

## 卒論 中間発表 2

# 磁化トラス上にコンパクト化した 超対称模型におけるモジュライ固定

宮根 一樹

2024 年 1 月 16 日

# 目次

- ① イントロダクション
- ② 磁化トーラス模型と  $D$ -term ポテンシャルの解析
  - 超対称ヤン・ミルズ理論
  - トーラスコンパクト化
  - $D$ -term ポテンシャル
- ③  $F$ -term ポテンシャルとモジュライ固定
  - 超重力理論とポテンシャル
  - モジュライ固定の方法
  - 具体的なモデルへの適用
- ④ まとめと展望
- ⑤ 参考文献
- ⑥ 付録
  - 対角化行列
  - モジュライ固定の例

# 1 イントロダクション

## 素粒子標準模型

- 実験でよく結果が確認されている
- $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$  のゲージ理論
- 物質場は 3 世代
- 物質の左右が非対称  $\rightarrow$  カイラルな理論

## 標準模型の問題点

- 重力が含まれていない
- 世代間の質量階層性

など

$\rightarrow$  高次元時空モデルの考案

e.g. 超弦理論

- 重力を含む
- 10 次元で無矛盾な理論

現実的なモデルを得るためには

- 余剰次元を観測できないほどにコンパクト化
- カイラリティやゲージ群、質量や結合定数などを再現

# 1 イントロダクション

## コンパクト化

- 超弦理論では 10 次元時空 (4 次元ミンコフスキー + 6 次元余剰時空)
- その低エネルギー有効理論は 10 次元の場の理論

e.g. ヤン・ミルズ理論の結合定数 (詳しい理論は後述)

$$\begin{aligned} \int d^{10}X \sqrt{-G} \frac{1}{g^2} \text{Tr} \left[ -\frac{1}{4} F^{MN} F_{MN} \right] \\ = \int d^4x \underbrace{\left( \int d^6y \sqrt{-G} \frac{1}{g^2} \right)}_{\equiv 1/g_{4D}^2} \text{Tr} \left[ -\frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} \right] + (\cdots) \end{aligned}$$

→ 余剰次元の形が 4 次元のゲージ結合定数などを決定

体積

# 1 イントロダクション

- 10 次元時空の計量

$$G_{MN}(x) = \begin{pmatrix} g_{\mu\nu}(x) & * \\ * & G_{mn}(x) \end{pmatrix}$$

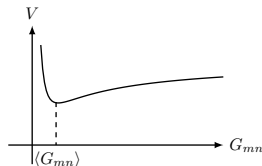
- $G_{mn}(x)$  : 4 次元でのスカラー場 (モジュライという)
- モジュライの真空期待値はポテンシャルで決定 → モジュライ固定

余剰次元の形はダイナミカルな場

$$G_{mn}(x)$$



真空期待値になる  $\langle G_{mn} \rangle$



# 1 イントロダクション

- [1] H. Abe, T. Kobayashi, H. Ohki, and K. Sumita, *Nuclear Physics B* (2012).  
[2] H. Abe, T. Kobayashi, K. Sumita, and S. Uemura, *Physical Review D* (2017).  
[3] H. Abe, T. Higaki, T. Kobayashi, and Y. Omura, *Physical Review D* (2007).

## ○ 先行研究

- 標準模型が再現されるようなモデル → [1, 2]
- モジュライ固定ができていないモデル → [3]

## 卒業研究

標準模型が再現されるモデルでのモジュライ固定は？

## 2.1 超対称ヤン・ミルズ理論

### 10 次元超対称ヤン・ミルズ理論 (10D SYM)

- 作用

$$S = \int d^{10}X \sqrt{-G} \frac{1}{g^2} \text{Tr} \left[ -\frac{1}{4} F^{MN} F_{MN} + \frac{i}{2} \bar{\lambda} \Gamma^M D_M \lambda \right]$$

- あらわれている記号

$$F_{mn} = F_{45} + F_{67} + F_{89} + F_{4567} + \dots$$

$g$ : 結合定数,  $G_{MN}$ : 10 次元での計量  $M, N = 0, 1, \dots, 9$

$F_{MN} = \partial_M A_N - \partial_N A_M - i[A_M, A_N]$ : 場の強度,

$D_M \lambda = \partial_M \lambda - i[A_M, \lambda]$ : 共変微分, これで局所ゲージ不変に,

$\lambda$ : マヨラナ・ワイル  $\rightarrow$  10 次元で中性 + カイラリティが正.

