1.

matriz circulante: $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 7 & 5 \\ 5 & 1 & 2 & 7 \\ 7 & 5 & 1 & 2 \\ 2 & 7 & 5 & 1 \end{bmatrix}$

Solução da multiplicação $= [16, 20, 7, 2]^T$

2. a) A reversão temporal de um filtro de coeficientes reais $h \in \mathbb{R}^N$ é obtida ao inverter a ordem dos coeficientes. O vetor resultante denotado por h' é construído tomando-se os coeficientes de h na ordem inversa. Com os índices interpretados $m \% N$

A matriz circulante M associada a h tem a entrada na linha 'j' e coluna 'k' por:

(I) $h_{j-k \,(\mathrm{mod}\, N)}$

A matriz circulante M' associada a h' tem a entrada na linha 'j' e coluna 'k' dada por

(II) $h'_{k-j \,(\mathrm{mod}\, N)}$

Contudo temos que (I) = (II)

Portanto as matrizes de h, h' são transpostas

$M_{h'} = M_h^T$

/ /

2 - b) $h' = \begin{bmatrix} h_0' \\ h_1' \\ \vdots \\ h_{N-1}' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{-0 \,(\mathrm{mod}\, N)} \\ h_{-1 \,(\mathrm{mod}\, N)} \\ \vdots \\ h_{-N+1 \,(\mathrm{mod}\, N)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_0 \\ h_{N-1} \\ h_{N-2} \\ \vdots \\ h_1 \end{bmatrix} = h$

Dessa forma, pelos vetores conseguimos perceber que $h' = h$.
O que prova que, dada a matriz M_h simétrica $\Rightarrow$ h é simétrico.

2 - c) De forma semelhante à letra a)
Temos:

$$M'_{jk} = h'_{j-k \,(\mathrm{mod}\, N)} = h^*_{k-j \,(\mathrm{mod}\, N)}$$

Agora, podemos ver que $M_{h'} = M_h^*$

$$= \begin{cases} \Rightarrow (M_{h'})_{jk} = \sum_{m=0}^{N-1} M_{jm} h'_m = \boxed{\sum_{m=0}^{N-1} h_{j-m} \cdot h^*_{k-m}} \\ \Rightarrow (M_h^*)_{jk} = \sum_{m=0}^{N-1} M^*_{km} h_m = \boxed{\sum_{m=0}^{N-1} h^*_{k-m} \cdot h_{j-m}} \end{cases}$$

Iguais.

$\hookrightarrow$ Sabemos então que são iguais $\Rightarrow M_{h'} = M_h^*$

spiral

/ /

3 - $(g' * h') = g * h$

$$M_{g'h'} = g * h$$

$$(M_{g'h'})^{+} = (M_{g'h'})'$$

Substituindo $\rightarrow h' = h$
$\hookrightarrow M_{g'} = M_g^{+}$

$$(M_{g'h'})' = (M_g^{+} h)'$$

Agora, pelo Teorema 4.1 (III) $(M_g^{+} h)' = g * h$

$$\therefore \boxed{(g' * h') = g * h}$$