


Giảng viên tổng hợp đề: (Chữ ký và Họ tên) PGS.TS. NGUYỄN ĐÌNH HUY	Ngày ra đề: 12/09/2020	Người phê duyệt: (Chữ ký, Chức vụ và Họ tên) Trưởng khoa/ bộ môn:	Ngày duyệt đề:
---	------------------------	--	----------------

(phần phía trên cần che đi khi in sao đề thi)

 TRƯỜNG ĐH BÁCH KHOA – ĐHQG-HCM KHOA KHOA HỌC ỨNG DỤNG	THI CUỐI KỲ		Học kỳ/năm học		3	2019-2020
			Ngày thi		15/9/2020	
	Môn học	XÁC SUẤT THỐNG KÊ				
	Mã môn học	MT2001				
	Thời lượng	100 phút	Mã đề	1957		
Ghi chú: <ul style="list-style-type: none">- Được sử dụng bảng công thức phát kèm đề thi.- Được sử dụng các bảng tra số không chứa công thức và máy tính bỏ túi.- Không sử dụng các tài liệu khác.- Các số gần đúng lấy tròn 4 chữ số phần thập phân.- Nộp lại đề thi cùng với bài làm						

Câu hỏi 1 (L.O.2.1): (2 điểm)

Một bệnh nhân bị nghi là có thể mắc một trong ba bệnh A, B, C với các xác suất tương ứng là 0,32; 0,33; và 0,35. Anh ta đến khám bệnh ở 4 bác sĩ hoạt động độc lập. Bác sĩ thứ nhất chẩn đoán anh ta bệnh A, bác sĩ thứ hai chẩn đoán bệnh B, bác sĩ thứ ba chẩn đoán bệnh C và bác sĩ thứ tư chẩn đoán bệnh B. Hỏi sau khi khám bệnh xong, người bệnh cần đánh giá lại xác suất mắc bệnh A, B, C của mình là bao nhiêu? Biết rằng xác suất chẩn đoán đúng của mỗi bác sĩ là 0,75 và chẩn đoán nhầm sang hai bệnh còn lại là 0,125.

Câu hỏi 2 (L.O.2.1):(2 điểm)

Một hộp đựng 3 bi đỏ, 2 bi xanh và 1 bi vàng. Lấy ngẫu nhiên ra từng bi cho đến khi gặp bi đỏ thì dừng lại. Gọi X là biến ngẫu nhiên chỉ số bi xanh được lấy ra, Y là chỉ số bi vàng được lấy ra.

- Tìm bảng phân phối xác suất đồng thời của VTNN (X, Y).
- Lập ma trận tương quan D(X,Y)

Câu hỏi 3) (L.O.2.1): (2 điểm)

Từ các trục máy do một máy tiện tự động sản xuất ra, người ta chọn ngẫu nhiên một số sản phẩm rồi đo đường kính của các trục máy này, và có bảng thống kê sau :

Bán kính (cm)	14 -16	16 - 18	18 - 20	20 - 22	22 – 24
Số trục	4	10	14	12	6

Với mức ý nghĩa $\alpha = 1\%$, có thể coi bán kính các trục máy này tuân theo quy luật phân phối chuẩn hay không?

Câu hỏi 4) (L.O.2.1): (4 điểm)

Cho X và Y là hai chỉ tiêu trên cùng một loại sản phẩm của một công ty. Khảo sát một số sản phẩm, ta có bảng kết quả sau đây. Chỉ tiêu X (cm) ; chỉ tiêu Y (kg).

Y \ X	90	100	110	120	130
10-12	7	2			
12-14		8	4		
14-16		8	15	10	
16-18		6	17	6	
18-20				7	10

- a) Tính các đặc trưng mẫu và viết phương trình đường hồi quy tuyến tính mẫu của Y theo X.
- b) Hãy ước lượng các trung bình của các chỉ tiêu X và Y với độ tin cậy $\gamma = 0,98$.
- c) Các sản phẩm có chỉ tiêu $Y \leq 105$ kg là sản phẩm loại 2. Với độ tin cậy $\gamma = 0,96$ hãy ước lượng tỷ lệ sản phẩm loại 2 của công ty này.
- d) Có tài liệu khẳng định tỷ lệ sản phẩm loại 2 của công ty là 30%. Với mức ý nghĩa $\alpha = 1\%$, hãy cho nhận xét về độ tin cậy của tài liệu này.

--- HẾT---

ĐÁP ÁN

Câu 1: 2 đ (1+ 1)

Gọi A là biến cố “ Bệnh nhân mắc bệnh A”;

B là biến cố “ Bệnh nhân mắc bệnh B”;

C là biến cố “ Bệnh nhân mắc bệnh C”;

Theo giả thiết: $P(A) = 0,32$; $P(B) = 0,33$; $P(C) = 0,35$.

$\{ A, B, C \}$ là nhóm biến cố đầy đủ.

F là biến cố “Bác sĩ thứ nhất chẩn đoán anh ta bệnh A, bác sĩ thứ hai chẩn đoán bệnh B, bác sĩ thứ ba chẩn đoán bệnh C và bác sĩ thứ tư chẩn đoán bệnh B”.