- ベクトル場  $A_M$ , スピノル場  $\lambda$  はそれぞれゲージ群のアジョイント表現の添え字をもつ

$\rightarrow$  トレース  $\text{Tr}$  はその行列の添え字について

- ボゾンとフェルミオンの対称性 (超対称性) をもつ

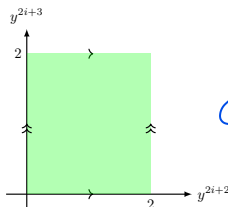
$$g: -3$$

$$\int d^6x \sqrt{-G} \pm A \wedge A \wedge A$$

## 2.2 トーラスコンパクト化

- 10次元ミンコフスキー空間  $(x^\mu, y^m)$   $\mu = 0, \dots, 3, m = 4, \dots, 9$
- トーラス  $T^2$  を実現する境界条件：

$$y^{2i+2} \sim y^{2i+2} + 2 \ \& \ y^{2i+3} \sim y^{2i+3} + 2 \quad (i = 1, 2, 3)$$



$$G_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} g_{\mu\mu} & g^*_{\mu\nu} \\ g^*_{\nu\mu} & g_{\nu\nu} \end{pmatrix}$$

- 余剰次元の形

$$g^{(i)} = (2\pi R_i)^2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} : \text{トーラスの計量}$$

→  $R_i$  が余剰次元の形を決定



## 2.2 トーラスコンパクト化

- 余剰次元方向の座標  $y^m$  を複素座標  $z^i$  に取りなおし

$$(y_4, y_5) \rightarrow (z_1, \bar{z}_1), (y_6, y_7) \rightarrow (z_2, \bar{z}_2), (y_8, y_9) \rightarrow (z_3, \bar{z}_3)$$

例えば, 座標やゲージ場

$$\begin{cases} z^1 \equiv \frac{1}{2}(y^4 + iy^5) \\ \tilde{A}_1 \equiv iA_4 + A_5 \end{cases} \quad z^2, z^3 \text{ や } \tilde{A}_2, \tilde{A}_3 \text{ も同様に定義}$$

以後,  $\tilde{A}_i$  を  $A_i$  と書く

- $z^i$  での境界条件:  $z^i \sim z^i + 1$  &  $z^i \sim z^i + i$
- 独立なトーラス  $T^2$  が 3 つ  $\rightarrow T^2 \times T^2 \times T^2$

## 2.2 トーラスコンパクト化

- [4] N. Arkani-Hamed, T. Gregoire, and J. Wacker, *Journal of High Energy Physics* (2002).  
 [1] H. Abe, T. Kobayashi, H. Ohki, and K. Sumita, *Nuclear Physics B* (2012).  
 [2] H. Abe, T. Kobayashi, K. Sumita, and S. Uemura, *Physical Review D* (2017).

- 余剰次元方向の座標  $y^m$  を複素座標  $z^i$  に取りなおし

$$(y_4, y_5) \rightarrow (z_1, \bar{z}_1), (y_6, y_7) \rightarrow (z_2, \bar{z}_2), (y_8, y_9) \rightarrow (z_3, \bar{z}_3)$$

例えば, 座標やゲージ場

$$\begin{cases} z^1 \equiv \frac{1}{2}(y^4 + iy^5) \\ \tilde{A}_1 \equiv iA_4 + A_5 \end{cases} \quad z^2, z^3 \text{ や } \tilde{A}_2, \tilde{A}_3 \text{ も同様に定義}$$

以後,  $\tilde{A}_i$  を  $A_i$  と書く

- $z^i$  での境界条件:  $z^i \sim z^i + 1$  &  $z^i \sim z^i + i$
- 独立なトーラス  $T^2$  が 3 つ  $\rightarrow T^2 \times T^2 \times T^2$

$$e^{i\Phi} = g^{-2}$$

$$\mathcal{A}^{(i)} = (2\pi R_i)^2 : i \text{ 番目のトーラスの面積}$$

$\langle T_i \rangle \equiv \mathcal{A}^{(i)}$  となるようなダイナミカルな場  $T_i$  をモジュライとよぶ

$$\ln \langle T \rangle = \ln \left( \frac{1}{2\pi\alpha'} \int d^2x \sqrt{-g} \right) \rightarrow \tilde{A} = g^2 \text{Re} T_i$$

