東京大学 平成27年 物理学専攻 院試 解答例

ミヤネ

最終更新：2023 年 8 月 11 日

目次

1　数学パート

第1問

1. (i) 具体的に

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \tag{1.1.1}$$

とおけば

$$\det(xE - A) = (x-a)(x-d) - bc = x^2 - (\operatorname{tr} A)x + \det A = 0. \tag{1.1.2}$$

(ii) $x = A$を代入すれば

$$A^2 = (\operatorname{tr} A)A - E = 2\xi A - E \tag{1.1.3}$$

です．あとは帰納法でいけます．問題文の式(3)が成立していると仮定して，A^{N+1}を評価してみましょう．すると

$$\begin{aligned} A^{N+1} &= (U_{N-1}(\xi)A - U_{N-2}(\xi))A \\ &= U_{N-1}(\xi)(2\xi A - E) - (-U_N(\xi) + 2\xi U_{N-1}(\xi))A \\ &= U_N(\xi)A - U_{N-1}(\xi)E \end{aligned} \tag{1.1.4}$$

となって，$N+1$の場合でも成立することが示されます．

2. 部分積分をゴリ押ししましょう：

$$\begin{aligned} \int_a^b v^*(x)\mathcal{L}u(x)\mathrm{d}x &= \int_a^b \mathrm{d}x\ v^*(x)\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left[p(x)\frac{\mathrm{d}u(x)}{\mathrm{d}x}\right] \\ &= \left[v^*(x)p(x)\frac{\mathrm{d}u(x)}{\mathrm{d}x}\right]_a^b - \int_a^b \mathrm{d}x\ \frac{\mathrm{d}v^*(x)}{\mathrm{d}x}p(x)\frac{\mathrm{d}u(x)}{\mathrm{d}x} \\ &= -\left[p(x)\frac{\mathrm{d}v^*(x)}{\mathrm{d}x}u(x)\right]_a^b + \int_a^b \mathrm{d}x\ \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left[p(x)\frac{\mathrm{d}v^*(x)}{\mathrm{d}x}\right]u(x) \\ &= \int_a^b u(x)(\mathcal{L}v(x))^*\mathrm{d}x. \end{aligned} \tag{1.1.5}$$

ここで，$p(a) = p(b) = 0$の条件を用いて表面項を消しました．また，今回の結果は複素共役がなくても成立することとに注意しましょう．つまり

$$\int_a^b v(x)\mathcal{L}u(x)\mathrm{d}x = \int_a^b u(x)(\mathcal{L}v(x))\mathrm{d}x \tag{1.1.6}$$

です．後で使います．

3. 前問の結果で$v = u$とします．すると，

$$\int_a^b u^*(x)\mathcal{L}u(x)\mathrm{d}x = \int_a^b u(x)(\mathcal{L}u(x))^*\mathrm{d}x \tag{1.1.7}$$

となります．両辺に式(6)を代入すると，$w(x)$が実関数であることから

$$\lambda\int_a^b w(x)u(x)u^*(x)\mathrm{d}x = \lambda^*\int_a^b w(x)u(x)u^*(x)\mathrm{d}x \tag{1.1.8}$$

となり，$\lambda = \lambda^*$．よって，λは実数です．

式(7)については，式(6)を逆に使いましょう．すると

$$\begin{aligned}\int_a^b u_1 u_2^* w \mathrm{d}x &= \frac{1}{\lambda_1}\int_a^b u_2^* \mathcal{L} u_1 \mathrm{d}x \\ &= \frac{1}{\lambda_1}\int_a^b u_1 \mathcal{L} u_2^* \mathrm{d}x \\ &= \frac{\lambda_2^*}{\lambda_1}\int_a^b u_1 u_2^* w \mathrm{d}x \end{aligned} \tag{1.1.9}$$

となるので，

$$\int_a^b u_1 u_2^* w \mathrm{d}x = \frac{\lambda_2^*}{\lambda_1}\int_a^b u_1 u_2^* w \mathrm{d}x \tag{1.1.10}$$

となりますが，$\lambda_2^*/\lambda_1 \neq 1$なので

$$\int_a^b u_1(x) u_2^*(x) w(x) \mathrm{d}x = 0 \tag{1.1.11}$$

です．

4. ちょっと考えてみると$p(x) = (1-x^2)^{3/2}$とおけば，うまくいくことが分かります[*1]．$\mathcal{L}U_N(x)$を計算してみると

$$\mathcal{L}U_N(x) = (1-x^2)^{1/2}\left[(1-x^2)\frac{\mathrm{d}^2 U_N}{\mathrm{d}x^2} - 3x\frac{\mathrm{d}U_N}{\mathrm{d}x}\right] = -N(N+2)(1-x^2)^{1/2}U_N(x) \tag{1.1.12}$$

となり，$\lambda = -N(N+2), w(x) = (1-x^2)^{1/2}$であることが分かります．さて，等式(9)ですが，設問2の最後に言及した式を用いれば直ちに終わります．設問3と同様にして

$$\begin{aligned}\int_{-1}^1 U_M(x)U_N(x)(1-x^2)^{1/2}\mathrm{d}x &= -\frac{1}{N(N+2)}\int_{-1}^1 U_M(x)\mathcal{L}U_N(x)\mathrm{d}x \\ &= -\frac{1}{N(N+2)}\int_{-1}^1 U_N(x)\mathcal{L}U_M(x)\mathrm{d}x \\ &= \frac{M(M+2)}{N(N+2)}\int_{-1}^1 U_M(x)U_N(x)(1-x^2)^{1/2}\mathrm{d}x \end{aligned} \tag{1.1.13}$$

となります．したがって，$N \neq M$より，

$$\int_{-1}^1 U_M(x)U_N(x)(1-x^2)^{1/2}\mathrm{d}x = 0 \tag{1.1.14}$$

です．

[*1] 探し方はいろいろあると思いますが，次の設問から，なんとなく$w(x) = (1-x^2)^{1/2}$になりそうだと分かります．（これは$w(x) > 0$を満たしています．）あとは，漸化式(8)を使うことから，$p(x)$を微分したら$(1-x^2)^{1/2}$がでてきそうだとあたりをつけることができ，$U_N'(x)$の係数が$3x$なので，$(1-x^2)^{3/2}$を微分したときにでてきたものだと，予想することができます．

第2問

1. フーリエ変換を
$$f(x)=\int\frac{\mathrm{d}k}{2\pi}\tilde{f}'(k,t)e^{-ikx} \tag{1.2.1}$$
とすれば，
$$\int\frac{\mathrm{d}k}{2\pi}\frac{\partial\tilde{f}'(k,t)}{\partial t}e^{-ikx}=\int\frac{\mathrm{d}k}{2\pi}\left(-\lambda k^2\tilde{f}'(k,t)\right)e^{-ikx} \tag{1.2.2}$$
なので，$\tilde{f}'$が満たす式は
$$\frac{\partial\tilde{f}'(k,t)}{\partial t}=-\lambda k^2\tilde{f}'(k,t) \tag{1.2.3}$$
です．これを解けば
$$\tilde{f}'(k,t)=\tilde{f}(k)e^{-\lambda k^2 t} \tag{1.2.4}$$
となるので，元のフーリエ変換の式に戻せば式(2)が示されます．

2.
$$\begin{aligned}&\frac{\partial f}{\partial t}-\lambda\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}-S\\ &=\int\mathrm{d}t'\int\mathrm{d}x'\ \left[\frac{\partial G(t,x,t',x')}{\partial t}-\lambda\frac{\partial^2 G(t,x,t',x')}{\partial x^2}\right]S(t',x')-S(t,x)\\ &=\int\mathrm{d}t'\int\mathrm{d}x'\ S(t',x')\delta(t-t')\delta(x-x')-S(t,x)=0.\end{aligned} \tag{1.2.5}$$

3. 式(5)を式(3)に代入すれば
$$\int\frac{\mathrm{d}\omega}{2\pi}\int\frac{\mathrm{d}k}{2\pi}\left[\frac{C(i\omega+\lambda k^2)}{\omega-i\alpha\lambda k^2}-1\right]e^{i\omega(t-t')-ik(x-x')}=0 \tag{1.2.6}$$
です．ただし，δ-関数は
$$\delta(x)=\int\frac{\mathrm{d}p}{2\pi}e^{\pm ipx} \tag{1.2.7}$$
で展開しました．(1.2.6)が成立するためには
$$C=-i,\ \alpha=1 \tag{1.2.8}$$
であることが必要です．

