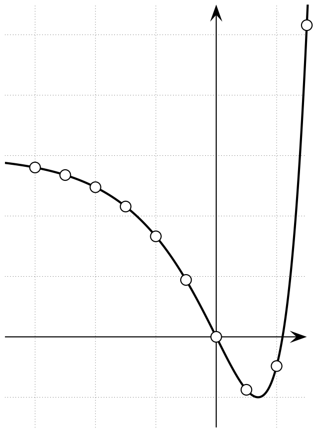
Chamblandes 2004 — Exercice 4

1) **Tableau de valeurs**

x	$f(x)$
-3	2,80
$-2{,}5$	2,68
-2	2,48
$-1{,}5$	2,16
-1	1,66
$-0{,}5$	0,94
0	0
0,5	$-0{,}88$
1	$-0{,}48$
1,5	5,16



2) Recherche des points où le graphe de f coupe l'axe des x :

$e^{2x} - 4\,e^x + 3 = 0$

$(e^x)^2 - 4\,(e^x) + 3 = 0$

$(e^x - 1)\,(e^x - 3) = 0$

$e^x - 1 = 0 \qquad \text{ou} \qquad e^x - 3 = 0$

$e^x = 1 \qquad \text{ou} \qquad e^x = 3$

$x = \ln(1) = 0 \qquad \text{ou} \qquad x = \ln(3)$

Calcul de la dérivée de f :

$f'(x) = e^{2x}\,(2\,x)' - 4\,e^x\,(x)' + 0 = 2\,e^{2x} - 4\,e^x = 2\,e^x\,(e^x - 2)$

Calcul de la première tangente :

Sa pente vaut $f'(0) = 2\,e^0 \cdot (e^0 - 2) = 2 \cdot 1 \cdot (1 - 2) = -2\,.$

Elle donc de la forme $y = -2\,x + h$ et passe par le point $(0\,;0)$:

$0 = -2 \cdot 0 + h$, si bien que $h = 0\,.$

En résumé, l'équation de la première tangente est :

$y = -2\,x \qquad \text{ou} \qquad 2\,x + y = 0$

Calcul de la seconde tangente :

Sa pente vaut $f'\big(\ln(3)\big) = 2\,e^{\ln(3)} \cdot (e^{\ln(3)} - 2) = 2 \cdot 3 \cdot (3 - 2) = 6\,.$

Elle est ainsi de la forme $y = 6\,x + h$ et passe par le point $\big(\ln(3)\,;0\big)$:

$0 = 6 \cdot \ln(3) + h$, de sorte que $h = -6\,\ln(3)\,.$

En définitive, l'équation de la seconde tangente est :

$y = 6\,x - 6\,\ln(3) \qquad \text{ou} \qquad 6\,x - y - 6\,\ln(3) = 0$