



UNIVERSIDAD
NACIONAL
DE COLOMBIA

Computación cuántica

Clase No. 2

Prof. Alcides Montoya C., Ph.D
Escuela de Física
Universidad Nacional de Colombia Sede Medellín



UNIVERSIDAD
NACIONAL
DE COLOMBIA

Clase No. 2 Experimento de Stern-Gerlach y las matrices de Pauli

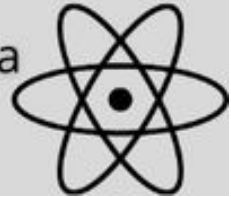


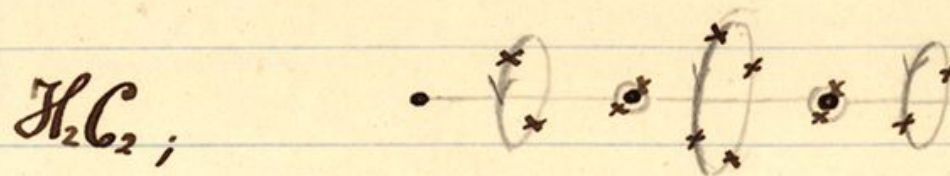
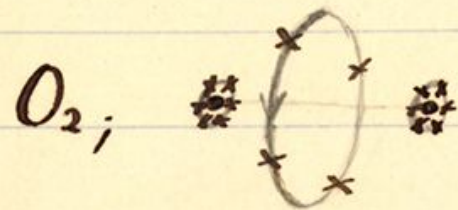
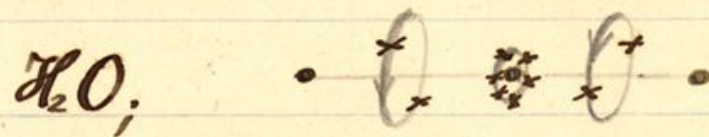
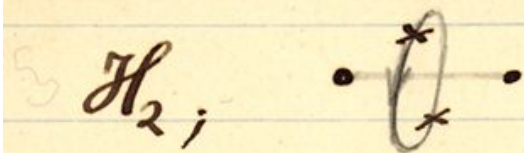
NIELS BOHR



7 October 1885 – 18 November 1962

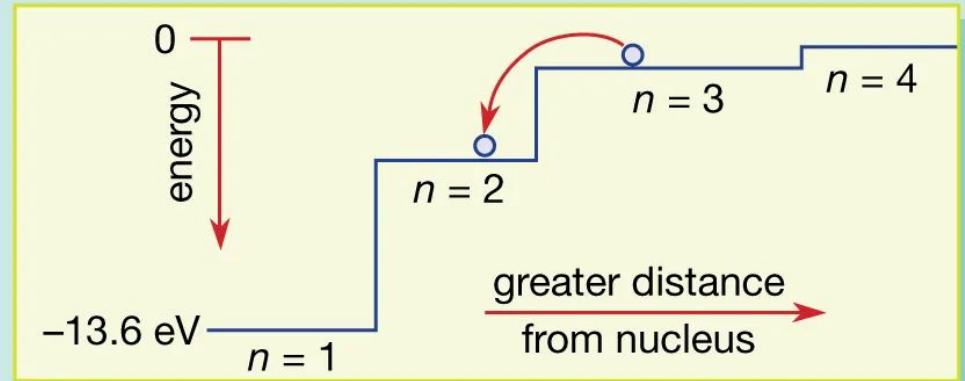
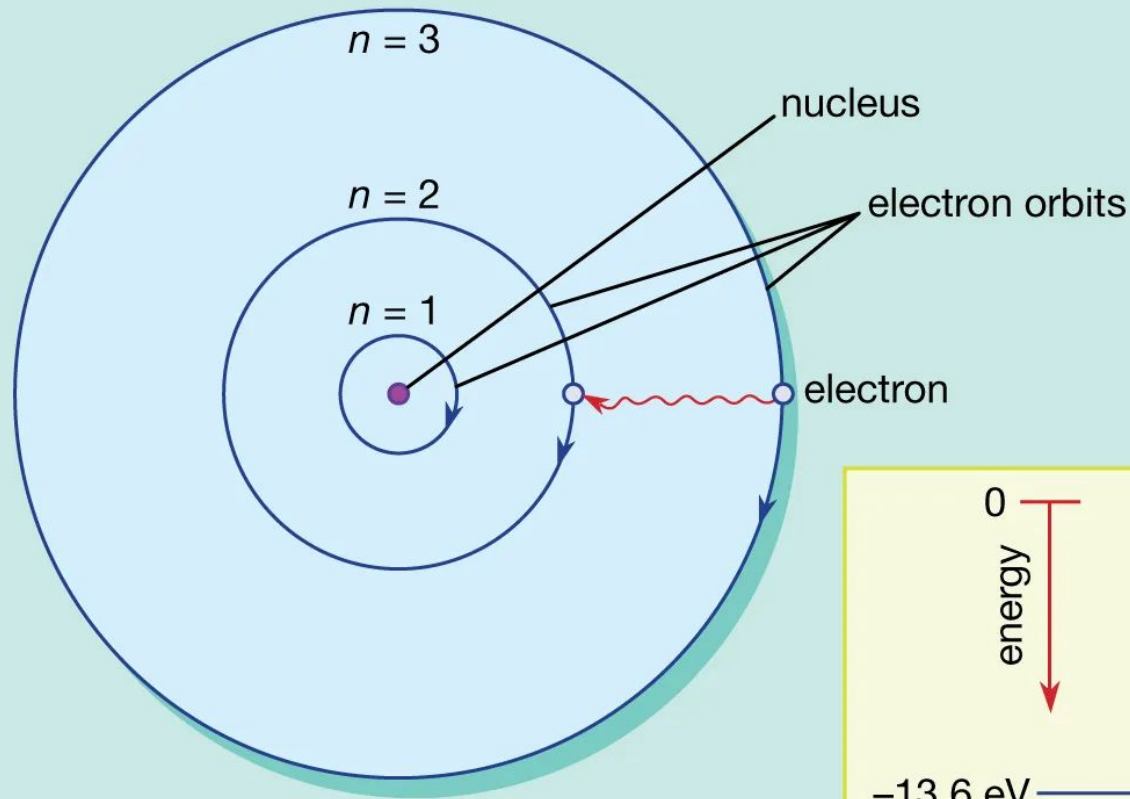
- He was a Danish physicist who made foundational contributions to understanding atomic structure and quantum theory, for which he received the Nobel Prize in Physics in 1922.
- Bohr was also a philosopher and a promoter of scientific research.



