华东师范大学期末试卷（B）

2007—2008 学年第二学期

软件工程数学参考答案

一.

$N(x)$：x 是自然数

$\forall x \cdot (N(x) \to \exists y \cdot (N(y) \wedge y > x))$

二.

1.自反性：$a^2 > 0(a \neq 0)$，所以 $(a+bi)R(a+bi)$

2.对称性：$(a+bi)R(c+di) \Leftrightarrow ac > 0 \Leftrightarrow (c+di)R(a+bi)$

3.传递性：$(a+bi)R(c+di) \Leftrightarrow ac > 0,$

$\qquad (c+di)R(e+fi) \Leftrightarrow ce > 0$

$\qquad$ 所以：$ac^2 e > 0(c \neq 0) \Leftrightarrow ae > 0 \Leftrightarrow (a+bi)R(e+fi)$

三.

1. $0(a > b)$

$\dfrac{b!}{(b-a)!}(a \leq b)$

2. $\dfrac{11!}{1!4!4!2!} = 34650$

四.

Let n be a positive integer.Consider the n+1 integers 1,11,111,…,11⋯1(where the last integer in this list is the integer with n+1 1s in its decimal expansion).Note that there are n possible remainders when an integer is divided by n.Since there are n+1 integers in this list,by the pigeonhole principle there must be two with the same remainder when divided by n. The difference of these two integers has a decimal expansion consisting entirely of 0s and 1s and is divisible by n.

五.

令 x=1，y=1

展开 $(x+y)^n = \sum_{k=0}^{n} C(n,k)x^{n-k}y^k$

可得到：$C(n,0) + C(n,1) + C(n,2) + \ldots + C(n,n) = 2^n$

即：$\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} = 2^n$

六.

生成函数：$(x^2+x^3+...+x^{k-2})(1+x+x^2+x^3)(x^2+x^3+x^4+x^5)$　　　$k \geq 4$

$k=4$：$a_k=1$

$k=5$：$a_k=3$

$k=6$：$a_k=6$

$k=7$：$a_k=10$

$k=8$：$a_k=13$

$k=9$：$a_k=15$

$k \geq 10$：$a_k=16$

七.

(a).解：设 a_n 是长度为 n 的包含 3 个连续零的 01 串，则 2^n-a_n 是长度为 n 的不包含 3 个连

续零的 01 串，则我们有 $2^n-a_n = 2^{n-1}-a_{n-1}+2^{n-2}-a_{n-2}+2^{n-3}-a_{n-3}$

整理可得到：$a_n = a_{n-1}+a_{n-2}+a_{n-3}+2^{n-3}$

(b).　$a_1=0, a_2=0, a_3=1$.

八.　$a_n = 8\times(-1)^n + 4\times 3^n + (-3)\times(-2)^n$

九.

(a).　$(p_3 n^3 + p_2 n^2 + p_1 n + p_0)$

(b).　$p_0(-2)^n$

(c).　$n^3(p_4 n^4 + p_3 n^3 + p_2 n^2 + p_1 n + p_0)2^n$

十

1. 不存在，所有度的和为 21，是个奇数，所以不可能。
2. 不同构，左图有 2 个二度顶点，右图一个二度顶点都没。
3. 不是。u1 与 u2 相连，u1 与 u5 相连，但是 u2 与 u5 也相连。
4. u6

十一

1. $m=n \geq 2$
2. 4

十二

考虑顶点 a，b，d，e，f，g

其中<a,b>,<a,e>,<a,f>

<g,b>,<g,f>,<g,e>(通过<g,h>,<h,e>相连)

<d,b><d,e><d,f>（通过<d,c>,<c,f>相连)

则 a，b，d，e，f，g 构成 $K_{3,3}$，所以原图非平面。