

基于加权傅里叶变换的长期趋势预测

交易性择时策略研究之七

报告摘要:

● 并非任何时刻都可以择时

有些时候仅仅将市场状态分解为看多或者看空是不合理的，因为市场可能根本就不存在趋势。在市场没有趋势的时候进行趋势跟随，可能会出现趋势信号不断改变的情况。此时采用趋势策略是不明智的。只有市场存在趋势，趋势策略的价值才能得到体现。

● 通过震荡判断趋势

趋势与震荡是市场的两种状态，市场非趋势即震荡。那么当采用趋势线判定市场状态存在较高延迟时，我们可以考虑首先判断市场是否处于震荡状态。判断震荡的模型所需数据窗口相对较短，延迟更低。经过模型计算，若非震荡，则市场处于趋势行情，可以通过趋势模型攫取绝对收益。

● 通过估计市场波动周期甄别震荡与趋势

判断市场是否为震荡市，可以通过市场波动周期进行衡量。波动周期短的行情往往对应震荡市；反之，波动周期长的行情往往对应趋势市。估计市场波动周期的方法有很多，我们之前几篇交易性择时报告采用希尔伯特变换进行非周期波动的瞬时周期估计，但是这种方法存在一定得局限性，例如其必须在窄带随机过程下完成，也就是说要求市场波动保持一定的均值回复平稳特征，而股票市场显然是不符合这种特点的，因此在之前的几篇报告中，我们必须首先对市场波动进行去趋势处理，而这样处理就抹杀掉了市场的趋势特征，因此在本篇进行趋势与震荡区分的报告中，我们开发了一种新的算法——加权傅里叶变换。

● 通过加权傅里叶变换估计市场波动周期

通过传统的傅里叶变换估计非周期函数的“准周期”，主要存在分辨率较低的问题。于是我们开发了加权傅里叶变换算法——按照每个频率分量（周期）在谱上的强度确定权重，计算加权平均后的周期。这一模型可以很好地刻画非周期市场波动的“准周期”。

● 长线择时（沪深 300 指数）实证结果良好

当市场处于趋势行情时，我们将进行趋势交易。如果市场出现趋势，方向是很好判断的——我们将信号出现前时间子序列的收盘价数据做线性回归，当回归斜率大于零时，我们认为是上升趋势，做多指数；回归斜率小于零时，我们认为是下降趋势，做空指数。当市场从趋势行情回归至震荡行情的时候，我们对所持有的头寸进行平仓。我们将这一方法运用于沪深 300 指数择时——模型平均择时周期超过半年，2005 年至今择时正确率超过 80%，属于高胜率的长线择时模型。

图 1 沪深 300 指数择时累积收益率

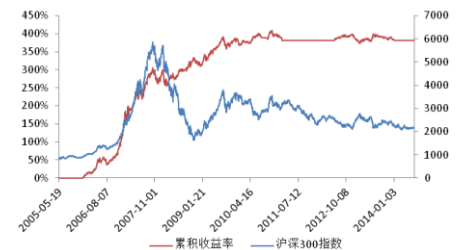
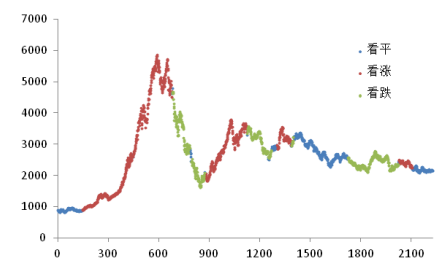


图 2 沪深 300 指数择时信号图



分析师：张超 S0260514070002



020-87555888-8646



zhangchao@gf.com.cn

相关研究:

探寻抛物线逼近下的创业板拐点	2014-07-11
从希尔伯特变换到波浪理论择时	2014-01-02
相位指标在短线择时中的应用	2013-09-02
低延迟趋势线与交易性择时	2013-07-26
希尔伯特变换下的短线择时策略	2013-06-17
基于股指期货在 A 股非交易时间表现的短线择时研究	2012-10-17

目录索引

一、识别与预测趋势和震荡的必要性	4
二、加权傅里叶变换模型	5
(一) 模型思想	5
(二) 傅里叶变换简介	6
(三) 传统傅里叶变换	7
(四) 改进后的加权傅里叶变换	11
(五) 模型应用	14
三、择时实证分析	16
四、总结	19
五、附录 (参数表)	19

图表索引

图 1: 上证指数 2013 年日 K 线图	4
图 2: 通过波动周期判断趋势与震荡	6
图 3: 正弦信号 (左) 的傅里叶变换及功率谱 (右)	10
图 4: 高分辨率谱 (左)、中等分辨率谱 (中) 与低分辨率谱 (右)	12
图 5: 非周期市场波动的离散傅里叶变换	12
图 6: 不同周期的功率谱强度	13
图 7: 时间窗口取法	14
图 8: 沪深 300 指数平均瞬时周期时间序列	15
图 9: 加权傅里叶变换择时累积收益率 (沪深 300)	16
图 10: 加权傅里叶变换沪深 300 择时分年度收益	17
图 11: 加权傅里叶变换择时累积收益率 (沪深 300 带止损)	18
图 12: 沪深 300 指数择时信号图	19
表 1: 加权傅里叶变换模型沪深 300 指数择时统计数据	17
表 2: 加权傅里叶变换模型沪深 300 择时 (带止损) 统计数据	18
表 3: 模型参数列表	19

一、识别与预测趋势和震荡的必要性

趋势策略无论是在择时领域还是在交易领域都是一类主流策略。我们之前也开发了一系列的趋势择时模型，如低延迟趋势线、希尔伯特浪等（参见广发金工择时信号站点 <http://www.gfquant.com>）。通过趋势判断，对指数或个股做出看多或者看空的预测，是该类策略的主要思路。

不过，有些时候仅仅将市场状态分解为看多或者看空是不合理的，因为市场可能根本就不存在趋势！

例如，很多做沪深 300 股指期货程序化交易的投资者都知道，2013 年 4 月和 8 月对于趋势策略来说都是很煎熬的。因为在这两个月份，市场基本没有显著的趋势，一直保持横盘震荡状态。对于传统权益类投资者来说，震荡行情或存在很大的潜在机会。但是对于诸如研究 CTA 策略之类的交易型投资者，没有趋势反而会造成很多问题。因为很多交易型投资者都会对策略设置一定的止损机制，如果市场一直处于震荡状态，会带来大量的止损单，而盈利单却非常少。如此一来，结果便是亏损。

图1：上证指数2013年日K线图



数据来源：通达信

所以，在市场没有趋势的时候进行趋势跟随，可能会出现趋势信号不断改变的情况。此时采用趋势策略是不明智的。只有市场存在趋势，趋势策略的价值才能得到体现。

因此，在市场上存在大量趋势择时模型的时候，我们应该静下来想一想，这些模型什么时候适用，什么时候不适用。这也是本篇报告希望解决的主要问题。

另一方面，趋势的识别和预测是两个概念。据我们了解，市场上也有一些识别震荡市与趋势市的量化模型。但是仅仅识别当前市场是震荡还是趋势，意义不是很大。因为即使今天还是趋势，明天有可能就进入震荡，还是无法判断出是否可以进入趋势跟随。所以，对于趋势与震荡的区分，预测比识别更具有实战意义。

