卒論 中間発表 2

磁化トーラス上にコンパクト化した超対称模型におけるモジュライ固定

宮根 一樹

2024 年 1 月 16 日

目次

1 イントロダクション

素粒子標準模型

- 実験でよく結果が確認されている
- $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ のゲージ理論
- 物質場は 3 世代
- 物質の左右が非対称 $\rightarrow$ カイラルな理論

標準模型の問題点

- 重力が含まれていない
- 世代間の質量階層性

など

$\longrightarrow$ 高次元時空モデルの考案

e.g. 超弦理論

- 重力を含む
- 10 次元で無矛盾な理論

現実的なモデルを得るためには

- 余剰次元を観測できないほどにコンパクト化
- カイラリティやゲージ群，質量や結合定数などを再現

1 イントロダクション

コンパクト化

- 超弦理論では 10 次元時空 (4 次元ミンコフスキー $+$ 6 次元余剰次元)
- その低エネルギー有効理論は 10 次元の場の理論

e.g. ヤン・ミルズ理論の結合定数 (詳しい理論は後述)

$$\int \mathrm{d}^{10}X\sqrt{-G}\,\frac{1}{g^2}\,\mathrm{Tr}\left[-\frac{1}{4}F^{MN}F_{MN}\right]$$
$$= \int \mathrm{d}^4x \underbrace{\left(\int \mathrm{d}^6y\sqrt{-G}\,\frac{1}{g^2}\right)}_{\equiv 1/g_{4D}^2}\mathrm{Tr}\left[-\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu}\right] + (\cdots)$$

$\longrightarrow$ 余剰次元の形が 4 次元のゲージ結合定数などを決定

1 イントロダクション

- 10 次元時空の計量

$$\boldsymbol{G_{MN}(x) = \begin{pmatrix} g_{\mu\nu}(x) & * \\ * & G_{mn}(x) \end{pmatrix}}$$

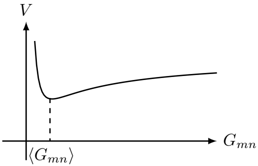
- $\boldsymbol{G_{mn}(x)}$：4 次元でのスカラー場 (モジュライという)
- モジュライの真空期待値はポテンシャルで決定 $\longrightarrow$ モジュライ固定

余剰次元の形はダイナミカルな場

$$\boldsymbol{G_{mn}(x)}$$

$$\downarrow$$

真空期待値になる $\boldsymbol{\langle G_{mn} \rangle}$



1 イントロダクション

[1] H. Abe, T. Kobayashi, H. Ohki, and K. Sumita, Nuclear Physics B (2012).
[2] H. Abe, T. Kobayashi, K. Sumita, and S. Uemura, Physical Review D (2017).
[3] H. Abe, T. Higaki, T. Kobayashi, and Y. Omura, Physical Review D (2007).

先行研究

- 標準模型が再現されるようなモデル →[1, 2]
- モジュライ固定ができているモデル →[3]

卒業研究

標準模型が再現されうるモデルでのモジュライ固定は？

2.1 超対称ヤン・ミルズ理論

10 次元超対称ヤン・ミルズ理論 (10D SYM)

- 作用

$$S = \int \mathrm{d}^{10} X \sqrt{-G} \frac{1}{g^2} \mathrm{Tr} \left[-\frac{1}{4} F^{MN} F_{MN} + \frac{i}{2} \bar{\lambda} \Gamma^M D_M \lambda \right]$$

- あらわれている記号

g：結合定数，G_{MN}：10 次元での計量 $M, N = 0, 1, \cdots, 9$

$F_{MN} = \partial_M A_N - \partial_N A_M - i[A_M, A_N]$: 場の強度,

$D_M \lambda = \partial_M \lambda - i[A_M, \lambda]$: 共変微分，これで局所ゲージ不変に,

λ: マヨラナ・ワイル $\rightarrow$ 10 次元で中性 + カイラリティーが正.

