. Cho hình nón có bán kính đáy bằng a và chiều cao $a\sqrt{3}$. Mặt phẳng (P) đi qua đỉnh của hình nón cắt hình nón này theo một thiết diện. Tính giá trị lớn nhất của thiết diện này.

A $2a^2\sqrt{3}$. B $a^2\sqrt{3}$. C $2a^2$. D $a^2\sqrt{2}$.

Lời giải:

Xét hình nón như hình vẽ.

Giả sử (P) đi qua đỉnh cắt hình nón theo một thiết diện là $\triangle SAB$ (theo hình vẽ). Ta có

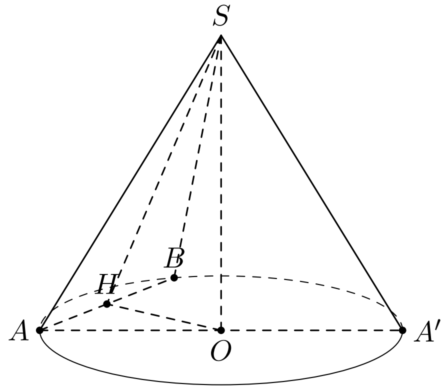
$SA = SB = \sqrt{SO^2 + OA^2} = 2a$.

Do đó $\triangle SAA'$ là tam giác đều.

$S_{\triangle SAB} = \dfrac{1}{2} SA \cdot SB \cdot \sin\widehat{ASB}$.

$S_{\triangle SAB}$ lớn nhất $\Leftrightarrow \sin\widehat{ASB}$ lớn nhất $\Leftrightarrow \widehat{ASB} = 90^\circ$.

Vậy $\max\left(S_{\triangle SAB}\right) = 2a^2$.



Chọn đáp án C ....

☐

Câu 40. Cho đa giác đều 20 đỉnh. Chọn ngẫu nhiên 4 đỉnh của đa giác. Tính xác suất để 4 đỉnh được chọn tạo thành một hình chữ nhật nhưng không phải là hình vuông.

A. $\dfrac{8}{969}$. B. $\dfrac{12}{1615}$. C. $\dfrac{1}{57}$. D. $\dfrac{3}{323}$.

Lời giải:

Chọn ngẫu nhiên 4 đỉnh trong 20 đỉnh có C_{20}^4 cách $\Rightarrow n(\Omega) = 4845$.
Đa giác 20 cạnh có 10 đường chéo đi qua tâm.
Mà cứ 2 đường chéo đi qua tâm tạo thành một hình chữ nhật.
Do đó số hình chữ nhật tạo thành từ 10 đường chéo là $\mathrm{C}_{10}^2 = 45$.
Tuy nhiên trong 45 hình chữ nhật này có 5 hình vuông.
Nên số hình chữ nhật cần tìm là 40.
Vậy xác suất cần tính là $P = \dfrac{40}{4845} = \dfrac{8}{969}$.

Chọn đáp án A ....

□

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-3}{1} = \dfrac{y-3}{1} = \dfrac{z}{1}$ và mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2=4$. Hai mặt phẳng phân biệt qua d, tiếp xúc (S). Một trong hai mặt phẳng đó có phương trình là

A. $\left(2\sqrt{6}+1\right)x + y - 2\sqrt{6}z + 3 = 0$.
B. $\left(7+5\sqrt{3}\right)x + \left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)y + z - \sqrt{3} = 0$.
C. $\left(5+2\sqrt{6}\right)x + 7\sqrt{6}y - 2z + 2 + \sqrt{6} = 0$.
D. $\left(-5+2\sqrt{6}\right)x + y - \left(-4+2\sqrt{6}\right)z - 3\left(-4+2\sqrt{6}\right) = 0$.

Lời giải:

d đi qua $M(3;3;0)$ có vector chỉ phương $\vec{u} = (1;1;1)$.
(S) có tâm O bán kính $R = 2$.
Gọi (P) là mặt phẳng chứa d và tiếp xúc với (S) có vector pháp tuyến $\vec{n} = (a;b;c)$. Khi đó
$\vec{n}\cdot\vec{u} = 0 \Leftrightarrow c = -a-b$. Do đó $\vec{n} = (a;b;-a-b)$
$\Rightarrow (P)\colon ax + by - (a+b)z - 3a - 3b = 0$.
Ta có

$$\begin{aligned}
\mathrm{d}(O,(P)) = 2 \quad &\Leftrightarrow \quad \frac{|3a+3b|}{\sqrt{2a^2+2b^2+2ab}} = 2\\
&\Leftrightarrow \quad 9(a^2+2ab+b^2) = 4(2a^2+2b^2+2ab)\\
&\Leftrightarrow \quad a^2+10ab+b^2 = 0\\
&\Leftrightarrow \quad a = -5 \pm 2\sqrt{6}b.
\end{aligned}$$

Chọn $a = -5+2\sqrt{6}$, $b = 1$ hoặc $a = -5-2\sqrt{6}$, $b = 1$.
Vậy $(P)\colon \left(-5+2\sqrt{6}\right)x + y - \left(-4+2\sqrt{6}\right)z - 3\left(-4+2\sqrt{6}\right) = 0$.

Chọn đáp án D ....

□

Câu 42. Gọi a là số nguyên dương nhỏ nhất sao cho tồn tại các số nguyên b, c để phương trình $a\ln^2 x + b\ln x + 2c = 0$ có hai nghiệm phân biệt đều thuộc $(1;\mathrm{e})$. Giá trị của a bằng

A. 9. B. 6. C. 5. D. 10.

Lời giải:

$a\ln^2 x + b\ln x + 2c = 0$ có hai nghiệm phân biệt thuộc $(0;\mathrm{e})$.
Đặt $t = \ln x$. Khi đó ta có
$f(t) = at^2 + bt + 2c = 0$ có hai nghiệm phân biệt t_1, t_2 thỏa $0 < t_1 < t_2 < 1$ $\quad (*)$.
Giả sử $a \in \mathbb{N}^*$, $b, c \in \mathbb{Z}$ và thỏa $(*) \Rightarrow f(0) > 0$ và $f(1) > 0$
$\Rightarrow f(0) = 2c \geq 2$ và $f(1) = a + b + 2c \geq 1 \quad (1)$.
Mặt khác, $f(t) = 0$ có 2 nghiệm phân biệt t_1, t_2 nên $f(t) = a(t-t_1)(t-t_2) \quad (2)$.
Từ (1), (2) $\Rightarrow 2 \leq f(0)\cdot f(1) = a^2 t_1 t_2 (1-t_1)(1-t_2) \leq a^2\left(\dfrac{t_1+t_2+1-t_1+1-t_2}{4}\right)^4 = \dfrac{a^2}{16}$
$\Rightarrow a^2 \geq 32 \Rightarrow a = 6$.

Với $a = 6$, chọn $c = 1$, $b = -7$ ta có $6t^2 - 7t + 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = \dfrac{2}{3} \in (0;1) \\ t = \dfrac{1}{2} \in (0;1). \end{array}\right.$

Vậy $a = 6$ là giá trị cần tìm.

Chọn đáp án B

□

Câu 43. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x) + 2f(\pi - x) = (x+1)\sin x$, $(\forall x \in \mathbb{R})$. Tích phân $\displaystyle\int_0^{\pi} f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A. $1 + \dfrac{\pi}{2}$. B. $\dfrac{2+\pi}{3}$. C. $2 + \pi$. D. 0.

Lời giải:

Thay $x = \pi - x$ ta được

$f(\pi - x) + 2f(x) = (\pi - x + 1)\sin(\pi - x) \Leftrightarrow 2f(x) + f(\pi - x) = (\pi - x + 1)\sin x$.

Ta có $\begin{cases} f(x) + 2f(\pi - x) = (\pi - x + 1)\sin x \\ 2f(x) + f(\pi - x) = (x+1)\sin x \end{cases}$

$\Rightarrow 3f(x) = (2\pi - 3x + 1)\sin x$

$\Rightarrow f(x) = \dfrac{2\pi - 3x + 1}{3}\sin x$

$\Rightarrow \displaystyle\int_0^{\pi} f(x)\,\mathrm{d}x = \left(\dfrac{2\pi+1}{3}x - \dfrac{x^2}{2}\right)\Bigg|_0^{\pi} = \dfrac{2+\pi}{3}$.

Chọn đáp án B

□

Câu 44. Xét số phức $z = a + bi$ $(a, b \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $|2z + 2 - 3i| = 1$. Khi biểu thức $2|z+2| + |z-3|$ đạt giá trị lớn nhất, giá trị của $a \cdot b$ bằng

A. 3. B. 2. C. -3. D. -2.

Lời giải:

Ta có $|2z + 2 - 3i| = 1 \Leftrightarrow \left|z + 1 - \dfrac{3}{2}i\right| = \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow (a+1)^2 + \left(b - \dfrac{3}{2}\right)^2 = \dfrac{1}{4}$.

Đặt $\begin{cases} 2(a+1) = \sin\alpha \\ 2\left(b - \dfrac{3}{2}\right) = \cos\alpha \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \dfrac{1}{2}\sin\alpha - 1 \\ b = \dfrac{1}{2}\cos\alpha + \dfrac{3}{2}. \end{cases}$

Ta có

$$\begin{aligned} 2|z+2| + |z-3| &= 2\sqrt{\left(\frac{1}{2}\sin\alpha + 1\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\cos\alpha + \frac{3}{2}\right)^2} + \sqrt{\left(\frac{1}{2}\sin\alpha - 4\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\cos\alpha + \frac{3}{2}\right)^2} \\ &= 2\sqrt{\frac{7}{2}\sin\alpha + \frac{3}{2}\cos\alpha} + \sqrt{\frac{37}{2} - 4\sin\alpha + \frac{3}{2}\cos\alpha} \le 4\sqrt{5}. \end{aligned}$$

Dấu "=" xảy ra khi $\alpha = 0 \Rightarrow a = -1$ và $b = 2$.

Vậy $a \cdot b = -2$.

Chọn đáp án D

□

Câu 45. Giá trị của m có thể bằng bao nhiêu để phương trình $\left|x^3 + x^2 - 5x - m + 2\right| = \left|x^3 - x^2 - x - 2\right|$ có duy nhất 1 nghiệm?

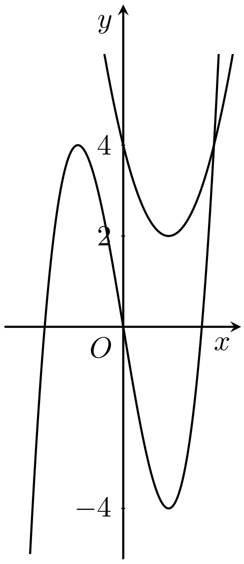
A. 3. B. 4. C. 0. D. -5.

