Modelos topológicos de infinito-grupoides

David Martínez Carpena

Supervisor: Carles Casacuberta

IX Encuentro de Jóvenes Topólogos

20 de octubre de 2021



Contents

1 Motivación

2 Modelos topológicos de ∞-grupoides

3 Espacio clasificador homotópicamente coherente

Interpretar la teoría homotópica de tipos en un modelo de ∞ -grupoides.

- Interpretar la teoría homotópica de tipos en un modelo de ∞-grupoides.
- Estudiar el modelo de ∞-categorías basado en categorías enriquecidas topológicamente.

- Interpretar la teoría homotópica de tipos en un modelo de ∞-grupoides.
- Estudiar el modelo de ∞ -categorías basado en categorías enriquecidas topológicamente.
- Demostrar que la categoría de caminos de Moore es un modelo para el ∞-grupoide fundamental de un espacio.

- Interpretar la teoría homotópica de tipos en un modelo de ∞-grupoides.
- Estudiar el modelo de ∞ -categorías basado en categorías enriquecidas topológicamente.
- Demostrar que la categoría de caminos de Moore es un modelo para el ∞-grupoide fundamental de un espacio.
- Demostrar que el nervio coherente de un ∞-grupoide es equivalente al nervio de Segal de la categoría topológica asociada.

Contents

1 Motivación

2 Modelos topológicos de ∞-grupoides

3 Espacio clasificador homotópicamente coherente

■ Una ∞ -categoría no solo contiene objetos y morfismos entre objetos, sino que tiene n-morfismos entre (n-1)-morfismos para todo $n \ge 1$.

- Una ∞ -categoría no solo contiene objetos y morfismos entre objetos, sino que tiene n-morfismos entre (n-1)-morfismos para todo $n \ge 1$.
- No existe una única definición de ∞-categoría, sino distintos modelos. Ejemplo: Quasi-categorías (Joyal, Lurie).

- Una ∞ -categoría no solo contiene objetos y morfismos entre objetos, sino que tiene n-morfismos entre (n-1)-morfismos para todo $n \ge 1$.
- No existe una única definición de ∞-categoría, sino distintos modelos. Ejemplo: Quasi-categorías (Joyal, Lurie).
- Un ∞ -grupoide es una ∞ -categoría con los n-morfismos invertibles salvo (n+1)-morfismos, para todo $n \ge 1$.

- Una ∞ -categoría no solo contiene objetos y morfismos entre objetos, sino que tiene n-morfismos entre (n-1)-morfismos para todo $n \ge 1$.
- No existe una única definición de ∞-categoría, sino distintos modelos. Ejemplo: Quasi-categorías (Joyal, Lurie).
- Un ∞ -grupoide es una ∞ -categoría con los n-morfismos invertibles salvo (n+1)-morfismos, para todo $n \ge 1$.
- La hipótesis de homotopía de Grothendieck nos dice que para cada espacio topológico X existe un ∞ -grupoide fundamental $\Pi_{\infty}(X)$ que codifica la estructura homotópica de X.

Categorías topológicas

 Una categoría topológica es una categoría enriquecida en la categoría de espacios topológicos compactamente generados.

Categorías topológicas

- Una categoría topológica es una categoría enriquecida en la categoría de espacios topológicos compactamente generados.
- Para cada categoría topológica \mathcal{C} , la categoría de homotopía h \mathcal{C} tiene los mismos objetos que \mathcal{C} y h $\mathcal{C}(X,Y) = \pi_0(\mathcal{C}(X,Y))$.

Categorías topológicas

- Una categoría topológica es una categoría enriquecida en la categoría de espacios topológicos compactamente generados.
- Para cada categoría topológica \mathcal{C} , la categoría de homotopía h \mathcal{C} tiene los mismos objetos que \mathcal{C} y h $\mathcal{C}(X,Y) = \pi_0(\mathcal{C}(X,Y))$.
- Una categoría topológica $\mathcal C$ es un ∞ -grupoide si h $\mathcal C$ es un grupoide.

