화공 열역학 과제

2019101074 안용상

3.3 $F = 2 - \pi + N$

$= 2 - 2 + 2 = 2$ 따라서 두개의 변수가 확정되면

모든상태가고정된다.

여기서 T와 P는 초기상태 T,P를 따르게끔 고정되어있어

전체적인 상태는 고정되어있다고 할 수 있다.

이때 조성또한 변화없이 고정되어있어야 하므로

성분 2만을 계속 추가한다면, 액체 성분1이 그 빈 기체1의

자리를 메꾸게 늘어난 성분2의 조성비를 맞춰줘야 하므로

성분1이 액체에서 일부 기체로 바뀌어

결과적으로 액체의 총몰수는 감소한다.

☆ 액체의 총몰수는 감소!!

3.6

$$K = \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T \times \frac{-1}{V} \qquad B = \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P \times \frac{1}{V}$$

$$\rho V = m \Rightarrow V d\rho + \rho dV = 0$$

* ρV는 질량으로 constant 하다. 이를 미분하고 항을 정리하면

$$\boxed{\frac{dV}{V} + \frac{d\rho}{\rho} = 0}$$

$$\therefore K = \frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \rho}{\partial P}\right)_T \qquad B = \frac{-1}{\rho}\left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_P$$

다시 식 $\frac{\partial V}{V} = B dT - K dP$ 를 정리하면

$$-\frac{\partial \rho}{\rho} = \frac{+1}{\rho}\left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_P dT - \frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_P dP$$

이때 주어진 온도는 일정하므로 $dT = 0$

그리고 K 부분은 P에 영향을 받지 않으며 상수취급을 해주면

$$-\frac{\partial \rho}{\rho} = -K dP \Rightarrow \frac{\ln \rho_2/\rho_1}{K} = \Delta P.$$

이때 밀도가 1% 늘어나는 상황이 주어진 상황이므로

$$\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1} = 0.01 \Rightarrow \rho_2 = 1.01\rho_1$$

$$\therefore \Delta P = \frac{\ln 1.01}{K} = \frac{\ln 1.01}{44.18} \times 10^6 \text{ bar} = 225.22 \text{ bar}$$

최종 압력은 1bar + 225.22bar로

226.22bar가 된다.

3.9 $\frac{dV}{V} = \beta dT - \kappa dP$

온도 변화 X ⇒ $dT = 0$

$$\frac{dV}{V} = -\kappa dP = \frac{-C}{V(P+b)} dP$$

$$dV = \frac{-C}{P+b} dP$$

$$dW = PdV = \left(\frac{+PC}{P+b}\right) dP$$

적분을하면

$$W = \int_{1bar}^{500bar} C\left(1 - \frac{b}{P+b}\right) dP = C\left(499[bar] - b\ln\left((P_2+b)(P_1+b)^{-1}\right)\right)$$

$$= 0.125\left[\frac{cm^3}{g}\right]\left(499[bar] - 2700[bar] \times \ln\left(\frac{3200bar}{2701bar}\right)\right)$$

$$= 0.125\left[\frac{cm^3}{g}\right] \times 41.27[bar] \times \left[\frac{1}{bar} \times 10^5 \times kg \times \frac{1}{ms^2}\right] \times \left[\frac{m^3}{10^6 cm^3}\right] \times \left[\frac{1000g}{1kg}\right]$$

$$= 515.905\left[\frac{m^2}{s^2} \cdot kg\right] = 515.905[J/kg]$$

답은 515.905[J/kg] 만큼의 일을 ~~했다~~ 이다. 소모했다.

3.16 K 상수, 등온 으로 부터 다음을 이끌어 낸다.

$$\frac{dV}{V} = -kdP + BdT$$
$$= -kdP$$
$$\Rightarrow \ln\frac{V_2}{V_1} = -k(P_2 - P_1)$$

초기상태 $(P_1, V_1) \Rightarrow$ 최종상태 (P_2, V_2)

(a) $K = \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T \times \frac{1}{V}$

K의 정의는 다음과같다

「특정 고정된 온도에서 전체 부피를 1로 두었을때, 압력변화에 대한 부피의 변화율의 상대적인 크기를 말한다.」

$\frac{dV}{V} = -kdP + BdT$ 이지만 $dT=0$, K는 상수라는 조건으로부터

$\ln V = -KP + C''$ (C''는 적분상수) 를 이끌어낼 수있다.

이때 초기조건을 대입해서 C''을 구한다

$C'' = KP_1 + \ln V_1$ 임을 알수있다.

이때 V와 P에대해 알맞게 정리하면

$$\ln V - \ln V_1 = -k(P - P_1)$$
$$\ln\frac{V}{V_1} = -k(P - P_1) \Rightarrow V = V_1 e^{-k(P-P_1)}$$
$$= V_1 e^{kP_1} \cdot e^{-kP} \text{ 이다}$$

여기서 $A(T) = V_1 e^{kP_1}$ 임을 알수있고

$V = A(T)e^{-kP}$ 임을 도출해냈다.

(b) $\frac{dV}{V} = -\kappa dP$

$dV = -\kappa A(T) e^{-\kappa P} dP$

$PdV = \bar{d}W = -\kappa P A(T) e^{-\kappa P} dP$

$-W = \int -\kappa A(T) P e^{-\kappa P} dP$

$= \left[-\kappa A(T) \times \frac{1}{-\kappa^2} (\kappa P + 1) e^{-\kappa P} \right]_{P_1}^{P}$

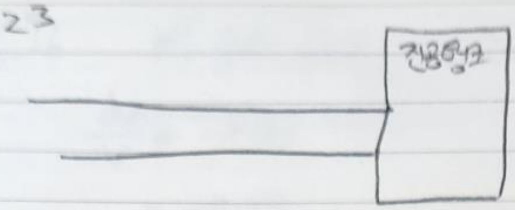
$= \frac{A(T)}{\kappa} \left(\kappa P e^{-\kappa P} + e^{-\kappa P} - \kappa P_1 e^{-\kappa P_1} - e^{-\kappa P_1} \right)$

$= \frac{1}{\kappa} \left(\kappa P V + V - \kappa P_1 V_1 - V_1 \right)$

$= PV - P_1 V_1 + \frac{1}{\kappa}(V - V_1)$ W에 (−)가 있으므로 바꿔주면

$\therefore W = P_1 V_1 - PV + \frac{1}{\kappa}(V_1 - V)$ 이다.

3.23



계를 진공탱크로 잡고 에너지 수식을 사용하면

$$\frac{d(Um)}{dt} = -\Delta\left[\left(H + \frac{1}{2}u^2 + gz\right)\dot{m}\right] + \dot{Q} + \dot{W}$$

이때 $u=0$ $\Delta z=0$ $\dot{Q}=0$ $\dot{W}=0$ 이므로

$\frac{dUm}{dt} = (-H_2 + H_1)\dot{m}$ 가되고 다시 H_2는 나가는게 없으므로 0이므로

$$\frac{dUm}{dt} = \dot{m}H_1 \text{ 이다.}$$

이때 좌항은 에너지가 계에 축적되는걸을 나타내고
우항은 에너지가 들어오는것을 말한다.

$\frac{d(Um)}{dt} = H_1\frac{dm}{dt}$ 이고 $(Um)_t - (Um)_{t=0} = H_1(m)_t - H_1(m)_{t=0}$

$\Rightarrow$ m은 $t=0$일때 0 이므로

$(Um)_t = H_1(m)_t \Rightarrow U = H_1$ 이된다.

계의 내부에너지는 유입되는 엔탈피의 양 H_1이되고

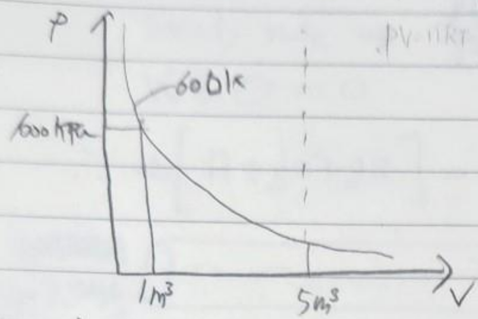
계의 엔탈피 H는 다시

$$H = U + PV = H_1 + PV$$

$$H - H_1 = PV$$

$$C_p(T - T_1) = PV = RT \Rightarrow T = \frac{C_pT_1}{C_p - R} = \frac{C_p}{C_v}T_1 = \gamma T_1 \text{ 이된다.}$$

