4.2 1)
$$\lim_{x \to \infty} 7 - \frac{3}{x+1} = \lim_{x \to \infty} 7 - \lim_{x \to \infty} \frac{3}{x+1} = 7 - \lim_{x \to \infty} \frac{3}{x} = 7 - 0 = 7$$
 $y = 7$ est une asymptote horizontale de f .

2)
$$\lim_{x \to \infty} \frac{3x^2 - 1}{5x^2 + 4x + 1} = \lim_{x \to \infty} \frac{3x^2}{5x^2} = \lim_{x \to \infty} \frac{3}{5} = \frac{3}{5}$$

 $y = \frac{3}{5}$ est une asymptote horizontale de f .

3)
$$\lim_{x \to \infty} \frac{4x^3}{7x^2 + 1} = \lim_{x \to \infty} \frac{4x^3}{7x^2} = \lim_{x \to \infty} \frac{4x}{7} = \infty$$
f n'admet pas d'asymptote horizontale.

4)
$$\lim_{x \to \infty} \frac{4x+1}{\sqrt{x^2+9}} = \lim_{x \to \infty} \frac{4x}{\sqrt{x^2}} = \lim_{x \to \infty} \frac{4x}{|x|}$$

(a)
$$\lim_{x \to -\infty} \frac{4x+1}{\sqrt{x^2+9}} = \lim_{x \to -\infty} \frac{4x}{|x|} = \lim_{x \to -\infty} \frac{4x}{-x} = \lim_{x \to -\infty} -4 = -4$$
$$y = -4 \text{ est une asymptote horizontale à gauche de } f.$$

(b)
$$\lim_{x \to +\infty} \frac{4x+1}{\sqrt{x^2+9}} = \lim_{x \to +\infty} \frac{4x}{|x|} = \lim_{x \to +\infty} \frac{4x}{x} = \lim_{x \to +\infty} 4 = 4$$

 $y = 4$ est une asymptote horizontale à droite de f .

5)
$$\lim_{x \to \infty} \frac{\sqrt{x-1}}{x^2} - 3 = \lim_{x \to \infty} \frac{\sqrt{x}}{x^2} - 3 = \lim_{x \to \infty} \frac{1}{x\sqrt{x}} - 3 = 0 - 3 = -3$$
$$y = -3 \text{ est une asymptote horizontale de } f.$$

6)
$$\lim_{x \to \infty} 5 - \frac{\sqrt{4x^2 + 1}}{x} = \lim_{x \to \infty} 5 - \frac{\sqrt{4x^2}}{x} = \lim_{x \to \infty} 5 - \frac{2|x|}{x}$$

(a)
$$\lim_{x \to -\infty} 5 - \frac{\sqrt{4x^2 + 1}}{x} = \lim_{x \to -\infty} 5 - \frac{2|x|}{x} = \lim_{x \to -\infty} 5 - \frac{-2x}{x} = \lim_{x \to -\infty} 5 - (-2) = 7$$

y = 7 est une asymptote horizontale à gauche de f.

(b)
$$\lim_{x \to +\infty} 5 - \frac{\sqrt{4x^2 + 1}}{x} = \lim_{x \to +\infty} 5 - \frac{2|x|}{x} = \lim_{x \to +\infty} 5 - \frac{2x}{x} = \lim_{x \to +\infty} 5 - 2 = 3$$

 $y = 3$ est une asymptote horizontale à droite de f .