Series de tiempo univariadas - Presentación 11

Mauricio Alejandro Mazo Lopera

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ciencias
Escuela de Estadística
Medellín

UNIVERSIDAD
NACIONAL
DE COLOMBIA

Como vimos en la Presentación 9 del curso, después de estimar los parámetros de un modelo AR(p), MA(q) o ARMA(p, q), surge la pregunta de si este es el modelo más adecuado o si es posible plantear otros modelos y compararlos entre sí.

Los criterios usualmente utilizados son:

- AIC (Akaike Information Criterion).
- BIC (Bayesian Information Criterion).

Criterios de selección AIC:

El objetivo principal del método de máxima verosimilitud es maximizar la función de log-verosimilitud, denotada por:

$$\ell(\boldsymbol{\theta}) = \log[L(\boldsymbol{\theta})]$$

donde $\boldsymbol{\theta}$ representa el vector de parámetros a ser estimados y $L(\cdot)$ es la función de verosimilitud.

Criterios de selección AIC:

El objetivo principal del método de máxima verosimilitud es maximizar la función de log-verosimilitud, denotada por:

$$\ell(\boldsymbol{\theta}) = \log[L(\boldsymbol{\theta})]$$

donde $\boldsymbol{\theta}$ representa el vector de parámetros a ser estimados y $L(\cdot)$ es la función de verosimilitud.

El AIC se define como:

$$AIC = -2\ell\left(\widehat{\boldsymbol{\theta}}\right) + 2k$$

donde $\widehat{\boldsymbol{\theta}}$ es el vector de parámetros obtenido al maximizar la función $\ell(\cdot)$ y k es el número de parámetros que fueron estimados. Entre varios modelos, el "mejor" es aquel que tiene el menor AIC (¿por qué?).

Criterios de selección BIC:

El criterio anterior penaliza el valor de $-2\ell\left(\widehat{\boldsymbol{\theta}}\right)$ sumando dos veces el número de parámetros. Entre más parámetros se tengan que estimar, mayor es la penalización. Una forma alternativa, que tiene en cuenta el tamaño de muestra utilizado para ajustar el modelo, es el criterio BIC, definido como:

$$BIC = -2\ell\left(\widehat{\boldsymbol{\theta}}\right) + \ln(n) * k$$

Al igual que con el AIC, entre varios modelos, el "mejor" es aquel que tiene el menor BIC.

Criterios de selección de modelos:

La mayoría de los resumenes de modelos ajustados que se presentan en los diversos paquetes estadísticos, aparecen los valores AIC y BIC, sin embargo, en el R existen las funciones:

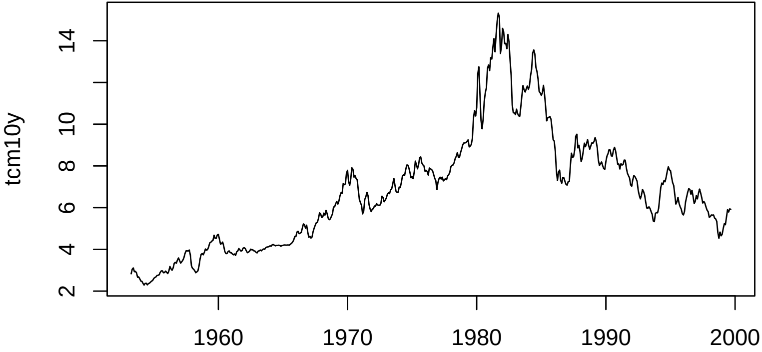
```
?AIC
?BIC
```

Estas dos funciones se pueden aplicar directamente a uno o varios modelos arrojando como resultado los valores AIC y BIC, respectivamente.

Veamos un ejemplo en R:

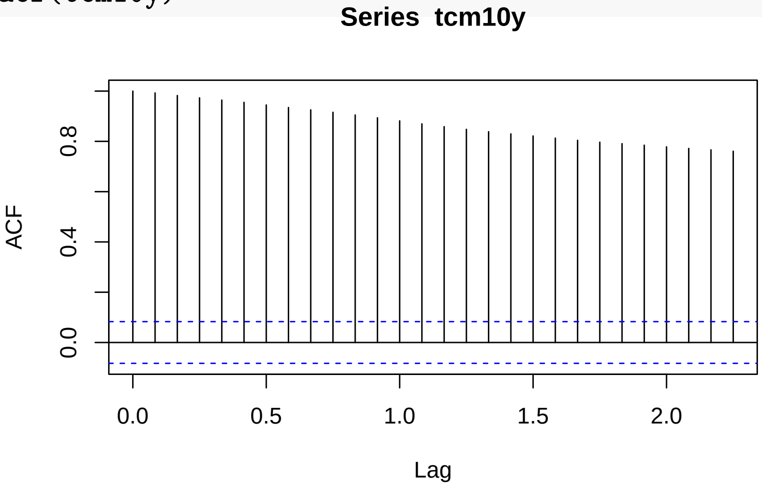
Recuerde el ejemplo sobre bonos a 10 años visto en la Presentación 9:

```
require(tseries)
data(tcm)
plot(tcm10y) # Escriba ?tcm para más información
```

