

# DSP-review

## 2 目录

### 2 目录

#### 2 填空(10)

1.  $y(n) = x(n - k), k > 0$ , 表示  $y(n)$  是整个  $x(n)$  在时间轴上 **右** 移  $k$  个采样周期所得到的新序列?
2. 在数字信号处理中, 可以将信号存储起来, 用 **延迟** 的方法实现非因果系统, 从而提高了系统的性能指标.

#### 2 选择(40)

1. 下面有关数字信号的概念, 哪个说法是正确的?  
2. 1024点的DFT需要多少次的复数乘法运算?  
3. 哪一年, 宾夕法尼亚大学发明了第一代电子管计算机?  
4. CD唱盘是哪一年问世的?  
5. 由多个信号源产生的信号称为什么信号?
6. 请确定以下序列的周期长度:  $x(n) = \sin\left(\frac{\pi n}{4}\right) - \cos\left(\frac{\pi n}{7}\right)$
7. 系统  $y(n) = x^2(n)$ ,  $y(n)$  表示输出,  $x(n)$  表示输入,  
试确定系统是否是线性系统? 是否是时不变系统?
8. 系统  $y(n) = \sum_{m=-\infty}^n x(m)$ , 其中  $y(n)$  表示输出,  $x(n)$  表示输入,  
试确定系统是否是线性系统? 是否是时不变系统?
9. 系统  $y(n) = x(n - n_0)$ , 其中  $n_0 < 0$ ,  $y(n)$  表示输出,  $x(n)$  表示输入  
试确定系统的因果性和稳定性
10. 系统  $y(n) = g(n)x(n)$ , 其中  $g(n)$  有界,  $y(n)$  表示输出,  $x(n)$  表示输入  
试确定系统的因果性和稳定性
11. 令  $X(e^{j\omega})$  表示实因果序列  $x(n)$  的DTFT, 求  $x^*(n)$  的DTFT:
12. 令  $X(e^{j\omega})$  表示实因果序列  $x(n)$  的DTFT, 求  $x(2n)$  的DTFT:
13. 求序列  $\delta(n - 1)$  的Z变换的收敛域:
14. 求以下序列的Z变换的收敛域:  $a^{|n|}, |a| < 1$
15. 一个线性时不变系统具有频率响应  $H(e^{j\omega}) = \frac{e^{j\omega}}{1 + \cos \omega}$   
求系统的差分方程.
16. 给定一连续带限信号  $x_a(t)$ , 其频谱当  $|f| > B$  时,  $X_a(t) = 0$   
求  $x_a^2(t)$  的最低采样频率
17. 给定一连续带限信号  $x_a(t)$ , 其频谱当  $|f| > B$  时,  $X_a(t) = 0$   
求  $x_a(2t)$  的最低采样频率
18. 给定一连续带限信号  $x_a(t)$ , 其频谱当  $|f| > B$  时,  $X_a(t) = 0$   
求  $x_a(t) \cos(7\pi B t)$  的最低采样频率
19. 一带通模拟信号如图所示, 现用以下采样频率对其采样.  
(1)  $10\text{Hz}$  (2)  $25\text{Hz}$  (3)  $50\text{Hz}$  (4)  $100\text{Hz}$ ,  
求采样后哪几种采样频率存在混叠?
20. 已知信号  $x(t)$  为带限信号, 最高截止频率  $300\text{Hz}$ ,

当采样频率为500Hz时,采样信号频谱不会产生混叠

21. 对 $x(n)(0 \leq n \leq 7)$ 和 $y(n)(0 \leq n \leq 19)$ 分别作20点的DFT,得 $X(k)$ 和 $Y(k)$ , $F(k) = X(k)Y(k)(0 \leq n \leq 19)$ , $f(n) = IDFT[F(k)]$ ,  
n在\_\_\_\_范围内时, $f(n)$ 是 $x(n)$ 和 $y(n)$ 的线性卷积

22.  $x_1(n) = R_1 0(n)$ ,  $x_2(n) = R_7(n)$ ,用DFT计算二者的线性卷积,  
为使计算量尽可能地少,应使DFT的长度N满足

23. 一个采样频率为 $f_s$ 的N点序列 $x(n)$ ,其N点DFT结果 $X(2)$ 代表的频谱

24. 计算两个N点序列的线性卷积,至少要做多少点得到DFT?

25. 对于高斯序列 $x(n) = \exp[-(n - p)^2/q]$ ,取16点作FFT,其幅度谱中  
低频分量最多的是

26. 一般说来按时间抽取基二FFT的\_\_\_\_序列是按位反转重新排列的

27.  $x(n) = \{1, 0, 0, 0\}$ ,  $\frac{1}{4} \sum_{k=0}^3 |X(k)|^2 = ?$

28. Chirp-z变换的频率采样点不必在单位圆上

29. 采样频率 $f_s = 5000 Hz$ ,DFT长度为2000,其谱线间隔为2.5Hz

30. 一个长度为N的有限长序列可用N个频域的采样值唯一地确定

31. 下面说法哪个是错误的?

32. 逆Z变换的围线积分定义式中,积分路径C是一条收敛环域内顺时针  
方向绕原点一周的单围线

33. 系统 $y(n) = x(Dn)$ 是时不变系统,其中D是正整数

34. 一个LTI系统 $H(z)$ 是因果稳定的,其收敛域为 $R_{x-} < |z| \leq \infty$ ,则

35. 对于因果系统函数 $H(z) = \frac{z}{z-a}$ , $0 < a < 1$ ,试根据系统函数 $H(z)$ 的  
零极点分布确定系统的频率特性是

36. 一个周期为N的周期序列 $\bar{x}(n)$ 的离散傅立叶级数在频域上仍然是  
一个周期序列,其周期是

37. 留声机诞生于哪一年?

38. 哪一年J. W. Cooley和J. W. Tukey提出了快速傅里叶变换算法?

