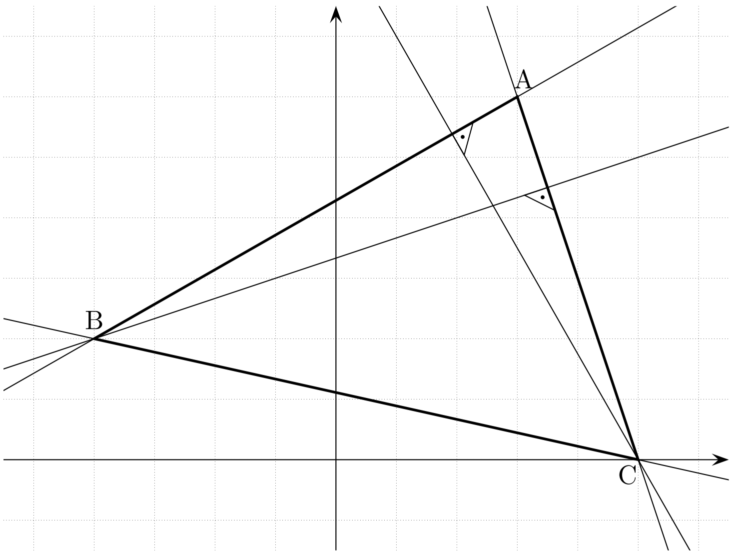
Chamblandes 2005 — Exercice 1



a) La droite AB étant perpendiculaire à la hauteur $h_{\mathrm{C}} : 7\,x+4\,y-35=0$, son équation est de la forme $\mathrm{AB} : 4\,x-7\,y+c=0$.
Comme le point $\mathrm{A}(3\,;6)$ se situe sur la droite AB, on doit avoir $4\cdot 3-7\cdot 6+c=0$, d'où suit $c=30$.
La droite AB a donc pour équation $\boxed{\mathrm{AB} : 4\,x-7\,y+30=0}$.

La droite AC étant perpendiculaire à la hauteur $h_{\mathrm{B}} : x-3\,y+10=0$, son équation est de la forme $\mathrm{AC} : 3\,x+y+c=0$.
Comme le point $\mathrm{A}(3\,;6)$ se situe sur la droite AC, on doit avoir $3\cdot 3+6+c=0$, d'où suit $c=-15$.
La droite AC a donc pour équation $\boxed{\mathrm{AC} : 3\,x+y-15=0}$.

b) Le point B se situe à l'intersection de la droite AB et de la hauteur h_{B}.

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcl} 4\,x & - & 7\,y & + & 30 & = & 0 \\ x & - & 3\,y & + & 10 & = & 0 \end{array}\right. \quad \left|\begin{array}{c} \cdot 3 \\ \cdot(-7) \end{array}\right| \quad \begin{array}{c} \cdot 1 \\ \cdot(-4) \end{array}$$

$5\,x+20=0$ donne $x=-4$ et $5\,y-10=0$ fournit $y=2$.
On obtient ainsi $\boxed{\mathrm{B}(-4\,;2)}$.

Le point C se situe à l'intersection de la droite AC et de la hauteur h_{C}.

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcl} 3\,x & + & y & - & 15 & = & 0 \\ 7\,x & + & 4\,y & - & 35 & = & 0 \end{array}\right. \quad \left|\begin{array}{c} \cdot(-1) \\ \cdot 4 \end{array}\right| \quad \begin{array}{c} \cdot(-7) \\ \cdot 3 \end{array}$$

$25\,x-125=0$ donne $x=5$ et $5\,y=0$ fournit $y=0$.
On obtient ainsi $\boxed{\mathrm{C}(5\,;0)}$.

$$\overrightarrow{\mathrm{BC}}=\begin{pmatrix} 5-(-4) \\ 0-2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 9 \\ -2 \end{pmatrix}$$

L'équation de la droite BC est de la forme $\mathrm{BC} : 2\,x+9\,y+c=0$.
Puisque $\mathrm{C}(5\,;0)$ appartient à BC, on a $2\cdot 5+9\cdot 0+c=0$, c'est-à-dire $c=-10$.
On conclut que la droite BC a pour équation $\boxed{\mathrm{BC} : 2\,x+9\,y-10=0}$.