BÀI TẬP CHƯƠNG 1

A. TỰ LUẬN

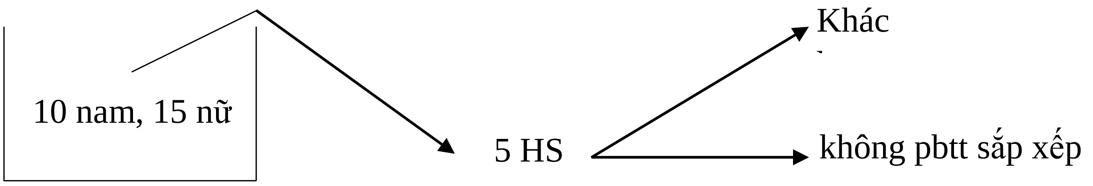
1. Một lớp có 10 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh. Tính xác suất trong các trường hợp sau:

a) Có nhiều nhất 2 nam trong số được chọn.

b) Có ít nhất một học sinh nam được chọn.

c) Chọn được số nam nhiều hơn số nữ.

<u>Giải</u>



Áp dụng công thức tổ hợp. Ta có $n(\Omega)=C_{25}^{5}$

a. Nhiều nhất 2 nam, gồm các trường: 2 nam; 1 nam và không có nam.

Gọi *A* là biến cố chọn được nhiều nhất 2 học sinh nam

$$\Rightarrow P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{C_{10}^{2}C_{15}^{3}}{C_{25}^{5}}+\frac{C_{10}^{1}C_{15}^{4}}{C_{25}^{5}}+\frac{C_{10}^{0}C_{15}^{5}}{C_{25}^{5}}=0.699$$

b. Cách 1:

Gọi *B* là biến cố chọn ít nhất một học sinh nam

=> Gọi $\overline{B}$ là biến cố không có học sinh nam được chọn

Khi đó, $P(B)=1-P(\overline{B})=1-\frac{C_{10}^{0}C_{15}^{5}}{C_{25}^{5}}=0.943$

Cách 2:

$$P(B)=\frac{n(B)}{n(\Omega)}=\frac{C_{10}^{1}C_{15}^{4}}{C_{25}^{5}}+\frac{C_{10}^{2}C_{15}^{3}}{C_{25}^{5}}+\frac{C_{10}^{3}C_{15}^{2}}{C_{25}^{5}}+\frac{C_{10}^{4}C_{15}^{1}}{C_{25}^{5}}+\frac{C_{10}^{5}C_{15}^{0}}{C_{25}^{5}}=0.699$$

c. Gọi *C* là biến cố chọn được số nam nhiều hơn số nữ, gồm các trường hợp: 3 nam và 2 nữ; 4 nam và 1 nữ; 5 nam và 0 có nữ.

$$P(C)=\frac{n(C)}{n(\Omega)}=\frac{C_{10}^{3}C_{15}^{2}}{C_{25}^{5}}+\frac{C_{10}^{4}C_{15}^{1}}{C_{25}^{5}}+\frac{C_{10}^{5}C_{15}^{0}}{C_{25}^{5}}=0.30$$

2. Xếp ngẫu nhiên 3 sinh viên nam và 2 sinh viên nữ vào một hàng ghế có 5 chỗ ngồi. Tính xác suất trong các trường hợp sau:

a) Các sinh viên nam ngồi kề nhau và các sinh viên nữ kề nhau.

b) Hai sinh viên nữ không ngồi kề nhau.

Giải

Phân tích đề: có 3 sinh viên nam và 2 sinh viên nữ → ngồi hàng ghế 5 chỗ ngồi

$\Rightarrow n(\Omega) = 5!$

a. Gọi *A* là biến cố các sinh viên nam ngồi kề nhau và các sinh viên nữ kề nhau

$\Rightarrow P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{3!\times 2!\times 2!}{5!} = 0.2$, trong đó $2!$ là hoán vị giữa nhóm sinh viên nam và sinh viên nữ.

b. Gọi *B* là biến cố hai sinh viên nữ không ngồi kề nhau

$\Rightarrow \overline{B}$ là biến cố hai sinh viên nữ ngồi kề nhau

Khi đó, $P(B) = 1 - P(\overline{B}) = 1 - \dfrac{2!\times 4!}{5!} = 0.6$

Trong đó, + 2 sinh viên nữ ngồi kề nhau: $2!$

+ Sắp nhóm sinh viên nữ và 3 sinh viên nam → 4 sinh viên: $4!$

Cách 2: $P(B) = \dfrac{3!\times 4\times 3}{5!} = 0.6$

Trong đó: + $3!$ số cách xếp chỗ ngồi cho sinh viên nam

+ 4×3 là số cách chỗ ngồi của sinh viên nữ không ngồi kề

3. Thành lập những số điện thoại gồm 6 chữ số. Tính xác suất trong các trường hợp sau:

a) Số điện thoại có các chữ số khác nhau.

b) Số điện thoại có đúng một số 2.

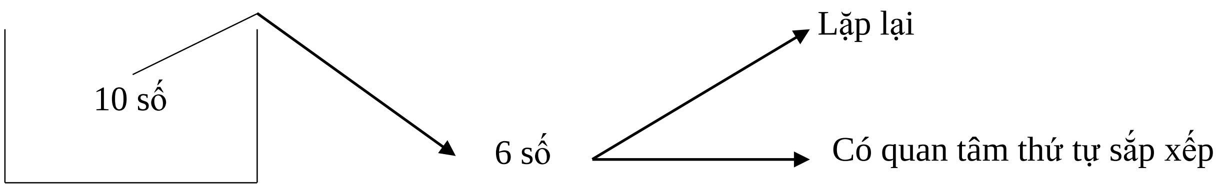
c) Số điện thoại có các chữ số khác nhau trong đó có số 1 và số 2.

d) Số điện thoại có ba số 1 và hai số 2.

e) Số điện thoại có số sau lớn hơn số trước.

Giải

Thành lập những số điện thoại gồm 6 chữ số từ $\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$



Áp dụng chỉnh hợp lặp $\Rightarrow n(\Omega) = B_{10}^{6} = 10^{6}$

a. Gọi *A* là biến cố số điện thoại có các chữ số khác nhau

Do các chữ số khác nhau và có quan tâm đến thứ tự sắp xếp nên sử dụng **Chỉnh hợp không lặp.**

$$\Rightarrow P(A)=\frac{A_{10}^{6}}{B_{10}^{6}}=0.1512$$

b. Gọi *B* là biến cố số điện thoại có đúng một số 2

+ Đúng một số 2 và có 6 cách để chọn vị trí: C_6^1

+ Các số còn lại tùy ý: $B_9^5=9^5$

$$\Rightarrow P(B)=\frac{C_6^1B_9^5}{B_{10}^{6}}=0.3543$$

c. Gọi *C* là biến cố số điện thoại có các chữ số khác nhau trong đó có số 1 và số 2

+ Số vị trí cho số 1: C_6^1; số vị trí cho số 2: C_5^1

+ Các số còn lại là các chữ số khác nhau: A_8^4

$$\Rightarrow P(C)=\frac{C_6^1C_5^1A_8^4}{B_{10}^{6}}=0.504$$

Cách 2: $\Rightarrow P(C)=\frac{A_6^2A_8^4}{B_{10}^{6}}=0.504$, trong đó A_6^2 là số cách chọn vị trí của số 1 và số 2

d. Gọi *D* là biến cố số điện thoại có ba số 1 và hai số 2

+ Có 3 số 1: C_6^3 số cách chọn vị trí; Có 2 số 2: C_3^2 số cách chọn vị trí

+ Còn 1 số tùy ý có: 8 cách.

$$\Rightarrow P(D)=\frac{C_6^3\times C_3^2\times 8}{B_{10}^{6}}=0.00048$$

e. Gọi *E* là biến cố số điện thoại có số sau lớn hơn số trước

+ Số cách chọn được 6 số từ 10 số: C_{10}^6

+ Số cách sắp xếp số sau lớn hơn số trước: 1

$$\Rightarrow P(E)=\frac{C_{10}^6\times 1}{B_{10}^{6}}=0.0002$$

4. Có 10 quyển sách khác nhau, trong đó có 5 quyển sách toán và 5 quyển sách văn. Xếp liên tiếp các quyển sách này lên một kệ sách, tính xác suất trong các trường hợp sau:

a) Hai quyển sách ở hai đầu cùng thể loại.

b) Toán và văn được xếp xen kẽ nhau.

Giải

Ta có: $n(\Omega)=10!$

a. Gọi *A* là biến cố xếp hai quyển sách ở hai đầu cùng thể loại, gồm 2 trường sau:

+ Hai quyển sách toán ở hai đầu: $C_5^2\,2!8!$

+ Hai quyển sách văn ở hai đầu: $C_5^2 2!8!$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{C_5^2 2!8!}{10!} + \frac{C_5^2 2!8!}{10!} = \frac{4}{9}$$

b. Gọi *B* là biến cố quyển sách toán và văn được xếp xen kẽ nhau

+ Sách toán được xếp vị trí lẻ và văn được xếp ở vị trí số chẵn: $5! \times 5!$

+ Ngược lại, sách toán được xếp vị trí chẵn và văn được xếp ở vị trí số lẻ: $5! \times 5!$

$$\Rightarrow P(B) = \frac{5! \times 5!}{10!} + \frac{5! \times 5!}{10!} = \frac{1}{126}$$

5. Xếp ngẫu nhiên 12 hành khách lên 4 toa tàu hỏa. Tính xác suất để:

a) Toa đầu có 3 hành khách.

b) Toa đầu có 6 hành khách, toa thứ hai có 4 hành khách, 2 toa còn lại mỗi toa có 1 hành khách.

c) 1 toa có 5 hành khách và 1 toa khác có 4 hành khách.

Giải

Ta có một hành khách có 4 cách chọn lên tàu hỏa, $n(\Omega) = B_4^{12} = 4^{12}$

a. Gọi *A* là biến cố toa đầu có 3 hành khách

- Cho 3 khách từ 12 khách: C_{12}^3

- Xếp ngẫu nhiên 9 khách còn lại lên 3 toa sau: $B_3^9 = 3^9$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{C_{12}^3 B_3^9}{B_4^{12}} = 0.258$$

b. Gọi *B* là biến cố toa đầu có 6 hành khách, toa thứ hai có 4 hành khách, 2 toa còn lại mỗi toa có 1 hành khách.

- Chọn 6 khách từ 12 khách: C_{12}^6

- Chọn 4 khách từ 6 khách: C_6^4

- Xếp ngẫu nhiên 2 khách lên 2 toa còn lại: $2!$

$$P(B) = \frac{C_{12}^6 C_6^4 \times 2!}{B_4^{12}} = 0.00165$$

c. Gọi *C* là biến cố xếp 1 toa có 5 hành khách và 1 toa khác có 4 hành khách

- Chọn 1 toa từ 4 toa, chọn 5 khách từ 12 khách: $C_4^1 C_{12}^5$

- Chọn 1 toa từ 3 còn lại, chọn 4 khách từ 7 khách: $C_3^1 C_7^4$

- 2 tòa còn lại và 3 khách: B_2^3

$$\Rightarrow P(C)=\frac{C_4^1C_{12}^5\times C_3^1C_7^4\times B_2^3}{B_4^{12}}=0.159$$

6. Ba người chơi bóng rổ, mỗi người ném một quả. Xác suất ném trúng của mỗi người lần lượt là 0,5; 0,6; 0,7. Tính xác suất trong các trường hợp sau:

a) Có 2 người ném trúng rổ.

b) Có ít nhất một người ném trúng rổ.

Giải

a. Gọi A là biến cố có 2 người ném trúng rổ

Gọi A_i là biến cố người thứ I ném trúng rổ

$$\Rightarrow A=A_1A_2\bar{A}_3+A_1\bar{A}_2A_3+\bar{A}_1A_2A_3$$

$$\Rightarrow P(A)=P(A_1)P(A_2)P(\bar{A}_3)+P(A_1)P(\bar{A}_2)P(A_3)+P(\bar{A}_1)P(A_2)P(A_3)$$

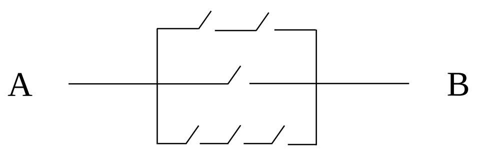
$$=0.5\times0.6\times0.3+0.5\times0.4\times0.7+0.5\times0.6\times0.7=0.44$$

b. Gọi B là biến cố có ít nhất một người ném trúng rổ

$\Rightarrow \bar{B}$ là biến cố không có người ném trúng rổ

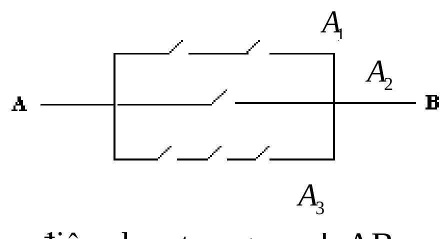
$$\Rightarrow P(B)=1-P(\bar{B})=1-\bar{A}_1\bar{A}_2\bar{A}_3=1-0.5\times0.4\times0.3=0.94$$

7. Cho mạch điện như hình vẽ:



Giả sử tại 1 thời điểm t, mỗi công tắc chỉ có 2 trạng thái đóng và mở với xác suất như nhau. Tính xác suất để tại 1 thời điểm t có dòng điện chạy trong mạch AB. (Giả sử có ít nhất 1 mạch khép kín thì sẽ có điện).