Top Top-Cat

$$\mathsf{Top} \xrightarrow[\mathsf{Sing}]{|\cdot|} \mathsf{sSet}_Q$$

Top-Cat

■ La realización geométrica | · | y el conjunto simplicial singular Sing forman una equivalencia de Quillen.

$$\mathsf{Top} \xrightarrow[\mathsf{Sing}]{|\cdot|_e} \mathsf{sSet}\text{-}\mathsf{Cat} \xrightarrow[\mathsf{Sing}_e]{|\cdot|_e} \mathsf{Top}\text{-}\mathsf{Cat}$$

- La realización geométrica | · | y el conjunto simplicial singular Sing forman una equivalencia de Quillen.
- La realización geométrica enriquecida $|\cdot|_e$ y el conjunto simplicial singular enriquecido Sing_e forman una equivalencia de Quillen.

$$\mathsf{Top} \xrightarrow[\mathsf{Sing}]{|\cdot|} \mathsf{sSet}_Q \qquad \qquad \mathsf{sSet}_J \xrightarrow[\mathsf{N}^\mathfrak{R}]{\mathfrak{C}} \mathsf{sSet}\text{-}\mathsf{Cat} \xrightarrow[\mathsf{Sing}_e]{|\cdot|_e} \mathsf{Top}\text{-}\mathsf{Cat}$$

- La realización geométrica | · | y el conjunto simplicial singular Sing forman una equivalencia de Quillen.
- La realización geométrica enriquecida $|\cdot|_e$ y el conjunto simplicial singular enriquecido Sing_e forman una equivalencia de Quillen.
- La realización simplicial & y el nervio homotópicamente coherente N[®] forman una equivalencia de Quillen.

$$\mathsf{Top} \xleftarrow{|\cdot|}_{\mathsf{Sing}} \mathsf{sSet}_Q \xleftarrow{k_!} \mathsf{sSet}_J \xleftarrow{\mathfrak{C}}_{\mathsf{N}^{\mathfrak{R}}} \mathsf{sSet}\text{-}\mathsf{Cat} \xrightarrow{|\cdot|_e}_{\mathsf{Sing}_e} \mathsf{Top}\text{-}\mathsf{Cat}$$

- La realización geométrica | · | y el conjunto simplicial singular Sing forman una equivalencia de Quillen.
- La realización geométrica enriquecida $|\cdot|_e$ y el conjunto simplicial singular enriquecido Sing_e forman una equivalencia de Quillen.
- La realización simplicial C y el nervio homotópicamente coherente N[®] forman una equivalencia de Quillen.
- k₁ y k¹ forman una localización entre las estructuras de Joyal y Quillen.

$$\mathsf{Top} \xleftarrow{|\cdot|}_{\mathsf{Sing}} \mathsf{sSet}_Q \xleftarrow{k_!} \mathsf{sSet}_J \xleftarrow{\mathfrak{C}}_{\mathsf{N}^{\mathfrak{R}}} \mathsf{sSet}\mathsf{-Cat} \xrightarrow[\mathsf{Sing}_e]{|\cdot|_e} \mathsf{Top}\mathsf{-Cat}$$

- La realización geométrica | · | y el conjunto simplicial singular Sing forman una equivalencia de Quillen.
- La realización geométrica enriquecida $|\cdot|_e$ y el conjunto simplicial singular enriquecido Sing_e forman una equivalencia de Quillen.
- La realización simplicial & y el nervio homotópicamente coherente N[®] forman una equivalencia de Quillen.
- k₁ y k¹ forman una localización entre las estructuras de Joyal y Quillen.

$$\textbf{Top} \xrightarrow[Sing]{|\cdot|} \textbf{sSet}_Q \xrightarrow[k^! \circ \textbf{N}^{\Re} \circ Sing_e]{|\cdot|_e \circ \mathfrak{C} \circ k_!}} \infty \textbf{-Grpd}.$$

Dada una categoría $\mathcal C$ cocompleta y localmente pequeña, y un objeto cosimplicial $Q:\Delta\to\mathcal C$ en $\mathcal C.$

Dada una categoría $\mathcal C$ cocompleta y localmente pequeña, y un objeto cosimplicial $Q:\Delta\to\mathcal C$ en $\mathcal C.$

El Q-nervio $N^Q: \mathcal{C} \to \mathbf{sSet}$ se define como

$$N_n^Q(A) = C(Q[n], A) \quad \forall [n] \in \Delta.$$

Dada una categoría $\mathcal C$ cocompleta y localmente pequeña, y un objeto cosimplicial $Q:\Delta\to\mathcal C$ en $\mathcal C.$

El Q-nervio $N^Q: \mathcal{C} \to \mathbf{sSet}$ se define como

$$N_n^Q(A) = \mathcal{C}(Q[n], A) \quad \forall [n] \in \Delta.$$

La Q-realización $|\cdot|_Q$: $\mathbf{sSet} \to \mathcal{C}$ se define como

$$|X|_Q = \left(\coprod X_n \otimes Q[n]\right)/\sim$$

Dada una categoría $\mathcal C$ cocompleta y localmente pequeña, y un objeto cosimplicial $Q:\Delta\to\mathcal C$ en $\mathcal C.$

El Q-nervio $\mathbb{N}^Q: \mathcal{C} \to \mathbf{sSet}$ se define como

$$N_n^Q(A) = C(Q[n], A) \quad \forall [n] \in \Delta.$$

La Q-realización $|\cdot|_Q$: $\mathbf{sSet} \to \mathcal{C}$ se define como

$$|X|_Q = \int^{[n]\in\Delta} X_n \otimes Q[n].$$

Dada una categoría $\mathcal C$ cocompleta y localmente pequeña, y un objeto cosimplicial $Q:\Delta\to\mathcal C$ en $\mathcal C.$

El Q-nervio $N^Q: \mathcal{C} \to \mathbf{sSet}$ se define como

$$N_n^Q(A) = \mathcal{C}(Q[n], A) \quad \forall [n] \in \Delta.$$

La Q-realización $|\cdot|_Q$: $\mathbf{sSet} \to \mathcal{C}$ se define como

$$|X|_Q = \int^{[n]\in\Delta} X_n \otimes Q[n].$$

El Q-nervio y la Q-realización siempre forman una adjunción

$$|\cdot|_Q$$
: sSet $ightleftharpoons \mathcal{C}$: N^Q.

Nervio homotópicamente coherente

Existe un objeto cosimplicial definido para cada $[n] \in \Delta$ como la categoría simplicial $\Delta^{\Re}[n]$ tal que:

- $Obj(\Delta^{\Re}[n]) = [n] = \{0, \ldots, n\}$
- Para cada $i, j \in \mathsf{Obj}(\Delta^{\Re}[n])$, $\mathsf{Hom}(i, j) = (\Delta[1])^{(j-i-1)}$

Nervio homotópicamente coherente

Existe un objeto cosimplicial definido para cada $[n] \in \Delta$ como la categoría simplicial $\Delta^{\Re}[n]$ tal que:

- $Obj(\Delta^{\Re}[n]) = [n] = \{0, \ldots, n\}$
- lacksquare Para cada $i,j\in \mathsf{Obj}(\Delta^{\Re}[n])$, $\mathsf{Hom}(i,j)=(\Delta[1])^{(j-i-1)}$

El nervio homotópicamente coherente N^\Re : $\mathbf{sSet\text{-}Cat} \to \mathbf{sSet}$ se define como

$$\mathsf{N}_n^{\Re}(\mathcal{C}) = \mathsf{sSet}\text{-}\mathsf{Cat}(\Delta^{\Re}[n],\mathcal{C}).$$

Nervio homotópicamente coherente

Existe un objeto cosimplicial definido para cada $[n] \in \Delta$ como la categoría simplicial $\Delta^{\Re}[n]$ tal que:

- $Obj(\Delta^{\Re}[n]) = [n] = \{0, \ldots, n\}$
- Para cada $i, j \in \mathsf{Obj}(\Delta^{\Re}[n])$, $\mathsf{Hom}(i, j) = (\Delta[1])^{(j-i-1)}$

El nervio homotópicamente coherente N^\Re : $\mathbf{sSet\text{-}Cat} \to \mathbf{sSet}$ se define como

$$\mathsf{N}_n^{\Re}(\mathcal{C}) = \mathsf{sSet\text{-}Cat}(\Delta^{\Re}[n], \mathcal{C}).$$

La realización simplicial $\mathfrak{C}: \mathbf{sSet} \to \mathbf{sSet}\text{-}\mathbf{Cat}$ se define como

$$\mathfrak{C}(X) = \int^{[n] \in \Delta} X_n \otimes \Delta^{\mathfrak{R}}[n].$$

Categorías de caminos de Moore

Para cada espacio X, definimos la categoría de caminos de Moore $\Pi_{\infty}^{M}(X)$ como el ∞ -grupoide tal que:

■ Los objetos son puntos de *X*.

