

4.10

- 1) Pour que le graphe de f passe par le point $A(2; -2)$, il faut que
$$-2 = f(2) = \frac{4a + 2b + c}{2 + d}.$$
- 2) Pour que f admette l'asymptote verticale $x = -3$, il faut que son dénominateur $x + d$ s'annule lorsque $x = -3$, c'est-à-dire $-3 + d = 0$, d'où suit $d = 3$.

$$3) \quad \frac{ax^2 + bx + c}{-ax^2 - adx} \bigg| \frac{x + d}{ax + b - ad} \\ (b - ad)x + c$$

On obtient ainsi l'asymptote oblique $y = -2x + 1$ si $\begin{cases} a = -2 \\ b - ad = 1 \end{cases}.$

Sachant que $a = -2$ et $d = 3$, l'équation $b - ad = 1$ devient $b - (-2) \cdot 3 = 1$, d'où résulte $b = -5$.

Dès lors, la première condition $-2 = \frac{4a + 2b + c}{2 + d}$ s'écrit

$$-2 = \frac{4 \cdot (-2) + 2 \cdot (-5) + c}{2 + 3} = \frac{c - 18}{5}$$

de sorte que $c - 18 = -10$ et $c = 8$.

On conclut que $f(x) = \frac{-2x^2 - 5x + 8}{x + 3}.$