Giải



Gọi A là biến cố có dòng điện chạy trong mạch AB

$\Rightarrow \bar{A}$ là biến cố không có dòng điện chạy qua trong mạch AB

Gọi A_i là biến cố có dòng điện chạy trong mạch thứ i

$$\Rightarrow P(A)=1-P(\bar{A})$$

Ta có:

$$\bar{A}=\bar{A}_1\times\bar{A}_2\times\bar{A}_3\Rightarrow P\left(\bar{A}\right)=P\left(\bar{A}_1\right)\times P\left(\bar{A}_2\right)\times P\left(\bar{A}_3\right)$$

Khi đó:

$$P\left(\bar{A}_1\right)=1-P\left(A_1\right)=1-\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{3}{4}$$

$$P\left(\bar{A}_2\right)=1-P\left(A_2\right)=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$$

$$P\left(\bar{A}_3\right)=1-P\left(A_3\right)=1-\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{7}{8}$$

$$\Rightarrow P\left(A\right)=1-P\left(\bar{A}\right)=1-\frac{3}{4}\times\frac{1}{2}\times\frac{7}{8}=\frac{43}{64}$$

8. Bắn 3 phát súng độc lập vào một chiếc máy bay với xác suất bắn trúng mỗi viên là 0,2. Nếu bắn trúng ít nhất 2 viên máy bay sẽ bị rơi, còn nếu bắn trúng một viên thì xác suất máy bay bị rơi là 80%.

a) Tính xác suất máy bay bị bắn rơi.

b) Nếu máy bay bị bắn rơi, tính xác suất nó bị trúng 1 viên.

Giải

Ta có: $n=3, p=0.2\Rightarrow q=1-p=0.8$. Áp dụng công thức Bernoulli

a. Gọi A là biến cố máy bay bị bắn rơi

Cách 1:

$$P\left(A\right)=P_{3,3}\left(A\right)+P_{3,2}\left(A\right)+P_{3,1}\left(A\right)\times 0.8$$

$$C_3^3 0.2^3 0.8^0+C_3^2 0.2^2 0.8^1+C_3^1 0.2^1 0.8^2\times 0.8=0.4112$$

Cách 2:

Gọi $\bar{A}$ là biến cố máy bay không bị bắn rơi

$$P\left(A\right)=1-P\left(\bar{A}\right)=1-\left[P_{3,1}\left(\bar{A}\right)\times 0.2+P_{3,0}\left(\bar{A}\right)\right]$$

$$=1-C_3^1 0.2^1 0.8^2\times 0.2-C_3^0 0.2^0 0.8^3=0.4112$$

b. Gọi B là biến cố máy báy bị trúng 1 viên

$$P\left(B/A\right)=\frac{P\left(AB\right)}{P\left(A\right)}=\frac{C_3^1 0.2^1 0.8^2\times 0.8}{0.4112}=0.7471$$

9. Người ta thống kê tỷ lệ người bị bệnh phổi trong số người hút thuốc lá là 40% và trong số người không hút thuốc lá là 10%. Giả sử một vùng có 30% người hút thuốc lá. Chọn ngẫu nhiên 1 người của vùng này, ta kiểm tra thấy người này bị bệnh phổi. Theo bạn người này có khả năng thuộc nhóm người hút thuốc lá, hay không hút thuốc lá nhiều hơn.

Giải

Gọi A là biến cố chọn được người bệnh phổi

Gọi H là biến cố chọn được người hút thuốc lá

$\Rightarrow \bar{H}$ là biến cố chọn được người không hút thuốc lá

- Xác suất người bị bệnh phổi:

$$P(A) = P(H)P(A/H) + P(\bar{H})P(A/\bar{H}) = 0.3\times 0.4 + 0.7\times 0.1 = 0.19$$

- Xác suất người bệnh phổi thuộc nhóm người hút thuốc lá:

$$\Rightarrow P(H/A) = \frac{P(HA)}{P(A)} = \frac{P(H)P(A/H)}{P(A)} = \frac{0.3\times 0.4}{0.19} = \frac{12}{19}$$

- Xác suất người bệnh phổi thuộc nhóm người không hút thuốc lá:

$$\Rightarrow P(\bar{H}/A) = \frac{P(\bar{H}A)}{P(A)} = \frac{P(\bar{H})P(A/\bar{H})}{P(A)} = \frac{0.7\times 0.1}{0.19} = \frac{7}{19}$$

Vậy người bị bệnh phổi thuộc nhóm người hút thuốc lá nhiều khả năng hơn nhóm người không hút thuốc lá.

10. Hộp I có 20 bi, trong đó có 5 bi đỏ và 15 bi trắng. Hộp II có 15 bi, trong đó 6 bi đỏ và 9 bi trắng. Lấy ngẫu nhiên 1 bi từ hộp I bỏ sang hộp II, trộn đều, rồi lấy từ hộp II ngẫu nhiên ra 1 bi, tính xác suất được bi đỏ.

Giải

Gọi A là biến cố chọn được bi đỏ từ hộp II.

Lấy bi ở Hộp I có 2 trường hợp:

+ Lấy bi trắng (T_1) bỏ vào Hộp II thì lúc này 16 bi, trong đó 6 bi đỏ và 10 bi trắng

+ Lấy bi đỏ (D_1) bỏ vào Hộp II thì lúc này 16 bi, trong đó 7 bi đỏ và 9 bi trắng

Từ Hộp II lấy ra 1 bi và tính xác suất được bi đỏ

$$P(A) = P(T_1A) + P(D_1A) = P(T_1)P(A/T_1) + P(D_1)P(A/D_1)$$

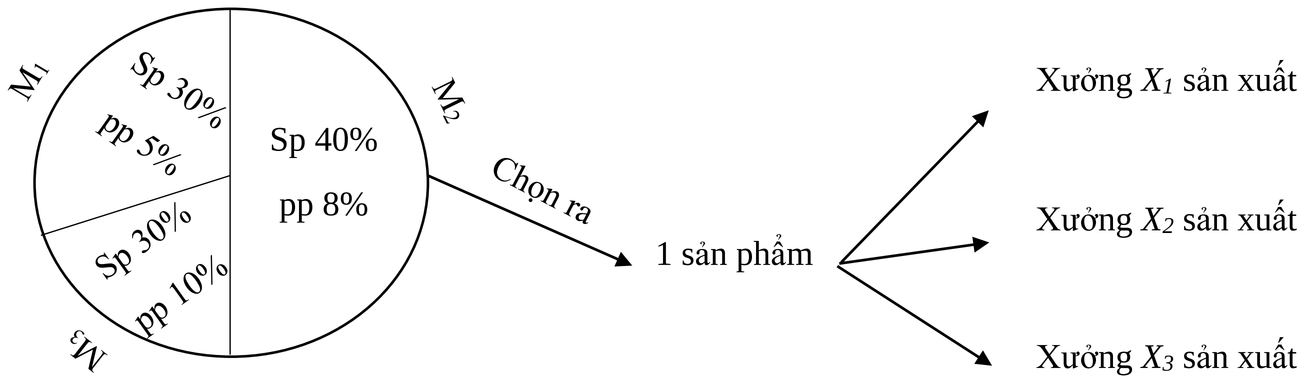
$$= \frac{C_{15}^1}{C_{20}^1}\times\frac{C_6^1}{C_{16}^1} + \frac{C_5^1}{C_{20}^1}\times\frac{C_7^1}{C_{16}^1} = \frac{25}{64}$$

11. Một kho hàng chứa một loại sản phẩm được sản xuất bởi ba phân xưởng. Số sản phẩm của phân xưởng I, II và III trong kho lần lượt là 30, 40 và 30. Tỷ lệ phế phẩm của ba phân xưởng lần lượt là 5%, 8%, 10%.

a) Chọn ngẫu nhiên một sản phẩm trong kho, tính xác suất để sản phẩm lấy ra là phế phẩm.

b) Biết sản phẩm lấy ra là phế phẩm, hỏi khả năng sản phẩm đó thuộc phân xưởng nào sản xuất là cao nhất?

Giải



Ta có,

- Phân xưởng I (X_1) có tỷ lệ sản phẩm đóng góp là 30% và tỷ lệ phế phẩm là 5%
- Phân xưởng II (X_2) có tỷ lệ sản phẩm đóng góp là 40% và tỷ lệ phế phẩm là 8%
- Phân xưởng III (X_3) có tỷ lệ sản phẩm đóng góp là 30% và tỷ lệ phế phẩm là 10%

a) Gọi A là biến cố sản phẩm chọn ra là phế phẩm

Phế phẩm được chọn ra có thể do một trong 3 phân xưởng sản xuất, khi đó:

$$P(A) = P(X_1A) + P(X_2A) + P(X_3A)$$

$$= P(X_1)P(A/X_1) + P(X_2)P(A/X_2) + P(X_3)P(A/X_3)$$

$$= 0.3*0.05 + 0.4*0.08 + 0.3*0.10 = 0.077$$

b) Áp dụng công thức Bayes

$$P(X_1/A) = \frac{P(X_1A)}{P(A)} = \frac{0.3*0.05}{0.077} = \frac{15}{77}$$

$$P(X_2/A) = \frac{P(X_2A)}{P(A)} = \frac{0.4*0.08}{0.077} = \frac{32}{77}$$

$$P(X_3/A) = \frac{P(X_3A)}{P(A)} = \frac{0.3*0.1}{0.077} = \frac{30}{77}$$

Vậy phân xương II là có nhiều khả năng nhất.

12. Một lô hàng đựng cùng một loại sản phẩm do 2 máy sản xuất. Biết rằng số sản phẩm do máy một sản xuất gấp 2 lần số sản phẩm do máy hai sản xuất. Tỷ lệ phế phẩm của máy một là 0,02 và của máy hai là 0,03. Lấy ngẫu nhiên 1 sản phẩm từ lô hàng, giả sử lấy được sản phẩm tốt, tính xác suất để sản phẩm đó do máy hai sản xuất.

Giải

Ta có: Sản phẩm do máy một sản xuất gấp 2 lần số sản phẩm do máy hai sản xuất

$$\Rightarrow M_1 = \frac{2}{3}, M_2 = \frac{1}{3}$$

Ta có,

- Nhà máy I (M_1) có tỷ lệ sản phẩm đóng góp là $\frac{2}{3}$ và tỷ lệ sản phẩm tốt là 0.98

- Nhà máy II (M_2) có tỷ lệ sản phẩm đóng góp là $\frac{1}{3}$ và tỷ lệ phế phẩm là 0.97

Gọi A là biến cố sản phẩm chọn ra là phế phẩm

Phế phẩm được chọn ra có thể do một trong 2 nhà máy sản xuất, khi đó:

$$P(A) = P(M_1A) + P(M_2A)$$

$$= P(M_1)P(A/M_1) + P(M_2)P(A/M_2) = \frac{2}{3} \times 0.98 + \frac{1}{3} \times 0.97 = 0.9767$$

Áp dụng công thức Bayes

$$P(M_2/A) = \frac{P(M_2A)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{3} * 0.97}{0.9767} = 0.3310$$

13. Một vĩ thuốc có 10 viên, trong đó có 2 viên thuốc hỏng. Hai người khách hàng lần lượt đến mua mỗi người 1 viên. Hỏi khả năng chọn được viên thuốc tốt của 2 người có giống nhau không?

<u>Giải</u>

Gọi T_i là biến cố người mua chọn được viên thuốc thứ i

So sánh $P(T_1)$ và $P(T_2)$

- $P(T_1) = \frac{C_8^1}{C_{10}^1} = \frac{4}{5}$

- $P(T_2) = P(T_1T_2) + P(H_1T_2) \ = P(T_1)P(T_2/T_1) + P(H_1)P(T_2/H_1) = \frac{8}{10} \times \frac{7}{9} + \frac{2}{10} \times \frac{8}{9} = \frac{4}{5}$

Vậy $P(T_1) = P(T_2) = \frac{4}{5}$ khả năng chọn được viên thuốc tốt của 2 người là giống nhau.

14. Đề thi trắc nghiệm gồm 10 câu, mỗi câu có 4 đáp án, trong đó có 1 đáp án đúng. Tính xác suất một người làm bài ngẫu nhiên chọn đúng được

a) Ít nhất 8 câu.

b) Ít nhất 1 câu.

<u>Giải</u>

Ta có,

+ Đề thi trắc nghiệm gồm 10 câu nên $n = 10$

+ Mỗi câu có 4 đáp án đúng, chỉ có 1 đáp án đúng nên $p = 0.25$ và $p = 1\text{-}p=0.75$

a. Gọi A là biến cố sinh viên trả lời được ít nhất 8 câu.

