卒論 中間発表
Moduli stabilization for magnetized D-brane models (??)
v2

宮根 一樹

2023 年 12 月 14 日

先日はあんな発表のためにご辛抱ありがとうございました．
修正や加筆はこの色で行いました．

目次

目次

- Pure Polonyi モデル
- F-term uplifting
- カットしたスライド
- なぜ $M^{(i)}$ を「磁場」というのか

1 イントロダクション

素粒子標準模型

- 実験でよく結果が確認されている
- $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ のゲージ理論
- 左右が非対称な理論

標準模型の問題点

- 重力が含まれていない
- 世代やフレーバーの違いで大きく質量が変わる

など

1 イントロダクション

超弦理論

- 重力を含む
- 10 次元で無矛盾な理論

現実的なモデルを得るためには

- 余剰次元を観測できないほどにコンパクト化
- カイラリティやゲージ群を再現
- 世代やフレーバ，そして質量を再現

1 イントロダクション

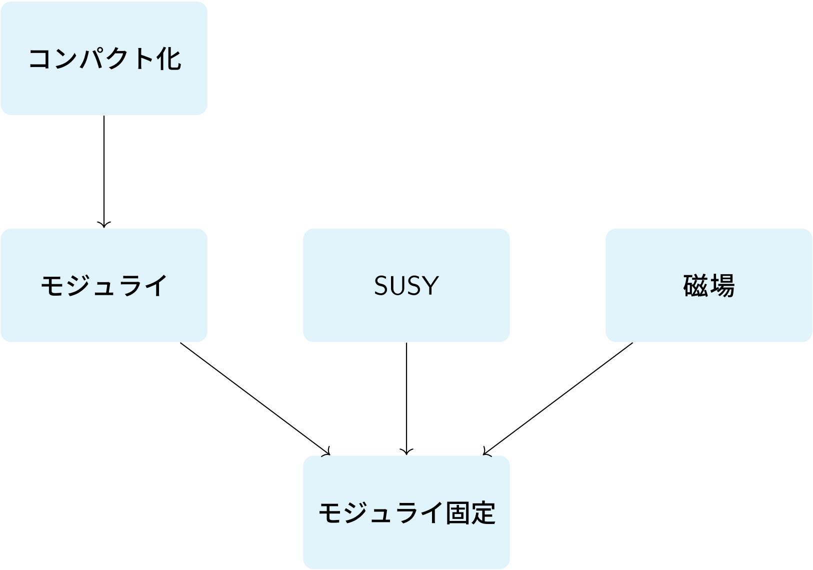
超弦理論

- 重力を含む
- 10 次元で無矛盾な理論

現実的なモデルを得るためには

- 余剰次元を観測できないほどにコンパクト化 ← 今回の研究の関心
- カイラリティやゲージ群を再現
- 世代やフレーバ，そして質量を再現

2. レビュー



2.1 コンパクト化

[1] N. Arkani-Hamed, T. Gregoire, and J. Wacker, Journal of High Energy Physics (2002).
[2] H. Abe, T. Kobayashi, H. Ohki, and K. Sumita, Nuclear Physics B (2012).

10 次元 $(M, N) \to$ 4 次元ミンコフスキー $+$ 余剰次元.

- 例えば，座標は $X^M = (x^\mu, y^m)$

$$\downarrow$$

トーラス方向だけの座標を取り直す

例えば

$$\begin{cases} z^1 \equiv \dfrac{1}{2}(y^4 + \tau_1 y^5) \\ \tilde{A}_1 \equiv -\dfrac{1}{\operatorname{Im}\tau_1}(\tau_1^* A_4 - A_5) \end{cases}$$

- τ_i は複素数
- $(y_4, y_5) \to (z_1, \bar{z}_1)$, $(y_6, y_7) \to (z_2, \bar{z}_2)$, $(y_8, y_9) \to (z_3, \bar{z}_3)$

以後は $\tilde{A}_i$ を A_i と書く.

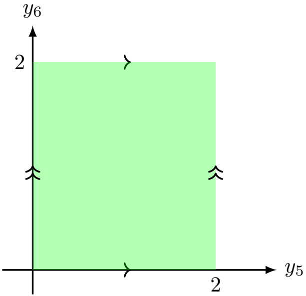
2.1 コンパクト化

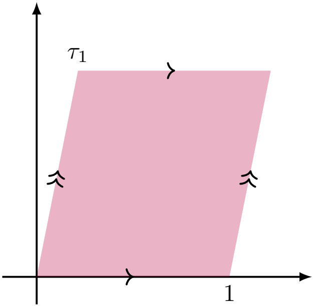
[1] N. Arkani-Hamed, T. Gregoire, and J. Wacker, Journal of High Energy Physics (2002).
[2] H. Abe, T. Kobayashi, H. Ohki, and K. Sumita, Nuclear Physics B (2012).

境界条件を

$$y^m \sim y^m + 2 \longrightarrow z^i \sim z^i + 1 \;\&\; z^i \sim z^i + \tau^i.$$

と入れる．これで z_1, z_2, z_3 はトーラスの座標になる．





2.1 コンパクト化

[1] N. Arkani-Hamed, T. Gregoire, and J. Wacker, Journal of High Energy Physics (2002).
[2] H. Abe, T. Kobayashi, H. Ohki, and K. Sumita, Nuclear Physics B (2012).

