

---

# 数据结构

王迪

wangd@sdas.org

---

# 教学目标



1. 了解数据结构研究的主要内容
2. 掌握数据结构中涉及的基本概念
3. 掌握算法的时间、空间复杂度及其分析的简易方法

# 教学内容

- 1.1 数据结构的研究内容
- 1.2 基本概念和术语
- 1.3 抽象数据类型的表示与实现
- 1.4 算法与算法分析

# 1.1 数据结构的研究内容



 **用计算机解决具体问题时的步骤：**

- 从具体问题中抽象出一个适当的数学模型**
- 设计一个解此数学模型的算法**
- 编程序，进行测试，最终解答**

---

## 电子计算机的主要用途:

👉 早期:

主要用于数值计算

👉 后来:

处理逐渐扩大到非数值计算领域, 能处理  
多种复杂的具有一定结构关系的数据

---

📖 数值计算类：

例：根据三条边，求三角形面积。

假定：三条边依次为a,b,c三个实数，

满足：  $a > 0, b > 0, c > 0, a + b > c, b + c > a, c + a > b$

则：  $s = (a + b + c) / 2$

$$\text{area} = \sqrt{s * (s - a) * (s - b) * (s - c)}$$

线性表

书目文件

书目卡片

|       |         |       |       |
|-------|---------|-------|-------|
| 001   | 高等数学    | 樊映川   | S01   |
| 002   | 理论力学    | 罗远祥   | L01   |
| 003   | 高等数学    | 华罗庚   | S01   |
| 004   | 线性代数    | 栾汝书   | S02   |
| ..... | 作者名:... | ..... | ..... |

索引表

按书名

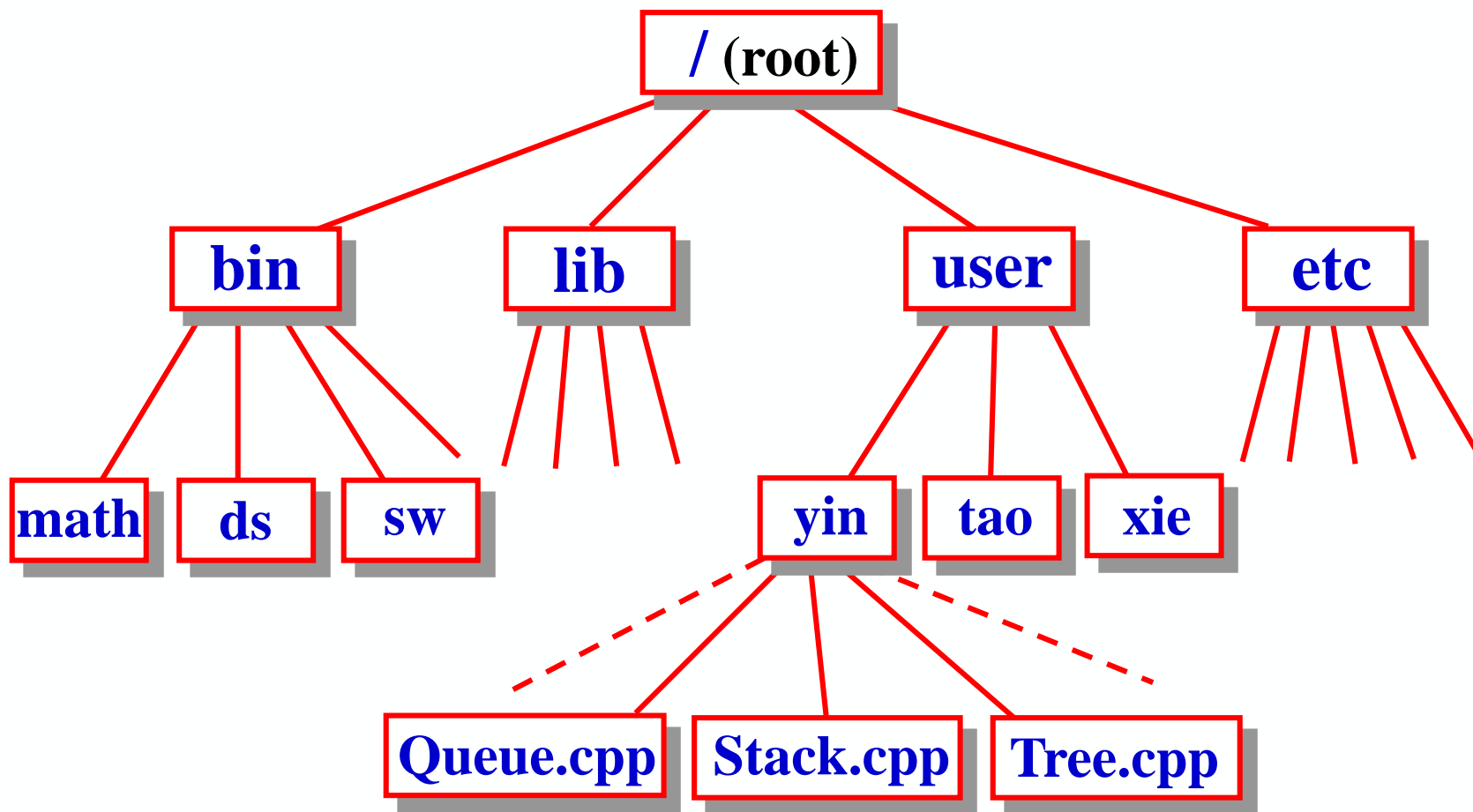
分类号 :

