

1.5

- 1) L'élément de la $i^{\text{ème}}$ ligne et de la $j^{\text{ème}}$ colonne de la matrice $A + B$ vaut par définition $a_{ij} + b_{ij}$.

Or $a_{ij} + b_{ij} = b_{ij} + a_{ij}$, car l'addition des nombres réels est commutative.

Vu que $b_{ij} + a_{ij}$ correspond à l'élément de la $i^{\text{ème}}$ ligne et de la $j^{\text{ème}}$ colonne de la matrice $B + A$, on a établi l'égalité $A + B = B + A$.

- 2) L'élément de la $i^{\text{ème}}$ ligne et de la $j^{\text{ème}}$ colonne de la matrice $A + B$ vaut $a_{ij} + b_{ij}$ et celui de la matrice C vaut c_{ij} .

Par conséquent, l'élément de la $i^{\text{ème}}$ ligne et de la $j^{\text{ème}}$ colonne de la matrice $(A + B) + C$ vaut $(a_{ij} + b_{ij}) + c_{ij}$.

Mais $(a_{ij} + b_{ij}) + c_{ij} = a_{ij} + (b_{ij} + c_{ij})$, vu que l'addition des nombres réels est associative.

Il correspond donc à la somme de l'élément de la $i^{\text{ème}}$ ligne et de la $j^{\text{ème}}$ colonne de la matrice A avec celui de la $i^{\text{ème}}$ ligne et de la $j^{\text{ème}}$ colonne de la matrice $B + C$.

On obtient ainsi l'égalité $(A + B) + C = A + (B + C)$.

- 3) L'élément de la $i^{\text{ème}}$ ligne et de la $j^{\text{ème}}$ colonne de la matrice $A + 0$ vaut $a_{ij} + 0 = a_{ij}$. Il coïncide ainsi avec l'élément de la $i^{\text{ème}}$ ligne et de la $j^{\text{ème}}$ colonne de la matrice A .

En d'autres termes, on constate que $A + 0 = A$.

- 4) L'élément de la $i^{\text{ème}}$ ligne et de la $j^{\text{ème}}$ colonne de la matrice $A + (-A)$ vaut $a_{ij} + (-a_{ij}) = 0$.

C'est pourquoi, on obtient l'égalité $A + (-A) = 0$.