

Міністерство освіти і науки України
Департамент науки і освіти Харківської обласної державної адміністрації
Харківське територіальне відділення МАН України

Відділення: Фізики та астрономії
Секція: Теоретична фізика

ДОСЛІДЖЕННЯ ВЛАСТИВОСТЕЙ ЗРОБЛЕНИХ ВРУЧНУ КОРАБЛИКІВ У
ЗАЛЕЖНОСТІ ВІД ЇХ ПАРАМЕТРІВ І ЇХ ОПТИМІЗАЦІЯ

Роботу виконав:
Гамов Олексій Андрійович;
учень 8 класу Харківського
Навчально-виховного комплексу
№45 «Академічна гімназія»
Харківської міської ради
Харківської області

Науковий керівник:
Мазанов Максим Володимирович
студент першого курсу
магістратури кафедри
теоретичної фізики фізичного
факультету ХНУ імені
В.Н.Каразіна

Харків – 2019

Тези

Дослідження властивостей зроблених вручну корабликів у залежності від їх параметрів та їх оптимізація.

Автор роботи: Гамов Олексій Андрійович;

Харківське територіальне відділення МАН України;

Харківський навчально-виховний комплекс №45 «Академічна гімназія»

Харківської міської ради Харківської області; 8 клас; м. Харків;

Науковий керівник: Мазанов Максим Володимирович, студент першого курсу магістратури кафедри теоретичної фізики фізичного факультету ХНУ імені В.Н.Каразіна.

Вступ.

У нашій роботі ми розглянемо рух зробленого вручну кораблика та зробимо чисельні та експериментальні оцінки його руху. Системою, що розглядається, є зроблений вручну кораблик на резино-моторі. Ця робота зможе служити посібником по моделюванню близької до експериментальної реальності динаміки подібних розглянутим в цій роботі фізичних систем.

Результати.

В результаті проведеної роботи були експериментально і теоретично досліджені властивості динаміки зроблених вручну корабликів у залежності від їх параметрів. Також був приведений частковий план оптимізації системи.

Зміст

Вступ.....	4
1. Якісне пояснення ефекту руху	5
2 Теоретична частина.....	6
2.1. Вивід рівнянь руху системи.....	6
2.1.1.Виведення рівнянь руху кораблика.....	6
2.1.2. Виведення рівнянь руху лопатей.....	7
2.2. Чисельна оцінка параметрів системи.....	9
2.3. Чисельний розрахунок динаміки системи.....	9
3. Експериментальна частина.....	13
3.1. План експерименту.....	13
3.2. Експеримент і його аналіз.....	14
3.3. Оптимізація параметрів системи.....	16
Висновки.....	18
Джерела.....	19

ВСТУП

У нашій роботі ми розглянемо динаміку руху зробленого вручну кораблика та зробимо чисельні та експериментальні оцінки цього руху. Системою, що розглядається, є зроблений вручну кораблик на резино-моторі (див. схематичне зображення на Рис.1). Кораблик складається з легкого корпусу змінюваної форми, двох вертикальних паличок, на кінцях яких закріплено резинку, і двох простих пластмасових лопатей, що вирізані зі спільного шару пластика, прикріплені до середини резинки і можуть вільно крутитися у воді. Кожна конструкція зібрана таким чином, щоб весь час руху лише одна лопать була у воді (тобто центр мас лопатей знаходиться близько рівня води). Останнє забезпечує оптимум між силою тяги, що діє на активну («ведучу») лопать з боку води, і силами, що уповільнюють рух кораблика (що могли би діяти на «пасивну» лопать за більшого її занурення).

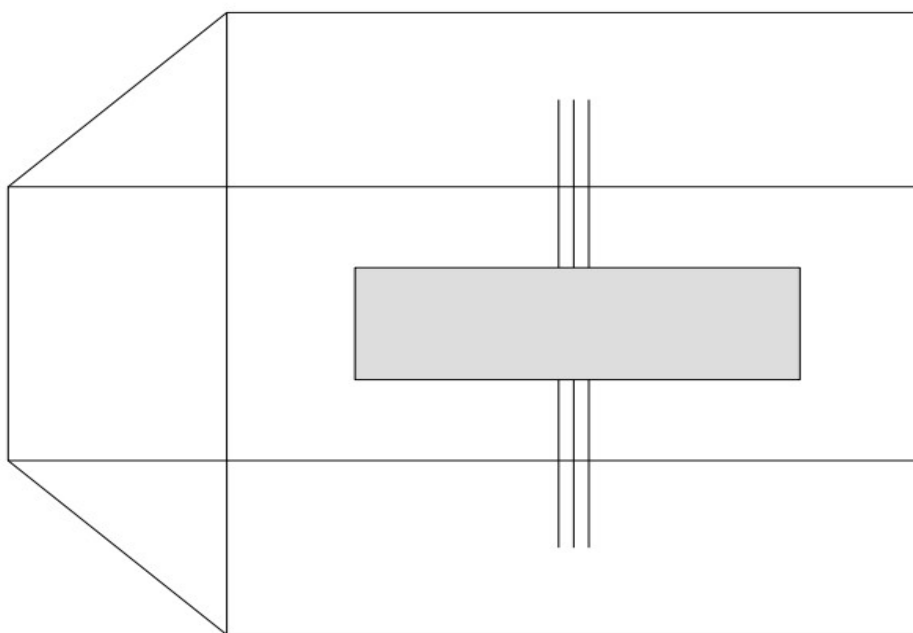


Рис.1 Конструкція кораблику.

