

七年级上【浙教版数学】

第 1 章 有理数

1.1 从自然数到有理数

- 自然数: 0, 1, 2, 3, 4, 5...
- 有理数【rational number】是整数（正整数、0、负整数）和分数的统称，是整数和分数的集合。
- 不是有理数的实数称为无理数，无理数也称为无限不循环小数，不能写作两整数之比。若将它写成小数形式，小数点之后的数字有无限多个，并且不会循环。

1.2 数轴

定义：规定了 **原点** 【origin】、**单位长度** 【unit length】和 **正方向** 【positive direction】的直线。

相反数

定义：指绝对值相等，正负号相反的两个数互为 **相反数** 【opposite number】。

- 在数轴上，表示互为相反数（0 除外）的两个点，位于原点的两侧，并且到原点的距离相等。

1.3 绝对值

定义：把一个数在数轴上对应的点到原点的距离叫做这个数的 **绝对值** 【absolute value】。

- 一个正数的绝对值是它本身；一个负数的绝对值是它的相反数；0 的绝对值是 0。
- 互为相反数的两个数绝对值相等。

1.4 有理数的大小比较

- **在数轴上表示的两个数，右边的数总比左边的数大。**有理数的大小比较法则也适用于实数。
- 正数都大于 0，负数都小于 0，正数大于负数。
- 两个正数比较大小，绝对值大的数大。
- 两个负数比较大小，绝对值大的数反而小。

第 2 章 有理数运算

2.1 有理数的加法

- 同号两数相加，取与加数相同的符号，并把绝对值相加。
- 异号两数相加，取绝对值较大的加数的符号，并用较大的绝对值减去较小的绝对值。
- 互为相反数的两个数相加得 0；一个数同 0 相加，仍得这个数。
- **加法交换律**：两个数相加，交换加数的位置，和不变。

$$a + b = b + a$$

- **加法结合律**：三个数相加，先把前两个数相加，或者先把后两个数相加，和不变。

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

2.2 有理数的减法

- 减去一个数，等于加上这个数的相反数。

2.3 有理数的乘法

- 两数相乘，同号得正，异号得负，并把绝对值相乘。
- 任何数与 0 相乘，积为 0。
- 若两个有理数的乘积为 1，就称这两个有理数 **互为倒数**。
- 乘法交换律**：两个数相乘，交换因数的位置，积不变。

$$a \times b = b \times a$$

- 乘法结合律**：三个数相乘，先把前两个数相乘，或者先把后两个数相乘，积不变。

$$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$$

- 分配律**：一个数与两个数的和相乘，等于把这个数分别与这两个数相乘，再把积相加。

$$a \times (a + c) = a \times b + a \times c$$

2.4 有理数的除法

- 两数相除，同号得正，异号得负，并把绝对值相除；0 除以任何一个不等于 0 的数都得 0。
- 除以一个数（不等于 0），等于乘以这个数的倒数。
- 通常我们把除法转化为乘法，使运算更简便。

2.5 有理数的乘方

- 求几个相同因数的积的运算叫做 **乘方** (involution)，乘方的结果叫做 **幂** (power)。
- 在 a^n 中，**a** 叫做 **底数** (base)，**n** 叫做 **指数** (exponent)，读做 **a 的 n 次方** 或 **a 的 n 次幂**。
- 幂的底数是分数或负数时，底数应该添上括号，如 $(-5)^3$ ， $(\frac{2}{3})^4$
- 幂的符号与指数有这样的关系？ $(-1)^{11} = -1$ (为什么？)

2.6 有理数的混合运算

- 先算乘方，再算乘除，最后算加减。
- 如果有括号，先进行括号里的运算。

2.7 近似数

- 准确数**【accurate number】：与实际完全符合的数。
- 近似数**【approximate number】：与实际接近的数。
- 精确度**【accuracy】：一个近似数的精确度可用四舍五入表述，四舍五入到哪一位，就说近似数精确到哪一位。
- 近似数计算可用计算器作为辅助计算工具，常用的计算器：简易计算器、科学计算器、图形计算器。

第 3 章 实数

3.1 平方根

- 如果一个数的平方等于 a ，那么这个数叫做 a 的 **平方根** 【square root】，也叫做 a 的 **二次方根**。
- 一个正数有正、负两个平方根，它们互为相反数；0 的平方根是 0；负数没有平方根。
- 一个正数 a 的平方根用 \sqrt{a} 表示（读做 **根号 a** ）； a 的负平方根用 $-\sqrt{a}$ 表示（读做 **负根号 a** ）。
- 一个正数 a 的平方根就用 $\pm\sqrt{a}$ 表示（读做 **正、负根号 a** ），其中 a 叫做 **被开方数**。
- 求一个数的 **平方根** 的运算叫做 **开平方**，开平方是平方运算的逆运算。
- 正数的正平方根称为 **算术平方根**，0 的算术平方根是 0，一个数 $a(a \geq 0)$ 的算术平方根记做 \sqrt{a}

3.2 实数

- 有理数和无理数统称 **实数** 【real number】。
- 有理数的大小比较法则也适用于实数。
- π , $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$ 都是正无理数。

