

Tarea Optimización

Felipe Condori, Jeremías Torres, Diego Varas

5 de diciembre de 2018

1. Problema 1

Chile es un país extenso, el cual posee 16 regiones. Considere que usted y su compañero poseen un espíritu aventurero y quiere recorrer, partiendo en Concepción, desde Arica a Punta Arenas, visitando 2 localidades (ciudades, pueblos, etc) en cada región. Para esto, deben organizar su viaje minimizando los costos económicos asociados al total de km recorridos al realizar su travesía, la cual los llevará a visitar cada localidad escogida una única vez hasta regresar finalmente a Concepción. Además, posee las siguientes condiciones para su realización:

- Cada localidad debe estar a lo menos a 30 km de cualquier otra.
- Posee un máximo de 15.000 km para realizar su recorrido.
- Cada kilómetro recorrido tiene un costo de 57 CLP.
- Concepción no se considera como localidad. Mientras que se debe visitar tanto Punta Arenas como Arica.
- Las localidades a visitar en cada región son a su elección.

1.1. Datos

Para la obtención de los datos no se utilizó la API de Google, ya que esta solicitaba Visa para usarse, por lo que los datos fueron obtenidos tomando las distancias que presentaba Google Maps ciudad por ciudad de forma manual, la respuesta representa ya de por sí la menor ruta entre cada par de localidades.

1.2. Formulación de modelo matemático

La formulación de este problema, se hace sobre un grafo no dirigido $G = (V, E)$ para el cual se define $n = 33$ nodos, correspondientes a un par de localidades en cada una de las 16 regiones del país, exceptuando la octava región que posee además el nodo de partida y final que es la ciudad de Concepción. El problema representa la elección de la ruta que minimice el gasto de combustible total sobre G , cuya principal característica es que éste es *16-Completo*, por lo que se definen las variables de decisión como:

$$x_{i,j} = \begin{cases} 1 & \text{Si la arista } (i,j) \in E \text{ pertenece a la ruta.} \\ 0 & \text{EOC.} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \min_{x_{i,j}} \quad & C * \sum_{i=0}^n \sum_{j=0, j \neq i}^n c_{i,j} x_{i,j} \\ \text{s.a.:} \quad & \sum_{i=0, j \neq i}^n x_{i,j} = 1 \quad \forall j \in V \\ & \sum_{j=0, j \neq i}^n x_{i,j} = 1 \quad \forall i \in V - \{0\} \\ & u_i - u_j + n * x_{i,j} \leq n - 1, \quad 1 < i \neq j \leq n \\ & x_{i,j} \in \{0, 1\} \\ & u_i \geq 0, \quad \forall i \in V \end{aligned}$$

Donde C corresponde al costo en pesos por kilómetro recorrido, dado que es una función lineal. Para fines de trabajar en simplex se omitió la mutiplicación de la matriz de distancias para determinar el valor objetivo en términos de pesos por kilómetros. Además se ha asumido que el grupo de amigos se

1.3. Solución y Ruta Óptima

La solución entregada por cplex para el modelo es la siguiente ruta:

Concepción, Florida, Linares, Rengo, San José de Maipo, Lampa, Los Andes, Illapel, Coquimbo, Chañaral, Copiapó, Calama, Pozo Almonte, Putre, Arica, Iquique, Antofagasta, Valparaíso, Pichilemu, Constitución, Chillán, Pemuco, Temuco, Valdivia, La Unión, Porvenir, Punta Arenas, Cochrane, Puerto Aysén, Castro, Osorno, Angol, Coronel y Concepción. La cual tiene una distancia total de 11.218km con un costo de \$ 539.416 CLP.

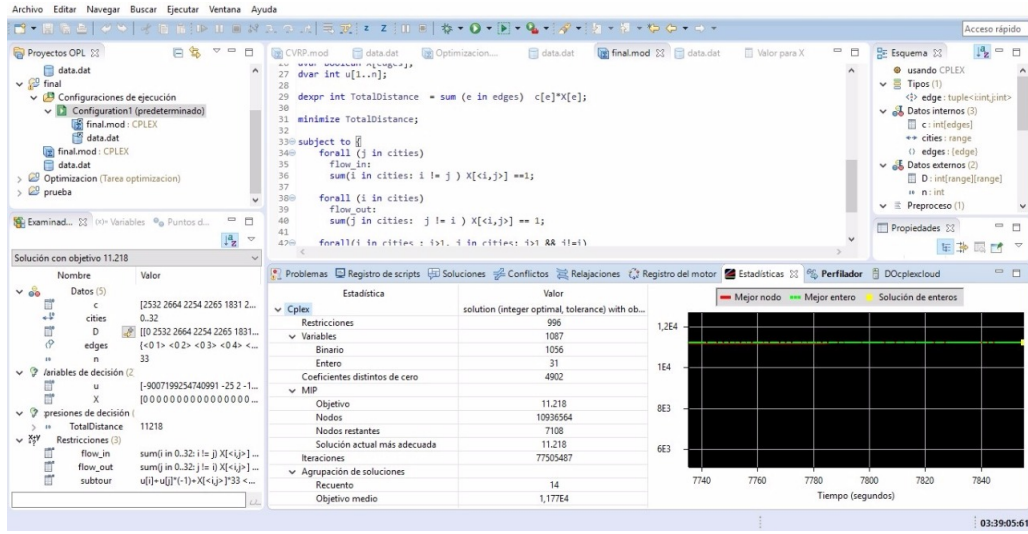


Figura 1:

2. Problema 2

3. Datos

Los datos se obtuvieron de Google Maps local por local, los cuales fueron seleccionados al azar. Estos datos generan la matriz de distancia que fue utilizada para la resolución del problema. Además se utilizó como depósito o bodega a Kamadi, el cual se encuentra en Avenida Los Carrera.