如果单纯从市场数据（仅价格）的角度出发进行建模，可以从时间和空间两个角度对趋势和震荡做出识别与预测。从时间的角度来看，主要通过谱分析对市场波动的周期进行计算，当波动周期短的时候，市场处于震荡状态，而波动周期长则对应趋势行情。从空间的角度来看，判断市场处于并且即将处于震荡还是趋势，主要观察近期一段波动的振幅是处于盘整状态，还是有所突破。本篇报告主要从时间的角度对趋势与震荡做出识别和预测。

二、加权傅里叶变换模型

（一）模型思想

通过趋势线的强度可以判断市场状态，当趋势很强时，可以判断市场为趋势市；趋势很弱时，可以判断市场为震荡市。例如我们之前提出的低延迟趋势线模型，可以采用趋势线切线斜率的绝对值，作为衡量趋势强弱的指标。通过设定趋势与震荡分界线的斜率阈值，即可判断市场处于何种状态。

但是采用趋势线判断市场状态，最大的弊端在于存在较高的延迟。虽然低延迟趋势线相对于传统的均线系统已经降低了延迟，但延迟依然存在。为了进一步降低这种预测延迟，我们计划采用与其相关的另一种方法。

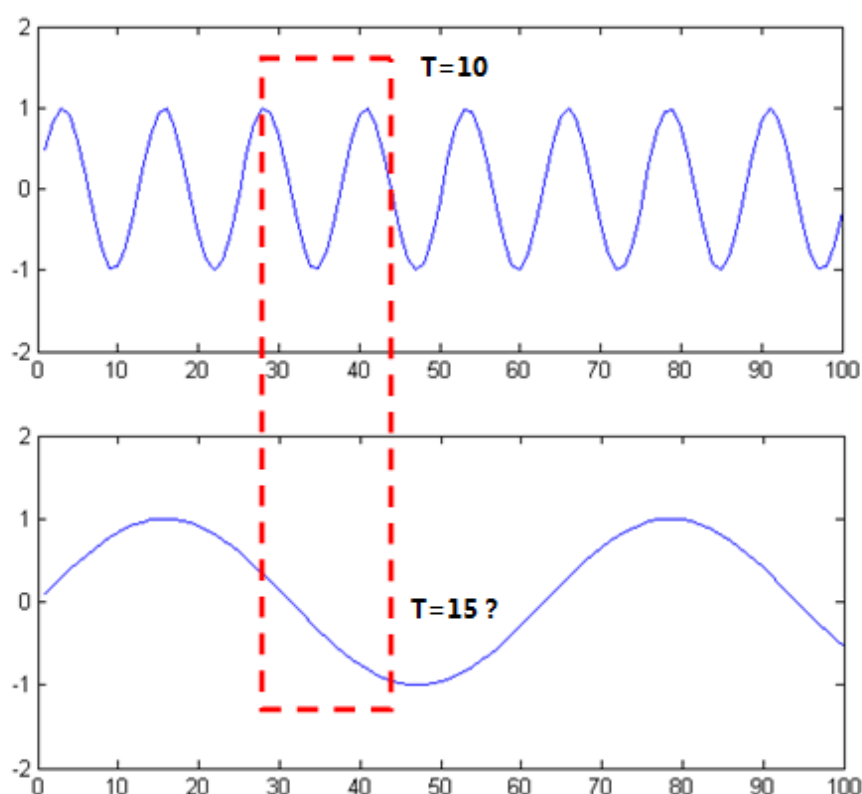
趋势与震荡是市场的两种状态，市场非趋势即震荡。那么当采用趋势线判定市场状态存在较高延迟时，我们可以考虑首先判断市场是否处于震荡状态。判断震荡的模型所需数据窗口相对较短，延迟更低。经过模型计算，若非震荡，则市场处于趋势行情，可以通过趋势模型攫取绝对收益。

那么如何判断市场是否处于震荡？可以通过市场波动周期来判定。当市场处于震荡状态时，指数或价格在一定范围内频繁往复，从统计上来看，其波动周期也会比较小。如图 2 所示，我们在两组波动中取一个长度为 15 的窗口，通过一定的谱分析方法，我们可以测得上图红色窗口内数据的周期为 10，而下图窗口内数据的周期为 15。我们可以设定一个区分趋势与震荡的阈值，当周期小于这个阈值时，我们判断市场为震荡；相反，当周期大于这个阈值时，我们判断市场为趋势。

计算市场波动周期的方法有很多，我们之前的几篇报告（《从希尔伯特变换到波浪理论择时》《相位指标在短线择时中的应用》《从希尔伯特变换到波浪理论择时》）都采用了希尔伯特变换进行非周期波动的瞬时周期估计。

希尔伯特变换是一种从时域到时域的积分变换，通过变换前、后的信号构造复平面，可以观察到信号相位的变化。当相位变化达到 2π 时，可以估计出一个周期的长度。但是这种方法存在一定得局限性，例如估计出的周期波动较大。更为麻烦的是，这种方法必须在窄带随机过程下完成，也就是说要求市场波动保持一定的均值回复平稳特征，而股票市场显然是不符合这种特点的，因此在之前的几篇报告中，我们必须首先对市场波动进行去趋势处理，而这样处理就抹杀掉了市场的趋势特征，因此在本篇进行趋势与震荡区分的报告中，我们无法再使用这一数学工具。

图2：通过波动周期判断趋势与震荡



数据来源：广发证券发展研究中心

在本篇报告中，我们将采用最为常用的傅里叶变换进行周期估计。傅里叶变换本身没有办法较为准确地估计非周期波动的周期，因此我们将对其进行了一定的算法改进，形成独具特色的“加权傅里叶变换”。

（二）傅里叶变换简介

17到18世纪，在牛顿和莱布尼茨等科学巨人的推动下，数学获得了飞速的发展。随着函数、极限、微积分和级数理论的创立，法国数学家傅里叶（Jean Baptiste Fourier）在1822年发表了论文《热的解析理论》。在该论文中，傅里叶提出，以 2π 为周期的函数 $f(x)$ 可以展开为无限多个正弦函数和余弦函数的和，即

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{+\infty} a_n \cos nx + b_n \sin nx \quad (1)$$

其中

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \cos nxdx \quad (n=1, 2, \dots) \quad (2)$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \sin nx dx \quad (n=1, 2, \dots) \quad (3)$$

(1)式就是著名的傅里叶级数。在以后的工作中，傅里叶将傅里叶级数从以 2π 为周期的周期函数推广到任意周期的周期函数，又从周期函数推广到非周期函数，并提出了傅里叶积分。傅里叶级数与傅里叶积分的提出，奠定了傅里叶变换的基础。现在我们知道，傅里叶级数就是连续傅里叶级数变换的逆变换，傅里叶积分则是连续傅里叶变换的逆变换。