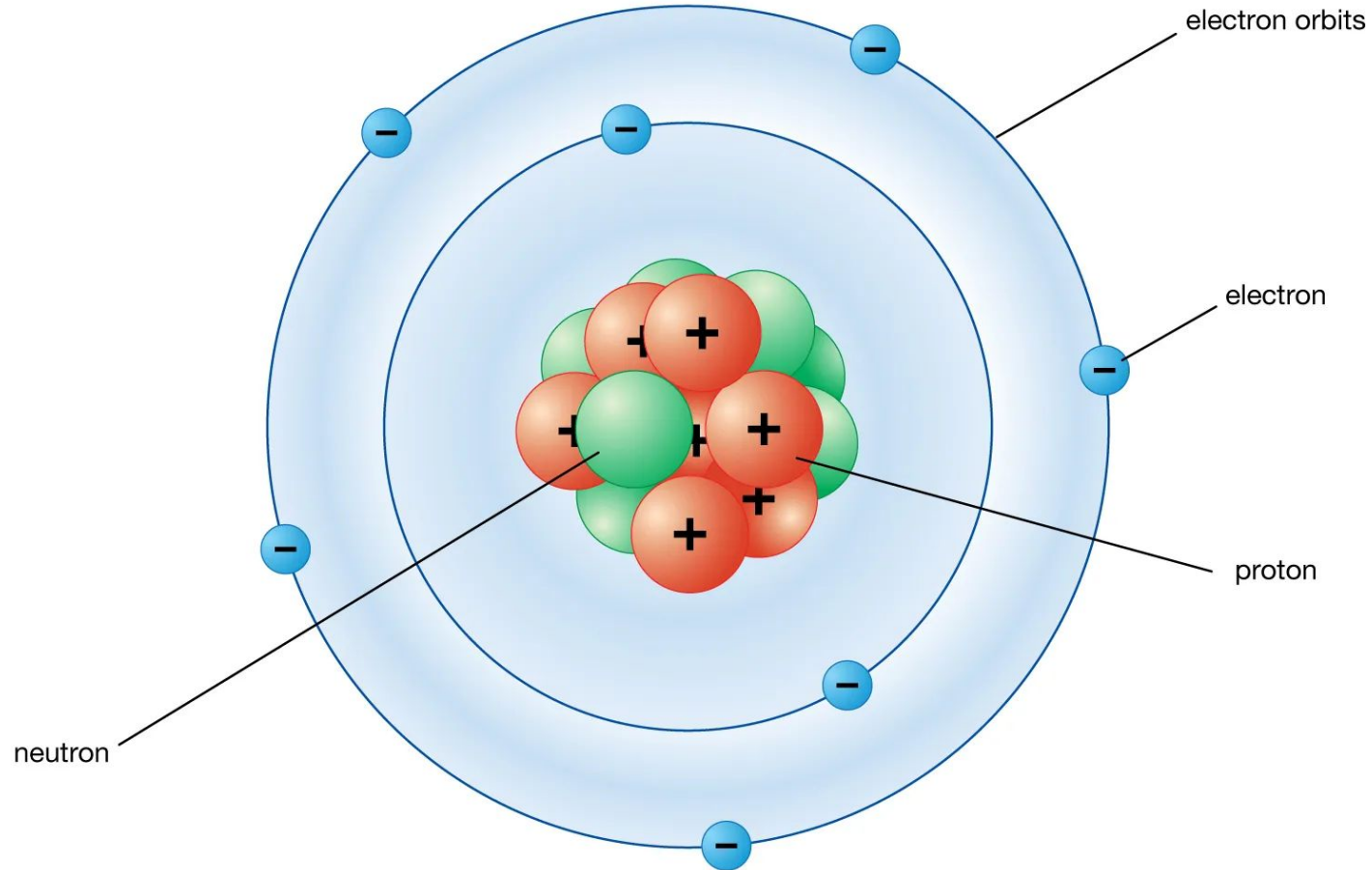


Modelo atómico de Bohr (1913)

- 1. Un electrón sólo puede moverse a lo largo de ciertas órbitas. En estas, sin embargo, se mueve sin emitir radiación.**
- 2. Un electrón puede saltar de una órbita a otra (llamado salto cuántico). Al hacerlo, debe absorber o liberar exactamente la cantidad correcta de energía.**
- 3. El momento angular del electrón en la órbita es un múltiplo entero de la constante de Planck.**



Bohr atomic model of a nitrogen atom

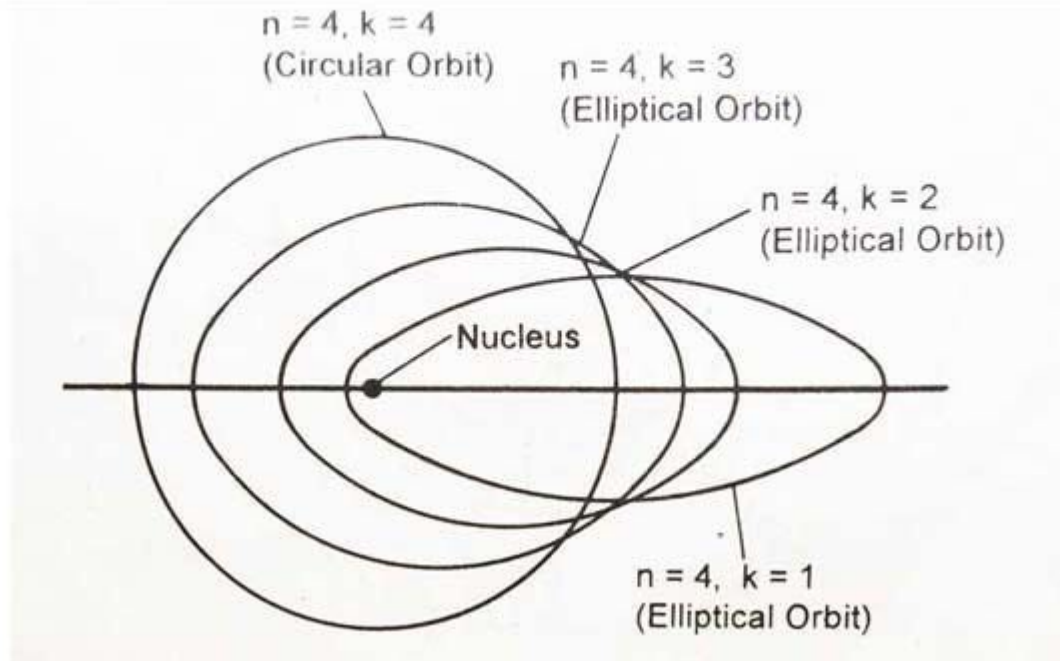




El modelo atómico de Bohr-Sommerfeld (1916)

- 1. En lugar de órbitas circulares, asumió órbitas elípticas**
- 2. Introdujo tres números cuánticos (no solo uno, como Bohr). Los números cuánticos son números enteros (0, 1, 2, ..., -1, -2, ...) y el fundamento de la cuantificación: las cantidades físicas ya no se encuentran en ningún lugar en un rayo numérico, sino solo en estos pasos enteros.**
- 3. Los tres números cuánticos de Sommerfeld cuantifican la energía, el momento angular y la orientación de la órbita elíptica.**

Sommerfeld's atomic model



<https://srjng88.medium.com/sommerfelds-atomic-model-9baf47ccd020>

Otto Stern no estaba feliz!!!!

Otto Stern se ofendió mucho con este modelo atómico. ¿Por la violación de la mecánica y la electrodinámica, que existen desde hace siglos? No. Debido a la cuantificación direccional de las órbitas de los electrones. Quería poner fin a esta tontería e idear un experimento que refutara la cuantificación direccional.

<https://physicus-minimus.com/en/the-stern-gerlach-experiment/>

Otto Stern no estaba feliz!!!!

Necesitaba compañeros de armas: Walther Gerlach, que estaba en condiciones de experimentar, pero también Max Born y el mecánico Adolf Schmidt. Y necesitaron muchas donaciones para poder montar el experimento, que provinieron de Albert Einstein y varias empresas, entre otras. En febrero de 1922, todo estaba listo para funcionar.

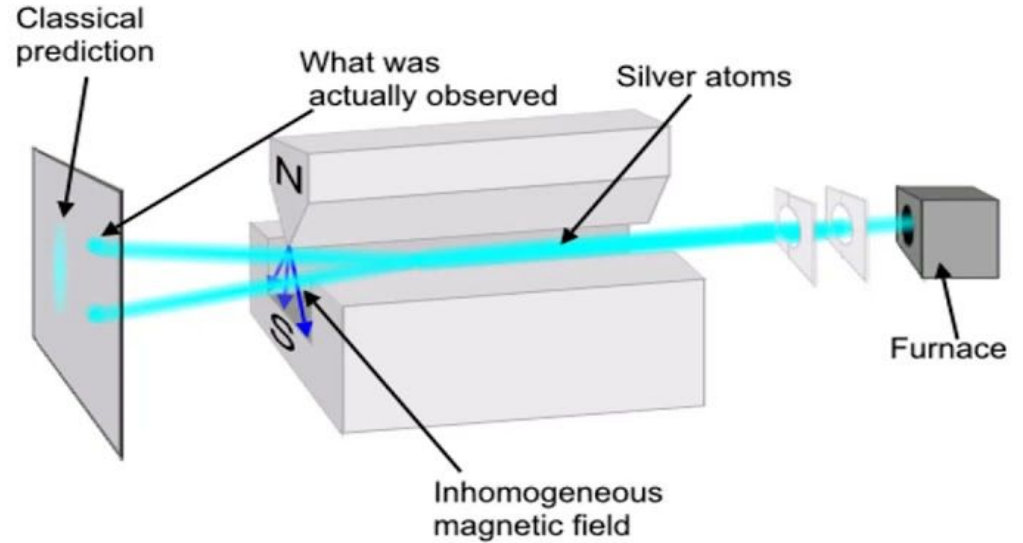
<https://physicus-minimus.com/en/the-stern-gerlach-experiment/>

Stern-Gerlach experiment - spin (quantized angular momentum)



