화공열역학 과제#02

2019101074 화학공학과 안용상

2019101074 화공열역학 과제

과제 제출일 2023.03.21 (화) 제출자 : 안용상

$\boxed{2.1}$ 20°C의 물, 25kg으로 채워진 비전도성용기 내에 설치된 교반기
교반기는 질량 35kg 추가 5m동안 낙하하며 추에 작용하는 중력에의해 회전
중력가속도는 $9.8\ m/s^2$, 추에 가해지는 모든 일은 물로 전달

(a) 물에 가해진 일의 양

물에 가해진 일의 양은 추가 중력에 의해 행한 일과 같다.
그러므로, 추가중력에 의해 한 일을 구하면 된다.
먼저, 추가 받은 힘은 $F_{추} = mg = 35kg \cdot 9.8\ m/s^2$
$= 343\ N$ 이고

따라서 추에가해지는 일은 $343N \cdot 5m = 1715J$ 이다.
$(W = F \cdot \Delta l)$
다시 물에 가해진 일의 양은 추에 가해지는 일의 양과 같으니
물에 가해진 일의 양또한 1715J 이다.

(b) 물의 내부에너지 변화.
$\Delta U_t = Q + W$ 의 식을 이용해 보자
이상황에서 외부에서 가해지는 Q는 없다고 하자.
이제 $\Delta U_t = W$ 이며, 그에 따라서 내부에너지 변화 또한 1715J 이다.

~~$\Delta U_t = \rho C_p V \Delta T$~~

(c) 물의 최종온도? 물의 $C_p = 4.18\ kJ/kg \cdot °C$
내부에너지는 다음과 같이 나타낼 수 있고
$$\Delta U_t = \rho C_p V \Delta T = m C_p \Delta T$$
$$\therefore \Delta U_t = 25kg \times 4.18\ kJ/kg \cdot °C \times \Delta T = 1715J$$
$$\therefore \Delta T = T_2 - T_1 = \frac{1715}{4180 \times 25} = 0.016k$$
$$\therefore T_2 = T_1 + 0.016k$$
$$= \underline{\underline{20.016°C}}$$ 이다

(d) 물의 온도를 최초 온도로 되돌리기 위해서 물로부터 제거되어야 하는 열의 양.

물의 온도를 변화시키는 것은 내부에너지 변화이고

따라서 내부에너지는 얻은 만큼의 에너지양을 열로

방출하면 된다.

$\Delta U_t = 1715J$ 이므로, 문제에서 제시한 조건에

만족하려면 이와 똑같은 양인 1715J의 열이 방출되어야 한다.

(e) 우주의 총에너지 변화.

(1) 추를 내리는 과정

(2) 물을 최초의 온도로 다시 냉각시키는 과정

(3) 이들 두 과정을 합한 과정

(1),(2),(3) 모두 우주의 총에너지 변화에 기여하는건 아무것도 없다.

에너지의 형태가 다양하게 모습을 바꿔 서로 변환된다 하더라도

우주의 총에너지 총량은 일정하게 보존되기 때문이다.

2.4 일정하중의 전기모터가 110볼트에서 9.7암페어로 부터, 1.25(hp)의 역학적 에너지를 생성하고 있다. 모터로부터의 열전달률은 kW단위로 얼마인가?

먼저 전기모터의 전력을 구하는 공식을 떠올릴 수 있고

전력 = 전압 × 전류 ⇒ $P = I \cdot V$ 의 식이다.

이때 P는 전류가 시간당 할수있는 일의 양으로 단위는 W이다.

먼저 전기모터의 전력을 구해보면 $P = 110 \times 9.7\ W$

$= 1067\ W$ 이다.

이때 생성하는 시간당 역학적 에너지는 1.25 hp 이고

1000W = 1.341 hp 이므로

생성되는 시간당 역학적에너지 양은 932 W 이다.

이때 전기모터의 입장에서 전력은 (+)이고 생성하는 역학적에너지양은 (−) 이다.

일정하중의 전기모터라고 했으니 정해진 입출력이 정해져있고, 그를 유지하며

작동하고있는 것으로 간주할 수 있으므로, 시간에 따른 온도변화가

없을 것으로 예상된다. 따라서 $\frac{\partial U_t}{\partial t} = 0$ 이되고

$\frac{\partial U_t}{\partial t} = Q + W \Rightarrow Q = -W$ 가된다.

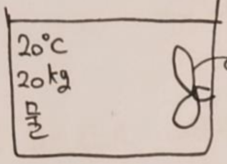
이때 계의 입장에서 W는 $W = 1067 - 932 = 135\ W$ 이고

계의입장에서 열에너지 Q는(시간당) −W 즉 −135W로 방출되고 있다.

$\boxed{2.8}$ 20°C의 물 20kg, 탱크 내부 교반기 설치. 교반기는 0.25kW의 비율로 물에 일을 전달해 줌.

