Anomalies on orbifolds

Nima Arkani-Hamed, Andrew G. Cohen, Howard Georgi.

Physics Letters B 516 (2001) 395-402, arxiv:hep-th/0103135.

安倍研 M1 宮根一樹

2024 5/7 (火)

読んだ動機

この春休み、QFT や KK 理論をメインに勉強した。

くりこみ、有効作用、(非可換) ゲージ場の (経路積分) 量子化など $\cdots\cdots$。

読んだ動機

この春休み、QFT や KK 理論をメインに勉強した。

くりこみ、有効作用、(非可換) ゲージ場の (経路積分) 量子化など・・・・・・。

その中で、アノマリーを勉強してみたいなと思いました。

(教科書の写真を 2 つ)

一方で、この研究室でも高次元の理論のアノマリーは調べてみたかったけど、良く分かっていなかった部分もある模様。

([2] の写真を)

そこで、高次元のアノマリーに関連しているこの論文を読もうと思った。

Anomalies on orbifolds

Nima Arkani-Hamed (Harvard U.), Andrew G. Cohen (Harvard U.), Howard Georgi (Harvard U.)
Mar, 2001

11 pages
Published in: *Phys.Lett.B* 516 (2001) 395-402
e-Print: hep-th/0103135 [hep-th]
DOI: 10.1016/S0370-2693(01)00946-7
Report number: HUTP-01-A013, BUHEP-01-4, LBNL-47614, UCB-PTH-01-09
View in: AMS MathSciNet, OSTI Information Bridge Server, ADS Abstract Service

pdf cite claim reference search 164 citations

イントロダクション

アノマリー

4 次元の場合のカイラルアノマリーを確認する。

アノマリー

4 次元の場合のカイラルアノマリーを確認する。

ゲージ場 A_μ と結合しているフェルミオン ψ を考える

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\partial\!\!\!/ - m)\psi + e\bar{\psi}\gamma^\mu\psi A_\mu$$

カイラル変換 $\psi \to e^{i\gamma^5\alpha(x)}\psi$ に対するネーターカレントの方程式は

$$\partial_\mu j_5^\mu = 2im\bar{\psi}\gamma^5\psi, \quad j_5^\mu = \bar{\psi}\gamma^\mu\gamma^5\psi$$

しかし、この結果は古典論の結果

$$\boldsymbol{\partial_\mu(\bar{\psi}\gamma^\mu\gamma^5\psi) = 2im\bar{\psi}\gamma^5\psi}$$

しかし、この結果は古典論の結果

$$\partial_\mu(\bar{\psi}\gamma^\mu\gamma^5\psi) = 2im\bar{\psi}\gamma^5\psi$$

量子論の意味では、以下のファインマンダイアグラムの計算をすることと等価
(ファインマンダイアグラムを 2 つほど)

左側のダイアグラムの振幅を計算して位置基底に戻すと

$$\partial_\mu \langle \bar{\psi}\gamma^\mu\gamma^5\psi \rangle = 2im \langle \bar{\psi}\gamma^5\psi \rangle + Q, \quad Q = \frac{e^2}{16\pi^2}\varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma} \langle F_{\mu\nu}F_{\rho\sigma} \rangle$$

この余分な Q は、ゲージ不変性を保って発散を正則化するときに生じる項

この Q をカイラルアノマリーという。

理論にアノマリーがあると、通常の量子論の定式化ができなくなることが知られている [3]。(例えば、S 行列のユニタリティーが保証できない。)

左側のダイアグラムの振幅を計算して位置基底に戻すと

$$\partial_\mu \langle \bar{\psi}\gamma^\mu\gamma^5\psi \rangle = 2im \langle \bar{\psi}\gamma^5\psi \rangle + Q, \quad Q = \frac{e^2}{16\pi^2}\varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma} \langle F_{\mu\nu}F_{\rho\sigma} \rangle$$

この余分な Q は、ゲージ不変性を保って発散を正則化するときに生じる項

この Q をカイラルアノマリーという。

理論にアノマリーがあると、通常の量子論の定式化ができなくなることが知られている [3]。(例えば、S 行列のユニタリティーが保証できない。)

