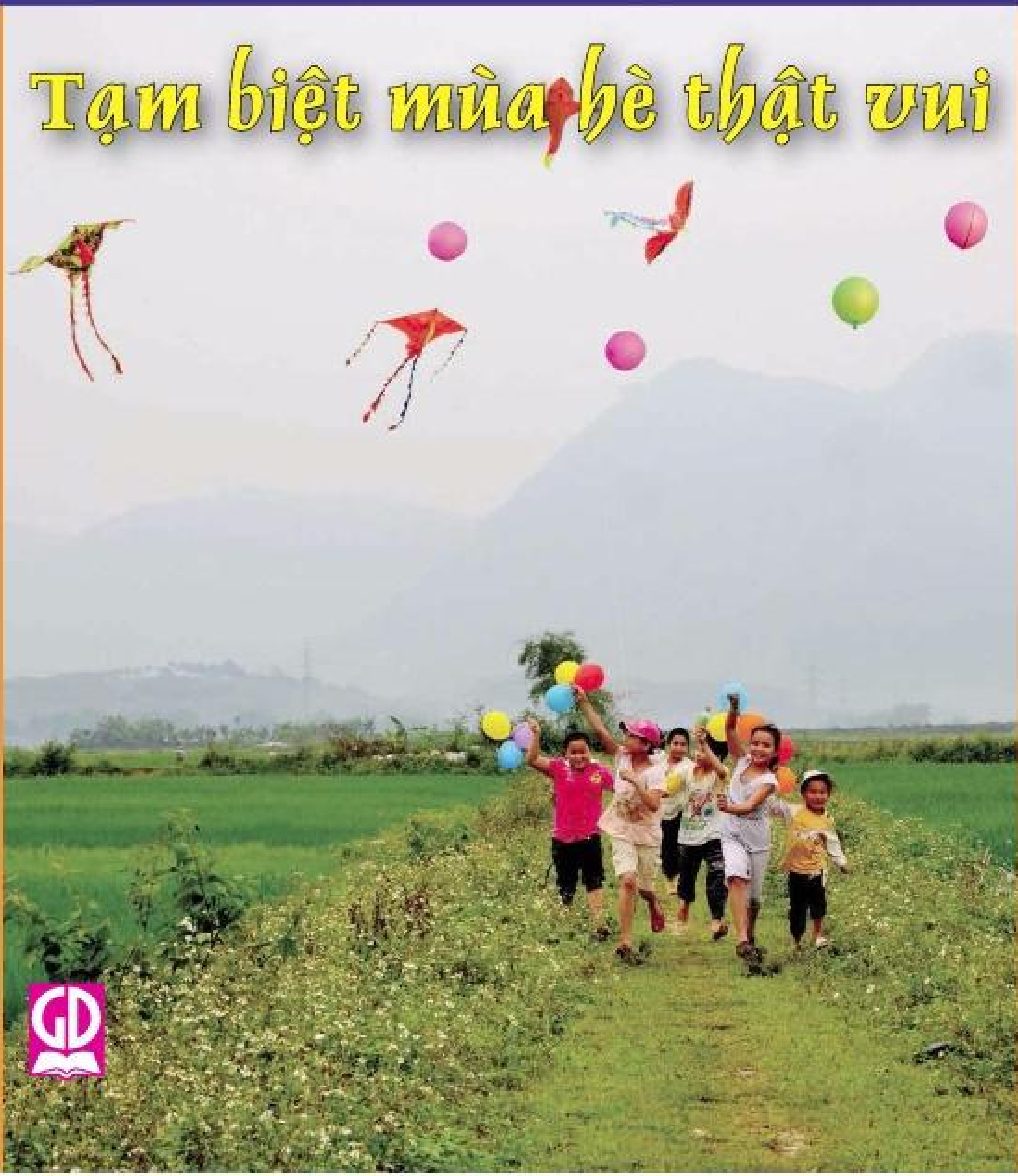
NĂM THỨ MƯỜI SÁU
ISSN 1859-2740
149+150
07+08/2015
Giá: 19000đ

Toán tuổi thơ 2

TRUNG HỌC CƠ SỞ

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM - BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

Tạm biệt mùa hè thật vui



Toán Tuổi thơ 2 Trung học cơ sở
Children's Fun Maths Journal
NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM - BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

CHỊU TRÁCH NHIỆM XUẤT BẢN
Chủ tịch Hội đồng Thành viên MẠC VĂN THIỆN
Tổng Giám đốc kiêm Tổng biên tập GS.TS. VŨ VĂN HÙNG

TÒA SOẠN
Tầng 5, số 361 đường Trường Chinh,
quận Thanh Xuân, Hà Nội
Điện thoại (Tel): 04.35682701
Điện sao (Fax): 04.35682702
Điện thư (Email): toantuoitho@vnn.vn
Trang mạng (Website): http://www.toantuoitho.vn

ĐẠI DIỆN TẠI MIỀN NAM
NGUYỄN VIẾT XUÂN
55/12 Trần Đình Xu, P. Cầu Kho, Q.1, TP. HCM
ĐT: 08.66821199, DĐ: 0973 308199

Biên tập: HOÀNG TRỌNG HẢO,
NGUYỄN NGỌC HÂN, PHAN HƯƠNG
Trị sự - Phát hành: TRỊNH THỊ TUYẾT TRANG,
VŨ ANH THƯ, NGUYỄN HUYỀN THANH
Chế bản: ĐỖ TRUNG KIÊN Mĩ thuật: TÚ ÂN

TRONG SỐ NÀY

TRONG SỐ NÀY

Ảnh bìa 1: Phan Ngọc Quang

Compa vui...tính

Kì này DỰNG LỤC GIÁC ĐỀU

Cho tam giác ABC cân tại A có số đo góc A là 120^0. Hãy dựng lục giác đều có cạnh bằng $\frac{BC}{2}$.

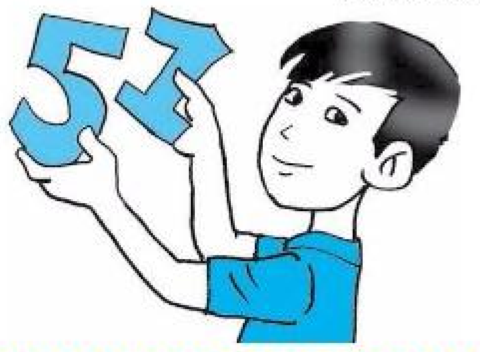
CAO NGỌC TOẢN
(GV. THPT Tam Giang, Phong Điền, Thừa Thiên - Huế)

Kết quả CÒN LẠI SỐ NÀO? (TTT2 số 146)

Ta thấy với $a = \frac{1}{5}$ thì $a + b - 5ab = a$, $\forall b$. Bởi vậy trên bảng, số $a = \frac{1}{5}$ sẽ luôn không bị mất. Số còn lại trên bảng sẽ là $\frac{1}{5}$ (hay $\frac{403}{2015}$).

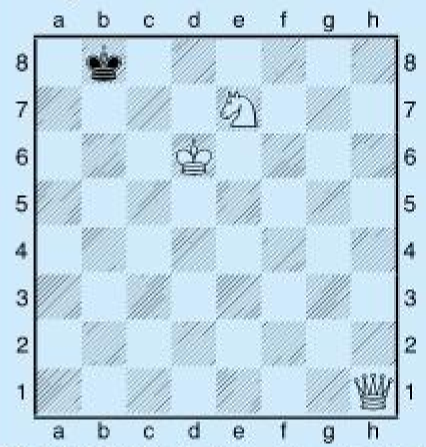
Nhận xét. Có nhiều bạn đưa ra những hướng giải khác nhau nhưng đa số đều đưa ra đúng đáp số như trên. Các bạn sau có lời giải ngắn gọn được thưởng kì này: *Nguyễn Khắc Trí, Nguyễn Quốc Trung*, 7A2, THCS Giảng Võ, Ba Đình; *Đặng Văn Tùng, Vương Tiến Đạt*, 9B, THCS Nguyễn Thượng Hiền, Ứng Hòa, **Hà Nội**; *Nguyễn Văn Thanh Sơn*, 7/1, THCS Nguyễn Khuyến, Hải Châu, **Đà Nẵng**.

ANH COM PA



THẾ CỜ (Kì 73)

Trắng đi trước chiếu hết sau 2 nước.



LÊ THANH TÚ *(Đại kiện tướng Quốc tế)*

Kết quả (TTT2 số 146)

THẾ CỜ (Kì 71)

1...♝xf3+ 2.♝xf3 ♝e5

Các bạn sau giải đúng thế cờ kì 71: *Đinh Thảo Vy*, 7C, THPT chuyên Hà Nội - Amsterdam, Cầu Giấy, **Hà Nội**; *Lê Quang Hoàn*, 7A, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh; *Đường Minh Quân*, 6C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An**; *Phan Đình Trường*, 6C, THCS Lê Văn Thịnh, Gia Bình, **Bắc Ninh**; *Nguyễn Trúc Quỳnh*, 6/1, THCS Lê Văn Thiêm, TP. Hà Tĩnh, **Hà Tĩnh**.

LÊ THANH TÚ

Dành cho học sinh lớp 6-7

Một số dạng toán VỀ SỐ NGUYÊN TỐ

Tiếp theo kì trước

LƯU LÝ TƯỞNG
(GV. THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, Phú Thọ)

Dạng 3. Phương pháp phân tích

Chú ý. Nếu $a > b > 0$ và ab là số nguyên tố thì $b = 1$ và a là số nguyên tố.

Bài toán 8. Tìm $n \in \mathbb{N}$ thỏa mãn $n^4 + 4$ là số nguyên tố.

Lời giải. Ta có $n^4 + 4 = (n^4 + 4n^2 + 4) - 4n^2$ $= (n^2 + 2)^2 - (2n)^2 = (n^2 + 2 - 2n)(n^2 + 2 + 2n)$.

Vì $n^2 + 2 + 2n > n^2 + 2 - 2n = (n - 1)^2 + 1 > 0$ nên $n^4 + 4$ là số nguyên tố thì $n^2 + 2 - 2n = 1$ $\Leftrightarrow n = 1$.

Thử lại với $n = 1$ thì $n^4 + 4 = 5$ là số nguyên tố.

Vậy $n = 1$.

Bài toán 9. Tìm các số nguyên tố p để $13p + 1$ là lập phương của một số tự nhiên.

Lời giải. • Giả sử $13p + 1 = n^3$ $(n \in \mathbb{N})$.

Vì $p \ge 2$ nên $n \ge 3$.

Ta có $13p = n^3 - 1 = (n - 1)(n^2 + n + 1)$.

Do 13 và p là các số nguyên tố và $n^2 + n + 1 > n - 1 > 1$ nên $n - 1 = 13$ hoặc $n - 1 = p$.

• Với $n - 1 = 13$ thì $n = 14$. Khi đó $13p = n^3 - 1 = 2743$ nên $p = 211$ là số nguyên tố.

• Với $n - 1 = p$ thì $n^2 + n + 1 = 13$ nên $n = 3$. Khi đó $p = 2$ là số nguyên tố.

Vậy $p \in \{2; 211\}$.

Bài toán 10. Tìm tất cả các số có hai chữ số $\overline{ab}$ sao cho $\dfrac{ab}{|a-b|}$ là số nguyên tố.

Lời giải. Vì a, b có vai trò như nhau nên có thể giả sử $a > b$.

Giả sử $\dfrac{ab}{|a-b|} = \dfrac{ab}{a-b} = p$ (với p là số nguyên tố). (1)

Suy ra $ab \vdots p$, từ đó $a \vdots p$ hoặc $b \vdots p$.

Do đó $p \in \{2; 3; 5; 7\}$.

Từ (1) ta có $ab = ap - bp \Leftrightarrow (a + p)(p - b) = p^2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a + p = p^2 \\ p - b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = p^2 - p \\ b = p - 1 \end{cases}$$

• Với $p = 2$ ta có $\overline{ab} = 21$ hoặc $\overline{ab} = 12$.

• Với $p = 3$ ta có $\overline{ab} = 62$ hoặc $\overline{ab} = 26$.

• Với $p = 5$ và $p = 7$ thì $a > 9$ (loại).

Vậy các số $\overline{ab}$ cần tìm là 12, 21, 26, 62.

Bài toán 11. Cho các số $p = b^c + a$, $q = a^b + c$, $r = c^a + b$ là các số nguyên tố $(a, b, c \in \mathbb{N}^*)$. Chứng minh rằng trong ba số p, q, r có ít nhất hai số bằng nhau.

Lời giải. Trong ba số a, b, c có ít nhất hai số cùng tính chẵn lẻ.

Giả sử a, b cùng chẵn hoặc cùng lẻ, khi đó $p = b^c + a$ là số nguyên tố chẵn nên $p = 2$.

Suy ra $a = b = 1$; $q = c + 1$ và $r = c + 1$ nên $q = r$.

Bài toán 12. Tìm 3 số nguyên tố biết rằng một trong ba số đó bằng hiệu các lập phương của hai số kia.

Lời giải. Gọi ba số nguyên tố cần tìm là a, b, c.

Giả sử $c = a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$.

Vì c là số nguyên tố và $a^2 + ab + b^2 > a - b > 0$ nên $a - b = 1$, do đó a, b khác tính chẵn lẻ.

Suy ra $a = 3$, $b = 2$, từ đó $c = 27 - 8 = 19$.

Vậy ba số nguyên tố phải tìm là 2, 3 và 19.

Bài toán 13. Tìm một số có ba chữ số, biết rằng nếu tăng chữ số hàng trăm lên n đơn vị, giảm các chữ số hàng chục và hàng đơn vị đi n đơn vị thì sẽ được một số có ba chữ số gấp n lần số ban đầu. Tìm số đó và n.

Lời giải. Gọi số cần tìm là $\overline{abc}$ (a, b, c là các chữ số, $a \neq 0$).

Ta có $\overline{(a+n)(b-n)(c-n)} = n.\overline{abc}$

$\Rightarrow 100(a+n)+10(b-n)+(c-n)$
$= n(100a+10b+c)$
$\Rightarrow 100a+100n+10b-10n+c-n$
$= 100an+10bn+cn$
$\Rightarrow 100(n-1)a+10(n-1)b+c(n-1) = 89n$
$\Rightarrow (n-1)(100a+10b+c) = 89n.$

Suy ra $89n \vdots n-1$, mà $(89, n-1) = 1$ nên $n \vdots n-1$.

Do đó $n = 2$.

Suy ra $\overline{abc} = 178$.

Vậy số cần tìm là 178.

Dạng 4. Các bài toán chứng minh hai số nguyên tố cùng nhau

Vận dụng tính chất: Hai số nguyên tố cùng nhau là hai số có ước chung lớn nhất bằng 1. Nói cách khác chúng chỉ có ước chung duy nhất bằng 1.

Bài toán 14. Chứng minh rằng

a) Hai số tự nhiên liên tiếp (khác 0) là hai số nguyên tố cùng nhau.

b) Hai số nguyên lẻ liên tiếp là hai số nguyên tố cùng nhau.

c) $2n + 1$ và $3n + 1$ ($n \in \mathbb{N}$) là hai số nhuyên tố cùng nhau.

Lời giải. a) Gọi $d = (n, n+1)$ thì $(n+1) - n = 1 \vdots d$ nên $d = 1$.

Vậy n và n + 1 là hai số nguyên tố cùng nhau.

b) Gọi $d = (2n+1, 2n+3)$ thì $(2n+3) - (2n+1) = 2 \vdots d$, mà d là số lẻ nên $d = 1$.

Suy ra đpcm.

c) Gọi $d = (2n+1, 3n+1)$ thì $3(2n+1) - 2(3n+1) = 1 \vdots d$ nên $d = 1$.

Suy ra đpcm.

Bài toán 15. Cho a và b là hai số nguyên tố cùng nhau. Chứng minh rằng hai số sau cũng là hai số nguyên tố cùng nhau

a) a và a + b.

b) a^{2015} và a + b.

c) ab^2 và a + b.

Lời giải. a) Gọi $d = (a, a+b)$ thì $(a+b) - a = b \vdots d$.

Mà $a \vdots d$ nên $d \in ƯC(a, b)$.

Do đó $d = 1$ (vì a, b là hai số nguyên tố cùng nhau).

Vậy $(a, a+b) = 1$.

b) Giả sử a^{2015} và a + b cùng chia hết cho số nguyên tố p thì a chia hết cho p, do đó b cũng chia hết cho p. Như vậy a và b cùng chia hết cho số nguyên tố p (trái với (a, b) = 1).

Do đó điều giả sử là sai.

Vậy a^{2015} và a + b là hai số nguyên tố cùng nhau.

c) Giả sử ab^2 và a + b cùng chia hết cho số nguyên tố p thì $a \vdots p$ hoặc $b^2 \vdots p$.

Suy ra $a \vdots p$ hoặc $b \vdots p$. Từ đó $b \vdots p$ hoặc $a \vdots p$ (trái với (a, b) = 1).

Do đó điều giả sử là sai.

Vậy $(ab^2, a+b) = 1$.

Bài toán 16. Tìm số tự nhiên n để các số 9n + 24 và 3n + 4 là các số nguyên tố cùng nhau.

Lời giải. Giả sử 9n + 24 và 3n + 4 cùng chia hết cho số nguyên tố d thì $9n + 24 - 3(3n+4) = 12 \vdots d$, từ đó $d \in \{2; 3\}$.

Do đó để $(9n + 24, 3n + 4) = 1$ thì $d \neq 2$ và $d \neq 3$.

Hiển nhiên $d \neq 3$ vì 3n + 4 không chia hết cho 3.

Để $d \neq 2$ phải có ít nhất một trong hai số 9n + 4 và 3n + 4 không chia hết cho 2.

Ta thấy

9n + 4 là số lẻ $\Leftrightarrow$ 9n lẻ $\Leftrightarrow$ n lẻ,

3n + 4 là số lẻ $\Leftrightarrow$ 3n lẻ $\Leftrightarrow$ n lẻ.

Vậy điều kiện để $(9n + 4, 3n + 4) = 1$ là n là số nguyên lẻ.

Bài tập

Bài 1. Tìm $n \in \mathbb{N}$ thỏa mãn $n^{2003} + n^{2002} + 1$ là số nguyên tố.

Bài 2. Tìm các số nguyên số p để 2p + 1 là lập phương của một số tự nhiên.

Bài 3. Tìm tất cả các số nguyên x, y thỏa mãn $x^2 - 2y^2 = 1$.

Bài 4. Tìm các số nguyên tố x, y, z thỏa mãn $x^y + 1 = z$.

Bài 5. Chứng minh rằng nếu $1 + 2^n + 4^n$ ($n \in \mathbb{N}$) là số nguyên tố thì $n = 3^k$ với $n \in \mathbb{N}$.

Bài 6. Cho $a, b, c, d \in \mathbb{N}$ thỏa mãn $ab = cd$. Chứng minh rằng $A = a^n + b^n + c^n + d^n$ là hợp số với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

Bài 7. Tìm tất cả các số nguyên tố p thỏa mãn $p = \dfrac{n(n+1)}{2} - 1$ ($n \in \mathbb{N}^*$).

Bài 8. Tìm số nguyên tố p biết rằng p + 2 và p + 4 cũng là số nguyên tố.

Bài 10NS. Tìm các số nguyên dương x, y, z thỏa mãn

$$3x^2 - 18y^2 + 2z^2 + 3y^2z^2 - 18x = 27.$$

TRƯƠNG QUANG AN

(GV. THCS Nghĩa Thắng, Tư Nghĩa, Quảng Ngãi)

Bài 11NS. Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $2(a + c) + b = 12$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$K = \frac{1}{(a+3)^2} + \frac{4}{(b+4)^2} + \frac{8}{(c+5)^2}.$$

TRẦN ANH TUẤN

(GV. THCS Phú Phúc, Lý Nhân, Hà Nam)

Bài 12NS. Cho nửa đường tròn (O; R) đường kính AB. Gọi Ax, By là các tia vuông góc với AB (Hai tia Ax, By và nửa đường tròn cùng thuộc một nửa mặt phẳng bờ AB). Qua điểm M thuộc nửa đường tròn vẽ tiếp tuyến với nửa đường tròn cắt các tia Ax và By lần lượt tại C và D. BM cắt AC tại E, AD cắt nửa đường tròn (O) tại N (N khác A). Xác định vị trí của điểm M trên nửa đường tròn (O) để 2MD + 3NE đạt giá trị nhỏ nhất.

NGUYỄN ĐỨC TẤN

(TP. Hồ Chí Minh)

Kết quả CUỘC THI GIẢI TOÁN DÀNH CHO NỮ SINH (TTT2 số 146)

Bài 4NS. Phương trình thứ hai tương đương với

$$x - y + \frac{3y^2 - 3x^2}{\sqrt{(x+2y)^2+1} + \sqrt{(2x+y)^2+1}} = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-y)\left(1 - \frac{3x+3y}{\sqrt{(x+2y)^2+1} + \sqrt{(2x+y)^2+1}}\right) = 0.$$

Mặt khác

$$\sqrt{(x+2y)^2+1} + \sqrt{(2x+y)^2+1}$$

$$> \sqrt{(x+2y)^2} + \sqrt{(2x+y)^2} \geq 3x + 3y.$$

Do đó x = y. Thay x = y vào phương trình đầu ta được

$$2x^3 - 1 = 3x^2 + 3x \Leftrightarrow 3x^3 = (1+x)^3 \Leftrightarrow x = \frac{1}{\sqrt[3]{3} - 1}.$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm

$$(x, y) = \left(\frac{1}{\sqrt[3]{3}-1}; \frac{1}{\sqrt[3]{3}-1}\right).$$

Nhận xét. Các bạn sau có lời giải tốt cho bài toán trên: *Kim Thị Hồng Lĩnh*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Thị Hoàng Cúc*, 8D, THCS Nhữ Bá Sỹ, Thị trấn Bút Sơn, Hoằng Hóa, **Thanh Hóa**; *Võ Nguyễn Đan Phương*, 8A3, THCS Thị trấn Phù Mỹ, Phù Mỹ, **Bình Định**; *Lê Nguyễn Quỳnh Trang*, 8C, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, **Phú Thọ**.

Bài 5NS. Áp dụng bất đẳng thức AM-GM, ta có

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq \frac{9}{a+b+c} = \frac{3(a^2+b^2+c^2)}{a+b+c}$$

$$\geq \frac{(a+b+c)^2}{a+b+c} = a + b + c. \quad (1)$$

Ta lại có

$$\left(\frac{a^2}{b} + b\right) + \left(\frac{b^2}{c} + c\right) + \left(\frac{c^2}{a} + a\right) \geq 2a + 2b + 2c$$

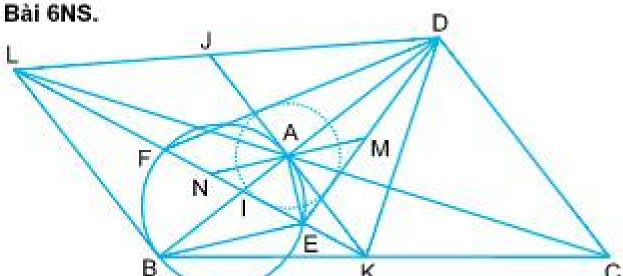
$$\Rightarrow \frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{c} + \frac{c^2}{a} \geq a + b + c. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra

$$\frac{a^2+1}{b}+\frac{b^2+1}{c}+\frac{c^2+1}{a}\ge 2(a+b+c).$$

Nhận xét. Các bạn sau có lời giải tốt cho bài toán trên: *Võ Nguyễn Đan Phương*, 8A3, THCS Thị trấn Phù Mỹ, Phù Mỹ, **Bình Định**; *Lê Nguyễn Quỳnh Trang*, 8C, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì; *Hoàng Ánh Dương*, 8A4, THCS Giấy Phong Châu, Phù Ninh; *Nguyễn Thảo Chi*, 8A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Nguyễn Thị Như Quỳnh A*, 8A, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương; *Thái Phương Thảo A*, 7C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành; *Trần Thị Diễm Quỳnh*, 8G, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Phan Huyền Ngọc*, 8B, *Kim Thị Hồng Lĩnh*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường; *Tạ Thủy Tiên*, 8A4, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**.

Bài 6NS.



Gọi I là giao điểm của AB và EF. Đường thẳng qua A vuông góc với AE cắt ED và EF lần lượt tại M, N. Ta có $\widehat{AEB}=90^o$ và MN // BE.

Áp dụng định lí Talét ta có

$$\frac{AM}{BE}=\frac{DA}{DB}=\frac{CK}{CB}=\frac{AK}{BL}=\frac{IA}{IB}=\frac{AN}{BE}.$$

Suy ra AM = AN, mà AE $\perp$ MN nên ΔEMN cân tại E, từ đó $\widehat{AED}=\widehat{AEF}$.

Do đó EA là phân giác của $\widehat{DEF}$.

Tương tự FA là phân giác của $\widehat{DFE}$.

Suy ra A là tâm đường tròn nội tiếp tam giác DEF, từ đó $\widehat{ADE}=\widehat{ADF}$. (1)

Gọi J là giao điểm của AK và DL.

Áp dụng định lí Talét ta có

$$\frac{AK}{BL}=\frac{CA}{CL}=\frac{DA}{DB}=\frac{AJ}{BL}.$$

Suy ra AK = AJ, kết hợp với KJ $\perp$ AD ta có ΔDKJ cân tại D.

Suy ra $\widehat{ADK}=\widehat{ADJ}=\widehat{ADL}$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra

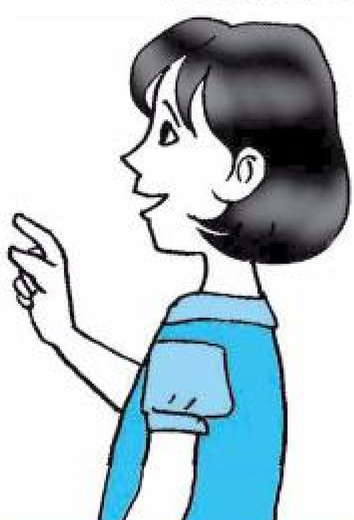
$$\widehat{EDK}=\widehat{ADK}-\widehat{ADE}=\widehat{ADL}-\widehat{ADF}=\widehat{LDF}.$$

Nhận xét. Rất tiếc không có bạn nào có lời giải đúng bài toán trên.

Các bạn được thưởng kì này: *Kim Thị Hồng Lĩnh*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Hoàng Ánh Dương*, 8A4, THCS Giấy Phong Châu, Phù Ninh; *Lê Nguyễn Quỳnh Trang*, 8C, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, **Phú Thọ**; *Võ Nguyễn Đan Phương*, 8A3, THCS Thị trấn Phù Mỹ, Phù Mỹ, **Bình Định**; *Nguyễn Thị Như Quỳnh A*, 8A, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**.

Ảnh các bạn được khen ở bìa 4.

NGUYỄN NGỌC HÂN



CHỨNG MINH BẤT ĐẲNG THỨC BẰNG PHƯƠNG PHÁP CÂN BẰNG HỆ SỐ

NGUYỄN THANH TUẤN
(GV. THPT Yên Hòa, Cầu Giấy, Hà Nội)

Bất đẳng thức là một dạng toán thường xuất hiện trong các kì thi học sinh giỏi, thi tuyển sinh vào lớp 10 chuyên toán. Bài viết này chúng tôi xin giới thiệu với các bạn phương pháp cân bằng hệ số cho đánh giá đại diện khi chứng minh bất đẳng thức.

Chú ý. Nếu đa thức f(x) nhận x_o là nghiệm thì f(x) có thể viết dưới dạng $f(x) = (x - x_o)g(x)$.

Ví dụ 1. Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn $\frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{3}{c}=3$. Chứng minh rằng

$$\frac{27a^2}{c(c^2+9a^2)}+\frac{b^2}{a(4a^2+b^2)}+\frac{8c^2}{b(9b^2+4c^2)}\ge\frac{3}{2}.$$

(Đề thi chọn học sinh giỏi lớp 9 thành phố Hà Nội năm học 2012 - 2013)

*** Phân tích**

Đặt $x=\frac{1}{a}$, $y=\frac{2}{b}$, $z=\frac{3}{c}$ thì $a=\frac{1}{x}$, $b=\frac{2}{y}$, $c=\frac{3}{z}$.

Khi đó bài toán trở thành

Cho ba số thực dương x, y, z thỏa mãn $x + y + z = 3$. Chứng minh rằng

$$\frac{x^3}{x^2+y^2}+\frac{y^3}{y^2+z^2}+\frac{z^3}{z^2+x^2}\ge\frac{3}{2}.$$

Ta thấy dấu bằng xảy ra được khi $x = y = z = 1$. Vì $x + y + z = 3$ nên ta sẽ tìm m, n thỏa mãn

$$\frac{x^3}{x^2+y^2}\ge mx+ny. \quad (1)$$

Dấu bằng ở (1) xảy ra khi x = y nên

$$m+n=\frac{1}{2}\Leftrightarrow n=\frac{1}{2}-m.$$

Thay vào (1) ta được

$$\frac{x^3}{x^2+y^2}\ge mx+\left(\frac{1}{2}-m\right)y$$

$$\Leftrightarrow(1-m)x^3-\left(\frac{1}{2}-m\right)x^2y-mxy^2-\left(\frac{1}{2}-m\right)y^3\ge0.$$

Đặt $f(x)=(1-m)x^3-\left(\frac{1}{2}-m\right)x^2y$

$-mxy^2-\left(\frac{1}{2}-m\right)y^3$, $(x>0, y>0)$.

Ta có f(y) = 0 nên

$$f(x)=(x-y)\left((1-m)x^2+\frac{1}{2}xy+\left(\frac{1}{2}-m\right)y^2\right).$$

Ta cần tìm m sao cho f(x) có một nhân tử là $(x-y)^2$.

Xét đa thức

$$g(x)=(1-m)x^2+\frac{1}{2}xy+\left(\frac{1}{2}-m\right)y^2.$$

Ta phải có g(y) = 0, từ đó m = 1 và $n=-\frac{1}{2}$.

Lời giải. Ta sẽ chứng minh $\frac{x^3}{x^2+y^2}\ge x-\frac{1}{2}y$. (2)

Thật vậy (2) $\Leftrightarrow\frac{1}{2}y(x-y)^2\ge0$ (luôn đúng vì y > 0).

