

3.13

1) Soient f et g des fonctions paires et $\alpha \in \mathbb{R}$.

(a) $(f + g)(-x) = f(-x) + g(-x) = f(x) + g(x) = (f + g)(x)$

La fonction $f + g$ est ainsi paire.

(b) $(\alpha \cdot f)(-x) = \alpha f(-x) = \alpha f(x) = (\alpha \cdot f)(x)$

La fonction $\alpha \cdot f$ est donc paire.

2) Soient f et g des fonctions impaires et $\alpha \in \mathbb{R}$.

(a) $(f + g)(-x) = f(-x) + g(-x) = -f(x) - g(x) = -(f + g)(x)$

La fonction $f + g$ est par conséquent impaire.

(b) $(\alpha \cdot f)(-x) = \alpha f(-x) = \alpha (-f(x)) = -\alpha f(x) = -(\alpha \cdot f)(x)$

La fonction $\alpha \cdot f$ est aussi impaire.

3) Soient f et g deux fonctions continues et $\alpha \in \mathbb{R}$.

La fonction $f + g$ est également une fonction continue, de même que la fonction αf , comme on l'a montré en deuxième année au chapitre 2 d'analyse à la page 2.2.

4) Soient f et g deux fonctions dérivables et $\alpha \in \mathbb{R}$.

(a) La fonction $f + g$ est dérivable : sa dérivée vaut $f' + g'$.

Ce résultat a été démontré en deuxième année à l'exercice 5.6 d'analyse.

(b) La fonction $\alpha \cdot f$ est dérivable : sa dérivée vaut $\alpha \cdot f'$.

Ce résultat a été établi en deuxième année à l'exercice 5.5 d'analyse.