

11.15 $x^2 \geq 0$ et $\sqrt{1+x^3} > 0$ pour tout $x > -1$.

Donc $f(x) > 0$ pour tout $x \in]-1; 0]$.

$$\begin{aligned} \lim_{\substack{t \rightarrow -1 \\ t > -1}} \int_t^0 \frac{x^2}{\sqrt{1+x^3}} dx &= \lim_{\substack{t \rightarrow -1 \\ t > -1}} \frac{1}{3} \int_t^0 (1+x^3)^{-\frac{1}{2}} \cdot 3x^2 dx = \lim_{\substack{t \rightarrow -1 \\ t > -1}} \frac{1}{3} \frac{1}{\frac{1}{2}} (1+x^3)^{\frac{1}{2}} \Big|_t^0 \\ &= \lim_{\substack{t \rightarrow -1 \\ t > -1}} \frac{2}{3} \sqrt{1+x^3} \Big|_t^0 = \lim_{\substack{t \rightarrow -1 \\ t > -1}} \frac{2}{3} \sqrt{1+0^3} - \frac{2}{3} \sqrt{1+t^3} \\ &= \lim_{\substack{t \rightarrow -1 \\ t > -1}} \frac{2}{3} - \frac{2}{3} \sqrt{1+t^3} = \frac{2}{3} - \frac{2}{3} \sqrt{1+(-1)^3} = \frac{2}{3} - \frac{2}{3} \cdot 0 = \frac{2}{3} \end{aligned}$$