



Основная идея

Геометрическим местом точек внутри угла, равноудаленных от его сторон, является биссектриса данного угла.

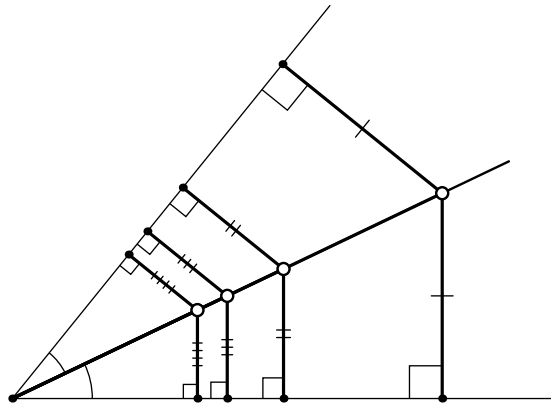
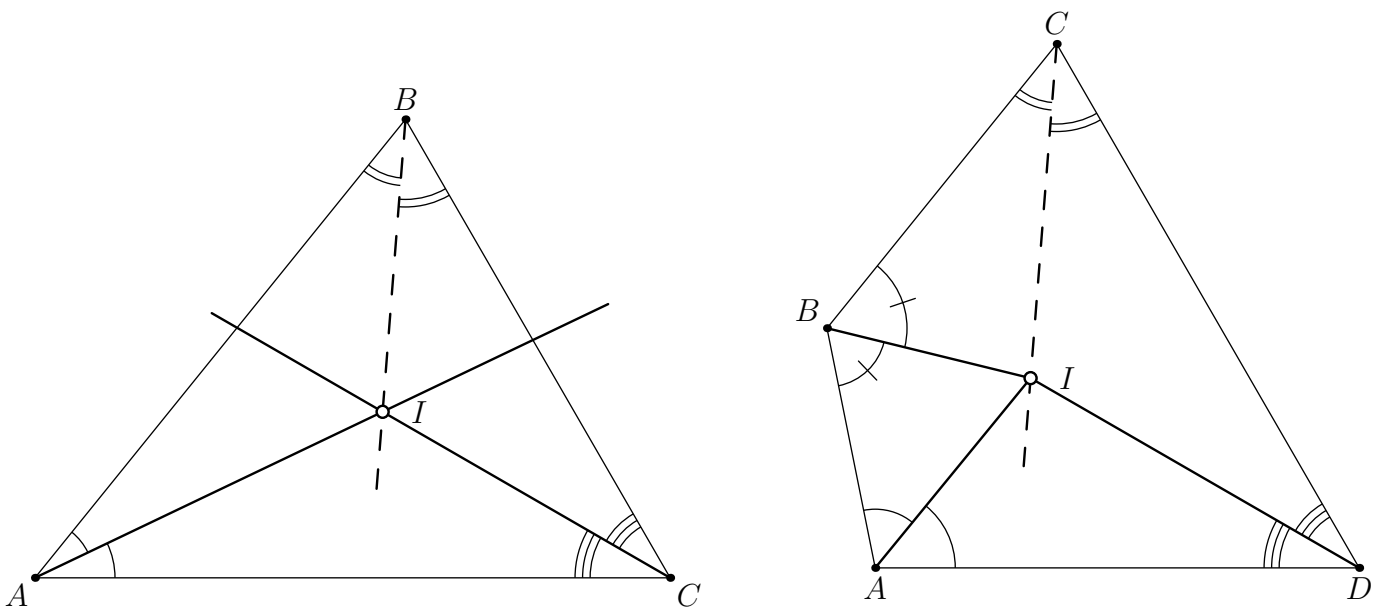


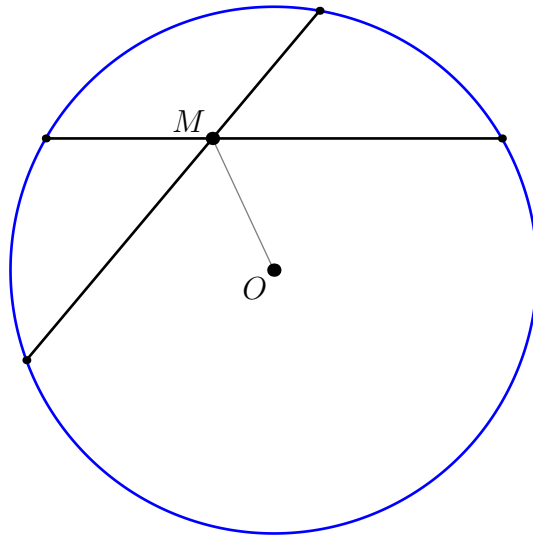
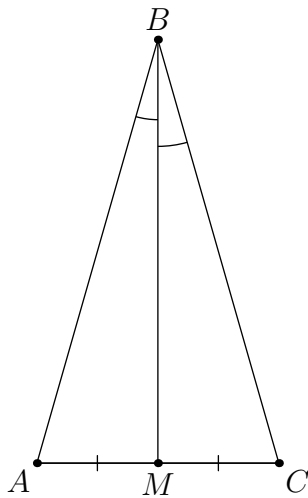
Рис. 1: Основное свойство биссектрисы

1. Биссектрисы углов A и C треугольника ABC пересеклись в точке I . Докажите, что биссектриса угла B тоже проходит через эту точку.



