素粒子物理学 中間レポート

学生番号：5324A057-8　氏名：宮根 一樹

最終更新：2024 年 6 月 21 日

1. 与えられたラグランジアンは

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}^{\alpha} i(\gamma^{\mu}\partial_{\mu} - m_f)_{\alpha}^{\ \beta}\psi_{\beta} + \frac{1}{2}(\partial_{\mu}\phi)^2 - \frac{1}{2}m_{\phi}^2\phi^2 + Y\phi\bar{\psi}\psi。 \tag{0.1}$$

ただし、α, β はガンマ行列 γ^{μ} の成分の添え字である。したがって、

$$\begin{cases} \dfrac{\partial\mathcal{L}}{\partial\bar{\psi}^{\xi}} = i(\gamma^{\mu}\partial_{\mu} - m_f)_{\xi}^{\ \eta}\psi_{\eta}(x) + Y\phi(x)\psi_{\xi}(x)、\\ \dfrac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_{\mu}\bar{\psi}^{\xi})} = 0、\\ \dfrac{\partial\mathcal{L}}{\partial\phi} = -m_{\phi}^2\phi + Y\bar{\psi}\psi、\\ \dfrac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_{\mu}\phi)} = \partial^{\mu}\phi \end{cases} \tag{0.2}$$

となっているので、オイラー・ラグランジュ方程式から運動方程式

$$(i\gamma^{\mu}\partial_{\mu} - m_f)_{\xi}^{\ \eta}\psi_{\eta}(x) = -Y\phi(x)\psi_{\xi}(x)、 \tag{0.3}$$

$$(\partial_{\mu}\partial^{\mu} + m_{\phi}^2)\phi(x) = Y\bar{\psi}^{\xi}(x)\psi_{\xi}(x) \tag{0.4}$$

が得られる。

2. $\gamma^{\mu}\partial_{\mu} = \gamma^0\partial_0 + \gamma^i\partial_i$ であることに注意して、運動方程式の項を整理すると

$$i\gamma^0\partial_0\psi(x) = (-i\gamma^i\partial_i + m_f - Y\phi)\psi(x) \tag{0.5}$$

となる。ただし、イタリックの添え字 i は空間方向の添え字 $i = 1, 2, 3$ である。ここで、両辺に左側から γ^0 をかけると、${\gamma^0}^2 = 1$ であるから

$$i\partial_0\psi = (\underline{-i\gamma^0\gamma^i\partial_i + \gamma^0 m_f} - \gamma^0 Y\phi(x))\psi(x) \tag{0.6}$$

となる。したがって、下線の項を H_0、波線の項を $V(x)$ とすれば、確かに $V(x) = -\gamma^0 V(x)$ となっている。