

一. 简答题. (A)

1. 求极限  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x \sin x}{x+2}$

2. 设  $y = (\arcsin \frac{x}{2})^2$ . 求  $dy$

3. 设  $f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(1+2x)}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$ , 求  $f'(x)$ .

4. 求  $\frac{d}{dx} \int_0^x e^{x-t} dt$

5. 设  $\vec{A} = \vec{\alpha} + \vec{\beta}$ ,  $\vec{B} = 2\vec{\alpha} + \lambda\vec{\beta}$ ,  $|\vec{\alpha}| = 1, |\vec{\beta}| = 2$ ,  $\vec{\alpha} \perp \vec{\beta}$ ,  $\vec{A} \perp \vec{B}$ , 求  $\lambda$  的值.

二. 求下列积分.

1.  $\int \frac{1}{\sqrt{x}} e^{\sqrt{x}+2} dx$

2.  $\int \frac{dx}{\sin^4 x \cdot \cos^4 x}$

3.  $\int_0^1 \sqrt{2x-x^2} dx$

4.  $\int_1^e x^2 \ln x dx$

5. 设  $f(x) = \begin{cases} \sin x & x \leq 0 \\ \cos x & x > 0 \end{cases}$ , 求  $\int_2^4 f(x-3) dx$ .

6.  $\int_1^3 \frac{dx}{\sqrt{(x-1)(3-x)}}$

三. 计算题.

1. 确定常数  $a$ 、 $b$ 、 $c$  的值, 使曲线  $y = a \sin x + b \cos x + cx^2$  有拐点  $(\pi, 1 + \pi^2)$ , 且该拐点处切线的斜率为 1.

2. 设函数  $y = y(x)$  由方程  $y^3 - y^2 + 2xy - x^2 - 1 = 0$  确定, 求  $y$  的极值.

3. 设  $f(x)$  连续, 且  $\int_0^{x(1+x^2)} f(t) dt = x^2$ , 求  $f(2)$  的值.

4. 求曲线  $y = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}$  上对应从  $x=3$  到  $x=8$  的一段弧长.

5.  $X$  轴所围求曲线  $y = \sin x$  ( $2\pi \leq x \leq 3\pi$ ) 与图形绕  $Y$  轴旋转一周所得的旋转体体积.

6. 求过点  $P(1,1,1)$  和  $Q(0,2,3)$  且与平面  $x+2y-z+3=0$  垂直的平面方程.

四. 证明题.

设  $f'(x)$  在  $[0, a]$  连续, 且  $f(0) = 0$ . 证明  $|\int_0^a f(x)dx| \leq \frac{Ma^2}{2}$ , 其中

$$M = \max_{0 \leq x \leq a} |f'(x)|.$$