Робота може служити посібником по моделюванню близької до експериментальної реальності динаміки подібних розглянутих в цій роботі фізичних систем.

РОЗДІЛ 1

ЯКІСНЕ ПОЯСНЕННЯ ЕФЕКТУ РУХУ

1. Ефект руху у системі виникає завдяки активним силам, що діють на лопаті кораблика вздовж напрямку його руху і тому мають додатну потужність: це сили, з якою лопаті відштовхують воду. За законом збереження імпульсу кораблик набуває імпульсу, протилежного тому, що був переданий воді лопатями.

Активній силі протидіють сили опору – сила Стоксу і сила динамічного лобового опору. Ці дві сили будуть більш детально розглянуті у наступних частинах роботи. Схема сил, що діють на кораблик, схематично зображена на Рис.2.

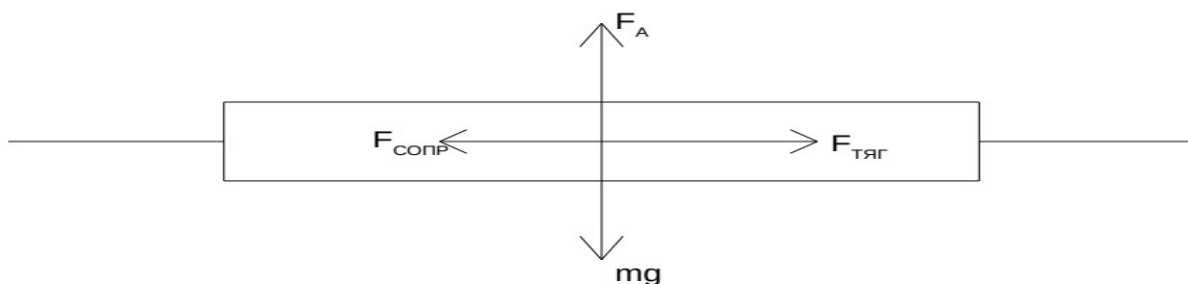


Рис.2 Схема сил, що діють на кораблик.

На рисунку 2 зображена $F_{сопр}$ – сила опору руху, яка є рівнодіючою всіх сил опору, що діють на кораблик. $F_{тяг}$ – активна сила (сила тяги), яка діє на лопаті кораблика. Сили F_A (Архімеда) та mg (сила тяжіння) діють по вертикалі і весь час руху компенсують одна одну (оскільки у сил тяги та у сил опору немає середньої за час руху вертикальної компоненти, тобто їх флуктуючі вертикальні компоненти мають середнє значення, близьке до нуля).

РОЗДІЛ 2

ТЕОРЕТИЧНА ЧАСТИНА

2.1. Виведення рівнянь руху системи.

2.1.1. Виведення рівнянь руху кораблика.

Динаміка руху кораблика (тобто залежність координати кораблика від часу) може бути отримана за загальною схемою з чисельного розв'язання системи динамічних рівнянь. Запишемо прискорення як другу похідну координати за

$$a = \frac{d^2 x}{dt^2} \text{ часом, , і швидкість як першу похідну координати за часом, } v = \frac{dx}{dt}.$$

відповідно; тут dt – нескінченно малий проміжок часу, а dx – переміщення, що здійснюється за цей час. Тоді запишемо другий закон Ньютона для нашого кораблику: $M_{\text{кор}} \frac{d^2 x}{dt^2} = F_{\text{тяг}} - F_{\text{сопр}}$, де $M_{\text{кор}}$ – маса кораблику, $F_{\text{тяг}}$ – активна сила опору, що штовхає кораблик (діє на активну лопать як на частину системи), $F_{\text{сопр}}$ – рівнодіюча сил в'язкого опору руху кораблика, розподілених по його корпусу.

Також нам необхідно знати залежність активної сили, що діє на лопаті з боку води, від відносної швидкості води і лопатей. Для цього проведемо оцінку

числа Рейнольдса: $Re = \frac{\rho v D}{\eta}$, де ρ — густина середовища, v – швидкість руху кораблика, η — динамічна в'язкість середовища, D – характерний гідродинамічний діаметр у системі. Для нашої системи число Рейнольдса ми оцінюємо як:

$$Re = \frac{1000 * 1.2 * 0.005}{8,90 \cdot 10^{-4}} = 6740$$

. За отриманою оцінкою число Рейнольдса більше ніж критичне для подібних систем $Re > Re_{\text{кр}}$ ($Re_{\text{кр}} = 50$), тому у нашій системі переважають турбулентні потоки (інерційні властивості води грають ведучу роль) і ми можемо нехтувати силою Стоксу – силою в'язкого тертя між корабликом та рідиною – і враховувати лише силу динамічного лобового опору.

Таким чином, активна сила буде мати квадратичну залежність від швидкості. Її можна наблизити, як відомо, виразом $F_{\text{сопр}} = C \frac{\rho S v^2}{2}$, де C – коефіцієнт опору руху (близький до одиниці для звичайних тіл, таких як паралелепіпед, сфера тощо), ρ – густина середовища, v – відносна швидкість руху кораблика і води. Оскільки швидкість руху кораблика в більшості експериментальних випадків значно менша середньої швидкості точки на активній лопаті, то в v можна не враховувати швидкість кораблика. Ми користуємося цим в кінцевому виразі для активної сили.

Напишемо тепер явний вираз для сили, що штовхає кораблик:

$$F_{\text{тяг}} = K_{\text{лоп}} \text{Sign}\left(\frac{d\varphi}{dt}\right) \left(R_{\text{эф}} \frac{d\varphi}{dt}\right)^2,$$

де $K_{\text{лоп}}$ – коефіцієнт ефективності роботи лопатей, знак кутової швидкості лопатей, $\text{Sign}\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)$, визначає напрямок руху системи, $R_{\text{эф}}$ – ефективний радіус лопатей, dt – нескінченно малий проміжок часу, а $d\varphi$ – змінення куту закручування лопатей, що здійснюється за цей час.

Запишемо фінальний варіант закону руху кораблика як цілого:

$$M_{\text{кор}} \frac{d^2 x}{dt^2} = K_{\text{лоп}} \text{Sign}\left(\frac{d\varphi}{dt}\right) \left(R_{\text{эф}} \frac{d\varphi}{dt}\right)^2 - C \frac{\rho S v^2}{2}$$

Усі позначення до цієї кінцевої формули наведені вище.

2.1. 2. Виведення рівнянь руху лопатей.

Для рівнянь руху кораблика нам необхідно знати залежність куту закручування лопатей кораблика від часу. Тоді запишемо кутове прискорення

лопатей і їх швидкість як $\frac{d^2 \varphi}{dt^2}$ і $\frac{d\varphi}{dt}$ відповідно. Тут dt – нескінченно малий проміжок часу, $d\varphi$ – змінення куту закруту лопатей, що здійснюється за цей час. Тоді запишемо другий закон Ньютона обертального руху для лопатей нашого кораблика, що обертаються навколо нерухомої осі. Ми можемо так поступити, тому що якщо ми будемо вважати вісь рухомою то у інтегралі нам буде необхідно

записувати швидкість як векторну суму, але якщо ми будемо експериментально вимірювати кутову швидкість, то вона буде більше у 10 разів ніж швидкість руху кораблика і тому ми можемо знехтувати нею і записати закон Ньютона як:

$$I_{\text{ЛОП}} \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = F_{\text{ТЯГ}} - F_{\text{СОПР}}$$

де $I_{\text{КОР}}$ – момент інерції лопатей кораблика, $F_{\text{ТЯГ}}$ – Сила, з якою лопаті діють на воду, $F_{\text{СОПРЛ}}$ – Сила опору руху лопатей.

Напишемо силу опору води:

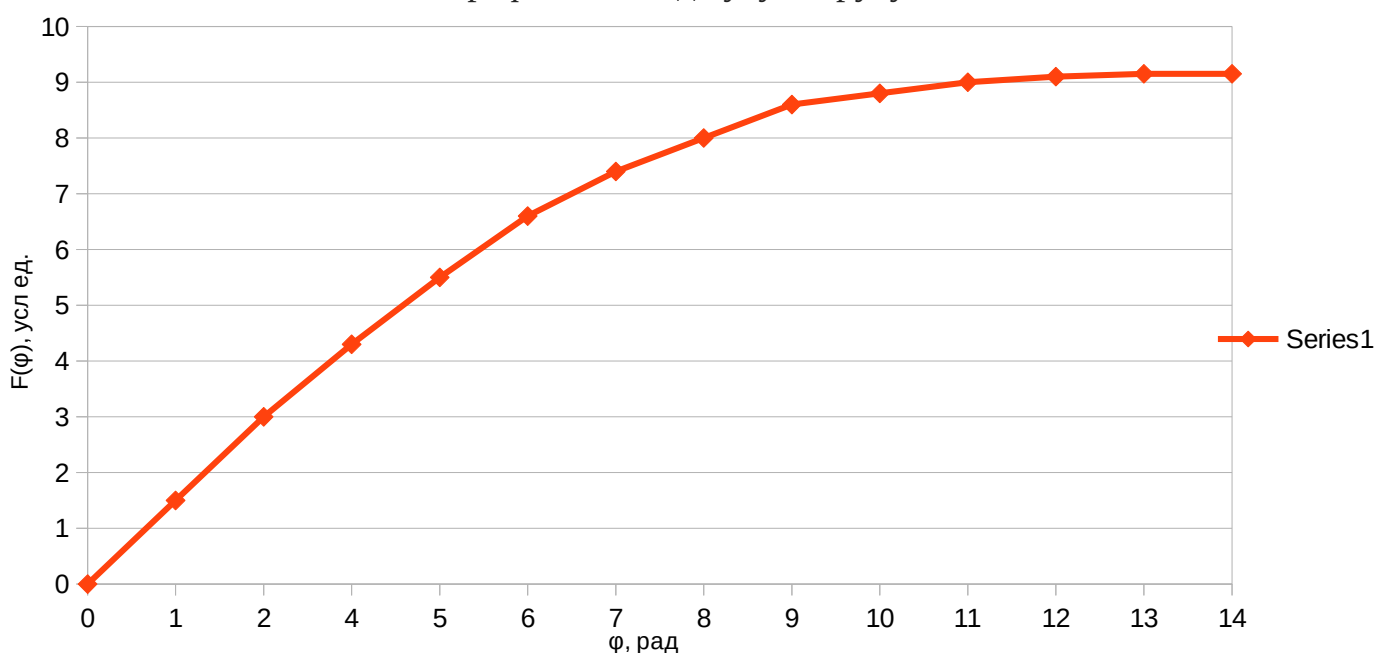
$$F_{\text{ТЯГ}} = K_{\text{ЛОП}} \text{Sign}\left(\frac{d\varphi}{dt}\right) \left(R_{\text{эф}} \frac{d\varphi}{dt}\right)^2$$

де $K_{\text{ЛОП}}$ —

коефіцієнт ефективності роботи лопатей, $\text{Sign}\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)$ – визначає напрямок руху лопатей, $R_{\text{эф}}$ – ефективний радіус лопатей, dt – нескінченно малий проміжок часу, а $d\varphi$ – змінення куту закруту лопатей, що здійснюється за цей час.