- ベクトル場 A_M，スピノル場 λ はそれぞれゲージ群のアジョイント表現の添え字をもつ

$\longrightarrow$ トレース Tr はその行列の添え字について

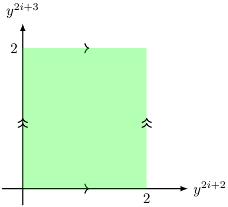
- ボゾンとフェルミオンの対称性 (超対称性) をもつ

[4] N. Arkani-Hamed, T. Gregoire, and J. Wacker, Journal of High Energy Physics (2002).
[1] H. Abe, T. Kobayashi, H. Ohki, and K. Sumita, Nuclear Physics B (2012).

2.2 トーラスコンパクト化

- 10 次元ミンコフスキー空間 (x^μ, y^m) $\mu = 0, \cdots, 3,\ m = 4, \cdots, 9$
- トーラス T^2 を実現する境界条件：

$$y^{2i+2} \sim y^{2i+2} + 2 \ \& \ y^{2i+3} \sim y^{2i+3} + 2 \quad (i = 1, 2, 3)$$



- 余剰次元の形

$$g^{(i)} = (2\pi R_i)^2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$ ：トーラスの計量

$\longrightarrow R_i$ が余剰次元の形を決定

2.2 トーラスコンパクト化

[4] N. Arkani-Hamed, T. Gregoire, and J. Wacker, Journal of High Energy Physics (2002).
[1] H. Abe, T. Kobayashi, H. Ohki, and K. Sumita, Nuclear Physics B (2012).
[2] H. Abe, T. Kobayashi, K. Sumita, and S. Uemura, Physical Review D (2017).

- 余剰次元方向の座標 y^m を複素座標 z^i に取りなおし

$$(y_4, y_5) \to (z_1, \bar{z}_1),\ (y_6, y_7) \to (z_2, \bar{z}_2),\ (y_8, y_9) \to (z_3, \bar{z}_3)$$

例えば，座標やゲージ場

$$\begin{cases} z^1 \equiv \frac{1}{2}(y^4 + iy^5) \\ \tilde{A}_1 \equiv iA_4 + A_5 \end{cases}$$

z^2, z^3 や $\tilde{A}_2, \tilde{A}_3$ も同様に定義

以後，$\tilde{A}_i$ を A_i と書く

- z^i での境界条件：$z^i \sim z^i + 1$ & $z^i \sim z^i + i$
- 独立なトーラス T^2 が 3 つ $\longrightarrow T^2 \times T^2 \times T^2$

2.2 トーラスコンパクト化

[4] N. Arkani-Hamed, T. Gregoire, and J. Wacker, Journal of High Energy Physics (2002).
[1] H. Abe, T. Kobayashi, H. Ohki, and K. Sumita, Nuclear Physics B (2012).
[2] H. Abe, T. Kobayashi, K. Sumita, and S. Uemura, Physical Review D (2017).

- 余剰次元方向の座標 y^m を複素座標 z^i に取りなおし

$$(y_4, y_5) \to (z_1, \bar{z}_1),\ (y_6, y_7) \to (z_2, \bar{z}_2),\ (y_8, y_9) \to (z_3, \bar{z}_3)$$

例えば，座標やゲージ場

$$\begin{cases} z^1 \equiv \dfrac{1}{2}(y^4 + iy^5) \\ \tilde{A}_1 \equiv iA_4 + A_5 \end{cases} \qquad z^2, z^3 \text{ や } \tilde{A}_2, \tilde{A}_3 \text{ も同様に定義}$$

以後，$\tilde{A}_i$ を A_i と書く

- z^i での境界条件：$z^i \sim z^i + 1$ & $z^i \sim z^i + i$
- 独立なトーラス T^2 が 3 つ $\longrightarrow T^2 \times T^2 \times T^2$

$$\mathcal{A}^{(i)} = (2\pi R_i)^2 \quad \text{：} i \text{ 番目のトーラスの面積}$$

$\langle T_i \rangle \equiv \mathcal{A}^{(i)}$ となるようなダイナミカルな場 T_i をモジュライとよぶ

2.3 D-term ポテンシャル

- 10D SYM の作用から

$$V^{(D)} \equiv \mathrm{Tr}\left[\left(\frac{1}{\mathcal{A}^{(1)}}F_{45} + \frac{1}{\mathcal{A}^{(2)}}F_{67} + \frac{1}{\mathcal{A}^{(3)}}F_{89}\right)^2\right] \times \prod_{i=1,2,3} \mathcal{A}^{(i)}$$

