1.33 1) Remplir un bulletin de loterie à numéros consiste à choisir 6 nombres différents compris entre 1 et 45. L'ordre dans lequel on choisit ces numéros n'a aucune importance.

Il y a donc 
$$C_6^{45} = \frac{45!}{6!(45-6)!} = 8 145 060$$
 bulletins possibles.

- 2) Séparons les 45 numéros en deux groupes : il y a d'une part les 6 numéros qui sont sortis lors du tirage et d'autre part les 39 autres.
  - (a) On réalise 0 point si les 6 numéros que l'on a choisis figurent parmi les 39 numéros qui n'ont pas été tirés.

$$C_6^{39} = \frac{39!}{6!(39-6)!} = 3\ 262\ 623$$
 bulletins donnent 0 point.

(b) On réalise 1 point si l'on a choisi un des 6 numéros qui sont sortis au tirage et 5 autres numéros parmi les 39 qui ne sont pas sortis au tirage.

$$C_1^6 \cdot C_5^{39} = \frac{6!}{1!(6-1)!} \cdot \frac{39!}{5!(39-5)!} = 6 \cdot 575 \ 757 = 3 \ 454 \ 542$$
 bulletins donnent 1 point.

(c) On réalise 2 points si l'on a choisi 2 des 6 numéros qui sont sortis au tirage et 4 autres numéros parmi les 39 qui ne sont pas sortis au tirage.

$$C_2^6 \cdot C_4^{39} = \frac{6!}{2!(6-2)!} \cdot \frac{39!}{4!(39-4)!} = 15 \cdot 82\ 251 = 1\ 233\ 765$$
 bulletins donnent 2 points.

(d) On réalise 3 points si l'on a choisi 3 des 6 numéros qui sont sortis au tirage et 3 autres numéros parmi les 39 qui ne sont pas sortis au tirage.

$$C_3^6 \cdot C_3^{39} = \frac{6!}{3!(6-3)!} \cdot \frac{39!}{3!(39-3)!} = 20 \cdot 9139 = 182\,780$$
 bulletins donnent 3 points.

(e) On réalise 4 points si l'on a choisi 4 des 6 numéros qui sont sortis au tirage et 2 autres numéros parmi les 39 qui ne sont pas sortis au tirage.

$$C_4^6 \cdot C_2^{39} = \frac{6!}{4!(6-4)!} \cdot \frac{39!}{2!(39-2)!} = 15 \cdot 741 = 11\ 115$$
 bulletins donnent 4 points.

(f) On réalise 5 points si l'on a choisi 5 des 6 numéros qui sont sortis au tirage et 1 numéro parmi les 39 qui ne sont pas sortis au tirage.

$$C_5^6 \cdot C_1^{39} = \frac{6!}{5!(6-5)!} \cdot \frac{39!}{1!(39-1)!} = 6 \cdot 39 = 234$$
 bulletins donnent 5 points.

(g) On réalise 6 points si a l'on choisi les 6 numéros qui sont sortis au tirage.

$$C_6^6 = 1$$
 bulletin seulement permet de réaliser 6 points.

Combinatoire Corrigé 1.33