

Міністерство освіти і науки України
Департамент науки і освіти Харківської облдержадміністрації
Харківське територіальне відділення МАН України

Відділення: фізики і астрономії
Секція: теоретична фізика

**ДОСЛІДЖЕННЯ ВЛАСТИВОСТЕЙ ГРАНУЛЯРНИХ СЕРЕДОВИЩ
ВІД ЇХ ПАРАМЕТРІВ ТА ПОВЕДІНКА ОКРЕМИХ ОБ'ЄКТІВ У НИХ**

Роботу виконав:

Гамов Олексій Андрійович,
учень 9 класу Харківського навчально-виховного
комплексу № 45 «Академічна гімназія»
Харківської міської ради Харківської області,
вихованець гуртка «Наукові дослідження у
фізиці» Комунального закладу «Харківська
обласна Мала академія наук Харківської обласної
ради»

Наукові керівники:

Мазанов Максим Володимирович, студент
фізичного факультету Харківського
національного університету імені
В.Н. Каразіна;

Іврій Ілля Леонідович, учитель фізики
Харківського навчально-виховного комплексу №
45 «Академічна гімназія» Харківської міської
ради Харківської області, спеціаліст вищої
категорії, відмінник освіти України

Харків – 2020

Тези

Гранулярна конвекція; Ефект бразильського горіха; Зворотній ефект бразильського горіха; Конвекція у гранулярних середовищах; Динаміка гранулярних середовищ.

Автор роботи: Гамов Олексій Андрійович;

Харківське територіальне відділення МАН України;

Харківський навчально-виховний комплекс №45 «Академічна гімназія»

Харківської міської ради Харківської області; 9 клас; м. Харків;

Науковий керівник: Мазанов Максим Володимирович, студент другого курсу магістратури кафедри теоретичної фізики фізичного факультету ХНУ імені В.Н.Каразіна.

Вступ.

У нашій роботі ми розглянемо динаміку гранулярних середовищ. Детально досліджувалося явище гранулярної конвекції та поведінка окремих об'єктів у цих середовищах. Ця робота також зможе служити джерелом інформації для подібних досліджень.

Результати.

В результаті проведеної роботи були теоретично і частково експериментально досліджені властивості динаміки гранулярних середовищ. Були виявлені основні режими динаміки гранулярних середовищ, що супроводжують рух у них тіл розмірів більших за розмір гранул. Для кожного з режимів представлені теоретичні оцінки залежності параметрів динаміки середовища та динаміки тіла у ньому від параметрів системи та умов її збудження. Для режиму адіабатичної гранулярної конвекції було детально розглянуто модель ефективного термодинамічного процесу у рамках гранулярної гідродинаміки, у якій відтворюється пороговий ефект конвекції та знайдений правильний управляючий параметр збудження (амплітуда швидкості коливань підставки), що узгоджується з нещодавно проведеними експериментами. Також був приведений огляд окремих досліджень у цій галузі, що можуть допомогти розумінню теми.

Зміст

Вступ.....	5
1. Якісне пояснення ефекту руху.....	8
1.1. Якісне пояснення ефекту руху тіла в системі та загальні міркування.....	8
1.2.1. Якісне пояснення режиму руху «рідини».....	9
1.2.2. Якісне пояснення явища гранулярної конвекції.....	9
1.2.3.1. Якісне пояснення режиму руху «гарматного ядра».....	11
1.2.3.2. Якісне пояснення режиму руху «гарматного ядра» у зв'язці з гранулярним ефектом Лейденфросту.....	12
2 Теоретична частина.....	13
2.1. Виведення рівнянь руху для режиму руху «рідини».....	13
2.2. Виведення рівнянь руху для явища адіабатичної гранулярної конвекції.....	14
2.3. Виведення рівнянь руху для режиму руху «гарматного ядра».....	27
3. Експериментальна частина.....	29
3.1. Загальні дані про типові експерименти.....	29
3.2. Експеримент для режиму руху «рідини».....	29
3.3. Експеримент для явища гранулярної конвекції.....	30
3.4. Експеримент для режиму руху «гарматного ядра».....	33
Висновки.....	34
Джерела.....	35

ВСТУП

У нашій роботі ми розглянемо динаміку гранулярних середовищ. При цьому, більшу увагу приділимо явищу гранулярної конвекції, та поведінці окремих об'єктів у системі у потоці гранул уверх, наприклад таких, як кульки, що розміром суттєво більші за гранули.

Як добре відомо, гранулярні середовища – гарний приклад систем макроскопічних частинок, що здатні відтворювати багато термодинамічних властивостей речовини: в тому числі, ці середовища за різних значень геометрії, пакування, та параметрів збудження можуть поводити себе як рідина, тверде (кристалічне або аморфне) тіло або газ. Ця відповідність обумовлює можливості перенесення підходів до цих фаз і до гранулярних середовищ: наприклад, загально відомо, що рівняння гідродинаміки рідини або газу у якомусь наближенні можуть бути застосовані і до них в окремих задачах [4-6]. Але завдяки значним силам тертя між частинками та частинок зі стінками посудини, можливості сильної непружності зіткнень, та за відсутності сил притягання між частинками, динаміка і навіть стаціонарні профілі тиску у цих речовинах можуть сильно відрізнятися від результатів для рідини чи газу. Дійсно, сили тертя породжують за великої щільності ланцюги сил, що ведуть до стінок та змінюють профіль тиску усередині середовища, а непружність зіткнень призводить до формування кластерів і суттєвого змінення ефективного рівняння стану гранулярної речовини.

У нашій роботі ми розглянемо питання динаміки збуджених гранулярних середовищ та динаміки руху тіл у них. Джерелом збудження може слугувати звичайна віброустановка, приєднана до стінки посудини з гранулярною речовиною. Вказані вище особливості гранулярних середовищ зумовлюють більшу різноманітність режимів динаміки середовища і тіла у ньому. Ми розглянемо у роботі наступні режими: ефективної рідини, гранулярної конвекції та «гарматного ядра», приділяючи основну увагу режиму адіабатичної конвекції.

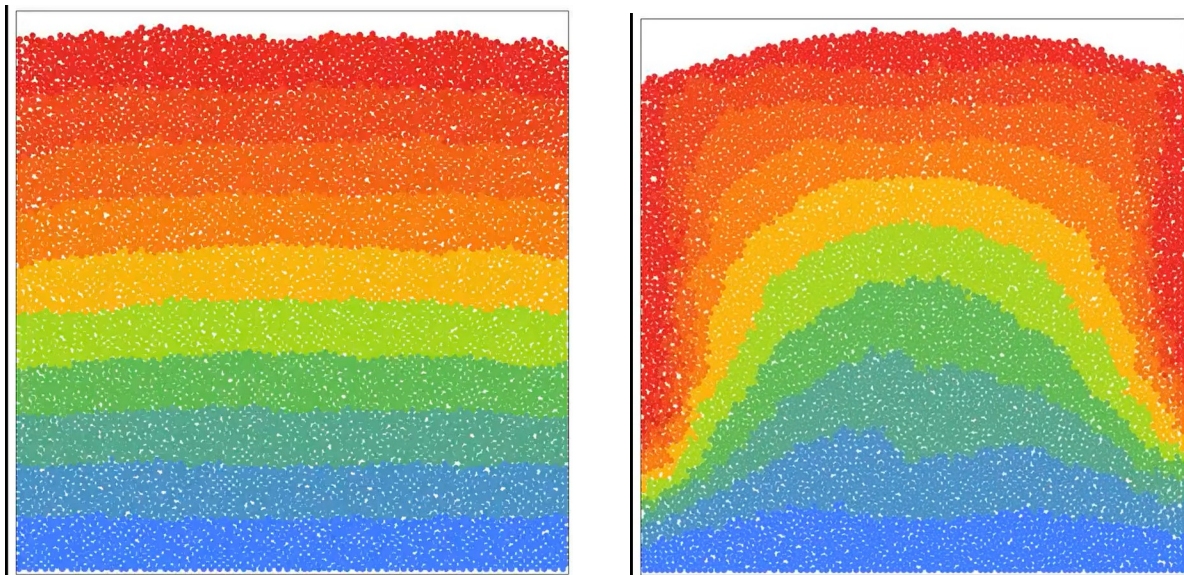


Рис. 1. Режим адіабатичної гранулярної конвекції (кадр из симуляції [10])

На рисунках приведені зображення розподілу кульок з висотою у режимі адіабатичної гранулярної конвекції, отриманий авторами симуляції [10]. Різними кольорами позначені кульки різних початкових шарів; на першому зображенні приведена картина на початку симуляції, на другому – через деякий час. Ми спостерігаємо явище, яке можна візуально характеризувати як конвекцію, причому внаслідок приблизної стаціонарності профілю густини, поля швидкостей, та рівномірності підймання в усталеному режимі цей процес можна вважати адіабатично повільним. Важливу роль у даному режимі грають негладкі стінки, що уповільнюють хаотичний рух близьких до них частинок і тим самим знижують їх ефективну температуру, однак дозволяють утворитися макроскопічному потоку частинок униз поблизу стінок. Тому його сміливо можна порівняти зі звичайною конвекцією у посудині з рідиною при нагріванні її знизу.

Справді, картина, що утворюється, чимось схожа на одиничний осередок конвекції, у середині якого рідина підіймається, а по його краях – опускається, по причині того, що з боків рідина охолоджується ефективніше, ніж у середині. Але є і суттєві відмінності: наприклад, наверху гранулярного середовища обов'язково утворюється «гірка» з гранул: на відміну від рідини, у якій горизонтальні потоки зверху підтримуються завдяки її нерозривності, легко розширюване гранулярне середовище «вимушене» замикати цикл конвекції горизонтальними потоками,

використовуючи природне тяжіння.

Найголовніша задача, що постає перед теорією цього явища – це описати порогову природу конвекції, та знайти правильний управляючий параметр збудження, від якого залежить поріг і швидкість конвекції; на ці питання ми і намагалися відповісти у відповідній частині цієї роботи.

У ході роботи ми згадуємо деякі з найважливіших експериментальних і теоретичних робіт по відповідним режимам динаміки гранулярних середовищ [2-9,13]. Тому ця робота також зможе в якійсь мірі слугувати і допоміжним джерелом для подібних досліджень.

