

# **Árbol AVL**

(mejora de los Árboles Binarios de Búsqueda)

---

Ing. Luis Humberto González

- ✓ Adelson, Velskii y Landis
- ✓ Es una modificación de los árboles binarios de búsqueda.
- ✓ El proceso que este tipo de árbol utiliza para agregar y borrar nodos, mantiene parcialmente balanceado al árbol por lo que se pueden realizar búsquedas más eficientes.

Recuerda que en un ABB, el orden en el que se agregan los nodos define la forma de árbol. Si los valores se agregan en orden, el ABB se transforma en una lista!

# Árboles AVL

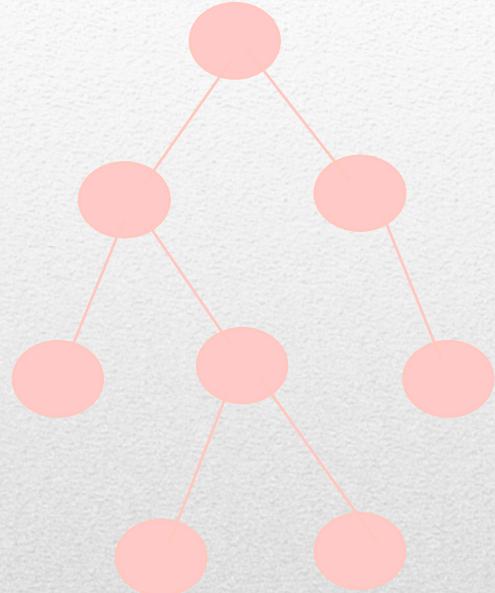
---

Una Árbol AVL debe cumplir las siguientes reglas:

- ✓ Para cualquier nodo del árbol, la diferencia entre la altura del subárbol derecho menos la altura del subárbol izquierdo, no debe de exceder a una unidad.
- ✓ Comportarse como un Árbol Binario de Búsqueda (menores a la izquierda, mayores a la derecha, etc.).

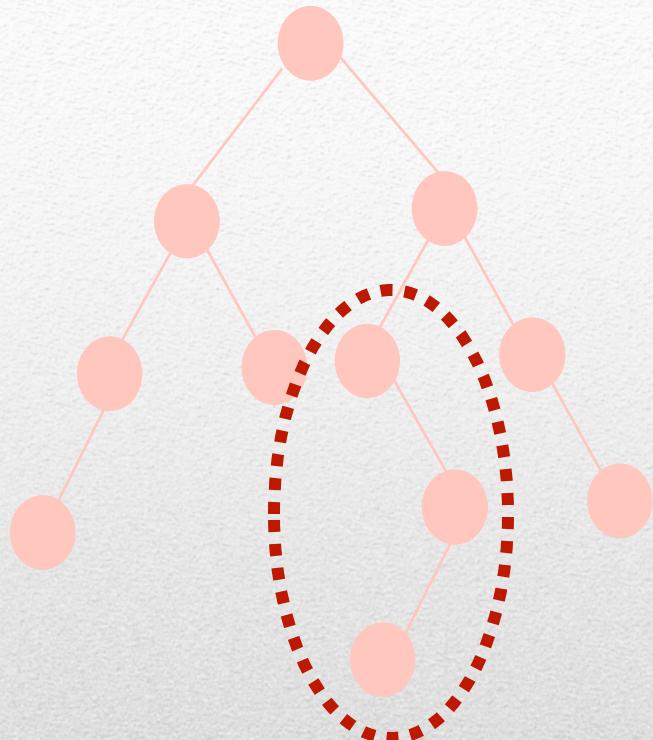
# Balanceo Parcial

---



Árbol AVL

Ejemplo....



Este Árbol **NO ES AVL**  
La diferencia entre la altura del  
subárbol derecho menos la del  
subárbol izquierdo es 2.

Todo nodo del árbol AVL debe incluir un Factor de Balanceo que se obtiene de la siguiente manera:

**Factor de Balanceo = Altura del subárbol derecho – Altura del subárbol izquierdo**

Si el Factor de Balanceo es:

- ✓ **CERO**: las alturas son iguales.
- ✓ **-1**: el subárbol izquierdo es más alto.
- ✓ **1**: el subárbol derecho es más alto.

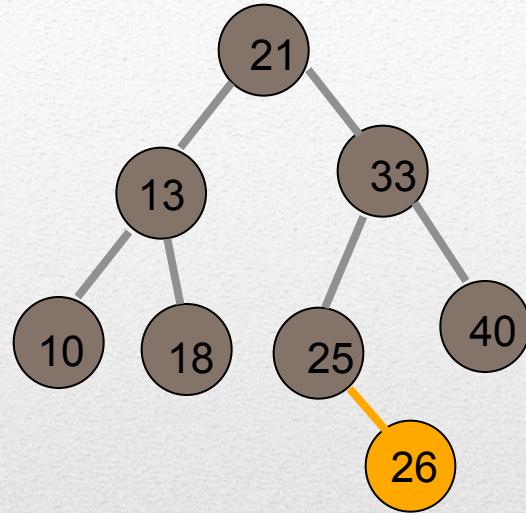
# Factor de Balanceo

---

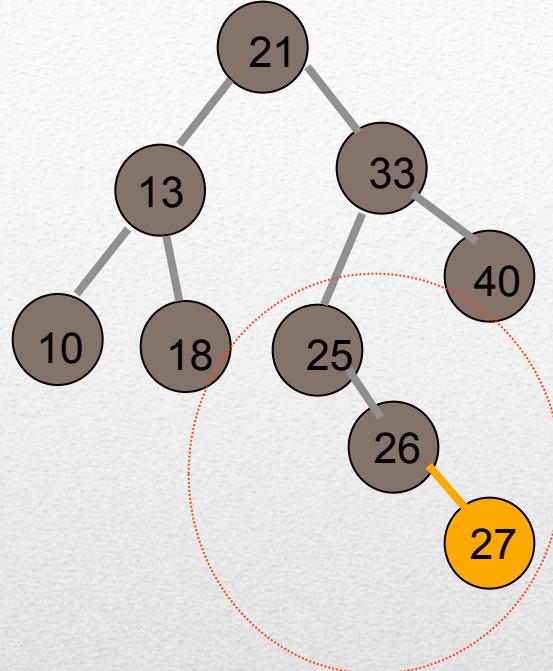
1. El nodo se agrega siguiendo las reglas de inserción de un Árbol Binario de Búsqueda.
2. Si al agregar el nodo, el árbol cumple las reglas de un AVL el proceso termina de lo contrario se debe realizar una ROTACIÓN.

## Agregar un nodo al AVL

---



Al agregar el valor **26** el árbol cumple con las reglas de un AVL (el Factor de Balanceo de todos los nodos es 0, 1 ó –1) .



Al agregar el valor **27** el árbol se DESBALANCEÓ (el Factor de Balanceo para el nodo con el valor 25 ahora es 2). Se requiere una ROTACIÓN.

