华东师范大学期中试卷（A）

2017—2018 学年第二学期

课程名称：______高等数学二________

姓名：____________________ 学号：____________________

专业：____________________ 年级/班级：____________________

课程性质：专业必修

一	二	三	四	总分	阅卷人签名

一、 填空题（每题 4 分，共计 20 分）

1. 过点 $(2,0,-3)$，且与直线 $\begin{cases} x-2y+4z-7=0 \\ 3x+5y-2z+1=0 \end{cases}$ 垂直的平面方程为________。

2. 设 $f(u,v)$ 是二元可微函数， $z=f(x^y,y^x)$，则 $\frac{\partial z}{\partial x}=$__________。

3. 已知 $f(2x+y,x-2y)=25(x^2+y^2)+\varphi(x-2y)$，且 $f(1,y)=y^2$，则 $f(x,y)$ 在点(1,1)处的全微分为 $\mathrm{d}f|_{(1,1)}=$________。

4. 交换积分次序 $\int_0^1 dy\int_{\sqrt{y}}^{\sqrt{2-y^2}} f(x,y)dx=$__________。

5. 计算 $div\ grad(x^3+e^y+\cos z)=$__________。

二、 选择题（每题 3 分，共计 15 分）

6. 设 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 为不共线向量，则以下各式成立的是（ ）

   (A) $\vec{a}^2\vec{b}^2=(\vec{a}\cdot\vec{b})^2$； (B) $\vec{a}^2\times\vec{b}^2=(\vec{a}\times\vec{b})^2$；

   (C) $(\vec{a}\cdot\vec{b})^2=(\vec{a}\times\vec{b})^2$； (D) $(\vec{a}\cdot\vec{b})^2+(\vec{a}\times\vec{b})^2=\vec{a}^2\vec{b}^2$；

7. 考虑二元函数 $f(x,y)$ 的下面 4 条性质：①函数 $f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处连续；②函数 $f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处两个偏导数连续；③函数 $f(x,y)$

在点(x_0,y_0)处可微；④函数$f(x,y)$在点(x_0,y_0)处两个偏导数存在。

则下面结论正确的是（　）

(A) ②⇒③⇒①；　　(B) ③⇒②⇒①；

(C) ③⇒④⇒①；　　(D) ③⇒①⇒④；

8. 设$f(x,y)$与$\varphi(x,y)$均为可微函数，且$\varphi_y'(x,y)\neq 0$，已知(x_0,y_0)是$f(x,y)$在约束条件$\varphi(x,y)=0$下的一个极值点，下列选项正确的是(　)

(A)若$f_x'(x_0,y_0)=0$,则$f_y'(x_0,y_0)=0$；

(B)若$f_x'(x_0,y_0)=0$，则$f_y'(x_0,y_0)\neq 0$；

(C)若$f_x'(x_0,y_0)\neq 0$,则$f_y'(x_0,y_0)=0$；

(D)若$f_x'(x_0,y_0)\neq 0$，则$f_y'(x_0,y_0)\neq 0$.

9. 设$\varphi(x)$为区间[0,1]上的正值连续函数，a与b为任意常数，积分区域$D=\{(x,y)|0\le x,y\le 1\}$，则$\iint_D \frac{a\varphi(x)+b\varphi(y)}{\varphi(x)+\varphi(y)}d\sigma=$(　)

A. $a+b$　　B. $a-b$

C. $\frac{a+b}{2}$　　D. $\frac{a-b}{2}$

10. 设二元函数f(x,y)具有一阶连续偏导数，曲线L: $f(x,y)=1$ 过第二象限内的点M和第四象限内的点N，Γ为L上从点M到的N的一段弧，则下列积分值一定为负值的是(　)

(A) $\int_\Gamma f(x,y)\,ds$;　　(B) $\int_\Gamma f(x,y)\,dx$

(C) $\int_\Gamma f(x,y)\,dy$　　(D) $\int_\Gamma f_x(x,y)\,dx+f_y(x,y)dy$

三、 计算题（每题 10 分，共计 60 分）

11.求两曲面$x+2y=1$和$x^2+2y^2+z^2=1$的交线上距原点最近的点。

12. 设二元函数$f(x,y)=\begin{cases} x^2, & |x|+|y|\le 1 \\ \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}, & 1<|x|+|y|\le 2 \end{cases}$,计算二重积分 $\iint_D f(x,y)d\sigma$的值，其中$D=\{(x,y)||x|+|y|\le 2\}$。

13. 计算$\iiint_\Omega (x^2+y^2)dxdydz$，其中$\Omega$是由曲线$y^2=2z, x=0$绕$z$轴旋转一圈而成的曲面与$z=2,\ z=8$所围。

14. 计算$\iint_S (x+y+z+1)^2dS$，其中S为球面$(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=1$。

15. 计算$\iint_S (2x+z)dydz+zdxdy$, 其中$S: z=x^2+y^2,(0\le z\le 1)$, S的法向量$\overrightarrow{n_0}$为z轴正向成锐角。

16. 设函数$Q(x,y)$在xOy平面上有连续的一阶偏导数，且曲线积分

$\int_L 2xydx+Q(x,y)dy$与积分路径无关，且对任意的t，恒有

$$\int_{(0,0)}^{(t,1)} 2xydx+Q(x,y)dy=\int_{(0,0)}^{(1,t)} 2xydx+Q(x,y)dy$$

(1) (6 分)试求$Q(x,y)$;

(2) (4 分)求函数u，使得$grad\ u=\left(2xy,Q(x,y)\right)$，且$u(0,0)=1$.

四、 综合题（共计 11 分）

17.设函数$f(t)$连续，区域D_{uv}是由x轴，直线$y=x\tan u\left(0<u<\frac{\pi}{2}\right)$，圆$x^2+y^2=v$和圆$x^2+y^2=\frac{1}{v}$ $(v>1)$在第一象限围成的封闭区域，设二元函数$F(u,v)=\iint_{D_{uv}}\frac{f(x^2+y^2)}{\sqrt{x^2+y^2}}dxdy$，

(1) 计算$\frac{\partial F}{\partial u}$，$\frac{\partial F}{\partial v}$的值; (4 分)

(2) 若函数$f(x)=\frac{1}{1+x}$计算 $F\left(\frac{\pi}{2},4\right)$的值; (4 分)

(3) 若函数$f(x)=e^{-x}$,计算$\lim\limits_{v\to\infty}F\left(\frac{\pi}{2},v\right)$的值; (3 分)