

TABLE • IV Percentage Points $\chi^2_{\alpha,\nu}$ of the Chi-Squared Distribution

1 .00+ .00+ .00+ .00+ .00- .45 2.71 3.84 5.02 6.63 7 2 .01 .02 .05 .10 .21 1.39 4.61 5.99 7.38 9.21 10 3 .07 .11 .22 .35 .58 2.37 6.25 7.81 9.35 11.34 12 4 .21 .30 .48 .71 1.06 3.36 7.78 9.49 11.14 13.28 14 5 .41 .55 .83 1.15 1.61 4.35 9.24 11.07 12.83 15.09 16 6 .68 .87 1.24 1.64 2.20 5.35 10.65 12.59 14.45 16.81 18 7 .99 1.24 1.69 2.17 2.83 6.35 12.02 14.07 16.01 18.48 20 8 1.34 1.65 2.18												
2 .01 .02 .05 .10 .21 1.39 4.61 5.99 7.38 9.21 10 3 .07 .11 .22 .35 .58 2.37 6.25 7.81 9.35 11.34 12 4 .21 .30 .48 .71 1.06 3.36 7.78 9.49 11.14 13.28 14 5 .41 .55 .83 1.15 1.61 4.35 9.24 11.07 12.83 15.09 16 6 .68 .87 1.24 1.64 2.20 5.35 10.65 12.59 14.45 16.81 18 7 .99 1.24 1.69 2.17 2.83 6.35 12.02 14.07 16.01 18.48 20 8 1.34 1.65 2.18 2.73 3.49 7.34 13.36 15.51 17.53 20.09 21 19 1.73 2.09 2.10 3.33	v^{α}	.995	.990	.975	.950	.900	.500	.100	.050	.025	.010	.005
3 .07 .11 .22 .35 .58 2.37 6.25 7.81 9.35 11.34 12 4 .21 .30 .48 .71 1.06 3.36 7.78 9.49 11.14 13.28 14 5 .41 .55 .83 1.15 1.61 4.35 9.24 11.07 12.83 15.09 16 6 .68 .87 1.24 1.64 2.20 5.35 10.65 12.59 14.45 16.81 18 7 .99 1.24 1.69 2.17 2.83 6.35 12.02 14.07 16.01 18.48 20 8 1.34 1.65 2.18 2.73 3.49 7.34 13.36 15.51 17.53 20.09 21 20 3.33 4.17 8.34 14.68 16.92 19.02 21.67 23 10 2.16 2.56 3.25 3.24 4.57 5.58 10	1	.00+	.00+	.00+	.00+	.02	.45	2.71	3.84	5.02	6.63	7.88
4 .21 .30 .48 .71 1.06 3.36 7.78 9.49 11.14 13.28 14 5 .41 .55 .83 1.15 1.61 4.35 9.24 11.07 12.83 15.09 16 6 .68 .87 1.24 1.69 2.17 2.83 6.35 10.65 12.59 14.45 16.81 18 7 .99 1.24 1.69 2.17 2.83 6.35 12.02 14.07 16.01 18.48 20 8 1.34 1.65 2.18 2.73 3.49 7.34 13.36 15.51 17.53 20.09 21.67 23 10 2.16 2.56 3.25 3.94 4.87 9.34 15.99 18.31 20.48 23.21 25 11 2.60 3.05 3.82 4.57 5.58 10.34 17.28 19.68 21.92 24.72 26 12	2	.01	.02	.05	.10	.21	1.39	4.61	5.99	7.38	9.21	10.60
5 .41 .55 .83 1.15 1.61 4.35 9.24 11.07 12.83 15.09 16 6 .68 .87 1.24 1.64 2.20 5.35 10.65 12.59 14.45 16.81 18 7 .99 1.24 1.69 2.17 2.83 6.35 12.02 14.07 16.01 18.48 20 8 1.34 1.65 2.18 2.73 3.49 7.34 13.36 15.51 17.53 20.09 21 9 1.73 2.09 2.70 3.33 4.17 8.34 14.68 16.92 19.02 21.67 23 10 2.16 2.56 3.25 3.94 4.87 9.34 15.99 18.31 20.48 23.21 25 11 2.60 3.05 3.82 4.57 5.58 10.34 17.28 19.68 21.92 24.72 26 12 3.07 3.57	3	.07	.11	.22	.35	.58	2.37	6.25	7.81	9.35	11.34	12.84
