Universidad Nacional De Colombia

Sede Medellín

Facultad de Ciencias

Departamento de Estadística

Proyecto - 1 Entrega

Daniel Felipe Villa Rengifo

Luis David Hernández Pérez

Juan Gabriel Carvajal Negrete

Modelos de Regresión

Diciembre, 2024

Contexto de los datos

Planteamiento de Problema

Una empresa automotriz china, Geely Auto, tiene la intención de ingresar al mercado de Estados Unidos estableciendo una planta de fabricación allí y produciendo vehículos localmente para competir con sus contrapartes estadounidenses y europeas.

Para ello, han contratado una consultora automotriz para comprender los factores que influyen en la fijación de precios de los vehículos. Específicamente, desean entender los factores que afectan el precio de los autos en el mercado estadounidense, ya que estos pueden ser muy diferentes a los del mercado chino. La empresa desea conocer:

- Qué variables son significativas para predecir el precio de un automóvil.
- Qué tan bien estas variables describen el precio de un automóvil.

A partir de diversas encuestas de mercado, la consultora ha recopilado un conjunto de datos https://www.kaggle.com/datasets/hellbuoy/car-price-prediction/data sobre diferentes tipos de vehículos en el mercado estadounidense.

Objetivo Empresarial

Se requiere modelar el precio de los automóviles utilizando las variables independientes disponibles. Este modelo será utilizado por la gerencia para comprender cómo varían exactamente los precios en función de las variables independientes. De esta manera, podrán ajustar el diseño de los vehículos, la estrategia empresarial, entre otros, para alcanzar ciertos niveles de precio. Además, el modelo será una herramienta útil para que la gerencia entienda la dinámica de precios de un nuevo mercado.

Descripcion de las variables

- `Car_ID`: ID único de cada observación (entero).
- `Symboling`: Clasificación del riesgo de seguro; un valor de +3 indica que el automóvil tiene alto riesgo y un valor de -3 indica que probablemente es seguro (categórico).
- `fueltype`: Tipo de combustible del automóvil, por ejemplo, gasolina o diésel (categórico).
- `aspiration`: Tipo de aspiración utilizado en el automóvil (categórico).
- `doornumber`: Número de puertas del automóvil (categórico).
- `carbody`: Tipo de carrocería del automóvil (categórico).
- `drivewheel`: Tipo de tracción (ruedas motrices) del automóvil (categórico).
- `enginelocation`: Ubicación del motor del automóvil (categórico).
- `wheelbase`: Distancia entre los ejes del automóvil (numérico).
- `carlength`: Longitud del automóvil (numérico).

- `carwidth`: Ancho del automóvil (numérico).
- `carheight`: Altura del automóvil (numérico).
- `curbweight`: Peso del automóvil sin ocupantes ni equipaje (numérico).
- `enginetype`: Tipo de motor del automóvil (categórico).
- `cylindernumber`: Número de cilindros del motor (categórico).
- `enginesize`: Tamaño del motor del automóvil (numérico).
- `fuelsystem`: Sistema de combustible del automóvil (categórico).
- `boreratio`: Relación de diámetro del cilindro (numérico).
- `stroke`: Carrera o volumen dentro del motor (numérico).
- `compressionratio`: Relación de compresión del motor (numérico).
- `horsepower`: Potencia del motor en caballos de fuerza (numérico).
- `peakrpm`: Revoluciones máximas por minuto (RPM) del motor (numérico).
- `citympg`: Rendimiento de combustible en ciudad, medido en millas por galón (numérico).
- `highwaympg`: Rendimiento de combustible en carretera, medido en millas por galón (numérico).
- `price`: Precio del automóvil, considerado como la variable dependiente (numérico).

El conjunto de datos está formado por 205 registros y 26 variables, sin valores ausentes en las variables.

Limpieza de los datos

En la variable `car_name` podemos observar que los valores almacenan tanto el nombre de la empresa como el nombre del coche por lo cual hay 147 categorias distintas. Por tanto limpiaremos esa variable separarando los nombres de las empresas de carros de la variable `car_name`. Por lo tanto crearemos una variable llamada `company_name` la cual tendra solo el nombre de la empresa o compañia a la cual pertenece el carro.

Vemos que hay algunas categorías de la variable `company_name` estan mal escritas como:

- maxda = mazda
- Nissan = nissan
- porsche = porcshce
- toyota = toyouta
- vokswagen = volkswagen = vw

Reemplazaremos los nombres incorrectos con el nombre correcto de la empresa.

Análisis descriptivo de los datos.

