

5.6

$\text{pgcd}(0, 12) = 12 > 1 : \overline{0}$ n'est pas inversible dans $\mathbb{Z}/12\mathbb{Z}$

$\text{pgcd}(1, 12) = 1 : \overline{1}$ est inversible dans $\mathbb{Z}/12\mathbb{Z}$

Évidemment $\overline{1}^{-1} = \overline{1}$, car $1 \cdot 1 \equiv 1 \pmod{12}$.

$\text{pgcd}(2, 12) = 2 > 1 : \overline{2}$ n'est pas inversible dans $\mathbb{Z}/12\mathbb{Z}$

$\text{pgcd}(3, 12) = 3 > 1 : \overline{3}$ n'est pas inversible dans $\mathbb{Z}/12\mathbb{Z}$

$\text{pgcd}(4, 12) = 4 > 1 : \overline{4}$ n'est pas inversible dans $\mathbb{Z}/12\mathbb{Z}$

$\text{pgcd}(5, 12) = 1 : \overline{5}$ est inversible dans $\mathbb{Z}/12\mathbb{Z}$

On devine facilement que $\overline{5}^{-1} = \overline{5}$, car $5 \cdot 5 = 25 \equiv 1 \pmod{12}$.

$\text{pgcd}(6, 12) = 6 > 1 : \overline{6}$ n'est pas inversible dans $\mathbb{Z}/12\mathbb{Z}$

$\text{pgcd}(7, 12) = 1 : \overline{7}$ est inversible dans $\mathbb{Z}/12\mathbb{Z}$

Comme $7 \cdot 7 = 49 \equiv 1 \pmod{12}$, on obtient $\overline{7}^{-1} = \overline{7}$.

$\text{pgcd}(8, 12) = 4 > 1 : \overline{8}$ n'est pas inversible dans $\mathbb{Z}/12\mathbb{Z}$

$\text{pgcd}(9, 12) = 3 > 1 : \overline{9}$ n'est pas inversible dans $\mathbb{Z}/12\mathbb{Z}$

$\text{pgcd}(10, 12) = 2 > 1 : \overline{6}$ n'est pas inversible dans $\mathbb{Z}/12\mathbb{Z}$

$\text{pgcd}(11, 12) = 1 : \overline{11}$ est inversible dans $\mathbb{Z}/12\mathbb{Z}$

Comme $11 \equiv -1 \pmod{12}$ et que $(-1) \cdot (-1) = 1$, on conclut que $\overline{11}^{-1} = \overline{11}$.