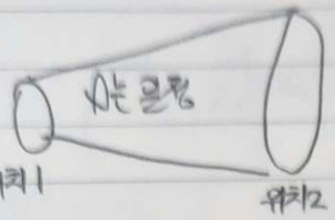
화학 공학 열역학

과제#03

2019101074 화학공학과

성명 : 안용상

2.23



⇒ 유속 2m/s ⇒ 직경 5cm

⇒ 직경 2.5cm

(a) 위치 2에서의 유속은?

u_{in}, u_{out} 을 위치 1과 2의 유속

r_{in}, r_{out} 을 위치 1과 2의 반지름 이라고 하자

A_{in}, A_{out} 을 위치 1과 2의 단면적 이라 하자.

In과 Out의 유량은 같으므로 다음 식이 성립

$$u_{in} A_{in} = u_{out} A_{out}$$

이를 풀면

① ⋯ $u_{in} \times \pi r_{in}^2 = u_{out} \pi r_{out}^2$

② ⋯ $2r_{in} = r_{out}$

①과 ②를 풀어보면

$u_{in} = 4u_{out}$ 따라서 $u_{out} = \frac{1}{4} u_{in} = \frac{1}{4} \times 2 m/s$

$= 0.5 m/s$

(b) 위치 1과 2의 운동에너지 변화 (J/kg)

단위질량당 운동에너지는 $\frac{1}{2}u^2$ 이다

in과 out 의 운동에너지를 각각 E_{in} E_{out} 이라 할 때

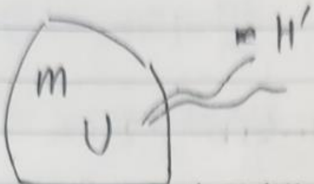
변화량은 $\Delta E = E_{in} - E_{out}$

$= \frac{1}{2}u_{in}^2 - \frac{1}{2}u_{out}^2$

$= \frac{1}{2} \times (0.25 m^2/s^2 - 4 m^2/s^2)$

$= -1.875 m^2/s^2 = -1.875 J kg^{-1}$

225



가정) 압력과 부피가 일정하다고 가정해보자 그리고 빠져나가는 유속도 일정하다 가정해보자.

우선 $\frac{dm}{dt} = -\dot{m}$ 이다. (유속일정)

이때 H'을 이용해보자

온도 압력이 일정하다면 $dH = dU + dV \cdot P + dP \cdot V$ 에서
PdV와 VdP가 사라진다

결과적으로 $dH = dU$ 가된다

H'은 $\frac{dH}{dm}$ 이라고 할 수 있다.

$H' = \frac{dH}{dm} = \frac{dU}{dm}$ 이 된다.

$$\frac{dmU}{dt} = \frac{dm}{dt} \times U + \frac{dU}{dt} dm \text{ 이다}$$

하지만 $\frac{dm}{dt} = 0$ $\frac{dU}{dt} = 0$ 이라면

$\frac{dmU}{dt} = 0$ 이고 $\frac{dmU}{dt} = \left(\frac{dm}{dt}\right)\left(\frac{dU}{dt}\right)$로 표현 가능하다

따라서 $\left(\frac{dU}{dm}\right)$를 양변에 곱하면 $\frac{dm}{dt} \times \frac{dU}{dm} = -\dot{m} \frac{dU}{dm}$
$= -\dot{m} \frac{dH}{dm}$
$= -\dot{m} H'$ 이다

이는다시 $\frac{dmU}{dt}$로 표현하면

$$\frac{dmU}{dt} = -\dot{m}H' \Rightarrow m\frac{dU}{dt} + U\frac{dm}{dt} = +\dot{m}H'$$

$$\Rightarrow m\frac{dU}{dt} + U\frac{dm}{dt} = +\frac{dm}{dt} \times H'$$

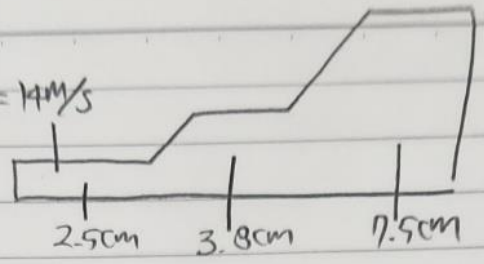
$$\Rightarrow m\frac{dU}{dt} = \frac{dm}{dt}(H' - U) \Rightarrow \frac{dU}{H' - U} = \frac{dm}{m}$$ 이다

따라서 이 문제상황에서 $\frac{dU}{H'-U} = \frac{dm}{m}$ 이 되는 가정은

압력과 부피 내부에너지, 질량 유속이 일정해야 한다는 가정이어야 한다.