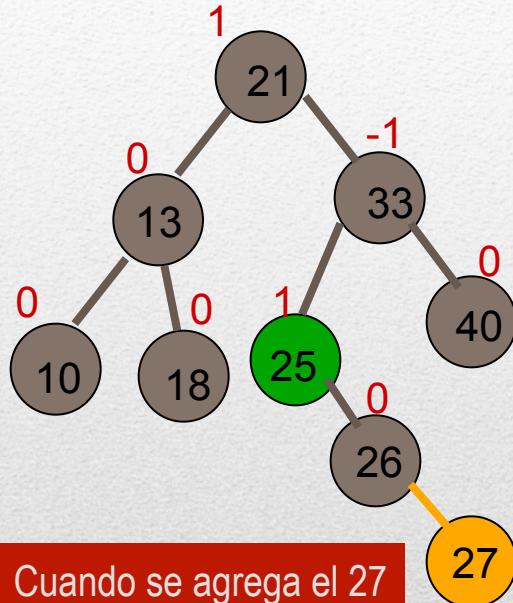
# Ejemplo....

---

- ✓ Es el proceso que se realiza después de la inserción para balancear el árbol.
- ✓ Sólo se realiza cuando el nodo que se agrega causa un desbalanceo.
- ✓ Para iniciar la Rotación se debe encontrar el NODO PIVOTE.
- ✓ **NODO PIVOTE:** Es el nodo ancestro más cercano del nodo recién insertado cuyo Factor de Balanceo es diferente de cero.

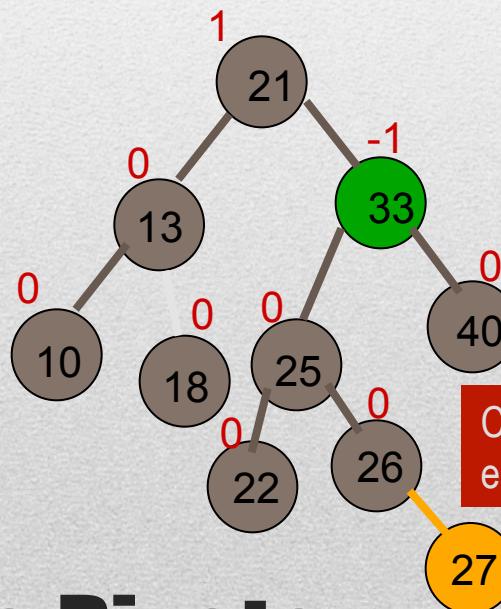
# Rotación

---



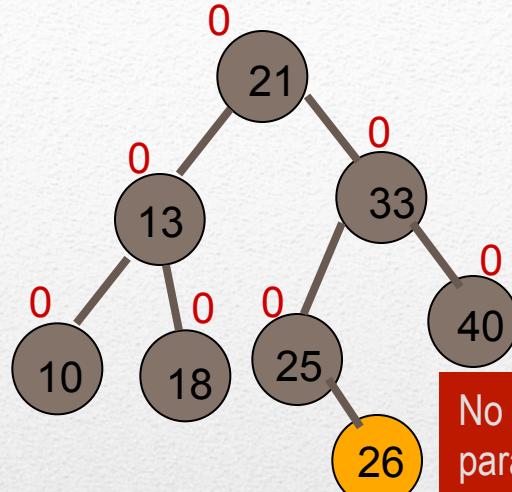
Cuando se agrega el 27  
el nodo Pivote es 25.

Cuando se agrega el 26, No  
hay nodo PIVOTE. Por lo que  
el árbol no requiere una  
ROTACIÓN.



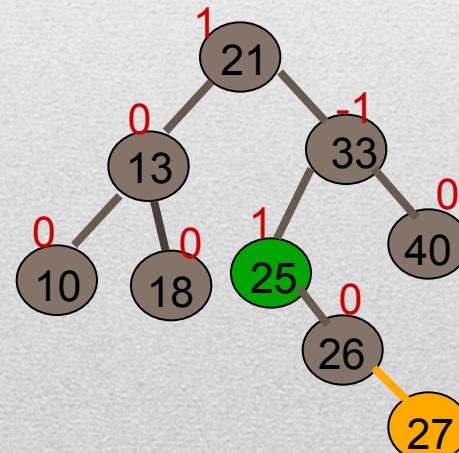
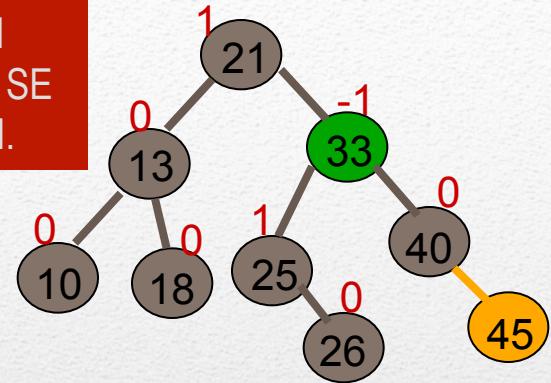
Cuando se agrega el 27  
el nodo Pivote es 33.

## Ejemplos de Nodo Pivot.....



No hay nodo Pivot para el 26 por lo que NO SE HACE LA

Como el nodo 45 se agregó en el subárbol más corto del 33, NO SE HACE LA ROTACIÓN.



Como el nodo 27 se agregó en el subárbol más largo del 25 SE DEBE HACER UNA ROTACIÓN.

# Ejemplo ¿cuándo rotar?....

## Rotación Simple

- ✓ Izquierda (RSI)
- ✓ Derecha (RSD)

Requiere el movimiento de **3** apuntadores y ajustar los Factores de Balanceo de los nodos afectados