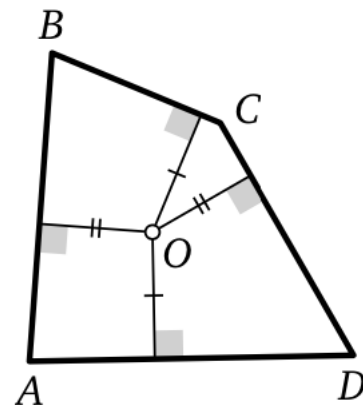
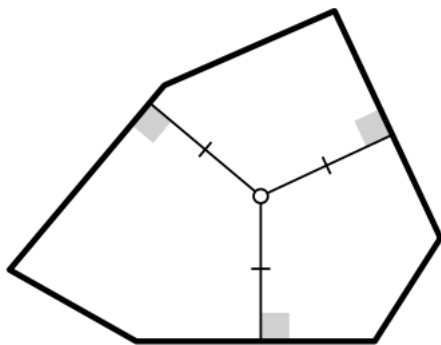
2. В четырёхугольнике $ABCD$ биссектрисы углов A , B и D пересекаются в точке I . Докажите, что биссектриса угла C проходит через точку I .

3. В треугольнике биссектриса совпала с медианой. Докажите, что треугольник равнобедренный.



4. Равные хорды окружности с центром O пересекаются в точке M . Докажите, что MO — биссектриса угла между ними.

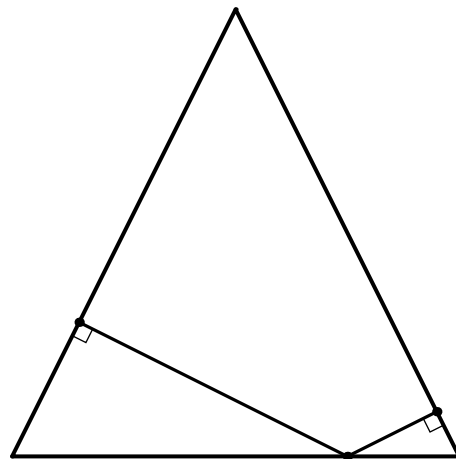
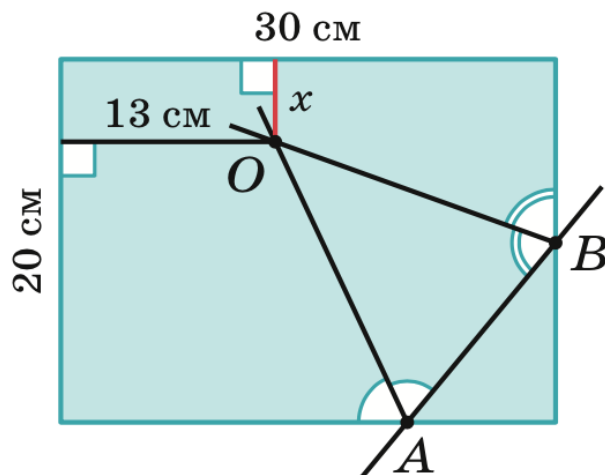
5. Дан шестиугольник, никакие стороны которого не параллельны. Сколько существует точек, которые равноудалены от трех его данных несмежных сторон?



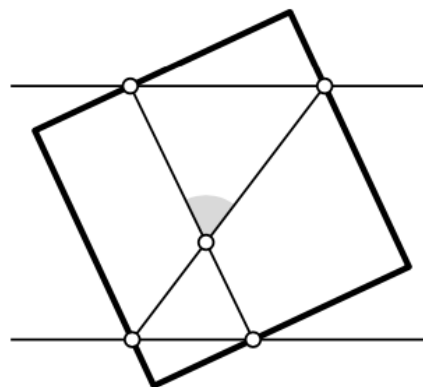
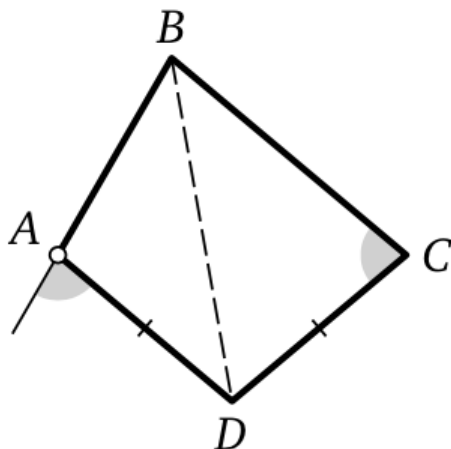
6. Дан выпуклый четырехугольник, у которого нет параллельных сторон. Где находится такая точка, которая одновременно равноудалена от двух пар его противоположных сторон? Сколько может быть таких точек?

Дополнительные задачи

7. Через точку на биссектрисе угла параллельно его сторонам провели две прямые. Докажите, что расстояние от каждой из них до своей стороны угла одинаково.
8. Окружность, построенная на биссектрисе AD треугольника ABC как на диаметре, пересекает стороны AB и AC соответственно в точках M и N , отличных от A . Докажите, что $AM = AN$.
9. Прямая пересекает стороны прямоугольника с длинами 20 см и 30 см, в точках A и B . Биссектрисы тупых углов между ней и данными сторонами пересекаются в точке O , расстояние от которой до меньшей его стороны равно 13 см. Чему равно расстояние от точки O до большей стороны?



10. На основании равнобедренного треугольника взяли произвольную точку. Докажите, что сумма расстояний от неё до боковых сторон этого треугольника постоянна.
11. Диагонали четырёхугольника $ABCD$ равны и пересекаются в точке P . Серединные перпендикуляры к сторонам AB и CD пересекаются в точке O . Докажите, что O лежит на биссектрисе угла APB .
12. В четырёхугольнике $ABCD$ внешний угол при вершине A равен углу BCD , $AD = CD$. Докажите, что BD — биссектриса угла ABC .



13. На полосе наложили квадрат, сторона которого равна ширине полосы, так, что его граница пересекает границы полосы в четырех точках. Докажите, что две прямые, проходящие крест-накрест через эти точки, пересекаются под углом 45° .