이산수학 7장 과제

2019101074 안용상

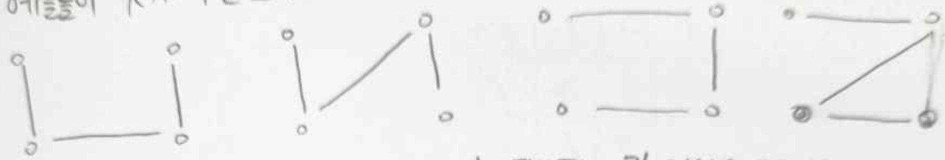
Part 3.

2번. 경로는 같은 변을 (edge) 두번 이상 포함하지 않는 길이다 k개의 정점이 있는 G에서

그래서 경로가 지나는 정점수가 최대일때 (k)

그 변수는 (k-1)이 된다.

예를들어 k가 4인 그래프에서



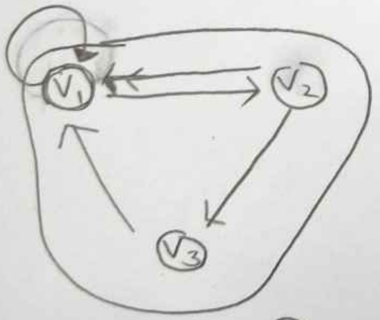
로 경로가 k개의 정점인 4개를 다 지날때, 같은 변을 두번이상 포함하지 않으려면 k-1개의 edge 즉 3개의 변이 생긴다

따라서 정점이 k개인 G에서 한 경로가 지날 수 있는 정점의 최대수는 k이고, 따라서 엣지의 수는 최대 k-1 이니까

문제에서 제시한것처럼 경로의 길이는

$|V|-1 = k-1 \geq$ 경로의 길이 임을 알 수 있다.

4번.

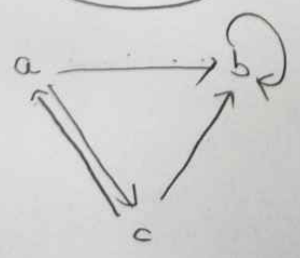


사이클 (V_1, V_2, V_3, V_1)

(V_1, V_2, V_1)

(V_1, V_1)

6번



	a	b	c
a	0	1	1
b	0	1	0
c	1	1	0

8번

(1)

	a	b	c	d	e	f
a	0	1	0	0	0	1
b	1	0	1	0	0	1
c	0	1	0	1	0	0
d	0	0	1	0	1	1
e	0	0	0	1	0	1
f	1	1	0	1	1	0

(2)

	a	b	c	d	e	f
a	0	1	1	0	1	1
b	1	0	1	0	0	0
c	1	1	0	1	0	1
d	0	0	1	0	1	0
e	1	0	0	1	0	1
f	1	0	1	0	1	0

10번 오일러공식 $V-e+f=2$

(1) $V:4$ $\quad 4-6+4=2$

$e:6$ $\quad$ 성립

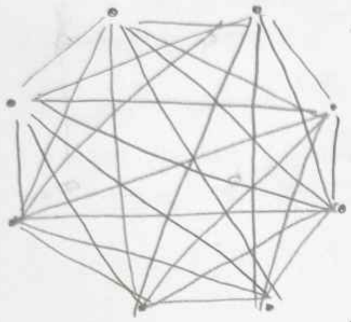
$f:4$

(2) $V:6$ $\quad 6-9+5=2$

$e:9$ $\quad$ 성립

$f:5$

12. $|V| = 8$ $G(V,E)$



처음 한 노드에서
다른 7개의 노드에 연결선을 긋는다

그리고 2번째로
그 다음 노드에서 처음시도한 노드를 제외하고
나머지 6개 노드에 연결선을 긋는다.

k개의 노드에 대해
1~k step을 거치고
각 스텝을 i 라고 하면 각 스텝에서 k−i 개의
Edge를 긋는다 $\sum_{i=1}^{k} k-i$ 이고

위 문제의 경우 k=8 이므로 $\sum_{i=1}^{8} 8-i$ 가 된다.

