Исследования на уроках

Д. В. Швецов

Семинар Учителей Математики, Май 2024

Цели

Цели

- +1 одна форма работы

Цели

- +1 одна форма работы
- Решаем не только упражнения

Цели

- +1 одна форма работы
- Решаем не только упражнения
- Математика продолжает развиваться

Структура Работы

- Опыты на малых/конкретных значениях

Структура Работы

- Опыты на малых/конкретных значениях
- Формулировка гипотезы

Структура Работы

- Опыты на малых/конкретных значениях
- Формулировка гипотезы
- Доказательство гипотезы

Структура Работы

- Опыты на малых/конкретных значениях
- Формулировка гипотезы
- Доказательство гипотезы

Складываем нечётные

$$1 + 3 = 4$$

Складываем нечётные

$$1 + 3 = 4$$
$$1 + 3 + 5 = 9$$

Складываем нечётные

$$1 + 3 = 4$$

$$1 + 3 + 5 = 9$$

$$1 + 3 + 5 + 7 = 16$$

Складываем нечётные

$$1 + 3 = 4$$

$$1 + 3 + 5 = 9$$

$$1 + 3 + 5 + 7 = 16$$

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25$$

Складываем нечётные

$$1+3=4$$

$$1+3+5=9$$

$$1+3+5+7=16$$

$$1+3+5+7+9=25$$

Мультик

Чему равна сумма первых n нечетных чисел?

$$1 = 1^2$$
$$1 + 3 = 2^2$$
$$1 + 3 + 5 = 4 + 5 = 3^2$$
$$1 + 3 + 5 + 7 = 9 + 7 = 4^2$$
$$1+3+5+7+9$$

Складываем натуральные

$$1 + 2 = 3$$

Складываем натуральные

$$1 + 2 = 3$$
$$1 + 2 + 3 = 6$$

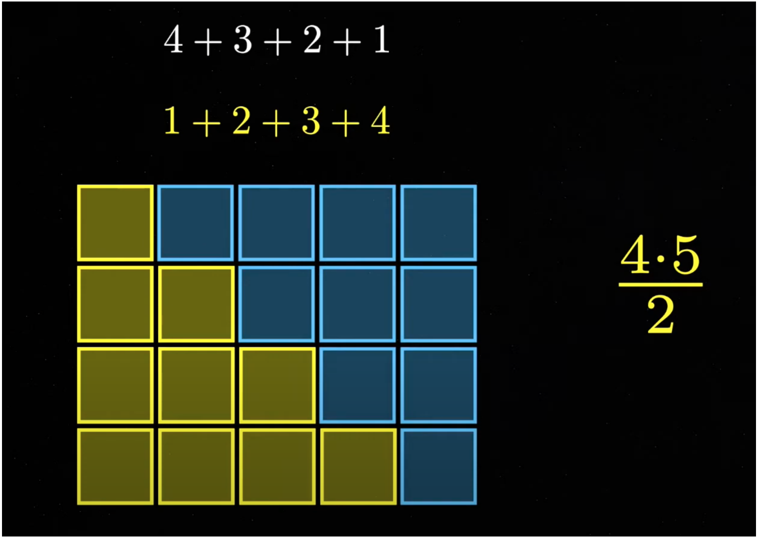
Складываем натуральные

$$1 + 2 = 3$$
$$1 + 2 + 3 = 6$$
$$1 + 2 + 3 + 4 = 10$$

Складываем натуральные

$$1 + 2 = 3$$
$$1 + 2 + 3 = 6$$
$$1 + 2 + 3 + 4 = 10$$
$$1 + 2 + \ldots n = \frac{n(n+1)}{2}$$

