

4.22

- 1) Considérons la suite géométrique de premier terme $u_1 = 1$ et de raison $r = 3$.

$$3^{20} = u_n = u_1 \cdot r^{n-1} = 1 \cdot 3^{n-1} = 3^{n-1} \text{ implique } n = 21.$$

$$1 + 3 + 9 + 27 + \dots + 3^{20} = u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + \dots + u_{21} =$$

$$u_1 \cdot \frac{1 - r^n}{1 - r} = 1 \cdot \frac{1 - 3^{21}}{1 - 3} = \frac{-10\,460\,353\,202}{-2} = 5\,230\,176\,601$$

- 2) Considérons la suite géométrique de premier terme $u_1 = 1$ et de raison $r = -2$.

$$1024 = u_n = u_1 \cdot r^{n-1} = 1 \cdot (-2)^{n-1} = (-2)^{n-1} \text{ donne } n = 11.$$

$$1 - 2 + 4 - 8 + 16 + \dots + 1024 = u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 + \dots + u_{11} =$$

$$u_1 \cdot \frac{1 - r^n}{1 - r} = 1 \cdot \frac{1 - (-2)^{11}}{1 - (-2)} = \frac{2049}{3} = 683$$

- 3) Considérons la suite géométrique de premier terme $u_1 = 1$ et de raison $r = -\frac{1}{2}$.

$$\frac{1}{1024} = u_n = u_1 \cdot r^{n-1} = 1 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{1}{(-2)^{n-1}} \text{ délivre } n = 11.$$

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{1024} = u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + \dots + u_{11} =$$

$$u_1 \cdot \frac{1 - r^n}{1 - r} = 1 \cdot \frac{1 - \left(-\frac{1}{2}\right)^{11}}{1 - \left(-\frac{1}{2}\right)} = \frac{\frac{2049}{2}}{\frac{3}{2}} = \frac{683}{1024}$$