

10.4

$$\begin{aligned} 1) \quad \|x + y\|^2 &= (x + y) \cdot (x + y) \\ &= (x + y) \cdot x + (x + y) \cdot y \\ &= x \cdot (x + y) + y \cdot (x + y) \\ &= x \cdot x + x \cdot y + y \cdot x + y \cdot y \\ &= \|x\|^2 + 2(x \cdot y) + \|y\|^2 \end{aligned}$$

On en tire que :

$$\begin{aligned} 2(x \cdot y) &= \|x + y\|^2 - \|x\|^2 - \|y\|^2 \\ x \cdot y &= \frac{1}{2} (\|x + y\|^2 - \|x\|^2 - \|y\|^2) \end{aligned}$$

2) Les conditions suivantes sont équivalentes :

(a) les vecteurs x et y sont orthogonaux

(b) $x \cdot y = 0$

(c) $\frac{1}{2} (\|x + y\|^2 - \|x\|^2 - \|y\|^2) = 0$

(d) $\|x + y\|^2 = \|x\|^2 + \|y\|^2$