Gọi A_i là biến cố sinh viên chọn được i câu

Áp dụng công thức Bernuolli $\Rightarrow P_{n,k}(A) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$

$$P(A) = P_{10,8}(A_8) + P_{10,9}(A_9) + P_{10,10}(A_{10})$$

$$= C_{10}^8 \times 0.25^8 \times 0.75^2 + C_{10}^9 \times 0.25^9 \times 0.75^1 + C_{10}^{10} \times 0.25^{10} \times 0.75^0 = 0.0004$$

b. Gọi B là biến cố sinh viên chọn ít nhất 1 câu

$\Rightarrow \bar{B}$ là biến cố sinh viên không chọn được câu nào

$$\Rightarrow P(B) = 1 - P(\bar{B}) = 1 - P_{10,0}(\bar{B}) = 1 - C_{10}^0 0.25^0 0.75^{10} = 0.9437$$

15. Tỷ lệ phế phẩm của nhà máy là 2%.

a) Chọn ngẫu nhiên 10 sản phẩm của nhà máy, tính xác suất chọn được ít hơn 3 phế phẩm.

b) Phải chọn tối thiểu bao nhiêu sản phẩm để có xác suất chọn được ít nhất 1 phế phẩm không bé hơn 95%.

<u>Giải</u>

a. Gọi A là biến cố chọn được ít hơn 3 phế phẩm

Goi A_i là biến cố chọn được i phế phẩm

Áp dụng công thức Bernuolli $\Rightarrow P_{n,k}(A) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$

$$P(A) = P_{10,0}(A_0) + P_{10,1}(A_1) + P_{10,2}(A_2)$$

$$= C_{10}^0 \times 0.02^0 \times 0.98^{10} + C_{10}^1 \times 0.02^1 \times 0.98^9 + C_{10}^2 \times 0.02^2 \times 0.98^8 = 0.999136$$

b.

- Gọi n là số lượng sản phẩm

- Gọi A là biến cố chọn được ít nhất 1 phế phẩm

$\Rightarrow \bar{A}$ là biến cố không chọn được phế phẩm nào

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) \geq 0.95 \Leftrightarrow 1 - C_n^0 0.02^0 0.98^n \geq 0.95$$

$$\Leftrightarrow 1 - (0.98)^n \geq 0.95$$

$$\Leftrightarrow (0.98)^n \leq 0.05$$

$$\Leftrightarrow n \ln(0.98) \leq \ln(0.05) \Rightarrow n \geq 148.284$$

Vậy phải chọn tối thiểu 149 sản phẩm

BÀI TẬP CHƯƠNG 2

A. TỰ LUẬN

1. Một nhóm có 10 người gồm 6 nam và 4 nữ. Chọn ngẫu nhiên ra 3 người. Gọi *X* là số nữ ở trong nhóm.

a) Lập bảng phân phối xác suất của *X*.

b) Tính *E(X), V(X)* và Mod(*X*).

Giải

a) Lập bảng phân phối xác suất của *X*.

Gọi *X* là số nữ ở trong nhóm.

Bước 1: Xác định tập giá trị của $X \Rightarrow X\left(0;1;2;3\right)$

Bước 2: Tính xác suất

$$P\left(X=0\right)=\frac{C_4^0C_6^3}{C_{10}^3}=\frac{1}{6} \qquad P\left(X=1\right)=\frac{C_4^1C_6^2}{C_{10}^3}=\frac{1}{2}$$

$$P\left(X=2\right)=\frac{C_4^2C_6^1}{C_{10}^3}=\frac{3}{10} \qquad P\left(X=3\right)=\frac{C_4^3C_6^0}{C_{10}^3}=\frac{1}{30}$$

Bước 3: Lập bảng phân phối xác suất

X	0	1	2	3
P	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{30}$

b) Tính *E(X), V(X)* và Mod(*X*)

$$*\ E\left(X\right)=0\times\frac{1}{6}+1\times\frac{1}{2}+2\times\frac{3}{10}+3\times\frac{1}{30}$$

$$E\left(X^2\right)=0^2\times\frac{1}{6}+1^2\times\frac{1}{2}+2^2\times\frac{3}{10}+3^2\times\frac{1}{30}$$

$$*V\left(X\right)=E\left(X^2\right)-\left[E\left(X\right)\right]^2=$$

$$*\ Mod\left(X\right)=1$$

2. Một túi chứa 4 tấm thẻ đỏ và 6 tấm thẻ vàng. Một trò chơi được đặt ra như sau: Chọn ngẫu nhiên 2 tấm thẻ, mỗi tấm thẻ đỏ được 2000 đồng, mỗi tấm thẻ vàng bị mất 1000 đồng.

a) Tìm số tiền có nhiều khả năng được nhất cho mỗi lần chơi.

b) Tìm số tiền trung bình có được cho mỗi lần chơi.

Giải

a) Tìm số tiền có nhiều khả năng được nhất cho mỗi lần chơi.

Gọi *X* là số tiền mà người chơi có được.

Bước 1: Xác định tập giá trị của $X \Rightarrow X\left(-2000;1000;4000\right)$

Bước 2: Tính xác suất

$$P(X=-2000)=\frac{C_6^2C_4^0}{C_{10}^2}=\frac{1}{3} \qquad P(X=1000)=\frac{C_4^1C_6^1}{C_{10}^2}=\frac{8}{15}$$

$$P(X=4000)=\frac{C_4^2C_6^0}{C_{10}^2}=\frac{2}{15}$$

Bước 3: Lập bảng phân phối xác suất

X	*-2000*	*1000*	4000
P	$\frac{1}{3}$	$\frac{8}{15}$	$\frac{2}{15}$

* $Mod(X)=1000$

b) Tìm số tiền trung bình có được cho mỗi lần chơi.

$$E(X)=-2000\times\frac{1}{3}+1000\times\frac{8}{15}+4000\times\frac{2}{15}=400$$

3. Có 2 hộp, mỗi hộp đựng 10 sản phẩm, trong đó số sản phẩm tốt có trong mỗi hộp lần lượt là 8 và 7.

a) Chọn ngẫu nhiên từ mỗi hộp 1 sản phẩm. Tìm luật phân phối xác suất của số sản phẩm tốt chọn được.

b) Chọn ngẫu nhiên một hộp, rồi từ hộp đó lấy ngẫu nhiên 2 sản phẩm. Lập bảng phân phối xác suất của số sản phẩm tốt chọn được.

Giải

a) Chọn ngẫu nhiên từ mỗi hộp 1 sản phẩm. Tìm luật phân phối xác suất của số sản phẩm tốt chọn được

Gọi X là số sản phẩm tốt chọn được

Bước 1: Xác định tập giá trị của $X \Rightarrow X(0;1;2)$

Bước 2: Tính xác suất

$$P(X=0)=P(X_1)\times P(X_2)=\frac{C_2^1.C_8^0}{C_{10}^1}\times\frac{C_3^1.C_7^0}{C_{10}^1}=\frac{3}{50}$$

$$P(X=1)=P(T_1)\times P(X_2)+P(X_1)\times P(T_2)=\frac{C_2^0.C_8^1}{C_{10}^1}\times\frac{C_3^1.C_7^0}{C_{10}^1}+\frac{C_2^1.C_8^0}{C_{10}^1}\times\frac{C_3^0.C_7^1}{C_{10}^1}=\frac{19}{50}$$

$$P(X=2)=P(T_1)\times P(T_2)=\frac{C_2^0.C_8^1}{C_{10}^1}\times\frac{C_3^0.C_7^1}{C_{10}^1}=\frac{28}{50}$$

Bước 3: Lập bảng phân phối xác suất

X	0	1	2
P	$\frac{3}{50}$	$\frac{19}{50}$	$\frac{28}{50}$

b) Chọn ngẫu nhiên một hộp, rồi từ hộp đó lấy ngẫu nhiên 2 sản phẩm. Lập bảng phân phối xác suất của số sản phẩm tốt chọn được.

Gọi *Y* là số sản phẩm tốt chọn được

Bước 1: Xác định tập giá của $X \Rightarrow X(0;1;2)$

Bước 2: Tính xác suất

$$P(X=0)=\frac{1}{2}\times P(H_1)+\frac{1}{2}\times P(H_2)=\frac{1}{2}\times\frac{C_2^2.C_8^0}{C_{10}^2}+\frac{1}{2}\times\frac{C_3^2.C_7^0}{C_{10}^2}=\frac{2}{45}$$

$$P(X=1)=\frac{1}{2}\times P(H_1)+\frac{1}{2}\times P(H_2)=\frac{1}{2}\times\frac{C_2^1.C_8^1}{C_{10}^2}+\frac{1}{2}\times\frac{C_3^1.C_7^1}{C_{10}^2}=\frac{37}{90}$$

$$P(X=2)=\frac{1}{2}\times P(H_1)+\frac{1}{2}\times P(H_2)=\frac{1}{2}\times\frac{C_2^0.C_8^2}{C_{10}^2}+\frac{1}{2}\times\frac{C_3^0.C_7^2}{C_{10}^2}=\frac{49}{90}$$

Bước 3: Lập bảng phân phối xác suất

Y	0	1	2
P	$\frac{2}{45}$	$\frac{37}{90}$	$\frac{49}{90}$

4. Có 2 lô sản phẩm, mỗi lô có 6 sản phẩm với số phế phẩm lần lượt là 2 và 3. Lấy 1 sản phẩm từ lô thứ nhất bỏ qua lô thứ hai, sau đó từ lô thứ 2 lấy ngẫu nhiên ra 2 sản phẩm. Gọi *X* là số phế phẩm trong 2 sản phẩm lấy ra lần thứ hai.

a) Hãy lập bảng phân phối xác suất của *X*.

b) Tính P(*0* < X < 4).

Giải

Gọi $A_i, i=\overline{0,1}$ là biến cố lấy được *i* phế phẩm từ hộp thứ nhất

Gọi $T_j, j=\overline{0,2}$ là biến cố lấy được *j* phế phẩm từ hộp thứ hai

Với *X* là số phế phẩm trong 2 sản phẩm lấy ra ở lần hai

Bước 1: Xác định tập giá trị của $X \Rightarrow X\{0,1,2\}$

Bước 2: Tính xác suất

$$P(X=0)=P(T_0)=P(A_0).P(T_0/A_0)+P(A_1).P(T_0/A_1)=\frac{C_4^1}{C_6^1}.\frac{C_4^2}{C_7^2}+\frac{C_2^1}{C_6^1}.\frac{C_3^2}{C_7^2}=\frac{5}{21}$$

$$P(X=1)=P(T_1)=P(A_1).P(T_1/A_1)+P(A_2).P(T_1/A_2)=\frac{C_4^1}{C_6^1}.\frac{C_4^1.C_3^1}{C_7^2}+\frac{C_2^1}{C_6^1}.\frac{C_3^1.C_4^1}{C_7^2}=\frac{4}{7}$$

$$P(X=2)=P(T_2)=P(A_1).P(T_2/A_1)+P(A_2).P(T_2/A_2)=\frac{C_4^1}{C_6^1}.\frac{C_3^2}{C_7^2}+\frac{C_2^1}{C_6^1}.\frac{C_4^2}{C_7^2}=\frac{4}{21}$$

Bước 3: Lập bảng phân phối xác suất

X	0	1	2
P	$\frac{5}{21}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{4}{21}$

b. $P(0 < X < 4) = P(X = 1) + P(X = 2) = \frac{4}{7} + \frac{4}{21} = \frac{16}{21}$.

5. Cho *X* và *Y* là hai biến ngẫu nhiên độc lập, có bảng phân phối xác suất như sau:

X	-1	0	1
P	0,1	0,3	0,6

X	1	2	3
P	0,2	0,5	0,3

a) Tìm Mod(*X*) + Mod(*Y*).

b) Tính *E(X + 3Y + 1), V(X + 3Y + 1).*

c) Lập bảng phân phối xác suất của X^2, tính *E(*X^2*), V(*X^2*).*

d) Lập bảng phân phối xác suất của $Z = X^2 + Y - 2$.

<u>Giải</u>

a) Tìm Mod(*X*) + Mod(*Y*).

$$Mod(X) + Mod(Y) = 1 + 2 = 3$$

b) Tính *E(X + 3Y + 1), V(X + 3Y + 1).*

$$E(X + 3Y + 1) = E(X) + 3E(Y) + 1 = \left[(-1)\times 0.1 + 0\times 0.3 + 1\times 0.6\right] + 3\times(1\times 0.2 + 2\times 0.5 + 3\times 0.3) + 1 = 7.8$$

$$V(X + 3Y + 1) = V(X) + 9V(Y) = 4.86$$

c) Tìm bảng phân phối xác suất của X^2

$$P(X^2 = 1) = P(X = -1) + P(X = 1) = 0.1 + 0.6 = 0.7$$

$$P(X^2 = 0) = P(X = 0) = 0.3$$

Khi đó, ta có lập bảng phân phối xác suất của X^2

X^2	0	1
P	0,3	0,7

$$E(X^2) = 0\times 0.3 + 1\times 0.7 = 0.7$$

$$E(X^4) = 0^2\times 0.3 + 1^2\times 0.7 = 0.7$$

$$V(X^2) = E(X^4) - \left[E(X^2)\right]^2 = 0.7 - (0.7)^2 = 0.21$$

d) Tìm bảng phân phối xác suất của $Z = X^2 + Y - 2$.

