NĂM THỨ MƯỜI SÁU
ISSN 1859-2740
151
09/2015
Giá: 10000đ

# Toán tuổi thơ 2

TRUNG HỌC CƠ SỞ

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM - BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

## MỪNG 70 NĂM QUỐC KHÁNH
## 2/9/1945
## 2/9/2015

Toán Tuổi thơ - Trung học cơ sở
Children's Fun Maths Journal
NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM - BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

CHỊU TRÁCH NHIỆM XUẤT BẢN
Chủ tịch Hội đồng Thành viên MẠC VĂN THIỆN
Tổng Giám đốc kiêm Tổng biên tập GS.TS. VŨ VĂN HÙNG

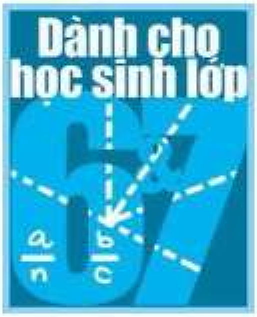


TÒA SOẠN
Tầng 5, số 361 đường Trường Chinh,
quận Thanh Xuân, Hà Nội
Điện thoại (Tel): 04.35682701
Điện sao (Fax): 04.35682702
Điện thư (Email): toantuoitho@vnn.vn
Trang mạng (Website): http://www.toantuoitho.vn

ĐẠI DIỆN TẠI MIỀN NAM
NGUYỄN VIẾT XUÂN
55/12 Trần Đình Xu, P. Cầu Kho, Q.1, TP. HCM
ĐT: 08.66821199, DĐ: 0973 308199

Biên tập: NGUYỄN NGỌC HÂN, PHAN HƯƠNG
Trị sự - Phát hành: TRỊNH THỊ TUYẾT TRANG, VŨ ANH THƯ, NGUYỄN HUYỀN THANH
Chế bản: ĐỖ TRUNG KIÊN
Mĩ thuật: TÚ ÂN

# TRONG SỐ NÀY




# HAI GÓC ĐỐI ĐỈNH

TẠ THẬP *(TP. Hồ Chí Minh)*

**A. Kiến thức cần nhớ**

**1. Thế nào là hai góc đối đỉnh**

Hai góc đối đỉnh là hai góc mà mỗi cạnh của góc này là tia đối của một cạnh của góc kia.

**2. Tính chất của hai góc đối đỉnh.**

Hai góc đối đỉnh thì bằng nhau

**B. Các dạng bài toán thường gặp**

**Dạng 1. Vẽ hình hình học**

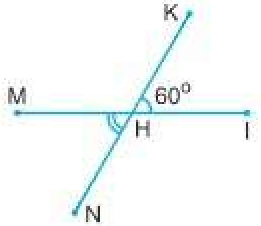
*a) Phương pháp giải.* Sử dụng các dụng cụ: Thước thẳng, Compa, ê ke để vẽ.

*b) Các ví dụ*

**Ví dụ 1.1.** a) Vẽ góc IHK có số đo bằng $60^0$.

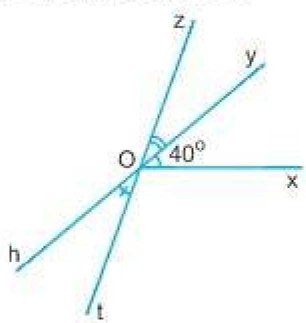
b) Vẽ góc MHN đối đỉnh với góc IHK.

**Lời giải.**




**Ví dụ 1.2.** Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ chứa tia Ox, vẽ hai tia Oy, Oz sao cho $\widehat{xOy} = 40^0$, $\widehat{xOz} = 70^0$. Vẽ góc tOh đối đỉnh với góc yOz.

**Lời giải.**



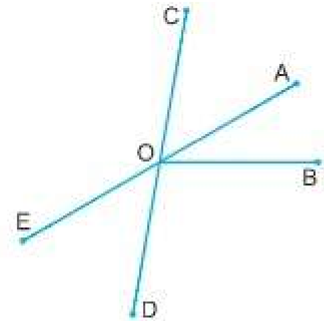

**Dạng 2. Tính số đo góc**

*a) Phương pháp giải.* Vận dụng tính chất hai góc đối đỉnh và các kiến thức về góc đã học để tính số đo góc theo yêu cầu đề bài.

*b) Các ví dụ:*

**Ví dụ 2.1.** Cho biết tia OA nằm giữa hai tia OB và OC; $\widehat{AOB} = 30^0$, $\widehat{BOC} = 80^0$. Gọi OD là tia đối của tia OC, OE là tia đối của tia OA. Tính số đo góc DOE.

**Lời giải.** $\widehat{DOE} = \widehat{AOC} = 50^0$.




**Ví dụ 2.2.** Cho $\widehat{xOy} = 60^0$. Gọi Oz là tia đối của tia Ox, Ot là tia đối của tia Oy. Vẽ tia Om là tia phân giác của góc zOt. Tính số đo góc mOt.

**Lời giải.** Ta có $\widehat{zOt} = \widehat{xOy} = 60^0$ (hai góc đối đỉnh).

Mặt khác $\widehat{mOt} = \dfrac{\widehat{zOt}}{2}$ (vì Om là tia phân giác của góc zOt)

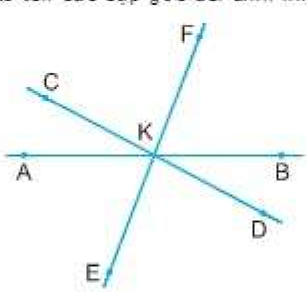
Do đó $\widehat{mOt} = \dfrac{60^0}{2} = 30^0$.

**Dạng 3. Tính số cặp góc đối đỉnh**

*a) Phương pháp giải.* Từ hình vẽ, kể tên các cặp góc đối đỉnh để biết được số cặp góc đối đỉnh cần tính, trong trường hợp có nhiều cặp góc đối đỉnh thì từ số tia trên hình vẽ ta xác định được số lượng các góc rồi tính số cặp góc đối đỉnh.

*b) Các ví dụ:*

**Ví dụ 3.1.** Cho ba đường thẳng cắt nhau tại K như hình vẽ. Kể tên các cặp góc đối đỉnh nhỏ hơn góc bẹt.




**Lời giải.** Có 6 cặp góc đối đỉnh nhỏ hơn góc bẹt là: $\widehat{CKE}$ và $\widehat{DKF}$; $\widehat{AKE}$ và $\widehat{BKF}$; $\widehat{AKD}$ và $\widehat{BKC}$; $\widehat{AKC}$ và $\widehat{BKD}$; $\widehat{BKE}$ và $\widehat{AKF}$; $\widehat{CKF}$ và $\widehat{DKE}$.

**Ví dụ 3.2.** Qua điểm A vẽ 10 đường thẳng phân biệt. Hỏi có bao nhiêu cặp góc đối đỉnh nhỏ hơn góc bẹt.

**Lời giải.** Trên hình vẽ có 20 tia chung gốc O, mỗi tia kết hợp với 19 tia còn lại ta có 19 góc. Vì mỗi góc đã tính hai lần nên số góc trên hình vẽ là 20.19 : 2 = 190 (góc).

Các góc nhỏ hơn góc bẹt trong hình vẽ là 190 – 10 = 180 (góc).

Mỗi góc trong 180 góc này đều có một góc đối đỉnh với nó.

Vậy số cặp góc đối đỉnh khác góc bẹt trên hình vẽ là 180 : 2 = 90 (cặp góc).

**Dạng 4. Chứng tỏ hai góc bằng nhau**

*a) Phương pháp giải.* Vận dụng tính chất của hai góc đối đỉnh và các kiến thức về góc đã học để chứng tỏ hai góc bằng nhau.

*b) Các ví dụ:*

**Ví dụ 4.1.** Cho góc xOy khác góc bẹt, Oz là tia phân giác của xOy. Vẽ Om là tia đối của tia Ox, On là tia đối của tia Oz. Chứng tỏ rằng $\widehat{yOz} = \widehat{mOn}$.

**Lời giải.**

Ta có $\widehat{xOz} = \widehat{yOz}$ (vì Oz là tia phân giác của $\widehat{xOy}$).

Mà $\widehat{xOz} = \widehat{mOn}$ (đối đỉnh).

Vậy $\widehat{yOz} = \widehat{mOn}$.

**Ví dụ 4.2.** Qua điểm A vẽ 10 đường thẳng phân biệt. Xét các góc không có điểm trong chung. Chứng tỏ rằng tồn tại hai góc lớn hơn hoặc bằng $18^0$, hai góc nhỏ hơn hoặc bằng $18^0$.

**Lời giải.**

Trên hình vẽ có 20 tia chung gốc O tạo thành 20 góc không có điểm trong chung và có tổng số đo bằng $360^0$. Trung bình cộng của 20 góc đó bằng $360^0 : 20 = 18^0$.

Do đó góc lớn nhất trong các góc đó lớn hơn hoặc bằng $18^0$ và góc nhỏ nhất trong các góc đó nhỏ hơn hoặc bằng $360^0 : 20 = 18^0$.

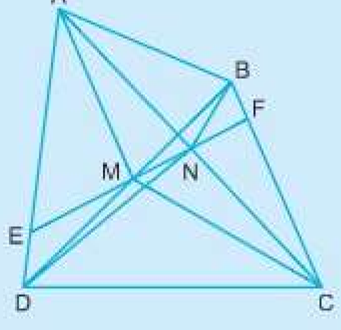
# TÍNH TỈ SỐ HAI ĐOẠN THẲNG...

(Tiếp theo trang 4)

$$\frac{MA}{MB} = \frac{ND}{NC} \Rightarrow MA.NC = MB.ND.$$

**Ví dụ 3.** Cho tứ giác ABCD có M, N lần lượt là trung điểm của các đường chéo BD, AC (M khác N). Đường thẳng MN cắt AD và BC lần lượt ở E và F. Chứng minh rằng AE.BF = DE.CF.

**Lời giải.** Giả sử điểm M nằm giữa E và N. (Nếu khác thì xét tương tự).




Ta có

$$\frac{AE}{DE} = \frac{S_{NAE}}{S_{NDE}} = \frac{S_{MAE}}{S_{MDE}} = \frac{S_{NAE} - S_{MAE}}{S_{NDE} - S_{MDE}} = \frac{S_{MAN}}{S_{NMD}}. \quad (1)$$

$$\frac{CF}{BF} = \frac{S_{MCF}}{S_{MBF}} = \frac{S_{NCF}}{S_{NBF}} = \frac{S_{MCF} - S_{NCF}}{S_{MBF} - S_{NBF}} = \frac{S_{MCN}}{S_{NMB}}. \quad (2)$$

Vì M và N lần lượt là trung điểm của AD và BC nên $S_{MAN} = S_{MNC}; S_{NMD} = S_{NMB}$. (3)

Từ (1), (2) và (3) suy ra

$$\frac{AE}{DE} = \frac{CF}{BF} \Rightarrow AE.BF = DE.CF.$$

**Bài tập**

**Bài 1.** Cho tam giác ABC, đường trung tuyến AM, điểm D thuộc cạnh AC. Gọi I là giao điểm của AM và BD. Qua C kẻ đường thẳng song song với AB, cắt BD ở K. Chứng minh rằng $IB^2 = ID.IK$.

**Bài 2.** Đường thẳng d đi qua đỉnh A của hình bình hành ABCD cắt BD, BC và DC theo thứ tự ở E, K, G. Chứng minh rằng $\frac{1}{AE} = \frac{1}{AK} + \frac{1}{AG}$.

**Bài 3.** Cho tam giác ABC, đường trung tuyến AD, M là trung điểm của AD. Các tia BM, CM lần lượt cắt các cạnh AC, AB tại E và F. Chứng minh rằng

$$\frac{MF}{CM - MF} + \frac{ME}{BM - ME} = 1.$$

**Bài 4.** Cho tam giác ABC đều. Trên tia BA lấy điểm E (A nằm giữa B và E). Gọi D là điểm đối xứng với E qua BC, CD cắt AB tại F. Chứng minh rằng $\frac{1}{BC} = \frac{1}{BD} + \frac{1}{BF}$.

Học ra sao? Giải toán thế nào?

# TÍNH TỈ SỐ HAI ĐOẠN THẲNG THÔNG QUA TỈ SỐ DIỆN TÍCH CỦA HAI TAM GIÁC

NGUYỄN ANH TUẤN
*(GV THCS Hòa Hiếu 2, TX. Thái Hòa, Nghệ An)*

Khi gặp một số bài toán liên quan đến tỉ số của hai đoạn thẳng chúng ta thường dùng phép phân tích ngược để tìm ra cặp tam giác đồng dạng hoặc sử dụng định lí Talét. Tuy nhiên trong một số trường hợp thì công việc đó cũng gặp rất nhiều khó khăn, thậm chí không thực hiện được. Mặt khác với học sinh lớp 6, 7 và đầu lớp 8 khi chưa học đến kiến thức về tam giác đồng dạng và định lí Talét thì sẽ không giải được bài. Chúng ta có thể giải các bài toán đó bằng phương pháp dùng tỉ số diện tích của hai tam giác. Sau đây là một số kết quả quan trọng (bạn đọc tự vẽ hình) dùng để chứng minh:

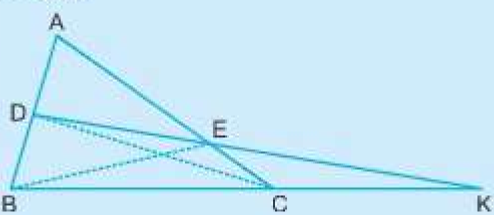
**Kết quả 1**. Cho tam giác ABC, M là điểm tùy ý trên đường thẳng BC, khi đó ta có $\frac{BM}{CM}=\frac{S_{ABM}}{S_{ACM}}$.

**Kết quả 2**. Cho tam giác ABC, d là đường thẳng đi qua A và song song với BC, M là một điểm tùy ý thuộc nửa mặt phẳng bờ BC chứa điểm A, khi đó điểm M thuộc đường thẳng d khi và chỉ khi $S_{MBC}=S_{ABC}$.

*Chúng ta xét một số ví dụ minh họa.*

**Ví dụ 1.** Cho tam giác ABC có AB < AC. Chứng minh rằng nếu một đường thẳng cắt cạnh AB ở D, cắt cạnh AC ở E, và cắt tia đối của tia CB ở K sao cho BD = CE thì tỉ số $\frac{KE}{KD}$ không đổi.

**Lời giải.**




Ta có

$$\frac{KE}{KD}=\frac{S_{BKE}}{S_{BKD}}=\frac{S_{CEK}}{S_{CKD}}=\frac{S_{BKE}-S_{CEK}}{S_{BKD}-S_{CKD}}=\frac{S_{BCE}}{S_{BCD}}.\ (1)$$

Mặt khác

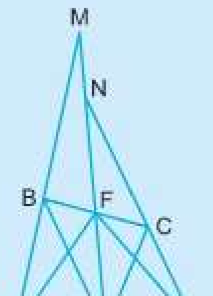
$$\frac{S_{BCE}}{S_{BCD}}=\frac{S_{BCE}}{S_{BAC}}\cdot\frac{S_{BAC}}{S_{BCD}}=\frac{CE}{CA}\cdot\frac{AB}{BD}=\frac{AB}{CA}.\ (2)$$

(vì CE = BD)

Từ (1) và (2) suy ra $\frac{KE}{KD}=\frac{AB}{AC}$ (không đổi).

**Ví dụ 2.** Cho tứ giác ABCD có E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, BC. Đường thẳng EF cắt các đường thẳng AB, CD lần lượt tại M, N. Chứng minh rằng MA.NC = MB.ND.

**Lời giải.**




Ta có

$$\frac{MA}{MB}=\frac{S_{EAM}}{S_{EBM}}=\frac{S_{FAM}}{S_{FBM}}=\frac{S_{EAM}-S_{FAM}}{S_{EBM}-S_{FBM}}=\frac{S_{FAE}}{S_{EBF}}.\ (1)$$

$$\frac{ND}{NC}=\frac{S_{EDN}}{S_{ECN}}=\frac{S_{FDN}}{S_{FCN}}=\frac{S_{EDN}-S_{FDN}}{S_{ECN}-S_{FCN}}=\frac{S_{FDE}}{S_{ECF}}.\ (2)$$

Vì E, F lần lượt là trung điểm của AD và BC nên ta có $S_{FAE}=S_{FDE}$; $S_{EBF}=S_{ECF}$. (3)

Từ (1), (2) và (3) suy ra

*(Xem tiếp trang 3)*

IQ Đo trí thông minh

## Kì này SỐ NÀO?

Cho dãy số 0, 6, 20, 45, ... Hãy tìm số tiếp theo sao cho hợp lôgic.

VŨ HOÀNG NAM
*(HS. 8A1, THCS Cao Phong, Sông Lô, Vĩnh Phúc)*

## Kết quả SỐ HÌNH CÒN THIẾU (TTT2 số 147+148)

**Nhận xét**. Cả hai bài kì này đều dễ, hầu hết các bạn gửi bài đều cho đáp án đúng, nhiều bạn chỉ giải một bài.

**Quy luật**.

**Bài 1**. Xét dãy số 2015; 2023; 2030; 2035; 2045; ... Ta thấy kể từ số hạng thứ hai, mỗi số đều bằng số hạng đứng liền trước cộng với tổng các chữ số của số này:

$$2023 = 2015 + 2 + 0 + 1 + 5$$
$$2030 = 2023 + 2 + 0 + 2 + 3$$
$$...$$

Theo quy luật đó, số tiếp theo của dãy số là

$$2045 + 2 + 0 + 4 + 5 = 2056.$$

**Bài 2**. Nếu tổng các số ở bốn đỉnh của hình vuông chia hết cho 3 thì hình vẽ bên trong là hình tam giác, nếu tổng này không chia hết cho 3 thì hình vẽ bên trong là hình tứ giác. Ta thấy tổng các số ở bốn đỉnh của hình vuông cuối cùng là $9 + 6 + 0 + 3 = 18$ chia hết cho 3, do đó hình vẽ còn thiếu bên trong hình vuông là hình tam giác.