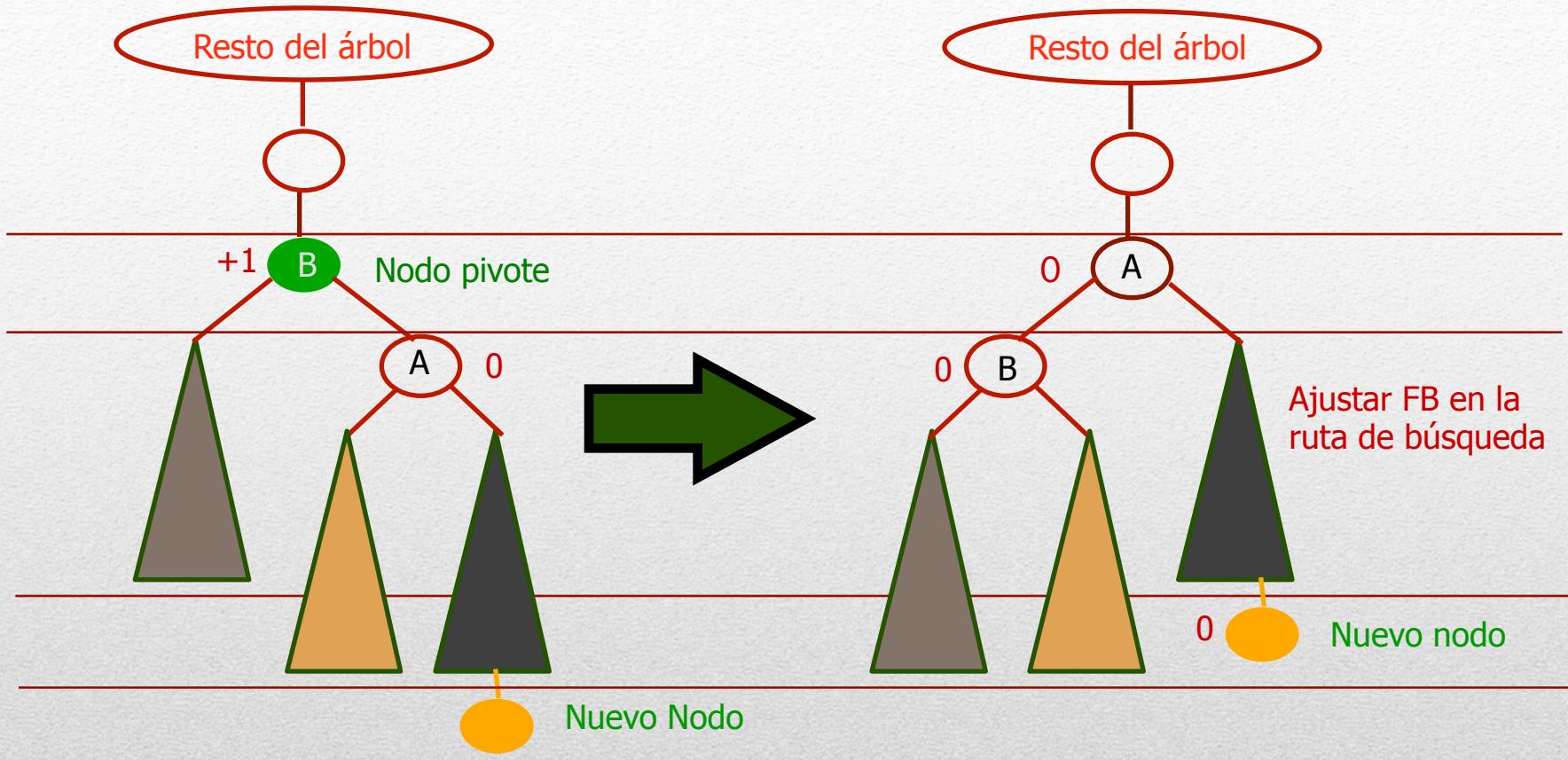
## Rotación Doble

- ✓ Izquierda (RDI)
- ✓ Derecha (RDD)

Requiere el movimiento de **5** apuntadores y ajustar los Factores de Balanceo de los nodos afectados