作为早期的傅里叶变换之一，必须提到拉普拉斯变换 (Laplace Transform)。拉普拉斯变换也是一种傅里叶变换。事实上，在 18 世纪末和 19 世纪初的法国，拉普拉斯在数学界的地位高于傅里叶。早在傅里叶级数提出的 40 年前，即 1782 年，拉普拉斯就提出了拉普拉斯变换。

傅里叶级数、傅里叶积分和拉普拉斯变换形成了早期傅里叶变换家族的三种变换。傅里叶变换是源于数学研究的，早期的傅里叶变换是数学分析的一个分支。随着电磁理论和技术的产生与发展，尤其是电子通信与信号处理技术的产生与发展，傅里叶变换和拉普拉斯变换在电磁理论和技术、电信号理论和技术等领域得到了广泛的应用。

在模拟信号传输和模拟信号处理的时代，傅里叶变换只是一种用于分析连续时间信号和系统的数学工具。为了实际地获得各种复杂信号中特定频率的分量，工程师们应用由电阻、电容、电感等模拟元器件为基础构成的模拟滤波器。通过不同频率的窄带滤波，人们得到由傅里叶变换所预计信号中频率分量的幅度和相位。

这种用模拟滤波器给出傅里叶变换数值的方法不仅麻烦，而且由于窄频带信号是由多个频率分量组成的，因此所得到的数值很不准确。随着大规模集成电路和超大规模集成电路的发展以及计算机技术的进步，随着模拟信号变为数字信号，从 20 世纪 60 年代开始，产生和发展了计算机和各种数字硬件处理信号的理论和方法。在这种称为数字信号处理理论和方法的产生及发展过程中，傅里叶变换家族出现了新的成员。这些新的成员是离散周期信号的离散傅里叶级数变换、离散时间信号的序列傅里叶变换、离散时间信号的 Z 变换和典型有限时间序列的离散傅里叶变换。新的计算机计算方法使傅里叶变换数值的计算不仅快速方便，而且大大地提高了计算结果的准确性。

(三) 传统傅里叶变换

傅里叶变换 (Fourier Transform) 主要研究的是信号时域与频域之间的关系 (即以时间为自变量的信号函数和以频率为自变量的信号函数之间的关系)。傅里叶变换最早是在连续函数条件下提出的。

1、连续函数的傅里叶变换

我们从单位复指数信号 $e^{i\omega t}$ 开始进行讨论。设

$$Keb(\omega, t) = e^{i\omega t} \quad (-\infty < \omega < +\infty) \quad (4)$$

以及

$$Keb2(\alpha, \omega, t) = \begin{cases} e^{\alpha|\omega|+i\omega t} & (0 \leq \omega \leq \omega_0) \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (\alpha < 0) \quad (5)$$

其中 ω_0 是一个确定的常数。

对于给定的 t ，计算函数 $Keb2(\alpha, \omega, t)$ 的积分

$$\begin{aligned} Adb2(\alpha, t) &= \int_{-\infty}^{+\infty} Keb2(\alpha, \omega, t) d\omega = \int_{-\omega_0}^{\omega_0} e^{\alpha|\omega|+i\omega t} d\omega \\ &= \int_0^{\omega_0} e^{\alpha\omega+i\omega t} d\omega + \int_{-\omega_0}^0 e^{-\alpha\omega+i\omega t} d\omega = \frac{2e^{\alpha\omega_0} [\alpha \cos \omega_0 t + t \sin \omega_0 t] - 2\alpha}{\alpha^2 + t^2} \end{aligned} \quad (6)$$

由上式，若 $\omega_0 \rightarrow +\infty$ ，则

$$Adb(\alpha, t) = \lim_{\omega_0 \rightarrow +\infty} Adb2(\alpha, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{\alpha|\omega|+i\omega t} d\omega = -\frac{2\alpha}{\alpha^2 + t^2} \quad (7)$$

若 $t=0$ ，定义

$$Adb(t) = \lim_{\alpha \rightarrow 0} Adb(\alpha, t) = \lim_{\alpha \rightarrow 0} \left(-\frac{2\alpha}{\alpha^2 + t^2} \right) = \lim_{\alpha \rightarrow 0} \left(-\frac{2}{\alpha} \right) = +\infty \quad (8)$$

若 $t \neq 0$ ，则

$$Adb(t) = \lim_{\alpha \rightarrow 0} \left(-\frac{2\alpha}{\alpha^2 + t^2} \right) = 0 \quad (9)$$

由于

$$\int_{-\infty}^{+\infty} Adb(\alpha, t) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} \left(-\frac{2\alpha}{\alpha^2 + t^2} \right) dt = 2\pi \quad (10)$$

因此

$$\int_{-\infty}^{+\infty} Adb(t) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} \lim_{\alpha \rightarrow 0} Adb(\alpha, t) dt = 2\pi \quad (11)$$

结合 (8) (9) (11) 式，可得

$$Adb(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\omega t} d\omega = 2\pi\delta(t) \quad (12)$$

其中脉冲函数定义为

$$\delta(t) \equiv \begin{cases} +\infty & t=0 \\ 0 & t \neq 0 \end{cases} \quad (13)$$

由 (12) 式，可得

$$\delta(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\omega t} d\omega \quad (14)$$

(14) 式是一个重要的结论，它表明脉冲函数 $\delta(t)$ 可以由 $-\infty < \omega < +\infty$ 时的单位复指数信号 $e^{i\omega t}$ 通过加权 $\frac{1}{2\pi}$ 后积分得到，即 $\delta(t)$ 可以分解为无限个复指数信号 $\frac{1}{2\pi} e^{i\omega t}$ 的和。

对于一般的连续时间信号 $x(t)$ ，可以得到类似结论。由于脉冲函数具有线性卷积冲激不变性，即

$$x(t) = x(t) * \delta(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) \delta(t - \tau) d\tau \quad (15)$$

其中“*”代表卷积。将(14)式代入(15)式，可得

$$x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\omega(t-\tau)} d\omega \right) d\tau = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\omega t} d\omega \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) e^{-i\omega \tau} d\tau \quad (16)$$

若令

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) e^{-i\omega \tau} d\tau \quad (-\infty < \omega < +\infty) \quad (17)$$

则由(16)式可得

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (18)$$

根据上述讨论，可以给出连续傅里叶变换的定义。对于一般的连续时间信号 $x(t)$ ，称积分

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-i\omega t} dt \quad (-\infty < \omega < +\infty) \quad (19)$$

为连续时间函数 $x(t)$ 的傅里叶变换。同时，称(18)式为连续时间函数 $x(t)$ 傅里叶变换的逆变换。

可以看出，傅里叶变换将时间信号变为频率信号，傅里叶逆变换将频率信号变回时间信号。

由于(19)式中的 $x(t)$ 可以展开成为不同频率三角函数信号的叠加，即

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \sum_n c_n e^{in\omega_0 t} e^{-i\omega t} dt \quad (20)$$

