8.4 Montrons par récurrence que le déterminant d'une matrice triangulaire supérieure est égal au produit de ses éléments diagonaux.

Initialisation : Si $n = 1$, c'est trivial : $|a_{11}| = a_{11}$.

Si $n = 2$, c'est clair aussi : $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ 0 & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}\, a_{22}$

Hérédité : Supposons $n \geqslant 3$ et l'hypothèse de récurrence vraie pour $n - 1$.

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ 0 & 0 & a_{33} & \dots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} = a_{11} \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ 0 & a_{33} & \dots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} = a_{11}\, a_{22} \dots a_{nn}$$