

2 Puissances

2.1 Soit $a > 0$ un nombre positif.

1) En admettant la formule $a^p \cdot a^q = a^{p+q}$ pour tous $p, q \in \mathbb{N}$, montrer que

(a) $a^0 = 1$ **indication** : calculer a^{1+0}

(b) $a^{-q} = \frac{1}{a^q}$ **indication** : calculer a^{q-q}

2) En admettant la formule $(a^p)^q = a^{p \cdot q}$ pour tous $p, q \in \mathbb{Z}$, montrer que

(a) $a^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{a^p}$ **indication** : calculer $a^{\frac{p}{q} \cdot q}$

2.2 Compléter le tableau suivant :

x	x^2	x^3	x^4	x^5	x^6	x^7	x^8	x^9	x^{10}
2									
3									
4									
5									
6									
7									
8									
9									
10									

2.3 Calculer :

- 1) 5^{-3} 2) 2^{-4} 3) 3^{-2} 4) 4^{-5}
 5) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3}$ 6) $\left(-\frac{4}{5}\right)^{-2}$ 7) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-1}$ 8) $0,1^{-6}$

2.4 Calculer :

- 1) $(-3)^2 \cdot (-3)^{-3}$ 2) $2^{-2} \cdot 2^3 \cdot 2^{-6}$ 3) $7^{-9} \cdot 7^8 \cdot 7^{-2}$
 4) $5^3 \cdot 5^{-4} \cdot 5^{-7} \cdot 5^{12}$ 5) $9^3 \cdot 9^{-2} \cdot 9^0 \cdot 9^{-2}$ 6) $\left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-4}$

2.5 Calculer :

- 1) $\frac{5^3}{5^6}$ 2) $\frac{4^{-5}}{4^{-7}}$ 3) $\frac{8^{-3}}{8^{-7}}$
 4) $\frac{7^5}{7^7}$ 5) $\frac{(-3)^3}{(-3)^2}$ 6) $\frac{2^6}{2^2}$

2.6 Calculer :

- 1) $(3^3)^2$ 2) $(2^{-5})^{-2}$ 3) $(2^{-3})^3$
 4) $(8^{-1})^{-1}$ 5) $(7^{12})^0$ 6) $0,1^{-5}$

2.7 Calculer :

- | | | |
|--------------------------|----------------------------|-----------------------------|
| 1) $2^{-3} \cdot 2^{-2}$ | 2) $3^{-2} \cdot 5^{-2}$ | 3) $4^{-4} \cdot (-1)^{-4}$ |
| 4) $(-\frac{1}{4})^{-3}$ | 5) $\frac{4^{-3}}{4^{-2}}$ | 6) $(\frac{2}{5})^{-5}$ |
| 7) $5^{-3} \cdot 5^6$ | 8) $4^3 \cdot 4^{-5}$ | 9) $2^{-4} \cdot 2^{-6}$ |
| 10) $((-3)^{-1})^2$ | 11) $\frac{3^{-2}}{3^4}$ | 12) $((-1)^{-2})^{-3}$ |
| 13) $(3^{-4})^2$ | 14) $(3^4)^{-2}$ | 15) $(7^{-2})^{-2}$ |
| 16) $\frac{9^3}{9^5}$ | 17) $\frac{6^{-2}}{6}$ | 18) $\frac{5^{-3}}{5^{-2}}$ |
| 19) $10^3 - 10^2$ | 20) $10^4 - 10^3$ | |

2.8 Calculer :

- | | | | |
|-----------------------|------------------------|-----------------------------------|---------------------------|
| 1) $4^{\frac{1}{2}}$ | 2) $81^{\frac{1}{4}}$ | 3) $1024^{\frac{1}{10}}$ | 4) $0^{\frac{1}{5}}$ |
| 5) $36^{\frac{3}{2}}$ | 6) $32^{-\frac{2}{5}}$ | 7) $(\frac{1}{9})^{-\frac{1}{2}}$ | 8) $0,0625^{\frac{1}{4}}$ |
| 9) $1^{\frac{3}{5}}$ | 10) $0^{\frac{5}{7}}$ | 11) $0,01^{-\frac{3}{2}}$ | 12) $1000^{-\frac{1}{3}}$ |
| 13) $25^{0,5}$ | 14) $625^{-0,25}$ | 15) $32^{-0,2}$ | 16) $100^{-1,5}$ |

