

Assignment7 (30 ก.ย. 65) : NP part I กำหนดส่งงาน : จ. 10 ต.ค. 65 (เวลา 23.59 น.)

ให้นักศึกษา

1. เขียนคำตอบตามโจทย์กำหนดด้วยลายมือ แล้วถ่ายรูป (นามสกุล .jpg) หรือไฟล์ pdf ส่งที่เว็บส่งการบ้านภาควิชา
2. ตั้งชื่อไฟล์ในรูปแบบ assign\_x\_id เมื่อ x คือหมายเลข Assignment และ id คือ รหัสนักศึกษา  
(กรณีส่งหลายไฟล์ให้ตั้งชื่อเป็น assign\_01\_id\_a.jpg โดย a หมายถึง ลำดับไฟล์ แล้วทำการ zip รวมทุกไฟล์ส่งในงาน Assignment เดียวกันด้วยชื่อ assign\_01\_id.zip แทน )
3. ส่งงานภายในวันเวลาที่กำหนด หากส่งเลยกำหนดให้ชี้แจงเหตุผลกับอ. ประจำ section (พิจารณาคะแนนตามเหตุผล)

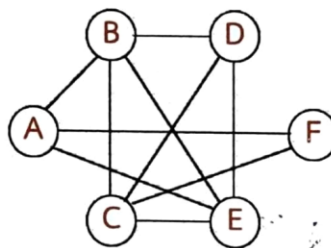
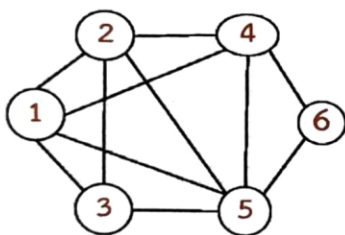
ส่วนที่ 1 : กำหนด  $G=(V,E)$  เป็นกราฟแบบไม่ระบุทิศทาง และ  $k$  คือจำนวนเต็ม

ปัญหา Clique:  $G$  มีคลิก (clique) ขนาดอย่างน้อย  $k$  หรือไม่

- คลิก คือ กราฟย่อยที่เป็น complete graph (ทุกโหนดมีเส้นเชื่อมถึงกัน)
- ขนาดของคลิก ( $V_c$ ) คือ จำนวนโหนดในกราฟย่อย

ดย. 1 Clique ขนาด 5  $V_c=\{1,2,3,4,5\}$

ดย. 2 Clique ขนาด 4  $V_c=\{B,C,D,E\}$



ปัญหานี้เป็น NP หรือไม่ ? และสามารถ reduce ปัญหานี้ไปเป็นปัญหาใดได้ใน polynomial time

ส่วนที่ 2 : กำหนดนิพจน์ในรูป CNF-SAT สำหรับ 4 clauses ดังนี้

$$F = (x' + y + z) (x + y' + z) (y + z) (x' + y' + z')$$

จงแสดงขั้นตอนการลดรูปไปเป็นปัญหา 4-CNF-SAT ไปเป็น 4-CLIQUE

ข้อ 1.

and don't know how to solve it  
B30510600 Section 2

- ปัญหา NP หรือไม่ ?

algorithm ที่ใช้ตรวจสอบว่า clique ขนาด  $k$

Algorithm verifyClique ( $G(V, E)$  : undirected graph,

$V_c$  : set of vertices indicating the solution,

$k$  : size of clique) :

# verify if the solution has length of  $k$

if  $|V_c| \neq k$  and every element  $v \in V_c$  is unique:

\_\_\_\_\_  $O(1)$

return false

\_\_\_\_\_  $O(1)$

# verify if the solution is a part of  $G(V, E)$

if  $V_c \not\subseteq G(V, E)$ :

\_\_\_\_\_  $O(1)$

return false

\_\_\_\_\_  $O(1)$

# for  $p \in V_c$ , if there be some vertex  $v \in V_c$  such that  $\{p, v\} \notin E$ ;  $p \neq v$ ,

# then  $V_c$  is not a clique.

for  $p \in V_c$ :

\_\_\_\_\_  $O(k)$

for  $v \in V_c \setminus \{p\}$ ;