## 2.3 $D$ -term ポテンシャル

### ● 10D SYM の作用から

$$V^{(D)} \equiv \text{Tr} \left[ \left( \frac{1}{\mathcal{A}^{(1)}} F_{45} + \frac{1}{\mathcal{A}^{(2)}} F_{67} + \frac{1}{\mathcal{A}^{(3)}} F_{89} \right)^2 \right] \times \prod_{i=1,2,3} \mathcal{A}^{(i)}$$

今回考えるポテンシャル  $\rightarrow$   $D$ -term ポテンシャル

(ポテンシャルにはまだ別の項が  $\rightarrow$  次の真空期待値で消えるので無視)

### ● ベクトル場の真空期待値

$$\langle A_i \rangle_{ab} \equiv \pi M_{ab}^{(i)} \bar{z}^i, \quad M_{ab}^{(i)} = \begin{pmatrix} M_1^{(i)} & 0 \\ 0 & M_2^{(i)} \end{pmatrix}$$

▶  $M_a^{(i)}$  は整数

▶  $M^{(i)}$  は  $i$  番目のトーラス上の磁場

$$\rightarrow F_{45} = \pi M^{(1)}, F_{67} = \pi M^{(2)}, F_{89} = \pi M^{(3)}$$

## 2.3 $D$ -term ポテンシャル

max dimension

- 背景磁場があるときの  $D$ -term ポテンシャル

→  $\mathcal{A}^{(i)}$  をダイナミカルな場  $T_i$  に

$$V^{(D)} = \sum_{a=1,2} \left( \sum_{i=1,2,3} \frac{\pi M_a^{(i)}}{T_i} \right)^2 \times \prod_{i=1,2,3} T_i$$

- 真空期待値  $\langle T_i \rangle$  が満たす条件：

$$\partial_{T_i} V^{(D)} = 0 \quad (\text{for } i = 1, 2, 3) \longrightarrow \sum_{i=1,2,3} \frac{\pi M_a^{(i)}}{\langle T_i \rangle} = 0 \quad (a = 1, 2)$$

- $V^{(D)}$  を真空期待値  $\langle T_i \rangle$  のまわりで展開

$$V^{(D)} = V^{(D)} \Big|_0 + \underbrace{\frac{1}{2} \partial_{T_r} \partial_{T_{r'}} V^{(D)} \Big|_0}_{\equiv V_{rr'}} \delta T_r \delta T_{r'} + \mathcal{O}(\delta T^3)$$

$\delta T_r \equiv T_r - \langle T_r \rangle$  &  $\cdot \Big|_0$  は真空期待値を代入

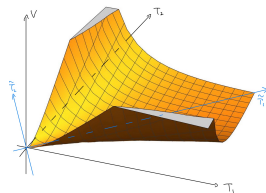
→  $\delta T_r$  の 2 次の項を対角化       $V_{rr'}$  の固有値はモジュライの質量

## 2.3 D-term ポテンシャル

対角化を実行 → 対角化行列を  $P$

$$\begin{pmatrix} 0 & & \\ & m_2^2 & \\ & & m_3^2 \end{pmatrix} \equiv P^T (V_{rr'}) P$$

$m_2, m_3$  はモジュライの質量  
( $V_{rr'}$  の固有値)



- 対角化された基底  $\delta \tilde{T}_i (= \sum (P^T)_{ij} \delta T_j)$

$$\frac{1}{2} V_{rr'} \delta T_r \delta T_{r'} \rightarrow \frac{1}{2} m_2^2 \delta \tilde{T}_2^2 + \frac{1}{2} m_3^2 \delta \tilde{T}_3^2$$

- 固有値が 0 の方向は  $\delta \tilde{T}_1 \equiv \tilde{T}$  (以後、揺らぎをそのまま場とみなす)
- パラメター

- $M_a^{(i)}$ : 磁場 6 つ → 標準模型を再現するような値
- $\langle T_1 \rangle$ : (対角化前の基底の) モジュライの真空期待値 → 超重力理論で値を決定