X \ Y	1	2	3
-1	0	1	2
0	-1	0	1
1	0	1	2

Ta có:

$Z = X^2 + Y - 2 = (-1)^2 + 1 - 2 = 0$ $\qquad\qquad$ $Z = X^2 + Y - 2 = (-1)^2 + 2 - 2 = 1$

….

* $P(X^2 + Y - 2 = 0) = P(X = -1)P(Y = 1) + P(X = 1)P(Y = 1) + P(X = 0)P(Y = 2)$
$= 0.1 \times 0.2 + 0.6 \times 0.2 + 0.3 \times 0.5 = 0.29$

* $P(X^2 + Y - 2 = -1) = P(X = 0)P(Y = 1) = 0.3 \times 0.2 = 0.06$

* $P(X^2 + Y - 2 = 1) = P(X = -1)P(Y = 2) + P(X = 0)P(Y = 3) + P(X = 1)P(Y = 2)$
$= 0.1 \times 0.5 + 0.3 \times 0.3 + 0.6 \times 0.5 = 0.44$

* $P(X^2 + Y - 2 = 2) = P(X = -1)P(Y = 3) + P(X = 1)P(Y = 3)$
$= 0.1 \times 0.3 + 0.6 \times 0.3 = 0.21$

Bảng phân phối xác suất:

$Z = X^2 + Y - 2$	-1	0	1	2
P	0.06	0.29	0.44	0.21

6. Cho biến ngẫu nhiên liên tục *X* có hàm mật độ xác suất như sau:

$$f(x) = \begin{cases} kx(1-x) \; khi \; x \in [0;1] \\ 0 \qquad\qquad khi \; x \notin [0;1] \end{cases}$$

a) Tìm hằng số *k*.

b) Tìm *E(X), V(X)*.

c) Tính P(0,4 < *X* < 0,6).

Giải

a) Tìm hằng số *k*.

Từ định nghĩa, ta có $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1 \Leftrightarrow 1 = \int_{-\infty}^{0} f(x)dx + \int_{0}^{1} f(x)dx + \int_{1}^{+\infty} f(x)dx$

b) Tìm *E(X), V(X)*.

Áp dụng công thức tìm *E(X)*

$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx$$

Áp dụng công thức tìm *V(X)*

$$V(E) = E(X^2) - [E(X)]^2$$

Trong đó,

$$E(X^2) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x)dx$$

c) Tính P(0,4 < *X* < 0,6).

Ta có,

$$P(0.4 < X < 0.6) = \int_{0.4}^{0.6} f(x)dx$$

7. Giả sử tuổi thọ của một loại côn trùng là biến ngẫu nhiên *X* (đơn vị là năm) có hàm mật độ xác suất như sau:

$$f(x) = \begin{cases} kx(9-x^2) & khi\ x \in [0;3] \\ 0 & khi\ x \notin [0;3] \end{cases}$$

a) Tìm hằng số *k*.

b) Tìm tuổi thọ trung bình của loại côn trùng này.

c) Tính tỷ lệ côn trùng chết trước khi nó được 1 năm tuổi.

<u>Giải</u>

a) Tìm hằng số *k*.

Từ định nghĩa, ta có $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1 \Leftrightarrow 1 = \int_{-\infty}^{0} f(x)dx + \int_{0}^{3} f(x)dx + \int_{3}^{+\infty} f(x)dx$

b) Tìm tuổi thọ trung bình của loại côn trùng này

Áp dụng công thức tìm *E(X)*

$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx$$

c) Tính tỷ lệ côn trùng chết trước khi nó được 1 năm tuổi.

Ta có,

$$P(X < 1) = \int_{0}^{1} f(x)dx$$

8. Cho hàm mật độ xác suất của biến ngẫu nhiên *X* như sau:

$$f(x) = \begin{cases} k(2-x) & khi\ x \in [0;2] \\ 0 & khi\ x \notin [0;2] \end{cases}$$

a) Tìm hằng số *k*.

b) Tìm hàm phân phối xác suất *F(x)*.

c) Tính *P(1* < X <3*)*.

<u>Giải</u>

a) Tìm hằng số *k*.

Từ định nghĩa, ta có $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1 \Leftrightarrow 1 = \int_{-\infty}^{0} f(x)dx + \int_{0}^{2} f(x)dx + \int_{2}^{+\infty} f(x)dx$

b) Tìm hàm phân phối xác suất *F(x)*

Với $x \le 0: F(x) = P(X < 0) = 0$

$$0 < x \le 2: F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(x)dx = \int_{-\infty}^{0} f(x)dx + \int_{0}^{x} f(x)dx$$

$$= \int_{0}^{x} k(2-x)dx = k\left(2x - \frac{x^2}{2}\right)\Big|_0^x = k\left(2x - \frac{x^2}{2}\right)$$

$x > 2: F(x) = 1$

Vậy

$$F(x) = \begin{cases} 0 & khi \ \ x \le 0 \\ k\left(2x - \dfrac{x^2}{2}\right) & khi \ \ 0 \le x \le 2 \\ 1 & khi \ \ x > 2 \end{cases}$$

c) Tính *P(1* < X <3*).*

Ta có,

$$P(1 < X < 3) = \int_{1}^{3} f(x)dx = \int_{1}^{2} f(x)dx + \int_{2}^{3} f(x)dx$$

9. Tỷ lệ học sinh giỏi của một trường là 30%. Chọn ngẫu nhiên từ trường này 3 học sinh. Gọi *X* là số học sinh giỏi chọn được.

a) Lập bảng phân phối xác suất của *X*.

b) Tìm hàm phân phối xác suất của *X*.

<u>Giải</u>

a) Tìm bảng phân phối xác suất của *X*.

Gọi *X* là số học sinh giỏi chọn được

Bước 1: Xác định tập giá trị của $X \Rightarrow X(0;1;2;3)$

Ta có, $p = 0.3, n = 3$ và có quy luật phân phối Nhị thức $X \sim B(n;p) = B(3;0.3)$

$$\Rightarrow P(X = 0) = C_n^k p^k q^{n-k}$$

Bước 2: Tính xác suất

$P(X = 0) =$ $\qquad$ $P(X = 1) =$

$P(X = 2) =$ $\qquad$ $P(X = 3) =$

Bước 3: Lập bảng phân phối xác suất

X	0	1	2	3
P	0.343	0.441	0.189	0.027

b) Tìm hàm phân phối xác suất của *X*.

Do *X* là đại lượng ngẫu nhiên rời rạc nên

$$F(x) = \sum_{x<x_i} P_i$$

Khi $x \le 0 \quad : F(x) = P(X < 0) = 0$

$0 < x \le 1 : F(x) = p_0 = 0.343$

$2 < x \le 3 : F(x) = p_0 + p_1 + p_2$

$x > 3 \quad : F(x) = p_0 + p_1 + p_2 + p_3 = 1$

Vậy khi đó:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & khi \quad x \le 0 \\ p_0 & khi \quad 0 < x \le 1 \\ p_0 + p_1 & khi \quad 1 < x \le 2 \\ p_0 + p_1 + p_2 & khi \quad 2 < x \le 3 \\ 1 & khi \quad x > 3 \end{cases}$$

10. Tỷ lệ phế phẩm của nhà máy là 20%.

a) Chọn ngẫu nhiên 3 sản phẩm của nhà máy, tính xác suất chọn được duy nhất 1 phế phẩm.

b) Chọn ngẫu nhiên 100 sản phẩm của nhà máy, tính xác suất để chọn được từ 10 đến 40 phế phẩm.

c) Chọn ngẫu nhiên 500 sản phẩm của nhà máy, tính số phế phẩm trung bình chọn được.

<u>Giải</u>

Gọi *X* là số phế phẩm

Khi đó, $p = 0.2 \Rightarrow X \sim B(n;p) \Rightarrow P(X = k) = C_n^k p^k q^{n-k}$

a. Ta có: $n = 3, k = 1 \Rightarrow P(X = 1) = C_3^1 0.2^1 0.8^2$

b. Ta có: $n = 100$ sản phẩm, tính $P(10 \le X \le 40) = C_{100}^{10} 0.2^{10} 0.8^{90} + ... + C_{100}^{40} 0.2^{40} 0.8^{60}$

Khi đó,

Do $n = 100$ đủ lớn và $p = 0.2 \in (0.1;0.9) \Rightarrow X \approx N(np;npq)$

$$\Rightarrow P(m_1 \le X \le m_2) = \varphi\left(\frac{m_2 - np}{\sqrt{npq}}\right) - \varphi\left(\frac{m_1 - np}{\sqrt{npq}}\right)$$

$$P(10 \le X \le 40) = \varphi\left(\frac{40 - 100 \times 0.2}{\sqrt{100 \times 0.2 \times 0.8}}\right) - \varphi\left(\frac{10 - 100 \times 0.2}{\sqrt{100 \times 0.2 \times 0.8}}\right)$$

c. Ta có: $n = 500 \Rightarrow E(X) = np = 500 \times 0.2 = 100$

11.

a) Một hộp đựng 5 sản phẩm, trong đó có 2 phế phẩm. Chọn ngẫu nhiên 3 sản phẩm, tính xác suất để chọn được duy nhất 1 phế phẩm.

b) Một kho hàng chứa 10000 sản phẩm, trong đó có 2000 phế phẩm. Chọn ngẫu nhiên 100 sản phẩm của kho hàng, tính xác suất để chọn được trên 20 phế phẩm.

Giải

Gọi *X* là số phế phẩm được chọn.

a. Ta có: 5sản phẩm trong đó có 2 phế phẩm, chọn ra 3 sản phẩm

$$\Rightarrow P(X=1)=\frac{C_3^2 \times C_2^1}{C_5^3}$$

b. Ta có tỷ lệ phế phẩm $p=\frac{2000}{10000}=0.2 \Rightarrow X \sim B(100;0.2)$

$\Rightarrow P(X=k)=C_n^k p^k q^{n-k}$

Tính xác suất để chọn được trên 20 phế phẩm:

$\Rightarrow P(X>20)=C_{100}^{21}0.2^{21}0.8^{79}+...+C_{100}^{100}0.2^{100}0.8^{0}$

Do $n=100$ đủ lớn và $p=0.2 \in (0.1;0.9) \Rightarrow X \approx N(np;npq)$

$$\Rightarrow P(m_1 \le X \le m_2)=\varphi\left(\frac{m_2-np}{\sqrt{npq}}\right)-\varphi\left(\frac{m_1-np}{\sqrt{npq}}\right)$$

$$P(20<X\le 100)=\varphi\left(\frac{100-100\times 0.2}{\sqrt{100\times 0.2\times 0.8}}\right)-\varphi\left(\frac{20-100\times 0.2}{\sqrt{100\times 0.2\times 0.8}}\right)$$

12. Giả sử xác suất trúng số khi mua mỗi vé là 1%. Mỗi tuần một người mua một vé số. Hỏi phải mua vé số liên tiếp bao nhiêu tuần để có không ít hơn 95% hy vọng trúng số ít nhất một lần.

Giải

Gọi *X* là số lần trúng vé số của người mua vé số

Vậy $p = 0.01$ là tỷ lệ trúng vé số khi mua $\Rightarrow q=1-p$

n là số lần (*hay là số Tuần*) mua vé số

$\Rightarrow X \sim B(n;0.01)$ là phân phối nhị thức $\Rightarrow P(X=k)=C_n^k p^k q^{n-k}$

* Hỏi phải mua vé số liên tiếp bao nhiêu tuần để có không ít hơn 95% hy vọng trúng số ít nhất một lần

- Nghĩa là chúng ta tìm n?

- Không ít hơn 95% hy vọng trúng số ít nhất một lần, nghĩa là $P(X\ge k)\ge 0.95$, k=1

Khi đó,

$$\Rightarrow 1-P(X=0)\ge 0.95$$

$$\Leftrightarrow 1-C_n^0 0.01^0 0.99^n \ge 0.95$$

$$\Leftrightarrow 0.99^n \le 0.05$$

$$\Leftrightarrow n \ge \frac{\ln(0.05)}{\ln(0.99)}=298.072$$

=> Vậy người mua vé số liên tiếp ít nhất 299 tuần.

13. Một mạch điện gồm 1000 bóng đèn mắc song song. Xác suất để mỗi bóng đèn bị hư tại mỗi thời điểm là 0,002. Tính xác suất tại một thời điểm sao cho:

a) Không có bóng đèn nào bị hư.

b) Có nhiều hơn 3 bóng đèn bị hư.

