

卒論 中間発表

Moduli stabilization for magnetized D-brane
models (??)

v2

宮根 一樹

2023 年 12 月 14 日

先日はあんな発表のためにご辛抱ありがとうございました。
修正や加筆はこの色で行いました。

目次

- ① イン트로ダクション
- ② レビュー
 - コンパクト化
 - 超対称性
 - 磁場の導入
 - モジュライ固定と F -term uplifting
 - レビューのまとめ
- ③ 卒論の話
 - 考える理論
 - 今後の計算
- ④ まとめ
- ⑤ 参考文献
- ⑥ 付録
 - メモ
 - 途中計算

目次

- Pure Polonyi モデル
- F -term uplifting
- カットしたスライド
- なぜ $M^{(i)}$ を「磁場」というのか

1 イントロダクション

素粒子標準模型

- 実験でよく結果が確認されている
- $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ のゲージ理論
- 左右が非対称な理論

→ カイラル理論

、3世代ある。
質量増える

標準模型の問題点

- 重力が含まれていない
- 世代や~~フレーバー~~の違いで大きく質量が変わる

など

1 イントロダクション

超弦理論

- 重力を含む
- 10 次元で無矛盾な理論

量で表す

、物質も含む

現実的なモデルを得るためには

- 余剰次元を観測できないほどにコンパクト化
- カイラリティやゲージ群を再現
- 世代やフレーバ、そして質量を再現

1 イントロダクション

超弦理論

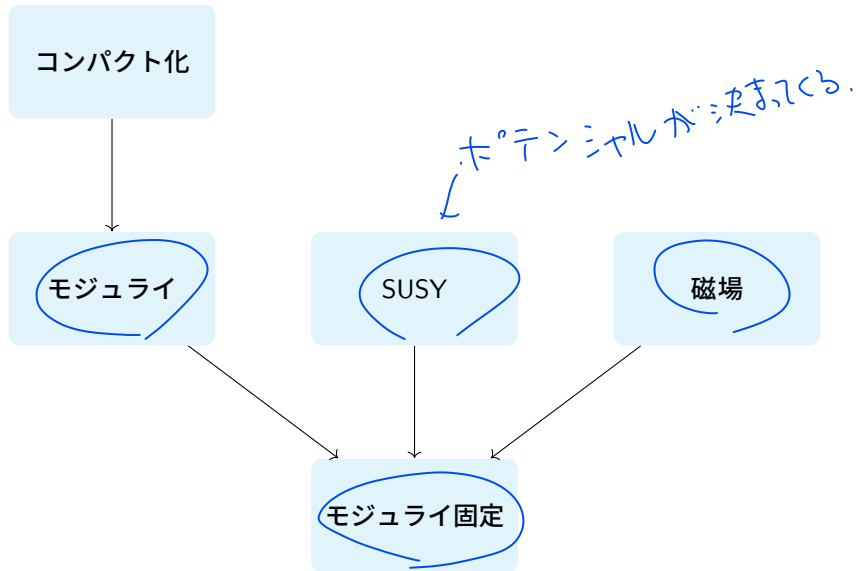
- 重力を含む
- 10 次元で無矛盾な理論

現実的なモデルを得るためには

- 余剰次元を観測できないほどにコンパクト化
- カイラリティやゲージ群を再現
- 世代やフレーバ, そして質量を再現

← 今回の研究の関心

2. レビュー



2.1 コンパクト化

[1] N. Arkani-Hamed, T. Gregoire, and J. Wacker, *Journal of High Energy Physics* (2002).

[2] H. Abe, T. Kobayashi, H. Ohki, and K. Sumita, *Nuclear Physics B* (2012).

10 次元 $(M, N) \rightarrow$ 4 次元ミンコフスキー + 余剰次元

- 例えば, 座標は $X^M = (x^\mu, y^m)$



トーラス方向だけの座標を取り直す

例えば

$$\begin{cases} z^1 \equiv \frac{1}{2}(y^4 + \tau_1 y^5) \\ \tilde{A}_1 \equiv -\frac{1}{\text{Im } \tau_1}(\tau_1^* A_4 - A_5) \end{cases}$$

- τ_i は複素数

- $(y_4, y_5) \rightarrow (z_1, \bar{z}_1), (y_6, y_7) \rightarrow (z_2, \bar{z}_2), (y_8, y_9) \rightarrow (z_3, \bar{z}_3)$

以後は \tilde{A}_i を A_i と書く。

ト-ラス
 $T^2 \times T^2 \times T^2$
ト-ラスの説明
Tの値を気にしない。

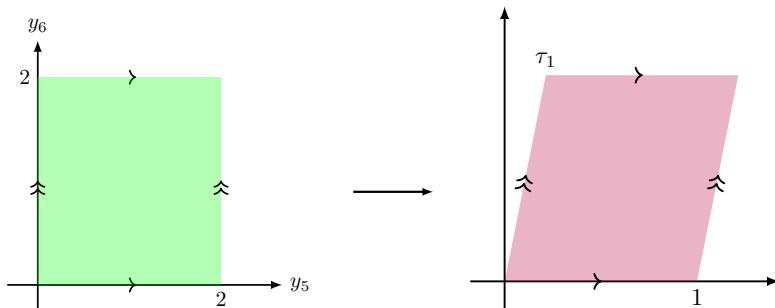
2.1 コンパクト化

- [1] N. Arkani-Hamed, T. Gregoire, and J. Wacker, *Journal of High Energy Physics* (2002).
[2] H. Abe, T. Kobayashi, H. Ohki, and K. Sumita, *Nuclear Physics B* (2012).