## 3.1 超重力理論とポテンシャル

今後の動機

$(D\text{-term})$  では残りのモジュライの真空期待値  $\langle T_1 \rangle$  を決定できない  
 $\downarrow$   
 4 次有効理論のポテンシャルで決定

### 4 次元超重力理論

- **超対称性**によって、~~ポテンシャル~~が強く制限

→ スーパーポテンシャル  $W$ , ケーラーポテンシャル  $K$

$$\begin{cases} W = w_0 - \sum_r A_r e^{-a_r T_r} - \sum_r B_r e^{-b_r T_r} X \\ K = - \sum_r \ln(T_r + \bar{T}_r) + |X|^2 \end{cases}$$

- $T_r$  ( $r = 1, 2, 3$ ) はモジュライ.  $X$  は複素スカラー場.
- $w_0, A_r, a_r, B_r, b_r$  は、**背景理論**で決まってくる実数パラメーター.

## 3.2 モジュライ固定の方法

### 一般論

- スーパーポテンシャル  $W$  とケーラーポテンシャル  $K$   
 → スカラーポテンシャル ( **$F$ -term ポテンシャル**)

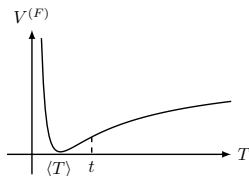
$$V^{(F)} \equiv e^K (K^{I\bar{J}} (D_I W)(D_{\bar{J}} \bar{W}) - 3|W|^2)$$

$$D_I W \equiv W_I + K_I W \quad (I = X, T)$$

$$f_I \equiv \partial_I f, \quad K^{I\bar{J}} \text{ は } K_{I\bar{J}} \text{ の逆行列}$$

- $V^{(F)}$  の最小値を実現する  $T, X$  は?  
 → その点にモジュライ  $T$  が固定

- ポテンシャルの最小をどのように特定するか?
  - ▶ 解析的には難しい → **参照点**を利用すると解析的に
  - ▶ **超対称性が保たれる点**がポテンシャルの最小になりやすい



## 3.2 モジュライ固定の方法

- 参照点  $(t, x)$

$$D_T W \Big|_0 = 0, V_X^{(F)} \Big|_0 = 0 \quad (\cdot|_0 \text{ は } (T, X) = (t, x) \text{ の代入})$$

$(D_T W = 0 \longrightarrow \text{超対称性が保たれている})$

- ポテンシャル  $V^{(F)}$  を参照点からの揺らぎ  $\delta T, \delta X$  で展開

$$\begin{aligned} V^{(F)} = & V^{(F)} \Big|_0 + V_T^{(F)} \Big|_0 \delta T + V_{\bar{T}}^{(F)} \Big|_0 \delta \bar{T} + V_X^{(F)} \Big|_0 \delta X + \cdots + \\ & + \frac{1}{2} V_{TT}^{(F)} \Big|_0 \delta T^2 + \frac{1}{2} V_{XX}^{(F)} \Big|_0 \delta X^2 + \cdots + \mathcal{O}(\delta T^3, \delta X^3) \end{aligned}$$

- $V_{\delta T}, V_{\delta \bar{T}}, V_{\delta X}, V_{\delta \bar{X}} = 0 \longrightarrow \delta T, \delta \bar{T}, \delta X, \delta \bar{X}$  の値を決定

↓

$$\frac{\delta T}{t} \ll 1, \frac{\delta X}{x} \ll 1 \text{ であれば, 参照点による近似が有効}$$



## 3.2 モジュライ固定の方法

先行研究 [5]

ポテンシャル

$$W = w_0 - Ae^{-aT} - Be^{-bT} X, \quad K = -3 \ln(\dot{T} + \dot{\bar{T}}) + |X|^2$$

$Q(T, \bar{T})$

のパラメーターが

$$|a|, |b| \sim 4\pi^2, \quad A \sim 1 \quad (B, w_0 \ll 1?)$$

$w_0 \ll 1$   $R \ll 1$

$\downarrow$   $0 \leq a, b \sim 4\pi^2, A, B, w_0 \sim 1$

$$\langle X \rangle = \sqrt{3} - 1, \quad \langle T \rangle = \mathcal{O}(1)$$

$$\frac{\delta T}{t} \sim \frac{1}{b^3} \ll 1, \quad \frac{\delta X}{x} \sim \frac{1}{b^2} \ll 1$$

$$\frac{\delta T}{t} = -5 \dots$$

$$\frac{\delta X}{x} = 1 \dots$$

→ 参照点による近似が有効

### 3.3 具体的なモデルへの適用

#### 今後の話

先行研究を適用 → 決まらなかったモジュライ  $\langle \tilde{T}_4 \rangle$  を決定  
 $\langle \tilde{T} \rangle$

