1.14 Pour que le produit AB soit défini, il faut que la matrice B ait 2 lignes.
Pour que le produit BA soit défini, il faut que la matrice B ait 2 colonnes.
Par conséquent, la matrice B est une matrice carrée d'ordre 2.

Soit $\mathrm{B} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ une matrice carrée d'ordre 2.

$$\mathrm{AB} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a-c & b-d \\ a+c & b+d \end{pmatrix}$$

$$\mathrm{BA} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+b & -a+b \\ c+d & -c+d \end{pmatrix}$$

L'égalité matricielle AB = BA équivaut au système d'équations suivant :

$$\begin{cases} a - c = a + b \\ b - d = -a + b \\ a + c = c + d \\ b + d = -c + d \end{cases} \iff \begin{cases} -c = b \\ d = a \\ a = d \\ b = -c \end{cases} \iff \begin{cases} c = -b \\ d = a \end{cases}$$

On conclut ainsi que $\mathrm{B} = \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix}$ où $a, b \in \mathbb{R}$.