

3.17 Tout système linéaire homogène de m équations à n inconnues s'écrit matriciellement $AX = 0$ avec $A \in M_{m,n}(\mathbb{R})$ et $X \in \mathbb{R}^n$.

Soit $S = \{X \in \mathbb{R}^n : AX = 0\}$ l'ensemble des solutions d'un tel système linéaire homogène.

Soient $X, Y \in S$ et $\alpha \in \mathbb{R}$.

Vu que $X \in S$, on a $AX = 0$. De même, $AY = 0$, car $Y \in S$.

1) $A(X + Y) = AX + AY = 0 + 0 = 0$ implique que $X + Y \in S$.

2) $A(\alpha X) = \alpha (AX) = \alpha \cdot 0 = 0$ signifie que $\alpha X \in S$.