ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЯВЛЕНИЯ ГИДРОУДАРА С УЧЕТОМ ГИДРАВЛИЧЕСКОГО ТРЕНИЯ ТРУБОПРОВОДА МЕТОДОМ КОНТРОЛЬНЫХ ТОЧЕК

Расчеты динамических процессов в трубопроводе необходимы для моделирования процессов движения жидкости в трубопроводе к примеру для прогнозирования нагрузок на трубопровод при циркуляции в нем волн сжатия и разрежения. Одно из наиболее опасных явлений — гидроудар, т.е. остановка движения потока жидкости с последующим формированием и распространением по трубе волн сжатия. Расчет явления без учета гидравлического трения может быть проведен методом характеристик, рассчет с учетом сил трения, являющийся квадратичной функцией и направленный в обратную сторону от движения сложен для известных методов и может быть выполнен методом контрольных точек.

Метод контрольных точек основан на поиске таких значений коэффициентов линейных разложений базисных функций, представляющих зависимости искомых из систем дифференциальных уравнений в частных производных (СДУЧП) функций от пространственных координат и времени, при которых минимального значения достигает максимальная по модулю невязка, определяемая среди всех невязок в заданных контрольных точках расчетной области. Переход от минимизации суммы квадратов невязок к минимизации максимальной по модулю невязки значительно улучшает качество приближенного решения и позволяет перейти от малых конечных элементов к достаточно крупным блокам, в пределах каждого из которых ищутся свои линейные разложения базисных функций. В основе метода лежит назначение в пределах расчетной области контрольных точек, в каждой из которых определяются невязки. Важно подчеркнуть, что количество невязок может и должно быть больше, причем существенно, числа коэффициентов линейных разложений базисных функций.

Если исходная СДУЧП является линейной, то предлагаемый метод, который можно назвать методом контрольных точек (МКТ), сводится к решению задачи линейного программирования [1,11,12]. В противном случае необходимо решать задачу нелинейного математического программирования.

Рассмотрены конкретные примеры применения математического моделирования к решению сложной гидродинамической задачи — решения гиперболических уравнений в условиях гидравлического удара, который представляет собой скачок давления в какой-либо системе, заполненной жидкостью, вызванный крайне быстрым изменением скорости потока этой жидкости за очень малый промежуток времени.

В случае идеальной жидкости решение краевой задачи о распределении давления в трубопроводе по пространственной переменной и времени сводится к интегрированию линейного гиперболического уравнения. Трудности решения краевых задач о течении реальных вязких жидкостей связаны с их нелинейностью ввиду зависимости коэффициента гидравлического сопротивления от скорости. Уравнения, описывающие распределение давления и скорости для несжимаемой жидкости, в данном случае имеют вид:

|  |  |
| --- | --- |
| ,  , | (1) |

где — давление; — продольная координата; — время; — давление; v — скорость; — коэффициент гидравлического сопротивления (коэффициент трения); — скорость звука в капельной упругой жидкости, текущей в трубе с упругими стенками, т.е. скорость распространения ударной волны — волны гидравлического возмущения — модуль упругости жидкости; — толщина стенки трубы; — диаметр трубы; — модуль упругости материала стенки трубы.

В подходе используются методы линейного программирования, поэтому просто так невозможно учесть квадратичную зависимость в (1). Чтобы обойти это ограничение, представим процесс нахождения решения в виде итеративного процесса, где член в который скорость входит нелинейно заменяется на следующее: , где — это скорость на предыдущей итерации. Тем самым мы можем теперь искать скорость симплекс-методом, поскольку теперь ее вхождение линейно. С течением времени процесс сойдется и линейная разность будет равна нулю (это и будет сигналом к остановке метода)