## U 简答(30)

1. 信号(signal):

2. 模拟信号(analog signal):

3. 数字信号(digital signal):

4. 系统:

5. 信号处理的内容:

6. 模拟信号处理缺点:

7. 数字系统的优点:

8. 数字信号处理的应用表现在哪几个方面?

9. 数字信号处理与传统的模拟信号处理相比较,除了数字系统共同

优点,如抗干扰,可靠性强,便于大规模集成外,还具有哪些明显的优点?

## N 计算(20)

1. 试求下列序列的DTFT:

(1)  $x(n) = \frac{1}{2}\delta(n+1) + \delta(n) + \frac{1}{2}\delta(n-1)$

(2)  $x(n) = (\frac{1}{2})^n u(n+1)$

2. 请问正弦序列 $\sin(\frac{16}{5}\pi n)$ 是否是周期序列?

若是,其周期长度是多少?

3. 试确定以下系统是否为线性系统？是否为时不变系统？

(1)  $y(n) = x(n - n_0)$

(2)  $y(n) = nx(n)$

(3)  $y(n) = 6x(n) + 3$

(4)  $y(n) = x^3(n)$

(5)  $y(n) = \sum_{m=-\infty}^n x(m)$

4. 试确定以下系统的因果性和稳定性：

(1)  $y(n) = \sum_{k=n_0}^n x(k), n > n_0$

(2)  $h(n) = \frac{1}{n!} u(n)$

(3)  $h(n) = 2^n R_N(n)$

(4)  $h(n) = 2^n u(n)$

(5)  $h(n) = 5^n u(-n)$

5. 求以下序列的Z变换及收敛域：

(1)  $\delta(n - n_0)$

(2)  $0.5^n [u(n) - u(n - 10)]$

6. 设序列  $x(n)$  和  $y(n)$  的 Z 变换分别为  $X(z)$  和  $Y(z)$ ，

试求  $X(z)$  和  $Y(z)$  的关系：

7. 设序列  $x(n)$  和  $y(n)$  的 Z 变换分别为  $X(z)$  和  $Y(z)$ ，

试求  $X(z)$  和  $Y(z)$  的关系：

8. 已知系统的差分方程  $y(n) - 0.25y(n - 1) = 0.5x(n) + 0.45x(n - 1) + 0.35x(n - 2)$ ，  
且在  $n < 0$  时  $y(n) = 0$ 。求该系统的系统函数。

9.  $x(n)$  的 DTFT 为  $X(e^{j\omega})$ ，试求  $x(-n)$  的 DTFT。

10. 讨论一个具有下列系统函数的线性时不变因果系统：

$$H(z) = \frac{1 - a^{-1}z^{-1}}{1 - az^{-1}}$$

其中  $a$  为实数。

(1) 对于什么样的  $a$  值范围系统是稳定的？

(2) 证明该系统是一个全通系统，即频率响应的幅度为一常数。

11. 离散时间信号  $x(n)$  频谱如图所示，试求  $M = 3$  直接抽取(不滤波)后的信号的频谱。

12. 数字录音带(DAT)驱动器的采样频率为 48kHz，而激光唱盘(CD)播放机则以 44.1kHz 的采样频率工作。为了直接把声音从 CD 录制到 DAT，需要把采样频率从 44.1kHz 转换到 48kHz。为此，考虑完成图所示的采样率转换系统。求 L 和 M 的最小可能值以及适当的滤波器  $H(e^{j\omega})$  完成这个转换。

13. 序列  $x(n)$  的傅里叶变换如图所示，希望最大可能地对  $x(n)$  降低采样率，而不引入混叠。

14. 考虑图所示的系统，假设  $x_a(t)$  输入是带限的，

即对于  $|\Omega| > 4000\pi rad/s$ ,  $X_a(j\Omega) \equiv 0$ 。

(1) 为使  $y_a(t)$  等于  $x_a(t)$ ，应该对  $M, T_1, T_2$  有何约束？

(2) 如果  $f_1 = 1/T_1 = 30kHz$ ,  $M$  最大可以取多少？

15. 若已知  $DFT[x(n)] = X(k)$ , 求  $DFT[x(n) \cos(\frac{2\pi}{N}mn)]$ ,  $0 < m < N$

16. 已知  $x(n) = \{1, 2, 2, 1\}$ , 试用定义计算  $x(n)$  的 DFT 并验证 Parseval 定理。

17. 已知  $x(n)$  是长为  $N$  的有限长序列,  $X(k) = DFT[x(n)]$ , 现将  $x(n)$  的每二点之间补进  $r - 1$  个零值, 得到一个长为  $rN$  的有限长序列  $y(n)$ ,

求 $DFT[y(n)]$ 与 $X(k)$ 的关系。

18. 已知 $x(n) = \{3, 5, -1, 6, 1, 0, 2, -2\}$ ,  $DFT[x(n)] = X(k)$ , 并且 $Y(k) = W_N^{3k} X(k)$ . 求:

(1)  $y(n) = IDFT[Y(k)]$

(2)  $\sum_{k=0}^{N-1} |Y(k)|^2$

19. 已知复序列 $f(n)$ 是由两个实有限长序列 $x(n), y(n)$ 组成,

$f(n) = x(n) + jy(n)$ , 并且 $DFT[f(n)] = F(k)$ ,

$$F(k) = \frac{1 - a^N}{1 - aW_N^k} + j \frac{1 - b^N}{1 - bW_N^k},$$

求 $X(k), Y(k)$ 以及 $x(n), y(n)$ 。

20.  $N$ 点序列 $x(n)$ 的DFT为 $X(k)$ , 并有

(1)  $x_1(n) = (-1)^n x(n)$

(2)  $x_2(n) = x(N-1-n)$

分别求 $x_1(n)$ 的DFT $X_1(k)$ 以及 $x_2(n)$ 的DFT $X_2(k)$ 与 $X(k)$ 的关系。

21. 希望利用一个长度为50的有限长单位脉冲响应滤波器来过滤一段很长的数据, 要求利用重叠保留法并通过FFT来实现这种滤波器。为做到这一点, 首先输入各段必须重叠 $N$ 个样本; 其次必须从每一段产生的输出中取出 $M$ 个样本, 并把它们拼接在一起形成一长序列, 即为滤波输出。设输入的各段长度为100个样本, 而FFT的长度为128, 循环卷积的输出序号为0~127.