今回考えるポテンシャル $\longrightarrow$ D-term ポテンシャル

(ポテンシャルにはまだ別の項が → 次の真空期待値で消えるので無視)

- ベクトル場の真空期待値

$$\langle A_i \rangle_{ab} \equiv \pi M_{ab}^{(i)} \bar{z}^i,\ M_{ab}^{(i)} = \begin{pmatrix} M_1^{(i)} & 0 \\ 0 & M_2^{(i)} \end{pmatrix}$$

  - $M_a^{(i)}$ は整数
  - $M^{(i)}$ は i 番目のトーラス上の磁場

$$\rightarrow\ F_{45} = \pi M^{(1)}, F_{67} = \pi M^{(2)}, F_{89} = \pi M^{(3)}$$

2.3 D-term ポテンシャル

- 背景磁場があるときの D-term ポテンシャル

$\rightarrow \mathcal{A}^{(i)}$ をダイナミカルな場 T_i に

$$V^{(D)} = \sum_{a=1,2} \left(\sum_{i=1,2,3} \frac{\pi M_a^{(i)}}{T_i} \right)^2 \times \prod_{i=1,2,3} T_i$$

- 真空期待値 $\langle T_i \rangle$ が満たす条件：

$$\partial_{T_i} V^{(D)} = 0 \quad (\text{for } i = 1, 2, 3) \longrightarrow \sum_{i=1,2,3} \frac{\pi M_a^{(i)}}{\langle T_i \rangle} = 0 \quad (a = 1, 2)$$

- $V^{(D)}$ を真空期待値 $\langle T_i \rangle$ のまわりで展開

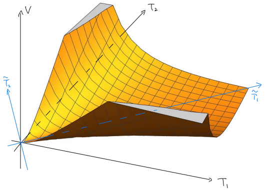
$$V^{(D)} = V^{(D)} \Big|_0 + \frac{1}{2} \underbrace{\partial_{T_r} \partial_{T_{r'}} V^{(D)} \Big|_0}_{\equiv V_{rr'}} \delta T_r \delta T_{r'} + \mathcal{O}(\delta T^3)$$

$\delta T_r \equiv T_r - \langle T_r \rangle$ & $\cdot \,\big|_0$ は真空期待値を代入

$\longrightarrow \delta T_r$ の 2 次の項を対角化　　$V_{rr'}$ の固有値はモジュライの質量

対角化を実行 $\to$ 対角化行列を $\boldsymbol{P}$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{0} & & \\ & \boldsymbol{m_2^2} & \\ & & \boldsymbol{m_3^2} \end{pmatrix} \equiv \boldsymbol{P^T(V_{rr'})P}$$



$\boldsymbol{m_2, m_3}$ はモジュライの質量

($\boldsymbol{V_{rr'}}$ の固有値)

- 対角化された基底 $\boldsymbol{\delta\tilde{T}_i (= \sum (P^T)_{ij} \delta T_j)}$

$$\boldsymbol{\frac{1}{2} V_{rr'} \delta T_r \delta T_{r'} \to \frac{1}{2} m_2^2 \delta\tilde{T}_2^2 + \frac{1}{2} m_3^2 \delta\tilde{T}_3^2}$$

- 固有値が 0 の方向は $\boldsymbol{\delta\tilde{T}_1} \equiv \boldsymbol{\tilde{T}}$ (以後，揺らぎをそのまま場とみなす)
- パラメター
  - $\boldsymbol{M_a^{(i)}}$：磁場 6 つ $\to$ 標準模型を再現するような値
  - $\boldsymbol{\langle T_1 \rangle}$：(対角化前の基底の) モジュライの真空期待値 $\to$ 超重力理論で値を決定

