

2.3 D'après l'énoncé de l'exercice 2.2, on sait que le 1^{er} janvier 2002 est un mardi.

$$01/01/2002 \xrightarrow{-365} 01/01/2001$$

Comme $-365 = -52 \cdot 7 - 1$, on en déduit que le 1^{er} janvier 2001 est un lundi.

Le 1^{er} dimanche du XXI^e siècle était ainsi le 7 janvier 2001.

Le millième dimanche du XXI^e siècle surviendra exactement 999 semaines plus tard, c'est-à-dire $999 \cdot 7 = 6993$ jours plus tard.

On calcule $365 + 365 + 365 + 366 = 1461$.

$$6993 = 4 \cdot 1461 + 1149$$

$$07/01/2001 \xrightarrow{+1461} 07/01/2005 \xrightarrow{+1461} 07/01/2009 \xrightarrow{+1461} 07/01/2013 \xrightarrow{+1461} 07/01/2017$$

Le millième dimanche du XXI^e siècle surviendra exactement 1149 jours après le 7 janvier 2017.

On remarque que $1149 = 3 \cdot 365 + 54$.

$$07/01/2017 \xrightarrow{+365} 07/01/2018 \xrightarrow{+365} 07/01/2019 \xrightarrow{+365} 07/01/2020$$

Le millième dimanche du XXI^e siècle surviendra exactement 54 jours après le 7 janvier 2020.

On constate que $54 = 31 + 29 - 6$.

$$07/01/2020 \xrightarrow{+31} 07/02/2020 \xrightarrow{+29} 07/03/2020 \xrightarrow{-6} 01/03/2020$$

On conclut finalement que la date du millième dimanche du XXI^e siècle est le 1^{er} mars 2020.