Lời giải:

Ta có

$$\begin{aligned}
&\left|x^3+x^2-5x-m+2\right| = \left|x^3-x^2-x-2\right|\\
\Leftrightarrow\ & (x^3+x^2-5x-m+2)^2-(x^3-x^2-x-2)^2=0\\
\Leftrightarrow\ & (2x^2-4x-m+4)(2x^3-6x-m)=0\\
\Leftrightarrow\ & \left[\begin{array}{l}2x^2-4x+4=m\\ 2x^3-6x=m.\end{array}\right.
\end{aligned}$$

Khi đó ta có đồ thị hàm số $f(x)=2x^2-4x+4$ và $g(x)=2x^3-6x$ như sau



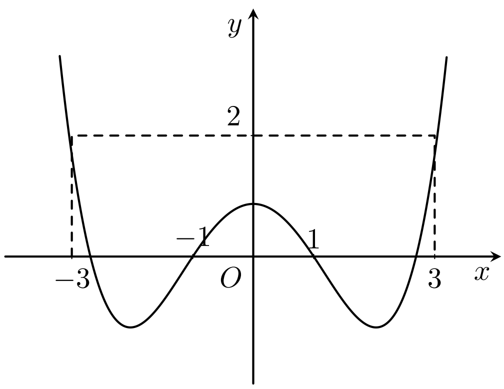
Dựa vào đồ thị hàm số ta suy ra $m<-4$ là giá trị cần tìm.

Chọn đáp án D ....

□

Câu 46.

Cho hàm số $f(x)=ax^5+bx^4+cx^3+dx^2+ex+f$ $(a,b,c,d,e,f\in\mathbb{R})$. Biết rằng hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hỏi hàm số $g(x)=f(1-2x)-2x^2+1$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A $\left(-\dfrac{3}{2};-1\right)$.

B $\left(-\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2}\right)$.

C $(-1;0)$.

D $(1;3)$.

Lời giải:

Ta có $g'(x)=-2f'(1-2x)-4x$.

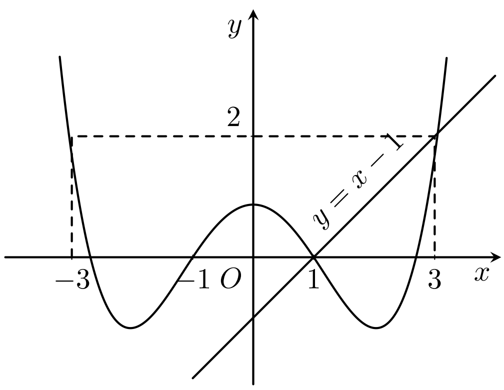
Đặt $t=1-2x\Rightarrow x=\dfrac{1-t}{2}\Rightarrow -2f'(t)-4\dfrac{1-t}{2}>0$

$\Rightarrow -2f'(t)-2(1-t)>0\Rightarrow f'(t)<t-1$.

Dựa vào đồ thị ta suy ra $1<x<3$.

Do đó $f'(t)<t-1\Leftrightarrow 1<t<3$

$\Leftrightarrow 1<1-2x<3\Leftrightarrow -1<x<0$.



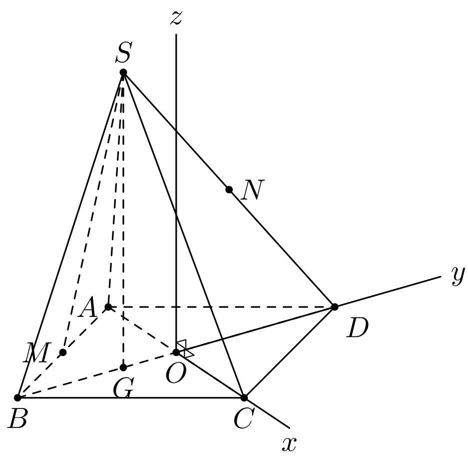
Chọn đáp án C ....

□

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh bằng $\sqrt[3]{12}$, $\widehat{ABC} = 60°$. Hình chiếu của S là trọng tâm tam giác ABC. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, SD. Biết cô-sin của góc giữa đường thẳng CN và SM bằng $\dfrac{2\sqrt{26}}{13}$. Hỏi thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng bao nhiêu?

(A) $\sqrt{38}$. (B) $\dfrac{\sqrt{38}}{12}$. (C) $\sqrt[3]{38}$. (D) $\dfrac{\sqrt[3]{38}}{12}$.

Lời giải:



Đặt $a = \sqrt[3]{12}$. Dựng hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ.

Khi đó ta có $D\left(0; \dfrac{\sqrt{3}a}{2}; 0\right)$, $B\left(0; -\dfrac{\sqrt{3}a}{2}; 0\right)$, $C\left(\dfrac{a}{2}; 0; 0\right)$, $A\left(-\dfrac{a}{2}; 0; 0\right)$, $S\left(0; -\dfrac{\sqrt{3}a}{6}; x\right)$, $M\left(-\dfrac{a}{4}; -\dfrac{\sqrt{3}a}{4}; 0\right)$, $N\left(0; \dfrac{\sqrt{3}a}{6}; \dfrac{x}{2}\right)$.

Ta có $\overrightarrow{SM} = \left(-\dfrac{a}{4}; -\dfrac{\sqrt{3}a}{12}; -x\right)$ và $\overrightarrow{AN} = \left(\dfrac{a}{2}; \dfrac{\sqrt{3}a}{6}; \dfrac{x}{2}\right)$.

$$\cos(SM, AN) = \frac{\left|\overrightarrow{SM} \cdot \overrightarrow{AN}\right|}{\left|\overrightarrow{SM}\right| \cdot \left|\overrightarrow{AN}\right|} = \frac{2\sqrt{26}}{13} \Rightarrow \frac{\left|-\dfrac{a^2}{6} - \dfrac{x^2}{2}\right|}{\sqrt{\dfrac{a^2}{12} + x^2} \cdot \sqrt{\dfrac{a^2}{3} + \dfrac{x^2}{4}}} = \frac{2\sqrt{26}}{13} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{19}{6}}a.$$

Khi đó thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

$$V = \frac{1}{3}\sqrt{\frac{19}{6}}a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}a^2 = \frac{\sqrt{38}}{12}a = \sqrt{38}.$$

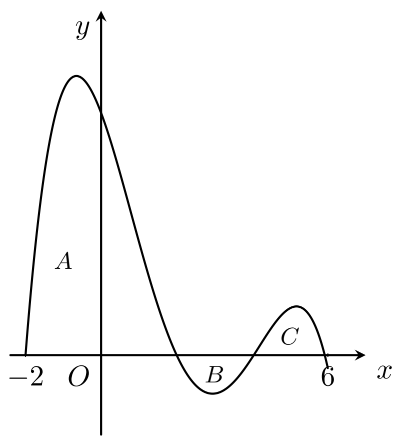
Chọn đáp án (A) ....

□

Câu 48.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-2; 6]$ như hình vẽ bên. Biết các miền A, B, C có diện tích lần lượt là 32, 4 và 3. Tích phân $\displaystyle\int_{-2}^{2} (f(2x+2)+1)\,dx$ bằng

(A) $\dfrac{45}{2}$. (B) 41. (C) 37. (D) 19.



Lời giải:

Gọi x_1, x_2 lần lượt là giao điểm của đồ thị hàm số với trục Ox ($x_1 < x_2$). Ta có

$$\begin{aligned} I &= \int_{-2}^{2} (f(2x+2)+1)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\int_{-2}^{2} f(2x+2)\,\mathrm{d}(2x+2) + \int_{-2}^{2} \mathrm{d}x = 4 + \frac{1}{2}\int_{-2}^{6} f(x)\,\mathrm{d}x \\ &= 4 + \frac{1}{2}\left(\int_{-2}^{x_1} f(x)\,\mathrm{d}x - \int_{x_1}^{x_2} f(x)\,\mathrm{d}x + \int_{x_2}^{6} f(x)\,\mathrm{d}x\right) = 4 + \frac{33}{2} = \frac{41}{2}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án (D)..........

☐

Câu 49. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + mx\sqrt{x^2+1}$, với m là số thực. Phương trình $\frac{1}{3}x^3 + mx\sqrt{x^2+1} = 0$ có nhiều nhất bao nhiêu nghiệm thực?

(A) 5. (B) 4. (C) 3. (D) 2.

Lời giải:

Ta có $\frac{1}{3}x^3 + mx\sqrt{x^2+1} = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 + 3m\sqrt{x^2+1} = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ \left(\sqrt{x^2+1}\right)^2 + 3m\sqrt{x^2+1} - 1 = 0 \end{array}\right. \quad (*)$.

Đặt $a = \sqrt{x^2+1} > 0$, từ $(*) \Rightarrow a^2 + 3ma - 1 = 0$ có hai nghiệm trái dấu nên loại nghiệm âm.

Hoàn toàn tồn tại m để cho ra nghiệm $\sqrt{x^2+1} = a > 1$ và dẫn đến có 2 nghiệm x phân biệt.

Cụ thể m càng âm càng tốt.

Do đó phương trình $\frac{1}{3}x^3 + mx\sqrt{x^2+1} = 0$ có nhiều nhất 3 nghiệm thực.

Chọn đáp án (C)..........

☐

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;1;2)$ và $B(1;2;-1)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng AB và tạo với mặt thẳng $(Q)\colon x + 2y - 2z + 3 = 0$ một góc nhỏ nhất. Điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (P)?

(A) $(1;7;-9)$. (B) $(0;1;-7)$. (C) $(1;1;-8)$. (D) $(2;5;4)$.

Lời giải:

Gọi $\vec{n} = (a;b;c)$ là vector pháp tuyến của mặt phẳng (P).

Khi đó mặt phẳng (P) có phương trình

$$a(x+1) + b(y-1) + c(z-2) = 0 \Leftrightarrow ax + by + cz - a - b - 2c = 0.$$

Ta có $1a + 2b - 1c + a - b - 2c = 0 \Leftrightarrow b = 3c - 2a$.

$\cos\left(\widehat{(P),(Q)}\right) = \dfrac{|1a+2b-2c|}{3\sqrt{a^2+b^2+c^2}} = \dfrac{|a+6c-4a-2c|}{3\sqrt{a^2+(3c-2a)^2+c^2}} = \dfrac{|4c-3a|}{3\sqrt{5a^2-12ac+10c^2}}$.

