6.6 1) Soient $u, v \in \mathrm{Ker}(h)$ et $\alpha \in \mathbb{R}$. Par définition $h(u) = h(v) = 0$.

(a) $h(u+v) = h(u) + h(v) = 0 + 0 = 0$ signifie que $u + v \in \mathrm{Ker}(h)$

(b) $h(\alpha \cdot u) = \alpha \cdot h(u) = \alpha \cdot 0 = 0$ implique que $\alpha \cdot u \in \mathrm{Ker}(h)$

2) Soient $u, v \in \mathrm{Im}(h)$ et $\alpha \in \mathbb{R}$.
Il existe $u^\star, v^\star \in \mathrm{E}$ tels que $h(u^\star) = u$ et $h(v^\star) = v$.

(a) $u + v = h(u^\star) + h(v^\star) = h(u^\star + v^\star)$
Comme $u^\star + v^\star \in \mathrm{E}$, on en déduit que $u + v \in \mathrm{Im}(h)$.

(b) $\alpha \cdot u = \alpha \cdot h(u^\star) = h(\alpha \cdot u^\star)$
Vu que $\alpha \cdot u^\star \in \mathrm{E}$, on conclut que $\alpha \cdot u \in \mathrm{Im}(h)$.