

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ**  
**ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**  
**«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)**  
**Кафедра КСУ**

**КУРСОВАЯ РАБОТА**  
**по дисциплине «Моделирование систем управления»**  
**МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ СРЕД-**  
**СТВАМИ MATLAB.**  
**Вариант 7.**

Студент гр. 6492

\_\_\_\_\_

Огурецкий Д.В.

Преподаватель

\_\_\_\_\_

Лукомская О.Ю.

Санкт-Петербург

2020

## Задание к курсовой работе.

**Цель:** исследование и моделирование линейных и нелинейных динамических систем на примере двигателя постоянного тока независимого возбуждения.

**Исходные данные:**

Объект исследования:

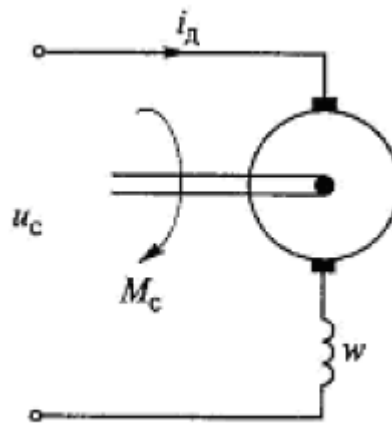


Рисунок 1 – Двигатель постоянного тока последовательного возбуждения.

Объект управления описывается следующим дифференциальными и алгебраическими уравнениями:

$$\begin{cases} F = i_d \cdot w; \Phi = \Lambda(F) \\ U_c = i_d(r_b + r_a) + w \frac{d\Phi}{dt} + c_e \omega \Phi \\ J \frac{d\omega}{dt} = c_m \Phi i_d - M_c \end{cases}$$

В таблицах 1, 2, 3 показаны значения и параметры объекта.

Таблица 1.

## Параметры объектов моделирования

Номер варианта	$r_B$ , Ом	$r_A$ , Ом	$w$ , вит	$L_A$ , Гн	$R_0$ , Ом	$c_e$	$c_m$	$\Phi_0$ , % $\Phi_H$	$J$ , кг·м <sup>2</sup>
7	0.14	0.3	60	–	–	290	230	–	0.1

Таблица 2.

## Входные, выходные и нормировочные переменные

Номер варианта	$\Phi_H$ , Вб	$\omega_H$ , с <sup>-1</sup>	$i_H$ , А	$M_{BH}$ , Н·м	$M_{CH}$ , Н·м	$U_{BH}$ , В	$U_{CH}$ , В	Вход
7	0.01	100	50	–	470	–	220	$M_c, U_c$

Начальные условия Таблица 3.

Номер варианта	Параметр	Значения									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
7	$I$ , А	0	20	30	40	60	80	100	120	140	–
	$\Phi/\Phi_H$	0	0.58	0.8	0.91	1.07	1.21	1.35	1.47	1.58	–

### **Аннотация.**

В данной работе рассматривается система ДПТ ПВ, описываемая дифференциальными и алгебраическими уравнениями. Для этой системы необходимо провести аппроксимацию обратной кривой намагничивания, исследовать переходные процессы динамической системы, статический режим динамической системы. Исследуется модель линеаризованной системы и сравнивается с не линеаризованной.

В работе рассматриваются различные входные воздействия и изучается их влияние на систему. Для системы используются следующие методы решения: метод Рунге-Кутты 4 порядка, метод Ньютона. Исследуются фазовые портреты системы и определяется ее устойчивость.

Для исследования системы используется программа MATLAB и библиотека Simulink.

### **Annotation.**

In this paper, we consider the system of ESC PV, described by differential and algebraic equations. For this system, it is necessary to approximate the inverse magnetization curve, study the transients of the dynamic system, and the static mode of the dynamic system. A model of a linearized system is investigated and compared with a non-linearized one.

The paper considers various input influences and studies their effect on the system. The following solution methods are used for the system: Runge-Kutta method of 4 orders, Newton's method. Phase portraits of the system are investigated and its stability is determined.

To study the system, the MATLAB program and the Simulink library are used.

## Содержание.

Введение .....	7
1. Аппроксимация обратной кривой намагничивания электрической машины на основе метода наименьших квадратов.....	8
2. Исследование статических режимов динамической системы .....	12
3. Исследование переходных процессов динамической системы .....	16
4. Исследование линеаризованной математической модели.....	30
Заключение .....	41
Список литературы .....	42
Приложение А .....	43
Приложение Б .....	45
Приложение В .....	47
Приложение Г .....	48

## **Введение.**

Математическая модель ДПТ ПВ включает в себя три дифференциальных и одно алгебраическое уравнение. В модели присутствуют нелинейности: кривая намагничивания, заданная таблично в промежуточных значениях, а также взаимные произведения переменных состояния между собой или с входными переменными. Таким образом, модель относится к классу систем нелинейных дифференциальных уравнений (СНДУ), а описываемый ею объект является нелинейной динамической системой.

В процессе моделирования электрической машины постоянного тока возникают следующие задачи:

- 1) аппроксимация обратной кривой намагничивания;
- 2) исследование переходных процессов в системе;
- 3) расчет статических характеристик электрической машины;
- 4) исследование линеаризованной математической модели;

В курсовом расчете будем применять инструменты программы MATLAB:

- функцию `newton`, обеспечивающая решение ДУ методом Ньютона;
- `ode4` в Simulink, обеспечивающие решение системы дифференциальных уравнений методом Рунге-Кутты 4 порядка с повышенной точностью.
- самостоятельно разработанные MATLAB-скрипты, обеспечивающие исследование заданной модели и построение необходимых графических результатов;

## 1. Аппроксимация обратной кривой намагничивания электрической машины на основе метода наименьших квадратов.

Необходимо аппроксимировать нелинейную функцию  $F(\Phi)$  заданную таблично, в промежуточных точках; аппроксимирующую функцию найти в виде полинома заданной степени; оценить зависимость точности аппроксимации от степени полинома.

### Задача:

1. Написать и отладить программу расчета коэффициентов полинома  $p$ , т.е.  $c_0, \dots, c_n$  ... затем рассчитать коэффициенты полинома  $p$ .

Предварительно нужно выбрать значение степени полинома  $n$ . Следует учитывать, что график  $F(\Phi)$  симметричен относительно начала координат ( $F(\Phi)$  – нечетная функция), следовательно, полином  $p$  будет иметь нулевые коэффициенты при четных степенях переменной, а также  $c_0 = 0$ . Поэтому рассчитывают только коэффициенты  $c_1, c_3, \dots, c_n$  ..., где  $n$  – нечетное.

Алгоритм расчета коэффициентов полинома  $p$ :

1) построить матрицу вида  $G = [G_1, G_3, \dots, G_n]$ , в которой каждый столбец  $G_i$  имеет вид:

$$G_i = \begin{bmatrix} \overline{\Phi}_1^i \\ \vdots \\ \overline{\Phi}_N^i \end{bmatrix},$$

где показатель степени  $i=1, 3, 5, \dots, n$ ;

2) рассчитать вектор  $C = [G^T G]^{-1} [G^T \overline{F}]$ , где  $F$  – вектор-столбец из таблицы  $F(\Phi)$ . Компоненты вектора  $C$  есть коэффициенты полинома  $p$  при нечетных степенях, причем последний элемент вектора  $C$  есть коэффициент при старшей степени. В языке MATLAB полином представлен вектором, где



первый элемент – это коэффициент при старшей степени. Поэтому при  $n=3$  полином  $p$  формируется в программе так:  $p=[c(2), 0, c(1), 0];$

3) сформировать полином  $p$ .

4) построить графики  $F(\Phi)$  и  $p(\Phi)$  и оценить качество аппроксимации.

Скрипт MATLAB представлен в приложении А:

Графики кривых намагничивания представлены на рисунке 2.  
Значения коэффициентов полинома при 3 и 5 степени:

$n=3;$

0.5227      0   0.4993      0

$n=5;$

-0.0762      0   0.7640      0   0.3415      0

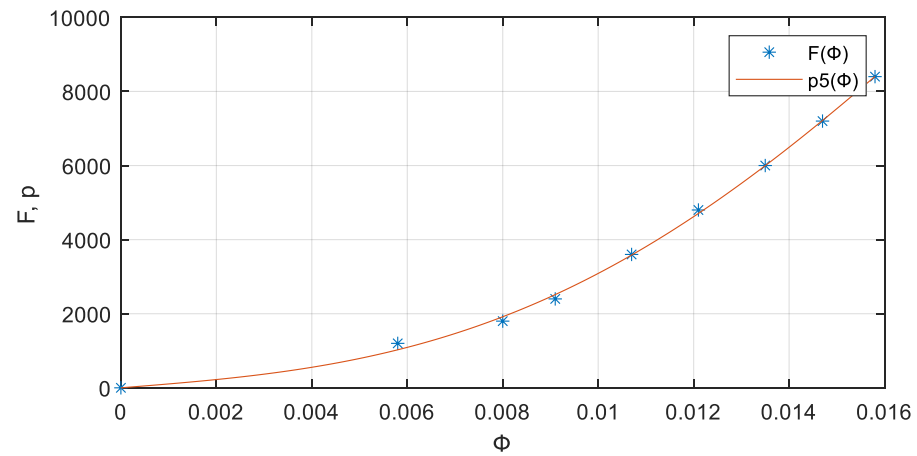
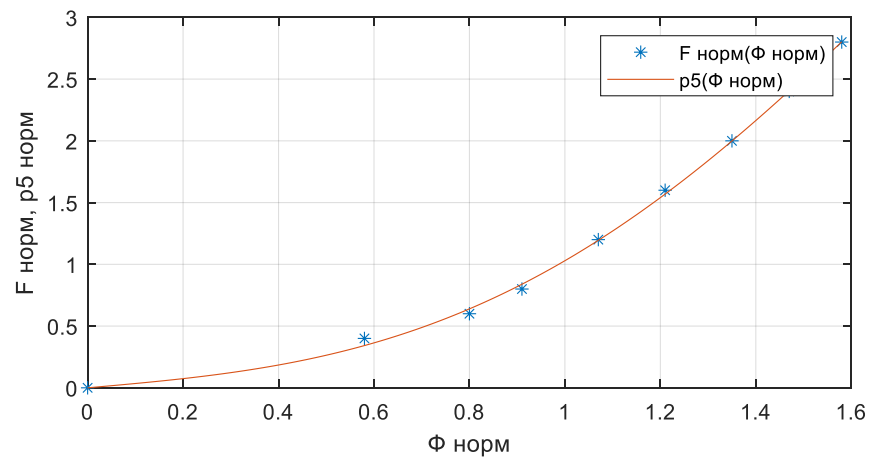
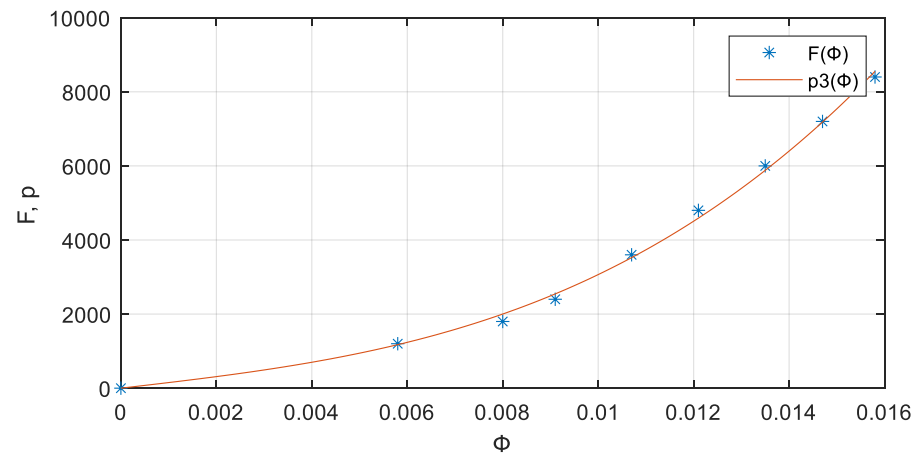
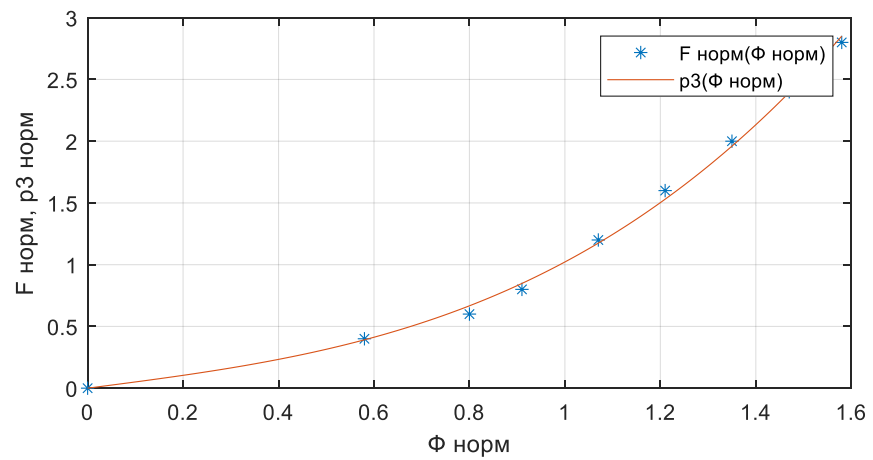


Рисунок 2 – Кривые намагничивания.

Метод наименьших квадратов (МНК) позволяет аналитически определить коэффициенты полинома, когда критерием точности является функционал вида:

$$I(p) = I(c_0, \dots, c_n) = \sum_{i=1}^N (F_i - p(\Phi_i))^2, \quad (2)$$

где N - количество точек в таблице. В выражении (2) разность

$$\varepsilon_i = F_i - p(\Phi_i)$$

называется невязкой (i -ой точки), поэтому значение функционала I есть сумма квадратов значений невязок по всем N точкам. Метод наименьших квадратов дает формулу для определения коэффициентов полинома, при которых значение функционала I будет наименьшим.

При расчете функционала I для полинома 3 и 5 степени было выявлено, что чем больше степень полинома, тем меньше значение I, а значит тем точнее была проведена аппроксимация.

$$\text{При } n = 3: I = 0.0166$$

$$\text{При } n = 5: I = 0.0074$$

**Вывод:** для дальнейших вычислений было необходимо найти аппроксимирующую функцию в виде полинома заданной степени для кривой намагничивания. Используя метод МНК были найдены значения аппроксимирующих полиномов для 3 и 5 степени. Полиномы большей степени приводят к аппроксимации с большей точностью, это видно из уменьшения значения функционала I при увеличении степени. Так как I характеризует точность результата.

## 2. Исследование статических режимов динамической системы

Необходимо преобразовать исходную систему уравнений в СНЛАУ, описывающую статические режимы; используя пакет MATLAB, решить полученную СНЛАУ и рассчитать статические характеристики динамической системы.

### Задача:

1. Найти и записать описание множества статических режимов объекта в форме СНЛАУ для нормированных переменных.
2. Записать аналитическое выражение для матрицы частных производных  $G(x, u)$ .
3. Определить состав рассчитываемых статических характеристик.
4. Для каждой статической характеристики выбрать: диапазон изменения и набор промежуточных значений варьируемой входной переменной; фиксированные значения остальных входных переменных.
5. Написать программу на языке MATLAB, осуществляющую расчет статических характеристик с помощью решения СНЛАУ методом Ньютона.
6. С помощью написанной программы рассчитать и построить графики статических характеристик.

Статический режим будет описывать система алгебраических уравнений, т.е. уравнений, куда не входят производные, так как последние в статическом режиме равны нулю. Все статические режимы могут быть описаны СНЛАУ, записанной в обобщенной форме относительно компонент векторов  $u$  и  $x$ .

Система уравнений, описывающая динамическую систему:

$$\begin{cases} F = i_d \cdot w; \Phi = \Lambda(F) \\ U_c = i_d(r_b + r_j) + w \frac{d\Phi}{dt} + c_e \omega \Phi \\ J \frac{d\omega}{dt} = c_m \Phi i_d - M_c \end{cases}$$

В статическом режиме:

$$\begin{cases} F = i_d w; \Phi = \Lambda(F) \\ U_c = i_d(r_b + r_r) + c_e \omega \Phi \\ 0 = c_m \Phi i_d - M_c \end{cases}$$

Пронормируем переменными состояния:

$$\dot{F} = \frac{F}{F_H}; \dot{\Phi} = \frac{\Phi}{\Phi_H}; \dot{i}_d = \frac{i_d}{i_H}; \dot{\omega} = \frac{\omega}{\omega_H}$$

Для МДС воспользуемся полиномом 5 степени, полученный в 1 лабораторной работе:

$$p(\dot{\Phi}) = [-0,076200, 764000, 34150]$$

$$\dot{F} = p(\dot{\Phi}) = \frac{F}{F_H} = \frac{i_d}{i_H} = \dot{i}_d;$$

Перепишем СНЛАУ с учетом нормировки:

$$\begin{cases} p(\dot{\Phi}) - \dot{i}_d = 0 \\ \dot{i}_d i_H (r_b + r_r) + c_e \dot{\omega} \omega_H \dot{\Phi} \Phi_H - U_c = 0 \\ c_m \dot{\Phi} \Phi_H \dot{i}_d i_H - M_c = 0 \end{cases}$$

Обозначим переменные состояния через вектор-столбец  $x$ , а входные воздействия через  $u$ .

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\Phi} \\ \dot{i}_d \\ \dot{\omega} \end{bmatrix}$$

$$u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_c \\ M_c \end{bmatrix}$$

Обозначим коэффициенты перед переменными состояния через  $a$ .

$$a_{21} = i_H (r_b + r_r)$$

$$a_{22} = c_e \omega_H \Phi_H$$

$$a_{31} = c_m \Phi_H i_H$$

Запишем полученную систему уравнений:

$$F(x, u) = \begin{cases} p(x_1) - x_2 = 0 \\ a_{21} x_2 + a_{22} x_1 x_3 - u_1 = 0 \\ a_{31} x_1 x_2 - u_2 = 0 \end{cases}$$

Для реализации метода Ньютона найдем матрицу частных производных:

$$G(x) = \frac{dF(x, u)}{dx} = \begin{bmatrix} p'(x_1) & -1 & 0 \\ a_{22} x_3 & a_{21} & a_{22} x_1 \\ a_{31} x_2 & a_{31} x_1 & 0 \end{bmatrix}$$

Скрипт программы в MATLAB представлен в приложении Б.

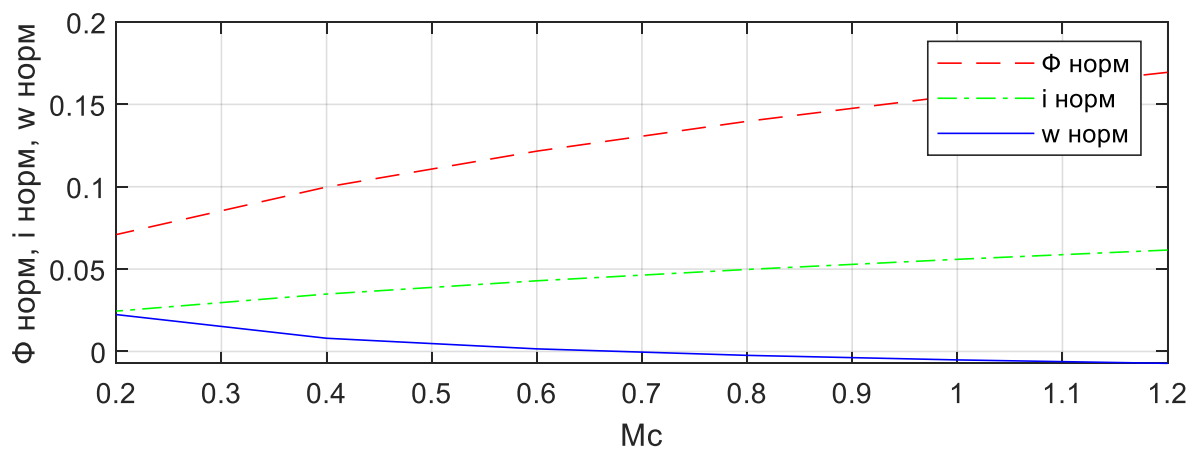
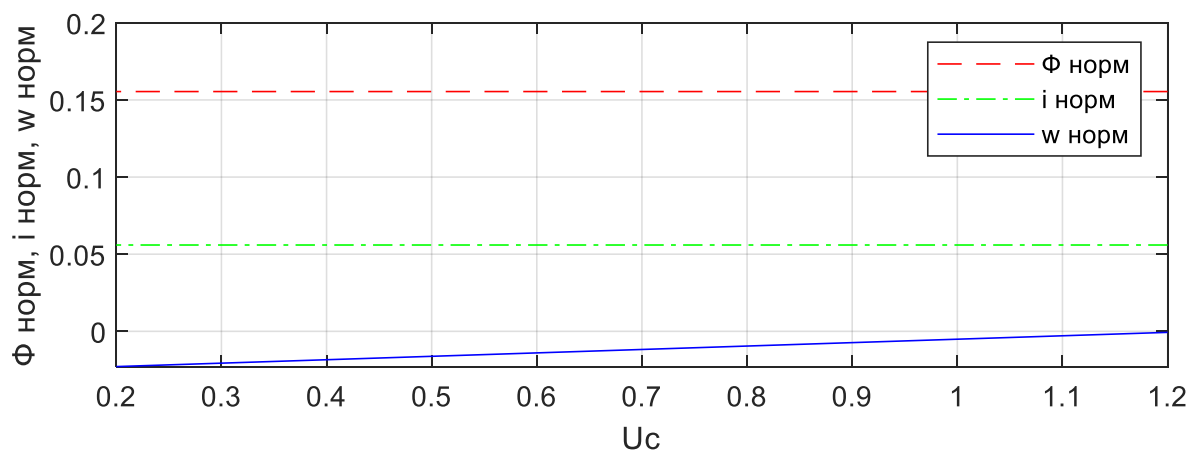


Рисунок 3 – График зависимости переменных состояния от изменения входных величин.

Значения переменных состояния при изменении входных воздействий:

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\Phi} \\ i'_d \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,1554 \\ 0,0559 \\ -0,0007 \end{bmatrix} \text{ при } U_c = 1.2$$

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\Phi} \\ i'_d \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,1697 \\ 0,0616 \\ -0,0064 \end{bmatrix} \text{ при } M_c = 1.2$$

**Вывод:** был изучен статический режим динамической системы ДПТ ПВ и рассчитаны статические характеристики ( $\Phi$ ,  $i_d$ ,  $w$ ). Из рисунка 3 видно, что

при изменении входного напряжения  $U_c$  магнитный поток  $\Phi$  и ток двигателя  $i_d$  не меняются, а скорость вращения падает. При изменении момента сопротивления  $M_c$  МП и ток увеличиваются, а скорость также падает. Такие процессы обусловлены механическими и электромеханическими характеристиками ДПТ ПВ.

### 3. Исследование переходных процессов динамической системы.

Необходимо исследовать характер переходных процессов, используя численное интегрирование СНДУ объекта; построить модель динамической системы в среде SIMULINK.

#### Задача:

1. Записать СНДУ в нормированном виде. Выходные переменные (вектор  $y$ ) выбираются по указанию преподавателя.
2. Написать и отладить программу решения СНДУ численным методом и построения графиков переходных процессов на языке MATLAB либо построить ее модель в среде SIMULINK (по указанию преподавателя).
3. Выбрать статический режим  $u$  и  $x$ , из которого начинается переходный процесс. По умолчанию - номинальный режим.
4. Выбрать (по указанию преподавателя) статические режимы  $u(i)$   $x(i)$  в которые будет осуществлен переход системы. Режимы задать следующим образом:
  - 1) ( $u(1)$   $x(1)$ ):  $u(1)$  отличается от ( $u_0$ ) и только первой компонентой (на 15-20%);
  - 2) ( $u(1)$   $x(1)$ ):  $u(2)$  отличается от ( $u_0$ ) и только второй компонентой и т.д.Дополнительно следует выбрать один – два режима, где векторы входа изменены по всем компонентам относительно значения ( $u_0$ ).
5. С помощью программы либо модели для каждого статического режима рассчитать графики  $x(t)$  и  $y(t)$  при переходе системы в этот режим. При этом шаг и время интегрирования подобрать экспериментально из условия обеспечения устойчивого решения и окончания переходных процессов.
6. Построить графики переходных процессов.
7. Построить фазовые портреты  $x_i(x_j)$ ,  $i \neq j$  для нескольких режимов.
8. Изменить исходные данные – увеличить в 10 раз значение индуктивности якоря. Выполнить пункты 5, 6, 7.



Статический режим динамической системы – это ее равновесное состояние, соответствующее окончанию переходных процессов. Например, изменение напряжения возбуждения на новое постоянное значение вызывает изменение МДС, магнитного потока, тока и напряжения генератора и т.д. Переходный процесс заканчивается новыми установившимися значениями этих величин, т.е. новым статическим режимом. Статический режим будет описывать система алгебраических уравнений, т.е. уравнений, куда не входят производные, так как последние в статическом режиме равны нулю.

Система уравнений, описывающая динамическую систему:

$$\begin{cases} F = i_d \cdot w; \Phi = \Lambda(F) \\ U_c = i_d(r_b + r_a) + w \frac{d\Phi}{dt} + c_e \omega \Phi \\ J \frac{d\omega}{dt} = c_m \Phi i_d - M_c \end{cases}$$

Приведем к обобщенной форме. Выразим переменную  $F$  через  $\Phi$ ,

$F = \Lambda^{-1}(\Phi)$ , а зависимость  $F = \Lambda^{-1}(\Phi)$  выразим через аппроксимирующий полином  $p(\Phi)$ , полученный в работе №1. И учтем следующее:

$$i_d = \frac{p(\Phi)}{w}$$

ДУ в канонической форме Коши:

$$\begin{cases} \frac{d\Phi}{dt} = -\frac{1}{w} (i_d(r_b + r_a) + c_e \omega \Phi - U_c) \frac{di_d}{dt} = \frac{p'(\Phi)}{w} \frac{d\Phi}{dt} \\ \frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{J} (c_m \Phi i_d - M_c) \\ F = i_d w = p(\Phi) \end{cases}$$

Пронормируем переменными состояния:

$$\dot{F} = \frac{F}{F_H} = p(\phi); \dot{\Phi} = \frac{\Phi}{\Phi_H}; \dot{i}_d = \frac{i_d}{i_H}; \dot{\omega} = \frac{\omega}{\omega_H}; \dot{U}_c = \frac{U_c}{U_{Hc}}; \dot{M}_c = \frac{M_c}{M_{Hc}};$$

Для МДС воспользуемся полиномом 5 степени, полученный в 1 лабораторной работе:

$$p(\phi) = [-0,076200, 764000, 34150]$$

$$\dot{F} = \frac{F}{F_H} = \frac{i_D W}{i_H W} = \frac{i_D}{i_H} = i'_D = p(\dot{\Phi});$$

$$\frac{di'_D(t)}{dt} = p'(\dot{\Phi}) \frac{d\dot{\Phi}(t)}{dt}$$

Перепишем СНЛАУ с учетом нормировки:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\dot{\Phi}(t)}{dt} = \frac{-1}{w\Phi_H} (\dot{i}'_D i_H (r_B + r_A) + c_e \dot{\omega} \omega_H \dot{\Phi} \Phi_H - \dot{U}_c U_{HC}) \\ \frac{di'_D(t)}{dt} = p'(\dot{\Phi}) \frac{d\dot{\Phi}(t)}{dt} = \frac{-p'(\dot{\Phi})}{w\Phi_H} (\dot{i}'_D i_H (r_B + r_A) + c_e \dot{\omega} \omega_H \dot{\Phi} \Phi_H - \dot{U}_c U_{HC}) \\ \frac{d\dot{\omega}(t)}{dt} = \frac{1}{J\omega_H} (c_M \dot{\Phi} \Phi_H \dot{i}'_D i_H - \dot{M}_c M_{HC}) \\ \dot{F} = p(\dot{\Phi}) \end{array} \right.$$

Обозначим переменные состояния через вектор-столбец  $x$ , входные воздействия через  $u$  и выходные через  $y$ .