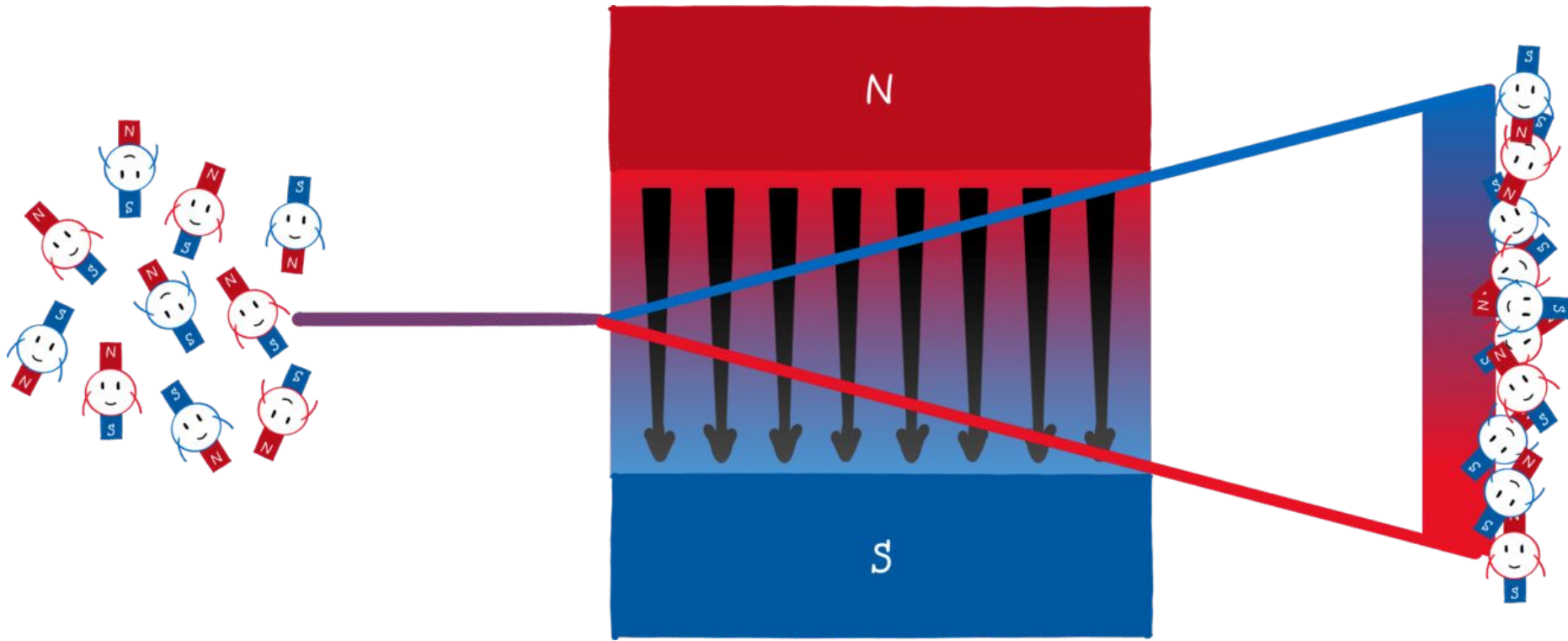
Otto Stern

Walther Gerlach

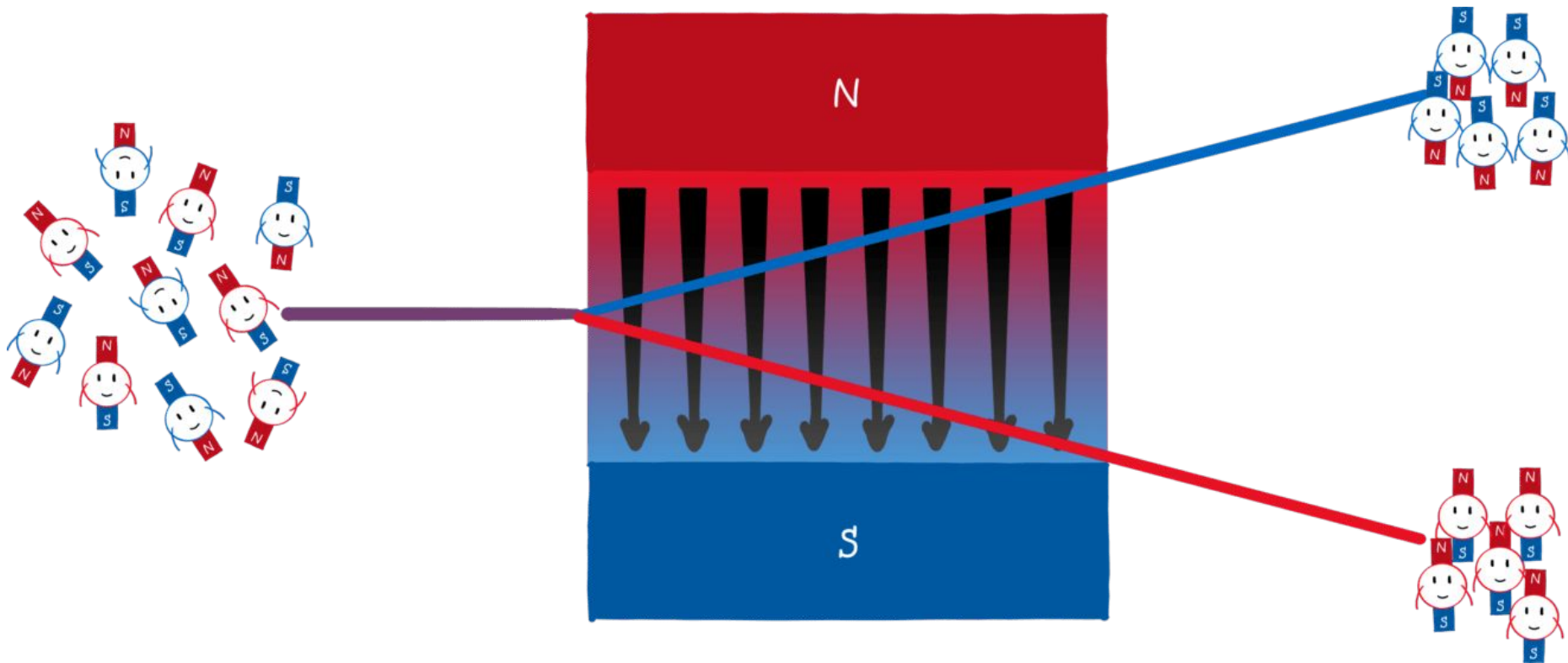


“La clave del experimento de Stern-Gerlach es que los átomos se comportan como miniimanes. Clásicamente, uno esperaría que los mini-imanes en el átomo puedan apuntar en cualquier dirección. Si dispara átomos a través de un campo magnético no homogéneo, debería ver una franja manchada en el lado opuesto.”

“100 years ago, Otto Stern and Walther Gerlach demonstrated that silver atoms have a quantized magnetic moment, as predicted from the Bohr–Sommerfeld model of the atom. But the correct interpretation of the result proved to be far more subtle — and revolutionary.”



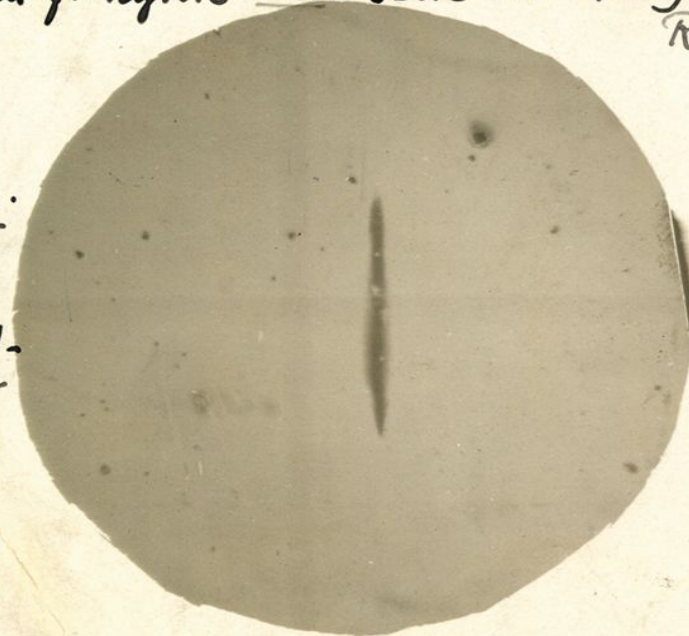
<https://physicus-minimus.com/en/the-stern-gerlach-experiment/>



