

华东师范大学期中试卷
2017—2018 学年第一学期

姓名: _____ 学号: _____

课程性质：专业必修

一	二	三	四	总分	阅卷人签名

一、 填空题（每空 4 分，共计 28 分）

1. $f(x)$ 在点 x_0 连续是 $f(x)$ 在点 x_0 可导的 _____ 条件;
 $f(x)$ 在点 x_0 可导是 $f(x)$ 在点 x_0 可微的 _____ 条件。
(填写充分、必要、充分必要)
2. 设 $y = x \cos x$, 则 $y^{(100)} =$ _____。
3. 设 $f(x)$ 和 $g(x)$ 都可导, 已知函数 $y = f\left(\arctan \frac{1-x}{1+x}\right)g(x^2)$,
则其微分 $dy =$ _____。
4. 设函数 $y = f(x)$ 在 $x = x_0$ 的某个领域内具有三阶连续导数, 且
 $f'(x_0) = f''(x_0) = 0, f'''(x_0) \neq 0$, 则 $x = x_0$ 是否为函数 $f(x)$ 的
极值点 _____, 是否为拐点 _____。(填写是或否)
5. 已知函数 $f(x) = x^2 + 2x - 3$ 和 $g(x) = x^2 - 4x + 6$, 在区间 $[0, 1]$
上满足柯西定理条件的 $\xi =$ _____。

二、 选择题（每题 4 分，共计 16 分）

1. 极限 $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^x$ 等于_____。()
- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) e

2. 曲线 $y = (x-1)\sqrt[3]{x^5}$ 有上凸区间_____。()
- (A) $(-\infty, 0)$ (B) $(0, \frac{1}{4})$ (C) $(\frac{1}{4}, \infty)$ (D) $(-\infty, \frac{1}{4})$

3. 已知曲线 $y = \frac{x^3}{1+x}$, 则下列说法错误的是_____。()

- A. 曲线有垂直渐近线 B. 曲线有水平渐近线
C. 曲线有极小值点 D. 曲线有拐点

4. 已知可微函数 $y = f(u(v(x)))$, 下列微分表达式错误的有_____()

- A. $dy = f'(u)du$ B. $dy = f'(u(v(x)))dx$
C. $dy = f'(u)u'(v)dv$ D. $dy = f'(u)u'(v)v'(x)dx$

三、证明题和计算题 (共 5 题, 计 56 分)

1. (8 分) 求由方程 $x^y + y^x = 0$ 确定的隐函数 $y(x)$ 的导数。
2. (10 分) 求由参数方程 $\begin{cases} x = 6t + t^3 \\ y = t + \arctan t \end{cases}$ 确定的函数 $y(x)$ 的一阶导数和二阶导数。
3. (14 分) (1) 分别写出函数 $f(x) = \ln x$ 和 $g(x) = \cos(x-1)^2$ 在 $x=1$ 处的带皮亚诺余项的 n 阶泰勒公式。(10 分)
- (2) 利用泰勒展开公式求极限 (4 分)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)^3 \ln x - 1 + \cos(1-x)^2}{(1-x)^4}$$

4. (12 分) 设函数 $y = f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 在 (a, b) 内可微, 且 $f(a) = f(b) = 0$, 证明方程 $f'(x) - f(x)\cos x = 0$ 在 (a, b) 内一定有解。
5. (12 分) 证明不等式:

$$\text{当 } e^2 < a < b < e^3 \text{ 时, } \ln^2 b - \ln^2 a > \frac{3}{e^3}(b-a)$$