

第十章

含有耦合电感的电路

第10章 含有耦合电感的电路

磁链 $\Psi = N\phi$

10.1 互感

右手定则: U, i 关联参考方向

$\phi \leftarrow \begin{matrix} \text{线圈1} \\ \text{线圈2} \end{matrix}$ ϕ_1, ϕ_2 : 互感磁通, 两线圈磁链耦合

空心线圈 Ψ 与 i 成正比 Ψ_{12} 耦合性 M_{12} 耦合系数

当只有一线圈 $\Psi_1 = \Phi_{11} = L_1 i_1$ L_1 : 自感系数 单位(H)

二线圈: 自感磁通 + 互感磁通 $\Psi_1 = \Phi_{11} \pm \Phi_{12} = L_1 i_1 \pm M_{12} i_2$

M_{12} : 互感系数 $\Psi_2 = \pm \Phi_{21} + \Phi_{22} = \pm M_{21} i_1 + L_2 i_2$

① $M_{12} = M_{21}$, M 值与电流无关, L 前正负, M 前正负待定

耦合系数 $k = \frac{d\Phi}{dL} \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} \leq 1$ 耦合的紧密程度

$k=1$ 全耦合, 漏磁 $\Phi_{s1} = \Phi_{s2} = 0$, $\Phi_{11} = \Phi_{21}$, $\Phi_{22} = \Phi_{12}$

$$k = \frac{\sqrt{\Psi_{12} \Psi_{21}}}{\sqrt{\Psi_{11} \Psi_{22}}} \quad \frac{\Psi_{12}}{\Psi_{11}} \neq \frac{\Psi_{21}}{\Psi_{22}} \text{ 不同时 } > 1$$

耦合电感上的电压电流关系

自感电压 $U_{11} = L_1 \frac{di_1}{dt}$ 互感电压 $U_{21} = M \frac{di_1}{dt}$

两线圈同时通过时变电流时, 每个线圈电压均包含 U_{11} 和 U_{21}

$$\begin{cases} U_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} \pm M \frac{di_2}{dt} \\ U_2 = \pm M \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt} \end{cases} \quad \begin{cases} \dot{U}_1 = j\omega L_1 \dot{I}_1 \pm j\omega M \dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 = \pm j\omega M \dot{I}_1 + j\omega L_2 \dot{I}_2 \end{cases}$$

两线圈的自感磁链和互感磁链相助, 互感电压取正, 否则

互感线圈的同名端

两电流与两线圈流入/流出, 磁通加强后, 则这两个

对应端子称为同名端

KOKUYO

确定同名端的方法:

(1) 两线圈从同名端输入/出, 相互增强

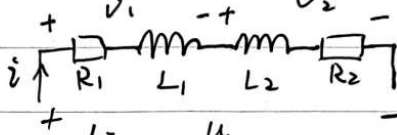
(2) 随时间电流从一端流入, 令使另一线圈相互同名端电压

(3) 实验法, 用(2)的方法测试得出

由同名端及 U, i 参考方向确定互感线圈的特性方程

10.2 含有耦合电感电路的计算

1. 耦合电感的串联



① 同向串联

$$U = R_1 i + L \frac{di}{dt}$$

$$R = R_1 + R_2 \quad L = L_1 + L_2 + 2M \quad (L = 4M) \quad (L > 0)$$

② 反向串联 $R = R_1 + R_2 \quad L = L_1 + L_2 - 2M \quad (L = 0)$

互感的测量方法 $M = \frac{L_{AB} - L_{BA}}{4}$, 当全耦合且 $L_1 = L_2$ $M = \sqrt{L_1 L_2}$

在正弦激励下 $\dot{U} = (R_1 + R_2) \dot{I} + j\omega(L_1 + L_2 \pm 2M) \dot{I}$

2. 耦合电感的并联

① 同侧并联

$$U = \frac{(L_1 L_2 - M^2)}{L_1 + L_2 - 2M} \frac{di}{dt} \quad L_{eq} = \frac{(L_1 L_2 - M^2)}{L_1 + L_2 - 2M} > 0$$

全耦合 $L_1 L_2 = M^2$ 当 $L_1 \neq L_2$, $L_{eq} = 0$ (短路)

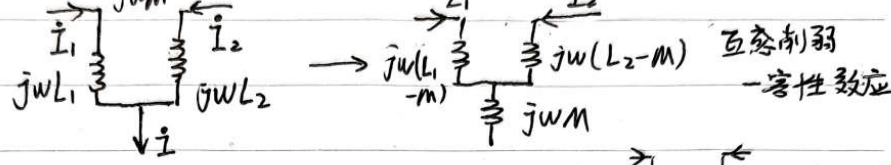
当 $L_1 = L_2 = L$, $L_{eq} = L$ (导线)

② 异侧并联

$$U = \frac{(L_1 L_2 - M^2)}{L_1 + L_2 + 2M} \frac{di}{dt} \quad L_{eq} = \frac{(L_1 L_2 - M^2)}{L_1 + L_2 + 2M} > 0$$