2.26

28°C 물



U_2 = 3.8cm인 부분의 속도

U_3 = 7.5cm인 부분의 속도

$u_1 A_1 = u_2 A_2 \qquad u_2 = \frac{A_1}{A_2} u_1 = \frac{(2.5)^2}{(3.8)^2} \times 14 m/s = 6.09 m/s$

$u_1 A_1 = u_3 A_3 \qquad u_3 = \frac{A_1}{A_3} u_1 = \frac{(2.5)^2}{(7.5)^2} \times 14 m/s = 1.6 m/s$

$\Delta U + \Delta E_K = Q + W \Rightarrow \Delta U + \Delta E_K = 0$

$dH = dU + dPV = dU \quad \therefore \Delta H = \Delta U$

$\Rightarrow \Delta H + \Delta E_K = 0$

$\Delta H = C_p \times \Delta T$

$\Delta E_K = \frac{1}{2}(u_1^2 - u_2^2)$

$\Rightarrow C_p \times \Delta T = \frac{1}{2}(u_2^2 - u_1^2)$

$T_1 - T_2 = \frac{1}{2C_p}(u_2^2 - u_1^2)$

$\therefore T_2 = T_1 - \frac{1}{2C_p}(u_2^2 - u_1^2)$ 이다

(a) 직경 3.8cm인 곳의 온도는? 그리고 온도변화는?

$T = (273.15 + 28)k - \frac{((6.09m)^2 - (14m)^2)\,sec^{-2}}{2 \times 4180\ J kg^{-1} k^{-1}}$

$= 301.17k \quad \therefore \Delta T = -(273.15 + 28) + 301.17$

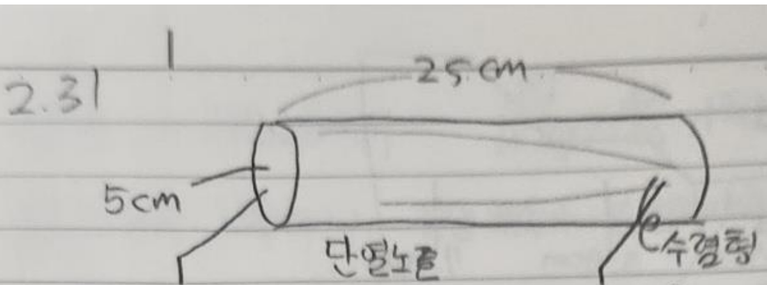
$= 0.019k$

(b) 직경 7.5cm인곳의 온도변화는?

$T = (273.15 + 28) - \frac{(1.6)^2 - (14)^2}{2 \times 4180} = 301.1732$

$\therefore \Delta T = 0.0232k$

2.31



$T_1 : 325°C$ $\quad$ $T_2 = 240°C$

$P_1 : 700\,kpa$ $\quad$ $P_2 = 350\,kpa$

$u_1 : 30\,m/s$ $\quad$ $u_2 = ?$

$H_1 = 3112.5\,kJ/kg$ $\quad$ $H_2 = 2945.7\,kJ/kg$

$V_1 = 3881.61\,cm^3/g$ $\quad$ $V_2 = 667.75\,cm^3/g$

u_2는?

