

5.29

Posons $f(x) = x^2 - 6x$.

On a $f(4) = 4^2 - 6 \cdot 4 = -8$.

En outre, $f'(x) = 2x - 6$, si bien que $f'(4) = 2 \cdot 4 - 6 = 2$.

Posons $g(x) = x^3 + ax^2 + bx$.

Alors $g'(x) = 3x^2 + 2ax + b$.

On doit avoir :

$$1) \quad -8 = f(4) = g(4) = 4^3 + a \cdot 4^2 + b \cdot 4 = 64 + 16a + 4b, \text{ d'où suit } \boxed{4a + b + 18 = 0}.$$

$$2) \quad 2 = f'(4) = g'(4) = 3 \cdot 4^2 + 2a \cdot 4 + b = 48 + 8a + b, \text{ si bien que } \boxed{8a + b + 46 = 0}.$$

En soustrayant la première équation de la seconde, on obtient : $4a + 28 = 0$, donc $a = -7$.

Par suite $b = -4a - 18 = -4 \cdot (-7) - 18 = 10$.