+ Nếu $a = 0 \Rightarrow \cos\left(\widehat{(P),(Q)}\right) = \dfrac{4|c|}{3\sqrt{10c^2}} = \dfrac{4}{3\sqrt{10}}$.

+ Nếu $a \neq 0 \Rightarrow \cos\left(\widehat{(P),(Q)}\right) = \dfrac{\left|4\frac{c}{a} - 3\right|}{3\sqrt{10\frac{c^2}{a^2} - 12\frac{c}{a} + 5}}$.

Xét hàm số $f(t) = \dfrac{|4t-3|}{3\sqrt{10t^2-12t+5}}$, với $t = \dfrac{c}{a}$.

Để $\left(\widehat{(P),(Q)}\right)$ nhỏ nhất thì $\cos\left(\widehat{(P),(Q)}\right)$ lớn nhất.

Dễ dàng chứng minh được $f(t) \le \dfrac{1}{3}\sqrt{\dfrac{13}{7}}$, đẳng thức xảy ra khi $t = -\dfrac{1}{3} \Leftrightarrow a = -3c$.

Chọn $a = 3$, $c = -1 \Rightarrow b = -9$.

Vậy $(P)\colon 3x - 9y - z + 14 = 0$.

Do đó điểm $(1;1;-8)$ thuộc (P).

Chọn đáp án (C)..........

☐

—HẾT—

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

1. A	2. A	3. A	4. A	5. A	6. A	7. A	8. A	9. A	10. D
11. A	12. A	13. A	14. A	15. A	16. A	17. A	18. A	19. A	20. A
21. A	22. A	23. A	24. A	25. A	26. A	27. A	28. A	29. A	30. A
31. A	32. A	33. A	34. A	35. A	36. A	37. B	38. A	39. C	40. A
41. D	42. B	43. B	44. D	45. D	46. C	47. A	48. D	49. C	50. C

BỘ ĐỀ ÔN THI THPTQG

ĐỀ 12

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2020
Môn Toán;
Thời gian làm bài: 90 phút.

NỘI DUNG ĐỀ

Câu 1. Thể tích của khối nón có đường cao h và diện tích đáy B là

(A) $V = B^2h$. (B) $V = \frac{1}{3}Bh$. (C) $V = Bh$. (D) $V = \frac{1}{3}B^2h$.

Lời giải:

Thể tích của khối nón là $V = \frac{1}{3}Bh$.

Chọn đáp án (B) ....

□

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-3		0		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	-1	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

(A) 4. (B) -1. (C) -3. (D) 3.

Lời giải:

Dựa vào bảng biến thiên đã cho, ta thấy giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng -1.

Chọn đáp án (B) ....

□

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(1;-1;2)$ và $B(3;-3;-2)$. Véc-tơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

(A) $(-2;-2;4)$. (B) $(2;-2;4)$. (C) $(1;-1;-2)$. (D) $(2;-2;-4)$.

Lời giải:

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2;-2;-4)$.

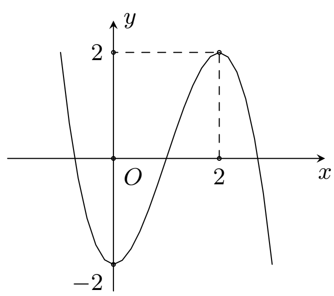
Chọn đáp án (D) ....

□

Câu 4.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây

(A) $(-2;2)$. (B) $(1;3)$. (C) $(-\infty;-1)$. (D) $(0;2)$.



Lời giải:

Dựa vào đồ thị hàm số, ta thấy đồ thị hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

Chọn đáp án (D) ....

□

Câu 5. Với hai số thực dương a và b. Khi đó $\ln \frac{a^2}{b^6}$ bằng

(A) $\ln a - 3\ln b$. (B) $2\ln a - \frac{1}{6}\ln b$. (C) $2\ln a - 6\ln b$. (D) $\frac{1}{3}\ln \frac{a}{b}$.

Lời giải:

Ta có $\ln \dfrac{a^2}{b^6} = \ln a^2 - \ln b^6 = 2\ln a - 6\ln b$.

Chọn đáp án C ....

☐

Câu 6. Biết $\displaystyle\int\limits_{2018}^{2019} f(x)\,\mathrm{d}x = -2$, $\displaystyle\int\limits_{2018}^{2019} g(x)\,\mathrm{d}x = 6$. Tích phân $\displaystyle\int\limits_{2018}^{2019} [2f(x) - g(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

A. 10. B. -2. C. 22. D. -10.

Lời giải:

Ta có $\displaystyle\int\limits_{2018}^{2019} [2f(x) - g(x)]\,\mathrm{d}x = 2\int\limits_{2018}^{2019} f(x)\,\mathrm{d}x - \int\limits_{2018}^{2019} g(x)\,\mathrm{d}x = -4 - 6 = -10$.

Chọn đáp án D ....

☐

Câu 7. Bán kính r của khối cầu có thể tích $V = 36\pi$ (cm^3) là

A. $r = 3$ (cm). B. $r = 6$ (cm). C. $r = 4$ (cm). D. $r = 9$ (cm).

Lời giải:

Theo đề bài ta có $\dfrac{4}{3}\pi r^3 = 36\pi \Leftrightarrow r^3 = 27 \Leftrightarrow r = 3$.

Chọn đáp án A ....

☐

Câu 8. Tập nghiệm của phương trình $2^{x^2+x} = 4$ là

A. $\{-2\}$. B. $\{1\}$. C. $\{-1; 2\}$. D. $\{1; -2\}$.

Lời giải:

Ta có $2^{x^2+x} = 4 \Leftrightarrow x^2 + x = 2 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -2. \end{array}\right.$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\{1; -2\}$.

Chọn đáp án D ....

☐

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oyz) có phương trình là

A. $z = 0$. B. $y = 0$. C. $y + z = 0$. D. $x = 0$.

Lời giải:

Mặt phẳng (Oyz) có phương trình là $x = 0$.

Chọn đáp án D ....

☐

Câu 10. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x + 4^x$ là

A. $\cos x + 4^x + C$. B. $-\cos x + \dfrac{4^x}{\ln 4} + C$.

C. $\cos x + \dfrac{4^x}{\ln 4} + C$. D. $-\cos x + \ln 4 \cdot 4^x + C$.

Lời giải:

Ta có $\displaystyle\int (\sin x + 4^x)\,\mathrm{d}x = -\cos x + \dfrac{4^x}{\ln 4} + C$.

Chọn đáp án B ....

☐

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $x - z - 2 = 0$ đi qua điểm nào sau đây?

A. $M(-1; -3; -1)$. B. $N(-4; 6; -2)$. C. $P(2; 0; -3)$. D. $Q(1; 4; -1)$.

Lời giải:

Thay tọa độ các điểm ở các đáp án vào phương trình mặt phẳng $x - z - 2 = 0$ để kiểm tra thì ta thấy mặt phẳng đã cho đi qua điểm $Q(1; 4; -1)$.

Chọn đáp án (D)

☐

Câu 12. Với k và n là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k \leq n$, mệnh đề nào dưới đây là đúng?

(A) $\mathrm{A}_n^k = \dfrac{n!}{k!(n-k)!}$. (B) $\mathrm{A}_n^k = \dfrac{n!}{(n-k)!}$. (C) $\mathrm{A}_n^k = \dfrac{n!}{k!}$. (D) $\mathrm{A}_n^k = \dfrac{k!}{n!(n-k)!}$.

Lời giải:

Theo lý thuyết, ta có công thức $\mathrm{A}_n^k = \dfrac{n!}{(n-k)!}$.

Chọn đáp án (B)

☐

Câu 13. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công bội $q = 2$. Giá trị của u_6 bằng

(A) 32. (B) 96. (C) 128. (D) 64.

Lời giải:

Ta có $u_6 = u_1 \cdot q^5 = 2 \cdot 2^5 = 64$.

Chọn đáp án (D)

☐

Câu 14. Điểm nào sau đây là điểm biểu diễn của số phức $z = -3 + 4i$?

(A) $M(3; 4)$. (B) $M(-3; 4)$. (C) $M(3; -4)$. (D) $M(-3; -4)$.

Lời giải:

Điểm biểu diễn của số phức $z = -3 + 4i$ là điểm có tọa độ $(-3; 4)$.

Chọn đáp án (B)

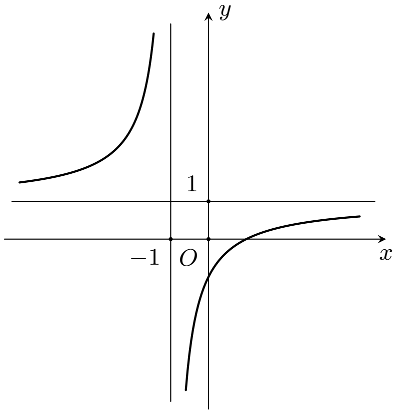
☐

Câu 15.

Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

(A) $y = \dfrac{x-1}{x+1}$. (B) $y = \dfrac{2x-1}{2x+1}$.

(C) $y = x^3 - 3x^2$. (D) $y = x^4 - 2x^2 + 2$.



Lời giải:

Dựa vào đồ thị ta có $y = 1$ là đường tiệm cận ngang và $x = -1$ là đường tiệm cận đứng.

Vậy đường cong hình bên là đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-1}{x+1}$.

Chọn đáp án (A)

☐

Câu 16.

Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-3; 2]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên $[-3; 2]$. Tính $M - m$.

x	-3		0		1		2
$f(x)$	-4	↗	2	↘	0	↗	1

(A) 4. (B) 5. (C) 6. (D) 7.

Lời giải:

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$, suy ra $\max\limits_{[-3;2]} f(x) = M = 2$ và $\min\limits_{[-3;2]} f(x) = m = -4$.

Suy ra $M - m = 2 - (-4) = 6$.

Chọn đáp án (C) ....

☐

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

(A) 5. (B) 2. (C) 0. (D) 1.

Lời giải:

Dựa vào bảng biến thiên, ta có

- Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$ và giá trị cực tiểu của hàm số bằng 1.
- Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$ và giá trị cực đại của hàm số bằng 5.

Chọn đáp án (D) ....

☐

Câu 18. Tìm điểm biểu diễn của số phức $\overline{z}$ là số phức liên hợp của z, biết $(4+3i)z-(3+4i)(2+i) = 9-9i$.

(A) $(2;-1)$. (B) $(2;1)$. (C) $(-2;-1)$. (D) $(-2;1)$.

