

## 6.7

- 1)  $T \in \Sigma$ , car  $(7+3)^2 + (4-15)^2 + (4-2)^2 = 100 + 121 + 4 = 225$ .

L'équation du plan tangent à la sphère  $\Sigma$  au point  $T$  est donnée par :

$$(7+3)(x+3) + (4-15)(y-15) + (4-2)(z-2) = 225$$

$$10(x+3) - 11(y-15) + 2(z-2) - 225 = 0$$

$$10x + 30 - 11y + 165 + 2z - 4 - 225 = 0$$

$$10x - 11y + 2z - 34 = 0$$

- 2) Comme  $(14-2)^2 + (4+4)^2 + (-6-3)^2 = 144 + 64 + 81 = 289$ , on constate bien que  $T \in \Sigma$ .

L'équation du plan tangent à la sphère  $\Sigma$  au point  $T$  est donnée par :

$$(14-2)(x-2) + (4+4)(y+4) + (-6-3)(z-3) = 289$$

$$12(x-2) + 8(y+4) - 9(z-3) - 289 = 0$$

$$12x - 24 + 8y + 32 - 9z + 27 - 289 = 0$$

$$12x + 8y - 9z - 254 = 0$$

- 3) Déterminons le centre et le rayon de la sphère  $\Sigma$  :

$$x^2 - 2x + y^2 - 10y + z^2 + 6z - 27 = 0$$

$$(x-1)^2 - 1 + (y-5)^2 - 25 + (z+3)^2 - 9 - 27 = 0$$

$$(x-1)^2 + (y-5)^2 + (z+3)^2 = 62$$

On remarque que  $T \in \Sigma$ , étant donné que l'égalité

$$(-2)^2 + 12^2 + (-5)^2 - 2 \cdot (-2) - 10 \cdot 12 + 6 \cdot (-5) - 27 = 0 \text{ est vérifiée.}$$

L'équation du plan tangent à la sphère  $\Sigma$  au point  $T$  est donnée par :

$$(-2-1)(x-1) + (12-5)(y-5) + (-5+3)(z+3) = 62$$

$$-3(x-1) + 7(y-5) - 2(z+3) - 62 = 0$$

$$-3x + 3 + 7y - 35 - 2z - 6 - 62 = 0$$

$$-3x + 7y - 2z - 100 = 0$$

$$3x - 7y + 2z + 100 = 0$$

- 4) Recherchons le centre et le rayon de la sphère  $\Sigma$  :

$$49x^2 + 49y^2 + 49z^2 - 70x + 42y - 294z + 34 = 0$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - \frac{10}{7}x + \frac{6}{7}y - 6z + \frac{34}{49} = 0$$

$$(x - \frac{5}{7})^2 - \frac{25}{49} + (y + \frac{3}{7})^2 - \frac{9}{49} + (z - 3)^2 - 9 + \frac{34}{49} = 0$$

$$(x - \frac{5}{7})^2 + (y + \frac{3}{7})^2 + (z - 3)^2 = 9$$

Vu que  $(3 - \frac{5}{7})^2 + (-1 + \frac{3}{7})^2 + (\frac{8}{7} - 3)^2 = \frac{256}{49} + \frac{16}{49} + \frac{169}{49} = 9$ , on a  $T \in \Sigma$ .

L'équation du plan tangent à la sphère  $\Sigma$  au point  $T$  est donnée par :

$$(3 - \frac{5}{7})(x - \frac{5}{7}) + (-1 + \frac{3}{7})(y + \frac{3}{7}) + (\frac{8}{7} - 3)(z - 3) = 9$$

$$\frac{16}{7}(x - \frac{5}{7}) - \frac{4}{7}(y + \frac{3}{7}) - \frac{13}{7}(z - 3) - 9 = 0$$

$$\frac{16}{7}x - \frac{80}{49} - \frac{4}{7}y - \frac{12}{49} - \frac{13}{7}z + \frac{39}{7} - 9 = 0$$

$$\frac{16}{7}x - \frac{4}{7}y - \frac{13}{7}z - \frac{260}{49} = 0$$

$$112x - 28y - 91z - 260 = 0$$