```
第七章
                                                        第八章
                                                       经函数求极限:不能用各分达
 Priab (b在a上的投影)=161605P
                                                       偏争连续一新函数了微一了公连读
a.b= |a||b| ws0 (1,2,3).(4,5,6)
                                                       连续: lim faxy) 子f(n) 分数点。
axb= |a||b| sino | | 1/3 / 3 | = 1)i+1/j+()k
                                                       引偏手: f_{x}(x_{0}y_{0}) = \lim_{\Delta x \to 0} f(x_{0} + \Delta x_{0}, y_{0}) - f(x_{0}y_{0}) f(x_{0}y_{0})有在?
(axb)·C = [:::] (V平行文面体)
  \frac{X^2}{\alpha^2} - \frac{Z^2}{c^2} = |\frac{4C34}{4C^2} + \frac{X^2+y^2}{\alpha^2} - \frac{Z^2}{c^2} = |
                                                        可致: lim 22-dz 70 dz= 52 dx+62 dy
  平面 A(X-X0)+B(y-y0)+(1Z-Z0)=0
        AX+By+ CZ+D=0
                                                        全做为 BZX/4偏增量 BZ全增量
        x+++==1
                                                                dz 公 公区 (引做时) dz = \frac{\partial z}{\partial x} dx + \frac{\partial z}{\partial y} dy
     \cos \theta = \frac{|\vec{\pi}_1|\vec{\pi}_2|}{|\vec{\pi}_1||\vec{\pi}_2|} d = \frac{|AX_0 + BY_0 + (20 + 1)|}{|\vec{A}^2 + B^2 + C^2}
                                                         多元复含函数求等法则
                                                              Z=f(\mu,x,y) \mu=\varphi(x,y)
 直域 X-X2= y-10= = 2-20 {X= x0+mt y=y0+nt y=y0+nt z=20+pt
                                                                ZXXy
        A-X+By+ (2Z+D2=0
 平面来 DAX+BIY+GZ+D1+X(AX+BIY+GZ+D)=0
\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = \frac{3^2}{C^2} = 1 the \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 2 thigh the same
    22+132=22 断维 X2+132-132=1 D单加加
```

 $x = \frac{3}{3} + \frac{3}{3} + \frac{3}{3} + \frac{3}{3} + \frac{3}{3} = \frac{3}{3}$

33 - 31 31 + 3f / dy)

