

1.11

1) En multipliant par 5^3 l'équation $\frac{142}{5^3} = a + \frac{b}{5} + \frac{c}{5^2} + \frac{d}{5^3}$, on obtient

$$\begin{aligned} 142 &= 5^3 \cdot a + 5^2 \cdot b + 5 \cdot c + d \\ &= 5(5^2 \cdot a + 5 \cdot b + c) + d \end{aligned}$$

Sachant que $0 \leq d < 5$, cela signifie que

- (a) d est le reste de la division par 5 de 142 ;
- (b) $5^2 \cdot a + 5 \cdot b + c$ est son quotient.

2) Puisque $142 = 5 \cdot 28 + 2$, on en déduit $\begin{cases} d = 2 \\ 5^2 \cdot a + 5 \cdot b + c = 28 \end{cases}$

3) De même, l'égalité $28 = 5^2 \cdot a + 5 \cdot b + c$
 $= 5(5 \cdot a + b) + c$

avec $0 \leq c < 5$ implique que la division de 28 par 5 admet

- (a) c pour reste ;
- (b) $5 \cdot a + b$ pour quotient.

De $28 = 5 \cdot 5 + 3$, on tire que $\begin{cases} c = 3 \\ 5 \cdot a + b = 5 \end{cases}$

L'équation $5 = 5 \cdot a + b$ avec $0 \leq b < 5$ signifie qu'en divisant 5 par 5, on trouve

- (a) b pour reste ;
- (b) a pour quotient.

Il en résulte $b = 0$ et $a = 1$.

En résumé, on a trouvé $\frac{142}{5^3} = 1 + \frac{3}{5^2} + \frac{2}{5^3}$.