ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN
Khoa Vật lý - Bộ môn Tin học Vật lý
P. 408-T5, 334 Nguyễn Trãi, Thanh Xuân, Hà Nội – ĐT: 04. 35584085

Chủ đề 2: MA TRẬN, HỆ PHƯƠNG TRÌNH ĐSTT, TRỊ RIÊNG

I/ MỤC ĐÍCH

1. Thực hành về ma trân:
   + Phép toán trên ma trận trong Matlab
   + Tính định thức của ma trận bằng khử Gauss
   + Tính hạng của ma trận bằng khử Gauss (có tráo hàng*)
   + Tính ma trận nghịch đảo bằng khử Gauss-Jordan
2. Thực hành về các phương pháp giải hệ phương trình ĐSTT:
   - Các phương pháp trực tiếp:
   + Sử dụng định lý Cramer
   + Phương pháp khử Gauss (Gauss Elimination)
   + Phương pháp khử Gauss-Jordan (Gauss-Jordan Elimination)
   + Phương pháp khử Gauss có tráo hàng (Gauss Elimination with partial pivoting)*
   - Các phương pháp lặp:
   + Phương pháp lặp Jacobi (Jacobi Iteration)
   + Phương pháp lặp Gauss-Seidel (Gauss-Seidel Iteration)
3. Thực hành giải bài toán Trị riêng, Véc tơ riêng:
   + Thương Rayleigh (Rayleigh quotient)
   + Phương pháp lũy thừa (Power method)
   + Phương pháp lũy thừa nghịch đảo (Inverse power method)
   + Phương pháp lũy thừa nghịch đảo có dịch trị riêng (Inverse power method with shift)*
   + Phương pháp phân tích QR (QR factorization)*
4. Thực hành các lệnh tương ứng của Matlab và so sánh

II/ NỘI DUNG

1. Ví dụ

Ví dụ 2.1: Ma trận 1

```
% Ma tran 1
clc;clear all;close all;
% Tao ma tran
A1=[1 2 3;4 5 6], A2=ones(2,3)
B1=zeros(3,2), B2=rand(3,2)
C1=eye(3), C2=fix(1+8*rand(3))
% Phep toan
D1=A1+A2
D2=C2-C1
E1=A1*B1, E2=C1*C2
C1\E2   %=C2
E2/C2   %=C1
```

Ví dụ 2.2: Ma trận 2

```
% Ma tran 2
clc;clear all;close all;
% Tao ma tran 3x3 ngau nhien
A=fix(1+8*rand(3))
% Tinh toan
Ainv=inv(A) % Ma tran ngich dao
At=A.'  % Ma tran chuyen vi
Adiag=diag(A) % Lay duong cheo chinh
Alr=fliplr(A) % Ma tran phan xa trai-phai
Aud=flipud(A) % Ma tran phan xa tren-duoi
Arot=rot90(A,1)% Quay Ma tran 90 do
detA=det(A) % Tinh dinh thuc
rankA=rank(A) % Tinh hang
```

Ví dụ 2.3: Giải hệ PT ĐSTT bằng khử Gauss

```
% Gauss Elimination
clear all; clc;
A=[2 4 3 4;3 1 -2 -2;4 11 7 7];%A=[A|b]
n=size(A,1);
% Elimination
for k=1:n-1
   for i=k+1:n
      p=A(i,k)/A(k,k);
      for j=k:n+1
         A(i,j)=A(i,j)-p*A(k,j);
      end
   end
end
A
% Back substitution
for i=n:-1:1
   S=0;
   for j=i+1:n
      S=S+A(i,j)*x(j);
   end
   x(i,1)=(A(i,n+1)-S)/A(i,i);
end
A,x
```

Ví dụ 2.4: Phương pháp lặp Jacobi

```
% Jacobi Iteration
clc;clear;close all;
A=[5 -2 3;-3 9 1;2 -1 -7];
b=[-1;2;3];
n=length(b);
X0=[0 0 0];
N=8;
for k=1:N
   for i=1:n
      S=0;
      for j=1:n
         if j~=i
            S=S+A(i,j)*X0(j);
         end
      end
      X1(i)=(b(i)-S)/A(i,i);
   end
   X0=X1
end
```

Ví dụ 2.5: Phương pháp lũy thừa

```
%Phuong phap luy thua (Power method)
clc;clear all;close all;
A=[2 -12;1 -5];X=[0;1];
N=8;
for k=1:N
   w=A*X;
   X=w/norm(w);
end
X
lambda=(X'*A*X)/(X'*X) % Rayleigh quotient
```

