

Giảng viên tổng hợp đề: (Chữ ký và Họ tên)	Ngày ra đề: 17/07/2020	Người phê duyệt: (Chữ ký, Chức vụ và Họ tên)	Ngày duyệt đề:
		Trưởng bộ môn: TS. NGUYỄN TIẾN DŨNG	

 TRƯỜNG ĐH BÁCH KHOA – ĐHQG-HCM KHOA KHOA HỌC ỨNG DỤNG	THI CUỐI KỲ		Học kỳ/ năm học		2	2019-2020
			Ngày thi		20/7/2020	
	Môn học	XÁC SUẤT THỐNG KÊ				
	Mã môn học	MT2001				
	Thời lượng	100 phút	Mã đề	1921		
Ghi chú: <ul style="list-style-type: none">- Được sử dụng các bảng tra số không chứa công thức và máy tính bỏ túi.- Không được sử dụng các tài liệu khác.- Các số gần đúng lấy tròn 4 chữ số phần thập phân.- Nộp lại đề thi cùng với bài làm						

Câu hỏi 1 (L.O.2.1): 2 điểm

Có 3 hộp bóng đèn, mỗi hộp có 10 bóng.

Hộp 1 có 8 bóng màu đỏ và 2 bóng màu xanh.

Hộp 2 có 7 bóng màu đỏ và 3 bóng màu xanh.

Hộp 3 có 6 bóng màu đỏ và 4 bóng màu xanh.

Từ mỗi hộp, người ta chọn ra ngẫu nhiên 1 bóng đèn.

- Lập bảng phân phối xác suất của biến ngẫu nhiên X chỉ số bóng đèn màu đỏ trong 3 bóng được lấy ra.
- Biết rằng mỗi bóng đèn màu đỏ có xác suất tốt là 95%, mỗi bóng đèn màu xanh có xác suất tốt là 85%. Nếu trong 3 bóng đã lấy ra có đúng 2 bóng cùng màu thì xác suất cả 2 bóng đó đều tốt là bao nhiêu?

Câu hỏi 2 (L.O.2.1): 2 điểm

Giả thiết thời gian X giữa 2 cuộc điện thoại liên tiếp gọi đến 1 tổng đài là biến ngẫu nhiên có phân phối mũ với trung bình 5 phút.

- Tìm hàm phân phối xác suất của X và tính $P(X > 7)$.
- Nếu biết rằng cuộc gọi gần nhất đã đến cách đây a phút, tìm xác suất trong 4 phút tiếp theo không có cuộc gọi nào đến tổng đài, a là số thực dương bất kỳ.

Câu hỏi 3 (L.O.2.1): 4 điểm

Người ta khảo sát về thời gian dành cho việc tự học của các sinh viên năm hai trong đợt nghỉ học phòng dịch nCoV. Dưới đây là số liệu mẫu thu được:

Thời gian tự học trong 1 tuần (đơn vị: giờ)	0 – 6	6 - 12	12 - 18	18 – 24	24 – 30	30 – 36	36 - 42
Số sinh viên tương ứng	8	32	46	40	25	18	11

- Hãy kiểm định xem có phải thời gian tự học trung bình trong tuần của một sinh viên năm hai là 20 giờ hay không, xét với mức ý nghĩa 4%.
- Có ý kiến cho rằng 25% sinh viên năm hai có thời gian tự học trong 1 tuần từ 30 giờ trở lên. Tỷ lệ này có cao hơn thực tế hay không, hãy kết luận với mức ý nghĩa 5% dựa vào số liệu khảo sát.
- Hãy kiểm định xem thời gian tự học trong một tuần của sinh viên năm hai có tuân theo phân phối chuẩn hay không, xét với mức ý nghĩa 5%.

Câu hỏi 4 (L.O.1.3): 2 điểm

Dưới đây là một mẫu thống kê 2 chiều (X,Y). X là số giờ học môn học A. trong 1 tuần và Y là điểm thi môn A. của sinh viên. Giả thiết X, Y tuân theo phân phối chuẩn.

