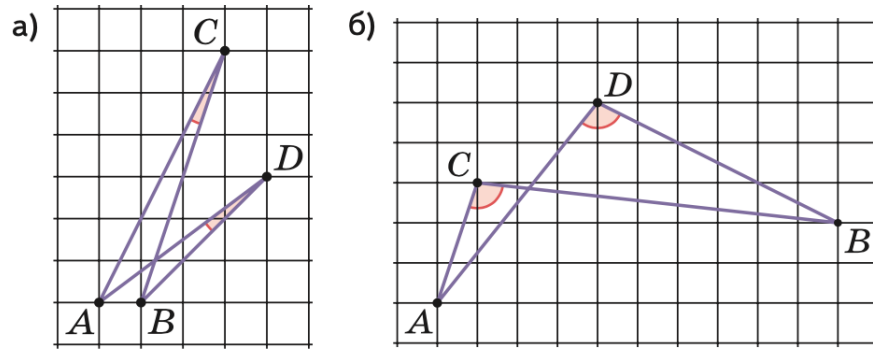
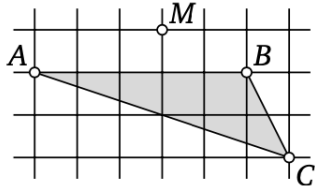
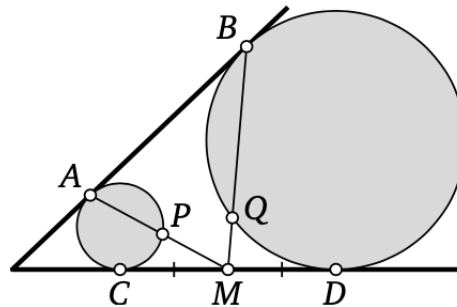


1. Верно ли, что окружность, проходящая через точки A , B и C на клетчатой бумаге, также пройдет и через точку M ? (рис. слева)

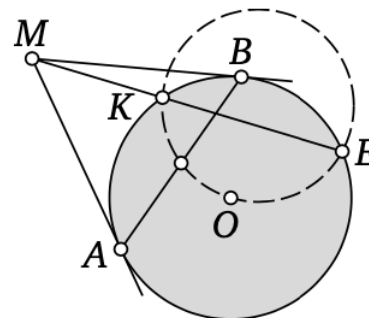
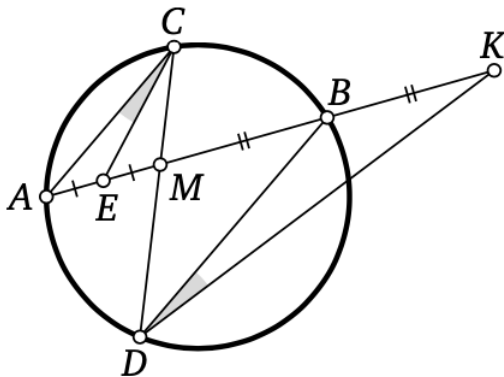


2. Докажите, что углы ACB и ADB на рисунках равны (рис. а и б).

3. Две окружности касаются одной стороны угла в точках A и B , а другой его стороны — в точках C и D . Точка M — середина отрезка CD . Прямые MA и MB вторично пересекают эти окружности в точках P и Q . Докажите, что точки A , B , P , Q лежат на одной окружности.

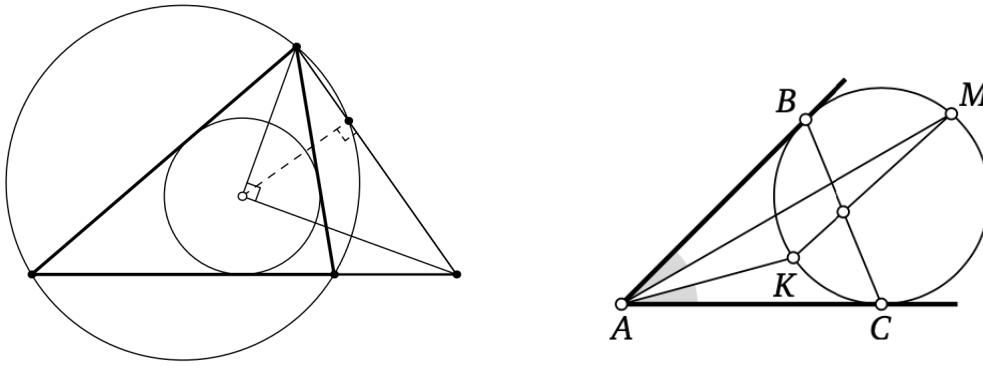


4. Хорды AB и CD одной окружности пересекаются в точке M . На продолжении хорды AB взята точка K так, что $BK = BM$. Точка E — середина отрезка AM . Докажите, что угол BDK равен углу ACE (рис. ниже).



5 (Турнир Городов). Из точки M к окружности с центром O проведены касательные MA и MB и прямая, пересекающая окружность в точках E и K . Докажите, что вторая окружность, проходящая через точки E , O , K , пересекает отрезок AB в его середине. (рис. выше)

6 (ММО). Поймите и докажите факт с рисунка.



7 (Заочный Тур). Окружность касается угла с вершиной A в точках B и C . Через середину BC в ней провели произвольную хорду MK . Докажите, что углы MAC и KAB равны (рис. выше).

8 (Устная геометрическая олимпиада, 2022). В остроугольном треугольнике ABC : O – центр описанной окружности ω , P – точка пересечения касательных к ω , проведённых через точки B и C . Продолжение медианы AM пересекает окружность ω в точке D . Докажите, что точки A , D , P и O лежат на одной окружности.

9 (Региональный этап, 2021). Окружности Ω и ω касаются друг друга внутренним образом в точке A . Проведем в большей окружности Ω хорду CD , касающуюся ω в точке B (хорда AB не является диаметром ω). Точка M – середина отрезка AB . Докажите, что окружность, описанная около треугольника CMD , проходит через центр ω .

10 (Всероссийская олимпиада, Емельянов Л.А.).