按作者名

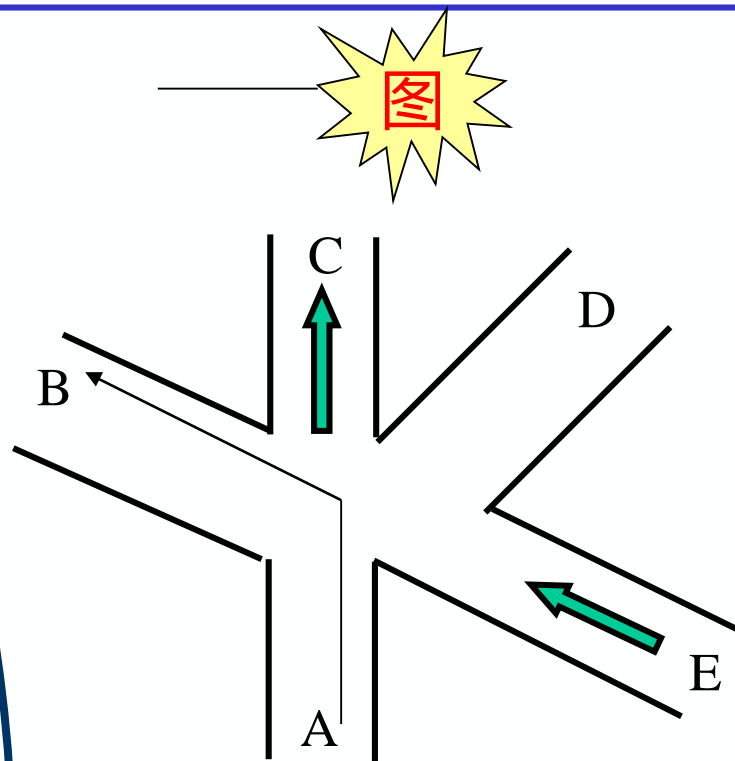
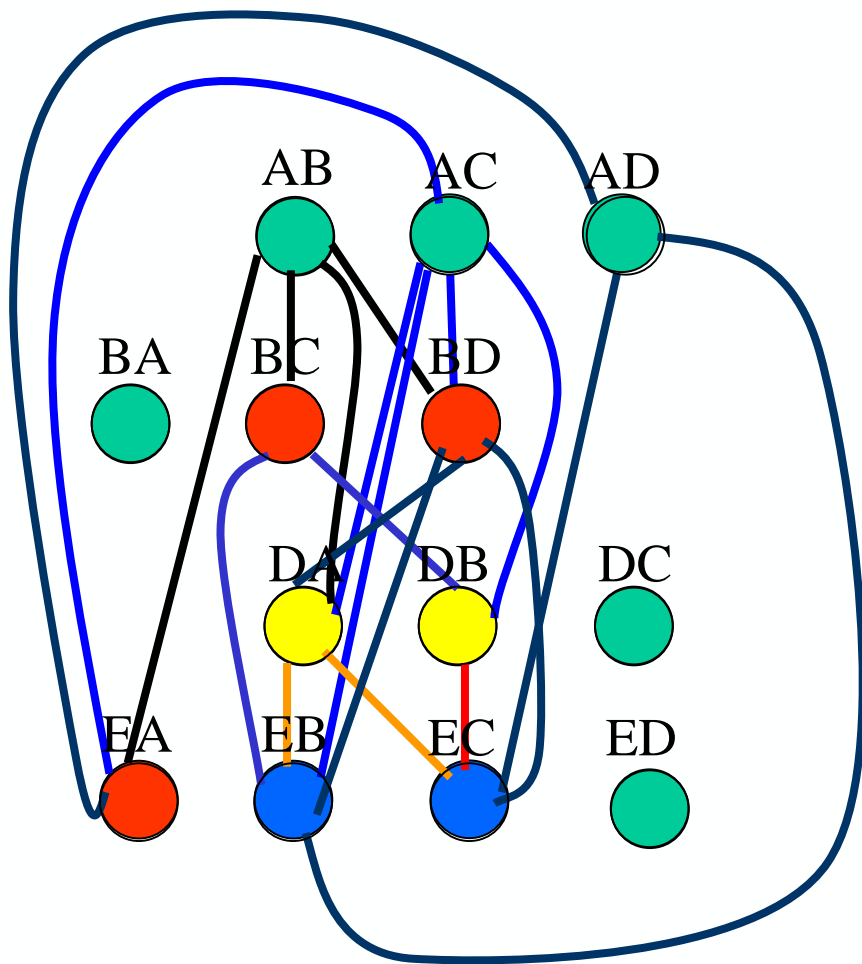
按分类号

|       |            |            |           |
|-------|------------|------------|-----------|
| 高等数学  | 001, 003   | 出版单位 : 樊映川 | 001, ...  |
| 理论力学  | 002, ..... | 出版时间 : 华罗庚 | 002, .... |
| 线性代数  | 004, ..... | 价格 : 栾汝书   | 004, .... |
| ..... | .....      | .....      | .....     |

|       |           |
|-------|-----------|
| L     | 002, ...  |
| S     | 001, 003, |
| ..... | .....     |







- 顶点：一条通路
- 连线：不能同时通行
- 染色：有连线的两个顶点不能具有相同颜色



## 求解非数值计算的问题：

**设计出合适的数据结构及相应的算法**

**即：首先要考虑对相关的各种信息如何表示、组织和存储？**

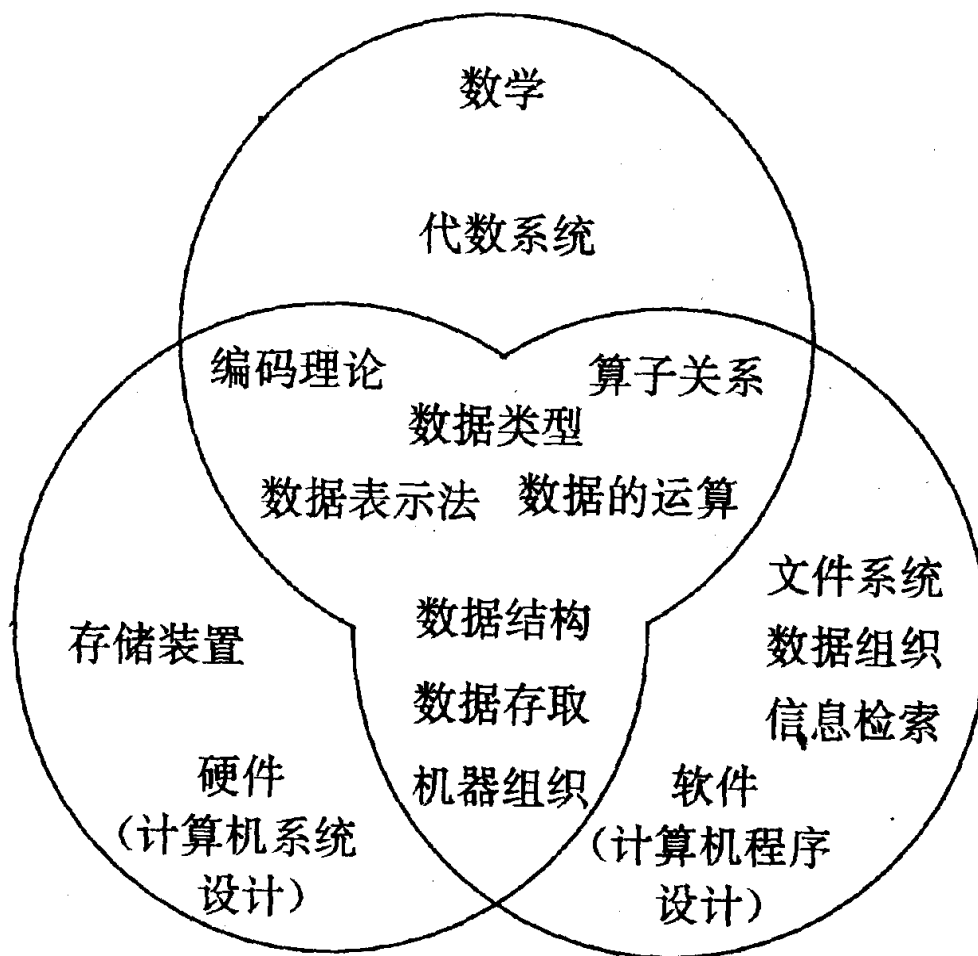
## **数据结构的研究内容为：**

**研究非数值计算的程序设计问题中计算机的操作对象以及它们之间的关系和操作。**



# 《数据结构》所处的地位:

介于数学、计算机硬件和计算机软件三者之间的一门核心课程



- 能够分析研究计算机加工的对象特性，获得其**逻辑结构**，根据需求，选择合适**存储结构及其相应的算法**；
- 学习一些**常用的算法**；
- 复杂程序设计的训练过程，要求编写的程序**结构清楚和正确易读**；
- 初步掌握算法的**时间分析和空间分析技术**

# 1.2 基本概念和术语



- **1、数据** (data) – 所有能输入到计算机中去的**描述客观事物的符号**
  - ◆ 数值性数据
  - ◆ 非数值性数据 (多媒体信息处理)
- **2、数据元素** (data element) – 数据的**基本单位**，也称**结点 (node)** 或**记录 (record)**
- **3、数据项** (data item) – 有独立含义的数据**最小单位**，也称**域 (field)**

三者之间的关系：数据 > 数据元素 > 数据项

