



SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HÀ NỘI

GIÁO TRÌNH

Cơ học kỹ thuật

DÙNG TRONG CÁC TRƯỜNG TRUNG HỌC CHUYÊN NGHIỆP



SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HÀ NỘI

ĐẬU THẾ NHƯ (*Chủ biên*)

GIÁO TRÌNH
CƠ HỌC KỸ THUẬT

(Dùng trong các trường THCN)

NHÀ XUẤT BẢN HÀ NỘI - 2005

Chủ biên

ĐẬU THẾ NHƯ

Tham gia biên soạn

NGUYỄN XUÂN LINH

NGUYỄN ĐỨC THẬT

Mã số: $\frac{373 - 373.7}{\text{HN} - 05}$ 121/407/05

Lời giới thiệu

Nước ta đang bước vào thời kỳ công nghiệp hóa, hiện đại hóa nhằm đưa Việt Nam trở thành nước công nghiệp văn minh, hiện đại.

Trong sự nghiệp cách mạng to lớn đó, công tác đào tạo nhân lực luôn giữ vai trò quan trọng. Báo cáo Chính trị của Ban Chấp hành Trung ương Đảng Cộng sản Việt Nam tại Đại hội Đảng toàn quốc lần thứ IX đã chỉ rõ: “Phát triển giáo dục và đào tạo là một trong những động lực quan trọng thúc đẩy sự nghiệp công nghiệp hóa, hiện đại hóa, là điều kiện để phát triển nguồn lực con người - yếu tố cơ bản để phát triển xã hội, tăng trưởng kinh tế nhanh và bền vững”.

Quán triệt chủ trương, Nghị quyết của Đảng và Nhà nước và nhận thức đúng đắn về tầm quan trọng của chương trình, giáo trình đối với việc nâng cao chất lượng đào tạo, theo đề nghị của Sở Giáo dục và Đào tạo Hà Nội, ngày 23/9/2003, Ủy ban nhân dân thành phố Hà Nội đã ra Quyết định số 5620/QĐ-UB cho phép Sở Giáo dục và Đào tạo thực hiện đề án biên soạn chương trình, giáo trình trong các trường Trung học chuyên nghiệp (THCN) Hà Nội. Quyết định này thể hiện sự quan tâm sâu sắc của Thành ủy, UBND thành phố trong việc nâng cao chất lượng đào tạo và phát triển nguồn nhân lực Thủ đô.

Trên cơ sở chương trình khung của Bộ Giáo dục và Đào tạo ban hành và những kinh nghiệm rút ra từ thực tế đào tạo, Sở Giáo dục và Đào tạo đã chỉ đạo các trường THCN tổ chức biên soạn chương trình, giáo trình một cách khoa học, hệ

thống và cập nhật những kiến thức thực tiễn phù hợp với đối tượng học sinh THCN Hà Nội.

Bộ giáo trình này là tài liệu giảng dạy và học tập trong các trường THCN ở Hà Nội, đồng thời là tài liệu tham khảo hữu ích cho các trường có đào tạo các ngành kỹ thuật - nghiệp vụ và đông đảo bạn đọc quan tâm đến vấn đề hướng nghiệp, dạy nghề.

Việc tổ chức biên soạn bộ chương trình, giáo trình này là một trong nhiều hoạt động thiết thực của ngành giáo dục và đào tạo Thủ đô để kỷ niệm “50 năm giải phóng Thủ đô”, “50 năm thành lập ngành” và hướng tới kỷ niệm “1000 năm Thăng Long - Hà Nội”.

Sở Giáo dục và Đào tạo Hà Nội chân thành cảm ơn Thành ủy, UBND, các sở, ban, ngành của Thành phố, Vụ Giáo dục chuyên nghiệp Bộ Giáo dục và Đào tạo, các nhà khoa học, các chuyên gia đầu ngành, các giảng viên, các nhà quản lý, các nhà doanh nghiệp đã tạo điều kiện giúp đỡ, đóng góp ý kiến, tham gia Hội đồng phản biện, Hội đồng thẩm định và Hội đồng nghiệm thu các chương trình, giáo trình.

Đây là lần đầu tiên Sở Giáo dục và Đào tạo Hà Nội tổ chức biên soạn chương trình, giáo trình. Dù đã hết sức cố gắng nhưng chắc chắn không tránh khỏi thiếu sót, bất cập. Chúng tôi mong nhận được những ý kiến đóng góp của bạn đọc để từng bước hoàn thiện bộ giáo trình trong các lần tái bản sau.

GIÁM ĐỐC SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

Lời nói đầu

Cơ học kỹ thuật là một môn học tổng hợp nhằm trang bị những kiến thức cơ sở, từ đó giúp sinh viên hiểu biết tốt các môn chuyên môn. Đặc biệt để vận dụng trong tất cả các khâu từ thiết kế đến thi công, chế tạo các máy móc, công trình phục vụ nông nghiệp...

Với mục đích đó, ở đây chúng tôi giới thiệu những khái niệm cơ bản nhất về lực, hệ lực, ngẫu lực, mômen... sức bền vật liệu, nguyên lý máy và chi tiết máy.

Những vấn đề mà giáo trình đề cập là những vấn đề cơ bản nhất mà mỗi người công nhân kỹ thuật phải nắm được. Giáo trình còn nhiều công thức chỉ chứng minh vắn tắt hoặc chỉ đưa ra kết quả. Các ví dụ đưa ra là các bài toán rất cơ bản.

Bởi vậy nếu cần nghiên cứu sâu hơn, độc giả có thể tham khảo trong các cuốn sách mang tính chuyên khảo hơn.

Môn cơ học kỹ thuật có vai trò rất quan trọng trong ngành cơ khí. Môn học này trang bị những phương pháp tính toán độ bền, độ cứng, độ ổn định cho chi tiết và công trình. Bên cạnh đó còn trang bị những kiến thức cơ bản về các cơ cấu truyền động. Đây là những kiến thức không thể thiếu được đối với mỗi sinh viên ngành cơ khí.

Cơ học kỹ thuật là môn học tổng hợp các kiến thức cơ bản từ các môn cơ sở: Cơ lý thuyết, Sức bền vật liệu, Nguyên lý máy, Chi tiết máy.

Giáo trình gồm có ba phần cơ bản:

Phần một: Cơ học vật rắn tuyệt đối

Phần hai: Sức bền vật liệu

Phần ba: Các cơ cấu truyền động

Phần một gồm 7 chương nhằm trang bị cho sinh viên những kiến thức cơ bản về tĩnh học, động học và động lực học.

Phần hai gồm 5 chương nhằm trang bị cho sinh viên những kiến thức để tính toán độ bền, độ cứng, độ ổn định cho chi tiết và công trình.

Phần ba gồm 2 chương nhằm trang bị cho sinh viên những kiến thức khái quát nhất về nguyên lý máy và chi tiết máy.

Giáo trình do TS. Đậu Thế Nhu và KS. Nguyễn Đức Thật ở bộ môn Động lực - Viện Cơ điện nông nghiệp và Công nghệ sau thu hoạch, KS. Nguyễn Xuân Linh trường Trung học Nông nghiệp Hà Nội cùng các cộng sự biên soạn. Trong quá trình biên soạn chúng tôi đã cố gắng sao cho tài liệu ngắn gọn, logic và thiết thực. Tuy vậy vẫn không thể tránh khỏi những thiếu sót nhất định, rất mong nhận được sự góp ý và phê bình của độc giả.

CÁC TÁC GIẢ

Phần một

CƠ HỌC VẬT RẮN TUYỆT ĐỐI

Cơ học vật rắn tuyệt đối có nhiệm vụ nghiên cứu trạng thái cân bằng của vật rắn tuyệt đối dưới tác dụng của các lực. Hai vấn đề chính được nghiên cứu là:

- Biến đổi một hệ lực đã cho thành một hệ lực khác tương đương với nó nhưng đơn giản hơn. Trên cơ sở đó tìm các dạng tương đương đơn giản nhất của hệ lực được gọi là các dạng chuẩn của hệ lực.
- Thiết lập các điều kiện đối với hệ lực mà dưới tác dụng của nó vật rắn tuyệt đối được cân bằng, chúng được gọi là điều kiện cân bằng của hệ lực.

Để nghiên cứu các vấn đề này trước tiên cần nghiên cứu các khái niệm cơ bản và các tiên đề của cơ học vật rắn tuyệt đối.

Chương 1

CÁC KHÁI NIỆM CƠ BẢN VÀ CÁC TIÊN ĐỀ CỦA CƠ HỌC VẬT RẮN TUYỆT ĐỐI

Mục tiêu:

Nắm được thành thạo cách biểu diễn lực bằng vectơ và đo lực. Biết phân tích và xác định được phản lực trong các liên kết của kết cấu máy.

Nội dung:

Giới thiệu các khái niệm cơ bản về lực, liên kết và các tiên đề. Từ đó trang bị những kiến thức cơ bản nhất cho sinh viên.

I. KHÁI NIỆM VỀ VẬT RẮN TUYỆT ĐỐI, LỰC

1. Khái niệm vật rắn tuyệt đối

Vật rắn tuyệt đối là một tập hợp vô hạn các chất điểm mà khoảng cách giữa hai điểm bất kỳ luôn luôn không đổi. Đây là mô hình đơn giản nhất của vật thể, nó được xem xét khi biến dạng của nó có thể bỏ qua được do quá bé hoặc đóng vai trò không quan trọng đối với mục tiêu khảo sát. Vật rắn tuyệt đối được gọi tắt là vật rắn.

2. Khái niệm lực

Lực là tương tác giữa các vật mà kết quả của nó gây nên sự biến đổi trạng thái chuyển động cơ học của vật thể (tức là sự thay đổi vị trí, bao gồm cả biến dạng) mà cân bằng chỉ là trường hợp riêng. Ví dụ, dưới tác dụng của lực, vật đang đứng yên chuyển sang chuyển động, vật đang chuyển động thẳng đều chuyển sang chuyển động không đều... Kinh nghiệm và thực nghiệm xác định rằng lực được đặc trưng bởi các yếu tố sau:

2.1. Điểm đặt của lực

Điểm đặt của lực là điểm mà tại đó vật nhận được tác dụng từ vật khác.

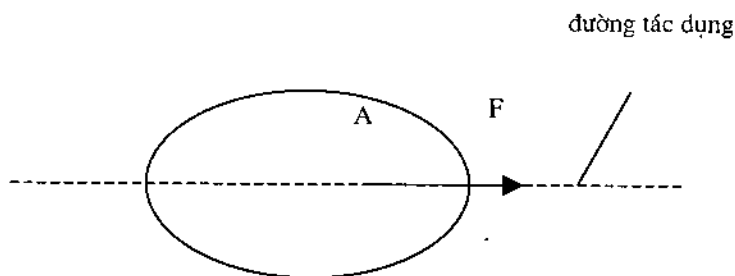
2.2. Phương và chiều của lực

Phương và chiều của lực là phương và chiều chuyển động của các chất điểm (vật thể có kích thước vô cùng bé) từ trạng thái đứng yên dưới tác động cơ học.

2.3. Cường độ của lực

Cường độ của lực là số đo độ mạnh yếu của tương tác cơ học. Đơn vị của lực là Niuton, ký hiệu N và các bội số của nó như kilô Niuton, ký hiệu là kN ($1\text{kN}=10^3\text{N}$), mega Niuton, ký hiệu là MN ($=10^6\text{N}$). Mô hình toán học của lực là véc tơ lực, ký hiệu là \vec{F} . Điểm gốc (điểm đặt) của véc tơ lực là điểm đặt của lực.

Phương và chiều của véc tơ lực là phương và chiều tác dụng của lực. Môđun của véc tơ lực biểu diễn cường độ tác dụng (với tỉ lệ xích được chọn trước). Giá mang véc tơ lực được gọi là đường tác dụng lực (hình 1.1)



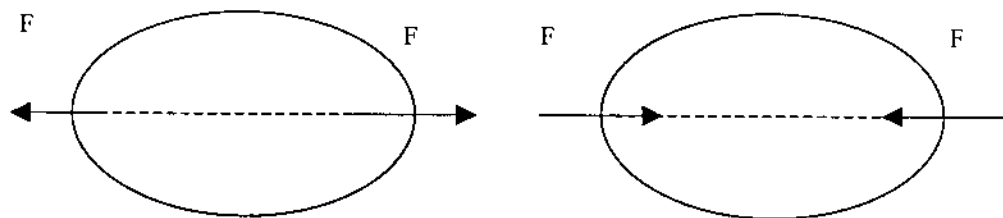
Hình 1.1. Biểu diễn lực tác dụng lên vật thể

II. CÁC TIÊN ĐỀ TRONG CƠ HỌC VẬT RẮN TUYỆT ĐỐI

Tất cả các định lý và phương trình tĩnh học đều rút ra từ một số khởi điểm được công nhận không có chứng minh toán học và được gọi là các tiên đề hay nguyên lý tĩnh học. Tiên đề tĩnh học là kết quả tổng hợp của vô số thí nghiệm và quan sát về cân bằng và chuyển động của các vật đã được thực tế kiểm nghiệm nhiều lần. Trong các tiên đề đó có một số là hệ quả của các định luật cơ bản của cơ học.

1. Tiên đề 1 - Tiên đề về lực cân bằng

Điều kiện cần và đủ để một vật rắn nằm cân bằng dưới tác dụng của hai lực là hai lực có cùng đường tác dụng, ngược chiều và cùng cường độ. Hai lực thoả mãn điều kiện này được gọi là hai lực cân bằng (hình 1.2)



Hình 1.2. Lực cân bằng tác động lên vật rắn

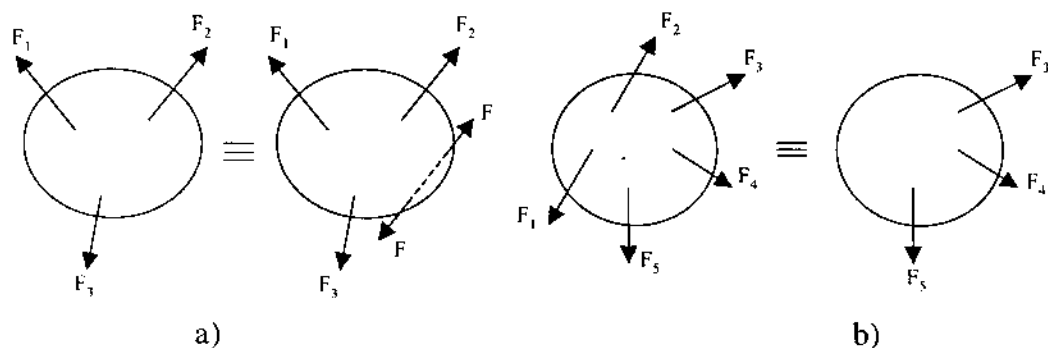
2. Tiên đề 2 - Tiên đề thêm bớt hai lực cân bằng

Tác dụng của hệ lực không thay đổi nếu thêm vào hoặc bớt đi hai lực cân bằng. Như vậy nếu (\vec{F}, \vec{F}) là hai lực cân bằng thì (hình 1.3a):

$$\varphi(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) = \varphi(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n, \vec{F}, \vec{F})$$

Hoặc nếu hệ lực có hai lực \vec{F}_1 và \vec{F}_2 cân bằng nhau thì (hình 1.3b)

$$\varphi(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) = \varphi'(\vec{F}_3, \vec{F}_4, \dots, \vec{F}_n)$$



Hình 1.3. Thêm bớt hai lực cân bằng

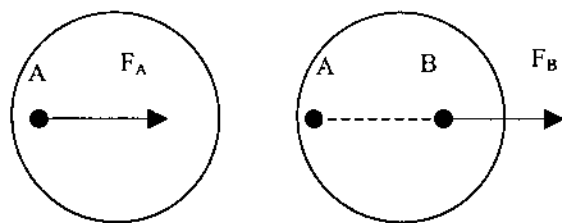
Hệ quả: (định lý trượt lực)

Tác dụng của lực lên vật rắn không thay đổi khi trượt lực trên đường tác dụng của nó (hình 1.4).

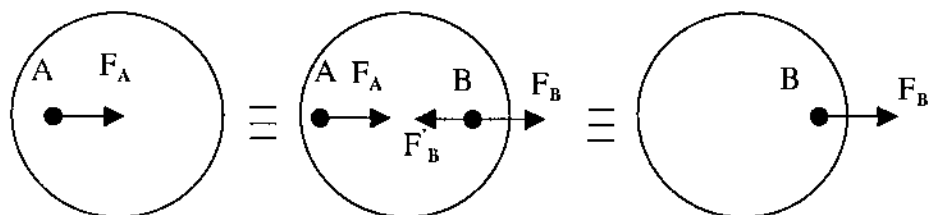
Thực vậy, khi thêm hai lực cân bằng (\vec{F}_B , \vec{F}_B') tại B có cùng cường độ với \vec{F}_A ta có (hình 1.5)

$$(\vec{F}_A) = (\vec{F}_B, \vec{F}_B', \vec{F}_A)$$

Hai lực \vec{F}_B' và \vec{F}_A là hai lực cân bằng nhau, nên dựa vào tiên đề 2 có thể bớt hai lực này. Vậy: $\vec{F}_B = \vec{F}_A$



Hình 1.4



Hình 1.5

Như vậy trong trường hợp vật rắn (và chỉ đối với vật rắn) điểm đặt của lực không cần chú ý. Chỉ có đường tác dụng của lực là quan trọng. Lực trong tĩnh học vật rắn có tính chất của véc tơ trượt.

3. Tiên đề 3 - Tiên đề về quy tắc hình bình hành lực

Hai lực tác dụng lên vật rắn tại một điểm tương đương với lực tác dụng tại cùng một điểm đó và có vectơ lực bằng vectơ chéo của hình bình hành có hai cạnh là hai véc tơ lực của các lực đã chọn (hình 1.6).

Nhờ tiên đề này cho phép sử dụng phép tính cộng vectơ để cộng lực. Do hệ quả trượt lực, điều kiện đặt hai lực tại một điểm có thể mở rộng thành điều kiện hai đường tác dụng của hai lực gặp nhau.

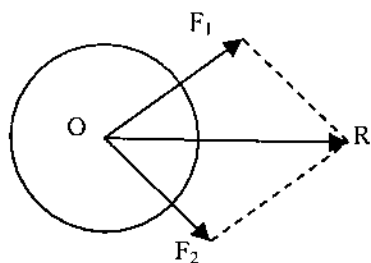
4. Tiên đề 4 - Tiên đề tác dụng và phản tác dụng

Lực tác dụng và lực phản tác dụng giữa hai vật cùng cường độ, cùng đường tác dụng và hướng ngược chiều nhau (hình 1.7)

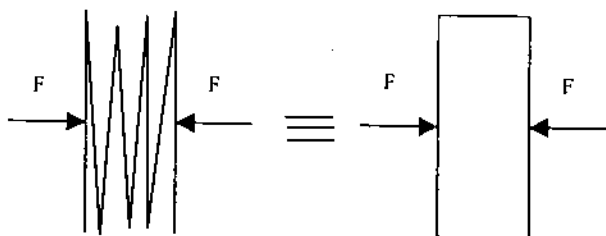
Chú ý rằng lực tác dụng và phản lực tác dụng không phải là hai lực cân bằng vì chúng không tác dụng lên cùng một vật rắn. Tiên đề tác dụng và phản tác dụng đúng cho mọi hệ quy chiếu (quán tính và không quán tính) và làm cơ sở cho việc mở rộng các kết quả đã khảo sát đối với một vật cho vật khác trong bài toán hệ vật.

5. Tiên đề 5 - Tiên đề hoá rắn

Một vật biến dạng cân bằng dưới tác dụng của một hệ lực thì khi “hoá rắn” nó vẫn cân bằng, (hình 1.8)



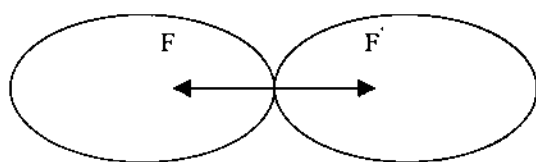
Hình 1.6



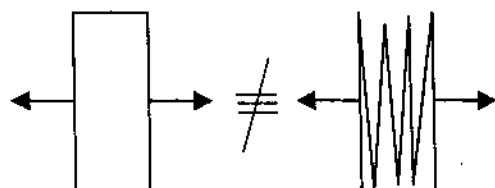
Vật biến dạng cân bằng

Hình 1.7

Vật rắn cân bằng



Hình 1.8

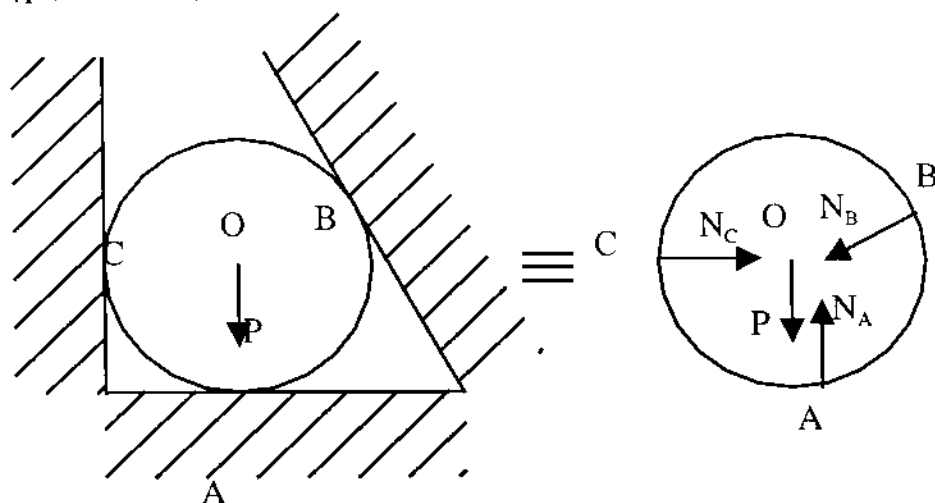


Vật rắn cân bằng Vật biến dạng cân bằng
Hình 1.9

Như vậy hệ lực tác dụng lên “vật biến dạng đã cân bằng” cũng thoả mãn các điều kiện của hệ lực tác dụng lên vật rắn cân bằng. Điều này cho phép sử dụng các điều kiện cân bằng của vật rắn cho vật biến dạng đã cân bằng. Tuy nhiên đó chỉ là điều kiện cần chứ không phải điều kiện đủ, tức có hệ lực làm cho hệ cân bằng nhưng lại làm cho “vật biến dạng đã cân bằng” trở nên không cân bằng (hình 1.9). Để khảo sát bài toán cân bằng của vật biến dạng, ngoài các điều kiện cân bằng của vật rắn cần thêm các giả thuyết về biến dạng (ví dụ định luật Húc trong sức bền vật liệu).

6. Tiên đề 6 - Tiên đề thay thế liên kết

Mọi vật không tự do có thể được xem là vật tự do bằng cách giải phóng tất cả các liên kết và thay thế tác dụng của chúng bằng các phản lực liên kết phù hợp (hình 1.10).

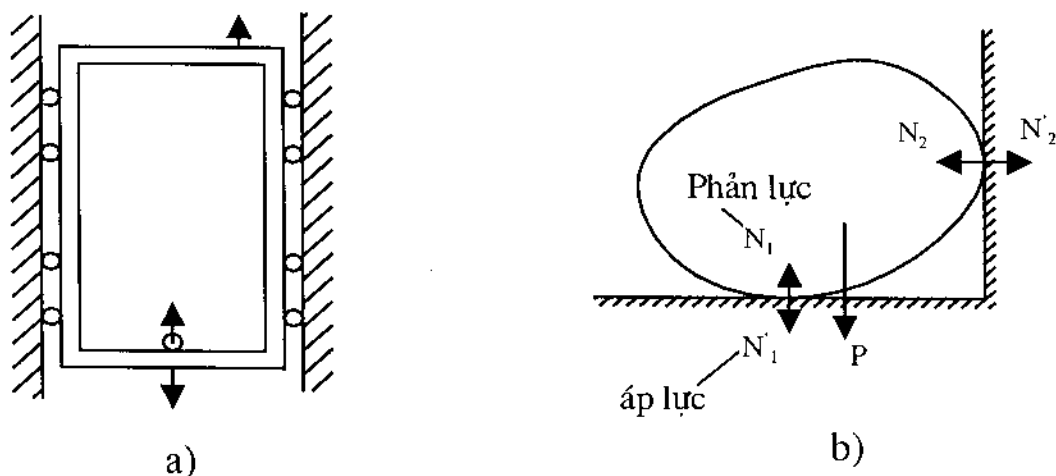


Hình 1.10. Phản lực tác dụng lên vật

III. CÁC LIÊN KẾT GIÁ

1. Các định nghĩa

Liên kết là những điều kiện ràng buộc di chuyển của vật. Trong tĩnh học các điều kiện ràng buộc được thực hiện bằng sự tiếp xúc giữa các vật. Các vật chịu liên kết được gọi là các vật không tự do. Lực tác dụng tương hỗ giữa các vật liên kết với nhau được gọi là lực liên kết. Các lực không phải lực liên kết được gọi là lực đặt vào (lực hoạt động). Đối với một vật thì lực do các vật khác tác dụng lên nó được gọi là các phản lực liên kết, còn các lực do nó tác dụng lên vật liên kết với nó (thường là liên kết tựa) được gọi là áp lực (hình 1.11a,b).



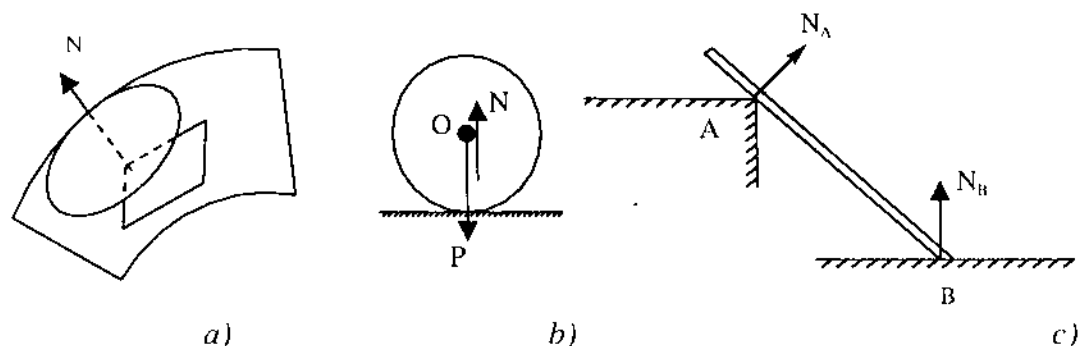
Hình 1.11. Áp lực, phản lực tác dụng lên vật

Chú ý rằng các phản lực liên kết là do các lực liên kết sinh ra để ứng phó với các lực đặt vào. Chúng là các ẩn trong các bài toán tĩnh học. Trong một số trường hợp dựa vào kết cấu của các liên kết có thể đoán nhận được phương chiều của các phản lực liên kết, còn trong mọi trường hợp trị số của chúng là chưa biết.

2. Các liên kết cơ bản

2.1. Liên kết tựa (không ma sát)

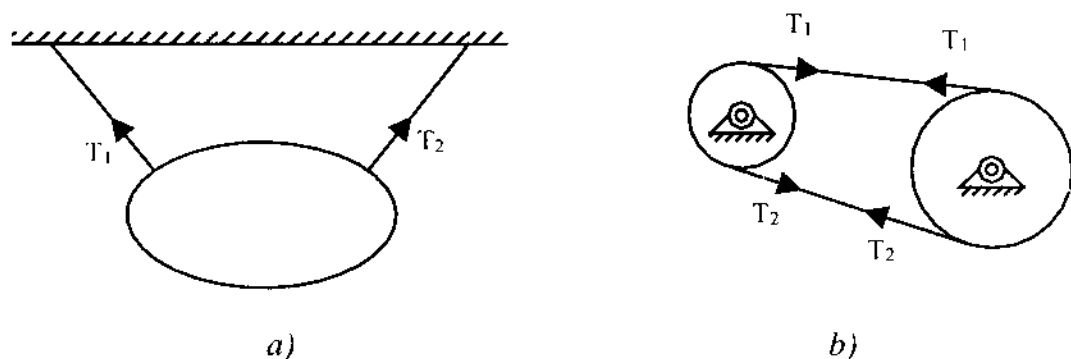
Hai vật trực tiếp tựa lên nhau, tiếp xúc theo bề mặt, hoặc đường hoặc điểm: phản lực tựa có phương vuông góc với mặt tựa (hoặc đường tựa), có chiều cản trở di chuyển của vật (theo phương pháp tuyến) (hình 1.12a, b, c).



Hình 1.12. Liên kết tựa

2.2. Liên kết dây mềm, thẳng và không dẫn

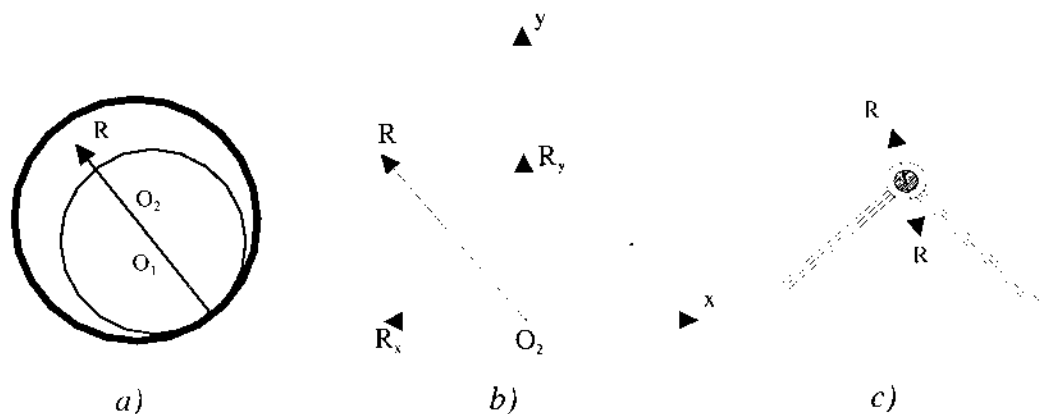
Phản lực của dây tác dụng lên vật khảo sát đặt vào điểm buộc dây và hướng vào dây. Phản lực của vật rắn tác dụng lên dây gọi là sức căng của dây, ký hiệu là T . Sức căng dây hướng dọc dây và hướng ra đối với mặt cắt dây, làm dây luôn ở trạng thái căng (hình 1.13).



Hình 1.13. Liên kết dây mềm

2.3. Liên kết bản lề

Hai vật có liên kết bản lề khi chúng có trục (chốt) chung, có thể quay đối với nhau. Trong trường hợp này hai vật tựa vào nhau theo đường nhưng điểm tựa hưa được xác định. Phản lực liên kết R đi qua tâm của trục và có phương, chiều chưa xác định. Phản lực được phân thành hai thành phần vuông góc với nhau ($\vec{R}_x \perp \vec{R}_y$), nằm trong mặt phẳng thẳng góc với đường trục tâm của bản lề (hình 1.14).



Hình 1.14. Liên kết bản lề

Câu hỏi ôn tập chương 1

1. Nêu khái niệm về vật rắn tuyệt đối, lực? Phát biểu các tiên đề trong cơ học vật rắn tuyệt đối? Ý nghĩa và vai trò của từng tiên đề?
2. Định nghĩa liên kết và phản liên kết? Nêu phương pháp xác định (vẽ) các phản lực liên kết tựa (không ma sát), liên kết dây mềm và liên kết bản lề?

Chương 2

HỆ LỰC PHẪNG ĐỒNG QUY

Mục tiêu

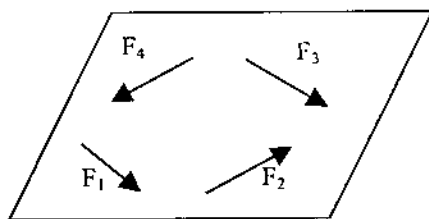
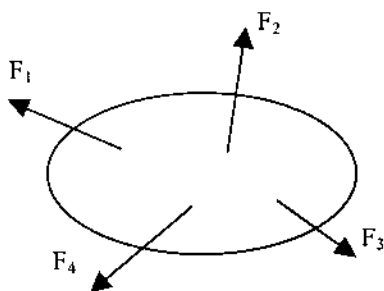
- Nắm được thành thạo quy tắc hình bình hành, tam giác, đa giác để tính lực.
- Biết phân tích một lực thành hai lực bằng phương pháp hình học và giải tích.

Nội dung

- Nhằm giới thiệu hệ lực phẳng đồng quy.
- Luyện kỹ năng tổng hợp, phân tích lực để xác định trạng thái hoạt động của chi tiết.

Một số khái niệm

- **Hệ lực:** Là tập hợp nhiều lực tác dụng lên vật rắn: $\varphi (\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_N)$ (hình 2.1)
- **Hệ lực phẳng:** Là tập hợp các lực tác dụng lên cùng một vật rắn và có đường tác dụng cùng nằm trong một mặt phẳng (hình 2.2).
- **Hệ lực phẳng đồng quy:** Là hệ lực phẳng mà đường tác dụng của các lực gặp nhau tại một điểm.



Hình 2.1. Hệ lực tác dụng lên vật Hình 2.2. Hệ lực phẳng tác dụng lên vật

I. HỢP HAI LỰC

1. Tổng hợp hai lực

Có thể xác định tổng hình học R của hai lực F_1 và F_2 theo quy tắc hình bình

hình (hình 2.3a) hoặc bằng tam giác lực (hình 2.3b) là một nửa của hình bình hành đó. Để dựng tam giác lực, từ điểm tùy ý A_1 ta dựng vectơ lực thứ nhất, rồi từ điểm mút của vectơ này ta dựng vectơ lực thứ hai. Nối điểm đầu của vectơ thứ nhất với điểm mút của vectơ thứ hai, ta sẽ được lực R .

Trị số R bằng cạnh A_1C_1 của tam giác $A_1B_1C_1$ được xác định theo công thức:

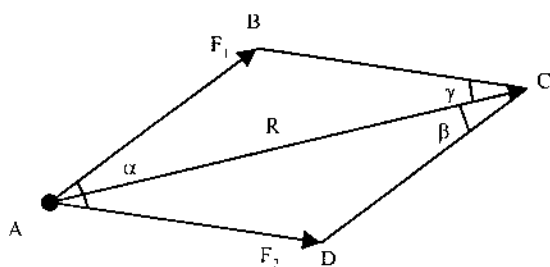
$$R^2 = F_1^2 + F_2^2 - 2F_1F_2 \cos(180^\circ - \alpha)$$

Trong đó α là góc giữa hai lực. Do đó:

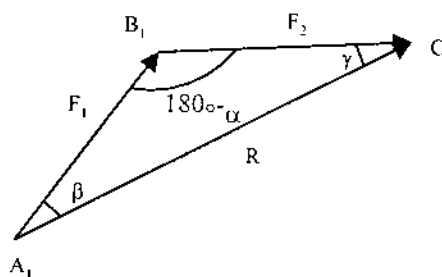
$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2F_1F_2 \cos \alpha}$$

Góc β và γ do lực R lập với các lực thành phần được xác định theo định lý sin. Biết rằng $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$, ta có

$$\frac{F_1}{\sin \gamma} = \frac{F_2}{\sin \beta} = \frac{R}{\sin \alpha}$$



a)



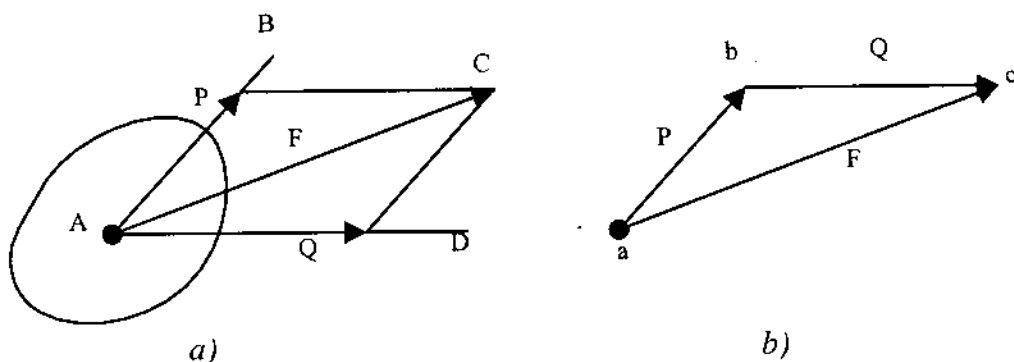
b)

Hình 2.3. Tổng hợp hai lực

2. Phân tích một lực thành hai lực

Giả sử phân lực F (hình 2.4) thành hai lực theo các hướng song song với các đường thẳng AB và AD đã cho (lực và các đường thẳng đều nằm trên cùng một mặt phẳng). Bài toán này tương tự như bài toán dựng một hình bình hành mà đường chéo là lực F , còn các cạnh thì song song với các đường thẳng AB và AD . Muốn vậy thì từ điểm đầu và điểm mút của lực F , ta dựng hai đường thẳng song song với AB và AD . Lực P và Q là hai lực cần tìm vì $P + Q = F$.

Ta cũng có thể phân lực bằng phương pháp dựng tam giác lực (hình 2.5b). Muốn vậy từ điểm tùy ý A ta dựng lực F và qua hai đầu của lực F dựng các đường thẳng song song AB và AD cho tới khi chúng cắt nhau. Các lực P và Q tìm được thay thế cho lực F nếu đặt vào điểm A hoặc vào bất cứ điểm nào đó trên đường tác dụng của lực F .



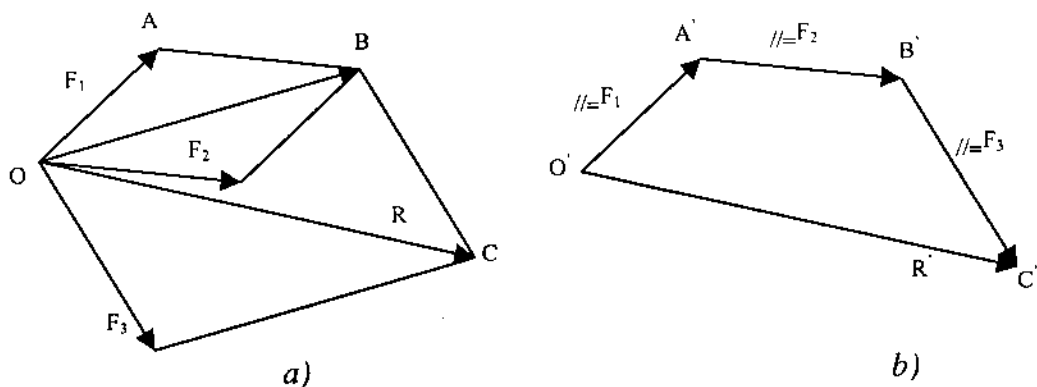
Hình 2.4. Phân tích một lực thành hai lực

II. HỢP HỆ LỰC PHẪNG ĐỒNG QUY

Giả sử các lực có điểm đặt tại O (trường hợp đường tác dụng của các lực gặp nhau tại O thì áp dụng hệ quả trượt lực để đưa về trường hợp này): Áp dụng trực tiếp tiên đề về hình bình hành lực ta tìm được lực \vec{R} của hệ lực (hình 2.5). Vậy:

Hợp lực đi qua điểm đồng quy O và có vectơ lực:

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_N = \sum_{k=1}^N \vec{F}_k \quad (2.1)$$



Hình 2.5. Hợp lực theo phương pháp hình học

Để xác định vectơ lực của hợp lực có thể sử dụng phương pháp hình học (hình 2.5) hoặc phương pháp xác định hình chiếu của nó trên ba trục vuông góc gọi là phương pháp giải tích (hình 2.6).

1. Phương pháp hình học

Hợp lực được biểu diễn bằng vectơ khép kín của đa giác lực, nó được xây

dựng như sau: Từ đầu mút A của vector biểu diễn lực \vec{F}_1 vẽ vector \vec{AB} song song và bằng vector lực \vec{F}_2 , từ B vẽ vector \vec{BC} song song và bằng vector \vec{F}_3 và cứ thế cho đến lực cuối cùng \vec{F}_N ($N=3$). Đa giác OABC là đa giác lực của hệ ba lực ($\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$).

Vì hợp lực phải đi qua điểm O nên đa giác lực không cần thiết phải vẽ xuất phát từ điểm đồng quy O mà có thể vẽ từ một điểm O' tùy ý (hình 2.5a). Hợp lực của hệ lực đồng quy được biểu diễn bằng vector khép kín của đa giác lực đặt tại điểm đồng quy O.

2. Phương pháp giải tích (hình 2.6)

Khi chiếu hai vế của đẳng thức vector (2.1) lên hai trục tọa độ vuông góc ta được:

$$\begin{aligned} R_x &= F_{1x} + F_{2x} + \dots + F_{Nx} = \sum_{k=1}^N F_{kx} \\ R_y &= F_{1y} + F_{2y} + \dots + F_{Ny} = \sum_{k=1}^N F_{ky} \end{aligned} \quad (2.2)$$

Từ đây ta có thể xác định được trị số, phương và chiều của vector hợp lực:

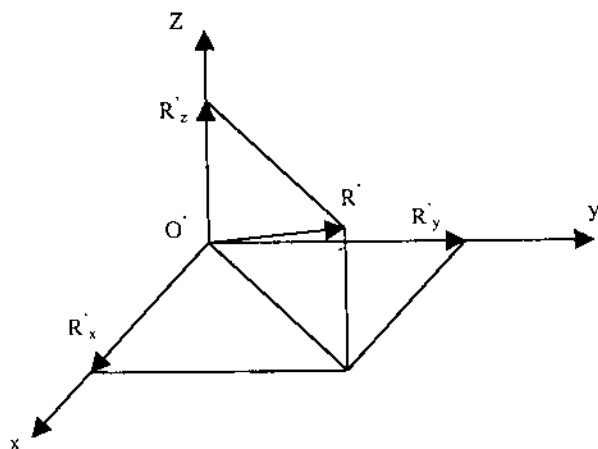
$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{\left(\sum_{k=1}^N F_{kx}\right)^2 + \left(\sum_{k=1}^N F_{ky}\right)^2} \quad (2.3)$$

$$\cos(\alpha_x, \vec{R}) = \frac{R_x}{R}; \quad \cos(\alpha_y, \vec{R}) = \frac{R_y}{R} \quad (2.4)$$

Vector khép kín \vec{R}' của đa giác lực xuất phát từ một điểm O' bất kỳ được gọi là vector chính của hệ lực, ký hiệu là \vec{R}' : $\vec{R}' = \sum_{k=1}^N \vec{F}_k$ (2.5)

Vậy ta có định lý:

Định lý 2-1: Hợp của hệ lực đồng quy được biểu diễn bằng vector chính của hệ lực đặt tại điểm đồng quy.



Hình 2.6. Hợp lực theo phương pháp giải tích

III. ĐIỀU KIỆN CÂN BẰNG CỦA HỆ LỰC PHẪNG ĐỒNG QUY

Cân bằng của hệ lực đồng quy. Theo các định luật cơ học, ta biết rằng nếu vật thể bị tác dụng của các lực bên ngoài cân bằng nhau thì nó có thể đứng yên hoặc chuyển động “theo quán tính”. Thí dụ vật có thể chuyển động tịnh tiến thẳng đều.

Từ đây ta có hai kết luận quan trọng sau:

- Các vật tác dụng lên vật đứng yên cũng như lên vật chuyển động “theo quán tính” đều thoả mãn điều kiện cân bằng của tĩnh học.

- Sự cân bằng của các lực tác dụng lên vật rắn tự do là điều kiện cần, nhưng chưa đủ đối với sự cân bằng (đứng yên) của bản thân vật thể đó. Do đó vật thể sẽ chỉ đứng yên nếu như trước khi chịu tác dụng của các lực cân bằng nó ở trạng thái đứng yên.

Để hệ lực đồng quy tác dụng lên vật rắn được cân bằng thì điều kiện cần và đủ là hợp lực của các lực đó bằng không. Ta có thể biểu diễn điều kiện mà các lực cân bằng phải thoả mãn dưới dạng hình học hoặc giải tích.

- Điều kiện cân bằng dưới dạng hình học: Vì hợp lực R của hệ lực đồng quy là cạnh khép kín của đa giác lực dựng từ các lực đó, nên R chỉ có thể bằng không khi và chỉ khi điểm mút của lực cuối cùng trong đa giác lực trùng với điểm đầu của lực đầu tiên, tức là khi đa giác lực khép kín.

- Điều kiện cân bằng dưới dạng giải tích: Dưới dạng giải tích, hợp lực của hệ lực đồng quy xác định theo công thức: $R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$

Vì biểu thức dưới dấu căn là tổng các số hạng dương, nên R chỉ bằng không khi nào đồng thời $R_x = 0$, $R_y = 0$, tức là khi các lực tác dụng lên vật rắn sẽ thoả mãn các biểu thức:

$$\sum F_{kx} = 0 \quad , \quad \sum F_{ky} = 0 \quad (2.6)$$

Các đẳng thức (2.6) mô tả các điều kiện cân bằng dưới dạng giải tích.

Câu hỏi ôn tập chương 2

1. Nêu khái niệm hệ lực, hệ lực phẳng, hệ lực phẳng đồng qui? Trình bày phương pháp hợp hai lực? Phương pháp tách một lực thành hai lực?
2. Trình bày phương pháp hợp hệ lực phẳng đồng qui? Nêu điều kiện cân bằng của hệ lực phẳng đồng qui?

Chương 3

NGẪU LỰC

Mục tiêu

- Nắm được thành thạo cách tính mô men lực, mô men ngẫu lực.
- Biết ứng dụng định lý Varinhông tổng hợp mô men.
- Biết biểu diễn mô men trên sơ đồ.

Nội dung

- Giới thiệu khái niệm về đại lượng đặc trưng cho chuyển động quay.
- Giới thiệu cách tính toán mô men để tính nội lực xoắn ở phần sức bền vật liệu.

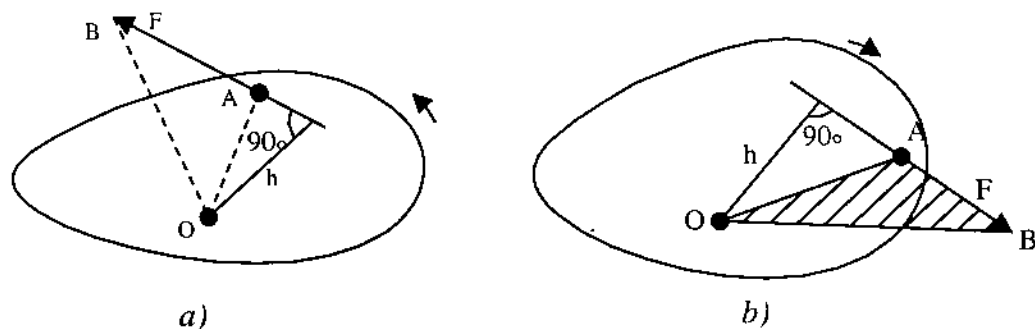
I. MÔ MEN CỦA CÁC LỰC ĐỐI VỚI MỘT ĐIỂM

1. Khái niệm về mô men của các lực

Thực tế cho thấy là khi tác dụng lên vật thể, lực có thể làm cho vật thể chuyển động tịnh tiến, đồng thời làm cho nó quay xung quanh một tâm nào đó. Tác dụng quay của lực được đặc trưng bởi mô men của nó.

Xét lực F tác dụng vào điểm A của vật thể (hình 3.1). Giả sử lực có xu hướng làm vật thể quay xung quanh tâm O . Gọi đường thẳng vuông góc hạ từ tâm O tới đường tác dụng của lực F là tay đòn của lực F đối với tâm O . Khi đó vì có thể tùy ý di chuyển điểm đặt lực dọc theo đường tác dụng, nên tác dụng quay của lực sẽ phụ thuộc vào:

- a. Trị số của lực F và chiều dài tay đòn h ;
- b. Vị trí của mặt phẳng quay OAB qua tâm O và lực F ;
- c. Chiều quay trên mặt phẳng này.



Hình 3.1. Biểu diễn mô men của một lực

Trước hết ta xét hệ các lực cùng nằm trên một mặt phẳng. Khi đó tất cả các lực đều có chung một mặt phẳng quay, còn chiều quay có thể xác định bằng chiều dương nếu quay theo một chiều quy ước nào đó và dấu âm nếu quay theo chiều ngược lại.

Khi đó, để đo định lượng tác dụng quay, ta có định nghĩa sau đây về mô men lực: Mô men của lực F đối với tâm O là một đại lượng có dấu tương ứng và bằng tích trị số của lực với chiều dài tay đòn.

Mô men của lực F đối với tâm O ký hiệu là $m_o(F)$.

$$\text{Do đó: } m_o(F) = \pm Fh \quad (3.1)$$

2. Quy ước dấu - đơn vị

Chúng ta quy ước mô men có dấu dương, nếu lực có xu hướng làm cho vật quay xung quanh tâm O theo chiều ngược chiều kim đồng hồ và có dấu âm trong trường hợp ngược lại.

Nếu tay đòn đo bằng mét (m), lực đo bằng Niuton (N) thì đơn vị đo của mô men là (Nm). Nếu lực đo bằng Kg và tay đòn đo bằng m thì đơn vị đo của mô men là (Kgm).

Mô men lực có các tính chất sau:

1. Mô men lực không phụ thuộc vào điểm đặt lực dọc theo đường tác dụng.
2. Mô men lực đối với tâm O bằng không chỉ khi nào lực bằng không hoặc đường tác dụng của lực đi qua tâm O (tay đòn bằng không).
3. Mô men lực có trị số bằng hai lần diện tích của tam giác OAB (hình 3.1b)

$$m_o(F) = \pm 2dt\Delta OAB \quad (3.2)$$

Kết quả này suy ra từ công thức:

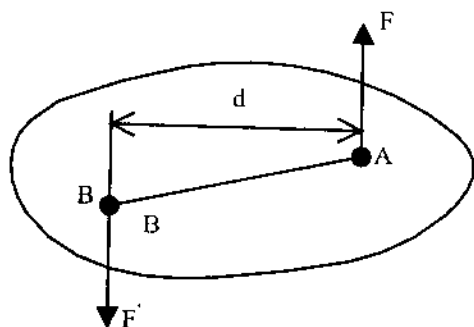
$$dt\Delta OAB = \frac{1}{2}AB.h = \frac{1}{2}Fh$$

II. NGẪU LỰC

1. Khái niệm về ngẫu lực

Ngẫu lực là hệ hai lực có cùng trị số, song song và ngược chiều nhau tác dụng lên vật thể (hình 3.2). Hệ lực tạo thành ngẫu lực không cân bằng nhau (xem tiên đề 1), trong khi đó khác với các hệ đã khảo sát ở trên ngẫu lực không có hợp lực.

Thực vậy, giả sử ngẫu lực (F, F') có hợp lực Q khác 0, thì lực $Q_1 = -Q$ phải cân bằng với ngẫu lực này. Tức là hệ các lực F, F', Q_1 phải cân bằng. Nhưng như ta sẽ chứng minh, muốn cân bằng bất kỳ hệ lực nào thì phải làm sao cho tổng hình học của chúng bằng không. Vậy với giả thiết vừa rồi, ta phải có $F + F' + Q_1 = 0$. Nhưng điều này không thể có được, vì $F + F' = 0$ còn Q_1 khác 0. Như vậy không thể thay hoặc cân bằng ngẫu lực bằng một lực.



Hình 3.2. Ngẫu lực

Vì thế ta phải nghiên cứu riêng các tính chất của ngẫu lực như một đại lượng đặc biệt về sự tương tác cơ học giữa các vật.

Mặt phẳng chứa các đường tác dụng của các lực của ngẫu lực gọi là mặt phẳng tác dụng của ngẫu lực. Khoảng cách d giữa các đường tác dụng của các lực của ngẫu lực gọi là tay đòn của ngẫu lực. Tác dụng của ngẫu lực đối với vật thể hiện ở hiệu quả quay nào đó mà hiệu quả quay ấy phụ thuộc vào:

1. Trị số của lực F của ngẫu lực và chiều dài tay đòn d ;
2. Vị trí của mặt phẳng tác dụng của ngẫu lực;
3. Hướng quay trong mặt phẳng đó. Để đặc trưng hiệu quả này, ta đưa ra khái niệm về mô men ngẫu lực.

Ở đây, ta sẽ khảo sát các tính chất của các ngẫu lực cùng nằm trên một mặt phẳng. Đối với trường hợp này, tương tự như khái niệm mô men lực (phần 1 tr.23) ta có định nghĩa sau: mô men ngẫu lực là đại lượng có dấu tương ứng và bằng tích trị số của một lực của ngẫu lực với tay đòn của ngẫu lực.

Mô men ngẫu lực ký hiệu bằng chữ m hoặc chữ M .

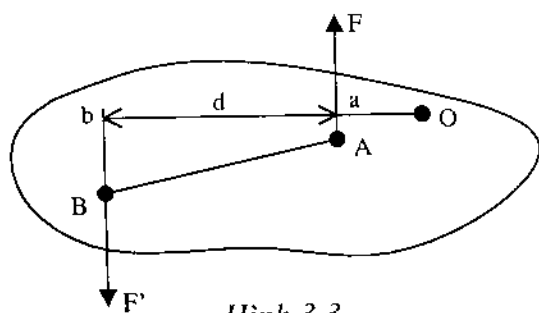
khi đó: $m = \pm Fd$

(3.3)

Cũng như mô men lực, mô men ngẫu lực sẽ có dấu dương nếu ngẫu lực có xu hướng làm vật quay theo chiều ngược chiều kim đồng hồ và có dấu âm trong trường hợp ngược lại. Mô men ngẫu lực cũng có đơn vị đo như mô men lực. Trên hình 3.2 ta thấy mô men ngẫu lực bằng mô men của một lực của ngẫu lực đối với điểm đặt của lực kia, tức là:

$$m = m_B(F) = m_A(F') \quad (3.4)$$

Ta chứng minh định lý sau đây về mô men của các ngẫu lực: *Tổng đại số mô men của các lực ngẫu lực đối với bất kỳ tâm nào nằm trên mặt phẳng tác dụng của ngẫu lực không phụ thuộc vào vị trí của tâm đó và bằng mô men ngẫu lực.* Thực vậy nếu lấy bất kỳ điểm O nào trên mặt phẳng tác dụng của ngẫu lực (hình 3.3) ta có:



Hình 3.3.

Tác dụng của ngẫu lực đối với một tâm

$$m_O(F) = -F.Oa; m_O(F') = F'.Ob$$

Cộng các đẳng thức đó lại và chú ý là $F' = F$ và $Ob - Oa = d$, trong đó d là tay đòn của ngẫu lực, ta có:

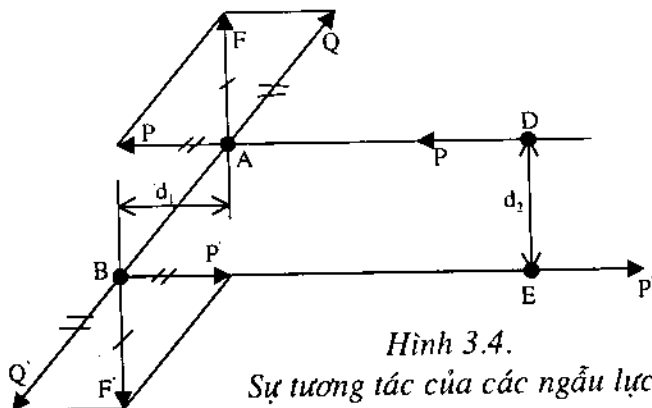
$$m_O(F) + m_O(F') = m \quad (3.5)$$

Định lý vừa chứng minh sử dụng thuận tiện khi tính mô men của các ngẫu lực đối với bất kỳ tâm nào.

2. Tính chất của ngẫu lực

2.1. Sự tương tác của các ngẫu lực

Để thiết lập điều kiện tương đương của hai ngẫu lực, đầu tiên ta chứng minh định lý: *Có thể thay thế ngẫu lực tác dụng lên vật bằng bất kỳ ngẫu lực nào khác nằm trên cùng một mặt phẳng và có cùng mô men mà không làm thay đổi tác dụng đối với vật thể.*



Hình 3.4.

Sự tương tác của các ngẫu lực

Giả sử ngẫu lực (F, F') có tay đòn d tác dụng lên vật thể. Trên mặt phẳng tác dụng của ngẫu lực, qua hai điểm D và E ta dựng hai đường thẳng song song, chúng cắt các đường tác dụng của các lực của ngẫu lực (F, F') tại các điểm A và B (hình 3.4). Đặt các lực F và F' vào các điểm đó (lúc đầu các lực F và F' có thể đặt ở bất kỳ điểm nào trên các đường tác dụng của chúng).

Gọi khoảng cách giữa các đường thẳng AD và BE là d_1 . Bây giờ, phân lực F thành các lực P và Q theo các hướng DA và BA, và lực F' thành các lực P' và Q' theo các hướng BE và AB. Rõ ràng khi đó $P = -P'$, $Q = -Q'$. Các lực Q và Q' cân bằng nhau nên có thể loại bỏ. Kết quả là ngẫu lực (F, F') sẽ được thay thế bằng ngẫu lực (P, P') với tay đòn khác và với các lực khác mà ta có thể đặt ở các điểm D, E trên các đường tác dụng của chúng.

Ở đây vì có thể chọn các điểm D, E và chiều của các đường thẳng AD và BE một cách tùy ý, nên có thể đặt ngẫu lực (P, P') ở bất kỳ vị trí nào trên mặt phẳng tác dụng của nó (có thể đưa ngẫu lực về vị trí mà ở đó các lực P và P' song song với F bằng phép biến đổi hai lần nói trên).

Cuối cùng ta chứng minh rằng mô men của các ngẫu lực P, P' và F, F' bằng nhau. Thực vậy, vì lực F là hợp lực của các lực P và Q nên ta có:

$$m_B(F) = m_B(P) + m_B(Q)$$

Nhưng $m_B(F) = Fd_1$, $m_B(Q) = 0$, do đó $Fd_1 = Pd_2$, tức là mô men của các ngẫu lực bằng nhau. Như vậy định lý đã được chứng minh.

2.2. Tính chất

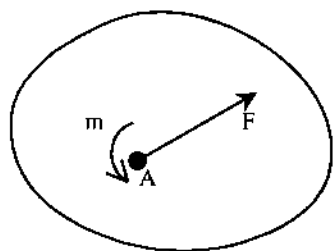
Từ định lý trên suy ra các tính chất sau đây của ngẫu lực:

- Có thể di chuyển ngẫu lực đến bất kỳ vị trí nào trên mặt phẳng tác dụng mà không làm thay đổi tác dụng của nó đối với vật thể.
- Có thể tùy ý thay đổi trị số của các lực hoặc chiều dài tay đòn mà không làm thay đổi tác dụng của ngẫu lực đối với vật thể nếu giữ mô men ngẫu lực không đổi.

