

אמינות דיווחים על וסתות בהקשר הלכתי

דביר רוס¹

א. תקציר

במאמר זה נציג מערכת מצבים מרקובית שמאפשרת לחשב את ההסתברות לקביעת 'וסת ההפלגה' עבור אישה שטוענת שהיא מכירה את 'וסת ההפלגה' ושהיא בעלת הפרשי מחזור וסת זהים בדרך כלל. בעזרת חישוב הסתברות זו נבצע תיקוף לנתונים עבור שאלון בעל 626 משובים.

ב. מבוא

1. רקע למחקר

הכרת המציאות בנוגע למחזור הוסת הנשי משפיעה על תחומים רבים, ביניהם ההתייחסות הרבנית להלכות הקשורות במחזור הוסת. כדי לאבחן את המציאות ואת ההכרה בה בקרב הרבנים והנשים, הופץ שאלון באמצעי תקשורת אינטרנטיים שונים (יישומון 'וואטסאפ', אתר 'פייסבוק' וכדומה). התקבלו 632 תגובות, ולאחר סינון תגובות בעלות סתירות פנימיות נותרו 626 תגובות.

השאלון מתייחס לנושאים מגוונים: סיווג ושכיחות סימנים מקדימים להופעת וסת, משך הדימום הוסתי, אורך מחזור הוסת, תופעות דימום נרתיקי במהלך הריון, זמן חזרת מחזור הוסת לאחר לידה ותופעות שמתארות חוקיות בין אורכי מחזורי הוסת.

במאמר זה לא נתייחס לכלל הנושאים שנשאלו, ונתמקד בתיקוף הנתונים שהתקבלו בכלל, ובהכרה של נשים את מצבן ההלכתי בפרט. המחקר נערך במהלך לימודי תואר שלישי באוניברסיטת אריאל.

¹ המחלקה למתמטיקה, אוניברסיטת אריאל בשומרון, אריאל 4070000, ישראל

אימייל: dvirr@g.jct.ac.il

2. רקע תורני

אחת מהתופעות הנזכרות בספרות התורנית שמתארות סוגים שונים של חוקיות בין אורכי מחזור הווסת נקראת 'וסת ההפלגה'. וסת ההפלגה מתאר אישה שהפרשי הימים בין וסתותיה שווים. ההגדרה ל'וסת הפלגה קבוע'²: אם נסמן $\forall i \geq 0$ ב- w_i את הפרש הימים העובר בין וסת i לווסת $i + 1$, וסת הפלגה נקבעת אם מתקיים $w_i = w_{i+1} = w_{i+2}$.

על פי שולחן ערוך, יורה דעה, קפט, יג קבעו רוב פוסקי ההלכה המוכרים שווסת קבוע נקבע דווקא אם הווסתות עם ההפרשים הזהים היו ב'עונות' זהות. כלומר, כדי שאישה תקבע וסת, הווסתות צריכות להיות כולן ביום או כולן בלילה.³

כדי שאישה תעקור את וסת ההפלגה הקבוע שלה, נדרש שיהיו 3 סטיות רצופות מאורך מחזור הווסת הקבוע. כלומר, לאחר הווסת ה- i ההפרשים שייווצרו על ידי 3 הווסתות הבאים יהיו שונים מההפרש האחרון שהיה באורך של הווסת הקבוע w_i , ויתקיים: $w_i \neq w_{i+1}$ וגם $w_i \neq w_{i+2}$ וגם $w_i \neq w_{i+3}$.