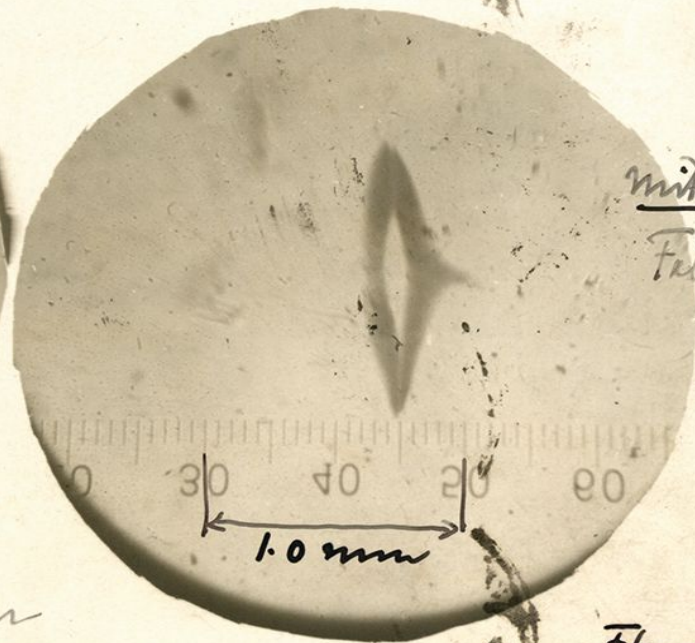
<https://physicus-minimus.com/en/the-stern-gerlach-experiment/>

Hochverehrter Herr Bohr, anbei die Fortsetzung unserer Arbeit (siehe
Zeitschr. f. Physik VIII. Seite 110. 1921.): Zu experimentelle Nachweis der
Richtungsquantelung.

Silber.
ohne
Magnet-
feld



mit
Feld



Wir gratulieren zur Bedatigung Ihrer
Theorie! Mit hochachtungsvoller Grüßen
Ihr ergebener Walther Gerlach.

Ffm. $\frac{8}{2} \cdot 22$

Resultado asombroso

Eso es exactamente lo que hicieron Stern y Gerlach en su experimento con átomos de plata y ¿qué resultó? ¡Redoble de tambores! ¡Dos puntos! Stern estaba tan complacido que casi olvida que originalmente estaba en contra de la cuantización direccional. Escribió un telegrama emocionado a Gerlach con el mensaje "**¡Bohr tiene razón!**".

Stern es un perdedor ejemplar. Quería refutar a Bohr y, al final, justificó su modelo atómico.

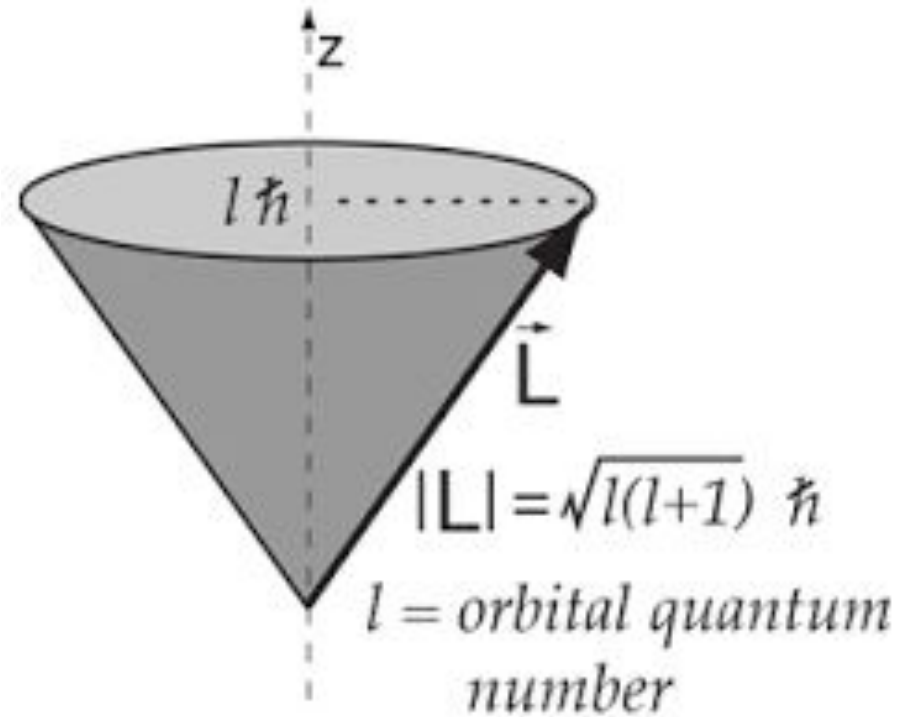
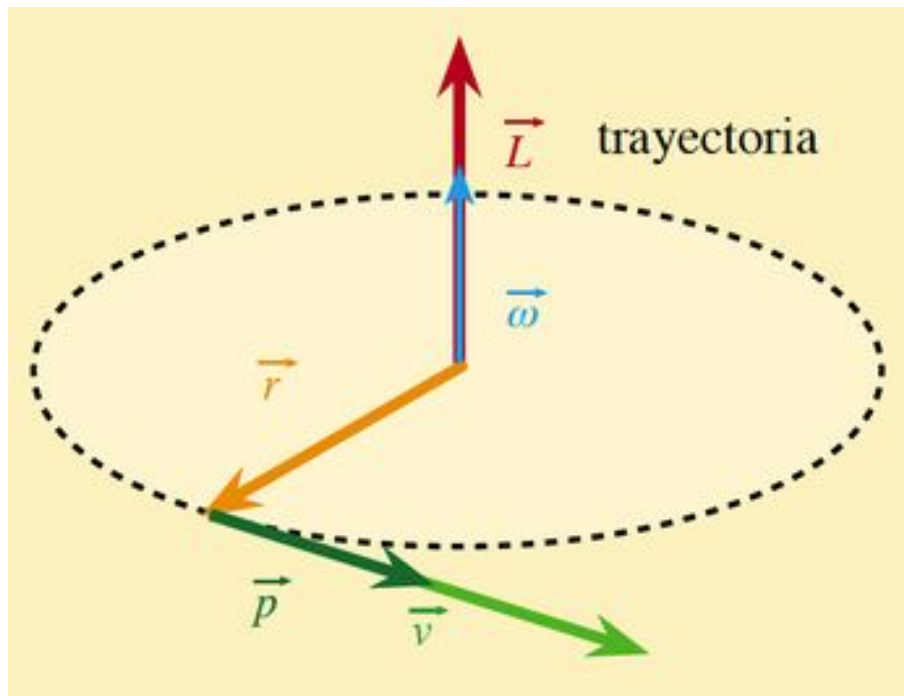
Las apariencias engañan

Más tarde se descubrió que el electrón más externo de la plata tenía un momento angular de cero.

