# Red-black trees

Created by anhtt-fit@mail.hut.edu.vn
Updated by huonglt-fit@mail.hut.edu.vn

## Nhắc lại khái niệm bảng ký hiệu

Bảng ký hiệu: cặp key-value trừu tượng.

- Chèn 1 value với key cho trước.
- Tìm 1 value với key cho trước.
- Xóa 1 value với key cho trước.

- Các kiểu cài đặt
  - Array
  - Linked list
  - BST (binary search tree)

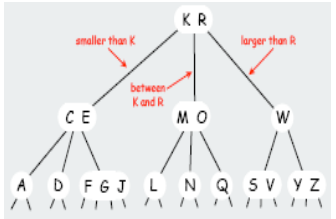
## Độ phức tạp

| implementation | guarantee | | | average case | | | ordered iteration? |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | search | insert | delete | search | insert | delete | |
| unordered array | N | N | N | N/2 | N/2 | N/2 | no |
| ordered array | lg N | N | N | lg N | N/2 | N/2 | yes |
| unordered list | N | N | N | N/2 | N | N/2 | no |
| ordered list | N | N | N | N/2 | N/2 | N/2 | yes |
| BST | N | N | N | 1.39 lg N | 1.39 lg N | ? | yes |
| randomized BST | 7 lg N | 7 lg N | 7 lg N | 1.39 lg N | 1.39 lg N | 1.39 lg N | yes |

- Randomized BST.
  - Đảm bảo độ phức tạp O(lg N) với 1 phép toán (probabilistic).
  - Cần đếm số cây con tại mỗi nút
  - Cần các số ngẫu nhiên cho các thao tác chèn/xóa

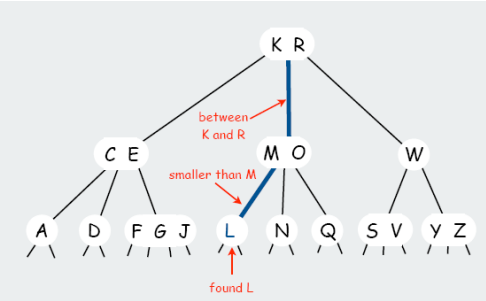
## 2-3-4 tree

- 2-3-4 tree. Tổng quát hóa nút để cho phép nhiều khóa → để cân bằng cây
- Độ cân bằng hoàn hảo. Mọi đường đi từ gốc đến lá có cùng độ dài
- Cho phép 1,2,3 khóa/nút
  - 2-node: 1 khóa, 2 con
  - 3-node: 2 khóa, 3 con
  - 4-node: 3 khóa, 4 con.



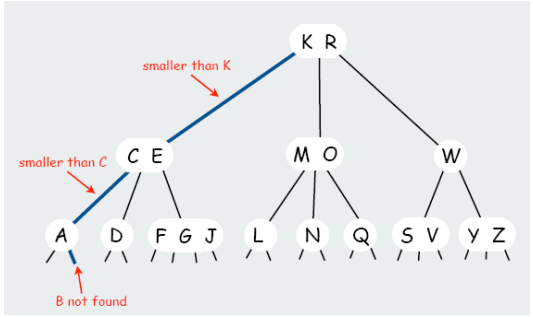
## Tìm kiếm

- So sánh khóa tìm kiếm với các khóa trên mỗi nút
- Tìm nhánh chứa khóa tìm kiếm
- Ví dụ: Tìm L



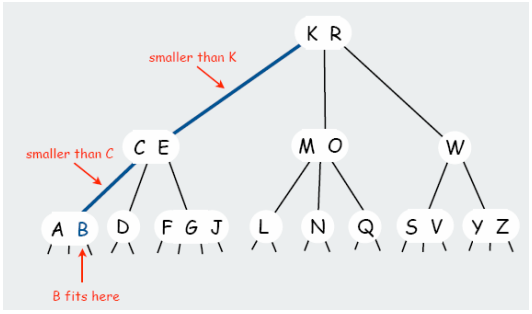

## Insert (1)

- Tìm khóa từ đáy
- Ví dụ: Chèn B



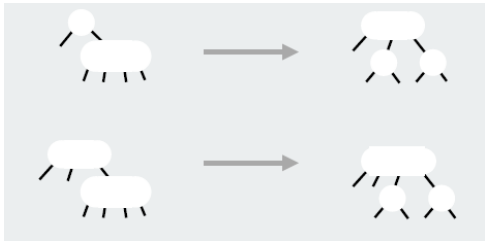

## Insert (2)

- 2-node từ đáy: chuyển thành 3-node.
- 3-node từ đáy: chuyển thành 4-node.
- Ví dụ: chèn B

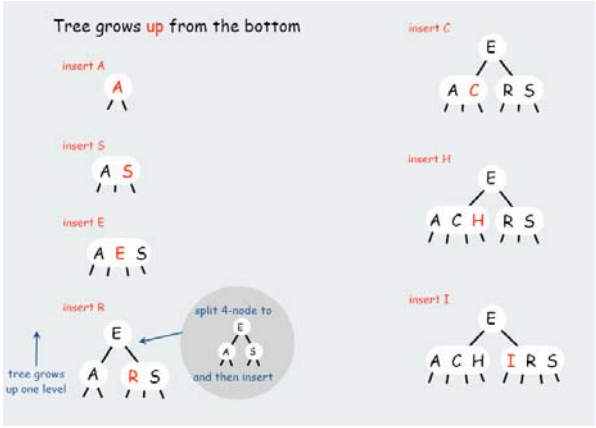



## Phép chuyển đổi

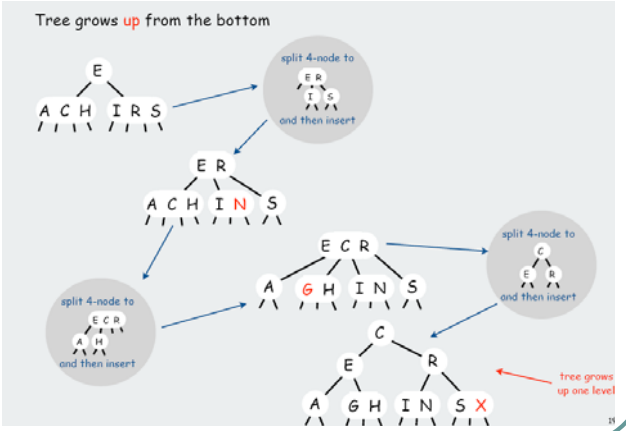
- Các phép chuyển đổi cục bộ cần được áp dụng để giữ cho cây cân bằng.
- Cần chắc chắn rằng phần lớn các nút không phải là 4-node.
- Các phép chuyển đổi để tách 4-nodes:



## Phát triển cây




## Phát triển cây




## Độ phức tạp (Complexity)

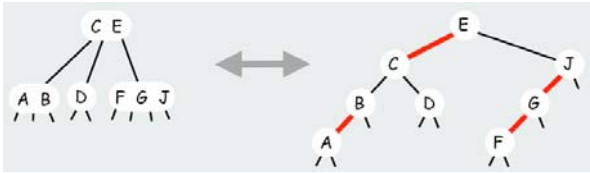
| implementation | guarantee | | | average case | | | ordered iteration? |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | search | insert | delete | search | insert | delete | |
| unordered array | N | N | N | N/2 | N/2 | N/2 | no |
| ordered array | lg N | N | N | lg N | N/2 | N/2 | yes |
| unordered list | N | N | N | N/2 | N | N/2 | no |
| ordered list | N | N | N | N/2 | N/2 | N/2 | yes |
| BST | N | N | N | 1.38 lg N | 1.38 lg N | ? | yes |
| randomized BST | 7 lg N | 7 lg N | 7 lg N | 1.38 lg N | 1.38 lg N | 1.38 lg N | yes |
| 2-3-4 tree | c lg N | c lg N | | c lg N | c lg N | | yes |

