4.17

1) Puisque la base canonique de $\mathbb{R}^n$ définie à l'exercice 4.12 comporte n éléments, on en tire que $\dim(\mathbb{R}^n) = n$.

2) Vu que la base canonique de $\mathbb{R}_n[x]$ définie à l'exercice 4.13 comprend $n+1$ éléments, on en déduit que $\dim(\mathbb{R}_n[x]) = n+1$.

3) Pour tous $1 \leqslant i \leqslant m$ et $1 \leqslant j \leqslant n$ on définit la matrice E_{ij} comme étant la matrice dont tous les termes sont nuls, sauf celui de la i-ième ligne et j-ième colonne qui vaut 1.
Alors $\mathrm{M}_{m,n}(\mathbb{R})$ a pour base canonique $(\mathrm{E}_{ij} : 1 \leqslant i \leqslant m \text{ et } 1 \leqslant j \leqslant n)$.
Il en résulte que $\dim\big(\mathrm{M}_{m,n}(\mathbb{R})\big) = m\,n$.