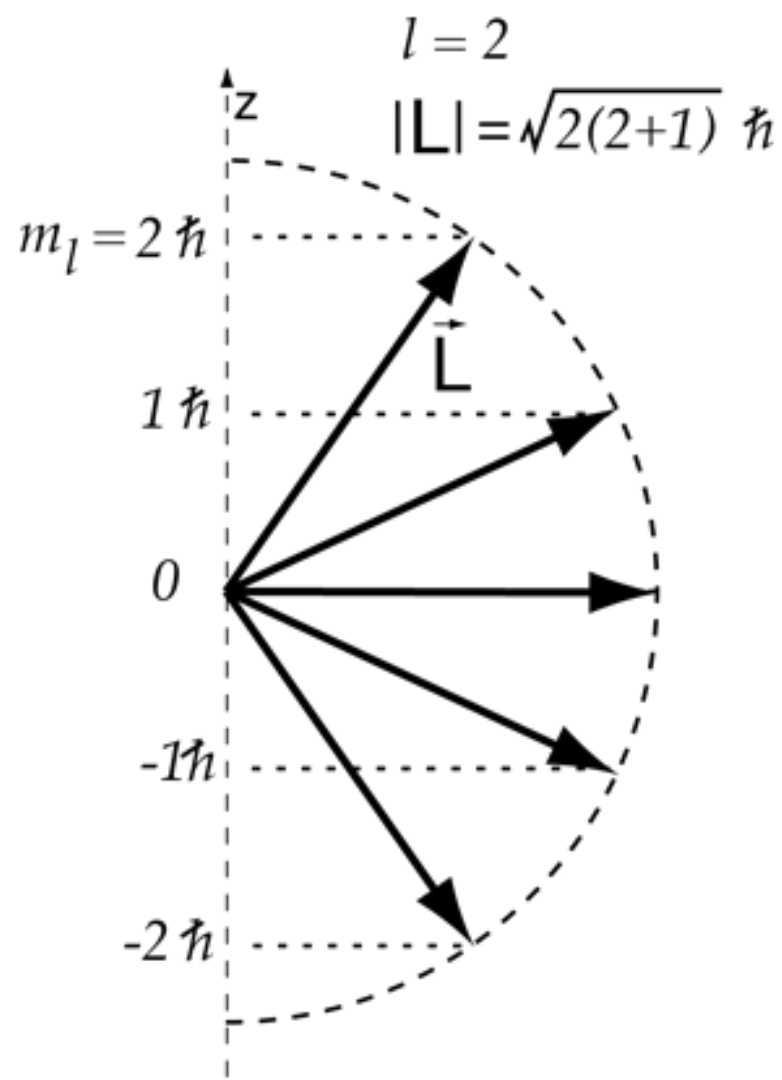
No se puede "cuantificar" un momento angular de cero, siempre es cero. Stern y Gerlach supusieron originalmente que el momento angular era 1, por lo que podría haber apuntado hacia arriba (1), hacia abajo (-1) o hacia el centro (0).

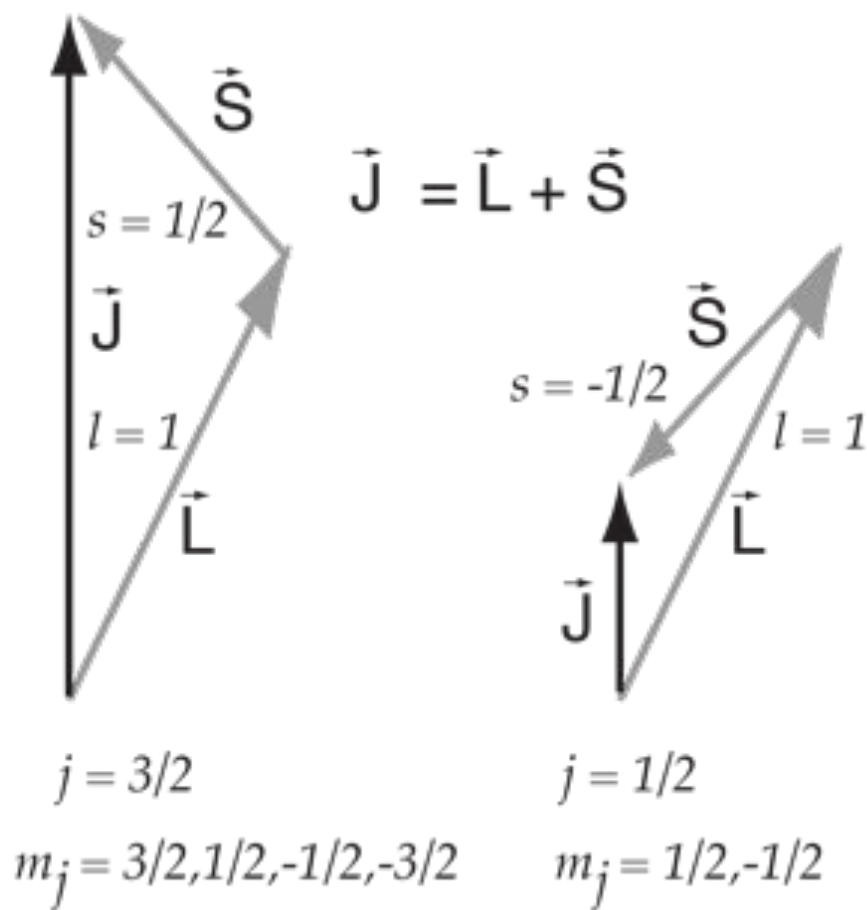
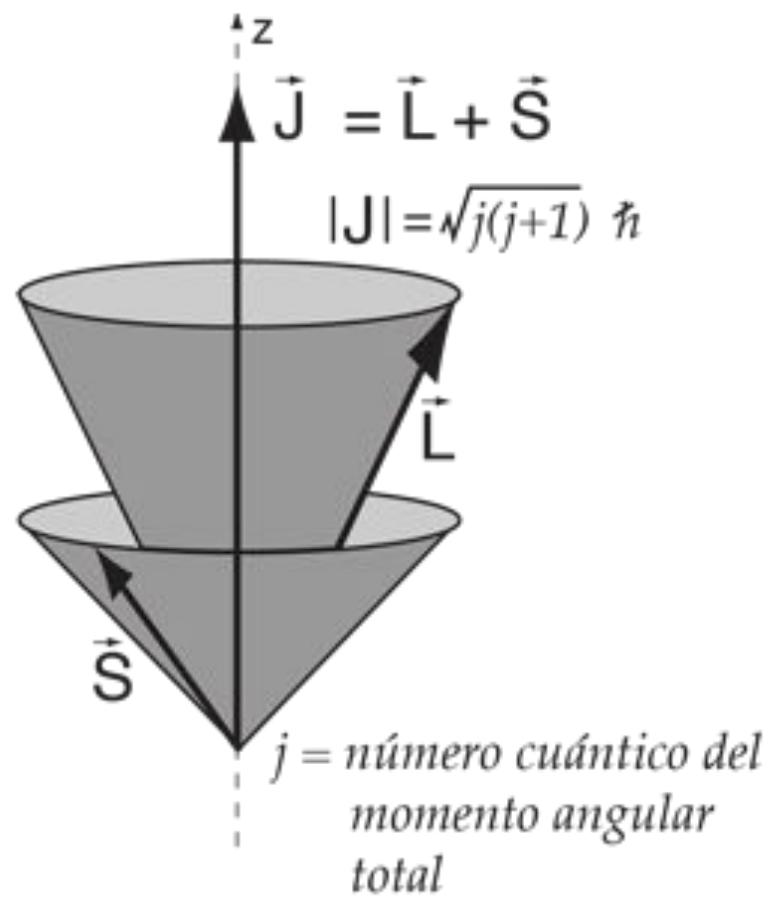
Pero el hecho de que se observaran dos, y no los tres esperados, puntos en el experimento aparentemente no molestó a nadie. **Pero con un momento angular de 0, no hay mini-imanés.** Así que uno no debería observar ninguna desviación de los átomos en absoluto.