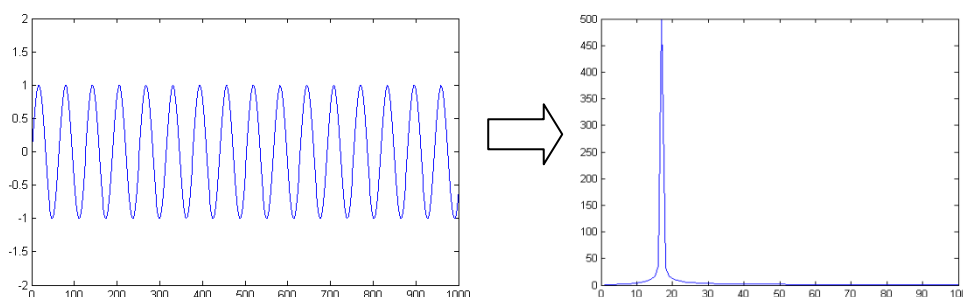
由三角函数的正交性可知，当频率变量 ω 等于某分量频率 $n\omega_0$ 时，对应的

$|X(\omega)|^2$ 在频谱(功率谱)上形成一个峰；而当 ω 不等于 $n\omega_0$ 的时候，整个积分(20)

式的值都为零。

举一个特殊的例子，当时域信号 $x(t)$ 为频率为 ω' 的正弦信号或余弦信号时，经过傅里叶变换，功率谱上仅在 $\omega = \omega'$ 的位置出现峰值，如图 3 所示。

图3：正弦信号（左）的傅里叶变换及功率谱（右）



数据来源：广发证券发展研究中心

而当一个周期信号由多个频率成分组成时，经过傅里叶变换，各个频率成分的位置都会出现峰值。同理，这个结论也可以推广至非周期函数。

2、离散函数的傅里叶变换

离散函数的傅里叶变换，即时间序列的傅里叶变换，在分析序列的频谱、研究离散时间系统的频域特性以及在信号通过系统后频域的分析上，都有重要作用。时间序列的傅里叶变换是以 $e^{in\omega}$ 的完备正交函数集对序列做正交展开。

时间序列 $x(n)$ 的傅里叶变换定义为

$$X(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n)e^{-in\omega} \quad (21)$$

由于时域是离散的，故频域特性一定是周期的。从

$$e^{in\omega} = e^{in(\omega+2\pi)} \quad (22)$$

可以看出， $e^{in\omega}$ 是 ω 的以 2π 为周期的正交周期性函数，所以 $X(\omega)$ 也是以 2π 为周期的周期性函数。又由于时域 $x(n)$ 可能是非周期的，则频域 $X(\omega)$ 一定是以 ω 为变量的连续函数。由于 $X(\omega)$ 是周期的，故 (21) 式可以看成 $X(\omega)$ 的傅里叶级数展开，其傅里叶级数的系数是 $x(n)$ 。

下面讨论由 $X(\omega)$ 求 $x(n)$ 的公式。对 (21) 式两边乘以 $e^{im\omega}$ ，然后在一个周期 $(-\pi, \pi)$ 内做积分，可得

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(\omega)e^{im\omega} d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n)e^{-in\omega} e^{im\omega} d\omega \quad (23)$$

如果 (21) 式的展开式一致收敛于 $X(\omega)$ ，即满足一致收敛条件

$$\lim_{M \rightarrow \infty} \left| X(\omega) - \sum_{n=-M}^M x(n)e^{-in\omega} \right| = 0 \quad (\text{对于所有 } \omega) \quad (24)$$

那么，按级数理论，可将(23)式的积分与求和符号交换，则有

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(\omega) e^{im\omega} d\omega = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n) \left[\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{im\omega} e^{-in\omega} d\omega \right] \quad (25)$$

由于

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{im\omega} e^{-in\omega} d\omega = \begin{cases} 1 & (\text{当 } n = m) \\ 0 & (\text{当 } n \neq m) \end{cases} \quad (26)$$

则有

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(\omega) e^{im\omega} d\omega = x(m) \quad (27)$$

将上式中的 m 换成 n ，则有

$$x(n) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(\omega) e^{in\omega} d\omega \quad (28)$$

对比(21)式可以看出，(28)式即为离散傅里叶变换的逆变换。

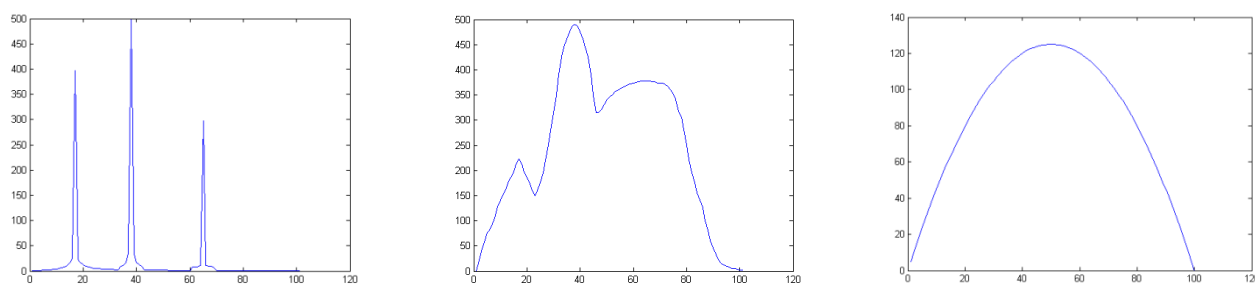
(四) 改进后的加权傅里叶变换

本篇报告主要希望通过估计市场波动周期，判断市场处于“趋势”状态还是“震荡”状态。

之前提到希尔伯特变换要求时间序列必须为窄带随机过程，这也是我们之前几篇报告要求时间序列必须进行去趋势处理的原因。这里为了估计原始时间序列的周期，我们将对傅里叶变换进行一定的改进。

通过(21)式，我们可以对任意离散时间序列进行傅里叶变换，包含非周期时间序列。但是通过传统的傅里叶变换估计非周期函数的“准周期”，主要存在分辨率较低的问题。所谓分辨率低，是指挨着很近的几个峰之间会出现一定的重叠。如图4所示，左边分辨率较高的频谱中，我们可以看到存在三个峰，代表三个周期的分量；中间的频谱则相对较为模糊，但还可以分得出三个峰的大概位置，分辨率中等；而右边的低分辨率谱中，三个峰已模糊称为一团，无法分辨各个周期分量的频率，这也是傅里叶变换中容易出现的问题。