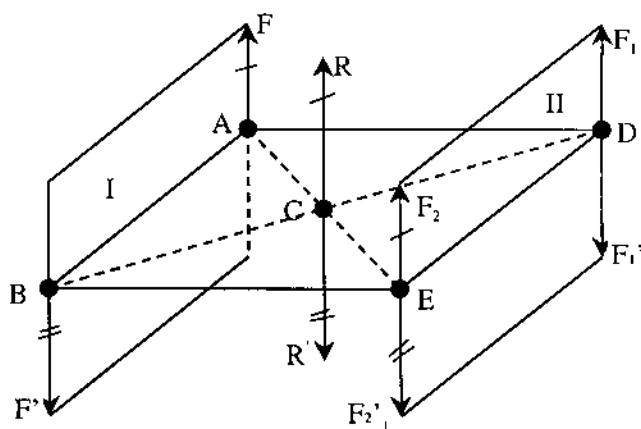
Từ đây suy ra, hai ngẫu lực nằm trên cùng một mặt phẳng và có mô men như nhau sẽ tương đương nhau, bởi vì bằng các phép biến đổi nêu trên (tức là bằng cách thay đổi tay đòn và vị trí của ngẫu lực trên mặt phẳng tác dụng). Đồng thời từ các định lý vừa chứng minh ở trên ta thấy rằng tác dụng của ngẫu lực đối với vật thể thực sự được thể hiện bằng mô men ngẫu lực.

Để định ra một ngẫu lực trên mặt phẳng đã cho chỉ cần định ra mô men của nó, còn các lực của ngẫu lực hay tay đòn của nó bằng bao nhiêu và ngẫu lực nằm ở vị trí nào trên mặt phẳng tác dụng, điều đó không quan trọng. Cho nên, đặc biệt trong kỹ thuật, người ta thường biểu diễn ngẫu lực bằng mũi tên tròn chỉ hướng quay, chứ không biểu diễn các lực (ví dụ các mũi tên trên hình 3.5 thể hiện lực F và ngẫu lực có mô men m tác dụng lên vật).

Bây giờ ta chứng minh định lý thứ hai: *Tác dụng của ngẫu lực đối với vật thể không thay đổi nếu chuyển ngẫu lực từ mặt phẳng này sang bất kỳ mặt phẳng nào khác song song với nó.*



Hình 3.5. Biểu diễn ngẫu lực



Hình 3.6. Thay thế ngẫu lực

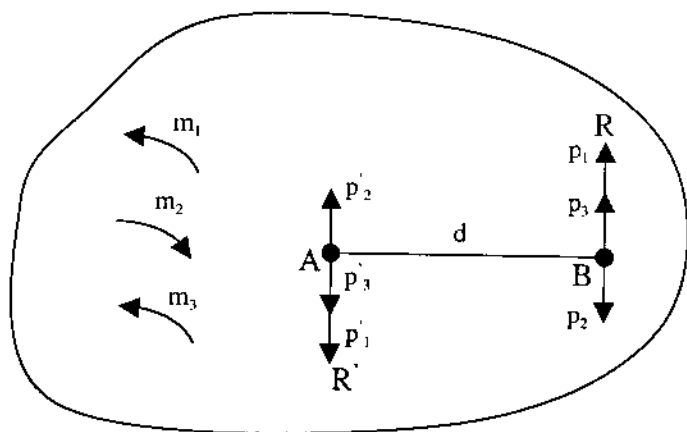
Xét ngẫu lực (F, F') nằm trên mặt phẳng I (hình 3.6) $F_1 = F_2 = F$; $F_1' = F_2' = F'$. Ta thấy rằng ABED là hình bình hành, các đường chéo của nó chia thành hai phần bằng nhau và cắt ở giao điểm C. Bây giờ cộng các lực song song F và F_2 với nhau. Vì chúng có trị số bằng nhau nên chúng được thay bằng hợp lực R đặt tại trung điểm của đoạn AE, tức là tại điểm C, trong đó $R=2F$. Các lực F' và F_2' sau khi cộng lại cũng được thay bằng hợp lực R' đặt tại trung điểm của đoạn DB, tức là cũng tại điểm C, trong đó $R'=2F'=R$. Như vậy các lực R và R' bằng nhau, nên có thể triệt tiêu. Kết quả là ngẫu lực (F, F') thực sự được thay bằng ngẫu lực (F_1, F_1') nằm trên mặt phẳng II.

Từ các định lý trên suy ra: Hai ngẫu lực nằm trên các mặt phẳng song song và có cùng mô men thì cũng tương đương nhau.

Ta chú ý đến điểm tương tự sau đây: Lực tác dụng lên vật thể được xác định bởi trị số, đường tác dụng và hướng tác dụng của nó; điểm đặt lực có thể thay đổi tùy ý trên đường tác dụng. Ngẫu lực tác dụng lên vật thể được xác định bởi trị số của mô men, mặt phẳng tác dụng và chiều quay của nó. Vị trí ngẫu lực có thể thay đổi tùy ý trên mặt phẳng tác dụng.

3. Tổng hợp hệ ngẫu lực phẳng

Ta chứng minh định lý sau đây về hợp các ngẫu lực: *Hệ ngẫu lực trên cùng một mặt phẳng tương đương với một ngẫu lực cũng trên mặt phẳng đó với mô men bằng tổng đại số các mô men của các ngẫu lực thành phần.*



Hình 3.7. Tổng hợp ngẫu lực

Để chứng minh định lý trên ta giả sử có ba ngẫu lực với các mô men m_1 , m_2 , m_3 tác dụng lên vật (hình 3.7). Theo định lý về sự tương đương của các ngẫu lực, ta có thể thay các ngẫu lực đó bằng ba ngẫu lực (P_1, P'_1) , (P_2, P'_2) , (P_3, P'_3) có cùng tay đòn d và có các mô men:

$$m_1 = P_1 d, m_2 = -P_2 d, m_3 = P_3 d.$$

Bây giờ cộng riêng các lực đặt tại các điểm A và B với nhau, ta được lực R tại điểm B, lực R' tại điểm A chúng có trị số bằng nhau

$$R = R' = P_1 - P_2 + P_3$$

Kết quả là cả hệ ngẫu lực được thay bằng một ngẫu lực (R, R') với mô men

$$M = Rd = P_1 d + (-P_2 d) + P_3 d = m_1 + m_2 + m_3.$$

Ta đã chứng minh định lý đối với trường hợp ba ngẫu lực. Hiển nhiên, ta cũng có kết quả như vậy đối với bất kỳ số ngẫu lực nào. Hệ gồm n ngẫu lực với các mô men m_1, m_2, \dots, m_n có thể được thay bằng một ngẫu lực với mô men

$$M = \sum m_k \quad (3.6)$$

4. Điều kiện cân bằng hệ ngẫu lực phẳng

Từ định lý vừa chứng minh ở phần trên, ta suy ra: Muốn cân bằng hệ ngẫu lực phẳng thì điều kiện cần và đủ là tổng đại số các mô men của các ngẫu lực đó phải bằng không.

$$\sum m_k = 0 \quad (3.7)$$

Câu hỏi ôn tập chương 3

1. Trình bày khái niệm mô men của lực đối với một điểm? Quy ước về dấu?
2. Định nghĩa ngẫu lực? Các yếu tố đặc trưng cho ngẫu lực? Phương pháp tổng hợp hệ ngẫu lực phẳng và nêu điều kiện cân bằng của hệ lực phẳng?

Chương 4

HỆ LỰC PHẪNG BẤT KỲ

Mục tiêu

- Nắm được thành thạo cách dời lực để đưa hệ lực về một điểm.
- Ứng dụng các hệ phương trình cơ bản để tính toán xác định các lực trong kết cấu.

Nội dung

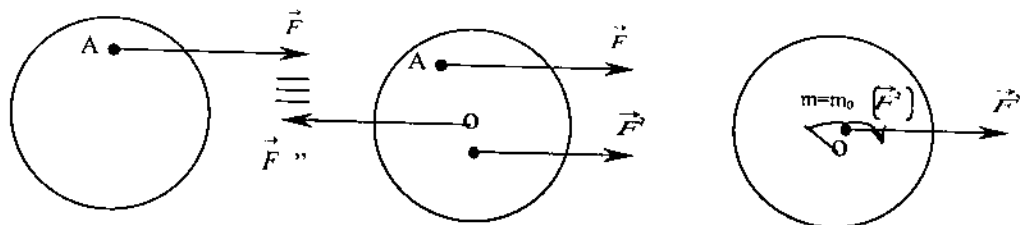
- Nhằm rèn luyện kỹ năng tính toán hệ lực phẳng để xác định nội lực, tính được ứng suất. Từ đó thực hiện công tác đánh giá độ bền, khả năng làm việc ổn định của chi tiết.

I. THU HỆ LỰC VỀ MỘT ĐIỂM CHO TRƯỚC

1. Dời một lực tới một điểm cho trước

Định lý 4-1: Lực F tác dụng tại A tương đương với tác dụng của nó tại O (lực F') và một ngẫu lực có mô men bằng mô men của lực F đối với điểm O.

$$\vec{F} = \vec{F}' \text{ và } \vec{m} = \vec{m}_O(\vec{F}) \quad (4.1)$$



Hình 4.1. Dời một lực

Chứng minh: Đặt tại O hai lực cân bằng (\vec{F}', \vec{F}'') có cùng trị số với lực \vec{F} .

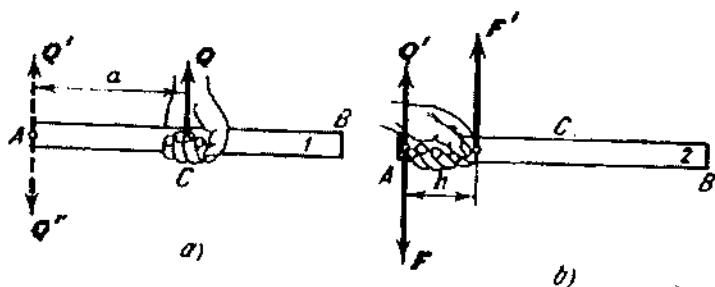
Theo tiên đề 2 (chương 1) ta có:

$$\vec{F} = (\vec{F}', \vec{F}'', \vec{F}) \equiv \vec{F}' \text{ và } (\vec{F}', \vec{F})$$

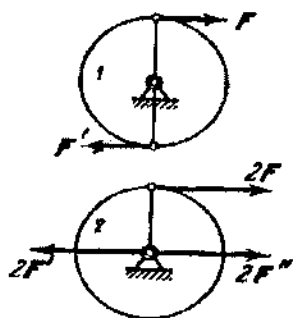
(\vec{F}', \vec{F}'') là một ngẫu lực có mômen $\vec{m} = \vec{m}_0(\vec{F})$ theo (3.4).

Vậy (4.1) đã được chứng minh (hình 4.1)

Thí dụ 1: Để giữ cân bằng thanh đồng chất AB có chiều dài $2a$ và trọng lượng P , cần phải tác dụng vào trung điểm C một lực Q hướng lên phía trên có trị số bằng P (hình 4.2 a). Theo định lý vừa chứng minh, có thể thay lực Q bằng lực Q' đặt tại đầu A của thanh và ngẫu lực có mômen $m = Q.a$. Nếu giảm tay đòn của ngẫu lực này tới đại lượng h (hình 4.2 b) thì phải tăng lực F, F' sao cho $Fh = Qa$. Do đó để giữ thanh ở đầu A thì ngoài lực Q' ta phải tác dụng thêm ngẫu lực (F, F') . Ta sẽ hình dung thấy ngay kết luận này, nếu thử giữ ở giữa thanh hoặc ở đầu thanh (hình 4.2 a, b).



Hình 4.2



Hình 4.3

Thí dụ 2: Người ta quấn vào trục tang trống 1, bán kính r hai sợi dây theo hướng ngược nhau, ở hai đầu dây đặt các lực F và $F' = -F$ (hình 4.3); còn trên trục tang 2 có cùng bán kính chỉ quấn một dây và đặt một lực bằng $2F$. Hãy xem tác dụng của các lực đó có khác nhau không?

Ta thấy trục tang trống 1 chỉ chịu tác dụng của ngẫu lực (F, F') có mômen quay bằng $2Fr$. Còn lực tác dụng lên trục tang trống 2 có thể thay bằng lực $2F' = 2F$ đặt vào trục và ngẫu lực $(2F, 2F')$. Bởi vậy, trục 2 chịu tác dụng của:

- Ngẫu lực có mômen quay $2Fr$ như ở trục 1;
- Lực $2F'$ tạo ra áp lực trên trục tang trống.

Do đó, hai trục sẽ quay như nhau, nhưng trục thứ hai chịu áp lực bằng $2F$, còn trục thứ nhất không có áp lực nào tác dụng.

2. Dời hệ lực về một điểm

Giả sử hệ lực F_1, F_2, \dots, F_n nào đó nằm trên một mặt phẳng tác dụng lên vật thể. Ta lấy bất kỳ điểm O nào trên mặt phẳng làm tâm thu rồi áp dụng định lý đã chứng minh. Như ở phần trên, dời tất cả các lực về tâm O (hình 4.4a). Như vậy, vật sẽ chịu tác dụng của hệ lực.

$$F'_1 = F_1, F'_2 = F_2, \dots, F'_n = F_n \quad (4.2)$$

Đặt tâm O và hệ ngẫu lực với các mômen xác định theo công thức (4.1) bằng:

$$m_1 = m_0(F_1), m_2 = m_0(F_2), \dots, m_n = m_0(F_n) \quad (4.3)$$

Có thể thay các lực đặt tại tâm O bằng một lực R cũng đặt tại tâm đó, sao cho $R = F'_k$ hay theo đẳng thức (4.4), bằng.

$$R = \sum F_k \quad (4.4)$$

Cũng vậy, theo định lý hợp ngẫu, tất cả các ngẫu lực có thể thay bằng một ngẫu lực nằm trên cùng mặt phẳng với mômen bằng $M_0 = \sum m_k$ hay theo đẳng thức (4.3)

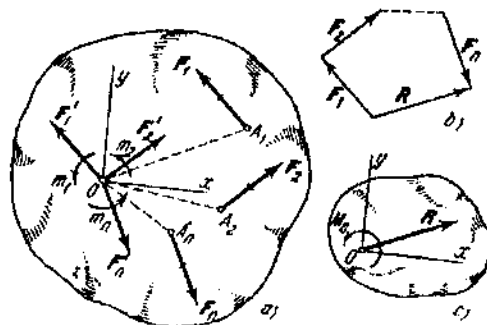
$$M_0 = m_0(F_k) \quad (4.5)$$

Đại lượng R bằng tổng hình học của tất cả các lực thuộc hệ, như ta đã biết, gọi là vector chính của hệ; đại lượng M_0 bằng tổng mômen của tất cả các lực đối với tâm O được gọi là mômen chính của hệ đối với tâm O . Bằng cách đó, ta đã chứng minh được định lý sau: Mọi hệ lực phẳng tác dụng lên vật thể khi thu gọn về bất kỳ tâm O nào đều được thay bằng lực R bằng vector chính của hệ và đặt tại tâm thu O và ngẫu lực có mômen M_0 bằng mômen chính của hệ đối với tâm O đó (hình 4.4).

Ta chú ý rằng lực R không phải là hợp lực của hệ lực vì nó không thể một mình mà phải cùng với ngẫu lực mới thay thế được cho hệ lực.

Từ định lý vừa chứng minh, ta thấy rằng hai hệ lực có cùng vector chính và mômen chính là hai hệ tương đương nhau. Bởi vậy, để xác định hệ lực phẳng chỉ cần xác định vector chính R và mômen chính M_0 của nó đối với tâm O nào đó.

Ta có thể xác định vector R hoặc bằng phương pháp dựng đa giác lực (hình 4.4 b) hoặc bằng phương pháp giải tích theo các công thức (phần 2tr.20). Rõ ràng là trị số R không phụ thuộc vào vị trí tâm O . Đại lượng M_0 được xác định



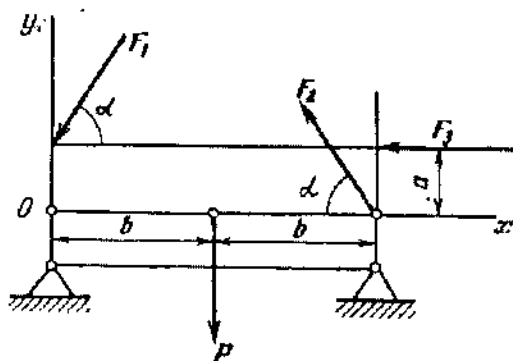
Hình 4.4

theo công thức (4.5), nên khi thay đổi vị trí tâm O thì nói chung mômen M_0 cũng thay đổi (vì các mômen của các lực thành phần thay đổi). Bởi vậy, khi ra mômen chính cần phải nói rõ tâm của nó.

Bài tập 1: Hãy thu hệ lực P, F_1, F_2, F_3 trên hình 4.5 về tâm O. Cho biết $P = 30\text{kg}$, $F_1 = F_2 = F_3 = F = 20\text{kg}$; $a = 0,3\text{m}$, $b = 0,5\text{m}$, $\alpha = 60^\circ$.

Bài giải: Bài toán đưa về tìm vectơ chính R của hệ lực và mômen chính M_0 của nó đối với tâm O. Ta có thể xác định R theo các hình chiếu R_x, R_y .

Muốn vậy, ta dựng các trục Oxy như trên hình vẽ, rồi tìm hình chiếu của từng lực trên các trục đó và mômen của chúng đối với tâm O (xem bảng).



Hình 4.5

F_k	P	F_1	F_2	F_3
F_{kx}	0	$-F \cos \alpha$	$-F \cos \alpha$	$-F$
F_{ky}	$-P$	$-F \sin \alpha$	$F \sin \alpha$	0
$M_0(F_k)$	$-bP$	$aF \cos \alpha$	$2bF \sin \alpha$	aF

Sau đó, thay số liệu bài toán vào, ta được

$$R_x = \sum F_{kx} = -40\text{kg}, R_y = \sum F_{ky} = -30\text{kg}, M_0 = \sum m_0(F_k) = 11,3 \text{ Kgm}.$$

Như vậy, khi dời về tâm O, hệ lực được thay bằng lực R đặt tại O với các hình chiếu $R_x = -40 \text{ Kg}$, $R_y = -30 \text{ Kg}$ ($R = 50$) và ngẫu lực có mômen M_0 , $M_0 = 11,3 \text{ Kgm}$.

II. ĐIỀU KIỆN CÂN BẰNG HỆ LỰC PHẪNG

1. Điều kiện chung

Để cân bằng bất kỳ hệ lực phẳng nào thì cần và chỉ cần thực hiện đồng thời các điều kiện:

$$R = 0, M_0 = 0 \quad (4.6)$$

Trong đó O là điểm bất kỳ nào đó trên mặt phẳng, vì khi $R = 0$ thì đại lượng mômen M_0 không phụ thuộc vào vị trí tâm O.

Các hệ thức (4.6) là điều kiện cân vì nếu một điều kiện nào đó không được thực hiện thì hệ lực tác dụng lên vật sẽ tương đương với hoặc một hợp lực (nếu $R \neq 0$) hoặc một ngẫu lực (khi $M_0 \neq 0$), và bởi vậy không cân bằng. Đồng thời các đẳng thức (4.6) còn là điều kiện đủ, vì nếu $R = 0$ thì hệ chỉ có thể tương đương với ngẫu lực có mômen M_0 , mà $M_0 = 0$, nên nó cân bằng.

2. Các phương trình cơ bản

Ta hãy tìm các dạng giải tích của các điều kiện cân bằng suy từ các đẳng thức (4.6). Chúng có thể có ba dạng khác nhau sau đây:

2.1. Phương trình dạng 1.

Trị số của R và M_0 được xác định theo các đẳng thức:

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}, \quad M_0 = \sum m_0(F_k),$$

trong đó $R_x = \sum F_{kx}$, $R_y = \sum F_{ky}$. Nhưng R có thể bằng không chỉ khi nào $R_x = 0$ và $R_y = 0$. Bởi vậy, các điều kiện (4.6) sẽ được thực hiện, nếu:

$$\sum F_{kx} = 0, \quad \sum F_{ky} = 0, \quad \sum m_0(F_k) = 0 \quad (4.7)$$

Các đẳng thức (4.7) thể hiện các điều kiện cân bằng dưới dạng giải tích sau đây: Điều kiện cân và đủ để hệ lực phẳng tùy ý cân bằng là tổng hình chiếu của tất cả các lực lên một trong hai trục tọa độ và tổng các mômen của chúng đối với bất kỳ tâm nào nằm trên mặt phẳng tác dụng của các lực, bằng không.

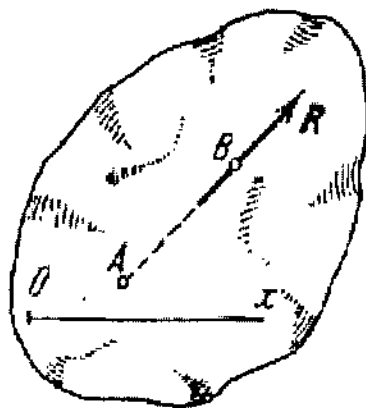
Các phương trình (4.7) đồng thời thể hiện các điều kiện cân đối với sự cân bằng của vật rắn tự do dưới tác dụng của hệ phẳng. Về mặt cơ học, hai điều kiện đầu là những điều kiện cần để vật không chuyển động theo các trục tọa độ, còn điều kiện thứ ba là điều kiện để vật chất không quay trên mặt phẳng Oxy.

2.2. Phương trình dạng 2

Điều kiện cân và đủ để hệ lực phẳng tùy ý cân bằng là tổng mômen của tất cả các lực đối với hai tâm A và B nào đó và tổng hình chiếu của chúng lên trục Ox không vuông góc với đường thẳng AB, bằng không:

$$\sum m_A(F_k) = 0, \quad \sum m_B(F_k) = 0, \quad \sum F_{kx} = 0 \quad (4.8)$$

Điều kiện cân của chúng là hiển nhiên, vì nếu bất kỳ điều kiện nào không được thực hiện, thì hoặc $R \neq 0$ hoặc $M_A \neq 0$ ($M_B \neq 0$), nên không có sự cân bằng. Ta chứng minh điều kiện đủ. Giả sử đối với hệ lực chỉ có hai điều kiện đầu của (4.8)



Hình 4.6

được thực hiện, thì ta có $M_A = 0$ và $M_B = 0$. Như đã chứng minh trong phần trước, hệ lực này có thể không cân bằng, mà có hợp lực R đi qua đồng thời cả điểm A và B (hình 4.6). Nhưng theo điều kiện thứ ba thì $R_x = \sum F_{kx} = 0$. Vì trục Ox không vuông góc với AB, nên điều kiện cuối cùng này chỉ có thể thực hiện được khi hợp lực $R = 0$, tức là khi có sự cân bằng.

2.3. Phương trình dạng 3 (Phương trình mômen):

Điều kiện cần và đủ để hệ lực phẳng tùy ý cân bằng là tổng mômen của tất cả các lực ấy đối với ba tâm bất kỳ A, B và C nào đó không nằm trên cùng một đường thẳng, bằng không:

$$\begin{aligned}\sum m_A(F_k) &= 0, \sum m_B(F_k) = 0 \\ \sum m_C(F_k) &= 0\end{aligned}\quad (4.9)$$

Cũng như ở trường hợp trước, điều kiện cần là hiển nhiên. Điều kiện đủ của (4.9) thể hiện ở chỗ, nếu các điều kiện đó được thực hiện đồng thời mà hệ lực vẫn chưa cân bằng, thì nó phải tương đương với một hợp lực đi qua đồng thời cả ba điểm A, B và C. Như vậy không thể xảy ra được vì các điểm này không nằm trên cùng một đường thẳng. Bởi vậy, nếu có các điều kiện (4.9) thì phải có cân bằng.

Ta thấy trong tất cả các trường hợp hệ lực phẳng được khảo sát có ba điều kiện cân bằng. Điều kiện (4.7) được xem là điều kiện cơ bản, vì khi sử dụng nó không có giới hạn nào đối với sự lựa chọn các trục tọa độ và tâm mômen.

Nếu ngoài hệ lực phẳng F_1, F_2, \dots, F_n , vật còn chịu tác dụng của hệ ngẫu lực có các mômen m_1, m_2, \dots, m_s , cũng nằm trên mặt phẳng đó, thì các ngẫu lực không tham gia vào phương trình hình chiếu khi lập các điều kiện cân bằng, vì tổng hình chiếu của các lực của ngẫu lực trên bất kỳ trục nào đều bằng không. Nhưng cũng trong các phương trình mômen của các lực ta phải cộng thêm (cộng đại số) các mômen ngẫu lực, vì tổng mô men của các lực của ngẫu lực đối với bất kỳ tâm nào bao giờ cũng bằng mô men ngẫu lực. Do đó, điều kiện cân bằng (4.7) của hệ lực và hệ ngẫu lực tác dụng lên vật có dạng:

$$\sum F_{kx} = 0, \sum F_{ky} = 0, \sum m_0(F_k) + \sum m_i = 0 \quad (4.10)$$

Trong trường hợp này các điều kiện (4.8) và (4.9) đều có sự biến đổi tương tự.

3. Điều kiện cân bằng của hệ lực phẳng song song

3.1. Phương trình dạng I

Khi tất cả các lực tác dụng lên vật thể song song nhau, thì ta có thể hướng trục Ox thẳng góc với các lực, còn trục Oy song song với chúng (hình 4.7).

Khi đó hình chiếu của mỗi lực trên trục Ox sẽ bằng không và đẳng thức thứ nhất trong các đẳng thức (4.7) biến thành đồng nhất thức $0 = 0$. Do đó, đối với các lực song song chỉ còn hai điều kiện cân bằng:

$$\sum F_{ky} = 0, \sum m_O(F_k) = 0 \quad (4.11)$$

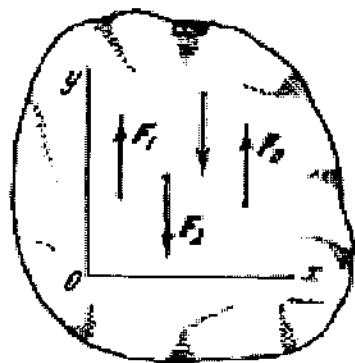
Trong đó trục Oy song song với các lực

3.2. Phương trình dạng 2

Dạng thứ hai của điều kiện cân bằng đối với hệ lực song song được suy ra từ các đẳng thức (4.8), như vậy ta có:

$$\sum m_A(F_k) = 0, \sum m_B(F_k) = 0 \quad (4.12)$$

Do đó, các điểm A và B không được nằm trên đường thẳng song song với các lực.



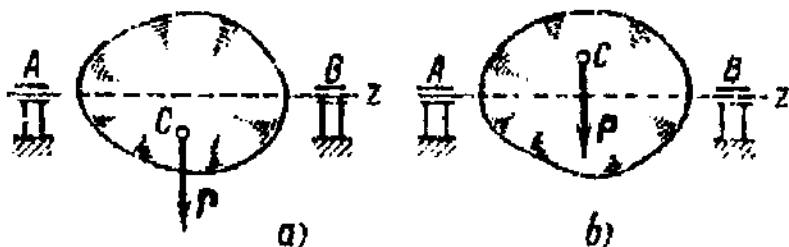
Hình 4.7

III. CÂN BẰNG ỔN ĐỊNH

1. Các định nghĩa

Một vấn đề quan trọng đối với vật có các liên kết không cứng là tính ổn định cân bằng. Nếu các lực tác dụng có xu hướng kéo vật trở lại vị trí cân bằng (khi vật bị đưa ra khỏi vị trí đó) thì vị trí cân bằng đó là vị trí ổn định. Trong trường hợp ngược lại, ta có vị trí cân bằng không ổn định. Trong thực tế, vật chỉ có thể cân bằng khi vị trí cân bằng ổn định.

Thí dụ, xét vật liên kết với trục nằm ngang. Như hình vẽ, vật sẽ cân bằng dưới tác dụng của trọng lực P, khi $m_Z(P) = 0$, tức là khi trọng tâm C của vật có vị trí thấp nhất (hình 4.8 a) hoặc (hình 4.8 b).



Hình 4.8

Trong trường hợp thứ nhất, khi vật hơi lệch khỏi vị trí cân bằng thì mômen của lực P có tác dụng đưa vật trở lại vị trí cân bằng. Trong trường hợp thứ hai

dù độ lệch có bé đến mấy, mômen của lực P cũng sẽ làm nó tăng lên. Vậy: sự cân bằng của vật ổn định khi trọng tâm của nó ở vị trí thấp nhất, còn không ổn định khi trọng tâm của nó ở vị trí cao nhất. Kết luận này đúng cho mọi trường hợp cân bằng của các vật chịu tác dụng của trọng lực. Nếu trọng tâm của vật nằm trên trục quay thì sự cân bằng của nó gọi là cân bằng phiếm định hay cân bằng phi tĩnh (vô hướng).

2. Điều kiện cân bằng ổn định

Trong các phần trước ta đã thu được các phương trình cho các điều kiện cân bằng cần thiết của vật rắn tự do bằng cách sử dụng tiên đề liên kết. Khi đó ta được các phương trình dùng để xác định các phản lực liên kết.

Bài toán về các điều kiện cân bằng của vật rắn không tự do được đặt ra trong trường hợp khi vật rắn có các liên kết không cứng. Khi đó chỉ một số phương trình suy từ tiên đề liên kết là có các phản lực liên kết và dùng để xác định các phản lực này. Các phương trình còn lại chỉ cho ta biết với các hệ thức nào giữa các lực đã cho hay ở vị trí nào thì có thể có sự cân bằng của vật rắn, tức là chúng cho các điều kiện cân bằng. Vậy: các điều kiện cân bằng của vật rắn không tự do được xác định từ các phương trình lập được bằng tiên đề liên kết, nhưng không chứa các phản lực liên kết.

Thí dụ, đối với một vật có trục quay cố định z (xem hình 4.8), sử dụng tiên đề liên kết và lập các phương trình :

$$\sum F_{kx} = 0, \sum F_{ky} = 0, \sum F_{kz} = 0$$

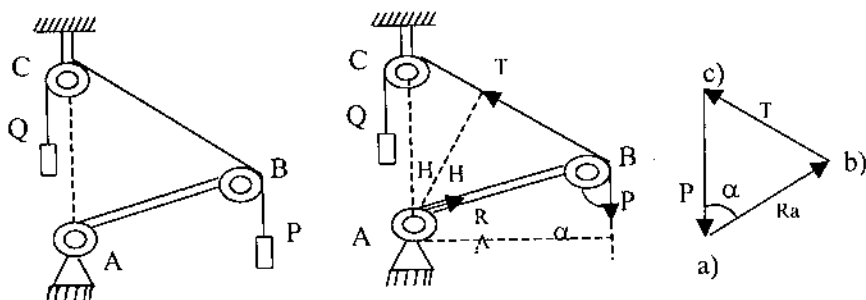
$$\sum M_x (F_k) = 0, \sum M_y (F_k) = 0, \sum M_z (F_k) = 0$$

Ta thấy các phản lực ở các khớp A và B có mặt trong tất cả các phương trình này, trừ phương trình cuối cùng. Trong phương trình $\sum M_z (F_k) = 0$ cũng không có các phản lực vì chúng đều cắt trục z .

Do đó, điều kiện cân bằng của vật có trục quay cố định là tổng mômen của tất cả các lực có tác dụng đối với trục đó phải bằng không: $\sum M_z (F_k) = 0$

Hãy khảo sát thêm tính chất cân bằng của thanh trong ví dụ 3.

Ví dụ 3: Thanh AB được gắn vào gối tựa bằng khớp A (hình 4.9 a). Đầu B của nó mang một vật nặng P và được giữ cân bằng bởi 1 sợi dây vắt qua ròng rọc C, đầu dây mang trọng lượng Q . Trục của ròng rọc C và khớp A cùng nằm trên một đường thẳng đứng và $AC = AB$. Hãy tìm α để AB cân bằng.



Hình 4.9

Bài giải: Ta xét sự cân bằng của thanh AB dưới tác dụng của tất cả các lực đã cho và các lực cần tìm. Giải phóng liên kết và xem thanh như là vật tự do: lực P = trọng lượng của vật treo, sức căng T của dây và phản lực R_A của khớp hướng dọc theo AB, vì trong trường hợp này thanh chỉ có thể bị kéo hoặc nén. Nếu bỏ qua ma sát giữa dây với ròng rọc thì sức căng của dây vắt qua ròng rọc (khi vật cân bằng) ở đâu cũng như nhau. Do đó $T = Q$.

Dùng phương pháp hình học, ta dựng tam giác lực khép kín cab bằng các lực P, T và R_A (hình 4.9 c) bắt đầu từ lực P . Theo tính chất đồng dạng giữa tam giác abc và ABC ta suy ra $ca = ab$, $\widehat{cab} = \alpha$

Do đó: $R_A = P \sin \frac{\alpha}{2} = \frac{Q}{2P}$ vì $T = Q = 2P \sin \frac{\alpha}{2}$

Điều kiện cân bằng của thanh là $\sum m_A (F_k) = 0$, khi đó (xem hình 4.9 b).

$$m_A (T) = Qa \cdot \cos \frac{\alpha}{2} \quad [m_A (P)] = Pa \cdot \sin \alpha$$

Nếu tăng góc α , thì $[m_A (P)]$ sẽ tăng lên, còn $m_A (T)$ sẽ giảm xuống và góc α sẽ tiếp tục tăng lên dưới tác dụng của lực P . Nếu giảm góc α thì $m_A (T)$ tăng lên, còn $m_A (P)$ giảm xuống và góc α dưới tác dụng của lực $T - Q$ sẽ tiếp tục giảm xuống. Do đó, vị trí cân bằng của thanh được xác định bởi đẳng thức $\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{Q}{2P}$ là vị trí không ổn định. Khi $\alpha = 180^\circ$, sự cân bằng sẽ ổn định nếu $Q < 2P$, và không ổn định, nếu $Q > 2P$. Điều này có thể thấy được nếu xét góc $\beta = 180^\circ - \alpha$.

Phương pháp này chỉ áp dụng để khảo sát những trường hợp đơn giản nhất. Đối với các trường hợp phức tạp hơn người ta áp dụng phương pháp động lực học.

Câu hỏi ôn tập chương 4

1. Trình bày phương pháp thu hệ lực về một điểm? Nêu điều kiện cân bằng của hệ lực phẳng, hệ lực song song?
2. Cân bằng ổn định là gì? Nêu điều kiện cân bằng ổn định.

Chương 5

CHUYỂN ĐỘNG CƠ BẢN CỦA VẬT RẮN

Mục tiêu

- Nắm được khái niệm về chuyển động tịnh tiến, chuyển động quay quanh trục cố định.
- Biết sử dụng các thông số, các phương trình để tính toán.

Nội dung

- Cung cấp các phương pháp tính toán các chuyển động cơ bản như chuyển động tịnh tiến, chuyển động quay quanh trục cố định. Từ đó trang bị phương pháp xác định các thông số chuyển động của máy.

I. CHUYỂN ĐỘNG TỊNH TIẾN

1. Định nghĩa

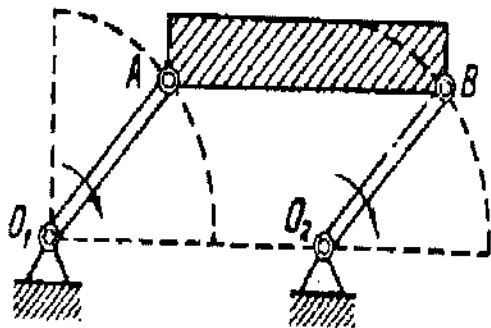
Chuyển động tịnh tiến là chuyển động của vật rắn trong đó bất kỳ đường thẳng nào thuộc vật đều chuyển động song song với chính nó.

Không nên nhầm lẫn chuyển động tịnh tiến với chuyển động thẳng. Trong chuyển động tịnh tiến quỹ đạo chuyển động của các điểm thuộc vật rắn vẫn có thể là những đường cong.

Ta hãy xét một số ví dụ về chuyển động tịnh tiến.

1. Thùng xe ô tô chuyển động tịnh tiến trên đoạn đường thẳng nằm ngang. Quỹ đạo của các điểm là các đường thẳng.

2. Thanh nối AB (hình 5.1) cũng chuyển động tịnh tiến khi các tay quay O_1A và O_2B ($O_1A = O_2B$) chuyển động quay (vì mọi đường thẳng trên AB đều chuyển động song song với chính nó). Như vậy các điểm trên thanh nối chuyển động theo vòng tròn.



Hình 5.1

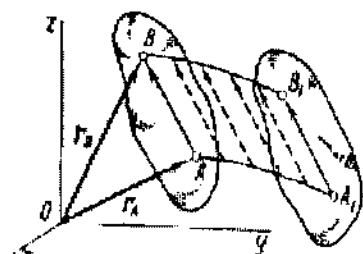
2. Tính chất

Về các tính chất của chuyển động tịnh tiến, ta có định lý sau đây: Trong chuyển động tịnh tiến của vật rắn, tất cả các điểm đều có cùng một quỹ đạo như nhau (tức là nếu chập lại chúng sẽ chồng khít lên nhau)

Ở mỗi thời điểm, các điểm có cùng vận tốc và cùng gia tốc tức thời như nhau (về trị số và chiều). Để chứng minh, ta xét một vật rắn chuyển động tịnh tiến trong hệ quy chiếu Oxyz. Lấy hai điểm A và B tùy ý trên vật rắn. Giả sử vị trí của chúng tại thời điểm t được xác định bởi các vectơ bán kính r_A và r_B (hình 5.2). Dựng vectơ \overline{AB} , ta có:

$$r_B = r_A + \overline{AB} \quad (5.1)$$

Như vậy chiều dài AB có giá trị không đổi, vì là khoảng cách giữa hai điểm trên vật rắn, còn phương của AB cũng không đổi vì vật rắn chuyển động tịnh tiến. Bởi vậy vectơ \overline{AB} luôn luôn không đổi ($\overline{AB} = \text{const}$). Do đó, như có thể thấy từ đẳng thức (5.1) (cũng có thể thấy từ hình vẽ), ta có thể dựng quỹ đạo của điểm B từ quỹ đạo của điểm A bằng cách dịch chuyển song song tất cả các điểm trên quỹ đạo của điểm A đi cùng một vectơ không đổi \overline{AB} nên quỹ đạo A và B là những đường cong giống nhau thực sự (tức là khi chập lại thì chúng chồng khít lên nhau).



Hình 5.2

Để xác định vận tốc của các điểm A và B, ta lấy đạo hàm hai vế của (5.1) theo thời gian. Ta được:

$$\frac{dr_B}{dt} = \frac{dr_A}{dt} + \frac{d(\overline{AB})}{dt}$$

Nhưng đạo hàm của vectơ không đổi AB bằng không, còn đạo hàm của các vectơ r_A và r_B bằng vận tốc của các điểm A và B. Nên ta có: $v_A = v_B$

Tức là ở mọi thời điểm, vận tốc của các điểm A và B của vật đều như nhau cả về trị số và về chiều. Tiếp tục lấy đạo hàm theo thời gian của cả hai vế của đẳng thức vừa thu được, ta có: $\frac{dv_A}{dt} = \frac{dv_B}{dt}$ hay $w_A = w_B$

Bởi vậy, gia tốc của các điểm A và B của vật ở mọi thời điểm cũng bằng nhau về trị số và về chiều.

Vì A và B là các điểm được chọn tùy ý, nên từ đây suy ra là quỹ đạo cũng

như vận tốc và gia tốc của tất cả các điểm trên vật ở mỗi thời điểm đều như nhau. Như vậy định lý đã được chứng minh.

Từ định lý này ta suy ra hoàn toàn có thể xác định được chuyển động tịnh tiến của vật rắn bằng chuyển động của một điểm nào đó trong vật rắn. Do đó bài toán xác định chuyển động tịnh tiến của vật được đưa về bài toán động học điểm mà ta đã khảo sát trước đây.

Vận tốc v chung cho tất cả các điểm của vật rắn trong chuyển động tịnh tiến gọi là vận tốc chuyển động tịnh tiến của vật rắn, còn gia tốc w gọi là gia tốc chuyển động tịnh tiến. Ta có thể biểu diễn vectơ v và w tại bất kỳ điểm nào trên vật rắn cũng được.

Ta chú ý rằng, khái niệm về vận tốc và gia tốc của vật rắn chỉ có ý nghĩa đối với chuyển động tịnh tiến. Sau này ta sẽ thấy, trong các chuyển động khác, các điểm sẽ chuyển động với vận tốc và gia tốc khác nhau, nên danh từ “vận tốc của vật rắn” hay “gia tốc của vật rắn” sẽ không còn ý nghĩa nữa.

3. Các dạng chuyển động

- *Dạng 1: Chuyển động tịnh tiến thẳng:* Là chuyển động tịnh tiến mà quỹ đạo chuyển động của các điểm thuộc vật rắn là những đường thẳng.

Ví dụ: Thùng xe ô tô chuyển động tịnh tiến trên đoạn đường thẳng nằm ngang.

- *Dạng 2: Chuyển động tịnh tiến quay:* Là chuyển động tịnh tiến mà quỹ đạo chuyển động của các điểm thuộc vật rắn là những đường cong.

Ví dụ: Chuyển động của thanh nối AB trong VD₂ ở tr. 40 (hình 5.1)

II. CHUYỂN ĐỘNG QUAY QUANH TRỤC CỐ ĐỊNH

1. Khái niệm

Chuyển động của vật rắn có hai điểm luôn luôn cố định được gọi là chuyển động quay quanh một trục cố định. Đường thẳng qua hai điểm cố định được gọi là trục quay (hình 5.3).

Khi một vật quay quanh một trục cố định, mỗi điểm thuộc vật chuyển động trên một đường tròn có tâm trên trục quay, có bán kính bằng khoảng cách từ điểm đó đến trục quay (bán kính quay của điểm).

2. Các thông số đặc trưng

- *Quỹ đạo chuyển động:* Là thông số để xác định vị trí của vật thể tại thời điểm bất kỳ.

- *Vận tốc*: Là đặc trưng động học cơ bản của chuyển động quay của vật rắn. Nó đặc trưng cho tốc độ chuyển động của vật thể (chuyển động nhanh dần hay chậm dần).

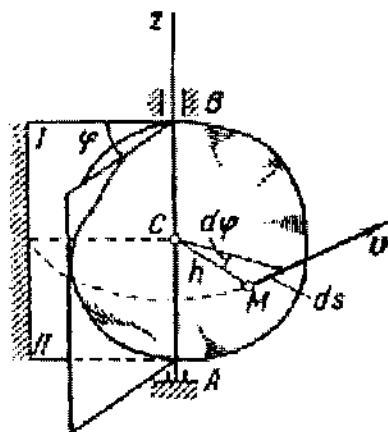
- *Gia tốc*: Đặc trưng động học cơ bản của chuyển động quay của vật rắn.

3. Quỹ đạo, vận tốc, gia tốc của điểm thuộc vật rắn quay quanh một trục

3.1. Quỹ đạo, vận tốc của điểm thuộc vật rắn quay quanh một trục

3.1.1. Quỹ đạo

Để xác định vị trí của vật thể quay, ta dựng hai nửa mặt phẳng cùng đi qua trục quay Az : nửa mặt phẳng I cố định và nửa mặt phẳng II cắt qua vật thể và quay cùng với vật đó (hình 5.3). Khi đó vị trí của vật thể tại mỗi thời điểm sẽ được xác định một cách duy nhất bằng góc φ giữa hai mặt phẳng (cùng với một dấu tương ứng) gọi là góc quay của vật thể. Ta quy ước, góc φ có dấu dương, nếu kể từ mặt phẳng cố định nó là góc quay ngược chiều kim đồng hồ đối với người quan sát đứng dọc theo chiều dương của trục Az , và dấu âm nếu nó là góc thuận chiều kim đồng hồ. Góc φ đo bằng radian.



Hình 5.3

Để xác định vị trí của vật thể tại thời điểm bất kỳ, ta phải biết mối liên hệ giữa góc và thời gian t , tức là:

$$\varphi = f(t) \quad (5.2)$$

Phương trình (5.2) biểu diễn quy luật chuyển động quay của vật rắn.

Hay nói cách khác phương trình (5.2) là phương trình xác định quỹ đạo chuyển động quay của vật rắn.

3.1.2. Vận tốc

Vận tốc góc ω và gia tốc góc ε là các đặc trưng động học cơ bản của chuyển động quay của vật rắn.

Nếu trong khoảng thời gian $\Delta t = t_1 - t$ vật quay được một góc $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi$, thì vận tốc góc trung bình của vật thể trong khoảng thời gian đó bằng:

$$\omega_{tb} = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$$

Vận tốc góc tức thời của vật thể tại thời điểm t là đại lượng giới hạn của ω_{tb} khi khoảng thời gian Δt tiến dần tới không.

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} \text{ hay } \omega = \frac{d\varphi}{dt} \quad (5.3)$$

Vậy, vận tốc góc tức thời của vật thể tại thời điểm đã cho có trị số bằng đạo hàm bậc nhất của góc quay theo thời gian. Công thức (5.3) cũng cho thấy đại lượng ω bằng tỷ số giữa góc quay phân tử $d\varphi$ và khoảng thời gian dt tương ứng. Dấu của ω cho biết chiều quay của vật thể. Ta dễ dàng thấy được khi vật quay ngược chiều kim đồng hồ thì $\omega > 0$, còn khi quay theo chiều kim đồng hồ thì $\omega < 0$.

Thứ nguyên của vận tốc góc là radian/thời gian hay 1/thời gian và radian là đại lượng không thứ nguyên. Đơn vị đo vận tốc góc thường dùng là 1/s.

Ta có thể biểu diễn vận tốc góc của vật thể dưới dạng vectơ ω có trị số bằng $d\varphi/dt$ và hướng dọc theo trục quay của vật về phía nếu đứng theo nó ta thấy vật quay ngược chiều kim đồng hồ (hình 5.4). Vectơ này xác định cả trị số vận tốc góc, lẫn trục quay và chiều quay xung quanh trục đó.

3.2. Gia tốc

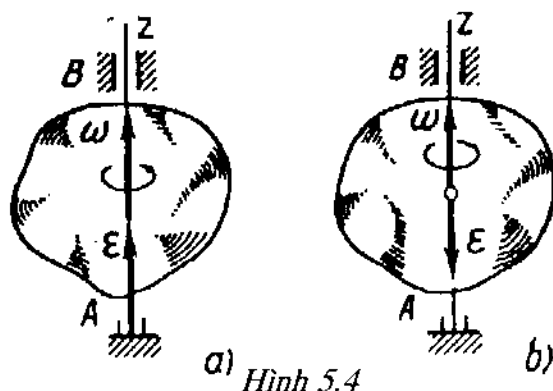
Gia tốc góc là đại lượng đặc trưng cho sự biến thiên của vận tốc góc theo thời gian.

Nếu trong khoảng thời gian $\Delta t = t_1 - t$ vận tốc góc của vật thể thay đổi được một đại lượng $\Delta \omega = \omega_1 - \omega$, thì gia tốc góc trung bình của vật thể trong khoảng thời gian đó bằng:

$$\varepsilon_{tb} = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$$

Gia tốc góc tức thời của vật thể tại thời điểm t là đại lượng giới hạn của ε_{tb} khi khoảng thời gian Δt tiến dần tới không. Do đó.

$$\varepsilon = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt}$$



a) Hình 5.4

b)

$$\text{hay } \varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2} \quad (5.4)$$

Vậy, gia tốc góc tức thời của vật thể ở thời điểm đã cho có trị số bằng đạo hàm bậc nhất của vận tốc góc hay bằng đạo hàm bậc hai của góc quay của nó theo thời gian.

Thứ nguyên của gia tốc góc là $1/(\text{thời gian})^2$, đơn vị đo thường dùng là $1/s^2$.

Câu hỏi ôn tập chương 5

1. Nêu định nghĩa và tính chất của chuyển động tịnh tiến? Các dạng chuyển động tịnh tiến?
2. Nêu khái niệm chuyển động quay quanh trục cố định? Cách xác định quỹ đạo, vận tốc và gia tốc của chuyển động?

Chương 6

CHUYỂN ĐỘNG SONG PHẪNG

Mục tiêu

- Sinh viên biết nhận dạng chuyển động song phẳng.
- Biết xác định tâm tức thời để tính toán các thông số đặc trưng của chuyển động song phẳng.

Nội dung

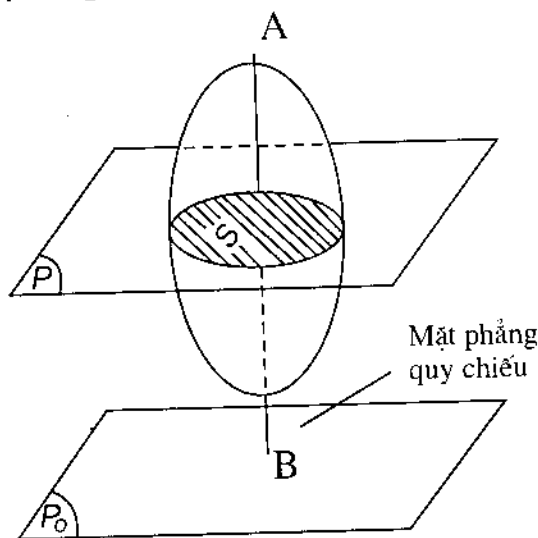
- Giới thiệu phương pháp tính toán chuyển động song phẳng của vật rắn. Từ đó chuẩn bị kiến thức và phương pháp khảo sát chuyển động song phẳng.

I. ĐẠI CƯƠNG VỀ CHUYỂN ĐỘNG SONG PHẪNG

1. Khái niệm chuyển động song phẳng

Chuyển động song phẳng (hay chuyển động phẳng) của vật thể là chuyển động trong đó tất cả các điểm đều di chuyển song song với một mặt phẳng cố định P_0 nào đó (hình 6.1), mặt phẳng cố định chọn trước được gọi là mặt phẳng quy chiếu.

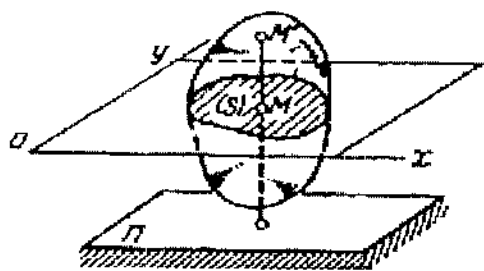
Nhiều bộ phận cơ cấu và máy móc có chuyển động phẳng, thí dụ: Bánh xe lăn trên một đoạn đường thẳng, thanh truyền của cơ cấu tay quay thanh truyền v.v... Chuyển động quay của vật rắn là trường hợp đặc biệt của chuyển động song phẳng.



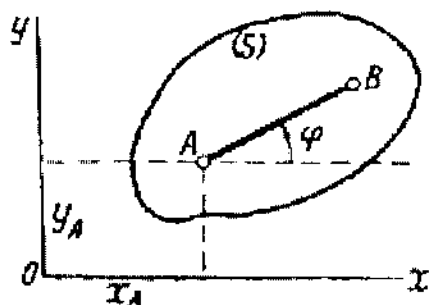
Hình 6.1

2. Phân tích chuyển động song phẳng

Ta xét tiết diện S của vật bị cắt bởi mặt phẳng Oxy nào đó song song với mặt phẳng Π (xem hình 6.2). Vì trong chuyển động song phẳng, tất cả các điểm của vật nằm trên đường thẳng MM' vuông góc với mặt cắt S , tức là với mặt phẳng Π đều chuyển động như nhau, nên để xác định chuyển động của toàn vật thể chỉ cần nghiên cứu chuyển động của mặt cắt S của vật thể trên mặt phẳng Oxy. Sau này ta giả thiết là mặt phẳng Oxy trùng với mặt phẳng hình vẽ và thay cho toàn bộ vật thể ta chỉ vẽ mặt cắt S (hình phẳng) của nó.



Hình 6.2



Hình 6.3

Ta có thể xác định vị trí của mặt cắt S trên mặt phẳng Oxy nếu biết vị trí của đoạn AB nào đó trên mặt cắt này (hình 6.3), (vị trí của đoạn AB được xác định bởi các tọa độ x_A, y_A của điểm A và góc φ mà đoạn AB lập với trục x).

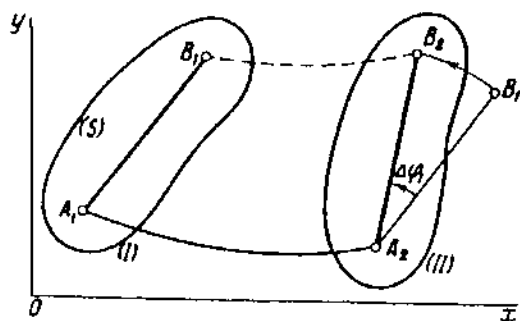
Sau này ta sẽ gọi điểm A được chọn để xác định vị trí của mặt cắt S là điểm cực.

Khi vật chuyển động, các đại lượng x_A, y_A và φ đều biến đổi

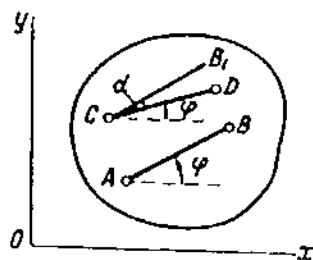
Để biết quy luật chuyển động của vật thể, tức là vị trí của nó trong không gian ở mọi thời điểm t , ta phải biết các hệ thức:

$$x_A = f_1(t), y_A = f_2(t), \varphi = f_3(t) \quad (6.1)$$

Các phương trình (6.1) xác định quy luật chuyển động được gọi là phương trình chuyển động song phẳng của vật thể. Ta sẽ chứng minh có thể phân chuyển động song phẳng thành chuyển động tịnh tiến và chuyển động quay. Muốn vậy, xét hai vị trí liên tiếp I và II của mặt cắt S của vật chuyển động tương ứng tại các thời điểm t_1 và $t_2 = t_1 + \Delta$ (hình 6.4). Dễ dàng nhận thấy rằng, ta có thể chuyển mặt cắt S (và cả vật thể) từ vị trí I tới vị trí II bằng cách sau.



Hình 6.4



Hình 6.5

Đầu tiên ta di chuyển vật thể tịnh tiến sao cho điểm cực A_1 chuyển động dọc theo quỹ đạo của nó tới vị trí A_2 (lúc này đoạn thẳng A_1B_1 chiếm vị trí $A_2B'_1$). Sau đó cho mặt cắt quay quanh điểm cực A_2 theo một góc bằng $\Delta\varphi$. Bằng cách đó ta cũng có thể di chuyển mặt cắt từ vị trí II tới vị trí III tiếp sau đó v.v... Do đó ta có kết luận: Có thể phân chuyển động song phẳng của vật rắn thành chuyển động tịnh tiến sao cho tất cả các điểm của vật rắn đều chuyển động như điểm cực A và chuyển động quay xung quanh điểm cực đó.

Rõ ràng là thành phần chuyển động tịnh tiến của chuyển động song phẳng được biểu diễn bởi hai phương trình đầu (6.1), còn chuyển động quay quanh cực là phương trình thứ ba.

Những đặc trưng động học cơ bản của chuyển động đang xét là vận tốc và gia tốc của chuyển động tịnh tiến bằng vận tốc và gia tốc của điểm cực ($v_H = v_A$, $w_H = w_A$) và vận tốc góc ω , gia tốc góc ε của chuyển động quay quanh điểm cực. Ta có thể xác định các đặc trưng đó theo các phương trình (6.1).

Khi nghiên cứu chuyển động, ta có thể chọn bất kỳ điểm nào của vật làm điểm cực cũng được. Do đó, hãy xem điều gì xảy ra, nếu thay cho A ta lấy một điểm C nào đó là điểm cực và xác định vị trí của mặt cắt bằng đoạn thẳng CD lập với trục Ox một góc φ_1 (hình 6.5). Rõ ràng là đặc trưng của thành phần chuyển động tịnh tiến trong trường hợp này sẽ thay đổi, bởi vì nói chung $v_C \neq v_A$ và $w_C \neq w_A$ (nếu không thì chuyển động của vật thể sẽ là chuyển động tịnh tiến), còn các đặc trưng của thành phần chuyển động quay, tức là ω và ε vẫn giữ nguyên không thay đổi. Thực vậy, nếu từ C vẽ đường thẳng CB_1 song song với AB , ta sẽ thấy ở mọi thời điểm t , góc $\varphi_1 = \varphi - \alpha$, trong đó $\alpha = \text{const}$. Từ đây suy ra,

$$\frac{d\varphi_1}{dt} = \frac{d\varphi}{dt}, \quad \frac{d^2\varphi_1}{dt^2} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}, \quad \text{hay } \omega_1 = \omega, \quad \varepsilon_1 = \varepsilon$$

Ta có thể thấy được kết quả này ngay trên *hình 6.4*, bởi vì dù lấy điểm nào làm điểm cực để dời mặt cắt S từ vị trí I tới vị trí II, cũng đảm bảo sao cho đoạn A_1B_1 song với A_2B_2 , tức là cũng phải quay mặt cắt quanh điểm cực nào đó theo cùng một góc $\Delta\varphi_1$ bằng góc giữa hai đoạn thẳng nói trên. Bởi vậy, thành phần quay của chuyển động không phụ thuộc vào vị trí của điểm cực.

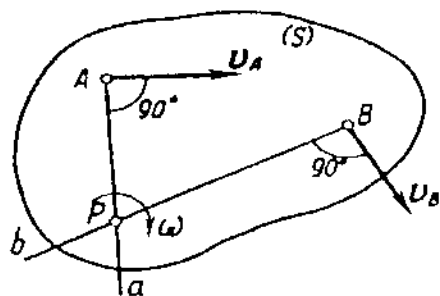
II. KHẢO SÁT CHUYỂN ĐỘNG SONG PHẪNG BẰNG PHƯƠNG PHÁP QUAY

1. Khái niệm tâm tức thời

Tâm vận tốc tức thời là điểm ở trên mặt cắt S của vật thể có vận tốc tức thời bằng không tại thời điểm đã cho.

2. Cách xác định tâm tức thời

Dễ dàng thấy rằng nếu vật không chuyển động tịnh tiến thì tại mỗi thời điểm t đều có và chỉ có một điểm có vận tốc tức thời bằng 0. Giả sử tại thời điểm t , các điểm A và B trên mặt cắt S có vận tốc v_A và v_B không song song với nhau (*hình 6.6*). Khi đó điểm P là giao điểm của các đường vuông góc Aa với vectơ v_A và Bb với vectơ v_B sẽ chính là tâm vận tốc tức thời, vì $v_P =$



Hình 6.6
H×nh 6.6

0). Thực vậy, nếu giả thử $v_P \neq 0$ thì theo định lý về chiều vận tốc của các điểm thì vectơ v_P phải vuông góc đồng thời với cả AP và BP (vì $v_A \perp AP$ và $v_B \perp BP$); nhưng điều này không thể xảy ra. Cũng theo định lý đó, ta còn thấy trên mặt cắt S không thể có điểm nào khác nữa cũng có vận tốc bằng không tại thời điểm đó (thí dụ đối với điểm a phải có $v_a \neq 0$, vì hình chiếu của v_B trên BA khác không v.v...).)

