

卒業研究

磁化トーラス上にコンパクト化した
超対称模型におけるモジュライ固定

安倍研究室 B4

宮根 一樹

2024 年 2 月 5 日 (月)

1. イントロダクション

素粒子標準模型

- 実験により高い精度で検証
- 物質場は3世代・左右非対称



標準模型の問題点

- 量子重力が含まれていない
- 世代間の質量階層性

など

→ 高次元時空モデルの考案

e.g. 超弦理論

- 量子重力を含む
- 10次元で無矛盾な理論



現実的なモデルを得るためには

- 余剰空間を観測と矛盾のないように小さくコンパクト化
- 素粒子標準模型の世代数，質量や結合定数などを再現

1. イントロダクション

余剰空間と 4 次元有効理論の関係

e.g.

$$\int d^{10}X \sqrt{-G} \frac{1}{g^2} \text{Tr} \left[-\frac{1}{4} F^{MN} F_{MN} \right] \rightarrow \int d^4x \underbrace{\left(\int d^6y \sqrt{-G} \frac{1}{g^2} \right)}_{=\frac{1}{g_{4D}^2}} \text{Tr} \left[-\frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} \right]$$

余剰空間の幾何は 4 次元有効理論の結合定数を決定する

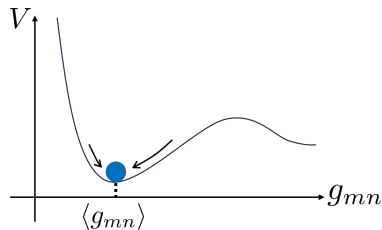
時空の計量は力学的な場

$$ds^{10} = g_{\mu\nu}(x, y) dx^\mu dx^\nu + g_{mn}(x, y) dy^m dy^n$$

→ 真空期待値 $\langle g_{mn} \rangle$ は $g_{mn}(x, y)$ の力学 (ポテンシャル) で決定される

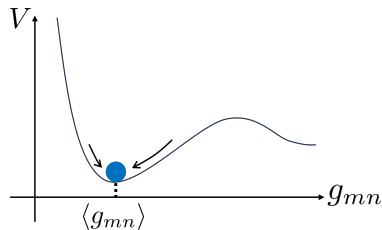
1. イントロダクション

- 余剰空間の計量 $g_{mn}(x)$:
4次元有効理論ではスカラー場 (モジュライ)
- ポテンシャルの (準) 安定点でモジュライが
真空期待値を獲得 (モジュライ固定)



1. イントロダクション

- 余剰空間の計量 $g_{mn}(x)$:
4次元有効理論ではスカラー場 (**モジュライ**)
- ポテンシャルの (準) 安定点でモジュライが
真空期待値を獲得 (**モジュライ固定**)



本研究の目的

標準模型の世代構造を再現する磁化トラス模型 [2, 3] のモジュライ固定

→ 余剰空間の大きさが観測と整合するか？

2. 磁化トーラス模型

トーラスコンパクト化

- 6次元余剰空間 \rightarrow 3つのトーラス T^2 にコンパクト化



$\mathcal{A}^{(1)}$

$\mathcal{A}^{(2)}$

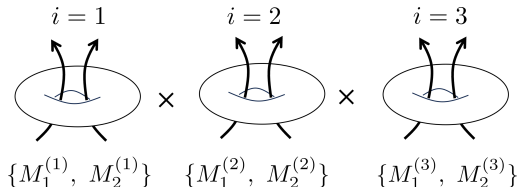
$\mathcal{A}^{(3)}$

← トーラスの面積

- $\mathcal{A}^{(i)}(x)$ はモジュライ

磁束

- トーラス上の2種のゲージ場に
それぞれ磁場 $M_a^{(i)}$ を導入
($a = 1, 2$)



2. 磁化トーラス模型

磁場ポテンシャルによる面積比の固定

磁場のポテンシャル $F^{MN}F_{MN} = F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} + \underbrace{F^{mn}F_{mn}} + \dots$

↓

$$V^{(D)} = \pi^2 \prod_i \mathcal{A}^i \times \left\{ \underbrace{\left(\sum_i \frac{M_1^{(i)}}{\mathcal{A}^{(i)}} \right)^2} + \underbrace{\left(\sum_i \frac{M_2^{(i)}}{\mathcal{A}^{(i)}} \right)^2} \right\}$$

それぞれがゼロのときに $\langle V^{(D)} \rangle = 0$ (最小)

$$\frac{M_a^{(1)}}{\langle \mathcal{A}^{(1)} \rangle} + \frac{M_a^{(2)}}{\langle \mathcal{A}^{(2)} \rangle} + \frac{M_a^{(3)}}{\langle \mathcal{A}^{(3)} \rangle} = 0 \quad \text{for } a = 1, 2$$