3.1 超重力理論とポテンシャル

今後の動機

D-term では残りのモジュライの真空期待値 $\langle T_1 \rangle$ を決定できない

$\downarrow$

4 次有効理論のポテンシャルで決定

4 次元超重力理論

- 超対称性によって，ポテンシャルが強く制限

  $\rightarrow$ スーパーポテンシャル W，ケーラーポテンシャル K

$$\begin{cases} W = w_0 - \sum_r A_r e^{-a_r T_r} - \sum_r B_r e^{-b_r T_r} X \\ K = -\sum_r \ln\left(T_r + \bar{T}_r\right) + |X|^2 \end{cases}$$

- T_r $(r = 1, 2, 3)$ はモジュライ．X は複素スカラー場．
- w_0, A_r, a_r, B_r, b_r は，背景理論で決まってくる実数パラメター．

[3] H. Abe, T. Higaki, T. Kobayashi, and Y. Omura, Physical Review D (2007).
[5] H. Abe, T. Higaki, and T. Kobayashi, Physical Review D (2007).

3.2 モジュライ固定の方法

一般論

- スーパーポテンシャル W とケーラーポテンシャル K

  $\longrightarrow$ スカラーポテンシャル (F-term ポテンシャル)

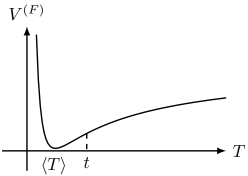
$$V^{(F)} \equiv e^{K}(K^{I\bar{J}}(D_I W)(D_{\bar{J}}\bar{W}) - 3|W|^2)$$

$$D_I W \equiv W_I + K_I W \quad (I = X, T)$$

$$f_I \equiv \partial_I f,\ K^{I\bar{J}} \text{ は } K_{I\bar{J}} \text{ の逆行列}$$

- $V^{(F)}$ の最小値を実現する T, X は？

  $\longrightarrow$ その点にモジュライ T が固定



- ポテンシャルの最小をどのように特定するか？
  - 解析的には難しい $\longrightarrow$ 参照点を利用すると解析的に
  - 超対称性が保たれる点がポテンシャルの最小になりやすい

3.2 モジュライ固定の方法

- 参照点 (t, x)

$$D_T W \Big|_0 = 0,\ V_X^{(F)} \Big|_0 = 0 \quad (\cdot|_0 \text{ は } (T, X) = (t, x) \text{ の代入})$$

$$(D_T W = 0 \longrightarrow \text{超対称性が保たれている})$$

- ポテンシャル $V^{(F)}$ を参照点からの揺らぎ $\delta T, \delta X$ で展開

$$V^{(F)} = V^{(F)} \Big|_0 + V_T^{(F)} \Big|_0 \delta T + V_{\bar{T}}^{(F)} \Big|_0 \delta \bar{T} + V_X^{(F)} \Big|_0 \delta X + \cdots + \frac{1}{2} V_{TT}^{(F)} \Big|_0 \delta T^2 + \frac{1}{2} V_{XX}^{(F)} \Big|_0 \delta X^2 + \cdots + \mathcal{O}(\delta T^3, \delta X^3)$$

- $V_{\delta T}, V_{\delta \bar{T}}, V_{\delta X}, V_{\delta \bar{X}} = 0 \longrightarrow \delta T, \delta \bar{T}, \delta X, \delta \bar{X}$ の値を決定

$$\downarrow$$

$\dfrac{\delta T}{t} \ll 1,\ \dfrac{\delta X}{x} \ll 1$ であれば，参照点による近似が有効

3.2 モジュライ固定の方法

先行研究 [5]

ポテンシャル

$$W = w_0 - Ae^{-aT} - Be^{-bT}X,\ K = -3\ln\left(\tilde{T} + \bar{\tilde{T}}\right) + |X|^2$$

のパラメーターが

$$|a|, |b| \sim 4\pi^2,\ A \sim 1 \quad (B, w_0 \ll 1\,?\,)$$

$$\downarrow$$

$$\langle X \rangle = \sqrt{3} - 1,\ \langle T \rangle = \mathcal{O}(1)$$

$$\frac{\delta T}{t} \sim \frac{1}{b^3} \ll 1,\ \frac{\delta X}{x} \sim \frac{1}{b^2} \ll 1$$