Lời giải:

Ta có $(4+3i)z-(3+4i)(2+i) = 9-9i \Rightarrow z = \dfrac{9-9i+(3+4i)(2+i)}{4+3i} = 2-i \Rightarrow \overline{z} = 2+i$.

Vậy điểm biểu diễn của $\overline{z}$ là $(2;1)$.

Chọn đáp án (B) ....

☐

Câu 19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hãy biết phương trình mặt cầu đường kính AB với $A(2;3;-1)$, $B(0;-1;3)$.

(A) $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2 = 9$. (B) $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2 = 36$.

(C) $(x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2 = 9$. (D) $(x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2 = 36$.

Lời giải:

Gọi I là trung điểm $AB \Rightarrow I(1;1;1)$, $AB = 6$.

Mặt cầu (S) đường kính AB có tâm $I(1;1;1)$, bán kính $R = \dfrac{AB}{2} = 3$ có phương trình là: $(S)\colon (x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2 = 9$.

Chọn đáp án (A) ....

☐

Câu 20. Tập nghiệm của phương trình $\log_3(x^2+2x) = 1$ là

(A) $\{1;-3\}$. (B) $\{1;3\}$. (C) $\{0\}$. (D) $\{-3\}$.

Lời giải:

Ta có

$$\log_3(x^2+2x) = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+2x > 0 \\ x^2+2x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow x^2+2x-3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -3. \end{array}\right.$$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \{1;-3\}$.

Chọn đáp án (A) ....

☐

Câu 21. Gọi z_1, z_2 lần lượt là hai nghiệm của phương trình $z^2+5z+10=0$. Tính giá trị của biểu thức $A=|z_1|^2+|z_2|^2$.

(A) $A=10$. (B) $A=50$. (C) $A=20$. (D) $A=40$.

Lời giải:

z_1, z_2 lần lượt là hai nghiệm của phương trình $z^2+5z+10=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} z=z_1=-\dfrac{5}{2}+\dfrac{\sqrt{15}}{2}i & \Rightarrow |z_1|=\sqrt{10} \\ z=z_2=-\dfrac{5}{2}-\dfrac{\sqrt{15}}{2}i & \Rightarrow |z_2|=\sqrt{10}. \end{array}\right.$

Vậy $A=|z_1|^2+|z_2|^2=20$.

Chọn đáp án (C) ......

□

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P)\colon x-y-6=0$ và (Q). Biết rằng điểm $H(2;-1;-2)$ là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ $O(0;0;0)$ xuống mặt phẳng (Q). Số đo góc giữa hai mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q) bằng

(A) 45°. (B) 60°. (C) 30°. (D) 90°.

Lời giải:

Ta có $\overrightarrow{OH}\,(2;-1;-2)$ là véc-tơ pháp tuyến của (Q), $\vec{n}(1;-1;0)$ là véc-tơ pháp tuyến của (P).

Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q), ta có

$$\cos\alpha=\frac{\left|\overrightarrow{OH}\cdot\vec{n}\right|}{\left|\overrightarrow{OH}\right|\cdot|\vec{n}|}=\frac{|2+1|}{3\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}\Rightarrow\alpha=45^\circ.$$

Chọn đáp án (A) ......

□

Câu 23. Cho a, $b>0$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

(A) $\log(ab^2)=2\log a+2\log b$. (B) $\log(ab)=\log a-\log b$.

(C) $\log(ab)=\log a\cdot\log b$. (D) $\log(ab^2)=\log a+2\log b$.

Lời giải:

Với a, $b>0$ ta có $\log(ab^2)=\log a+\log b^2=\log a+2\log b$. Bởi vậy, trong các khẳng định đã cho, khẳng định đúng là "$\log(ab^2)=\log a+2\log b$".

Chọn đáp án (D) ......

□

Câu 24. Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $(\mathscr{C})$ của hàm số $y=x\sqrt{1+x^2}$, trục hoành, trục tung và đường thẳng $x=1$. Biết $S=a\sqrt{2}+b$, với $(a,b\in\mathbb{Q})$ và a,b viết dạng các phân số tối giản. Tính $a+b$.

(A) $a+b=\dfrac{1}{6}$. (B) $a+b=\dfrac{1}{2}$. (C) $a+b=\dfrac{1}{3}$. (D) $a+b=0$.

Lời giải:

Hoành độ giao điểm của $(\mathscr{C})$ và trục Ox là nghiệm của phương trình

$$x\sqrt{1+x^2}=0\Leftrightarrow x=0.$$

Suy ra

$$S=\int\limits_0^1 x\sqrt{1+x^2}\,\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int\limits_0^1(1+x^2)^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{d}(1+x^2)=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\frac{1}{2}+1}(1+x^2)^{\frac{3}{2}}\Big|_0^1=\frac{2}{3}\sqrt{2}-\frac{1}{3}.$$

Do đó $a=\dfrac{2}{3}$, $b=-\dfrac{1}{3}$.

Vậy $a+b=\dfrac{1}{3}$.

Chọn đáp án (C) ......

□

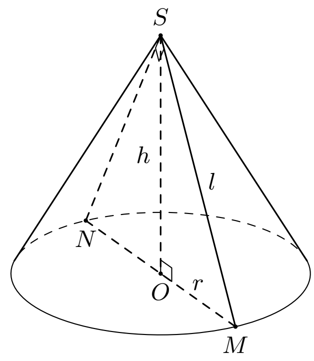
Câu 25. Cho hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân cạnh huyền bằng $2a$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón.

(A) $S_{xq} = \pi\sqrt{2}a^2$. (B) $S_{xq} = 2\pi\sqrt{2}a^2$. (C) $S_{xq} = 2\pi a^2$. (D) $S_{xq} = \pi a^2$.

Lời giải:

Gọi O là tâm đáy và $\triangle SMN$ là thiết diện qua trục.
Ta có $MN = 2a \Rightarrow 2r = 2a \Leftrightarrow r = a$.
Vì $\triangle SMN$ vuông cân tại S nên $2SM^2 = MN^2 \Rightarrow 2SM^2 = 4a^2$
$\Rightarrow l = SM = a\sqrt{2}$.
Diện tích xung quanh của hình nón là

$$S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot a \cdot a\sqrt{2} = \pi a^2\sqrt{2}.$$



Chọn đáp án (A)

□

Câu 26.

Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Tìm số tiệm cận của đồ thị hàm số

(A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y	$1 \nearrow$	$2 \parallel -\infty$	$\nearrow 1$

Lời giải:

Từ bảng biến thiên, suy ra

- $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) = 1$. Đồ thị hàm số có đường tiệm ngang $y = 1$.
- $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = -\infty$ nên đồ thị có một tiệm cận đứng là $x = 1$.

Chọn đáp án (C)

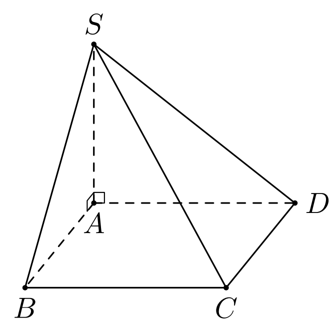
□

Câu 27. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. SA vuông góc với đáy, $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích hình chóp $S.ABCD$.

(A) $\dfrac{a^3}{3}$. (B) $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. (C) $a^3\sqrt{3}$. (D) $3a^3\sqrt{3}$.

Lời giải:

$V = \dfrac{1}{3}SA \cdot S_{ABCD} = \dfrac{1}{3}a\sqrt{3} \cdot a^2 = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.



Chọn đáp án (B)

□

Câu 28. Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_2(2^x + 1)$.

(A) $y' = \dfrac{2^x}{2^x+1}$. (B) $y' = \dfrac{2^x}{(2^x+1)\ln 2}$. (C) $\dfrac{2^x \ln 2}{2^x+1}$. (D) $\dfrac{1}{2^x+1}$.

Lời giải:

$y' = \dfrac{2^x \ln 2}{(2^x+1)\ln 2} = \dfrac{2^x}{2^x+1}$.

Chọn đáp án (A) ....

□

Câu 29.

Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 2$ là?

x	$-\infty$		-3		4		5		$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	↘	2	↗	3	↘	-3	↗	$+\infty$

(A) 2. (B) 3. (C) 4. (D) 1.

Lời giải:

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số, suy ra phương trình $f(x) = 2$ có ba nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án (B) ....

□

Câu 30. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, tam giác $A'AC$ vuông cân, $A'C = 2$. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (BCD').

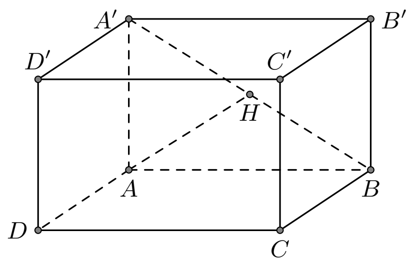
(A) $\dfrac{2}{3}$. (B) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. (C) $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$. (D) $\dfrac{\sqrt{6}}{6}$.

Lời giải:

Ta có $AC = AA' = \dfrac{A'C}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$, suy ra $AB = 1$.

Kẻ $AH \perp A'B$, ta chứng minh được $AH \perp (A'BCD')$

Suy ra $d(A, (BCD')) = AH = \dfrac{AB \cdot AA'}{A'B} = \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$.



Chọn đáp án (C) ....

□

Câu 31. Cho $a,\ b$ là các số thực dương thỏa mãn $a^2 + b^2 = 7ab$. Hệ thức nào sau đây là đúng?

(A) $2\log_2 \dfrac{a+b}{3} = \log_2 a + \log_2 b$. (B) $\log_2 \dfrac{a+b}{3} = 2(\log_2 a + \log_2 b)$.

(C) $2\log_2(a+b) = \log_2 a + \log_2 b$. (D) $4\log_2 \dfrac{a+b}{6} = \log_2 a + \log_2 b$.

Lời giải:

Ta có $a^2 + b^2 = 7ab \Leftrightarrow (a+b)^2 = 9ab$. Do đó

$$\log_2(a+b)^2 = \log_2(9ab) \Leftrightarrow 2\log_2(a+b) = 2\log_2 3 + \log_2 a + \log_2 b \Leftrightarrow 2\log_2 \frac{a+b}{3} = \log_2 a + \log_2 b.$$

Chọn đáp án (A) ....