РОЗДІЛ 1

ЯКІСНЕ ПОЯСНЕННЯ ЕФЕКТУ РУХУ

1.1. Якісне пояснення ефекту руху тіла в системі та загальні міркування.

Ефект руху у системі виникає завдяки активним силам, що діють на дно контейнеру з гранулами, породжуючи як його прискорення, так і рух системи у цілому. У роботі ми будемо розглядати рух гранул у залежності від руху підставки, на якій розташований контейнер з гранулами.

Варто відзначити, що у цій роботі ми розглядаємо різні специфічні режими роботи, бо ми не можемо описати усіх їх одною системою рівнянь, розв'язок якої буде описувати процеси, що відбуваються у ній, окрім системи рівнянь, що включає рівняння руху для кожної гранули у деякій системі координат. Для моделювань таких систем у комп'ютерній техніці застосовують дискретний метод типу «молекулярної динаміки»: моделюють рух кожної гранули окремо, та при її зіткненні її з іншими гранулами змінюють її швидкість в обраній системі координат або використовуючи деякий усереднений потенціал сил, діючих на частинку зі сторони малої її околиці («гладкий» підхід), або користуючись законами перетворення імпульсу та енергії для одиничних зіткнень («дискретний» підхід). Завдяки такому наближеному методу моделювання ми можемо детально спостерігати за рухом окремих гранул та їх груп, що допомагає якісному розумінню явища. Цей підхід реалізований в багатьох спеціалізованих пакетах, таких як LIGGGHTS [1].

1.2.1. Якісне пояснення режиму руху «рідини».

Для того, щоб у системі при введенні до неї якогось об'єкту виникав ефект руху цього тіла, як у рідині, потрібно, щоб густини середовища і об'єкту відрізнялися, і щоб були присутні малі вібрації підставки з прискореннями меншими за прискорення вільного падіння. Для такого може служити проста установка, яка породжує хаотичні вібрації (див. Рис. 2).

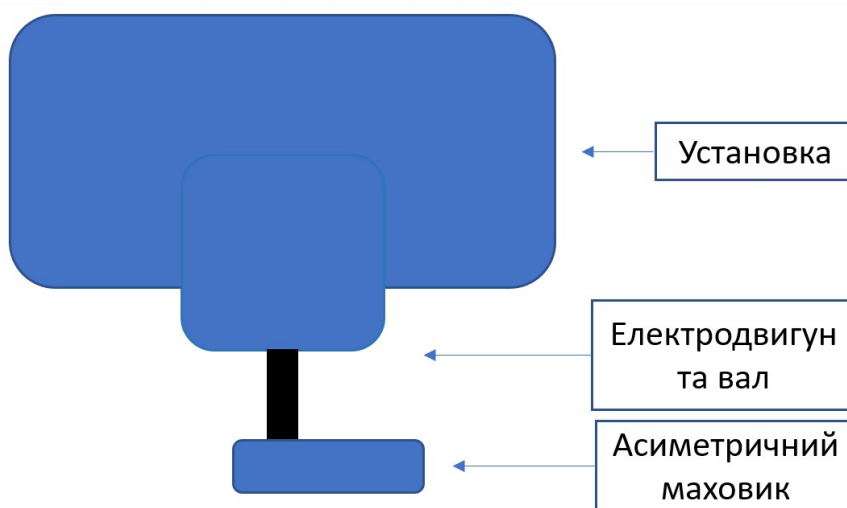


Рис. 2. Схематичне зображення типової установки

Рух тіла виникає через те, що гранули у середовищі коливаються і рухаються у різних напрямках, подібно до молекул у рідині: коливання підставки слугують лише «розріджувачем» гранулярного середовища. Тим самим поширення тиску приблизно збігається з гідростатичним тиском у нестискуваній рідині. Тому ми можемо вважати, що у даному випадку приблизно виконується закон Архімеда.

1.2.2. Якісне пояснення явища гранулярної конвекції.

Перш за все слід зазначити, що в гранулярних середовищах існує два дуже різних за фізичною природою ефекта конвекції: перший – адіабатичний, відбувається за відносно малих прискорень і за шорстких стінок посудини, з конвективною коміркою розмірів порядку розмірів посудини, та другий – неадіабатичний, що відбувається за великих (порівняно з прискоренням вільного падіння) прискорень і за гладких стінок, зі спонтанними конвективними комірками

розмірів, що можуть не залежати від розмірів посудини (див. напр. кадр з симуляції [12] на Рис. 3).

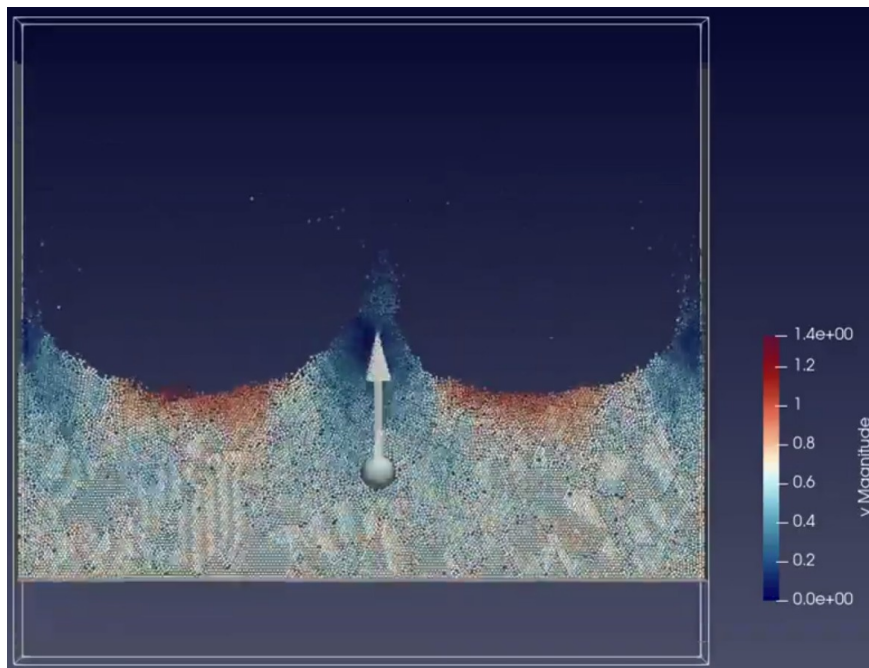


Рис. 3. Режим неадіабатичної гранулярної конвекції (кадр из симуляції [12])

Перший режим, як буде показано далі у роботі, можна розглядати як геометрично стійкий термодинамічно дозволений процес, тоді як другий режим пов'язаний з нестійкістю типу Релея-Бенара (див. напр. [13]) та граничить з фазою гранулярного ефекту Лейденфроста [5,6].

Для виникнення ефекту адіабатичної гранулярної конвекції необхідні вертикальні вібрації підставки, за яких прискорення буде порівняно з прискоренням вільного падіння. Рух виникає через локальне розрідження шарів середовища близько нижньої поверхні посудини. Якщо відповідний термодинамічний процес виявляється не забороненим у стаціонарному режимі, то потік усередині посудини підіймається вверх, а з її боків униз. Об'єкт у потоці буде захоплюватися ним та буде здобувати його швидкість.

Більш детально опишемо процес (цикл), по якому, як ми вважаємо, проходять гранули:

1. Унизу, ближче до середини посудини, формуються порівняно невеликі пустоти між частинками (розріджені області). У звичайній конвекції це відповідає нагріванню.
2. Ці області підіймається уверх за їх меншої густини. Цей процес можна описати в першому наближенні як адіабатичний – області повільно стискаються, втрачають свою температуру (хаотичні коливання гранул), та формують макроскопічний потік уверх. Ми розглядаємо цю фазу руху як управляючу, бо саме на цьому етапі до рідини підводиться енергія від джерела вібрації знизу посудини.
3. На поверхні посудини гранули знову набувають рухомість. Там формується дещо розріджений рідкий шар гранул. Рухомість гранул забезпечується тим, що вони зісковзують до країв посудини з «гірки» наверху середовища, долаючи тертя, та переходять у потік униз, забезпечуючи швидку зміну гранул на поверхні. Ми розглядаємо цю фазу руху як підтримуючу (замикаючу): дійсно, параметри горки підлаштовуються під темп конвекції так, щоби забезпечити необхідний стаціонарний потік речовини униз контейнера.
4. Гранули спускаються униз біля країв посудини, втрачаючи свою рухомість та швидкість, щільність розташування гранул зростає.
5. Падаючи, гранули розсіюють свою енергію та макро-імпульс переважно до посудини, повертаються у свою початкову позицію на дні посудини, і знову переходять до 1 етапу.

1.2.3.1. Якісне пояснення режиму руху «гарматного ядра».

Для виникнення цього режиму необхідні коливання з великою амплітудою, та переважно малою частотою. Рухомі інертні об'єкти у цьому режимі пробивають верхні по відношенню до них горизонтальні шари середовища. Цей режим відрізняється від режиму гранулярної конвекції тим, що в ньому немає направлено руху груп гранул. Ширяючих кластерів не виникає, бо енергія, яку їм можуть передати гранули, що курсують між вібруючою поверхнею та кластером, недостатньо для підтримування «левітації» кластеру.

1.2.3.2. Якісне пояснення режиму руху «гарматного ядра» у зв'язці з гранулярним ефектом Лейденфросту.

Для виникнення цього (доволі екзотичного) режиму також необхідні коливання з досить великою амплітудою, та малою частотою. У ньому об'єкти знизу намагаються пробити шари гранул, що утворилися зверху завдяки гранулярному ефекту Лейденфросту. Об'єкти зверху утримуються нижніми шарами.

Гранулярний ефект Лейденфросту виникає через те, що ширяючий кластер не встигає спуститися униз під час періоду коливань, та утримується у повітрі завдяки нижнім гранулам, що передають йому свою теплову енергію, курсуючи між вібруючою поверхнею («підігрівачем») та кластером. Нагадаємо, що за ще більших значень амплітуди збуджень може реалізуватися перехід до режиму неадіабатичної конвекції, у якому рухоме тіло також може підійматися нагору.