(1) 求 $N$ ;

(2) 求 $M$ ;

(3) 求取出的 $M$ 个点的起点与终点序号, 即循环卷积的128点中取出哪些点去和前一段的点衔接起来?

22. 一个实时卷积器是用FFT的重叠保留法分段处理的, 假定系统的单位脉冲响应的长度为128, 每段1024点FFT的运算时间为0.1 s, 一次复数乘法的时间为5μs。不计数据采集、存取和加法的时间, 试问:

(1) 采样频率最高可达多少?

(2) 若两路信号同时卷积, 采样频率最高是多少?

## 6. 填空(10)

1.  $y(n) = x(n - k), k > 0$ , 表示 $y(n)$ 是整个 $x(n)$ 在整个 $x(n)$ 在时间轴 #

上右移 $k$ 个采样周期所得到的新序列? #

2. 在数字信号处理中, 可以将信号存储起来, 用延迟的方法实现非因 #

果系统, 从而提高了系统的性能指标. #

## 选择(40)

1.下面有关数字信号的概念,哪个说法是正确的? #

- A.数字信号是时间变量是连续值, 幅度值是离散值。
- B. 数字信号是时间变量是离散值, 幅度值也是离散值。
- C.数字信号是时间变量是离散值, 幅度值是连续值。
- D.数字信号是时间变量是连续值, 幅度值也是连续值。

2.1024点的DFT需要多少次的复数乘法运算? #

- A.十万次
- B.千万次
- C.一万次
- D. 百万次

3.哪一年,宾夕法尼亚大学发明了第一代电子管计算机? #

- A. 1946年
- B.1980年
- C.1956年
- D.1936年

4.CD唱盘是哪一年问世的? #

- A.1990年
- B.1960年
- C.1978年
- D. 1982年

5.由多个信号源产生的信号称为什么信号? #

- A.离散信号
- B. 向量信号
- C.标量信号
- D.连续信号

6. 请确定以下序列的周期长度: $x(n) = \sin\left(\frac{\pi n}{4}\right) - \cos\left(\frac{\pi n}{7}\right)$  #

- A.4
- B. 56
- C.28
- D.7

7. 系统  $y(n) = x^2(n)$ ,  $y(n)$  表示输出,  $x(n)$  表示输入,

#

试确定系统是否是线性系统? 是否是时不变系统?

#

- A. 非线性时变系统
- B. 非线性时不变系统
- C. 线性时不变系统
- D. 线性时变系统

8. 系统  $y(n) = \sum_{m=-\infty}^n x(m)$ , 其中  $y(n)$  表示输出,  $x(n)$  表示输入,

#

试确定系统是否是线性系统? 是否是时不变系统?

#

- A. 线性时不变系统
- B. 线性时变系统
- C. 非线性时变系统
- D. 非线性时不变系统

9. 系统  $y(n) = x(n - n_0)$ , 其中  $n_0 < 0$ ,  $y(n)$  表示输出,  $x(n)$  表示输入

#

试确定系统的因果性和稳定性

#

- A. 非因果不稳定系统
- B. 因果不稳定系统
- C. 因果稳定系统
- D. 非因果稳定系统

10. 系统  $y(n) = g(n)x(n)$ , 其中  $g(n)$  有界,  $y(n)$  表示输出,  $x(n)$  表示输入

#

试确定系统的因果性和稳定性

#

- A. 因果稳定系统
- B. 非因果稳定系统
- C. 因果不稳定系统
- D. 非因果不稳定系统

11. 令  $X(e^{j\omega})$  表示实因果序列  $x(n)$  的 DTFT, 求  $x^*(n)$  的 DTFT:

#

- A.  $X(e^{-j\omega})$
- B.  $X^*(e^{-j\omega})$

- C.  $X^*(e^{j\omega})$
- D.  $X(e^{j\omega})$

12. 令  $X(e^{j\omega})$  表示实因果序列  $x(n)$  的DTFT, 求  $x(2n)$  的DTFT:

#

- A.  $0.5 * [X(e^{j\omega/2}) - X(-e^{-j\omega/2})]$
- B.  $0.5 * [X(e^{j\omega/2}) + X(-e^{j\omega/2})]$
- C.  $0.5 * [X(e^{j\omega/2}) + X(-e^{-j\omega/2})]$
- D.  $0.5 * [X(e^{j\omega/2}) - X(-e^{j\omega/2})]$

13. 求序列  $\delta(n - 1)$  的Z变换的收敛域:

#

- A.  $0 \leq |z| \leq \infty$
- B.  $0 \leq |z| < \infty$
- C.  $0 < |z| \leq \infty$
- D.  $0 < |z| < \infty$

14. 求以下序列的Z变换的收敛域:  $a^{|n|}, |a| < 1$

#

- A.  $|a| < |z| < \frac{1}{|a|}$
- B.  $|a| < |z| < \infty$
- C.  $0 < |z| < \frac{1}{|a|}$
- D.  $\frac{1}{|a|} < |z| < \infty$

15. 一个线性时不变系统具有频率响应  $H(e^{j\omega}) = \frac{e^{j\omega}}{1.1 + \cos \omega}$

#

求系统的差分方程.