境界条件を

$$y^m \sim y^m + 2 \longrightarrow z^i \sim z^i + 1 \ \& \ z^i \sim z^i + \tau^i.$$

と入れる．これで z_1, z_2, z_3 はトーラスの座標になる．



2.1 コンパクト化

[1] N. Arkani-Hamed, T. Gregoire, and J. Wacker, *Journal of High Energy Physics* (2002).

[2] H. Abe, T. Kobayashi, H. Ohki, and K. Sumita, *Nuclear Physics B* (2012).

境界条件に対する計量

$$g^{(i)} = (2\pi R_i)^2 \begin{pmatrix} 1 & \text{Re } \tau_i \\ \text{Re } \tau_i & |\tau_i|^2 \end{pmatrix} : \text{トーラスの計量}$$

$$\mathcal{A}^{(i)} = (2\pi R_i)^2 \text{Im } \tau_i : \text{トーラスの面積} \quad (2.1)$$

トーラスの座標 z^i での計量

$$ds_6^2 = 2h_{i\bar{j}} dz^i d\bar{z}^{\bar{j}},$$

$$h_{i\bar{j}} = 2(2\pi R_i)^2 \delta_{i\bar{j}}.$$

$\langle T \rangle = \Lambda$ とするような場 T をモジュラー
というようにする。

2.2 超対称性

[3] J. Wess and J. Bagger, *Supersymmetry and Supergravity*.

超弦理論の低エネルギー有効理論

- 10 次元超対称ヤン・ミルズ理論

● 超重力理論

など

超対称性

- ボゾンとフェルミオンの変換
- 次のような利点 (があるそうです)
 - ▶ 発散が相殺されるケースがある
 - ▶ ダークマターの候補があるとか

2.2 超対称性

[3] J. Wess and J. Bagger, *Supersymmetry and Supergravity*.

超対称多重項で実現

$$V = \{A_\mu, \lambda_0, \bar{\lambda}_0, D\}, \quad \phi_i = \{A_i, \lambda_i, F_i\}$$

- $i = 1, 2, 3$ はトーラスの添え字
- A_μ, λ_0, \dots などが次元が 4 のときの場合
- D, F_i は補助場

SUSY 対称なポテンシャル

- スーパーポテンシャル W , ケーラーポテンシャル K
- SUSY 不変性を見るときに重要

2.3 磁場の導入

[2] H. Abe, T. Kobayashi, H. Ohki, and K. Sumita, *Nuclear Physics B* (2012).

- 今回考える 10 次元超対称ヤン・ミルズ理論では

$$D = -h^{\bar{i}j} \left(\bar{\partial}_{\bar{i}} A_j + \partial_j \bar{A}_{\bar{i}} + \frac{1}{2} [\bar{A}_{\bar{i}}, A_j] \right)$$

- SUSYを保つ D の真空期待値の条件

$$\langle D \rangle = -h^{\bar{i}j} \left(\bar{\partial}_{\bar{i}} \langle A_j \rangle + \partial_j \langle \bar{A}_{\bar{i}} \rangle + \frac{1}{2} [\langle \bar{A}_{\bar{i}} \rangle, \langle A_j \rangle] \right) = 0 \quad (2.2)$$

2.3 磁場の導入

[2] H. Abe, T. Kobayashi, H. Ohki, and K. Sumita, *Nuclear Physics B* (2012).

真空期待値を次のように決める.

$$\langle A_i \rangle_{ab} = \frac{\pi}{\text{Im } \tau_i} M_{ab}^{(i)} \bar{z}_i,$$
$$M^{(i)} = \begin{pmatrix} M_1^{(i)} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & M_2^{(i)} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & M_N^{(i)} \end{pmatrix}. \quad (2.3)$$

- $M_a^{(i)}$ は整数 ← 磁場量子の wave function の周期性.
- $M^{(i)}$ はトーラス上の磁場 $\rightarrow F_{45} = \pi M^{(1)}$ など

- ブロック対角化でより小さいゲージ対称性

$$U(N) \rightarrow U(N_1) \times U(N_2) \times \cdots \times U(\tilde{N})$$

2.3 磁場の導入

[2] H. Abe, T. Kobayashi, H. Ohki, and K. Sumita, *Nuclear Physics B* (2012).

[4] H. Abe, T. Kobayashi, K. Sumita, and S. Uemura, *Physical Review D* (2017).

- 補助場 D^a が作るスカラーポテンシャル

$$V^{(D)} = \frac{1}{2}(D^a)^2, \quad (2.4)$$

$$D_a = \sum_r \frac{\pi M_a^{(r)}}{\mathcal{A}^{(r)}}. \quad (2.5)$$

真空期待値を表すブラケット $\langle \rangle$ は省略

- SUSYを保つための条件 $\partial_{\tilde{T}} V^{(D)} = 0$ で

$$D_a = \sum_r \frac{\pi M_a^{(r)}}{\mathcal{A}^{(r)}} = 0 \quad (a = 1, 2, 3) \quad (2.6)$$

$\langle T \rangle = A$, が付いていない。

2.4 モジュライ固定と F -term uplifting

モジュライ T_r

- 定義

$$\text{Re } T_r \equiv e^{-\langle \phi_{10} \rangle} \mathcal{A}^{(r)}$$

$\mathcal{A}^{(r)}$ は r 番目のトーラスの面積, ϕ_{10} はダイラトン

- ▶ 高エネルギーの理論では (ダイナミカルな) スカラー場
- ▶ 10 次元のヤン・ミルズ理論の結合定数との関係は $g = e^{-\langle \phi_{10} \rangle}$

- このモジュライの真空期待値を決定すべき

$$T_r \propto A^{1/m}$$

2.4 モジュライ固定と F -term uplifting

[5] S. Kachru, R. Kallosh, A. Linde, and S. P. Trivedi, *Physical Review D* (2003).