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\Phi} \\ \dot{i}'_D \\ \dot{\omega} \end{bmatrix}$$

$$u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{U}_c \\ \dot{M}_c \end{bmatrix}$$

$$y = \dot{F}$$

Обозначим коэффициенты перед переменными состояния через  $a$ .

$$a_{11} = \frac{-1}{w\Phi_H} i_H (r_B + r_A)$$

$$a_{12} = \frac{-1}{w} c_e \omega_H$$

$$a_{13} = \frac{U_{CH}}{w\Phi_H}$$

$$a_{21} = \frac{-1}{w\Phi_H} i_H (r_B + r_A)$$

$$a_{22} = \frac{-1}{w} c_e \omega_H$$

$$a_{23} = \frac{1}{w\Phi_H} U_{HC}$$

$$a_{31} = \frac{1}{J\omega_H} c_M \Phi_H i_H$$

$$a_{32} = \frac{-M_{CH}}{J\omega_H}$$

Запишем полученную систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = a_{11}x_2 + a_{12}x_1x_3 + a_{13}u_1 \\ \frac{dx_2}{dt} = (a_{21}x_2 + a_{22}x_1x_3 + a_{23}u_1)p'(x_1) \\ \frac{dx_3}{dt} = a_{31}x_1x_2 + a_{32}u_2 \\ y = p(x_1) \end{cases}$$

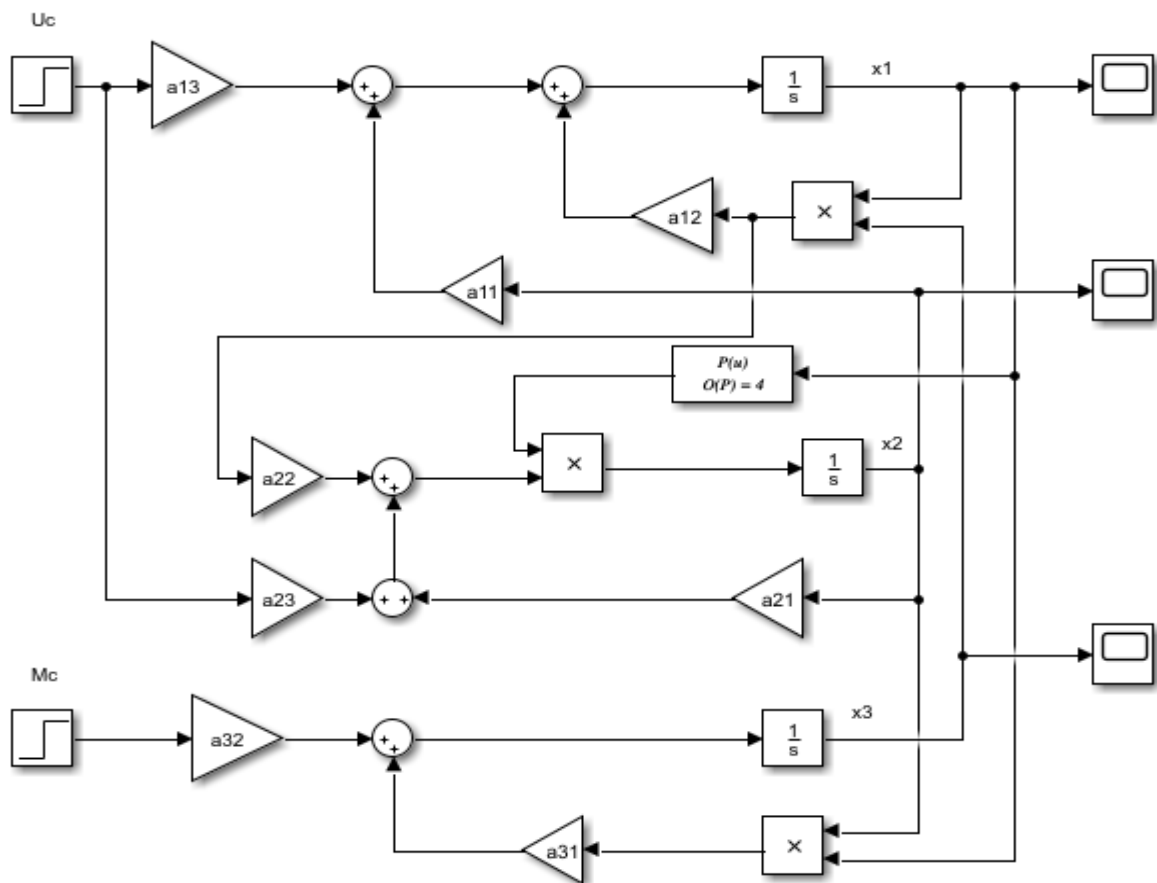


Рисунок 4 – Модель системы в MATLAB/Simulink

Скрипт программы представлен в приложении В.

$$\text{При } u = \begin{bmatrix} 11 & \dots & 1 \\ 11 & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

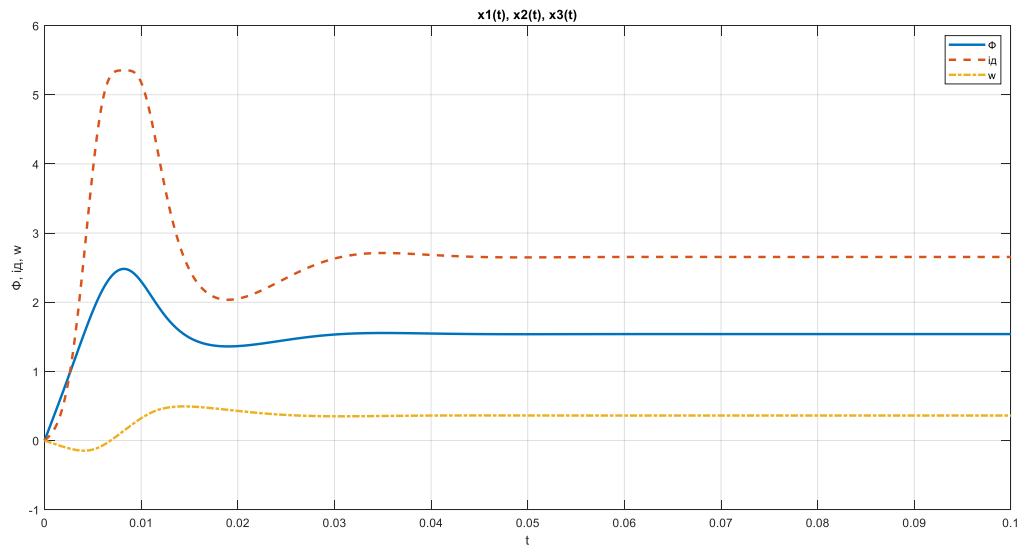


Рисунок 5 – График переходного процесса при номинальном воздействии

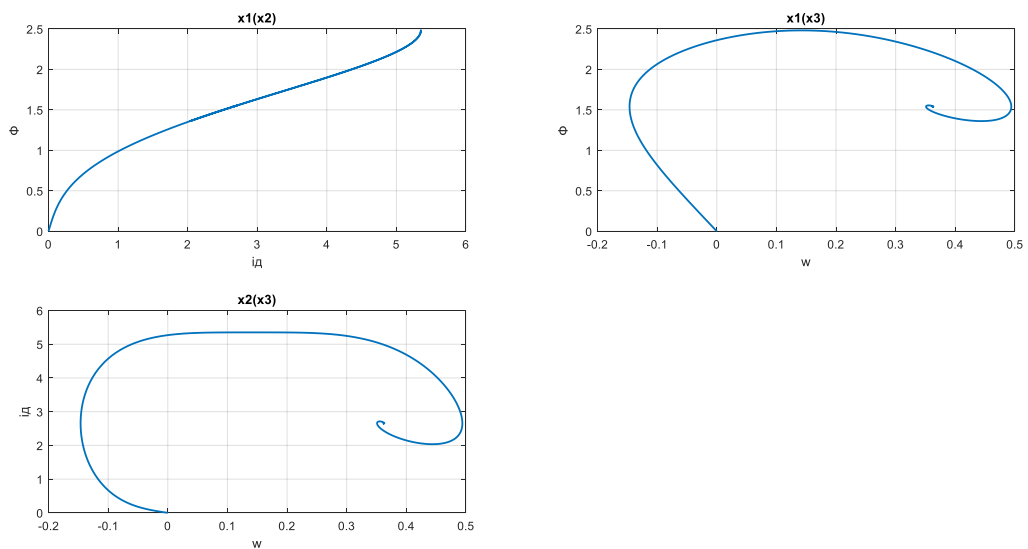


Рисунок 6 – Фазовые портреты системы при номинальном воздействии

Из рисунка 5 видно, что переходный процесс носит колебательный характер. Система устойчива. Фазовые портреты имеют вид устойчивого фокуса.

В статическом режиме:  $x = \begin{bmatrix} 1.5396 \\ 2.6546 \\ 0.3619 \end{bmatrix}$

$$\text{При } u = \begin{bmatrix} 11 & \dots & 0,80,8 \\ 11 & \dots & 11 \end{bmatrix}$$

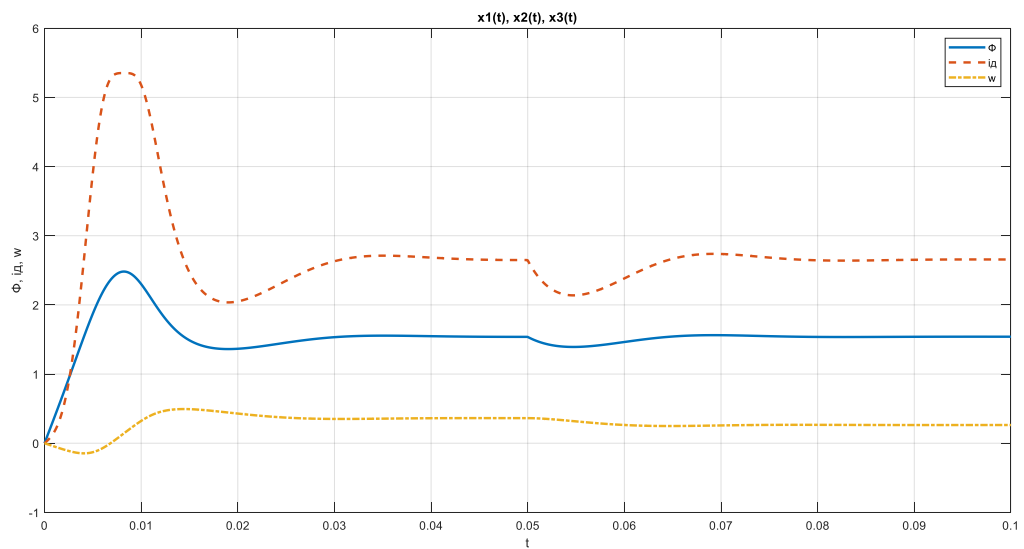


Рисунок 7 – График переходного процесса при воздействии на -20%

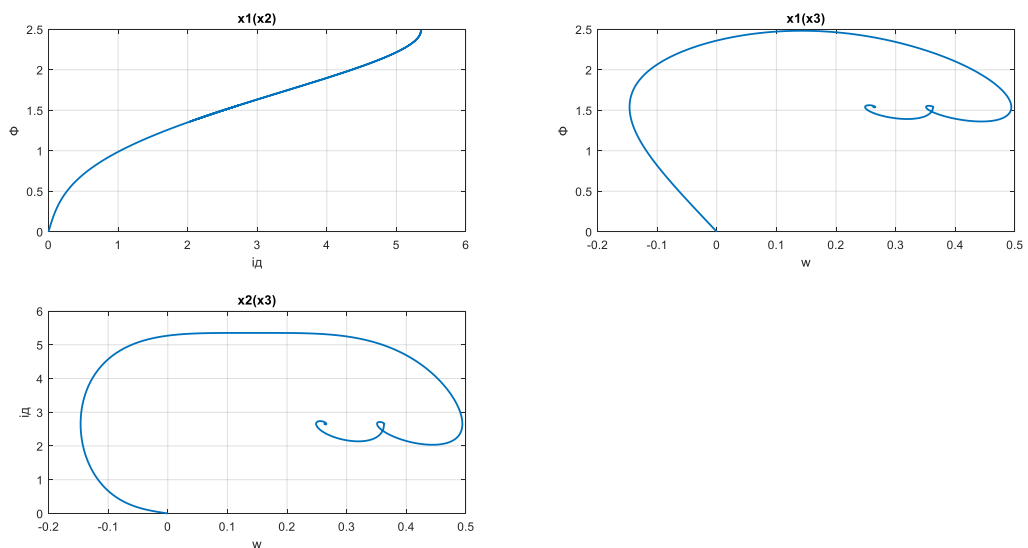


Рисунок 8 – Фазовые портреты системы при воздействии на -20%

Из рисунка 7 видно, что переходный процесс после изменения воздействия носит колебательный характер. Система устойчива. Фазовые портреты имеют вид устойчивого фокуса.

В статическом режиме:  $x = \begin{bmatrix} 1.5400 \\ 2.6562 \\ 0.2634 \end{bmatrix}$

$$\text{При } u = \begin{bmatrix} 11 & \dots & 11 \\ 11 & \dots & 0,80,8 \end{bmatrix}$$

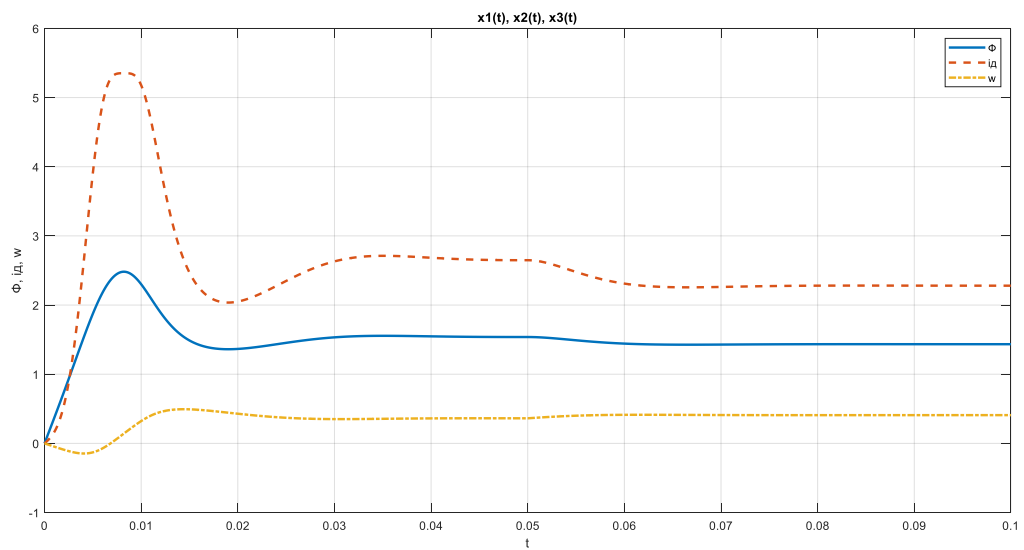


Рисунок 9 – График переходного процесса при воздействии на -20%

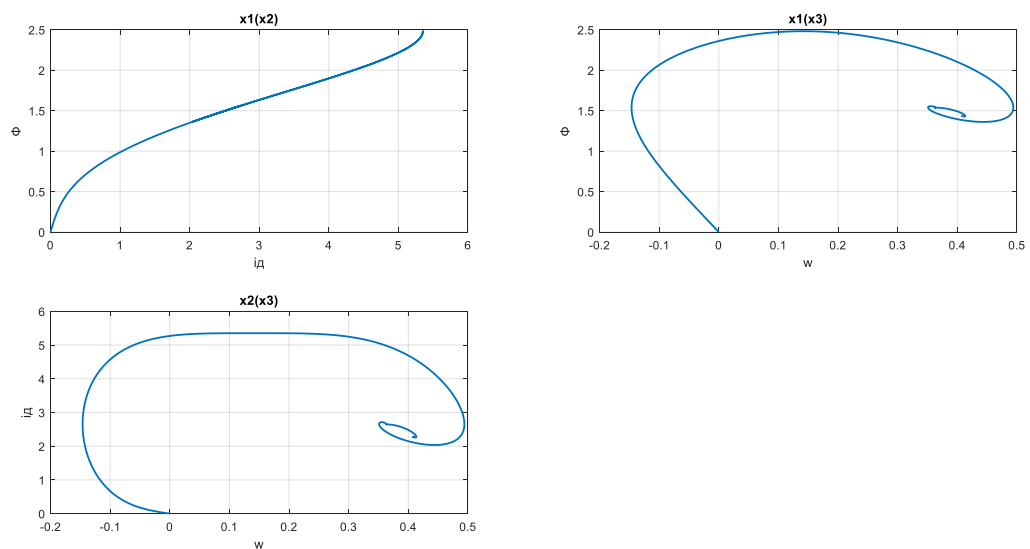


Рисунок 10 – Фазовые портреты системы при воздействии на -20%

Из рисунка 9 видно, что переходный процесс после изменения воздействия носит колебательный характер. Система устойчива. Фазовые портреты имеют вид устойчивого фокуса.

$$\text{В статическом режиме: } x = \begin{bmatrix} 1.4339 \\ 2.2801 \\ 0.4084 \end{bmatrix}$$

$$\text{При } u = \begin{bmatrix} 11 & \dots & 1.21.2 \\ 11 & \dots & 11 \end{bmatrix}$$

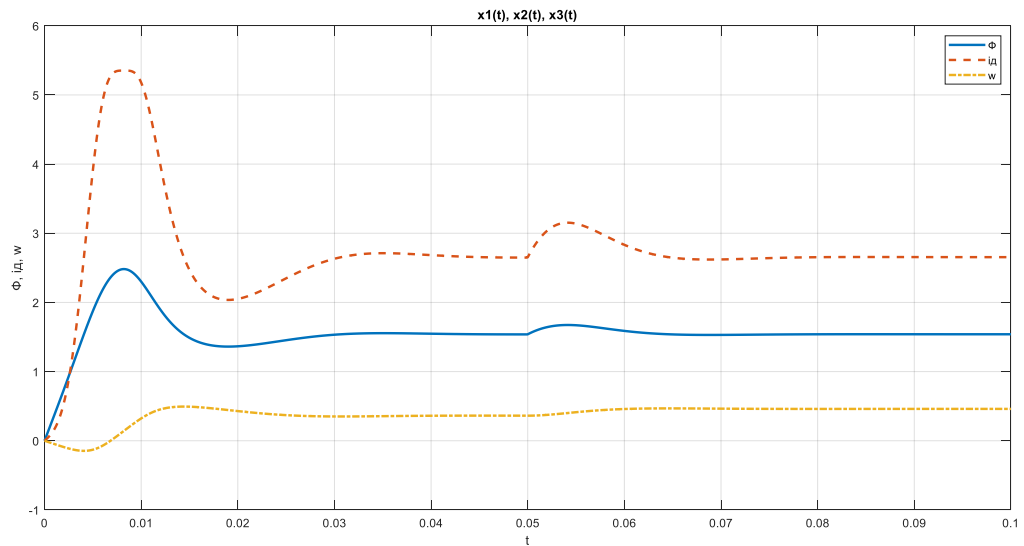


Рисунок 11 – График переходного процесса при воздействии на +20%

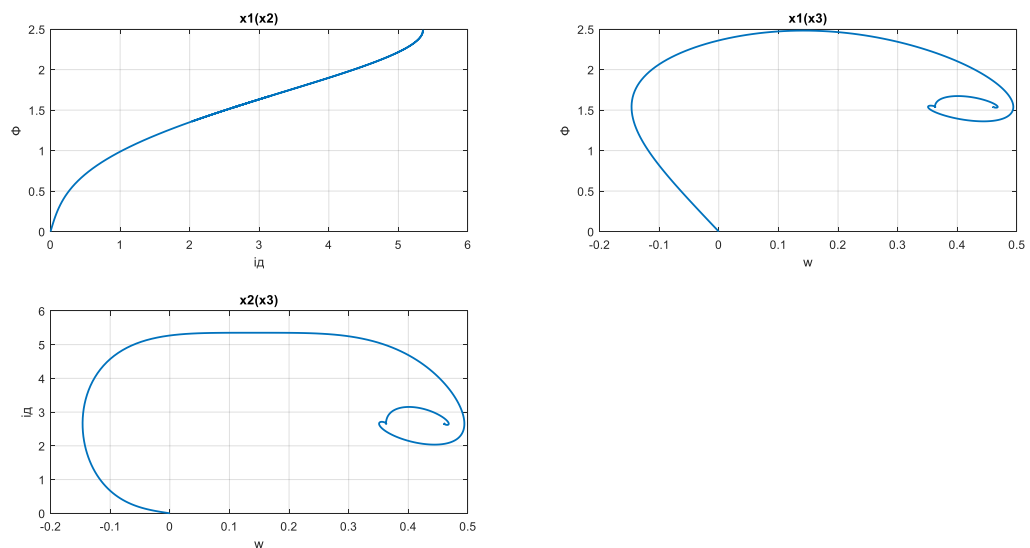


Рисунок 12 – Фазовые портреты системы при воздействии на +20%

Из рисунка 11 видно, что переходный процесс после изменения воздействия носит колебательный характер. Система устойчива. Фазовые портреты имеют вид устойчивого фокуса.

В статическом режиме:  $x = \begin{bmatrix} 1.5395 \\ 2.6545 \\ 0.4605 \end{bmatrix}$

При  $u = \begin{bmatrix} 11 & \dots & 11 \\ 11 & \dots & 1.21.2 \end{bmatrix}$

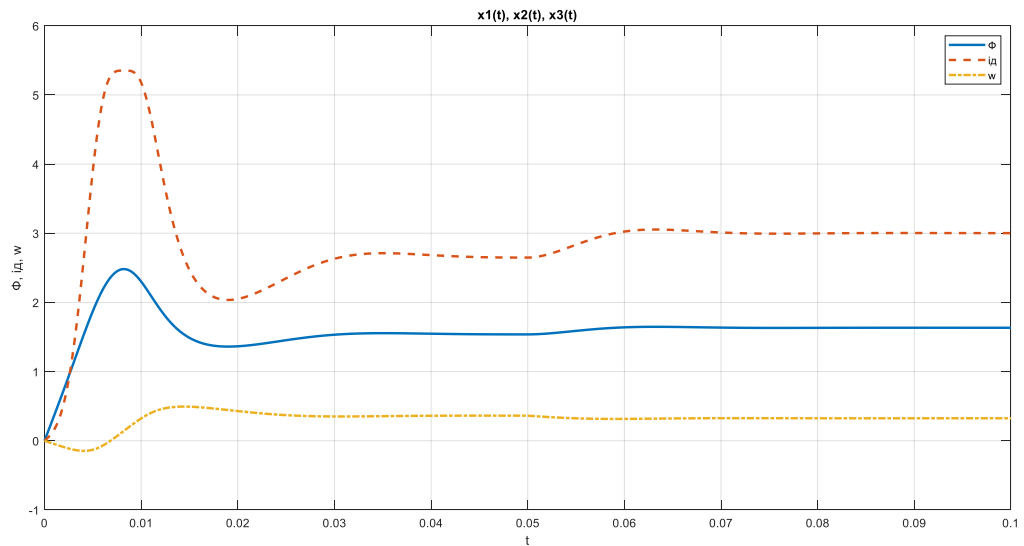


Рисунок 13 – График переходного процесса при воздействии на +20%

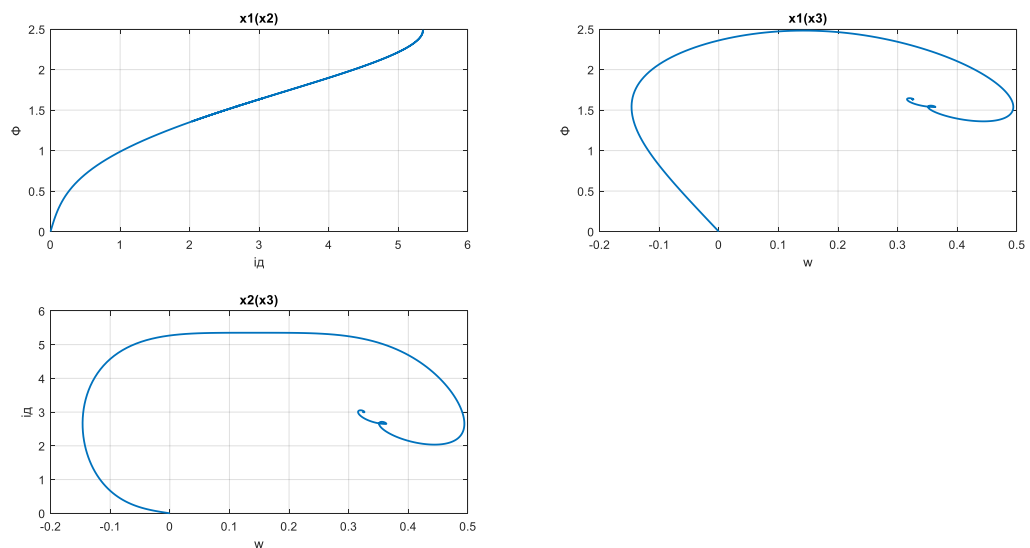


Рисунок 14 – Фазовые портреты системы при воздействии на +20%

Из рисунка 13 видно, что переходный процесс после изменения воздействия носит колебательный характер. Система устойчива. Фазовые портреты имеют вид устойчивого фокуса.

В статическом режиме:  $x = \begin{bmatrix} 1.6336 \\ 3.0019 \\ 0.3250 \end{bmatrix}$

При  $u = \begin{bmatrix} 11 \dots 0.80,8 \\ 11 \dots 0.80.8 \end{bmatrix}$



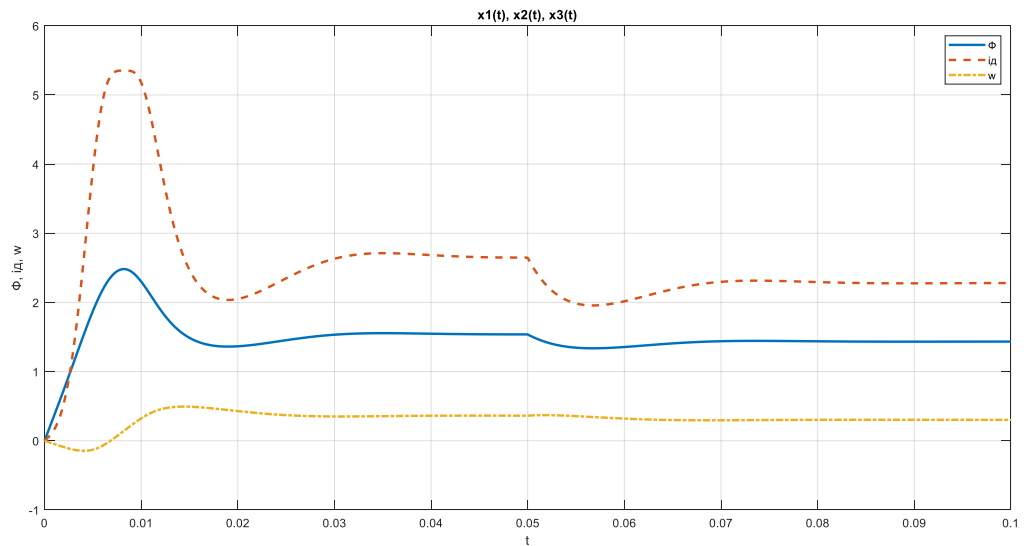


Рисунок 15 – График переходного процесса при воздействии на -20%

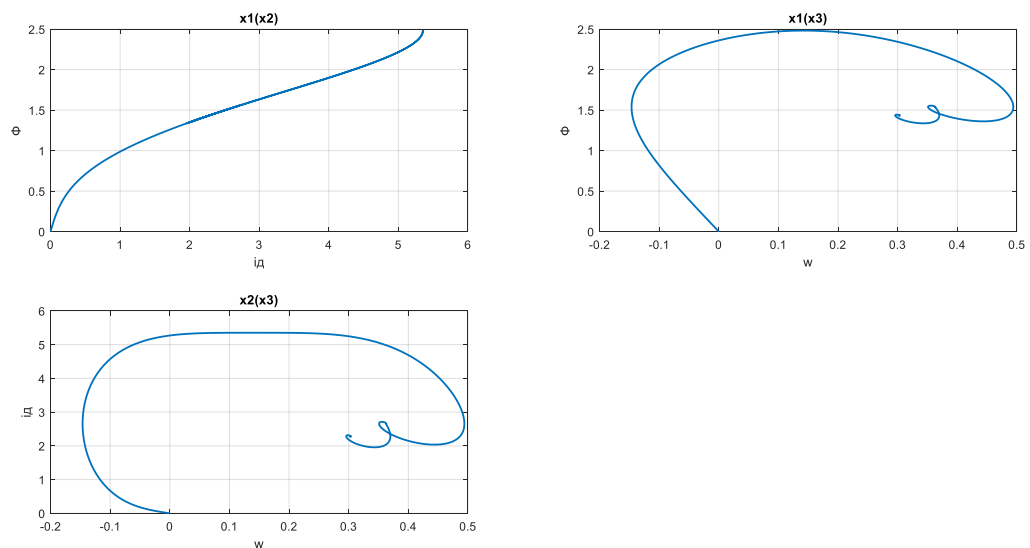


Рисунок 16 – Фазовые портреты системы при воздействии на -20%

Из рисунка 15 видно, что переходный процесс после изменения воздействия носит колебательный характер. Система устойчива. Фазовые портреты имеют вид устойчивого фокуса.

