

10.8

1) Supposons h orthogonal.

$$\|h(x)\|^2 = h(x) \cdot h(x) = x \cdot x = \|x\|^2$$

Comme $\|h(x)\| \geq 0$ et $\|x\| \geq 0$, on conclut que $\|h(x)\| = \|x\|$.

2) Supposons que h conserve la norme.

$$\begin{aligned} h(x) \cdot h(y) &= \frac{1}{2} (\|h(x) + h(y)\|^2 - \|h(x)\|^2 - \|h(y)\|^2) \\ &= \frac{1}{2} (\|h(x + y)\|^2 - \|h(x)\|^2 - \|h(y)\|^2) \\ &= \frac{1}{2} (\|x + y\|^2 - \|x\|^2 - \|y\|^2) \\ &= x \cdot y \end{aligned}$$