

Teorija zvezdanih spektara -6-

Kontinuum zračenja nastaje u vezano-slobodnim (b-f) i slobodno-slobodnim (f-f) procesima interakcije zračenja sa materijom. Apsorpciji u kontinuumu doprinose atomi vodonika, helijuma, elektroni i određenih metala, kao i molekula. Međutim, kod hladnih zvezda spektralnih klasa F, G i K, kao što je Suncu, najdominantniji apsorber je H^- jon. On ne poseduje ekscitovana stanja, već ima samo osnovni nivo na kome se nalaze dva elektrona, što znači da je njegova statistička težina jedan. On nastaje kada atom vodonika zahvati jedan slobodan elektron. Energija jonizacije jona H^- je 0.75 eV, što znači da je njegov uticaj značajan u optičkom delu spektra.

1. Odrediti stepen jonizacije za negativan jon vodonika pri uslovima u fotosferi Sunca: 6000 K, $\log p_e = 1.5$).

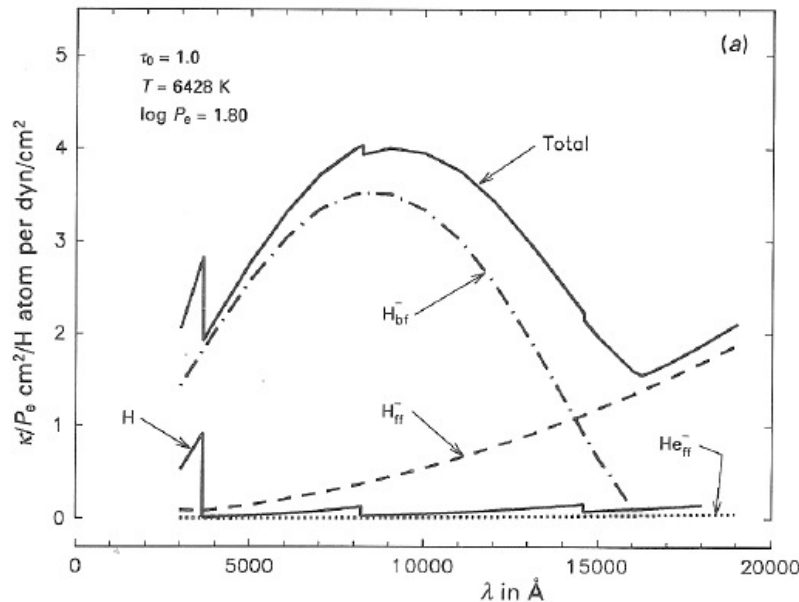
Kako negativan jon vodonika treba da izgubi jedan elektron da bi postao neutralan, u ovoj situaciji posmatraćemo neutralni vodonikov atom *u ulozi jona*, a negativan jon vodonika *u ulozi neutralnog atoma*. Na osnovu:

$$\log \frac{n_{i+1}}{n_i} = -0.1761 - \log p_e + \log \frac{U_{i+1}}{U_i} + 2.5 \log T - \frac{5040}{T} \chi_{i,\infty}, \quad T \text{ [K]}, \quad p_e \text{ [dyn/cm}^2\text{]}, \quad \chi_{i,\infty} \text{ [eV]},$$

imamo:

$$\log \frac{n_H}{n_{H^-}} = -0.1761 + 0.30103 - 1.5 + 9.45 - 0.63 = 7.44, \quad \frac{n_{H^-}}{n_H} \approx 4 \times 10^{-8}.$$

Približno je jedan od 10^7 atoma vodonika u stanju negativnog jona pri uslovima u Sunčevoj fotosferi (vidi sliku 1).



Slika 1: Neprozračnost u kontinuumu za uslove sličnim Suncu (uz zadatak 1).

2. Odrediti koji deo od ukupnog broja atoma vodonika se nalazi na pobuđenom nivou $n = 3$ (samo ti atomi doprinose kontinualnoj apsorpciji u vidljivom delu spektra - Pašenov kontinuum na $364.6 \text{ nm} < \lambda < 820.4 \text{ nm}$) za uslove u fotosferi Sunca, $T = 6000 \text{ K}$ (za vežbu razmotriti uslove za zvezde spektralne klase A).