4. C,αが決まったので
$$G(t,x,t',x')=-i\int\frac{\mathrm{d}\omega}{2\pi}\int\frac{\mathrm{d}k}{2\pi}\frac{1}{\omega-i\lambda k^2}e^{i\omega(t-t')-ik(x-x')} \tag{1.2.9}$$
を計算しましょう．極が$\omega=+i\lambda k^2$なので，この積分は経路が上半平面を通ったときに値をもちます．$t-t'>0$のときに，上半平面の積分で収束するので
$$G(t,x,t',x')=\begin{cases}\displaystyle\int\frac{\mathrm{d}k}{2\pi}e^{-\lambda k^2(t-t')-ik(x-x')} & (t>t')\\ \hfill 0 & (t<t')\end{cases} \tag{1.2.10}$$
です．

5. 指数の肩を平方完成すれば

$$G(t,x,t',x') = \frac{1}{2}\exp\left[-\frac{(x-x')^2}{4\lambda(t-t')}\right]\sqrt{\frac{1}{\pi\lambda(t-t')}} \tag{1.2.11}$$

です．

6. 式(4)を計算します．前問のGを代入すれば

$$\begin{aligned} f(x,t) &= \frac{1}{2}\int \mathrm{d}t' \int \mathrm{d}x' \ \exp\left[-\frac{(x-x')^2}{4\lambda(t-t')}\right]\sqrt{\frac{1}{\pi\lambda(t-t')}}\delta(t')\cos(px') \\ &= \frac{1}{2\sqrt{\pi\lambda t}}\int \mathrm{d}x' \exp\left[-\frac{(x-x')^2}{4\lambda t}\right]\cos(px') \end{aligned} \tag{1.2.12}$$

となります．最後の積分ですが，こういったのは$\cos$を$\exp$で書きなおしてガウス積分してやりましょう．すると，指数の肩は

$$-\frac{(x-x')^2}{4\lambda t} \pm ipx' = -\frac{1}{4\lambda t}\left(x'-(x\pm 2i\lambda pt)\right)^2 \pm ipx - \lambda p^2 t \tag{1.2.13}$$

と平方完成できるので，

$$\begin{aligned} &\frac{1}{2\sqrt{\pi\lambda t}}\int \mathrm{d}x' \exp\left[-\frac{(x-x')^2}{4\lambda t}\right]\cos(px') \\ &= \frac{e^{-\lambda p^2 t}}{4\sqrt{\pi\lambda t}}\left[e^{+ipx}\int \mathrm{d}z_+ \ e^{-z_+^2/4\lambda t} + e^{-ipx}\int \mathrm{d}z_- \ e^{-z_-^2/4\lambda t}\right] \\ &= e^{-\lambda p^2 t}\cos(px) \end{aligned} \tag{1.2.14}$$

となります．ただし，$z_\pm = x \pm 2i\lambda pt$と変数変換しました．したがって，

$$f(x,t) = e^{-\lambda p^2 t}\cos(px) \tag{1.2.15}$$

であり，tを固定したときの$f(x,t)$の最大値は

$$x = \frac{2\pi n}{p} \quad \text{(ただし，nは整数)のとき，} \qquad f_{\max} = e^{-\lambda p^2 t} \tag{1.2.16}$$

です．

2　物理パート

第1問

1. Schrödinger方程式は
$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\mathrm{d}^2\psi(x)}{\mathrm{d}x^2}=E\psi(x) \tag{2.1.1}$$
なので，$k\equiv\sqrt{2mE/\hbar^2}$とおけば
$$\psi(x)=Ce^{+ikx} \tag{2.1.2}$$
が解です．境界条件$\psi(x)=\psi(x+2\pi L)$が任意の点について成立しているから
$$e^{2\pi ikL}=1 \tag{2.1.3}$$
です．したがって，
$$2\pi ik_nL=2\pi n \quad (n\in\mathbb{Z}) \tag{2.1.4}$$
となるので
$$E_n=\frac{\hbar^2}{2mL^2}n^2 \tag{2.1.5}$$
と量子化されます．
また，縮退については，波動関数が
$$\psi_n(x)=C\exp\left[+i\frac{n}{L}x\right] \tag{2.1.6}$$
となることから
$$\begin{cases} n=0 \text{ のとき，} & \text{縮退なし．} \\ n\neq 0 \text{ のとき，} & \psi_{-n}(x)\text{と}\psi_n(x)\text{が独立なので，2重に縮退している．}(E_n=E_{-n}) \end{cases} \tag{2.1.7}$$
です．

