

TDT4125 Algoritmekonstruksjon

Eksamen, 27. mai 2021, 09:00–13:00

Fagleg kontakt Magnus Lie Hetland
Hjelpemiddelkode A

Oppgåver

- 1 Ford-fulkerson-metoden for bipartitt matching går ut på å finna éin og éin aukande sti. Vennen din Smartnes meiner dette går for langsamt, og meiner det vil vera betre å finna fleire aukande stiar på éin gong. Kva tenker du om planen hennar? Forklar og diskuter.
- 2 Gi ei overordna forklaring, med eigne ord, på korleis den ungarske metoden (KUHN-MUNKRES) fungerer. Kvifor gir det meining å kalla den ein primal-dual-algoritme? Forklar og diskuter.
- 3 Gi ei overordna skildring av LP-relaksering og randomisert avrunding. Kva eigenskapar har løysinga og kva utfordringar støyter ein gjerne på? Forklar og diskuter.
- 4 Du har grave ned ein skatt i strandkanten, men er usikker på kvar. Du startar på eit vilkårleg punkt og byrjar å gå fram og tilbake langs stranda med ein metalldetektor. For å minimera kor langt du må gå totalt, så doblar du kor langt du går frå startpunktet for kvar gang du snur og går tilbake.

Tenk på dette som ei form for onlinealgoritme, der offlinevarianten inneber at du veit om skatten ligg mot nord eller sør, og du går i riktig retning frå starten av, til du finn skatten. Kva blir ytingsgarantien (*competitive ratio*)? Forklar og diskuter.
- 5 Du har oppgitt følgjande lineærprogram:

$$\min cx : Ax \geq 1$$

I kvar av radene i A er éin av verdiane 1, éin av verdiane -1 , og resten 0. Du er berre interessert i å avgjera om programmet er *gyldig* (*feasible*), og kan dermed anta at $c = 0$.

Forklar og diskuter kva dualen til programmet blir, korleis du kan bruka dualen til å finna ut om primalen er gyldig, og korleis du kan gjera det med ein velkjend kombinatorisk algoritme.

- 6 Du har oppgitt ein vekta retta asyklisk graf, og skal finna den tyngste delgrafan som er ein retta skog, med kantar frå foreldre til barn.
- Kor bra vil ein grådig algoritme fungera?
 - Kor bra vil ein grådig algoritme fungera dersom du skal finna den *lettaste* løysinga i staden?
 - Kor bra vil ein grådig algoritme (for den tyngste løysinga) fungera, dersom du har ein vilkårleg retta (ikkje nødvendigvis asyklisk) graf?

Forklar og diskuter.

- 7 Du skal fordela oppgåver på identiske maskiner $i = 1 \dots m$, der kvar jobb $j = 1 \dots n$ har prosesseringstid p_j . Du vil minimera sluttida, C_{\max} . Vennen din Lurvik har eit forslag til løysingsstrategi:

Fordel jobbane utover maskinene, med uniform sannsyn. Kvar maskin får då forventa sluttid $t = t_j = \sum_j p_j / m$, og den forventa sluttida for heile problemet blir $\max_j t_j = t$. Du kan så derandomisera for å få ein deterministisk løysing med $C_{\max} = t$.

Diskuter løysinga til Lurvik. Argumenter generelt for kvifor du trur det er mogleg eller umogleg å laga ein algoritme med den garantien Lurvik kjem med, og meir spesifikt for kvifor du meiner Lurviks metode er korrekt eller ikkje.

- 8 Du har eit sett med tilsette, som kvar er ekspert på eit sett med tema. Ekspertisen deira er diversifisert, slik at kvart par med tilsette har maksimalt eitt tema til felles. Du skal konstruera ein komité som består av maksimalt k ekspertar som tilsaman dekkjer alle temaa, eller rapportera at det er umogleg å konstruera ein slik komité. Beskriv korleis du effektivt kan redusera ein instans til ein problemkjerne (*kernel*). For enkelthets skuld kan du anta at du *ikkje* er interessert i å avgrensa talet på tilsette. Kor mange tema vil kjernen maksimalt bestå av? Forklar og diskuter.