第七章

狭义相对论

$$\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}=\beta$$

$$m_0=m\beta \qquad \Delta t=\frac{\Delta t_0-\frac{v\Delta x}{c^2}}{\beta}$$

$$l=l_0\beta \qquad \Delta x=\frac{\Delta x_0-v\Delta t}{\beta}$$

$$t_0=t\beta$$

第7章 狭义相对论

7.1 伽利略变换、经典时空观

伽利略变换：两个惯性系的时空坐标之间的变换关系。

S′与S重合时计时，S′系相对S以匀速 V 沿X轴运动

$P(x,y,z,t)$ $P'(x',y',z',t')$

伽利略变换

$$\begin{cases}x'=x-vt\\ y'=y\\ z'=z \quad t'=t\end{cases}$$

$(x=x'+vt')$

伽利略速度变换

$$\begin{cases}u_x'=u_x-v\\ u_y'=u_y\\ u_z'=u_z\end{cases}$$

求导

$$\begin{cases}a_x'=a_x\\ a_y'=a_y\\ a_z'=a_z\end{cases}$$

$\therefore a=a'$ $\quad F'=ma' \Leftrightarrow F=ma$ 牛二定律形式不变

经典时空间(绝对时空观)(在伽利略变换下)

同时是绝对的 $t_1=t_2 \to t_1'=t_2'$ 　时间间隔绝对的 $\Delta t'=\Delta t$ 　空间长度是绝对的 $\Delta l'=\Delta l$

(绝对时间)　　绝对空间)

7.2 狭义相对论　洛伦兹变换

迈克耳孙一莫雷实验：尝试用光学手段发现以太（绝对参考系）

1) 绝对参考系不存在　2°) 光学实验无法确定惯性系运动状态

狭义相对论：①相对性原理（一切惯性系都等价）

(惯性系) (假设)　②光速不变原理，真空光速为 c

洛伦兹变换

O′与O重合，$t=t'=0$

$$\begin{cases}x'=k(x-vt)\\ x=k(x'+vt')\end{cases} \qquad \begin{cases}y'=y\\ z'=z\end{cases} \qquad \begin{aligned}x&=ct\\ x'&=ct'\end{aligned}$$

代入：$ct'=k(c-v)t$

$ct=k(c+v)t'$ $\qquad k=\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$

$$x'=\frac{x-vt}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \quad \begin{aligned}y'&=y\\ z'&=z\end{aligned} \quad x=\frac{x'+vt'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \qquad t'=\frac{t-v\frac{x}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \quad t=\frac{t'+v\frac{x'}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

1、相对论中，时，空，物质运动三者相互关联，经典力学反之
2、$V<<c$，为伽利略变换（经典力学范围）
3、$V>c$，$\sqrt{1-v^2/c^2}$ 无意义　$\therefore c$ 为极限速度

7.3 狭义相对论的时空观

1、两事件不同地点同时发生 $P_1(x_1',t')$ $P_2(x_2',t')$ $t_2-t_1\neq 0$

$\therefore$ 在S′系同时不同地发生两事件，在S系不同时

时间延缓效应：

固有时间间隔 τ_0 　$\Delta t=\frac{\Delta t'}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$ (S′同一地点先后发生 t_1,t_2)

(S′系)　(S系)　(S′系)　(在S系观测)

S′静止，S系运动，S系测 $\Delta t>\tau_0$，动钟变慢

长度收缩效应：

静止在S′系，$l_0=x_2'-x_1'$，S系同时记下 x_1,x_2，$l=x_2-x_1$

$\therefore l=l_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$ 　物体在运动方向长度缩短

与空间长度绝对的形式对比　　$(v<<c,\ l\approx l_0)$

空间时间相互联系，光速不变是纽带

相对论速度变换

正
$$\begin{cases}u_x'=\frac{u_x-v}{1-vu_x/c^2}\\ u_y'=\frac{u_y\sqrt{1-v^2/c^2}}{1-vu_x/c^2}\\ u_z'=\frac{u_z\sqrt{1-v^2/c^2}}{1-vu_x/c^2}\end{cases}$$