Nếu bây giờ lấy P làm điểm cực tại thời điểm t , thì vận tốc của điểm A sẽ bằng.

$$v_A = v_P + v_{AP} = v_{AP} \quad (6.2)$$

Vì $v_P = 0$. Đối với các điểm khác ta cũng có kết quả tương tự. Vậy, vận tốc của bất kỳ điểm nào của vật trên mặt cắt S bằng vận tốc quay của nó quanh tâm vận tốc tức thời P. Mặt khác ta có:

$$\begin{aligned} v_A &= \omega \cdot PA & (v_A \perp \vec{PA}) \\ v_B &= \omega \cdot PB & (v_B \perp \vec{PB}) \end{aligned} \quad (6.3)$$

Từ đẳng thức (6.3) ta còn suy ra:

$$\frac{v_A}{PA} = \frac{v_B}{PB}, \quad (6.4)$$

Tức là vận tốc của các điểm trên vật thể tỷ lệ với khoảng cách của chúng tới tâm vận tốc tức thời.

Với các kết quả vừa thu được, ta có các kết luận sau:

1. Để xác định tâm vận tốc tức thời, chỉ cần biết phương của các vận tốc v_A và v_B của hai điểm A và B nào đó nằm trên mặt cắt của vật (hay quỹ đạo của các điểm đó). Tâm vận tốc tức thời nằm ở giao điểm của các đường vuông góc lập từ các điểm A và B với vận tốc của các điểm đó (hay với các tiếp tuyến của quỹ đạo tại các điểm đó).

2. Để xác định vận tốc bất kỳ điểm nào của vật, cần biết trị số và chiều vận tốc của một điểm A nào đó của vật và phương vận tốc của một điểm B khác. Khi đó, nếu từ các điểm A và B, ta kẻ các đường vuông góc với v_A và v_B thì sẽ được tâm vận tốc tức thời P. Theo chiều của v_A ta xác định được chiều quay của vật. Sau khi biết v_A và công thức (6.4) ta xác định được vận tốc v_M của điểm M của vật. Vectơ v_M vuông góc với PM và hướng theo chiều quay của vật.

3. Từ các công thức (6.3) ta thấy vận tốc góc của vật tại mỗi thời điểm bằng tỷ số vận tốc của một điểm nào đó trên mặt cắt S với khoảng cách của nó tới tâm vận tốc tức thời P:

$$\omega = \frac{v_B}{PB} \quad (6.5)$$

Ta còn có thể tìm được biểu thức khác của ω . Thực vậy, từ các đẳng thức (6.2) và (6.3) có thể suy ra $v_{AB} = |v_B - v_A|$ và $v_{BA} = \omega \cdot AB$.

$$\text{Do đó: } \omega = \frac{|v_B - v_A|}{AB} = \frac{|v_B + (-v_A)|}{AB}$$

Khi $v_A = 0$ (tức là điểm A là tâm vận tốc tức thời), thì công thức (6.6) dẫn về (6.5)

Các đẳng thức (6.5) và (6.6) xác định cùng một đại lượng, vì như đã chứng minh mặt cắt S quay quanh điểm A hoặc điểm P với cùng vận tốc góc ω .

Câu hỏi ôn tập chương 6

1. Nêu khái niệm về chuyển động song phẳng và trình bày phương pháp phân tích chuyển động song phẳng?

2. Nêu khái niệm về tâm tức thời và trình bày phương pháp xác định tâm tức thời?

Chương 7

MỘT SỐ KHÁI NIỆM CƠ BẢN VỀ ĐỘNG LỰC HỌC

Mục tiêu

- Sinh viên nắm được các khái niệm cơ bản, các định luật cơ bản trong động lực học.
- Nắm được phương pháp khảo sát một số chuyển động cơ bản trong động lực học.

Nội dung

- Giới thiệu các khái niệm, các định luật cơ bản trong động lực học.
- Giới thiệu các phương pháp khảo sát một số chuyển động cơ bản trong động lực học. Từ đó trang bị phương pháp giải quyết các bài toán chuyển động của vật có xét đến các lực tác dụng và quán tính của vật.

I. NHIỆM VỤ CỦA ĐỘNG LỰC HỌC

Động lực học là một phần của cơ học nghiên cứu các quy luật chuyển động của các vật thể dưới tác dụng của các lực.

Trong động học ta đã nghiên cứu chuyển động của các vật thể theo quan điểm hình học thuần túy. Khác với động học, trong phần động lực học sẽ nghiên cứu chuyển động có xét đến các lực tác dụng và quán tính của các vật thể.

Để giải quyết các bài toán động lực học ta phải nắm được một số khái niệm sau:

- Lực:

Khái niệm lực đã được định nghĩa trong tĩnh học. Tuy nhiên trong tĩnh học chỉ đề cập đến lực hằng (cả phương, chiều và giá trị). Trong động lực học, lực nói chung là đại lượng biến đổi theo thời gian cả về độ lớn và hướng:

$$\vec{F} = \vec{F}(\vec{t}, \vec{r}, \vec{v})$$

- Quán tính:

Quán tính là tính chất của vật thể có vận tốc chuyển động thay đổi nhanh hơn hoặc chậm hơn khi vật chịu tác dụng của lực.

Ví dụ: Với cùng một lực tác dụng mà vật thể thứ nhất thay đổi vận tốc chậm hơn vật thể hai thì ta nói vật thể nhất có quán tính lớn hơn và ngược lại.

- Khối lượng:

Khối lượng là đại lượng vật lý dùng để đo quán tính của vật thể. Khối lượng m trong cơ học là đại lượng vô hướng có giá trị dương và không đổi đối với mỗi vật.

- Chất điểm:

Là vật thể (vật có khối lượng) có kích thước có thể bỏ qua trong khi nghiên cứu chuyển động.

Trong thực tế ta có thể xét vật thể đã cho như chất điểm nếu quãng đường mà các điểm thuộc vật đi được trong quá trình chuyển động rất lớn so với kích thước của vật đó.

Ví dụ: Có thể xem hành tinh chuyển động quanh mặt trời như một chất điểm.

- Cơ hệ:

Cơ hệ là tập hợp hữu hạn hoặc vô hạn các chất điểm, trong đó chuyển động của một chất điểm bất kỳ phụ thuộc vào chuyển động của các chất điểm còn lại, tức chuyển động của các chất điểm phụ thuộc vào nhau. Có cơ hệ tự do và cơ hệ không tự do. Cơ hệ tự do gồm chỉ các chất điểm tự do. Cơ hệ không tự do gồm các chất điểm không tự do.

Ví dụ: Các cơ cấu máy, các vật rắn tuyệt đối....

- Hệ quy chiếu quán tính

Hệ quy chiếu quán tính là hệ quy chiếu trong đó định luật quán tính được nghiệm đúng. Trong kỹ thuật hệ quy chiếu gắn liền với trái đất được xem là hệ quy chiếu quán tính (hệ quy chiếu quán tính gần đúng).

II. PHƯƠNG TRÌNH CHUYỂN ĐỘNG CỦA CHẤT ĐIỂM

Để xây dựng được phương trình chuyển động của chất điểm chúng ta phải nắm được các định luật cơ bản của động lực học:

1. Các định luật cơ bản của động lực học

Định luật quán tính: Chất điểm không chịu tác dụng của lực nào sẽ chuyển động thẳng đều.

Trạng thái đứng yên hoặc chuyển động thẳng đều của chất điểm được gọi là trạng thái quán tính của nó.

Như vậy theo định luật này nếu không có lực tác dụng lên chất điểm (chất điểm như vậy được gọi là chất điểm cô lập) thì nó có trạng thái quán tính. Nói khác đi, chất điểm cô lập sẽ bảo toàn trạng thái quán tính của mình cho đến khi chưa có lực buộc nó thay đổi trạng thái quán tính của nó. Do đó định luật quán tính cho một tiêu chuẩn về hệ quy chiếu quán tính và khẳng định lực là nguyên nhân làm biến đổi trạng thái chuyển động.

Định luật cơ bản của động lực học: Trong hệ quy chiếu quán tính, dưới tác dụng của lực, chất điểm chuyển động với gia tốc cùng hướng với lực và có giá trị tỉ lệ với cường độ của lực (hình 7.1).

$$\vec{F} = m\vec{a} \quad (7.1)$$

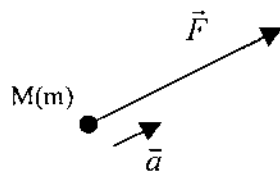
Trong đó : hệ số tỉ lệ m có giá trị không đổi, nó là số đo quán tính của chất điểm được gọi là khối lượng chất điểm. Định luật này còn được gọi là định luật 2 Newton.

Nếu $\vec{F} = 0$ thì $a = 0$ (bao gồm cả trường hợp $\vec{v} = \vec{0}$), tức chất điểm có trạng thái quán tính.

Khi chất điểm rơi tự do trong trọng trường, ta có:

$$P = mg \quad (7.2)$$

Từ đây ta nhận được mối quan hệ giữa khối lượng và trọng lượng chất điểm, trong đó $g=9,81\text{m/s}^2$, được gọi là gia tốc trọng trường (gia tốc rơi tự do).



Hình 7.1

Để khảo sát bài toán động lực học, ngoài hai định luật nêu trên, ta còn sử dụng các định luật đã nêu trong tĩnh học như định luật tác dụng và phản tác dụng, định luật thay thế tương đương liên kết.

2. Phương trình chuyển động của chất điểm

Như đã biết, trong hệ quy chiếu quán tính, chuyển động của chất điểm tuân theo định luật cơ bản của động lực học. Chọn hệ trục tọa độ Đề các vuông góc gắn vào hệ quy chiếu quán tính. Phương trình vi phân chuyển động của chất điểm dạng giải tích trong hệ tọa độ Đề các có dạng như sau:

$$m\ddot{x} = F_x(t, x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z})$$

$$m\ddot{y} = F_y(t, x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}) \quad m\ddot{z} = F_z(t, x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}) \quad (7.3)$$

Trong đó: \ddot{x} , \ddot{y} , \ddot{z} - Lần lượt là gia tốc của chất điểm theo phương x , y , z

Khi chất điểm chuyển động trong mặt phẳng hoặc dọc theo đường thẳng thì số phương trình giảm xuống còn tương ứng hai hoặc một.

III. CÁC KHÁI NIỆM VÀ ĐẶC TRƯNG CỦA CƠ HỆ

1. Khối lượng của hệ, khối tâm

Chuyển động của hệ ngoài việc chịu tác động của các lực, còn phụ thuộc vào tổng các khối lượng và sự phân bố các khối lượng của hệ đó. Khối lượng của một hệ bằng tổng khối lượng của tất cả các điểm hoặc vật thể tạo thành hệ đó.

Khối tâm của hệ hoặc Tâm quán tính của hệ là điểm hình học C có tọa độ được xác định như sau:

Xét một cơ hệ gồm N chất điểm M_k ($k = 1, 2, 3, \dots, N$) có khối lượng m_k , vị trí được xác định bởi các tọa độ x_k, y_k, z_k . Khối tâm C có tọa độ được xác định theo các công thức sau (hình 7.2):

$$x_c = \frac{\sum m_k x_k}{\sum m_k}; y_c = \frac{\sum m_k y_k}{\sum m_k}; z_c = \frac{\sum m_k z_k}{\sum m_k} \quad (7.4)$$

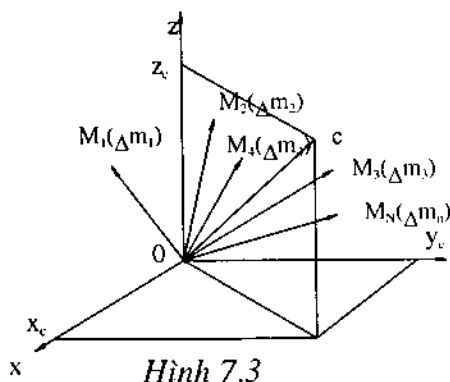
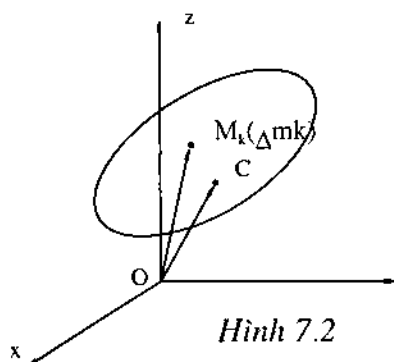
Khối tâm của vật rắn:

Xét một vật rắn và chia nó thành nhiều phần tử nhỏ M_k (số phần tử tiến đến vô tận), có khối lượng Δm_k (Δm_k tiến tới 0), vectơ định vị \vec{r}_k .

Điểm hình học C mà vị trí của nó được xác định theo công thức:

$$X_c = \frac{\lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^N x_k \Delta m_k}{M}; \quad y_c = \frac{\lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^N y_k \Delta m_k}{M}; \quad z_c = \frac{\lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^N z_k \Delta m_k}{M} \quad (7.5)$$

Trong đó: $M = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^N \Delta m_k$ là khối lượng vật rắn.



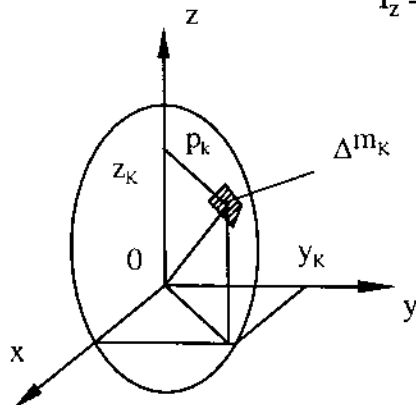
Trong trường hợp vật rắn nằm gần trái đất thì vị trí khối tâm trùng với vị trí trọng tâm nhưng hai khái niệm này không đồng nhất với nhau được vì: Khái niệm trọng tâm là nói về điểm mà đường tác dụng của tổng trọng lực đi qua nó, thực ra chỉ đúng với vật rắn trong trọng trường đồng nhất. Còn khái niệm khối tâm đặc trưng cho sự phân bố khối lượng của hệ, nó đúng với bất kỳ hệ chất điểm hoặc vật thể nào, không phụ thuộc vào việc hệ hay vật thể có bị hay không bị lực nào tác dụng.

2. Mômen quán tính của vật rắn

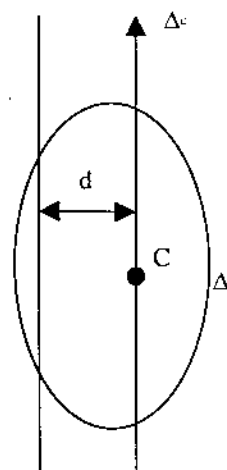
Định nghĩa:

Mômen quán tính là đại lượng đặc trưng cho sự phân bố khối lượng của cơ hệ hay vật rắn. Mômen quán tính của vật rắn đối với trục z (hay mômen quán tính trục), kí hiệu I_z , là đại lượng vô hướng được tính bằng tổng các tích khối lượng của tất cả các điểm thuộc vật thể (hệ) với bình phương khoảng cách từ các điểm tới trục đó (hình 7.8).

$$I_z = \sum m_k \rho_k^2 \quad (7.6)$$



Hình 7.8



Hình 7.9

Định lý 7.1: Mômen quán tính của vật rắn đối với trục Δ bằng tổng mômen quán tính của nó đối với trục song song với trục Δ qua khối tâm C của vật và của khối lượng vật với bình phương khoảng cách giữa hai trục (hình 7.9).

$$I_{\Delta} = I_{\Delta'} + Md^2 \quad (7.7)$$

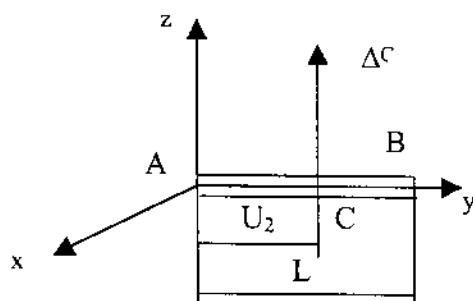
Mô men quán tính của một số vật đồng chất:

- Thanh đồng chất có chiều dài L , khối lượng m (hình 7.10)

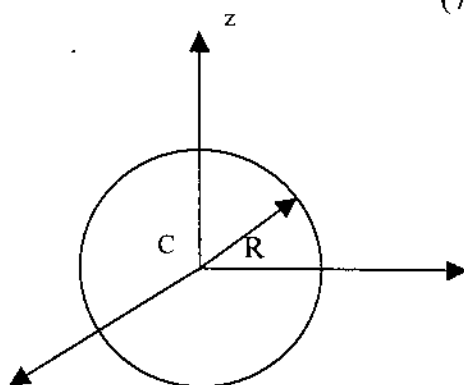
$$I_{\Delta c} = \frac{mL^2}{12} ; I_x = I_z = \frac{mL^2}{3} ; I_y = 0 \quad (7.8)$$

- Vòng đồng chất có bán kính R, khối lượng m (hình 7.11)

$$I_x = mR^2 ; I_y = I_z = \frac{mR^2}{3} \quad (7.9)$$



Hình 7.10



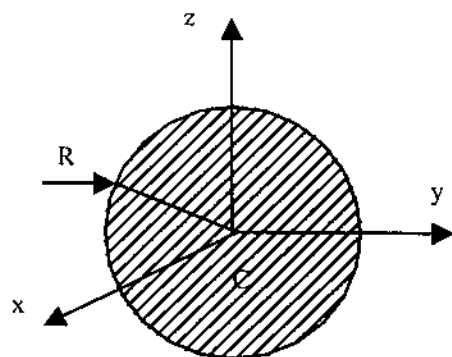
Hình 7.11

- Mặt tròn đồng chất bán kính R, khối lượng m (hình 7.12)

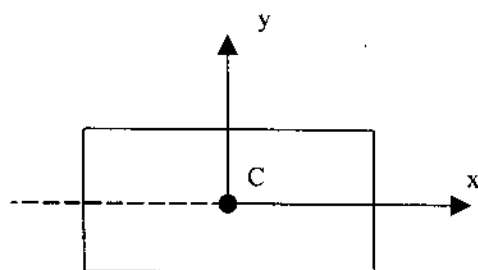
$$I_{\Delta c} = \frac{mR^2}{2} ; I_x = I_z = \frac{mR^2}{4} ; \quad (7.10)$$

- Tấm chữ nhật đồng chất, có các cạnh 2a, 2b, khối lượng m (hình 7.13)

$$I_x = \frac{mb^2}{12} ; I_y = \frac{ma^2}{12} ; \quad (7.11)$$



Hình 7.12.



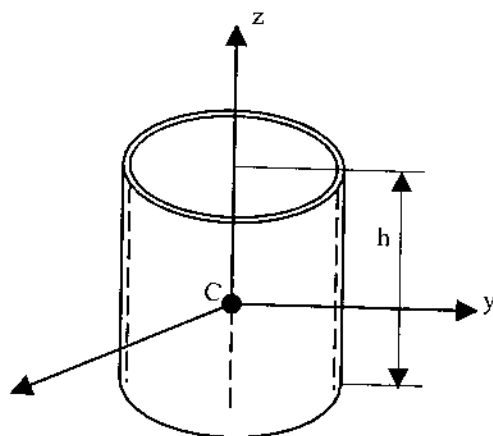
Hình 7.13

- Trụ tròn xoay đồng chất, có khối lượng m, bán kính R, chiều cao h:
+ Trụ rỗng (hình 7.14)

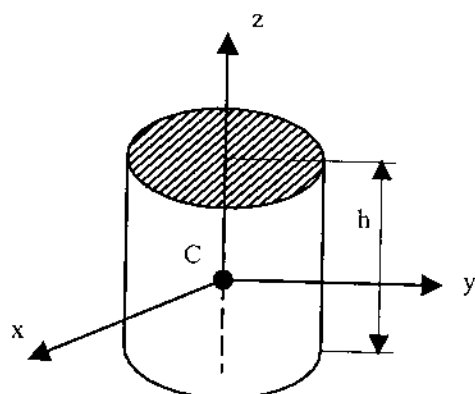
$$I_z = mR^2; I_x = I_y = \frac{m}{2} \left(R^2 + \frac{h^2}{6} \right) \quad (7.12)$$

+ Trụ đặc (hình 7.15)

$$I_z = \frac{mR^2}{2}; I_x = I_y = \frac{m}{4} \left(R^2 + \frac{h^2}{3} \right) \quad (7.13)$$



Hình 7.14



Hình 7.15

Các kết quả trên có thể áp dụng để tính trực tiếp cho trường hợp của tiết diện phẳng có tiết diện F , ví dụ tương ứng với công thức (7.9), (7.10), (7.11) ta có:

Vành tròn đồng chất: $I_x = FR^2 = \pi R^4$ $I_y = I_z = \frac{\pi R^2}{2} = \frac{\pi R^4}{2}$ (7.14)

Mặt tròn đồng chất: $I_y = I_z = \frac{\pi R^4}{4}$ (7.15)

Tâm chữ nhật đồng chất: $I_x = \frac{\pi ab^3}{12}$ $I_y = \frac{\pi ba^3}{12}$ (7.16)

IV. PHƯƠNG TRÌNH CHUYỂN ĐỘNG CỦA VẬT THỂ QUAY XUNG QUANH MỘT TRỤC CỐ ĐỊNH

1. Khái niệm mômen chính của động lượng của hệ

Mômen chính của động lượng (hay momen động) của hệ đối với tâm O là đại lượng K_o bằng tổng hình học các momen động lượng của tất cả các điểm của hệ lấy đối với tâm đó

$$K_o = \sum m_o (m_k v_k) \quad (7.17)$$

Cũng vậy ta có mô men động lượng của hệ đối với các trục tọa độ được

xác định như sau:

$$K_x = \sum m_k (m_k v_k); \quad K_y = \sum m_k (m_k v_k); \quad K_z = \sum m_k (m_k v_k)$$

Ta có k_x, k_y, k_z cũng đồng thời là hình chiếu của véc tơ k_0 trên các trục toạ độ.

2. Định lý về biến thiên momen chính của các động lượng của hệ

Định lý: Đạo hàm theo thời gian của momen chính các động lượng của hệ đối với một tâm cố định nào đó bằng tổng các momen của tất cả các lực ngoài của hệ lấy đối với cùng tâm đó:

$$\frac{dk_0}{dt} = \sum m_0 (F_k^e) \quad (7.18)$$

3. Phương trình chuyển động của vật thể quay xung quanh 1 trục cố định

Giả sử vật rắn với trục quay cố định z (hình 7.16), chịu tác dụng của các lực đã cho là $F_1^e, F_2^e, \dots, F_n^e$. Đồng thời vật còn chịu các phản lực của các ổ trục R_A và R_B . Để không phải xét đến các lực chưa biết trong phương trình chuyển động, ta áp dụng định lý biến thiên các momen đối với trục z .

Vì momen của các lực R_A và R_B đối với trục z đều bằng không, nên ta có:

$$\frac{dK_z}{dt} = M_z^e$$

$$I_x = \frac{\pi R^4}{2};$$

$$\text{Trong đó } M_z^e = \sum m_z (F_k^e)$$

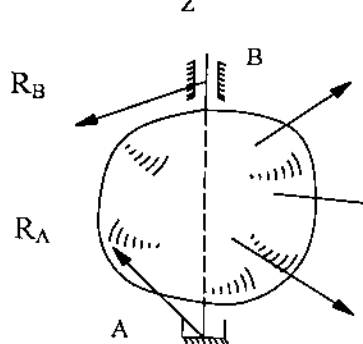
Sau này ta sẽ gọi M_z^e là momen quay

Thay giá trị $K_z = J_z \omega$ vào đẳng thức trên kia, ta được:

$$\text{Hay } J_z \frac{d^2 \omega}{dt^2} = M_z^e \quad (7.19)$$

Phương trình (7.20) là phương trình vi phân chuyển động quay của vật rắn, Từ phương trình này suy ra: tích momen quán tính của vật rắn đối với trục quay và gia tốc góc có giá trị bằng momen quay: $J_z \cdot \varepsilon = M_z^e$ (7.20)

Đẳng thức (7.20) chứng tỏ rằng có cùng một giá trị momen M_z^e , thì momen



Hình 7.16

quán tính của vật càng lớn thì gia tốc góc càng bé và ngược lại. Nên momen quán tính của vật trong chuyển động quay có vai trò như khối lượng trong chuyển động tịnh tiến, tức đây là số đo về quán tính của vật trong chuyển động quay.

Với phương trình (7.20) ta có thể:

1. Tìm $\varphi = f(t)$ tức là xác định quy luật quay của vật hay vận tốc góc ω của nó theo momen quay;

2. Tính momen quay M_z^e theo quy luật quay, tức là theo hàm $\varphi = f(t)$

Khi giải bài toán thứ nhất, ta cần lưu ý rằng nói chung thì M_z^e là đại lượng biến thiên và phụ thuộc vào t , φ và $\omega = \dot{\varphi}$.

Để nghiên cứu chuyển động quay, thay cho phương trình (7.20) ta còn có thể áp dụng định lý biến thiên động năng: $T_1 - T_0 = A^e$, trong đó T và A^e là đại lượng xác định theo công thức $T = 1/2 \omega^2 J$; $A = M_z \cdot \varphi$ (M_z : momen quay)

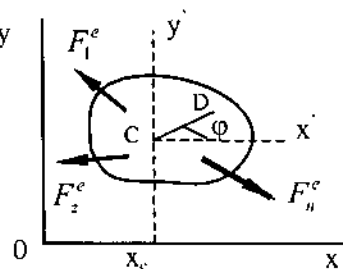
Ta xét một số trường hợp đặc biệt:

1) Nếu $M_z^e = 0$, thì $\omega = \text{const}$, tức là vật sẽ quay đều.

2) Nếu $M_z^e = \text{const}$, thì $\varepsilon = \text{const}$, tức là vật quay theo gia tốc đều.

V. PHƯƠNG TRÌNH CHUYỂN ĐỘNG CỦA VẬT CHUYỂN ĐỘNG SONG PHẪNG

Có thể xác định vị trí của vật chuyển động song phẳng ở mỗi thời điểm bằng vị trí của điểm cực và góc quay của vật quanh điểm cực đó. Trong bài toán động lực học, đơn giản hơn cả là lấy khối tâm C của vật làm điểm cực (hình 7.17) và xác định vị trí của vật bằng các tọa độ x_c , y_c và góc φ .



Hình 7.17

Trên hình 7.17 biểu diễn mặt cắt của vật trên mặt phẳng song song với mặt phẳng chuyển động và đi qua khối tâm C . Giả sử các lực ngoài tác dụng lên vật là $F_1^e, F_2^e, \dots, F_n^e$ đều nằm trên mặt phẳng của mặt cắt đó.

Khi đó theo định lý chuyển động khối tâm, ta có phương trình chuyển động của điểm C là:

$$M\omega_c = \sum F_k^e \quad (7.21)$$

Còn theo phương trình (7.22) ta xác định được chuyển động quay quanh tâm C , vì định lý từ đó suy ra phương trình này cũng đúng đối với cả chuyển động quay quanh khối tâm.

Kết quả là, sau khi đem chiếu cả hai vế của đẳng thức:

$$M\omega_{cx} = \sum F_{kx}^e, M\omega_{cy} = \sum F_{ky}^e, J_c \varepsilon = \sum m_c (F_k^e) \quad (7.22)$$

$$\text{Hay } M \frac{d^2 x_c}{dt^2} = \sum F_{kx}^e, \quad M \frac{d^2 x_y}{dt^2} = \sum F_{ky}^e, \quad J_c \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = \sum m_c (F_k^e) \quad (7.23)$$

Các phương trình (7.23) là các phương trình vi phân chuyển động song phẳng của vật rắn. Nhờ các phương trình đó ta có thể xác định quy luật chuyển động của vật theo các lực đã cho hoặc tìm vectơ chính và momen chính của các lực tác dụng theo quy luật chuyển động của vật.

Nếu vật chuyển động không tự do và đã biết quỹ đạo của khối tâm, thì nên lập phương trình chuyển động của điểm C theo hình chiếu trên trục tiếp tuyến τ và trên trục pháp tuyến chính n của quỹ đạo. Khi đó thay cho hệ (7.22), ta có:

$$M \frac{d v_c}{dt} = \sum F_{k\tau}^e, \quad M \frac{v_c^2}{\rho_c} = \sum F_{kn}^e, \quad J_c \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = \sum m_c (F_k^e) \quad (7.24)$$

Trong đó ρ_c là bán kính cong của quỹ đạo của khối tâm.

Ta chú ý rằng, nếu là chuyển động không tự do thì ở các vế phải của các phương trình (7.22) hay (7.24) còn có phản lực liên kết cũng là đại lượng chưa biết. Để xác định các lực này, cần phải lập thêm các phương trình phản ánh các điều kiện mà liên kết buộc cho vật chuyển động. Người ta thường lập các phương trình chuyển động không tự do bằng định lý biến thiên động năng mà ta có thể dùng để thay cho một trong các phương trình (7.22) hay (7.23)

VI. KHÁI NIỆM VỀ LỰC QUÁN TÍNH, NGUYÊN LÝ ĐĂLĂMBE

1. Lực quán tính của chất điểm

Khảo sát chất điểm dưới tác dụng của lực \vec{F} chuyển động với gia tốc \vec{a} đối với hệ quy chiếu quán tính. Ta dựa vào định nghĩa:

Lực quán tính của chất điểm, kí hiệu là \vec{F}_{qt} , có cùng phương, ngược chiều với gia tốc chất điểm và có giá trị bằng tích của khối lượng với gia tốc của chất điểm.

$$\vec{F}_{qt} = -m\vec{a}$$

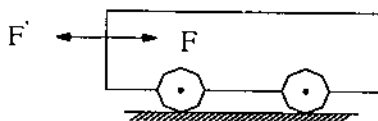
Cần nhấn mạnh rằng lực quán tính của chất điểm không phải là lực tác dụng lên chất điểm. Để làm rõ ta ta xét hai ví dụ sau:

Giả sử dưới tác dụng của lực ép xe chạy với gia tốc \vec{a} . Theo định luật 2 của động lực học, ta có $\vec{F}_{qt} = m\vec{a}$. Khi ta tác dụng lên xe một lực \vec{F} (lực này đặt lên xe) thì để đảm bảo quán tính của nó xe tác dụng lại \vec{F} , lực này đặt lên tay đẩy

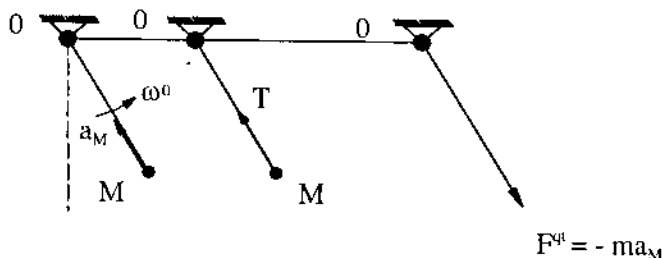
(không đặt lên xe). Do định luật tác dụng và phản tác dụng ta có :

$$\vec{F} = - \vec{F}' = -m\vec{a} = \vec{F}_{qt} \quad (7.25)$$

Vậy lực quán tính của xe không phải là lực tác dụng lên xe mà là lực từ xe tác dụng lên tay đẩy (hình 7.18)



Hình 7.18



Hình 7.19

Ta khảo sát một ví dụ khác: Một chất điểm có khối lượng m buộc vào đầu một sợi dây, nó quay đều với vận tốc góc ω_0 . Gia tốc của chất điểm là gia tốc hướng tâm. Lực quán tính của chất điểm là lực ly tâm. Lực này không đặt lên chất điểm, ngoài trọng lực có lực do dây tác dụng lên chất điểm (phản lực của dây tác dụng lên chất điểm). Lực này hướng vào tâm (lực hướng tâm) ngược chiều với lực quán tính (hình 7.19).

2. Nguyên lý Đalambé

2.1. Nguyên lý Đalambé đối với chất điểm

Tại mỗi thời điểm lực quán tính của chất điểm cân bằng với lực tác dụng lên chất điểm:

$$\vec{F}_{qt} + \vec{F} = 0 \quad (7.26)$$

Để khẳng định sự đúng đắn của nguyên lý ta dựa vào định luật hai của Niuton. Thực vậy theo định luật hai của Niuton ta có:

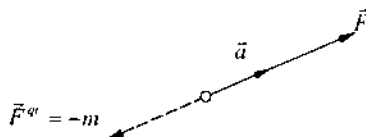
$$\vec{F} = m\vec{a} \quad (\text{hình 7.20})$$

$$\text{Từ đó: } \vec{F} + (-m\vec{a}) = 0 \rightarrow \vec{F} + \vec{F}_{qt} = 0$$

Chú thích:

1. Nguyên lý chỉ khẳng định sự cân bằng về lực (hai lực cùng phương ngược chiều và cùng cường độ) chứ không phải sự cân bằng của chất điểm.

2. Trong trường hợp của chất điểm không tự do, lực tác dụng lên chất điểm là hợp lực của lực hoạt động và lực liên kết.



(hình 7.20)

3. Trạng thái cân bằng về lực được thiết lập ở mọi thời điểm. do đó có thể thiết lập điều kiện cân bằng (các phương trình cân bằng) đối với trục động bất kỳ.

Ví dụ 7.6.1: Một quả cầu nhỏ trọng lượng là P được treo vào toa xe chuyển động thẳng với gia tốc \vec{a} . Dây treo quả cầu bị lệch một góc $\alpha = \text{const}$ so với đường thẳng đứng. Xác định gia tốc \vec{a} của toa xe (hình 7.21).

Bài giải: Xem quả cầu như một chất điểm chịu tác dụng của trọng lực và phản lực \vec{T} do dây tác dụng lên quả cầu.

Lực quán tính của chất điểm do gia tốc của chất điểm (tức là gia tốc của xe) sẽ bằng:

$$\vec{F}_{qt} = -m\vec{a} = -\frac{P}{g} \vec{a}$$

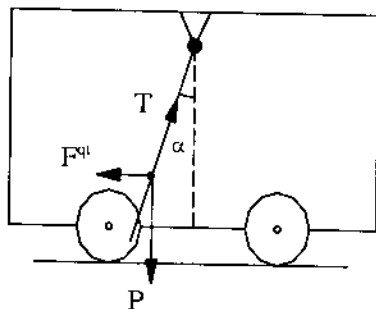
Còn lực thật tác dụng lên quả cầu là hợp lực của trọng lực và phản lực dây.

Theo nguyên lý Đalămbe ta có:

$$\vec{F} + \vec{T} + \vec{F}_{qt} = 0$$

Chiếu hai vế của đẳng thức này lên phương Δ thẳng góc với dây, ta nhận được: $F_{qt} \cos \alpha - P \sin \alpha = 0$. Vậy $a = g \tan \alpha$

Từ đây ta có phương pháp đơn giản để đo gia tốc của xe bằng cách đo góc lệch của dây.



Hình 7.21

2.2. Nguyên lý Đalămbe đối với cơ hệ

Khảo sát cơ hệ gồm N chất điểm M_1, M_2, \dots, M_N dưới tác dụng của lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_N$ chuyển động với gia tốc $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_N$ tương tự. xét chất điểm M_k có khối lượng m_k chịu tác dụng của lực \vec{F}_k . Lực quán tính của chất điểm này là:

$$\vec{F}_k^{qt} = -m_k \vec{a}_k$$

Theo nguyên lý Đalămbe đối với chất điểm M_k và do đó đối với mọi chất điểm M_k ($k = 1, 2, 3, \dots, N$), ta có $(\vec{F}_k, \vec{F}_k^{qt}) = 0$. Nguyên lý Đalămbe đối với cơ hệ được phát biểu như sau:

Tại mỗi thời điểm, các lực tác dụng lên các chất điểm của cơ hệ và các lực quán tính của các chất điểm thuộc cơ hệ tạo thành một hệ lực cân bằng

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_N, \vec{F}_1^{qt}, \vec{F}_2^{qt}, \dots, \vec{F}_N^{qt}) = 0$$

Chú thích:

1) Các lực \vec{F}_k đối với cơ hệ là hợp lực của ngoại lực và nội lực tác dụng lên chất điểm M_k , còn đối với cơ hệ không tự do là hợp lực của lực hoạt động và

lực liên kết tác dụng lên chất điểm M_k .

2) Khái niệm có tính chất quy ước “Hệ lực cân bằng là hệ lực có từng đôi một lực trực đối nhau”.

3) Trạng thái cân bằng của hệ lực được thiết lập tại thời điểm bất kỳ, có nghĩa là tại mọi thời điểm. Do đó điều kiện cân bằng (các phương trình cân bằng) có thể thiết lập với hệ quy chiếu động. Tuy nhiên các lực quán tính (các gia tốc) của các chất điểm cần phải được tính đối với hệ quy chiếu quán tính.

VII. MỘT SỐ LỰC THƯỜNG GẶP TRONG THỰC TẾ

Trong chương 1 đã giới thiệu khái niệm về lực và hệ lực. Để giải quyết các bài toán có tính tới sự tác động của lực lên vật, chúng ta phải nắm được kiến thức về lực. Với mục đích đó ở đây chúng tôi giới thiệu một số lực thường gặp trong thực tế và cách xác định chúng.

1. Lực trọng trường

- Lực trọng trường là lực hút của trái đất tác dụng lên vật thể. Nó được đo bằng tích giữa khối lượng vật thể và gia tốc trọng trường.

- Lực trọng trường kí hiệu là P

- Biểu thức $P = m.g$

- Đơn vị đo: N, kN,...

2. Lực ma sát

- Lực ma sát là lực sinh ra do tác dụng của ma sát giữa bề mặt tiếp xúc của các vật thể. Nó được đo bằng tích số giữa phản lực N , với hệ số ma sát (f)

- Biểu thức: $F_{ms} = f.N$

- Trong đó: F_{ms} : Lực ma sát, đơn vị đo: N, kN

f : Hệ số ma sát giữa các vật

N : Phản lực tác dụng lên vật

3. Xác định lực, mômen khi biết công suất

Để xác định lực, mômen khi biết công suất ta phải nắm được các khái niệm và các biểu thức tính công, công suất. Từ đó ta tính được lực và momen dựa vào các biểu thức đã biết.

3.1. Công của lực

Công của lực là đại lượng đánh giá tác dụng của lực theo di chuyển của điểm đặt lực.

3. Trạng thái cân bằng về lực được thiết lập ở mọi thời điểm. do đó có thể thiết lập điều kiện cân bằng (các phương trình cân bằng) đối với trục động bất kỳ.

Ví dụ 7.6.1: Một quả cầu nhỏ trọng lượng là P được treo vào toa xe chuyển động thẳng với gia tốc \vec{a} . Dây treo quả cầu bị lệch một góc $\alpha = \text{const}$ so với đường thẳng đứng. Xác định gia tốc \vec{a} của toa xe (hình 7.21).

Bài giải: Xem quả cầu như một chất điểm chịu tác dụng của trọng lực và phản lực \vec{T} do dây tác dụng lên quả cầu.

Lực quán tính của chất điểm do gia tốc của chất điểm (tức là gia tốc của xe) sẽ bằng:

$$\vec{F}_{qt} = -m\vec{a} = -\frac{P}{g} \vec{a}$$

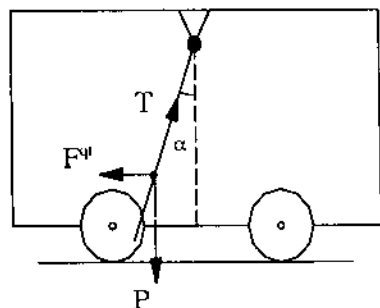
Còn lực thật tác dụng lên quả cầu là hợp lực của trọng lực và phản lực dây.

Theo nguyên lý Đalămbe ta có:

$$\vec{F} + \vec{T} + \vec{F}_{qt} = 0$$

Chiếu hai vế của đẳng thức này lên phương Δ thẳng góc với dây, ta nhận được: $F_{qt} \cos \alpha - P \sin \alpha = 0$. Vậy $a = g \tan \alpha$

Từ đây ta có phương pháp đơn giản để đo gia tốc của xe bằng cách đo góc lệch của dây.



Hình 7.21

2.2. Nguyên lý Đalămbe đối với cơ hệ

Khảo sát cơ hệ gồm N chất điểm M_1, M_2, \dots, M_N dưới tác dụng của lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_N$ chuyển động với gia tốc $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_N$ tương tự. xét chất điểm M_k có khối lượng m_k , chịu tác dụng của lực \vec{F}_k . Lực quán tính của chất điểm này là:

$$\vec{F}_k^{qt} = -m_k \vec{a}_k$$

Theo nguyên lý Đalămbe đối với chất điểm M_k và do đó đối với mọi chất điểm M_k ($k = 1, 2, 3, \dots, N$), ta có $(\vec{F}_k, \vec{F}_k^{qt}) = 0$. Nguyên lý Đalămbe đối với cơ hệ được phát biểu như sau:

Tại mỗi thời điểm, các lực tác dụng lên các chất điểm của cơ hệ và các lực quán tính của các chất điểm thuộc cơ hệ tạo thành một hệ lực cân bằng

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_N, \vec{F}_1^{qt}, \vec{F}_2^{qt}, \dots, \vec{F}_N^{qt}) = 0$$

Chú thích:

1) Các lực \vec{F}_k đối với cơ hệ là hợp lực của ngoại lực và nội lực tác dụng lên chất điểm M_k , còn đối với cơ hệ không tự do là hợp lực của lực hoạt động và

lực liên kết tác dụng lên chất điểm M_k .

2) Khái niệm có tính chất quy ước “Hệ lực cân bằng là hệ lực có từng đôi một lực trực đối nhau”.

3) Trạng thái cân bằng của hệ lực được thiết lập tại thời điểm bất kỳ, có nghĩa là tại mọi thời điểm. Do đó điều kiện cân bằng (các phương trình cân bằng) có thể thiết lập với hệ quy chiếu động. Tuy nhiên các lực quán tính (các gia tốc) của các chất điểm cần phải được tính đối với hệ quy chiếu quán tính.

VII. MỘT SỐ LỰC THƯỜNG GẶP TRONG THỰC TẾ

Trong chương 1 đã giới thiệu khái niệm về lực và hệ lực. Để giải quyết các bài toán có tính tới sự tác động của lực lên vật, chúng ta phải nắm được kiến thức về lực. Với mục đích đó ở đây chúng tôi giới thiệu một số lực thường gặp trong thực tế và cách xác định chúng.

1. Lực trọng trường

- Lực trọng trường là lực hút của trái đất tác dụng lên vật thể. Nó được đo bằng tích giữa khối lượng vật thể và gia tốc trọng trường.

- Lực trọng trường kí hiệu là P

- Biểu thức $P = m.g$

- Đơn vị đo: N, kN,...

2. Lực ma sát

- Lực ma sát là lực sinh ra do tác dụng của ma sát giữa bề mặt tiếp xúc của các vật thể. Nó được đo bằng tích số giữa phản lực N , với hệ số ma sát (f)

- Biểu thức: $F_{ms} = f.N$

- Trong đó: F_{ms} : Lực ma sát, đơn vị đo: N, kN

f : Hệ số ma sát giữa các vật

N : Phản lực tác dụng lên vật

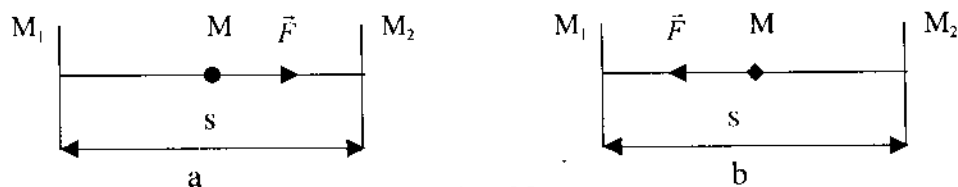
3. Xác định lực, mômen khi biết công suất

Để xác định lực, mômen khi biết công suất ta phải nắm được các khái niệm và các biểu thức tính công, công suất. Từ đó ta tính được lực và mômen dựa vào các biểu thức đã biết.

3.1. Công của lực

Công của lực là đại lượng đánh giá tác dụng của lực theo di chuyển của điểm đặt lực.

Khi có lực tác dụng làm cho chất điểm di chuyển được một đoạn, nó liên hệ với một đại lượng được gọi là công của lực.



Hình 7.22

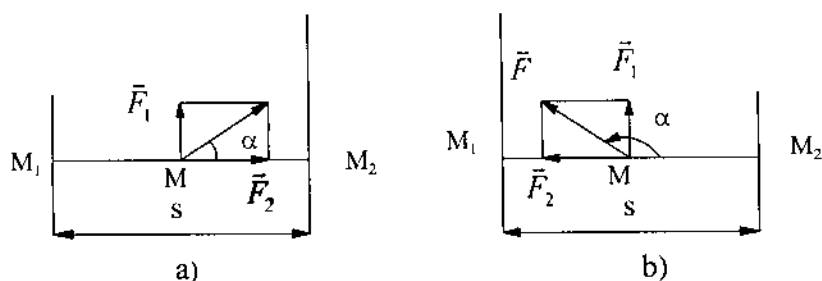
Công của lực không đổi và điểm đặt lực di chuyển dọc theo đường thẳng trùng với phương của lực tác dụng, kí hiệu A được tính theo công thức:

$$A = \pm F.s \quad (7.27)$$

$$A = \pm F_2.s = \pm F \cos \alpha .s \quad (7.28)$$

Lấy dấu “+” khi điểm đặt lực di chuyển cùng chiều lực, lấy dấu “-” trong trường hợp ngược lại (hình 7.22 a,b).

- Trường hợp phương của hợp lực với phương di chuyển một góc α (hình 7.23): ta phân lực \vec{F} ra hai thành phần \vec{F}_1 , \vec{F}_2 . Thành phần \vec{F}_1 vuông góc với phương di chuyển và \vec{F}_2 dọc theo phương di chuyển. Lực \vec{F}_1 không gây chuyển động theo phương của nó, nên công ứng với nó bằng không, còn thành phần \vec{F}_2 hướng dọc phương di chuyển, công của nó được tính theo công thức (7.27), Vậy công của lực \vec{F} bằng công của lực \vec{F}_2 (hình 7.23a, b).



Hình 7.23

Khi $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ thì $A > 0$ và khi đó ta có công động

Khi $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ thì $A < 0$ và khi đó ta có công cản.

Đơn vị công bằng đơn vị lực x đơn vị độ dài.

Đơn vị công thường được dùng là Niuton mét (Nm) và các bội số của nó.

Đơn vị Nm còn được gọi là Jun (J).

- Trường hợp khi lực có phương, chiều và giá trị thay đổi (hình 7.24).

Trong trường hợp này ta tính công của lực ứng với di chuyển bé (di chuyển vô cùng bé). Khi đó có thể xem đoạn đường di chuyển là thẳng và lực có phương, chiều giá trị không đổi (bỏ qua sự thay đổi bé của chúng) và nhờ vậy có thể sử dụng công thức (7.27). Công của lực vô cùng bé của điểm đặt lực được gọi là công nguyên tố. Kí hiệu dA được tính theo công thức:

$$dA = \vec{F}_t ds$$

Trong đó: \vec{F}_t là hình chiếu của lực \vec{F} trên phương tiếp tuyến của quỹ đạo điểm đặt lực, còn ds là đoạn di chuyển. Dễ dàng nhận được:

$$\vec{F}_t = |\vec{F}| \cos\alpha; |d\vec{s}| = |d\vec{r}|$$

Trong đó: α là góc giữa lực \vec{F} và phương dương của tiếp tuyến (Phương dương của tiếp tuyến được chọn phù hợp với phương dương của quỹ đạo của điểm đặt lực), $d\vec{r}$ là vectơ di chuyển vô cùng bé, do đó:

$$dA = |d\vec{r}| |\vec{F}| \cos(\vec{F}, d\vec{r}) = \vec{F} d\vec{r} = F_x dx + F_y dy + F_z dz \quad (7.29)$$

Để tính công A của lực khi điểm đặt lực di chuyển từ vị trí M_1 đến vị trí M_2 ta cần chia cung M_1M_2 thành nhiều cung nhỏ và tính công (công nguyên tố) trong các đoạn dịch chuyển nhỏ và cộng lại. Bằng cách đó ta có:

$$A = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F} d\vec{r} = \int_{M_1}^{M_2} F_x dx + F_y dy + F_z dz \quad (7.30)$$

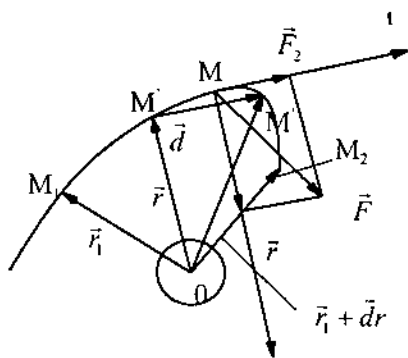
3.2. Công suất của lực

Công suất của lực là công của lực ứng với một đơn vị thời gian, kí hiệu là W .

+ Trong trường hợp lực có phương, chiều giá trị không đổi, điểm đặt lực di chuyển thành đường thẳng thì:

$$W = \frac{A}{t_2 - t_1}$$

A là công của lực sinh ra trong khoảng thời gian $(t_2 - t_1)$ ứng với điểm đặt lực di chuyển từ M_1 đến M_2 , nó được tính theo công thức (7.27), hoặc công thức (7.28).



Hình 7.24

Đơn vị của công suất là jun/giây, kí hiệu là J/s, còn được gọi là oát, kí hiệu W.

+ Trong trường hợp lực thay đổi theo thời gian về phương, chiều và giá trị, còn điểm đặt lực di chuyển theo đường cong thì:

$$W = \frac{dA}{dt} = \vec{F} \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{F} \vec{v} = F_x \dot{x} + F_y \dot{y} + F_z \dot{z} \quad (7.31)$$

Công suất của hệ lực $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_N)$ được tính theo công thức:

$$W = \frac{dA}{dt} = \sum_{k=1}^N \vec{F}_k \vec{v}_k = \sum_{k=1}^N (F_{kx} \dot{x}_k + F_{ky} \dot{y}_k + F_{kz} \dot{z}_k) \quad (7.32)$$

Công A của lực có thể tính theo công thức:

$$A = \int W dt$$

Ở đây cận lấy tích phân được lấy ứng với vị trí của cơ hệ ở vị trí đầu và vị trí cuối của cơ hệ trong di chuyển.

Câu hỏi ôn tập chương 7

1. Phát biểu các định luật cơ bản của động lực học? Viết phương trình chuyển động của chất điểm?
2. Viết phương trình chuyển động của vật thể quay xung quanh một trục cố định?
3. Viết phương trình chuyển động của vật thể chuyển động song phẳng?
4. Phát biểu nguyên lý Dalambert và nêu ý nghĩa của nguyên lý?

Phần hai

SỨC BỀN VẬT LIỆU

Chương 1

CÁC KHÁI NIỆM CƠ BẢN

Mục tiêu

- Nắm được các khái niệm và phân biệt được các loại lực.
- Hiểu và áp dụng phương pháp mặt cắt thành thạo.

Nội dung

- Giới thiệu các khái niệm nội lực, ngoại lực và ứng suất. Từ đó trang bị những kiến thức mới về lực của trong cơ học biến dạng.

1. NHIỆM VỤ - ĐỐI TƯỢNG NGHIÊN CỨU CỦA SỨC BỀN VẬT LIỆU

1. Nhiệm vụ

Trong các phần trên ta đã nghiên cứu các quy luật về chuyển động cơ học của các vật thể trong không gian theo thời gian. Các vật thể được xây dựng dưới dạng các mô hình: chất điểm, cơ hệ và một dạng rất quan trọng, đó là vật rắn tuyệt đối.

Trong ngành chế tạo máy hoặc trong các công trình, các vật liệu như thép, gang, bê tông v.v... là các vật rắn thực (còn gọi là vật rắn biến dạng). Nghĩa là vật thể sẽ bị biến dạng, bị phá hủy dưới tác dụng của ngoại lực, nhiệt độ. Khi thiết kế các bộ phận công trình hoặc các chi tiết máy, ta phải đảm bảo:

- Chi tiết không bị phá hỏng tức là đủ bền.
- Chi tiết không bị biến dạng tức là đủ cứng.

- Chi tiết luôn giữ được hình dáng ban đầu tức là đảm bảo điều kiện ổn định.

Môn sức bền vật liệu có nhiệm vụ đưa ra các phương pháp tính về độ bền, độ cứng và độ ổn định của các bộ phận công trình hoặc các chi tiết máy.

2. Đối tượng

Đối tượng nghiên cứu của môn học sức bền vật liệu là các vật rắn biến dạng, về vật liệu là các vật thể có tính đàn hồi tuyệt đối, về mặt hình học chủ yếu là các thanh.

II. CÁC GIẢ THUYẾT

1. Vật liệu là liên tục và đẳng hướng

- Vật liệu chiếm chỗ hoàn toàn trong thể tích của vật thể.
- Tính chất chịu lực của vật liệu ở mọi điểm trong vật liệu là như nhau.
- Tính đẳng hướng: Khả năng chịu lực của vật liệu theo mọi phương là như nhau.

2. Vật liệu có tính đàn hồi

Giả thuyết vật liệu có tính đàn hồi tuyệt đối. Điều đó có nghĩa là khi vật chịu tác dụng của lực thì vật liệu bị biến dạng theo một đường cong. Sau khi thôi không tác dụng lên vật nữa thì vật liệu trở lại trạng thái ban đầu theo đúng đường cong ban đầu.

3. Vật liệu ở trạng thái tự nhiên

Giả thuyết biến dạng của vật thể dưới tác dụng của ngoại lực được xem là bé nhất.

III. NGOẠI LỰC, NỘI LỰC, ỨNG SUẤT

1. Ngoại lực

Những tác dụng từ môi trường bên ngoài hay từ vật khác lên vật thể đang xét gọi là ngoại lực. Ngoại lực bao gồm tải trọng tác động và phản lực tại các liên kết. Tải trọng được coi là tĩnh nếu nó tăng rất chậm từ không đến một giá trị xác định rồi giữ nguyên giá trị đó. Nghĩa là có thể bỏ qua lực quán tính trong quá trình tăng lực.

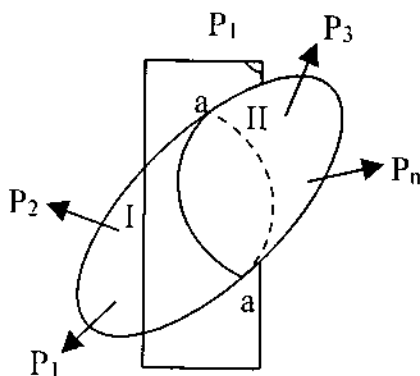
2. Nội lực

Dưới tác động của ngoại lực, vật thể bị biến dạng, giữa các phần tử của vật

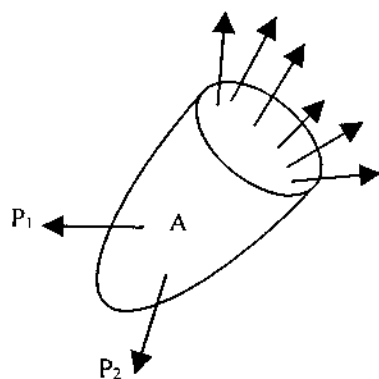
thể có xuất hiện thêm phần lực tác dụng tương hỗ để chống lại tác dụng của ngoại lực. Phần lực đó gọi là nội lực theo nghĩa của sức bền vật liệu.

3. Phương pháp mặt cắt

Muốn xác định nội lực ta dùng phương pháp mặt cắt. Phương pháp mặt cắt được trình bày như sau: Xét một vật thể chịu lực ở trạng thái cân bằng (hình 1.1). Để tìm nội lực tại mặt cắt a nào đó, ta tưởng tượng dựng mặt phẳng π qua mặt a , cắt vật thể ra làm hai phần I và II. Ta xét riêng một phần nào đó, ví dụ phần I (hình 1.2). Phần I cân bằng dưới tác dụng của các ngoại lực tác động lên nó (\vec{P}_1, \vec{P}_2) và lực tương hỗ tác động từ phần II lên phần I. Hệ lực đó chính là nội lực trên mặt cắt aa . Từ đó ta có thể xác định được giá trị nội lực qua giá trị của ngoại lực ở phần I.



Hình 1.1



Hình 1.2

4. Ứng suất

Cường độ của nội lực tại một điểm nào đó trên mặt aa được gọi là ứng suất, ký hiệu P_π . Chữ π chỉ pháp tuyến của mặt π . Chẳng hạn đối với điểm M nào đó, ta lấy một diện tích ΔF vô cùng bé chứa M . Trên ΔF có nội lực phân bố, hợp lực có vectơ $\Delta \vec{P}$ (hình 1.3).

Tỷ số giữa $\Delta \vec{P}$ và ΔF là một vectơ cùng chiều với vectơ $\Delta \vec{P}$, ký hiệu là:

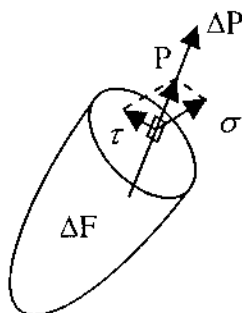
$$\vec{P}_{tb} = \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta F}$$

\vec{P}_{tb} được gọi là ứng suất trung bình tại điểm M .

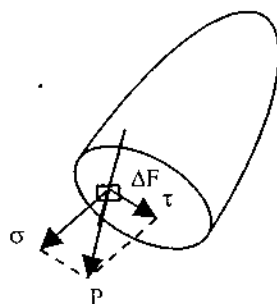
Nếu cho ΔF tiến đến không thì \vec{P}_{tb} sẽ tiến tới một giới hạn. Giới hạn đó

được gọi là ứng suất toàn phần tại điểm M, ký hiệu \vec{P}

$$\vec{P} = \lim_{\Delta F \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta F}$$



Hình 1.3



Hình 1.4

Thứ nguyên của ứng suất là lực/(chiều dài)², Đơn vị thường dùng là $\frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$, Trong tính toán ta thường phân ứng suất toàn phần P làm hai thành phần (hình 1.3).