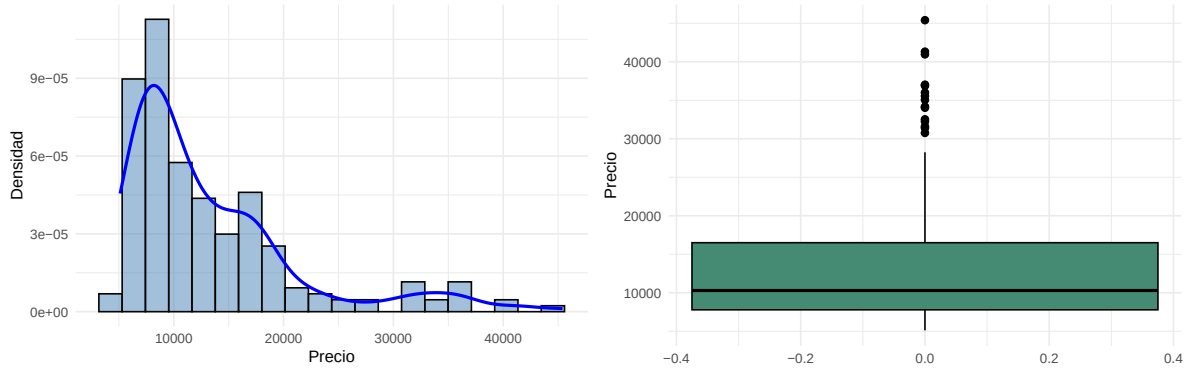
Para el análisis exploratorio de datos, y dado el gran número de variables disponibles, se seleccionarán aquellas que, según la investigación previa, podrían ser relevantes para explicar

el comportamiento del precio. En este análisis se evaluará la correlación entre las variables numéricas, así como su relación con la variable precio. Para las variables categóricas, se analizará su interacción con el precio, buscando patrones o asociaciones significativas, por tanto las variables que probablemente sean más importantes para predecir el precio de un automóvil:

- **Dimensiones del vehículo**: Las variables `wheelbase`, `carlength`, `carwidth`, y `carheight` podrían estar correlacionados con el precio porque un automóvil más grande o más espacioso tiende a ser más caro.
- **Especificaciones del motor**: Variables como `enginesize`, `horsepower`, y `compressionratio` están directamente relacionados con el rendimiento del automóvil y podrían influir significativamente en el precio.
- **Peso**: La variable `curbweight` puede ser un buen indicador del tipo y tamaño del vehículo, y suele correlacionarse con el precio.
- **Eficiencia de combustible**: Las variables `citympg` y `highwaympg` podrían influir en el precio, ya que los automóviles más eficientes suelen tener precios diferentes según el segmento de mercado.

La variables categóricas como `carbody`, `drivewheel`, `fueltype`,`enginetype` y `company_name` suelen ser indicadores del tipo de vehículo y su mercado objetivo.

Variable respuesta



(a) Histograma (b) Boxplot

Figura 1: Distribución de la variable respuesta (Precio)

De la Figura 1 podemos decir que los precios de los carros tienen una distribución asimétrica, concentrándose en valores bajos, pero con una minoría de carros significativamente más caros, ademas el precio de la mayoría de los carros está por debajo de 14000. Existe una diferencia significativa entre el valor medio y la mediana y los valores atípicos en el rango superior deben

considerarse, ya que pueden representar carros de lujo o especiales por tanto análizaremos ahora la variable que corresponde al nombre de la empresa o compañia a la cual pertenece el carro para ver que relación existe con el precio.

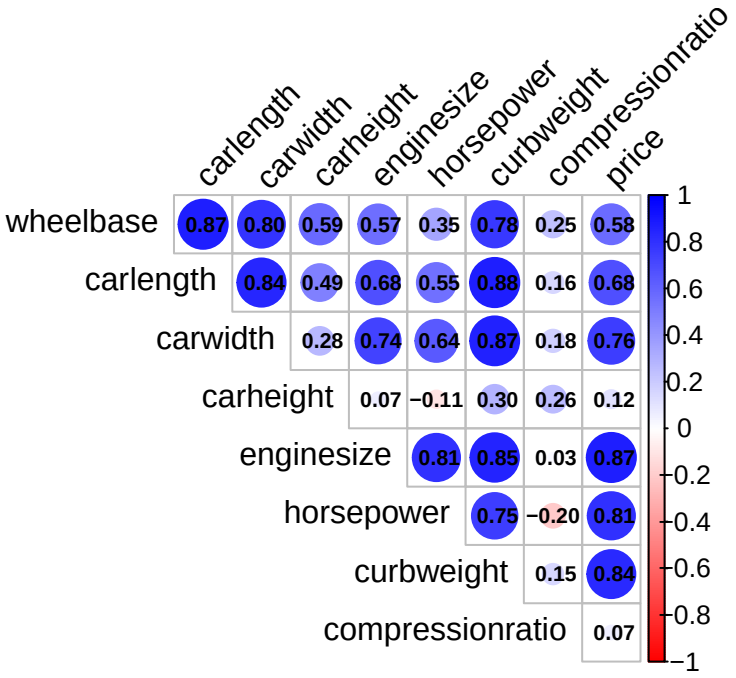


Figura 2: Grafico de Correlación

De la Figura 2 se pueden extraer las siguientes conclusiones:

- Las variables que tienen una mayor relacion lineal con el precio son : `enginesize` ($r = 0.87$), `curbweight` ($r = 0.84$) , `horsepower` ($r = 0.81$) y `carwidth` ($r = 0.76$).
- Hay pares de variables que tienen correlacion alta por lo que posiblemente no sea útil introducir algunas pares de variables en el modelo.