Також позначимо силу, з якою лопаті діють на воду як: $F(\varphi)$. Проведемо наступний дослід: закріпимо вісь, навколо якої рухаються лопаті та прикріпимо до одної з лопатей динамометр і будемо поступово змінювати кут закручування лопатей і побудуємо залежність цієї сили від куту закруту лопатей. Графік побудований на Рис.3.

Рис.3 Графік сили від куту закруту.



Ми можемо апроксимувати цей графік як гіперболічний тангенс з коефіцієнтом. Графік гіперболічного тангенса $F(\varphi) = k \tanh(\varphi)$ приведено на малюнку Рис.4.

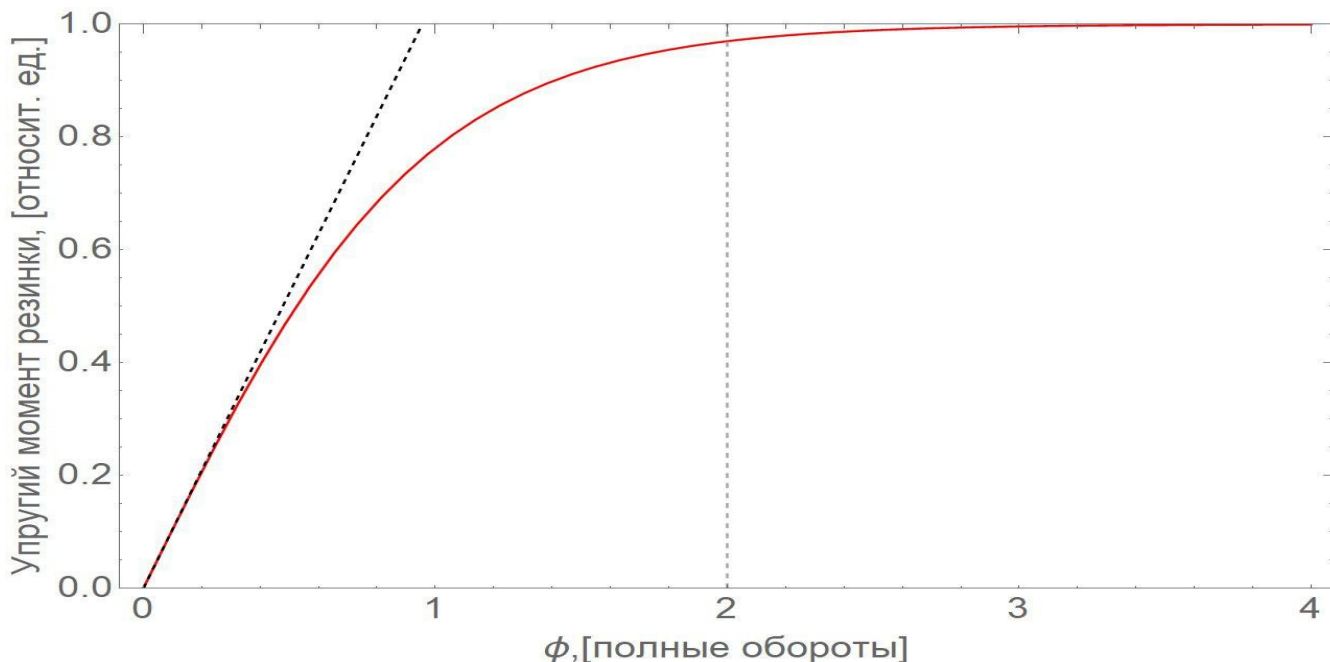


Рис.4 графік сили від куту закруту(теоретичний).

Запишемо фінальний варіант формули:

$$I_{\text{лоп}} \frac{d^2 x}{dt^2} = K_{\text{лоп}} \operatorname{Sign} \left(\frac{d\varphi}{dt} \right) \left(R_{\text{эф}} \frac{d\varphi}{dt} \right)^2 - F(\varphi)$$

. Усі позначення наведені вище.

2.2. Чисельна оцінка параметрів системи.

Для проведення чисельного моделювання нам необхідно мати параметри нашої системи. Проведемо їх оцінку.

Константи, які використовуються при моделюванні: $\rho_B = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ - густина води, $\rho_n = 250 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ - густина пенопласту.

Завдяки програмному моделюванню потоків рідини та табличним даним визначаємо коефіцієнт лобового опору.

Таблиця 1

Таблиця коефіцієнту лобового опору.

	№1	№2	№3
C=	0.7	0.5	0.3

Масу корабликів ми визначили за допомогою динамометра. Результати представлені у Табл.2.

Таблиця 2

Таблиця маси корабликів.

	№1	№2	№3
M=	24 гр	17 гр	12 гр

Момент інерції лопатей ми будемо розраховувати по формулі для тонкого стрижня, бо це дуже незначно вплине на чисельне значення:

$$I_{\text{лоп}} = \frac{1}{3} M_{\text{лоп}} R^2 \quad \text{де}$$

$M_{\text{лоп}} = 0.002[\text{кг}]$ - маса лопатей, $R = 0.03[\text{м}]$ – радіус лопатей.

Коефіцієнт ефективності лопатей ми оцінюємо як 0.15, і отримали оцінку наступним чином. Лише частина $\sim 1/4$ лопатей постійно знаходиться у рідині, та ще якась частина енергії іде на розбризкування рідини. Ми зняли відео і провели оцінку співвідношення кількості рідини, що розбризкується до кількості рідини, що тече у стандартному режимі і отримали 40%. Тоді на ефективну роботу йде $100\% - 40\% = 60\%$ Перемножуючи ці значення отримуємо $K_{\text{лоп}} = 0.15$.

2.3.Чисельний розрахунок динаміки системи.

Використовуючи раніше зазначені рівняння, чисельні оцінки параметрів і програмне забезпечення Wolfram Mathematica ми провели чисельне моделювання. Далі ми будемо показувати результати чисельного моделювання змінюючи конкретний параметр і фіксуючи усі інші як їх стандартні значення.

Скріншоти програми представлені на малюнках Рис.5. Та Рис.6.

```
Manipulate[
Module[
{φ0 = φ00, Ilop = Ilop0, C1 = C10, C2 = C20, Reff = Reff0, Mk = Mk0, ηlop = ηlop0, ηkor = ηkor0},
(*Ft[v_] = ηlop * Sign[v] * v;*)

Force[φ_] =  $\frac{C1}{kkk} * \text{Tanh}[kkk \phi]$ ;
Ft[φd_, xd_] = ηlop * Sign[φd(*-xd*)] (Reff * φd(*-xd*))^2;
(*
ηlop * Sign[φ'[t](*-x'[t]*)] (Reff * φ'[t](*-x'[t]*)^2
*)

tmax = 10;
solut =
Quiet[
NDSolve[
Mk * x''[t] == -Ft[φ[t], x'[t]] - ηkor * x'[t],
Ilop * φ''[t] == -Force[φ[t]] - Reff * Ft[φ[t], x'[t]],
x[0] == 0, x'[0] == 0,
φ[0] == φ0, φ'[0] == 0
],
{x, φ}, {t, 0, tmax}
];

xx[t_] = Evaluate[x[t] /. solut];
xx[t_] = Evaluate[x[t] /. solut];
φφ[t_] = Evaluate[φ[t] /. solut];
xxd[t_] = Evaluate[x'[t] /. solut];
φφd[t_] = Evaluate[φ'[t] /. solut];
Ftt[t_] = Ft[φφd[t], xxd[t]];
Plot[{10 * xx[t], φφ[t], 10^3 Ftt[t]}, {t, 0, tmax}, PlotRange -> {{0, tmax}, All},
PlotLegends -> {"x[t],decimeters", "φ[t],rad", "Ftt[t], mili-Neutons"}]
],{
{φ00, 1 π, 25 π}, {Ilop0, 10^-7, 2 * 10^-7}, {C10, 10^-0 * 10^-4, 10^-0 * 2 * 10^-4}, {C20, 10^-6, 2 * 10^-6},
{ηlop0, 5 * 10^0 * 10^-1, 10^1 * 2 * 10^-1}, {ηkor0, 10^-2, 2 * 10^-2}, {Reff0, 10^-2, 1.2 * 10^-2}, {Mk0, 4 * 10^-3, 5 * 10^-3},
{kkk, 1, 2}
]
```

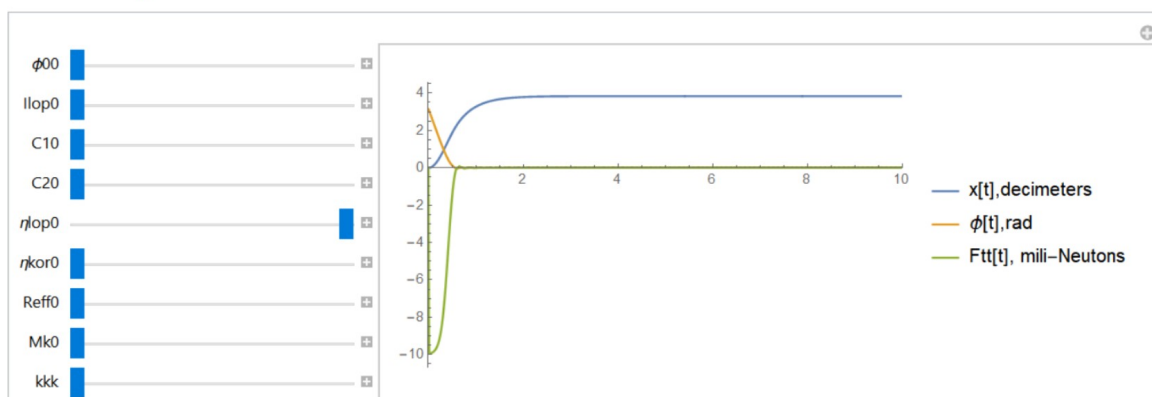


Рис.5,6. Скріншоти програми.

Завдяки програмі ми чисельно розрахували наступні залежності: максимальна координата кораблику у залежності від початкового куту закручування Рис.7; Координата кораблику від часу Рис.8; Кут закручування лопатей кораблику від часу Рис.8; Сила лопатей кораблику від часу Рис.8.