- Thành phần vuông góc với mặt cắt là ứng suất pháp, ký hiệu σ .
- Thành phần nằm trong mặt cắt gọi là ứng suất tiếp, ký hiệu τ . Như vậy:

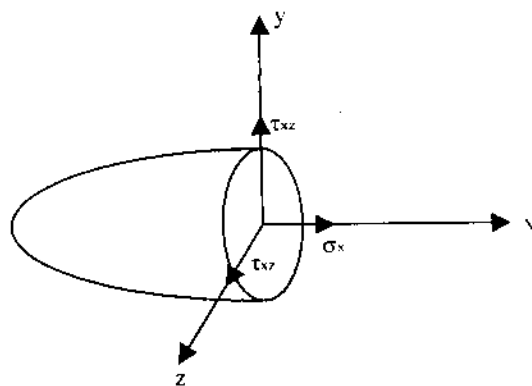
$$P = \sqrt{\sigma^2 + \tau^2} \quad (1.1)$$

Những điều vừa phân tích ở trên đối với phần I, cũng làm tương tự cho phần II. Theo nguyên lý tác dụng và phản tác dụng, ứng suất tại mỗi điểm trên phần II sẽ có cùng trị số, cùng phương nhưng ngược chiều với ứng suất tại điểm tương ứng trên phần I (hình 1.4).

Ta quy ước cách viết ứng suất như sau:

- Ứng suất pháp kèm theo một chỉ số chỉ chiều của pháp tuyến, ví dụ σ_x .

Ứng suất tiếp kèm theo hai chỉ số, chỉ số chỉ chiều pháp tuyến ngoài mặt cắt, chỉ số thứ hai chỉ chiều ứng suất tiếp song song. Ví dụ τ_{xy} (hình 1.5).



Hình 1.5

IV. NỘI LỰC VÀ CÁC THÀNH PHẦN TRÊN MẶT CẮT NGANG CỦA THANH

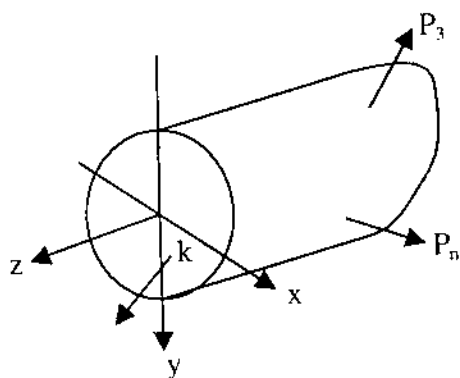
Xét một mặt cắt ngang π nào đó của thanh, giá trị ứng suất tại một điểm, quy luật phân bố trên mặt cắt ngang đó nói chung ta chưa biết nhưng ta có thể xác định được hợp lực của hệ nội lực vì nó phải cân bằng với hợp lực của các ngoại lực tác dụng trên một phần đang xét. .

Giả sử xét sự cân bằng của phần phải, hợp lực \vec{R} của hệ nội lực trên mặt cắt phải cân bằng với hệ lực tác dụng lên phần phải, ta có:

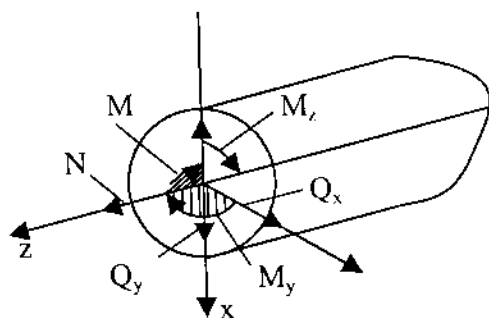
$$\vec{R} + \sum \vec{P}_i = 0$$

Hợp lực \vec{R} đặt tại một điểm k nào đó như (hình 1.6)

Bây giờ ta thu gọn hợp lực \vec{R} về tâm trọng tâm O của mặt cắt ngang, ta sẽ được lực \vec{R} có vectơ lực bằng \vec{R} và một ngẫu lực có mômen \vec{M} (vectơ chính và mômen chính của hệ nội lực). Nói chung lực \vec{R} và mômen \vec{M} có phương, chiều bất kỳ trong không gian. Để thuận lợi ta chọn hệ trục như sau:



Hình 1.6



Hình 1.7

Oz theo trục của thanh.

Ox, Oy nằm trong mặt cắt ngang.

Sau đó \vec{R} phân làm ba thành phần trên hệ trục tọa độ:

- Thành phần nằm trên trục z gọi là lực dọc ký hiệu N_z .
- Thành phần nằm trên các trục x, y gọi là lực cắt, ký hiệu Q_x, Q_y .

Ngẫu lực \vec{M} cũng được phân làm ba thành phần:

- Thành phần quay quanh các trục x, y (tác dụng trong các mặt phẳng zOy và zOx vuông góc với mặt cắt ngang) gọi là các mômen uốn, ký hiệu M_x, M_y .

- Thành phần quay quanh trục z (tác dụng trên mặt phẳng của mặt Oxy) gọi là mômen xoắn, ký hiệu M_x (hình 1.7).

$N_x, Q_x, Q_y, M_x, M_y, M_z$ là sáu thành phần nội lực trên mặt cắt ngang và chúng được xác định từ điều kiện cân bằng của phần đang xét dưới dạng các phương trình.

Tổng hình chiếu lên ba trục toạ độ, ta được:

$$N_x + \sum_{i=1}^n P_{iz} = 0 \quad Q_x + \sum_{i=1}^n P_{ix} = 0 \quad Q_y + \sum_{i=1}^n P_{iy} = 0$$

Trong đó: $\sum_{i=1}^n P_{ix}, \sum_{i=1}^n P_{iy}, \sum_{i=1}^n P_{iz}$ là tổng hình chiếu của tất cả ngoại lực thuộc phần đang xét trên các trục x, y, z tương ứng.

Tổng mômen đối với ba trục, ta được: $M_x + \sum_{i=1}^n m_x(P_i) = 0$

$$M_y + \sum_{i=1}^n m_y(P_i) = 0$$

$$M_z + \sum_{i=1}^n m_z(P_i) = 0$$

Trong đó $\sum_{i=1}^n m_x(P_i), \sum_{i=1}^n m_y(P_i), \sum_{i=1}^n m_z(P_i)$ là tổng mômen của tất cả ngoại

lực thuộc phần đang xét đối với các trục x, y, z tương ứng. Cũng như ứng suất, nội lực tại một mặt cắt ngang bất kỳ trên phần trái sẽ có cùng một trị số, cùng phương nhưng ngược chiều với nội lực tại một mặt cắt ngang bất kỳ, chúng ta có thể xét phần trái hoặc phần phải tùy theo phần nào đơn giản hơn.

V. QUAN HỆ GIỮA ỨNG SUẤT VÀ CÁC THÀNH PHẦN NỘI LỰC TRÊN MẶT CẮT NGANG

Gọi P là ứng suất tại một điểm $M(x,y)$ bất kỳ trên mặt cắt ngang (hình 1.8). Các thành phần hình chiếu của P là:

- Ứng suất pháp σ_x .
- Ứng suất tiếp τ được phân làm hai thành phần τ_{xx}, τ_{xy} .

Lấy một diện tích phân tố ΔF chứa M . Các lực phân tố do các ứng suất gây ra là: $\sigma_x \Delta F; \tau_{xy} \Delta F; \tau_{xx} \Delta F$.

Tổng cộng tất cả các tác dụng của các lực phân tố đó trên toàn thể mặt cắt, chính là các thành phần nội lực trên mặt cắt ngang. Từ ý nghĩa đó ta có các biểu thức liên hệ giữa ứng suất và các thành phần nội lực như sau:

$$N_z = \sum \sigma_z \cdot \Delta F \quad \text{a)}$$

$$Q_x = \sum \tau_{zx} \cdot \Delta F \quad \text{b)}$$

$$Q_y = \sum \tau_{zy} \cdot \Delta F \quad \text{c)}$$

$$M_x = \sum \sigma_z \cdot \Delta F \cdot y \quad \text{d)}$$

$$M_y = \sum \sigma_z \cdot \Delta F \cdot x \quad \text{e)}$$

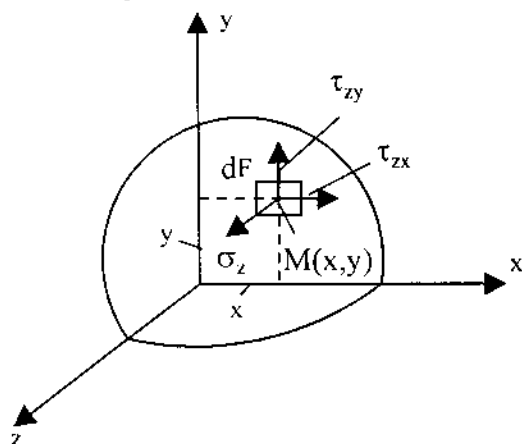
$$M_z = \sum (\tau_{zy} \cdot x - \tau_{zx} \cdot y) \cdot \Delta F$$

Riêng biểu thức liên hệ giữa ứng suất tiếp với mômen xoắn khi mặt cắt ngang tròn, tại điểm M ta phân ra hai thành phần (hình 1.9):

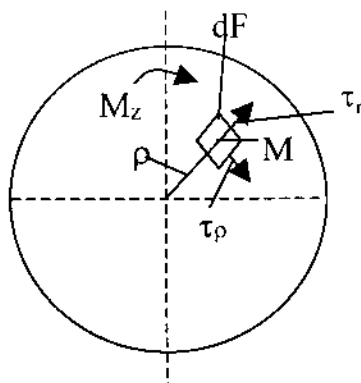
- Một thành phần vuông góc với bán kính, ký hiệu τ_p .
- Một thành phần hướng theo bán kính, ký hiệu τ_r .

Khi đó ta có công thức liên hệ sau:

$$M_z = \sum p \cdot \tau_p \cdot \Delta F \quad (1.5)$$



Hình 1.8



Hình 1.9

Câu hỏi ôn tập chương 1

1. Thế nào là nội lực, ngoại lực, ứng suất? Trình bày phương pháp mặt cắt?
2. Trên mặt cắt ngang của thanh có bao nhiêu thành phần nội lực? Giải thích và nêu mối quan hệ giữa ứng suất và các thành phần nội lực?

Chương 2

KÉO NÉN ĐÚNG TÂM

Mục tiêu

- Sinh viên nắm được phương pháp xác định trạng thái chịu kéo nén đúng tâm của chi tiết thanh.

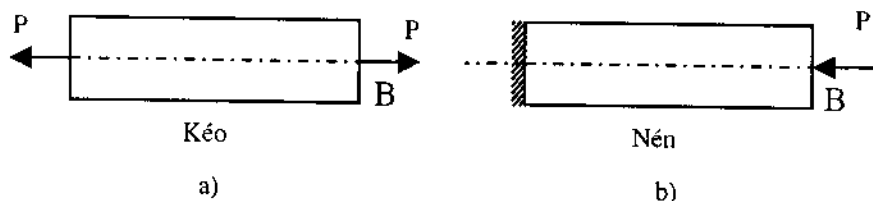
- Biết kiểm tra độ bền kéo, chọn kích thước, tải trọng phù hợp với kết cấu.

Nội dung

- Giới thiệu phương pháp tính toán khả năng chịu kéo, nén đúng tâm của thanh cơ bản.

I. KHÁI NIỆM

Một thanh gọi là chịu kéo, hay nén đúng tâm khi trên mặt cắt ngang của thanh chỉ có một thành phần nội lực là lực dọc. Ví dụ thanh thẳng AB ở trạng thái cân bằng dưới tác dụng của hai ngoại lực đặt tại A và B như (hình 2.1 a, b).



Hình 2.1

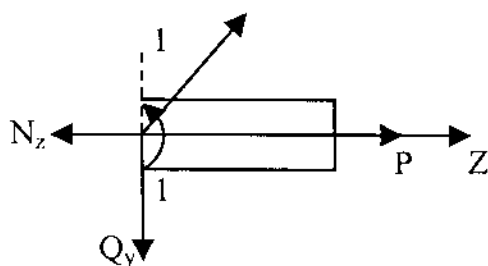
1. Nội lực và cách vẽ biểu đồ nội lực

1.1. Nội lực

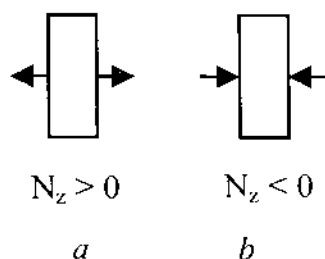
Để xác định nội lực trên mặt cắt ngang, tưởng tượng cắt thanh AB làm hai phần bởi mặt cắt 1-1 vuông góc với trục thanh. Chọn hệ trục Oxyz như (hình 2.2), rồi xét sự cân bằng của phần phải (chú ý đây là bài toán phẳng từ mặt cắt có 6 thành phần nội lực rút xuống còn 3, ở đây là N_x , Q_y , M_x):

- Tổng hình chiếu các lực đối với điểm O, suy ra $M_x = 0$

- Tổng hình chiếu các lực trên trục y, suy ra $Q_y = 0$.



Hình 2.2



Hình 2.3

Tổng hình chiếu các lực trên trục z , ta có:

$$N_z - P = 0$$

Suy ra: $N_z = P$

Vậy trên mọi mặt cắt ngang chỉ có thành phần nội lực là lực dọc $N_z \neq 0$, còn các thành phần mômen uốn M_x , lực cắt Q_y là bằng không.

Dấu của lực dọc được quy ước: Lực dọc được coi là dương khi thanh chịu kéo (hình 2.3a), có nghĩa lực dọc hướng ra ngoài mặt cắt và làm thanh dãn dài ra. Lực dọc âm khi thanh chịu nén, có nghĩa lực dọc hướng vào mặt cắt và thanh co lại (hình 2.3 b).

1.2. Biểu đồ nội lực

Lực dọc có thể thay đổi từ mặt cắt ngang này sang mặt cắt ngang khác hoặc từ đoạn thanh này sang đoạn thanh khác. Để biểu diễn sự thay đổi của lực dọc theo trục của thanh ta vẽ biểu đồ lực dọc. Vậy biểu đồ lực dọc là đường biểu diễn sự biến thiên của lực dọc theo trục của thanh.

Ví dụ 2.1: Vẽ biểu đồ lực dọc của một thanh chịu lực như (hình 2.4 a).

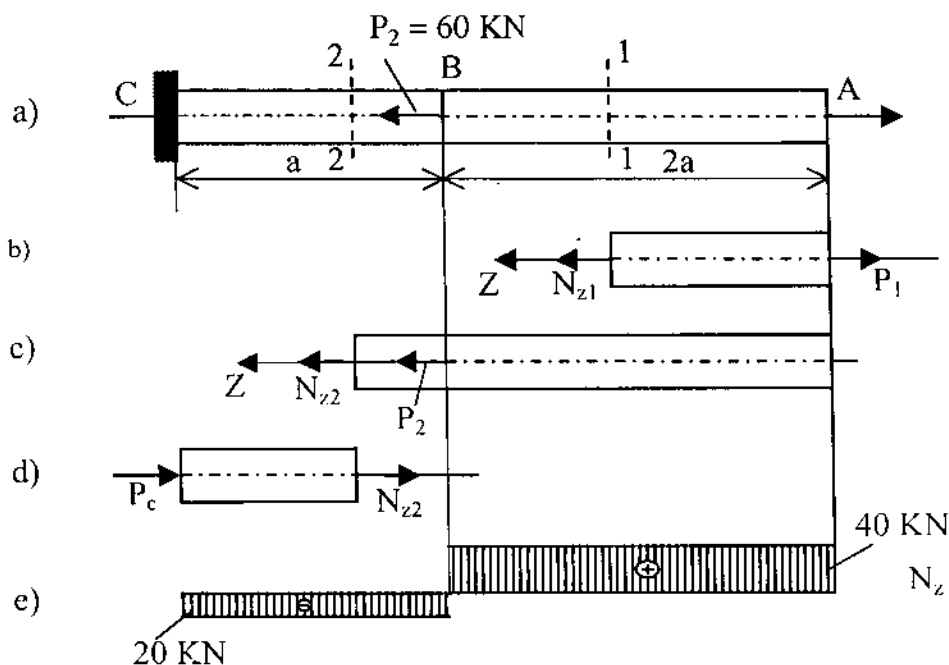
Bài giải:

Xác định phản lực tại C:

$$P_1 - P_2 - P_c = 0$$

Rút ra: $P_c = P_1 - P_2 = 60 - 40 = 20\text{kN}$, có chiều như hình vẽ.

- Vẽ biểu đồ:



Hình 2.4

+ Vì dọc theo thanh, ngoại lực thay đổi, để vẽ biểu đồ lực dọc ta phải phân chia thanh làm hai đoạn AB, BC.

+ Xét đoạn AB:

Tưởng tượng dùng mặt cắt 1-1 cắt thanh ra làm hai phần. Chọn gốc tại A, xét sự cân bằng của phần phải (hình 2.4 b). Chiều xuống trục z, ta có:

$$\sum Z = N_{z1} - P = 0$$

Suy ra: $N_{z1} = P_1 = 40 \text{ kN} > 0$

Phương trình lực dọc trong đoạn AB có giá trị từ $0 < Z < 2a$. Trong đoạn này lực dọc có giá trị không đổi.

+ Đoạn BC:

Tưởng tượng cắt thanh tại mặt cắt 2-2. Nếu xét phần phải (hình 2.4c), chọn gốc tại A thì phương trình được viết trong khoảng $2a \leq Z_2 \leq 3a$. Từ điều kiện cân bằng của phần phải, ta được:

$$\sum Z = N_{z2} + P_2 - P_1 = 0$$

Suy ra: $N_{z2} = P_1 - P_2 = 40 - 60 = -20 \text{ kN} < 0$ – lực nén.

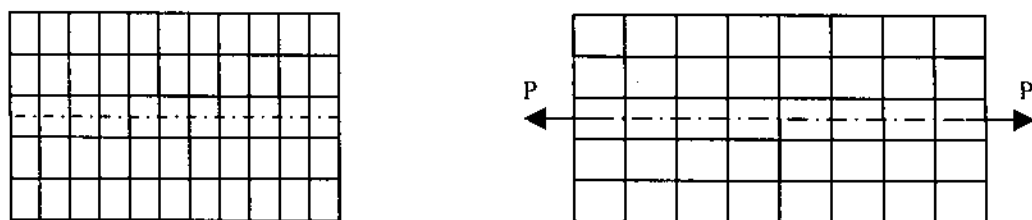
Ta có thể xem xét phần trái, chọn gốc tọa độ tại C. Khi đó phương trình được viết trong khoảng $0 < Z_2 \leq a$ (hình 2.4d). Ta nhận được kết quả như nhau. Biểu đồ lực dọc được vẽ trên hình 2.4e.

2. Ứng suất

2.1. Quan sát một mẫu thí nghiệm chịu kéo

Mẫu là một thanh lăng trụ, trước khi thí nghiệm ta kẻ các đường vạch song song và vuông góc với trục thanh trên bề mặt thanh (hình 2.5). Những vạch vuông góc với trục thanh được xem là vết của mặt cắt ngang. Khi thanh chịu kéo nén ta quan sát thấy:

- Trục thanh vẫn thẳng.
- Những vạch song song với trục thanh vẫn thẳng và song song với trục thanh.



Hình 2.5

Những vạch vuông góc với trục thanh vẫn thẳng và vuông góc với trục thanh nhưng khoảng cách giữa các vạch đó có thay đổi. Khi chịu kéo các vạch cách xa nhau ra, khi chịu nén các vạch đó sát gần nhau lại. Vậy ứng suất pháp σ_z phân bố trên mặt cắt ngang là đều.

2.2. Biểu thức ứng suất pháp trên mặt cắt ngang

Từ công thức (1.4a), ta có:

$$N_z = \sum \sigma_z \cdot \Delta F = \sigma_z \sum \Delta F = \sigma_z \cdot F \quad (2.1)$$

Cuối cùng ta có:

Trong đó: N_z – Giá trị lực dọc tại mặt cắt đang xét

F – Diện tích mặt cắt ngang.

Ví dụ 2-2: Tính ứng suất tại mặt cắt 1-1, 2-2 (hình 2.4). Biết diện tích của thanh $F = 4\text{cm}^2$.

Bài giải:

Tại mặt cắt 1-1, ứng suất kéo có giá trị $N_{z1} = 40\text{kN}$.

Ứng suất trên mặt cắt:

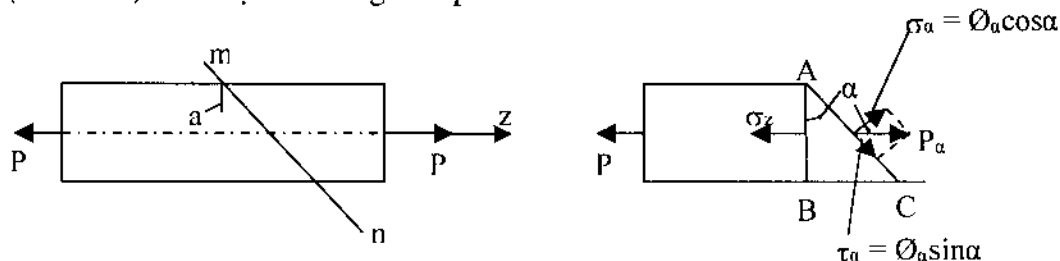
$$\sigma_{z1} = \frac{N_{z1}}{F} = \frac{40\text{kN}}{4\text{cm}^2} = 10 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \quad \text{ứng suất kéo}$$

Ứng suất trên mặt cắt 2-2:

$$\sigma_{z2} = \frac{N_{z2}}{F} = \frac{-20\text{kN}}{4\text{cm}^2} = 5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \quad \text{ứng suất nén.}$$

2.3. Ứng suất trên mặt cắt nghiêng

Cắt thanh chịu lực bởi mặt cắt mn nghiêng với trục thanh một góc α như (hình 2.6). Xét sự cân bằng của phần tử ABC.



Hình 2.6

Trên mặt AB có ứng suất pháp $\sigma_z = \frac{N_z}{F}$, ứng suất tiếp $\tau_{zy} = 0$. Trên mặt nghiêng AC có ứng suất p_α được phân ra làm hai thành phần: Ứng suất pháp $\sigma_\alpha = p_\alpha \cdot \cos\alpha$, ứng suất tiếp $\tau_\alpha = p_\alpha \cdot \sin\alpha$.

Phần tử ABC cân bằng dưới các nội lực: $\sigma_\alpha F'$; τ_α ; $\sigma_z F$. Trong đó F là diện tích mặt cắt ngang, F' là diện tích mặt phẳng cắt nghiêng.

Tổng hình chiếu các lực xuống phương σ_α , ta được:

$$\sigma_\alpha F' - \sigma_z F \cos\alpha = 0$$

$$\text{Suy ra: } \sigma_\alpha = \frac{\sigma_z F \cos\alpha}{F'} = \sigma_z \cos^2\alpha \quad \left(\text{vì } \frac{F}{F'} = \cos\alpha\right) \quad (2.2)$$

Tổng hình chiếu các lực xuống phương τ_α , ta có:

$$\tau_\alpha F' - \sigma_z F \sin\alpha = 0$$

$$\text{Suy ra: } \tau_\alpha = \frac{\sigma_z F \sin\alpha}{F'} = \sigma_z \cos\alpha \sin\alpha = \frac{1}{2} \sigma_z \sin 2\alpha \quad (2.3)$$

Từ biểu thức (2.2), ta thấy ứng suất pháp trên mặt cắt ngang có giá trị lớn nhất.

3. Biến dạng

3.1. Định luật Húc đối với kéo-nén

Từ đoạn đường thẳng OU của đồ thị kéo thép hình 2.7. Ta cần suy ra sự liên hệ tuyến tính giữa tải trọng tác động P và độ dãn dài Δl đến giới hạn tỷ lệ.

Xét các tam giác đồng dạng (hình 2.7), ta có thể viết quan hệ giữa lực P và độ dẫn dài Δl như sau: $\frac{P_1}{\Delta l_1} = \frac{P_2}{\Delta l_2} = \dots \frac{P}{\Delta l_n} = k = \operatorname{tg} \beta$

Hằng số k chỉ phương đoạn thẳng.

Chuyển lực sang ứng suất, biến dạng sang biến dạng tỷ đối (hình 2.8), ta có:

$$\frac{\sigma_{k1}}{\varepsilon_{k1}} = \frac{\sigma_{k2}}{\varepsilon_{k2}} = \dots \frac{\sigma_k}{\varepsilon_k} = E = \operatorname{tg} \alpha$$

Hằng số E chỉ phương đoạn thẳng OU gọi là môđun đàn hồi khi kéo. Nó xác định rất chính xác quan hệ giữa ứng suất và biến dạng tỷ đối. Biểu thức toán học có dạng:

$$\sigma_k = E \varepsilon_k \quad (2.4)$$

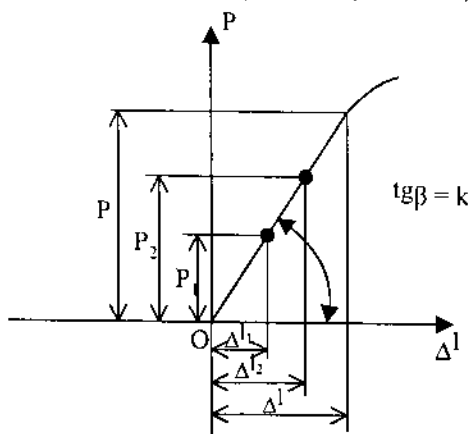
Biểu thức này thể hiện một định luật quan trọng trong khoa học về độ bền gọi là định luật Húc khi kéo “ứng suất pháp thì tỷ lệ thuận với độ dẫn dài tỷ đối”.

Bằng lý luận tương tự, định luật Húc vẫn đúng cho thanh chịu nén trong miền tỷ lệ (miền đàn hồi tuyệt đối):

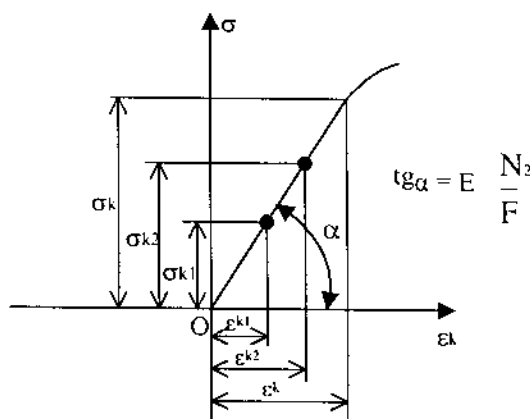
$$\sigma_n = E \cdot \varepsilon_n \quad (2.5)$$

Định luật Húc được trình bày như sau:

Ứng suất pháp tỷ lệ thuận với độ dẫn dài tỷ đối



Hình 2.7



Hình 2.8

Từ biểu thức (2.4), môđun đàn hồi khi kéo – nén có thứ nguyên [lực/chiều dài²], đơn vị thường dùng là $\frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$ $\frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$ $\frac{\text{kN}}{\text{mm}^2}$

Môđun đàn hồi là một hệ số tỷ lệ phụ thuộc vào từng loại vật liệu, là hằng số của vật liệu đồng nhất đẳng hướng được xác định từ thực nghiệm.

Bảng 2.1. Giá trị E của một số vật liệu.

Vật liệu	$E \left(\frac{MN}{m^2} \right)$
Thép lò xo	$22 \cdot 10^4$
Thép các bon	$20 \cdot 10^4$
Thép niken	$19 \cdot 10^4$
Gang xám	$11,5 \cdot 10^4$
Đồng	$12 \cdot 10^4$
Đồng thau	$(10 \div 12) \cdot 10^4$
Nhôm và đuyra	$(7 \div 8) \cdot 10^4$
Gỗ	$(0,8 \div 1,2) \cdot 10^4$

3.2. Tính độ đàn dài của thanh

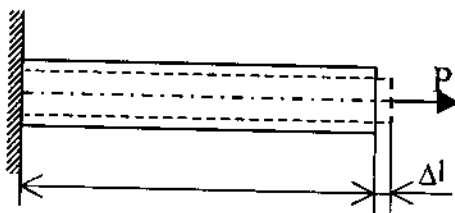
Xét một thanh chịu kéo như hình 2.4. Tính độ đàn dài của thanh khi chịu kéo và độ co của thanh khi chịu nén (hình 2.9).

Từ công thức biểu diễn định luật Húc $\sigma_k = E\varepsilon_k$ (a). Thay giá trị $\sigma = \frac{N_z}{F} = \frac{P}{F}$; và độ đàn dài tỷ đối $\varepsilon_k = \frac{\Delta l}{l}$ vào (a) ta tính được độ đàn dài Δl theo biểu thức:

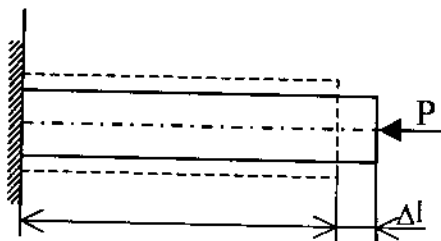
$$\frac{P}{F} = E \frac{\Delta l}{l} \quad \text{Hay: } \Delta l = \frac{Pl}{EF} > 0 \quad (2.6)$$

Trong đó tích số EF gọi là độ cứng của thanh, F là diện tích mặt cắt ngang.

Công thức trên chỉ áp dụng cho trường hợp thanh có độ cứng không đổi, lực dọc N_z không đổi dọc theo chiều dài thanh. Trong thực tế còn gặp các bài toán N_z thay đổi theo chiều dài thanh, mặt cắt ngang thay đổi, khi đó ta phải sử dụng biểu thức tổng quát hơn.



Hình 2.9



Hình 2.10

Tách từ thanh ra một phần tử có chiều dài vô cùng bé dz , gọi Δdz là độ giãn dài tuyệt đối của đoạn dz , từ đó ta có:

$$\varepsilon_z = \frac{\Delta dz}{dz} \quad (a)$$

Hay: $\Delta dz = \varepsilon_z dz$

Vậy: $\Delta l = dz = \int \varepsilon_z dz$ (b)

Thay giá trị $\varepsilon_z = \frac{\sigma_z}{E} = \frac{N_z}{EF}$ vào (b), ta được biểu thức tính độ giãn dài tuyệt đối của thanh.

$$\Delta l = \int_0^l \varepsilon_z dz = \int_0^l \frac{N_z}{EF} dz \quad (2.7)$$

Trường hợp $\frac{N_z}{EF} = \text{const}$ trên suốt chiều dài l ta lại nhận được biểu thức (2.6):

$$\Delta l = \frac{N_z}{EF} \int_0^l dz = \frac{N_z l}{EF} \quad (2.7')$$

Nếu hàm dưới dấu tích phân chỉ liên tục trong từng đoạn thì biểu thức (2.7) được viết như sau:

$$\Delta l = \sum_{i=1}^n \int_0^{l_i} \frac{N_{zi}}{E_i F_i} dz \quad (2.8)$$

Trong đó n là số đoạn, l_i là chiều dài của đoạn thứ i .

Nếu trong từng đoạn giá trị N_{zi} , E_i , F_i không đổi thì biểu thức (2.8) có dạng:

$$\Delta l = \sum_{i=1}^n \frac{N_{zi} l_i}{E_i F_i} \quad (2.9)$$

3.3. Hệ số biến dạng ngang (hệ số Poátxông)

Ta nhận thấy, khi một thanh chịu kéo, chiều dài của nó bị giãn ra, còn bề ngang bị co lại. Khi thanh bị nén chiều dài thanh bị ngắn lại còn bề ngang thì phình ra (hình 2.11).

Như vậy khi thanh chịu kéo, nén phương ngang cũng bị biến dạng. Xét hình 2.11, ta có:

$$\varepsilon_x = \varepsilon_y = \frac{h_0 - h}{h_0} = \frac{b_0 - b}{b_0} = \text{const}$$

Tương tự ở hình trụ (b) ta có:

$$\varepsilon_x = \varepsilon_y = \frac{d_0 - d}{d_0}$$

Theo phương kéo cả thanh lăng trụ và hình trụ, ta có:

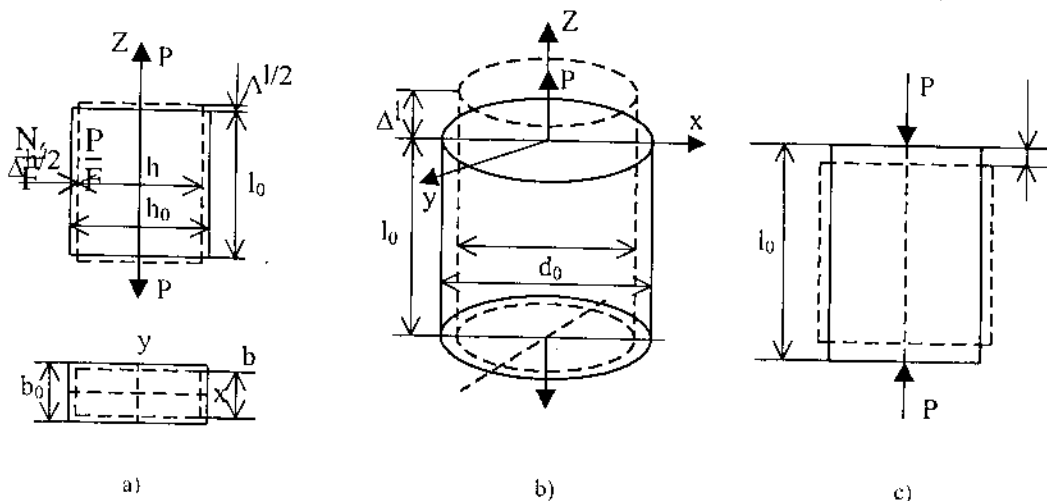
$$\varepsilon_z = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{l - l_0}{l_0}$$

Thực nghiệm chứng tỏ rằng độ biến dạng ngang tỷ đối và độ biến dạng dọc tỷ đối luôn có liên hệ sau:

$$\epsilon_x = \epsilon_y = -\mu \epsilon_z \quad (2.10)$$

Tức là: $\epsilon_{ng} = -\mu \epsilon_d$

Trong đó: ϵ_{ng} – biến dạng tỷ đối theo phương ngang; ϵ_d – biến dạng tỷ đối theo phương dọc; μ – hệ số biến dạng ngang (hay hệ số Poát xông) là một hằng số phụ thuộc vào từng loại vật liệu và nằm trong giới hạn từ 0 đến 0,5.



Hình 2.11

Dấu (-) trong biểu thức (2.10) chứng tỏ ϵ_{ng} và ϵ_d luôn luôn ngược dấu nhau, nghĩa là theo phương dọc thanh bị dãn ra thì theo phương ngang bị co lại và ngược lại.

Bảng 2-2. Một vài giá trị của μ

Vật liệu	μ
Thép	0,25 - 0,33
Gang	0,23 - 0,27
Đồng	0,31 - 0,34
Nhôm	0,32 - 0,36
Đá học	0,16 - 0,14
Bê tông	0,08 - 0,18

II. BIẾN DẠNG CỦA VẬT LIỆU CHỊU KÉO NÉN

Muốn hiểu rõ các tính chất cơ học của vật liệu ta thường làm các thí nghiệm để quan sát các tính chất và quá trình biến dạng của các loại vật liệu khác nhau từ lúc bắt đầu chịu lực cho đến khi bị phá huỷ.

Vật liệu trong tự nhiên đa dạng, nhưng căn cứ vào biến dạng của mẫu thí nghiệm cho tới khi mẫu bị phá hỏng, ta có thể chia vật liệu ra làm hai loại:

- Vật liệu dẻo là những vật liệu bị phá hoại sau khi đã biến dạng lớn, ví dụ như thép, đồng, nhôm v.v...

- Vật liệu giòn là vật liệu bị phá hoại ngay khi vừa biến dạng rất bé, ví dụ như gang, đá, bê tông v.v...

Trước hết ta hãy làm thí nghiệm về kéo và nén. Thí nghiệm được tiến hành trên các máy thử kéo – nén. Các mẫu thí nghiệm, quy trình thí nghiệm và các phương pháp xác định các đặc trưng cơ học của vật liệu đều được tiến hành theo một tiêu chuẩn hoá, ví dụ theo TCVN (tiêu chuẩn Việt Nam).

* Thí nghiệm kéo

Trên (hình 2.12) biểu diễn đồ thị của mẫu thép CT.3. Kí hiệu P là trị số lực kéo, Δl là độ giãn dài của mẫu thí nghiệm. Đối với thép CT.3 đồ thị liên hệ giữa lực và độ biến dạng dài có ba giai đoạn cơ bản sau:

1. Giai đoạn tỷ lệ

Giai đoạn tỷ lệ được biểu diễn bằng đường OU và đoạn đường cong OK. Đoạn đường thẳng OU được gọi là giai đoạn đàn hồi tuyến tính hay giai đoạn tỷ lệ. Trong giai đoạn này sự liên hệ giữa lực kéo P và độ giãn dài tuyệt đối có quan hệ bậc nhất. Đoạn OK rất bé được gọi là giai đoạn đàn hồi phi tuyến.

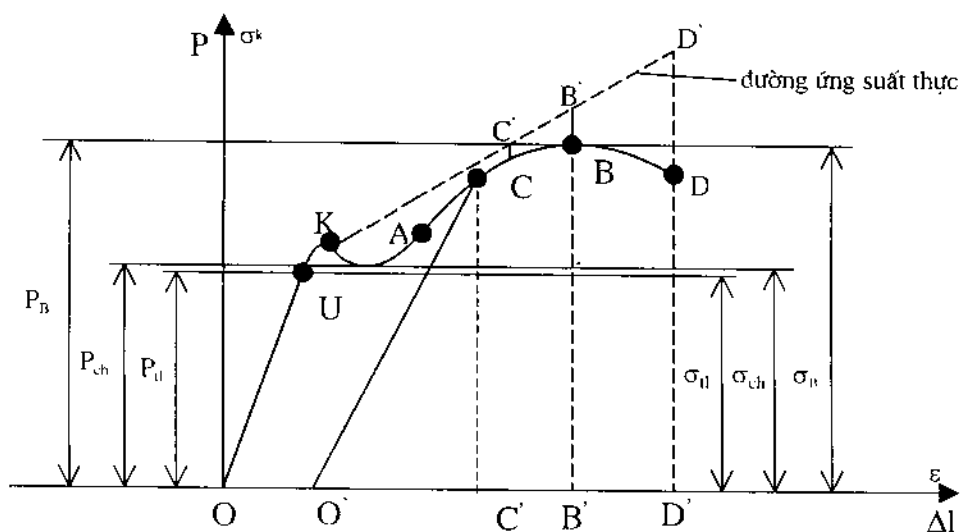
Ở giai đoạn tỷ lệ, nếu bỏ tải thì biến dạng trở lại vị trí không ban đầu.

2. Giai đoạn chảy

Giai đoạn chảy được biểu diễn bằng đoạn KA. Đặc điểm của giai đoạn này là lực kéo không tăng trong khi đó biến dạng vẫn tiếp tục tăng.

3. Giai đoạn bền

Sau khi qua giai đoạn chảy, lực có tăng thì biến dạng mới tăng nhưng đồ thị biểu diễn sự liên hệ giữa lực kéo P và độ biến dạng dài tuyệt đối là một đường cong – đường AB. Ta tiếp tục tăng lực cho đến khi lực đạt tới giá trị lớn nhất - điểm B, tại một nơi nào đó của mẫu thì mặt cắt ngang bị thắt lại. Sau đó lực giảm dần nhưng mẫu vẫn tiếp tục dài ra cho đến khi đứt ngay tại chỗ thắt, lực đứt tại điểm O.



Hình 2.12

Ở giai đoạn đàn hồi, nếu bỏ tải thì biến dạng trở lại vị trí không ban đầu.

Ở giai đoạn chảy và giai đoạn bền, nếu bỏ tải thì nó trở về theo đường thẳng song song với đường OU. Do đó mẫu vẫn còn lại một độ biến dạng dư.

P_{tl} : Tỷ lệ ứng với lực kéo lớn nhất trong giai đoạn tỷ lệ .

P_{ch} : Lực chảy ứng với lực kéo ở giai đoạn chảy.

P_B : Lực ứng với lực kéo lớn nhất ở giai đoạn củng cố .

F_0 : Diện tích mặt cắt ngang của mẫu trước khi thí nghiệm .

L_0 : Chiều dài của phần mẫu trước khi thí nghiệm .

F_t : Diện tích mặt cắt ngang của mẫu tại chỗ thắt lúc mẫu bị cắt .

L_t : Chiều dài của phần mẫu thí nghiệm của phần mẫu khi thí nghiệm (được tính theo tiêu chuẩn).

Các đại lượng sau đây là đặc trưng cơ học của vật liệu và đặc trưng này có tính quy ước :

- Giới hạn tỷ lệ: Kí hiệu σ_{tl} được xác định bởi tỷ số :

$$\sigma_{tl} = \frac{P_{tl}}{F_0} \quad (2.11)$$

- Giới hạn chảy (kí hiệu σ_{ch}) là một đặc trưng quan trọng của vật liệu.

$$\sigma_{ch} = \frac{P_{ch}}{F_0} \quad (2.12)$$

$$\text{- Giới hạn bền: kí hiệu } \sigma_B : \sigma_B = \frac{P_B}{F_0} \quad (2.13)$$

- Độ giãn dài tỷ đối của mẫu trước khi đứt, kí hiệu được tính theo %:

$$\delta\% = \frac{l_1 - l_0}{l_0} 100\% \quad (2.14)$$

- Độ thắt tỷ đối sau khi mẫu bị đứt, kí hiệu Ψ cũng được tính theo %:

$$\psi\% = \frac{F_0 - F_1}{F_0} 100\% \quad (2.15)$$

III. TÍNH TOÁN ĐIỀU KIỆN BỀN

1. Hệ số an toàn

Khi tính sức bền các chi tiết, các tính toán phải đảm bảo cho chúng không bị phá hỏng. Ví dụ đối với vật liệu giòn, chưa phát sinh của vết nứt. Đối với vật liệu dẻo, chưa có biến dạng lớn. Muốn vậy ứng suất lớn nhất tại một điểm nào đó trong quá trình chịu lực không vượt quá giới hạn quy định cho từng loại vật liệu. Ta gọi đó là giới hạn nguy hiểm, kí hiệu σ_0 . Trong bài toán kéo, nén, đúng tâm đối với vật liệu giòn ta chọn σ_0 là giới hạn bền, còn đối với vật liệu dẻo ta chọn σ_{ch} vì khi đạt đến giới hạn đó, tuy vật liệu chưa bị phá huỷ nhưng biến dạng cũng quá lớn so với biến dạng đàn hồi.

Để đảm bảo an toàn, trong thực tế ta thường sử dụng một giá trị ứng suất bé hơn ứng suất nguy hiểm gọi là ứng suất cho phép, kí hiệu $[\sigma]$

$$[\sigma] = \frac{\sigma_0}{n} \quad (2.16)$$

n là hệ số an toàn, có giá trị lớn hơn 1:

Như vậy đối với vật liệu dẻo :

$$[\sigma]_n = [\sigma]_k = \frac{\sigma_{ch}}{n} \quad (2.17)$$

Đối với vật liệu giòn, vì khả năng chịu nén tốt hơn chịu kéo $\sigma_B^n > \sigma_B^k$, nên ta có hai ứng suất cho phép khác nhau:

$$[\sigma]_n = \frac{\sigma_B^n}{n} \quad (2.18)$$

$$[\sigma]_k = \frac{\sigma_B^k}{n} \quad (2.19)$$

Trong đó : $[\sigma]_n$ - Ứng suất cho phép khi nén .

$[\sigma]_k$ - Ứng suất cho phép khi kéo.

σ_B^n, σ_B^k - Giới hạn bền khi nén, khi kéo .

σ_{ch} - Giới hạn chảy.

Trong việc chọn các hệ số an toàn thích hợp cho các chi tiết là một việc rất khó và rất quan trọng. Nếu được chọn hệ số an toàn bé thì tiết kiệm được nguyên vật liệu nhưng chi tiết không được bền lâu. Trái lại nếu chọn hệ số an toàn lớn, chi tiết có thể bền lâu nhưng lại tốn nguyên vật liệu, hoặc chi tiết quá công kênh, mất mỹ thuật công nghiệp... Trong thực tế, để chọn hệ số an toàn thích hợp người ta thường dựa vào những kinh nghiệm thực tế trong thiết kế cũng như trong sử dụng. Trong giáo trình chuyên môn từng ngành sẽ cho ta các số liệu tham khảo.

2. Tính toán kiểm tra bền kéo, chọn kích thước thanh, chọn tải trọng

Hiện nay có những phương pháp khác nhau để tính toán điều kiện bền. Trong giáo trình này chỉ trình bày phương pháp tính toán điều kiện bền theo ứng suất cho phép. Theo phương pháp này thì thanh chịu kéo – nén đúng tâm đủ bền khi đối với vật liệu dẻo:

$$|\sigma|_{\max} = \frac{N_z}{F} \leq [\sigma] \quad (2.20)$$

Đối với vật liệu giòn là :

$$\sigma_{\max} = \frac{N_z}{F} \leq [\sigma]_k \quad (2.21)$$

$$\sigma_{\min} = \frac{N_z}{F} \leq [\sigma]_n \quad (2.22)$$

Trong đó : σ_{\max} - ứng suất kéo lớn nhất

σ_{\min} - ứng suất nén có giá trị bé nhất (hay giá trị tuyệt đối khi nén)

Ý nghĩa của phương pháp là tìm những điểm có giá trị ứng suất pháp lớn nhất khi kéo hoặc khi nén, đó là điểm nguy hiểm. Khi điểm nguy hiểm đã thoả mãn điều kiện bền thì tất cả các điểm còn lại đều thoả mãn. Rõ ràng phương pháp này đơn giản nhưng độ an toàn lớn.

Từ điều kiện bền (2.20), ta có thể suy ra ba bài toán cơ bản sau:

2.1. Kiểm tra bền

Giả sử đã biết vật liệu (tức biết ứng suất cho phép), biết kích thước mặt cắt ngang và lực tác dụng thì ta có thể kiểm tra được độ bền của thanh. Muốn vậy đầu tiên ta xác định lực dọc trong thanh, sau đó tính trị số ứng suất pháp lớn nhất theo công thức (2.20). Nếu giá trị này không vượt quá ứng suất cho phép thì ta có thể kết luận là thanh đủ bền. Ngược lại nếu vượt quá ứng suất cho phép thì ta có thể kết luận thanh không đủ bền. Trong kỹ thuật sai số cho phép khoảng 5%.

Ví dụ 2-4: Một thanh thép kết cấu có mặt cắt ngang là hình chữ nhật $h = 10\text{mm}$ chịu tải trọng tĩnh dọc trục $P = 72000\text{kN}$, vật liệu có ứng suất cho phép $[\sigma] = 13000\text{kN/cm}^2$. Kiểm tra xem có đủ bền không?

Bài giải: Theo công thức (2.1), ta có :

$$\sigma_z = \frac{N_z}{F} = \frac{P}{bh} = \frac{72000}{1.6} = 12000\text{kN/cm}^2$$

Vì $12000\text{kN/cm}^2 \leq 13000\text{kN/cm}^2$. Vậy thanh đủ bền .

2.2. Chọn kích thước mặt cắt ngang

Khi thiết kế một chi tiết về phương diện độ bền, sau khi chọn vật liệu, xác định lực tác dụng, người thiết kế phải tính kích thước mặt cắt ngang cần thiết để chi tiết làm việc được bền. Xác định lực dọc theo công thức (2.20) ta suy ra điều kiện để chọn kích thước mặt cắt ngang:

$$F \geq \frac{N_z}{[\sigma]} \quad (2.23)$$

Ví dụ 2-5: Chọn kích thước mặt cắt ngang cho thanh chịu kéo bởi tải trọng $P = 40000\text{kN}$. Biết tiết diện là hình chữ nhật có bề dày $b = \frac{h}{4}$, ứng suất cho phép $[\sigma] = 10000\text{kN/cm}^2$

Bài giải: Theo công thức (2.23), ta có: $F \geq \frac{N_z}{[\sigma]} = \frac{P}{[\sigma]} = \frac{40000}{10000} = 4\text{cm}^2$

Từ đó suy ra: $h = \sqrt{4F} = \sqrt{4 \cdot 4} = 4\text{cm}$; $b = \frac{h}{4} = \frac{4}{4} = 1\text{cm}$

2.3. Xác định tải trọng cho phép

Với một chi tiết đã biết được kích thước mặt cắt ngang. Biết được vật liệu sử dụng ta có thể xác định giá trị lực lớn nhất tác dụng lên chi tiết đó. Từ điều kiện bền (2.20), suy ra lực dọc lớn nhất cho phép là: $N_{z\max} \leq F [\sigma]$ (2.24)

Dựa vào đó ta tìm được tải trọng cho phép .

Ví dụ 2-6:

Tìm tải trọng P cho phép một ống thép chịu kéo như hình 2.12.

Biết đường kính ngoài của ống $d_1 = 60\text{mm}$.

Đường kính trong của ống

$d_2 = 52,5\text{mm}$.

Ứng suất cho phép 12000kN/cm^2 .

Bài giải:

Diện tích mặt cắt ngang :



Hình 2.12

$$F = \frac{\pi d_1^2}{4} - \frac{\pi d_2^2}{4} = \frac{\pi 6^2}{4} - \frac{\pi 5,25^2}{4} = 28,3 - 21,6 = 6,7 \text{ cm}^2$$

Theo (2.24) tải trọng cho phép là:

$$P = N_k \leq F \cdot [\sigma] = 6,7 \cdot 12000 = 8040 \text{ kN}$$

Câu hỏi ôn tập

1. Thế nào là một thanh chịu kéo - nén đúng tâm? Lấy ví dụ về ngoại lực tác động, phải tác động như thế nào để thanh chịu kéo - nén đúng tâm? Trên mặt cắt ngang của thanh chịu kéo - nén đúng tâm có các thành phần ứng suất nào? Giải thích?
2. Công thức tính ứng suất pháp trên mặt cắt ngang? Ứng suất cho phép là gì? Cách xác định ứng suất cho phép đối với vật liệu dẻo và giòn? Phương pháp kiểm tra bền theo ứng suất cho phép?
3. Thiết lập công thức tính độ dãn dài tuyệt đối của thanh chịu kéo nén? Cách tính độ biến dạng ngang? Trình bày các thí nghiệm kéo - nén vật liệu dẻo và giòn?

Chương 3

CẮT DẬP

Mục tiêu

- Sinh viên biết nhận dạng trạng thái chịu lực cắt, dập của chi tiết.
- Nắm được thành thạo cách tính toán bền, chọn tải trọng, chọn kích thước khi thanh chịu cắt, dập.

Nội dung

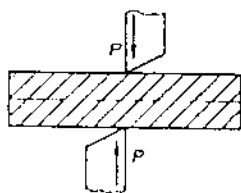
- Giới thiệu phương pháp tính toán khả năng chịu cắt dập của đinh tán

I. CẮT

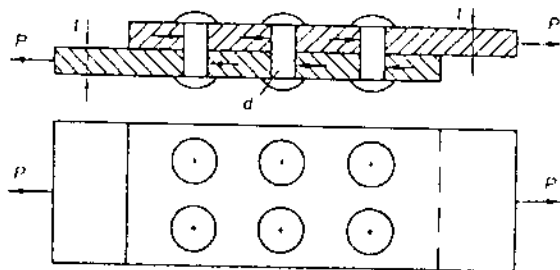
1. Khái niệm về cắt

Khi tính ứng suất trên mặt cắt nghiêng của thanh chịu kéo – nén đúng tâm, ta thấy hai phần thanh ở hai bên mặt cắt nghiêng không những bị tách rời nhau do thanh phân ứng suất pháp σ_x mà còn bị trượt lên nhau do ứng suất tiếp τ_x . Sự trượt đó còn được gọi là sự cắt, tác dụng lên vật thể hai lực bằng nhau nhưng ngược hướng trên cùng một mặt phẳng ngang như hình 3.1. Vật thể chịu lực như thế gọi là chịu cắt.

Trong thực tế có nhiều chi tiết làm việc trong trạng thái chịu cắt, các ngoại lực phá hỏng các chi tiết đó bằng sự cắt.



Hình 3.1



Hình 3.2

Ví dụ 3.1: Hai tấm ghép chồng được ghép bằng đinh tán hoặc bulông biểu diễn trên *hình 3.2*, n đinh tán được đặt làm hai dãy nối hai tấm chồng lên nhau. Dưới tác dụng của lực P , hai tấm này có xu hướng trượt lên nhau nhưng đinh tán chống lại sự trượt đó.

Trên mỗi đinh tán có hai lực bằng nhau và ngược chiều như *hình 3.2*, một lực do tấm trên, một lực kia do tấm dưới truyền đến.

Nếu mỗi nối có n đinh tán thì mỗi đinh tán sẽ chịu một lực là: $P_i = \frac{P}{n}$

Các lực P_i cắt đinh tán ra làm đôi theo mặt giáp nhau của hai tấm

2. Nội lực, ứng suất

Nội lực trên mặt cắt có giá trị bằng ngoại lực, tác dụng lên chi tiết :

$$Q = P \quad (3.1)$$

Trong đó: Q giá trị nội lực (lực cắt Q).

P là giá trị của ngoại lực tác dụng lên chi tiết (cặp ngoại lực tác dụng ngược chiều).

Giả thiết ứng suất tiếp phân bố đều trên toàn bộ mặt cắt. do đó ứng suất tiếp có giá trị:

$$\tau = \frac{Q}{F} = \frac{P}{F} \quad (3.2)$$

F : diện tích mặt cắt ngang.

3. Tính toán cắt

Phương pháp kiểm tra bền theo ứng suất cho phép, ta có:

$$\tau = \frac{P}{F} \leq [\tau_c] \quad (3.3)$$

Trong đó : $[\tau_c]$ - ứng suất cho phép khi trượt, hay gọi là ứng suất cắt cho phép khi cắt.

Từ điều kiện bền ta suy ra ba bài toán cơ bản:

- Kiểm tra bền theo điều kiện bền cắt xuất phát từ biểu thức (3.3)

- Chọn kích thước mặt cắt ngang, từ biểu thức về độ bền, ta có:

$$F = \frac{P}{[\tau_c]} \quad (3.4)$$

- Chọn tải trọng cho phép :

$$F \leq P[\tau_c] \quad (3.5)$$

Ví dụ 3.2: Hai tấm thép có bề rộng b , bề dày δ được nối với nhau bởi hai bản thép khác cùng bề rộng b và bề dày δ . Đinh tán có đường kính $d = 20\text{mm}$ đặt như trên *hình 3.3*. Biết $[\tau] = 100\text{MN/m}^2$. Hãy tính lực kéo cho phép $[P] = ?$

Bài giải: Từ hình vẽ ta thấy số đinh chịu lực P là n . Trên mỗi đinh tán chịu cắt ở hai mặt phẳng. Từ điều kiện bền cắt ở đinh tán, ta có

$$\tau = \frac{[P]}{4.2.F} \leq [\tau]$$

Rút ra:

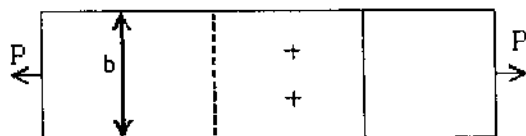
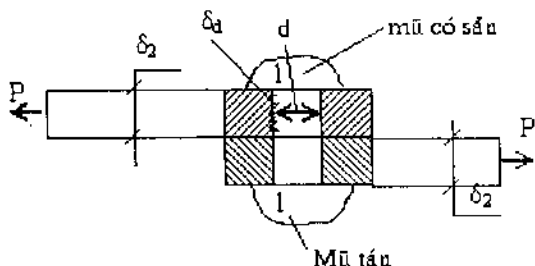
$$[P]_c \leq 4.2. \frac{\pi d^2}{4} . [\tau]_c \leq 2.3.14.20^2.10^{-6}.100 = 251.10^{-3} \text{ MN} = 251 \text{ kN}$$

II. DẬP

1. Khái niệm dập

Xét mối ghép gồm có bề dày lần lượt là δ_1, δ_2 và chiều rộng b , các đinh tán (đường kính của đinh tán bằng đường kính lỗ) (hình 3.4). Giả sử mối ghép chịu lực kéo P như hình vẽ.

Khi mối ghép chịu lực như hình vẽ thì đinh tán ngoài bị cắt như đã xét. Nó còn bị dập ở bề mặt tiếp xúc giữa đinh tán và tấm ghép.



Hình 3.4

2. Nội lực ứng suất

Nội lực trên mặt cắt là lực có giá trị bằng lực tác dụng lên đinh tán :

$$P_i = \frac{P}{n} \quad \text{Trong đó : } P - \text{ ngoại lực tác dụng lên mối ghép .}$$

n - số đinh tán

Giả thiết ứng suất dập phân bố đều trên mặt cắt đi qua đường kính và vuông góc với mặt tác dụng.

$$\delta d = \frac{p_i}{d. \delta} = \frac{P}{n.d. \delta_{min}} \quad (3.6)$$

Trong đó : δd - ứng suất dập.

d - đường kính đinh tán

δ_{\min} - tổng diện tích nhỏ nhất.

3. Kiểm tra bền dập

Phương pháp kiểm tra bền , theo ứng suất cho phép, ta có :

$$\sigma_d = \frac{P_i}{d.\delta} = \frac{P}{n.d.\delta_{\min}} \leq [\sigma_d] \quad (3.7)$$

Trong đó : $[\sigma_d]$ - ứng suất dập cho phép của đỉnh tán.

Từ điều kiện bền ta suy ra hai bài toán cơ bản .

- Chọn số đỉnh theo điều kiện bền, từ biểu thức (3.7), ta có:

$$n \geq \frac{P}{d.\delta_{\min}[\sigma_d]}$$

- Xác định tải trọng cho phép, cũng xuất phát từ biểu thức (3.7) ta có:

$$P \leq n.d.\delta_{\min}[\sigma_d]$$

Câu hỏi ôn tập

1. Lấy ví dụ về các thanh chịu lực như thế nào phải tính bền theo cắt là chủ yếu? Trên mặt cắt ngang của thanh chịu cắt có các thành phần nội lực nào.
2. Viết công thức tính ứng suất tiếp trên mặt cắt ngang của thanh chịu cắt? Viết điều kiện bền của thanh?

Chương 4

XOẮN THUẦN TUYẾT

Mục tiêu

- Sinh viên biết tính nội lực xoắn, ứng suất một cách thành thạo.
- Biết cách kiểm tra bền, chọn kích thước, chọn tải trọng hợp lý.

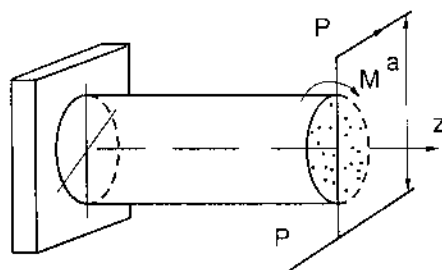
Nội dung:

- Giới thiệu phương pháp tính toán bền xoắn cho thanh chuyển động quay.
- Trang bị kiến thức cơ bản về kiểm tra bền của trục.

I. KHÁI NIỆM

Một thanh chịu xoắn thuần túy khi trên mặt cắt ngang chỉ có một thành phần nội lực là mômen xoắn như trên.

Ngẫu lực P-P tạo ra một mômen nằm trong mặt phẳng vuông góc với trục thanh Z, có giá trị Pa.