例：学生表 > 个人记录 > 学号、姓名.....

## ➤ 4、数据对象(Data Object): 相同特性数据元素的集合, 是数据的一个子集

### ◆ 整数数据对象

$$N = \{ 0, \pm 1, \pm 2, \dots \}$$

### ◆ 学生数据对象

学生记录的集合

---

➤ **5、数据结构 (Data Structure)** 是相互之间存在一种或多种特定关系的数据元素的集合。

**数据结构是带“结构”的数据元素的集合，“结构”就是指数据元素之间存在的关系。**

---

# 数据结构的两个层次：

## 逻辑结构---

数据元素间抽象化的相互关系，与数据的存储无关，独立于计算机，它是从具体问题抽象出来的数学模型。

## 存储结构（物理结构）-----

数据元素及其关系在计算机存储器中的存储方式。



## 划分方法一

### (1) 线性结构-----

有且仅有一个开始和一个终端结点，并且所有结点都最多只有一个直接前趋和一个后继。

例如：线性表、栈、队列、串

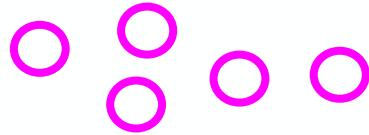
### (2) 非线性结构-----

一个结点可能有多个直接前趋和直接后继。

例如：树、图

## 划分方法二

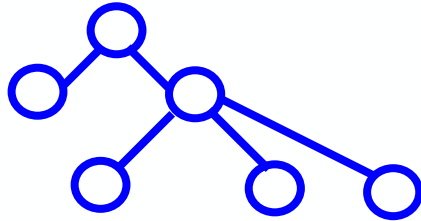
**集合**——数据元素间除“同属于一个集合”外，无其它关系



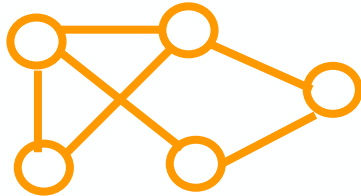
**线性结构**——一个对一个，如线性表、栈、队列



**树形结构**——一个对多个，如树



**图形结构**——多个对多个，如图



## 存储结构分为：

**顺序**存储结构——借助元素在存储器中的**相对位置**来表示  
数据元素间的逻辑关系



**链式**存储结构——借助指示元素存储地址的**指针**表示数据  
元素间的逻辑关系



## 顺序存储

| 存储地址          | 存储内容  |
|---------------|-------|
| $L_0$         | 元素1   |
| $L_0+m$       | 元素2   |
|               | ..... |
| $L_0+(i-1)*m$ | 元素i   |
|               | ..... |
| $L_0+(n-1)*m$ | 元素n   |