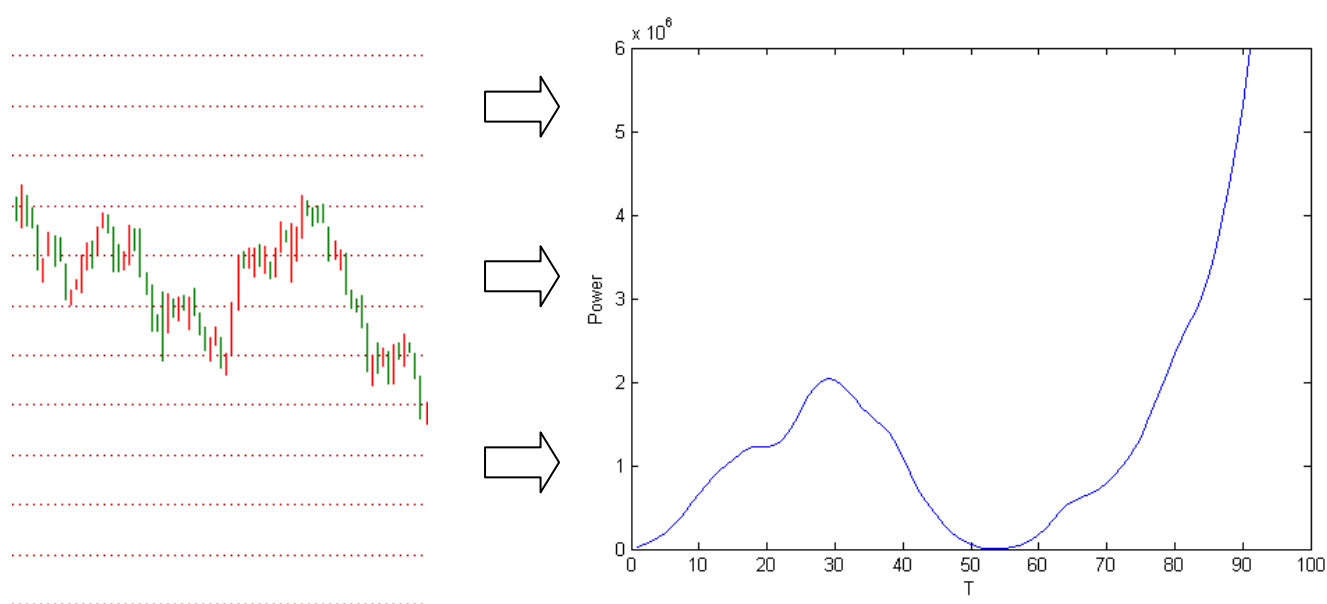
图4：高分辨率谱（左）、中等分辨率谱（中）与低分辨率谱（右）



数据来源：广发证券发展研究中心

傅里叶变换的另一个问题是较难估计非周期函数的准周期。如果傅里叶变换的对象是类似图 3 的周期函数，那么可以在频谱上较为准确地找到其对应的频率；如果是类似于图 4 中几个周期的叠加信号，也可以分别找到对应的几个频率；但如果是非周期函数，频谱将出现大量高低错落的峰，对应于众多的频率分量和噪声，如图 5 所示。

图5：非周期市场波动的离散傅里叶变换



数据来源：广发证券发展研究中心

图 5 我们采用了沪深 300 指数 2013 年年末的一段时间序列，进行傅里叶变换，得到右边的谱。和之前不太一样的地方在于，我们将其频率变量（横轴）通过 $T = 2\pi / \omega$ 转换为时间变量。也就是说，图上的每一个点对应于不同时间变量下的强度。当强度较大时，表明原时间序列在这个时间变量下具有较好的周期性。例如如图 5 在时间变量 1 至 90 的扫描下， $T=90$ 表现出较好的周期性（即整个时间窗口具有最佳的周期性，这和做傅里叶变换的时间序列是非周期的有关）。

但是类似图 5 这样的频谱是无法确定左边非周期波动的准周期的。如果按峰值来看，几乎所有杂乱的非周期时间序列最佳周期都等于时间序列的窗口长度，但显

然市场波动的准周期并不是一个常数，所以这不是我们想要的结果。

我们将通过图 5 中频谱的强度对傅里叶变换的结果进行加权，形成“加权傅里叶变换”。

这里所谓的权重，我们是按照每个频率（周期）在谱上的强度所确定的。按照传统的方法，功率谱的强度可以用

$$S_0 = -\ln \frac{Power}{\max(Power)} \quad (29)$$

表示，单位是分贝。其中 $Power$ 指谱上某一个时点 T 对应的峰值， $\max(Power)$ 是

整个谱上最大的峰值。由于 (29) 式中 $\frac{Power}{\max(Power)} \leq 1$ ，故 S_0 越接近于 0，代表功

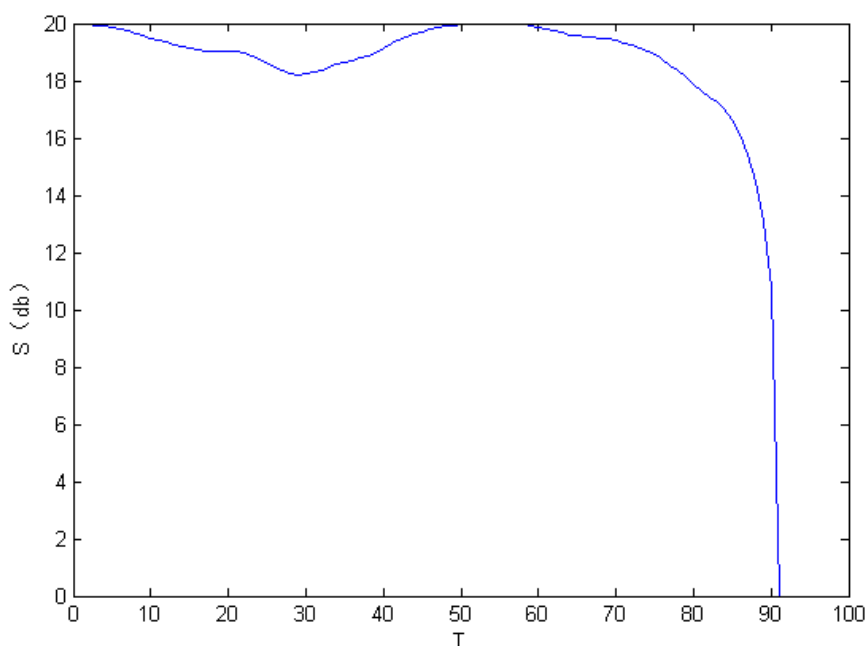
率谱的强度越大。

通过这种传统算法进行谱强度权重的计算，会产生上述所述分辨率较低的问题。因此我们采用了另一种可以提高分辨率的方法方法（详见 The High-Resolution Spectrum Estimator- A Subjective Entity, S Kay, 1984），即

$$S = -10 \frac{\ln \frac{0.01}{1 - \frac{Power}{\max(Power)}}}{\ln 10} \quad (30)$$