2.9 Calculer :

- | | | | |
|------------------------------------|--------------------------------------|-------------------------------------|------------------------------------|
| 1) $8^{\frac{1}{3}}$ | 2) $16^{\frac{1}{2}}$ | 3) 5^{-1} | 4) $9^{-\frac{1}{2}}$ |
| 5) $27^{-\frac{1}{3}}$ | 6) $2^{\frac{1}{2}}$ | 7) $4^{-\frac{1}{4}}$ | 8) $(\frac{2}{3})^{-1}$ |
| 9) $(\frac{4}{9})^{\frac{1}{2}}$ | 10) $(\frac{16}{25})^{-\frac{1}{2}}$ | 11) $(\frac{25}{16})^{\frac{1}{4}}$ | 12) $8^{\frac{2}{3}}$ |
| 13) $16^{-\frac{3}{4}}$ | 14) $36^{\frac{5}{2}}$ | 15) $2^{\frac{7}{2}}$ | 16) $(\frac{1}{25})^{\frac{5}{2}}$ |
| 17) $(\frac{4}{9})^{-\frac{3}{2}}$ | 18) $625^{0,5}$ | 19) $4^{1,5}$ | 20) $2^{-3,5}$ |
| 21) $9^{1,75}$ | 22) $0,25^{0,5}$ | | |

2.10 Soit $a \in \mathbb{R}_+ = [0; \infty[$. Écrire à l'aide d'exposants rationnels.

- | | | | |
|------------------------|------------------------|----------------------|---------------------|
| 1) \sqrt{a} | 2) $\sqrt[3]{a}$ | 3) $\sqrt[7]{a}$ | 4) $\sqrt{a^3}$ |
| 5) $\sqrt{a^{11}}$ | 6) $\sqrt[8]{a}$ | 7) $\sqrt[19]{a}$ | 8) $\sqrt{a^{15}}$ |
| 9) $\sqrt{a^2}$ | 10) $\sqrt[3]{a^3}$ | 11) $\sqrt{a^6}$ | 12) $\sqrt[3]{a^9}$ |
| 13) $\sqrt{a^8}$ | 14) $\sqrt[5]{a^{10}}$ | 15) $\sqrt{a^{12}}$ | 16) $\sqrt{a^{18}}$ |
| 17) $\sqrt[4]{a^{12}}$ | 18) $\sqrt[7]{a^7}$ | 19) $\sqrt[10]{a^2}$ | 20) $\sqrt[4]{a^5}$ |

2.11 Soit $a \in \mathbb{R}_+^*$. Écrire sous forme d'un radical.

- | | | | |
|----------------------|----------------------|-----------------------|-----------------------|
| 1) $a^{\frac{1}{2}}$ | 2) $a^{\frac{3}{4}}$ | 3) $a^{\frac{7}{1}}$ | 4) $a^{\frac{2}{3}}$ |
| 5) $a^{\frac{3}{2}}$ | 6) $a^{\frac{4}{6}}$ | 7) $a^{-\frac{1}{3}}$ | 8) $a^{-\frac{3}{4}}$ |

2.12 Calculer :

- | | | | |
|---------------------------------------|-----------------------------|-----------------------------------|---|
| 1) $\sqrt{\sqrt{16}}$ | 2) $\sqrt{\sqrt{4}}$ | 3) $\sqrt[3]{\sqrt{27}}$ | 4) $\sqrt{\sqrt[3]{729}}$ |
| 5) $\sqrt[4]{\sqrt{256}}$ | 6) $\sqrt[5]{\sqrt{1024}}$ | 7) $\sqrt[7]{\sqrt{7^7}}$ | 8) $\sqrt[3]{\sqrt{8}}$ |
| 9) $\sqrt{3}\sqrt{3}$ | 10) $\sqrt[3]{a}\sqrt{a^4}$ | 11) $\sqrt[5]{a^2}\sqrt[10]{a^3}$ | 12) $\sqrt{\sqrt{\sqrt{a}}}$ |
| 13) $\sqrt[3]{a}\sqrt{a^2}\sqrt{a^4}$ | 14) $\sqrt{\sqrt[3]{a}}$ | 15) $\sqrt{a}\sqrt[3]{a}\sqrt{a}$ | 16) $\sqrt[3]{a}\sqrt[3]{a^4}\sqrt[3]{a^6}$ |

