

博资考复习

DW

2019 年 10 月 1 日

目录

| | |
|--------------------|----------|
| 1 力学 | 3 |
| 1.1 质点运动学 | 3 |
| 1.1.1 质点和参考系 | 3 |
| 1.1.2 速度和加速度 | 3 |
| 1.1.3 直角坐标系中运动的描述 | 3 |
| 1.1.4 自然坐标系中运动的描述 | 3 |
| 1.1.5 平面极坐标系中的运动描述 | 4 |
| 1.2 质点运动学 | 4 |
| 1.2.1 牛顿运动定律 | 4 |
| 1.2.2 常见的力 | 5 |
| 1.3 非惯性参考系 | 6 |
| 1.3.1 非惯性参考系与虚拟力 | 6 |

1 力学

1.1 质点运动学

1.1.1 质点和参考系

质点突出了“物体具有质量”、“物体占有位置”。

1.1.2 速度和加速度

速度：

$$\vec{v}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{r}(t + \Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} \quad (1)$$

加速度：

$$\vec{a}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{v}(t + \Delta t) - \vec{v}(t)}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} \quad (2)$$

1.1.3 直角坐标系中运动的描述

把位置矢量按照直角坐标分解为 x 、 y 和 z 方向。

1.1.4 自然坐标系中运动的描述

- 切向加速度和法向加速度

$$a_t = \vec{a} \cdot \hat{v} = \frac{dv(t)}{dt} \quad (3)$$

$$a_n = \vec{a} \cdot \hat{n} = \frac{v^2(t)}{R(t)} \quad (4)$$

$$a(t) = \sqrt{\left(\frac{d^2s}{dt^2}\right)^2 + \left(\frac{1}{R} \left(\frac{ds}{dt}\right)^2\right)^2} \quad (5)$$

假设轨迹一小段为圆弧， ρ 为曲率半径。其中 a_t 表示了质点速率随时间的变化率， a_n 则反映了质点运动方向变化的快慢。

轨迹上任意一点的曲率半径：

$$R(t) = \frac{v^3(t)}{|\vec{a}(t) \times \vec{v}(t)|} \quad (6)$$

- 自然坐标系

加入第三个轴 $\hat{e}_3 = \vec{v} \times \vec{n}$

- 圆周运动

$$a_t = \vec{a} \cdot \hat{v} = \frac{dv(t)}{dt} \quad (7)$$

$$a_n = \vec{a} \cdot \hat{n} = \frac{v^2(t)}{R(t)} \quad (8)$$

如果是匀速圆周运动第一项 a_t 等于0。

定义角速度矢量 $\vec{\omega}$ ，大小为 $\frac{d\theta}{dt}$

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r} \quad (9)$$

$$\vec{a} = \frac{d\omega}{dt} \times \vec{r} + \omega \times (\omega \times \vec{r}) \quad (10)$$

1.1.5 平面极坐标系中的运动描述

$$\vec{v}_r = \dot{r}\hat{r} \quad (11)$$

$$\vec{v}_r = \dot{r}\hat{r} \quad (12)$$

$$\vec{v}_\theta = r\dot{\theta}\hat{\theta} \quad (13)$$

利用

$$\frac{d\hat{r}}{d\theta} = \hat{\theta} \quad (14)$$

$$\frac{d\hat{\theta}}{d\theta} = -\hat{r} \quad (15)$$

可以得到

$$\vec{a}_r = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\hat{r} \quad (16)$$

$$\vec{a}_\theta = (2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta})\hat{\theta} \quad (17)$$

1.2 质点运动学

1.2.1 牛顿运动定律

- 牛顿第一定律（惯性定律）

每个物体都保持精致火匀速直线运动的状态，除非有外力作用于他迫使它改变那个状态。

- 牛顿第二定律

运动的变化正比于外力，变化的方向沿外力作用的直线方向。

$$\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow m = \vec{F}/\vec{a} \quad (18)$$

- 牛顿第三定律（作用力与反作用力定律）

每一种作用都有一个相等的反作用；或者两个物体间的相互作用总是相等的。在同一条直线上，而且方向相反。

只有第三个不需要惯性系的限制。

1.2.2 常见的力

- 弹性力

$$\vec{F} = -k\vec{x} \quad (19)$$

- 摩擦力

1. 干摩擦

对于动摩擦

$$f_k = \mu_k N \quad (20)$$

对于静摩擦

$$f_s \leq \mu_s N \quad (21)$$

2. 湿摩擦

相对运动不大

$$\vec{F} = \eta \vec{v} \quad (22)$$

相对运动大

$$F = \eta v^2 \quad (23)$$

- 重力

$$F = mg \quad (24)$$

- 万有引力

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad (25)$$

- 库仑力

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad (26)$$

- *分子力
- *核力
- 洛伦兹力

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} \quad (27)$$

1.3 非惯性参考系

1.3.1 非惯性参考系与虚拟力

- 平动参考系

$$\vec{F}_{eff} = m\vec{a}' \quad (28)$$

- 转动参考系

$$\frac{D\vec{r}'}{Dt} = \frac{d\vec{r}'}{dt} + \vec{\omega} \times \vec{r}' \quad (29)$$

$$\frac{D\vec{v}'}{Dt} = \frac{d\vec{v}'}{dt} + \vec{\omega} \times \vec{v}' \quad (30)$$

若两个系原点相对静止，可得惯性离心力

$$\vec{f}_i = -m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}') \quad (31)$$

若相对于转动参考系还做匀速运动，物体还受科里奥利力（方程30）

$$\vec{f}_{cor} = -2m\vec{\omega} \times \vec{v}' \quad (32)$$