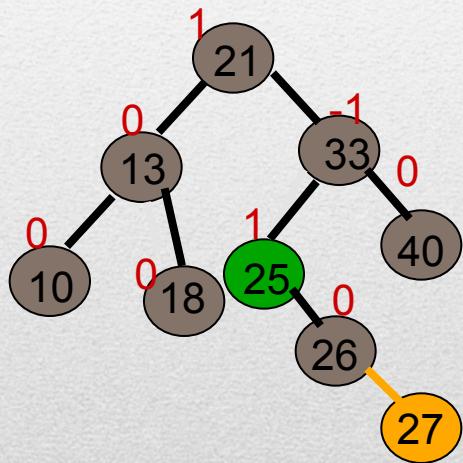
# Tipos de Rotación

---



# Rotación Simple a la Izquierda

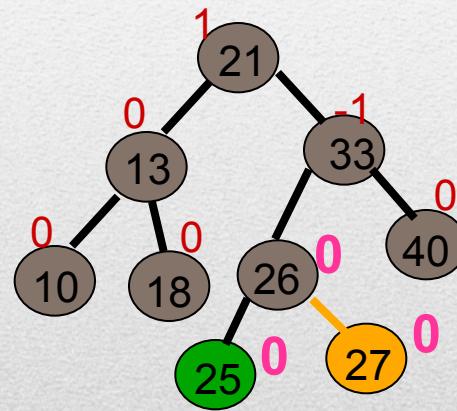
Paso 1



Agregar el 27

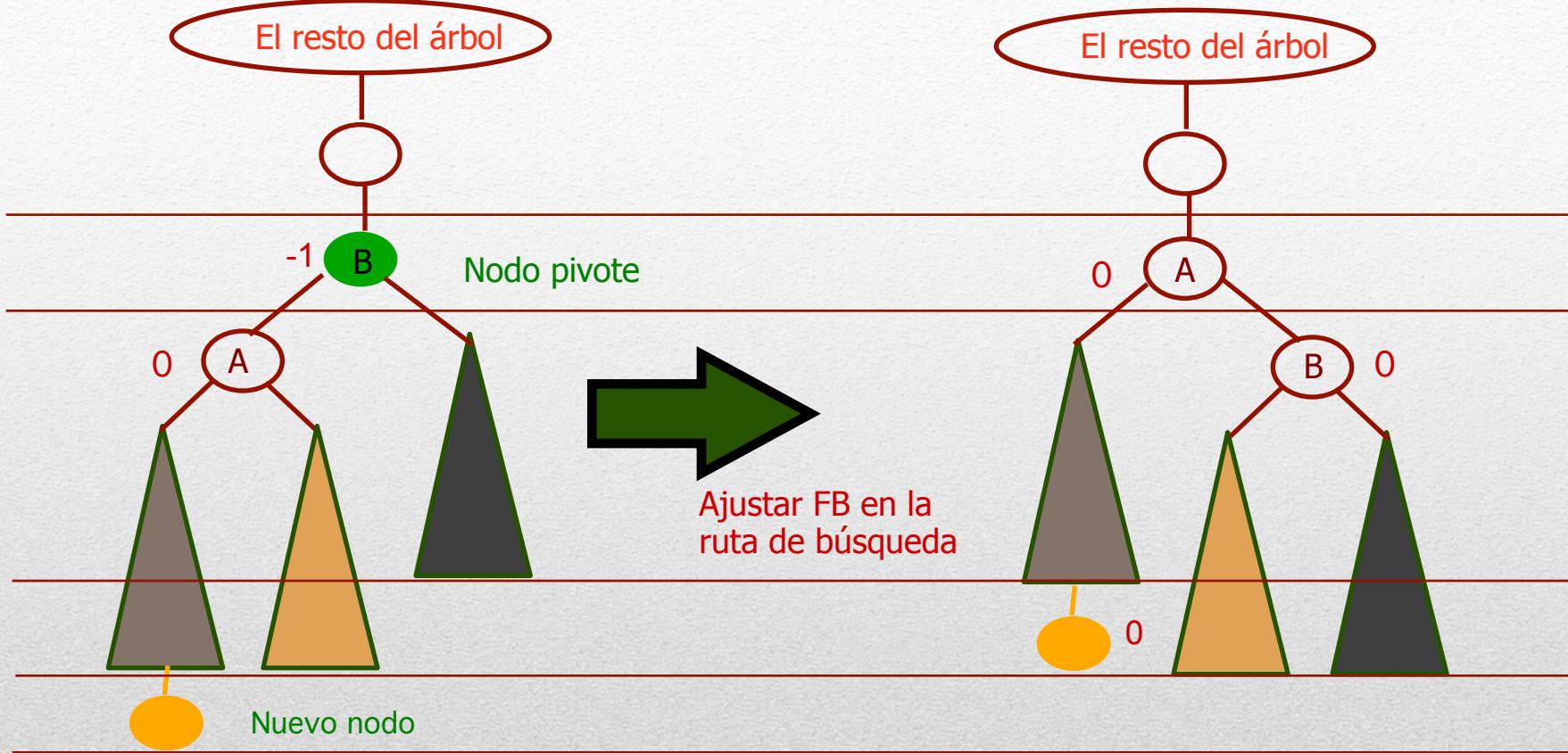
|| RSI

Paso 2

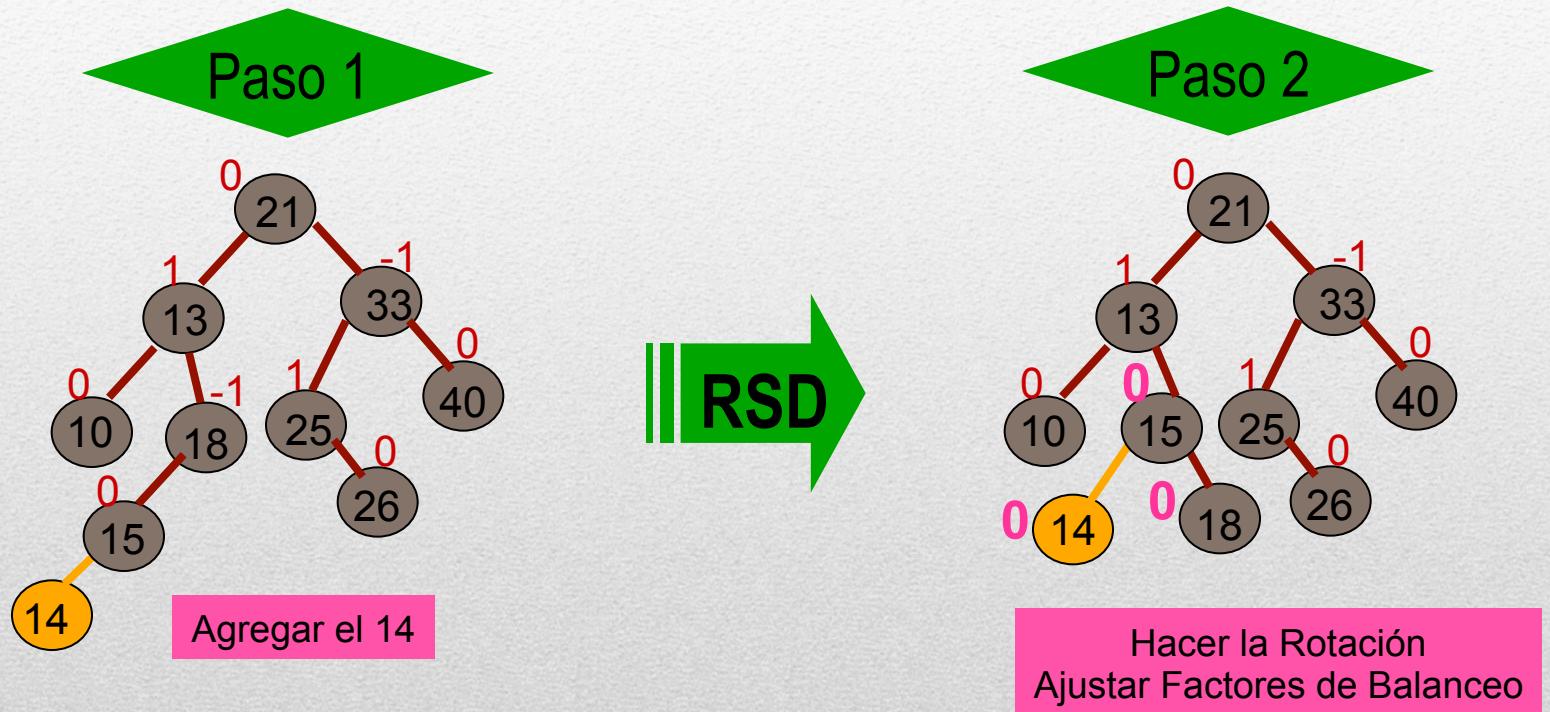


Hacer la Rotación  
Ajustar Factores de Balanceo

# Ejemplo....

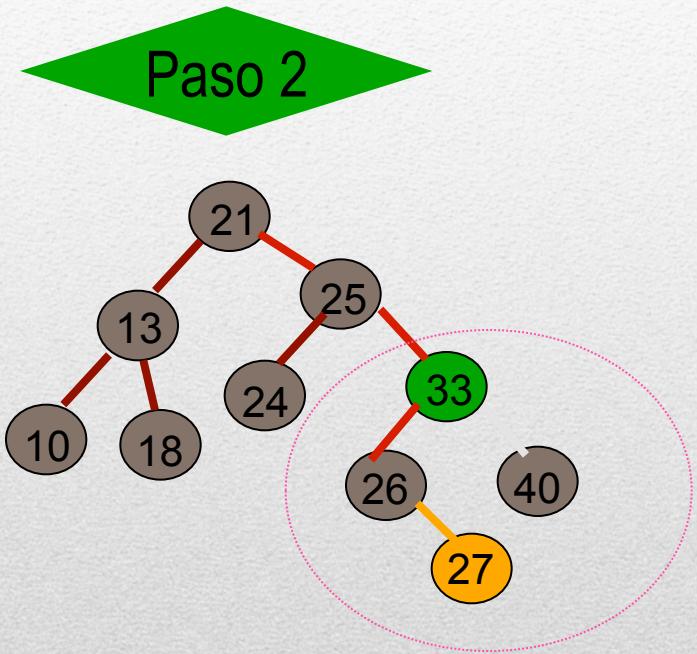
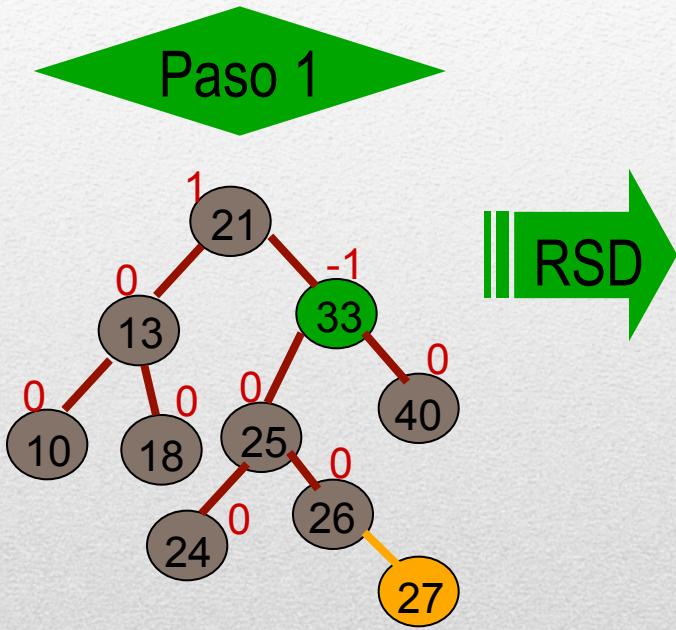


# Rotación Simple a la Derecha



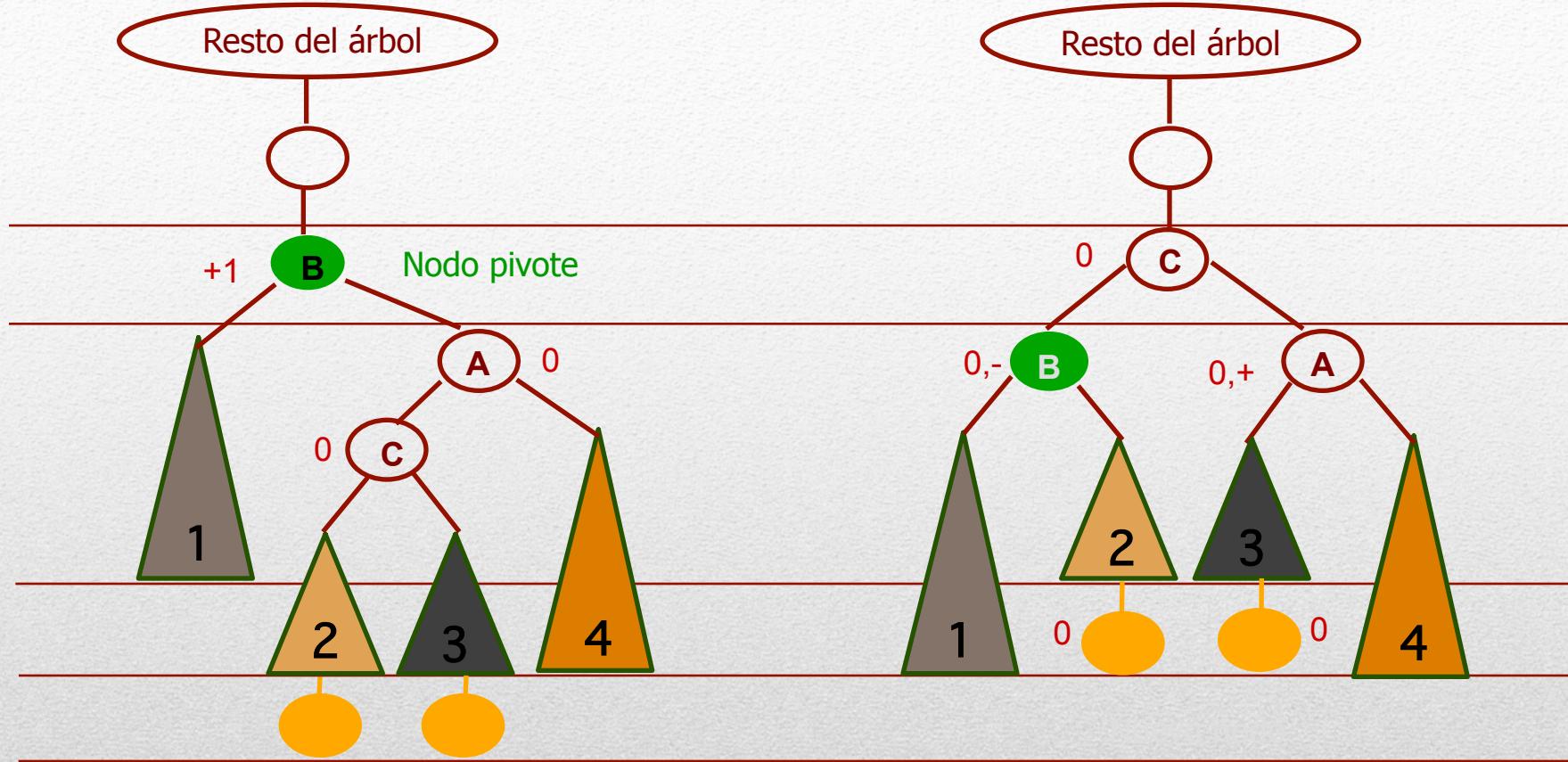
# Ejemplo...