РОЗДІЛ 2

ТЕОРЕТИЧНА ЧАСТИНА

2.1. Виведення рівнянь руху для режиму руху «рідини».

У цьому випадку для того, щоб описати рух окремих тіл у середовищі, нам треба розрахувати ефективну в'язкість середи. Для того щоб її визначити, ми будемо використовувати співвідношення Ейнштейну-Стоксу $D = \frac{k_B T}{6\pi\eta r}$, яке зв'язує коефіцієнт дифузії D та в'язкість середи η , де r – це характерний розмір частинок, а $k_B T$ – це характерна теплова енергія руху частинок.

Нехай у наближенні нехаотичного руху ємності з гранулами, її координати підпорядковуються закону руху $x(t) = x_0 \cos(\omega t)$, де x_0 – це амплітуда коливань системи, ω – частота коливань. Тоді швидкість ємності від часу буде визначатися формулою $v(t) = -x_0 \omega \sin(\omega t)$. Якщо припустити, що швидкості, з якими хаотично рухаються гранули, порядку швидкості підставки, то $v_{uc} \approx x_0 \omega$. Але за рахунок хаотичності коливань підставки, швидкість, що набувають частинки, також буде хаотичною: середовище з частинок хаотизується. Тоді характерна теплова енергія частинок буде $k_B T \approx \frac{mv_{uc}^2}{3} \approx \frac{m(x_0 \omega)^2}{3}$. З чого $\eta = \frac{m(x_0 \omega)^2}{18\pi r D}$. Коефіцієнт дифузії D ми будемо визначати з експерименту. Ми будемо спостерігати за розпливанням невеликої групи гранул на поверхні. Коефіцієнт дифузії D залежить від характерного радіусу та часу розпливання кола, як $D = \frac{R^2}{4t}$. Цю формулу можна

вивести з диференційного рівняння дифузії за відсутності джерел, та з постійним коефіцієнтом дифузії: $\frac{\partial}{\partial t} c(\vec{r}, t) = D \Delta c(\vec{r}, t)$, де $\Delta = \frac{\delta^2}{\delta x^2} + \frac{\delta^2}{\delta y^2}$ – оператор Лапласа.

Завдяки ефективній в'язкості ми можемо промодельовати рух окремих тіл у середовищі. Наприклад, ми можемо знайти швидкість шарику з певною густиною у системі. Це ми можемо зробити, записавши сили, що діють на нього – сила

Архімеда $F_A = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_{\text{сеп}} g$, сила тяжіння $F_T = mg = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_m g$, та сила в'язкого тертя

$F_{CT} = 6 \pi r \eta v$. Запишемо другий закон Ньютона, вважаючи, що прискорення рівне нулеві: $F_T + F_C - F_A = 0$. Тоді, вилучивши з рівняння швидкість v , отримаємо

$$\text{швидкість руху тіла, } v = \frac{2(\rho_m - \rho_{\text{сеп}}) r^2 g}{9 \eta}.$$

2.2. Виведення рівнянь руху для явища адіабатичної гранулярної конвекції.

В цій частині ми розглянемо явище гранулярної конвекції. Для того щоб описати його, ми спочатку будемо нехтувати такими явищами у системі, як стискуваність самих гранул (вважаємо їх абсолютно твердими частинками); також будемо вважати, що гранули розподілені приблизно рівномірно у залежності від висоти.

Ми можемо записати закон збереження мас для кожного окремого об'єму у системі: сума потоків з урахуванням знаків, що проходять через границю цього об'єму, рівна нулеві. Запишемо це для горизонтального перетину посудини:

$$\frac{dm(z)}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{dm_d(z)}{dt} = \frac{dm_u(z)}{dt}, \text{ де } \frac{dm_d(z)}{dt} \text{ та } \frac{dm_u(z)}{dt} \text{ це потоки маси вниз та уверх відповідно.}$$

З нашого припущення про приблизну рівномірність розподілу з висотою, випливає, що середні щільності є рівними, і можемо записати $\frac{dV_d(z)}{dt} = \frac{dV_u(z)}{dt}$. Це ми

$$\text{можемо далі розписати як } \frac{S_d dl_{dcc}(z)}{dt} = \frac{S_u dl_{ucc}(z)}{dt}, \text{ та } S_d v_{dcc} = S_u v_{ucc}. \text{ Помноживши}$$

рівняння для об'єму на концентрацію гранул n , отримаємо рівняння збереження кількості частинок, $n S_d v_{dcc} = n S_u v_{ucc}$; виділивши $j = n \bar{v}$, отримаємо $J_d = S_d j_d = S_u j_u = J_u$, j –

це потік імпульсу у потоках. Для того, щоб розрахувати додаткові параметри потоків, розглянемо рух гранул біля стінок посудини зверху (див. Рис. 4).

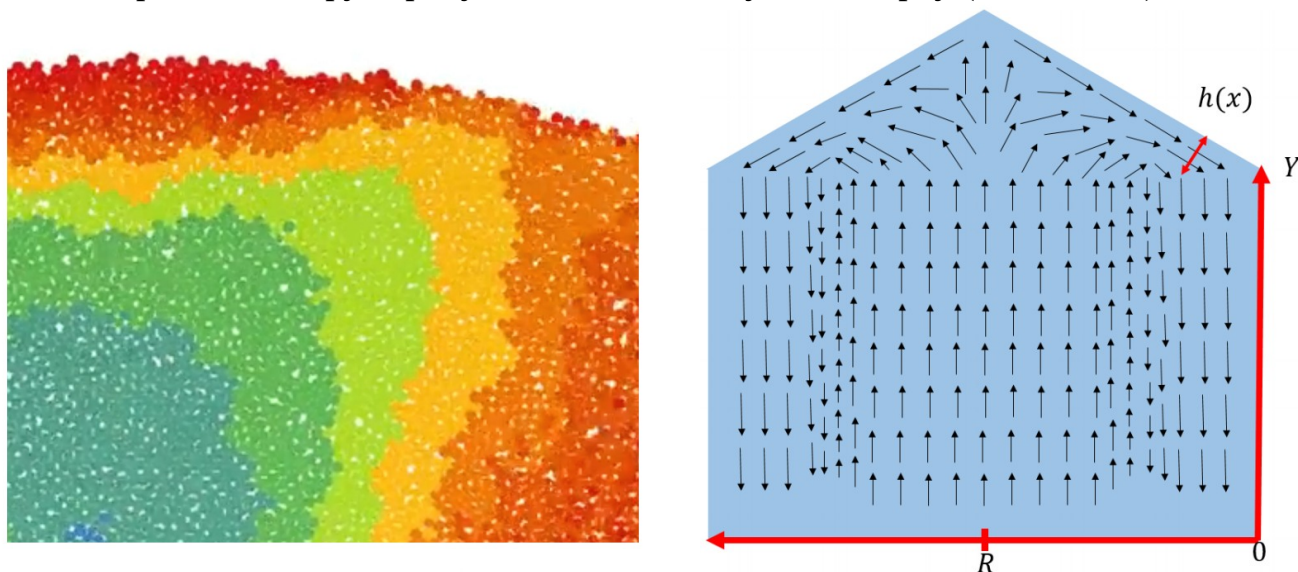


Рис. 4. Допоміжні рисунки до виводу рівнянь адіабатичної гранулярної конвекції

Можемо вважати, що кут між потоком і горизонтальною площиною

дорівнює куту природного укосу α_0 . Коли система приводиться у рух над кутом α_0 утворюється додатковий кут β . Це ми можемо стверджувати, бо якщо цього б не відбувалося, то групи з кількох гранул би не зісковзували зі схилу. Разом ці кути утворюють кут $\alpha = \alpha_0 + \beta$. Прискорення, з яким рухається гранули на поверхні потоку, буде дорівнювати $a = (g + a_0) \cos \alpha_0 (tg \alpha - \mu)$, де μ - це коефіцієнт тертя між гранулами. Його можна розрахувати з формули $tg \alpha_0 = \mu$. Для того, щоб розрахувати

$tg \alpha$ використаємо формулу $tg \alpha = tg(\alpha_0 + \beta) = \frac{tg \alpha_0 + tg \beta}{1 - tg \alpha_0 tg \beta} \approx \mu + \beta$. Перетворюючи формулу

отримаємо $a = (g + a_0) \cos \alpha_0 \beta$. Кут β ми можемо знайти з формули

$\beta(0) = \frac{(a - a_0) \cos \alpha_0}{\tilde{R} / \cos \alpha_0} \frac{T^2}{8} = (a - a_0) \frac{\cos^2 \alpha_0}{\tilde{R}} \frac{T^2}{8}$, де \tilde{R} це відстань від краю посудини до шару, у

якому гранули підіймаються за 1 період коливання на висоту рухомого шару, T -

період коливань. Оскільки процес руху середовища з гірки ми вважаємо підтримуючим (замикаючим) цикл руху, що підпорядковується фазі підняття гранул, параметр \tilde{R} будемо вважати залежним лише від параметрів руху гранул у потоці уверх. З чого ми можемо розрахувати швидкість горизонтального потоку, вважаючи що гранули рухаються половину періоду, коли посудина рухається уверх. Усереднюючи на вказаному проміжку часу та перетворюючи формулу, отримаємо $\overline{v_{zop}} = (g + a)\cos\alpha_0\beta \frac{T}{2} \frac{2}{\pi} = (g + a)\cos\alpha_0\beta \frac{T}{\pi} = cy'$ (в останньому виразі функція $y(x)$ задає профіль гірки у координатах вздовж радіусу посудини (x) та вздовж вертикалі (y)).

Наблизимо площини S_d , та S_u , як $S_d = \pi(R - R_d)^2 \approx \pi R^2$, та $S_d = \pi R^2 - \pi(R - R_d)^2 \approx 2\pi R R_d$ (з експериментів випливає, що потік униз біля стінок відбувається лише в тонкому шарі поблизу стінок). З цього можемо випливає, що $j_u \pi R^2 = j_d 2\pi R R_d$. Тоді також $v_u \pi R^2 = v_d 2\pi R R_d$. З цього $v_u = v_d \frac{2R_d}{R}$.

