

Giảng viên tổng hợp đề: (Chữ ký và Họ tên)	Ngày ra đề: 20/12/2020	Người phê duyệt: (Chữ ký, Chức vụ và Họ tên)	Ngày duyệt đề:
Nguyễn Kiều Dung		Trưởng khoa/ bộ môn:	

(phần phía trên cần che đi khi in sao đề thi)

 TRƯỜNG ĐH BÁCH KHOA – ĐHQG-HCM KHOA KHOA HỌC ỨNG DỤNG	THI CUỐI KỲ		Học kỳ/năm học		1	2020-2021
			Ngày thi		23/12/2020	
	Môn học	XÁC SUẤT THỐNG KÊ				
	Mã môn học	MT2001				
	Thời lượng	100 phút	Mã đề	DT201		
Ghi chú: <ul style="list-style-type: none">- Được sử dụng 01 tờ tài liệu A4 do sinh viên tự soạn.- Được sử dụng các bảng tra số không chứa công thức và máy tính bỏ túi.- Không sử dụng các tài liệu khác.- Các số gần đúng lấy tròn 4 chữ số phần thập phân.- Nộp lại đề thi cùng với bài làm						

Câu hỏi 1 (L.O.2.1): (2 điểm)

Anh An mua 150 cái bóng đèn cùng loại để trang trí sân vườn đón mừng năm mới. Giả thiết tuổi thọ của mỗi bóng đèn tuân theo phân phối mũ với trung bình 300 giờ; các bóng đèn hoạt động độc lập, và chúng sẽ được thay sáng trong 10 ngày liên tiếp, mỗi ngày 12 giờ.

- Hãy dự đoán số bóng đèn có khả năng nhất còn sử dụng được sau những ngày lễ trên.
- Tìm xác suất còn ít nhất 100 bóng vẫn dùng được sau những ngày lễ.

Câu hỏi 2 (L.O.2.1):(2 điểm)

Ở một nhà máy, tỉ lệ hư hỏng của các sản phẩm là 8%. Để phân loại các sản phẩm tốt với các sản phẩm hư hỏng, người ta thiết kế một thiết bị kiểm tra tự động. Thiết bị này không hoàn hảo vì nó chỉ nhận biết đúng được 99,5% các sản phẩm tốt, 0,5% còn lại thiết bị nhận dạng là sản phẩm hư. Đối với các sản phẩm hư thì tỉ lệ sản phẩm bị nhận dạng nhầm là 2%.

- Nếu một sản phẩm được thiết bị nhận dạng là tốt thì xác suất nó thực sự tốt là bao nhiêu?
- Nếu một sản phẩm được thiết bị nhận dạng là hư hỏng thì xác suất nó thực sự tốt là bao nhiêu?

Câu hỏi 3) (L.O.2.1): (3,5 điểm)

Từ các trục máy do một máy tiện tự động sản xuất ra, người ta chọn ngẫu nhiên 80 sản phẩm rồi đo chiều dài bán kính của các trục máy này, và có bảng thống kê sau :

<i>Bán kính (cm)</i>	34 -35	35 - 36	36 - 37	37 - 38	38 - 39	39 – 40
<i>Số trục</i>	3	7	14	22	28	6

Giả thiết chiều dài bán kính các trục máy tuân theo phân phối chuẩn. Các trục máy có bán kính từ 36cm đến 38cm gọi là đạt chuẩn.

- a) Với mức ý nghĩa $\alpha = 1\%$, có thể coi bán kính các trục máy này tuân theo quy luật phân phối chuẩn hay không?
- b) Tìm khoảng ước lượng cho tỉ lệ trục máy đạt tiêu chuẩn với độ tin cậy 96%.
- c) Tìm khoảng tin cậy 5% cho chiều dài trung bình của các bán kính đạt chuẩn.