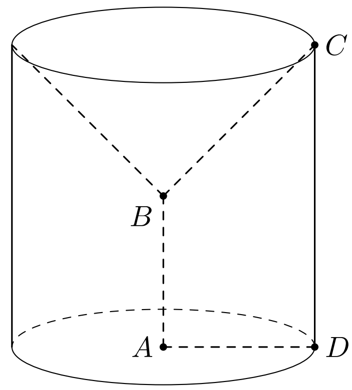
□

Câu 32. Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và D với $AB = AD = \dfrac{CD}{2} = a$. Quay hình thang và miền trong của nó quanh đường thẳng chứa cạnh AB. Tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo thành.

(A) $V = \dfrac{4\pi a^3}{3}$. (B) $V = \dfrac{5\pi a^3}{3}$. (C) $V = \pi a^3$. (D) $V = \dfrac{7\pi a^3}{3}$.

Lời giải:

Gọi V_1 là thể tích khối nón có đường sinh là BC , bán kính $R = AD = a$, chiều cao $h = a$. Khi đó $V_1 = \dfrac{1}{3}\pi R^2 h = \dfrac{1}{3}\pi a^2 \cdot a = \dfrac{a^3}{3}\pi$.
Gọi V_2 là thể tích khối trụ có đường sinh là $DC = 2a$, bán kính $R = AD = a$, chiều cao $h' = 2a$. Khi đó $V_2 = \pi R^2 h' = \pi \cdot a^2 .2a = 2a^3\pi$.
Thể tích V của khối tròn xoay được tạo thành là $V = V_2 - V_1 = 2a^3\pi - \dfrac{a^3\pi}{3} = \dfrac{5a^3\pi}{3}$.



Chọn đáp án (B)..........

□

Câu 33. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x\ln x$, trục Ox và đường thẳng $x = \mathrm{e}$.

(A) $S = \dfrac{\mathrm{e}^2+3}{4}$. (B) $S = \dfrac{\mathrm{e}^2-1}{2}$. (C) $S = \dfrac{\mathrm{e}^2+1}{2}$. (D) $S = \dfrac{\mathrm{e}^2+1}{4}$.

Lời giải:

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số $y = x\ln x$ và $y = 0$ là

$$x\ln x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0\,(\text{loại}) \\ \ln x = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow x = 1.$$

Diện tích hình phẳng cần tìm là $S = \displaystyle\int_1^{\mathrm{e}} |x\ln x|\,\mathrm{d}x = \int_1^{\mathrm{e}} x\ln x\,\mathrm{d}x$.

Đặt $\begin{cases} u = \ln x \\ \mathrm{d}v = x\,\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u = \dfrac{1}{x}\,\mathrm{d}x \\ v = \dfrac{x^2}{2}. \end{cases}$

Khi đó $S = \dfrac{x^2}{2}\cdot\ln x\Big|_1^{\mathrm{e}} - \displaystyle\int_1^{\mathrm{e}} \dfrac{x}{2}\,\mathrm{d}x = \dfrac{\mathrm{e}^2}{2} - \dfrac{x^2}{4}\Big|_1^{\mathrm{e}} = \dfrac{\mathrm{e}^2}{2} - \left(\dfrac{\mathrm{e}^2}{4} - \dfrac{1}{4}\right) = \dfrac{\mathrm{e}^2+1}{4}$.

Chọn đáp án (D)..........

□

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Biết $AC = 2a$, $BD = 4a$. Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và SC.

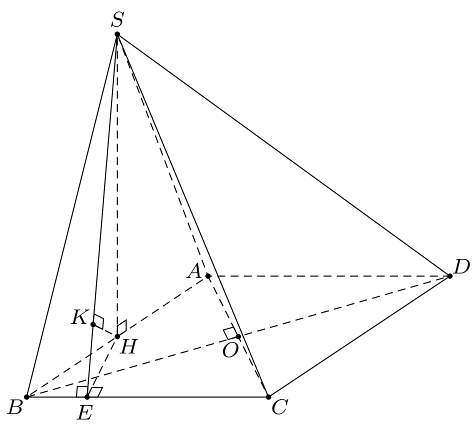
(A) $\dfrac{2a^3\sqrt{15}}{3}$. (B) $\dfrac{2a\sqrt{5}}{5}$. (C) $\dfrac{4a\sqrt{1365}}{91}$. (D) $\dfrac{a\sqrt{15}}{2}$.

Lời giải:

Gọi $O = AC \cap BD$, H là trung điểm của AB, suy ra $SH \perp AB$.
Do $AB = (SAB) \cap (ABCD)$ và $(SAB) \perp (ABCD)$, nên $SH \perp (ABCD)$.

+) Ta có $OA = \dfrac{AC}{2} = \dfrac{2a}{2} = a$, $OB = \dfrac{BD}{2} = \dfrac{4a}{2} = 2a$.
$AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = \sqrt{a^2 + 4a^2} = a\sqrt{5}$.

+) $SH = \dfrac{AB\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a\sqrt{15}}{2}$.
$S_{ABCD} = \dfrac{1}{2}AC \cdot BD = \dfrac{1}{2}2a \cdot 4a = 4a^2$.



Vì $BC \parallel AD$ nên $AD \parallel (SBC)$
$\Rightarrow \mathrm{d}\,(AD, SC) = \mathrm{d}\,(AD, (SBC)) = \mathrm{d}\,(A, (SBC))$.

Do H là trung điểm của AB và $B = AH \cap (SBC)$, nên $\mathrm{d}(A,(SBC)) = 2\mathrm{d}(H,(SBC))$.
Kẻ $HE \perp BC$, $H \in BC$, do $SH \perp BC$, nên $BC \perp (SHE)$.
Kẻ $HK \perp SE$, $K \in SE$, ta có $BC \perp HK \Rightarrow HK \perp (SBC) \Rightarrow HK = \mathrm{d}(H,(SBC))$.
Ta có H là trung điểm AB nên
$\dfrac{\mathrm{d}(H;BC)}{\mathrm{d}(A,BC)} = \dfrac{HB}{HA} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow HE = \dfrac{\mathrm{d}(A;BC)}{2} = \dfrac{2S_{\triangle ABC}}{2BC} = \dfrac{2a^2}{a\sqrt{5}} = \dfrac{2a}{\sqrt{5}}$.
Xét tam giác SHE vuông tại H có HK là đường cao, ta có:
$\dfrac{1}{HK^2} = \dfrac{1}{HE^2} + \dfrac{1}{SH^2} = \dfrac{5}{4a^2} + \dfrac{4}{15a^2} = \dfrac{91}{60a^2} \Rightarrow HK = \dfrac{2a\sqrt{15}}{\sqrt{91}} = \dfrac{2a\sqrt{1365}}{91}$.
Vậy $\mathrm{d}(AD,SC) = 2HK = \dfrac{4a\sqrt{1365}}{91}$.

Chọn đáp án C

□

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y+3}{2} = \dfrac{z+2}{2}$ và điểm $A(3;2;0)$. Tìm tọa độ điểm đối xứng của điểm A qua đường thẳng d.

A. $(-1;0;4)$. B. $(7;1;-1)$. C. $(2;1;-2)$. D. $(0;2;-5)$.

Lời giải:

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng d.
Phương trình của mặt phẳng (P) là

$$1(x-3) + 2(y-2) + 2(z-0) = 0 \Leftrightarrow x + 2y + 2z - 7 = 0.$$

Gọi H là hình chiếu của A lên đường thẳng d, khi đó $H = d \cap (P)$.
Suy ra $H \in d \Rightarrow H(-1+t;-3+2t;-2+2t)$, mà $H \in (P)$ nên $-1+t-6+4t-4+4t-7 = 0 \Rightarrow t = 2$.
Vậy $H(1;1;2)$. Gọi A' là điểm đối xứng với A qua đường thẳng d, khi đó H là trung điểm của AA', suy ra $A'(-1;0;4)$.

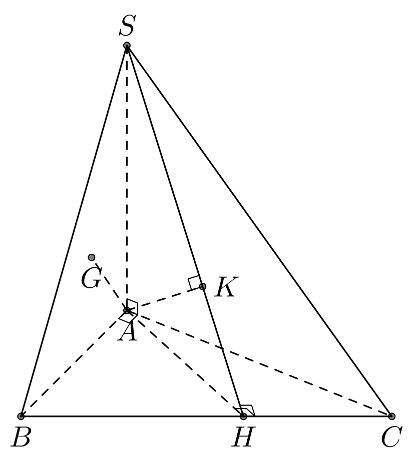
Chọn đáp án A

□

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A, $AB = a$, $\widehat{ACB} = 30^\circ$, SA vuông góc với đáy và góc giữa mặt phẳng (SBC) tạo với mặt phẳng đáy một góc 60°. Khoảng cách từ trọng tâm của tam giác (SAB) đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{3}}{12}$. B. $\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$. C. $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$. D. $\dfrac{a\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải:



Kẻ $AH \perp BC$ (trong mặt phẳng (ABC)). Khi đó vì $AH \perp (ABC)$ nên $SH \perp BC$. Suy ra góc giữa mặt phẳng (SBC) tạo với mặt phẳng đáy là $\widehat{AHS} = 60^\circ$.
Trong (SAH), kẻ $AK \perp SH$ thì $AH \perp (SBC)$ (vì $BC \perp (SAH)$).
Khi đó $\mathrm{d}[A,(SBC)] = AH$.

Xét tam giác vuông AHK có $\widehat{AHS} = 60^\circ$ và $AH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ (vì tam giác AHB là nửa tam giác đều với cạnh huyền $AB = a$). Khi đó $AH = \dfrac{a\sqrt{3}}{4}$.
Vì trọng tâm G của tam giác SAB nên ta có $\dfrac{\mathrm{d}[G,(SBC)]}{\mathrm{d}[A,(SBC)]} = \dfrac{1}{3}$.
Vậy khoảng cách từ trọng tâm của tam giác (SAB) đến mặt phẳng (SBC) bằng $\dfrac{a\sqrt{3}}{12}$.

Chọn đáp án A

□

Câu 37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1 : \dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z}{2}$ và $d_2 : \begin{cases} x = 2-2t \\ y = 3 \\ z = t \end{cases}$. Viết phương trình mặt cầu có đường kính là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng đó.

(A) $\left(x+\dfrac{11}{6}\right)^2 + \left(y+\dfrac{13}{6}\right)^2 + \left(z-\dfrac{1}{3}\right)^2 = \dfrac{25}{9}$. (B) $\left(x+\dfrac{11}{6}\right)^2 + \left(y+\dfrac{13}{6}\right)^2 + \left(z-\dfrac{1}{3}\right)^2 = \dfrac{5}{6}$.