[6] H. Abe, T. Higaki, T. Kobayashi, and Y. Omura, *Physical Review D* (2007).

[7] H. Abe, T. Higaki, and T. Kobayashi, *Physical Review D* (2007).

KKLT モデル [5]

ポテンシャル

$$K = -n_T \log(T + \bar{T}), \quad W = c - Ae^{-aT}. \quad (2.7)$$

スカラーポテンシャル

$$V = e^K (K^{T\bar{T}} |D_T W|^2 - 3|W|^2) \\ D_T W = -e^{-K/2} K_{T\bar{T}} F^{\bar{T}} \propto F^{\bar{T}}$$

- $D_T W = 0$ では, SUSY が保たれている
- $D_T W = 0$ かつ $a \operatorname{Re} T \sim \log A/c$ のときにモジュライ T は安定

2.4 モジュライ固定と F -term uplifting

[5] S. Kachru, R. Kallosh, A. Linde, and S. P. Trivedi, *Physical Review D* (2003).

[6] H. Abe, T. Higaki, T. Kobayashi, and Y. Omura, *Physical Review D* (2007).

[7] H. Abe, T. Higaki, and T. Kobayashi, *Physical Review D* (2007).

KKLT モデル [5]

ポテンシャル

$$K = -n_T \log(T + \bar{T}), \quad W = c - Ae^{-aT}. \quad (2.7)$$

スカラーポテンシャル

$$V = e^K (K^{T\bar{T}} |D_T W|^2 - 3|W|^2)$$
$$D_T W = -e^{-K/2} K_{T\bar{T}} F^{\bar{T}} \propto F^{\bar{T}}$$

- $D_T W = 0$ では, SUSY が保たれている
- $D_T W = 0$ かつ $a \operatorname{Re} T \sim \log A/c$ のときにモジュライ T は安定

$$T \text{ が安定のところでは } V = -3e^K |W|^2 < 0$$

$V = 0$ のほうが嬉しいらしいので, $\partial_T V = 0$ で $V = 0$ を目指す

2.4 モジュライ固定と F -term uplifting

[6] H. Abe, T. Higaki, T. Kobayashi, and Y. Omura, *Physical Review D* (2007).

[7] H. Abe, T. Higaki, and T. Kobayashi, *Physical Review D* (2007).

KKLT モデルのポテンシャルを変える (Polonyi-KKLT モデル)

$$K = |\Phi|^2 - n_T \log(T + \bar{T}), \quad W = c + \mu^2 \Phi - A e^{-aT} \quad (2.8)$$

パラメターの仮定

$$A \sim 1, \quad a \gg 1, \quad c, \mu^2 \ll 1$$

2.4 モジュライ固定と F -term uplifting

[6] H. Abe, T. Higaki, T. Kobayashi, and Y. Omura, *Physical Review D* (2007).

[7] H. Abe, T. Higaki, and T. Kobayashi, *Physical Review D* (2007).

analytic にやりたいので

- 極小の点にあたりをつける → 基準点
- その点が local minimum であることを正当化

2.4 モジュライ固定と F -term uplifting

[6] H. Abe, T. Higaki, T. Kobayashi, and Y. Omura, *Physical Review D* (2007).

[7] H. Abe, T. Higaki, and T. Kobayashi, *Physical Review D* (2007).

analytic にやりたいので

- 極小の点にあたりをつける → 基準点
- その点が local minimum であることを正当化

基準点 (ϕ, t) は

$$\begin{aligned} V_{\Phi}|_0 &= 0, \quad D_T W|_0 = 0, \\ D_{\Phi} W|_0 &\neq 0 \end{aligned} \tag{2.9}$$

を満たす点

記号の意味は

$$f(\Phi, T)|_0 \equiv f(\phi, t).$$

2.4 モジュライ固定と F -term uplifting

[6] H. Abe, T. Higaki, T. Kobayashi, and Y. Omura, *Physical Review D* (2007).

[7] H. Abe, T. Higaki, and T. Kobayashi, *Physical Review D* (2007).

- 基準点の条件と $V|_0 = 0$ より (ϕ, t) は

$$\phi = \sqrt{3} - 1, \mu^{-2}(c - Ae^{-at}) = 2 - \sqrt{3}$$

- 2 つめから $t = \mathcal{O}(1)$ ほど $\rightarrow K|_0$ も $\mathcal{O}(1)$
- $\delta\Phi, \delta T$: 基準点 (ϕ, t) と実際の最小値 (Φ, T) との差

$$\Phi = \phi + \delta\Phi, T = t + \delta T.$$

- $\delta\Phi/\phi, \delta T/t \ll 1$ であることを確認

2.4 モジュライ固定と F -term uplifting

[6] H. Abe, T. Higaki, T. Kobayashi, and Y. Omura, [Physical Review D](#) (2007).

[7] H. Abe, T. Higaki, and T. Kobayashi, [Physical Review D](#) (2007).

ちゃんと2次までやるべき

W と D_TW を展開

$$\begin{aligned} W &= W|_0 + W_T|_0 \delta T + W_\Phi|_0 \delta\Phi + \dots \\ &\sim \mu^2 + Aa e^{-at} \delta T + \mu^2 \delta\Phi, \\ D_TW &= D_TW|_0 + (D_TW)_T|_0 \delta T + (D_TW)_\Phi|_0 \delta\Phi + \dots \\ &\sim -Aa^2 e^{-at} \delta T - \underbrace{\frac{\mu^2 n_T}{2t}}_{\sim} \delta\Phi \\ &\quad + \left(\frac{\mu^2 n_T}{4t^2} \delta T - \frac{Aa n_T}{2t} e^{-at} \delta T \right) \end{aligned}$$

カッコでくくったのは、今後無視していくつもりの term.

2.4 モジュライ固定と F -term uplifting

[6] H. Abe, T. Higaki, T. Kobayashi, and Y. Omura, [Physical Review D](#) (2007).

[7] H. Abe, T. Higaki, and T. Kobayashi, [Physical Review D](#) (2007).

$D_\Phi W$ と F^T も estimate できて

$$\begin{aligned} D_\Phi W &= \mu^2 + (\sqrt{3} - 1) (\mu^2 + Aae^{-at}\delta T + \mu^2\delta\Phi + \dots) \\ &\sim \sqrt{3}\mu^2 + Aae^{-at}\delta T + \mu^2\delta\Phi, \\ F^T &\sim e^{K|_0/2} \frac{2t}{n_T} \left(a^2 Ae^{-at}\delta T + \frac{\mu^2 n_T}{2t} \delta\Phi \right). \end{aligned}$$

スカラーポテンシャルは

$$\begin{aligned} V &= e^K ((D_\Phi W)(D_{\bar\Phi} \bar W) - 3W\bar W) + K_{T\bar T} F^T \bar F^{\bar T} \\ &\sim e^{K|_0} \{ (D_{\bar\Phi} \bar W)|_0 (D_\Phi W) - 3\bar W|_0 W \} + K_{T\bar T} \bar F^{\bar T}|_0 F^T \end{aligned}$$

として計算する．本当は $\bar W W|_0 = \bar W|_0 W + \bar W W|_0$ と対称的に組むべきだが，VEVをとったら実になって2（つまり $\mathcal{O}(1)$ ）になるため

2.4 モジュライ固定と F -term uplifting

[6] H. Abe, T. Higaki, T. Kobayashi, and Y. Omura, [Physical Review D](#) (2007).

[7] H. Abe, T. Higaki, and T. Kobayashi, [Physical Review D](#) (2007).

先ほどの V に $\delta T, \delta\Phi$ の 1 次までの展開をいれると

$$\begin{aligned} V &\sim e^{K|_0} \left\{ \sqrt{3}\mu^2 \cdot (\sqrt{3}\mu^2 + Aae^{-at}\delta T + \mu^2\delta\Phi) \right. \\ &\quad \left. - 3\mu^2 \cdot (\mu^2 + Aae^{-at}\delta T + \mu^2\delta\Phi) \right\} \\ &\quad + K_{T\bar{T}} e^{K|_0/2} \frac{2t}{n_T} \left(a^2 A e^{-at} \delta T + \frac{\mu^2 n_T}{2t} \delta\Phi \right) \cdot F^T. \\ &\sim e^{K|_0} \left[\left(a e^{-K|_0/2} F^T - \sqrt{3}\mu^2 \right) a A e^{-at} \delta T \right. \\ &\quad \left. + \mu^2 \left\{ \frac{n_t}{2t} e^{-K|_0/2} F^T - (3 - \sqrt{3})\mu^2 \right\} \delta\Phi \right]. \end{aligned}$$

2.4 モジュライ固定と F -term uplifting

[6] H. Abe, T. Higaki, T. Kobayashi, and Y. Omura, [Physical Review D](#) (2007).

[7] H. Abe, T. Higaki, and T. Kobayashi, [Physical Review D](#) (2007).

したがって、停留条件 $V_{\delta T} = 0$ & $V_{\delta \Phi} = 0$ から

$$V_{\delta T} = 0 \quad \longrightarrow \quad F^T = \sqrt{3}\mu^2 a^{-1} e^{K/2} \sim \frac{\mu^2}{a} \ll 1, \quad (2.10)$$

$$V_{\delta \Phi} = 0 \quad \longrightarrow \quad F^T = (3 - \sqrt{3})\mu^2 \frac{2t}{n_T} a^{-1} e^{K/2} \sim \mu^2 \ll 1. \quad (2.11)$$

ただし、 $\cdot|_0$ の記号は省略している。

2.4 モジュライ固定と F -term uplifting

[6] H. Abe, T. Higaki, T. Kobayashi, and Y. Omura, [Physical Review D](#) (2007).

[7] H. Abe, T. Higaki, and T. Kobayashi, [Physical Review D](#) (2007).

運動方程式の結果からの近似

$$F^T \sim e^{K|_0/2} \frac{2t}{n_T} \left(a^2 A e^{-at} \delta T + \frac{\mu^2 n_T}{2t} \delta \Phi \right) \quad (2.12)$$

と (2.10) と (2.11) をそれぞれ見比べれば

$$\begin{aligned} \frac{\delta T}{t} &\sim \frac{1}{a^2 t^2} \ll 1 \\ \frac{\delta \Phi}{\phi} &\sim \frac{1}{a \phi} \ll 1 \end{aligned}$$

となって, reference point の妥当性が言えたことになる。

2.5 レビューのまとめ

物理としてやりたいことは

- モジュライが余剰次元の大きさに関係
- 真空期待値を確定して、それが現実的な値なのかをチェック

その方法としてポテンシャルの極小値を解析

- ポテンシャルが現実的ではない ($\partial V = 0$ で $V \leq 0$) ことがある
- ポテンシャルを修正して \rightarrow 現実的な理論へと改善

3.1 考える理論

Polonyi-KKLT モデルのような uplifting を現実的なモデルに応用

モデルはいずれも超弦理論の有効理論

- 4 次元超重力理論
- 10 次元超対称ヤン=ミルズ理論

3.1 考える理論

4 次元超重力理論のポテンシャル

$$\left\{ \begin{array}{l} K = -\log(\langle S \rangle + \langle \bar{S} \rangle) - \sum_r \log(\langle U \rangle_r + \langle \bar{U} \rangle_r) \\ \quad - \sum_r \log(T_r + \bar{T}_r) + Z(T_r, \bar{T}_r) |X|^2, \\ W = A_s e^{-a_s \langle S \rangle} + \sum_r A_r e^{-a_r T_r} \end{array} \right. \quad (3.1)$$

- Polonyi-KKLT とほとんど同じ形

$$K = |\Phi|^2 - n_T \log(T + \bar{T}), \quad W = c + \mu^2 \Phi - A e^{-aT}$$

- ブラケット $\langle \rangle$ で挟まれている量は、真空期待値なので定数

3.1 考える理論

- 考えるポテンシャルの形は，Polonyi-KKLT の形とほとんど同じ．
- しかし，決めるべきモジュライが 3 つ (T_1, T_2, T_3)

3.1 考える理論

- 考えるポテンシャルの形は，Polonyi-KKLT の形とほとんど同じ．
- しかし，決めるべきモジュライが 3 つ (T_1, T_2, T_3)

そこで，10 次元超対称ヤン・ミルズ理論

- 磁場から 2 つのモジュライの期待値が固定される
- 残りの 1 つのモジュライの期待値は超重力理論の側から決定

3.1 考える理論

10 次元超対称ヤン・ミルズ理論のポテンシャル

$$V^{(D)} = \frac{1}{2}(D^a)^2$$

- D が flux の入れ方によって変化
- 今回は、磁場は

$$M^{(r)} = \begin{pmatrix} M_1^{(r)} & 0 & 0 \\ 0 & M_2^{(r)} & 0 \\ 0 & 0 & M_3^{(r)} \end{pmatrix}$$

3.1 考える理論

ここからは、少し方針が変わった。

D -term のポテンシャルは

$$V^{(D)} = 2\pi^2 e^{2\phi_{10}} \sum_{a=1}^3 \left(\sum_{r=1}^3 \frac{M_a^{(r)}}{T_r + \bar{T}_r} \right)^2.$$

$V^{(D)}$ の T_r と $T_{r'}$ による微分は

$$\begin{aligned} V_{rr'} &\equiv \frac{\partial^2 V^D}{\partial T_r \partial T_{r'}} \\ &= 2\pi e^{2\phi_{10}} \sum_{a=1}^3 \left[\frac{M_a^{(r)}}{(T_r + \bar{T}_r)^2} \cdot \frac{M_a^{(r')}}{(T_{r'} + \bar{T}_{r'})^2} \right. \\ &\quad \left. + \frac{2\delta_{rr'} M_a^{(r)}}{(T_r + \bar{T}_r)^3} \left(\sum_{s=1}^3 \frac{M_a^{(s)}}{T_s + \bar{T}_s} \right) \right]. \end{aligned}$$

3.1 考える理論

$V_{rr'}$ を SUSY condition $\langle D \rangle = 0$ を満たしている点

$$\sum_{r=1}^3 \frac{M_a^{(r)}}{T_r + \bar{T}_r} = 0$$

で評価する．この条件の下で $V_{rr'}$ を対角化した行列を $V'_{rr'}$ とする．また，対角化行列は P ．

対角化したあとの対角成分を $(0, m_2, m_3)$ とする．

この対角化に合わせて新しい座標軸 $\tilde{T}_r \equiv P_{rs} T_s$ を定める．

3.2 今後の計算

スーパーポテンシャル

$$W = c + \sum_{r=1}^3 \mathbf{A}_r e^{-a_r T_r} \quad (3.2)$$

の \mathbf{A}_r が

- $\mathbf{A}_r = (A, 0, 0)$
- $\mathbf{A}_r = (A, B, 0)$
- $\mathbf{A}_r = (A, B, C)$

の場合をそれぞれ試してみる.

3.2 今後の計算

W を新しい座標系 \tilde{T}_r を用いて座標を取り直す.

$\tilde{T} = PT$ だったので, $T = P^{-1}\tilde{T}$.

よって

$$\begin{cases} K = k - \sum_r \log(P_{rs}^{-1}(\tilde{T}_s + \tilde{\tilde{T}}_s)) + Z(\tilde{T}_r, \tilde{\tilde{T}}_r)|\Phi|^2 \\ W = c - Ae^{-aP_{1r}^{-1}\tilde{T}_r} \end{cases}$$

として, 今後はポテンシャルを解析してみる.

まとめ

- 余剰次元方向の空間の大きさを決定 → モジュライ固定
- 有効理論から定まるポテンシャル
 - ▶ $V = 0$ かつ $\partial V = 0$ であることが望ましい
 - ▶ その元で、モジュライの期待値 $\langle T \rangle$ がどの程度であるか
- 今後は
 - ▶ 10d SYM に flux をいれて、 D -term をモジュライ T について対角化.
 - ▶ その新しい基底で F -term のポテンシャルを解析する.
このとき、 A_r の数を変えてやってみる.

参考文献

- [1] N. Arkani-Hamed, T. Gregoire, and J. Wacker, *Higher dimensional supersymmetry in 4D superspace*, 2002.
Journal of High Energy Physics **2002** (2002) 055–055, [arxiv:hep-th/0101233](#).
- [2] H. Abe, T. Kobayashi, H. Ohki, and K. Sumita, *Superfield description of 10D SYM theory with magnetized extra dimensions*, 2012.
Nuclear Physics B **863** (2012) 1–18, [arxiv:1204.5327 \[hep-ph, physics:hep-th\]](#).
- [3] J. Wess and J. Bagger, *Supersymmetry and Supergravity*.
Princeton University Press, Princeton, N.J., 1992.
- [4] H. Abe, T. Kobayashi, K. Sumita, and S. Uemura, *Kähler moduli stabilization in semi-realistic magnetized orbifold models*, 2017.
Physical Review D **96** (2017) 026019, [arxiv:1703.03402 \[hep-ph, physics:hep-th\]](#).
- [5] S. Kachru, R. Kallosh, A. Linde, and S. P. Trivedi, *De Sitter Vacua in String Theory*, 2003.
Physical Review D **68** (2003) 046005, [arxiv:hep-th/0301240](#).
- [6] H. Abe, T. Higaki, T. Kobayashi, and Y. Omura, *Moduli stabilization, F-term uplifting and soft supersymmetry breaking terms*, 2007.
Physical Review D **75** (2007) 025019, [arxiv:hep-th/0611024](#).
- [7] H. Abe, T. Higaki, and T. Kobayashi, *More about F-term uplifting*, 2007.
Physical Review D **76** (2007) 105003, [arxiv:0707.2671 \[hep-ph, physics:hep-th\]](#).

参考文献

- [8] D. Cremades, L. E. Ibanez, and F. Marchesano, *Computing Yukawa Couplings from Magnetized Extra Dimensions*, 2004.
Journal of High Energy Physics **2004** (2004) 079–079, [arxiv:hep-th/0404229](#).
- [9] J. Polonyi, *Generalization of the Massive Scalar Multiplet Coupling to the Supergravity*, 1977.
- [10] K. Intriligator, N. Seiberg, and D. Shih, *Dynamical SUSY Breaking in Meta-Stable Vacua*, 2006.
Journal of High Energy Physics **2006** (2006) 021–021, [arxiv:hep-th/0602239](#).
- [11] M. Kaku, P. K. Townsend, and P. Van Nieuwenhuizen, *Superconformal Unified Field Theory*, 1977.
Physical Review Letters **39** (1977) 1109–1112.
- [12] 柴崎 寿英, 『背景磁場を持つ 10 次元超対称 Yang-Mills 理論におけるゲージ結合に対する量子補正』, Master's thesis, 早稲田大学, 2021.
- [13] 中野 隼斗, 『磁化オービフォールド上の 10 次元超対称理論における 4 次元有効ゲージ結合定数の解析』, Master's thesis, 早稲田大学, 2023.

付録

← Torus

arXiv: 1204.5327

→ $M^n = \begin{pmatrix} X & 0 \\ 0 & Y \end{pmatrix}$, $M^{(2)} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$,
 $M^{(3)} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

↑
Table 2

("Kähler moduli stabilization...")

付録 A メモ

困っていることのメモ：

- 計算機がうまく扱えない.
- order estimation が.
- スカラーポテンシャルに YM gauge coupling がどのような形で入ってくるか.
→ 形はわかっているので計算するだけ.
- あと、あまり関係ないですが、bibtex で format された author 情報を本文中で取り出す方法があれば、教えていただきたいです.
(スライド右上の citation をもう少し効率よくしたい)

付録 B 途中計算

- 途中計算は、**ここ**に置く予定です。
 - ▶ 卒論にはいらなさそうな結果も入っていますが。
 - ▶ 私の Box の個人フォルダ/卒論/途中結果にも同じリンクがあります。
- マセマティカのコードも個人フォルダ/卒論に。

付録 C Pure Polonyi モデル

[6] H. Abe, T. Higaki, T. Kobayashi, and Y. Omura, *Physical Review D* (2007).

- ポテンシャル

$$\begin{cases} K = |\Phi|^2, \\ W = c + \mu^2 \Phi. \end{cases}$$

- スカラーポテンシャル

$$\begin{aligned} V &= e^G (G^{I\bar{J}} G_I G_{\bar{J}} - 3) \\ &= K_{I\bar{J}} F^I \bar{F}^{\bar{J}} - 3e^K |W|^2, \\ G &= K + \log |W|^2. \end{aligned}$$

付録 C Pure Polonyi モデル

[6] H. Abe, T. Higaki, T. Kobayashi, and Y. Omura, *Physical Review D* (2007).

$V = 0, V_\Phi = 0$ となるような Φ をもとめる. そのような点を ϕ とおくことにする.

$V_\Phi = 0$ のほうを解くと

$$\begin{aligned}\phi^3 + \tilde{c}\phi^2 - 2\tilde{c} &= 0 \\ \tilde{c} &\equiv \mu^{-2}c.\end{aligned}$$

一方で, $V = 0$ を解くと

$$(\phi^2 + \tilde{c}\phi + 1)^2 = 3(\phi + \tilde{c})^2.$$

これらを連立させると

$$\phi = \sqrt{3} - 1, \quad \mu^{-2}c = 2 - \sqrt{3}. \quad (\text{C.1})$$

付録 D F -term uplifting

[6] H. Abe, T. Higaki, T. Kobayashi, and Y. Omura, *Physical Review D* (2007).

ポテンシャルは

$$K = |\Phi|^2 - n_T \log(T + \bar{T}), \quad W = c + \mu^2 \Phi - Ae^{-aT}. \quad (2.8)$$

reference point は次の条件を満たす.

$$V_\Phi = 0, \quad D_TW = 0.$$

もし, $V|_0 = 0$ なら, Pure Polonyi の場合 (C.1) で $c \rightarrow c - Ae^{-aT}$ と平行移動させるだけで

$$\phi = \sqrt{3} - 1, \quad \mu^{-2}(c - Ae^{-aT}) = 2 - \sqrt{3}$$

とできる.

付録 D F -term uplifting

[6] H. Abe, T. Higaki, T. Kobayashi, and Y. Omura, [Physical Review D](#) (2007).

W, D_TW をそれぞれ (ϕ, t) で展開すると

$$\begin{aligned} W &= W|_0 + \partial_T W|_0 \delta T + \cdots \\ &\sim \mu^2 + aAe^{-at}\delta T, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_TW &= D_TW|_0 + \partial_T W_T|_0 \delta T + \cdots \\ &\sim -a^2 Ae^{-at}\delta T. \end{aligned}$$

したがって

$$\begin{aligned} D_\Phi W &= W_\Phi + K_\Phi W \\ &\sim \sqrt{3}\mu^2 + (\sqrt{3} - 1)aAe^{-at}\delta T. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{F}^{\bar{T}} &= -e^{K/2} K^{\bar{T}T} D_TW \\ &\sim e^{K/2} K^{\bar{T}T} a^2 Ae^{-at}\delta T. \end{aligned}$$

付録 D F -term uplifting

[6] H. Abe, T. Higaki, T. Kobayashi, and Y. Omura, [Physical Review D](#) (2007).

また

$$D_{\Phi}W|_0 = \sqrt{3}\mu^2, \quad W|_0 = \mu^2.$$

よって, V の δT の 1 次をとってくと

$$V \sim e^K (ae^{-K/2}F^T - \sqrt{3}\mu^2)aAe^{-at}\delta T.$$

付録 D F -term uplifting

[6] H. Abe, T. Higaki, T. Kobayashi, and Y. Omura, [Physical Review D](#) (2007).

reference point では

$$\frac{\partial V}{\partial(\delta T)} = 0$$

を課す.

すると F^T がもとまって

$$F^T|_0 \sim \sqrt{3}a^{-1}e^{K/2}\mu^2 \sim \frac{1}{a} \ll 0.$$

付録 D F -term uplifting

[6] H. Abe, T. Higaki, T. Kobayashi, and Y. Omura, [Physical Review D](#) (2007).

最後に

$$\begin{cases} F^T \sim -e^{K/2} K^{T\bar{T}} a^2 A e^{-at} \delta T \sim a^2 t \cdot \delta T \\ F^T \sim \sqrt{3} a^{-1} e^{K/2} W|_0 \sim 1 \end{cases}$$

より,

$$\frac{\delta T}{t} \sim \frac{1}{a^2 t^2} \ll 1.$$

付録 D F -term uplifting

[6] H. Abe, T. Higaki, T. Kobayashi, and Y. Omura, [Physical Review D](#) (2007).

[7] H. Abe, T. Higaki, and T. Kobayashi, [Physical Review D](#) (2007).

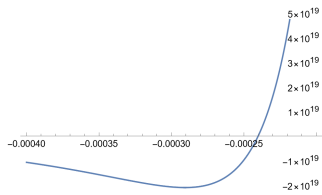
$$\begin{cases} K_T = -\frac{n_T}{T + \bar{T}}, \quad K_\Phi = \bar{\Phi}, \quad K_{T\bar{T}} = \frac{n_T}{(T + \bar{T})^2}, \quad K_{\Phi\bar{\Phi}} = 1. \\ W_T = Aae^{-aT}, \quad W_\Phi = \mu^2. \\ \begin{cases} D_TW = W_T + K_TW = Aae^{-aT} - \frac{n_T}{T + \bar{T}}W \\ D_\Phi W = W_\Phi + K_\Phi W = \mu^2 + \bar{\Phi}W \end{cases} \\ \begin{cases} W|_0 = \mu^2, \\ D_\Phi W|_0 = \sqrt{3}\mu^2, \\ F^T = -e^{K/2}K^{\bar{T}T}D_{\bar{T}}\bar{W}, \\ V = e^K((D_\Phi W)(D_{\bar{\Phi}}\bar{\Phi}) - 3W\bar{W}) + K_{T\bar{T}}F^T\bar{F}^{\bar{T}}. \end{cases} \end{cases}$$

ちなみに

あまりピンとこなかったので、計算機にかけてみました。パラメーターは

$$A = 1, a = 10^3, c = 10^{-3}, \mu = 10^{-2}, n_T = 6.$$

確かに uplift 前の minimum はマイナス



uplift した後の minimum は 10^{-15} とでてきたので、確かによさそう。

付録E カットしたスライド

- [1] N. Arkani-Hamed, T. Gregoire, and J. Wacker, *Journal of High Energy Physics* (2002).
 [2] H. Abe, T. Kobayashi, H. Ohki, and K. Sumita, *Nuclear Physics B* (2012).

カット

10 次元 $\mathcal{N} = 1$ 超対称ヤン=ミルズ理論の作用

$$S = \int d^{10}X \sqrt{-G} \frac{1}{g^2} \text{Tr} \left[-\frac{1}{4} F^{MN} F_{MN} + \frac{i}{2} \bar{\lambda} \Gamma^M D_M \lambda \right] \quad (\text{E.2})$$

ただし,

g : coupling constant, G_{MN} : 10 次元での計量 $M, N = 0, 1, \dots, 9$
 であり,

$F_{MN} = \partial_M A_N - \partial_N A_M - i[A_M, A_N]$: field strengths,

$D_M \lambda = \partial_M \lambda - i[A_M, \lambda]$: 共変微分, これで局所ゲージ不変に,

λ : Majorana-Weyl \rightarrow 10 次元で中性 + カイラリティーが正.

