DSP-review

$\Re$ 目录

当采样频率为500Hz时,采样信号频谱不会产生混叠

21. 对$x(n)(0 \le n \le 7)$和$y(n)(0 \le n \le 19)$分别作20点的DFT,
得$X(k)$和$Y(k)$,$F(k)=X(k)Y(k)(0 \le n \le 19)$,$f(n)=IDFT[F(k)]$,
n在___ 范围内时,$f(n)$是$x(n)$和$y(n)$的线性卷积

22. $x_1(n)=R_10(n), x_2(n)=R_7(n)$,用DFT计算二者的线性卷积,
为使计算量尽可能地少,应使DFT的长度N满足

23. 一个采样频率为f_s的N点序列$x(n)$,其N点DFT结果$X(2)$代表的频谱

24. 计算两个N点序列的线性卷积,至少要做多少点得到DFT?

25. 对于高斯序列$x(n)=exp[-(n-p)^2/q]$,取16点作FFT,其幅度谱中
低频分量最多的是

26. 一般说来按时间抽取基二FFT的___序列是按位反转重新排列的

27. $x(n)=\{1,0,0,0\}, \frac{1}{4}\sum_{k=0}^{3}|X(k)|^2=?$

28. $Chirp-z$变换的频率采样点不必在单位圆上

29. 采样频率$f_s=5000Hz$,DFT长度为2000,其谱线间隔为$2.5Hz$

30. 一个长度为N的有限长序列可用N个频域的采样值唯一地确定

31. 下面说法哪个是错误的?

32. 求序列$\delta(n-1)$的Z变换的收敛域:

33. 逆Z变换的围线积分定义式中,积分路径C是一条收敛环域内顺时针
方向绕原点一周的单围线

34. 系统$y(n)=x(Dn)$是时不变系统,其中D是正整数

35. 一个LTI系统$H(z)$是因果稳定的,其收敛域为$R_{x-}<|z|\le\infty$,则

36. 对于因果系统函数$H(z)=\dfrac{z}{z-a}, 0<a<1$,试根据系统函数$H(z)$的
零极点分布确定系统的频率特性是

37. 一个周期为N的周期序列$\tilde{x}(n)$的离散傅立叶级数在频域上仍然是
一个周期序列,其周期是

38. 留声机诞生于哪一年?

39. 哪一年J. W. Cooley和J. W. Tukey提出了快速傅里叶变换算法?

℧ 简答(30)

1. 信号(signal):
2. 模拟信号(analog signal):
3.数字信号(digital signal):
4. 系统:
5. 信号处理的内容:
6. 模拟信号处理缺点:
7. 数字系统的优点:
8. 数字信号处理的应用表现在哪几个方面?
9. 数字信号处理与传统的模拟信号处理相比较,除了数字系统共同
优点,如抗干扰,可靠性强,便于大规模集成外,还具有哪些明显的优点?

ℵ 计算(20)

1.试求下列序列的DTFT:

(1) $x(n)=\frac{1}{2}\delta(n+1)+\delta(n)+\frac{1}{2}\delta(n-1)$

(2) $x(n)=(\frac{1}{2})^n u(n+1)$

2. 请问正弦序列$\sin(\frac{16}{5}\pi n)$是否是周期序列?

若是,其周期长度是多少?

3. 试确定以下系统是否为线性系统？是否为时不变系统?

(1) $y(n)=x(n-n_0)$

(2) $y(n)=nx(n)$

(3) $y(n)=6x(n)+3$

(4) $y(n)=x^3(n)$

(5) $y(n)=\sum\limits_{m=-\infty}^{n}x(m)$

4.试确定以下系统的因果性和稳定性:

(1) $y(n)=\sum\limits_{k=n_0}^{n}x(k), n>n_0$

(2) $h(n)=\frac{1}{n!}u(n)$

(3) $h(n)=2^nR_N(n)$

(4) $h(n)=2^nu(n)$

(5) $h(n)=5^nu(-n)$

5. 求以下序列的Z 变换及收敛域:

(1) $\delta(n-n_0)$

(2) $0.5^n[u(n)-u(n-10)]$

6. 设序列$x(n)$和$y(n)$的Z变换分别为$X(z)$和$Y(z)$,
试求$X(z)$和$Y(z)$的关系:

7. 设序列$x(n)$和$y(n)$的Z变换分别为$X(z)$和$Y(z)$,
试求$X(z)$和$Y(z)$的关系:

8. 已知系统的差分方程$y(n)-0.25y(n-1)=0.5x(n)+0.45x(n-1)+0.35x(n-2)$,
且在$n<0$时$y(n)=0$.求该系统的系统函数。

9. $x(n)$的DTFT为$X(e^{j\omega})$,试求$x(-n)$的DTFT。

10. 讨论一个具有下列系统函数的线性时不变因果系统:

$$H(z)=\frac{1-a^{-1}z^{-1}}{1-az^{-1}}$$

其中a 为实数。

(1) 对于什么样的a 值范围系统是稳定的?

