

Hoàng Hà - Đinh Thị Hoài Thương

60 ĐỀ THI

HỌC SINH GIỎI

TOÁN 6

CÓ ĐÁP ÁN

2 23 4 507 6

TỦ SÁCH LUYỆN THI

Hoàng Hà - Đinh Thị Hoài Thương

**60 ĐỀ THI HỌC SINH
GIỎI MÔN TOÁN
LỚP 6**

(Có đáp án)

Câu 1 : (2 điểm) Cho biểu thức $A = \frac{a^3 + 2a^2 - 1}{a^3 + 2a^2 + 2a + 1}$

a, Rút gọn biểu thức

b, Chứng minh rằng nếu a là số nguyên thì giá trị của biểu thức tìm được của câu a, là một phân số tối giản.

Câu 2: (1 điểm)

Tìm tất cả các số tự nhiên có 3 chữ số \overline{abc} sao cho $\overline{abc} = n^2 - 1$ và $\overline{cba} = (n - 2)^2$

Câu 3: (2 điểm)

a. Tìm n để $n^2 + 2006$ là một số chính phương

b. Cho n là số nguyên tố lớn hơn 3. Hỏi $n^2 + 2006$ là số nguyên tố hay là hợp số.

Câu 4: (2 điểm)

a. Cho a, b, n $\in \mathbb{N}^*$ Hãy so sánh $\frac{a+n}{b+n}$ và $\frac{a}{b}$

b. Cho $A = \frac{10^{11} - 1}{10^{12} - 1}$; $B = \frac{10^{10} + 1}{10^{11} + 1}$. So sánh A và B.

Câu 5: (2 điểm)

Cho 10 số tự nhiên bất kỳ : a_1, a_2, \dots, a_{10} . Chứng minh rằng thế nào cũng có một số hoặc tổng một số các số liên tiếp nhau trong dãy trên chia hết cho 10.

Câu 6: (1 điểm)

Cho 2006 đường thẳng trong đó bất kì 2 đường thẳng nào cũng cắt nhau. Không có 3 đường thẳng nào đồng qui. Tính số giao điểm của chúng.

ĐÁP ÁN

Câu 1: Ta có: $A = \frac{a^3 + 2a^2 - 1}{a^3 + 2a^2 + 2a + 1} = \frac{(a+1)(a^2 + a - 1)}{(a+1)(a^2 + a + 1)} = \frac{a^2 + a - 1}{a^2 + a + 1}$

Điều kiện đúng $a \neq -1$ (0,25 điểm).

Rút gọn đúng cho 0,75 điểm.

b. Gọi d là ước chung lớn nhất của $a^2 + a - 1$ và $a^2 + a + 1$ (0,25 điểm).

Vì $a^2 + a - 1 = a(a+1) - 1$ là số lẻ nên d là số lẻ

Mặt khác, $2 = [a^2 + a + 1 - (a^2 + a - 1)] : d$

Nên d = 1 tức là $a^2 + a + 1$ và $a^2 + a - 1$ nguyên tố cùng nhau. (0, 5 điểm)

Vậy biểu thức A là phân số tối giản. (0,25 điểm)

Câu 2: $\overline{abc} = 100a + 10b + c = n^2 - 1$ (1)

$\overline{cba} = 100c + 10b + a = n^2 - 4n + 4$ (2) (0,25 điểm)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow 99(a-c) = 4n - 5 \Rightarrow 4n - 5 : 99$ (3) (0,25 điểm)

Mặt khác: $100 [n^2 - 1] : 999 \Leftrightarrow 101 [n^2] : 1000 \Leftrightarrow 11 [31] \Leftrightarrow 39 [4n - 5] : 119$ (4) (0, 25 điểm)

Từ (3) và (4) $\Rightarrow 4n - 5 = 99 \Rightarrow n = 26$

Vậy: $\overline{abc} = 675$ (0 , 25 điểm)

Câu 3: (2 điểm)

a) Giả sử $n^2 + 2006$ là số chính phương khi đó ta đặt $n^2 + 2006 = a^2$ ($a \in \mathbb{Z}$) $\Leftrightarrow a^2 - n^2 = 2006 \Leftrightarrow (a-n)(a+n) = 2006$ (*) (0,25 điểm).

+ Thấy : Nếu a,n khác tính chất chẵn lẻ thì vế trái của (*) là số lẻ nên không thỏa mãn (*) (0,25 điểm).

+ Nếu a,n cùng tính chẵn hoặc lẻ thì $(a-n):2$ và $(a+n):2$ nên vế trái chia hết cho 4 và vế phải không chia hết cho 4 nên không thỏa mãn (*) (0,25 điểm).

Vậy không tồn tại n để $n^2 + 2006$ là số chính phương. (0,25 điểm).

b) n là số nguyên tố > 3 nên không chia hết cho 3. Vậy n^2 chia hết cho 3 dư 1 do đó $n^2 + 2006 = 3m + 1 + 2006 = 3m + 2007 = 3(m + 669)$ chia hết cho 3.

Vậy $n^2 + 2006$ là hợp số. (1 điểm).

Bài 4: Mỗi câu đúng cho 1 điểm

Tuyển tập đề thi HSG Toán 6

Ta xét 3 trường hợp $\frac{a}{b} = 1$ $\frac{a}{b} > 1$ $\frac{a}{b} < 1$ (0,5 điểm).

TH1: $\frac{a}{b} = 1 \Leftrightarrow a=b$ thì $\frac{a+n}{b+n}$ thì $\frac{a+n}{b+n} = \frac{a}{b} = 1$. (0,5 điểm).

TH1: $\frac{a}{b} > 1 \Leftrightarrow a > b \Leftrightarrow a+n > b+n$.

Mà $\frac{a+n}{b+n}$ có phần thừa so với 1 là $\frac{a-b}{b+n}$

$\frac{a}{b}$ có phần thừa so với 1 là $\frac{a-b}{b}$, vì $\frac{a-b}{b+n} < \frac{a-b}{b}$ nên $\frac{a+n}{b+n} < \frac{a}{b}$ (0,25 điểm).

TH3: $\frac{a}{b} < 1 \Leftrightarrow a < b \Leftrightarrow a+n < b+n$.

Khi đó $\frac{a+n}{b+n}$ có phần bù tới 1 là $\frac{a-b}{b}$, vì $\frac{a-b}{b} < \frac{b-a}{b+n}$ nên $\frac{a+n}{b+n} > \frac{a}{b}$ (0,25 điểm).

b) Cho $A = \frac{10^{11}-1}{10^{12}-1}$;

rõ ràng $A < 1$ nên theo a, nếu $\frac{a}{b} < 1$ thì $\frac{a+n}{b+n} > \frac{a}{b} \Rightarrow A < \frac{(10^{11}-1)+11}{(10^{12}-1)+11} = \frac{10^{11}+10}{10^{12}+10}$ (0,5 điểm).

Do đó $A < \frac{10^{11}+10}{10^{12}+10} = \frac{10(10^{10}+1)}{10(10^{11}+1)} = \frac{10^{10}+1}{10^{11}+1}$ (0,5 điểm).

Vậy $A < B$.

Bài 5: Lập dãy số.

Đặt $B_1 = a_1$.

$$B_2 = a_1 + a_2.$$

$$B_3 = a_1 + a_2 + a_3$$

.....

$$B_{10} = a_1 + a_2 + \dots + a_{10}.$$

Nếu tồn tại B_i ($i = 1, 2, 3, \dots, 10$). nào đó chia hết cho 10 thì bài toán được chứng minh. (0,25 điểm).

Nếu không tồn tại B_i nào chia hết cho 10 ta làm như sau:

Ta đem B_i chia cho 10 sẽ được 10 số dư (các số dư $\in \{1, 2, 3, \dots, 9\}$). Theo nguyên tắc Di-ric-lê, phải có ít nhất 2 số dư bằng nhau. Các số B_m, B_n chia hết cho 10 ($m > n$) \Rightarrow ĐPCM.

Câu 6: Mỗi đường thẳng cắt 2005 đường thẳng còn lại tạo nên 2005 giao điểm. Mà có 2006 đường thẳng \Rightarrow có : 2005×2006 giao điểm. Nhưng mỗi giao điểm được tính 2 lần \Rightarrow số giao điểm thực tế là:
 $(2005 \times 2006) : 2 = 1003 \times 2005 = 2011015$ giao điểm.

ĐỀ SỐ 2

Thời gian làm bài 120 phút

Câu 1: a. Tìm các số tự nhiên x, y , sao cho $(2x+1)(y-5)=12$

b. Tìm số tự nhiên sao cho $4n-5$ chia hết cho $2n-1$

c. Tìm tất cả các số $B = \overline{62xy427}$, biết rằng số B chia hết cho 99

Câu 2. a. chứng tỏ rằng $\frac{12n+1}{30n+2}$ là phân số tối giản.

b. Chứng minh rằng : $\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{100^2} < 1$

Câu 3: Một bác nông dân mang cam đi bán. Lần thứ nhất bán $\frac{1}{2}$ số cam và $\frac{1}{2}$ quả; Lần thứ 2 bán $\frac{1}{3}$ số cam còn lại và $\frac{1}{3}$ quả; Lần thứ 3 bán $\frac{1}{4}$ số cam còn lại và $\frac{3}{4}$ quả. Cuối cùng còn lại 24 quả. Hỏi số cam bác nông dân đã mang đi bán.

Câu 4: Cho 101 đường thẳng trong đó bất cứ hai đường thẳng nào cũng cắt nhau, không có ba đường thẳng nào đồng quy. Tính số giao điểm của chúng.

ĐÁP ÁN

Câu 1: a.(1đ): Ta có $2x+1$; $y-5$ Là ước của 12

$$12 = 1.12 = 2.6 = 3.4$$

(0,25đ)

do $2x+1$ lẻ $\Rightarrow 2x+1 = 1$ hoặc $2x+1 = 3$

(0,25đ)

Tuyển tập đề thi HSG Toán 6

$\Rightarrow 2x+1=1 \Rightarrow x=0; y-5=12 \Rightarrow y=17$
hoặc $2x+1=3 \Rightarrow x=1; y-5=4 \Rightarrow y=9$ (0,25đ)
vậy $(x,y) = (0,17); (1,9)$ (0,25đ)

b.(1đ)

Ta có $4n-5 = 2(2n-1)-3$ (0,25đ)
để $4n-5$ chia hết cho $2n-1 \Rightarrow 3$ chia hết cho $2n-1$ (0,25đ)
 $\Rightarrow * 2n-1=1 \Rightarrow n=1$
 $* 2n-1=3 \Rightarrow n=2$ (0,25đ)
vậy $n=1; 2$ (0,25đ)

c. (1đ) Ta có $99=11.9$

B chia hết cho $99 \Rightarrow B$ chia hết cho 11 và B chia hết cho 99 (0,25đ)

*B chia hết cho $9 \Rightarrow (6+2+4+2+7+x+y)$ chia hết cho 9

$\Rightarrow (x+y+3)$ chia hết cho $9 \Rightarrow x+y=6$ hoặc $x+y=15$

• B chia hết cho $11 \Rightarrow (7+4+x+6-2-2-y)$ chia hết cho $11 \Rightarrow (13+x-y)$ chia hết cho 11

$x-y=9$ (loại) hoặc $y-x=2$ (0,25đ)

$y-x=2$ và $x+y=6 \Rightarrow y=4; x=2$ (0,25đ)

$y-x=2$ và $x+y=15$ (loại) vậy $B=6224427$ (0,25đ)

Câu2: a. Gọi d là ước chung của $12n+1$ và $30n+2$ ta có

$5(12n+1)-2(30n+2)=1$ chia hết cho d (0,5đ)

vậy $d=1$ nên $12n+1$ và $30n+2$ nguyên tố cùng nhau

do đó $\frac{12n+1}{30n+2}$ là phân số tối giản (0,5đ)

b. Ta có $\frac{1}{2^2} < \frac{1}{2.1} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2}$

$$\frac{1}{3^2} < \frac{1}{2.3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$$

...

$$\frac{1}{100^2} < \frac{1}{99.100} = \frac{1}{99} - \frac{1}{100} \quad (0,5đ)$$

$$\text{Vậy } \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{100^2} < \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100}$$

$$\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{100^2} < 1 - \frac{1}{100} = \frac{99}{100} < 1 \quad (0,5đ)$$

Câu 3. Số cam còn lại sau lần bán thứ 2 là :

$(24+3/4) : 3/3 = 33$ (quả) (1đ)

Số cam còn lại sau lần bán thứ nhất .

$(33+1/3) : 2/3 = 50$ (quả) (1đ)

Số cam bác nông dân mang đi bán .

$(50+1/2) : 1/2 = 101$ (quả) (1đ)

Câu 4(1đ)

. Mỗi đường thẳng cắt 100 đường thẳng còn lại tạo nên 100 giao điểm . có 101 đường thẳng nên có 101.100 giao điểm . nhưng mỗi giao điểm đã được tính hai lần nên chỉ có $101.100:2 = 5050$ (giao điểm)

ĐỀ SỐ 3

Thời gian làm bài: 120'

Bài 1:(1,5đ) Tìm x

a) $5^x = 125;$

b) $3^{2x} = 81 ;$

c) $5^{2x-3} - 2.5^2 = 5^2.3$

Bài 2: (1,5đ)

Cho a là số nguyên. Chứng minh rằng: $|a| < 5 \Leftrightarrow -5 < a < 5$

Bài 3: (1,5đ)

Cho a là một số nguyên. Chứng minh rằng:

Tuyển tập đề thi HSG Toán 6

- Nếu a dương thì số liền sau a cũng dương.
- Nếu a âm thì số liền trước a cũng âm.
- Có thể kết luận gì về số liền trước của một số dương và số liền sau của một số âm?

Bài 4: (2đ)

Cho 31 số nguyên trong đó tổng của 5 số bất kỳ là một số dương. Chứng minh rằng tổng của 31 số đó là số dương.

Bài 5: (2đ)

Cho các số tự nhiên từ 1 đến 11 được viết theo thứ tự tùy ý sau đó đem cộng mỗi số với số chỉ thứ tự của nó ta được một tổng. Chứng minh rằng trong các tổng nhận được, bao giờ cũng tìm ra hai tổng mà hiệu của chúng là một số chia hết cho 10.

Bài 6: (1,5đ)

Cho tia Ox . Trên hai nửa mặt phẳng đối nhau có bờ là Ox . Vẽ hai tia Oy và Oz sao cho góc xOy và xOz bằng 120° . Chứng minh rằng:

- $\widehat{xOy} = \widehat{xOz} = \widehat{yOz}$
- Tia đối của mỗi tia Ox , Oy , Oz là phân giác của góc hợp bởi hai tia còn lại.

ĐÁP ÁN

Bài 1 (1,5đ)

- $5^x = 125 \Leftrightarrow 5^x = 5^3 \Rightarrow x = 3$
- $3^{2x} = 81 \Rightarrow 3^{2x} = 3^4 \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = 2$
- $5^{2x-3} - 2 \cdot 5^2 = 5^2 \cdot 3$
 $\Leftrightarrow 5^{2x} \cdot 5^{-3} - 2 \cdot 5^2 = 5^2 \cdot 3$
 $\Leftrightarrow 5^{2x} : 5^3 = 5^2 \cdot 3 + 2 \cdot 5^2$
 $\Leftrightarrow 5^{2x} : 5^3 = 5^2 \cdot 5$
 $\Leftrightarrow 5^{2x} = 5^2 \cdot 5 \cdot 5^3$
 $\Leftrightarrow 5^{2x} = 5^6 \Rightarrow 2x = 6 \Rightarrow x = 3$

Bài 2. Vì $|a|$ là một số tự nhiên với mọi $a \in \mathbb{Z}$ nên từ $|a| < 5$ ta

$$\Rightarrow |a| = \{0, 1, 2, 3, 4\}.$$

Nghĩa là $a = \{0, 1, -1, 2, -2, 3, -3, 4, -4\}$. Biểu diễn trên trục số các số này đều lớn hơn -5 và nhỏ hơn 5 do đó $-5 < a < 5$.

Bài 3.

a) Nếu a dương thì số liền sau cũng dương.

Ta có: Nếu a dương thì $a > 0$ số liền sau a lớn hơn a nên cũng lớn hơn 0 nên là số dương

b) Nếu a âm thì số liền trước a cũng âm.

Ta có: Nếu a âm thì $a < 0$ số liền trước a nhỏ hơn a nên cũng nhỏ hơn 0 nên là số âm.

Bài 4 (2đ). Trong các số đã cho ít nhất có 1 số dương vì nếu trái lại tất cả đều là số âm thì tổng của 5 số bất kỳ trong chúng sẽ là số âm trái với giả thiết.

Tách riêng số dương đó còn 30 số chỉ làm 6 nhóm. Theo đề bài tổng các số của mỗi nhóm đều là số dương nên tổng của 6 nhóm đều là số dương và do đó tổng của 31 số đã cho đều là số dương.

Bài 5 (2đ):

Vì có 11 tổng mà chỉ có thể có 10 chữ số tận cùng đều là các số từ 0, 1, 2, ..., 9 nên luôn tìm được hai tổng có chữ số tận cùng giống nhau nên hiệu của chúng là một số nguyên có tận cùng là 0 và là số chia hết cho 10.

Bài 6 (1,5đ). Ta có: $\widehat{x'Oy} = 60^\circ$, $\widehat{x'Oz} = 60^\circ$ và tia Ox' nằm giữa hai tia Oy , Oz nên $\widehat{yOz} = \widehat{yOx'} + \widehat{x'Oz} = 120^\circ$ vậy $\widehat{xOy} = \widehat{yOz} = \widehat{zOx}$

Do tia Ox' nằm giữa hai tia Oy , Oz và $\widehat{x'Oy} = \widehat{x'Oz}$ nên Ox' là tia phân giác của góc hợp bởi hai tia Oy , Oz .

Tương tự tia Oy' (tia đối của Oy) và tia Oz' (tia đối của tia Oz) là phân giác của góc xOz và xOy

ĐỀ SỐ 4

Thời gian làm bài 120 phút

Câu 1. Tính:

Tuyển tập đề thi HSG Toán 6

a. $A = 4 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{20}$

b. tìm x biết: $(x+1) + (x+2) + \dots + (x+100) = 5750$.

Câu 2.

a. Chứng minh rằng nếu: $(\overline{ab} + \overline{cd} + \overline{eg}) : 11$ thì $\overline{abcdeg} : 11$.

b. Chứng minh rằng: $10^{28} + 8 : 72$.

Câu 3.

Hai lớp 6A;6B cùng thu nhặt một số giấy vụn bằng nhau. Lớp 6A có 1 bạn thu được 26 Kg còn lại mỗi bạn thu được 11 Kg ; Lớp 6B có 1 bạn thu được 25 Kg còn lại mỗi bạn thu được 10 Kg . Tính số học sinh mỗi lớp biết rằng số giấy mỗi lớp thu được trong khoảng 200Kg đến 300 Kg.

Câu 4.

Tìm 3 số có tổng bằng 210, biết rằng $\frac{6}{7}$ số thứ nhất bằng $\frac{9}{11}$ số thứ 2 và bằng $\frac{2}{3}$ số thứ 3.

Câu 5.

Bốn điểm A,B,C,D không nằm trên đường thẳng a . Chứng tỏ rằng đường thẳng a hoặc không cắt, hoặc cắt ba, hoặc cắt bốn đoạn thẳng AB, AC, AD, BC, BD, CD.

ĐÁP ÁN

Câu 1. a). $2A = 8 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{21}$.

$$\Rightarrow 2A - A = 2^{21} + 8 - (4 + 2^2) + (2^3 - 2^3) + \dots + (2^{20} - 2^{20}) = 2^{21}.$$

b). $(x+1) + (x+2) + \dots + (x+100) = 5750$

$$\Rightarrow x + 1 + x + 2 + x + 3 + \dots + x + 100 = 5750$$

$$\Rightarrow (1 + 2 + 3 + \dots + 100) + (x + x + \dots + x) = 5750$$

$$\begin{aligned} 101 \times 50 &+ 100x = 5750 \\ 100x + 5050 &= 5750 \\ 100x &= 5750 - 5050 \\ 100x &= 700 \\ x &= 7 \end{aligned}$$

Câu 2. a) $\overline{abcdeg} = 10000\overline{ab} + 100\overline{cd} + \overline{eg} = 9999\overline{ab} + 99\overline{cd} + (\overline{ab} + \overline{cd} + \overline{eg}) : 11$.

b). $10^{28} + 8 : 9.8$ ta có $10^{28} + 8 : 8$ (vì có số tận cùng là 008)

nên $10^{28} + 8 : 9.8$ vậy $10^{28} + 8 : 72$

Câu 3. Gọi số giấy mỗi lớp thu được là x (Kg) thì $(x-26) : 11$ và $(x-25) : 10$.

Do đó $(x-15) \in BC(10;11)$ và $200 < x < 300 \Rightarrow x-15 = 220 \Rightarrow x = 235$.

Số học sinh lớp 6A là: $(235 - 26) : 11 + 1 = 20$ hs

Số học sinh lớp 6B là: $(235 - 25) : 10 + 1 = 22$ hs.

Câu 4. Số thứ nhất bằng: $\frac{9}{11} : \frac{6}{7} = \frac{21}{22}$ (số thứ hai)

Số thứ ba bằng: $\frac{9}{11} : \frac{2}{3} = \frac{27}{22}$ (số thứ hai)

Tổng của 3 số bằng $\frac{22 + 21 + 27}{22}$ (số thứ hai) = $\frac{70}{22}$ (số thứ hai)

Số thứ hai là : $210 : \frac{70}{22} = 66$; số thứ nhất là: $\frac{21}{22} \cdot 66 = 63$; số thứ 3 là: $\frac{27}{22} \cdot 66 = 81$

Câu 5: Đường thẳng a chia mặt phẳng ra hai nửa mặt phẳng

Xét 3 trường hợp

a). Nếu cả 4 điểm A, B, C, D thuộc cùng một nửa mặt phẳng thì a không cắt đoạn thẳng nào.

b). Nếu có 1 điểm (Chẳng hạn điểm A thuộc nửa mặt phẳng) ba điểm B, C, D thuộc nửa mặt phẳng đối thì đường thẳng a cắt ba đoạn thẳng AB, AC, AD

c). Nếu có 2 điểm chẳng hạn (A và B) thuộc một nửa mặt phẳng hai điểm kia (C và D) thuộc mỗi mặt

Tuyển tập đề thi HSG Toán 6

phẳng đôi thì a cắt bốn đoạn thẳng AC, AD, BC, BD

ĐỀ SỐ 5

Thời gian làm bài 120 phút

Bài 1 (3đ):

- So sánh: 222^{333} và 333^{222}
- Tìm các chữ số x và y để số $\overline{1x8y2}$ chia hết cho 36
- Tìm số tự nhiên a biết 1960 và 2002 chia cho a có cùng số dư là 28

Bài 2 (2đ):

Cho : $S = 3^0 + 3^2 + 3^4 + 3^6 + \dots + 3^{2002}$

- Tính S
- Chứng minh $S \vdots 7$

Bài 3 (2đ):

Tìm số tự nhiên nhỏ nhất, biết rằng khi chia số này cho 29 dư 5 và chia cho 31 dư 28

Bài 4 (3đ):

Cho góc $AOB = 135^\circ$. C là một điểm nằm trong góc AOB biết góc $BOC = 90^\circ$

- Tính góc AOC
- Gọi OD là tia đối của tia OC. So sánh hai góc AOD và BOD

HƯỚNG DẪN

Bài 1 (3đ):

- Ta có $222^{333} = (2.111)^{3.111} = 8^{111} \cdot (111^{111})^2 \cdot 111^{111}$ (0,5đ)
 $333^{222} = (3.111)^{2.111} = 9^{111} \cdot (111^{111})^2$ (0,5đ)

Suy ra: $222^{333} > 333^{222}$

- Để số $\overline{1x8y2} \vdots 36$ ($0 \leq x, y \leq 9, x, y \in \mathbb{N}$)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (1+x+8+y+2):9 \\ y2:4 \end{cases} \quad (0,5đ)$$

$$y2:4 \Rightarrow y = \{1;3;5;7;9\}$$

$$(x+y+2):9 \Rightarrow x+y = 7 \text{ hoặc } x+y = 16 \Rightarrow x = \{6;4;2;0;9;7\} \quad (0,25đ)$$

Vậy ta có các số: 16812; 14832; 12852; 10872; 19872; 17892 (0,25đ)

- Ta có $a > 28 \Rightarrow (2002 - 1960) : a \Rightarrow 42 : a$ (0,5đ)
 $\Rightarrow a = 42$ (0,5đ)

Bài 2 (2đ):

- Ta có $3^2 S = 3^2 + 3^4 + \dots + 3^{2002} + 3^{2004}$ (0,5đ)

$$\text{Suy ra: } 8S = 3^{2004} - 1 \Rightarrow S = \frac{3^{2004} - 1}{8} \quad (0,5đ)$$

$$\begin{aligned} \text{b) } S &= (3^0 + 3^2 + 3^4) + 3^6(3^0 + 3^2 + 3^4) + \dots + 3^{1998}(3^0 + 3^2 + 3^4) = \\ &= (3^0 + 3^2 + 3^4)(1 + 3^6 + \dots + 3^{1998}) = \\ &= 91(1 + 3^6 + \dots + 3^{1998}) \quad (0,75đ) \text{ suy ra: } S \vdots 7 \quad (0,25đ) \end{aligned}$$

Bài 3 (2đ): Gọi số cần tìm là: a

$$\text{Ta có } a = 29q + 5 = 31p + 28 \quad (0,5đ) \Leftrightarrow 29(q - p) = 2p + 23$$

$$\text{Vì } 2p + 23 \text{ lẻ nên } (q - p) \text{ lẻ} \Rightarrow q - p \geq 1.$$

$$\text{Vì a nhỏ nhất hay } q - p = 1 \Rightarrow p = 3;$$

$$\Rightarrow a = 121 \quad (0,5đ)$$

$$\text{Vậy số cần tìm là } 121 \quad (0,25đ)$$

Bài 4 (3đ):

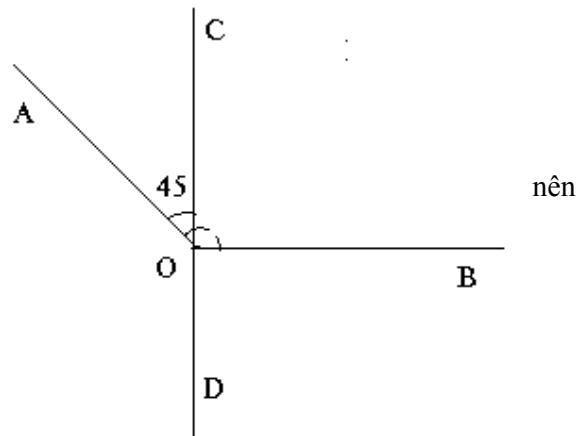
- theo giả thiết C nằm trong góc AOB

tia OC nằm giữa hai tia OB và OA

$$\Rightarrow \text{góc AOC} + \text{góc BOC} = \text{góc AOB}$$

$$\Rightarrow \text{góc AOC} = \text{góc AOB} - \text{góc BOC}$$

$$\Rightarrow \text{góc AOC} = 135^\circ - 90^\circ = 45^\circ$$



Tuyển tập đề thi HSG Toán 6

b) vì OD là tia đối của tia OC nên C, O, D thẳng hàng. Do đó góc DOA + góc AOC = 180^0 (hai góc kề bù)

$$\Rightarrow \text{góc AOD} = 180^0 - \text{góc AOC} = 180^0 - 45^0 \Rightarrow \text{góc AOD} = 135^0$$

$$\text{góc BOD} = 180^0 - 90^0 = 90^0$$

Vậy góc AOD > góc BOD

ĐỀ SỐ 6

Thời gian làm bài 120 phút

Bài 1(8 điểm

1. Tìm chữ số tận cùng của các số sau:

a) 57^{1999}

b) 93^{1999}

2. Cho $A = 999993^{1999} - 555557^{1997}$. Chứng minh rằng A chia hết cho 5.

3. Cho phân số $\frac{a}{b}$ ($0 < a < b$) cùng thêm m đơn vị ($m > 0$) vào tử và mẫu thì phân số mới lớn hơn

hay bé hơn $\frac{a}{b}$?

4. Cho số $\overline{155*710*4*16}$ có 12 chữ số. chứng minh rằng nếu thay các dấu * bởi các chữ số khác nhau trong ba chữ số 1,2,3 một cách tùy thì số đó luôn chia hết cho 396.

5. chứng minh rằng:

$$a) \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{16} + \frac{1}{32} - \frac{1}{64} < \frac{1}{3}; \quad b) \frac{1}{3} - \frac{2}{3^2} + \frac{3}{3^3} - \frac{4}{3^4} + \dots + \frac{99}{3^{99}} - \frac{100}{3^{100}} < \frac{3}{16}$$

Bài 2: (2 điểm)

Trên tia Ox xác định các điểm A và B sao cho OA= a(cm), OB=b (cm)

a) Tính độ dài đoạn thẳng AB, biết b< a

b) Xác định điểm M trên tia Ox sao cho $OM = \frac{1}{2}(a+b)$.

ĐÁP ÁN

Bài 1:

1. Tìm chữ số tận cùng của các số sau: (1 điểm)

Để tìm chữ số tận cùng của các số chỉ cần xét chữ số tận cùng của từng số :

a) 57^{1999} ta xét 7^{1999}

Ta có: $7^{1999} = (7^4)^{499} \cdot 7^3 = 2041^{499} \cdot 343$ Suy ra chữ số tận cùng bằng 3 (0,25 điểm)

Vậy số 57^{1999} có chữ số tận cùng là : 3

b) 93^{1999} ta xét 3^{1999}

Ta có: $3^{1999} = (3^4)^{499} \cdot 3^3 = 81^{499} \cdot 27$

Suy ra chữ số tận cùng bằng 7

(0,25 điểm)

2. Cho $A = 999993^{1999} - 555557^{1997}$. chứng minh rằng A chia hết cho 5

Để chứng minh A chia hết cho 5 , ta xét chữ số tận cùng của A bằng việc xét chữ số tận cùng của từng số hạng.

Theo câu 1b ta có: 999993^{1999} có chữ số tận cùng là 7

Tương tự câu 1a ta có: $(7^4)^{499} \cdot 7 = 2041^{499} \cdot 7$ có chữ số tận cùng là 7 (0,25 điểm)

Vậy A có chữ số tận cùng là 0, do đó A chia hết cho 5.

(0,25 điểm)

3 (1 điểm)Theo bài toán cho $a < b$ nên $am < bm$ (nhân cả hai vế với m) (0,25 điểm)

$\Rightarrow ab + am < ab + bm$ (cộng hai vế với ab)

(0,25 điểm)

$\Rightarrow a(b+m) < b(a+m)$

$$\Rightarrow \frac{a}{b} < \frac{a+m}{b+m}$$

4.(1 điểm)

Ta nhận thấy , vị trí của các chữ số thay thế ba dấu sao trong số trên đều ở hàng chẵn và vì ba chữ số đó

Tuyển tập đề thi HSG Toán 6

đôi một khác nhau, lấy từ tập hợp $\{1;2;3\}$ nên tổng của chúng luôn bằng $1+2+3=6$.

Mặt khác $396 = 4.9.11$ trong đó $4;9;11$ đôi một nguyên tố cùng nhau nên ta cần chứng minh

$A = 155 \cdot 710 \cdot 4 \cdot 16$ chia hết cho $4; 9$ và 11 .

Thật vậy :

$+A : 4$ vì số tạo bởi hai chữ số tận cùng của A là 16 chia hết cho 4 (0,25 điểm)

$+A : 9$ vì tổng các chữ số chia hết cho 9 :

$1+5+5+7+1+4+1+6+(**+**)=30+6=36$ chia hết cho 9 (0,25 điểm)

$+A : 11$ vì hiệu số giữa tổng các chữ số hàng chẵn và tổng các chữ số hàng lẻ là 0 , chia hết cho 11 .

$\{1+5+7+4+1\}-(5+1+6+(**+**))=18-12-6=0$ (0,25 điểm)

Vậy $A : 396$

(4 điểm)

a) (2 điểm) Đặt $A = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{16} + \frac{1}{32} - \frac{1}{64} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} - \frac{1}{2^4} + \frac{1}{2^5} - \frac{1}{2^6}$ (0,25 điểm)

$$\Rightarrow 2A = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} - \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} - \frac{1}{2^5}$$

(0,5 điểm)

$$\Rightarrow 2A + A = 3A = 1 - \frac{1}{2^6} = \frac{2^6 - 1}{2^6} < 1$$

(0,75 điểm)

$$\Rightarrow 3A < 1 \Rightarrow A < \frac{1}{3}$$

(0,5 điểm)

b) Đặt $A = \frac{1}{3} - \frac{2}{3^2} + \frac{3}{3^3} - \frac{4}{3^4} + \dots + \frac{99}{3^{99}} - \frac{100}{3^{100}} \Rightarrow 3A = 1 - \frac{2}{3} + \frac{3}{3^2} - \frac{4}{3^3} + \dots + \frac{99}{3^{98}} - \frac{100}{3^{99}}$ (0,5 điểm)

$$\Rightarrow 4A = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^{98}} - \frac{1}{3^{99}} - \frac{100}{3^{100}} \Rightarrow 4A < 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^{98}} - \frac{1}{3^{99}} \quad (1) \quad (0,5 \text{ điểm})$$

$$\text{Đặt } B = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^{98}} - \frac{1}{3^{99}} \Rightarrow 3B = 2 + \frac{1}{3} - \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^{97}} - \frac{1}{3^{98}}$$

(0,5 điểm)

$$4B = B + 3B = 3 - \frac{1}{3^{99}} < 3 \Rightarrow B < \frac{3}{4} \quad (2)$$

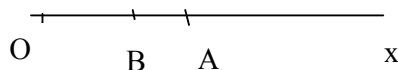
$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow 4A < B < \frac{3}{4} \Rightarrow A < \frac{3}{16}$$

(0,5 điểm)

Bài 2 (2 điểm)

a) (1 điểm) Vì $OB < OA$ (do $b < a$) nên trên tia Ox thì điểm B nằm giữa điểm O và điểm A . Do đó: $OB + OA = OA$

Từ đó suy ra: $AB = a - b$.



$$\text{b) (1 điểm) Vì } M \text{ nằm trên tia } Ox \text{ và } OM = \frac{1}{2}(a+b) = \frac{a+b}{2} = \frac{2b+a-b}{2} = b + \frac{a-b}{2} =$$

$$= OB + \frac{OA - OB}{2} = OB + \frac{1}{2} AB$$

$\Rightarrow M$ chính là điểm thuộc đoạn thẳng AB sao cho $AM = BM$

ĐỀ SỐ 7

Thời gian làm bài: 120 phút.

A – Phần số học : (7 điểm)

Câu 1: (2 điểm)

a, Các phân số sau có bằng nhau không? Vì sao?

Tuyển tập đề thi HSG Toán 6

$$\frac{23}{99} ; \frac{23232323}{99999999} ; \frac{2323}{9999} ; \frac{232323}{999999}$$

b, Chứng tỏ rằng: $2x + 3y$ chia hết cho 17 $\Leftrightarrow 9x + 5y$ chia hết cho 17

Câu 2: (2 điểm)

Tính giá trị của biểu thức sau:

$$A = \left(\frac{1}{7} + \frac{1}{23} - \frac{1}{1009} \right) : \left(\frac{1}{23} + \frac{1}{7} - \frac{1}{1009} + \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{23} \cdot \frac{1}{1009} \right) + 1 : (30 \cdot 1009 - 160)$$

Câu 3 : (2 điểm)

a, Tìm số tự nhiên x , biết : $\left(\frac{1}{1.2.3} + \frac{1}{2.3.4} + \dots + \frac{1}{8.9.10} \right) \cdot x = \frac{23}{45}$

b, Tìm các số $a, b, c, d \in \mathbb{N}$, biết :

$$\frac{30}{43} = \frac{1}{a + \frac{1}{b + \frac{1}{c + \frac{1}{d}}}}$$

Câu 4 : (1 điểm)

Một số tự nhiên chia cho 120 dư 58, chia cho 135 dư 88. Tìm a , biết a bé nhất.

B – Phần hình học (3 điểm) :

Câu 1: (2 điểm)

Góc tạo bởi 2 tia phân giác của 2 góc kề bù, bằng bao nhiêu? Vì sao?

Câu 2: (1 điểm)

Cho 20 điểm, trong đó có a điểm thẳng hàng. Cứ 2 điểm, ta vẽ một đường thẳng. Tìm a , biết vẽ được tất cả 170 đường thẳng.

ĐÁP ÁN

A. PHẦN SỐ HỌC

Câu 1: a, Ta thấy; $\frac{23}{99} = \frac{23 \cdot 101}{99 \cdot 101} = \frac{2323}{9999}$ $\frac{23}{99} = \frac{23 \cdot 10101}{99 \cdot 10101} = \frac{232323}{999999}$

$$\frac{23}{99} = \frac{23 \cdot 1010101}{99 \cdot 1010101} = \frac{23232323}{99999999}$$

Vậy; $\frac{23}{99} = \frac{2323}{9999} = \frac{232323}{999999} = \frac{23232323}{99999999}$

b, Ta phải chứng minh, $2x + 3y$ chia hết cho 17, thì $9x + 5y$ chia hết cho 17

Ta có $4(2x + 3y) + (9x + 5y) = 17x + 17y$ chia hết cho 17

Do vậy; $2x + 3y$ chia hết cho 17 $\Rightarrow 4(2x + 3y)$ chia hết cho 17 $\Rightarrow 9x + 5y$ chia hết cho 17

Ngược lại; Ta có $4(2x + 3y)$ chia hết cho 17 mà $(4; 17) = 1$

$\Rightarrow 2x + 3y$ chia hết cho 17

Câu 2; Ta viết lại A như sau :

$$\begin{aligned} A &= \frac{\left(\frac{1}{23} + \frac{1}{7} - \frac{1}{1009} \right) \cdot 23 \cdot 7 \cdot 1009}{\left(\frac{1}{23} + \frac{1}{7} - \frac{1}{1009} + \frac{1}{23} \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{1009} \right) \cdot 23 \cdot 7 \cdot 1009} + \frac{1}{(23 + 7) \cdot 1009 - 161 + 1} \\ &= \frac{7 \cdot 1009 + 23 \cdot 1009 - 23 \cdot 7}{7 \cdot 1009 + 23 \cdot 1009 - 23 \cdot 7 + 1} + \frac{1}{23 \cdot 1009 + 7 \cdot 1009 - 23 \cdot 7 + 1} = 1 \end{aligned}$$

Câu 3; a, $\frac{1}{2} \left(\frac{1}{1.2} - \frac{1}{2.3} + \frac{1}{2.3} - \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{9.10} \right) \cdot x = \frac{23}{45}$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{90} \right) \cdot x = \frac{23}{45} \Rightarrow x = 2$$

Tuyển tập đề thi HSG Toán 6

$$b, \frac{30}{43} = \frac{1}{\frac{43}{30}} = \frac{1}{1 + \frac{13}{30}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{4}{13}}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4}}}}$$

$$\Rightarrow a=1 ; b=2 ; c=3 ; d=4$$

Câu 4; Ta có
$$\begin{cases} a=120.q_1+58 \\ a=135.q_2+88 \end{cases} \quad (q_1, q_2 \in \mathbb{N}) \Rightarrow \begin{cases} 9a=1080.q_1+522 \\ 8a=1080.q_2+704 \end{cases}$$

Từ (2), ta có $9.a = 1080.q_2 + 704 + a \quad (3)$

Kết hợp (1) với (2), ta được $a = 1080.q - 180$

Vì a nhỏ nhất, cho nên, q phải nhỏ nhất

$$\Rightarrow q=1 \Rightarrow a=898$$

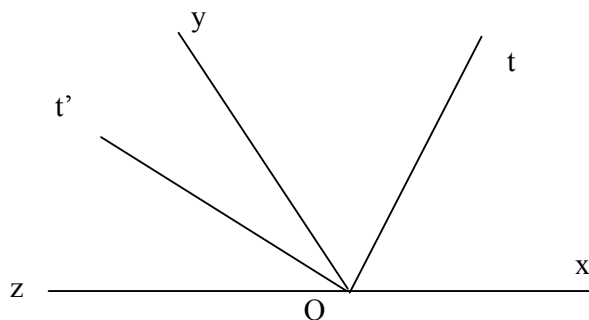
B- PHẦN HÌNH HỌC

Câu 1; Gọi Ot, Ot' là 2 tia phân giác của 2 kề bù góc xOy và yOz

Giả sử, xOy = a; \Rightarrow yOz = 180 - a

Khi đó; tOy = $\frac{1}{2}a$ tOy = $\frac{1}{2}(180 - a)$

$$\Rightarrow tOt = \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}(180 - a) = 90^\circ$$



Câu 2; Giả sử trong 20 điểm, không có 3 điểm nào thẳng hàng. Khi đó, số đường thẳng vẽ được là; $19 \cdot 20 : 2 = 190$

Trong a điểm, giả sử không có 3 điểm nào thẳng hàng. Số đường thẳng vẽ được là; $(a-1)a : 2$. Thực tế, trong a điểm này ta chỉ vẽ được 1 đường thẳng. Vậy ta có; $190 - (a-1)a : 2 + 1 = 170$
 $\Rightarrow a=7$

ĐỀ SỐ 8

Thời gian làm bài : 120'

Bài 1 : (3 đ)

Người ta viết các số tự nhiên liên tiếp bắt đầu từ 1 đến 2006 liền nhau thành một số tự nhiên L. Hỏi số tự nhiên L có bao nhiêu chữ số.