$\longrightarrow$ 参照点による近似が有効

3.3 具体的なモデルへの適用

今後の話

先行研究を適用 $\rightarrow$ 決まらなかったモジュライ $\langle T_1 \rangle$ を決定

- <u>取り扱いたいモデル</u>

  スーパーポテンシャル W，ケーラーポテンシャル K

$$\begin{cases} W = w_0 - \sum_r A_r e^{-a_r T_r} - \sum_r B_r e^{-b_r T_r} X \\ K = -\sum_r \ln\left(T_r + \bar{T}_r\right) + |X|^2 \end{cases}$$

- $T_r \rightarrow \tilde{T}_r$ へ　$T_r = \sum P_{rs} \tilde{T}_s$
- 例えば，A_r の項

$$A_r e^{-a_r T_r} = A_r e^{-a_r (P_{r2}\tilde{T}_2 + P_{r3}\tilde{T}_3)} \cdot e^{-a_r P_{r1} \tilde{T}_1}$$

3.3 具体的なモデルへの適用

ここで次の仮定

- $\tilde{T}_1 \equiv \tilde{T}$ は軽いモジュライ → ダイナミカルな場のまま
- $\tilde{T}_2, \tilde{T}_3$ は質量が分かっている重いモジュライ
  → 真空期待値で評価する ($\tilde{T}_2, \tilde{T}_3 \to \langle \tilde{T}_2 \rangle, \langle \tilde{T}_3 \rangle = 0$)

- つまり $A_r e^{-a_r T_r} \to A_r e^{-a_r P_{r1} \tilde{T}}$ で評価.
- スーパーポテンシャル W とケーラーポテンシャル K

$$\begin{cases} W = w_0 - \sum_r A_r e^{-a_r P_{r1} \tilde{T}} - \sum_r B_r e^{-b_r P_{r1} \tilde{T}} X \\ K = -3 \ln\left(\tilde{T} + \bar{\tilde{T}}\right) + |X|^2 + \text{const.} \end{cases}$$

(定数は今回の議論にはあまり影響がないので無視)

3.3 具体的なモデルへの適用

- モジュライを固定したい理論

$$\begin{cases} W = w_0 - \sum_r A_r e^{-a_r P_{r1}\tilde{T}} - \sum_r B_r e^{-b_r P_{r1}\tilde{T}} X \\ K = -3\ln\left(\tilde{T} + \bar{\tilde{T}}\right) + |X|^2 \end{cases}$$

- A_r, B_r

i 番目のトーラス上のブレーンの非摂動効果 [6]

$$|a|, |b| \sim 4\pi^2,\ A \sim 1 \quad (B, w_0 \ll 1\,?\ \leftarrow \text{前のスライドと同じ理由})$$

1. $A_r = (A, 0, 0),\ B_r = (B, 0, 0) \to P_{11}$
2. $A_r = (0, A, 0),\ B_r = (0, B, 0) \to P_{21}$
3. $A_r = (0, 0, A),\ B_r = (0, 0, B) \to P_{31}$

e.g. $A_r = (A, 0, 0),\ B_r = (B, 0, 0)$ のとき

$$W = w_0 - Ae^{-a_1 P_{11}\tilde{T}} - Be^{-b_1 P_{11}\tilde{T}} X$$

(c.f. 先行研究 $W = w_0 - Ae^{-aT} - Be^{-bT}X, \quad a, b \sim 4\pi^2$)

3.3 具体的なモデルへの適用

[1] H. Abe, T. Kobayashi, H. Ohki, and K. Sumita, Nuclear Physics B (2012).
[2] H. Abe, T. Kobayashi, K. Sumita, and S. Uemura, Physical Review D (2017).