境界条件に対する計量

$$g^{(i)} = (2\pi R_i)^2 \begin{pmatrix} 1 & \mathrm{Re}\,\tau_i \\ \mathrm{Re}\,\tau_i & |\tau_i|^2 \end{pmatrix} \text{：トーラスの計量}$$
$$\mathcal{A}^{(i)} = (2\pi R_i)^2\,\mathrm{Im}\,\tau_i\text{：トーラスの面積} \tag{2.1}$$

トーラスの座標 z^i での計量

$$\mathrm{d}s_6^2 = 2h_{i\bar{j}}\mathrm{d}z^i\mathrm{d}\bar{z}^{\bar{j}},$$
$$h_{i\bar{j}} = 2(2\pi R_i)^2\delta_{i\bar{j}}.$$

2.2 超対称性

[3] J. Wess and J. Bagger, *Supersymmetry and Supergravity.*

超弦理論の低エネルギー有効理論

- 10 次元超対称ヤン・ミルズ理論
- 超重力理論

など

超対称性

- ボゾンとフェルミオンの変換
- 次のような利点 (があるそうです)
  - 発散が相殺されるケースがある
  - ダークマターの候補があるとか

2.2 超対称性

[3] J. Wess and J. Bagger, *Supersymmetry and Supergravity.*

超対称多重項で実現

$$V = \{A_\mu, \lambda_0, \bar{\lambda}_0, D\}, \quad \phi_i = \{A_i, \lambda_i, F_i\}$$

- $i = 1, 2, 3$ はトーラスの添え字
- $A_\mu, \lambda_0, \cdots$ などが次元が 4 のときの場
- D, F_i は補助場

SUSY 対称なポテンシャル

- スーパーポテンシャル W ，ケーラーポテンシャル K
- SUSY 不変性を見るときに重要

2.3 磁場の導入

[2] H. Abe, T. Kobayashi, H. Ohki, and K. Sumita, Nuclear Physics B (2012).

- 今回考える 10 次元超対称ヤン・ミルズ理論では

$$D = -h^{\bar{i}j}\left(\bar{\partial}_{\bar{i}} A_j + \partial_j \bar{A}_{\bar{i}} + \frac{1}{2}[\bar{A}_{\bar{i}}, A_j]\right)$$

- SUSY を保つ D の真空期待値の条件

$$\langle D \rangle = -h^{\bar{i}j}\left(\bar{\partial}_{\bar{i}} \langle A_j \rangle + \partial_j \langle \bar{A}_{\bar{i}} \rangle + \frac{1}{2}[\langle \bar{A}_{\bar{i}} \rangle, \langle A_j \rangle]\right) = 0 \tag{2.2}$$

2.3 磁場の導入

[2] H. Abe, T. Kobayashi, H. Ohki, and K. Sumita, Nuclear Physics B (2012).

真空期待値を次のように決める.

$$\langle A_i \rangle = \frac{\pi}{\mathrm{Im}\,\tau_i} M^{(i)} \bar{z}_i,$$

$$M^{(i)} = \begin{pmatrix} M_1^{(i)} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & M_2^{(i)} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & M_N^{(i)} \end{pmatrix}. \tag{2.3}$$

- $M_a^{(i)}$ は整数
- $M^{(i)}$ はトーラス上の磁場 $\rightarrow F_{45} = \pi M^{(1)}$ など
- ブロック対角化でより小さいゲージ対称性

$$U(N) \rightarrow U(N_1) \times U(N_2) \times \cdots \times U(\tilde{N})$$

2.3 磁場の導入

[2] H. Abe, T. Kobayashi, H. Ohki, and K. Sumita, Nuclear Physics B (2012).
[4] H. Abe, T. Kobayashi, K. Sumita, and S. Uemura, Physical Review D (2017).

- 補助場 D^a が作るスカラーポテンシャル

$$V^{(D)} = \frac{1}{2}(D^a)^2, \tag{2.4}$$

$$D_a = \sum_r \frac{\pi M_a^{(r)}}{\mathcal{A}^{(r)}}. \tag{2.5}$$

真空期待値を表すブラケット $\langle\ \rangle$ は省略

- SUSY を保つための条件

$$D_a = \sum_r \frac{\pi M_a^{(r)}}{\mathcal{A}^{(r)}} = 0 \quad (a = 1, 2, 3) \tag{2.6}$$

2.4 モジュライ固定と F-term uplifting

モジュライ T_r

- **定義**

$$\mathrm{Re}\, T_r \equiv e^{-\langle \phi_{10} \rangle} \mathcal{A}^{(r)}$$

  $\mathcal{A}^{(r)}$ は r 番目のトーラスの面積，ϕ_{10} はディラトン
  - 高エネルギーの理論では (ダイナミカルな) スカラー場
  - 10 次元のヤン・ミルズ理論の結合定数との関係は $g = e^{-\langle \phi_{10} \rangle}$
- このモジュライの真空期待値を決定すべき

2.4 モジュライ固定と F-term uplifting

[5] S. Kachru, R. Kallosh, A. Linde, and S. P. Trivedi, Physical Review D (2003).
[6] H. Abe, T. Higaki, T. Kobayashi, and Y. Omura, Physical Review D (2007).
[7] H. Abe, T. Higaki, and T. Kobayashi, Physical Review D (2007).

KKLT モデル [5]

ポテンシャル

$$K = -n_T \log\left(T + \bar{T}\right),\ W = c - Ae^{-aT}. \tag{2.7}$$

スカラーポテンシャル

$$V = e^K (K^{T\bar{T}} |D_T W|^2 - 3|W|^2)$$
$$D_T W = -e^{-K/2} K_{T\bar{T}} F^{\bar{T}} \propto F^{\bar{T}}$$

- $D_T W = 0$ では，SUSY が保たれている
- $D_T W = 0$ かつ $a\,\mathrm{Re}\,T \sim \log A/c$ のときにモジュライ T は安定

2.4 モジュライ固定と F-term uplifting

[5] S. Kachru, R. Kallosh, A. Linde, and S. P. Trivedi, Physical Review D (2003).
[6] H. Abe, T. Higaki, T. Kobayashi, and Y. Omura, Physical Review D (2007).
[7] H. Abe, T. Higaki, and T. Kobayashi, Physical Review D (2007).

KKLT モデル [5]

ポテンシャル

$$K = -n_T \log\left(T + \bar{T}\right), \; W = c - Ae^{-aT}. \tag{2.7}$$

スカラーポテンシャル

$$V = e^K (K^{T\bar{T}} |D_T W|^2 - 3|W|^2)$$
$$D_T W = -e^{-K/2} K_{T\bar{T}} F^{\bar{T}} \propto F^{\bar{T}}$$

- $D_T W = 0$ では，SUSY が保たれている
- $D_T W = 0$ かつ $a\,\mathrm{Re}\,T \sim \log A/c$ のときにモジュライ T は安定

T が安定のところでは $V = -3e^K |W|^2 < 0$

$V = 0$ のほうが嬉しいらしいので，$\partial_T V = 0$ で $V = 0$ を目指す

2.4 モジュライ固定と F-term uplifting

[6] H. Abe, T. Higaki, T. Kobayashi, and Y. Omura, Physical Review D (2007).
[7] H. Abe, T. Higaki, and T. Kobayashi, Physical Review D (2007).

KKLT モデルのポテンシャルを変える (Polonyi-KKLT モデル)

$$K = |\Phi|^2 - n_T \log\left(T + \bar{T}\right), \ W = c + \mu^2 \Phi - A e^{-aT} \qquad (2.8)$$

パラメターの仮定

$$A \sim 1, \ a \gg 1, \ c, \mu^2 \ll 1$$

2.4 モジュライ固定と F-term uplifting

[6] H. Abe, T. Higaki, T. Kobayashi, and Y. Omura, Physical Review D (2007).
[7] H. Abe, T. Higaki, and T. Kobayashi, Physical Review D (2007).

analytic にやりたいので

- 極小の点にあたりをつける $\longrightarrow$ 基準点
- その点が local minimum であることを正当化

2.4 モジュライ固定と F-term uplifting

[6] H. Abe, T. Higaki, T. Kobayashi, and Y. Omura, Physical Review D (2007).
[7] H. Abe, T. Higaki, and T. Kobayashi, Physical Review D (2007).

analytic にやりたいので

- 極小の点にあたりをつける $\longrightarrow$ 基準点
- その点が local minimum であることを正当化

基準点 (ϕ, t) は

$$V_\Phi|_0 = 0, \ \ D_T W|_0 = 0, \qquad (2.9)$$
$$D_\Phi W|_0 \neq 0$$

を満たす点
記号の意味は

$$f(\Phi, T)|_0 \equiv f(\phi, t).$$

2.4 モジュライ固定と F-term uplifting

[6] H. Abe, T. Higaki, T. Kobayashi, and Y. Omura, Physical Review D (2007).
[7] H. Abe, T. Higaki, and T. Kobayashi, Physical Review D (2007).

- 基準点の条件と $V|_0 = 0$ より (ϕ, t) は

$$\phi = \sqrt{3} - 1,\ \mu^{-2}(c - Ae^{-at}) = 2 - \sqrt{3}$$

- 2 つめから $t = \mathcal{O}(1)$ ほど $\to K\,|_0$ も $\mathcal{O}(1)$
- $\delta\Phi, \delta T$：基準点 (ϕ, t) と実際の最小値 (Φ, T) との差

$$\Phi = \phi + \delta\Phi,\ T = t + \delta T.$$

- $\delta\Phi/\phi,\ \delta T/t \ll 1$ であることを確認

2.4 モジュライ固定と F-term uplifting

[6] H. Abe, T. Higaki, T. Kobayashi, and Y. Omura, Physical Review D (2007).
[7] H. Abe, T. Higaki, and T. Kobayashi, Physical Review D (2007).

ちゃんと 2 次までやるべき

W と $D_T W$ を展開

$$
\begin{aligned}
W &= W\mid_0 + W_T\mid_0 \delta T + W_\Phi\mid_0 \delta\Phi + \cdots \\
&\sim \mu^2 + Aae^{-at}\delta T + \mu^2\delta\Phi, \\
D_T W &= D_T W\mid_0 + (D_T W)_T\mid_0 \delta T + (D_T W)_\Phi\mid_0 \delta\Phi + \cdots \\
&\sim -Aa^2 e^{-at}\delta T - \frac{\mu^2 n_T}{2t}\delta\Phi \\
&\qquad\qquad + \left(\frac{\mu^2 n_T}{4t^2}\delta T - \frac{Aan_T}{2t}e^{-at}\delta T\right)
\end{aligned}
$$

カッコでくくったのは，今後無視していくつもりの term．

2.4 モジュライ固定と F-term uplifting

[6] H. Abe, T. Higaki, T. Kobayashi, and Y. Omura, Physical Review D (2007).
[7] H. Abe, T. Higaki, and T. Kobayashi, Physical Review D (2007).

$D_\Phi W$ と F^T も estimate できて

$$\begin{aligned}D_\Phi W &= \mu^2 + (\sqrt{3}-1)\left(\mu^2 + Aae^{-at}\delta T + \mu^2\delta\Phi + \cdots\right)\\ &\sim \sqrt{3}\mu^2 + Aae^{-at}\delta T + \mu^2\delta\Phi,\\ F^T &\sim e^{K|_0/2}\frac{2t}{n_T}\left(a^2Ae^{-at}\delta T + \frac{\mu^2 n_T}{2t}\delta\Phi\right).\end{aligned}$$

スカラーポテンシャルは

$$\begin{aligned}V &= e^K((D_\Phi W)(D_{\bar\Phi}\bar\Phi) - 3W\bar W) + K_{T\bar T}F^T\bar F^{\bar T}\\ &\sim e^{K|_0}\left\{(D_{\bar\Phi}\bar W)\mid_0 (D_\Phi W) - 3\bar W\mid_0 W\right\} + K_{T\bar T}\bar F^{\bar T}\mid_0 F^T\end{aligned}$$

として計算する．本当は $\bar W W\mid_0 = \bar W\mid_0 W + \bar W W\mid_0$ と対称的に組むべきだが，VEV をとったら実になって 2（つまり $\mathcal{O}(1)$）になるため

2.4 モジュライ固定と $\boldsymbol{F}$-term uplifting

[6] H. Abe, T. Higaki, T. Kobayashi, and Y. Omura, Physical Review D (2007).
[7] H. Abe, T. Higaki, and T. Kobayashi, Physical Review D (2007).

先ほどの V に $\delta T, \delta\Phi$ の 1 次までの展開をいれると

$$
\begin{aligned}
V \sim e^{K|_0} \Big\{ & \sqrt{3}\mu^2 \cdot (\sqrt{3}\mu^2 + Aae^{-at}\delta T + \mu^2 \delta\Phi) \\
& - 3\mu^2 \cdot (\mu^2 + Aae^{-at}\delta T + \mu^2\delta\Phi) \Big\} \\
& + K_{T\bar{T}} e^{K|_0/2} \frac{2t}{n_T} \left(a^2 A e^{-at} \delta T + \frac{\mu^2 n_T}{2t} \delta\Phi \right) \cdot F^T . \\
\sim e^{K|_0} \Big[& \left(a e^{-K|_0/2} F^T - \sqrt{3}\mu^2 \right) aAe^{-at}\delta T \\
& + \mu^2 \left\{ \frac{n_t}{2t} e^{-K|_0/2} F^T - (3 - \sqrt{3})\mu^2 \right\} \delta\Phi \Big] .
\end{aligned}
$$

2.4 モジュライ固定と F-term uplifting

[6] H. Abe, T. Higaki, T. Kobayashi, and Y. Omura, Physical Review D (2007).
[7] H. Abe, T. Higaki, and T. Kobayashi, Physical Review D (2007).

したがって，停留条件 $V_{\delta T} = 0$ & $V_{\delta\Phi} = 0$ から

$$V_{\delta T} = 0 \quad \longrightarrow \quad F^T = \sqrt{3}\mu^2 a^{-1} e^{K/2} \sim \frac{\mu^2}{a} \ll 1, \tag{2.10}$$

$$V_{\delta\Phi} = 0 \quad \longrightarrow \quad F^T = (3-\sqrt{3})\mu^2 \frac{2t}{n_T} a^{-1} e^{K/2} \sim \mu^2 \ll 1. \tag{2.11}$$

ただし，$\cdot\,|_0$ の記号は省略している．

2.4 モジュライ固定と $\boldsymbol{F}$-term uplifting

[6] H. Abe, T. Higaki, T. Kobayashi, and Y. Omura, Physical Review D (2007).
[7] H. Abe, T. Higaki, and T. Kobayashi, Physical Review D (2007).

運動方程式の結果からの近似

$$F^T \sim e^{K|_0/2} \frac{2t}{n_T} \left(a^2 A e^{-at} \delta T + \frac{\mu^2 n_T}{2t} \delta \Phi \right) \tag{2.12}$$

と (2.10) と (2.11) をそれぞれ見比べれば

$$\frac{\delta T}{t} \sim \frac{1}{a^2 t^2} \ll 1$$
$$\frac{\delta \Phi}{\phi} \sim \frac{1}{a\phi} \ll 1$$

となって，reference point の妥当性が言えたことになる．

2.5 レビューのまとめ

物理としてやりたいことは

- モジュライが余剰次元の大きさと関係
- 真空期待値を確定して，それが現実的な値なのかをチェック

その方法としてポテンシャルの極小値を解析

- ポテンシャルが現実的ではない ($\partial V = 0$ で $V \leq 0$) ことがある
- ポテンシャルを修正して $\to$ 現実的な理論へと改善

3.1 考える理論

Polonyi-KKLT モデルのような uplifting を現実的なモデルに応用

モデルはいずれも超弦理論の有効理論

- 4 次元超重力理論
- 10 次元超対称ヤン＝ミルズ理論

3.1 考える理論

4 次元超重力理論のポテンシャル

$$\begin{cases} K = -\log\left(\langle S\rangle + \langle \bar{S}\rangle\right) - \sum_r \log\left(\langle U\rangle_r + \langle \bar{U}\rangle_r\right) \\ \qquad\qquad - \sum_r \log\left(T_r + \bar{T}_r\right) + Z(T_r, \bar{T}_r)|X|^2, \\ W = A_s e^{-a_s\langle S\rangle} + \sum_r A_r e^{-a_r T_r} \end{cases} \tag{3.1}$$

