5.5 1) Soit $u \in \mathrm{E}$.

Puisque $(e_1\,;\ldots\,;e_k\,;e_{k+1}\,;\ldots\,;e_n)$ est une base de E, il existe des réels $\alpha_1,\ldots,\alpha_n$ tels que $u = \alpha_1 \cdot e_1 + \ldots + \alpha_n \cdot e_n$.

Posons $v = \alpha_1 \cdot e_1 + \ldots \alpha_k \cdot e_k$ et $w = \alpha_{k+1} \cdot e_{k+1} + \ldots + \alpha_n \cdot e_n$.
Alors $v \in \mathrm{F}$ et $w \in \mathrm{G}$.

En outre $u = v + w \in \mathrm{F} + \mathrm{G}$.
Ainsi, tout élément de E s'écrit comme somme d'un élément de F et d'un élément de G, ce qui prouve que $\mathrm{E} = \mathrm{F} + \mathrm{G}$.

2) $\dim(\mathrm{F}+\mathrm{G}) = \dim(\mathrm{E}) = n = k + (n-k) = \dim(\mathrm{F}) + \dim(\mathrm{G})$
D'après l'exercice 5.4, cette égalité implique $\mathrm{F} \cap \mathrm{G} = \{0\}$.