

**2.1** Il est clair que  $D_f = \mathbb{R}$ .

Soit  $a \in \mathbb{R}$  un élément quelconque de l'ensemble de définition. Montrons que la fonction  $f$  est continue au point  $a$ .

Soit  $\varepsilon > 0$  un nombre positif quelconque (arbitrairement petit).

Il s'agit de montrer l'existence d'un nombre  $\delta > 0$  tel que pour tout  $x \in \mathbb{R}$  avec  $|x - a| < \delta$  on ait  $|f(x) - f(a)| < \varepsilon$ .

Mais, on constate que  $|f(x) - f(a)| = |1 - 1| = |0| = 0 < \varepsilon$  quel que soit  $x \in \mathbb{R}$ , de sorte que  $\delta$  peut être choisi arbitrairement, c'est-à-dire indépendamment de  $\varepsilon$ .

En particulier, si  $\delta = 1$ , alors on a bien pour tout  $x \in \mathbb{R}$  avec  $|x - a| < \delta$  que  $|f(x) - f(a)| = 0 < \varepsilon$ , ce qui prouve la continuité de la fonction  $f$  en  $a$ .