Bài 2 : (3đ)

Có bao nhiêu chữ số gồm 3 chữ số trong đó có chữ số 4 ?

Bài 3 : (4đ)

Cho bảng ô gồm 2007 ô như sau :

	17		36			19				
--	----	--	----	--	--	----	--	--	--	--

Phần đầu của bảng ô như trên. Hãy điền số vào chỗ trống sao cho tổng 4 số ở 4 ô liền nhau bằng 100 và tính :

- Tổng các số trên bảng ô.
- Tổng các chữ số trên bảng ô.
- Số điền ở ô thứ 1964 là số nào ?

ĐÁP ÁN

Bài 1 : Có 9 số có 1 chữ số từ 1 đến 9 (0.25đ)

Có 90 số có 2 chữ số từ 10 đến 99 (0.5đ)

Có 900 số có 3 chữ số từ 100 đến 999 (0.5đ)

Tuyển tập đề thi HSG Toán 6

Các số có 4 chữ số là từ 1000 đến 2006 có :

$$2006 - 1000 + 1 = 1007 \text{ số } (0.5đ)$$

Số chữ số của số tự nhiên L là :

$$9 + 90.2 + 900.3 + 1007.4 = 6917 \text{ (chữ số) } (1.25đ)$$

Bài 2 : Có 900 số có 3 chữ số từ 100 đến 999 (0.25đ)

Ta chia 900 số thành 9 lớp , mỗi lớp có 100 số (0.25đ) có cùng chữ số hàng trăm .

Lớp thứ nhất gồm 100 số từ 100 đến 199

Lớp thứ hai gồm 100 số từ 200 đến 299

.....
Lớp thứ 9 gồm 100 số từ 900 đến 999 (0.5đ)

Xét 9 lớp thì lớp thứ 4 cả 100 số đều có chữ số 4 ở hàng trăm .

8 lớp còn lại hàng trăm khác 4 nên chữ số 4 nếu có thì ở hàng chục và hàng đơn vị (0.25đ) .

Xét lớp thứ nhất thì các số có chữ số 4 làm hàng đơn vị gồm : 104, 114,.....194 (có 10 số) (0.5đ)

các số có 4 chữ số làm hàng chục là

140,141,142,.....149 (có 10 số) (0.5đ)

Nhưng số 144 có mặt ở trong cả 2 trường hợp vậy ở lớp thứ nhất số lượng số có chữ số 4 là :

$$10 + 10 - 1 = 19 \text{ (số) } (0.25đ)$$

Bảy lớp còn lại cũng theo quy luật ấy . Vậy số lượng số có 3 chữ số có chữ số 4 là :

$$100 + 19.8 = 252 \text{ số } (0.5đ)$$

Bài 3 : Ta dùng các số 1; 2; 3để đánh số cho các ô phần đầu bảng ô (0.25đ) .

1	2	3 4	5	6	7	8	9	10		
28	17	19	36	28	17	19	36	28	17	

Vì các ô số 4; 5; 6; 7 và 3; 4; 5; 6 nên số ở ô số 3 và ô số 7 bằng nhau \rightarrow ô số 3 là 19 (0.5đ)

$$100 - (17 + 19 + 36) = 28$$

Vậy ô số 1 là số 28 (0.25đ)

$$100 - (17 + 19 + 36) = 28 . \text{ Vậy số điền ô thứ 5 là số 28 (0.25đ)}$$

số điền ở ô số 6 cũng là số 17 (0.25đ)

$$\text{Ta có : } 2007 = 501.4 + 3$$

Vậy ta có 501 nhóm 4 ô , d 3 ô cuối là ô thứ 2005; 2006; 2007 với các số 28; 17; 19 (0.5đ)

a) Tổng các số trên bảng ô là :

$$100.501 + 28 + 17 + 19 = 50164 \quad (1đ)$$

b) Tổng các chữ số ở mỗi nhóm ô là :

$$2 + 8 + 1 + 7 + 1 + 9 + 3 + 6 = 37 \quad (0.5đ)$$

Tổng các chữ số trên bảng ô là :

$$37.501 + 2 + 8 + 1 + 7 + 1 + 9 = 18567$$

c) $1964 : 4 .$ vậy số điền ở ô thứ 1964 là số 36 . (0.5đ)

----- ĐỀ SỐ 9

Thời gian làm bài: 120 phút

Bài 1: (1 điểm)Điền dấu thích hợp vào ô trống:

Nếu ab và $b10 \mid a$

Viết tập hợp M các số chẵn a thỏa mãn $a \mid 10$

Có bao nhiêu số chẵn nhỏ hơn n (nN)

Bài 2: (2 điểm)Cho $A = 3 + 32 + 33 + 34 + \dots + 3100$ chứng minh A chia hết cho 120.

Bài 3: (2 điểm)Cho các số 0; 1; 3; 5; 7; 9. Hỏi có thể thiết lập được bao nhiêu số có 4 chữ số chia hết cho 5 từ sáu chữ số đã cho.

Bài 4: (2 điểm) Tổng số trang của 8 quyển vở loại 1 ; 9 quyển vở loại 2 và 5 quyển vở loại 3 là 1980 trang. Số trang của một quyển vở loại 2 chỉ bằng số trang của 1 quyển vở loại 1. Số trang của 4 quyển vở loại 3 bằng số trang của 3 quyển vở loại 2. Tính số trang của mỗi quyển vở mỗi loại.

Tuyển tập đề thi HSG Toán 6

Bài 5: (1,5 điểm) Cho có số đo bằng 1250. Vẽ tia oz sao cho $\angle = 350$. Tính trong từng trường hợp.

Bài 6: (1,5 điểm)

Cho ba điểm A, B, C nằm ngoài đường thẳng a. Biết rằng cả hai đoạn thẳng BA, BC đều cắt đường thẳng a. Hỏi đường thẳng a có cắt đoạn thẳng AC không? Vì sao?

HƯỚNG DẪN

Bài 1: (1 điểm)

Điền dấu thích hợp vào ô trống là

(Nếu ab và $b \mid a$) 0,25 đ

$M = 0; 2; 4; 6; 8; 10$ 0,25 đ

Ta phải xét hai trường hợp:

+ Số n là số chẵn, lúc đó số chẵn nhỏ hơn n là 0,25 đ

+ Số n là số lẻ, lúc đó số chẵn nhỏ hơn n là 0,25 đ

Bài 2: (2 điểm)

Ta nhóm làm 25 nhóm, mỗi nhóm 4 số hạng như sau:

$$A = (3 + 32 + 33 + 34) + \dots + (397 + 398 + 399 + 400)$$

$$= 3(1 + 3 + 32 + 33) + \dots + 397(1 + 3 + 32 + 33) \quad 0,5 \text{ đ}$$

Ta lại thấy: $1 + 3 + 32 + 33 = 40$

$$\text{Nên } A = 40. (3 + 35 + 39 + \dots + 397) \quad 0,5 \text{ đ}$$

$$= 40.3(30 + 34 + 38 + \dots + 396) \quad 0,5 \text{ đ}$$

$$= 120. (30 + 34 + 38 + \dots + 396)$$

Điều này chứng tỏ $A \mid 120$ (đpcm) 0,5 đ

Bài 3: (2 điểm)

Mỗi số có dạng: ; 0,25 đ

* Với

- Có 5 cách chọn chữ số hàng nghìn (vì chữ số hàng nghìn phải khác 0). 0,5 đ

- Có 6 cách chọn chữ số hàng trăm.

- Có 6 cách chọn chữ số hàng chục 0,25 đ

Vậy dạng có $5.6.6 = 180$ số. 0,5 đ

* Với

Cách chọn tương tự và cũng có 180 số.

Số thiết lập được là $180 + 180 = 360$ số 0,5 đ

(có 4 chữ số chia hết cho 5 từ 6 chữ số đã cho)

Bài 4: (2 điểm)

Ta ký hiệu: Loại 1: LI; Loại 2 : LII; Loại 3: LIII

Vì số trang của mỗi quyển vở LII bằng số trang của 1 quyển LI, nên số trang của 3 quyển LII bằng số trang của 2 quyển LI 0,5 đ

Mà số trang

ĐỀ SỐ 10

Thời gian làm bài: 150 phút (Năm học 1998-1999)

Bài 1: (4 Điểm)

Cho $A = 7 + 7^3 + 7^5 + \dots + 7^{1999}$ Chứng minh rằng A chia hết cho 35.

Bài 2: (4 Điểm)

Tìm số nguyên tố p để $p + 10$ và $p + 14$ đều là các số nguyên tố.

Bài 3: (4 Điểm)

Cho $\frac{m}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{1998}$ với m, n là số tự nhiên.

Chứng minh rằng m chia hết cho 1999. Nêu bài toán tổng quát.

Bài 4: (4 Điểm)

Cho phân số $A = \frac{199919991999}{200020002000}$ và phân số $B = \frac{1999}{2000}$

So sánh A và B.

Bài 5: (4 Điểm) Ô tô A đi từ Hà Nội về Phủ Lý, ô tô B đi từ Phủ Lý lên Hà Nội, chúng gặp nhau lần

Tuyển tập đề thi HSG Toán 6

thứ nhất tại một địa Điểm cách Hà Nội 25 Km. Khi xe đến Phủ Lý thì lập tức quay trở lại Hà Nội, còn xe kia đến Hà Nội lập tức quay trở về Phủ Lý Cứ như vậy cho đến lần gặp nhau lần thứ 3 thì hai xe ở cách Hà Nội là 5 Km. Tính quãng đường từ Phủ Lý đi Hà Nội.

ĐÁP ÁN

Bài 1:

$$A = 7 + 7^3 + 7^5 + \dots + 7^{1999} = (7 + 7^3) + (7^5 + 7^7) + \dots + (7^{1997} + 7^{1999})$$

$$A = 7(1 + 7^2) + 7^5(1 + 7^2) + \dots + 7^{1997}(1 + 7^2)$$

$$A = 7.50 + 7^5.50 + 7^9.50 + \dots + 7^{1997}.50$$

$$\Rightarrow A \text{ Chia hết cho } 5 \text{ (1)}$$

$$A = 7 + 7^3 + 7^5 + \dots + 7^{1999} = 7.(7^0 + 7^2 + 7^4 + \dots + 7^{1998})$$

$$\Rightarrow A \text{ Chia hết cho } 7 \text{ (2)}$$

$$\text{Mà } \text{ƯCLN}(5, 7) = 1 \Rightarrow A \text{ Chia hết cho } 35.$$

Bài 2:

- Nếu p là số nguyên tố chẵn $\Rightarrow p = 2$. Khi đó: $p + 10 = 12$ không là số nguyên tố. Vậy $p = 2$ loại.
- Nếu p là số nguyên tố lẻ $\Rightarrow p = 3$ hoặc $p = 3k + 1$ hoặc $p = 3k + 2$.
+./ $p = 3 \Rightarrow p + 10 = 13$ là số nguyên tố và $p + 14 = 17$ là số nguyên tố. Vậy $p = 3$ là số nguyên tố thỏa mãn điều kiện đầu bài.
+./ $p = 3k + 1$ ($k \in \mathbb{N}^*$) $\Rightarrow p + 14 = 3k + 15 = 3(k + 5)$ Chia hết cho 3 và $k + 5 > 5$ Nên $p + 14$ là hợp số. Vậy $p = 3k + 1$ loại
+./ $p = 3k + 2$ ($k \in \mathbb{N}^*$) $\Rightarrow p + 10 = 3k + 12 = 3(k + 4)$ Chia hết cho 3 và $k + 4 > 4$ Nên $p + 10$ là hợp số. Vậy $p = 3k + 2$ loại

Bài 3:

$$\frac{m}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{1998}. \text{ Từ 1 đến 1998 có 1998 số. Nên về phải có 1998 số hạng ta}$$

ghép thành 999 cặp như sau:

$$\begin{aligned} \frac{m}{n} &= \left(1 + \frac{1}{1998}\right) + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{1997}\right) + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{1996}\right) + \dots + \left(\frac{1}{999} + \frac{1}{1000}\right) \\ &= \frac{1999}{1.1998} + \frac{1999}{2.1997} + \frac{1999}{3.1996} + \dots + \frac{1999}{999.1000} \end{aligned}$$

Quy đồng tất cả 999 phân số này ta được:

$$\frac{m}{n} = \frac{1999.a_1 + 1999.a_2 + 1999.a_3 + \dots + 1999.a_{997} + 1999.a_{998} + 1999.a_{999}}{1.2.3.4.5.6.7.8.9 \dots 1996.1997.1998}$$

Với $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{998}, a_{999} \in \mathbb{N}$

$$\frac{m}{n} = \frac{1999.(a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{997} + a_{998} + a_{999})}{1.2.3 \dots 1996.1997.1998}$$

Vì 1999 là số nguyên tố. Nên sau khi rút gọn, đưa về dạng phân số tối giản thì tử số vẫn còn thừa số 1999. Vậy m Chia hết cho 1999.

Bài 4:

$$\begin{aligned} A &= \frac{199919991999}{200020002000} = \frac{19990000000 + 199900000 + 1999}{20000000000 + 200000000 + 2000} \\ &= \frac{1999(1000000000 + 10000 + 1)}{2000(1000000000 + 10000 + 1)} = \frac{1999.100010001}{2000.100010001} = \frac{1999}{2000} = B \end{aligned}$$

Vậy $A = B$.

Bài 5:

Hai xe đi ngược chiều nhau, gặp nhau lần thứ nhất thì cả 2 xe đi được 1 lần quãng đường Hà Nội - Phủ Lý.

Vì cả hai xe ở cách Hà Nội 25 Km vậy xe đi từ Hà Nội về đã đi được quãng đường 25 Km.

Vì 2 xe lại quay lại đoạn đường trên nên phải gặp nhau lần 2, ở lần gặp này cả 2 xe đã đi được 3 lần quãng đường Hà Nội - Phủ Lý và như vậy ở lần gặp thứ 3 thì 2 xe đã đi được 5 lần quãng đường Hà Nội - Phủ Lý.

Tuyển tập đề thi HSG Toán 6

1 lần quãng đường Hà Nội - Phủ Lý thì xe ô tô từ Hà Nội về đã đi được 25 Km. Vậy 5 lần quãng đường Hà Nội - Phủ Lý thì xe đó đi được quãng đường là: $25 \text{ Km} \times 5 = 125 \text{ Km}$.

Thực tế thì xe đó đã đi được 2 lần quãng đường Hà Nội - Phủ Lý và thêm 5 Km. Vậy quãng đường Hà Nội - Phủ Lý là: $(125 - 5) : 2 = 60 \text{ (Km)}$.

Đáp số: 60 Km.

ĐỀ SỐ 11

Thời gian làm bài: 120 phút

I. TRẮC NGHIỆM:

Điền dấu x vào ô thích hợp: (1 điểm)

Câu	Đúng	Sai
a. Số $-5\frac{1}{5}$ bằng $-5 + \frac{1}{5}$ (0.25 điểm)		
b. Số $11\frac{3}{7}$ bằng $\frac{80}{7}$ (0.25 điểm)		
c) Số $-11\frac{5}{4}$ bằng $-11 - \frac{5}{4}$ (0.25 điểm)		
d) Tổng $-3\frac{1}{5} + 2\frac{2}{3}$ bằng $-1\frac{13}{15}$ (0.25 điểm)		

II. TỰ LUẬN:

Câu 1: Thực hiện các phép tính sau: (4 điểm)

- a. $\frac{2181.729 + 243.81.27}{3^2.9^2.234 + 18.54.162.9 + 723.729}$
- b. $\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{98.99} + \frac{1}{99.100}$
- c. $\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{100^2} < 1$
- d. $\frac{5.4^{15} - 9^9 - 4.3^{20}.8^9}{5.2^9.6^{19} - 7.2^{29}.27^6}$

Câu 2: (2 điểm) Một quãng đường AB đi trong 4 giờ. Giờ đầu đi được $\frac{1}{3}$ quãng đường AB. Giờ thứ 2 đi

kém giờ đầu là $\frac{1}{12}$ quãng đường AB, giờ thứ 3 đi kém giờ thứ 2 $\frac{1}{12}$ quãng đường AB. Hỏi giờ thứ tư đi mấy quãng đường AB?

Câu 3: (2 điểm)

- a. Vẽ tam giác ABC biết $BC = 5 \text{ cm}$; $AB = 3 \text{ cm}$; $AC = 4 \text{ cm}$.
- b. Lấy điểm O ở trong tam giác ABC nói trên. Vẽ tia AO cắt BC tại H, tia BO cắt AC tại I, tia CO cắt AB tại K. Trong hình đó có có bao nhiêu tam giác.

Câu 4: (1 điểm)

- a. Tìm hai chữ số tận cùng của các số sau: $2^{100}, 7^{1991}$
- b. Tìm bốn chữ số tận cùng của số sau: 5^{1992}

ĐÁP ÁN

I - TỰ LUẬN.

Câu 1: Thực hiện các phép tính.

Câu a.

$$\frac{2181.729 + 243.3 - 81.9}{3^2.9^2.234 + 9^3.2.6.162 + 723.729} = \frac{2181.729 + 729^2}{729.243 + 729.1944 + 723.729}$$

Tuyển tập đề thi HSG Toán 6

$$= \frac{729(2181 + 729)}{729(243 + 1944 + 723)} = \frac{729.2910}{729.2910} = 1$$

Câu b.

Ta có:

$$\frac{1}{1.2} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2}; \quad \frac{1}{2.3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}; \quad \frac{1}{3.4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}; \dots; \quad \frac{1}{98.99} = \frac{1}{98} - \frac{1}{99}; \quad \frac{1}{99.100} = \frac{1}{99} - \frac{1}{100}$$

Vậy

$$\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{98.99} + \frac{1}{99.100} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{98} - \frac{1}{99} + \frac{1}{99} - \frac{1}{100} = 1 - \frac{1}{100} = \frac{99}{100}.$$

Câu c.

Ta có:

$$\frac{1}{2^2} < \frac{1}{1.2} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2}; \quad \frac{1}{3^2} < \frac{1}{2.3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}; \quad \frac{1}{4^2} < \frac{1}{3.4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}; \dots; \quad \frac{1}{100^2} < \frac{1}{99.100} = \frac{1}{99} - \frac{1}{100};$$

$$\text{Vậy } \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{100^2} < \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{99.100} = 1 - \frac{1}{100} = \frac{99}{100} < 1.$$

Câu d:
$$\frac{5 \cdot 2^{30} \cdot 3^{18} - 2^2 \cdot 3^{20} \cdot 2^{27}}{5 \cdot 2^9 \cdot 2^{19} \cdot 3^{19} - 7 \cdot 2^{29} \cdot 3^{18}} = \frac{2^{29} \cdot 3^{18} (5 \cdot 2 - 3)}{2^{28} \cdot 3^{18} (5 \cdot 3 - 7 \cdot 2)} = 2$$

Câu 2: Quãng đường đi được trong 3 giờ đầu là:

$$\frac{1}{3} + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{12} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{12} - \frac{1}{12} \right) = \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \right) - \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} \right) = 1 - \frac{1}{4}$$

Quãng đường đi trong giờ thứ tư là $\frac{1}{4}$ quãng đường

Câu 3:

a. Vẽ đoạn thẳng BC=5cm

Vẽ cung tròn (B;3cm)

Vẽ cung tròn (C;4cm)

Lấy giao điểm A của hai cung trên.

Vẽ các đoạn thẳng AB, AC ta được tam giác ABC.

b. Có 6 tam giác "đơn" là AOK; AOI; BOK; BOH; COH; và COI.

Có 3 tam giác "Ghép đôi" là AOB; BOC; COA.

Có 6 tam giác "Ghép ba" Là ABH; BCI; CAK; ABI; BCK; CAH.

Có một tam giác "Ghép 6" là tam giác ABC.

Vậy trong hình có tất cả $6+3+1+6 = 16$ (Tam giác).

Câu 4:

a. Tìm hai số tận cùng của 2^{100} .

$2^{10} = 1024$, bình phương của hai số có tận cùng bằng 24 thì tận cùng bằng 76, có số tận cùng bằng 76 nâng lên lũy thừa nào (khác 0) cũng tận cùng bằng 76. Do đó:

$$2^{100} = (2^{10})^{10} = 1024 = (1024^2)^5 = (\dots 76)^5 = \dots 76.$$

Vậy hai chữ số tận cùng của 2^{100} là 76.

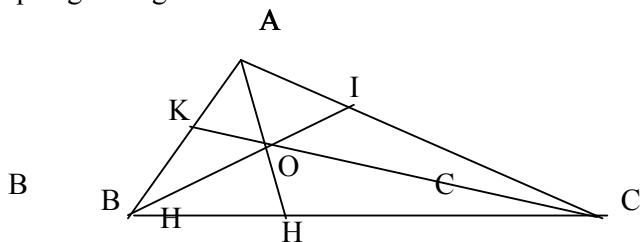
* Tìm hai chữ số tận cùng của 7^{1991} .

Ta thấy: $7^4 = 2401$, số có tận cùng bằng 01 nâng lên lũy thừa nào cũng tận cùng bằng 01. Do đó:

$$7^{1991} = 7^{1988} \cdot 7^3 = (7^4)^{497} \cdot 343 = (\dots 01)^{497} \cdot 343 = (\dots 01) \times 343 = \dots 43$$

Vậy 7^{1991} có hai số tận cùng là 43.

Tìm 4 số tận cùng của 5^{1992} .



Thời gian làm bài: 120 phút

Tuyển tập đề thi HSG Toán 6

+ A : 11 vì hiệu số giữa tổng các chữ số hàng chẵn và tổng các chữ số hàng lẻ là 0, chia hết cho 11.
{1+5+7+4+1}-(5+1+6+(*+*+*)) = 18-12-6=0 (0,25 điểm)

Vậy A : 396

5(4 điểm)

a) (2 điểm) Đặt $A = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{16} + \frac{1}{32} - \frac{1}{64} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} - \frac{1}{2^4} + \frac{1}{2^5} - \frac{1}{2^6}$ (0,25 điểm)

$$\Rightarrow 2A = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} - \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} - \frac{1}{2^5}$$

(0,5 điểm)

$$\Rightarrow 2A + A = 3A = 1 - \frac{1}{2^6} = \frac{2^6 - 1}{2^6} < 1$$

(0,75 điểm)

$$\Rightarrow 3A < 1 \Rightarrow A < \frac{1}{3}$$

(0,5 điểm)

b) Đặt $A = \frac{1}{3} - \frac{2}{3^2} + \frac{3}{3^3} - \frac{4}{3^4} + \dots + \frac{99}{3^{99}} - \frac{100}{3^{100}} \Rightarrow 3A = 1 - \frac{2}{3} + \frac{3}{3^2} - \frac{4}{3^3} + \dots + \frac{99}{3^{98}} - \frac{100}{3^{99}}$
(0,5 điểm)

$$\Rightarrow 4A = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^{98}} - \frac{1}{3^{99}} - \frac{100}{3^{100}} \Rightarrow 4A < 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^{98}} - \frac{1}{3^{99}} \quad (1) \quad (0,5 \text{ điểm})$$

$$\text{Đặt } B = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^{98}} - \frac{1}{3^{99}} \Rightarrow 3B = 2 + \frac{1}{3} - \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^{97}} - \frac{1}{3^{98}}$$

(0,5 điểm)

$$4B = B + 3B = 3 - \frac{1}{3^{99}} < 3 \Rightarrow B < \frac{3}{4} \quad (2)$$

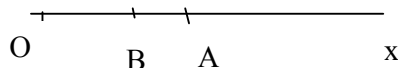
$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow 4A < B < \frac{3}{4} \Rightarrow A < \frac{3}{16}$$

(0,5 điểm)

Bài 2 (2 điểm)

a) (1 điểm) Vì $OB < OA$ (do $b < a$) nên trên tia Ox thì điểm B nằm giữa điểm O và điểm A. Do đó: $OB + BA = OA$

Từ đó suy ra: $AB = a - b$.



b) (1 điểm) Vì M nằm trên tia Ox và $OM = \frac{1}{2}(a+b) = \frac{a+b}{2} = \frac{2b+a-b}{2} = b + \frac{a-b}{2} =$

$$= OB + \frac{OA - OB}{2} = OB + \frac{1}{2}AB$$

\Rightarrow M chính là điểm thuộc đoạn thẳng AB sao cho $AM = BM$

----- ĐỀ SỐ 13

Thời gian làm bài: 120 phút

Bài 1 (3 điểm)

a, Cho $A = 999993^{1999} - 555557^{1997}$. Chứng minh rằng A chia hết cho 5

b, Chứng tỏ rằng: $\frac{1}{41} + \frac{1}{42} + \frac{1}{43} + \dots + \frac{1}{79} + \frac{1}{80} > \frac{7}{12}$

Bài 2 (2,5 điểm)

Tổng số trang của 8 quyển vở loại 1 ; 9 quyển vở loại 2 và 5 quyển vở loại 3 là 1980 trang. Số trang của một quyển vở loại 2 chỉ bằng $\frac{2}{3}$ số trang của 1 quyển vở loại 1. Số trang của 4 quyển vở loại 3 bằng số trang của 3 quyển vở loại 2. Tính số trang của mỗi quyển vở mỗi loại.

Bài 3: (2 Điểm).

Tìm số tự nhiên n và chữ số a biết rằng:

$$1+2+3+\dots+n = \overline{aaa}$$

Bài 4 ; (2,5 điểm)

a, Cho 6 tia chung gốc. Có bao nhiêu góc trong hình vẽ ? Vì sao.

b, Vậy với n tia chung gốc. Có bao nhiêu góc trong hình vẽ.

ĐÁP ÁN

Bài 1:

a, 1,5 điểm.

để chứng minh A : ta xét chữ số tận cùng của A bằng việc xét chữ số tận cùng của từng số hạng

Ta có: $3^{1999} = (3^4)^{499} \cdot 3^3 = 81^{499} \cdot 27$

Suy ra: 3^{1999} có tận cùng là 7

$$7^{1997} = (7^4)^{499} \cdot 7 = 2041^{499} \cdot 7 \Rightarrow 7^{1997} \text{ Có tận cùng là } 7$$

$$\text{Vậy } A \text{ có tận cùng bằng } 0 \Rightarrow A : 5$$

b, (1,5 điểm) Ta thấy: $\frac{1}{41}$ đến $\frac{1}{80}$ có 40 phân số.

$$\begin{aligned} \text{Vậy} \quad & \frac{1}{41} + \frac{1}{42} + \frac{1}{43} + \dots + \frac{1}{78} + \frac{1}{79} + \frac{1}{80} \\ & = \left(\frac{1}{41} + \frac{1}{42} + \dots + \frac{1}{59} + \frac{1}{60} \right) + \left(\frac{1}{61} + \frac{1}{62} + \dots + \frac{1}{79} + \frac{1}{80} \right) \quad (1) \end{aligned}$$

$$\text{Vì } \frac{1}{41} > \frac{1}{42} > \dots > \frac{1}{60} \text{ và } \frac{1}{61} > \frac{1}{62} > \dots > \frac{1}{80} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \text{Ta có} \quad & \left(\frac{1}{60} + \frac{1}{60} + \dots + \frac{1}{60} + \frac{1}{60} \right) + \left(\frac{1}{80} + \frac{1}{80} + \dots + \frac{1}{80} + \frac{1}{80} \right) \\ & = \frac{20}{60} + \frac{20}{80} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{4+3}{12} = \frac{7}{12} \quad (3) \end{aligned}$$

Từ (1), (2), (3) Suy ra:

$$\frac{1}{41} + \frac{1}{42} + \frac{1}{43} + \dots + \frac{1}{78} + \frac{1}{79} + \frac{1}{80} > \frac{7}{12}$$

Bài 2: Vì số trang của mỗi quyển vở loại 2 bằng $\frac{2}{3}$ số trang của 1 quyển loại 1. Nên số trang của 3

quyển loại 2 bằng số trang của 2 quyển loại 1

Mà số trang của 4 quyển loại 3 bằng 3 quyển loại 2.

Nên số trang của 2 quyển loại 1 bằng số trang của 4 quyển loại 3

Do đó số trang của 8 quyển loại 1 bằng : $4 \cdot 8 : 2 = 16$ (quyển loại 3)

Số trang của 9 quyển loại 2 bằng $9 \cdot 4 : 3 = 12$ (quyển loại 3)

Vậy 1980 chính là số trang của $16 + 12 + 5 = 33$ (quyển loại 3)

Suy ra: Số trang 1 quyển vở loại 3 là $1980 : 33 = 60$ (trang)

$$\text{Số trang 1 quyển vở loại 2 là } \frac{60 \cdot 4}{3} = 80 \text{ (trang)}$$

$$\text{Số trang 1 quyển vở loại 1 là; } \frac{80 \cdot 3}{2} = 120 \text{ (trang)}$$

Bài 3:

Từ 1; 2;; n có n số hạng

$$\text{Suy ra } 1+2+\dots+n = \frac{(n+1).n}{2}$$

Mà theo bài ra ta có $1+2+3+\dots+n = \overline{aaa}$

$$\text{Suy ra } \frac{(n+1).n}{2} = \overline{aaa} = a \cdot 111 = a \cdot 3 \cdot 37$$

$$\text{Suy ra: } n(n+1) = 2 \cdot 3 \cdot 37 \cdot a$$

Vì tích $n(n+1)$ Chia hết cho số nguyên tố 37 nên n hoặc n+1 Chia hết cho 37

Tuyển tập đề thi HSG Toán 6

Vì số $\frac{(n+1).n}{2}$ có 3 chữ số Suy ra $n+1 < 74 \Rightarrow n = 37$ hoặc $n+1 = 37$

+) Với $n = 37$ thì $\frac{37.38}{2} = 703$ (loại)

+) Với $n+1 = 37$ thì $\frac{36.37}{2} = 666$ (thỏa mãn)

Vậy $n = 36$ và $a = 6$ Ta có: $1+2+3+\dots+36 = 666$

Bài 4 :

A, 1,5 điểm

Vì mỗi tia với 1 tia còn lại tạo thành 1 góc. Xét 1 tia, tia đó cùng với 5 tia còn lại tạo thành 5 góc.

Làm như vậy với 6 tia ta được 5.6 góc. Nhưng mỗi góc đã được tính 2 lần do đó có tất cả là $\frac{5.6}{2} = 15$ góc

B, 1 điểm . Từ câu a suy ra tổng quát. Với n tia chung gốc có $n(\frac{n-1}{2})$ (góc).

ĐỀ SỐ 14

Thời gian làm bài 120 phút

Bài 1(3 điểm).

a. Tính nhanh:

$$A = \frac{1.5.6 + 2.10.12 + 4.20.24 + 9.45.54}{1.3.5 + 2.6.10 + 4.12.20 + 9.27.45}$$

b. Chứng minh : Với $k \in \mathbb{N}^*$ ta luôn có :

$$k(k+1)(k+2) - (k-1)k(k+1) = 3.k(k+1).$$

Áp dụng tính tổng :

$$S = 1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + n.(n+1).$$

Bài 2: (3 điểm).

a. Chứng minh rằng : nếu $(\overline{ab} + \overline{cd} + \overline{eg}) : 11$ thì : $\overline{abcdeg} : 11$.

b. Cho $A = 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{60}$. Chứng minh : $A : 3 ; 7 ; 15$.

Bài 3(2 điểm). Chứng minh :

$$\frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \dots + \frac{1}{2^n} < 1.$$

Bài 4(2 điểm).

a. Cho đoạn thẳng $AB = 8\text{cm}$. Điểm C thuộc đường thẳng AB sao cho $BC = 4\text{cm}$. Tính độ dài đoạn thẳng AC .

b. Cho 101 đường thẳng trong đó bất cứ hai đường thẳng nào cũng cắt nhau và không có ba đường thẳng nào cùng đi qua một điểm. Tính số giao điểm của chúng.

ĐÁP ÁN

Bài 1.

$$a. \frac{1.5.6 + 2.10.12 + 4.20.24 + 9.45.54}{1.3.5 + 2.6.10 + 4.12.20 + 9.27.45} = \frac{1.5.6(1 + 2.2.2 + 4.4.4 + 9.9.9)}{1.3.5(1 + 2.2.2 + 4.4.4 + 9.9.9)} = \frac{1.5.6}{1.3.5} = 2.$$

b. Biến đổi :

$$k(k+1)(k+2) - (k-1)k(k+1) = k(k+1)[(k+2) - (k-1)] = 3k(k+1)$$

Áp dụng tính :

Tuyển tập đề thi HSG Toán 6

$$3.(1.2) = 1.2.3 - 0.1.2.$$

$$3.(2.3) = 2.3.4 - 1.2.3.$$

$$3.(3.4) = 3.4.5 - 2.3.4.$$

.....

$$3.n(n+1) = n(n+1)(n+2) - (n-1)n(n+1)$$

Cộng lại ta có :

$$3.S = n(n+1)(n+2) \Rightarrow S = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}.$$

Bài 2. a. Tách như sau :

$$\overline{abc \deg} = 10000\overline{ab} + 100\overline{cd} + \overline{eg} = (9999\overline{ab} + 99\overline{cd}) + (\overline{ab} + \overline{cd} + \overline{eg}).$$

$$\text{Do } 9999:11; 99:11 \Rightarrow (9999\overline{ab} + 99\overline{cd}):11$$

$$\text{Mà : } (\overline{ab} + \overline{cd} + \overline{eg}):11 \text{ (theo bài ra) nên : } \overline{abc \deg}:11.$$

b. Biến đổi :

$$\begin{aligned} *A &= (2+2^2) + (2^3+2^4) + (2^5+2^6) + \dots + (2^{59}+2^{60}) = 2(1+2) + 2^3(1+2) + \dots + 2^{59}(1+2) \\ &= 3(2+2^3+\dots+2^{59}):3. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} *A &= (2+2^2+2^3) + (2^4+2^5+2^6) + \dots + (2^{58}+2^{59}+2^{60}) = \\ &= 2(1+2+2^2) + 2^4(1+2+2^2) + \dots + 2^{58}(1+2+2^2) = 7(2+2^4+\dots+2^{58}):7. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} *A &= (2+2^2+2^3+2^4) + (2^5+2^6+2^7+2^8) + \dots + (2^{57}+2^{58}+2^{59}+2^{60}) = \\ &= 2(1+2+2^2+2^3) + 2^5(1+2+2^2+2^3) + \dots + 2^{57}(1+2+2^2+2^3) = \\ &= 15(2+2^5+\dots+2^{57}):15. \end{aligned}$$

Bài 3. Ta có : $\frac{1}{n^2} < \frac{1}{n(n-1)} = \frac{1}{n-1} - \frac{1}{n}.$

Áp dụng : $\frac{1}{2^2} < 1 - \frac{1}{2}; \frac{1}{3^2} < \frac{1}{2} - \frac{1}{3}; \dots; \frac{1}{n^2} < \frac{1}{n-1} - \frac{1}{n}.$
 $\Rightarrow \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \dots + \frac{1}{2^n} < 1 - \frac{1}{n} < 1.$

Bài 4. a. Xét hai trường hợp :

*TH 1: C thuộc tia đối của tia BA.

Hai tia BA, BC là hai tia đối nhau \Rightarrow B nằm giữa A và C

$$\Rightarrow AC = AB + BC = 12 \text{ cm.}$$

*TH 2 : C thuộc tia BA.

C nằm giữa A và B (Vì $BA > BC$) $\Rightarrow AC + BC = AB \Rightarrow AC = AB - BC = 4 \text{ cm.}$

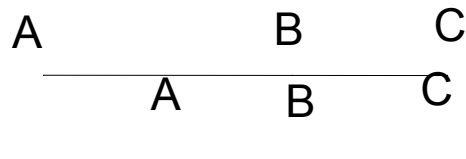
b. - Mỗi đường thẳng cắt 100 đường thẳng còn lại nên tạo ra 100 giao điểm.

- Có 101 đường thẳng nên có : $101.100 = 10100$ giao điểm.

-Do mỗi giao điểm được tính hai lần nên số giao điểm là :

$$10100 : 2 = 5050 \text{ giao điểm.}$$

Lưu ý: Học sinh giải cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa. Bài hình không vẽ hình không chấm điểm.



ĐỀ SỐ 15

Thời gian làm bài 120 phút

Câu 1: Cho $S = 5 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^{2006}$

a, Tính S

b, Chứng minh $S \vdots 126$

Tuyển tập đề thi HSG Toán 6

Câu 2. Tìm số tự nhiên nhỏ nhất sao cho số đó chia cho 3 dư 1; chia cho 4 dư 2; chia cho 5 dư 3; chia cho 6 dư 4 và chia hết cho 11.

Câu 3. Tìm các giá trị nguyên của n để phân số $A = \frac{3n+2}{n-1}$ có giá trị là số nguyên.

Câu 4. Cho 3 số 18, 24, 72.

a, Tìm tập hợp tất cả các ước chung của 3 số đó.

b, Tìm BCNN của 3 số đó

Câu 5. Trên tia Ox cho 4 điểm A, B, C, D. biết rằng A nằm giữa B và C; B nằm giữa C và D; $OA = 5\text{cm}$; $OD = 2\text{ cm}$; $BC = 4\text{ cm}$ và độ dài AC gấp đôi độ dài BD. Tìm độ dài các đoạn BD; AC.

ĐÁP ÁN

Câu 1. (2đ).

a, Ta có $5S = 5^2 + 5^3 + 5^4 + \dots + 5^{2007}$

$$\Rightarrow 5S - S = (5^2 + 5^3 + 5^4 + \dots + 5^{2007}) - (5 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^{2006})$$

$$\Rightarrow 4S = 5^{2007} - 5$$

$$\text{Vậy } S = \frac{5^{2007} - 5}{4}$$

$$\text{b, } S = (5 + 5^4) + (5^2 + 5^5) + (5^3 + 5^6) + \dots + (5^{2003} + 5^{2006})$$

$$\text{Biến đổi được } S = 126.(5 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^{2003})$$

$$\text{Vì } 126 : 126 \Rightarrow S : 126$$

Câu 2. (3đ) Gọi số phải tìm là x .

Theo bài ra ta có $x + 2$ chia hết cho 3, 4, 5, 6.

$\Rightarrow x + 2$ là bội chung của 3, 4, 5, 6

$$\text{BCNN}(3;4;5;6) = 60. \text{ nên } x + 2 = 60.n$$

$$\text{Do đó } x = 60.n - 2 \quad (n = 1;2;3;\dots)$$

Mặt khác x : 11 lần lượt cho $n = 1;2;3;\dots$

Ta thấy $n = 7$ thì $x = 418 : 11$

Vậy số nhỏ nhất phải tìm là 418.

$$\text{Câu 3. (1đ). Ta có } \frac{3n+2}{n-1} = \frac{3n-3+5}{n-1} = \frac{3(n-1)+5}{n-1} = 3 + \frac{5}{n-1}$$

$$\text{Để } A \text{ có giá trị nguyên} \Leftrightarrow \frac{5}{n-1} \text{ nguyên.}$$

$$\text{Mà } \frac{5}{n-1} \text{ nguyên} \Leftrightarrow 5 : (n-1) \text{ hay } n-1 \text{ là ước của } 5$$

$$\text{Do } U_5 = \{\pm 1; \pm 5\}$$

Ta tìm được $n = 2$

$$n = 0$$

$$n = 6$$

$$n = -4$$

Câu 4 (2đ)

A, Tìm được các $U(18)$; $U(24)$; $U(72)$ đúng cho 0,5đ

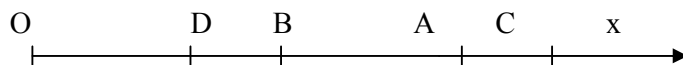
$$\Rightarrow UC(18;24;72) = \{1; 2; 3; 6\}$$

b, Ta có $72 \in B(18)$

$$72 \in B(24)$$

$$\Rightarrow \text{BCNN}(18;24;72) = 72.$$

Câu 5. (2đ)



$$\text{Vì A nằm giữa B và C nên } BA + AC = BC \Rightarrow BA + AC = 4 \quad (1)$$

Lập. luận \Rightarrow B nằm giữa A và D.

$$\text{Theo gt } OD < OA \Rightarrow D \text{ nằm giữa O và A.} \quad (0,5\text{đ})$$

$$\text{Mà } OD + DA = OA \Rightarrow 2 + DA = 5 \Rightarrow DA = 3 \text{ cm}$$

$$\text{Ta có } DB + BA = DA \Rightarrow DB + BA = 3 \quad (2) \quad (0,25\text{đ})$$

$$(1) - (2) \quad AC - DB = 1 \quad (3) \quad (0,25\text{đ})$$

Tuyển tập đề thi HSG Toán 6

theo đề ra : $AC = 2BD$ thay và (3)

Ta có $2BD - BD = 1 \Rightarrow BD = 1$

(0,25đ)

$\Rightarrow AC = 2BD \Rightarrow AC = 2 \text{ cm}$

(0,25đ)

----- ĐỀ SỐ 16

Thời gian làm bài: 120 phút

Câu 1: (2 điểm)

Cho 2 tập hợp

$$A = \{n \in \mathbb{N} / n(n+1) \leq 12\}.$$

$$B = \{x \in \mathbb{Z} / |x| < 3\}.$$

a. Tìm giao của 2 tập hợp.

b. có bao nhiêu tích ab (với $a \in A$; $b \in B$) được tạo thành, cho biết những tích là ước của 6.