Categorías de caminos de Moore

Para cada espacio X, definimos la categoría de caminos de Moore $\Pi_{\infty}^{M}(X)$ como el ∞ -grupoide tal que:

- Los objetos son puntos de *X*.
- Cada homset $\Pi_{\infty}^{M}(X)(x,y)$ es igual a

$$P_{x,y}^MX=\{(f,r)\in X^{\mathbb{R}_+}\times\mathbb{R}_+\mid f(0)=x \text{ and } f(s)=y \ \forall s\geq r\}.$$

Categorías de caminos de Moore

Para cada espacio X, definimos la categoría de caminos de Moore $\Pi_{\infty}^{M}(X)$ como el ∞ -grupoide tal que:

- Los objetos son puntos de *X*.
- Cada homset $\Pi_{\infty}^{M}(X)(x,y)$ es igual a

$$P_{x,y}^MX=\{(f,r)\in X^{\mathbb{R}_+}\times\mathbb{R}_+\mid f(0)=x \text{ and } f(s)=y \ \forall s\geq r\}.$$

La composición está definida por

$$\circ: P_{x,y}^{M}X \times P_{y,z}^{M}X \longrightarrow P_{x,z}^{M}X$$

$$((f,r),(g,s)) \longmapsto (f*g,r+s)$$

$$(f*g)(t) = \begin{cases} f(t) & \text{if } 0 \leq t < r \\ g(t-r) & \text{if } t \geq r \end{cases}$$

El ∞-grupoide fundamental

Denotamos por $\Omega_x^M(X)$ el monoide topológico group-like $P_{x,x}^MX$. El functor de $delooping \mathbb{D} : \mathbf{tMon} \to \mathbf{Top\text{-}Cat}_0$ envía $M \in \mathbf{tMon}$ a la categoría topológica con objeto * y $\mathsf{Hom}(*,*) = M$.

El ∞ -grupoide fundamental

Denotamos por $\Omega_{x}^{M}(X)$ el monoide topológico group-like $P_{x,x}^{M}X$. El functor de $delooping \mathbb{D} : \mathbf{tMon} \to \mathbf{Top\text{-}Cat}_0$ envía $M \in \mathbf{tMon}$ a la categoría topológica con objeto * y $\mathsf{Hom}(*,*) = M$.

Theorem

Consideramos (X,x) un espacio arco conexo con buen punto base. El espacio topológico $|\operatorname{N}^{\Re}(\operatorname{Sing}_e(\mathbb{D}\,\Omega_x^M(X)))|$ es un espacio clasificador para $\Omega_x^M(X)$ y, como consecuencia,

$$|\mathsf{N}^{\Re}(\mathsf{Sing}_e(\mathbb{D}\,\Omega^MX))|\simeq X.$$

El ∞-grupoide fundamental

Denotamos por $\Omega_x^M(X)$ el monoide topológico group-like $P_{x,x}^MX$. El functor de $delooping \mathbb{D} : \mathbf{tMon} \to \mathbf{Top\text{-}Cat}_0$ envía $M \in \mathbf{tMon}$ a la categoría topológica con objeto * y $\mathsf{Hom}(*,*) = M$.