Câu hỏi 4) (L.O.2.1): (2,5 điểm)

Khi nghiên cứu về sự ảnh hưởng giữa mức thu nhập của một hộ gia đình (X) và mức độ tiêu dùng hàng tháng của hộ đó với một loại thực phẩm (Y), người ta khảo sát ở một số hộ gia đình được chọn ngẫu nhiên và thu về số liệu sau:

Y (kg)	X (triệu đồng/ tháng)					
	10	20	30	40	50	60
15	7	10				
25		12	10	4		
35		8	10	12	7	4
45			2	4	5	5

- a) Số liệu khảo sát cách đây một năm cho thấy mức tiêu dùng trung bình hàng tháng của một hộ trong vùng đối với thực phẩm loại này là 28 kg. Có thể nói mức tiêu dùng này đã tăng lên trong năm nay hay không, kết luận với mức ý nghĩa 2% ?
- b) Số liệu khảo sát cách đây một năm với mẫu gồm 120 hộ thì người ta thấy chỉ có 12 hộ có mức tiêu dùng hàng tháng đối với thực phẩm loại này trên 40 kg, gọi là mức tiêu dùng cao. Hãy so sánh tỉ lệ hộ có mức tiêu dùng cao của năm trước với năm nay, xét với mức ý nghĩa 5%.

--- HẾT---

ĐÁP ÁN

Câu 1: 2 đ (1đ+ 1đ)

Gọi X là tuổi thọ của mỗi bóng đèn. $E(X) = 300 \Rightarrow \lambda = 1/300$.

Theo đề bài, hàm mật độ xác suất của X có dạng:
$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{khi } x < 0 \\ \frac{1}{300} e^{-\frac{x}{300}} & \text{khi } x \geq 0 \end{cases}$$

Xác suất một bóng đèn sáng được hơn 120 giờ là $p = P(X > 120) = 1 - \int_0^{120} \frac{1}{300} e^{-\frac{x}{300}} dx \approx 0,6703$

(hoặc dùng công thức hàm phân phối xác suất của X: $p = 1 - F_X(120) = e^{-120/300}$).

a) Bài toán có dạng Bernoulli với $n=150$; $p=0,6703$; $q=1-p$

Tính $np - q$ và $np - q + 1$.

Số bóng đèn còn sáng qua 120 giờ có khả năng nhất là 101.

b) Gọi Y là số bóng đèn sáng qua 120 giờ trong 150 bóng anh An đã mua.

$Y \sim B(n=150, p=0,6703)$. Xác suất cần tìm là $P(100 \leq Y \leq 150)$.

Tính qua công thức xấp xỉ chuẩn $N(np; npq)$: $\sum_{x=100}^{150} C_{150}^x p^x q^{1-x} \approx 1 - P\left(\frac{100 - np}{\sqrt{npq}}\right) \approx 0,5379$

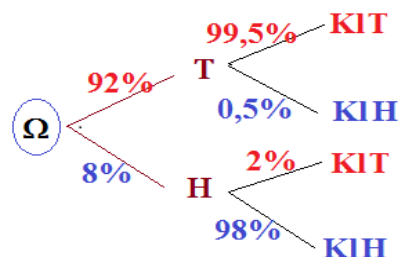
Câu 2: (1đ + 1đ)

T : sản phẩm thực sự tốt

H: sản phẩm hư

KI T: sản phẩm được kết luận tốt

KI H: sản phẩm được kết luận hư.



$$a) P(T/KIT) = \frac{P(T \& KIT)}{P(KIT)} = \frac{P(T) \times P(KIT/T)}{P(T) \times P(KIT/T) + P(H) \times P(KIT/H)} = \frac{92\% \times 99,5\%}{92\% \times 99,5\% + 8\% \times 2\%} = \frac{4577}{4585} \approx 99,83\%$$

$$b) P(T/KIH) = \frac{P(T \& KIH)}{P(KIH)} = \frac{92\% \times 0,5\%}{92\% \times 0,5\% + 8\% \times 98\%} = \frac{23}{415} \approx 5,54\%$$

Câu 3: (1,5đ + 1đ + 1đ)

a) $n=80$ $\bar{x}=37,5375$ $s=1,2293$

H_0 : mẫu phù hợp phân phối chuẩn $N(a=37,5375; \sigma^2=1,2293^2)$

H_1 : mẫu không phù hợp phân phối chuẩn. Miền bác bỏ: $W_\alpha = (11,34; +\infty)$.