磁場

標準模型を再現しうる磁場

- パターン 1(トーラス)[1]

$$\boldsymbol{M^{(1)}} = \begin{pmatrix} \mathbf{3} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{3} \end{pmatrix}, \ \boldsymbol{M^{(2)}} = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix}, \ \boldsymbol{M^{(3)}} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{pmatrix}$$

- パターン 2(オービフォールド)[2]

$$\boldsymbol{M^{(1)}} = \begin{pmatrix} \mathbf{7} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{-7} \end{pmatrix}, \ \boldsymbol{M^{(2)}} = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix}, \ \boldsymbol{M^{(3)}} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{-1} \end{pmatrix}$$

3.3 具体的なモデルへの適用

単位系は $M_{Pl} = 1 \sim 10^{19}$ GeV

<u>パターン 1 の場合</u>

- $P_{11} \sim -0.904,\ P_{21} \sim 0.302,\ P_{31} \sim 0.301$

$$\downarrow$$

$P_{11} < 0,\ P_{21},\ P_{31} \neq \mathcal{O}(1) \implies$ 先行研究の適用は難しい

[5] H. Abe, T. Higaki, and T. Kobayashi, Physical Review D (2007).
[7] K. Choi, K. S. Jeong, and K.-i. Okumura, Journal of High Energy Physics (2005).

3.3 具体的なモデルへの適用

パターン 2 の場合

- $P_{11} \sim 0.9804,\ P_{21} \sim 0.140,\ P_{31} \sim 0.140 \to A_r = (A, 0, 0)$

$$\downarrow \text{先行研究を適用}$$

$$\langle \tilde{T} \rangle \sim \mathcal{O}(1) \to \ \langle T_1 \rangle \sim 1.020 \times \mathcal{O}(1)$$

- $m_2^{(D)},\ m_3^{(D)} \sim 11,\ m_T = -e^{K/2} K^{T\bar{T}} W_{TT} \sim 10^{-15}$

$$\longrightarrow m_2^{(D)}, m_3^{(D)} \gg m_T$$

$$m_{3/2} = e^{K/2} W \sim 0.398,\ F^T = -e^{K/2} K^{T\bar{J}} D_{\bar{J}} \bar{W} \sim 0.231$$

$$\longrightarrow F^T \overset{?}{\sim} 0$$

- アノマリー仲介とモジュライ仲介の比 [7]

$$\alpha = \frac{m_{3/2}}{\ln(1/m_{3/2})} \cdot \frac{T + \bar{T}}{F^T} \sim 4.123 \overset{?}{=} \mathcal{O}(1)$$

4 まとめと展望

- まとめ
  - 標準理論を再現しうるモデルにおけるモジュライ固定を議論
  - 固定されたモジュライ $\to$ 現象論的に重要な値を計算
- 展望
  - モジュライ固定の計算 $\longrightarrow$ 今回は先行研究 [3, 5] の結果をそのまま用いた
  - 別の A_r のパターン
    - $A_r = (A_1, A_2, 0)$：レーストラック
    - $A_r = (A_1, A_2, A_3)$
  - ISS-KKLT モデルでの議論も

参考文献

[1] H. Abe, T. Kobayashi, H. Ohki, and K. Sumita, *Superfield description of 10D SYM theory with magnetized extra dimensions,* 2012.
Nuclear Physics B **863** (2012) 1–18, arxiv:1204.5327 [hep-ph, physics:hep-th].

[2] H. Abe, T. Kobayashi, K. Sumita, and S. Uemura, *Kähler moduli stabilization in semi-realistic magnetized orbifold models,* 2017.
Physical Review D **96** (2017) 026019, arxiv:1703.03402 [hep-ph, physics:hep-th].

[3] H. Abe, T. Higaki, T. Kobayashi, and Y. Omura, *Moduli stabilization, F-term uplifting and soft supersymmetry breaking terms,* 2007.
Physical Review D **75** (2007) 025019, arxiv:hep-th/0611024.

[4] N. Arkani-Hamed, T. Gregoire, and J. Wacker, *Higher dimensional supersymmetry in 4D superspace,* 2002.
Journal of High Energy Physics **2002** (2002) 055–055, arxiv:hep-th/0101233.

[5] H. Abe, T. Higaki, and T. Kobayashi, *More about F-term uplifting,* 2007.
Physical Review D **76** (2007) 105003, arxiv:0707.2671 [hep-ph, physics:hep-th].

[6] M. Dine, *Supersymmetry and String Theory: Beyond the Standard Model*.
Cambridge University Press, Cambridge, 2 ed., 2023.
`https://www.cambridge.org/core/books/supersymmetry-and-string-theory/D2945789E71C68C60153D44DF08BAC17`.