 $\frac{dy}{dx} = \frac{f'(x)}{f'(y)} \quad \frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{f'(x)}{f(z)}$

```
曲战的切战,战平面
                                                                                                  \begin{cases} X = XH \\ Y = Y(+) \end{cases} = \frac{X - X - X}{X'(H + \omega)} = \frac{y - y - \omega}{1 - y'(H + \omega)} = \frac{2 - 2 - \omega}{2'(H + \omega)} + \frac{1}{2'(H + 
                                                                                                                                                                                                                                  二重批分」例为Jotoxy1db
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              对3瓜长的曲质软分(晚密度)
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      \int_{L} f(x,y) dS = \int_{a}^{\beta} f[x(t),y(t)] \int_{x(t)}^{1} + y(t) dt
                                                                                                             x(tu) (x-xo)+x(b)(y-yo)+z(zzo)=0 解面
                                                                                                                                                                                                                                                           估值定理 mB≤ [[fex.y] dB≤MB
                                                                                              曲面的印平面,法战
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            =\int_{\mathcal{L}}^{\beta}f[\rho_{\theta})\omega_{\theta},\rho_{(\theta)}\sin\theta]\int_{0}^{\infty}\rho_{\theta}^{2}dt
                                                                                                                                                                                                                                Sadx Squi faxy) dy / Sadx Jaup faxy) dy / Sado Spo f (1000 psmo) pdp
                                                                                              FCXy/2)=0 切る Fx(Xoy)20)(X-XO)+Fy(y-y0)+ [230)=0
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              Y轴对纸,f(-x,y)=f(x,y) (2倍),f(-x,y)=-f(x,y)(0)
                                                                                                             线线 X-X2 = Y-Y0 = 圣30
Fx = F2
                                                                                                                                                                                                                                                D4ofixy) 均等=> D4ofixy) 均倍 2//txy)d6
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              (26), = -f(x,y,-2)
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         对坐标的曲面状分、低的曲、微分小块枝形织的
                                                                                      偏静数一方向争数(任-方向)一分(1/50)
                                                                                                                                                                                                                                                       起始体体状 V=2TI Caxfcx) dx
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              对坐标的曲伐织分(变)份功)
                                                                                                                                                                                                                                  三重代分 均饱度(二重)一个均饱度(三重)
                                                                                                              方的是股有在,偏导股不定有在
                                                                                方向手数 \frac{2}{3}t|_{(x_0,y_0)} = f'_{\chi}(x_0,y_0)\cos x + f'_{\chi}(x_0,y_0)\cos x
                                                                                                                                                                                                                                                 \iiint_{\mathcal{X}} f(x,y,z) dx dy dz = \int_{\mathcal{X}}^{b} dx \int_{y,(x)}^{y,(x)} dy \int_{z(x,y)}^{z_{1}(x)} f(x,y,z) dz
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             \int_{L} P(x,y) dx + Q(x,y) dy = \int_{L} F(x,y) dr
                                                                                                                  为自单位化(四分人、四分月) 数《
                                                                                                                                                                                                                                   样面下 = IIIf(paso,psmo,Z)pdpdodz
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       西类关系 [[R(x,y,2) dx dy= [[R(x,y,2) cos Y ds
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    = \int B \ [P(P+ 4+) P(+) + Q(P+,4+) 4'(4)]dt
                                                                                   梯度 grad f(x_{i},y_{o}) = (f_{x}(x_{o}y_{o}), f_{y}(x_{o}y_{o})) 個
                                                                                                                                                                                                                                       林本 = \iiint f(r sm g cos \theta, r sin g cos \theta, r cos g) r^2 sin g dr d g d o
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   y=y(x) = \int_{-\infty}^{B} (P(x,y(x)) + Q(x,y(x)) y'(x)) dx
                                                                                        多元函数极值 最值出现:驻总,偏守不有在,韩岛
                                                                                                                                                                                                                                           应用: 起曲面面织 dA=JI+fix(xy)+fyxy) d6