Các xác suất cần tìm là: $P(A/F)$; $P(B/F)$ và $P(C/F)$.

$$\text{Áp dụng công thức : } P(A/F) = \frac{P(AF)}{P(F)} = \frac{P(A) \times P(F/A)}{P(A) \times P(F/A) + P(B) \times P(F/B) + P(C) \times P(F/C)}$$

$$\begin{aligned} \text{Khi đó } P(F/A) &= \text{XS(Bác sĩ thứ nhất chẩn đoán đúng và 3 bác sĩ còn lại chẩn đoán sai)} \\ &= 0,75 \times (0,125)^3 = 0,0014648 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(F/B) &= \text{XS(Bác sĩ thứ 2 và thứ 4 chẩn đoán đúng và 2 bác sĩ còn lại chẩn đoán sai)} \\ &= (0,75)^2 \times (0,125)^2 = 0,008789. \end{aligned}$$

$$\text{Tương tự: } P(F/C) = P(F/A)$$

Do đó xác suất bệnh nhân bị bệnh A sau khi có kết quả khám bệnh:

$$\begin{aligned} P(A/F) &= \frac{P(AF)}{P(F)} = \frac{P(A) \times P(F/A)}{P(A) \times P(F/A) + P(B) \times P(F/B) + P(C) \times P(F/C)} \\ &= \frac{0,32 \times 0,75 \times 0,125^3}{0,32 \times 0,75 \times 0,125^3 + 0,33 \times 0,75^2 \times 0,125^2 + 0,35 \times 0,75 \times 0,125^3} \approx 0,1208 \end{aligned}$$

Tương tự:

$$\begin{aligned} P(B/F) &= \frac{P(BF)}{P(F)} = \frac{P(B) \times P(F/B)}{P(A) \times P(F/A) + P(B) \times P(F/B) + P(C) \times P(F/C)} \\ &= \frac{0,33 \times 0,75^2 \times 0,125^2}{0,32 \times 0,75 \times 0,125^3 + 0,33 \times 0,75^2 \times 0,125^2 + 0,35 \times 0,75 \times 0,125^3} \approx 0,7472 \end{aligned}$$

và

$$P(C/F) = \frac{P(CF)}{P(F)} = \frac{0,35 \times 0,75 \times 0,125^3}{0,32 \times 0,75 \times 0,125^3 + 0,33 \times 0,75^2 \times 0,125^2 + 0,35 \times 0,75 \times 0,125^3} \approx 0,1321$$

Câu 2: (2 đ)

Sinh viên cần trình bày chi tiết lời giải để tính các xác suất đồng thời.

Y \ X	0	1	P^X
0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{6}{10}$
1	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{10}$
2	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{10}$
P^Y	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$	1

$$E(X) = \frac{1}{2}, E(Y) = \frac{1}{4}, D(X) = \frac{9}{10}, D(Y) = \frac{3}{16}, E(XY) = \frac{1}{5}.$$

$$\text{cov}(X, Y) = \frac{3}{40}; \quad D(X, Y) = \begin{pmatrix} \frac{9}{20} & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{5} & \frac{3}{10} \end{pmatrix}$$

Câu 3: (2đ)

$$n = 46 \quad \bar{x} = 19,2609 \quad \hat{s} = 2,3072$$

H_0 : mẫu phù hợp phân phối chuẩn $N(a = 19,2609; \sigma^2 = 2,3072^2)$

H_1 : mẫu không phù hợp phân phối chuẩn.

Miền bác bỏ: $W_\alpha = (9,21; +\infty)$.

Trình bày công thức tính π_i , tckđ...

π_i	$E_i = n \cdot \pi_i$
0.0788	3.6238
0.2136	9.8250
0.3333	15.3312
0.2568	11.8117
0.1176	5.4084

Tiêu chuẩn kđ: $\chi_0^2 = \dots = 0,2255 \notin W_\alpha \Rightarrow$ Chấp nhận H_0 .

Mẫu phù hợp phân phối chuẩn.

(Có thể dùng công thức rút gọn để tính χ_{qs}^2 nhanh hơn).

Câu 4: (4đ)

$$n = 100 \quad \bar{x} = 15.66 \quad s_x \approx 2.3278 \quad \hat{s}_x = 2.3161$$

$$a) \quad \bar{y} \approx 110.5 \quad s_y \approx 10.7661 \quad \hat{s}_y \approx 10.7121$$

$$(R_{xy} \approx 0.7444)$$

Ghi rõ công thức tính các hệ số đường hồi quy

$$A \approx 56.5815 \quad B \approx 3.4431 \quad PTTQ \quad y = 56.5815 + 3.4431x$$

b) Tìm khoảng tin cậy cho giá trị trung bình của chỉ tiêu X :

$$\varepsilon \approx \frac{z_{\alpha} \cdot s_x}{\sqrt{n}} = \frac{2.33 \cdot 2.3278}{\sqrt{100}} \approx 0.5424 \quad \Rightarrow \quad (15.1176; 16.2024)$$

Tìm khoảng tin cậy cho giá trị trung bình của chỉ tiêu Y:

$$\varepsilon = \frac{z_{\alpha} \cdot s_y}{\sqrt{n}} = \frac{2.33 \cdot 10.7661}{\sqrt{100}} \approx 2.5085 \quad \Rightarrow \quad (107.9915; 113.0085)$$

$$c) \quad f = \frac{31}{100} \quad \varepsilon = z_{\alpha} \sqrt{\frac{f(1-f)}{n}} = 2.06 \sqrt{\frac{0.31 \times 0.69}{100}} \approx 0.0953$$

Khoảng tin cậy cho tỷ lệ sản phẩm loại 2 trong mẫu là $(f - \varepsilon; f + \varepsilon) = (0.21473; 0.40527)$

d) Giả thiết $H_0 : p = p_0 = 0.30$; p là tỉ lệ sản phẩm loại 2 của công ty.

GT đối $H_1 : p \neq p_0$

$$Z_{qs} = \frac{f - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} = \frac{0.31 - 0.30}{\sqrt{\frac{0.30 \cdot 0.70}{100}}} \approx 0.21822$$

Do $|Z_{qs}| \leq Z_{\alpha} \approx 2.58$

Vậy chấp nhận giả thiết H_0 , có thể coi số liệu của tài liệu là đáng tin.