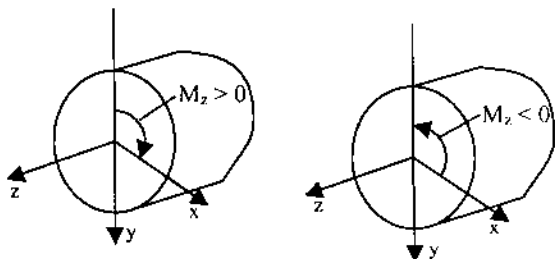


Hình 4.1

1. Nội lực xoắn

1.1. Quy ước dấu mômen xoắn nội lực

Dấu của mômen xoắn nội lực được quy ước như sau: Nếu nhìn vào mặt cắt ta thấy mômen xoắn nội lực quay cùng chiều kim đồng hồ thì nó có dấu (+). $M_z > 0$. Ngược lại là dấu âm (-). $M_z < 0$. (hình 4.2)



Hình 4.2

1.2. Vẽ biểu đồ nội lực

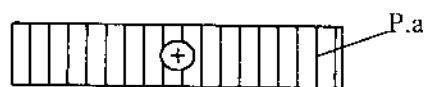
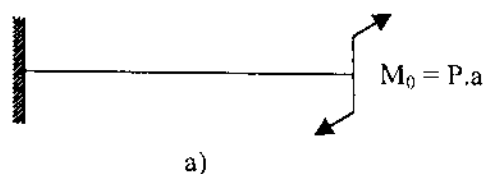
Ví dụ 4.1: Cho dầm đầu ngàm đầu tự do chịu mômen xoắn tập trung M_0 (hình 4.3a). Vẽ biểu đồ mômen xoắn.

Bài giải:

Sử dụng phương pháp mặt cắt ta được:

$$M_x - P.a = 0 \rightarrow M_x = P.a$$

Biểu đồ mômen xoắn được vẽ trên hình 4.3b.



Hình 4.3

Ví dụ 4.2: Vẽ biểu đồ mômen xoắn cho thanh chịu lực như hình 4.4

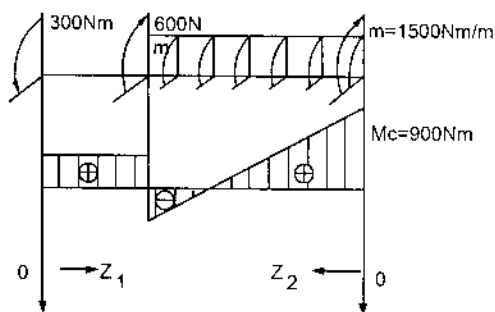
Bài giải:

Xác định phản lực tại ngàm C:

$$\sum M_z = 0 \rightarrow M_c = 900 \text{ Nm}$$

Chia dầm thành hai đoạn AB và BC. Viết phương trình mômen xoắn cho từng đoạn. Đoạn AB cắt thanh ở mặt cắt Z_1 ($0 \leq Z_1 \leq 40 \text{ cm}$) và xét sự cân bằng phần trái; ta tìm được $M_{z1} = 300 \text{ Nm}$. Vậy trong đoạn AB nội lực có giá trị không đổi. Đoạn BC cắt thanh ở mặt cắt Z_2 và xét sự cân bằng phần phải tương tự ta có: $M_{z2} = 900 - 1500.Z_2$

Vẽ biểu đồ, dựa vào phương trình từng đoạn vẽ biểu đồ mômen như hình 4.4.



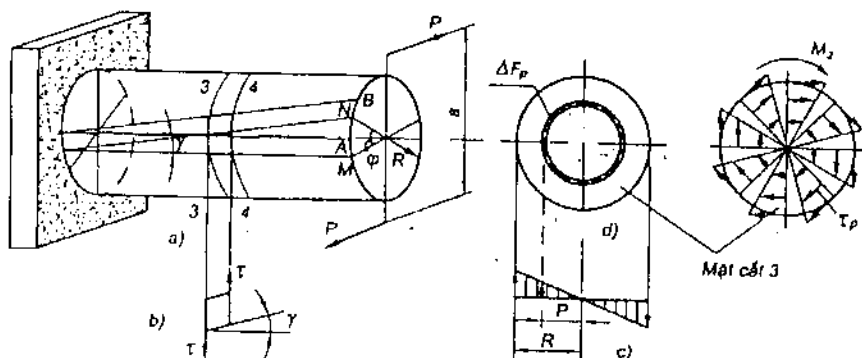
Hình 4.4

2. Biến dạng, ứng suất

Trước hết ta quan sát một thanh tròn chịu xoắn thuần túy. Trên mặt ngoài của thanh trước khi chịu lực, ta kẻ các vạch song song và vuông góc với trục thanh vẫn giữ nguyên không đổi (hình 4.5a). Những vạch vuông góc với trục thanh được xem là các vết của mặt cắt. Sau khi chịu lực ta thấy:

- Các đường vuông góc với trục thanh, vẫn giữ nguyên là đường tròn và vuông góc với trục thanh. Khoảng cách giữa chúng vẫn không đổi, có nghĩa chiều dài thanh vẫn giữ nguyên không đổi.

- Các đường song song của trục thanh trở thành các đường xoắn ốc, mạng lưới ô vuông trở thành gần như mạng lưới hình bình hành (hình 4.5b). Các mặt cắt 3-3, 4-4 chỉ xoay tương đối với nhau nhưng vẫn phẳng và khoảng cách không đổi, do đó trên mặt cắt ngang chỉ có thành phần ứng suất tiếp không có thành phần ứng suất pháp.



Hình 4.5

Trục thanh không bị xoắn, do đó tại tâm ứng suất tiếp bằng không, tại các điểm trên chu vi các cung xoắn có giá trị lớn nhất nên ứng suất tiếp có giá trị lớn nhất τ_{\max} tại chu vi. Giả thiết luật phân bố ứng suất tiếp từ tâm ra ngoài là bậc nhất (hình 4.5c), từ đó ta có:

$$\frac{\tau_{\max}}{\tau_{\rho}} = \frac{R}{\rho} \quad \text{Hay} \quad \tau_{\rho} = \frac{\tau_{\max}}{R} \rho \quad (4.1)$$

Trong đó : τ_{ρ} - ứng suất tiếp (ứng suất trượt) tại một thời điểm trên mặt cắt có bán kính ρ ; R - bán kính đường tròn.

Xét diện tích hình vành khăn vô cùng bé ΔF_{ρ} có bán kính ρ (hình 4.5d). Trên diện tích vô cùng bé có một nội lực. $\Delta S_{\rho} = \Delta F_{\rho} \cdot \tau_{\rho}$ tác dụng, có phương vuông góc với bán kính. Lực phân tố này gây nên một mômen xoắn phân tố có giá trị:

$$\Delta M_z = \Delta S_{\rho} \cdot P = \Delta F_{\rho} \cdot \tau_{\rho} \cdot \rho \quad (a)$$

Vậy mômen xoắn nội lực bằng tổng tất cả các mômen xoắn phân tố :

$$M_z = \sum \Delta M_z = \sum \Delta F_{\rho} \cdot \tau_{\rho} \cdot \rho = \sum \Delta F_{\rho} \cdot \frac{\tau_m}{R} \cdot \rho \cdot \rho = \frac{\tau_m}{R} \sum \Delta F_{\rho} \cdot \rho^2 \quad (b)$$

Trong đó: $\sum \Delta F_{\rho} \cdot \rho^2$ là mômen quán tính độc cực của mặt cắt ngang hình tròn đối với tâm O, kí hiệu là I_p .

$$\text{Ta biết : } \sum \Delta F_{\rho} \cdot \rho^2 = I_p = \frac{\pi d^4}{32} \quad (4.2)$$

d- đường kính vòng tròn

$$\text{Viết gọn lại, ta có: } M_z = \frac{I_p}{R} \tau_{\max}$$

$$\text{Từ đó : } \tau_{\max} = \frac{M_z R}{I_p} \quad (4.3)$$

Hay :

$$\tau_{\max} = \frac{M_z}{w_p} \quad (4.4)$$

Trong đó : $w_p = \frac{I_p}{R}$ gọi là môđun chống xoắn của mặt cắt ngang có thứ nguyên là (chiều dài)³, ví dụ m³, cm³.

Ứng suất tại một điểm bất kì , theo (4.1) và (4.3) suy ra:

$$\tau_\rho = \frac{M_z}{I_p} \rho \quad (4.5)$$

II. TÍNH TOÁN THANH CHỊU XOẮN

1. Kiểm tra bền

Tại các điểm ở ngoài chu vi, ứng suất tiếp có giá trị lớn nhất. Nếu mặt cắt ngang của trục không đổi thì điều kiện bền có dạng :

$$\tau_{\max} = \frac{M_{z\max}}{W_p} \leq [\tau] \quad (4.6)$$

Trong đó : $[\tau]$ được gọi là ứng suất tiếp cho phép, trị số ứng suất tiếp cho phép đối với :

- Vật liệu dẻo : $[\tau] = \frac{\tau_{ch}}{n} \quad (4.7)$

- Vật liệu giòn : $[\tau] = \frac{\tau_B}{n} \quad (4.8)$

Trong đó: τ_{ch} – giới hạn chảy khi xoắn ; τ_B – giới hạn bền khi xoắn; n – hệ số an toàn .

Trong trường hợp đường kính của thanh thay đổi, điều kiện bền phải viết là: trên toàn dầm :

$$\tau_{\max} = \left(\frac{M_z}{W_p} \right)_{\max} \leq [\tau] \quad (4.9)$$

2. Chọn kích thước hợp lý

Từ điều kiện bền ta suy ra bài toán cơ bản sau :

- Kiểm tra thanh thoả mãn điều kiện bền (4.6)
- Chọn kích thước mặt cắt ngang theo điều kiện bền

$$W_p \leq \frac{M_z}{[\tau]} \quad (4.10)$$

3. Chọn tải trọng

Trong các bài toán kỹ thuật yêu cầu người thiết kế phải xác định được tải

trọng cho phép đối với chi tiết (thanh chịu xoắn), để từ đó đưa ra những khuyến cáo hợp lý cho người sử dụng.

Để xác định tải trọng cho phép, xuất phát từ điều kiện bền ta có:

$$M_x \leq W_p \cdot [\tau] \quad (4.11)$$

Từ biểu thức (4.11) ta có thể xác định được P cho phép dựa vào mối quan hệ giữa P và M_x ta đã nghiên cứu ở các phần trước.

Câu hỏi ôn tập

1. Thế nào gọi là một thanh chịu xoắn thuần túy?
2. Trình bày cách thiết lập công thức tính ứng suất tiếp trên mặt cắt ngang của thanh tròn chịu xoắn thuần túy?
3. Vẽ biểu đồ phân bố ứng suất tiếp trên mặt cắt ngang của thanh tròn chịu xoắn thuần túy, nhận xét?
4. Phát biểu định luật Húc khi trượt, khi xoắn?
5. Trình bày phương pháp tính toán kiểm tra bền thanh chịu xoắn thuần túy?

Chương 5

UỐN PHẪNG

Mục tiêu

- Sinh viên nắm được cách xác định nội lực của thanh chịu uốn.
- Nắm được thành thạo phương pháp kiểm tra bền uốn, biết cách chọn kích thước và tải trọng hợp lý cho chi tiết trục chịu uốn.

Nội dung

- Giới thiệu phương pháp tính toán bền của thanh chịu uốn phẳng thuần túy, cách xác định tải trọng và kích thước hợp lý.

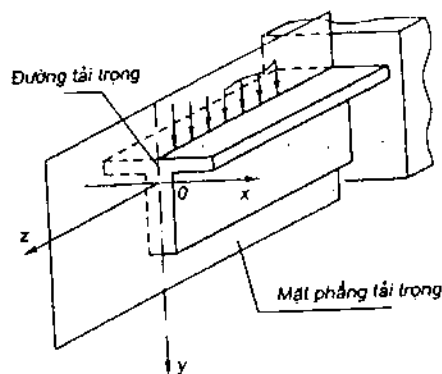
I. KHÁI NIỆM THANH CHỊU UỐN PHẪNG THUẦN TÚY

Ngoại lực tác dụng có thể là lực tập trung, lực phân bố và mômen tập trung hoặc phân bố. Mặt phẳng chứa các lực và mômen đó được gọi là mặt phẳng tải trọng.

Đường tải trọng là giao tuyến giữa mặt phẳng tải trọng và mặt cắt ngang của thanh.

- Mặt phẳng quán tính chính trung tâm là mặt phẳng tạo nên bởi trục của thanh và một trục quán tính chính trung tâm của mặt cắt ngang (hình 5.1)

- Thanh chủ yếu chịu uốn gọi là dầm. Nếu trục của dầm sau khi bị uốn cong vẫn nằm trong một mặt phẳng quán tính chính trung tâm thì sự uốn đó được gọi là uốn phẳng. Một số dầm gọi là uốn phẳng thuần túy khi trên mặt cắt ngang của dầm chỉ có một thành phần nội lực là mômen uốn nằm trong mặt phẳng quán tính chính trung tâm (ví dụ: M_x , M_y)

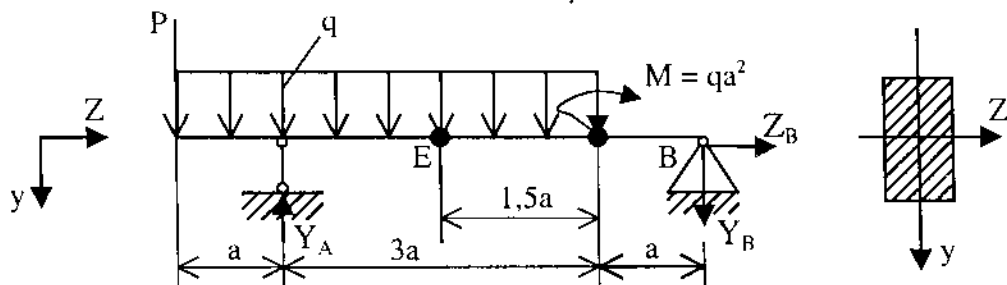


Hình 5.1

1. Nội lực uốn, biểu đồ nội lực

1.1. Nội lực

Xét một dầm chịu lực như hình 5.2. Các ngoại lực tác dụng lên dầm bao gồm: lực tập trung, lực phân bố, mômen tập trung và các phản lực tại gối tựa A và B. Các lực đều nằm trong mặt phẳng quán tính chính trục tâm Oyz.



Hình 5.2

Đầu tiên ta phải xác định các phản lực tại các gối A và B.

Trong bài toán phẳng, nhờ ba phương trình cân bằng tĩnh học ta xác định được các thành phần phản lực như sau:

$$\sum F_z = 0 \rightarrow Z_B = 0$$

$$\sum \overline{m}_A(\vec{F}) = 0 \rightarrow Y_B \cdot 4a + P \cdot a - M - q \cdot 4a \cdot a = 0$$

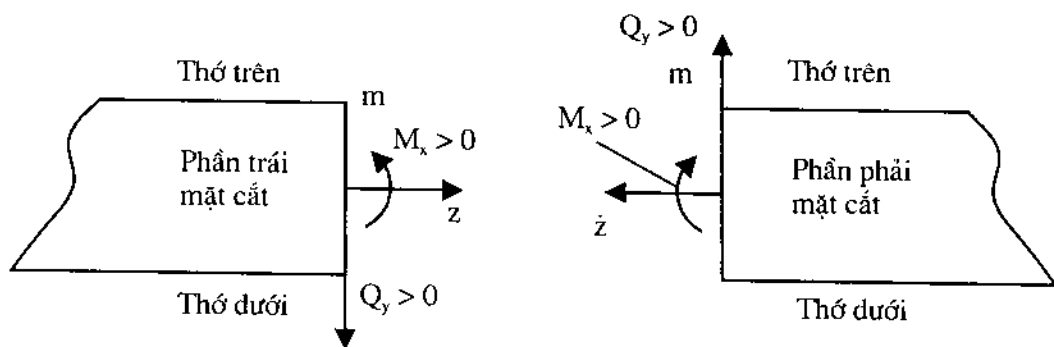
$$\sum \overline{m}_B(\vec{F}) = 0 \rightarrow Y_A \cdot 4a - P \cdot 5a - q \cdot 4a \cdot 3a + M = 0$$

Từ đó suy ra : $Y_A = 4 \cdot q \cdot a$; $Y_B = q \cdot a$

Quy ước dấu của nội lực:

- Lực cắt Q_y được coi là dương, nếu pháp tuyến ngoài của mặt cắt ngang quay một góc 90° thuận chiều kim đồng hồ thì gặp chiều của lực cắt Q_y .

- Mômen uốn được coi là dương nếu nó làm cho thớ dưới trục dầm bị kéo tức làm căng các thớ về phía dương của trục y (trong dầm ta chọn chiều dương trục y xuống dưới). Các thành phần nội lực được quy ước là dương biểu diễn trên hình 5.3.

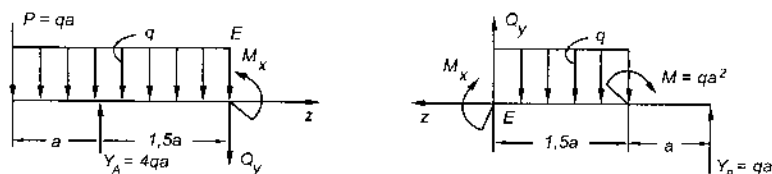


Hình 5.3

Ví dụ: Xác định nội lực tại mặt cắt E (hình 5.2).

Bài giải:

Sử dụng phương pháp mặt cắt, tưởng tượng phần dầm thành hai phần phải và trái như (hình 5.4).



Hình 5.4

Xét sự cân bằng phần trái :

$$\sum P_y = 0 \rightarrow Q_y + q.a + q.25a - 4.q.a = 0 \rightarrow Q_y = 0,5.q.a > 0$$

$$\sum \vec{M_E} = 0 \rightarrow M_x + q.a + q.a.25a + q.25a.1,5a - 4q.a.2,5a = 0 \rightarrow M_x = 0,375.q.a^2 > 0$$

Xét sự cân bằng của phần phải:

$$\sum p_y = 0 \rightarrow Q_y - 1,5.q.a + q.a = 0 \rightarrow Q_y = 0,5.q.a > 0$$

$$\sum \vec{M_E} = 0 \rightarrow M_x + q.a^2 + 1,5.q.a.1,5a - q.a.2,5a = 0 \rightarrow M_x = 0,375.q.a^2 > 0$$

Ta thấy dù xét phần trái hay phải kết quả nhận được điều như nhau. Do đó về sau ta nên xét phần nào để cho tính toán được đơn giản hơn.

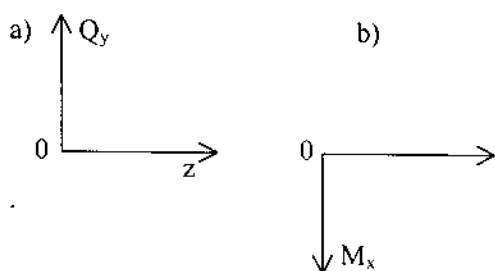
1.2. Biểu đồ nội lực

Biểu đồ nội lực là biểu đồ biểu diễn sự biến thiên của lực cắt và mômen uốn dọc theo trục của dầm. Nhờ đó ta dễ dàng tìm được các mặt cắt mà lực cắt hoặc mômen uốn có trị số lớn nhất. Các mặt cắt đó thường là các mặt cắt nguy

hiếm. Sau này ta thường chọn để tính toán điều kiện bền. Trong giáo trình này khi vẽ đồ thị ta quy ước hệ trục được chọn như sau:

- Đối với biểu đồ lực cắt Q_y , hệ trục chọn như hình 5.5a.

- Đối với biểu đồ mômen uốn M_x , hệ trục chọn như hình 5.5b.



Hình 5.5

Ví dụ: Vẽ biểu đồ nội lực cho dầm chịu lực như hình 5.6

Bài giải:

Sau khi xác định các phản lực tại các gối A và B ta chia dầm thành những đoạn CA, AB, DB, trong đó lực cắt và mômen là các hàm biến thiên liên tục

Dưới đây phương trình mômen lực được thiết lập đối với giao điểm giữa mặt cắt và trục dầm được kí hiệu: $\sum M$

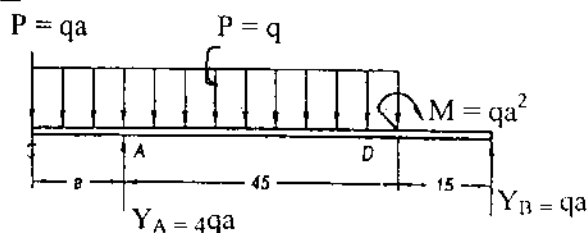
- Đoạn CA (hình 5.7a)

$$\sum P_y = 0 \rightarrow Q_I + P + q \cdot Z_I = 0$$

$$\rightarrow Q_I = q \cdot a - q Z_I$$

$$\sum M = 0 \rightarrow M_I + P \cdot Z_I + q \cdot \frac{Z_I^2}{2} = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow M_I = -q \cdot a \cdot Z_I - q \frac{Z_I^2}{2}$$



Hình 5.6

- Đoạn AD ($0 \leq Z_2 \leq 4a$) (hình 5.7b)

Xét phần trái:

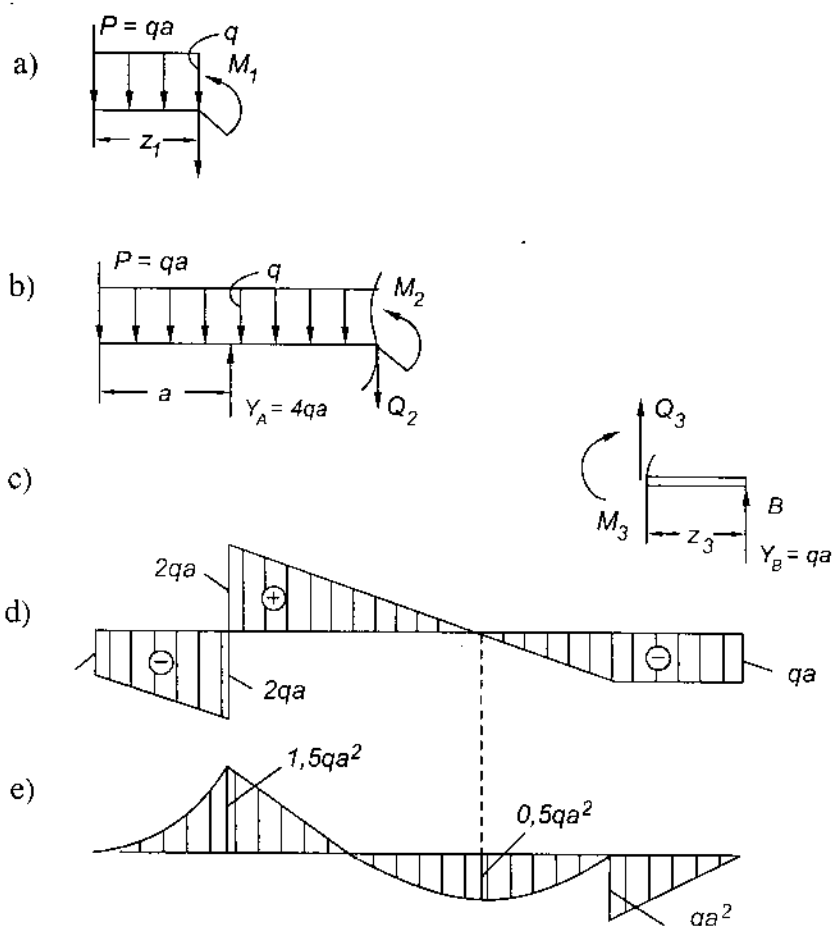
$$\sum P_y = 0 \rightarrow Q_2 = -qa - qZ_2 + 4qa$$

$$\sum M = 0 \rightarrow M_2 = -q \cdot a \cdot Z_2 - q \cdot a \cdot Z_2 - q \frac{Z_2^2}{2} + 4qa(Z_2 - a)$$

- Đoạn BD xét phần phải (hình 5.7c). Chọn gốc tại B, tương tự:

$$\sum P_y = 0 \rightarrow Q_3 + Y_B = 0 \rightarrow Q_3 = -qa$$

$$\sum M = 0 \rightarrow -M_3 + Y_B \cdot Z_3 = 0 \rightarrow M_3 = qaZ_3$$



Hình 5.7

Trên cơ sở phương trình đã có, ta vẽ biểu đồ lực cắt Q_y , mômen uốn M_x

Biểu đồ nội lực được vẽ trên hình 5.7d và hình 5.7e. Các đồ thị được vẽ như vẽ các đồ thị hàm số thông thường, ở đây ta chỉ cần chú ý đến các quy ước về cách chọn hệ trục tọa độ và quy ước về dấu đã nói ở trên.

Từ biểu đồ trên ta rút ra một số nhận xét quan trọng để kiểm tra hoặc vẽ biểu đồ nội lực một cách nhanh chóng:

- Tại mặt cắt ngang nào có đặt mômen tập trung, tại đó có bước nhảy của biểu đồ mômen uốn. Giá trị bước nhảy chính bằng giá trị lực tập trung (ví dụ tại mặt cắt D).

Trên đoạn dầm không tải trọng phân bố, biểu đồ lực cắt là hằng số, biểu

đồ mômen uốn là bậc nhất. Trên đoạn có tải trọng phân bố đều, biểu đồ lực cắt là bậc nhất, biểu đồ mômen uốn là bậc hai. Tại chỗ có lực cắt $Q_y = 0$ trên biểu đồ lực cắt thì biểu đồ mômen uốn có giá trị cực trị (ví dụ trong đoạn AD).

Như vậy giữa cường độ tải trọng phân bố, lực cắt và mômen uốn sẽ có mối quan hệ vi phân nhất định.

Thực vậy giả sử cho dầm chịu lực bất kỳ như trên hình 5.8a. Tại mặt cắt ngang C của dầm có một lực tập trung P và mômen tập trung M_0 . Ta tưởng tượng cắt dầm ra một đoạn vô cùng bé dz bởi hai mặt cắt 1-1 và 2-2. Ở về hai phía của mặt cắt ngang như C như trên hình 5.8b. Từ điều kiện cân bằng của phân bố, ta được:

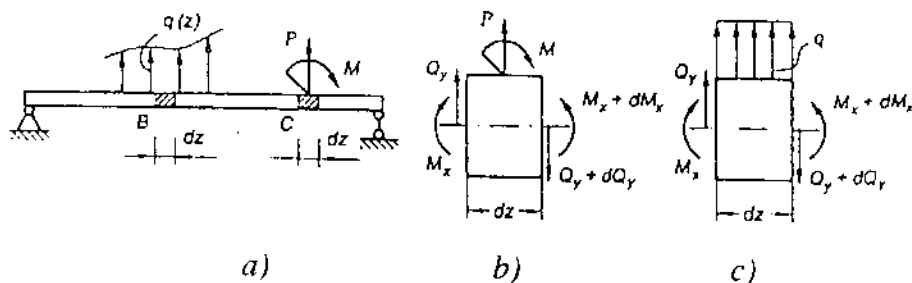
$$Q_y + P - (Q_y + dQ_y) = 0$$

$$M_x + Q_y dz + M_0 + P \frac{dz}{2} - (M_x + dM_x) = 0$$

Bỏ qua lượng vô cùng bé:

$$Q_y dz = P \text{ và } P \frac{dz^2}{2} \text{ so với } M_x \text{ và } M_0, \text{ ta rút ra điều cần nhận xét:}$$

$$\Delta Q_y = P; dM_x = M_0$$



Hình 5.8

Bây giờ ta cắt dầm ra một đoạn vô cùng bé dz, bởi hai mặt cắt về phía của mặt cắt ngang B như hình 5.8c. Vì chiều dài của phân tố vô cùng nhỏ nên chúng ta có thể coi tải trọng phân bố đều trong đoạn này. Từ điều kiện cân bằng của phân tố ta nhận được hai phương trình sau:

$$Q_y q \cdot dz - (Q_y + dQ_y) = 0$$

$$M_x + Q_y \cdot dz + q dz \frac{dz}{2} - (M_x + dM_x) = 0$$

Nếu bỏ qua lượng vô cùng bé $q \frac{dz}{2}$, ta được:

$$\frac{dQ_y}{dz} = q(z) \quad ; \quad \frac{dM_x}{dz} = Q_y \quad (5.1)$$

Vậy đạo hàm của lực cắt bằng tải trọng phân bố theo chiều dài và đạo hàm của mômen uốn bằng lực cắt. Sự liên hệ đó gọi là liên hệ vi phân giữa cường độ tải trọng phân bố, lực cắt và mômen uốn.

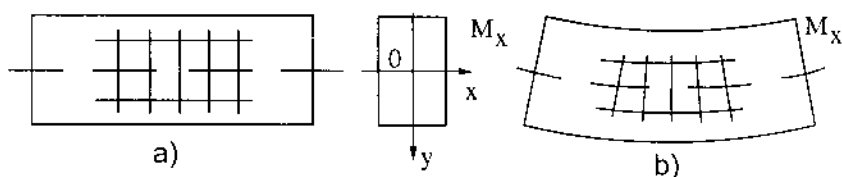
Qua các ví dụ trên ta có thể tóm tắt trình tự cách vẽ biểu đồ như sau :

- Xác định phản lực tại chỗ liên kết (thanh đầu ngầm đều tự do có thể không cần xác định phản lực).
- Phân đoạn.
- Viết phương trình lực cắt, mômen uốn cho từng đoạn.
- Vẽ biểu đồ cho từng đoạn.
- Kiểm tra kết quả nhờ các nhận xét đã nêu ở trên.

Quan sát một dầm chịu uốn phẳng thuần túy có mặt cắt ngang hình chữ nhật. Trước khi dầm chịu lực ta vạch lên mặt bên của nó những mặt phẳng song song với trục, tượng trưng cho các thớ dọc và những đường thẳng vuông góc với trục biểu thị cho mặt cắt ngang (hình 5.9)

Sau khi dầm bị uốn ta nhận thấy :

- Trục của dầm bị cong đi.



Hình 5.9

- Các vạch song song với trục bị cong đi nhưng vẫn song song với nhau và song song với trục.
- Các vạch vuông góc với trục vẫn thẳng và vuông góc với trục dầm đã bị cong.
- Các góc vuông tại giao điểm các vạch dọc và ngang vẫn được duy trì là vuông (hình 5.9b)

Tiếp tục quan sát biến dạng của dầm ta thấy các thớ dọc ở phía trên của dầm bị co lại và các thớ ở phía dưới bị dãn ra, thớ ở giữa không bị co, tức là thớ không bị biến dạng. Ta gọi thớ này là thớ trung hoà. Các thớ trung hoà tạo thành một mặt gọi là mặt trung hoà. Giao tuyến của mặt trung hoà với mặt cắt ngang gọi là đường trung hoà. Đường trung hoà chia mặt cắt ngang thành hai miền: một miền gồm các thớ bị co và một miền các thớ bị dãn. Trong trường hợp biến dạng bé, chúng ta có thể coi mặt cắt ngang sau khi biến dạng vẫn là

hình chữ nhật và đường trung hoà là một đường thẳng.

Xét một mặt cắt ngang nào đó và chọn hệ trục toạ độ như sau: trục ox là trục đường trung hoà, trục oy là trục đối xứng (một trục đối xứng chính trung tâm), trục oz vuông góc với mặt cắt ngang. Ta thấy trên mặt cắt ngang chỉ có ứng suất pháp, không có ứng suất tiếp vì nếu có ứng suất tiếp thì dưới tác dụng của nó mặt cắt ngang sẽ bị vênh đi và các ô vuông sẽ không giữ nguyên góc vuông nữa.

Theo định luật Húc ta có : $\sigma_z = E \cdot \epsilon_z$ (a)

Nếu biết được biến dạng, chúng ta dễ dàng tìm được sự phân bố ứng suất trên mặt cắt ngang. Muốn vậy ta xét một đoạn dầm ΔZ được cắt bởi hai mặt cắt 1-1 và 2-2 (hình 5.10a). Sau khi biến dạng hai mặt cắt này tạo với nhau một góc $\Delta\varphi$ (hình 5.10b).

Gọi ρ là bán kính cong của thớ trung hoà O_1O_2 : vì thớ trung hoà không biến dạng nên:

$$\overline{O_1O_2} = \Delta Z \rightarrow O_1O_2 = \rho \Delta\varphi$$

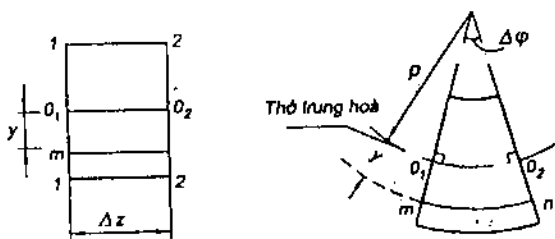
Xét biến dạng của một thớ mn cách thớ trung hoà một khoảng cách y. Chiều dài của thớ này trước khi biến dạng là $mn = \Delta Z = \rho \Delta\varphi$.

Và sau khi biến dạng: $mn = (\rho + y) \cdot \Delta\varphi$

Độ dẫn dài tỷ đối của thớ mn bằng :

$$\epsilon_z = \frac{(\rho + y)\Delta\varphi - \rho\Delta\varphi}{\rho\Delta\varphi} = \frac{y}{\rho} \quad (b)$$

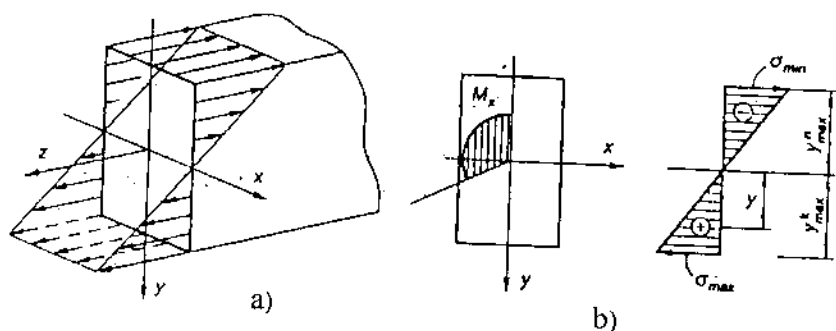
thay (b) vào (a) ta được : $\sigma_z = E \frac{y}{\rho}$ (c)



Hình 5.10

Tại một mặt cắt ngang bán kính ρ có trị số xác định, E là một hằng số. Vậy quy luật phân bố ứng suất pháp trên mặt cắt ngang là phẳng như trên hình 5.11a. Giao tuyến của mặt phẳng ứng suất với mặt cắt ngang chính là trục

trung hoà (đường trung hoà). Rõ ràng ứng suất pháp trên các đường thẳng song song với trục trung hoà có trị số như nhau. Do đó ta có thể vẽ biểu đồ phân bố ứng suất pháp như trên hình 5.11b. Qua biểu đồ phân bố ứng suất trên mặt cắt ngang, ta thấy: các điểm có trị số ứng suất pháp lớn nhất là các điểm xa trục trung hoà nhất.



Hình 5.11

2. Biến dạng – ứng suất

2.1. Biểu thức liên hệ giữa ứng suất pháp với thành phần mômen uốn

Xét mặt cắt có mômen uốn M_x , ta có:

$$M_x = \sum \sigma_z y \Delta F \quad (d)$$

Thay giá trị σ_z từ (d) vào (a), ta có quan hệ

$$M_x = \sum \frac{E}{\rho} y^2 \Delta F = \frac{E}{\rho} \sum y^2 \Delta F$$

$\sum y^2 \Delta F$ là mômen quán tính của mặt cắt ngang đối với trục trung hoà, ký hiệu I_x . Do đó:

$$M_x = \frac{E}{\rho} I_x \quad \text{hay} \quad \rho = \frac{EI_x}{M_x} \quad (5.2)$$

So sánh (C) và (5.2) suy ra công thức tính ứng suất pháp trên mặt cắt ngang như sau:

$$\sigma_z = \frac{M_x}{I_x} y \quad (5.3)$$

2.2. Ứng suất kéo và nén lớn nhất

Như đã biết ở trên, ứng suất pháp có trị số tuyệt đối lớn nhất tại các điểm xa trục trung hoà, tức là ở các điểm mép trên hay mép dưới. Nếu trục trung hoà là một trục đối xứng, ví dụ mặt cắt ngang là hình chữ nhật, hình tròn, chữ I ..., thì thấy ứng suất kéo và ứng suất nén có trị số tuyệt đối bằng nhau.

Ví dụ: Mật cắt ngang của hình chữ nhật có kích thước $b \times h$ (hình 5.12)

$$\sigma_{z\max} = \frac{M_x h}{I_x 2} ; \quad \sigma_{z\min} = -\frac{M_x h}{I_x 2} ; \quad \text{Đặt } w_x = \frac{I_x}{h}$$

Đại lượng w_x gọi là môđun chống uốn của mật cắt ngang. Nó phụ thuộc vào hình dáng, kích thước của mật cắt ngang, có thứ nguyên $[\text{chiều dài}]^3$.

Ví dụ :

Hình chữ nhật :

$$w_x = \frac{I_x}{h} = \frac{2bh^3}{12h} = \frac{bh^2}{6} \quad (5.4)$$

Hình tròn:

$$w_x = \frac{I_x}{R} = \frac{\pi R^4}{4R} = \frac{\pi R^3}{4} = 0,1d^3 \quad (5.5)$$

Tổng quát ta viết:

$$|\sigma_z|_{\max} = \frac{M_x}{w_x} \quad (5.6)$$

Nếu mật cắt ngang không đối xứng qua trục trung hoà thì ứng suất kéo lớn nhất và ứng suất nén có trị số tuyệt đối lớn nhất được xác định bởi công thức sau:

- Ứng suất kéo lớn nhất:

$$\max \sigma_z^k = \frac{M_x}{I_x} y^k = \frac{M_x}{w_x^k} \quad (5.7)$$

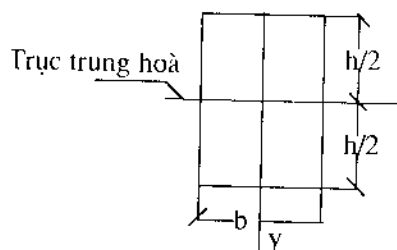
Trong đó $w_x^k = \frac{I_x}{y_{\max}^k}$; y_{\max}^k là toạ độ của điểm ở biên chịu kéo

- Ứng suất nén:

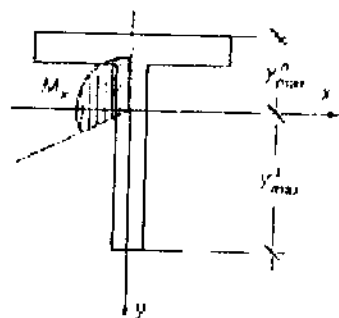
$$\max \sigma_z^n = \frac{M_x}{I_x} y^n = \frac{M_x}{w_x^n} \quad (5.8)$$

Trong đó $w_x^n = \frac{I_x}{y_{\max}^n}$; y_{\max}^n là toạ độ của điểm ở biên chịu nén hình 5.13

Các đại lượng w_x^k, w_x^n là các môđun chống uốn trong miền kéo hoặc nén. Ta thấy với cùng một trị số mômen uốn thì các trị số ứng suất trên mặt cắt ngang tỷ lệ nghịch với các trị số môđun chống uốn. Như với cùng mật cắt



Hình 5.12



Hình 5.13

ngang có diện tích F , nếu môđun chống uốn lớn thì càng tiết kiệm vật liệu. Để đánh giá mức độ tiết kiệm vật liệu của các dạng mặt cắt khác nhau, người ta đưa vào tỷ số không thứ nguyên $\frac{w_x}{\sqrt{F^3}}$

Tỷ số này càng lớn thì mức độ tiết kiệm vật liệu càng tốt. Các mặt cắt ngang có tính chất làm tiết kiệm nguyên vật liệu được gọi là mặt cắt ngang hợp lý khi dầm chịu uốn. Việc chế tạo các thép cán định hình có mặt cắt ngang hình chữ I, hình chữ C dựa trên tính chất hợp lý này.

II. TÍNH TOÁN THANH CHỊU UỐN PHẪNG

1. Kiểm tra độ bền

Tương tự điều kiện bền trong bài toán kéo – nén.

- Dầm làm từ vật liệu dẻo vì $\sigma_{ch}^k = \sigma_{ch}^n$ theo (5.6), ta có:

$$|\sigma_z|_{\max} = \frac{M_x}{w_x} \leq [\sigma] \quad (5.8)$$

- Dầm làm từ vật liệu giòn, vì $\sigma_{ch}^k \neq \sigma_{ch}^n$ nên ta phải viết hai điều kiện bền:

$$\sigma_{z \max}^k = \frac{M_x}{w_x^k} \leq [\sigma]_k \quad (5.9)$$

$$\sigma_{z \min} = |\sigma_z|_{\max}^n = \frac{M_x}{w_x^n} \leq [\sigma]_n \quad (5.10)$$

Tìm vị trí mặt cắt ngang có ứng suất pháp lớn nhất. Nếu dầm có mặt cắt ngang không thay đổi và vật liệu của dầm có mặt cắt ngang thay đổi ta phải lấy mặt cắt ngang có ứng suất pháp lớn nhất. Trường hợp dầm làm bằng vật liệu giòn ta phải tìm mặt cắt ngang thoả mãn các biểu thức (5.9), (5.10) (kéo - nén).

2. Chọn kích thước

Từ điều kiện bền ta suy ra hình dáng hợp lý của mặt cắt ngang khi chịu uốn phẳng như sau:

- Đối với dầm làm bằng vật liệu dẻo. Chọn mặt cắt ngang có trục trung hoà cũng là trục đối xứng.

- Đối với dầm làm bằng vật liệu giòn. Xuất phát từ điều kiện bền:

$$\frac{M_x}{I_x} y_{\max}^k \leq [\sigma]_k \quad (a)$$

$$\frac{M_x}{I_x} y_{\max}^n \leq [\sigma]_n \quad (b)$$

$$\frac{M_x}{I_x} y_{\max}^n \leq [\sigma]$$

Vì $[\sigma]_k < [\sigma]_n$ nên $|y^k|_{\max} < |y^n|_{\max}$ (c)

Vậy đối với dầm bằng vật liệu giòn hình dáng hợp lý, mặt cắt ngang là mặt cắt không đối xứng qua trục trung hoà. Ta phải bố trí sao cho tỉ số $|y^k|_{\max}; |y^n|_{\max}$ thoả mãn điều kiện (c).

Từ các điều kiện bền ta cũng suy ra ba bài toán cơ bản sau:

- Kiểm tra bền theo công thức (5.8), (5.9) và (5.10).
- Chọn kích thước mặt cắt ngang thoả mãn điều kiện:

$$w_x \leq \frac{M_x}{[\sigma]} \quad (5.11)$$

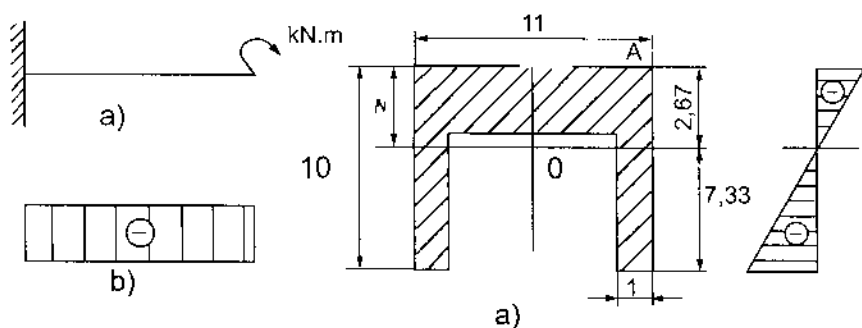
3. Chọn tải trọng

- Tìm tải trọng cho phép thoả mãn điều kiện:

$$\max M_x \leq [\sigma] \quad (5.12)$$

Ví dụ: Một dầm làm bằng vật liệu có ứng suất pháp cho phép khi kéo $[\sigma]_k = 3,5 \text{ kN/cm}^2$ và nén $[\sigma]_n = 11 \text{ kN/cm}^2$; chịu lực như trên hình 5.14a

Kiểm tra độ bền của dầm.



Hình 5.14

Bài giải: Trình tự các bước thực hiện

- Vẽ biểu đồ mômen uốn, cho trị số $\max M_x = 4,5 \text{ kN.m}$
- Tìm các đặc trưng cần thiết của mặt cắt ngang (hình 5.14c), ta được các trị số:

$$I_x = 370 \text{ cm}^4$$

$$\text{Tọa độ: } \sigma_z^k = 2,67 \text{ cm; } y_{\max}^n = 7,33 \text{ cm}$$

- Tính các giá trị $\max \sigma_z^k$; $\max \sigma_z^n$:

$$\sigma_z^k = \sigma_A = \frac{M_x}{I_x} y_{\max}^k = \frac{4,5.100}{370} . 2,67 = 3,25 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_z^n = \sigma_B = \frac{M_x}{I_x} y_{\max}^n = \frac{4,5.100}{370} . 7,33 = 8,92 \text{ kN/cm}^2 \leq [\sigma]_n = 11 \text{ kN/cm}^2$$

So sánh với điều kiện bền (5.9), (5.10), ta thấy đảm đủ bền theo ứng suất cho phép khi kéo (bé hơn khoảng 7,1%) và đủ bền theo ứng suất nén cho phép khi nén (bé hơn khoảng 19%). Vậy đảm đủ bền.

III. KHÁI NIỆM UỐN DỤC

1. Phân tích trạng thái chịu lực

Trong chương 2 ta có điều kiện bền của thanh chịu nén đúng tâm là:

$$\sigma_{\max} = \frac{N_z}{F} \leq [\sigma] = \frac{\sigma_0}{n}$$

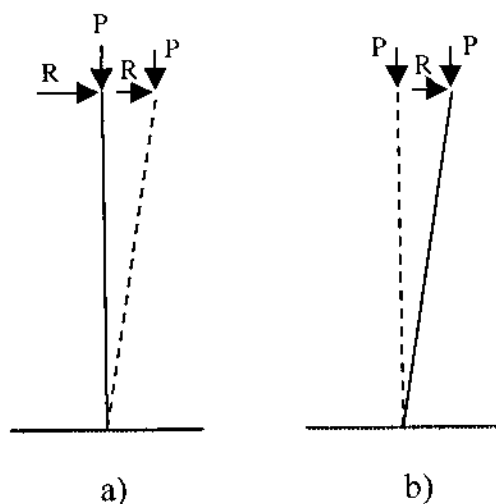
Trong đó σ_0 là ứng suất giới hạn và n là hệ số an toàn tính theo nén thuần túy. Công thức trên chỉ đảm bảo chính xác khi thanh đủ ngắn, nghĩa là cho đến khi hỏng thanh vẫn chỉ làm việc theo nén dọc trục, trục thanh vẫn thẳng.

Khi thanh có chiều dài lớn nếu vẫn sử dụng công thức trên thì không đủ chính xác nữa.

Xét một thanh phẳng dài và mảnh đầu dưới bị ngàm chặt, đầu trên chịu một lực nén đúng tâm P (hình 5.15). Khi lực P nhỏ hơn một giới hạn nào đó thì thanh vẫn thẳng. Nếu ta tác dụng một lực ngang R , thanh rời khỏi vị trí ban đầu. Ta nói thanh ở trạng thái cân bằng ổn định (hình 5.15a)

Nếu ta tăng lực P tới một giá trị nào đó, thanh vẫn thẳng, khi tác dụng một lực ngang R , thanh rời khỏi vị trí ban đầu, nhưng khi bỏ lực R đi thanh không trở lại vị trí ban đầu nữa. Ta gọi thanh ở trạng thái tới hạn (hình 5.15b). Trị số lực P ứng với trạng thái tới hạn được gọi là lực tới hạn P_{th} .

Nếu tăng lực P lớn hơn lực tới hạn ($p > P_{th}$) thì thanh ở trạng thái cân bằng không ổn định hay mất ổn định.



Hình 5.15

Khi mất ổn định biến dạng của hệ tăng rất nhanh, có thể bị phá huỷ đột ngột. Vì vậy, khi thiết kế, ngoài việc yêu cầu đảm bảo về độ bền và độ cứng còn cần phải đảm bảo điều kiện ổn định.

2. Điều kiện bền

Như vậy đối với thanh chịu nén thì ứng suất đạt tới ứng suất tới hạn là trạng thái rất nguy hiểm, nó dễ dàng đưa thanh tới mất ổn định và phá huỷ. Trong bất kỳ trường hợp nào cũng không cho phép lực nén trong các tiết máy gân hay bằng lực tới hạn. Nghĩa là lực tới hạn khi tính toán theo ổn định cũng có ý nghĩa tương tự như lực ứng với trạng thái giới hạn khi tính toán theo độ bền.

Điều kiện ổn định là: $P_{\max} \leq [P_{od}]$; Với $[P_{od}] = p_{th}/n_{od}$,

Trong đó: P_{\max} - lực nén cực đại.

$[P_{od}]$ - lực cho phép khi uốn dọc.

n_{od} - hệ số an toàn khi uốn dọc.

Điều kiện ổn định viết dưới dạng ứng suất như sau:

$$\sigma_{\max} = \frac{P_{\max}}{F} \leq [\sigma_{od}] \quad \text{với} \quad [\sigma_{od}] = \frac{\sigma_{th}}{n_{od}}$$

Hệ số an toàn ổn định khi tải trọng tĩnh có thể chọn như sau: với thép $n_{od} = 1,7 \div 3$; với gang $n_{od} = 5 \div 6$ và với gỗ $n_{od} = 3 \div 4$.

IV. UỐN XOẮN ĐỒNG THỜI

1. Phân tích trạng thái đồng thời

Một thanh chịu uốn đồng thời với xoắn là một thanh chịu lực sao cho trên các mặt cắt ngang có các thành phần nội lực chủ yếu là mômen uốn M_x , M_y và mômen xoắn M_z .

Ví dụ: Trục AD (hình 5.16a) chịu tác dụng của mômen xoắn do các lực căng T_1 , T_2 của xích gây ra. Mặt khác cũng chịu uốn do các lực căng này tác dụng lên trục. Sơ đồ lực tác dụng lên trục AD như hình 5.16b.

$M_1 = T_1 \cdot R_1$, trong đó $R_1 = D_1/2$ bán kính bánh xích ở B.

$M_2 = T_2 \cdot R_2$, trong đó $R_2 = D_2/2$ bán kính bánh xích đặt ở C.

Các biểu đồ nội lực M_x , M_y , M_z như trên hình 5.16 c, d, e. Ta nhận thấy đoạn trục BC chịu uốn đồng thời với xoắn.

2. Tính toán thanh chịu uốn xoắn đồng thời

Xét thanh chịu uốn và xoắn đồng thời như hình 5.16.

Dựa vào các biểu đồ M_x , M_y , ta nhận thấy có hai mặt cắt nguy hiểm. Trước hết giả sử mặt cắt C là nguy hiểm nhất và tiến hành xác định ứng suất trên mặt cắt này.

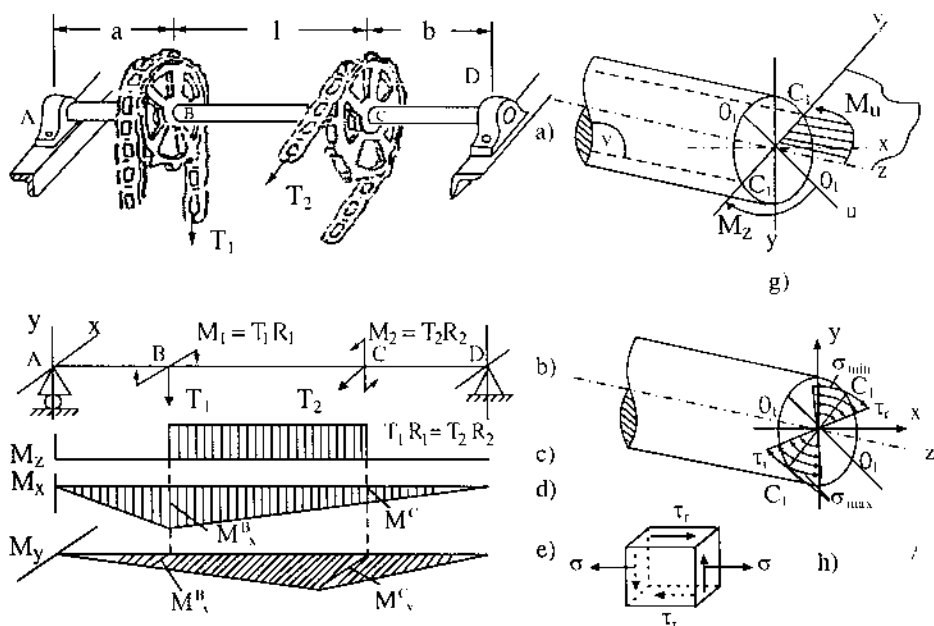
Nếu hợp các thành phần mô men uốn M_x và M_y ta được mô men uốn toàn phần M_u tác dụng trong mặt phẳng voz , cũng là mặt phẳng quán tính chính trung tâm.

$$M_u = \sqrt{M_x^2 + M_y^2}$$

Như vậy thanh chịu uốn phẳng trong mặt phẳng voz (hình 5-16g và h) đồng thời với xoắn.

Đường trung hoà khi uốn phẳng trong mặt phẳng voz là $O_1 - O_2$ trùng với trục u . Do đó C_1 và C_2 là hai điểm chịu kéo và nén nằm trên trục v xa đường trung hoà nhất, ứng suất tại các điểm này do uốn gây ra là:

$$\sigma_{c1} = \frac{M_u}{W_u}; \quad \sigma_{c2} = -\frac{M_u}{W_u} \quad (b)$$



Hình 5.16

Trong đó: W_u là mô men chống uốn của mặt cắt đối với trục u . Vì mặt cắt tròn nên: $W_x = W_y = W_u = \frac{\pi d^3}{32}$

Ứng suất tiếp do mômen xoắn M_z gây ra được xác định theo công thức:

$$\tau_p = \frac{M_z}{I_p} \rho$$

Như vậy mọi điểm nằm trên mặt ngoài của mặt cắt ngang là những điểm có ứng suất tiếp cực đại:

$$\tau_{\max} = \tau_r = \frac{M_z}{I_p} R = \frac{M_z}{W_p}$$

Vì mặt cắt tròn:

$$W_p = 2W_x = 2W_y, \text{ nên: } \tau_{\max} = \tau_r = \frac{M_z}{2W_y} \quad (c)$$

Biểu đồ ứng suất pháp và ứng suất tiếp trên đường C_1C_2 của mặt cắt ngang như hình 5.16h. Kết hợp cả ứng suất pháp và ứng suất tiếp ta nhận thấy hai điểm C_1 và C_2 là hai điểm nguy hiểm nhất. Trạng thái ứng suất của phần tử tách ra từ hai điểm này là hai trạng thái ứng suất phẳng. Ta có các ứng suất chính của phần tử này là:

$$\sigma_{\max} = \sigma_1 = \frac{\sigma}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}$$

$$\sigma_{\min} = \sigma_3 = \frac{\sigma}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}$$

* Điều kiện bền của các phần tử này theo các thuyết bền sẽ là

a. Nếu dùng thuyết bền ứng suất tiếp lớn nhất ta có.

$$\sigma_1 - \sigma_3 \leq [\sigma];$$

Thay (a), (b), (c), (d) vào và gọi về trái là ứng suất tương đương (σ_{td}) ta có điều kiện bền:

$$\sigma_{td} = \frac{\sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2}}{W_x} \leq [\sigma] \quad (5.13)$$

b. Nếu dùng thuyết bền thế năng biến đổi hình dáng thì sau khi biến đổi tương tự ta có kết quả:

$$\sigma_{td} = \frac{\sqrt{M_x^2 + M_y^2 + 0,75M_z^2}}{W_x} \leq [\sigma] \quad (5.14)$$

* Chọn kích thước

Dựa vào biểu thức kiểm tra bền ta có thể chọn kích thước hợp lý của thanh.

Theo thuyết bền ứng suất tiếp lớn nhất ta có:

$$\sigma_{td} = \frac{\sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2}}{W_x} = \frac{M_{td}}{W_x} \leq [\sigma]$$

$$\text{mà } M_x = \frac{\Pi d^3}{32} \rightarrow \sigma_{td} = \frac{M_{td} \cdot 32}{\Pi d^3} \leq [\sigma]$$

$$\text{vậy } d^3 \geq \frac{M_{td} \cdot 32}{\Pi [\sigma]}$$

Theo thuyết bền thế năng biến đổi hình dáng ta cũng tính tương tự với

$$M_{td} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + 0,75 M_z^2}$$

* Chọn tải trọng

Dựa vào công thức kiểm tra bền ta có thể chọn tải trọng phù hợp với trục

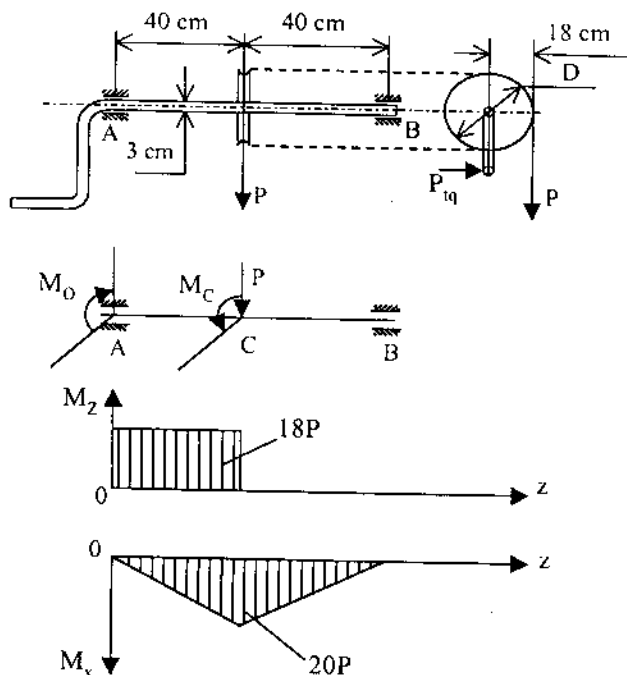
$$\text{Ta có } \sigma_{td} = \frac{M_{td}}{W_x} \leq [\sigma] \quad \text{Vậy } M_{td} \leq [\sigma] \cdot W_x$$

Tuỳ trường hợp mà ta có M_{td} khác nhau như đã nói ở trên

Ví dụ: Xác định tải trọng cho phép P mà trục tay có thể nâng được như hình 5.17. Lấy ứng suất cho phép của vật liệu làm trục là $[\sigma] = 8.000 \text{ N/cm}^2$

Bài giải:

Sơ đồ chịu lực của trục AB như hình 5.17. Mô men quay trục do tay quay truyền tới là: $M_0 = p_{tq} \cdot R_{tq}$



Hình 5.17

Mô men cản của tời tác dụng lên mặt cắt ngang C là: $M_C = P D/2 = 18P$.