Câu 2: (3 điểm).

a. Cho $C = 3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + \dots + 3^{100}$ chứng tỏ C chia hết cho 40.

b. Cho các số 0; 1; 3; 5; 7; 9. Hỏi có thể thiết lập được bao nhiêu số có 4 chữ số chia hết cho 5 từ sáu chữ số đã cho.

Câu 3: (3 điểm).

Tính tuổi của anh và em biết rằng $5/8$ tuổi anh hơn $3/4$ tuổi em là 2 năm và $1/2$ tuổi anh hơn $3/8$ tuổi em là 7 năm.

Câu 4: (2 điểm).

a. Cho góc xoy có số đo 100° . Vẽ tia oz sao cho $\text{góc } zoy = 35^\circ$. Tính góc xoz trong từng trường hợp.

b. Diễn tả trung điểm M của đoạn thẳng AB bằng các cách khác nhau.

ĐÁP ÁN

Câu 1: Liệt kê các phần tử của 2 tập hợp

a. $A = \{0, 1, 2, 3\}$

$$B = \{-2, -1, 0, 1, 2, \}$$

0,5 điểm

$$A \cap B = \{0, 1, 2, \}$$

0,5 điểm.

b. Có 20 tích được tạo thành

	-2	-1	0	1	2
0	0	0	0	0	0
1	-2	-1	0	1	2
2	-4	-2	0	2	4
3	-6	-3	0	3	6

Những tích là ước của 6: $+1; _ + 2 \quad _ + 3 \quad _ + 6 \quad _$

0,5 điểm

Câu 2:

a. $B = (3 + 3^2 + 3^3 + 3^4) + \dots + (3^{97} + 3^{98} + 3^{99} + 3^{100})$

$$= 3(1 + 3 + 3^2 + 3^3) + \dots + 3^{97}(1 + 3 + 3^2 + 3^3)$$

$$+ 3^9 + \dots + 3^{97} : 40$$

0,5 điểm

$$= 40. (3 + 3^5$$

0,5 điểm

b. Mỗi số có dạng $\overline{abc0},$

$\overline{abc5}.$

Với ~~$\overline{abc0}$~~

- Có 5 cách chọn chữ số hàng nghìn (vì chữ số hàng nghìn không phải là số 0).

- Có 6 cách chọn chữ số hàng trăm.

- Có cách chọn chữ số hàng chục.

$$\text{Vậy } 5 \cdot 6 \cdot 6 = 180 \text{ số.}$$

Với ~~$\overline{abc5}$~~ Cách chọn tương tự và cũng có 180 số. Vậy ta thiết lập được 360 số có 4 chữ số chia hết cho 5 từ 6 chữ số đã cho

0,5 điểm.

Câu 3: $1/2$ tuổi anh thì hơn $3/8$ tuổi em là 7 năm. Vậy tuổi anh hơn $6/8$ tuổi em là 14 năm

0,5 điểm.

Mà $5/8$ tuổi anh lớn hơn $3/4$ tuổi em là 2 năm,

$$\text{nên } 1 - 5/8 = 3/8 \text{ tuổi anh} = 14 - 2 = 12 \text{ năm.}$$

1 điểm

Tuyển tập đề thi HSG Toán 6

Vậy tuổi anh là: $12:3/8 = 32$ tuổi.

0,5 điểm

$3/4$ tuổi em = $32 - 14 = 18$ tuổi

0,5 điểm

Tuổi em là: $18:3/4 = 24$ tuổi

0,5 điểm

Câu 4:

a, Có 2 cách vẽ tia OZ (có hình vẽ)

Góc XOZ = 65^0 hoặc 135^0

1 điểm

b, Có thể diễn tả trung điểm M của đoạn thẳng AB bằng 3 cách khác nhau

M là trung điểm

Của đoạn thẳng AB

\Leftrightarrow

$\begin{cases} MA+MB=AB \\ MA=MB \end{cases}$

\Leftrightarrow

$\begin{cases} MA=MB=AB/2 \end{cases}$

ĐỀ SỐ 17

Thời gian làm bài: 120 phút

A/. ĐỀ BÀI

Câu 1: (2,5 điểm)

Có bao nhiêu số có 3 chữ số trong đó có đúng một chữ số 5?

Câu 2:

Tìm 20 chữ số tận cùng của $100!$.

Câu 3:

Người ta thả một số Bèo vào ao thì sau 6 ngày bèo phủ kín đầy mặt ao. Biết rằng cứ sau một ngày thì diện tích bèo tăng lên gấp đôi. Hỏi :

a/. Sau mấy ngày bèo phủ được nửa ao?

b/. Sau ngày thứ nhất bèo phủ được mấy phần ao?

Câu 4:

Tìm hai số a và b ($a < b$), biết:

$UCLN_{(a,b)} = 10$ và $BCNN_{(a,b)} = 900$.

Câu 5:

Người ta trồng 12 cây thành 6 hàng, mỗi hàng có 4 cây. Hãy vẽ sơ đồ vị trí của 12 cây đó.

ĐÁP ÁN

Câu 1: (2,5 điểm)

Chia ra 3 loại số:

* $\overline{5ab}$. Trong đó số a có 9 cách chọn (từ 0 đến 9, trừ số 5). Số b cũng vậy. Nên các số thuộc loại này có : $9.9 = 81$ (số) (1 điểm)

* $\overline{a5b}$. Trong đó số a có 8 cách chọn (từ 1 đến 8, trừ số 5). Số b có 9 cách chọn. Nên các số thuộc loại này có : $8.9 = 72$ (số) (0,5 điểm)

* $\overline{ab5}$. Trong đó số a có 8 cách chọn , số b có 9 cách chọn. Nên các số thuộc loại này có : $8.9 = 72$ (số) (0,5 điểm) Vì 3 dạng trên bao gồm tất cả các dạng số phải đếm và 3 dạng là phân biệt. Nên số lượng các số tự nhiên có 3 chữ số trong đó có đúng một chữ số 5 là: $81 + 72 + 72 = 225$ (số)

Đáp số: 225 (số)

(0,5 điểm)

Câu 2: (2,5 điểm)

* Các thừa số 5 trong $100!$ (khi phân tích các thừa số chia hết cho 5) là: $\frac{100}{5} + \frac{100}{25} = 24$ (thừa số) (1 điểm)

* Các thừa số 2 có trong $100!$ là:

$$\begin{aligned} & \frac{100}{2} + \frac{100}{4} + \left[\frac{100}{8} \right] + \left[\frac{100}{16} \right] + \left[\frac{100}{32} \right] + \left[\frac{100}{64} \right] \\ &= 50 + 25 + 12 + 6 + 3 + 1 \\ &= 97 \text{ (số)} \end{aligned}$$

(1 điểm)

Tuyển tập đề thi HSG Toán 6

Tích của mỗi cặp thừa số 2 và 5 tận cùng bằng một chữ số 0. Do đó: $100!$ Có tận cùng bằng 24 chữ số 0.

Vậy 20 chữ số tận cùng của $100!$ là 20 chữ số 0.

Câu 3: (1,5 điểm)

a/. Vì 6 ngày bèo phủ kín ao và cứ sau 1 ngày diện tích bèo tăng lên gấp đôi nên để phủ kín nửa ao thì phải sau ngày thứ 5. (0,5 điểm)

b/. Sau ngày thứ x số phần ao bị che phủ là:

Với $x = 5$, ta có: $1 : 2 = \frac{1}{2}$ (ao)

Với $x = 4$, ta có: $\frac{1}{2} : 2 = \frac{1}{4}$ (ao)

Với $x = 3$, ta có: $\frac{1}{4} : 2 = \frac{1}{8}$ (ao)

Với $x = 2$, ta có: $\frac{1}{8} : 2 = \frac{1}{16}$ (ao)

Với $x = 1$, ta có: $\frac{1}{16} : 2 = \frac{1}{32}$ (ao) (0,5 điểm)

Vậy sau ngày thứ nhất thì bèo phủ được: $\frac{1}{32}$ (ao) (0,5 điểm)

Câu 4: (1,5 điểm)

Vì $ƯCLN_{(a,b)} = 10$, suy ra : $a = 10x$; $b = 10y$
(với $x < y$ và $ƯCLN_{(x,y)} = 1$) (0,5 điểm)

Ta có : $a.b = 10x . 10y = 100xy$ (1)

Mặt khác: $a.b = ƯCLN_{(a,b)} . BCNN_{(a,b)}$

$\Rightarrow a.b = 10 . 900 = 9000$ (2)

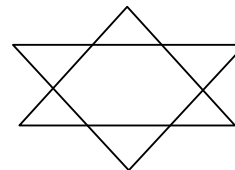
$= 90$

Ta có các trường hợp sau:

X	1	2	3	5	9
y	90	45	30	18	10

Từ đó suy ra a và b có các trường hợp sau:

a	10	20	30	50	90
y	900	450	300	180	100



Câu 5: (1 điểm) Ta có sơ đồ :

ĐỀ SỐ 18

Thời gian làm bài: 120 phút

Câu 1: (2đ) Với q, p là số nguyên tố lớn hơn 5 chứng minh rằng:

$p^4 - q^4 : 240$

Câu 2: (2đ) Tìm số tự nhiên n để phân số $A = \frac{8n+193}{4n+3}$

a. Có giá trị là số tự nhiên

b. Là phân số tối giản

c. Với giá trị nào của n trong khoảng từ 150 đến 170 thì phân số A rút gọn được.

Câu 3: (2đ) Tìm các nguyên tố x, y thỏa mãn : $(x-2)^2 . (y-3)^2 = -4$

Câu 4: (3đ) Cho tam giác ABC và $BC = 5\text{cm}$. Điểm M thuộc tia đối của tia CB sao cho $CM = 3\text{ cm}$.

a. Tính độ dài BM

b. Cho biết góc $BAM = 80^\circ$, góc $BAC = 60^\circ$. Tính góc CAM.

c. Vẽ các tia Ax, Ay lần lượt là tia phân giác của góc BAC và CAM . Tính góc xAy.

d. Lấy K thuộc đoạn thẳng BM và $CK = 1\text{ cm}$. Tính độ dài BK.

Tuyển tập đề thi HSG Toán 6

Câu 5: (1đ)

Tính tổng: $B = \frac{2}{1.4} + \frac{2}{4.7} + \frac{2}{7.10} + \dots + \frac{2}{97.100}$

ĐÁP ÁN

Câu 1: (2đ) Ta có: $p^4 - q^4 = (p^4 - 1) - (q^4 - 1)$; $240 = 8 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$

Chứng minh $p^4 - 1 \vdots 240$

- Do $p > 5$ nên p là số lẻ (0,25đ)

+ Mặt khác: $p^4 - 1 = (p-1)(p+1)(p^2+1)$ (0,25đ)

--> $(p-1)$ và $(p+1)$ là hai số chẵn liên tiếp $\Rightarrow (p-1)(p+1) \vdots 8$ (0,25đ)

+ Do p là số lẻ nên p^2 là số lẻ $\rightarrow p^2 + 1 \vdots 2$ (0,25đ)

- $p > 5$ nên p có dạng:

+ $p = 3k + 1 \rightarrow p - 1 = 3k + 1 - 1 = 3k \vdots 3 \rightarrow p^4 - 1 \vdots 3$

+ $p = 3k + 2 \rightarrow p + 1 = 3k + 2 + 1 = 3k + 3 \vdots 3 \rightarrow p^4 - 1 \vdots 3$ (0,25đ)

- Mặt khác, p có thể là dạng:

+ $p = 5k + 1 \rightarrow p - 1 = 5k + 1 - 1 = 5k \vdots 5 \rightarrow p^4 - 1 \vdots 5$

+ $p = 5k + 2 \rightarrow p^2 + 1 = (5k + 2)^2 + 1 = 25k^2 + 20k + 5 \vdots 5 \rightarrow p^4 - 1 \vdots 5$ (0,25 đ)

+ $p = 5k + 3 \rightarrow p^2 + 1 = 25k^2 + 30k + 10 \vdots 5 \rightarrow p^4 - 1 \vdots 5$

+ $p = 5k + 4 \rightarrow p + 1 = 5k + 5 \vdots 5 \rightarrow p^4 - 1 \vdots 5$ (0,25đ)

Vậy $p^4 - 1 \vdots 8 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$ hay $p^4 - 1 \vdots 240$

Tương tự ta cũng có $q^4 - 1 \vdots 240$ (0,25đ)

Vậy: $(p^4 - 1) - (q^4 - 1) = p^4 - q^4 \vdots 240$

Câu 2: (2đ)

a. $A = \frac{8n+193}{4n+3} = \frac{2(4n+3)+187}{4n+3} = 2 + \frac{187}{4n+3}$

Đề $A \in \mathbb{N}$ thì $187 \vdots 4n+3 \Rightarrow 4n+3 \in \{17; 11; 187\}$ (0,5đ)

+ $4n+3 = 11 \rightarrow n = 2$

+ $4n+3 = 187 \rightarrow n = 46$

+ $4n+3 = 17 \rightarrow 4n = 14 \rightarrow$ không có $n \in \mathbb{N}$ (0,5đ)

Vậy $n = 2; 46$

b. A là tối giản khi 187 và $4n+3$ có UCLN bằng 1

$\rightarrow n \neq 11k + 2$ ($k \in \mathbb{N}$)

$\rightarrow n \neq 17m + 12$ ($m \in \mathbb{N}$) (0,5đ)

c) $n = 156 \rightarrow A = \frac{77}{19}$;

$n = 165 \rightarrow A = \frac{89}{39}$

$n = 167 \rightarrow A = \frac{139}{61}$ (0,5đ)

Câu 3: (2đ)

Do $-4 = 1^2 \cdot (-4) = 2^2 \cdot (-1)$ nên có các trường hợp sau:

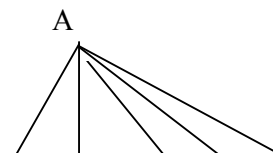
a. $\begin{cases} (x-2)^2 = 1 \\ y-3 = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-2 = 1 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases}$ (0,5đ)

hoặc $\begin{cases} x-2 = -1 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$ (0,5đ)

b. $\begin{cases} (x-2)^2 = 2^2 \\ y-3 = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-2 = 2 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 2 \end{cases}$ (0,5đ)

hoặc $\begin{cases} x-2 = -2 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \end{cases}$ (0,5đ)

Câu 4: (3đ)



Tuyển tập đề thi HSG Toán 6

a. M, B thuộc 2 tia đối nhau CB và CM

-> C nằm giữa B và M.

-> BM = BC + CM = 8 (cm) (0,5đ)

b. C nằm giữa B, M -> Tia AC nằm giữa tia AB, AM -> $\angle CAM = \angle BAM - \angle BAC = 20^\circ$ (0,75đ)

c. Có $\angle xAy = \angle xAC + \angle CAy = \frac{1}{2} \angle BAC + \frac{1}{2} \angle CAM$

$$= \frac{1}{2} (\angle BAC + \angle CAM) = \frac{1}{2} \angle BAM = \frac{1}{2} .80 = 40^\circ (0,75đ)$$

d. + Nếu K \in tia CM -> C nằm giữa B và K₁

-> BK₁ = BC + CK₁ = 6 (cm) (0,5đ)

+ Nếu K \in tia CB -> K₂ nằm giữa B và C

-> BK₂ = BC = CK₂ = 4 (cm) (0,5 đ)

Câu 5: (1đ)

Ta có $\frac{1}{1.4} = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{4} \right) \Rightarrow \frac{2}{1.4} = \frac{2}{3} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{4} \right) \Rightarrow \frac{2}{4.7} = \frac{2}{3} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{7} \right); \frac{2}{7.10} = \frac{2}{3} \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{10} \right); \dots$

$$\dots; \frac{2}{97.100} = \frac{2}{3} \left(\frac{1}{99} - \frac{1}{100} \right) (0,5đ)$$

$$\Rightarrow B = \frac{2}{3} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{10} + \dots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100} \right)$$

$$\Rightarrow B = \frac{2}{3} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{100} \right) = \frac{2}{3} \cdot \frac{99}{100} = \frac{33}{50} (0,5đ)$$

ĐỀ SỐ 19

(Vòng trường 09 10)

(Thời gian làm bài 150 phút)

Câu 1: a, cho $A = 4 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{20}$

Hỏi A có chia hết cho 128 không?

b, Tính giá trị biểu thức

$$\frac{2^{12} \cdot 13 + 2^{12} \cdot 65}{2^{10} \cdot 104} + \frac{3^{10} \cdot 11 + 3^{10} \cdot 5}{3^9 \cdot 2^4}$$

Bài 2 : a, Cho $A = 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{2009}$

Tìm số tự nhiên n biết rằng $2A + 3 = 3^n$

b, Tìm số tự nhiên có ba chữ số chia hết cho 5 và 9 biết rằng chữ số hàng chục bằng trung bình cộng của hai chữ số kia

Bài 3 : Cho p và p + 4 là các số nguyên tố (p > 3). Chứng minh rằng p + 8 là hợp số

Bài 4 : Tìm hai số tự nhiên biết tổng của chúng bằng 84, ƯCLN của chúng bằng 6.

Bài 5: Gọi A và B là hai điểm trên tia Ox sao cho OA = 4 cm ; OB = 6 cm . Trên tia BA lấy điểm C sao cho BC = 3 cm . So sánh AB với AC

HƯỚNG DẪN CHẤM

Bài


Hướng dẫn chấm

Điểm

Tuyển tập đề thi HSG Toán 6

- a, $2A - A = 2^{21} : 2^7$ 0.5
 $A : 128$ 0.5
- 1 $b, = \frac{2^{12}.78}{2^{10}.104} + \frac{3^{10}.16}{3^9.16}$ 0.5
 $= 3 + 3 = 6$ 0.5
- a, Tìm được $n = 2010$ 1
b, Gọi số phải tìm là \overline{abc} theo bài ra ta có 0.5
 $a + b + c : 9$ và
 $2b = a + c$ nên $3b : 9 \Rightarrow b : 3$ vậy b
 $\in \{0;3;6;9\}$
 $\overline{abc} : 5 \Rightarrow c \in \{0;5\}$ 0.5
- Xét số \overline{abo} ta được số 630
Xét số $\overline{ab5}$ ta được số 135 ; 765
P có dạng $3k + 1; 3k + 2$ $k \in \mathbb{N}$ 0.5
Dạng $p = 3k + 2$ thì $p + 4$ là hợp số trái với 0.5
3 đề bài 0.5
 $\Rightarrow p = 3k + 1 \Rightarrow p + 8 = 3k + 9 : 3$ 0.5
 $\Rightarrow p + 8$ là hợp số
Gọi 2 số phải tìm là a và b ($a \leq b$) ta có 0.5
 $(a, b) = 1$ nên $a = 6a', b = 6b'$ trong đó
 $(a', b') = 1$ ($a', b, a', b' \in \mathbb{N}$) 0.5
 $\Rightarrow a' + b' = 14$
- 4

a'	1	3	5
a'	13	11	9
A	6	18	30
B	78	66	54

 1
-  0.5
Hai điểm A và B trên tia Ox mà $OA < OB$ ($4 < 6$)
nên điểm A nằm giữa O và B suy ra $AB = OB - OA$ 0.5
- 5 $AB = 6 - 4 = 2$ (cm)
Hai điểm A và C trên tia BA mà $BA < BC$ ($2 < 3$)
) nên điểm A nằm giữa hai điểm B và C 0.5
Suy ra $AC = BC - BA = 3 - 2 = 1$ (cm) 0.5
Vậy $AB > AC$ ($2 > 1$)

ĐỀ SỐ 20

Thời gian làm bài: 120 phút

Câu 1: (2đ)

Thay (*) bằng các số thích hợp để:

a) 510^* ; $61 \cdot 16$ chia hết cho 3.

Tuyển tập đề thi HSG Toán 6

b) 261* chia hết cho 2 và chia 3 dư 1

Câu 2: (1,5đ)

Tính tổng $S = 1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + 99.100$

Câu 3: (3,5 đ)

Trên con đường đi qua 3 địa điểm A; B; C (B nằm giữa A và C) có hai người đi xe máy Hùng và Dũng. Hùng xuất phát từ A, Dũng xuất phát từ B. Họ cùng khởi hành lúc 8 giờ để cùng đến C vào lúc 11 giờ cùng ngày. Ninh đi xe đạp từ C về phía A, gặp Dũng lúc 9 giờ và gặp Hùng lúc 9 giờ 24 phút. Biết quãng đường AB dài 30 km, vận tốc của Ninh bằng $\frac{1}{4}$ vận tốc của Hùng. Tính quãng đường BC

Câu 4: (2đ)

Trên đoạn thẳng AB lấy 2006 điểm khác nhau đặt tên theo thứ tự từ A đến B là $A_1; A_2; A_3; \dots; A_{2004}$. Từ điểm M không nằm trên đoạn thẳng AB ta nối M với các điểm A; $A_1; A_2; A_3; \dots; A_{2004}; B$. Tính số tam giác tạo thành

Câu 5: (1đ)

Tích của hai phân số là $\frac{8}{15}$. Thêm 4 đơn vị vào phân số thứ nhất thì tích mới là $\frac{56}{15}$. Tìm hai phân số đó.

ĐÁP ÁN

Câu 1

a) Để $510*$; $61*16$ chia hết cho 3 thì:

$5 + 1 + 0 + *$ chia hết cho 3; từ đó tìm được $* = 0; 3; 6; 9$ (1đ)

b) Để 261* chia hết cho 2 và chia 3 dư 1 thì:

* chẵn và $2 + 6 + 1 + *$ chia 3 dư 1; từ đó tìm được $* = 4$ (1đ)

Câu 2

$$S = 1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + 99.100$$

$$3.S = (1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + 99.100).3 \quad (0,5\text{đ})$$

$$= 1.2.3 + 2.3.3 + 3.4.3 + \dots + 99.100.3$$

$$= 1.2.3 + 2.3.(4 - 1) + 3.4.(5 - 2) + \dots + 99.100.(101 - 98) \quad (0,5\text{đ})$$

$$= 1.2.3 - 1.2.3 + 2.3.4 - 2.3.4 + 3.4.5 - \dots - 98.99.100 + 99.100.101$$

$$S = 99.100.101 : 3 = 33.100.101 = 333300 \quad (0,5\text{đ})$$

Câu 3

Thời gian đi từ A đến C của Hùng là: $11 - 8 = 3$ (giờ)

Thời gian đi từ B đến C của Dũng là: $11 - 8 = 3$ (giờ)

Quãng đường AB là 30 km do đó cứ 1 giờ khoảng cách của Hùng và Dũng bớt đi 10 km. Vì vậy lúc 9 giờ Hùng còn cách Dũng là 20 km, lúc đó Ninh gặp Dũng nên Ninh cũng cách Hùng 20 km.

Đến 9 giờ 24 phút, Ninh gặp Hùng do đó tổng vận tốc của Ninh và Hùng là:

$$20 : \frac{24}{60} = \frac{20.60}{24} = 50(\text{km/h})$$

Do vận tốc của Ninh bằng $\frac{1}{4}$ vận tốc của Hùng nên vận tốc của Hùng là:

$$[50 : (1 + 4)] \cdot 4 = 40 (\text{km/h})$$

Từ đó suy ra quãng đường BC là:

$$40 \cdot 3 - 30 = 90 (\text{km})$$

Đáp số: BC = 90 km

Câu 4: (2đ)

Trên đoạn thẳng AB có các điểm A; $A_1; A_2; A_3; \dots; A_{2004}; B$ do đó, tổng số điểm trên AB là 2006 điểm suy ra có 2006 đoạn thẳng nối từ M đến các điểm đó.

Mỗi đoạn thẳng (ví dụ MA) có thể kết hợp với 2005 đoạn thẳng còn lại và các đoạn thẳng tương ứng trên AB để tạo thành 2005 tam giác.

Do đó 2006 đoạn thẳng sẽ tạo thành $2005 \cdot 2006 = 4022030$ tam giác (nhưng lưu ý là MA kết hợp với MA_1 để được 1 tam giác thì MA_1 cũng kết hợp với MA được 1 tam giác và hai tam giác này chỉ là 1)

Do đó số tam giác thực có là: $4022030 : 2 = 2011015$

Câu 5: (1đ)

Tuyển tập đề thi HSG Toán 6

Tích của hai phân số là $\frac{8}{15}$. Thêm 4 đơn vị vào phân số thứ nhất thì tích mới là $\frac{56}{15}$ suy ra tích mới hơn tích cũ là $\frac{56}{15} - \frac{8}{15} = \frac{48}{15}$ đây chính là 4 lần phân số thứ hai. Suy ra phân số thứ hai là $\frac{48}{15} : 4 = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$.

Từ đó suy ra phân số thứ nhất là: $\frac{8}{15} : \frac{4}{5} = \frac{2}{3}$

ĐỀ SỐ 21

Thời gian làm bài: 120 phút

Câu 1: (1,5đ)

Chứng minh các phân số sau đây bằng nhau:

$$\frac{25}{53}; \frac{2525}{5353}; \frac{252525}{535353}$$

Câu 2: (1,5đ)

Không quy đồng mẫu hãy so sánh hai phân số sau:

$$\frac{37}{67} \text{ và } \frac{377}{677}$$

Câu 3: (2đ) Tìm số tự nhiên x, biết:

$$(x-5)\frac{30}{100} = \frac{20x}{100} + 5$$

Câu 4: (3đ)

Tuổi trung bình của một đội văn nghệ là 11 tuổi. Người chỉ huy là 17 tuổi. Tuổi trung bình của đội đang tập (trừ người chỉ huy) là 10 tuổi. Hỏi đội có mấy người.

Câu 5: (2đ)

Cho góc xOy và góc yOz là hai góc kề bù nhau. Góc yOz bằng 30° .

a. Vẽ tia phân giác Om của góc xOy và tia phân giác On của góc yOz.

b. Tính số đo của góc mOn.

ĐÁP ÁN

Câu 1:

$$\frac{2525}{5353} = \frac{25 \cdot 101}{53 \cdot 101} = \frac{25}{53} \quad (0,5\text{đ})$$

$$\frac{252525}{535353} = \frac{25 \cdot 10101}{53 \cdot 10101} = \frac{25}{53} \quad (0,5\text{đ})$$

Vậy $\frac{25}{53} = \frac{2525}{5353} = \frac{252525}{535353} \quad (0,5\text{đ})$

Câu 2:

$$\frac{300}{670} > \frac{300}{677} \text{ mà } \frac{300}{670} = \frac{30}{67} \Rightarrow \frac{30}{67} > \frac{300}{677} \quad (1) \quad (0,5\text{đ})$$

$$\text{Ta có: } 1 - \frac{37}{67} = \frac{30}{67} \text{ và } 1 - \frac{377}{677} = \frac{300}{677} \quad (2) \quad (0,5\text{đ})$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow \frac{377}{677} > \frac{37}{67} \quad (0,5\text{đ})$$

Câu 4:

Giả sử đội văn nghệ có n người. Tổng số tuổi đội văn nghệ trừ người chỉ huy là m.

$$\text{Ta có: } \frac{m+17}{n} = 11 \quad (1) \text{ và } \frac{m}{n-1} = 10 \quad (2) \quad (1\text{đ})$$

$$\text{Từ (1)} \Rightarrow m = 11n - 17 \quad (3)$$

Tuyển tập đề thi HSG Toán 6

$$(2) \Rightarrow m = 10n - 10 \quad (4)$$

(1đ)

$$\text{Từ (3) và (4)} \Rightarrow 11n - 17 = 10n - 10 \Leftrightarrow n = 7$$

(1đ)

Đáp số: Số người trong đội văn nghệ là: 7

Câu 5:

$$\text{a. Tính được } \angle yOn = 15^\circ; \angle mOy = 75^\circ$$

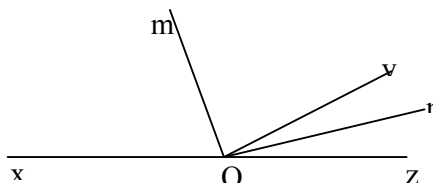
(1đ)

Chỉ ra cách vẽ và vẽ đúng.

(0.5đ)

$$\text{b. Tính được } \angle mOn = 90^\circ$$

(0.5đ)



ĐỀ SỐ 22

Thời gian làm bài: 120 phút.

Câu I : 3đ

Thực hiện phép tính bằng cách hợp lí :

$$1) A = \frac{636363.37 - 373737.63}{1 + 2 + 3 + \dots + 2006}$$

$$2) B = 1 \frac{6}{41} \cdot \left(\frac{12 + \frac{12}{19} - \frac{12}{37} - \frac{12}{53}}{3 + \frac{1}{3} - \frac{3}{37} - \frac{3}{53}} \cdot \frac{4 + \frac{4}{17} + \frac{4}{19} + \frac{4}{2006}}{5 + \frac{5}{17} + \frac{5}{19} + \frac{5}{2006}} \right) \cdot \frac{124242423}{237373735}$$

Câu II : 2đ

Tìm các cặp số (a,b) sao cho : $\overline{4a5b} : 45$

Câu III : 2đ

$$\text{Cho } A = 3^1 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{2006}$$

a, Thu gọn A

$$\text{b, Tìm } x \text{ để } 2A + 3 = 3^x$$

Câu IV : 1 đ

$$\text{So sánh: } A = \frac{2005^{2005} + 1}{2005^{2006} + 1} \text{ và } B = \frac{2005^{2004} + 1}{2005^{2005} + 1}$$

Câu V: 2đ

Một học sinh đọc quyển sách trong 3 ngày. Ngày thứ nhất đọc được $\frac{2}{5}$ số trang sách; ngày thứ 2 đọc được $\frac{3}{5}$ số trang sách còn lại; ngày thứ 3 đọc được 80% số trang sách còn lại và 3 trang cuối cùng. Hỏi cuốn sách có bao nhiêu trang?

ĐÁP ÁN

CÂU I : 1) 1,5đ

$$A = \frac{636363.37 - 373737.63}{1 + 2 + 3 + \dots + 2006} = \frac{63.(10101.37) - 37.(10101.63)}{1 + 2 + 3 + \dots + 2006} = \frac{37.63.(10101 - 10101)}{1 + 2 + 3 + \dots + 2006} = 0$$

$$2) B = 1 \frac{6}{41} \cdot \left(\frac{12 + \frac{12}{19} - \frac{12}{37} - \frac{12}{53}}{3 + \frac{1}{3} - \frac{3}{37} - \frac{3}{53}} \cdot \frac{4 + \frac{4}{17} + \frac{4}{19} + \frac{4}{2006}}{5 + \frac{5}{17} + \frac{5}{19} + \frac{5}{2006}} \right) \cdot \frac{124242423}{237373735}$$

Tuyển tập đề thi HSG Toán 6

$$= \frac{47}{41} \cdot \left(\frac{12 \cdot \left(1 + \frac{1}{19} - \frac{1}{37} - \frac{1}{53} \right)}{3 \left(1 + \frac{1}{19} - \frac{1}{37} - \frac{1}{53} \right)} \cdot \frac{4 \left(1 + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} + \frac{1}{2006} \right)}{5 \left(1 - \frac{1}{17} - \frac{1}{19} + \frac{1}{2006} \right)} \right) \cdot \frac{41.3.1010101}{47.5.1010101}$$
$$= \frac{47}{41} \cdot \left(4 \cdot \frac{5}{4} \right) \cdot \frac{41.3}{47.5} = 3 \quad (1,5đ)$$

CÂU 2: 2đ

- $b=0 \Rightarrow 9+a : 9 \Rightarrow a = 0$
- $B=5 \Rightarrow 14+a : 9 \Rightarrow a = 4$

CÂU III: 2 đ

a) $A = 3^1 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{2006} \Rightarrow 3A = 3^2 + 3^3 + 3^4 + \dots + 3^{2007} \Rightarrow 3A - A = 3^{2007} - 3 \Rightarrow A = \frac{3^{2007} - 3}{2}$

(1đ)

b) Ta có : $2 \cdot \frac{3^{2007} - 3}{2} + 3 = 3^x \Rightarrow 3^{2007} - 3 + 3 = 3^x \Rightarrow 3^{2007} = 3^x \Rightarrow x = 2007$ (1đ)

CÂU IV: 1đ

$$A = \frac{2005^{2005} + 1}{2005^{2006} + 1} < \frac{2005^{2005} + 1 + 2004}{2005^{2006} + 1 + 2004} = \frac{2005(2005^{2004} + 1)}{2005(2005^{2005} + 1)} = \frac{2005^{2004} + 1}{2005^{2005} + 1} = B \quad \text{Vậy } A < B$$

CÂU V : 2đ

Gọi x là số trang sách, $x \in \mathbb{N}$

Ngày 1 đọc được là $\frac{2}{5}x$ trang

Số trang còn lại là $x - \frac{2}{5}x = \frac{3}{5}x$ trang

Ngày 2 đọc được là $\frac{3}{5}x \cdot \frac{3}{5} = \frac{9}{25}x$ trang

Số trang còn lại là $\frac{3}{5}x - \frac{9}{25}x = \frac{6}{25}x$ trang

Ngày thứ 3 đọc được là : $\frac{6}{25}x \cdot 80\% + 30 = \frac{24x}{125} + 30$

Hay : $\frac{2}{5}x + \frac{9}{25}x + \frac{24x}{125} + 30 = x \Rightarrow x = 625$ trang

ĐS 625 trang

ĐỀ SỐ 23

Thời gian làm bài: 120 phút

Bài 1 (1,5đ): Dùng 3 chữ số 3; 0; 8 để ghép thành những số có 3 chữ số:

- a. Chia hết cho 2
- b. Chia hết cho 5
- c. Không chia hết cho cả 2 và 5

Bài 2 (2đ):

a. Tìm kết quả của phép nhân

$$A = \underbrace{33 \dots 3}_{50 \text{ chữ số}} \times \underbrace{99 \dots 9}_{50 \text{ chữ số}}$$

b. Cho $B = 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{100}$

Tìm số tự nhiên n, biết rằng $2B + 3 = 3^n$

Tuyển tập đề thi HSG Toán 6

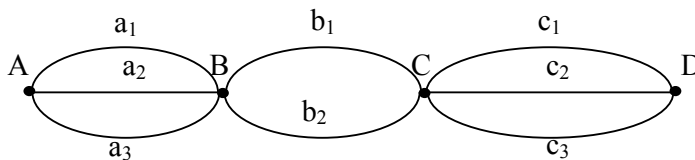
Bài 3 (1,5 đ): Tính

a.
$$C = \frac{101 + 100 + 99 + 98 + \dots + 3 + 2 + 1}{101 - 100 + 99 - 98 + \dots + 3 - 2 + 1}$$

b.
$$D = \frac{3737.43 - 4343.37}{2 + 4 + 6 + \dots + 100}$$

Bài 4 (1,5đ): Tìm hai chữ số tận cùng của 2^{100} .

Bài 5 (1,5đ): Cho ba con đường a_1, a_2, a_3 đi từ A đến B, hai con đường b_1, b_2 đi từ B đến C và ba con đường c_1, c_2, c_3 , đi từ C đến D (hình vẽ).



Viết tập hợp M các con đường đi từ A đến D lần lượt qua B và C

Bài 6 (2đ): Cho 100 điểm trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Cứ qua 2 điểm ta vẽ một đường thẳng. có tất cả bao nhiêu đường thẳng.

ĐÁP ÁN

Bài 1 (1,5đ):

a. 308; 380; 830 (0,5đ)

b. 380 830 (0,5đ)

c. 803

Bài 2 (2đ):

a) (1đ)

$$\begin{aligned} A &= \underbrace{333\dots3}_{50 \text{ chu so}} \times \left(\underbrace{100\dots0}_{50 \text{ chu so}} - 1 \right) = \underbrace{33\dots3}_{50 \text{ chu so}} \underbrace{00\dots0}_{50 \text{ chu so}} - \underbrace{33\dots3}_{50 \text{ chu so}} \\ &= \begin{array}{r} 33 \dots 33 \ 00 \dots 00 \\ - 33 \dots 33 \\ \hline \end{array} \quad (0,25\text{đ}). \text{ Vậy } A = \underbrace{33\dots3}_{49 \text{ chu so}} \underbrace{266\dots6}_{49 \text{ chu so}} 7 \quad (0,25\text{đ}) \end{aligned}$$

b) (1 đ) $B = 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{99} + 3^{100} \quad (1)$

$3B = 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{100} + 3^{101} \quad (2) \quad (0,25\text{đ})$

Lấy (2) trừ (1) ta được: $2B = 3^{101} - 3 \quad (0,25\text{đ})$

Do đó: $2B + 3 = 3^{101} \quad (0,25\text{đ})$

Theo đề bài $3B + 3 = 3^n$. Vậy $n = 101 \quad (0,25\text{đ})$

Bài 3 (1,5đ):

a) (0,75đ)

$$C = \frac{101 + 100 + 99 + 98 + \dots + 3 + 2 + 1}{101 - 100 + 99 - 98 + \dots + 3 - 2 + 1}$$

Ta có:

*, $101 + (100 + 99 + \dots + 3 + 2 + 1)$
 $= 101 + 101.100 : 2 = 101 + 5050 = 5151 \quad (0,25\text{đ})$

*, $101 - 100 + 99 - 98 + \dots + 3 - 2 + 1$
 $= \underbrace{(101 - 100) + (99 - 98) + \dots + (3 - 2)}_{50 \text{ cap}} + 1 = 50 + 1 = 51 \quad (0,25\text{đ})$

Vậy $C = \frac{5151}{51} = 101 \quad (0,25\text{đ})$

b) (0,75đ)

$$B = \frac{3737.43 - 4343.37}{2 + 4 + 6 + \dots + 100}$$

Tuyển tập đề thi HSG Toán 6

Ta có: $3737.43 - 4343.37 = 34.43.101 - 43.101.37 = 0$ (0,5đ)

Vậy $B = 0$ (vì $2 = 4 + 6 + \dots + 100 \neq 0$) (0,25đ)

Bài 4 (1,5đ):

Ta có: $2^{10} = 1024$ (0,25đ)

$$2^{100} = (2^{10})^{10} = 1024^{10} = (1024^2)^5 \quad (0,75đ)$$

$$= (\dots 76)^5 = \dots 76 \quad (0,5đ)$$

Vậy hai chữ số tận cùng của 2^{100} là 76

Bài 5 (1,5đ):

Nếu đi từ A đến D bằng con đường a_1 :

$$a_1 b_1 c_1; a_1 b_1 c_2; a_1 b_1 c_3; a_1 b_2 c_1; a_1 b_2 c_2; a_1 b_2 c_3; \quad (0,5đ)$$

Đi từ A đến D bằng con đường a_2 :

$$a_2 b_1 c_1; a_2 b_1 c_2; a_2 b_1 c_3; a_2 b_2 c_1; a_2 b_2 c_2; a_2 b_2 c_3; \quad (0,5đ)$$

Đi từ A đến D bằng con đường a_3 :

$$a_3 b_1 c_1; a_3 b_1 c_2; a_3 b_1 c_3; a_3 b_2 c_1; a_3 b_2 c_2; a_3 b_2 c_3; \quad (0,5đ)$$

Vậy tập hợp M:

$$M = \{ a_1 b_1 c_1; a_1 b_1 c_2; a_1 b_1 c_3; a_1 b_2 c_1; a_1 b_2 c_2; a_1 b_2 c_3; a_2 b_1 c_1; a_2 b_1 c_2; a_2 b_1 c_3; a_2 b_2 c_1; a_2 b_2 c_2; a_2 b_2 c_3; a_3 b_1 c_1; a_3 b_1 c_2; a_3 b_1 c_3; a_3 b_2 c_1; a_3 b_2 c_2; a_3 b_2 c_3 \}$$

Bài 6 (2đ): Chọn một điểm. Qua điểm đó và từng điểm trong 99 điểm còn lại, ta vẽ được 99 đường thẳng (0,5đ)

Làm như vậy với 100 điểm ta được 99.100 đường thẳng (0,5đ)

Nhưng mỗi đường thẳng được tính 2 lần, do đó tất cả có $99.100 : 2 = 4950$ đường thẳng (1đ)

ĐỀ SỐ 24

Thời gian làm bài: 120 phút

Bài 1(2đ)

a. Tính tổng $S = \frac{27 + 4500 + 135 + 550.2}{2 + 4 + 6 + \dots 14 + 16 + 18}$

b. So sánh: $A = \frac{2006^{2006} + 1}{2007^{2007} + 1}$ và $B = \frac{2006^{2005} + 1}{2006^{2006} + 1}$

Bài 2 (2đ)

a. Chứng minh rằng: $C = 2 + 2^2 + 2 + 3 + \dots + 2^{99} + 2^{100}$ chia hết cho 31

b. Tính tổng C. Tìm x để $2^{2x-1} - 2 = C$

Bài 3 (2đ)

Một số chia hết cho 4 dư 3, chia cho 17 dư 9, chia cho 19 dư 13. Hỏi số đó chia cho 1292 dư bao nhiêu

Bài 4 (2đ)

Trong đợt thi đua, lớp 6A có 42 bạn được từ 1 điểm 10 trở lên, 39 bạn được 2 điểm 10 trở lên, 14 bạn được từ 3 điểm 10 trở lên, 5 bạn được 4 điểm 10, không có ai được trên 4 điểm 10. Tính xem trong đợt thi đua lớp 6A được bao nhiêu điểm 10

Câu 5 (2đ)

Cho 25 điểm trong đó không có 3 điểm thẳng hàng. Cứ qua 2 điểm ta vẽ một đường thẳng. Hỏi có tất cả bao nhiêu đường thẳng?