对应图 5 中的 90 个周期点，按照 (30) 式，其功率谱强度 S 如图 6 所示。

图6：不同周期的功率谱强度



数据来源：广发证券发展研究中心

同样， S 越接近于 0，代表该周期点上的谱强度越大。因此按照功率谱强度进行

周期加权，可以选择一个阈值 q ，当 $S(T) < q$ 时，认为周期变量 T 不属于噪声，计其权重参数为

$$k(T) = q - S(T) \quad (31)$$

通过加权有效的周期数，估计得到某段时间序列的平均周期为

$$\bar{T} = \frac{\sum_i k_i T_i}{\sum_i k_i} \quad (32)$$

按照 (32) 式，我们即可估计一段时间序列的平均周期，从而根据波动平均周期判断市场处于趋势状态还是震荡状态。

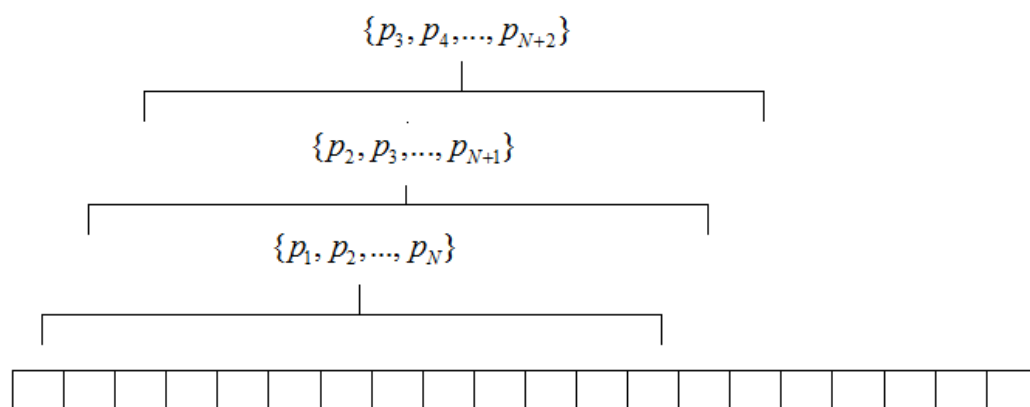
(五) 模型应用

我们在日线基础上进行加权傅里叶变换建模，判断市场处于趋势状态还是震荡状态。具体分为以下几个步骤：

1、时间窗口划分

首先我们取整个日线收盘价时间序列，经过 MA10 平滑，得到 $\{p_i\}$ 。指定窗口长度 N ，依次取 $\{p_1, p_2, \dots, p_N\}$ 、 $\{p_2, p_3, \dots, p_{N+1}\}$ 、……等子窗口，计算 p_N 、 p_{N+1} 、……等时点的瞬时周期。这里的窗口长度 N 要取得比较合适，因为如果 N 过小，时间子序列的信噪比太低，无法提取出有效的周期信息；如果 N 过大，虽然能够计算出更为精确地周期，但延迟会比较高，不利于我们最初的低延迟理念——因为我们希望通过判断市场是否震荡从而判断市场是否趋势，这一方法应该具有相对较低的延迟。在我们的策略中，取 $N=15$ 。

图7：时间窗口取法



数据来源：广发证券发展研究中心

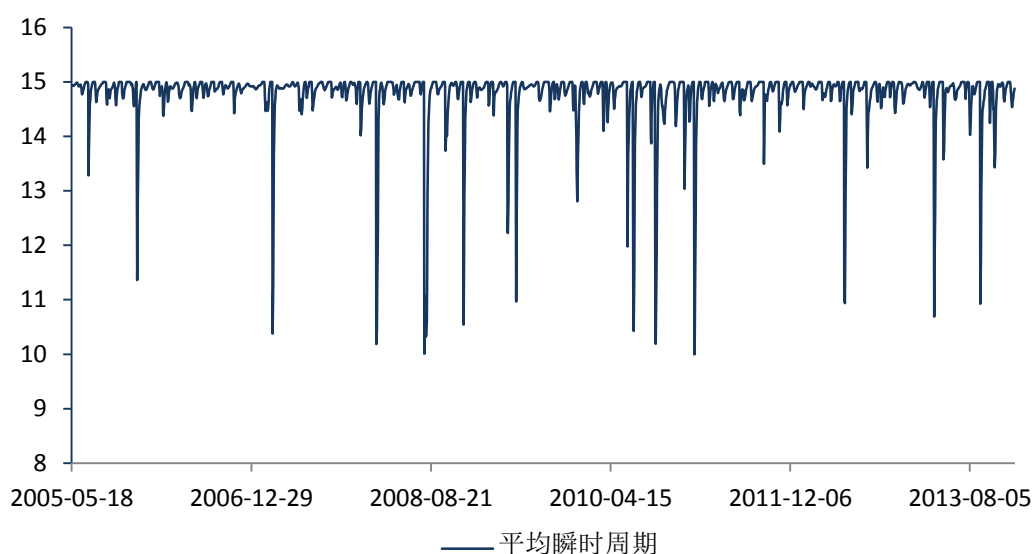
2、计算功率谱

根据 (21) 式, 对上述每个时间窗口进行离散傅里叶变换, 计算不同频率下的功率谱强度 $|X(\omega)|^2$, 得到类似于图 5 的谱。不同的是示意图 5 中的谱取 $N=90$, 而我们实证中取 $N=15$ 。

3、加权傅里叶变换计算平均周期

根据 (30) 式, 计算功率谱上每个周期 T 的强度。当该强度小于阈值 q 时, 根据 (31) 式计算权重, 并根据 (32) 式计算时间子序列的平均周期。例如我们取的子序列是 $\{p_1, p_2, \dots, p_N\}$, 那么计算得到的平均周期即为收盘价为 p_N 当天对应的市场波动瞬时周期。我们得到沪深 300 指数时间序列 2005 年至 2013 年的平均瞬时周期时间序列如图 8 所示。

图8：沪深300指数平均瞬时周期时间序列



数据来源：广发证券发展研究中心，wind 资讯

至于这里最大周期为 15 的原因, 是因为我们设定了子序列长度 $N=15$ 。当整个子序列都不展现出周期性时, 即图 2 下方的趋势行情, 瞬时周期就会趋近于 15; 反之, 如果市场震荡, 在子序列中表现出一定的周期特征, 瞬时周期的值将向下偏离 15。至于偏离到什么程度才算震荡, 我们将设定一个阈值进行判断。

另外, 从图 8 可以看出, 除了个别尖峰位置, 瞬时周期的变化还是较为缓慢的。也就是说, 市场的趋势往往会维持较长一段时间, 但震荡状态消失得都很快。这也表明, 我们的模型在大多数时候不仅可以判断市场当前的周期, 还可以在缓变的市场状态中预测未来一段时间市场的方向, 并且这种趋势方向的预测是长周期大级别的。这就解决了我们开篇所说趋势与震荡预测的问题。

4、趋势行情中进行趋势交易

通过设定阈值 $T_{\text{threshold}}$ ，可以判断市场处于震荡还是趋势。趋势判断标准为

$$\begin{cases} T > T_{\text{threshold}} & \text{趋势行情} \\ T \leq T_{\text{threshold}} & \text{震荡行情} \end{cases} \quad (33)$$