Iz Bolcmanove raspodele sledi:

$$\log \frac{n_{\text{H}}(n=3)}{n_{\text{H}}} = \log \frac{g_{n=3}}{U_{\text{H}}} - \frac{5040}{T} \chi, \quad U_{\text{H}} = 2, \quad \chi \equiv \chi_{31} = 12.1 \text{ eV},$$

$$g_{n=3} = 18 (2n^2), \quad \frac{n_{\text{H}}(n=3)}{n_{\text{H}}} = 6 \times 10^{-10}.$$

Sa druge strane, ako poredimo gore izračunatu vrednost sa rezultatima za negativni jon vodonika, dobijamo (vidi zadatak 1):

$$\frac{n_{\text{H}^-}}{n_{\text{H}}(n=3)} = \frac{n_{\text{H}^-}}{n_{\text{H}}} \frac{n_{\text{H}}}{n_{\text{H}}(n=3)} \approx 66.67$$

Jasno je da negativnih atoma vodonika ima oko sto puta više nego atoma vodonika ekscitovanih na $n = 3$ nivo.

3. Koliki je odnos $\frac{n_{\text{H}}(n=2)}{n_{\text{H}}}$ ($\chi_{21}=10.2 \text{ eV}$) za uslove u fotosferi Sunca (Balmerov kontinuum na $91.2 \text{ nm} < \lambda < 364.6 \text{ nm}$) (za vežbu razmotriti uslove za zvezde spektralne klase A)?

Slično kao i u prethodnom zadatku imamo:

$$\log \frac{n_{\text{H}}(n=2)}{n_{\text{H}}} \approx -8, \quad g_2 = 8.$$

Sa druge strane imamo:

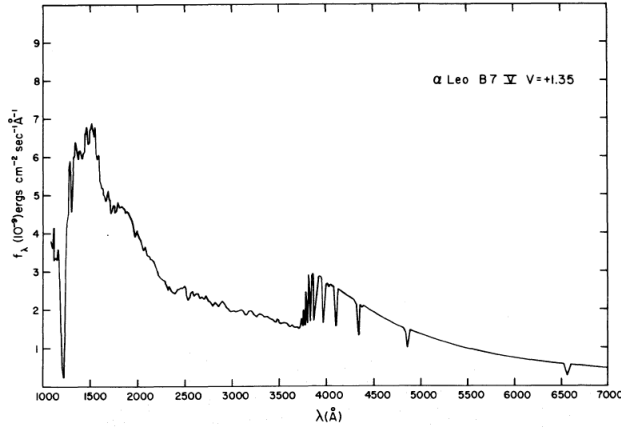
$$\frac{n_{\text{H}}(n=2)}{n_{\text{H}^-}} \approx 0.25.$$

Očigledno je da broj atoma vodonika u stanju $n = 2$ nije zanemarljiv u odnosu na broj negativnih jona vodonika.

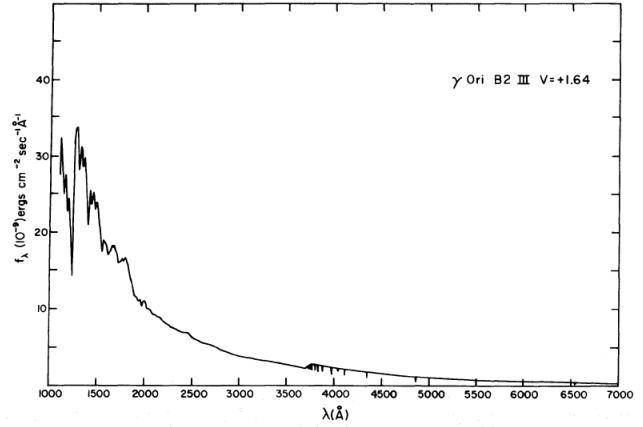
Digresija. Mera značaja vodonika je takozvana veličina Balmerovog diskontinuiteta (skoka; vidi slike 2-3). Fotoni sa $\lambda \leq 364.6 \text{ nm}$ imaju energiju dovoljnu da jonizuju vodonikov atom sa nivoa $n = 2$, dok oni sa $\lambda > 364.6 \text{ nm}$ nemaju. Posledica toga je da neprekidni apsorpcioni koeficijent vodonika ima skok na $\lambda = 364.6 \text{ nm}$. Kvantitativno, skok se definiše preko:

$$D = \log \frac{F_{\lambda}^+}{F_{\lambda}^-},$$

gde su dati fluksevi u dugo i kratko talasnoj strani $\lambda = 364.6 \text{ nm}$ (D je maskimalno za A zvezde). Posledica Balmerovog skoka je i to da vidimo slojeve različite dubine, odnosno, slojeve sa različitom temperaturom, zbog čega onda i merimo različite flukseve na različitim stranama Balmerovog skoka.



