

6.1

1) $(x-2)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 9$
 $(x-2)^2 + (y-0)^2 + (z+1)^2 = 3^2$
 C'est l'équation de la sphère de centre $C(2; 0; -1)$ et de rayon $r = 3$.

2) $x^2 + y^2 + z^2 + 6x - 10y - 4z + 22 = 0$
 $x^2 + 6x + y^2 - 10y + z^2 - 4z + 22 = 0$
 $(x+3)^2 - 9 + (y-5)^2 - 25 + (z-2)^2 - 4 + 22 = 0$
 $(x+3)^2 + (y-5)^2 + (z-2)^2 = 16 = 4^2$
 C'est l'équation de la sphère de centre $C(-3; 5; 2)$ et de rayon $r = 4$.

3) $x^2 + y^2 + z^2 - 12x - 2y + 6z + 56 = 0$
 $x^2 - 12x + y^2 - 2y + z^2 + 6z + 56 = 0$
 $(x-6)^2 - 36 + (y-1)^2 - 1 + (z+3)^2 - 9 + 56 = 0$
 $(x-6)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = -10$
 Cette équation n'est jamais satisfaite, car une somme de carrés ne saurait être négative; elle correspond donc à la figure vide.

4) $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 14y - 8z + 69 = 0$
 $x^2 + 4x + y^2 - 14y + z^2 - 8z + 69 = 0$
 $(x+2)^2 - 4 + (y-7)^2 - 49 + (z-4)^2 - 16 + 69 = 0$
 $(x+2)^2 + (y-7)^2 + (z-4)^2 = 0$
 On obtient donc la sphère de centre $C(-2; 7; 4)$ et de rayon $r = 0$, c'est-à-dire le point $C(-2; 7; 4)$.

5) $36x^2 + 36y^2 + 36z^2 - 108x + 96y - 144z + 109 = 0 \quad | : 36$
 $x^2 + y^2 + z^2 - 3x + \frac{8}{3}y - 4z + \frac{109}{36} = 0$
 $x^2 - 3x + y^2 + \frac{8}{3}y + z^2 - 4z + \frac{109}{36} = 0$
 $(x - \frac{3}{2})^2 - \frac{9}{4} + (y + \frac{4}{3})^2 - \frac{16}{9} + (z - 2)^2 - 4 + \frac{109}{36} = 0$
 $(x - \frac{3}{2})^2 + (y + \frac{4}{3})^2 + (z - 2)^2 = 5$
 C'est l'équation de la sphère de centre $C(\frac{3}{2}; -\frac{4}{3}; 2)$ et de rayon $r = \sqrt{5}$.