2.13 Calculer :

- | | | | |
|--|---|--|---|
| 1) $\left(\frac{16}{625}\right)^{-\frac{1}{4}}$ | 2) $49^{\frac{1}{6}} \cdot 49^{\frac{1}{3}}$ | 3) $\left(8^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{4}{9}}$ | 4) $9^{-0,3} \cdot 9^{0,7} \cdot 9^{1,1} \cdot 9$ |
| 5) $5^{-\frac{1}{5}} \cdot 5^{\frac{4}{5}} \cdot 5^{\frac{9}{10}}$ | 6) $(100^{0,4})^{1,25}$ | 7) $\left(\frac{1}{216}\right)^{\frac{1}{3}}$ | 8) $\frac{6^{\frac{1}{4}}}{6^{\frac{1}{3}}}$ |
| 9) $\left(\frac{3^{-4} \cdot 5^3}{3^{11} \cdot 5^{-2}}\right)^{\frac{1}{5}}$ | 10) $a^{\frac{2}{3}} : (a^{\frac{2}{3}} : a^{\frac{3}{2}})$ | 11) $\left(a^{-\frac{3}{4}} \cdot a\right)^{-2}$ | 12) $\left(a^{\frac{1}{5}} : a^{\frac{1}{10}}\right) \cdot a^{\frac{2}{5}}$ |

2.14 Simplifier :

- | | | | |
|--|--|---|--|
| 1) $\frac{\sqrt[3]{a^4}}{\sqrt{a}}$ | 2) $\frac{\sqrt[6]{a^5}}{\sqrt[4]{a^3}}$ | 3) $\frac{\sqrt{a^3}}{\sqrt[5]{a^3}}$ | 4) $\frac{\sqrt[6]{a^5}}{\sqrt{a}\sqrt[3]{a}}$ |
| 5) $\frac{\sqrt{a}\sqrt[3]{a}}{\sqrt[4]{a}}$ | 6) $\frac{a}{\sqrt[3]{a^2}\sqrt[4]{a}}$ | 7) $\frac{\sqrt[3]{a^5}\sqrt[6]{a}}{a^3}$ | 8) $\frac{(\sqrt{a})^3}{a\sqrt[3]{a^2}}$ |

2.15 Résoudre les équations exponentielles :

- | | | |
|-----------------------------------|-----------------------------------|---------------------------------|
| 1) $5^x = 25$ | 2) $3^x = \frac{1}{9}$ | 3) $2^x = \frac{1}{8}$ |
| 4) $4^x = 64$ | 5) $4^x = 8$ | 6) $25^x = 125$ |
| 7) $16^x = 64$ | 8) $3^x = 9^{2x+3}$ | 9) $3^{3x+2} = 9^x$ |
| 10) $9^{2x+1} = 1$ | 11) $2^x - 16 \cdot 2^{3x+2} = 0$ | 12) $16 \cdot 2^x = 4^{3x+5}$ |
| 13) $5^{3x+2} - \frac{1}{25} = 0$ | 14) $2^{x+7} = 4^{5x+2}$ | 15) $7^{8x^2+4} = 7^{(2-3x)^2}$ |
| 16) $11^{x^2+3} = 11^{2x^2-6}$ | 17) $3^{2x}(3^x - 3)^2 = 0$ | 18) $2^{x^2} = 4 \cdot 2^x$ |
| 19) $2^{x^2} \cdot 4^x = 8$ | 20) $10^x = 1000^{2x-2}$ | |

Réponses

2.2

x	x^2	x^3	x^4	x^5	x^6	x^7	x^8	x^9	x^{10}
2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
3	9	27	81	243	729	2187	6561		
4	16	64	256	1024	4096				
5	25	125	625	3125					
6	36	216	1296	7776					
7	49	343	2401						
8	64	512	4096						
9	81	729	6561						
10	100	1000	10 000	100 000	1 000 000				

2.3

- 1) $\frac{1}{125}$ 2) $\frac{1}{16}$ 3) $\frac{1}{9}$ 4) $\frac{1}{1024}$
 5) $\frac{27}{8}$ 6) $\frac{25}{16}$ 7) $\frac{4}{3}$ 8) 1 000 000

2.4

- 1) $-\frac{1}{3}$ 2) $\frac{1}{32}$ 3) $\frac{1}{343}$
 4) 625 5) $\frac{1}{9}$ 6) 4

