4.11 L'énoncé stipule que

$$u = u_1 \cdot e_1 + \ldots + u_n \cdot e_n \quad \text{et} \quad v = v_1 \cdot e_1 + \ldots + v_n \cdot e_n$$

$$\begin{aligned} u + v &= u_1 \cdot e_1 + \ldots + u_n \cdot e_n + v_1 \cdot e_1 + \ldots + v_n \cdot e_n \\ &= u_1 \cdot e_1 + v_1 \cdot e_1 + \ldots + u_n \cdot e_n + v_n \cdot e_n \\ &= (u_1 + v_1) \cdot e_1 + \ldots + (u_n + v_n) \cdot e_n \end{aligned}$$

Cela signifie que le vecteur $u + v$ a pour composantes $\begin{pmatrix} u_1 + v_1 \\ \vdots \\ u_n + v_n \end{pmatrix}$.

$$\begin{aligned} \alpha \cdot u &= \alpha \cdot (u_1 \cdot e_1 + \ldots + u_n \cdot e_n) = \\ &= \alpha \cdot (u_1 \cdot e_1) + \ldots + \alpha \cdot (u_n \cdot e_n) \\ &= (\alpha\, u_1) \cdot e_1 + \ldots + (\alpha\, u_n) \cdot e_n \end{aligned}$$

Voilà qui montre que les composantes du vecteur $\alpha \cdot u$ valent $\begin{pmatrix} \alpha\, u_1 \\ \vdots \\ \alpha\, u_n \end{pmatrix}$.