6 .68 .87 1.24 1.64 2.20 5.35 10.65 12.59 14.45 16.81 18 7 .99 1.24 1.69 2.17 2.83 6.35 12.02 14.07 16.01 18.48 20 8 1.34 1.65 2.18 2.73 3.49 7.34 13.36 15.51 17.53 20.09 21 9 1.73 2.09 2.70 3.33 4.17 8.34 14.68 16.92 19.02 21.67 23 10 2.16 2.56 3.25 3.94 4.87 9.34 15.99 18.31 20.48 23.21 25 11 2.60 3.05 3.82 4.57 5.58 10.34 17.28 19.68 21.92 24.72 26 12 3.07 3.57 4.40 5.23 6.30 11.34 19.81 22.36 24.72 26 22.2 28 13 3.57 <td>4</td> <td>.21</td> <td>.30</td> <td>.48</td> <td>.71</td> <td>1.06</td> <td>3.36</td> <td>7.78</td> <td>9.49</td> <td>11.14</td> <td>13.28</td> <td>14.86</td>	4	.21	.30	.48	.71	1.06	3.36	7.78	9.49	11.14	13.28	14.86
7 .99 1.24 1.69 2.17 2.83 6.35 12.02 14.07 16.01 18.48 20 8 1.34 1.65 2.18 2.73 3.49 7.34 13.36 15.51 17.53 20.09 21 9 1.73 2.09 2.70 3.33 4.17 8.34 14.68 16.92 19.02 21.67 23 10 2.16 2.56 3.25 3.94 4.87 9.34 15.99 18.31 20.48 23.21 25 11 2.60 3.05 3.82 4.57 5.58 10.34 17.28 19.68 21.92 24.72 26 12 3.07 3.57 4.40 5.23 6.30 11.34 18.55 21.03 23.34 26.22 28 13 3.57 4.11 5.01 5.89 7.04 12.34 19.81 22.36 24.74 27.69 29 14 4.07 4	5	.41	.55	.83	1.15	1.61	4.35	9.24	11.07	12.83	15.09	16.75
8 1.34 1.65 2.18 2.73 3.49 7.34 13.36 15.51 17.53 20.09 21 9 1.73 2.09 2.70 3.33 4.17 8.34 14.68 16.92 19.02 21.67 23 10 2.16 2.56 3.25 3.94 4.87 9.34 15.99 18.31 20.48 23.21 25 11 2.60 3.05 3.82 4.57 5.58 10.34 17.28 19.68 21.92 24.72 26 12 3.07 3.57 4.40 5.23 6.30 11.34 18.55 21.03 23.34 26.22 28 13 3.57 4.11 5.01 5.89 7.04 12.34 19.81 22.36 24.74 27.69 29 14 4.07 4.66 5.63 6.57 7.79 13.34 21.06 23.68 26.12 29.14 31 15 4.60 <t< td=""><td></td><td></td><td>.87</td><td></td><td>1.64</td><td>2.20</td><td></td><td>10.65</td><td>12.59</td><td>14.45</td><td>16.81</td><td>18.55</td></t<>			.87		1.64	2.20		10.65	12.59	14.45	16.81	18.55
9 1.73 2.09 2.70 3.33 4.17 8.34 14.68 16.92 19.02 21.67 23 10 2.16 2.56 3.25 3.94 4.87 9.34 15.99 18.31 20.48 23.21 25 11 2.60 3.05 3.82 4.57 5.58 10.34 17.28 19.68 21.92 24.72 26 12 3.07 3.57 4.40 5.23 6.30 11.34 18.55 21.03 23.34 26.22 28 13 3.57 4.11 5.01 5.89 7.04 12.34 19.81 22.36 24.74 27.69 29 14 4.07 4.66 5.63 6.57 7.79 13.34 21.06 23.68 26.12 29.14 31 15 4.60 5.23 6.27 7.26 8.55 14.34 22.31 25.00 27.49 30.58 32 16 5.14	7	.99	1.24	1.69	2.17	2.83	6.35	12.02	14.07	16.01	18.48	20.28
10 2.16 2.56 3.25 3.94 4.87 9.34 15.99 18.31 20.48 23.21 25 11 2.60 3.05 3.82 4.57 5.58 10.34 17.28 19.68 21.92 24.72 26 12 3.07 3.57 4.40 5.23 6.30 11.34 18.55 21.03 23.34 26.22 28 13 3.57 4.11 5.01 5.89 7.04 12.34 19.81 22.36 24.74 27.69 29 14 4.07 4.66 5.63 6.57 7.79 13.34 21.06 23.68 26.12 29.14 31 15 4.60 5.23 6.27 7.26 8.55 14.34 22.31 25.00 27.49 30.58 32 16 5.14 5.81 6.91 7.96 9.31 15.34 23.54 26.30 28.85 32.00 34 17 5.70		1.34			2.73	3.49		13.36			20.09	21.96
