5.6 Pour déterminer la dimension de U, il suffit de déterminer le rang de la matrice dont les lignes sont formées des composantes des générateurs de U, à savoir les vecteurs u_1, u_2, u_3 et u_4.

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 & -1 \\ 2 & 3 & -1 & 1 \\ 3 & 7 & 0 & 1 \\ 1 & 9 & 4 & -1 \end{pmatrix} \overset{\substack{\mathrm{L}_2 \to \mathrm{L}_2 + 2\,\mathrm{L}_1 \\ \mathrm{L}_3 \to \mathrm{L}_3 + 3\,\mathrm{L}_1 \\ \mathrm{L}_4 \to \mathrm{L}_4 + \mathrm{L}_1}}{\Longrightarrow} \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 5 & 3 & -1 \\ 0 & 10 & 6 & -2 \\ 0 & 10 & 6 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\overset{\substack{\mathrm{L}_3 \to \mathrm{L}_3 - 2\,\mathrm{L}_2 \\ \mathrm{L}_4 \to \mathrm{L}_4 - 2\,\mathrm{L}_2}}{\Longrightarrow} \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 5 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Comme cette matrice est de rang 2, on a obtenu $\dim(\mathrm{U}) = 2$.

Par conséquent, deux vecteurs quelconques de U, pour autant qu'ils soient linéairement indépendants, forment une base de U.
Par exemple $(-e_1 + e_2 + 2\,e_3 - e_4\,;5\,e_2 + 3\,e_3 - e_4)$ forme une base de U, de même que $(u_1\,;u_2)$.