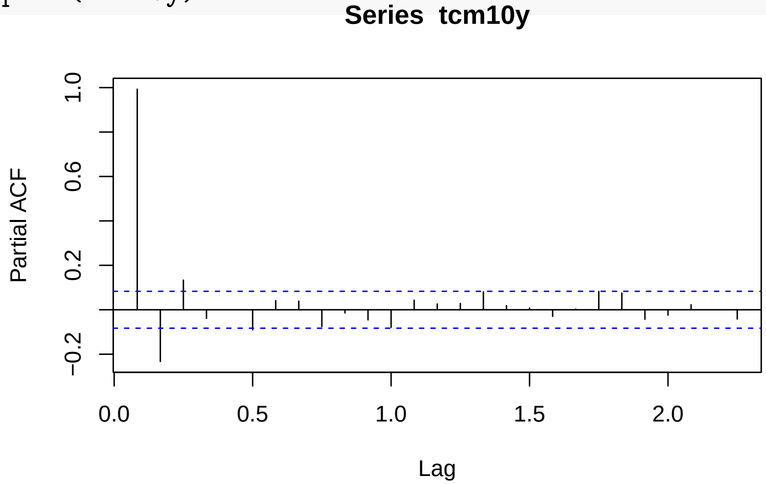


Las ACF y PACF muestrales son:

```
acf(tcm10y)
```



```
pacf(tcm10y)
```



Los gráficos anteriores sugieren un comportamiento de cola (decaimiento) para la ACF y de corte para la PACF. Esto lleva a que el modelo tentativo sea un AR(p) y observando los valores de corte de la PACF, dos posibles modelos a ser ajustados son AR(2) y AR(3):

```
modelo1 <- arima(tcm10y, order=c(2, 0, 0))
modelo2 <- arima(tcm10y, order=c(3, 0, 0))
```

Criterios de selección de modelos: Ejemplo

Para compararlos usamos los criterios:

```
AIC(modelo1, modelo2)
```

```
##         df      AIC
## modelo1  4 130.5528
## modelo2  5 100.7899
```

```
BIC(modelo1, modelo2)
```

```
##         df      BIC
## modelo1  4 147.8503
## modelo2  5 122.4117
```

Ambos criterios sugieren que el "mejor" modelo es el AR(3), ya que arrojaron los valores más bajos tanto para el AIC como para el BIC.

Validación de modelos ARMA

Cuando hablamos de validación de los modelos ARMA debemos preguntarnos ¿es el modelo adecuado para modelar mi serie de tiempo?. En este contexto, la palabla "adecuado" representa lo siguiente:

I. Verificación de la **estacionariedad** e **invertibilidad** del modelo estimado: Obtención de las raíces de los polinomios AR (polinómio $\phi(B)$) y MA (polinómio $\theta(B)$) y verificación que sus módulos sean mayores que 1 (estén por fuera del círculo unitario).
II. Verificación de que los residuales del modelo son ruido blanco, es decir, son no correlacionados, media cero y su varianza es constante.
III. Verificación de la normalidad del ruido blanco.
IV. Verificación de la significancia individual de los parámetros estimados.

(i). Verificación de la **estacionariedad** e **invertibilidad**

En el modelo AR(3) que ajustamos anteriormente y que seleccionamos con los criterios AIC y BIC, obtenemos el polinomio $\phi(B)$ como:

$$\begin{aligned}\widehat{X}_t &= \widehat{\phi}_0 + \widehat{\phi}_1 X_{t-1} + \widehat{\phi}_2 X_{t-2} + \widehat{\phi}_3 X_{t-3} \\ &= 5.98 + 1.4 X_{t-1} - 0.64 X_{t-2} + 0.24 X_{t-3}\end{aligned}$$

(i). Verificación de la **estacionariedad** e **invertibilidad**

En el modelo AR(3) que ajustamos anteriormente y que seleccionamos con los criterios AIC y BIC, obtenemos el polinomio $\phi(B)$ como:

$$\begin{aligned} \widehat{X}_t &= \widehat{\phi}_0 + \widehat{\phi}_1 X_{t-1} + \widehat{\phi}_2 X_{t-2} + \widehat{\phi}_3 X_{t-3} \\ &= 5.98 + 1.4X_{t-1} - 0.64X_{t-2} + 0.24X_{t-3} \end{aligned}$$

Obteniendo como polinómio:

$$\phi(B) = 1 - 1.4B + 0.64B^2 - 0.24B^3$$

(i). Verificación de la **estacionariedad** e **invertibilidad**

En el modelo AR(3) que ajustamos anteriormente y que seleccionamos con los criterios AIC y BIC, obtenemos el polinomio $\phi(B)$ como:

$$\begin{aligned}\widehat{X}_t &= \widehat{\phi}_0 + \widehat{\phi}_1 X_{t-1} + \widehat{\phi}_2 X_{t-2} + \widehat{\phi}_3 X_{t-3} \\ &= 5.98 + 1.4 X_{t-1} - 0.64 X_{t-2} + 0.24 X_{t-3}\end{aligned}$$

Obteniendo como polinómio:

$$\phi(B) = 1 - 1.4B + 0.64B^2 - 0.24B^3$$

Sacamos el módulo a las raíces del polinómio:

```
require(magrittr)
c(1,-1.4033,0.6438, - 0.2351) %>% polyroot() %>% abs()
```

```
## [1] 1.006574 2.055658 2.055658
```

Note que los módulos de las raíces del polinómio $\phi(B)$ están fuera del círculo unitario, por lo cuál es proceso estimado AR(3) es estacionario. Con respecto a si es invertible, recuerden que los procesos AR(p) son siempre invertibles.