(2) 证明该系统是一个全通系统，即频率响应的幅度为一常数。

11. 离散时间信号$x(n)$频谱如图所示,试求$M=3$直接抽取(不滤波)后
的信号的频谱。

12. 数字录音带(DAT)驱动器的采样频率为48kHz,而激光唱盘(CD)播放机
则以44.1kHz的采样频率工作。为了直接把声音从CD录制到DAT,需要把
采样频率从44.1kHz转换到48kHz。为此,考虑完成图所示的采样率转换
系统。求L和M的最小可能值以及适当的滤波器$H(e^{j\omega})$完成这个转换。

13. 序列$x(n)$的傅里叶变换如图所示,希望最大可能地对$x(n)$降低采样率,
而不引入混叠。

14. 考虑图所示的系统，假设$x_a(t)$输入是带限的,
即对于$|\Omega|>4000\pi rad/s, X_a(j\Omega)\equiv 0$。

(1) 为使$y_a(t)$等于$x_a(t)$,应该对M, T_1, T_2有何约束?

(2) 如果$f_1=1/T_1=30kHz, M$最大可以取多少?

15. 若已知$DFT[x(n)]=X(k)$,求$DFT[x(n)\cos(\frac{2\pi}{N}mn)], 0<m<N$

16. 已知$x(n)=\{1,2,2,1\}$,求用定义计算$x(n)$的DFT并验证$Parseval$定理。

17. 已知$x(n)$是长为N的有限长序列,$X(k)=DFT[x(n)]$,现将$x(n)$的

每二点之间补进$r-1$个零值,得到一个长为rN的有限长序列$y(n)$,
求$DFT[y(n)]$与$X(k)$的关系。

18. 已知$x(n)=\{3,5,-1,6,1,0,2,-2\}$, $DFT[x(n)]=X(k)$,并且$Y(k)=W_N^{3k}X(k)$.求:

(1) $y(n)=IDFT[Y(k)]$

(2) $\sum\limits_{k=0}^{N-1}|Y(k)|^2$

19. 已知复序列$f(n)$是由两个实有限长序列$x(n,)y(n)$组成,
$f(n)=x(n)+jy(n)$,并且$DFT[f(n)]=F(k)$,
$F(k)=\dfrac{1-a^N}{1-aW_N^k}+j\dfrac{1-b^N}{1-bW_N^k}$,
求$X(k),Y(k)$以及$x(n),y(n)$。

20. N点序列$x(n)$的DFT为$X(k)$,并有

(1) $x_1(n)=(-1)^n x(n)$

(2) $x_2(n)=x(N-1-n)$

分别求$x_1(n)$的DFT$X_1(k)$以及$x_2(n)$的DFT$X_2(k)$与$X(k)$的关系。

21. 希望利用一个长度为50的有限长单位脉冲响应滤波器来过滤一段
很长的数据,要求利用重叠保留法并通过FFT来实现这种滤波器。为做
到这一点,首先输入各段必须重叠N个样本;其次必须从每一段产生的输
出中取出M个样本,并把它们拼接在一起形成一长序列,即为滤波输出。
设输入的各段长度为100个样本,而FFT的长度为128,循环卷积的输出序
号为0~127.

(1) 求N;

(2) 求M;

(3) 求取出的M个点的起点与终点序号,即循环卷积的128点中取出哪些点去和前一段的点衔接起来?

22. 一个实时卷积器是用FFT的重叠保留法分段处理的,假定系统的单位
脉冲响应的长度为128,每段1024点FFT的运算时间为0.1 s,一次复数乘法
的时间为5μs。不计数据采集、存取和加法的时间,试问:

(1) 采样频率最高可达多少?

(2) 若两路信号同时卷积,采样频率最高是多少?

℘ 填空(10)

1. $y(n)=x(n-k), k>0$,表示$y(n)$是整个$x(n)$在整个$x(n)$在时间轴上 右 移k个采样周期所得到的新序列? #

2. 在数字信号处理中,可以将信号存储起来,用 延迟 的方法实现非因果系统,从而提高了系统的性能指标. #

$\mathfrak{R}$ 选择(40)

1.下面有关数字信号的概念,哪个说法是正确的?

- A.数字信号是时间变量是连续值，幅度值是离散值。
- `B.数字信号是时间变量是离散值，幅度值也是离散值。`
- C.数字信号是时间变量是离散值，幅度值是连续值。
- D.数字信号是时间变量是连续值，幅度值也是连续值。

2.1024点的DFT需要多少次的复数乘法运算?

- A.十万次
- B.千万次
- C.一万次
- `D.百万次`

3.哪一年,宾夕法尼亚大学发明了第一代电子管计算机?

