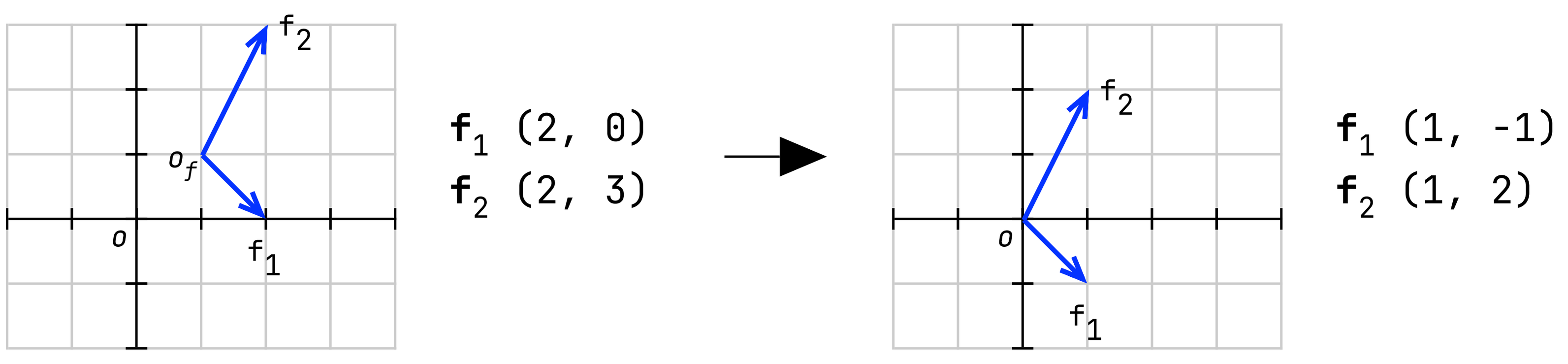
Учесть смещение в матрице перехода

Чтобы учесть смещение потребуется:

1. Использовать матрицу размером 3x3. То, почему выбирается матрица 3x3 и как ее заполнить, описано ниже.
2. Надо использовать такие координаты векторов базиса, как если бы они выходили из точки `(0, 0)`, например:



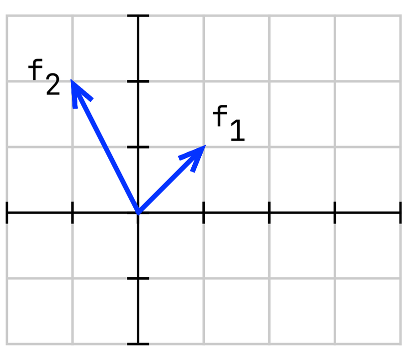
Двумерные трансформации:

- масштабирование, scale;
- вращение(вокруг оси z), rotate;
- искажение, skew;
- зеркалирование;
- и другие произвольные

в результате меняют какой-то конкретный вектор базиса или все сразу:

- меняется длина вектора;
- меняется угол поворота вектора относительно оси.

Базис состоит из двух радиус векторов:



Матрица 2x2 для перехода вектора $\mathbf{v_f}$ от базиса f_1-f_2 к стандартному базису:
<u>координаты выписываются по столбцам</u>

$$\begin{array}{cc} \text{координаты вектора } f_1 & \text{координаты вектора } f_2 \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Если матрица отличается от $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, то это означает, что базис как-то трансформирован.

Очевидно, что невозможно задать смещение в матрице размерностью 2x2.

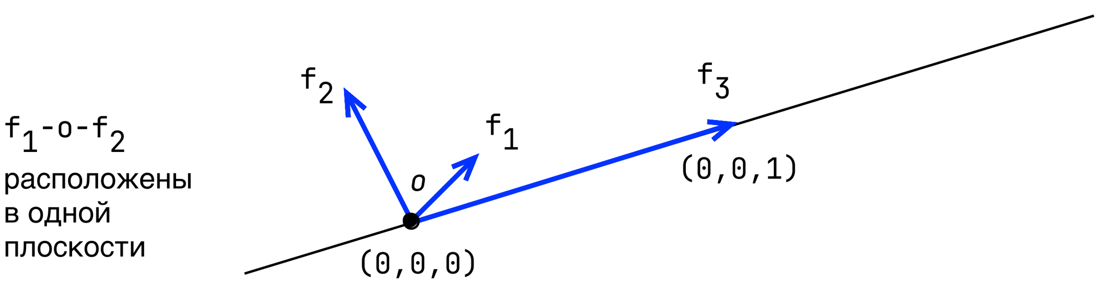
Смещение можно задать в матрице 3x3. Для этого базис проецируется на Афинную карту Проективной плоскости.

Проективная плоскость — это бесконечное множество прямых трехмерного пространства, проходящих через точку `(0,0,0)`. Причем каждая прямая состоит из бесконечного множества векторов.