В статическом режиме:  $x = \begin{bmatrix} 1.4339 \\ 2.2801 \\ 0.3025 \end{bmatrix}$

При  $u = \begin{bmatrix} 11 \dots 1,21,2 \\ 11 \dots 1,21,2 \end{bmatrix}$

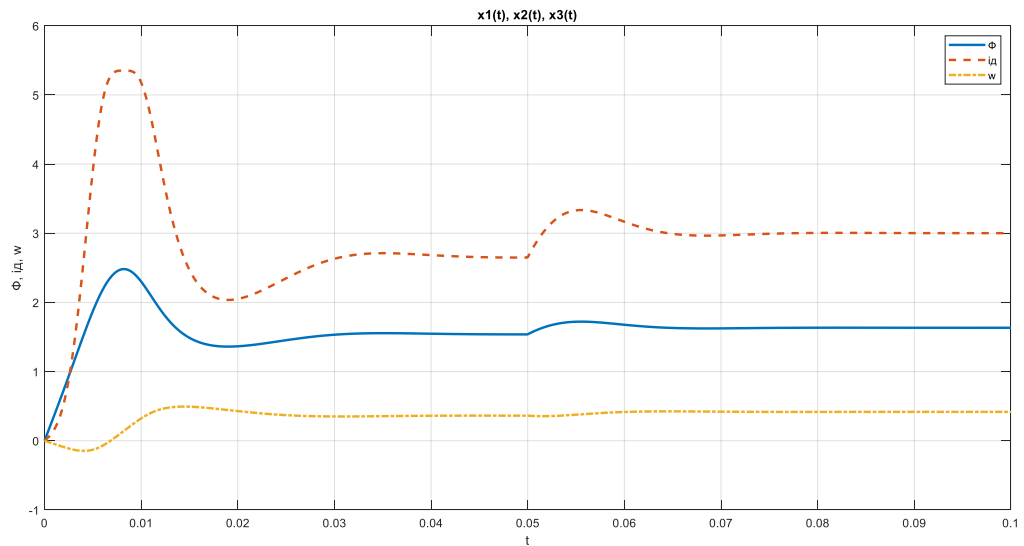


Рисунок 17 – График переходного процесса при воздействии на +20%

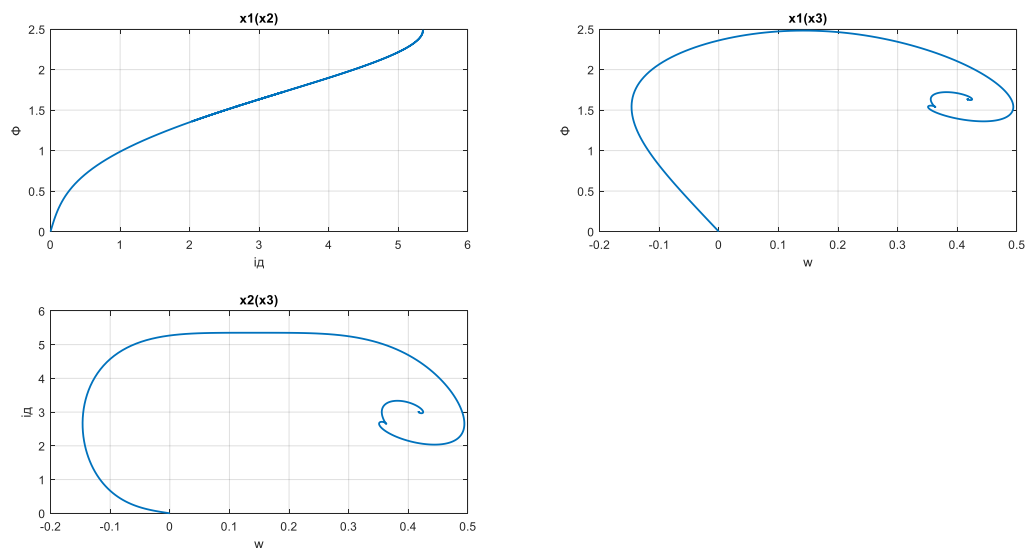


Рисунок 18 – Фазовые портреты системы при воздействии на +20%

Из рисунка 17 видно, что переходный процесс после изменения воздействия носит колебательный характер. Система устойчива. Фазовые портреты имеют вид устойчивого фокуса.

В статическом режиме:  $x = \begin{bmatrix} 1.6336 \\ 3.0019 \\ 0.4178 \end{bmatrix}$

При  $u = \begin{bmatrix} 11 \dots 0,80,8 \\ 11 \dots 1,21,2 \end{bmatrix}$

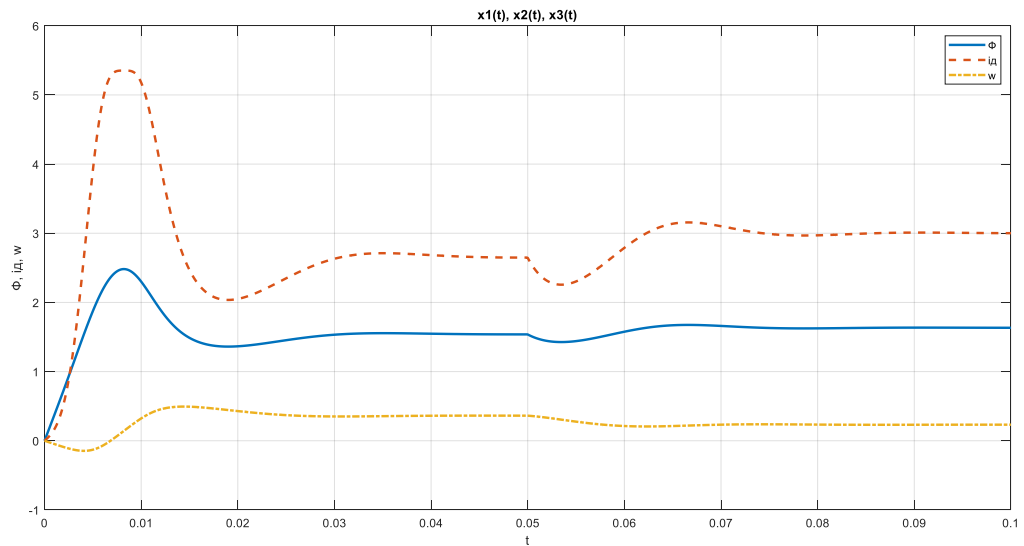


Рисунок 19 – График переходного процесса при воздействии на +/-20%

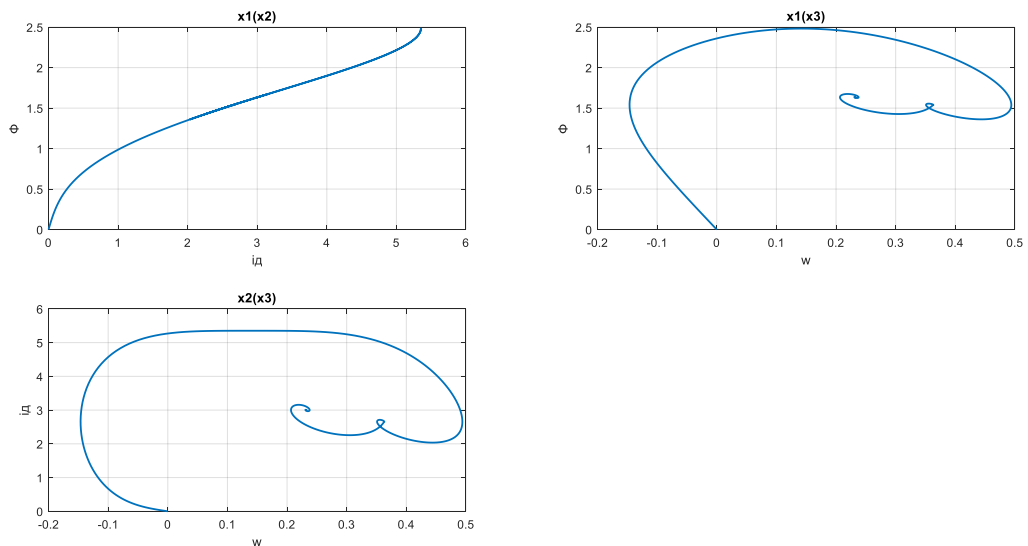


Рисунок 20 – Фазовые портреты системы при воздействии на +/-20%

Из рисунка 19 видно, что переходный процесс после изменения воздействия носит колебательный характер. Система устойчива. Фазовые портреты имеют вид устойчивого фокуса.

В статическом режиме:  $x = \begin{bmatrix} 1.6334 \\ 3.0011 \\ 0.2323 \end{bmatrix}$

При  $u = \begin{bmatrix} 11 \dots 1,21,2 \\ 11 \dots 0,80,8 \end{bmatrix}$

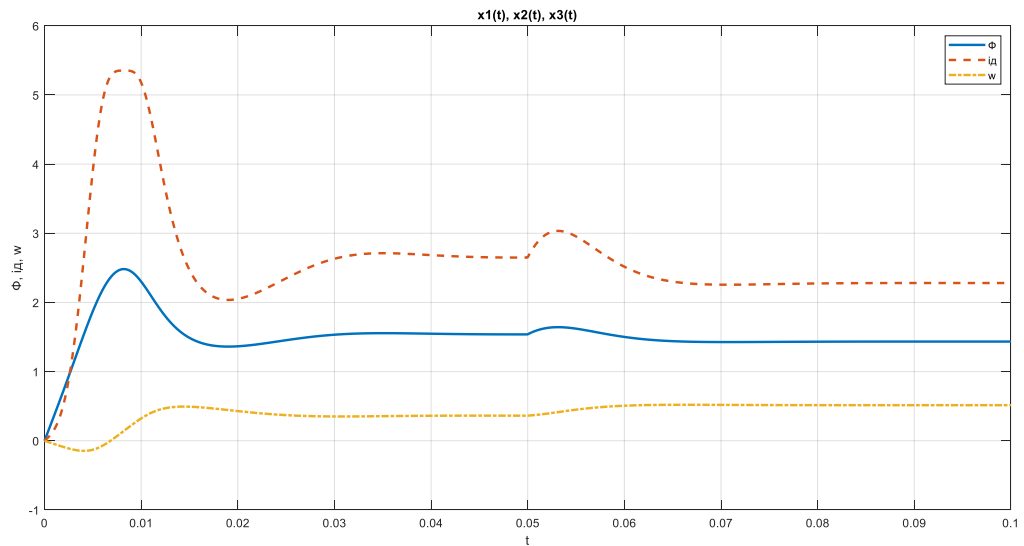


Рисунок 21 – График переходного процесса при воздействии на +20%

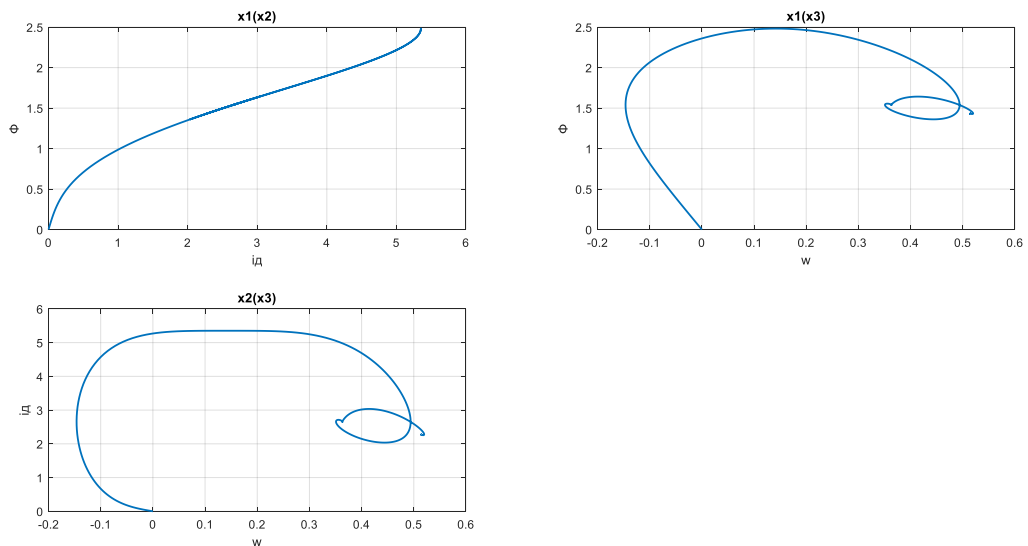


Рисунок 22 – Фазовые портреты системы при воздействии на +20%

Из рисунка 21 видно, что переходный процесс после изменения воздействия носит колебательный характер. Система устойчива. Фазовые портреты имеют вид устойчивого фокуса.

В статическом режиме:  $x = \begin{bmatrix} 1.4339 \\ 2.2803 \\ 0.5142 \end{bmatrix}$

**Вывод:** был исследован переходный процесс системы ДПТ ПВ. Были построены фазовые портреты системы и произведен анализ системы. Выяснено, что система при номинальном воздействии носит колебательный характер, а

фазовые портреты имеют вид устойчивого фокуса. При изменении воздействия на  $\pm 20\%$  система носит колебательный характер. Фазовые портреты также являются устойчивыми фокусами.

В статическом режиме  $\Phi$ ,  $i_d$ ,  $\omega$  при номинальных воздействиях имеют следующие значения:

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi \\ i'_d \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.5396 \\ 2.6546 \\ 0.3619 \end{bmatrix}$$

Что совпадает с результатами из пункта 2.

#### 4. Исследование линеаризованной математической модели.

Необходимо провести линеаризацию СНДУ в окрестности статического режима, получить линеаризованную математическую модель, описывающей динамику системы при малых отклонениях входных переменных от рассматриваемого статического режима; исследовать линеаризованную модель на ее соответствие нелинейной модели; исследовать устойчивость системы и характер переходных процессов.

В этой работе исследуется новый тип математической модели – математическая модель, линеаризованная в окрестности статического режима.

Рассматривают СНДУ, записанную в форме Коши:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= f(x(t), u(t)); \\ y(t) &= g(x(t), u(t)).\end{aligned}$$

Выбирают статический режим, в окрестности которого производится линеаризация.

