

九年级上【浙教版数学】

第1章 二次函数

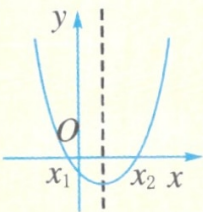
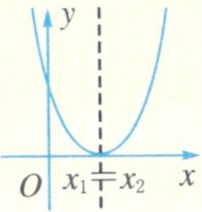
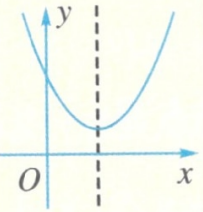
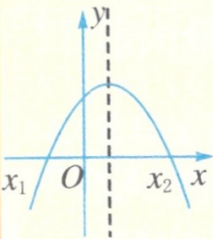
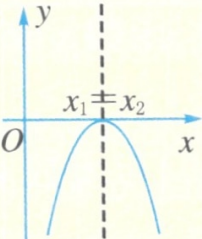
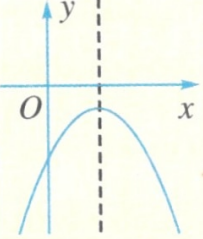
1.1 二次函数

形如  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a, b, c$  是常数,  $a \neq 0$ ) 的函数叫做 **二次函数** (quadratic function)

1.2 二次函数的图像

- 抛物线** (parabola) 与它的对称轴的交点叫做抛物线的 **顶点**
- 二次函数  $y = ax^2$  ( $a \neq 0$ ) 的图像是一条抛物线, 它关于  $y$  轴对称, 顶点是坐标原点;  $a > 0$  时, 抛物线开口向上, 顶点是抛物线的最低点; 当  $a < 0$  时, 抛物线开口向下, 顶点是抛物线的最高点
- 函数  $y = a(x - m)^2 + k$  ( $a \neq 0$ ) 的图像, 可以由函数  $y = ax^2$  的图像向右 (当  $m > 0$ ) 或向左 (当  $m < 0$ ) 平移  $|m|$  个单位, 再向上 (当  $k > 0$ ) 或向下 (当  $k < 0$ ) 平移  $|k|$  个单位得到, 顶点是  $(m, k)$ , 对称轴是直线  $x = m$
- 二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ) 的图像是一条抛物线, 它的对称轴是直线  $x = -\frac{b}{2a}$ , 顶点坐标是  $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a})$ ;  $a > 0$  时, 抛物线开口向上, 顶点是抛物线的最低点; 当  $a < 0$  时, 抛物线开口向下, 顶点是抛物线的最高点

1.3 二次函数的性质

条件	图 象			增 减 性	最 大 (小) 值
$a > 0$	$b^2 - 4ac > 0$	$b^2 - 4ac = 0$	$b^2 - 4ac < 0$	当 $x \leq -\frac{b}{2a}$ 时, $y$ 随 $x$ 的增大而减小; 当 $x \geq -\frac{b}{2a}$ 时, $y$ 随 $x$ 的增大而增大.	当 $x = -\frac{b}{2a}$ 时, $y$ 达到最小值: $y = \frac{4ac - b^2}{4a}$ ; 无最大值.
					
$a < 0$				当 $x \leq -\frac{b}{2a}$ 时, $y$ 随 $x$ 的增大而增大; 当 $x \geq -\frac{b}{2a}$ 时, $y$ 随 $x$ 的增大而减小.	当 $x = -\frac{b}{2a}$ 时, $y$ 达到最大值: $y = \frac{4ac - b^2}{4a}$ ; 无最小值.

1.4 二次函数的应用

## 第2章 简单事件的概率

### 2.1 事件的可能性

- 在一定条件下一定会发生的事件叫做 **必然事件** (certain event)
- 在一定条件下一定不会发生的事件叫做 **不可能事件** (impossible event)
- 在一定条件下可能发生，也可能不发生的事件叫做 **不确定事件** (uncertain event) 或 **随机事件** (random event)

