

2.8

- 1) Vu la propriété 3) de l'exercice 1.1, on a $m \mid 0$.

Puisque $a - a = 0$, on obtient $m \mid (a - a)$.

Ceci équivaut à $a \equiv a \pmod{m}$, d'après l'exercice 2.6.

- 2) Supposons $a \equiv b \pmod{m}$.

Vu l'exercice 2.6, il existe $k \in \mathbb{Z}$ tel que $b = a + km$.

On en tire $a = b - km$.

En posant $k' = -k$, on obtient $a = b + k'm$ avec $k' \in \mathbb{Z}$.

Ceci revient à dire que $b \equiv a \pmod{m}$.

- 3) Supposons $a \equiv b \pmod{m}$ et $b \equiv c \pmod{m}$.

Ces hypothèses équivalent à $m \mid (a - b)$ et $m \mid (b - c)$.

La propriété 6) de l'exercice 1.1 implique $m \mid (1 \cdot (a - b) + 1 \cdot (b - c))$.

Or $1 \cdot (a - b) + 1 \cdot (b - c) = a - b + b - c = a - c$.

Par conséquent, $m \mid (a - c)$, c'est-à-dire $a \equiv c \pmod{m}$.