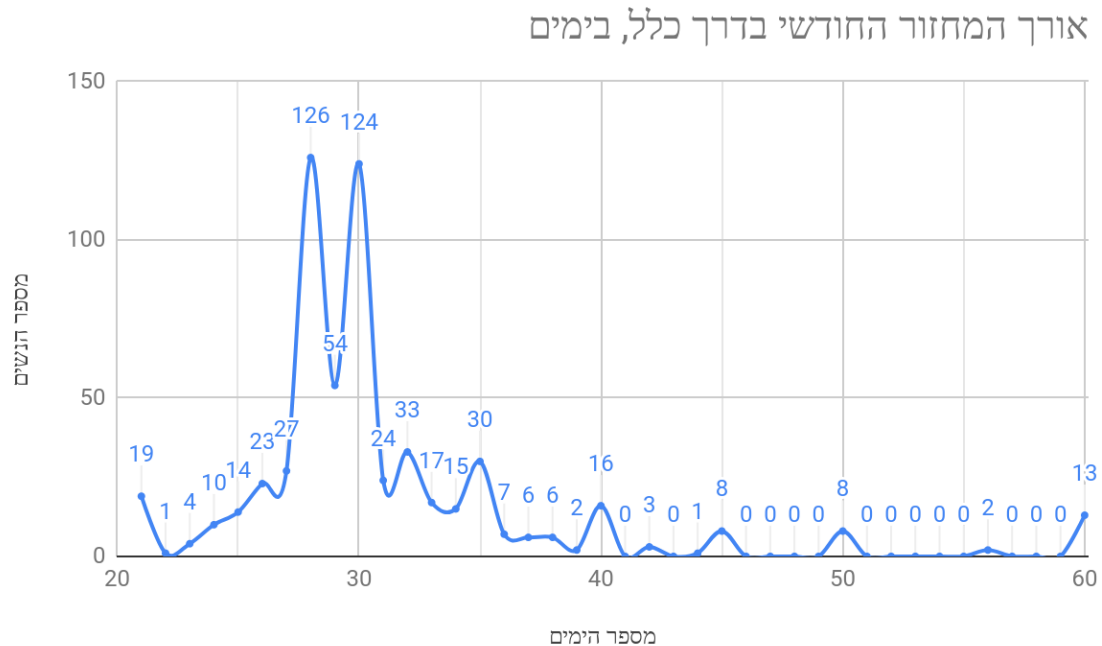
אם לאחר שנעקר וסת קבוע חזרה האישה וראתה וסת בהפרש של הווסת הקבוע האחרון שהיה לה, חוזר מעמדה ההלכתי להיות של אישה בעלת וסת קבוע. (שולחן ערוך קפט, טו: "ואם חזרה לראות ביום הווסת הראשון, חוזר לקביעותו הראשון וחוששת לו..."). כלומר, בהינתן ש- w_i היה הפרש הווסתות הקבוע האחרון, אם קיים $j > i + 3$ כך ש- $w_j = w_i$, חוזר המצב ההלכתי של הווסת הקבוע באורך w_i .

² שולחן ערוך, יורה דעה, קפט, ב: "כיצד קובעת? כגון שתראה ארבע פעמים וביניהם שלשה זמנים שווים".
³ לצורך מאמר זה אני מתייחס לסטייה מעונת היום או הלילה כאל שינוי היום. שינוי היום יחושב בעזרת עיגול כלפי מעלה עבור איחור של עונה, ועיגול כלפי מטה עבור הקדמה של עונה. לדוגמא, להפרש בין וסת ביום לווסת המגיעה לאחר 29.5 ימים ניתן להתייחס כהפרש של 30 יום.

ג. הנתונים

1. אורך מחזור הווסת בדרך כלל

עבור השאלה "להערכתך, מה ההפרש בין המחזורים שלך בדרך כלל?" התקבלו הנתונים המוצגים בגרף הבא:



בתרשים זה יש שתי תופעות המעידות על בעייתיות בנתונים שהתקבלו:

- במקום עקומת פעמון של התפלגות נורמלית, מתקבלת עקומה הדומה לשן, עם שתי פסגות ב-28 ו-30.
- במספרים בעלות ספרת אחדות 0 ו-5 התקבלו נתונים רבים ביחס לאחרים. תופעה המציגה "עיגול" של הנתונים.

סעיף א הוא שיחזור תוצאות של מחקר שנעזר בקאפה סטטיסטי כדי להראות את הבעייתיות של נתוני מחזורי וסת המתקבלים מדיווחים של נשים [1].

2. נשים בעלות וסת הפלגה קבוע

עבור השאלה "נסי לחשוב על תקופות בחייך בהן לא היו הפרעות משמעותיות למחזור (הריונות, אמצעי מניעה וכדומה), האם המחזור הגיע בהפרשים קבועים?" התמקדנו בנשים שענו "בדרך כלל המחזור מגיע באותו הפרש". מתוכן התמקדנו בנשים שענו שהן מכירות את וסת ההפלגה.

נותרנו עם 79 נשים שענו שהן מכירות את וסת ההפלגה ובדרך כלל מחזורי הווסת שלהן באורכים זהים. הגורם שעלול למנוע מאישה בקריטריונים האלה להגיע למצב של וסת הפלגה קבוע הוא הבדלים בזמני היום שבהם מגיע הווסת – יום או לילה.

