1. Дан параллелограмм $ABCD$ и точка M. Через точки A, B, C, D проведены прямые, параллельные прямым MC, MD, MA и MB соответственно. Докажите, что проведённые прямые пересекаются в одной точке.

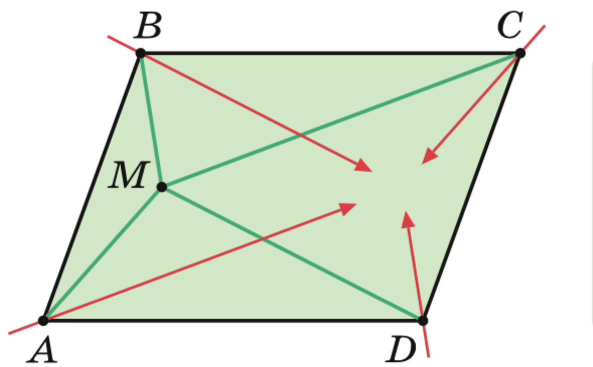

Рис. 1: Прямые в параллелограмме

2 (теорема Монжа). Докажите, что прямые, проведенные через середины сторон вписанного четырехугольника перпендикулярно противолежащим сторонам, пересекаются в одной точке.

3. Около треугольника ABC описали окружность. Пусть A_1 - точка пересечения с нею прямой, параллельной BC и проходящей через A. Точки B_1 и C_1 определяются аналогично. Из точек A_1, B_1, C_1 опустили перпендикуляры на BC, CA, AB соответственно. Докажите, что эти три перпендикуляра пересекаются в одной точке.

4 (ММО). В прямоугольном треугольнике ABC точка O — середина гипотенузы AC . На отрезке AB взята точка M , а на отрезке BC — точка N , причём угол MON — прямой. Докажите, что $AM^2 + CN^2 = MN^2$.