6.18 Soit n un entier non divisible par 7.

Étant donné que 7 est premier, il s'ensuit que $\operatorname{pgcd}(7,n)=1$.

Le petit théorème de Fermat implique $n^{\varphi(7)} \equiv n^6 \equiv 1 \mod 7$.

Il en résulte $n^{12} \equiv (n^6)^2 \equiv 1^2 \equiv 1 \mod 7$.

On conclut que $n^{12}-1\equiv 0\mod 7$, c'est-à-dire que 7 divise $n^{12}-1$.

Théorie des nombres : théorème d'Euler Corrigé 6.18