Нехай $h(x)$ буде висотою горизонтального потоку. Тоді $S_{zop} = h(x)2\pi(R - x)$, і $J_{zop} = j_{zop} S_{zop} = n \overline{v_{zop}} h(x) 2\pi(R - x)$ (див. позначення на малюнку). Розрахуємо горизонтальний потік та прирівняємо його з вертикальним:

$$J_{zop} = j_{zop} h(x) 2\pi(R - x) = j_d 2\pi R R_d = J_d \Rightarrow h(x) = \frac{j_d R_d}{j_{zop} (R - x)}. \text{ За цього } j_{zop} R = j_d R_d. \text{ З чого}$$

можемо вивести, що $j_d = \frac{h(0)ncy'}{R_d} \approx nc\beta(0)$.

Поєднуючи попередні формули отримаємо $j_d = nc\beta(0) = n \frac{\pi^3}{16} \cos^3 \alpha_0 \left(\frac{A}{\tilde{R}} - \operatorname{tg} \alpha_0 \frac{\pi}{2} \right) \omega A$, де ω – це частота коливань, а A – їх амплітуда. Тоді легко виразити швидкість потоку

униз: $v_d = c\beta(0) = \frac{\pi^3}{16} \cos^3 \alpha_0 \left(\frac{A}{\tilde{R}} - \operatorname{tg} \alpha_0 \frac{\pi}{2} \right) \omega A$. Ця формула (не зважаючи на поки що

неповну визначеність параметра \tilde{R}) відображає дві характерні риси конвекції, що узгоджуються з експериментом [7]: це її пороговий характер (частинки не можуть

скочуватись при значеннях $\frac{A}{\tilde{R}}$ менших за $\operatorname{tg} \alpha_0 \frac{\pi}{2}$, бо знаходяться під конусом

природного укосу), та основна залежність саме від амплітуди ωA швидкості

коливань підставки. Зазначимо, що цей останній вираз для горизонтального потоку ще може бути уточнений після розгляду потоку, що підіймається.

Розглянемо тепер потік гранул, що рухається униз. Він втрачає свій імпульс, передаючи його стінкам та іншим гранулам. При зіткненні гранули у цьому потоці з гранулами вище її, вертикальний макро-імпульс потоку вниз буде зберігатися. А при зіткненні з нижніми гранулами імпульс буде непружно передаватися через гранули потоку стінкам посудини, а також частинкам поза потоком, тим самим розсіюючи його. Будемо вважати, що розсіяний імпульс при одному зіткненні з нижньою гранулою збігається по порядку з втратою імпульсу частинки при одному зіткненні.

Розглянемо рух однієї гранули у потоці біля стінок униз. Ця гранула при зіткненнях з іншими гранулами буде втрачати свою швидкість. Нехай при одному зіткненні модуль швидкості змінюється згідно $v \Rightarrow v(1 - k)$, де $(1 - k)$ – це коефіцієнт відновлення швидкості при зіткненні. Тобто при одному зіткненні приріст модуля швидкості частинки $dv = -kv$. Загальний приріст швидкості – $dv = -dNkv = -n(\pi r^2)kv^2 dt = -n(\pi r^2)k v dz$ при тому, що $dN = n(\pi r^2) v dt$ – характерне число зіткнень за час dt , v – швидкість гранули униз, n – об’ємна концентрація гранул, πr^2 – найбільший з перетинів гранули, тобто ефективна площа для визначення ймовірності зіткнення з іншими гранулами, $dz = v dt$ – відстань, на яку перемістилась частинка. Вирішуючи отримане рівняння $dv = -n(\pi r^2)k v dz$ відносно v , отримаємо, що швидкість буде падати експоненціально з висотою, та буде визначатися формулою $v_d(z) = v_d(0)e^{-\frac{z}{\xi}}$, де $\xi = \frac{1}{n(\pi r^2)k}$ – характерна глибина затухання імпульсу потоку вниз. Також тоді можемо записати, що потік падає так само, як і швидкість – $j_d(z) = j_d(0)e^{-\frac{z}{\xi}}$. У роботі [8] був отриманий графік швидкості гранул у залежності від їх висоти, що підтверджує наш теоретичний висновок щодо експоненціального спадання швидкості з висотою (див. Рис. 5). Більш того, підставивши параметри експериментальної системи $m \approx 3.8 \cdot 10^{-7} \text{ кг}$, $r \approx 0.5 \cdot 10^{-3} \text{ м}$, $n \approx 10^9 \text{ (1/м}^3\text{)}$, $\xi \approx 10^{-2} \text{ м}$, знаходимо і кількісну відповідність: оцінка коефіцієнту

відновлення $k \approx 0.1$, що в цілому відповідає твердим та майже пружним гранулам типу макових зерен.

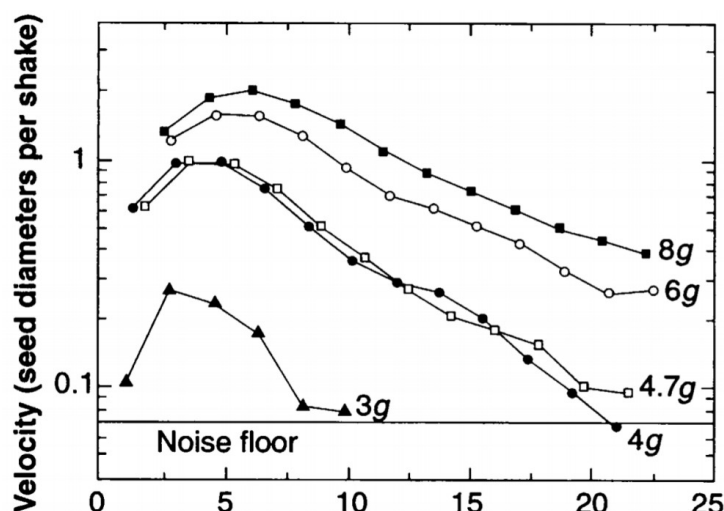


Рис. 5. Залежність швидкості потоку вниз (біля стінок ємності) від глибини (стаття [8]).

Зв'яжемо швидкість потоку униз з початковою швидкістю потоку униз.

Припустимо, що швидкість потоку уверх слабо залежить від висоти $v_u(z) = \text{const}$: фізично це відповідає майже однорідному градієнту температури у потоці уверх і постійній силі в'язкого тертя, що діє на потік зі сторони бокових шарів з нульовою вертикальною швидкістю. Якщо увесь об'єм гранулярної речовини знаходиться у рідкому стані, то конвекційний вихор має доходити до самого дна посудини (бо якщо б це не виконувалося на деякій висоті від дна посудини, температура мала би різкий стрибок, але це не може бути так, бо в цьому перерізі немає ані джерел енергії, ані поверхонь розділу фаз); це значить, що швидкість потоку униз поблизу дна ємності приблизно дорівнює швидкості потоку уверх: $v_d(H) = v_d(0) e^{-\frac{H}{\xi}} = v_u(H)$, де H – це вертикальний розмір посудини. З цього можемо також оцінити товщину потоку униз: $R_d = \frac{R}{2} e^{-\frac{H}{\xi}}$. Зазначимо, що це відношення визначається лише висотою посудини та параметром гранулярного середовища ξ , і не залежить від параметру \tilde{R} . Більш того, тепер ми можемо знайти рівняння, що зв'язує параметр \tilde{R} зі швидкістю потоку уверх. Справді, підставивши замість $v_d = 0$ колишній вираз у

моделі зісковзуючого верхнього шару гірки, отримаємо формулу для v_u , як функції параметрів системи, та \tilde{R} : $v_u = \frac{\pi^3}{16} \cos^3 \alpha_0 \left(\frac{A}{\tilde{R}} - \operatorname{tg} \alpha_0 \frac{\pi}{2} \right) \omega A e^{-\frac{H}{\tilde{R}}}$. Знайшовши швидкість v_u з теорії руху потоку уверх, можна отримати з цього виразу і \tilde{R} .

Для більш повного дослідження адіабатичної гранулярної конвекції, приведемо ще термодинамічну модель, що застосовує рівняння стану, що схоже на газове. Визначимо температуру середовища, як середню кінетичну енергію гранул. Ми вважаємо, що, коли невеликий об'єм підіймається, це можна приблизно описати як адіабатичний процес, коли об'єм рухається горизонтально – як ізобарний процес, і коли об'єм опускається, то це можна описати як ізохоричний процес (див. якісне описання циклу в Розділі 1).

Тоді розглянемо адіабатичний період руху. Запишемо рівняння адіабати для тонкого шару середовища у простому вигляді: $0 = dQ = dA + dU$, де dA – це робота, виконана об'ємом проти зовнішніх сил тиску при його розширенні/стисканні, а dU – це зміна його внутрішньої енергії. Робота dA визначається за формулою $dA = p(h) dV$, де $p(h)$ – це тиск на висоті h , що визначається з формули $p(h) = \int m \rho(h) g dh$ (де ρ – концентрація гранул, m – маса гранули), а dV – це зміна об'єму. Будемо вважати, що в адіабатично повільному процесі потенційна енергія шару у гравітаційному полі буде скомпенсована його енергією у полі сил тиску.

Тоді dU буде визначатися температурою за формулою $dU = d \left(\frac{3}{2} TN \right) = \frac{3}{2} N \frac{dT}{dh} dh$. Тоді

для одного осередку («комірки») з однією гранулою маємо $p(h) dV_{\text{я}} = \frac{3}{2} \frac{dT}{dh} dh$.

Крім того, постає питання рівняння стану для гранулярного середовища. У ряді теоретичних робіт (вперше цей вираз з'явився у роботі [4]) для близьких до щільних середовищ використовується добре узгоджене з експериментом рівняння стану виду $T = \frac{p(h)}{3} \left(V_{\text{я}} - \frac{V_{\text{г}}}{k} \right)$, де $V_{\text{я}}$ – це об'єм осередку, $V_{\text{г}}$ – це об'єм гранули, а k – це коефіцієнт щільної упаковки. Далі замість $V_{\text{г}} k$ будемо використовувати $V_{\text{г}}$.