(i). Verificación de la **estacionariedad** e **invertibilidad**

Para el caso de la serie anterior tomando la diferencia $Y_t = X_t - X_{t-1}$, ajustamos un modelo MA(3):

```r
y <- diff(tcm10y)
modelo3 <- arima(y, order=c(0, 0, 3))
```

Obtenemos el polinomio $\theta(B)$ como:

$$\begin{aligned} \widehat{X}_t &= \widehat{\mu} + \widehat{\theta}_1 w_{t-1} + \widehat{\theta}_2 w_{t-2} + \widehat{\theta}_3 w_{t-3} \\ &= 0.01 + 0.45 w_{t-1} - 0.12 w_{t-2} - 0.01 w_{t-3} \end{aligned}$$

(i). Verificación de la **estacionariedad** e **invertibilidad**

Para el caso de la serie anterior tomando la diferencia $Y_t = X_t - X_{t-1}$, ajustamos un modelo MA(3):

```
y <- diff(tcm10y)
modelo3 <- arima(y, order=c(0, 0, 3))
```

Obtenemos el polinomio $\theta(B)$ como:

$$\begin{aligned} \widehat{X}_t &= \widehat{\mu} + \widehat{\theta}_1 w_{t-1} + \widehat{\theta}_2 w_{t-2} + \widehat{\theta}_3 w_{t-3} \\ &= 0.01 + 0.45 w_{t-1} - 0.12 w_{t-2} - 0.01 w_{t-3} \end{aligned}$$

Obteniendo como polinómio:

$$\theta(B) = 1 + 0.45B - 0.12B^2 - 0.01B^3$$

(i). Verificación de la **estacionariedad** e **invertibilidad**

Para el caso de la serie anterior tomando la diferencia $Y_t = X_t - X_{t-1}$, ajustamos un modelo MA(3):

```
y <- diff(tcm10y)
modelo3 <- arima(y, order=c(0, 0, 3))
```

Obtenemos el polinomio $\theta(B)$ como:

$$\begin{aligned} \widehat{X}_t &= \widehat{\mu} + \widehat{\theta}_1 w_{t-1} + \widehat{\theta}_2 w_{t-2} + \widehat{\theta}_3 w_{t-3} \\ &= 0.01 + 0.45 w_{t-1} - 0.12 w_{t-2} - 0.01 w_{t-3} \end{aligned}$$

Obteniendo como polinómio:

$$\theta(B) = 1 + 0.45B - 0.12B^2 - 0.01B^3$$

Sacamos el módulo a las raíces del polinómio:

```
c(1,0.4494,-0.1219,-0.0077) %>% polyroot() %>% abs()
```

```
## [1]  1.600558  4.363724 18.594335
```

(i). Verificación de la **estacionariedad** e **invertibilidad**

Note que los módulos de las raíces del polinómio $\theta(B)$ están fuera del círculo unitario, por lo cuál es proceso estimado MA(3) es invertible. Con respecto a si es estacionario, recuerden que los procesos MA(q) son siempre estacionarios.

Cuando estimamos un modelo **ARMA**(p, q) se deben obtener ambos polinómios $\phi(B)$ y $\theta(B)$ con los parámetros estimados y verificar si las raíces de ambos están o no fuera del círculo unitario, indicando estacionariedad e invertibilidad, respectivamente.

(ii). Verificación residuales del modelo son ruido blanco

En este punto podemos considerar:

- El gráfico de los residuales a lo largo del tiempo y buscamos que no se presenten patrones, tendencias ni cambios en la variabilidad. Además, se espera que los residuales oscilen alrededor del cero.
- Obtenga la ACF de los residuales y verifique que todas las autocorrelaciones muestrales se encuentran dentro de la banda de confianza. En este punto, podemos complementar con una prueba de no autocorrelación conocida como la prueba Ljung-Box (ver siguiente diapositiva).
- Verifique si los residuales tienen distribución normal. El qq-plot normal ayuda en este punto, junto con pruebas como la de Shapiro-Wilk o como el test de normalidad dee Jarque-Bera.
- Evaluar cuáles de los parámetros son individualmente significativos y cuáles no (ya lo vimos en la diapositiva 26 de la Presentación 9).

