高数 第六章

定积分的应用

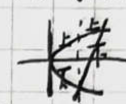
6.1 定积分的微元法

啊？

6.2 定积分在几何上的应用

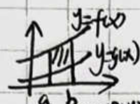
一.平面图形的面积 $A=\int_a^b f(x)dx$

例：$y^2=2x$，$y=x-4$

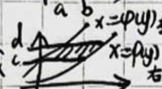


$S=\int_0^2 [\sqrt{2x}-(-\sqrt{2x})]dx + \int_2^8 [\sqrt{2x}-(x-4)]dx$

$S=(y+4-\frac{y^2}{2})dy$

X型区域 

$\int_a^b [f(x)_{上}-g(x)_{下}]dx$

Y型区域 

$\int_c^d [\varphi(y)_{右}-\psi(y)_{左}]dy$

极坐标形：$A=\frac{1}{2}\int_\alpha^\beta [r(\theta)]^2 d\theta$ $A=\frac{1}{2}\int_\alpha^\beta [r_2^2(\theta)-r_1^2(\theta)]d\theta$

二、体积

旋转体的体积 $V=\int_a^b A(x)dx$. $A(x)$为切面的面积

当切面边从为圆时，有 $V=\int_a^b \pi f^2(x)dx$ $f(x)$为曲线

椭圆绕x轴旋转：$V=\frac{4}{3}\pi ab^2$ y轴：$V=\frac{4}{3}\pi a^2 b$ $(\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1)$

绕x轴：$V=\int_a^b \pi(f_1^2(x)-f_2^2(x))dx$ 绕y轴：要$y=f(x) \to x=\varphi(y)$

平行截面面积已知的立体的体积、 $V=\int_a^b A(x)dx$

三、平面曲线的弧长

1、直角坐标

$\begin{cases} x=x \\ y=f(x) \end{cases}$

$S=\int_a^b \sqrt{1+y'^2}dx$

2、参数方程

$\begin{cases} x=\varphi(t) \\ y=\psi(t) \end{cases}$

$S=\int_\alpha^\beta \sqrt{\varphi'^2(t)+\psi'^2(t)}dt$

3、极坐标

$\rho=\rho(\theta)$ $\alpha\le\theta\le\beta$

$\begin{cases} x=\rho(\theta)\cos\theta \\ y=\rho(\theta)\sin\theta \end{cases}$

$S=\int_\alpha^\beta \sqrt{\rho^2(\theta)+\rho'^2(\theta)}d\theta$

本笔记在https://github.com/dydcyy-gh/study-notes开源