מתוך 79 הנשים הללו 14 דיווחו על כך שהן קבעו וסת הפלגה, כ- 17.7%. הנתון נראה לנו לא סביר, לשם כך רצינו לברר את ההסתברות לכך שהבדלי יום ולילה ישבשו את תהליך קביעת הווסת.

ד. שרשראות מרקוב לסטיות יום ולילה

1. בחירת שרשרת מרקוב

שרשרת מרקוב (באנגלית: Markov Chain) היא מודל הסתברותי המשמש לתיאור התפתחות של תהליכים כסדרה של מצבים. מערכת מוגדרת כמערכת מרקובית אם המידע הנתון על כל מצב מבין מצבי המערכת בפני עצמו, מספיק לחיזוי הסתברויות המעבר למצבים העתידיים. כלומר, אין צורך להתחשב בדרך שבה המערכת הגיעה למצב מסוים, שכן מידע זה לא יועיל בניבוי העתיד.

אם נניח שיש תלות בין תזמוני הווסת ביום והלילה, מלבד האפשרות שיהיו נשים שהתלות תגרום ליותר פעמים בהן לאחר הופעת וסת ביום תגיע הופעת וסת בלילה ולהיפך, יש להניח שתלות תקשר ראיות חוזרות ביום או בלילה. אם כן, הנחת תלות בין תזמוני יום ולילה תקטין את ההסתברות שסטיות יום ולילה ישבשו את קביעת הווסת, לכן נניח שאין תלות כזו על מנת לחסום מלמטה את ההסתברות למניעת קביעת וסת בגלל סטיות יום ולילה. הנחה זו מאפשרת את השימוש במודל שרשרת מרקוב לתיאור תזמוני עונות הופעות הווסת.

ליתרונות של שרשרת מרקוב על אפשרות חישובי הסתברויות בצורה קומבינטורית אתיחס בהמשך.

2. בניית שרשרת מרקוב לתיאור תזמוני יום ולילה בהפרשי מחזור וסת זהים

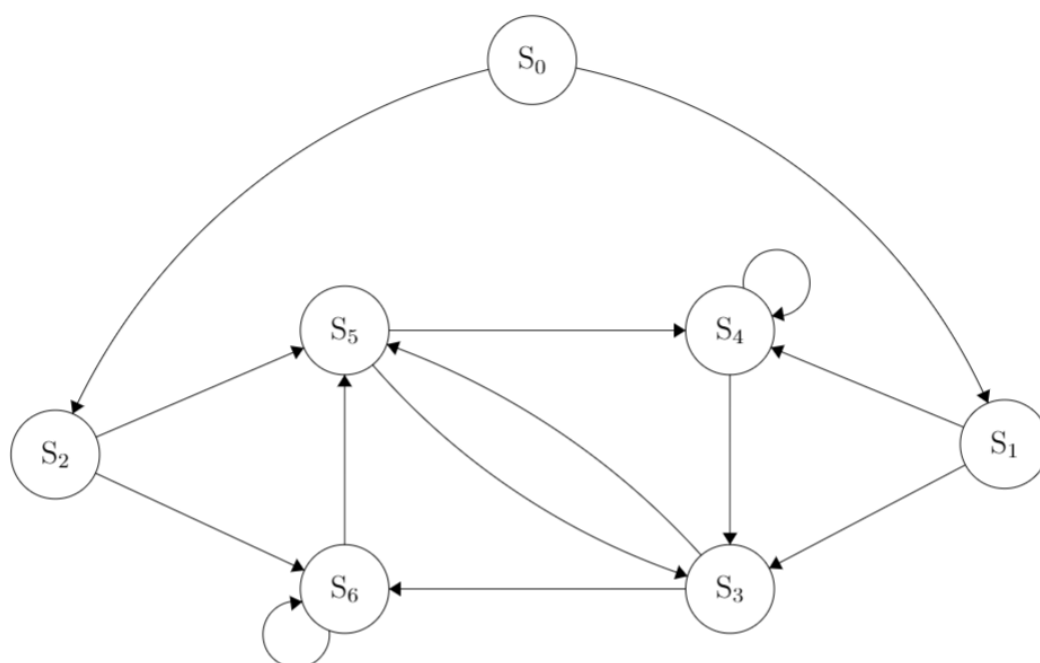
שרשרת מרקוב מסדר 1 היא תהליך סטוכסטי, כלומר סדרה של משתנים מקריים $X_1, X_2, X_3 \dots$, המקיימת את תכונת מרקוב: ההתפלגות של המשתנה המקרי ה- $n + 1$ בהינתן המשתנים שקדמו לו, שווה להתפלגותו בהינתן המשתנה ה- n בלבד:

$$\forall n \geq 0: P(X_{n+1} = j | X_0 = i_0, X_1 = i_1, \dots, X_n = i_n) = P(X_{n+1} = j | X_n = i_n)$$