Do đó (2) đúng.
Chứng minh tương tự ta có

$$\frac{y^3}{y^2+z^2} \ge y - \frac{1}{2}z;\ \frac{z^3}{z^2+x^2} \ge z - \frac{1}{2}x.$$

Cộng theo vế các bất đẳng thức trên ta được đpcm.

Ví dụ 2. Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 = 3$. Chứng minh rằng

$$3(a+b+c) + 2\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right) \ge 15.$$

*** Phân tích**

Ta thấy dấu bằng xảy ra khi $a = b = c = 1$.
Vì $a^2 + b^2 + c^2 = 3$ nên ta sẽ tìm m, n thỏa mãn

$$3a + \frac{2}{a} \ge ma^2 + n. \ (3)$$

Dấu bằng ở (3) xảy ra khi $a = 1$ nên
$m + n = 5 \Leftrightarrow n = 5 - m$.

Do đó (3) $\Leftrightarrow 3a + \dfrac{2}{a} \ge ma^2 + 5 - m$

$\Leftrightarrow -ma^3 + 3a^2 - (5-m)a + 2 \ge 0$.

Đặt $f(a) = -ma^3 + 3a^2 - (5-m)a + 2$, $(0 < a < \sqrt{3})$.
Vì $f(1) = 0$ nên $f(a) = (a-1)[-ma^2 + (3-m)a - 2]$.
Ta cần tìm m sao cho $f(a) \ge 0$ với $0 < a < \sqrt{3}$ nên ta có ý tưởng tìm m để xuất hiện đại lượng $(a-1)^2$ khi phân tích f(a) thành nhân tử.
Do đó đa thức $g(a) = -ma^2 + (3-m)a - 2$ thỏa mãn

$g(1) = 0 \Rightarrow m = \dfrac{1}{2};\ n = \dfrac{9}{2}$.

Lời giải. Vì $a^2 + b^2 + c^2 = 3$ nên $0 < a^2, b^2, c^2 < 3$, từ đó $0 < a, b, c < \sqrt{3}$.

Ta sẽ chứng minh $3a + \dfrac{2}{a} \ge \dfrac{1}{2}a^2 + \dfrac{9}{2}$. (4)

Thật vậy (4) $\Leftrightarrow (a-1)^2(4-a) \ge 0$
(luôn đúng vì $0 < a < \sqrt{3}$).
Do đó (4) đúng.

Tương tự ta có $3b + \dfrac{2}{b} \ge \dfrac{1}{2}b^2 + \dfrac{9}{2}$; $3c + \dfrac{2}{c} \ge \dfrac{1}{2}c^2 + \dfrac{9}{2}$.

Cộng theo vế các bất đẳng thức trên ta được đpcm.

Ví dụ 3. Cho ba số thực dương a, b, c. Chứng minh rằng

$$\frac{a^3}{2a+3b} + \frac{b^3}{2b+3c} + \frac{c^3}{2c+3a} \ge \frac{1}{5}(a^2+b^2+c^2).$$

*** Phân tích**

Ta thấy dấu bằng xảy ra khi $a = b = c$.
Ta sẽ tìm m, n sao cho

$$\frac{a^3}{2a+3b} \ge ma^2 + nb^2. \ (5)$$

Dấu bằng ở (5) xảy ra khi $a = b$ nên

$m + n = \dfrac{1}{5} \Leftrightarrow n = \dfrac{1}{5} - m$.

Do đó

$$(5) \Leftrightarrow \frac{a^3}{2a+3b} \ge ma^2 + \left(\frac{1}{5} - m\right)b^2$$

$$\Leftrightarrow (1-2m)a^3 - 3ma^2b - 2\left(\frac{1}{5} - m\right)ab^2$$

$$-3\left(\frac{1}{5} - m\right)b^3 \ge 0.$$

Đặt $f(a) = (1-2m)a^3 - 3ma^2b$

$-2\left(\dfrac{1}{5} - m\right)ab^2 - 3\left(\dfrac{1}{5} - m\right)b^3$, $(a > 0;\ b > 0)$.

Vì $f(b) = 0$ nên ta có

$$f(a) = (a-b)\left((1-2m)a^2 + (1-5m)ab + \left(\frac{3}{5} - 3m\right)b^2\right).$$

Ta cần tìm m để xuất hiện đại lượng $(a-b)^2$ khi phân tích f(a) thành nhân tử.
Do đó đa thức

$$g(a) = (1-2m)a^2 + (1-5m)ab + \left(\frac{3}{5} - 3m\right)b^2$$

thỏa mãn $g(b) = 0 \Rightarrow m = \dfrac{13}{50}$, $n = -\dfrac{3}{50}$.

Lời giải. Ta sẽ chứng minh

$$\frac{a^3}{2a+3b} \ge \frac{13}{50}a^2 - \frac{3}{50}b^2. \ (6)$$

Thật vậy (6) $\Leftrightarrow (a-b)^2\left(\dfrac{12}{25}a+\dfrac{9}{50}b\right)\ge 0$

(luôn đúng vì $a > 0$, $b > 0$).

Do đó (6) đúng.

Tương tự ta có $\dfrac{b^3}{2b+3c}\ge\dfrac{13}{50}b^2-\dfrac{3}{50}c^2$;

$\dfrac{c^3}{2c+3a}\ge\dfrac{13}{50}c^2-\dfrac{3}{50}a^2$.

Cộng theo vế các bất đẳng thức trên ta được đpcm.

Bài tập

Bài 1. Cho ba số thực dương a, b, c.
Chứng minh rằng

$$\frac{a^4}{(a^2+b^2)(a+b)}+\frac{b^4}{(b^2+c^2)(b+c)}+\frac{c^4}{(c^2+a^2)(c+a)}\ge\frac{1}{4}(a+b+c).$$

Bài 2. Cho hai số thực dương a, b thỏa mãn $a + b = 1$. Chứng minh rằng

$$\frac{a^2+2b^2}{a+2b}+\frac{b^2+2a^2}{b+2a}\ge 1.$$

(Đề tuyển sinh THPT Chuyên Hoàng Lệ Kha, Tây Ninh năm học 2013 - 2014)

Bài 3. Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 = 3$. Chứng minh rằng

a) $3(a+b+c)+2\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}\right)\ge 15$;

b) $8(a+b+c)+5\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}\right)\ge 39$.

Bài 4. Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn $a^3 + b^3 + c^3 = 3$. Chứng minh rằng

$$4\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)+5(a^2+b^2+c^2)\ge 27.$$

Bài 5. Cho ba số thực dương a, b, c. Chứng minh rằng

$$\frac{a}{2a+b+c}+\frac{b}{a+2b+c}+\frac{c}{a+b+2c}\le\frac{3}{4}.$$

(Đề thi tuyển sinh lớp 10 Chuyên ĐHSP TP. Hồ Chí Minh năm học 2013 - 2014)

Bài 6. Cho ba số thực dương a, b, c.
Chứng minh rằng

a) $\dfrac{a(b+c)}{(b+c)^2+a^2}+\dfrac{b(c+a)}{(c+a)^2+b^2}+\dfrac{c(a+b)}{(a+b)^2+c^2}\le\dfrac{6}{5}$;

b) $\dfrac{a^3+b^3}{2ab}+\dfrac{b^3+c^3}{2bc}+\dfrac{c^3+a^3}{2ca}\ge a+b+c$;

c) $\dfrac{a^3}{a^2+b^2+ab}+\dfrac{b^3}{b^2+c^2+bc}+\dfrac{c^3}{c^2+a^2+ca}\ge\dfrac{a+b+c}{3}$;

d) $\sqrt{5a^2+2ab+2b^2}+\sqrt{2a^2+2ab+5b^2}\ge 3(a+b)$;

e) $\dfrac{(b+c-3a)^2}{2a^2+(b+c)^2}+\dfrac{(a+c-3b)^2}{2b^2+(a+c)^2}+\dfrac{(a+b-3c)^2}{2c^2+(a+b)^2}\ge\dfrac{1}{2}$;

g) $\dfrac{(2a+b+c)^2}{4a^3+(b+c)^3}+\dfrac{(2b+c+a)^2}{4b^3+(c+a)^3}+\dfrac{(2c+a+b)^2}{4c^3+(a+b)^3}\le\dfrac{12}{a+b+c}$.

Bài 7. Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn $a + b + c = 3$. Chứng minh rằng

a) $\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}+\dfrac{1}{c^2}+\dfrac{2(a^2+b^2+c^2)}{3}\ge 5$;

b) $6(a^3+b^3+c^3)\ge a^2+b^2+c^2+15$.

DÀNH CHO CÁC BẠN CHUẨN BỊ THI TOÁN GIÀNH HỌC BỔNG DU HỌC

VŨ KIM THỦY

Phần 1. Những kiến thức tối thiểu về tính toán

Xu hướng thi cử hiện đại: Đề thi rải ra tất cả các vấn đề của chương trình trong cả cấp học. Đề thi sẽ gồm các kiến thức thức rất cơ bản mà người học chỉ cần đào sâu các vấn đề trong sách giáo khoa là sẽ làm được bài. Đặc biệt kĩ năng tính toán rất được coi trọng. Phải tính nhanh, chọn cách tính khoa học thì mới làm được bài. Sau đây là các vấn đề cần chú ý:

1. Chữ số có nghĩa

- Tất cả các chữ số khác không đều có nghĩa.
- Chữ số không xen giữa các chữ số khác không là có nghĩa.
- Trong số nguyên, các chữ số không sau chữ số khác không cuối cùng có thể có nghĩa hoặc không.
- Trong số thập phân, các chữ số không trước chữ số khác không đầu tiên là không có nghĩa.
- Trong số thập phân, các chữ số không sau chữ số khác không cuối cùng là có nghĩa.

7006 = 7000 (chính xác đến 1 chữ số có nghĩa)
7006 = 7000 (chính xác đến 2 chữ số có nghĩa)
7006 = 7010 (chính xác đến 3 chữ số có nghĩa)
0,00609 = 0,006 (chính xác đến 1 chữ số có nghĩa)
6,009 = 6,01 (chính xác đến 3 chữ số có nghĩa).

2. Chữ số gần đúng. Làm tròn số

Để làm tròn một số, hãy xét chữ số đầu tiên của các hàng muốn bỏ đi. Nếu chữ số này là 5 hoặc lớn hơn thì cộng thêm 1 vào hàng muốn làm tròn và bỏ các hàng còn lại. Nếu chữ số này là 4 hoặc nhỏ hơn thì ta bỏ các chữ số từ hàng muốn bỏ đi và các hàng bên phải hàng đó.

3. Dạng tiêu chuẩn hay kí hiệu khoa học

Số rất lớn hoặc rất nhỏ thường được viết dưới dạng tiêu chuẩn.

$A \times 10^n$, trong đó $1 \le A < 10$ và n là một số nguyên.

Ví dụ 1. $1\,350\,000 = 1{,}35 \times 10^6$

$0{,}0008756 = 8{,}756 \times 10^{-4}$

Đặc biệt $7 = 7 \times 10^0$; $10 = 1 \times 10^1$.

4. Dạng thông thường

Dạng thông thường là các số viết dưới dạng không có số mũ.

Ví dụ 2. $5 \times 10^{12} = 5\,000\,000\,000\,000$.

5. Ước lượng sai số

Sai số = Hiệu giữa giá trị đúng và giá trị đo được.

Sai số tính theo phần trăm $= \dfrac{\text{Sai số}}{\text{Giá trị đúng}} \times 100\%$.

6. Tính gần đúng số

Số $\pi = 3{,}14$ có thể biểu diễn bằng $\dfrac{22}{7}$ hay $\dfrac{355}{113}$, *cách nhớ số $\dfrac{355}{113}$ là viết liền hai lần các số lẻ đầu tiên 113 355 rồi chia đôi dãy số đó lấy phần đầu làm mẫu số, phần còn lại làm tử số.*

7. Tỉ số, tỉ lệ, suất

Tỉ số của hai đại lượng cùng loại là phân số chỉ rằng đại lượng thứ nhất như một phần của đại lượng thứ hai.

Tỉ số của a đối với b, viết là a : b, $\dfrac{a}{b}$ hay $a \div b$ ($b \ne 0$, $a, b \in \mathbb{Z}^+$).

8. Lãi, lỗ

Lãi = Giá bán − Giá trị; Lỗ = Giá trị − Giá bán.

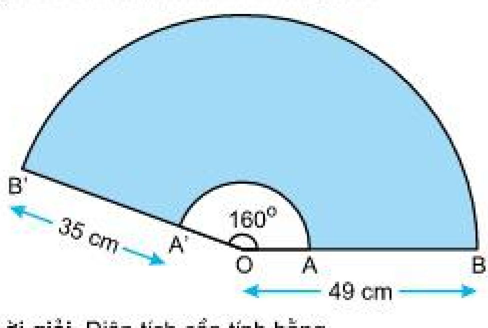
Lãi tính theo phần trăm: $\dfrac{\text{Lãi}}{\text{Giá trị}} \times 100\%$.

Lỗ tính theo phần trăm: $\dfrac{\text{Lỗ}}{\text{Giá trị}} \times 100\%$.

Lãi đơn I = PRT.

9. Tính toán hợp lí

Ví dụ 3. Hình vẽ dưới đây chỉ ra một diện tích được quét ra khi cái cần gạt nước dài 35 cm quay một góc 160^o từ vị trí AB đến vị trí A'B' tạo ra. Khoảng cách từ đầu cần gạt đến tâm quay là 49 cm. Cho hãy tính diện tích phần gạch chéo quét ra bởi cần gạt và để câu trả lời dưới đơn vị cm^2.



Lời giải. Diện tích cần tính bằng

$$\frac{\frac{22}{7} \times 49^2 \times 160}{360} - \frac{\frac{22}{7} \times (49-35)^2 \times 160}{360}$$

$$= \frac{\frac{22}{7} \times 160}{360}(49^2 - 14^2) = \frac{22 \times 160 \times 35 \times 63}{7 \times 360}$$

$= 3080 \text{ cm}^2$.

(Còn tiếp)

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI LỚP 6 CẤP HUYỆN

MÃ ĐỀ: RDKTH013 **Thời gian làm bài:** 120 phút *(không kể thời gian giao đề)*

Câu 1.

a) Tính $A = \dfrac{1\frac{2}{5} - 3\frac{2}{15}}{17\frac{1313}{1515} - 15\frac{4}{15}} + (-3)^7 : 3^6 + \dfrac{1.3.5 + 2.6.10 + 3.9.15}{3.5.7 + 6.10.14 + 9.15.21}$.

b) Tính kết quả của phép nhân sau $\underbrace{33333...33}_{50\text{ chữ số }3} \times \underbrace{66666...66}_{50\text{ chữ số }6}$.

Câu 2.

a) Tìm x, biết $(2x - 3)^3 = 2x - 3$.

b) Chứng tỏ rằng $3.\overline{abcabc} - 605 \vdots 11$ (Với a, b, c là các chữ số và $a \neq 0$).

Câu 3.

a) Cho p và p + 7 là các số nguyên tố. Chứng tỏ rằng 2p + 13 là hợp số.

b) Tìm số nguyên n sao cho $\dfrac{11n - 1}{5}$ là một số nguyên.

Câu 4. Cho $S = 7 + 7^2 + 7^3 + ... + 7^{49}$.

a) Chứng tỏ rằng $S - 7 \vdots 19$.

b) Chứng tỏ rằng 6S + 7 là lũy thừa của 7.

Câu 5.

a) So sánh $3^{15} + 4^{15}$ và 5^{15}.

b) Chứng tỏ rằng nếu $x, y \in \mathbb{Z}$ và $10x + 2y \vdots 7$ và $4x + 11y \vdots 7$ thì $2x^2 + 5y^2 \vdots 7$.

Câu 6. Cho đoạn thẳng AB. Gọi M là điểm nằm giữa A và B. Vẽ tia Mx sao cho $\widehat{BMx} = m^o$ $(0 < m < 180)$. Vẽ tia My là tia phân giác của góc BMx, tia Mz là tia phân giác của góc AMx.

a) Tính số đo góc yMz.

b) Tìm m biết $\widehat{yMz} = 3.\widehat{xMy}$.

c) Trên nửa mặt phẳng không chứa tia Mx bờ là đường thẳng AB vẽ 9 tia $Mx_1, Mx_2, Mx_3, ..., Mx_9$. Trên các tia $Mx_1, Mx_2, Mx_3, ..., Mx_9$ lần lượt lấy các điểm $M_1, M_2, M_3, ..., M_9$ sao cho không có ba điểm nào trong các điểm đó thẳng hàng. Hỏi có bao nhiêu tam giác được tạo thành từ các điểm $M, M_1, M_2, M_3, ..., M_9$?

CUỘC THI DÀNH CHO CÁC THẦY CÔ GIÁO

THI RA ĐỀ KIỂM TRA, ĐỀ THI TOÁN

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI LỚP 7 CẤP HUYỆN

MÃ ĐỀ: RDKTH005 **Thời gian làm bài:** 120 phút *(không kể thời gian giao đề)*

Câu 1. Tính giá trị của các biểu thức sau

a) $A = 27 - 7|x| - 2013x$, biết $|x| = \sqrt{(-2)^2}$;

b) $B = \left(\dfrac{1}{2013^2} - 1\right)\left(\dfrac{1}{2012^2} - 1\right)\left(\dfrac{1}{2011^2} - 1\right)...\left(\dfrac{1}{100^2} - 1\right)$.

Câu 2.

a) Cho a, b là các số nguyên và đa thức $P(x) = x^3 - a^2x + 2013b$. Chứng minh rằng P(x) chia hết cho 3 với mọi giá trị nguyên của x khi và chỉ khi a không chia hết cho 3.

b) Tính tổng $M = x + y + z$, biết $\dfrac{19}{x+y} + \dfrac{19}{y+z} + \dfrac{19}{z+x} = \dfrac{7x}{y+z} + \dfrac{7y}{z+x} + \dfrac{7z}{x+y} = \dfrac{133}{10}$.

Câu 3. Tìm x, y, z biết

a) $\dfrac{x}{3} = \dfrac{z}{8}$; $-6y = 7z$ và $2x - 9y = 2$;

b) $|4 - 2x| + |x - 2| = 3 - x$;

c) $(5x - 3)^{2013} = (5x - 3)^{2015}$.

Câu 4. Trong một buổi học nhóm, Yên ra bài toán đố Bình: "Nếu một tam giác có độ dài hai đường cao là 3^2, 5^2 và đường cao thứ 3 cũng là số chính phương thì đường cao thứ 3 là bao nhiêu?". Em hãy giải bài toán giúp Bình.

Câu 5. Cho tam giác BCD cân tại C có $\widehat{C} = 50^o$. Trên nửa mặt phẳng bờ BD không chứa C vẽ tia Dx sao cho $\widehat{BDx} = 5^o$. Lấy điểm A trên tia Dx sao cho DA = DC.

a) Ba điểm A, B, C có thẳng hàng hay không? Vì sao?

b) Chứng minh rằng BC + BD < AC + AD.

c) Tính số đo của góc BAD.

Câu 6. Cho a, b là các số thực lớn hơn 1 thỏa mãn $|a - b| < 1$. Chứng minh rằng $\dfrac{a}{b} + \dfrac{b}{a} < 3$.

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI LỚP 8 CẤP HUYỆN

MÃ ĐỀ: RDKTH002 **Thời gian làm bài:** 120 phút *(không kể thời gian giao đề)*

Câu 1.

a) Chứng minh rằng nếu các số hữu tỉ a, b, c thỏa mãn các điều kiện $abc = 1$ và $\frac{a}{b^3} + \frac{b}{c^3} + \frac{c}{a^3} = \frac{b^3}{a} + \frac{a^3}{c} + \frac{c^3}{b}$ thì một trong ba số a, b, c là lập phương của một số hữu tỉ.

b) Tính giá trị của $S = \frac{(ab + 2c^2)(bc + 2a^2)(ca + 2b^2)}{(2ab^2 + 2bc^2 + 2ca^2 + 3abc)^2}$, biết $a + b + c = 0$ và $abc \neq 0$.

Câu 2.

a) Chứng minh rằng số 27000001 là hợp số và tìm tổng các ước số nguyên tố của nó.

b) Chứng minh rằng tổng $S = 1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + 2014^2$ không là số chính phương.

Câu 3.

a) Giải phương trình $\frac{4}{(x+1)^2} + 2x^2 = x + \frac{2(3x-1)}{x+1}$.

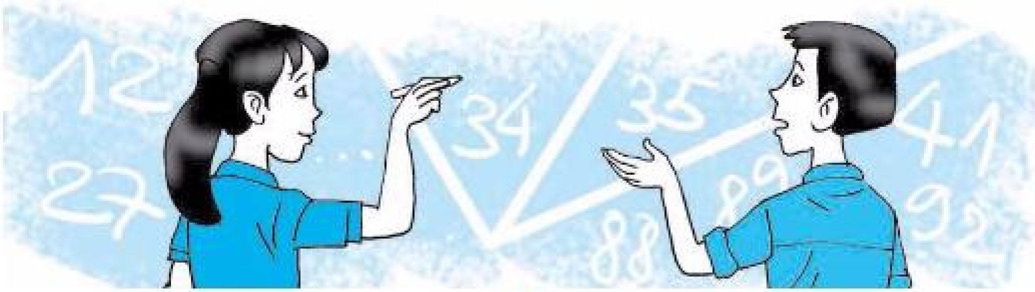
b) Cho số thực $x \neq 0$. Hãy tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{\left(x + \frac{1}{x}\right)^8 - \left(x^8 + \frac{1}{x^8}\right) - 2}{\left(x + \frac{1}{x}\right)^4 + x^4 + \frac{1}{x^4}}$.

Câu 4. Cho ΔABC nhọn có các đường cao AD, BE, CF cắt nhau ở H. Trên đường cao AD lấy điểm I và các điểm P, Q tương ứng thuộc AB, AC sao cho $\widehat{PIC} = \widehat{QIB} = 90^o$. Chứng minh rằng

a) PQ // BC;

b) $\frac{S_{AEF}}{AH^2} = \frac{S_{BDF}}{BH^2} = \frac{S_{CDE}}{CH^2}$.

Câu 5. Trên một cái bảng, người ta viết 100 số tự nhiên đầu tiên. Giả sử mỗi lần ta xóa đi hai số bất kì và thay bằng hiệu các bình phương của chúng. Quá trình cứ tiếp tục như vậy. Hỏi có lúc nào trên bảng gồm toàn số 0 được không? Nếu có, hãy chỉ ra quá trình biến đổi, nếu không hãy giải thích tại sao?



ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI LỚP 9 CẤP HUYỆN

MÃ ĐỀ: RDKTH012 **Thời gian làm bài:** 120 phút *(không kể thời gian giao đề)*

Câu 1.

1. Thực hiện phép tính $A = \dfrac{2}{2-\sqrt{3}} - \dfrac{2}{2+\sqrt{3}} - \sqrt{27}$.

2. Cho biểu thức $P = \left(\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} - \dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} + 4\sqrt{x}\right) : \dfrac{\sqrt{x}}{x-1}$ với $x > 0$ và $x \neq 1$.

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Tính giá trị của P khi $x = \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}+\sqrt{15}}$.

c) Tìm x để $P = x^2$.

Câu 2.

1. Cho đường thẳng (d): $y = 2x + 3$.

a) Tìm trên đường thẳng (d) những điểm có toạ độ (x, y) thỏa mãn đẳng thức $x^2 + y^2 - 2xy - 4 = 0$.

b) Từ điểm A(−1; 1) vẽ đường thẳng (d') vuông góc với (d) và từ điểm B(−3:−3) vẽ đường thẳng (d'') đi qua điểm C(1; 0). Viết phương trình của các đường thẳng (d') và (d'').

c) Tính diện tích của tam giác tạo bởi các đường thẳng (d), (d'), (d'').

2. Giải phương trình $\sqrt{3x+1} + \sqrt{2-x} = 3$.

Câu 3.

1. Tìm số nguyên dương chẵn n sao cho $2^n - 15$ là bình phương của một số tự nhiên.

2. Tìm các số tự nhiên x và y thỏa mãn đẳng thức $x^2 + 2y^2 + 2xy + 3y - 4 = 0$.

3. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $Q = \sqrt{x^2 + 4\sqrt{9-x^2}}$.

Câu 4. Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB = 2R. Lấy điểm C trên nửa đường tròn (O) sao cho AC > CB. Từ C hạ CH vuông góc với AB (H thuộc AB). Tiếp tuyến tại A với nửa đường tròn (O) cắt BC tại P, tiếp tuyến tại C với nửa đường tròn (O) cắt AP tại M. MO cắt AC tại I, MB cắt CH tại K.

a) Chứng minh rằng $CH^2 + AH^2 = 2AH.CO$.

b) Chứng minh rằng IK // AB.

c) Cho MO = AB. Tính diện tích tam giác MIK.

Câu 5. Cho a, b, c là các số thực thỏa mãn điều kiện a > 1, b > 1, c > 1. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \dfrac{a^2}{a-1} + \dfrac{2b^2}{b-1} + \dfrac{3c^2}{c-1}$.

Kì này TÍNH TỔNG

Bài toán. Cho hai số a và b khác 0 thỏa mãn $(a^2 + b^2)^3 = (a^3 + b^3)^2$. Tính giá trị của tổng $S = \frac{a}{b} + \frac{b}{a}$.

Một cuốn sách toán tham khảo đã cho lời giải bài toán lớp 8 trên như sau.

Lời giải. Từ $(a^2 + b^2)^3 = (a^3 + b^3)^2$ suy ra $3a^2b^2(a^2 + b^2) = 2a^3b^3$. (1)

Chia hai vế của (1) cho $a^3b^3 \neq 0$, ta được $\frac{3(a^2+b^2)}{ab} = 2$ hay $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{2}{3}$.

Vậy $S = \frac{2}{3}$.

Bạn còn ý kiến gì nữa chăng?

NGUYỄN ĐỨC TẤN *(TP. Hồ Chí Minh)*

ĐỌC SÁCH CÙNG BẠN

Vừa qua, TBTTTT được Trung tâm Sputnik tặng bộ 5 cuốn sách toán.

Bộ sách bao gồm các cuốn: **Những cuộc phiêu lưu của người thích đếm** kể về anh chàng thích đếm, thích tính toán Beremiz Samir, xứ Ả Rập và trong những cuộc hành trình của mình, anh ấy đã ứng dụng Toán học thế nào để giải quyết các tình huống của cuộc sống, xoay quanh những phép tính đơn giản, cộng - trừ - nhân - chia, nhưng nòng cốt của cuốn sách là sự lập luận logic của *người thích đếm* thông thái. Nội dung của cuốn sách vừa có giá trị về Toán học, Văn học và cả Lịch sử. Nó được xem là cuốn sách Toán học phổ thông thú vị nhất thế giới. Từ năm 1938 đến nay, được in ra hàng triệu bản bằng nhiều thứ tiếng. Sách được dịch bởi GS. Nguyễn Tiến Dũng, giảng viên Đại học Toulouse, Pháp, Huy chương Vàng Toán Quốc tế năm 14 tuổi, TS. Nguyễn Văn Hằng và TS. Phạm Việt Hùng. **Ba ngày ở nước tí hon** là một câu chuyện về chuyến du lịch của ba học sinh vào xứ sở của những con số. Ở đất nước Số học này, ba nhân vật Ta-nhi-a, Xê-va, Ô-lếch sẽ làm quen với những con số, chữ số La Mã, số Pi... Nhóm bạn sẽ khám phá vô vàn địa điểm thú vị trong vương quốc này như Phố 9, Ngõ Phân số, Quảng trường Số, Ngõ số thập phân... Cuốn sách có giọng văn vui vẻ, trẻ trung, phù hợp cho học sinh từ cấp Tiểu học trở đi. Sách được dịch bởi GS. Nguyễn Tiến Dũng. **Các bài giảng về toán cho Mirella** tổng hợp những bài giảng về toán của GS. Nguyễn Tiến Dũng cho con gái Mirella. Cuốn sách là một tài liệu quý và khác biệt, gợi mở những vấn đề lí thú của toán học sơ cấp và hiện đại. Các bài giảng được dẫn dắt bằng ngôn ngữ gần gũi, hóm hỉnh nhưng rất logic và chứa đựng những ý tưởng sâu sắc của tác giả. Đây chắc hẳn là cuốn sách mà bất kì học sinh yêu toán nào cũng có thể tìm thấy những kiến thức bổ ích về toán học và việc học toán. **169 bài toán hay cho trẻ em và người lớn** là cuốn sách bổ ích cho những bạn học sinh muốn phát triển tư duy toán học, khả năng suy luận. Với những bài toán được phát biểu rất vui, rất gần gũi trong cuộc sống, cuốn sách này sẽ đem lại cho các bạn những phút thư giãn cần thiết. Sách được viết bởi TS. Trần Nam Dũng, giảng viên Đại học Khoa học Tự nhiên TP. HCM, Huy chương Bạc Toán Quốc tế. **Tổ hợp và quy nạp** là một trong những cuốn sách viết hay và dễ hiểu nhất về phương pháp quy nạp và các vấn đề tính toán tổ hợp. Tác giả là nhà toán học Nga nổi tiếng N. Ia. Vilenkin. Sách hợp với trình độ học sinh phổ thông. Sách còn là một phần không thể thiếu cho những ai muốn tiếp tục học tập, nghiên cứu và làm việc có hiệu quả trong những ngành toán học, tin học, kĩ thuật hay đơn giản chỉ là để trau dồi tư duy logic, điều mà ai cũng cần đến trong cuộc sống. Sách được dịch bởi GS. Hà Huy Khoái, nguyên Viện trưởng Viện Toán học Việt Nam.

TTT chân thành cảm ơn!

TTT

Kì này VỊ TRÍ VÀ ĐƯỜNG ĐI

Một bác thợ săn rời lều của mình để đi săn. Bác ta bắt đầu đi về phía bắc 400 m rồi rẽ sang phía đông 1200 m. Biết rằng sau đó, bác thợ săn đã về nhà theo hướng nam. Hãy tính tổng quãng đường mà bác đã đi.