\_\_\_\_\_  $O(k^2)$

if  $\{p, v\} \notin E$ :

\_\_\_\_\_  $O(k^2)$

return false

\_\_\_\_\_  $O(k^2)$

#  $V_c$  is a clique of size  $k$ .

return true

\_\_\_\_\_  $O(1)$

algorithm ที่ใช้ตรวจสอบใช้เวลาใน  $5 \cdot O(1) + O(k) + 3O(k^2)$   
 $= O(k^2)$ ;  $k \in \mathbb{Z}$ ,  $k > 1$

จึงเป็น polynomial time

∴ Clique  $\in$  NP

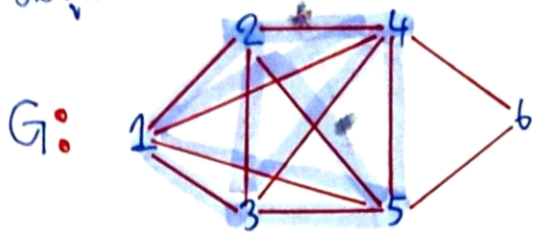
• ปัญหา NP-complete reduce เป็นปัญหาใน polynomial time ?

are the same problem  
ID: 630510600 Section 2

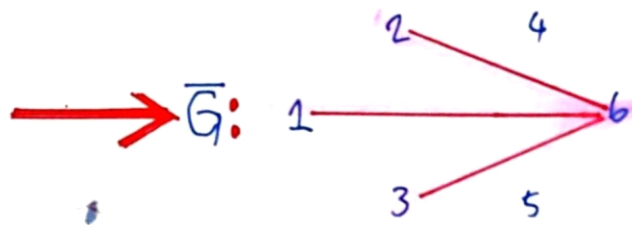
จากที่ A เป็น clique ของกราฟไม่มีทิศทาง  $G(V, E)$

เราจะได้ว่า  $\bar{A}$  เป็น vertex cover ของ  $\bar{G}$  ( $\bar{X}$  หมายถึง complement set ของ  $X$ )

ตัวอย่าง



$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}; |A| = 5$   
เป็น clique ของ  $G$



$\bar{A} = \{6\}; |\bar{A}| = |V| - |A| = 1$   
เป็น vertex cover ของ  $\bar{G}$

ดังนั้น เราสามารถสรุปได้ว่า  $V_c$  จะเป็น clique ของ  $G$  ขนาด  $k$  ของกราฟไม่มีทิศทาง  $G(V, E)$  ก็ต่อเมื่อ  $\bar{V}_c$  เป็น vertex cover ของ  $\bar{G}$  ขนาด  $|V| - k$

Algorithm verify Clique With VC ( $G(V, E)$ : undirected graph,  
 $V_c$ : set of vertices indicating the solution,  
 $k$ : size of clique):

return verify Vertex Cover ( $\bar{G}, \bar{V}_c, |V| - k$ )

$\therefore VC \leq p \text{ Clique}$



เราสามารถสรุปได้ว่า  $IS \leq p VC$  ( $IS$ : Independent Set) เราสามารถหา clique ได้จาก  $IS$  ได้ด้วย

Algorithm verify Clique With IS ( $G(V, E)$ : undirected graph,  
 $V_c$ : Set of vertices indicating the solution,  
 $k$ : size of clique):

return verify IS ( $\bar{G}, V_c, k$ )

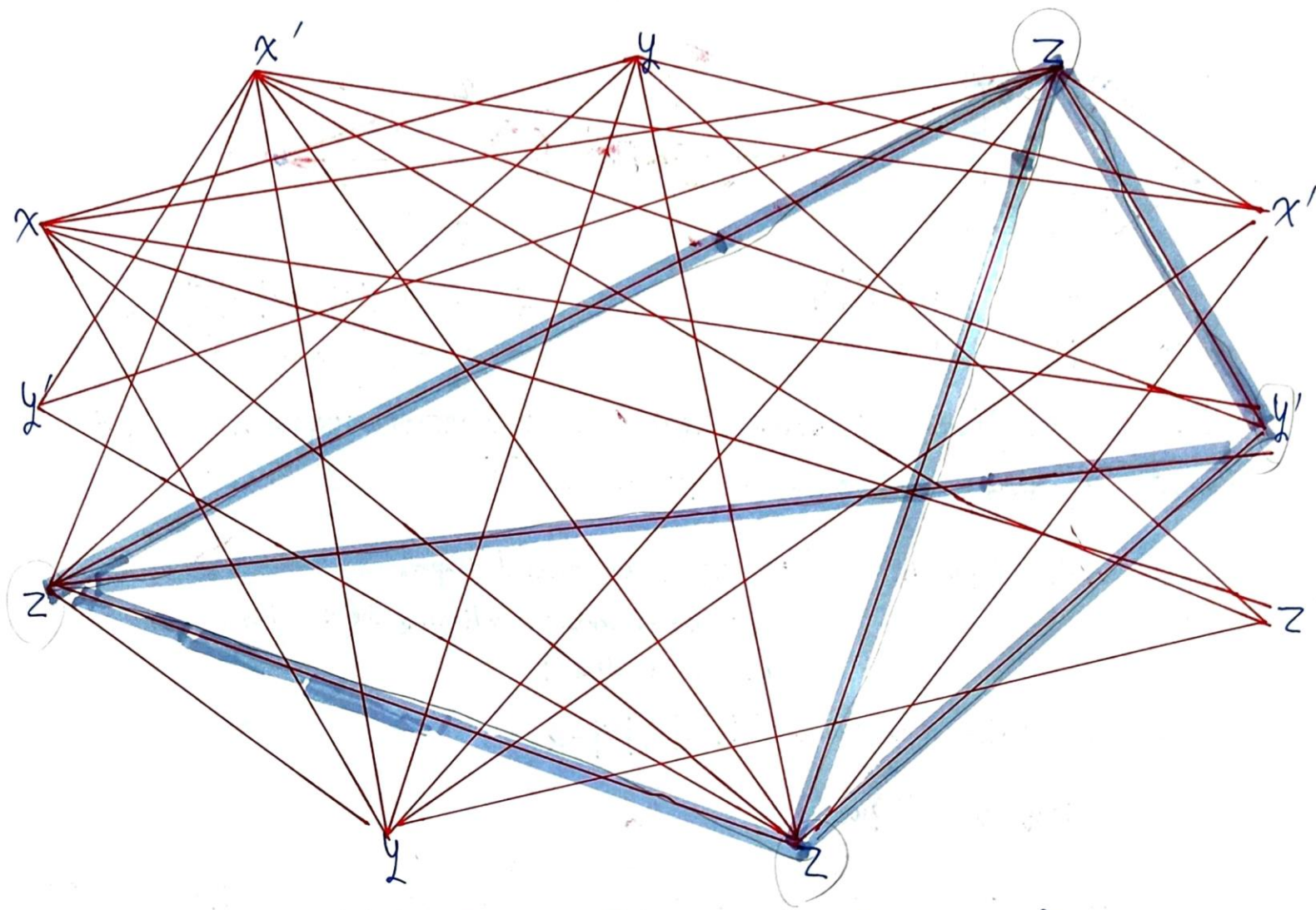
$\therefore IS \leq p \text{ Clique}$  เพราะ  $IS \leq p VC$





ข้อ ๑. กำหนด  $F = (x' + y + z)(x + y' + z)(y + z)(x' + y' + z')$   
 สามารถแปลงเป็นสมการสามพจน์ในรูปแบบของกราฟ ตามนี้

นาย ศักดิ์สิทธิ์ นพพรกุลจิณน  
 รหัสนักเรียน 630510600 section ๑



พบ 4-clique ในกราฟ จะได้ว่า  $V_c = \{z, z, y', z\}$  เป็นคำตอบของปัญหา 4-clique  
 ซึ่งจะได้  $\{x = \text{ค่าใดก็ได้}, y = 0, z = 1\}$  เป็นคำตอบของ 4-CNF-SAT  
 [ อาจเลือก  $\{x = 0, y = 0, z = 1\}$  หรือ  $\{x = 1, y = 0, z = 1\}$  ก็ได้ ]