



## **Chủ đề 3: NỘI SUY VÀ XẤP XỈ**

### **I/ MỤC ĐÍCH**

- Thực hành về các phương pháp nội suy:
  - Nội suy đa thức (Interpolating polynomial):
    - + Nội suy đa thức Lagrange (Lagrange Interpolating polynomial)
    - + Nội suy đa thức Newton (Newton Interpolating polynomial)
  - Nội suy trên từng đoạn:
    - + Nội suy Spline (Spline interpolation)\*
- Thực hành giải bài toán xấp xỉ:
  - + Xấp xỉ bình phương cực tiểu (Least squares approximation)\*
- Thực hành các lệnh tương ứng của Matlab và so sánh: *polyfit*, *spline*, *lsqcurvefit*

### **II/ NỘI DUNG**

#### **1. Ví dụ**

##### **Ví dụ 3.1: Nội suy Lagrange**

```
% Lagrange Interpolating Polynomial
clc;clear all;close all;
X=[-1.5 0.5 1.5 3.5];
Y=[-7.875 5.625 1.875 3.375];
n=length(X)-1;
x=-2;
P=0;
for i=1:n+1
    L=1;
    for j=1:n+1
        if j~=i
            L=L*(x-X(j))/(X(i)-X(j));
        end
    end
    P=P+L*Y(i);
end
P
```

##### **Ví dụ 3.2: Nội suy Newton**

```
% Newton Interpolating polynomial
clc;clear all;close all;
X=[-1.5 0.5 1.5 3.5];
Y=[-7.875 5.625 1.875 3.375];
n=length(X)-1;
x=-2;
% Bước 1: Tìm ma trận sai phân
F=[Y',zeros(n+1,n)]
for j=2:n+1
    for i=j:n+1
        F(i,j)=(F(i,j-1)-F(i-1,j-1))/(X(i)-X(i-j+1));
    end
end
F
% Bước 2: Tính đa thức nội suy
D=diag(F);
P=0;
for i=1:n+1
    L=1;
    for j=1:i-1
        L=L*(x-X(j));
    end
    P=P+D(i)*L;
end
P
```

##### **Ví dụ 3.3: Lệnh *polyfit***

```
% polyfit
clc;clear all;close all;
```

##### **Ví dụ 3.4: Lệnh *Spline***

```
%spline
clc;clear all;close all;
```

```
X=[-1.5 0.5 1.5 3.5];
Y=[-7.875 5.625 1.875 3.375];
% Nội suy: Đa thức bậc >=3
pp=polyfit(X,Y,3)
xx=linspace(-2,4,200);
yy=polyval(pp,xx);
figure(1);
plot(xx,yy);hold on
plot(X,Y,'sr');hold off;
% Xấp xỉ: Đa thức bậc <3
pp=polyfit(X,Y,2)
xx=linspace(-2,4,200);
yy=polyval(pp,xx);
figure(2);
plot(xx,yy);hold on;
plot(X,Y,'sr');hold off;
```

```
X=[2 4 6 8 10 12 14];
Y=[3.1 4.4 7.2 9.8 6.8 4.5 3.9];
sp=spline(X,Y);
sp.breaks
sp.coefs
xx=linspace(1,15,200);
yy=fnval(sp,xx);
figure(1);
%fnplt(sp,[1,15])
plot(xx,yy);hold on
plot(X,Y,'sr');hold off;
```

### Ví dụ 3.5\*: Lệnh *lsqcurvefit*

```
% Phương pháp xấp xỉ bình phương cực tiểu với lệnh lsqcurvefit
% Xấp xỉ số liệu theo hàm:  $y=a*\exp(b*x^2+c*x)$ 
clear all; close all; clc
x=0:0.2:1;
y=[2.30 2.87 3.07 4.82 6.35 10.3];
figure(1);plot(x,y,'+');
% Tìm gần đúng-----
X=x;Y=log(y);
pp=polyfit(X,Y,2);
b0=pp(1);c0=pp(2);a0=exp(pp(3));
% Chính xác
f=inline('A(1)*exp(A(2)*(x.^2)+A(3)*x)','A','x');
A0=[a0 b0 c0];
[An dAn]=lsqcurvefit(f,A0,x,y)
xx=linspace(0,1,100);yy=f(An,xx);
figure(2);
plot(xx,yy);hold on;
plot(x,y,'r*');hold off;
```