Theorem

Consideramos (X,x) un espacio arco conexo con buen punto base. El espacio topológico $|\operatorname{N}^{\Re}(\operatorname{Sing}_{\operatorname{e}}(\mathbb{D}\,\Omega_{\operatorname{x}}^{M}(X)))|$ es un espacio clasificador para $\Omega_{\operatorname{x}}^{M}(X)$ y, como consecuencia,

$$|\mathsf{N}^{\Re}(\mathsf{Sing}_e(\mathbb{D}\,\Omega^MX))|\simeq X.$$

Entonces, el ∞ -grupoide $\Pi^M_\infty(X)$ es débilmente homotópicamente equivalente al ∞ -grupoide $(|\cdot|_e \circ \mathfrak{C} \circ k_! \circ \mathsf{Sing})(X)$.

Contents

1 Motivación

2 Modelos topológicos de ∞-grupoides

3 Espacio clasificador homotópicamente coherente

Espacio clasificador de Milgram

Un espacio clasificador $\mathsf{B}(G)$ de un grupo topológico G es el cociente de un espacio débilmente contráctil $\mathsf{E}(G)$ por una acción libre y propia de G.

Espacio clasificador de Milgram

Un espacio clasificador $\mathsf{B}(G)$ de un grupo topológico G es el cociente de un espacio débilmente contráctil $\mathsf{E}(G)$ por una acción libre y propia de G.

El nervio topológico N^t : **Top-Cat**₀ \rightarrow **sTop**₀ envía \mathbb{D} $M \in$ **Top-Cat**₀ con Hom(*,*) = M al conjunto simplicial con $N_0^t(\mathbb{D} M) = *y N_n^t(\mathbb{D} M) = M^n$.

Espacio clasificador de Milgram

Un espacio clasificador $\mathsf{B}(G)$ de un grupo topológico G es el cociente de un espacio débilmente contráctil $\mathsf{E}(G)$ por una acción libre y propia de G.

El nervio topológico N^t : **Top-Cat**₀ \to **sTop**₀ envía $\mathbb{D} M \in$ **Top-Cat**₀ con Hom(*,*) = M al conjunto simplicial con $N_0^t(\mathbb{D} M) = *$ y $N_n^t(\mathbb{D} M) = M^n$.

La realización geométrica topológica $|\cdot|_t: \mathbf{sTop} \to \mathbf{Top}$ envía el espacio simplicial X a

$$|X|_t = \int^{[n] \in \Delta} X_n \times \Delta^n.$$

Espacio clasificador de Milgram

Un espacio clasificador $\mathsf{B}(G)$ de un grupo topológico G es el cociente de un espacio débilmente contráctil $\mathsf{E}(G)$ por una acción libre y propia de G.

El nervio topológico N^t : **Top-Cat**₀ \to **sTop**₀ envía $\mathbb{D} M \in$ **Top-Cat**₀ con Hom(*,*) = M al conjunto simplicial con $N_0^t(\mathbb{D} M) = *$ y $N_n^t(\mathbb{D} M) = M^n$.

La realización geométrica topológica $|\cdot|_t: \mathbf{sTop} \to \mathbf{Top}$ envía el espacio simplicial X a

$$|X|_t = \int_{-\infty}^{[n] \in \Delta} X_n \times \Delta^n.$$

Milgram definió un espacio clasificador functorial $\mathsf{B}(M)$ para cada monoide topológico group-like M, que es equivalente a

$$\mathsf{B}(M) = |\mathsf{N}^t(\mathbb{D}\,M)|_t.$$

Theorem

Consideramos (X,x) un espacio arco conexo con buen punto base. El espacio topológico $|N^{\Re}(\operatorname{Sing}_{e}(\mathbb{D}\,\Omega_{x}^{M}(X)))|$ es un espacio clasificador para $\Omega_{x}^{M}(X)$ y, como consecuencia,

$$|\mathsf{N}^{\Re}(\mathsf{Sing}_e(\mathbb{D}\,\Omega^MX))| \simeq X.$$

Theorem

Consideramos (X,x) un espacio arco conexo con buen punto base. El espacio topológico $|\operatorname{N}^{\Re}(\operatorname{Sing}_{e}(\mathbb{D}\,\Omega_{x}^{M}(X)))|$ es un espacio clasificador para $\Omega_{x}^{M}(X)$ y, como consecuencia,

$$|\mathsf{N}^{\Re}(\mathsf{Sing}_e(\mathbb{D}\,\Omega^MX))| \simeq X.$$

Consideramos (X, x) un espacio arco conexo con punto base. Entonces, existe una equivalencia débil