Nếu thay 25 điểm bằng n điểm thì số đường thẳng là bao nhiêu.

ĐÁP ÁN

Bài 1

a. $S = \frac{270.450 + 270.550}{\frac{(2+18).9}{2}} = \frac{270(450+550)}{90} = \frac{270000}{90} = 3000$

b. Ta có nếu $\frac{a}{b} < 1$ thì $\frac{a}{b} < \frac{a+n}{b+n} (n \in \mathbb{N}^*)$ $A = \frac{2006^{2006} + 1}{2006^{2007} + 1} < \frac{2006^{2006} + 1 + 2005}{2006^{2007} + 2005 + 1}$

Tuyển tập đề thi HSG Toán 6

$$= \frac{2006^{2006} + 2006}{2006^{2007} + 2006} = \frac{2006(2006^{2005} + 1)}{2006(2006^{2006} + 1)} = \frac{2006^{2005} + 1}{2006^{2006} + 1} = B$$

Vậy $A < B$

Bài 2

- a. $C = 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{99} + 2^{100}$
 $= 2(1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{99}) + 2^{100} = 2(2^{100} - 1) + 2^{100} = 2^{101} - 2 + 2^{100} = 2^{100}(2 - 1) + 2^{100} = 2^{100} \cdot 3$
 $= 2 \cdot 31 + 2^6 \cdot 31 + \dots + 2^{96} \cdot 31 = 31(2 + 2^6 + \dots + 2^{96})$. Vậy C chia hết cho 31
- b. $C = 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{99} + 2^{100} \rightarrow 2C = 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{100} + 2^{101}$
Ta có $2C - C = 2^{101} - 2 \rightarrow 2^{101} = 2^{2x-1} \rightarrow 2x - 1 = 101 \rightarrow 2x = 102 \rightarrow x = 51$

Bài 3:

Gọi số cần tìm là A:

$$A = 4q_1 + 3 = 17q_2 + 9 = 19q_3 + 13 \quad (q_1, q_2, q_3 \text{ thuộc } \mathbb{N})$$

$$\rightarrow A + 25 = 4(q_1 + 7) = 17(q_2 + 2) = 19(q_3 + 2)$$

$$\rightarrow A + 25 \text{ chia hết cho } 4; 17; 19 \rightarrow A + 25 = 1292k$$

$$\rightarrow A = 1292k - 25 = 1292(k + 1) + 1267$$

khi chia A cho 1292 dư 1267

Bài 4

Tổng số điểm của 10 lớp 6A là

$$(42 - 39) \cdot 1 + (39 - 14) \cdot 2 + (14 - 5) \cdot 3 + 5 \cdot 4 = 100 (\text{điểm } 10)$$

Bài 5:

$$\text{Có } \frac{24 \times 25}{2} = 300 \text{ đường thẳng. Với } n \text{ điểm có } \frac{n(n-1)}{2} \text{ đường thẳng}$$

ĐỀ SỐ 25

Thời gian làm bài: 120 phút

1. Tính các giá trị của biểu thức.

a. $A = 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 100$

b. $B = -1 \frac{1}{5} \cdot \frac{4(3 + \frac{1}{3} - \frac{3}{7} - \frac{3}{53})}{3 + \frac{1}{3} - \frac{3}{37} - \frac{3}{53}} : \frac{4 + \frac{4}{17} + \frac{4}{19} + \frac{4}{2003}}{5 + \frac{5}{17} + \frac{5}{19} + \frac{5}{2003}}$

c. $C = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{4.5} + \dots + \frac{1}{99.100}$

2. So sánh các biểu thức :

a. 3^{200} và 2^{300}

b. $A = \frac{121212}{171717} + \frac{2}{17} - \frac{404}{1717}$ với $B = \frac{10}{17}$

3. Cho 1 số có 4 chữ số: $*26*$ Điền các chữ số thích hợp vào dấu (*) để được số có 4 chữ số khác nhau chia hết cho tất cả 4 số : 2; 3; 5; 9.

4. Tìm số tự nhiên n sao cho : $1! + 2! + 3! + \dots + n!$ là số chính phương?

5. Hai xe ô tô khởi hành từ hai địa điểm A, B đi ngược chiều nhau. Xe thứ nhất khởi hành từ A lúc 7 giờ. Xe thứ hai khởi hành từ B lúc 7 giờ 10 phút. Biết rằng để đi cả quãng đường AB. Xe thứ nhất cần 2 giờ, xe thứ hai cần 3 giờ. Hỏi sau khi đi 2 xe gặp nhau lúc mấy giờ?

6. Cho góc xOy có số đo bằng 120° . Điểm A nằm trong góc xOy sao cho: $\widehat{AOy} = 75^\circ$. Điểm B nằm ngoài góc xOy mà $\widehat{BOx} = 135^\circ$. Hỏi 3 điểm A, O, B có thẳng hàng không? Vì sao?

ĐÁP ÁN

Câu 1 : Tính giá trị biểu thức :

- a) Tổng : $S = 1 + 2 + 3 + \dots + 100$ có 100 số hạng .

$$S = (1 + 100) + (2 + 99) + (3 + 98) + \dots + 950 + 51) \text{ có 50 cặp .}$$

$$= 50 \cdot 10 = 5050$$

Tuyển tập đề thi HSG Toán 6

$$b) A = -1 \frac{1}{5} \cdot \frac{4(3 + \frac{1}{3} - \frac{3}{37} - \frac{3}{53})}{(3 + \frac{1}{3} - \frac{3}{37} - \frac{3}{53})} : \frac{4 + \frac{4}{17} + \frac{4}{19} + \frac{4}{2003}}{5 + \frac{4}{17} + \frac{4}{19} + \frac{4}{2003}}$$

$$\text{Ta có : } A = -\frac{6}{5} \cdot \frac{4}{1} : \frac{4(1 + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} + \frac{1}{2003})}{5(1 + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} + \frac{1}{2003})} = -\frac{6}{5} \cdot \frac{4}{1} : \frac{4}{5} = -\frac{6}{5} \cdot \frac{4.5}{4} = -6$$

$$c). B = \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{4.5} + \frac{1}{5.6} + \dots + \frac{1}{99.100}$$

$$\text{Ta có : } B = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100} = 1 - \frac{1}{100} = \frac{99}{100}$$

2) Câu 2. So sánh .

$$a) \text{ Ta có : } 3^{200} = (3^2)^{100} = 9^{100}$$

$$2^{300} = (2^3)^{100} = 8^{100}$$

Vì $9^{100} > 8^{100}$ Nên $3^{200} > 2^{300}$

$$b) A = \frac{121212}{171717} + \frac{2}{17} - \frac{404}{1717} + \frac{121212 : 10101}{171717 : 10101} + \frac{2}{17} - \frac{404 : 101}{1717 : 101} \Rightarrow A = \frac{12}{17} + \frac{2}{17} - \frac{4}{17} = \frac{12+2-4}{17}$$

$$\text{Vậy } A = \frac{10}{17} \text{ hay } A=B = \frac{10}{17}$$

3). Đề số có 4 chữ số $\overline{*26*}$, 4 chữ số khác nhau mà 4 chữ số $\overline{*26*}$ chia hết cho cả 4 số 2; 5; 3; 9. Ta cần thỏa mãn : Số đó đảm bảo chia hết cho 2 nên số đó là số chẵn.

Số đó chia hết cho 5 nên số đó phải có chữ số tận cùng là số 0 hoặc 5. Số đó vừa chia hết cho 3 và 9. Nên số đó phải có tổng các chữ số chia hết cho 9.

Vậy : Chữ số tận cùng của số đó là 0 $\Rightarrow \overline{*260}$. Chữ số đầu là số 1

Do đó số đã cho là 1260

4) Bài 4. Tìm số tự nhiên n. Mà $1! + 2! + 3! + \dots + n!$ là bình phương của một số tự nhiên.

$$\text{Xét : } n=1 \quad 1! = 1^2$$

$$n=2 \Rightarrow 1! + 2! = 3$$

$$n=3 \Rightarrow 1! + 2! + 3! = 9 = 3^2$$

$$n=4 \Rightarrow 1! + 2! + 3! + 4! = 33$$

Với $n > 4$ thì $n! = 1.2.3 \dots n$ là một số chẵn. Nên $1! + 2! + \dots + n! = 33$ cộng với một số chẵn bằng số có chữ số tận cùng của tổng đó là chữ số 3. Nên nó không phải là số chính phương.

Vậy chỉ có hai giá trị $n=1$ hoặc $n=3$ thì $1! + 2! + 3! + 4! + \dots + n!$ là số chính phương.

5) Giải

1 giờ xe thứ nhất đi được $\frac{1}{2}$ quãng đường AB.

1 giờ xe thứ 2 đi được $\frac{1}{3}$ quãng đường AB.

1 giờ cả 2 xe đi được $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$ quãng đường AB.

Sau 10 phút = $\frac{1}{6}$ giờ : Xe thứ nhất đi được $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{12}$ quãng đường AB.

Quãng đường còn lại là:

$$1 - \frac{1}{12} = \frac{11}{12} \text{ (của AB)}$$

Thời gian hai xe cùng đi quãng đường còn lại là:

$$\frac{11}{12} : \frac{5}{6} = \frac{11}{10} \text{ giờ} = 1 \text{ giờ } 6 \text{ phút.}$$

Hai xe gặp nhau lúc 7 giờ 10 phút + 1 giờ 6 phút = 8 giờ 16 phút.

Đáp án : 8 giờ 16 phút. (0,25đ)

6) Hình học. (tự vẽ hình) (2đ)

Tuyển tập đề thi HSG Toán 6

Vì: $\widehat{xOy} = 120^\circ$, $\widehat{AOy} = 75^\circ$, điểm A nằm trong góc xOy nên tia OA nằm giữa hai tia Ox và Oy.

Ta có: $\widehat{xOA} = \widehat{xOy} - \widehat{AOy} = 120^\circ - 75^\circ = 45^\circ$ Điểm B có thể ở hai vị trí: B và B'.

+, Tại B thì tia OB nằm ngoài hai tia Ox, OA nên $\widehat{BOx} + \widehat{xOA} = 135^\circ + 45^\circ = 180^\circ$. Do đó

$\widehat{BOA} = \widehat{BOx} + \widehat{xOA} = 180^\circ$. Nên 3 điểm A, O, B thẳng hàng. (0,75đ)

+, Còn tại B' thì: $\widehat{xOB'} = 135^\circ < 180^\circ$, $\widehat{AOB'} = \widehat{xOB'} - \widehat{xOA} = 135^\circ - 45^\circ = 90^\circ$. Nên 3 điểm A, O, B' không thẳng hàng. (0,5đ)

ĐỀ SỐ 26

Thời gian làm bài: 120 phút

Câu 1: Tính tổng $A = \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^{100}}$

Câu 2: Tìm số tự nhiên a, b, c, d nhỏ nhất sao cho:

$$\frac{a}{b} = \frac{5}{3}; \frac{b}{c} = \frac{12}{21}; \frac{c}{d} = \frac{6}{11}$$

Câu 3: Cho 2 dãy số tự nhiên 1, 2, 3, ..., 50

a-Tìm hai số thuộc dãy trên sao cho ƯCLN của chúng đạt giá trị lớn nhất.

b-Tìm hai số thuộc dãy trên sao cho BCNN của chúng đạt giá trị lớn nhất.

Câu 4: Cho bốn tia OA, OB, OC, OD, tạo thành các góc AOB, BOC, COD, DOA không có điểm chung. Tính số đo của mỗi góc ấy biết rằng: $\widehat{BOC} = 3 \widehat{AOB}$; $\widehat{COD} = 5 \widehat{AOB}$; $\widehat{DOA} = 6 \widehat{AOB}$

HƯỚNG DẪN

Câu 1: Ta có

$$3A = 1 + 1/3 + 1/3^2 + \dots + 1/3^{99}$$

$$\text{vậy: } 3A - A = (1 + 1/3 + 1/3^2 + \dots + 1/3^{99}) - (1/3 + 1/3^2 + \dots + 1/3^{100})$$

$$2A = 1 - 1/3^{100} = (3^{100} - 1) / 3^{100}$$

$$\text{suy ra } A = (3^{100} - 1) / 2 \cdot 3^{100}$$

Câu 2: Ta có $12/21 = 4/7$, các phân số $3/5, 4/5, 6/11$ tối giản nên tồn tại các số tự nhiên k, l, m sao cho $a=3k, b=5k, b=4n, c=7n, c=6m, d=11m$. Từ các đẳng thức $5k=4n$, và $7k=6m$ ta có $4n:5$ và $7n:6$ mà $(4,5)=1; (7,6)=1$ nên

$n:5, n:6$ mặt khác $(5,6)=1$ do đó $n:30$

để các số tự nhiên a, b, c, d nhỏ nhất và phải khác 0, ta chọn n nhỏ nhất bằng 30 suy ra: $k=24, m=35$

vậy $a=72, b=120, c=210, d=385$.

câu 3: Gọi a và b là hai số bất kì thuộc dãy 1, 2, 3, ..., 50. Giả sử $a > b$.

a. Gọi d thuộc ƯC(a,b) thì $a-b: d$ ta sẽ chứng minh $d \leq 25$ thật vậy giả sử $d > 25$ thì $b > 25$ ta có $a \leq 50$ mà $b > 25$ nên $0 < a-b < 25$, không thể xảy ra

$a-b: d$; $d=25$ xảy ra khi $a=50; b=25$

vậy hai số có ƯCLN đạt giá trị lớn nhất là 50 và 25

b. $BCNN(a,b) \leq a.b \leq 50.49=2450$ vậy hai số có BCNN đạt giá trị lớn nhất là 50 và 49

câu 4: (Học sinh tự vẽ hình)

Ta thấy: $\widehat{AOB} + \widehat{BOC} + \widehat{AOD} > 180^\circ$

vì nếu trái lại thì góc AOD có điểm trong chung với ba góc kia. Đặt $\widehat{AOB} = \alpha$

$$\text{ta có: } \widehat{AOB} + \widehat{BOC} + \widehat{AOD} + \widehat{COD} = 360^\circ \Rightarrow \alpha + 3\alpha + 5\alpha + 6\alpha = 360^\circ \Rightarrow \alpha = 24^\circ.$$

$$\text{Vậy: } \widehat{AOB} = 24^\circ; \widehat{BOC} = 72^\circ; \widehat{COD} = 120^\circ; \widehat{DOA} = 144^\circ$$

ĐỀ SỐ 27

Thời gian làm bài: 120 phút

Câu 1: (3đ).

Tuyển tập đề thi HSG Toán 6

a. Kết quả điều tra ở một lớp học cho thấy: Có 20 học sinh thích bóng đá, 17 học sinh thích bơi, 36 học sinh thích bóng chuyền, 14 học sinh thích đá bóng và bơi, 13 học sinh thích bơi và bóng chuyền, 15 học sinh thích bóng đá và bóng chuyền, 10 học sinh thích cả ba môn, 12 học sinh không thích môn nào. Tính xem lớp học đó có bao nhiêu học sinh?

b. Cho số: $A = 1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8\ 9\ 10\ 11\ 12\ \dots\dots 58\ 59\ 60$.

- Số A có bao nhiêu chữ số?

- Hãy xóa đi 100 chữ số trong số A sao cho số còn lại là:

+ Nhỏ nhất

+ Lớn nhất

Câu 2: (2đ).

a. Cho $A = 5 + 5^2 + \dots + 5^{96}$. Tìm chữ số tận cùng của A.

b. Tìm số tự nhiên n để: $6n + 3$ chia hết cho $3n + 6$

Câu 3: (3đ).

a. Tìm một số tự nhiên nhỏ nhất biết rằng khi chia số đó cho 3 dư 2, cho 4 dư 3, cho 5 dư 4 và cho 10 dư 9.

b. Chứng minh rằng: $11^{n+2} + 12^{2n+1}$ Chia hết cho 133.

Câu 4: (2đ). Cho n điểm trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Cứ qua hai điểm ta vẽ 1 đường thẳng. Biết rằng có tất cả 105 đường thẳng. Tính n?

ĐÁP ÁN

Câu 1: (3đ).

a. Vẽ được sơ đồ cho (1,5đ).

- Số học sinh thích đúng 2 môn bóng đá và bơi: $14 - 10 = 4$ (hs)

- Số học sinh thích đúng hai môn bơi và bóng chuyền: $13 - 10 = 3$ (hs).

- Số học sinh thích đúng hai môn bóng đá và bóng chuyền: $15 - 10 = 5$ (hs)

- Số học sinh chỉ thích bóng đá: $20 - (4 + 10 + 5) = 1$ (hs)

- Số học sinh chỉ thích bơi: $17 - (4 + 10 + 3) = 0$ (hs).

- Số học sinh chỉ thích bóng chuyền: $36 - (5 + 10 + 3) = 18$ (hs).

Vậy: Số học sinh của lớp là: $1 + 0 + 18 + 4 + 10 + 5 + 3 + 12 = 53$ (hs).

b. (1,5 đ)

$A = 1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8\ 9\ 10\ 11\ 12\ \dots\dots 58\ 59\ 60$.

* Từ 1 đến 9 có : 9 chữ số

Từ 10 đến 60 có: $51 \cdot 2 = 102$ chữ số.

Vậy: Số A có $9 + 102 = 111$ chữ số. (0,5đ)

* Nếu xóa 100 chữ số trong số A thì số A còn 11 chữ số. Trong số A có 6 chữ số 0 nhưng có 5 chữ số 0 đứng trước các chữ số 51 52 53 58 59 60.

\Rightarrow Trong số nhỏ nhất có 5 chữ số 0 đứng trước \Rightarrow số nhỏ nhất là số có 6 chữ số.

\Rightarrow Số nhỏ nhất là 00000123450 = 123450 (0,5đ).

* Trong số A có 6 chữ số 9. Nếu số lớn nhất có 6 chữ số 9 đứng liền nhau thì số đó là: 99999960

\Rightarrow Số này chỉ có 8 chữ số không thỏa mãn.

\Rightarrow Số lớn nhất chỉ có 5 chữ số 9 liền nhau số đó có dạng 99999....

\Rightarrow Các chữ số còn lại 78 59 60.

Vậy số lớn nhất: 99999785860.

Câu 2: (2,5đ).

a.(1,5đ).

$\Rightarrow A = 5 + 5^2 + \dots\dots + 5^{96} \Rightarrow 5A = 5^2 + 5^3 + \dots\dots + 5^{96} + 5^{97}$

$\Rightarrow 5A - A = 5^{97} - 5 \Rightarrow A = \frac{5^{97} - 5}{4}$

Tacó: 5^{97} có chữ số tận cùng là 5 $\rightarrow 5^{97} - 5$ có chữ số tận cùng là 0.

Vậy: Chữ số tận cùng của A là 0.

b. (1đ).

Có: $6n + 3 = 2(3n + 6) - 9$

$\Rightarrow 6n + 3$ chia hết $3n + 6$

$\Rightarrow 2(3n + 6) - 9$ chia hết $3n + 6$

$\Rightarrow 9$ chia hết $3n + 6$

Tuyển tập đề thi HSG Toán 6

$$\Rightarrow 3n + 6 = \pm 1; \pm 3; \pm 9$$

$3n + 6$	- 9	- 3	- 1	1	3	9
n	- 5	- 3	- 7/3	- 5/3	- 1	1

Vậy; Với $n = 1$ thì $6n + 3$ chia hết cho $3n + 6$.

Câu 3: (2,5đ).

a. (1đ).

Gọi số tự nhiên cần tìm là a ($a > 0, a \in \mathbb{N}$)

Theo bài ra ta có:

- a chia cho 3 dư 2 $\Rightarrow a - 2$ chia hết cho 3

- a chia cho 4 dư 3 $\Rightarrow a - 3$ chia hết cho 4

- a chia cho 5 dư 4 $\Rightarrow a - 4$ chia hết cho 5

- a chia cho 10 dư 9 $\Rightarrow a - 9$ chia hết cho 10

$$\Rightarrow a = \text{BCNN}(3, 4, 5, 10) = 60.$$

b. (1,5đ).

$$11^{n+2} + 12^{2n+1} = 121 \cdot 11^n + 12 \cdot 144^n$$

$$= (133 - 12) \cdot 11^n + 12 \cdot 144^n = 133 \cdot 11^n + (144^n - 11^n) \cdot 12$$

Tacó: $133 \cdot 11^n$ chia hết 133; $144^n - 11^n$ chia hết $(144 - 11)$

$$\Rightarrow 144^n - 11^n \text{ chia hết } 133 \Rightarrow 11^{n+1} + 12^{2n+1}$$

Câu 4: (2đ).

$$\text{Số đường thẳng vẽ được qua } n \text{ điểm: } \frac{n(n-1)}{2} = 105$$

$$\Rightarrow n \cdot (n - 1) = 210 = 2 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 7 = 10 \cdot 14$$

$$\Rightarrow n \cdot (n - 1) = 6 \cdot 35 = 15 \cdot 14.$$

Vì n và $n - 1$ là 2 số tự nhiên liên tiếp nên: $n = 14$

Vậy $n = 14$.

ĐỀ SỐ 28

Thời gian làm bài: 120 phút

Bài 1: (2,25 điểm) Tìm x biết

a) $x + \frac{1}{5} = \frac{7}{25}$

b) $x - \frac{4}{9} = \frac{5}{11}$

c) $(x-32) \cdot 45 = 0$

Bài 2: (2,25 điểm) Tính tổng sau bằng cách hợp lý nhất:

a) $A = 11 + 12 + 13 + 14 + \dots + 20.$

b) $B = 11 + 13 + 15 + 17 + \dots + 25.$

c) $C = 12 + 14 + 16 + 18 + \dots + 26.$

Bài 3: (2,25 điểm) Tính:

a) $A = \frac{5}{11 \cdot 16} + \frac{5}{16 \cdot 21} + \frac{5}{21 \cdot 26} + \dots + \frac{5}{61 \cdot 66}$

b) $B = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42}$

c) $C = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{1989 \cdot 1990} + \dots + \frac{1}{2006 \cdot 2007}$

Bài 4: (1 điểm)

Cho: $A = \frac{10^{2001} + 1}{10^{2002} + 1}; \quad B = \frac{10^{2002} + 1}{10^{2003} + 1}.$

Hãy so sánh A và B .

Bài 5: (2,25 điểm)

Cho đoạn thẳng AB dài 7cm. Trên tia AB lấy điểm I sao cho $AI = 4$ cm. Trên tia BA lấy điểm K sao cho $BK = 2$ cm.

Tuyển tập đề thi HSG Toán 6

- a) Hãy chứng tỏ rằng I nằm giữa A và K.
b) Tính IK.

ĐÁP ÁN

Bài 1:(2,25 điểm)

a) $x = \frac{7}{25} - \frac{1}{5} = \frac{2}{25}$; b) $x = \frac{5}{11} - \frac{4}{9} = \frac{45 + 44}{99} = \frac{89}{99}$; c) $x = 32$

Bài 2:(2,25 điểm) Tính tổng sau bằng cách hợp lý nhất:

a) $A = (11 + 20) + (12 + 19) + (13 + 18) + (14 + 17) + (15 + 16)$
 $= 31 + 31 + 31 + 31 + 31 = 31.5 = 155$
b) $B = (11+25)+(13+23)+(15+21)+(17+19) = 36.4 = 144.$
c) $C = (12+26)+(14+24)+(16+22)+(18+20) = 38.4 = 152.$

Bài 3:(2,25 điểm) Tính:

a) $A = \frac{1}{11} - \frac{1}{16} + \frac{1}{16} - \frac{1}{21} + \frac{1}{21} - \frac{1}{26} + \dots + \frac{1}{61} - \frac{1}{66} = \frac{1}{11} - \frac{1}{66} = \frac{5}{66}$
b) $B = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{7} = 1 - \frac{1}{7} = \frac{6}{7}$
c) $C = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{1989} - \frac{1}{1990} + \dots + \frac{1}{2006} - \frac{1}{2007} = 1 - \frac{1}{2007} = \frac{2006}{2007}$

Bài 4:(1 điểm)

Ta có: $10A = \frac{10^{2002} + 10}{10^{2002} + 1} = 1 + \frac{9}{10^{2002} + 1}$ (1)

Tương tự: $10B = \frac{10^{2003} + 10}{10^{2003} + 1} = 1 + \frac{9}{10^{2003} + 1}$ (2)

Từ (1) và (2) ta thấy : $\frac{9}{10^{2002} + 1} > \frac{9}{10^{2003} + 1} \Rightarrow 10A > 10B \Rightarrow A > B$

Bài 5:(2,25 điểm)



a) Trên tia BA ta có $BK = 2$ cm. $BA = 7$ cm nên $BK < BA$ do đó điểm K nằm giữa A và B. Suy ra $AK + KB = AB$ hay $AK + 2 = 7 \Rightarrow AK = 5$ cm. Trên tia AB có điểm I và K mà $AI < AK$ (và $4 < 5$) nên điểm I nằm giữa A và K

b) Do I nằm giữa A và K nên $AI + IK = AK$. Hay $4 + IK = 5 \Rightarrow IK = 5 - 4 = 1$.

ĐỀ SỐ 29

Thời gian làm bài: 120 phút

Bài 1: (3 điểm)

a. Chứng tỏ rằng tổng sau không chia hết cho 10:

$$A = 405^n + 2^{405} + m^2 \quad (m, n \in \mathbb{N}; n \neq 0)$$

b. Tìm số tự nhiên n để các biểu thức sau là số tự nhiên:

$$B = \frac{2n+2}{n+2} + \frac{5n+17}{n+2} - \frac{3n}{n+2}$$

c. Tìm các chữ số x, y sao cho: $C = \overline{x1995y}$ chia hết cho 55

Bài 2 (2 điểm)

a. Tính tổng: $M = \frac{10}{56} + \frac{10}{140} + \frac{10}{260} + \dots + \frac{10}{1400}$

b. Cho $S = \frac{3}{10} + \frac{3}{11} + \frac{3}{12} + \frac{3}{13} + \frac{3}{14}$. Chứng minh rằng : $1 < S < 2$

Bài 3 (2 điểm)

Tuyển tập đề thi HSG Toán 6

Hai người đi mua gạo. Người thứ nhất mua gạo nếp, người thứ hai mua gạo tẻ. Giá gạo tẻ rẻ hơn giá gạo nếp là 20%. Biết khối lượng gạo tẻ người thứ hai mua nhiều hơn khối lượng gạo nếp là 20%. Hỏi người nào trả tiền ít hơn? ít hơn mấy % so với người kia?

Bài 4 (3 điểm)

Cho 2 điểm M và N nằm cùng phía đối với A, nằm cùng phía đối với B. Điểm M nằm giữa A và B.

Biết $AB = 5\text{cm}$; $AM = 3\text{cm}$; $BN = 1\text{cm}$. Chứng tỏ rằng:

a. Bốn điểm A,B,M,N thẳng hàng

b. Điểm N là trung điểm của đoạn thẳng MB

c. Vẽ đường tròn tâm N đi qua B và đường tròn tâm A đi qua N, chúng cắt nhau tại C, tính chu vi của $\triangle CAN$.

ĐÁP ÁN

Bài 1 (3 điểm)

a.(1 điểm)

Ta có $405^n = \dots 5$ (0,25 điểm)

$$2^{405} = 2^{404} \cdot 2 = (\dots 6) \cdot 2 = \dots 2 \text{ (0,25 điểm)}$$

m^2 là số chính phương nên có chữ số tận cùng khác 3. Vậy A có chữ số tận cùng khác

không $\Rightarrow A : 10$ ✓

b. (1 điểm)

$$B = \frac{2n+9}{n+2} + \frac{5}{n+2} \cdot \frac{n+17}{n+2} - \frac{3n}{n+2} = \frac{2n+9+5n+17-3n}{n+2} = \frac{4n+26}{n+2} \quad (0,25 \text{ điểm})$$

$$B = \frac{4n+26}{n+2} = \frac{4(n+2)+18}{n+2} = 4 + \frac{18}{n+2} \quad (0,25 \text{ điểm})$$

Để B là số tự nhiên thì $\frac{18}{n+2}$ là số tự nhiên

$$\Rightarrow 18 : (n+2) \Rightarrow n+2 \in \text{Ư}(18) = \{1;2;3;6;9;18\} \quad (0,25 \text{ điểm})$$

$$+, \quad n+2=1 \Leftrightarrow n=-1 \text{ (loại)}$$

$$+, \quad n+2=2 \Leftrightarrow n=0$$

$$+, \quad n+2=3 \Leftrightarrow n=1$$

$$+, \quad n+2=6 \Leftrightarrow n=4$$

$$+, \quad n+2=9 \Leftrightarrow n=7$$

$$+, \quad n+2=18 \Leftrightarrow n=16$$

Vậy $n \in \{0;1;4;7;16\}$ thì $B \in \mathbb{N}$ (0,25 điểm)

c. (1 điểm)

Ta có $55 = 5 \cdot 11$ mà $(5;1) = 1$ (0,25 điểm)

$$\text{Do đó } C = \overline{x1995y} : \quad 55 \Leftrightarrow \begin{cases} \div 5 & (1) \\ C : 11 & (2) \end{cases} \quad (0,25 \text{ điểm})$$

(1) $\Rightarrow y = 0$ hoặc $y = 5$

$$+, \quad y = 0 : (2) \Rightarrow x+9+5 - (1+9+0) : 11 \Rightarrow x = 7 \quad (0,25 \text{ điểm})$$

$$+, \quad y = 5 : (2) \Rightarrow x+9+5 - (1+9+5) : 11 \Rightarrow x = 1 \quad (0,25 \text{ điểm})$$

Bài 2 (2 điểm)

a(1 điểm)

$$M = \frac{10}{56} + \frac{10}{140} + \frac{10}{260} + \dots + \frac{10}{1400} = \frac{5}{4 \cdot 7} + \frac{5}{7 \cdot 10} + \frac{5}{10 \cdot 13} + \dots + \frac{5}{25 \cdot 28} \quad (0,25 \text{ điểm})$$

$$= \frac{5}{3} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{10} + \frac{1}{10} - \frac{1}{13} + \dots + \frac{1}{25} - \frac{1}{28} \right) \quad (0,25 \text{ điểm})$$

$$= \frac{5}{3} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{28} \right) = \frac{5}{3} \cdot \frac{6}{28} = \frac{5}{14} \quad (0,5 \text{ điểm})$$

b. (1 điểm)

$$S = \frac{3}{10} + \frac{3}{11} + \frac{3}{12} + \frac{3}{13} + \frac{3}{14} > \frac{3}{15} + \frac{3}{15} + \frac{3}{15} + \frac{3}{15} + \frac{3}{15} \Rightarrow S > \frac{15}{15} = 1 \quad (1) \quad (0,5 \text{ điểm})$$

42

Tuyển tập đề thi HSG Toán 6

$$a) 31x + \frac{(1+30)30}{2} = 620 \Rightarrow 31x = 620 - 31.15 = 155$$

$$x = 155 : 31 = 5$$

$$b) \frac{(2+2)x}{2} = 210 \Rightarrow (x+1)x = 210 \quad 210 = 2.3.5.7 = (2.7)(3.5) = 14.15$$

$$\text{Vậy } x = 14$$

Bài 2 :

a) gọi 3 số tự nhiên liên tiếp là $x, x+1, x+2$ ($x \in \mathbb{N}$)

- Nếu $x = 3k$ (thỏa mãn) . Nếu $x = 3k+1$ thì $x+2 = 3k+1+2 = (3k+3) : 3$

- Nếu $x = 3k+2$ thì $x+1 = 3k+1+2 = (3k+3) : 3$

Vậy trong 3 số tự nhiên liên tiếp có 1 số chia hết cho 3

b) Nhận thấy $17^n, 17^n+1, 17^n+2$ là 3 số tự nhiên liên tiếp mà 17^n không chia hết cho 3, Nên trong 2 số còn lại 1 số phải $:3$

$$\text{Do đó : } A = (17^n + 1)(17^n + 2) : 3$$

Bài 3:

$$a) \text{Ta có : } S = (1+3) + (3^2+3^3) + \dots + (3^{48}+3^{49}) = 4+3^2(1+3) + \dots + 3^{48}(1+3) \quad 4$$

$$b) S = (1+3+3^2+3^3) + (3^4+3^5+3^6+3^7) + \dots + (3^{44}+3^{45}+3^{46}+3^{47}) + 3^{48}+3^{49}$$

Các tổng 4 số hạng đều chia hết cho 10, do đó tận cùng bằng 0

$$\text{Mặt khác } 3^{38} + 3^{49} = 3^{4.12} + 3^{48} . 3 = \dots 1 + \dots 1 . 3 = \dots 4$$

Vậy S có tận cùng bằng 4

$$c) \begin{aligned} S &= 1+3+3^2+3^3+\dots+3^{48}+3^{49} \\ 3S &= 3+3+3^2+3^3+\dots+3^{48}+3^{49}+3^{50} \\ \Rightarrow 3S - S &= 3^{50} - 1 \end{aligned}$$

$$2S = 3^{50} - 1 \quad \text{Suy ra } S = \frac{3^{50} - 1}{2}$$

Bài 4 :

Nhận thấy $12a : 4$ và $36b : 4$ mà 3211 không chia hết cho 4, Vậy không có 2 số tự nhiên nào thỏa mãn

Bài 5 : Ta có $(6a+9b) : 3$ hay $(2a+7b+4a+2b) : 3$. Mà $(2a+7b) : 3$

Nên $(4a+2b) : 3$

Bài 6 :

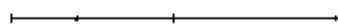
a) Khi ta cắt 1 tờ giấy thành 6 mảnh thì số mảnh giấy tăng thêm 5 . Cắt nhiều lần như thế thì tổng số mảnh giấy tăng thêm $5k$ (k là tờ giấy đem cắt) . Ban đầu chỉ có 1 tờ giấy, Vậy tổng số các mảnh giấy là $5k+1$

Số này chia 5 dư 1 : vậy không thể có được tất cả 75 mảnh giấy nhỏ (vì $75 : 5$)

b) Ta có $5k+1 = 121 \Rightarrow k=24$. Vậy ta đã cắt được tất cả 24 mảnh giấy

Bài 7 :

A C M B



- Gọi M là trung điểm của AB suy ra $MA = MB$ và $M \in AB$

Xét 3 trường hợp

a) $C \equiv M$ ta có $MA = MB$ suy ra $CA = CB$

b) C nằm giữa A và M $\Rightarrow CA < MA \Rightarrow CA < MB$ (1)

M nằm giữa C và B nên $MB < CB$ (2)

Từ (1) & (2) $\Rightarrow CA < CB$

c) C nằm giữa M và B $\Rightarrow CB < MB \Rightarrow CB < MA$ (3)

M nằm giữa A và C nên $MA < CA$ (4)

Từ (3) và (4) $CA < CB$

Tuyển tập đề thi HSG Toán 6

Tóm lại $C \in MA$ thì ta luôn có $CA \leq CB$

Bài 8 :



C nằm giữa A và B nên : $AC + CB = AB = 5$

Và $AC + BD = 6$

$\Rightarrow AC + CB < AC + BD \Rightarrow CB < BD \Rightarrow C$ nằm giữa D và B

b) $BD = BC + CD$

vì $AC + BD = 6$ nên $AC + BC + CD = 6 \Rightarrow (BC + AC) + CD = 6$

$\Rightarrow CD = 6 - AB = 6 - 5 = 1$

Vậy $CD = 1$

ĐỀ SỐ 31

Thời gian làm bài: 150 phút

Năm học 2009 - 2010

Câu 1 (2 điểm)

Tính

$$a/ A = \frac{101 + 100 + 99 + 98 + \dots + 3 + 2 + 1}{101 - 100 + 99 - 98 + \dots + 3 - 2 + 1} \quad b/ B = \frac{423134 \cdot 846267 - 423133}{423133 \cdot 846267 + 423134}$$

Câu 2 (2 điểm)

a/ Chứng minh rằng: $10^{28} + 8$ chia hết cho 72

b/ Cho $A = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2001} + 2^{2002}$ $B = 2^{2003}$ So sánh A và B

c/ Tìm số nguyên tố p để p + 6; p + 8; p + 12; p + 14 đều là các số nguyên tố.

Câu 3 (2 điểm) Người ta chia số học sinh lớp 6A thành các tổ, nếu mỗi tổ 9 em thì thừa 1 em, còn nếu mỗi tổ 10 em thì thiếu 3 em.

Hỏi có bao nhiêu tổ, bao nhiêu học sinh ?

Câu 4 (3 điểm) Cho $\triangle ABC$ có $BC = 5,5$ cm. Điểm M thuộc tia đối của tia CB sao cho $CM = 3$ cm.

a/ Tính độ dài BM

b/ Biết $\angle BAM = 80^\circ$; $\angle BAC = 60^\circ$. Tính $\angle CAM$ Biết $\angle BAM = 80^\circ$; $\angle BAC = 60^\circ$. Tính $\angle CAM$

c/ Tính độ dài BK thuộc đoạn BM biết $CK = 1$ cm.