2. 磁化トーラス模型

真空期待値 $\langle \mathcal{A}^{(1)} \rangle$, $\langle \mathcal{A}^{(2)} \rangle$, $\langle \mathcal{A}^{(3)} \rangle$ の関係

$$M_a^{(1)} + M_a^{(2)} \frac{\langle \mathcal{A}^{(1)} \rangle}{\langle \mathcal{A}^{(2)} \rangle} + M_a^{(3)} \frac{\langle \mathcal{A}^{(1)} \rangle}{\langle \mathcal{A}^{(3)} \rangle} = 0 \quad \text{for } a = 1, 2$$

↓

$$\frac{\langle \mathcal{A}^{(1)} \rangle}{\langle \mathcal{A}^{(2)} \rangle} = \frac{M_1^{(3)} M_2^{(1)} - M_1^{(1)} M_2^{(3)}}{M_1^{(2)} M_2^{(3)} - M_1^{(3)} M_2^{(2)}}, \quad \frac{\langle \mathcal{A}^{(1)} \rangle}{\langle \mathcal{A}^{(3)} \rangle} = -\frac{M_1^{(2)} M_2^{(1)} - M_1^{(1)} M_2^{(2)}}{M_1^{(2)} M_2^{(3)} - M_1^{(3)} M_2^{(2)}}$$

面積の比は磁場のポテンシャルによって決定された

2. 磁化トーラス模型

真空期待値 $\langle \mathcal{A}^{(1)} \rangle$, $\langle \mathcal{A}^{(2)} \rangle$, $\langle \mathcal{A}^{(3)} \rangle$ の関係

$$M_a^{(1)} + M_a^{(2)} \frac{\langle \mathcal{A}^{(1)} \rangle}{\langle \mathcal{A}^{(2)} \rangle} + M_a^{(3)} \frac{\langle \mathcal{A}^{(1)} \rangle}{\langle \mathcal{A}^{(3)} \rangle} = 0 \quad \text{for } a = 1, 2$$

↓

$$\frac{\langle \mathcal{A}^{(1)} \rangle}{\langle \mathcal{A}^{(2)} \rangle} = \frac{M_1^{(3)} M_2^{(1)} - M_1^{(1)} M_2^{(3)}}{M_1^{(2)} M_2^{(3)} - M_1^{(3)} M_2^{(2)}}, \quad \frac{\langle \mathcal{A}^{(1)} \rangle}{\langle \mathcal{A}^{(3)} \rangle} = -\frac{M_1^{(2)} M_2^{(1)} - M_1^{(1)} M_2^{(2)}}{M_1^{(2)} M_2^{(3)} - M_1^{(3)} M_2^{(2)}}$$

面積の比は磁場のポテンシャルによって決定された

全体の因子は不定 → 磁場とは異なる起源をもつポテンシャルを導入する

3. 全体の因子の決定

全体の因子を決定するモジュライ： $T \longleftarrow \langle \mathcal{A}^{(1)} \rangle, \langle \mathcal{A}^{(2)} \rangle, \langle \mathcal{A}^{(3)} \rangle \propto \langle T \rangle$

T の有効ポテンシャル

- 有効理論は超対称性 (ボゾンとフェルミオンの対称性) をもつ
- 超対称作用はスーパーポテンシャル W とケーラーポテンシャル K で決定 [5]
- 本研究では以下のポテンシャルを用いる [6]：

$$\begin{cases} W = w_0 - Ae^{-aT} + BX \\ K = -\ln(T + \bar{T}) + |X|^2 \end{cases}$$

X は新たに導入したスカラー場, w_0, A, B, a は実パラメター

4. 結果

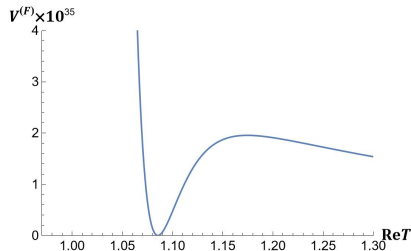
$$W = w_0 - Ae^{-aT} + BX, \quad K = -\ln(T + \bar{T}) + |X|^2$$

プランクスケール $M_{\text{Pl}} (\sim 2.4 \times 10^{18} \text{ GeV}) = 1$ の単位系

スカラーポテンシャル

$$V^{(F)} = e^K (K^{I\bar{J}} (D_I W)(D_{\bar{J}} \bar{W}) - 3|W|^2)$$

$$\begin{cases} D_I W \equiv \partial_I W + (\partial_I K)W \\ K^{I\bar{J}}: \partial_I \partial_{\bar{J}} K \text{ の逆行列} \end{cases} \quad (I = X, T)$$



パラメター: $w_0 \sim 2.17 \times 10^{-18}$, $a = 4\pi^2$, $A = 1$, $B = e^{-4\pi^2}$

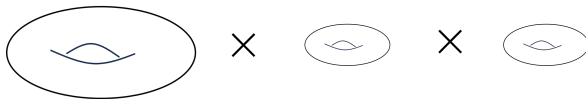
$\rightarrow \langle T \rangle \sim 1.085$ に固定