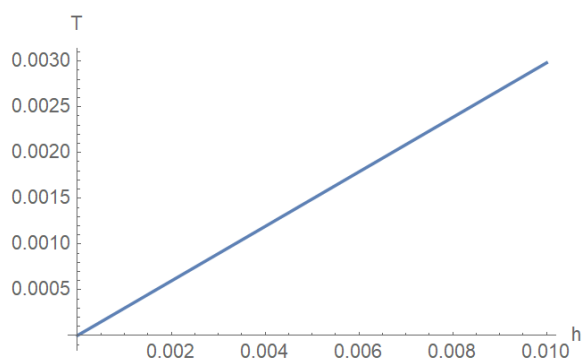
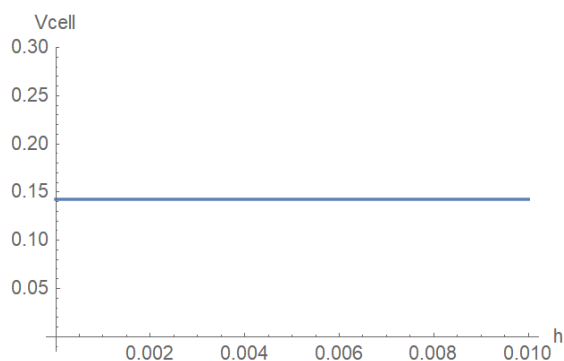
Наприклад, для однакових сфер $k = \frac{\pi}{3\sqrt{2}} \approx 0.74048$. Фінальне рівняння стану тоді буде

$T = \frac{p(h)}{3}(V_{\text{я}} - V_{\text{ч}})$, або у термінах густини $T = \frac{p(h)}{3\rho_{\text{ч}}}\left(\frac{\rho_{\text{ч}}}{\rho} - 1\right)$. Зазначимо, що це рівняння

стану відрізняється від рівняння Ван-дер-Ваальса з забороненим об'ємом трійкою: це пов'язано з тим, що для скупчень гранул, близьких до щільних, коливання центру мас окремої частинки буде відбуватись в об'ємі, пропорційному довжині пробігу частинки, яка може бути набагато меншою за відстань між центрами мас частинок. Перетворюючи рівняння стану, отримаємо

$$\frac{dT}{dh} = \frac{1}{3} \frac{dp(h)}{dh} (V_{\text{я}}(h) - V_{\text{ч}}) + p(h) \frac{dV_{\text{я}}}{dh}; \text{ з цього - } p(h) dV_{\text{я}} = \frac{1}{2} dh \left(\rho(h) g (V_{\text{я}}(h) - V_{\text{ч}}) + p(h) \frac{dV_{\text{я}}}{dh} \right).$$

Комбінуючи рівняння адіабати, вираз для роботи і тиску, та рівняння стану, отримаємо після перетворень кінцеве диференціальне рівняння для руху шару у потоці уверх: $\frac{V_q}{V_y} - (V_y - V_q) \frac{V_y''}{(V_y')^2} + 3 = 0$, де штрихами позначаємо похідну по h . Це рівняння можна зробити безрозмірним, якщо ввести параметр $k = \frac{V_y}{V_q} (k \geq 1)$: тоді рівняння приймає вид $\frac{1}{k} - (k - 1) \frac{k''}{(k')^2} + 3 = 0$. Розв'язок цього нелінійного рівняння ми проводили чисельно для конкретних граничних умов: на поверхні і близько дна ємності . Отримані розв'язки можна розділити на три типи: розширення, незмінність об'єму, та стискання шару гранул з підйоманням; ці три типи розв'язку зображені на Рис. 6 нижче. Як бачимо з розв'язків, можлива досить



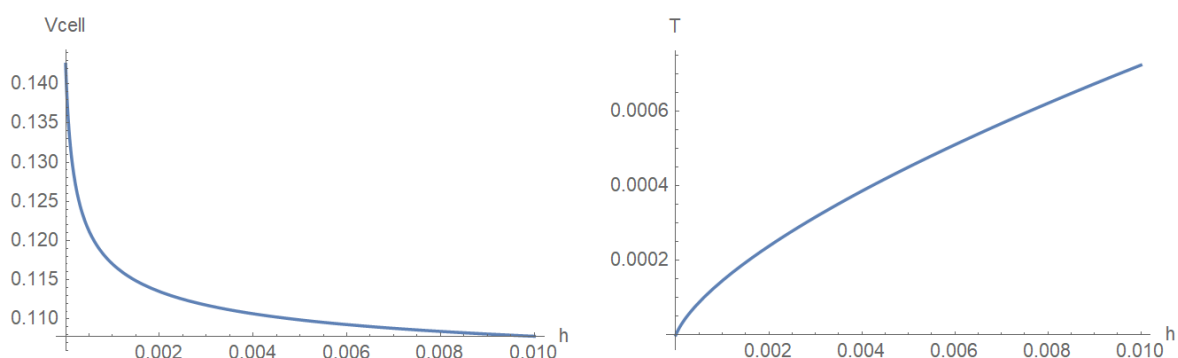
$$k(0) = k_0$$

$$k(H) = k_H$$

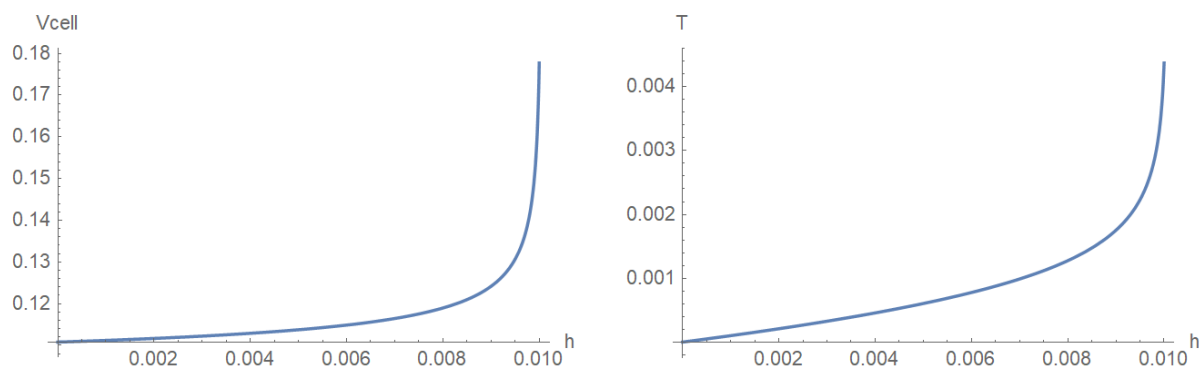
різна асимптотична поведінка температури. Така особливість пов'язана насамперед з тим, що в цій моделі немає в'язкості; по тій же причині, ми не можемо знайти в цій моделі усталену швидкість руху потоку вверх. Пороговий ефект в цій моделі також не спостерігався. Тим не менш, з цього можна бачити, які

Рис. 6. Типові розв'язки рівняння адіабати для гранулярного середовища: розширення, незмінність об'єму, та стискання шару гранул з підійманням.

тенденції в розв'язках виникають при чисто адіабатичному процесі, та як



пов'язаний профіль об'єму з профілем температури.



У наступному наближенні врахуємо також в'язкість середовища, включаючи в'язкий дисипативний член $-dQ_\eta$ у ліву частину рівняння балансу: $-dQ_\eta = dA + dU$.

Цей член дорівнює роботі проти сил в'язкого тертя, що діють на шар, тому можемо написати

$$dQ_{\eta} \sim \eta \frac{v_u}{R} 2\pi R \frac{V}{\pi R^2} dh = \eta \frac{2V}{R^2} v_u^2 dt, \text{ де } dt - \text{малий проміжок часу, за який була виконана}$$

ця робота, η – ефективна в'язкість гранулярного середовища. Крім цього,

запишемо також $dA + dU$ як функцію температури:

$$\begin{aligned} dA + dU &= p dV + \frac{3}{2} \rho V dT = p \frac{dV}{dh} \frac{dh}{dt} dt + \frac{3}{2} \rho V \frac{dT}{dh} \frac{dh}{dt} dt = \\ N dt \left(p \frac{d\rho^{-1}}{dh} (-v_u) + \frac{3}{2} \frac{dT}{dh} (-v_u) \right) &= \frac{N (-v_u) dt}{\rho_q} \left(p \frac{d\left(\frac{\rho_q}{\rho}\right)}{dh} + \frac{3}{2} \rho_q \frac{dT}{dh} \right) = \\ \frac{N (-v_u) dt}{\rho_q} \left(3\rho_q p \frac{d\left(\frac{T}{p}\right)}{dh} + \frac{3}{2} \rho_q \frac{dT}{dh} \right) &= 3N (-v_u) dt \left(p \frac{T' p - T p'}{p^2} + \frac{1}{2} T' \right) = \\ 3N (-v_u) dt \left(T' - T \frac{p'}{p} + \frac{1}{2} T' \right) &= 3N (-v_u) dt \left(\frac{3}{2} T' - T \frac{p'}{p} \right) \approx 3N (-v_u) dt \left(\frac{3}{2} T' - \frac{T}{h} \right) \end{aligned}$$

де $N = \rho V$ – це число частинок в шарі, і в останньому переході ми скористались гідростатичним наближенням $p(h) \approx \rho gh$, вірному в припущенні малої стискуваності середовища (це припущення може порушуватись лише поблизу вільної поверхні). Таким чином, приходимо до рівняння

$$\eta \frac{2V}{R^2} v_u^2 dt + 3N (-v_u) dt \left(\frac{3}{2} T' - \frac{T}{h} \right) = 0, \text{ що за ненульових швидкостей підймання } v_u \text{ має}$$

вид (наблизимо при цьому $\frac{N}{V} \approx \rho_q$):

$$\eta \frac{2}{3R^2 \rho_q} v_u = \frac{3}{2} T' - \frac{T}{h}.$$

Це рівняння схоже на рівняння стаціонарного руху, наприклад, кульки у в'язкій рідині: в лівій частині – член пропорційний силі в'язкого тертя, а в правій – рушійна сила, в нашому випадку – це чисто термодинамічна сила, пропорційна градієнту температури (зауважимо, що в цьому рівнянні немає прискорення

вільного падіння g). Справді, спробуємо знайти розв'язок цього рівняння, в припущенні постійності коефіцієнту в'язкості η , у виді лінійної функції $T(h) = \zeta h$:

$$\eta \frac{2}{3R^2 \rho_q} v_u = \frac{3}{2} \zeta - \zeta = \frac{1}{2} \zeta, \text{ або}$$

$$v_u = \frac{\zeta}{\eta \frac{4}{3R^2 \rho_q}} \equiv \frac{\nabla T}{\eta \frac{4}{3R^2 \rho_q}};$$

Отже, швидкість конвекції у цій моделі пропорційна градієнту температури ($v_u \propto \frac{T(H)}{H}$), а температура має простий лінійний профіль (зауважимо, що це

дозволяє також визначити класичний ефективний «коефіцієнт конвекційної теплопровідності» середовища). При цьому, об'єм практично не замінюється з висотою (ситуація подібна до середньої панелі на Рис. 5); це останнє твердження знаходить гарне відповідність з експериментами [7,8,10].