Câu 5 (1 điểm) Chứng minh rằng: $\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{100^2} < 1$

ĐÁP ÁN

Câu 1:

$$a/ A = \frac{101 \cdot 51}{51} = 101 \quad (1 \text{ điểm})$$

$$b/ B = \frac{423133 \cdot 846267 + 846267 - 423133}{423133 \cdot 846267 + 423134} = 1 \quad (1 \text{ điểm})$$

Câu 2:

a/ Vì $10^{28} + 8$ có tổng các chữ số chia hết cho 9 nên tổng đó chia hết cho 9

Lại có $10^{28} + 8$ có 3 chữ số tận cùng là 008 nên chia hết cho 8

Vậy $10^{28} + 8$ chia hết cho 72 (1/2 điểm)

b/ Có $2A = 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2002} + 2^{2003} \Rightarrow 2A - A = 2^{2003} - 1$

$\Rightarrow A = B - 1$. Vậy $A < B$. (1/2 điểm)

c/ Xét phép chia của p cho 5 ta thấy p có 1 trong 5 dạng sau:

$p = 5k$; $p = 5k + 1$; $p = 5k + 2$; $p = 5k + 3$; $p = 5k + 4$ ($k \in \mathbb{N}$; $k > 0$)

+ Nếu $p = 5k$ thì do p nguyên tố nên $k = 1 \Rightarrow p = 5$

+ Nếu $p = 5k + 1 \Rightarrow p + 14 = 5(k + 3) : 5$ và lớn hơn 5 nên là hợp số (loại)

Tuyển tập đề thi HSG Toán 6

+ Nếu $p = 5k + 2 \Rightarrow p + 8 = 5(k + 2) : 5$ và lớn hơn 5 nên là hợp số (loại)

+ Nếu $p = 5k + 3 \Rightarrow p + 12 = 5(k + 3) : 5$ và lớn hơn 5 nên là hợp số (loại)

+ Nếu $p = 5k + 4 \Rightarrow p + 6 = 5(k + 2) : 5$ và lớn hơn 5 nên là hợp số (loại)

Thử lại với $p = 5$ thỏa mãn (1 điểm)

Câu 3: Giả sử có thêm 4 học sinh nữa thì khi chia mỗi tổ 10 em thì cũng còn thừa 1 em như khi chia mỗi tổ 9 em. Vậy cách chia sau hơn cách chia trước 4 học sinh. Mỗi tổ 10 học sinh hơn mỗi tổ 9 học sinh là: $10 - 9 = 1$ (học sinh)

(1 điểm)

Do đó số tổ là: $4 : 1 = 4$ (tổ)

(1/2 điểm)

Số học sinh là: $4 \cdot 10 - 3 = 37$ (học sinh)

(1/2 điểm)

Câu 4: Vẽ hình, ghi giả thiết + kết luận (1/2 điểm)

a/ C nằm giữa B và M

$\Rightarrow BC + CM = BM$ (1/2 điểm)

$\Rightarrow BM = 3 + 5,5 = 8,5$ (1/2 điểm)

b/ C nằm giữa B và M $\Rightarrow AC$ là tia

nằm giữa 2 tia AB và AM (1/2 điểm)

$\Rightarrow \widehat{BAC} + \widehat{CAM} = \widehat{BAM}$

$\Rightarrow \widehat{CAM} = \widehat{BAM} - \widehat{BAC}$

$\Rightarrow \widehat{CAM} = 80^\circ - 60^\circ = 20^\circ$ (1/2 điểm)

c/ Xét 2 trường hợp:

+ Nếu K nằm giữa C và M tính được $BK = BC + CK = 5,5 + 1 = 6,5$ (cm)

+ Nếu K nằm giữa C và B tính được $BK = 4,5$ (cm) (1/2 điểm)

Câu 5: Ta có:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2^2} < \frac{1}{1} - \frac{1}{2} \\ \frac{1}{3^2} < \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \\ \frac{1}{4^2} < \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \\ \dots\dots\dots \\ \frac{1}{100^2} < \frac{1}{99} - \frac{1}{100} \end{array} \right. \Rightarrow \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{100^2} < 1 - \frac{1}{100} = \frac{99}{100} < 1$$

(1/2 điểm)

ĐỀ SỐ 32

Đề th chọn học sinh giỏi lớp 6 chuyên toán (Quận Ba Đình - Năm học 1991-1992)

Bài 1: (5 điểm)

$$\frac{21}{54} + \frac{3}{75} : \frac{\left(\frac{39}{65} + 0,415 - \frac{33}{600} \right) : \frac{21}{9}}{7^2 - 18,25 + 13 \frac{15}{36} - 16 \frac{17}{102}}$$

Bài 2: (5 điểm) Tìm hai số tự nhiên a,b thỏa mãn điều kiện:

$$a + 2b = 48 \quad \text{và} \quad (a,b) + 3[a,b] = 114$$

Bài 3: Hình học (6 điểm)

1. Cho 3 điểm A,B,C thẳng hàng và $AB + BC = AC$. Điểm nào nằm giữa hai điểm còn lại? Tại sao?

2. Cho góc aOb và tia Oc nằm giữa hai tia Oa và Ob . Od là tia đối của tia Oc . Chứng minh rằng:

a. Tia Od không nằm giữa hai tia Oa và Ob .

b. Tia Ob không nằm giữa hai tia Oa và Od .

Tuyển tập đề thi HSG Toán 6

Bài 4: (4 điểm) Tính tỷ số $\frac{A}{B}$ biết

$$A = \frac{4}{7.31} + \frac{6}{7.41} + \frac{9}{10.41} + \frac{7}{10.57} \qquad B = \frac{7}{19.31} + \frac{5}{19.43} + \frac{3}{23.43} + \frac{11}{23.57}$$

ĐÁP ÁN

Bài 1

$$\frac{21}{54} + \frac{3}{75} : \frac{0,96 \cdot \frac{7}{3}}{30 \frac{9}{12} + 13 \frac{5}{12} - 16 \frac{1}{6}} = \frac{21}{54} + \frac{3}{75} : \frac{2,24}{28} = \frac{8}{9}$$

Bài 2:

$$a + 2b = 48 \Rightarrow a : 2 \quad ; 144 : 3; \quad 3[a, b] : 3 \Rightarrow (a, b) : 3 \Rightarrow a : 3 \Rightarrow a : 6 \quad ; \quad a + 2b = 48 \Rightarrow a < 48 \\ \Rightarrow a \in \{6; 12; 18; 24; 30; 36; 42\}$$

A	6	12	18	24	30	36	42
B	21	18	15	12	9	6	3
(a,b)	3	6	3	12	3	6	3
[a,b]	42	36	90	24	90	36	42
(a,b) + [a,b]	129	114	273	84	114	114	129

Vậy $a = 12$; $b = 18$ hoặc $a = 36$; $b = 6$

Bài 4:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{5}A &= \frac{4}{7.31} + \frac{6}{35.41} + \frac{9}{50.41} + \frac{7}{50.57} = \frac{1}{31} - \frac{1}{57} \\ \frac{1}{2}B &= \frac{7}{19.31} + \frac{5}{19.43} + \frac{3}{23.43} + \frac{11}{23.57} = \frac{1}{31} - \frac{1}{57} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{1}{5}A = \frac{1}{2}B \Rightarrow \frac{A}{B} = \frac{5}{2}$$

ĐỀ SỐ 33

Đề thi học sinh giỏi lớp 6 chuyên toán (Quận Ba Đình - Năm học 1993-1994)

Câu 1: (6 điểm) Thực hiện tính dãy

$$\frac{\frac{3}{67} \left(17 \frac{21}{56} - 13 \frac{21}{45} \right) : \left(\frac{3}{5 \cdot 22} + \frac{54}{44 \cdot 65} + \frac{18}{65 \cdot 72} \right)}{29^3 : 100 - (29^3 : 0,47)}$$

Câu 2: (5 điểm) Tìm 2 số tự nhiên thoả mãn:

- Tổng của BSCNN và ƯSCLN của 2 số ấy là 174.
- Tổng của số nhỏ và trung bình cộng của 2 số ấy là 57

Câu 3: (4 điểm) Cho 5 điểm A, B, C, D, E trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng.

- Có bao nhiêu đoạn thẳng mà mỗi đoạn thẳng nối 2 trong 5 điểm đã cho. Kể tên các đoạn thẳng ấy.
- Có thể dựng được một đường thẳng không đi qua điểm nào trong 5 điểm đã cho mà cắt đúng 5 đoạn thẳng trong các đoạn thẳng nói trên không? Giải thích vì sao:

Câu 4: (5 điểm)

Lúc 8 giờ, một người đi xe đạp từ A đến B với vận tốc 12km /h. Lát sau người thứ 2 cũng đi từ A đến B với vận tốc 20km /h. Tính ra hai người sẽ gặp nhau tại B. Người thứ 2 đi được nửa quãng đường AB thì tăng vận tốc lên thành 24km /h. Vì vậy 2 người gặp nhau cách B 4 km. Hỏi 2 người gặp nhau lúc mấy giờ?

ĐÁP ÁN

Tuyển tập đề thi HSG Toán 6

Bài 1: $= \frac{7}{36}$

Bài 2: $(a,b) + [a,b] = 174$; $3a + b = 114 \Rightarrow b : 3$; $[a,b] : 3$ và $174 : 3 \Rightarrow (a,b) : 3 \Rightarrow a : 3$

Mà $3a + b = 114 \Rightarrow 3a < 114 \Rightarrow a < 38$

a..	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36
b..	105	96	87	78	69	60	51	42	33	24	15	6
(a,b)	3	6	3	6	3	6	3	6	3	6	3	6
[a,b]	105	96	261	156	345	180	357	168	297	120	165	36
Tổng	108	112	264	162	348	186	360	174	300	126	168	42

Bài 4:

Hiệu vận tốc trên nửa quãng đường đầu là : $20 - 12 = 8$ (km/h)

Hiệu vận tốc trên nửa quãng đường sau là : $24 - 12 = 12$ (km/h)

Hiệu vận tốc của nửa quãng đường đầu theo dự định bằng $\frac{2}{3}$ hiệu vận tốc trên nửa quãng đường sau. Chỉ xét nửa quãng đường sau thời gian xe II đuổi kịp xe I trên thực tế bằng $\frac{2}{3}$ thời gian xe hai đuổi kịp xe I theo dự định

Thời gian hai xe đuổi kịp nhau sớm hơn là : $4 : 12 = \frac{1}{3} h = 20'$

Thời gian hai xe đuổi kịp nhau theo dự định: $20 \cdot 3 = 60' = 1h$

Thời gian xe hai cần để đuổi kịp xe một trên cả quãng đường : $1 \cdot 2 = 2h$

Quãng đường xe I đi trước là: $16 : 2 = \frac{4}{3} h = 1h 20'$

Thời gian hai xe gặp nhau theo dự định: $8h + 1h 20' + 2h = 11h 20'$

Do hai xe trên thực tế gặp nhau sớm hơn dự định 20'

Hai xe gặp nhau lúc $11h 20' - 20' = 11h$

ĐỀ SỐ 34

Đề thi chọn học sinh giỏi lớp 6 chuyên toán (Quận Ba Đình - Năm học 1993-1994)

Bài 1: (4 điểm)

Cho

$$A = \frac{34}{7.13} + \frac{51}{13.22} + \frac{85}{22.37} + \frac{68}{37.49}$$

$$B = \frac{39}{7.16} + \frac{65}{16.31} + \frac{52}{31.43} + \frac{26}{43.49}$$

Tính tỷ số $\frac{A}{B}$

Bài 2: (4 điểm) Tìm các chữ số a,b sao cho số $\overline{7a4b}$ chia hết cho 4 và chia hết cho 7.

Bài 3 : (4 điểm)

Lúc 8 giờ một người đi từ A đến B với vận tốc 25 km/h. Khi còn cách B 20km người ấy tăng vận tốc lên 30 km/h. Sau khi làm việc ở B trong 30 phút, rồi quay trở về A với vận tốc không đổi 30 km/h và đến A lúc 12 giờ 2 phút. Tính chiều dài quãng đường AB.

Bài 4: (4 điểm) Trên tia Ax ta lấy các điểm B, C, D sao cho AB = 5cm; AC = 1cm; AD = 3 cm.

Chứng minh rằng điểm D nằm giữa hai điểm C và B. Trên đoạn thẳng AB lấy điểm M sao cho CM = 3 cm. Chứng minh rằng điểm C nằm giữa hai điểm A và M

Bài 5: (4 điểm) Tìm phân số $\frac{a}{b}$ thỏa mãn điều kiện: $\frac{4}{7} < \frac{a}{b} < \frac{2}{3}$ và $7a + 4b = 1994$

ĐÁP ÁN

Bài 1:

Tuyển tập đề thi HSG Toán 6

$$A = \frac{34}{7.13} + \frac{51}{13.22} + \frac{85}{22.37} + \frac{68}{37.49} = \frac{34}{6} \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{13} \right) + \dots + \frac{68}{12} \left(\frac{1}{37} - \frac{1}{49} \right) = \frac{17}{3} \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{49} \right)$$

$$B = \frac{39}{7.16} + \frac{65}{16.31} + \frac{52}{31.43} + \frac{26}{43.49} = \frac{39}{9} \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{16} \right) + \dots + \frac{26}{6} \left(\frac{1}{43} - \frac{1}{49} \right) = \frac{13}{3} \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{49} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{A}{B} = \frac{34}{49} : \frac{26}{49} = \frac{17}{13}$$

Bài 2:

$$\overline{7a4b} : 4 \Rightarrow \overline{4b} : 4 \Rightarrow b \in \{0; 4; 8\}$$

$$\overline{7a4b} : 7 \Rightarrow \overline{a4b} : 7 \Rightarrow (7040 + 100a + b) : 7 \Rightarrow (2a + b + 5) : 7$$

$$: \bullet b = 0 \Rightarrow (2a + 5) : 7 \Rightarrow a \in \{1; 8\}$$

$$\bullet b = 4 \Rightarrow (2a + 9) : 7 \Rightarrow a = 6$$

$$\bullet b = 8 \Rightarrow (2a + 13) : 7 \Rightarrow a = 4$$

Vậy số đó là: 7140 ; 7840 ; 7644 hoặc 7448

Bài 3:

Gọi điểm cách B 20km là C.

Thời gian đi quãng đường CB và BC là: $(20 : 2) : 30 = 1\text{h } 20'$

Thời gian đi quãng đường AC và CA là: $12\text{h } 2' - 8\text{h } - 30' - 1\text{h } 20' = 132'$

Tỷ số vận tốc trên quãng đường AC và CA là $\frac{5}{6}$ nên tỷ số vận tốc trên quãng đường AC và CA là

$$\frac{6}{5}$$

Thời gian đi quãng đường AC là : $132 : 11 \cdot 6 = 72' = \frac{6}{5} \text{ h}$

Chiều dài quãng đường AC là $\frac{6}{5} \cdot 25 = 30 \text{ (km)}$

Chiều dài quãng đường AB là : 50 km

Bài 5:

$$7a + 4b = 1994 \Rightarrow a = \frac{1994 - 4b}{7} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{1994 - 4b}{7b} \Rightarrow \frac{4}{7} < \frac{1994 - 4b}{7b} < \frac{2}{3} \Rightarrow 4 < \frac{1994 - 4b}{b} < \frac{14}{3}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{1994}{b} - 4 > 4 \Rightarrow \frac{1994}{b} > 8 \Rightarrow b < \frac{1994}{8} \Rightarrow b < 299 \frac{1}{4} \\ \frac{1994}{b} - 4 < \frac{14}{3} \Rightarrow \frac{1994}{b} > \frac{26}{3} \Rightarrow b > 230 \frac{1}{13} \end{cases} \Rightarrow 231 < b < 249$$

$$7a + 4b = 1994 \Rightarrow 4b = 7k + 6 \ (k \in \mathbb{N}) \Rightarrow b = \frac{7k + 6}{4}; b \in \mathbb{N} \Rightarrow k = 4l + 2 \ (l \in \mathbb{N}) \Rightarrow b = 7l + 5$$

$$\Rightarrow 231 < 7l + 5 < 249 \Rightarrow \frac{236}{7} < l < \frac{244}{7} \Rightarrow l = 34 \Rightarrow b = 243 \Rightarrow a = 146$$

ĐỀ SỐ 35

(Quận Ba Đình - Năm học 1994-1995)

Bài 1: (6 điểm)

Thực hiện dãy tính:

$$\frac{\left(23\frac{5}{9} - 22\frac{7}{12} \right) \left(\frac{24}{42} + \frac{21}{165} + \frac{39}{143} \right)}{3,1^2 - 8,76}$$

Bài 2: (5 điểm)

Tìm số tự nhiên nhỏ nhất có chữ số hàng đơn vị là 5, chia cho 11 dư 4, chia cho 13 dư 6 và chia

Tuyển tập đề thi HSG Toán 6

hết cho 7.

Bài 3: (5 điểm)

Trên tia Ox cho ba điểm A, B, C phân biệt. Chứng minh rằng:

a. Nếu $OA + OB < OC$ thì điểm B nằm giữa hai điểm O và C .

b. Nếu $OA + AB + BC = OC$ thì điểm B nằm giữa hai điểm A và C .

Bài 4: (4 điểm)

Ba máy bơm cùng bơm vào một bể lớn, nếu dùng cả máy một và máy hai thì sau 1 giờ 20 phút bể sẽ đầy, dùng máy hai và máy ba thì sau 1 giờ 30 phút bể sẽ đầy còn nếu dùng máy một và máy ba thì bể sẽ đầy sau 2 giờ 24 phút.

Hỏi nếu mỗi máy bơm được dùng một mình thì bể sẽ đầy sau bao lâu?

ĐÁP ÁN

Bài 1: $\frac{10}{9}$

Bài 2:

Gọi số đó là x

$$x:5; x:7 \Rightarrow x:35 \Rightarrow x=35q \Rightarrow 2q=11k+4 \Rightarrow q=\frac{11k+4}{2} \Rightarrow k:2 \Rightarrow k=2n(n \in \mathbb{N}) \Rightarrow q=11n+2$$

$$35q=13q'+6 \Rightarrow 9q=13l+6 \Rightarrow q=\frac{13l+6}{9} \Rightarrow (4l+6):9 \Rightarrow 4l=9r+3 \Rightarrow l=\frac{9r+3}{4} \Rightarrow (r+3):4$$

$$\Rightarrow r=4m+1(m \in \mathbb{N}) \Rightarrow l=9m+3 \Rightarrow q=13m+5 \Rightarrow 11n+2=13m+5 \Rightarrow n=\frac{13m+3}{11} \Rightarrow (2m+3):11$$

Theo đề bài x là giá trị nhỏ nhất $\Rightarrow 2m+3=11 \Rightarrow m=4 \Rightarrow q=57 \Rightarrow x=35 \cdot 57=1985$

Bài 4:

Một giờ máy một và hai bơm được $\frac{3}{4}$ bể, máy hai và ba bơm $\frac{2}{3}$ bể, máy một và ba bơm $\frac{5}{12}$ bể.

\Rightarrow một giờ cả ba máy bơm $\left(\frac{3}{4} + \frac{2}{3} + \frac{5}{12}\right) : 2 = \frac{11}{12}$ bể.

Máy ba bơm một mình 6 giờ sẽ đầy bể

Máy một bơm một mình 4 giờ sẽ đầy bể

Máy hai bơm một mình 2 giờ sẽ đầy bể

ĐỀ SỐ 36

Đề thi vào lớp 7 chuyên toán (Quận Ba Đình - Năm học 1992-1993)

Bài 1: (6 điểm) Tìm x biết:

$$\frac{\left(27\frac{5}{19} - 26\frac{4}{13}\right)\left(\frac{3}{4} + \frac{19}{59} - \frac{3}{118}\right)}{\left(\frac{3}{4} + x\right)\frac{27}{33}} = \frac{\frac{1}{13 \cdot 16} + \frac{1}{14 \cdot 17}}{\frac{1}{13 \cdot 15} + \frac{1}{14 \cdot 16} + \frac{1}{15 \cdot 17}}$$

Bài 2: (5 điểm)

Tìm số tự nhiên a, b thỏa mãn điều kiện: $a + 2b = 49$ và $[a, b] + (a, b) = 56$

Bài 3: (3 điểm)

Tìm các chữ số a, b sao cho số $\overline{2a3b}$ chia hết cho 6 và chia hết cho 7.

Bài 4: (5 điểm)

Cho góc $AMC = 60^\circ$. Tia Mx là tia đối của tia MA , My là phân giác của góc CMx , Mt là tia phân giác của góc xMy .

a. Tính góc AMy .

b. Chứng minh rằng MC vuông góc với Mt .

Bài 5: (2 điểm)

Chứng minh rằng: $2^{1993} < 7^{714}$

ĐÁP ÁN

Bài 1:

Từ số về trái = 1

Từ số về phải:

$$\frac{1}{13.16} + \frac{1}{14.17} = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{13} - \frac{1}{16} + \frac{1}{14} - \frac{1}{17} \right)$$

Mô số về phải

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{13} - \frac{1}{16} + \frac{1}{14} - \frac{1}{17} \right) \Rightarrow \frac{1}{\left(\frac{3}{4} + x \right) \cdot \frac{27}{33}} = \frac{2}{3} \Rightarrow \left(\frac{3}{4} + x \right) \cdot \frac{27}{33} = \frac{3}{2} \Rightarrow x = \frac{13}{12}$$

Bài 2:

Gọi (a,b) = d

$$a + 2b = 49 \Rightarrow 49 : d ; [a,b] + d = 56 \Rightarrow 56 : d \Rightarrow (56,49) : d \Rightarrow d \in \{0 ; 7\}$$

$$\text{Nếu } d = 1 \Rightarrow ab = [a,b] \Rightarrow [a,b] + 1 = 56 \Rightarrow [a,b] = 55 \Rightarrow ab = 55$$

A	1	55	5	11
B	55	1	11	5

Thay vào $a + 2b = 49$ cả 4 giá trị trên đều không thỏa mãn

$$\text{Nếu } d = 7 \Rightarrow ab = 7. [a,b] \Rightarrow a = 7a' ; b = 7b' (a',b') = 1 \Rightarrow a'b' = 7$$

$$a' = 1 ; b' = 7 \Rightarrow a = 7 ; b = 49 \text{ (loại)}$$

$$a' = 7 ; b' = 1 \Rightarrow a = 49 ; b = 7 \text{ (loại)}$$

Vậy không có hai số a và b thỏa mãn điều kiện đề bài.

Bài 3:

$$\overline{2a3b} : 7, : 6 \Rightarrow b \in \{0; 2; 4; 6; 8\}$$

$$\overline{2a3b} : 3 \Rightarrow (2030 + 10a + b) : 3 \Rightarrow (a + b + 2) : 3 \Rightarrow a + b \in \{1; 4; 7; 10; 13; 16\}$$

$$(2030 + 10a + b) : 7 \Rightarrow (2a + b) : 7$$

$$b = 0 \Rightarrow 2a : 7 \Rightarrow a \in \{0; 7\} \Rightarrow a + b \in \{0; 7\} \Rightarrow a = 7$$

$$b = 2 \Rightarrow (2a + 2) : 7 \Rightarrow a = 6 \Rightarrow a + b = 8$$

$$b = 4 \Rightarrow (2a + 4) : 7 \Rightarrow a = 5 \Rightarrow a + b = 9$$

$$b = 6 \Rightarrow (2a + 6) : 7 \Rightarrow a = 4 \Rightarrow a + b = 10$$

$$b = 8 \Rightarrow (2a + 8) : 7 \Rightarrow a = 3 \Rightarrow a + b = 11$$

Vậy $a = 7 ; b = 0$ hoặc $a = 4 ; b = 6$

Bài 5

$$\begin{cases} 2^{10} = 1025 \\ 7^3 = 343 \end{cases} \Rightarrow 2^{10} < 3 \cdot 7^3 \Rightarrow (2^{10})^{238} < 3^{238} \cdot (7^3)^{238} \Rightarrow 2^{2380} < 3^{238} \cdot 7^{714}$$

$$\begin{cases} 2^8 = 256 \\ 3^5 = 243 \end{cases} \Rightarrow 3^5 < 2^8$$

$$\text{Matkhac } 3^{238} = 3^3 \cdot 3^{235} = 3^3 \cdot (3^5)^{47} < 3^3 \cdot (2^8)^{47} < 2^5 \cdot 2^{376} = 2^{381} \Rightarrow 3^{238} < 2^{381}$$

$$2^{2380} < 3^{238} \cdot 7^{714} \Rightarrow 2^{2380} < 2^{381} \cdot 7^{714} \Rightarrow 2^{1999} < 7^{714}$$

ĐỀ SỐ 37

Đề thi vào lớp 7 chuyên toán (Quận Ba Đình - Năm học 1995-1996)

Tuyển tập đề thi HSG Toán 6

Bài 1: Thực hiện dãy tính: (5 điểm)

$$\frac{13.4^6 \left(28\frac{7}{13} - 27\frac{5}{18} \right)}{59.2^{12} \left(\frac{5}{14} + \frac{5}{84} + \frac{5}{204} + \frac{5}{374} \right)}$$

Bài 2: (5 điểm) Tìm các chữ số $\overline{14a8b}$ chia cho 7 và chia cho 8 đều dư 2.

Bài 3: (5 điểm)

Cho tam giác ABC có $AB = BC$ và M, N là các điểm nằm giữa 2 điểm A và C sao cho $AM + NC < AC$.

a) Chứng minh điểm M nằm giữa 2 điểm A và N.

b) Chứng minh $AM = NC$ thì $BM = BN$

Bài 4: Tìm phân số $\frac{a}{b}$ thỏa mãn các điều kiện: (3 điểm) $\frac{4}{9} < \frac{a}{b} < \frac{10}{21}$ và $5a - 2b = 3$

Bài 5: (2 điểm) Cho 4 số tự nhiên tùy ý. Chứng minh rằng ta có thể chọn được hai số mà tổng hoặc hiệu của chúng chia hết cho 5.

ĐÁP ÁN

Bài 1:

$$A = \frac{13.4^6 \cdot \frac{295}{13.18}}{59.2^{12} \cdot 5 \cdot \left(\frac{1}{2.7} + \frac{1}{2.3.7} + \frac{1}{2.3.17} + \frac{1}{2.11.17} \right)} = \frac{2^{12} \cdot 295}{59.5.2^{12} \cdot 18} \cdot \frac{2.11.17}{5.7} = \frac{187}{315}$$

Bài 2: $\overline{14a8b} : 7$ và $: 8$ dư 2

Xét $b \geq 2 \Rightarrow (\overline{14a8b} - 2) : 7, 8 \Rightarrow \overline{14a8c} : 7, 8 \quad (c < 8)$

$\overline{14a8c} : 4 \Rightarrow \overline{8c} : 4 \Rightarrow c = 0, 4, 8 \Rightarrow c = 0; 4$

$\overline{14a8c} : 7 \Rightarrow \overline{a8c} : 7 \Rightarrow (100a + c + 80) : 7$

$$\Rightarrow [7(14a + 11) + 2a + c + 3] : 7$$

$$\Rightarrow (2a + c) : 7 \text{ dư } 4 \Rightarrow 2a + c = 4; 11; 18; 25$$

Vì $C : 4 \Rightarrow (2A + C) : 2 \Rightarrow 2A + C = 4; 18$

$\overline{a8c} : 8 \Rightarrow (100a + c) : 8 \Rightarrow (4a + c) : 8$

• Xét $c = 0$ Nếu $2a + c = 4 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow 4a + c = 8 : 8 \Rightarrow$ Thỏa mãn

NẾU $2A + C = 18 \Rightarrow A = 9 \Rightarrow 4A + C = 36 : 8 \Rightarrow$ LOẠI

• Xét $c = 4$ Nếu $2a + c = 4 \Rightarrow a = 0 \Rightarrow 4a + c = 4 : 8 \Rightarrow$ loại

NẾU $2A + C = 18 \Rightarrow A = 7 \Rightarrow 4A + C = 32 : 8 \Rightarrow$ THỎA MÃN

• Xét $b = 0 \Rightarrow \overline{14a80} : 7, : 8 \text{ dư } 2 \Rightarrow \overline{14a78} : 7, 8$

Có $\overline{78} : 4 \Rightarrow \overline{14a78} : 8 \Rightarrow$ loại

• Xét $b = 1 \Rightarrow \overline{14a81} : 7, : 8 \text{ dư } 2 \Rightarrow \overline{14a79} : 7, 8$

Có $\overline{14a79} : 8 \Rightarrow$ loại

Vậy $a = 2, b = 2$ hoặc $a = 7, b = 6$

Bài 4 $\frac{4}{9} < \frac{2n+1}{5n+1} < \frac{10}{21}$ và $5a - 2b = 3 \Rightarrow a = (3 + 2b)/5$

Có $a, b \in \mathbb{N} \Rightarrow 2b : 5 \text{ dư } 2 \Rightarrow 2b = 5k + 2 \Rightarrow k : 2 \Rightarrow k = 2n$

Đặt $b = 5n + 1, a = 2n + 1$

$$\begin{aligned} \frac{4}{9} &< \frac{2n+1}{5n+1} \\ 20n+4 &< 18n+9 \\ 2n &< 5 \\ \Rightarrow n &\in \{0; 1; 2\} \end{aligned}$$

Vậy $n = 2 \Rightarrow$

$$\frac{a}{b} = \frac{5}{11}$$

$$\begin{aligned} \frac{2n+1}{5n+1} &< \frac{10}{21} \\ 42n+12 &< 50n+10 \\ 9n &> 11 \\ n &= 2 \end{aligned}$$

Tuyển tập đề thi HSG Toán 6

Bài 5. Nếu trong 4 số ta chọn có 2 số có cùng số dư trong phép chia cho 5

\Rightarrow Hiệu của chúng chia hết cho 5 \Rightarrow đpcm

Xét 4 số có số dư khác nhau trong phép chia cho 5

+ Số dư là 0,1,2,3 \Rightarrow tổng 2 số có số dư là 2 và 3 chia hết cho 5

+ Số dư là 0,1,2,4 \Rightarrow tổng 2 số có số dư là 1 và 4 chia hết cho 5

+ Số dư là 0,1,3,4 \Rightarrow tổng 2 số có số dư là 1 và 4 chia hết cho 5

+ Số dư là 0,2,3,4 \Rightarrow tổng 2 số có số dư là 2 và 3 chia hết cho 5

+ Số dư là 1,2,3,4 \Rightarrow tổng 2 số có số dư là 2 và 3 chia hết cho 5

Vậy khẳng định đề bài cho là đúng.

ĐỀ SỐ 38

(Trường THCS Lê Ngọc Hân-Năm học 1994-1995)

Bài 1 : Tìm x :

$$\frac{\left(3,75 : \frac{1}{4} + 2 \frac{2}{5} \cdot 1,25\right) - \left(\frac{7}{2} \cdot 0,8 - 1,2 : \frac{3}{2}\right)}{\left(1 \frac{1}{2} + 0,75\right)} x = 64$$

Bài 2 : Tìm số có bốn chữ số \overline{xyzt} biết $\overline{xyzt} \cdot 10001 = \overline{1a8bc9d7}$

(Trong đó a ; b ; c ; d là các chữ số)

Bài 3 : Chứng minh rằng: $A = (1999 + 1999^2 + 1999^3 + \dots + 1999^{1998}) : 2000$

Bài 4 : Trên quãng đường AB, Hai ô tô đi ngược chiều nhau và cùng khởi hành thì sau 6 giờ sẽ gặp nhau, biết vận tốc của xe đi từ A bằng $1\frac{1}{3}$ vận tốc xe đi từ B. Hỏi xe đi từ A phải khởi hành sau xe đi từ B bao lâu để hai xe có thể gặp nhau ở chính giữa đường?

Bài 5 : Trong số học sinh tham gia lao động ngày hôm qua có 40% là học sinh khối 6; 36% là học sinh khối 7, còn lại là khối 8. Ngày hôm nay số học sinh khối 6 giảm 75%. Số học sinh khối 7 tăng 37,5%; Số học sinh khối 8 tăng 75%. Hỏi số học sinh tham gia lao động ngày hôm nay thay đổi thế nào so với số học sinh ngày hôm qua.

ĐÁP ÁN

Bài 1.

$$\frac{\left(\frac{15}{4} \cdot 4 - \frac{12}{5} \cdot \frac{5}{4}\right) - \left(\frac{7}{2} \cdot \frac{4}{5} - \frac{6}{5} \cdot \frac{2}{3}\right)}{\frac{9}{4} x} = 64 \Rightarrow 16 = 64 \cdot \frac{9}{4} x \Rightarrow x = \frac{1}{9}$$

Bài 2

$$\begin{aligned} \overline{xyzt} \cdot 10001 &= \overline{xyzt} \cdot 10000 + \overline{xyzt} = \overline{xyztxyzt} \\ \Rightarrow \overline{xyztxyzt} &= \overline{1a8bc9d7} \\ \Rightarrow c=1, a=9, d=8, b=7 \\ \Rightarrow \overline{xyzt} &= 1987 \end{aligned}$$

Bài 3

$$\begin{aligned} A &= 1999(1+1999) + 1999^3(1+1999) + \dots + 1999^{1997}(1+1999) \\ &= 2000(1999 + 1999^3 + \dots + 1999^{1997}) : 2000 \Rightarrow A : 2000 \end{aligned}$$

Bài 4

Vì vận tốc xe đi từ A $= 4/3$ vận tốc xe đi từ B nên nếu 2 xe cùng khởi hành thì đến khi gặp nhau, quãng

Tuyển tập đề thi HSG Toán 6

đường xe đi từ A đi được bằng $\frac{4}{3}$ quãng đường xe đi từ B đi được
Xe đi từ A đi được $\frac{4}{7}$ quãng đường AB, xe đi từ B đi $\frac{3}{7}$ quãng đường AB hết 6 giờ.
 \Rightarrow Thời gian xe đi từ A đi nửa quãng đường AB là $6 : \frac{4}{7} : 2 = 21/4$ (h)
 \Rightarrow Thời gian xe đi từ B đi nửa quãng đường AB là $6 : \frac{3}{7} : 2 = 7$ (h)
Để 2 xe gặp nhau ở chính giữa quãng đường AB thì xe đi từ B phải đi trước $7 - 21/4 = 7/4$ (h) = 1h 45 phút

Bài 5

So với tổng số học sinh hôm qua, số học sinh khối 6 hôm nay chiếm số phần:

$$40\% \cdot 25\% = 10\%$$

So với tổng số học sinh hôm qua, số học sinh khối 7 hôm nay chiếm số phần

$$36\% \cdot 137,5\% = 49,5\%$$

So với tổng số học sinh hôm qua, số học sinh khối 8 hôm nay chiếm số phần

$$24\% \cdot 175\% = 42\%$$

So với tổng số học sinh hôm qua, tổng số học sinh hôm nay chiếm số phần

$$10\% + 49,5\% + 42\% = 101,5\%$$

Vậy so với hôm qua, hôm nay số học sinh tăng 1,5%

ĐỀ SỐ 39

(Quận Ba Đình - Năm học 1995-1996)

Bài 1: (5 điểm)

Cho:

$$A = \frac{1}{3.8} + \frac{1}{8.13} + \frac{1}{13.18} + \dots + \frac{1}{33.38}$$

$$B = \frac{1}{3.10} + \frac{1}{10.17} + \frac{1}{17.24} + \frac{1}{24.31} + \frac{1}{31.38}$$

Tìm x biết:

$$\frac{\left(28\frac{3}{7} - 27\frac{5}{9}\right)(2^{26} + 5.4^{12})}{8^8(x-4)} = \frac{B}{A}$$

Bài 2: (4 điểm) Tìm số chia và thương của phép chia số 2541562 biết rằng các số dư trong phép chia lần lượt là 5759 ; 5180 ; 5938.

Bài 3: (4 điểm) Tìm hai số có tổng là 504 , số ước số chung của chúng là 12 và số lớn không chia hết cho số nhỏ.

Bài 4: (5 điểm) Cho tam giác ABC, trên tia đối của tia BA lấy BD = BA, trên tia Dx song song với BC trong nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng AD chứa điểm C, Lấy DM = BC. Chứng minh rằng:

a. BM = AC

b. MC // AD

Bài 5: (2 điểm) Chứng minh rằng : $2^{1995} < 5^{863}$

ĐÁP ÁN

Bài 1.

$$A = \frac{1}{3.8} + \frac{1}{8.13} + \frac{1}{13.18} + \dots + \frac{1}{33.38} = \frac{1}{5} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{38} \right)$$

$$B = \frac{1}{3.10} + \frac{1}{10.17} + \dots + \frac{1}{31.38} = \frac{1}{7} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{38} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{A}{B} = \frac{1}{5} : \frac{1}{7} = \frac{7}{5} \Rightarrow \frac{B}{A} = \frac{5}{7}$$

$$\frac{55}{63} \cdot 9 \cdot 2^{24} = \frac{5}{7}$$

$$\frac{55}{7(x-4)} = \frac{5}{7} \Rightarrow \frac{11}{x-4} = 1 \Rightarrow x = 15$$

Tuyển tập đề thi HSG Toán 6

Bài 3. Gọi a là số lớn, b là số nhỏ

$$a+b=504 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 7$$

$(a,b)=d \Rightarrow d$ có 12 ước số

$$504 \mid d \Rightarrow d = 2^m \cdot 3^n \cdot 7^p \quad (m \leq 3, n \leq 2, p \leq 1)$$

$$\text{có: } (m+1)(n+1)(p+1) = 12 = 2^2 \cdot 3$$

m+1	4	3	2
n+1	3	2	3
p+1	1	2	2
m	3	2	1
n	2	1	2
p	0	1	1
d	72	84	126

Có $a = a'd$, $b = b'd$, với $(a', b') = 1$

Vì $a > b \Rightarrow a' > b'$, $a, b \Rightarrow b' \neq 1$

Nếu $d = 72 \Rightarrow a' + b' = 7 \Rightarrow$ có bảng

a'	5	4
b'	2	3
A	360	144
B	288	216

Nếu $d = 84 \Rightarrow a' + b' = 6 \Rightarrow$ không có giá trị của a' và b'

Nếu $d = 126 \Rightarrow a' + b' = 4 \Rightarrow$ không có giá trị của a' và b'

Bài 5. Chứng minh $2^{1995} < 5^{863}$

$$\text{Có: } 2^{10} = 1024, 5^5 = 3025 \Rightarrow 2^{10} \cdot 3 < 5^5 \\ \Rightarrow 2^{1720} \cdot 3^{172} < 5^{860}$$

$$\text{Có } 3^7 = 2187; 2^{10} = 1024 \Rightarrow 3^7 > 2^{11}$$

$$3^{172} = (3^7)^{24} \cdot 3^4 > (2^{11})^{24} > (2^{11}) \cdot 2^6 = 2^{270}$$

$$\Rightarrow 2^{1720} \cdot 2^{270} < 2^{1720} \cdot 3^{172} < 5^{860}$$

$$\text{Vậy } 2^{1990} < 5^{860}$$

$$2^5 < 5^3 \quad \Rightarrow \quad 2^{1995} < 5^{863}$$

ĐỀ SỐ 40

(Quận Ba Đình - Năm học 1995-1996)

Bài 1: (4 điểm)

Tìm các chữ số a, b sao cho số $\overline{12a4b1996}$ chia hết cho 63.

Bài 2: (4 điểm) Tính tỷ số A/B

$$\frac{31}{\quad} \cdot \frac{30}{\quad} \cdot \frac{53}{\quad} \cdot \frac{50}{\quad} \cdot \frac{10}{\quad} \cdot \frac{10}{\quad} \cdot \frac{080}{\quad} \cdot \frac{1311}{\quad}$$

Bài 3: (4 điểm)

Một người đi xe đạp từ A về B với vận tốc 12 km/h. Lát sau một người thứ hai cũng đi từ A về B với vận tốc 21 km/h. Tính ra hai người sẽ gặp nhau tại B. Sau khi đi được nửa quãng đường người thứ hai tăng vận tốc lên 24 km/h vì vậy hai người gặp nhau khi còn cách B 7 km. Tính chiều dài quãng đường AB.

Bài 4: (4 điểm)

Cho tam giác ABC có $AB = AC$. M là một điểm nằm giữa A và C. N là điểm nằm giữa A và B sao cho $CM = BN$.

a. Chứng minh rằng đoạn thẳng BM cắt đoạn thẳng CN.

b. Chứng minh rằng góc B bằng góc C và $BM = CN$.

Bài 5: (4 điểm)

Tìm các số tự nhiên a, b thỏa mãn điều kiện:

$$\frac{11}{17} < \frac{a}{b} < \frac{23}{29} \quad \text{và} \quad 8b - 9a = 31$$

Bài 1: Đặt $\overline{12a4b1996} = N$

$$N : 63 \Rightarrow N : 9 \text{ và } N : 7$$

$$N : 9 \Rightarrow (1+2+a+4+b+1+9+9+6) : 9 \Rightarrow (a+b+5) : 9 \Rightarrow (a+b) \in \{4, 13\}$$

$$N = 120401996 + 1000000a + 10000b : 7 \Rightarrow (a+4b+1) : 7$$

$$+ \text{ Nếu } a+b = 4 \Rightarrow (4+3b+1) : 7 \Rightarrow (3b+5) : 7 \Rightarrow 3b : 7 \text{ dư } 2$$

$$\Rightarrow b = 3 \Rightarrow a = 1$$

$$+ \text{ Nếu } a+b = 13 \Rightarrow (13+3b+1) : 7 \Rightarrow 3b : 7 \Rightarrow b : 7 \Rightarrow b \in \{0; 7\}$$

$$\Rightarrow b = 7; a = 6$$

a	1	6
B	3	7
12a4b1996	121431996	126471996

Bài 2:

$$A = \frac{40}{31.39} + \frac{35}{39.46} + \frac{30}{46.52} + \frac{25}{52.57}$$

$$= \frac{40}{8} \left(\frac{1}{31} - \frac{1}{39} \right) + \frac{35}{7} \left(\frac{1}{39} - \frac{1}{46} \right) + \frac{30}{6} \left(\frac{1}{46} - \frac{1}{52} \right) + \frac{25}{5} \left(\frac{1}{52} - \frac{1}{57} \right)$$

$$= 5 \left(\frac{1}{31} - \frac{1}{57} \right) = \frac{5.26}{31.57}$$

$$B = \frac{91}{19.31} + \frac{65}{19.43} + \frac{39}{23.43} + \frac{143}{69.19}$$

$$= \frac{13}{19} \left(\frac{7}{31} + \frac{5}{43} \right) + \frac{13}{23} \left(\frac{3}{43} + \frac{11}{57} \right) = 13 \left(\frac{24}{31.19} + \frac{28}{43.57} \right) = \frac{13.52}{57} \Rightarrow \frac{A}{B} = \frac{5.26}{31.57} : \frac{13.52}{57} = \frac{5}{62}$$

Bài 3:Hiệu vận tốc trên nửa quãng đường đầu là $21 - 12 = 9$ (km/h)sau là : $24 - 12 = 12$ (km/h)Do trên nửa quãng đường sau hiệu vận tốc bằng $\frac{4}{3}$ hiệu vận tốc trên nửa quãng đường đầu (theodự định). Nên thời gian xe thứ 2 đi từ giữa quãng đường đến chỗ gặp bằng $\frac{3}{4}$ thời gian xe 2 đi nửa quãng đường đầu

$$\text{Thời gian xe 2 đi nửa quãng đường là: } \frac{7}{12} \cdot 4 = \frac{7}{3} \text{ (h)}$$

$$\text{Quãng đường AB dài là: } \frac{7}{3} \cdot 2 \cdot 21 = 98 \text{ (km)}$$

Bài 5: Tìm $a, b \in \mathbb{N}$ sao cho $\frac{11}{7} < \frac{a}{b} < \frac{23}{29}$ và $8b - 9a = 31$

$$8b - 9a = 31 \Rightarrow b = \frac{31+9a}{8} = \frac{32-1+8a+a}{8} \in \mathbb{N} \Rightarrow (a-1) : 8 \Rightarrow a = 8q + 1 (q \in \mathbb{N})$$

$$b = \frac{31+9(8q+1)}{8} = 9q + 5 \Rightarrow \frac{11}{17} < \frac{8q+1}{9q+5} < \frac{23}{29}$$

$$11(9q+5) < 17(8q+1) \Rightarrow 37q > 38 \Rightarrow q > 1$$

$$29(8q+1) < 23(9q+5) \Rightarrow 25q < 86 \Rightarrow q < 4 \Rightarrow q \in \{2; 3\}$$

$$q = 2 \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{23}{17}$$

$$q = 3 \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{32}{25}$$

ĐỀ SỐ 41**(Quận Ba Đình - Năm học 1990-1991)**

Tuyển tập đề thi HSG Toán 6

Câu 1: (6 điểm) Thực hiện dãy tính $\frac{21}{54} + \frac{3}{75} : \frac{\left(\frac{39}{65} + 0,415 - \frac{33}{600}\right) : \frac{21}{49}}{7^2 - 18,25 + 13\frac{15}{36} - 16\frac{12}{102}}$

Câu 2: (5 điểm) Tìm 2 số tự nhiên a, b, thỏa mãn: $a + 2b = 48$ và $(a, b) + 3[a, b] = 114$

Câu 3: (4 điểm)

a, Cho 3 điểm A, B, C, thẳng hàng và $AB + BC = AC$. Điểm nào nằm giữa 2 điểm còn lại? Tại sao?

b, Cho góc aOb và tia Oc nằm giữa 2 tia Oa và Ob. Od là tia đối của tia Oc. Chứng minh rằng:
 - Tia Od không nằm giữa 2 tia Oa và Ob.
 - Tia Ob không nằm giữa 2 tia Oa và Od.

