

## Bioreactor

We beschouwen een eenvoudig model voor een bioreactor, beschreven door de volgende gekoppelde differentiaalvergelijkingen

$$\begin{aligned}\frac{dX}{dt} &= \alpha_1 \frac{S}{1+S} X - X \\ \frac{dS}{dt} &= -\frac{1}{1+S} X - S + \alpha_2\end{aligned}$$

met  $X$  en  $S$  functies van (de tijd)  $t \geq 0$ , en  $\alpha_1, \alpha_2$  positieve constanten. De functie  $X$  staat voor de dichtheid van de bacteriën in de reactor en de functie  $S$  beschrijft de concentratie van de voeding voor bacteriën.

- Zoek informatie op internet over de bovengegeven vergelijkingen.
- Geef een interpretatie van de termen in de differentiaalvergelijkingen.
- Bedenk wat je onder evenwicht zou kunnen verstaan en bepaal wat hier de evenwichtswaarden zijn.
- Bepaal geschikte waarden voor de constanten  $\alpha_1, \alpha_2$  en beginwaarden  $X(0), S(0)$ , en los de vergelijkingen op met de methode van Euler.
- Geef de gevonden oplossingen weer in afzonderlijke plots. Geef de oplossingen ook weer in het  $X - S$  vlak, het zogenaamde fasevlak.
- Verklaar het gedrag van de gevonden oplossingen ook door in de buurt van de evenwichtswaarden te kijken naar de linearisatie.
- Ga op zoek naar een zinvolle uitbreiding van het bovengegeven model. Bijvoorbeeld, ga op zoek naar een meer gedetailleerde beschrijving van de bioreactor en analyseer deze.