                                                                                                有极值十引偏子 \longrightarrow S驻点、( f_{\chi}' = f_{y}' = 0 )
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         JLPdx+Qdy= J1 (pasx+Qasp) ds
                                                                                                                                                                                                                                                      \overline{\Rightarrow} t = \frac{\int x \mu(x,y) db}{\int \mu(x,y) db} \quad \overline{y} = \frac{\int y \mu(x,y) db}{\int \mu(x,y) db}
                                                                                                      强点→权值点 fx =A fx =B fin = C
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  格林台式。面的织为一回边织为
                                                                                                                                                                                                                                                                 X = \Delta I \times d6 Y = \Delta I \times J \times d6 (的流动)
                                                                                                       YAC-B2 >0 极值 XCO极大 >0极小
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                \iint \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y}\right) dx dy = \oint_{L} P dx + Q dy
                                                                                                            (AC-132<0 无极值 AC-B2>0不能判断
                                                                                                                                                                                                                                                      求转补偿里
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            起那D===カレ×dy-yd×
                                                                                                                                                                                                                                                                I_x = \iint y^2 m(x,y) db I_y = \iint x^2 m(x,y) db
新维姐时 {XM-YV=0 抗偏身,行到式 新柏值:(拉格明日数乘法) 球的俯瞰的极值点、
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    再生成与路径无关的条件(-所连续偏导)
                                                                                                                                                                                                                                                              三進: 2x=111(y2+22) MXxy,2)dxdydz
                                                                                                          Z=fxy)均未:为xy)=0,取极值必要种
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   D & Pdx+Qdy=D & J. Pdx+Qdy 与独分路给天长
                                                                                                                                                                                                                                                     f_{x} = \int \int G m \frac{\mu(x_{1}y_{1},z)}{r^{3}} dv (x_{1}x_{2}y_{1}z_{2})^{3} ds
                                                                                                        \begin{cases} f_{x'}(x_{0}y_{0}) + \lambda_{0} \phi_{x'}(x_{0}y_{0}) = 0 \\ f_{y'}(x_{0}y_{0}) + \lambda_{0} \phi_{y'}(x_{0}y_{0}) = 0 \end{cases} \phi(x_{0}y_{0}) = 0
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 马子MXiy), 使dMXxy)=pdx+Qdy 日 1/3Q=3P
```

```
常数项级数ImSn=5收。到发金项公=5-5n
                                                          等的 级数 a+aq+aq^2-... |9|<|4|9|>|5 Sn=\frac{a(1-q^n)}{1-q}
                                                              区小收敛 い→口 调物贝勒(十十十一发散
                                                              的较单效法:Un E Vn EVn bung E Ung EVn收
    \iint R(x,y,z) dx dy = (-) \iint R(x,y,z(x,y)) dx dy
                                                              根限攻出毒: lim Un/n=L L: 05L5+00 EVn收至Unte收
                                                                 和 Zagr-1 zh zhbb l= l>o 哉 l=+∞ Z发 Unto发
                                                             的值审致法 |[m Unti =p osp<| 收敛 p>| 或 p=+00发散
                                                             根值审敛法 1m nJun =P ospc1 收敛 />1 成户-+必发散
       IP dyd2 + ad2dx + Rdxdy = IP cosx+acosp+Rcosr)ds
                                                             积分判别法:fcx)是[1,+60)非负递液,则是fcx)与ffx,dx同收发
                                                              文错级数及某审效法 \Section Ton 有 OUn >Until 10/m/Un= 0
高斯公式 $Pdydz+Qdzdx+Rdxdy (对纸点,外侧)
                                                                             则收敛,S∈MI [m/∈Vn+1
             = $ (Pcosx+Qcosb+Rcosy)dS(对面软)
                                                             他已顶风牧。 岩川山牧纹(绝对牧纹) ETUN(发散,从牧纹(条件收敛)
                                                                        |Im | Unt | =[ / lim n Jun =[ (1<1绝对收, (>|(+60) Un发散)
            一川(战+30+32)加油面下数
                                                             幂级数(1) 就收敛核 1/m | Qn+1 | =P R=声, 第一R, R是否在
                                                                      12) 未和函数S(X): JS(b)db= 是JX ant dt, 准子得S比)
    \int_{\mathcal{L}} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} - \frac{\partial \mathcal{Q}}{\partial z}\right) dy dz + \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial z} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x}\right) dz dx + \left(\frac{\partial \mathcal{Q}}{\partial x} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y}\right) dx dy
                                                                                 S(x)= nanxny, 求物得S(x), 端总验
```