- Polonyi-KKLT とほとんど同じ形

$$K = |\Phi|^2 - n_T \log\left(T + \bar{T}\right),\ W = c + \mu^2\Phi - Ae^{-aT}$$

- ブラケット $\langle\ \rangle$ で挟まれている量は，真空期待値なので定数

3.1 考える理論

- 考えるポテンシャルの形は，Polonyi-KKLT の形とほとんど同じ．
- しかし，決めるべきモジュライが 3 つ $(\boldsymbol{T_1, T_2, T_3})$

3.1 考える理論

- 考えるポテンシャルの形は，Polonyi-KKLT の形とほとんど同じ．
- しかし，決めるべきモジュライが 3 つ (T_1, T_2, T_3)

そこで，10 次元超対称ヤン・ミルズ理論

- 磁場から 2 つのモジュライの期待値が固定される
- 残りの 1 つのモジュライの期待値は超重力理論の側から決定

3.1 考える理論

10 次元超対称ヤン・ミルズ理論のポテンシャル

$$\boldsymbol{V^{(D)} = \frac{1}{2}(D^a)^2}$$

- D が flux の入れ方によって変化
- 今回は，磁場は

$$\boldsymbol{M^{(r)} = \begin{pmatrix} M_1^{(r)} & 0 & 0 \\ 0 & M_2^{(r)} & 0 \\ 0 & 0 & M_3^{(r)} \end{pmatrix}}$$

3.1 考える理論

ここからは，少し方針が変わった．

D-term のポテンシャルは

$$V^{(D)} = 2\pi^2 e^{2\phi_{10}} \sum_{a=1}^{3} \left(\sum_{r=1}^{3} \frac{M_a^{(r)}}{T_r + \bar{T}_r} \right)^2 .$$

$V^{(D)}$ の T_r と $T_{r'}$ による微分は

$$\begin{aligned} V_{rr'} &\equiv \frac{\partial^2 V^D}{\partial T_r \partial T_{r'}} \\ &= 2\pi e^{2\phi_{10}} \sum_{a=1}^{3} \left[\frac{M_a^{(r)}}{(T_r + \bar{T}_r)^2} \cdot \frac{M_a^{(r')}}{(T_{r'} + \bar{T}_{r'})^2} \right. \\ &\qquad \left. + \frac{2\delta_{rr'} M_a^{(r)}}{(T_r + \bar{T}_r)^3} \left(\sum_{s=1}^{3} \frac{M_a^{(s)}}{T_s + \bar{T}_s} \right) \right] . \end{aligned}$$

3.1 考える理論

$V_{rr'}$ を SUSY condition $\langle D \rangle = 0$ を満たしている点

$$\sum_{r=1}^{3} \frac{M_a^{(r)}}{T_r + \bar{T}_r} = 0$$

で評価する．この条件の下で $V_{rr'}$ を対角化した行列を $V'_{rr'}$ とする．また，対角化行列は P．

対角化したあとの対角成分を $(0, m_2, m_3)$ とする．

この対角化に合わせて新しい座標軸 $\tilde{T}_r \equiv P_{rs} T_s$ を定める．

3.2 今後の計算

スーパーポテンシャル

$$W = c + \sum_{r=1}^{3} A_r e^{-a_r T_r} \tag{3.2}$$

の A_r が

- $A_r = (A, 0, 0)$
- $A_r = (A, B, 0)$
- $A_r = (A, B, C)$

の場合をそれぞれ試してみる．

3.2 今後の計算

W を新しい座標系 $\tilde{T}_r$ を用いて座標を取り直す．

$\tilde{T} = PT$ だったので，$T = P^{-1}\tilde{T}$．

よって

$$
\begin{cases}
K = k - \sum_r \log\left(P_{rs}^{-1}(\tilde{T}_s + \bar{\tilde{T}}_s)\right) + Z(\tilde{T}_r, \bar{\tilde{T}}_r)|\Phi|^2 \\
W = c - Ae^{-aP_{1r}^{-1}\tilde{T}_r}
\end{cases}
$$

として，今後はポテンシャルを解析してみる．

まとめ

- 余剰次元方向の空間の大きさを決定 $\rightarrow$ モジュライ固定
- 有効理論から定まるポテンシャル
  - $V = 0$ かつ $\partial V = 0$ であることが望ましい
  - その元で，モジュライの期待値 $\langle T \rangle$ がどの程度であるか
- 今後は
  - 10d SYM に flux をいれて，D-term をモジュライ T について対角化．
  - その新しい基底で F-term のポテンシャルを解析する．
    このとき，A_r の数を変えてやってみる．

参考文献

[1] N. Arkani-Hamed, T. Gregoire, and J. Wacker, *Higher dimensional supersymmetry in 4D superspace,* 2002.
Journal of High Energy Physics **2002** (2002) 055–055, arxiv:hep-th/0101233.

[2] H. Abe, T. Kobayashi, H. Ohki, and K. Sumita, *Superfield description of 10D SYM theory with magnetized extra dimensions,* 2012.
Nuclear Physics B **863** (2012) 1–18, arxiv:1204.5327 [hep-ph, physics:hep-th].

