6.11 Il suffit de montrer l'équivalence des deux premières affirmations.

1) Supposons h injective.

D'après l'exercice 6.7, on doit avoir $\operatorname{Ker}(h) = \{0\}$.

Le théorème du rang donne :
$\dim\big(\operatorname{Im}(h)\big) = \dim(\mathrm{E}) - \dim\big(\operatorname{Ker}(h)\big) = \dim(\mathrm{E}) - 0 = \dim(\mathrm{E}) = \dim(\mathrm{F})$.

Vu l'exercice 6.8 2), on en tire que h est surjective.

2) Supposons h surjective.

L'exercice 6.8 2) implique que $\dim\big(\operatorname{Im}(h)\big) = \dim(\mathrm{F}) = \dim(\mathrm{E})$.

Le théorème du rang donne $\dim\big(\operatorname{Ker}(h)\big) = \dim(\mathrm{E}) - \dim\big(\operatorname{Im}(h)\big) = 0$.

Par conséquent $\operatorname{Ker}(h) = \{0\}$, si bien que f est injective, d'après l'exercice 6.7.