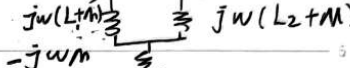
3. 耦合电感的T型等效

① 同名端为共端的T型去耦等效

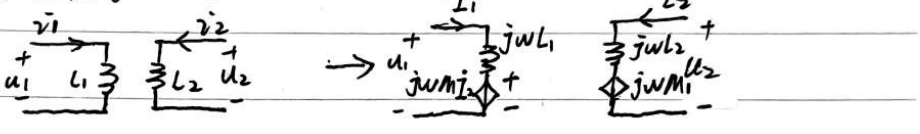


互感削弱
-零性效应

② 异名端为共端的T型去耦等效

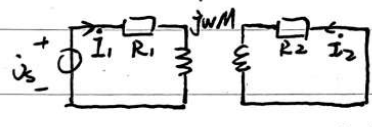


4. 受控源等效电路



$$\begin{cases} \dot{U}_1 = j\omega L_1 \dot{I}_1 + j\omega M \dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 = j\omega M \dot{I}_1 + j\omega L_2 \dot{I}_2 \end{cases}$$

10.3 耦合电感的功率



求复功率 $\bar{S}_1 = \dot{U}_s \dot{I}_1^* = (R_1 + j\omega L_1) \dot{I}_1 + j\omega M \dot{I}_2$

$$\bar{S}_2 = 0 = j\omega M \dot{I}_1 \dot{I}_2^* + (R_2 + j\omega L_2) \dot{I}_2^2$$

$j\omega M \dot{I}_1 \dot{I}_2^*$ $j\omega M \dot{I}_1 \dot{I}_2^*$ 互感电压耦合的复功率

两个互感复功率全部同号, 实部异号, 有功功率异号 (一端输入一端)

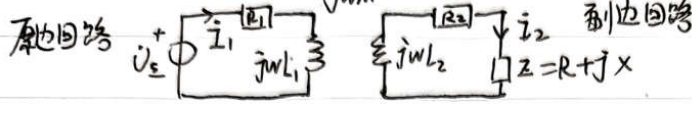
无功功率同号, 表明其对两个耦合线圈影响性质相同

10.4 变压器原理

当变压器线圈的芯子为非铁磁材料时, 称空心变压器

Date

1. 变压器电路 (工作在线性段)



2. 分析方法

$$Z_{11} = R_1 + j\omega L_1 \quad Z_{22} = (R_2 + R) + j(\omega L_2 + X)$$

① 方程法分析

$$\therefore Z_{11} \dot{I}_1 - j\omega M \dot{I}_2 = \dot{U}_s$$

$$-j\omega M \dot{I}_1 + Z_{22} \dot{I}_2 = 0$$

$$\therefore \dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_s}{Z_{11} + \frac{(\omega M)^2}{Z_{22}}} \quad Z_{in} \text{ 原边回路输入阻抗} = \frac{\dot{U}_s}{\dot{I}_1} = Z_{11} + \frac{(\omega M)^2}{Z_{22}}$$

$$\dot{I}_2 = \frac{j\omega M \dot{U}_s}{Z_{11} Z_{22} + \frac{(\omega M)^2}{Z_{11}}} \quad \begin{matrix} \text{原边} \\ \text{等效} \end{matrix} \quad \begin{matrix} \text{副边} \\ \text{等效} \end{matrix}$$

② 等效电路法分析

$$\text{原边} \quad \dot{I}_2 Z_L = \frac{(\omega M)^2}{Z_{22}} = R_L + jX_L$$

等效电路 Z_L : 副边对原边引入阻抗 R_L : 引入电阻 (恒正, 副边

靠原边供功率) X_L : 引入电抗 (反映引入电抗与副边电抗

性质相反) 副边开路 $Z_{in} = Z_{11}$

引入阻抗反映了副边回路对原边回路的影响

电源发出有功 $P = I_1^2 (R_1 + R_L)$ 原边消耗 $I_1^2 R_L$ 副边 $I_2^2 R_L$

$$\text{副边等效电路} \quad \dot{U}_c = \frac{j\omega M \dot{U}_s}{Z_{11}} = j\omega M \dot{I}_1 \quad \begin{matrix} \text{原边} \\ \text{等效} \end{matrix} \quad \begin{matrix} \text{副边} \\ \text{等效} \end{matrix}$$

③ 去耦等效分析

10.5 理想变压器

① 无损耗: 导线无电阻, 磁导率 $\rightarrow \infty$

② 全耦合: $k=1$ $M = \sqrt{L_1 L_2}$

$$\frac{\phi_1}{\phi_2} = \frac{U_1}{U_2} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} \text{ (常数)}$$

③ 参数无限大: $L_1, L_2, M \rightarrow \infty$, 但 $\frac{L_1}{L_2} = n$

2. 理想变压器的主要性能

① 变压关系 $\phi_1 = \phi_2 = \phi_{11} + \phi_{22} = \phi$

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} = n = 1 \text{ (同极性)}$$

$$\text{若 } \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = 0 \quad \frac{U_1}{U_2} = -n$$

② 变流关系

$$\frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} = -\frac{1}{n} \text{ (同时流入同名端)}$$

$$(-i_1, -i_2) \rightarrow \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} = \frac{1}{n}$$

③ 变阻抗关系

$$\frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = n^2 Z \rightarrow \begin{matrix} \text{阻抗变换只变大} \\ \text{小不变性质} \end{matrix}$$

④ 功率性质 $P=0$ 理想变压器不储/耗能, 只传信号能量, 无记忆