### 2.2 简单事件的概率

- 把事件发生的可能性大小称为事件发生的 **概率** (probability)
- 事件 **A** 发生的概率记作  $P(A)$
- 必然事件发生的概率为 100%， $P(\text{必然事件}) = 1$
- 不可能事件发生的概率为 0， $P(\text{不可能事件}) = 0$
- 随机事件发生的概率介于 0 和 1 之间， $0 < P(\text{随机事件}) < 1$
- 如果事件发生的各种结果的可能性相同或者相互排斥，结果总数为  $n$ ，事件 **A** 包含其中的结果数为  $m(m \neq n)$ ，那么事件 **A** 发生的概率为

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

### 2.3 用频率估计概率

我们可以 **通过大量的重复试验**，用一个事件发生的频率来估计这一事件发生的概率

### 2.4 概率的简单应用

## 第3章 圆的基本性质

### 3.1 圆

- 圆** (circle)
- 圆心** (centre)
- 半径** (radius)
- 连结圆上任意两点的线段叫做 **弦** (chord)，经过圆心的弦叫做 **直径** (diameter)
- 圆上任意两点的部分叫做 **圆弧**，简称 **弧** (arc)
- 圆上任意一条直径的两个端点分圆成两条弧，每一条弧叫做 **半圆** (semicircle)
- 小于半圆的弧叫做 **劣弧** (minor arc)，记作  $\widehat{BC}$
- 大于半圆的弧叫做 **优弧** (major arc)，记作  $\widehat{BAC}$
- 把半径相等的两个圆叫做 **等圆**
- 把能够重合的弧称为 **相等的弧**
- 用  $r$  表示圆的半径， $d$  表示同一平面内点到圆心的距离，则有：

$$d > r \iff \text{点在圆外}$$

$$d = r \iff \text{点在圆上}$$

$d < r \iff \text{点在圆内}$ 

- 不在同一平面上的3个点确定一个圆
- 经过三角形各个顶点的圆叫做 **三角形的外接圆**，这个外接圆的圆心叫做 **三角形的外心**，三角形叫做 **圆的内接三角形**

## 3.2 圆形的旋转

- 图形 **旋转** (rotation)
- **旋转中心** (center of rotation)
- 图形经过旋转所得的图形和原图形全等
- 对应点到旋转中心的距离相等，任何一对对应点与旋转中心连线所成的角度等于旋转的角度

## 3.3 垂径定理

- 垂径定理：**垂直与弦的直径平分这条弦，并且平分弦所对应的弧**
- 分一条弧成相等的两条弧的点，叫做这条 **弧的中点**
- 圆心到圆的一条弦的距离叫做 **弦心距**
- 定理1：**平分弦（不是直径）的直径垂直与弦，并且平分弦所对应的弧**
- 定理2：**平分弧的直径垂直平分弧所对应的弦**

## 3.4 圆心角

- 顶点在圆心上的角叫做 **圆心角** (central angle)
- 圆心角定理：**在同圆或等圆中，相等的圆心角所对应的弧相等，所对应的弦也相等**
- $n^\circ$  的圆心角所对应的弧叫做  $n^\circ$
- 在同圆或等圆中，如果两个圆心角、两条弧、两条弦、两个弦心距中有一对量相等，那么它们所对应的其余各对量都相等

## 3.5 圆周角

- $\angle BAC$  的顶点在圆上，它的两条边都和圆相交，这样的角叫做 **圆周角** (inscribed angle)
- 圆周角的度数等于它所对弧上的圆心角度数的一半
- 半圆（或直径）所对的圆周角是直角
- $90^\circ$  的圆周角所对的弦是直径
- 在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角相等；相等的圆周角所对的弧也相等

## 3.6 圆内接四边形

- 如果一个四边形的各个顶点在同一个圆上，这个四边形叫做 **圆内接四边形** (cyclic quadrilateral)，这个圆叫做四边形的 **外接圆** (circumscribed circle)
- 内接四边形的对角互补

## 3.7 正多边形

- 各边相等、各内角也相等的多边形叫做 **正多边形** (regular polygon)
- 把经过一个正多边形的各个顶点的圆叫做这个正多边形的 **外接圆**，这个正多边形也就叫做 **圆内接正多边形**