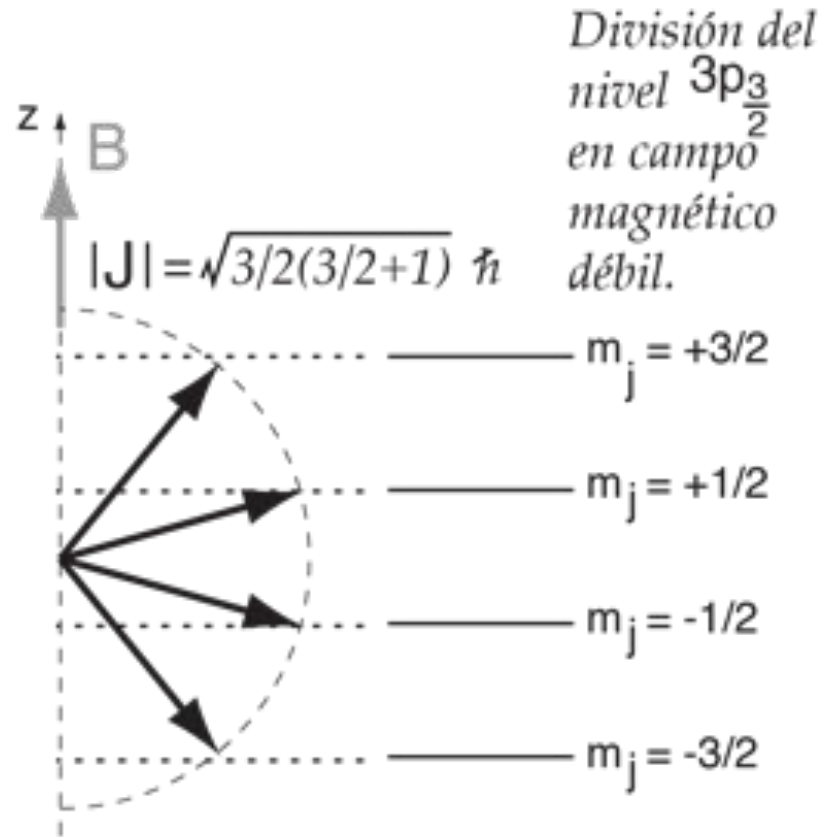
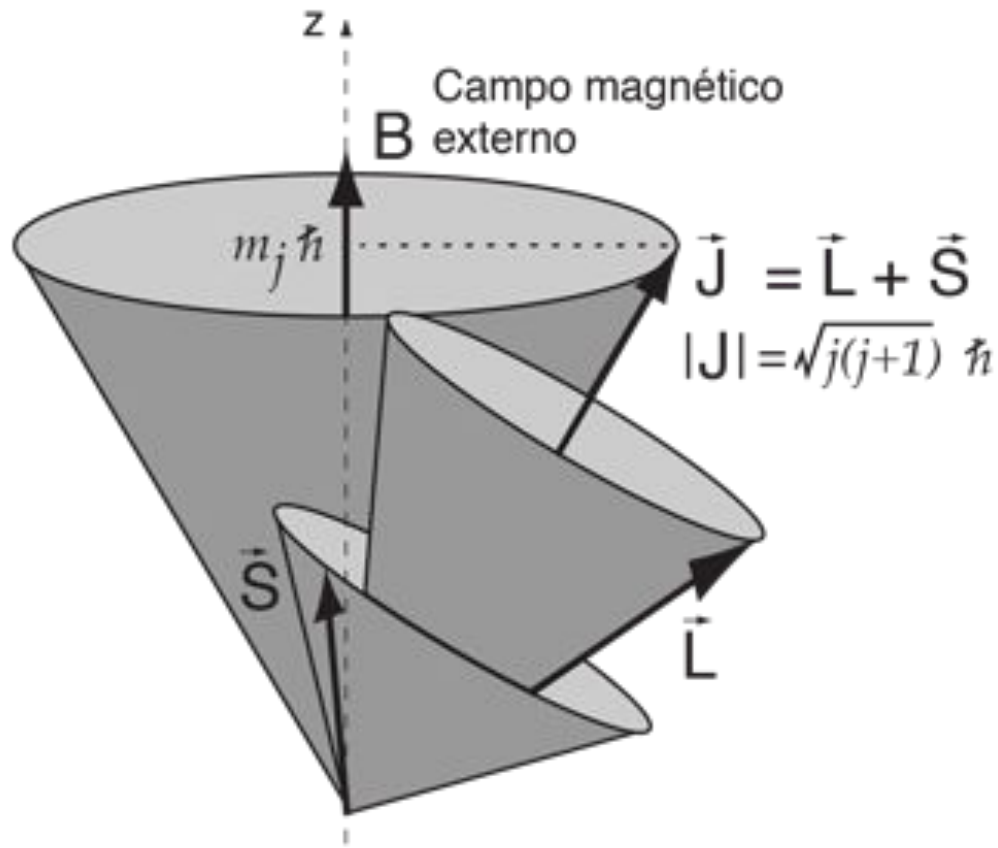
Se necesitaron tres años para resolver este rompecabezas.

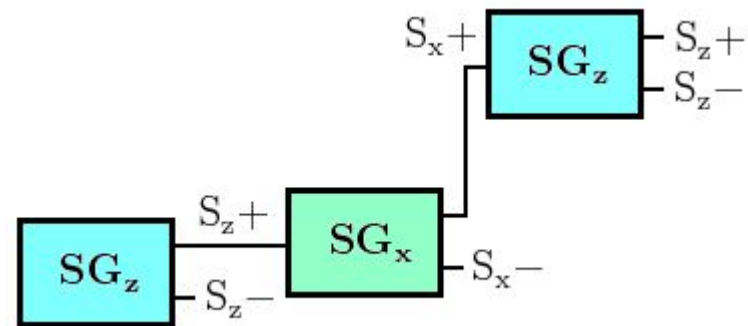
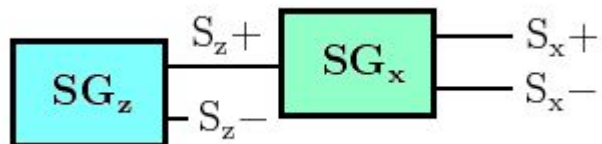
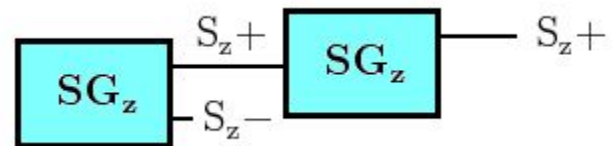


<http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbasees/quantum/vecmod.html>

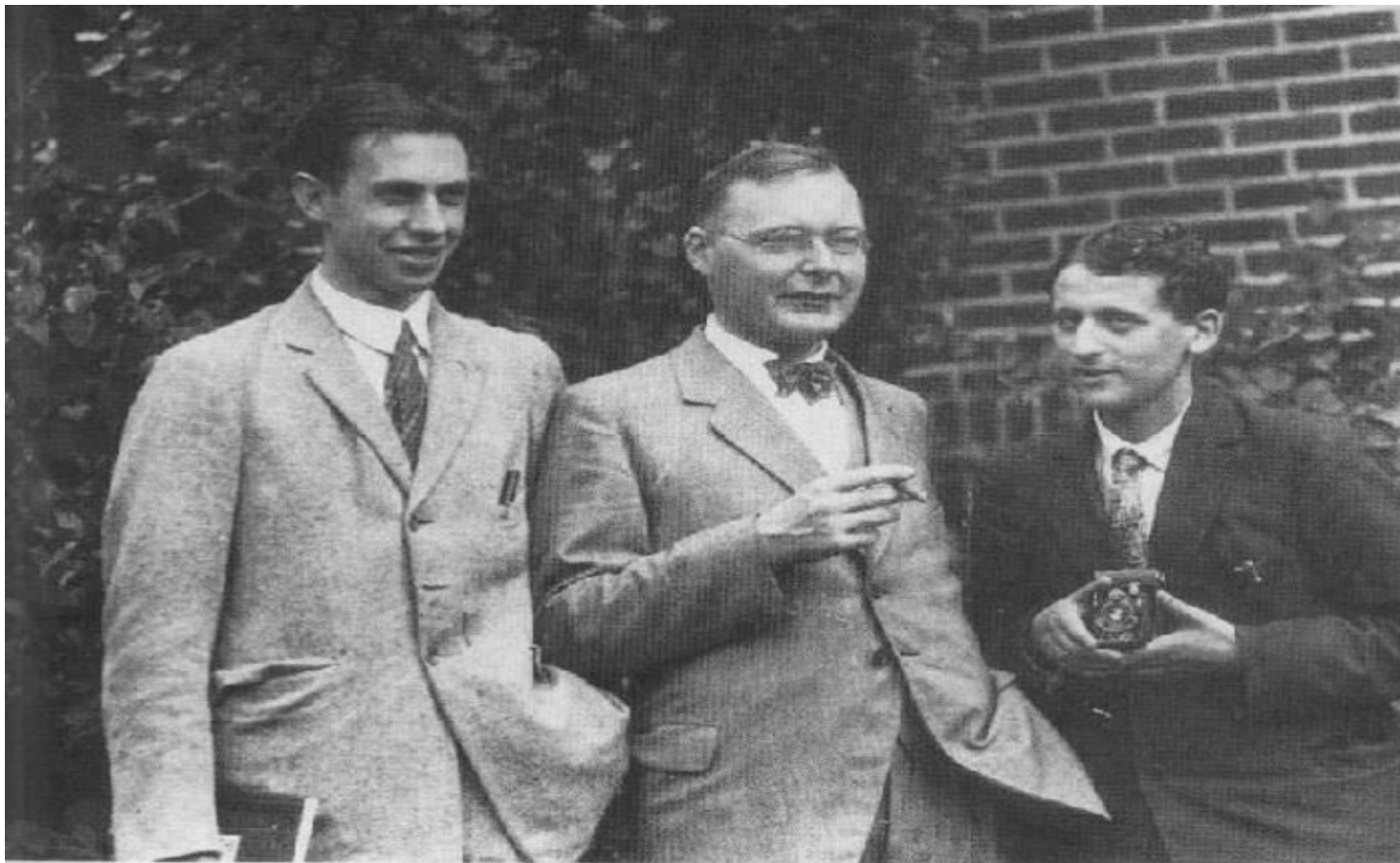








<http://la-mecanica-cuantica.blogspot.com/2009/08/el-spin-del-electron.html>



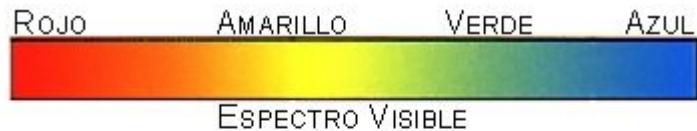
George Uhlenbeck (L) and Samuel Goudsmit (R) came up with the idea of quantum spin in the mid-1920s. This photo was taken with Hendrik Kramers (center) in 1928. Public Domain

Cortesía de chatGPT : Cómo descubrieron el spin?