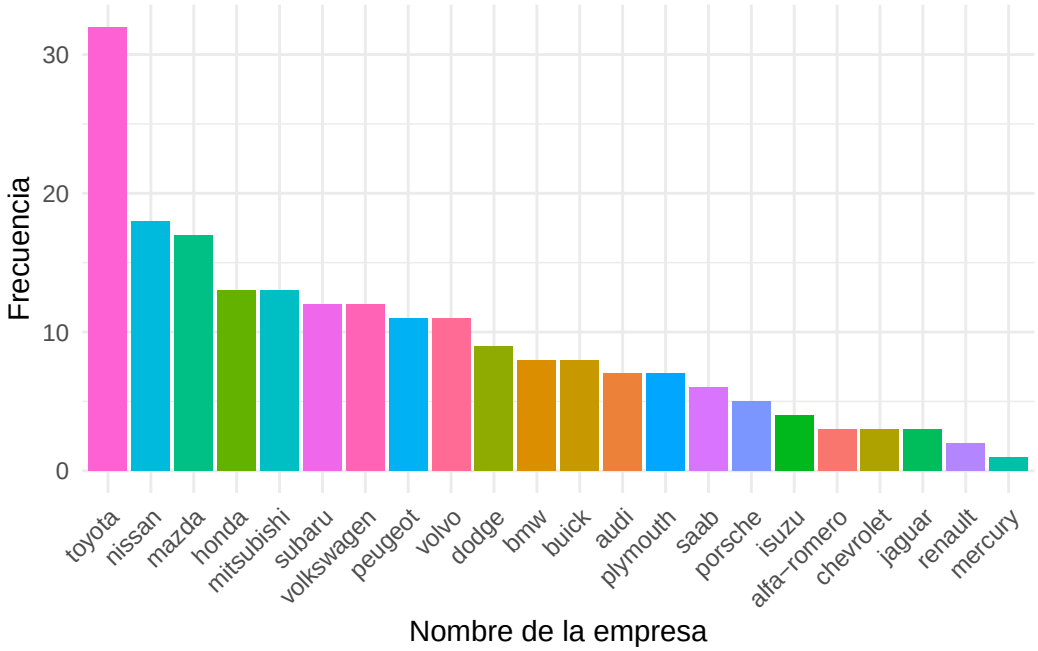
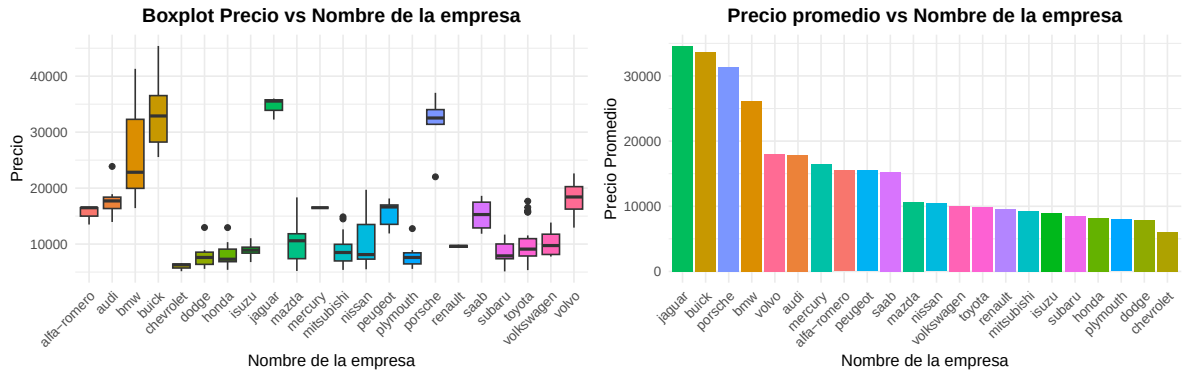


Figura 3: Distribución de los nombre de la empresa

De la Figura 3, observamos que la mayoria de los carros en este conjunto de datos está dominado por unas pocas marcas, especialmente Toyota, que supera ampliamente a las demás,por lo tanto, podemos decir que Toyota es la empresa preferida de los clientes.

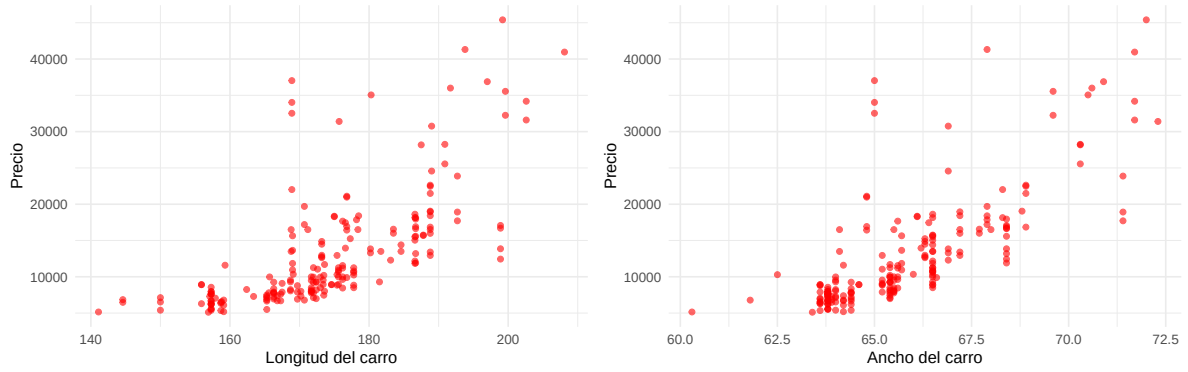


(a) Gráfico Boxplot

(b) Gráfico de Barras

Figura 4: Distribución del Precio vs Nombre de la empresa

A partir de la Figura 4 , observamos una diferencia significativa en el precio de los carros según la empresa a la que pertenecen. **Jaguar** y **Buick** parecen ofrecer los carros con las gamas de precios más altas.

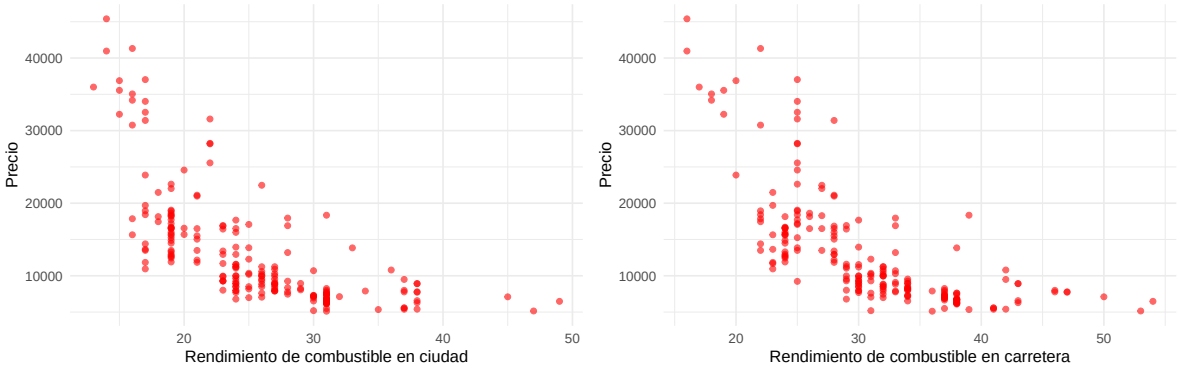


(a) Price vs wheelbase

(b) Price vs carlength

Figura 5: Gráficos de dispersión

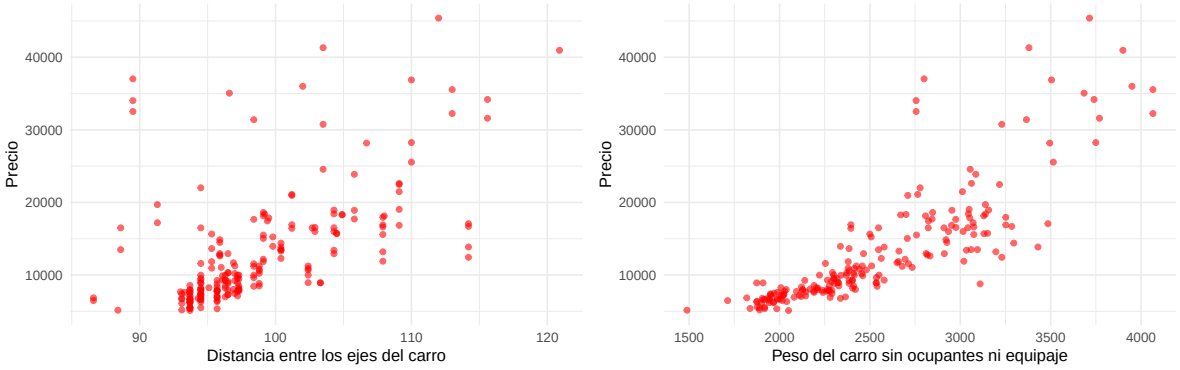
De la Figura 5 se observa claramente que la longitud y la anchura del carro están estrechamente relacionadas con su precio.A medida que aumentan la longitud y la anchura del carro, también tiende a aumentar su precio.Sin embargo, no es posible hacer inferencias claras basadas únicamente en la relación entre la longitud y el precio, debido a la alta dispersión de los datos.La altura del carro no parece tener un impacto significativo en el precio.