[3] J. Wess and J. Bagger, *Supersymmetry and Supergravity*.
Princeton University Press, Princeton, N.J, 1992.

[4] H. Abe, T. Kobayashi, K. Sumita, and S. Uemura, *Kähler moduli stabilization in semi-realistic magnetized orbifold models,* 2017.
Physical Review D **96** (2017) 026019, arxiv:1703.03402 [hep-ph, physics:hep-th].

[5] S. Kachru, R. Kallosh, A. Linde, and S. P. Trivedi, *De Sitter Vacua in String Theory,* 2003.
Physical Review D **68** (2003) 046005, arxiv:hep-th/0301240.

[6] H. Abe, T. Higaki, T. Kobayashi, and Y. Omura, *Moduli stabilization, F-term uplifting and soft supersymmetry breaking terms,* 2007.
Physical Review D **75** (2007) 025019, arxiv:hep-th/0611024.

[7] H. Abe, T. Higaki, and T. Kobayashi, *More about F-term uplifting,* 2007.
Physical Review D **76** (2007) 105003, arxiv:0707.2671 [hep-ph, physics:hep-th].

参考文献

[8] D. Cremades, L. E. Ibanez, and F. Marchesano, *Computing Yukawa Couplings from Magnetized Extra Dimensions,* 2004.
Journal of High Energy Physics **2004** (2004) 079–079, arxiv:hep-th/0404229.

[9] J. Polonyi, *Generalization of the Massive Scalar Multiplet Coupling to the Supergravity,* 1977.

[10] K. Intriligator, N. Seiberg, and D. Shih, *Dynamical SUSY Breaking in Meta-Stable Vacua,* 2006.
Journal of High Energy Physics **2006** (2006) 021–021, arxiv:hep-th/0602239.

[11] M. Kaku, P. K. Townsend, and P. Van Nieuwenhuizen, *Superconformal Unified Field Theory,* 1977.
Physical Review Letters **39** (1977) 1109–1112.

[12] 柴崎 寿英, 『背景磁場を持つ 10 次元超対称 Yang-Mills 理論におけるゲージ結合に対する量子補正』, Master's thesis, 早稲田大学, 2021.

[13] 中野 隼斗, 『磁化オービフォルド上の 10 次元超対称理論における 4 次元有効ゲージ結合定数の解析』, Master's thesis, 早稲田大学, 2023.

付録

付録A メモ

困っていることのメモ：

- 計算機がうまく扱えない．
- order estimation が．
- スカラーポテンシャルに YM gauge coupling がどのような形で入ってくるか．
  $\longrightarrow$ 形はわかっているので計算するだけ．
- あと，あまり関係ないですが，bibtex で format された author 情報を本文中で取り出す方法があれば，教えていただきたいです．
  （スライド右上の citation をもう少し効率よくしたい）

付録 B 途中計算

- 途中計算は，ここに置く予定です．
  - 卒論にはいらなさそうな結果も入っていますが．
  - 私の Box の個人フォルダ/卒論/途中結果にも同じリンクがあります．
- マセマティカのコードも個人フォルダ/卒論に．

付録C Pure Polonyi モデル

[6] H. Abe, T. Higaki, T. Kobayashi, and Y. Omura, Physical Review D (2007).

- ポテンシャル

$$\begin{cases} K = |\Phi|^2, \\ W = c + \mu^2 \Phi. \end{cases}$$

- スカラーポテンシャル

$$\begin{aligned} V &= e^G (G^{I\bar{J}} G_I G_{\bar{J}} - 3) \\ &= K_{I\bar{J}} F^I \bar{F}^{\bar{J}} - 3 e^K |W|^2, \\ G &= K + \log |W|^2. \end{aligned}$$

付録 C Pure Polonyi モデル

[6] H. Abe, T. Higaki, T. Kobayashi, and Y. Omura, Physical Review D (2007).

$V = 0, V_\Phi = 0$ となるような Φ をもとめる．そのような点を ϕ とおくことにする．

$V_\Phi = 0$ のほうを解くと

$$\phi^3 + \tilde{c}\phi^2 - 2\tilde{c} = 0$$
$$\tilde{c} \equiv \mu^{-2}c.$$

一方で，$V = 0$ を解くと

$$\left(\phi^2 + \tilde{c}\phi + 1\right)^2 = 3(\phi + \tilde{c})^2.$$

これらを連立させると

$$\phi = \sqrt{3} - 1,\ \mu^{-2}c = 2 - \sqrt{3}. \tag{C.1}$$

付録D F-term uplifting

[6] H. Abe, T. Higaki, T. Kobayashi, and Y. Omura, Physical Review D (2007).

ポテンシャルは

$$K = |\Phi|^2 - n_T \log\left(T + \bar{T}\right),\ W = c + \mu^2\Phi - Ae^{-aT}. \qquad (2.8)$$

reference point は次の条件を満たす.

$$V_\Phi = 0,\ D_T W = 0.$$

もし，$V|_0 = 0$ なら，Pure Polonyi の場合 (C.1) で $c \to c - Ae^{-aT}$ と平行移動させるだけで

$$\phi = \sqrt{3} - 1,\ \mu^{-2}(c - Ae^{-at}) = 2 - \sqrt{3}$$

とできる.

付録 D F-term uplifting

[6] H. Abe, T. Higaki, T. Kobayashi, and Y. Omura, Physical Review D (2007).

