第七章

一阶电路的时域分析

No.

Date

第7章 一阶电路的时域分析

动态元件（储能元件），通过导数/积分表达

仅含一个动态元件：一阶电路　　n个：n阶电路

动态元件不突变，过渡过程　t_{0+}开始，t_{0-}结束

电容电压$U_c(0_+)$，电感电流$i_L(0_+)$称独立初始条件

换路定律．（实质：能量不能跃变）

换路瞬间，i_c保持有限值，则U_c不变（电容）

换路瞬间，U_L保持有限值，则i_L不变（电感）

7.1 动态电路的方程及其初始条件

直流作用于动态电路

$-\infty$ 稳态 t_{0-} $\frac{\text{换路}}{\text{过渡}}$ t_{0+} 动态过程 $+\infty$ 稳态

直流稳态 电容开路，电感短路

K闭→K断：电容过电流，电感过电压（$I=0$ $U=+\infty$）（i突变了）（不符换路定则）

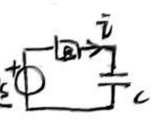
K开→K闭：电容电压不变，电流突变　电感电流不变，电压突变

过渡过程产生的原因：能量储存释放需要时间

动态电路的方程

1°) 回路选KVL，结点列KCL

2°) 变量 x，R L C U_s i_s t 保留，其它化解



$$\begin{cases} Ri+U_c=U_s \\ i=C\frac{dU_c}{dt} \end{cases} \qquad \begin{cases} RC\frac{dU_c}{dt}+U_c=U_s\text{(或)} \\ R\frac{di}{dt}+\frac{i}{C}=\frac{dU_s}{dt} \end{cases}$$

动态方程的阶数 = 最高阶导数 − 最多重微分数 = 动态元件个数

求解微分方程：

时域分析法 / 复频域分析法

经典法/状态变量法/卷积积分/数值法　　拉普拉斯变换/状态变量/傅氏变换

电路的初始条件

$U_c(t)=\frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i(\xi)d\xi = U_c(0_-)+\frac{1}{C}\int_{0_-}^{t} i(\xi)d\xi$　i(ξ)有限 $U_c(0_-=0_+)$

$i_L(t)=\frac{1}{L}\int_{-\infty}^{t} u(\xi)d\xi = i_L(0_-)+\frac{1}{L}\int_{0_-}^{t} u(\xi)d\xi$　$u(\xi)$有限，$i_L(0_-=0_+)$

即知电荷守恒，磁链守恒

电路初始值的确定

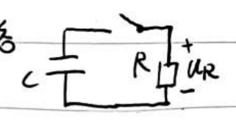
(1) 求$U_c(0_-)$ $i_L(0_-)$，(2) 换路定则，$U_c(0_+)$ $i_L(0_+)$

(3) 画0_+时电路（电容→电压源，电感→流源）　(4) 求值

7.2 一阶电路零输入响应．

换路后外加激励为零，仅由动态元件储能形成电

1°) RC电路



$\therefore U_c=U_0e^{-\frac{t}{RC}}$　$(t\geq 0)$

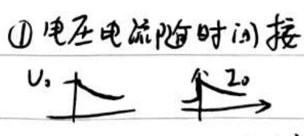
$$\begin{cases} -U_R+U_c=0 \\ i=-C\frac{dU_c}{dt} \\ U_R=Ri \end{cases} \quad RC\frac{dU_c}{dt}+U_c=0$$

$i=\frac{U_c}{R}=I_0e^{-\frac{t}{RC}} / \frac{U_0}{R}e^{-\frac{t}{RC}}$

令 $\tau=RC$（时间常数，单位S）

$p^n \leftrightarrow \frac{d^nx}{dt^n}$　$\therefore \frac{dU_c}{dt}=p,U_c=1$

① 电压电流随时间按同一指数衰减的



$\therefore p$ 根征根 $=-\frac{1}{RC}$

$U_c=Ae^{pt}=Ae^{-\frac{1}{RC}t}$

② 响应与初始状态成线性关系．

$\because U_c(0_{+})=U_0$　$\therefore A=U_0$

其衰减快慢与 $RC(\tau)$ 有关

$\tau=RC$，τ大过渡时间长 $\begin{cases} C\text{大：储能大} \quad W=Cu^2/2 \\ R\text{大：放电流小} \quad i=u/R \end{cases}$