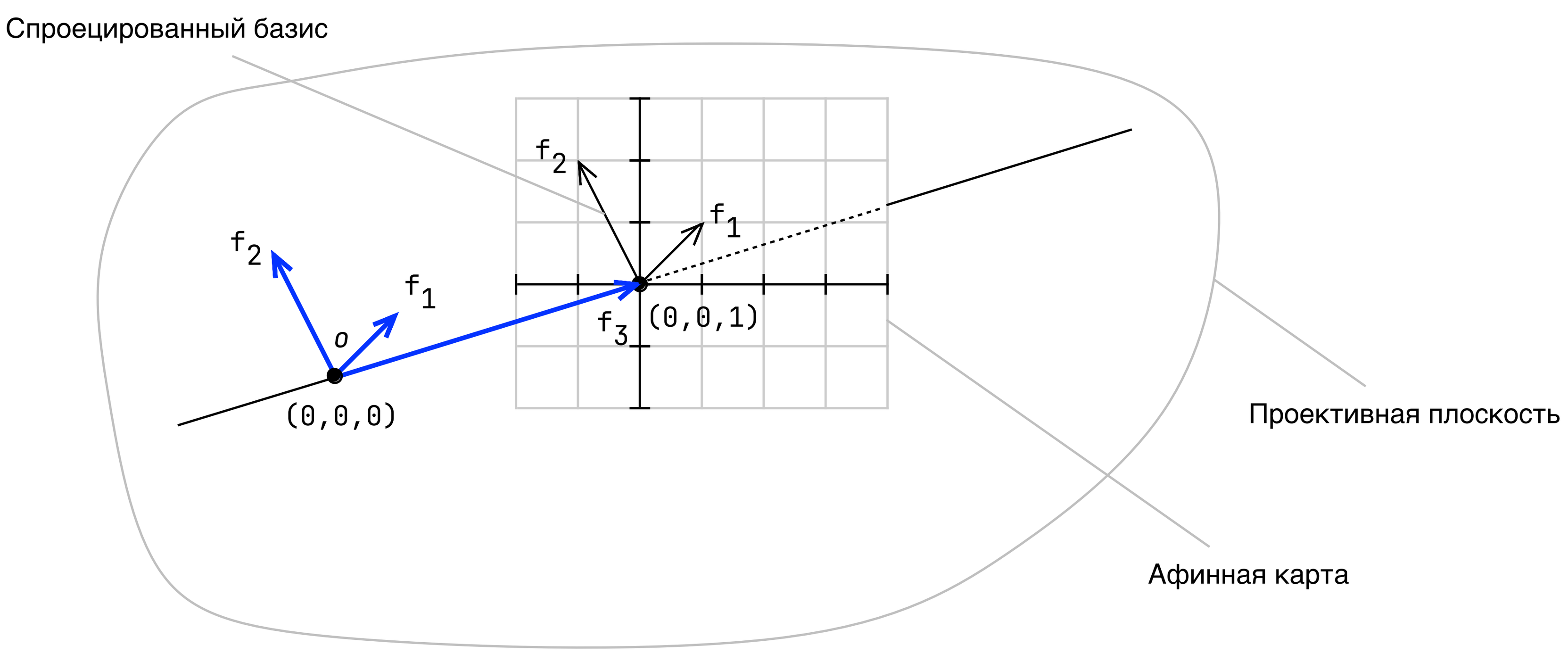
Афинная карта позволяет нам на большóй кусок Проективной плоскости смотреть просто как на Афинную плоскость.

Давайте спроецируем рассмотренный выше базис f_1-f_2 на афинную карту проективной плоскости.

Сначала добавим третий вектор к базису (т.к. проективная плоскость 3х-мерна). И это обязательно должен быть вектор `(0,0,1)` — если зафиксировать третью координату единицей, то это позволит выбрать удобную афинную карту с простыми формулами пересчета между проективными однородными координатами и афинными координатами плоскости.



Выберем афинную карту — это будет плоскость <u>параллельная</u> f_1-o-f_2 и проходящая через точку `(0,0,1)`:



Все пропорции включая углы между f_1-o-f_2 и f_1—f_3-f_2 совпадают благодаря тому, что афинная плоскость проходит через точку `(0,0,1)`.

Матрица для перехода вектора $\mathbf{v_f}$ от базиса f_1-f_2 к стандартному базису:

координаты вектора f_1 | координаты вектора f_2

$$\begin{bmatrix} a & c & e \\ b & d & f \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