---



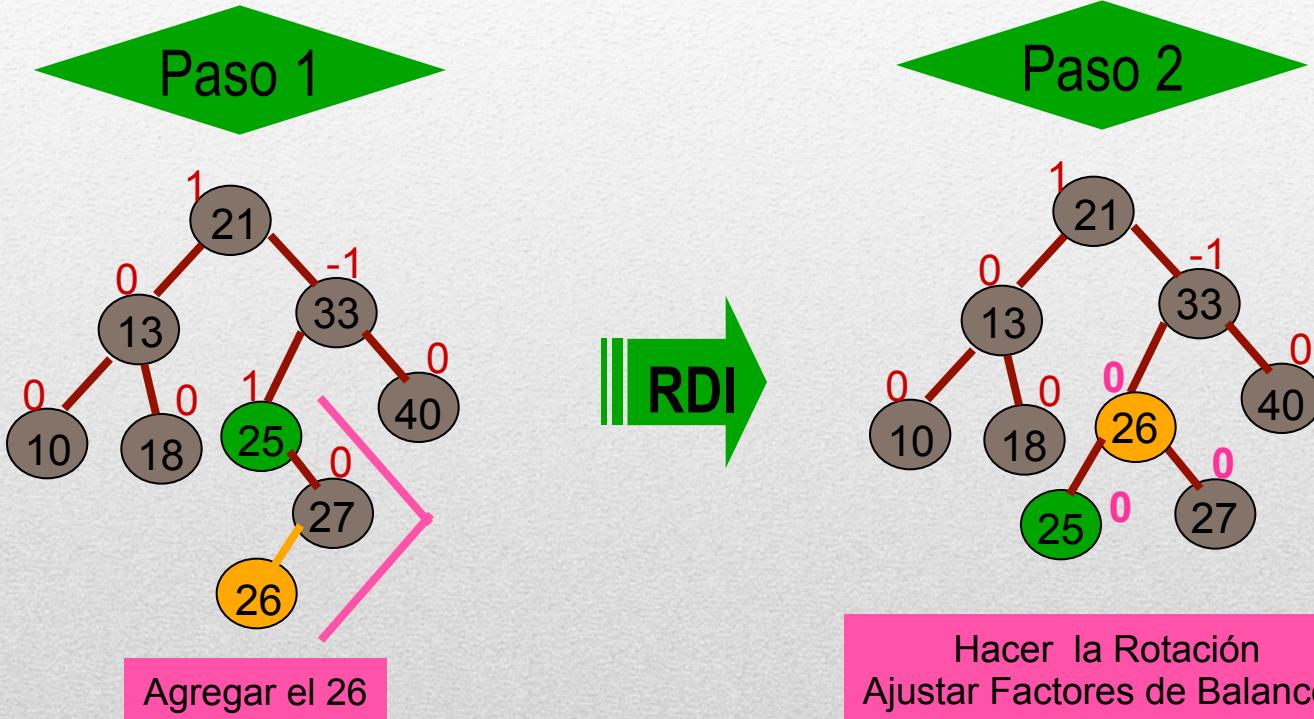
**NO SE SOLUCIONA  
EL PROBLEMA!!  
SE DEBE HACER UNA  
ROTACIÓN DOBLE**

# Ejemplo... Agregar

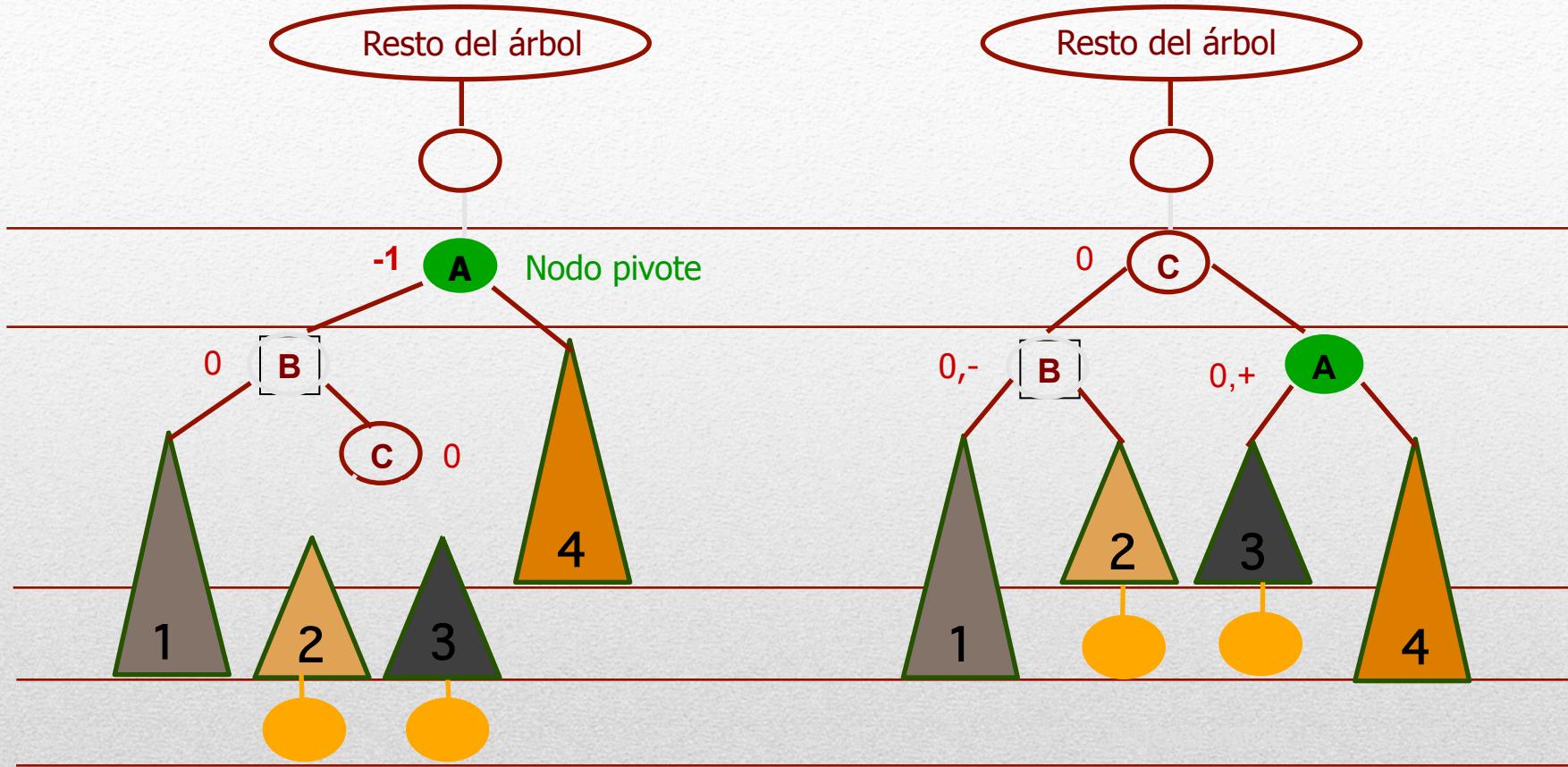


# Rotación Doble a la Izquierda

Observa que se forma una escuadra entre el nodo pivot y sus siguientes dos descendientes.

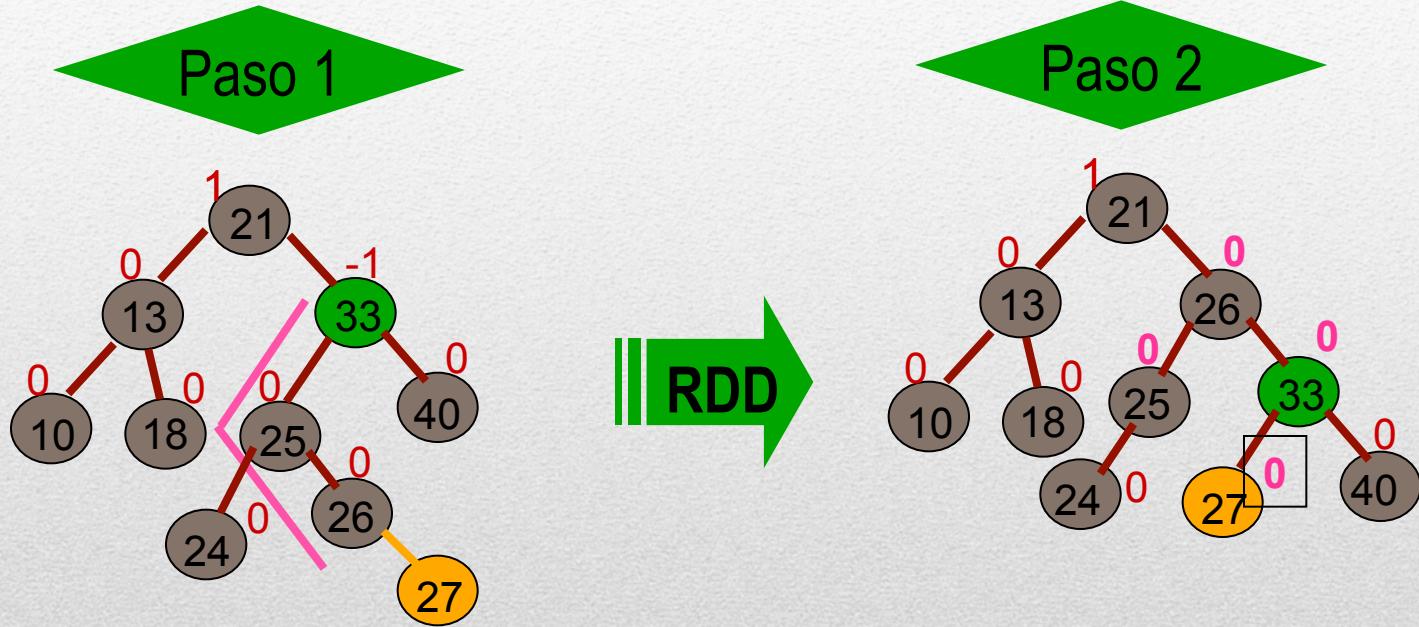


# Ejemplo....



# Rotación Doble a la Derecha

Observa que se forma una escuadra entre el nodo pivote y sus siguientes dos descendientes.



Agregar el 27

# Ejemplo....

Hacer la Rotación  
Ajustar Factores de Balanceo

- Eliminar el valor como se hace en un Árbol Binario de Búsqueda.
- Una vez realizada la baja, realizar el proceso de verificación del balanceo del AVL.
- ¿Qué puede ocurrir?
  - La baja no provoca desbalanceo en el árbol, sólo hay necesidad de ajustar algunos factores de balanceo.
  - La baja sí provoca desbalanceo en el árbol, por lo que se deberá recuperar el balance a través de rotaciones.

# Proceso de Eliminación

---

- **Cuidado...** La eliminación de un nodo puede provocar un desbalanceo TOTAL en el AVL por este motivo, no existe un NODO PIVOTE ya que, en muchas ocasiones será necesario analizar a todos los ancestros del nodo borrado.
- El análisis para detectar un posible desbalanceo inicia en el padre del nodo recién eliminado.
- Si es necesario, una vez analizado el padre, sube al abuelo, y sigue hacia arriba, hasta que detecta que ya no hay problemas o bien, llega a la raíz del árbol.

# Proceso de Eliminación

---

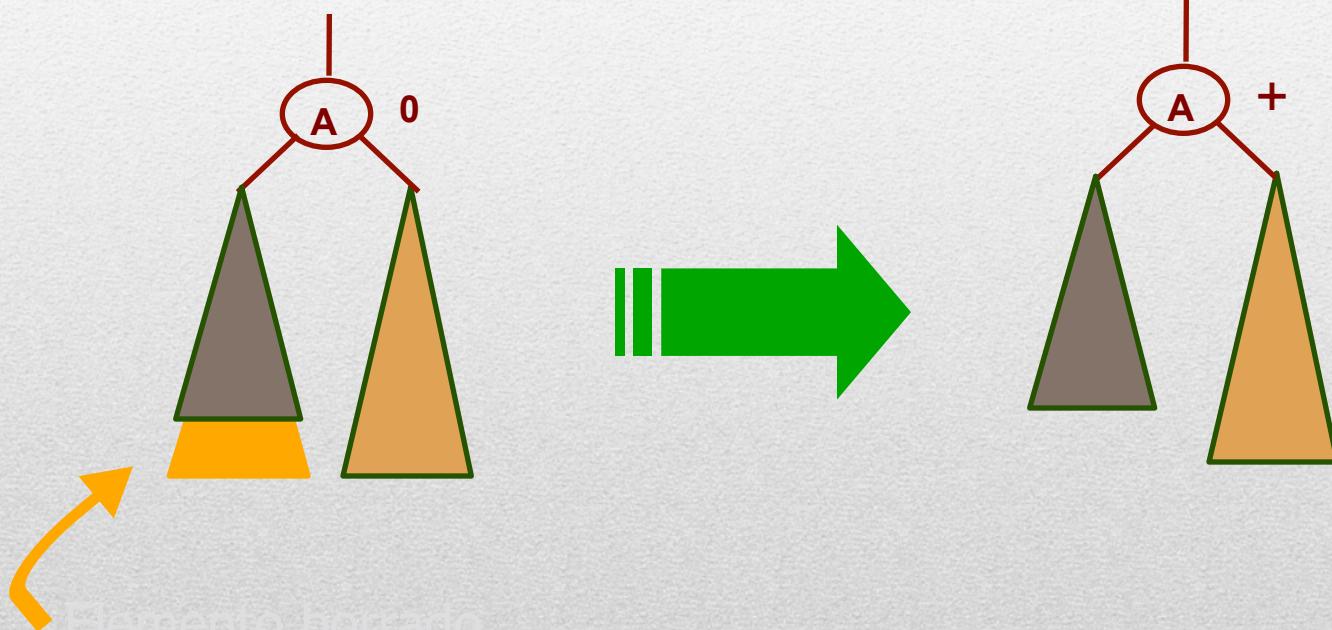
Cuando se analiza un nodo:

- ✓ Si tiene un FB = 0, NO hay desbalanceo. Se puede asegurar que hacia arriba ya no habrá problemas.
- ✓ Si tiene un FB  $\neq$  0 y se borró del subárbol más largo. NO hay desbalanceo, sin embargo se debe analizar hacia arriba porque cambió la altura.
- ✓ Si tiene un FB  $\neq$  0 y se borró del subárbol más corto. SÍ hay desbalanceo, hay que hacer ROTACIÓN y seguir analizando hacia arriba.

# Proceso de eliminación

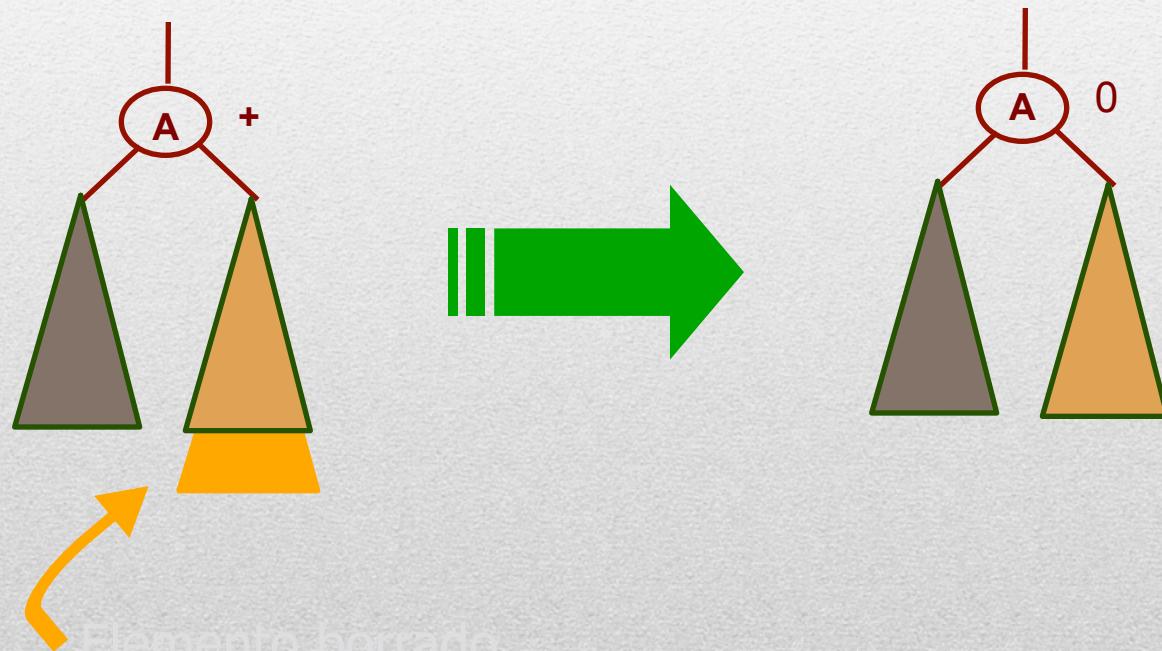
---

Dado que el Factor de Balanceo es 0  
(las alturas de los subárboles es la misma), se elimina el nodo y termina la inserción.