## 3.8 弧长及扇形的面积

- 在半径为  $R$  的圆中， $n^\circ$  的圆心角所对的弧长  $l$  的计算公式：

$$l = \frac{n\pi R}{180}$$

## 第 4 章 相似三角形

### 4.1 比例线段

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \iff ad = bc \quad (a, b, c, d \text{ 都不为 } 0)$$

- 两条线段的长度比叫做这 **两条线段的比**
- 四条线段  $a, b, c, d$  中, 如果  $a$  与  $b$  的比等于  $c$  与  $d$  的比, 即  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ , 那么这四条线段叫做 **成比例线段**, 简称 **比例线段** (proportional segments)
- 如果 3 个数  $a, b, c$  满足比例式  $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$  (或  $a : b = b : c$ ), 那么  $b$  叫做  $a, c$  的比例中项

$$b^2 = ac \iff \frac{a}{b} = \frac{b}{c}$$

### 4.1 比例线段 (黄金分割)



图4-5

- 如果点  $P$  把线段  $AB$  分成两条线段  $AP$  和  $PB$ , 使  $AP > PB$ , 且  $\frac{PB}{AP} = \frac{AP}{AB}$ , 那么称线段  $AB$  被点  $P$  **黄金分割** (golden section), 点  $P$  叫做线段  $AB$  的 **黄金分割点**, 所分成的较长的一条线段  $AP$  与整条线段  $AB$  的比叫做 **黄金比** (golden ratio)
- 如图4-5, 设  $\frac{AP}{AB} = x$ , 则  $PB = AB - AP = AB - AB \times x$
- 由  $\frac{PB}{AP} = \frac{AP}{AB}$ , 得  $\frac{AB - AB \times x}{AB \times x} = \frac{AB \times x}{AB}$ , 即  $\frac{1-x}{x} = \frac{x}{1}$ , 化简得  $x^2 + x - 1 = 0$
- 解得  $x_1 = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ ,  $x_2 = \frac{-1-\sqrt{5}}{2}$  (舍去)
- $\therefore \frac{AP}{AB} = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \approx 0.618$

### 4.2 由平行线截得的比例线段

- 两条直线被一组平行线 (不少于3条) 所截, 所得的对应线段成比例

### 4.3 相似三角形

- 相似三角形的对应角相等, 对应边成比例

### 4.4 两个三角形相似的判定

- 平行与三角形一边的直线和其他两边相交, 所构成的三角形与原三角形相似
- 两个对应角相等的三角形相似
- 两边对应成比例, 且夹角相等的两个三角形相似
- 三边对应成比例的两个三角形相似

### 4.5 相似三角形的性质及其应用

- 三角形三条中线的交点叫做三角形的 **重心** (centroid)
- 三角形的重心分每一条中线成 **1 : 2** 的两条线段
- 相似三角形的周长之比等于 **相似比**
- 相似三角形的面积之比等于相似比的平方

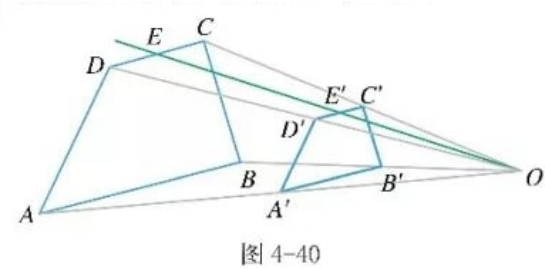
### 4.6 相似多边形

- 对应角相等, 对应边成比例的两个多边形叫做 **相似多边形** (similar polygon)
- 相似多边形对应边的比叫做 **相似比**

- 相似多边形的周长之比等于 相似比
- 相似多边形的面积之比等于相似比的平方

4.7 图形的位似

如果两个图形满足以下两个条件：所有经过对应点的直线都相交与一点；这个交点到对应点的距离之比都相等；那么两个图形就叫做 相似图形（homothetic figures）。经过各对应两点的直线的交点叫做 位似中心（homothetic centre）。位似中心到两个对应点的距离之比叫做 位似比（homothetic ratio）。



当坐标原点为位似中心时，若图形上点的坐标为  $(x,y)$ ，位似图形与原图形的相似比为  $k$ ，则位似图形上的对应点的坐标为  $(kx,ky)$  或  $(-kx,-ky)$ 。