逆
$$\begin{cases}u_x=\frac{u_x'+v}{1+vu_x'/c^2}\\ u_y=\frac{u_y'\sqrt{1-v^2/c^2}}{1+vu_x'/c^2}\\ u_z=\frac{u_z'\sqrt{1-v^2/c^2}}{1+vu_x'/c^2}\end{cases}$$

$v<<c$，$u_x<<c$，过渡到伽利略变换

光速在任一惯性系均为同一常量，利用它可将时间和距离联系

7.4 狭义相对论力学

1、质量与速度的关联

S′系有两质量相同小球 $V_A'=-v$ 　$V_B'=v$

S系：$V_A=0$ (S′系以v向右) $V_B'=\frac{V_B-v}{1-vV_B/c^2}=v$

$\therefore \frac{V_B}{v}-1=1-\left(\frac{v}{V_B}\right)\left(\frac{V_B}{c}\right)^2$ 　$V_c=v$

$\frac{V_B}{v}=\frac{m_A+m_B}{m_B}$ 　$\therefore m_B=\frac{m_A}{\sqrt{1-V_B^2/c^2}}$ 　m_A 静止 m_B 运动

$\therefore m=\frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$ 　m：运动质量 m_0 静质量

$v<<c$，$m\approx m_0$，物质与运动不可分割

相对论动量 $\vec{p}=m\vec{v}=\frac{m_0\vec{v}}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$ 　$\vec{F}=\frac{d}{dt}\left(\frac{m_0\vec{v}}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\right)$

牛二是低速条件下的相对论动力学方程的近似

动能定理 $dE_k=v^2dm+mv\,dv$ 　代 $m^2(c^2-v^2)=m_0^2c^2$ 求微分

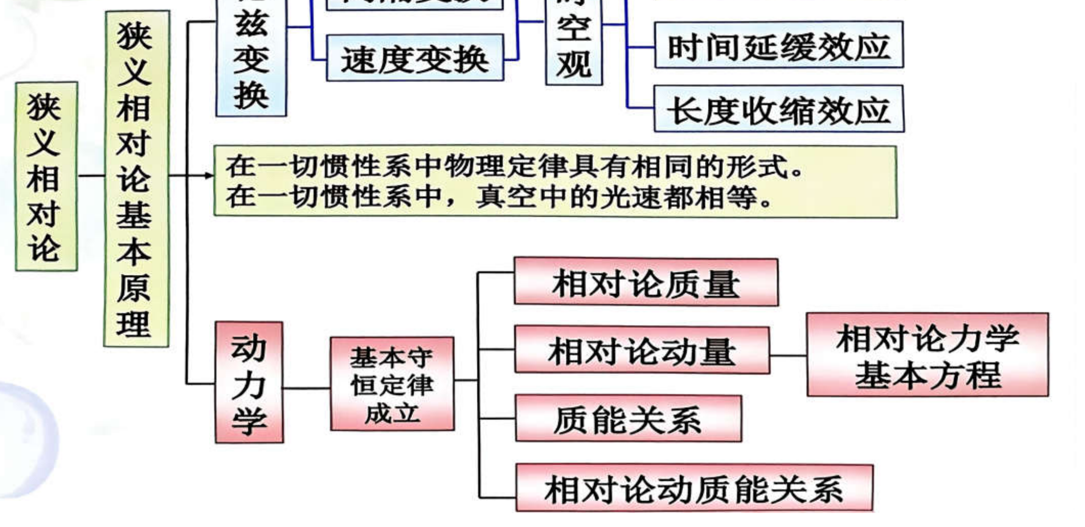
$\therefore dE_k=c^2dm$ 　$\therefore E_k=mc^2-m_0c^2=\left(\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}-1\right)m_0c^2$

相对论动能 $E_k=mc^2-m_0c^2$ 　相对论静能 $E_0=m_0c^2$ 　总能 $E=mc^2$

质能守恒定律　　$v<<c$ 　$E_k\approx\frac{1}{2}mv^2$

动量和能量　$E^2=p^2c^2+m_0^2c^4$ 　当 $m_0=0$ 时 $p=mc$

$\therefore$ 真空中静质量为0的以c运动



本笔记在https://github.com/dydcyy-gh/study-notes开源