磁化トーラス上にコンパクト化した超対称模型におけるモジュライ固定

宮根 一樹

2024 年 1 月 23 日

[1] H. Abe, T. Kobayashi, K. Sumita, and S. Uemura, Physical Review D (2017).

1. イントロダクション

高次元時空モデル：素粒子標準模型を再現する可能性

余剰次元は低エネルギーで観測できないほど小さくコンパクト化

余剰次元の大きさ (モジュライ) は力学的な場

→ 低エネルギーで真空期待値に固定

本研究の動機

標準模型の世代構造を再現する高次元時空モデル [1] で

余剰次元のモジュライを固定

↓

その値を用いて現象論的に興味のある量を計算 ~~・考察~~

[2] H. Abe, T. Kobayashi, H. Ohki, and K. Sumita, Nuclear Physics B (2012).

2. 磁化トーラス模型

トーラスコンパクト化

4 次元ミンコフスキー +6 次元余剰空間

余剰次元にトーラス T^2 の境界条件 → コンパクト化

6次元 →

$$\mathcal{A}^{(i)} \cancel{= (2\pi R_i)^2} \;:\; i \text{ 番目のトーラスの面積}$$

$$\downarrow$$

$$\langle T_i \rangle = \mathcal{A}^{(i)} \text{ となるような力学的な場 } T_i \text{ モジュライ}$$

背景磁場：トーラスに背景磁場を導入　(世代を再現)

$$\longrightarrow B^{(i)} = \{M_1^{(i)}, M_2^{(i)}\} \;:\; M_a^{(i)} \text{ は整数}$$

2. 磁化トーラス模型

モジュライのポテンシャル

$$\boldsymbol{V^{(D)}(T_i) = \sum_{a=1,2}\left(\sum_{i=1,2,3}\frac{\pi M_a^{(i)}}{T_i}\right)^2 \times \prod_{i=1,2,3} T_i}$$

↓ 真空期待値 $\langle T_i \rangle$ の周りで展開

$$\boldsymbol{V^{(D)}(T_i) \sim V^{(D)}(\langle T_i \rangle) + \frac{1}{2}\underbrace{\partial_{T_r}\partial_{T_{r'}}V^{(D)}\Big|_{T_i=\langle T_i \rangle}}_{\equiv V_{rr'}}\delta T_r \delta T_{r'}}$$

2. 磁化トーラス模型

モジュライのポテンシャル

$$V^{(D)}(T_i) = \sum_{a=1,2} \left(\sum_{i=1,2,3} \frac{\pi M_a^{(i)}}{T_i} \right)^2 \times \prod_{i=1,2,3} T_i$$

$$\downarrow \text{真空期待値 } \langle T_i \rangle \text{ の周りで展開}$$

$$V^{(D)}(T_i) \sim V^{(D)}(\langle T_i \rangle) + \frac{1}{2} \underbrace{\partial_{T_r} \partial_{T_{r'}} V^{(D)} \Big|_{T_i = \langle T_i \rangle}}_{\equiv V_{rr'}} \delta T_r \delta T_{r'}$$

行列 $V_{rr'}$ の対角化

$$V^D \sim V^{(D)}(\langle \tilde{T}_i \rangle) + \frac{1}{2} m_2^2 \delta \tilde{T}_2^2 + \frac{1}{2} m_3^2 \delta \tilde{T}_3^2$$

$\tilde{T}_i$：対角化後の基底 & m_2^2, m_3^2：$V_{rr'}$ の固有値

2. 磁化トーラス模型

新・旧基底の関係

$\boldsymbol{P}$ は対角化行列

$$\langle \boldsymbol{T_1} \rangle = \boldsymbol{P_{11}} \langle \tilde{\boldsymbol{T}}_{\boldsymbol{1}} \rangle + \boldsymbol{P_{12}} \langle \tilde{\boldsymbol{T}}_{\boldsymbol{2}} \rangle + \boldsymbol{P_{13}} \langle \tilde{\boldsymbol{T}}_{\boldsymbol{3}} \rangle$$

$$\langle \boldsymbol{T_2} \rangle = \boldsymbol{P_{21}} \langle \tilde{\boldsymbol{T}}_{\boldsymbol{1}} \rangle + \boldsymbol{P_{22}} \langle \tilde{\boldsymbol{T}}_{\boldsymbol{2}} \rangle + \boldsymbol{P_{23}} \langle \tilde{\boldsymbol{T}}_{\boldsymbol{3}} \rangle$$

$$\langle \boldsymbol{T_3} \rangle = \boldsymbol{P_{31}} \langle \tilde{\boldsymbol{T}}_{\boldsymbol{1}} \rangle + \boldsymbol{P_{32}} \langle \tilde{\boldsymbol{T}}_{\boldsymbol{2}} \rangle + \boldsymbol{P_{33}} \langle \tilde{\boldsymbol{T}}_{\boldsymbol{3}} \rangle$$

2. 磁化トーラス模型

<u>新・旧基底の関係</u>　　　　P は対角化行列

$$\langle T_1 \rangle = P_{11} \langle \tilde{T}_1 \rangle + P_{12} \cancel{\langle \tilde{T}_2 \rangle} + P_{13} \cancel{\langle \tilde{T}_3 \rangle}$$
$$\langle T_2 \rangle = P_{21} \langle \tilde{T}_1 \rangle + P_{22} \cancel{\langle \tilde{T}_2 \rangle} + P_{23} \cancel{\langle \tilde{T}_3 \rangle}$$
$$\langle T_3 \rangle = P_{31} \langle \tilde{T}_1 \rangle + P_{32} \cancel{\langle \tilde{T}_2 \rangle} + P_{33} \cancel{\langle \tilde{T}_3 \rangle}$$

$\rightarrow$ モジュライ $\tilde{T}_1$ の真空期待値が決まれば，$\langle T_i \rangle$ が全て決定

今後の目標

モジュライ $\tilde{T}_1 \equiv \tilde{T}$ の真空期待値 $\langle \tilde{T} \rangle$ を決定

3. モジュライ固定

$\tilde{T}$ のポテンシャル

スーパーポテンシャル W，ケーラーポテンシャル K

$$W = w_0 - Ae^{-aP_{11}\tilde{T}} - Be^{-bP_{11}\tilde{T}}X$$

$$K = -3\ln\left(\tilde{T} + \bar{\tilde{T}}\right) + |X|^2$$

Def.

$$\downarrow$$

$$V^{(F)}(\tilde{T}, X) = e^K\left(K^{I\bar{J}}(D_I W)(D_{\bar{J}}\bar{W}) - 3|W|^2\right)$$ ：ポテンシャル

$\rightarrow$ 最小点 ($\langle T\rangle$, $\langle X\rangle$) は近似的に知られている

[1] H. Abe, T. Kobayashi, K. Sumita, and S. Uemura, Physical Review D (2017).
[3] H. Abe, T. Higaki, T. Kobayashi, and Y. Omura, Physical Review D (2007).

3. モジュライ固定

$W = w_0 - Ae^{-aP_{11}T} - Be^{-bP_{11}T}$

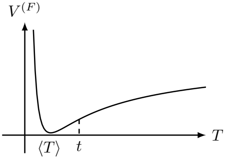
先行研究 [1, 3]

$$W = w_0 \boxed{- Ae^{-aT} - Be^{-bT}X}$$
$$K = -3\ln\left(T + \tilde{T}\right) + |X|^2$$

$$w_0 \ll 1,\ A, B \sim 1,\ a, b \sim 4\pi^2$$

$$\downarrow$$

$$x = \sqrt{3} - 1,\ t = \mathcal{O}(1)$$



点 (t, x) は真の最小点 $(\langle T \rangle, \langle X \rangle)$ の近似点

$\rightarrow$ 以降はこの近似値を用いて計算

[1] H. Abe, T. Kobayashi, K. Sumita, and S. Uemura, Physical Review D (2017).
[4] K. Choi, K. S. Jeong, and K. Okumura, Journal of High Energy Physics (2005).

4. 計算結果 ~~・考察~~

(注：パラメターの取り方に問題があったので，卒論 and/or 発表までに意味のあるものを掲載します．)

磁場 M_a^i の値を先行研究 [1] の値にとる

$M_{Pl} \sim 10^9 \, \mathrm{GeV}$

$$M^{(1)} = \begin{pmatrix} 7 & 0 \\ 0 & -7 \end{pmatrix}, \; M^{(2)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \; M^{(3)} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

直積

- $\langle T_1 \rangle = 1.020 \times \mathcal{O}(1), \; \langle T_2 \rangle, \langle T_3 \rangle = 7.143 \times \mathcal{O}(1)$
- $m_2^{(D)}, \; m_3^{(D)} \sim 11, \; m_T \sim 10^{-29} \boxed{\rightarrow m_2^{(D)}, m_3^{(D)} \gg m_T}$

  $F^T \sim 10^{-46} \longrightarrow F^T \sim 0$
- アノマリー伝播とモジュライ伝搬の比 [4]

$$\alpha \sim 10^{13} \neq \mathcal{O}(1)$$

5. まとめと展望

まとめ

- モジュライの真空期待値を決定 → 余剰次元の大きさを決定
- その値を用いて現象論的に興味のある量を計算 ~~→ 考察~~

* 値がOKならSUSYもOK　*α はダメ×.

展望

- モジュライ固定の計算

  ⟶ 今回は先行研究の計算をそのまま適用

- スーパーポテンシャルの形を変える
  - ブレーンによる非摂動効果を変化させた場合
  - ISS-KKLT モデルの場合　　　　など

想定される質問とか

- 近似とは? → Reference pointの話
  - 近似の妥当性.
- 磁場はなに? → 世代とか左右です.
  ↑
  の非対称性
- どうやって実験 → イセの人がやっています.

付録

目次

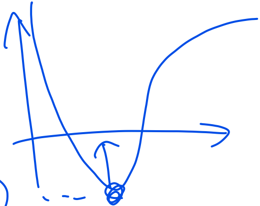
A. 対角化行列

$$P_{11} = \frac{(M_1^{(2)} M_2^{(1)} - M_1^{(1)} M_2^{(2)}) \left(M_1^{(3)} M_2^{(2)} - M_1^{(2)} M_2^{(3)}\right)}{(M_1^{(2)} M_2^{(3)} - M_1^{(3)} M_2^{(2)})^2 \sqrt{\left|\frac{(M_1^{(2)} M_2^{(1)} - M_1^{(1)} M_2^{(2)}) \left(M_1^{(3)} M_2^{(2)} - M_1^{(2)} M_2^{(3)}\right)}{(M_1^{(2)} M_2^{(3)} - M_1^{(3)} M_2^{(2)})^2}\right|^2 + \left|\frac{(M_1^{(2)} M_2^{(1)} - M_1^{(1)} M_2^{(2)}) \left(\frac{M_1^{(3)} M_2^{(1)} (M_1^{(2)} M_2^{(3)} - M_1^{(3)} M_2^{(2)})^2}{(M_1^{(3)} M_2^{(1)} - M_1^{(1)} M_2^{(3)})^2} - \frac{M_1^{(1)} M_2^{(3)} (M_1^{(2)} M_2^{(3)} - M_1^{(3)} M_2^{(2)})^2}{(M_1^{(3)} M_2^{(1)} - M_1^{(1)} M_2^{(3)})^2}\right)}{(M_1^{(2)} M_2^{(3)} - M_1^{(3)} M_2^{(2)})^2}\right|^2 + 1}}$$

$$P_{21} = -\frac{(M_1^{(2)} M_2^{(1)} - M_1^{(1)} M_2^{(2)}) \left(\frac{M_1^{(3)} M_2^{(1)} (M_1^{(2)} M_2^{(3)} - M_1^{(3)} M_2^{(2)})^2}{(M_1^{(3)} M_2^{(1)} - M_1^{(1)} M_2^{(3)})^2} - \frac{M_1^{(1)} M_2^{(3)} (M_1^{(2)} M_2^{(3)} - M_1^{(3)} M_2^{(2)})^2}{(M_1^{(3)} M_2^{(1)} - M_1^{(1)} M_2^{(3)})^2}\right)}{(M_1^{(2)} M_2^{(3)} - M_1^{(3)} M_2^{(2)})^2 \sqrt{\left|\frac{(M_1^{(2)} M_2^{(1)} - M_1^{(1)} M_2^{(2)}) \left(M_1^{(3)} M_2^{(2)} - M_1^{(2)} M_2^{(3)}\right)}{(M_1^{(2)} M_2^{(3)} - M_1^{(3)} M_2^{(2)})^2}\right|^2 + \left|\frac{(M_1^{(2)} M_2^{(1)} - M_1^{(1)} M_2^{(2)}) \left(\frac{M_1^{(3)} M_2^{(1)} (M_1^{(2)} M_2^{(3)} - M_1^{(3)} M_2^{(2)})^2}{(M_1^{(3)} M_2^{(1)} - M_1^{(1)} M_2^{(3)})^2} - \frac{M_1^{(1)} M_2^{(3)} (M_1^{(2)} M_2^{(3)} - M_1^{(3)} M_2^{(2)})^2}{(M_1^{(3)} M_2^{(1)} - M_1^{(1)} M_2^{(3)})^2}\right)}{(M_1^{(2)} M_2^{(3)} - M_1^{(3)} M_2^{(2)})^2}\right|^2 + 1}}$$

