

Exercise 1:

$S \rightarrow AbA$

$A \rightarrow Aa|a|^\wedge$

a. $S \rightarrow AbA|bA|Ab|b$

$A \rightarrow Aa|a|^\wedge$

b.

$S \rightarrow AXA|b|AY|YA$

$A \rightarrow AX|a|^\wedge$

$X \rightarrow a$

$Y \rightarrow b$

 $S \rightarrow AT|b|AY|YA$

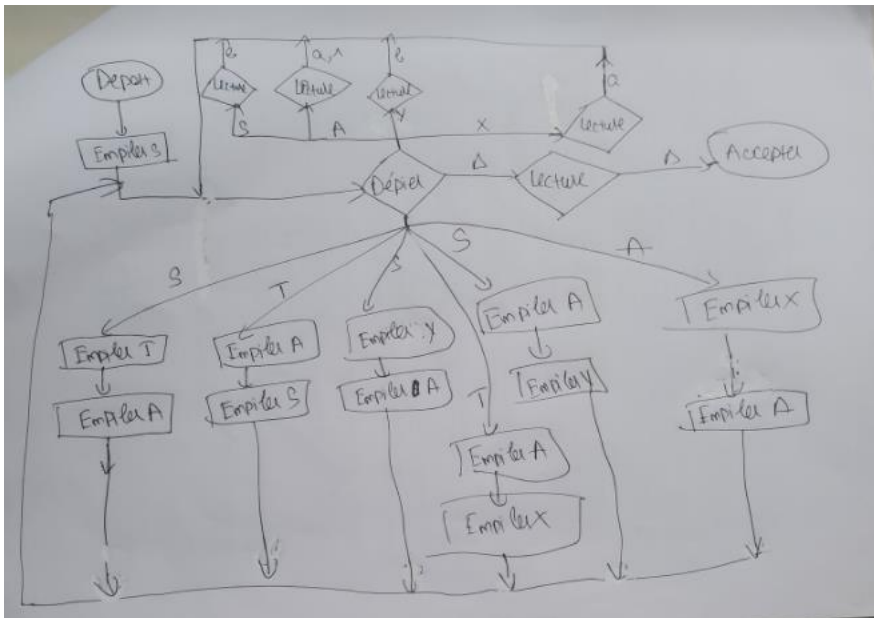
$A \rightarrow AX|a|^\wedge$

$X \rightarrow a$

$Y \rightarrow b$

$T \rightarrow XA$

c.



Ex2:

Supposant que $L = \{a,b\}$ est un langage non-contextuel. En appliquant le lemme de l'étoile, il est possible de diviser un mot $w = a^n b^n a^n b^n$ en 5 facteurs u,v,x,y,z

Tel que :

$$u = \epsilon$$

$$v = \epsilon$$

$$x = a^i \text{ (} i > 0, i < n \text{)}$$

$$y = a^j \text{ (} j > 0, i+j < n \text{)}$$

$$z = a^{(n-i-j)} b^n a^n b^n$$

$$\text{considéons le mot } w' = uvvxyyz = a^i a^j a^j a^{(n-i-j)} b^n a^n b^n = a^{(j+n)} b^n a^n b^n$$

⇒ Cet langage n'est pas non-contextuel.

Ex3:

Supposant que $L = \{a,b\}$ est un langage non-contextuel. En appliquant le lemme de l'étoile, il est possible de diviser un mot $w = a^n b^{3n} a^n$ en 5 facteurs u,v,x,y,z

Tel que :

$$u = \epsilon$$

$$v = \epsilon$$

$$x = a^i \text{ (} i > 0, i < n \text{)}$$

$$y = a^j \text{ (} j > 0, i+j < n \text{)}$$

$$z = a^{(n-i-j)} b^{3n} a^n$$

$$\text{considéons le mot } w' = uvvxyyz = a^i a^j a^j a^{(n-i-j)} b^{3n} a^n = a^{(j+n)} b^{3n} a^n$$

⇒ Cet langage n'est pas non-contextuel.

Ex4 :

$$L1 : S \rightarrow AB$$

$$A \rightarrow a$$

$$B \rightarrow aB \mid bB \mid \epsilon$$

$$L2 : S \rightarrow aSb \mid ab$$

$$\Rightarrow L1+L2 : S \rightarrow S1 \mid S2$$

$$S1 \rightarrow AB$$

$$A \rightarrow a$$

$$B \rightarrow aB \mid bB \mid \epsilon$$

$$S2 \rightarrow aS2b \mid ab$$

b.

$L1 : S \rightarrow aSb \mid bSA \mid abS \mid baS$

$S \rightarrow ab \mid ba \mid ^\wedge$

$L2: S \rightarrow aSb \mid ab$

$L1+L2:$

$S1 \rightarrow aS1b \mid bS1A \mid abS1 \mid baS1 \mid ab \mid ba \mid ^\wedge$

$S2 \rightarrow aSb \mid ab$