BÙI ĐÌNH HIẾU

(HS. 11A1, THPT Quỳnh Côi, Quỳnh Phụ, Thái Bình)

Kết quả SỐ NÀO? (TTT2 số 146)

Nhận xét. Hầu hết các bạn tìm đúng đáp số bài 1, một số bạn không giải bài 2 hoặc tính sai đáp số.

Quy luật.

Bài 1. Xét dãy số 6, 15, 35, 77, 143...

Ta thấy 6 = 2.3; 15 = 3.5; 35 = 5.7; 77 = 7.11; 143 = 11.13.

Mỗi số hạng của dãy là tích của hai số nguyên tố liên tiếp tăng dần, bắt đầu từ 2. Số nguyên tố tiếp sau số 13 là 17, do đó số cần điền tiếp vào dãy là 13.17 = 221.

Bài 2. Viết tiếp các số hạng của dãy theo quy luật đã cho:

23, 35, 56, 77, 98, 119, 77, 98, 119...

Ta thấy, kể từ số hạng thứ tư, nhóm ba số (77, 98, 119) được lặp lại liên tiếp. Từ số hạng thứ tư đến số hạng thứ 2015 có 2012 số hạng. Vì 2012 chia cho 3 dư 2 nên số hạng thứ 2015 tương ứng với số hạng thứ hai của nhóm ba số trên, tức là số 98.

Vậy số hạng thứ 2015 của dãy là số 98.

Xin trao thưởng cho các bạn có lời giải chính xác, trình bày ngắn gọn cả hai bài: *Phan Quang Huy, Diêm Đăng Hoàng*, 7A1, THCS CLC Mai Sơn, thị trấn Hát Lót, Mai Sơn, **Sơn La**; *Chu Tuấn Kiệt*, 8A2, THCS Hạ Hòa, Hạ Hòa, **Phú Thọ**; *Phạm Ánh Nguyệt*, 6A, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Huỳnh Nhật Quang*, 8/7, THCS Nguyễn Thị Minh Khai, Cam Ranh, **Khánh Hòa**.

Các bạn sau được tuyên dương: *Phạm Thu Hiền*, 8A2, THCS Hạ Hòa, Hạ Hòa, **Phú Thọ**; *Chu Thị Thanh*, 7E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Thị Thu Hà, Trần Quang Tài*, 6A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Lê Thuần Phương Uyên*, 8A, THCS Phan Huy Chú, Thạch Hà, **Hà Tĩnh**.

NGUYỄN XUÂN BÌNH

ĐỀ THI CHỌN ĐỘI TUYỂN DỰ THI OLYMPIC TOÁN QUỐC TẾ CỦA HỒNG KÔNG NĂM 2014 (VÒNG 1)

Ngày thi 24.5.2014

ThS. PHÙNG KIM DUNG

(Tổ trưởng tổ Toán trường THPT chuyên Hà Nội - Amsterdam, sưu tầm, dịch và giới thiệu)

Sau đây chúng tôi xin giới thiệu một số bài toán trong đề thi chọn đội tuyển dự thi Olympic toán Quốc tế năm 2014 của Hồng Kông. Để giải các bài toán này chỉ cần sử dụng kiến thức ở THCS.

1. Cho $x - y = 12$, hãy tính giá trị của biểu thức $A = x^3 - y^3 - 36xy$.

2. Cho x là một số thực. Hãy tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = |x+1| + 2|x-5| + |2x-7| + \left|\frac{x-11}{2}\right|$.

3. Cho x, y là số thực, hãy tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$M = \sqrt{4+y^2} + \sqrt{x^2+y^2-4x-4y+8} + \sqrt{x^2-8x+17}.$$

4. Đặt $f(x) = ax + b$ với a, b là các số nguyên. Nếu $f(f(x)) = 0$ và $f(f(f(4))) = 9$, tính giá trị của tổng $f(f(f(f(1)))) + f(f(f(f(2)))) + f(f(f(f(3)))) + \ldots + f(f(f(f(2014))))$.

5. Hai dây cung của một đường tròn song song với nhau và có độ dài tương ứng là 24 và 32, và khoảng cách giữa chúng là 14. Hãy tính độ dài dây cung của đường tròn mà nó song song và cách đều hai dây cung đã cho.

6. Có ba quả bóng màu đỏ giống hệt nhau, ba quả bóng màu vàng giống hệt nhau và ba quả bóng màu xanh lá cây giống hệt nhau. Có bao nhiêu cách khác nhau để chia các quả bóng đó thành ba nhóm, mỗi nhóm có ba quả bóng.

7. Cho tam giác ABC cân có AB = AC. P là điểm nằm trong tam giác thỏa mãn $\widehat{BCP} = 30^o$, $\widehat{APB} = 150^o$ và $\widehat{CAP} = 39^o$. Tính $\widehat{BAP}$.

8. Cho một dãy số $\{a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n\}$ gồm các số nguyên dương (với n là số nguyên dương) có tính chất: Chữ số cuối cùng của a_k giống chữ số đầu tiên của a_{k+1} (với k = 1, 2, 3, ..., n và kí hiệu $a_{n+1} = a_1$), dãy số như thế gọi là dãy "con rồng". Ví dụ, {414}, {208, 82} và {1, 17, 73, 321} là các dãy "con rồng". Cần phải chọn ra ít nhất bao nhiêu số có hai chữ số để có thể thành lập một dãy "con rồng" từ các số đã chọn.

9. Kí hiệu [x] là số nguyên lớn nhất không vượt quá x. Tìm hai chữ số tận cùng của tổng

$$\left[\frac{1}{3}\right] + \left[\frac{2}{3}\right] + \left[\frac{2^2}{3}\right] + \ldots + \left[\frac{2^{2014}}{3}\right].$$

10. Cho tam giác nhọn ABC với AB = 13 và BC = 7. D và E tương ứng là các điểm thuộc AB và AC sao cho BD = BC và $\widehat{DEB} = \widehat{CEB}$. Hãy tính tích các độ dài có thể của AE.

11. Có bao nhiêu bộ ba số nguyên (a, b, c) thỏa mãn $2 \le a \le b \le c$ và $abc = 2013 \times 2014$.

12. Gọi n là số nguyên dương không vượt quá 2014 và thỏa mãn $x^{2n} + x^n + 1$ chia hết cho $x^2 + x + 1$. Hãy tìm tổng các giá trị có thể của n.

13. Gọi $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_{24}$ là các số nguyên có tổng bằng 0 và thỏa mãn $|a_i| \le 1$ với mọi i = 1, 2, 3, ..., 24. Tính giá trị lớn nhất của tổng $a_1 + 2a_2 + 3a_3 + \ldots + 24a_{24}$.

14. Kí hiệu [x] là số nguyên lớn nhất không vượt quá x. Tìm ba chữ số tận cùng của

$$\left[\left(\sqrt[3]{\sqrt{5}+2} + \sqrt[3]{\sqrt{5}-2}\right)^{2014}\right].$$

15. Có 36 người tham gia một bữa tiệc. Một số người trong đó bắt tay những người khác, không có hai người nào bắt tay nhau quá một lần. Mỗi người ghi lại số cái bắt tay của mình, không có hai người nào có số cái bắt tay bằng nhau. Tìm số cái bắt tay nhiều nhất có thể trong bữa tiệc đó. (Khi hai người bắt tay nhau thì ta coi đó chỉ là một cái bắt tay)

16. Trong một trường học có n học sinh, mỗi học sinh được đánh một số khác nhau. Số của mỗi học sinh là một số nguyên dương là ước của 60^{60}, và bội chung nhỏ nhất của số của hai học sinh bất kì không là số của một học sinh khác. Tính giá trị lớn nhất có thể của n.

TIN TỨC ...

(Tiếp theo bìa 2)

❋ Ngày 29.5.2015, Tổng biên tập tạp chí Toán Tuổi thơ đã đến dự Lễ kỉ niệm 20 năm giáo dục Tiểu học Thái Bình tại trường Tiểu học Kỳ Bá, TP. Thái Bình, Thái Bình. Đến dự Lễ kỉ niệm có TS. Phạm Ngọc Định, Vụ trưởng Vụ giáo dục Tiểu học, Bộ Giáo dục & Đào tạo; ông Đặng Phương Bắc, Giám Đốc Sở Giáo dục & Đào tạo Thái Bình; các Giáo sư, Tiến sĩ các nhà giáo đã có nhiều đóng góp cho giáo dục Tiểu học nói chung và giáo dục Tiểu học Thái Bình nói riêng. Trong bài báo cáo, bà Đào Kim Phượng, Phó Giám đốc Sở Giáo dục & Đào tạo đã nêu những thành tích của các em học sinh Thái Bình trong 20 năm qua, đặc biệt là thành tích thi Olympic Toán Tuổi thơ, Thái Bình luôn là một trong những địa phương có thành tích tốt.

❋ Chiều 29.5.2015 đoàn làm việc với chuyên viên phụ trách Tiểu học, Phòng Giáo dục & Đào tạo TP. Thái Bình, Thái Bình.

❋ Chiều 31.5.2015 đoàn làm việc với chuyên viên Phòng giáo dục Tiểu học, Sở Giáo dục & Đào tạo Hà Nam.

● Ngày 6.6.2015, Tổng biên tập tạp chí Toán Tuổi thơ đã đến dự khai trương cơ sở 5 của Công ty cổ phần phát triển giáo dục POMath tại khu đô thị Cổ Nhuế, Bắc Từ Liêm, Hà Nội. Đến dự lễ khai trương có các Giáo sư, Tiến sĩ, các nhà giáo, lãnh đạo các công ty là đối tác của POMath, các vị phụ huynh và các em học sinh. Với cơ sở vật chất khang trang, cơ sở POMath số 5 được xác định là trung tâm triển khai các liên kết của POMath với các đối tác như: Câu lạc bộ đọc sách mở, giao lưu với các chuyên gia giáo dục, triển khai các sản phẩm mới của POMath. Nhân dịp này TS. Chu Cẩm Thơ, người sáng lập POMath cũng đã giới thiệu về chương trình Hành trình Toán học và đời sống. Đây là sản phẩm sẽ giúp các bạn học sinh có thêm nhiều trải nghiệm với môn Toán trong cuộc sống thường ngày.

● Từ ngày 10 đến 13.6.2015 tại Đà Nẵng, NXB Giáo dục Việt Nam đã tổ chức Hội nghị chuẩn bị cho công tác làm SGK mới cùng với Hội nghị tập huấn Luật doanh nghiệp và Thông tư 200 cho các trưởng đơn vị và các kế toán trưởng.

● Nhân ngày Báo chí Việt Nam, 16h30 ngày 17.6.2015 và 8h30 ngày 19.6.2015 VTV2 đã đưa tin về các hoạt động của Toán Tuổi thơ. Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam, các nhà in Quân đội, Công đoàn, Công ty cổ phần Văn phòng phẩm Hồng Hà, Công ty phát hành báo chí Trung ương, Nhà xuất bản tại TP. Hồ Chí Minh đã gửi lẵng hoa và thiếp chúc mừng tạp chí.

Cũng nhân dịp này tòa soạn đã tổ chức chuyến đi picnic về Thanh Hà, Hải Dương gặp gỡ các trường THPT Thanh Hà, Hà Đông, Thanh Bình và tham quan vùng vải trồng theo GAP và cây vải tổ hơn 200 năm tuổi. Tổng biên tập tạp chí cũng dự buổi gặp gỡ báo chí tại UBND quận Ba Đình, Hà Nội.

PV.

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 TRƯỜNG PHỔ THÔNG NĂNG KHIẾU, ĐẠI HỌC QUỐC GIA TP. HỒ CHÍ MINH

Năm học: 2015 - 2016 ★ Môn thi: Toán chuyên

Thời gian làm bài: 150 phút *(không kể thời gian giao phát đề)*

Bài 1 (2,0 điểm).

a) Giải phương trình

$\sqrt{2x-1}+\sqrt{1-2x^2}=2\sqrt{x-x^2}$.

b) Cho các số a và b thỏa mãn điều kiện

$\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}=\sqrt[3]{b-\frac{1}{4}}$.

Chứng minh rằng $-1 \le a < 0$.

Bài 2 (2,0 điểm).

a) Tìm các số nguyên a, b, c sao cho $a + b + c = 0$ và $ab + bc + ca + 3 = 0$.

b) Cho m là số nguyên. Chứng minh rằng nếu tồn tại các số nguyên a, b, c khác 0 sao cho $a + b + c = 0$ và $ab + bc + ca + 4m = 0$ thì cũng tồn tại các số nguyên a', b', c' khác 0 sao cho $a' + b' + c' = 0$ và $a'b' + b'c' + c'a' + m = 0$.

c) Với k là số nguyên dương, chứng minh rằng không tồn tại các số nguyên a, b, c khác 0 sao cho $a + b + c = 0$ và $ab + bc + ca + 2^k = 0$.

Bài 3 (1,0 điểm).

Giả sử phương trình $2x^2 + 2ax + 1 - b = 0$ có 2 nghiệm nguyên (với a, b là tham số). Chứng minh rằng $a^2 - b^2 + 2$ là số nguyên và không chia hết cho 3.

Bài 4 (3,0 điểm).

Cho tam giác ABC (AB < AC) có các góc nhọn, nội tiếp trong đường tròn tâm O. Gọi M là trung điểm của cạnh BC, E là điểm chính giữa của cung nhỏ BC, F là điểm đối xứng của E qua M.

a) Chứng minh rằng $EB^2 = EF.EO$.

b) Gọi D là giao điểm của AE và BC. Chứng minh rằng các điểm A, D, O, F cùng thuộc một đường tròn.

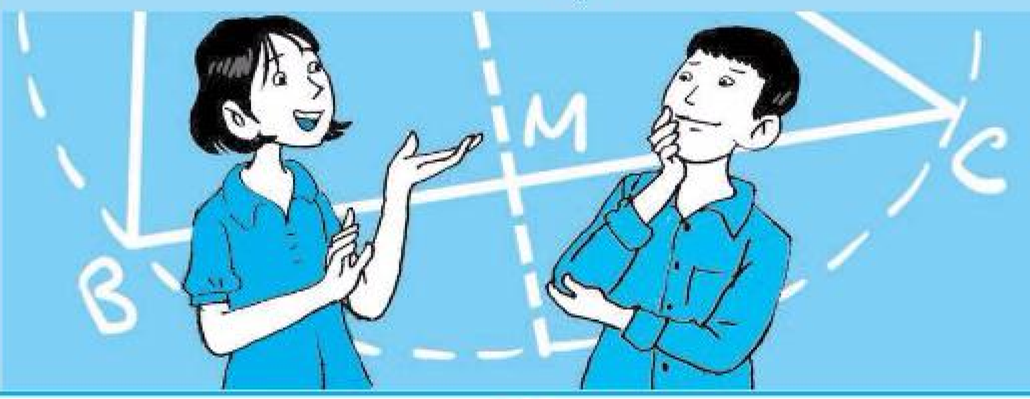
c) Gọi I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC và P là điểm thay đổi trên đường tròn ngoại tiếp tam giác IBC sao cho P, O, F không thẳng hàng. Chứng minh rằng tiếp tuyến tại P của đường tròn ngoại tiếp tam giác POF đi qua một điểm cố định.

Bài 5 (2,0 điểm).

Để khuyến khích phong trào học tập, một trường THCS đã tổ chức 8 đợt thi cho các học sinh. Ở mỗi đợt thi, có đúng 3 học sinh được chọn để trao giải. Sau khi tổ chức xong 8 đợt thi, người ta nhận thấy rằng với hai đợt thi bất kì luôn có đúng 1 học sinh được trao giải ở cả hai đợt thi đó. Chứng minh rằng:

a) Có ít nhất một học sinh được trao giải ít nhất bốn lần.

b) Có đúng một học sinh được trao giải ở tất cả 8 đợt thi.



ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN TP. HÀ NỘI

Năm học: 2015 - 2016 ★ Môn thi: Toán chuyên

Thời gian làm bài: 150 phút

Bài I *(2,0 điểm).*

1) Giải phương trình $x - \sqrt{x-8} - 3\sqrt{x} + 1 = 0$.

2) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ x^3 + 2y^3 = 10x - 10y. \end{cases}$

Bài II *(2,5 điểm).*

1) Cho số nguyên dương n và 10 là hai số nguyên tố cùng nhau. Chứng minh $(n^4 - 1)$ chia hết cho 40.

2) Tìm tất cả các số nguyên tố p và các số nguyên dương x, y thỏa mãn $\begin{cases} p - 1 = 2x(x+2) \\ p^2 - 1 = 2y(y+2). \end{cases}$

3) Tìm tất cả các số nguyên dương n sao cho tồn tại các số nguyên dương x, y, z thỏa mãn $x^3 + y^3 + z^3 = nx^2y^2z^2$.

Bài III *(1,5 điểm).*

Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn $(a + b)(b + c)(c + a) = 1$. Chứng minh $ab + bc + ca \le \dfrac{3}{4}$.

Bài IV *(3,0 điểm).*

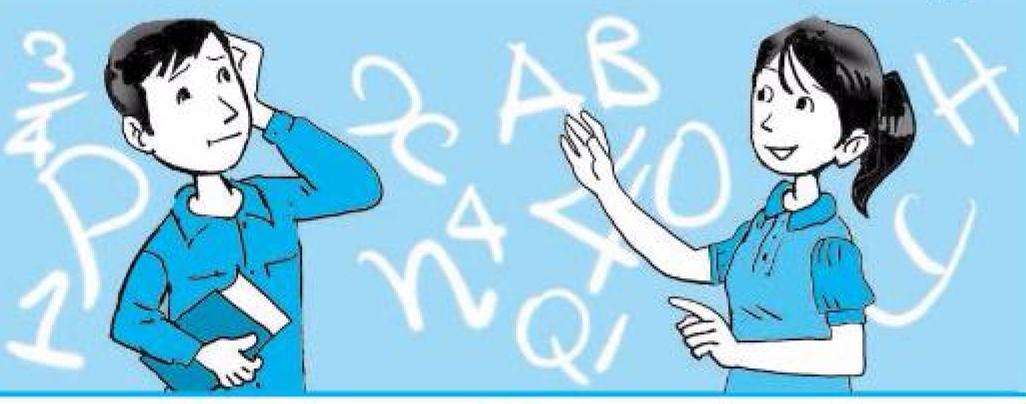
Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, nội tiếp đường tròn (O). Các đường cao AM, BN, CP của tam giác ABC cùng đi qua điểm H. Gọi Q là điểm bất kì trên cung nhỏ BC (Q khác B, Q khác C). Gọi E, F theo thứ tự là điểm đối xứng của Q qua các đường thẳng AB và AC.

1) Chứng minh rằng MH.MA = MP.MN.

2) Chứng minh ba điểm E, H, F thẳng hàng.

3) Gọi J là giao điểm của QE và AB, I là giao điểm của QF và AC. Tìm vị trí của điểm Q trên cung nhỏ BC để $\left(\dfrac{AB}{QJ} + \dfrac{AC}{QI}\right)$ nhỏ nhất.

Bài V *(2.0 điểm).* Chứng minh tồn tại các số nguyên a, b, c sao cho $0 < \left|a + b\sqrt{2} + c\sqrt{3}\right| < \dfrac{1}{1000}$.



ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN LỚP 9
HUYỆN ÂN THI, HƯNG YÊN

Năm học: 2014 - 2015

Thời gian làm bài: 150 phút

Bài 1 (2,0 điểm)

a) Tính giá trị của biểu thức $A = (3x^3 + 8x^2 + 2)^{2014}$ với $x = \dfrac{\sqrt[3]{17\sqrt{5} - 38}.(\sqrt{5} + 2)}{\sqrt{5} + \sqrt{14 - 6\sqrt{5}}}$.

b) Chứng minh $\sqrt{2014 - 2\sqrt{2012 + 2\sqrt{2011}}} = \sqrt{2011} - 1$.

c) Giải phương trình $\sqrt{x + \sqrt{2x - 1}} + \sqrt{x - \sqrt{2x - 1}} = \sqrt{2}$.

Bài 2 (2,0 điểm)

a) Chứng minh rằng đường thẳng $(m - 1)x + 2(m - 1)y = 12 - 6m$ luôn đi qua 1 điểm cố định với mọi m. Tìm m để đường thẳng trên song song với trục Ox.

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $B = \dfrac{2}{1 - x} + \dfrac{1}{x}$ với $0 < x < 1$.

c) Trong hình chữ nhật kích thước 1×2 ta lấy $6n^2 + 1$ điểm (n là số nguyên dương). Chứng minh rằng tồn tại ít nhất 1 hình tròn bán kính $\dfrac{1}{n}$ chứa không ít hơn 4 điểm trong số các điểm đã cho.

Bài 3 (2,0 điểm)

Cho biểu thức $C = \left(\dfrac{1}{\sqrt{x} - 1} - \dfrac{2}{x\sqrt{x} - x + \sqrt{x} - 1}\right) : \left(1 - \dfrac{\sqrt{x}}{x + 1}\right)$.

a) Rút gọn C.

b) Chứng minh $C > 0$ với mọi x để C có nghĩa.

c) Tìm x để $C = 2$.

Bài 4 (3,0 điểm)

Cho đường tròn (O; R) và một đường thẳng (d) không cắt (O; R). Khoảng cách từ tâm O đến (d) nhỏ hơn $R\sqrt{2}$. Gọi M là một điểm di chuyển trên (d), từ M vẽ các tiếp tuyến MA, MB với (O) (A, B thuộc (O)), AB cắt OM tại N.

a) Chứng minh 4 điểm M, A, O, B cùng nằm trên một đường tròn.

b) Chứng minh $OM.ON = R^2$.

c) Khi M di chuyển trên (d) thì tâm I của đường tròn nội tiếp tam giác MAB di chuyển trên đường nào?

d) Trên nửa mặt phẳng bờ AB không chứa M, vẽ tia Ox vuông góc với OM cắt MB tại M'. Xác định vị trí của M để diện tích tam giác MOM' nhỏ nhất.

Bài 5 (1,0 điểm)

Các đường phân giác trong BD, CE của tam giác ABC cắt nhau tại I thỏa mãn BD.CE = 2BI.CI. Tính số đo góc BAC.

ĐỀ THI CHỌN ĐỘI TUYỂN TOÁN LỚP 9 TRƯỜNG THPT CHUYÊN TRẦN ĐẠI NGHĨA, TP. HỒ CHÍ MINH (VÒNG 2)

Năm học: 2014 - 2015

Thời gian làm bài: 150 phút

Bài 1. *(2 điểm)*

Tìm các số nguyên x, y biết $20x^2 + 10y^2 + 24xy - 24x + 8y + 50 < 0$.

Bài 2. *(2 điểm)*

Cho các số nguyên x, y thỏa mãn $x^2 + y^2 = z^2$. Chứng minh rằng xyz chia hết cho 60.

Bài 3. *(4 điểm)*

Giải phương trình và hệ phương trình sau:

a) $9x^2 - (3x+2)\sqrt{3x-1} + 2 = 3x$

b) $\begin{cases} x^2\sqrt{x} + y^2\sqrt{y} + \sqrt{x}(y^2-2) + \sqrt{y}(x^2-2) = 0 \\ \dfrac{3}{2}x^2 - 2xy + 1 = 0 \end{cases}$

Bài 4. *(4 điểm)*

a) Cho ba số dương x, y, z thỏa mãn $x + y + z = 1$.

Chứng minh rằng $\dfrac{1}{x^2+y^2+z^2} + \dfrac{1}{xy} + \dfrac{1}{yz} + \dfrac{1}{zx} \geq 30$.

b) Cho $a^2 + 9b^2 \leq a + 3b - 6ab + 2$. Tìm giá trị lớn nhất của $A = 2a + 6b + 9ab$.

Bài 5. *(5 điểm)*

Cho tam giác ABC vuông tại A, có đường cao AH. Gọi r, r_1, r_2 lần lượt là bán kính đường tròn nội tiếp các tam giác ABC, ABH, ACH. Chứng minh rằng:

a) $r^2 = r_1^2 + r_2^2$

b) $2 < \dfrac{AH}{r} < 2,5$

Bài 6. *(3 điểm)*

Cho tam giác ABC vuông tại C (CA < CB) có đường cao CH. Đường tròn tâm thuộc cạnh AB, đi qua A và trung điểm M của BC, cắt cạnh BC tại điểm thứ hai N. Chứng minh rằng AN đi qua trung điểm của CH.

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN LỚP 9 TP. HÀ NỘI

Năm học 2014 - 2015

(Đề đăng trên TTT2 số 147+148)

Hướng dẫn giải đề kì trước

Bài 1. 1) Từ giả thiết $a+b+c=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}$ ta có

$$\left(a-\frac{1}{a}\right)+(b+c)-\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)=0$$

$$\Leftrightarrow \frac{a^2-1}{a}+(b+c)\left(1-\frac{1}{bc}\right)=0$$

$$\Leftrightarrow \frac{a^2-1}{a}+(b+c)(1-a)=0 \text{ (vì } abc=1)$$

$\Leftrightarrow (a-1)(a+abc-ab-ac)=0$

$\Leftrightarrow (a-1)(1+bc-b-c)=0$

$\Leftrightarrow (a-1)(b-1)(c-1)=0$

Vậy có ít nhất một trong các số a, b, c bằng 1.

2) Với n là một số nguyên dương, ta có

$A=2^{3n+1}+2^{3n-1}+1=2(2^{3n}-1)+4(2^{3n-3}-1)+7$

$=2(2^3-1)B+4(2^3-1)C+7=7(2B+4C+1)$.

Ta thấy B là một số nguyên dương, C là một số nguyên không âm.

Suy ra A chia hết cho 7 và $A>1$.

Vậy A là hợp số.

Bài 2. 1) Điều kiện $x\le\frac{3}{2}$.

Ta có $x\sqrt{3-2x}=3x^2-6x+4$

$\Leftrightarrow 2x\sqrt{3-2x}=6x^2-12x+8$

$\Leftrightarrow (5x^2-10x+5)+(x^2-2x\sqrt{3-2x}+3-2x)=0$

$\Leftrightarrow 5(x-1)^2+(x-\sqrt{3-2x})^2=0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ x-\sqrt{3-2x}=0 \end{cases} \Leftrightarrow x=1 \text{ (thỏa mãn).}$$

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất $x=1$.

2) $$\begin{cases} x^3+2xy^2+12y=0 \ (1) \\ x^2+8y^2=12. \ (2) \end{cases}$$

Thay 12 từ (2) vào (1) ta được

$x^3+2xy^2+(x^2+8y^2)y=0$

$\Leftrightarrow (x+2y)(x^2-xy+4y^2)=0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2y \\ x^2-xy+4y^2=0. \end{array}\right.$$

TH1. $x=-2y$. Thay vào (2) ta được

$12y^2=12 \Leftrightarrow y^2=1$.

Từ đó ta được $(x; y)=(-2; 1), (2; -1)$.

TH2. $x^2-xy+4y^2=0 \Leftrightarrow \left(x-\frac{y}{2}\right)^2+\frac{15y^2}{4}=0$

$$\Leftrightarrow x-\frac{y}{2}=0, \frac{15y^2}{4}=0 \Leftrightarrow x=y=0.$$

Thử lại không thỏa mãn (2).

Vậy hệ phương trình có nghiệm là

$(x; y)=(-2; 1), (2; -1)$.

Bài 3. 1) Ta có $3(a-b)^2\ge 0$

$\Rightarrow 3a^2-6ab+3b^2\ge 0$

$\Rightarrow 4a^2-4ab+4b^2\ge a^2+2ab+b^2$

$\Rightarrow 4(a^2-ab+b^2)\ge (a+b)^2$

$$\Rightarrow a^2-ab+b^2\ge\frac{(a+b)^2}{4}$$

$$\Rightarrow \sqrt{a^2-ab+b^2}\ge\frac{a+b}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{a^2-ab+b^2}}\le\frac{2}{a+b}.$$

Tương tự $\frac{1}{\sqrt{b^2-bc+c^2}}\le\frac{2}{b+c}$;

$$\frac{1}{\sqrt{c^2-ca+a^2}}\le\frac{2}{c+a}.$$

Suy ra $P\le\frac{2}{a+b}+\frac{2}{b+c}+\frac{2}{c+a}$.

Mặt khác, ta có $(a-b)^2\ge 0 \Rightarrow a^2-2ab+b^2\ge 0$

$\Rightarrow a^2+2ab+b^2\ge 4ab \Rightarrow (a+b)^2\ge 4ab$

$$\Rightarrow \frac{a+b}{2ab}\ge\frac{2}{a+b} \Rightarrow \frac{1}{2}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)\ge\frac{2}{a+b}.$$

Tương tự $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)\ge\frac{2}{b+c}, \frac{1}{2}\left(\frac{1}{c}+\frac{1}{a}\right)\ge\frac{2}{c+a}$.

Suy ra $P\le\frac{1}{2}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{c}+\frac{1}{a}\right)$

$$=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=3.$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi a = b = c = 1.

Vậy giá trị lớn nhất của P là 3.

Bài 4. 1) Ta có $\cos\widehat{BAC} = \frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC}$.

Suy ra $\cos^2\widehat{BAC} = \frac{AE.AF}{AB.AC} = \frac{S_{AEF}}{S_{ABC}}$.

Tương tự: $\cos^2\widehat{CBA} = \frac{S_{BFD}}{S_{ABC}}$,

$\cos^2\widehat{ACB} = \frac{S_{CDE}}{S_{ABC}}$.

Suy ra $\cos^2\widehat{BAC} + \cos^2\widehat{CBA} + \cos^2\widehat{ACB}$

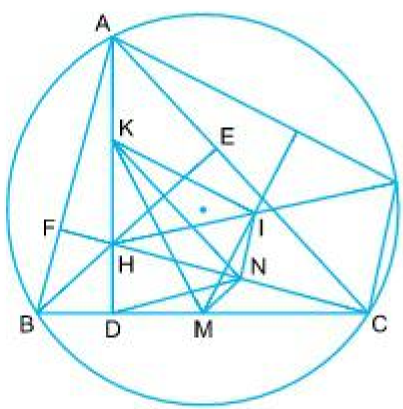
$= \frac{S_{AEF}}{S_{ABC}} + \frac{S_{BFD}}{S_{ABC}} + \frac{S_{CDE}}{S_{ABC}}$

$= \frac{S_{AEF} + S_{BFD} + S_{CDE}}{S_{ABC}}$.