$$\text{Loc}(\text{元素}i) = L_0 + (i-1)*m$$

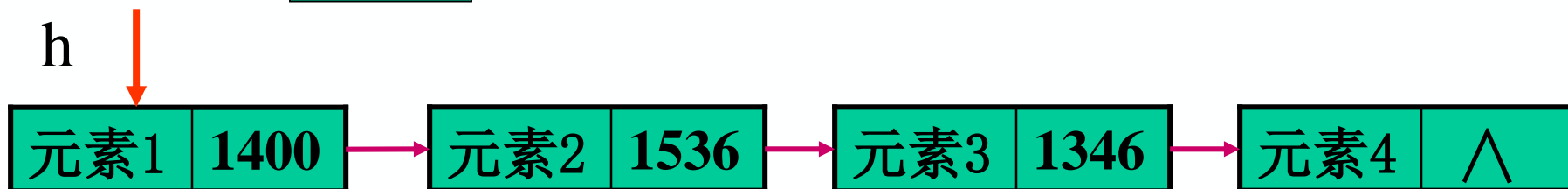
Back

h

1345

## 链式存储

h



| 存储地址  | 存储内容  | 指针    |
|-------|-------|-------|
| 1345  | 元素1   | 1400  |
| 1346  | 元素4   | ∧     |
| ..... | ..... | ..... |
| 1400  | 元素2   | 1536  |
| ..... | ..... | ..... |
| 1536  | 元素3   | 1346  |

Back

# 数据的运算

- 逻辑结构和存储结构都相同， 但运算不同， 则数据结构不同． 例如， 栈与队列
- 对于一种数据结构， 常见的运算
  - 插入
  - 删除
  - 修改
  - 查找
  - 排序

逻辑结构

唯一

存储结构

不唯一

↑  
运算的实现

依赖于

存储结构

数据的逻辑结构

线性结构

线性表

栈、队列

串、数组

非线性结构

树形结构

图形结构

数据的存储结构

顺序存储

链式存储

数据的运算：插入、删除、修改、查找、排序

# 数据类型

- **定义：** 在一种程序设计语言中，变量所具有的数据种类

FORTRAN语言： **整型、实型、和复数型**

C语言：

**基本数据类型：** char int float  
double void

**构造数据类型：** 数组、结构体、共用体、文件

- ✓ 数据类型是一组性质相同的值的集合，以及定义于这个集合上的一组运算的总称

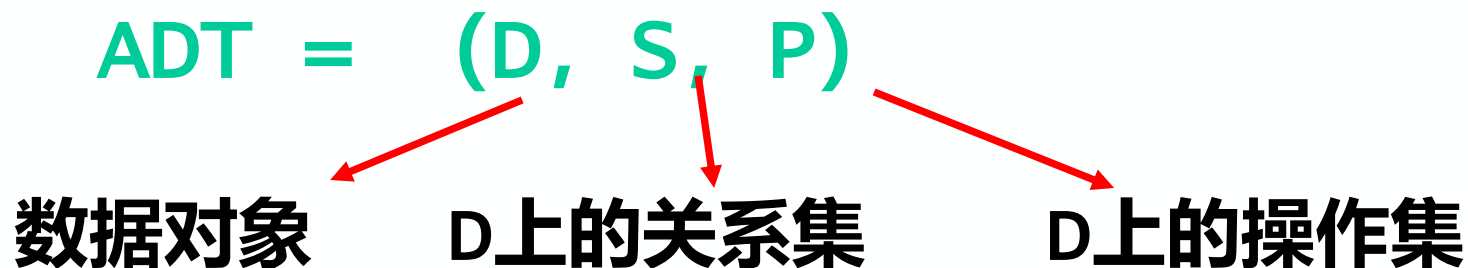


## 抽象数据类型

(ADTs: Abstract Data Types)