- `A.1946年`
- B.1980年
- C.1956年
- D.1936年

4.CD唱盘是哪一年问世的?

- A.1990年
- B.1960年
- C.1978年
- `D.1982年`

5.由多个信号源产生的信号称为什么信号?

- A.离散信号
- `B.向量信号`
- C.标量信号
- D.连续信号

6. 请确定以下序列的周期长度:$x(n)=\sin(\frac{\pi n}{4})-\cos(\frac{\pi n}{7})$

- A.4
- `B.56`
- C.28
- D.7

7.系统$y(n)=x^2(n)$,$y(n)$表示输出,$x(n)$表示输入,

试确定系统是否是线性系统?是否是时不变系统?

- A.非线性时变系统
- B.非线性时不变系统
- C.线性时不变系统
- D.线性时变系统

8.系统$y(n)=\sum\limits_{m=-\infty}^{n}x(m)$,其中$y(n)$表示输出,$x(n)$表示输入,

试确定系统是否是线性系统?是否是时不变系统?

- A.线性时不变系统
- B.线性时变系统
- C.非线性时变系统
- D.非线性时不变系统

9. 系统$y(n)=x(n-n_0)$,其中$n_0<0$,$y(n)$表示输出,$x(n)$表示输入

试确定系统的因果性和稳定性

- A.非因果不稳定系统
- B.因果不稳定系统
- C.因果稳定系统
- D.非因果稳定系统

10.系统$y(n)=g(n)x(n)$,其中$g(n)$有界,$y(n)$表示输出,$x(n)$表示输入

试确定系统的因果性和稳定性

- A.因果稳定系统
- B.非因果稳定系统
- C.因果不稳定系统
- D.非因果不稳定系统

11.令$X(e^{j\omega})$表示实因果序列$x(n)$的DTFT,求$x^*(n)$的DTFT:

- A.$X(e^{-j\omega})$
- B. $X^*(e^{-j\omega})$

- C.$X^*(e^{j\omega})$
- D.$X(e^{j\omega})$

12.令$X(e^{j\omega})$表示实因果序列$x(n)$的DTFT,求$x(2n)$的DTFT:

- A. $0.5*[X(e^{j\omega/2})-X(-e^{-j\omega/2})]$
- B. $0.5*[X(e^{j\omega/2})+X(-e^{j\omega/2})]$
- C. $0.5*[X(e^{j\omega/2})+X(-e^{-j\omega/2})]$
- D. $0.5*[X(e^{j\omega/2})-X(-e^{j\omega/2})]$

13.求序列$\delta(n-1)$的Z变换的收敛域:

- A. $0\leq|z|\leq\infty$
- B. $0\leq|z|<\infty$
- C. $0<|z|\leq\infty$
- D. $0<|z|<\infty$

14.求以下序列的Z变换的收敛域:$a^{|n|},|a|<1$

- A. $|a|<|z|<\frac{1}{|a|}$
- B.$|a|<|z|<\infty$
- C.$0<|z|<\frac{1}{|a|}$
- D.$\frac{1}{|a|}<|z|<\infty$

15.一个线性时不变系统具有频率响应$H(e^{j\omega})=\frac{e^{j\omega}}{1.1+\cos\omega}$

求系统的差分方程.

- A. $y(n)+2.2y(n-1)+y(n-2)=2x(n)$
- B.$y(n)+y(n-1)+y(n-2)=x(n)$
- C.$y(n)+1.1y(n-1)+y(n-2)=2x(n)$
- D.$y(n)+2.2y(n-1)+y(n-2)=x(n)$

16. 给定一连续带限信号$x_a(t)$,其频谱当$|f|>B$时,$X_a(t)=0$

求$x_a^2(t)$的最低采样频率

- A.B
- B.2B
- `C.4B`
- D.8B

17. 给定一连续带限信号$x_a(t)$,其频谱当$|f|>B$时,$X_a(t)=0$

求$x_a(2t)$的最低采样频率

- A.B
- B.2B
- `C.4B`
- D.8B

18. 给定一连续带限信号$x_a(t)$,其频谱当$|f|>B$时,$X_a(t)=0$

求$x_a(t)\cos(7\pi Bt)$的最低采样频率

- A.B
- B.2B
- `C.9B`
- `D.4.5B（欠采样）`

19. 一带通模拟信号如图所示，现用以下采样频率对其采样.

$(1)10Hz\quad(2)25Hz\quad(3)50Hz\quad(4)100Hz$,

求采样后哪几种采样频率存在混叠?

