

1. В четырехугольнике три угла равны 45° . Доказать, что его диагонали перпендикулярны.

2. В треугольнике ABC сторона AC наименьшая. На сторонах AB и CB взяты точки K и L соответственно, причём $KA = AC = CL$. Пусть M — точка пересечения AL и KC , а I — центр вписанной в треугольник ABC окружности. Докажите, что прямая MI перпендикулярна прямой AC .

3 (ТурГор). На сторонах BC и CD квадрата $ABCD$ выбраны точки M и K соответственно, так что $CM = DK$. Пусть P — точка пересечения отрезков MD и BK . Доказать, что прямые AP и MK перпендикулярны.

4. В прямоугольном треугольнике ABC ($\angle C = 90^\circ$) проведена высота CH . В треугольники ABC , ACH и BCH вписаны окружности с центрами I , I_1 и I_2 соответственно. Докажите, что прямые CI и I_1I_2 перпендикулярны.

5. Окружность (I — центр), вписанная в треугольник ABC , касается сторон AB , BC , AC в точках L , E , F соответственно. Через точку A проводится прямая параллельная FE , которая пересекает прямую, проходящую через точку C параллельную LF , в точке K . Докажите, что прямая KF проходит через точку I .



6. Диагонали выпуклого четырехугольника $ABCD$ взаимно перпендикулярны. Через середины сторон AB и AD проведены прямые, перпендикулярные противоположным сторонам CD и CB соответственно. Докажите, что эти прямые и прямая AC имеют общую точку.

7 (ММО). Точки M и N — середины боковых сторон AB и CD трапеции $ABCD$. Перпендикуляр, опущенный из точки M на диагональ AC , и перпендикуляр, опущенный из точки N на диагональ BD , пересекаются в точке P . Докажите, что $PA = PD$.