Зважаючи на $\nabla T \cdot H = T(H) - T(0) = T(H) \sim m(\omega A)^2 / 2$, можемо також виразити швидкість в потоці ввєрх через параметри збудження ω, A :

$$v_u \sim \frac{m(\omega A)^2 / (2H)}{\eta \frac{4}{3R^2 \rho_q}}.$$

У цій моделі, однак, ми теж знаходимо нульовий поріг конвекції. Але в реальності, ефективна в'язкість гранулярних середовищ може пороговим чином залежати від швидкості або напруження зсуву – тобто бути «неньютонівською», що як раз може бути причиною порогу конвекції. У цьому разі, модель повинна бути доповнена конкретною залежністю порогу в'язкості від параметрів середовища.

У наступному наближенні можна врахувати залежність коефіцієнту в'язкості η від температури. Однак, ця залежність неоднозначна і модельно-залежна: наприклад, як добре відомо, для моделі газу з пружних кульок $\eta = c_{1\eta} \sqrt{T}$, де $c_{1\eta}$ - коефіцієнт, що залежить від параметрів кульок; але якщо врахувати залежність довжини вільного пробігу від температури (в нашому випадку, $l \propto T/h$), то

отримаємо залежність типу $\eta = c_{2\eta} h / \sqrt{T}$ [4]. Вкажемо тільки, що рівняння для температури в першому випадку ($\eta = c_{1\eta} \sqrt{T}$) має розв'язок $T \propto h^2$, і швидкість потоку вверх $v_u \propto \frac{\sqrt{T(H)}}{H}$, а в другому випадку ($\eta = c_{2\eta} h / \sqrt{T}$) воно має розв'язок $T \propto h^{2/3}$, і $v_u \propto \frac{T(H)^{3/2}}{H}$. До того ж, можливі розв'язки з нестационарним профілем швидкості. Випадок з $\eta = \text{const}(T)$, як бачимо, є «пограничним» відносно цих двох моделей в'язкості.

Насамкінець, врахуємо досить важливі ефекти теплопровідності у середовищі та витрат енергії хаотичного руху на (вже справді молекулярне) тепло внаслідок непружності зіткнень частинок. Оцінка цих величин та декілька модельних розрахунків стаціонарних профілів з їх використанням були зроблені в теоретичних статтях [4-6]; спробуємо скористатися саме цими виразами. Коефіцієнт теплопровідності у щільному гранулярному середовищі моделюється як $\kappa \propto \rho d^2 \sqrt{T} / l$, де l – довжина вільного пробігу, d – діаметр частинок; потік тепла за рахунок теплопровідності буде $j_\kappa = \frac{d}{dx} \left(\kappa \frac{dT}{dx} \right)$. Об'ємна потужність витрат на непружні зіткнення моделюється як $I \propto (1 - r^2) \rho T^{3/2} / l$, де r – коефіцієнт відновлення (по швидкості). Ці вклади внесемо до лівої частини рівняння балансу з наступними знаками:

$$- dQ_\eta + \frac{d}{dx} \left(\kappa \frac{dT}{dx} \right) - I = dA + dU,$$

оскільки теплопровідність підводить тепло до шарів, а витрати на непружність виникають в самому шарі («внутрішній» стік енергії). Звідси після перетворень знайдемо наступне диференціальне рівняння для температури:

$$\frac{g\sqrt{m}}{d} \left(2d^2 \left((\sqrt{T})' + h(\sqrt{T})'' \right) - (1 - r^2) h \sqrt{T} \right) = (-3v_u) \left(\frac{3}{2} T' - \frac{T}{h} \right) + \frac{2\eta}{R^2 \rho c} v_u^2$$

Ліва частина описує ефекти теплопровідності і втрати на непружність зіткнень, в той час як права – власне конвекцію та в'язке тертя шарів. Справді, якщо конвекції

немає (права частина рівняння – нуль), то отримаємо відомий результат [4-6] – експоненціальне загасання температури біля дна ємності на відстані, що є функцією параметрів середовища (див. Рис.7 (а)). У ході чисельних розрахунків виявилось, що за заданих в'язкості та температури $T(H)$ це рівняння має також кінцеву область розв'язків з ненульовою швидкістю v_u (див. Рис. 7 (б, в)). Нижню границю цієї області ми теж можемо трактувати як оцінку порогу конвекції, в цьому разі – чисто термодинамічного (тобто термодинамічний процес виявляється дозволеним лише у фіксованому інтервалі швидкостей). При початку конвекції, температурний профіль стає з експоненціального ступеневим (більш рівномірний розподіл), що також підтверджує конвекційну природу нового режиму «теплопередачі» (передачі хаотичного руху гранул наверх, де ефективна температура мала). Більш детальний аналіз такого порогу конвекції та порівняння з експериментальними даними ми плануємо зробити у подальшому.

Важливо зазначити, що у кожній з запропонованих нами моделей адіабатичної конвекції усі її параметри визначаються саме характерною швидкістю вібрацій підставки ωA , а не відношенням характерного прискорення і прискорення вільного падіння $\Gamma = \frac{\omega^2 A}{g}$. Такий самий результат отримали і дослідники у експериментальній роботі [7]. Також ми вважаємо, що швидкості об'єктів, що попали у потік, будуть дорівнювати швидкостям потоків через те, що стан рівноваги буде встановлюватися досить швидко; це положення знаходить також повне експериментальне підтвердження [7,8,10].

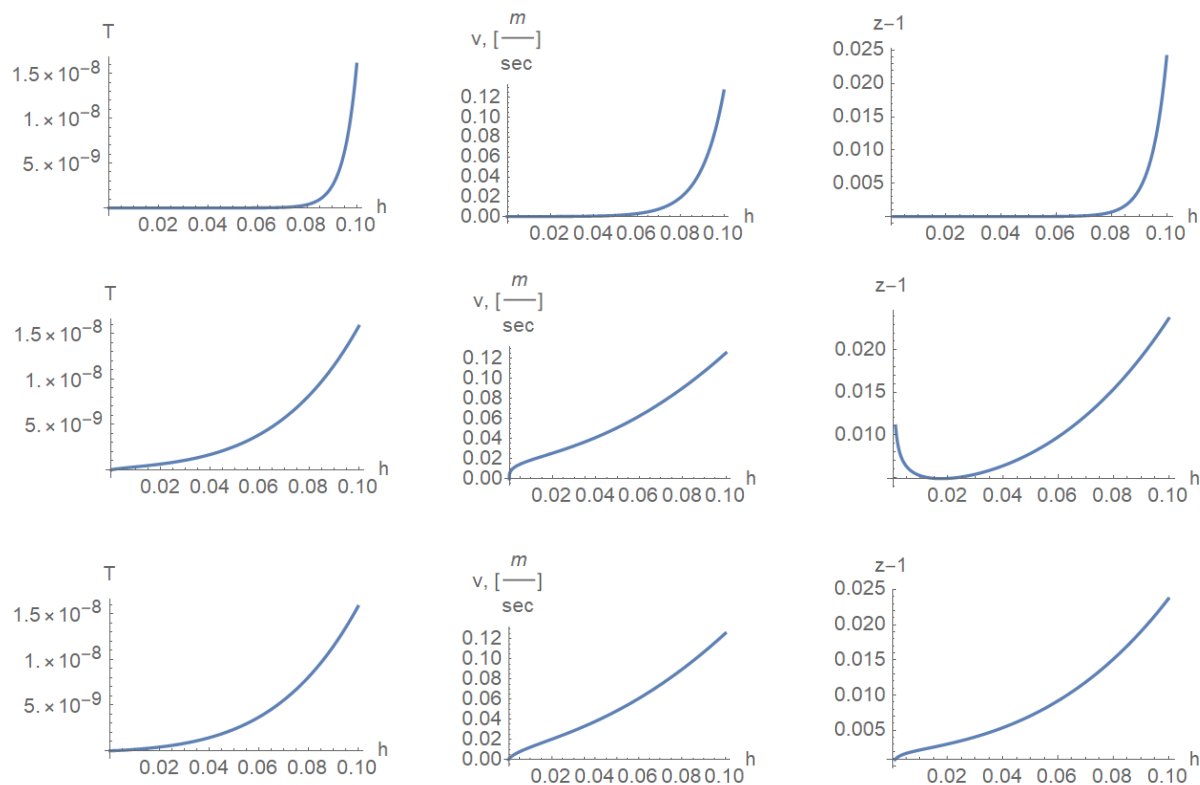


Рис. 7. Типові розв'язки повного диференційного рівняння для температури: (а) потоки відсутні, (б) початок адіабатичної гранулярній конвекції, (в) початок нестійкості гранулярної конвекції. Криві зліва – вертикальні профілі температури, криві посередині – вертикальні профілі теплової швидкості, криві справа – вертикальні профілі відносного розширення об'єму.

2.3. Виведення рівнянь руху для режиму руху «гарматного ядра».