Далее определяют матрицы частных производных:

матрица состояния:

$$A = \frac{\partial f(x, u)}{\partial x} \Big|_{x=x^{(0)}, u=u^{(0)}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(x, u)}{\partial x_1} \Big|_{x=x^{(0)}, u=u^{(0)}} & \dots & \frac{\partial f_1(x, u)}{\partial x_n} \Big|_{x=x^{(0)}, u=u^{(0)}} \\ \vdots & \dots & \vdots \\ \frac{\partial f_n(x, u)}{\partial x_1} \Big|_{x=x^{(0)}, u=u^{(0)}} & \dots & \frac{\partial f_n(x, u)}{\partial x_n} \Big|_{x=x^{(0)}, u=u^{(0)}} \end{bmatrix};$$

матрица входов:

$$B = \frac{\partial f(x, u)}{\partial u} \Big|_{x=x^{(0)}, u=u^{(0)}};$$

матрица выходов:

$$C = \frac{\partial g(x, u)}{\partial x} \Big|_{x=x^{(0)}, u=u^{(0)}};$$

матрица обхода:

$$D = \frac{\partial g(x, u)}{\partial u} \Big|_{x=x^{(0)}, u=u^{(0)}}.$$

Матрицы A, B, C, D имеют постоянные коэффициенты, зависящие от статического режима. Для СНДУ рассматриваемого типа коэффициенты матриц могут быть определены аналитически, т.к. для каждой частной производной аналитическое выражение записать достаточно просто.

Если аналитическое выражение для какого-либо коэффициента записать невозможно или сложно, то этот коэффициент можно определить численно, например:

$$\left. \frac{\partial f_2(x, u)}{\partial u_3} \right|_{x=x^{(0)}, y=y^{(0)}} \approx \frac{1}{\delta} \left[ f_2(x_1^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}, u_1^{(0)}, u_2^{(0)}, u_3^{(0)} + \delta, u_4^{(0)}, \dots, u_l^{(0)}) - f_2(x_1^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}, u_1^{(0)}, \dots, u_l^{(0)}) \right]$$

Задача:

1. Найти аналитические выражения для коэффициентов матриц A, B, C, D.
2. Для статического режима, из которого рассчитывали переходные процессы в п. II настоящих методических указаний, рассчитать значения коэффициентов матриц.
3. Написать и отладить программу на языке MATLAB для расчета переходных процессов в линейной системе.
4. Построить графики переходных процессов.
5. Проверить соответствие графиков  $\Delta x(t)$  и  $x(t)$ ,  $\Delta u(t)$  и  $u(t)$ ,  $\Delta y(t)$  и  $y(t)$ .
6. Оценить устойчивость системы по собственным числам матрицы A.

ДУ в канонической форме Коши:

$$\begin{cases} \frac{d\Phi}{dt} = -\frac{1}{w}(i_{\text{д}}(r_{\text{б}} + r_{\text{я}}) + c_e \omega \Phi - U_c) \frac{di_{\text{д}}}{dt} = \frac{p'(\Phi)}{w} \\ \frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{J}(c_{\text{м}} \Phi i_{\text{д}} - M_c) \\ F = i_{\text{д}} w \end{cases}$$

Пронормируем переменными состояния:

$$\dot{F} = \frac{F}{F_{\text{н}}} = p(\phi); \phi = \frac{\Phi}{\Phi_{\text{н}}}; i'_{\text{д}} = \frac{i_{\text{д}}}{i_{\text{н}}}; \dot{\omega} = \frac{\omega}{\omega_{\text{н}}}; \dot{U}_c = \frac{U_c}{U_{\text{нс}}}; \dot{M}_c = \frac{M_c}{M_{\text{нс}}};$$

Для МДС воспользуемся полиномом 5 степени, полученный в 1 лабораторной работе:

$$p(\phi) = [-0,076200, 764000, 34150]$$

$$\dot{F} = \frac{F}{F_{\text{н}}} = \frac{i_{\text{д}} w}{i_{\text{н}} w} = \frac{i_{\text{д}}}{i_{\text{н}}} = i'_{\text{д}} = p(\phi);$$

$$\frac{di'_{\text{д}}(t)}{dt} = p'(\phi) \frac{d\phi(t)}{dt}$$

Перепишем СНЛАУ с учетом нормировки:

$$\begin{cases} \frac{d\phi(t)}{dt} = \frac{-1}{w\Phi_{\text{н}}}(i'_{\text{д}}i_{\text{н}}(r_{\text{б}} + r_{\text{я}}) + c_e \dot{\omega} \omega_{\text{н}} \phi \Phi_{\text{н}} - \dot{U}_c U_{\text{нс}}) \\ \frac{di'_{\text{д}}(t)}{dt} = p'(\phi) \frac{d\phi(t)}{dt} = \frac{-p'(\phi)}{w\Phi_{\text{н}}}(i'_{\text{д}}i_{\text{н}}(r_{\text{б}} + r_{\text{я}}) + c_e \dot{\omega} \omega_{\text{н}} \phi \Phi_{\text{н}} - \dot{U}_c U_{\text{нс}}) \\ \frac{d\dot{\omega}(t)}{dt} = \frac{1}{J\omega_{\text{н}}}(c_{\text{м}} \phi \Phi_{\text{н}} i'_{\text{д}} i_{\text{н}} - \dot{M}_c M_{\text{нс}}) \\ \dot{F} = i'_{\text{д}} \end{cases}$$

Обозначим переменные состояния через вектор-столбец  $x$ , входные воздействия через  $u$  и выходные через  $y$ .

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi \\ i'_{\text{д}} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix}$$

$$u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{U}_c \\ \dot{M}_c \end{bmatrix}$$

$$y = \dot{F} = i'_{\text{д}}$$

Обозначим коэффициенты перед переменными состояния через  $a$ .

$$a_{11} = \frac{-1}{w\Phi_{\text{н}}} i_{\text{н}}(r_{\text{б}} + r_{\text{я}})$$

$$a_{12} = \frac{-1}{w} c_e \omega_{\text{н}}$$



$$\begin{aligned}
a_{13} &= \frac{U_{\text{CH}}}{w\Phi_{\text{H}}} \\
a_{21} &= \frac{-1}{w\Phi_{\text{H}}} i_{\text{H}}(r_{\text{B}} + r_{\text{Я}}) \\
a_{22} &= \frac{-1}{w} c_e \omega_{\text{H}} \\
a_{23} &= \frac{1}{w\Phi_{\text{H}}} U_{\text{HC}} \\
a_{31} &= \frac{1}{J\omega_{\text{H}}} c_{\text{M}} \Phi_{\text{H}} i_{\text{H}} \\
a_{32} &= \frac{-M_{\text{CH}}}{J\omega_{\text{H}}}
\end{aligned}$$

Запишем полученную систему уравнений:

$$\begin{cases}
\frac{dx_1}{dt} = a_{11}x_2 + a_{12}x_1x_3 + a_{13}u_1 \\
\frac{dx_2}{dt} = (a_{21}x_2 + a_{22}x_1x_3 + a_{23}u_1)p'(x_1) \\
\frac{dx_3}{dt} = a_{31}x_1x_2 + a_{32}u_2 \\
y = x_2
\end{cases}$$

Выбираем статический режим, в окрестности которого производится линеаризации:

Используем значения, полученные из 3 лабораторной работы при подаче номинальных значений на вход:

$$\begin{aligned}
u &= \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{U}_c \\ \dot{M}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \\
x &= \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\Phi} \\ \dot{i}_{\text{Д}} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.5396 \\ 2.6546 \\ 0.3619 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

Матрица A:

$$A = \begin{bmatrix} a_{12}x_3 & a_{11} & a_{12}x_1 \\ a_{22}x_3p''(x_1) & a_{21}p'(x_1) & a_{22}x_1p'(x_1) \\ a_{31}x_2 & a_{31}x_1 & 0 \end{bmatrix}$$

Матрица B:

$$B = \begin{bmatrix} a_{13} & 0 \\ a_{23}p'(x_1) & 0 \\ 0 & a_{32} \end{bmatrix}$$

Матрица C:

$$C = [0 \quad 1 \quad 0]$$

Матрица D:

$$D = [0 \quad 0]$$

Запишем полученные матрицы, подставив значения из статического режима при номинальном воздействии:

Матрица A:

$$A = \begin{bmatrix} -174,9 & -36,7 & -744,1 \\ -261,6 & -133,2 & -2704,0 \\ 30,5 & 17,7 & 0 \end{bmatrix}$$

Матрица B:

$$B = \begin{bmatrix} 366,6 & 0 \\ 366,6 & 0 \\ 0 & -47 \end{bmatrix}$$

Матрица C:

$$C = [0 \quad 2,6546 \quad 0]$$

Матрица D:

$$D = [0 \quad 0]$$

Для построения графиков переходных процессов начальные значения переменных состояния равны тем, что были получены в 3 пункте. Значения управляющий параметров равны номинальным.

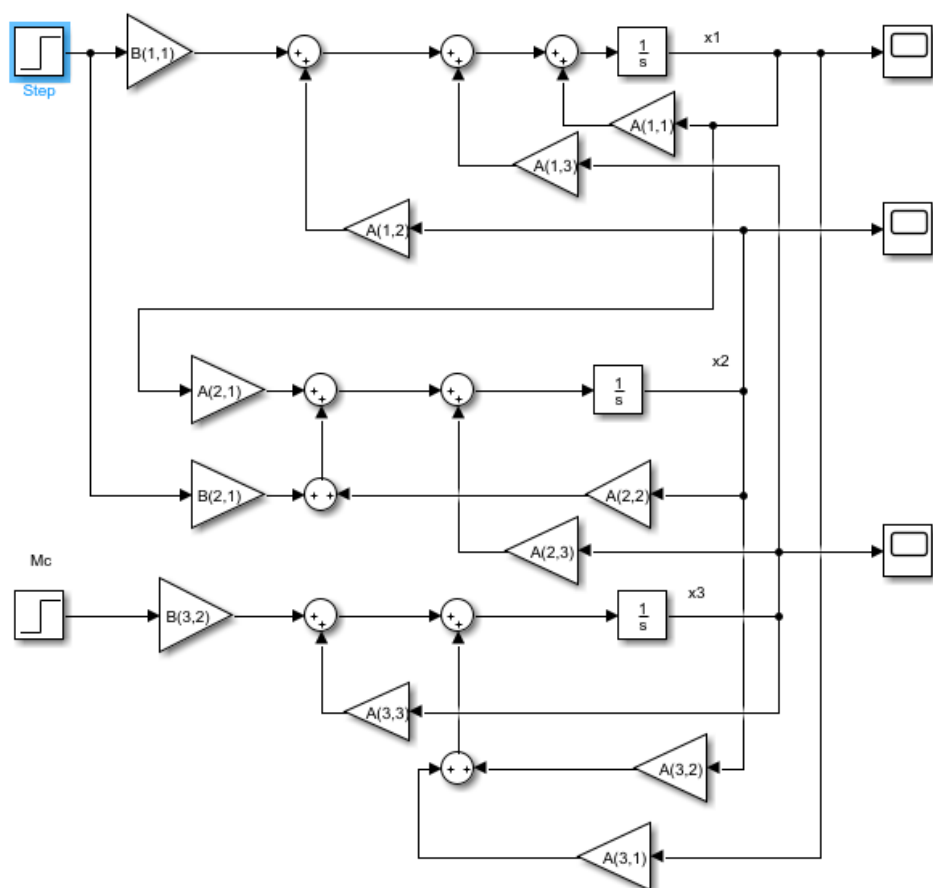


Рисунок 23 – Модели линеаризованной СНЛАУ в окрестности статического режима.

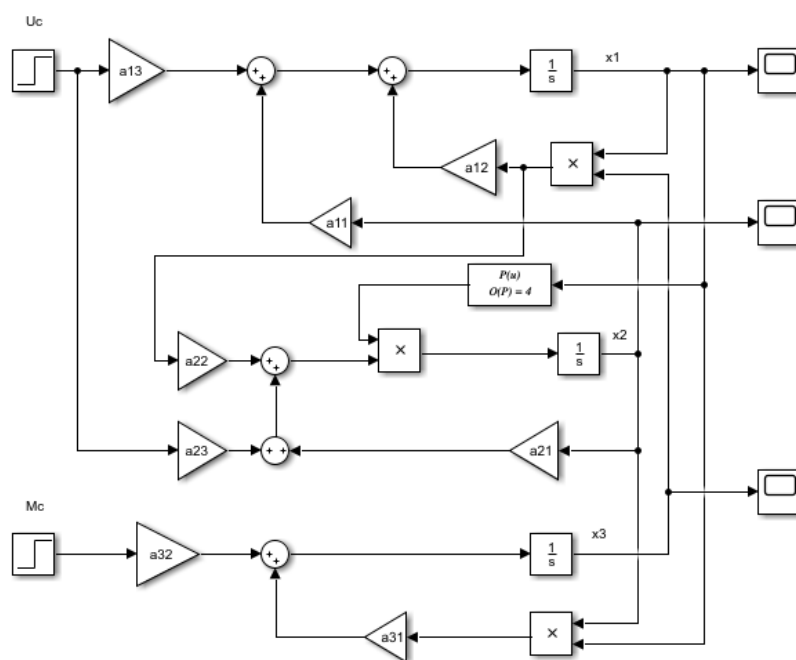


Рисунок 24 - Схема для моделирования нелинейной СНЛАУ.

## Результаты.

1. Графики переходных процессов из статического режима ( $\Delta u^{(0)} = 0, \Delta x^{(0)} = 0$  в статический режим ( $\Delta u^{(1)} = u^{(1)} - u^{(0)}, \Delta x^{(1)} = x^{(1)} - x^{(0)}$ ).

Отклоняем 2 входного параметра на 10%

$$u^{(0)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, u^{(1)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1.1 \end{bmatrix}, \Delta u^{(1)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta \dot{U}_c \\ \Delta \dot{M}_c \end{bmatrix}$$

$$x^{(0)} = \begin{bmatrix} 1.5396 \\ 2.6546 \\ 0.3619 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi \\ i_d \\ \omega \end{bmatrix}$$

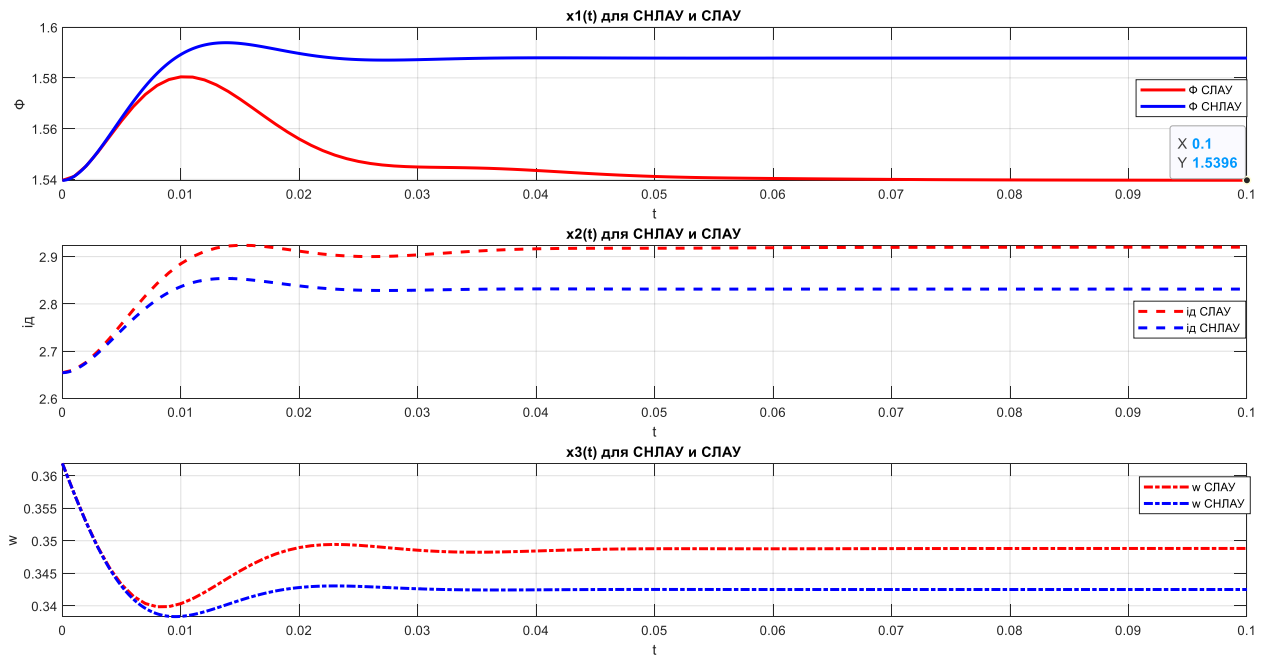


Рисунок 25 — Графики переходных процессов с отклонением 2 входного параметра на 10%

В статическом режиме для СЛАУ:  $x_{\text{л}}^{(1)} = \begin{bmatrix} 1.5396 \\ 2.9201 \\ 0.3488 \end{bmatrix}$

В статическом режиме для СНЛАУ:  $x_{\text{н}}^{(1)} = \begin{bmatrix} 1.5878 \\ 2.8314 \\ 0.3425 \end{bmatrix}$

Ошибка  $E = x_{\text{л}}^{(1)} - x_{\text{н}}^{(1)} = \begin{bmatrix} -0.0482 \\ 0.0887 \\ 0.0063 \end{bmatrix}$

2. Графики переходных процессов из статического режима ( $\Delta u^{(0)} = 0, \Delta x^{(0)} = 0$  в статический режим ( $\Delta u^{(1)} = u^{(1)} - u^{(0)} = 0, \Delta x^{(1)} = x^{(1)} - x^{(0)}$ ).

Отклоняем 3 переменную состояния на 10%

$$x^{(1)} = \begin{bmatrix} 1.5396 \\ 2.6546 \\ 0.3619 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi \\ i'_d \\ \omega \end{bmatrix} x^{(0)} = \begin{bmatrix} 1.5396 \\ 2.6546 \\ 0.3619 * 1.1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.5396 \\ 2.6546 \\ 0.3981 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi \\ i'_d \\ \omega \end{bmatrix}$$

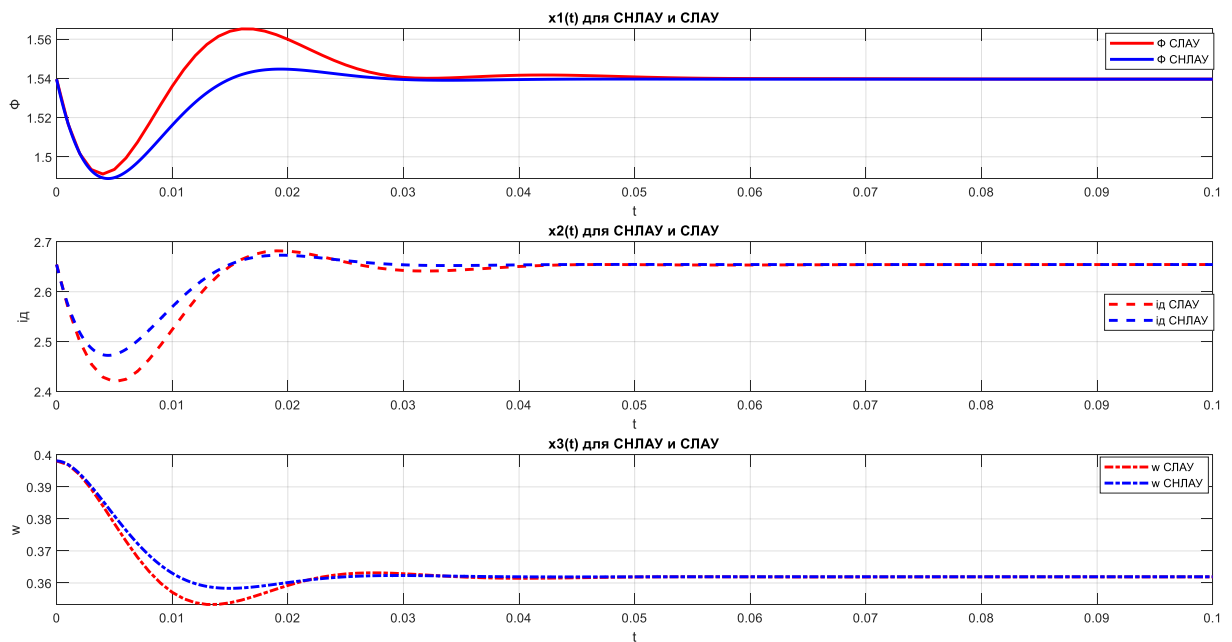


Рисунок 26 — Графики переходных процессов с отклонением 3 переменной состояния на 10%

В статическом режиме для СЛАУ:  $x_{\text{л}}^{(1)} = \begin{bmatrix} 1.5396 \\ 2.6546 \\ 0.3619 \end{bmatrix}$

В статическом режиме для СНЛАУ:  $x_{\text{н}}^{(1)} = \begin{bmatrix} 1.5396 \\ 2.6546 \\ 0.3619 \end{bmatrix}$

Ошибка  $E = x_{\text{л}}^{(1)} - x_{\text{н}}^{(1)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

3. Графики переходных процессов из статического режима ( $\Delta u^{(0)} = 0, \Delta x^{(0)} = 0$  в статический режим ( $\Delta u^{(1)} = u^{(1)} - u^{(0)}, \Delta x^{(1)} = x^{(1)} - x^{(0)}$ ).

Отклоняем 2 входного параметра на 30%.

$$u^{(0)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, u^{(1)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1.3 \end{bmatrix}, \Delta u^{(1)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta \dot{U}_c \\ \Delta \dot{M}_c \end{bmatrix}$$

$$x^{(0)} = \begin{bmatrix} 1.5396 \\ 2.6546 \\ 0.3619 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi \\ i'_d \\ \omega \end{bmatrix}$$

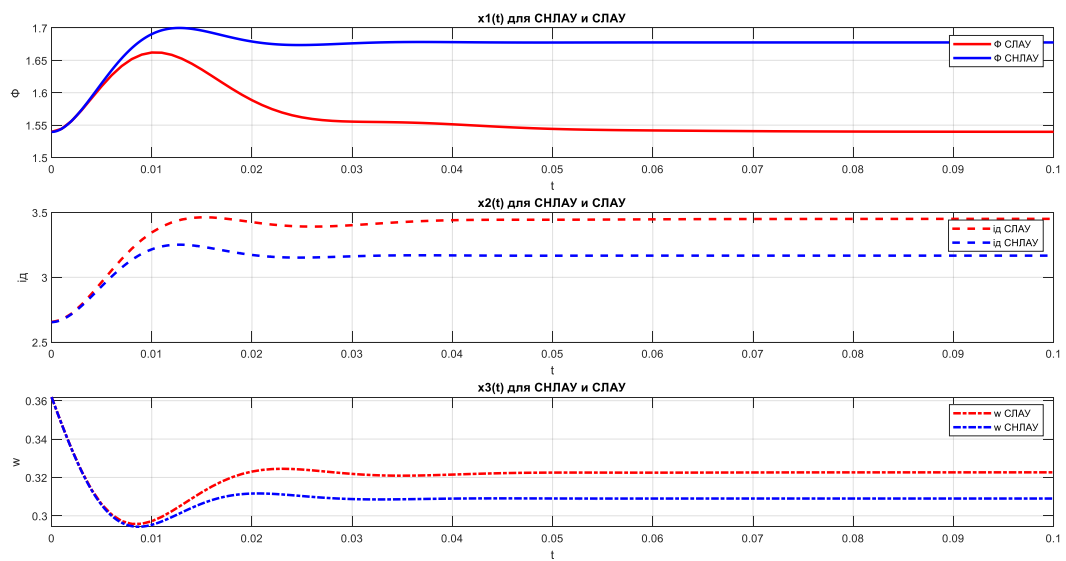


Рисунок 27 — Графики переходных процессов с отклонением 2 входного параметра на 30%

$$\text{Ошибка } E = x_{\text{л}}^{(1)} - x_{\text{н}}^{(1)} = \begin{bmatrix} -0.1378 \\ 0.2836 \\ 0.0137 \end{bmatrix}$$

4. Графики переходных процессов из статического режима ( $\Delta u^{(0)} = 0, \Delta x^{(0)} = 0$  в статический режим ( $\Delta u^{(1)} = u^{(1)} - u^{(0)} = 0, \Delta x^{(1)} = x^{(1)} - x^{(0)}$ ).

Отклоняем 3 переменную состояния на 30%

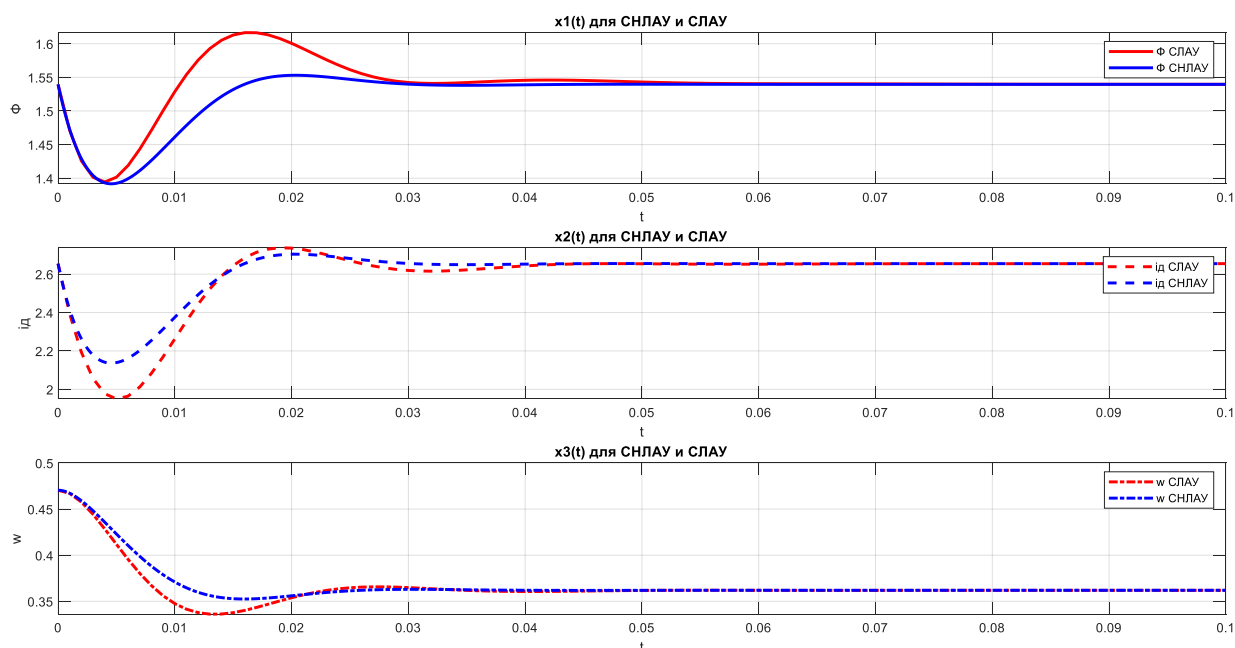


Рисунок 28 — Графики переходных процессов с отклонением 3 переменной состояния на 30%

$$\text{Ошибка } E = x_{\text{л}}^{(1)} - x_{\text{н}}^{(1)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Анализ рисунка 25 и 26. В обоих измерениях переменные состояния приходят к тем же установившимся значениям, что и в 3 пункте.

При отклонении 2 входного параметра (Момент сопротивления) на 10% наибольшая ошибка у 2-ой переменной состояния (ток). Это происходит из-за того, что есть полином, вносящем нелинейность. Избавление от этой нелинейности приводит к ошибке. Данная ошибка постоянна после окончания переходного процесса и она незначительна: 3 % от точного установившегося значения по СНЛАУ. Также для 1-ой переменной ошибка равна 3 % от точного

установившегося значения по СНЛАУ. Для 3-ей ошибка равна 1,76%. Из рисунка 27 ошибка для 2-ой переменной состояния равна 9 %. Таким образом при увеличении отклонения от статического режима возрастает ошибка.

При отклонении 3 переменной состояния (скорость) на 10% ошибка по всем переменным состояния равна нулю.