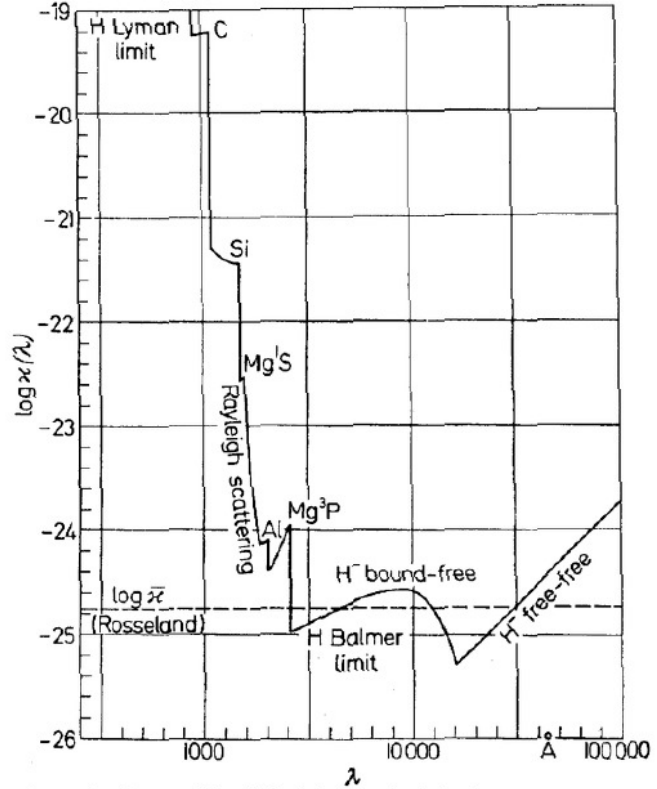
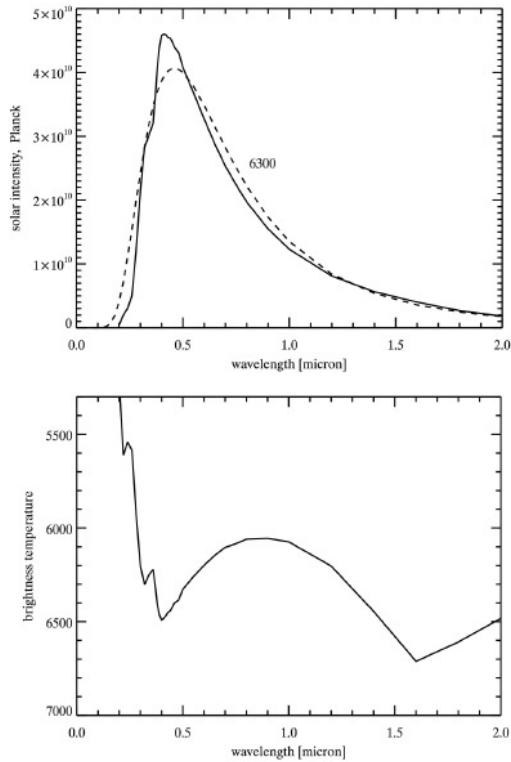
(a) Spektar zvezde Regulus (uz digresiju).



(b) Spektar zvezde Belatriks (uz digresiju).

Slika 2: Spektri zvezda na kojima se vidi Balmerov skok.

SOLAR PHOTOSPHERE OPACITY



Right: photospheric gas opacity against wavelength (logarithmic), labeled with the processes causing it. Ultraviolet: ionization of C, Si, Mg, Al. Visible ($\lambda = 0.4 - 0.8 \mu\text{m} = 4000 - 8000 \text{ \AA}$) and near infrared: H^- bound-free (H^- "ionization"). Far infrared: H^- free-free (acceleration of free electrons in the Coulomb field of neutral hydrogen atoms). From E. Böhm-Vitense.

