第一章

质点运动学

第一章 质点运动学

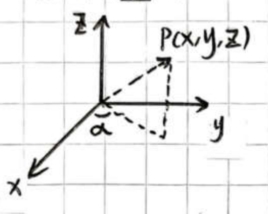
1.1 质点和参考系

质点　　参考系　　坐标系 $\begin{cases}\text{直角坐标系}\\\text{极坐标系}\end{cases}$

物体的运动描述决定于参考系，坐标系用于计算

时间和空间　　过程量和状态量

位置矢量 $\vec{r}$



$\vec{r}=x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k}$　　大小 $r=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$

方向 $\cos\alpha=\frac{x}{r}$

$\cos\beta=\frac{y}{r}$

$\cos\gamma=\frac{z}{r}$

运动方程：$\vec{r}=\vec{r}(t)$　　矢量形式：$\vec{r}=x(t)\vec{i}+y(t)\vec{j}+z(t)\vec{k}$

参数形式：$x=x(t)$　$y=y(t)$　$z=z(t)$

$\downarrow$ 消 t

轨迹方程　$f(x,y,z)=0$

位移和路程　$\Delta\vec{r}$　ΔS　　位移是矢量　$|\Delta\vec{r}|=\sqrt{\Delta x^2+\Delta y^2+\Delta z^2}$

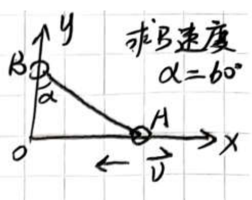
$ds=|d\vec{r}|$（t极限）

位置矢量（状态量）位移矢量（过程量）

速度（矢量）$\begin{cases}\text{平均速度} & \bar{\vec{v}}=\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}\\ \text{瞬时速度} & \vec{v}=\lim\limits_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}=\frac{d\vec{r}}{dt}\end{cases}$　　大小加绝对值

速率（路程）$\begin{cases}\text{平均速率} & \bar{v}=\frac{\Delta s}{\Delta t}\\ \text{瞬时速率} & v=\frac{ds}{dt}\end{cases}$

例：



$\vec{v}_A=v_x\vec{i}=\frac{dx}{dt}\vec{i}=-v\vec{i}$　　$\vec{v}_B=v_y\vec{j}=\frac{dy}{dt}\vec{j}$

$x^2+y^2=l^2 \xrightarrow{\text{求导}} 2x\frac{dx}{dt}+2y\frac{dy}{dt}=0$

$\frac{dy}{dt}=-\frac{x}{y}\frac{dx}{dt}$　　$\vec{v}_B=v\tan\alpha\vec{j}$

加速度：反映速度变化

$\bar{\vec{a}}$ 平均加速度 $\bar{\vec{a}}=\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}=\frac{\vec{v}_{末}-\vec{v}_{初}}{\Delta t}$

$\vec{a}$ 瞬时加速度 $\vec{a}=\lim\limits_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}=\frac{d\vec{v}}{dt}=\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$　　m/s^2

矢量式 $\vec{a}=a_x\vec{i}+a_y\vec{j}+a_z\vec{k}$

大小 $|\vec{a}|=\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}$

运动学的两类问题

1、已知运动方程，求任一时刻位置、速度，加速度

$\vec{r}=\vec{r}(t)$　$\vec{v}=\frac{d\vec{r}}{dt}$　$\vec{a}=\frac{d\vec{v}}{dt}=\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$

2、已知质点的速度/加速度函数，以及初始条件，求运动方程

$d\vec{v}=\vec{a}\,dt$　$\int_{\vec{v}_0}^{\vec{v}}d\vec{v}=\int_{t_0}^{t}\vec{a}\,dt$　　质点运动方程

$d\vec{r}=\vec{v}\,dt$　$\int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}}d\vec{r}=\int_{t_0}^{t}\vec{v}\,dt$　　$\vec{r}=x(t)\vec{i}+y(t)\vec{j}+z(t)\vec{k}$