3.29 600k 1000kpa 이상기체 1m³



(a) $dT=0$

$$dQ = dU + dW$$
$$= C_v dT - p dV$$
$$= C_v dT - \frac{RT}{V} dV \Rightarrow dT=0\text{이므로}, \quad dQ = -\frac{RT}{V} dV$$

$$\Rightarrow Q = -RT \ln\frac{V_2}{V_1} = -W$$

[1몰당 한일 W_n]

$$W_n = RT\ln\frac{V_2}{V_1} = 8.314\left[\frac{J}{mol\cdot k}\right] \times 600k \times \ln 5$$

$$= 8028.52\ J/mol$$

$$PV=nRT \Rightarrow n=\frac{PV}{RT} \Rightarrow n = \frac{1000\times1000\times1m^3}{8.314\times600} \times [pa]\left[\frac{mol\cdot k}{J}\right]\left[\frac{1}{k}\right]$$

$$= 200.47\ mol$$

$\therefore W = nW_n = 1609.44\ kJ$

최종T는 등온이므로 600k

최종압력 P는

$$P = \frac{nRT}{V} = 200.47 \times 8.314 \times 600\ pa \times \frac{1}{5}$$
$$= 200\ kpa$$

(b) $dQ=0$

$$dQ = C_v dT - \cancel{p}dV$$

$$C_v dT = P dV$$
$$= \frac{RT}{V}dV \Rightarrow C_v \ln T_2/T_1 = R\ln\frac{V_2}{V_1}$$

$$C_v dT = R dT - \frac{RT}{P}dP$$
$$C_p dT = -\frac{RT}{P}dP \Rightarrow C_p \ln\frac{T_2}{T_1} = -R\ln\frac{P_2}{P_1}$$

$$dW = -PdV$$
$$W = \Delta U = C_v \Delta T$$
$$\therefore \gamma = \frac{C_p}{C_v} = 1 + \frac{R}{C_v} = \frac{21}{21-8.314}$$
$$= \frac{R}{\gamma-1}\Delta T \qquad = 1.66$$

$$W_n = \frac{RT_1}{\gamma-1}\left(\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-1\right) = \frac{8.314 \times 600}{0.66} \times \left(\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}-1\right)$$

$$= -4945.4\ J/mol$$

$$W = W_n \times n = -989087\ J$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} \Rightarrow T_2 = T_1\left(\frac{1}{5}\right)^{0.66} = 600 \times \left(\frac{1}{5}\right)^{0.66} K = 207.4K$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma} \Rightarrow P_2 = 1000kPa \times \left(\frac{1}{5}\right)^{1.66} = 69.13\ kPa$$

(C) $W = -P\Delta V = 100000 \times (-1) \times 4V_1$
$$= -400kJ$$

$$\Delta U = Q + W = W = -400kJ$$

$$\Delta T = \frac{\Delta U}{n \times C_v} = \frac{-400000}{200.5 \times (21-8.314)} = -157.3K$$

$$T_2 = 600 - 157.3 = 442.7K$$

$$P_2 = nRT/V = 200.5 \times 8.314 \times 442.7 \times \frac{1}{5} = 147.61kPa$$

3.31

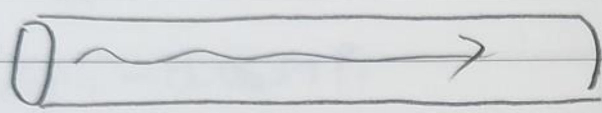
Steady state $\rightarrow \frac{d(Um)}{dt} = 0$

$\dot{W}$ & $\dot{Q} = 0$

$\therefore \Delta\left[H + \frac{1}{2}u^2 + gz\right] = 0$

$V_1 = 2.5\,m/s$

$T_1 = 150°C$



$V_2 = 50\,m/s$

$T_2 = ?$

$C_p = \frac{7}{2}R$

$C_V = \frac{5}{2}R$

① $\Delta gz = 0$ (∵ 수평관)