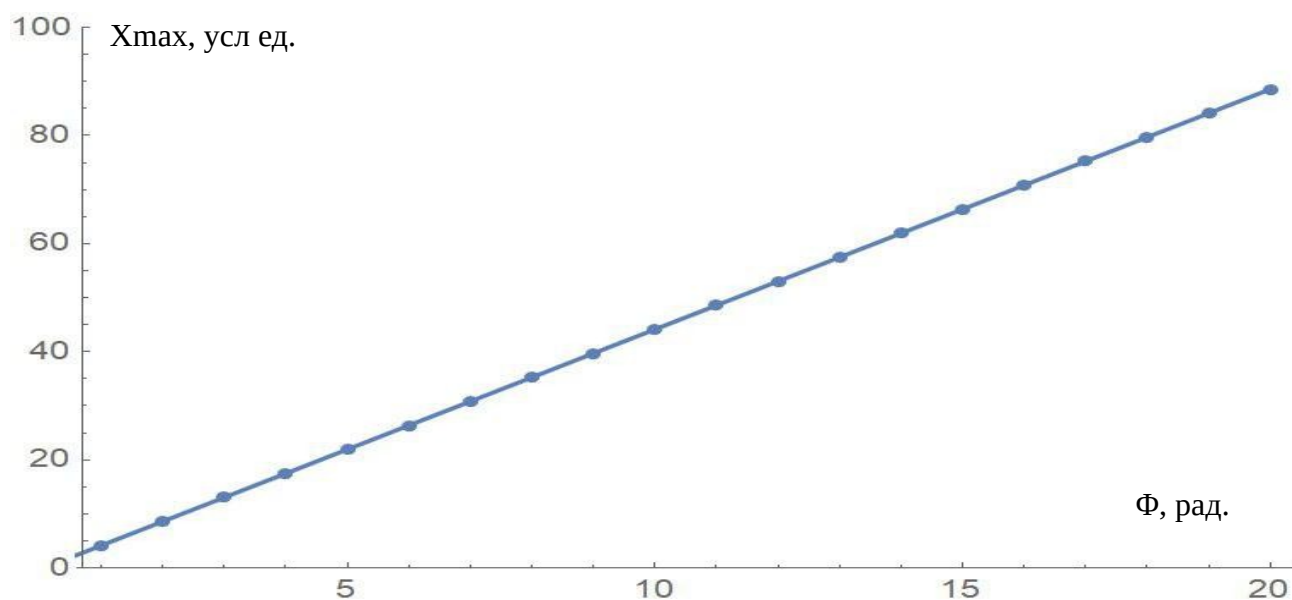


Рис.7. Графік максимальної координати кораблику у залежності від початкового куту закручування.

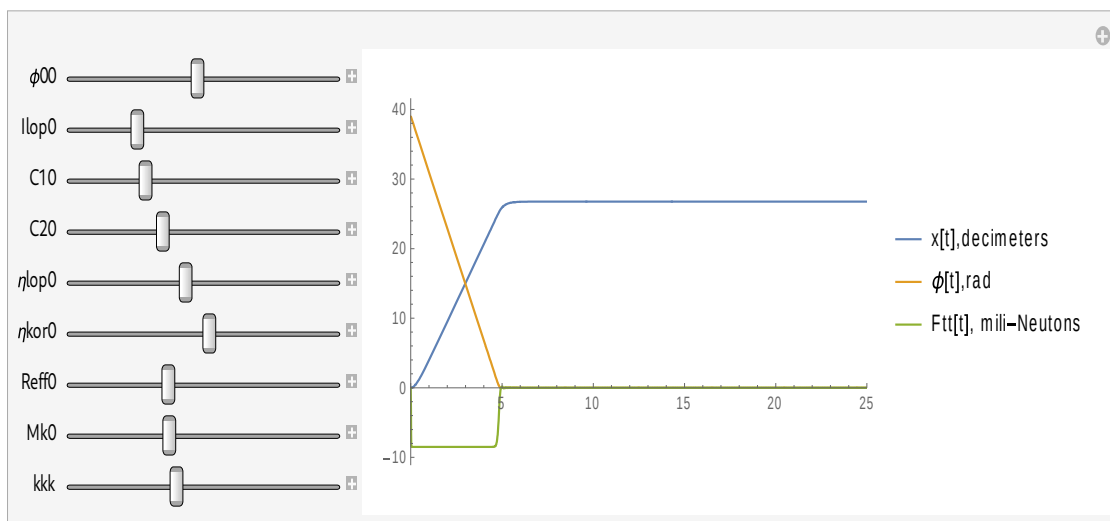


Рис.8. Графік координати кораблику від часу, кут закручування лопатей кораблику від часу, сила лопатей кораблику від часу.

РОЗДІЛ 3

ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНА ЧАСТИНА

3.1. План експерименту.

Для експериментально дослідження ефекту необхідно зробити декілька моделей корабликів, які будуть мати деякі однакові і деякі різні параметри для виявлення залежностей властивостей системи від її параметрів. Зробимо 3 конструкції корабликів, у яких ми зможемо змінювати лопаті та масу, але не зможемо змінювати їх форму. Конструкції представлені на малюнку нижче.

Ми будемо проводити такий ряд дослідів для кожної конструкції: фіксувати певний параметр і змінювати інші. Ці параметри це: початковий кут закручування лопатей, маса кораблика і ефективний радіус лопатей. Конструкції зображені на Рис.9.