Câu 4: (6 điểm) Cho

$$A = \frac{4}{31.7} + \frac{6}{7.41} + \frac{9}{10.41} + \frac{7}{10.57}$$

$$B = \frac{7}{19.31} + \frac{5}{19.43} + \frac{3}{23.43} + \frac{11}{23.57} \quad \text{Tỷ số } \frac{A}{B}$$

ĐÁP ÁN

Bài 1: $\frac{7}{18} + \frac{1}{25} : \frac{\left(\frac{3}{5} + \frac{83}{200} - \frac{11}{200}\right) : \frac{3}{7}}{49 - 18\frac{1}{4} + 13\frac{5}{12} - 16\frac{2}{17}} = \frac{7}{18} + \frac{1}{25} : \frac{\frac{56}{25}}{\frac{102}{2861}}$

$$= \frac{7}{18} + \frac{1}{25} : \frac{56.2861}{25.102} = \frac{7}{18} + \frac{1.25.102}{25.2861.56} = \frac{7}{18} + \frac{2861}{56.102} = \frac{15247}{2.3^2.7.8.17}$$

Bài 2: $a + 2b = 48$ và $(a, b) + 3[a, b] = 114$

$$114 : 3 ; 3[a, b] : 3 \Rightarrow (a, b) : 3 \text{ và } a + 2b = 48 \Rightarrow a : 2 \Rightarrow a : 6$$

$$\Rightarrow a \in \{0, 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42\}$$

a	6	12	18	24	30	36	42
b	21	8	15	12	9	6	3
(a,b)	3	16	3	12	3	6	3
[a,b]	42	36	90	24	90	36	42
3[a,b]	126	108	270	72	270	108	126
(a,b)+3[a,b]	129	114	360	84	360	114	168

Bài 4: $A = \frac{4}{31.7} + \frac{6}{7.41} + \frac{9}{10.41} + \frac{7}{10.57} = \frac{1}{7} \left(\frac{4}{31} + \frac{6}{41} \right) + \frac{1}{10} \left(\frac{9}{41} + \frac{7}{57} \right) = \frac{50}{31.41} + \frac{80}{41.57} = \frac{130}{31.57}$

$$B = \frac{7}{19.31} + \frac{5}{19.43} + \frac{3}{23.43} + \frac{11}{23.57} = \frac{1}{19} \left(\frac{7}{31} + \frac{5}{43} \right) + \frac{1}{23} \left(\frac{3}{43} + \frac{11}{57} \right) = \frac{24}{31.43} + \frac{28}{43.57} = \frac{52}{31.57}$$

$$\frac{A}{B} = \frac{130}{52}$$

ĐỀ SỐ 42

(Trường THCS Lê Ngọc Hân-Năm học 1997-1998)

Câu 1: a, Cho $\overline{abc} + \overline{deg}$ chia hết cho 37. Chứng minh rằng \overline{abcdeg} chia hết cho 11.

b, Tìm x biết $\overline{20x20x20x20x}$ chia hết cho 7

Tuyển tập đề thi HSG Toán 6

Câu 2 : Tìm x:
$$\left[\frac{6 \cdot \frac{3}{5} - 1 \cdot \frac{1}{16} \cdot \frac{6}{7} - \left(\frac{3}{20} + \frac{1}{2} - \frac{1}{15} \right) \cdot \frac{12}{49}}{4 \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{10}{11} + 5 \cdot \frac{2}{11}} - \frac{3 \cdot \frac{1}{3} + \frac{2}{9}}{3} \right] \cdot x = 2 \frac{23}{96}$$

Câu 3 : So sánh: $M = \frac{1999^{1999} + 1}{1999^{2000} + 1}$ và $N = \frac{1999^{1989} + 1}{1999^{2009} + 1}$

Câu 4 : Tính tổng:

$$A = \frac{1}{1.2.3.4} + \frac{1}{2.3.4.5} + \frac{1}{3.4.5.6} + \dots + \frac{1}{27.28.29.30}$$

$$B = \frac{4}{5.8} + \frac{4}{8.11} + \frac{4}{11.14} + \dots + \frac{4}{305.308}$$

Câu 5 : Một cửa hàng bán trứng trong một số ngày. Ngày thứ nhất bán 100 quả và $\frac{1}{10}$ số còn lại. Ngày thứ hai bán 20 quả và $\frac{1}{10}$ số còn lại. Ngày thứ nhất bán 300 quả và $\frac{1}{10}$ số còn lại. Cứ bán như vậy thì vừa hết số trứng và số trứng bán mỗi ngày đều bằng nhau. Tính tổng số trứng đã bán và số ngày cửa hàng đã bán.

ĐÁP ÁN

Bài 1: Không chứng minh được điều này vì:

$$\text{Xét : } \overline{abc} + \overline{deg} = 127 + 465 = 592 : 37$$

$$\overline{abcdeg} = 127465 : 11$$

b) $20x20x20x20x = 20x.1001001$

$$\Rightarrow 20x : 7 \Rightarrow (200 + x) : 7 \Rightarrow (4 + x) : 7 \Rightarrow x = 3$$

Bài 2:

$$\begin{aligned} & 6 \cdot \frac{5}{3} - \frac{17}{16} \cdot \frac{6}{7} - \frac{35}{60} \cdot \frac{12}{49} = \frac{10}{42} - \frac{51}{56} - \frac{1}{7} \cdot \frac{9}{32} \\ & \frac{21}{5} \cdot \frac{10}{11} + \frac{57}{11} - \frac{5}{9} = \frac{42}{11} + \frac{57}{11} - \frac{5}{9} \\ & = \frac{509}{56} \cdot \frac{11}{99} - \frac{1}{7} \cdot \frac{9}{32} = \frac{509}{504} - \frac{9}{224} = \frac{1955}{2016} \\ & \frac{1955}{2016} x = \frac{215}{96} \Rightarrow x = \frac{215}{96} \cdot \frac{2016}{1955} = \frac{903}{391} = 2 \frac{121}{391} \end{aligned}$$

Bài 3:

$$\begin{aligned} & 1999^{1999} + 1 > 1999^{1989} + 1 \\ & 1999^{2000} + 1 < 1999^{2009} + 1 \\ & \Rightarrow \frac{1999^{1999} + 1}{1999^{2000} + 1} > \frac{1999^{1989} + 1}{1999^{2009} + 1} \end{aligned}$$

Bài 4:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{n(n+1)(n+2)(n+3)} = \frac{3}{3n(n+1)(n+2)(n+3)} = \frac{3+n-n}{3n(n+1)(n+2)(n+3)} \\ & = \frac{1}{3} \left[\frac{n+3}{n(n+1)(n+2)(n+3)} - \frac{n}{n(n+1)(n+2)(n+3)} \right] = \frac{1}{3} \left[\frac{1}{n(n+1)(n+2)} - \frac{1}{(n+1)(n+2)(n+3)} \right] \\ & A = \frac{1}{1.2.3.4} + \frac{1}{2.3.4.5} + \frac{1}{3.4.5.6} + \dots + \frac{1}{27.28.29.30} \\ & = \frac{1}{3} \left[\frac{1}{1.2.3} - \frac{1}{28.29.30} \right] = \frac{1}{3} \cdot \frac{4059}{28.29.30} = \frac{451}{8120} \end{aligned}$$

Tuyển tập đề thi HSG Toán 6

$$B = \frac{4}{3} \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{8} \right) + \frac{4}{3} \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{11} \right) + \dots + \frac{4}{3} \left(\frac{1}{305} + \frac{1}{308} \right) = \frac{4}{3} \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{308} \right) = \frac{4.303}{3.5.308} = \frac{303}{485}$$

Bài 5: Ngày thứ nhất bán 100 quả và $\frac{1}{10}$ số trứng còn lại. Ngày thứ hai bán 200 quả và $\frac{1}{10}$ số trứng còn lại mà số trứng hai ngày bán như nhau $\Rightarrow \frac{1}{10}$ số trứng còn lại sau khi lấy 100 quả nhiều hơn $\frac{1}{10}$ số trứng còn lại sau khi lấy 200 quả là 100 quả. Cứ như vậy \Rightarrow số trứng chênh lệch trước khi lấy $\frac{1}{10}$ số trứng còn lại sau mỗi lần lấy là 1000 quả. Lần cuối cùng còn $\frac{9}{10}$ số trứng còn lại là 900 quả \Rightarrow ngày thứ nhất lấy 900 quả trứng

$$\text{Số trứng là } (900 - 100) : \frac{1}{10} + 100 = 8100 \text{ (quả)}$$

$$\text{Số lần lấy trứng là } 8100 : 900 = 9 \text{ (lần)}$$

ĐỀ SỐ 43

Câu 1: (3 điểm) Tìm các chữ số a, b sao cho $\overline{12a96b}$ chia hết cho 63.

Câu 2 : (6 điểm) Thực hiện dãy tính

$$\frac{\left(\frac{7}{15} + \frac{14}{45} + \frac{34}{153} \right) : 3 - \frac{3}{23} - \frac{3}{11} \left(2\frac{2}{3} - 1,75 \right)}{\left(\frac{3}{7} - 0,25 \right)^2 : \left(\frac{3}{28} - \frac{1}{24} \right)}$$

Câu 3 : (4 điểm) Tìm số tự nhiên có 4 chữ số mà khi ta đem số ấy nhân với 5 rồi cộng thêm 6 ta được kết quả là số có 4 chữ số viết bởi các chữ số như số ban đầu nhưng viết theo thứ tự ngược lại

Câu 4 : (4 điểm) Trên tia Ox lấy các điểm A, B, C, D sao cho OA=1cm, OB=5cm, AC=3cm, BD=6cm.

a, Chứng minh rằng điểm C nằm giữa 2 điểm A và B.

b, Tính độ dài đoạn thẳng CD.

Câu 5 : (3 điểm) Cho 7 số tự nhiên tùy ý. Chứng minh rằng bao giờ ta cũng có thể chọn được 4 số mà tổng của chúng chia hết cho 4.

(Hướng dẫn: Trước hết nhận xét rằng trong 3 số tự nhiên tùy ý bao giờ cũng có ít nhất 2 số cùng chẵn hoặc cùng lẻ)

ĐÁP ÁN

Bài 1: $\overline{12a96b} : 63$ giống bài 1 đề số 5

Bài 2:

$$\frac{\left(\frac{7}{15} + \frac{14}{45} + \frac{2}{9} \right) : \frac{72}{23} - \frac{3}{11} \left(\frac{8}{3} - \frac{7}{4} \right)}{\left(\frac{3}{7} - \frac{1}{4} \right)^2 : \left(\frac{3}{28} - \frac{1}{24} \right)} = \frac{\frac{23}{72} - \frac{1}{4}}{\frac{25}{28} \cdot \frac{6}{11}} = \frac{5}{72} \cdot \frac{28 \cdot 11}{25 \cdot 6} = \frac{77}{540}$$

Bài 3: Gọi số đó là \overline{abcd}

$$\overline{abcd} \cdot 5 + 6 = \overline{abcd} \Rightarrow a < 2 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow d \geq 5$$

$$\overline{1bcd} \cdot 5 + 6 = \overline{dcbl} \Rightarrow d \text{ là số lẻ} \Rightarrow d \in \{5, 7, 9\}$$

$$d = 5 \Rightarrow \overline{1bc5} \cdot 5 + 6 = \overline{5cbl}$$

$$\Rightarrow 5000 + 500b + 50c + 31 = 5000 + 100c + 10b + 1$$

$$\Rightarrow c = \frac{49b - 196}{5} = 9b + \frac{4b - 196}{5} \in N$$

$$\Rightarrow \frac{4b - 196}{5} \in N \rightarrow b = 5q + 4 \rightarrow b \in \{4, 9\}$$

Tuyển tập đề thi HSG Toán 6

$$b = 4 \Rightarrow c = 0$$

$$b = 9 \Rightarrow c = 51 \Rightarrow \text{Loại}$$

$$\text{Nếu } d = 9 \Rightarrow c = 9b + \frac{4b - 395}{5} \rightarrow b \in \{0; 5\} \rightarrow \text{loại}$$

Số đó là 1407

Bài 5: Gọi 7 số đó là $a_1; a_2; \dots, a_7$

Trong 3 số tự nhiên tùy ý bao giờ cũng có 2 số cùng chẵn hoặc cùng lẻ \Rightarrow Tổng của chúng là một số chẵn. Xét a_1, a_2, a_3 :

Không mất tính tổng quát giả sử $a_{1,2} = a_1 + a_2$ là số chẵn

Xét $a_4, a_5, a_6 \Rightarrow a_{4,5}$ là số chẵn

Xét $a_3, a_6, a_7 \Rightarrow a_{3,6}$ là số chẵn

Xét $a_{1,2}; a_{4,5}; a_{3,6}$ là số chẵn ta chia số này cho 2 $\Rightarrow b_{1,2}; b_{4,5}; b_{3,6}$

$b_{1,2,4,5} = b_{1,2} + b_{4,5}$ là số chẵn

$$a_{1,2} + a_{4,5} = 2(b_{1,2} + b_{4,5}) \quad \text{vì } (b_{1,2} + b_{4,5}) : 2$$

$$\Rightarrow (a_{1,2} + a_{4,5}) : 4$$

$$\Rightarrow (a_1 + a_2 + a_4 + a_5) : 4$$

Vậy trong 7 số tự nhiên tùy ý bao giờ có thể chọn được số mà tổng của chúng : 4

ĐỀ SỐ 44

(Trường THCS Lê Ngọc Hân-Năm học 1997-1998)

Bài 1 Tính

$$a, \quad 26 : \left[\frac{3 : (0,2 - 0,1)}{2,5(0,8 + 1,2)} + \frac{(34,06 - 33,81)4}{6,84 : (28,75 - 25,15)} \right] + \frac{2}{3} : \frac{4}{21} \quad b, \quad 3 - \frac{92 - \frac{1}{9} - \frac{2}{10} - \frac{3}{11} - \dots - \frac{92}{100}}{\frac{1}{45} + \frac{1}{50} + \frac{1}{55} + \dots + \frac{1}{500}}$$

Bài 2 Tìm số tự nhiên nhỏ nhất chia cho 5 thì dư 1, chia cho 7 thì dư 5.

Bài 3 Hai ô tô đi từ hai điểm A và B về phía nhau. Xe 1 khởi hành lúc 7 giờ, xe 2 khởi hành lúc 7 giờ 10 phút. Biết rằng để đi cả quãng đường AB xe 1 cần đi 2 giờ, xe 2 cần đi 3 giờ. Hai xe sẽ gặp nhau lúc mấy giờ?

Bài 4 Vẽ tam giác ABC trên cạnh BC lấy điểm D (D không trùng B, C), trên đoạn thẳng DC lấy điểm

E (E không trùng D, C).

a, Những điểm nào gọi là điểm nằm giữa hai điểm nào? Những tia nào nằm giữa hai tia nào?

b, Nếu $BD=3\text{cm}$, $DE=2\text{cm}$, $EC=4\text{cm}$. Tính BC

c, Giả sử góc $BAD=m^\circ$, góc $DAE=n^\circ$, góc $EAC=t^\circ$. Tính số đo góc BAC

Bài 5 Tổng kết năm học của 100 học sinh giỏi về 3 môn Văn, Toán, Ngoại ngữ có 70 học sinh giỏi Toán, 50 giỏi Văn. Trong đó 40 học sinh giỏi Toán+ Ngoại ngữ, 35 học sinh giỏi Toán+ Văn, 20 Học sinh giỏi Văn+ Ngoại ngữ. Hỏi :

a, Có bao nhiêu học sinh giỏi cả 3 môn.

b, Có bao nhiêu học sinh giỏi Ngoại ngữ.

c, Có bao nhiêu học sinh chỉ giỏi 1 môn

$$\left(\frac{30}{5} + \frac{0,25}{1,9} \right) + 1 = 26 : \left(6 + \frac{25}{190} + 1 \right) = 26 \cdot \frac{38}{233} + 1 = \frac{988 + 233}{233} = \frac{1221}{233} = 5 \frac{56}{233}$$
$$b. \quad \frac{\left(1 - \frac{1}{9} \right) + \left(1 - \frac{2}{10} \right) + \dots + \left(1 - \frac{92}{100} \right)}{\frac{1}{45} + \frac{1}{50} + \dots + \frac{1}{500}} = \frac{\frac{8}{9} + \frac{8}{10} + \frac{8}{100}}{\frac{1}{5} \left(\frac{1}{9} + \frac{1}{10} + \dots + \frac{1}{100} \right)} = 8 : \frac{1}{5} = 40$$

Bài 2: Gọi số đó là n

Tuyển tập đề thi HSG Toán 6

$$\Rightarrow n = 5q + 1 ; n = 7r + 5 \Rightarrow q = \frac{7r + 4}{5}$$

$$\Rightarrow (2r + 4) : 5 \Rightarrow r = 3k + 3$$

$$\text{Tìm số nhỏ nhất} \Rightarrow r = 3 \Rightarrow q = 5 \Rightarrow n = 26$$

Bài 3: Chọn quãng đường AB làm đơn vị qui ước

Trong 1 h xe 1 đi được $\frac{1}{2}$ quãng đường AB

Trong 1h xe 2 đi được $\frac{1}{3}$ quãng đường AB

Trong 1h cả 2 xe đi được $\frac{5}{6}$ quãng đường AB

Trong 10 phút đi trước xe 1 đi $\frac{1}{12}$ quãng đường AB

Thời gian xe 2 đi để gặp nhau $\frac{11}{12} : \frac{5}{6} = \frac{11}{10} h = 16 \text{ phút}$

Hai xe gặp nhau lúc 7h 10ph + 1h 6 ph = 8h 16ph

ĐỀ SỐ 45

Quận Hai Bà Trưng 1996 - 1997

Câu 1: (5 điểm) Chứng minh rằng các số có dạng \overline{abcabc} chia hết ít nhất cho 3 số nguyên tố.

Câu 2 : (5 điểm) Cho dãy phân số được viết theo qui luật: $\frac{2}{11.16}; \frac{2}{16.21}; \frac{2}{21.26}; \dots$

a, Tìm phân số thứ 45 của dãy số này.

b, Tính tổng của 45 phân số này.

Câu 3 : (5 điểm) Hai trường A và B có 1500 học sinh. Số học sinh giỏi trường A chiếm 20%; Số học sinh giỏi trường B chiếm 15%. Tổng cộng hai trường có 255 học sinh giỏi. Tính số học sinh mỗi trường?

Câu 4 : Một người đi từ A đến B với vận tốc 12km /h. Một lát sau một người khác cũng đi từ A đến B với vận tốc 20km /h. Tính ra 2 người sẽ gặp nhau tại B. Người thứ 2 đi được nửa quãng đường AB thì tăng vận tốc lên thành 24km /h. Hỏi hai người sẽ gặp nhau tại địa điểm cách B bao nhiêu km? Biết rằng quãng đường AB dài 80km.

ĐÁP ÁN

Câu 1:

$$\overline{abcabc} = \overline{abc} . 1000 + \overline{abc} = 1001 \overline{abc} = 7 . 11 . 13 \overline{abc} \Rightarrow \overline{abcabc} : 7 ; 11 ; 13$$

Vậy số đó chia hết cho ít nhất 3 số nguyên tố là 7 , 11, 13

Câu 2:

$$a) \frac{2}{231.236}$$

$$b) = \frac{2}{5} \left(\frac{5}{11.16} + \frac{5}{16.21} + \dots + \frac{5}{231.236} \right) = \frac{2}{5} \left(\frac{1}{11} - \frac{1}{16} + \frac{1}{16} - \frac{1}{21} + \dots + \frac{1}{231} - \frac{1}{236} \right) = \frac{45}{1298}$$

Câu 3: 20% số học sinh cả hai trường là: $1500 . 20\% = 300$ (học sinh)

5% số học sinh trường B là: $300 -$

$255 = 45$ (học sinh)

Số học sinh trường B là: $45 : 5\% =$

900 (học sinh)

= 600 (học sinh)

Câu 4: Hiệu vận tốc của hai người là: $20 - 12 = 8$ (km/h)Thời gian người thứ nhất đi hết quãng đường AB là: $80 : 12 = \frac{20}{3}$ h = 6h40'Thời gian người thứ hai đi hết quãng đường AB là: $80 : 20 = 4$ (h)Thời gian người thứ hai đi trước người thứ nhất là: $6\text{h}40' - 4\text{h} = 2\text{h}40' = \frac{8}{3}$ hQuãng đường người thứ nhất đi trước là: $\frac{8}{3} \cdot 12 = 32$ (km)Khoảng cách giữa hai người khi người thứ hai tăng vận tốc là: $32 - 8 \cdot 2 = 16$ (km)Thời gian từ khi người thứ hai tăng vận tốc đến lúc gặp nhau là: $16 : (24 - 12) = \frac{4}{3}$ hĐến lúc gặp người thứ hai đã đi quãng đường là: $40 + 24 \cdot \frac{4}{3} = 72$ (km)Chỗ gặp cách B là: $80 - 72 = 8$ (km)**ĐỀ SỐ 46***Quận Hai Bà Trưng 1997 - 1998***Câu 1 (6 điểm)** Từ sáu chữ số: 0, 1, 2, 3, 4, 5. Viết tất cả các số có ba chữ số khác nhau chia hết cho 3 và cho 5.**Câu 2 : (6 điểm)** Một phép chia có thương bằng 5 và số dư là 12. Nếu lấy số bị chia chia cho tổng số chia và số dư ta được thương là 3 và số dư là 18. Tìm số bị chia.**Câu 3 : (4 điểm)** Tính các tổng sau bằng cách hợp lý nhất:

a, $\frac{1}{210} + \frac{1}{240} + \frac{1}{272} + \frac{1}{306}$

b, $\frac{191}{210} + \frac{161}{240} + \frac{129}{272} + \frac{95}{306}$

Câu 4 : (4 điểm) Lớp 6A có số học sinh Giỏi và Khá chiếm $\frac{7}{12}$ số học sinh cả lớp. Số học sinh Giỏi vàTrung bình chiếm $\frac{5}{8}$ số học sinh cả lớp. Số học sinh Khá và Trung bình có 34 bạn, số học sinh giỏi hơn số học sinh Yếu là 10 bạn, lớp không có học sinh kém. Hỏi lớp 6A có bao nhiêu bạn học sinh Giỏi? bao nhiêu học sinh khá? bao nhiêu học sinh Trung bình?**ĐÁP ÁN****Câu 1:** 120; 150; 210; 510; 450; 540; 345; 105; 435; 405; 315; 135**Câu 2:** Gọi số bị chia là a; số chia là b ($b \neq 0$)Phép chia có thương bằng 5 số dư là 12 \Rightarrow Số bị chia bớt 12 bằng 5 lần số chia $\Rightarrow a = 5b + 12$ Số bị chia chia cho tổng số chia và số dư được thương là 3 và số dư là 18 \Rightarrow Số bị chia bớt 18 bằng 3 lần tổng số chia và số dư $\Rightarrow a = (b + 12) \cdot 3 + 18 = 3b + 54$

$$\Rightarrow 5b + 12 = 3b + 54 \Rightarrow b = 21 \Rightarrow a = 117$$

Vậy số bị chia là 117.

Câu 3:

$$\begin{aligned}
 a) \quad & \frac{1}{401} + \frac{1}{210} + \frac{1}{240} + \frac{1}{272} + \frac{1}{306} = \frac{1}{401} + \frac{1}{210} + \frac{1}{240} + \frac{1}{272} + \frac{1}{306} = \frac{1}{401} - \frac{1}{18} = \frac{1}{63} \\
 & \frac{1}{210} = 1 + \frac{1}{210}; \quad \frac{1}{240} = 1 + \frac{1}{240}; \quad \frac{1}{272} = 1 + \frac{1}{272}; \quad \frac{1}{306} = 1 + \frac{1}{306} \\
 & \Rightarrow B + 4 = 401 \cdot \left(\frac{1}{210} + \frac{1}{240} + \frac{1}{272} + \frac{1}{306} \right) \Rightarrow B = 401 \cdot \frac{1}{63} - 4 = 2 \frac{23}{63}
 \end{aligned}$$

Tuyển tập đề thi HSG Toán 6

b) Nhận xét các phân số đều có tổng của tử và mẫu là 401

Câu 4:

Cách 1

Phân số chỉ số học sinh giỏi hơn yếu là: $\left(\frac{7}{12} + \frac{5}{8}\right) - 1 = \frac{5}{24}$ (học sinh cả lớp)

Số học sinh cả lớp là: $10 \cdot \frac{24}{5} = 48$ (học sinh)

Số học sinh giỏi và yếu là: $48 - 34 = 14$ (học sinh)

Số học sinh giỏi là: $(14 + 10) : 2 = 12$ (học sinh)

Số học sinh yếu là: $12 - 10 = 2$ (học sinh)

Số học sinh giỏi và trung bình là: $48 \cdot \frac{5}{8} = 30$ (học sinh)

Số học sinh trung bình là: $30 - 12 = 18$ (học sinh)

Số học sinh khá là: $48 - (18 + 2 + 14) = 16$ (học sinh)

Cách 2

Lớp chia 24 phần \Rightarrow một phần có: $10 : 5 = 2$ (học sinh)

Số học sinh trung bình hơn khá là: $\frac{5}{8} - \frac{7}{12} = \frac{1}{24}$ (học sinh lớp) = 2 (học sinh)

Số học sinh trung bình là: $(34 + 2) : 2 = 18$ (học sinh)

Số học sinh khá là: $18 - 2 = 16$ (học sinh)

Số học sinh giỏi và yếu là: $48 - (18 + 16) = 14$ (học sinh)

Số học sinh giỏi là: $(14 + 10) : 2 = 12$ (học sinh)

Số học sinh yếu là: $12 - 10 = 2$ (học sinh)

ĐỀ SỐ 47

Quận Hai Bà Trưng 1998 - 1999

Câu 1 : Một người đem 6000000đ gửi tiền tiết kiệm " Không kỳ hạn" với lãi suất 0,8% một tháng. Hỏi sau 3 tháng người đó thu được bao nhiêu tiền lãi (sau 3 tháng mới rút hết cả vốn lẫn lãi)

Câu 2 : Một xí nghiệp làm một số dụng cụ, giao cho 3 phân xưởng thực hiện. Số dụng cụ phân xưởng I làm bằng 28% tổng số. Số dụng cụ phân xưởng II làm gấp rưỡi số dụng cụ phân xưởng I. Phân xưởng III làm ít hơn phân xưởng II là 72 chiếc. Tính số dụng cụ mỗi phân xưởng đã làm.

Câu 3 : Hãy viết phân số $\frac{11}{15}$ dưới dạng tổng của 3 phân số có tử số đều bằng 1 và có mẫu số khác nhau.

Câu 4 : a, Tìm một số có 3 chữ số biết rằng tích của số đó và tổng các chữ số của nó là 1360.

b, Chứng tỏ rằng có thể tìm được nhiều số tự nhiên chỉ gồm chữ số 1 và chữ số 0 chia hết cho 1999

ĐÁP ÁN

Câu 1: Số tiền người đó có sau tháng 1 là: $6000000 \cdot 100,8\% = 6048000$ (đồng)

Số tiền người đó có sau tháng 2 là: $6048000 \cdot 100,8\% = 6096384$ (đồng)

Số tiền người đó có sau tháng 3 là: $6096384 \cdot 100,8\% = 6145155$ (đồng)

Câu 2: So với tổng số, số dụng cụ phân xưởng 2 làm chiếm số phần là: $28\% \cdot \frac{3}{2} = 42\%$

So với tổng số, số dụng cụ phân xưởng 3 làm chiếm số phần là:

$$100\% - (42\% + 28\%) = 30\%$$

So với tổng số, 72 chiếc chiếm số phần là: $42\% - 30\% = 12\%$

Tổng số sản phẩm cả ba phân xưởng làm là: $72 : 12\% = 600$ (dụng cụ)

Số sản phẩm phân xưởng 1 làm là: $600 \cdot 28\% = 168$ (dụng cụ)

Tuyển tập đề thi HSG Toán 6

Số sản phẩm phân xưởng 2 làm là: $600 \cdot 42\% = 252$ (dụng cụ)

Số sản phẩm phân xưởng 3 làm là: $600 \cdot 30\% = 180$ (dụng cụ)

Câu 3:

$$\frac{11}{15} = \frac{44}{60} \Rightarrow U(60) = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 10; 12; 15; 20; 30; 60\}$$

$$30 + 10 + 4 = 44 \Rightarrow \frac{44}{60} = \frac{10}{60} + \frac{30}{60} + \frac{4}{60} \Rightarrow \frac{11}{15} = \frac{1}{6} + \frac{1}{2} + \frac{1}{15}$$

Câu 4:

a. Gọi số đó là $\overline{abc} \Rightarrow (a+b+c) \cdot \overline{abc} = 1360$

$$1360 = 5 \cdot 16 \cdot 17 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 17.$$

Ta có $2^4 \cdot 5 < 100$ 17 không phải là tổng các chữ số $\Rightarrow \overline{abc} : 17 \Rightarrow \overline{abc} = 17 \cdot x \Rightarrow x > 5$

$$\Rightarrow a + b + c < 16$$

$a + b + c$	2	4	8	10
-------------	---	---	---	----

\overline{abc}	680	340	170	136
Tích	1360	1360	1360	1360

Vậy số đó là: 680 ; 340; 170; 136

b. Xét dãy số:

$$1 ; 11 ; \dots ; \underbrace{11 \dots 11}_{1999 \text{ cs}}$$

Dãy số trên có 1999 chữ số \Rightarrow chỉ có hai trường hợp xảy ra

- Có ít nhất một số chia hết cho 1999. Giả sử số đó là: $11 \dots 11$ (n chữ số) $\Rightarrow 11 \dots 10$ (n+1 chữ số) cũng chia hết cho 1999 \Rightarrow Khẳng định đề bài cho là đúng.
- Trong đó không có số nào chia hết cho 1999 \Rightarrow phải tồn tại ít nhất hai số có cùng số dư trong phép chia cho 1999 \Rightarrow Hiệu hai số này là một số chỉ gồm toàn chữ số 0 và chữ số 1 chia hết cho 1999. Lý luận tương tự như trên ta có khẳng định đề bài cho là đúng.

ĐỀ SỐ 48

Hai Bà Trưng 1999 - 2000

Câu 1 : Hãy so sánh hai phân số sau bằng tất cả các cách có thể được:

a, $\frac{1999}{2000}; \frac{19992000}{20002000}$

b, $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{32} > 2$

Câu 2 : Kết thúc học kỳ I lớp 7A có số học sinh xếp loại văn hoá bằng $\frac{3}{8}$ số học sinh được xếp loại khá. Đến cuối năm có 7 học sinh vươn lên đạt loại giỏi và 1 học sinh loại giỏi bị chuyển loại xuống khá nên số học sinh giỏi chỉ bằng $\frac{9}{13}$ số học sinh khá. Tính số học sinh lớp 7A biết cả hai học kỳ lớp 7A chỉ có học sinh xếp loại văn hoá Khá và Giỏi.

Câu 3 : Một thùng đầy nước có khối lượng 5,7 kg. Nếu trong thùng chỉ còn 25% nước thì thùng nước có khối lượng 2,4 kg. Tính khối lượng thùng không.

Câu 4 : Có bao nhiêu số có 4 chữ số có tính chất sau: Chia hết cho 11 và tổng các chữ số của nó chia hết cho 11.

ĐÁP ÁN

Bài 1:

a) Cách 1 : Qui đồng mẫu số rồi so sánh tử.

Cách 2: $\frac{1999}{2000} = \frac{19991999}{20002000} < \frac{19992000}{20002000}$

Tuyển tập đề thi HSG Toán 6

Cách 3: $\frac{1999}{2000} + \frac{1}{2000} = \frac{19992000}{20002000} + \frac{10000}{20002000} = 1 \Rightarrow \frac{1999}{2000} < \frac{19992000}{20002000}$

b)

$$\frac{1}{2n-1} + \frac{1}{2n} = \frac{4n-1}{4n^2-2n} > \frac{1}{n} \quad (n \in \mathbb{N}; n \geq 2)$$
$$\Rightarrow \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{32} > \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{16} > \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{8} > 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} > 2$$

Bài 2: Số học sinh cả lớp là : $3 + 8 = 11$ (phần)

Số học sinh giỏi kỳ I chiếm : $\frac{3}{11}$ học sinh cả lớp

Số học sinh giỏi kỳ II chiếm : $\frac{9}{22}$ học sinh cả lớp

6 học sinh ứng với số phần cả lớp: $\frac{9}{22} - \frac{3}{11} = \frac{3}{22}$ (cả lớp)

Số học sinh cả lớp là: $6 : \frac{3}{22} = 44$ học sinh

Vậy số học sinh 7A là 44 bạn

Bài 3: $25\% = \frac{1}{4}$

Khối lượng của $\frac{3}{4}$ nước trong thùng là: $5,7 - 2,4 = 3,3$ (kg)

Khối lượng nước trong thùng đầy nước là $3,3 : \frac{3}{4} = 4,4$ (kg)

Khối lượng thùng không là : $5,7 - 4,4 = 1,3$ (kg)

Bài 4: Số phải tìm là: $A = \overline{abcd}$ ($0 < a < 10; 0 \leq b, c, d \leq 9$)

$A : 11 \Rightarrow ((b + d) - (a + c)) : 11$ và $(a + b + c + d) : 11$

$\Rightarrow 2(a + c) : 11$ và $2b + d : 11 \Rightarrow a + c$ và $b + d$ chỉ có thể là 0 hoặc 11

* $a + c = 11$ và $b + d = 0$ ($b = d = 0$) Có 8 cặp (a, c) để $a + c = 11$ là : $(2,9); (3,8)...$

Có 8 số có 4 chữ số : 11

* $a + c = 11$ và $b + d = 11$ thì sẽ có 8 cặp (a, c) và 8 cặp (b, d) ghép các cặp ta được 64 số có 4 chữ số chia hết cho 11

* $a + c = 0$ $a = c = 0$ không tồn tại số có 4 chữ số nữa

Vậy có 72 số có 4 chữ số thỏa mãn yêu cầu đề bài

ĐỀ SỐ 49

Thời gian làm bài: 120 phút

Năm học: 2009 – 2010

Câu 1: (4đ) a) Rút gọn phân số sau sau: $\frac{2^3.3^3.5^3.7.8}{3.2^4.5^3.14}$

b) Tính $B = 14 : (4\frac{1}{12} - 2\frac{5}{8}) + 14. \frac{1}{4}. \frac{2}{3}$

Câu 2: (4đ) Tìm x biết:

a/ $3 + 2^{x-1} = 24 - [4^2 - (2^2 - 1)]$

b/ $(x+1) + (x+2) + (x+3) + ... + (x+100) = 205550$

Tuyển tập đề thi HSG Toán 6

c/ $|x-5| = 18 + 2.(-8)$

d/ $(3x - 2^4) \cdot 7^5 = 2 \cdot 7^6 \cdot \frac{1}{2009^0}$

Câu 3: (2đ) Tìm các số tự nhiên x, y sao cho : $(2x+1)(y-5)=12$

Câu 4: (4đ)

a) Tính tổng: $S = \frac{2}{1.2} + \frac{2}{2.3} + \frac{2}{3.4} + \dots + \frac{2}{98.99} + \frac{2}{99.100}$

b) Chứng minh rằng: $(3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + \dots + 3^{100}) : 40$

Câu 5: (2đ) Cho biểu thức $A = \frac{-5}{n-2}$

a, Tìm các số nguyên n để biểu thức A là phân số.

b, Tìm các số tự nhiên n để biểu thức A là số nguyên

Câu 6: (4đ)

Cho góc $\text{AMC} = 60^\circ$. Tia Mx là tia đối của tia MA, My là phân giác của góc CMx , Mt là tia phân giác của góc xMy .

c. Tính góc AMy .

d. Chứng minh rằng MC vuông góc với Mt.

