วิชา 204451 Algorithm Design and Analysis

รหัสนักศึกษา 630510600 ชื่อสกุล [illegible] เพชรสกุลจินดา ตอนที่ 1

Assignment3 (1 ก.ค. 65) : Asymptotic Notation2 กำหนดส่งงาน : จ. 11 ก.ค. 65 (เวลา 23.59 น.)

ให้นักศึกษา

1. เขียนคำตอบตามโจทย์กำหนดด้วยลายมือ แล้วถ่ายรูป (นามสกุล .jpg) หรือไฟล์ pdf ส่งที่เว็บส่งการบ้านภาควิชาฯ
2. ตั้งชื่อไฟล์ในรูปแบบ assign_x_id เมื่อ x คือหมายเลข Assignment และ id คือ รหัสนักศึกษา
   (กรณีส่งหลายไฟล์ให้ตั้งชื่อเป็น assign_01_id_a.jpg โดย a หมายถึง ลำดับไฟล์ แล้วทำการ zip รวมทุกไฟล์ส่งในงาน Assignment เดียวกันด้วยชื่อ assign_01_id.zip แทน)
3. ส่งงานภายในวันเวลาที่กำหนด หากส่งเลยกำหนดให้ชี้แจงเหตุผลกับอ. ประจำ section (พิจารณาคะแนนตามเหตุผล)

แต่ละข้อต่อไปนี้ <u>ถูกหรือผิด</u>

(1) $3n^2 + 10\, n \log n = O(n \log n)$ ......ผิด......

(2) $3n^2 + 10\, n \log n = \Omega(n^2)$ ......ถูก......

(3) $3n^2 + 10\, n \log n = \theta(n^2)$ ......ถูก......

(4) $n \log n + n/2 = O(n)$ ......ถูก......

(5) $10\sqrt{n} + \log n = O(n)$ ......ถูก......

(6) $\sqrt{n} + \log n = O(\log n)$ ......ผิด......

(7) $\sqrt{n} + \log n = \theta(\log n)$ ......ผิด......

(8) $\sqrt{n} + \log n = \theta(n)$ ......ผิด......

(9) $\sqrt{n} + \log n = \Omega(1)$ ......ถูก......

(10) $\sqrt{n} + \log n = \Omega(\log n)$ ......ถูก......

(11) $\sqrt{n} + \log n = \Omega(n)$ ......ผิด......

กำหนดฟังก์ชันต่อไปนี้

1) $f(n) = 2(\sqrt{n}) + \log n$ จงแสดงว่า $f(n) = \theta(\sqrt{n})$

2) $f(n) = 10n^2 + 5n\log n + 100n + 3000$ จงแสดงว่า $f(n) = O(n^2)$

นาย[illegible] [redacted]
Section 1 รหัส 630[redacted]

1.) $f(n) = 2\sqrt{n} + \log_2 n$ จงแสดงว่า $f(n) = \Theta(\sqrt{n})$

Let $f: \mathbb{Z}^+ \to \mathbb{R}$ be a function, such that $f(n) = 2\sqrt{n} + \log_2 n$,
and $g: \mathbb{Z}^+ \to \mathbb{R}$ be a function, such that $g(n) = \sqrt{n}$
for all positive integer n.

To show that $f(n) = \Theta(g(n))$, then there must exist constant $c_1, c_2, n_0 > 0$; such that

$$0 \leq c_1 \cdot g(n) \leq f(n) \leq c_2 \cdot g(n) \text{ for all } n \geq n_0 \quad \text{———} (*)$$

Consider

$$c_1 \cdot g(n) \leq f(n)$$
$$c_1 \cdot \sqrt{n} \leq 2\sqrt{n} + \log_2 n$$
$$c_1 \leq \frac{2\cancel{\sqrt{n}}}{\cancel{\sqrt{n}}} + \frac{\log_2 n}{\sqrt{n}}$$
$$c_1 \leq 2 + \frac{\log_2 n}{\sqrt{n}} \quad \text{———} (1)$$

$$f(n) \leq c_2 \cdot g(n)$$
$$2\sqrt{n} + \log_2 n \leq c_2 \cdot \sqrt{n}$$
$$\frac{2\cancel{\sqrt{n}}}{\cancel{\sqrt{n}}} + \frac{\log_2 n}{\sqrt{n}} \leq c_2$$
$$c_2 \geq 2 + \frac{\log_2 n}{\sqrt{n}} \quad \text{———} (2)$$

Choose $c_1 = 1$, $c_2 = 3$, $n_0 = 1$. Since $\frac{\log_2 n}{\sqrt{n}} < 1$ (because $\log_2 n < \sqrt{n}$),
Then $2 + \frac{\log_2 n}{\sqrt{n}} < 2 + 1 = 3 \xrightarrow[(1),(2)]{\text{from}} c_1 \leq 2 + \frac{\log_2 n}{\sqrt{n}} \leq c_2$, then c_1, c_2, n_0
satisfy (1), (2) that consequentially satisfy $(*)$.

$\therefore$ $f(n) = 2\sqrt{n} + \log_2 n = \Theta(\sqrt{n})$ ◻

นายศุภศิลกาล เพชรกุลสิ
Section 1 รหัส 63051000

$f(n) = 10n^2 + 5n\log_2 n + 100n + 3000$

จงแสดงว่า $f(n) = O(n^2)$

Let $f : \mathbb{Z}^+ \to \mathbb{R}$ be a function such that $f(n) = 10n^2 + 5n\log_2 n + 100n + 3000$,
and $g : \mathbb{Z}^+ \to \mathbb{R}$ be a function such that $g(n) = n^2$, for all positive integer n.

To show that $f(n) = O(g(n))$, then there exist constant $c, n_0 > 0$; such that

$$0 \leq f(n) \leq c \cdot g(n) \text{ for all } n \geq n_0 \qquad \text{------ } (*)$$

Consider

$$c \cdot g(n) \geq f(n)$$

$$c \cdot n^2 \geq 10n^2 + 5n\log_2 n + 100n + 3{,}000$$

$$c \geq \frac{10\cancel{n^2}}{\cancel{n^2}} + \frac{5\cancel{n}\log_2 n}{n^{\cancel{2}}} + \frac{100\cancel{n}}{n^{\cancel{2}}} + \frac{3{,}000}{n^2}$$

$$c \geq 10 + \frac{5\log_2 n}{n} + \frac{100}{n} + \frac{3{,}000}{n^2} \qquad \text{------ } (1)$$

Choose $c = 3{,}110$, $n_0 = 1$, then c, n_0 satisfy (1) that consequentially satisfy $(*)$.

$\therefore \quad f(n) = O(n^2)$ $\square$