实数分类

- 有理数【rational number】
 - 整数【integer】：有限小数、无限循环小数
 - 正整数
 - 零
 - 负整数
 - 分数【fraction】：分数都可以化成小数
 - 正分数
 - 负分数
- 无理数【irrational number】：无限不循环小数
 - 正无理数
 - 负无理数

神奇的圆周率

$$\pi = 3.1415926535897932384626433832795028841971693 \dots$$

$$\pi = 4 \times \left(\frac{2 \times 4 \times 4 \times 6 \times 6 \times 8 \times 8 \times 10 \times 10 \times 12 \times 12 \dots}{3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 \times 7 \times 9 \times 9 \times 11 \times 11 \times 13 \dots} \right)$$

$$\pi = 4 \times \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} + \frac{1}{13} - \frac{1}{15} + \frac{1}{17} - \frac{1}{19} + \dots \right)$$

3.3 立方根

- 如果一个数的立方等于 a ，那么这个数叫做 a 的 **立方根** 【cube root】，也叫做 a 的 **立方根** 或 **三次方根**，记做 $\sqrt[3]{a}$
- 其中 a 叫做 **被开方数**，3 是根指数
- 求一个数的 **立方根** 的运算叫做 **开立方**
- 一个正数有一个正的立方根，一个负数有一个负的立方根 0 的立方根是 0

3.4 实数的运算

- 数数的运算顺序是：先算乘方和开方，再算乘除，最后算加减。
- 如果遇到括号，则先进行括号里的运算。
- 有理数的运算律和运算法则在实数范围内同样适用。

第4章 代数式

4.1 用字母表示数

- 若 $a \geq 0$ ，则 $|a| = a$
- 若 $a < 0$ ，则 $|a| = -a$

$$|a| = \begin{cases} a(a \geq 0) \\ -a(a < 0) \end{cases}$$

数学符号

- 数量符号：如 $\frac{5}{2}$, 3, $1.4\dot{2}$, π , a , x 等
- 运算符号：如 $+$, $-$, \times , \div , $:$ (比), \sqrt{a} , $\sqrt[3]{a}$
- 关系符号：如 $=$, \approx , \neq (不等), \leq , \geq , $<$, $>$, $//$ (平行), \perp (垂直)
- 结合符号：如 $()$, $[]$
- 性质符号：如 \pm (正负号), $||$ (绝对值)
- 省略符号：如 $\triangle\triangle$ (三角形) \because (因为) \therefore (所以)

4.2 代数式

定义：由数、表示数的字母和运算符号组成的数学表达式称为 **代数式** 【algebraic expression】。

- 这里的运算符是指：加、减、乘、除、乘方、开方
- 单独一个数或者一个字母也称为代数式

4.3 代数式的值

定义：用数值代替代数式里的字母，计算后所得的结果叫做 **代数式的值**

4.4 整式

- **单项式** 和 **多项式** 统称为 **整式**

单项式

- 由数与字母或字母与字母相乘组成的 **代数式** 叫做 **单项式** 【monomial】
- 单项式中的数字因数叫做这个单项式的 **系数** 【coefficient】
- 一个单项式中，所有字母的指数的和叫做这个单项式的 **系数** 【degree】

多项式

- 由几个单项式相加组成的代数式叫做 **多项式** 【polynomial】
- 在 **多项式** 中，每个 **单项式** 叫做多项式的 **项** 【term】

- 不含字母的 **项** 叫做 **常数项** 【constant term】
- 次数最高的 **项** 的次数就是这个多项式的次数

4.5 合并同类项

- 多项式中，所含字母相同，并且相同字母的指数也相同的项，叫做 **同类项** 【like terms】
- 所有 **常数项** 也看作 **同类项**
- 把多项式中的 **同类项** 合并成一项，叫做 **合并同类项** 【combining like terms】
- **合并同类项的法则**：把同类项的系数相加，所得的结果作为系数，字母和字母的指数不变

4.6 整式的加减

- 括号前是 **+** 号，把括号和它前面的 **+** 号去掉，括号里各项都不变号 $+(a-b+c) = a-b+c$
- 括号前是 **-** 号，把括号和它前面的 **-** 号去掉，括号里各项都改变符号 $-(a-b+c) = -a+b-c$

第 5 章 一元一次方程

5.1 一元一次方程

- 只含有一个未知数，并且未知数的指数是一次，这个的方程叫做 **一元一次方程** 【linear equation in one unknown】
- 使一元一次方程左右两边的值相等的未知数的值叫做一元一次方程的 **解** 【solution】，也叫做方程的 **根**

5.2 等式的基本性质

- **等式的性质 1**：等式的两边都加上或都减去同一个数或式，所得结果仍是等式。

如果 $a = b$ ，那么 $a \pm c = b \pm c$

- **等式的性质 2**：等式的两边都乘或都除以同一个数或式（除数不能为 0），所得结果仍是等式。

如果 $a = b$ ，那么 $ac = bc$ 或者 $\frac{a}{c} = \frac{b}{c} (c \neq 0)$

5.3 一元一次方程的解法

- **移项** 【transposition of terms】：把方程中的项改变符号后，从方程的一边移到另一边
- **解一元一次方程的步骤**：去分母 \Rightarrow 去括号 \Rightarrow 移项 \Rightarrow 合并同类项 \Rightarrow 两边同除以未知数的系数