X (giờ)	3	3	4	2	5	6	3,5	3	6	5,5	5	4,5
Y (điểm)	5	4	6,5	4	8	9	7	6	10	9,5	8,5	7,5

- Tìm khoảng ước lượng cho điểm số trung bình môn học A. của sinh viên, với độ tin cậy 95%.
- Tìm hệ số tương quan mẫu và phương trình hồi quy tuyến tính mẫu Y theo X. Hãy dự đoán điểm thi của một sinh viên có thời gian học môn A. hàng tuần là 4,5 giờ.

--- HẾT---

ĐÁP ÁN

Câu 1: 2 đ (1+ 1)

a) Gọi \mathcal{D}_i là biến cố bóng đèn lấy ra từ hộp thứ i có màu đỏ ; $i = 1,2,3$.

X_i là biến cố bóng đèn lấy ra từ hộp thứ i có màu xanh ; $i = 1,2,3$.

$$P(X=0) = P(X_1 X_2 X_3) = 0,2 \times 0,3 \times 0,4 = 0,024$$

$$P(X=1) = P(\mathcal{D}_1 X_2 X_3 + X_1 \mathcal{D}_2 X_3 + X_1 X_2 \mathcal{D}_3) = \dots = 0,188$$

$$P(X=2) = P(\mathcal{D}_1 \mathcal{D}_2 X_3 + \mathcal{D}_1 X_2 \mathcal{D}_3 + X_1 \mathcal{D}_2 \mathcal{D}_3) = 0,452$$

$$P(X=3) = P(\mathcal{D}_1 \mathcal{D}_2 \mathcal{D}_3) = 0,8 \times 0,7 \times 0,6 = 0,336$$

x_i	0	1	2	3
$P(X = x_i)$	0,024	0,188	0,452	0,336

b) A là biến cố trong 3 bóng đèn có đúng 2 bóng cùng màu.

B là biến cố cả 2 bóng cùng màu đều tốt.

$$\begin{aligned} P(B/A) &= \frac{P(A.B)}{P(A)} = \frac{P[(X=1).B] + P[(X=2).B]}{P(X=1) + P(X=2)} \\ &= \frac{0,188 \times 0,85^2 + 0,452 \times 0,95^2}{0,188 + 0,452} = \frac{0,54376}{0,64} = \frac{6797}{8000} = 0,849625 \end{aligned}$$

Câu 2: 2 đ (1,25 + 0,75)

Gọi X là thời gian giữa 2 cuộc gọi liên tiếp. $X \sim E (\lambda = 1/5 = 0,2)$

a) Hàm mật độ xác suất của X:
$$f(x) = \begin{cases} 0,2 \times e^{-0,2x} & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

Hàm phân phối xác suất của X:
$$F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-0,2x} & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

$$P(X > 7) = 1 - F(7) = e^{-0,2 \times 7} \approx 0,2466$$

b) Xác suất cần tìm:

$$P(X > a+4 | X > a) = \frac{P(X > a+4)}{P(X > a)} = \frac{1 - F(a+4)}{1 - F(a)} = \frac{e^{-0,2 \times (a+4)}}{e^{-0,2 \times a}} = e^{-0,2 \times 4} = 0,4493$$

Câu 3: 4 đ (1 + 1,5 + 1,5)

$$n = 180; \quad \bar{x} = 19,6667 \quad s = 9,3071 \quad s = 9,3331$$

a) H_0 : Thời gian tự học trung bình trong tuần của một sinh viên năm hai bằng 20 giờ.

H_1 : Thời gian tự học trung bình trong tuần của một sinh viên năm hai khác 20 giờ.

$$z_\alpha = 2,05; \text{ Miền bác bỏ } W_\alpha = (-\infty; -2,054) \cup (2,054; +\infty)$$

$$\text{Tckđ: } z_{qs} = \frac{\bar{x} - a_0}{s} \sqrt{n} = \frac{19,6667 - 20}{9,3331} \sqrt{180} = -0,4792$$

Do $z_{qs} \notin W_\alpha$ nên chưa bác bỏ H_0 .

b) Gọi p là tỉ lệ sinh viên có thời gian tự học ít nhất 30 giờ trong tuần ở thực tế.