- 取り扱いたいモデル

スーパーポテンシャル  $W$ , ケーラーポテンシャル  $K$

$$\begin{cases} W = w_0 - \sum_r A_r e^{-a_r T_r} - \sum_r B_r e^{-b_r T_r} X \\ K = - \sum_r \ln(T_r + \bar{T}_r) + |X|^2 \end{cases}$$

- $T_r \rightarrow \tilde{T}_r \wedge T_r = \sum P_{rs} \tilde{T}_s$

- 例えば,  $A_r$  の項

$$A_r e^{-a_r T_r} = A_r e^{-a_r (P_{r2} \tilde{T}_2 + P_{r3} \tilde{T}_3)} \cdot e^{-a_r P_{r1} \tilde{T}_1}$$

### 3.3 具体的なモデルへの適用

$$\langle \tilde{T}_2 \rangle = \tilde{P}_2^{-1} \langle T_1 \rangle + \tilde{P}_{22}^{-1} \langle T_2 \rangle + \tilde{P}_{23}^{-1} \langle T_3 \rangle$$

ここで次の仮定

- $\tilde{T}_1 \equiv \tilde{T}$  は軽いモジュライ  $\rightarrow$  ダイナミカルな場のまま
- $\tilde{T}_2, \tilde{T}_3$  は質量が分かっている **重い** モジュライ  
 $\rightarrow$  真空期待値で評価する ( $\tilde{T}_2, \tilde{T}_3 \rightarrow \langle \tilde{T}_2 \rangle, \langle \tilde{T}_3 \rangle = 0$ )

- つまり  $A_r e^{-a_r T_r} \rightarrow A_r e^{-a_r P_{r1} \tilde{T}}$  で評価.
- スーパーポテンシャル  $W$  とケーラーポテンシャル  $K$

$$\begin{cases} W = w_0 - \sum_r \tilde{A}_r e^{-a_r P_{r1} \tilde{T}} - \sum_r \tilde{B}_r e^{-b_r P_{r1} \tilde{T}} X \\ K = -3 \ln(\tilde{T} + \bar{\tilde{T}}) + |X|^2 + \text{const.} \end{cases}$$

(定数は今回の議論にはあまり影響がないので無視)

### 3.3 具体的なモデルへの適用

- モジュライを固定したい理論

$$\begin{cases} W = w_0 - \sum_r A_r e^{-a_r P_{r1} \tilde{T}} - \sum_r B_r e^{-b_r P_{r1} \tilde{T}} X \\ K = -3 \ln(\tilde{T} + \bar{\tilde{T}}) + |X|^2 \end{cases}$$

- $A_r, B_r$

$i$  番目のトーラス上のブレーンの非摂動効果 [6]

$$|a|, |b| \sim 4\pi^2, \quad A \sim 1 \quad (\text{blue}, w_0 \ll 1? \leftarrow \text{前のスライドと同じ理由})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \textcircled{1} A_r = (A, 0, 0), B_r = (B, 0, 0) \rightarrow P_{11} \\ \textcircled{2} A_r = (0, A, 0), B_r = (0, B, 0) \rightarrow P_{21} \\ \textcircled{3} A_r = (0, 0, A), B_r = (0, 0, B) \rightarrow P_{31} \end{array} \right.$$

e.g.  $A_r = (A, 0, 0), B_r = (B, 0, 0)$  のとき

$$W = w_0 - A e^{-a_1 P_{11} \tilde{T}} - B e^{-b_1 P_{11} \tilde{T}} X$$

$$\left( \text{c.f. 先行研究} \quad W = w_0 - A e^{-aT} - B e^{-bT} X, \quad a, b \sim 4\pi^2 \right)$$