#

- A.  $y(n) + 2.2y(n - 1) + y(n - 2) = 2x(n)$
- B.  $y(n) + y(n - 1) + y(n - 2) = x(n)$
- C.  $y(n) + 1.1y(n - 1) + y(n - 2) = 2x(n)$
- D.  $y(n) + 2.2y(n - 1) + y(n - 2) = x(n)$

16. 给定一连续带限信号  $x_a(t)$ , 其频谱当  $|f| > B$  时,  $X_a(t) = 0$

#

求  $x_a^2(t)$  的最低采样频率

#

- A.B
- B.2B
- C.4B
- D.8B

17. 给定一连续带限信号  $x_a(t)$ , 其频谱当  $|f| > B$  时,  $X_a(t) = 0$

#

求  $x_a(2t)$  的最低采样频率

#

- A.B
- B.2B
- C.4B
- D.8B

18. 给定一连续带限信号  $x_a(t)$ , 其频谱当  $|f| > B$  时,  $X_a(t) = 0$

#

求  $x_a(t) \cos(7\pi Bt)$  的最低采样频率

#

- A.B
- B.2B
- C.9B
- D.4.5B (欠采样)

19. 一带通模拟信号如图所示, 现用以下采样频率对其采样.

#

(1)  $10\text{Hz}$  (2)  $25\text{Hz}$  (3)  $50\text{Hz}$  (4)  $100\text{Hz}$ ,

#

求采样后哪几种采样频率存在混叠?

#

- A.(1)
- B.(2)
- C.(3)
- D.(4)

20. 已知信号  $x(t)$  为带限信号, 最高截止频率  $300\text{Hz}$ ,

#

当采样频率为  $500\text{Hz}$  时, 采样信号频谱不会产生混叠

#

- A. ✓
- B. ×

21. 对 $x(n)$ ( $0 \leq n \leq 7$ )和 $y(n)$ ( $0 \leq n \leq 19$ )分别作20点的DFT, #

得 $X(k)$ 和 $Y(k)$ ,  $F(k) = X(k)Y(k)$ ( $0 \leq n \leq 19$ ),  $f(n) = IDFT[F(k)]$ , #

n在\_\_\_范围内时,  $f(n)$ 是 $x(n)$ 和 $y(n)$ 的线性卷积 #

- A.  $0 \leq n \leq 7$
- B.  $7 \leq n \leq 19$
- C.  $12 \leq n \leq 19$
- D.  $0 \leq n \leq 19$

22.  $x_1(n) = R_10(n)$ ,  $x_2(n) = R_7(n)$ , 用DFT计算二者的线性卷积, #

为使计算量尽可能地少, 应使DFT的长度N满足 #

- A.  $N > 16$
- B.  $N = 16$
- C.  $N < 16$
- D.  $N \neq 16$

23. 一个采样频率为 $f_s$ 的N点序列 $x(n)$ , 其N点DFT结果 $X(2)$ 代表的频谱 #

- A.  $f_s/N$
- B.  $2f_s/N$
- C.  $4f_s/N$
- D.  $f_s/2N$

24. 计算两个N点序列的线性卷积, 至少要做多少点得到DFT? #

- A. N
- B.  $2N-1$
- C.  $2N$
- D.  $2N+1$

25. 对于高斯序列 $x(n) = \exp[-(n-p)^2/q]$ , 取16点作FFT, 其幅度谱中 #

低频分量最多的是

#

- A. p=8,q=2
- B. p=8, q=8
- C. p=14,q=8
- D. p=2,q=8

26. 一般说来按时间抽取基二FFT的\_\_序列是按位反转重新排列的

#

- A. 输入
- B. 输出
- C. 输入和输出
- D. 输入和输出都不是

27.  $x(n) = \{1, 0, 0, 0\}$ ,  $\frac{1}{4} \sum_{k=0}^3 |X(k)|^2 = ?$

#

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4

28. Chirp - z变换的频率采样点不必在单位圆上

#

- A. ✓
- B. ×

29. 采样频率  $f_s = 5000 Hz$ , DFT长度为2000,其谱线间隔为  $2.5 Hz$

#

- A. ✓
- B. ×

30. 一个长度为  $N$  的有限长序列可用  $N$  个频域的采样值唯一地确定

#

- A. ✓
- B. ×

31. 下面说法哪个是错误的?

#

- A. 绝对可和序列的DTFT必定存在。

- B. 绝对可和序列的能量一定有限。
- C. 一个序列的DTFT存在，则该序列一定是绝对可和序列。
- D. 一个序列的DTFT存在，表示该序列DTFT对应级数一定收敛。

32. 逆Z变换的围线积分定义式中,积分路径C是一条收敛环域内顺时针 #  
方向绕原点一周的单围线 #

- A. ✓
- B. ✗

33. 系统 $y(n) = x(Dn)$ 是时不变系统,其中D是正整数 #  
#

- A. ✓
- B. ✗

34. 一个LTI系统 $H(z)$ 是因果稳定的,其收敛域为 $R_{x-} < |z| \leq \infty$ ,则 #  
#

- A.  $R_{x-} \leq 1$
- B.  $R_{x-} < 1$
- C.  $R_{x-} > 1$
- D.  $R_{x-} \geq 1$

35. 对于因果系统函数 $H(z) = \frac{z}{z - a}$ ,  $0 < a < 1$ ,试根据系统函数 $H(z)$ 的 #  
零极点分布确定系统的频率特性是 #