- ◆ 更高层次的数据抽象
- ◆ 由用户定义，用以表示应用问题的**数据模型**
- ◆ 由**基本的数据类型**组成，并包括**一组相关的操作**

**抽象数据类型**可以用以下的三元组来表示：



**ADT**  
常用  
定义  
格式

ADT抽象数据类型名{

数据**对象**：<数据对象的定义>

数据**关系**：<数据关系的定义>

基本**操作**：<基本操作的定义>

} ADT抽象数据类型名

# 1.3 抽象数据类型的表示与实现



抽象数据类型可以通过**固有的**数据类型（如整型、实型、字符型等）来表示和实现。

它有些类似C语言中的**结构 (struct) 类型**，但增加了相关的**操作**

教材中用的是**类C语言**（介于伪码和C语言之间）作为描述工具

**但上机时要用具体语言实现，如C或C++等**

---

- **(1) 预定义常量及类型**

- **//函数结果状态代码**

```
#define OK 1  
#define ERROR 0  
#define OVERFLOW -2
```

- **// Status是函数返回值类型，其值是函数结果状态代码。**

```
typedef int Status;
```

---

- **(2) 数据元素被约定为ElemType 类型**  
**， 用户需要根据具体情况， 自行定义该数据类型。**

**(3) 算法描述为以下的函数形式：**

**函数类型 函数名（函数参数表  
）  
  
{  
语句序列;  
}**

## **(4) 内存的动态分配与释放**

**使用new和delete动态分配和释放内存空间**

**分配空间    指针变量=new数据类型;**

**释放空间    delete指针变量;**

**(5) 赋值语句**

**(6) 选择语句**

**(7) 循环语句**

## **(8) 使用的结束语句形式有:**

|               |                      |
|---------------|----------------------|
| <b>函数结束语句</b> | <b>return</b>        |
| <b>循环结束语句</b> | <b>break;</b>        |
| <b>异常结束语句</b> | <b>exit (异常代码) ;</b> |

## (9) 输入输出语句形式有:

输入语句      cin    (scanf( ))

输出语句      cout    (printf( ))

## (10) 扩展函数有:

求最大值      max

求最小值      min



# 1.4 算法和算法分析



■ **算法定义：** 一个有穷的指令集，这些指令为解决某一特定任务规定了一个运算序列

■ **算法的描述：**

- ◆ 自然语言
- ◆ 流程图
- ◆ 程序设计语言
- ◆ 伪码

## ■ 算法的特性:

- ◆ **输入** 有0个或多个输入
- ◆ **输出** 有一个或多个输出(处理结果)
- ◆ **确定性** 每步定义都是确切、无歧义的
- ◆ **有穷性** 算法应在执行有穷步后结束
- ◆ **有效性** 每一条运算应足够基本

---

# 算法的评价

- ◆ 正确性
- ◆ 可读性
- ◆ 健壮性
- ◆ 高效性（时间代价和空间代价）

## ◆正确性

首先，算法应当满足以特定的“规格说明”方式给出的需求。其次，对算法是否“正确”的理解可以有以下四个层次：

- a. 程序中不含语法错误；
- b. 程序对于几组输入数据能够得出满足要求的结果；
- c. 程序对于精心选择的、典型、苛刻且带有刁难性的几组输入数据能够得出满足要求的结果；
- d. 程序对于一切合法的输入数据都能够得出满足要求的结果。

## ◆可读性

算法主要是为了人的阅读与交流，其次才是为计算机执行，因此算法应该易于人的理解；另一方面，晦涩难读的程序易于隐藏较多错误而难以调试。

## ◆健壮性

当输入的数据非法时，算法应当恰当地做出反映或进行相应处理，而不是产生莫名其妙的输出结果。并且，处理出错的方法不应是中断程序的执行，而应是返回一个表示错误或错误性质的值，以便在更高的抽象层次上进行处理。

## ◆ 高效性

通常，效率指的是算法执行时间；存储量指的是算法执行过程中所需的最大存储空间，两者都与问题的规模有关。

# 算法的效率的度量

- **算法效率：用依据该算法编制的程序在计算机上执行所消耗的时间来度量**

**事后统计**

**事前分析估计**



---

**1.事后统计：**利用计算机内的计时功能，不同算法的程序可以用一组或多组相同的统计数据区分

**缺点：**

- ①必须先运行依据算法编制的程序
- ②所得时间统计量依赖于硬件、软件等环境因素，掩盖算法本身的优劣

## 2. 事前分析估计:

一个高级语言程序在计算机上运行所消耗的时间取决于:

- ①依据的算法选用何种策略
- ②问题的规模
- ③程序语言
- ④编译程序产生机器代码质量
- ⑤机器执行指令速度

同一个算法用不同的语言、不同的编译程序、在不同的计算机上运行, 效率均不同, ——使用**绝对时间单位**衡量算法效率不合适

# 时间复杂度的渐进表示法

- 算法中**基本语句重复执行的次数**是**问题规模 $n$** 的某个函数 $f(n)$ ，算法的时间量度记作：

$$T(n) = O(f(n))$$

当 $n$ 充分大，算法执行的时间的增长率和 $f(n)$ 的增长率相同，称算法的时间复杂度为 $O(f(n))$ 。

$n$ 越大算法的执行时间越长

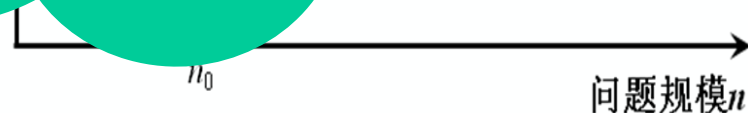
- ◆ 排序： $n$ 为记录数
- ◆ 矩阵： $n$ 为矩阵的阶数
- ◆ 多项式： $n$ 为多项式的项数
- ◆ 集合： $n$ 为元素个数
- ◆ 树： $n$ 为树的结点个数
- ◆ 图： $n$ 为图的顶点数或边数

$f(n)$

◆ 算法中重复执行次数和算法的执行时间成正比的语句

◆ 对算法运行时间的贡献最大

集合 $S$ 的函数，则  
 $T(n) = O(f(n))$ 表示  
的常数 $C$ 和 $n_0$ ，使得当 $n \geq n_0$   
满足 $0 \leq T(n) \leq C f(n)$ 。



---

**$n * n$ 阶矩阵加法:**

**for( i = 0; i < n; i++)**

**for( j = 0; j < n; j++)**

**c[i][j] = a[i][j] + b[i][j];**

**语句的频度 (Frequency Count): 重复执行的次数:  $n*n$ ;**

**$T(n) = O(n^2)$**

**即: 矩阵加法的运算量 and 问题的规模 $n$ 的平方是同一个量级**

# 分析算法时间复杂度的基本方法

- 找出**语句频度最大**的那条语句作为**基本语句**
- 计算**基本语句**的频度得到问题规模 $n$ 的某个函数 $f(n)$
- 取其数量级用符号“ $O$ ”表示

```
x = 0; y = 0;
```

```
for ( int k = 0; k < n; k ++ )
```

```
    x ++;
```

```
for ( int i = 0; i < n; i ++ )
```

```
    for ( int j = 0; j < n; j ++ )
```

```
        y ++;
```

$T(n) = O(n^2)$

$f(n) = n^2$

例1:  $N \times N$  矩阵相乘

```
for(i=1;i<=n;i++)
```


```
  for(j=1;j<=n;j++)
```

```
    {c[i][j]=0;
```

```
      for(k=1;k<=n;k++)
```

```
        c[i][j]=c[i][j]+a[i][k]*b[k][j];
```

```
    }
```


$$T(n) = O(n^3)$$

算法中的基本操作语句为

$c[i][j]=c[i][j]+a[i][k]*b[k][j];$

$$T(n) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n 1 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n n = \sum_{i=1}^n n^2 = n^3 = o(n^3)$$

例2:

```
for( i=1; i<=n; i++)  
    for (j=1; j<=i; j++)  
        for (k=1; k<=j; k++)  
            x=x+1;
```

定理1.1

若 $f(n)=a_m n^m + a_{m-1} n^{m-1} + \dots + a_1 n + a_0$ 是 $m$ 次多项式, 则 $T(n)=O(n^m)$ 。

忽略所有低次幂项和最高次幂系数, 体现出增长率的含义

$$\text{语句频度} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^i \sum_{k=1}^j 1 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^i j = \sum_{i=1}^n \frac{i(i+1)}{2}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \left( \sum_{i=1}^n i^2 + \sum_{i=1}^n i \right) \\ &= \frac{1}{2} \left( \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + \frac{n(n+1)}{2} \right) \\ &= \frac{n(n+1)(n+2)}{6} \end{aligned}$$