よって、

アノマリーが相殺されるように理論を作りたい

Kaluza-Klein 理論とアノマリー

一方で、高次元の時空を考え、余剰空間に周期条件を与えること (コンパクト化) によって、4 次元有効理論を作る方法があり、それを Kaluza-Klein 理論という。

特に、今回は 5 次元の時空 $\boldsymbol{x^M = (x^0, x^1, \cdots, x^4)}$ を考え、$\boldsymbol{x^4}$ の方向に $\boldsymbol{x^4 \sim x^4 + 2L}$ の周期境界条件を課してコンパクト化する。

Kaluza-Klein 理論とアノマリー

一方で、高次元の時空を考え、余剰空間に周期条件を与えること (コンパクト化) によって、4 次元有効理論を作る方法があり、それを Kaluza-Klein 理論という。

特に、今回は 5 次元の時空 $\boldsymbol{x^M = (x^0, x^1, \cdots, x^4)}$ を考え、$\boldsymbol{x^4}$ の方向に $\boldsymbol{x^4 \sim x^4 + 2L}$ の周期境界条件を課してコンパクト化する。

5 次元の理論でのアノマリー相殺

と

4 次元有効理論でのアノマリー相殺

の対応

を調べたい。

オービフォールド S^1/Z_2

今回は、さらにオービフォールドという境界条件を余剰空間に課す。

オービフォールド S^1/Z_2

今回は、さらにオービフォールドという境界条件を余剰空間に課す。

例えば、スカラー場の理論を考える

$$S = \int \mathrm{d}^5 x \, \left(\frac{1}{2} \partial^M \Phi \partial_M \Phi - \frac{1}{2} m(x^4)^2 \Phi^2 \right)$$

この理論に、$\Phi(x, x^4) = \Phi(x, x^4 + 2L)$ という境界条件に加えて

$$\Phi(x, x^4) = \eta \Phi(x, -x^4) \, , \; \eta = \pm 1$$

という境界条件を課す。

まずは、周期境界条件 $\Phi(x, x^4) = \Phi(x, x^4 + 2L)$ から

$$\Phi(x, x^4) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \phi_n(x) \exp\left[i\frac{n\pi}{L}x^4\right]$$

とフーリエ展開できる。

さらに、オービフォールドの境界条件 $\Phi(x, x^4) = -\Phi(x, -x^4)$ を課すと $\phi_n(x) + \phi_{-n}(x) = 0$ という条件になる

この条件により、$n = 0$ のモード $\phi_0(x)$ は消えることがわかる

まずは、周期境界条件 $\Phi(x, x^4) = \Phi(x, x^4 + 2L)$ から

$$\Phi(x, x^4) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \phi_n(x) \exp\left[i \frac{n\pi}{L} x^4 \right]$$

とフーリエ展開できる。

さらに、オービフォールドの境界条件 $\Phi(x, x^4) = -\Phi(x, -x^4)$ を課すと
$\phi_n(x) + \phi_{-n}(x) = 0$ という条件になる

この条件により、$n = 0$ のモード $\phi_0(x)$ は消えることがわかる

境界条件をうまく選べば、ゼロモードの場を消したり残したりできるため
4 次元の有効理論を作るときに嬉しい

ので、調べられている。

本論文の流れ・まとめ

本論

セットアップ

付録

A. 目次

B. 4 次元のカイラルアノマリーの計算

QED のカイラルアノマリーを計算する。

参考文献

[1] N. Arkani-Hamed, A. G. Cohen, and H. Georgi, *Anomalies on Orbifolds,* Physics Letters B **516** (2001) 395–402, arxiv:hep-th/0103135.

[2] H. Abe, T. Kobayashi, S. Uemura, and J. Yamamoto, *Loop Fayet-Iliopoulos terms in T^2/Z_2 models: Instability and moduli stabilization,* Phys. Rev. D **102** (2020) 045005, arxiv:2003.03512 [hep-ph, physics:hep-th].

[3] 藤川和男, **経路積分と対称性の量子的破れ**. 岩波書店, 東京, 2001.

[4] 藤川和男, **ゲージ場の理論**. 岩波書店, 東京, 2001.

[5] K.-S. Choi and C.-ŭ. Kim, *Quarks and Leptons from Orbifolded Superstring*, no. volume 954 in Lecture Notes in Physics. Springer, Cham, second edition ed., 2020.