(C) $\left(x-\dfrac{11}{6}\right)^2 + \left(y-\dfrac{13}{6}\right)^2 + \left(z+\dfrac{1}{3}\right)^2 = \dfrac{25}{9}$. (D) $\left(x-\dfrac{11}{6}\right)^2 + \left(y-\dfrac{13}{6}\right)^2 + \left(z+\dfrac{1}{3}\right)^2 = \dfrac{5}{6}$.

Lời giải:

Hai đường thẳng d_1 và d_2 chéo nhau.

Gọi $A(2+t; 1-t; 2t) \in d_1$, $B(2-2t'; 3; t') \in d_2$. Ta có $\overrightarrow{AB} = (-2t'-t; t+2; t'-2t)$.

d_1 có một VTCP là $\overrightarrow{u_1} = (1;-1;2)$, d_2 có một VTCP là $\overrightarrow{u_2} = (-2;0;1)$.

Để AB là đoạn vuông góc chung của d_1 và d_2 thì

$$\begin{cases} \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{u_1} = 0 \\ \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{u_2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (-2t'-t) - (t+2) + 2(t'-2t) = 0 \\ -2(-2t'-t) + (t'-2t) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -\dfrac{1}{3} \\ t' = 0. \end{cases}$$

Suy ra $A\left(\dfrac{5}{3}; \dfrac{4}{3}; -\dfrac{2}{3}\right)$, $B(2;3;0)$.

Gọi I là trung điểm AB thì $I\left(\dfrac{11}{6}; \dfrac{13}{6}; -\dfrac{1}{3}\right)$.

Phương trình mặt cầu tâm I, bán kính $\dfrac{AB}{2} = \dfrac{\sqrt{30}}{6}$ là $\left(x-\dfrac{11}{6}\right)^2 + \left(y-\dfrac{13}{6}\right)^2 + \left(z+\dfrac{1}{3}\right)^2 = \dfrac{5}{6}$.

Chọn đáp án (D) ....

□

Câu 38. Gọi M là giá trị lớn nhất của $\left|\dfrac{1}{m-i} + i\right|$, với m là số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $M \in \left(\dfrac{3}{2}; \dfrac{11}{5}\right)$. (B) $M \in \left(0; \dfrac{3}{2}\right)$. (C) $M \in \left(\dfrac{3}{2}; \dfrac{9}{5}\right)$. (D) $M \in \left(\dfrac{2}{3}; \dfrac{3}{3}\right)$.

Lời giải:

Ta có $\left|\dfrac{1}{m-i} + i\right| = \left|\dfrac{m\cdot i + 2}{m-i}\right| = \sqrt{\dfrac{m^2+4}{m^2+1}}$.

Xét hàm số $f(m) = \sqrt{\dfrac{m^2+4}{m^2+1}}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ và có $f'(m) = \dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{m^2+1}{m^2+4}} \cdot \dfrac{-6m}{(m^2+1)^2}$.

$$\Rightarrow f'(m) = 0 \Rightarrow -6m = 0 \Rightarrow m = 0.$$

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	
y	1	$\nearrow$	2	$\searrow$	1

Vậy giá trị lớn nhất của $\left|\dfrac{1}{m-i} - i\right|$ là $M = 2$ suy ra $M \in \left(\dfrac{3}{2}; \dfrac{11}{5}\right)$.

Chọn đáp án (A) ....

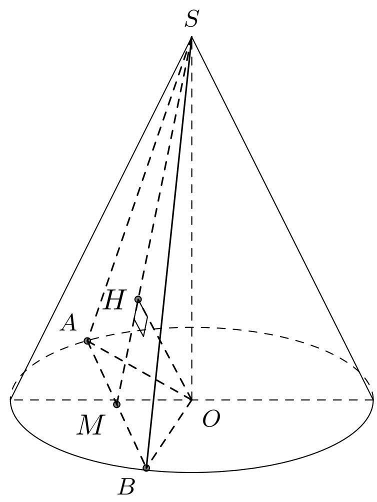
□

Câu 39. Cho hình nón tròn xoay có chiều cao $h = 20$, bán kính $r = 25$. Một thiết diện đi qua đỉnh của hình nón có khoảng cách từ tâm của đáy đến mặt phẳng chứa thiết diện là 12. Tính diện tích của thiết diện đó.

Ⓐ $S = 500$. Ⓑ $S = 400$. Ⓒ $S = 300$. Ⓓ $S = 406$.

Lời giải:

Giả sử thiết diện qua đỉnh của hình nón (N) là tam giác cân SAB.
Gọi M là trung điểm AB và H là hình chiếu của O lên SM.
Ta có $\dfrac{1}{OH^2} = \dfrac{1}{OM^2} + \dfrac{1}{OS^2} \Rightarrow OM = 15$.
Tam giác SMO vuông nên $SO \cdot OM = OH \cdot SM$
$\Rightarrow SM = \dfrac{SO \cdot OM}{OH} = 25$ cm.
Tam giác OMA vuông tại M nên $MA^2 = \sqrt{OA^2 - OM^2} = 20$.
Diện tích thiết diện: $S_{\Delta SAB} = 20 \cdot 25 = 500$.



Chọn đáp án Ⓐ ....

□

Câu 40. Cho đa giác đều $4n$ đỉnh $(n \geq 2)$. Chọn ngẫu hiên bốn đỉnh từ các đỉnh của đa giác đã cho. Biết rằng xác suất để bốn đỉnh được chọn là bốn đỉnh của một hình chữ nhật không phải là hình vuông bằng $\dfrac{6}{455}$. Khi đó n bằng

Ⓐ $n = 6$. Ⓑ $n = 8$. Ⓒ $n = 10$. Ⓓ $n = 4$.

Lời giải:

Gọi A là biến cố để 4 đỉnh được chọn là bốn đỉnh của một hình chữ nhật không phải là hình vuông.
Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = \mathrm{C}_{4n}^4$.
Đa giác đều $4n$ đỉnh có $2n$ đường chéo là đường kính nên sẽ có C_{2n}^2 cách chọn hai đường kính và đó cũng là số cách chọn bốn đỉnh trên là bốn đỉnh của một hình chữ nhật.
Trong $2n$ đường kính đó có chỉ có n cặp đường chéo vuông góc với nhau nên trong số hình chữ nhật trên có đúng n hình vuông.
Do đó số hình chữ nhật không phải là hình vuông là $n(A) = \mathrm{C}_{2n}^2 - n$.
Theo đề bài ta có

$$\mathrm{P}(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{\mathrm{C}_{2n}^2 - n}{\mathrm{C}_{4n}^4} = \frac{6}{455} \Leftrightarrow 455\,(n-1) = (4n-1)(2n-1)(4n-3).$$

$$\Leftrightarrow 32n^3 - 48n^2 - 433n + 452 = 0 \Rightarrow n = 4.$$

Vậy $n = 4$.

Chọn đáp án Ⓓ ....

□

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2z + 1 = 0$ và đường thẳng $d: \dfrac{x}{1} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z}{-1}$. Hai mặt phẳng $(P), (P')$ chứa d và tiếp xúc với (S) tại T và T'. Đường thẳng TT' đi qua điểm có tọa độ

Ⓐ $H\left(\dfrac{1}{6}; \dfrac{1}{3}; -\dfrac{5}{6}\right)$. Ⓑ $H\left(\dfrac{11}{6}; \dfrac{1}{3}; \dfrac{1}{6}\right)$. Ⓒ $H\left(-\dfrac{11}{6}; \dfrac{1}{3}; \dfrac{7}{6}\right)$. Ⓓ $H\left(\dfrac{1}{3}; \dfrac{1}{3}; \dfrac{1}{6}\right)$.

Lời giải:

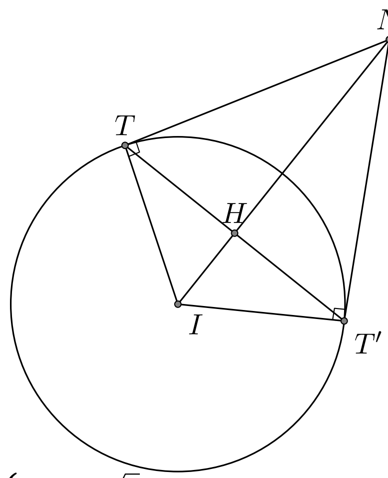
Mặt cầu (S) có tâm $I(1;0;-1)$ và bán kính $R=1$.

$\begin{cases} IT \perp (P) \Rightarrow IT \perp d \\ IT' \perp (P') \Rightarrow IT' \perp d \end{cases} \Rightarrow d \perp (ITT')$.

Gọi $N = d \cap (ITT') \Rightarrow N$ là hình chiếu của I trên d.

Đường thẳng d có phương trình tham số $\begin{cases} x = t \\ y = 2+t \quad t \in \mathbb{R} \\ z = -t \end{cases}$

$\Rightarrow N(t;2+t;-t)$ và $\overrightarrow{IN} = (t-1;2+t;-t+1)$.



$$\overrightarrow{IN} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow t-1+2+t+t-1=0 \Leftrightarrow t=0 \Rightarrow N(0;2;0) \Rightarrow \begin{cases} IN = \sqrt{6} \\ \overrightarrow{IN} = (-1;2;1). \end{cases}$$

Ta có $IH \cdot IN = IT^2 \Rightarrow IH = \dfrac{1}{\sqrt{6}}$.

Phương trình đường thẳng IN : $\begin{cases} x = -u \\ y = 2+2u \\ z = u \end{cases} \Rightarrow H(-u;2+2u;u)\ u \in \mathbb{R}$

và $\overrightarrow{IH} = (-u-1;2+2u;u+1)$.

$IH = \dfrac{1}{\sqrt{6}} \Leftrightarrow IH^2 = \dfrac{1}{6} \Leftrightarrow (-u-1)^2 + (2u+2)^2 + (u+1)^2 = \dfrac{1}{6}$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} u = -\dfrac{5}{6} \Rightarrow H\left(\dfrac{5}{6};\dfrac{1}{3};-\dfrac{5}{6}\right) \Rightarrow \overrightarrow{IH} = \left(-\dfrac{1}{6};\dfrac{1}{3};\dfrac{1}{6}\right) \\ u = -\dfrac{7}{6} \Rightarrow H\left(\dfrac{7}{6};-\dfrac{1}{3};-\dfrac{7}{6}\right) \Rightarrow \overrightarrow{IH} = \left(\dfrac{1}{6};-\dfrac{1}{3};-\dfrac{1}{6}\right). \end{array}\right.$

Vì $\overrightarrow{IH}$ cùng hướng với $\overrightarrow{IN} \Rightarrow H\left(\dfrac{5}{6};\dfrac{1}{3};-\dfrac{5}{6}\right)$.