Giải

Gọi X là số bóng đèn bị hư

a. Ta có: $n=1000, p=0.002 \Rightarrow X \sim B(1000;0.002)$

$\Rightarrow P(X=k)=C_n^k p^k q^{n-k}$

Tính: $P(X=0)=C_{1000}^0 0.002^0 0.998^{1000}$

Hay có thể áp dụng công thưc xấp xỉ Nhị thức và Poisson

Ta có $n=1000$ đủ lớn và $p=0.002<0.1 \Rightarrow X \approx P(np)$

$$\Rightarrow P(X=k)=\frac{(np)^k}{k!}e^{-np}$$

Khi đó, $a=np=1000\times 0.002=2$

$$\Rightarrow P(X=0)=\frac{2^0}{0!}e^{-2}$$

b. Tính: $P(X>3)=1-P(X\le 3)$

Áp dụng công thưc xấp xỉ Nhị thức và Poisson

$$P(X>3)=1-P(X\le 3)=P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)$$
$$=\frac{2^0}{0!}e^{-2}+\frac{2^1}{1!}e^{-2}+\frac{2^2}{2!}e^{-2}+\frac{2^3}{3!}e^{-2}$$

14. Tuổi thọ của một loại cô trùng là biến ngẫu nhiên có phân phối mũ với tuổi thọ trung bình là 2.5 năm. Tìm tỷ lệ côn trùng chết trước khi nó được 2 năm tuổi.

15. Điểm kiểm tra trong một lớp đông sinh viên có phân phối chuẩn với điểm trung bình là 72 (thang điểm 100) và độ lệch chuẩn là 10.

a) Tính tỷ lệ sinh viên có điểm kiểm tra trong khoảng (60 - 80).

b) Tính tỷ lệ sinh viên có điểm kiểm tra dưới 55.

c) Sinh viên có điểm kiểm tra sai lệch so với điểm trung bình không vượt quá 5 được xếp vào nhóm I. Tính tỷ lệ sinh viên thuộc nhóm I.

d) Nếu giáo viên muốn giới hạn tỷ lệ sinh viên đạt điểm A trong lớp dưới 20% thì sinh viên đạt điểm A phải có điểm thấp nhất bao nhiêu?

Giải

Phân phối chuẩn, ta có: $\mu=72, \sigma=10 \Rightarrow X \sim N(72;10^2)$

a. Áp dụng công thức $P(a\le X\le b)=\varphi\left(\frac{b-\mu}{\sigma}\right)-\varphi\left(\frac{a-\mu}{\sigma}\right)$

b. Áp dụng công thức: $P(X < a) = 0.5 + \varphi\left(\frac{a-\mu}{\sigma}\right)$

c. Áp dụng công thức: $P(|X-\mu| \le \varepsilon) = 2\varphi\left(\frac{\varepsilon}{\sigma}\right) \Leftrightarrow P(|X-72| \le 5) = 2\varphi\left(\frac{5}{10}\right)$

Hoặc

$$P(a \le X \le b) = \varphi\left(\frac{b-\mu}{\sigma}\right) - \varphi\left(\frac{a-\mu}{\sigma}\right) \Leftrightarrow P(67 \le X \le 77) = \varphi\left(\frac{67-72}{10}\right) - \varphi\left(\frac{77-72}{10}\right)$$

d. Ta có $\mu = 72, \sigma = 10$

Theo đề bài: $P(X \ge a) \le 0.2 \Leftrightarrow 0.5 - \varphi\left(\frac{a-72}{10}\right) < 0.2$

16. Theo số liệu thống kê về tai nạn giao thông ở một khu vực thì người ta thấy tỷ lệ xe máy bị tai nạn là 0.0055 (vụ/ tổng số xe/ năm). Một công ty bán bảo hiểm đề nghị tất cả các chủ xe phải mua bảo hiểm xe máy với số tiền là 110.000/ xe và số tiền bồi thường bảo hiểm trung bình cho một vụ tai nạn là 4.000.000đ. Hỏi kỳ vọng lợi nhuận công ty thu được đối với một hợp đồng bảo hiểm là bao nhiêu biết rằng chi phí cho quản lý và các chi phí khác chiếm 30% số tiền bán bảo hiểm.

Giải

Khi bán bảo hiểm xe máy là 110.000 đồng (*trừ chi phí quản lý và chi phí khác 30%*) thì Công ty thu lợi 77.000 đồng (*lợi nhuận*).

Khi xe máy bị tai nạn giao thông (*xe máy đã mua bảo hiểm*) và Công ty bồi thường là 4.000.000 đồng, khi đó Công ty thua lỗ là 3.923.000 đồng.

Gọi X là lợi nhuận của Công ty khi bán một hợp đồng bảo hiểm

Bước 1: Xác định tập giá trị của X

$$\Rightarrow X = \{-3.923.000; 77.000\}$$

Bước 2: Tính xác suất

$P(X = -3.923.000) = 0.0055$ *(tỷ lệ xe máy bị tai nạn giao thông là 0.0055)*

$P(X = 77.000) = 0.9945$ *(tỷ lệ xe máy không bị tai nạn giao thông là 1-0.0055)*

Bước 3: Lập bảng phân phối xác suất

X	-3.923.00	+77.000
P	0.0055	0.9945

Khi đó, $E(X) = -3.923.000 \times 0.0055 + 77.000 \times 0.9945 = 55000$

Khi bán một hợp đồng thì Công ty thu lợi là 55.000 đồng.

17. Số lỗi trên một mét vuông vải có thể coi là một biến ngẫu nhiên phân bố theo quy luật Poisson. Kiểm tra một lô vải người ta thấy 98% có lỗi, vậy trung bình mỗi mét vuông vải có bao nhiêu lỗi.

Giải

Gọi X là số lỗi có trong mét vuông vải

$$X \sim P(a) \Rightarrow P(X = k) = \frac{a^k}{k!}e^{-a}$$

Ta cần tìm a

Ta có: $P(X \geq 1) = 0.98 \Leftrightarrow 1 - P(X = 0) = 0.98 \Leftrightarrow 1 - \frac{a^0}{0!}e^{-a} = 0.98$

$\Leftrightarrow e^{-a} = 0.02 \Rightarrow a = 3.912$

18. Trong một lít rượu vang có 10^5 con vi khuẩn (giả thiết vi khuẩn phân bố ngẫu nhiên trong rượu có phân phối Poisson). Lấy $1mm^3$ rượu làm thí nghiệm. Tìm:

a) Xác suất trong $1mm^3$ rượu lấy ra không có con vi khuẩn nào.

b) Xác suất trong đó có ít nhất 2 con vi khuẩn.

<u>Giải</u>

Gọi X là số lượng vi khuẩn có trong một lít rượu vang $X \sim P(a) \Rightarrow P(X = k) = \frac{a^k}{k!}e^{-a}$

Trong đó $a = 10^5$

Ta có: 1 lít = 1.000.000 mm^3 và 1 lít thì có $a = 10^5 \Rightarrow a_1 = 0.1$

a. $P(X = 0) = \frac{0.1^0}{0!}e^{-0.1} = 0.905$

b. $P(X \geq 2) = 1 - (P \leq 1) = 1 - [P(X = 0) + P(X = 1)]$

$$= 1 - \left(0.905 + \frac{0.1^1}{1!}e^{-0.1}\right) = 0.005$$

19. Chiều cao của nam giới đã trưởng thành là một biến ngẫu nhiên có phân phối chuẩn $N(160;36)$.

a) Tính xác suất chọn được người nam có chiều cao trong khoảng $(158;162)$.

b) Tìm xác suất để khi chọn ngẫu nhiên 4 nam thì có ít nhất 1 người có chiều cao trong khoảng $(158;162)$.

<u>Giải</u>

Gọi X là chiều cao của nam giới đã trưởng thành.

Khi đó, $X \sim N(160;36)$

a. Áp dụng công thức: $P(a \leq X \leq b) = \varphi\left(\frac{b-\mu}{\sigma}\right) - \varphi\left(\frac{a-\mu}{\sigma}\right)$

b. Do 1 người nam chọn ra có một trong hai trường hợp: thuộc hoặc không thuộc $(158;162)$.

Do đó, $X \sim B(4;0.261) \Rightarrow P(X = k) = C_n^k p^k q^{n-k}$

Tính: $P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - C_4^0 0.261^0 (1 - 0.261)^4$

20. Lãi suất (%) đầu tư vào một dự án được coi như một biến ngẫu nhiên có phân phối chuẩn. Theo đánh giá của ủy ban đầu tư thì với xác suất 0.1587 cho lãi suất cao hơn 20% và với xác suất 0.0228 cho lãi suất cao hơn 25%.

a) Tìm các tham số của phân phối.

b) Vậy khả năng để đầu tư mà không bị lỗ là bao nhiêu?

<u>Giải</u>

Gọi *X* là lãi suất đầu tư vào một dự án

Ta có: $X \sim N(\mu;\sigma)$

a.

- Xác suất 0.1587 cho lãi suất cao hơn 20% $\Rightarrow P(X > 0.2) = 0.1587$

- Xác suất 0.0228 cho lãi suất cao hơn 25% $\Rightarrow P(X > 0.25) = 0.0228$

Vậy ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 0.5 - \varphi\left(\dfrac{0.2-\mu}{\sigma}\right) = 0.1587 \\ 0.5 - \varphi\left(\dfrac{0.25-\mu}{\sigma}\right) = 0.0228 \end{cases}$$

b. Áp dụng công thức: $P(X \geq a) = 0.5 - \varphi\left(\dfrac{a-\mu}{\sigma}\right)$

$$\Rightarrow P(X \geq 0) = 0.5 - \varphi\left(\frac{0-15}{5}\right) = 0.5 + 0.49865 = 0.9987$$

BÀI TẬP CHƯƠNG 4

1. Đo đường kính *X* của một loại chi tiết máy do một máy tiện tự động sản xuất, ta ghi nhận được số liệu như sau:

X(mm)	12,00	12,05	12,10	12,15	12,20	12,25	12,30	12,35	12,40
Số chi tiết	2	3	7	9	10	8	6	5	3

a. Ước lượng đường kính trung bình của chi tiết máy với độ tin cậy 95%.

b. Muốn độ chính xác khi ước lượng đường kính trung bình là 0,02mm thì độ tin cậy của ước lượng là bao nhiêu?

Giải

a. Ước lượng đường kính trung bình của chi tiết máy với độ tin cậy 95%

Độ chính xác: $\varepsilon = z_{1-\frac{\alpha}{2}}.\frac{s}{\sqrt{n}}$

Ta có: $1-\alpha = 0,95 \Leftrightarrow 1-\frac{\alpha}{2} = 0,975 \Leftrightarrow z_{1-\frac{\alpha}{2}} = 1,96$

Từ mẫu: $\overline{x} = 12,207;\ \ s = 0,103$

Khi đó: $\varepsilon = z_{1-\frac{\alpha}{2}}.\frac{s}{\sqrt{n}} = 1,96.\frac{0,103}{\sqrt{53}} = 0,028$

Khoảng ước lượng: $\left(\overline{x}-\varepsilon; \overline{x}+\varepsilon\right) = \left(12,179;\ 12,235\right)$

Vậy khoảng ước lượng đường kính trung bình của chi tiết máy với độ tin cậy 95% là $\left(12,179;\ 12,235\right)$

b. $\varepsilon = 0,02 \Rightarrow 1-\alpha = ?$

Ta có: $\varepsilon = z_{1-\frac{\alpha}{2}}.\frac{s}{\sqrt{n}} \Leftrightarrow z_{1-\frac{\alpha}{2}} = \frac{\varepsilon\sqrt{n}}{s} = \frac{0,02.\sqrt{53}}{0,103} = 1,414 \Leftrightarrow 1-\frac{\alpha}{2} = 0,92 \Leftrightarrow 1-\alpha = 0,84$

Vậy độ tin cậy của ước lượng là 84%.

2. Một loại thuốc mới được đem thử điều trị cho 50 người bị bệnh B, kết quả có 40 người khỏi bệnh.

a. Ước lượng tỷ lệ khỏi bệnh nếu dùng thuốc đó điều trị với độ tin cậy 99%.

b. Nếu ta muốn sai số ước lượng trên không quá 0,02 ở độ tin cậy 95% thì phải quan sát ít nhất bao nhiêu người.

Giải

Ta có: $n = 50$ trong đó có 40 người khỏi bệnh và 10 không khỏi bệnh

a. Ước lượng tỷ lệ khỏi bệnh với độ tin cậy 99%

Độ chính xác: $\varepsilon = z_{1-\frac{\alpha}{2}}.\sqrt{\frac{f\left(1-f\right)}{n}}$

Ta có: $1-\alpha=0,99 \Leftrightarrow 1-\frac{\alpha}{2}=0,995 \Leftrightarrow z_{1-\frac{\alpha}{2}}=2,576$

Từ mẫu: $n=50; \quad f=0,8$

Khi đó: $\varepsilon=z_{1-\frac{\alpha}{2}}.\sqrt{\frac{f(1-f)}{n}}=2,576.\sqrt{\frac{0,8.(1-0,8)}{50}}=0,145$

Khoảng ước lượng: $(f-\varepsilon;f+\varepsilon)=(0,655;0,945)$

Vậy khoảng ước lượng tỷ lệ khỏi bệnh với độ tin cậy 99% là $(65,5\%;94,5\%)$.

b. Ta có: $\varepsilon \le 0.02, f=0.8, 1-\alpha=0.95$ tìm n

Từ công thức sai số ước lượng $\varepsilon=Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{f(1-f)}{n}} \Leftrightarrow Z_{0.975}\sqrt{\frac{0.8\times 0.2}{n}} \le 0.02$

$$\Leftrightarrow n \ge \left(\frac{Z_{0.975}}{0.02}\right)^2 \times 0.8\times 0.2$$

$$\Rightarrow n \ge \left(\frac{1.96}{0.02}\right)^2 \times 0.16 = 1536.64$$

Vậy phải quan sát ít 1537 người.

