2019101074 안용상 이산수학 과제 #12

이산수학 과제 #12장 2019101074 안용상

2.(1) $10n^3+7n^4+2^n = O(2^n)$

for $n \ge 20$

$10n^3+7n^4+2^n \le 10\cdot 2^n+7\cdot 2^n+2^n = 18\cdot 2^n$

$\Rightarrow 10n^3+7n^4+2^n \in O(2^n)$ (참)

(2) $6n^3-12 = O(n^2)$

for $n \ge 1$

$6n^3-12 \le 6n^3$

$6n^3-12 \in O(n^3)$ 이성립

(거짓)

4.(1) $5n^3+2n\log_2 n+n$

for $n \ge 2$

$5n^3+2n\log_2 n+n \le 5n^3+2n^3+n^3 = 8n^3$

$\Rightarrow 5n^3+2n\log_2 n+n \in O(n^3)$

(2) $(2n+1)\log_2 n$

for $n \ge 4$

$2(n+1)\log_2 n \le (2n+n)\log_2 n = 3n\log_2 n$

$\therefore \Rightarrow$ ~~2n+~~ $(2n+1)\log_2 n \in O(n\log_2 n)$

6.(1) $f(n)=3\log_2 n$, $g(n)=2n^2$

for $\forall n \ge 1$

$3\log_2 n < 2\cdot n^2$ 따라서

f(n)이 항상 시간복잡도면에서 좋은 알고리즘이다.

복잡도 $g(n) > f(n)$

(2) $f(n)=n^2+10$, $g(n)=2^n$

$f(n)\in O(n^2)$ $g(n)\in O(2^n)$

$\Rightarrow$ 복잡도는 $g(n) > f(n)$ 이다.

Date.

8번
```
int sum(int n) {
    if (n) return (1+sum(n-1));
    else return 0;
```
Θ는 $\Theta(n)$이다.

$f(0) = 1$ 이다 (1번부터 4까지)

$f(1) = 1 + f(0) = 1+1$

$f(2) = 1 + f(1) = 1+1+1$

$f(n) = 1 + f(n-1) = 1+n$

∴ ~~[illegible]~~ 이는 $\Theta(n)$이다.

10번 $f(n) = \sin n$

$g(n) = \frac{1}{n}$

① $\sin n \notin O(\frac{1}{n})$

for $n \geq r_0$

$\sin r \leq C \cdot \frac{1}{n}$ 이 성립한다고 하자.

n이 커지면 $C \cdot \frac{1}{n}$은 작아지고 1보다 작아지는 순간 있고

그때 $\sin n = 1$ 이 되는 순간이 오므로

=> 모순이다.

② $\frac{1}{n} \in O(\sin n)$

for $n \geq n_0$

$\frac{1}{n}$은 아무리 작아도 양수이지만 $\sin n$은 0이 되는 순간이 존재하므로

$\frac{1}{n} \leq \sin n \times C$ 는 성립X

=> 모순

12번 (1) $f(1)=2$

$f(2)=2+2f(1)=2+2\times2$

$f(3)=2+2f(2)=2+2\times(2+2\times2)=2+2\times2+2\times2\times2$

$f(4)=2+2f(3)=2+2\times(2+2\times(2+2\times2))=2+2\times2+2\times2\times2+2\times2\times2\times2$

$f(5)=2+2f(4)=2+2\times30=2+2^2+2^3+2^4+2^5$

$f(6)=2+2f(5)=2+2\times62=\sum_{i=1}^{6}2^i$

$f(n)=\sum_{i=1}^{n}2^i=\frac{2(2^{n+1}-1)}{2-1}=2^{n+2}-2$

$2+2^2+\cdots 2^n\le C\cdot2^n$

$\therefore f(n)\in O(2^n)$

(2) $f(n)=n+3+f(n-1)$, $n\ge1$, $f(0)=1$

$f(0)=1$

$f(1)=1+3+f(0)=1+3+1=4+1$

$f(2)=2+3+f(1)=2+3+(1+3+1)=\sum_{i}^{2}i+3\times2+1$

$f(3)=3+3+f(2)=3+3+(2+3+1+3+1)=\sum_{i}^{3}i+3\times3+1$

$f(4)=\quad=4+3+(3+3+2+3+1+3+1)=\sum_{i}^{4}i+3\times4+1$

$f(n)=\sum_{i}^{n}i+3\times n+1$

$=\frac{n(n+1)}{2}+3n+1$

$\therefore f(n)\in O(n^2)$

(3) $f(n)=n+f(\frac{n}{2})$, $n\ge2$ $f(1)=1$

$f(n)=n+\frac{n}{2}+f(\frac{n}{2})$

$=n+\frac{n}{2}+\frac{n}{4}+f(\frac{n}{4})$

$=n+\frac{n}{2}+\frac{n}{4}+\cdots+\frac{n}{2^k}+f(\frac{n}{2^k})$ $(n=2^k)$

$=n+\frac{n}{2}+\frac{n}{4}+\cdots+1+f(1)$

$=n\sum_{i=0}^{k}2^{-i}+f(1)$

$=n\cdot\frac{1-(\frac{1}{2})^k}{1-\frac{1}{2}}+1=2n(1-\frac{1}{n})+1=2n-1\Rightarrow O(n)$