Xin trao thưởng cho các bạn: *Nguyễn Hữu Trung Kiên*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Nguyễn Tiến Duy, Trần Bình Minh*, 7E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường; *Lại Khánh Trang*, 6A, THCS Vĩnh Yên, TP. Vĩnh Yên; *Lê Đức Thái*, 7A2, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**.

NGUYỄN XUÂN BÌNH

## SOLVE VIA MAIL COMPETITION ...

*(Tiếp theo trang 32)*

**5(151)**. In a survey of 60 people, 25 people read the Children's Fun Maths Journal, 26 people read online news portals and 26 people read maths books. 9 people read both the Maths Journal and maths books. 11 people read both the Maths Journal and news portals. 8 people read both news portals and maths books. 8 people do not read the Maths Journal, news portals nor maths books.

a) Determine the number of people who read all the Maths Journal, news portals and maths books.

b) Draw a Venn diagram showing the number of people who read or don't read each of the Maths Journal, news portals or maths books.

c) Determine the number of people who read only one of those types.

**6(151)**. Given a circle $(O)$ and its diameter $AB$. Let $d$ be a line perpendicular to $AB$, intersecting it at $I$, and intersecting the circle $(O)$ at $P$ and $Q$ (such that the points $I$ and $O$ do not coincide). Let $M$ be a point on the line $d$ where $M$ does not coincide with $I$. The rays $AM$ and $BM$ intersect the circle $(O)$ at $C$ and $D$, respectively. The line $CD$ intersects the line $AB$ at $K$. Prove that $KP$ and $KQ$ are tangents to the circle $(O)$.


# TÌM KIẾM BÀI TOÁN MỚI
# TỪ MỘT BÀI TOÁN THI CHỌN HỌC SINH GIỎI

NGUYỄN ĐỨC TẤN *(TP. Hồ Chí Minh)*

Trong kì thi chọn học sinh giỏi toán lớp 9 của quận 9 TP. Hồ Chí Minh, năm học 2014-2015 có bài toán bất đẳng thức sau:

**Bài toán 1.** Cho hai số dương a, b. Chứng minh rằng

$$\frac{a^2+b^2}{ab}+\frac{2\sqrt{ab}}{a+b}\ge 3.$$

**Lời giải.** Áp dụng bất đẳng thức AM-GM cho hai số dương ta có

$$\frac{a^2+b^2}{ab}+\frac{2\sqrt{ab}}{a+b}=\frac{(a+b)^2-2ab}{ab}+\frac{2\sqrt{ab}}{a+b}$$

$$=\frac{(a+b)^2}{ab}+4+\frac{2\sqrt{ab}}{a+b}-6\ge 2\sqrt{\frac{(a+b)^2}{ab}\cdot 4}+\frac{2\sqrt{ab}}{a+b}-6$$

$$=\frac{4(a+b)}{\sqrt{ab}}+\frac{2\sqrt{ab}}{a+b}-6=\frac{7(a+b)}{2\sqrt{ab}}+\frac{a+b}{2\sqrt{ab}}+\frac{2\sqrt{ab}}{a+b}-6$$

$$\ge\frac{7.2\sqrt{ab}}{2\sqrt{ab}}+2\sqrt{\frac{a+b}{2\sqrt{ab}}\cdot\frac{2\sqrt{ab}}{a+b}}-6=7+2-6=3.$$

*Chúng ta sẽ cùng tìm kiếm các bài toán mới từ ý tưởng giải bài toán này.*

*Trước tiên chúng ta có bài toán cực trị đại số*

**Bài toán 2.** Cho hai số dương a, b. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M=\frac{a^2+b^2}{ab}+\frac{2\sqrt{ab}}{a+b}$.

*Ta thấy $M=3\Leftrightarrow a=b$ nên ta có bài toán tính giá trị của biểu thức đại số khi có một đẳng thức.*

**Bài toán 3.** Cho hai số dương a, b thỏa mãn $\frac{a^2+b^2}{ab}+\frac{2\sqrt{ab}}{a+b}=3$. Tính giá trị của biểu thức

$$P=\frac{2a^2+3b^2}{4a^2+5ab+6b^2}.$$

**Bài toán 4.** Cho các số dương a, b thỏa mãn $\frac{a^2+b^2}{ab}+\frac{2\sqrt{ab}}{a+b}\le 3$. Tính giá trị của biểu thức

$$Q=\frac{7a^2+8ab+9b^2}{10a^2+11b^2}.$$

Nếu a = b thì từ $a+2=3\sqrt{b}$ ta có

$$a+2=3\sqrt{a}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=1\\a=4.\end{array}\right.$$

*Ta có bài toán về hệ phương trình và hệ bất phương trình*

**Bài toán 5.** Giải hệ phương trình

$$\begin{cases}\dfrac{x^2+y^2}{xy}+\dfrac{2\sqrt{xy}}{x+y}=3\\ x+2=3\sqrt{y}.\end{cases}$$

**Bài toán 6.** Giải hệ bất phương trình

$$\begin{cases}\dfrac{x^2+y^2}{xy}+\dfrac{2\sqrt{xy}}{x+y}\le 3\\ 6\sqrt{x}\ge y+9.\end{cases}$$

*Thật thú vị khi chúng ta tìm thấy các bài toán cực trị hình học.*

**Bài toán 7.** Cho góc vuông xAy. B là điểm di động trên tia Ax, C là điểm di động trên tia Ay. H là hình chiếu của A trên đường thẳng BC. Xác định vị trí của B, C để tổng $\frac{BH^2+CH^2}{AH^2}+\frac{2AH}{BC}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

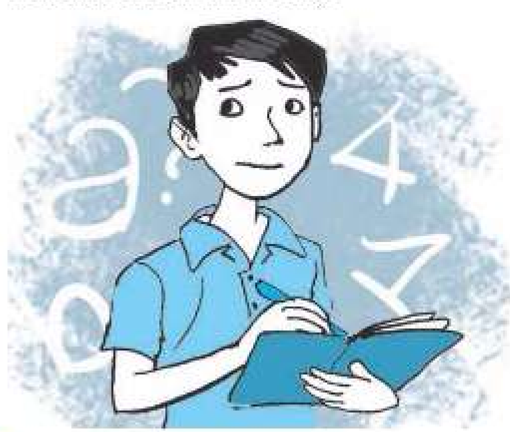
*Hướng dẫn: Đặt BH = a, CH = b.*

*Bài toán tổng quát*

**Bài toán 8.** Cho hai số dương a, b và hai số m, n thỏa mãn $16m>n>0$. Chứng minh rằng

$$\frac{m(a^2+b^2)}{ab}+\frac{n\sqrt{ab}}{a+b}\ge 2m+\frac{n}{2}.$$

*Với m = 1, n = 2 ta có bài toán 1. Tiếp tục tìm tòi và sáng tạo sẽ giúp các bạn có rất nhiều bài toán mới. Chúc các bạn thành công.*




# TOÁN HỌC
# TRONG CUỘC SỐNG HÀNG NGÀY

ĐÀO VŨ QUANG
*(Học sinh lớp 12 chuyên toán
Trường THPT chuyên Hà Nội - Amsterdam)*

Toán học có mặt ở khắp nơi, trong tự nhiên xung quanh chúng ta, trong mọi mặt của cuộc sống và trong tất cả các công nghệ mà con người phát minh ra. Toán học có thể giúp chúng ta mua sắm một cách khôn ngoan, sửa sang ngôi nhà ưng ý khi ngân sách có hạn, lên thực đơn cho một bữa tiệc đầy màu sắc với trình tự thực hiện nhanh nhất và hợp lí nhất.

Toán học là ngôn ngữ của khoa học kĩ thuật - mô tả sự hiểu biết của chúng ta về tất cả những gì đang tồn tại.

Lịch sử của toán học gắn liền với sự phát triển của loài người, những khái niệm được hình thành hầu hết xuất phát từ đời sống thực tiễn, từ nhu cầu tìm tòi, khám phá của con người. Một số khái niệm được đưa ra mà chúng ta khó nhìn thấy ứng dụng trong thực tế nhưng đó lại là cầu nối hay là công cụ tính toán dẫn đến những định luật và định lí vô cùng quan trọng.

Ứng dụng của toán học vào đời sống thường không trực tiếp, mà gián tiếp qua những lĩnh vực khoa học, công nghệ và bởi vậy nhìn bề ngoài khó thấy, khó cảm nhận. Nhưng trong bất kì ngành nào, bất kì hoạt động nào cũng có thể chỉ ra các ứng dụng của toán học.

Trên internet có thể trao đổi mua bán với độ an toàn rất cao vì các thông tin được mã hóa. Việc bảo mật này là một trong những ứng dụng của toán rời rạc, lí thuyết số.

Trong y học, để sáng chế các dụng cụ chẩn đoán, ví dụ như chẩn đoán người có thai, người ta lập mô hình toán học về sự thay đổi trong cơ thể rồi giải nó bằng những công cụ toán học, ví dụ như biến đổi Laplace trong phương trình đạo hàm riêng v.v...

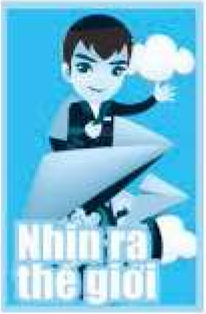
Trong thiết kế thời trang, các nhà thiết kế sử dụng việc tính diện tích, chu vi và đường kính cùng các thuật toán để giúp tạo ra các bản thiết kế đồng thời phải tính toán số lượng cũng như chi phí cho những tấm vải cần cắt.

Khi làm phim hoạt hình, người ta đã sử dụng đại số tuyến tính để điều khiển các đối tượng được luân chuyển, thay đổi để làm chúng lớn lên hoặc nhỏ đi liên tục.

Để mô tả và dự đoán mô hình thời tiết, người ta phải sử dụng các bộ cảm biến tinh vi đã được tích hợp vào trong các mô hình toán học phức tạp. Nó sàng lọc liên tục các dấu hiệu về nhiệt độ, vận tốc gió, độ ẩm... để tạo ra các mẫu thời tiết. Và trong quá trình sinh thái kiểm soát thời tiết, khí tượng học, người ta cần phải xây dựng các hệ thống phức tạp của các phương trình vi phân liên kết.

Với mỗi chuyến đi chơi, cho dù bạn đi đến bãi biển hoặc lên núi, bạn sẽ lập kế hoạch theo cách của bạn mà ở đó bạn sẽ sử dụng thời gian một cách khôn ngoan thì toán học sẽ hướng dẫn và giúp bạn. Rồi nếu bạn là tài xế thì việc ước định nhiên liệu như xăng, dầu và nước đều đòi hỏi kĩ năng tính toán của bạn.

Bất cứ nơi nào bạn đi, bất cứ điều gì bạn làm, bạn đang sử dụng toán học hàng ngày mà không hề nhận ra. Nó chỉ đến một cách tự nhiên. Như vậy toán học và nhiều khía cạnh của nó là một phần quan trọng trong cuộc sống hàng ngày. Toán học sẽ làm bạn thông minh hơn và giúp bạn tính toán cho mình những bước đi trong cuộc sống một cách rõ ràng hơn.




# LỜI GIẢI ĐỀ THI CHỌN ĐỘI TUYỂN DỰ THI OLYMPIC TOÁN QUỐC TẾ HỒNG KÔNG NĂM 2014 (VÒNG 1)


ThS. PHÙNG KIM DUNG

*(Tổ trưởng tổ Toán trường THPT chuyên Hà Nội - Amsterdam, sưu tầm, dịch và giới thiệu)*


**1.** Ta có $A = x^3 - y^3 - 36xy = (x-y)(x^2+xy+y^2) - 36xy = 12(x^2+xy+y^2) - 36xy = 12(x^2+xy+y^2 - 3xy) = 12(x-y)^2 = 12^3 = 1728$.

**2.** Áp dụng bất đẳng thức $|x| + |y| \geq |x+y|$ ta có

$$2M = 2|x+1| + 4|x-5| + 2|2x-7| + |x-11|$$

$$= |2x+2| + |11-x| + |20-4x| + \left|3x - \frac{21}{2}\right| + \left|x - \frac{7}{2}\right|$$

$$\geq |2x+2+11-x| + \left|20-4x+3x-\frac{21}{2}\right| + \left|x-\frac{7}{2}\right|$$

$$= |x+13| + \left|\frac{19}{2} - x\right| + \left|x - \frac{7}{2}\right|$$

$$\geq \left|x+13+\frac{19}{2}-x\right| + 0 = \frac{45}{2}.$$

Dấu "=" xảy ra khi $x = \frac{7}{2}$.

Vậy $\text{Min}M = \frac{45}{4}$ khi $x = \frac{7}{2}$.

**3.** Vì $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 8 = (x-2)^2 + (y-2)^2$ và $x^2 - 8x + 17 = (x-4)^2 + 1$ nên ta gọi $A(0, 0)$, $B(2, y)$, $C(x, 2)$ và $D(4, 3)$. Khi đó $M = AB + BC + CD \geq AD$. Dấu bằng xảy ra khi B thuộc đoạn AC và C thuộc đoạn AD.

Vậy $\text{Min}M = \sqrt{(4-0)^2 + (3-0)^2} = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{8}{3} \\ y = \frac{3}{2} \end{cases}$.

**4.** Từ $0 = f(f(0)) = f(b) = ab + b = (a+1)b$, ta có $a = -1$ hoặc $b = 0$.

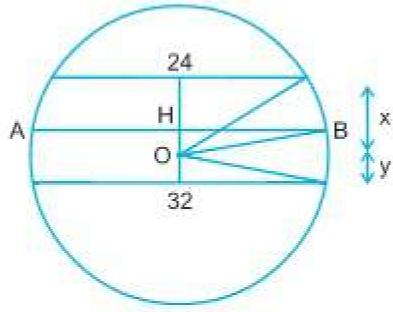
Nếu $b = 0$ thì $f(x) = ax$, ta có $9 = f(f(f(4))) = f(f(4a)) = f(4a^2) = 4a^3$ (loại).

Do đó $a = -1$. Khi đó $f(x) = -x + b$, ta có $f(f(x)) = -(-x+b) + b = x$.

Suy ra $f(f(f(f(x)))) = f(f(x)) = x$ với mọi x.

Vậy $f(f(f(f(1)))) + f(f(f(f(2)))) + f(f(f(f(3)))) + \ldots + f(f(f(f(2014)))) = 1 + 2 + 3 + \ldots + 2014 = \frac{2014 \times 2015}{2} = 2029105$.

**5.**




Gọi r là bán kính đường tròn, gọi x và y là khoảng cách từ tâm O của đường tròn đến các dây cung. Vì đoạn thẳng nối từ tâm đường tròn đến các dây cung vuông góc với dây cung đó nên áp dụng định lí Pytago ta có

$$\left(\frac{24}{2}\right)^2 + x^2 = r^2 \Rightarrow 12^2 + x^2 = r^2.$$

Tương tự ta có $16^2 + y^2 = r^2$.

Do đó $16^2 + y^2 = 12^2 + x^2$.

Suy ra $(x-y)(x+y) = x^2 - y^2 = 112$. Ta chia làm hai trường hợp sau:

* Nếu hai dây cung đã cho thuộc cùng một phía so với điểm O thì $x - y = 14$, khi đó $x + y = 8$, suy ra $y = -3$ (loại).

* Nếu hai dây cung đã cho không thuộc cùng một phía so với điểm O thì $x + y = 14$, khi đó $x - y = 8$, suy ra $x = 11$ và $y = 3$.

Suy ra $r = \sqrt{265}$. Gọi dây cung cần tìm độ dài là AB. Khoảng cách từ tâm O đến dây cung AB là

$$OH = 11 - \frac{14}{2} = 4.$$

Vậy $AB = 2 \times \sqrt{\sqrt{265}^2 - 4^2} = 2\sqrt{249}$.

*(Kì sau đăng tiếp)*

# ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI LỚP 9
# TP. HỒ CHÍ MINH

**Năm học: 2015 - 2016**

***Thời gian làm bài:*** **150 phút**

**Bài 1.** *(3 điểm)* Cho các số dương a, b, c thỏa mãn $a+b+c=\frac{1}{abc}$.

Chứng minh rằng $\sqrt{\frac{(1+b^2c^2)(1+a^2c^2)}{c^2+a^2b^2c^2}}=a+b$.

**Bài 2.** *(5 điểm)* Giải các phương trình và hệ phương trình sau

a) $2x^2+x+3=3x\sqrt{x+3}$

b) $\begin{cases} y=2\sqrt{x-1} \\ \sqrt{x+y}=x^2-y \end{cases}$

**Bài 3.** *(2 điểm)* Qua điểm M thuộc cạnh BC của tam giác ABC kẻ các đường thẳng song song với các cạnh AB và AC, chúng tạo thành với hai cạnh ấy một hình bình hành. Tìm vị trí của M để hình bình hành đó có diện tích lớn nhất.

**Bài 4.** *(4 điểm)*

a) Cho hai số dương x, y. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức sau $P=\frac{x^2+12}{x+y}+y$.

b) Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn đẳng thức $2x^2+y^2+3xy+3x+2y+2=0$.

**Bài 5.** *(4 điểm)* Cho tam giác nhọn ABC (AB < AC) nội tiếp đường tròn (O). Các đường cao BD, CE của tam giác ABC cắt nhau tại H. Đường tròn ngoại tiếp tam giác ADE cắt (O) tại điểm K khác A. Chứng minh rằng

a) KH đi qua trung điểm M của cạnh BC.

b) BC là tiếp tuyến chung của các đường tròn ngoại tiếp các tam giác BHK và CHK.