轨迹方程 $f(x,y,z)=0$

抛体运动　$\begin{cases}x=v_0t\cos\theta\\ y=v_0t\sin\theta-\frac{1}{2}gt^2\end{cases}$ 运动方程

$y=x\tan\theta-\frac{g}{2v_0^2\cos^2\theta}x^2$　轨迹方程

射程　$x_m=\frac{v_0^2\sin2\theta}{g}$

射高　$y_m=\frac{v_0^2\sin^2\theta}{2g}$

历时　$T=2v_0\frac{\sin\theta}{g}$

注意有空气阻力的抛体

1.4 质点的圆周运动

1、匀速率圆周运动　$\vec{a}=\frac{v^2}{R}\vec{n}$　$\vec{n}$：法向单位矢量

2、变速率圆周运动　$\vec{a}=\frac{v^2}{R}\vec{n}+\frac{dv}{dt}\vec{\tau}$　$\vec{\tau}$：切向单位矢量

$a_n=\frac{v^2}{R}$　$a_\tau=\frac{dv}{dt}$　大小 $a=\sqrt{a_n^2+a_\tau^2}$

3、圆角运动的角量描述

角位置 θ：与X轴夹角　　角位移 $\Delta\theta$：转过的角度

平均角速度 $\bar{\omega}=\frac{\Delta\theta}{\Delta t}$　　瞬时角速度：$\vec{\omega}=\lim\limits_{\Delta t\to 0}\bar{\omega}=\frac{d\vec{\theta}}{dt}$

瞬时角加速度 $\vec{\alpha}=\frac{d\vec{\omega}}{dt}=\frac{d^2\vec{\theta}}{dt^2}$

角量和线量的关系　$\frac{ds}{dt}=R\frac{d\theta}{dt}\longrightarrow v=R\omega$

$\frac{dv}{dt}=R\frac{d\omega}{dt}\longrightarrow a_\tau=R\alpha$

$a_n=\frac{v^2}{R}=R\omega^2\longrightarrow a_n=R\omega^2$

4、一般平面曲线运动

$\vec{a}=\frac{v^2}{\rho}\vec{n}+\frac{dv}{dt}\vec{\tau}$　　ρ 为可变圆半径

规定：切向坐标轴：质点前进方向为正（$\vec{\tau}$）

法向坐标轴：以轨迹凹侧为正（$\vec{n}$）

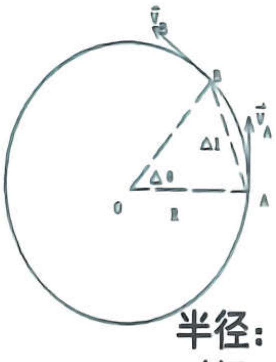
§1-4 质点的圆周运动　　建立自然坐标系 $\begin{cases}\text{法向}\\\text{切向}\end{cases}$

1. 匀速率圆周运动

设t时刻质点位于A点，速度 $\vec{v}_A$

t+△t时刻质点位于B点，速度 $\vec{v}_B$

△t→0时　$\Delta\vec{v}\perp\vec{v}$　指向圆心O。



加速度大小：

在圆周中三角形△OAB与速度三角形相似

$$\frac{|\Delta\vec{v}|}{v}=\frac{\Delta l}{R}\qquad\frac{|\Delta\vec{v}|}{\Delta t}=\frac{\Delta l}{R}\frac{v}{\Delta t}=\frac{v}{R}\frac{\Delta l}{\Delta t}$$

半径：R

时间：△t

所走弧长：△s

AB两点连线：△l

$$a_n=\lim_{\Delta t\to 0}\left|\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}\right|=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{|\Delta\vec{v}|}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{v}{R}\frac{\Delta l}{\Delta t}=\frac{v}{R}\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t}=\frac{v^2}{R}$$

法向加速度的矢量表达式：$\boxed{\vec{a}=\frac{v^2}{R}\vec{n}}$ ——向心加速度

为法向单位矢量　40

本笔记在https://github.com/dydcyy-gh/study-notes开源