(a) Price vs citymgp (b) Price vs highwaympg

Figura 6: Gráficos de dispersión

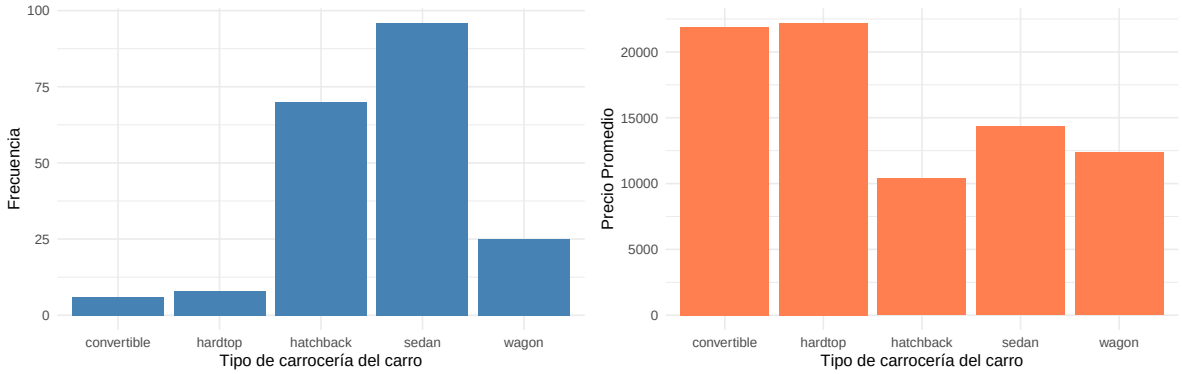
De la Figura 6 se observa claramente que `citympg` y `highwaympg` tienen una correlación negativa con el precio del carro. A medida que aumentan los valores de `citympg` y `highwaympg`, el precio del carro tiende a disminuir. Dado que ambas características están relacionadas con el precio de manera significativa, `citympg` y `highwaympg` son características útiles para predecir el precio de los carros.



(a) Price vs wheelbase (b) Price vs curbweight

Figura 7: Gráficos de dispersión

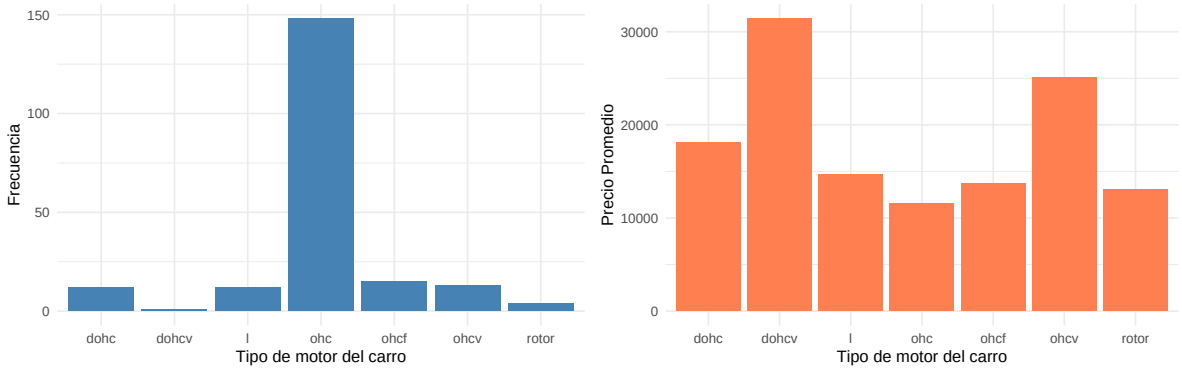
De la Figura 7 se observa claramente que el peso del carro en vacío tiene una alta correlación (0.84) con el precio del carro. A medida que aumenta el peso en vacío, el precio del carro también incrementa de manera significativa. Aunque la distancia entre ejes y el precio no presentan una correlación tan alta, todavía existe una relación positiva. Por lo tanto, un aumento en la distancia entre ejes también está asociado con un incremento en el precio del carro.



