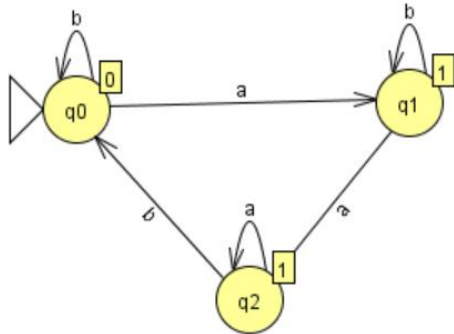
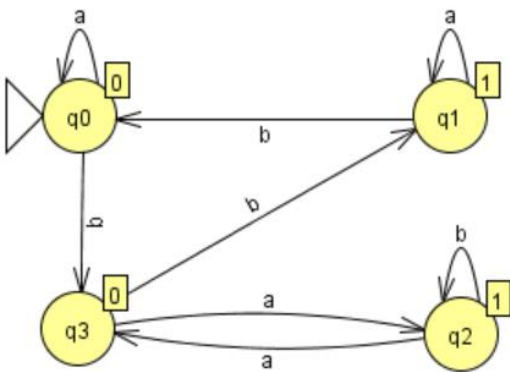


**Exercise 1:**

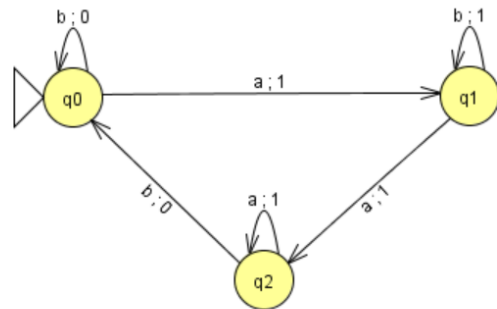
a. Moore



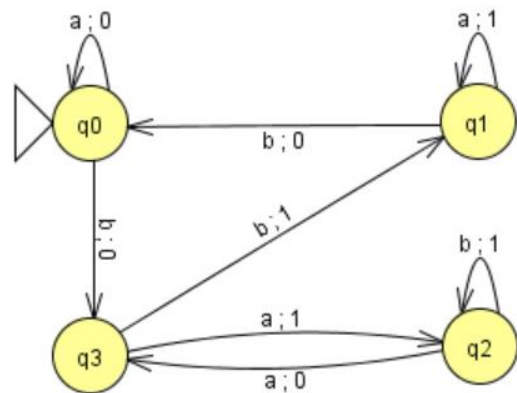
b. Moore



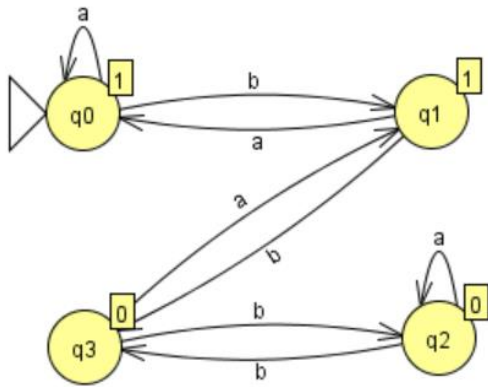
a. Mealy



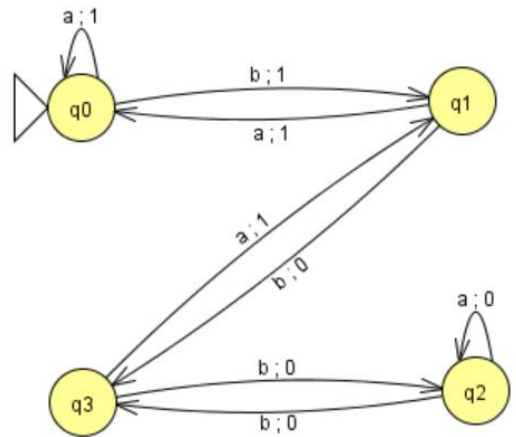
b. Mealy



c. Moore



c. Mealy

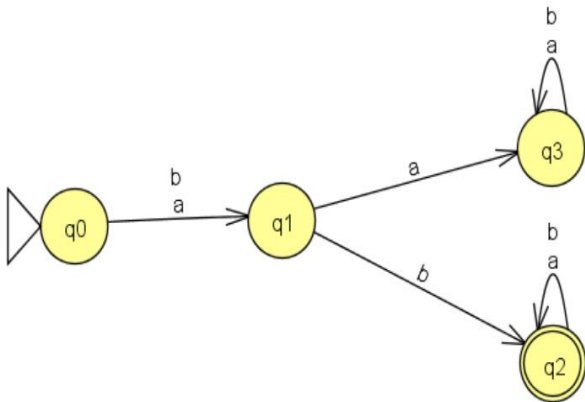


## Exercise 2:

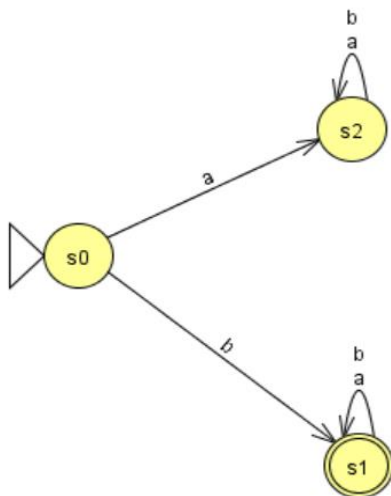
Nous avons:  $L1 \cap L2 = (L1' + L2')'$ .

### Question 1 :

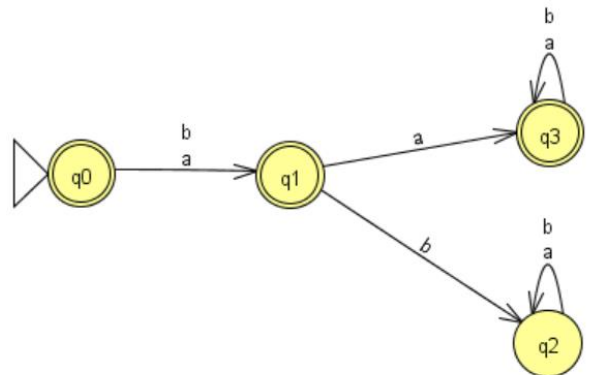
$$L1 = (a+b)b(a+b)^*$$



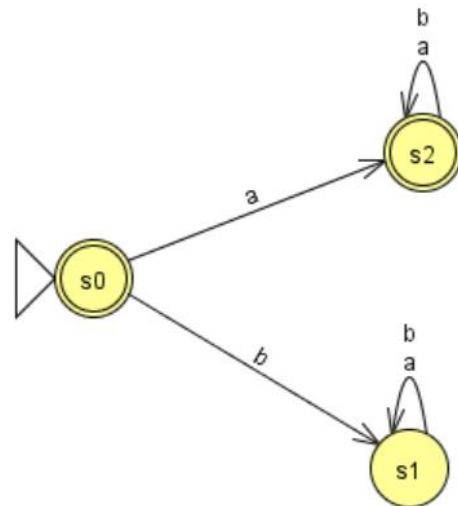
$$L2 = b(a+b)^*$$



$L1'$



$L2'$



**L1' + L2':**

**Z0 = q0 ou s0 (-)**

**(Z0, a) = q1 ou s2 = Z1(+)**

**(Z0, b) = q1 ou s1 = Z2(+)\***

**(Z1, a) = q3 ou s2 = Z3 (+)**

**(Z1, b) = q2 ou s2 = Z4(+)\***

**(Z2, a) = q3 ou s1 = Z5 (+)\***

**(Z2, b) = q2 ou s1 = Z6**

**(Z3, a) = q3 ou s2 = Z3**

**(Z3, b) = q3 ou s2 = Z3**

**(Z4, a) = q2 ou s2 = Z4**

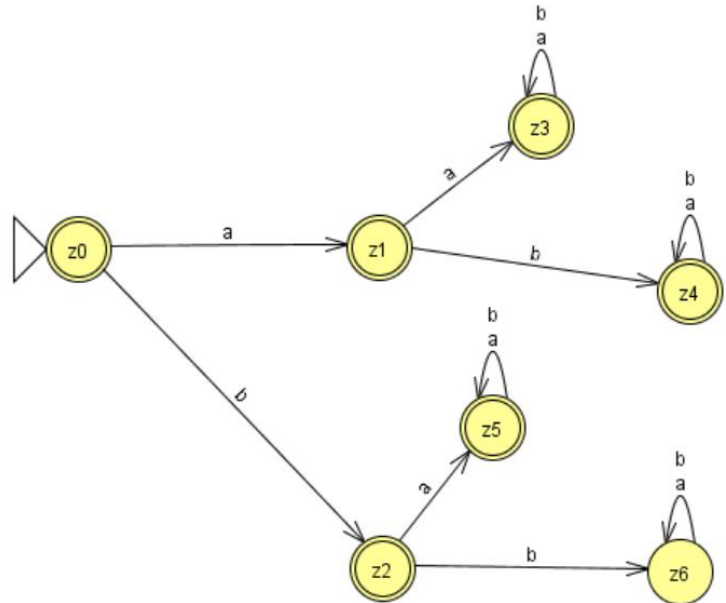
