Теорема за:

декартовото произведение на две изброими множества.

Нека $R \subseteq A \times A$, $R' \subseteq A' \times A'$ и $\rho : A \to A'$ е такава че $(a, b) \in R \leftrightarrow (\rho(a), \rho(b)) \in R'$. Тогава ρ наричаме **хомоморфизъм** на R в R'.

Ако ρ е биекция, тогава ρ е **изоморфизъм** на R и R'

Всички подмножества на изброимото безкрайно множество.

Нека A е изброимо безкрайно множество. Тогава 2^A не е изброимо.

Доказателство:

$A = \{a_0, a_1, \dots\}$, $2^A = \{A_0, A_1, \dots\}$.

Допускаме, че 2^A е изброимо.

$$\begin{array}{llll}
\boxed{a_{00}} & a_{01} & a_{02} & \dots \\
a_{10} & \boxed{a_{11}} & a_{12} & \dots \\
a_{20} & a_{21} & \boxed{a_{22}} & \dots
\end{array}$$

NO DATE

Разглеждаме елементите по главния диагонал. (той самия създава характ. редица) и правим (побитова инверсия).

$$\overline{a_{ij}} = \begin{cases} 0, \text{ ако } a_{ij} = 1 \\ 1, \text{ ако } a_{ij} = 0. \end{cases}$$

$\overline{a_{00}}, \overline{a_{11}}, \overline{a_{22}}, \ldots$

ако 2^A е изброимо, то тази характ. редица, трябва да е като една от останалите, но от всяка от останалите характ. редици, тя взима по 1 елемент, който е обратен, т.е. няма такава редица (винаги има по 1 разл. елемент) $\Rightarrow$ $\lightning$

За Min (Max) елементи на крайна частична наредба.

$R \subseteq A \times A$ - частична наредба.

Нека A е крайно. Тогава R има поне един min ел. и max. ел.

NO DATE

Доказателство:

Ще док. твърдението за min ел.
Да доп. противното.

Разгл. произволен $a_{i_1} \in A$,
тогава $\exists a_{i_2} \neq a_{i_1}$, такъв че $a_{i_2} R a_{i_1}$,
но a_{i_2} също не е min =>
$\exists a_{i_3}$, $a_{i_3} \neq a_{i_2}$, такъв че $a_{i_3} R a_{i_2}$.
и така докато четаме с 1 ел. повече
от дадените

т. е. $a_{i_k} = a_{i_m}$.
$k \neq m$ => $\exists$ контур => не
е частична наредба
=> $\lightning$

за разширяване на
крайната частична наредба до
пълна.

Всяка крайна частична наредба се
влага в пълна.

R' -рел. на пълна наредба., $R \subseteq R'$

Доказателство:

0) $i \to 1$

1) Нека a е произв. min. ел. от R.

2) $A[i] \leftarrow a$.

3) Махаме a от A и R нам с 1 ел

NO DATE

4) ако $A = \phi$, край

5) в противен сл., goto 1)

Допълнителни

бележки: