

华东师范大学期末试卷(A)

2017 – 2018 学年 第一学期

课程名称: 高等数学A(一)

考试日期: 2018. 1. 15

学生姓名 _____

学 号 _____

专 业 _____

年级/班级 _____ 2017

课程性质 _____ 专业必修

得	分

一	二	三	四	五	六	七	总分	阅卷人签名

一、填空题 (每小题4分, 共20分)

1. 求极限 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\tan x - \sin x}{\sin^3 2x} =$ _____.
2. 设 $x^4 - xy + y^4 = 1$, 求 $y''|_{x=0, y=1} =$ _____.
3. 设 $\int f(x)dx = \cos^2 x$, 则 $f'(x) =$ _____.
4. 已知 $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 4$, $|\vec{a} + \vec{b}| = 6$, 则 $|\vec{a} - \vec{b}| =$ _____.
5. 已知 $\vec{a} = \{1, 2, -1\}$, $\vec{b} = \{-3, 6, 3\}$, 则 \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角余弦为 _____:

二、求下列积分 (每小题4分, 共24 分)

(1) $\int \frac{x^4 dx}{1+x^2}$

(2) $\int_e^{e^2} \frac{dx}{x(1+5 \ln x)}$

(3) $\int_0^{\ln 3} \frac{dx}{\sqrt{1+e^x}}$

(4) $\int \frac{dx}{3x^3 + x^2 - 3x - 1}$

$$(5) \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{x^4 + 1} + \sqrt{1 + \cos 2x} dx$$

$$(6) \int_2^4 \frac{3x dx}{\sqrt{x^2 - 4}}$$

三、解答题 (本题共6小题, 满分56分. 要求给出主要解题步骤)

1. (6分) 已知 $f(x) = \begin{cases} g(x) \cos \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0 & x = 0, \end{cases}$ 在 $x \neq 0$ 处连续且 $g(x)$ 在 $x = 0$ 处可导且满足 $g(0) = g'(0)$, 求 $f'(0)$.

2. (7分) $f(x)$ 是 e^{-2x} 的原函数, 求不定积分 $\int \frac{f'(\ln x)}{x} dx$.

3. (8分) 已知 $\int_0^{+\infty} \frac{\sin x}{x} dx = \frac{\pi}{2}$, 求积分 $\int_0^{+\infty} \frac{\sin^2 x}{x^2} dx$.

4. (8分) 求过直线 $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-2}{2}$ 且垂直于平面 $3x + 2y - z - 5 = 0$ 的平面方程.

5. (9分) 设 $F(x) = \int_0^{x^2} e^{-t^2} dt$, 试求:

(1) $F(x)$ 的极值;

(2) 曲线 $y = F(x)$ 的拐点的横坐标;

(3) 求 $\int_{-2}^3 x^2 F'(x) dx$.

6. (18分) 求旋轮线 $\begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases} \quad (0 \leq t \leq \pi)$ 与 x 轴围成的面积 S , 弧长 l , 绕 x 轴旋转所得旋转体的侧面积 S_x , 体积 V_x .