**(Z4, b) = q2 ou s2 = Z4**

**(Z5, a) = q3 ou s1 = Z5**

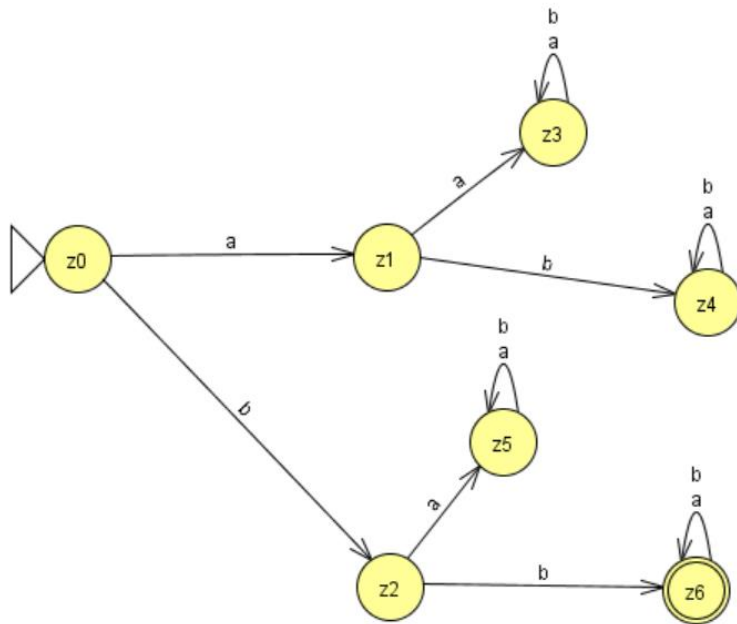
**(Z5, b) = q3 ou s1 = Z5**

**(Z6, a) = q2 ou s1 = Z6**

**(Z6, b) = q2 ou s1 = Z6**

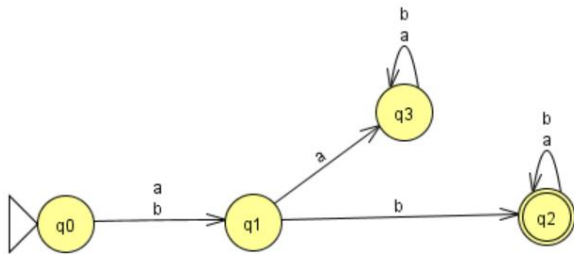


$\Rightarrow$  **L1 ∩ L2 = (L1' + L2')' :**

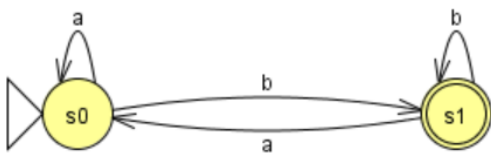


## Question 2

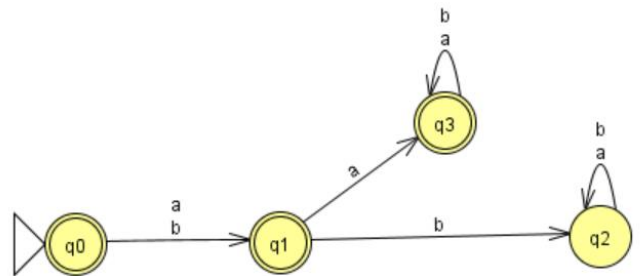
L1



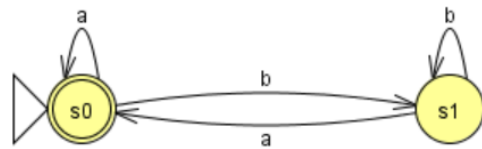
L2



L1'



L2'



### **$L1' + L2'$ :**

$z0 = q0$  ou  $s0$

$(z0, a) = q1$  ou  $s0 = z1$

$(z0, b) = q1$  ou  $s1 = z2$

$(z1, a) = q3$  ou  $s0 = z3$

$(z1, b) = q2$  ou  $s1 = z4$

$(z2, a) = q3$  ou  $s0 = z3$

$(z2, b) = q2$  ou  $s1 = z4$

$(z3, a) = q3$  ou  $s0 = z3$

$(z3, b) = q3$  ou  $s1 = z5$

$(z4, a) = q2$  ou  $s0 = z6$

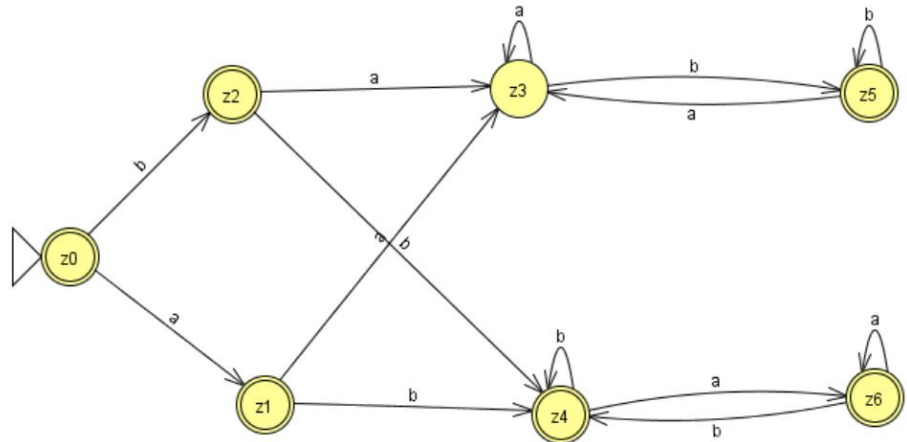
$(z4, b) = q2$  ou  $s1 = z4$

$(z5, a) = q3$  ou  $s0 = z3$

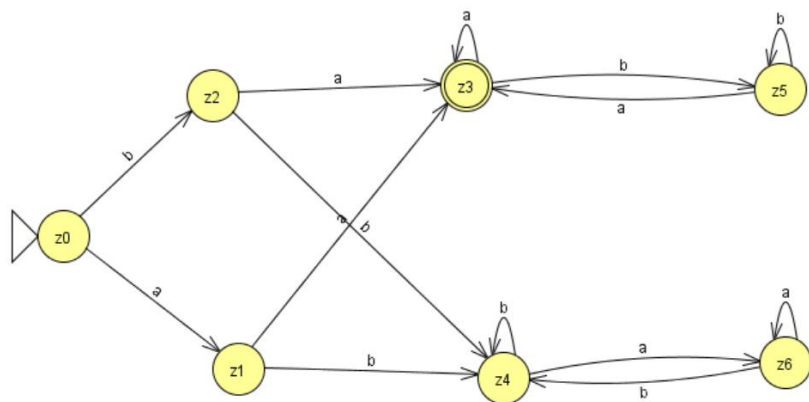
$(z5, b) = q3$  ou  $s1 = z5$

$(z6, a) = q2$  ou  $s0 = z6$

$(z6, b) = q2$  ou  $s1 = z4$

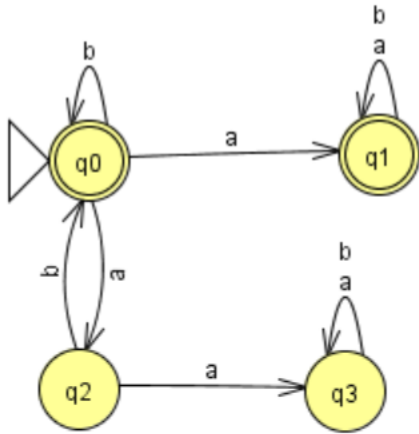


$\Rightarrow L1 \cap L2 = (L1' + L2')'$  :

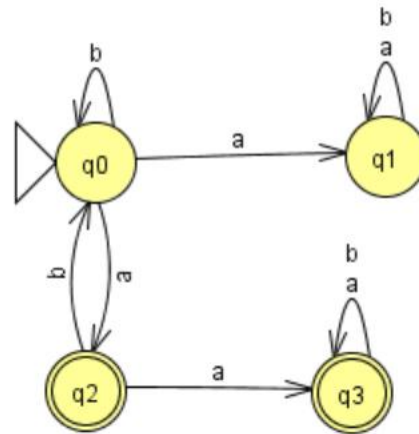


### Question 3

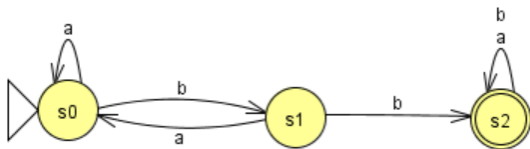
L1 :



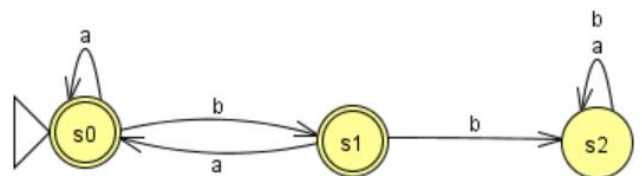
L1' :



L2 :



L2' :



**$L1' + L2'$  :**

$Z0 = q0$  ou  $s0 (-)(+)$

$(Z0, a) = q1$  ou  $s0 = Z1$

$(Z0, b) = q0$  ou  $s1 = Z2 (+)$

$(Z1, a) = q1$  ou  $s0 = Z1$

$(Z1, b) = q1$  ou  $s1 = Z3 (+)$

$(Z2, a) = q1$  ou  $s0 = Z1$

$(Z2, b) = q0$  ou  $s2 = Z4 (+)$

$(Z3, a) = q1$  ou  $s0 = Z1$

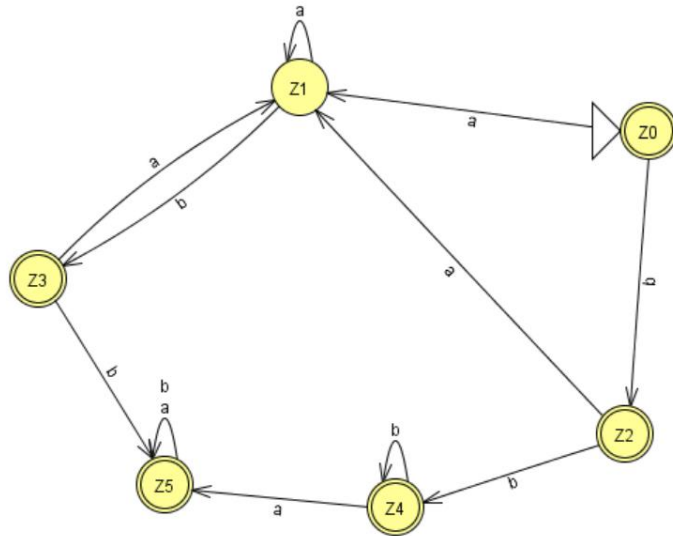
$(Z3, b) = q1$  ou  $s2 = Z5 (+)$

$(Z4, a) = q1$  ou  $s2 = Z5$

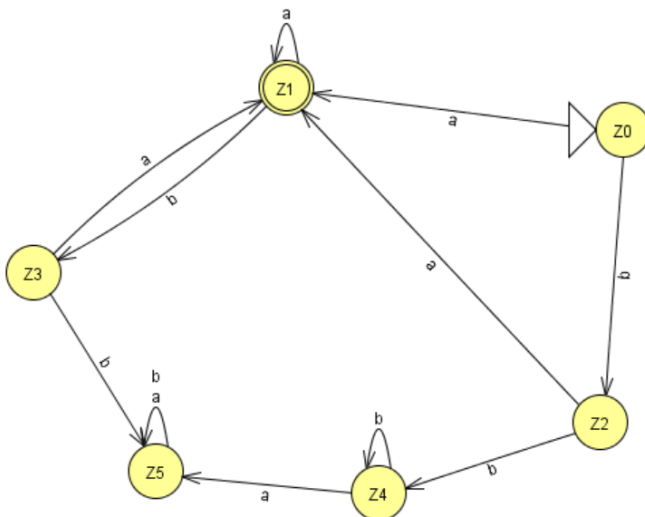
$(Z4, b) = q0$  ou  $s2 = Z4$

$(Z5, a) = q1$  ou  $s2 = Z5$

$(Z5, b) = q1$  ou  $s2 = Z5$



$\Rightarrow L1 \cap L2 = (L1' + L2')'$





### Exercice 3:

1.  $\{L = a^n b^{2n} \mid n = 0, 1, 2, 3, \dots\}$

Supposant que  $L = \{a, b\}$  est un langage régulier. En appliquant le lemme de l'étoile (pumping lemma) ; il est possible de diviser un mot  $w = a^n b^{2n}$  en 3 facteurs  $x, y, z$ .

Tel que :

$$x = a^i \ (i \geq 0, i < n).$$

$$y = a^j \ (j > 0, i+j < n).$$

$$z = a^{n-i-j} b^{2n}$$

Considérons le mot  $w' = xyz = a^i a^j a^{n-i-j} b^{2n} = a^{n+j} b^{2n}$

$\Rightarrow$  Cette langage n'a pas régulier.

2.  $\{L = a^n b^{2n} c^n \mid n = 0, 1, 2, 3, \dots\}$

Supposant que  $L = \{a, b\}$  est un langage régulier. En appliquant le lemme de l'étoile (pumping lemma) ; il est possible de diviser un mot  $w = a^n b^{2n} c^n$  en 3 facteurs  $x, y, z$ .

Tel que :

$$x = a^i \ (i \geq 0, i < n).$$

$$y = a^j \ (j > 0, i+j < n).$$

$$z = a^{n-i-j} b^{2n} c^n$$

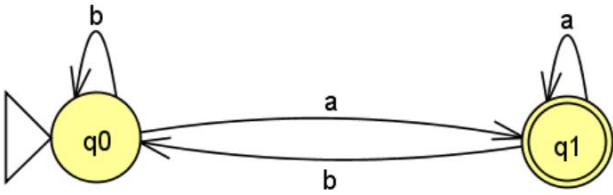
Considérons le mot  $w' = xyz = a^i a^j a^{n-i-j} b^{2n} c^n = a^{n+j} b^{2n} c^n$

$\Rightarrow$  Cette langage n'a pas régulier.

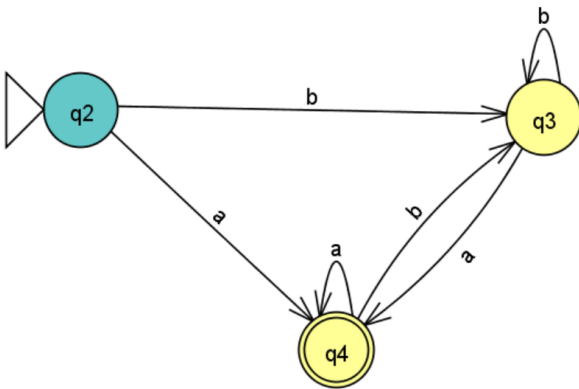
## Exercise 4

### Question 1

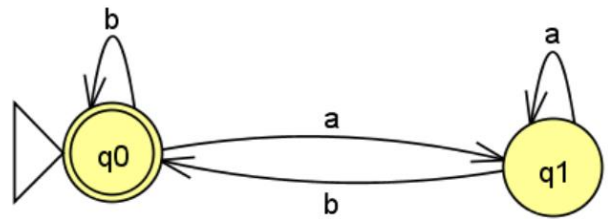
AF1



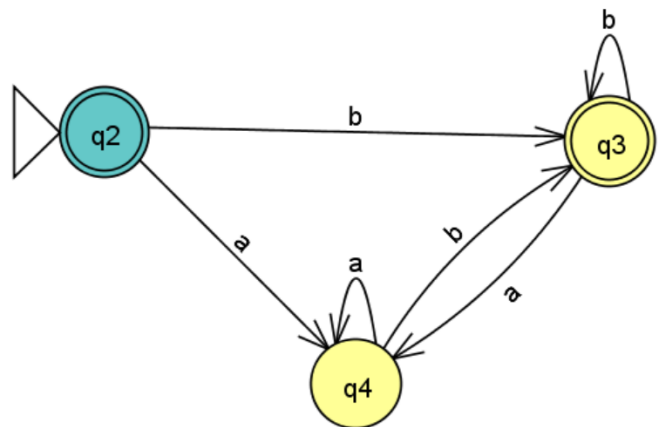
AF2



AF1'



AF2'



Deux automates finis sont équivalents  $\Leftrightarrow (AF1 + AF2')' + (AF1' + AF2)'$  est vide

$(AF1 + AF2')$  :

$Z1 = q0$  ou  $q2$   $(-)(+)$

$(Z1, a) = q1$  ou  $q4 = Z2$   $(+)$

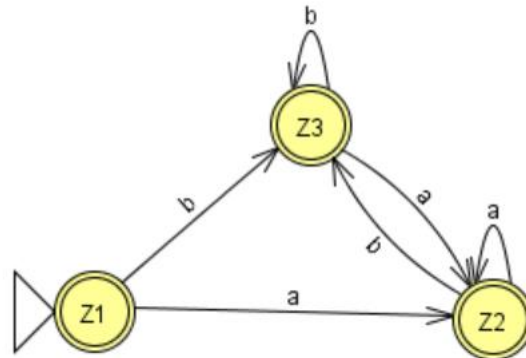
$(Z1, b) = q0$  ou  $q3 = Z3$   $(+)$

$(Z2, a) = q1$  ou  $q4 = Z2$   $(+)$

$(Z2, b) = q0$  ou  $q3 = Z3$   $(+)$

$(Z3, a) = q1$  ou  $q4 = Z2$   $(+)$

$(Z3, b) = q0$  ou  $q3 = Z3$   $(+)$



$(AF1' + AF2)$

$Z1 = q0$  ou  $q2$   $(-)(+)$

$(Z1, a) = q1$  ou  $q4 = Z2$   $(+)$

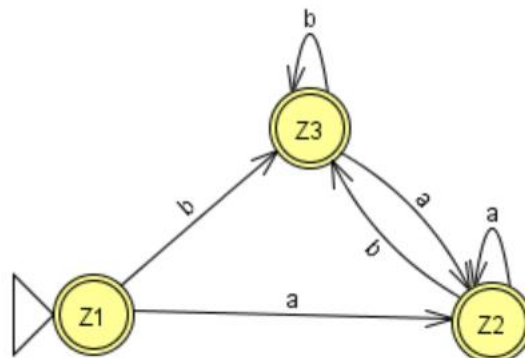
$(Z1, b) = q0$  ou  $q3 = Z3$   $(+)$

$(Z2, a) = q1$  ou  $q4 = Z2$   $(+)$

$(Z2, b) = q0$  ou  $q3 = Z3$   $(+)$

$(Z3, a) = q1$  ou  $q4 = Z2$   $(+)$

$(Z3, b) = q0$  ou  $q3 = Z3$   $(+)$

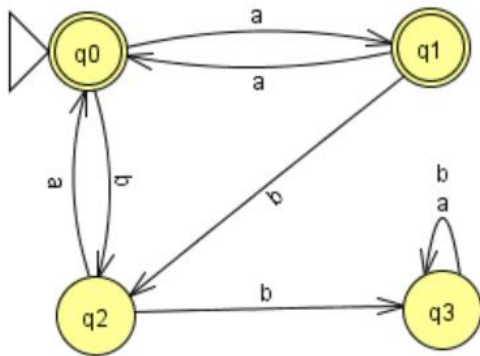


Car  $AF1 + AF2'$  et  $AF1' + AF2$  sont les mêmes et tous les états sont des états de fin.

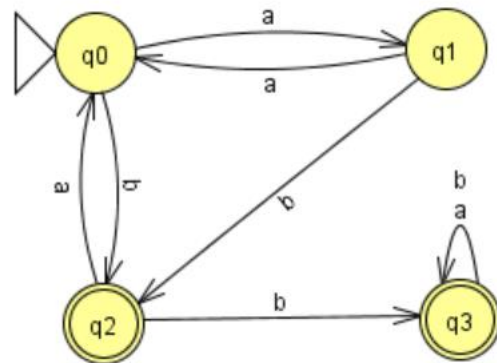
- ⇒  $(AF1 + AF2')'$  et  $(AF1' + AF2)'$  n'auront pas d'état final.
- ⇒  $(AF1 + AF2')' + (AF1' + AF2)'$  n'aura pas d'état final.
- ⇒  $(AF1 + AF2')' + (AF1' + AF2)'$  est vide.
- ⇒ Deux automates finis sont équivalents

## Question 2

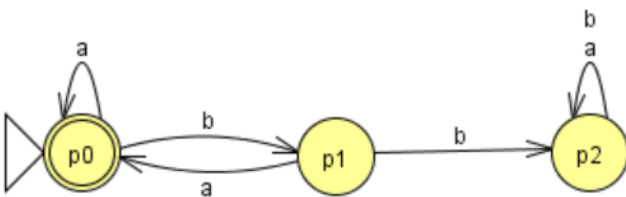
AF1



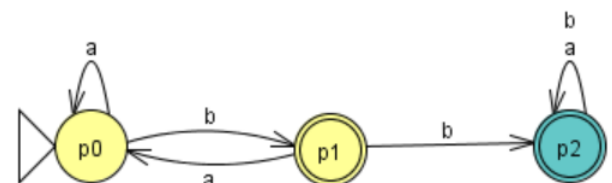
AF1'



AF2



AF2'



Deux automates finis sont équivalents  $\Leftrightarrow (AF1 + AF2')' + (AF1' + AF2)'$  est vide

**(AF1 + AF2') :**

$Z0 = q0$  ou  $p0$  (-)(+)

$(Z0, a) = q1$  ou  $p0 = Z1$  (+)

$(Z0, b) = q2$  ou  $p1 = Z2$  (+)

$(Z1, a) = q0$  ou  $p0 = Z0$  (+)

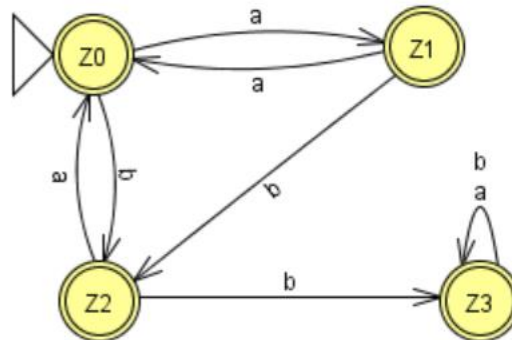
$(Z1, b) = q2$  ou  $p1 = Z2$  (+)

$(Z2, a) = q0$  ou  $p0 = Z0$  (+)

$(Z2, b) = q3$  ou  $p2 = Z3$  (+)

$(Z3, a) = q3$  ou  $p2 = Z3$  (+)

$(Z3, b) = q3$  ou  $p2 = Z3$  (+)



**(AF1' + AF2) :**

$Z0 = q0$  ou  $p0$  (-)(+)

$(Z0, a) = q1$  ou  $p0 = Z1$  (+)

$(Z0, b) = q2$  ou  $p1 = Z2$  (+)

$(Z1, a) = q0$  ou  $p0 = Z0$  (+)

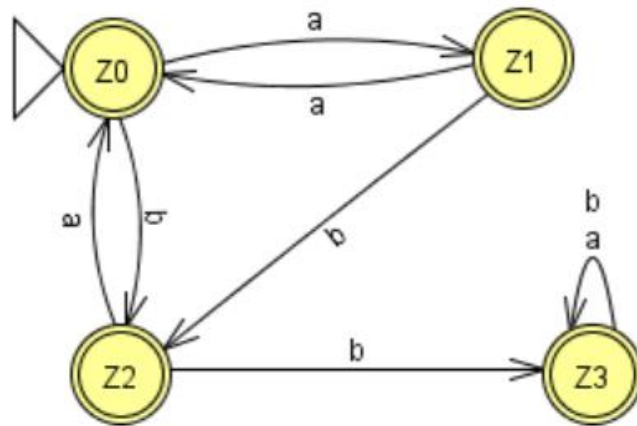
$(Z1, b) = q2$  ou  $p1 = Z2$  (+)

$(Z2, a) = q0$  ou  $p0 = Z0$  (+)

$(Z2, b) = q3$  ou  $p2 = Z3$  (+)

$(Z3, a) = q3$  ou  $p2 = Z3$  (+)

$(Z3, b) = q3$  ou  $p2 = Z3$  (+)



Car  $AF1 + AF2'$  et  $AF1' + AF2$  sont les mêmes et tous les états sont des états de fin.

- ⇒  $(AF1 + AF2')'$  et  $(AF1' + AF2)'$  n'auront pas d'état final.
- ⇒  $(AF1 + AF2')' + (AF1' + AF2)'$  n'aura pas d'état final.
- ⇒  $(AF1 + AF2')' + (AF1' + AF2)'$  est vide.
- ⇒ Deux automates finis suivants sont équivalents