



Chủ đề 1: GIẢI GẦN ĐÚNG PHƯƠNG TRÌNH, HỆ PHƯƠNG TRÌNH PHI TUYẾN

I/ MỤC ĐÍCH

1. Thực hành về các phương pháp giải phương trình phi tuyến:
 - + Phương pháp chia đôi (Bisection Method)
 - + Phương pháp tiếp tuyến (Newton-Raphson Method)
 - + Phương pháp cát tuyến (Secant Method)
 - + Phương pháp dây cung (Regula-Falsi Method)
 - + Phương pháp lặp (Fixed-point Iteration) *
2. Thực hành về giải hệ phương trình phi tuyến*
3. Thực hành các lệnh tương ứng của Matlab và so sánh.

II/ NỘI DUNG

1. Ví dụ

Ví dụ 1.1: Phương pháp chia đôi

```
% Bisection Method
clc;clear all;close all;
syms x;y=x-sin(x)-1;a=0;b=3;
fplot(char(y),[a b]);
f=inline(vectorize(y),'x');
c=(a+b)/2;k=1; tol=1e-9;
while abs(f(c))>tol
    if f(a)*f(c)>0
        a=c;
    else
        b=c;
    end
    c=(a+b)/2;k=k+1;
    c=(a*f(b)-
    b*f(a))/(f(b)-f(a));
end
fprintf('Nghiem x = %12.10f \n',c);
fprintf('So vong lap k = %d \n',k);
```

Ví dụ 1.2: Phương pháp tiếp tuyến

```
% Newton-Raphson Method
clc;clear all;close all;
syms x;y=x-sin(x)-1;
dy=diff(y,'x');
a=0;b=3;
fplot(char(y),[a b]);
f=inline(vectorize(y),'x');
df=inline(vectorize(dy),'x');
tol=1e-9;
x0=2;
x1=x0-f(x0)/df(x0);k=1;
//x2=x0-f(x0)*(x1-
x0)/((f(x1)-f(x0)));
while abs(f(x1))>tol
    x0=x1;
    x1=x0-f(x0)/df(x0);k=k+1;
end
fprintf('Nghiem x = %12.10f \n',x1);
fprintf('So vong lap k = %d \n',k);
```

Ví dụ 1.3: Tìm không điểm và cực trị bằng lệnh solve

```
clc;clear all;close all;
syms x;f=x^4-20*x^2+20;
ezplot(f,[-5 5]);
% Tim khong diem
x0=solve(f,'x');x0=double(x0);f0=subs(f,x,x0);
disp('Khong diem:');xy0=[x0,f0]
% Tim cuc tri
df=diff(f);d2f=diff(f,2);
xct=solve(df,'x');xct=double(xct);
fct=subs(f,x,xct);f2ct=subs(d2f,x,xct);
```

Ví dụ 1.4: Tìm không điểm bằng lệnh *fsolve/fzero*

```
clc;clear all;close all;  
fx=@(x) x^4-20*x^2+20;ezplot(fx,[-5 5]);shg  
[x0 y0]=ginput;[xn fxn]=fsolve(fx,x0)
```

Ví dụ 1.5: Tìm cực trị bằng lệnh *fminsearch*

```
dfx = diff(f,'x');dfy = diff(f,'y');dgx = diff(g,'x');dgy = diff(g,'y');  
ff = inline(vectorize(f),'x','y'); fdfx = inline(vectorize(dfx),'x','y'); fg = inline(vectorize(g),'x','y');  
fdfy = inline(vectorize(dfy),'x','y'); fdgx = inline(vectorize(dgx),'x','y'); fdgy = inline(vectorize(dgy),'x','y');  
ezplot(f, [0 2]); hold on;h = ezplot(g, [0 2]); set(h,'color','r');  
[x0 y0] = ginput;  
tol = 1e-9;  
while (abs(ff(x1,y1))>tol)|(abs(fg(x1,y1))>tol)  
    x1 = x0 - ((ff(x0,y0)*fdgy(x0,y0)-fg(x0,y0)*fdfy(x0,y0))/((fdfx(x0,y0)*fdgy(x0,y0))-fdgx(x0,y0)*fdfy(x0,y0)));  
    y1 = y0 - ((fg(x0,y0)*fdfx(x0,y0)-ff(x0,y0)*fdgx(x0,y0))/((fdfx(x0,y0)*fdgy(x0,y0))-fdgx(x0,y0)*fdfy(x0,y0)));  
    x0 = x1;  
    y0 = y1;  
end
```