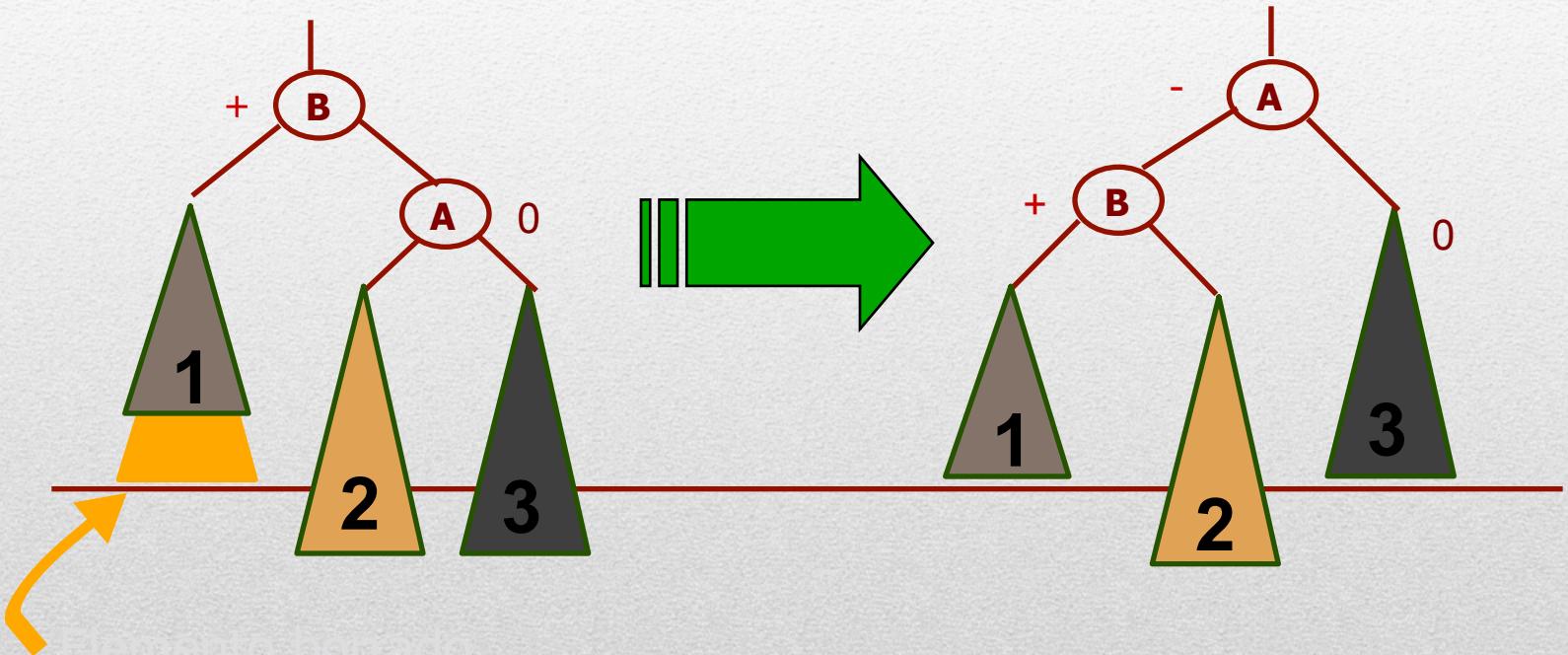
# Ejemplo..

Dado que se está borrando un nodo del subárbol más alto, no es necesario hacer una rotación.



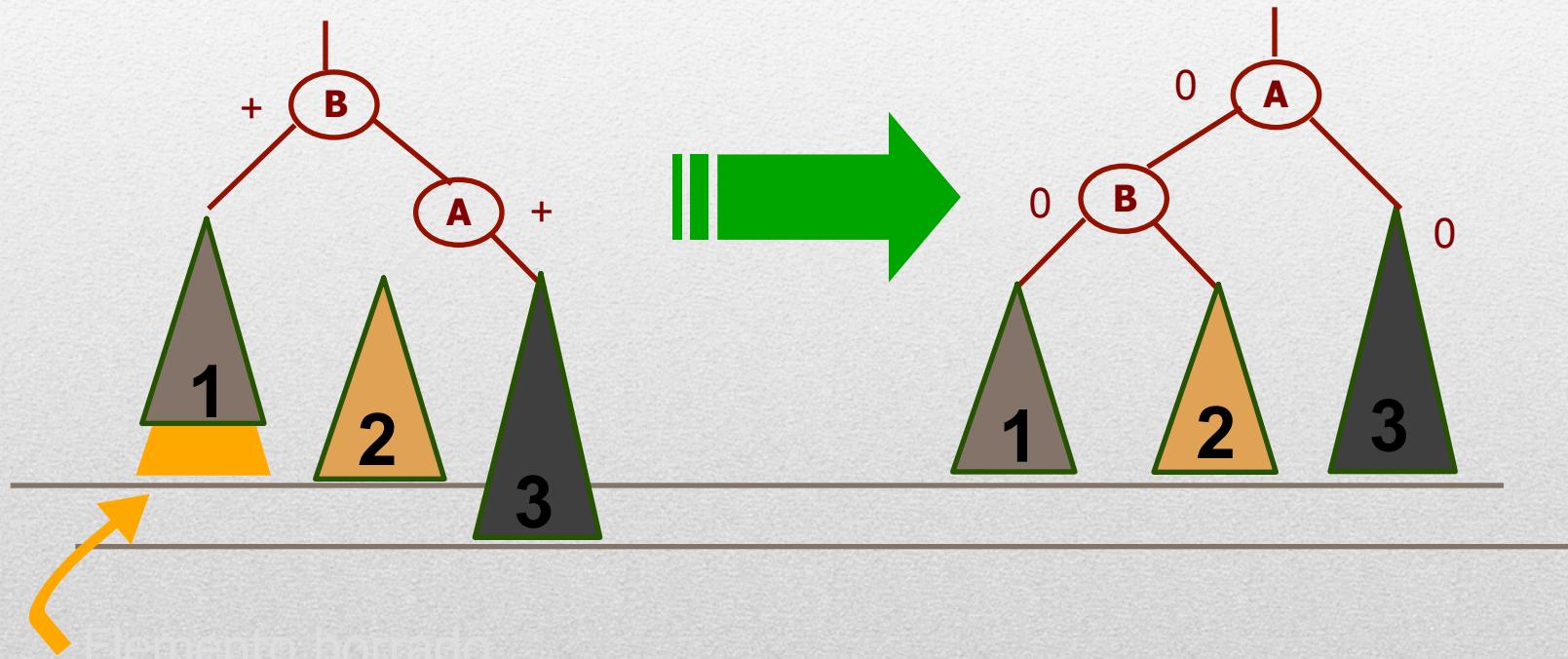
Ejemplo..

Dado que se está eliminando del subárbol más corto se debe hacer una Rotación.



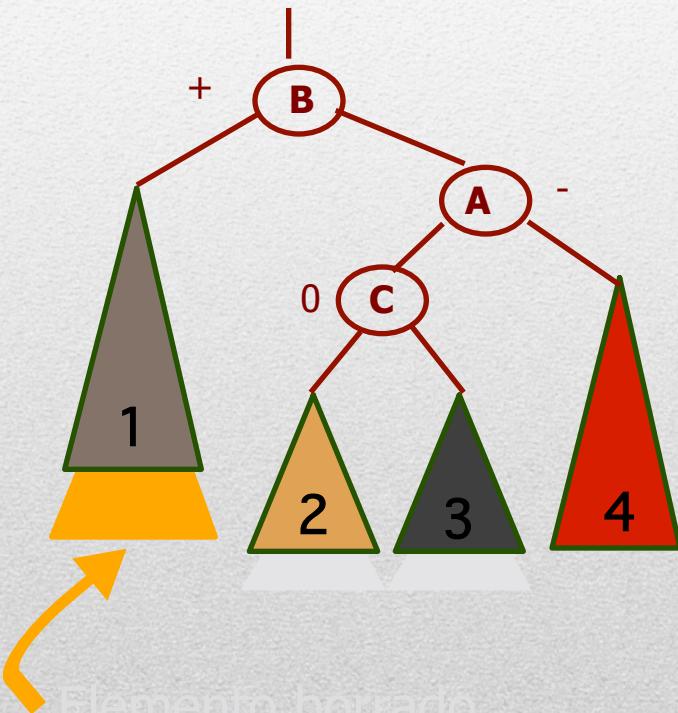
# Ejemplo..

Dado que se está eliminando del subárbol más corto se debe hacer una Rotación.



# Ejemplo..

Se hace una Rotación Doble cuando la simple no resuelve el problema.



Ejemplo...