- `A.(1)`
- `B.(2)`
- C.(3)
- D.(4)

20. 已知信号x(t)为带限信号,最高截止频率300Hz,

当采样频率为500Hz时,采样信号频谱不会产生混叠

- A. $\surd$
- B. $\times$

21. 对$x(n)(0 \le n \le 7)$和$y(n)(0 \le n \le 19)$分别作20点的DFT,

得$X(k)$和$Y(k)$,$F(k) = X(k)Y(k)(0 \le n \le 19)$,$f(n) = IDFT[F(k)]$,

n在___ 范围内时,$f(n)$是$x(n)$和$y(n)$的线性卷积

- A. $0 \le n \le 7$
- B. $7 \le n \le 19$
- C. $12 \le n \le 19$
- D. $0 \le n \le 19$

22. $x_1(n) = R_10(n), x_2(n) = R_7(n)$,用DFT计算二者的线性卷积,

为使计算量尽可能地少,应使DFT的长度N满足

- A. $N > 16$
- B. $N = 16$
- C. $N < 16$
- D. $N \neq 16$

23. 一个采样频率为f_s的N点序列$x(n)$,其N点DFT结果$X(2)$代表的频谱

- A. f_s/N
- B. $2f_s/N$
- C. $4f_s/N$
- D. $f_s/2N$

24. 计算两个N点序列的线性卷积,至少要做多少点得到DFT?

- A. N
- B. 2N-1
- C. 2N
- D. 2N+1

25. 对于高斯序列$x(n) = exp[-(n-p)^2/q]$,取16点作FFT,其幅度谱中

低频分量最多的是

- A. p=8,q=2
- `B. p=8,q=8`
- C. p=14,q=8
- D. p=2,q=8

26. 一般说来按时间抽取基二FFT的___序列是按位反转重新排列的

- `A.输入`
- B.输出
- C.输入和输出
- D.输入和输出都不是

27. $x(n)=\{1,0,0,0\},\ \frac{1}{4}\sum\limits_{k=0}^{3}|X(k)|^2=?$

- `A. 1`
- B. 2
- C. 3
- D. 4

28. $Chirp-z$变换的频率采样点不必在单位圆上

- `A.` $\surd$
- B. $\times$

29. 采样频率$f_s=5000Hz$,DFT长度为2000,其谱线间隔为$2.5Hz$

- `A.` $\surd$
- B. $\times$

30. 一个长度为N的有限长序列可用N个频域的采样值唯一地确定

- `A.` $\surd$
- B. $\times$

31. 下面说法哪个是错误的?

- A. 绝对可和序列的DTFT必定存在。

- B. 绝对可和序列的能量一定有限。
- C. 一个序列的DTFT存在，则该序列一定是绝对可和序列。
- D. 一个序列的DTFT存在，表示该序列DTFT对应级数一定收敛。

32. 求序列$\delta(n-1)$的Z变换的收敛域:

- A. $0 \leq |z| \leq \infty$
- B. $0 \leq |z| < \infty$
- C. $0 < |z| \leq \infty$
- D. $0 < |z| < \infty$

33. 逆Z变换的围线积分定义式中,积分路径C是一条收敛环域内顺时针

方向绕原点一周的单围线

- A. $\surd$
- B. $\times$

34. 系统$y(n)=x(Dn)$是时不变系统,其中D是正整数

- A. $\surd$
- B. $\times$

35. 一个LTI系统$H(z)$是因果稳定的,其收敛域为$R_{x-} < |z| \leq \infty$,则

- A. $R_{x-} \leq 1$
- B. $R_{x-} < 1$
- C. $R_{x-} > 1$
- D. $R_{x-} \geq 1$

36. 对于因果系统函数$H(z)=\dfrac{z}{z-a}, 0<a<1$,试根据系统函数$H(z)$的

零极点分布确定系统的频率特性是

- A. 高通滤波器
- B. 低通滤波器
- C. 带通滤波器
- D. 带阻滤波器

37. 一个周期为N的周期序列$\tilde{x}(n)$的离散傅立叶级数在频域上仍然是

一个周期序列,其周期是

- A. N-1
- `B. N`
- C. 2N-1
- D. 2N

38. 留声机诞生于哪一年?

- A. 1988
- `B. 1877`
- C. 1977
- D. 1920

39. 哪一年J. W. Cooley和J. W. Tukey提出了快速傅里叶变换算法?

- A. 1942
- B. 1952
- `C. 1965`
- D. 1975

℧ 简答(30)

1. 信号(signal):

> `是信息的物理体现形式，或是传递信息的函数，而信息则是信号的具体内容`

2. 模拟信号(analog signal):

> `指时间连续、幅度连续的信号`

3.数字信号(digital signal):

> `时间和幅度上都是离散(量化)的信号`

- 数字信号可用一序列的数表示,而每个数又可表示为二制码的形式,适合计算机处理
- - `一维(1-D)信号: 一个自变量的函数`
- - `二维(2-D)信号: 两个自变量的函数`

- - `多维(M-D)信号： 多个自变量的函数`

4. 系统:

> `处理信号的物理设备。或者说，凡是能将信号加以变换以达到人们要求的各种设备`

5. 信号处理的内容:

> `滤波、变换、检测、谱分析、估计、压缩、识别等一系列的加工处理`

6. 模拟信号处理缺点:

> `难以做到高精度，受环境影响较大，可靠性差，且不灵活等`

7. 数字系统的优点:

> `体积小、功耗低、精度高、可靠性高、灵活性大、易于大规模集成、可进行二维与多维处理`

8. 数字信号处理的应用表现在哪几个方面?