**Bài 6.** *(2 điểm)* Theo quyết định Bộ Công Thương ban hành, giá bán lẻ điện sinh hoạt từ 16/3 sẽ giao động trong khoảng từ 1484 đến 2587 đồng mỗi kWh tùy theo bậc thang. Dưới đây là bảng so sánh biểu giá điện trước và sau khi điều chỉnh *(Đơn vị: Đồng/kWh)*.

| Mức sử dụng trong tháng (kWh) | Giá mới | Giá hiện tại |
|---|---|---|
| 0 - 50 | 1484 | 1388 |
| 51 - 100 | 1533 | 1433 |
| 101 - 200 | 1786 | 1660 |
| 201 - 300 | 2242 | 2082 |
| 301 - 400 | 2503 | 2324 |
| 401 trở lên | 2587 | 2399 |

a) Nếu hộ A trung bình mỗi tháng tiêu thụ 120 kWh thì theo giá mới số tiền phải trả tăng lên bao nhiêu?

b) Hộ B trong tháng 2 đã trả tiền sử dụng điện là 194170 đồng. Hỏi lượng điện mà hộ B tiêu thụ trong tháng 2 là bao nhiêu?

c) Giả sử hộ C trong nửa tháng đầu được tính theo giá cũ, trong nửa tháng sau được tính theo giá mới với mức sử dụng thực tế (bao gồm cả nửa tháng đầu) và lượng điện tiêu thụ ở mỗi tháng là bằng nhau. Số tiền cuối tháng hộ C phải trả là 116350 đồng. Hỏi lượng điện mà hộ C tiêu thụ trong tháng là bao nhiêu? Biết rằng lượng điện tiêu thụ không vượt quá 100 kWh.

Hướng dẫn giải đề kì trước

# ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN TP. HÀ NỘI

**Năm học 2015 - 2016**

**(Đề đăng trên TTT2 số 149+150)**

**Bài I.** 1) ĐKXĐ $x \ge 8$. Phương trình tương đương với

$\Leftrightarrow (\sqrt{x-8}-1)^2 + (\sqrt{x}-3)^2 = 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases}\sqrt{x-8}=1\\ \sqrt{x}=3\end{cases} \Leftrightarrow x = 9$ (thỏa mãn ĐKXĐ)

2) $\begin{cases}x^2+y^2=5 & (1)\\ x^3+2y^3=10x-10y & (2)\end{cases}$

Từ (1) và (2) ta có $x^3+2y^3 = 2(x^2+y^2)(x-y)$

$\Leftrightarrow (x-2y)(x^2+2y^2)=0 \Leftrightarrow x = 2y$.

Thế $x = 2y$ vào (1) suy ra

$y^2=1 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y=1\Rightarrow x=2\\ y=-1\Rightarrow x=-2\end{array}\right.$

Thử lại thấy thỏa mãn. Vậy hệ phương trình có nghiệm (x, y) là (2; 1); (−2; −1).

**Bài II.** 1) Vì (n; 10) = 1 nên n không chia hết cho 2 và 5. Tức là $(n^4-1)\,\vdots\,5$ và $(n^4-1)\,\vdots\,8$.

Mà (5; 8) = 1 nên $(n^4-1)\,\vdots\,40$.

2) Ta có $p^2 - p = 2y^2+4y-2x^2-4x$

$\Rightarrow p(p-1)=2(y-x)(y+x+2)$ (*)

Ta có $p+1=2(x+1)^2<2p^2 \Rightarrow x+1<p$

Mà $p^2+1 = 2(y+1)^2 < 2p^2 \Rightarrow y+1<p$

$\Rightarrow \begin{cases}y-x<p & (1)\\ y+x+2<2p & (2)\end{cases}$

Từ (*) ta có 3 trường hợp:

- TH1. $2\,\vdots\,p \Rightarrow p=2 \Rightarrow 1 = 2x^2+4x$ (loại).
- TH2. $(y-x)\,\vdots\,p$: Mâu thuẫn với $y-x<p$.
- TH3. $(y+x+2)\,\vdots\,p$: Kết hợp với (2) thì $y+x+2=p$. Từ (*) ta có $p-1=2(y-x)$.

Từ đó và giả thiết có

$4x+2=2x^2+4x \Leftrightarrow x=1$

Kết luận $p = 7; x = 1; y = 4$.

3) Không mất tính tổng quát giả sử $x\ge y\ge z$.

$\Rightarrow 3x^3 \ge x^3+y^3+z^3 = nx^2y^2z^2 \Rightarrow x \ge \frac{ny^2z^2}{3}$

Từ giả thiết suy ra $y^3+z^3 \,\vdots\, x^2$

$\Rightarrow y^3+z^3 \ge x^2 \ge \frac{n^2y^4z^4}{9}$

$\Rightarrow 2y^3 \ge \frac{n^2y^4z^4}{9} \Rightarrow 18 \ge n^2yz^4$. (*)

- TH1. $z\ge 2 \Rightarrow 18 \ge 16n^2y \Rightarrow y = 1$ (loại vì $y \ge z$)
- TH2. $z = 1$ thì $x^3+y^3+1 = nx^2y^2$.

+) Nếu $y=1 \Rightarrow x^3+2=nx^2 \Rightarrow 2\,\vdots\,x^2 \Rightarrow x=1$

$\Rightarrow n=3$. Chọn $x = y = z = 1$.

+) Xét $y\ge 2$, từ (*) suy ra $9\ge n^2 \Rightarrow n=1;2;3$.

-) Nếu $n = 1$ thì $x^3+y^3+1=x^2y^2$.

Chọn $x = 3$ và $y = 2$.

-) Nếu $n = 2$ thì $x^3+y^3+1=2x^2y^2$.

Từ (*) $\Rightarrow 18\ge 4y \Rightarrow y\le 4$.

Thay $y = 1; 2; 3; 4$ ta thấy không tồn tại $x$.

Vậy $n = 1$ hoặc $n = 3$.

**Bài III.** Ta có $1=(a+b)(b+c)(c+a)$

$\Leftrightarrow (a+b+c)(ab+bc+ca) = 1+abc$. (1)

Áp dụng bất đẳng thức Cô si ta có

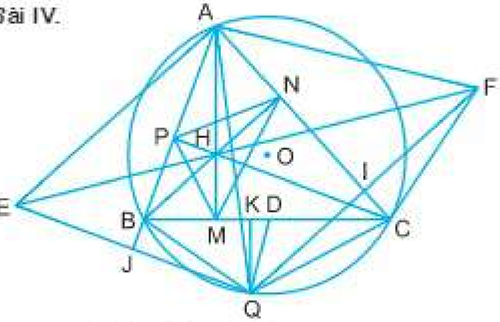
$1=(a+b)(b+c)(c+a)\ge 8abc \Rightarrow abc\le\frac{1}{8}$. (2)

$1=(a+b)(b+c)(c+a)\le\left(\frac{a+b+b+c+c+a}{3}\right)^3$

$\Rightarrow a+b+c\ge\frac{3}{2}$. (3)

Từ (1), (2) và (3) ta có $ab+bc+ca\le\frac{3}{4}$.

**Bài IV.**




1) Ta có $\widehat{PMH}=\widehat{ABN}=\widehat{AMN}$.

Suy ra $\Delta APM \backsim \Delta NHM$ (g.g)

$\Rightarrow \frac{PM}{HM}=\frac{AM}{NM} \Rightarrow PM.MN = AM.HM$.

2) Chứng minh tứ giác AHCF nội tiếp và

$\widehat{CAF}=\widehat{CAQ};\ \widehat{CHF}=\widehat{CAQ};\ \widehat{BAQ}=\widehat{BHE}$.

Do đó $\widehat{BHC}+\widehat{BHE}+\widehat{CHF}=180^0$.

Suy ra đpcm.

3) Kẻ $QK\perp BC, K\in BC$. Trên BC lấy điểm D sao cho $\widehat{DQC}=\widehat{BQA}$. Ta có $\Delta ABQ \backsim \Delta CDQ$

$\Rightarrow \dfrac{AB}{CD}=\dfrac{QJ}{QK}\Rightarrow \dfrac{AB}{QJ}=\dfrac{CD}{QK}$. (1)

Tương tự $\dfrac{AC}{QI}=\dfrac{BD}{QK}$. (2)

Từ (1), (2) có $\dfrac{AB}{QJ}+\dfrac{AC}{QI}=\dfrac{CD+BD}{QK}=\dfrac{BC}{QK}$

$\Rightarrow \dfrac{AB}{QJ}+\dfrac{AC}{QI}$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow \dfrac{BC}{QK}$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow$ QK lớn nhất $\Leftrightarrow$ Q là điểm chính giữa của cung nhỏ BC.

**Bài V.** Nếu có

$x+y\sqrt{2}+z\sqrt{3}=0\Rightarrow x+y\sqrt{2}=-z\sqrt{3}$

$\Rightarrow x^2+2xy\sqrt{2}+2y^2=3z^2\Rightarrow 2xy\sqrt{2}=3z^2-2y^2-x^2$

Suy ra $xy=0$ nên $x=y=z=0$.

Xét $0\le x,y,z\le 10^3$

$\Rightarrow \left|x+y\sqrt{2}+z\sqrt{3}\right|\le |x|+|y|\sqrt{2}+|z|\sqrt{3}<5.10^3$

Chia đoạn $[0;\ 5.10^3]$ thành $5.10^6$ khoảng giá trị

$\left[0;\dfrac{1}{10^3}\right);\left[\dfrac{1}{10^3};\dfrac{2}{10^3}\right);...;\left[5.10^3-\dfrac{1}{10^3};5.10^3\right)$.

Vì $x,y,z\in[0;\ 10^3]$ nên có $(10^3+1)^3$ bộ số $(x,y,z)$. Theo nguyên tắc Dirichlet tồn tại ít nhất 2 bộ số phân biệt $(x_1,y_1,z_1)$, $(x_2,y_2,z_2)$ sao cho

$u=x_1+y_1\sqrt{2}+z_1\sqrt{3}$ và $v=x_2+y_2\sqrt{2}+z_2\sqrt{3}$

thuộc cùng một khoảng. Suy ra $|u-v|<\dfrac{1}{10^3}$

Mặt khác $(x_1,y_1,z_1)\ne(x_2,y_2,z_2)\Rightarrow u-v\ne 0$

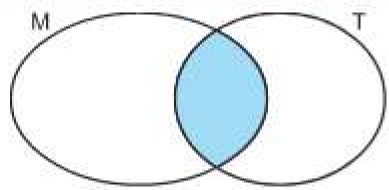
Vậy

$0<\left|(x_1-x_2)+(y_1-y_2)\sqrt{2}+(z_1-z_2)\sqrt{3}\right|<\dfrac{1}{10^3}$

## Kết quả SETS (TTT2 số 147+148)

Trong toán học, một tập hợp là một bộ sưu tập các số hoặc các đối tượng khác. Các đối tượng này được gọi là các phần tử của tập hợp. Nếu P là một tập hợp có một số hữu hạn các phần tử, thì số phần tử của P được kí hiệu là |P|. Một tập hợp như thế thường được xác định bằng cách liệt kê các phần tử của nó, ví dụ, M = {4, –2, 0} là một tập hợp với |M| = 3. Ta không cần quan tâm đến thứ tự liệt kê các phần tử của tập hợp; do đó {4, –2, 0} = {–2, 0, 4}. Nếu tất cả các phần tử của một tập hợp M cũng là phần tử của tập hợp T thì tập hợp M là một tập hợp con của tập hợp T. Ví dụ, M = {4, –2, 0} là một tập hợp con của T = {4, –2, 0, 1, 10}. Với bất kì hai tập hợp A và B, hợp của hai tập hợp A và B là tập hợp gồm các phần tử thuộc A hoặc thuộc B hoặc thuộc cả A và B. Giao của hai tập hợp A và B là tập hợp gồm các phần tử thuộc cả A và B. Hợp của hai tập hợp kí hiệu là $A\cup B$ và giao của hai tập hợp kí hiệu là $A\cap B$. Như một ví dụ, nếu A = {3, 4} và B = {4, 5, 7}, thì $A\cup B$ = {3, 4, 5, 7} và $A\cap B$ = {4}. Hai tập hợp không có phần tử chung gọi là rời nhau hoặc loại trừ nhau.

Mối quan hệ của hai tập hợp thường được minh họa bằng biểu đồ Venn, trong đó mỗi tập hợp đều được thể hiện bởi một khu vực trong một mặt phẳng. Đối với hai tập hợp M và T mà không rời nhau và không có tập hợp nào là tập hợp con của tập hợp kia thì giao của hai tập hợp $M\cap T$ được thể hiện bằng phần tô màu trong biểu đồ dưới đây.




Biểu đồ này minh họa một thực tế rằng bất kì hai tập hợp hữu hạn M và T: số phần tử của tập hợp là hợp của hai tập hợp bằng tổng số phần tử của hai tập hợp đó trừ đi số phần tử của tập hợp là giao của hai tập hợp đó, bởi vì số phần tử chung đã được tính hai lần trong tổng; chính xác hơn, $|M\cup T|=|M|+|T|-|M\cap T|$.

Phương pháp đếm này được gọi là quy tắc cộng của hai tập hợp. Trong trường hợp đặc biệt, nếu M và T là rời nhau, thì $|M\cup T|=|M|+|T|$ do $|M\cap T|=0$ (vì $M\cap T=\varnothing$).

**Nhận xét.** Có rất nhiều bạn gửi bài dịch về tòa soạn, đa số các bạn dịch rất tốt. Các bạn sau có bài dịch sớm và sát nhất được thưởng kì này: *Nguyễn Đăng Sơn*, 9A, THCS Nguyễn Trãi, Nam Sách, **Hải Dương**; *Chu Tuấn Nghĩa*, 7C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An**; *Thạch Nguyễn Ngọc Thảo*, 6A1, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Nguyễn Huyền Phương*, 7C, THCS Lê Hữu Lập, Hậu Lộc, **Thanh Hóa**; *Hoàng Đăng Việt Anh*, 7A, THCS Lê Văn Thịnh, Gia Bình, **Bắc Ninh**; *Lại Khánh Trang*, 6A, THCS Vĩnh Yên, TP. Vĩnh Yên, **Vĩnh Phúc**.

NGUYỄN VĂN MINH

Kết quả

# Giải toán qua thư

**Bài 1(147+148).** Cho

$$A = \frac{2015}{2014^2+1} + \frac{2015}{2014^2+2} + \dots + \frac{2015}{2014^2+2014}$$

Chứng minh rằng A không phải là số nguyên dương.

**Lời giải.** Tổng A có 2014 số hạng và

$$\frac{2015}{2014^2+1} > \frac{2015}{2014^2+2} > \dots > \frac{2015}{2014^2+2014}.$$

Do đó

$$A = \frac{2015}{2014^2+1} + \frac{2015}{2014^2+2} + \dots + \frac{2015}{2014^2+2014}$$

$$> \frac{2015}{2014^2+2014} \times 2014 = \frac{2015.2014}{2014(2014+1)}$$

$$= \frac{2015.2014}{2014.2015} = 1. \ (1)$$

Ta lại có

$$A < \frac{2015}{2014^2+1} \times 2014 = \frac{2015.2014}{2014^2+1}$$

$$= \frac{(2014+1)2014}{2014^2+1} = \frac{2014^2+2014}{2014^2+1}$$

$$= \frac{2014^2+1+2013}{2014^2+1} = 1 + \frac{2013}{2014^2+1} < 2. \ (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $1 < A < 2$.

Vậy A không phải là số nguyên dương.

**Nhận xét.** Đây là một bài toán không quá xa lạ với các em lớp 6 nên rất nhiều em giải đúng.

Một số trường có rất nhiều học sinh tham gia giải toán, điều này đã chứng tỏ phong trào học toán tại các trường này rất tốt và các thầy cô đã quan tâm hướng dẫn, động viên các em đọc báo toán, điều đó kích thích được tư duy sáng tạo, độc lập suy nghĩ của các em. Là một biện pháp tốt nhất để có thể trở thành một học sinh giỏi toán. Xin chúc mừng các em: *Nguyễn Trinh Tuấn Đạt, Nguyễn Sỹ Trọng, Nguyễn Sỹ Quyền, Trần Thị Minh Nguyệt, Hoàng Thị Ngọc Trâm, Hoàng Mạnh Nghĩa, Trần Văn Đại, Võ Văn Tài, Nguyễn Thị Hương Giang, Phạm Công Tú, Lê Đình Thành*, 6D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương; *Nguyễn Thị Mai Trang, Chu Tuấn Nghĩa, Hồ Thị Huyền Trang, Võ Khánh Ly, Thái Phương Thảo A, Phan Thị Thảo Ngân; Phan Thị Lê Vi, Chu Tuấn Nghĩa*, 7C, Trường THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An**; *Hoàng Thu Ngân, Đinh Thị Huyền Trang*, 7A, THCS Nam Cao, Lý Nhân, **Hà Nam**; *Nguyễn Chí Công*, 6A3, *Nguyễn Trung Kiên, Nguyễn Tùng Lâm, Tạ Phương Chi, Nguyễn Thu Huyền, Nguyễn Hữu Trung Kiên, Nguyễn Thùy Dương*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**.

PHÙNG KIM DUNG

**Bài 2(147+148).** Cho hai số nguyên dương a, b thỏa mãn ƯCLN(a, b) + BCNN(a, b) = a + b và $a \geq b$. Chứng minh rằng a chia hết cho b.

**Lời giải.** (Theo bạn *Đặng Thị Thanh Phúc*, 6G, THCS Lương Thế Vinh, Tuy Hòa, **Phú Yên**)

Giả sử d = ƯCLN(a, b); M = BCNN(a, b), ($d, M \in \mathbb{N}^*$).

Khi đó $a = dx$, $b = dy$ ($x, y \in \mathbb{N}^*$). Có hai trường hợp xảy ra

- TH1. $a = b$ thì $a \vdots b$.
- TH2. $a > b$ thì $dx > dy \Rightarrow x > y \geq 1$.