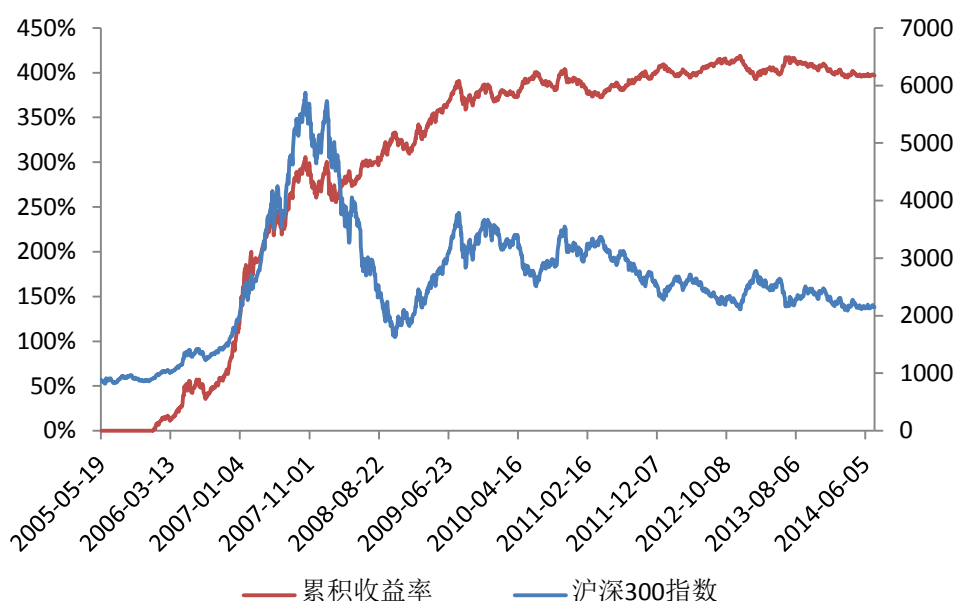
当市场处于趋势行情时，我们将进行趋势交易。如果市场出现趋势，方向是很好判断的——我们将信号出现前时间子序列的收盘价数据做线性回归，当回归斜率大于零时，我们认为是上升趋势，做多指数；回归斜率小于零时，我们认为是下降趋势，做空指数。当市场从趋势行情回归至震荡行情的时候，我们对所持有的头寸进行平仓。

三、择时实证分析

一旦能够预测市场处于震荡还是趋势，我们就可以运用这一模型进行趋势择时。按照上述策略，我们在沪深 300 指数（000300.SH）中进行了模型回测。

沪深 300 指数我们取 2005 年 4 月 8 日起的日收盘价序列进行建模，进行多空双向择时。由于建模需要部分初始样本数据进行初始化，因而实际回测时间窗口为 2005 年 5 月 19 日至 2014 年 7 月 11 日。我们测算得到图 9 和表 1 中的结果，其中累积收益率按照单利计算。

图9：加权傅里叶变换择时累积收益率（沪深300）



数据来源：广发证券发展研究中心，wind 资讯

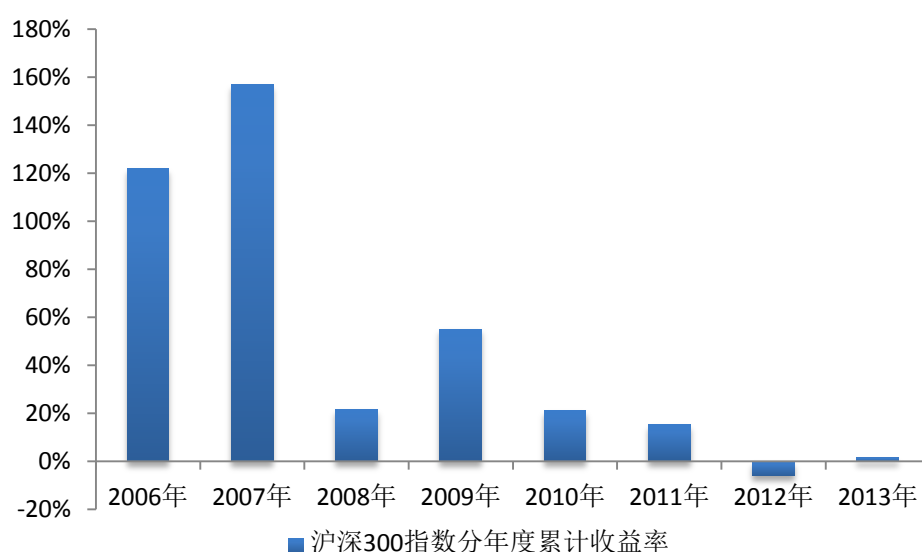
表 1: 加权傅里叶变换模型沪深 300 指数择时统计数据

预测次数	15
平均预测周期	149 个交易日
累积收益率	396.87%
年化收益率	42.77%
判断正确率	86.67%
平均盈利率	32.81%
平均亏损率	-14.80%
盈亏比	2.22
正确次数	13
错误次数	2
单次最大盈利	188.43%
单次最大亏损	-16.40%
最大回撤率	-16.40%

数据来源：广发证券发展研究中心，wind 资讯

分年度统计结果如图 10 所示。由于是平均周期超过半年的长期择时模型，因此在 2011 年后偏震荡的市场中表现一般。

图 10: 加权傅里叶变换沪深 300 择时分年度收益



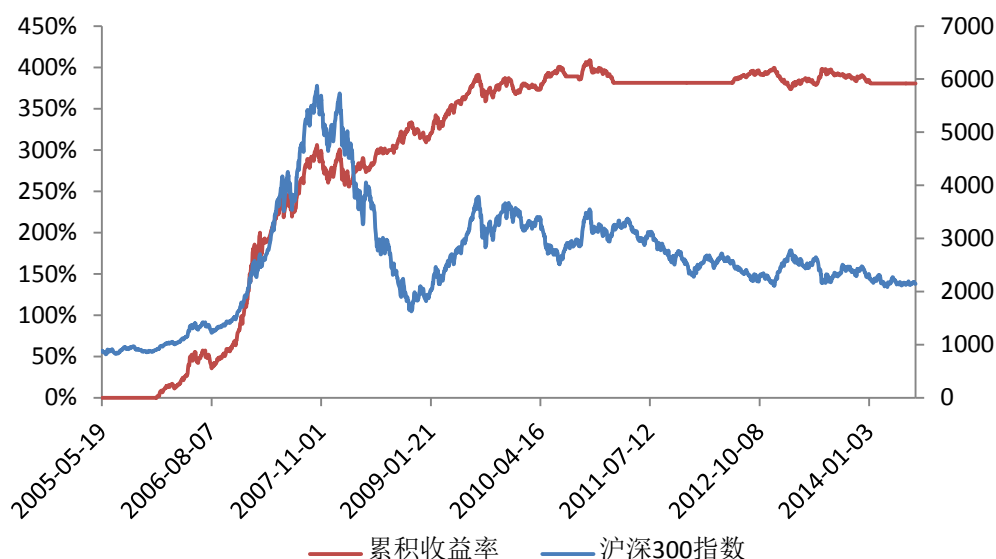
数据来源：广发证券发展研究中心，wind 资讯

上述模型虽然已经得到了较好的实证效果，但我们认为其仍有一些欠缺的地方——该模型背后的基础假设是，我们之前认为市场的运动模式处于“趋势→震荡→趋势→震荡……”的往复循环。但实际上在某些情况下，经常出现一个趋势结束后，还没有经历震荡就出现另一个反向趋势的情况（例如指数加速上涨后的泡沫突然破裂）。这将使得我们采用上述线性拟合的方法出现误判。

