2.2 $\left\{\begin{array}{rcrcrcl} x & + & y & - & z & = & 1 \\ 2\,x & + & 3\,y & + & k\,z & = & 3 \\ x & + & k\,y & + & 3\,z & = & 2 \end{array}\right. \xRightarrow[\mathrm{L}_3 \to \mathrm{L}_3 - \mathrm{L}_1]{\mathrm{L}_2 \to \mathrm{L}_2 - 2\,\mathrm{L}_1} \left\{\begin{array}{rcrcrcl} x & + & y & - & z & = & 1 \\ & & y & + & (k+2)\,z & = & 1 \\ & & (k-1)\,y & + & 4\,z & = & 1 \end{array}\right.$

$$\xRightarrow{\mathrm{L}_3 \to \mathrm{L}_3 - (k-1)\,\mathrm{L}_2} \left\{\begin{array}{rcrcrcl} x & + & y & - & z & = & 1 \\ & & y & + & (k+2)\,z & = & 1 \\ & & & + & \underbrace{\big(4-(k+2)\,(k-1)\big)}_{-k^2-k+6=-(k-2)\,(k+3)}\,z & = & \underbrace{1-(k-1)}_{2-k=-(k-2)} \end{array}\right.$$

2) Pour que le système ait une solution unique, il faut que le coefficient de z dans la troisième équation soit non nul.
$-(k-2)\,(k+3) \neq 0$ si $k \neq 2$ et si $k \neq -3$.

3) Dans le cas où $k = 2$, la troisième équation devient $0 = 0$. Le système est alors indéterminé et admet plus d'une solution.

1) Lorsque $k = -3$, la troisième équation donne lieu à $0 = 5$, de sorte que le système est impossible et ne possède aucune solution.