### 例3：分析以下程序段的时间复杂度

i=1; ①

while(i<=n)

i=i\*2; ②

$$2^{f(n)} \leq n \quad \text{即 } f(n) \leq \log_2 n, \text{ 取最大值 } f(n) = \log_2 n$$

所以该程序段的时间复杂度  $T(n)$   
 $= O(\log_2 n)$



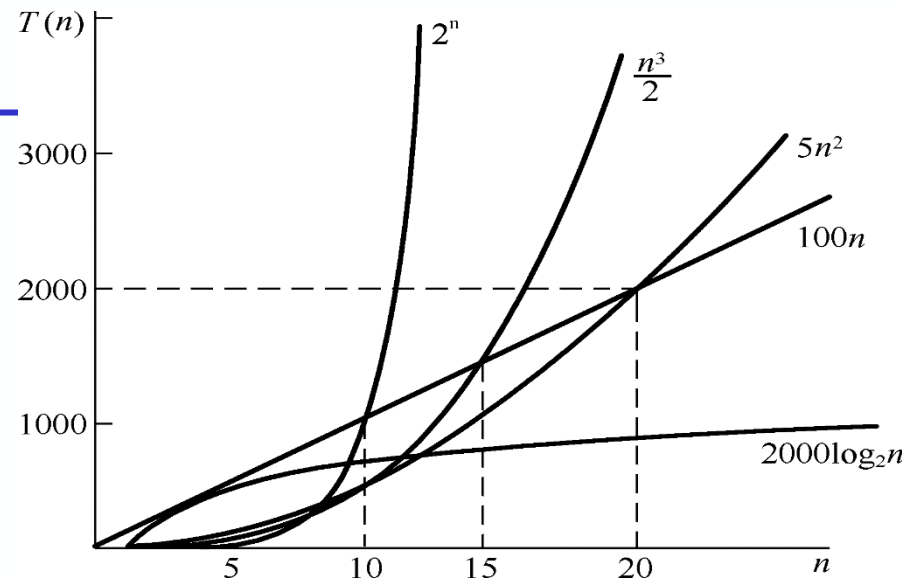
有的情况下，算法中基本操作重复执行的次数还随问题的**输入数据集**不同而不同

例4：顺序查找，在数组a[i]中查找值等于e的元素，返回其所在位置。

```
for (i=0; i< n; i++)  
    if (a[i]==e) return i+1;  
return 0;
```

- 最好情况：1次
- 最坏情况：n
- 平均时间复杂度为： $O(n)$

当n取得很大时，指数时间算法和多项式时间算法在所需时间上非常悬殊



时间复杂度 $T(n)$ 按数量级递增顺序为：

复杂度低

复杂度高

|        |               |        |                 |          |          |     |          |          |
|--------|---------------|--------|-----------------|----------|----------|-----|----------|----------|
| 常数阶    | 对数阶           | 线性阶    | 线性对数阶           | 平方阶      | 立方阶      | ... | K次方阶     | 指数阶      |
| $O(1)$ | $O(\log_2 n)$ | $O(n)$ | $O(n \log_2 n)$ | $O(n^2)$ | $O(n^3)$ |     | $O(n^k)$ | $O(2^n)$ |

# 渐进空间复杂度

- 空间复杂度：算法所需存储空间的度量，记作：  
 $S(n)=O(f(n))$

其中n为问题的规模(或大小)

## ■ 算法要占据的空间

- 算法本身要占据的空间，输入/输出，指令，常数，变量等
- 算法要使用的辅助空间



例

$S(n) =$

$O(1)$

原地工作

a中的n个数逆序存放到b

$S(n) =$

$O(n)$

【算法1】

```
for(i=0; i<n/2; i++)
{
    t=a[i];

    a[i]=a[n-i-1];
    a[n-i-1]=t;
}
```

【算法2】

```
for(i=0; i<n; i++)
    b[i]=a[n-i-1];

for(i=0; i<n; i++)
    a[i]=b[i];
```



- 1、数据、数据元素、数据项、数据结构等基本概念
- 2、对数据结构的两个层次的理解
  - 逻辑结构
  - 存储结构
- 3、抽象数据类型的表示方法
- 4、算法、算法的时间复杂度及其分析的简易方法