Ví dụ 2.6: Tìm trị riêng bằng chéo hóa

```
%Tim Tri rieng-Vector rieng bang cheo hoa
clc;clear all;close all;
A=[2 -12;1 -5];
[P,D]=eig(A);
lambda=diag(D);
for k=1:size(A,1)
   disp('Tri rieng=');ld=lambda(k)
   disp('Vector rieng=');v=P(:,k)
end
```

2. Bài tập

<u>Bài 2.1:</u> Cho ma trận A=[2 -1 1;3 1 -1;1 -3 2]

a/ Dựa trên [Ví dụ 2.3] hãy khử Gauss ma trận A. Viết chương trình khử Gauss cho ma trận bất kỳ dưới dạng *function file*

c/ Dựa trên kết quả câu a, khử Gauss-Jordan ma trận A. Viết chương trình khử Gauss-Jordan cho ma trận bất kỳ dưới dạng *function file*

d/ Tính định thức của ma trận A sử dụng khử Gauss

e/ Tính hạng của ma trận A sử dụng khử Gauss (có tráo hàng*)

f/ Tính ma trận nghịch đảo của A sử dụng khử Gauss-Jordan

g/ So sánh kết quả tính định thức, hạng và ma trận nghịch đảo của A ở trên với kết quả tính bằng các lệnh tương ứng của Matlab [Ví dụ 2.2]

Bài 2.2: Cho hệ phương trình:

$$\begin{aligned} 2x_1 - 2x_2 + x_3 &= 3 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 &= 7 \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 &= 0 \end{aligned} \qquad [2.1]$$

a/ Dựa trên [Ví dụ 2.3] hãy giải hệ [2.1] bằng phương pháp khử Gauss. Viết chương trình giải hệ PT ĐSTT (số phương trình bằng số ẩn) bất kỳ bằng khử Gauss dưới dạng *function file*
b/ Viết chương trình giải [2.1] bằng phương pháp khử Gauss-Jordan dưới dạng *function file*
c/ So sánh kết quả bằng lệnh chia ma trận hoặc nhận với ma trận nghịch đảo trong Matlab

Bài 2.3: Cho hệ phương trình

Ax=b; với A=[2 -4 4;4 -8 7;-1 4 3], b=[-2; 2; 5] [2.2]

a/ Giải hệ [2.2] bằng phương pháp khử Gauss
b*/ Trong quá trình khử Gauss các phần tử trên đường chéo chính có thể bằng 0 sẽ không khử tiếp được. Do đó, ta cần tráo hàng trong quá trình khử. Hãy viết chương trình giải [2.2] bằng phương pháp khử Gauss có tráo hàng.
c*/ Viết chương trình tìm nghiệm của hệ PT ĐSTT tổng quát sử dụng khử Gauss có tráo cả hàng và cột
d/ So sánh với kết quả bằng lệnh nhân với ma trận nghịch đảo trong Matlab.

Bài 2.4: Cho hệ phương trình:

$$\begin{aligned} 5x_1 - 2x_2 + 3x_3 &= -1 \\ -3x_1 + 9x_2 + x_3 &= 2 \\ 2x_1 - x_2 - 7x_3 &= 3 \end{aligned} \qquad [2.3]$$

a/ [Ví dụ 2.4] đã giải hệ [2.3] bằng phương pháp lặp Jacobi với 8 bước lặp. Hãy viết chương trình giải [2.3] đạt sai số 10^{-9}
b*/ Viết chương trình giải [2.3] bằng phương pháp lặp Gauss-Seidel với sai số 10^{-9}. So sánh tốc độ hội tụ với phương pháp Jacobi.
c/ So sánh với kết quả bằng lệnh nhân với ma trận nghịch đảo trong Matlab.
d*/ Phương pháp Jacobi và Gauss-Seidel có giải được các hệ [2.1] và [2.2] không? Tại sao?

Bài 2.5: Cho ma trận

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -12 \\ 1 & -5 \end{bmatrix} \qquad [2.4]$$

a/ Trong [Ví dụ 2.5] đã tìm được trị riêng lớn nhất và vector riêng tương ứng của [2.4] bằng phương pháp lũy thừa. Hãy viết chương trình tìm trị riêng nhỏ nhất và vector riêng tương ứng của [2.4] bằng phương pháp lũy thừa nghịch đảo
b/ So sánh kết quả với chương trình tìm trị riêng-vector riêng bằng chéo hóa ma trận [Ví dụ 2.6].

Bài 2.6*: Cho ma trận

A=[7 -4 2;16 -9 6;8 -2 5] [2.5]

a/ Sử dụng phương pháp lũy thừa nghịch đảo có dịch trị riêng để tìm tất cả các trị riêng của [2.5]
b/ Sử dụng phương pháp phân tích QR để tìm tất cả các trị riêng của [2.5]
c/ So sánh với kết quả từ Matlab.