

6.17 D'après l'exercice 6.5, il suffit de donner l'image des vecteurs de la base canonique de \mathbb{R}^3 pour définir l'application linéaire h .

Pour générer l'image requise, on pose :

$$h(1; 0; 0) = (1; 2; 0; -4)$$

$$h(0; 1; 0) = (2; 0; -1; -3)$$

$$h(0; 0; 1) = (0; 0; 0; 0)$$

Plus généralement, puisque h est linéaire, on a :

$$\begin{aligned} h(x; y; z) &= h(x \cdot (1; 0; 0) + y \cdot (0; 1; 0) + z \cdot (0; 0; 1)) \\ &= x \cdot h(1; 0; 0) + y \cdot h(0; 1; 0) + z \cdot h(0; 0; 1) \\ &= x \cdot (1; 2; 0; -4) + y \cdot (2; 0; -1; -3) + z \cdot (0; 0; 0; 0) \\ &= (x + 2y; 2x; -y; -4x - 3y) \end{aligned}$$