

Institutt for datateknikk og informasjonsvitenskap

Eksamensoppgave i TDT4125 Algoritmekonstruksjon

Faglig kontakt under eksamen Magnus Lie Hetland
Telefon 918 51 949

Eksamensdato 14. mai, 2018
Eksamenstid (fra–til) 09:00–13:00
Hjelpemiddelkode/tillatte hjelpemidler D

Målform/språk Bokmål
Antall sider (uten forside) 2
Antall sider vedlegg 0

Informasjon om trykking av eksamensoppgave

Originalen er

1-sidig ☒ **2-sidig** ☐

sort/hvit ☒ **i farger** ☐

Skal ha flervalgskjema ☐

Kvalitetssikret av

Pål Sætrum

Kontrollert av

Dato

Sign

Les dette nøye

- (i) Les hele eksamenssettet nøye før du begynner!
- (ii) Faglærer går normalt én runde gjennom lokalet. Ha evt. spørsmål klare!

Oppgaver

-
- (5%) 1. I programpakker for å løse lineære program med heltallsvariable konstrueres ofte en relaxering i form av et lineært program der heltallsrestriksjonene fjernes. Anta at du har en optimal løsning på denne relaxeringen. Om du ønsker å gi en garanti for hvor langt unna det faktiske heltallsoptimum du er, uten nødvendigvis å finne et slikt optimum, hva trenger du i tillegg? Forklar kort.
- (5%) 2. Hva er forskjellen på *slice-wise polynomial* (XP) og *fixed-parameter tractable* (FPT)? Forklar kort.
- (5%) 3. Hva er forskjellen på onlinealgoritmer og strømmealgoritmer? Forklar kort.
- (5%) 4. Sett opp et heltallsprogram for minimalt vektet mengdedekke (*minimum-weight set cover*).
- (5%) 5. La $M = (E, S)$ være et uavhengighetssystem (*independence system*). Det følgende er et vanlig aksiom for å karakterisere M som en matroide. Hva er det som mangler?
- For $J, K \in S$ med $|J| = |K| + 1$ finnes det alltid en $a \in J \setminus K$ slik at _____ .
- (6%) 6. Forklar kort hvordan man med en strømmealgoritme kan avgjøre om en graf gitt av en grafstrøm (*graph stream*) er bipartitt.
- (6%) 7. Diskutér kort forskjeller mellom å beregne et minimalt spenntre (*minimum spanning tree*) med en onlinealgoritme og med en strømmealgoritme.
- (7%) 8. Om du løser LP-relaxeringen av heltallsprogrammet for minimalt vektet mengdedekke (slik det er beskrevet i pensum) og så runder opp primalvariable med stramme dualrestriksjoner, så får du en f -approksimasjon, der f er høyeste frekvens (antall mengder et element forekommer i). Forklar kort hvorfor løsningen blir gyldig og hvorfor ytelsesgarantien blir f .
- (7%) 9. Hvordan fungerer «de betingede forventningers metode» (*method of conditional expectations*) og hva brukes den til? Hva slags garantier kan den gi? Forklar kort.
- (7%) 10. Forklar kort hvorfor ingen kjente algoritmer gir en $\frac{3}{2}$ -approksimasjon for det generelle handelsreiseproblemet.
- (8%) 11. Forklar kort hvorfor Christofides' algoritme gir en $\frac{3}{2}$ -approksimasjon for det metriske handelsreiseproblemet.

En *kantdominerende mengde* i en graf $G = (V, E)$ er en kantmengde $D \subseteq E$ slik at for enhver kant $e_1 \in E \setminus D$ så finnes det en kant $e_2 \in D$ der e_1 og e_2 er naboer (dvs., deler en node). En *matching* i G er en mengde $M \subseteq E$ der ingen av kantene deler noder.

En kantdominerende mengde er *minimal* dersom vi ikke kan fjerne noen kanter og fortsatt ha en kantdominerende mengde. En matching er *maksimal* dersom vi ikke kan legge til noen kanter og fortsatt ha en matching.

- (7%) 12. Gitt en graf G og en minimal kantdominerende mengde D i G skal du konstruere en maksimal matching M i G slik at $|D| = |M|$. Beskriv kort hvordan du ville gjøre dette.
- (8%) 13. Du ønsker å finne en maksimal matching med så få kanter som mulig. Beskriv en 2-approksimasjon, og forklar kort hvorfor ytelsesgarantien blir 2.
- (9%) 14. Du planlegger en reiserute på en vektet, rettet graf, der hver kant er merket med én av flere mulige landskapstyper (fjell, skog, tettbebyggelse, etc.). Du ønsker å finne en sti som er så lang som mulig, men du vil besøke hver by (node) og hver landskapstype maksimalt én gang. For å sikre at du finner en løsning, tillater du helikopterturer mellom byer. Disse har ingen lengde (vekt), og ingen landskapstype. Du prøver deg på en grådig løsning, der du hele tiden legger til den lengste kanten som passer inn i planen din så langt (evt. med flere helikopterturer, for å få det til å gå opp). Hva kan du si om ytelsesgarantien α ? Forklar.
- (10%) 15. Du vil finne en sykelkritisk nodemengde (*feedback vertex set*) $X \subseteq V$ i en (urettet) graf $G = (V, E)$, der $|X| \leq k$. Anta at G er *regulær*, dvs. at alle noder i G har samme kantgrad (antall nabokanter). Beskriv en kjerne (*kernel*) bestående av $O(k)$ noder for dette problemet.