3. Đo đường kính (đơn vị: mm) của 20 chi tiết do một máy tiện sản xuất, ta được bảng số liệu sau:

Đường kính	247	248	249	250	251	252	253	256	257	258	260
Số chi tiết	2	2	3	5	1	1	2	1	1	1	1

Cho rằng đường kính có phân phối chuẩn.

a. Tìm khoảng ước lượng độ dài trung bình của đường kính chi tiết máy với mức ý nghĩa 0,05.

b. Các chi tiết có đường kính từ 249 mm đến 251 mm được coi là sản phẩm loại A. Với độ tin cậy 95%, tìm khoảng ước lượng của tỷ lệ sản phẩm loại A do máy đó sản xuất.

c. Ước lượng phương sai đường kính chi tiết máy với độ tin cậy 99%.

Giải

a. Ước lượng đường kính trung bình của chi tiết máy với mức ý nghĩa 5%

Độ chính xác: $\varepsilon=t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1).\frac{s}{\sqrt{n}}$

Ta có: $\alpha=0.05 \Rightarrow t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)=t_{0.025}(19)=2.093$

Từ mẫu: $\overline{x}=251,35; \quad s=3,731$

Khi đó: $\varepsilon=t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)\frac{s}{\sqrt{n}}=2.093\frac{3.731}{\sqrt{20}}=1.746$

Khoảng ước lượng: $\left(\overline{x}-\varepsilon;\overline{x}+\varepsilon\right)=$

Vậy khoảng ước lượng đường kính trung bình của chi tiết máy với mức ý nghĩa 5% là $\left(\overline{x}-\varepsilon;\overline{x}+\varepsilon\right)=$.

b. Ước lượng tỷ lệ sản phẩm loại A với độ tin cậy 95%

Độ chính xác: $\varepsilon = z_{1-\frac{\alpha}{2}}.\sqrt{\frac{f(1-f)}{n}}$

Ta có: $1-\alpha = 0,95 \Leftrightarrow 1-\frac{\alpha}{2} = 0,975 \Leftrightarrow z_{1-\frac{\alpha}{2}} = 1,96$

Từ mẫu: $n = 20;\ \ f = 0,45$

Khi đó: $\varepsilon = z_{1-\frac{\alpha}{2}}.\sqrt{\frac{f(1-f)}{n}} = 1,96.\sqrt{\frac{0,45(1-0,45)}{20}}0,218$

Khoảng ước lượng: $\left(f-\varepsilon;f+\varepsilon\right) = \left(0,232;0,668\right)$

Vậy khoảng ước lượng tỷ lệ sản phẩm loại A với độ tin cậy 95% là $\left(23,2\%;66,8\%\right)$.

4. Một nhà nhân chủng học đo chiều cao 100 người đàn ông được chọn ngẫu nhiên tại một địa phương, tính được chiều cao trung bình là 160 cm và phương sai mẫu điều chỉnh là 64 cm^2. Hãy ước lượng chiều cao trung bình của đàn ông tại địa phương đó với độ tin cậy 95%.

Giải

Ước lượng chiều cao trung bình của người đàn ông với độ tin cậy 95%

Độ chính xác: $\varepsilon = z_{1-\frac{\alpha}{2}}.\frac{s}{\sqrt{n}}$

Ta có: $1-\alpha = 0,95 \Leftrightarrow 1-\frac{\alpha}{2} = 0,975 \Leftrightarrow z_{1-\frac{\alpha}{2}} = 1,96$

Từ mẫu: $\overline{x} = 160;\ \ s = 8$

Khi đó: $\varepsilon = z_{1-\frac{\alpha}{2}}.\frac{s}{\sqrt{n}} = 1,96.\frac{8}{\sqrt{100}} = 1,568$

Khoảng ước lượng: $\left(\overline{x}-\varepsilon;\overline{x}+\varepsilon\right) = \left(158,432;161,568\right)$

Vậy khoảng ước lượng chiều cao trung bình của người đàn ông với độ tin cậy 95% là $\left(158,432;161,568\right)$.

5. Theo dõi mức xăng hao phí *X* cho một loại ô tô đi từ A đến B, người ta có bảng số liệu sau:

Mức xăng hao phí (lít)	Số lần đi
(19,0 – 19,5]	2
(19,5 – 20,0]	10
(20,0 – 20,5]	8
(20,5 – 21,0]	5

Biết rằng *X* tuân theo luật phân phối chuẩn. Hãy ước lượng mức hao xăng trung bình của loại ô tô này đi từ A đến B với độ tin cậy 95% trong hai trường hợp:

a. Phương sai chưa biết.

b. Phương sai bằng 4.

Giải

a. Phương sai chưa biết

Độ chính xác: $\varepsilon = t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1).\dfrac{s}{\sqrt{n}}$

Ta có: $\alpha = 0,05 \Leftrightarrow \dfrac{\alpha}{2} = 0,025 \Leftrightarrow t_{0,025}(19) = 2,093$

Từ mẫu: $\bar{x} = 20,07;\ \ s = 0,454$

Khi đó: $\varepsilon = t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1).\dfrac{s}{\sqrt{n}} = 2,093.\dfrac{0,454}{\sqrt{25}} = 0,19$

Khoảng ước lượng: $(\bar{x}-\varepsilon; \bar{x}+\varepsilon) = (19,88;\ 20,26)$

Vậy khoảng ước lượng mức hao xăng trung bình với dộ tin cậy 95% là $(19,88;\ 20,26)$.

b. Phương sai bằng 4

Độ chính xác: $\varepsilon = z_{1-\frac{\alpha}{2}}.\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$

Ta có: $1-\alpha = 0,95 \Leftrightarrow 1-\dfrac{\alpha}{2} = 0,975 \Leftrightarrow z_{1-\frac{\alpha}{2}} = 1,96$

Từ mẫu: $\bar{x} = 20,07;\ \ \sigma = 2$

Khi đó: $\varepsilon = z_{1-\frac{\alpha}{2}}.\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1,96.\dfrac{2}{\sqrt{25}} = 0,784$

Khoảng ước lượng: $(\bar{x}-\varepsilon; \bar{x}+\varepsilon) = (19,286; 20,854)$

Vậy khoảng ước lượng mức hao xăng trung bình với dộ tin cậy 95% là $(19,286; 20,854)$

6. Đem cân một số trái cây vừa thu hoạch ở nông trường, ta được kết quả như sau:

Trọng lượng (gam)	(200–210]	(210–220]	(220–230]	(230–240]	(240–250]
Số trái	12	17	20	18	15

a. Ước lượng trọng lượng trung bình của trái cây ở nông trường ở độ tin cậy 95%.

b. Trái cây có trọng lượng trên 230 gam được xếp vào loại A, Hãy ước lượng tỷ lệ trái cây loại A của nông trường với độ tin cậy 99%.

Giải

a. Ước lượng trọng lượng trung bình của trái cây với độ tin cậy 95%

Độ chính xác: $\varepsilon = z_{1-\frac{\alpha}{2}}.\dfrac{s}{\sqrt{n}}$

Ta có: $1-\alpha = 0,95 \Leftrightarrow 1-\dfrac{\alpha}{2} = 0,975 \Leftrightarrow z_{1-\frac{\alpha}{2}} = 1,96$

Từ mẫu: $\overline{x} = 225,854;\quad s = 13,259$

Khi đó: $\varepsilon = z_{1-\frac{\alpha}{2}}.\dfrac{s}{\sqrt{n}} = 1,96.\dfrac{13,259}{\sqrt{82}} = 2,87$

Khoảng ước lượng: $\left(\overline{x}-\varepsilon;\overline{x}+\varepsilon\right) = \left(222,984;228,724\right)$

Vậy khoảng ước lượng trọng lượng trung bình của trái cây với độ tin cậy 95% là $\left(222,984;228,724\right)$.

b. Ước lượng tỷ lệ trái cây loại A

Độ chính xác: $\varepsilon = z_{1-\frac{\alpha}{2}}.\sqrt{\dfrac{f\left(1-f\right)}{n}}$

Ta có: $1-\alpha = 0,99 \Leftrightarrow 1-\dfrac{\alpha}{2} = 0,995 \Leftrightarrow z_{1-\frac{\alpha}{2}} = 2,576$

Từ mẫu: $n = 82;\quad f = \dfrac{33}{82}$

Khi đó: $\varepsilon = z_{1-\frac{\alpha}{2}}.\sqrt{\dfrac{f\left(1-f\right)}{n}} = 2,576.\sqrt{\dfrac{\frac{33}{82}.\left(1-\frac{33}{82}\right)}{82}} = 0,14$

Khoảng ước lượng: $\left(f-\varepsilon;f+\varepsilon\right) = \left(0,262;0,542\right)$

Vậy khoảng ước lượng tỷ lệ trái cây loại A là $\left(26,2\%;\ 54,2\%\right)$.

7. Muốn biết số cá có trong một hồ lớn, người ta bắt 2000 con, đánh dấu xong thả chúng xuống hồ. Sau đó người ta bắt tiếp 400 con và thấy có 80 con được đánh dấu. Với độ tin cậy 0,95, hãy ước lượng số cá trong hồ.

<u>Giải</u>

*** Ước lượng số cá được đánh dấu trong hồ**

Số cá người ta bắt tiếp 400, trong đó có 80 con được đánh dấu

- Gọi *p* là tỷ lệ số cá được đánh dấu trong hồ.

a) Ta cần ước lượng *p* với độ tin cậy $1-\alpha = 95\% \Leftrightarrow \alpha = 0.05$

Bước 1: Tính *f*

$$\Rightarrow f = \frac{80}{400} = 0.2$$

Bước 2: Tính sai số ước lượng

$$\varepsilon = Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{f\left(1-f\right)}{n}} = Z_{0.975}\sqrt{\frac{f\left(1-f\right)}{n}} = 1.96\sqrt{\frac{0.2\left(1-0.2\right)}{400}} = 0.0392$$

Bước 3: Khoảng ước lượng cần tìm:

$$(f-\varepsilon; f+\varepsilon) = (0.2-0.0392; 0.2+0.0392) = (0.1608; 0.2392) = (16.08\%; 23.92\%)$$

*** Ước lượng số cá trong hồ**

Ta có, số cá được đánh dấu trong hồ là 2000

Gọi N là số cá trong hồ

Khi đó,

+ $\dfrac{2000}{N} = 0.1608 \Rightarrow N = \dfrac{2000}{0.1608} = 12438$

+ $\dfrac{2000}{N} = 0.2392 \Rightarrow N = \dfrac{2000}{0.2392} = 8361$

Vậy khoảng ước số cá trong hồ là $(8361;12438)$

8. Công đoàn nhà trường muốn tìm hiểu xem mức sống của gia đình các cán bộ trong trường ra sao. Người ta đã thống kê thu nhập thêm (ngoài lương) hàng năm của các gia đình ở một khu tập thể. Kết quả được cho trong bảng sau:

Thu nhập (triệu đồng)	<10	[10–12)	[12–14)	[14–16)	[16–18)	[18–20)	≥ 20
Số gia đình	8	10	12	15	20	20	15

a. Với độ tin cậy 95%, hãy ước lượng mức thu nhập trung bình của mỗi gia đình của cán bộ trong trường.

b. Những gia đình có thu nhập thêm trong khoảng 12 đến 16 triệu đồng/năm là những gia đình có thu nhập trung bình, Hãy ước lượng tỷ lệ gia đình các cán bộ trong trường có thu nhập trung bình với độ tin cậy 90%.

c. Trong ước lượng tỷ lệ gia đình có thu nhập trung bình, nếu muốn độ chính xác là 0,1 triệu thì độ tin cậy của ước lượng là bao nhiêu?