$$\mathsf{B}(\Omega_{\mathsf{x}}^{M}X)\simeq X.$$

Theorem

Consideramos (X,x) un espacio arco conexo con buen punto base. El espacio topológico $|N^{\Re}(\operatorname{Sing}_{e}(\mathbb{D}\,\Omega_{x}^{M}(X)))|$ es un espacio clasificador para $\Omega_{x}^{M}(X)$ y, como consecuencia,

$$|\mathsf{N}^{\Re}(\mathsf{Sing}_e(\mathbb{D}\,\Omega^MX))| \simeq X.$$

Consideramos (X, x) un espacio arco conexo con punto base. Entonces, existe una equivalencia débil

$$\mathsf{B}(\Omega_{\mathsf{x}}^{M}X)\simeq X.$$

Es suficiente: Para cada espacio topológico X,

$$|\mathsf{N}^{\Re}(\mathsf{Sing}_e(\mathbb{D}\,\Omega_x^MX))| \simeq \mathsf{B}(\Omega_x^MX) = |\mathsf{N}^t(\mathbb{D}\,\Omega_x^MX)|_t.$$

Theorem

Consideramos (X,x) un espacio arco conexo con buen punto base. El espacio topológico $|N^{\Re}(\operatorname{Sing}_{e}(\mathbb{D}\,\Omega_{x}^{M}(X)))|$ es un espacio clasificador para $\Omega_{x}^{M}(X)$ y, como consecuencia,

$$|\mathsf{N}^{\Re}(\mathsf{Sing}_e(\mathbb{D}\,\Omega^MX))| \simeq X.$$

Consideramos (X, x) un espacio arco conexo con punto base. Entonces, existe una equivalencia débil

$$\mathsf{B}(\Omega_{\mathsf{x}}^{M}X)\simeq X.$$

Es suficiente: Para cada monoide topológico group-like M,

$$|\mathsf{N}^{\Re}(\mathsf{Sing}_e(\mathbb{D}\,M))| \simeq \mathsf{B}(M) = |\mathsf{N}^t(\mathbb{D}\,M)|_t.$$

Nervio simplicial diagonal

Existe un objeto cosimplicial definido para cada $[n] \in \Delta$ como la categoría simplicial $\Delta^d[n]$ tal que:

- $Obj(\Delta^d[n]) = [n].$
- Los morfismos de $\Delta^d[n]$ son generados libremente por los n-símplices $a_i \in \text{Hom}(i-1,i)$ para todo $i=1,\ldots,n$.

Nervio simplicial diagonal

Existe un objeto cosimplicial definido para cada $[n] \in \Delta$ como la categoría simplicial $\Delta^d[n]$ tal que:

- $Obj(\Delta^d[n]) = [n].$
- Los morfismos de $\Delta^d[n]$ son generados libremente por los n-símplices $a_i \in \text{Hom}(i-1,i)$ para todo $i=1,\ldots,n$.

El nervio simplicial diagonal N^d : sSet-Cat o sSet envía una categoría simplicial C a

$$N_n^d(\mathcal{C}) = \mathbf{sSet\text{-}Cat}(\Delta^d[n], \mathcal{C}),$$

Nervio simplicial diagonal

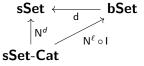
Existe un objeto cosimplicial definido para cada $[n] \in \Delta$ como la categoría simplicial $\Delta^d[n]$ tal que:

- $Obj(\Delta^d[n]) = [n].$
- Los morfismos de $\Delta^d[n]$ son generados libremente por los n-símplices $a_i \in \text{Hom}(i-1,i)$ para todo $i=1,\ldots,n$.

