8.15 1) Posons $\mathrm{T} = {}^t\mathrm{C}$ et $\mathrm{D} = \mathrm{A}\,{}^t\mathrm{C} = \mathrm{AT}$.

Les définitions de la transposée d'une matrice et de la multiplication matricielle donnent :

$$d_{ij} = \sum_{k=1}^{n} a_{ik}\, t_{kj} = \sum_{k=1}^{n} a_{ik}\, \mathrm{C}_{jk} = \begin{cases} \det(\mathrm{A}) & \text{si } i = j \\ 0 & \text{si } i \neq j \end{cases}$$

En d'autres termes, la matrice D vaut $\det(\mathrm{A})\,\mathrm{I}_n$.

2) $\mathrm{A}\,{}^t\mathrm{C} = \det(\mathrm{A})\,\mathrm{I}_n$

$\frac{1}{\det(\mathrm{A})}\,\mathrm{A}\,{}^t\mathrm{C} = \mathrm{I}_n$

$\frac{1}{\det(\mathrm{A})}\,\mathrm{A}^{-1}\mathrm{A}\,{}^t\mathrm{C} = \mathrm{A}^{-1}\mathrm{I}_n$

$\frac{1}{\det(\mathrm{A})}\,{}^t\mathrm{C} = \mathrm{A}^{-1}$