(ii). Verificación residuales del modelo son ruido blanco

El test de Ljung-Box consiste en contrastar las hipótesis:

$$H_0 : \rho_1(w) = \rho_2(w) = \cdots = \rho_K(w) = 0$$

versus

$$H_a : \rho_j(w) \neq 0 \quad \text{para algún} \quad j \in (1, 2, \ldots, K)$$

donde $\rho_i(w)$ $(i = 1, \ldots, K)$ representa la i-ésima autocorrelación de los errores.

(ii). Verificación residuales del modelo son ruido blanco

El test de Ljung-Box consiste en contrastar las hipótesis:

$$H_0 : \rho_1(w) = \rho_2(w) = \cdots = \rho_K(w) = 0$$

versus

$$H_a : \rho_j(w) \neq 0 \quad \text{para algún} \quad j \in (1, 2, \ldots, K)$$

donde $\rho_i(w)$ $(i = 1, \ldots, K)$ representa la i-ésima autocorrelación de los errores. El estadístico de prueba está dado por:

$$Q = n(n+2) \sum_{i=1}^{K} (n-j)^{-1} \widehat{\rho}_i^2(\widehat{w})$$

donde n es el tamaño de la serie y $\widehat{\rho}_i(\widehat{w})$ es la i-ésima autocorrelación muestral de los residuales del modelo.

(ii). Verificación residuales del modelo son ruido blanco

El test de Ljung-Box consiste en contrastar las hipótesis:

$$H_0 : \rho_1(w) = \rho_2(w) = \cdots = \rho_K(w) = 0$$

versus

$$H_a : \rho_j(w) \neq 0 \quad \text{para algún} \quad j \in (1, 2, \ldots, K)$$

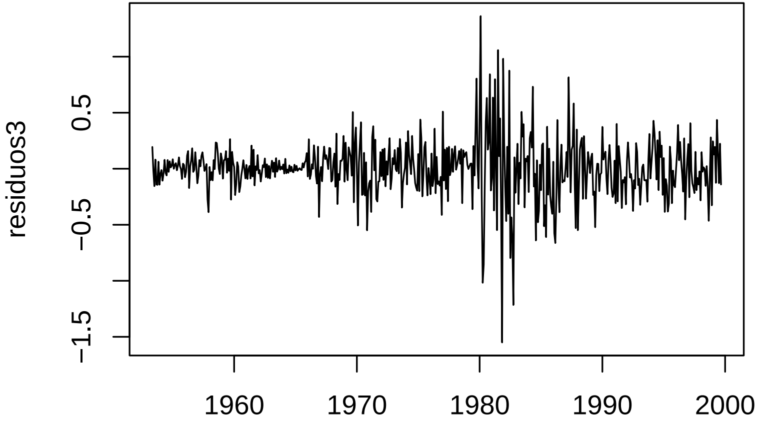
donde $\rho_i(w)$ $(i = 1, \ldots, K)$ representa la i-ésima autocorrelación de los errores. El estadístico de prueba está dado por:

$$Q = n(n+2) \sum_{i=1}^{K} (n-j)^{-1} \widehat{\rho}_i^2(\widehat{w})$$

donde n es el tamaño de la serie y $\widehat{\rho}_i(\widehat{w})$ es la i-ésima autocorrelación muestral de los residuales del modelo. El estadístico Q sigue una distribución $\chi^2(K-m)$ donde m es el número de parámetros a ser estimados en el modelo ARMA (generalmente es $m = p + q$). Por tanto, rechazamos H_0 con un nivel de significancia α, si $Q > \chi^2_\alpha(K-m)$.

Veamos en el modelo para la diferencia en los precios de los bonos (**modelo3** de esta presentación) cómo se comportan los residuales:

```
residuos3 <- modelo3$residuals
plot(residuos3)
```



(ii). Verificación residuales ruido blanco: Ejemplo 1

En el gráfico anterior vemos que: los residuos oscilan alrededor del cero, no se presentan patrones ni tendencias a lo largo del tiempo, pero sí se observa que hay momentos de mayor variabilidad en los residuales. Esto sugiere aplicar una transformación a los datos originales antes de aplicar el modelo para tratar de estabilizar la varianza (más adelante en el curso veremos cuáles transformaciones son más convenientes).

(ii). Verificación residuales ruido blanco: Ejemplo 1

En el gráfico anterior vemos que: los residuos oscilan alrededor del cero, no se presentan patrones ni tendencias a lo largo del tiempo, pero sí se observa que hay momentos de mayor variabilidad en los residuales. Esto sugiere aplicar una transformación a los datos originales antes de aplicar el modelo para tratar de estabilizar la varianza (más adelante en el curso veremos cuáles transformaciones son más convenientes).

