

1. В выпуклом четырёхугольнике прямая, проходящая через середины двух противоположных сторон, образует равные углы с диагоналями четырёхугольника. Докажите, что диагонали равны.
2. В выпуклом четырёхугольнике, не являющемся параллелограммом, две противоположные стороны равны. Докажите, что прямая, проходящая через середины его диагоналей, образует равные углы с этими сторонами.
3. Даны параллелограмм $ABCD$ и такая точка K , что $AK = BD$. Точка M — середина CK . Докажите, что $\angle BMD = 90^\circ$.
4. Диагонали выпуклого четырёхугольника $ABCD$ взаимно перпендикулярны. Через середины сторон AB и AD проведены прямые, перпендикулярные противоположным сторонам CD и CB соответственно. Докажите, что эти прямые и прямая AC имеют общую точку.
5. В четырёхугольнике $ABCD$ углы A и C равны 90° . Докажите, что периметр вписанного в $ABCD$ четырёхугольника не меньше, чем $2 \cdot AC$.
6. Диагонали AC и BD параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке O . Точка M лежит на прямой AB , причём $\angle AMO = \angle MAD$. Докажите, что точка M равноудалена от точек C и D .
7. В параллелограмме $ABCD$ опустили перпендикуляр BH на сторону AD . На отрезке BH отметили точку M , равноудалённую от точек C и D . Пусть точка K — середина стороны AB . Докажите, что угол MKD прямой.
8. Внутри треугольника ABC взята точка P так, что $\angle PAC = \angle PBC$. Из точки P на стороны BC и CA опущены перпендикуляры PM и PK соответственно. Пусть D — середина стороны AB . Докажите, что $DK = DM$.
9. Точки M и N — середины боковых сторон AB и CD трапеции $ABCD$. Перпендикуляр, опущенный из точки M на диагональ AC , и перпендикуляр, опущенный из точки N на диагональ BD , пересекаются в точке P . Докажите, что $PA = PD$.
10. В трапеции $ABCD$ $AB = BC = CD$, CH — высота. Докажите, что перпендикуляр, опущенный из H на AC , проходит через середину BD .