כאשר הערכים של $\{i_0, i_1, \dots, i_n\}$ ו- j מייצגים את הערכים שיכולים להתקבל עבור המשתנים המקריים X_0, X_1, \dots, X_n ו- X_{n+1} בהתאמה. כלומר, ההסתברות שהמצב ה- $n + 1$ של המערכת המיוצג על ידי המשתנה המקרי X_{n+1} יהיה מצב המערכת ה- j , תלויה במצב ה- n בלבד.

נגדיר את מצבי המערכת עבור אישה שהפרשי מחזורי הווסת שלה זהים:

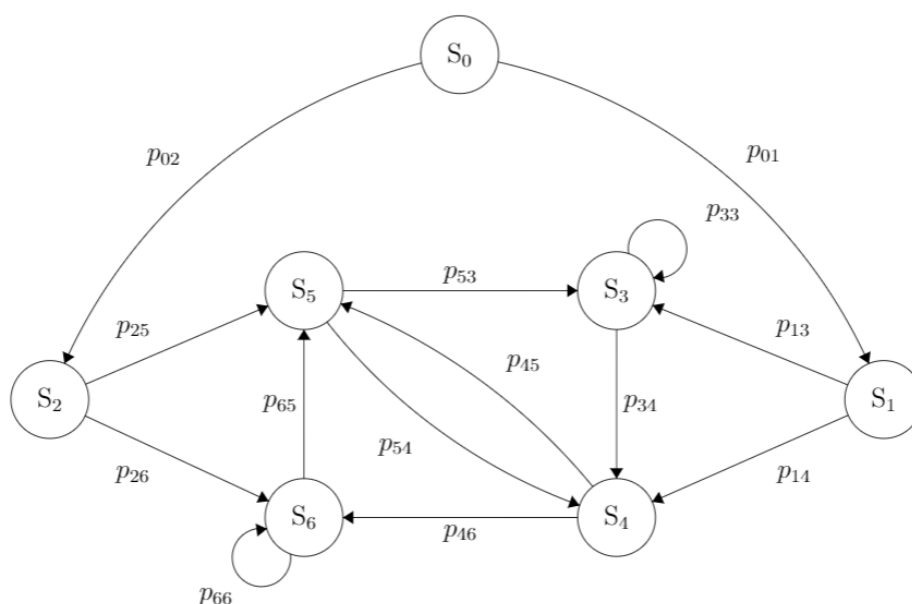
S_0 - מצב התחלתי לפני הופעת וסת, S_1 - וסת ראשון ביום, S_2 - וסת ראשון בלילה, S_3 - וסת בלילה אחרי וסת ביום, S_4 - וסת ביום אחרי וסת ביום, S_5 - וסת ביום אחרי וסת בלילה, S_6 - וסת בלילה אחרי וסת בלילה.



נסמן את הסיכוי לעבור ממצב S_i למצב S_j ב P_{ij} , ובהצגה מטריצית נקבל מטריצת מעברים P

שבה ההסתברות לעבור ממצב S_i למצב S_j שווה לערך המופיע ב- P בשורה ה- i בעמודה ה- j :

$$P = \begin{pmatrix} 0 & p_{01} & p_{02} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p_{13} & p_{14} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{25} & p_{26} \\ 0 & 0 & 0 & p_{33} & p_{34} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{45} & p_{46} \\ 0 & 0 & 0 & p_{53} & p_{54} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{65} & p_{66} \end{pmatrix}$$



ההסתברות לעבור ממצב S_i למצב S_j לאחר n צעדים שווה לערך המופיע ב- P^n בשורה ה- i

בעמודה ה- j :