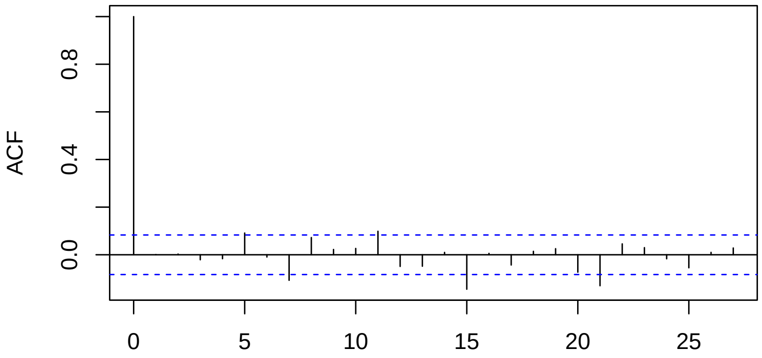
Para verificar si los residuales tienen autocorrelaciones significativas graficamos la ACF, pero antes aplicamos el test de Ljung-Box:

```
K <- 25
p <- 0 # El modelo 3 no tiene parte AR
q <- 3 # La parte MA(3) sin intercepto ni varianza
m <- p+q
Box.test(residuos3, lag=K, type="Ljung-Box", fitdf=m)
```

```
##
##  Box-Ljung test
##
## data:  residuos3
## X-squared = 53.853, df = 22, p-value = 0.0001725
```

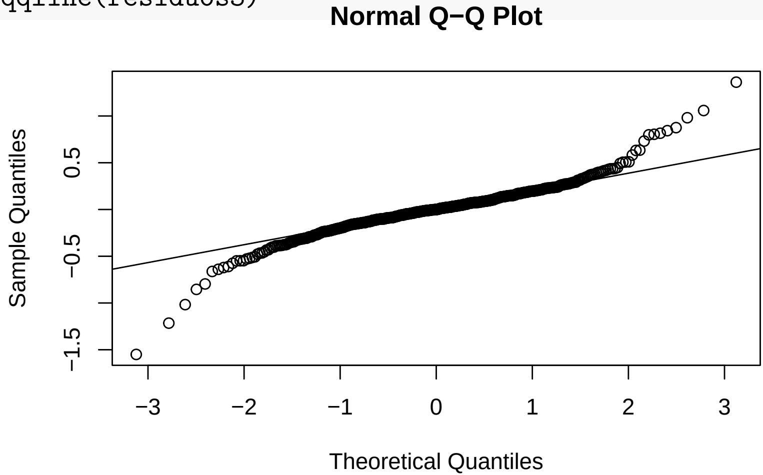
Como el p-valor$< \alpha = 0.05$, rechazamos la hipótesis nula de que las ACF de los residuales son iguales a cero hasta el lag 25. En el gráfico de las ACF se observan varios valores fuera de la banda de confianza (recuerde que la primera barra no cuenta ¿por qué?):

```
residuos3 %>% as.vector() %>% acf()
```



Para verificar la normalidad consideramos el qq-plot normal:

```
qqnorm(residuos3)
qqline(residuos3)
```



(iii). Verificación de normalidad: Ejemplo 1

En el gráfico anterior, vemos que los residuos no se ajustan bien a la distribución normal. Posiblemente con la transformación estabilizadora de varianza la situación cambie. Adicionalmente, al qqplot normal, vemos los dos siguientes test de normalidad:

```
shapiro.test(residuos3) # p-valor menor que 0.05 - No normalidad
```

```
##
##  Shapiro-Wilk normality test
##
## data:  residuos3
## W = 0.92602, p-value = 6.249e-16
```

```
jarque.bera.test(residuos3) # p-valor menor que 0.05 - No normalidad
```

```
##
##  Jarque Bera Test
##
## data:  residuos3
## X-squared = 769.59, df = 2, p-value < 2.2e-16
```

(iv). Verificación parámetros significativos: Ejemplo 1

Finalmente, evaluamos cuáles de los parámetros son individualmente significativos:

```
require(lmtest)
coeftest(modelo3)
```

```
##
## z test of coefficients:
##
##              Estimate Std. Error z value  Pr(>|z|)
## ma1         0.4493575  0.0422704 10.6305 < 2.2e-16 ***
## ma2        -0.1219369  0.0466851 -2.6119  0.009004 **
## ma3        -0.0076998  0.0385702 -0.1996  0.841770
## intercept  0.0055107  0.0144682  0.3809  0.703287
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

Los coeficientes θ_3 junto con el interpcepto muestran no ser siginifcativos. Esto sugiere estimar un nuevo modelo MA(2) en lugar de un MA(3), además de eliminar el interpcepto. **TAREA:** ¿Cómo eliminamos el intercepto?

(ii). Verificación residuales ruido blanco: Ejemplo 2

Considere la BD de la Tasa Representativa del Mercado TRM:

```
require(tidyverse)
require(magrittr)
datos_trm <- read_csv("../../DATOS/trm_historico.csv")
datos_trm %>% dim()
```

```
## [1] 7383    4
```

```
datos_trm %>% head(3)
```

```
## # A tibble: 3 x 4
##   VALOR UNIDAD VIGENCIADESDE VIGENCIAHASTA
##   <dbl> <chr>  <chr>         <chr>
## 1 2851. COP    09/10/2002    09/10/2002
## 2 2854. COP    10/10/2002    10/10/2002
## 3 2871. COP    11/10/2002    11/10/2002
```

(ii). Verificación residuales ruido blanco: Ejemplo 2

