

6.18 Soit n un entier non divisible par 7.

Étant donné que 7 est premier, il s'ensuit que $\text{pgcd}(7, n) = 1$.

Le petit théorème de Fermat implique $n^{\varphi(7)} \equiv n^6 \equiv 1 \pmod{7}$.

Il en résulte $n^{12} \equiv (n^6)^2 \equiv 1^2 \equiv 1 \pmod{7}$.

On conclut que $n^{12} - 1 \equiv 0 \pmod{7}$, c'est-à-dire que 7 divise $n^{12} - 1$.