단열 노즐이므로 $\dot{Q} = 0$

축일이 없으므로 $\dot{W} = 0$

정상상태이므로 $\frac{dC_{cv}U}{dt} = 0$

$$\cancel{\frac{dC_{cv}U}{dt}} + \Delta\left[\dot{m}\left(\tfrac{1}{2}u^2 + U + gz\right)\right] + \Delta\left[\dot{m}(PV)\right] = \cancel{\dot{Q}} + \cancel{\dot{W}}$$

$$\Delta\left[\dot{m}\left(\tfrac{1}{2}\Delta(u^2) + \Delta H + g\Delta z\right)\right] = 0$$

$$\tfrac{1}{2}\Delta u^2 + \Delta H + g\Delta z = 0$$

$$\tfrac{1}{2}\Delta u^2 + \Delta H = 0 \Rightarrow H_2 - H_1 = \tfrac{1}{2}(u_1^2 - u_2^2)$$

$$u_2 = \sqrt{2(H_1 - H_2) + u_1^2}$$

$$u_2 = \sqrt{2(3112.5 - 2945.7) \times 10^3 + 900}\ [m/s]$$

$$= 578.4\,m/s$$

$$\frac{dm_{cv}}{dt} + \Delta\dot{m} = 0 \Rightarrow \Delta\dot{m} = 0 \Rightarrow \dot{m}_{out} - \dot{m}_{in} = 0$$

$$\Rightarrow \rho A_1 u_1 = \rho A_2 u_2 \Rightarrow A_1 u_1 = A_2 u_2$$

$$A_2 = \frac{u_1}{u_2} \times A_1 = \frac{30}{578.4} \times \frac{1}{4} \times \pi \times (0.05)^2 = 1.018 \times 10^{-4}$$

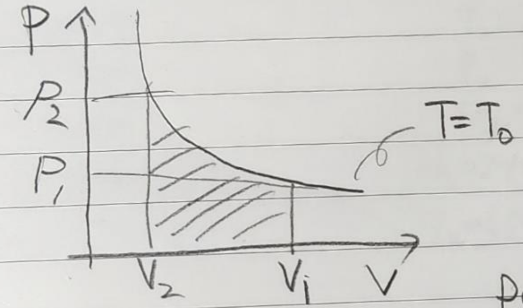
$$\therefore d_2^2 \times \frac{1}{4}\pi = 1.018 \times 10^{-4}$$

$$d_2 = 0.0149\,m$$

$$= 1.49\,cm$$

2.34

가역, 등온 압축할때 필요한 일의 양은 그래프를 보면 직관적으로 이해 가능하다



등온선을 그리면 다음과같다. 문제에서 주어진

$V=\frac{RT}{P}+b$ 를 그린것이다.

$P(V)=\frac{RT}{V-b}$ 로 P를 V의 함수로 나타낼 수 있다.

V_1에서 V_2로 압축할때 필요한 일의 양은 해당 그래프의 아래부분의 면적이다.

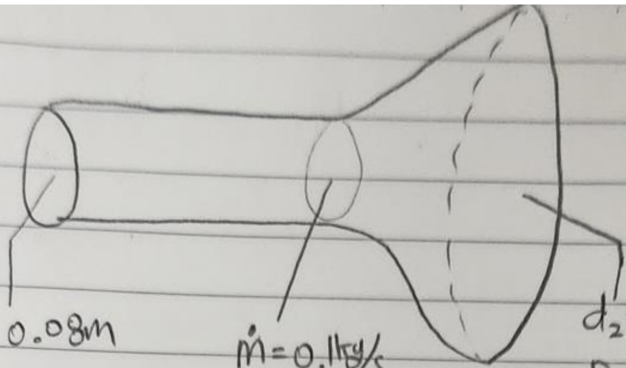
따라서 적분을 통해 이것을 그리면

$$W=-\int_{V_1}^{V_2}P(V)dV=-\int_{V_1}^{V_2}\frac{RT}{V-b}dV=\Big[RT\ln(V-b)\Big]_{V_1}^{V_2}$$

$$=RT\times\ln\left(\frac{V_2-b}{V_1-b}\right)\times(-1)$$

$$=RT\times\ln\left(\frac{V_1-b}{V_2-b}\right)$$ 이 구해진다.