(a) carbody (b) average price vs carbody

Figura 8: Gráfico de barras

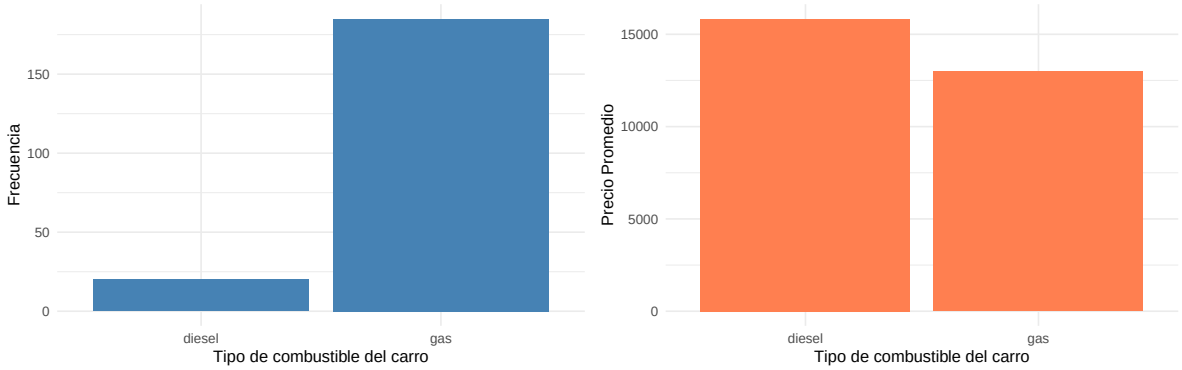
De la Figura 8 se observa que los carros con carrocería sedán son los más vendidos, seguidos por los hatchback.Por otro lado, los descapotables y los de techo rígido tienen menores ventas. Estos últimos son también los más caros, seguidos de los descapotables. Es importante señalar que los descapotables y los carros con techo rígido se venden menos debido a su alto costo, lo que los hace menos atractivos para la mayoría de los clientes. Aunque la carrocería sedán ocupa el tercer lugar en términos de precio, sigue siendo la más popular, lo que sugiere que los clientes prefieren carros de gama media.



(a) enginetype (b) average price vs enginetype

Figura 9: Gráfico de barras

De la Figura 9 observamos que la mayoría de los carros vendidos tienen motores de árbol de levas en cabeza (OHC).Solo se ha vendido un carro con motor DOHCV, y existen muy pocos datos disponibles para los motores DOHCV y de rotor. Los carros con motores DOHCV son, en su mayoría, más caros. Por otro lado, los carros con motores OHC son los menos costosos.



(a) enginetype (b) average price vs enginetype

Figura 10: Gráfico de barras

De la Figura 10 podemos deducir que los carros con sistema de combustible a gas son los más preferidos, ademas se obeerva que el precio medio de los carros a gasolina es inferior al de los carros a diésel. Por lo tanto, podemos inferir que los clientes tienden a preferir carros que consumen menos combustible.

Conclusión

Después de realizar el análisis descriptivo, observamos que algunas variables parecen tener una mayor influencia en la explicación del precio de los automóviles, mientras que otras presentan una relación menos significativa. Además, identificamos que, en ciertas variables categóricas, algunas categorías tienen un número reducido de observaciones, lo que podría limitar su representatividad en los análisis posteriores. Por ello, será importante evaluar cómo estas características afectan la interpretación y robustez de los resultados.

Segunda Entrega

Punto 1

Ajuste un modelo de regresión lineal múltiple únicamente con las covariables continuas, muestre la tabla de parámetros ajustados y escriba la ecuación ajustada. Calcule la Anova del modelo ¿Es significativo el modelo? ¿Que proporción de la variabilidad total de la respuesta es explicada por el modelo? Opine sobre esto ultimo.

```r
# seleccion de variables continuas

var_continuas <- datos %>%
  select(wheelbase, carlength, carwidth, carheight, boreratio, stroke,
         compressionratio, price)

# Ajuste del modelo con las variables continuas

mod_cont <- lm(price ~., data = var_continuas)
```

Tabla 1: Parámetros ajustados

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(>|t|)
(Intercept)	-130372.229	17959.665	-7.259	0.000
wheelbase	-120.339	141.310	-0.852	0.395
carlength	181.660	72.666	2.500	0.013
carwidth	2142.931	342.170	6.263	0.000
carheight	-480.859	201.996	-2.381	0.018
boreratio	3782.874	1691.110	2.237	0.026
stroke	-1181.080	1189.200	-0.993	0.322
compressionratio	-23.424	94.432	-0.248	0.804