У цьому режимі гранули пробивають шари, що знаходяться вище їх, відчувачи силу опору, а вниз вони не можуть спуститися через ефект підсипання інших гранул під них, та практичної нестисливості нижніх шарів. Ми можемо описати цей процес, як витрачання енергії, яку інертному рухомому тілу передають нижні шари від коливань дна посудини. Тіло буде набувати характерної швидкості порядку ωA за час одного періоду. Силу опору ми можемо визначити, як функцію від висоти – $F_{mp}(h)$, яку можна знайти в окремій теорії як функцію розподілу тиску в системі. Вона буде визначатися властивостями середи, таким як характерна форма гранул, та формою частки, що підіймається. Це ми можемо описати наступними рівняннями: $\frac{m(\omega A)^2}{2}$ – енергія, що отримає 1 гранула, $F_{mp}(h)\Delta h$ – робота проти сил опору. Тоді можемо записати для середньої швидкості $\frac{dh}{dt} = \bar{v} = \frac{\Delta h}{T} = \frac{m(\omega A)^2 / 2}{F_{mp}(h)2\pi / \omega}$. Перетворюючи отримаємо $\bar{v} = \frac{1}{4\pi} \frac{m\omega^3 A^2}{F_{mp}(h)}$. Варто відмітити, що швидкість прямо пропорційна масі, але в інерційній системі залежність була б зворотною.

Залежність координати від часу була встановлена експериментально дослідниками у статті [9]. У роботі середовище було у більшості свого об'єму аморфним з присутніми ланцюгами передачі тиску між частками, тобто з ненульовим модулем зсуву. Завдяки цьому, сила тиску насичується, що видно на графіку (рух гранули унизу контейнеру внизу є приблизно рівномірним).

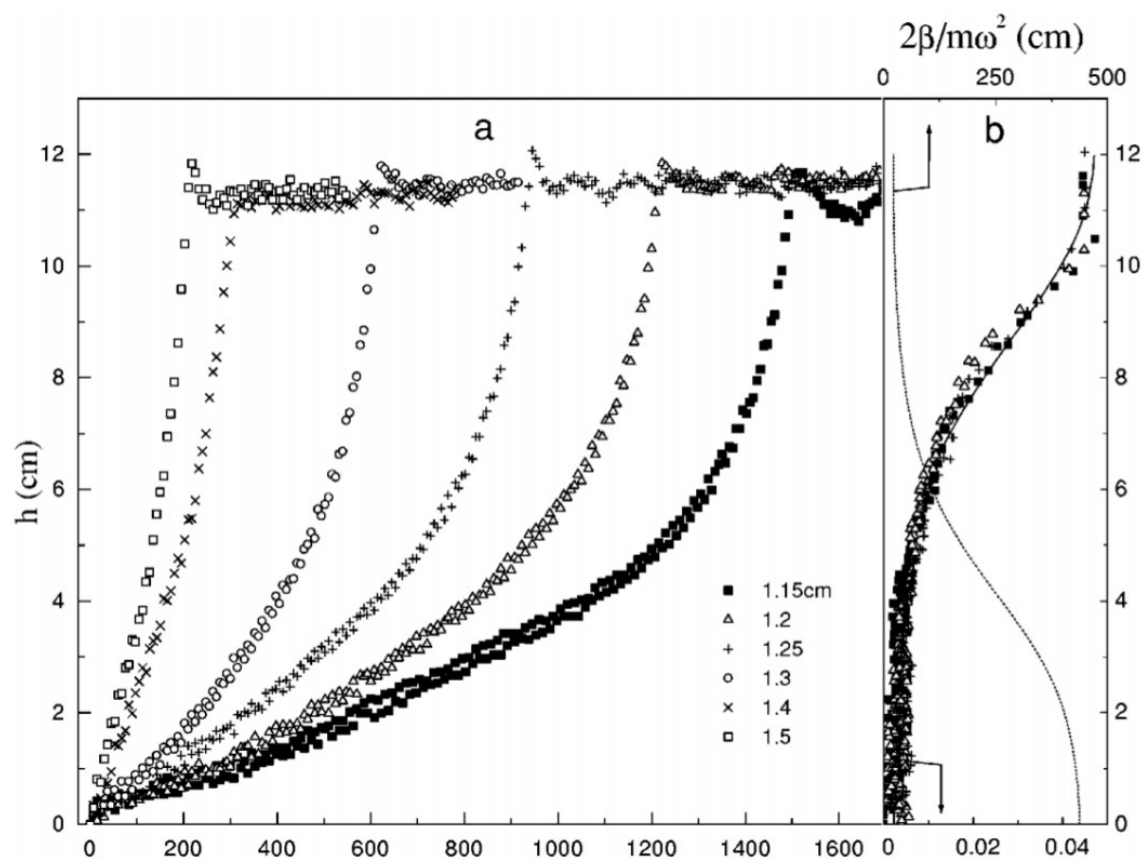


Рис.8. Ліва панель: залежність координати тіла, що спливає, від часу; права панель: залежність ефективної сили тертя від глибини (рисунок зі статті [9]).

РОЗДІЛ 3

ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНА ЧАСТИНА

3.1. Загальні дані про типові експерименти.

У цій частині ми приведемо деякі експериментальні результати, що можуть підтвердити, або спростувати результати нашої теоретичної роботи. Більша частина експериментів не була проведена нами. Ми наводимо їх у цій роботі з метою ілюстрації та підтвердження теоретичних висновків, що були отримані у Розділі 2, та для повноти якісного розуміння явищ. У поясненнях до цих експериментів ми також проведемо короткий аналіз результатів роботи дослідників у статтях.

3.2. Експеримент для режиму руху «рідини».

Для цього режиму ми не змогли знайти статей у яких був би проведений експеримент, що відповідав цьому режиму. Але нами було знайдено джерело [8] з експериментом, у якому як середовище застосовувався малі частинки гравію, а як вібраційний механізм – малий мотор з асиметричним валом, прикріплений знизу посудини. Фото експериментальної установки приведено нижче на Рис. 9. У ході експерименту, спливання сторонніх тіл виникало приблизно з постійною швидкістю, при чому тіла з більшою щільністю – тонуть, а меншої – спливають на поверхню, що цілком відповідає теоретичній моделі. Вилучивши з відео порядок коефіцієнту дифузії $D = \frac{R^2}{4t}$ (розглядаючи середній квадрат переміщення R окремих частинок близько поверхні «рідини»), та оцінивши порядок параметрів збудження,

ми оцінили за теоретичною формулою $\eta = \frac{m(\chi_0 \omega)^2}{18\pi r D}$ ефективну в'язкість (вона виявилась порядку $\eta \sim 10$ [Па · с] – майже як у меду). Вилучивши порядок в'язкості незалежно з динаміки тіл на відео (користуючись $v = \frac{2(\rho_m - \rho_{сер})r^2 g}{9\eta}$), ми знайшли гарну відповідність порядків оцінених в'язкостей.

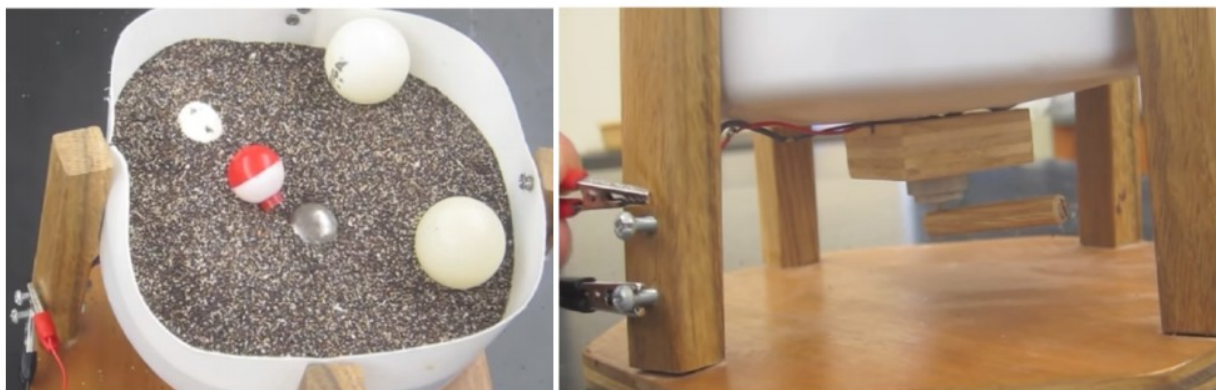


Рис.9. Установка для спостереження режиму «гранулярної рідини» (джерело [11]).

3.3. Експерименти для явища гранулярної конвекції.

Для цього режиму у різних статтях було проведено багато експериментів, але ми приведемо лише деякі з них.

У статті [8] був проведений експеримент, у якому дослідники спостерігали положення макових зерен, що виступали гранулами завдяки магнітно-резонансному методу. Та отримали зображення, що приведені нижче. Більш детальна інформація щодо експерименту наведена у статті.

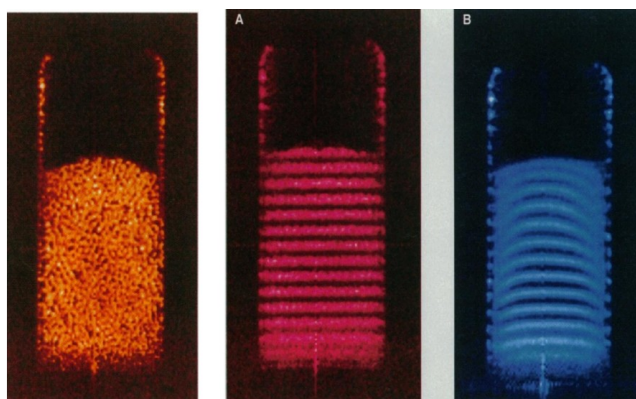


Рис.10. Картини адіабатичної гранулярної конвекції, отримані дослідниками [8] у МРТ-візуалізації. Зверніть увагу також на гірку, що неминуче виникає при конвекції.

Також для того, щоб детально поспостерігати рух окремих гранул у системах з гранулярною конвекцією, можна використати симуляцію (про симуляції було також згадано у частині 1.1). Така симуляція наведена у джерелі [10]. Картини квазістаціонарних течій конвекції, що отримали дослідники, наведені нижче.