11 2.60 3.05 3.82 4.57 5.58 10.34 17.28 19.68 21.92 24.72 26 12 3.07 3.57 4.40 5.23 6.30 11.34 18.55 21.03 23.34 26.22 28 13 3.57 4.11 5.01 5.89 7.04 12.34 19.81 22.36 24.74 27.69 29 14 4.07 4.66 5.63 6.57 7.79 13.34 21.06 23.68 26.12 29.14 31 15 4.60 5.23 6.27 7.26 8.55 14.34 22.31 25.00 27.49 30.58 32 16 5.14 5.81 6.91 7.96 9.31 15.34 23.54 26.30 28.85 32.00 34 17 5.70 6.41 7.56 8.67 10.09 16.34 24.77 27.59 30.19 33.41 35 18 6.26	9	1.73	2.09		3.33	4.17		14.68	16.92		21.67	23.59
12 3.07 3.57 4.40 5.23 6.30 11.34 18.55 21.03 23.34 26.22 28 13 3.57 4.11 5.01 5.89 7.04 12.34 19.81 22.36 24.74 27.69 29 14 4.07 4.66 5.63 6.57 7.79 13.34 21.06 23.68 26.12 29.14 31 15 4.60 5.23 6.27 7.26 8.55 14.34 22.31 25.00 27.49 30.58 32 16 5.14 5.81 6.91 7.96 9.31 15.34 23.54 26.30 28.85 32.00 34 17 5.70 6.41 7.56 8.67 10.09 16.34 24.77 27.59 30.19 33.41 35 18 6.26 7.01 8.23 9.39 10.87 17.34 25.99 28.87 31.53 34.81 37 19 6.84 7.63	10					4.87	9.34	15.99				25.19
13 3.57 4.11 5.01 5.89 7.04 12.34 19.81 22.36 24.74 27.69 29 14 4.07 4.66 5.63 6.57 7.79 13.34 21.06 23.68 26.12 29.14 31 15 4.60 5.23 6.27 7.26 8.55 14.34 22.31 25.00 27.49 30.58 32 16 5.14 5.81 6.91 7.96 9.31 15.34 23.54 26.30 28.85 32.00 34 17 5.70 6.41 7.56 8.67 10.09 16.34 24.77 27.59 30.19 33.41 35 18 6.26 7.01 8.23 9.39 10.87 17.34 25.99 28.87 31.53 34.81 37 19 6.84 7.63 8.91 10.12 11.65 18.34 27.20 30.14 32.85 36.19 38 20 7.43			3.05		4.57	5.58	10.34	17.28	19.68	21.92		26.76
14 4.07 4.66 5.63 6.57 7.79 13.34 21.06 23.68 26.12 29.14 31 15 4.60 5.23 6.27 7.26 8.55 14.34 22.31 25.00 27.49 30.58 32 16 5.14 5.81 6.91 7.96 9.31 15.34 23.54 26.30 28.85 32.00 34 17 5.70 6.41 7.56 8.67 10.09 16.34 24.77 27.59 30.19 33.41 35 18 6.26 7.01 8.23 9.39 10.87 17.34 25.99 28.87 31.53 34.81 37 19 6.84 7.63 8.91 10.12 11.65 18.34 27.20 30.14 32.85 36.19 38 20 7.43 8.26 9.59 10.85 12.44 19.34 28.41 31.41 34.17 37.57 40 21 8.03						6.30		18.55				28.30
15 4.60 5.23 6.27 7.26 8.55 14.34 22.31 25.00 27.49 30.58 32 16 5.14 5.81 6.91 7.96 9.31 15.34 23.54 26.30 28.85 32.00 34 17 5.70 6.41 7.56 8.67 10.09 16.34 24.77 27.59 30.19 33.41 35 18 6.26 7.01 8.23 9.39 10.87 17.34 25.99 28.87 31.53 34.81 37 19 6.84 7.63 8.91 10.12 11.65 18.34 27.20 30.14 32.85 36.19 38 20 7.43 8.26 9.59 10.85 12.44 19.34 28.41 31.41 34.17 37.57 40 21 8.03 8.90 10.28 11.59 13.24 20.34 29.62 32.67 35.48 38.93 41 22 8.64 </td <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td>19.81</td> <td>22.36</td> <td></td> <td>27.69</td> <td>29.82</td>								19.81	22.36		27.69	29.82
