1.8

1) (a) $AB = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3\cdot 0 + 2\cdot 1 & 3\cdot 4 + 2\cdot 1 & 3\cdot 2 + 2\cdot 3 \\ 1\cdot 0 + 4\cdot 1 & 1\cdot 4 + 4\cdot 1 & 1\cdot 2 + 4\cdot 3 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} 2 & 14 & 12 \\ 4 & 8 & 14 \end{pmatrix}$

(b) Le produit BA n'existe pas, car le nombre de colonnes de la matrice B n'est pas égal au nombre de lignes de la matrice A : $3 \neq 2$.

2) (a) $AB = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1\cdot 4 + 2\cdot 5 + 3\cdot 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 32 \end{pmatrix}$

(b) $BA = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4\cdot 1 & 4\cdot 2 & 4\cdot 3 \\ 5\cdot 1 & 5\cdot 2 & 5\cdot 3 \\ 6\cdot 1 & 6\cdot 2 & 6\cdot 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 8 & 12 \\ 5 & 10 & 15 \\ 6 & 12 & 18 \end{pmatrix}$

3) (a) $AB = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 \\ 5 & 0 & 7 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} 2\cdot 0 + 0\cdot 5 + (-3)\cdot 0 & 2\cdot 3 + 0\cdot 0 + (-3)\cdot 2 & 2\cdot 0 + 0\cdot 7 + (-3)\cdot 0 \\ 0\cdot 0 + 0\cdot 5 + 0\cdot 0 & 0\cdot 3 + 0\cdot 0 + 0\cdot 2 & 0\cdot 0 + 0\cdot 7 + 0\cdot 0 \\ -2\cdot 0 + 0\cdot 5 + 3\cdot 0 & -2\cdot 3 + 0\cdot 0 + 3\cdot 2 & -2\cdot 0 + 0\cdot 7 + 3\cdot 0 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

(b) $BA = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 \\ 5 & 0 & 7 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} 0\cdot 2 + 3\cdot 0 + 0\cdot(-2) & 0\cdot 0 + 3\cdot 0 + 0\cdot 0 & 0\cdot(-3) + 3\cdot 0 + 0\cdot 3 \\ 5\cdot 2 + 0\cdot 0 + 7\cdot(-2) & 5\cdot 0 + 0\cdot 0 + 7\cdot 0 & 5\cdot(-3) + 0\cdot 0 + 7\cdot 3 \\ 0\cdot 2 + 2\cdot 0 + 0\cdot(-2) & 0\cdot 0 + 2\cdot 0 + 0\cdot 0 & 0\cdot(-3) + 2\cdot 0 + 0\cdot 3 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -4 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

4) (a) $AB = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} 1\cdot 1 + 1\cdot 1 + 1\cdot(-1) & 1\cdot 1 + 1\cdot(-2) + 1\cdot 1 & 1\cdot(-1) + 1\cdot 1 + 1\cdot 0 \\ 1\cdot 1 + 1\cdot 1 + 2\cdot(-1) & 1\cdot 1 + 1\cdot(-2) + 2\cdot 1 & 1\cdot(-1) + 1\cdot 1 + 2\cdot 0 \\ 1\cdot 1 + 2\cdot 1 + 3\cdot(-1) & 1\cdot 1 + 2\cdot(-2) + 3\cdot 1 & 1\cdot(-1) + 2\cdot 1 + 3\cdot 0 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

(b) $$\mathrm{BA} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} 1\cdot 1 + 1\cdot 1 + (-1)\cdot 1 & 1\cdot 1 + 1\cdot 1 + (-1)\cdot 2 & 1\cdot 1 + 1\cdot 2 + (-1)\cdot 3 \\ 1\cdot 1 + (-2)\cdot 1 + 1\cdot 1 & 1\cdot 1 + (-2)\cdot 1 + 1\cdot 2 & 1\cdot 1 + (-2)\cdot 2 + 1\cdot 3 \\ -1\cdot 1 + 1\cdot 1 + 0\cdot 1 & -1\cdot 1 + 1\cdot 1 + 0\cdot 2 & -1\cdot 1 + 1\cdot 2 + 0\cdot 3 \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

On remarque que la matrice B est la matrice inverse de la matrice A, c'est-à-dire $\mathrm{B} = \mathrm{A}^{-1}$.