

3.14

- 1) Chaque année, la population chute de 10 %. En d'autres termes, chaque année la population s'élève aux 90 % = $\frac{9}{10}$ de l'année précédente.

Si P_0 désigne la population actuelle de volatiles et que l'on note $P(n)$ la population après n années, alors on obtient :

$$P(1) = \frac{9}{10} P_0 = 0,9 P_0 = 90 \% \text{ de } P_0$$

$$P(2) = \frac{9}{10} P(1) = \frac{9}{10} \cdot \frac{9}{10} P_0 = \left(\frac{9}{10}\right)^2 P_0 = 0,81 P_0 = 81 \% \text{ de } P_0$$

$$P(3) = \frac{9}{10} P(2) = \frac{9}{10} \cdot \left(\frac{9}{10}\right)^2 P_0 = \left(\frac{9}{10}\right)^3 P_0 = 0,729 P_0 = 72,9 \% \text{ de } P_0$$

- 2) On a obtenu $P(n) = \left(\frac{9}{10}\right)^n P_0$ pour $n = 1, n = 2, n = 3$.

Plus généralement, on montre par récurrence que $P(n) = \left(\frac{9}{10}\right)^n P_0$:

$$P(n+1) = \frac{9}{10} P(n) = \frac{9}{10} \cdot \left(\frac{9}{10}\right)^n P_0 = \left(\frac{9}{10}\right)^{n+1} P_0$$

$$\text{Ainsi } P(7) = \left(\frac{9}{10}\right)^7 P_0 = 0,478\,296\,9 P_0 \approx 47,83 \% \text{ de } P_0$$

- 3) $P(n) = 0,3 P_0$

$$\left(\frac{9}{10}\right)^n P_0 = 0,3 P_0$$

$$\left(\frac{9}{10}\right)^n = 0,3$$

$$n = \log_{\frac{9}{10}}(0,3) = \frac{\log(0,3)}{\log(\frac{9}{10})} \approx 11,43$$