2. Schrödinger方程式
$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\mathrm{d}^2\psi(x)}{\mathrm{d}x^2}+\frac{\hbar^2v}{2m}\delta(x)=E\psi(x) \tag{2.1.8}$$
の両辺を原点付近$x\in(-\varepsilon,+\varepsilon)$で積分すれば
$$-\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{\mathrm{d}\psi(+\varepsilon)}{\mathrm{d}x}-\frac{\mathrm{d}\psi(-\varepsilon)}{\mathrm{d}x}\right)=\int_{-\varepsilon}^{+\varepsilon}\left(E-\frac{\hbar^2v}{2m}\delta(x)\right)\psi(x)\mathrm{d}x \tag{2.1.9}$$
です．$\varepsilon\to 0$の極限を考えれば，Eの積分は消えて
$$\psi'(+0)-\psi'(-0)=v\psi(0) \tag{2.1.10}$$
となります．

3. 自由場のSchrödinger方程式を満たすことは計算すればすぐに分るでしょう．
$x=0$における接続条件は$\psi(0)=\psi(2\pi L)$です．よって，$1+A=e^{2\pi\kappa L}+Ae^{-2\pi\kappa L}$であり，
$$A=e^{2\pi\kappa L} \tag{2.1.11}$$

です．したがって，波動関数は

$$\psi(x) = e^{\kappa x} + e^{2\pi\kappa L}e^{-\kappa x} \tag{2.1.12}$$

であり，境界条件は前問の結果を用いて

$$\kappa(1 - e^{2\pi\kappa L}) - \kappa(e^{2\pi\kappa L}) = v(1 + e^{2\pi\kappa L}) \tag{2.1.13}$$

です．よって

$$v = -2\kappa\tanh(\pi\kappa L) \tag{2.1.14}$$

がもとめる関係です．グラフは略．

4. 今回はe^{ikx}で展開できるので，前問と同様にして

$$\psi(x) = e^{+ikx} + Be^{-ikx} \tag{2.1.15}$$

としましょう．境界条件$\psi(0) = \psi(2\pi L)$を課すと，

$$B = e^{2\pi ikL} \tag{2.1.16}$$

ともとまります．したがって，同様の計算をすれば

$$v = 2k\tan(\pi kL) \tag{2.1.17}$$

です[*2]．

5. 波動関数(2.1.15)

$$\psi(x) = \sqrt{\frac{k}{4\pi kL + \sin(2\pi kL)}}(e^{+ikx} + e^{2\pi ikL}e^{-ikx}) \tag{2.1.18}$$

と規格化できるので，摂動の1次は

$$\begin{aligned} E^{(1)} &= \frac{\hbar^2 v}{2m}\cdot\frac{k}{4\pi kL + \sin(2\pi kL)}\int_0^{2\pi L}(1 + e^{-2\pi kL})\delta(x)(1 + e^{2\pi kL})\mathrm{d}x \\ &= \frac{\hbar^2 kv}{m}\cdot\frac{1 + \cos(2\pi kL)}{4\pi kL + \sin(2\pi kL)} \end{aligned} \tag{2.1.19}$$

です[*3]．

[*2] 問題文の「ポテンシャルエネルギーの影響を受けない解もあることに留意せよ」というのは，波動関数がe^{+ikx}とe^{-ikx}で展開できるということを意味しているように思います．基本的に自由場の解は$\psi(x) = e^{\pm ikx}$と書けますが，それは波が1方向にしか進まないからです．しかしながら，ポテンシャルの存在によって，進行波と後退波が入り混じることになり，波動関数が(2.1.15)の形で書けるようになります．おそらく，このことを言いたかったのだと思っています．

[*3] $v < 0$のときは

第2問

1. Lについての帰納法で示しましょう．$L+x+1$が奇数なら，$L+x-1$も奇数なので$C(x-1,L), C(x+1,L)$も0．$L+x+1$が偶数なら

$$\begin{aligned}
C(x,L+1) &= \frac{L!}{\underbrace{\left(\frac{L-x+1}{2}\right)!}_{\frac{L-x+1}{2}\left(\frac{L-x-1}{2}\right)!}\left(\frac{L+x-1}{2}\right)!} + \frac{L!}{\left(\frac{L-x-1}{2}\right)!\underbrace{\left(\frac{L+x+1}{2}\right)!}_{\frac{L+x+1}{2}\left(\frac{L+x-1}{2}\right)!}} \\
&= \frac{\frac{L+x+1}{2}+\frac{L-x+1}{2}}{\left(\frac{L+-x+1}{2}\right)!\left(\frac{L+x+11}{2}\right)!}L! = \frac{(L+1)!}{\left(\frac{L+-x+1}{2}\right)!\left(\frac{L+x+11}{2}\right)!} \qquad (2.2.1)
\end{aligned}$$