Геометрический взгляд

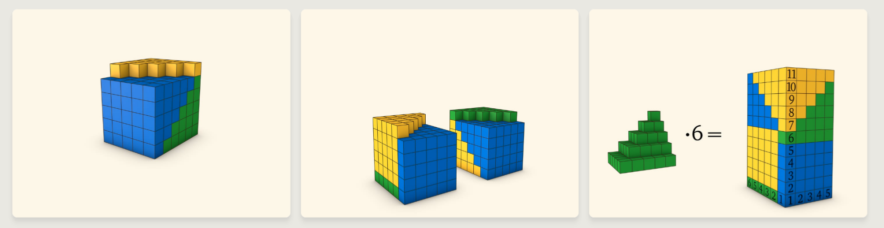


Сумма степеней

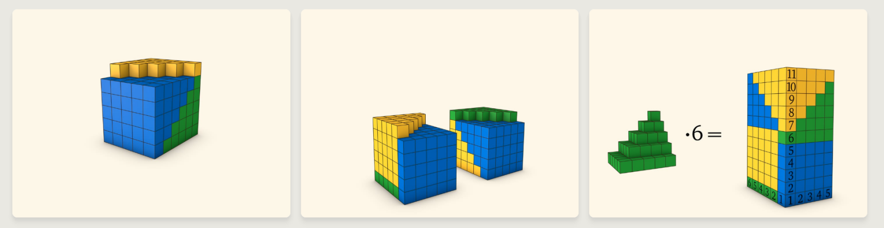
Сумма степеней

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

Сумма квдаратов

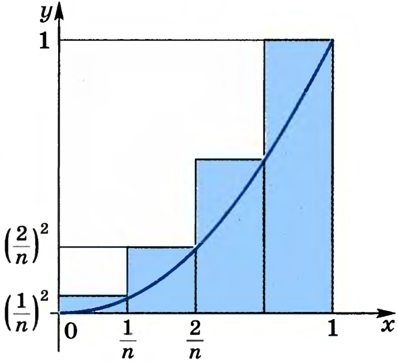


Сумма квдаратов

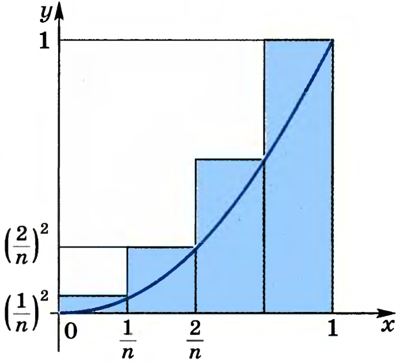


https://etudes.ru/

Площадь под параболой



Площадь под параболой



$$S_n = \frac{1}{n} \cdot \left(\frac{1}{n}\right)^2 + \frac{1}{n}\left(\frac{2}{n}\right)^2 + \ldots \frac{1}{n} \cdot 1$$

Площадь под параболой

$$S_n = \frac{1}{n} \cdot \left(\frac{1}{n}\right)^2 + \frac{1}{n}\left(\frac{2}{n}\right)^2 + \ldots \frac{1}{n} \cdot 1 =$$

$$= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} = \frac{2n^2+3n+1}{6n^2}.$$

$$\lim_{n\to\infty} S(n) = \frac{1}{3}.$$

Теорема из алгебры

Есть ли в алгебре теоремы?

Теорема из алгебры

Есть ли в алгебре теоремы?

Уравнение	$x_1,\ x_2$	$x_1 + x_2$	$x_1 \cdot x_2$
$x^2 - 5x + 6$			
$x^2 - 14x + 24$			
Ваше уравнение			
Ваше уравнение			

Таблица: Знаменитая теорема

Треугольник Паскаля

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1
1 7 21 35 35 21 7 1
1 8 28 56 70 56 28 8 1
1 9 36 84 126 126 84 36 9 1
1 10 45 120 210 252 210 120 45 10 1

Реклама

Серия "Школьные математические кружки"

Реклама

Серия "Школьные математические кружки"

Реклама продолжается

Простые числа

$2, 3, 5, 7, 11, 13, 17 \ldots$

Простые числа

$2, 3, 5, 7, 11, 13, 17 \ldots$

$2 \cdot 3 + 1 = 7$

Простые числа

$$2, 3, 5, 7, 11, 13, 17 \ldots$$

$$2 \cdot 3 + 1 = 7$$
$$2 \cdot 3 \cdot 5 + 1 = 31$$

Простые числа

$$2, 3, 5, 7, 11, 13, 17 \ldots$$

$$2 \cdot 3 + 1 = 7$$
$$2 \cdot 3 \cdot 5 + 1 = 31$$
$$2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 + 1 = 271$$

Простые числа

$$2, 3, 5, 7, 11, 13, 17 \dots$$

$$2 \cdot 3 + 1 = 7$$
$$2 \cdot 3 \cdot 5 + 1 = 31$$
$$2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 + 1 = 271$$
$$2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 + 1 = 2311$$