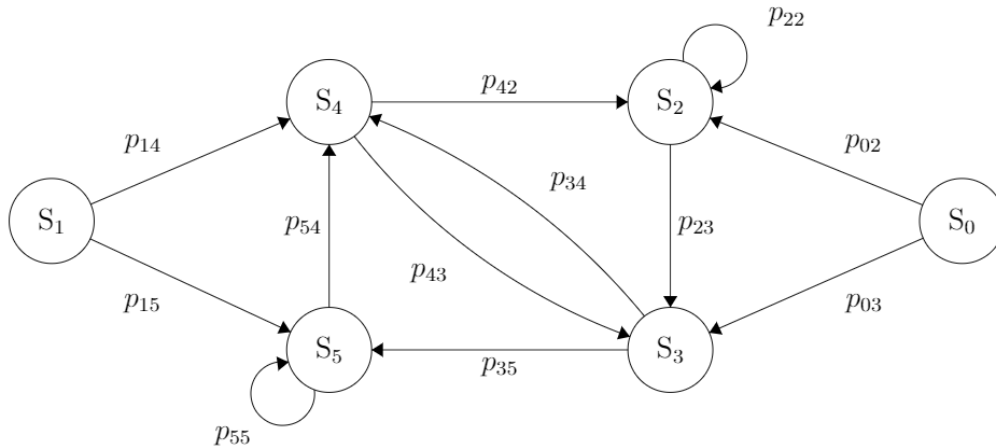
$$v = (1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)$$

$$\Pr(X_n = S_i) = [\vec{v}P^n]_i = \left[(P^n \vec{v}^T)^T \right]_i$$

נוכל לצמצמם את המצב ההתחלתי של המערכת בעזרת הצבת הסתברויות המעברים ממנו בווקטור

$$v = (v_0 \ v_1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)$$

ונקבל מערכת חדשה:



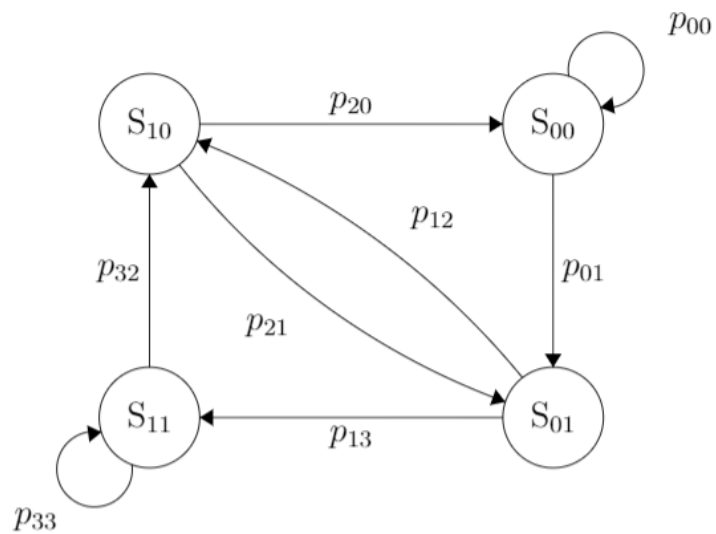
$$P = \begin{pmatrix} 0 & 0 & p_{02} & p_{03} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & p_{14} & p_{15} \\ 0 & 0 & p_{22} & p_{23} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & p_{34} & p_{35} \\ 0 & 0 & p_{42} & p_{43} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & p_{54} & p_{55} \end{pmatrix}$$

שרשרת מרקוב מסדר m היא תהליך סטוכסטי, כלומר סדרה של משתנים מקריים $X_1, X_2, X_3 \dots$, שבו ההתפלגות של המשתנה המקרי ה- n בהינתן המשתנים שקדמו לו, שווה להתפלגותו בהינתן m המשתנים שקדמו לו:

$$\begin{aligned} \forall n > m: \Pr(X_n = x_n | X_{n-1} = x_{n-1}, X_{n-2} = x_{n-2}, \dots, X_1 = x_1) \\ = \Pr(X_n = x_n | X_{n-1} = x_{n-1}, X_{n-2} = x_{n-2}, \dots, X_{n-m} = x_{n-m}) \end{aligned}$$

שרשרת כזו מאפשרת לייצג השפעה של קבוצת מצבים על המעבר הבא, כך נוכל לצמצם את המערכת בשנית בעזרת מעבר לשרשרת מרקוב מסדר 2:

S_{00} – שני וסתות אחרונים ביום, S_{01} – שני הווסתות האחרונים היו ביום ולאחר מכן בלילה, S_{10} – שני הווסתות האחרונים היו בלילה ולאחר מכן ביום, S_{11} – שני וסתות אחרונים בלילה.