### 3.3 具体的なモデルへの適用

磁場

~~標準模型を再現する磁場~~

3  
 ↓  
 ワイル・フェイリット

- パターン 1(トーラス)[1]

$$M^{(1)} = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, M^{(2)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, M^{(3)} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- パターン 2(オービフォールド)[2]

$$M^{(1)} = \begin{pmatrix} 7 & 0 \\ 0 & -7 \end{pmatrix}, M^{(2)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, M^{(3)} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

### 3.3 具体的なモデルへの適用

単位系は  $M_{Pl} = 1 \sim 10^{19}$  GeV

パターン 1 の場合

- $P_{11} \sim -0.904$ ,  $P_{21} \sim 0.302$ ,  $P_{31} \sim 0.301$



$P_{11} < 0$ ,  $P_{21}$ ,  $P_{31} \neq \mathcal{O}(1) \implies$  先行研究の適用は難しい

↘  $F^T \gg 1$

### 3.3 具体的なモデルへの適用

#### パターン 2 の場合

- $$P_{11} \sim 0.9804, P_{21} \sim 0.140, P_{31} \sim 0.140 \rightarrow \boxed{A_r} = (A, 0, 0)$$

↓ 先行研究を適用

$$\langle \tilde{T} \rangle \simeq \mathcal{O}(1) \rightarrow \langle T_1 \rangle \sim 1.020 \times \mathcal{O}(1)$$

- $$m_2^{(D)}, m_3^{(D)} \sim 11, m_T = -e^{K/2} K^{T\bar{T}} W_{T\bar{T}} \sim 10^{-15}$$

$$\longrightarrow m_2^{(D)}, m_3^{(D)} \gg m_T$$

$$m_{3/2} = e^{K/2} W \sim 0.398, F^T = -e^{K/2} K^{T\bar{J}} D_{\bar{J}} \bar{W} \sim 0.231$$

$$\longrightarrow F^T \stackrel{?}{\sim} 0$$

- $$\text{アノマリー仲介とモジュライ仲介の比 [7]}$$

$$\alpha = \frac{m_{3/2}}{\ln(1/m_{3/2})} \cdot \frac{T + \bar{T}}{F^T} \sim 4.123 \stackrel{?}{=} \mathcal{O}(1)$$

## 4 まとめと展望

### ● まとめ

- ▶ 標準理論を再現するモデルにおけるモジュライ固定を議論
- ▶ 固定されたモジュライ → 現象論的に重要な値を計算

### ● 展望

- ▶ モジュライ固定の計算 → 今回は先行研究 [3, 5] の結果をそのまま用いた
- ▶ 別の  $A_r$  のパターン
  - ▶  $A_r = (A_1, A_2, 0)$  : レーストラック
  - ▶  $A_r = (A_1, A_2, A_3)$
- ▶ ISS-KKLT モデルでの議論も



- [1] H. Abe, T. Kobayashi, H. Ohki, and K. Sumita, *Superfield description of 10D SYM theory with magnetized extra dimensions*, 2012.  
*Nuclear Physics B* **863** (2012) 1–18, [arxiv:1204.5327 \[hep-ph, physics:hep-th\]](#).
- [2] H. Abe, T. Kobayashi, K. Sumita, and S. Uemura, *Kähler moduli stabilization in semi-realistic magnetized orbifold models*, 2017.  
*Physical Review D* **96** (2017) 026019, [arxiv:1703.03402 \[hep-ph, physics:hep-th\]](#).
- [3] H. Abe, T. Higaki, T. Kobayashi, and Y. Omura, *Moduli stabilization, F-term uplifting and soft supersymmetry breaking terms*, 2007.  
*Physical Review D* **75** (2007) 025019, [arxiv:hep-th/0611024](#).
- [4] N. Arkani-Hamed, T. Gregoire, and J. Wacker, *Higher dimensional supersymmetry in 4D superspace*, 2002.  
*Journal of High Energy Physics* **2002** (2002) 055–055, [arxiv:hep-th/0101233](#).
- [5] H. Abe, T. Higaki, and T. Kobayashi, *More about F-term uplifting*, 2007.  
*Physical Review D* **76** (2007) 105003, [arxiv:0707.2671 \[hep-ph, physics:hep-th\]](#).
- [6] M. Dine, *Supersymmetry and String Theory: Beyond the Standard Model*.  
Cambridge University Press, Cambridge, 2 ed., 2023.  
<https://www.cambridge.org/core/books/supersymmetry-and-string-theory/D2945789E71C68C60153D44DF08BAC17>.
- [7] K. Choi, K. S. Jeong, and K. Okumura, *Phenomenology of Mixed Modulus-Anomaly Mediation in Fluxed String Compactifications and Brane Models*, 2005.  
*Journal of High Energy Physics* **2005** (2005) 039–039, [arxiv:hep-ph/0504037](#).