で，確かに成立しています．

2. 式(1)の両辺に代入すれば

$$\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} e^{ikx}\tilde{C}(k,L+1)\mathrm{d}k = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} e^{ikx}\left[e^{-ik}\tilde{C}(k,L)+e^{+ik}\tilde{C}(k,L)\right]\mathrm{d}k \qquad (2.2.2)$$

となるので

$$\tilde{C}(k,L+1) = 2\cos k\tilde{C}(k,L) \qquad (2.2.3)$$

です．

3. $L=0$のときは，$x=0$のときのみなので

$$C(x,0)=\delta(x) \qquad (2.2.4)$$

です．ただし，$\delta(x)$は$x=0$のときが1で，その他のxでは0．したがって，

$$\tilde{C}(k,0) = \sum_{x=-\infty}^{\infty} e^{-ikx}C(x,0) = 1 \qquad (2.2.5)$$

が初期条件です．よって，前問より

$$\tilde{C}(k,L) = (2\cos k)^L\tilde{C}(k,0) = (2\cos k)^L \qquad (2.2.6)$$

です．

4. $\log\tilde{C}$を計算してみると

$$\log\tilde{C}(k,L) = L\log 2 + L\log\cos k \qquad (2.2.7)$$

です．$f(k)\equiv\log\cos k$とおいて，展開すると

$$f(k)\sim -\frac{1}{2}k^2 \qquad (2.2.8)$$

となるので，

$$\tilde{C}(k,L)\sim 2^L e^{-k^2/2} \qquad (2.2.9)$$

で計算します．今，kが小さいので積分範囲は$\pi \sim \infty$で近似してよいでしょう．よって

$$C(x) \sim \frac{2^L}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} e^{ikx-k^2/2}\mathrm{d}k = \frac{2^L}{\sqrt{2\pi L}}e^{-x^2/2L} \tag{2.2.10}$$

となります．

5. 系のエネルギーは$U=-qEx$です．分配関数は取りうる場合の数を足し上げることに気をつければ

$$Z = \sum_{x=-L}^{L} C(x,L)e^{\beta qEx} \tag{2.2.11}$$

です．これをさらに計算しましょう．式(2)を用いれば

$$Z = \sum_{x=-L}^{L} \frac{L!}{\left(\frac{L-x}{2}\right)!\left(\frac{L+x}{2}\right)!}e^{\beta qEx} \tag{2.2.12}$$

と書けますが，$L+x$が偶数だということが分かれば$n \equiv (L+x)/2$とおいて$n=0,\cdots,L$の総和に変換することができます．すると，$x=2n-L$なので

$$Z = e^{-\beta qEL}\sum_{n=0}^{L} \frac{L!}{(L-n)!n!}e^{2\beta qEn} \tag{2.2.13}$$

です．ここで，2項定理が使えることに気がつければ

$$Z = e^{-\beta qEL}(1+e^{2\beta qE})^L = (2\cosh(\beta qE))^L \tag{2.2.14}$$

となります．

6. xの期待値は

$$\langle x\rangle = \frac{1}{Z}\sum_{x=-L}^{L} xC(x,L)e^{\beta qEx} = \frac{1}{Z}\cdot\frac{1}{\beta q}\frac{\partial}{\partial E}\left(\sum_{x=-L}^{L} C(x,L)e^{\beta qEx}\right) = \frac{1}{\beta q}\frac{\partial}{\partial E}\log Z \tag{2.2.15}$$

と書けるので，

$$\langle x\rangle = \frac{Lk_BT}{q}\frac{\partial}{\partial E}\log\cosh(\beta qE) = L\tanh\left(\frac{qE}{k_BT}\right) \tag{2.2.16}$$

です．

7. $\langle x^2\rangle$は

$$\langle x^2\rangle = \frac{1}{Z}\sum_{x=-L}^{L} x^2C(x,L)e^{\beta qEx} \tag{2.2.17}$$