$W, D_T W$ をそれぞれ (ϕ, t) で展開すると

$$\begin{aligned} W &= W|_0 + \partial_T\, W|_0\, \delta T + \cdots \\ &\sim \mu^2 + aAe^{-at}\delta T, \\ D_T W &= D_T\, W|_0 + \partial_T\, W_T|_0\, \delta T + \cdots \\ &\sim -a^2 A e^{-at}\delta T. \end{aligned}$$

したがって

$$\begin{aligned} D_\Phi W &= W_\Phi + K_\Phi W \\ &\sim \sqrt{3}\mu^2 + (\sqrt{3}-1)aAe^{-at}\delta T. \\ \bar{F}^{\bar{T}} &= -e^{K/2} K^{\bar{T}T} D_T W \\ &\sim e^{K/2} K^{\bar{T}T} a^2 A e^{-at}\delta T. \end{aligned}$$

付録D F-term uplifting

[6] H. Abe, T. Higaki, T. Kobayashi, and Y. Omura, Physical Review D (2007).

また

$$D_\Phi W|_0 = \sqrt{3}\mu^2,\ W|_0 = \mu^2.$$

よって，V の δT の 1 次をとってくると

$$V \sim e^K (a e^{-K/2} F^T - \sqrt{3}\mu^2) a A e^{-at} \delta T.$$

付録D F-term uplifting

[6] H. Abe, T. Higaki, T. Kobayashi, and Y. Omura, Physical Review D (2007).

reference point では

$$\frac{\partial V}{\partial(\delta T)} = 0$$

を課す．

すると F^T がもとまって

$$F^T\Big|_0 \sim \sqrt{3}a^{-1}e^{K/2}\mu^2 \sim \frac{1}{a} \ll 0.$$

付録D $\boldsymbol{F}$-term uplifting

[6] H. Abe, T. Higaki, T. Kobayashi, and Y. Omura, Physical Review D (2007).

最後に

$$\begin{cases} F^T \sim -e^{K/2} K^{T\bar{T}} a^2 A e^{-at} \delta T \sim a^2 t \cdot \delta T \\ F^T \sim \sqrt{3} a^{-1} e^{K/2} \, W|_0 \sim 1 \end{cases}$$

より，

$$\frac{\delta T}{t} \sim \frac{1}{a^2 t^2} \ll 1.$$

付録 D F-term uplifting

[6] H. Abe, T. Higaki, T. Kobayashi, and Y. Omura, Physical Review D (2007).
[7] H. Abe, T. Higaki, and T. Kobayashi, Physical Review D (2007).

$$\begin{cases} K_T = -\dfrac{n_T}{T+\bar{T}},\ K_\Phi = \bar{\Phi},\ K_{T\bar{T}} = \dfrac{n_T}{(T+\bar{T})^2},\ K_{\Phi\bar{\Phi}} = 1. \\ W_T = Aae^{-aT},\ W_\Phi = \mu^2. \end{cases}$$

$$\begin{cases} D_T W = W_T + K_T W = Aae^{-aT} - \dfrac{n_T}{T+\bar{T}} W \\ D_\Phi W = W_\Phi + K_\Phi W = \mu^2 + \bar{\Phi} W \end{cases}$$

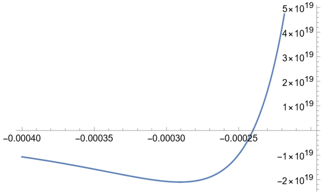
$$\begin{cases} W\,|_0 = \mu^2, \\ D_\Phi W\,|_0 = \sqrt{3}\mu^2, \\ F^T = -e^{K/2} K^{\bar{T}T} D_{\bar{T}} \bar{W}, \\ V = e^K((D_\Phi W)(D_{\bar{\Phi}}\bar{\Phi}) - 3W\bar{W}) + K_{T\bar{T}} F^T \bar{F}^{\bar{T}}. \end{cases}$$

ちなみに

あまりピンとこなかったので，計算機にかけてみました．パラメターは

$$\boldsymbol{A = 1,\ a = 10^3,\ c = 10^{-3},\ \mu = 10^{-2},\ n_T = 6.}$$

確かに uplift 前の minimum はマイナス



uplift した後の minimum は $\mathbf{10^{-15}}$ とでてきたので，確かによさそう．

[1] N. Arkani-Hamed, T. Gregoire, and J. Wacker, Journal of High Energy Physics (2002).
[2] H. Abe, T. Kobayashi, H. Ohki, and K. Sumita, Nuclear Physics B (2012).

カット

10 次元 $\mathcal{N}=1$ 超対称ヤン=ミルズ理論の作用

$$S=\int \mathrm{d}^{10}X\sqrt{-G}\frac{1}{g^2}\mathrm{Tr}\left[-\frac{1}{4}F^{MN}F_{MN}+\frac{i}{2}\bar{\lambda}\Gamma^{M}D_{M}\lambda\right] \quad \text{(E.2)}$$

ただし，

g : coupling constant, G_{MN} : 10 次元での計量 $M,N=0,1,\cdots,9$

であり，

$F_{MN}=\partial_M A_N-\partial_N A_M-i[A_M,A_N]$: field strengths,
$D_M\lambda=\partial_M\lambda-i[A_M,\lambda]$: 共変微分，これで局所ゲージ不変に,
λ: Majorana-Weyl $\to$ 10 次元で中性 $+$ カイラリティーが正.

それぞれゲージ群のアジョイント表現の足をもっていて，トレースはその行列の足についてとる.

