

Assignment8 (7 ต.ค. 65) : NP part II กำหนดส่งงาน : ศ 14 ต.ค. 65 (เวลา 23.59 น.)

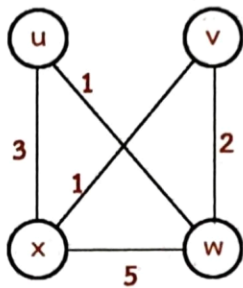
ให้นักศึกษา

1. เขียนคำตอบตามโจทย์กำหนดด้วยลายมือ แล้วถ่ายรูป (นามสกุล .jpg) หรือไฟล์ pdf ส่งที่เว็บส่งการบ้านภาควิชา
2. ตั้งชื่อไฟล์ในรูปแบบ assign_x_id เมื่อ x คือหมายเลข Assignment และ id คือ รหัสนักศึกษา
(กรณีส่งหลายไฟล์ให้ตั้งชื่อเป็น assign_01_id_a.jpg โดย a หมายถึง ลำดับไฟล์ แล้วทำการ zip รวมทุกไฟล์ส่งในงาน Assignment เดียวกันด้วยชื่อ assign_01_id.zip แทน)
3. ส่งงานภายในวันเวลาที่กำหนด หากส่งเลยกำหนดให้ชี้แจงเหตุผลกับอ. ประจำ section (พิจารณาคะแนนตามเหตุผล)

ปัญหา : Traveling Salesman Problem

กำหนด $G=(V,E)$ เป็นกราฟแบบมีน้ำหนักและไม่ระบุทิศทาง มีวงจรในกราฟ G ซึ่งผ่านโนดแต่ละโนดเพียง 1 ครั้ง โดยผลรวมน้ำหนักของวงจรนี้มีค่าไม่เกิน k หรือไม่

ดย. คำตอบคือ $\{u, w, v, x, u\}$ โดยผลรวมน้ำหนักคือ $1 + 2 + 1 + 3 = 7$



จงแสดงให้เห็นว่าปัญหานี้เป็น NPC หรือไม่ ?

i.) કોઈપણ NP Problem સોલવેબલ ?

જે algorithm ઓલોલેબલ હોય તેમજ નહીં

Algorithm TS-verify ($G=(V,E)$: undirected weighed graph,
 k : maximum total weight of the solution,
 $C=(V',E')$: solution indicating such the cycle) {

visited \leftarrow empty set, total $\leftarrow 0$ $O(1)$

if the first vertex of $C \neq$ the last vertex of $C \rightarrow$ return false; $O(1)$

for each $v \in V'$ { $O(|V'|)$

if $v \in$ visited \rightarrow return false $O(|V'|)$

push $v \rightarrow$ visited $O(|V'|)$

}

for each $e \in E'$ { $O(|E'|)$

total \leftarrow total + weight(e) $O(|E'|)$

}

if $k <$ total \rightarrow return false $O(1)$

if $V' \not\subseteq V$ or $E' \not\subseteq E \rightarrow$ return false $O(|V'| + |E'|)$

return true $O(1)$

}

Consider $|E'| = |V'|$ [because C is a kind of path]

so $T(n) = 4 \cdot O(1) + 3 \cdot O(|V'|) + 2 \cdot O(|E'|) + O(|V'| + |E'|)$

$= O(|V'|) \rightarrow O(n)$

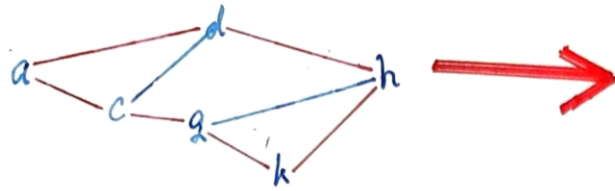
\therefore Traveling Salesman Problem is NP



ii.) ตรวจสอบว่า Travelling Salesman Problem เป็น NPC หรือไม่ ?

เนื่องจากเราสามารถลดรูป Hamiltonian Problem ให้เป็น Travelling Salesman Problem ได้ โดยที่เราให้ weight ให้ทุกเส้นเชื่อม ~~ระหว่างทุกจุดใน~~ cycle เป็น 1 และเส้นอื่นๆ เป็น 2 ดังรูป

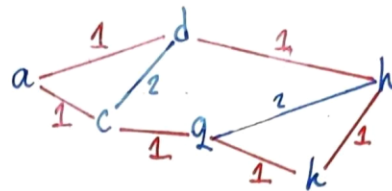
กราฟ G ที่มี C เป็น Hamiltonian Cycle



Hamiltonian Problem

$C = \{a, d, h, k, g, c, a\}$

กราฟ G ที่มี C เป็น solution ของ TSP ที่มี Cost รวมกันเป็น $|C|$



Traveling Salesman Problem

$C = \{a, d, h, k, g, c, a\}$

$k = |C| = 7$

และ $\forall B \in NP: B \leq_p \text{Hamiltonian}$ ซึ่งทำให้ TSP เป็น NP-complete

\therefore Travelling Salesman Problem เป็น NPC



หมายเหตุ: หาก cycle C ไม่เป็น solution ของ TSP ก็ไม่เป็น solution ของ Hamiltonian และให้ cost รวมกันเป็น cycle C

หมายเหตุ: $A \leq_p B$ หมายถึง A สามารถลดรูปไปเป็น B ได้