4. 結果

磁場の値は先行研究 [3] の値 ← 標準模型の世代構造を再現

$$\{M_1^{(1)}, M_2^{(1)}\} = \{7, -7\}, \{M_1^{(2)}, M_2^{(2)}\} = \{1, 0\}, \{M_1^{(3)}, M_2^{(3)}\} = \{0, -1\}$$

面積比 $\frac{\mathcal{A}^{(2)}}{\mathcal{A}^{(1)}} = \frac{\mathcal{A}^{(3)}}{\mathcal{A}^{(1)}} = \frac{1}{7}$



第1 トーラスの面積	実験による制限 (参考 [7])
$\langle \mathcal{A}^{(1)} \rangle \sim (10^{-35} \text{ m})^2$	$R_{6D} < \mathcal{O}(10^{-6} \text{ m})$ (6次元万有引力への制限)
$\sim (10^{19} \text{ GeV})^{-2}$	$M_{KK} > \mathcal{O}(10^3 \text{ GeV})$ (KK粒子生成の制限)

5. まとめ・展望

まとめ

- 磁化トーラス模型におけるモジュライ (トーラスの面積) の固定を議論
- 面積比は磁場のポテンシャル $V^{(D)}$ のみで決定 (ただし, 全体の因子は不定)
- 磁場とは異なる起源をもつポテンシャル $V^{(F)}$ により全体の因子を決定

展望

- より一般的なポテンシャル $V^{(F)}$ によるモジュライ固定
- 超対称性の自発的破れ, 超対称粒子の質量などについて議論

付録

A. 背景磁場

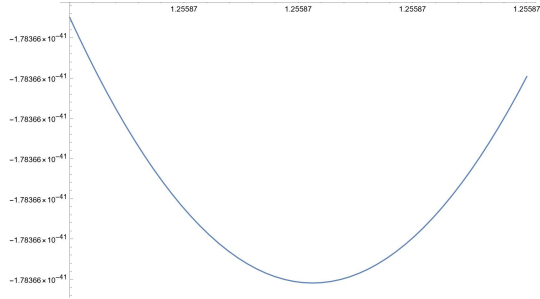
真空期待値を次のように決定

$$\langle A_i \rangle = \frac{\pi}{\text{Im } \tau_i} M^{(i)} \bar{z}_i, \quad M^{(i)} = \begin{pmatrix} M_1^{(i)} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & M_2^{(i)} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & M_N^{(i)} \end{pmatrix}$$

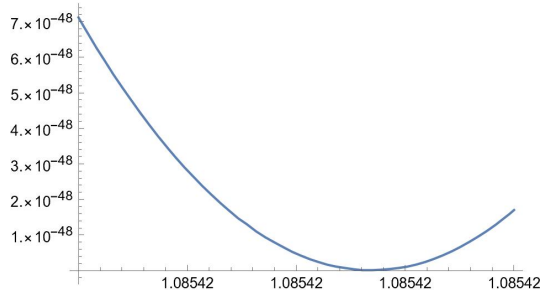
- $M_a^{(i)}$ は整数
- $M^{(i)}$ はトーラス上の磁場 $\rightarrow F_{45} = \pi M^{(1)}$ など
- ブロック対角化でより小さいゲージ対称性

$$U(N) \rightarrow U(N_1) \times U(N_2) \times \cdots \times U(\tilde{N})$$

B. F -term uplifting



$$\begin{cases} W = w_0 - Ae^{-aT} \\ K = -\ln(T + \bar{T}) \end{cases}$$



$$\begin{cases} W = w_0 - Ae^{-aT} + BX \\ K = -\ln(T + \bar{T}) + |X|^2 \end{cases}$$

参考文献

- [1] Hiroyuki Abe, Tatsuo Kobayashi, Hiroshi Ohki, Akane Oikawa, and Keigo Sumita.
Phenomenological aspects of 10D SYM theory with magnetized extra dimensions.

- [2] Hiroyuki Abe, Tatsuo Kobayashi, Hiroshi Ohki, and Keigo Sumita.
Superfield description of 10D SYM theory with magnetized extra dimensions.

- [3] Hiroyuki Abe, Tatsuo Kobayashi, Keigo Sumita, and Shohei Uemura.
Kähler moduli stabilization in semi-realistic magnetized orbifold models.

- [4] D. Cremades, L. E. Ibanez, and F. Marchesano.
Computing Yukawa Couplings from Magnetized Extra Dimensions.

参考文献

[5] Julius Wess and Jonathan Bagger.
Supersymmetry and Supergravity.

[6] Hiroyuki Abe, Tetsutaro Higaki, Tatsuo Kobayashi, and Yuji Omura.
Moduli stabilization, F-term uplifting and soft supersymmetry breaking terms.