

**7.16**

$$1) \quad e^{2x} = \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{(2x)^k}{k!} = \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{2^k}{k!} x^k = 1 + 2x + \frac{2^2}{2!} x^2 + \frac{2^3}{3!} x^3 + \dots + \frac{2^k}{k!} x^k + \dots$$

$$2) \quad \frac{1}{e^{x^2}} = e^{-x^2} = \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{(-x^2)^k}{k!} = \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{(-1)^k (x^2)^k}{k!} = \sum_{k=0}^{+\infty} (-1)^k \frac{1}{k!} x^{2k} \\ = 1 - x^2 + \frac{1}{2!} x^4 - \frac{1}{3!} x^6 + \frac{1}{4!} x^8 + \dots + (-1)^k \frac{1}{k!} x^{2k} + \dots$$

$$3) \quad x e^x = x \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{x^k}{k!} = \sum_{k=0}^{+\infty} x \frac{x^k}{k!} = \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{x^{k+1}}{k!} = \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{1}{k!} x^{k+1} \\ = x + x^2 + \frac{1}{2!} x^3 + \frac{1}{3!} x^4 + \frac{1}{4!} x^5 + \dots + \frac{1}{k!} x^{k+1} + \dots$$