

1.15 Pour que le produit AB soit défini, il faut que la matrice B ait 2 lignes.
Pour que le produit BA soit défini, il faut que la matrice B ait 2 colonnes.
Par conséquent, la matrice B est une matrice carrée d'ordre 2.

Posons $B = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$.

$$AB = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ a & b \end{pmatrix}$$

$$BA = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b & 0 \\ d & 0 \end{pmatrix}$$

La condition $BA = 0$ impose $b = 0$ et $d = 0$.

Dès lors, l'exigence $AB \neq 0$ ne peut être satisfaite que si $a \neq 0$.

On conclut que $B = \begin{pmatrix} a & 0 \\ c & 0 \end{pmatrix}$ avec $a \in \mathbb{R}^*$ et $c \in \mathbb{R}$.