場の量子論

宮根 一樹

2024年3月14日

目次

1	くりこみと対称性	2
付録 A	マクスウェル理論のラグランジアンの規格化	3

1 くりこみと対称性

付録 A マクスウェル理論のラグランジアンの規格化

マクスウェルのラグランジアンは

$$\mathcal{L} = N F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} \tag{A.1}$$

と書ける。ただし、場の強度は $F^{\mu\nu}=\partial^\mu A^\nu-\partial^\nu A^\mu$ である。ここでは、係数 N を決定したい。そのためには運動項が

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\dot{A}_1^2 + \frac{1}{2}\dot{A}_2^2 + \frac{1}{2}\dot{A}_3^2 + \cdots$$
 (A.2)

となっていればよくて、 $F^{\mu\nu}F_{\mu\nu}$ を丁寧に展開していけば

$$F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} = (\partial^{\mu}A^{\nu} - \partial^{\nu}A^{\mu})(\partial_{\mu}A_{\nu} - \partial_{\nu}A_{\mu})$$

$$= 2((\partial^{\mu}A^{\nu})(\partial_{\mu}A_{\nu}) - (\partial_{\mu}A^{\nu})(\partial_{\nu}A_{\mu}))$$

$$= -2(\dot{A}_{1}^{2} + \dot{A}_{2}^{2} + \dot{A}_{3}^{2}) + \cdots$$
(A.3)

となり、N は -2N=1/2 より N=-1/4 である。したがって、電磁場のラグランジアンは

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} \tag{A.4}$$

となる。

参考文献

[PS95] M. E. Peskin and D. V. Schroeder, *An Introduction to Quantum Field Theory*, Addison-Wesley Pub. Co, Reading, Mass, 1995.

[保 05] 藤. 保憲, 超重力理論入門, 産業図書, 2005.