16 5.14 5.81 6.91 7.96 9.31 15.34 23.54 26.30 28.85 32.00 34 17 5.70 6.41 7.56 8.67 10.09 16.34 24.77 27.59 30.19 33.41 35 18 6.26 7.01 8.23 9.39 10.87 17.34 25.99 28.87 31.53 34.81 37 19 6.84 7.63 8.91 10.12 11.65 18.34 27.20 30.14 32.85 36.19 38 20 7.43 8.26 9.59 10.85 12.44 19.34 28.41 31.41 34.17 37.57 40 21 8.03 8.90 10.28 11.59 13.24 20.34 29.62 32.67 35.48 38.93 41 22 8.64 9.54 10.98 12.34 14.04 21.34 30.81 33.92 36.78 40.29 42 23 9.2												31.32
17 5.70 6.41 7.56 8.67 10.09 16.34 24.77 27.59 30.19 33.41 35 18 6.26 7.01 8.23 9.39 10.87 17.34 25.99 28.87 31.53 34.81 37 19 6.84 7.63 8.91 10.12 11.65 18.34 27.20 30.14 32.85 36.19 38 20 7.43 8.26 9.59 10.85 12.44 19.34 28.41 31.41 34.17 37.57 40 21 8.03 8.90 10.28 11.59 13.24 20.34 29.62 32.67 35.48 38.93 41 22 8.64 9.54 10.98 12.34 14.04 21.34 30.81 33.92 36.78 40.29 42 23 9.26 10.20 11.69 13.09 14.85 22.34 32.01 35.17 38.08 41.64 44 24 9.89 10.86 12.40 13.85 15.66 23.34 33.20 36.42												32.80
18 6.26 7.01 8.23 9.39 10.87 17.34 25.99 28.87 31.53 34.81 37 19 6.84 7.63 8.91 10.12 11.65 18.34 27.20 30.14 32.85 36.19 38 20 7.43 8.26 9.59 10.85 12.44 19.34 28.41 31.41 34.17 37.57 40 21 8.03 8.90 10.28 11.59 13.24 20.34 29.62 32.67 35.48 38.93 41 22 8.64 9.54 10.98 12.34 14.04 21.34 30.81 33.92 36.78 40.29 42 23 9.26 10.20 11.69 13.09 14.85 22.34 32.01 35.17 38.08 41.64 44 24 9.89 10.86 12.40 13.85 15.66 23.34 33.20 36.42 39.36 42.98 45 25	16				7.96	9.31					32.00	34.27
19 6.84 7.63 8.91 10.12 11.65 18.34 27.20 30.14 32.85 36.19 38 20 7.43 8.26 9.59 10.85 12.44 19.34 28.41 31.41 34.17 37.57 40 21 8.03 8.90 10.28 11.59 13.24 20.34 29.62 32.67 35.48 38.93 41 22 8.64 9.54 10.98 12.34 14.04 21.34 30.81 33.92 36.78 40.29 42 23 9.26 10.20 11.69 13.09 14.85 22.34 32.01 35.17 38.08 41.64 44 24 9.89 10.86 12.40 13.85 15.66 23.34 33.20 36.42 39.36 42.98 45 25 10.52 11.52 13.12 14.61 16.47 24.34 34.28 37.65 40.65 44.31 46 26 11.16 12.20 13.84 15.38 17.29 25.34 35.56 38.89 </td <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td>10.09</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td>35.72</td>						10.09						35.72