- A. 高通滤波器
- B. 低通滤波器
- C. 带通滤波器
- D. 带阻滤波器

36. 一个周期为N的周期序列 $\tilde{x}(n)$ 的离散傅立叶级数在频域上仍然是 #  
一个周期序列,其周期是 #

- A. N-1
- B. N

- C.  $2N-1$
- D.  $2N$

## 37. 留声机诞生于哪一年? #

- A. 1988
- B. 1877
- C. 1977
- D. 1920

## 38. 哪一年J. W. Cooley和J. W. Tukey提出了快速傅里叶变换算法? #

- A. 1942
- B. 1952
- C. 1965
- D. 1975

# U 简答(30)

## 1. 信号(signal): #

是信息的物理体现形式, 或是传递信息的函数, 而信息则是信号的具体内容

## 2. 模拟信号(analog signal): #

指时间连续、幅度连续的信号

## 3. 数字信号(digital signal): #

时间和幅度上都是离散(量化)的信号

- 数字信号可用一序列的数表示, 而每个数又可表示为二制码的形式, 适合计算机处理
  - 一维(1-D)信号: 一个自变量的函数
  - 二维(2-D)信号: 两个自变量的函数
  - 多维( $M-D$ )信号: 多个自变量的函数

## 4. 系统: #

处理信号的物理设备。或者说, 凡是能将信号加以变换以达到人们要求的各种设备

## 5. 信号处理的内容:

#

滤波、变换、检测、谱分析、估计、压缩、识别等一系列的加工处理

## 6. 模拟信号处理缺点:

#

难以做到高精度，受环境影响较大，可靠性差，且不灵活等

## 7. 数字系统的优点:

#

体积小、功耗低、精度高、可靠性高、灵活性大、易于大规模集成、可进行二维与多维处理

## 8. 数字信号处理的应用表现在哪几个方面?

#

自动控制

消费电子

电子通信

语音

图形/图像

工业应用

仪器

医疗器件

军事器件

## 9. 数字信号处理与传统的模拟信号处理相比较,除了数字系统共同 优点,如抗干扰,可靠性强,便于大规模集成外,还具有哪些明显的优点? #

- 优点
  - 精度高
  - 灵活性强
  - 可以实现模拟信号很难达到的指标式特性
  - 可以实现多维信号存储
- 缺点
  - 增加了系统的复杂性

- 应用的频率范围受到限制
- 系统的功率消耗比较大

## N 计算(20)

1. 试求下列序列的DTFT:

#

$$(1) x(n) = \frac{1}{2}\delta(n+1) + \delta(n) + \frac{1}{2}\delta(n-1)$$

$$(2) x(n) = \left(\frac{1}{2}\right)^n u(n+1)$$

(1) 解 : 由 DTFT 定义得 :

$$\begin{aligned} X(e^{j\omega}) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)e^{-j\omega n} \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[\frac{1}{2}\delta(n+1) + \delta(n) + \frac{1}{2}\delta(n-1)\right]e^{-j\omega n} \\ &= \sum_{n=-1}^{-1} \frac{1}{2}\delta(n+1)e^{-j\omega n} + \sum_{n=0}^0 \delta(n)e^{-j\omega n} + \sum_{n=1}^1 \frac{1}{2}\delta(n-1)e^{-j\omega n} \\ &= \frac{1}{2}e^{j\omega n} + 1 + \frac{1}{2}e^{-j\omega n} \\ &= 1 + \frac{1}{2}(e^{j\omega n} + e^{-j\omega n}) \\ &= 1 + \cos \omega \end{aligned}$$

(2) 解：由 DTFT 定义得：

$$\begin{aligned} X(e^{j\omega}) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)e^{-j\omega n} \\ &= \sum_{n=-1}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n e^{-j\omega n} \\ &= \sum_{n=-1}^{\infty} \left(\frac{1}{2} \cdot e^{-j\omega}\right)^n \\ &= \frac{2e^{j\omega}}{1 - \frac{1}{2}e^{-j\omega}} \end{aligned}$$

2. 请问正弦序列  $\sin\left(\frac{16}{5}\pi n\right)$  是否是周期序列？#

若是，其周期长度是多少？#

解：  $N = \frac{2\pi k}{\omega} = \frac{2\pi}{16\pi/5} \times 8 = 5$

是周期序列，最小周期长度为 5

3. 试确定以下系统是否为线性系统？是否为时不变系统？#

(1)  $y(n) = x(n - n_0)$

(2)  $y(n) = nx(n)$

(3)  $y(n) = 6x(n) + 3$

(4)  $y(n) = x^3(n)$

(5)  $y(n) = \sum_{m=-\infty}^n x(m)$

| 解:                               | 线性系统  | 时不变系统 |
|----------------------------------|-------|-------|
| $y(n) = x(n - n_0)$              | 线性系统  | 时不变系统 |
| $y(n) = nx(n)$                   | 线性系统  | 时变系统  |
| $y(n) = 6x(n) + 3$               | 非线性系统 | 时不变系统 |
| $y(n) = x^3(n)$                  | 非线性系统 | 时不变系统 |
| $y(n) = \sum_{m=-\infty}^n x(m)$ | 线性系统  | 时不变系统 |

#### 4. 试确定以下系统的因果性和稳定性: #

(1)  $y(n) = \sum_{k=n_0}^n x(k), n > n_0$

(2)  $h(n) = \frac{1}{n!} u(n)$

(3)  $h(n) = 2^n R_N(n)$

(4)  $h(n) = 2^n u(n)$

(5)  $h(n) = 5^n u(-n)$

| 解:                                    | 因果性 | 稳定性 |
|---------------------------------------|-----|-----|
| $y(n) = \sum_{k=n_0}^n x(k), n > n_0$ | 因果  | 不稳定 |
| $h(n) = \frac{1}{n!} u(n)$            | 因果  | 稳定  |
| $h(n) = 2^n R_N(n)$                   | 因果  | 稳定  |
| $h(n) = 2^n u(n)$                     | 因果  | 不稳定 |
| $h(n) = 5^n u(-n)$                    | 非因果 | 稳定  |

#### 5. 求以下序列的 Z 变换及收敛域: #

(1)  $\delta(n - n_0)$

(2)  $0.5^n[u(n) - u(n-10)]$

解:

(1) : 由  $Z$  变换公式得 :

$$\begin{aligned} X(z) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(n-n_0)z^{-n} \\ &= \sum_{n=n_0}^{n_0} \delta(n-n_0)z^{-n} \\ &= z^{-n_0} \end{aligned}$$

若  $n_0 < 0$  时, 收敛域为:  $0 \leq |z| < \infty$

若  $n_0 > 0$  时, 收敛域为:  $0 < |z| \leq \infty$

若  $n_0 = 0$  时, 收敛域为:  $0 \leq |z| \leq \infty$

解:

(2) : 由  $Z$  变换公式得 :

$$\begin{aligned} X(z) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} 0.5^n(u(n) - u(n-10))z^{-n} \\ &= \sum_{n=0}^9 0.5^n z^{-n} \\ &= \sum_{n=0}^9 (0.5 \cdot z^{-1})^n \\ &= \frac{1 - (0.5 \cdot z^{-1})^{10}}{1 - 0.5 \cdot z^{-1}} \end{aligned}$$

收敛域为:  $0 < |z|$

6. 设序列  $x(n)$  和  $y(n)$  的  $Z$  变换分别为  $X(z)$  和  $Y(z)$ , #

试求  $X(z)$  和  $Y(z)$  的关系: #

$$\begin{cases} y(2n) = x(n) \\ y(2n+1) = 0 \end{cases}$$

解：

$$\begin{aligned}Y(z) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} y(n)z^{-n} \\&= \sum_{m=-\infty}^{\infty} y(2m)z^{-2m} + \sum_{m=-\infty}^{\infty} y(2m+1)z^{-(2m+1)} \\&= \sum_{m=-\infty}^{\infty} X(m)z^{-2m} + 0 \\&= X(z^2)\end{aligned}$$

7. 设序列 $x(n)$ 和 $y(n)$ 的Z变换分别为 $X(z)$ 和 $Y(z)$ ,

#

试求 $X(z)$ 和 $Y(z)$ 的关系:

#

$$y(2n) = y(2n+1) = x(n)$$

解：

$$\begin{aligned}Y(z) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} y(n)z^{-n} \\&= \sum_{m=-\infty}^{\infty} y(2m)z^{-2m} + \sum_{m=-\infty}^{\infty} y(2m+1)z^{-(2m+1)} \\&= \sum_{m=-\infty}^{\infty} X(m)z^{-2m} + \sum_{m=-\infty}^{\infty} X(m)z^{-(2m+1)} \\&= X(z^2) + 2^{-1} \cdot X(z^2) \\&= (1 + z^{-1})X(z^2)\end{aligned}$$

8. 已知系统的差分方程

#

$$y(n) - 0.25y(n-1) = 0.5x(n) + 0.45x(n-1) + 0.35x(n-2),$$

且在 $n < 0$ 时 $y(n) = 0$ . 求该系统的系统函数。

#

解：

将等式两边进行Z变换得：

$$Y(z)\left(1 - \frac{1}{4} \cdot z^{-1}\right) = X(z)\left(\frac{1}{2} + \frac{9}{20} \cdot z^{-1} + \frac{7}{20} \cdot z^{-2}\right)$$

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{9}{20} \cdot z^{-1} + \frac{7}{20} \cdot z^{-2}}{1 - \frac{1}{4} \cdot z^{-1}} = \frac{10z^2 + 9z + 7}{20z^2 - 5z}$$

9.  $x(n)$ 的DTFT为 $X(e^{j\omega})$ ,试求 $x(-n)$ 的DTFT。 #

解：

令 $y(n) = x(-n)$ :

$$\begin{aligned} Y(e^{j\omega}) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} y(n)e^{-j\omega n} \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(-n)e^{-j\omega n} \end{aligned}$$

令 $-n = t$ ,则 $n = -t$

$$\begin{aligned} Y(e^{j\omega}) &= \sum_{t=-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j\omega t} \\ &= X(e^{-j\omega}) \end{aligned}$$

10. 讨论一个具有下列系统函数的线性时不变因果系统: #

$$H(z) = \frac{1 - a^{-1}z^{-1}}{1 - az^{-1}}$$

其中 $a$ 为实数。 #

(1) 对于什么样的 $a$ 值范围系统是稳定的?

(2) 证明该系统是一个全通系统, 即频率响应的幅度为一常数。

解：

(1): 极点 $z = a$ ,  $\therefore |a| \leq 1$  又 $\because a \neq 0$ ,  $\therefore 0 < |a| \leq 1$

(2): 作图知极点 $a$ 在单位圆的实轴上,零点 $1/a$ 在单位圆外的实轴上,由余弦定理得:

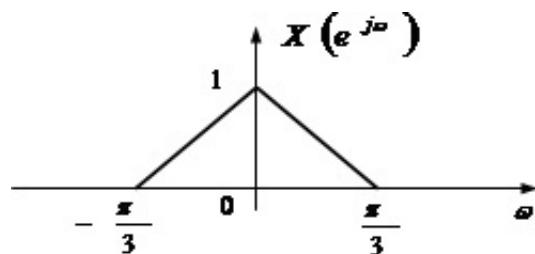
$$\text{极点矢量长度} = \sqrt{a^2 + 1 - 2a \cos(\omega)}$$

$$\text{零点矢量长度} = \sqrt{a^{-2} + 1 - 2a^{-1} \cos(\omega)} = \frac{1}{|a|} \sqrt{a^2 + 1 - 2a \cos(\omega)}$$

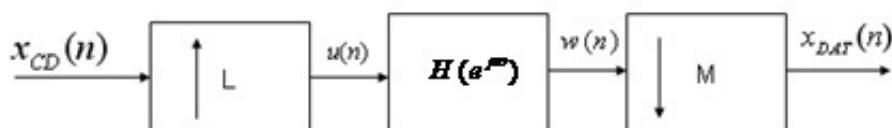
$$\text{系统频率响应即为极点矢量长度与零点矢量长度之比}, |H(e^{j\omega})| = \left| \frac{1 - a^{-1}e^{-j\omega}}{1 - ae^{-j\omega}} \right| = \frac{1}{|a|}$$