$$P = \begin{pmatrix} p_{00} & p_{01} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p_{12} & p_{13} \\ p_{20} & p_{21} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p_{32} & p_{33} \end{pmatrix}$$

$$v = (v_{00} \quad v_{01} \quad v_{10} \quad v_{11})$$

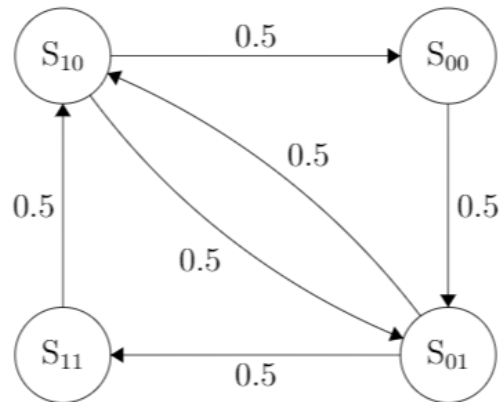
3. חישוב הסתברות אי קביעת וסת

בעקבות הנחת אי התלות בין הופעת וסת ביום ללילה, נציב הסתברויות שוות למצבים ההתחלתיים ולמעברים:

$$P = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 & 0.5 \end{pmatrix}$$

$$v = (0.25 \quad 0.25 \quad 0.25 \quad 0.25)$$

כעת נסיר את המעברים שמתארים קביעת וסת – המעברים מ- S_{00} ומ- S_{11} לעצמם:



ונוכל לחשב את ההסתברות לאי קביעת וסת לאחר n וסתות בעזרת סכימת כלל ההסתברויות המתקבלות ברכיבי הווקטור כתוצאה מהכפלת וקטור המצבים ההתחלתי v במטריצת המעברים

$$\hat{P} = \begin{pmatrix} 0 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 & 0 \end{pmatrix} \text{ בחזקת } n.$$

לדוגמה, ההסתברות שאישה שרואה וסת בהפרשים קבועים לא תקבע וסת לאחר 12 וסתות תהיה כ-11.38%.

4. בניית שרשרת מרקוב לתיאור תזמוני יום ולילה עם סטיות בהפרשי מחזורי וסת

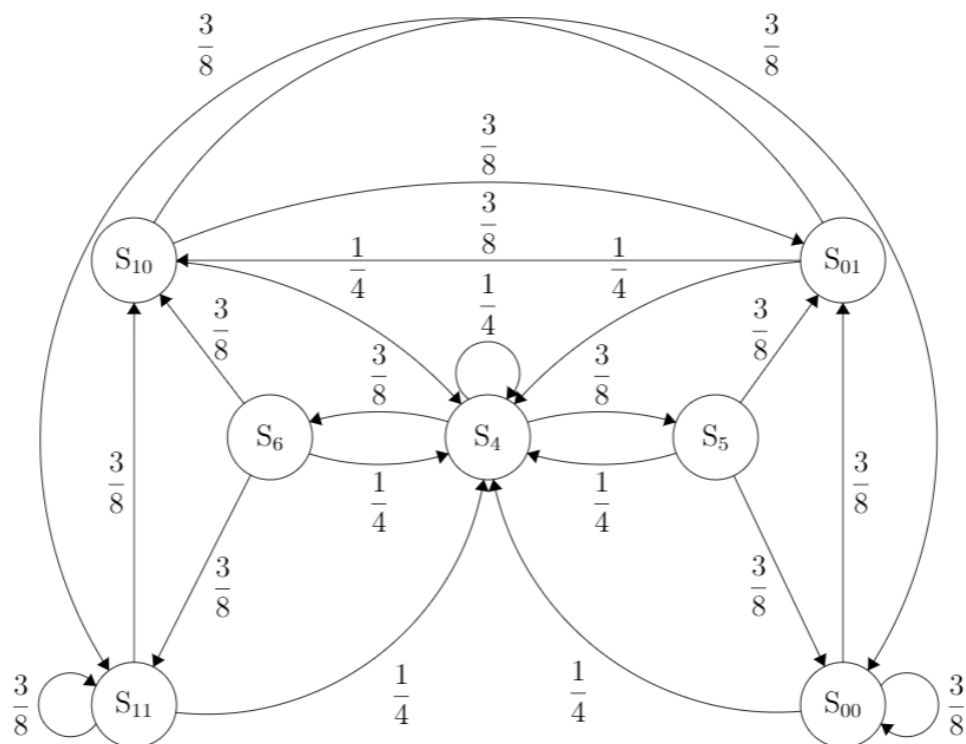
מכיוון שהנשים ענו ש"בדרך כלל המחזור מגיע באותו הפרש", נסיף למערכת המצומצמת שקיבלנו מצבי סטייה מההפרש הקבוע:

S_4 – סטייה מההפרש הזהה, S_5 – חזרה להפרש הרגיל עם וסת ביום, S_6 – חזרה להפרש הרגיל עם וסת בלילה.