El modelo ajustado es:

$$\hat{Y} = -130372.23 - 120.34X_1 + 181.66X_2 + 2142.93X_3 - 480.86X_4 + 3782.87X_5 - 1181.08X_6 - 23.42X_7$$

```r
MiAnova(mod_cont)
```

```
Analysis of Variance Table

Response: price
           Df     Sum Sq    Mean Sq F value    Pr(>F)
Model       7 8137665735 1162523676  46.911 < 2.2e-16 ***
Residuals 197 4881973627   24781592
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

Punto 2

Calcule los coeficientes de regresión estandarizados y concluya acerca de cual de las variables aporta mas a la respuesta según la magnitud en valor absoluto de tales coeficientes (cuidado, no confunda esto con la significancia de los coeficientes de regresión).

`Coeficientes estimados, sus I.C, Vifs y Coeficientes estimados estandarizados`

Tabla 2: Coeficientes estimados y Coeficientes estimados estandarizados

	Estimacion	Coef.Std
(Intercept)	-130372.22875	0.0000000
wheelbase	-120.33897	-0.0907082
carlength	181.66039	0.2805405
carwidth	2142.93078	0.5754298
carheight	-480.85887	-0.1470786
boreratio	3782.87419	0.1282497
stroke	-1181.08015	-0.0463625
compressionratio	-23.42355	-0.0116461

Punto 3

Pruebe la significancia individual de cada uno de los parámetros del modelo (excepto intercepto), usando la prueba t, establezca claramente la prueba de hipótesis y el criterio de decisión.

La hipotesis para la prueba t de la significancia individual de cada uno de los parametros β_j (excepto el intercepto β_0):esta dada por:

$$H_0 : \beta_j = 0 \quad vs \quad H_1 : \beta_j \neq 0$$

Mediante el siguiente estadístico de prueba con su distribución bajo H_0 y criterios de rechazo:

Estadístico de prueba: $T_0 = \frac{\hat{\beta}_j}{\sqrt{\text{MSE}\, C_{jj}}} \overset{H_0}{\sim} t_{n-k-1}$

Rechazo con valor P: si $P(|t_{n-k-1}| > |T_0|)$ es pequeño;

Rechazo con región crítica a un nivel de significancia $\alpha:$ si $|T_0| > t_{\alpha/2,n-k-1}$.

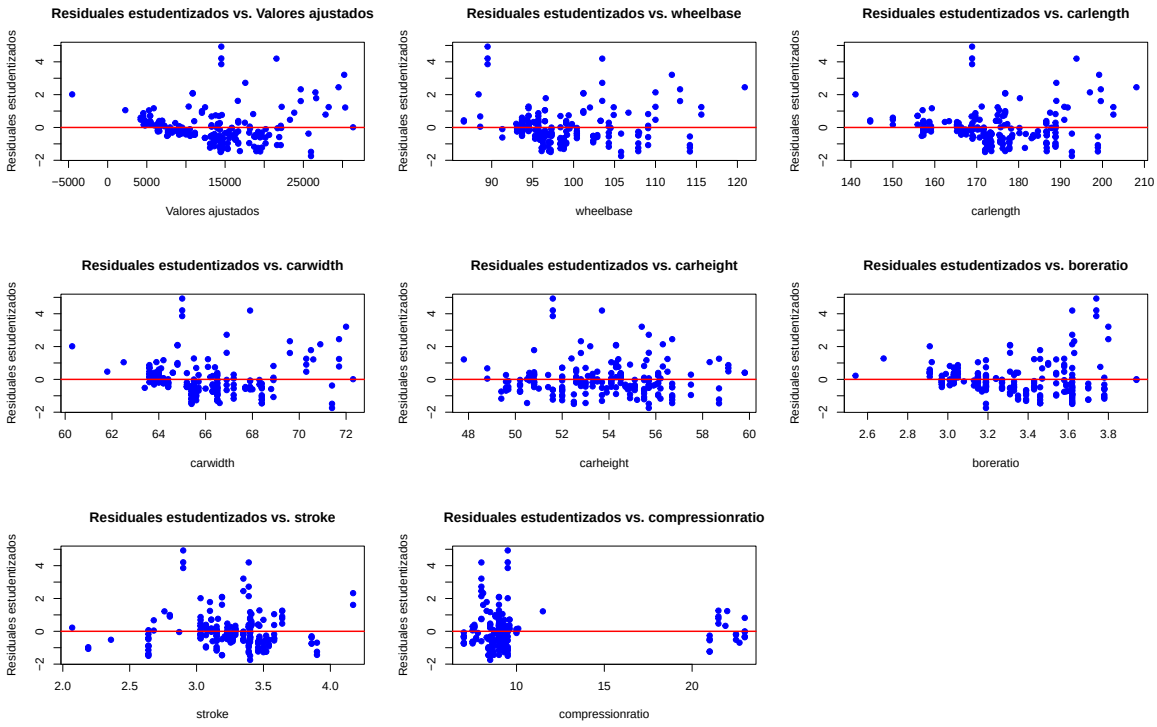
De la Tabla 1 observamos las variables `carlength` , `carwidth`, `carheight` y `boreratio` son significativas.

Punto 4

Teniendo en cuenta los resultados anteriores, realice una prueba con sumas de cuadrados extras con test lineal general; especifique claramente el modelo reducido y completo, estadístico de la prueba, su distribución, cálculo de valor P, decisión y conclusión a la luz de los datos. Justifique la hipótesis que desea probar en este numeral.

Punto 5

Construya y analice gráficos de los residuales estudentizados vs. Valores ajustados y contra las variables de regresión utilizadas. ¿Que información proporcionan estas gráficas?



Del gráfico anterior podemos decir que

- Los gráficos sugieren que podría haber problemas de varianza no constante (heteroce-dasticidad), especialmente en los extremos de los valores ajustados y en variables como `boreratio` y `compressionratio`.
- En variables como `stroke`, el patrón observado podría indicar que una relación no lineal no está siendo capturada.
- Hay algunos puntos extremos que podrían estar influyendo en el modelo.

Punto 6

Construya una gráfica de probabilidad normal para los residuales estudentizados. ¿Existen razones para dudar de la hipótesis de normalidad sobre los errores en este modelo?

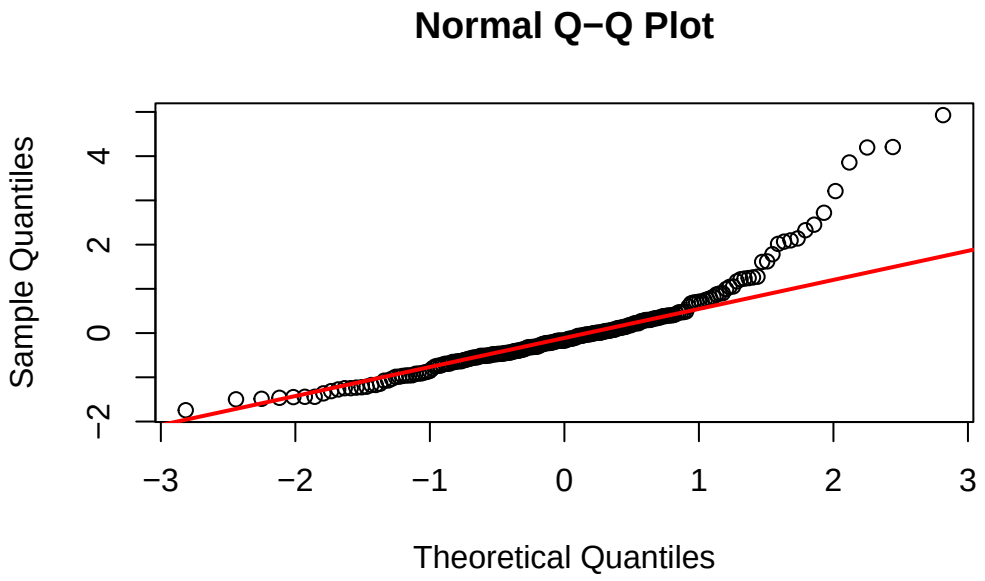


Figura 11: Gráfico Q-Q Residuales Estudentizados

De la Figura 11 observamos posibles indicios de que los errores podrían no seguir perfectamente una distribución normal debido a la desviación de algunos puntos en los extremos.

Punto 7

Diagnostique la presencia de observaciones atípiacs, de balanceo y/o influenciales y concluya.

Para esto utilizaremos la función `influencePlot()`.

