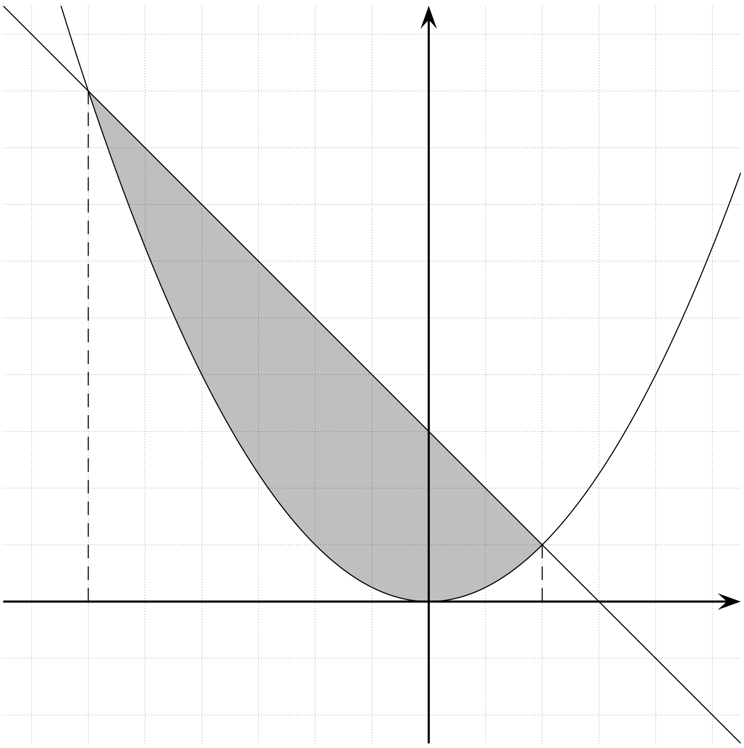
Chamblandes 2003 — 1.1



a) Pour déterminer l'intersection de la parabole $\Gamma : y = \frac{1}{4}\,x^2$ et de la droite $d : y = -x+3$, il faut résoudre l'équation :
$\frac{1}{4}\,x^2 = -x + 3$
$x^2 = -4\,x + 12$
$x^2 + 4\,x - 12 = 0$
$(x+6)\,(x-2) = 0$
$x_1 = -6 \quad \text{ou} \quad x_2 = 2$
$y_1 = \frac{1}{4}\,(-6)^2 = -(-6) + 3 = 9 \quad \text{et} \quad y_2 = \frac{1}{4}\cdot 2^2 = -2 + 3 = 1$
Les points d'intersection ont donc pour coordonnées $(-6\,;9)$ et $(2\,;1)$.

b) L'aire de la région limitée par Γ et d vaut :
$$\int_{-6}^{2} -x + 3\,dx - \int_{-6}^{2} \tfrac{1}{4}\,x^2\,dx = -\tfrac{1}{2}\,x^2 + 3\,x\,\Big|_{-6}^{2} - \tfrac{1}{4}\cdot\tfrac{1}{3}\,x^3\,\Big|_{-6}^{2} = -\tfrac{1}{2}\,x^2 + 3\,x\,\Big|_{-6}^{2} - \tfrac{1}{12}\,x^3\,\Big|_{-6}^{2} =$$
$$\Big(\big(-\tfrac{1}{2}\cdot 2^2 + 3\cdot 2\big) - \big(-\tfrac{1}{2}\,(-6)^2 + 3\cdot(-6)\big)\Big) - \Big(\big(\tfrac{1}{12}\cdot 2^3\big) - \big(\tfrac{1}{12}\cdot(-6)^3\big)\Big) =$$
$$\big(4 - (-36)\big) - \big(\tfrac{2}{3} - (-18)\big) = 40 - \tfrac{56}{3} = \boxed{\tfrac{64}{3}}$$