2.36



$d_1 = 0.08m$ $\dot{m} = 0.1kg/s$ $d_2 = 0.25m$

$P_1 = 1400kPa$ $P_2 = 50kPa$

$T_1 = 350°C$ $T_2 = 100°C$

$H_1 = 3150.7 kJ/kg$ $H_2 = 2682.6 kJ/kg$

$V_1 = 0.20024 m^3/kg$ $V_2 = 3.4181 m^3/kg$

터빈. 즉 축일이 존재하므로

$$\frac{dm_{cv}U}{dt} + \left[\dot{m}\left(\Delta H + g\Delta H + \frac{1}{2}\Delta u^2\right)\right] = \dot{W} + \dot{Q}$$

$$\dot{m}\left(\Delta H + \frac{1}{2}\Delta u^2\right) = \dot{W}$$

$$\dot{m} \times \left(H_2 - H_1 + \frac{1}{2}(u_2^2 - u_1^2)\right) = \dot{W}$$ 이다.

따라서 u_1과 u_2를 구하면 $\dot{W}$를 구할수있다.

$\dot{m} = \frac{A_1 u_1}{V_1} = \frac{A_2 u_2}{V_2}$ 이므로 $u_1 = \frac{\dot{m}V_1}{A_1}$, $u_2 = \frac{\dot{m}V_2}{A_2}$ 이고

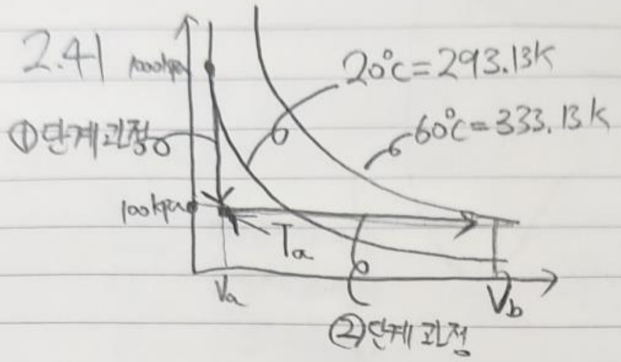
$$\dot{W} = \dot{m}\left(H_2 - H_1 + \frac{1}{2}\left(\frac{\dot{m}V_2}{A_2}\right)^2 - \frac{1}{2}\left(\frac{\dot{m}V_1}{A_1}\right)^2\right)$$

$$= 0.1 \times \left((2682.6 - 3150.7)\times 10^3 + \frac{1}{2}\left(\frac{0.1\times 3.4181}{\frac{1}{4}\pi \times (0.08)^2}\right)^2 - \frac{1}{2}\left(\frac{0.1 \times 0.20024}{\frac{1}{4}\pi \times (0.25)^2}\right)^2\right)$$

$= -46.578 \ kJ/s$ 이다.

1

2.41



① 먼저 시작점권 20°C 1000kpa 지점에서 등적으로 100kpa까지 내려와보겠다. 그때의 온도를 T_a 부피를 V_a라 한다.

② 그리고 등압으로 60°C까지 올라가 보겠다. 그때의 부피를 V_b라하겠다

①의 ΔH는 $\Delta H = \Delta U + \Delta(PV) = \Delta U + V\Delta P$

$$= C_v(T_a - 20°C) - V_a \times 900\,kpa$$

ΔU는 $\Delta U = C_v(T_a - 20°C)$

②의 ΔH는 $\Delta H = C_p\Delta T = C_p(60°C - T_a)$

ΔU는 $\Delta U = \Delta H - P\Delta V = C_p(60°C - T_a) - 100\,kpa(V_b - V_a)$

①+②는

$$\Delta H_{total} = C_v(T_a - 293.13K) - V_a \times 900\,kpa + C_p(60°C - T_a)$$

$$\Delta U_{total} = C_v(T_a - 293.13) + C_p(333.13 - T_a) - 100\,kpa(V_b - V_a)$$

구해야할것 T_a, V_a, V_b

먼저 $V_a = \frac{R \times 293.13k}{1000\,kpa}$ $V_b = \frac{R \times 60°c}{100\,kpa}$