> `自动控制`
>
> `消费电子`
>
> `电子通信`
>
> `语音`
>
> `图形/图像`
>
> `工业应用`
>
> `仪器`
>
> `医疗器件`
>
> `军事器件`

9. 数字信号处理与传统的模拟信号处理相比较,除了数字系统共同

优点,如抗干扰,可靠性强,便于大规模集成外,还具有哪些明显的优点?

- 优点
-
  - 精度高
  - 灵活性强
  - 可以实现模拟信号很难达到的指标式特性
  - 可以实现多维信号存储
- 缺点
-
  - 增加了系统的复杂性
  - 应用的频率范围受到限制
  - 系统的功率消耗比较大

ℵ 计算(20)

1.试求下列序列的DTFT:

(1) $x(n)=\frac{1}{2}\delta(n+1)+\delta(n)+\frac{1}{2}\delta(n-1)$

(2) $x(n)=(\frac{1}{2})^n u(n+1)$

(1)解：由$DTFT$定义得：

$$\begin{aligned}
X(e^{j\omega}) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)e^{-j\omega n} \\
&= \sum_{n=-\infty}^{\infty} [\frac{1}{2}\delta(n+1)+\delta(n)+\frac{1}{2}\delta(n-1)]e^{-j\omega n} \\
&= \sum_{n=-1}^{-1} \frac{1}{2}\delta(n+1)e^{-j\omega n} + \sum_{n=0}^{0}\delta(n)e^{-j\omega n} + \sum_{n=1}^{1}\frac{1}{2}\delta(n-1)e^{-j\omega n} \\
&= \frac{1}{2}e^{j\omega n} + 1 + \frac{1}{2}e^{-j\omega n} \\
&= 1 + \frac{1}{2}(e^{j\omega n}+e^{-j\omega n}) \\
&= 1 + \cos\omega
\end{aligned}$$

(2)解： 由$DTFT$定义得：

$$
\begin{aligned}
X(e^{j\omega}) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)e^{-j\omega n} \\
&= \sum_{n=-1}^{\infty} (\frac{1}{2})^n e^{-j\omega n} \\
&= \sum_{n=-1}^{\infty} (\frac{1}{2} \cdot e^{-j\omega})^n \\
&= \frac{2e^{j\omega}}{1-\frac{1}{2}e^{-j\omega}}
\end{aligned}
$$

2. 请问正弦序列$\sin(\frac{16}{5}\pi n)$是否是周期序列?

若是,其周期长度是多少?

解: $N=\frac{2\pi k}{\omega}=\frac{2\pi}{16\pi/5}\times 8=5$

是周期序列，最小周期长度为5

3. 试确定以下系统是否为线性系统？是否为时不变系统?

(1) $y(n)=x(n-n_0)$

(2) $y(n)=nx(n)$

(3) $y(n)=6x(n)+3$

(4) $y(n)=x^3(n)$

(5) $y(n)=\sum_{m=-\infty}^{n} x(m)$

解:	线性系统	时不变系统
$y(n)=x(n-n_0)$	线性系统	时不变系统
$y(n)=nx(n)$	线性系统	时变系统
$y(n)=6x(n)+3$	非线性系统	时不变系统
$y(n)=x^3(n)$	非线性系统	时不变系统
$y(n)=\sum_{m=-\infty}^{n} x(m)$	线性系统	时不变系统

4.试确定以下系统的因果性和稳定性:

(1) $y(n)=\sum_{k=n_0}^{n} x(k), n>n_0$

(2) $h(n)=\frac{1}{n!}u(n)$

(3) $h(n)=2^n R_N(n)$

(4) $h(n)=2^n u(n)$

(5) $h(n)=5^n u(-n)$

解:	因果性	稳定性
$y(n)=\sum_{k=n_0}^{n} x(k), n>n_0$	因果	不稳定
$h(n)=\frac{1}{n!}u(n)$	因果	稳定
$h(n)=2^n R_N(n)$	因果	稳定
$h(n)=2^n u(n)$	因果	不稳定
$h(n)=5^n u(-n)$	非因果	不稳定

5. 求以下序列的 *Z* 变换及收敛域:

(1) $\delta(n-n_0)$

(2) $0.5^n[u(n)-u(n-10)]$

解:
(1)：由Z变换公式得：$$\begin{aligned} X(z) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(n-n_0)z^{-n} \\ &= \sum_{n=n_0}^{n_0}\delta(n-n_0)z^{-n} \\ &= z^{-n_0} \end{aligned}$$
若$n_0<0$时，收敛域为：$0\le\|z\|<\infty$
若$n_0>0$时，收敛域为：$0<\|z\|\le\infty$
若$n_0=0$时，收敛域为：$0\le\|z\|\le\infty$

解:
(2)：由Z变换公式得：$$\begin{aligned} X(z) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty}0.5^n(u(n)-u(n-10))z^{-n} \\ &= \sum_{n=0}^{9}0.5^n z^{-n} \\ &= \sum_{n=0}^{9}(0.5\cdot z^{-1})^n \\ &= \frac{1-(0.5\cdot z^{-1})^{10}}{1-0.5\cdot z^{-1}} \end{aligned}$$
收敛域为：$0<\|z\|$

6. 设序列$x(n)$和$y(n)$的Z变换分别为$X(z)$和$Y(z)$，

试求$X(z)$和$Y(z)$的关系:

$$\begin{cases} y(2n)=x(n) \\ y(2n+1)=0 \end{cases}$$

解：

$$
\begin{aligned}
Y(z) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} y(n) z^{-n} \\
&= \sum_{m=-\infty}^{\infty} y(2m) z^{-2m} + \sum_{m=-\infty}^{\infty} y(2m+1) z^{-(2m+1)} \\
&= \sum_{m=-\infty}^{\infty} X(m) z^{-2m} + 0 \\
&= X(z^2)
\end{aligned}
$$

7. 设序列$x(n)$和$y(n)$的Z变换分别为$X(z)$和$Y(z)$，

试求$X(z)$和$Y(z)$的关系：

$y(2n) = y(2n+1) = x(n)$

解：

$$
\begin{aligned}
Y(z) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} y(n) z^{-n} \\
&= \sum_{m=-\infty}^{\infty} y(2m) z^{-2m} + \sum_{m=-\infty}^{\infty} y(2m+1) z^{-(2m+1)} \\
&= \sum_{m=-\infty}^{\infty} X(m) z^{-2m} + \sum_{m=-\infty}^{\infty} X(m) z^{-(2m+1)} \\
&= X(z^2) + 2^{-1} \cdot X(z^2) \\
&= (1 + z^{-1}) X(z^2)
\end{aligned}
$$

8. 已知系统的差分方程

$y(n) - 0.25y(n-1) = 0.5x(n) + 0.45x(n-1) + 0.35x(n-2)$，

且在$n < 0$时$y(n) = 0$.求该系统的系统函数。

解：
将等式两边进行Z变换得：
$Y(z)(1-\frac{1}{4}\cdot z^{-1})=X(z)(\frac{1}{2}+\frac{9}{20}\cdot z^{-1}+\frac{7}{20}\cdot z^{-2})$
$H(z)=\frac{Y(z)}{X(z)}=\frac{\frac{1}{2}+\frac{9}{20}\cdot z^{-1}+\frac{7}{20}\cdot z^{-2}}{1-\frac{1}{4}\cdot z^{-1}}=\frac{10z^2+9z+7}{20z^2-5z}$

9. $x(n)$的DTFT为$X(e^{j\omega})$,试求$x(-n)$的DTFT。

解：
令$y(n)=x(-n)$:
$\begin{aligned}Y(e^{j\omega})&=\sum_{n=-\infty}^{\infty}y(n)e^{-j\omega n}\\&=\sum_{n=-\infty}^{\infty}x(-n)e^{-j\omega n}\end{aligned}$
令$-n=t$,则$n=-t$
$\begin{aligned}Y(e^{j\omega})&=\sum_{t=-\infty}^{\infty}x(t)e^{-j\omega t}\\&=X(e^{-j\omega})\end{aligned}$

10. 讨论一个具有下列系统函数的线性时不变因果系统:

$$H(z)=\frac{1-a^{-1}z^{-1}}{1-az^{-1}}$$ #

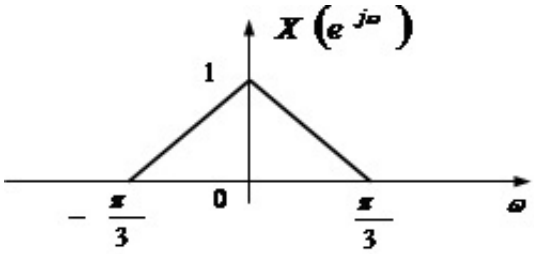
其中 *a* 为实数。

(1) 对于什么样的 *a* 值范围系统是稳定的?