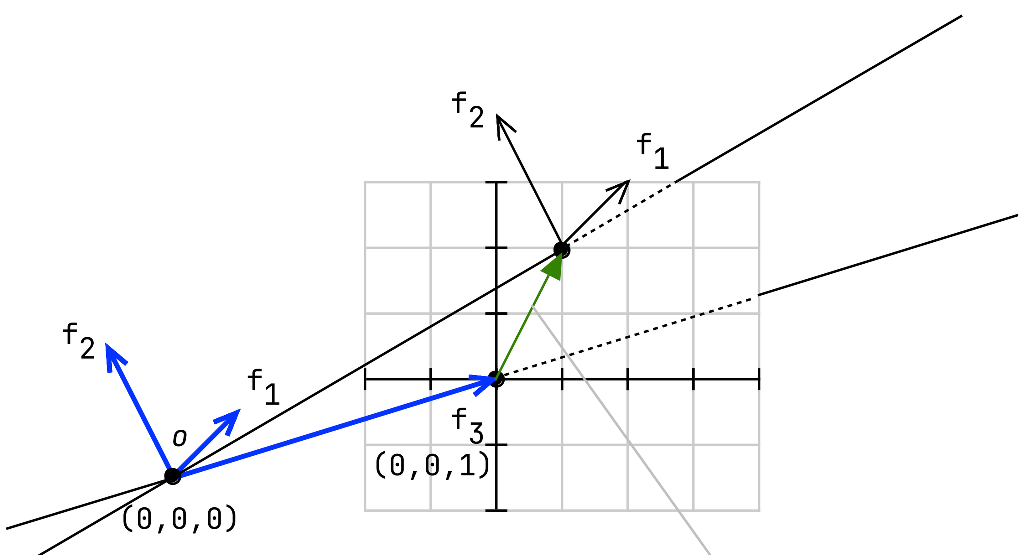
значения никогда не меняются | вектор смещения проекции базиса

вектор **ef** `(0, 0)`, поэтому базис f_1-f_2 спроецирован без смещения

Довольно часто матрицу записывают в виде строки:

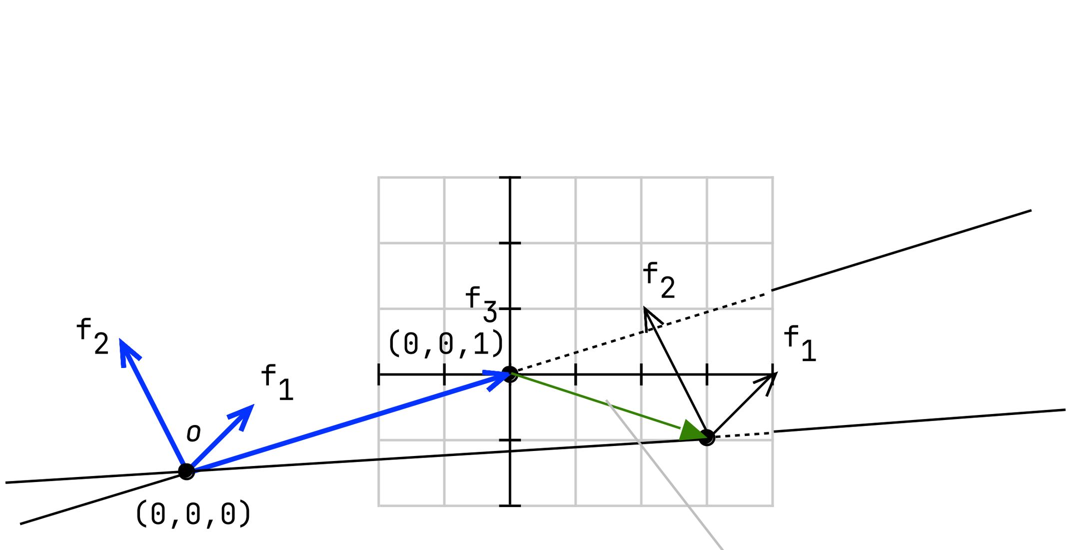
```
a, b, c, d, e, f
```

Примеры с ненулевым смещением:



$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

базис f_1-f_2 спроецирован со смещением на вектор **ef** `(1, 2)`

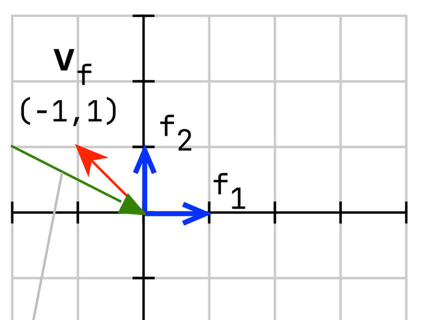


$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

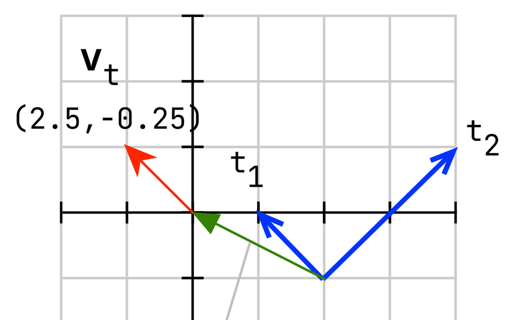
базис f_1-f_2 спроецирован со смещением на вектор **ef** `(3, -1)`

Рассмотрим пример #1.

Конвертируем
$\mathbf{v_f}$ <-> $\mathbf{v_t}$



смещение в стандартном базисе
из точки `(-2,0)`
на вектор `(2,-1) = 2f1 - f2`



смещение в базисе t_1-t_2
из точки `(0,0)`
на вектор `(1.5,-0.25) = 1.5t1 - 0.25t2`