

卒業研究

磁化トーラス上にコンパクト化した
超対称模型におけるモジュライ固定

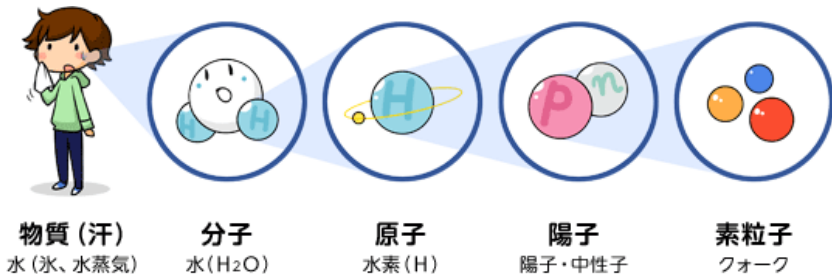
安倍研究室 B4

宮根 一樹

2024 年 3 月 1 日 (金)

イントロダクション

世の中の物質は細かく見ていくことが可能。
実験的には「素粒子」が今のところ最小の構成要素。



[ILC PROJECT]

実験で観測されているのはこの17個の素粒子。

(2012年にヒッグス粒子が発見)

素粒子の標準模型



[Wikipedia]

この標準模型には、まだ未解決な問題が多数ある。

そもそもどうしてこのような構造をしているのか？

- なぜ、物質は3世代存在するのか。
- なぜ、世代が上がるごとに質量が大きく変わるのか。



[Wikipedia]

この標準模型には、まだ未解決な問題が多数ある。

そもそもどうしてこのような構造をしているのか？

- なぜ、物質は3世代存在するのか。
- なぜ、世代が上がるごとに質量が大きく変わるのか。

標準模型では説明することができない現象がある。

- 重力の相互作用
- ダークマターなどの未知の粒子

([内田 20] が参考になります。)

これらの問題点を解決するモデルとして高次元時空モデルが提案される。
今回の研究では、特に

$$10 \text{ 次元} = 4 \text{ 次元} \text{ ミンコフスキー時空} + 6 \text{ 次元} \text{ 余剰空間}$$

を考える。

これらの問題点を解決するモデルとして高次元時空モデルが提案される。
今回の研究では、特に

$$10 \text{ 次元} = \text{4 次元ミンコフスキー時空} + \text{6 次元余剰空間}$$

を考える。

私たちから見える時空 x^0, x^1, x^2, x^3

見えないほど小さな空間 y^4, \dots, y^9
(コンパクト空間)

理論は作用 S によって決定される。

4次元の場合 (e.g. スカラー場)

$$S = \int d^4x \mathcal{L} = \int d^4x \left(\frac{1}{2}(\partial_\mu \phi)(\partial^\mu \phi) + \frac{1}{2}m^2 \phi^2 + \frac{\lambda}{4!} \phi^4 \right)$$

m は質量、 λ は結合定数 (粒子の相互作用の強さ)

理論は作用 S によって決定される。

4次元の場合 (e.g. スカラー場)

$$S = \int d^4x \mathcal{L} = \int d^4x \left(\frac{1}{2}(\partial_\mu \phi)(\partial^\mu \phi) + \frac{1}{2}m^2 \phi^2 + \frac{\lambda}{4!} \phi^4 \right)$$

m は質量、 λ は結合定数 (粒子の相互作用の強さ)

10次元の場合

$$S = \int d^4x d^6y \left(\frac{1}{2}(\partial_\mu \phi)(\partial^\mu \phi) + \frac{1}{2}m^2 \phi(x, y)^2 + \frac{\lambda}{4!} \phi(x, y)^4 \right)$$

$\xrightarrow{y\text{方向で積分}}$

$$\int d^4x \left(\frac{1}{2}(\partial_\mu \phi)(\partial^\mu \phi) + \frac{1}{2}M^2 \phi(x)^2 + \frac{\Lambda}{4!} \phi(x)^4 \right)$$

理論は作用 S によって決定される。

4次元の場合 (e.g. スカラー場)

$$S = \int d^4x \mathcal{L} = \int d^4x \left(\frac{1}{2}(\partial_\mu \phi)(\partial^\mu \phi) + \frac{1}{2}m^2 \phi^2 + \frac{\lambda}{4!} \phi^4 \right)$$

m は質量、 λ は結合定数 (粒子の相互作用の強さ)

10次元の場合

$$S = \int d^4x d^6y \left(\frac{1}{2}(\partial_\mu \phi)(\partial^\mu \phi) + \frac{1}{2}m^2 \phi(x, y)^2 + \frac{\lambda}{4!} \phi(x, y)^4 \right)$$
$$\xrightarrow{y \text{ 方向で積分}} \int d^4x \left(\frac{1}{2}(\partial_\mu \phi)(\partial^\mu \phi) + \frac{1}{2}M^2 \phi(x)^2 + \frac{\Lambda}{4!} \phi(x)^4 \right)$$