20 7.43 8.26 9.59 10.85 12.44 19.34 28.41 31.41 34.17 37.57 40 21 8.03 8.90 10.28 11.59 13.24 20.34 29.62 32.67 35.48 38.93 41 22 8.64 9.54 10.98 12.34 14.04 21.34 30.81 33.92 36.78 40.29 42 23 9.26 10.20 11.69 13.09 14.85 22.34 32.01 35.17 38.08 41.64 44 24 9.89 10.86 12.40 13.85 15.66 23.34 33.20 36.42 39.36 42.98 45 25 10.52 11.52 13.12 14.61 16.47 24.34 34.28 37.65 40.65 44.31 46 26 11.16 12.20 13.84 15.38 17.29 25.34 35.56 38.89 41.92 45.64 48 27 11.81 12.88 14.57 16.15 18.11 26.34 36.74 40.1												37.16
21 8.03 8.90 10.28 11.59 13.24 20.34 29.62 32.67 35.48 38.93 41 22 8.64 9.54 10.98 12.34 14.04 21.34 30.81 33.92 36.78 40.29 42 23 9.26 10.20 11.69 13.09 14.85 22.34 32.01 35.17 38.08 41.64 44 24 9.89 10.86 12.40 13.85 15.66 23.34 33.20 36.42 39.36 42.98 45 25 10.52 11.52 13.12 14.61 16.47 24.34 34.28 37.65 40.65 44.31 46 26 11.16 12.20 13.84 15.38 17.29 25.34 35.56 38.89 41.92 45.64 48 27 11.81 12.88 14.57 16.15 18.11 26.34 36.74 40.11 43.19 46.96 49 28 12.46 13.57 15.31 16.93 18.94 27.34 37.92 4												38.58
22 8.64 9.54 10.98 12.34 14.04 21.34 30.81 33.92 36.78 40.29 42 23 9.26 10.20 11.69 13.09 14.85 22.34 32.01 35.17 38.08 41.64 44 24 9.89 10.86 12.40 13.85 15.66 23.34 33.20 36.42 39.36 42.98 45 25 10.52 11.52 13.12 14.61 16.47 24.34 34.28 37.65 40.65 44.31 46 26 11.16 12.20 13.84 15.38 17.29 25.34 35.56 38.89 41.92 45.64 48 27 11.81 12.88 14.57 16.15 18.11 26.34 36.74 40.11 43.19 46.96 49 28 12.46 13.57 15.31 16.93 18.94 27.34 37.92 41.34 44.46 48.28 50 29 13.12 14.26 16.05 17.71 19.77 28.34 39.09 42.56 45.72 49.59 52 30 13.79 14.95 16.79 18.49 20.60 29.34 40.26 </td <td></td> <td>40.00</td>												40.00
23 9.26 10.20 11.69 13.09 14.85 22.34 32.01 35.17 38.08 41.64 44 24 9.89 10.86 12.40 13.85 15.66 23.34 33.20 36.42 39.36 42.98 45 25 10.52 11.52 13.12 14.61 16.47 24.34 34.28 37.65 40.65 44.31 46 26 11.16 12.20 13.84 15.38 17.29 25.34 35.56 38.89 41.92 45.64 48 27 11.81 12.88 14.57 16.15 18.11 26.34 36.74 40.11 43.19 46.96 49 28 12.46 13.57 15.31 16.93 18.94 27.34 37.92 41.34 44.46 48.28 50 29 13.12 14.26 16.05 17.71 19.77 28.34 39.09 42.56 45.72 49.59 52 30 13.79 14.95 16.79 18.49 20.60 29.34 40.26 43.77 46.98 50.89 53 40 20.71 22.16 24.43 26.51 29.05 39.34 51.81												41.40
24 9.89 10.86 12.40 13.85 15.66 23.34 33.20 36.42 39.36 42.98 45 25 10.52 11.52 13.12 14.61 16.47 24.34 34.28 37.65 40.65 44.31 46 26 11.16 12.20 13.84 15.38 17.29 25.34 35.56 38.89 41.92 45.64 48 27 11.81 12.88 14.57 16.15 18.11 26.34 36.74 40.11 43.19 46.96 49 28 12.46 13.57 15.31 16.93 18.94 27.34 37.92 41.34 44.46 48.28 50 29 13.12 14.26 16.05 17.71 19.77 28.34 39.09 42.56 45.72 49.59 52 30 13.79 14.95 16.79 18.49 20.60 29.34 40.26 43.77 46.98 50.89 53 40 20.71 22.16 24.43 26.51 29.05 39.34 51.81 55.76 59.34 63.69 66												42.80
