

4.1

Posons $e_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, e_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, \dots, e_n = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$

Soit $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$ un élément de \mathbb{R}^n .

$$\text{Alors } x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = x_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} + \dots + x_n \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = x_1 \cdot e_1 + x_2 \cdot e_2 + \dots + x_n \cdot e_n$$

Ainsi tout élément de \mathbb{R}^n s'écrit comme combinaison linéaire des vecteurs e_1, e_2, \dots, e_n , ce qui signifie que $(e_1; e_2; \dots; e_n)$ est une famille génératrice de \mathbb{R}^n .