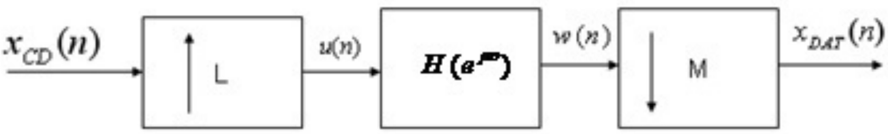
(2) 证明该系统是一个全通系统，即频率响应的幅度为一常数。

解：
(1): 极点$z=a, \therefore \|a\| \leq 1$ 又$\because a \neq 0, \therefore 0<\|a\| \leq 1$
(2): 作图知极点a在单位圆的实轴上,零点$1/a$在单位圆外的实轴上,由余弦定理得:
极点矢量长度= $\sqrt{a^2+1-2a\cos(\omega)}$
零点矢量长度= $\sqrt{a^{-2}+1-2a^{-1}\cos(\omega)}=\frac{1}{\|a\|}\sqrt{a^2+1-2a\cos(\omega)}$
系统频率响应即为极点矢量长度与零点矢量长度之比,$\|H(e^{j\omega})\|=\|\frac{1-a^{-1}e^{-j\omega}}{1-ae^{-j\omega}}\|=\frac{1}{\|a\|}$
$\frac{1}{\|a\|}$是常数,所以是全通系统,得证

11. 离散时间信号$x(n)$频谱如图所示,试求$M=3$直接抽取(不滤波)后的信号的频谱。 #

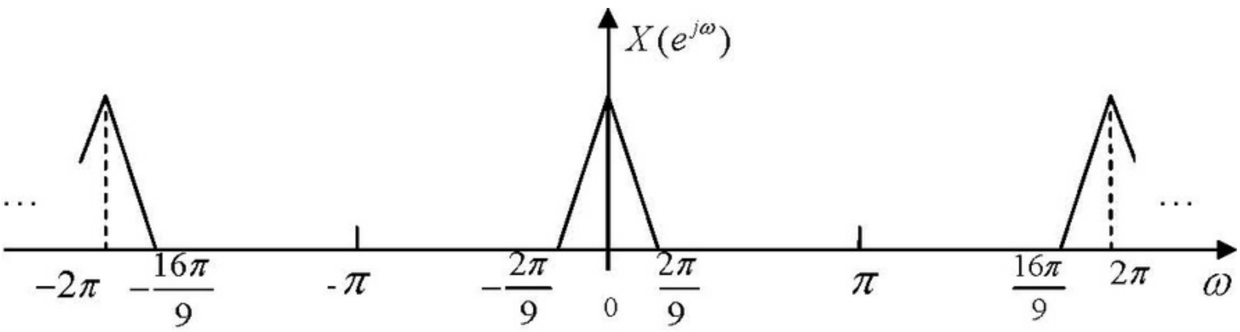


12. 数字录音带(DAT)驱动器的采样频率为48kHz,而激光唱盘(CD)播放机则以44.1kHz的采样频率工作。为了直接把声音从CD录制到DAT,需要把采样频率从44.1kHz转换到48kHz。为此,考虑完成图所示的采样率转换系统。求L和M的最小可能值以及适当的滤波器$H(e^{j\omega})$完成这个转换。 #



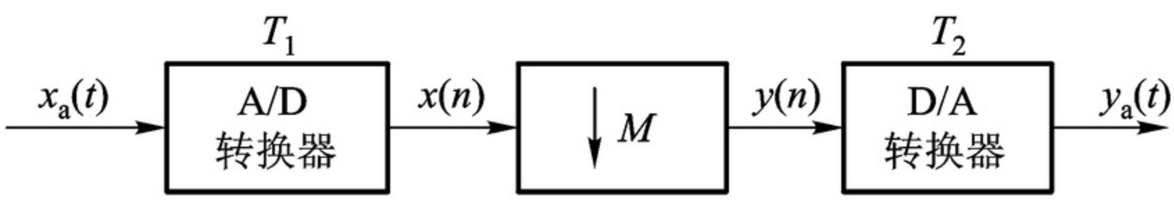
解：
已知$48000 = 2^7 \cdot 3 \cdot 5^3$及$44100 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2$,为改变采样频率,需
$\frac{L}{M} = \frac{2^7 \cdot 3 \cdot 5^3}{2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2} = \frac{2^5 \cdot 5}{3 \cdot 7^2} = \frac{160}{147}$
选择内插因子$L = 160$而抽取因子$M = 147$,便可转换采样率
低通滤波器的边界频率为$\omega_c = min(\frac{\pi}{L}, \frac{\pi}{M}) = \frac{\pi}{160}$
其增益应等于$L = 160$,采样频率为$(44.1 \times 160)KHz = 7056KHz$

13. 序列$x(n)$的傅里叶变换如图所示,希望最大可能地对$x(n)$降低采样率,而不引入混叠。



解：
$\frac{L}{M} = \frac{2}{9}$

14. 考虑图所示的系统，假设$x_a(t)$输入是带限的，即对于$\vert\Omega\vert > 4000\pi rad/s, X_a(j\Omega) \equiv 0$。



(1) 为使$y_a(t)$等于$x_a(t)$,应该对M, T_1, T_2有何约束?