이는 곧 0 ~ k−1까지의 합과 같으므로

답은 $\frac{k \times (k-1)}{2} = \frac{8 \times 7}{2} = 28$ 이 된다.

14.	G_1	G_2
오일러그래프	가능 (홀수차수개수 0)	불가능 (홀수차수개수 4)
해밀턴그래프	불가능	가능

16번	(1)	(2)
오일러순회	불가능 (차수가 홀수인 Vertex가 존재)	가능 (모든 Vertex의 차수가 짝수)
해밀턴순회	가능	불가능

18번

G_1과 G_2의 $|V|$는 각각 모두 7로 같아 $f: V \to V$로의 전단사 함수가 가능하다.

또한 G_1과 G_2의 총 Edge수도 같아서 동형일 가능성이 있다

1번째부터 7번째의 노드에대해 임의의 순서로 하나씩뽑아 그것의 차수를 알아내보겠다. 그리고 그 알아낸 차수를 리스트에 담아보겠다.

$G_1 : [2, 2, 2, 2, 4, 2, 2] \Rightarrow 2 : 7$개
$4 : 1$개

$G_2 : [2, 3, 2, 2, 3, 2, 2] \Rightarrow 2 : 6$개
$3 : 2$개

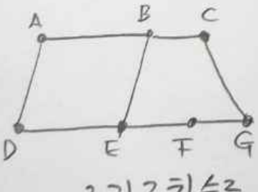
G_1과 G_2의 경우 총차수는 $\underbrace{(2 \times 7 + 4 \times 1)}_{G_1\text{의 경우}} = \underbrace{(2 \times 6 + 3 \times 2)}_{G_2\text{의 경우}}$

$18 = 18$ 로 같지만

개별노드의 차수에 약간의 차이가 있었다 —

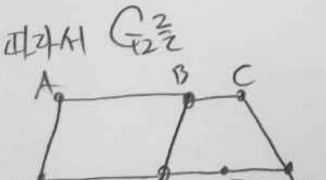
G_2에서 나온 3의차수를 갖는 두 노드를

G_1처럼 4와 2의차수를 각각 갖게끔, Edge 한개를 양보해줘야한다

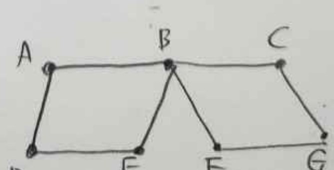


에서 $\overline{EF}$를 끊고 F에서 B로 다시 이어 $\overline{FB}$를 만들어주는것이 다른 노드들이 2를유지하며 (차수) 3과3차수를 4와 2차수로 만들어줄것이다.

따라서 G_2를



$\Rightarrow$

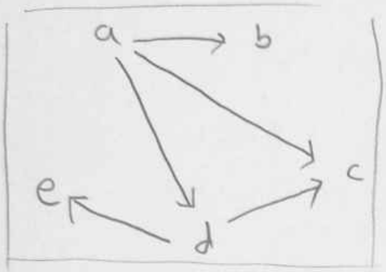


로 만들어주면

G_1과 같을 것이다

20 $R = \{(a,b), (a,c), (a,d), (d,c), (d,e)\}$

$\Downarrow$



$R^+ = \{(a,b), (a,c), (a,d), (d,c), (d,e), (a,e)\}$

$R^* = \{(a,a), (a,b), (a,c), (a,d), (a,e)$

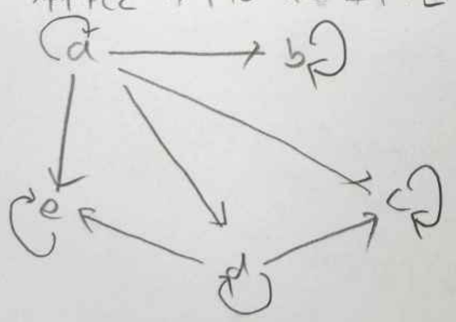
$(b,b),$

$(c,c),$

$(d,c), (d,d), (d,e)$

$(e,e)\}$

R*를 방향그래프로 나타내면, 방향그래프 이므로
자기자신을 가리키는 것도 표시하면



이다.