Slika 3: Levo gore: Neprekidni spektar meren u centru Sunčevog diska i odgovarajuća Plankova kriva; Levo dole: Temperatura po sjaju: $B_\lambda(T_b) = I_\odot$; Desno: Neprozračnost u kontinuumu za uslove sličnim Suncu.

4. Da li helijumovi atomi mogu biti značajni za optičku kontinualnu (b-f) apsorpciju za uslove u Sunčevoj fotosferi (za vežbu razmotriti udeo He I kod zvezda spektralne klase B; posebno prodiskutovati slučaj zvezda spektralne klase O)? Energija jonizacije atoma He I je $\chi_{\text{jon}} \approx 24$ eV, a energija ekscitacije na prvo pobuđeno stanje $\chi_{12} \approx 20$ eV.

S obzirom na veliki vrednost energije jonizacije, da bismo razmatrali apsorpciju u kratkotalasnem delu optičkog dela spektra od strane atoma He I potrebno je da posmatramo b-f apsorpciju sa prvog pobuđenog stanja. Zbog toga imamo da je za He I ($g_1 = 1$, $g_{n>1} \approx 4n^2$; prema Capitelli, Colonna & D'Angola: *Fundamental Aspects of Plasma Chemical Physics: Thermodynamics*, 2012):

$$\log \frac{n_{\text{He}(n=2)}}{n_{\text{He}(n=1)}} \approx \log \frac{16}{1} - 20 \cdot \frac{5040}{T} \approx -15.6.$$

Samo reda 10^{-16} atoma helijuma može doprineti apsorpciji u kontinuumu, pri čemu je zastupljenost helijuma oko 10% u odnosu na vodonik. Jedan od 10^{17} atoma je helijum u stanju $n = 2$ za uslove u Sunčevoj fotosferi.

5. Proceniti doprinos metala kontinualnoj (b-f) apsorpciji za uslove u Sunčevoj fotosferi (6000 K) na 400 nm i na 200 nm (uporediti broj apsorbera sa brojem H^- jona). Kao primer, razmatrati samo atome Fe čija je energija jonizacije $\chi_{\text{jon}} \approx 7.9$ eV.

Razmotrimo, najpre, doprinos atoma gvožđa kontinualnoj (b-f) apsorpciji na 400 nm. Apsorpciji fotona od 400 nm odgovara energija od 3.1 eV (vidi sliku 4). Da bi se izvršila vezano-slobodna apsorpcija kontinualnog zračenja na 400 nm potrebno je da gvožđe bude ekscitovano na neki nivo sa energijom ekscitacije $(7.9 - 3.1) = 4.8$ eV. Jasno je da će vezano-slobodnoj apsorpciji u kontinuumu na $\lambda < 400$ nm doprinositi atomi gvožđa ekscitovani na neki nivo energije ekscitacije > 4.8 eV. Gvožđe ima veliki broj energetskih nivoa i ako pretpostavimo jednakost statističkih težina razmatranih nivoa (gruba procena), broj takvih atoma gvožđa (u stanju ekscitacije sa energijom od $\chi_k = 4.8$ eV) je:

$$\log \frac{n_{\text{Fe}(k)}}{n_{\text{Fe}}} = -\frac{5040}{T} \chi_k \approx -4.$$

Ako još uzmemo u obzir malu zastupljenost gvožđa prema vodoniku (zastupljenost Fe je oko 10^{-5} zastupljenosti vodonika) imamo:

$$\frac{n_{\text{Fe}(k)}}{n_{\text{H}}} \approx 10^{-9}.$$

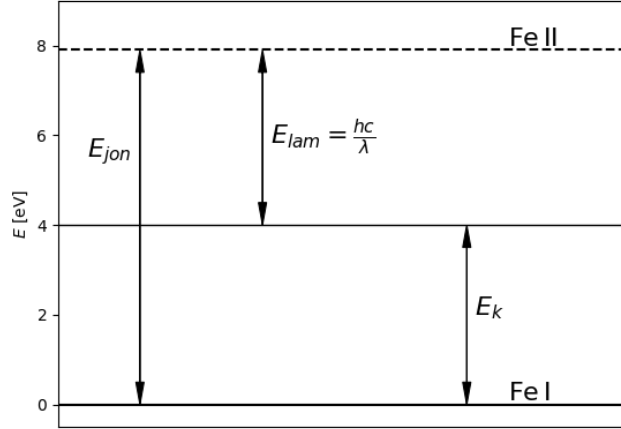
Ova vrednost je uporediva sa brojem negativnih jona vodonika (vidi zadatak 1). Ipak, gvožđe je za razmatrane uslove (Sunce) uglavnom jonizovano pa se nađeni odnos efektivno smanjuje još za faktor (red veličine) 10 (iz Sahine formule; proceniti konkretnu vrednost za vežbu). Prema tome, na 400 nm atomi gvožđa nisu značajni.