Простые числа

$2, 3, 5, 7, 11, 13, 17 \ldots$

$$2 \cdot 3 + 1 = 7$$
$$2 \cdot 3 \cdot 5 + 1 = 31$$
$$2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 + 1 = 271$$
$$2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 + 1 = 2311$$
$$2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 + 1 = 30031 = 59 \cdot 509$$

Формулы для простых чисел

Формулы для простых чисел

$$f(x) = x^2 - x + 41$$

Формулы для простых чисел

$$f(x) = x^2 - x + 41$$

41, 43, 47, 53, 61, 71, 83, 97, 113, 131, 151, 173, 197, 223, 251, 281, 313, 347, 383, 421, 461, 503, 547, 593, 641, 691, 743, 797, 853, 911, 971

Формулы для простых чисел

$$f(x) = x^2 - x + 41$$

41, 43, 47, 53, 61, 71, 83, 97, 113, 131, 151, 173, 197, 223, 251, 281, 313, 347, 383, 421, 461, 503, 547, 593, 641, 691, 743, 797, 853, 911, 971

Конкурс на самый «простой» многочлен!

Ещё о простых числах

$6k + 1$

Ещё о простых числах

$6k + 1$

$x^2 + 1$

Ещё о простых числах

$6k + 1$

$x^2 + 1$

$5, 17, 37, 101$

Наблюдение Эйлера

Наблюдение Эйлера

Пусть α_1, α_2 — корни многочлена $1 + a_1 x + a_2 x^2$.

Наблюдение Эйлера

Пусть α_1, α_2 — корни многочлена $1 + a_1 x + a_2 x^2$.

$$1 + a_1 x + a_2 x^2 = \left(1 - \frac{x}{\alpha_1}\right)\left(1 - \frac{x}{\alpha_2}\right)$$

Наблюдение Эйлера

Эйлер рассматривает такой «многочлен»:

Наблюдение Эйлера

Эйлер рассматривает такой «многочлен»:

$$\frac{\sin x}{x} = 1 - \frac{x^2}{3!} + \frac{x^4}{5!} - \frac{x^6}{7!} + \ldots$$

Наблюдение Эйлера

Эйлер рассматривает такой «многочлен»:

$$\frac{\sin x}{x} = 1 - \frac{x^2}{3!} + \frac{x^4}{5!} - \frac{x^6}{7!} + \dots$$

Его корни – $\alpha_k = \pi k$.

Разложение Эйлера

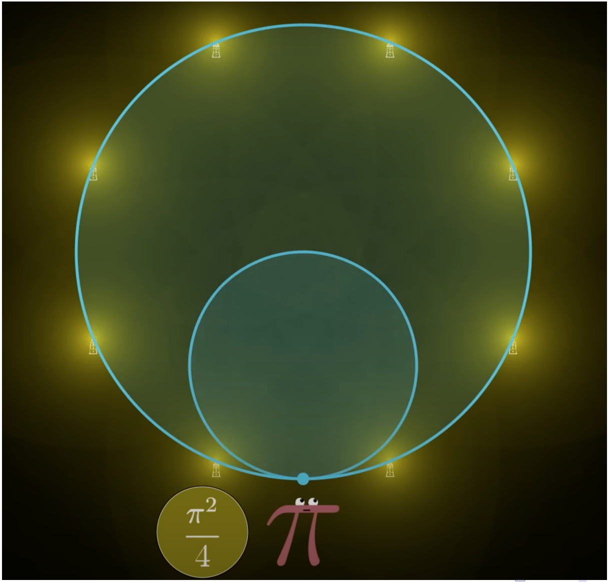
$$\left(1-\frac{x^2}{\pi^2}\right)\left(1-\frac{x^2}{4\pi^2}\right)\left(1-\frac{x^2}{9\pi^2}\right)=$$
$$=1-\frac{x^2}{3!}+\frac{x^4}{5!}-\dots$$

Разложение Эйлера

$$\left(1-\frac{x^2}{\pi^2}\right)\left(1-\frac{x^2}{4\pi^2}\right)\left(1-\frac{x^2}{9\pi^2}\right)=$$
$$=1-\frac{x^2}{3!}+\frac{x^4}{5!}-\dots$$

$$\frac{\pi^2}{6}=1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}+\dots$$

3blue1brown



Финал

Спасибо!

: shvetsovdim@gmail.com
Швецов FM