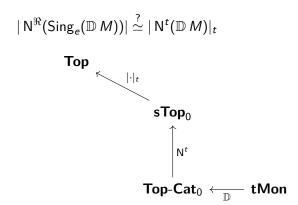
El nervio simplicial diagonal N^d : sSet-Cat o sSet envía una categoría simplicial C a

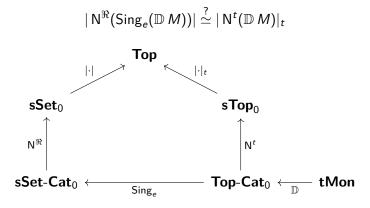
$$N_n^d(\mathcal{C}) = \mathbf{sSet}\text{-}\mathbf{Cat}(\Delta^d[n], \mathcal{C}),$$

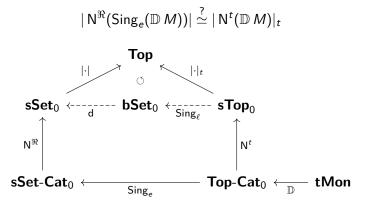
y puede ser factorizado como

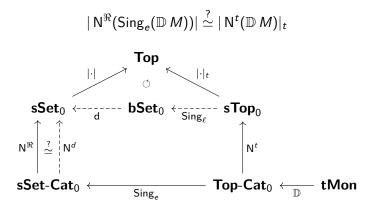


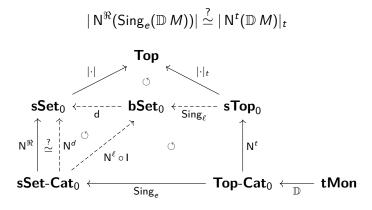
$$|\mathsf{N}^{\Re}(\mathsf{Sing}_{e}(\mathbb{D}\,M))| \stackrel{?}{\simeq} |\mathsf{N}^{t}(\mathbb{D}\,M)|_{t}$$











Para todo monoide topológico group-like M,

$$N^d(\operatorname{Sing}_e(\mathbb{D} M)) \stackrel{?}{\simeq} N^{\Re}(\operatorname{Sing}_e(\mathbb{D} M)).$$

Para todo ∞ -grupoide \mathcal{C} ,

$$N^d(\mathsf{Sing}_e(\mathcal{C})) \stackrel{?}{\simeq} N^{\Re}(\mathsf{Sing}_e(\mathcal{C})).$$

Para todo categoría simplicial fibrante ${\mathcal C}$ con $h{\mathcal C}$ un grupoide,

$$N^d(\mathcal{C}) \stackrel{?}{\simeq} N^{\Re}(\mathcal{C}).$$

Para todo categoría simplicial fibrante $\mathcal C$ con h $\mathcal C$ un grupoide,

$$N^d(\mathcal{C}) \stackrel{?}{\simeq} N^{\Re}(\mathcal{C}).$$

Podemos dividir-lo en dos subobjetivos:

 $lue{}$ Demostrar que, para todo grupoide simplicial estricto \mathcal{G} ,

$$N^d(\mathcal{G}) \stackrel{?}{\simeq} N^{\Re}(\mathcal{G})$$
 [Hinich, 2015].

Para todo categoría simplicial fibrante $\mathcal C$ con h $\mathcal C$ un grupoide,

$$N^d(\mathcal{C}) \stackrel{?}{\simeq} N^{\Re}(\mathcal{C}).$$

Podemos dividir-lo en dos subobjetivos:

lacksquare Demostrar que, para todo grupoide simplicial estricto \mathcal{G} ,

$$N^d(\mathcal{G}) \simeq N^T(\mathcal{G}) \simeq N^{\Re}(\mathcal{G})$$
 [Hinich, 2015].

Para todo categoría simplicial fibrante $\mathcal C$ con $h\mathcal C$ un grupoide,

$$N^d(\mathcal{C}) \stackrel{?}{\simeq} N^{\Re}(\mathcal{C}).$$

Podemos dividir-lo en dos subobjetivos:

■ Demostrar que, para todo grupoide simplicial estricto \mathcal{G} ,

$$N^d(\mathcal{G}) \simeq N^T(\mathcal{G}) \simeq N^{\Re}(\mathcal{G})$$
 [Hinich, 2015].

■ Demostrar que utilizando localización simplicial podemos transferir este resultado a toda categoría simplicial fibrante $\mathcal C$ con $h\mathcal C$ un grupoide.

Modelos topológicos de infinito-grupoides

David Martínez Carpena

Supervisor: Carles Casacuberta

IX Encuentro de Jóvenes Topólogos

20 de octubre de 2021