Ví dụ 1.6: Phương pháp lặp

```
% Fixed-point Method  
% Giải phương trình  $x^3-7x+2=0$  trong đoạn [0,1]  
clc;clear all;close all;  
syms x; y=x^3-7*x+2;  
f=inline(vectorize(y),'x');  
% Kiểm tra dạng lặp hội tụ  
a=0;b=1;xx=linspace(a,b,1000);  
g1=(x^3+2)/7;dg1=diff(g1);  
fdg1=inline(vectorize(dg1),'x');  
q1=max(abs(fdg1(xx))) % Dạng lặp g1 hội tụ  
g2=(7*x-2)^(1/3);dg2=diff(g2);  
fdg2=inline(vectorize(dg2),'x');  
q2=max(abs(fdg2(xx))) % Dạng lặp g2 không hội tụ  
% Tìm nghiệm: Sử dụng dạng lặp g1  
fg1=inline(vectorize(g1),'x');  
tol=1e-9;x0=0.5;x1=fg1(x0);k=1;  
while abs(x1-x0)>tol*(1-q1)/q1 %abs(f(x1))>tol  
    x0=x1;x1=fg1(x0);k=k+1;  
end  
fprintf('Nghiệm x = %12.10f \nSố vòng lặp k = %d \n',x1,k);
```

Ví dụ 1.7: Giải hệ phương trình phi tuyến bằng *fsolve*

```
clc; clear all;close all;  
h=ezplot('x^3+y^3-3*x*y=0',[-2 2]);  
set(h,'color','r'); hold on;  
ezplot('x^2+y^2-1=0',[-2 2]);hold off;  
f=inline('[(x(1).^3+x(2).^3-3*x(1).*x(2));(x(1).^2+x(2).^2-1)]','x');  
[x0,y0]=ginput;  
for k=1:length(x0)  
    [xy(k,:),fxy(k,:)] = fsolve(f,[x0(k),y0(k)],optimset('Display','off'));  
    disp('Nghiệm'), xyf1f2=[xy,fxy]
```

2. Bài tập

Bài 1.1: Cho phương trình:

$$e^{-x} - \sin(x) = 0 \quad \text{với } x \in [0;1] \quad [1.1]$$

- a/ Dựa trên [Ví dụ 1.1] hãy viết chương trình giải [1.1] bằng phương pháp dây cung với sai số 10^{-9}
b/ Dựa trên [Ví dụ 1.2] hãy viết chương trình giải [1.1] bằng phương pháp cát tuyến với sai số 10^{-9}
c/ So sánh tốc độ hội tụ khi giải [1.1] của 4 phương pháp: chia đôi, tiếp tuyến, cát tuyến và dây cung.
d/ Với $x \in [0;10]$ phương trình [1.1] có nhiều hơn 1 nghiệm, hãy tìm đủ các nghiệm của phương trình sử dụng các phương pháp nêu ở câu c.

Bài 1.2:

a/ Lập dạng *function file* cho 4 phương pháp nêu ở bài 1.1c.

b/ Sử dụng các *function* đã lập để tìm nghiệm gần đúng với sai số 10^{-9} của phương trình phi tuyến:

$$\ln^2 x - x^2 + 2x + 3 = 0 \quad \text{với } x \in [1;5] \quad [1.2]$$

Bài 1.3:

a/ Tìm nghiệm của phương trình [1.2] bằng lệnh *fsolve* của Matlab [Ví dụ 1.4]

b/ So sánh nghiệm tìm ở bài 1.2b với nghiệm tìm từ Matlab

Bài 1.4: Tìm các cực đại và cực tiểu của phương trình:

$$e^{-x} - \sin x^2 - 0,5 = 0 \quad \text{với } x \in [0;3] \quad [1.3]$$

a/ Sử dụng phương pháp tiếp tuyến.

b/ Sử dụng lệnh *fminsearch* của Matlab [Ví dụ 1.5], so sánh kết quả.

Bài 1.5*: Cho phương trình

$$e^{-x} - 10x - 7 = 0 \quad \text{với } x \in [2;5] \quad [1.4]$$

a/ Sử dụng phương pháp chia đôi để giải [1.4] với sai số 10^{-9} . Xem xét việc tìm nghiệm với sai số tương đối (ví dụ $< 0.1\%$)?

b/ Sử dụng phương pháp lặp [Ví dụ 1.6] để tìm nghiệm của [1.4] với sai số 10^{-9} , so sánh kết quả.

Bài 1.6*: Cho hệ phương trình phi tuyến

$$\begin{aligned} \sin^2 x + \sin^2 y - 1 &= 0 \\ 4xy + 0.1x + 0.2y - 1 &= 0 \quad \text{với } 0 \leq x, y \leq 2 \end{aligned} \quad [1.5]$$

a*/ Viết chương trình giải hệ phương trình phi tuyến [1.5] với sai số 10^{-9}

b/ Giải [1.5] bằng *fsolve* [Ví dụ 1.7] của Matlab, so sánh kết quả.