[7] K. Choi, K. S. Jeong, and K. Okumura, *Phenomenology of Mixed Modulus-Anomaly Mediation in Fluxed String Compactifications and Brane Models,* 2005.
Journal of High Energy Physics **2005** (2005) 039–039, arxiv:hep-ph/0504037.

参考文献

[8] J. Wess and J. Bagger, *Supersymmetry and Supergravity*. Princeton University Press, Princeton, N.J, 1992.

[9] 柴崎 寿英, 『背景磁場を持つ 10 次元超対称 Yang-Mills 理論におけるゲージ結合に対する量子補正』, Master's thesis, 早稲田大学, 2021.

[10] 中野 隼斗, 『磁化オービフォルド上の 10 次元超対称理論における 4 次元有効ゲージ結合定数の解析』, Master's thesis, 早稲田大学, 2023.

付録

A 対角化行列

$$P_{11} = \frac{(M_1^{(2)} M_2^{(1)} - M_1^{(1)} M_2^{(2)}) \left(M_1^{(3)} M_2^{(2)} - M_1^{(2)} M_2^{(3)}\right)}{(M_1^{(2)} M_2^{(3)} - M_1^{(3)} M_2^{(2)})^2 \sqrt{\left|\frac{(M_1^{(2)} M_2^{(1)} - M_1^{(1)} M_2^{(2)})\left(M_1^{(3)} M_2^{(2)} - M_1^{(2)} M_2^{(3)}\right)}{(M_1^{(2)} M_2^{(3)} - M_1^{(3)} M_2^{(2)})^2}\right|^2 + \left|\frac{(M_1^{(2)} M_2^{(1)} - M_1^{(1)} M_2^{(2)})\left(\frac{M_1^{(3)} M_2^{(1)} (M_1^{(2)} M_2^{(3)} - M_1^{(3)} M_2^{(2)})^2}{(M_1^{(3)} M_2^{(1)} - M_1^{(1)} M_2^{(3)})^2} - \frac{M_1^{(1)} M_2^{(3)} (M_1^{(2)} M_2^{(3)} - M_1^{(3)} M_2^{(2)})^2}{(M_1^{(3)} M_2^{(1)} - M_1^{(1)} M_2^{(3)})^2}\right)}{(M_1^{(2)} M_2^{(3)} - M_1^{(3)} M_2^{(2)})^2}\right|^2 + 1}}$$

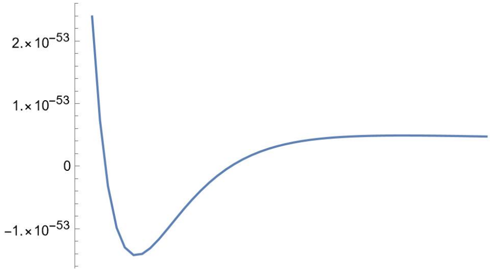
$$P_{21} = -\frac{(M_1^{(2)} M_2^{(1)} - M_1^{(1)} M_2^{(2)}) \left(\frac{M_1^{(3)} M_2^{(1)} (M_1^{(2)} M_2^{(3)} - M_1^{(3)} M_2^{(2)})^2}{(M_1^{(3)} M_2^{(1)} - M_1^{(1)} M_2^{(3)})^2} - \frac{M_1^{(1)} M_2^{(3)} (M_1^{(2)} M_2^{(3)} - M_1^{(3)} M_2^{(2)})^2}{(M_1^{(3)} M_2^{(1)} - M_1^{(1)} M_2^{(3)})^2}\right)}{(M_1^{(2)} M_2^{(3)} - M_1^{(3)} M_2^{(2)})^2 \sqrt{\left|\frac{(M_1^{(2)} M_2^{(1)} - M_1^{(1)} M_2^{(2)})\left(M_1^{(3)} M_2^{(2)} - M_1^{(2)} M_2^{(3)}\right)}{(M_1^{(2)} M_2^{(3)} - M_1^{(3)} M_2^{(2)})^2}\right|^2 + \left|\frac{(M_1^{(2)} M_2^{(1)} - M_1^{(1)} M_2^{(2)})\left(\frac{M_1^{(3)} M_2^{(1)} (M_1^{(2)} M_2^{(3)} - M_1^{(3)} M_2^{(2)})^2}{(M_1^{(3)} M_2^{(1)} - M_1^{(1)} M_2^{(3)})^2} - \frac{M_1^{(1)} M_2^{(3)} (M_1^{(2)} M_2^{(3)} - M_1^{(3)} M_2^{(2)})^2}{(M_1^{(3)} M_2^{(1)} - M_1^{(1)} M_2^{(3)})^2}\right)}{(M_1^{(2)} M_2^{(3)} - M_1^{(3)} M_2^{(2)})^2}\right|^2 + 1}}$$

