第八章

向量法

第8章

8.1 复数　8.2 正弦量　8.3 相量法基础　8.4 电路定律的相量形式

8.1 复数

$j=\sqrt{-1}$　代数式 $F=a+jb$　几何形式 $F=|F|(\cos\theta+j\sin\theta)=|F|e^{j\theta}$

$\cos\theta+j\sin\theta=e^{j\theta}=\angle\theta$（欧拉公式）　$=|F|\angle\theta$

$F=a+jb$　$\begin{cases}a=|F|\cos\theta\\ b=|F|\sin\theta\end{cases}$

$F=|F|(\cos\theta+j\sin\theta)$　$\begin{cases}|F|=\sqrt{a^2+b^2}\\ \theta=\arctan\frac{b}{a}\end{cases}$

共轭 $F^*=a-jb$

模 $|F|$，辐角 $\theta=\arg F$，实部 $Re[F]$，虚部 $Im[F]$

运算：①加减 $F_1\pm F_2=(a_1\pm a_2)+j(b_1\pm b_2)$

②乘除 $F_1F_2=|F_1||F_2|\angle(\theta_1+\theta_2)$　$F_1/F_2=|F_1|/|F_2|\angle(\theta_1-\theta_2)$

③ $FF^*=(a)^2+(b)^2$

8.2 正弦量

$i(t)=I_m\cos(\omega t+\psi)$　$U(t)=U_m\cos(\omega t+\varphi)$

激励和响应均为同频率的正弦量的线性电路

同频率正弦量加减，数量，求导，积分后均为正弦函数

任周期信号可分解为正弦分量

$f(t)=\sum_{k=1}^{n}A_k\cos(k\omega t+\theta_k)$

正弦量三要素：幅值，角频率 ω，初相位 ψ

（同频同函数！）　相位差 $\varphi=(\omega t+\psi_1)-(\omega t+\psi_2)=\psi_1-\psi_2$　$|\varphi|\le\pi$

$\varphi=0$ 同相　$\varphi=\pm\pi$ 反相　$\varphi>0$ 超前　$\varphi<0$ 滞后

周期性电流电压有效值

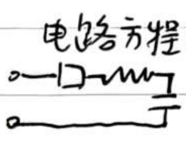
$I=\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2(t)dt}$　$U=\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T u^2(t)dt}$

均方根值

正弦：$I=\frac{I_m}{\sqrt{2}}$　$U=\frac{U_m}{\sqrt{2}}$　测量仪测出有效值

8.3 相量法的基础

电路方程是微分方程　$LC\frac{d^2u_c}{dt^2}+RC\frac{du_c}{dt}+u_c=u(t)$



$Ri+L\frac{di}{dt}+\frac{1}{C}\int i\,dt=U_s$

∴正弦稳态电路方程是一组同频正弦函数描述的代数方程

角频率（相同），有效值，初相位（不同）

造复函数 $F(t)=\sqrt{2}Ie^{j(\omega t+\psi)}$ $\xrightarrow{\text{取实部}}$ $Re[F(t)]=\sqrt{2}I\cos(\omega t+\psi)=i(t)$

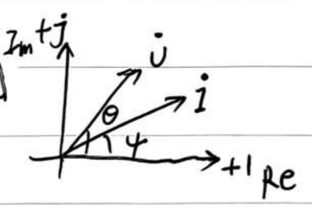
$F(t)=\sqrt{2}Ie^{j\psi}e^{j\omega t}=\sqrt{2}\dot{I}e^{j\omega t}$

复常数 $\sqrt{2}Ie^{j\psi}$　$\dot{I}$ 相量 $=Ie^{j\psi}$

∴ $i(t)=\sqrt{2}I\cos(\omega t+\psi)\Longleftrightarrow\dot{I}=\underset{\text{有效值}}{I}\angle\psi$（加ω可知道）

$U(t)=\sqrt{2}U\cos(\omega t+\theta)\Longleftrightarrow\dot{U}=U\angle\theta$　$\frac{110}{\sqrt{2}}\angle60°$