גם עבור מקרה זה נציב הסתברויות זהות למעברים, אך בכל שלב נאפשר מעבר ל- S_4 בהסתברות שתתאר סטייה שכיחה מההפרש הקבוע, אבל לא יותר מידי שכיחה, כדי שהמערכת תתאר תהליך שבו "בדרך כלל המחזור מגיע באותו הפרש". בחרתי לצורך זה בהסתברות סטייה של 25%.

במידה ויעלה רצון לשנות את קביעה זו, המודל מאפשר התאמה קלה של הנתונים לצורך חישובים נוספים. זהו יתרון שיש לבחירת מודל שרשרת מרקוב לתיאור ה'בעיה' הזו, שכן בעזרת

חישובי צירופים קומבינטוריים שינוי הנחת היסוד יגרור צורך בחישובים מסובכים יותר ופחות יעילים.



$$P = \begin{pmatrix} 0.375 & 0.375 & 0 & 0 & 0.25 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.375 & 0.375 & 0.25 & 0 & 0 \\ 0.375 & 0.375 & 0 & 0 & 0.25 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.375 & 0.375 & 0.25 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.25 & 0.375 & 0.375 \\ 0.375 & 0.375 & 0 & 0 & 0.25 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.375 & 0.375 & 0.25 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$v = \left(\frac{1}{7} \quad \frac{1}{7} \quad \frac{1}{7} \quad \frac{1}{7} \quad \frac{1}{7} \quad \frac{1}{7} \quad \frac{1}{7} \right)$$

בהינתן שרשרת מרקוב שמרחב המצבים שלה ניתן לחלוקה על ידי תתי קבוצות זרות המסומנות ב- t_i , כך שמתקבלת החלוקה $T = \{t_1, t_2, \dots\}$ של מצבי השרשרת, השרשרת תיקרא ניתנת לאיגוד ביחס לחלוקה T אם ורק אם

$$\forall t_i, t_j \in T, \forall n, n' \in t_i: \sum_{m \in t_j} q(n, m) = \sum_{m \in t_j} q(n', m)$$

כאשר $q(i, j)$ היא ההסתברות לעבור ממצב i למצב j .

כלומר, עבור כל שני מצבים מאוגדים t_i ו- t_j (כולל האפשרות $i = j$), סכום ההסתברויות של המעברים מכל מצב מקורי בודד שהתאגד ל- t_i אל כל המצבים שהתאגדו ל- t_j זהה.

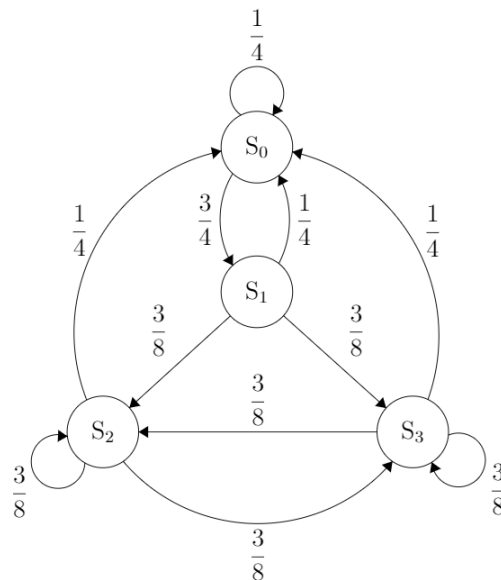
הן מרחב המצבים והן החלוקה שלו יכולים להיות סופיים או בני-מנייה.