Ta có $ab = dM$ nên $dxdy = dM$, từ đó $M = dxy$.

Suy ra a + b = ƯCLN(a, b) + BCNN(a, b) = d + M $= d + dxy = d(1 + xy)$.

Mặt khác $a + b = d(x + y)$, suy ra $1 + xy = x + y$

$\Rightarrow y(x - 1) = x - 1 \Rightarrow y = 1$ (vì $y \in \mathbb{N}^*, x > 1$).

Từ đó $d = b$, suy ra $a \vdots b$.

Vậy ta luôn có $a \vdots b$.

**Nhận xét.** Tất cả các lời giải gửi đến tòa soạn đều đúng. Ngoài bạn Phúc, các bạn sau cũng có lời giải đúng: *Nguyễn Minh Đức*, 7A1, THCS Nhân Chính, Thanh Xuân; *Đinh Hoàng Nhật Minh*, 7A5, THCS Cầu Giấy, Cầu Giấy, **Hà Nội**; *Nguyễn Bình Nguyên*, 6D10, THCS Trần Phú, Lê Chân, **Hải Phòng**; *Trần Việt An*, 6A, THCS Nguyễn Cao, Quế Võ, **Bắc Ninh**; *Lê Ngọc Hoa*, 7E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường; *Lê Hồng Nhung*, 6A, THCS Vĩnh Yên, TP. Vĩnh Yên; *Triệu Phương Uyên, Trương Diệu Linh*, 6A, THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên, **Vĩnh Phúc**; *Bùi Thị Quỳnh*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Nguyễn Thị Thùy Linh*, 6B, THCS Hồ Xuân Hương, Quỳnh Lưu; *Hoàng Minh Thi*, 6A, THCS Cao Xuân Huy, Diễn Châu, **Nghệ An**; *Nguyễn Hoàng Oanh*, 7A7, THCS Thốt Nốt, Thốt Nốt, **Cần Thơ**.

HỒ QUANG VINH

**Bài 3 (147+148).** Tìm a, b và c, biết rằng tập nghiệm của phương trình $x^5 + 2x^4 + ax^2 + bx + c = 0$ là $S = \{1; -1\}$.

**Lời giải.** Vì $x = 1$ và $x = -1$ là nghiệm của phương trình nên ta có

$$\begin{cases} a+b+c+3=0 \\ a-b+c+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+c=-2 \\ b=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=-a-2 \\ b=-1 \end{cases}$$

Thay vào phương trình trong đầu bài, ta được

$$x^5 + 2x^4 + ax^2 - x - a - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 1)(x^3 + 2x^2 + x + a + 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \pm 1 \\ x^3 + 2x^2 + x + a + 2 = 0. \ (1) \end{array}\right.$$

Vì (1) là phương trình bậc ba, luôn có ít nhất một nghiệm thực nên nghiệm đó chỉ có thể là $x = 1$ hoặc $x = -1$.

● TH1. Phương trình (1) có nghiệm $x = 1 \Rightarrow a = -6$ $\Rightarrow c = 4$.

Với $a = -6$, ta có (1) trở thành

$$x^3 + 2x^2 + x - 4 = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x^2 + 3x + 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x^2 + 3x + 4 = 0 \end{array}\right.$$

Vì phương trình $x^2 + 3x + 4 = 0$ vô nghiệm nên phương trình đã cho với $(a, b, c) = (-6, -1, 4)$ có tập hợp nghiệm là $S = \{-1 ; 1\}$ (thỏa mãn).

● TH2. Phương trình (1) có nghiệm $x = -1 \Rightarrow a = -2$ $\Rightarrow c = 0$.

+ Với $a = -2$, ta có (1) trở thành

$$x^3 + 2x^2 + x = 0 \Leftrightarrow x(x+1)^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -1 \end{array}\right.$$

Phương trình đã cho có tập hợp nghiệm là $S = \{-1 ; 0; 1\}$ (không thỏa mãn).

Vậy $(a, b, c) = (-6, -1, 4)$.

**Nhận xét.** Rất nhiều bạn, sau khi thấy phương trình đã cho có nghiệm $x = \pm 1$, suy ra $\begin{cases} c = -a-2 \\ b = -1 \end{cases}$ đã coi đó là kết quả cần tìm của bài toán. Điều đó là không đúng vì ngoài hai nghiệm trên, phương trình (1) có thể còn nghiệm khác $\pm 1$. Khi đó bài toán không thỏa mãn.

Một số bạn khác lại cho rằng phương trình (1) có tập hợp nghiệm là $S = \{\pm 1\}$. Điều đó cũng không đúng. Lưu ý rằng, bài toán thỏa mãn khi phương trình (1) có nghiệm là $x = 1$ hoặc $x = -1$ và ngoài ra không có nghiệm nào khác. Vì vậy phải xét hai trường hợp như lời giải trên.

Các bạn sau đây có bài giải tốt: *Nguyễn Văn Hùng*, 8D, THCS Nhữ Bá Sỹ, Hoằng Hóa; *Đặng Quang Anh*, 9A, THCS Nguyễn Chích, Đông Sơn, **Thanh Hóa**; *Đinh Hoàng Nhật Minh*, 7A5, THCS Cầu Giấy, Cầu Giấy, **Hà Nội**; *Đinh Thị Hồng Nhung*, 9A1, THCS Lê Danh Phương, Hưng Hà, **Thái Bình**; *Tạ Phương Chi*, 7A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**.

NGUYỄN ANH DŨNG

**Bài 4(147+148).** Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $x + y \leq xy$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $M = \dfrac{1}{5x^2 + 7y^2} + \dfrac{1}{5y^2 + 7x^2}$.

**Lời giải.** Từ giả thiết ta có

$$0 < x + y \leq xy \leq \frac{(x+y)^2}{4} \Rightarrow 4 \leq x + y \leq xy.$$

Ta biến đổi

$$M = \frac{1}{5x^2 + 7y^2} + \frac{1}{7x^2 + 5y^2}$$

$$= \frac{12(x^2 + y^2)}{(5x^2 + 7y^2)(7x^2 + 5y^2)} = \frac{12(x^2 + y^2)}{35(x^2 + y^2)^2 + 4x^2y^2}.$$

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM ta có

$$M = \frac{12}{34(x^2 + y^2) + \left[(x^2 + y^2) + \dfrac{4x^2y^2}{x^2 + y^2}\right]}$$

$$\leq \frac{12}{34.2xy + 4xy} = \frac{12}{72xy} = \frac{1}{6xy} \leq \frac{1}{24}.$$

Vậy $\text{Max}M = \dfrac{1}{24}$ khi $x = y = 2$.

**Nhận xét.** Có rất nhiều bạn tham gia giải bài. Hầu hết các bạn đều giải đúng, một số bạn có lời giải còn dài dòng, có nhiều bạn làm bài *giống nhau*. Những bạn sau đây có lời giải đúng: *Ngô Thị Huế*, 9A, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Vũ Việt Anh*, 9A1, THCS Hồng Bàng, Hồng Bàng, **Hải Phòng**; *Đinh Thị Hồng Nhung*, 9A1, THCS Lê Danh Phương, Hưng Hà, **Thái Bình**; *Võ Nguyễn Đan Phương*, 8A3, THCS Thị Trấn Phù Mỹ, Phù Mỹ, **Bình Định**; *Đặng Quang Anh*, 9A, THCS Nguyễn Chích, Đông Sơn, **Thanh Hóa**; *Nguyễn Sơn Lâm*, 8A4, THCS Giấy Phong Châu, Phù Ninh; *Hà Ngọc Khang*, 8B, THCS Thanh Hà, Thanh Ba, **Phú Thọ**.

CAO VĂN DŨNG

**Bài 5(147+148).** Tìm các chữ số a, b, c, d biết $\overline{aa...abb...bcc...c} + 1 = (\overline{dd...d} + 1)^3$, biết rằng số lần xuất hiện các chữ số a, b, c và d trong biểu thức trên bằng nhau.

**Lời giải.** Gọi số lần xuất hiện mỗi chữ số a, b, c và d trong biểu thức là n (với n là số nguyên dương).

● TH1. Nếu n = 1, ta có $\overline{abc}+1=(d+1)^3$.

Vì $101 \le (d+1)^3 \le 1000$ nên $4 \le d \le 9$.

Cho d lần lượt nhận các giá trị 4, 5, 6, 7, 8 và 9 ta được các số $\overline{abc}$ tương ứng là 124, 215, 342, 511, 728 và 999 (thỏa mãn).

● TH2. Nếu n = 2, ta có $\overline{aabbcc}+1=(\overline{dd}+1)^3$.

Vì $100001 \le (\overline{dd}+1)^3 \le 1000000$ nên $5 \le d \le 9$.

Cho d lần lượt nhận các giá trị 5, 6, 7, 8 và 9 thì chỉ có d = 9 thỏa mãn. Khi đó a = b = c = 9.

● TH3. Nếu $n \ge 3$, đặt $x=\underbrace{111...1}_{n} \Rightarrow 9x+1=10^n$.

Suy ra

$a x.10^{2n}+b x.10^n+cx+1=d^3x^3+3d^2x^2+3dx+1$

$\Leftrightarrow ax(9x+1)^2+bx(9x+1)+cx=d^3x^3+3d^2x^2+3dx$

$\Leftrightarrow [81ax^2+(18a+9b)x]-(d^3x^2+3d^2x)$
$=3d-(a+b+c)$. (1)

Do đó $3d-(a+b+c) \;\vdots\; x$.

Mà $x \ge 111$, $-24 \le 3d-(a+b+c) \le 26$ nên $3d-(a+b+c)=0$. (2)

Tiếp tục lập luận tương tự ta có

$3d^2-(18a+9b)=0$. (3) và $d^3-81a=0$. (4)

Từ (4), suy ra $d^3 \;\vdots\; 81$.

Mà d là chữ số khác 0 nên d = 9.

Thay d = 9 vào (4) ta được a = 9. Thay a = d = 9 vào (3) ta được b = 9.

Vậy các bộ số (a; b; c; d) là (1; 2; 4; 4), (2; 1; 5; 5), (3; 4; 2; 6), (5; 1; 1; 7), (7; 2; 8; 8) khi mỗi chữ số a, b, c, d xuất hiện một lần và (9; 9; 9; 9) khi mỗi chữ số a, b, c, d xuất hiện n lần với n là số nguyên dương tùy ý.

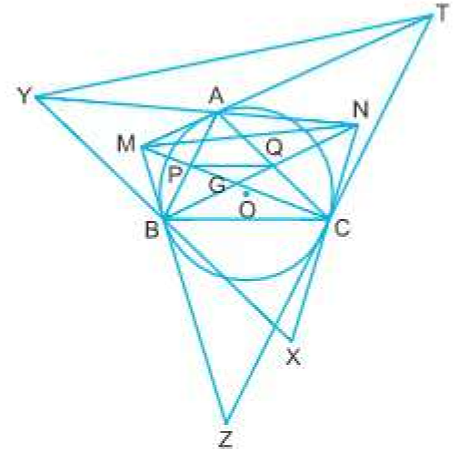
**Nhận xét.** Có nhiều bạn gửi bài đến tòa soạn, tuy nhiên hầu hết các bạn giải sai do sử dụng đồng nhất hệ số vì ngộ nhận đẳng thức đã cho đúng với mọi giá trị của n. Ở TH3, ta có thể giải bằng cách cho d lần lượt nhận các giá trị 1, 2, 3, ..., 9 sau đó tìm 2 hoặc 3 chữ số tận cùng của số $(\overline{dd...d}+1)^3-1$ để loại các trường hợp kết quả không có dạng $\overline{aa...abb...bcc...c}$.

Các bạn sau có lời giải tốt: *Đinh Vũ Tùng Lâm*, 7A2, THCS Cầu Giấy, Cầu Giấy, **Hà Nội**; *Lê Ngọc Hoa*, 7E1, *Bùi Anh Vũ*, 8B, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường; *Phạm Thu Bắc*, 8A4, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**.

TRỊNH HOÀI DƯƠNG

**Bài 6(147+148).** Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm O, G là trọng tâm. Tiếp tuyến tại B của (O) cắt CG tại M. Tiếp tuyến tại C của (O) cắt BG tại N. Chứng minh rằng $\widehat{MAB}=\widehat{NAC}$.

**Lời giải.** (Theo bạn *Đặng Quang Anh*, 9A, THCS Nguyễn Chích, Đông Sơn, **Thanh Hóa**).




Gọi X, Y theo thứ tự là giao điểm của CN, AN và đường thẳng qua B song song với AC; Z, T theo thứ tự là giao điểm của BM, AM và đường thẳng qua C song song với AB; P, Q theo thứ tự là giao điểm của AB với CG, AC với BG.

Vì BA // CZ và BZ tiếp xúc với (O) nên $\widehat{ABC}=\widehat{BCZ}$, $\widehat{BAC}=\widehat{CBZ}$.

Do đó $\Delta ABC \backsim \Delta BCZ$ (g.g), suy ra

$$AB.CZ=\frac{AB}{BC}\cdot\frac{CZ}{BC}\cdot BC^2=\frac{BC}{CZ}\cdot\frac{CZ}{BC}\cdot BC^2=BC^2.$$

Tương tự $AC.BX=CB^2$.

Do đó $AB.CZ=AC.BX \Rightarrow \dfrac{BA}{CA}=\dfrac{BX}{CZ}$. (1)

Vì XY // CA; ZT // BA; QA = QC; PA = PB nên

$$\frac{BX}{CZ}=\frac{BX}{BY}\cdot\frac{CT}{CZ}\cdot\frac{BY}{CT}=\frac{QC}{QA}\cdot\frac{PA}{PB}\cdot\frac{BY}{CT}$$
$$=1\cdot1\cdot\frac{BY}{CT}=\frac{BY}{CT}. \text{ (2)}$$

Từ (1) và (2) suy ra $\dfrac{BA}{CA}=\dfrac{BY}{CT}$. (3)

Vì BY // AC; CT // AB nên $\widehat{ABY}=\widehat{BAC}=\widehat{ACT}$. (4)

Từ (3) và (4) suy ra $\Delta ABY \backsim \Delta ACT$ (c.g.c).

Từ đó, chú ý rằng $\widehat{MAY}=\widehat{NAT}$, suy ra

$\widehat{MAB}=\widehat{YAB}-\widehat{MAY}=\widehat{TAC}-\widehat{NAT}=\widehat{NAC}$.

**Nhận xét.** Chỉ có bạn *Đặng Quang Anh* tham gia giải bài toán trên. Bạn *Đặng Quang Anh* còn đưa ra nhận xét: *Có thể mở rộng bài toán bài toán trên bằng cách thay giả thiết G là trọng tâm của tam giác ABC bởi giả thiết G nằm trên trung tuyến xuất phát từ A của tam giác ABC.*

NGUYỄN MINH HÀ

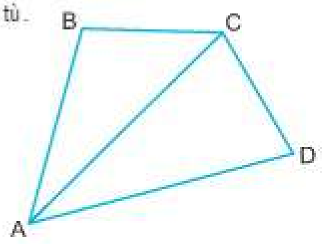

## Kì này DỰNG HÌNH LỤC GIÁC

**Bài toán.** Cho tam giác ABC cân tại A có $\widehat{BAC} = 120^0$. Hãy dựng lục giác đều có cạnh bằng $\frac{BC}{2}$.

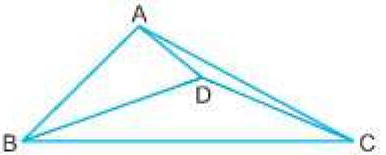
CAO NGỌC TOẢN
*(GV. THPT Tam Giang, Phong Điền, Thừa Thiên - Huế)*

## Kết quả TAM GIÁC KHÔNG NHỌN (TTT2 số 147+148)

• TH1. ABCD là tứ giác lồi, chẳng hạn giả sử $\widehat{ABC} \geq 90^0$, khi đó ABC là tam giác vuông hoặc tam giác tù.




• TH2. Có một điểm nằm ở miền trong của tam giác với ba đỉnh là ba điểm còn lại.




Giả sử D thuộc miền trong của tam giác ABC. Khi đó $\widehat{ADB} + \widehat{BDC} + \widehat{CDA} = 360^0$.

Suy ra trong ba góc $\widehat{ADB}$, $\widehat{BDC}$, $\widehat{CDA}$ có ít nhất một góc lớn hơn $90^0$, giả sử $\widehat{CDA} > 90^0$. Khi đó ADC là tam giác tù.

Các bạn sau được thưởng kì này: *Đỗ Tiến Đạt*, 7A2, THCS Hồng Bàng, Hồng Bàng, **Hải Phòng**; *Nguyễn Minh Đức*, 7A1, THCS Nhân Chính, Thanh Xuân, **Hà Nội**; *Huỳnh Nhật Quang*, 8/7, THCS Nguyễn Thị Minh Khai, Cam Phúc Bắc, Cam Ranh, **Khánh Hòa**; *Nguyễn Trúc Quỳnh*, 7A2, THCS Yên Lạc, Yên Lạc; *Lê Thu Trang*, 8D, THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên; *Lê Ngọc Hoa*, 7E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**.

ANH COMPA

## ĐƯỢC THƯỞNG KÌ NÀY Thi giải toán qua thư

*Đặng Quang Anh*, 9A, THCS Nguyễn Chích, Đông Sơn, **Thanh Hóa**; *Đinh Thị Hồng Nhung*, 9A1, THCS Lê Danh Phương, Hưng Hà, **Thái Bình**; *Lê Ngọc Hoa*, 7E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Đinh Vũ Tùng Lâm*, 7A2, THCS Cầu Giấy, Cầu Giấy, **Hà Nội**; *Võ Nguyễn Đan Phương*, 8A3, THCS Thị Trấn Phù Mỹ, Phù Mỹ, **Bình Định**; *Hoàng Thu Ngân*, 7A, THCS Nam Cao, Lý Nhân, **Hà Nam**; *Nguyễn Trịnh Tuấn Đạt*, 6D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**; *Trần Việt An*, 6A, THCS Nguyễn Cao, Quế Võ, **Bắc Ninh**; *Nguyễn Hoàng Oanh*, 7A7, THCS Thốt Nốt, Thốt Nốt, **Cần Thơ**; *Vũ Việt Anh*, 9A1, THCS Hồng Bàng, Hồng Bàng, **Hải Phòng**.

HOCMAI

Từ số tháng 9 năm 2015, Công ty Cổ phần Dịch vụ Giáo dục Việt Nam sẽ tặng các khóa học trực tuyến trên website: *hocmai.vn* cho các bạn học sinh được thưởng trong các chuyên mục và các bạn học sinh được khen trong chuyên mục Kết quả thi giải toán qua thư. Các bạn học sinh sau khi nhận được mã cung cấp thì đăng kí tại địa chỉ: *thcs.hocmai.vn/toantuoitho* (Xin liên hệ SĐT 0966464644 để được giải đáp).

# CHUYỆN BÊN NHÀ hàng xóm

NGUYỄN VĂN QUANG
*(8A, THCS Lê Văn Thịnh, Gia Bình, Bắc Ninh)*

Hôm nay thám tử Sêlốccốc thấy hơi mệt nên quyết định ở nhà nghỉ ngơi. Ông ra vườn tưới cây và cho chim ăn. Đang say sưa bên lồng họa mi, thám tử chợt nghe tiếng ông Ben hàng xóm nói vọng sang:

- Ông ở nhà đấy à? May quá!

- Vâng, chào ông! Hôm nay tôi nghỉ ngơi một chút. Mà ông nói "may" là sao?

- Tôi đang rất cần nhờ ông giúp. Ông có thể sang bên tôi được không?

- Được chứ! Tôi sang ngay đây.

Rồi ông Ben kể:

- Thế này ông ạ. Chiều qua tôi ra ngân hàng rút tiền vì nhà có việc. Trời nóng quá nên về đến nhà là tôi vội đi tắm ngay. Lúc mở tủ lấy quần áo, tôi để tạm bọc tiền luôn vào đó. Tắm xong được một lúc, tôi sực nhớ ra là phải cất tiền vào két. Không ngờ, mở tủ ra thì chẳng thấy tiền đâu nữa.

- Lúc đó khoảng mấy giờ?

- Tầm 5 rưỡi 6 giờ gì đó. Tôi không biết chính xác nhưng lúc tôi về tới nhà là 5 giờ chiều.

- Có ai biết việc anh rút tiền không?

- Hai đứa cháu đưa tôi đi rút tiền nên chúng đều biết việc này... Nhưng mà cả hai đứa thường xuyên tới giúp đỡ tôi mọi việc, chăm sóc tôi lúc này lúc khác... Chúng nó rất ngoan. Tôi còn đưa cả chìa khóa nhà cho chúng nó mà.

- Một mất mười ngờ. Vẫn phải nghi tất cả những ai liên quan chứ ông. Mà khi đưa ông về tới nhà thì hai đứa nó đi đâu?

- Chúng nó về nhà, cũng gần đây thôi.

- Chúng nó đang học hay đã đi làm?

- Cả hai đều đang học nghề.
- Ông dẫn tôi đi gặp chúng nhé.

Đầu tiên, ông Ben đưa thám tử tới nơi mà đứa cháu tên là Endi đang trọ.

- Chiều qua cháu đã làm gì sau khi đưa ông Ben về tới nhà?
- Cháu đi xe buýt về luôn đây ạ. Xuống xe, cháu tạt vào quầy sách báo, thấy có quyển sách về Levitan, cháu cứ cắm cúi xem mãi. Ngẩng lên thì trời đã rất tối, cháu vội vàng về nấu ăn.
- Levitan là ai thế hả cháu?
- Dạ, là danh họa người Nga ạ. Cháu mê ông ý từ bé. Cháu sưu tập rất nhiều tài liệu nói về ông ý và về tác phẩm Mùa thu vàng.
- Bác hỏi đùa thôi, chứ bác cũng mê Levitan lắm.
- Bác có thể rẽ vào quầy sách báo mà cháu xem hôm qua. Quyển sách về Levitan hay lắm nhưng đắt quá nên cháu chưa mua được.

Sau đó, ông Ben và thám tử đến nhà đứa cháu Mac, cách đó gần một cây số.

- Sau khi đưa ông Ben về nhà, cháu đã làm gì?
- Dạ, cháu về nhà, tắm rồi xem TV. Mải xem quá nên cháu chỉ ăn mì, chẳng nấu nướng gì.
- Chương trình gì mà khiến cháu bỏ cả việc nấu ăn thế?
- Dạ, chương trình khoa học về dơi ạ. Bây giờ thì cháu đã hiểu vì sao những bầy dơi lại đông đến thế.
- Vì sao? Bác cũng không biết đâu.
- Vì mỗi lứa dơi mẹ thường đẻ rất nhiều trứng, mà mỗi năm dơi mẹ lại đẻ mấy lứa liền ạ.

Hỏi chuyện Mac xong, thám tử và ông Ben ra về. Trên đường, thám tử bảo:

- Tôi tìm ra đứa cháu đáng nghi rồi. Ông nên lựa lời nói với nó sao cho vừa mềm mỏng vừa cương quyết...

Ông Ben chưa hiểu thám tử nghi đứa nào và căn cứ vào đâu mà có nghi vấn đó?

*Các thám tử Tuổi Hồng hãy giúp ông Ben nhé!*

## Kết quả **Chuyện xảy ra lúc nửa đêm** (TTT2 số 147+148)

Anh Bip vệ sĩ nói rằng anh ta suýt làm đổ lon bia uống dở của ông chủ. Tuy nhiên, ngay từ đầu câu chuyện, chúng ta thấy ông Pendy chưa hề bật nắp lon bia. Anh Bip đã dựa vào thói quen hàng ngày của ông chủ để khai gian với thám tử Sêlôccôc. Tất nhiên, sự gian dối này không thể qua mắt vị thám tử tài ba của chúng ta và cũng không thể qua mắt tất cả các thám tử Tuổi Hồng của TTT.

Phần thưởng kì này được gửi tới: *Nguyễn Đức Luân*, 7A, THCS Lê Quý Đôn, Thanh Sơn, **Phú Thọ**; *Lê Đức Thái*, 7A2, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**; *Đinh Xuân Hoàn*, 7A4, THCS Trần Đăng Ninh, TP. Nam Định, **Nam Định**; *Trần Anh Tuấn*, 7C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An**; *Lê Bùi Vỹ Giang*, 6C, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**.

**Thám tử Sêlôccôc**

ĐẾN VỚI TIẾNG HÁN

# Bài 63: 吃月饼，看月亮

## Ăn bánh trung thu và ngắm trăng rằm

ThS. NGUYỄN VŨ LOAN

**LTS.** Nếu biết tiếng Hán bạn sẽ:

1. Hiểu các từ Hán Việt, sử dụng tốt hơn tiếng Việt của mình. Trong kho từ vựng tiếng Việt rất nhiều từ Hán Việt.

2. Đọc được sách cổ, văn bia bằng chữ Hán và Hán Nôm, thêm hiểu văn chương, lịch sử nước Nam mình.

3. Hiểu ngôn ngữ mà cứ 5 người trên thế giới có hơn 1 người dùng. Dễ dàng hợp tác, làm ăn với các nước và vùng lãnh thổ Trung Quốc, Hồng Kông, Đài Loan, Singapore và cả Nhật Bản, Hàn Quốc. Nếu biết cả tiếng Anh và tiếng Hán thì thật là tuyệt.

**Từ mới.**

中秋节 Zhōngqiū jié: [trung thu tiết] Tết Trung thu
端午节 Duānwù jié: [đoan ngọ tiết] Tết Đoan ngọ
子 zòngzi: [tung tử] bánh chưng, bánh tét
除了 Chúle: [trừ liễu] ngoài... ra
月饼 yuèbǐng: [nguyệt bính] bánh trung thu
月亮 yuèliàng: [nguyệt lượng] ánh trăng
龙舟 lóngzhōu: [long châu] thuyền rồng
好吃 hǎo chī: [hảo ngật] ăn ngon, ngon

**Mẫu câu.**

1. A: 我去商店买月饼，你去商店不去？
(Wǒ qù shāngdiàn mǎi yuèbǐng, nǐ qù shāngdiàn bù qù?)
Mình đi cửa hàng mua bánh trung thu, cậu có đi không?
B: 我跟你一起去吧。(Wǒ gēn nǐ yīqǐ qù ba.) Mình đi cùng với cậu nhé!
A: 我们除了买月饼，还买什么？(Wǒmen chúle mǎi yuèbǐng, hái mǎi shénme?)
Ngoài mua bánh trung thu còn mua gì không?
B: 还买水果和点心。(Hái mǎi shuǐguǒ hé diǎnxīn.) Mua thêm hoa quả và đồ ăn nhẹ nhé!
A: 我们不买茶吗？(Wǒmen bú mǎi chá ma?) Chúng mình không mua trà à?
B: 买吧，小红的朋友喜欢喝茶。(Mǎi ba, xiǎo hóng de péngyǒu xǐhuān hē chá)
Mua đi, bạn của tiểu Hồng thích uống trà.

2. **中国有中秋节和端午节。中秋节中国人要吃月饼，看月亮。月饼很好吃。中秋节的月亮很大、很漂亮。端午节中国人要吃粽子，除了吃粽子，还看龙舟比赛。**
(Zhōngguó yǒu Zhòngqiū jié hé Duānwǔ jié.Zhōngqiū jié Zhōngguó rén yào chī yuèbǐng, kàn yuèliàng. Yuèbǐng hěn hǎo chī. Zhōngqiū jié de yuèliàng hěn dà, hěn piàoliang. Duānwǔ jié Zhōngguó rén yào chī zòngzi, chúle chī zòngzi, hái kàn lóngzhōu bǐsài.)
Trung Quốc có Tết Trung thu và Tết Đoan ngọ. Tết Trung thu người Trung Quốc sẽ ăn bánh trung thu, ngắm trăng sáng. Bánh trung thu rất ngon. Mặt trăng trong Tết Trung thu rất to, rất đẹp. Tết Đoan ngọ người Trung Quốc sẽ ăn bánh chưng, ngoài ăn bánh chưng họ còn xem đua thuyền rồng.

**Tập đọc.**

1. 我的朋友小红是中国人，今天中秋节，我去她家。我在她家吃月饼，看月亮，月饼好吃极了，中秋节的月亮也漂亮极了。
Wǒ de péngyǒu xiǎo Hóng shì Zhōngguó rén, jīntiān Zhōngqiū jié, wǒ qù tā jiā. Wǒ zài tā jiā chī yuèbǐng, kàn yuèliàng, yuèbǐng hǎo chī jíle, Zhōngqiū jié de yuèliàng yě piàoliang jíle.

*(Xem tiếp trang 27)*

# DISCRETE PROBABILITY

MORIS VŨ

Many of the ideas discussed in the preceding three topics are important to the study of discrete probability. Discrete probability is concerned with experiments that have a finite number of outcomes. Given such an experiment, an event is a particular set of outcomes. For example, rolling a number cube with faces numbered 1 to 6 (similar to a 6-sided dice) is an experiment with 6 possible outcomes: 1, 2, 3, 4, 5 or 6. One event in this experiment is that the outcome is 4, denoted by $\{4\}$; another event is that the outcome is an odd number: $\{1, 3, 5\}$.

The probability than an event E occurs, denoted by P(E), is a number between 0 and 1, inclusive. If E has no outcomes, than E is impossible and $P(E) = 0$; if E is the set of all possible outcomes of the experiment, then E is certain to occur and $P(E) = 1$. Otherwise, E is possible but uncertain, and $0 < P(E) < 1$. If F is a subset of E, then $P(F) \le P(E)$. In the example above, if the probability of each of the 6 outcomes is the same, then the probability of each outcome is $\frac{1}{6}$, and the outcomes are said to be equally likely. For experiments in which all the individual outcomes are equally likely, the probability of an event E is

$$P(E) = \frac{\text{The number of outcomes in E}}{\text{The total number of possible outcomes}}.$$

In the example, the probability that the outcome is an odd number is

$$P(\{1, 3, 5\}) = \frac{|\{1, 3, 5\}|}{6} = \frac{3}{6}.$$

Given an experiment with events E and F, the following events are defined:

*not E* is the set of outcomes that are not outcomes in E;

*E or F* is the set of outcomes in E or F or both, that is, $E \cup F$;

*E and F* is the set of outcomes in both E and F, that is, $E \cap F$.

***Math Terms***

| | |
|---|---|
| *discrete probability* | xác suất rời rạc |
| *experiment* | thí nghiệm |
| *finite* | hữu hạn |
| *outcome* | khả năng |
| *event* | sự kiện |
| *set* | tập hợp |
| *faces numbered* | các mặt được đánh số |
| *6-sided dice* | xúc xắc 6 mặt |
| *possible* | có thể |
| *denote* | kí hiệu |
| *occur* | xảy ra |
| *inclusive* | bao gồm |
| *impossible* | không thể |
| *subset* | tập con |
| *equally likely* | đồng khả năng, cơ hội bằng nhau |
| *individual* | cá nhân |

**Practice.** Bạn hãy dựa vào Math Terms gợi ý trên để dịch đoạn trên. Bài dịch tốt sẽ được nhận quà tặng của tòa soạn.


## Kì này CÓ CHẤP NHẬN ĐƯỢC KHÔNG?

**Bài toán.** Cho x, y, z thỏa mãn $1 \le x, y, z \le 2$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $A = (x+y+z)\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)$.

**Lời giải.** Ta có $1 \le x \le 2 \Leftrightarrow (x-1)(x-2) \le 0 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 \le 0$.

Do đó $x + \frac{2}{x} \le 3$.

Tương tự $y + \frac{2}{y} \le 3$, $z + \frac{2}{z} \le 3$.

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM, ta có

$$A = (x+y+z)\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)$$
$$= \frac{1}{2}(x+y+z)\left(\frac{2}{x}+\frac{2}{y}+\frac{2}{z}\right)$$
$$\le \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}\left(x+y+z+\frac{2}{x}+\frac{2}{y}+\frac{2}{z}\right)^2$$
$$\le \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}\cdot 9^2 = \frac{81}{8}.$$

Vậy giá trị lớn nhất của A là $\frac{81}{8}$.

*Theo bạn lời giải trên có chấp nhận được không? Nếu không bạn hãy sửa lại cho đúng.*

TẠ MINH HIẾU

*(GV. THCS Yên Lạc, Yên Lạc, Vĩnh Phúc)*

## Kết quả VÌ SAO THỪA NGHIỆM? (TTT2 số 147+148)

Lời giải trên đã sai ở chỗ lấy nghiệm ngoại lai x = 1.

Vì $x^2 + 3x + 5 = \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{11}{4} \ge \frac{11}{4}, \forall x$

$\Rightarrow a \ge \frac{\sqrt{11}}{2}$.

$x^2 + x + 2 = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} \ge \frac{7}{4}, \forall x$

$\Rightarrow b \ge \frac{\sqrt{7}}{2}$.

Do đó $a + b \ge \frac{\sqrt{11}+\sqrt{7}}{2} > 1$.

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất $x = \frac{-3}{2}$.

*Vì vậy nếu giải theo cách đã nêu thì cần phải thử lại xem* $x = 1$ *và* $x = \frac{-3}{2}$ *có là nghiệm của phương trình hay không.*

**Nhận xét.** Các bạn sau được thưởng kì này: *Trần Việt An*, 6A, THCS Nguyễn Cao, Quế Võ, **Bắc Ninh**; *Nguyễn Đăng Sơn*, 9A, THCS Nguyễn Trãi, Nam Sách, **Hải Dương**; *Chu Thị Thanh*, 7E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Phan Thái Hoàng Lân*, 7C, THCS Bạch Liêu, Yên Thành, **Nghệ An**; *Trần Quốc Phương*, 9A, THCS Thị trấn Thường Xuân, Thường Xuân, **Thanh Hóa**.

Các bạn sau được khen kì này: *Nguyễn Hoàng Hương*, 8A2, THCS Hạ Hòa, Hạ Hòa, **Phú Thọ**; *Đinh Thị Hồng Nhung*, 9A1, THCS Lê Danh Phương, Hưng Hà, **Thái Bình**; *Hồ Nhật Quang*, 8A, THCS Cao Xuân Huy, Diễn Châu; *Trần Thị Diễm Quỳnh*, 8G, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**; *Lê Ngọc Hoa*, 7E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Huỳnh Nhật Quang*, 8/7, THCS Nguyễn Thị Minh Khai, Cam Phúc Bắc, Cam Ranh, **Khánh Hòa**.

ANH KÍNH LÚP

## THÁCH ĐẤU! THÁCH ĐẤU ĐÂY!

# TRẬN ĐẤU THỨ MỘT TRĂM HAI MƯƠI CHÍN

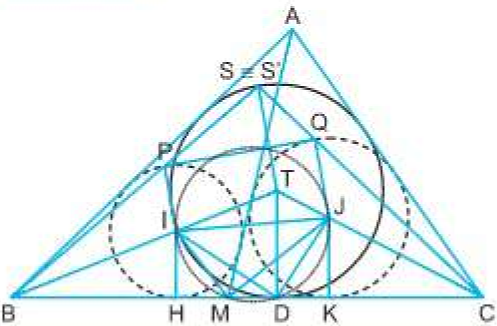
**Người thách đấu:** Cao Ngọc Toản, GV THPT Tam Giang, Phong Điền, Thừa Thiên - Huế.

**Bài toán thách đấu:** Cho đường tròn (O) có hai đường kính AB và CD vuông góc với nhau. Lấy M thuộc AB sao cho $\frac{MA}{MB}=k\neq 1$ (M khác A, M khác B). Đường thẳng CM cắt đường tròn (O) tại K (K khác C). AK cắt CD tại F. Tính $\frac{FC}{FD}$.

**Xuất xứ:** Sáng tác.

**Thời hạn:** Trước ngày 08.10.2015 theo dấu bưu điện.

## Kết quả TRẬN ĐẤU THỨ MỘT TRĂM HAI MƯƠI BẢY (TTT2 số 147+148)




Bài toán này có vẻ lạ nhưng không khó. Tuy nhiên không có võ sĩ nào tham gia trận đấu này. Dưới đây là lời giải của bài toán.

1) Gọi (T) là đường tròn nội tiếp của $\Delta ABC$; D, H, K theo thứ tự là tiếp điểm của (T), (I), (J) và BC.

Dễ thấy

$$DH = BD - BH = \frac{BA+BC-AC}{2}$$

$$-\frac{BA+BM-AM}{2} = \frac{MA+MC-AC}{2} = MK.$$

Tương tự DK = MH.

Dễ thấy MI, MJ theo thứ tự là phân giác của các góc $\widehat{AMB}$, $\widehat{AMC}$. Do đó $\widehat{IMJ}=90^0$. (1)

Kết hợp với $\widehat{IHM}=90^0=\widehat{MKJ}$ ta có $\Delta IHM \backsim \Delta MKJ$.

Vậy $\frac{IH}{DH}=\frac{IH}{MK}=\frac{MH}{JK}=\frac{DK}{JK}$.

Từ đó, chú ý rằng $\widehat{IHD}=90^0=\widehat{DKJ}$,

suy ra $\Delta IHD \backsim \Delta DKJ$. Do đó

$\widehat{IDJ}=180^0-\widehat{IDH}-\widehat{JDK}$

$=180^0-\widehat{IDH}-\widehat{DIH}=\widehat{IHD}=90^0$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra tứ giác MIJD nội tiếp.

Nói cách khác đường tròn ngoại tiếp $\Delta MIJ$ luôn đi qua một điểm cố định D.

2) Gọi S, S' theo thứ tự là giao điểm của BP, CQ và đường thẳng đi qua T, vuông góc với PQ.

Dễ thấy IP // TS.

Kết hợp với IH // TD, theo định lí Thales, ta có

$\frac{TS}{IP}=\frac{TB}{IB}=\frac{TD}{IH}$.

Từ đó, chú ý rằng IP = IH suy ra TS = TD.

Tương tự TS' = TD.

Vậy TS = TS' = TD. Do đó $S \equiv S' \in (T)$.

Điều đó có nghĩa là giao điểm của BP và CQ luôn thuộc một đường tròn cố định, đường tròn (T).

NGUYỄN MINH HÀ

## BAN CHẤP HÀNH HỘI TOÁN HỌC HÀ NỘI NHIỆM KÌ VI HỌP PHIÊN ĐẦU TIÊN

Ngày 7.8.2015 Ban chấp hành Hội Toán học Hà Nội nhiệm kì VI đã họp phiên đầu tiên và bầu các chức danh, phân công nhiệm vụ: Chủ tịch: Nguyễn Văn Mậu; các Phó Chủ tịch: Nguyễn Hữu Độ, Trần Huy Hổ, Chử Xuân Dũng, Bùi Quang Diệu. Tổng thư kí: Nguyễn Minh Tuấn; các Phó Tổng thư kí: Vũ Kim Thủy, Thẩm Ngọc Khuê, Đinh Sỹ Đại. Chủ nhiệm ủy ban kiểm tra: Đỗ Ngọc Diệp. Phân công cụ thể:

- Phụ trách chung: Nguyễn Văn Mậu, Nguyễn Hữu Độ.
- Ủy ban kiểm tra: Đỗ Ngọc Diệp, Đinh Sỹ Đại, Vũ Kim Thủy.
- Ban tổ chức, hành chính và tài chính: Bùi Quang Diệu, Chử Xuân Dũng, Thẩm Ngọc Khuê, Lê Thị Thanh Hằng, Đàm Thu Hương, Huỳnh Kim Dược, Kiều Hải.
- Ban chuyên môn, nghiệp vụ: Trần Huy Hổ, Nguyễn Minh Tuấn, Vũ Kim Thủy, Đỗ Ngọc Diệp, Đinh Sỹ Đại, Hoàng Văn Phú.

Cũng trong phiên họp NGND. GS. TSKH. Nguyễn Văn Mậu đã có bài phát biểu về phương hướng, nhiệm vụ của Hội Toán học Hà Nội trong thời gian tới.

PV.


# XẤP XỈ GẦN ĐÚNG CÁC GÓC NHỎ

VŨ KIM THỦY

**Chú ý.** Trên đường tròn tùy ý, cung có độ dài bằng bán kính được gọi là cung có số đo 1 rađian (viết tắt là rad).

Từ đó $1^0 = \dfrac{\pi}{180}$ rad và $1\,\text{rad} = \left(\dfrac{180}{\pi}\right)^0$.

Tính gần đúng các góc nhỏ là vấn đề quan trọng đối với sự phát triển của lượng giác. Chẳng hạn xét các góc nhỏ (dưới $5^0$) ta thấy:

1) $\sin x \approx x$;

2) $\text{tg}x \approx x$;

3) $\cos x \approx 1 - \dfrac{x^2}{2}$.

Trong đó x là góc nhỏ đo bằng rađian và $x^3, x^4, x^5$, ... là nhỏ không đáng kể.

Ta có thể xem xét các ví dụ sau:

$4^0 = 4\left(\dfrac{\pi}{180}\right)$rad $= 0{,}06981317 \approx 0{,}070$ (đúng đến 3 chữ số thập phân)

$\sin 4^0 = 0{,}069756474 \approx 0{,}070$ (đúng đến 3 chữ số thập phân)

$\text{tg}4^0 = 0{,}069926812 \approx 0{,}070$ (đúng đến 3 chữ số thập phân)

$\cos 4^0 = 0{,}99756405 \approx 0{,}99756$ (đúng đến 5 chữ số thập phân)

$1 - \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{4\pi}{180}\right)^2 = 0{,}997563061 \approx 0{,}99756$ (đúng đến 5 chữ số thập phân)

*Các kết quả trên dựa vào ba định lí sau:*

**Định lí 1.** $\sin x < x < \text{tg}x$ với x thỏa mãn $0 < x < \dfrac{\pi}{2}$.

*(bạn đọc tự chứng minh)*

**Định lí 2.** $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{\sin x}{x}\right) = 1$, $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{\text{tg}x}{x}\right) = 1$.

*Các định lí này khi học ở các lớp trên sẽ được các thầy cô giáo chứng minh.*

**Định lí 3.** Với mọi góc x nhỏ mà đo bằng rađian thì $\sin x \approx x$, $\text{tg}x \approx x$, $\cos x \approx 1 - \dfrac{x^2}{2}$.

Thực vậy, từ định lí 2, nếu x là góc nhỏ đo bằng rađian thì sai số không đáng kể nên

$\dfrac{\sin x}{x} \approx 1$; $\dfrac{\text{tg}x}{x} \approx 1$.

Do đó $\sin x \approx x$, $\text{tg}x \approx x$.

Ta có $\cos x = 1 - 2\sin^2\dfrac{x}{2}$ và $\sin\dfrac{x}{2} \approx \dfrac{x}{2}$ nên

$$\cos x \approx 1 - 2\left(\frac{x}{2}\right)^2 = 1 - \frac{x^2}{2}.$$

*Bạn hãy áp dụng các định lí trên để giải một số bài toán sau nhé.*

**Bài tập 1.** Chứng tỏ rằng với những góc nhỏ thì

a) $2\cos\left(\dfrac{\pi}{3} + \alpha\right) \approx 1 - \sqrt{3}\alpha - \dfrac{\alpha^2}{2}$;

b) $(1 - \sin^2 2\alpha)\cos 3\alpha \approx 1 - \dfrac{17}{2}\alpha^2$.

**Bài tập 2.** Cho đường tròn (O) bán kính r. P và Q là hai điểm nằm trên đường tròn sao cho $\widehat{POQ} = \alpha$ rađian là một góc nhỏ. Tiếp tuyến với đường tròn tại P cắt OQ kéo dài tại T. Chứng minh rằng $QT \approx \dfrac{1}{2}r\alpha^2$.

**Chứng minh.** *(bạn đọc tự vẽ hình)*

Ta có $2\cos x \approx 2 - x^2$ nên

$$QT = OT - OQ = \frac{r}{\cos\alpha} - r = r\left(\frac{2}{2\cos\alpha} - 1\right)$$

$$\approx r\left(\frac{2}{2-\alpha^2} - 1\right)\cdot\frac{(2+\alpha^2)}{(2+\alpha^2)}$$

$$= r\left[\frac{2(2+\alpha^2) - 4 + \alpha^4}{4 - \alpha^4}\right] \approx r\left(\frac{2\alpha^2 + \alpha^4}{4 - \alpha^4}\right).$$

Vì $\alpha^4$ nhỏ không đáng kể nên

$$QT \approx r\left(\frac{2\alpha^2}{4}\right) = \frac{1}{2}r\alpha^2.$$

Đề thi các nước

# The CENTRE for EDUCATION in MATHEMATICS and COMPUTING

# Gauss Contest

## Grade 8

## (Grade 7 Contest is on the reverse side)

*Wednesday, May 14, 2014*

*(in North America and South America)*

*Thursday, May 15, 2014*

*(outside of North America and South America)*

HOÀNG TRỌNG HẢO *(Sưu tầm và giới thiệu)*

**Time: 1 hour**

Calculators are permitted.

**Instructions**

*1. Do not open the contest booklet until you are told to do so.*

*2. You may use rulers, compasses and paper for rough work.*

*3. Be sure that you understand the coding system for your answer sheet. If you are not sure, ask your teacher to explain it.*

*4. This is a multiple-choice test. Each question is followed by five possible answers marked A, B, C, D, and E. Only one of these is correct. When you have made your choice, enter the appropriate letter for that question on your answer sheet.*

*5. Scoring: Each correct answer is worth 5 in Part A, 6 in Part B, and 8 in Part C.*

*There is no penalty for an incorrect answer.*

*Each unanswered question is worth 2, to a maximum of 10 unanswered questions.*

*6. Diagrams are not drawn to scale. They are intended as aids only.*

*7. When your supervisor instructs you to start, you will have sixty minutes of working time.*

**Scoring: There is no penalty for an incorrect answer.**

*Each unanswered question is worth 2, to a maximum of 10 unanswered questions.*

**Part A: Each correct answer is worth 5.**

**1.** The number 10 101 is equal to

(A) 1000 + 100 + 1 (B) 1000 + 10 + 1

(C) 10 000 + 10 + 1 (D) 10 000 + 100 + 1

(E) 100 000 + 100 + 1

**2.** One scoop of fish food can feed 8 goldfish. How many goldfish can 4 scoops of fish food feed?

(A) 12 (B) 16

(C) 8 (D) 64 (E) 32

**3.** The value of $(2014 - 2013) \times (2013 - 2012)$ is

(A) 0 (B) 1

(C) 2 (D) 2014 (E) −1

**4.** In a right-angled triangle, the measure of one angle is $55^\circ$. The measure of the smallest angle in this triangle is

(A) $1^\circ$ (B) $25^\circ$

(C) $45^\circ$ (D) $35^\circ$ (E) $90^\circ$

**5.** Which of the following integers is closest to zero?

(A) −1101 (B) 1011

(C) −1010 (D) −1001 (E) 1110

**6.** The value of $y$ that satisfies the equation $5y - 100 = 125$ is

(A) 45 (B) 100

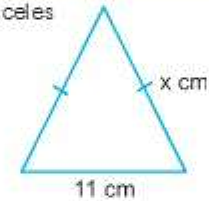
(C) 25 (D) −25 (E) −5

**7.** How many prime numbers are there between 10 and 30?

(A) 4 (B) 7

(C) 6 (D) 3 (E) 5

**8.** The perimeter of the isosceles triangle shown is 53 cm.
The value of x is




(A) 11 (B) 21
(C) 20 (D) 19
(E) 31

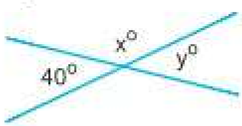
**9.** Consider the set of fractions $\left\{\frac{3}{7}, \frac{3}{2}, \frac{6}{7}, \frac{3}{5}\right\}$.
Ordered from smallest to largest, the set is
(A) $\left\{\frac{3}{7}, \frac{3}{2}, \frac{6}{7}, \frac{3}{5}\right\}$ (B) $\left\{\frac{3}{2}, \frac{3}{5}, \frac{6}{7}, \frac{3}{7}\right\}$
(C) $\left\{\frac{3}{2}, \frac{3}{5}, \frac{3}{7}, \frac{6}{7}\right\}$ (D) $\left\{\frac{3}{5}, \frac{3}{7}, \frac{6}{7}, \frac{3}{2}\right\}$
(E) $\left\{\frac{3}{7}, \frac{3}{5}, \frac{3}{2}, \frac{6}{7}\right\}$

**10.** The ratio of the number of girls to the number of boys in a class of 24 students is 3 : 5.
How many fewer girls than boys are in the class?
(A) 2 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 8

**Part B: Each correct answer is worth 6.**

**11.** John was born on a Wednesday. Alison was born 72 days later. On what day of the week was Alison born?
(A) Thursday (B) Monday
(C) Sunday (D) Saturday (E) Friday

**12.** If two straight lines intersect as shown, then x – y is

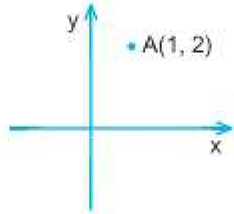



(A) 0 (B) 40 (C) 80 (D) 60 (E) 100

**13.** In which set of scores is the median greater than the mean?
(A) 10, 20, 40, 40, 40 (B) 40, 50, 60, 70, 80
(C) 20, 20, 20, 50, 80 (D) 10, 20, 30, 100, 200
(E) 50, 50, 50, 50, 100

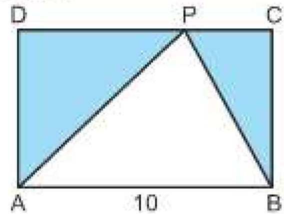
**14.** Betty is making a sundae. She must randomly choose one flavour of ice cream (chocolate or vanilla or strawberry), one syrup (butterscotch or fudge) and one topping (cherry or banana or pineapple). What is the probability that she will choose a sundae with vanilla ice cream, fudge syrup and banana topping?
(A) $\frac{1}{18}$ (B) $\frac{1}{6}$ (C) $\frac{1}{8}$ (D) $\frac{1}{9}$ (E) $\frac{1}{12}$

**15.** The point A(1, 2) is reflected in the y-axis.




The new coordinates are
(A) (1, 2) (B) (–1, 2) (C) (–1, –2)
(D) (1, –2) (E) (1, –1)

**16.** In the diagram, ABCD is a rectangle. If the area of triangle ABP is 40, then the area of the shaded region is




(A) 20 (B) 40 (C) 60 (D) 50 (E) 80

**17.** On a science test, Janine got 80% of the 10 multiple choice questions correct and 70% of the 30 short answer questions correct. What percentage of the 40 questions on the test did she answer correctly?
(A) 74% (B) 72.5% (C) 76%
(D) 73% (E) 73.5%

**18.** A rectangle whose side lengths are whole numbers has area 48 $cm^2$. The perimeter of this rectangle is 32 cm. Measured in cm, the positive difference between the length and the width of the rectangle is
(A) 47 (B) 2 (C) 22 (D) 8 (E) 13

**19.** A bicycle at Store P costs \$200. The regular price of the same bicycle at Store Q is 15% more than it is at Store P. The bicycle is on sale at Store Q for 10% off of the regular price. What is the sale price of the bicycle at Store Q?
(A) \$230.00 (B) \$201.50 (C) \$199.00
(D) \$207.00 (E) \$210.00

**20.** Of the five answers shown, which is the largest amount of postage you cannot make using only 5¢ and 8¢ stamps?
(A) 19¢ (B) 22¢ (C) 27¢ (D) 39¢ (E) 43¢

*(Kì sau đăng tiếp)*


**Bài 13NS.** Tìm các số nguyên dương a, b, c thỏa mãn $2^a + 3^c = 3b^2$.

PHẠM THANH HÙNG *(Tân Hiệp A, Tân Hiệp, Kiên Giang)*

**Bài 14NS.** Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a+b+c \le \sqrt{3}$.

Chứng minh rằng $\dfrac{\sqrt{a^2+1}}{b+c} + \dfrac{\sqrt{b^2+1}}{c+a} + \dfrac{\sqrt{c^2+1}}{a+b} \ge 3$.

CAO MINH QUANG *(GV. THPT chuyên Nguyễn Bỉnh Khiêm, Vĩnh Long)*

**Bài 15NS.** Cho tam giác ABC có AB < AC. Trên tia đối của tia BA lấy điểm E và trên tia đối của tia CA lấy điểm F sao cho BE = CF = BC. Gọi I là giao điểm của BF và CE. Trên cạnh AC lấy điểm K sao cho CK = AB. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của BC và AK. Chứng minh rằng MN // IK.

THÁI NHẬT PHƯỢNG *(GV. THCS Nguyễn Văn Trỗi, Cam Nghĩa, Cam Ranh, Khánh Hòa)*

## Kết quả CUỘC THI GIẢI TOÁN DÀNH CHO NỮ SINH (TTT2 số 147+148)

**Bài 7NS.** ĐKXĐ $x, y, z \ge \dfrac{3}{2}$.

Cộng theo vế của ba phương trình đã cho ta được

$(\sqrt{2x-3}-1)^2 + (\sqrt{2y-3}-1)^2 + (\sqrt{2z-3}-1)^2 +$

$2(x-2)^2 + 2(y-2)^2 + 2(z-2)^2 = 0$.