Bỏ qua lực cản ma sát ở các ổ đỡ A và B thì $M_0 = M_c$.

Biểu đồ mômen xoắn M_x và mômen uốn M_z của trục như hình vẽ.

Mặt cắt ngang nguy hiểm là mặt cắt qua C.

Tại đó có: $M_x = 18p$, $M_z = 20p$.

Dùng thuyết bền ứng suất tiếp lớn nhất để điều kiện bền tại mặt cắt qua C ta có:

$$\sigma_{td} = \frac{\sqrt{M_x^2 + M_z^2}}{W_x} = \frac{\sqrt{(20P)^2 + (18P)^2}}{0,1d^3} = \frac{P^2(20^2 + 18^2)}{0,1.3^2} \leq 8000$$

Ta rút ra: $P \leq 803 \text{ N}$.

Câu hỏi ôn tập

1. Trình bày khái niệm về thanh chịu uốn phẳng thuần túy?
2. Nêu cách xác định nội lực trên mặt cắt ngang của thanh chịu uốn phẳng thuần túy?
Phương pháp kiểm tra bền?
3. Trình bày khái niệm về thanh chịu uốn dọc?
4. Phân tích trạng thái chịu lực của thanh chịu uốn dọc và nêu điều kiện bền của thanh?
5. Trình bày khái niệm về thanh chịu uốn xoắn đồng thời?
6. Nêu phương pháp tính toán kiểm tra bền thanh chịu uốn xoắn đồng thời?

Phần ba

CÁC CƠ CẤU TRUYỀN ĐỘNG

Mở đầu

Để tìm hiểu về các cơ cấu truyền động trước tiên phải nắm được các khái niệm cơ bản về chi tiết máy, cơ cấu máy và cách phân loại máy.

* **Định nghĩa chi tiết máy:** Chi tiết máy là phần tử hoàn chỉnh hoàn thành máy mà không thể tháo rời thành phần nhỏ hơn được nữa.

* **Chi tiết thông thường:** Là chi tiết được sử dụng rất phổ biến trên hầu hết các loại máy móc. Nhiệm vụ của nó ở đâu cũng như nhau.

Ví dụ: Mối ghép bu lông đai ốc

* **Chi tiết phức tạp:** Là những chi tiết được sử dụng không phổ biến. Nhiệm vụ của nó phụ thuộc vào loại máy nó được dùng.

Ví dụ: Lưỡi cày, biên, tay quay...

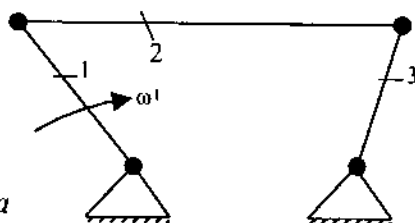
* **Định nghĩa khâu:** Khâu là một hay một số vật thể liên kết cứng với nhau trong hệ thống.

Tùy theo vật liệu chế tạo mà có khâu là vật rắn tuyệt đối, khâu dẻo, khâu chất lỏng hoặc khâu khí.

Khâu kép là khâu gồm nhiều chi tiết hình thành (hình b).



Hình a



Hình b

* Cơ cấu chuyển động quay

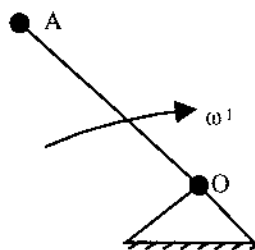
- Cơ cấu chuyển động quay là cơ cấu có khâu có khả năng chuyển động quay toàn vòng quanh trục nối giá.

Ví dụ: Cơ cấu tay quay (hình c)

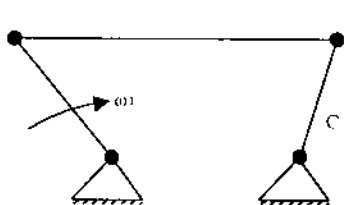
* Cơ cấu biến đổi chuyển động

Cơ cấu biến đổi chuyển động là cơ cấu biến chuyển động của khâu dẫn thành một chuyển động khác.

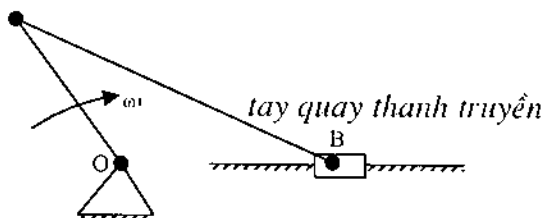
Ví dụ: Cơ cấu 4 khâu bản lề hình d; cơ cấu tay quay con trượt hình e



Hình c



Hình d



Hình e

* Phân loại máy:

Định nghĩa máy: Máy là tổ hợp các vật thể liên kết với nhau dùng để biến đổi năng lượng, biến đổi chuyển động và tổ hợp xử lý các thông tin với mục đích để nâng cao năng suất lao động, thay thế hoàn toàn hoặc giảm nhẹ sức lao động chân tay, trí óc của con người.

Phân loại máy:

Cách 1:

I. Máy biến đổi năng lượng: là các máy dùng để biến đổi năng lượng từ dạng này sang dạng khác.

+ Máy biến đổi năng lượng khác thành cơ năng gọi là động cơ.

+ Máy biến đổi năng lượng khác thành điện năng gọi là máy phát.

II. Máy công tác (Máy công cụ): Dùng để biến đổi hình dáng, kích thước... của đối tượng cần gia công theo ý muốn con người.

Cách 2: Phân loại theo khả năng tự động hoá

I. Máy không được tự động hoá: Là máy mà người công nhân phải điều khiển mọi hành động.

II. Bán tự động: Người công nhân chỉ điều khiển một số thao tác chủ yếu.

III) Tự động hoàn toàn: Máy được chạy theo một chương trình đã được lập sẵn bằng kỹ thuật số.

Chương 1

CƠ CẤU TRUYỀN ĐỘNG QUAY

Mục tiêu

- Nắm được những kiến thức cơ bản về nguyên lý truyền động quay của một số cơ cấu.

Nội dung

- Giới thiệu nguyên lý truyền động quay và phạm vi ứng dụng của cơ cấu bánh răng, cơ cấu xích, cơ cấu bánh vít trục vít, cơ cấu đai và cơ cấu ma sát.

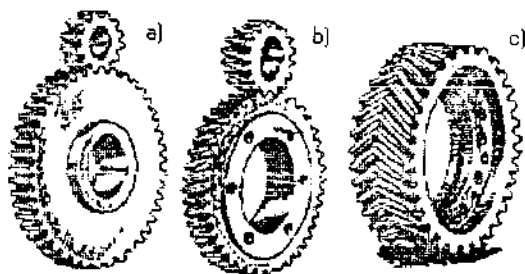
1. HỆ BÁNH RĂNG

1. Khái niệm

1.1. Bánh răng trụ

Bánh răng trụ là bánh răng dùng để truyền động giữa hai trục song song với nhau.

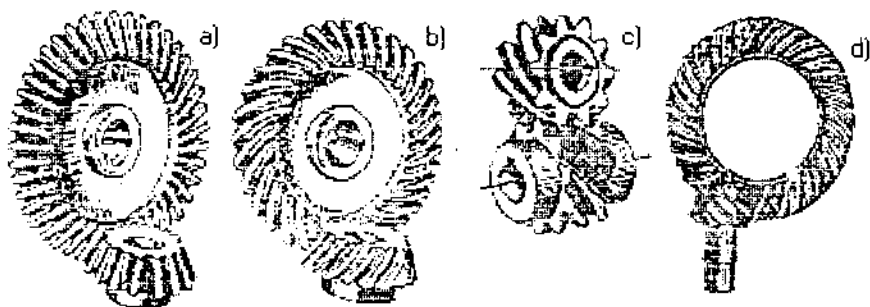
Tùy thuộc vào góc nghiêng của các răng mà ta có bánh răng trụ răng thẳng (hình 1.1a), răng nghiêng (hình 1.1b), răng chữ nhân (hình 1.1c).



Hình 1.1. Các kiểu bánh răng trụ

1.2. Bánh răng côn

Bánh răng côn là bánh răng dùng để truyền chuyển động giữa hai trục cắt nhau, tùy thuộc vào góc xoắn của răng mà ta có: Bánh răng côn răng thẳng (hình 1.2a), bánh răng côn răng xoắn (hình 1.2b, c, d).



Hình 1.2. Các kiểu bánh răng côn

1.3. Các thông số bánh răng

a) *Bước răng*: Là khoảng cách giữa hai pôfin cùng phía của hai răng kề nhau đo trên đường tròn của bánh răng (tâm đường tròn nằm trên trục của bánh răng).

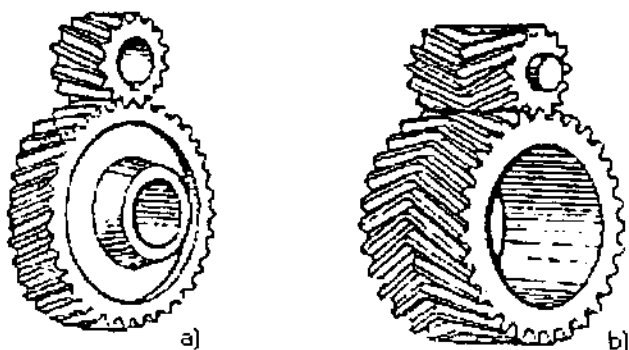
Như vậy chu vi của đường tròn là: $\pi d = p_t Z$ (Z là số răng của bánh răng).

Do đó:

$$p_t = \frac{\pi d}{Z} \quad \text{và} \quad d = \frac{p_t}{\pi} Z$$

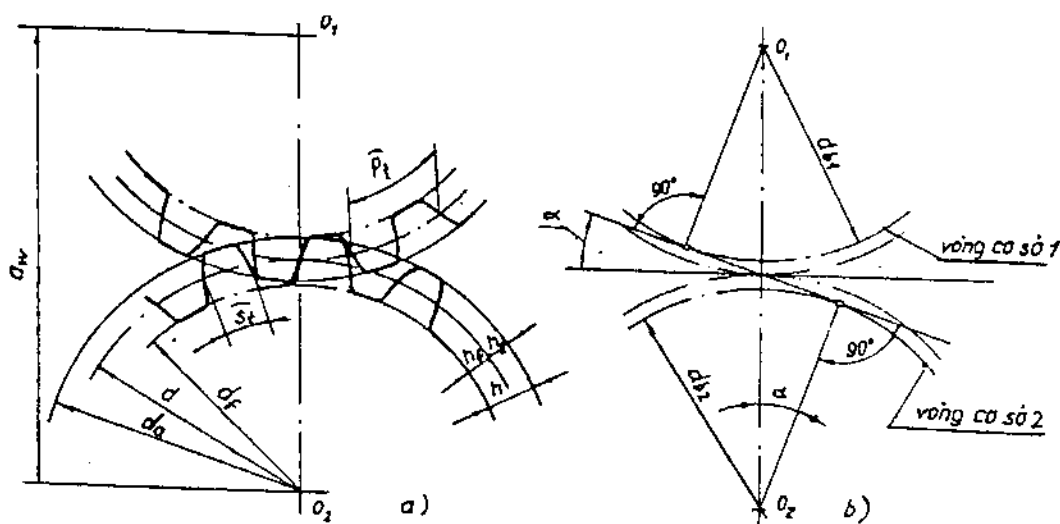
b) *Môđun*: Là tỉ số giữa bước răng và số π

$m = p_t / \pi$ (m tính bằng milimet).



Hình 1.3

Trị số các môđun của bánh răng được tiêu chuẩn hoá và quy định theo TCVN 2257-77 như sau:



Hình 1.4

Dãy 1: 1,0; 1,25; 1,5; 2,0; 2,5; 3; 4; 5; 6; 8; 10; 12; 16; 20,

Dãy 2: 1,125; 1,375; 1,75; 2,25; 2,75; 3,5; 4,5; 5,5; 7; 9; 11; 14; 18; 22.

(Ưu tiên cho môđun theo dãy 1).

Ứng với mỗi môđun tiêu chuẩn m và số răng Z có một bánh răng chuẩn.

c) *Vòng chia*: Là đường tròn của bánh răng có đường kính bằng môđun tiêu chuẩn m nhân với số răng Z của bánh răng:

$$d = mZ$$

Khi hai bánh răng ăn khớp chuẩn, hai vòng chia của hai bánh răng tiếp xúc nhau (vòng chia trùng với vòng lăn của bánh răng).

Bước răng p tính trên vòng chia ($p = \pi m$) gọi là bước răng chia.

d) *Vòng đỉnh*: Là đường tròn đi qua đỉnh răng: Đường kính của vòng đỉnh kí hiệu là d_a .

e) *Vòng đáy*: Là đường tròn đi qua đáy răng: Đường kính của vòng đáy kí hiệu là d_f .

f) *Chiều cao răng (h)*: Là khoảng cách giữa vòng đỉnh và vòng đáy. Chiều cao răng chia làm hai phần:

Chiều cao đầu răng (h_a): Là khoảng cách hướng tâm giữa vòng đỉnh và vòng chia.

Chiều cao chân răng (h_f): Là khoảng cách hướng tâm giữa vòng chia và vòng đáy.

g) Chiều dày răng (S_f): Là độ dài của cung tròn trên vòng chia, trong một răng S_f thường lấy gần bằng $p/2$

h) Chiều rộng rãnh răng (e_f): Là độ dài của cung tròn trên vòng chia nằm trên rãnh răng ($e_f \approx p/2$)

i) Vòng cơ sở: Là đường tròn hình thành profin răng thân khai, kí hiệu đường kính vòng cơ sở là d_b .

k) Góc ăn khớp (α): Là góc tạo thành bởi tiếp tuyến chung của hai vòng cơ sở và tiếp tuyến chung của hai vòng chia tại tiếp điểm của cặp bánh răng ăn khớp chuẩn; $\cos \alpha = d_b/d$, α thường là 20°

Môđun là thông số chủ yếu của bánh răng, các thông số được tính theo môđun đó:

- Chiều cao đỉnh răng: $h_a = m$
- Chiều cao chân răng: $h_f = 2,25m$
- Chiều cao răng: $h = h_a + h_f = 2,25m$
- Đường kính vòng chia: $d = mZ$
- Đường kính vòng đỉnh: $d_a = d + 2h_a = m(Z+2)$
- Đường kính vòng đáy: $d_f = d - 2h_f = m(Z-2,5)$
- Bước răng: $p = \pi.m$
- Góc lượn chân răng : $P_r = 0,25m$

** Ăn khớp ngoài*

Bộ truyền bánh răng ăn khớp ngoài (hình 1.1; 1.2) trong đó cặp bánh răng ăn khớp quay cùng chiều nhau.

** Ăn khớp trong*

Bộ truyền bánh răng ăn khớp trong (hình 1.4) trong đó cặp bánh răng ăn khớp quay cùng chiều nhau.

** Tỷ số truyền*

- Tỷ số truyền ký hiệu là i :

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{Z_2}{Z_1}$$

Trong đó: ω_1, ω_2 lần lượt là tốc độ góc của các bánh răng; n_1, n_2 lần lượt là tốc độ vòng của các bánh răng; Z_1, Z_2 lần lượt là số răng của các bánh răng.

Tỷ số truyền của 1 hộp số 1 cấp có thể đạt tới 10, hộp số nhiều cấp có thể đạt tới hàng trăm

2. Ưu nhược điểm và phạm vi sử dụng

2.1. Ưu điểm

- Đảm bảo độ chính xác truyền động (tốc độ, tỉ số truyền) vì không có sự trượt.
- Có thể sắp đặt vị trí tương đối giữa cặp bánh răng ăn khớp theo những góc mong muốn trong không gian (song song, chéo hay vuông góc... với nhau).
- Hiệu suất cao ($\eta = 0,96 \div 0,98$, thậm chí 0,99 cho một cặp bánh răng).
- Kích thước bộ truyền tương đối nhỏ gọn.
- Độ tin cậy cao.

2.2. Nhược điểm

- Không thực hiện được truyền động vô cấp.
- Không có khả năng tự bảo vệ an toàn khi quá tải.
- Có tiếng ồn khi tốc độ lớn.
- Đòi hỏi độ chính xác cao trong chế tạo và lắp ráp.
- Chế tạo tương đối phức tạp.

Tuy nhiên cũng cần lưu ý là so với các loại truyền động bánh răng khác, truyền động bánh răng thân khai có ưu điểm về công nghệ chế tạo và vận hành như: Dụng cụ cắt (dao cắt) răng đơn giản, chỉ cần một dao cắt cũng có thể cắt được nhiều bánh răng cùng môđun nhưng có số răng khác nhau; ăn khớp chính xác cả khi thay đổi khoảng cách trục; biên độ răng có thể hiệu chỉnh (có thể lấy bất kỳ đoạn nào trên đường thân khai), nhờ đó đảm bảo được khả năng làm việc tối ưu, nâng cao hiệu suất và nhiều lợi ích khác (sẽ nói ở phần bánh răng dịch chỉnh).

2.3. Phạm vi ứng dụng

Truyền động bánh răng được áp dụng rộng rãi trong lĩnh vực cơ khí và điều khiển để truyền chuyển động và cơ năng giữa các cặp bánh răng, hoặc biến đổi chuyển động quay thành chuyển động tịnh tiến giữa cặp bánh răng – thanh răng, và ngược lại.

- Tốc độ có thể đạt tới 140 m/s hoặc cao hơn:
- Công suất truyền được có thể rất nhỏ (0,1 kW) như trong các dụng cụ đo và cơ cấu điều khiển, đến khá lớn (300 kW) như trong các máy mỏ, máy xây dựng và làm đường, hoặc rất lớn (100.000 kW) như trong các máy phát điện:...

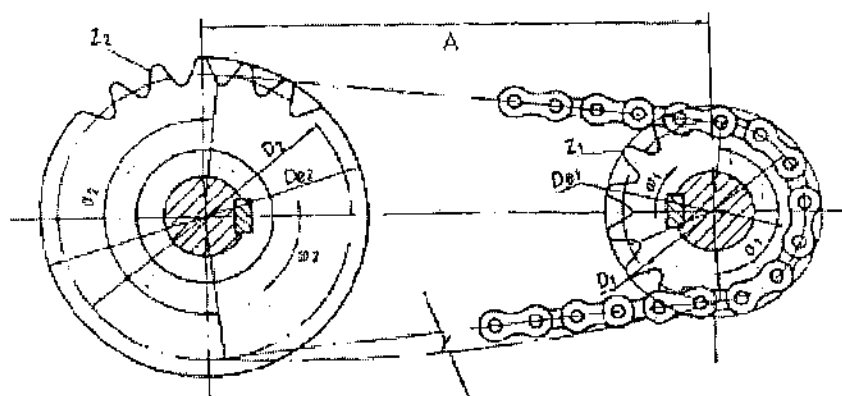
- Tỷ số truyền (của một cặp bánh răng) có thể từ 1 đến 10 và cao hơn.

II. CƠ CẤU XÍCH

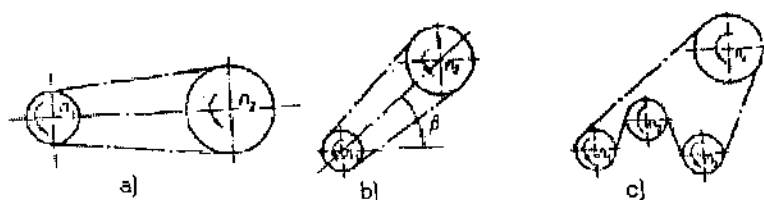
1. Khái niệm

Truyền động xích thực hiện việc truyền chuyển động và tải trọng giữa các trục song song nhờ sự ăn khớp của mắt xích với răng của các bánh xích lắp trên các trục đó.

Bộ truyền xích gồm có các thành phần chủ yếu sau: Đĩa dẫn 1, đĩa bị dẫn 2 và xích 3 (hình 1.5). Ngoài ra, tùy từng trường hợp có thể kèm theo bộ phận căng xích, bộ phận bôi trơn và hộp che.



Hình 1.5 . Cấu tạo chính của bộ truyền xích



Hình 1.6. Các kiểu bộ truyền xích

a- nằm ngang; b- nghiêng; c- nhiều trục bị dẫn

Các kiểu bộ truyền xích được trình bày trên hình 1.6, thường gặp nhất là kiểu đặt nằm ngang (a), nghiêng (b) hoặc thẳng đứng. Thông thường bộ truyền xích chỉ có một trục dẫn và một trục bị dẫn, nhưng đôi khi vẫn có thể có nhiều trục bị dẫn như trên hình 1.6c.

2. Ưu, nhược điểm và phạm vi ứng dụng

2.1. Ưu điểm

- Có thể truyền chuyển động giữa các trục xa nhau ($A_{\max} = 8 \text{ m}$).
- So với truyền động đai, truyền động xích làm việc không có trượt, do đó đảm bảo được tỉ số truyền i (trung bình) không đổi, hiệu suất khá cao (0,96 – 0,98), kích thước bộ truyền nhỏ gọn hơn, lực tác dụng lên trục nhỏ hơn vì không cần lực căng ban đầu lớn.
- Chỉ cần một xích cũng có thể truyền chuyển động từ trục dẫn tới nhiều trục bị dẫn khác nhau.

2.2. Nhược điểm

- Do đặc điểm hình học của sự ăn khớp giữa xích và đĩa xích làm chuyển động của xích và đĩa bị dẫn không đều đặn, gây ra tải trọng va đập và tiếng ồn.
- Răng và mắt xích chóng mòn. Nhất là trong môi trường bụi bặm và không được bôi trơn tốt.
- So với truyền động đai, ở đây giá thành bộ truyền cao hơn vì kết cấu phức tạp hơn.

2.3. Phạm vi ứng dụng

Truyền động xích được dùng rộng rãi trong máy nông nghiệp và máy vận chuyển (xe đạp, xe máy...), trong máy công cụ và tay máy công nghiệp v.v...; với công suất nhỏ và trung bình ($\leq 110\text{kW}$), tốc độ xích đến 15m/s và tỉ số truyền đến 8.

III. CƠ CẤU BÁNH VÍT TRỤC VÍT

1. Khái niệm

1.1. Nguyên tắc làm việc

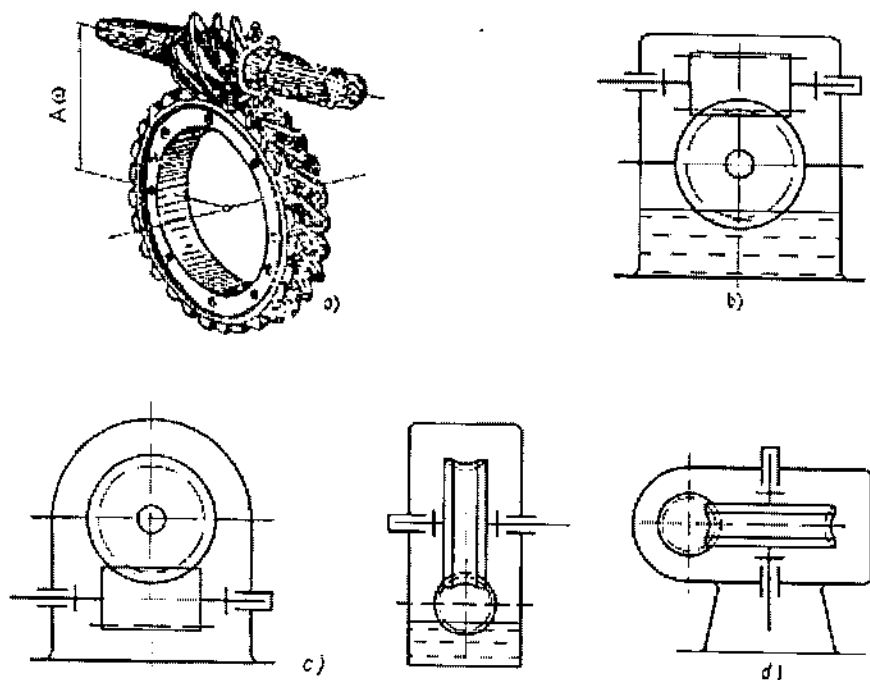
Truyền động trục vít - bánh răng (mà dưới đây chúng ta sẽ gọi tắt là “truyền động trục vít”, làm việc theo nguyên tắc vít - đai ốc, trong đó trục vít đóng vai trò vít, còn bánh vít đóng vai trò đai ốc. Sự khác nhau ở chỗ, ren của đai ốc được uốn cong về phía trong để ôm trọn lấy vòng ren của vít, do đó khi vít quay mà không tịnh tiến thì sẽ làm cho ren của đai ốc chuyển động thẳng, ngược lại ren của bánh vít được uốn cong ra phía ngoài cho nên khi trục vít quay mà không tịnh tiến thì sẽ làm cho ren của bánh vít chuyển động quanh tâm bánh vít và đó là nguyên nhân khiến cho bánh vít quay chứ không tịnh tiến như đai ốc.

Về nguyên tắc, truyền động trục vít có thể truyền chuyển động giữa hai trục giao nhau với một góc bất kỳ, nhưng trong thực tế thường là góc 90° như (hình 1.7a)

1.2. Phân loại truyền động trục vít - bánh vít

1.2.1. Theo vị trí tương đối của trục vít so với bánh vít

- Bộ truyền trục vít nằm trên (hình 1.7b)
- Bộ truyền trục vít nằm dưới (hình 1.7c)
- Bộ truyền trục vít nằm bên cạnh (hình 1.7d).



Hình 1.7. Bộ truyền trục vít

a) trục vít ăn khớp với bánh vít; b) hộp giảm tốc một cấp, trục vít đặt trên
c) hộp giảm tốc một cấp trục vít đặt dưới; d) hộp giảm tốc một cấp trục vít đặt bên cạnh

1.2.2. Theo hình dáng trục vít

- Bộ truyền trục vít trụ (hình 1.7), trong đó trục vít có hình trụ như trên hình 1.8a.

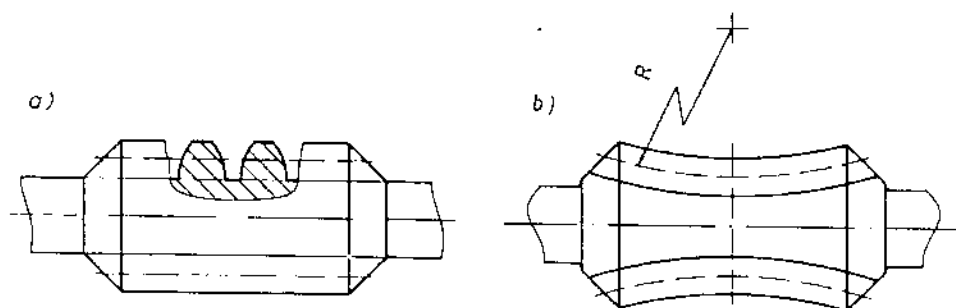
- Bộ truyền trục vít lõm, hay còn được gọi là bộ truyền glôbôit; trong đó trục vít được khoét lõm như trên hình 1.8b để có nhiều ren cùng ăn khớp.

1.2.3. Theo biên dạng (prôphin) ren

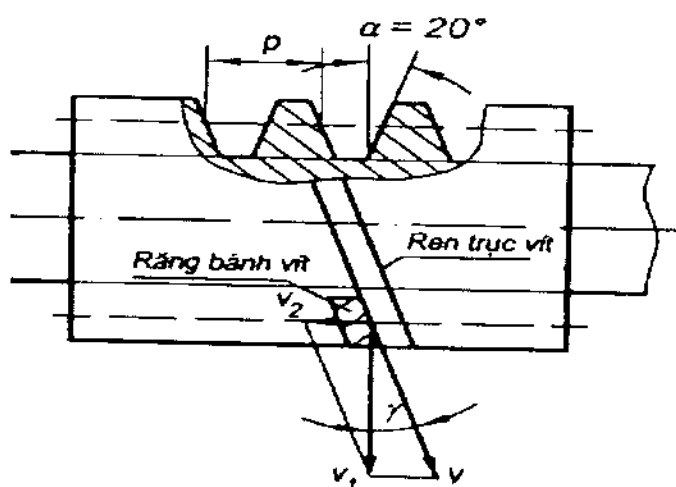
- Bộ truyền trục vít Acsimet, có cạnh ren thẳng trong mặt cắt dọc chứa đường tâm trục, tương tự như ren thang cân (hình 1.9);

- Bộ truyền trục vít Kônvolvut, có cạnh ren thẳng trong mặt cắt pháp tuyến với đường ren.

- Bộ truyền trục vít thân khai có cạnh ren thẳng trong mặt cắt dọc tiếp tuyến với mặt trụ cơ sở.



Hình 1.8. Trục vít



a) Trục vít dạng trụ; b) trục vít dạng lôm (glôbôit)

Hình 1.9. Trục vít Asimet

2. Ưu nhược điểm, phạm vi ứng dụng

2.1. Ưu điểm

- Tỷ số truyền lớn mà kích thước bộ truyền lại nhỏ gọn;
- Làm việc êm và không ồn;
- Có khả năng tự hãm là một đặc điểm cần thiết trong các máy nâng hạ, máy xây dựng..

2.2. Nhược điểm

- Hiệu suất thấp (do tổn thất công suất vì ma sát lớn);
- Phát nhiệt nhiều (do ma sát lớn);
- Vật liệu làm bánh vít thường phải có tính giảm ma sát tốt (đồng thanh...) nên đắt tiền.

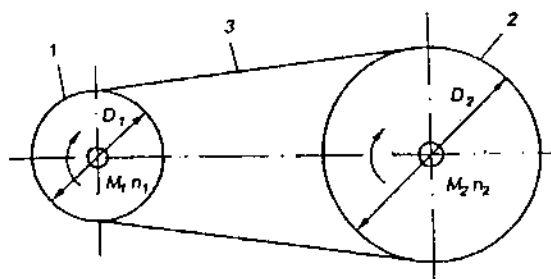
2.3. Phạm vi ứng dụng

- Do hiệu suất thấp nên thường chỉ dùng trong trường hợp công suất nhỏ hoặc vừa, tức là không quá 50 - 60 kW (trường hợp đặc biệt có thể đến 200 kW).
- Tỷ số truyền $i = 20 - 60$ (đôi khi có thể đến 100) nếu là để truyền tải trọng, $i \leq 300$ nếu là để truyền chuyển động (như trong cơ cấu phân độ, dụng cụ đếm...).
- Bộ truyền kín (hộp giảm tốc) thường được dùng trong máy công cụ, máy nâng chuyển..., bộ truyền hở thường được dùng trong cơ cấu quay tay, trong các máy không quan trọng

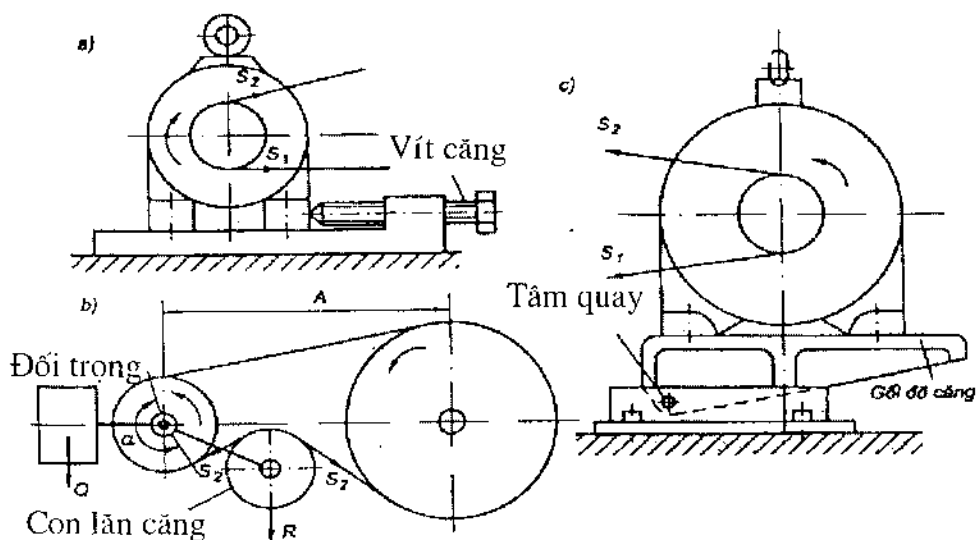
IV. CƠ CẤU ĐAI

1. Nguyên tắc làm việc

Truyền động đai làm việc dựa trên nguyên tắc nhờ vào lực ma sát giữa đai với các bánh đai mà truyền chuyển động và cơ năng từ bánh đai dẫn 1 tới bánh đai bị dẫn 2 (hình 1.10). Vì đai là một khâu mềm, sau một thời gian làm việc sẽ bị giãn, vì thế cần có biện pháp căng đai để khắc phục. Hình 1.11 giới thiệu một số biện pháp căng đai thường gặp.



Hình 1.10. Bộ truyền đai



Hình 1.11. Các biện pháp căng đai

a. dùng vít căng; b, dùng con lăn tự căng; c. dùng gối đỡ tự căng

2. Ưu, nhược điểm và phạm vi sử dụng

2.1. Ưu điểm

- Kết cấu đơn giản, dễ chế tạo, giá thành rẻ.
- Truyền động mềm dẻo, giảm được xung động khi tải trọng va đập.
- Vận hành êm và không ồn (khi mối nối đai được thực hiện tốt).
- Do có sự trượt giữa đai với bánh đai nên khi quá tải đột ngột cũng không làm hỏng các chi tiết của bộ truyền.
- Đối với bộ truyền tốc độ chậm và trung bình, có thể chắm chước phần nào về yêu cầu độ chính xác lắp ráp.
- Có thể truyền động giữa các trục xa nhau và giữa các trục được bố trí thích hợp trong không gian.

2.2. Nhược điểm

- Kích thước không nhỏ gọn, nhất là khi truyền công suất lớn.
- Do có trượt đai nên không đảm bảo được độ chính xác về tỉ số truyền.
- Do phải có lực căng đai ban đầu nên áp lực lên trục và gối đỡ tăng lên so với truyền động bánh răng.

- Không sử dụng được ở những nơi kém an toàn do tính nhiễm điện của đai.
- Khi bị dầu khoáng dính vào thì giảm khả năng làm việc và tuổi thọ.

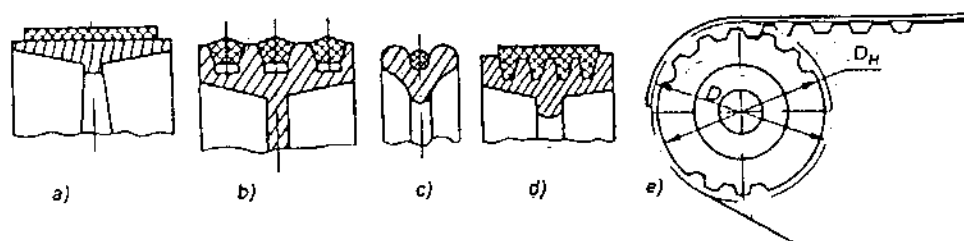
2.3. Phạm vi ứng dụng

- Công suất truyền có thể đạt tới 2000 mã lực (bộ truyền đặc biệt đến 3000 kW);
- Tốc độ đai có thể đạt tới 30 m/s đối với truyền động trung bình; 50-60 m/s đối với truyền động tốc độ cao và 100-120 m/s đối với truyền động siêu cao;
- Tỷ số truyền có thể đạt tới $i \leq 5$, nếu có thiết bị căng đai có thể đạt tới $i \geq 10$.

3. Phân loại đai

Theo hình dáng tiết diện đai, có thể chia ra:

- Đai phẳng (hay đai dẹt), có tiết diện ngang là hình chữ nhật (hình 1.12a);
- Đai thang, có tiết diện ngang là hình thang (1.12b);
- Đai tròn, có tiết diện ngang là hình tròn (1.12c);
- Đai hình lược, thực chất là gồm nhiều đai thang kết hợp lại (hình 1.12d);
- Đai răng cưa (hình 1.12e).



Hình 1.12. Các loại đai

V. CƠ CẤU MA SÁT

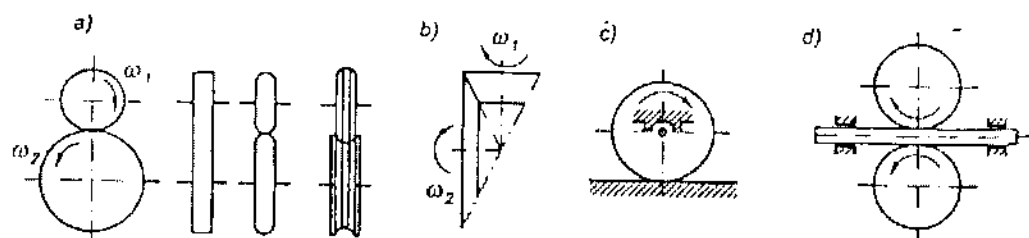
1. Phân loại truyền động ma sát

Truyền động ma sát thực hiện việc truyền cơ năng và chuyển động từ bánh (vật thể) dẫn sang bánh (vật thể) bị dẫn nhờ lực ma sát tại nơi tiếp xúc của hai vật này. Chúng ta phân biệt hai loại truyền động ma sát sau: *Bộ truyền ma sát và bộ biến tốc ma sát.*

1.1. Bộ truyền ma sát

Bộ truyền ma sát chỉ làm nhiệm vụ truyền cơ năng và tốc độ mà không thể thay đổi tỷ số truyền (i không đổi). Hình 1.13 trình bày một số kiểu bộ truyền ma sát thường gặp.

1.1.1. Bộ truyền ma sát trụ: Ở đây hai vật thể tiếp xúc đều là hai bánh ma sát hình trụ. Nếu đường sinh của chúng là đường thẳng thì ta có tiếp xúc đường, nếu là cung tròn thì ta có tiếp xúc điểm, nếu là đường gãy khúc hình nêm thì ta có tiếp xúc đường hình nêm (hình 1.13a). Trục dẫn và trục bị dẫn song song với nhau.



Hình 1.13. Sơ đồ một số loại bộ truyền ma sát

1.1.2. Bộ truyền ma sát côn: Hai vật thể ma sát đều là hai bánh côn. Trục dẫn và trục bị dẫn không song song mà làm thành một góc nào đó – thường là 90° (hình 1.13b).

1.1.3. Bộ truyền ma sát quay tịnh tiến: Dùng để truyền chuyển động quay của bánh dẫn thành chuyển động tịnh tiến của thanh bị dẫn. Để tạo ra lực ép trên bề mặt tiếp xúc để có lực ma sát bằng cách dùng trực tiếp bánh dẫn (hình 1.13c) hoặc dùng con lăn phụ (hình 1.13d) tì mạnh vào bề mặt thanh bị dẫn.

1.2. Bộ biến tốc ma sát

Bộ biến tốc ma sát không những để truyền cơ năng và truyền chuyển động mà còn có thể thay đổi tỷ số truyền (i thay đổi) trong một khoảng xác định. Sự thay đổi không theo từng cấp mà là liên tục, vì thế nó còn có tên gọi là bộ biến tốc vô cấp (variater).

1.2.1. Bộ biến tốc ma sát mặt đầu đơn

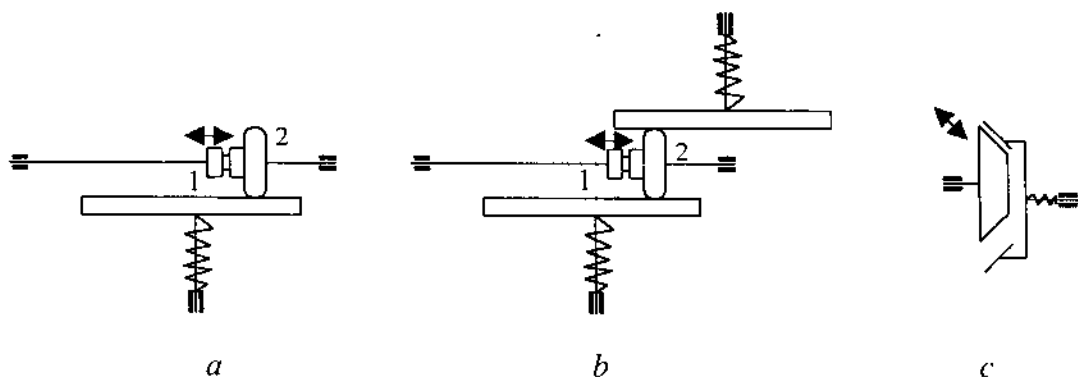
Gồm một bánh dẫn và một bánh bị dẫn. Mặt cạnh bánh dẫn tì lên mặt đầu của bánh bị dẫn và có thể di chuyển dọc theo bán kính của bánh này để làm thay đổi tỷ số truyền (hình 1.14a).

1.2.2. Bộ biến tốc ma sát mặt đầu kép

Gồm bánh dẫn, bánh bị dẫn và bánh trung gian. Ở đây không phải bánh dẫn mà phải là bánh trung gian di chuyển dọc trục của nó để làm thay đổi tỷ số truyền (hình 1.14b).

1.2.3. Bộ biến tốc ma sát côn đơn giản

Gồm hai đĩa côn lắp trên hai trục song song. Bánh dẫn di chuyển theo chiều đường sinh mặt côn làm thay đổi độ lớn vòng tròn tiếp xúc của nó, vì thế làm thay đổi tỷ số truyền (hình 1.14c).



Hình 1.14. Một số kiểu biến tốc vô cấp

Ngoài một số kiểu biến tốc đã giới thiệu ở trên, trong thực tế còn gặp nhiều loại biến tốc khác nữa nhưng không giới thiệu ở đây.

2. Ưu, nhược điểm và phạm vi sử dụng

2.1. Ưu điểm

- Bánh ma sát có cấu tạo đơn giản
- Làm việc êm, không ồn.
- Có khả năng điều chỉnh vô cấp về tỷ số truyền, và do đó đạt được vô cấp về tốc độ của trục bị dẫn mà trong nhiều máy móc cần có.

2.2. Nhược điểm

- Lực tác dụng lên trục và ổ đỡ khá lớn do lực ép giữa cặp bánh ma sát gây ra.
- Do có trượt giữa các bánh khi làm việc nên tỷ số truyền không ổn định dẫn đến tốc độ của trục bị dẫn không chính xác.
- Khả năng tải không cao so với truyền động bánh răng.

2.3. Phạm vi ứng dụng

- Thích hợp với công suất nhỏ và vừa (dưới 20 kW), có thể lên tới trăm kW nhưng cần chú ý rằng công suất cao đòi hỏi bộ truyền kích thước lớn và lực ép lớn để có lực ma sát cần thiết.

- Tốc độ tiếp tuyến của các đĩa không quá 15 – 20 m/s, vì tốc độ càng cao thì nhiệt sinh ra do ma sát càng lớn và các đĩa càng mòn nhanh.
- Tỷ số truyền $i \leq 7$ (đối với bộ truyền quay tay có thể lấy i tới 25).
- Khoảng điều chỉnh tỷ số truyền (i_{\max}/i_{\min}) lấy 3 - 4 đối với bộ truyền ma sát trực tiếp (không có vật thể trung gian) và 4 - 8 nếu có vật thể trung gian (gián tiếp).
- Chú ý rằng do có trượt nên truyền động bánh ma sát không được dùng trong những cơ cấu đòi hỏi chính xác về tốc độ và tỷ số truyền.

Câu hỏi ôn tập

1. Trình bày khái niệm bánh răng trụ, bánh răng côn? Nêu các thông số cơ bản của bánh răng?
2. Trình bày khái niệm cơ cấu xích? Nêu ưu nhược điểm và phạm vi ứng dụng của cơ cấu?
3. Trình bày khái niệm cơ cấu bánh vít, trục vít? Nêu ưu nhược điểm và phạm vi ứng dụng của cơ cấu?
4. Trình bày nguyên tắc làm việc của cơ cấu đai? Nêu ưu nhược điểm và phạm vi ứng dụng của cơ cấu?
5. Nêu nhiệm vụ và phân loại bộ truyền ma sát? Trình bày ưu nhược điểm và phạm vi ứng dụng?

Chương 2

CƠ CẤU BIẾN ĐỔI CHUYỂN ĐỘNG

Mục tiêu

- Nắm được sơ đồ cấu tạo và nguyên lý hoạt động của một số cơ cấu biến đổi chuyển động. Biết được phạm vi ứng dụng và ưu nhược điểm của từng cơ cấu.

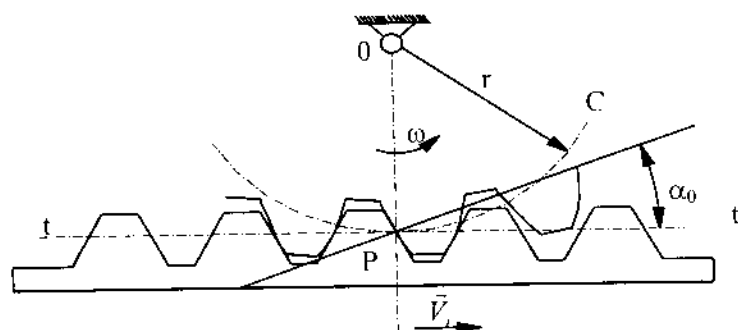
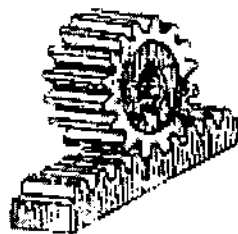
Nội dung

- Giới thiệu sơ đồ cấu tạo, nguyên lý hoạt động, ưu nhược điểm và phạm vi áp dụng của các cơ cấu biến đổi chuyển động: Cơ cấu bánh răng thanh răng; Cơ cấu vít đai ốc; Cơ cấu cam cần đẩy, cần lắc; Cơ cấu tay quay con trượt; Cơ cấu cóc; Cơ cấu đĩa man; Cơ cấu culit.

I. CƠ CẤU BÁNH RĂNG, THANH RĂNG

1. Sơ đồ nguyên lý cấu tạo (hình 2.1)

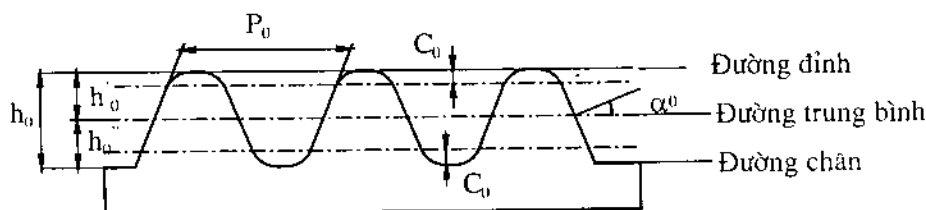
Cơ cấu bánh răng, thanh răng là một trường hợp của cơ cấu bánh răng thẳng trong đó thanh răng được coi là một bánh răng có đường kính dài vô tận, dùng để biến chuyển động quay thành chuyển động tịnh tiến hoặc ngược lại.



Hình 2.1

Khi truyền động, các răng của bánh răng dẫn hoặc bị dẫn lần lượt thay nhau tiếp xúc với các răng của thanh răng đẩy thanh răng cùng chuyển động, quá trình này được gọi là quá trình ăn khớp của cặp bánh răng, thanh răng.

Sau đây là các thông số của thanh răng:



Hình 2.2

+ Bước răng của thanh răng là khoảng cách giữa hai cạnh cùng phía của hai răng nối tiếp nhau đo trên đường thẳng bất kỳ song song với đường trung bình và kí hiệu là P_0

+ Cùng với khái niệm bước răng có một thông số nữa về kích thước của thanh răng là môđun được định nghĩa bằng công thức sau:

$$m_0 = \frac{P_0}{\pi}$$

+ Góc áp lực của thanh răng là góc tạo giữa đường vuông góc của cạnh bên của răng với đường trung bình, được ký hiệu là α_0

+ Chiều cao răng là khoảng cách giữa các đường đỉnh và chân răng, được ký hiệu là h_0 và có giá trị bằng: $h_0 = 2,5m_0$

+ Chiều cao đỉnh răng, ký hiệu là h'_0 và chiều cao chân răng, ký hiệu là h''_0 , lần lượt là khoảng cách từ đỉnh răng tới đường trung bình:

$$h'_0 = h''_0 = 1,25m_0$$

+ Chiều cao của các phần lượn đỉnh răng và chân răng của thanh răng, kí hiệu là c_0 bằng

$$c_0 = 0,25m_0$$

2. Ưu nhược điểm và phạm vi ứng dụng

Vì cơ cấu bánh răng, thanh răng là một trường hợp của cơ cấu truyền động bánh răng do đó nó cũng mang ưu nhược điểm của cơ cấu đó:

2.1. Ưu điểm

- Hiệu suất cao

- Kích thước bộ truyền tương đối nhỏ gọn.
- Đảm bảo độ chính xác truyền động vì không có sự trượt.

2.2. Nhược điểm

- Không có khả năng bảo vệ khi quá tải.
- Có tiếng ồn.
- Đòi hỏi độ chính xác cao trong chế tạo và lắp ghép, chế tạo tương đối phức tạp.

2.3. Phạm vi ứng dụng

Được sử dụng nhiều trong lĩnh vực cơ khí, các máy công cụ.

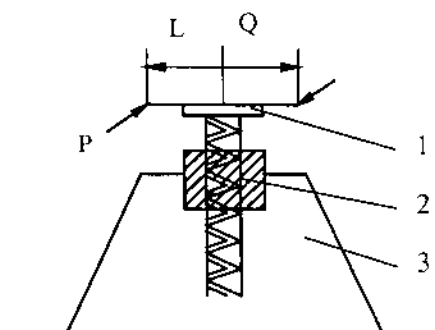
II. CƠ CẤU VÍT ĐAI ỐC

1. Đại cương về cơ cấu vít - đai ốc

1.1. Sơ đồ nguyên lý cấu tạo

Cơ cấu vít - đai ốc dùng để biến chuyển động quay thành chuyển động thẳng, tịnh tiến. (Sơ đồ hình 2.3), bao gồm vít 1 và đai ốc 2.

Khi tác động lực P vào tay quay gắn với vít thì sẽ tạo cho vít vừa chuyển động quay vừa chuyển động tịnh tiến; Vít đứng yên còn đai ốc vừa quay vừa chuyển động tịnh tiến.



Hình 2.3

1.2. Vật liệu và kết cấu vít - đai ốc

Yêu cầu khi chọn vật liệu chế tạo vít là đảm bảo độ bền lâu, độ bền mòn cao và có tính gia công tốt. Thường dùng các loại thép cacbon như 45, 50, thép hợp kim XR

Đai ốc thường được chế tạo từ đồng thanh thiếc hoặc gang giảm mát khi tải trọng nhỏ và vận tốc thấp

1.3. Vận tốc vòng và vận tốc tịnh tiến

Số vòng quay của tay quay trong một phút n (vòng/phút) được liên hệ với vận tốc tịnh tiến V(m/s) của vít theo công thức sau:

$$n = \frac{60.1000.V}{S.Z} \quad \text{với } S \text{ là bước của ren vít, } Z \text{ là số mối ren của vít}$$

1.4. Tỷ số truyền

Người ta gọi tỷ số truyền quy ước, nó biểu thị bằng tỷ số giữa đoạn dịch chuyển của đầu tay nắm tay quay với dịch chuyển tịnh tiến của vít.

$$i = \pi.L/Z.S$$

Với L là chiều dài tay quay.

Khi Z và S nhỏ và L lớn thì sẽ đạt được i rất lớn.

Lực vòng và hiệu suất của bộ truyền.

Lực tác động ở tay quay P_i liên hệ với lực dọc của vít theo biểu thức:

$$P_i = P/i\eta$$

Tương tự bộ truyền trục vít bánh vít, công thức để xác định hiệu suất của truyền động được viết:

- Khi biến chuyển động quay thành chuyển động tịnh tiến $\eta = \frac{tg\lambda}{tg(\lambda + \rho)}$
- Khi biến chuyển động tịnh tiến thành chuyển động quay $\eta = \frac{tg(\lambda - \rho)}{tg\lambda}$

2. Ưu, nhược điểm và phạm vi sử dụng

Bộ truyền vít - đai ốc có những ưu điểm sau:

- + Cấu tạo đơn giản
- + Tải trọng lớn dịch chuyển chậm
- + Kích thước nhỏ gọn
- + Thực hiện những chuyển động có độ chính xác cao
- + Tỷ số truyền lớn, khi góc nâng bé thì đảm bảo tính tự hãm tốt.

Nhưng nó cũng tồn tại những nhược điểm sau: Hiệu suất thấp, ma sát trên bề mặt ren lớn nên hiệu suất thấp và chóng mòn.

Bộ truyền được dùng nhiều trong thiết bị kích, máy ép, máy cán, máy công cụ, máy xây dựng, cơ cấu chia độ trong các máy công cụ, cơ cấu điều chỉnh. Tùy theo từng loại ứng dụng, ta có kiểu chuyển động thích hợp.

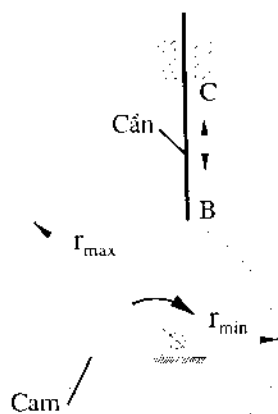
III. CƠ CẤU CAM

1. Khái niệm về cơ cấu cam

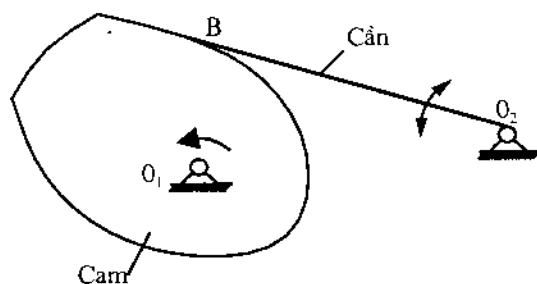
Cơ cấu cam là cơ cấu có khớp cao dùng để tạo ra chuyển động qua lại theo quy luật cho trước (có thể có lúc dừng của khâu bị dẫn).

Trên hình 2.4 và 2.5 là các cơ cấu cam phẳng trong đó khâu dẫn gọi là cam, khâu bị dẫn gọi là cần cam và cần được nối với giá bằng khớp thấp và được nối với nhau bằng khớp cao. Khớp nối giá của cam là khớp quay, tâm của khớp quay gọi là tâm cam (có trường hợp cam được nối với giá bằng khớp

trượt). Khớp nối với giá của cần là khớp trượt hoặc khớp quay, khi cần được nối với giá bằng khớp trượt ta có cơ cấu cam cần đẩy (hình 2.4), còn khi cần nối với giá bằng khớp quay ta có cơ cấu cam cần lắc (hình 2.5).



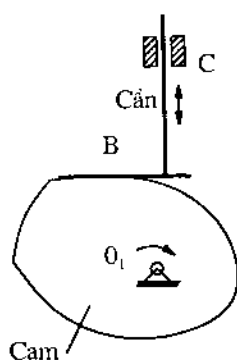
Hình 2.4



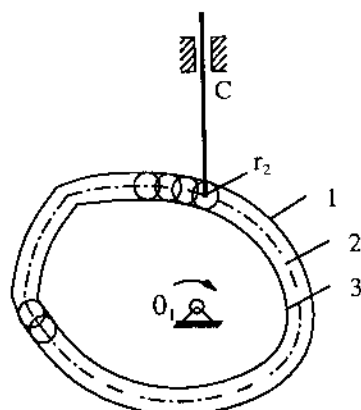
Hình 2.5

Thành phần khớp cao trên cam là một đường cong kín. Đường cong này gọi là biên dạng của cam. Bán kính vectơ lớn nhất của biên dạng ký hiệu là r_{\max} và bán kính vectơ nhỏ nhất của nó ký hiệu là r_{\min} .

Thành phần khớp cao trên cần trong khớp cao nối với cam có thể là một điểm hay một đường thẳng. Khi thành phần khớp cao này là một điểm, ta có cần đẩy đáy nhọn (hình 2.4, 2.5), còn thành phần khớp cao này là một đường thẳng, ta có cần đẩy đáy bằng (hình 2.6)



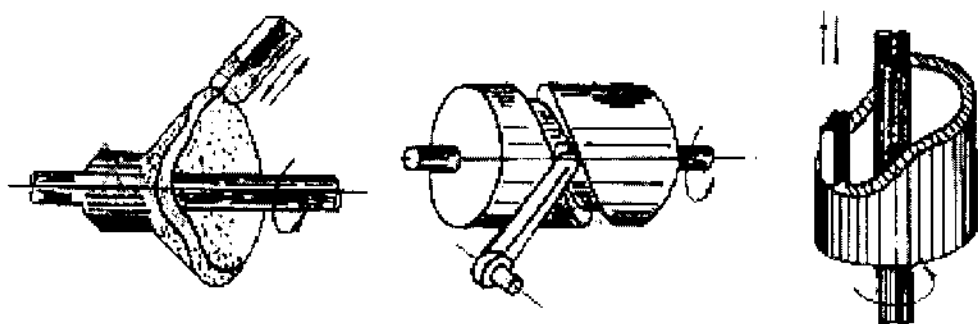
Hình 2.6



Hình 2.7

Để giảm ma sát và mòn, người ta lắp trên đáy nhọn của cần đẩy nhọn một bánh lăn, khi đó cần được gọi là cần đáy lăn. Khi thay cần đẩy nhọn bằng cần đáy con lăn thì đồng thời phải thay biên dạng cam làm việc với cần đáy nhọn mà ta gọi là biên dạng lý thuyết bằng biên dạng khác gọi là biên dạng thực. Biên dạng thực này là bao hình của họ đường tròn có bán kính bằng bán kính r_l của bánh lăn và có tâm nằm trên biên dạng lý thuyết. Tùy theo ta muốn cho bánh lăn tiếp xúc ngoài hay tiếp xúc trong với biên dạng thực mà hình bao trong hay hình bao ngoài của họ đường tròn nói trên sẽ được chọn làm biên dạng thực (hình 2.7).

Theo quỹ đạo chuyển động, có thể phân biệt: Cơ cấu cam phẳng (hình 2.4, 2.5, 2.6) và cơ cấu cam không gian. Trên hình 2.8 là một số cơ cấu cam không gian.



Hình 2.8. Một số cơ cấu cam không gian

2. Ưu nhược điểm và phạm vi sử dụng

Ưu điểm:

Với biên dạng thích hợp của cơ cấu cam có thể thực hiện chính xác quy luật chuyển động cho trước của cần. Khi làm việc cơ cấu cam có độ tin cậy cao, dễ chế tạo.

Nhược điểm:

Nhược điểm cơ bản của cơ cấu cam là ứng suất tiếp xúc tại khớp cao lớn gây mài mòn các thành phần khớp dẫn đến sự thay đổi quy luật chuyển động của cần.