George Uhlenbeck y Samuel Goudsmit descubrieron la existencia del espín en 1925 mientras estaban realizando investigaciones sobre la estructura fina de las líneas espectrales del átomo de hidrógeno.

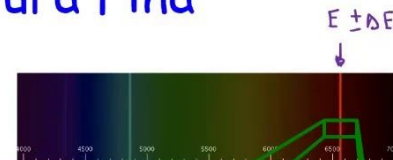
En aquel momento, se sabía que el electrón en el átomo tenía carga eléctrica y masa, y se creía que el electrón sólo podía tener movimiento orbital alrededor del núcleo atómico.

Al estudiar las líneas espectrales del átomo de hidrógeno, Uhlenbeck y Goudsmit notaron que había una estructura fina que no podía explicarse solo con el modelo de movimiento orbital del electrón.



Estructura Fina

- Un examen exhaustivo de las líneas espectrales de hidrógeno mostró que con un aumento de mil veces, podemos ver que la línea roja del espectro son en realidad dos líneas espectrales muy próximas entre sí, hay una **estructura fina**.
- El modelo de Bohr no da cuenta de la estructura fina de las líneas espectrales.



$E_V: \lambda \approx 6550 \text{ (Å)}$
 $m > 2$
 $m = 2$
 $(\Delta E : \Delta m)$



Cortesía de chatGPT : Cómo descubrieron el spin?

Para explicar esta estructura fina, Uhlenbeck y Goudsmit propusieron la hipótesis de que el electrón también tenía una propiedad intrínseca llamada "espín" que podría ser responsable de esta estructura fina en las líneas espectrales.

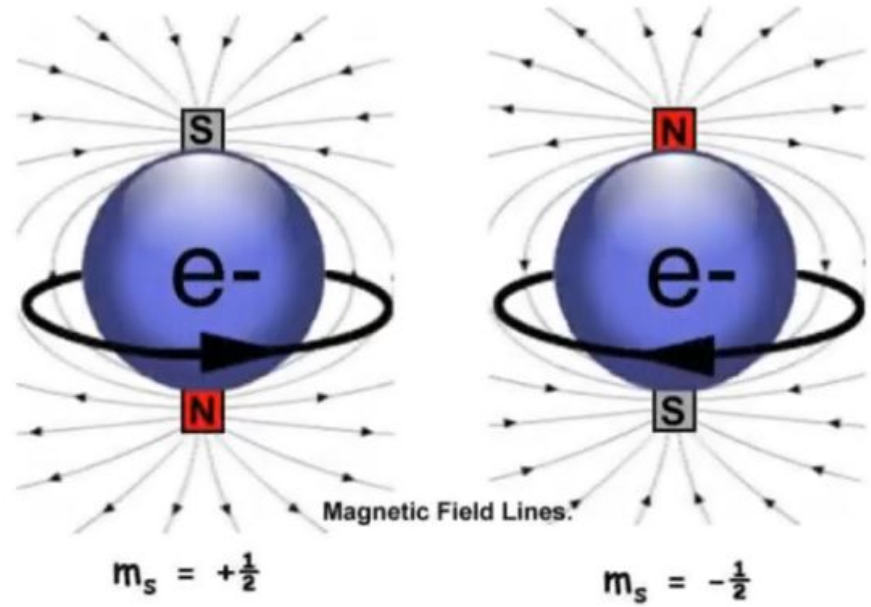
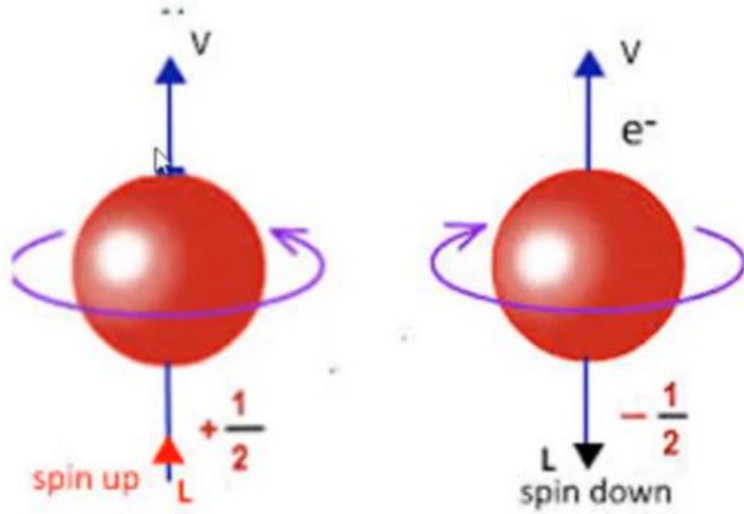
El espín sería una propiedad cuántica análoga al momento angular clásico, y explicaría la presencia de una estructura fina en las líneas espectrales del átomo de hidrógeno.

Cortesía de chatGPT : Cómo descubrieron el spin?

Esta hipótesis del espín fue una idea muy innovadora y sorprendente en aquel momento, ya que el espín no tenía ninguna correspondencia en la física clásica y contradecía la concepción clásica del electrón como una partícula puntual sin estructura interna.

Posteriormente se descubrió que la hipótesis del espín era correcta y que el espín es una propiedad fundamental de las partículas subatómicas como los electrones. Uhlenbeck y Goudsmit fueron galardonados con el Premio Nobel de Física en 1927 por su descubrimiento del espín.

Spin





Wolfgang Pauli (L) and Paul Ehrenfest (R), only a few years before Ehrenfest would tragically commit suicide.

CERN photo archives

Spin: la propiedad cuántica que debería haber sido imposible

El experimento de Stern-Gerlach demostró la existencia de dos posibles valores para la proyección del espín de un electrón en una dirección determinada, lo que llevó a la idea de que el espín es cuantizado. Por otro lado, las matrices de Pauli son un conjunto de matrices hermíticas que describen la dinámica del espín en mecánica cuántica.