对面积的曲面积分(密度×面积)

Xy对斜,则偶倍奇零

期代克斯公式

 $= \beta \beta dx + Qdy + Rdz$

Jfx,y,z)ds = Jfx,y,z(xy))JHz;x+z;²dxdy 個 Oxy 按拟

```
函数展开为幂级数
                    e^{x} = 1 + x + \frac{x}{2!} + \dots + \frac{x}{n!} \left( -\infty < x < +\infty \right) = \left( -\infty < x < +\infty \right)
                          \sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + (-1)^n \frac{x^{n}}{(2n)!} (-\infty < \pi < + \infty)
                      \frac{1-x}{1-x} = 1+x+x^2+\cdots+x^n (-1<x<1)
                       (n(1+x)) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \cdots + \frac{(-1)^{n-1}}{n} x^n (-1< x \in 1)
                          \cos X = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} - \dots + (-1)^n \frac{x^n}{(2n)!} (-\infty < x < +\infty)
                             \alpha^{x} = 1 + x \ln \alpha + \frac{x^{2}(\ln \alpha)^{2}}{2 \cdot 1} + \cdots + \frac{x^{n}(\ln \alpha)^{n}}{n \cdot 1} \left(-\infty < x + \infty\right)
                     1+x2 = 1- x2+x4---+ (-1)" x2" (1<x<1)
                         arctan X = X - \frac{X^3}{3} + \frac{X^5}{5} - \dots + (-1)^n \frac{X^{2n+1}}{2n+1} (1 \in X \in I)
                                             小身期2町 \frac{a_0}{2} + \xi (an toshx + h n sin nx)
                                                                     G_{n} = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx dx \quad (n=0,1,2...)
                                                                       bn=す fox) SInnx dx [n=1,2····)
               2.收敛性:江周期,在[-T],川湖足门有限个年美间的点
                                四至约约有限个极值点、则收约
                                     fxetx) 是连续点、收敛于fx)
                                     X定例第一类间断点,收敛于立[f(x)+f(x+)]
      f(x) 
                                                                                                                                                                                                                         剂次:4.42是战性无关特解,CIYI+CZYI为通解
                      奇延锅 -f(-X) (-T(<X(0) 偶延拐 f(-X) (-T(<X(0)
                                                                                                                                                                                                                       非部分;用部分水通解,非系为水特解,特解+通解
                   大一般周期 (21) \frac{a_0}{2} + \frac{\varepsilon}{\varepsilon} (ancos \frac{n\pi x}{L} + bosin \frac{n\pi x}{L})
                  an = \int_{-L}^{L} f(x) \cos \frac{n\pi x}{L} dx \qquad bn = \int_{-L}^{L} f(x) \sin \frac{n\pi x}{L} dx
```

 $/, y' = \frac{dy}{dx} \rightarrow g(y) dy = f(x) dx, 球状分$ 7、二阶带系数条次线性微分方维 54P9499=f(x)(f(x)=0) 乙分次方程 $\frac{dy}{dx} = f(\frac{y}{x}), 2M = \frac{y}{x}, y = Mx, \frac{dy}{dx} = M + \chi \frac{dy}{dx}$ 特征方维以+Pr+9,二0,解为解 函解:19) r,+12实报 y=C,e"x+Czerx 29 r,=1,实报 y=(C,+K2X)er,x a/a2 ≠ b/b2 则有惟-斜 3°) X±Bi y=exx(C1605BX+C251nBX) 3、一阶战性微分方程 $\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)$ 8. y''+py'+qy=f(x) $f(x)\neq 0$. RyQ=OH 面解Y=(e-JPX)dX 非新版Q+O的通新Y=e-spix)dx(squespix)dxdx+c) fux)=Pm(x)exx型 全川*=Pcx)exx 19) 入程1°+pr+9=D根, R(X)为加次多功式 R(X)=b0Xm4··· 1月努力方程 殺 +PCX)y=Q(x)yx (x+0,1) 2°) 入包r2+pr+9=0单根 R(x)为m版 R(x)=X Rm(X) $Z=y^{1-\alpha}$ $Z=e^{-\int (1-\alpha)P(x)dx}(\int (1-\alpha)Q(x)e^{\int (1-\alpha)P(x)dx}+C)$ 3°)入是12+pr+9=0的重极 P(X)m次, R(X)=X2Rm(X) 4. 全做分方程 P(x,y)dx +Q(x,y)dy=O M(x,y)的全做分 fux) = exx (Pu(x) cospx + Pu(x) singx) #" 特新y*=xkexx[Am(x)cogBx+Bm(x)singx] n=max(lin) ハノ C= Jxx Pcx,y1dx + Go Q (x,y)dy 通解 の以十ip不足r3pr+q板 1=0 日外ip是, K=1 29) P'(y)= Q(X,y) - 多y Sp(X,y)dx,再独与市 外y) 代Qucx,y)= Jpcx,y)dx+fly), 万大D 元 那个的言所的方锋 高阶 —>积分 → 户价 、高阶线堆做分方程 型头+P(X)型+Q(X)Y=f(X)和新

/dydcyy-gh/study-notes (github)