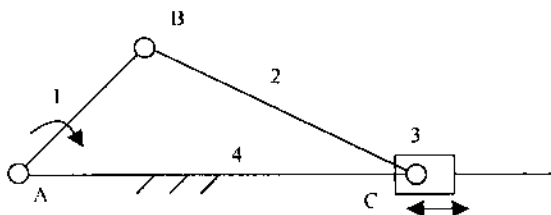
Phạm vi sử dụng:

Do ưu điểm trên, cơ cấu cam được sử dụng rộng rãi trong máy tự động, trong hệ điều khiển các quá trình công nghệ và trong nhiều bộ phận máy khác

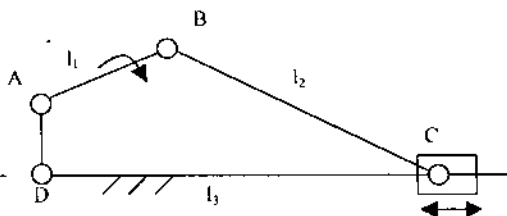
n như: Hệ thống đóng mở van nạp, van xả của động cơ đốt trong; điều khiển các bánh răng di trượt dọc trục ra vào khớp để thay đổi tốc độ trong hộp số;....

IV. CƠ CẤU TAY QUAY, CON TRƯỢT

1. Sơ đồ và nguyên lý làm việc



Hình 2.9



Hình 2.10

Cơ cấu tay quay con trượt để biến chuyển động quay thành chuyển động tịnh tiến qua lại hay ngược lại, hoặc biến đổi chuyển động lắc thành chuyển động tịnh tiến qua lại hay ngược lại.

Cơ cấu tay quay con trượt có một khâu nối giá bằng khớp bản lề và một khâu nối giá bằng khớp trượt. Ta quy ước gọi khâu nối giá bằng bản lề là khâu 1 và con trượt là khâu 3. Phương của con trượt có thể đi qua tâm khớp bản lề nối khâu 1 với giá ta gọi là cơ cấu tay quay con trượt đúng tâm (hình 2.9), còn phương của con trượt không đi qua tâm khớp bản lề nối khâu 1 với giá ta gọi là cơ cấu tay quay con trượt không chính tâm (hình 2.10). Khoảng cách e từ tâm bản lề nối giá với khâu dẫn đến phương trượt được gọi là độ lệch tâm hay tâm sai. Đây là kích thước động của của khâu 4. Cơ cấu tay quay con trượt chính tâm có độ lệch tâm bằng không ($e=0$)

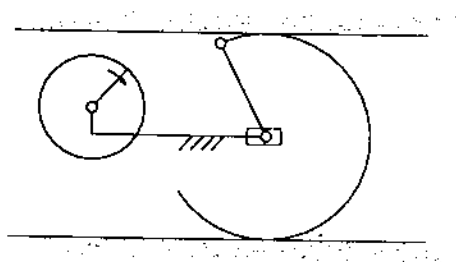
- Tỷ số truyền

Quan hệ vận tốc trong cơ cấu tay quay con trượt mà ta quan tâm là giữa vận tốc dài của con trượt 3 và vận tốc góc của khâu 1. Tuy vận tốc này không cùng thứ nguyên nhưng ta quy ước vẫn định nghĩa một tỷ số truyền như sau:

$$i_{13} = \frac{v_3}{\omega_1}$$

với v_3 , ω_1 lần lượt là giá trị của vận tốc dài của con trượt và giá trị vận tốc góc của khâu 1.

- Điều kiện quay liên tục của khâu nối giá



Hình 2.11

Xét cơ cấu tay quay con trượt (hình 2.10). Gọi l_1 , l_2 lần lượt là kích thước động của khâu nối giá bằng bản lề và kích thước động của thanh truyền, l_4 là tâm sai của cơ cấu tức là khoảng cách giữa khớp bản lề nối khâu giá với giá và phương trượt của con trượt. Miền với tới của đầu thanh truyền của cơ cấu này là giới hạn hai đường song song với phương trượt (hình 2.11)

Điều kiện quay liên tục của khâu nối giá như vậy là:

$$L_1 + L_4 \leq L_2$$

2. Ưu nhược điểm và phạm vi ứng dụng

Cơ cấu tay quay con trượt là loại cơ cấu phẳng toàn khớp thấp nên nó cũng có những ưu điểm:

- Áp suất tại khớp nhỏ, khả năng chịu tải và chuyển lực tốt.
- Thay đổi kích thước động đơn giản.
- Kết cấu khớp đơn giản, dễ chế tạo.

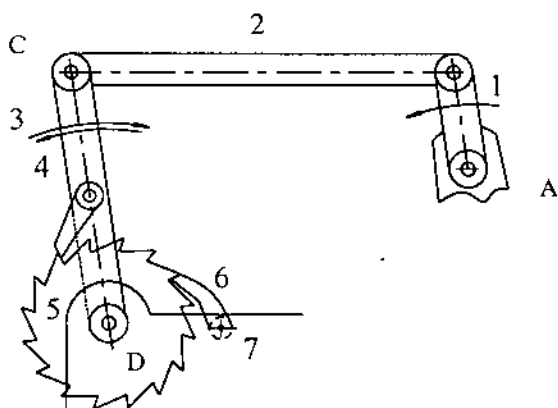
Tuy nhiên cũng có một số nhược điểm:

- Do ma sát tại khớp lớn dẫn đến hiện tượng các khớp chóng bị mòn.
- Các khâu phải đảm bảo độ cứng nhất định để hạn chế biến dạng trong quá trình cơ cấu làm việc.

V. CƠ CẤU BÁNH CỐC – CON CỐC

1. Sơ đồ nguyên lý cấu tạo

Cơ cấu bánh cóc – con cóc (hình 2.12) gồm một cơ cấu bốn khâu bản lề ABCD (gồm các khâu 1; 2; 3; và giá), con cóc 4, bánh cóc 5 có tâm trùng với tâm khớp D và cóc hãm 6.



Hình 2.12

Chuyển động từ tay quay 1 qua thanh truyền 2 làm cần lắc 3 chuyển động qua lại. Khi cần 3 chuyển động sang trái con cóc 4 rơi vào kẽ răng của bánh 5 và đẩy bánh răng quay đi một góc, còn khi cần 3 chuyển động sang phải con cóc 4 sẽ lướt trên lưng các răng của bánh răng cóc 5 (con cóc hãm 6 không cho phép bánh răng cóc 5 quay trở lại).

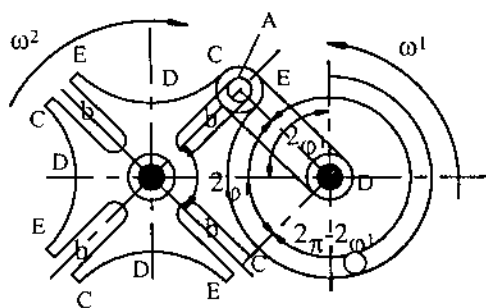
2. Phạm vi ứng dụng

Cơ cấu bánh cóc – con cóc được sử dụng trong máy bào ngang, cơ cấu quay tay của cần cầu thiếu nhi...

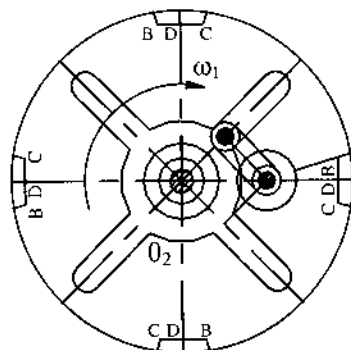
VI. CƠ CẤU MAN

1. Sơ đồ và nguyên lý làm việc

Cơ cấu Man (Malte) dùng để biến một chuyển động quay liên tục của khâu dẫn thành chuyển động gián đoạn lúc quay lúc dừng có chu kỳ của khâu bị dẫn.



Hình 2.13



Hình 2.14

Cơ cấu Man ngoại tiếp (hình 2.13) gồm đĩa tròn 1 có lắp chốt A và đĩa hình sao 2 có nhiều rãnh hướng tâm đặt đối xứng qua tâm O_2 . Khi đĩa 1 quay, sẽ có lúc chốt A lọt vào một rãnh của đĩa 2 và gạt đĩa này quay quanh trục O_2 . Khi chốt A ra khỏi rãnh, đĩa 2 sẽ dừng lại vì cung tròn của đĩa 1 tiếp xúc với cung tròn EDC của đĩa 2. Số rãnh trên đĩa 2 thường là 4, 6, 8, số chốt trên đĩa 1 có thể là 1 hoặc hơn.

Cơ cấu Man nội tiếp trình bày (hình 2.14)

Chú ý rằng các chốt và các rãnh trên cơ cấu Man có thể phân bố bất kì, chỉ cần chúng phối hợp được với nhau.

2. Ưu nhược điểm và phạm vi sử dụng

Cơ cấu Man có ưu điểm tạo ra những chuyển động quay không liên tục, gián đoạn tạo điều kiện trong một chu trình, cơ cấu có thể dừng để máy làm công việc khác. Sau đó mới tiếp tục chuyển động để hoàn thành chu trình làm việc.

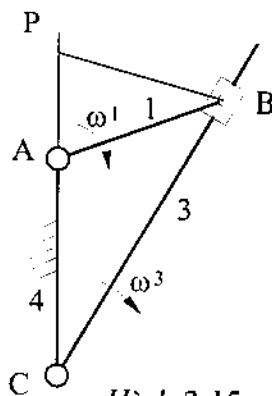
Nhược điểm do tiếp xúc ma sát trực tiếp nên xảy ra hiện tượng mòn nhanh. Vì cơ cấu có chốt chạy trên rãnh khi chế tạo đảm bảo độ chính xác, nếu áp lực lớn quá, có thể các khớp sẽ bị kẹt, lệch.

Phạm vi sử dụng: Cơ cấu Man dùng trong cơ cấu thay dao của các máy tự động, bộ phận đưa phim vào máy chiếu, vv...

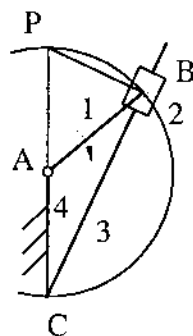
VII. CƠ CẤU CULIT

1. Sơ đồ và nguyên lý làm việc

- Cơ cấu culit dùng để biến chuyển động quay thành chuyển động quay khác hay chuyển động lắc (hình 2.15). Trong cơ cấu culit thanh truyền 2 được nối với khâu dẫn 1 bằng một khớp quay và với khâu giá 3 bằng khớp trượt.



Hình 2.15



Hình 2.16

Xét chuyển động tương đối của cơ cấu đối với khâu 3. Gọi ω_1, ω_3 lần lượt là vận tốc góc của các khâu nối giá 1 và 3, thì tỉ số truyền giữa khâu 1 và khâu 3 là:

$$i = \frac{\overline{\omega_1}}{\overline{\omega_3}} = \frac{\overline{PC}}{\overline{PA}} \quad (2.1)$$

Trong đó:

- A, C lần lượt là các tâm bản lề nối khâu 1 và khâu 3 với giá
- P là giao điểm của đường thẳng chứa giá và đường thẳng vuông góc với phương trượt đi qua tâm bản lề B nối khâu dẫn 1 với thanh truyền 2.

Từ công thức (2.1) có thể suy ra một số kết luận sau:

- Khi kích thước động của khâu dẫn 1 bằng kích thước động của giá thì lược đồ động của cơ cấu luôn có dạng một tam giác cân (hình 2.16) và khi cơ cấu chuyển động điểm P luôn có vị trí cố định.

Ta có: $PA = AB = AC$

Tỷ số truyền của cơ cấu như vậy bằng:

$$i = \frac{\overline{\omega_1}}{\overline{\omega_3}} = \frac{\overline{PC}}{\overline{PA}} = 2$$

Đây là trường hợp đặc biệt của cơ cấu culit có tỉ số truyền bằng hằng số.

- Trừ trường hợp đặc biệt trên đây tỉ số truyền của cơ cấu culit là một đại lượng biến thiên theo vị trí của cơ cấu.

- Trong quá trình cơ cấu chuyển động nếu có lúc khâu dẫn 1 vuông góc với phương trượt thì tại vị trí này của cơ cấu:

+ Điểm P trùng với điểm A - tâm khớp bản lề nối khâu dẫn với giá.

+ Khâu 3 có vận tốc bằng không và sau đó đổi chiều quay, vị trí này của khâu 3 được gọi là vị trí biên của nó. Góc chuyển động của khâu 3 giữa hai vị trí biên của nó gọi là góc lắc θ .

- Điều kiện quay liên tục của khâu nối giá:

+ Khâu nối giá 1 luôn là tay quay.

+ Điều kiện quay liên tục của khâu nối giá 3 là: $l_1 > l_4$ (l_1, l_4 chiều dài của khâu 1 và khâu 4).

2. Ưu nhược điểm và phạm vi sử dụng

Vì cơ cấu culit là cơ cấu phẳng toàn khớp thấp do đó nó cũng mang những ưu nhược điểm của cơ cấu phẳng toàn khớp thấp:

- Thay đổi kích thước động đơn giản.
- Kết cấu khớp đơn giản, dễ chế tạo.
- Sự biến dạng của các khâu của cơ cấu có thể gây ra sai số về điều kiện phẳng.
- Sự biến dạng làm tăng tải trọng do đó làm tăng độ mòn và áp lực trong các khớp sẽ lớn dẫn đến các khớp sẽ bị chèn cứng, không hoạt động được.

Câu hỏi ôn tập

1. Trình bày sơ đồ nguyên lý cấu tạo và nêu ưu, nhược điểm của cơ cấu bánh răng thanh răng?
2. Trình bày sơ đồ nguyên lý cấu tạo và nêu ưu, nhược điểm của cơ cấu vít đai ốc?
3. Trình bày sơ đồ nguyên lý cấu tạo và nêu ưu, nhược điểm của cơ cấu cam cần đẩy, cam cần lắc?
4. Trình bày sơ đồ nguyên lý cấu tạo và nêu ưu, nhược điểm của cơ cấu tay quay con trượt? Cơ cấu cóc? Cơ cấu đĩa Man? Cơ cấu culit?

Phần bốn

BÀI TẬP ỨNG DỤNG

Phần một

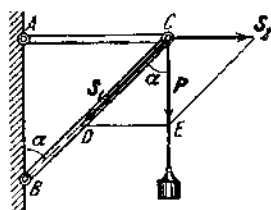
VẬT RẮN TUYỆT ĐỐI

BÀI TẬP CHƯƠNG 2

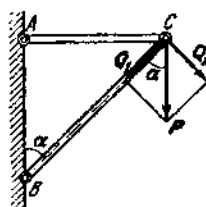
Bài tập 1. Xích động gồm các thanh AC và BC liên kết với tường và với nhau bằng các khớp sao cho $\angle BAC = 90^\circ$, $\angle ABC = \alpha$ (hình 1). Tại khớp C treo vật có trọng lượng P. Bỏ qua trọng lượng của các thanh, hãy xác định lực nén lên thanh BC.

Bài giải. Cả hai thanh đều bị lực P tác dụng. Phản lực của chúng trong trường hợp này hướng dọc theo các thanh. Do đó để tìm lực nén, ta đặt lực P vào điểm C, rồi phân P thành các thành phần theo các hướng AC và BC. Phân lực S_1 chính là lực nén cần tìm. Theo tam giác CDE, ta có: $S_1 = \frac{P}{\cos \alpha}$ cũng theo tam giác đó, ta thấy thanh AC bị kéo bởi lực: $S_2 = P \tan \alpha$

Khi góc α tăng lên, các lực tác dụng lên cả hai thanh cũng tăng lên, khi α gần bằng 90° chúng sẽ rất lớn. Thí dụ, khi $P = 100\text{kg}$, $\alpha = 85^\circ$, ta có $S_1 \approx 1150\text{kg}$, $S_2 \approx 1140\text{kg}$. Để giảm lực tác dụng ta cần giảm góc α .



Hình 1



Hình 2

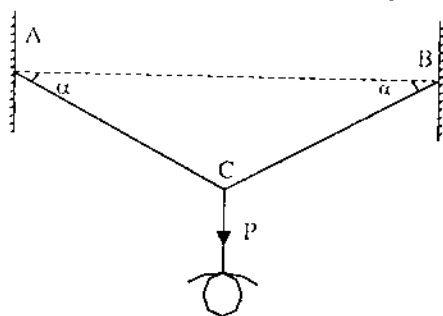
Theo kết quả trên ta thấy, đôi khi có thể xảy ra trường hợp lực bé nhưng lại tạo ra áp lực rất lớn lên các bộ phận riêng rẽ của cấu trúc. Đây là các lực được hợp và phân theo qui tắc hình bình hành, mà trong hình bình hành thì đường chéo có thể ngắn hơn các cạnh. Do vậy nếu khi giải bài toán tính được những phản lực rất lớn so với các lực tác dụng, thì điều đó không có nghĩa là giải sai.

Cuối cùng ta chứng minh vì sao khi giải các bài toán tương tự, ta nhất thiết phải phân lực tác dụng theo phương các phản lực liên kết. Trong bài tập vừa khảo sát, ta phải xác định lực ở thanh BC. Ta hãy đặt lực P vào điểm C (hình 2) rồi phân P theo phương dọc thanh BC và phương vuông góc với thanh BC. Ta được: $Q_1 = P \cos \alpha$, $Q_2 = P \sin \alpha$.

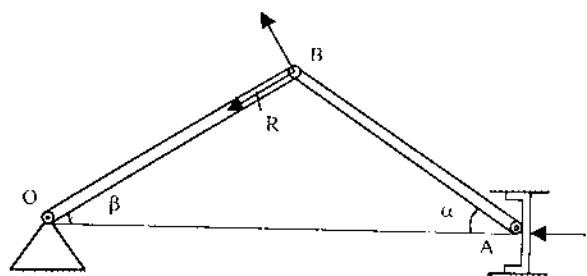
Cách phân tích lực này tuy đúng, nhưng Q_1 không phải là lực cần tìm ở trong thanh BC, vì thanh AC không chịu tác dụng toàn bộ lực Q_2 . Do đó lực Q_2 tác dụng lên cả hai thanh và bởi vậy sẽ tạo ra lực nén thêm lên thanh BC mà vẫn chưa được tính đến trong Q_1 .

Thí dụ này chứng tỏ, nếu phân lực không theo phương của phản lực liên kết, thì không thu được lời giải cần tìm.

Bài tập 2. Chụp đèn trọng lượng $P = 20\text{ kG}$ (hình 3) được treo vào hai dây AC và BC lập với phương nằm ngang những góc như nhau bằng $\alpha = 5^\circ$. Hãy xác định sức căng ở các dây.



Hình 3

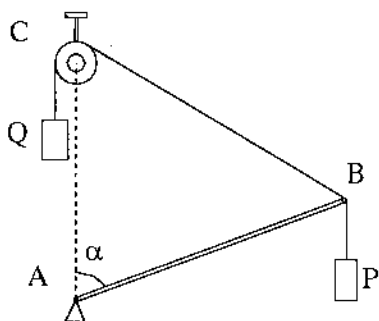


Hình 4

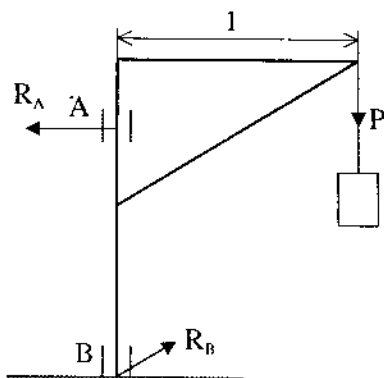
Bài tập 3. Hãy xác định ứng lực vòng tại điểm B và áp lực lên điểm O ở cơ cấu tay quay thanh truyền vẽ trên hình 4. Cho biết ứng với các góc và có lực P tác dụng lên pít tông A; tay quay OB và thanh truyền AB có trọng lượng không đáng kể.

Bài tập 4. Thanh AB được gắn vào gối tựa cố định bằng khớp A' (hình 5). Đầu B của nó mang vật nặng $P = 100\text{ kG}$ và được giữ cân bằng bởi 1 sợi dây

vắt qua ròng rọc C, đầu dây mang trọng lượng $Q=14,1 \text{ kG}$. Trục của ròng rọc C và khớp A cùng nằm trên một đường thẳng đứng và $AC=AB$. Hãy xác định góc α và ứng lực ở thanh AB khi hệ cân bằng. Có thể bỏ qua trọng lượng của thanh và kích thước của ròng rọc.



Hình 5



Hình 6

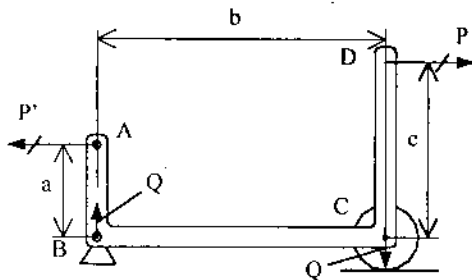
Bài tập 5. Cần trục với liên kết khớp trụ A và khớp cố định B mang trọng lượng P (hình 6). Giả thiết trọng lượng của kết cấu không đáng kể, hãy xác định phản lực R_A, R_B của các gối, cho biết cần trục có tầm với bằng l và $AB = h$

BÀI TẬP CHƯƠNG 3

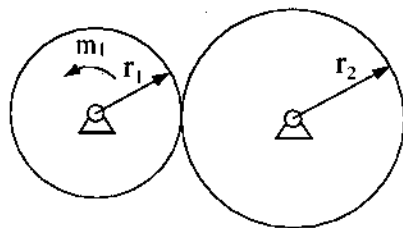
Bài tập 1. Cho đòn bẩy cong ABCD (hình 7) cân bằng dưới tác dụng của hai lực song song P và P' tạo thành một ngẫu lực. Hãy xác định áp lực trên các gối tựa, nếu $AB = a = 15 \text{ cm}$, $BC = b = 30 \text{ cm}$, $CD = c = 20 \text{ cm}$, $P = P' = 30 \text{ kG}$.

Bài giải. Thay ngẫu lực (P, P') bằng ngẫu lực tương đương (Q, Q') với các lực hướng theo chiều các phản lực của các gối. Trong trường hợp này, mô men của các ngẫu lực sẽ bằng nhau, tức là $P(c-a) = Qb$.

Như vậy, áp lực lên các gối có trị số bằng: $Q = Q' = \frac{c-a}{b} P = 5 \text{ kG}$ và có chiều như trên hình vẽ.



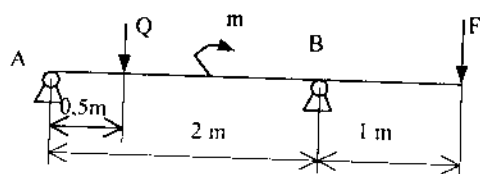
Hình 7



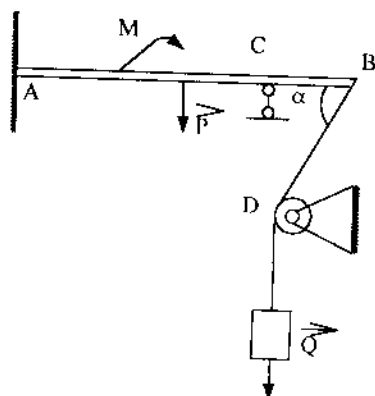
Hình 8

Bài tập 2. Một ngẫu lực với mômen m_1 tác dụng lên bánh răng 1 bán kính r_1 (hình 8). Hãy xác định mômen m_2 của ngẫu lực phải tác dụng vào bánh răng 2 bán kính r_2 để giữ cân bằng.

Bài tập 3. Cho một dầm AB có kích thước và chịu lực như hình 9. Xác định các phản lực tại A và B cho $F = 100 \text{ N}$; $Q = 60 \text{ N}$; $m = 120 \text{ Nm}$



Hình 9

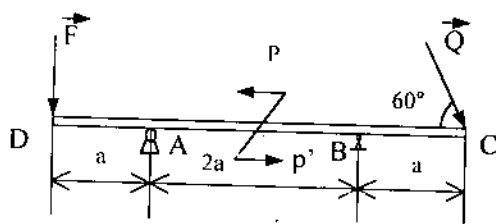
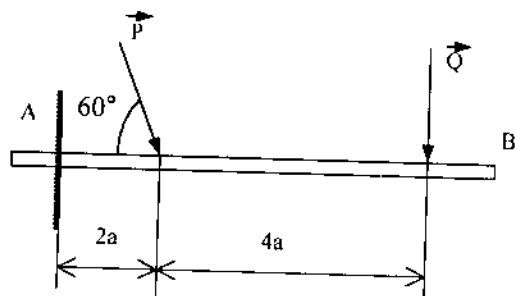


Hình 10

Bài tập 4. Thanh đồng chất AB trọng lượng $P = 200 \text{ N}$ được gắn với tường bằng bản lề ở A và tựa vào gối C. Trên thanh có tác dụng ngẫu lực với mômen $M = 50 \text{ kNm}$. Tại đầu B có buộc một sợi dây vắt qua ròng rọc D rồi treo vật nặng $Q = 50\sqrt{2} \text{ N}$

Xác định phản lực tại A, C. Biết $AC = 2BC = 40 \text{ cm}$ và $\alpha = 45^\circ$ (hình 10)

Bài tập 5. Một dầm công xôn chịu tác dụng của lực P, Q xác định phản lực tại ngàm A biết $P = 8 \text{ kN}$; $Q = 4 \text{ kN}$ và $a = 1 \text{ m}$. (hình 11)



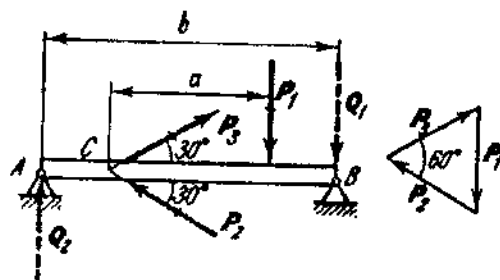
Bài tập 6. Dầm công xôn CD chịu tác dụng của lực tập trung $Q = 20 \text{ kN}$ đặt nghiêng 60° so với trục dầm; lực $F = 16 \text{ kN}$ theo phương vuông góc với trục dầm và một ngẫu lực (P, P') với $P = 10 \text{ kN}$ và $a = 0,8 \text{ m}$. (hình 12)

Xác định phản lực tại các gối tựa.

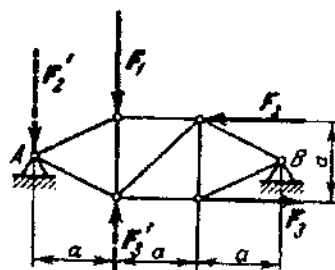
BÀI TẬP CHƯƠNG 4

Bài tập 1. Hãy thu hệ lực P_1, P_2, P_3 tác dụng lên dầm AB (hình 13) về dạng tối giản và tìm áp lực tác dụng lên các gối A và B, nếu $P_1 = P_2 = P$.

Bài giải. Đa giác lực tạo thành bởi các lực P_1, P_2, P_3 là đa giác khép kín, nên $R = 0$. Tổng mômen của tất cả các lực đối với mọi điểm (thí dụ điểm C) bằng $-Pa$. Bởi vậy, hệ lực này thu về một ngẫu lực có mômen $m = -Pa$. Dạng ngẫu lực này được thể hiện bằng đường nét đứt như trên hình vẽ. Ta thấy rằng các lực P_1, P_2, P_3 tác dụng lên các gối các áp lực Q_1 và Q_2 , có trị số bằng $\frac{Pa}{b}$



Hình 13

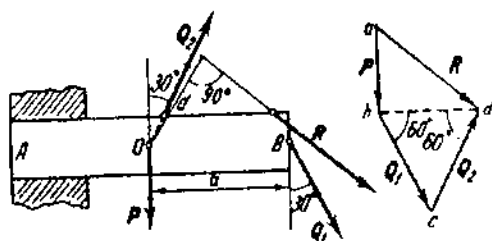


Hình 14

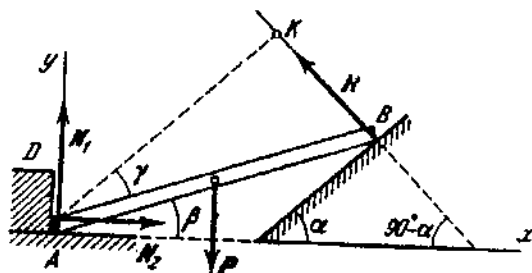
Bài tập 2. Hãy thu hệ lực F_1, F_2, F_3 tác dụng lên giàn AB (hình 14) về dạng tối giản và tìm áp lực tác dụng lên các gối A và B nếu $F_1 = F_2 = F_3 = F$.

Bài giải. Chú ý rằng các lực F_2 và F_3 tạo thành một ngẫu lực nếu chuyển ngẫu lực đó về vị trí như được thể hiện trên bằng đường nét đứt trên hình vẽ, thì các lực F_1, F_3' cân bằng nhau và cả hệ lực thu về một hợp lực $R = F_2'$. Từ đó ta kết luận rằng tác dụng của các lực F_1, F_2, F_3 qui về một áp lực thẳng đứng lên gối A; còn gối B không chịu áp lực nào.

Bài tập 3. Hãy tìm hợp lực của các lực tác dụng lên dầm AB (hình 15) nếu $P = 3T, Q_1 = Q_2 = Q = 4T$, khoảng cách $OB = a = 0,8m$.



Hình 15

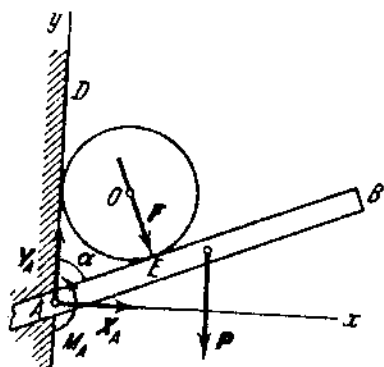


Hình 16

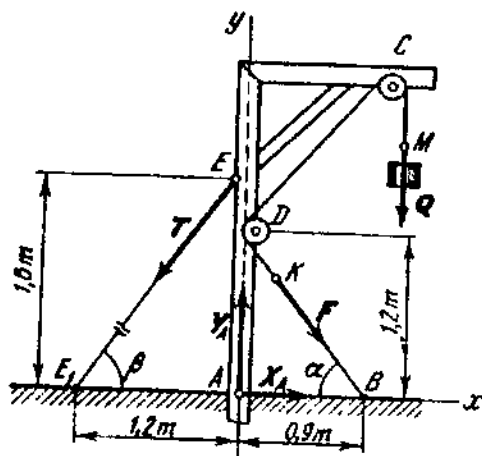
Bài tập 4. Một dầm đồng chất AB trọng lượng P, có đầu A tỳ lên mặt phẳng ngang nhẵn và gờ D, đầu B tỳ nên mặt phẳng nghiêng tạo với đường nằm ngang một góc α (hình 16). Cho biết dầm nghiêng so với đường nằm ngang một góc β . Hãy xác định áp lực của dầm đè lên hai mặt phẳng và gờ D.

Bài tập 5. Dầm đồng chất AB được ngàm vào tường và tạo với thành tường một góc $\alpha = 60^\circ$ (hình 17). Phần dầm ở ngoài tường có chiều dài $b = 0,8\text{m}$ và có trọng lượng $P = 100\text{kG}$. Bên trong góc $\angle DAB$ đặt một khối trụ trọng lượng $Q = 180\text{kG}$, tiếp xúc với dầm tại điểm E, trong đó $AE = a = 0,3\text{ m}$. Hãy xác định phản lực của ngàm.

Bài tập 6. Trên giá (hình 18) có hai ròng rọc C và D, người ta vắt qua các ròng rọc một sợi dây, đầu trên mang trọng lượng $Q = 240\text{ kG}$, đầu dưới buộc vào điểm B. Giá được giữ cân bằng bởi dây chằng EE_1 . Bỏ qua trọng lượng của giá và ma sát ở ròng rọc, hãy xác định sức căng ở dây chằng và phản lực của ngàm A nếu xem nó như một khớp (tức là ngàm không cứng, cho phép cột quay quanh điểm A). Khoảng cách từ cột tới ròng rọc C bằng 1 m, các kích thước khác cho trên hình vẽ.

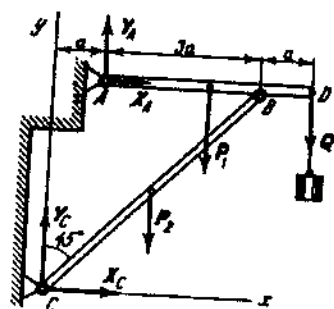


Hình 17

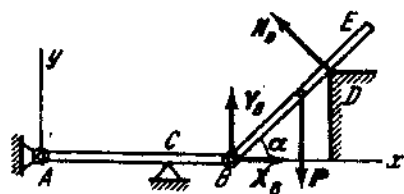


Hình 18

Bài tập 7. Một giá gồm thanh ngang AD (hình 19) có trọng lượng $P_1 = 15\text{ kG}$ được liên kết với tường bằng khớp và thanh chống CB có trọng lượng $P_2 = 12\text{ kG}$ cũng được liên kết với thanh ngang AD và với tường bằng khớp (các kích thước cho trên hình vẽ). Tại đầu D của thanh ngang treo trọng lượng $Q = 30\text{kG}$. Hãy xác định phản lực của các khớp A và C, giả thiết rằng cả hai thanh đều đồng chất.



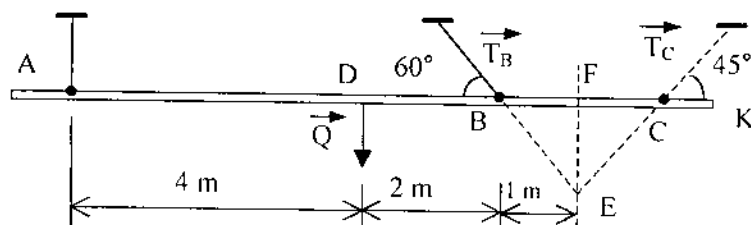
Hình 19



Hình 20

Bài tập 8. Dầm ngang AB trọng lượng $Q = 20 \text{ kG}$ được liên kết với tường bằng khớp A và tỳ lên gối tựa C (hình 20) đầu B của dầm nối khớp với thanh BE trọng lượng $P = 40 \text{ kG}$ tỳ lên gối D. Cho biết $CB = \frac{1}{3} AB$ và $DE = \frac{1}{3} BE$ và , góc $\alpha = 45^\circ$. Hãy xác định phản lực ở các gối tựa, biết rằng dầm và thanh đều đồng chất.

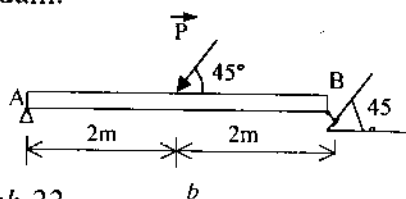
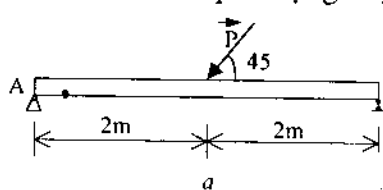
Bài tập 9. Khi lắp ghép cầu, người ta nâng dàn cầu ABC nhờ 3 sợi dây cáp bố trí như trên hình vẽ. Trọng lượng phần dàn này là $Q = 42 \text{ N}$ đặt tại trọng tâm D. Các khoảng cách tương ứng là $AD = 4 \text{ m}$, $DB = 2 \text{ m}$ và $BF = 1 \text{ m}$. Xác định sức căng của các dây cáp khi AC nằm ngang. (hình 21)



Hình 21

Bài tập 10. Dầm gắn bản lề tại gối tựa A, đặt trên con lăn tại đầu B. Tại điểm giữa của dầm có lực $P = 2 \text{ kN}$ tác dụng nghiêng 45° so với trục dầm. (hình 22)

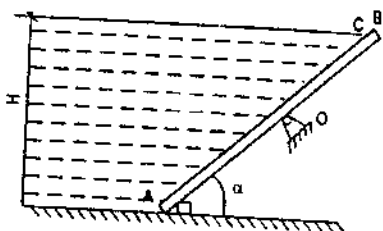
Tìm phản lực ở các gối tựa trong các trường hợp (a) và (b). Kích thước cho như trên hình vẽ. Bỏ qua trọng lượng dầm.



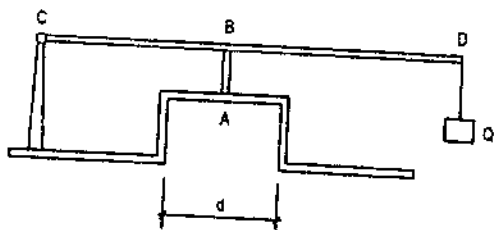
Hình 22

Bài tập 11. Tấm chắn chữ nhật AB của kênh tưới ruộng có thể quay quanh trục O (hình 23). Khi mực nước không cao tấm chắn đóng lại. Nhưng khi mực nước đạt tới độ cao H tấm chắn quay quanh trục O và mở kênh. Bỏ qua ma sát và trọng lượng tấm chắn.

Xác định độ cao H để kênh mở được.



Hình 23



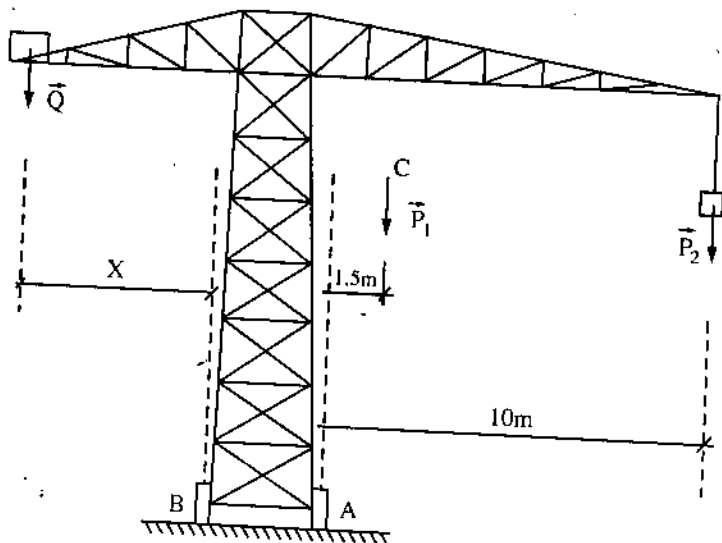
Hình 24

Bài tập 12. Nắp bảo hiểm A của nồi hơi được nối với đòn bẩy đồng chất CD = 50cm trọng lượng 1N và có thể quay quanh trục cố định C. Đường kính của nắp $d = 6\text{cm}$, cánh tay đòn BC = 7cm (hình 24)

Cần phải treo vào đầu mút D của đòn bẩy một tải trọng Q bằng bao nhiêu để nắp tự mở ra khi áp lực trong nồi hơi bằng 1at (coi $1\text{at} = 10\text{N/cm}^2$).

Bài tập 13. Trọng lượng của cần cẩu di động (không kể đối trọng) là $P_1 = 50\text{ kN}$ tác dụng theo hướng thẳng đứng cách đường thẳng qua ray bên phải A là 1,5 m. Trọng lượng vật nâng là $P_2 = 25\text{ kN}$. Tầm vươn tính từ đường thẳng đứng qua ray phải là 10 m (hình 25).

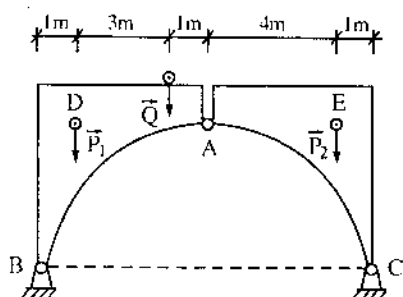
Xác định trọng lượng nhỏ nhất của đối trọng Q và khoảng cách lớn nhất x từ trọng tâm đối trọng đến đường thẳng đứng đi qua ray trái B để cần cẩu không bị lật với mọi vị trí của xe tời khi có vật nâng cũng như khi không có vật nâng. Bỏ qua trọng lượng riêng của xe tời.



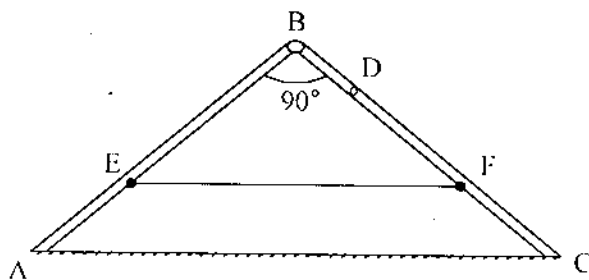
Hình 25

Bài tập 14. Một chiếc cầu gồm hai phần nối với nhau bằng bản lề A. Trọng lượng của mỗi phần là $P = 40\text{kN}$ và trọng tâm của chúng là D và E. Trọng tải đặt trên cầu là $Q = 20\text{kN}$. Kích thước cho như trên hình 26.

Xác định các phản lực tại A, B, C.



Hình 26



Hình 27

Bài tập 15. Trên mặt phẳng ngang nhẵn người ta dựng một thanh kép gồm hai thanh AB và BC nối với nhau bằng bản lề B và sợi dây EF. Mỗi thanh có trọng lượng $P = 120\text{kN}$ và chiều dài $l = 3\text{m}$. Tại điểm D cách B $0,6\text{m}$ có một người trọng lượng $Q = 720\text{N}$ đứng. (hình 27)

Xác định phản lực ở A, B, C và sức căng của dây EF. Biết $AE = CF = 1\text{m}$.

BÀI TẬP CHƯƠNG 5

Bài tập 1. Một trục quay với tốc độ $n = 90$ v/ph. Sau khi ngắt động cơ, trục bắt đầu quay chậm dần đều và sau $t_1 = 40\text{s}$ thì dừng hẳn. Hãy xác định số vòng mà trục quay được trong thời gian đó.

Bài giải. Vì trục quay chậm dần đều nên ta có: $\varphi = \omega_0 t + \varepsilon \frac{t^2}{2}$ (a)

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon t \quad (b)$$

Vận tốc góc ban đầu khi trục quay chậm dần chính là vận tốc của trục trước khi ngắt động cơ. Do đó: $\omega_0 = \frac{\pi n}{30}$

Tại thời điểm $t = t_1$, vận tốc góc của trục là $\omega_1 = 0$. Thay các giá trị đó vào phương trình (b) ta được: $0 = \frac{\pi n}{30} + \varepsilon t_1$ và $\varepsilon = -\frac{\pi n}{30 t_1}$

Nếu gọi số vòng mà trục quay được trong thời gian t_1 là N, thì góc quay trong thời gian đó sẽ bằng $\varphi_1 = 2\pi N$. Thay các giá trị vừa tìm được của ε và φ_1 vào phương trình (a), ta được: $2\pi N = \frac{\pi n}{30} t_1 - \frac{\pi n}{60} t_1 = \frac{\pi n}{60} t_1$

từ đây suy ra vòng $N = \frac{nt_1}{120} = 30$

Bài tập 2. Một bánh đà bán kính $R = 1,2\text{m}$ quay đều với tốc độ $n = 90$ v/ph. Hãy xác định vận tốc tuyến tính và gia tốc của một điểm nằm trên vành bánh đà.

Bài giải. Vận tốc tuyến tính của điểm bằng $v = R\omega$, trong đó ω là vận tốc góc biểu diễn bằng rad/s. Trong trường hợp này: $\omega = \frac{\pi n}{30} = 3\pi \frac{1}{s}$

nên ta có $v = \frac{\pi n}{30} R = 11,3 \text{ m/s}$

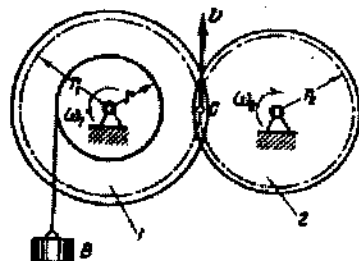
vì $\omega = \text{const}$, nên $\varepsilon = 0$, và do đó: $W = W_n = R\omega^2 = \frac{\pi^2 n^2}{900} R = 106,6 \text{ m/s}^2$

Gia tốc của điểm trong trường hợp này có chiều hướng về trục quay.

Bài tập 3. Trong giai đoạn lấy đà, bánh đà quay theo qui luật $\varphi = \frac{9}{32}t^2$

hãy xác định vận tốc tuyến tính và gia tốc của điểm ở cách trục quay một khoảng $h = 0,8\text{m}$ khi gia tốc tiếp tuyến của điểm đó bằng gia tốc pháp tuyến của nó.

Bài tập 4. Tải trọng B làm quay trục bán kính r và bánh răng 1 có bán kính r_1 được gắn vào trục. Cho rằng tải trọng bắt đầu chuyển động từ trạng thái đứng yên với gia tốc a không đổi. Hãy xác định qui luật quay của bánh răng 2 bán kính r_2 liên kết khớp với bánh răng 1 (hình 28)

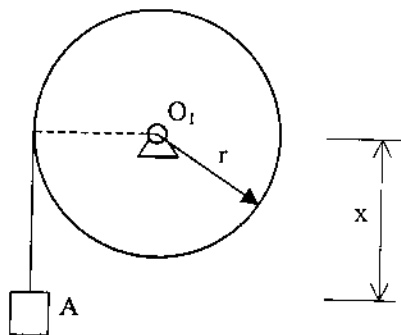


Hình 28

Bài tập 5. Khi tắt máy, động cơ cánh quạt của máy bay có vận tốc góc $n = 1200\text{v/ph}$ và quay được 80 vòng thì dừng lại. Hỏi từ khi tắt máy đến khi dừng lại thì hết bao lâu? Ta coi cánh quạt quay chậm dần đều.

Bài tập 6. Đầu một sợi dây không giãn buộc vào vật A còn đầu kia cuốn vào ròng rọc bán kính $r = 10\text{cm}$ quay quanh trục O_1 cố định. Vật A chuyển động thẳng xuống với phương trình $x = 100t^2$ (x tính bằng cm và t tính bằng giây).

Xác định vận tốc góc và gia tốc góc của ròng rọc, đồng thời xác định gia tốc toàn phần của một điểm trên mặt ròng rọc tại thời điểm bất kỳ.



Hình 29

BÀI TẬP CHƯƠNG 6

Bài tập 1. Xác định vận tốc tâm C và vận tốc góc của ròng rọc di động bán kính r (hình 30). Cho biết vật A được nâng lên với vận tốc v_A , vật B được hạ xuống với vận tốc v_B . Dây treo không trượt trên ròng rọc và luôn luôn thẳng đứng khi chuyển động.

Bài giải. Vì dây treo không trượt trên ròng rọc di động, nên vận tốc của các điểm a và b của ròng rọc có trị số bằng vận tốc của các vật treo, tức là $v_a = v_A$, $v_b = v_B$. Biết vận tốc của các điểm a, b và để tiện cho tính toán ta giả thiết $v_B > v_A$, ta sẽ xác định vị trí tâm vận tốc tức thời P của ròng rọc di động bằng phương pháp mô tả trên hình 30b.

Gọi vận tốc tâm C của ròng rọc là v_C .

$$\text{Từ đó ta có: } \omega = \frac{|v_b + (-v_a)|}{ab}, \omega = \frac{|v_b - v_c|}{bc}$$

ta sẽ xác định được trị số của vận tốc v_C và vận tốc góc. Muốn vậy, thay $ab = 2r$, $bc = r$ vào các biểu thức trên ta được: $\omega = \frac{v_B + v_A}{2r}$, $v_C = \frac{v_B - v_A}{2}$

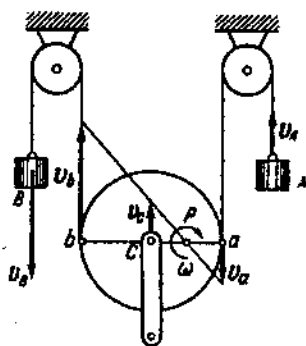
Khi $v_B > v_A$, tâm C của ròng rọc đang được nâng lên; nếu $v_B < v_A$ thì C hạ xuống. Khi $v_B = v_A$ thì $v_C = 0$.

Nếu như cả hai vật A và B đều hạ xuống thì chỉ việc thay v_A trong các công thức thu được bằng $-v_A$ ta sẽ xác định được các trị số của ω và v_C .

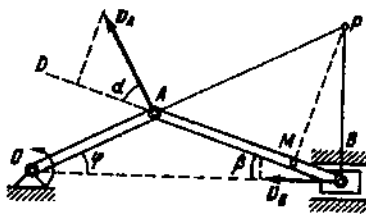
Bài tập 2. Tay quay OA chiều dài r trong cơ cấu tay quay thanh truyền (hình 31) quay với vận tốc góc ω_{OA} . Thanh truyền AB có chiều dài l. Cho trước góc φ , hãy xác định:

- 1) Vận tốc của con chạy B;
- 2) Vị trí của điểm M trên AB với vận tốc nhỏ nhất;
- 3) Vận tốc góc ω_{AB} của thanh truyền. Khảo sát thêm vị trí của cơ cấu khi $\varphi = 0$ và $\varphi = 90^\circ$

Bài giải. Theo điều kiện bài toán, ta thấy điểm A có vận tốc $v_A = \omega_{OA} \cdot r$ vuông góc với OA, còn vận tốc của điểm B thì hướng dọc theo đường BO. Với các số liệu này ta có thể xác định được toàn bộ các đặc trưng động học của thanh truyền AB.



Hình 30



1) Theo định lý về hình chiếu của vận tốc, ta có $v_A \cos \alpha = v_B \cos \beta$. Góc OAD là góc ngoài của tam giác OAB bằng $\varphi + \beta$. Nên $\alpha = 90^\circ - (\varphi + \beta)$ và:

$$v_B = \omega_{OA} r \frac{\sin(\varphi + \beta)}{\cos \beta} = \omega_{OA} r (\sin \varphi + \cos \varphi \tan \beta)$$

Khử góc trong đẳng thức trên. Xét tam giác OAB, ta có: $\frac{\sin \beta}{r} = \frac{\sin \varphi}{l}$

Ngoài ra $\tan \beta = \frac{\sin \beta}{\sqrt{1 - \sin^2 \beta}}$

Cuối cùng ta được: $v_B = \omega_{OA} r \left(1 + \frac{r \cos \varphi}{\sqrt{l^2 - r^2 \sin^2 \varphi}} \right) \sin \varphi$

2) Dựng các đường vuông góc với các vận tốc tại các điểm A và B, ta xác định được tâm vận tốc tức thời P của thanh truyền AB (AP là đường kéo dài của OA). Điểm có vận tốc nhỏ nhất là điểm M ở gần tâm P nhất, tức là điểm nằm trên đường vuông góc PM với AB. Điểm này có vận tốc bằng

$$v_M = v_A \cos \alpha = \omega_{OA} r \sin(\varphi + \beta)$$

3) Ta có vận tốc của thanh truyền AB được xác định như sau:

$$\omega_{AB} = \frac{v_A}{PA} \quad \text{hay} \quad \omega_{AB} = \frac{v_B}{PB}$$

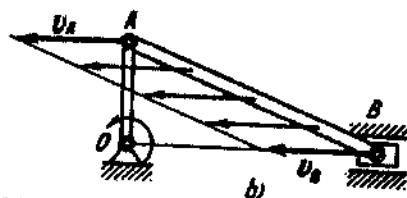
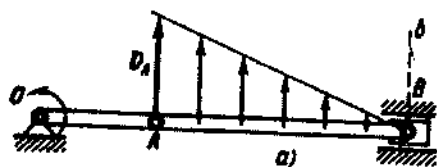
chiều dài PB (hay PA) được tính toán theo điều kiện bài toán.

4) Khi góc $\varphi = 0$ (hình 32a), đường vuông góc AB với vận tốc v_A và đường vuông góc Bb với v_B cắt nhau tại điểm B. Nên điểm B là tâm vận tốc tức thời ứng với vị trí đó và $v_B = 0$ (vị trí chết của cơ cấu). Tại vị trí này ta có:

$$\omega_{AB} = \frac{v_A}{AB} = \frac{r}{l} \omega_{OA}$$

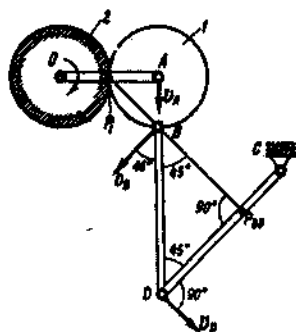
phân bố vận tốc của các điểm trên thanh truyền AB được vẽ trên hình 32a.

5) Khi góc $\varphi = 90^\circ$ (hình 32b), vận tốc v_A và v_B song song với nhau và các đường vuông góc với chúng cắt nhau ở vô cực. Do đó, tất cả các điểm trên thanh truyền AB lúc đó có cùng một vận tốc bằng v_A ; $\omega_{AB} = 0$.



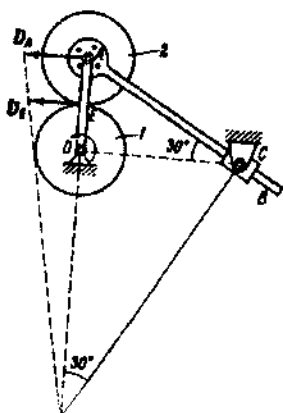
Hình 32

Bài tập 3. Tay quay OA (hình 33) quay quanh trục O với vận tốc góc ω_{OA} làm cho trục bánh răng đi động 1 lần trên bánh răng cố định 2. Hai bánh răng có cùng bán kính r . Thanh truyền BD có chiều dài l liên kết khớp với bánh răng 1, đầu D của thanh truyền liên kết khớp với thanh lắc DC. Hãy xác định vận tốc góc của thanh truyền tại thời điểm khi BD vuông góc với tay quay OA. Cho biết góc BDC lúc đó bằng 45° .

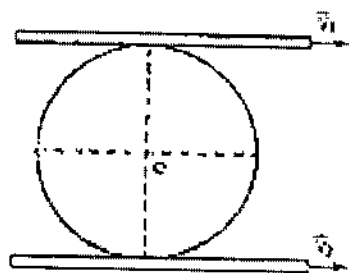


Hình 33

Bài tập 4. Trên trục O (hình 34) có bánh răng 1 và tay quay OA gắn độc lập nhau. Tay quay OA quay với vận tốc góc ω_{OA} và mang trục A của bánh răng 2 gắn cố định với thanh truyền AB luồn qua con trượt lắc C. Bán kính của các bánh răng 1, 2 bằng nhau. Hãy xác định vận tốc góc ω_1 của bánh răng 1 vào lúc $OA \perp OC$ và góc ACO bằng 30° .



Hình 34



Hình 35

Phần hai

SỨC BỀN VẬT LIỆU

BÀI TẬP CHƯƠNG 2

Bài tập 1. Cho thanh có kích thước và chịu lực như hình vẽ (hình 37). Vẽ biểu đồ nội lực của thanh.

Bài giải.

1) Xác định phản lực tại A

Giả sử phản lực tại A là H_A có phương và chiều như trên hình vẽ.

Chiếu các lực tác dụng vào thanh lên trục z ta được:

$$\sum z = -H_A - P_2 + P_1 = 0$$

$$\Rightarrow H_A = P_1 - P_2 = -10\text{kN}$$

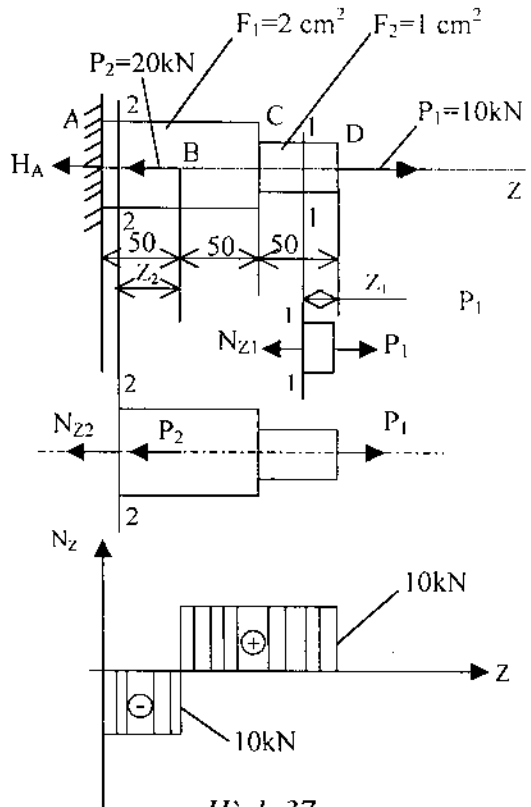
H_A có giá trị âm vậy chiều của H_A trong thực tế ngược với chiều đã giả thiết.

2) Xác định nội lực

* Đầu tiên ta phải phân thanh ra làm các đoạn để xét với cơ sở là: phân đoạn dựa vào các điểm tác dụng của ngoại lực. Ở bài tập này ta phân thanh làm hai đoạn AB và BD.

+ Xét đoạn BD

- Dùng mặt phẳng 1-1 cắt đoạn BD tại vị trí cách D một khoảng bằng z_1 , xét cân bằng của nửa bên phải mặt cắt ta có:



Hình 37

$\sum Z = -N_{Z1} + P_1 = 0 \Rightarrow N_{Z1} = P_1 = 10 \text{ kN} = \text{const} \Rightarrow$ nội lực trên mặt cắt ngang ở mọi điểm trên đoạn đang xét là như nhau (N_{Z1} là nội lực trên mặt cắt ngang của thanh)

$N_{Z1} > 0$ nên đoạn BD chịu kéo

+ Tương tự xét đoạn AB ta có:

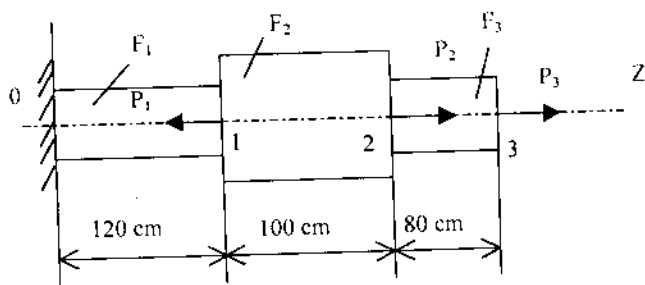
$$\sum Z = -N_{Z2} - P_2 + P_1 = 0 \Rightarrow N_{Z2} = P_1 - P_2 = -10 \text{ kN} = \text{const}$$

$N_{Z2} < 0$ nên đoạn AB chịu nén

3) Vẽ biểu đồ nội lực

Từ kết quả ở trên ta vẽ được biểu đồ nội lực như trên hình vẽ (hình 37)

Bài tập 2. Cho thanh 3 bậc có kích thước và chịu lực tác dụng như hình vẽ (hình 38). Diện tích mặt cắt ngang $F_1 = F_3 = 1 \text{ cm}^2$, $F_2 = 1,5 \text{ cm}^2$. Vật liệu có $E = 20000 \text{ kN/cm}^2$. Các tải trọng $P_1 = P_2 = P_3 = 1 \text{ kN}$. Vẽ biểu đồ nội lực, xác định mặt cắt nguy hiểm và ứng suất lớn nhất có trong thanh. Xác định biến dạng trong thanh, độ dẫn dài toàn thanh?



Hình 38

Bài giải.

1) Xác định phản lực liên kết

Tương tự như bài tập 1 xác định được phản lực liên kết tại 0 là $R = 1 \text{ kN}$

2) Xác định nội lực

Ở đây nội lực chính là lực dọc N_Z . Để xác định N_Z ta chia thanh thành các đoạn 01, 12 và 23 như trên hình 38.

