Chamblandes 2010 — Problème 4

a) $f'(x) = \left(\dfrac{x^2}{e^x}\right)' = \dfrac{(x^2)'\,e^x - x^2\,(e^x)'}{(e^x)^2} = \dfrac{2\,x\,e^x - x^2\,e^x}{(e^x)^2} = \dfrac{x\,e^x\,(2-x)}{(e^x)^2} = \dfrac{x\,(2-x)}{e^x}$

		0		2	
e^x	$+$		$+$		$+$
x	$-$	0	$+$		$+$
$2-x$	$+$		$+$	0	$-$
f'	$-$	0	$+$	0	$-$
f	$\searrow$	min	$\nearrow$	max	$\searrow$

$f(0) = \frac{0^2}{e^0} = \frac{0}{1} = 0$: le point $(0\,;0)$ est un minimum absolu.

$f(2) = \frac{2^2}{e^2} = \frac{4}{e^2}$: le point $(2\,;\frac{4}{e^2})$ est un maximum local.

b) On rappelle que la pente de la tangente au graphe de f au point $\big((x_0\,;f(x_0)\big)$ vaut $f'(x_0)$.
On demande ici les coordonnées des points $\big((x_0\,;f(x_0)\big)$ avec $f'(x_0) = 0$.
Il s'agit des coordonnées des extremums précédemment calculés : $(0\,;0)$ et $(2\,;\frac{4}{e^2})$.