3.16 Soit $V_0 = 72342$ le volume actuel de la forêt.

On désigne par V(t) le volume de la forêt en fonction du nombre t d'années à compter d'aujourd'hui.

1^{re} méthode

$$\begin{split} &V(t) = V_0 \cdot a^t \\ &48\ 228 = V(-12) = V_0 \cdot a^{-12} = 72\ 342 \cdot a^{-12} \\ &a^{-12} = \frac{48\ 228}{72\ 342} \\ &a = \left(\frac{48\ 228}{72\ 342}\right)^{\frac{1}{12}} = \left(\frac{72\ 342}{48\ 228}\right)^{\frac{1}{12}} = \sqrt[12]{\frac{72\ 342}{48\ 228}} \approx 1,034\ 336 \end{split}$$

1)
$$V(-5) = V_0 \cdot a^{-5} = 72\ 342 \cdot \left(\sqrt[12]{\frac{72\ 342}{48\ 228}}\right)^{-5} = 72\ 342 \cdot \left(\sqrt[12]{\frac{48\ 228}{72\ 342}}\right)^5 \approx 61\ 097$$

2)
$$V(7) = V_0 \cdot a^7 = 72\ 342 \cdot \left(\sqrt[12]{\frac{72\ 342}{48\ 228}}\right)^7 \approx 91\ 645$$

2e méthode

$$\begin{split} &V(t) = V_0 \cdot e^{kt} \\ &48\ 228 = V(-12) = V_0 \cdot e^{k \cdot (-12)} = 72\ 342 \cdot e^{-12\,k} \\ &e^{-12\,k} = \frac{48\ 228}{72\ 342} \\ &-12\,k = \ln\left(\frac{48\ 228}{72\ 342}\right) \\ &k = -\frac{1}{12}\,\ln\left(\frac{48\ 228}{72\ 342}\right) = \ln\left(\left(\frac{48\ 228}{72\ 342}\right)^{-\frac{1}{12}}\right) = \ln\left(\sqrt[12]{\frac{72\ 342}{48\ 228}}\right) \approx 0,033\ 789 \end{split}$$

1)
$$V(-5) = V_0 \cdot e^{k \cdot (-5)} = 72 \ 342 \cdot (e^k)^{-5} = 72 \ 342 \cdot \left(e^{\ln(\sqrt[12]{\frac{72 \ 342}{48 \ 228}})}\right)^{-5}$$

= $72 \ 342 \cdot \left(\sqrt[12]{\frac{72 \ 342}{48 \ 228}}\right)^{-5} = 72 \ 342 \cdot \left(\sqrt[12]{\frac{48 \ 228}{72 \ 342}}\right)^5 \approx 61 \ 097$

2)
$$V(7) = V_0 \cdot e^{k \cdot 7} = 72 \ 342 \cdot (e^k)^7 = 72 \ 342 \cdot \left(e^{\ln(\sqrt[12]{\frac{72 \ 342}{48 \ 228}})}\right)^7$$

= $72 \ 342 \cdot \left(\sqrt[12]{\frac{72 \ 342}{48 \ 228}}\right)^7 \approx 91 \ 645$

Algèbre : logarithmes Corrigé 3.16