Bằng phương pháp sử dụng mặt cắt như ở trong bài tập 1 ta sẽ xác định được nội lực trên các đoạn như sau:

Trên đoạn 01 thanh chịu kéo với lực $N_{Z1} = 1 \text{ kN}$;

Trên đoạn 12 thanh chịu kéo với $N_{Z2} = 2 \text{ kN}$;

Trên đoạn 23 thanh chịu kéo với $N_{Z3} = 1 \text{ kN}$.

3) Vẽ biểu đồ nội lực, Xác định mặt cắt nguy hiểm

Từ kết quả tính toán ở trên ta vẽ được biểu đồ nội lực như trên hình 39

Từ đó ta có thể suy ra ứng suất trong từng đoạn thanh.

+ đoạn 01 ($0 \leq Z \leq 120 \text{ cm}$)

$$\sigma_z = \frac{N_{z1}}{F_1} = 1 \text{ kN/cm}^2$$

+ đoạn 12 ($120 \text{ cm} \leq Z \leq 220 \text{ cm}$)

$$\sigma_z = \frac{N_{z2}}{F_2} = 1,4 \text{ kN/cm}^2$$

+ đoạn 23 ($220 \text{ cm} \leq Z \leq 300 \text{ cm}$)

$$\sigma_z = \frac{N_{z3}}{F_3} = 1 \text{ kN/cm}^2$$

Như vậy mặt cắt nguy hiểm nằm ở phần $120 \text{ cm} \leq Z \leq 220 \text{ cm}$ với ứng suất lớn nhất: $\sigma_z(\max) = 1,4 \text{ kN/cm}^2$

4) Xác định biến dạng và độ dẫn dài toàn thanh

- Xác định biến dạng:

+ Xét đoạn 01

Ta có: $\epsilon_z = \frac{\sigma_1}{E} = 5 \cdot 10^{-5}$

+ Xét đoạn 12

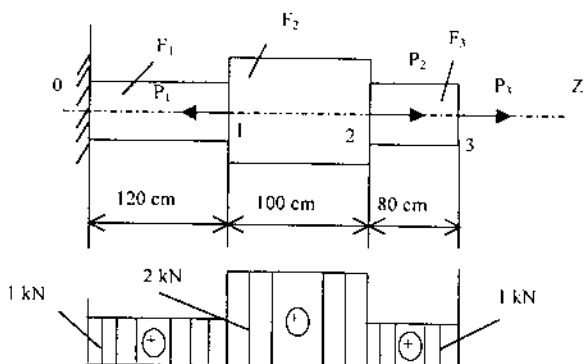
Ta có: $\epsilon_z = \frac{\sigma_2}{E} = 7 \cdot 10^{-5}$

+ Xét đoạn 23

Ta có: $\epsilon_z = \frac{\sigma_3}{E} = 5 \cdot 10^{-5}$

- Tính độ dẫn dài của toàn thanh:

Ta có: $\Delta L = \sum_{i=1}^3 \epsilon_i L_i = 5 \cdot 10^{-5} \cdot 120 + 7 \cdot 10^{-5} \cdot 100 + 5 \cdot 10^{-5} \cdot 80 = 0,017 \text{ cm}$



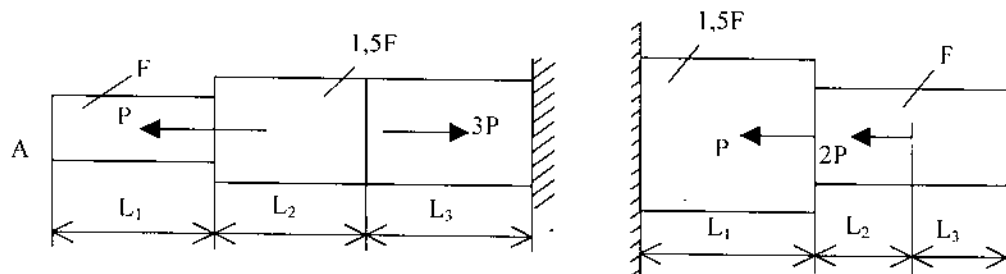
Hình 39

Bài tập 3. Cho các thanh chịu lực như trên hình 40 với các kích thước:

$L_1 = 100 \text{ cm}$; $L_2 = 100 \text{ cm}$; $L_3 = 80 \text{ cm}$;

Diện tích mặt cắt ngang $F = 10 \text{ cm}^2$; vật liệu có $E = 20000 \text{ kN/cm}^2$; tải trọng tập trung $P = 1 \text{ kN}$.

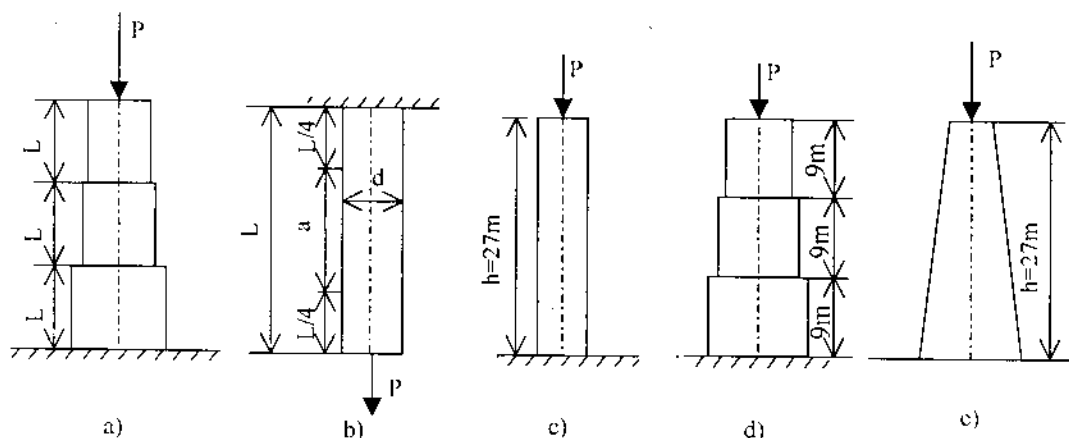
Vẽ biểu đồ nội lực và kiểm tra bền các thanh.



Hình 40

Bài tập 4. Cho cột 3 bậc chịu lực như trên hình vẽ (hình 41a), chiều dài các bậc bằng L . Vật liệu có mô đun đàn hồi E ; ứng suất cho phép $[\sigma]$. Cột chịu tải trọng tập trung P và tải trọng phân bố là trọng lượng riêng. Xác định kích thước mặt cắt ngang các đoạn F_1, F_2, F_3 để ứng suất lớn nhất trên các mặt cắt đó bằng nhau và bằng ứng suất cho phép? Tính độ dãn dài toàn thanh?

Bài tập 5. Một thanh có mặt cắt ngang hình tròn, đường kính không đổi d chịu lực P và trọng lượng bản thân. Xác định đường kính d của mặt cắt ngang và độ biến dạng tuyệt đối của đoạn dài a như trên hình 41b.



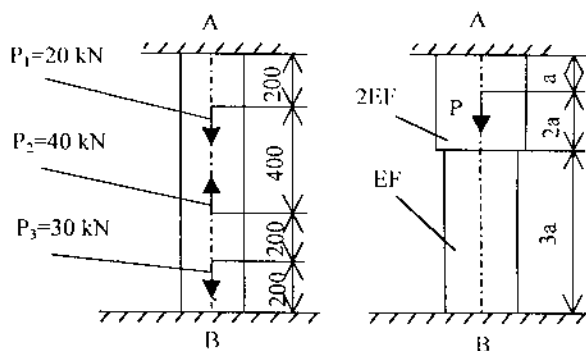
Hình 41

Bài tập 6. Cột bê tông có mặt cắt ngang hình tròn chịu nén đúng tâm bởi lực $P = 4000\text{kN}$. Xác định kích thước của mặt cắt ngang và so sánh thể tích của cột đó có các dạng sau:

- Mặt cắt ngang không đổi; (hình 41c)
- Mặt cắt ngang thay đổi theo ba bậc; (hình 41d)
- Mặt cắt ngang thay đổi theo bậc nhất; (hình 41e)

Trọng lượng riêng của bê tông $\gamma = 22 \text{ kN/m}^3$, ứng suất cho phép của bê tông $[\sigma] = 1200 \text{ kN/cm}^2$.

Bài tập 7. Vẽ biểu đồ lực dọc, ứng suất và xác định độ dãn dài của các thanh chịu lực như trên hình vẽ (hình 42). Biết $E = 2 \cdot 10^4 \text{ kN/cm}^2$.



Hình 42

BÀI TẬP CHƯƠNG 3

Bài tập 1. Mỗi ghép đinh là n (hình 43). Vật liệu làm đinh tán có ứng suất cắt cho phép $[\tau_c]$, ứng suất dập cho phép $[\sigma_d]$. Bề dày mỗi tấm kim loại được ghép là h . Tấm chịu kéo bởi tải trọng đúng tâm P .

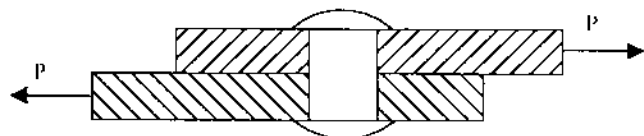
Xác định đường kính d của đinh thỏa mãn điều kiện bền cắt và dập của đinh.

Bài giải. Coi lực tác dụng P được phân bố đều cho các mối ghép. Mỗi đinh tán sẽ chịu lực là P/n .

Từ điều kiện bền về cắt

$$\tau = \frac{P}{n \cdot F_c} \leq [\tau_c]$$

Ta suy ra: $d_c = \sqrt{\frac{4P}{n \cdot \pi [\tau_c]}}$



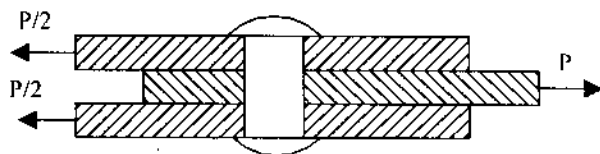
Hình 43

- Từ điều kiện bền về dập $\sigma_d = \frac{Q}{F_d} \leq [\sigma_d]$

Ta suy ra: $d_d = \frac{P}{n \cdot h \cdot [\sigma_d]}$

Đường kính của đinh thỏa mãn yêu cầu của đầu bài là $\max(d_c, d_d)$.

Bài tập 2. Cho mỗi ghép n đinh tán cho 3 tấm kim loại cùng bề dày h . Đinh tán đều có đường kính d , vật liệu làm đinh tán có ứng suất cho phép về cắt $[\tau_c]$, ứng suất cho phép về dập $[\sigma_d]$. Tải trọng kéo các tấm là P (hình 44). Xác định đường kính của đinh?



Hình 44

Bài tập 3. Cho khớp nối để treo vật nặng P theo hình 45. Biết các kích thước: $a = 2 \text{ cm}$,

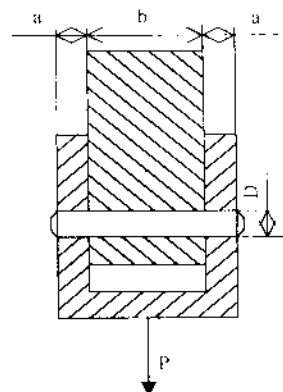
$b = 4 \text{ cm}$ và đường kính chốt $D = 4 \text{ cm}$.

Vật liệu làm chốt có:

Ứng suất cho phép về cắt $[\tau_c] = 8 \text{ kN/cm}^2$

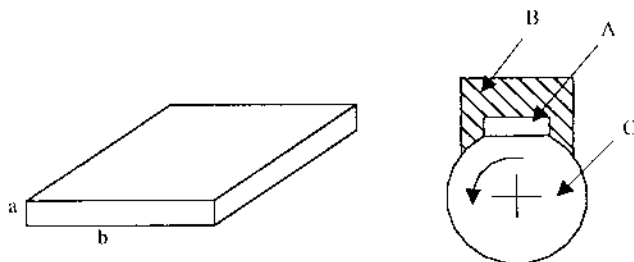
Ứng suất cho phép về dập $[\sigma_d] = 20 \text{ kN/cm}^2$.

Xác định tải trọng P lớn nhất có thể treo?



Hình 45

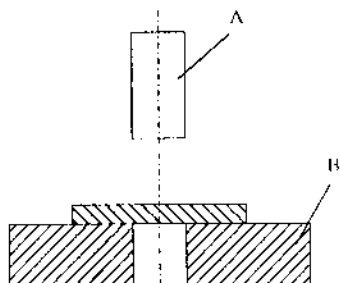
Bài tập 4. Cho trục có đường kính $d = 4 \text{ cm}$. Bánh xe B được lắp lên trục nhờ then A với vật liệu có $[\tau_c] = 10 \text{ kN/cm}^2$, $[\sigma_d] = 20 \text{ kN/cm}^2$. Kích thước mặt cắt ngang của then: $a = 1 \text{ cm}$, $b = 0,8 \text{ cm}$. Trục truyền một mômen tải $M = 5 \text{ kN/cm}$. (hình 46). Xác định chiều dài của then?



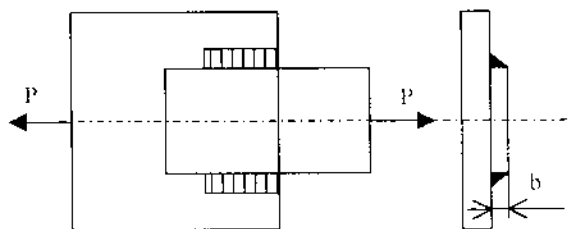
Hình 46

Bài tập 5. Chày a và khuôn đế b dùng để cắt những miếng thép hình tròn đường kính 1 cm (hình 47). Biết ứng suất cắt của thép $\tau_c = 20 \text{ kN/cm}^2$. Chày có ứng suất dập $\sigma_d = 80 \text{ kN/cm}^2$ và hệ số an toàn $n = 4$.

Hãy xác định bề dày lớn nhất có thể của tấm?



Hình 47



Hình 48

Bài tập 6. Cho mỗi ghép hàn đối xứng với vật liệu hàn có $[\tau_c] = 10 \text{ kN/cm}^2$ (hình 48). Bề dày tấm ghép $b = 1 \text{ cm}$. Tải trọng kéo đặt đúng tâm $P = 1 \text{ kN}$. Xác định chiều dài của mỗi hàn?

BÀI TẬP CHƯƠNG 4

Bài tập 1. Kiểm tra độ bền của trục tròn biết $[\tau] = 300 \text{ N/cm}^2$, kích thước của trục cho trên hình vẽ (hình 49a).

Bài giải.

1) Vẽ biểu đồ nội lực

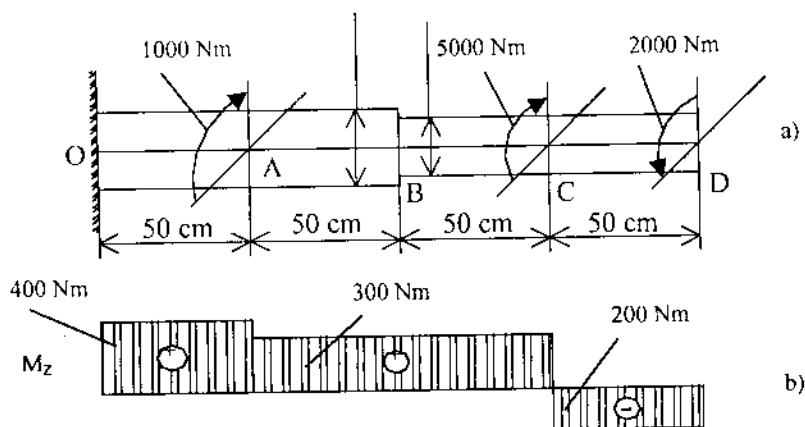
Sử dụng phương pháp mặt cắt xét từng đoạn trục OA, AC, CD ta vẽ được biểu đồ nội lực như trên hình 49b.

2) Kiểm tra bền

Chia trục làm hai đoạn OB và BD, ta có mômen chống xoắn của mặt cắt ngang ứng với từng đoạn là:

$$W_{p1} = \frac{\pi D_1^3}{16} = \frac{\pi 10^3}{16} = 196 \text{ cm}^3$$

$$W_{p2} = \frac{\pi D_2^3}{16} = \frac{\pi 8^3}{16} = 101 \text{ cm}^3$$



Hình 49

Ứng suất tiếp lớn nhất phát sinh trong từng đoạn:

$$\max|\tau_1| = \frac{\max|M_{z1}|}{W_{p1}} = \frac{4000 \cdot 10^2}{196} = 2037 \text{ N/cm}^2$$

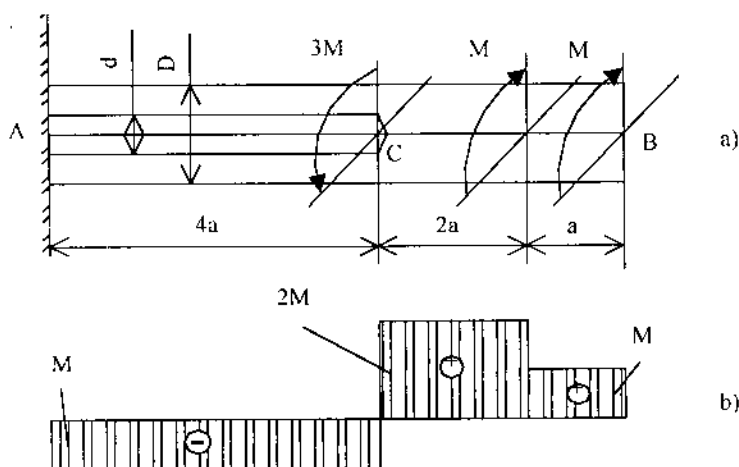
$$\max|\tau_2| = \frac{\max|M_{z2}|}{W_{p2}} = \frac{3000 \cdot 10^2}{101} = 2984 \text{ N/cm}^2$$

$$\Rightarrow \max|\tau_1| < |\tau|, \max|\tau_2| < |\tau| \quad \text{vậy trục đủ bền}$$

Bài tập 2. Trục AB đường kính D có khoan lỗ dọc với đường kính $d = 0.5D$ từ đầu bên trái. Xác định giá trị của D biết $M = 50 \text{ kNm}$, $|\tau| = 6 \text{ kN/cm}^2$. Các mômen tác dụng lên trục như trên hình 50a.

Bài giải. Phân trục thành hai đoạn AC và CB, dùng phương pháp mặt cắt ta xác định được M_z ứng với từng đoạn. Từ đó vẽ được biểu đồ nội lực như trên hình 50b.

Giá trị của đường kính D được xác định theo điều kiện bền của hai đoạn trục 1 và 2.



Hình 50

Đối với đoạn 1:

$$\max|\tau_1| = \frac{\max|M_{z1}|}{W_{p1}} = \frac{2M}{\pi D^3/16} \leq |\tau|$$

$$\Rightarrow D \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 2M}{\pi |\tau|}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 2 \cdot 50000}{3 \cdot 14 \cdot 6}} \approx 19,76 \text{ cm} \quad (1)$$

Đối với đoạn trục 2:

$$\max|\tau_2| = \frac{\max|M_{z2}|}{W_{p2}} = \frac{1 \cdot M}{\pi D^3 (1 - (d/D)^4)/16} \leq |\tau|$$

$$\Rightarrow D \geq \sqrt[3]{\frac{16.1.M}{\pi(1-(d/D)^4)[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{16.1.5000}{3.14.(1-0,5^4)6}} \approx 17,50 \text{ cm} \quad (2)$$

So sánh hai kết quả (1) và (2) ta chọn $D = 20 \text{ cm}$.

Bài tập 3. Cho trục hai bậc như hình vẽ (hình 51), ngàm hai đầu chịu xoắn bởi mômen M như hình vẽ. Cho $D = 7 \text{ cm}$; $d = 5 \text{ cm}$; $a = 1,5 \text{ m}$; $x = 1,43 \text{ m}$; $l = 2,5 \text{ m}$; $[\tau] = 6.10^4 \text{ kN/m}^2$.

Xác định giá trị mômen M để đảm bảo độ bền của hai đoạn trục như nhau?

Bài giải. Đây là bài toán siêu tĩnh. Gọi M_A , M_B là các mômen phản lực tại ngàm A và B. Biểu đồ mômen xoắn M_x của trục như hình vẽ. Ta có phương trình cân bằng:

$$M_A + M_B = M \quad (1)$$

Từ điều kiện đồng bền của 2 đoạn trục ta có:

$$\frac{M_A}{W_{p1}} = \frac{M_B}{W_{p2}} \quad (2)$$

$$\text{Trong đó: } W_{p1} = \frac{\pi D^3}{16} \quad W_{p2} = \frac{\pi d^3}{16} \quad (3)$$

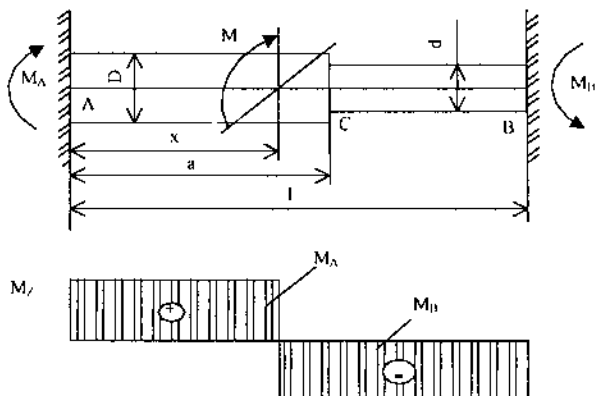
Thay (3) vào (2) ta được $M_A = 2,74M_B$, kết hợp với (1) ta được:

$$M_A = 0,73M; \quad M_B = 0,26M.$$

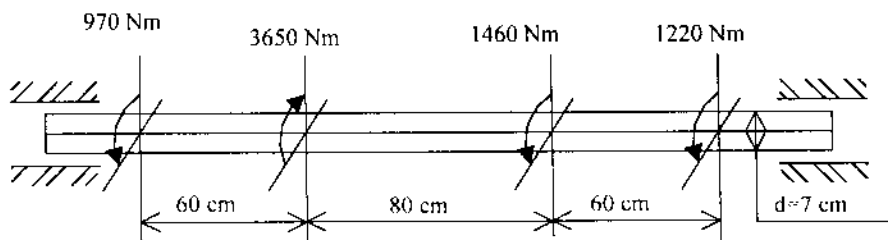
Từ điều kiện bền của trục ta có:

$$\max \tau = \frac{M_A}{W_{p1}} \leq [\tau] \Leftrightarrow \frac{0,733M}{\pi D^3 / 16} \leq [\tau]$$

$$\Rightarrow M \leq \frac{\pi D^3 [\tau]}{0,733.16} = \frac{3,14.0,07^3.6.10^4}{0,733.16} = 5,5 \text{ kNm}.$$



Hình 51



Hình 52

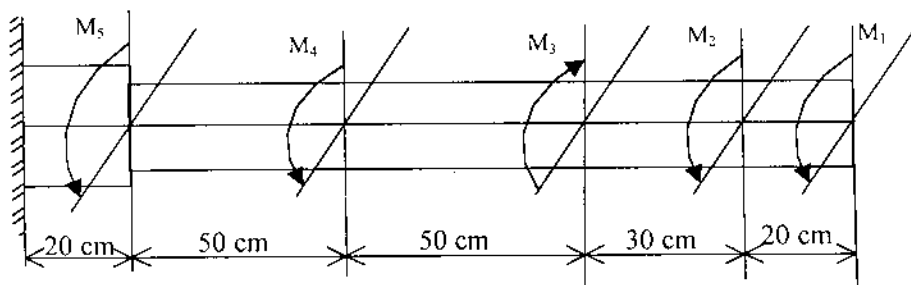
Bài tập 4. Vẽ biểu đồ mômen xoắn và tính ứng suất tiếp lớn nhất của thanh có kích thước và chịu lực như trên hình 52.

Bài tập 5. Một thanh tròn có đường kính ngoài $D = 10 \text{ cm}$, đường kính nhỏ $d = 8 \text{ cm}$ với chiều dài các bậc trên hình 53.

Vật liệu có $[\tau] = 10 \text{ kN/cm}^2$.

Các mômen tải: $M_1 = M_4 = M_5 = 10 \text{ kNm}$, $M_3 = 2M_2 = 18 \text{ kNm}$.

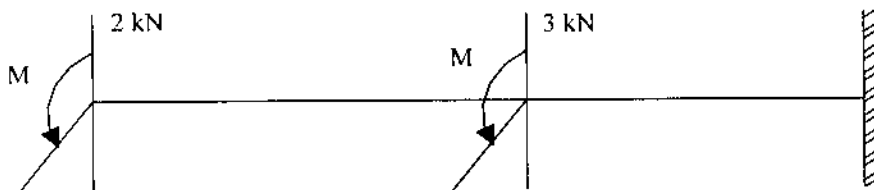
Hãy kiểm tra độ bền của thanh?



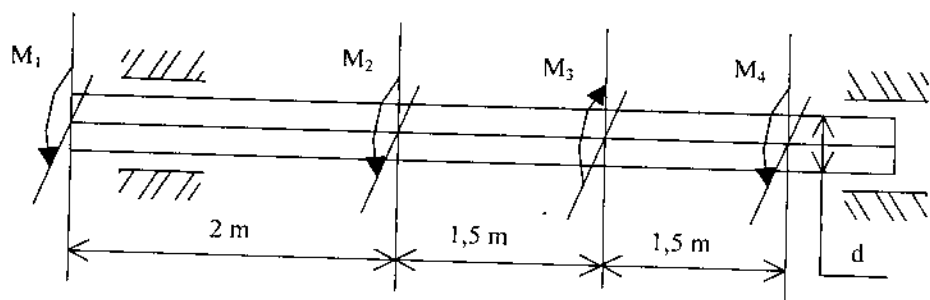
Hình 53

Bài tập 6. Cho thanh có mặt cắt ngang hình vành khăn có đường kính ngoài $D = 2d$ và điều kiện chịu lực như trên hình 54. Vật liệu trục có $[\tau] = 5 \text{ kN/cm}^2$

Xác định kích thước mặt cắt ngang của thanh?



Hình 54

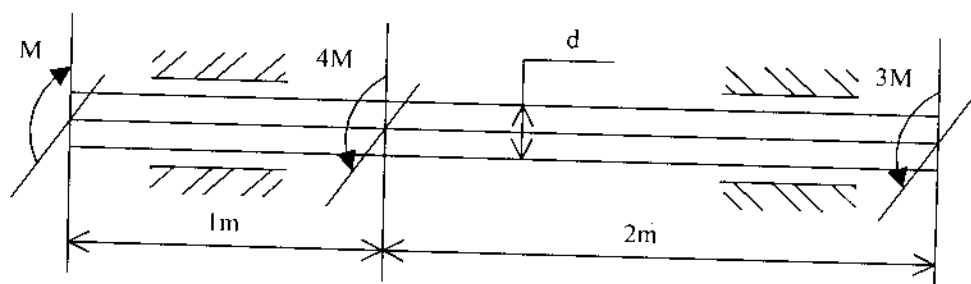


Hình 55

Bài tập 7. Cho một trục tròn đường kính d chịu lực như trên hình 55 với $M_1 = 6 \text{ kNm}$; $M_2 = 4 \text{ kNm}$; $M_3 = 17 \text{ kNm}$.

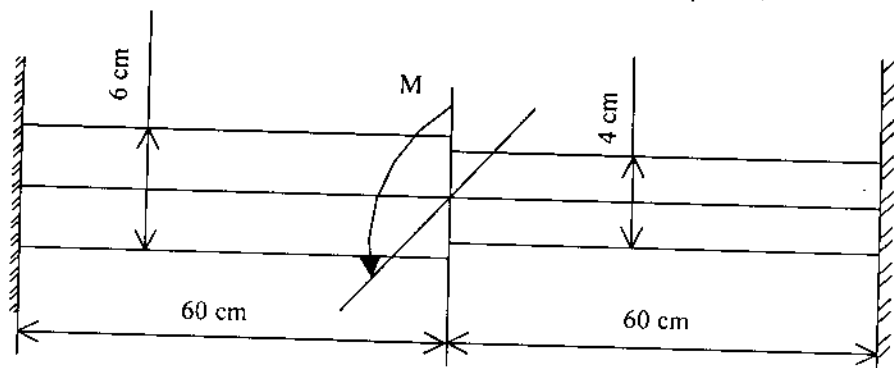
Xác định đường kính d của trục biết $[\tau] = 10^4 \text{ N/cm}^2$;

Bài tập 8. Cho một trục có đường kính $d = 10 \text{ cm}$. Tìm giá trị M sao cho trục đủ bền. Cho $[\tau] = 10^4 \text{ N/cm}^2$. (hình 56)



Hình 56

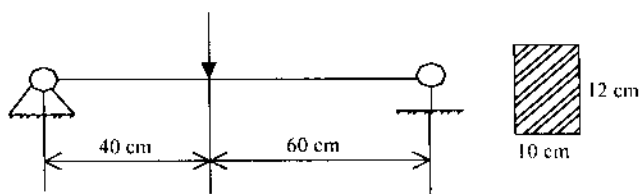
Bài tập 9. Cho một trục có kích thước và chịu lực như trên hình vẽ (hình 57) Xác định giá trị mômen xoắn $[M]$ biết $[\tau] = 4500 \text{ N/cm}^2$?



Hình 57

BÀI TẬP CHƯƠNG 5

Bài tập 1. Dầm mặt cắt ngang hình chữ nhật với các kích thước cho trên hình vẽ (hình 58). Vật liệu dầm có: $E = 2.10^4 \text{ kN/cm}^2$, $[\tau] = 710 \text{ kN/cm}^2$, tải trọng tập trung $P = 10 \text{ kN}$. Hãy kiểm tra bền cho dầm?



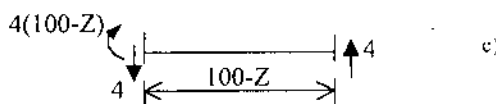
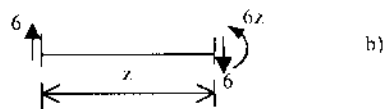
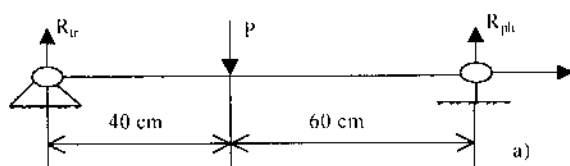
Hình 58

Bài giải. Lần lượt thực hiện các bước kiểm tra bền

- Phản lực gối tựa:

$$R_{tr} = \frac{P \times 60}{100} = 6 \text{ kN}$$

$$R_{ph} = \frac{P \times 40}{100} = 4 \text{ kN}$$



Hình 59

với qui ước dấu theo pháp tuyến ngoài ra ta có:

$$Q_y = 6 \text{ kN}$$

$$M_x = 6z \text{ kNcm}$$

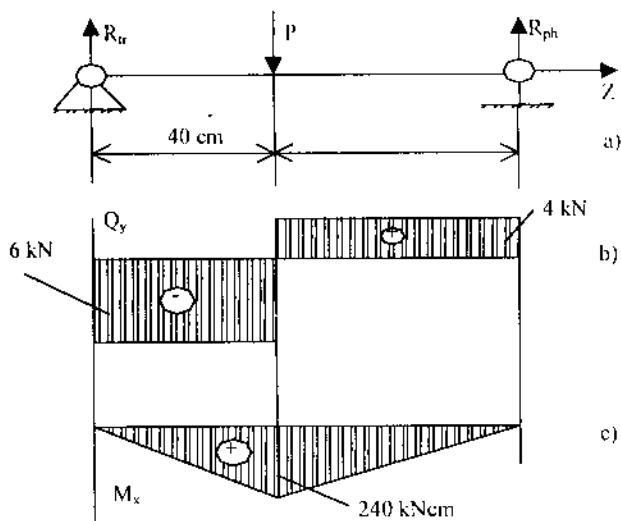
$$40 \leq Z \leq 100 \text{ cm}$$

Với qui ước dấu theo pháp tuyến, ngoài ra ta có:

$$Q_y = -4 \text{ kN}$$

$$M_x = 4(100-z) \text{ kNcm}$$

Từ các kết quả trên ta có các biểu đồ nội lực Q_y , M_x (hình 60b, c)



Hình 60

Từ biểu đồ M_x ta thấy mặt cắt ngang nguy hiểm $Z = 40 \text{ cm}$ có mômen uốn lớn nhất $M_{x\max} = 340 \text{ kNcm}$. Tính ứng suất lớn nhất tại đó và so sánh với ứng suất cho phép.

$$\sigma_{\max} = \frac{M_x}{W_x} y_{\max} = \frac{240}{10.12^3} \cdot 12 \cdot \frac{12}{2} = 1 \text{ kN/cm}^2 \leq [\sigma] = 10 \text{ kN/cm}^2$$

Như vậy điều kiện bền của dầm được đảm bảo.

Bài tập 2. Lúc máy bay đậu trên sân bay, trọng lượng máy bay đặt lên trục bánh xe qua gối trục hai lực $P = 5000 \text{ N}$. Trục của bánh xe là một ống tròn có đường kính bên ngoài $D = 55 \text{ mm}$ và chế tạo bằng một loại thép đặc biệt có $\sigma_B = 1300 \text{ MN/m}^2$. Lấy hệ số an toàn đối với giới hạn bền là $n = 6$. Khoảng cách giữa các bánh xe là 150 cm . Bề rộng giữa các gối là 125 cm . Chọn chiều dày t của trục bánh xe.

Bài giải. Sơ đồ tính toán của trục bánh xe và các biểu đồ nội lực được biểu diễn như trên hình 61 b, c, d. Điều kiện bền:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_x}{W_x} \leq [\sigma] = \frac{\sigma_B}{n}$$

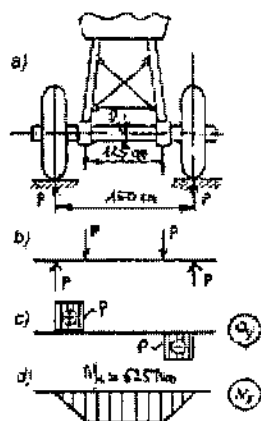
với điều kiện tiết kiệm nhất, ta có:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{625}{0,1D^3(1-\alpha^4)} = \frac{1300 \cdot 10^6}{6}$$

$$\alpha = \sqrt[4]{1 - \frac{625 \cdot 6}{0,1(5,5 \cdot 10^{-2})^3 \cdot 1300 \cdot 10^6}} \approx 0,951 \Rightarrow d = D \cdot \alpha = 0,95 \cdot 0,55 = 0,0523 \text{ m}$$

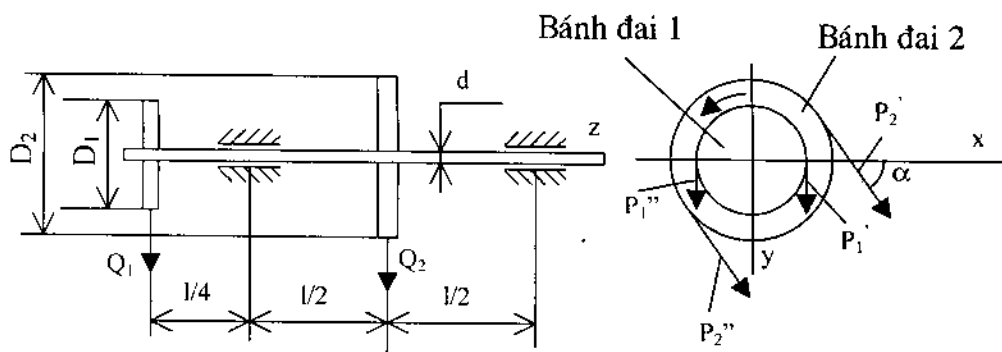
Chiều dày t của trục bánh xe:

$$t = \frac{D-d}{2} = \frac{0,055 - 0,0523}{2} = 0,0135 \text{ m}$$



Hình 61

Bài tập 3. Cho hệ trục gồm trục truyền và bánh đai như hình vẽ. Đường kính các bánh đai $D_1 = 20 \text{ cm}$, $D_2 = 60 \text{ cm}$, trọng lượng các bánh đai $Q_1 = 2 \text{ kN}$, $Q_2 = 4 \text{ kN}$, lực căng đai $P_1' = 8 \text{ kN}$, $P_1'' = 4 \text{ kN}$, $P_2' = 10 \text{ kN}$, $P_2'' = 6 \text{ kN}$. Chiều dài trục $l = 2 \text{ m}$, góc nghiêng của đai truyền ở bánh đai thứ hai đối với trục x là 45° . Ứng suất cho phép của vật liệu làm trục là $[\sigma] = 10 \text{ kN/cm}^2$. Tính đường kính d của trục?



Hình 62

Bài giải.

Mômen xoắn trục là mômen do các lực căng đai truyền ở các bánh đai gây nên. Ở mặt cắt trục có bánh đai thứ nhất:

$$M_{z1} = (P_1' - P_1'') \cdot \frac{D_1}{2} = 4 \cdot 10 = 40 \text{ kNm}$$

ở mặt cắt trục có bánh đai thứ hai:

$$M_{z2} = (P_2' - P_2'') \cdot \frac{D_2}{2} = 4 \cdot 30 = 120 \text{ kNm}$$

Chiếu các lực tác dụng trên mặt phẳng của mỗi bánh đai xuống trục x và trục y, ta được các lực:

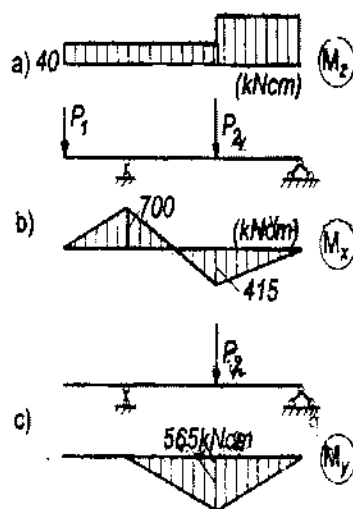
$$P_{1x} = 0$$

$$P_{1y} = (P_1' + P_1'') + Q_1 = 8 + 4 + 2 = 14 \text{ kN}$$

$$P_{2x} = (P_2' + P_2'') \cdot \sin 45^\circ = (10 + 6) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 11,3 \text{ kN}$$

$$P_{2y} = (P_2' + P_2'') \cdot \cos 45^\circ + Q_2 = (10 + 6) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + 4 = 15,3 \text{ kN}$$

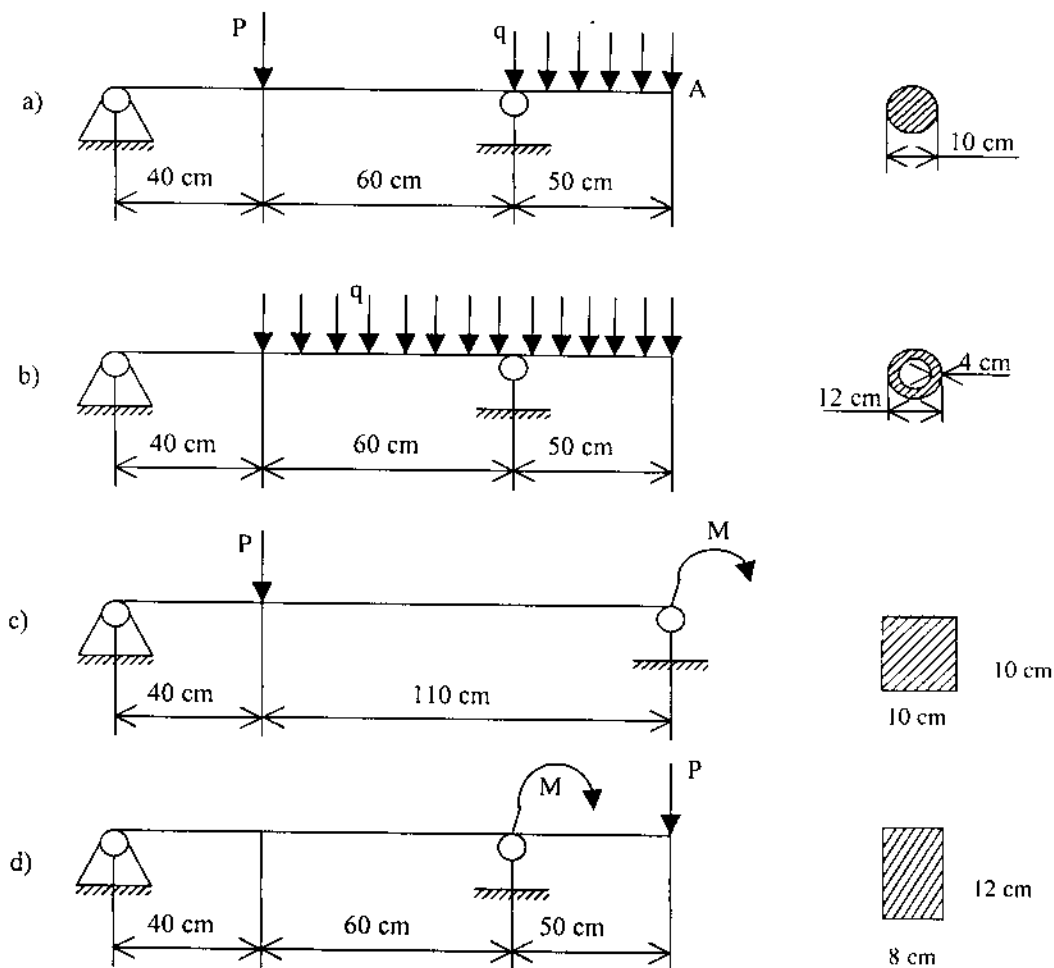
Trên hình 63 là các biểu đồ mômen xoắn do M_{z1} và M_{z2} gây ra (hình 63a), biểu đồ mômen uốn xung quanh trục x do P_{1y} và P_{2y} gây ra (hình 63b) và biểu đồ mômen uốn quanh trục y do P_{2x} gây ra (hình 63c). Mặt cắt nguy hiểm của trục là mặt cắt có gần bánh đai thứ hai. Điều kiện bền tại mặt cắt này viết theo thuyết bền ứng suất tiếp cực đại: $\sigma_{t3} = \frac{1}{W_x} \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2} \leq [\sigma]$



Hình 63

$$\text{Suy ra: } W_x \approx 0,1d^3 \geq \frac{\sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2}}{[\sigma]} = \frac{\sqrt{(415)^2 + (565)^2 + (160)^2}}{10} \approx 71,9 \text{ cm}^3$$

$$\text{Rút ra: } d \geq \sqrt[3]{\frac{71,9}{0,1}} \approx 8,96 \text{ cm.}$$



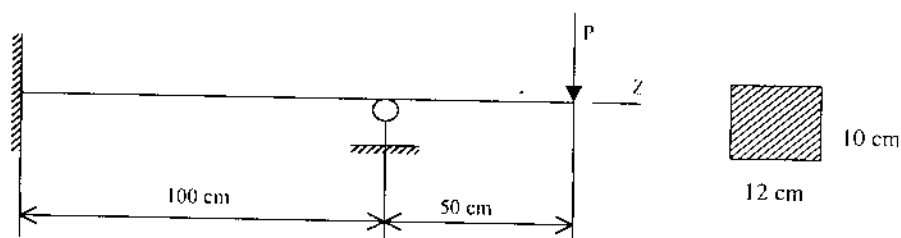
Hình 64

Bài tập 4. Cho dầm với các kích thước cho trên hình 64a, b, c, d. vật liệu dầm có $E = 2 \cdot 10^4 \text{ kN/cm}^2$, $[\sigma] = 10 \text{ kN/cm}^2$.

Tải trọng tập trung $P = 10 \text{ kN}$, tải trọng phân bố $q = 100 \text{ N/cm}$, mômen uốn tập trung $M = 60 \text{ kNcm}$. Hãy kiểm tra bền cho dầm?

Bài tập 5. Cho dầm với các kích thước trên hình 65. Vật liệu dầm có: $E = 2.10^4 \text{ kN/cm}^2$, $[\sigma] = 10 \text{ kN/cm}^2$.

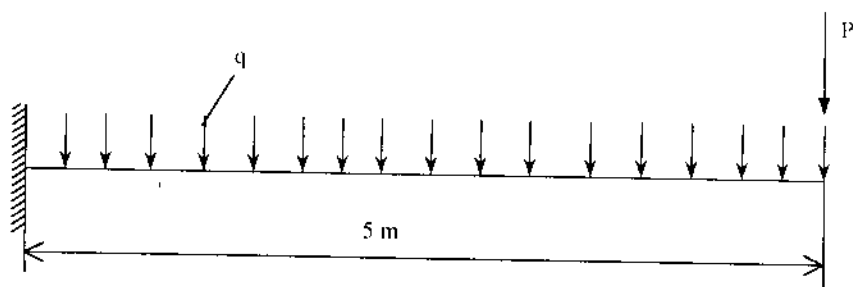
Tải trọng tập trung $P = 10 \text{ kN}$. Hãy kiểm tra bền cho dầm?



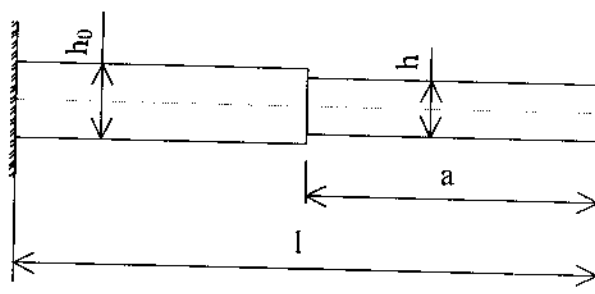
Hình 65

Bài tập 6. Cho dầm có mặt cắt ngang không đổi chịu tải trọng tác động như trên hình 66. Vật liệu dầm có $[\sigma] = 16 \text{ kN/cm}^2$, tải trọng tập trung $P = 10 \text{ kN}$, tải trọng phân bố $q = 50 \text{ N/cm}$.

Xác định kích thước mặt cắt ngang của dầm trong hai trường hợp mặt cắt ngang hình tròn và hình chữ nhật với $h/b = 3$?



Hình 66



Hình 67

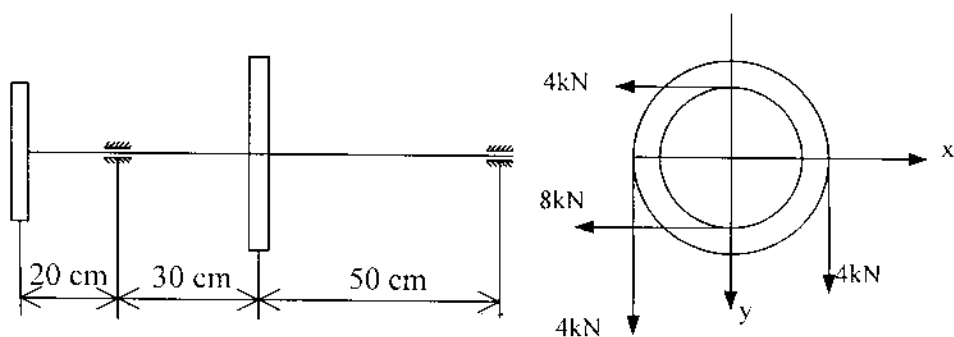
Bài tập 7. Một dầm công xôn có mặt cắt ngang là hình chữ nhật có bề rộng b không đổi, chiều cao hai đoạn là h_0 và h . hãy xác định tỷ số h/h_0 và a/l sao cho dầm có trọng lượng bé nhất mà vẫn đảm bảo điều kiện bền trong hai trường hợp sau (hình 67)

a) Có lực tập trung P đặt tại đầu tự do.

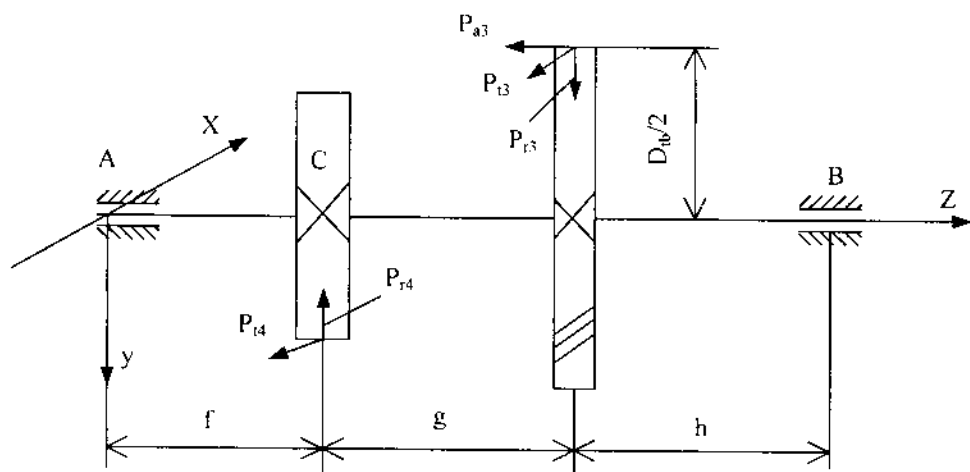
b) Có lực phân bố q vuông góc với trục dầm và phân bố đều dọc chiều dài dầm?

Bài tập 8. Cho trục có hai bánh đai, bánh nhỏ bị dẫn đường kính $d = 0,6\text{m}$, bánh dẫn đường kính $D = 1,2\text{m}$ như trên hình 68. Ứng suất cho phép của trục $[\sigma] = 10\text{ kN/cm}^2$.

Vẽ biểu đồ nội lực và tính đường kính trục theo thuyết bền ứng suất tiếp lớn nhất?



Hình 68



Hình 69

Bài tập 9. Xác định đường kính trục của hộp giảm tốc theo thuyết bền ứng suất tiếp lớn nhất. Sơ đồ lực tác dụng lên trục xem *hình 69*. Cho biết:

Lực tiếp tuyến: $P_{t3} = 2700 \text{ N}$; $P_{t4} = 9700 \text{ N}$;

Lực hướng tâm: $P_{r3} = 1000 \text{ N}$; $P_{r4} = 3530 \text{ N}$;

Lực dọc trục: $P_{a3} = 460 \text{ N}$.

Đường kính của bánh răng lớn $D_{tb} = 299 \text{ mm}$; $f = 62 \text{ mm}$; $g = 72 \text{ mm}$; $h = 52 \text{ mm}$.

Ứng suất cho phép của vật liệu $[\sigma] = 5000 \text{ N/cm}^2$

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Đỗ Sanh, Nguyễn Văn Vượng, Phan Hữu Phúc – *Giáo trình cơ kỹ thuật*, NXB Giáo dục, 2003.
2. X. M. TARG - *Giáo trình giản yếu cơ lý thuyết*, NXB “Mir” Maxcova, Liên Xô, 1983.
3. Nguyễn Trọng Hiệp - *Giáo trình chi tiết máy tập I, tập II*, NXB Giáo dục, Hà Nội, 1994.
4. Đinh Gia Tường, Tạ Khánh Lâm - *Giáo trình Nguyên lý máy*, NXB Khoa học và kỹ thuật, Hà Nội 1999.
5. Bùi Trọng Lựu (chủ biên và những người khác) – *Sức bền vật liệu*, NXB Đại học và Trung học chuyên nghiệp, Hà Nội, 1993.
6. Đỗ Xuân Đình, Bùi Lê Gòn, Phạm Đình Sùng – *Cơ sở kỹ thuật cơ khí*, NXB Xây dựng, Hà Nội, 2001.

MỤC LỤC

<i>Lời giới thiệu</i>	3
<i>Lời nói đầu</i>	5
Phần một. CƠ HỌC VẬT RẮN TUYỆT ĐỐI	7
Chương 1. CÁC KHÁI NIỆM CƠ BẢN VÀ CÁC TIÊN ĐỀ CỦA CƠ HỌC VẬT RẮN TUYỆT ĐỐI	7
I. Khái niệm về vật rắn tuyệt đối, lực	8
II. Các tiên đề trong cơ học vật rắn tuyệt đối	9
III. Các liên kết giá	13
Chương 2. HỆ LỰC PHẪNG ĐỒNG QUY	16
I. Hợp hai lực	16
II. Hợp hệ lực phẳng đồng quy	18
III. Điều kiện cân bằng của hệ lực phẳng đồng quy	20
Chương 3. NGẪU LỰC	22
I. Mô men của các lực đối với một điểm	22
II. Ngẫu lực	24
Chương 4. HỆ LỰC PHẪNG BẤT KỲ	30
I. Thu hệ lực về một điểm cho trước	30
II. Điều kiện cân bằng hệ lực phẳng	33
III. Cân bằng ổn định	36
Chương 5. CHUYỂN ĐỘNG CƠ BẢN CỦA VẬT RẮN	39
I. Chuyển động tịnh tiến	39
II. Chuyển động quay quanh trục cố định	41
Chương 6. CHUYỂN ĐỘNG SONG PHẪNG	45
I. Đại cương về chuyển động song phẳng	45
II. Khảo sát chuyển động song phẳng bằng phương pháp quay	48
Chương 7. MỘT SỐ KHÁI NIỆM CƠ BẢN VỀ ĐỘNG LỰC HỌC	50
I. Nhiệm vụ của động lực học	50
II. Phương trình chuyển động của chất điểm	51

III. Các khái niệm và đặc trưng của cơ hệ	53
IV. Phương trình chuyển động của vật thể quay xung quanh một trục cố định	56
V. Phương trình chuyển động của vật chuyển động song phẳng	58
VI. Khái niệm về lực quán tính nguyên lý Dälambê	59
VII. Một số lực thường gặp trong thực tế	62
Phần hai. SỨC BỀN VẬT LIỆU	66
Chương 1. CÁC KHÁI NIỆM CƠ BẢN	66
I. Nhiệm vụ – Đối tượng nghiên cứu của sức bền vật liệu	66
II. Các giả thuyết	67
III. Ngoại lực, nội lực, ứng suất	67
IV. Nội lực và các thành phần trên mặt cắt ngang của thanh	70
V. Quan hệ giữa ứng suất và các thành phần nội lực trên mặt cắt ngang	71
Chương 2. KÉO NÉN ĐÚNG TÂM	73
I. Khái niệm	73
II. Biến dạng của vật liệu chịu kéo nén	82
III. Tính toán điều kiện bền	84
Chương 3. CẮT DẬP	88
I. Cắt	88
II. Dập	90
Chương 4. XOẮN THUẦN TUYỆ	92
I. Khái niệm	92
II. Tính toán thanh chịu xoắn	95
Chương 5. UỐN PHẪNG	97
I. Khái niệm thanh chịu uốn phẳng thuần túy	97
II. Tính toán thanh chịu uốn phẳng	107
III. Khái niệm uốn dọc	109
IV. Uốn xoắn đồng thời	110
Phần ba. CÁC CƠ CẤU TRUYỀN ĐỘNG	115
Chương 1. CƠ CẤU TRUYỀN ĐỘNG QUAY	117
I. Hệ bánh răng	117
II. Cơ cấu xích	122
III. Cơ cấu bánh vít trục vít	123
	177

IV. Cơ cấu đai	126
V. Cơ cấu ma sát	128
Chương 2. CƠ CẤU BIẾN ĐỔI CHUYỂN ĐỘNG	132
I. Cơ cấu bánh răng, thanh răng	132
II. Cơ cấu vít đai ốc	134
III. Cơ cấu cam	135
IV. Cơ cấu tay quay, con trượt	138
V. Cơ cấu bánh cóc – con cóc	139
VI. Cơ cấu Man	140
VII. Cơ cấu culit	141
Phần bốn. BÀI TẬP ỨNG DỤNG	144
<i>Tài liệu tham khảo</i>	175

NHÀ XUẤT BẢN HÀ NỘI
4 - TỐNG DUY TÂN, QUẬN HOÀN KIẾM, HÀ NỘI
ĐT: (04) 8252916, 8257063 - FAX: (04) 8257063

GIÁO TRÌNH
CƠ HỌC KỸ THUẬT
NHÀ XUẤT BẢN HÀ NỘI - 2005

Chịu trách nhiệm xuất bản
NGUYỄN KHẮC OÁNH

Biên tập
PHẠM QUỐC TUẤN

Bìa
PHAN ANH TÚ

Kỹ thuật vi tính
MINH ĐỖ
Sửa bản in
PHẠM QUỐC TUẤN

In 810 cuốn, khổ 17x24cm, tại Nhà in Hà Nội.
Giấy phép xuất bản số: 121GT/407 CXB
In xong và nộp lưu chiểu tháng 6 năm 2005.

BỘ GIÁO TRÌNH XUẤT BẢN NĂM 2005
KHOI TRƯỜNG TRUNG HỌC NÔNG NGHIỆP

1. TRỒNG TRỌT CƠ BẢN
2. DI TRUYỀN VÀ CHỌN GIỐNG CÂY TRỒNG
3. KỸ THUẬT TRỒNG RAU
4. KỸ THUẬT TRỒNG CÂY ĂN QUẢ
5. KỸ THUẬT TRỒNG HOA CÂY CẢNH
6. SINH LÝ THỰC VẬT
7. THỔ NHƯỠNG, NÔNG HÓA
8. BẢO VỆ THỰC VẬT
9. ĐĂNG KÝ VÀ THỐNG KÊ ĐẤT ĐAI
10. QUẢN LÝ HỆ THỐNG THỦY NÔNG
11. ĐẤT VÀ BẢO VỆ ĐẤT
12. ĐO ĐẠC ĐỊA CHÍNH
13. QUẢN LÝ NHÀ NƯỚC VỀ ĐẤT ĐAI
14. CHĂN NUÔI THÚ Y CƠ BẢN
15. CHĂN NUÔI LỢN
16. CHĂN NUÔI TRÂU BÒ
17. PHÁP LỆNH THÚ Y VÀ KIỂM NGHIỆM SẢN PHẨM VẬT NUÔI
18. DINH DƯỠNG VÀ THỨC ĂN VẬT NUÔI
19. VỆ SINH VẬT NUÔI
20. DƯỠC LÝ THÚ Y
21. GIẢI PHẪU SINH LÝ VẬT NUÔI
22. KỸ SINH TRÙNG THÚ Y
23. KINH TẾ NÔNG NGHIỆP
24. AN TOÀN LAO ĐỘNG
25. MÁY VÀ THIẾT BỊ NÔNG NGHIỆP
26. SỬ DỤNG VÀ QUẢN LÝ THIẾT BỊ ĐIỆN
27. CƠ HỌC KỸ THUẬT
28. KỸ THUẬT ĐO LƯỜNG VÀ DUNG SAI LẮP GHÉP
29. VẼ KỸ THUẬT CƠ KHÍ
30. GIA CÔNG CƠ KHÍ
31. CẤU TẠO VÀ SỬA CHỮA ĐỘNG CƠ ĐỐT TRONG
32. VẬT LIỆU KỸ THUẬT
33. NHIÊN LIỆU DẦU MỖ

10153404



Giá: 23.500