

場の量子論

宮根 一樹

最終更新日：2024 年 3 月 18 日

目次

1	くりこみと対称性	2
付録 A	マクスウェル理論のラグランジアンの規格化	3

1 くりこみと対称性

付録 A マクスウェル理論のラグランジアン規格化

マクスウェルのラグランジアンは

$$\mathcal{L} = NF^{\mu\nu}F_{\mu\nu} \quad (\text{A.1})$$

と書ける。ただし、場の強度は $F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu$ である。ここでは、係数 N を決定したい。そのためには運動項が

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\dot{A}_1^2 + \frac{1}{2}\dot{A}_2^2 + \frac{1}{2}\dot{A}_3^2 + \cdots \quad (\text{A.2})$$

となっていればよくて、 $F^{\mu\nu}F_{\mu\nu}$ を丁寧に展開していけば

$$\begin{aligned} F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} &= (\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu)(\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu) \\ &= 2((\partial^\mu A^\nu)(\partial_\mu A_\nu) - (\partial_\mu A^\nu)(\partial_\nu A_\mu)) \\ &= -2(\dot{A}_1^2 + \dot{A}_2^2 + \dot{A}_3^2) + \cdots \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

となり、 N は $-2N = 1/2$ より $N = -1/4$ である。したがって、電磁場のラグランジアンは

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} \quad (\text{A.4})$$

となる。

参考文献

- [1] M. E. Peskin and D. V. Schroeder, *An Introduction to Quantum Field Theory*. Addison-Wesley Pub. Co, Reading, Mass, 1995.
- [2] 藤井保憲, **超重力理論入門**. 産業図書, 2005.