## 2. Bài tập

**Bài 3.1:** Cho bảng số liệu:

x	-4.2	-2.4	-1.1	2.1	4.9
y	29.1456	-25.5744	65.2761	51.2001	-11.6679

[3.1]

Tìm giá trị nội suy tại điểm  $X=4$ ; Tìm biểu thức của đa thức nội suy; Vẽ đồ thị đa thức nội suy cùng với điểm số liệu trên cùng một đồ thị.

a/ Sử dụng nội suy Lagrange [Ví dụ 3.1]

b/ Sử dụng nội suy Newton [Ví dụ 3.2]

c/ So sánh kết quả 02 phương pháp trên và kết quả bằng lệnh *polyfit* trong Matlab [Ví dụ 3.3]

**Bài 3.2:** Từ bảng số liệu [3.1], sử dụng lệnh *polyfit* [Ví dụ 3.3] để xấp xỉ (nội suy) đa thức bậc 3, bậc 4 và bậc 5. Vẽ đồ thị hàm xấp xỉ (nội suy) cùng với bảng số liệu?

### **Bài 3.3\*:**

a/ Viết chương trình nội suy spline một bảng số liệu (ví dụ bảng [3.2]), vẽ đồ thị hàm nội suy cùng với các điểm dữ liệu trên cùng một đồ thị.

b/ Viết chương trình nội suy spline dạng *function file* với đầu vào là bảng số liệu cần nội suy, đầu ra là cấu trúc hệ số đa thức trên từng đoạn.

**Bài 3.4:** Một tàu thủy đi tuần ven biển cần đi qua các trạm có tọa độ như bảng [3.2] (xét trong hệ tọa độ  $Oxy$  có  $Ox$  trùng với bờ biển coi là đường thẳng, trong phạm vi nhỏ mặt biển coi như là mặt phẳng)

x	0	13	24	36	40	51	63	74	82	85
y	0	15	34	49	27	11	19	61	37	0

[3.2]

a/ Tàu thủy cần đi theo một đường cong trơn, sử dụng nội suy spline [Ví dụ 3.4] để vẽ một đường đi khả dĩ của tàu thủy.

b\*/ Tìm tổng quãng đường mà tàu thủy đã đi

c\*/ Với hành trình như câu a, tìm vị trí mà tàu thủy đi xa bờ nhất.

**Bài 3.5\*:** Cho bảng số liệu:

x	0	0,2	0,4	0,6	0,9	1,2	1,4	1,8	2
y	0,97	0,69	0,57	0,46	0,36	0,31	0,27	0,21	0,19

[3.3]

a/ Biết  $y$  phụ thuộc  $x$  theo công thức thực nghiệm  $y = \frac{1}{a_0 x + a_1}$ , sử dụng xấp xỉ bình phương cực tiểu

[Ví dụ 3.5] hãy xác định các hệ số  $a_0$  và  $a_1$

b/ Vẽ đồ thị hàm xấp xỉ cùng với các điểm số liệu trên một đồ thị

Nội suy: Tìm đc hàm số  $y = f(x)$  thỏa mãn tất cả các bảng số liệu hay  $Y_i = f(X_i)$  với mọi  $i$ ,

Xấp xỉ: Tìm đc hàm số  $y = f(x)$  phù hợp nhất với bảng số liệu Tổng  $(f(x_i) - Y_i)^2$  Min

Nội suy Spline: Nội suy đa thức bậc 3 ghép trơn từng đoạn. Các đa thức “Ghép trơn” là các đa thức có giá trị hàm số, đạo hàm cấp 1, đạo hàm cấp 2 bằng nhau tại các bảng số liệu tiếp giáp.

Điều kiện:  $x_2 = P_1'(X_2) = P_2'(X_2)$