Функции.

функцията е вид релация

$f: X \to Y$ X, Y - множества.

домейн кодомейн → независима променлива.

с-ста на на ф-ята в/у $x \in X$ означ. с $f(x)$

Частична функция с домейн A и кодомейн B е всяка релация $R \subseteq A \times Y$, такава че $\forall a \in A$ съществува най-много едно b, такова че $(a, b) \in R$

Тотална функция с домейн A и кодомейн B е всяка $R \subseteq A \times B$, такава че $\forall a \in A$, $\exists! b \in B$, такова че $(a, b) \in R$.

$(a, b) \in f$
$f(a) = b.$

NO DATE

Ако дефиниц. област на A е декартово произв. $A = A_1 \times A_2 \times \ldots \times A_n$, тогава използваме $f(a_1, a_2, \ldots, a_n)$ с независимата променлива $a_1, a_2, \ldots, a_n$ и пишем:

$$((a_1, \ldots, a_n), b) \in f$$

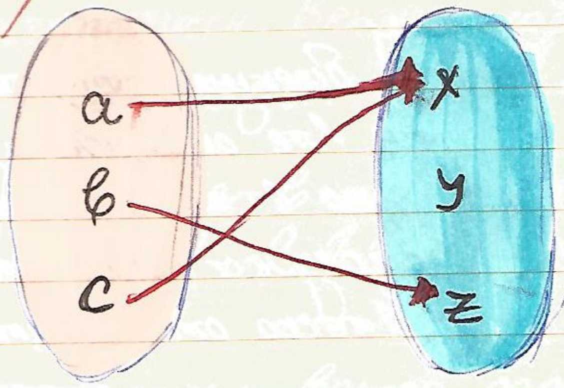
$$\longrightarrow f(a_1, \ldots, a_n) = b.$$

$f: X \to Y$
Ако $f(x_1) \neq f(x_2)$, $\forall x_1 \neq x_2 \in X$, тогава функцията f наричаме инекция (еднозначна).
(или $\forall x_1, x_2 \in X$, $f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$)

Ако $\forall b \in Y$ $\exists a \in A$, такова че $f(a) = b$, тогава функцията f наричаме сюрекция.

Дадена функция е биекция, ако е инекция и сюрекция.
Ако $f: X \to Y$ е биекция, тогава еднозначно е определена биекцията $f^{-1}: Y \to X$, такава, че $\forall b' \in Y$ е в сила $f^{-1}(b') = a'$, такова че $f(a') = b'$. f^{-1} наричаме обратна функция на f.

Пример:



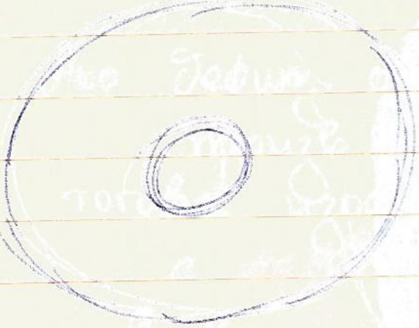
$f: A \longrightarrow B.$

Не е инекция, защото $a \neq c$, но $f(a) = f(c) = x$.

Не е сюрекция, защото за $y \in B$, не съществува $q \in A$, такова че $f(q) = y$.

$\Rightarrow$ не е биекция.

$f: A \to B.$
$A' \subset A$ и $f' A' \to B$ са такива, че $f'(a) = f(a)$, $\forall a \in A'$.
Тогава f' наричаме рестрикция на функцията f в/у A'.



∃ биекция м/у точките на 2те окръжности, защото на 1т-ка от малката окръжност съответства 1точка от голямата окръжност.

Множеството A е крайно, ако $A=\phi$ или $\exists n \in \mathbb{N}, n \geq 1$, такова че има биекция м/у A и I_n.

Цялото число $|A|=0$, ако $A=\phi$ и $|A|=n$, в противен случай се нарича брой на елементите (кардиналност) на A.

Казваме, че множеството A е изброимо безкрайно, ако съществува биекция м/у A и $\mathbb{N}$.

Казваме, че множеството A е изброимо, ако е крайно или изброимо безкрайно

$\exists f: A \to I_n$ или $\exists f: A \to \mathbb{N}$

по ~~кратото~~ крайно.

характеристичен вектор. - задава под-множество. с деф. наредба

Пр: $A = \{ \underset{1}{a}\ \underset{0}{b}\ \underset{1}{c}\underset{1}{d}\ \underset{0}{e}\underset{0}{f} \}$.

характеристичен вектор само от:

0 - празното множество
1 - цялото множество.

характеристична редица. - задава безкрайно подмножество с деф. наредба

Пр: 010110.... - ~~предст~~
010101 .... - представлява характ редица на нечет. числа.

Теорема:

Обединението на елементите на изброимо безкрайна фамилия от изброимо безкрайни множества е изброимо безкрайно множество.

Доказателство:

$\mathcal{A} = \{A_0, A_1, \ldots\}$. - изброимо безкр. фамилия.
$A_i = \{A_{i_0}, A_{i_1}, \ldots\}$ - изброимо безкр. множество.

NO DATE

$\tilde{A} = \cup_{i\in N} A_i = \cup_{i\in N} \{a_{ij} \mid j \in N\} \xrightarrow{?}$ изброимо безкрайно.

Трябва да посочим биекция
$f: \tilde{A} \to N$ или
$f: N \times N \to N$

$$\begin{array}{ccc} 0 & 2 & 5 \\ (0,0) & (0,1) & (0,2) \\ 1\ (1,0) & (1,1)\ 4 & \\ 3\ (2,0) & & \end{array}$$

Взимат се по диагонал, защото ако се взема ~~во~~ ред по ред, никога от първи няма да слезем на 2-ри и ще останат без номера останалите елементи.

Допълнителни бележки: