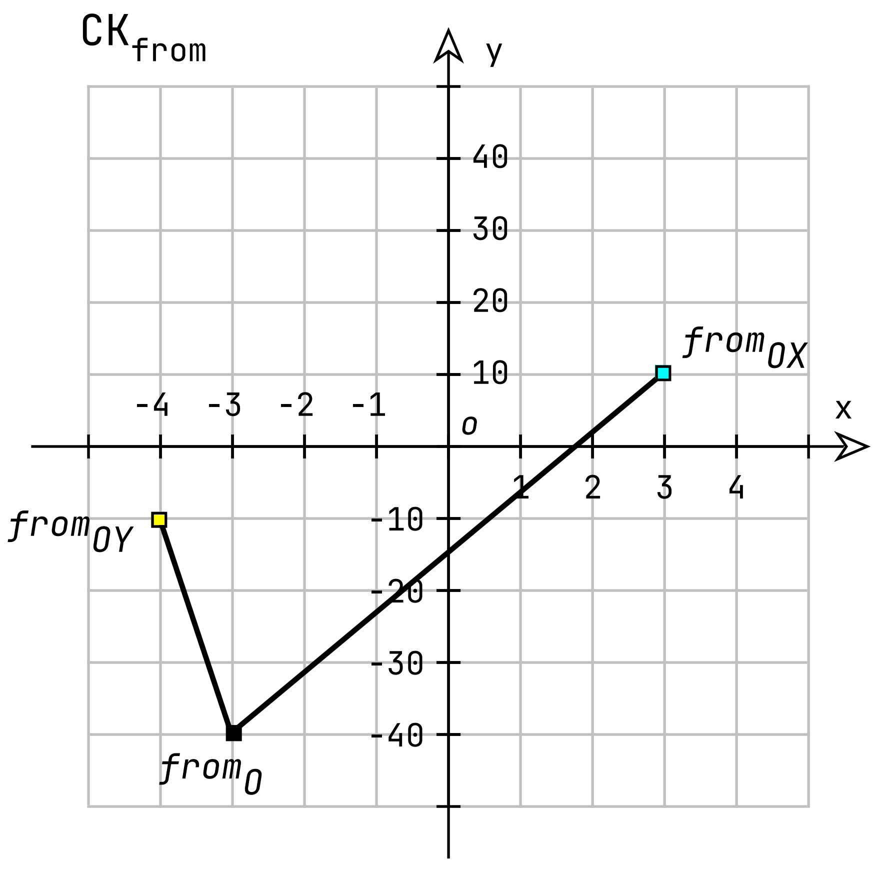
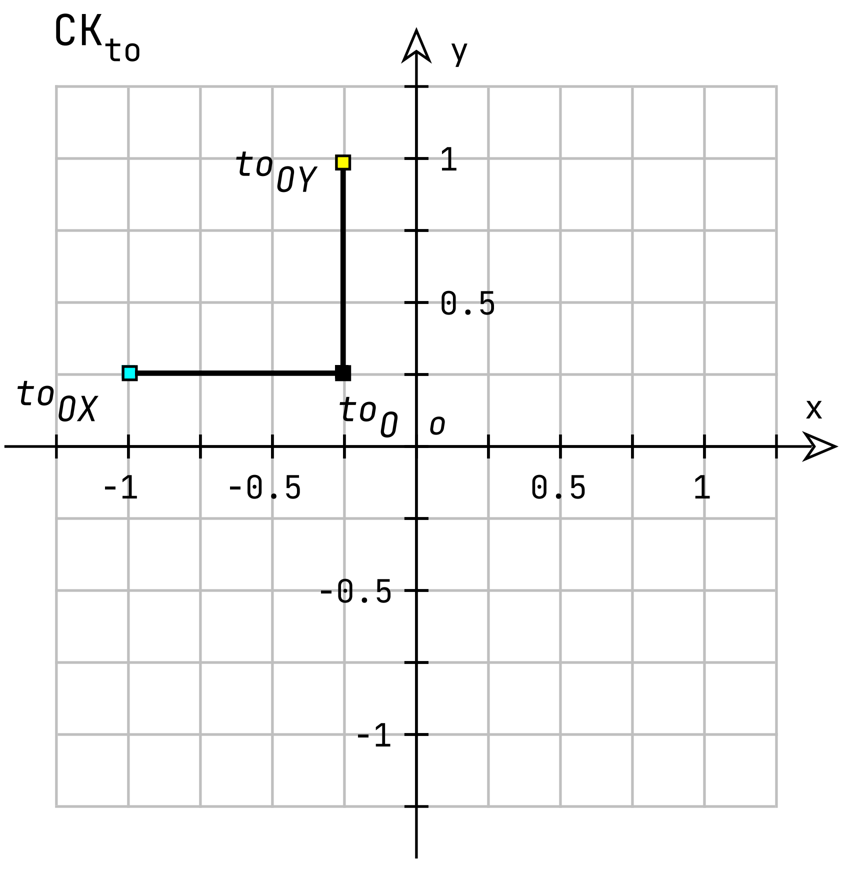
Конвертер пропорций и углов

(метод преобразования точек и отрезков между произвольными системами координат)

Даны две произвольные системы координат $СК_{from}$ и $СК_{to}$.
Разместим в каждой системе координат по <u>три произвольные точки</u>:

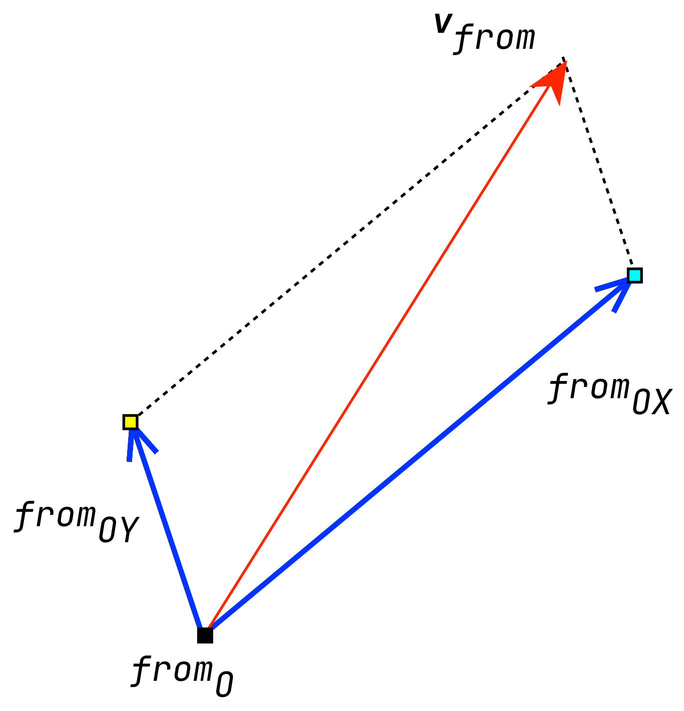




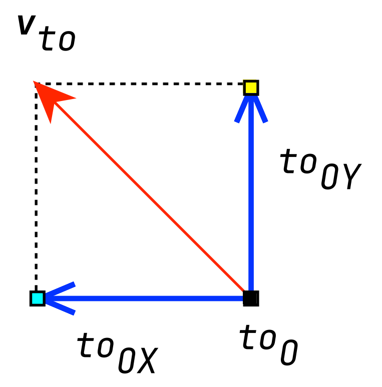
$from_0$: (-3, -40)
$from_{OX}$: (3, 10)
$from_{OY}$: (-4, -10)

to_0: (-0.25, 0.25)
to_{OX}: (-1, 0.25)
to_{OY}: (-0.25, 1)

По трем точкам мы можем построить вектора базисов:



Базис FROM: $from_{OY}$-$from_{OX}$



Базис TO: to_{OY}-to_{OX}

Сделаем <u>утверждение</u>, что вектор v_{from} равен вектору v_{to}:

$$\boxed{\mathbf{v}_{from} = \mathbf{v}_{to}} \quad (1)$$

С другой стороны, вектора базиса FROM можно разложить по векторам базиса TO, а затем вычислить матрицу перехода $W_{TO \to FROM}$. Значит вектор v_{from} также можно вычислить по формуле:

$$\boxed{\mathbf{v}_{from} = W^{-1} * \mathbf{v}_{to}} \quad (2)$$

Аналогично, вектора базиса TO можно разложить по векторам базиса FROM, а затем вычислить матрицу перехода $U_{FROM \to TO}$. Значит вектор v_{to} также можно вычислить по формуле:

$$\boxed{\mathbf{v}_{to} = U^{-1} * \mathbf{v}_{from}} \quad (3)$$

Основываясь на утверждении (1) мы можем приравнять (2) и (3) и выразить любой вектор:

$$W^{-1} * \mathbf{v}_{to} = U^{-1} * \mathbf{v}_{from}$$

$$\boxed{\mathbf{v}_{to} = \boxed{W * U^{-1}} * \mathbf{v}_{from}} \quad (4)$$

Матрица перехода **A**
от базиса FROM к базису TO

$$(5) \quad \boxed{\mathbf{v}_{to} = A * \mathbf{v}_{from}} \qquad \boxed{\mathbf{v}_{from} = A^{-1} * \mathbf{v}_{to}} \quad (6)$$

Подставляя в (5) и в (6) <u>точки вместо векторов</u> мы можем конвертировать **точки** между системами координат $СК_{from}$ и $СК_{to}$. А **отрезки** из $СК_{from}$ будут сохранять пропорции и углы с соответствующими отрезками из $СК_{to}$, и наоборот, отрезки из $СК_{to}$ будут сохранять пропорции и углы с соответствующими отрезками из $СК_{from}$.

<u>Важно:</u> матрицы перехода **W** и **U** следует заполнять векторами базисов, выраженными **в координатах** соответствующих СК.

Таким образом мы можем конвертировать точки и отрезки с сохранением пропорций и углов между произвольными системами координат: