

場の量子論

宮根 一樹

2024 年 3 月 14 日

目次

| | | |
|------|-------------------------------|---|
| 1 | くりこみと対称性 | 2 |
| 付録 A | 覚え書き | 3 |
| A.1 | マクスウェル理論のラグランジアン規格化 | 3 |

1 くりこみと対称性

付録 A 覚え書き

A.1 マクスウェル理論のラグランジアン規格化

マクスウェルのラグランジアンは

$$\mathcal{L} = NF^{\mu\nu}F_{\mu\nu} \quad (\text{A.1})$$

と書ける。ただし、場の強度は $F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu$ である。ここでは、係数 N を決定したい。そのためには運動項が

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\dot{A}_1^2 + \frac{1}{2}\dot{A}_2^2 + \frac{1}{2}\dot{A}_3^2 + \cdots \quad (\text{A.2})$$

となっていればよくて、 $F^{\mu\nu}F_{\mu\nu}$ を丁寧に展開していけば

$$\begin{aligned} F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} &= (\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu)(\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu) \\ &= 2((\partial^\mu A^\nu)(\partial_\mu A_\nu) - (\partial_\mu A^\nu)(\partial_\nu A_\mu)) \\ &= -2(\dot{A}_1^2 + \dot{A}_2^2 + \dot{A}_3^2) + \cdots \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

となり、 N は $-2N = 1/2$ より $N = -1/4$ である。したがって、電磁場のラグランジアンは

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} \quad (\text{A.4})$$

となる。