- TH xấu nhất: lg N [all 2-nodes]
- TH tốt nhất: log4 N = 1/2 lg N [all 4-nodes]
- Giữa 10 và 20 với 1 triệu nút
- Giữa 15 và 30 với 1 tỉ nút

## Cây đỏ đen (Red-black tree)

- Biểu diễn cây 2-3-4 dưới dạng BST.
- Sử dụng các nhánh trong nghiêng bên trái ( "internal" left-leaning


- Sự tương ứng 1-1 giữa cây 2-3-4 và cây nhánh trong nghiêng trái

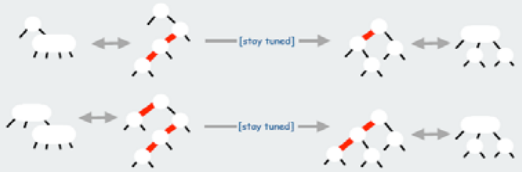


## Cài đặt phép chèn

Basic idea: maintain 1-1 correspondence with 2-3-4 trees

1. If key found on recursive search reset value, as usual
2. If key not found insert a new red node at the bottom


3. Split 4-nodes on the way DOWN the tree.




## Complexity

| implementation | guarantee | | | average case | | | ordered iteration? |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | search | insert | delete | search | insert | delete | |
| unordered array | N | N | N | N/2 | N/2 | N/2 | no |
| ordered array | lg N | N | N | lg N | N/2 | N/2 | yes |
| unordered list | N | N | N | N/2 | N | N/2 | no |
| ordered list | N | N | N | N/2 | N/2 | N/2 | yes |
| BST | N | N | N | 1.38 lg N | 1.38 lg N | ? | yes |
| randomized BST | 7 lg N | 7 lg N | 7 lg N | 1.38 lg N | 1.38 lg N | 1.38 lg N | yes |
| 2-3-4 tree | c lg N | c lg N | | c lg N | c lg N | | yes |
| red-black tree | 3 lg N | 3 lg N | 3 lg N | lg N | lg N | lg N | yes |

## Libfdr

- Libfdr là thư viện có chứa hàm cài đặt của cây đỏ đen trong C
- Tải và biên dịch tại

http://www.cs.utk.edu/~plank/plank/classes/cs360/360/notes/Libfdr/

## Jval datatype

- Biểu diễn kiểu dữ liệu tổng quát

Ví dụ: Dùng Jval để lưu trữ số nguyên

```
Jval j;
j.i = 4;
```

- Jval.h khai báo tập các mẫu (prototypes) cho hàm khởi tạo (constructor functions)

```
extern Jval new_jval_i(int);
extern Jval new_jval_f(float);
extern Jval new_jval_d(double);
extern Jval new_jval_v(void *);
extern Jval new_jval_s(char *);
```

Ví dụ:

```
Jval j = new_jval_i(4);
```

key value dung cay do den

## RB tree routines

- Tạo cây
  - JRB make_jrb();
- Chèn cây
  - JRB jrb_insert_str(JRB tree, char *key, Jval val);
  - JRB jrb_insert_int(JRB tree, int key, Jval val);
  - JRB jrb_insert_dbl(JRB tree, double key, Jval val);
  - JRB jrb_insert_gen(JRB tree, Jval key, Jval val, int (*func)(Jval, Jval));
- Tìm khóa
  - jrb_find_str(), jrb_find_int(), jrb_find_dbl() or jrb_find_gen()

## Bài 1

- Dịch và chạy một số chương trình mẫu (sử dụng libfdr) tại

http://www.cs.utk.edu/~plank/plank/classes/cs360/360/notes/JRB/

## Bài 2

- Sử dụng libfdr để viết chương trình phone book (add, delete, insert, modify phone numbers). Phone book được lưu trong file.