$V_a = 2.44 \times 10^{-3}\ m^3/mol$ $V_b = 2.77 \times 10^{-2}\ m^3/mol$

$$T_a = \frac{100\,kPa \times V_a}{nR} = 29.35K$$

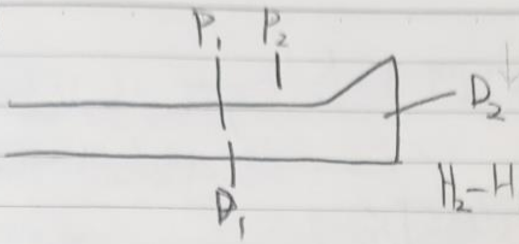
T_a, V_a, V_b를 모두 ΔH_{total}과 ΔU_{total}에 적용

$$\therefore \Delta H_{total} = 5766\,J/mol$$

$$\Delta U_{total} = -2121.52\,J/mol$$

2.48

(a)



$H_2 - H_1 = (P_2 - P_1)/\rho$

$$\frac{dm_{cv}U}{dt} + \Delta\left(\dot{m}\left(H + \frac{1}{2}u^2 + gz\right)\right) = \dot{Q} + \dot{W}$$

정상상태이고 단면에 축일이 없으므로

$$H_2 - H_1 + \frac{1}{2}u_2^2 - \frac{1}{2}u_1^2 = 0$$

$$(P_2 - P_1)/\rho + \frac{1}{2}u_2^2 - \frac{1}{2}u_1^2 = 0$$

$$\dot{m} = \rho A_1 u_1 = \rho A_2 u_2$$

$$= \rho \times \frac{1}{4}\pi \times D_1^2 \times u_1 \Rightarrow u_1\text{을 구해야한다.}$$

$$A_1 u_1 = A_2 u_2 \Rightarrow u_2 = \frac{A_1}{A_2}u_1$$

$$\frac{1}{2}\left(u_1^2 - \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 u_1^2\right) = \frac{(P_2 - P_1)}{\rho}$$

$$u_1^2 = \frac{2(P_2 - P_1)}{\rho} \times \frac{1}{1 - \frac{D_1^4}{D_2^4}}$$

$$u_1 = \sqrt{\frac{2(P_2 - P_1)}{\rho} \times \frac{D_2^4}{D_2^4 - D_1^4}} \Rightarrow \dot{m} = \rho \times \frac{1}{4}\pi D_1^2 \times u_1$$

$$\dot{m} = \rho \times \frac{1}{4}\pi \times \sqrt{\frac{2(P_2 - P_1)}{\rho} \times \frac{D_1^4 D_2^4}{D_2^4 - D_1^4}} = \left(\left(\frac{1}{4}\right)^2 \pi^2 \times \rho \times 2 \times (P_2 - P_1)\left(\frac{D_1^4 D_2^4}{D_2^4 - D_1^4}\right)\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\dot{m} = \left(\left(\frac{\pi}{4}\right)^2 \times 2\rho(P_2 - P_1)\left(\frac{D_1^4 D_2^4}{D_2^4 - D_1^4}\right)\right)^{\frac{1}{2}} \text{ 이다.}$$

(b)

(a)의 $\dot{m} = \rho \times \frac{1}{4}\pi \sqrt{2 \times (P_2 - P_1)/\rho \times \frac{D_1^4 D_2^4}{D_2^4 - D_1^4}}$ 에

$\frac{P_2 - P_1}{\rho}$ 대신 $\frac{P_2 - P_1}{\rho} + C(T_2 - T_1)$을 넣으면

$$\dot{m} = \rho \times \frac{1}{4}\pi \times \sqrt{\left(\frac{P_2 - P_1}{\rho} + C(T_2 - T_1)\right) \times \frac{2 D_1^4 D_2^4}{D_2^4 - D_1^4}}$$ 이다

이 식을 바꿔 끼움으로써 내경 유체온도에 대한 출구유체온도의 차이가 질량유속에 영향을 끼치게 된다. 온도차가 클수록 양의 상관관계로 질량유속을 증가시키는 효과를 내준다.