# 参考文献

- [8] J. Wess and J. Bagger, *Supersymmetry and Supergravity*.  
Princeton University Press, Princeton, N.J, 1992.
- [9] 柴崎 寿英, 『背景磁場を持つ 10 次元超対称 Yang-Mills 理論におけるゲージ結合に対する量子補正』, Master's thesis, 早稲田大学, 2021.
- [10] 中野 隼斗, 『磁化オービフォールド上の 10 次元超対称理論における 4 次元有効ゲージ結合定数の解析』, Master's thesis, 早稲田大学, 2023.

## 付録

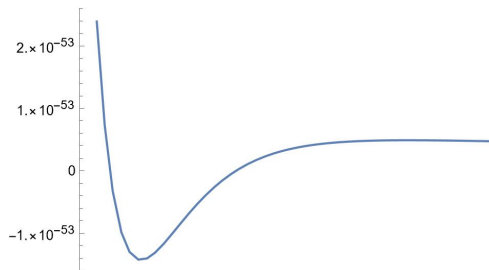
# A 対角化行列

$$\begin{aligned}
 P_{11} &= \frac{(M_1^{(2)} M_2^{(1)} - M_1^{(1)} M_2^{(2)}) (M_1^{(3)} M_2^{(2)} - M_1^{(2)} M_2^{(3)})}{(M_1^{(2)} M_2^{(3)} - M_1^{(3)} M_2^{(2)})^2} \sqrt{\left| \frac{(M_1^{(2)} M_2^{(1)} - M_1^{(1)} M_2^{(2)}) (M_1^{(3)} M_2^{(2)} - M_1^{(2)} M_2^{(3)})}{(M_1^{(2)} M_2^{(3)} - M_1^{(3)} M_2^{(2)})^2} \right|^2 + \left| \frac{(M_1^{(2)} M_2^{(1)} - M_1^{(1)} M_2^{(2)}) \left( \frac{M_1^{(3)} M_2^{(1)} (M_1^{(2)} M_2^{(3)} - M_1^{(3)} M_2^{(2)})^2}{(M_1^{(2)} M_2^{(3)} - M_1^{(3)} M_2^{(2)})^2} - \frac{M_1^{(1)} M_2^{(3)} (M_1^{(2)} M_2^{(3)} - M_1^{(3)} M_2^{(2)})^2}{(M_1^{(2)} M_2^{(3)} - M_1^{(3)} M_2^{(2)})^2} \right)}{(M_1^{(2)} M_2^{(3)} - M_1^{(3)} M_2^{(2)})^2} \right|^2} + 1 \\
 P_{21} &= -\frac{(M_1^{(2)} M_2^{(1)} - M_1^{(1)} M_2^{(2)}) \left( \frac{M_1^{(3)} M_2^{(1)} (M_1^{(2)} M_2^{(3)} - M_1^{(3)} M_2^{(2)})^2}{(M_1^{(2)} M_2^{(3)} - M_1^{(3)} M_2^{(2)})^2} - \frac{M_1^{(1)} M_2^{(3)} (M_1^{(2)} M_2^{(3)} - M_1^{(3)} M_2^{(2)})^2}{(M_1^{(2)} M_2^{(3)} - M_1^{(3)} M_2^{(2)})^2} \right)}{(M_1^{(2)} M_2^{(3)} - M_1^{(3)} M_2^{(2)})^2} \sqrt{\left| \frac{(M_1^{(2)} M_2^{(1)} - M_1^{(1)} M_2^{(2)}) (M_1^{(3)} M_2^{(2)} - M_1^{(2)} M_2^{(3)})}{(M_1^{(2)} M_2^{(3)} - M_1^{(3)} M_2^{(2)})^2} \right|^2 + \left| \frac{(M_1^{(2)} M_2^{(1)} - M_1^{(1)} M_2^{(2)}) \left( \frac{M_1^{(3)} M_2^{(1)} (M_1^{(2)} M_2^{(3)} - M_1^{(3)} M_2^{(2)})^2}{(M_1^{(2)} M_2^{(3)} - M_1^{(3)} M_2^{(2)})^2} - \frac{M_1^{(1)} M_2^{(3)} (M_1^{(2)} M_2^{(3)} - M_1^{(3)} M_2^{(2)})^2}{(M_1^{(2)} M_2^{(3)} - M_1^{(3)} M_2^{(2)})^2} \right)}{(M_1^{(2)} M_2^{(3)} - M_1^{(3)} M_2^{(2)})^2} \right|^2} + 1 \\
 P_{31} &= \frac{1}{\sqrt{\left| \frac{(M_1^{(2)} M_2^{(1)} - M_1^{(1)} M_2^{(2)}) (M_1^{(3)} M_2^{(2)} - M_1^{(2)} M_2^{(3)})}{(M_1^{(2)} M_2^{(3)} - M_1^{(3)} M_2^{(2)})^2} \right|^2 + \left| \frac{(M_1^{(2)} M_2^{(1)} - M_1^{(1)} M_2^{(2)}) \left( \frac{M_1^{(3)} M_2^{(1)} (M_1^{(2)} M_2^{(3)} - M_1^{(3)} M_2^{(2)})^2}{(M_1^{(2)} M_2^{(3)} - M_1^{(3)} M_2^{(2)})^2} - \frac{M_1^{(1)} M_2^{(3)} (M_1^{(2)} M_2^{(3)} - M_1^{(3)} M_2^{(2)})^2}{(M_1^{(2)} M_2^{(3)} - M_1^{(3)} M_2^{(2)})^2} \right)}{(M_1^{(2)} M_2^{(3)} - M_1^{(3)} M_2^{(2)})^2} \right|^2} + 1}
 \end{aligned}$$

