

$$1.11 \quad (\sqrt[3]{38 + 17\sqrt{5}})^3 = 38 + 17\sqrt{5}$$

$$\begin{aligned} (2 + \sqrt{5})^3 &= 2^3 + 3 \cdot 2^2 \cdot \sqrt{5} + 3 \cdot 2 \cdot (\sqrt{5})^2 + (\sqrt{5})^3 \\ &= 8 + 12\sqrt{5} + 30 + 5\sqrt{5} \\ &= 38 + 17\sqrt{5} \end{aligned}$$

Ces deux calculs prouvent l'égalité  $\sqrt[3]{38 + 17\sqrt{5}} = 2 + \sqrt{5}$ .

$$(\sqrt{9 + 4\sqrt{5}})^2 = 9 + 4\sqrt{5}$$

$$(2 + \sqrt{5})^2 = 2^2 + 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{5} + (\sqrt{5})^2 = 4 + 4\sqrt{5} + 5 = 9 + 4\sqrt{5}$$

Vu que les nombres  $\sqrt{9 + 4\sqrt{5}}$  et  $2 + \sqrt{5}$  sont tous deux positifs, on conclut qu'ils sont égaux.

En définitive, on a vérifié les égalités  $\sqrt[3]{38 + 17\sqrt{5}} = \sqrt{9 + 4\sqrt{5}} = 2 + \sqrt{5}$ .