2.8 $$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 0 & 0 & a & 1 & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 & 0 & 1 & 0 \\ c & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \overset{L_1 \leftrightarrow L_3}{\Longrightarrow} \left(\begin{array}{ccc|ccc} c & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & b & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & a & 1 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

Pour que la matrice $\begin{pmatrix} 0 & 0 & a \\ 0 & b & 0 \\ c & 0 & 0 \end{pmatrix}$ soit inversible, il faut que sa matrice échelonnée équivalente $\begin{pmatrix} c & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix}$ ne possède aucune ligne nulle.

Cette condition est remplie si $c \neq 0$, $b \neq 0$ et $a \neq 0$.

On peut exprimer plus simplement la condition que ni a, ni b, ni c ne doit être nul, en écrivant $a\,b\,c \neq 0$.

Supposons à présent $a\,b\,c \neq 0$ et terminons le calcul de la matrice inverse :

$$\overset{\substack{L_1 \to \frac{1}{c} L_1 \\ L_2 \to \frac{1}{b} L_2 \\ L_3 \to \frac{1}{a} L_3}}{\Longrightarrow} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{c} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{1}{b} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{a} & 0 & 0 \end{array}\right)$$

En résumé, si $a\,b\,c \neq 0$, on a $\begin{pmatrix} 0 & 0 & a \\ 0 & b & 0 \\ c & 0 & 0 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{c} \\ 0 & \frac{1}{b} & 0 \\ \frac{1}{a} & 0 & 0 \end{pmatrix}$.