25 10.52 11.52 13.12 14.61 16.47 24.34 34.28 37.65 40.65 44.31 46 26 11.16 12.20 13.84 15.38 17.29 25.34 35.56 38.89 41.92 45.64 48 27 11.81 12.88 14.57 16.15 18.11 26.34 36.74 40.11 43.19 46.96 49 28 12.46 13.57 15.31 16.93 18.94 27.34 37.92 41.34 44.46 48.28 50 29 13.12 14.26 16.05 17.71 19.77 28.34 39.09 42.56 45.72 49.59 52 30 13.79 14.95 16.79 18.49 20.60 29.34 40.26 43.77 46.98 50.89 53 40 20.71 22.16 24.43 26.51 29.05 39.34 51.81 55.76 59.34 63.69 66												44.18
26 11.16 12.20 13.84 15.38 17.29 25.34 35.56 38.89 41.92 45.64 48 27 11.81 12.88 14.57 16.15 18.11 26.34 36.74 40.11 43.19 46.96 49 28 12.46 13.57 15.31 16.93 18.94 27.34 37.92 41.34 44.46 48.28 50 29 13.12 14.26 16.05 17.71 19.77 28.34 39.09 42.56 45.72 49.59 52 30 13.79 14.95 16.79 18.49 20.60 29.34 40.26 43.77 46.98 50.89 53 40 20.71 22.16 24.43 26.51 29.05 39.34 51.81 55.76 59.34 63.69 66												45.56
27 11.81 12.88 14.57 16.15 18.11 26.34 36.74 40.11 43.19 46.96 49 28 12.46 13.57 15.31 16.93 18.94 27.34 37.92 41.34 44.46 48.28 50 29 13.12 14.26 16.05 17.71 19.77 28.34 39.09 42.56 45.72 49.59 52 30 13.79 14.95 16.79 18.49 20.60 29.34 40.26 43.77 46.98 50.89 53 40 20.71 22.16 24.43 26.51 29.05 39.34 51.81 55.76 59.34 63.69 66												46.93
28 12.46 13.57 15.31 16.93 18.94 27.34 37.92 41.34 44.46 48.28 50 29 13.12 14.26 16.05 17.71 19.77 28.34 39.09 42.56 45.72 49.59 52 30 13.79 14.95 16.79 18.49 20.60 29.34 40.26 43.77 46.98 50.89 53 40 20.71 22.16 24.43 26.51 29.05 39.34 51.81 55.76 59.34 63.69 66												48.29
29 13.12 14.26 16.05 17.71 19.77 28.34 39.09 42.56 45.72 49.59 52 30 13.79 14.95 16.79 18.49 20.60 29.34 40.26 43.77 46.98 50.89 53 40 20.71 22.16 24.43 26.51 29.05 39.34 51.81 55.76 59.34 63.69 66												49.65
30 13.79 14.95 16.79 18.49 20.60 29.34 40.26 43.77 46.98 50.89 53 40 20.71 22.16 24.43 26.51 29.05 39.34 51.81 55.76 59.34 63.69 66												50.99
40 20.71 22.16 24.43 26.51 29.05 39.34 51.81 55.76 59.34 63.69 66												52.34
												53.67
50 27.99 29.71 32.36 34.76 37.69 49.33 63.17 67.50 71.42 76.15 79												66.77
												79.49
												91.95
												104.22
												116.32
												128.30
100 67.33 70.06 74.22 77.93 82.36 99.33 118.50 124.34 129.56 135.81 140	100	67.33	70.06	74.22	77.93	82.36	99.33	118.50	124.34	129.56	135.81	140.17

v = degrees of freedom.