付録E カットしたスライド

[1] N. Arkani-Hamed, T. Gregoire, and J. Wacker, Journal of High Energy Physics (2002).
[2] H. Abe, T. Kobayashi, H. Ohki, and K. Sumita, Nuclear Physics B (2012).

カット

10 次元の SYM の作用 (E.2) は 4 次元 $\mathcal{N} = 1$ の超場で表すと

$$S = \int \mathrm{d}^{10}X\sqrt{-G}\left[\int \mathrm{d}^4\theta\ \mathcal{K} + \left\{\int \mathrm{d}^2\theta\ \left(\frac{1}{4g^2}\mathcal{W}^\alpha\mathcal{W}_\alpha + \mathcal{W}\right) + \text{h.c.}\right\}\right]. \tag{E.3}$$

ただし，

$$\mathcal{K} = \frac{2}{g^2}h^{\bar{i}j}\mathrm{Tr}\left[(\sqrt{2}\bar{\partial}_{\bar{i}} + \bar{\phi}_{\bar{i}})e^{-V}(\sqrt{2}\partial_j + \phi_j)e^V + \bar{\partial}_{\bar{i}}e^{-V}\partial_i e^V\right],$$

$$\mathcal{W} = \frac{1}{g^2}\varepsilon^{\mathrm{ijk}}e_{\mathrm{i}}{}^i e_{\mathrm{j}}{}^j e_{\mathrm{k}}{}^k\mathrm{Tr}\left[\sqrt{2}\phi_i\left(\partial_j\phi_k - \frac{1}{3\sqrt{2}}[\phi_j, \phi_k]\right)\right],$$

$$\mathcal{W}_\alpha = -\frac{1}{4}\overline{DD}e^{-V}D_\alpha e^V.$$

1.E カットしたスライド

[2] H. Abe, T. Kobayashi, H. Ohki, and K. Sumita, Nuclear Physics B (2012).

(たぶん) 私の研究のストーリーを語るのには関係ない．

$\boldsymbol{M^{(i)}}$ がブロック対角化されているとする．つまり

$$\boldsymbol{M^{(i)}} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{M^{(i)}_{N_1}} & \boldsymbol{0} & \cdots & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{M^{(i)}_{N_2}} & \cdots & \boldsymbol{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \cdots & \boldsymbol{M^{(i)}_{\tilde{N}}} \end{pmatrix}.$$

これは，ゲージが $U(N) \to U(N_1) \times \cdots \times U(\tilde{N})$ に破れていることを意味する．

付録 E カットしたスライド

[2] H. Abe, T. Kobayashi, H. Ohki, and K. Sumita, Nuclear Physics B (2012).
[11] M. Kaku, P. K. Townsend, and P. Van Nieuwenhuizen, Physical Review Letters (1977).

カット

作用

$$
\begin{aligned}
S_{\mathcal{N}=1} = \int \mathrm{d}^4 x\, \sqrt{-g^C} \Big[&- 3 \int \mathrm{d}^4\theta\, \bar{C} C e^{-K/3} \\
&+ \left\{ \int \mathrm{d}^2\theta\, \left(\frac{1}{4} \sum_{a=1}^{N} W^{a\alpha} W^a_\alpha + C^3 W \right) + \mathrm{h.c.} \right\} . \quad \text{(E.4)}
\end{aligned}
$$

ただし

- C はカイラル超場．
- 今回は，$C_0 \equiv C|_{\theta=\bar{\theta}=0}$ は $e^{K_0/6}$ にとる．
- W は super potential であり，カイラル超場 Φ^I の関数．

付録E カットしたスライド

[2] H. Abe, T. Kobayashi, H. Ohki, and K. Sumita, Nuclear Physics B (2012).
[11] M. Kaku, P. K. Townsend, and P. Van Nieuwenhuizen, Physical Review Letters (1977).

カット

ボゾンの寄与のみを拾ってくる．そのためには (E.4) のうち

$$-3\int \mathrm{d}^4\theta\ \bar{C}Ce^{-K/3} + \left(\int \mathrm{d}^2\theta\ C^3 W + \text{h.c.}\right)$$

のボゾンの寄与のみをみればよくて，計算すれば

$$V^{(F)} = -e^{K_0}(K^{I\bar{J}}D_I W_0 D_{\bar{J}}\bar{W}_0 - 3|W|^2).$$

記号はそれぞれ

$$K_0 \equiv K|_{\theta=\bar{\theta}=0},\ W_0 \equiv W|_{\theta=\bar{\theta}=0},$$

$$D_I W_0 \equiv (W_I)_0 + (K_I)_0 W_0,\ f_I \equiv \frac{\partial}{\partial \Phi^I} f.$$

付録F なぜ $M^{(i)}$ を「磁場」というのか

第 1 トーラスの磁場は $F_{45} = \partial_4 A_5 - \partial_5 A_4$ なので，

$$\begin{cases} z^1 \equiv \dfrac{1}{2}(y^4 + \tau_1 y^5) \\ \tilde{A}_1 \equiv -\dfrac{1}{\operatorname{Im}\tau_1}(\tau_1^* A_4 - A_5) \end{cases}$$

と

$$\langle A_i \rangle = \frac{\pi}{\operatorname{Im}\tau_i} M^{(i)} \bar{z}_i$$

の条件に注意して計算すれば

$$F_{45} = \pi M^1 \tag{F.5}$$

となるから．他のトーラスも同様．もちろん一般にも計算できる．