<u>Giải</u>

a. Ước lượng mức thu nhập trung bình với độ tin cậy 95%

Độ chính xác: $\varepsilon = z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \dfrac{s}{\sqrt{n}}$

Ta có: $1-\alpha = 0,95 \Leftrightarrow 1-\dfrac{\alpha}{2} = 0,975 \Leftrightarrow z_{1-\frac{\alpha}{2}} = 1,96$

Từ mẫu: $\overline{x} = 15,98;\quad s = 3,679$

Khi đó: $\varepsilon = z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \dfrac{s}{\sqrt{n}} = 1,96.\dfrac{3,679}{\sqrt{100}} = 0,721$

Khoảng ước lượng: $(\overline{x}-\varepsilon; \overline{x}+\varepsilon) = (15,259; 16,701)$

Vậy khoảng ước lượng mức thu nhập trung bình với độ tin cậy 95% là $(15,259;16,701)$

b. Ước lượng tỷ lệ những gia đình có thu nhập trung bình với độ tin cậy 90%

Độ chính xác: $\varepsilon = z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{f(1-f)}{n}}$

Ta có: $1-\alpha = 0,9 \Leftrightarrow 1-\frac{\alpha}{2} = 0,95 \Leftrightarrow z_{1-\frac{\alpha}{2}} = 1,645$

Từ mẫu: $n = 100;\ f = 0.37$

Khi đó: $\varepsilon = z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{f(1-f)}{n}} = 1.645\sqrt{\frac{0.37(1-0.37)}{100}} = 0.079$

Khoảng ước lượng: $(f-\varepsilon; f+\varepsilon) = (0.291; 0.449)$

Vậy khoảng ước lượng tỷ lệ những gia đình có thu nhập trung bình với độ tin cậy 90% là $(38,8\%;\ 55,2\%)$.

c. $\varepsilon = 0,1 \Rightarrow 1-\alpha = ?$

Ta có:

$$\varepsilon = z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{f(1-f)}{n}} \Rightarrow z_{1-\frac{\alpha}{2}} = \varepsilon \sqrt{\frac{n}{f(1-f)}} = 0.1\sqrt{\frac{100}{0.37(1-0.37)}} = 2.071$$

$$\Leftrightarrow 1-\frac{\alpha}{2} = 0.981 \Leftrightarrow 1-\alpha = 0.962$$

Vậy độ tin cậy của ước lượng là 96,2%.

9. Theo dõi số giờ tự học trong một ngày của 1000 sinh viên trong một trường đại học, thu được bảng số liệu:

Số giờ	(1–2]	(2–3]	(3–4]	(4–5]	(5–6]	(6–7]	(7–8]	(8–9]
Số sinh viên	20	100	180	240	260	120	60	20

a. Hãy ước lượng khoảng tin cậy 95% cho số giờ tự học trung bình trong ngày của một sinh viên trong trường.

b. Trong ước lượng trên nếu muốn độ chính xác là 0,5 giờ với độ tin cậy là 99% thì phải quan sát bao nhiêu sinh viên?

c. Những sinh viên có số giờ tự học trong ngày trên 6 giờ được xem là những sinh viên chăm chỉ. Với mức ý nghĩa 2%, hãy ước lượng tỷ lệ sinh viên chăm chỉ của trường.

<u>Giải</u>

a. Ước lượng số giờ tự học trung bình với độ tin cậy 95%

Độ chính xác: $\varepsilon = z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$

Ta có: $1-\alpha=0,95 \Leftrightarrow 1-\dfrac{\alpha}{2}=0,975 \Leftrightarrow z_{1-\frac{\alpha}{2}}=1,96$

Từ mẫu: $\overline{x}=4,82;\;\; s=1,503$

Khi đó: $\varepsilon=z_{1-\frac{\alpha}{2}}.\dfrac{s}{\sqrt{n}}=1,96.\dfrac{1,503}{\sqrt{1000}}=0,093$

Khoảng ước lượng: $\left(\overline{x}-\varepsilon;\overline{x}+\varepsilon\right)=\left(4,727;4,913\right)$

Vậy khoảng ước lượng số giờ tự học trung bình với độ tin cậy 95% là $\left(4,727;4,913\right)$

b. $\varepsilon=0,5;\; 1-\alpha=0,99 \Rightarrow n=?$

Ta có: $\varepsilon=z_{1-\frac{\alpha}{2}}.\dfrac{s}{\sqrt{n}} \Leftrightarrow n=\left(\dfrac{2,576.1,503}{0,5}\right)^2=59,961$

Vì n nguyên dương nên ta cần phải quan sát ít nhất là 60 sinh viên.

c. Ước lượng tỷ lệ sinh viên chăm chỉ với mức ý nghĩa 2%

Độ chính xác: $\varepsilon=z_{1-\frac{\alpha}{2}}.\sqrt{\dfrac{f\left(1-f\right)}{n}}$

Ta có: $\alpha=0,02 \Leftrightarrow 1-\dfrac{\alpha}{2}=0,99 \Leftrightarrow z_{1-\frac{\alpha}{2}}=2,326$

Từ mẫu: $n=1000;\;\; f=0,2$

Khi đó: $\varepsilon=z_{1-\frac{\alpha}{2}}.\sqrt{\dfrac{f\left(1-f\right)}{n}}=2,326..\sqrt{\dfrac{0,2\left(1-0,2\right)}{1000}}=0,029$

Khoảng ước lượng: $\left(f-\varepsilon;f+\varepsilon\right)=\left(0,171;0,229\right)$

Vậy khoảng ước lượng tỷ lệ sinh viên chăm chỉ với mức ý nghĩa 2% là $\left(17,1\%;\ 22,9\%\right)$

10. Tại một khu rừng nguyên sinh, người ta đeo vòng cho 100 con khỉ, Sau một thời gian người ta bắt lại 20 con thì thấy có 4 con đeo vòng. Hãy ước lượng số khỉ trong khu rừng này với độ tin cậy 95%.

<u>Giải</u>

Trước tiên ta ước lượng tỷ lệ khỉ được đeo vòng trong rừng với độ tin cậy 95%

Độ chính xác: $\varepsilon=z_{1-\frac{\alpha}{2}}.\sqrt{\dfrac{f\left(1-f\right)}{n}}$

Ta có: $1-\alpha=0,95 \Leftrightarrow 1-\dfrac{\alpha}{2}=0,975 \Leftrightarrow z_{1-\frac{\alpha}{2}}=1,96$

Từ mẫu: $n=20;\;\; f=0,2$

Khi đó: $\varepsilon = z_{1-\frac{\alpha}{2}}.\sqrt{\frac{f(1-f)}{n}} = 1,96.\sqrt{\frac{0,2(1-0,2)}{20}} = 0,175$

Khoảng ước lượng: $(f-\varepsilon; f+\varepsilon) = (0,025; 0,375)$

Khi đó khoảng ước lượng tỷ lệ số khỉ được đeo vòng trong rừng là $(0,025; 0,375)$.

Vậy khoảng ước lượng số khỉ trong rừng là $\left(\frac{100}{0,375}; \frac{100}{0,025}\right) \approx (266; 4000)$.

BÀI TẬP CHƯƠNG 5

1. Gọi X là số sản phẩm bán ra hằng ngày của một cửa hàng. Khi chưa quảng cáo, hàng ngày cửa hàng này bán được khoảng 320 sản phẩm. Tiến hành quảng cáo và đếm số sản phẩm bán được trong 9 ngày liền thì được trung bình $\overline{x} = 340$ và độ lệch chuẩn mẫu điều chỉnh $s = 10$. Có người cho rằng quảng cáo vô hiệu, Hãy kiểm định giả thiết trên với mức ý nghĩa 0,05.

<u>Giải</u>

Ta có, $m_0 = 320$ sản phẩm, $n = 9, \overline{x} = 340, s = 10$

Phân tích: + Quảng cáo có hiệu quả thì $m > m_0$

+ Quảng cáo không có hiệu quả thì $m \le m_0$

$$\Rightarrow \begin{cases} H: m \le m_0 \\ \overline{H}: m > m_0 \end{cases}$$

2. Được biết nhịp mạch trung bình của nam thanh niên là 72 lần/phút. Kiểm tra 64 thanh niên làm việc trong hầm lò thấy nhịp mạch trung bình là 74 lần/phút và độ lệch chuẩn mẫu điều chỉnh là 9 lần/phút. Hãy xét xem làm việc trong hầm lò có làm tăng nhịp mạch hay không với mức ý nghĩa 0,01.

<u>Giải</u>

Ta có: $m_0 = 72$ lần/ phút, $\overline{x} = 74, n = 64, s = 9$

Phân tích: + Thanh niên tham gia hầm lò làm tăng nhịp mạch: $m > m_0$

+ Thanh niên tham gia hầm lò làm không làm tăng nhịp mạch: $m \le m_0$

$$\Rightarrow \begin{cases} H: m \le m_0 \\ \overline{H}: m > m_0 \end{cases}$$

3. Đo cholesterol (đơn vị mg%) của một nhóm người, ta ghi lại được số liệu sau:

Cholesterol	(150-160]	(160-170]	(170-180]	(180-190]	(190-200]	(200-210]
Số người	3	9	11	3	2	1

a) Tìm khoảng ước lượng cho trung bình cholesterol trong dân số với mức ý nghĩa 0,05.

b) Có tài liệu cho thấy lượng cholesterol trung bình là $m_0 = 175mg\%$. Giá trị này có phù hợp với mẫu quan sát không với mức ý nghĩa 5% .

<u>Giải</u>

a. Ước lượng Trung bình

b. Ta có, $m_0 = 175mg\%, \alpha = 0.05$

- Có phù hợp với mẫu quan sát không $\Rightarrow \begin{cases} H: m = m_0 \\ \overline{H}: m \ne m_0 \end{cases}$

4. Để làm giảm chỉ số mỡ sữa của giống bò Hà Lan thuần chủng, người ta tiến hành lai chúng với giống bò Ấn Độ có chỉ số mỡ sữa ít hơn. Sau khi tiến hành lai, người ta đo chỉ số mỡ sữa của 130 con bò lai Hà-Ấn F_1 ta được bảng số liệu:

Chỉ số mỡ sữa	(3,0-3,6]	(3,6-4,2]	(4,2-4,8]	(4,8-5,4]	(5,4-6,0]	(6,0-6,6]	(6,6-7,2]
Số bò lai	2	8	35	43	22	15	5

Biết rằng chỉ số mỡ sữa trung bình của giống bò Hà Lan thuần chủng là 5,35. Với mức ý nghĩa 0,01, hãy cho biết kết luận về hiệu quả của việc lai giống.

Giải

Ta có, $m_0 = 5.35$

Phân tích: việc lai giống + có hiệu quả: $m < m_0$

+ không hiệu quả: $m \ge m_0$

$$\Rightarrow \begin{cases} H: m \ge m_0 \\ \bar{H}: m < m_0 \end{cases}$$

5. Tỷ lệ bệnh sốt rét ở một tỉnh miền núi là 0,07. Trong lần kiểm tra sức khỏe ngẫu nhiên 1000 người thấy có 86 người bị mắc bệnh sốt rét. Với mức ý nghĩa 0,05 có thể khẳng định tỷ lệ mắc bệnh sốt rét trong vùng đã tăng lên hay không?

Giải

Ta có, $p_0 = 0.07$

Phân tích: Tỷ lệ mắc bệnh sốt rét + tăng lên: $p > p_0$

+ không tăng: $p \le p_0$

$$\Rightarrow \begin{cases} H: p \le p_0 \\ \bar{H}: p > p_0 \end{cases}$$

6. Trong một thùng rác chuyên để đựng chai cũ, người ta chọn ngẫu nhiên 300 chai thì thấy có 83 chai màu trắng.

a) Xác định khoảng tin cậy 95% cho tỷ lệ chai có màu trắng.
b) Với mức ý nghĩa 0,05 có thể cho rằng tỷ lệ chai màu trắng là 25% được không?

Giải

a. Ước lượng tỷ lệ

b. Ta có, $p_0 = 25\%, \alpha = 0.05$

- Có thể cho rằng tỷ lệ chai màu trắng là 25% được không $\Rightarrow \begin{cases} H: p = p_0 \\ \bar{H}: p \ne p_0 \end{cases}$

7. Trước cuộc bầu cử thị trưởng thành phố, người phát ngôn của một ứng cử viên thông báo có 55% cử tri ủng hộ cho ứng cử viên đó. Chọn ngẫu nhiên 200 cử tri để thăm dò ý kiến thì có 102 người cho biết sẽ bỏ phiếu cho ứng cử viên đó. Với mức ý nghĩa 5%, thông báo của người phát ngôn có quá sự thật không?

Giải

Ta có, $p_0 = 55\%$

Phân tích: Việc thông báo của người phát ngôn + quá sự thật: $p < p_0$

+ không quá sự thật: $p \geq p_0$

$$\Rightarrow \begin{cases} H: p \geq p_0 \\ \overline{H}: p < p_0 \end{cases}$$

8. Kiểm định các gói đường loại 1kg trong một siêu thị ta có kết quả:

Khối lượng (kg)	0,95	0,96	0,97	0,99	1,00	1,01	1,03	1,05
Số gói	19	30	32	8	2	3	5	1

a) Với mức ý nghĩa 0,05 có thể kết luận việc đóng gói đảm bảo yêu cầu hay không?

b) Những gói đường có khối lượng nhỏ hơn 1kg là loại A. Nói rằng tỷ lệ gói đường loại A là 90% với độ tin cậy 99% có đúng không?

c) Những gói đường có khối lượng lớn hơn 1kg là loại B. Với độ tin cậy 95% cho rằng khối lượng trung bình của những gói đường loại B là 1,02kg thì có chấp nhân được không?

