

7.9 D'après l'exercice 7.3, $P_3(x) = 1 - \frac{x^2}{2}$ est le polynôme de Taylor de degré 3 de la fonction $f(x) = \cos(x)$ en 0.

Il reste à estimer l'erreur commise par cette approximation :

$$|R_3(x)| = \left| \frac{f^{(4)}(c)}{4!} (x - 0)^4 \right| = \left| \frac{\cos(c)}{4!} x^4 \right| \leq \frac{1}{24} |x|^4$$

La question posée se réduit par conséquent à résoudre cette inéquation :

$$\frac{1}{24} |x|^4 < 0,0001 = \frac{1}{10\,000}$$

$$|x|^4 < \frac{24}{10\,000}$$

$$|x| < \sqrt[4]{\frac{24}{10\,000}} = \frac{\sqrt[4]{24}}{\sqrt[4]{10\,000}} = \frac{\sqrt[4]{24}}{10} \approx 0,221\,336$$