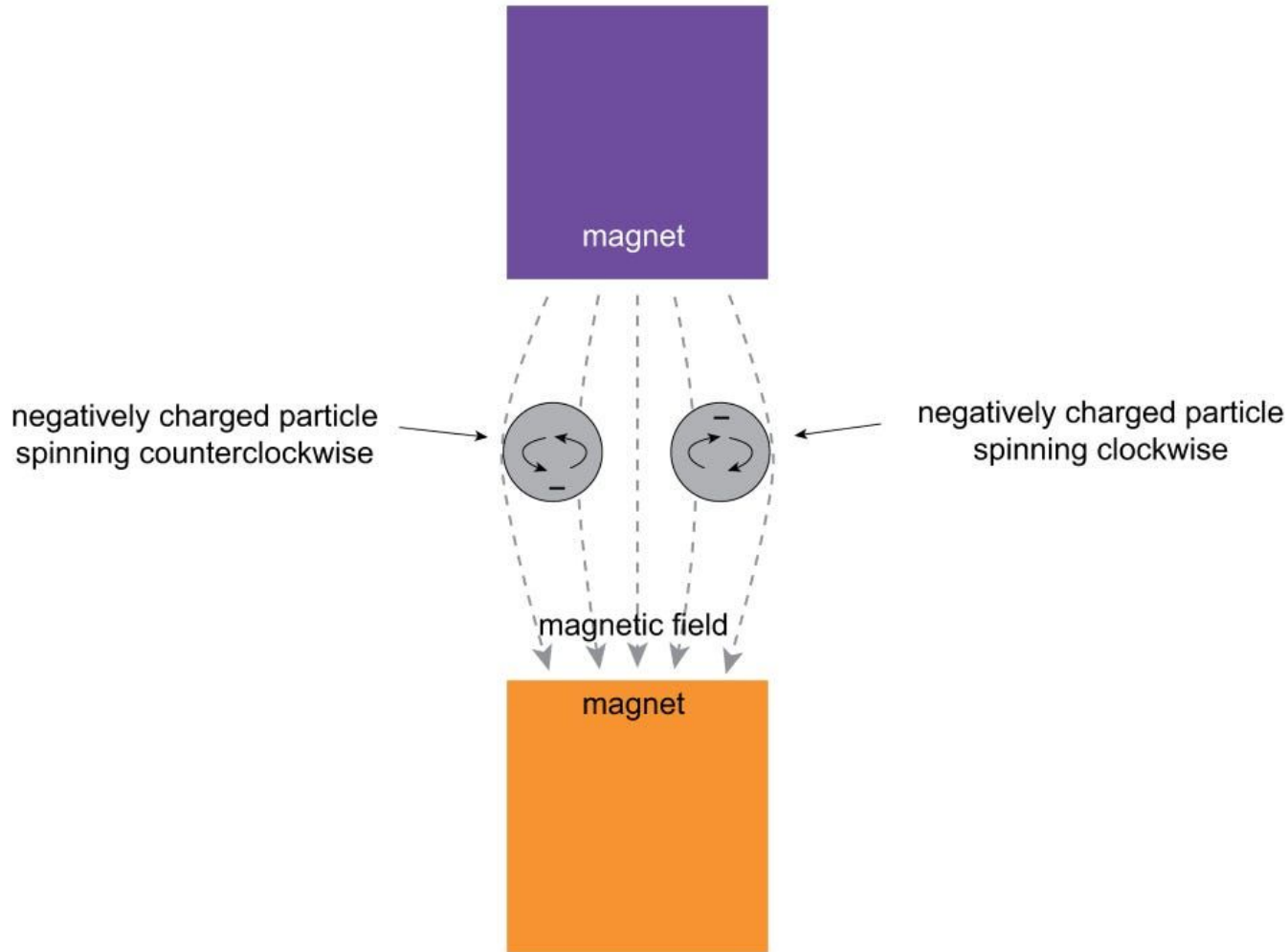
Las matrices de Pauli son una herramienta esencial para describir el comportamiento del espín en el experimento de Stern-Gerlach. En particular, se puede demostrar que la proyección del espín en la dirección de un campo magnético externo es proporcional a la matriz de Pauli correspondiente a esa dirección.

Spin

Si el campo magnético se aplica en la dirección z , entonces la proyección del espín en esa dirección es proporcional a la matriz de Pauli σ_z .

Las matrices de Pauli permiten calcular las probabilidades de medir las dos posibles proyecciones del espín en una dirección determinada en el experimento de Stern-Gerlach.

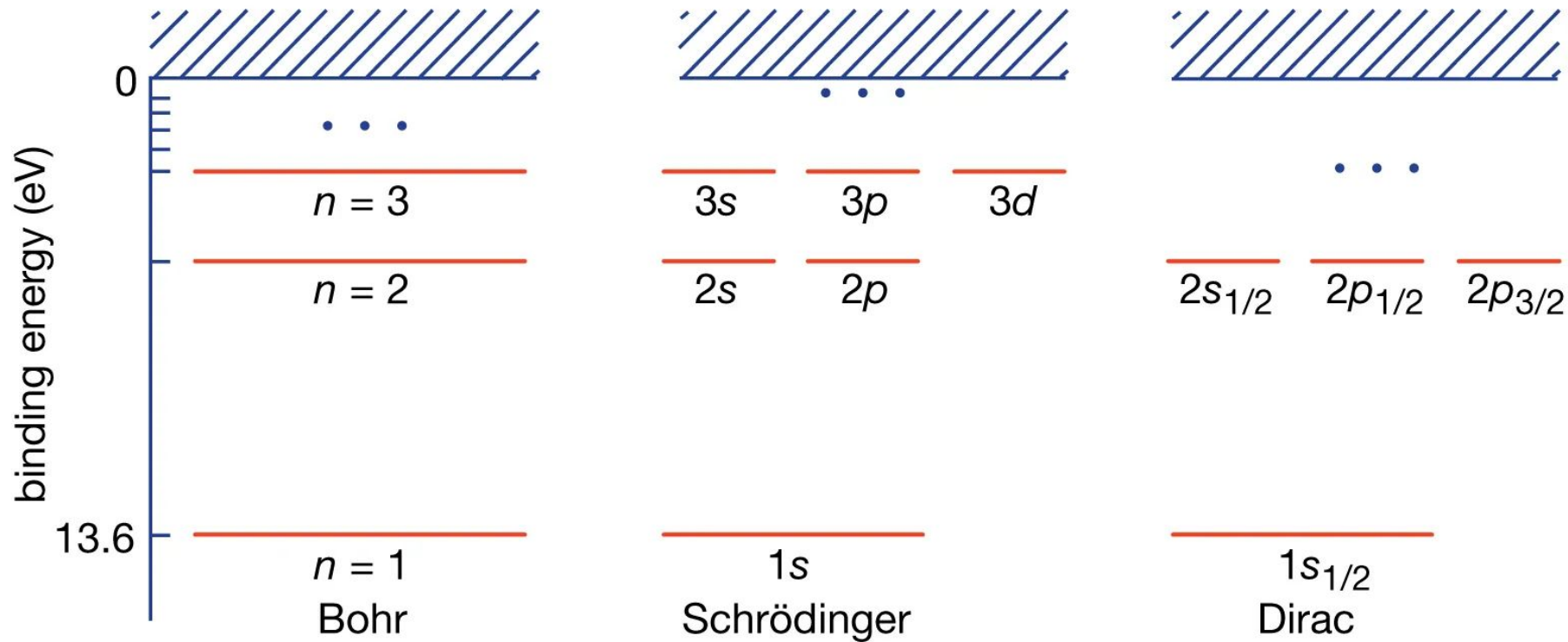
Las matrices de Pauli también se utilizan para describir la evolución temporal del espín en presencia de un campo magnético externo y para calcular la probabilidad de transición entre diferentes estados de espín



Electrons, like all spin-1/2 fermions, have two possible spin orientations when placed in a magnetic field.

CK-12 Foundation /
Wikimedia Commons

<https://www.forbes.com/sites/startswithabang/2017/11/21/spin-the-quantum-property-that-nature-shouldnt-possess/?sh=2cfd55496349>



© 2012 Encyclopædia Britannica, Inc.

Energy levels of the hydrogen atom, according to Bohr's model and quantum mechanics using the Schrödinger equation and the Dirac

$$\sigma_1 = \sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_2 = \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_3 = \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Products of the spin matrices

$$\sigma_x^2 = 1$$

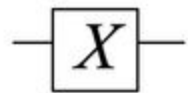
$$\sigma_y^2 = 1$$

$$\sigma_z^2 = 1$$

$$\sigma_x \sigma_y = -\sigma_y \sigma_x = i\sigma_z$$

$$\sigma_y \sigma_z = -\sigma_z \sigma_y = i\sigma_x$$

$$\sigma_z \sigma_x = -\sigma_x \sigma_z = i\sigma_y$$



$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

(a)



$$\begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$$

(b)



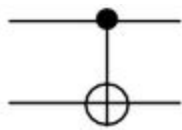
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

(c)






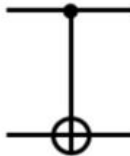
$$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

(d)



$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

(e)

Gate	Notation	Matrix
NOT (Pauli- X)		$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$
Pauli- Z		$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$
Hadamard		$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$
CNOT (Controlled NOT)		$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

Ejercicio: Pruebe las siguientes relaciones

- (i) $X^2 = Y^2 = Z^2 = I,$
- (ii) $H = \frac{1}{\sqrt{2}}(X + Z),$
- (iii) $X = HZH,$
- (iv) $Z = HXH,$
- (v) $-1Y = HYH,$
- (vi) $S = T^2,$
- (vii) $-1Y = XYX.$



**Ejercicio: Leer las
páginas 11 a 28 del
texto Quantum
Computing
explained**