Q) 탱크로부터 외부로의 열손실이 없다면, 이 물의 온도가 30°C까지 올리가는데 걸리는 시간은? (* 물의 $C_p = 4.18\ kJ/kg \cdot C$)

$W_{교반기} = -0.25kW$



$0.25kW = 250W = -250\ J/s$

$W_{교반기}$는 $W_{교반기} = -0.25kW$

$= -250W$

$= -250\ J/s$ 로 나타낼 수 있다.

물의 입장에서

$\Delta U_t \ \cancel{\frac{dU_t}{dt}} = Q + W$ 인데 외부로의 열손실이 없으므로 $Q=0$ 이된다.

$\therefore \Delta U_t = W$ 이다 (단위시간당)

이때 $\Delta U_t = \rho C_p V \Delta T$

$= m C_p \Delta T$

$= 20kg \cdot 4.18\ kJ/kg \cdot C \cdot \Delta T$

$= 20kg \cdot 10°C \cdot 4.18\ kJ/kg \cdot C$

$= 836\ kJ$

즉, 해당계의 온도를 30°C까지 올리려면 필요한 열에너지량은 836kJ이고

필요한 열에너지량 = 교반기가 초당 내는 일의 양 × 필요한시간 이므로

$$필요한시간 = \frac{836{,}000J}{250\ J/s} = 3344\ second$$

$$= \underline{0.929\ hr}$$

* 0.929hr 의 시간이 걸리게 된다.

2.12 25°C에서 1kg의 물이 있으며 $C_p = 4.18\ kJ/kg\cdot{}^\circ C$ 이다.

(a) 물의 온도가 1K 증가하면, ΔU_t는?

$\Delta U_t = C_p m \Delta T$ 이므로

$$\Delta U_t = 4.18 \times 1 \times 1 \times 1000\ J$$
$$= 4180\ J \text{ 이다.}$$

(b) 물의 고도가 Δz 만큼 변할경우 포텐셜 에너지의 변화 ΔE_p는 (a)의 ΔU^t의 변화와 같다. Δz는 몇미터인가?

ΔE_p를 먼저 구해보면

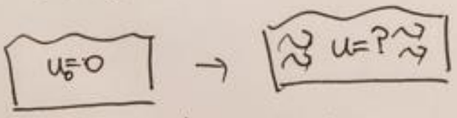
· $\Delta E_p = mg\Delta h = mg\Delta z$ 이다.

(a)의 ΔU^t와 ΔE_p가 같다면

$$\Delta E_p = \Delta U^t \Rightarrow mg\Delta z = 4180 J$$
$$\Rightarrow \Delta z = 4180\ N\cdot m \times \frac{1}{9.8 N}$$
$$= 426.53\ m$$

따라서 Δz는 426.53m 라는 것을 확인할 수 있다.

(c) 물이 정지 상태에서 최종속도 u로 가속될때, 운동에너지의 변화 ΔE_k는 (a)의 ΔU^t와 같다. u는 몇 m/s 인가?



$\Delta E_k = \Delta U^t_{(a)}$ 와 같으니

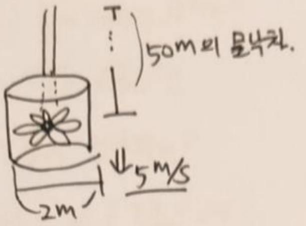
$= 4180 J$ 이고

$\Delta E_k = \frac{1}{2} m (V_2^2 - V_1^2)$ 이므로

$$\frac{1}{2}(V_2^2 - 0) \times 1kg = 4180\ N\cdot m$$
$$= 4180\ kg\cdot m^2/s^2$$

$V_2^2 = 8360 (m/s)^2 \Rightarrow V_2 = 91.43\ m/s$ 이다.

2.14 수력터빈, 물의 낙차 50m로 작동, 입구출구관은 직경이 2m, 출구속도 5m/s
터빈에 의해 발생하는 역학적인 동력?



터빈 동력 기관이 낙차에 의해 전해받은 일 (단위시간당)

$W = \dot{m} g \Delta h$

이때 $\dot{m}$을 알아야하는데
직경이 일정하므로 $\dot{m} = 3.14 \times 1 m^2 \times 5 m/s \times \rho$
$= 15700 \, kg/s$ 이다.

$W = 15700 \, kg/s \times 9.8 \, m/s^2 \times 50 \, m$

$= 7693 \, kJ/s$
$= 7693 \, kW$ 이다.

2.19 180°C, 1002.7kpa 의 액체물 내부E는 762.0kJ/kg 이고
비부피는 1.128 cm³/g 이다.

$P = 1002.7kpa$ 액체물의 $U_t = 762.0\,kJ/kg$

$T = 180°C$

(a) 물의 엔탈피는?

$\Delta H = \Delta(U_t + PV)$

$H \equiv U + PV$ 이므로

$H = 762.0\,kJ/kg + 1002.7\,kpa \times 1128\,cm^3/kg$

$= 762 \times 10^3\,m^2/s^2 + 1002.7 \times 10^3 \times 1128 \times \frac{1}{10^6} \times m^2/s^2$

$= 763131\,J/kg = 763.131\,kJ/kg$ 이다.