Mặt khác, vì ABC là tam giác nhọn nên các điểm D, E, F tương ứng thuộc các cạnh BC, CA, AB. Do đó $S_{AEF} + S_{BFD} + S_{CDE} < S_{ABC}$.

Suy ra $\frac{S_{AEF} + S_{BFD} + S_{CDE}}{S_{ABC}} < \frac{S_{ABC}}{S_{ABC}} = 1$.

Vậy $\cos^2\widehat{BAC} + \cos^2\widehat{CBA} + \cos^2\widehat{ACB} < 1$.



2) Gọi K, N tương ứng là trung điểm của HA, HC. Vì KI // AP và IN // PC nên

$\widehat{KIN} = \widehat{KIH} + \widehat{HIN} = \widehat{APH} + \widehat{HPC} = \widehat{APC}$. (1)

Mặt khác, vì MN // BH, BH ⊥ AC nên MN ⊥ AC.

Mà KN // AC nên MN ⊥ KN hay $\widehat{KNM} = 90^o$.

Lại có $\widehat{KDM} = 90^o$ nên tứ giác KDMN nội tiếp.

Suy ra $\widehat{KMN} = \widehat{KDN}$.

Mà $\widehat{KDN} = \widehat{NHD} = \widehat{DBF} = 180^o - \widehat{APC}$ nên $\widehat{KMN} = 180^o - \widehat{APC}$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{KMN} + \widehat{KIN} = 180^o$.

Vậy tứ giác KMNI nội tiếp.

Suy ra $\widehat{KIM} = \widehat{KNM} = 90^o$ hay KI ⊥ MI.

Kết hợp với KI // AP suy ra AP ⊥ MI.

Bài 5. 1) Đặt $\frac{p^2 - p - 2}{2} = n^3$ (1), với $n \in \mathbb{N}$.

TH1. p = 2. Suy ra n = 0: thỏa mãn.

TH1. p > 2. Biến đổi (1) ta được

$p(p - 1) = 2(n + 1)(n^2 - n + 1)$. (2)

Suy ra $(n + 1) \vdots p$ hoặc $(n^2 - n + 1) \vdots p$ (vì p là số nguyên tố lẻ).

+ Nếu $(n + 1) \vdots p$ thì $n + 1 \geq p$. Từ đó

$2(n^2 - n + 1) \geq n^2 + (n - 1)^2 + 1 > n > p - 1$.

Do đó $2(n + 1)(n^2 - n + 1) > p(p - 1)$: loại.

+ Nếu $(n^2 - n + 1) \vdots p$ thì đặt $n^2 - n + 1 = kp$.

Thay vào (2) $\Rightarrow p = 2(n + 1)k + 1$

$\Rightarrow n^2 - n + 1 = 2(n + 1)k^2 + k$

$\Rightarrow n^2 - (2k^2 + 1)n - (2k^2 + k - 1) = 0$. (3)

Vì $2k^2 + 1$ là số lẻ nên khi (3) có nghiệm nguyên thì Δ là số chính phương lẻ.

Ta có $\Delta = (2k^2 + 1)^2 + 4(2k^2 + k - 1)$.

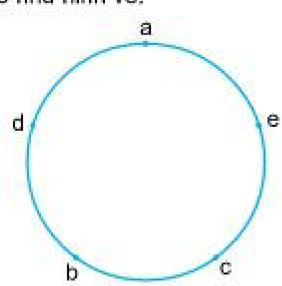
Ta thấy $(2k^2 + 1)^2 < \Delta < (2k^2 + 4)^2$.

Vậy $\Delta = (2k^2 + 3)^2 \Rightarrow k = 3 \Rightarrow n = 20 \Rightarrow p = 127$.

Vậy p = 2 hoặc p = 127.

2) Giả sử $a \geq b \geq c \geq d \geq e$.

Ta xếp 5 số như hình vẽ.



Vì ad ≥ ae, bc ≥ bd ≥ ce nên ta chỉ cần chứng minh $ad \leq \frac{1}{9}$, $bc \leq \frac{1}{9}$.

Thật vậy, ta có $1 = a + b + c + d + e \geq a + 3d$

$\geq 2\sqrt{3ad} \Rightarrow ad \leq \frac{1}{12} < \frac{1}{9}$;

$b + c = 1 - a - d - e \leq 1 - a \leq 1 - \frac{b+c}{2} \Rightarrow b + c \leq \frac{2}{3}$

$\Rightarrow bc \leq \left(\frac{b+c}{2}\right)^2 \leq \frac{1}{9}$.

Vậy luôn tồn tại một cách xếp thỏa mãn đầu bài.

Kết quả

Giải toán qua thư

Bài 1(146). Biển số xe ô tô được đánh số liên tiếp từ 0001 đến 9999. Biển số 3681 có tính chất $3 + 6 = 8 + 1$. Hỏi có bao nhiêu biển số có tính chất giống như tính chất của biển số 3681? (Tổng của hai chữ số bên trái bằng tổng của hai chữ số bên phải).

Lời giải. Gọi abcd là một biển số xe có tính chất $a + b = c + d$, với a, b, c và d là những chữ số.

Đặt $a + b = c + d = k$.

Ta thấy có bao nhiêu cách chọn ab thì cũng có bấy nhiêu cách chọn cd.

Suy ra nếu có n cách chọn ab thì sẽ có n^2 cách chọn abcd.

Vì $1 \le a + b \le 18$ nên $k \in \{1 ; 2 ;... ; 18\}$.

Khi $k = 1$ thì có 2 cách chọn ab là 01 và 10.

Tương tự, khi $k = 2, 3,... , 9$ thì số cách chọn ab sẽ lần lượt là 3, 4,... , 10.

Khi $k = 10$ thì có 9 cách chọn ab là 19, 28,... , 91.

Tương tự, khi $k = 11, 12,... , 18$ thì số cách chọn ab sẽ lần lượt là 8, 7,... , 1.

Vậy số cách chọn abcd là

$(2^2 + 3^2 +... + 10^2) + (9^2 + 8^2 +... + 1^2)$

$= 2(2^2 + 3^2 +... + 9^2) + 10^2 + 1^2 = 669.$

Vậy có 669 biển số xe thỏa mãn đề bài.

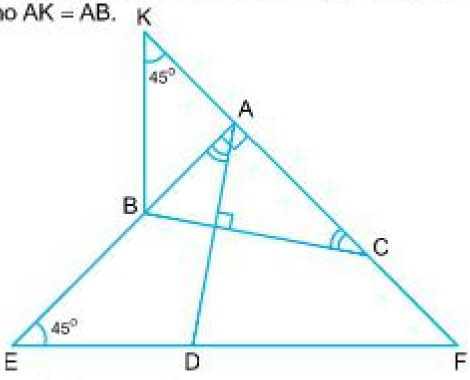
Nhận xét. Đây là một bài toán rất thú vị và tương đối khó nên cũng có nhiều bạn giải sai. Có bạn làm đúng đáp số nhưng mới chỉ ra cách tính bằng cách liệt kê nên dài dòng. Đáp án trên đã sử dụng *quy tắc cộng* và *quy tắc nhân* trong cách đếm số và phương pháp suy luận tương tự nên có tính tổng quát.

Đáng khen bạn *Nguyễn Đức Anh*, 6A, THCS Vĩnh Yên, TP. Vĩnh Yên, **Vĩnh Phúc** có lời giải giống đáp án. Các bạn sau cũng có lời giải tốt: *Lê Ngọc Hoa*, 7E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Hoàng Văn Bắc, Hoàng Quỳnh Chi, Nguyễn Phương Thảo, Nguyễn Anh Tú, Đào Thanh Dung*, 6A1, THCS chất lượng cao Mai Sơn, **Sơn La**; *Nguyễn Văn Thanh Sơn*, 7/1, THCS Nguyễn Khuyến, Hải Châu, **Đà Nẵng**; *Nguyễn Minh Đức*, 7A1, THCS Nhân Chính, Thanh Xuân, **Hà Nội**.

PHÙNG KIM DUNG

Bài 2(146). Cho tam giác ABC vuông tại A. Trên các tia AB, AC lấy tương ứng các điểm E, F sao cho $AE = AF = AB + AC$. Đường thẳng qua A vuông góc với BC cắt EF tại điểm D. Chứng minh $AD = BC$.

Lời giải. Trên tia đối của tia AC lấy điểm K sao cho $AK = AB$.



Ta thấy các tam giác ABK, AEF vuông cân tại A.

Suy ra $\angle AKB = \angle AEF$ ($= 45^o$). (1)

Mặt khác $\angle ACB = \angle EAD$ ($= 90^o - \angle DAF$). (2)

Lại vì $KC = KA + AC = AB + AC$ và $AE = AB + AC$ nên $KC = EA$. (3)

Từ (1), (2) và (3) suy ra $\Delta KCB = \Delta EAD$ (g.c.g).

Vậy $CB = AD$ (đpcm).

Nhận xét. Tất cả các bạn gửi lời giải về Tòa soạn đều đúng. Một số bạn còn trình bày dài. Các bạn sau có lời giải gọn hơn cả: *Nguyễn Quốc Trung, Nguyễn Khắc Trí*, 7A2, THCS Giảng Võ, Ba Đình, **Hà Nội**; *Tạ Kim Thanh Hiền*, 6A4, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Thùy Dương, Nguyễn Xuân Kiên, Nguyễn Hữu Trung Kiên*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Đinh Thị Quỳnh Châu*, 7C, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương; *Nguyễn Thị Thảo, Phan Thị Thảo Ngân*, 7C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An**; *Nguyễn Văn Thanh Sơn*, 7/1, THCS Nguyễn

Khuyến, Hải Châu, **Đà Nẵng**; *Nguyễn Minh Duy*, 7A7, THCS Thốt Nốt, TP. Cần Thơ, **Cần Thơ.**

HỒ QUANG VINH

Bài 3(146). Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x+y+z=9 \\ \sqrt{x+y}+\sqrt{y+z}+\sqrt{z+x}=6. \end{cases}$$

Lời giải. Điều kiện $x+y \ge 0$, $y+z \ge 0$, $z+x \ge 0$.

Đặt $\sqrt{x+y}=a$, $\sqrt{y+z}=b$, $\sqrt{z+x}=c$.

Điều kiện $a \ge 0$, $b \ge 0$, $c \ge 0$.

Ta được hệ phương trình $\begin{cases} a^2+b^2+c^2=18 \ (1) \\ a+b+c=6. \ (2) \end{cases}$

Ta có (2) $\Leftrightarrow a+b=6-c$.

Thay vào (1) ta được $(6-c)^2-2ab+c^2=18$

$\Leftrightarrow 2c^2-12c-2ab=-18 \Leftrightarrow ab=c^2-6c+9$.

Từ đó theo định lí Viét đảo thì a, b là hai nghiệm của phương trình $X^2-(6-c)X+c^2-6c+9=0$. (3)

Ta tìm $c \ge 0$ để (3) có hai nghiệm $X_1, X_2 \ge 0$.

Ta có $\Delta=(6-c)^2-4(c^2-6c+9)=-3c^2+12c$.

Do đó $\Delta \ge 0 \Leftrightarrow c^2-4c \le 0 \Leftrightarrow 0 \le c \le 4$.

Khi đó (3) có hai nghiệm X_1, X_2 thỏa mãn

$X_1X_2=c^2-6c+9=(c-3)^2 \ge 0$ nên X_1, X_2 cùng dấu; $X_1+X_2=6-c>0$.

Từ đó suy ra $X_1, X_2 \ge 0$.

Vậy với $0 \le c \le 4$ và $X_{1,2}=\dfrac{6-c\pm\sqrt{-3c^2+12c}}{2}$,

hệ phương trình đã cho có nghiệm (x, y, z) là:

$$\left(\frac{X_1^2+c^2-X_2^2}{2}, \frac{X_1^2+X_2^2-c^2}{2}, \frac{X_2^2+c^2-X_1^2}{2}\right)$$

hoặc

$$\left(\frac{X_2^2+c^2-X_1^2}{2}, \frac{X_2^2+X_1^2-c^2}{2}, \frac{X_1^2+c^2-X_2^2}{2}\right).$$

Nhận xét. Đây là một bài toán khó nên có ít bạn tham ra giải. Các bạn sau có lời giải tốt: *Đặng Quang Anh*, 8A, THCS Nguyễn Chích, Đông Sơn, **Thanh Hóa**; *Đỗ Hoài Phương*, 9C, THCS Tuyết Nghĩa, Quốc Oai, **Hà Nội**; *Tạ Nam Khánh*, 7E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Phan Bảo Tuyết*, 8/4, THCS Nguyễn Thị Minh Khai, Cam Phúc Bắc, Cam Ranh, **Khánh Hòa.**

HOÀNG TRỌNG HẢO

Bài 4(146). Cho 2015 số thực không âm $a_1 \ge a_2 \ge \ldots \ge a_{2015}$ (1) và thỏa mãn $a_1+a_2 \le 2015$ (2), $a_3+a_4+\ldots+a_{2015} \le 2015$ (3). Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=a_1^2+a_2^2+\ldots+a_{2015}^2$.

Lời giải. Từ (1) và (2) suy ra

$0 \le a_1 \le 2015-a_2 \Rightarrow a_1^2 \le (2015-a_2)^2$.

Từ đó $P \le (2015-a_2)^2+a_2^2+a_3^2+\ldots+a_{2015}^2$

$=2015^2-4030a_2+2a_2^2+(a_3^2+\ldots+a_{2015}^2)$

$\le 2015^2-(a_1+a_2+\ldots+a_{2015})a_2+2a_2^2$

$+(a_3^2+\ldots+a_{2015}^2)$ (do (2), (3))

$=2015^2+(a_2^2-a_1a_2)+(a_3^2-a_3a_2)+\ldots$

$+(a_{2015}^2-a_{2015}a_2)$.

Sử dụng (1) ta suy ra

$a_2^2-a_1a_2 \le 0, a_3^2-a_3a_2 \le 0, \ldots, a_{2015}^2-a_{2015}a_2 \le 0$.

Từ đó $P \le 2015^2$.

Dấu "=" xảy ra, chẳng hạn

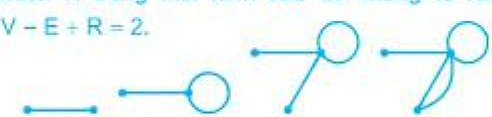
$a_1=2015$, $a_2=a_3=\ldots=a_{2015}=0$.

Vậy P đạt giá trị lớn nhất bằng 2015.

Nhận xét. Đây là một bài toán khó nên có rất ít bạn tham gia giải bài. Một số bạn lập luận không chặt chẽ. Những bạn sau đây có lời giải đúng: *Đoàn Ngọc Hiếu*, 9B, THPT chuyên Hà Nội - Amsterdam, Cầu Giấy, **Hà Nội**; *Hoàng Trần Đức*, 8D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**; *Đặng Quang Anh*, 8A, THCS Nguyễn Chích, Đông Sơn; *Trần Như Quỳnh*, 8D, THCS Nhữ Bá Sỹ, Hoằng Hóa, **Thanh Hóa.**

CAO VĂN DŨNG

Bài 5(146). Xác định số đỉnh V, số cạnh E và số miền R trong mỗi hình sau để chứng tỏ rằng $V-E+R=2$.



a) b) c) d)

Lời giải. a) Ta có $V=2$, $E=1$, $R=1$ và

$V-E+R=2-1+1=2$.

b) Ta có $V=2$, $E=2$, $R=2$ và

$V-E+R=2-2+2=2$.

c) Ta có $V=3$, $E=3$, $R=2$ và

$V-E+R=3-3+2=2$.

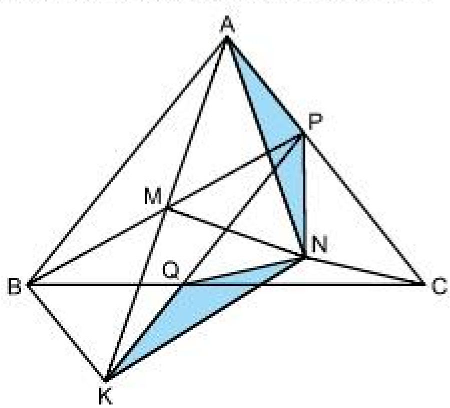
d) Ta có V = 3, E = 4, R = 3 và
V – E + R = 3 – 4 + 3 = 2.

Nhận xét. Các bạn sau có lời giải tốt: *Nguyễn Phan Bảo Tuyết*, 8/4, THCS Nguyễn Thị Minh Khai, Cam Phúc Bắc, Cam Ranh, **Khánh Hòa**; *Nguyễn Văn Thanh Sơn*, 7/1, THCS Nguyễn Khuyến, Hải Châu, **Đà Nẵng**; *Hoàng Trần Đức*, 8D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương; *Ngô Vân Anh*, 7C, THCS Bạc Liêu, Yên Thành, **Nghệ An**; *Đinh Thị Huyền Trang*, 7A, THCS Nam Cao, Lý Nhân, **Hà Nam**; *Nguyễn Quốc Trung*, 7A2, THCS Giảng Võ, Ba Đình; *Đỗ Hoài Phương*, 9C, THCS Tuyết Nghĩa, Quốc Oai; *Đặng Thanh Tùng*, 9B, THCS Nguyễn Thượng Hiền, Ứng Hòa; *Tạ Lê Ngọc Sáng*, 8A, THPT chuyên Hà Nội - Amsterdam, Cầu Giấy, **Hà Nội**; *Nguyễn Đặng Sơn*, Cổ Pháp, Cộng Hòa, Nam Sách, **Hải Dương**; *Đặng Quang Anh*, 8A, THCS Nguyễn Chích, Đông Sơn, **Thanh Hóa**; *Tạ Kim Thanh Hiền*, 6A4, THCS Yên Lạc, Yên Lạc; *Tạ Nam Khánh*, 7E1; *Lê Anh Dũng*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Mai Lan Phương*, 7A1, THCS chất lượng cao Mai Sơn, Mai Sơn, **Sơn La**.

TRỊNH HOÀI DƯƠNG

Bài 6(146). Cho tam giác ABC cân tại A. Lấy các điểm P, Q tương ứng trên các cạnh CA, CB sao cho PQ // AB. Gọi M là trung điểm BP, N là giao điểm các đường trung trực của tam giác CPQ. Chứng minh $\angle AMN = 90^o$.

Lời giải. Gọi K là giao điểm của AM và PQ.



Ta thấy $\Delta MBA = \Delta MPK$ (g.c.g).
Suy ra MA = MK. Mà MB = MP nên ABKP là hình bình hành. Vậy BK // CP.
Kết hợp với AB = AC, PQ // AB ta có
$\angle KBQ = \angle ACB = \angle ABC = \angle PQC = \angle BQK$.
Do đó KQ = KB.
Kết hợp với ABKP là hình bình hành, ta được KQ = AP. (1)
Vì N là giao điểm của các đường trung trực của ΔPQC nên NQ = NP. (2)
Vì PQ = PC, NP = NQ = NC nên
$\angle KQN = 180^o - \angle PQN = 180^o - \angle QPN$
$= 180^o - \angle CPN = \angle APN$. (3)
Từ (1), (2) và (3) suy ra $\Delta NQK = \Delta NPA$ (c.g.c).
Suy ra NK = NA.
Kết hợp với MK = MA ta được $\angle AMN = 90^o$ (đpcm).

Nhận xét. Khá nhiều bạn tham gia giải bài toán này. Tuy nhiên, đa số các bạn đều phải sử dụng kiến thức về tam giác đồng dạng và tứ giác nội tiếp. Xin nêu tên một số bạn có lời giải tốt: *Hoàng Thị Hồng Ngát, Trần Quốc Lập, Nguyễn Hải Dương*, 8A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Lê Anh Dũng*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Đặng Quang Anh*, 8A, THCS Nguyễn Chích, Đông Sơn, **Thanh Hóa**; *Nguyễn Thị Như Quỳnh A*, 8A, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**; *Nguyễn Văn Thanh Sơn*, 7/1, THCS Nguyễn Khuyến, Hải Châu, **Đà Nẵng**; *Nguyễn Thị Mai Hương*, 9A1, THCS Trưng Vương, Mê Linh; *Tạ Lê Ngọc Sáng*, 8A, THCS chuyên Hà Nội - Amsterdam, Cầu Giấy, **Hà Nội**.

NGUYỄN MINH HÀ

ĐƯỢC THƯỞNG KÌ NÀY

Thi giải toán qua thư

Nguyễn Văn Thanh Sơn, 7/1, THCS Nguyễn Khuyến, Hải Châu, **Đà Nẵng**; *Hoàng Trần Đức*, 8D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**; *Nguyễn Phan Bảo Tuyết*, 8/4, THCS Nguyễn Thị Minh Khai, Cam Phúc Bắc, Cam Ranh, **Khánh Hòa**; *Nguyễn Quốc Trung*, 7A2, THCS Giảng Võ, Ba Đình; *Đỗ Hoài Phương*, 9C, THCS Tuyết Nghĩa, Quốc Oai; *Tạ Lê Ngọc Sáng*, 8A, THPT chuyên Hà Nội - Amsterdam, Cầu Giấy, **Hà Nội**; *Nguyễn Đức Anh*, 6A,THCS Vĩnh Yên, TP. Vĩnh Yên; *Tạ Kim Thanh Hiền*, 6A4, THCS Yên Lạc, Yên Lạc; *Tạ Nam Khánh*, 7E1; *Lê Anh Dũng*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Đặng Quang Anh*, 8A, THCS Nguyễn Chích, Đông Sơn, **Thanh Hóa**.

Chữ & Số

Kì 19

Hãy thay các chữ cái bởi các chữ số. Các chữ khác nhau biểu diễn các chữ số khác nhau. Lời giải cần có lập luận lôgic.

$$\begin{array}{r} \text{FIVE} \\ \text{FIVE} \\ + \quad \text{NINE} \\ \text{ELEVEN} \\ \hline \text{THIRTY} \end{array}$$

TRƯƠNG CÔNG THÀNH

(Sưu tầm)

Kết quả Kì 17 (TTT2 số 145)

$$\begin{array}{r} \text{ALL} \\ + \text{COWS} \\ \text{EAT} \\ \hline \text{GRASS} \end{array}$$

Ta thấy ngay **C = 9** và **G = 1**.
Mà R < 2 và R ≠ 1 nên **R = 0.**
Từ cột 1 (tính từ bên phải), ta có
L + T = 10; (1)
L + W + A + 1 = S + 10x; (2)
O + E + x = 10. (3)
Vì C = 9 nên từ (2) suy ra
L + W + A + 1 ≤ 8 + 7 + 6 + 1 = 22 hay
S + 10x ≤ 22. Từ đó x ∈ {0; 1; 2}.

Bằng cách thử trực tiếp, ta tìm được x = 2 và L = 6, T = 4, W = 8, A = 7, S = 2;
(O, E) = (3, 5), (5; 3).

$$\text{Vậy} \quad \begin{array}{r} 766 \\ +\,9582 \\ 374 \\ \hline 10722 \end{array} \qquad \text{hoặc} \quad \begin{array}{r} 766 \\ +\,9382 \\ 574 \\ \hline 10722 \end{array}$$

Nhận xét. Bài này không quá khó nhưng không có bạn nào tìm được cả hai đáp số.

HOÀNG NGUYÊN LINH

NGÀY phát lương

NGUYỄN VÂN ANH

(8A1, THCS Yên Phong, Yên Phong, Bắc Ninh)

Vừa trải qua cả tuần làm việc căng thẳng vì một vụ án khá phức tạp, hôm nay thám tử Sêlôccôc rủ mấy người bạn cùng ra ngoại ô câu cá. Đúng lúc đang chuẩn bị đồ nghề thì thám tử nhận được điện thoại của một người bạn gái từ thời phổ thông tên là Daive. Không thể từ chối bạn bè nên thám tử đành gác chuyến đi câu lại và lái xe tới nhà bà bạn.

- Sao, bà bạn cũ của tôi có chuyện gì cần giúp đỡ thế? - Thám tử vui vẻ hỏi khi vừa gặp bà Daive.

- Thì ông cứ uống trà đã nào. Tôi tự tay pha trà đấy, còn món bánh ngọt này do bà giúp việc làm. Mời ông! - bà Daive niềm nở.

Một lát sau, bà Daive bắt đầu kể:

- Thường thì cứ ngày 20 hàng tháng là tôi phát lương cho 3 người giúp việc, đó là ông làm vườn kiêm gác cổng, bà quản gia kiêm nội trợ và một cô y tá chuyên chăm sóc sức khỏe. Tuy nhiên, tháng này, vì sẽ phải đến thành phố khác từ ngày 18 đến ngày 25 mới về nên tôi quyết định phát lương sớm cho họ. Hôm qua, tức là mới ngày 15, tôi đã chuẩn bị tiền, định bụng hôm nay sẽ phát. Vậy mà sáng sớm nay, lúc mở tủ lấy tiền thì... Ôi thôi! Mất sạch!

- Lương của 3 người thì cũng kha khá tiền đấy nhỉ. Bà hãy kể cụ thể hơn đi nào! Có những ai biết việc bà chuẩn bị tiền và sẽ phát lương vào ngày hôm nay?

- Hôm qua, tôi cho tiền lương của từng

người vào từng phong bì riêng, bên ngoài ghi tên, số tiền và lương tháng mấy. Sau đó tôi để những phong bì đó vào tủ đầu giường. Trong nhà khi ấy chỉ có bà quản gia và đứa cháu gái. Đứa cháu không sống ở nhà tôi nhưng thỉnh thoảng nó hay sang chơi cho vui.

- Hai người giúp việc còn lại đều đi vắng à?
- Vâng. Một người về quê, hẹn chiều tối nay sẽ trở lại. Một người đi thành phố khác thăm con bị ốm, mai mới về.
- Thế bà có cho ai biết việc bà sẽ phát lương sớm vào ngày hôm nay không?
- Không. Tôi muốn bí mật một chút cho vui.
- Tôi có thể gặp bà quản gia và đứa cháu của bà chứ?
- Tất nhiên rồi. Ông gặp cháu tôi trước đi, bà quản gia đang đi chợ, sắp về.

Ngay sau đó, thám tử Sêlôccôc nói chuyện với cháu gái của bà Daive.

- Cháu biết bác Daive vừa bị mất tiền chứ?
- Không ạ. Hôm qua cháu sang đây chơi nhưng lại đi xem phim cùng mấy bạn hàng xóm. Từ sáng đến giờ cháu mải chơi games nên chưa nói chuyện với bác Daive.
- Hôm nào cháu cho bác làm quen với mấy bạn của cháu được không?
- Được ạ. Các bạn cháu sẽ rất hãnh diện vì được làm quen với một thám tử giỏi giang như bác đấy ạ.

Hai bác cháu đang cười vui thì bà quản gia về tới nhà.

- Chào bà! Bà đi chợ về đấy à?
- Vâng! Chào ông ạ.
- Bà chủ mới bị mất tiền đấy, bà biết không?
- Thôi chết! Thật á? Mất hết số tiền để phát lương cho chúng tôi á? Khổ quá!
- Vâng, đúng là khổ bà chủ quá! Tôi sẽ cố gắng tìm giúp bà ấy. Hi vọng sẽ tìm thấy.

Sau đó, thám tử Sêlôccôc ra hiệu cho bà Daive vào phòng riêng nói chuyện. Thám tử nêu mối nghi ngờ của mình, còn bà Daive thì hết sức ngạc nhiên, không sao tin nổi.

● ***Theo các bạn, thám tử đã nghi ngờ ai và vì sao ông lại nghi ngờ kẻ đó?***

Kết quả **Sơ hở của kẻ đáng nghi** (TTT2 số 146)

Ông Tom bảo không hay biết gì chuyện ông chủ mất đồng hồ thế mà lại nói "chắc như đinh đóng cột" là "đồng hồ vàng đính kim cương". Kẻ gian tham đã sơ hở để lộ ra chi tiết đáng nghi này. Tất cả các bạn đều làm đúng, xin chúc mừng!

Phần thưởng kì này được gửi tới: Nhóm bạn *Nguyễn Thị Duyên, Phùng Thị Thu Hương, Nguyễn Hải Yến*, 6D; *Đỗ Đức Mạnh*, 6D, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường; *Trần Đan Trường*, 6A, THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên, **Vĩnh Phúc**; *Lê Đẳng Quý Nhất*, 6A1; *Nguyễn Quang Hưng*, 6A3, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Nguyễn Minh Đức*, 7A1, THCS Nhân Chính, Thanh Xuân, **Hà Nội**.

Thám tử Sêlôccôc

ĐẾN VỚI TIẾNG HÁN

Bài 62: Ôn tập

ThS. NGUYỄN VŨ LOAN

LTS. Nếu biết tiếng Hán bạn sẽ:

1. Hiểu các từ Hán Việt, sử dụng tốt hơn tiếng Việt của mình. Trong kho từ vựng tiếng Việt rất nhiều từ Hán Việt.

2. Đọc được sách cổ, văn bia bằng chữ Hán và Hán Nôm, thêm hiểu văn chương, lịch sử nước Nam mình.

3. Hiểu ngôn ngữ mà cứ 5 người trên thế giới có hơn 1 người dùng. Dễ dàng hợp tác, làm ăn với các nước và vùng lãnh thổ Trung Quốc, Hồng Kông, Đài Loan, Singapore và cả Nhật Bản, Hàn Quốc. Nếu biết cả tiếng Anh và tiếng Hán thì thật là tuyệt.

1. 某人+(不)喜欢+动词+名词	例句：我喜欢看电视节目。 我不喜欢打篮球。
2. 好，某些人+一起+动词 (+宾语)	好，我们一起去。 好，我们一起看电视。
3. 某人1+跟+某人2+一起+动词 (+宾语)	我跟你一起看。 我跟他一起打篮球。
4. 主语+什么时候+开始？	体育节目什么时候开始？ 比赛什么时候开始？
5. 主语+时间+开始	新闻七点开始。 体育节目六点半开始。
6. 主语+形容词+极了！	他的表演好极了！ 他的衣服漂亮极了！
7. 主语+是+某地+的	他是亚洲的。 这个电影是亚洲的。
8. 因为+原因，所以+结果	因为今天有课，所以我们明天去。 因为今天下雨，所以不上体育课。
9. 哪+量词+形容词？	哪个好？ 哪件漂亮？
10. 某人+动词+宾语+没 (有)	你看广告没有？ 你听音乐没有？
11. 某人+没 (有)+动词+宾语	我没有手机的广告。他没有买电脑。

học VẬT LÍ bằng TIẾNG ANH

UNIT 15.