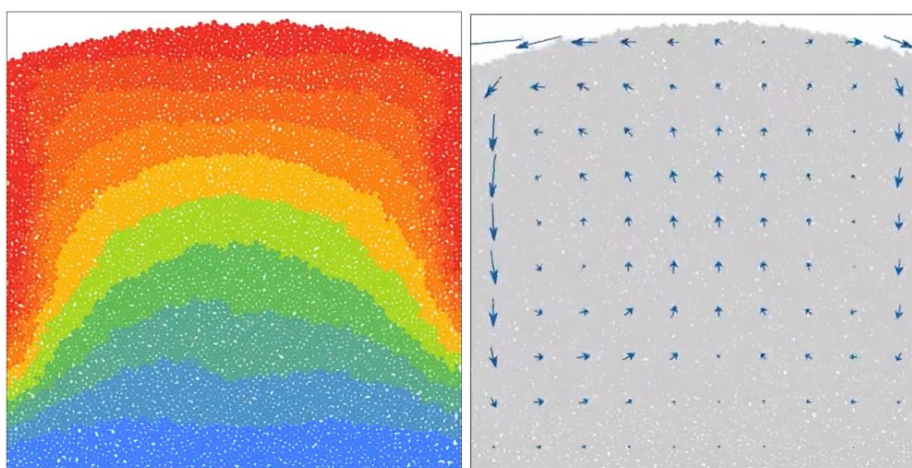


Рис.11. Режим адіабатичної гранулярної конвекції (кадри з симуляції [10])

Варто відзначити статтю [7], у якій дослідники провели багато цікавих, та візуально різноманітних експериментів. З таких можна відзначити спостереження вихору, та знайдення траєкторії тіла, спливаючого у середовищі:

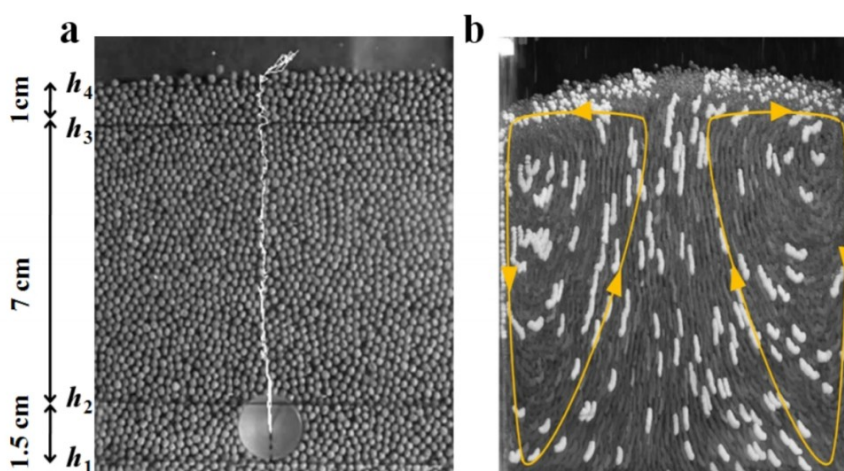


Рис.12. Форма вихору та траєкторія тіла, спливаючого у середовищі (режим адіабатичної гранулярної конвекції, стаття [7])



Рис.13. Змінення картини вихору при перебуванні у ньому стороннього об'єкту (режим адіабатичної гранулярної конвекції, стаття [7])

Також у цій роботі було знято багато експериментальних даних, за допомогою яких було встановлені залежності часу спливання частинок, та швидкості бокових потоків від характерних параметрів системи, таких як амплітуда, характерне відношення прискорень, та характерна швидкість коливань ωA . Як було встановлено, саме вона є контролюючим параметром для часу спливання гранул, та швидкості потоків униз біля боків посудини. Саме до такого ж висновку ми прийшли і у нашій теоретичній частині.

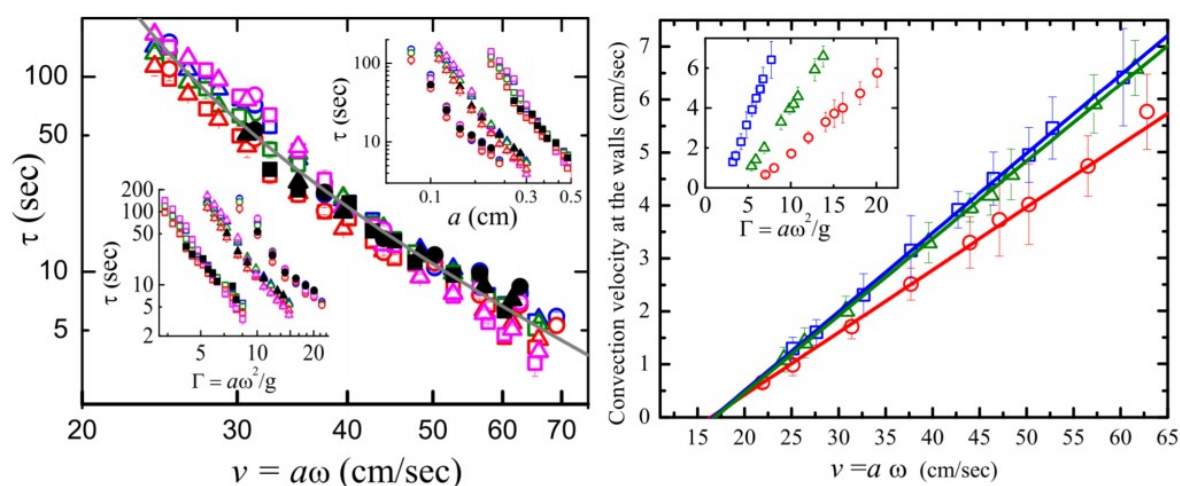


Рис.14. Експериментально знайдений скейлінг часу спливання тіла та швидкості конвекції у стінок (режим адіабатичної гранулярної конвекції, стаття [7])

Також і ми намагалися отримати ефект завдяки експериментальній установці, приведений нижче на фото. У ній як середовище ми застосовували кам'яну сіль. А як вібраційний механізм дріль з асиметричним валом.



Рис.15. Наша власна установка для спостереження динаміки гранулярного середовища. Завдяки їй ми змогли отримати ефект гранулярної конвекції, але також отримали результати, що суперечать нашій теорії. Наприклад, суцільний металевий шарик діаметром 10мм занурювався у потік, що підіймається. Це може бути пояснено надто великою амплітудою коливань, впливаючою з цього неадіабатичністю конвекції та неповною хаотизацією гранулярного середовища в цілому, завдяки яким переважаючим механізмом динаміки міг бути простий механізм заповнення пустот (void filling). Зазначимо, що у всіх лабораторних експериментах з гранулярної конвекції зі стаціонарними потоками відносно велике тіло завжди залишалось на поверхні після руху наверх у конвекційному потоці.

3.4. Експеримент для режиму руху «гарматного ядра».

Дослідники у статті [9] створили експериментальну установку, що визначає положення металічної гранули завдяки її впливу на індуктивність котушок, якими оточена циліндрична посудина. Завдяки цьому були отримані залежності на Рис.8; їх короткий аналіз був проведений нами раніше, у теоретичній частині роботи.

ВИСНОВКИ

У роботі були досліджені такі режими поведінки гранулярного середовища, як режим руху «рідини», явище адіабатичної гранулярної конвекції, режим руху «гарматного ядра». Для кожного з них було наведено якісне пояснення, теоретичне описання деяких процесів, що відбуваються у них, та підтвердження деяких з виведених нами залежностей експериментальними даними. Був проведений короткий аналіз статей з обраної теми. Теоретично отримані результати, що стосуються адіабатичної гранулярної конвекції, та інтерпретація цього режиму у дусі дозволеного термодинамічного процесу є, наскільки нам відомо, досить новими. Планується продовження роботи з теми, зокрема уточнення моделей і модельних залежностей управляючих параметрів, та подальший більш глибокий огляд літератури з теми.

Джерела

1. Stefan Hedman, “Smooth and non-smooth approaches to simulation of granular matter”, Master’s thesis in Engineering Physics, Umeå University, Sweden (2011).
2. Л.А. Вайсберг, И.Д. Устинов, “Феноменология вибрационной классификации и усреднения по крупности гранулярных материалов”, Научно-технические ведомости СПбПУ. Сер.: Естественные и инженерные науки, 25, 12019 (2019).
3. Vaisberg L.A. et al., “Mechanics of granular media under vibration action: the methods of description and mathematical modeling”, Obogashchenie Rud, 4, 21–31 (2015).
4. E. L. Grossman, Tong Zhou, and E. Ben-Naim, “Towards granular hydrodynamics in two dimensions”, Phys. Rev. E 55, 4200 (1997).
5. Peter Eshuis et al., “Granular Leidenfrost Effect: Experiment and Theory of Floating Particle Clusters”, Phys. Rev. Lett. 95, 258001 (2005).
6. Baruch Meerson, Thorsten Pöschel, and Yaron Bromberg, “Close-Packed Floating Clusters: Granular Hydrodynamics Beyond the Freezing Point?”, Phys. Rev. Lett. 91, 024301 (2003).
7. Prakhyat Hejmady et al., “Scaling behavior in the convection-driven Brazil nut effect”, Phys. Rev. E 86, 050301(R) (2012).
8. E. E. Ehrichs, et al., “Granular Convection Observed by Magnetic Resonance Imaging”, Science, 267, 5204, 1632-1634 (1995).
9. Y. Nahmad-Molinari, G. Canul-Chay, and J. C. Ruiz-Suárez, “Inertia in the Brazil nut problem”, Phys. Rev. E 68, 041301 (2003).
10. Посилання на симуляцію: <https://www.youtube.com/watch?v=5YkIx2xcfSo> (автор симуляції: M. Sc. Steffen Richters-Finger, PhD student at [Institute of Theoretical Physics](#), University of Münster).
11. Посилання на симуляцію: <https://www.youtube.com/watch?v=XQ0lhHzgSvo&feature=youtu.be&t=105> (автор симуляції: Bruce Yeany, Science teacher at Annville Cleona School Dst, Annville, Pennsylvania).

12. Посилання на симуляцію:

https://www.reddit.com/r/Physics/comments/grpjkui_made_a_simulation_of_the_brazil_nut_effect_with/

13. Peter Eshuis et al., “Onset of Convection in Strongly Shaken Granular Matter”, Phys. Rev. Lett. 104, 038001 (2010).