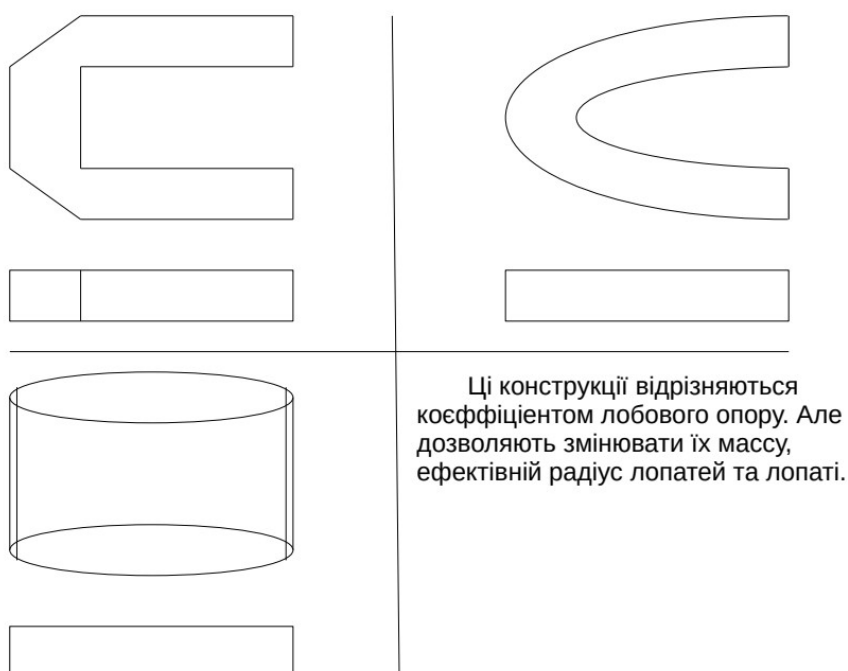


Рис.9. Конструкції корабликів.

3.2. Експеримент і його аналіз.

Проведемо експеримент, що був описаний раніше у частині 3.1. та ще будемо знімати рух кораблика на відео і покадрово аналізувати для виведення залежності координати кораблика від часу. Результати максимальної координати для початкових кутів закручування у обертах для трьох різних конструкцій записані у таблиці.

Таблиця 3

**Таблиця максимальної координати при русі
у залежності від початкового куту закручування.**

	Конструкція №1	Конструкція №2	Конструкція №3
10 об	0.6м	1.1м	1.5м
20 об	1.2м	2.2м	2.9м
30 об	1.8м	3.2м	4.4м
40 об	2.5м	4.3м	5.8м
50 об	3.1м	5.5м	7.3м

Представимо результати у вигляді графіків на Рис.10.

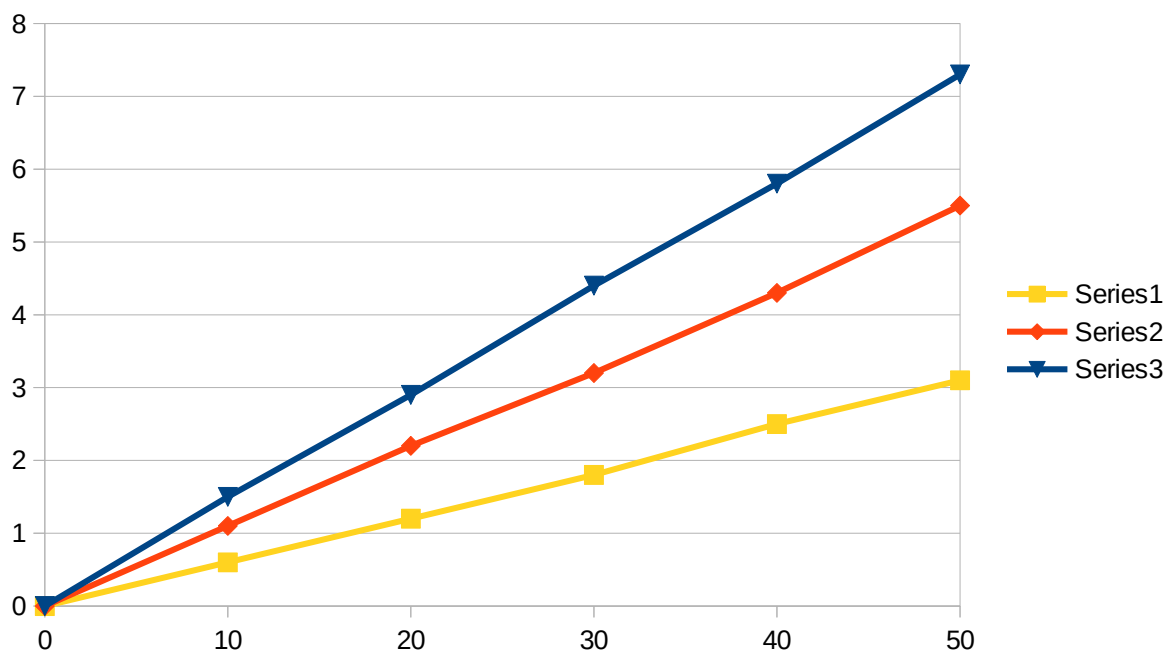


Рис.10. Графік максимальної координати кораблику від початкового куту закручування.

Як ми можемо бачити, максимальна координата має лінійну залежність від початкового куту закручування. Також ніж менше коефіцієнт лобового опору тим більше пройдена відстань. Усе це передбачується теорією.

Для останньої конструкції кораблику знімемо відео руху і покадрово його проаналізуємо. Запишемо результати у вигляді графіку.