בעזרת תכונת האיגודיות ([2] Lumpability) של מערכת המצבים נוכל לצמצם את המצבים המקוריים למצבים הבאים:

S_0 – מצב סטייה מההפרש הקבוע, S_1 – חזרה להפרש הקבוע ביום או בלילה, S_2 – רצף

וסתות בהפרש הקבוע כאשר עונות ההגעה של שני הווסתות האחרונים שונות, S_3 – רצף וסתות

בהפרש הקבוע כאשר עונות ההגעה של שני הווסתות האחרונים זהות.



$$P = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{3}{4} & 0 & 0 \\ \frac{1}{4} & 0 & \frac{3}{8} & \frac{3}{8} \\ \frac{1}{4} & 0 & \frac{3}{8} & \frac{3}{8} \\ \frac{1}{4} & 0 & \frac{3}{8} & \frac{3}{8} \end{pmatrix}$$

$$v = (0.25 \quad 0.25 \quad 0.25 \quad 0.25)$$

למרות שניתן היה לאגד גם את המצבים S_2 ו- S_3 , צמצום כזה היה גורם לאיבוד היכולת

לחשב את ההסתברות לאי קביעת וסת, ולכן לא ביצעתי את האיגוד הזה.

כעת בצורה דומה לחישוב הסתברות אי קביעת הווסת הקודם, נבטל את אפשרות המעבר מ- S_2 לעצמו ונוכל לחשב את ההסתברות לאי קביעת וסת לאחר n וסתות בעזרת סכימת כלל ההסתברויות המתקבלות ברכיבי הווקטור כתוצאה מהכפלת וקטור המצבים ההתחלתי π

$$\text{במטריצת המעברים} \quad \hat{P} = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{3}{4} & 0 & 0 \\ \frac{1}{4} & 0 & \frac{3}{8} & \frac{3}{8} \\ \frac{1}{4} & 0 & \frac{3}{8} & \frac{3}{8} \\ \frac{1}{4} & 0 & \frac{3}{8} & 0 \end{pmatrix} \text{ בחזקת } n.$$

לדוגמה, ההסתברות שאישה שרואה וסת בהפרשים קבועים עם סטיות מההפרש הקבוע ביחס של סטייה אחת על כל 3 הפרשים קבועים לא תקבע וסת לאחר 24 וסתות תהיה כ-16.1%. כלומר מתוך 79 נשים שדיווחו על הכרת וסת ההפלה ועל הפרשים זהים בדרך כלל, היו אמורות לדווח לפחות 66 נשים על קביעת וסת. הנתון שדווח, 14 נשים, חורג מההפרש הסביר בהרבה ומעיד על כך שהנתונים שהתקבלו בעייתיים.

ה. סיכום ומסקנות

הצגנו בעייתיות בדיווח על אורכי מחזור הווסת בדרך כלל, בעזרת גרף שמציג שתי פסגות במקום עקומת פעמון, זהו שחזור של תוצאות שכבר התקבלו במחקרים שונים.

בנינו מערכות מצבים שבעזרתן ניתן לתקף את הנתונים המתקבלים על דיווחים הקשורים לווסת ההפלה. ביצענו תיקוף נתונים על תגובות לשאלון שהופץ באינטרנט וקיבלנו שמתוך 79 נשים שדיווחו על הפרשים זהים בדרך כלל היו אמורות לדווח כ-66 נשים על קביעת וסת ההפלה. הנתון שהתקבל הוא 14 נשים שקבעו את וסת ההפלה. הפער הגדול עשוי לתאר מילוי חסר תשומת לב לשאלון, בעיות אמינות בדיווחים על אורכי מחזורי וסת זהים בדרך כלל ובדיווחים על הכרת וסת ההפלה.

לסיכום, יש לתקף בקפדנות דיווחים המתקבלים על נתוני מחזור הווסת בכלל ובהקשר הלכתי בפרט.

ביבליוגרפיה

- [1] A.M.Z Jukic et al: *Accuracy of Reporting of Menstrual Cycle Length*, American journal of epidemiology 167.1 (2007), 25-33
- [2] J. Kemeny, J. Snell, *Finite Markov Chains*, New York Berlin Heidelberg Tokyo: Springer-Verlag (1976 2nd edition) ISBN 978-0-387-90192-3

Reliability of menstrual cycle reporting in surveys in Jewish religious laws aspect

Dvir Ross

dvirr@g.jct.ac.il

Department of Mathematics, Ariel university, Ariel 4070000, Israel

Abstract

In this article, we will present a Markovian state system which gives the ability to calculate the probability of a woman that declares she knows what the 'differences menstruation' is and that she has equal menstrual cycle lengths for being in a 'differences menstruation' situation. We will use such calculation for data validation of a survey with 626 responses.