$\frac{1}{|a|}$ 是常数,所以是全通系统,得证

11. 离散时间信号 $x(n)$ 频谱如图所示,试求 $M = 3$ 直接抽取(不滤波)后的信号的频谱。



12. 数字录音带(DAT)驱动器的采样频率为48kHz,而激光唱盘(CD)播放机则以44.1kHz的采样频率工作。为了直接把声音从CD录制到DAT,需要把采样频率从44.1kHz转换到48kHz。为此,考虑完成图所示的采样率转换系统。求L和M的最小可能值以及适当的滤波器 $H(e^{j\omega})$ 完成这个转换。



解：

已知  $48000 = 2^7 \cdot 3 \cdot 5^3$  及  $44100 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2$ , 为改变采样频率, 需

$$\frac{L}{M} = \frac{2^7 \cdot 3 \cdot 5^3}{2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2} = \frac{2^5 \cdot 5}{3 \cdot 7^2} = \frac{160}{147}$$

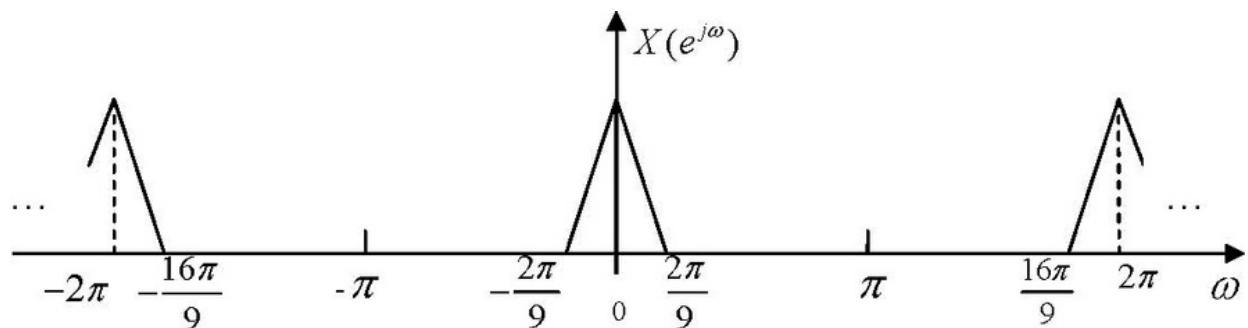
选择内插因子  $L = 160$  而抽取因子  $M = 147$ , 便可转换采样率

$$\text{低通滤波器的边界频率为 } \omega_c = \min\left(\frac{\pi}{L}, \frac{\pi}{M}\right) = \frac{\pi}{160}$$

其增益应等于  $L = 160$ , 采样频率为  $(44.1 \times 160) KHz = 7056 KHz$

13. 序列  $x(n)$  的傅里叶变换如图所示, 希望最大可能地对  $x(n)$  降低采样率, #

而不引入混叠。#

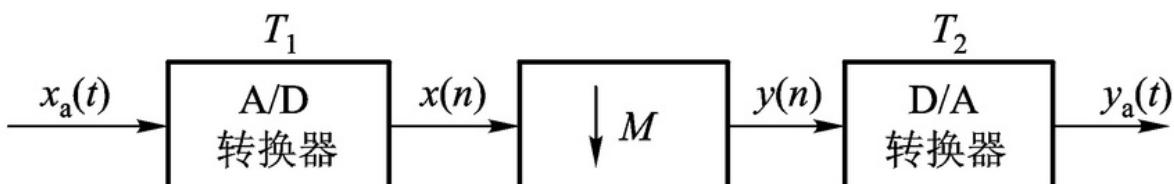


解：

$$\frac{L}{M} = \frac{2}{9}$$

14. 考虑图所示的系统, 假设  $x_a(t)$  输入是带限的, #

即对于  $|\Omega| > 4000\pi rad/s$ ,  $X_a(j\Omega) \equiv 0$ 。#



(1) 为使  $y_a(t)$  等于  $x_a(t)$ , 应该对  $M, T_1, T_2$  有何约束?

(2) 如果  $f_1 = 1/T_1 = 30kHz$ ,  $M$  最大可以取多少?

解:

(1):  $T_2 < 0.25ms, T_1 = T_2/M$

(2):  $M$  最大取 7

15. 若已知  $DFT[x(n)] = X(k)$ , 求  $DFT[x(n) \cos(\frac{2\pi}{N}mn)], 0 < m < N$  #

解: 由欧拉公式得

$$DFT[x(n) \cos(\frac{2\pi}{N}mn)] = \frac{1}{2}[X((k-m))_N + X((k+m))_N]$$

16. 已知  $x(n) = \{1, 2, 2, 1\}$ , 求用定义计算  $x(n)$  的 DFT 并验证 Parseval 定理。 #

$$X(k) = \{\textcircled{1} + \textcircled{2} + \textcircled{3} + \textcircled{4}, \textcircled{1} - \textcircled{3} + (\textcircled{4} - \textcircled{2})j, (\textcircled{1} - \textcircled{2}) + (\textcircled{3} - \textcircled{4})j, \textcircled{1} - \textcircled{3} + (\textcircled{2} - \textcircled{4})j\}$$

$$X(k) = \{6, -1 - j, 0, -1 + j\}$$

$$\text{已知: } \sum_{n=0}^{N-1} |x(n)|^2 = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} |X(k)|^2$$

$$\text{时域: } \sum_{n=0}^3 |x(n)|^2 = 1^2 + 2^2 + 2^2 + 1^2 = 10$$

$$\text{频域: } \frac{1}{4} \sum_{n=0}^3 |X(k)|^2 = \frac{1}{4} [6^2 + 1^2 + 1^2 + 0 + 1^2 + 1^2] = 10$$

时域频域相等, 满足定理

17. 已知  $x(n)$  是长为  $N$  的有限长序列,  $X(k) = DFT[x(n)]$ , 现将  $x(n)$  的 #

每二点之间补进  $r - 1$  个零值, 得到一个长为  $rN$  的有限长序列  $y(n)$ , #

$$y(n) = \begin{cases} x(n/r), & n = ir, \quad i = 0, 1, \dots, N-1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

求  $DFT[y(n)]$  与  $X(k)$  的关系。 #

$$DFT[y(n)] = Y(k) = X((k)_N R_{rN}(k), \quad k = 0, 1, 2, \dots, N-1)$$

18. 已知  $x(n) = \{3, 5, -1, 6, 1, 0, 2, -2\}$ ,  $DFT[x(n)] = X(k)$ , 并且 #  
 $Y(k) = W_N^{3k} X(k)$ . 求:

(1)  $y(n) = IDFT[Y(k)]$

(2)  $\sum_{k=0}^{N-1} |Y(k)|^2$

$$\begin{aligned} (1) : \quad y(n) &= IDFT[Y(k)] \\ &= IDFT[W_N^{3k} X(k)] \\ &= \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k) W_N^{-kn} W_N^{3k} \\ &= \frac{1}{8} \sum_{k=0}^7 X(k) W_N^{-(n-3)k} \\ &= x(n-3) \\ &= \{6, 1, 0, 2, -2, 3, 5, -1\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) : \quad & \sum_{k=0}^{N-1} |Y(k)|^2 = \\
 & = 8 \cdot \sum_{k=0}^7 [6^2 + 1^2 + 0 + 2^2 + (-2)^2 + 3^2 + 5^2 + (-1)^2] \\
 & = 8 \cdot 80 \\
 & = 640
 \end{aligned}$$

19. 已知复序列  $f(n)$  是由两个实有限长序列  $x(n), y(n)$  组成,

$$f(n) = x(n) + jy(n), \text{ 并且 } DFT[f(n)] = F(k),$$

$$F(k) = \frac{1 - a^N}{1 - aW_N^k} + j \frac{1 - b^N}{1 - bW_N^k},$$

求  $X(k), Y(k)$  以及  $x(n), y(n)$ 。

解:

$$X(k) = \frac{1 - a^N}{1 - aW_N^k} = \sum_{n=0}^{N-1} a^n W_n^{kn}$$

$$Y(k) = \frac{1 - b^N}{1 - bW_N^k} = \sum_{n=0}^{N-1} b^n W_n^{kn}$$

$$x(n) = a^n R_N(n)$$

$$y(n) = b^n R_N(n)$$

20.  $N$  点序列  $x(n)$  的 DFT 为  $X(k)$ , 并有

$$(1) x_1(n) = (-1)^n x(n)$$

$$(2) x_2(n) = x(N-1-n)$$

分别求  $x_1(n)$  的 DFT  $X_1(k)$  以及  $x_2(n)$  的 DFT  $X_2(k)$  与  $X(k)$  的关系。

解: (1)

$$\begin{aligned} X_1(k) &= DFT[x_1(n)] \\ &= \sum_{k=0}^{N-1} x_1(n) W_N^{kn} \\ &= \sum_{k=0}^{N-1} (-1)^n x(n) W_N^{kn} \\ &= \sum_{k=0}^{N-1} e^{-j\pi n} x(n) \cdot e^{-j\frac{2\pi}{N} \cdot kn} \\ &= \sum_{k=0}^{N-1} e^{-j\frac{2\pi}{N} (k + \frac{N}{2}) n} \\ &= X_1(k) X(k + N/2) \end{aligned}$$

解: (2)

$$\begin{aligned} X_1(k) &= DFT[x_1(n)] \\ &= \sum_{k=0}^{N-1} x_2(n) W_N^{kn} \\ &= \sum_{k=0}^{N-1} x(N-1-n) W_N^{kn} \end{aligned}$$

令  $N-1-n=t$ , 则  $n=N-1-t$

$$\begin{aligned} &= \sum_{k=0}^{N-1} x(t) W_N^{(N-1-t)k} \\ &= \sum_{t=0}^{N-1} x(t) W_N^{kN} \cdot W_N^{-k} \cdot W_N^{-kt} \\ &= \sum_{t=0}^{N-1} x(t) W_N^{-k} \cdot W_N^{-kt} \\ &= X_2(k) W_N^{-k} X(-k) \end{aligned}$$

很长的数据,要求利用重叠保留法并通过FFT来实现这种滤波器。为做到这一点,首先输入各段必须重叠N个样本;其次必须从每一段产生的输出中取出M个样本,并把它们拼接在一起形成一长序列,即为滤波输出。设输入的各段长度为100个样本,而FFT的长度为128,循环卷积的输出序号为0~127。

- (1) 求N;
- (2) 求M;
- (3) 求取出的M个点的起点与终点序号,即循环卷积的128点中取出哪些点去和前一段的点衔接起来?

解:

(1) : 输入各段重叠的样本数为滤波器长度减1

$$N = N_1 - 1 = 50 - 1 = 49$$

(2) :  $M = N_{in} - N_1 + 1 = 100 - 50 + 1 = 51$

(3) : 去掉混叠的前  $N(0 \sim 48)$  个点, 和末尾补的  $28(100 \sim 127)$  个零点,

取出的  $M$  个点的序号为  $49 \sim 99$

22. 一个实时卷积器是用FFT的重叠保留法分段处理的,假定系统的单位脉冲响应的长度为128,每段1024点FFT的运算时间为0.1 s,一次复数乘法的时间为 $5\mu\text{s}$ 。不计数据采集、存取和加法的时间,试问:

- (1) 采样频率最高可达多少?
- (2) 若两路信号同时卷积, 采样频率最高是多少?