$U_c=U_0e^{-\frac{t}{\tau}}$　$t=\tau$，$U_c=0.368U_0$　2τ：$0.135U_0$　3τ：$0.05U_0$

时间常数τ：电容电压衰减到原来36.8%所需时间（$3\tau-5\tau$，过渡过程结束）

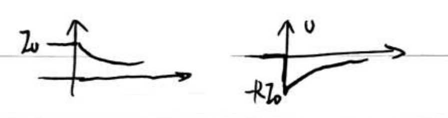
电路能量：电容放 = 电阻吸 $=\frac{1}{2}CU_0^2$

2°) RL电路

特征根 $p=-\frac{R}{L}$　$i_L(t)=Ae^{pt}$

代入，得　$i_L(t)=I_0e^{-\frac{R}{L}t}$　$(t\geq 0)$

$U_L(t)=L\frac{di_L}{dt}=-RI_0e^{-\frac{t}{L/R}}$



$\tau=L/R$　时间常数(S)

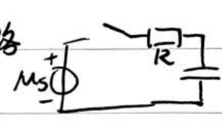
τ大：过渡过程时间长 $\begin{cases} L\text{大} \quad \text{起始能量大} \quad W=Li_L^2/2 \\ R\text{小} \quad P=Ri^2 \quad \text{放电消耗少} \end{cases}$

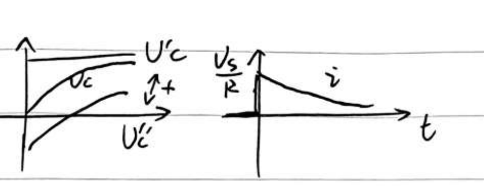
电路能量：电阻吸 = 电感放 $=\frac{1}{2}LI_0^2$

7.3 一阶电路的零状态响应．

初始能量为0，由外加激励作用

1) RC电路





$RC\frac{dU_c}{dt}+U_c=U_s$

$U_c=U'_c+U''_c$

全解　特解　通解

τ大：充电慢

电源供 $=CU_s^2=$ 电阻消 + 电容存

$\frac{1}{2}CU_s^2$　$\frac{1}{2}CU_s^2$

(50%)

$U'_c=U_s$

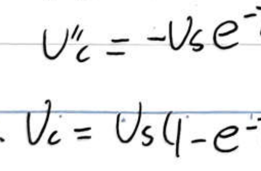
$U''_c=-U_se^{-\frac{t}{RC}}$

$i=\frac{U_s}{R}e^{-\frac{t}{RC}}$

$\therefore U_c=U_s(1-e^{-\frac{t}{RC}})$　$(t\geq 0)$

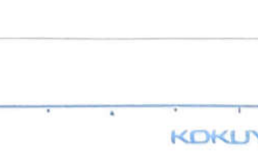
KOKUYO

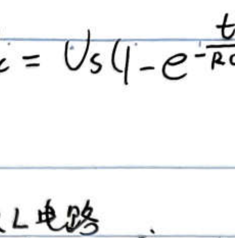
2) RL电路



$i_L=\frac{U_s}{R}(1-e^{-\frac{R}{L}t})$

$U_L=U_se^{-\frac{R}{L}t}$

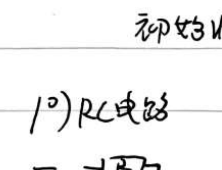




7.4 一阶电路的全响应

初始状态不为0，外加激励（0状态 + 0输入）

1°) RC电路

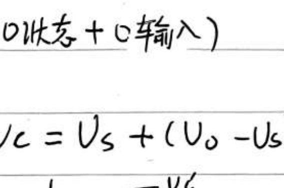


$U_c=U'_c+U''_c$

全解　特解　通解

$U_c=U_s+(U_0-U_s)e^{-\frac{t}{\tau}}$

$U_c=\underbrace{U_s(1-e^{-\frac{t}{\tau}})}_{\text{零状态}}+\underbrace{U_0e^{-\frac{t}{\tau}}}_{\text{零输入}}$



三要素法分析一阶电路

$$\begin{cases} f(\infty) \ \text{稳态解} \\ f(0_+) \ \text{初始值} \\ \tau \ \text{时间常数}. \end{cases}$$

$f(t)=f'(t)+[f(0_+)-f'(0_+)]e^{-\frac{t}{\tau}}$

$f(t)=f(\infty)(1-e^{-\frac{t}{\tau}})+f(0_+)e^{-\frac{t}{\tau}}$

对U_c，I_L用