

4.5

$$\begin{aligned} 1) \quad 2^{560} &\equiv (2^4)^{140} \equiv 16^{140} \equiv 1^{140} \equiv 1 \pmod{3} \\ 2^{560} &\equiv (2^5)^{112} \equiv 32^{112} \equiv (-1)^{112} \equiv 1 \pmod{11} \\ 2^{560} &\equiv (2^4)^{140} \equiv 16^{140} \equiv (-1)^{140} \equiv 1 \pmod{17} \end{aligned}$$

$$2) \quad 561 = 3 \cdot 11 \cdot 17$$

3) D'après l'exercice 4.4, $2^{560} \equiv 1 \pmod{3}$ et $2^{560} \equiv 1 \pmod{11}$ impliquent $2^{560} \equiv 1 \pmod{33}$, car 3 et 11 sont premiers entre eux.

Comme 33 et 17 sont premiers entre eux, toujours en vertu de l'exercice 4.4, $2^{560} \equiv 1 \pmod{33}$ et $2^{560} \equiv 1 \pmod{17}$ donnent $2^{560} \equiv 1 \pmod{561}$.