

## [レポート課題 1]

注: レポートは電子ファイルで Moodle にアップロードすること。なおファイルの形式は, pdf ファイル, word ファイル, 手書きで書いたものをスキャナで読み込んで pdf ファイルとしたものなどにとすること。締め切りは, 2024 年 5 月 13 日 (月)18 時とする。

空間曲率が  $K$  (定数) の一様等方宇宙において, 質量密度  $\rho$  の非相対論的物質 (圧力 0) が宇宙を支配しているときを考える。時間  $t$  に依存するスケール因子を  $a$  として, 正の定数である宇宙項  $\Lambda$  が存在するときのフリードマン方程式は,

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{Kc^2}{a^2} + \Lambda \quad (0.1)$$

で与えられる。ただし,  $H = \dot{a}/a$  は宇宙の膨張率 (ドットは時間  $t$  による微分),  $G$  は重力定数,  $c$  は光速である。

- (1) 式 (0.1) から, 単位質量 ( $m = 1$  kg) の質点が従う運動方程式 ( $a$  に関する  $t$  についての 2 階微分方程式) を導出せよ。ただし,  $\rho$  の代わりに定数である  $M = 4\pi a^3 \rho/3$  を用いて表し, また  $K$  は答えに含めないこと。
- (2)  $a$  が一定値  $a_*$  ( $> 0$ ) の定常宇宙が実現するための,  $K$  の符号に関する条件を求めよ。さらに,  $a_*$  を  $K, \Lambda, c$  を用いて表せ。
- (3) 設問 (2) の定常宇宙が不安定な釣り合いに相当することを示せ。