② $\Delta\left[H + \frac{1}{2}u^2\right] \Rightarrow H_2 - H_1 + \frac{1}{2}u_2^2 - \frac{1}{2}u_1^2 = 0$

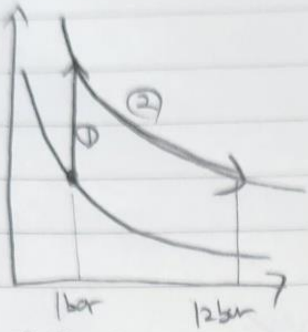
$$C_p(T_2 - T_1) = \frac{1}{2}(u_1^2 - u_2^2)$$

$$C_p(T_2 - 423.12) = \frac{1}{2}(2.5^2 - 50^2)$$

$$T_2 = \frac{2}{14R}(2.5^2 - 50^2) + 423.12$$

$$= 107.15°C$$

3.33



① 번과정은 (그래프 그림에 표시)

① $dV=0$

$dQ = C_V dT - pdV$

$= C_V dT$

$Q_1 = \Delta U_1 = C_V \Delta T = C_V \times 90 = \frac{5}{2} R \times 90 = 1870.65 \, J/mol$

$\Delta H_1 = C_P \Delta T = C_P \times 90 = 2618.9 \, J/mol$

$W_1 = 0$

② 번과정은 다음과 같다

② $dT = 0$

$dQ_2 = +pdV$

$= +\frac{RT}{V} dV$

$Q_2 = +RT \ln \frac{V_2}{V_1} = -W_2 = R \times 393.12 \times \ln \frac{P_1}{P_2} = -8121.67 \, J/mol$

$\Delta H_2 = \Delta U_2 = 0$

① 과 ② 를 취합하면

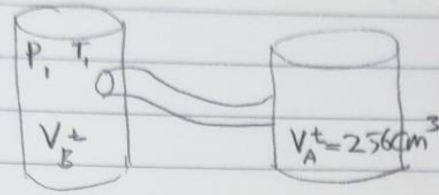
$\therefore \Delta H = \Delta H_1 + \Delta H_2 = 2618.9 \, J/mol$

$\Delta U = \Delta U_1 + \Delta U_2 = 1870.65 \, J/mol$

$Q = Q_1 + Q_2 = -6251.02 \, J/mol$

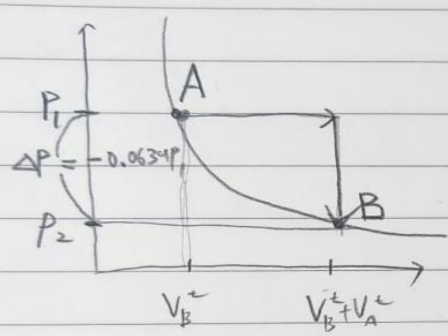
$W = W_1 + W_2 = 8121.67 \, J/mol$

3.37



$$\frac{\Delta P}{P_1} = -0.0639$$

$$\Delta P = -0.0639 P_1$$



☆ 해석 ☆

진공상태의 부피가 생겼으니
급격히 부피가 증가했을 것이고
곧 초기온도로 돌아왔으면
좌측 그림과 거동이 비슷할것이다.

이때 A지점과 B지점을 그래프에 나타냈다.

A지점과 B지점은 온도가 같으므로

$$\frac{P_1 V_1}{nR} = \frac{P_2 V_2}{nR}$$ 이 성립하고

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_1 + \Delta P}{P_1} = \frac{P_1 - 0.0639P_1}{P_1} = 0.9361$$

$V_1 = V_B^t$

$V_2 = V_B^t + V_A^t$ 이므로 $\frac{V_B^t}{V_B^t + V_A^t} = 0.9361$

$$1 - \frac{V_A^t}{V_B^t + V_A^t} = 0.9361 \Rightarrow \frac{V_A^t}{V_B^t + V_A^t} = 0.0639$$

$$\frac{V_A^t}{0.0639} - V_A^t = V_B^t$$

$$\therefore V_B^t = 3.75 \times 10^{-3} \times m^3$$