ĐÁP ÁN

Câu 1: (4đ) Mỗi câu 2 đ

a/ Kết quả 18 b/ Kết quả $11\frac{14}{15}$

Câu 2: (4đ)

a) $3 + 2^{x-1} = 24 - [4^2 - (2^2 - 1)]$

$3 + 2^{x-1} = 24 - 4^2 + 3$

$2^{x-1} = 24 - 4^2$

$2^{x-1} = 2^2$ (0,5đ)

$x-1 = 2$

$x = 3$ (0,5đ)

b) $(x+1) + (x+2) + (x+3) + \dots + (x+100) = 205550$

$x+x+x+\dots+x+1+2+3+\dots+100 = 205550$

$100x + 5050 = 205550$ (0,5đ)

$100x = 200500$

$x = 2005$ (0,5đ)

c/ $x=7$ hoặc $x=3$; (1đ mỗi nghiệm 0,5 đ)

d/ $x=30$ (1đ)

Câu 3: (2đ)

Ta có $2x+1$; $y-5$ Là ước của 12

$12 = 1.12 = 2.6 = 3.4$ (0,5đ)

do $2x+1$ lẻ $\Rightarrow 2x+1 = 1$ hoặc $2x+1 = 3$ (0,5đ)

$\Rightarrow 2x+1 = 1 \Rightarrow x=0$; $y-5=12 \Rightarrow y=17$

hoặc $2x+1=3 \Rightarrow x=1$; $y-5=4 \Rightarrow y=9$ (0,5đ)

vậy $(x,y) = (0,17); (1,9)$ (0,5đ)

Câu 4: (4đ) $S = \frac{2}{1.2} + \frac{2}{2.3} + \frac{2}{3.4} + \dots + \frac{2}{98.99} + \frac{2}{99.100}$

$= 2 \left(\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{98.99} + \frac{1}{99.100} \right)$ (0,5đ)

Tuyển tập đề thi HSG Toán 6

$$= 2 \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{98} - \frac{1}{99} + \frac{1}{99} - \frac{1}{100} \right) \quad (0,5đ)$$

$$= 2 \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{100} \right) = 2 \cdot \frac{99}{100} = \frac{99}{50} = 1 \frac{49}{50} \quad (1đ)$$

Câu 5: (2đ) a/ $n \in \mathbb{Z}$ và $n \neq 2$ (1đ)

$$b/(n-2) \in U(-5) = \{\pm 1; \pm 5\} \quad (0,5 đ)$$

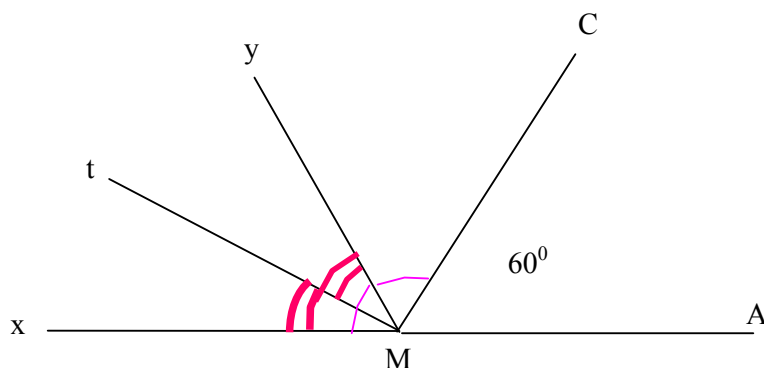
$$\Leftrightarrow \begin{cases} n-2=-1 \\ n-2=1 \\ n-2=-5 \\ n-2=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n=1 \in N \\ n=3 \in N \\ n=-3 \notin N \\ n=7 \in N \end{cases} \quad (0,5 đ)$$

Vậy $n = 1; 3; 7$

Câu 6: (4đ)

Hình vẽ:

(0,5đ)



a) Tia Mx là tia đối của tia MA góc AMx là góc bẹt: $\widehat{AMx} = 180^\circ \Rightarrow$ MC nằm giữa MA và Mx (0,5đ)

$$\text{nên: } \widehat{AMC} + \widehat{CMx} = \widehat{AMx} \text{ thay số: } 60^\circ + \widehat{CMx} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{CMx} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ \quad (0,5đ)$$

My là tia phân giác của góc CMx nên: My nằm giữa MC và Mx và

$$\widehat{xMy} = \widehat{yMc} = \frac{1}{2} \widehat{xMc} = \frac{1}{2} 120^\circ = 60^\circ \quad (0,5đ)$$

Tia Mx là tia đối của tia MA góc AMx là góc bẹt: $\widehat{AMx} = 180^\circ \Rightarrow$ My nằm giữa MA và Mx (0,5đ)

$$\text{nên: } \widehat{AMy} + \widehat{yMx} = \widehat{AMx} \text{ thay số: } 60^\circ + \widehat{yMx} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{yMx} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ \quad (0,5đ)$$

b) Do My là tia phân giác của góc CMx nên Mx và MC nằm trên hai nửa mặt phẳng đối nhau có bờ là tia My. Mt là phân giác của góc yMx nên Mt nằm trên cùng một nửa mặt phẳng bờ chứa tia My. Vậy Mt và MC nằm trên hai nửa mặt phẳng đối nhau có bờ chứa tia My hay My nằm giữa MC và Mt nên:

$$\widehat{CMy} + \widehat{yMt} = \widehat{CMt} (*) \quad (0,5đ)$$

Lại có tia Mt là phân giác của góc xMy nên: $\widehat{xMt} = \widehat{tMy} = \frac{1}{2} \widehat{xMy} = \frac{1}{2} 60^\circ = 30^\circ$ thay số vào (*) ta có:

$$\widehat{CMt} = 60^\circ + 30^\circ = 90^\circ \text{ hay MC vuông góc với Mt. (Đcmm)} \quad (0,5đ)$$

ĐỀ SỐ 50

Bài 1(2 điểm).

Một dãy số cộng có 45 số hạng. Biết số hạng ở chính giữa là 50. Hãy xác định dãy số cộng.

Bài 2:(2 điểm). Cho $S = 5 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^{2006}$

a. Tính S

b. Chứng minh $S : 126$

Bài 3:(2 điểm). a.Chứng minh rằng : nếu $(\overline{ab} + \overline{cd} + \overline{eg}) : 11$ thì : $\overline{abcdeg} : 11$.

b.Cho $A = 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{60}$. Chứng minh : $A : 3 ; 7 ; 15$.

Bài 4(2 điểm). Chứng minh :

$$\frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \dots + \frac{1}{2^n} < 1.$$

Bài 5 (2 điểm).

a.Cho đoạn thẳng $AB = 8\text{cm}$. Điểm C thuộc đường thẳng AB sao cho $BC = 4\text{cm}$. Tính độ dài đoạn thẳng AC.

b. Hai đoạn thẳng AB và CD không cùng nằm trên một đường thẳng. Chúng có thể có mấy điểm chung? Vì sao?

ĐÁP ÁN

Bài 1(2 điểm).

Trước số hạng chính giữa có 22 số hạng, sau số hạng chính giữa có 22 số hạng.

*Nếu công sai $d=1$ thì $u_1=50-22=28$ (0,5đ)

$$u_{45}=50+22=72$$

Dãy số đó là 28, 29, 30,...50,...71, 72. (0,5đ)

*Nếu công sai $d=2$ thì $u_1=50-22.2=6$

$$u_{45}=50+22.2=94$$

Dãy số đó là 6, 8, 10,...50,...92, 94. (0,5đ)

Dễ thấy công sai d không thể lớn hơn 2. (0,5đ)

Bài 2:(2 điểm). (0,5đ)

a. (1.5đ)

Ta có $5S = 5(5 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^{2006})$

$$5S = 5^2 + 5^3 + 5^4 + \dots + 5^{2007} \quad (0,5đ)$$

$$\Rightarrow 5S - S = (5^2 + 5^3 + 5^4 + \dots + 5^{2007}) - (5 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^{2006}) \quad (0,5đ)$$

$$\Rightarrow 4S = 5^{2007} - 5$$

$$\text{Vậy } S = \frac{5^{2007} - 5}{4} \quad (0,5đ)$$

b. (0,5đ)

$$S = (5 + 5^4) + (5^2 + 5^5) + (5^3 + 5^6) + \dots + (5^{2003} + 5^{2006})$$

$$S = 5(1+5^3) + 5^2(1+5^3) + 5^3(1+5^3) + \dots + 5^{2003}(1+5^3) \quad (0,25đ)$$

$$S = 126.(5 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^{2003})$$

$$\text{Vì } 126 : 126 \Rightarrow S : 126 \quad (0,25đ)$$

Bài 3:(2 điểm).

a. 1đ

Tách như sau :

$$\overline{abcdeg} = 10000\overline{ab} + 100\overline{cd} + \overline{eg} = (9999\overline{ab} + 99\overline{cd}) + (\overline{ab} + \overline{cd} + \overline{eg}). \quad (0,5đ)$$

$$= 99(101\overline{ab} + \overline{cd}) + (\overline{ab} + \overline{cd} + \overline{eg}) \Rightarrow (9999\overline{ab} + 99\overline{cd}) : 11$$

Theo bài ra $(\overline{ab} + \overline{cd} + \overline{eg}) : 11$ nên : $\overline{abcdeg} : 11$. (đpcm) (0,5đ)

b. (1đ)

$$*A = (2 + 2^2) + (2^3 + 2^4) + \dots + (2^{59} + 2^{60})$$

$$= 2(1 + 2) + 2^3(1 + 2) + \dots + 2^{59}(1 + 2)$$

Tuyển tập đề thi HSG Toán 6

$$= 3(2 + 2^3 + \dots + 2^{59}) : 3. \quad (0,5đ)$$

$$\begin{aligned} *A &= (2 + 2^2 + 2^3) + (2^4 + 2^5 + 2^6) + \dots + (2^{58} + 2^{59} + 2^{60}) = \\ &= 2 \cdot (1 + 2 + 2^2) + 2^4 \cdot (1 + 2 + 2^2) + \dots + 2^{58} \cdot (1 + 2 + 2^2) = 7(2 + 2^4 + \dots + 2^{58}) : 7. \quad (0,25đ) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} *A &= (2 + 2^2 + 2^3 + 2^4) + (2^5 + 2^6 + 2^7 + 2^8) + \dots + (2^{57} + 2^{58} + 2^{59} + 2^{60}) = \\ &= 2(1 + 2 + 2^2 + 2^3) + 2^5(1 + 2 + 2^2 + 2^3) + \dots + 2^{57}(1 + 2 + 2^2 + 2^3) = \\ &= 15 \cdot (2 + 2^5 + \dots + 2^{57}) : 15. \quad (0,25đ) \end{aligned}$$

Bài 4: (2 điểm).

Ta biết : $\frac{1}{n^2} < \frac{1}{n(n-1)} = \frac{1}{n-1} - \frac{1}{n}.$ (0,5đ)

Nên :

$$\frac{1}{2^2} < \frac{1}{1} - \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{3^2} < \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$$

.....

$$\frac{1}{n^2} < \frac{1}{n-1} - \frac{1}{n} \quad (0,5đ)$$

Cộng vế phải ta được: $1 - \frac{1}{n}$ lại nhỏ hơn 1 (0,5đ)

Mà $\frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \dots + \frac{1}{2^n} < 1 - \frac{1}{n}$

Nên $\frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \dots + \frac{1}{2^n} < 1$ (đpcm) (0,5đ)

Bài 5 (2 điểm).

a. (1đ)

Xét hai trường hợp :

(0,5đ)

1. Hai tia BA, BC là hai tia đối nhau \Rightarrow

B nằm giữa A và C

$$\Rightarrow AC = AB + BC = 12 \text{ cm.}$$

2. C thuộc tia BA. C nằm giữa A và B

(vì BA > BC)

$$\Rightarrow AC + BC = AB$$

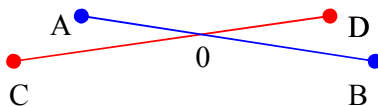
$$\Rightarrow AC = AB - BC = 4 \text{ cm.}$$

(0,5đ)



b. (1đ)

Hai đoạn thẳng AB và CD chỉ có nhiều nhất 1 điểm chung, vì nếu có 2 điểm chung thì A, B, C, D thuộc 1 đường thẳng, trái với giả thiết. (0,5đ)



ĐỀ SỐ 51

Huyện Trục Ninh 2008 2009

Thời gian làm bài: 120 phút

Tuyển tập đề thi HSG Toán 6

Bài 1: (6 điểm)

Câu 1: Tính:

a) $[-2008.57 + 1004.(-86)] : [32.74 + 16.(-48)]$

b) $1 + 2 - 3 - 4 + 5 + 6 - 7 - 8 + 9 + 10 - \dots + 2006 - 2007 - 2008 + 2009$

Câu 2: Cho: $A = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{308} + \frac{1}{309}$

$B = \frac{308}{1} + \frac{307}{2} + \frac{306}{3} + \dots + \frac{3}{306} + \frac{2}{307} + \frac{1}{308}$ Tính $\frac{A}{B}$?

Bài 2: (5 điểm)

Câu 1: Tìm số tự nhiên có 3 chữ số, biết rằng khi chia số đó cho các số 25 ; 28 ; 35 thì được các số dư lần lượt là 5 ; 8 ; 15.

Câu 2: Tìm x biết: $\left(\frac{1}{x} - \frac{2}{3}\right)^2 - \frac{1}{16} = 0$

Bài 3: (3 điểm) Cho a ; b là hai số chính phương lẻ liên tiếp. Chứng minh rằng: $(a - 1).(b - 1) : 192$

Bài 4: (4 điểm)

Tìm số tự nhiên có 4 chữ số \overline{abcd} biết nó thỏa mãn cả 3 điều kiện sau:

1) c là chữ số tận cùng của số $M = 5 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^{101}$

2) $\overline{abcd} : 25$

3) $\overline{ab} = a + b^2$

Bài 5: (2 điểm)

Câu 1: Có hay không một số nguyên tố mà khi chia cho 12 thì dư 9? Giải thích?

Câu 2: Chứng minh rằng: Trong 3 số nguyên tố lớn hơn 3, luôn tồn tại 2 số nguyên tố mà tổng hoặc hiệu của chúng chia hết cho 12.

ĐÁP ÁN

Bài 1: (6 điểm)

Câu 1:

a) Kết quả : $\frac{-251}{2} = -125,5$ (2 điểm)

b) Kết quả: 1 (2 điểm)

Câu 2: (2 điểm)

$$B = \frac{308}{1} + \frac{307}{2} + \frac{306}{3} + \dots + \frac{3}{306} + \frac{2}{307} + \frac{1}{308}$$

$$B = \left(1 + \frac{307}{2}\right) + \left(1 + \frac{306}{3}\right) + \left(1 + \frac{305}{4}\right) + \dots + \left(1 + \frac{3}{306}\right) + \left(1 + \frac{2}{307}\right) + \left(1 + \frac{1}{308}\right) + 1 \quad (0,75đ)$$

$$B = \frac{309}{2} + \frac{309}{3} + \frac{309}{4} + \dots + \frac{309}{307} + \frac{309}{308} + \frac{309}{309} \quad (0,5đ)$$

Tuyển tập đề thi HSG Toán 6

$$B = 309. \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{308} + \frac{1}{309} \right)$$

$$B = 309.A \quad (0,5đ)$$

$$\Rightarrow \frac{A}{B} = \frac{A}{309.A} = \frac{1}{309} \quad (0,25đ)$$

Bài 2: (5đ)

a) (2,75 đ) Gọi số tự nhiên phải tìm là x.

- Từ giả thiết suy ra $(x+20):25$ và $(x+20):28$ và $(x+20):35 \Rightarrow x+20$ là bội chung của 25; 28 và 35. (1 đ)

- Tìm được BCNN (25; 28; 35) = 700 suy ra $(x+20) = k.700$ ($k \in \mathbb{N}$). (1 đ)

- Vì x là số tự nhiên có ba chữ số suy ra $x \leq 999 \Rightarrow x+20 \leq 1019$ suy ra $k = 1$ suy ra $x+20 = 700$ suy ra $x = 680$. (0,75 đ).

b) (2,25 đ)

- Từ giả thiết ta có: $\left(\frac{1}{x} - \frac{2}{3} \right)^2 = \frac{1}{16}$ (1) (0,25 đ).

- Vì $\frac{1}{16} = \left(\pm \frac{1}{4} \right)^2$ nên (1) xảy ra khi và chỉ khi $\frac{1}{x} - \frac{2}{3} = \frac{1}{4}$ hoặc $\frac{1}{x} - \frac{2}{3} = -\frac{1}{4}$ (1 đ)

- Từ đó tìm ra kết quả $x = \frac{12}{11}$ hoặc $x = \frac{12}{5}$ (1 đ)

Bài 3: (3đ)

- Chỉ ra dạng của a, b là: $a = (2k-1)^2$ và $b = (2k+1)^2$ (Với $k \in \mathbb{N}^*$) (0,5đ)

- Suy ra $a-1 = (2k-1)(2k-1)-1 = \dots = 4k^2-4k+1-1 = 4k(k-1)$ (0,5đ)

$b-1 = (2k+1)(2k+1)-1 = \dots = 4k^2+4k+1-1 = 4k(k+1)$ (0,5đ)

$(a-1)(b-1) = 16k(k-1)k(k+1)$ (0,5đ)

Từ đó lập luận $k(k-1)k(k+1) : 4$ và $k(k-1)(k+1) : 3$ (0,75đ)

mà $(4; 3) = 1 \Rightarrow k(k-1)k(k+1) : 4.3$ suy ra $(a-1)(b-1) : 16.4.3$

$\Rightarrow (a-1)(b-1) : 192$ (đpcm) (0,25đ)

Bài 4: (4đ)

- Từ giả thiết dẫn đến điều kiện: $a, b, c, d \in \mathbb{N}; 1 \leq a \leq 9; 0 \leq b; c; d \leq 9$ (0,5 đ)

- Lý luận dẫn đến M có chữ số tận cùng là 5 $\Rightarrow c = 5$ (0,75 đ)

- Từ điều kiện: $\overline{abcd} : 25$, lý luận dẫn đến $(10c+d) : 25$, từ đó tìm được $d = 0$ (0,75 đ)

- Từ điều kiện: $\overline{ab} = a + b^2$

$$\Rightarrow 10a + b = a + b^2$$

$$\Rightarrow 9a = b^2 - b$$

$$9a = b(b-1) \quad (0,5 đ)$$

Lý luận dẫn đến $b(b-1) \neq 0$ và $b(b-1) : 9$ (0,5 đ)

Mà b và b-1 là hai số nguyên tố cùng nhau; $0 < b-1 < 9 \Rightarrow b(b-1) : 9$ chỉ khi $b : 9$

$$\Rightarrow a = 8 \quad (0,75 đ)$$

Kết luận: Số cần tìm 8950 (0,25 đ)

Bài 5: (2 điểm):.

Câu 1:

- Không thể có một số nguyên tố mà khi chia cho 12 thì dư 9. Vì: nếu có số tự nhiên a mà khi chia cho 12 dư 9 thì $a = 12.k + 9$; ($k \in \mathbb{N}$) $\Rightarrow a : 3$ và $a > 3 \Rightarrow a$ là hợp số, không thể là số nguyên tố.

(0,75 đ).

Câu 2: (1,25 đ).

- Một số tự nhiên bất kỳ khi chia cho 12 thì có số dư là một trong 12 số sau: 0; 1; 2; ...; 11

- Chứng minh tương tự **câu 1** ta có: một số nguyên tố lớn hơn 3 (bất kỳ) khi chia cho 12 không thể có số dư là 2; 3; 4; 6; 8; 10. (0,25 đ)

- Suy ra một số nguyên tố lớn hơn 3 khi đem chia cho 12 thì được số dư là một trong 4 giá trị: 1; 5; 7; 11. (0,25 đ)

- Chia các số nguyên tố lớn hơn 3 thành hai nhóm:

Tuyển tập đề thi HSG Toán 6

- + Nhóm 1: Gồm các số nguyên tố khi chia cho 12 thì dư 1 hoặc 11.
- + Nhóm 2: Gồm các số nguyên tố khi chia cho 12 thì dư 5 hoặc 7. (0,25 đ)
- Giả sử p_1, p_2, p_3 là ba số nguyên tố bất kỳ lớn hơn 3. Có ba số nguyên tố, chỉ nằm ở hai nhóm, theo nguyên lý Dirichle thì trong ba số nguyên tố trên, tồn tại ít nhất hai số nguyên tố cùng thuộc một nhóm, chẳng hạn p_1 và p_2 cùng thuộc một nhóm:
 - + Nếu p_1 và p_2 khi chia cho 12 có số dư khác nhau (tức là dư 1 và 11; hoặc 5 và 7) thì
$$p_1 + p_2 = 12k_1 + 1 + 12k_2 + 11 = 12(k_1 + k_2) + 12; (k_1, k_2 \in \mathbb{N})$$
suy ra $p_1 + p_2 : 12$.
 - hoặc $p_1 + p_2 = 12n_1 + 5 + 12n_2 + 7 = 12(n_1 + n_2) + 12; (n_1, n_2 \in \mathbb{N})$ suy ra $p_1 + p_2 : 12$.
 - + Nếu p_1 và p_2 khi chia cho 12 có số dư bằng nhau thì hiệu $p_1 - p_2 : 12$. (0,5 đ)

ĐỀ SỐ 52

Huyện Đầm Hà trường Quảng Lợi năm 2007 - 2008

Thời gian làm bài 150 phút

Câu 1: (2 điểm) Tìm x , biết $2.3^x = 162$.

Câu 2: (2 điểm) Tính tổng. $A = \frac{1}{24} + \frac{1}{12} + \frac{1}{8} + \frac{1}{2}$ $B = \frac{1}{30} + \frac{1}{10} + \frac{1}{5} + \frac{1}{2}$

Câu 3: (4 điểm) Tính các tổng sau bằng phương pháp hợp lý nhất:

$$A = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{49.50} \quad B = \frac{2}{3.5} + \frac{2}{5.7} + \frac{2}{7.9} + \dots + \frac{2}{37.39}$$

Câu 4: (2 điểm) Tìm $n \in \mathbb{N}^*$ biết: $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = 225$.

Câu 5: (4 điểm) Hiện nay mẹ 40 tuổi, con 12 tuổi. Sau bao nhiêu năm nữa thì tuổi con bằng $\frac{3}{7}$ tuổi mẹ.

Câu 6: (6 điểm) Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng AB. Vẽ điểm N nằm giữa M và B.

Cho biết $MN = a$ (cm); $NB = b$ (cm).

a) Tính AB.

b) Lấy điểm O nằm ngoài đường thẳng AB. Giả sử $\angle AOB = 100^\circ$; $\angle AOM = 60^\circ$; $\angle MON = 20^\circ$. Hỏi tia ON có phải là tia phân giác của góc MOB không? Vì sao.

ĐÁP ÁN

Tuyển tập đề thi HSG Toán 6

Câu 1: $2 \cdot 3^x = 162 \Rightarrow 3^x = 162 : 2$

$$3^x = 81$$

$$3^x = 3^4$$

Vậy $x = 4$.

0,5 đ

0,5 đ

1 đ

Câu 2: $A = \frac{1}{24} + \frac{1}{12} + \frac{1}{8} + \frac{1}{2} = \frac{1}{24} + \frac{2}{24} + \frac{3}{24} + \frac{12}{24} = \frac{18}{24} = \frac{3}{4}$

1 đ

$$B = \frac{1}{30} + \frac{1}{10} + \frac{1}{5} + \frac{1}{2} = \frac{1}{30} + \frac{3}{30} + \frac{6}{30} + \frac{15}{30} = \frac{25}{30} = \frac{5}{6}$$

1 đ

Câu 3: $A = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{49 \cdot 50} =$

$$= \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{49} - \frac{1}{50} = \frac{1}{1} - \frac{1}{50} = \frac{49}{50}$$

2 đ

$$B = \frac{2}{3 \cdot 5} + \frac{2}{5 \cdot 7} + \frac{2}{7 \cdot 9} + \dots + \frac{2}{37 \cdot 39} =$$

$$= \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{37} - \frac{1}{39} = \frac{1}{3} - \frac{1}{39} = \frac{12}{39} = \frac{4}{13}$$

2 đ

Câu 4: $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = \frac{(1 + 2n - 1)n}{2} = \frac{2n^2}{2} = n^2$

0,5 đ

Ta có : $n^2 = 225$

$$n = 15$$

0,5 đ

0,5 đ

0,5 đ

Câu 5:Đến năm mà tuổi con bằng $\frac{3}{7}$ tuổi mẹ thì tuổi mẹ hơn tuổi con là:

$$n^2 = 15^2$$

$$1 - \frac{3}{7} = \frac{4}{7} \text{ (tuổi mẹ) và bằng 28 tuổi.}$$

1,5 đ

Vậy lúc đó tuổi của mẹ là: $28 : \frac{4}{7} = 49 \text{ (tuổi)}$

1,5 đ

Từ nay đến lúc đó là: $49 - 40 = 9 \text{ (năm)}$

*) Cách khác: Gọi số năm cần tìm là x :

1 đ

Ta có: $\frac{12 + x}{40 + x} = \frac{3}{7} \Rightarrow x = 9$

Vậy từ nay đến lúc đó là: 9 (năm)

Câu 6: Vẽ hình đúng.

a) $AB = 2MB = 2(MN + NB) = 2(a + b)$

1 đ

b) Ta có: $\angle AOB = \angle AOM + \angle MOB$

2 đ

$$= \angle AOM + \angle MON + \angle NOB$$

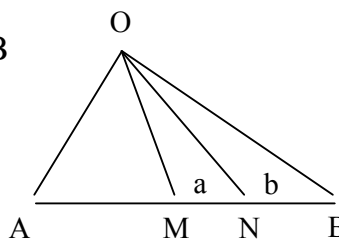
$$\Rightarrow \angle NOB = \angle AOB - (\angle AOM + \angle MON)$$

$$= 100^\circ - (60^\circ + 20^\circ) = 20^\circ$$

Vậy tia ON là tia phân giác của góc MOB.

Vì: Tia ON nằm giữa hai tia OM, OB

Và $\angle NOB = \angle MON = 20^\circ$



1 đ

1 đ

1 đ

ĐỀ SỐ 53**Bài 1 :** (5 điểm) Tính giá trị các biểu thức sau :

$$A = 1 + 2 - 3 - 4 + 5 + 6 - 7 - 8 + \dots - 2007 - 2008 + 2009 + 2010$$

Tuyển tập đề thi HSG Toán 6

$$B = \frac{7 \cdot 6^{10} \cdot 2^{20} \cdot 3^6 - 2^{19} \cdot 6^{15}}{9 \cdot 6^{19} \cdot 2^9 - 4 \cdot 3^{17} \cdot 2^{26}} \quad C = \frac{16}{15 \cdot 31} + \frac{14}{31 \cdot 45} + \frac{7}{45 \cdot 52} + \frac{7}{52 \cdot 65} + \frac{1}{13 \cdot 70}$$

Bài 2 : (5 điểm)

a) Tìm các cặp số nguyên (a, b) biết $3|a| + 5|b| = 33$.

b) Cho n là số tự nhiên, tìm số nguyên tố p có 2 chữ số sao cho $p = \text{ƯCLN}(2n - 3; 3n + 15)$

c) Cho $S = 1 + 5 + 5^2 + 5^3 + 5^4 + \dots + 5^{2010}$

Tìm các số dư khi chia S cho 2, cho 10, cho 13.

Bài 3 : (5 điểm)

a) Cho a, b, c, d là các số tự nhiên khác 0 và biểu thức:

$$M = \frac{a}{a+b+c} + \frac{b}{a+b+d} + \frac{c}{a+c+d} + \frac{d}{b+c+d}$$

Hỏi M có giá trị là số tự nhiên hay không? Vì sao ?

b) Tìm các số tự nhiên x, y, z sao cho $0 < x \leq y \leq z$ và $xy + yz + zx = xyz$.

Bài 4 : (4 điểm) Cho \widehat{xOy} và \widehat{yOz} là hai góc kề bù thỏa mãn $\widehat{xOy} = \frac{5}{4} \widehat{yOz}$.

a) Tính số đo các góc xOy và yOz.

b) Kẻ tia Ot sao cho $\widehat{tOy} = 80^\circ$. Tia Oy có là tia phân giác của \widehat{tOz} không ? Tại sao ?

c) Qua O kẻ thêm 50 đường thẳng nữa sao cho các đường thẳng này đều không chứa các tia Ox, Oy, Oz. Vẽ đường tròn tâm O bán kính r. Gọi A là tập hợp các giao điểm của đường tròn nói trên với các tia gốc O có trong hình vẽ, tính số tam giác mà các đỉnh của nó đều thuộc tập hợp A.

(Cho biết 3 điểm cùng nằm trên một đường tròn thì không thẳng hàng).

Bài 5 : (1 điểm) Cho một lưới vuông kích thước 5×5 . Người ta điền vào mỗi ô của lưới một trong các số -1; 0; 1. Xét tổng của các số được tính theo từng cột, theo từng hàng và theo từng đường chéo. Hãy chứng tỏ rằng trong tất cả các tổng đó luôn tồn tại hai tổng có giá trị bằng nhau.

BÀI	ĐÁP ÁN NỘI DUNG	ĐIỂM
	Tính giá trị các biểu thức sau :	
	$A = 1 + 2 - 3 - 4 + 5 + 6 - 7 - 8 + \dots - 2007 - 2008 + 2009 + 2010$	(1,5 điểm)
	$A = 1 + (2 - 3 - 4 + 5) + (6 - 7 - 8 + 9) + \dots + (2006 - 2007 - 2008 + 2009) + 2010$	1
BÀI 1 : (5 ĐIỂM)	$A = 1 + 0 + 0 + \dots + 0 + 2010 = 2011$	0.5
	$B = \frac{7 \cdot 6^{10} \cdot 2^{20} \cdot 3^6 - 2^{19} \cdot 6^{15}}{9 \cdot 6^{19} \cdot 2^9 - 4 \cdot 3^{17} \cdot 2^{26}}$	(2 điểm)
	$B = \frac{7 \cdot 2^{10} \cdot 3^{10} \cdot 2^{20} \cdot 3^6 - 2^{19} \cdot 2^{15} \cdot 3^{15}}{3^2 \cdot 2^{19} \cdot 3^{19} \cdot 2^9 - 2^2 \cdot 2^{26} \cdot 3^{17}}$	0.5
	$B = \frac{2^{30} \cdot 3^{16} \cdot 7 - 2^{34} \cdot 3^{15}}{2^{28} \cdot 3^{21} - 2^{28} \cdot 3^{17}}$	0.5
	$B = \frac{2^{30} \cdot 3^{15} \cdot (7 \cdot 3 - 2^4)}{2^{28} \cdot 3^{17} (3^4 - 1)}$	0.5

$$B = \frac{2^2(21-16)}{3^3(81-1)} \quad \mathbf{0.25}$$

$$B = \frac{2^2(21-16)}{3^3(81-1)} = \frac{4.5}{9.80} = \frac{1}{36} \quad \mathbf{0.25}$$

$$C = \frac{16}{15.31} + \frac{14}{31.45} + \frac{7}{45.52} + \frac{7}{52.65} + \frac{1}{13.70} \quad \mathbf{(1,5 \text{ điểm})}$$

$$C = \frac{1}{15} - \frac{1}{31} + \frac{1}{31} - \frac{1}{45} - \frac{1}{52} + \frac{1}{52} - \frac{1}{65} + \frac{5}{65.70} \quad \mathbf{0.5}$$

$$C = \frac{1}{15} - \frac{1}{31} + \frac{1}{31} - \frac{1}{45} - \frac{1}{52} + \frac{1}{52} - \frac{1}{65} + \frac{1}{65} - \frac{1}{70} \quad \mathbf{0.5}$$

$$C = \frac{1}{15} - \frac{1}{70} = \frac{14-3}{15.14} = \frac{11}{210} \quad \mathbf{0.5}$$

BÀI 2 : (5 ĐIỂM)	a) Tìm các cặp số nguyên (a, b) biết $3 a + 5 b = 33$ (1)	(2 điểm)
	Vì a, b nguyên $\Rightarrow 3 a : 3, 33 : 3 \Rightarrow 5 b : 3$	0,25
	mà $(3, 5) = 1 \Rightarrow b : 3$	0,25
	$3 a + 5 b = 33 \Rightarrow 5 b \leq 33 \Rightarrow b \leq 6,6$ (2)	0,25
	Từ (1), (2) và b nguyên $\Rightarrow b \in \{0; 3; 6\}$	0,25
	• Nếu $ b = 0$ thì $3 a = 33 \Rightarrow a = 11 \Rightarrow a = \pm 11; b = 0$	0,25
	Ta có các cặp (0; 11), (0; -11)	
	• Nếu $ b = 3$ thì $3 a = 33 - 15 = 18 \Rightarrow a = 6 \Rightarrow a = \pm 6; b = \pm 3$	0,25
	Ta có các cặp (6; 3), (6; -3), (-6; 3), (-6; -3)	
	• Nếu $ b = 6$ thì $3 a = 33 - 30 = 3 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow a = \pm 1; b = \pm 6$	0,25
	Ta có các cặp (1; 6), (1; -6), (-1; 6), (-1; -6)	
	KL: Ta có các cặp (0; 11), (0; -11), (6; 3), (6; -3), (-6; 3), (-6; -3), (1; 6), (1; -6), (-1; 6), (-1; -6) thoả mãn đề bài.	0,25
	b) Cho n là số tự nhiên, tìm số nguyên tố p có 2 chữ số sao cho $p = \text{ƯCLN}(2n - 3; 3n + 15)$	(1 điểm)
	vì $p = \text{ƯCLN}(2n - 3; 3n + 15) \Rightarrow \begin{cases} 2n - 3 : p \\ 3n + 15 : p \end{cases}$	0,25
	$\Rightarrow \begin{cases} 6n - 9 : p \\ 6n + 30 : p \end{cases}$	0,25
	$\Rightarrow (6n + 30) - (6n - 9) : p$	0,25
	$\Rightarrow 39 : p$ do p là số nguyên tố có 2 chữ số $\Rightarrow p = 13$	0,25
	c) Cho $S = 1 + 5 + 5^2 + 5^3 + 5^4 + \dots + 5^{2010}$	(2 điểm)
Tìm các số dư khi chia S cho 2, cho 10, cho 13.		
• S gồm 2011 số hạng đều là số lẻ nên S lẻ \Rightarrow S chia cho 2 dư 1.		0,5
• S gồm 2010 số hạng chia hết cho 5 và một số hạng chia cho 5 dư 1 \Rightarrow S chia cho 5 dư 1.		0,25
\Rightarrow S có tận cùng là 6 hoặc 1 mà S lẻ nên S có tận cùng là 1.		0,25
Vậy S chia cho 10 dư 1.		

$$S = 1 + 5 + 5^2 + 5^3 + 5^4 + \dots + 5^{2010}$$

$$S = 1 + 5 + 5^2 + (5^3 + 5^4 + 5^5 + 5^6) + (5^7 + 5^8 + 5^9 + 5^{10}) + \dots + (5^{2007} + 5^{2008} + 5^{2009} + 5^{2010}) \quad 0,5$$

BÀI 2 :
(Tiếp)

$$S = 1 + 5 + 25 + 5^3 (1 + 5 + 5^2 + 5^3) + 5^7 (1 + 5 + 5^2 + 5^3) + \dots + 5^{2007} (1 + 5 + 5^2 + 5^3) \quad 0,25$$

$$S = 26 + 5 + 5^3 \cdot 156 + 5^7 \cdot 156 + \dots + 5^{2007} \cdot 156 \quad 0,25$$

Ta có 26 và 156 đều chia hết cho 13 vậy S chia cho 13 dư 5.

a) Cho a, b, c, d là các số tự nhiên khác 0 và biểu thức:

$$M = \frac{a}{a+b+c} + \frac{b}{a+b+d} + \frac{c}{a+c+d} + \frac{d}{b+c+d} \quad (2 \text{ điểm})$$

Hỏi M có giá trị là số tự nhiên hay không? Vì sao?

$$\text{Vì } a, b, c, d \in \mathbb{N}^* \Rightarrow a+b+c < a+b+c+d \Rightarrow \frac{a}{a+b+c} > \frac{a}{a+b+c+d} \quad 0,5$$

$$\text{Tương tự: } \frac{b}{a+b+d} > \frac{b}{a+b+c+d}$$

$$\frac{c}{a+c+d} > \frac{c}{a+b+c+d} \quad 0,25$$

$$\frac{d}{b+c+d} > \frac{d}{a+b+c+d}$$

$$\Rightarrow M > \frac{a+b+c+d}{a+b+c+d} = 1 \quad 0,25$$

BÀI 3 :
(5 ĐIỂM)

$$\text{Vì } a, b, c, d \in \mathbb{N}^* \Rightarrow a+b+c > a+b \Rightarrow \frac{a}{a+b+c} < \frac{a}{a+b} \quad 0,5$$

$$\text{Tương tự: } \frac{b}{a+b+d} < \frac{b}{a+b};$$

$$\frac{c}{a+c+d} < \frac{c}{c+d}; \quad \frac{d}{b+c+d} < \frac{d}{c+d} \quad 0,25$$

$$\Rightarrow M < \frac{a+b}{a+b} + \frac{c+d}{c+d} = 2 \quad 0,25$$

Vậy $1 < M < 2$ nên M không là số tự nhiên. 0,5

b) Tìm các số tự nhiên x, y, z sao cho $0 < x \leq y \leq z$

và $xy + yz + zx = xyz$. (1)

$$\text{Từ (1)} \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1 \quad 0,75$$

Lý luận được $1 < x \leq 3 \Rightarrow x \in \{2, 3\}$

*) Trường hợp $x = 2$ tìm được $y \in \{3, 4\}$ 0,5

+ $y = 3$ tìm được $z = 6$ 0,25

+ $y = 4$ tìm được $z = 4$ 0,25

*) Trường hợp $x = 3$ tìm được $y = z = 3$ 0,5

Vậy $x = 2, y = 3, z = 6$ hoặc $x = 2, y = 4, z = 4$ hoặc $x = y = z = 3$ 0,25

Tuyển tập đề thi HSG Toán 6

Cho \widehat{xOy} và \widehat{yOz} là hai góc kề bù thỏa mãn $\widehat{xOy} = \frac{5}{4} \widehat{yOz}$.

(2
điểm)

a) Tính số đo các góc xOy và yOz .

Vẽ hình đúng.

0, 5

Lập luận $\widehat{xOy} + \widehat{yOz} = 180^\circ$.

0,25

mà $\widehat{xOy} = \frac{5}{4} \widehat{yOz} \Rightarrow \frac{5}{4} \widehat{yOz} + \widehat{yOz} = 180^\circ$.

0, 5

$\frac{9}{4} \widehat{yOz} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{yOz} = 80^\circ$

0, 5

$\Rightarrow \widehat{xOy} = 100^\circ$

0,25

b) Kẻ tia Ot sao cho $\widehat{tOy} = 80^\circ$. Tia Oy có là tia phân giác của \widehat{tOz} không? Tại sao?

(1
điểm)

Trường hợp tia Ot thuộc nửa mặt phẳng chứa tia Oz bờ là đường

thẳng chứa tia Oy thì tia Ot trùng với tia Oz (do $\widehat{tOy} = \widehat{yOz} = 80^\circ$)

0, 5

nên tia Oy không là tia phân giác của \widehat{tOz} .

Trường hợp tia Ot thuộc nửa mặt phẳng chứa tia Ox bờ là đường

thẳng chứa tia Oy thì tia Oy nằm giữa 2 tia Oz và Ot mà $\widehat{tOy} = \widehat{yOz}$

0,5

($= 80^\circ$) nên tia Oy là tia phân giác của \widehat{tOz} .

c) Qua O kẻ thêm 50 đường thẳng nữa sao cho các đường thẳng này đều không chứa các tia Ox, Oy, Oz. Vẽ đường tròn tâm O bán kính r.

Gọi A là tập hợp các giao điểm của đường tròn nói trên với các tia gốc O có trong hình vẽ, tính số tam giác mà các đỉnh của nó đều thuộc tập hợp A. (Cho biết 3 điểm cùng nằm trên một đường tròn thì không thẳng hàng).

(1
điểm)

Lập luận có $50.2 + 4 = 104$ tia gốc O $\Rightarrow A$ có 104 điểm.

0,25

Lập luận để có $104.103/2 = 5356$ đoạn thẳng nối 2 trong 104 điểm của A

0,25

Nối 2 đầu của mỗi đoạn thẳng với 1 điểm thuộc 102 điểm còn lại

0,25

(không phải là các mút của đoạn thẳng đó) được 102 tam giác.

Vậy có 5356.102 tam giác. Nhưng như thế thì mỗi tam giác được tính 3 lần, vậy ta có $5356.102 : 3 = 182104$ tam giác.

0,25

Bài 5 :

(1 điểm)

Bài 5 : (1 điểm)

Cho một lưới vuông kích thước 5×5 . Người ta điền vào mỗi ô của lưới một trong các số -1; 0; 1. Xét tổng của các số được tính theo từng cột, theo từng hàng và theo từng đường chéo. Hãy chứng tỏ rằng trong tất cả các tổng đó luôn tồn tại hai tổng có giá trị bằng nhau.

Vì lưới vuông có kích thước 5×5 thì có 5 cột, 5 hàng và 2 đường

chéo, do đó có tất cả 12 tổng. Do chọn điền vào ô các số -1, 0, 1 nên giá trị mỗi tổng S là một số nguyên thỏa mãn : $-5 \leq S \leq 5$.

0,5

Vậy có 11 số mà 12 tổng, theo nguyên tắc Đê-rích-lê tồn tại hai tổng có giá trị bằng nhau.

0,5

Bài 1. Tìm chữ số x để:

a) $137 + \overline{3x}$ chia hết cho 13.

b) $\overline{137x137x}$ chia hết cho 13. **Bài 2.** a) So sánh phân số: $\frac{15}{301}$ Với $\frac{25}{499}$

b) So sánh tổng $S = \frac{1}{2} + \frac{2}{2^2} + \frac{3}{2^3} + \dots + \frac{n}{2^n} + \dots + \frac{2007}{2^{2007}}$ với 2. ($n \in \mathbb{N}^*$)

Bài 3. Với giá trị nào của số tự nhiên a thì:

a) $\frac{8a+19}{4a+1}$ có giá trị nguyên b) $\frac{5a-17}{4a-23}$ có giá trị lớn nhất.

Bài 4. Tìm chữ số tận cùng của số $6^{2006}, 7^{2007}$

Bài 5. Trong một cuộc thi có 50 câu hỏi. Mỗi câu trả lời đúng được 20 điểm, còn trả lời sai bị trừ 15 điểm. Một học sinh được tất cả 650 điểm. Hỏi bạn đó trả lời được mấy câu đúng ?

