

- 下面语句是真命题的为
 (A) 如果 $1+1=2$, 则雪是红色的 (B) 如果 $1+1=2$, 则雪是黑色的
 (C) 如果 $1+1=3$, 则雪是黑色的 (D) 吃饭了吗?
- 下面联结词不具有交换律的是
 (A) \rightarrow (B) \wedge (C) \vee (D) \leftrightarrow
- 公式 $(P \wedge (P \rightarrow Q)) \rightarrow Q$
 (A) 永假 (B) 可能为假 (C) 永真 (D) 不确定
- 下列合式公式中, () 是重言式。
 (A) $(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$ (B) $(P \wedge Q) \rightarrow P$
 (C) $\neg(P \vee Q)$ (D) $(P \vee Q) \wedge \neg(P \vee Q)$
- 设 A 为重言式, 则 $\neg A$ 为
 (A) 重言式 (B) 矛盾式 (C) 可满足式 (D) 蕴涵式
- 给定前提 $\neg(P \wedge \neg Q)$, $\neg Q \vee R$, $\neg R$, 则有效结论为
 (A) $\neg P$ (B) P (C) Q (D) R
- 根据量词的定义 $\forall(x)P(x) = F$ 成立, 当且仅当
 (A) 对论域 D 中的所有 x, P(x) 均为假。 (B) 有一个 $x_0 \in D$, 使 $P(x_0) = F$ 。
 (C) 有一个 $x_0 \in D$, 使 $P(x_0) = T$ 。 (D) 以上均不对。
- 根据量词的定义 $\exists(x)Q(x) = F$ 成立, 当且仅当
 (A) 对论域 D 中的所有 x, Q(x) 均为假。 (B) 有一个 $x_0 \in D$, 使 $Q(x_0) = F$ 。
 (C) 有一个 $x_0 \in D$, 使 $Q(x_0) = T$ 。 (D) 以上均不对。
- 设 $B = \{\{a\}, 3, 4, 2\}$, 那么下列命题中错误的是
 (A) $\{a\} \in B$ (B) $\{\{a\}, 2, 4, 3\} \subseteq B$ (C) $\{a\} \subseteq B$ (D) $\Phi \in P(B)$
- 设 $S = \{\Phi, \{1\}, \{1, 2\}\}$, 则有 () 既是 S 的元素, 又是 S 的子集
 (A) $\{1\}$ (B) $\{1, 2\}$ (C) Φ (D) $\{\Phi\}$
- 设集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, A 上的二元关系
 $R = \{\langle 1, 2 \rangle, \langle 1, 4 \rangle, \langle 2, 4 \rangle, \langle 3, 3 \rangle\}$, $S = \{\langle 1, 4 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 2, 4 \rangle, \langle 3, 2 \rangle\}$,
 则关系 $\{\langle 1, 4 \rangle, \langle 2, 4 \rangle\}$ 是
 (A) $R \cup S$ (B) $R \cap S$ (C) $R - S$ (D) $S - R$
- 设集合 $A = \{a, b, c, d\}$, A 上的二元关系 $R = \{\langle a, a \rangle, \langle a, c \rangle, \langle b, d \rangle\}$, 则关系 $R^2 =$
 (A) $\{\langle a, a \rangle\}$ (B) $\{\langle a, c \rangle\}$ (C) $\{\langle a, a \rangle, \langle a, c \rangle\}$ (D) $\{\langle a, a \rangle, \langle a, c \rangle, \langle b, d \rangle\}$
- 设 $R = \{a, b, c\}$, $S = \{1, 2\}$, 从 R 到 S 不同的二元关系共有 () 个。
 (A) 6 (B) 7 (C) 32 (D) 64

14. 设集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ 上的二元关系 $R = \{\langle 1, 1 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 2, 4 \rangle, \langle 3, 4 \rangle\}$, 则 R 具有
(A) 自反性 (B) 传递性 (C) 对称性 (D) 反自反性
15. 设集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ 上的二元关系
 $R = \{\langle 1, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 4, 4 \rangle\}$, $S = \{\langle 1, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 3, 2 \rangle, \langle 4, 4 \rangle\}$, 则 S 是 R 的
(A) 自反闭包 (B) 传递闭包 (C) 对称闭包 (D) 以上都不对
16. 设集合 $A = \{a, b\}$ 上的二元关系 $R = \{\langle a, a \rangle, \langle b, b \rangle\}$, 则 R
(A) 是等价关系但不是偏序关系 (B) 是偏序关系但不是等价关系
(C) 既是等价关系又是偏序关系 (D) 既不是等价关系也不是偏序关系
17. 设集合 $A = \{1, 2, \dots, 10\}$, 偏序关系 \leq 是 A 上的整除关系, 则偏序集 $\langle A, \leq \rangle$ 上元素 10 是集合 A 的
(A) 最大元 (B) 最小元 (C) 极大元 (D) 极小元
18. 设 R 为实数集, 函数 $f: R \rightarrow R, f(a) = -a^2 + 2a - 1$, 则 f 是
(A) 单射而非满射 (B) 满射而非单射 (C) 双射 (D) 既不是单射也不是满射
19. 设函数 $f: R \rightarrow R, f(a) = 2a - 1; g: R \rightarrow R, g(a) = a^2$, 则 () 有反函数。
(A) $g \circ f$ (B) $f \circ g$ (C) f (D) g
20. 在 $S = \{a, b, c\}$ 上定义等价关系 $R = I_S \cup \{\langle a, b \rangle, \langle b, a \rangle\}$, 那么该等价关系对应的划分中有 () 个划分块。
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

二. 填空题 (3 分 * 9)

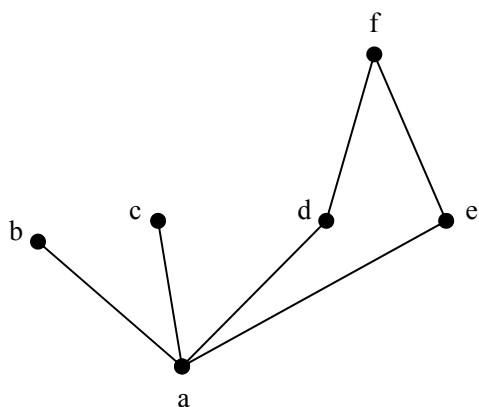
21. P, Q 为两个命题, 当且仅当 $P = \underline{\hspace{2cm}}$, $Q = \underline{\hspace{2cm}}$ 时, $P \wedge Q = T$,
当且仅当 $P = \underline{\hspace{2cm}}$, $Q = \underline{\hspace{2cm}}$ 时, $P \vee Q = F$ 。
22. P, Q 为两个命题, 当且仅当 $P = \underline{\hspace{2cm}}$, $Q = \underline{\hspace{2cm}}$ 时, $P \rightarrow Q = F$ 。
23. 两个重言式的析取为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 式, 一个重言式与一个矛盾式的析取为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 式。
24. 公式 $(\forall x)(P(x) \rightarrow Q(x, y) \vee (\exists z)R(y, z)) \rightarrow S(u)$ 中
(1) 自由变元为 $\underline{\hspace{2cm}}$ (2) 约束变元为 $\underline{\hspace{2cm}}$
25. 公式 $(\forall x)(\forall y)(P(x, y) \wedge Q(y, z)) \wedge (\exists x)S(x, y)$ 中
(1) $(\forall x)$ 的辖域是 $\underline{\hspace{2cm}}$

(2) $(\forall y)$ 的辖域是 _____ (3) $(\exists x)$ 的辖域是 _____

26. 设论域 $S = \{a, b, c\}$, 消去公式 $(\forall x)(P(x) \rightarrow Q(x))$ 中的量词后,
公式可化为 _____

27. 将下列语句形式化:
并非每个实数都是有理数 ($R(x)$: x 是实数, $Q(x)$: x 是有理数)。

28. (7 分)
下图为偏序集 $\langle A, R \rangle$ 的哈斯图。



(1) 如果存在, 求 A 的极大元, 极小元, 最大元, 最小元。

(2) 设 $B = \{a, d\}$, 如果存在, 求 B 的上界, 下界, 上确界, 下确界。

29. (10 分)

如果合同是有效的，那么张三应受罚。

如果张三应受罚，他将破产。

如果银行给张三贷款，他就不会破产。

事实上，合同有效并且银行给张三贷款了。

令 P : 合同有效; Q : 张三应受罚; R : 张三破产; S : 银行给张三贷款

要求

(1) 把前提用公式表示

(2) 验证这些前提是否有矛盾，推理的每一步写出根据（置换，三段论等等）