$$P_{31} = \frac{1}{\sqrt{\left|\frac{(M_1^{(2)} M_2^{(1)} - M_1^{(1)} M_2^{(2)})\left(M_1^{(3)} M_2^{(2)} - M_1^{(2)} M_2^{(3)}\right)}{(M_1^{(2)} M_2^{(3)} - M_1^{(3)} M_2^{(2)})^2}\right|^2 + \left|\frac{(M_1^{(2)} M_2^{(1)} - M_1^{(1)} M_2^{(2)})\left(\frac{M_1^{(3)} M_2^{(1)} (M_1^{(2)} M_2^{(3)} - M_1^{(3)} M_2^{(2)})^2}{(M_1^{(3)} M_2^{(1)} - M_1^{(1)} M_2^{(3)})^2} - \frac{M_1^{(1)} M_2^{(3)} (M_1^{(2)} M_2^{(3)} - M_1^{(3)} M_2^{(2)})^2}{(M_1^{(3)} M_2^{(1)} - M_1^{(1)} M_2^{(3)})^2}\right)}{(M_1^{(2)} M_2^{(3)} - M_1^{(3)} M_2^{(2)})^2}\right|^2 + 1}}$$

B モジュライ固定の例

Polonyi-KKLT モデル

$$W = w_0 - Ae^{-aT} - BX,\ K = -3\ln\left(\tilde{T} + \bar{\tilde{T}}\right) + |X|^2$$



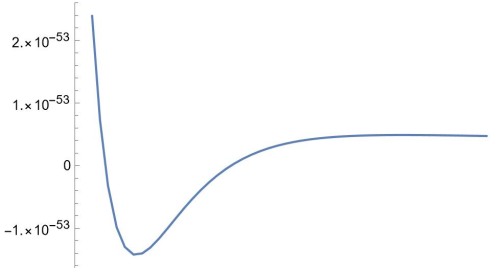
$$w_0 = 10^{-26}, A = 2, B = -10^{-30}, a = 4\pi^2,$$

$$1.6 \leq T \leq 1.8, X = 0.95$$

B モジュライ固定の例

Polonyi-KKLT モデル $+X, T$ の混合

$$W = w_0 - Ae^{-aT} - Be^{-bT}X,\ K = -3\ln\left(\tilde{T} + \bar{\tilde{T}}\right) + |X|^2$$

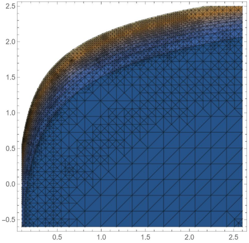


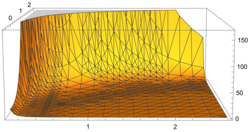
$$w_0 = 10^{-26}, A = 2, B = -10^{-30}, a = 4\pi^2, b = 4\pi^2$$

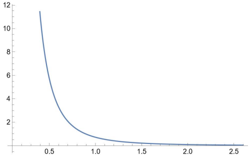
$$1.6 \leq T \leq 1.8, X = 0.95$$

Polonyi-KKLT モデル $+X, T$ の混合

$$W = w_0 - Ae^{-aT} - Be^{-bT}X, \;\; K = -3\ln\left(\tilde{T} + \bar{\tilde{T}}\right) + |X|^2$$







$$w_0 = 10^{-26}, A = 2, B = -0.5, a = 4\pi^2 + 30, b = 4\pi^2$$

$$0.1 \leq T \leq 2.6, X = 0.95$$