Giải

a. Ta có, $m_0 = 1kg$

- Có thể kết luận việc đóng gói đảm bảo yêu cầu hay không $\Rightarrow \begin{cases} H: m = m_0 \\ \overline{H}: m \neq m_0 \end{cases}$

b. Ta có, $p_0 = 90\%$

- Tỷ lệ gói đường loại A là 90% với độ tin cậy 99% có đúng không $\Rightarrow \begin{cases} H: p = p_0 \\ \overline{H}: p \neq p_0 \end{cases}$

c. Ta có, $m_0 = 1.02kg$

- Có chấp nhân được không $\Rightarrow \begin{cases} H: m = m_0 \\ \overline{H}: m \neq m_0 \end{cases}$

9. Trọng lượng các bao gạo là biến ngẫu nhiên có phân phối chuẩn $N(50;0,01)$. Có nhiều ý kiến của khách hàng phản ánh trọng lượng các bao gạo bị thiếu, Một thanh tra đã cân ngẫu nhiên 25 bao gạo từ lô hàng bị nghi ngờ. Kết quả nhận được như sau:

Trọng lượng	< 48,5	[48,5– 49)	[49–49,5)	[49,5–50)	[50–50,5)
Số bao gạo	2	5	10	6	2

Với mức ý nghĩa 5%, ý kiến ngi ngờ của khách hàng có đúng không?

Giải

Ta có, $m_0 = 50kg$

+ Trọng lượng của các bao gạo: + Ban đầu: $m \geq 50$

+ Nghi ngờ: $m < 50$

$$\Rightarrow \begin{cases} H: m \geq 50 \\ \overline{H}: m < 50 \end{cases}$$

10. Quan sát trọng lượng của bé trai (X) và bé gái (Y) lúc sơ sinh (đơn vị kg), ta có kết quả sau:

Trọng lượng	(3 – 3,2]	(3,2 – 3,4]	(3,4 – 3,6]	(3,6 – 3,8]	(3,8 – 4,0]
Số bé trai	1	13	18	10	3
Số bé gái	2	10	20	5	1

a) Trọng lượng trung bình của bé trai có lớn hơn của bé gái lúc sơ sinh hay không ? (kết luận với $\alpha = 5\%$)

b) Hãy ước lượng sức nặng trung bình của trẻ sơ sinh ở độ tin cậy 95%.

Giải

a. So sánh hai Trung bình

Gọi m_1, m_2 lần lượt là trọng lượng trung bình của bé Trai và bé Gái sơ sinh.

- Trọng lượng trung bình của bé trai có lớn hơn của bé gái lúc sơ sinh: $m_1 > m_2$

- Ngược lại: $m_1 \le m_2$

$$\Rightarrow \begin{cases} H: m_1 \le m_2 \\ \bar{H}: m_1 > m_2 \end{cases}$$

b. Ước lượng trung bình

11. Khảo sát chiều cao của một loại cây được trồng ở 2 vùng ta có số liệu sau:

Chiều cao (cm)	Số cây vùng A	Số cây vùng B
156	5	10
158	15	10
160	20	15
162	15	20
164	15	15
166	15	15
168	10	5
170	5	5

Với mức ý nghĩa 5%, cho rằng chiều cao trung bình của cây được trồng ở 2 vùng thì bằng nhau thì có đúng không?

Giải

So sánh hai Trung bình

Gọi m_1, m_2 lần lượt là chiều cao trung bình của cây được trồng ở vùng A và vùng B.

- Chiều cao trung bình của cây được trồng ở 2 vùng thì bằng nhau thì có đúng không:

$$\Rightarrow \begin{cases} H: m_1 = m_2 \\ \bar{H}: m_1 \ne m_2 \end{cases}$$

12. Có ý kiến cho rằng tăng giá điện sẽ làm cho người tiêu dùng tiết kiệm điện hơn. Để kiểm tra điều này người ta thống kê mức tiêu dùng điện (KW/giờ) của 14 gia đình trong 1 tháng trước (X) và sau (Y) khi tăng giá điện:

X	200	180	190	180	150	136	100	95	96	110	120	105	160	87
Y	105	175	198	180	146	142	108	88	100	102	115	108	158	90

Với mức ý nghĩa 0,05 có thể khẳng định việc tăng giá điện làm người tiêu dùng tiết kiệm điện hơn không?

Giải

So sánh hai Trung bình

Gọi m_1, m_2 lần lượt là mức điện tiêu thụ điện trung bình của các hộ gia đình trước và sau khi tăng giá điện.

- Việc tăng giá điện nhằm mục đích: Hiệu quả là giảm mức điện tiêu thụ: $m_1 > m_2$

Không hiệu quả: $m_1 \le m_2$

$$\Rightarrow \begin{cases} H: m_1 \le m_2 \\ \bar{H}: m_1 > m_2 \end{cases}$$

13. Theo phương pháp nuôi thứ nhất ta có 12 con gà con bị chết trong một đàn 200 con. Người ta nuôi một đàn đối chứng 100 con theo phương pháp thứ hai thì có 5 con chết. Với $\alpha = 5\%$ có thể kết luận rằng việc nuôi theo phương pháp thứ hai có tỷ lệ gà con bị chết thấp hơn không?

So sánh hai Tỷ lệ

Gọi p_1, p_2 lần lượt là tỷ lệ gà con bị chết của phương pháp thứ nhất và phương pháp thứ 2.

- Thay đổi phương pháp nuôi gà: Hiệu quả là giảm tỷ lệ gà con chết: $p_1 > p_2$

Không hiệu quả: $p_1 \le p_2$

$$\Rightarrow \begin{cases} H: p_1 \le p_2 \\ \bar{H}: p_1 > p_2 \end{cases}$$

14. Giả sử hai lô hàng có rất nhiều sản phẩm. Từ lô I lấy ra 150 sản phẩm thì thấy có 18 sản phẩm hỏng, lô II lấy ngẫu nhiên 250 sản phẩm thì thấy có 20 sản phẩm hỏng. Hỏi chất lượng sản phẩm ở hai lô có như nhau không? Kết luận với $\alpha = 1\%$.

So sánh hai Tỷ lệ

Gọi p_1, p_2 lần lượt là tỷ lệ sản phẩm hỏng của lô thứ I và lô thứ II

+ Như nhau: $p_1 = p_2$ Khác nhau: $p_1 \ne p_2$

$$\Rightarrow \begin{cases} H: p_1 = p_2 \\ \bar{H}: p_1 \ne p_2 \end{cases}$$

15. Khảo sát điểm trung bình 10 học sinh ở học kỳ I và học kỳ II, ta được số liệu:

Học sinh	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
HK I	6,2	8,3	5,4	7,1	8,0	5,3	6,7	7,4	6,7	5,8
HK II	6,5	8,5	5,5	6,6	7,8	6,5	7,0	7,0	7,0	6,2

Với mức ý nghĩa $\alpha = 1\%$, có thể khẳng định điểm trung bình học kỳ II lớn hơn học kỳ I không?

So sánh hai Trung bình

Gọi m_1, m_2 lần lượt là mức điện tiêu thụ điện trung bình của các hộ gia đình trước và sau khi tăng giá điện.

- Học kỳ II lớn hơn học kỳ I: $m_1 < m_2$ Ngược lại: $m_1 \geq m_2$

$$\Rightarrow \begin{cases} H: m_1 \geq m_2 \\ \overline{H}: m_1 < m_2 \end{cases}$$

16. Ta dùng thuốc A để điều trị bệnh B cho 10 người. Bảng sau đây ghi lại nhịp tim/phút của 10 người trước và sau khi dùng thuốc A:

Người	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Trước	65	74	83	85	70	77	65	68	72	81
Sau	74	70	70	75	76	68	74	80	70	87

Thuốc A có làm thay đổi nhịp tim không với mức ý nghĩa $\alpha = 5\%$?

a) Sử dụng phương pháp so sánh cặp.

b) Sử dụng phương pháp kiểm định dấu và hạng có dấu.

17. Một nhà máy báo cáo tỷ lệ 4 nhóm mặt hàng I, II, III và IV của mình lần lượt là 12%, 23%, 60% và 5%. Chọn một số sản phẩm của nhà máy, ta có số liệu như sau:

Nhóm sản phẩm	I	II	III	IV
Số sản phẩm	34	62	100	15

Hỏi báo cáo của nhà máy có đúng không với mức ý nghĩa $\alpha = 5\%$

18. Nhóm máu của một mẫu gồm 500 người lấy từ dân số X như sau:

Nhóm máu	A	B	AB	O
Số người	75	150	15	260

Tỷ lệ nhóm máu A, B, AB, O trong dân số theo hằng số sinh học lần lượt là 0,18, 0,28, 0,05 và 0,49. Nhóm máu của dân số X có phù hợp với quy luật trên không với mức ý nghĩa $\alpha = 5\%$?

19. Kết quả thi môn học chung của sinh viên 3 khoa trong một trường đại học được thể hiện qua mẫu dưới đây:

Kết quả / Khoa	Giỏi	Khá	Trung bình	Kém
A	15	18	20	3
B	6	12	25	7
C	8	15	22	5

Với mức ý nghĩa 5% hãy kiểm tra xem kết quả thi môn học chung có phụ thuộc vào khoa hay không?

20. Một cuộc thăm dò được tiến hành ở Mỹ bởi Viện nghiên cứu xã hội học nổi tiếng Gallup để nghiên cứu mối quan hệ giữa nghề nghiệp của một người với quan niệm của người đó về tiêu chuẩn đạo đức và tính trung thực. Kết quả khảo sát một mẫu ngẫu nhiên gồm 380 người cho ta số liệu sau đây:

Nghề nghiệp	Quan niệm		
	Cao	Trung bình	Thấp
Bác sĩ	53	35	10
Luật sư	24	43	27
Nhà kinh doanh	18	55	20
Nhà chính trị	14	43	38

Với mức ý nghĩa 10%, hãy xác định xem có mối quan hệ giữa nghề nghiệp với quan niệm về tiêu chuẩn đạo đức và tính trung thực hay không?

21. Quan sát trọng lượng (đơn vị kg) trẻ vào lớp 1 tại 3 trường A, B và C của 3 vùng ta có số liệu mẫu sau:

A	B	C
24	21	16
18	26	22
27	32	19
28	25	17

Giả sử phương sai trọng lượng của trẻ ở 3 trường giống nhau. Cho rằng trọng lượng trung bình trẻ vào lớp 1 của 3 trường là như nhau thì có đúng không với mức ý nghĩa 5%. Nếu giả thiết bị bác bỏ, hãy so sánh từng cặp trung bình.

22. Số km đi được nhờ 1 lít xăng của 4 loại xe A, B, C, D được ghi lại trên 5 xe chạy thí nghiệm của mỗi loại như sau:

A	B	C	D
25	28	32	24
23	31	33	24
20	27	30	23
27	28	28	32
20	26	32	22

Giả sử phương sai của số liệu trên mỗi loại xe khác nhau không có ý nghĩa. Với mức ý nghĩa 5%, cho rằng 4 loại xe chạy một quảng đường giống nhau trên 1 lít xăng thì có đúng không? Nếu giả thiết bị bác bỏ hãy so sánh từng cặp trung bình.

23. Trọng lượng (X) của 100 em trai 16 tuổi lấy ngẫu nhiên từ dân số D có phân phối như sau:

X (kg)	≤ 40	40 – 45	45 - 50	50 – 55	55 – 60	60 - 65	≥ 65
Số em	8	11	18	23	20	11	9

Hỏi X có phân phối chuẩn không với mức ý nghĩa 5%.

24. Người ta thí nghiệm đúc một số lớn các sản phẩm bằng gang. Sau đó người ta tiến hành kiểm tra 30 sản phẩm bằng cách đếm số khuyết tật ở mỗi sản phẩm đó. Kết quả cho trong bảng sau:

0	5	4	3	3	5	1	0	4	2	4	1
0	5	4	0	5	0	1	4	4	5	3	2
0	1	2	0	3	4	5	6	4	2	3	3

Dựa vào số liệu này có thể xem số khuyết tật ở một sản phẩm đúc có phân phối Poisson hay không với mức ý nghĩa 5%.

25. Một quản trị Marketing muốn xem xét chi phí bán hàng trung bình trên tháng (đơn vị tính là nghìn đồng) của một sản phẩm điện tử ở ba cửa hàng A, B, C khác nhau. Số liệu của chỉ tiêu trên được thu thập trong một tháng ở 3 cửa hàng này được xếp theo 6 nhóm tuổi người bán như trong bảng sau:

Nhóm tuổi nhân viên	Cửa hang		
	A	B	C
Nhóm 1: < 25 tuổi	25,1	23,9	26,0
Nhóm 2: 25 đến < 35 tuổi	24,7	23,7	25,4
Nhóm 3: 35 đến < 45 tuổi	26,0	24,4	25,8
Nhóm 4: 45 đến < 55 tuổi	24,3	23,3	24,4
Nhóm 5: 55 đến < 65 tuổi	23,9	23,6	24,2
Nhóm 6: > 65 tuổi	24,2	24,5	25,4

Với mức ý nghĩa 1%, kiểm định các giả thiết:

a) Chi phí bán hàng trung bình trên mỗi sản phẩm của các cửa hàng khác nhau đều bằng nhau.

b) Chi phí bán hàng trung bình trên mỗi sản phẩm được thực hiện bởi các nhân viên có độ tuổi khác nhau thì bằng nhau.