Đường thẳng TT' đi qua $H\left(\dfrac{5}{6};\dfrac{1}{3};-\dfrac{5}{6}\right)$ và có véc-tơ chỉ phương là $\left[\vec{n}_{(ITT')};\overrightarrow{IN}\right] = (3;0;3)$ nên có phương trình $\begin{cases} x = \dfrac{5}{6}+t \\ y = \dfrac{1}{3} \\ z = -\dfrac{5}{6}+t \end{cases} \quad (*)$

- Thế $\left(\dfrac{1}{6};\dfrac{1}{3};-\dfrac{5}{6}\right)$ vào (*) ta thấy không thỏa.
- Thế $\left(\dfrac{11}{6};\dfrac{1}{3};\dfrac{1}{6}\right)$ vào (*) ta thấy không thỏa.
- Thế $\left(-\dfrac{11}{6};\dfrac{1}{3};\dfrac{7}{6}\right)$ vào (*) ta thấy không thỏa.
- Thế $\left(\dfrac{1}{3};\dfrac{1}{3};\dfrac{1}{6}\right)$ vào (*) ta thấy không thỏa.

Chọn đáp án B ....

□

Câu 42. Gọi a là số nguyên dương nhỏ nhất sao cho tồn tại các số nguyên b, c để phương trình $8a\ln^2\sqrt{x} + b\ln x^2 + 3c = 0$ có hai nghiệm phân biệt đều thuộc $(1;\mathrm{e})$. Giá trị của a bằng

(A) 5. (B) 7. (C) 6. (D) 8.

Lời giải:

Ta có $8a\ln^2\sqrt{x}+b\ln x^2+3c=0 \Leftrightarrow 2a\ln^2 x+2b\ln x+3c=0$. Đặt $t=\ln x$.
Khi đó phương trình $8a\ln^2\sqrt{x}+b\ln x^2+3c=0$ có hai nghiệm phân biệt đều thuộc $(1;\mathrm{e})$ tương đương với $f(t)=2at^2+2bt+3c=0$ có hai nghiệm phân biệt t_1,t_2 đều thuộc $(0;1)$.
Giả sử a số nguyên dương nhỏ nhất sao cho tồn tại các số nguyên b,c để phương trình $2at^2+2bt+3c=0$ có hai nghiệm phân biệt thuộc $(0;1)$.
Đồ thị hàm số $f(t)=2at^2+2bt+3c$ cắt trục hoành tại hai điểm $t_1,t_2\in(0;1)$, và có $a>0$ (có bờ lõm hướng hên) nên

$$\begin{cases} f(0)>0\\ f(1)>0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(0)=3c\geq 3\\ f(1)=2a+2b+2c\geq 1\end{cases} \qquad (\forall a\in\mathbb{N}^*, b\in\mathbb{Z}, c\in\mathbb{Z})$$

Mặt khác $f(t)=2at^2+2bt+3c=0$ có hai nghiệm phân biệt nên ta có thể viết lại hàm số $f(t)$ là $f(t)=a\left(t-t_1\right)\left(t-t_2\right)$ (2).
Từ (1) và (2) suy ra

$$3\leq f(0)\cdot f(1)=a^2\cdot t_1\cdot t_2\cdot\left(1-t_1\right)\left(1-t_2\right)\leq a^2\left(\frac{t_1+t_2+1-t_1+1-t_2}{4}\right)^4=\frac{a^2}{16}.$$

Suy ra $a^2\geq 48$. Vói $a=7$ chon $c=1, b=-8$ ta có

$$2\cdot 7t^2+2\cdot(-8)t+3\cdot 1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=\dfrac{8+\sqrt{13}}{17}\in(0;1)\\ t=\dfrac{8-\sqrt{13}}{17}\in(0;1)\end{array}\right..$$

Vậy giá trị a cần tìm là 7.

Chọn đáp án (B) ....

□

Câu 43. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $2f(x)+3f(\pi-x)=(x-1)\cos x$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Tính tích phân $\displaystyle\int_0^\pi f(x)\mathrm{d}x$.

(A) $\dfrac{1}{5}$. (B) $-\dfrac{2}{5}$. (C) $-\dfrac{3}{5}$. (D) $-\dfrac{4}{5}$.

Lời giải:

Ta có

$$\int_0^\pi f(\pi-x)\mathrm{d}x=\int_0^\pi f(\pi-x)\frac{\mathrm{d}(\pi-x)}{-1}=-\int_\pi^0 f(t)\mathrm{d}t=\int_0^\pi f(t)\mathrm{d}t=\int_0^\pi f(x)\mathrm{d}x.$$

Khi đó từ $2f(x)+3f(\pi-x)=(x-1)\cos x$, $\forall x\in\mathbb{R}$ lấy tích phân hai vế ta được

$$\begin{aligned} &\int_0^\pi\left(2f(x)+3f(\pi-x)\right)\mathrm{d}x=\int_0^\pi(x-1)\cos x\mathrm{d}x\\ \Leftrightarrow\ &2\int_0^\pi f(x)\mathrm{d}x+3\int_0^\pi f(\pi-x)\mathrm{d}x=\int_0^\pi(x-1)\cos x\mathrm{d}x\\ \Leftrightarrow\ &\int_0^\pi f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{5}\int_0^\pi(x-1)\cos x\mathrm{d}x.\end{aligned}$$

Ta có

$$\int_0^\pi(x-1)\cos x\mathrm{d}x=(x-1)\sin x\Big|_0^\pi-\int_0^\pi\sin x\mathrm{d}x=(x-1)\sin x\Big|_0^\pi+\cos x\Big|_0^\pi=-2.$$

Vậy $\displaystyle\int\limits_0^{\pi} f(x)\mathrm{d}x = -\frac{2}{5}$.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 44. Gọi n là số các số phức z đồng thời thỏa mãn $|iz+1+2i|=3$ và biểu thức $T=2|z+5+2i|+3|z-3i|$ đạt giá trị lớn nhất. Gọi M là giá trị lớn nhất của T. Giá trị của tích $M\cdot n$ là

(A) $10\sqrt{21}$. (B) $6\sqrt{13}$. (C) $5\sqrt{21}$. (D) $2\sqrt{13}$.

Lời giải:

Đặt $z=x+yi,(x,y\in\mathbb{R})$. Khi đó $N(x;y)$ là điểm biểu diễn số phức z.

Từ giả thiết, $|iz+1+2i|=3\Leftrightarrow|z+2-i|=3\Leftrightarrow(x+2)^2+(y-1)^2=9$.

Ta có $T=2|z+5+2i|+3|z-3i|=2NA+3NB$ với $A(-5;-2)$ và $B(0;3)$.

Nhận xét rằng với I là điểm thỏa mãn $2\overrightarrow{IA}+3\overrightarrow{IB}=\overrightarrow{0}$ suy ra $I(-2;1)$ và cũng là tâm đường tròn biểu diễn các số phức z nên $NI=3$.

Từ đó ta có $2NA^2+3NB^2=2\left(\overrightarrow{NI}+\overrightarrow{IA}\right)^2+3\left(\overrightarrow{NI}+\overrightarrow{IB}\right)^2=5NI^2+2IA^2+3IB^2=105$.

Mà $T^2=(\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}NA+\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}NB)^2\le 5(2NA^2+3NB^2)=525$ hay $T\le 5\sqrt{21}$.

Đẳng thức xảy ra khi N là giao của đường trung trực đoạn AB với đường tròn tâm I, bán kính $R=3$.

Vậy $n=2$ và $M\cdot n=10\sqrt{21}$.

Chọn đáp án (A)

□

Câu 45. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình

$$\left|x^3+2x^2-3x-m+2\right|=\left|x^3-2x^2-x-2\right|$$

có 5 nghiệm phân biệt?

(A) 3. (B) 2. (C) 1. (D) 0.

Lời giải:

Ta có

$$\left|x^3+2x^2-3x-m+2\right|=\left|x^3-2x^2-x-2\right|\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}4x^2-2x-m+4=0 & (1)\\ 2x^3-4x-m=0 & (2).\end{array}\right.$$

Để phương trình đã cho có 5 nghiệm phân biệt thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt và (2) có 3 nghiệm phân biệt và chúng không có nghiệm chung. Khi đó

- (1) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow\Delta'>0\Leftrightarrow 1+4m-16>0\Leftrightarrow m>\dfrac{15}{4}$.
- (2) có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m=2x^3-4x$ có 3 nghiệm phân biệt khi đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị $y=2x^3-4x$ tại ba điểm phân biệt $\Leftrightarrow y_{\text{CT}}<m<y_{\text{CĐ}}$.

  Ta có $y'=6x^2-4=0\Leftrightarrow x=\pm\sqrt{\dfrac{2}{3}}$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$		$-\sqrt{\dfrac{2}{3}}$		$\sqrt{\dfrac{2}{3}}$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	$\dfrac{8\sqrt{6}}{9}$	$\searrow$	$-\dfrac{8\sqrt{6}}{9}$	$\nearrow$	$+\infty$

  Suy ra $-\dfrac{8\sqrt{6}}{9}<m<\dfrac{8\sqrt{6}}{9}$.

- Giả sử (1) và (2) có nghiệm chung là x_0 khi đó

$$\begin{cases}4x_0^2-2x_0-m+4=0\\2x_0^3-4x_0-m=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4x_0^2-2x_0+4=m\\2x_0^3-4x_0^2-2x_0-4=0\end{cases}\Rightarrow m=m_0>26.$$

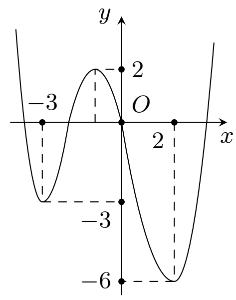
Vậy không có giá trị nguyên m nào để phương trình đã cho có 5 nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án D ....

□

Câu 46.

Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ với $f(x)=ax^5+bx^4+cx^3+dx^2+ex+f\,(a,b,c,d,e,f\in\mathbb{R})$. Hàm số $g(x)=-f(1-2x)+4x^3-6x^2+3x+2019$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A $\left(-\dfrac{1}{3};\dfrac{1}{3}\right)$. **B** $\left(-\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2}\right)$. **C** $(-3;2)$. **D** $(-6;2)$.