## B モジュライ固定の例

### Polonyi-KKLT モデル

$$W = w_0 - Ae^{-aT} - BX, \quad K = -3 \ln(\tilde{T} + \bar{\tilde{T}}) + |X|^2$$



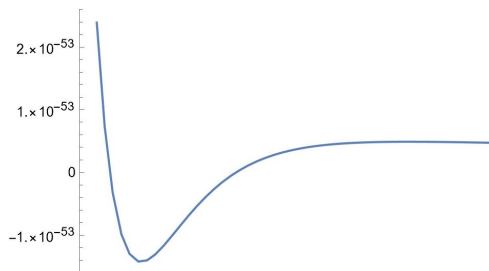
$$w_0 = 10^{-26}, A = 2, B = -10^{-30}, a = 4\pi^2,$$

$$1.6 \leq T \leq 1.8, X = 0.95$$

## B モジュライ固定の例

Polonyi-KKLT モデル +  $X, T$  の混合

$$W = w_0 - Ae^{-aT} - Be^{-bT}X, \quad K = -3 \ln(\tilde{T} + \bar{\tilde{T}}) + |X|^2$$



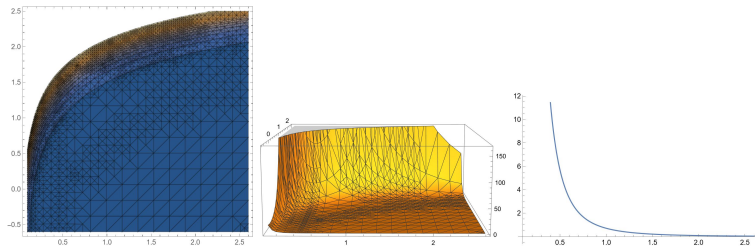
$$w_0 = 10^{-26}, A = 2, B = -10^{-30}, a = 4\pi^2, b = 4\pi^2$$

$$1.6 \leq T \leq 1.8, X = 0.95$$

## B モジュライ固定の例

### Polonyi-KKLT モデル + $X, T$ の混合

$$W = w_0 - A e^{-aT} - B e^{-bT} X, \quad K = -3 \ln(\tilde{T} + \bar{\bar{T}}) + |X|^2$$



$$w_0 = 10^{-26}, A = 2, B = -0.5, a = 4\pi^2 + 30, b = 4\pi^2$$

$$0.1 \leq T \leq 2.6, X = 0.95$$