4次元の M や Λ の値が余剰空間の幾何 (大きさ、形など) で決定される。

余剰空間の幾何は力学的な場である計量 $g_{MN}(x, y)$ によって決定される。

$$ds^2 = g_{\mu\nu}(x, y)dx^\mu dx^\nu + g_{mn}(x, y)dy^m dy^n$$

余剰空間の計量 $g_{mn}(x, y)$ をモジュライという。

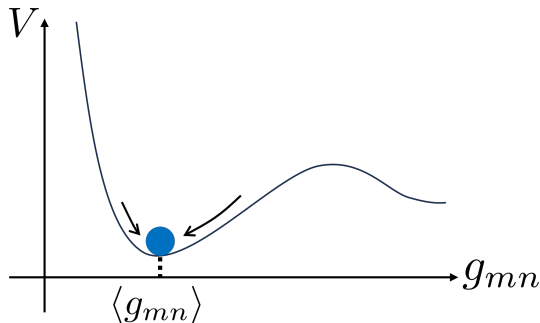
余剰空間の幾何は力学的な場である計量 $g_{MN}(x, y)$ によって決定される。

$$ds^2 = g_{\mu\nu}(x, y)dx^\mu dx^\nu + g_{mn}(x, y)dy^m dy^n$$

余剰空間の計量 $g_{mn}(x, y)$ をモジュライという。

現実の余剰空間の幾何は真空期待値 $\langle g_{mn} \rangle$ に固定されていると考えられる。

真空期待値 $\langle g_{mn} \rangle$ はそのポテンシャルによって決定される。(モジュライ固定)



本研究の目的

- 標準模型を部分的に再現している先行研究 [AKOS12] のモジュライ固定を議論。
- そのモデルから分かる余剰空間の幾何が実際に観測と矛盾ないかを議論。

研究内容

磁化トーラス模型

6次元余剰空間を3つのトーラス T^2 にコンパクト化。



$\mathcal{A}^{(1)}$

$\mathcal{A}^{(2)}$

$\mathcal{A}^{(3)}$

：トーラスの面積 (モジュライ)

磁化トーラス模型

6次元余剰空間を3つのトーラス T^2 にコンパクト化。



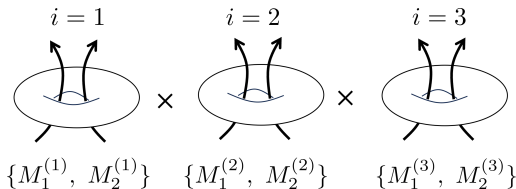
$\mathcal{A}^{(1)}$

$\mathcal{A}^{(2)}$

$\mathcal{A}^{(3)}$

: トーラスの面積 (モジュライ)

さらに、トーラス上の2種のゲージ場にそれぞれ磁場 $M_a^{(i)}$ を導入 ($a = 1, 2$)



磁場のポテンシャル

$$F^{MN}F_{MN} = F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} + \underbrace{F^{mn}F_{mn}} + \dots$$

↓

$$V^{(D)} = \pi^2 \prod_i \mathcal{A}^i \times \left\{ \underbrace{\left(\sum_i \frac{M_1^{(i)}}{\mathcal{A}^{(i)}} \right)^2} + \underbrace{\left(\sum_i \frac{M_2^{(i)}}{\mathcal{A}^{(i)}} \right)^2} \right\}$$

それぞれがゼロのときに $\langle V^{(D)} \rangle = 0$ (最小)

$$\frac{M_a^{(1)}}{\langle \mathcal{A}^{(1)} \rangle} + \frac{M_a^{(2)}}{\langle \mathcal{A}^{(2)} \rangle} + \frac{M_a^{(3)}}{\langle \mathcal{A}^{(3)} \rangle} = 0 \quad \text{for } a = 1, 2$$

真空期待値 $\langle \mathcal{A}^{(1)} \rangle$, $\langle \mathcal{A}^{(2)} \rangle$, $\langle \mathcal{A}^{(3)} \rangle$ の関係

$$M_a^{(1)} + M_a^{(2)} \frac{\langle \mathcal{A}^{(1)} \rangle}{\langle \mathcal{A}^{(2)} \rangle} + M_a^{(3)} \frac{\langle \mathcal{A}^{(1)} \rangle}{\langle \mathcal{A}^{(3)} \rangle} = 0 \quad \text{for } a = 1, 2$$

↓

$$\frac{\langle \mathcal{A}^{(1)} \rangle}{\langle \mathcal{A}^{(2)} \rangle} = \frac{M_1^{(3)} M_2^{(1)} - M_1^{(1)} M_2^{(3)}}{M_1^{(2)} M_2^{(3)} - M_1^{(3)} M_2^{(2)}}, \quad \frac{\langle \mathcal{A}^{(1)} \rangle}{\langle \mathcal{A}^{(3)} \rangle} = -\frac{M_1^{(2)} M_2^{(1)} - M_1^{(1)} M_2^{(2)}}{M_1^{(2)} M_2^{(3)} - M_1^{(3)} M_2^{(2)}}$$