Lời giải:

Ta có $g(x)=-f(1-2x)+4x^3-6x^2+3x+2019$ được viết lại

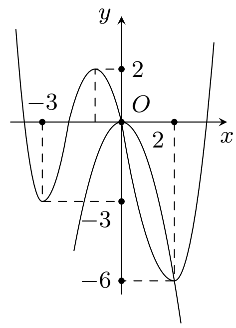
$g(x)=-f(1-2x)-\dfrac{1}{2}(1-2x)^3+2019+\dfrac{1}{2}$.

Khi đó $g'(x)=-2f'(1-2x)+3(1-2x)^2$.

Yêu cầu bài toán tương đương

$g'(x)\geq 0\Leftrightarrow f'(1-2x)-\left(-\dfrac{3}{2}\cdot(1-2x)^2\right)\leq 0\qquad(1).$

Từ đồ thị $f'(x)-\left(-\dfrac{3}{2}\cdot x^2\right)\leq 0\Leftrightarrow 0\leq x\leq 2\qquad(2).$



Từ (1) và (2) ta được $0\leq 1-2x\leq 2\Leftrightarrow -\dfrac{1}{2}\leq x\leq\dfrac{1}{2}$.

Chọn đáp án B ....

□

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABCD$ với đáy là hình thoi cạnh $2a$, và $\widehat{BAD}=60^\circ$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của AD và SC. Biết cosin góc giữa đường thẳng SM với BN là $\dfrac{1}{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}\cdot\dfrac{41+5\sqrt{57}}{12}$.

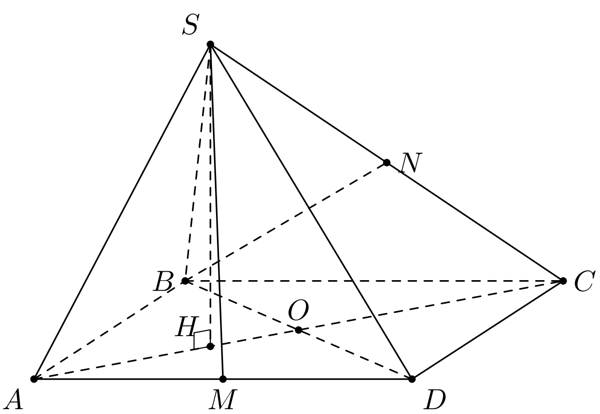
B $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}\cdot\sqrt{\dfrac{41+5\sqrt{57}}{12}}$.

C $\dfrac{a^3}{3}\cdot\sqrt{\dfrac{41+5\sqrt{57}}{12}}$.

D $a^3\sqrt{3}\cdot\sqrt{\dfrac{41+5\sqrt{57}}{12}}$.

Lời giải:

Chọn $a=1$ và xét hệ tọa độ $Oxyz$ với $H(0;0;0)$, $A\left(\dfrac{2\sqrt{3}}{3};0;0\right)$, $B\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{3};1;0\right)$, $D\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{3};-1;0\right)$, $C\left(-\dfrac{4\sqrt{3}}{3};0;0\right)$, $S(0;0;m)$ với $m=SH$. Khi đó tọa độ M,N là $M\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{6};-\dfrac{1}{2};0\right)$ và $N\left(-\dfrac{2\sqrt{3}}{3};0;\dfrac{m}{2}\right)$.



Ta có $\overrightarrow{MS}=\left(\dfrac{\sqrt{3}}{6};\dfrac{1}{2};m\right)$ và $\overrightarrow{BN}=\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{3};-1;\dfrac{m}{2}\right)$.

Khi đó cosin góc tạo bởi SM và BN là

$$\cos(SM; BN) = \left|\cos\left(\overrightarrow{MS}; \overrightarrow{BN}\right)\right| = \frac{\left|-\frac{2}{3} + \frac{m^2}{2}\right|}{\sqrt{\frac{1}{3} + m^2}\sqrt{\frac{4}{3} + \frac{m^2}{4}}} = \frac{1}{3}$$

suy ra

$$18m^4 - 123m^2 + 32 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m^2 = \dfrac{41 + 5\sqrt{57}}{12} \\ m^2 = \dfrac{41 - 5\sqrt{57}}{12} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} m = \pm\sqrt{\dfrac{41 + 5\sqrt{57}}{12}} \\ m = \pm\dfrac{41 - 5\sqrt{57}}{12}. \end{array}\right.$$

Ta chọn $m = \sqrt{\dfrac{41 + 5\sqrt{57}}{12}}$.

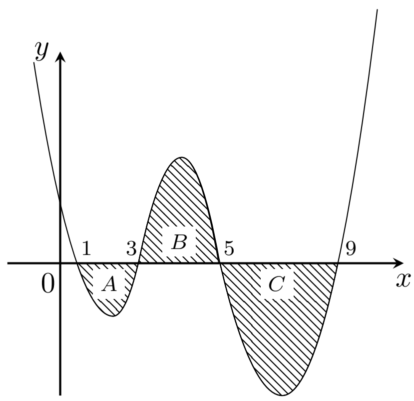
Vậy thể tích cần tìm là $V = \dfrac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABCD} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{3} \cdot \sqrt{\dfrac{41 + 5\sqrt{57}}{12}}$.

Chọn đáp án B ....

□

Câu 48.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[1; 9]$ như hình bên. Biết các miền A, B, C có diện tích lần lượt là 2, 4, 7. Tính tích phân $\displaystyle\int_{-1}^{3} (f(2x + 3) + 1)\,\mathrm{d}x$.



A $\dfrac{11}{2}$. **B** 3. **C** $\dfrac{9}{2}$. **D** $\dfrac{3}{2}$.

Lời giải:

Đặt $t = 2x + 3$, ta được

$$\int_{-1}^{3} (f(2x + 3) + 1)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\int_{1}^{9} (f(t) + 1)\,\mathrm{d}t = \frac{1}{2}\left(\int_{1}^{3} f(t)\,\mathrm{d}t + \int_{3}^{5} f(t)\,\mathrm{d}t + \int_{5}^{9} f(t)\,\mathrm{d}t + \int_{1}^{9} \mathrm{d}x\right)$$

Dựa vào hình vẽ ta được

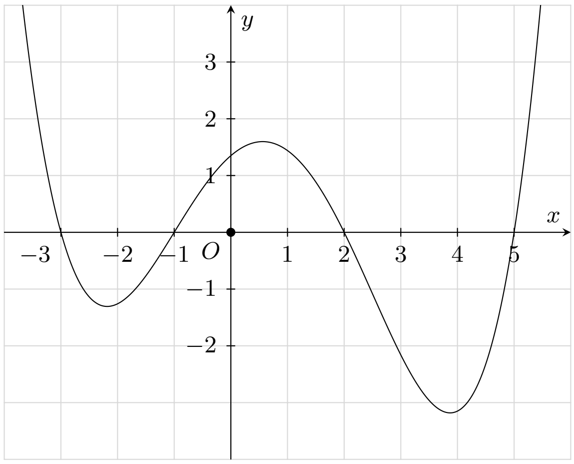
$$\int_{-1}^{3} (f(2x + 3) + 1)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2}(-2 + 4 - 7 + (9 - 1)) = \frac{3}{2}.$$

Chọn đáp án D ....

□

Câu 49.

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Đặt $g(x) = f(|x| + m)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x)$ có đúng 7 điểm cực trị?



Ⓐ 2.
Ⓑ 3.
Ⓒ 1.
Ⓓ Vô số.

Lời giải:

Từ đồ thị, ta thấy hàm số $f(x)$ có 4 điểm cực trị là $x = -3$, $x = -1$, $x = 2$, $x = 5$. Hàm số $g(x) = f(|x| + m)$ luôn có một điểm cực trị $x = 0$.

Ta có $g(x) = f(|x| + m) = \begin{cases} f(x+m) & \text{nếu } x \geq 0 \\ f(-x+m) & \text{nếu } x < 0. \end{cases}$

Suy ra

- Hàm số $f(x+m)$ có các điểm cực trị là $-3-m$, $-1-m$, $2-m$, $5-m$.
- Hàm số $f(-x+m)$ có các điểm cực trị là $m+3$, $m+1$, $m-2$, $m-5$.

Do đó hàm số $g(x)$ có đúng 7 điểm cực trị $\Leftrightarrow \begin{cases} -3-m \leq 0 \\ m+3 \geq 0 \\ -1-m > 0 \\ m+1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -3 \leq m < -1.$

Vậy có 2 giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x)$ có đúng 7 điểm cực trị.

Chọn đáp án Ⓐ ....

□

Câu 50. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(Q)\colon x + 2y - z - 5 = 0$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-3}{1}$. Phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d và tạo với mặt phẳng (Q) một góc nhỏ nhất là

Ⓐ $(P)\colon x - 2y - 1 = 0$.
Ⓑ $(P)\colon y - z + 4 = 0$.
Ⓒ $(P)\colon x - z + 4 = 0$.
Ⓓ $(P)\colon x - 2z + 7 = 0$.

Lời giải:

Vì (P) chứa d nên phương trình của (P) có dạng $(P)\colon a(x+1)+b(y+1)+c(z-3) = 0$ với $a^2+b^2+c^2 > 0$ và $2a + b + c = 0$. Gọi α là góc giữa (P) và (Q), ta có

$$\cos\alpha = \frac{|\vec{n}_P \cdot \vec{n}_Q|}{|\vec{n}_P| \cdot |\vec{n}_Q|} = \frac{|a + 2b - c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2} \cdot \sqrt{6}} = \frac{|3(a+b)|}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{5a^2 + 4ab + 2b^2}}.$$

- Nếu $a = 0$ thì $\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$, suy ra $\alpha = 30^\circ$.
- Nếu $a \neq 0$ thì $\cos\alpha = \dfrac{|3(1+t)|}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{5 + 4t + 2t^2}}$ với $t = \dfrac{b}{a}$. Khi đó $0 \leq \cos\alpha < \dfrac{\sqrt{3}}{2}$. Ta có α nhỏ nhất khi và chỉ khi $\cos\alpha$ lớn nhất. Do đó $\alpha = 30^\circ$ và $\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$. Khi đó $a = 0$, chọn $b = 1, c = -1$.

Chọn đáp án Ⓑ ....

□

—HẾT—

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

1. B	2. B	3. D	4. D	5. C	6. D	7. A	8. D	9. D	10. B
11. D	12. B	13. D	14. B	15. A	16. C	17. D	18. B	19. A	20. A
21. C	22. A	23. D	24. C	25. A	26. C	27. B	28. A	29. B	30. C
31. A	32. B	33. D	34. C	35. A	36. A	37. D	38. A	39. A	40. D
41. B	42. B	43. B	44. A	45. D	46. B	47. B	48. D	49. A	50. B