3.1. Formulación de modelo matemático

$$\begin{aligned}
 \min_{x_{r,i,j}} \quad & \sum_{r=1}^5 \sum_{i=0}^{15} \sum_{j=0}^{15} c_{i,j} x_{r,i,j} \\
 \text{s.a.:} \quad & \sum_{r=1}^5 \sum_{i=0, i \neq j}^{15} x_{r,i,j} = 1 \quad \forall j \in V \\
 & \sum_{j=1}^{15} x_{r,0,j} = 1, \quad \forall r \in M \\
 & \sum_{i=0, i \neq j}^{15} x_{r,i,j} = \sum_{i=0}^{15} x_{r,j,i}, \quad \forall j \in V, r \in M \\
 & \sum_{i=0}^{15} \sum_{j=1, i \neq j}^{15} d_j x_{r,i,j} \leq Q, \quad \forall r \in M \\
 & x_{r,i,j} \in \{0, 1\} \forall r \in M, i, j \in V, i \neq j
 \end{aligned}$$

4. Aplicación de Heurística y/o Metaheurística

4.1. Definición de heurística

El problema a resolver con este método es el problema 1, el cual es el problema del vendedor viajero (*TSP*), para el cual se debe hallar la ruta óptima que permita recorrer todas las ciudades una única vez, lo que genera un espacio de búsqueda en base al conjunto total de combinaciones de aristas.

La heurística implementada para recorrer el espacio de soluciones corresponde al vecino más cercano (*NearestNeighbourAlgorithm*), el cual fue, en ciencias de la computación, uno de los primeros algoritmos utilizados para determinar una solución para el problema del vendedor viajero. Este método genera rápidamente un camino corto, pero generalmente no el ideal.

El algoritmo es el siguiente:

1. Se selecciona el vértice inicial, en este caso Concepción, indexado como 22
2. A partir del vértice seleccionado, se encuentra la arista de salida de menor peso.
3. Se selecciona, el vértice extremo de la arista, como vértice actual
4. Marcar el vértice actual como visitado
5. Si todos los vértices se encuentran marcados como visitado, terminar
6. En cualquier otro caso, volver a 2

4.2. Resultados

El algoritmo *NearestNeighbourAlgorithm* fue implementado en el lenguaje *Python*, el cual ejecuta la misma instancia que se utilizó para resolución del problema 1, entregándonos los siguientes resultados:

```

La Ruta es:
Ciudad(ID)

CONCEPCION(22)->CORONEL(23)->FLORIDA(21)->CHILLAN(19)->PEMUCO(20)->ANGOL(25)->TEMUCO(24)->VALDIVIA(26)->LA UN
ION(27)->OSORNO(29)->CASTRO(28)->PUERTO AYSEN(30)->COCHRANE(31)->PUNTA ARENAS(32)->PORVENIR(33)->LINARES(18)-
>CONSTITUCION(17)->PICHILEMU(15)->RENGO(16)->SAN JOSE DE MAIPO(14)->LAMPA(13)->LOS ANDES(11)->VALPARAISO(12)-
>ILLAPEL(9)->COQUIMBO(18)->COPIAPO(8)->CHANAVAL(7)->ANTOFAGASTA(5)->CALAMA(6)->POZO ALMONTE(4)->IQUIQUE(3)->A
RICA(1)->PUTRE(2)->CONCEPCION(22)

Distancia total de 12281km
Costo de $700017 CLP

```

Figura 2: Ruta óptima generada por heurística

La figura 3 nos muestra una distancia total de 12.281km con un costo de \$700.017 CLP.

El código en el lenguaje Python es el siguiente:

```

def TSPNN(costos, ciudades):
    origen = 22 #Concepcion
    resultado = [int(origen)]
    iteracion = int(origen) - 1
    indicador = 0
    distancia = []
    precio = 57 #CLP
    copia = copy.deepcopy(costos)
    for j in range(1, len(costos)):
        for x in range(len(costos)):
            costos[x][iteracion] = 999999
            distancia.append(min(costos[iteracion]))
            for i in range(len(costos)):
                if min(costos[iteracion]) == costos[iteracion][i]:
                    indicador = i
            costos[indicador][iteracion] = 999999
            resultado.append(indicador+1)
            iteracion = indicador
    resultado.append(int(origen))
    a = copia[resultado[-2]-1][int(origen)-1]
    distancia.append(a)
    print("La Ruta es: ")
    print("Ciudad(ID)\n")
    print('->'.join(str(ciudades[resultado[i]-1])+"(" +
str(resultado[i])+"") for i in range(len(ciudades)+1)))
    print("\nDistancia total de " + str(sum(distancia))+"km")
    print("Costo de $" + str(sum(distancia)*precio)+" CLP")

```

Referencias

- [1] K. Grove-Rasmussen og Jesper Nygård, *Kvantefænomener i Nanosystemer*. Niels Bohr Institute & Nano-Science Center, Københavns Universitet