```
influencePlot(mod_cont)
```

De la Tabla 3 podemos concluir que:

- Las observaciones 28 y 29 son outliers claros según sus residuales estandarizados y podrían requerir mayor análisis o tratamiento.

Tabla 3: Observaciones potencialmente influyentes, de balanceo y/o atípiacs

Index	**StudRes**	**Hat**	**CookD**
28	4.20659283	0.0584620	1.266128e-01
29	4.92766935	0.0584620	1.685452e-01
30	0.01077858	0.1803456	3.211570e-06
35	0.22152729	0.2372586	1.917390e-03

Tabla 4: Valores de umbrales (Threshold values)

Threshold values	**dfbeta**	**dffit**	**cov.r**	**Cook.d**	**hat**	**StudRes**
1	0.1396861	0.3950918	0.1170732	0.02030457	0.07804878	2

- Las observaciones 30 y 35 aunque no son outliers extremos, tienen valores de leverage moderadamente altos, lo que indica que podrían tener un impacto significativo en el modelo.

Punto 8

Suponga que algunas de las observaciones que presentaron problemas en el numeral anterior son por problemas de digitación, elimínelas (no mas de 10) y ajuste el modelo de regresión sin dichas observaciones. Presente solo la tabla de parámetros ajustados resultante ¿Cambian notoriamente las estimaciones de los parámetros, sus errores estandard y/o la signficancia? ¿Que concluye al respecto? Evalue el grafico de normalidad para los residuales estudentizados para este ajuste ¿mejor´o la normalidad? Concluya sobre los efectos de estas observaciones.