```
datos_trm %>% tail(2)
```

```
## # A tibble: 2 x 4
##   VALOR UNIDAD VIGENCIADESDE VIGENCIAHASTA
##   <dbl> <chr>  <chr>         <chr>
## 1 4310. COP    10/08/2022    10/08/2022
## 2 4274. COP    11/08/2022    11/08/2022
```

Chequeamos los caracteres de las fechas:

```
datos_trm$VIGENCIADESDE %>% nchar() %>%  table()
```

```
## .
##   10
## 7383
```

```
datos_trm$VIGENCIAHASTA %>% nchar() %>% table()
```

```
## .
##   10
## 7383
```

Aparentememte todas las fechas tienen el mismo formato debido a que el número de caracteres es 10 en ambas fechas (este chequeo no necesariamente es el único que pueden hacer).

(ii). Verificación residuales ruido blanco: Ejemplo 2

Aparentememte todas las fechas tienen el mismo formato debido a que el número de caracteres es 10 en ambas fechas (este chequeo no necesariamente es el único que pueden hacer).

Demos formato a las fechas:

```
datos_trm$VIGENCIADESDE %<>% as.Date(format="%d/%m/%Y")
datos_trm$VIGENCIAHASTA %<>% as.Date(format="%d/%m/%Y")
```

(ii). Verificación residuales ruido blanco: Ejemplo 2

Aparentememte todas las fechas tienen el mismo formato debido a que el número de caracteres es 10 en ambas fechas (este chequeo no necesariamente es el único que pueden hacer).

Demos formato a las fechas:

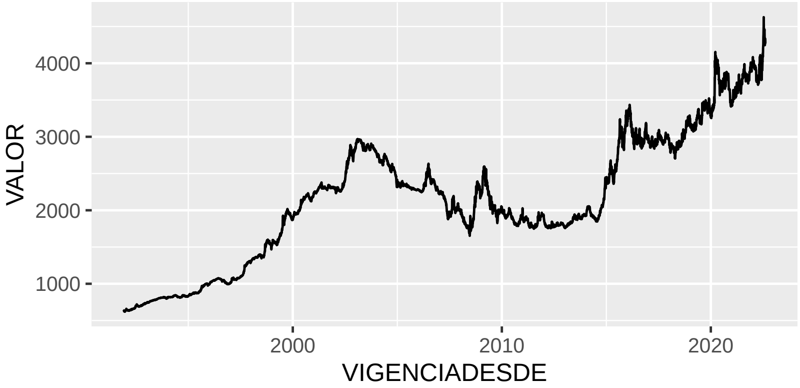
```
datos_trm$VIGENCIADESDE %<>% as.Date(format="%d/%m/%Y")
datos_trm$VIGENCIAHASTA %<>% as.Date(format="%d/%m/%Y")
```

Ordenemos los datos de acuerdo a las fechas de la variable **VIGENCIADESDE**:

```
datos_trm %<>% arrange(-desc(VIGENCIADESDE))
# NOTA: El menos es para que sea en orden descendente.
```

Veamos el gráfico de la serie TRM con **VIGENCIADESDE**:

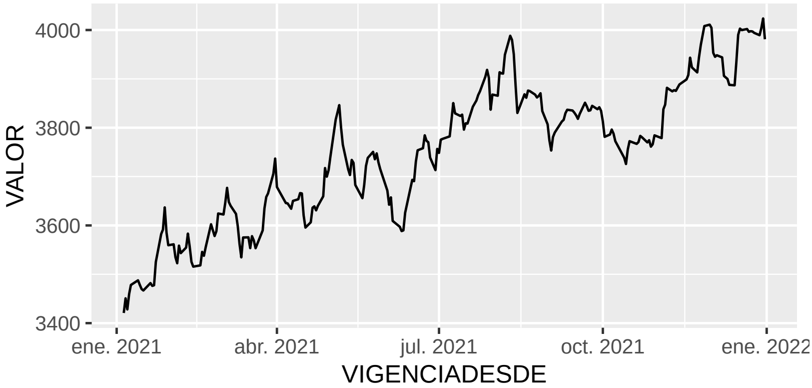
```
datos_trm %>% ggplot(aes(x=VIGENCIADESDE, y=VALOR))+
  geom_line()
```



(ii). Verificación residuales ruido blanco: Ejemplo 2

Seleccionemos solo el año 2021 y elaboremos un nuevo data frame:

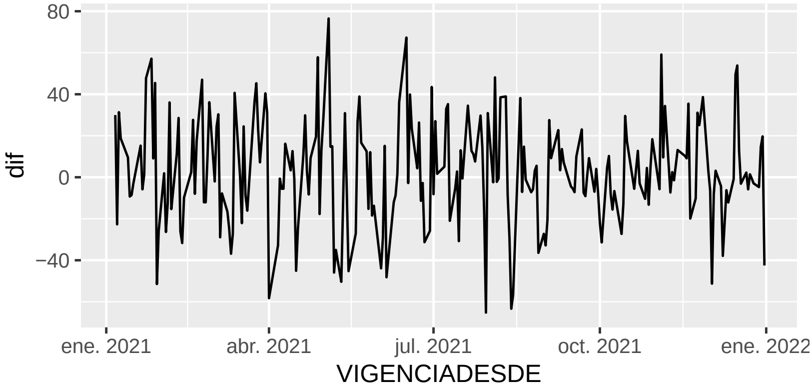
```
require(lubridate)
datos_trm_2<-datos_trm%>%filter(year(VIGENCIADESDE)%in%c(2021))
datos_trm_2 %>% ggplot(aes(x=VIGENCIADESDE, y=VALOR))+
  geom_line()
```



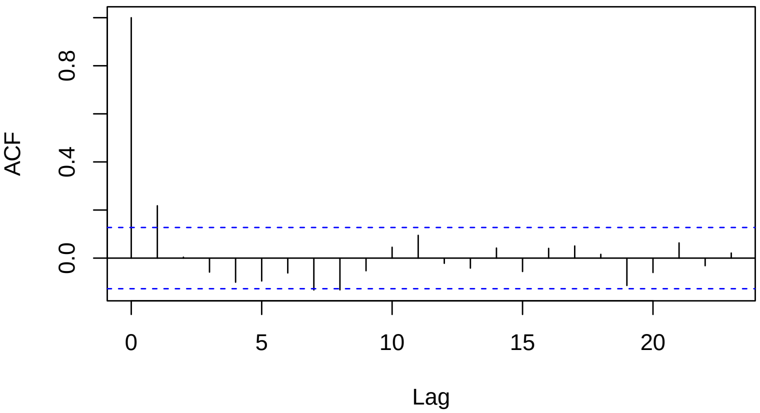
(ii). Verificación residuales ruido blanco: Ejemplo 2

Como vemos tendencia, elaboremos una nueva serie tomando diferencias, es decir, $Y_t = X_t - X_{t-1}$ (¿qué representa esta nueva serie?)