(2) 如果$f_1 = 1/T_1 = 30kHz$, M最大可以取多少?

解:
(1): $T_2 < 0.25ms, T_1 = T_2/M$
(2): M最大取 7

15. 若已知$DFT[x(n)] = X(k)$,求$DFT[x(n)\cos(\frac{2\pi}{N}mn)], 0 < m < N$

$$DFT[x(n)\cos(\frac{2\pi}{N}mn)] = \frac{1}{2}[X((k-m))_N + X((k+m))_N]$$

16. 已知$x(n) = \{1, 2, 2, 1\}$,求用定义计算$x(n)$的DFT并验证$Parseval$定理。

$$X(k) = \{①+②+③+④, ①-③+(④-②)j, (①-②)+(③-④), ①-③+(②-④)j\}$$

$$X(k) = \{6, -1-j, 0, -1+j\}$$

$$\text{已知}: \sum_{n=0}^{N-1}|x(n)|^2 = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}|X(k)|^2$$

$$\text{时域}: \sum_{n=0}^{3}|x(n)|^2 = 1^2 + 2^2 + 2^2 + 1^2 = 10$$

$$\text{频域}: \frac{1}{4}\sum_{n=0}^{3}|X(k)|^2 = \frac{1}{4}[6^2 + 1^2 + 1^2 + 0 + 1^2 + 1^2] = 10$$

时域频域相等,满足定理

17. 已知$x(n)$是长为N的有限长序列,$X(k) = DFT[x(n)]$,现将$x(n)$的

每二点之间补进$r-1$个零值,得到一个长为rN的有限长序列$y(n)$,

$$y(n)=\begin{cases} x(n/r), & n=ir, \quad i=0,1,\cdots,N-1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

求$DFT[y(n)]$与$X(k)$的关系。

> $$DFT[y(n)]=Y(k)=X((k)_N R_{rN}(k), \qquad k=0,1,2,\cdots,N-1)$$

18. 已知$x(n)=\{3,5,-1,6,1,0,2,-2\}$, $DFT[x(n)]=X(k)$,并且$Y(k)=W_N^{3k}X(k)$.求:

(1) $y(n)=IDFT[Y(k)]$

(2) $\sum_{k=0}^{N-1}|Y(k)|^2$

19. 已知复序列$f(n)$是由两个实有限长序列$x(n,)y(n)$组成,

$f(n)=x(n)+jy(n)$,并且$DFT[f(n)]=F(k)$,

$F(k)=\dfrac{1-a^N}{1-aW_N^k}+j\dfrac{1-b^N}{1-bW_N^k}$,

求$X(k),Y(k)$以及$x(n),y(n)$。

解：
$X(k)=\dfrac{1-a^N}{1-aW_N^k}=\sum_{n=0}^{N-1}a^nW_n^{kn}$
$Y(k)=\dfrac{1-b^N}{1-bW_N^k}=\sum_{n=0}^{N-1}a^nW_n^{kn}$
$x(n)=a^nR_N(n)$
$y(n)=b^nR_N(n)$

20. N**点序列**$x(n)$**的DFT为**$X(k)$**,并有** #

(1) $x_1(n)=(-1)^n x(n)$

(2) $x_2(n)=x(N-1-n)$

分别求$x_1(n)$**的DFT**$X_1(k)$**以及**$x_2(n)$**的DFT**$X_2(k)$**与**$X(k)$**的关系。** #

解:
(1): $X_1(k)X(k+N/2)$
(2): $X_2(k)W_N^{-k}X(-k)$

21. 希望利用一个长度为50的有限长单位脉冲响应滤波器来过滤一段很长的数据,要求利用重叠保留法并通过FFT来实现这种滤波器。为做到这一点,首先输入各段必须重叠N个样本;其次必须从每一段产生的输出中取出M个样本,并把它们拼接在一起形成一长序列,即为滤波输出。设输入的各段长度为100个样本,而FFT的长度为128,循环卷积的输出序号为0~127. #

(1) 求N;

(2) 求M;

(3) 求取出的M个点的起点与终点序号,即循环卷积的128点中取出哪些点去和前一段的点衔接起来?

解:
(1): $N=49$
(2): $M=51$
(3): $49\sim 99$

22. 一个实时卷积器是用FFT的重叠保留法分段处理的,假定系统的单位 #

脉冲响应的长度为128,每段1024点FFT的运算时间为0.1 s,一次复数乘法 #

的时间为5μs。不计数据采集、存取和加法的时间,试问: #

(1) 采样频率最高可达多少?

(2) 若两路信号同时卷积，采样频率最高是多少?