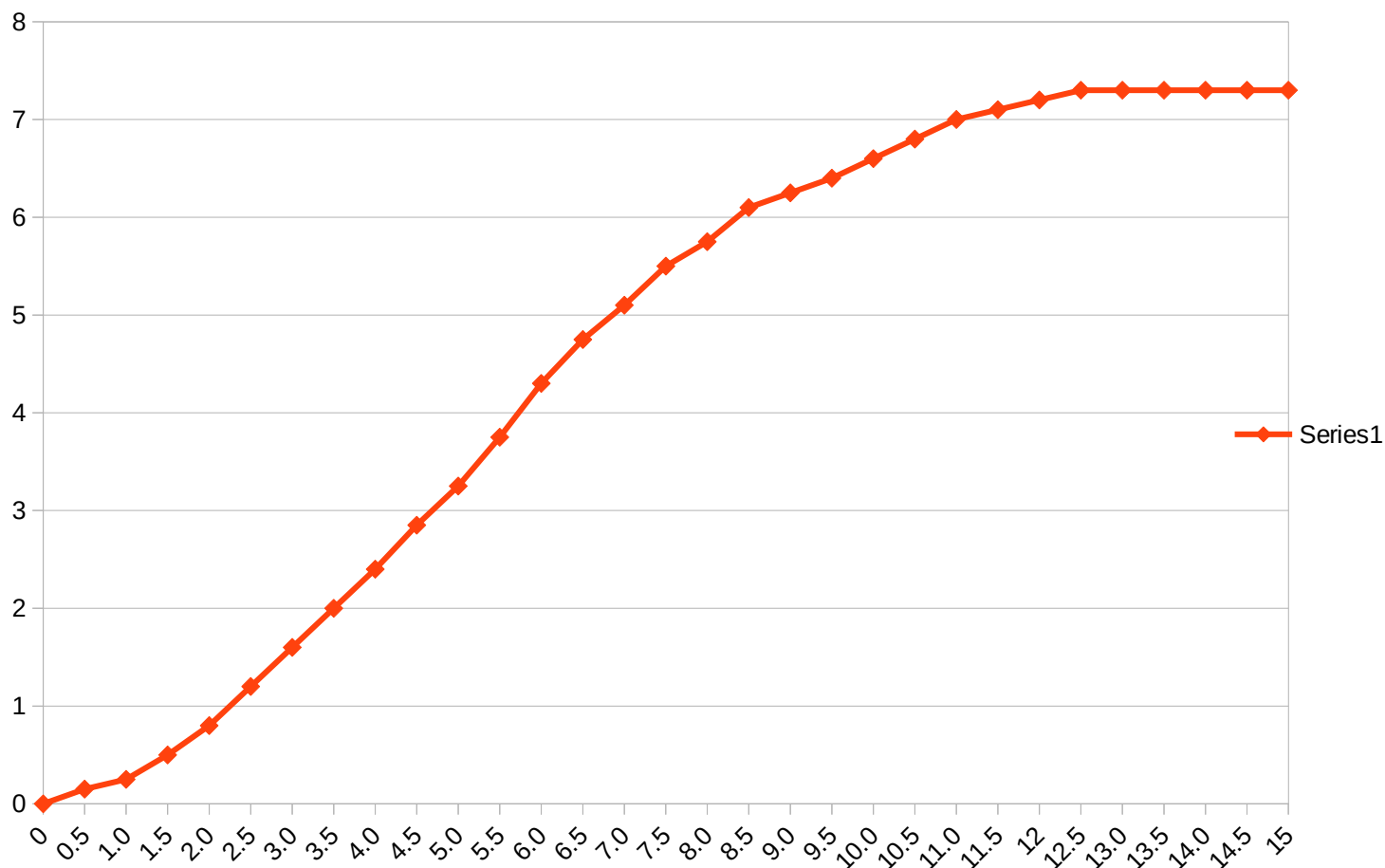


Рис.11. Графік координати кораблику від часу.

Як ми бачимо графік має лінійний характер під час основного руху це значить, що швидкість під час основного руху постійна. Це передбачається нашою теорією. Як і моменти руху, при яких кораблик прискорюється і сповільнюється.

3.3. Оптимізація параметрів системи.

Як було раніше зазначено, ми дослідили ефект та залежності властивостей системи від параметрів. Ми зробили наступні висновки з процесу моделювання:

1 Чим більше початковий кут закручування лопатей, тим більше максимальна координата кораблика.

2. Чим менше коефіцієнт опору руху кораблика, тим більше максимальна координата кораблика.

3. Чим більше коефіцієнт жорсткості резинки, що використовується у двигуні, тим більше відстань, пройдена корабликом.

З цих висновків зрозуміло, що саме треба покращувати в конструкції для її оптимізації.

ВИСНОВКИ

У ході роботи ми теоретично і експериментально дослідили описаний нами ефект, дослідили причини його виникнення та провели план оптимізації параметрів системи. Також моделювання систем на меншому масштабі дозволить покращити розуміння проблематики інженерії великих кораблів і покращення їх властивостей шляхом оптимізації.

Джерела

1. Касаткин, А. Г. “Основные процессы и аппараты химической технологии.”. - Москва, 1971; с. 42 –43; 118.
- 2 Каланчук И.В., Попов Н.И. “ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ” - Международный студенческий научный вестник. – 2018. – № 3-1.;
- 3 К. А. ПУТИЛОВ КУРС ФИЗИКИ Том I. Механика. Акустика. Молекулярная физика. Термодинамика. М.: ГИ ФМЛ, 1963, 560 с.
- 4 Е.И. Бутиков, А.С.Кондратьев, Учебное пособие; Кн.1,Механика, Физматлит, 2001 г. — глава V— движение жидкостей и газов.
- 5 <http://cccp3d.ru> Расчет коэффициента лобового сопротивления (C_x) простых тел и сравнение полученного результата с экспериментом, автор dmiantosha.