GAS LAWS AND PARTICLES OF MATTER

VŨ KIM THỦY

Question 1. Diagram shows smoke particles in a transparent box observed using a microscope. Small points of light are seen to move around as shown in diagram 2.

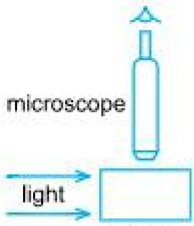


diagram 1

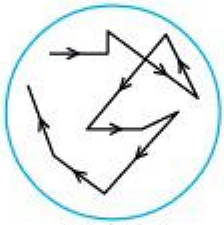


diagram 2

What does this experiment demonstrate about air molecules?

A. They are in continuous random motion.

B. They can be seen through a microscope.

C. They move more quickly when they are heated.

D. They move because of collisions with smoke particles.

E. They give out light when they collide with smoke particles.

Question 2. 'As the temperature is raised, the molecules gain energy and vibrate more vigorously about their fixed positions. Eventually they have enough energy to overcome the strong forces between them so that they can move past each other, although weaker forces still do not allow them complete freedom of movement'.

What process is described by the above statement

A. conduction B. convection

C. radiation D. a solid melting

E. a liquid boiling

Physics Terms

invisible	vô hình, không nhìn thấy
cause	gây ra
subsequent	tiếp theo
demonstrate	minh họa
transparent	trong suốt
slide	trượt
intermolecular forces	lực liên kết trong
vigorously	mạnh
eventually	cuối cùng
allow	cho phép
attain	đạt được

Answer. Tòa soạn chờ bài dịch của các bạn cho Question 1 và 2 và đáp án cho 2 câu hỏi. Bài dịch tốt sẽ được nhận quà tặng.

MORIS VŨ

Kết quả Unit 14 (TTT2 số 146)

Question 8. A

Practice. *Answer:* 1575 J.

Nhận xét. Các bạn sau giải đúng một câu được khen kì này: *Nguyễn Đặng Sơn*, Cổ Tháp, Cộng Hòa, Nam Sách, **Hải Dương**; *Trần Thị Thu Huyền*, 8D, THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên, **Vĩnh Phúc**.

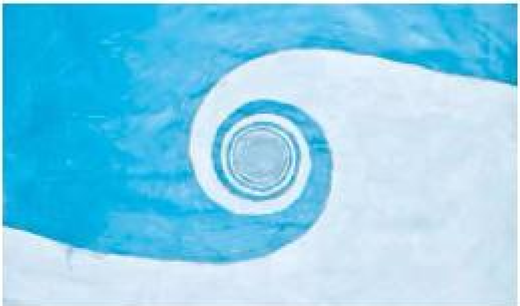
HOÀNG NGUYÊN LINH

Xoắn ốc LITUUS

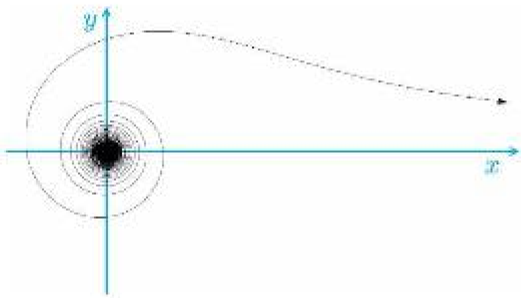
ĐINH THU *(Sưu tầm)*

Từ một điểm M trong hệ trục tọa độ Descartes vuông góc xOy, cho M chuyển động xa dần O và quay được một góc là θ. Đặt OM = r, ta có phương trình biểu diễn đường xoắn ốc Lituus là $r^2\theta = a^2$, với a là một hằng số cho trước.

Đường cong Lituus có hai nhánh. Cả hai nhánh đều tiến dần đến trục Ox về hai hướng (gọi là tiệm cận với trục Ox). Tại hai vị trí ứng với $\theta = \frac{1}{2}$ thì M không quay tròn quanh O nữa mà bắt đầu chuyển động tiệm cận tới Ox.



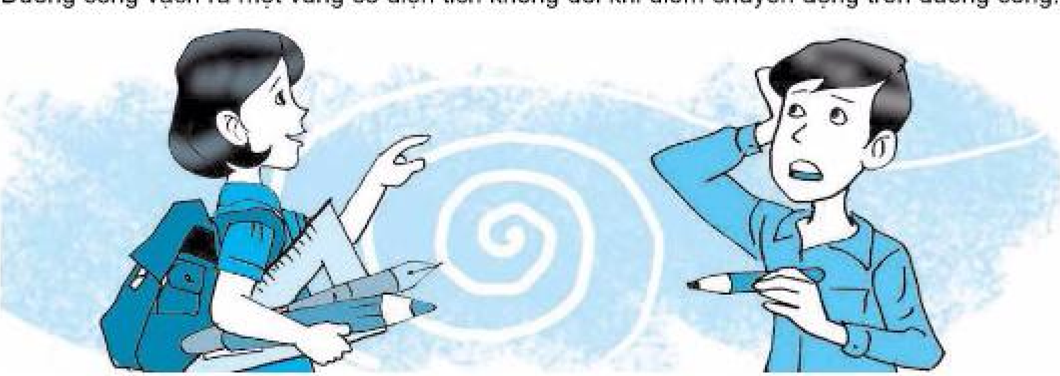
Hai nhánh của đường xoắn ốc Lituus



Nhánh trên

Đường xoắn ốc Lituus được đặt tên bởi Roger Contes (1682 - 1716), một giáo sư của đại học Cambridge. Ông được bổ nhiệm từ năm 24 tuổi và tác phẩm về đường cong này (là hồi kí của ông) được xuất bản sau khi ông mất 6 năm.

Đường cong vạch ra một vùng có diện tích không đổi khi điểm chuyển động trên đường cong.



THÁCH ĐẤU! THÁCH ĐẤU ĐÂY!

TRẬN ĐẤU THỨ MỘT TRĂM HAI MƯƠI TÁM

Người thách đấu: Lê Phúc Lữ, SV. Đại học FPT, TP. Hồ Chí Minh.

Bài toán thách đấu: Tìm tất cả các số nguyên không âm m sao cho m < 10 và phương trình sau có nghiệm nguyên không âm $x^5 + m = x + y^2$.

Xuất xứ: Sáng tác.

Thời hạn: Trước ngày 08.09.2015 theo dấu bưu điện.

Kết quả TRẬN ĐẤU THỨ MỘT TRĂM HAI MƯƠI SÁU (TTT2 số 146)

Đặt $X = \frac{ab}{c+1} + \frac{bc}{a+1} + \frac{ca}{b+1}$ và

$Y = \frac{a^2 + b^2 + c^2 + a + b + c + 1}{(a+1)(b+1)(c+1)}$.

Ta được P = X + Y.

Áp dụng bất đẳng thức AM - GM cho các số dương và kết hợp với giả thiết abc = 1, ta có

$ab + bc + ca \geq 3\sqrt[3]{(abc)^2} = 3$; (1)

$a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$; (2)

$(a+1)(b+1)(c+1) \geq 2\sqrt{a}.2\sqrt{b}.2\sqrt{c} = 8$. (3)

Các đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi a = b = c = 1.

Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacốpxki ta có

$$X = \frac{(ab)^2}{1+ab} + \frac{(bc)^2}{1+bc} + \frac{(ca)^2}{1+ca}$$

$$\geq \frac{(ab+bc+ca)^2}{1+ab+1+bc+1+ca} = \frac{(ab+bc+ca)^2}{3+(ab+bc+ca)}$$

$$\geq \frac{(ab+bc+ca)^2}{2(ab+bc+ca)} \text{ (do (1))}$$

$$= \frac{ab+bc+ca}{2} \geq \frac{3}{2} \text{ (do (1)). (4)}$$

Mặt khác, áp dụng (2) và (3) ta có

$$Y \geq \frac{ab+bc+ca+a+b+c+1}{(a+1)(b+1)(c+1)}$$

$$= 1 - \frac{1}{(a+1)(b+1)(c+1)} \geq 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}. \text{ (5)}$$

Từ (4) và (5) suy ra $P = X + Y \geq \frac{3}{2} + \frac{7}{8} = \frac{19}{8}$.

$P = \frac{19}{8} \Leftrightarrow a = b = c = 1$.

Vậy GTNN của P là $\frac{19}{8}$, đạt được tại a = b = c = 1.

Nhận xét. Bài toán tìm GTNN này có nhiều lời giải khác nhau. Đa số các võ sĩ tham gia thách đấu đều có đáp số đúng. Lời giải trên dựa theo cách giải của võ sĩ *Vương Tiến Đạt*, 9B, THCS Nguyễn Thượng Hiền, Ứng Hòa, **Hà Nội.** Đây là hướng giải gọn và đẹp nhất. Võ sĩ Đạt là người đăng quang trong trận đấu này.

Các võ sĩ sau cũng có lời giải tốt: *Nguyễn Thị Như Quỳnh A*, 8A, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**; *Nguyễn Duy Khương*, 9A9, THCS Giảng Võ, Ba Đình; *Nguyễn Thành Long*, 9B, THCS Nguyễn Thượng Hiền, Ứng Hòa, **Hà Nội**; *Phùng Hoàng Long*, 9F, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, **Phú Thọ**; *Bùi Anh Vũ*, 8B, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Lê Hoàng Phúc*, 9C, THCS Phan Chu Trinh, TP. Buôn Ma Thuột, **Đắk Lắk**.

HOÀNG TRỌNG HẢO

CHỨNG MINH BA SỐ
là số đo ba cạnh của một tam giác

NGUYỄN ĐỨC TẤN
(TP. Hồ Chí Minh)

Các bài toán về bất đẳng thức liên quan đến tam giác rất đa dạng và phong phú. Trong bài viết này, chúng tôi bổ sung một số bài toán chứng minh ba ba số là số đo ba cạnh của một tam giác.

Bài toán 1. Cho a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác. Chứng minh rằng các bộ số sau là số đo ba cạnh của một tam giác:

a) $\frac{1}{a+b}, \frac{1}{b+c}, \frac{1}{c+a}$;

b) $\sqrt[n]{a}, \sqrt[n]{b}, \sqrt[n]{c}$ (với $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$).

Hướng dẫn giải. a) Ta có

$$\frac{1}{a+b}+\frac{1}{b+c}>\frac{1}{a+b+c}+\frac{1}{a+b+c}=\frac{2}{a+b+c}$$

$$>\frac{2}{a+(a+c)+c}=\frac{1}{a+c}.$$

b) Không mất tổng quát, giả sử $a \geq b$, $a \geq c$.

Suy ra $\sqrt[n]{a} \geq \sqrt[n]{b}$, $\sqrt[n]{a} \geq \sqrt[n]{c}$.

Ta cần chứng minh $\sqrt[n]{b}+\sqrt[n]{c}>\sqrt[n]{a}$.

Thật vậy, vì $0<\frac{b}{a} \leq 1$, $0<\frac{c}{a} \leq 1$ nên

$$\sqrt[n]{\frac{b}{a}} \geq \frac{b}{a}, \sqrt[n]{\frac{c}{a}} \geq \frac{c}{a}.$$

Do đó $\sqrt[n]{\frac{b}{a}}+\sqrt[n]{\frac{c}{a}} \geq \frac{b}{a}+\frac{c}{a}=\frac{b+c}{a}>1$

$\Rightarrow \sqrt[n]{b}+\sqrt[n]{c}>\sqrt[n]{a}$.

Nhận xét. Từ bài toán trên, ta suy ra bộ số $\frac{1}{\sqrt[n]{a}+\sqrt[n]{b}}, \frac{1}{\sqrt[n]{b}+\sqrt[n]{c}}, \frac{1}{\sqrt[n]{c}+\sqrt[n]{a}}$ cũng là số đo ba cạnh của một tam giác.

Bài toán 2. Cho tam giác ABC có ba đường tuyến AM, BN, CP cắt nhau tại G. Đặt GA = x, GB = y, GC = z, AM = m, BN = n, CP = p. Chứng minh rằng các bộ số (x, y, z) và (m, n, p) là số đo ba cạnh của một tam giác.

Hướng dẫn giải. Dựng hình bình hành BGCD *(Bạn đọc tự vẽ hình)*.

Vì DG + GB > BD nên x + y > z.

Từ đó suy ra $\frac{3}{2}x+\frac{3}{2}y>\frac{3}{2}z$ hay m + n > p.

Bài toán 3. Cho tam giác ABC nhọn. Chứng minh rằng các bộ số (sinA, sinB, sinC), (asinA, bsinB, csinC) và (acosA, bcosB, ccosC) là số đo ba cạnh của một tam giác, với a = BC, b = CA và c = AB.

Hướng dẫn giải. Áp dụng định lí hàm số sin ta có $\sin A=\frac{a}{2R}$, $\sin B=\frac{b}{2R}$, $\sin C=\frac{c}{2R}$, với R là bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔABC. Từ đó suy ra

$\sin A+\sin B=\frac{a+b}{2R}>\frac{c}{2R}=\sin C$ và

$$a \sin A+b \sin B=\frac{a^2+b^2}{2R}>\frac{c^2}{2R}=c \sin C.$$

Gọi AD, BE, CF là các đường cao của ΔABC.
Ta chứng minh được EF = acosA, FD = bcosB, DE = ccosC. Từ đó acosA + bcosB > ccosC.

Bài toán 4. Cho M là điểm nằm trong tam giác ABC nhọn. Chứng minh rằng bộ số (MAsinA, MBsinB, MCsinC) là số đo ba cạnh của một tam giác.

Hướng dẫn giải. Gọi D, E, F là chân đường vuông góc hạ từ M xuống BC, CA, AB *(Bạn đọc tự vẽ hình)*.
Ta chứng minh được EF = MAsinA, FD = MBsinB, DE = MCsinC. Từ đó MAsinA + MBsinB > MCsinC.

Bài toán 5. Cho a, b, c là ba số thực dương thỏa mãn $a(b-c)^2+b(c-a)^2+c(a-b)^2>a^3+b^3+c^3$. Chứng minh rằng bộ số (a, b, c) là số đo ba cạnh của một tam giác.

Hướng dẫn giải. Biến đổi bất đẳng thức đã cho thành $(a+b-c)(b+c-a)(c+a-b)>0$.
Từ đó, nếu $a \geq b$, $a \geq c$ thì $a+b-c>0$, $c+a-b>0$. Suy ra $b+c-a>0$.

Bài tập.

Bài 1. Cho M là điểm nằm trong tam giác đều ABC. Chứng minh rằng bộ số (MA, MB, MC) là số đo ba cạnh của một tam giác.

Bài 2. Cho a, b, c > 0 và thỏa mãn

$$\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}+\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}+\frac{c^2+a^2-b^2}{2ca}>1.$$

Chứng minh rằng bộ số (a, b, c) là số đo ba cạnh của một tam giác.

CÂU HỎI KÌ 6

Điều lệ cuộc thi đăng ở TTT2 số 140, 144. Câu hỏi đăng trên các số tạp chí trong năm 2015.

Câu 16. Có thể chia các nước ASEAN thành 2 nhóm nước: Các nước ASEAN bán đảo, các nước ASEAN quần đảo. Bạn hãy kể tên các nước thuộc mỗi nhóm.

Câu 17. Tam giác phát triển phía Nam gọi tắt là JSR gồm những vùng nào của nước nào trong ASEAN?

Câu 18. Eo biển nào nối biển Đông (thuộc Thái Bình Dương) với biển Adaman (thuộc Ấn Độ Dương)?

BTC

Kết quả KÌ 4 (TTT2 số 146)

Câu 10. Năm thành phố đông dân nhất ASEAN là: Jakarta, Ho Chi Minh city, Bangkok, Hanoi, Singapore city.

Câu 11. Hiến chương ASEAN được kí kết ngày 20.11.2007, tại Hội nghị cấp cao ASEAN lần thứ 13 ở Singapore. Hiến chương có hiệu lực từ tháng 12 năm 2008.

Câu 12. Các di sản vườn thiên nhiên ASEAN của Việt Nam là: Vườn quốc gia Hoàng Liên; Vườn quốc gia Kon Ka King; Vườn quốc gia Ba Bể; Vườn quốc gia U Minh Thượng; Vườn quốc gia Chư Mom Ray.

Nhận xét. Các bạn sau được thưởng kì này: *Nguyễn Minh Trí*, 6A2; *Đặng Thị Hường*, 9B, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Thái Anh Quân*, 7A, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh; *Phan Thị Thảo Ngân*, 7C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An**; *Kim Thị Hồng Lĩnh*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**.

Các bạn sau cũng được khen kì này: *Bùi Thị Anh Thơ*, 7C, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương; *Hoàng Kim Chi*, 8A; *Nguyễn Đình Đạt*, 7C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An**.

BTC

GIẢI BÀI TOÁN cực trị hình học

PGS. LÊ QUỐC HÁN
(Trường Đại học Vinh)

Để giải bài toán cực trị hình học, ta có thể sử dụng một số bất đẳng thức. Tuy vậy, việc này không đơn giản chút nào. Mấu chốt thành công là biết vận dụng đúng lúc, đúng chỗ và dưới những dạng thức khác nhau. Thường phải qua những bước chuẩn bị cần thiết. Những vấn đề đặt ra trong bài viết này không mới, nhưng các bài toán được trình bày sau đây không dễ và có thể còn xa lạ với nhiều bạn đọc.

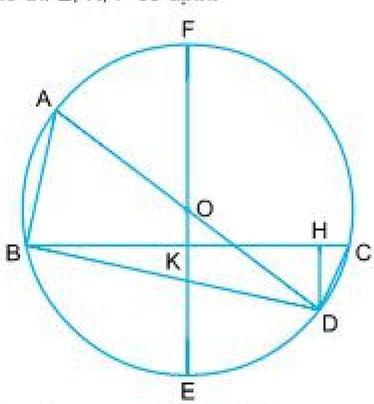
1. Bất đẳng thức AM - GM cho hai số

Với $a, b \geq 0$ ta có $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$. Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $a = b$.

Bài toán 1. Cho đường tròn tâm O bán kính R và dây cung cố định $BC < 2R$. Các điểm A, D lần lượt thay đổi trên cung lớn và cung nhỏ BC. Tìm GTNN của $t = \frac{1}{DA} + \frac{1}{DB} + \frac{1}{DC}$.

Lời giải. Vì $AD \leq 2R$ và $AD = 2R$ khi AD là đường kính của (O) nên $\frac{1}{AD}$ nhỏ nhất là $\frac{1}{2R}$.

Khi đó, kẻ đường kính EF vuông góc với BC tại K và gọi H là chân đường vuông góc hạ từ D xuống BC. Thế thì E, K, F cố định.



Vì $\widehat{ABD} = \widehat{CHD} = 90^o$, $\widehat{DAB} = \widehat{DCB}$ nên

$\Delta ABD \backsim \Delta CHD \Rightarrow \frac{DB}{DA} = \frac{DH}{DC} \Rightarrow DB.DC = 2R.DH.$

Vì $DH + OK \leq OD = OE = EK + OK$ nên $DH \leq EK$.

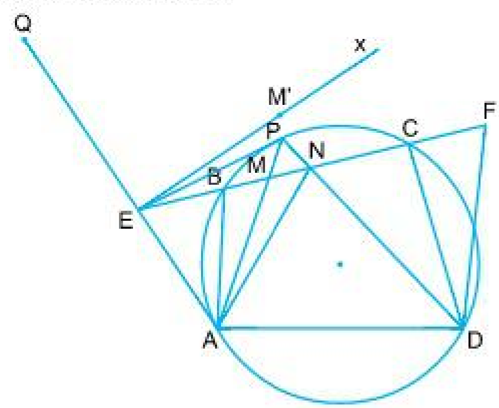
Vậy $t = \frac{1}{DA} + \frac{1}{DB} + \frac{1}{DC} \geq \frac{1}{2R} + 2\sqrt{\frac{1}{DB}.\frac{1}{DC}}$

$\geq \frac{1}{2R} + \frac{2}{\sqrt{2R.EK}} = \frac{1}{2R} + \frac{2}{BE}.$

Từ đó GTNN của t là $\frac{1}{2R} + \frac{2}{BE}$, đạt được khi và chỉ khi DA trùng với đường kính EF.

Bài toán 2. Cho tứ giác ABCD nội tiếp một đường tròn. Điểm P trên cung BC không chứa A. Gọi M và N tương ứng là giao điểm của BC với PA và PD. Tính độ dài lớn nhất của MN.

Lời giải. Vì cung AD cố định nên $\widehat{APD} = \alpha$ không đổi. Lấy điểm E, F tương ứng trên tia NM, MN sao cho $\widehat{AEN} = \widehat{DFM} = \alpha$. Ta thấy E, F cố định và nằm ngoài đoạn thẳng BC.



Vì $\widehat{AEM} = \widehat{APN}$ nên tứ giác AEPN nội tiếp

$\Rightarrow \widehat{EAM} = \widehat{ENP} = \widehat{DNF} \Rightarrow \Delta EAM \backsim \Delta FND$

$\Rightarrow \frac{AE}{EM} = \frac{NF}{FD} \Rightarrow AE.DF = EM.NF.$

Do đó $MN = EF - (EM + NF) \leq EF - 2\sqrt{EM.NF}$

$= EF - 2\sqrt{AE.DF}.$

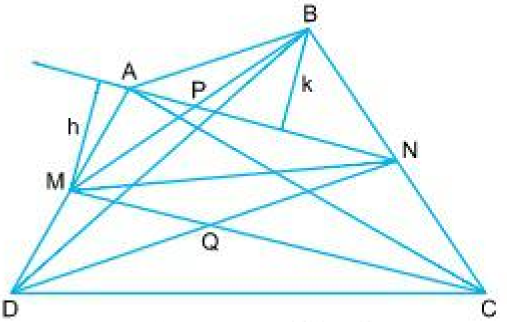
Vậy MN lớn nhất bằng $EF - 2\sqrt{AE.DF}$, với E, F được xác định như trên và $EM = NF = \sqrt{AE.DF}$.

Chú ý. Ta có thể dựng điểm P để xác định vị trí của M, N như sau:

- Dựng các cung chứa góc α trên các đoạn thẳng AB, CD. Các cung này cắt đường thẳng BC tại E, F tương ứng nằm ngoài đoạn thẳng BC.
- Dựng Q trên tia đối của EA sao cho EQ = DF.
- Dựng tia Ex vuông góc với AQ. Ex cắt đường tròn đường kính AQ tại M'. Đường tròn tâm E bán kính EM' cắt BC tại M. AM cắt đường tròn ngoại tiếp tứ giác ABCD tại P. Giao điểm của PC và BC là N. Khi đó $EM^2 = NE^2 = AE.DF$.

Bài toán 3. Cho tứ giác lồi ABCD. Gọi M và N tương ứng là trung điểm của AD và BC; P, Q tương ứng là giao điểm của AN và BM, DN và CM. Tìm GTNN của $t = \frac{PA}{PN} + \frac{PB}{PM} + \frac{QC}{QM} + \frac{QD}{QN}$.

Lời giải. Ta dùng nhận xét sau: Nếu hai tam giác có một cạnh đáy (hay chiều cao) bằng nhau thì tỉ số diện tích của chúng bằng tỉ số chiều cao (cạnh đáy) tương ứng của chúng.



Vì M, N tương ứng là trung điểm của AD và BC nên theo nhận xét trên, ta có

$S_{BAD} + S_{CAD} = 2S_{NAD}$, $S_{ABC} + S_{DBC} = 2S_{MBC}$.

Gọi h, k tương ứng là các khoảng cách từ M và B xuống AN. Ta có $PA.(h + k) = PA.h + PA.k$

$= 2S_{APM} + 2S_{ABP} = 2S_{ABM}$.

Tương tự: $PN.(h + k) = 2S_{NBM}$.

Từ đó $\frac{PA}{PN} = \frac{S_{ABM}}{S_{NBM}}$. Suy ra

$$\frac{PA}{PN} + \frac{PB}{PM} + \frac{QC}{QM} + \frac{QD}{QN}$$

$$= \frac{S_{ABM}}{S_{NBM}} + \frac{S_{BAN}}{S_{MAN}} + \frac{S_{CDN}}{S_{MDN}} + \frac{S_{DCM}}{S_{NCM}}$$

$$= \frac{S_{BAD}}{S_{MBC}} + \frac{S_{ABC}}{S_{NAD}} + \frac{S_{DBC}}{S_{NAD}} + \frac{S_{CAD}}{S_{MBC}}$$

$$= 2\left(\frac{S_{NAD}}{S_{MBC}} + \frac{S_{MBC}}{S_{NAD}}\right) \geq 4.$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $S_{NAD} = S_{MBC} \Leftrightarrow 2S_{NAM} = 2S_{MBN}$ và $2S_{NDM} = 2S_{MCN} \Leftrightarrow AB \,//\, MN$ và $MN \,//\, CD \Leftrightarrow AB \,//\, CD$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của t là 4, đạt được khi và chỉ khi ABCD là hình thang (AB // CD).

2. Bất đẳng thức AM - GM với ba số

Với $a, b, c \geq 0$ ta có $\frac{a+b+c}{3} \geq \sqrt[3]{abc}$. Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $a = b = c$.

Hệ quả. $(a+b+c)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) \geq 9$.

Bài toán 4. Cho ΔABC và một điểm M nằm trong tam giác. Gọi A', B', C' tương ứng là giao điểm của các đường thẳng AM, BM, CM với BC, CA, AB. Xác định vị trí M để:

a) $u = \frac{AA'}{MA'} + \frac{BB'}{MB'} + \frac{CC'}{MC'}$ đạt GTNN

b) $v = \frac{MA}{MA'} . \frac{MB}{MB'} . \frac{MC}{MC'}$ đạt GTNN.

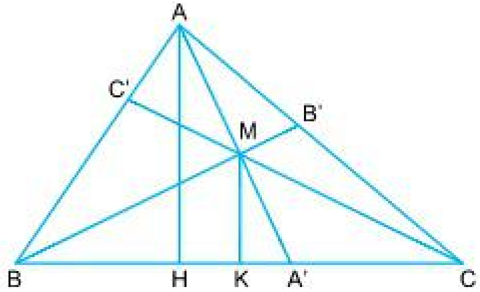
Lời giải. a) Gọi H và K là chân đường vuông góc hạ từ A và M xuống BC. Theo định lí Talét ta có

$\frac{MA'}{AA'} = \frac{MK}{AH} = \frac{S_{MBC}}{S_{ABC}}$.

Tương tự $\frac{MB'}{BB'} = \frac{S_{MAC}}{S_{ABC}}$, $\frac{MC'}{CC'} = \frac{S_{MAB}}{S_{ABC}}$.

Mà $S_{MBC} + S_{MCA} + S_{MAB} = S_{ABC}$ nên

$\frac{MA'}{AA'} + \frac{MB'}{BB'} + \frac{MC'}{CC'} = 1$.



Từ đó, theo bất đẳng thức AM - GM, ta có

$$u = \left(\frac{AA'}{MA'} + \frac{BB'}{MB'} + \frac{CC'}{MC'}\right)\left(\frac{AA'}{MA'} + \frac{BB'}{MB'} + \frac{CC'}{MC'}\right) \geq 9.$$

Vậy GTNN của u là 9, đạt được khi và chỉ khi $\frac{MA'}{AA'} = \frac{MB'}{BB'} = \frac{MC'}{CC'} = \frac{1}{3}$ hay M là trọng tâm ΔABC.

b) Đặt $\frac{AA'}{MA'} = x, \frac{BB'}{MB'} = y, \frac{CC'}{MC'} = z$. Khi đó x, y, z > 1 và $\frac{MA}{MA'} = x - 1, \frac{MB}{MB'} = y - 1, \frac{MC}{MC'} = z - 1$.

Ta có $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1 \Rightarrow xy + yz + zx = xyz$.

Từ đó $v = (x - 1)(y - 1)(z - 1) = xyz - (xy + yz + zx) + x + y + z - 1 = x + y + z - 1$

$$= (x + y + z)\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) - 1 \geq 8.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của v là 8, đạt được khi và chỉ khi x = y = z = 3 hay M là trọng tâm ΔABC.

Bài toán 5. Cho ΔABC và hai điểm M, N phân biệt nằm trong tam giác. Các tia AM và AN cắt BC tại A_1 và A_2 tương ứng. Các tia BM và BN cắt AC tại B_1 và B_2 tương ứng. Các tia CM và CN cắt AB tại C_1 và C_2 tương ứng. Gọi D, E, F theo thứ tự là giao điểm của AA_1 và BB_1, BB_1 và A_1C_1, CC_1 và A_1B_1. Gọi P, Q, R theo thứ tự là giao điểm của AA_2 và BB_1, BB_2 và CC_1, CC_2 và AA_1. Tìm GTNN của các biểu thức:

$$X = \frac{AM}{MD} + \frac{BM}{ME} + \frac{CM}{MF}, \quad Y = \frac{AP}{PA_2} + \frac{BQ}{QB_2} + \frac{CR}{RC_2}.$$

Lời giải. • Đường thẳng qua A, song song với B_1C_1 cắt các tia BB_1 và CC_1 tương ứng tại H và K *(bạn đọc tự vẽ hình)*. Theo định lí Talét, ta có

$$\frac{AM}{MD} = \frac{MK}{MC_1} = \frac{KH}{B_1C_1} = \frac{KA}{B_1C_1} + \frac{AH}{B_1C_1}$$

$$= \frac{AC}{CB_1} + \frac{AB}{BC_1} = 2 + \frac{AB_1}{CB_1} + \frac{AC_1}{BC_1}.$$

Tương tự:

$$\frac{BM}{ME} = 2 + \frac{BA_1}{CA_1} + \frac{BC_1}{AC_1}, \quad \frac{CM}{MF} = 2 + \frac{CA_1}{BA_1} + \frac{CB_1}{AB_1}.$$

Cộng từng vế ba bất đẳng thức trên nhận được

$$X = \frac{AM}{MD} + \frac{BM}{ME} + \frac{CM}{MF} \geq 6 + \frac{AB_1}{CB_1} + \frac{AC_1}{BC_1} + \frac{BA_1}{CA_1} + \frac{BC_1}{AC}$$

$$+ \frac{CA_1}{BA_1} + \frac{CB_1}{AB_1} \geq 12 \text{ (vì } \frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2, \forall x, y > 0).$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của X là 12, đạt được khi và chỉ khi $\frac{AB_1}{CB_1} = \frac{CB_1}{AB_1}, \frac{AC_1}{BC_1} = \frac{BC_1}{AC_1}, \frac{BA_1}{CA_1} = \frac{CA_1}{BA_1}$

$\Leftrightarrow AB_1 = CB_1, AC_1 = BC_1, BA_1 = CA_1$ hay M là trọng tâm ΔABC.

