8.1 1) La fonction $\tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$ n'est pas définie si $\cos(x) = 0$, c'est-à-dire si $x = \frac{\pi}{2} + k \pi$ avec $k \in \mathbb{Z}$. C'est pourquoi $D_{\tan} = \mathbb{R} - \{\frac{\pi}{2} + k \pi : k \in \mathbb{Z}\}$.

2)
$$\tan(-x) = \frac{\sin(-x)}{\cos(-x)} = \frac{-\sin(x)}{\cos(x)} = -\frac{\sin(x)}{\cos(x)} = -\tan(x)$$

La fonction tangente est ainsi impaire.

3)
$$\tan(x+\pi) = \frac{\sin(x+\pi)}{\cos(x+\pi)} = \frac{-\sin(x)}{-\cos(x)} = \frac{\sin(x)}{\cos(x)} = \tan(x)$$

4) Vu la périodicité de la fonction tangente, il suffit de calculer $\lim_{x \to \frac{\pi}{2}} \tan(x)$.

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{2}} \tan(x) = \lim_{x \to \frac{\pi}{2}} \frac{\sin(x)}{\cos(x)} = \frac{1}{0} = \infty$$

On en tire que la fonction tangente a pour asymptotes verticales : $x=\frac{\pi}{2}+k\,\pi$ où $k\in\mathbb{Z}.$

