

2.12 Le chiffre des unités d'un nombre correspond au reste de la division de ce nombre par 10.

Comme $4568 \equiv 8 \pmod{10}$, on a $4568^{12\,534} \equiv 8^{12\,534} \pmod{10}$.

Étudions le cycle des puissances de 8 :

$$8^1 \equiv 8 \pmod{10}$$

$$8^2 \equiv 64 \equiv 4 \pmod{10}$$

$$8^3 \equiv 8^2 \cdot 8 \equiv 4 \cdot 8 \equiv 32 \equiv 2 \pmod{10}$$

$$8^4 \equiv 8^3 \cdot 8 \equiv 2 \cdot 8 \equiv 16 \equiv 6 \pmod{10}$$

$$8^5 \equiv 8^4 \cdot 8 \equiv 6 \cdot 8 \equiv 48 \equiv 8 \pmod{10}$$

Il en résulte que si $a \equiv b \pmod{4}$, alors $8^a \equiv 8^b$.

Puisque $12\,534 \equiv 12\,000 + 400 + 100 + 32 + 2 \equiv 2 \pmod{4}$,
on conclut que $8^{12\,534} \equiv 8^2 \equiv 4 \pmod{10}$.