• Đường thẳng qua A song song với BC cắt tia BB_1 tại S. Theo định lí Talét, ta có

$$\frac{AP}{PA_2} = \frac{AS}{BA_2} = \frac{AS}{BC} \cdot \frac{BC}{BA_2} = \frac{AB_1}{CB_1} \cdot \frac{BA_2 + CA_2}{BA_2}$$

$$= \frac{AB_1}{CB_1} + \frac{AB_1}{CB_1} \cdot \frac{CA_2}{BA_2}.$$

Tương tự: $\frac{BQ}{QB_2} = \frac{BC_1}{AC_1} + \frac{BC_1}{AC_1} \cdot \frac{AB_2}{CB_2}$,

$$\frac{CR}{RC_2} = \frac{CA_1}{BA_1} + \frac{CA_1}{BA_1} \cdot \frac{BC_2}{AC_2}.$$

Cộng từng vế ba đẳng thức cuối cùng và áp dụng bất đẳng thức AM - GM, ta được

$$Y = \frac{AP}{PA_2} + \frac{BQ}{QB_2} + \frac{CR}{RC_2} = \frac{AB_1}{CB_1} + \frac{AB_1}{CB_1} \cdot \frac{CA_2}{BA_2}$$

$$+ \frac{BC_1}{AC_1} + \frac{BC_1}{AC_1} \cdot \frac{AB_2}{CB_2} + \frac{CA_1}{BA_1} + \frac{CA_1}{BA_1} \cdot \frac{BC_2}{AC_2}$$

$$\geq 3\sqrt[3]{\frac{AB_1}{CB_1} \cdot \frac{BC_1}{AC_1} \cdot \frac{CA_1}{BA_1}}$$

$$+ 3\sqrt[3]{\frac{AB_1.BC_1.CA_1}{CB_1.AC_1.BA_1} \cdot \frac{AB_2.BC_2.CA_2}{CB_2.AC_2.BA_2}}.$$

Mà $\frac{AB_1}{CB_1} \cdot \frac{BC_1}{AC_1} \cdot \frac{CA_1}{BA_1} = \frac{S_{ABM}}{S_{CBM}} \cdot \frac{S_{CBM}}{S_{CAM}} \cdot \frac{S_{CAM}}{S_{ABM}} = 1$.

Tương tự: $\frac{AB_2}{CB_2} \cdot \frac{BC_2}{AC_2} \cdot \frac{CA_2}{BA_2} = 1$. Từ đó $Y \geq 6$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của Y là 6, đạt được khi và chỉ khi $\frac{AB_1}{CB_1} = \frac{BC_1}{AC_1} = \frac{CA_1}{BA_1}, \frac{AB_2}{CB_2} = \frac{BC_2}{AC_2} = \frac{CA_2}{BA_2}$, đồng thời M, N đều trùng với trọng tâm ΔABC.

3. Bất đẳng thức Bunhiacốpxki với hai cặp số

Với mọi a, b, x, y ta có $(ax + by)^2 \leq (a^2 + b^2)(x^2 + y^2)$. Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi a : x = b : y.

Đặc biệt, với x = y = 1 ta có $(a + b)^2 \leq 2(a^2 + b^2)$. Đẳng thức khi và chỉ khi a = b.

Bài toán 6. Cho góc vuông xAy. Các điểm B, C khác A di động trên các tia Ax, Ay tương ứng. Tìm GTNN của $m = \frac{BC}{AB + AC\sqrt{3}}$.

Lời giải. *(Bạn đọc tự vẽ hình)*

Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacốpxki ta có $(AB + AC\sqrt{3})^2 \leq 4(AB^2 + AC^2) = 4BC^2$.

Suy ra $AB + AC\sqrt{3} \leq 2BC \Leftrightarrow \frac{BC}{AB + AC\sqrt{3}} \geq \frac{1}{2}$.

Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow \frac{AB}{1} = \frac{AC}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow AC = AB\sqrt{3}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của m là $\frac{1}{2}$, xảy ra khi và chỉ khi ABC là tam giác vuông tại A có $\hat{C} = 30^o$.

Bài toán 7. Cho tứ giác lồi ABCD và một điểm M di động trên đường chéo AC. Đường thẳng qua M song song với AB cắt BC tại P. Đường thẳng qua M song song với CD cắt AD tại Q. Tìm GTLN của $y = \dfrac{1}{MP^2 + MQ^2}$.

Lời giải. *(Bạn đọc tự vẽ hình)*

Vì MQ // CD và MP // AB nên theo định lí Talét có $\dfrac{MQ}{CD} = \dfrac{AM}{AC}, \dfrac{MP}{AB} = \dfrac{CM}{AC}$.

Từ đó $\dfrac{MQ}{CD} + \dfrac{MP}{AB} = \dfrac{AM + CM}{AC} = 1$. Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacốpxki ta được

$$\left(\frac{MP}{AB} + \frac{MQ}{CD}\right)^2 \le (MP^2 + MQ^2)\left(\frac{1}{AB^2} + \frac{1}{CD^2}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{MP^2 + MQ^2} \le \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{CD^2}.$$

Đẳng thức khi và chỉ khi MP.NQ = MQ.NP hay $\dfrac{MP.AB}{AB^2} + \dfrac{MQ.CD}{CD^2} = 1$.

Khi đó $MP.AB.\left(\dfrac{1}{AB^2} + \dfrac{1}{CD^2}\right) = 1$.

Từ đó $CM = \dfrac{CA.MP}{AB} = \dfrac{CD^2.CA}{AB^2 + CD^2}$. (*)

Vậy GTNN của y là $\dfrac{1}{AB^2} + \dfrac{1}{CD^2}$, đạt được khi và chỉ khi M được xác định bởi (*).

Nhận xét. Ta có thể sử dụng bất đẳng thức Bunhiacốpxki cho ba cặp số, bất đẳng thức Bécnuli, bất đẳng thức Trêbưsép... để giải một số bài toán cực trị.

Bài tập

1. Cho ΔABC vuông ở A. Trên tia AB lấy điểm E và trên tia AC lấy điểm F sao cho BE = CF = BC. Điểm M di động trên đường tròn đường kính BC. Tìm GTNN của MA + MB + MC.

2. Cho M là một điểm di động trong ΔABC. Gọi x, y, z là các khoảng cách từ M đến các cạnh BC, CA, AB. Tìm GTNN của $\dfrac{BC}{x} + \dfrac{CA}{y} + \dfrac{AB}{z}$.

3. a) Chứng minh rằng trong tất cả các tam giác có cùng chu vi, tam giác đều có diện tích lớn nhất.
b) Chứng minh rằng trong tất cả các tam giác cùng nội tiếp một đường tròn cho trước, tam giác đều có diện tích và chu vi lớn nhất.

4. Chứng minh rằng trong tất cả các tứ giác cùng nội tiếp một đường tròn cho trước, hình vuông có diện tích và chu vi lớn nhất.

5. Cho ΔABC có AD, BE, CF là các đường phân giác trong. Tìm GTLN của $\dfrac{S_{DEF}}{S_{ABC}}$.

6. Cho ΔABC có ba góc nhọn và AD, BE, CF là các đường cao. Tìm GTLN của $\dfrac{S_{DEF}}{S_{ABC}}$.

7. Cho M là một điểm di động trong ΔABC. Các đường thẳng AM, BM, CM cắt các cạnh BC, CA, AB tương ứng tại D, E, F. Tìm GTNN của các biểu thức:

a) $\left(\dfrac{MA}{AD}\right)^2 + \left(\dfrac{MB}{BE}\right)^2 + \left(\dfrac{MC}{CF}\right)^2$

b) $\sqrt{\dfrac{AM}{MD}} + \sqrt{\dfrac{BM}{ME}} + \sqrt{\dfrac{CM}{MF}}$.

8. a) Cho M là một điểm di động trong ΔABC. Tìm GTNN của $MH^2 + MI^2 + MK^2$, với H, I, K thứ tự là chân các đường vuông góc hạ từ M xuống các cạnh BC, CA, AB.
b) Giả sử M là điểm thỏa mãn điều kiện câu a). Chứng minh các đường thẳng MA, MB, MC tương ứng đối xứng với các đường thẳng GA, GB, GC qua các đường phân giác trong của ΔABC, với G là trọng tâm ΔABC.

9. Cho M là điểm di động trong ΔABC. Gọi H, I, K là chân các đường vuông góc hạ từ M xuống các cạnh BC, CA, AB. Tìm GTNN của:

a) $\dfrac{1}{MH} + \dfrac{1}{MI} + \dfrac{1}{MK}$

b) $\dfrac{1}{MH + MI} + \dfrac{1}{MI + MK} + \dfrac{1}{MK + MH}$.

10. Cho M là điểm di động trong ΔABC. Các đường thẳng qua M song song với các cạnh BC, CA, AB tạo thành ba tam giác có diện tích S_1, S_2, S_3. Tìm GTNN của $S_1 + S_2 + S_3$.

CUỘC THI

Vui Chào Hè 2015

Cuộc thi **Vui chào hè 2015** dành cho mọi độc giả của TTT. Các bạn học sinh, các bậc phụ huynh, các thầy cô giáo hay bất cứ độc giả nào thấy vui và trả lời được câu hỏi là có thể tham dự.

Đề bài sẽ đăng trên TTT2 các số 147+148 và 149+150 (ra tháng 5 và 8 năm 2015).

Các câu sẽ được chấm riêng và cuối cuộc thi sẽ tính tổng điểm của cá nhân, tập thể tham dự.

Sẽ có nhiều giải thưởng dành cho cá nhân và tập thể tham dự có điểm cao nhất. Giải thưởng gồm quà tặng, giấy chứng nhận và tiền mặt.

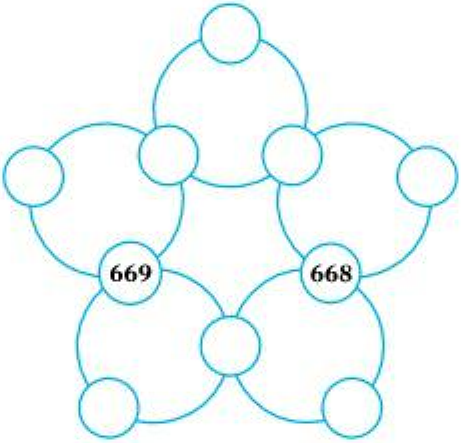
Đáp án và danh sách đoạt giải sẽ đăng trên TTT2 số 153.

Bài tham dự gửi về ***Tạp chí Toán Tuổi thơ, tầng 5, số 361 Trường Chinh, Thanh Xuân, Hà Nội***. Ngoài phong bì ghi rõ **"Tham dự cuộc thi Vui chào hè 2015"**.

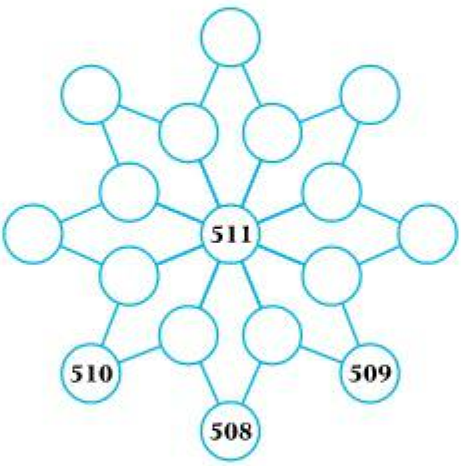
Thời hạn nhận bài giải: hết ngày 10.10.2015 (theo dấu bưu điện).

Sau đây là nội dung câu hỏi của kì hai.

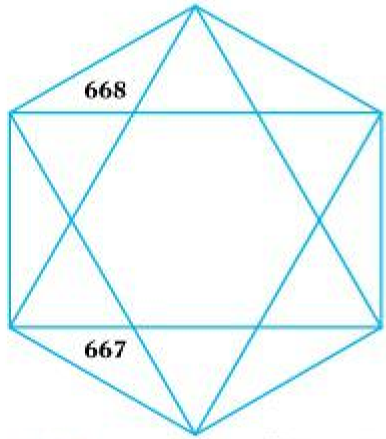
Câu 5. Bạn hãy điền các số từ 670 đến 677 vào những ô tròn sao cho tổng ba số nằm trên mỗi vòng tròn đều bằng 2015.

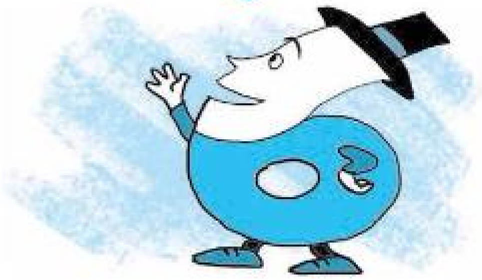


Câu 6. Bạn hãy điền các số từ 495 đến 507 vào những ô tròn sao cho tổng bốn số nằm trên mỗi hình thoi đều bằng 2015.

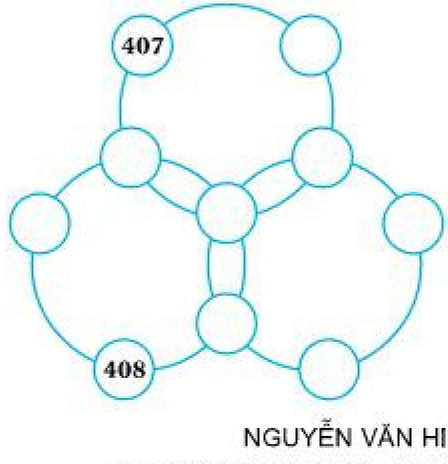


Câu 7. Bạn hãy điền các số từ 669 đến 678 vào những tam giác nhỏ sao cho tổng ba số trong mỗi tam giác lớn (do ba tam giác nhỏ liền kề hợp thành) đều bằng 2015.





Câu 8. Bạn hãy điền các số từ 399 đến 406 vào những ô tròn sao cho tổng năm số nằm trên mỗi vòng tròn đều bằng 2015.



NGUYỄN VĂN HIẾU
(Số 80 đường Xuân 68, TP. Huế, Thừa Thiên - Huế)

2014 AMC 8 PROBLEMS

NGUYỄN NGỌC MINH *(Hà Nội)*
sưu tầm và giới thiệu)

Problem 1. Harry and Terry are each told to calculate 8 – (2 + 5). Harry gets the correct answer. Terry ignores the parentheses and calculates 8 – 2 + 5. If Harry's answer is H and Terry's answer is T, what is H – T?

(A) –10 (B) –6
(C) 0 (D) 6 (E) 10

Problem 2. Paul owes Paula 35 cents and has a pocket full of 5-cent coins, 10-cent coins, and 25-cent coins that he can use to pay her. What is the difference between the largest and the smallest number of coins he can use to pay her?

(A) 1 (B) 2
(C) 3 (D) 4 (E) 5

Problem 3. Isabella had a week to read a book for a school assignment. She read an average of 36 pages per day for the first three days and an average of 44 pages per day for the next three days. She then finished the book by reading 10 pages on the last day. How many pages were in the book?

(A) 240 (B) 250
(C) 260 (D) 270 (E) 280

Problem 4. The sum of two prime numbers is 85. What is the product of these two prime numbers?

(A) 85 (B) 91
(C) 115 (D) 133 (E) 166

Problem 5. Margie's car can go 32 miles on a gallon of gas, and gas currently costs \$4 per gallon. How many miles can Margie drive on \$20 worth of gas?

(A) 64 (B) 128
(C) 160 (D) 320 (E) 640

Problem 6. Six rectangles each with a common base width of 2 have lengths of 1, 4, 9, 16, 25, and 36. What is the sum of the areas of the six rectangles?

(A) 91 (B) 93
(C) 162 (D) 182 (E) 202

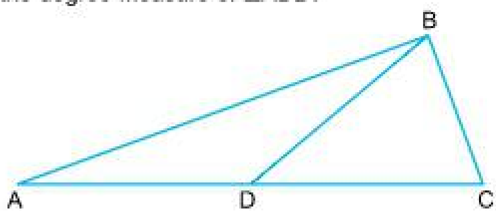
Problem 7. There are four more girls than boys in Ms. Raub's class of 28 students. What is the ratio of number of girls to the number of boys in her class?

(A) 3 : 4 (B) 4 : 3
(C) 3 : 2 (D) 7 : 4 (E) 2 : 1

Problem 8. Eleven members of the Middle School Math Club each paid the same amount for a guest speaker to talk about problem solving at their math club meeting. They paid their guest speaker \$1A2. What is the missing digit A of this 3-digit number?

(A) 0 (B) 1
(C) 2 (D) 3 (E) 4

Problem 9. In ΔABC, D is a point on side AC such that BD = DC and $\angle BCD$ measures 70^o. What is the degree measure of $\angle ADB$?



(A) 100 (B) 120
(C) 135 (D) 140 (E) 150

Problem 10. The first AMC 8 was given in 1985 and it has been given annually since that time. Samantha turned 12 years old the year that she took the seventh AMC 8. In what year was Samantha born?

(A) 1979 (B) 1980
(C) 1981 (D) 1982 (E) 1983

Problem 12. A magazine printed photos of three celebrities along with three photos of the celebrities as babies. The baby pictures did not identify the celebrities. readers were asked to match each celebrity with the correct baby pictures. What is the probability that a reader guessing at random will match all three correctly?

(A) $\frac{1}{9}$ (B) $\frac{1}{6}$
(C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{3}$ (E) $\frac{1}{2}$

Problem 13. If n and m are integers and $n^2 + m^2$ is even, which of the following is impossible?

(A) n and m are even (B) n and m are odd
(C) n and m is even (D) n and m is odd\
(E) non of these are impossible

Problem 14. Rectangle ABCD and right triangle DCE have the same area. They are joined to form a trapezoid, as shown. What is DE?

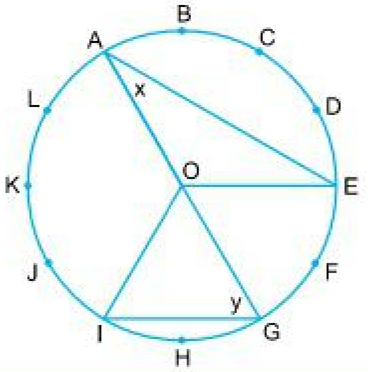
A 6 D

5

B C E

(A) 12 (B) 13
(C) 14 (D) 15 (E) 16

Problem 15. The circumference of the circle with center O is divided into 12 equal arcs, marked the letters A through L as seen below. What is the number of degrees in the *sum of the angles x and y?*



(A) 75 (B) 80
(C) 90 (D) 120 (E) 150

Problem 16. The "Middle School Eight" basketball conference has 8 teams. Every season, each team plays every other conference team twice (home and away), and each team also plays 4 games against non-conference opponents. What is the total number of games in a season involving the "Middle School Eight" teams?

(A) 60 (B) 88
(C) 96 (D) 144 (E) 160

Problem 17. George walks mile to school. He leaves home at the same time each day, walks at a steady speed of 3 miles per hour, and arrives just as school begins. Today he was distracted by the pleasant weather and walked the first $\frac{1}{2}$ mile at a speed of only 2 miles per hour. At how many miles per hour must George run the last $\frac{1}{2}$ mile in order to arrive just as school begins today?

(A) 4 (B) 6
(C) 8 (D) 10 (E) 12

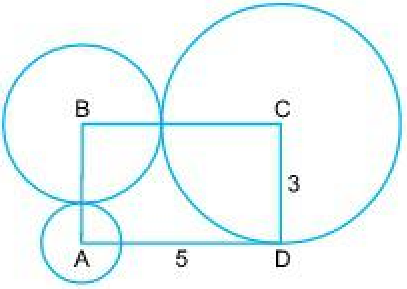
Problem 18. Four children were born at City Hospital yesterday. Assume each child is equally likely to be a boy or a girl. Which of the following outcomes is most likely?

(A) all 4 are boys
(B) all 4 are girls
(C) 2 are gils and 2 are boys
(D) 3 are of one gender and 1 is of the other gender
(E) all of these outcomes are equally likely

Problem 19. A cube with 3-inch edges is to be constructed from 27 smaller cubes with 1-inch edges. Twenty-one of the cubes are colored red and 6 are colored white. If the 3-inch cube is constructed to have the smallest possible white surface area showing, what fraction of the surface area is white?

(A) $\frac{5}{54}$ (B) $\frac{1}{9}$
(C) $\frac{5}{27}$ (D) $\frac{2}{9}$ (E) $\frac{1}{3}$

Problem 20. Rectangle ABCD has sides CD = 3 and DA = 5. A circle of radius 1 is centered at A, a circle of radius 2 is centered at B, and a circle of radius 3 is centered at C. Which of the following is closest to the area of the region inside the rectangle but outside all three circles?



(A) 3.5 (B) 4.0
(C) 4.5 (D) 5.0 (E) 5.5

Problem 21. The 7-digit numbers $\overline{74A52B1}$ and $\overline{326AB4C}$ are each multiples of 3. Which of the following could be the value of C?

(A) 1 (B) 2
(C) 3 (D) 5 (E) 8

Problem 22. A 2-digit number is such that the product of the digits plus the sum of the digits is equal to the number. What is the units digit of the number?

(A) 1 (B) 3
(C) 5 (D) 7 (E) 9

Problem 23. Three members of the Euclid Middle School girls' softball team had the following conversation.

Ashley: I just realized that our uniform numbers are all 2-digit primes.

Bethany: And the sum of your two uniform numbers is the date of my birthday earlier this month.

Caitlin: That's funny. The sum of your two uniform numbers is the date of my birthday later this month.

Ashley: And the sum of you two uniform numbers is today's date.

What number does Caitlin wear?

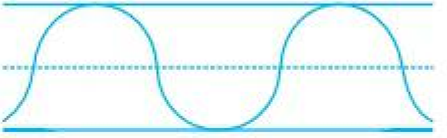
(A) 11 (B) 13
(C) 17 (D) 19 (E) 23

Problem 24. One day the Beverage Barn sold 252 cans of soda to 100 customers, and every customer bought at least one can of soda. What is the maximum possible median number of cans of soda bought per customer on that day?

(A) 2.5 (B) 3.0 (C) 3.5 (D) 4.0 (E) 4.5

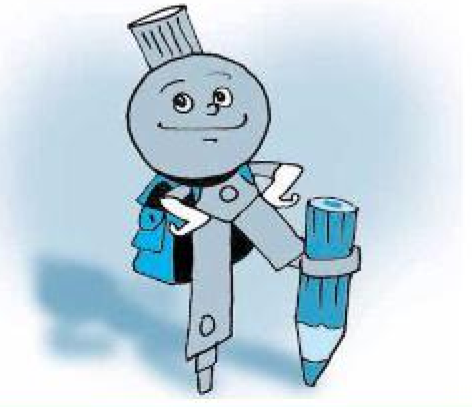
Problem 25. A straight one-mile stretch of highway, 40 feet wide, is closed. Robert rides his bike on a path composed of semicircles as shown. If he rides at 5 miles per hour, how many hours will it take to cover the one-mile stretch?

Note: 1 mile = 5280 feet



(A) $\frac{\pi}{11}$ (B) $\frac{\pi}{10}$

(C) $\frac{\pi}{5}$ (D) $\frac{2\pi}{5}$ (E) $\frac{2\pi}{3}$

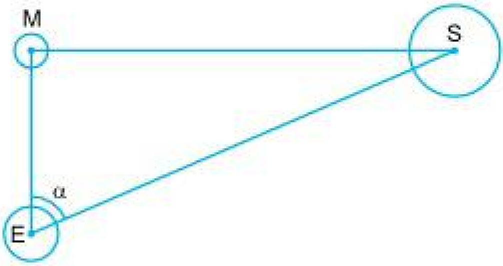


MẶT TRĂNG, MẶT TRỜI VÀ LƯỢNG GIÁC

HOÀNG NGUYÊN LINH *(Sưu tầm)*

Khoảng cách từ Trái đất đến Mặt Trời gấp bao nhiêu lần khoảng cách từ Trái đất đến Mặt trăng? Đó là câu hỏi mà người Hy Lạp cổ đại đã tìm cách trả lời.

Aristarchus, người sống vào khoảng 2300 năm trước ở Hy Lạp, đã dựa vào chuyên môn hình học tuyệt vời của mình, kết hợp với một cái nhìn sâu sắc quan trọng là Mặt trăng tỏa sáng vào ban đêm vì nó được chiếu sáng bởi Mặt trời. Ông nhận ra rằng Trái Đất chuyển động quanh Mặt Trời và khi quan sát Mặt trăng từ Trái đất thì tại thời điểm nhìn thấy một nửa Mặt trăng, góc SME vuông, với E là Trái đất, M là Mặt trăng và S là Mặt trời.

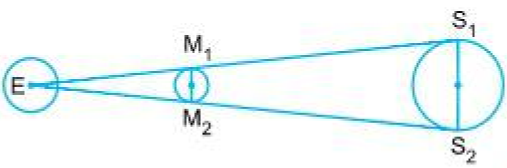


Khi đó $\frac{ES}{EM}=\frac{1}{\cos\alpha}$.

Ngày nay, các khà toán học đã đo được $\alpha = 89{,}85^o$.

Từ đó $\frac{ES}{EM}=\frac{1}{\cos 89{,}85^o}=382$.

Vì vậy, khoảng cách từ Trái đất đến Mặt trời gần hơn khoảng cách từ Trái đất đến Mặt trăng 382 lần. Aristarchus cũng nhận thấy rằng trong một nhật thực, Mặt trăng hoàn toàn bao gồm Mặt trời. Ta có sơ đồ sau:



Vì $\Delta EM_1M_2 \backsim \Delta\Delta MS_1S_2$ nên $\frac{S_1S_2}{M_1M_2}=\frac{ES_1}{EM_1}$.

Suy ra đường kính của Mặt Trời lớn gấp 328 lần đường kính của Mặt trăng.

Tuy có những hiểu biết trên về lượng giác nhưng Aristarchus lại không có phương tiện để đo đủ chính xác. Ông đã đo $\alpha = 87^o$ và từ đó $\frac{1}{\cos\alpha}\approx 19$.

Sự sai khác này là rất ra so với giá trị thực. Tuy nhiên, giá trị $\alpha = 87^o$ đã rất gần với kết quả đúng của nó.

Đây là một ví dụ về sự hữu ích của lượng giác trong việc tính toán.

QUY CHẾ CỦA CÂU LẠC BỘ TOÁN TUỔI THƠ

LTS. Olympic Toán Tuổi thơ đã khép cánh cửa sau 10 năm. Một cách học, cách thi mới và để thi hấp dẫn tiệm cận với các nước tiên tiến đã đến với 53 tỉnh, thành cả nước và đang nhân lên. Toán Tuổi thơ mở ra một cánh cửa mới cho mọi thầy cô, các bạn nhỏ yêu toán và các trường trong cả nước: *Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ*. Đấy là cánh cửa đi vào vườn Toán học đẹp như cổ tích. Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ là tự nguyện, tự bạn và tự trường, tỉnh, thành bạn cùng chúng tôi xây dựng một khu vườn như mơ. Ở đó có các bài toán hay, bài toán vui, có lịch sử toán, chuyện kể về các nhà toán học, có trò chơi toán, IQ... Nếu khu vườn đó lớn dần lên thì Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ toàn quốc ắt hình thành. Điều đó tùy thuộc vào các bạn.

1. Hình thức tổ chức một Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ

1.1. Mục đích

- Câu lạc bộ toán là hình thức tiếp cận toán học một cách nhẹ nhàng, tự nguyện giúp người tham gia phát huy tốt năng lực của mình và tiếp nhận nhanh nhất, nhớ lâu, hiểu sâu các vấn đề về toán. Câu lạc bộ toán đã có từ rất lâu trên thế giới. Câu lạc bộ (CLB) là cách tổ chức học tập, vui chơi với các bài toán, câu chuyện lịch sử toán học, các câu đố trí tuệ, lôgic, các câu đố IQ. Học sinh Tiểu học và Trung học cơ sở đặc biệt thích hoạt động này do nó phù hợp với lứa tuổi ưa hoạt động. Nếu được tổ chức ngoài trời như một hình thức ngoại khóa thì CLB càng phát huy tác dụng tốt.
- Tạp chí Toán Tuổi thơ dự định từ năm học 2015 - 2016 sẽ tổ chức CLB Toán Tuổi thơ cho các bạn trẻ yêu toán và ham thích tạp chí Toán Tuổi thơ. Đây không chỉ là hoạt động có ích với các bạn đọc nhỏ tuổi mà còn giúp ích cho việc giảng dạy toán học của các thầy cô giáo. Toán Tuổi thơ hi vọng các Sở Giáo dục và Đào tạo, các công ty Sách và Thiết bị trường học, các Phòng Giáo dục và các nhà trường, các thầy cô giáo tích cực hưởng ứng Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ để tổ chức cho học sinh tham gia CLB từ cấp trường đến cấp quận huyện, tỉnh thành.
- Phát động phong trào đọc và giải bài trên tạp chí Toán Tuổi thơ.

1.2. Đối tượng

- Các em học sinh yêu toán các lớp 4 và 5 ở Tiểu học.
- Các em học sinh yêu toán các lớp 6, 7, 8 và 9 ở Trung học cơ sở.
- Mỗi lớp có thể thành lập một câu lạc bộ Toán Tuổi thơ gồm 6 học sinh giỏi toán, yêu toán, tự nguyện và được giáo viên chủ nhiệm hoặc giáo viên dạy toán đồng ý.
- Chủ nhiệm câu lạc bộ Toán Tuổi thơ là một giáo viên toán.

1.3. Cách đăng kí một Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ

- Các câu lạc bộ cấp trường ở lớp 5 và lớp 8 đăng kí với tạp chí Toán Tuổi thơ *(theo mẫu kèm theo)* để thành lập câu lạc bộ của trường. Các câu lạc bộ Toán Tuổi thơ các lớp khác thì đăng kí với hiệu trưởng nhà trường.
- Các câu lạc bộ Toán Tuổi thơ cấp trường đã đăng kí với tạp chí Toán Tuổi thơ được tham gia thi giải bài trên tạp chí giữa các Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ trong chuyên mục thi giải toán qua thư theo năm học.

1.4. Nhà tài trợ

- Nhà tài trợ chính là Công ty cổ phần Văn phòng phẩm Hồng Hà.
- Nhà tài trợ sẽ tài trợ phần thưởng cho buổi tổ chức câu lạc bộ Toán Tuổi thơ cấp toàn quốc và tài trợ cho buổi hoạt động câu lạc bộ Toán Tuổi thơ cấp tỉnh (nếu các Sở Giáo dục và Đào tạo có đề nghị).
- Bảo trợ truyền thông: Đài truyền hình Việt Nam VTV.
- Nhà tài trợ Công ty cổ phần Văn phòng phẩm Hồng Hà được quyền trưng bày sản phẩm, in logo trên phông, trên ô tô các đoàn trong các buổi hoạt động câu lạc bộ Toán Tuổi thơ.

1.5. Hình thức hoạt động

- Các thành viên của Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ các lớp có thể đại diện cho lớp đó tham gia hoạt động câu lạc bộ cấp trường. Nếu có nhiều câu lạc bộ, nhà trường tổ chức cho các câu lạc bộ thi đấu để chọn ra một câu lạc bộ xuất sắc nhất cấp trường tham gia sinh hoạt câu lạc bộ cấp huyện (quận).
- Câu lạc bộ xuất sắc nhất cấp huyện (quận) sẽ đại diện cho địa phương đó tham gia hoạt động, thi đấu với các câu lạc bộ khác trong tỉnh (thành).

- Câu lạc bộ xuất sắc nhất cấp tỉnh (thành) sẽ đại diện cho địa phương đó tham gia hoạt động, thi đấu giữa các câu lạc bộ trong toàn quốc *(việc tổ chức thi đấu cấp toàn quốc, tạp chí Toán Tuổi thơ sẽ tham khảo ý kiến của các Sở Giáo dục và Đào tạo và nhà tài trợ, dự kiến chỉ tổ chức với các câu lạc bộ lớp 5 và lớp 8)*.
- Các câu lạc bộ cấp trường mỗi tháng hoạt động ít nhất một buổi sau khi nhận được tạp chí Toán Tuổi thơ của tháng đó, trong buổi sinh hoạt, chủ nhiệm câu lạc bộ là giáo viên dạy toán hướng dẫn các em học sinh đọc các chuyên mục trên tạp chí Toán Tuổi thơ. Các em học sinh có thể trao đổi cách giải các bài toán trong các chuyên mục trên tạp chí Toán Tuổi thơ dưới sự hướng dẫn của giáo viên để cùng nhau tìm ra lời giải.
- Mỗi câu lạc bộ có thể tham gia giải bài tập thể các bài toán trong chuyên mục thi giải toán qua thư theo năm học, sau đó gửi bài giải đến tạp chí Toán Tuổi thơ, ngoài phong bì có ghi **Tham gia hoạt động câu lạc bộ Toán Tuổi thơ** *(các thành viên trong các câu lạc bộ vẫn có thể tham gia thi giải toán qua thư theo năm học với tư cách cá nhân, các câu lạc bộ có thể giải tất cả các bài toán trong mục thi giải toán qua thư và trình bày liền nhau)*. Các câu lạc bộ có bài giải tốt nhất của từng khối lớp sẽ được vinh danh trên trang website của Tạp chí: www.toantuoitho.vn.
- Cuối năm học mỗi khối lớp có 10 câu lạc bộ được tạp chí Toán Tuổi thơ vinh danh và các em học sinh trong các câu lạc bộ đó được Tổng biên tập tạp chí Toán Tuổi thơ cấp bằng chứng nhận và được nhận quà tặng của nhà tài trợ Công ty cổ phần Văn phòng phẩm Hồng Hà.
- Các câu lạc bộ xuất sắc nhất *(lớp 5 và lớp 8)* sẽ được quyền tham dự buổi hoạt động của câu lạc bộ Toán Tuổi thơ cấp toàn quốc mà không cần phải vượt qua các vòng thi đấu cấp địa phương.

2. Cách tổ chức liên Câu lạc bộ Toán Tuổi thơ cấp địa phương

- Các câu lạc bộ thi đấu với nhau để tìm ra các câu lạc bộ xuất sắc nhất.
- Mỗi câu lạc bộ tham gia thi đấu có không quá 6 học sinh.

2.1. Vòng 1. Thi tiếp sức đồng đội

2.1.1. Hiệp 1. Tiếp sức toán

- Sáu thí sinh của mỗi câu lạc bộ lần lượt giải 1 trong 6 bài toán (chỉ ghi đáp số). Thí sinh nào giải xong, nộp bài cho giám khảo, thí sinh tiếp theo mới được nhận đề để giải. Thời gian tối đa là 30 phút cho 6 bài toán.
- Mỗi bài giải đúng được 2 điểm, giải gần đúng được 1 điểm, giải sai 0 điểm.
- Các đội giải bài nhanh nhất được cộng 1 điểm *(có không quá 10% tổng số các câu lạc bộ tham gia thi đấu được cộng điểm)*.
- Sau khi các câu lạc bộ giải bài xong và nộp bài cho giám khảo thì giám khảo mở đáp án và chấm trực tiếp vào bài và cộng tổng điểm.
- Trong lúc các câu lạc bộ thi đấu tiếp sức, khán giả tham gia cuộc thi toán vui, IQ, lịch sử toán... Ai có câu trả lời đúng thì được nhận phần thưởng.

2.1.2. Hiệp 2. Du lịch Toán học

- Sẽ có sáu thành phố cho các bạn học sinh đến tham quan. Mỗi giám khảo sẽ là chủ nhân của một thành phố đó.
- Các em học sinh trong câu lạc bộ cùng giải 6 bài toán vui. Sau khi nhận đề bài 1 thì các em học sinh cùng giải bài sau đó nộp kết quả cho giám khảo ở thành phố thứ nhất, nếu kết quả chưa đúng thì giám khảo sẽ yêu cầu làm lại đến khi nào câu lạc bộ đó đưa ra được kết quả đúng bài 1 thì câu lạc bộ đó mới có được địa chỉ để đến thành phố thứ hai nhận đề bài 2 để giải tiếp, cứ tiếp tục như thế cho đến bài 6. Tổng thời gian tối đa để làm cả 6 bài toán là 30 phút. Cuộc thi sẽ kết thúc khi hết giờ hoặc đã có 2 đội về đích. Sau khi có trống báo hiệu hết giờ thì các giám khảo cộng tổng điểm của từng đội. Mỗi bài giải đúng được 2 điểm.
- Kết quả ở vòng 1 được tính bằng tổng điểm cả hai hiệp.
- Hai câu lạc bộ cao điểm nhất được vào thi đấu vòng 2 để tranh giải nhất *(nếu có các câu lạc bộ bằng điểm nhau thì sẽ có câu hỏi phụ để phân loại)*, các đội còn lại tùy theo điểm sẽ được ban tổ chức trao giải ba, giải khuyến khích hoặc không được giải.

2.2. Vòng 2. Tranh giải nhất

- Gồm 3 hiệp, mỗi hiệp các câu lạc bộ cùng giải một bài toán.
- Mỗi đội nhận một bảng để giải bài trên bảng đó. Sau khi giám khảo phát đề thì các em học sinh giải bài vào bảng đó. Giải xong dựng bảng lên cho giám khảo chấm. Thời gian làm mỗi bài toán không quá 5 phút.
- Mỗi bài giải đúng được 2 điểm, giải gần đúng được 1 điểm, giải sai 0 điểm.
- Ban tổ chức sẽ cộng điểm ở cả hai vòng thi đấu để chọn ra câu lạc bộ được trao giải nhất, câu lạc bộ được trao giải nhì *(nếu các câu lạc bộ bằng điểm nhau thì sẽ có câu hỏi phụ để phân loại)*.

ĐỀ GỐC SỐ 01

NGUYỄN ĐỨC TẤN
(TP. Hồ Chí Minh)

Thời gian làm bài: 30 phút
Từ câu 1 đến câu 15 chỉ ghi đáp số.
Câu 16 viết lời giải đầy đủ.

Câu 1. Cho a là số có hai chữ số, b là số có ba chữ số. Trung bình cộng của ba số a, b và 402 là 500. Tìm số b.

Câu 2. Tìm số tự nhiên mà khi ta gạch bỏ đi một chữ số nào đó của số đó ta được số mới bé hơn số cũ 2015 đơn vị.

Câu 3. Hãy viết số 8999999 thành tích của hai số nguyên dương lớn hơn 1.

Câu 4. Tính tổng các chữ số của số

$A = \underbrace{999999...99}_{100 \text{ chữ số } 9}8^2.$

Câu 5. Cho 100 số tự nhiên 1; 2; 3;...; 100. Người ta chọn ra n số trong các số trên sao cho tổng của n số đó chia hết cho 700. Hỏi n lớn nhất là bao nhiêu?

Câu 6. Cho a, b, c thỏa mãn

$$\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} = 1.$$

Tính giá trị của biểu thức

$$M = \frac{a^2 - 2b^2 + 2c^2}{b+c} + \frac{b^2 - 2c^2 + 2a^2}{c+a} + \frac{c^2 - 2a^2 + 2b^2}{a+b}.$$

Câu 7. Cho a, b thỏa mãn $a^3 - 3ab^2 = 52$ và $b^3 - 3a^2b = -47$. Tính giá trị của $a^2 + b^2$.

Câu 8. Các số tự nhiên được xếp vào các dòng A, B, C, D theo một quy luật như bảng sau:

A	1	8	9	16	17	24	...
B	2	7	10	15	18	23	...
C	3	6	11	14	19	22	...
D	4	5	12	13	20	21	...

Hỏi số 2015 nằm ở dòng nào?

Câu 9. Các số 2^n, 3^4 và 5^n viết liên tiếp nhau tạo thành một số có 2015 chữ số. Tìm n.

Câu 10. Cho các số a, b, c thỏa mãn

$$a = \frac{2b^2}{1+b^2},\ b = \frac{2c^2}{1+c^2},\ c = \frac{2a^2}{1+a^2}.$$

Tính M = abc.

Câu 11. Cho n số nguyên lẻ $a_1, a_2, a_3, ..., a_n$ $(n > 2015)$ thỏa mãn

$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + ... + a_{2015}^2$$
$$= a_{2016}^2 + a_{2017}^2 + a_{2018}^2 + ... + a_n^2.$$

Tìm giá trị lớn nhất của n.

Câu 12. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = 8|x - 4| + |x - 1| + 4x$.

Câu 13. Cho tam giác ABC vuông tại A có AB = 6 cm, AC = 8 cm. Điểm I là giao điểm của các đường phân giác của tam giác ABC. Vẽ IK vuông góc với BC tại K. Tính độ dài đoạn thẳng IK.

Câu 14. Cho điểm M nằm trong hình chữ nhật ABCD. Biết MA = 1 cm, MC = 7 cm và MB = MD. Tính độ dài đoạn thẳng MB.

Câu 15. Muốn phủ kín mặt phẳng bởi các đa giác đều n cạnh bằng nhau $(n \in \mathbb{N}, n \geq 4)$ sao cho hai đa giác kề nhau thì có chung một cạnh. Tìm n.

Câu 16. *(Tự luận)*
Cho tứ giác lồi ABCD. Gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD. Biết $S_{OAB} = 8\ cm^2$, $S_{OCD} = 50\ cm^2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của diện tích tứ giác ABCD.

CÂU LẠC BỘ TOÁN TUỔI THƠ

ĐỀ GỐC SỐ 02

THÁI NHẬT PHƯỢNG
(GV. THCS Nguyễn Văn Trỗi, Cam Nghĩa, Cam Ranh, Khánh Hòa)

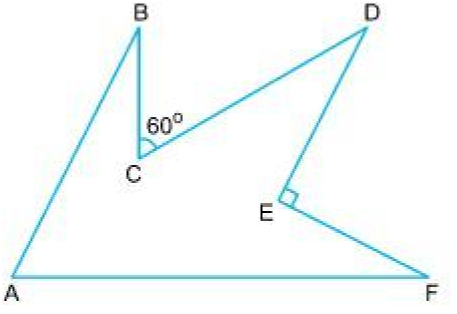
Thời gian làm bài: 30 phút
Từ câu 1 đến câu 15 chỉ ghi đáp số
Câu 16 viết lời giải đầy đủ.

Câu 1. Cho hai dãy số 2, 4, 6, ..., 200 và 3, 6, 9, ..., 300. Hỏi có bao nhiêu số trùng nhau trong hai dãy số trên.

Câu 2. Cho biết có số x thỏa mãn $x^2 + 2x - 1 = 0$.

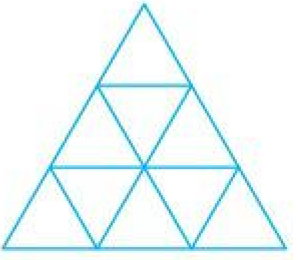
Tính giá trị của biểu thức $M = \left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)^2$.

Câu 3. Cho hình vẽ, biết $\widehat{BCD} = 60^o$, $\widehat{DEF} = 90^o$. Tính $\hat{A} + \hat{B} + \hat{D} + \hat{F}$.



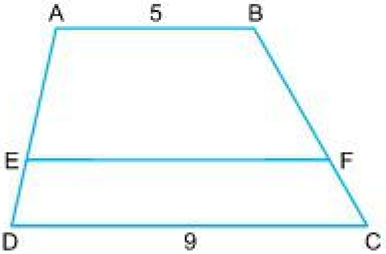
Câu 4. Có 59 người cùng tham gia một trò chơi. Mỗi vòng thi đấu sẽ tổ chức cho bốc thăm để đấu loại trực tiếp. Nếu vòng nào lẻ một người thì có một người không thi đấu vòng đó. Hỏi người vô địch có thể thi đấu nhiều nhất bao nhiêu trận?

Câu 5. Cho hình vẽ. Mỗi cạnh của tam giác đều được chia thành 3 đoạn bằng nhau. Trên hình vẽ có 9 tam giác đều nhỏ bằng nhau và số cạnh của 9 tam giác đều đó là 18 cạnh. Hỏi nếu chia mỗi cạnh của tam giác đều lớn thành 10 đoạn bằng nhau thì được bao nhiêu tam giác đều nhỏ bằng nhau và số cạnh của các tam giác đều nhỏ đó bằng bao nhiêu?



Câu 6. Tìm đa thức P(x) biết P(0) = 1 và với mọi x thì P(x) = P(x − 1) + 1.

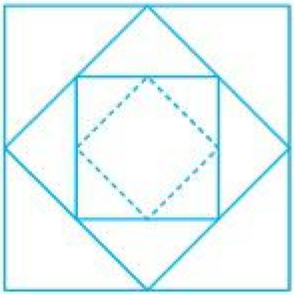
Câu 7. Cho hình vẽ, biết AB // CD, AB = 5 cm, CD = 9 cm, AE = 2ED, BF = 2FC. Tính EF.



Câu 8. Số tiền 50000 đồng gồm có hai loại tiền mệnh giá 2000 đồng và 5000 đồng. Hỏi tổng số tờ tiền ít nhất là bao nhiêu và nhiều nhất là bao nhiêu?

Câu 9. Lúc 7 giờ một ô tô đi từ A đến B với vận tốc 70 km/h và đến B lúc 8h 30 phút và quay ngay lại A. Lúc 8 giờ 54 phút một xe máy đi từ A đến B với vận tốc 40 km/h. Hỏi hai xe gặp nhau lúc mấy giờ?

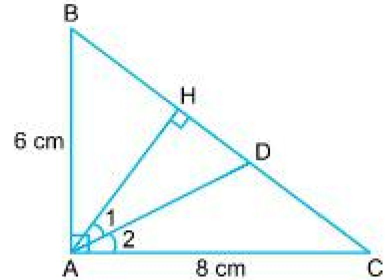
Câu 10. Cho hình vẽ. Hình vuông thứ nhất có cạnh 4 cm, hình vuông thứ hai có đỉnh là trung điểm các cạnh của hình vuông thứ nhất, hình vuông thứ ba có đỉnh là trung điểm các cạnh của hình vuông thứ hai, ... Hỏi độ dài cạnh của hình vuông thứ 11 là bao nhiêu?



Câu 11. Hỏi trong tập hợp các số tự nhiên từ 1 đến 100 có bao nhiêu số không chia hết cho các số 3 và 5.

Câu 12. Tìm x thỏa mãn $\frac{8x^2-16}{x^4} < 1$.

Câu 13. Cho hình vẽ. Biết tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH, AB = 6 cm, AC = 8 cm và $\widehat{HAD} = \widehat{DAC}$. Tính độ dài đoạn HD.



Câu 14. Bạn An viết các số tự nhiên từ 1 đến $\overline{abc}$ thì cần dùng $2.\overline{abc}$ chữ số. Tìm số $\overline{abc}$.

Câu 15. Tính x – y biết $|3x - 2y| = 20x - 50 - 2x^2$.

Câu 16. *(Tự luận)*

Cho x, y, z là các số thực khác 0 thỏa mãn

$\frac{x}{y} + \frac{y}{z} + \frac{z}{x} = -2$, $\frac{y}{x} + \frac{z}{y} + \frac{x}{z} = 0$.

Tính giá trị của biểu thức $M = \frac{x^3}{y^3} + \frac{y^3}{z^3} + \frac{z^3}{x^3}$.

CÂU LẠC BỘ TOÁN TUỔI THƠ

ĐỀ GỐC SỐ 03

NGUYỄN ANH DŨNG

(Hà Nội)

Thời gian làm bài: 30 phút
Từ câu 1 đến câu 15 chỉ ghi đáp số.
Câu 16 viết lời giải đầy đủ.

Câu 1. Có bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số sao cho chữ số hàng chục nhỏ hơn chữ số hàng đơn vị?

Câu 2. Giả sử x, y là hai số nguyên dương khác nhau sao cho $x^2 + y^2$ chia hết cho 3. Tìm giá trị nhỏ nhất của x + y.

Câu 3. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương (x, y) sao cho $\dfrac{2015}{x^2 - y^2}$ là một số tự nhiên?

Câu 4. Tìm cặp số tự nhiên (a, b) sao cho hai số $a^2 + b^2$ và $a^2 - b^2$ đều là ước số của 2015.

Câu 5. Tìm chữ số tận cùng của số 3^{2015} khi viết số này dưới dạng số thập phân.

Câu 6. Có bao nhiêu bộ ba các số nguyên dương (a, b, c) thỏa mãn a + b + c = 6.

Câu 7. Tìm hai chữ số cuối cùng của số A = 2015**, biết rằng chữ số hàng chục lớn hơn chữ số hàng đơn vị và A chia hết cho 36.

Câu 8. Viết số tự nhiên lớn nhất A biết rằng: A chia hết cho 4; A là số có bốn chữ số khác nhau thuộc tập hợp {2; 0; 1; 5}.

Câu 9. Viết số chính phương B biết rằng: B là số có bốn chữ số khác nhau thuộc tập hợp {0; 2; 3; 5}.

Câu 10. Trong một giải cờ vua, hai người bất kì đấu với nhau một ván. Sau mỗi ván: người thắng được 1 điểm, người thua được 0 điểm; nếu kết quả của ván đấu hòa thì mỗi người được 0,5 điểm. Sau khi giải kết thúc, tổng số điểm của tất cả các đấu thủ là 15. Hỏi có bao nhiêu đấu thủ tham gia giải đấu?

Câu 11. Cho hình thang ABCD có đáy lớn AB, đáy nhỏ CD, AB = 3CD. Gọi M là giao điểm của hai đường chéo AC và BD. Biết diện tích tam giác MCD bằng 5 cm^2. Tính diện tích của hình thang.

Câu 12. Cho tam giác ABC, hai đường phân giác trong của các góc B và C cắt nhau tại O. Biết $\widehat{BOC} = 100^o$. Tính góc A.

Câu 13. Cho tam giác cân ABC, $\widehat{BAC} = 120^o$, cạnh BC = 8 cm. Giả sử M là một điểm nằm trong đoạn BC. Kẻ MN vuông góc với AB và MK vuông góc với AC. Tính MN + MK.

Câu 14. Cho tam giác ABC. Gọi M là trung điểm BC, N là trung điểm AM. Đường thẳng BN cắt cạnh AC tại K. Biết AK = 3 cm. Tính độ dài của cạnh AC.

Câu 15. Giả sử H là một đa giác đều gồm 2015 đỉnh. Có bao nhiêu số tự nhiên n (n < 2015) sao cho tồn tại đa giác đều có n đỉnh và tất cả các đỉnh này đều là đỉnh của H.

Câu 16. *(Tự luận)*

Tìm nghiệm nguyên dương của phương trình $x^2 - y^2 + 4y = 2015$.

ĐỀ GỐC SỐ 04

NGUYỄN MINH HÀ
(Hà Nội)

Thời gian làm bài: 30 phút
Từ câu 1 đến câu 15 chỉ ghi đáp số
Câu 16 viết lời giải đầy đủ.

Các khẳng định sau đúng hay sai?

Câu 1. Nếu các điểm A, B, M cùng thuộc một đường thẳng và MA = MB thì M là trung điểm của AB.

Câu 2. Nếu AB // CD và AB = CD thì A, B, C, D là bốn đỉnh của một hình bình hành.

Câu 3. Điểm H là trực tâm của tam giác ABC khi và chỉ khi A là trực tâm của tam giác HBC.

Câu 4. Nếu E và F thuộc các cạnh AB, AC của tam giác ABC thì EF // BC khi và chỉ khi $\frac{AE}{AB} = \frac{EF}{BC}$.

Câu 5. Hai góc có cạnh tương ứng song song thì bằng nhau.

Câu 6. Hai góc có cạnh tương ứng vuông góc thì bằng nhau hoặc bù nhau.

Câu 7. $x = 1 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$.

Câu 8.

$$\frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1} = 0 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 2. \end{array}\right.$$

Câu 9. Diện tích hình tròn đường kính BC bằng tổng diện tích các hình tròn đường kính AB và AC khi và chỉ khi tam giác ABC vuông tại A.

Câu 10. Nếu h_a, h_b, h_c là độ dài ba đường cao hạ từ A, B, C của tam giác ABC và $3h_a = 4h_b = 5h_c = 1$ thì diện tích tam giác ABC bằng $\frac{1}{24}$.

Câu 11. Nếu các đường chéo của tứ giác ABCD cắt nhau tại O thì $\frac{S_{ABD}}{S_{CBD}} = \frac{AO}{CO}$.

Câu 12. Nếu hai đoạn thẳng AB và CD vuông góc với nhau thì $AC^2 - AD^2 = BC^2 - BD^2$.

Câu 13. Tam giác OAB đồng dạng với tam giác OA'B' khi và chỉ khi tam giác OAA' đồng dạng với tam giác OBB'.

Câu 14. Nếu AH là đường cao của tam giác ABC vuông tại A thì các tam giác ABC, HBA, HAC đồng dạng.

Câu 15. Nếu điểm M nằm trong tam giác ABC thì MA, MB, MC là độ dài ba cạnh của tam giác.

Câu 16. *(Tự luận)*
Cho tam giác ABC và điểm M nằm trong tam giác. Các đường thẳng AM, BM, CM theo thứ tự cắt BC, CA, AB tại X, Y, Z. Gọi M là trọng tâm của tam giác XYZ. Chứng minh rằng M là trọng tâm của tam giác ABC.

Ca dao... nhầm

Một bạn học sinh vì rất thích những câu ca dao có từ ***chiều chiều*** nên đã sưu tầm được một số câu dưới đây. Tuy nhiên, vì hấp tấp nên bạn ấy đã chép nhầm vài từ. Các bạn sửa giúp được chứ?

- *Chiều chiều ra đứng ngõ sau*
Nhìn về quê mẹ ruột đau chín chiều
- *Chiều chiều mang giỏ hái rau*
Hái rau không hái hái câu ân tình
- *Chiều chiều bẻ mướp nấu canh*
Bỏ tiêu cho ngọt bỏ hành cho thơm
- *Chiều chiều âu lại lo âu*
Kén ươm thành lụa, đá lâu thành vàng
- *Chiều chiều lại nhớ chiều chiều*
Tay xách cái rổ tay dìu con thơ

ĐẶNG THỊ HƯỜNG
(9B, THCS Yên Phong, Yên Phong, Bắc Ninh)

ĐẠI HỘI ĐẠI BIỂU HỘI TOÁN HỌC HÀ NỘI LẦN THỨ VI

Sáng 25.7.2015, tại Hội trường Sở Giáo dục và Đào tạo Hà Nội đã diễn ra đại hội đại biểu Hội Toán học Hà Nội lần thứ VI. Đến dự đại hội có GS. TS. Vũ Hoan, Chủ tịch Liên hiệp các Hội Khoa học và Kĩ thuật Hà Nội; NGND. GS. TSKH. Nguyễn Văn Mậu, Chủ tịch Hội Toán học Hà Nội nhiệm kì V; NGƯT. TS. Nguyễn Hữu Độ, Giám đốc Sở Giáo dục và Đào tạo Hà Nội, Phó Chủ tịch Hội; Ban Giám đốc Sở Giáo dục và Đào tạo Hà Nội cùng các thành viên của Hội.

PGS. TS. Nguyễn Minh Tuấn, Đại học Quốc gia Hà Nội, Phó Tổng thư kí Hội Toán học Hà Nội dẫn chương trình. ThS. Chử Xuân Dũng, Phó giám đốc Sở Giáo dục và Đào tạo Hà Nội đã đọc diễn văn khai mạc Đại hội. NGND. GS. TSKH. Nguyễn Văn Mậu, thay mặt Ban chấp hành Hội đã đọc báo cáo tổng kết nhiệm kì V và phương hướng nhiệm kì VI của Hội. PGS. TS. Bùi Quang Diệu, Phó chủ tịch kiêm Tổng thư kí Hội Toán học Hà Nội báo cáo kiểm điểm tình hình tài chính của Hội. Tiếp theo, Chủ tịch Hội Nguyễn Văn Mậu đã đọc báo cáo về sửa đổi điều lệ Hội. Sau đó, các đại biểu cùng thảo luận.

Đại hội cũng bầu ra Ban chấp hành Hội Toán học Hà Nội nhiệm kì VI (2015-2020) bao gồm 15 ủy viên: Nguyễn Văn Mậu, Nguyễn Hữu Độ, Chử Xuân Dũng, Trần Huy Hổ, Bùi Quang Diệu, Nguyễn Minh Tuấn, Kiều Hải, Lê Thị Thanh Hằng, Đàm Thu Hương, Huỳnh Kim Dược, Đỗ Ngọc Diệp, Vũ Kim Thủy, Thẩm Ngọc Khuê, Đinh Sỹ Đại, Hoàng Văn Phú.

PV.

Góc OLYMPIC

Kết quả Kì 8 (TTT2 số 146)

Bài 1. Tổng của ba số đó là 1518.3 = 4554.
Tổng của a và b là 4554 − 3456 = 1098.
Nếu a < 99 thì b > 1098 − 99 = 999: Vô lí.
Vậy a = 99, từ đó b = 1098 − 99 = 999.

Bài 2. Ta có

$$A^2 = \underbrace{9999999...99}_{2015\text{ chữ số }9}8^2 - 2^2 + 4$$

$$= (\underbrace{9999999...99}_{2015\text{ chữ số }9}8 - 2)(\underbrace{9999999...99}_{2015\text{ chữ số }9}8 + 2) + 4$$

$$= \underbrace{99999999...99}_{2015\text{ chữ số }9}6 \times 1\underbrace{0000000...00}_{2015\text{ chữ số }0} + 4$$

$$= \underbrace{99999999...99}_{2015\text{ chữ số }9}6\underbrace{00000000...00}_{2014\text{ chữ số }0}4.$$

Tổng các chữ số của A^2 là
9.2015 + 6 + 4 = 18145.

Bài 3. Gọi a, b, c là các chữ số của số cần tìm, sắp xếp từ nhỏ đến lớn. Theo đầu bài ta có

$$\frac{a}{1} = \frac{b}{2} = \frac{c}{3} = \frac{a+b+c}{1+2+3} = \frac{a+b+c}{6}.$$

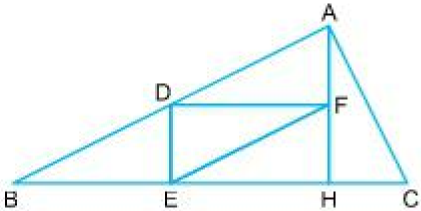
Do đó a + b + c là số chẵn. (1)
Vì số cần tìm là số chẵn chia hết cho 198 nên số cần tìm là số chẵn và chia hết cho 9.
Suy ra a + b + c ⋮ 9. (2)
Mà 1 ≤ a + b + c ≤ 27. (3)
Từ (1), (2) và (3) ta có a + b + c = 18.
Do đó a = 3, b = 6, c = 9.
Số cần tìm là số bé nhất có thể và chia hết cho 198 nên số đó là 396.

Bài 4. Đặt P(x) = ax(x − 1) + bx + c.
Cho x = 0, ta có P(0) = c = 20.
Cho x = 1, ta có P(1) = b + c = 11 nên b = −9.
Cho x = 2, ta có P(2) = 2a + 2b + c = 2015.

Do đó $a = \frac{2013}{2}$.

Vậy $P(x) = \frac{2013}{2}x^2 - \frac{2031}{2}x + 20$.

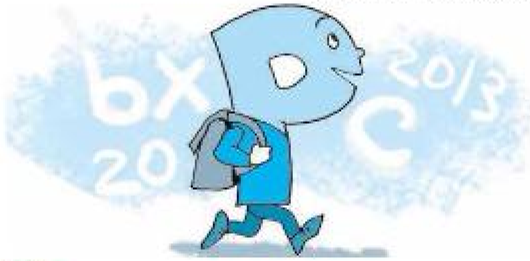
Bài 5.



Vẽ AH ⊥ BC tại H. Gọi D là trung điểm của AB. Vẽ DE ⊥ BC tại E, DF ⊥ AH tại F.
Ta có AD = BD = AC, DE // AH, DF // EH.
Do đó DE ⊥ DF.
Các tam giác vuông HAC, FDA và EBD bằng nhau.
Tam giác DFE bằng tam giác HEF. Suy ra DE = HF.
Do đó tam giác EBD bằng tam giác HEF.
Vậy tam giác ABC được chia thành năm tam giác vuông bằng nhau.

Nhận xét. Các bạn sau có lời giải tốt được thưởng kì này: *Huỳnh Nhật Quang*, 8/7, THCS Nguyễn Thị Minh Khai, Cam Phúc Bắc, Cam Ranh, **Khánh Hòa**; *Diêm Đăng Hoàng*, 7A1, THCS Chất lượng cao Mai Sơn, thị trấn Hát Lót, Mai Sơn, **Sơn La**; *Nguyễn Văn Thanh Sơn*, 7/1, THCS Nguyễn Khuyến, **Đà Nẵng**; *Mai Ánh Quỳnh*, 7A, THCS Chu Văn An, Nga Sơn, **Thanh Hóa**; *Nguyễn Minh Đức*, 7A1, THCS Nhân Chính, Thanh Xuân, **Hà Nội.**
Các bạn sau được khen kì này: *Tạ Lê Ngọc Sáng*, 8A, Trường THPT chuyên Hà Nội - Amsterdam; *Đinh Vũ Tùng Lâm*, 6A2, THCS Cầu Giấy, Cầu Giấy; *Phan An Khánh*, 7A2, THCS giảng Võ, Ba Đình, **Hà Nội**; *Tạ Kim Thanh Hiền*, 6A4, THCS Yên Lạc, Yên Lạc; *Lê Ngọc Hoa*, 7E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, *Lê Thu Trang*, 8D, THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Giang Linh*, 6A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Nguyễn Thu Lan*, 7C, THCS Nguyễn Cao, Quế Võ, **Bắc Ninh**; *Võ Thị Bảo Anh*, 7A1, THCS Nghi Hương, Cửa Lò, **Nghệ An.**

NGUYỄN NGỌC MINH



ĐẶNG TOÁN
(An Đồng, Đông Giang,
Đông Hưng, Thái Bình)

CHUYỆN NHÀ TRỜI ĐẤT

Truyện ngày xưa kể rằng
Nhà ông Trời bà Đất
Chỉ có bốn người con
Nắng, Mưa và Mây, Gió

Cô bé Mưa ngoan lắm
Lại có tính thương người,
Thấy ruộng vườn khô hạn
Là nước mắt tuôn rơi...

Anh Gió mạnh mẽ hơn
Chạy ào ào chẳng dứt
Thấy mọi người nóng bức
Anh quạt mát luôn tay.

Duyên dáng nhất chị Mây
Áo vàng bay tha thướt
Bác nông dân đang cuốc,
Chị đến xòe ô che.

Anh Nắng cũng rất chăm
Giúp mọi nhà phơi thóc
Làn da vàng như mật
Trông anh thật đáng yêu...

Trong vòng tay ấp iu
Của bố Trời mẹ Đất
Bốn anh em hòa thuận
Dệt mùa màng tốt tươi...

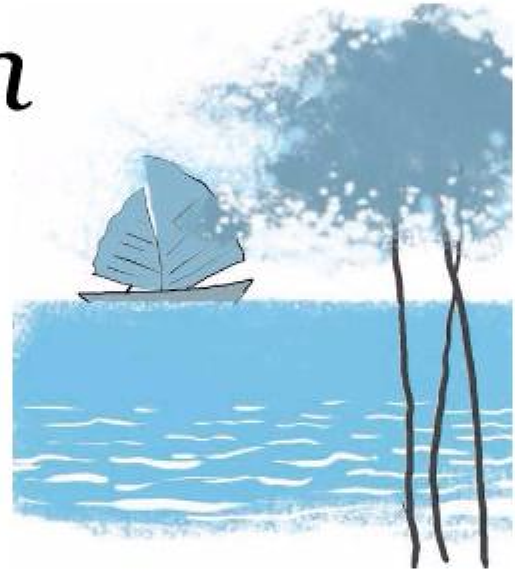
BÌNH NAM HÀ

Toán Tuổi thơ tuổi xanh

Mười lăm tuổi rồi đấy
Toán Tuổi thơ mình ơi
Sinh nhật này thật vui
Báo mình nhiều mục mới
Chỉ tám năm lại đây
Nào Toán học hội nhập
Rồi có Toán tiêu dùng
Thuật ngữ toán tiếng Anh
Toán quanh ta nữa chứ
Hào hứng Olympic
Góc mới đăng đề thi
Nhìn ra thế giới đi
Mở mang thêm tầm mắt
Vật lí rồi mục mới
Thành Khoa học thật hay
Bong bóng chìm mới gay
Rồng rắn lên mây... lạ!
Học Anh và học Toán
Không quên gốc tiếng mình
Từ Hán Việt hiểu nhanh
Biết nhiều từ toán mới
Thầy thi đề ôn tập
Thầy thi ra đề thi
Bạn gái chờ đề toán
Cuộc thi cho cánh mình
Những bạn yêu cái đẹp
Có Mĩ thuật tuổi thơ
Nhiều, nhiều điều mới nữa...
Mở từng trang ước mơ

4.6.2015

Biển



Mình đã bao lần ra biển mà hình như chưa hiểu về biển. Biển là người bạn giàu lòng nhân ái hay ích kỉ hẹp hòi? Biển phóng khoáng, cởi mở hay thu mình dè dặt?

Cứ thế mỗi lần ra biển mình lại muốn hiểu thêm về biển như chính hiểu thêm về mình.

Sóng cứ vỗ bờ làm dịu êm bờ cát.

Gió cứ thổi làm hàng phi lao rì rào.

Bình minh của biển có mặt trời tỏa nắng.

Đêm của biển có mặt trăng cài song.

Cứ thế mỗi lần ra biển mình lại muốn hiểu thêm về biển như chính hiểu thêm về mình.

Nhưng nếu bảo mình là biển thì sóng vỗ từ đâu, mặt trời tỏa nắng từ đâu...?

Từ đâu lòng nhân ái, bao dung nảy nở?

Từ đâu...?

Có lẽ vậy mà ngàn đời biển vẫn là điều bí ẩn với mọi người và mình.

Có lẽ vậy mà mình chỉ dám ví mình như biển mà không dám nhận mình là biển.

Từ đâu...?

NGUYỄN ĐỨC QUANG

Kết quả CUỘC SỐNG XANH (TTT2 số 144)

Thật là nơi yên tĩnh! Không ồn ào náo nhiệt như TP. Hồ Chí Minh nhưng thị trấn Măng Đen trải dài vẫn có những vẻ đẹp cuốn hút tầm mắt, sự thoải mái và riêng tư khó tả. Cách xa cao nguyên ngàn thông reo một nghìn hai trăm mét, nhà vẫn ở trong cây, cây trong rừng xanh thẳm. Người ở những nơi nào? Mà sao chả thấy vậy? Một biệt thự tĩnh lặng trong rừng thông ôn đới. Như một Đà Lạt thứ hai, ở nơi đây luôn có một cảm giác mát rượi suốt đêm ngày. Đúng là bõ công vượt đèo núi, Kon Rẫy, Kon Plong, ta đến Kon Tum phải biết Bờ Y và Măng Đen. Để tận hưởng những vẻ đẹp còn ẩn náu sau bức tranh, các bạn hãy cùng tới thăm thị trấn Măng Đen nhé!

ĐINH THỊ HUYỀN TRANG

(7A, THCS Nam Cao, Lý Nhân, Hà Nam)

Kì này Ai làm đúng?

Bạn hãy sắp xếp các từ dưới đây theo thứ tự sắp xếp trong từ điển! Nhìn qua tưởng dễ nên cũng dễ... nhầm lắm đấy nhé.

Crazy
Cooperation
Company
Cream
Chocolate
Chlorine
Credit
Cooper

MINH HÀ *(st)*

Kết quả IQ TRONG VƯỜN ANH (TTT2 số 146)

a) *Crab*: 3 từ kia đều chỉ những con vật thuộc lớp côn trùng, riêng *crab* (cua) là tên của một con vật thuộc lớp giáp xác.

b) *America*: 3 từ kia là tên nước, riêng *America* vừa là tên nước, vừa là tên châu lục.

c) *Buffalo*: 3 từ kia chỉ các con vật thuộc bộ ăn thịt, riêng *buffalo* (trâu) là tên một con thuộc bộ móng guốc (ăn cỏ).

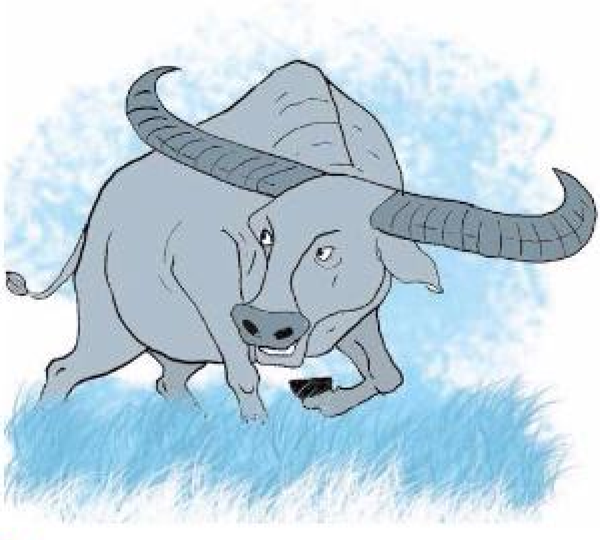
Ở nhóm b, nhiều bạn cũng chọn *America* nhưng với lí do khác (*America* giáp biển, 3 nước kia không giáp; *America* ở Tây bán cầu, 3 nước kia - Đông bán cầu; *America* không thuộc Lục địa Á - Âu, 3 nước kia đều thuộc lục địa này...)

Một số bạn lại chọn *Laos* (*Laos* giáp Việt Nam, 3 nước kia không giáp; *Laos* thuộc ASEAN, 3 nước kia không thuộc; *Laos* là từ 1 âm tiết, 3 từ kia đa âm tiết; *Laos* kết thúc bằng s, 3 từ kia kết thúc bằng a...)

Chủ Vườn rất vui khi thấy các bạn chịu khó suy nghĩ, tìm tòi như vậy. Hãy phát huy nhé!

Phần thưởng kì này được trao cho: *Trần Thảo Nguyên*, 6A, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Minh Trí*, 6A2, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Mai Ánh Quỳnh*, 7A, THCS Chu Văn An, Nga Sơn, **Thanh Hóa**; *Nguyễn Khánh Huyền*, 6C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An**; *Hồ Xuân Việt Anh*; *Vũ Đức Dũng*, 7A, THCS Hồ Xuân Hương, Quỳnh Lưu, **Nghệ An**.

Chủ Vườn



MỘT THOÁNG HOA KỲ

Con hôm qua đến hôm nay đi liền tù tì không nghỉ. Tính ra là phải một ngày rưỡi mới đến nơi, cả bay cả đi ô tô. Con bay 14 tiếng đến London, giờ địa phương là 6h sáng. Sau đấy con chờ transit ở đấy gần 5 tiếng đến gần 11h trưa thì bay tiếp sang Washington. Đến Washington là 2 rưỡi chiều giờ địa phương, tính ra là bay mất 8 tiếng rưỡi. Con làm thủ tục, chờ lấy hành lí xong là 3h45. Thủ tục con thấy họ làm nhanh gọn lắm, cũng như ở Sing thôi, chẳng khó khăn gì cả. Thỉnh thoảng họ gọi 1 người vào để kiểm tra ngẫu nhiên thôi, con không biết họ kiểm tra cái gì. Còn lại thì đa số đưa tờ khai rồi cứ thế đi ra, không phải qua máy soi gì cả. Sau đấy con đi bus trực tiếp từ sân bay về trung tâm thành phố Washington, rồi lên xe khách chuyến 5h đi New York, đến hơn 9h thì đến nơi. Xong con lại đi xe bus ra ngoại ô, thực ra là ở bên bang New Jesey chứ không phải New York, gần đến nơi thì xuống, anh bạn con lấy xe ra đón.

Phần trên thư này con viết từ lúc mới đến. Hôm nay con đi chơi New York cả ngày. Ở bên này cũng lạnh nhưng mà không lạnh như con tưởng, thường chỉ khoảng 6-8 độ, đêm có thể xuống 1-2 độ. Mai con về Washington xong thì là có nhiều thời gian nghỉ ngơi viết thư.

Hôm trước con mới kể cho ba mẹ con sang đến nơi thế nào ba mẹ nhỉ. Con bay liên tục và lại đi xe buýt từ Washington lên New York ngay nên là khá mệt. Thực ra là con thiếu ngủ chứ không hẳn là mệt. Con thường không ngủ được trên tàu xe. Máy bay nó cũng khá ổn nên con cũng không không ngủ được. Chặng đầu tiên từ Sing sang London là bay đêm mà con hầu như không chợp mắt được mấy. Đến chặng thứ hai bay ngày nhưng mà vì con buồn ngủ quá nên cũng chợp mắt được khoảng tiếng đồng hồ. Sang đến nơi thì con lăn ra ngủ ngay, nhưng mà cũng chỉ được vài tiếng là lại tỉnh, chắc là vì chưa quen thời gian.

Ngày chủ nhật con đi chơi New York cả ngày. Anh Kiên cho con ở nhờ chỉ lái xe đưa con ra bến tàu thôi, còn lại con tự đi. Con cũng tự tìm hiểu, hỏi mọi người và hỏi cả anh ý nữa, nên là biết hết những chỗ nào cần đi và đi như thế nào. Buổi sáng thì con đi xem tượng Nữ thần Tự do. Tượng đấy ở một cái hòn đảo nhỏ, phải đi tàu ra. Con bắt đầu đi từ khoảng 9 rưỡi, lúc đấy đã khá là đông rồi nên phải xếp hàng chờ lên tàu. Tàu nó chở ra đảo, con đi loanh quanh vài vòng xem cái tượng đấy, không được vào trong vì vé vào trong phát miễn phí đã hết ngay từ đầu buổi sáng. Sau đấy con lại lên tàu, nó chạy ra cái đảo Ellis ở gần đấy là cái chỗ ngày xưa hàng triệu người di cư từ châu Âu sang phải dừng lại ở đấy đăng kí trước khi đặt chân lên nước Mỹ. Trên đảo ấy bây giờ có một cái bảo tàng về lịch sử di dân từ các vùng trên thế giới đến Mỹ. Con tham quan ở đảo đấy xong, xếp hàng lên tàu về đất liền thì là hết buổi sáng rồi.

Buổi chiều con đi vào phố Wall xem, nói chung là chỉ đến cho biết chứ vì nó là chủ nhật, đóng cửa nên con không được vào trong. Con chỉ đứng ngoài chụp một cái ảnh. Phố Wall thực ra là một con phố rất nhỏ. Cái Trung tâm Giao dịch Chứng khoán New York bây giờ có cổng chính đặt ở một phố lớn vuông góc với nó. Hết khu phố Wall thì con ra chỗ cầu Brooklyn, một cây cầu treo nổi tiếng cũng ngang tầm với cầu Cổng Vàng, làm trước cầu Long Biên của mình khoảng 20-30 năm gì đấy. Con đi dạo từ đầu này cầu sang đầu kia cầu rồi quay lại, cũng khá mỏi chân. Sau đấy con ra chỗ trụ sở Liên hợp quốc, cũng chỉ đứng ở ngoài chụp một cái ảnh gọi là đã đến đấy, chứ cái chỗ đấy cũng chẳng có gì ngoài một cái tòa nhà. Rồi con đến cái công viên Trung tâm của thành phố New York, công viên này rất lớn. Đang mùa đông nên là cây toàn lá vàng với lá đỏ, có cây thì chẳng có lá. Nói chung cảnh cây lá vàng, lá đỏ là một cảnh khá lạ mắt. Đến cuối giờ chiều thì con quay trở lại khu trung tâm, lên tòa nhà Empire State là tòa nhà cao nhất New York. Tòa nhà nổi tiếng này được xây dựng xong năm 1931 thì phải, và nó giữ vị trí là tòa nhà cao nhất thế giới suốt mấy thập kỉ cho đến khoảng những năm 70. Gần đấy thì có tòa nhà Chrysler xây năm 1930 giữ danh hiệu tòa nhà cao nhất chưa đầy 1 năm thì bị cái kia chiếm mất. Sau năm 2001 hai tòa tháp Trung tâm Thương mại Thế giới bị sập thì hai tòa nhà này lại trở về vị trí cao thứ nhất và thứ nhì New York. Con mua vé lên tầng 86 của tòa nhà cao nhất và ngắm toàn cảnh New York. Lúc con lên là cuối buổi chiều nên là con xem được cả lúc trời sáng lẫn lúc thành phố đã lên đèn, khá là đẹp. Buổi tối thì con dạo chơi ở Đại lộ số 5 và quảng trường Thời Đại. Chỗ quảng trường Thời Đại buổi tối sáng trưng, biển quảng cáo kiểu màn hình khắp nơi, đúng là có một không hai. Thế là trong một ngày con đã đến được hầu hết những điểm chính của thành phố New York. Hôm sau thì con bắt xe khách từ New York về Washington. Buổi tối thì con chuẩn bị bài báo cáo rồi đi ngủ sớm. Hôm nay cả ngày con ở chỗ hội nghị. Mấy ngày tới thì tùy chương trình hội nghị thế nào. Không biết con có lúc nào đi tham quan Washington được không.

Cảm giác của con lúc mới đến nước Mỹ thì thấy lạ lắm. Cái lạ đầu tiên là cây cối, nó cứ toàn màu vàng vàng đỏ đỏ, khác hẳn với ở Sing cây xanh mướt. Cây nó không có tán lá rộng mà thân cứ thẳng và cao. Cái thứ hai là nhà cửa ở New York nó vừa to vừa cao, mà cứ san sát. Nhưng cái khác là kiến trúc nó phong phú, nhiều nhà mang dáng vẻ cổ kính, có chạm trổ kiểu kiến trúc châu Âu cổ. Ở Sing thì toàn nhà kính với thép, cái nào cũng bóng lộn. Mỹ cũng rất giống Việt Nam ở cái điểm là đường phố rất đông vui nhộn nhịp. Các cửa hàng và các hoạt động diễn ra hai bên phố, trên vỉa hè. Cái này khác hẳn với ở Sing vì ở Sing thì đường chỉ có chức năng duy nhất là cho xe chạy, lề đường đi bộ nó cũng làm cách đường ô tô bằng một dải cỏ, còn các cửa hàng thì trốn hết ở trong các trung tâm thương mại. Ở Mỹ cũng có rất nhiều thứ cũ kĩ, trông lộn xộn. Như cái hệ thống tàu điện ngầm của New York thì buồn cười lắm. Tuy nó rất phát triển, hệ thống chằng chịt, nhiều ga, nhưng mà trông thì xấu, cứ đen đen, đối lập hẳn với hệ thống cực kì hiện đại và sạch sẽ ở Sing. Cũng tại nó xây từ hồi đầu thế kỉ rồi, mà bây giờ sửa cũng khó. Tàu điện ngầm chạy 24/24h, mỗi ngày chuyên chở mấy triệu lượt khách. Thành phố New York thì đường thẳng tắp như vẽ trên giấy, chính xác là ô bàn cờ. Mấy cái đường theo hướng nằm ngang nó đặt tên theo số luôn, lên đến khoảng hơn 200 gì đấy. Cứ mỗi ô vuông giữa các đường là một tòa nhà to đùng mọc lên. Mỹ đúng là đất nước của ô tô; trên đường con đi từ Washington đến New York và ngược lại, một lần đi buổi tối vào kì nghỉ, một lần ban ngày giữa buổi trưa, thế mà ô tô nườm nượp như trong thành phố. Chỗ con ở nhờ nhà anh Kiên có một cậu nữa, cả hai đều là sinh viên mà mỗi người có một cái ô tô. Thành phố New York thì phát triển nhưng mà Washington thì chắc là không so được với Singapore.

Sau kì đi dự hội thảo ở Mỹ thì thực ra kinh nghiệm báo cáo của con cũng không phải là tăng lên nhiều, vì con cũng chỉ báo cáo cho mấy chục người nghe. Cái quan trọng con có được là sự tự tin, vì mình biết hội thảo khoa học hàng đầu nó thế nào, giờ phải nói chuyện với ai hay phải đi dự hội thảo nữa thì con sẽ chủ động hơn. Và con cũng hình dung được rõ hơn về công việc nghiên cứu. Nó là những cái mới nhưng rất cụ thể, chính vì nó cụ thể nên mới chưa có ai làm. Tất nhiên mức độ ảnh hưởng của hầu hết các công trình là không cao. Làm ra những công trình mang tính cách mạng, có tầm ảnh hưởng thì mới khó thôi. Sự hiểu biết của con về nước Mỹ cũng giúp con tự tin phần nào, vì dù sao nước Mỹ cũng là trung tâm của khoa học và công nghệ. Trước đây con nghe nói rất nhiều về nước Mỹ, nhưng phải sang đến nơi, chứng kiến tận mắt mới thấy được những cái hay và thấy cả những cái họ rất bình thường. Con thấy đúng là đi một ngày đàng học một sàng khôn thật.

(Trích thư của Bain gửi ba mẹ)

BAIN

INTERNATIONAL MATHEMATICS

TOURNAMENT OF THE TOWNS

TRỊNH HOÀI DƯƠNG *Sưu tầm và giới thiệu*
(GV. THCS Giảng Võ, Ba Đình, Hà Nội)

Junior A - Level Paper Fall 2014

1. Half of all entries in a square table are plus signs, and the remaining half are minus signs. Prove that either two rows or two columns contain the same number of plus signs.

2. Prove that any polygon with an incircle has three sides that can form a triangle.

3. Is it possible to divide all positive divisors of 100!, including 1 and 100!, into two groups of equal size such that the product of the numbers in each group is the same?

4. On a circular road there are 25 equally spaced booths, each with a patrolman numbered from 1 to 25 in some order. The patrolmen switch booths by moving along the road, so that their numbers are from 1 to 25 in clockwise order. If the total distance travelled by the patrolmen is as low as possible, prove that one of them remains in the same booth.

5. In triangle ABC, $\angle A = 90^o$. Two equal circles tangent to each other are such that one is tangent to BC at M and to AB, and the other is tangent to BC at N and to CA. Prove that the midpoint of MN lies on the bisector of $\angle A$.

6. A uniform number is a positive integer in which all digits are the same. Prove that any n-digit positive integer can be expressed as the sum of at most n + 1 uniform numbers.

Example: The numbers 4, 111 and 999999 are uniform.

7. A spiderweb is a square grid with 100 × 100 nodes, at 100 of which flies are stuck. Starting from a corner node of the web, a spider crawls from a node to an adjacent node in each move. A fly stuck at the node where the spider is wi ll be eaten. Can the spider always eat all the flies in no more than

(a) 2100 moves; (b) 2000 moves?

Note: The problems are worth 4, 5, 6, 7, 8, 8 and 5 + 5 points respectively.

Junior O - Level Paper Fall 2014

1. There are 99 sticks of lengths 1, 2, 3,... , 99. Is it possible to use all of them to form the perimeter of a rectangle?

2. Do there exist ten pairwise distinct positive integers such that their average divided by their greatest common divisor is equal to

(a) 6; (b) 5?

3. K and L are points on the sides AB and BC of a square ABCD respectively, such that KB = LC. P be the point of intersection of AL and CK. Prove that DP and KL are perpendicular.

4. In the 40 tests Andrew had taken, he got 10 As, 10 Bs, 10 Cs and 10 Ds. A score is said to be unexpected if this particular score has appeared up to now fewer times than any of the other three scores. Without knowing the order of these 40 scores, is it possible to determine the number of unexpected ones?

5. There are n > 1 right triangles. In each triangle, Adam chooses a leg and calculates the sum of their lengths. Then he calculates the sum of the lengths of the remaining legs. Finally, he calculates the sum of the lengths of the hypotenuses. If these three numbers are the side lengths of a right triangle, prove that the n triangles are similar to one another for

(a) n = 2; (b) an arbitrary positive integer n.

Note: The problems are worth 3, 2 + 2, 5, 5 and 2 + 3 points respectively.

Hỏi: Anh Phó ơi! Nếu bài của em tẩy xóa nhiều nhưng vẫn đúng thì có được đăng tên không ạ?

NGUYỄN THỊ HUYỀN

(6A4, THCS Yên Phong, Yên Phong, Bắc Ninh)

Đáp:

Nếu trăm bài giải đúng
Em sẽ chọn bài nào
Bài viết trình bày đẹp
Hay tẩy xóa để trao
Hãy luôn luôn cẩn thận
Trình bày sạch đẹp vào.

Hỏi: Anh Phó ơi! Nếu trong cùng một phong bì em gửi cả bài tham dự Giải toán qua thư và một số mục khác thì ngoài phong bì có được dán Phiếu tham dự GTQT không ạ?

MẪN THỊ TRÀ MY

(6A2, THCS Yên Phong, Yên Phong, Bắc Ninh)

Đáp:

Làm thế đúng còn gì
Vì bên trong phong bì
Có bài cần dự thi
Còn các bài còn lại
Gửi chung đâu hề gì.

Hỏi: Anh Phó ơi! Nếu được đăng tên trong mục IQ - Đo trí thông minh ở TTT2 thì có được nhận phần thưởng không ạ? Cách thức để được nhận phần thưởng là như thế nào và thời gian là bao lâu ạ?

HUỲNH TẤN HÒA

(8/4, THCS Nguyễn Bỉnh Khiêm, Biên Hòa, Đồng Nai)

Đáp:

Phần thưởng là quyển sách
Bên cạnh tên được nêu
Cùng niềm vui yêu thích
Nuôi ta lớn lên nhiều
Khi học được bao điều
Mỗi ngày đều có ích.

ANH PHÓ

CÁC LỚP 6 & 7

Bài 1(149+150). Tìm các số tự nhiên có 5 chữ số sao cho số đó bằng lập phương của tổng các chữ số của nó.

LẠI QUANG THỌ
(Phòng Giáo dục & Đào tạo huyện Tam Dương, Vĩnh Phúc)

Bài 2(149+150). Cho tam giác ABC vuông tại A có AB < AC. Vẽ các đường phân giác BD, CE. Chứng minh rằng BE < ED < DC.

NGUYỄN KHÁNH NGUYÊN
(3/29E Đà Nẵng, Hải Phòng)

CÁC LỚP THCS

Bài 3(149+150). Giả sử K là tích của tám số tự nhiên liên tiếp, còn Q là bình phương đúng nhỏ nhất thỏa mãn Q > K. Chứng minh rằng Q – K là một bình phương đúng.

NGUYỄN ĐỄ *(Hải Phòng)*

Bài 4(149+150). Cho a, b và c là các số thực dương thỏa mãn $a + b + c = 3$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = \sqrt{\frac{a^2}{a^2+b+c^2}} + \sqrt{\frac{b^2}{b^2+c+a^2}} + \sqrt{\frac{c^2}{c^2+a+b^2}}.$$

LÝ XUÂN DƯƠNG
(GV. THCS Lý Thường Kiệt, Yên Mỹ, Hưng Yên)

Bài 5(149+150). Cho tam giác ABC nhọn, đường cao AH, I là giao điểm của ba đường phân giác. Gọi E, F tương ứng là hình chiếu của I lên AC, AB; K, L tương ứng là hình chiếu của E, F lên BC. IA cắt EF tại J. Chứng minh rằng nếu $AH^2 = 2EK.FL$ thì ABC là tam giác vuông.

TRẦN QUANG HÙNG
(GV. trường THPT chuyên Đại học Khoa học Tự nhiên Hà Nội)

Bài 6(149+150). Cho tam giác ABC đều. Các điểm D, E, I lần lượt nằm trên các cạnh BC, CA, AB thỏa mãn $\angle BAD + \angle CBE + \angle ACI = 120^o$. Chứng minh rằng các tam giác BAD, CBE, ACI phủ kín tam giác ABC.

NGUYỄN BÁ ĐANG *(Hà Nội)*

SOLVE VIA MAIL COMPETITION QUESTIONS

Translated by Nam Vũ Thành

1(149+150). Find all 5-digit natural numbers that are equal to the cube of the sum of their own digits.

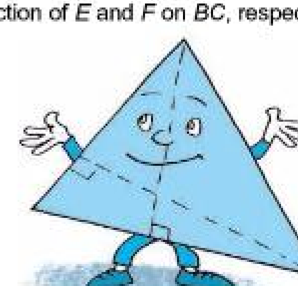
2(149+150). Let ABC be a right-angle triangle with the right angle at A and $AB < AC$. Let BD and CE be its angle bisectors. Prove that $BE < ED < DC$.

3(149+150). Let K be the product of eight consecutive positive integers, and Q be the smallest perfect square such that $Q > K$. Prove that $Q - K$ is a perfect square.

4(149+150). Let a, b, and c be positive real numbers such that $a + b + c = 3$. Find the maximum value of the expression $P = \sqrt{\frac{a^2}{a^2+b+c^2}} + \sqrt{\frac{b^2}{b^2+c+a^2}} + \sqrt{\frac{c^2}{c^2+a+b^2}}$.

5(149+150). Given an acute triangle ABC, its height AH, and I being the intersection of its angle bisectors. Let E and F be the projection of I on AC and AB, respectively, K and L be the projection of E and F on BC, respectively, and J be the intersection of IA and EF. Prove that if $AH^2 = 2EK.FL$ then the triangle ABC is a right-angle triangle.

6(149+150). Let ABC be an equilateral triangle. Given the points D, E, and I on BC, CA, and AB, respectively, such that $\angle BAD + \angle CBE + \angle ACI = 120^o$. Prove that the triangles BAD, CBE and ACI completely cover the triangle ABC.



PHIẾU ĐĂNG KÍ THAM DỰ CUỘC THI GTQT NĂM HỌC 2015-2016