Hệ phương trình có nghiệm là (x, y, z) = (2, 2, 2).

**Nhận xét.** Các bạn sau có lời giải đúng bài toán trên: *Đinh Thị Hồng Nhung*, 9A1, THCS Lê Danh Phương, Hưng Hà, **Thái Bình**; *Lê Thị Hồng Tâm*, 9A, THCS Thị Trấn Thường Xuân, Thường Xuân, **Thanh Hóa**; *Lê Thu Trang*, 8D, THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên; *Kim Thị Hồng Lĩnh*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Hoàng Huệ Cầm*, 9C, THCS Phong Châu, TX. Phú Thọ; *Lê Nguyễn Quỳnh Trang*, 8C, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì; *Nguyễn Thảo Chi*, 8A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Đỗ Phương Dung*, 9A, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**.

**Bài 8NS.** Ta có

$(\sqrt{a}-1)^4 \ge 0 \Rightarrow \sqrt{a^2+1} \le \sqrt{2}(a-\sqrt{a}+1)$. (1)

Chứng minh tương tự ta có

$\sqrt{b^2+1} \le \sqrt{2}(b-\sqrt{b}+1)$. (2)

$\sqrt{c^2+1} \le \sqrt{2}(c-\sqrt{c}+1)$. (3)

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM ta có

$\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c} \ge 3\sqrt[3]{\sqrt{a}\sqrt{b}\sqrt{c}} = 3$. (4)

Cộng theo vế của (1), (2), (3) và kết hợp với (4) ta có đpcm.

**Nhận xét.** Các bạn sau có lời giải đúng bài toán trên: *Đinh Thị Hồng Nhung*, 9A1, THCS Lê Danh Phương, Hưng Hà, **Thái Bình**; *Lê Nguyễn Quỳnh Trang*, 8C, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, **Phú Thọ**; *Trần Thị Diễm Quỳnh*, 8G, THCS Đặng Thai Mai, TP. Vinh, **Nghệ An**.

**Bài 9NS.** Giả sử các dây cung AK và BK của đường tròn lớn cắt đường tròn nhỏ lần lượt tại các điểm P và Q. Kẻ tiếp tuyến chung EF của hai đường tròn.

Ta có $\widehat{PQK} = \widehat{PKE}$, $\widehat{ABK} = \widehat{AKE}$.

Suy ra $\widehat{PQK} = \widehat{ABK}$.

Do đó PQ // AB. Gọi O là tâm đường tròn nhỏ, ta có $OM \perp AB$ nên $OM \perp PQ$ tại H.

Khi đó $\overset{\frown}{MP} = \overset{\frown}{MQ}$ nên KM là phân giác của $\widehat{PKQ}$.

Do đó $\widehat{AKM} = \widehat{BKM}$.

Suy ra $\dfrac{AM}{BM} = \dfrac{AK}{BK} = \dfrac{2}{5} = \dfrac{10}{BM} \Leftrightarrow BM = \dfrac{10.5}{2} = 25$.

**Nhận xét.** Các bạn sau có lời giải đúng bài toán trên: *Hồ Gia Bảo*, 9A6, THCS Thốt Nốt, quận Thốt Nốt, TP. **Cần Thơ**; *Đinh Thị Hồng Nhung*, 9A1, THCS Lê Danh Phương, Hưng Hà, **Thái Bình**; *Lê Thị Hồng Tâm*, 9A, THCS Thị trấn Thường Xuân, Thường Xuân, **Thanh Hóa**; *Hoàng Huệ Cầm*, 9C, THCS Phong Châu, TX. Phú Thọ, **Phú Thọ**; *Kim Thị Hồng Lĩnh*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**.

Các bạn sau được thưởng kì này: *Ngô Thị Huế*, 9A, THCS Yên Phong, Yên Phong, **Bắc Ninh**; *Lê Thị Hồng Tâm*, 9A, THCS Thị Trấn Thường Xuân, Thường Xuân, **Thanh Hóa**; *Kim Thị Hồng Lĩnh*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Lê Nguyễn Quỳnh Trang*, 8C, THCS Văn Lang, TP. Việt Trì; *Hoàng Huệ Cầm*, 9C, THCS Phong Châu, TX. Phú Thọ, **Phú Thọ**.

**Ảnh các bạn được khen ở bìa 4.**

NGUYỄN NGỌC HÂN

NGUYỄN ĐĂNG VIỆT
(Hội Văn nghệ Nghệ An)

# Ừ à ừ ập

*Ừ à ừ ập, lưng trâu*
*Đỏ đen sấp ngửa nông sâu mỏng dày*
*Ừ à ừ ập trên tay*
*Củ khoai, hạt thóc níu ngày trong mâm*
*Ừ à ừ ập thiện tâm*
*Ma vương, Thượng đế mấy lần tìm nhau?*
*Ừ à ừ ập đã lâu*
*Gầy hao rơm rạ cọng rau ông bà*
*Ừ à ừ ập trưa qua*
*Suối khô khát nước, rừng già khát cây*
*Ừ à ừ ập cù quay*
*Được thua hồn trẻ thơ ngây niệm cầu*
*Ừ à, bắt ngón tay chầu*
*Cánh chuồn chuồn mỏng, vó câu đá sững.*

BÌNH NAM HÀ

# Melbourne

*Rất xa lục địa cũ*
*Đi đường nào cũng xa*
*Một thành phố đô hội*
*Năm châu chọn làm nhà*
*Nhiều người Việt cũng thế*
*Tiếng Việt nghe hàng ngày*
*Mảnh đất rộng, thanh bình*
*Mênh mông rừng và cỏ*
*Kanguru từng đàn*
*Bên đàn bò gặm cỏ*
*Nhà rộng, tràn ngút mắt*
*Đô thị như ngoại ô*
*Đâu là làng là phố?*
*Phố cả một tỉnh mình*
*Cung đường 300 cây*
*Cơ man là danh thắng*
*Nhớ bữa ăn một sáng*
*Bên biển giữa mùa đông*
*Núi Buller tuyết trắng*
*Mênh mang trời cực Nam*
*Một châu Âu tái hiện*
*Melbourne giữa mùa đông*
*Leng keng tàu miễn phí*
*Nhớ Bờ hồ - Hà Đông*
*Vào hàng ăn giật mình*
*Bát phở to lúy túy*
*Vừa từ 40°*
*Gặp Melbourne độ âm*
*Hiểu bà già trái đất*
*Thử thách có ghê không*

Melbourne 13-18.7.2015

## Kết quả Vui vui trong Vườn Anh (TTT2 số 147+148)

Mẩu chuyện vui ABSTRACTION đã thu hút sự tham gia của rất đông các bạn. Bạn nào cũng dịch khá ổn: sát nghĩa, thoát ý, mạch lạc... Tuy nhiên, Chủ Vườn xin nhắc một điều là: Khi dịch các mẩu hội thoại vui, các bạn cần hạn chế sự dài dòng. Đây là cuộc đối đáp ngắn, nhanh và bất ngờ, vì thế chúng ta cần một "văn phong" ngắn gọn, đúng như cách nói chuyện thông thường trong cuộc sống.

Mời các bạn tham khảo một cách dịch:

**Trừu tượng**

*Thầy giáo:* - Margaret! Danh từ trừu tượng là gì?

*Học sinh:* - Thưa thầy! Chắc là em không biết ạ.

*Thầy giáo:* - Lạ nhỉ! Em phải biết chứ! Thầy đã nói đi nói lại rồi mà. Danh từ trừu tượng là cái mà ta có thể hình dung ra nhưng không thể chạm vào được. Nào, em hãy lấy một ví dụ!

*Học sinh:* - Nước sôi ạ.

Chủ Vườn sẽ gửi phần thưởng tới những bạn sau: *Triệu Hồng Ngọc*, 6A3, THCS Lâm Thao, Lâm Thao, **Phú Thọ**; *Nguyễn Thị Ánh My*, 6A, THCS Lý Tự Trọng, Bình Xuyên, **Vĩnh Phúc**; *Nguyễn Đức Anh*, 6A, THCS Vĩnh Yên, TP. Vĩnh Yên, **Vĩnh Phúc**; *Phạm An Khánh*, 7A2, THCS Giảng Võ, Ba Đình, **Hà Nội**; *Nguyễn Thị Hồng Minh*, 6C, THCS Cao Xuân Huy, Diễn Châu, **Nghệ An**.

**Chủ Vườn**

## ĐẾN VỚI TIẾNG HÁN

*(Tiếp theo trang 18)*

2. **今天是端午节。因为端午节有龙舟比赛，所以我们喜欢端午节。我们除了吃粽子，还看龙舟比赛，每个人都高兴得不得了。**

Jīntiān shì duānwǔ jié. Yīn wéi Duānwǔ jié yǒu lóngzhōu bǐsài, suǒyǐ wǒmen xǐhuān duānwǔ jié. Wǒmen chúle chī zòngzi, hái kàn lóngzhōu bǐsài, měi gèrén dōu gāoxìng dé bùdéliǎo.

**Bài tập.** Đọc và nối

| | |
|---|---|
| 1) 我除了学习汉语，还学习英语. | a) Bạn có xem thuyền rồng không? |
| 2) 你看龙舟不看? | b) Thứ 7 ngoài đi xem phim cậu còn đi đâu? |
| 3) 哥哥除了打网球，还打羽毛球. | c) Tết Đoan ngọ người Trung Quốc sẽ ăn bánh chưng. |
| 4) 你去图书馆不去? | d) Ngoài việc học tiếng Hán tôi còn học tiếng Anh. |
| 5) **端午节中国人要吃粽子。** | e) Anh trai ngoài đánh bóng chuyền, còn đánh cầu lông. |
| 6) 星期六你除了去看电影，还去哪儿? | f) Bạn có đi thư viện không? |

**Tập viết.**

秋

午

龙

饼

除

# MỘT SỐ KÌ THI QUỐC TẾ CỦA HỌC SINH VIỆT NAM NĂM 2015

### OLYMPIC TOÁN HỌC QUỐC TẾ (IMO) LẦN THỨ 56

Kì thi diễn ra từ ngày 4 - 16.7.2015, tại Chiang Mai, Thái Lan. Cả 6 học sinh Việt Nam tham dự đều đoạt huy chương, với 2 HCV, 3 HCB, 1 HCĐ. Hai em đoạt HCV là Vũ Xuân Trung, lớp 11, THPT chuyên Thái Bình và Nguyễn Thế Hoàn, lớp 12, THPT chuyên ĐHKHTN Hà Nội; ba em đoạt HCB là Hoàng Anh Tài, lớp 12, THPT chuyên Phan Bội Châu, Nghệ An; Nguyễn Tuấn Hải Đăng, lớp 12, THPT chuyên ĐHKHTN Hà Nội và Nguyễn Huy Hoàng, lớp 12, PTNK ĐHQG TP. Hồ Chí Minh; em đoạt HCĐ là Nguyễn Thị Việt Hà, lớp 12, THPT chuyên Hà Tĩnh. Xếp hạng không chính thức, đoàn Việt Nam xếp thứ 5 trên tổng số 104 đoàn tham dự, sau các đoàn Mỹ, Trung Quốc, Hàn Quốc, Triều Tiên.

### OLYMPIC TIN HỌC QUỐC TẾ (IOI) LẦN THỨ 27

Kì thi diễn ra từ ngày 26.7 đến ngày 2.8.2015, tại Almaty, Kazakhstan. Cả 4 học sinh Việt Nam tham dự đều đoạt huy chương, với 1 HCV và 3 HCB. Năm nay, đoàn Việt Nam đạt thành tích cao nhất trong những lần tham dự IOI. Xếp hạng không chính thức, đoàn Việt Nam xếp thứ 8 trên 84 đoàn tham dự. Các học sinh trong đoàn đều là học sinh trường THPT chuyên ĐHKHTN Hà Nội. Học sinh đoạt HCV là Phạm Văn Hạnh, lớp 12; ba em đoạt HCB là Phan Đức Nhật Minh, lớp 11; Nguyễn Việt Dũng, lớp 12 và Nguyễn Tiến Trung Kiên, lớp 12.

### OLYMPIC VẬT LÍ QUỐC TẾ (IPHO) LẦN THỨ 46

Kì thi diễn ra từ 5 - 12.7.2015, tại Mumbai, Ấn Độ. Năm nay, đoàn Việt Nam đạt thành tích cao nhất trong những lần tham dự IPhO. Cả 5 học sinh tham dự đều có thành tích cao với 3 HCV và 2 HCB. Ba em đoạt HCV là Vũ Thanh Trung Nam, lớp 12, THPT chuyên Hà Nội - Amsterdam, Hà Nội; Nguyễn Công Thành, lớp 12, THPT chuyên Trần Phú, Hải Phòng và Đinh Thị Hương Thảo, lớp 11, THPT chuyên Lê Hồng Phong, Nam Định; hai em đoạt HCB là Nguyễn Ngọc Khánh, lớp 12, THPT chuyên Phan Bội Châu, Nghệ An và Nguyễn Quang Nam, lớp 11, THPT chuyên Đại học Sư phạm Hà Nội. Riêng em Đinh Thị Hương Thảo còn được nhận giải đặc biệt cho nữ sinh có thành tích cao nhất.

### OLYMPIC HÓA HỌC QUỐC TẾ (ICHO) LẦN THỨ 47

Kì thi diễn ra vào cuối tháng 7.2015, tại Baku, Azerbaijan. Năm nay, có 79 đoàn tham dự với 294 học sinh. Đoàn Việt Nam có 4 học sinh tham dự đều đoạt giải, với 1 HCV, 2 HCB và 1 HCĐ. Học sinh đoạt HCV là em Đinh Tuấn Hoàng, lớp 12, THPT chuyên Hà Nội - Amsterdam, Hà Nội; hai em đoạt HCB là Phạm Thái Hà, lớp 12, THPT chuyên Hà Nội - Amsterdam, Hà Nội và Trần Đình Hiếu, lớp 12, THPT chuyên Bắc Ninh; em Nguyễn Thúy Hằng, lớp 12, THPT chuyên Hùng Vương, Phú Thọ đoạt HCĐ.

### OLYMPIC SINH HỌC QUỐC TẾ (IBO) LẦN THỨ 26

Kì thi diễn ra tại Aarhus, Đan Mạch từ ngày 12 - 19.7.2015. Có 61 đoàn tham dự với 238 học sinh. Đoàn Việt Nam có 4 học sinh tham dự và đoạt ba giải, bao gồm 1 HCB và 2 HCĐ. Học sinh đoạt HCB là em Lê Thị Nguyệt Hằng, lớp 12, THPT chuyên Lê Quý Đôn, Đà Nẵng. Hai học sinh đoạt HCĐ là Phạm Minh Đức, lớp 12, THPT chuyên Lê Hồng Phong, Nam Định và Lê Xuân Lượng, lớp 11, THPT chuyên ĐHKHTN Hà Nội.

HOÀNG TRỌNG HẢO

## THẾ CỜ (Kì 74)

Trắng đi trước chiếu hết sau 2 nước.

LÊ THANH TÚ (*Đại kiện tướng Quốc tế*)

## Kết quả (TTT2 số 147+148)

### THẾ CỜ (Kì 72)

**1.♕h7+ ♘xh7 2.♘g6+ ♔g8 3.♗d5#**

Các bạn sau được thưởng kì này: *Vũ Văn Đạt*, 8A1, THCS Hàn Thuyên, Lương Tài, **Bắc Ninh**; *Hoàng Phúc*, 6B, THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, **Hà Tĩnh**; *Đào Đức Lâm*, 7A, THCS Lê Quý Đôn, Thanh Sơn, **Phú Thọ**; *Hoàng Quốc Hưng*, 6A, THCS Vĩnh Yên, TP. Vĩnh Yên; *Trần Bình Minh*, 7E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**.

# CÂU HỎI KÌ 7

Điều lệ cuộc thi đăng ở TTT2 số 140, 144. Câu hỏi đăng trên các số tạp chí trong năm 2015.

**Câu 19.** Khối ASEAN có các nhóm nước và các vùng ưu tiên phát triển. Bạn hãy giải thích các từ viết tắt: ASEAN - 6; BIMP - EAGA; CLMV; GMS; IMT - GT; Sijori.

**Câu 20.** Các từ TPP viết tắt của tổ chức nào? Các nước nào trong ASEAN tham gia TPP?

**Câu 21.** PPP có nghĩa là gì?

BTC

## Kết quả KÌ 5 (TTT2 số 147+148)

**Câu 13.** Vài nét về học bổng ASEAN: Đây là học bổng do chính phủ Singapore trao cho học sinh các nước thuộc ASEAN bên ngoài Singapore. Đối tượng tuyển sinh là những học sinh xuất sắc độ tuổi 14 - 16 được theo học tiếp THCS, THPT, đại học tại một trường ở Singapore do chính phủ Singapore chỉ định. Đối với bậc trung học, học bổng có giá trị trong 4 năm, được tài trợ học phí, phí sinh hoạt và vé máy bay. Tại Việt Nam, học bổng ASEAN được trao lần đầu từ năm 1996. Tính đến nay, có khoảng 300 học sinh Việt Nam được cấp học bổng này. Hàng năm, Bộ Giáo dục Singapore và Đại sứ quán Singapore tại Việt Nam tổ chức thi tuyển gồm hai vòng thi viết và phỏng vấn. Ứng viên thường được Bộ Giáo dục và Đào tạo phân về các Sở Giáo dục & Đào tạo.

**Câu 14.** Hội nghị thượng đỉnh ASEAN đã được tổ chức 26 lần. Lần gần đây nhất được tổ chức từ ngày 26-27.4.2015, tại Kuala Lampur, Malaysia.