因此我们有必要在上述策略中加入一定止损机制，形成交易性择时模型。我们按照-10%的固定止损策略，重新计算了沪深 300 指数的多空择时效果，如图 11 和表

2 所示。虽然风险收益情况略有变差，累积收益率由 396%下降至 380%，胜率由 86%下降至 80%，但我们认为这样的做法更符合逻辑，并以期在未来择时判断中降低模型风险。

图11：加权傅里叶变换择时累积收益率（沪深300带止损）



数据来源：广发证券发展研究中心，wind 资讯

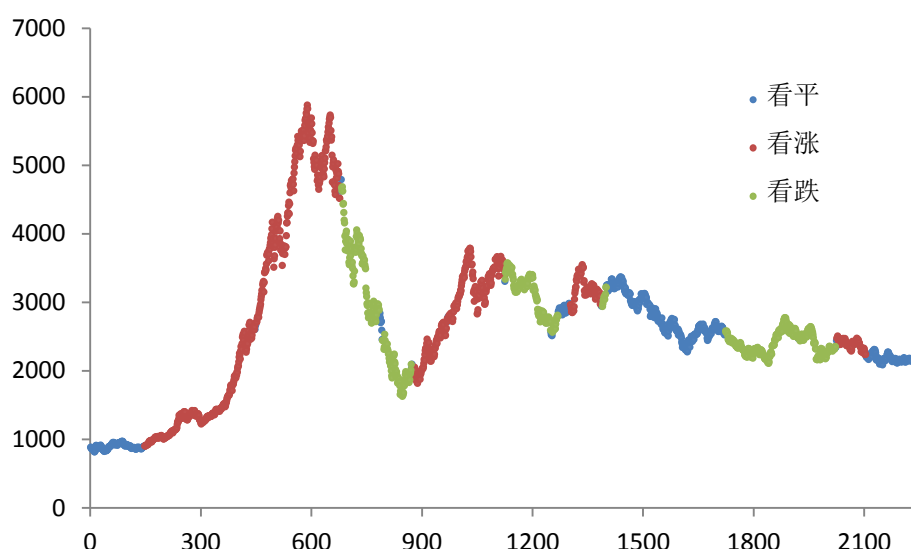
表 2：加权傅里叶变换模型沪深 300 择时（带止损）统计数据

预测次数	15
平均预测周期	149 个交易日
累积收益率	380.49%
年化收益率	41.00%
判断正确率	80.00%
平均盈利率	34.41%
平均亏损率	-10.83%
盈亏比	3.18
正确次数	12
错误次数	3
单次最大盈利	188.43%
单次最大亏损	-11.74%
最大回撤率	-20.17%

数据来源：广发证券发展研究中心，wind 资讯

最后，我们给出带止损的模型下，沪深 300 指数历史上的方向判断图，如图 12 所示。

图12: 沪深300指数择时信号图



数据来源：广发证券发展研究中心，wind 资讯

总体来说，加入止损策略后对沪深 300 指数择时的效果（风险及收益方面）没有太大影响。但是针对其他一些指数的择时，止损策略可能会在风险收益方面带来较为显著的提升。

四、总结

本篇报告通过加权傅里叶变换，对非周期金融市场波动的准周期进行估计，从而进行大级别的市场方向预测。当市场波动周期较长时，我们认为市场在大概率上存在较好的趋势性；反之，当市场波动很频繁，周期很短时，我们认为市场处于震荡行情。趋势择时模型只有在市场趋势强时才会有较好表现，因此我们在模型认为市场处于趋势市时，通过线性拟合估计市场趋势的方向，并形成相关的趋势择时信号。从实证方面来看，该择时策略属于长线择时模型，平均择时周期超过半年，因此在 2006 年至 2009 年的趋势市场中表现良好，而在之后的震荡行情中表现平平。

五、附录（参数表）

本模型参数较多，但实际上只有少量敏感参数，现罗列如下，见表 3。

表 3: 模型参数列表

参数名称	参数值	敏感性
指数 MA 平滑参数	10	弱
离散傅里叶变换求和截止长度	一个周期 (2pi)	弱

离散傅里叶变换窗口长度	15	强
功率谱强度阈值	15	弱
趋势与震荡周期阈值	13	强
择时止损参数	-10%	弱
线性拟合趋势窗口长度	8	弱

数据来源：广发证券发展研究中心

风险提示

本篇报告通过历史数据进行建模与回测，得到良好的择时预测效果。但由于市场具有不确定性，择时模型仅在统计意义下有望获得良好投资效果，敬请广大投资者注意模型单次失效的风险。

广发证券—行业投资评级说明

- 买入： 预期未来 12 个月内，股价表现强于大盘 10%以上。
- 持有： 预期未来 12 个月内，股价相对大盘的变动幅度介于-10%~+10%。
- 卖出： 预期未来 12 个月内，股价表现弱于大盘 10%以上。

广发证券—公司投资评级说明

- 买入： 预期未来 12 个月内，股价表现强于大盘 15%以上。
- 谨慎增持： 预期未来 12 个月内，股价表现强于大盘 5%-15%。
- 持有： 预期未来 12 个月内，股价相对大盘的变动幅度介于-5%~+5%。
- 卖出： 预期未来 12 个月内，股价表现弱于大盘 5%以上。

联系我们

	广州市	深圳市	北京市	上海市
地址	广州市天河北路 183 号 大都会广场 5 楼	深圳市福田区金田路 4018 号安联大厦 15 楼 A 座 03-04	北京市西城区月坛北街 2 号 月坛大厦 18 层	上海市浦东新区富城路 99 号 震旦大厦 18 楼
邮政编码	510075	518026	100045	200120
客服邮箱	gfyf@gf.com.cn			
服务热线	020-87555888-8612			

免责声明

广发证券股份有限公司具备证券投资咨询业务资格。本报告只发送给广发证券重点客户，不对外公开发布。

本报告所载资料的来源及观点的出处皆被广发证券股份有限公司认为可靠，但广发证券不对其准确性或完整性做出任何保证。报告内容仅供参考，报告中的信息或所表达观点不构成所涉证券买卖的出价或询价。广发证券不对因使用本报告的内容而引致的损失承担任何责任，除非法律法规有明确规定。客户不应以本报告取代其独立判断或仅根据本报告做出决策。

广发证券可发出其它与本报告所载信息不一致及有不同结论的报告。本报告反映研究人员的不同观点、见解及分析方法，并不代表广发证券或其附属机构的立场。报告所载资料、意见及推测仅反映研究人员于发出本报告当日的判断，可随时更改且不予通告。

本报告旨在发送给广发证券的特定客户及其它专业人士。未经广发证券事先书面许可，任何机构或个人不得以任何形式翻版、复制、刊登、转载和引用，否则由此造成的一切不良后果及法律责任由私自翻版、复制、刊登、转载和引用者承担。