第 6 章 图形的初步知识

6.1 几何图形

- 点、线、面、体称为 **几何图形** 【geometric figure】
- **立体图形** 【solid figure】
- **平面图形** 【plane figure】

6.2 线段、射线和直线

- **线段** 【segment】

- **射线** 【ray】
- **直线** 【straight line】
- 经过两点有一条而且只有一条直线， **两点确定一条直线**

6.3 线段的长短比较

- 线段 AB 与 AC 相等，记为 $AB = AC$
- 线段 BC 大于线段 AB，记为 $BC > AB$ 或 $AB < BC$
- 在所有连结两点的线中，线段最短， **两点之间线段最短**
- 连结两点的线段的长度叫做这 **两点之间的距离** 【distance】

6.4 线段的和差

- 如果一条线段的长度是另两条线段的长度的和，这条线段叫做另 **两条线段的和**
- 如果一条线段的长度是另两条线段的长度的差，这条线段叫做另 **两条线段的差**
- 两条线段的 **和** 或 **差** 乃是一条线段

例 2 【答题规范】

如图 6-22，P 是线段 AB 的中点，点 C，D 是线段 AB 三等分。已知线段 CP 的长为 1.5cm，求线段 AB 的长。



图6-22

分析 如果能得到线段 CP 与线段 AB 之间的长度比，就能求出线段 AB 的长。

解 \because 点 P 是线段 AB 的中点

$$\therefore AP = \frac{1}{2}AB$$

\because 点 C，D 把线段 AB 三等分

$$\therefore AC = CD = DB = \frac{1}{3}AB$$

$$\therefore AP - AC = CP$$

$$\therefore AB = 6CP = 6 \times 1.5 = 9(\text{cm})$$

答 : 线段 AB 的长为 9cm。

6.5 角与角的度量

- **角** 【angle】是由两条有公共端点的射线组成的图形，这个公共端点叫 **顶点** 【vertex】
- 角也可以看成是由一条射线绕着它的端点旋转而成的图形（图 6-25）
- 起始位置的射线叫做 **角的始边**
- 终止位置的射线叫做 **角的终边**
- 角用符号 \angle 表示，读做 **角**
- 角的表示法: $\angle ABC$, $\angle B$, $\angle \alpha$, $\angle \beta$
- **平角** 180°

- 周角 360°
- 直角 【right angle】 90°
- 锐角 【acute angle】 $< 90^\circ$
- 钝角 【obtuse angle】 $180^\circ > 90^\circ$

角的度量

- 把 1° 分成 60 份，每一份就是 1 分，记做 $1'$
- 把 $1'$ 的角再分成 60 份，每一份就是 1 秒，记做 $1''$

$$1^\circ = 60', 1' = (\frac{1}{60})^\circ; 1' = 60'', 1'' = (\frac{1}{60})'$$

6.6 角的大小比较

- 如果两个角的度数相等，那么我们就说两个角相等
- $\angle B$ 与 $\angle C$ 相等，记做 $\angle B = \angle C$
- $\angle B$ 大于 $\angle A$ ，记做 $\angle B > \angle A$ 或 $\angle A < \angle B$

6.7 角的和差

- 如果一个角的度数是另外两个角的度数的和，那么这个角就叫做另 两个角的和
- 如果一个角的度数是另外两个角的度数的差，那么这个角就叫做另 两个角的差
- $\angle \gamma$ 是 $\angle \alpha$ 与 $\angle \beta$ 的和，记做 $\angle \gamma = \angle \alpha + \angle \beta$
- $\angle \beta$ 是 $\angle \gamma$ 与 $\angle \alpha$ 的差，记做 $\angle \beta = \angle \gamma - \angle \alpha$
- 从一角顶点引出一条射线，把这个角分成两个相等的角，这条射线叫做这个 角的平分线 【angular bisector】

6.8 斜角和补角

- 如果两个锐角的和是一个直角，就说这两个角 互为余角，简称 互余，也可以说其中一个角是另一个角的 余角 【complementary angle】
- 如果两个锐角的和是一个平角，就说这两个角 互为补角，简称 互补，也可以说其中一个角是另一个角的 补角 【supplementary angle】

6.9 直线的相交

- 如果两条直线只有一个公共点，就说这两条直线 相交 【intersection】
- 该公共点叫做这两条直线的 交点 【intersection point】
- 把其中相对的任何一对角叫做 对顶角 【opposite angle】
- 对顶角相等
- 当两条直线相交所构成的四个角中有一个是直角时，就说这两条直线 互相垂直 【perpendicular】
- 其中的一条直线叫做另一条直线的垂线，它们的交点叫做 垂足 【perpendicular foot】
- 在同一平面内，过一点有一条而且仅有一条直线垂直于已知直线
- 连结直线外一点与直线上各点的所有线段中，垂线段最短