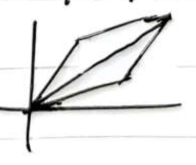
相量图



$\dot{U}_1+\dot{U}_2=6\angle30°V+4\angle60°V$
$=6\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}6j+4\times\frac{1}{2}+3.46j$

同频率正弦量加减：$U(t)=U_1(t)+U_2(t)=Re(\sqrt{2}(\dot{U}_1+\dot{U}_2)e^{j\omega t})$

用相量图（三角形/平行四边形法则）



正弦量的微分、积分运算

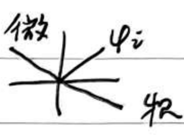
$i=\sqrt{2}I\cos(\omega t+\psi)\leftrightarrow\dot{I}=I\angle\psi_i$

微 $\frac{di}{dt}=\frac{d}{dt}Re[\sqrt{2}\dot{I}e^{j\omega t}]=Re[\sqrt{2}\dot{I}\cdot j\omega e^{j\omega t}]$

积 $\int i\,dt=\int Re[\sqrt{2}\dot{I}e^{j\omega t}]dt=Re[\sqrt{2}\frac{\dot{I}}{j\omega}e^{j\omega t}]$

$\frac{di}{dt}\to j\omega\dot{I}$（向量）$=\omega I\angle(\psi_i+\frac{\pi}{2})$

$\int i\,dt\to\frac{\dot{I}}{j\omega}=\frac{I}{\omega}\angle(\psi_i-\frac{\pi}{2})$



相量法：时域问题→复数问题　微积分方程→复数方程

直流分析方法可用于交流电路

相量法只适用于激励为同频正弦量的非时变线性电路

8.4 电路定律的相量形式

1. 电阻元件VCR

时域：$i(t)=\sqrt{2}I\cos(\omega t+\psi_i)$　$U_R(t)=Ri(t)=\sqrt{2}RI\cos(\omega$

相量：$\dot{I}=I\angle\psi_i$　$\dot{U}_R=RI\angle\underset{=\psi_i}{\psi_u}$　$\dot{U}_R=R\dot{I}$

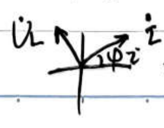
瞬时功率 $P_R=U_Ri=U_RI[1+\cos2(\omega t+\psi_i)]$

2. 电感元件VCR

时域 $i(t)=\sqrt{2}I\cos(\omega t+\psi_i)$　$U_L(t)=\sqrt{2}\omega LI\cos(\omega t+\psi_i+\frac{\pi}{2})$

相量 $\dot{I}=I\angle\psi_i$　$\dot{U}_L=\omega LI\angle(\psi_i+\frac{\pi}{2})$　$\psi_u=\psi_i+90°$

U_L 有效 $=\omega LI$



阻抗，导纳在电感中：

感抗 $X_L=\omega L=2\pi fL$ (Ω)　阻制电流的能力

感纳 $B_L=-\frac{1}{\omega L}=\frac{1}{2\pi fL}$ (S)

$\dot{U}=jX_L\dot{I}$　$\dot{I}=jB_L\dot{U}$

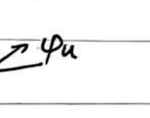
$P_L=-U_LI\sin2(\omega t+\psi_i)$ 电感只储能不耗能

3. 电容元件VCR

时域：$U(t)=\sqrt{2}U\cos(\omega t+\psi_u)$　$i_c(t)=\sqrt{2}\omega CU\cos(\omega t+\psi_u+\frac{\pi}{2})$

向量：$\dot{U}=U\angle\psi_u$　$\dot{I}_c=\omega CU\angle(\psi_u+\frac{\pi}{2})$

$I_c=\omega CU$　$\psi_i=\psi_u+90°$



$\dot{U}=jX_c\dot{I}=-j\frac{1}{\omega C}\dot{I}$

容抗：$X_c=-\frac{1}{\omega C}$ (Ω)　$P_c=-UI_c\sin2(\omega t+\psi_u)$

容纳：$B_c=\omega C$ (S)　不耗能

4. 基尔霍夫定律的相量形式

$\sum\dot{I}=0$　$\sum\dot{U}=0$

本笔记在https://github.com/dydcyy-gh/study-notes开源