Корни характеристического полинома (собственные числа матрицы  $A$ ), рассчитанные в Matlab.

$$p1=-117+231i \quad p2=-117-231i \quad p3=-73$$

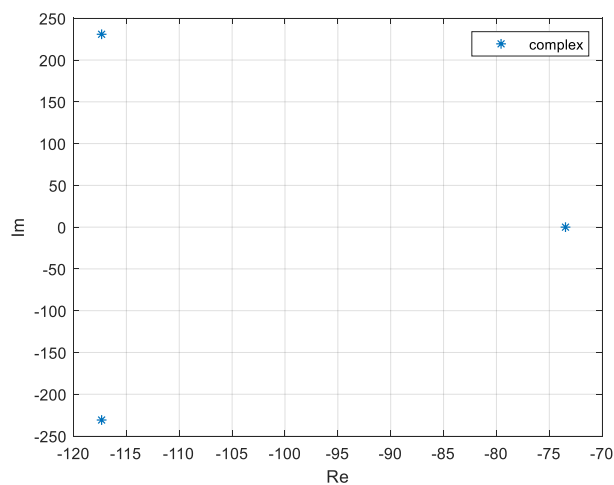


Рисунок 29 — Комплексная плоскость

Система устойчива по Ляпунову, так как вещественные части всех собственных чисел матрицы  $A$  отрицательны.

**Вывод:** СНЛАУ приведена к СЛАУ путем линеаризации в окрестности статического режима. Модель позволяет с достаточной точностью моделировать переходные процессы в системе управления при небольших отклонениях от статического режима, использовавшегося для расчета элементов матриц, описывающих систему. Полученная ошибка в худшем случае составляет 3%. При этом при увеличении отклонения от статического режима возрастает ошибка.



## Заключение.

Был изучен статический режим динамической системы ДПТ ПВ и рассчитаны статические характеристики ( $\Phi$ ,  $i_d$ ,  $w$ ). При изменении входного напряжения  $U_c$  магнитный поток  $\Phi$  и ток двигателя  $i_d$  не меняются, а скорость вращения падает. При изменении момента сопротивления  $M_c$  МП и ток увеличиваются, а скорость также падает. Такие процессы обусловлены механическими и электромеханическими характеристиками ДПТ ПВ.

Был изучен статический режим динамической системы ДПТ ПВ и рассчитаны статические характеристики ( $\Phi$ ,  $i_d$ ,  $w$ ). При изменении входного напряжения  $U_c$  магнитный поток  $\Phi$  и ток двигателя  $i_d$  не меняются, а скорость вращения падает. При изменении момента сопротивления  $M_c$  МП и ток увеличиваются, а скорость также падает. Такие процессы обусловлены механическими и электромеханическими характеристиками ДПТ ПВ.

В процессе исследования системы ДПТ ПВ было выяснено, что система устойчива и при номинальном воздействии носит колебательный характер, а фазовые портреты имеют вид устойчивого фокуса. При изменении воздействия на  $\pm 20\%$  система по-прежнему носит колебательный характер. Фазовые портреты при этом также остаются устойчивыми фокусами.

Исследование линеаризованной математической модели показало, что система устойчива по Ляпунову, так как вещественные части всех собственных чисел матрицы  $A$  отрицательны. В модели СЛАУ присутствует полином, вносящий нелинейность. Избавление от этой нелинейности приводит к ошибке. Данная ошибка постоянна после окончания переходного процесса и она незначительна: 3 % от точного установившегося значения по СНЛАУ. Причем, при увеличении отклонения от статического режима ошибка возрастает.

### **Список литературы.**

1. Моделирование электромеханических систем средствами MATLAB. Методические указания к курсовому расчету по дисциплине «Моделирование систем управления» / Сост.: О. Ю. Лукомская, А. Л. Стариченков, А. Г. Шпекторов,. СПб.: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2017. 40 с.
2. Дьяконов В. MATLAB 6: учебный курс – СПб.: Питер, 2001.- 592 с.
3. [http://old.exponenta.ru/soft/matlab/stud7/1\\_4.asp](http://old.exponenta.ru/soft/matlab/stud7/1_4.asp)

## Приложение А.

```
%% Lab1
clc
clear

%% номинальные значения
i_n=50;
w_n=100;
P_n=0.01;
M_sn=470;
U_sn=220;

%%
I=[0; 20; 30; 40; 60; 80; 100; 120; 140];
P_norm=[0; 0.58; 0.8; 0.91; 1.07; 1.21; 1.35; 1.47; 1.58]; %  $\Phi/\Phi_n$ 
P=P_norm*P_n;

F=I*N; % вычисляем МДС
F_n=i_n*N; % вычисляем номинальную МДС
F_norm=F/F_n; % нормируем МДС

G_1=P_norm;
G_3=(P_norm.^3);
G_5=(P_norm.^5);

G_13=[G_1 G_3];
G_135=[G_1 G_3 G_5];

K1=inv((G_13')*G_13);
K2=(G_13')*F_norm;
C=K1*K2;

H1=inv((G_135')*G_135);
H2=(G_135')*F_norm;
C2=H1*H2;

p_13=[C(2) 0 C(1) 0]
p_135=[C2(3) 0 C2(2) 0 C2(1) 0]

% Построение графиков
figure(1);
x_13_norm=0:0.01:1.58;
y_13_norm=polyval(p_13, x_13_norm);
x_13=x_13_norm*P_n;
y_13=y_13_norm*F_n;

x_135_norm=0:0.01:1.58;
y_135_norm=polyval(p_135, x_135_norm);
x_135=x_135_norm*P_n;
y_135=y_135_norm*F_n;

subplot(221)
plot(P_norm, F_norm, '*', x_13_norm, y_13_norm), grid ,
xlabel('Φ норм');
ylabel('F норм, p3 норм');
legend('F норм(Φ норм)', 'p3(Φ норм)')
```

```

subplot(223)
plot(P_norm, F_norm, '*', x_135_norm, y_135_norm), grid ,
xlabel('Φ норм');
ylabel('F норм, p5 норм');
legend('F норм(Φ норм)', 'p5(Φ норм)')

subplot(222)
plot(P, F, '*', x_13, y_13), grid ,
xlabel('Φ');
ylabel('F, p');
legend('F(Φ)', 'p3(Φ)')
subplot(224)
plot(P, F, '*', x_135, y_135), grid ,
xlabel('Φ');
ylabel('F, p');
legend('F(Φ)', 'p5(Φ)')

% Расчет ошибки
e3=F_norm-G_13*C;
I3=e3'*e3

e5=F_norm-G_135*C2;
I5=e5'*e5

```

## Приложение Б.

```
%% Lab2
clc
clear

%% данные
N=60; % ЧИСЛО ВИТКОВ
r_v=0.14; % rв
r_j=0.3; % rя
c_e=290;
c_m=230;
J=0.1;
%% номинальные значения
i_n=50;
w_n=100;
P_n=0.01;
M_sn=470;
U_sn=220;

global a21 a22 a31 p p2
% коэффициенты для матриц F и G
a21=i_n*(r_v+r_j);
a22=c_e*P_n*w_n;
a31=c_m*P_n*i_n;
% полином p(Φ) и производная от полинома
p=[-0.0762 0 0.7640 0 0.3415 0];
p2=[-0.381 0 2.292 0 0.3415];

% векторы начальных значений
x01=[1; 1; 1];
x02=[1; 1; 1];
u0=1.2:-0.2:0.2;
u1=[u0; ones(1, length(u0))];
u2=[ones(1, length(u0)); u0];
e=0.001; % точность метода
xx=[];
xx2=[];

for i=1:length(u0)
    x1=newton('fun_F', 'fun_G', x01, u1(:,i), e);
    xx=[xx x1];
    x01=x1;

    x2=newton('fun_F', 'fun_G', x02, u2(:,i), e);
    xx2=[xx2 x2];
    x02=x2;
end
% построение графиков
subplot(211)
plot(u1(1,:),xx(1,:), 'r--', u1(1,:),xx(2,:), 'g-.', u1(1,:),xx(3,:), 'b'), grid,
legend('Φ норм', 'i норм', 'w норм')
xlabel('Uc')
ylabel('Φ норм, i норм, w норм')
subplot(212)
plot(u2(2,:),xx2(1,:), 'r--', u2(2,:),xx2(2,:), 'g-.', u2(2,:),xx2(3,:), 'b'),
grid,
legend('Φ норм', 'i норм', 'w норм')
xlabel('Mc')
ylabel('Φ норм, i норм, w норм')
```

### Функция левых частей СНЛАУ:

```
function F = fun_F(x, u)
    global a21 a22 a31 p
    P=polyval(p, x(1));
    F=[P-x(2);
        a21*x(2)+a22*x(1)*x(3)-u(1);
        a31*x(1)*x(2)-u(2)];
end
```

### Функция матрицы частных производных:

```
function G = fun_G(x, u)
    global a21 a22 a31 p2
    P=polyval(p2, x(1));
    G=[P, -1, 0;
        a22*x(3), a21, a22*x(1);
        a31*x(2), a31*x(1), 0];
end
```

### Функция, реализующая метод Ньютона:

```
function [x]=newton(F,G,x0,u,e)
    % функция feval передает аргументы вызываемой функции и
    % вычисляет либо арифметическое выражение, либо инструкцию
    F2=feval(F,x0,u);
    G2=feval(G,x0,u);
    x=x0;
    while(norm((G2^-1)*F2)> e)
        x=x-(G2^-1)*F2;
        F2=feval(F,x,u);
        G2=feval(G,x,u);
    end
end
```

## Приложение В.

```
% данные
N=60; % ЧИСЛО ВИТКОВ
r_v=0.14; % rв
r_j=0.3; % rя
c_e=290;
c_m=230;
J=0.1;
% номинальные значения
i_n=50;
w_n=100;
P_n=0.01;
M_sn=470;
U_sn=220;

% коэффициенты
a11=-(i_n*(r_v+r_j))/(N*P_n);
a12=-c_e*w_n/N;
a13=U_sn/(N*P_n);
a21=a11;
a22=a12;
a23=a13;
a31=c_m*P_n*i_n/(J*w_n);
a32=-M_sn/(J*w_n);
% производная от полинома p(Φ)
Q2=[-0.381 0 2.292 0 0.3415];

% симуляция
sim('model.slx')

% построение фазовых портретов
figure(1)
subplot(2,2,1)
plot(x2(:, 2), x1(:, 2), 'LineWidth',1.5), grid,
title('x1(x2)'));
xlabel('ид');
ylabel('Φ');
subplot(2,2,2)
plot(x3(:, 2), x1(:, 2), 'LineWidth',1.5), grid,
title('x1(x3)'));
xlabel('w');
ylabel('Φ');
subplot(2,2,3)
plot(x3(:, 2), x2(:, 2), 'LineWidth',1.5), grid,
title('x2(x3)'));
xlabel('w');
ylabel('ид');

% график переходного процесса
figure(2)
d=plot(x1(:, 1), x1(:, 2), '- ', ...
       x2(:, 1), x2(:, 2), '-- ', ...
       x3(:, 1), x3(:, 2), '-. ');
grid
set(d, 'LineWidth', 2)
title('x1(t), x2(t), x3(t)');
xlabel('t');
ylabel('Φ, ид, w');
legend('Φ', 'ид', 'w');
```

## Приложение Г.

```
1. clc
2. clear
3. % данные
4. N=60; % ЧИСЛО ВИТКОВ
5. r_v=0.14; % rв
6. r_j=0.3; % rя
7. c_e=290;
8. c_m=230;
9. J=0.1;
10. % номинальные значения
11. i_n=50;
12. w_n=100;
13. P_n=0.01;
14. M_sn=470;
15. U_sn=220;
16.
17. global a11 a12 a13 a21 a22 a23 a31 a32 Q2
18. % коэффициенты
19. a11=-(i_n*(r_v+r_j))/(N*P_n);
20. a12=-c_e*w_n/N;
21. a13=U_sn/(N*P_n);
22. a21=a11;
23. a22=a12;
24. a23=a13;
25. a31=c_m*P_n*i_n/(J*w_n);
26. a32=-M_sn/(J*w_n);
27. X=[1.5396; 2.6546; 0.3619]; %номинальном воздействии
28.
29. %начальные значения
30. x0=[0,0,0.1*X(3)];
31. Uc=0;
32. Mc=0;
33.
34. % производная от полинома p(Φ)
35. Q2=[-0.381 0 2.292 0 0.3415];
36. Q3=polyder(Q2);
37.
38. A=[a12*X(3), a11, a12*X(1);
39.     a22*X(3)*polyval(Q3, X(1)), a21*polyval(Q2, X(1)), a22*X(1)*polyval(Q2,
40.     X(1));
41.     a31*X(2), a31*X(1), 0];
42. B=[a13 0;
43.     a23*polyval(Q2, X(1)) 0;
44.     0 a32];
45. C=[0 1 0];
```



```

45. D=[0 0];
46. %расчет коэф-ов характеристического полинома м-цы A и его корней
47. lmd = roots(poly(A))
48. figure(2)
49. plot (real (lmd), imag (lmd), '*'); grid
50. %Вывод графика расположения корней на комплексной плоскости.
51. legend( 'complex');
52. xlabel('Re');
53. ylabel('Im');
54.
55. %sim('model2.slx');
56. sim model2
57. sim model
58.
59. figure(1)
60. hold on;
61. subplot(3,1,1);
62. d=plot(ans.x1(:, 1), ans.x1(:, 2)+X(1), 'r-', ...
63.      x1(:, 1), x1(:, 2), 'b-');grid on
64. title('x1(t) для СНЛАУ и СЛАУ');
65. legend('Φ СЛАУ', 'Φ СНЛАУ');
66. xlabel('t');
67. ylabel('Φ');
68. subplot(3,1,2);
69. e=plot(ans.x2(:, 1), ans.x2(:, 2)+X(2), 'r--', ...
70.      x2(:, 1), x2(:, 2), 'b--'); grid on
71. title('x2(t) для СНЛАУ и СЛАУ');
72. legend('ід СЛАУ', 'ід СНЛАУ');
73. xlabel('t');
74. ylabel('ід');
75. subplot(3,1,3);
76. f=plot(ans.x3(:, 1), ans.x3(:, 2)+X(3), 'r-.', ...
77.      x3(:, 1), x3(:, 2), 'b-.'); grid on
78. title('x3(t) для СНЛАУ и СЛАУ');
79. legend( 'w СЛАУ', 'w СНЛАУ');
80. xlabel('t');
81. ylabel('w');
82.
83. set(d, 'LineWidth', 2)
84. set(e, 'LineWidth', 2)
85. set(f, 'LineWidth', 2)
86.
87. X1=[ans.x1(length(ans.x1), 2)+X(1), ans.x2(length(ans.x1), ...
88.      2)+X(2), ans.x3(length(ans.x1), 2)+X(3)]
89. Xn=[x1(length(x1), 2), x2(length(x1), 2), x3(length(x1), 2)]
90. E=X1-Xn

```