ĐÁP ÁN

Bài 1. Tìm chữ số x để:

a) $137 + \overline{3x}$ chia hết cho 13.

$$A = 137 + \overline{3x} = 137 + 30 + x = 167 + x. 13 \mid (167 + x) \Rightarrow A : 13 \text{ Khi } 167 + x : 13$$

Vì x là chữ số từ 0 - 9 $\Rightarrow x = 2$

b) $\overline{137x137x}$ chia hết cho 13.

$$B = \overline{137x137x} = 13 \cdot 10^6 + \overline{7x} \cdot 10^4 + 13 \cdot 10^2 + \overline{7x} \\ = 13 \cdot (10^6 + 10^2) + \overline{7x} \cdot 10001$$

10001 không chia hết cho 13 $\Rightarrow B : 13$ Khi $\overline{7x} : 13 \Rightarrow x = 8$

Bài 2. a) So sánh phân số: $\frac{15}{301}$ Với $\frac{25}{499}$

$$\frac{15}{301} < \frac{15}{300} = \frac{1}{20} = \frac{25}{500} < \frac{25}{499}. \text{ Vậy } \frac{15}{301} < \frac{25}{499}$$

b) So sánh tổng $S = \frac{1}{2} + \frac{2}{2^2} + \frac{3}{2^3} + \dots + \frac{n}{2^n} + \dots + \frac{2007}{2^{2007}}$ với 2. ($n \in \mathbb{N}^*$)

Với $\forall n \geq 2$ ta có: $\frac{n}{2^n} = \frac{n+1}{2^{n+1}} - \frac{n+2}{2^n}$. Từ đó ta có:

$$S = \frac{1}{2} + \left(\frac{3}{2} - \frac{4}{2^2}\right) + \left(\frac{4}{2^2} - \frac{5}{2^3}\right) + \dots + \left(\frac{2008}{2^{2006}} - \frac{2009}{2^{2007}}\right) = 2 - \frac{2009}{2^{2007}} < 2. \text{ Vậy } S < 2$$

Bài 3. Với giá trị nào của số tự nhiên a thì:

a) $\frac{8a+19}{4a+1}$ có giá trị nguyên

$$N = \frac{8a+19}{4a+1} = \frac{8a+2+17}{4a+1} = 2 + \frac{17}{4a+1}$$

Để N nguyên thì $4a+1$ là ước số của 17 $\Rightarrow a = 0, a = 4$

b) $\frac{5a-17}{4a-23}$ có giá trị lớn nhất.

$$\frac{5a-17}{4a-23} = \frac{20a-68}{4(4a-23)} = \frac{5(4a-23)+47}{4(4a-23)} = \frac{5}{4} + \frac{47}{4(4a-23)}$$

Như vậy bài toán đưa về tìm số tự nhiên a để $4a-23$ là số tự nhiên nhỏ nhất.

Tuyển tập đề thi HSG Toán 6

$$\text{Vậy } a = 6 \Rightarrow \frac{5a - 17}{4a - 23} = 13$$

Bài 4. Tìm chữ số tận cùng của số 6^{2006} , 7^{2007}

Ta có: $6^2 = 36 \equiv 6 \pmod{10}$, vậy $6^n \equiv 6 \pmod{10} \quad \forall$ số nguyên dương n

$\Rightarrow 6^{2006} \equiv 6 \pmod{10} \Rightarrow$ chữ số tận cùng của 6^{2006} là 6

$7^4 = 2401 \equiv 1 \pmod{10}$, mà $7^{2007} = 7^{4 \cdot 501} \cdot 7^3$

$(7^4)^{501} \equiv 1 \pmod{10} \Rightarrow$ chữ số tận cùng của 7^{2004} là 1,

Mà chữ số tận cùng của 7^3 là 3 \Rightarrow chữ số tận cùng của 7^{2007} là 3

Bài 5. Nếu bạn đó trả lời được 50 câu thì tổng số điểm là $50 \times 20 = 1.000$ (điểm)

Nhưng bạn chỉ được 650 điểm còn thiếu $1.000 - 650 = 350$ (điểm). Thiếu 350 điểm vì trong số 50 câu bạn đã trả lời sai một số câu. Giữa câu trả lời đúng và trả lời sai chênh lệch nhau $20 + 15 = 35$ (điểm). Do đó câu trả lời sai của bạn là $350:35 = 10$ (câu)

Vậy số câu bạn đã trả lời đúng là $50 - 10 = 40$ (câu)

Bài 1: *Hãy chọn Kết quả đúng.*

Tìm x biết rằng: $\frac{1}{5.8} + \frac{1}{8.11} + \dots + \frac{1}{x(x+3)} = \frac{1}{6}$

- a. x = 27
b. x = 35
c. x = 25
d. x = 205

Bài 2: *Hãy chọn Kết quả đúng.*

Góc xOy có hai tia phân giác khi:

- a. Góc xOy là góc bẹt.
b. Góc xOy là góc tù.
c. Góc xOy là góc vuông.
d. Góc xOy là góc nhọn.

Bài 3: *Hãy chọn Kết quả đúng.*

Cho 2 số: $x = \frac{222221}{222222}$; $y = \frac{444443}{444445}$; ta có:

- a. x = y
b. x > y
c. x < y

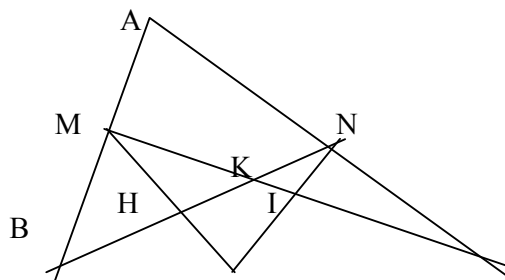
Bài 4: So sánh giá trị của biểu thức: $A = \frac{3}{4} + \frac{8}{9} + \dots + \frac{9999}{10.000}$ với số 99.

Bài 5: Một người đi xe đạp từ A đến B, đi từ A với vận tốc 10km/h, nhưng từ chính giữa đường đến B với vận tốc 15km/h. Tính xem trên cả quãng đường người đó đi với vận tốc trung bình là bao nhiêu.

Bài 6: Tìm cặp số nguyên dương (x;y) sao cho $(x-1)(5y+2) = 16$.

Bài 7: Xét hình vẽ bên:

- a. Có những tam giác nào có cạnh NC.
b. Có tất cả bao nhiêu góc có đỉnh là N; hãy kể ra.
c. Nếu biết góc $\angle MPB = 60^\circ$, $\angle NPC = 50^\circ$
thì PN có là phân giác của góc MPC hay không? vì sao?



ĐÁP ÁN

Bài 1:	2 điểm
Chọn câu a: x = 27	
Bài 2:	2 điểm
Chọn câu a:	
Bài 3:	2 điểm
Chọn câu c: x < y	
Bài 4:	2 điểm
Biến đổi: $A = (1 - \frac{1}{4}) + (1 - \frac{1}{9}) + \dots + (1 - \frac{1}{10000})$ $= (1 - \frac{1}{2^2}) + (1 - \frac{1}{3^2}) + \dots + (1 - \frac{1}{100^2})$ $= 99 - (\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{100^2}) = 99 - B$ Trong đó $B = (\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{100^2})$ Vì B > 0 nên A < 99	0.5 0.5 0.5 0.5
Bài 5:	3 điểm

Tuyển tập đề thi HSG Toán 6

Trên quãng đường AB cứ 2km thì có 1km đi với vận tốc 10km/h (hết 1/10h);	1.0
1km đi với vận tốc 15km/h (hết 1/15h)	1.0
Nên cứ 2km người đó đi hết:	
$\frac{1}{10} + \frac{1}{15} = \frac{1}{6}$ (h)	0.5
Vậy vận tốc trung bình của người đó là:	0.5
$2 : \frac{1}{6} = 12\text{km/h}$	
Bài 6:	3 điểm
Vì x,y nguyên dương nên x - 1 là ước của 16 Mà $U(16) = \{1;2;4;8;16\}$	0.5
Ta có:	
$x - 1 = 1 \Rightarrow x = 2$	
$x - 1 = 2 \Rightarrow x = 3$	
$x - 1 = 4 \Rightarrow x = 5$	
$x - 1 = 8 \Rightarrow x = 9$	
$x - 1 = 16 \Rightarrow x = 17$	1.0
Thay lần lượt các giá trị của x vừa tìm được vào $(x - 1)(5y + 2) = 16$	
x = 2 ta có: $5y + 2 = 16 \Rightarrow y = 14/5$ loại	
x = 3 ta có: $2(5y + 2) = 16 \Rightarrow y = 6/5$ loại	
x = 5 ta có: $4(5y + 2) = 16 \Rightarrow y = 2/5$ loại	1.0
x = 9 ta có: $8(5y + 2) = 16 \Rightarrow y = 0$	
x = 17 ta có: $16(5y + 2) = 16 \Rightarrow y = -1/5$ loại	0.5
Kết luận: Cặp số nguyên dương cần tìm là (9;0)	
Bài 7:	6 điểm
a. Những tam giác có cạnh NC: $\Delta NCI; \Delta NCP; \Delta NCK; \Delta NCB$.	2.0
b. Những góc có đỉnh là N: $\angle ANC, \angle ANB, \angle ANP$ $\angle BNP, \angle BNC, \angle PNC$	2.0
c. Ta có tia PM và PN nằm giữa hai tia PB và PC Nên $\angle BPM + \angle MPN + \angle NPC = \angle BPC = 180^\circ$ Mà $\angle BPM = 60^\circ; \angle MPC = 50^\circ$ Suy ra: $\angle MPN = 180^\circ - 60^\circ - 50^\circ = 70^\circ$ Ta thấy: $\angle MPN \neq \angle NPC$ Nên PN không phải là phân giác của góc MPC.	0.5
	0.5
	1.0

ĐỀ SỐ 56

Hãy khoanh tròn chữ a, b, c hoặc d nếu đó là câu đúng.

Bài 1: Cho 2 số nguyên m và n:

- a. $m + n = |m| + |n|$ với mọi m và n.
b. $m + n = |m| + |n|$ với mọi m và n cùng dấu.
c. $m + n = |m| + |n|$ với mọi m và n trái dấu.
d. $m + n = |m| + |n|$ với mọi m và n cùng dương.

Bài 2: Biết $\frac{5}{6}$ của x bằng $2\frac{1}{10}$; tìm x:

- a. $\frac{63}{25}$ b. $\frac{7}{4}$ c. $\frac{10}{21}$ d. $\frac{4}{7}$

Bài 3: Kết quả tổng $A = \frac{9}{10} - \frac{1}{90} - \frac{1}{72} - \dots - \frac{1}{6} - \frac{1}{2}$ là:

Tuyển tập đề thi HSG Toán 6

a. $\frac{1}{2}$

b. 2

c. $\frac{9}{10}$

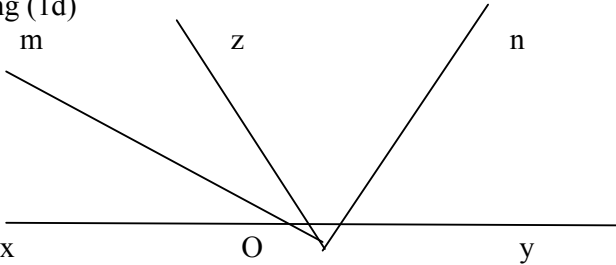
d. 0

Bài 4: Chứng minh : $A = (2005 + 2005^2 + \dots + 2005^{10}) : 2006$ **Bài 5:** Tìm hai số nguyên dương biết tích của hai số ấy gấp đôi tổng của hai số ấy.**Bài 6:** So sánh 2 số: $2^{2^{2^3}}$ và $3^{2^{3^2}}$ **Bài 7:** Tìm x biết: $4|x - 5| + 2|3x - 4| + 12 = 0$ **Bài 8:** Cho điểm O trên đường thẳng xy. Trên nửa mặt phẳng có bờ là xy vẽ tia Oz sao cho góc xOz nhỏ hơn 90° .

a. Vẽ tia Om; On lần lượt là phân giác của góc xOz và góc zOy.

b. Tính số đo các góc nhọn trong hình nếu số đo góc mOz bằng 30° .**ĐÁP ÁN**

Bài 1:	2 điểm
Chọn câu d:	
Bài 2:	2 điểm
Chọn câu a:	
Bài 3:	2 điểm
Chọn câu d:	
Bài 4:	2 điểm
Ta có: $A = (2005 + 2005^2 + \dots + 2005^9 + 2005^{10}) =$ $= 2005 (1 + 2005) + 2005^3 (1 + 2005) + \dots + 2005^9 (1 + 2005)$ $= 2006 (2005 + 2005^3 + \dots + 2005^9) : 2006$ Vậy A : 2006.	
Bài 5:	4 điểm
Gọi 2 số nguyên dương phải tìm là a và b.	0.5
Ta có: $2(a + b) = ab$ (1)	0.5
Do vai trò của a và b như nhau; ta giả sử $a < b$ nên $a + b < 2b$.	
Do đó $2(a + b) < 4b$ (2)	1.0
Từ (1) và (2) suy ra: $ab < 4b$.	
Chia 2 vế cho $b > 0$ ta được $a \leq 4$	0.5
Thay a = 1 vào (1) ta được $2b + 2 = b$ loại	
Thay a = 2 vào (1) ta được $4 + 2b = 2b$ loại	0.5
Thay a = 3 vào (1) ta được $6 + 2b = 3b \Rightarrow b = 6$	0.5
Thay a = 4 vào (1) ta được $8 + 2b = 4b \Rightarrow b = 4$	0.5
Vậy có 2 cặp số thoả mãn là 3 và 6; 4 và 4.	
Bài 6:	2 điểm
Ta có $3^{2^3} = 3^8 = 9^4 > 8^4 = 2^{12} > 2^{10}$	1.0
Từ đó: $2^{3^{2^3}} > 2^{2^{10}} = 2^{2 \cdot 2^9} = 4^{2^9} > 3^{2^9} = 3^{2^{3^2}}$	1.0
Suy ra: $2^{3^{2^3}} > 3^{2^{3^2}}$	
Bài 7:	2 điểm
Không tìm được x vì vế trái luôn lớn 0 với mọi x.	
Bài 8:	4 điểm

<p>a. Vẽ hình đúng (1đ)</p> 	
<p>b. Vì Om là phân giác của góc xOz nên $\angle xOm = \angle mOz = 1/2 \angle xOz$ mà $\angle mOz = 30^0$ Suy ra: $\angle xOm = 30^0$ $\angle xOz = 60^0$ + vì góc $\angle xOz$ và $\angle zOy$ kề bù nên $\angle xOz + \angle zOy = 180^0$ Suy ra: $\angle zOy = 180^0 - \angle xOz$ $= 180^0 - 60^0 = 120^0$ + Vì On là phân giác của góc zOy nên $\angle zOn = \angle nOy = 1/2 \angle zOy = 1/2 \cdot 120^0 = 60^0$ Kết luận: $\angle xOm = 30^0$ $\angle xOm = \angle nOy = 60^0$</p>	<p>0.5</p> <p>0.5</p> <p>0.5</p> <p>0.5</p> <p>1</p>

ĐỀ SỐ 57

Khoanh tròn chữ a,b,c,d nếu đó là câu đúng.

Bài 1: Cho 2 số nguyên m và n:

- a. $m \cdot n = |m| \cdot |n|$ với mọi m và n.
b. $m \cdot n = |m| \cdot |n|$ với mọi m và n cùng dấu.
c. $m \cdot n = |m| \cdot |n|$ với mọi m và n trái dấu.
d. $m \cdot n = |m| \cdot |n|$ với mọi m và n cùng âm.

Bài 2: Với a là số nguyên:

Tổng: $\frac{a}{3} + \frac{a^2}{2} + \frac{a^3}{6}$ không phải là số nguyên.

Khẳng định trên là: a. Đúng b. sai

Bài 3: Qua ba điểm bất kỳ A,B,C ta có:

- a. $AB + BC = AC$ c. $AB + BC \geq AC$
b. $AB + BC > AC$ b. $AB + BC \leq AC$

Bài 4: Chứng minh rằng:

$$A = \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^{99}} < \frac{1}{2}$$

Bài 5: Tìm số nguyên tố p sao cho các số p + 2 và p + 4 Cũng là các số nguyên tố.

Bài 6: Tìm số tự nhiên nhỏ nhất có tính chất sau:

Số đó chia cho 3 thì dư 1; chia cho 4 thì dư 2, chia cho 5 thì dư 3, chia cho 6 thì dư 4 và chia hết cho 13.

Bài 7: Tìm x biết: $|x - 1| = 2x + 3$

Bài 8: Cho đoạn thẳng Ab = 7cm. Điểm C nằm giữa A và B sao cho AC = 2cm. Các điểm D,E theo thứ tự là trung điểm của AC và CB. Gọi I là trung điểm của DE. tính DE và CI.

ĐÁP ÁN

Bài 1:	2 điểm
Chọn câu a:	
Bài 2:	2 điểm
Chọn câu b:	
Bài 3:	2 điểm
Chọn câu c:	

Tuyển tập đề thi HSG Toán 6

Bài 4:	2 điểm
Ta có: $3A = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^{98}}$	0,5
Nên $3A - A = 1 - \frac{1}{3^{99}}$	0.5
Hay $2A = 1 - \frac{1}{3^{99}} \Rightarrow A = \frac{1}{2} - \frac{1}{2 \cdot 3^{99}} < \frac{1}{2}$	0.5
Vậy $A < \frac{1}{2}$	0.5
Bài 5:	3 điểm
Số p có một trong 3 dạng $3k$; $3k + 1$; $3k + 2$ với $k \in \mathbb{N}^*$	0.5
Nếu $p = 3k$ thì $p = 3$ (vì p là số nguyên tố)	0.5
Khi đó $p + 2 = 5$; $p + 4 = 7$ đều là các số nguyên tố.	0.5
Nếu $p = 3k + 1$ thì $p + 2 = 3k + 3$ chia hết cho 3 và lớn hơn 3 nên p +2 là hợp số trái với đề bài.	0.5
Nếu $p = 3k + 2$ thì $p + 4 = 3k + 6$ chia hết cho 3 lớn hơn 3 nên	0.5
$p + 4$ là hợp số; trái với đề bài.	0.5
Vậy $p = 3$ là giá trị duy nhất phải tìm.	
Bài 6:	3 điểm
Gọi x là số phải tìm thì x + 2 chia hết cho 3; 4; 5; 6 nên x +2 là bội chung của 3; 4; 5; 6	0.5
$BCNN(3,4,5,6) = 60$ nên $x + 2 = 60n$	0.5
Do đó $x = 60n - 2$ ($n = 1,2,3 \dots$)	0.5
Do x là số nhỏ nhất có tính chất trên và x phải chia hết cho 13.	0.5
Lần lượt cho $n = 1,2,3 \dots$ ta thấy đến $n = 10$	
Thì $x = 598$ chia hết cho 13.	0.5
Số nhỏ nhất cần tìm là 598.	0.5
Bài 7:	2 điểm
$ x - 1 = 2x + 3$ ta có: $x - 1 = 2x + 3$ hoặc $x - 1 = -(2x + 3)$	0.5
* $x - 1 = 2x + 3$	
$2x - x = -1 - 3$	
$x = -4$	0.5
* $x - 1 = -(2x + 3)$	
$x + 2x = -3 + 1$	
$x = -2/3$	
Vậy $x = -4$; $x = -2/3$	0.5
Bài 8:	4 điểm

Vẽ hình đúng	
A D C I E B	0.5
+ Ta có: $AC + CB = AB$ (vì C nằm giữa AB) nên $CB = AB - AC = 7\text{cm} - 2\text{cm} = 5\text{cm}$	
+ Vì D và E nằm giữa A,B nên	0.5
$AD + DE + EB = AB$	
Suy ra: $DE = AB - AD - EB$	0.5
$AD = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} \cdot 2 = 1(\text{cm})$ (vì D là trung điểm AC)	
$EB = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} \cdot 5 = 2,5(\text{cm})$ (vì E là trung điểm BC)	
Vậy $DE = 7 - 1 - 2,5 = 3,5(\text{cm})$	0.5
+ Vì I là trung điểm của DE	0.5
Nên $DI = \frac{1}{2} DE = \frac{1}{2} \cdot 3,5 = 1,75(\text{cm})$	
Suy ra $AI = AD + DI = 1 + 1,75 = 2,75$	
+ Ta thấy $AD < AC < AI$ nên (nằm giữa D và I)	0.5
nên $DC + CI = DI$	
Suy ra: $CI = DI - DC = 1,75 - 1 = 0,75(\text{cm})$.	
Kết luận: $DE = 3,5\text{cm}; CI = 0,75\text{cm}$.	0.5
	0.5

ĐỀ SỐ 58

Đề Olympic huyện năm học 2005 2006

(Thời gian làm bài 120 phút)

Bài 1. Thực hiện phép tính:
$$\frac{9 \cdot 5^{20} \cdot 27^9 - 3 \cdot 9^{15} \cdot 25^9}{7 \cdot 3^{29} \cdot 125^6 - 3 \cdot 3^9 \cdot 15^{19}}$$

Bài 2. Thay dấu “ * ” bằng các chữ số thích hợp để 359^{**} chia cho 5; 6; và 7 đều có số dư là 1

Bài 3. Một Đoàn khách 300 người đi du lịch tham quan thắng cảnh Vịnh Hạ Long. Trong đó có ba loại thuyền để chở: Loại thứ nhất 1 người lái chở được 30 khách, loại thứ hai 2 người lái chở được 30 khách, loại thứ ba 2 người lái chở được 24 khách. Tính toán sao cho số thuyền, số người lái thuyền để chở hết số khách không thừa, không thiếu người trên thuyền. Đoàn đã dùng 11 chiếc thuyền và 19 người lái. Tính số thuyền mỗi loại ?

Bài 4. Số 2^{50} viết trong hệ thập phân có bao nhiêu chữ số ?

Bài 5. Tìm ƯCLN của $77...7$, (51 chữ số 7) và 777777 .

HƯỚNG DẪN

Bài 1. (4 điểm) Thực hiện phép tính:

$$\begin{aligned} \frac{9 \cdot 5^{20} \cdot 27^9 - 3 \cdot 9^{15} \cdot 25^9}{7 \cdot 3^{29} \cdot 125^6 - 3 \cdot 3^9 \cdot 15^{19}} &= \frac{3^2 \cdot 5^{20} \cdot 3^{27} - 3 \cdot 3^{30} \cdot 5^{18}}{7 \cdot 3^{29} \cdot 5^{18} - 3^{10} \cdot 3^{19} \cdot 5^{19}} = \\ &= \frac{3^{29} \cdot 5^{20} - 3^{31} \cdot 5^{18}}{7 \cdot 3^{29} \cdot 5^{18} - 3^{29} \cdot 5^{19}} = \frac{3^{29} \cdot 5^{18} (5^2 - 3^2)}{3^{29} \cdot 5^{18} (7 - 5)} = 8 \quad (\text{Mỗi bước 1 đ}) \end{aligned}$$

Bài 2. (5 điểm)

Thay dấu “ * ” bằng các chữ số thích hợp để 359^{**} chia cho 5; 6; và 7 đều có số dư là 1

Theo bài ra suy ra:

$$(359^{**} - 1) \text{ chia hết cho BCNN } (5; 6; 7); \text{ BCNN } (5; 6; 7) = 210 \quad (1 \text{ đ})$$

$$\text{Hay } \overline{359ab} = 35700 + 200 + \overline{ab} \quad (a; b \in \mathbb{N}; 0 \leq a; b \leq 9) \quad (1 \text{ đ})$$

$$\Rightarrow \overline{359ab} - 1 = 210 \cdot 170 + 199 + \overline{ab} \quad (1 \text{ đ})$$

Tuyển tập đề thi HSG Toán 6

$$\Rightarrow 199 + \overline{ab} \text{ chia hết cho } 210 \Rightarrow \overline{ab} = k \cdot 210 - 199 \quad (k \in \mathbb{N}) \quad (1,5 \text{ đ})$$

$$\Leftrightarrow k = 1 \Rightarrow \overline{ab} = 11. \text{ Vậy số cần tìm là } 35911 \quad (1,5 \text{ đ})$$

Bài 3. (4 điểm)

Một Đoàn khách 300 người đi du lịch tham quan thắng cảnh Vịnh Hạ Long. Trong đó có ba loại thuyền để chở: Loại thứ nhất 1 người lái chở được 30 khách, loại thứ hai 2 người lái chở được 30 khách, loại thứ ba 2 người lái chở được 24 khách. Tính toán sao cho số thuyền, số người lái thuyền để chở hết số khách không thừa, không thiếu người trên thuyền. Đoàn đã dùng 11 chiếc thuyền và 19 người lái. Tính số thuyền mỗi loại?

$$\text{Giả sử mỗi thuyền đều chở 30 người thì 11 thuyền chở được: } 30 \cdot 11 = 330 \text{ (người).} \quad (1 \text{ đ})$$

$$\text{Nên số thuyền 2 người lái chở 24 người / thuyền là } (330 - 300) : (30 - 24) = 5 \text{ (thuyền)} \quad (1 \text{ đ})$$

$$\text{Giả sử mỗi thuyền đều có 2 người lái, thì số người lái thuyền là: } 11 \cdot 2 = 22 \text{ (người).} \quad (1 \text{ đ})$$

$$\text{Nên số thuyền 1 người lái chở 30 người là: } 22 - 19 = 3 \text{ (thuyền)}$$

$$\text{Suy ra số thuyền 2 người lái chở 30 người / thuyền là: } 11 - (3 + 5) = 3 \text{ (thuyền)} \quad (1 \text{ đ})$$

Bài 4. (4 điểm)

Số 2^{50} viết trong hệ thập phân có bao nhiêu chữ số?

$$\text{Nhận xét: Số } a \text{ có } n \text{ chữ số khi và chỉ khi: } 10^{n-1} \leq a < 10^n \quad (1 \text{ đ})$$

$$\text{Ta thấy: } 2^{50} = 2^{16} \cdot 2^{34} = 2^{16} \cdot (2^9)^3 \cdot 2^7 = 2^{16} \cdot 512^3 \cdot 128 \quad (1) \quad (0,5 \text{ đ})$$

$$10^{16} = 2^{16} \cdot 5^{16} = 2^{16} \cdot (5^4)^4 = 2^{16} \cdot 625^4 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra: } 2^{50} < 10^{16} \quad (0,5 \text{ đ})$$

$$\text{Mặt khác: } 2^{50} = 2^{15} \cdot 2^{35} = 2^{15} \cdot (2^7)^5 = 2^{15} \cdot 128^5 \quad (3) \quad (0,5 \text{ đ})$$

$$10^{15} = 2^{15} \cdot 5^{15} = 2^{15} \cdot (5^3)^5 = 2^{15} \cdot 125^5 \quad (4)$$

$$\text{Từ (3) và (4) suy ra: } 10^{15} < 2^{50} \quad (0,5 \text{ đ})$$

Vậy ta có: $10^{15} < 2^{50} < 10^{16}$; Nên số 2^{50} có 16 chữ số viết trong hệ thập phân (1đ)

Bài 5. (3 điểm)

Tìm ƯCLN của $77\dots7$, (51 chữ số 7) và 777777.

$$\text{Ta có: } \underbrace{77\dots7}_{51 \text{ chữ số } 7} = 777777 \cdot 10^{45} + 777777 \cdot 10^{39} + \dots + 777777 \cdot 10^3 + 777 \quad (0,5 \text{ đ})$$

$$= 777777(10^{45} + 10^{39} + \dots + 10^3) + 777 \quad (0,5 \text{ đ})$$

$$\text{Suy ra: } \underbrace{77\dots7}_{51 \text{ chữ số } 7} \text{ chia cho } 777 \text{ dư } 777 \quad (0,5 \text{ đ})$$

$$\text{Đặt } \underbrace{77\dots7}_{51 \text{ chữ số } 7} = A; 777 \cdot 777 = B; 10^{45} + 10^{39} + \dots + 10^3 = C \quad (0,5 \text{ đ})$$

Ta có $A = B \cdot C + 777$ hay $A - B \cdot C = 777$. Từ đó mọi ước chung của A và B đều là ước của 777. Mặt khác 777 là ước số của A và B (0,5 đ)

$$(A = 777 \cdot (10^{48} + 10^{45} + \dots + 1); B = 777 \cdot 1001)$$

Vậy 777 chính là ƯCLN của A và B. (0,5 đ)

ĐỀ SỐ 59

Bài 1: Tìm số tự nhiên có 3 chữ số \overline{abc} , biết rằng: $b^2 = ac$ và $\overline{abc} - \overline{cba} = 495$.

$$\text{Bài 2: a) Tính nhanh: } \frac{1978 \cdot 1979 + 1980 \cdot 21 + 1958}{1980 \cdot 1979 - 1978 \cdot 1979}$$

$$\text{b) Rút gọn: } \frac{5^2 \cdot 6^{11} \cdot 16^2 + 6^2 \cdot 12^6 \cdot 15^2}{2 \cdot 6^{12} \cdot 10^4 - 81^2 \cdot 960^3}$$

Bài 3: Tìm số tự nhiên n để phân số $\frac{6 + 99}{3n + 4}$

a) Có giá trị là số tự nhiên.

b) Là phân số tối giản.

Tuyển tập đề thi HSG Toán 6

Bài 4: Cho $A = \frac{1}{5^2} + \frac{2}{5^3} + \frac{3}{5^4} + \dots + \frac{n}{5^{n+1}} + \dots + \frac{11}{5^{12}}$ với $n \in \mathbb{N}$. Chứng minh rằng $A < \frac{1}{16}$

Bài 5: Trên đường thẳng xx' lấy một điểm O. Trên cùng nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng xx' vẽ 3 tia Oy, Ot, Oz sao cho: Góc $x'Oy = 40^\circ$; $xOt = 97^\circ$; $xOz = 54^\circ$.

- Chứng minh tia Ot nằm giữa hai tia Oy và Oz.
- Chứng minh tia Ot là tia phân giác của góc zOy.

HƯỚNG DẪN

Bài 1: Ta có

$$\overline{abc} - \overline{cba} = (100a + 10b + c) - (100c + 10b + a) = 100a + 10b + c - 100c - 10b - a \\ = 99a - 99c = 99(a - c) = 495 \Rightarrow a - c = 495 : 99 = 5$$

Vì $b^2 = ac$ và $0 \leq b \leq 9$ mà $a - c = 5$. Nên ta có:

Với $a = 9 : c = 4$ và $b^2 = 9.4 = 36 : b = 6$ (Nhận)

Với $a = 8 : c = 3$ và $b^2 = 8.3 = 24$: không có giá trị nào của b.

Với $a = 7 : c = 2$ và $b^2 = 7.2 = 14$: không có giá trị nào của b.

Với $a = 6 : c = 1$ và $b^2 = 6.1 = 6$: không có giá trị nào của b.

$$\frac{1978.1979 + 1980.21 + 1958}{1980.1979 - 1978.1979} = \frac{1978.1979 + 1979.21 + 21 + 1958}{1979.(1980 - 1978)}$$

Bài 2: a)
$$= \frac{1979.(1978 + 21) + 21 + 1958}{1979.2} = \frac{1979.(1978 + 21 + 1)}{1979.2} \\ = \frac{1979.2000}{1979.2} = 1000$$

b)
$$\frac{5^2.6^{11}.16^2 + 6^2.12^6.15^2}{2.6^{12}.10^4 - 81^2.960^3} = \frac{5^2.(2.3)^{11}.(2^4)^2 + (2.3)^2.(2^2.3)^6.(3.5)^2}{2.(2.3)^{12}.(2.5)^4 - (3^4)^2.(2^6.3.5)^3} \\ = \frac{5^2.2^{19}.3^{11} + 2^{14}.3^{10}.5^3}{2^{17}.5^4.3^{12} - 3^{11}.2^{18}.5^3} = \frac{5^2.3^{10}.2^{14}.(2^5.3 + 5)}{2^{17}.5^3.3^{11}.(5.3 - 2)} = \frac{2^5.3 + 5}{2^3.5.3.12} \\ = \frac{32.3 + 5}{8.15.12} = \frac{96 + 5}{120.12} = \frac{101}{1440}$$

Bài 3: Đặt $A = \frac{6n+99}{3n+4} = \frac{6n+8+91}{3n+4} = \frac{2(3n+4)+91}{3n+4} = \frac{2(3n+4)}{3n+4} + \frac{91}{3n+4} = 2 + \frac{91}{3n+4}$

a) Để A là số tự nhiên thì $91 : 3n + 4 : 3n + 4$ là ước của 91 hay $3n + 4$ thuộc $\{1; 7; 13; 91\}$.

Với $3n + 4 = 1$ $n = -1$ Loại vì n là số tự nhiên.

Với $3n + 4 = 7$ $n = 1$ Nhận $A = 2 + 13 = 15$.

Với $3n + 4 = 13$ $n = 3$ Nhận $A = 2 + 7 = 9$.

Với $3n + 4 = 91$ $n = 29$ Nhận $A = 2 + 1 = 3$.

b) Để A là phân số tối giản thì 91 không chia hết $3n + 4$ hay $3n + 4$ không là ước của 91

Suy ra $3n + 4$ không chia hết cho ước nguyên tố của 91. Từ đó suy ra:

$3n + 4$ không chia hết cho 7 suy ra $n \neq 7k + 1$.

Tuyển tập đề thi HSG Toán 6

$3n + 4$ không chia hết cho 13 suy ra $n \neq 13m + 3$.

Bài 4: Xét $5A = \frac{1}{5} + \frac{2}{5^2} + \frac{3}{5^3} + \dots + \frac{n}{5^n} + \dots + \frac{11}{5^{11}}$ Suy ra:

$$4A = 5A - A = \left(\frac{1}{5} + \frac{2}{5^2} + \frac{3}{5^3} + \dots + \frac{n}{5^n} + \dots + \frac{11}{5^{11}} \right) - \left(\frac{1}{5^2} + \frac{2}{5^3} + \frac{3}{5^4} + \dots + \frac{n}{5^{n+1}} + \dots + \frac{11}{5^{12}} \right)$$

$$4A = \frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{5^3} + \dots + \frac{1}{5^n} + \dots + \frac{1}{5^{11}} - \frac{11}{5^{12}}$$

$$4A = B - \frac{11}{5^{12}}$$

Với

$$B = \frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{5^3} + \dots + \frac{1}{5^n} + \dots + \frac{1}{5^{11}}$$

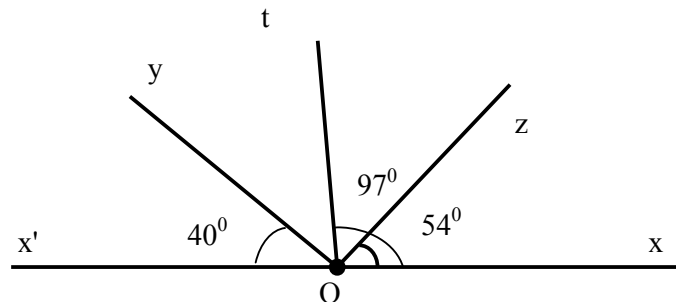
$$\Rightarrow 5B = 1 + \frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{5^3} + \dots + \frac{1}{5^{n-1}} + \dots + \frac{1}{5^{10}}$$

$$\Rightarrow 4A = \frac{5^{11} - 1}{4 \cdot 5^{11}} - \frac{11}{5^{12}} = \frac{5^{12} - 5 - 44}{4 \cdot 5^{12}}$$

$$\Rightarrow 4B = 5B - B = \left(1 + \frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{5^3} + \dots + \frac{1}{5^{10}} \right) - \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{5^3} + \dots + \frac{1}{5^n} + \dots + \frac{1}{5^{11}} \right)$$

$$\Rightarrow 4B = 1 - \frac{1}{5^{11}} = \frac{5^{11} - 1}{5^{11}} \Rightarrow B = \frac{5^{11} - 1}{4 \cdot 5^{11}}$$

Bài 5: Hình vẽ



a) Theo đề bài ta có góc $x'Ox = 180^\circ$ mà góc $x'Oy$ và góc yOx kề bù. Mà góc $x'Oy = 40^\circ \Rightarrow$ góc $yOx = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$ Suy ra: góc $xOt <$ góc xOy hay tia Ot nằm giữa hai tia Ox và Oy . Lại có: góc $xOz <$ góc xOt hay tia Oz nằm giữa hai tia Ot và Ox . Vậy tia Ot nằm giữa hai tia Oz và Oy .

b) Theo câu a ta có tia Ot nằm giữa hai tia Oz và $Oy \Rightarrow$ Góc $zOt +$ góc $tOy =$ góc zOy .

Vì tia Ot nằm giữa hai tia Ox và $Oy \Rightarrow$ Góc $xOt +$ góc $tOy =$ góc xOy hay góc $tOy = 43^\circ$ (vì góc $xOt = 97^\circ$ và góc $xOy = 140^\circ$).

Vì tia Oz nằm giữa hai tia Ox và $Ot \Rightarrow$ Góc $xOz +$ góc $zOt =$ góc xOt hay góc $zOt = 43^\circ$ (vì góc $xOt = 97^\circ$ và góc $xOz = 54^\circ$).

Suy ra góc $tOy =$ góc $zOt = 43^\circ$. Vậy tia Ot là tia phân giác của góc zOy

ĐỀ SỐ 60

Phòng GD huyện Ngọc Lạc Trường Cao Thịnh năm 2006 2007

Thời gian làm bài: 120 phút

Bài 1 (4 điểm) :

Tính giá trị của biểu thức :

a/ $A = 1 + (-2) + 3 + (-2) + \dots + 2003 + (-2004) + 2005$

b/ $B = 1 - 7 + 13 - 19 + 25 - 31 + \dots$ (B có 2005 số hạng)

Bài 2 (5 điểm) :

a/ Chứng minh : $C = (2004 + 2004^2 + 2004^3 + \dots + 2004^{10})$ chia hết cho 2005

Tuyển tập đề thi HSG Toán 6

b/ Tìm số nguyên n sao cho $n + 4$ chia hết cho $n + 1$.

Bài 3(4 điểm) : Tìm số tự nhiên nhỏ nhất biết rằng số đó chia cho 3 thì dư 1 ; chia cho 4 dư 2 ; chia cho 5 dư 3 ; chia cho 6 dư 4 và chia hết cho 13.

Bài 4(2 điểm) : Tìm x là số nguyên biết : $|x - 5| + x - 5 = 0$.

Bài 5 (5 điểm): Cho đoạn thẳng $AB = 7$ cm ; điểm C nằm giữa A và b sao cho $AC = 2$ cm ; các điểm D, E theo thứ tự là trung điểm của AC và CB ,Gọi I là trung điểm của DE . Tính độ dài của DE và CI .

ĐÁP ÁN

Bài 1 : a/ $A = 1 + (-2+3) + (-3+4) + \dots + (-2002+2003) + (-2004 + 2005)$
 $= 1 + 1 + 1 + \dots + 1 + 1$ (có 1002 số hạng)
 $= 1003$

b/ $B = 1 - 7 + 13 - 19 + 25 - 31 + \dots$ (B có 2005 số hạng)
 $= 1 + C$

$C = (-7+13) + (-19+25) + (-31+37) + \dots$ (C có 1002 cặp)
 $= 6 + 6 + 6 + \dots$
 $= 6012$

Vậy $B = 6013$

Bài 2 : a/ $C = (2004 + 2004^2) + (2004^3 + 2004^4) + \dots + (2004^9 + 2004^{10})$
 $= 2004.2005 + 2004^3.2005 + \dots + 2004^9.2005$
 $= 2005.(2004 + 2004^3 + \dots + 2004^9) : 2005$

b/ $n + 4 = (n + 1) + 3 \Rightarrow \frac{n+4}{n+1} = 1 + \frac{3}{n+1} \in \mathbb{Z}$
 $\Leftrightarrow \frac{3}{n+1} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow n+1 \in U(3) = \{\pm 1; \pm 3\}$

Vậy $n \in \{-4; -2; 0; 2\}$

Bài 3 : Gọi số phải tìm là a (a nguyên dương)

Theo gt : chia cho 3 dư 1, chia cho 4 dư 2 ,chia cho 5 dư 3 ,chia cho 6 dư 4 suy ra $a + 2$ chia hết cho 3,4,5,6. $BCNN(3;4;5;6) = 60$ suy ra $a+2 : 60$ hay $a = 60k - 2$ ($k \in \mathbb{N}$)

Mặt khác $a : 13$ suy ra $60k - 2 : 13$ hay $8k - 2 : 13$

Do a nhỏ nhất suy ra k nhỏ nhất. Vậy $8k - 2 = 78 \Rightarrow k = 10$ suy ra $a = 598$

Bài 4 : $|x - 5| + x - 5 = 0$

Nếu $x \geq 5$: $x - 5 + x - 5 = 0 \Leftrightarrow x = 5$ (TM)

Nếu $x < 5$: $5 - x + x - 5 = 0 \Leftrightarrow 0.x = 0$ phương trình thỏa mãn với mọi $x < 5$

Vậy với các số nguyên $x \leq 5$ thỏa mãn bài ra.

Bài 5 : C nằm giữa A và B : $CB = AB - AC = 5$ cm

D là trung điểm AC : $AD = DC = 1$ cm

E là trung điểm CB : $CE = EB = 2,5$ cm

$\Rightarrow DE = DC + CE = 3,5$ cm

I là trung điểm DE : $DI = 1,75$ cm $\Rightarrow CI = DI - DC = 0,75$ cm