Chamblandes 2010 — Problème 1

$$f(x) = \frac{9\,x^2}{x^2+2\,x-8} = \frac{9\,x^2}{(x+4)\,(x-2)}$$

x		-4		0		2	
$9\,x^2$	$+$	$\Vert$	$+$	0	$+$	$\Vert$	$+$
$x+4$	$-$	$\Vert$	$+$		$+$	$\Vert$	$+$
$x-2$	$-$	$\Vert$	$-$		$-$	$\Vert$	$+$
f	$+$	$\Vert$	$-$	0	$-$	$\Vert$	$+$

$$\lim_{x\to-4} \frac{9\,x^2}{x^2+2\,x-8} = \frac{144}{0} = \infty\ :\ x=-4 \text{ asymptote verticale}$$

$$\lim_{x\to2} \frac{9\,x^2}{x^2+2\,x-8} = \frac{36}{0} = \infty\ :\ x=2 \text{ asymptote verticale}$$

$$\begin{array}{r|l} 9\,x^2 & x^2+2\,x-8 \\ \cline{2-2} -9\,x^2 - 18\,x + 72 & 9 \\ \cline{1-1} -\ 18\,x + 72 & \end{array}$$

$y=9$ asymptote horizontale

$$\delta(x) = \frac{-18\,x+72}{x^2+2\,x-8} = \frac{-18\,(x-4)}{(x+4)\,(x-2)}$$

x		-4		2		4	
-18	$-$	$\Vert$	$-$	$\Vert$	$-$		$-$
$x-4$	$-$	$\Vert$	$-$	$\Vert$	$-$	0	$+$
$x+4$	$-$	$\Vert$	$+$	$\Vert$	$+$		$+$
$x-2$	$-$	$\Vert$	$-$	$\Vert$	$+$		$+$
δ	$+$	$\Vert$	$-$	$\Vert$	$+$	0	$-$

$$f'(x) = \frac{(9\,x^2)'\,(x^2+2\,x-8) - 9\,x^2\,(x^2+2\,x-8)'}{(x^2+2\,x-8)^2} = \frac{18\,x\,(x^2+2\,x-8) - 9\,x^2\,(2\,x+2)}{(x^2+2\,x-8)^2}$$

$$= \frac{18\,x^3+36\,x^2-144\,x-18\,x^3-18\,x^2}{(x^2+2\,x-8)^2} = \frac{18\,x^2-144\,x}{(x^2+2\,x-8)^2} = \frac{18\,x\,(x-8)}{(x+4)^2\,(x-2)^2}$$

x		-4		0		2		8	
$18\,x$	$-$	$\Vert$	$-$		$+$	$\Vert$	$+$	0	$+$
$x-8$	$-$	$\Vert$	$-$	0	$-$	$\Vert$	$-$		$+$
$(x+4)^2$	$+$	$\Vert$	$+$		$+$	$\Vert$	$+$		$+$
$(x-2)^2$	$+$	$\Vert$	$+$		$+$	$\Vert$	$+$		$+$
f'	$+$	$\Vert$	$+$	0	$-$	$\Vert$	$-$	0	$+$
f	$\nearrow$	$\Vert$	$\nearrow$	max	$\searrow$	$\Vert$	$\searrow$	min	$\nearrow$

$$f(0) = \frac{9\cdot 0^2}{0^2+2\cdot0-8} = 0$$

le point $(0\,;0)$ est un maximum local.

$$f(8) = \frac{9\cdot 8^2}{8^2+2\cdot8-8} = 8$$

le point $(8\,;8)$ est un minimum local.