**Câu 15.** Cây cầu dài nhất Đông Nam Á là Sultan Abdul Halim Muadzam Shah (hoặc có tên gọi khác là cầu Penang 2), thuộc Malaysia. Cầu dài 24 km.

**Nhận xét.** Các bạn sau đây được thưởng kì này: *Kim Thị Hồng Lĩnh*, 8E1, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**; *Mai Đức Toàn*, 9C, THCS Nguyễn Cao, Quế Võ, **Bắc Ninh**.

Các bạn sau cũng được khen kì này: *Nguyễn Đăng Sơn*, 9A, THCS Nguyễn Trãi, Nam Sách, **Hải Dương**; *Lại Khánh Trang*, 6A, THCS Vĩnh Yên, TP. Vĩnh Yên; *Lê Đức Thái*, 7A2, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, **Vĩnh Phúc**.

BTC

# 50 năm thành lập

# CÁC LỚP TOÁN ĐẶC BIỆT

BÍNH NAM HÀ

Tháng 9.1962 Ban Vận động thành lập Hội Toán học Việt Nam ra đời.

Ngày 15.10.1964 số 1 của báo Toán học và Tuổi trẻ trình làng. 6000 bản của hai đợt in đã bán hết ngay.

Tháng 6.1965 kết thúc cuộc thi giải toán trên báo năm học 1964-1965 với 3 giải Nhất, 6 giải Nhì, 6 giải Ba, 6 giải Tư và 18 giải Khuyến khích.

Ngày 14.9.1965 Hội đồng Chính phủ đã ra quyết định cho phép Bộ Giáo dục mở tại trường Đại học Tổng hợp và ở các tỉnh một số lớp cấp 3 phổ thông dạy học sinh có năng khiếu về toán. Sau đó, năm 1966 thêm trường Đại học Sư phạm Hà Nội 2 (nay là ĐHSP Hà Nội 1) và Đại học Sư phạm Vinh được mở các lớp toán đặc biệt này. Đó là các lớp mở cho các học sinh có năng khiếu thực sự về toán các lớp 8, 9, 10 (cấp 3) căn cứ vào kết quả thi do các Sở, Ty Giáo dục tổ chức và kết quả thi học sinh giỏi miền Bắc năm lớp 7. Các học sinh ở lớp toán đặc biệt của Hà Nội, Hải Phòng, Nam Hà được cấp học bổng 9,5 đồng/tháng. Các học sinh học lớp toán đặc biệt của Bộ đặt tại Đại học Tổng hợp, Đại học Sư phạm Hà Nội và Đại học Sư phạm Vinh được 22 đồng /tháng (bằng học bổng sinh viên sư phạm). Lớp toán đặc biệt ở Hà Nội đặt tại trường cấp 3 Chu Văn An, ở Hải Phòng đặt tại trường cấp 3 Trần Phú, ở Nam Hà đặt tại trường cấp 3 Lê Hồng Phong. Dần dần có thêm các lớp toán đặc biệt đặt tại cấp 3 Hùng Vương, Phú Thọ, cấp 3 Phan Bội Châu, Nghệ An, ...

Vất vả nhất là Khối Toán đặc biệt trường Đại học Sư phạm Vinh thường gọi với mật danh K9 trường Văn hóa 12.9 và sơ tán từ vùng rừng núi Thanh Hóa, về Quỳnh Lưu 1970, Diễn Châu 1971, Yên Thành, Nghệ An 1972. Có lần Khối vừa từ Diễn Châu sơ tán về xã Phú Thành ngày 11.9 1972 thì đêm 18.9.1972 bị bom Mỹ oanh tạc trúng địa bàn Khối sơ tán; hôm sau 19.9.1972 lại phải chuyển đến Hậu Thành, Yên Thành, Nghệ An. Để đi khám sức khỏe, học sinh của Khối phải đạp xe đạp từ Yên Thành lên tận Đô Lương, Thanh Chương mới có máy chiếu điện chụp tim, phổi. Nhân tiện khám sức khỏe thầy trò làm chuyến đạp xe qua Nam Liên, Nam Đàn về Vinh, Nghi Lộc, rồi quay về Yên Thành vòng vèo hết cả 150 km.

Tháng 9.1973 Nghệ An tổ chức thi đại học tại Diễn Xuân, Diễn Châu vào các ngày 10,11.9.1973. Do Thanh Hóa bị mưa lụt nên tàu hỏa, ô tô đều không đi được. Các học sinh chuyên toán quê Nam Hà sau kì nghỉ ôn thi phải đạp xe từ Nam Định vào Diễn Xuân để dự thi với đường dài hơn 200 km. Dọc đường phải ngủ lại nhà ga để lấy lại sức và hôm sau đi tiếp. Hai đêm như vậy. Xuất phát 5.9.1973 đến 7.9.1973 các cậu học trò chuyên toán ĐHSP Vinh quê Nam Định mới tới Diễn Xuân để kịp 10 và 11.9.1973 dự thi. Năm đó khai giảng cũng bị muộn lại. Phải đến 28.1.1974 năm thứ Nhất Đại học Sư phạm Hà Nội mới khai giảng tại địa điểm sơ tán Hiền Giang, Thường Tín, Hà Sơn Bình cách Hà Nội 22 km.

Điều bất ngờ là ngay năm hòa bình đầu tiên trên miền Bắc, 1974 ấy đoàn Việt Nam dự thi Toán Quốc tế lần đầu tiên đi 5 đã mang về 4 Huy chương, trong đó có Huy chương Vàng. Nửa thế kỉ trước, chúng ta đã chú ý và có chiến lược chăm lo cho đội ngũ học sinh giỏi toán. Trường chuyên đã có 50 năm tuổi đời kể từ 14.9.1965.

***Câu hỏi kì này:*** Bạn hãy kể tên một số người bạn biết từng là học sinh chuyên toán các khóa đầu tiên.


**Hỏi**: Anh Phó ơi! Hình như trong chuyên mục *Phá án cùng thám tử Sêlôccôc* ở TTT2 số 123+124 có chỗ bị nhầm. Ở phần đầu, ông Harison trình bày về việc ông Mac bị mất tích, nhưng phần sau lại là ông Harison bị bắt cóc. Không biết là do tác giả hay do lỗi đánh máy ạ? Anh Phó xem em nhận xét thế có đúng không?

HUỲNH TẤN HÒE

*(8/4, THCS Nguyễn Bỉnh Khiêm, Biên Hòa, Đồng Nai)*

**Đáp**:

*Cảm ơn em đã kĩ càng*
*Đọc kĩ chỉ lỗi rõ ràng báo sai*
*Báo đã sửa lỗi cho bài*
*Mong em cộng tác lâu dài cùng anh.*

**Hỏi**: Anh Phó ơi! Khi viết bài gửi đến TTT, nếu em dùng bút xóa thì bài có được chấm không ạ?

***Black Queen***

*(8B, THCS Yên Phong, Yên Phong, Bắc Ninh)*

**Hỏi**: Trong bài thi, gạch một chữ hay vài chữ thì có ảnh hưởng đến kết quả không hở anh Phó?

MẪN THỊ THU TRANG

*(6A2, THCS Yên Phong, Yên Phong, Bắc Ninh)*

**Đáp**:

*Em làm như lúc đi thi*
*Sai thì phải gạch bỏ đi thôi mà*
*Nhưng đừng sai quá quá qua*
*Thì thầy cô thấy mất hoa nhức đầu*
*Thế rồi chẳng muốn chấm đâu.*

ANH PHÓ

# BẠN CÓ BIẾT

## NĂM CUỘC THI ĐANG DIỄN RA TRÊN TOÁN TUỔI THƠ

- **Cuộc thi đặc biệt nhân 15 năm Toán Tuổi thơ**
  - Thời gian diễn ra từ tháng 1.2015 đến tháng 10.2015.
  - Đăng danh sách đoạt giải trên số báo tháng 11.2015.
  - Dự kiến trao giải tháng 12.2015.
- **Cuộc thi tìm hiểu Cộng đồng ASEAN**
  - Thời gian diễn ra từ tháng 1.2015 đến tháng 12.2015.
  - Đăng danh sách đoạt giải trên số báo tháng 3.2016.
  - Dự kiến trao giải tháng 6.2016.
- **Cuộc thi giải toán qua thư theo năm học 2015-2016**
  - Thời gian diễn ra từ tháng 7.2015 đến tháng 6.2016.
  - Đăng danh sách đoạt giải trên số báo tháng 5+6.2016.
  - Dự kiến trao giải tháng 6.2016.
- **Cuộc thi giải toán dành cho nữ sinh mùa thứ hai**
  - Thời gian diễn ra từ tháng 3.2015 đến tháng 2.2016.
  - Đăng danh sách đoạt giải trên số báo tháng 4.2016.
  - Dự kiến trao giải tháng 6.2016.
- **Cuộc thi vui chào hè 2015**
  - Thời gian diễn ra từ tháng 5.2015 đến tháng 8.2015.
  - Đăng danh sách đoạt giải trên số báo tháng 11.2015.
  - Dự kiến trao giải tháng 12.2015.

TTT


## CÁC LỚP 6 & 7

**Bài 1(151).** Hãy biểu diễn số 28 thành tổng của hai số a và b sao cho $P = a^3 + b^3$ đạt giá trị nhỏ nhất.

NGUYỄN ĐỄ *(Hải Phòng)*

**Bài 2(151).** Có tồn tại hay không các số nguyên a, b thỏa mãn $a^3 - b^3 = 2013 \times 2014 \times 2015$?

NGUYỄN NGỌC HÙNG
*(GV. THCS Hoàng Xuân Hãn, Đức Thọ, Hà Tĩnh)*

## CÁC LỚP THCS

**Bài 3(151).** Giải hệ phương trình $\begin{cases} x + y + z = 6 \\ \dfrac{xy + yz + zx}{\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z}} = 2\sqrt{2}. \end{cases}$

THÁI NHẬT PHƯỢNG
*(GV. THCS Nguyễn Văn Trỗi, Cam Nghĩa, Cam Ranh, Khánh Hòa)*

**Bài 4(151).** Cho các số thực dương a, b, c. Chứng minh rằng

$$\frac{a^2}{b+c} + \frac{b^2}{c+a} + \frac{c^2}{a+b} \ge \frac{c^2}{b+c} + \frac{a^2}{c+a} + \frac{b^2}{a+b}.$$

BÙI HẢI QUANG *(GV. THCS Văn Lang, TP. Việt Trì, Phú Thọ)*

**Bài 5(151).** Trong một cuộc điều tra 60 người, có 25 người đọc tạp chí Toán Tuổi thơ, 26 người đọc báo trên mạng và 26 người đọc sách về toán. Có 9 người đọc cả Toán Tuổi thơ và sách toán, 11 người đọc Toán Tuổi thơ và báo trên mạng, 8 người đọc báo trên mạng và sách về toán, 8 người không đọc Toán Tuổi thơ, không đọc báo trên mạng và không đọc sách toán.

a) Tìm số người đọc cả ba loại sách, báo.

b) Điền vào biểu đồ Venn thể hiện số người đọc hay không đọc mỗi loại sách, báo.

c) Xác định số người chỉ đọc một trong ba loại nói trên.

VŨ THIÊN TRƯỜNG

**Bài 6(151).** Cho đường tròn (O) đường kính AB. Đường thẳng d vuông góc với AB tại I và cắt đường tròn (O) tại P và Q (I không trùng với O). M là điểm bất kì nằm trên d (M không trùng với I). Các tia AM và BM cắt đường tròn (O) lần lượt tại C và D. Đường thẳng CD cắt đường thẳng AB tại K. Chứng minh rằng KP và KQ là các tiếp tuyến của đường tròn (O).

THÂN VĂN CHƯƠNG
*(GV. THCS Võ Như Hưng, Điện Bàn, Quảng Nam)*

# SOLVE VIA MAIL COMPETITION QUESTIONS

***Translated by Nam Vũ Thành***

**PHIẾU ĐĂNG KÍ THAM DỰ CUỘC THI GTQT NĂM HỌC 2015-2016**

**1(151).** Express the number 28 as the sum of two numbers $a$ and $b$ such that $P = a^3 + b^3$ is minimum.

**2(151).** Do there exist integers $a$ and $b$ such that $a^3 - b^3 = 2013 \times 2014 \times 2015$?

**3(151).** Solve the following simultaneous equations $\begin{cases} x + y + z = 6 \\ \dfrac{xy + yz + zx}{\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z}} = 2\sqrt{2}. \end{cases}$

**4(151).** Given the positive real numbers $a$, $b$, and $c$. Prove that

$$\frac{a^2}{b+c} + \frac{b^2}{c+a} + \frac{c^2}{a+b} \ge \frac{c^2}{b+c} + \frac{a^2}{c+a} + \frac{b^2}{a+b}.$$

*(Xem tiếp trang 5)*

# THƯ CỦA TỔNG GIÁM ĐỐC KIÊM TỔNG BIÊN TẬP NXBGDVN GỬI ĐỘC GIẢ TOÁN TUỔI THƠ

*Thưa quý bạn đọc và các em học sinh thân mến!*

Nhân dịp năm học 2015 - 2016 bắt đầu, tôi xin trân trọng gửi tới các thầy giáo, cô giáo, cộng tác viên tạp chí, các em học sinh lời chào, lời kính chúc sức khỏe, hạnh phúc, đạt được nhiều thành tựu, có được nhiều niềm vui trong năm học mới.

Toán Tuổi thơ là một cơ quan báo chí trực thuộc Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam, 15 năm từ khi ra mắt bạn đọc số đầu tiên đến nay với sự nhiệt tình cộng tác của các thầy giáo, cô giáo, cộng tác viên, các em học sinh đã không ngừng trưởng thành. Toán Tuổi thơ đã trở thành một sân chơi trí tuệ giúp cho các em học sinh bồi dưỡng, nâng cao kiến thức kĩ năng toán học.

Bên cạnh đó, Olympic Toán Tuổi thơ do Toán Tuổi thơ tổ chức tính đến năm 2014 đã được 10 lần. Đây là một hoạt động kích thích mạnh mẽ sự phát triển của phong trào học toán, giải toán trong học sinh cả nước, nhận được sự hưởng ứng nhiệt tình của các cấp quản lí giáo dục và các thầy cô giáo.

Tôi đề nghị Toán Tuổi thơ tiếp tục phát huy những thành tựu đã đạt được, không ngừng đổi mới hình thức và nội dung làm cho tờ tạp chí của chúng ta ngày càng hấp dẫn, trở thành người bạn thân thiết của các thế hệ học sinh cả nước. Mong rằng Toán Tuổi thơ tiếp tục được các thầy giáo, cô giáo, cộng tác viên đóng góp những bài viết hay để xây dựng nội dung tạp chí. Mong bạn đọc và các em học sinh ngày càng gắn bó với Toán Tuổi thơ, đọc và tìm được nhiều điều bổ ích, thú vị từ Toán Tuổi thơ. Làm sao Toán Tuổi thơ mãi mãi là người đồng hành nâng cánh ước mơ cho tuổi thơ.

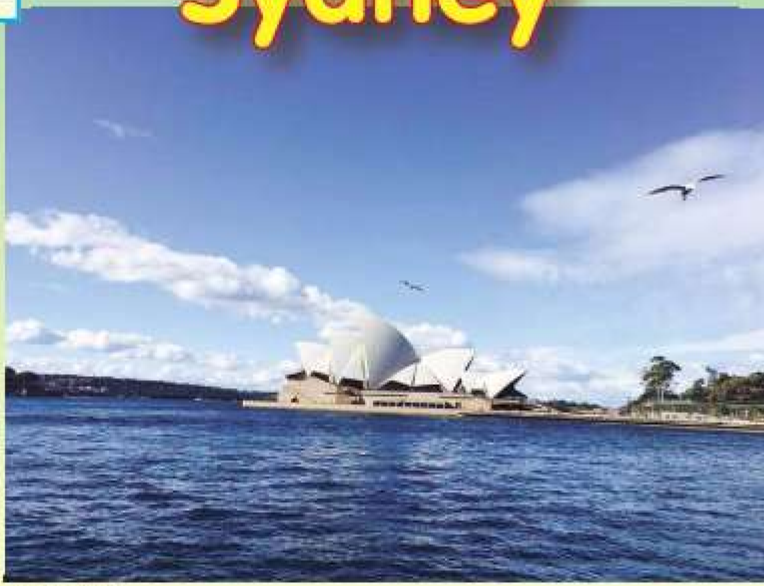
TỔNG GIÁM ĐỐC KIÊM TỔNG BIÊN TẬP NXBGDVN

GS.TS. VŨ VĂN HÙNG


# Trái tim của Sydney

Viết về công trình nổi tiếng thế giới thì thật là khó. Danh thắng này lại đẹp vẻ đẹp vừa thơ mộng vừa hùng vĩ. Vỏ sò làm nên mái nhà hát là vẻ đẹp riêng có không trộn lẫn. Còn những cánh hải âu đã quen thuộc sao ở bức ảnh này lại đẹp lạ lùng. Bạn hãy viết về bức ảnh phong cảnh này. Tòa soạn chờ bài viết của các bạn và sẽ có quà tặng nữa.

MORIS VŨ



*Ảnh:* VKT

## CÁC HỌC SINH ĐƯỢC KHEN TRONG CUỘC THI GIẢI TOÁN DÀNH CHO NỮ SINH

*Từ trái sang phải:* Ngô Thị Huế, Lê Thị Hồng Tâm, Kim Thị Hồng Linh, Lê Nguyễn Quỳnh Trang, Hoàng Huệ Cầm.



**Giấy phép xuất bản:** số 31/GP-BVHTT, cấp ngày 23/1/2003 của Bộ Văn hóa và Thông tin.
**Mã số:** 8BTT151M15. **In tại:** Công ty cổ phần in Công Đoàn Việt Nam, 167 Tây Sơn, Đống Đa, Hà Nội. In xong và nộp lưu chiểu tháng 09 năm 2015.