(b) 물은 300°C, 1500kpa의 증기상태로 변환되며, 이 상태에서 내부 에너지는 2784.4 kJ/kg이고 비부피는 169.7 cm³/g 이다

ΔU와 ΔH는?

먼저 ΔU부터 구해보면

$\Delta U =$ 증기상태의 U − (a)에서의 U

$= 2784.4\,kJ/kg - 762\,kJ/kg$

$= 2022.4\,kJ/kg$ 이다

[H나 U는 Q와 W와 달리 상태함수로 Δ로 나타낼수있다]

다시 엔탈피를 구해보면
먼저 증기상태의 엔탈피를 구하면

$H = U + PV$

$= 2784.4\,kJ/kg + 1500\,kPa \times 169.7\,cm^3/g$

$= (2784.4 + 254.55)\,kJ/kg =$

$= 3038.95\,kJ/kg$

$\therefore \Delta H = 3038.95\,kJ/kg - 763.131\,kJ/kg$

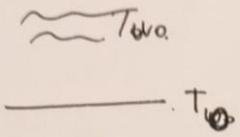
$= 2275.819\,kJ/kg$

$\boxed{2.20}$ 초기온도 T_0 고온물체, 초기온도 T_{w0}의 수조에 잠김

고체로부터 물로의 열전달률은 $\dot{Q} = k(T_w - T)$

(1) T에대한 식을시간t에 대한 식으로 나타내라

(2) 얻은결과로 $t=0$, $t=\infty$ 극한경우를 조사해보아라.



내부에너지변화를 두가지관점에서 보면

$\Delta U^t_{고체} = -\Delta U^t_{유체}$ 이다.

$\therefore m_{고체} C_{고체} (T - T_0) = -m_{유체} (T_w - T_{w0})$

이때 고체에대해서 생각해보면

고체의 내부에너지 변화량은

$\frac{dU^t}{dt} = Q + W$ 인데, 주고 받은 일은 없으므로

$\frac{dU^t}{dt} = \dot{Q}$ 가되고

$= k(T_w - T)$ 가된다.

이때 $\frac{dU^t}{dt} = m_{고체} C_{고체} \frac{dT}{dt}$ 이므로

$m_{고체} C_{고체} \frac{dT}{dt} = k(T_w - T)$

이때 $T_w = T_{w0} - \frac{C_{고체} m_{고체}}{C_물 m_물}(T - T_0)$ 이므로

$m_{고체} C_{고체} \frac{dT}{dt} = k\left(T_{w0} - \frac{C_{고체} m_{고체}}{C_물 m_물} T - T_0 - T\right)$

따라서 $\frac{dT}{dt} = k\left(\underbrace{\frac{T_{w0}}{m_{고체} C_{고체}} + \frac{T_0}{C_물 m_물}}_{B} - \underbrace{\left(\frac{1}{C_{고체} m_{고체}} + \frac{1}{C_물 m_물}\right)}_{A} T\right)$ 이다.

* 복잡한상수를 각각 B 와 A로 나타낸다

$= k(B - AT)$

$\frac{1}{B - AT} dT = k\,dt \Rightarrow \int_{T_0}^{T} \frac{1}{B - AT} dT = \int_0^t k\,dt$

$\Rightarrow -\frac{1}{A}\left(\ln(B - AT) - \ln(B - AT_0)\right) = kt$

$\Rightarrow \ln(B - AT) = -Akt + \ln(B - AT_0)$

(1) $\cdots \therefore T(t) = -\frac{1}{A}\left(e^{-Akt + \ln(B - AT_0)} - B\right)$ 로나타낸다

(2) $T(0) = -\frac{1}{A}\left(e^{\ln(B-AT_0)} - B\right)$

$= -\frac{1}{A}(-AT_0)$

$= T_0$

$\Rightarrow$ $t=0$ 인 극한의 경우 $T(0)=T_0$ 가 나온다

$$\lim_{t\to\infty} T(t) = \lim_{t\to\infty} -\frac{1}{A}\left(e^{-Akt+\ln(B-AT_0)} - B\right)$$

e^{-t} 꼴로 한없이 작아지므로 $-B$ 만남아

결과적으로 $-\frac{1}{A} \times -B = \frac{B}{A}$ 가되고

아까 정의해둔 A와 B를 가져와보면

$$\lim_{t\to\infty} T(t) = \frac{B}{A} = \frac{\frac{T_{w0}}{C_{\text{고체}}M_{\text{고체}}} + \frac{T_0}{C_{\text{물}}M_{\text{물}}}}{\frac{1}{C_{\text{고체}}M_{\text{고체}}} + \frac{1}{C_{\text{물}}M_{\text{물}}}} = \frac{C_{\text{고체}}M_{\text{고체}}T_0 + C_{\text{물}}M_{\text{물}}T_{w0}}{C_{\text{고체}}M_{\text{고체}} + C_{\text{물}}M_{\text{물}}}$$ 가 나온다.