

9.5

- 1) Supposons que 0 ne soit pas une valeur propre de h .

Soit $v \in \text{Ker}(h)$. Par définition $h(v) = 0 = 0 \cdot v$.

Si v était non nul, cela voudrait dire que v est un vecteur propre associé à la valeur propre 0. Puisque 0 n'est pas une valeur propre, v ne peut être que le vecteur nul.

Donc $\text{Ker}(h) = \{0\}$.

Vu l'exercice 6.7, l'endomorphisme h est injectif.

Il est donc également bijectif, d'après l'exercice 6.11.

- 2) Supposons que 0 soit une valeur propre de h .

Il existe ainsi un vecteur non nul v tel que $h(v) = 0 \cdot v = 0$.

Par conséquent $v \in \text{Ker}(h)$, si bien que $\text{Ker}(h) \neq \{0\}$.

L'exercice 6.7 implique que l'endomorphisme h n'est pas injectif.

A fortiori, l'endomorphisme h n'est pas bijectif.