面積の比は磁場のポテンシャルによって決定された。

余剰空間に磁場を導入すると、**トーラスの面積比が決定**された。

余剰空間に磁場を導入すると、**トーラスの面積比が決定**された。

ただし、面積の値を決定するためには**全体の因子**がまだ不定。

余剰空間に磁場を導入すると、**トーラスの面積比が決定**された。

ただし、面積の値を決定するためには**全体の因子**がまだ不定。

今後の方針

磁場とは異なる起源をもつポテンシャルを導入して
全体の因子を決定する**モジュライ**を固定

全体の因子を決定するモジュライ： $T \propto \langle \mathcal{A}^{(1)} \rangle, \langle \mathcal{A}^{(2)} \rangle, \langle \mathcal{A}^{(3)} \rangle$

T の有効ポテンシャル

- 有効理論は超対称性 (ボゾンとフェルミオンの対称性) をもつ
- 超対称作用はスーパーポテンシャル W とケーラーポテンシャル K で決定
- 本研究では以下のポテンシャルを用いる [AHKO07]：

$$\begin{cases} W = w_0 - Ae^{-aT} + BX \\ K = -\ln(T + \bar{T}) + |X|^2 \end{cases}$$

X は新たに導入したスカラー場, w_0, A, B, a は実パラメター

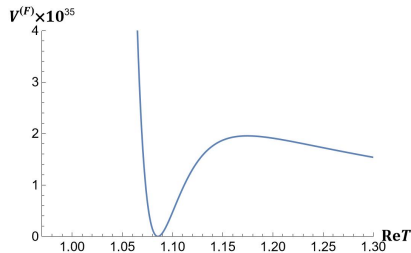
$$W = w_0 - Ae^{-aT} + BX, \quad K = -\ln(T + \bar{T}) + |X|^2$$

プランクスケール $M_{\text{Pl}} (\sim 2.4 \times 10^{18} \text{ GeV}) = 1$ の単位系

スカラーポテンシャル

$$V^{(F)} = e^K (K^{I\bar{J}} (D_I W)(D_{\bar{J}} \bar{W}) - 3|W|^2)$$

$$\begin{cases} D_I W \equiv \partial_I W + (\partial_I K)W \\ K^{I\bar{J}}: \partial_I \partial_{\bar{J}} K \text{ の逆行列} \end{cases} \quad (I = X, T)$$



パラメター: $w_0 \sim 2.17 \times 10^{-18}$, $a = 4\pi^2$, $A = 1$, $B = e^{-4\pi^2}$

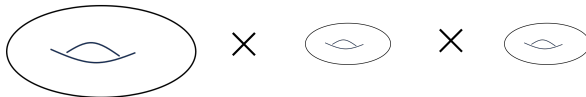
$\rightarrow \langle T \rangle \sim 1.085$ に固定

磁場の値は先行研究 [AKSU17] の値：標準模型の世代構造を再現

$$\{M_1^{(1)}, M_2^{(1)}\} = \{7, -7\}, \{M_1^{(2)}, M_2^{(2)}\} = \{1, 0\}, \{M_1^{(3)}, M_2^{(3)}\} = \{0, -1\}$$

面積比

$$\frac{\mathcal{A}^{(2)}}{\mathcal{A}^{(1)}} = \frac{\mathcal{A}^{(3)}}{\mathcal{A}^{(1)}} = \frac{1}{7}$$

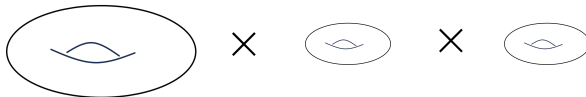


磁場の値は先行研究 [AKSU17] の値：標準模型の世代構造を再現

$$\{M_1^{(1)}, M_2^{(1)}\} = \{7, -7\}, \{M_1^{(2)}, M_2^{(2)}\} = \{1, 0\}, \{M_1^{(3)}, M_2^{(3)}\} = \{0, -1\}$$

面積比

$$\frac{\mathcal{A}^{(2)}}{\mathcal{A}^{(1)}} = \frac{\mathcal{A}^{(3)}}{\mathcal{A}^{(1)}} = \frac{1}{7}$$



第 1 トーラスの面積

実験による制限 ([PDG])

$$\langle \mathcal{A}^{(1)} \rangle \sim (10^{-35} \text{ m})^2$$

$$R_{6D} < \mathcal{O}(10^{-6} \text{ m})$$

$$\sim (10^{19} \text{ GeV})^{-2}$$

$$M_{KK} > \mathcal{O}(10^3 \text{ GeV})$$

まとめ

- 磁化トーラス模型におけるモジュライ (トーラスの面積) の固定を議論
- 面積比は磁場のポテンシャル $V^{(D)}$ のみで決定 (ただし、全体の因子は不定)
- 磁場とは異なる起源をもつポテンシャル $V^{(F)}$ により全体の因子を決定

展望

- より一般的なポテンシャル $V^{(F)}$ によるモジュライ固定
- 超対称性の自発的破れ、超対称粒子の質量などについて議論