2.5

- 1) $\frac{1}{125}$ 2) 16 3) 4096
 4) $\frac{1}{49}$ 5) -3 6) 16

2.6

- 1) 729 2) 1024 3) $\frac{1}{512}$
 4) 8 5) 1 6) 100 000

2.7

- 1) $\frac{1}{32}$ 2) $\frac{1}{225}$ 3) $\frac{1}{256}$ 4) -64
 5) $\frac{1}{4}$ 6) $\frac{3125}{32}$ 7) 125 8) $\frac{1}{16}$
 9) $\frac{1}{1024}$ 10) $\frac{1}{9}$ 11) $\frac{1}{729}$ 12) 1
 13) $\frac{1}{6561}$ 14) $\frac{1}{6561}$ 15) 2401 16) $\frac{1}{81}$
 17) $\frac{1}{216}$ 18) $\frac{1}{5}$ 19) 900 20) 9000

2.8

- 1) 2 2) 3 3) 2 4) 0
 5) 216 6) $\frac{1}{4}$ 7) 3 8) $\frac{1}{2}$
 9) 1 10) 0 11) 1000 12) $\frac{1}{10}$
 13) 5 14) $\frac{1}{5}$ 15) $\frac{1}{2}$ 16) $\frac{1}{1000}$

2.9

- 1) 2 2) 4 3) $\frac{1}{5}$ 4) $\frac{1}{3}$
 5) $\frac{1}{3}$ 6) $\sqrt{2}$ 7) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 8) $\frac{3}{2}$
 9) $\frac{2}{3}$ 10) $\frac{5}{4}$ 11) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ 12) 4

	13) $\frac{1}{8}$	14) 7776	15) $8\sqrt{2}$	16) $\frac{1}{3125}$
	17) $\frac{27}{8}$	18) 25	19) 8	20) $\frac{\sqrt{2}}{16}$
	21) $27\sqrt{3}$	22) $\frac{1}{2}$		
2.10	1) $a^{\frac{1}{2}}$	2) $a^{\frac{1}{3}}$	3) $a^{\frac{1}{7}}$	4) $a^{\frac{3}{2}}$
	5) $a^{\frac{11}{2}}$	6) $a^{\frac{1}{8}}$	7) $a^{\frac{1}{19}}$	8) $a^{\frac{15}{2}}$
	9) a	10) a	11) a^3	12) a^3
	13) a^4	14) a^2	15) a^6	16) a^9
	17) a^3	18) a	19) $a^{\frac{1}{5}}$	20) $a^{\frac{5}{4}}$
2.11	1) \sqrt{a}	2) $\sqrt[4]{a^3}$	3) a^7	4) $\sqrt[3]{a^2}$
	5) $\sqrt{a^3}$	6) $\sqrt[3]{a^2}$	7) $\frac{1}{\sqrt[3]{a}}$	8) $\frac{1}{\sqrt[4]{a^3}}$
2.12	1) 2	2) $\sqrt{2}$	3) $\sqrt{3}$	4) 3
	5) 2	6) 2	7) $\sqrt{7}$	8) $\sqrt{2}$
	9) $\sqrt[4]{27}$	10) a	11) $\sqrt[10]{a^7}$	12) $\sqrt[8]{a}$
	13) a	14) $\sqrt[12]{a}$	15) $\sqrt[4]{a^3}$	16) a
2.13	1) $\frac{5}{2}$	2) 7	3) 4	4) 243
	5) $5\sqrt{5}$	6) 10	7) $\frac{1}{6}$	8) $\frac{1}{\sqrt[12]{6}}$
	9) $\frac{5}{27}$	10) $a\sqrt{a}$	11) $\frac{\sqrt{a}}{a}$	12) \sqrt{a}
2.14	1) $\sqrt[6]{a^5}$	2) $\sqrt[12]{a}$	3) $\sqrt[10]{a^9}$	4) 1
	5) $\sqrt[12]{a^7}$	6) $\sqrt[12]{a}$	7) $\frac{1}{a\sqrt[6]{a}}$	8) $\frac{1}{\sqrt[6]{a}}$
2.15	1) $S = \{2\}$	2) $S = \{-2\}$	3) $S = \{-3\}$	4) $S = \{3\}$
	5) $S = \{\frac{3}{2}\}$	6) $S = \{\frac{3}{2}\}$	7) $S = \{\frac{3}{2}\}$	8) $S = \{-2\}$
	9) $S = \{-2\}$	10) $S = \{-\frac{1}{2}\}$	11) $S = \{-3\}$	12) $S = \{-\frac{6}{5}\}$
	13) $S = \{-\frac{4}{3}\}$	14) $S = \{\frac{1}{3}\}$	15) $S = \{0; 12\}$	16) $S = \{-3; 3\}$
	17) $S = \{1\}$	18) $S = \{-1; 2\}$	19) $S = \{-3; 1\}$	20) $S = \{\frac{6}{5}\}$