Khoảng $(\alpha; \beta)$	$O_i = n_i$	$p_i = \Phi\left(\frac{\alpha - a}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\beta - a}{\sigma}\right)$	$E_i = n \cdot p_i$	$\frac{(E_i - O_i)^2}{E_i}$
$-\infty \text{ --- } 35$	3	0.0195	1.560	1.3298
$35 \text{ --- } 36$	7	0.0860	6.881	0.0020
$36 \text{ --- } 37$	14	0.2255	18.036	0.9032
$37 \text{ --- } 38$	22	0.3157	25.253	0.4191
$38 \text{ --- } 39$	28	0.2363	18.903	4.3773
$39 \text{ --- } +\infty$	6	0.1171	9.366	1.2097
$n = 80$		1	$\chi_{qs} = 8.241153$	

Tiêu chuẩn kiểm định: $\chi_0^2 = \dots = 8,2412 \notin W_\alpha \Rightarrow$ Chưa bác bỏ H_0 .

Có thể xem như mẫu phù hợp phân phối chuẩn.

(Có thể dùng công thức rút gọn để tính χ_{qs}^2 nhanh hơn).

$$b) \quad f = \frac{36}{80} = 0,45 \quad \varepsilon = z_{\alpha} \sqrt{\frac{f(1-f)}{n}} = 2,0538 \sqrt{\frac{0,45 \times 0,55}{80}} \approx 0,1142$$

Khoảng tin cậy cho tỷ lệ sản phẩm loại 2 trong mẫu là $(f - \varepsilon; f + \varepsilon) = (0,358; 0,5642)$

c) Viết lại các số liệu chỉ của những chi tiết đạt chuẩn, ta tính được:

$$n = 36 \quad \bar{x} = 37,1111 \quad s = 0,4944$$

$$\varepsilon = \frac{z_{\alpha} \times s}{\sqrt{n}} = \frac{1,96 \times 0,4944}{\sqrt{36}} \approx 0,1615 \quad \Rightarrow \text{KUL: } (36,9496; 37,2726)$$

Câu 4: (1,5đ + 1đ)

$$a) \quad n = 100 \quad \bar{y} = 30,6 \quad s_x \approx 9,5685$$

Gọi a là mức tiêu dùng trung bình hàng tháng của một hộ gia đình trong năm nay.

Giả thiết $H_0: a = a_0 = 28$ GT đối $H_1: a > 28$

Miền bác bỏ: $W = (2,0538; +\infty)$

$$\text{Tckđ: } z_{qs} = \frac{\bar{x} - a_0}{s} \sqrt{n} = \frac{30,6 - 28}{9,5685} \sqrt{100} = 2,7173$$

Do $z_{qs} \in W$ nên bác bỏ H_0 ; chấp nhận H_1 .

Mức tiêu thụ trung bình hàng tháng đã tăng so với năm trước.

b) Gọi $p_1; p_2$ lần lượt là tỉ lệ hộ có mức tiêu dùng cao ở năm trước và năm nay.

Giả thiết $H_0: p_1 = p_2$

GT đối $H_1: p_1 \neq p_2$ (có thể đặt $H_1: p_1 < p_2$ với lời giải phù hợp)

Miền bác bỏ: $W = (-\infty; -1,96) \cup (1,96; +\infty)$

$$n_1 = 120 \quad f_1 = 12/120 \quad n_2 = 100 \quad f_2 = 16/100 \quad \bar{f} = \frac{12+16}{120+100} = \frac{7}{55}$$

$$\text{Tckđ: } z_{qs} = \frac{f_1 - f_2}{\sqrt{\bar{f}(1-\bar{f})\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} = -1,3296$$

Do $z_{qs} \notin W$ nên chưa bác bỏ H_0 .

Chưa thể nói tỉ lệ hộ có mức tiêu dùng cao của 2 năm là khác nhau.