それぞれゲージ群のアジョイント表現の足をもっていて, トレースはその行列の足についてとる.

付録E カットしたスライド

- [1] N. Arkani-Hamed, T. Gregoire, and J. Wacker, *Journal of High Energy Physics* (2002).
[2] H. Abe, T. Kobayashi, H. Ohki, and K. Sumita, *Nuclear Physics B* (2012).

カット

10 次元の SYM の作用 (E.2) は 4 次元 $\mathcal{N} = 1$ の超場で表すと

$$S = \int d^{10}X \sqrt{-G} \left[\int d^4\theta \, \mathcal{K} + \left\{ \int d^2\theta \left(\frac{1}{4g^2} \mathcal{W}^\alpha \mathcal{W}_\alpha + \mathcal{W} \right) + \text{h.c.} \right\} \right]. \quad (\text{E.3})$$

ただし,

$$\begin{aligned} \mathcal{K} &= \frac{2}{g^2} h^{\bar{i}j} \text{Tr} \left[(\sqrt{2} \bar{\partial}_{\bar{i}} + \bar{\phi}_{\bar{i}}) e^{-V} (\sqrt{2} \partial_j + \phi_j) e^V + \bar{\partial}_{\bar{i}} e^{-V} \partial_i e^V \right], \\ \mathcal{W} &= \frac{1}{g^2} \epsilon^{ijk} e_i{}^i e_j{}^j e_k{}^k \text{Tr} \left[\sqrt{2} \phi_i \left(\partial_j \phi_k - \frac{1}{3\sqrt{2}} [\phi_j, \phi_k] \right) \right], \\ \mathcal{W}_\alpha &= -\frac{1}{4} \overline{DD} e^{-V} D_\alpha e^V. \end{aligned}$$

1.E カットしたスライド

[2] H. Abe, T. Kobayashi, H. Ohki, and K. Sumita, *Nuclear Physics B* (2012).

(たぶん) 私の研究のストーリーを語るのには関係ない.

$M^{(i)}$ がブロック対角化されているとする. つまり

$$M^{(i)} = \begin{pmatrix} M_{N_1}^{(i)} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & M_{N_2}^{(i)} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & M_{\tilde{N}}^{(i)} \end{pmatrix}.$$

これは, ゲージが $U(N) \rightarrow U(N_1) \times \cdots \times U(\tilde{N})$ に破れていることを意味する.

付録E カットしたスライド

[2] H. Abe, T. Kobayashi, H. Ohki, and K. Sumita, *Nuclear Physics B* (2012).

[11] M. Kaku, P. K. Townsend, and P. Van Nieuwenhuizen, *Physical Review Letters* (1977).

カット

作用

$$S_{\mathcal{N}=1} = \int d^4x \sqrt{-g^C} \left[-3 \int d^4\theta \bar{C} C e^{-K/3} \right. \\ \left. + \left\{ \int d^2\theta \left(\frac{1}{4} \sum_{a=1}^N W^{a\alpha} W_{\alpha}^a + C^3 W \right) + \text{h.c.} \right\} \right]. \quad (\text{E.4})$$

ただし

- C はカイラル超場.
- 今回は, $C_0 \equiv C|_{\theta=\bar{\theta}=0}$ は $e^{K_0/6}$ にとる.
- W は super potential であり, カイラル超場 Φ^I の関数.

付録E カットしたスライド

[2] H. Abe, T. Kobayashi, H. Ohki, and K. Sumita, *Nuclear Physics B* (2012).

[11] M. Kaku, P. K. Townsend, and P. Van Nieuwenhuizen, *Physical Review Letters* (1977).

カット

ボゾンの寄与のみを拾ってくる．そのためには (E.4) のうち

$$-3 \int d^4\theta \bar{C} C e^{-K/3} + \left(\int d^2\theta C^3 W + \text{h.c.} \right)$$

のボゾンの寄与のみをみればよくて，計算すれば

$$V^{(F)} = -e^{K_0} (K^{I\bar{J}} D_I W_0 D_{\bar{J}} \bar{W}_0 - 3|W|^2).$$

記号はそれぞれ

$$K_0 \equiv K|_{\theta=\bar{\theta}=0}, \quad W_0 \equiv W|_{\theta=\bar{\theta}=0}, \\ D_I W_0 \equiv (W_I)_0 + (K_I)_0 W_0, \quad f_I \equiv \frac{\partial}{\partial \Phi^I} f.$$

付録 F なぜ $M^{(i)}$ を「磁場」というのか

第 1 トーラスの磁場は $F_{45} = \partial_4 A_5 - \partial_5 A_4$ なので,

$$\begin{cases} z^1 \equiv \frac{1}{2}(y^4 + \tau_1 y^5) \\ \tilde{A}_1 \equiv -\frac{1}{\text{Im } \tau_1}(\tau_1^* A_4 - A_5) \end{cases}$$

と

$$\langle A_i \rangle = \frac{\pi}{\text{Im } \tau_i} M^{(i)} \bar{z}_i$$

の条件に注意して計算すれば

$$F_{45} = \pi M^1 \tag{F.5}$$

となるから、他のトーラスも同様。もちろん一般にも計算できる。