ですが，一方で$\langle x\rangle$をEで微分してみると

$$\begin{aligned}\frac{\partial\langle x\rangle}{\partial E} &= \frac{\partial}{\partial E}\left[\frac{1}{Z[E]}\sum_{x=-L}^{L} xC(x,L)e^{\beta qEx}\right]\\ &= -\frac{Z'[E]}{Z^2[E]}\sum_{x=-L}^{L} xC(x,L)e^{\beta qEx} + \frac{q}{k_BT}\cdot\frac{1}{Z[E]}\sum_{x=-L}^{L} x^2C(x,L)e^{\beta qEx}\\ &= -\frac{Z'[E]}{Z[E]}\langle x\rangle + \frac{q}{k_BT}\langle x^2\rangle \end{aligned} \tag{2.2.18}$$

となります．$E=0$とすると，$\langle x\rangle=0$となるので，

$$\left\langle x^2\right\rangle_{E=0}=\frac{k_BT}{q}\left.\frac{\partial\langle x\rangle}{\partial E}\right|_{E=0} \tag{2.2.19}$$

となります．よって，比例定数はk_BT/qです．

第3問

1. 電場Eについては荷電粒子群は単位長さあたりq/aの電荷をもつ導体だとみなせます．したがって，単位長さの円筒を考えて，ガウスの法則を適用すれば
$$2\pi x \cdot E_x = \frac{q}{\varepsilon_0 a} \tag{2.3.1}$$
であり，電場は
$$\boldsymbol{E} = \left(\frac{q}{2\pi\varepsilon_0 xa}, 0, 0\right) \tag{2.3.2}$$
です．磁場Bについては，電流密度$\boldsymbol{j} = qv_z/a$の電流とみなせるので，直線電流が距離xの位置に作る電流を考えて
$$\boldsymbol{B} = \left(0, \frac{\mu_o qv_z}{2\pi xa}, 0\right) \tag{2.3.3}$$
となります．
2. $t = 0$で$z = 0, a$にある荷電粒子をローレンツ変換してみると$z' = 0, \gamma a$に移るのでOK[*4]．
3. 電荷はz軸上で静止しているので，電場だけが存在して
$$\boldsymbol{E}' = \left(\frac{q}{2\pi\varepsilon_0\gamma a} \cdot \frac{x'}{(x'^2 + y'^2)}, \frac{q}{2\pi\varepsilon_0\gamma a} \cdot \frac{y'}{x'^2 + y'^2}, 0\right),\ \boldsymbol{B}' = (0, 0, 0) \tag{2.3.4}$$
です．
4. 前問の結果を代入すれば
$$\begin{aligned}(E_x, E_y, E_z) &= \left(\frac{q}{2\pi\varepsilon_0 a} \cdot \frac{x}{x^2 + y^2}, \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 a} \cdot \frac{y}{x^2 + y^2}, 0\right)\\ (B_x, B_y, B_z) &= \left(-\frac{\mu_0 qv_z}{2\pi a} \cdot \frac{y}{x^2 + y^2}, \frac{\mu_0 qv_z}{2\pi a} \cdot \frac{x}{x^2 + y^2}, 0\right)\end{aligned} \tag{2.3.5}$$
となります．$y = 0$とすれば設問1と一致．
5. 原点で静止しているので
$$\boldsymbol{E}' = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r'^3}(x', y', z'),\ \boldsymbol{B}' = 0 \tag{2.3.6}$$
です．
6. 設問4と同様の計算をすれば
$$\begin{aligned}(E_x, E_y, E_z) &= \frac{\gamma q}{2\pi\varepsilon_0(x^2 + y^2 + \gamma^2(z - v_z t)^2)^{3/2}}(x, y, z - v_z t)\\ (B_x, B_y, B_z) &= \frac{\gamma\mu_0 qv_z}{4\pi(x^2 + y^2 + \gamma^2(z - v_z t)^2)^{3/2}}(-y, x, 0)\end{aligned} \tag{2.3.7}$$
となります．よって，$y, z = 0$とすれば
$$\begin{aligned}(E_x, E_y, E_z) &= \frac{\gamma q}{2\pi\varepsilon_0(x^2 + (\gamma v_z t)^2)^{3/2}}(x, 0, -v_z t)\\ (B_x, B_y, B_z) &= \frac{\gamma\mu_0 qv_z}{4\pi(x^2 + (\gamma v_z t)^2)^{3/2}}(0, x, 0)\end{aligned} \tag{2.3.8}$$
です．

[*4] もっと一般に示すことはできると思います．