```
datos_trm_2$dif <- c(NA, diff(datos_trm_2$VALOR))
datos_trm_2 %>% ggplot(aes(x=VIGENCIADESDE, y=dif))+
  geom_line()
```

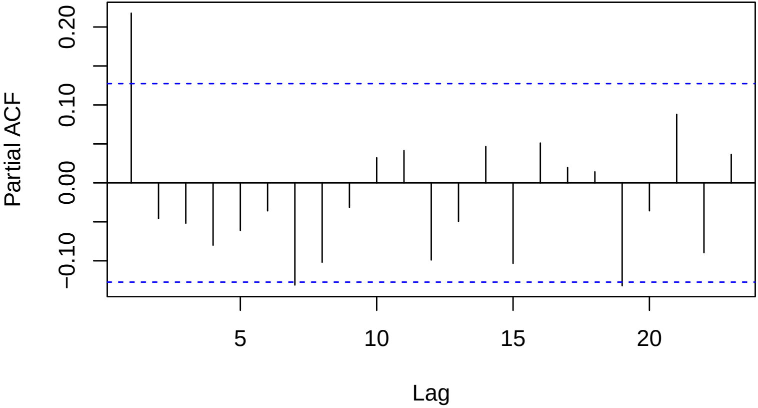


```
datos_trm_2$dif %>% na.omit() %>% acf()
```



(ii). Verificación residuales ruido blanco: Ejemplo 2

```
datos_trm_2$dif %>% na.omit() %>% pacf()
```



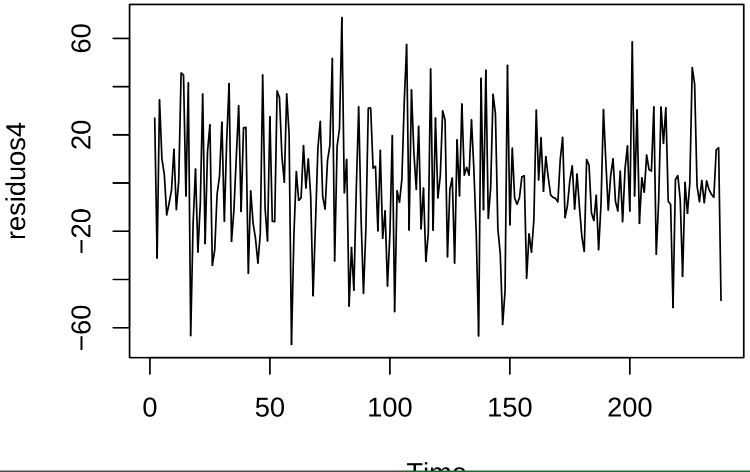
En los dos gráficos anteriores podríamos considerar que el modelo a ser estimado es un AR(1) (ya que la ACF es es cola o decaimiento sinoidal y la PACF es corte en el primer lag):

```
modelo4 <- arima(datos_trm_2$dif, order=c(1, 0, 0))
modelo4
```

```
##
## Call:
## arima(x = datos_trm_2$dif, order = c(1, 0, 0))
##
## Coefficients:
##          ar1  intercept
##       0.2209     2.3450
## s.e.  0.0638     2.0533
##
## sigma^2 estimated as 607.9:  log likelihood = -1095.89,
```

Graficamos los residuales:

```
residuos4 <- modelo4$residuals
plot(residuos4)
```



(ii). Verificación residuales ruido blanco: Ejemplo 2

En el gráfico anterior vemos que: los residuos oscilan alrededor del cero, no se presentan patrones ni tendencias a lo largo del tiempo, ni tampoco cambios en la variabilidad de los residuales.

(ii). Verificación residuales ruido blanco: Ejemplo 2

En el gráfico anterior vemos que: los residuos oscilan alrededor del cero, no se presentan patrones ni tendencias a lo largo del tiempo, ni tampoco cambios en la variabilidad de los residuales.

Para verificar si los residuales tienen autocorrelaciones significativas graficamos la ACF, pero antes aplicamos el test de Ljung-Box:

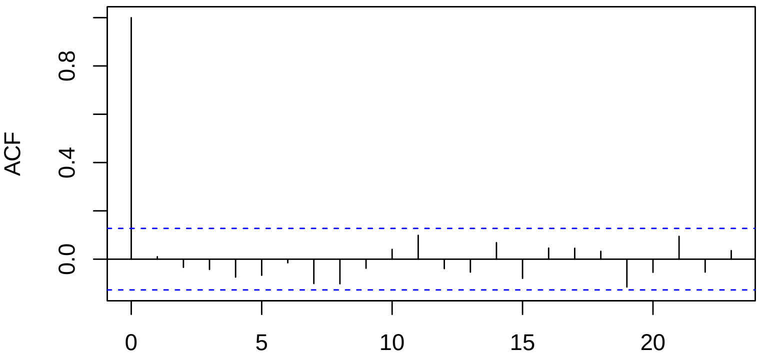
```
K <- 25
p <- 1 # La parte AR(1) sin intercepto ni varianza
q <- 0 # El modelo 4 no tiene parte MA
m <- p+q
Box.test(residuos4, lag=K, type="Ljung-Box", fitdf=m)
```

```
##
##  Box-Ljung test
##
## data:  residuos4
## X-squared = 25.984, df = 24, p-value = 0.354
```

(ii). Verificación residuales ruido blanco: Ejemplo 2

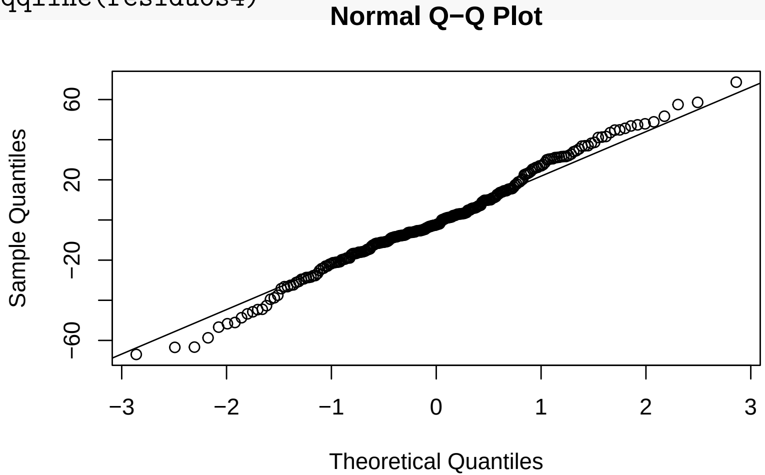
Como el p-valor$> \alpha = 0.05$, NO rechazamos la hipótesis nula de que las ACF de los residuales son iguales a cero hasta el lag 25. En el gráfico de las ACF se observa que todos los valores están dentro de la banda de confianza (recuerde que la primera barra no cuenta ¿por qué?):

```
residuos4 %>% na.omit() %>% acf()
```



Para verificar la normalidad consideramos el qq-plot normal:

```
qqnorm(residuos4)
qqline(residuos4)
```



(iii). Verificación de normalidad: Ejemplo 2

En el gráfico anterior, vemos que los residuos se ajustan bien a la distribución normal. Adicionalmente, al qqplot normal, vemos los dos siguientes test de normalidad:

```r
shapiro.test(residuos4) # p-valor > 0.05 - Normalidad
```

```
##
##  Shapiro-Wilk normality test
##
## data:  residuos4
## W = 0.99203, p-value = 0.2274
```

```r
jarque.bera.test(na.omit(residuos4)) # p-valor> 0.05 - Normalidad
```

```
##
##  Jarque Bera Test
##
## data:  na.omit(residuos4)
## X-squared = 0.047836, df = 2, p-value = 0.9764
```

(iv). Verificación parámetros significativos: Ejemplo 2

Finalmente, evaluamos cuáles de los parámetros son individualmente significativos:

```
require(lmtest)
coeftest(modelo4)
```

```
##
## z test of coefficients:
##
##           Estimate Std. Error z value  Pr(>|z|)
## ar1       0.220937   0.063794  3.4633 0.0005337 ***
## intercept 2.344994   2.053253  1.1421 0.2534179
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

El interpcepto muestra no ser siginifcativo. Esto sugiere estimar un nuevo modelo AR(1) sin interpcepto. **TAREA:** ¿Cómo eliminamos el intercepto?