Sa druge strane, ako nas zanima doprinos atoma gvožđa kontinualnoj (b-f) apsorpciji na 200 nm (6.2 eV), atomima gvožđa je potrebna samo energija ekscitacije od 1.7 eV:

$$\log \frac{n_{\text{Fe}(k)}}{n_{\text{Fe}(0)}} \approx -1.43 \Rightarrow \frac{n_{\text{Fe}(k)}}{n_{\text{Fe}(0)}} = 4 \times 10^{-2}.$$

Ako u obzir uzmemo stepen jonizacije i zastupljenost gvožđa dobijamo da je deo atoma gvožđa koji apsorbuje kontinualno zračenje na 200 nm u odnosu na broj neutralnih atoma vodonika reda

10^{-7} dok je isti odnos za negativan jon vodonika reda 10^{-8} . Za red veličine ime više povoljnih atoma gvožđa nego negativnog jona vodonika za kontinualnu apsorpciju na 200 nm. Konačno, zaključujemo da na kraćim talasnim dužinama gvožđe daje značajan doprinos koeficijentu apsorpcije u kontinuumu (važniji od negativnog atoma vodonika).



Slika 4: Energetski dijagram za atom gvožđa.

Dodatni zadatak za vežbu. Razmatramo dve zvezde iste spektralne klase a različitih klasa luminoznosti. Prva zvezda je na glavnom nizu a druga je džin. Kod koje zvezde će H^- jon dati veći doprinos apsorpciji u kontinuumu?

6. Pokazati da se upotrebom srednjeg koeficijenta apsorpcije po fluksu dobija jednostavan izraz za gradijent pritiska zračenja:

$$\frac{dp^{zr}}{d\tau} = \frac{\sigma T_{\text{eff}}^4}{c}.$$

Napišimo jednačinu prenosa zračenja za ne-sivi slučaj:

$$\mu \frac{dI_\nu(h, \mu)}{\kappa_\nu \rho dh} = I_\nu(h, \mu) - S_\nu(h),$$

i razmotrimo dejstvo operatora $\frac{1}{2} \int_{-1}^1 \mu d\mu$ na gornji izraz. Nakon dejstva operatora dobijamo izraz:

$$H_\nu = \frac{dK_\nu}{\kappa_\nu \rho dh}.$$

Na osnovu definicije pritiska zračenja, $p_\nu^{zr} = \frac{4\pi}{c} K_\nu$, u opštem slučaju bismo imali:

$$H = \int_0^\infty \frac{dK_\nu}{\kappa_\nu \rho dh} d\nu \Rightarrow H = \int_0^\infty \frac{c}{4\pi \rho} \frac{dp_\nu^{zr}}{\kappa_\nu dh} d\nu.$$

Uvođenjem odgovarajućeg srednjeg koeficijenta apsorpcije po fluksu:

$$\bar{\kappa}_H = \frac{\int_0^\infty \kappa_\nu H_\nu d\nu}{H},$$

i deljenjem izraza:

$$\frac{dp^{\text{zr}}}{\rho dh} = \frac{4\pi}{c} \frac{dK}{\rho dh} = \frac{4\pi}{c} \int_0^\infty \kappa_\nu H_\nu d\nu,$$

sa $\bar{\kappa}_H$ dobijamo:

$$\frac{dp^{\text{zr}}}{d\bar{\tau}} = \frac{4\pi}{c} H = \frac{\mathcal{F}}{c} = \frac{\sigma T_{\text{eff}}^4}{c}.$$

gde je $p^{\text{zr}} = \int_0^\infty p_\nu^{\text{zr}} d\nu$.

Ne zaboravimo da je u ravnoteži zračenja:

$$\mathcal{F}(h) = \mathcal{F}^+(0) = \mathcal{F} = \text{const.}$$