素粒子物理学 中間レポート

学生番号：5324A057-8　氏名：宮根 一樹

最終更新：2024 年 6 月 21 日

1. 与えられたラグランジアンは

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}^{\alpha} i(\gamma^{\mu}\partial_{\mu} - m_f)_{\alpha}^{\ \beta}\psi_{\beta} + \frac{1}{2}(\partial_{\mu}\phi)^2 - \frac{1}{2}m_{\phi}^2\phi^2 + Y\phi\bar{\psi}\psi。 \tag{0.1}$$

ただし、α, β はガンマ行列 γ^{μ} の成分の添え字である。したがって、

$$\begin{cases} \dfrac{\partial\mathcal{L}}{\partial\bar{\psi}^{\xi}} = i(\gamma^{\mu}\partial_{\mu} - m_f)_{\xi}^{\ \eta}\psi_{\eta}(x) + Y\phi(x)\psi_{\xi}(x)、\\ \dfrac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_{\mu}\bar{\psi}^{\xi})} = 0、\\ \dfrac{\partial\mathcal{L}}{\partial\phi} = -m_{\phi}^2\phi + Y\bar{\psi}\psi、\\ \dfrac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_{\mu}\phi)} = \partial^{\mu}\phi \end{cases} \tag{0.2}$$

となっているので、オイラー・ラグランジュ方程式から運動方程式

$$(i\gamma^{\mu}\partial_{\mu} - m_f)_{\xi}^{\ \eta}\psi_{\eta}(x) = -Y\phi(x)\psi_{\xi}(x)、 \tag{0.3}$$

$$(\partial_{\mu}\partial^{\mu} + m_{\phi}^2)\phi(x) = Y\bar{\psi}^{\xi}(x)\psi_{\xi}(x) \tag{0.4}$$

が得られる。

2. $\gamma^{\mu}\partial_{\mu} = \gamma^0\partial_0 + \gamma^i\partial_i$ であることに注意して、運動方程式の項を整理すると

$$i\gamma^0\partial_0\psi(x) = (-i\gamma^i\partial_i + m_f - Y\phi)\psi(x) \tag{0.5}$$

となる。ただし、イタリックの添え字 i は空間方向の添え字 $i = 1, 2, 3$ である。ここで、両辺に左側から γ^0 をかけると、${\gamma^0}^2 = 1$ であるから

$$i\partial_0\psi = (\underline{-i\gamma^0\gamma^i\partial_i + \gamma^0 m_f} - \gamma^0 Y\phi(x))\psi(x) \tag{0.6}$$

となる。したがって、下線の項を H_0、波線の項を $V(x)$ とすれば、

$$i\partial_0\psi = (H_0 + V(x))\psi(x) \tag{0.7}$$

であり、確かに $V(x) = -\gamma^0 V(x)$ となっている。

3. 図 0.1 の値を計算する。

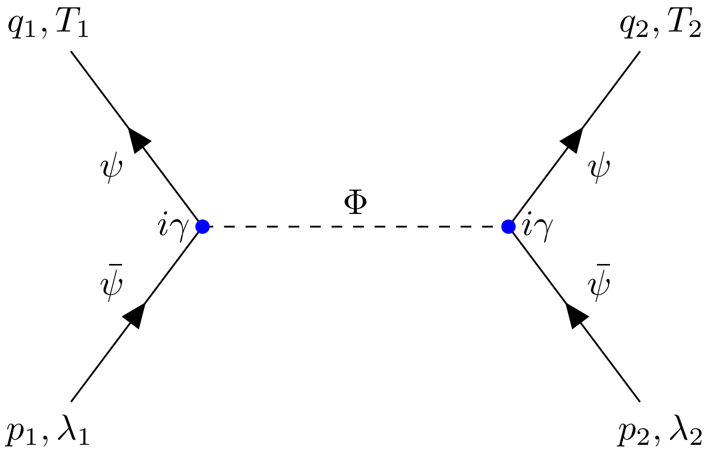

図 0.1　問題のダイアグラム

補足

1. ここで、問 2 で仮定した

$$H_0 = (-i\gamma^0\gamma^i\partial_i + \gamma^0 m_f)\psi \tag{0.8}$$

   が、今回のディラック場の理論のハミルトニアンであることを確認しておこう。