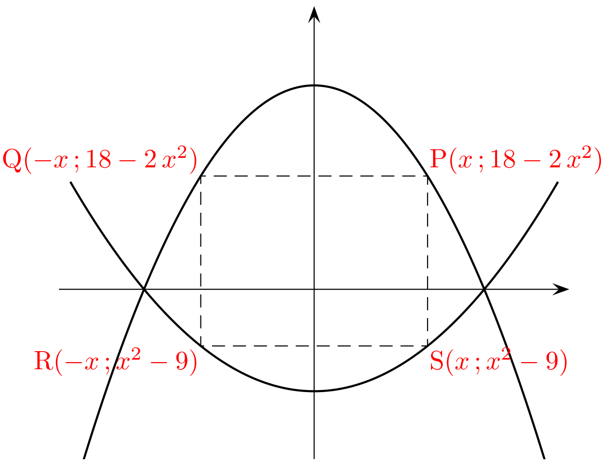
Chamblandes 2014 — Problème 4



Le rectangle a pour largeur $x-(-x)=2\,x$
et pour hauteur $(18-2\,x^2)-(x^2-9)=-3\,x^2+27$

Son aire vaut donc $f(x)=2\,x\,(-3\,x^2+27)=-6\,x^3+54\,x$

Étudions la croissance de cette fonction, afin de déterminer son maximum.
$f'(x)=(-6\,x^3+54\,x)'=-18\,x^2+54=18\,(-x^2+3)=18\,(\sqrt{3}-x)\,(\sqrt{3}+x)$

		$-\sqrt{3}$		$\sqrt{3}$	
18	$+$		$+$		$+$
$\sqrt{3}-x$	$+$		$+$	0	$-$
$\sqrt{3}+x$	$-$	0	$+$		$+$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$\searrow$	min	$\nearrow$	max	$\searrow$

On conclut que le point P a pour coordonnées $\mathrm{P}\Big(\sqrt{3}\,;18-2\cdot(\sqrt{3})^2\Big)=\mathrm{P}(\sqrt{3}\,;12)$.