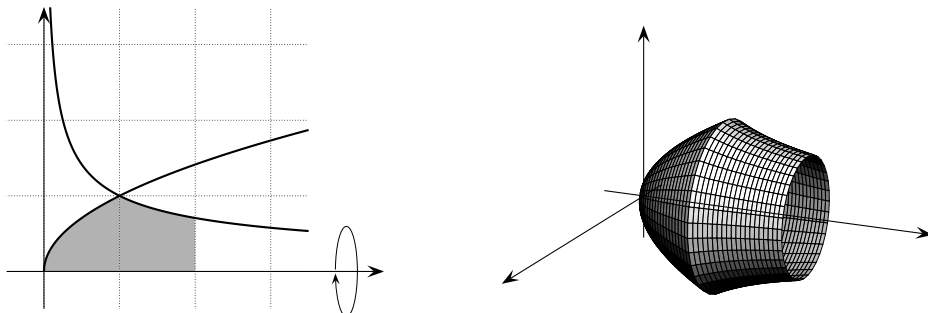


Chamblandes 2010 — Problème 3

a)



b) Calculons le point d'intersection des courbes $y = \sqrt{x}$ et $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$.

En multipliant l'égalité $\sqrt{x} = \frac{1}{\sqrt{x}}$ par \sqrt{x} , on obtient $x = 1$.

Déterminons enfin le volume du solide de révolution recherché :

$$\begin{aligned} \pi \int_0^1 (\sqrt{x})^2 dx + \pi \int_1^2 \left(\frac{1}{\sqrt{x}} \right)^2 dx &= \pi \int_0^1 x dx + \pi \int_1^2 \frac{1}{x} dx = \\ \pi \left(\frac{1}{2} x^2 \right) \Big|_0^1 + \pi \left(\ln(|x|) \right) \Big|_1^2 &= \pi \left(\frac{1}{2} \cdot 1^2 - \frac{1}{2} \cdot 0^2 \right) + \pi \left(\ln(2) - \underbrace{\ln(1)}_0 \right) = \pi \left(\frac{1}{2} + \ln(2) \right) \end{aligned}$$