$$P_{31} = \frac{1}{\sqrt{\left|\frac{(M_1^{(2)} M_2^{(1)} - M_1^{(1)} M_2^{(2)}) \left(M_1^{(3)} M_2^{(2)} - M_1^{(2)} M_2^{(3)}\right)}{(M_1^{(2)} M_2^{(3)} - M_1^{(3)} M_2^{(2)})^2}\right|^2 + \left|\frac{(M_1^{(2)} M_2^{(1)} - M_1^{(1)} M_2^{(2)}) \left(\frac{M_1^{(3)} M_2^{(1)} (M_1^{(2)} M_2^{(3)} - M_1^{(3)} M_2^{(2)})^2}{(M_1^{(3)} M_2^{(1)} - M_1^{(1)} M_2^{(3)})^2} - \frac{M_1^{(1)} M_2^{(3)} (M_1^{(2)} M_2^{(3)} - M_1^{(3)} M_2^{(2)})^2}{(M_1^{(3)} M_2^{(1)} - M_1^{(1)} M_2^{(3)})^2}\right)}{(M_1^{(2)} M_2^{(3)} - M_1^{(3)} M_2^{(2)})^2}\right|^2 + 1}}$$

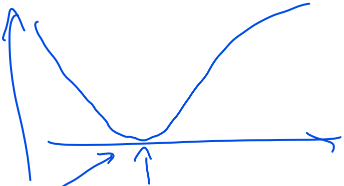
B. モジュライ固定の例



10^{-}

w_0^2

$W_0 = 10^{-2}$



$w_0^2 \sim 10^{-60}$

$W_0 = 10^{-30}$

w_0, A, B, a, b

参考文献

[1] H. Abe, T. Kobayashi, K. Sumita, and S. Uemura, *Kähler moduli stabilization in semi-realistic magnetized orbifold models,* 2017. Physical Review D **96** (2017) 026019, arxiv:1703.03402 [hep-ph, physics:hep-th].

[2] H. Abe, T. Kobayashi, H. Ohki, and K. Sumita, *Superfield description of 10D SYM theory with magnetized extra dimensions,* 2012. Nuclear Physics B **863** (2012) 1–18, arxiv:1204.5327 [hep-ph, physics:hep-th].

[3] H. Abe, T. Higaki, T. Kobayashi, and Y. Omura, *Moduli stabilization, F-term uplifting and soft supersymmetry breaking terms,* 2007. Physical Review D **75** (2007) 025019, arxiv:hep-th/0611024.

[4] K. Choi, K. S. Jeong, and K. Okumura, *Phenomenology of Mixed Modulus-Anomaly Mediation in Fluxed String Compactifications and Brane Models,* 2005. Journal of High Energy Physics **2005** (2005) 039–039, arxiv:hep-ph/0504037.

参考文献

[5] J. Wess and J. Bagger, *Supersymmetry and Supergravity*. Princeton University Press, Princeton, N.J, 1992.

[6] 柴崎 寿英, 『背景磁場を持つ 10 次元超対称 Yang-Mills 理論におけるゲージ結合に対する量子補正』, Master's thesis, 早稲田大学, 2021.

[7] 中野 隼斗, 『磁化オービフォルド上の 10 次元超対称理論における 4 次元有効ゲージ結合定数の解析』, Master's thesis, 早稲田大学, 2023.