

2.2 Manifestement $D_f = \mathbb{R}$.

Soit $a \in \mathbb{R}$ un élément quelconque de l'ensemble de définition. Montrons que la fonction f est continue au point a .

Soit $\varepsilon > 0$ un nombre positif quelconque (arbitrairement petit).

Il s'agit de montrer l'existence d'un nombre $\delta > 0$ tel que pour tout $x \in \mathbb{R}$ avec $|x - a| < \delta$ on ait $|f(x) - f(a)| < \varepsilon$.

On veut donc avoir $|f(x) - f(a)| = |x - a| < \varepsilon$.

Cette inégalité est clairement vérifiée si $|x - a| < \varepsilon$. Par conséquent, en choisissant $\delta = \varepsilon$, on obtient que pour tout $x \in \mathbb{R}$ avec $|x - a| < \delta$ on a $|f(x) - f(a)| = 0 < \varepsilon$. La continuité de la fonction f en a est ainsi prouvée.