Cách 1: $H_0: p = 25\%$

$$H_1: p \neq 25\%$$

$$z_\alpha = 1,96;$$

$$\text{Tckđ: } z_o = \frac{f - p_o}{\sqrt{p_o(1-p_o)}} \sqrt{n} = \frac{\frac{29}{180} - 0,25}{\sqrt{0,25(1-0,25)}} \sqrt{180} = -2,7541$$

Do $|z_{qs}| > z_\alpha$ nên bác bỏ H_0 và chấp nhận H_1 .

Đồng thời $f = 29/180 < 0,25$ nên ta xem như tỉ lệ sinh viên trong thực tế học ít nhất 30 giờ trong tuần là thấp hơn 25%.

Cách 2: $H_0: p = 25\%$

$H_1: p < 25\%$

Miền bác bỏ $W_\alpha = (-\infty; -1,645)$

$$\text{Tckđ: } z_{qs} = \frac{f - p_o}{\sqrt{p_o(1-p_o)}} \sqrt{n} = \frac{\frac{29}{180} - 0,25}{\sqrt{0,25(1-0,25)}} \sqrt{180} = -2,7541$$

Do $z_{qs} \in W_\alpha$ nên bác bỏ H_0 và chấp nhận H_1 .

Tỷ lệ sinh viên học ít nhất 5 giờ / 1 ngày là thấp hơn 25%.

c) Kiểm phân phối chuẩn.

$$n = 180; \quad \bar{x} = 19,6667 \quad s^2 = 9,3071 \Rightarrow a \approx \bar{x}; \quad \sigma \approx s^2$$

H_0 : Số giờ tự học trong tuần của 1 sinh viên tuân theo phân phối chuẩn $N(a; \sigma^2)$;

H_1 : Số giờ tự học trong tuần của 1 sinh viên không tuân theo phân phối chuẩn.

Mbb $W_\alpha = (-\infty; -1,645)$						
Khoảng $(\alpha; \beta)$			$O_i = n_i$	$p_i = \Phi\left(\frac{\alpha-a}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\beta-a}{\sigma}\right)$	$E_i = n \cdot p_i$	$\frac{(E_i - O_i)^2}{E_i}$
$-\infty$	---	6	8	0.0710	12.779	1.7874
6	---	12	32	0.1340	24.128	2.5680
12	---	18	46	0.2239	40.301	0.8058
18	---	24	40	0.2503	45.055	0.5672
24	---	30	25	0.1873	33.716	2.2531
30	---	36	18	0.0938	16.885	0.0736
36	---	$+\infty$	11	0.0396	7.134	2.0945
$n =$			180	1	$\chi_{qs} =$	10.1496

Do $z_{qs} \in W_\alpha$ nên bác bỏ H_0 và chấp nhận H_1 .

Cách 2: Chỉ tính đến p_i , không cần tính E_i .
$$\chi_{qs}^2 = \frac{1}{n} \left(\sum_i \frac{n_i^2}{p_i} \right) - n = 10,1496$$

Câu 4: 2 đ (1 + 1)

a) $n=12; \quad \bar{y} = 7,0833; \quad s_y = 2,0431 \quad \varepsilon = t_{\frac{\alpha}{2}, (n-1)} \times \frac{s}{\sqrt{n}} = 2,201 \times \frac{2,0431}{\sqrt{12}} = 1,2981$

Khoảng ước lượng cần tìm có dạng: $(\bar{y} - \varepsilon; \bar{y} + \varepsilon) = (5,7852; 8,3815)$

b) Hệ số tương quan $r = 0,9521$ (cần ghi công thức tính)

Các hệ số hồi quy tt: $B = 1,4713; A = 0,8917$ (cần ghi công thức tính)

Phương trình đường HQT mẫu: $y = A + Bx = 0,8917 + 1,4713 x$

Dự đoán điểm thi của 1 sinh viên dành 4,5 giờ trong tuần học môn A là 7,5125 .